



**CEBİRSEL DÜŞÜNME KAVRAMININ ORTAOKUL
SEVİYESİNDE ÖĞRENİLME DURUMUNUN
ARAŞTIRILMASI**

Ömer GÖKBURUN

**Yüksek Lisans Tezi
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Doç. Dr. Ufuk TÖMAN
2021**

(Her Hakkı Saklıdır)

T.C.
BAYBURT ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ PROGRAMI

**CEBİRSEL DÜŞÜNME KAVRAMININ ORTAOKUL SEVİYESİNDE ÖĞRENİLME
DURUMUNUN ARAŞTIRILMASI**

(Investigation on the Learning Status of Algebraic Thinking Concept Among the Secondary
School Level Students)

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Ömer GÖKBURUN

Danışman: Doç. Dr. Ufuk TÖMAN

Bayburt
Ağustos, 2021

KABUL VE ONAY TUTANAĞI

Doç. Dr. Ufuk TÖMAN danışmanlığında, 172103003 numaralı Ömer Gökburun tarafından hazırlanan “Cebirsel Düşünme Kavramının Ortaokul Seviyesinde Öğrenilme Durumunun Araştırılması” adlı bu çalışma 18.08.2021 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Ridvan SAHİN

İmza: 

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Fatih GÜRBÜZ

İmza: 

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Ufuk TÖMAN

İmza: 

Bu tezin Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği'nin ilgili maddelerinde belirtilen şartları yerine getirdiğini onaylarım.

Doç. Dr. Fatih GÜRBÜZ
Enstitü Müdürü

ETİK VE BİLDİRİM

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Cebirsel Düşünme Kavramının Ortaokul Seviyesinde Öğrenilme Durumunun Araştırılması” başlıklı çalışmanın tarafımdan bilimsel etik ilkelere uyularak yazıldığını ve yararlandığım eserleri kaynakçada gösterdiğimi beyan ederim.

... / ... / 2021



Ömer GÖKBURUN

TEŞEKKÜRLER

Bu çalışmada ortaokul seviyesindeki öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri, kavram yanılgıları ve öğrenme durumları araştırılmıştır.

Araştırma sürecim boyunca, bilgi ve deneyimleriyle bana büyük katkı sağlayarak destek olan, sabırla ve hoşgörüyle benden yardımlarını esirgemeyen sayın hocam ve danışmanım Doç. Dr. Ufuk TÖMAN'a teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmanın gerçekleştirilmesi sürecinde ve her aşamasında benden hiçbir zaman yardımlarını esirgemeyen, bilgilerini benimle paylaşan, yardımseverliği ve doğruluğuyla her zaman yanımda olan hocam Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK'e teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmanın gerçekleşmesinde ve yüksek lisans ders süreçlerinde mesleki deneyimleriyle ve ufuk açıcı görüşleriyle her zaman bana katkılarda bulunan, yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyen değerli hocalarım Doç. Dr. Gül KALELİ YILMAZ ve Dr. Öğr. Üyesi Tuba AĞIRMAN AYDIN'a teşekkürlerimi sunarım.

Hayatım boyunca beni destekleyen ve her zaman yanımda duran annem Hatice GÖKBURUN'a, babam Ahmet Hamza GÖKBURUN'a ve kardeşim Gülsüm GÖKBURUN'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Çalışmamın her aşamasında yanımda olup yardımlarını hiçbir zaman benden esirgemeyen, manevi desteğiyle beni yalnız bırakmayan eşim Ayşenur GÖKBURUN'a teşekkürlerimi sunarım.

ÖZ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
CEBİRSEL DÜŞÜNME DÜZEYLERİNİN ORTAOKUL SEVİYESİNDE
ÖĞRENİLME DURUMUNUN ARAŞTIRILMASI

Ömer GÖKBURUN

Ağustos 2021, 155 Sayfa

Bu çalışmanın amacı; 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini, cebirsel ifadelerle ilgili kavram yanlışlarını ve anlama düzeylerini belirlemektir. Bu araştırmada, betimsel araştırmalardan gelişimci araştırma yöntemleri kullanılmıştır. Bu çalışma, Doğu Anadolu Bölgesi'nin bir ilinde bulunan devlet okulunda öğrenim gören ortaokul öğrencileri (6., 7. ve 8. sınıf) ile yürütülmüştür. Çalışma grubu 2020-2021 eğitim-öğretim yılının ikinci döneminde ortaokulda öğrenim gören 82 öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama araçları olarak 8 soru 4 Düzeyden oluşan Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu (CDDTF) ve mülakat kullanılmıştır. Test 6. sınıflardan 33 öğrenciye, 7. sınıflardan 21 öğrenciye ve 8. sınıflardan 28 öğrenciye uygulanmıştır ve ardından mülakatlar uygulanmıştır. Test ve mülakatlardan elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin cebirsel ifadelerle ilgili olarak 30 adet kavram yanlışına sahip oldukları, cebirsel düşünme düzeylerinin oldukça düşük oldukları, Düzey-4'e ulaşabilen sadece 3 adet öğrenci olduğunu ve bu öğrencilerinin tamamının kız öğrencileri olduğu görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin sınıf seviyeleri arttıkça cebirsel düşünme düzeylerinin de arttığı, kavram yanlışlarının bütün sınıf seviyelerinde görüldüğü tespit edilmiştir. Öğrencilerin yarısına yakınında cebirsel ifadeleri anlamama ya da kavram yanlışına sahip olduğu belirlenmiştir. Araştırma sonuçlarına dayanarak ortaokul seviyesindeki öğrencilerin aritmetikten cebire geçişte sorunlar yaşadığı, aritmetikten cebire geçemeyenlerin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin düşük olduğu ve Cebirsel Anlama düzeylerinin beklenenin altında olduğu görülmüştür. Cinsiyet ile Cebirsel Düşünme Düzeyleri ile Cebirsel Anlama Düzeyleri arasındaki ilişki incelendiğinde kız öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin erkek öğrencilere göre daha yüksek olduğu ve son düzeye ulaşan öğrencilerin tamamının kız öğrenciler olduğu görülmüştür. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar doğrultusunda, aritmetikten cebire geçişte sorun yaşayan öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin düşük olduğu ve bu yüzden aritmetik ile cebir arasındaki bağın sağlam kurulması gerektiği, bu doğrultuda önemler alınıp çalışmalar yapılması gerektiği önerilerinde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Cebir, kavram yanlışlığı, cebirsel düşünme, cebirsel düşünme düzeyleri.

ABSTRACT
MASTER THESIS
INVESTIGATION ON THE LEARNING STATUS OF ALGEBRAIC THINKING
CONCEPT AMONG THE SECONDARY SCHOOL LEVEL STUDENTS

Ömer GÖKBURUN

August 2021, 155 Pages

The aim of this study is to determine 6th, 7th and 8th grade students of their algebraical thinking levels, misconceptions related to algebraical terms and their comprehension ability levels. In this study, developmental research method was conducted among the descriptive research methods. The study was conducted with 6th, 7th and 8th grade students who were studying in a governmental secondary school located in East Anatolian Region of Turkey. The research group consisted of 82 students who were studying in the spring semester of 2020-2021 academic year. For the data collection purposes, interviews and Algebraic Thinking Level Determination Form (ATLDF) were used as data collecting tools. The test and interviews were applied to 33 students from 6th grade, 21 students from 7th grade, 28 students from 8th grade. In the light of the data obtained from the tests and interviews the following observations were recorded: the students had 30 different misconceptions, the level of their algebraical thinking were low and there were only 3 students who could reach to Level-4 who were all female students. In addition, it was observed that as the grade level of students increased their algebraical thinking levels increased and that the misconceptions were observed in all the grade levels. It was determined that nearly half of the students had issues related to understanding algebraical terms or had misconceptions. Based on the results of the study conducted, it was observed that the students had problems related to developing from arithmetic to algebra and that the algebraical thinking levels of students, who failed in arithmetic, were low and their comprehension ability were lower than the expectation. When the relation between the gender and the algebraical thinking and comprehension levels were investigated, it was observed that the algebraical thinking level of female students were higher compared to male students and that all the students who reached the final level were female. Based on the results of this study, it was determined that the algebraical thinking level of the students, who had issues related to developing from arithmetic to algebra, were low and for this reason it was suggested that the necessary works should be carried out and the precautions must be taken for the connection between arithmetic and algebra.

Keywords: Algebra, misconception, algebraic thinking, algebraic thinking levels.

İÇİNDEKİLER

ETİK VE BİLDİRİM	Hata! Yer işareti tanımlanmamış.
TEŞEKKÜRLER.....	iii
ÖZ	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER.....	vi
TABLOLAR.....	ix
ŞEKİLLER.....	xi
KISALTMALAR	xiv

BİRİNCİ BÖLÜM

Giriş.....	1
Araştırmanın Konusu ve Problemi	3
Araştırmanın Amacı	4
Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi	5
Araştırmanın Sınırlılıkları	7
Varsayımlar	7
Terim ve Tanımları	8

İKİNCİ BÖLÜM

Kuramsal Çerçeve	9
Aritmetik	9
Cebir.....	10

Aritmetikten Cebire Giriş.....	11
Aritmetik ile Cebir Arasındaki Farklar	12
Kavram Yanılgıları.....	14
Matematiksel Düşünme.....	15
Cebirsel Düşünme	16
Cebirsel Düşünme Düzeyleri	17
Alan Yazın Derlemesi.....	20

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Yöntem.....	28
Araştırmanın Modeli	28
Çalışma Grubu	31
Verilerin Toplanması	32
Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu	32
Mülakat.....	33
Veri Toplama Süreci	34
Veri Analizi.....	35
Geçerlik ve Güvenirlilik.....	36
Araştırmacının Rolü.....	36

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

Bulgular ve Yorumlar	37
Birinci Cebirsel Düşünme Düzeyine Ait Bulgular.....	37
İkinci Cebirsel Düşünme Düzeyine Ait Bulgular	56
Üçüncü Cebirsel Düşünme Düzeyine Ait Bulgular	76
Dördüncü Cebirsel Düşünme Düzeyine Ait Bulgular.....	92

BEŞİNCİ BÖLÜM

Sonuç, Tartışma ve Öneriler.....	116
Sonuç.....	116
Tartışma.....	117
Öneriler	120
KAYNAKÇA.....	123
EKLER	130
ÖZGEÇMİŞ	155

TABLÖLAR

Tablo 1. <i>Aritmetik ile Cebir Arasındaki Farklılıklar</i>	13
Tablo 2. <i>Cebirsel Düşünmenin Bileşenleri</i>	17
Tablo 3. <i>Ortaokul 6., 7. ve 8. Sınıf Düzeyleri Cebir Öğrenme Alanının Cebirsel İfadeler Alt Öğrenme Alanındaki Kazanımları</i>	30
Tablo 4. <i>Araştırmanın Örneklemi</i>	31
Tablo 5. <i>CDDTF’de Yer Alan Soruları Analiz Ederken Kullanılan Kategori ve İçerikler</i>	35
Tablo 6. <i>CDDTF Birinci Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri</i>	38
Tablo 7. <i>CDDTF İkinci Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri</i>	46
Tablo 8. <i>CDDTF Üçüncü Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri</i>	57
Tablo 9. <i>CDDTF Dördüncü Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri</i>	67
Tablo 10. <i>CDDTF Beşinci Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri</i>	77
Tablo 11. <i>CDDTF Altıncı Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri</i>	84
Tablo 12. <i>CDDTF Yedinci Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri</i>	93
Tablo 13. <i>CDDTF Sekizinci Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri</i>	101
Tablo 14. <i>Altıncı Sınıf Öğrencilerinin CDDTF Sorularını Anlama Düzeyleri</i>	110
Tablo 15. <i>Yedinci Sınıf Öğrencilerinin CDDTF Sorularını Anlama Düzeyleri</i>	111
Tablo 16. <i>Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin CDDTF Sorularını Anlama Düzeyleri</i>	112
Tablo 17. <i>Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Sınıf Seviyelerine Göre Dağılımı</i> ..	113
Tablo 18. <i>Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Cinsiyete Göre Dağılımı</i>	114
Tablo 19. <i>CDDTF ile Belirlenen Öğrencilerin Kavram Yanılgıları</i>	114
Tablo 20. <i>Cebirsel Düşünme Düzeyleri 1. Soru İçin Kullanılan Cevaplar</i>	144
Tablo 21. <i>Cebirsel Düşünme Düzeyleri 2. Soru İçin Kullanılan Cevaplar</i>	145
Tablo 22. <i>Cebirsel Düşünme Düzeyleri 3. Soru İçin Kullanılan Cevaplar</i>	146

Tablo 23. <i>Cebirsel Düşünme Düzeyleri 4. Soru İçin Kullanılan Cevaplar</i>	147
Tablo 24. <i>Cebirsel Düşünme Düzeyleri 5. Soru İçin Kullanılan Cevaplar</i>	148
Tablo 25. <i>Cebirsel Düşünme Düzeyleri 6. Soru İçin Kullanılan Cevaplar</i>	149
Tablo 26. <i>Cebirsel Düşünme Düzeyleri 7. Soru İçin Kullanılan Cevaplar</i>	150
Tablo 27. <i>Cebirsel Düşünme Düzeyleri 8. Soru İçin Kullanılan Cevaplar</i>	151

ŞEKİLLER

Şekil 1. Düzey 1'in örnek sorusu.	18
Şekil 2. Cebirsel Düşünme Düzeyleri örnek soruları (Çağdaşer, 2008).	19
Şekil 3. Araştırmanın hazırlık ve uygulama süreci.	29
Şekil 4. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu'nda yer alan sorular.....	33
Şekil 5. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu birinci sorusu.....	37
Şekil 6. K801'in 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.	39
Şekil 7. K815'in 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.	40
Şekil 8. E703'ün 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.....	41
Şekil 9. K705'in 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.	42
Şekil 10. E608'in 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.....	43
Şekil 11. K606'nın 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.	44
Şekil 12. E607'nin 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.....	45
Şekil 13. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu ikinci sorusu.	46
Şekil 14. E605'in 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.	47
Şekil 15. K602'nin 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.	48
Şekil 16. E608'in 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.	49
Şekil 17. E615'in 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.	50
Şekil 18. K805'in 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.	51
Şekil 19. E808'in 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.	52
Şekil 20. K709'un 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.....	53
Şekil 21. K614'ün 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.....	54
Şekil 22. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu üçüncü sorusu.....	56
Şekil 23. K811'in 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.	58

Şekil 24. K810'un 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.	59
Şekil 25. K813'ün 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.	60
Şekil 26. E701'in 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.	61
Şekil 27. K711'in 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.	62
Şekil 28. K616'nın 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.	63
Şekil 29. E706'nın 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.	64
Şekil 30. E614'ün 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.	65
Şekil 31. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu dördüncü sorusu.	66
Şekil 32. E805'in 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.	68
Şekil 33. K815'in 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.	69
Şekil 34. E602'nin 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.	70
Şekil 35. K613'ün 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.	71
Şekil 36. K605'in 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.	72
Şekil 37. K612'nin 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.	73
Şekil 38. E811'in 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.	74
Şekil 39. E707'nin 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.	75
Şekil 40. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu beşinci sorusu.	76
Şekil 41. K807'in 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.	78
Şekil 42. K606'nın 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.	79
Şekil 43. K602'nin 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.	79
Şekil 44. K611'in 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.	80
Şekil 45. E708'in 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.	81
Şekil 46. K710'un 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.	82
Şekil 47. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu altıncı sorusu.	83
Şekil 48. K816'nın 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.	85
Şekil 49. E808'in 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.	86
Şekil 50. K710'un 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.	87

Şekil 51. K612'nin 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.....	88
Şekil 52. K703'ün 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.....	89
Şekil 53. K808'in 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.....	90
Şekil 54. K809'un 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.....	91
Şekil 55. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu yedinci sorusu.	93
Şekil 56. E810'un 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.	94
Şekil 57. K814'ün 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.	95
Şekil 58. E615'in 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.	96
Şekil 59. K701'in 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.....	97
Şekil 60. E610'in 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.	98
Şekil 61. K804'ün 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.....	99
Şekil 62. E604'ün 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.	100
Şekil 63. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu sekizinci sorusu.....	101
Şekil 64. K808'in 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.	102
Şekil 65. E810'un 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.....	103
Şekil 66. K816'nın 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.	105
Şekil 67. K710'un 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.	106
Şekil 68. E604'ün 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.....	107
Şekil 69. K809'un 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.	108

KISALTMALAR

MEB : Milli Eğitim Bakanlığı

CDD : Cebirsel Düşünme Düzeyleri

CDDTF : Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu

NCTM : National Council of Teachers of Mathematics [Ulusal Matematik Öğretmenleri
Konseyi]

BİRİNCİ BÖLÜM

Giriş

Matematik insanlığın var olduğu ilk günden, günümüze kadar problemlerin çözümünde ve hayatı anlamlandırmada kullanılan bir araç, bazen ise bir amaç olmuştur. Çağların değişmesiyle beraber yeni disiplinler yeni olgular ortaya çıkmaya başlamıştır. İnsanoğlu gelişen dünyada her yeni gün farklı sorunlar, çözülmesi gereken farklı problemlerle karşılaşmaya başlamıştır. Gündelik hayatımızın vazgeçilmez bir parçası olan problem çözme becerisinin matematiğin kendisi olduğu çok iyi bilinmektedir. Matematiğin sadece okulların dört duvarında okutulan bir dersten ibaret olmadığı, hayatla iç içe olduğu görülmektedir. Matematik hayatımızın her yönünde isteyerek ya da istemeyerek kullandığımız düşünce biçimidir. Bu düşünce biçimini matematiksel düşünce olarak adlandırırız. Varsayımlarda bulunma, somuttan soyuta geçme, muhakeme yeteneği, ispat ve tahmin etme, genelleme gibi özellikleriyle başka düşüncelerden net bir şekilde ayrılmaktadır (Alkan, & Bukova Güzel, 2005).

Gündelik hayatımızda karşılaştığımız her sorun, çözümsüz her durum aslında insanoğlu için bir problem durumu olarak nitelendirilebilir. Bu problemlerin büyük bir kısmı esasında matematik problemidir. Karşılaştığımız her olağanüstü durum, o an çözümünü bilmediğimiz her tür durum bir matematiği ilgilendiren problem durumları olarak ifade edilebilir. Karşılaşılan her bir problem için, birey mutlaka bunlara kendince bir çözüm yolu üretmeye çalışmaktadır. Bazıları bu problemleri görmezden gelerek çözüm üretmeye çalışırken, bazıları ise farklı sistemler geliştirerek çözüme gitmeye, sorunu ortadan kaldırmaya çabalar. Bunun için her birey akıl yürütme gerçekleştirir. Bu problemlerin, bu sorunların çözümü için yapılan akıl yürütmeleri bir nevi matematiksel düşünmeyi oluşturur. Problemlerin çözülmesi için gerçekleştirilen her aşama bireyin matematiksel becerisini geliştirmektedir. Problem çözerken aynı zamanda zihinsel faaliyetlerimiz de gelişmektedir (Yavuz, 2006).

Matematik zihinsel faaliyetlerin bir bütünüdür. Matematiğin alt alanlarından olan aritmetik ve cebirin öğrenilmesi ve öğretilmesi matematiğin öğrenilmesinde, matematiksel düşüncenin gelişmesinde çok önemli bir yere sahip olduğu gibi aritmetik ve cebir arasında farklılıklar mevcuttur (Camadan, 2019). Aritmetik; sayıların birbiri ile ilişkisini ve dört işleme dayalı olarak yapılan hesaplamaları ifade etmektedir (National Council of Teachers of

Mathematics [NCTM], 1991). Cebir ise sayı ve semboller kullanılarak bunları genelleştirilmiş denkleme dönüştüren matematik dallarından biridir (Akkaya, & Durmuş, 2006).

Matematik okuryazarlığı matematiğin gelişmesinde büyük öneme sahiptir. Öğrenciler için bunlardan belli başlıları şu şekildedir ifade edilebilir; matematiğin kavramların anlaşılabilmesi, bağlantı ve ilişkilerin kurulabilmesi, gerçek yaşam durumlarıyla ve diğer bilim dallarıyla ilişkilerin sağlanabilmesi, matematiğe has bilgi ve becerilerden yararlanabilme, mantıksal çıkarımlarda bulunabilmek için matematikte kullanılan kavramlardan yararlanabilme, kendi problem çözme süreçlerinde fikir ve zihinsel akıl yürütmelerden faydalanabilme, bireyin kendine has yöntem ve teknikler geliştirip bunlardan günlük hayat problemlerinde yararlanabilmesi, farklı temsil ve biçimlerden faydalanabilme, matematiğe karşı pozitif bir tutum içinde olabilme, matematiksel problemlerde ya da günlük hayat durumlarında karşılaşılan sorunlarda özgüvenli olabilme, tahmin ve zihinsel işlem becerilerinin geliştirilmesi, sistematik düzenli ve dikkatli olunması, araştırmalar yapılabilmesi ve bu doğrultuda fikirler ortaya çıkarabilmesi matematiksel okuryazarlığı geliştirmede büyük öneme sahiptir (Altun, & Bozkurt, 2017).

Cebir çok fazla alanda yer tuttuğu için bireylerin cebiri iyi bir şekilde öğrenmesi gerektiği anlaşılmaktadır (Williams, 1997). Her ne kadar aritmetik ile cebir birbirinden farklıymış gibi görünse de birbirleriyle yakından ilişkilidir. Matematiğin saç ayaklarından olan bu iki alan temelde akıl yürütmeye dayanmaktadır. Aritmetiğin tam ve sağlam öğrenilmediği durumlarda cebirin gerçek manada kusursuz bir şekilde öğrenilmesi güçleşmektedir. Bu yüzden aritmetikten cebire geçiş büyük bir öneme sahiptir ve matematiğin öğretiminde en kritik dönemlerdendir (Özbayar, 2017).

Ortaokul müfredatı, ilkokul ile lise arasındaki somuttan soyuta geçişin en önemli basamağı olmakla beraber bu düzeyde öğrencilerin kazandıkları ya da kazanamadıkları bilgi, birikimler hayatlarının sonraki evrelerinde sürekli karşılıklarına çıkmaktadır. Somuttan soyuta sağlıklı ve sağlam geçen öğrenciler ile, istenilen seviyede geçemeyen öğrencilerin arasında büyük farklar oluşmaktadır. Ortaokul seviyesindeki öğrenciler, sonrasında çalışacakları soyut cebir kavramları için temel oluşturacakları cebirsel kavramları, bilgileri informal yolla alır (NCTM, 1989). Buradan da anlaşıldığı üzere ortaokuldaki matematik öğretiminde cebir öğrenimi büyük bir öneme sahiptir.

Matematiğin yapı taşlarından biri olan cebir, öğrencilerin zorluk çektiği bir derstir ve bu zorluk öğrencilerin matematiği karşı olan başarılarının düşmesine sebep olmaktadır (Ersoy, & Erbaş, 2005).

Cebirin iyi öğrenilebilmesi için cebirsel düşünmenin gelişmiş olması gerekmektedir. Küçük yaşlardan itibaren öğrencilerin aritmetik ve cebirin ilişkilendirilmesiyle cebirsel düşünmenin gelişeceği görülmüştür (Girit, & Akyüz, 2016). Sembollerin ve kavramların birbiriyle ilişkisinin öğrenciler tarafından doğru anlaşılması cebirsel düşünmeyi geliştirmektedir ve cebir öğreniminin kolaylaşmasını sağlamaktadır. Bu yüzden öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesinin önemi çok büyüktür. Çünkü cebirsel düşünebilen bir öğrenci aynı zamanda matematiksel düşünmesini de geliştiriyor diyebiliriz. Matematik öğretiminde ve öğreniminde büyük öneme sahip olan cebirin öğrenciler tarafından başarılı bir şekilde öğrenilmesi cebirsel düşünebilmenin gerçekleşmesiyle doğrudan ilişkilidir (Yenilmez, & Teke, 2008). Cebirsel düşünme konusunda çalışmaların az ve küçük örneklerle yapıldığı düşünüldüğünde, ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin tespiti gerektiği söylenebilir. Bu çalışmada ise farklı seviyelerde yer alan öğrencilerin cebirsel düşünmeyi öğrenme durumlarına ilişkin genel bir çerçeve oluşturmak hedeflenmiştir. Bunun neticesinde farklı sınıf seviyelerinin birbirleriyle anlamlı bir bütün oluşturmaları sağlanarak, kavramları algılama biçimleri ve buna bağlı olarak kavram yanılgıları belirtilmiş olacaktır. Bu çalışma cebir ile ilgili kavramların öğretimine ilişkin katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Araştırmanın Konusu ve Problemi

Matematiğin sadece sınıfta öğrenilen ve öğretilen bir dersten ibaret olmadığı, hayatın içinde bizzat birebir yaşadığımız bir disiplin olduğu bilinmektedir. Gündelik hayatımızı anlamlandırmak ve karşılaştığımız sorunların, problemlerin çözümlerini sağlıklı bir şekilde yapabilmek için matematiksel düşünmenin kazanılmış olması gerekiyor. Matematiğin alt dallarından olan cebir, aritmetiğin devamı niteliğindedir. Cebirsel öğrenmelerin gerçekleşebilmesi için aritmetikten cebirse sağlıklı bir şekilde ve sağlam bir şekilde geçilmesi gerekmektedir. Cebire geçiş matematik müfredatında 6. Sınıfta başlamaktadır. Bu sebeple ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin tespiti, yaşadıkları öğrenme zorluklarının çözümüne yönelik bize yol göstermesi için oldukça önemlidir. Öğrencilerin sonraki öğrenimlerini derinden etkileyecek olan cebirsel düşünmenin kritik derece büyük önemi vardır. Ayrıca cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesi aşamasında öğrencilerin yaptığı kavram yanılgıları da incelenecektir. Bu bağlamda araştırmanın konusu; cebirsel düşünme kavramının ortaokul seviyesinde öğrenilme durumunun araştırılmasıdır. Bu araştırmanın problem ve alt problemleri aşağıdadır.

Araştırmanın Problemi;

“Cebirsel düşünme kavramının ortaokul seviyesinde öğrenilme durumu ne durumdadır?” cümlesi araştırmanın problem cümlesini oluşturmaktadır.

Alt problemler;

1. Cebir ve cebirle ilgili olan kavramların sınıf seviyelerine göre öğrenciler tarafından anlaşılma düzeyleri nelerdir?
2. Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri tespit edilirken karşılaşılan kavram yanlışları nelerdir?

Araştırmanın Amacı

Aritmetik, aritmetikten cebire geçiş ve cebir kavramları günlük hayatımızda karşılaştığımız problemlerin çözümünde, oluşan sorunların giderilmesin ve çözüm yollarının üretilmesinde sıkça kullanılmaktadır. İş yaşantılarında, gerçek hayat durumlarında, en basit bir durumdan en karmaşık bir duruma çözüm üretilmesinde cebir ve cebirsel düşünme yaşantılarımızda çok önemli bir konuma sahiptir. Aritmetik temelde sayılarla, cebir ise temelde aritmetiğe dayanıyor (Van Amerom, 2002). Öğrencilerin, matematik dersinde en zorlandıkları konunun Cebir olduğu gözlenmektedir. Cebir kavramının öğrenimi, içeriği ve öğretim sırasındaki eksiklikler bu zorluğun nedenleri olarak gösterilmektedir (Dede, & Peker, 2007). Matematik dersinin en önemli konularından birisi olan Cebir kavramının eksik ya da hatalı kalması, ilerisi için büyük sorunlar teşkil etmektedir.

Cebir sadece matematiğin öğretilmesinden ibaret olan bir kavram değildir. Cebir, gerçek hayat durumlarında da büyük öneme sahiptir. Cebirsel düşünme gerçek hayat durumlarında karşılaşılan problemleri farklı yollar kullanarak çözebilmeyi, yaratıcı düşünmeyi sağlar.

Aritmetik ve cebir farklı terimlermiş görünse de aslında birbiriyle ilişkilidir. Cebir ile ilgili yapılan araştırmada liseler düzeyindeki cebir kavramının cebirsel düşünme bakımından yetersiz olduğunu bunun ilköğretimin birinci ve ikinci kademesinden kaynaklandığı belirtilmiştir (NCTM, 2000). Öğrenciler aritmetikten cebire geçerken güçlükler ve yanlışlar yaşamaktadır. Bu güçlükler ve yanlışlar cebire geçerken aritmetik ve cebir arasındaki yapısal farklılıktan ve aritmetik bilgisinin eksikliğinden kaynaklanmaktadır (Ayber, 2017). Aritmetiğin sağlam temelleri oturtturulamaması ve aritmetikten cebir geçiş sürecinin iyi planlanıp uygulanmaması öğrencilerin cebir konusunda zorlanmalarına ayrıca cebir düşünmeyi tam olarak kavrayamamalarına neden olmaktadır. Sağlıklı bir şekilde cebire geçilebilmesi için öncelikle kavram yanlışlarının tespit edilmesi ve bunların giderilmesi gerekmektedir (Akkan, 2009).

Öğrencilerin cebir bilgilerinin ve becerilerinin artırılması cebirsel düşünmenin gelişimini olumlu yönden etkilemektedir. Cebirsel düşünmenin iyi gelişebilmesi için öğrencilerin tecrübeler kazanması gerekmektedir. Cebirsel düşünmenin sağlıklı gelişebilmesi öğrencilere ait cebirle ilgili ön öğrenmelerle doğrudan ilişki kurulmasıyla gerçekleşmektedir (Yenilmez, & Teke, 2008). Okullarda verilen matematik eğitiminin cebirsel öğrenme üzerindeki etkisi yadsınamaz. Öğrencilerin okullarda aldıkları cebir eğitimleri, cebirsel düşünmelerinin gelişimlerini büyük oranda etkilemektedir. Öğrencileri cebirsel öğrenme ve kavrama düzeylerine göre sınıflandırıp onların düzeylerine göre öğretim verildiğinde cebiri gerçek manada yapan öğrencilerin sayısı artmış olacaktır.

Bu araştırmanın temel amacı; 6, 7 ve 8. sınıf seviyelerinde öğrenim gören öğrencilerin cebir ve cebir ile ilgili olan kavram bilgileri, kavram yanılgıları ve cebirsel düşünme düzeyleri incelenecektir. Bu sayede cebirsel düşünme düzeylerine göre kavramsal anlamalarındaki değişim ortaya konulmaya çalışacaktır. Bu araştırma cebirin öğrenilmesini, kavranmasını ve cebire geçişin başarılı tamamlanması için önem arz etmektedir.

Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi

Matematiğe karşı bazı insanlar tarafından belli bir ön yargının olduğu, bazı kişiler için gerçekten zor olduğu ve öğrenmenin güç olduğu söylenilmektedir. Bu aritmetikten cebire geçişte daha da büyük sorunlar doğurabilmektedir. Öğrencilerin matematiğe karşı ön yargılarının giderilebilmesi, matematiğin doğasının kavratılmasıyla gerçekleştirilebilir. Dört işlem gerektiren ya da alıştırma tarzı soruların cebirsel düşünme gerektiren sorulara nazaran daha kolay yapıldığı ancak problem çözme, akıl yürütme ve muhakeme isteyen soruların çözülmesinin daha zor olduğu görülmektedir.

Ülkemizde cebir öğrenme alanıyla ilgili ilk defa 6. sınıfta kazanımlar yer almaktadır. 6. sınıf seviyesindeki öğrencilerden sözel durumlara uygun cebirsel ifade yazmak ve verilen cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazması beklenmektedir. Ayrıca 7. ve 8. sınıflarda da cebirsel ifade ile ilgili kazanımlar bulunmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

Cebir öğretimi matematiğin ilköğretim birinci kademesi ile ortaöğretim arasında matematiğin somuttan soyuta geçişinde önemli bir yere sahiptir. Sadece matematik dersiyle değil, diğer disiplinlerin de gelişmesinde cebirin katkıları azımsanmayacak kadar fazladır. Aritmetikten cebir geçiş sağlam temeller atılarak gerçekleştirilemezse ileride öğrencilerin cebirsel düşünmelerinde aksaklıklar oluşmaktadır. İlköğretimin ikinci kademesinde öğrenciler sonradan çalışacakları soyut cebire temel oluşturabilecek cebir kavramlarını bir planlama olmadan doğaçlama bir yolla alırlar (NCTM, 1989).

Yapılan araştırmalarda aritmetik ve cebir konularında öğrencilerin kavramları birleştirmekte zorlandıkları ve boşluğa düştükleri ifade edilmiştir (Stacey, & MacGregor, 1999). Aritmetikten cebire geçişteki zorlukların giderilmemesi cebirin öğretiminde engeller çıkarmaktadır. Bu yüzden aritmetikten cebire geçişte kavram yanılgıları önceden tespit edilmeli, bu kavram yanılgılarının ortadan kaldırılması için öğretim planlanmalı ve cebir kavramı sağlam temellere oturturulmalıdır. Ayrıca değişken kavramı aritmetikten cebire geçiş süresinde temel oluşturmakla beraber, cebir ile ilgili konularda öğrencilerin değişken kavramını ve kullanımını doğru anlamaları büyük öneme sahiptir. Değişken cebir kavramının en temel bileşenlerinden birisidir ve anlaşılmadan üst seviyeye gechildiğinde öğrenciler cebirde başarısızlıklar yaşayabilmektedir (Schoenfeld, & Arcavi, 1988).

Cebir kavramının gelişmesi, cebirsel düşünme becerilerinin de gelişmesini sağlamaktadır. Cebirsel düşünmeyle ilgili günümüze kadar birçok tanım yapılmıştır. Çeşitli sembolleri kullanıp matematiksel durumları ilişkilerle analiz etme becerisidir (Kieran, 2004b). Cebirsel düşünebilen öğrencilerin gündelik yaşantılarında karşılaştıkları problem durumlarında gösterdiği refleksler cebirsel düşünemeyen öğrencilere oranla çok farklıdır. Cebirsel düşünebilen öğrencinin hayatı anlamlandırması ve olayları yorumlaması geleneksel yaklaşımlardan uzak yapılandırmacı yaklaşımlara yakındır. Kendi problemlerini kendileri çözmeye çalışan, akıl yürütmeye çalışan ve örüntü, sembolleri kullanarak problemlerin çözümlerini geliştiren bireylerin artabilmesi için cebirsel düşünmenin büyük önemi vardır. Cebirsel düşünme sadece cebir kavramının gelişmesi ve soyut düşünmenin gelişmesini sağlamaz aynı zamanda diğer disiplinlere de büyük katkı sağlar (Türkoğlu, 2017).

Cebir'in diğer disiplinler ve fen bilimleri alanına katkısı fazladır. İş yaşamımızda karşılaştığımız problem ve sorunları aritmetik ve cebirden faydalanarak çözmekteyiz (Usiskin, 1999). Cebir; cebirsel düşünme, problem çözmeye, muhakeme edebilme becerilerinin ön koşulu gibi görölse de matematiğin bir ders konusu olmaktan ziyade günlük hayatta karşılaştığımız sorunlara ve güçlüklerle karşı çözüm yolları bulmaya yarayan araçlardandır. Öğrencilerin cebir öğretiminde başarılı olmaları için kullanılan temel kavramları, sembolleri, ifadeleri iyi kullanmaları ve anlamaları gerekmektedir (Kieran, 1992). Cebirsel kavram ve sembollerin iyi öğrenilmesi ve anlaşılması, cebirsel düşünmenin gelişmesini kolaylaştırmaktadır. Bu sayede öğrencilerin hem ön yargıları kırılmakta hem de disiplinler arası geçiş kolaylaşmaktadır. Bu yüzden cebir öğrenimi, toplumun gelişmesinde ve akademik başarıların artmasında önemli bir yere sahiptir. Cebir öğretimine önem verilmesi gerekmektedir. Cebirsel düşünme, bir öğrencinin sadece akademik olarak matematik derslerinde başarılı olmasını değil ayrıca

gündelik hayatta ve yaşamda karşılaşılan problem durumlarındaki zorlukların aşılmasındaki zihinsel süreçleri de içermektedir (Kaya, & Keşan, 2017).

İlköğretimin ikinci kademesinde aritmetikten cebire geçiş kritik öneme sahiptir. Bu geçişin planlı, kontrollü ve başarılı şekilde gerçekleşmesi diğer disiplinleri ve toplumun başarısını etkilemektedir. Fen bilimleri ya da diğer bilim dalları olsun ileri seviye problem durumların çözümünde cebirin çok büyük önemi ve yeri vardır. Matematiksel olarak düşünebilme ayrıca akademik ve gündelik hayattaki problemlerin çözümünde de önemli bir rol oynamaktadır (Tural, 2005).

Cebir'in öğretilmesi için öncelikle aritmetikten cebire geçişin sağlıklı olması ve bu süreç içinde kavram yanlışlarının iyi belirlenmesi ve bunların önlenmesi gerekmektedir. Kavram yanlışlarından arındırılmış bir cebir öğretimi sürecinde cebirsel düşünme sağlam temellere atılmış olacaktır ve cebirsel düşünmenin geliştirilmesi sağlanacaktır. Ülkemizde cebirsel düşünmenin büyük öneme sahip olduğu ve geliştirilip sağlam temellere oturturulması gerektiği görülmektedir. Bununla beraber literatür incelendiğinde cebir ile ilgili kavram yanlışlarının incelendiği çalışmaların görüldüğü ancak cebirsel düşünmeyle ilgili çalışmaların yeterince olmadığı görülmektedir. İlköğretim ikinci kademe 6, 7 ve 8. sınıflarda cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi aritmetikten cebire geçişte yaşanan zorlukları, kavram yanlışlarına karşı alınacak önlemleri ortaya çıkarıp incelenmesi açısından çalışmanın gerekçesini ve önemini farklı yönden ortaya çıkarmaktadır.

Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın sınırlılıkları şunlardır;

1. Araştırma 2020-2021 eğitim öğretim yılı bahar döneminde Doğu Anadolu Bölgesinde bir ortaokulda 6, 7 ve 8. sınıf düzeylerinde öğrenim gören öğrenciler ile sınırlıdır.
2. Araştırmanın üzerinde çalışıldığı konu 6, 7 ve 8. sınıf düzeyinde cebir öğrenme alanını kapsamaktadır.
3. Araştırma 3 sınıf ile yürütülmüş olup 82 öğrenci ile çalışılmıştır.

Uygulama aşaması iki hafta olup 12 saattir.

Varsayımlar

Araştırmanın varsayımları şunlardır;

1. Seçilen yöntem ve metodun araştırmanın amacına ulaşmak için etkili ve uygun olduğu;
2. Öğrencilerin test aşamasında samimi, ciddi ve bilinçli davrandıkları;
3. Öğrenciler ile yapılan mülakatta öğrencilerin rahat oldukları ve stres yapmadıkları;

4. Uygulayıcıların araştırmaya sadık kaldığı;
5. Araştırmada kullanılan testin amaca uygunluğunun tespitinde, pilot çalışma sonuçları ve uzman görüşleri yeterli olduğu; varsayılmıştır.

Terim ve Tanımları

Aritmetik: Aritmetik, sayıları, sayıların birbiri ile ilişkilerini, dört işlemi ve dört işleme dayalı olarak yapılan hesapları içermektedir (NCTM, 1991).

Cebir: İşlemleri kullanarak problem çözme, genelleme yapma, sayılar arası ilişkileri anlama ve soyut yapıları inceleme (Baki, 2008).

Kavram yanılgısı: Bir konuda uzmanların hemfikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayıştır (Zembat, 2010).

Cebirsel Düşünme: Cebirsel ilişkiler arasında semboller yardımıyla bağ kurmayı, cebirsel ilişkilerdeki somut ve soyut kavramları tanımlayabilmeyi, çoklu temsilleri kullanabilmeyi ve akıl yürütme ile sonuca ulaşabilmeyi temsil eder (Kaya, & Keşan, 2014).

İKİNCİ BÖLÜM

Kuramsal Çerçeve

Bu bölümde; Aritmetik, Cebir, Aritmetikten Cebire Geçiş, Aritmetik ile Cebir Arasındaki Farklar, Kavram Yanılgıları, Matematiksel Düşünme, Cebirsel Düşünme ve Cebirsel Düşünme Düzeyleri kavramları ayrıntılı bir şekilde ele alınmış ve bu kavramlarla ilgili açıklamalara yer verilmiştir.

Aritmetik

İnsanlık tarihinin en eski bilimlerinden birisi de matematiktir. İnsanoğlunun var olduğu ilk günden itibaren; ihtiyaçların giderilebilmesi için, av yaptıkları hayvan sayılarının belirlenebilmesi için çentik ya da çizgi atmak yöntemleri kullanılmıştır. Taşların üzerlerine, hayvan derilerine, tabletlere işaretleme yaptıkları bu işlemler aslında “Aritmetik” kavramının temellerini oluşturur. Gerçek hayatta kullandığımız matematiksel işlemler aritmetiğin bir parçasıdır. İlk insanlıktan günümüze kadar tarihi olan matematiğin bir dalı olan aritmetiğin hayatların kolaylaştırılmasında, zamandan tasarrufta çok önemli bir yeri vardır. Mısır’da aritmetik kavramının gelişmesinde Nil nehrinin yükselip alçalması ve tarımla uğraşan insanların yaptıkları aritmetik hesaplar etkili olmuştur. İlk matematik ders kitabında Papirüs (M.Ö. 1650) aritmetik ve geometri sorularının nasıl çalıştığını gösterir. Aritmetik Yunancada Arithmos (sayı) anlamına gelmektedir (Bozkaya, 2020).

Sayıları, sayıların birbiriyle olan ilişkilerini, dört işlemi ve buna dayalı olarak yapılan hesaplamaları içeren matematiğin alt dalına aritmetik denilir (NCTM, 1991). Okullarda öğrencilere ilk olarak aritmetik gösterilmektedir. Bu sayede öğrenciler öncelikle nesneleri, varlıkların sayılarını ve buna bağlı olarak somut kavramları ve işlemleri öğrenmeye başlamaktadırlar. Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme olarak ifade ettiğimiz dört işlemi içeren temel aritmetik becerileri matematiğin ilkokuldaki temelini oluşturmaktadır. Aritmetik için genelleme yapılacak olursa, dört işleminden ve sayılardan yola çıkılarak dört işleme dayalı hesaplamalar içeren bir alandır (Eldekci, 2019).

Temel aritmetik becerisi, modern bilim dalları için gerekli olan üst düzey matematik becerilerinde temel oluşturmaktadır (Campbell, & Xue, 2001). Mason (1996), aritmetik kavramını toplama, çıkarma, bölme ve çarpmayı yani dört işlemi kullanarak bilinenden bilinmeyene varmak olarak tanımlamıştır.

Genel olarak Aritmetik, sayısal hesaplamalarda çıkarma, toplama, bölme ve çarpma, kök alma, üs alma gibi işlemlerin kullanıldığı ve problemlerin çözümünde bu bilgilerden yararlanılan matematik dalıdır.

Cebir

Cebir, matematiğin en önemli alanlarından biridir. Cebir'in tarih içinde gelişmesinde Harezmi çok önemli bir yere sahiptir. Cebir'in temelleri Harezmi'nin "Al Kitap Fi Hasab Al Cabr Wal Muqabalah" (Cebir ve Denklem Hesabı Üzerine Özet Kitap) adlı eserinden gelmektedir (Camadan, 2019). Harezmi'nin yaptığı tanımında "cebiri, aritmetikteki en kolay, en yararlı şeye sınırlandırılabilen al-cabr ve al-muqabalah kurallarıyla hesap yapabilen kısa bir çalışmadır" ifadesi yer almaktadır. Harezmi'nin kullandığı "Al Cabr" kelimesi, matematiğin genelleştirilmiş hali olarak düşünülmektedir (Katz, 2007). Ayrıca Harezmi, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin çözümünde genel bir algoritma ortaya çıkardı. Aritmetikte temel gaye, bilinenlerden yola çıkarak bilinmeyi bulmaktır (Akkay, 2009). Buradan da anlaşılacağı üzere aslında cebir kavramının temelini aritmetik oluşturmaktadır ve bu cebirin çok eski bir kavram olduğunu ortaya çıkarmaktadır. Aritmetik ve cebir arasında çok kuvvetli bir ilişki vardır (Smith, & Thompson, 2007).

Cebir genel olarak, sayılar ve semboller kullanılarak incelenen ilişkileri genelleştirilmiş denklemlere dönüştüren matematiğin bir dalıdır (Akkaya, 2006). Cebir'in bir diğer tanımında ise sayılar ve işlem yapma, karşılaştırma gibi durumların olduğu aritmetiğin soyut halidir. Cebir sayılarla oldukça fazla ilişkilidir. Sayıların olmadığı durumlarda semboller, bilinmeyen ve değişkenler kullanarak sonuca gidilmesinde aritmetik büyük öneme sahiptir (Akgün, 2006). Cebir matematikteki dildir, bu dilin içinde değişken, bilinmeyenler, örüntüler, formül ve ilişkiler bulunur. Cebir'in özellikle genelleştirme yapması ve bilinenden bilinmeyene sonuçları aktarabilme özelliği sayesinde disiplinler arası geçişlerde oldukça kullanılmaktadır. Sadece matematik bilimiyle değil diğer bilimlerde de cebirin önemi oldukça fazladır. Ayrıca cebir bilimi fizik, edebiyat ve sanat gibi sürekli gelişmektedir (Baki, & Bütün, 2011).

Cebir gündelik hayatta bilgisayar sistemlerinin temellerini oluşturmakta, modern ve çağdaş matematiğin gelişmesinde önemli rol oynamaktadır. Cebir ayrıca problem çözmede, mantıksal çıkarımlar yapabilmeye, muhakeme yeteneğinin geliştirilmesinde çok önemli bir yere sahiptir. Cebir kavramına hâkim olanların, cebiri etkili kullananların üst düzey matematiksel konularda ve disiplinlerde akıl yürütmeleri çok fazla gelişmiştir (Lacampagne, Blair, & Kaput, 1995). Cebir'in tek bir işlevinin olmadığı ve çok farklı işlevler üstlendiğini, bunların bir cebir dili, problem çözme ve düşünmeye sevk eden bir araç olduğu ayrıca bir okul

dersi oluşu şeklinde sıralanabileceği belirtilmiştir (Dede, & Argün, 2003). Ayrıca cebirin önemli bir bölümünün öğrenciler tarafından sayılarla ilgili kazandığı tecrübelerin üstüne inşa edildiği düşünülmektedir. Öğrenciler aritmetik konusunda ne kadar başarılı olurlar ve konuyu ne kadar iyi kavrarlarsa o derecede cebirin gelişmesi de sağlanabilmektedir.

Cebir'in bir başka tanımında Baki (2008) ise; işlemler yardımıyla problem çözme, genellemeler yapabilme, sayılar arası ilişkileri anlama ve soyut yapıları inceleme olarak tanımlamıştır. Sayıların gerektiği gibi kavratılabilmesi öğrencinin cebir konusuna daha sağlam adım atabilmesini sağlamaktadır. Bunun yanında cebire karşı olan önyargılarının da en aza indirilebilmesi hatta giderilebilmesi konuda mümkündür.

Aritmetikten Cebire Giriş

Aritmetik sayıları, sayılarla olan ilişkileri, işlemleri incelemektedir. Gerçek hayatımızda yaşadığımız en temelden hesaplar Aritmetik kavramına dayanmaktadır. Aritmetik bildiğimiz sayılarla yapılan işlemlerdir. Cebir kavramıyla arasındaki fark ise burada ortaya çıkar. Cebirde bilinmeyenler ya da değişkenler kullanılırken aritmetikte sayılar kullanılıyor. Cebir kavramının sağlıklı bir şekilde öğrenilip, kavranabilmesi için aritmetikten cebire geçişin sağlam temellere oturturulması gerekmektedir. Öğrenciler ilk olarak okul hayatında aritmetik kavramını öğrenmektedirler. Daha sonra ise cebir kavramı gelmektedir. Cebir kavramı ortaokul 6. Sınıftan itibaren kazanımlarla işlenmeye başlanıyor. Aritmetik ile cebir kavramları arasındaki geçiş sürecinde öğrenciler zorluklar yaşayabilmektedirler. Bu süreçlerin incelenmesi ve sorun oluşturabilecek etkenlerin ortadan kaldırılması için gerekli önlemler önceden alınmalıdır (Güvendir, 2019).

İlköğretimin ikinci kademesinde matematik aritmetik kavramıyla başlamaktadır. İlköğretimin ikinci kademesine başlayan öğrenciler için sayıları anlama, sayıları kullanabilme, sayılarla hesap yapma, sayılarla dört işlemi gerçekleştirebilmek çok önemlidir. İlköğretimin ilk kademesinden bu becerilerin kazanılmış olarak ikinci kademesine geçişin sağlanması gerekmektedir. Aritmetik kavramında çoğu şey belirgin ve nettir. Anlaşılır olan aritmetik sürecinden sonra cebire geçişte değişken, bilinmeyen kavramları öğrenciler için zor olabilmektedir (Bozkaya, 2020).

Aynı işin sayılarla değil de değişkenler yapılması öğrenciler için itici bir durum olabilmektedir. Örneğin; “bir kenar uzunluğu 5 cm olan karenin çevresi için $\text{Ç}=5.4=20\text{cm}$ ” demek yerine, “bir kenar uzunluğu x cm olan karenin çevresi $\text{Ç}=3.x$ 'tir.” demek öğrencilerde bir işin yarım bırakılmış hissini uyandırmaktadır (Altun, 2005). Öğrenciler bu süreçte karşılaşılan durumlardaki sayısal ifadeyi anlamak daha sonra o duruma ait ilişkiyi tartışmak ve

son olarak da ortaya çıkan sonuçları ifade etmek durumunda kalırlar (Linchevski, & Herscovics, 1994).

Aritmetiğin temel yapısında sayılar, işlemler, sayı kavramları bulunurken cebir ve ileri düzey bütün matematiğin temelinde değişken kavramları yatmaktadır (Dede, Yalın, & Argün, 2002). Matematik kavramları birbiri ile bağlantılı olduğundan, bu bağlantılarda oluşabilecek kopma ya da aksaklıkların ilerideki matematiksel kavramların öğreniminde zorluklara yol açabileceği bilinmektedir (Swadener, & Soedjadi, 1988). İşte bu yüzden aritmetik ile cebir arasında sıkı bir bağ vardır. Bu bağın gerektiği gibi kurulması ileri düzey matematiksel becerin gelişmesine katkı sağlamaktadır. Aritmetik ile cebir arasındaki bu ilişki şu şekilde ifade edilmiştir:

İlköğretim ikinci kademe (ortaokul) matematik öğretim programı, somut ilköğretim birinci kademe matematik öğretim programı ile soyut lise matematik öğretim programı arasındaki bir köprüdür. Burada en önemli geçişlerden biri aritmetik ile cebir arasındaki geçiştir. Bu nedenle 5-8 sınıflarda öğrenciler, daha sonra çalışacakları soyut cebir için bir temel oluşturabilecek cebirsel kavramları informel bir yolla alırlar (NCTM, 1989, s.102).

Aritmetikten cebire geçiş süreçleriyle ilgili birçok çalışma yapıldığı görülmektedir. Bu çalışmaların hemen hemen birçoğunda aritmetik ile cebir arasındaki bağın iyi kurulması gerektiği savunulmuştur. Bu kurulacak bağ ve ilişkinin öğrencilerin ileri ki öğrenim hayatlarında ve gündelik hayat durumlarında karşılaştıkları problemlerin çözümlerinde büyük kolaylık sağlayacağı anlaşılmaktadır.

Aritmetik ile Cebir Arasındaki Farklar

Aritmetik ile cebir kavramları birbirleriyle ilişkili oldukları kadar temellerinde birbirlerinden farklılık göstermektedirler. Aritmetik; sayılar, işlemler ve somut durumlarla ifade edilebiliyorken cebir daha çok bilinmeyen ve soyut kavramları temele almıştır. Yapılarının bu değişik olması birbirleriyle farklılıklar ortaya çıkarmaktadır. Malara ve Navarra (2003) yaptığı çalışmalarda aritmetik sonuçlarla ilgilenirken, cebirin süreçle ilgilendiğini ortaya koymuştur.

Aritmetik ve cebirin metal paranın iki yüzü gibi olduğu ifade edilmiş ve öğrencilerin bu farklılığı anlamakta zorluklar yaşadığı belirtilmiştir (Sfard, 1991). Öğrencilerin yaşadığı zorluklar ileriki öğrenim hayatlarını da etkilemektedir. Tam olarak öğrenilmemiş ve kavranamamış kavramların sonradan öğrenilmesi daha da zor olabilmektedir (Bolat, & Dolapçioğlu, 2020). Bu yüzden aritmetik ile cebir arasındaki farklar açıkça ortaya konulmalıdır ve öğrencilerin bu farkları ayırt edebilmeleri sağlanmalıdır. Farkları açıkça ortaya koyamayan

ve anlamlandıramayan öğrencilerde kavram yanılgıları ortaya çıkabilmektedir (Yıldızhan, & Şengül, 2017).

Borchert (2003) eşittir işaretini aritmetikte “işlem işareti” olarak algıırken yani eşittir den sonra sonuç gelirken, cebirde ise işaretin sembol yani “ilişkisel sembol” olarak algılandığını savunmuştur. Yani örneğin aritmetikte bölme işleminin işareti “işlem işareti” olarak kullanılırken, cebirde ise bu sembol ve bilinmeyen yerine kullanılabilir. Sayı ve kavramlar aritmetikte net ve anlaşılır iken, cebirde bu durum biraz daha karmaşık ve çözülmesi gereken bir problem gibi durmaktadır.

Aritmetik ve cebir arasındaki farklardan bir diğeri ise; cebirde kullanılan harfler bilinmeyen ya da değişkenleri ifade ediyorken, aritmetikte kullanılan harfler daha çok kısaltma ya da birimleri ifade etmektedir. Gülpek’in (2006) yapılandığı Tablo 1.’de cebir ile aritmetiğin farklılıkları gösterilmiştir.

Tablo 1. *Aritmetik ile Cebir Arasındaki Farklılıklar*

Aritmetik	Cebir
Genel amaç: sayısal bir çözüm bulmak	Genel amaç: problem çözümü metotlarını genelleştirmek ve sembolize etmek
Belli sayı durumları genelleştirilir.	Sayılar arasındaki ilişki genelleştirilir.
Tablo, hesaplama aracı olarak kullanılır.	Tablo, problem çözme aracı olarak kullanılır.
Sabit sayıların kullanılması	Değişkenlerin kullanılması
Harfler nesnelerin kısaltması ya da ölçüm etiketleridir.	Harfler değişkenler ya da bilinmeyenlerdir.
Sembolik ifadeler süreci gösterir.	Sembolik ifadeler sonuçlar ve süreçler olarak görülür.
İşlemler hareket etme biçimini gösterir.	İşlemler özerk nesnelerdir.
Eşitlik işareti sonucu gösterir.	Eşitlik işareti eşitliği gösterir.
Bilinen miktarlarla düşünme	Başlangıç-noktası olarak bilinmeyenler
Bir bilinmeyenli lineer denklemler	Çok bilinmeyenlilerle problemler; denklemler sistemi

Tablo 1. incelendiğinde aritmetik ve cebir arasındaki farklar net bir şekilde görülmektedir.

Kavram Yanılgıları

Matematik aritmetikten cebire geçiş sürecinde somuttan soyuta geçişte soyut kavramların sayısı arttıkça kavram yanılgıları buna paralel olarak artmaktadır. Matematikte soyutla ilgili olan konular denilince akla ilk olarak cebir gelmektedir (Akgün, 2006). Ortaokuldaki cebir kavramları ileride görülecek matematik derslerinin temelini oluşturmalarına rağmen araştırmalarda öğrencilerin cebir konusunu anlamakta zorlandıkları görülmektedir (Dede, 2004). Cebir konusunda yaşanan zorluklardan en önemlisi aritmetikten cebire geçiş sürecinde sorunların olması ve kavramların doğru ve düzgün bir şekilde öğrenilememesi gelmektedir. Öğrencilerin ortaokulda görmeye başladıkları cebir konusunda yaşadıkları anlama zorlukları matematiğe olan güvenlerini ve akademik başarılarını düşürebilmektedir.

Öğrencilerin kavramları genel kabulünün dışında farklı şekilde anlamlandırması kavram yanılgılarına sebep olmaktadır. Kavram yanılgıları için araştırmalarda farklı tanımlamalar yapılmıştır. Kavram yanılgılarının bazı tanımları, olgunlaşmamış kavramlar (Hashweh, 1988), anlık akıl yürütme (Viennot, 1979), yanlış uygulama (Elby, 2001). Matematikte en çok rastlanılan kavram yanılgıları cebir konusunda görülmektedir. Okullarda genellikle öğrencilerden konunun içeriğini ve özünü dikkate almadan değişkenlerle işlemlerin yapılması bazı sorunlara neden olmaktadır (Macgregor, & Stacey, 1997). Kavram yanılgılarının giderilmesi için yapılan hataların bulunması ve bu hatalarda ısrar edilen durumların ortadan kaldırılması gerekmektedir. Hatada ısrar, kavram yanılgılarının ana nedenlerinden bir tanesidir.

Akkaya'nın (2006) araştırmalarında elde ettiği bulgulara göre öğrenciler için kavram yanılgıları aşağıdaki gibi sıralanmıştır:

1. Harflerin matematikte bir anlamı yoktur. Öğrencilere göre harfler sözel sembollerdir ve bu yüzden sayılar arasında yeri yoktur
2. Harfler sayılar gibi davranmaz. Öğrenciler, harflerin kullanımının keyfi olduğunu ve diğer harflerle ilgisinin olmadığını anlayamamaktadırlar.
3. Harflerin basamak değeri vardır. Aritmetikte harfler genellikle sayıların basamaklarındaki bilinmeyen değerler için kullanılması ve aritmetiğin diğer konularında da harflerin benzer kullanımları öğrencilerin harfleri bu şekilde anlamalarını desteklemektedir.
4. Harfler nesnelerin kısaltmasıdır. Örneğin 2k ifadesinin 2 kalemi temsil ettiği düşünülmektedir.
5. Harfler alfabetik konumlarına göre değer alırlar. Örneğin, c harfi alfabede üçüncü sırada olduğundan değerinin 3 olacağı düşünülmektedir.
6. Harfler alfabede olduğu gibi sıralanırlar.

7. “=” işareti daima bir sonuç üretir.
8. “+” ve “-” işareti daima bir sonuç üretir.

Cebir için en önemli kavramlar değişken, bilinmeyen, eşittir işaretidir. Öğrenciler için bu kavramlarda yaşayacakları tüm zorluk ve yanılgılar, ileride cebirde zorlanmalarına ve matematiğe karşı olumsuz algı oluşturmalarına neden olabilir. Öğrencilerin cebir kavramını daha sağlıklı kavrayabilmeleri için somuttan soyuta geçiş sürecinde somut materyallerin kullanılması, resimlerin, şekillerin sunulması ve en son matematiksel semboller kullanılmalıdır (Akkaya, 2006).

Somuttan soyuta, aritmetikten cebir geçiş süreçlerinde kavram yanılgılarının büyük önemi vardır. Öğrencilerin cebir kavramına hakim olabilmeleri ve kavram yanılgılarından arındırılabilmesi için öğretimlerin önceden iyi tasarlanması gerekmektedir. Sağlıklı ve sağlam temele oturturulan aritmetikten cebire geçiş süreçleri de öğrencilerin kavram yanılgılarını en aza indirmektedir. Cebir konusunun öğreticilerinin bu konunun gerekliliği ve önemi ile ilgili bilgilere sahip olması, kavram yanılgılarından haberdar olup bunları önlemeye yönelik etkinlikler yapması, aritmetikten cebire geçiş süreci daha sağlam gerçekleşebilir (Amaç, & Didiş Kabar, 2019).

Matematiksel Düşünme

Düşünmek, akıl yürütmek, muhakeme yapabilmek, idrak edebilmek insanoğlu için çok büyük nimetlerdendir. Matematikte akıl yürütmeden, düşünmeden bir işlemin sonucuna gidebilmek, ya da bir problemin direk çözümünü yapabilmek çok zordur. Günlük hayatta bir sorunla ya da problemle karşılaştığımızda bunu çözebilmek için düşünmeye, akıl yürütmeye ihtiyaç duyarız. İnsanların kendilerine göre geliştirdiği stratejiler, muhakeme yapabilme yetenekleri ve olayları anlamlandırma çabaları vardır. Çevrede yaşanan olayları anlama, bu olayları kontrol altına alabilme, toplanılan bilgilerin organize edilip işletilmesi matematiksel düşünceyle gerçekleşir (Burton, 1984). Matematiksel düşünmenin bir diğer tanımında ise, matematiksel işlemlerin, kavramların ve yöntemlerin problem çözme süreçlerinde doğrudan ya da dolaylı olarak kullanmak şeklinde tanımlanmaktadır (Henderson vd., 2002). Matematiksel düşünmenin bir diğer tanımında ise, matematiğin değişik alanlarında kullanılmak üzere kendi içerisinde geometrik düşünme, cebirsel düşünme ve olasılıklı düşünme şeklinde olmaktadır (Dindyal, 2004).

Matematiksel düşünme denildiği zaman, bu kavramın birden çok alt basamağının olduğu anlaşılmaktadır. Matematiksel düşünme; geometrik düşünme, aritmetiksel düşünme, olasılıklı düşünme ve cebirsel düşünme gibi farklı düşünme çeşitlerini içermektedir.

Sembollerin, sembollere anlamlar yüklemenin, cebirsel ifadelerle bağ kurmanın matematiksel düşünmeyle doğrudan ilişkisi vardır. Cebirsel düşünmenin, matematiksel düşünmenin alt kümesi olduğu ve içinde birden çok becerinin barındırdığı söylenebilir.

Cebirsel Düşünme

Cebir kavramıyla ilgili bilgi ve birikimlerin artmasıyla cebirle beraber düşünme yeteneğinin gelişmesi ve bu yeteneğin gündelik hayata ve karşılaşılan problem durumlarına genelleyebilmesi cebir öğretiminde önemli bir yere sahiptir. Cebirsel düşünme; değişkenlerin arasındaki ilişkiyi, nicel durumları betimleyerek açık hale getirme yeteneğidir (Driscoll, 1999). Bir başka tanımında ise, cebirsel düşünmenin ilköğretimdeki matematik fikir ve kavramları üzerinden kurulduğunu ve bu fikirlerin karmaşık sorunları çözmede kullanıldığı savunmuştur (Windsor, & Norton, 2011). Cebirin doğasından gelen gizemi ve karmaşıklığını çözebilmek için, cebirsel düşünme dediğimiz olgunun öğrenci ve bireylerde oturması gerekmektedir. Her aşamasında sorgulamanın ve akıl yürütmenin bulunduğu bu kavramda düşünmenin farklı boyutlara yayılabilmesi ve alışlagelmiş durumların ötesine geçebilmesi cebirsel düşünmenin ilerleyebilmesi için oldukça önemlidir.

Farklı ve değişik gösterimlerin kullanılarak cebirle ilgili durumları açıklamayı; değişken, bilinmeyen ve eşittir kavramlarını idrak edebilmeyi; örüntü, tümevarım, tümdengelim ve akıl yürütebilmeye cebirsel düşünme denilmektedir (Greenes, & Findell, 1998). Bir işlem ve problem durumu için kullanılan durumun diğer durumlara da aktarılabilmesi ya da tam tersi olarak bütün durumlarda kullanılan sentezlerin indirgenerek problemlerin çözümünde kullanılabilme, gösterimlerden faydalanabilme, dönüşümler yapabilme, değişkenleri anlayabilme ve akıl yürütme cebirsel düşünmenin basamaklarından (Kaf, 2007).

Örüntülerin genellenebilmesi, matematik ile ilişkilendirilen problem durumlarının genellenmesi, tahmin ve varsayımlarda bulunabilme ve matematiksel dil ile bu süreçleri ifade edebilmektir. Bir diğer tanımlamada ise, matematiksel modellemeler kullanarak sayısal ilişkileri temsil edebilmek, matematiksel olayların ve durumların yeniden gösterilmesini analiz etmek ve farklı durumların değişimlerini analiz edebilmek cebirsel düşünme olarak algılanmaktadır (NCTM, 2000).

Cebirsel düşünme, matematiksel düşünmenin alt basamağı ve özel bir durumu olup, matematiksel akıl yürütme, problem çözebilme ve farklı ve değişik gösterimlerden yararlanabilme olarak ifade edilmektedir (Çelik, 2007).

Kriegler tarafından cebirsel düşünmenin içerdiği bileşenler Tablo 2’de şu şekilde gösterilmiştir (Akt., Bağdat, 2013).

Tablo 2. *Cebirsel Düşünmenin Bileşenleri*

MATEMATİKSEL DÜŞÜNME ARAÇLARI	İNFORMAL CEBİRSEL İLİŞKİLER
Problem Çözme Becerileri	Soyut Aritmetik Olarak Cebir
- Problem çözme stratejilerini kullanma.	-Kavramsal tabanlı işlemsel beceriler
- Çoklu yaklaşımları ve çoklu çözümleri araştırma.	-Oran orantı
Gösterimsel Beceriler	Matematiğin Dili Olarak Cebir
- İlişkileri görsel, sembolik, sayısal ve sözel olarak gösterme.	-Değişkenleri ve değişken ifadelerini anlama
-Farklı gösterimleri dönüştürme	-Çözümleri anlama
-Gösterimsel bilgiyi yorumlama	-Sayı sistemlerinin özelliklerini kullanma ve anlama
Akıl Yürütme Becerileri	-Cebirsel kuralları kullanarak okuma ve yazma, sayıları ve sembolleri kullanma
-Tümevarımlı akıl yürütme	-Denk sembolik gösterimleri kullanarak formülleri, açıklamaları, eşitlikleri ve eşitsizlikleri kullanma
-Tümdengelimli akıl yürütme	Fonksiyonlar ve Matematiksel Modelleme Çalışmak İçin Bir Araç Olarak Cebir
	-Gerçek hayat durumlarındaki kuralları ve örüntüleri araştırma, açıklama, genelleştirme
	-Matematiksel fikirleri, eşitlikleri, tabloları, grafikleri veya kelimeleri kullanarak gösterme
	-Girdi /çıktı örüntüleriyle çalışma
	-Grafiksel becerileri düzenlemeyi geliştirme

Bu tanımlamalar ve yorumlardan hareketle Tablo 2 incelendiğinde, cebirsel düşünmenin birden çok matematik becerisini içerdiğini, ilk olarak nicelikler arasındaki ilişkilerin belirlenmesi, değişik gösterimlerin kullanılabilmesi, harf içeren sembollerin kullanılıp anlaşılması, eşittir işaretiyle ilgili kullanım ve anlamlandırma, işlem ve nicel ifadelerin tersleri gibi kavramlarla bağıntılı olduğu görülmektedir.

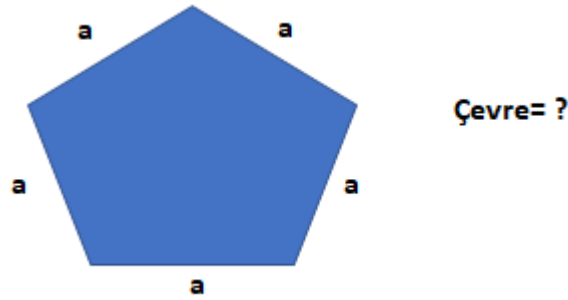
Cebirsel Düşünme Düzeyleri

Cebir kavramında kullanılan kavram, sembol ve cebirsel ifadenin dili arasındaki ilişkiler öğrenciler tarafından düzgün ve doğru bir şekilde anlaşıldığında cebirsel düşünme gelişebilmektedir. Cebirsel düşünmenin gelişip, ileriki sınıf seviyelerine aktarılabilmesi ve gündelik hayatta karşılaşılan problem durumlarının düzgün bir şekilde gerçekleştirilebilmeleri için cebirsel düşünmenin öğrencilerde kazanılmış ve yeterli seviyelere gelmiş olması

gerekmektedir. Cebir kavramlarının öğrencilerde oluşmasında yaşanan zorluklar bağlamında çok sayıda yerli çalışma olmasına rağmen cebirsel düşünmeyle ilgili çalışmaların daha çok uluslararası kaynaklarda olduğu görülmektedir (Türkoğlu, 2017).

Cebirsel düşünmenin kendi içinde belli başlı düzeylerinin olduğuna dair Kieran'ın (2004a) yaptığı çalışmalar bulunmaktadır. 13-15 yaş arası öğrencilerle yaptığı çalışmalarda Cebirsel düşünme düzeylerini belirlemiş ve bu düzeylerin acele edilmeden sindirilerek öğretilmesi gerektiğine vurgu yapmıştır. Altun'un (2005) aktardığı Cebirsel Düşünme düzeyleri; öğrencilerin cebirsel ifade kavramının gelişimi, Concepts in Secondary Mathematics and Science (CSMS) tarafından İngiltere'de 12 ila 16 yaşındaki öğrencilerin cebir kavramının anlama düzeylerini belirlemek amacıyla yapılmış çalışmanın bulgularına göre, dört kriterde incelenmiştir.

Düzy 1: İlk düzey olarak adlandırılan birinci düzeyin büyük bölümü aritmetik işlemlerin sonunda harfin ya da değişkenin değerini bulabilme, harfleri nesne gibi alarak problem durumlarını sonuçlandırabilme ya da harf olmasına rağmen bu ifadelere değer atamadan bu işlemi sonuçlandırmak tarzında soruların çözülebildiği düzeydir. Aşağıda birinci düzeyin örnek sorusu Şekil 1.'de verilmiştir.



Şekil 1. Düzey 1'in örnek sorusu.

Verilen örnekte de görüldüğü üzere bilinmeyen ifadeye değer verilmeden bu işlemin sonuçlandırılması istenmektedir. Cebirsel ifade olarak verilen a'yı bir nesne olarak alıp, sonucunun da a cinsinden bulunması istenilmektedir.

Düzey 2: İkinci düzey ile birinci düzey birbirine çok benzemektedir. İkinci düzey soyutluk bakımından birinci düzeyin aynısıdır sadece soruların daha kompleks olduğu görülmektedir. Bu seviyede öğrenciler cebirsel ifadelere daha aşina ve alışkın olduklarından daha kompleks soruları çözebilirler.

Örnek: " $c + d + 10 = 50$ ise $c + d + 15 - 3 = ?$ "

İkinci düzeyde yer alan bu soru için öğrencilerden bilinmeyenlere değer verilmeden sonucun bulunması istenmektedir. Buradaki fark birinci düzeye göre daha karmaşıktır. Soruda iki tane bilinmeyen ve daha karmaşık sayılar bulunmaktadır.

Düzyey 3: Üçüncü düzeyde harflerin bilinmeyen olarak algılanıp kullanılabildiği düzeydir. Harflerin bu düzeyde bir bilinmeyi temsil etmesinden dolayı onları bir nesne ismi gibi algılayan öğrenciler doğru sonuçlara ulaşamazlar.

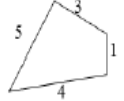
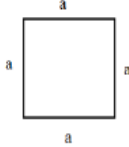
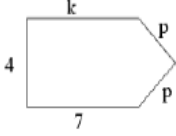
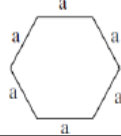
Örnek: “ $a = b + c$, $a + b + c = 30$ ise $a = ?$ ”

Üçüncü düzey için örnek verilen soruda bilinmeyi buldurmaya yönelik bir soru olduğu anlaşılmaktadır.

Düzyey 4: Dördüncü düzeydeki öğrenciler, üçüncü düzeydeki sorulara yakın ve daha kompleks soruları yorumlayıp işlemi sonuçlandırabilmektedirler. Bu düzeydeki öğrenciler sorulara anlam yükleyebilir ve bu işlemleri sonuca götürebilir. Cebir kavramında sayılar ve bu sayıların yerini tutan harf ve semboller yardımıyla nicelikler arasında genel bağlantılar kurulur. Bu yüzden cebir kavramı, genelleştirilmiş aritmetik tanımını alır.

Örnek: “*b’nin hangi değerleri için, $(b + 1)^2 + b = 41$ eder?*”

Dördüncü düzeyde örnek verilen bu soru üçüncü düzeydeki soruya benzemekle beraber biraz daha kompleks yapıya sahiptir. Cebirsel Düşünme Düzeylerinin daha iyi anlaşılabilmesi için Şekil 2.’de Çağdaşer’in (2008) çalışmasında kullandığı düzeyler ve örnekler soruları verilmiştir.

Düzeyler	Örnek sorular
Düzyey-1	 
Düzyey-2	 
Düzyey-3	$c + d = 16$, $c < d$ ise $c = ?$ $(a - b) + b = ?$
Düzyey-4	Tanesi 7 lira olan kalem ile tanesi 3 lira olan b silgi kaç lira tutar? $2n$ mi, $n + 2$ mi büyüktür? Açıklayınız.

Şekil 2. Cebirsel Düşünme Düzeyleri örnek soruları (Çağdaşer, 2008).

Cebirsel düşünme düzeyleri yani cebir kavramının öğrencilerdeki gelişim düzeyleri matematik öğretmenleri tarafından kesinlikle görmezden gelinmemelidir, Böyle bir durumda öğrencilerin matematik ile bağları ortaokul seviyesinde kopmalara neden olabilir ve sonucunda ileriki öğrenimlerinde matematikten uzak kalmış bireyler ya da matematiksiz bölüm ve alanların tercihini doğurabilir.

Alan Yazın Derlemesi

Bu bölümde literatürde yapılan Cebirsel Düşünme, Cebirsel Düşünme Düzeyleri, Cebirsel Anlama ve Cebir Öğretimi ile ilgili kavramların öğrenilme durumlarıyla ilgili yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

Dindyal (2003) lise öğrencileriyle bir dönem boyunca cebirsel düşünmeyle ilgili olarak yaptığı çalışmada; değişken kavramıyla ilgili cebirsel ifadeleri kurabilme, formüller oluşturabilme, genelleme yapabilme gibi durumlarda belli başlı zorlukların olduğunu belirtmiştir. Ayrıca öğretmenlerin cebirsel düşünmeyi kullanmasının, öğrencilerin cebirsel düşünebilmesiyle ilişkili olduğunu ortaya koyması oldukça dikkat çekici bir durumdur.

Steele ve Johanning (2004) cebirsel düşünme ile ilgili olarak 7. sınıfa giden 8 öğrenciyle çalışma yürütmüşlerdir. Bu çalışmada öğrencilere sunulan cebirsel problemlerle ilgili olarak öğrencilerin çözümde kullandıkları yollar şemalar halinde ortaya çıkarılmıştır. Yapılan çalışma sonucunda öğrencilerin problemlerle ilgili oluşturdukları şemaların cebirsel düşünmelerinin gelişiminde katkı sağladığı görülmüştür.

Cai vd. (2005) yaptıkları çalışmada, Vygotsky'den ilham alarak cebirsel düşünmeyi açıklamaya çalışmıştır. Yapılan çalışmada cebir kavramının Çin, Güney Kore ve Singapur ilköğretim müfredatlarında ve seçilmiş olan Rusya ve ABD'de nasıl tanıtıldığını ve geliştirildiğini analiz ettiler. Bu beş farklı ülkedeki cebir kavramının öğrenmedeki temel amaçlarının çok farklı olduğunu ortaya koydular. Cebirsel düşünmenin gelişimiyle ilgili dört ana temayı işlediler. Sonuç olarak her ülkenin kendi müfredatlarının cebirsel düşünmeleri farklı şekilde etkilediği ortaya çıkmıştır.

Gülpek (2006) yaptığı çalışmada ilköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini ve yıllar arasındaki değişimleri nasıl olduğunu belirlemeye çalışmışlardır. Çalışmada cebirsel ifadeleri anlama düzeyini ortaya çıkarmak amacıyla CSMS (1988) tarafından hazırlanan test düzenlenerek uygulanmıştır. 20 sorudan oluşan bu testte doğru cevaplandırmalarına göre cebirsel düşünmeleri 4 düzeye ayrılmıştır. Yapılan çalışmanın

sonucuna göre yıllara göre öğrencilerin başarı düzeyinde çok az artış olduğu ve öğrencinin ders içi başarısını etkilediği sonucuna varılmıştır.

Lee ve Freiman (2006) örüntülerin ortaya çıkmasından sonra cebirsel düşünceleri araştırmışlardır. Yapılan çalışmada öğrencilerin örüntüleri daha küçük yaşlarda daha kolay yapabildikleri görülmüştür. Örüntülerle ilgili olarak cebir ve cebirsel düşünmeye geçişin ilk basamağı olduğunu ve örüntülerin cebir öğretimi için okul öncesinden itibaren çocuklara gösterilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Çağdaşer (2008) ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretilmesinin cebirsel düşünme düzeyine nasıl bir etkisi olduğuna dair bir çalışma yapmıştır. Seçilen öğrenciler müfredat doğrultusunda belirlenen etkinlikler üzerinden cebir öğretimi gerçekleştirilmiştir. Etkinlikler grup çalışmasına müsait olacak şekilde hazırlanmaya özen gösterilmiştir. Bu uygulama içerisindeki değişimi daha net gözlemlemek için ise çalışmanın başında ve sonunda ön test ve son test uygulanmıştır. Çalışmanın sonucunda yapılandırmacı yaklaşımla cebir öğretiminin gerçekleştirilmesi cebirsel düşünme düzeyini olumlu etkilediği ortaya konulmuştur.

Yenilmez ve Teke (2008) yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisini belirlemek adına çalışma yapmışlardır. Yapılacak çalışmanın örneklemini 6.sınıflar arasından rasgele seçilerek oluşturulmuştur. Uygulanan test ise daha önce hazırlanan Cebirsel Düşünme testi dikkate alınarak hazırlanmıştır. Yapılan çalışma tek gruplu ön test-son test modeli uygulanarak yapılmıştır. Elde edilen veriler Bağımlı ve Bağımsız örnekleme ilişkin t-testi uygulanarak analiz edilmiştir. Araştırma sonunda birinci, ikinci ve üçüncü düzeyler arasındaki farklılığın anlamlı olduğu gözlemlenmiştir. Toplanan puanların değişkenler üzerindeki farklılığın başarı değişkeni üzerinde daha etkili olduğu gözlemlenmiştir.

Windsor ve Norton (2011) 7. sınıf öğrencileriyle çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada, cebirsel düşünmeyle ilgili olarak kolaylaştırma ve teşvik etmeye yönelik problem çözme yaklaşımı kullanmanın ne tür sonuçlar doğuracağını araştırmışlardır. Ayrıca cebirsel düşünmeyle ilgili olarak daha derin ve gelişmiş bir anlayış geliştirmeye çalışmışlar, ilköğretim seviyesinde geliştirmeye çalışmışlardır. Yapılan çalışmanın neticesinde; genelleme ve örüntülerin yapılmasında tablo, grafik ve materyallerin kullanımı cebir kavramının gelişmesinde ve problem çözmede yardımcı olmuştur.

Palabıyık ve Akkuş İspir (2011) yaptıkları çalışmada örüntü temelli olan ve örüntü temelli olmayan cebir öğretiminin yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerine ve matematiğe karşı tutumlarına olan etkilerinin neler olduğu hakkında incelemede

bulunmuşlardır. Yapılan çalışma ön-test son-test kontrol gruplu yarı deneysel bir araştırma şeklindedir. Araştırmada öğrencilerin kavramsal cebir başarısını ölçme amacıyla “Kavramsal Cebir Testi” (KCT), işlemsel cebir başarılarını ölçmek için “İşlemsel Cebir Testi” (İCT) ve matematiğe karşı tutumlarını belirlemek için “Matematiğe Karşı Tutum Ölçeği” (MKTÖ) ölçeklerden yararlanılmışlardır. Bu ölçeklerin yanında testlerin sonunda yarı yapılandırılmış görüşmelerle araştırma desteklenmiştir. Araştırmanın sonucunda grupların karşılaştırılması sonucu KCT puan sonuçlarında anlamlı fark bulunmakla beraber, İCT ve MKTÖ puanlama sonuçlarında ise anlamlı fark görülememiştir. Sonuç olarak öğrencilerin öğretim sürecini verimli geçirdiklerini örüntü temelli etkinliklerin diğer sınıflarda da uygulanmasını tavsiye ettikleri görülmüştür.

Radford (2011) cebirsel düşünmeyle ilgili yaptığı çalışmasında öğrencilerin cebirsel düşüncelerinin küçük yaşlarda geliştirilmesi gerektiğini savunmuştur. Küçük yaşlarda cebirsel düşünmenin geliştirilebilmesi için örüntüler, eşitlik, genelleme ve problem çözmenin önemine değinmiştir. Cebirsel düşünmenin gelişmesinde örüntülerin büyük öneme sahip olduğunu vurgulamıştır.

Öner Sünkür, İlhan ve Kılıç (2012) yaptığı çalışmada 7.sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ve zekâ alanları arasında nasıl bir ilişki olduğunu incelemiştir. İlişkisel tarama yöntemi kullanılmıştır. Birden fazla ilde erkek ve kız öğrencilere daha önce uygulanmış cebirsel düşünme testini uygulamışlardır. Yine zekâ ölçüm testinde de aynı şekilde daha önceden uygulanan test kullanılarak ölçme işlemi gerçekleştirilmiştir. Bulgular sonucunda mantıksal, sözel ve müzikal zekâları ile anlamlı düzeyde ilişki bulunmakla birlikte diğer zekâ türlerinde ise elde edilen bulgular doğrultusunda anlamlı bir ilişki bulunamamıştır.

Oral, İlhan ve Kinay (2013) yaptıkları çalışmalarda amaçları 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi incelemektir. Öğrencilerin geometrik düşünme düzeyleri için Geometri Düşünme Testinden ve cebirsel düşünme düzeylerini ölçmek için ise Cebirsel Düşünme Testinden faydalanarak çalışma yürütülmüştür. Bu araştırmanın sonucunda ise 8.sınıf öğrencileri geometri düşünme düzeyinde Düzey-1 (görsel düşünmede), cebirsel düşünmede ise Düzey-0’da daha çok öğrenci olduğu belirlenmiştir. Her iki düzeyde de cinsiyete bağlı bir farklılaşma olmamıştır. Ulaşılan diğer bulgu ise geometrik ve cebirsel düzeyleri arasında pozitif yönde, orta düzeyde ve anlamlı bir ilişki olduğudur.

Bağdat ve Anapa Saban (2014) yaptığı çalışmada 8.sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini solo taksonomisiyle ölçülmüştür. Araştırmacı tarafından hazırlanan 8 problem öğrencilere sorulmuş ve bu problemlerle ilgili klinik görüşmeler yapılmış. Toplanan veriler betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin

çoğunluğunun SOLO Taksonomisine göre ilişkilendirilmiş yapı (İY) seviyesinin altında yer aldığı belirlenmiştir. Öğrencilerin en çok bir beceri sembolleri ve cebirsel ilişkileri kullanma becerisi kısmında zorlandığı görülmüştür. Sonuç olarak akademik başarısı yüksek olan bir öğrencinin cebirsel düşünme becerisinin diğer öğrencilere göre daha iyi olduğu gözlemlenmiştir.

Hunter (2015) yaptığı çalışmada 1 yıl boyunca öğretmenlerle aritmetikten cebire geçiş üzerinde çalışarak eğitimler vermiştir. Yapılan eğitimler sonucunda küçük değişikliklerin, cebirsel düşünme ve akıl yürütmeyi geliştirdiği görülmektedir.

Kaya (2015) bilgisayar yazılımıyla desteklenmiş çoklu temsil temelli öğretimin yedinci sınıf cebir öğretiminde öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisini ölçmeyi amaçlamışlardır. Çalışma deneysel araştırma olup ön test ve son testler deney ve kontrol grupları üzerinde yapılmıştır. Çalışma içerisinde uygulanan testler Chelsea Tanılayıcı Cebir Testi, Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı ve Matematik Tutum Ölçeği veri toplama aracı olarak öğrencilere belirli bir sistem içerisinde uygulanmıştır. Araştırma sonunda ise deney grubunda yer alan öğrencilerin matematiğe yönelik tutum puanları ile kontrol grubu arasında anlamlı bir fark olduğu gözlemlenmiştir. Son olarak deney grubunda yer alan öğrencinin kontrol grubunda yer alan öğrenciye göre cebirsel muhakeme becerisi, cebirsel problemler kurma, çözüm yolları vb. durumlarla alakalı cebirsel düşünmelerinin daha etkili olduğu ortaya koyulmuştur.

Glassmeyer ve Edwards (2016) ortaokul öğretmenleriyle bir cebirsel düşünme araştırması yapmışlardır. Çalışmaya 19 adet öğretmen katılmıştır ve bu öğretmenlere ilk olarak cebir ile muhakeme soruları sorulmuştur. Öğretmenlerin verdikleri cevaplar incelendiğinde öğretmenlerin sorulan soruları tek bir yola dayalı derinlemesine olmayan çözümlerle çözdükleri görülmüştür. Ardından öğretmenlere 2 haftalık bir cebir eğitimi verilmiştir ve bu eğitim sonucunda öğretmenlerin cebirsel bilgiyi farklı çözüm yollarıyla işleyebildiği ve farklı stratejiler geliştirdikleri görülmüştür.

Di Paola, Battaglia ve Fazio (2016) yaptıkları çalışmada 10. sınıfa giden 118 öğrencinin cebirsel düşünmelerini 6 tane açık uçlu soruyla araştırmıştır. Yaptıkları değerlendirmeyi hiyerarşik olmayacak şekilde düzenlemişlerdir. Sonuç olarak yaptıkları farklı değerlendirmelerin öğrencilerde cebirsel düşünmelerde problem çözme durumlarını yorumlamayı ve verilen cevaplara göre ortak özellikler ortaya çıkararak gruplara ayırmada yardımcı olacağını savunmuşlardır.

Kaya, Keşan, İzgiol ve Erkuş (2016) ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyleri üzerinde çalışma yapmışlardır. Çalışma içerisinde veri toplama aracı olarak Cebirsel Muhakeme Değerlendirme Aracı (CMDA) kullanılmıştır. Bu araştırmanın sonucunda uygun cebirsel ifadeyi belirleme, aynı verinin farklı cebirsel şeklini kullanabilme, cebirsel ifadeye yönelik çıkarımda bulunma ve gerekli işlemleri yapabilme, sonucun doğru olmasına ve çözüm yolunun belirlenmesine, rutin olmayan problemlerin çözme becerilerine ait test, düşük veya orta düzeyde olduğu belirlenmiştir.

Pearn ve Stephens (2016) yaptıkları çalışmada, kesirlerin cebir ve cebirsel düşünmeyle olan ilişkisini araştırmıştır. Yaptıkları araştırmaya 5. ve 6. sınıf öğrencilerinden oluşan 162 öğrenci katılmıştır. Bu çalışmada ortaokul 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin denklem kazanımları olmamasın rağmen kesirlerle olan işlemlerde cebirsel düşünebildikleri görülmüştür. Sonuç olarak kesirler konusunun cebirsel düşünmede belirleyici olabileceğini savunmuşlardır.

Samuel, Mulenga ve Mukaka (2016) yaptıkları çalışmada ortaokula giden öğrenci ve öğretmenlerin öğrenme ve öğretmedeki sürecindeki zorlukları incelenmiştir. Aritmetikten cebir geçişte öğretmenlerin yaptıkları birtakım etkinliklerin bazı kavram yanılgılarına sebep olduğu görülmüştür. Öğrenci ve öğretmenlerin eksikliklerinin vurgulandığı bu çalışmada eğitim ortamlarının daha düzgün ve düzenli olarak düzenlenmesi gerektiği fikri ortaya çıkmıştır. Ayrıca aritmetikten cebire geçiş sürecinin çok önemli olduğu, öğrencilerin işlemsel becerileri yapabildikleri ancak kavramsal becerilerde geride kaldıkları, çıkarımda bulunma ve formül oluşturma gibi durumlarla çok fazla karşılaşmadıkları görülmüştür.

Özbayar (2017) 6. sınıf öğrencilerinin Matematik Öğretim Programının cebirsel düşünme üzerindeki etkisini incelemeyi amaçlamıştır. Daha önce uygulanan Cebirsel Düşüncenin Gelişimi testi ön test ve son test olarak uygulanmıştır. Elde edilen bulgulara göre ön test ve son test arasında her düzeyde de anlamlı bir farklılık olduğu gözlemlenmiştir. Ayrıca matematik dersine ait başarısı yüksek olan öğrencinin düşük olan öğrenciye göre cebirsel düşünme düzeyinin daha iyi olduğu ortaya konulmuştur.

Kaya (2017) yedinci sınıf öğrencilerinin, cinsiyete göre cebirsel düşünme düzeylerini belirlemek ve cebir öğrenme alanındaki pozitif ve negatif beceri eksikliklerini ortaya çıkarmak için bu çalışmayı başlatmıştır. Bu çalışma için uygulanan ele alınan müfredat ve kazanımlar dikkate alınarak 10 sorudan oluşan “Cebirsel Düşünme Düzeyi Belirleme Aracı (CDDBA)” oluşturularak öğrencilere uygulanmıştır. Betimsel analiz sonucuna göre yapılan doğru oranının ilk aşamadan son aşamaya doğru azalma gösterdiği gözlemlenmiştir. Cebirsel düşünme düzeyi cinsiyete bağlı olarak ise her bir soruya göre kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha iyi durumda olduğu görülmüştür.

Atasoy ve Baran Bulut (2018) yaptığı çalışmada geometri kavramları kullanarak semboller ve cebirsel ilişki, gösterimlerin farklı formları, örüntüleri genelleme ile ilgili düşünme süreçlerini belirleyip incelemektir. Lise 4.sınıflara Van Hiele geometri testi ve cebir sınavı uygulanmıştır. Her testten birer tane yüksek orta düşük alan öğrencilere ayrı ayrı klinik mülakat yapılarak öğrencilerin genel olarak geometri sorularında cebirsel çözümlerden kaçındıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri; başarı seviyeleri ya da okudukları bölüme göre değişim göstermekte ve cebirsel düşünme becerilerinin problem çözümlerinde yeterli düzeyde olmadığı ortaya çıkmıştır. Zayıf düzeydeki öğrencilerin diğerlerine göre daha az başarı ile tamamlaması geometri düşünme düzeyi az olan öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyi de düşük olduğu sonucuna ulaşılmasını sağlamıştır.

Dikkartın Övez ve Çınar (2018) yaptıkları çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin cebir bilgileri ve cebirsel düşünme düzeylerinin problem kurma becerileri açısından incelemeyi amaçlamışlardır. Çalışmada basit seçkisiz örnekleme yöntemi uygulanmış ve 200 sekizinci sınıf öğrencisi çalışmaya dahil olmuştur. Problem Kurma Testi ve Cebirsel Düşünme Düzeyi Belirleme Ölçeği kullanılarak çalışma yürütülmüştür. Yapılan test ve ölçeklerin sonucunun tutarlılığını belirlemek amacıyla tek yönlü varyans analizi yapılmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda öğrencilerin problem kurma beceri puan ortalamaları ile cebirsel düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir.

Usta ve Gökkurt Özdemir (2018) ortaokuldaki öğrencilerin cebirsel düşünmelerini incelemek adına çalışma yapmışlardır. Araştırmada durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Çalışma her düzeyde 2 soru olmak üzere 8 sorudan oluşan Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu kullanarak ölçme işlemi yapılmıştır. Çalışma sonunda ise Klinik görüşme yapılarak bu görüşme ses kaydına alınmıştır. Çalışma yapılan öğrencilerin yarısından azının 4. Düzeye geçebildiği gözlemlenmiştir. Bu düzeye geçen öğrencilerin çoğunun 8. sınıf olduğu gözlemlenmiştir.

Maudy, Suryadi ve Mulyana (2018) lise öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini belirlemeye yönelik çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada cebirsel düşünme testi 220 öğrenciye uygulanmış ve seçtikleri 10 öğrenciye klinik görüşme yapmışlardır. Yapılan araştırmanın sonucunda ortaöğretim de öğrenim gören öğrencilerin 0. ve 4. cebirsel düşünme düzeyleri arasında olduğu görülmüştür. Öğrencilerin farklı düşünme düzeylerinin ve tarzlarının olduğu görülmüştür.

Ganioğlu ve Cihangir (2019) yaptığı çalışmada 7. ve 8. sınıfların problem kurma ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu belirle amacıyla yapılmıştır. Araştırmada daha önceden uygulanmış olan Cebirsel Düşünme Düzeyi Testi (CCDT)

uygulanmıştır. Problem kurma becerisini ölçmek için ise Problem Kurma Testi (PKT) öğrencilere uygulanmıştır. Bu testlere ek olarak yaş ve cinsiyete bağlı değişkenlik gösterip göstermediği de bazı testler yardımıyla incelenmiştir. Araştırma sonucunda problem kurma ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında pozitif yönde kuvvetli ilişki olduğu sonucuna varılmıştır. Problem çözme ve cebirsel düşünme düzeyi arasında sınıf düzeyine bağlı anlamlı bir ilişki olduğu ancak cinsiyete bağlı ise anlamlı farklılık olmadığı ortaya koyulmuştur.

Karabatak (2019) yaptığı çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkiyi tespit etmek ve düzeylerin merkezi sınav başarısı ile karşılaştırma yapmayı amaçlamıştır. Çalışma içerisinde daha önceden hazırlanmış olan Cebirsel Düşünme Düzeyi Testi ve Geometrik Düşünme Düzeyi Belirleme Testi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında pozitif yönde orta derecede anlamlı bir ilişki olduğu tespit edilmiştir. Geometrik ve cebirsel düşünme düzeylerinin merkezi sınav başarısı ile ilişkisinde ise yüksek oranda bir etkisi olduğu gözlemlenmiştir.

Acar (2019) yaptığı çalışmada 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı hissi ve cebirsel düşünme düzeylerini tespit ederek sayı hissi ile cebirsel düşünme düzeyleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu belirlemeye çalışmıştır. Çalışma içerisinde daha önceden uygulanmış olan Cebirsel Düşünme Testi ve Sayı Duyusu Ölçeği veri toplama amacıyla kullanılmıştır. Elde edilen veriler doğrultusunda sayı hissi puan ortalamasının oldukça düşük olduğu ortaya çıkmıştır. Sayı hissi ve sınıf düzeyi arasında anlamlılık olmamakla birlikte sayı hissi ile cinsiyete bağlı kızlar yönünde anlamlı bir ilişki olduğu gözlemlenmiştir. Cebirsel düşünmenin sınıf düzeyi ve cinsiyet ile anlamlı farklılık olduğu görülmüştür. Son olarak Sayı hissi ile cebirsel düşünme düzeyleri arasında pozitif yönde anlamlı bir ilişki olduğu anlaşılmıştır.

Cebirsel düşünme düzeyleri ile ilgili yapılan araştırmalar incelendiğinde sınıf düzeylerinin artmasına bağlı olarak cebirsel düşünme düzeyleri doğrusal bir şekilde arttığı gözlemlenmiştir. Aynı şekilde başarı düzeyi arttıkça cebirsel düşünme düzeyinin de arttığı gözlemlenmekle birlikte aynı sınıf düzeyinde cinsiyete bağlı yapılan karşılaştırmalarda kız öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyinin daha iyi olduğu ortaya çıkmıştır. Geometrik düşünme ile cebirsel düşünme arasında orta derece pozitif yönde ilişki olduğu tespit edilmiştir. Yine yapılan başka bir çalışmada cebirsel düşünme düzeyi ve zekâ alanları arasındaki ilişki incelendiğinde cebirsel düşünme düzeyi ile mantıksal, sözel ve müzikal zekâ ile anlamlı düzeyde ilişki olduğu tespit edilmiştir. Yapılandırmacı yaklaşımın, bilgisayar yazılımıyla desteklenmiş çoklu temelli öğretimin ve örüntü temelli olan cebir öğretiminin cebirsel düşünme düzeyini olumlu etkilediği ortaya konulmuştur. Başka bir çalışmada ise Matematik Öğretim Programının cebirsel düşünme düzeyi üzerinde anlamlı düzeyde farklılık oluşturduğu

gözlemlenmiştir. Sayı hissi ve cebirsel düşünme düzeyleri arasında anlamlı bir ilişki olduğu görülmüştür. Görüldüğü üzere cebirsel düşünme düzeyleri birden fazla etkene bağlı olarak değişkenlik gösterebilmekle birlikte bu değişkenler sayesinde cebir öğretimini nerelerde desteklenmesi gerektiği daha net anlaşılmıştır.



ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Yöntem

Tezin bu bölümünde araştırmanın modeli, çalışma grubu, verilen toplanması, veri toplama süreci, veri analizi süreçlerine ilişkin açıklamalara yer verilmiştir.

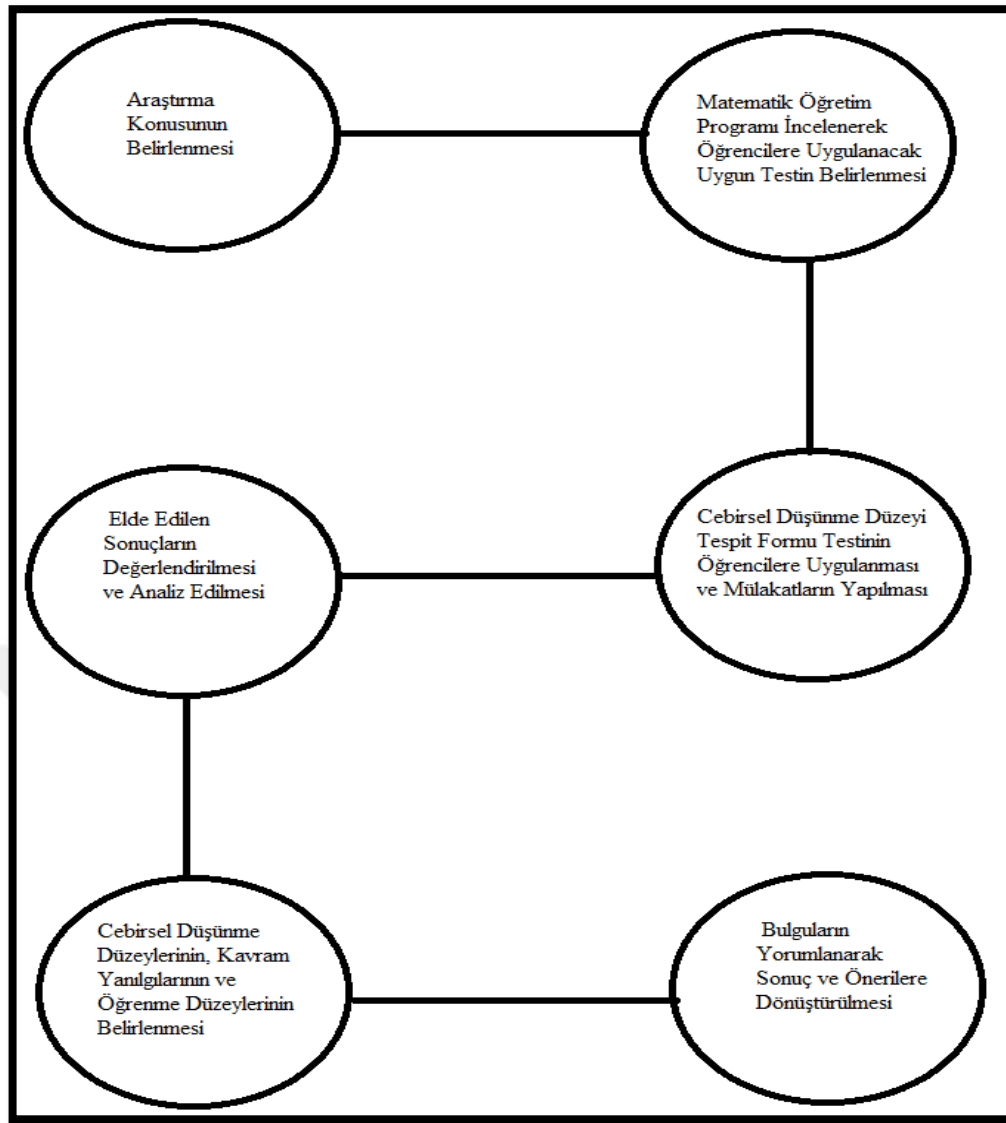
Araştırmanın Modeli

Ortaokulda öğrenim gören öğrencilerin matematik öğretim programındaki hedef kazanımlar doğrultusunda, cebir kavramıyla ilgili olarak cebirsel düşünme düzeylerinin sınıf seviyelerine göre araştırılıp tespit edilmesini amaçlayan bu araştırma betimsel araştırmalardan gelişimci araştırma yönteminden enlemsel özelliğe sahip bir çalışmadır.

Betimsel araştırmalar, araştırma yapılan ortamın doğal çehresi bozulmadan, var olan bir durum üzerinde çalışmalar yapılmasıdır ve bu araştırmalarda tanımlayıcı özellik olduğundan “ne idi, ne oldu” sorularına cevap aramaktadır (Çepni, 2007). Gelişimci araştırmalar, bir araştırmada yeni bir özellik keşfetmekten farklı olarak o durumla ilgili izleme ve takip süreçlerine odaklanarak tanımlayıcı bir özelliği ortaya çıkarır (Munn, Johnstone, & Holligan, 1990).

Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin, kavram yanlışlarının ve öğrenme düzeylerinin araştırıldığı bu çalışma ayrıca öğrenim seviyeleri arasındaki değişimleri ortaya koymak, öğrenilme durumlarını belirlemek amacıyla yapılmıştır. Ancak bu çalışmada araştırmanın yapılacağı zaman diliminde aynı sınıf seviyesi üzerinde çalışmanın mümkün olmadığı için çalışmanın amacına ulaşabilmesi için farklı sınıf düzeyleri üzerinde çalışma yapılmıştır.

Bu çalışmada, ortaokul 6., 7. ve 8. sınıfta öğrenim gören öğrencilerin cebir kavramıyla ilgili olarak cebirsel düşünme düzeylerinin ve öğrenilme durumlarının belirlenmesi, kavram yanlışlarının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu araştırma, ortaokul seviyesinde cebirsel ifadeler konusunu gören bütün sınıflara uygulanacaktır. Bu çalışmanın hazırlık ve uygulama süreci Şekil 3. te verilmiştir.



Şekil 3. Araştırmanın hazırlık ve uygulama süreci.

Uygulama aşamasından önceki aşamada cebir ve cebirsel düşünme kavramıyla ilgili olarak cebir ve eğitim alanında uzman kişilerin görüşleri ve bilgileri alınıp, bu bilgiler ışığında cebirsel düşünme düzeyleriyle ilgili araştırmalar yapılmış ardından eğitim öğretim boyutunda bunların nasıl kullanılacağıyla ilgili olarak alanında uzman kişilerin bilgilerinden faydalanılmıştır. Daha sonra matematik öğretim programı incelenmiş ve cebir konusuyla ilişkili olan kazanımlar ve sınıf seviyeleri belirlenmiştir. Bu doğrultuda hedef kazanımların hepsini içinde barındıran bir test araştırılmış ve Usta ve Gökçür Özdemir'in (2018) hazırladığı Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu'ndan (CDDTF) faydalanılmıştır. . Bu testin öğrencilere uygun olup olmadığı matematik ve cebir alanında kıdemli öğretmen görüşüne ve uzman öğretim elemanına sunulmuştur. Alınan dönüt ve düzeltmeler doğrultusunda uygulanacak test hazır hale getirilmiştir. Kapsam, testin içinde yer alan sorular için tablolarda verilen kazanımların belli

başlı olanları ile sınırlandırılmıştır. 6., 7. ve 8. sınıf Cebir Öğrenme Alanının Cebirsel İfadeler Alt Öğrenme alanındaki kazanımları tek bir tablo ile aşağıdaki verilmiştir.

Tablo 3. Ortaokul 6., 7. ve 8. Sınıf Düzeyleri Cebir Öğrenme Alanının Cebirsel İfadeler Alt Öğrenme Alanındaki Kazanımları

ÖĞRENME ALANI	ALT ÖĞRENME ALANI	KAZANIMLAR
Cebir	Cebirsel İfadeler	M.6.2.1.1. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durum yazar.
		M.6.2.1.2. Cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.
		M.6.2.1.3. Basit cebirsel ifadelerin anlamını açıklar.
	Cebirsel İfadeler	M.7.2.1.1. Cebirsel ifadelerle toplama ve çıkarma işlemleri yapar.
		M.7.2.1.2. Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifadeyi çarpar.
		M.7.2.1.3. Sayı örüntülerinin kuralını harfle ifade eder, kuralı harfle ifade edilen örüntünün istenilen terimini bulur.
	Cebirsel İfadeler	M.8.2.1.1. Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.
		M.8.2.1.2. Cebirsel ifadelerin çarpımını yapar.
		M.8.2.1.3. Özdeşlikleri modellerle açıklar.
		M.8.2.1.4. Cebirsel ifadeleri çarpanlara ayırır.

Yukarıdaki tabloda Milli Eğitim Bakanlığı Matematik Dersi Öğretim Programı (MEB, 2018) incelendiğinde M.6. şeklinde başlayan kazanımlar 6. sınıfın kazanımlarını, M.7. şeklinde başlayan kazanımlar 7. sınıfın kazanımlarını ve M.8. şeklinde başlayan kazanımlar ise 8. sınıfa ait kazanımları belirtmektedir. Ortaokullarda 5. sınıflar hariç bütün seviyelerde cebirsel ifadelerle ilgili kazanımların olduğu görülmektedir. Uygulama sürecinde, ders öğretmenin de görüşleri alınmış, testin 2 ders saatinde yapılabileceği kararlaştırılmıştır. Bir dersin süresi (30 dakika) baz alınarak Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu (CDDTF) öğrencilere uygulanmıştır. Bu aşamada tespiti yapılan durumlar çerçevesinde öğrenciler ile mülakat yapılmıştır. Uygulamadan sonra ise, elde edilen veriler incelenerek cebirsel düşünme düzeyleri tespit edilmiştir.

Çalışma Grubu

Bu araştırma, 2020-2021 Eğitim-Öğretim yılı içerisinde Doğu Anadolu Bölgesi'nin bir ilinde bulunan devlet okulunda öğrenim gören ortaokul öğrencileri ile yürütülmüştür. Çalışmaya ortaokuldaki 6., 7. ve 8. sınıftaki öğrencilerin tamamı gönüllü olarak katılmıştır. Bu araştırmanın uygulanabilmesi için Bayburt Üniversitesi ve ilgili kurum müdürlüklerinden gerekli izinler alınmıştır.

Bu araştırmanın örnekleminin belirlenmesinde rastgele örneklem yöntemi kullanılmıştır. Örneklem seçildiği okulda 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerin 82 tanesiyle araştırma yürütülmüştür. Bu araştırmaya 5. sınıf öğrencileri dahil edilmemiştir çünkü 5. sınıf öğretim programında cebir öğrenme alanıyla ilgili bir kazanım bulunmamaktadır. Çalışmanın yapıldığı öğrencilerin 38 tanesi erkek, 44 tanesi kız öğrencidir. Öğrencilerinin ailelerin ekonomik durumları orta düzeydedir. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu incelenerek öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeyleri ortaya çıkarılmıştır. Öğrencilerin verdikleri cevaplara göre bazılarıyla mülakat gerçekleştirilmiştir.

Yapılan çalışmada öğrencilerin ve katılımcıların kimlikleri ifşa edilmemiş, bulgular sunulurken öğrenciler için kodlar kullanılmıştır. Araştırmayla ilgili kolaylık sağlanması açısından çalışma grubuyla ilgili kısaltmalar kullanılmıştır. Örneğin E601 kodlu öğrenci 6. sınıfa giden birinci öğrenciyi temsil etmektedir. Çalışma grubunun sınıf düzeyine ve cinsiyete göre dağılımı Tablo 4.'te verilmiştir.

Tablo 4. *Araştırmanın Örneklemi*

Sınıf Seviyesi	Cinsiyet		Toplam
	K	E	
6	16	17	33
7	12	9	21
8	16	12	28
Toplam	44	38	82

Tablo 4 incelendiğinde kız öğrencilerin sayısının erkek öğrencilerden az da olsa fazla olduğu görülmektedir.

Verilerin Toplanması

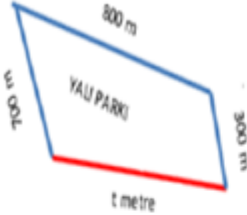
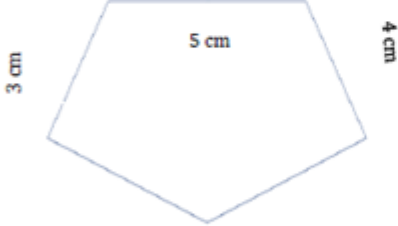
Verilerin toplanması sürecinde iki adet veri toplama aracı kullanılmıştır. Kullanılan veri toplama araçları, Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu ve mülakatta sorulan sorulardan oluşan formdur. Veri toplama sürecinde kullanılan araçlar aşağıdaki başlıklarda açıklanmıştır.

Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu.

Bu araştırmada matematik öğretim programı göz önüne alınarak ortaokuldaki cebir kavramının öğrenilme durumunun ve cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bunun için ortaokul seviyelerindeki cebir kavramlarının olduğu sınıf düzeyleri belirlenmiş ve 6., 7. ve 8. sınıf seviyesine hitap edebilmek için bu seviyelerin her birisi için ortak sorular bulundurulmuştur. 5. sınıfta cebir kavramıyla ilgili kazanım olmadığından bu sınıf düzeyi dışarıda tutulmuştur. Araştırmada kullanılacak olan soruların çoktan seçmeli sorular olmamasına özen gösterilmiştir. Çoktan seçmeli sorular tek başlarına kullanıldıklarında öğrencilerin gerçek düzeylerini ve bilgilerini ortaya çıkarmada eksik kalabilmektedir. Bu yüzden yazılı cevap gerektiren sorular seçilmeye özen gösterilmiştir.

Aranılan kriterlere uygun olarak Usta ve Gökkurt Özdemir (2018) tarafından geliştirilen Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu'ndan faydalanılmaya karar verilmiştir. Kısaltması CDDTF olarak yazılan bu testin 6., 7. ve 8. sınıf düzeylerinin tümünü birden kapsamasından dolayı bu araştırmada yer verilmiştir. Toplamda 8 soru bulunan CDDTF'de ilk olarak ortaokullarda görev yapan 2 adet öğretmenin ve uzman kişilerin görüşlerine sunulmuştur. Değerlendirmeye sunulan Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu (CDDTF) amaca hizmet edeceği dönütü alınmıştır. Cebirsel düşünmenin 30+30 dakika şeklinde uygulanmasının uygun olacağı kararlaştırılmıştır. CDDTF için 1. ve 2. sorunun 1. Düzeyi karşıladığı, 3. ve 4. sorunun 2. Düzeyi karşıladığı, 5. ve 6. sorunun 3. Düzeyi karşıladığı ve son olarak 7. ve 8. sorunun son düzey olan 4. Düzeye karşılık geleceği belirlenmiştir. Bu test soruları öğrencilere kendi matematik öğretmenleri tarafından uygulanmış olup, öğrencilerin heyecanlanmamaları, çekimser ve yorumsuz kalmamaları ve heyecan yapmamaları amaçlanmıştır. CDDTF öğrencilere 2 ders saati olan 60 dakikada uygulanmıştır ve test öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri, kavram yanlışları ve öğrenme düzeylerinin tespiti için kullanılmıştır.

Şekil 4'te Usta ve Gökkurt Özdemir (2018) tarafından geliştirilen CDDTF'de yer alan sorular ve bu sorulara karşılık gelen MEB (2018) Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı içinde yer alan Cebir öğrenme alanıyla ilgili kazanımlar yazılmıştır.

Cebirsel Düşünme Düzeylerine İlişkin Sorular	Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'na Göre Kazanımlar
Düzey-1'e ilişkin sorular	
1)  Sağlıklı yaşam için her sabah Yalı Parkı'nın etrafında bir tur koşan biri toplamda kaç metre koşar?	Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durumu yazar.
2) Bir kenarının uzunluğu a cm olan eşkenar bir üçgenin çevresini hesaplayınız.	Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durumu yazar.
Düzey-2'ye ilişkin sorular	
3) $D = 3.E + 8$ ve $E=1$ ise $D=?$	Cebirsel ifadenin değerlerini değişkenin alacağı farklı doğal sayı değerleri için hesaplar.
4)  Yukarıda verilen şeklin kenar uzunlukları sırasıyla 3, 4 ve 5 cm'dir. Verilmeyen diğer iki kenarın uzunlukları ise birbirine eşittir. Şeklin çevresini hesaplayınız.	Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durumu yazar.
Düzey-3'e ilişkin sorular	
5) $8x - 6y - x = ?$	Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.
6) $a + b = 20$ ve $b < a$ ise $b = ?$	Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.
Düzey-4'e ilişkin sorular	
7) Tanesi 3 lira olan kalemlerden a tane, tanesi 8 lira olan kalemlerden b tane alan bir kişi toplamda kaç lira öder?	Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade ve verilen bir cebirsel ifadeye uygun sözel bir durumu yazar.
8) 8.a ve a+8 sayılarından hangisi daha büyüktür?	Basit cebirsel ifadeleri anlar ve farklı biçimlerde yazar.

Şekil 4. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu'nda yer alan sorular.

Mülakat.

Mülakat, öğrencilerin direkt olarak gözlemleyemediğimiz değer, inanç, tutum, düşünce ve duygularını gün yüzüne çıkarmak için kullanılan bir veri toplama aracıdır. Bu çalışmada, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin belirlenmesinde Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formunun yanında her soru için EK-3'te bulunan mülakatlar da kullanılmıştır. Mülakatlar yapılan çalışmanın durumuna göre yapılandırılmış, yapılandırılmamış ve yarı yapılandırılmış olarak sınıflandırılabilir (Seggie, & Bayyurt, 2015). Bu çalışmada Cebirsel Düşünme Düzeylerini belirlemek için uygulanan formun açık uçlu sorulardan oluşmasından dolayı yarı yapılandırılmış mülakat uygulanmıştır ve bu mülakatlar bireysel olarak

yürütülmüştür. Mülakatlar araştırmacı tarafından belirlenen durumlara uygun olarak gerçekleştirilmiştir. Yarı yapılandırılmış mülakat ve görüşmelerde araştırmacının önceden planladığı sorular bulunmaktadır ve bu sorular görüşmenin akışına göre farklı sorularla mülakatın seyrini etkileyebilir (Ekiz, 2003).

Öğrencilerin yaptığı hatalar Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formunda işaretlenmiştir. Mülakat esnasında öğrencilerin verdikleri cevapları görebilmeleri ve verilen cevaplar üzerinde konuşabilmek için Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu mülakat süresince yanımızda bulundurulmuştur. Öğrencilerin düşündüklerini ortaya koyabilmeleri için bazı sorular yöneltilmiştir. Öğrencilerin düşüncelerini ifade edebilmeleri için; “Neden böyle düşündün?”, “Bu soruyu nasıl yaptın?”, “Nasıl düşünerek böyle yapmaya karar verdin?”, “Verdiğin cevabın doğru olduğunu düşünüyor musun?” tarzı sorular sorulmuştur.

Öğrencilerin verdikleri cevapların ne kadar sağlıklı olduğu ne kadarını bilinçli olarak verdikleri ne kadarını rastgele cevapladıkları yapılan mülakat ile ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Mülakatlar genel olarak iki aşamada yürütülmüştür. Bu aşamalar:

1. İlk olarak öğrencilere mülakatın neden yapıldığıyla ilgili olarak bilgilendirme yapılmıştır. Daha sonra öğrencileri ortama alıştırmak ve heyecanlarını yenmelerini sağlamak maksadıyla rahatlamaları için araştırmayla ilgisi olmayan sorular sorulmuştur. Öğrenciler mülakata hazır oluncaya kadar bu sohbet havası devam etmiştir.
2. Öğrencilerin verdikleri cevaplar, gerektiğinde detaylı açıklama alabilmek için farklı ve ilişkili sorular yöneltilmiştir.

Veri Toplama Süreci

Verilerin toplanması sürecinde ilk olarak yasal izinler alınmıştır. Araştırmanın yapılacağı okulda idare ve öğretmen ile irtibata geçilerek doğru zaman belirlenmiştir. Cebir kavramıyla ilgili konu ve kavramların işlenmesinden sonra yapılacak olan Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu hakkında bilgi verilmiştir. Bu testle ilgili uygulama ve süreyle ilgili bilgilendirmek yapılmıştır. Verilen 30+30 dakikalık sürenin uygun olduğu uygulama öğretmeni tarafından teyit edilmiştir. Öğrencilere 2 ders saati (30+30=60 dakika) verilerek testin uygulanması sağlanmıştır. Öğrencilere bu süreçle ilgili olarak genel bilgilendirme yapılmıştır; bu uygulamanın sınav olmadığı, puanlama yapılmayacağı, kişisel bilgilerin kimseyle paylaşılmayacağı, uygulamanın ciddiye alınarak yapılması gerektiği öğretmenleri tarafından bilgilendirilmiştir.

Uygulamadan sonraki süreçte veriler incelenerek değerlendirmeye alınmıştır. Değerlendirmeler yapılarak öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri, kavram yanlışları, cebirsel anlama düzeyleri belirlenmiş ve bu düzeylerin belirlenmesi sürecinde belirlenen öğrencilere mülakatlar yapılmıştır. Mülakatlar yapılmadan önce okul idaresi ve uygulama öğretmenleriyle irtibat kurulmuş, bu süreçte Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu yanımızda hazır bulundurulmuştur. Mülakatlar testin uygulanış tarihinden 1 hafta sonra yapılmıştır. Mülakatlarda öğrencilerin birbirinden etkilenmemesine dikkat edilmiştir.

Veri Analizi

Bu çalışmada birbirine benzeyen kavramlar bir araya getirilmiş ve okuyucuların anlayabileceği şekilde düzenlenmiştir. Araştırmada 4 adet cebirsel düşünme düzeyi bulunmaktadır. Bu düzeylerin alt basamakları aynı başlık altında toplanmıştır. Alanında uzman kişilerin görüşleri alınmıştır. Ayrıca Cebirsel Düşünme Düzeyleri cinsiyet, frekans, sınıf düzeyleri ve yüzdelerine göre detaylı olarak incelenmiştir. Aşağıdaki tabloda Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formunda yer alan soruların analiz edilmesinde kullanılan kategoriler ve içerikler verilmiştir.

Tablo 5. *CDDTF’de Yer Alan Soruları Analiz Ederken Kullanılan Kategori ve İçerikler*

Anlama Düzeyleri	Puanlama Kriterleri
Anlamama	-Boş bırakma, “bilmiyorum”, “anlayamadım”, şeklinde ifadeler içeren cevaplar -Sorunun aynı şekilde tekrarlanması -Alakasız ve net ve açık olmayan cevaplar
Kavram Yanılgısı	-Bilimsel olarak yanlış cevaplar
Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	-Kavramların kısmen anlaşıldığı ancak ayrıca kavram yanılgısı da içeren cevaplar
Kısmi Anlama	-Geçerliliği olan cevabın bir kısmını içeren ancak tamamını içermeyen cevaplar
Tam Anlama	-Geçerliliği olan cevabı bütün yönleriyle içeren cevaplar

Bu çalışmada açık uçlu soruların değerlendirilmesi için testin değerlendirilmesinde Abraham, Grzybowski, Renner ve Marek (1992) tarafından geliştirilen anlama seviyeleri kategorileri Tablo 5’te kullanılmıştır. Ayrıca öğrenci cevapları EK-4’te yer alan her soru için oluşturulmuş tablolarda bulunan cevaplara göre analiz edilmiştir.

Geçerlik ve Güvenirlik

Geçerlik ve güvenirliliğin artması için bu aşağıda verilen hususlara dikkat edilmiştir. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu, cebir kavramıyla ilgili 6., 7. ve 8. sınıflarda yer alan kazanımları içermektedir. Öğrencilere sunulan açık uçlu soruların bulunduğu bu testte, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cevap verebileceği sorular bulunmaktadır. Öğrencilere sunulan test matematik öğretmenlerine ve alanında uzman kişilere sorulmuştur. Soruların öğrenciler tarafından anlaşılabilirliği ve öğrencilerin seviyelerine uygunluğunda bir Türkçe öğretmenin görüşüne başvurulmuştur. Ayrıca verilerin analizinden sonra katılımcılar teyit edilmiştir. Çalışmanın birçok bölümünde uzman kişilerin görüşlerinden faydalanılmıştır.

Araştırmada iç ve dış güvenirliliğin artmasına yönelikte işlemler yapılmıştır. Araştırmanın dış güvenirliliği için katılımcıların görüşleri doğrudan aktarılmaya çalışılmıştır. İç güvenirlilik için katılımcı bilgileri, veri toplama araçları ve analizleri tutarlı bir şekilde hazırlanmıştır. Araştırma sorularının açık ve anlaşılır olduğu uzman görüşleri alınarak kararlaştırılmıştır.

Araştırmacının Rolü

Betimsel araştırmalarda araştırmacının olaya dahil olma rolü; araştırmacının uygulama alanında zaman geçirmesi, katılımcılar ile birebir zaman geçirmesi ve katılımcılar ile doğrudan görüşerek ortamdaki deneyimleri ve gözlemleri toplaması ve verilerin analizinde kullanması araştırmacının rolünü daha da arttırmaktadır. Araştırmacı mülakatlarda, daha önce yaptıkları testleri yanında bulundurmuş ve öğrencilere birebir sorular sorarak konuyu detaylı inceleme ve gözlemlene şansı bulmuştur.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

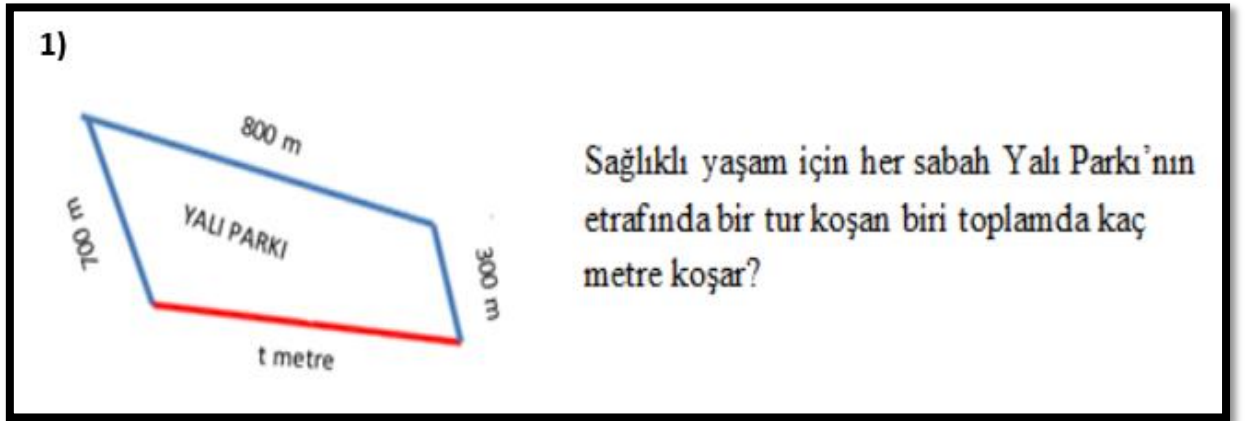
Bulgular ve Yorumlar

Araştırmanın bu aşamasında, çalışma grubunda yer alan ortaokul 6, 7 ve 8. sınıf düzeylerinden toplamda 82 öğrenciye uygulanmış CDDTF’ de cebirsel ifadeler ve cebirsel düşünme düzeyleriyle ilgili kavramların anlama düzeylerini tespit etmek, kavram yanlışlarını belirlemek ve cebirsel düşünme düzeylerine ait bulgular ele alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin yazılı açıklamalarına ve mülakat tarzı görüşmelere yer verilmiştir. EK-3 ve EK-4’te yer alan mülakat soruları ve verileri analiz etmede kullanılan tablolar ışığında bulgular analiz edilmiştir. Bu bölüm dört başlıktan oluşacaktır. Cebirsel Düşünme Düzeylerine ait olan sorular incelenecektir ve son bölümde ise genel olarak tablolar ve detaylı analizler yer alacaktır.

Birinci Cebirsel Düşünme Düzeyine Ait Bulgular

Öğrencilere uygulanan Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formunun ilk iki sorusu 1. Cebirsel Düşünme Düzeyine ait sorulardır. Öğrencilerin sorulara yazılı olarak verdikleri cevaplar ile mülakatta verdikleri cevaplar bu bölümde yer almaktadır. Öğrencilerin ilk iki soruyu anlama düzeyleri, öğrenme durumları, kavram yanlışları ve cebirsel düşünme düzeylerinin tespiti ele alınmıştır.

Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu 1. Sorusu aşağıdaki Şekil 5’te verilmiştir.



Şekil 5. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu birinci sorusu.

Birinci soruda öğrencilere ek olarak “Problemi kendi cümleinizle ifade edebilir misiniz?”, “Çözüm planını nasıl yaparsınız?”, “Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.” ve “Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?” soruları sorulmuştur.

Aşağıdaki Tablo 6’da öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin tespitinde kullanılan birinci sorunun anlama düzeylerinin yüzdeleri verilmiştir.

Tablo 6. CDDTF Birinci Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri

Sınıf Seviyesi	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
6. sınıf	%21	%27	%6	%12	%34
7. sınıf	%10	%33	%0	%0	%57
8. sınıf	%28	%25	%11	%0	%36

(6. sınıf için N=33, 7. sınıf için N=21, 8. sınıf için N=28)

Birinci soruya ait Tablo 6 incelendiğinde yedinci sınıfların ilk soruya doğru cevap verme yüzdelerinin diğer sınıflara oranla daha yüksek çıktığı görülmektedir. %57 ile 7. sınıfların tam anlama düzeylerinin diğer sınıflardan çok daha yüksek olması oldukça dikkat çekicidir. Ayrıca sorunun anlaşılmama yüzdesi en yüksek olan sınıf ise sekizinci sınıftır. Bu durum da oldukça dikkat çekicidir. Kavram yanılgılarının en yüksek olduğu sınıf seviyesi ise yedinci sınıflardır. Tablo incelendiğinde her üç sınıf öğrenciler çoğunlukla tam anlama göstermiştir. İlk soru için tam anlama gösteren öğrencilerin oranı anlamama gösteren öğrencilerin oranından bütün sınıf seviyeleri için daha fazladır.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu 1. sorusu aşağıda örneklerle incelenecektir. Bu soru Cebirsel Düşünme Düzeylerinin ilki olan Düzey-1’e ait ilk sorudur. Öğrencilerin sorulara yazılı olarak verdikleri cevaplar ile mülakatta verdikleri cevaplar bu bölümde yer almaktadır. Bu soruda öğrencilerin sözel bir duruma uygun cebirsel ifadeleri yazmaları istenmektedir. Aşağıda 1. soruya ait her sınıf seviyesinden elde edilen bulgular eklenmiştir.

Cebirsel ifadelerde işlem yapılırken değişkeni dikkate almayan K801’in Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan bir ekran görüntüsü Şekil 6’da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Benim anladığım, bir kişinin bu Yalı parkının etrafında 1 turla koşarsa, kaç metre koşmuştur.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Çözüm planım, öncelikle bize kaç metre koştuğunu sorduğum için bu parkın kenarlarını topladım.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $700 + 800 + 300 + t = 1800$ m Bu parkın bütün kenarlarını topladım.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum. Bulduğum sonuç, bu parkın etrafında koşan kişinin kaç metre koştuğu anlamına geliyor. Bence başka yolu yoktur. Varsa da ben bilmiyorum.

Şekil 6. K801'in 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.

Şekil 6 incelendiğinde K801 soruda verilen dörtgenin çevresini, uzunluğu değişken olarak verilen kenara herhangi bir sayısal değer vermemiş ancak cebirsel ifadelerle işlem yaparken değişken dikkate alınmamıştır. Öğrenci ile yapılan görüşmede t olan değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen t harfi ne anlama gelmektedir?

K801: Sorudaki Yalı Parkının bir kenarıdır.

Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun 1800m ne anlama gelmektedir?

K801: Yalı parkının etrafında koşan kişinin toplamda kaç metre koştuğu anlamında 1800 metre demektir.

Diyalog incelendiğinde K801'in 1. soruda cebirsel ifadeleri yok saydığı, dikkate almadığı işlem yaparken değişkenlerin bir hükmünün olmadığını anlaşılmaktadır. Dolayısıyla K801'in "Cebirsel ifadelerde işlem yaparken değişkeni dikkate almaz" kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K815 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 7'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Yalı Parkının etrafında ~~bir tur~~ ~~bir tur~~ bir tur koşan bir kişi ~~bir tur~~ kaç metre koşar bir tur	Çözüm planını nasıl yaparsınız? $800m + 700m + 300m$ toplam
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $\begin{array}{r} 800 \\ 700 \\ 300 \\ \hline 1800 \end{array}$ $\begin{array}{r} 800 \\ 700 \\ \hline 1500 \\ + 300 \\ \hline 1800 \end{array}$ $\begin{array}{r} 800 \\ 700 \\ \hline 1500 \\ + 300 \\ \hline 1800 \end{array}$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Yok

Şekil 7. K815'in 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.

Şekil 7. incelendiğinde K815 soruda verilen dörtgenin çevresini bulurken, cebirsel ifadeleri yok saymış ve işleme dahil etmemiştir. Cebirsel ifadelerle işlem yaparken değişken dikkate alınmamıştır. Öğrenci ile yapılan görüşmede t olan değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen t harfi ne anlama gelmektedir?

K815: Parkın kenarıdır.

Araştırmacı: Parkın hangi kenarıdır? Yoksa bütün kenarları mı t'dir?

K815: Hayır Yalı Parkının alt tarafında kalan kenarıdır.

Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun 1800 ne anlama gelmektedir?

K815: Parkın etrafında bir tur koşan kişinin koştuğu mesafedir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K815'in 1. soruda cebirsel ifadelerde harflerin yeri olmadığı, işlemleri yaparken değişkenlerin bir anlam ifade etmediği görülmektedir. Dolayısıyla K815'in "Öğrenciler matematikte harflerin yeri olmadığına inanmaktadır" kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. E703 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 8'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Yalı Parkının dış çevre uzunluğunu Sormuş yani Sağlıklı 1 insan toplam kaç metre koştuğunu ifade etmek istemiş.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? her 4 kenar uzunluğunu topladım ve yalı Parkının çevresinin uzunluğunu topluyarak buldum.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $800 + 700 + 300 + t = 1800 + t$ $1800 + t$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Bulduğum sonuç yalı Parkının çevre uzunluğu bulur. hayır başka çözüm yolları yoktur.

Şekil 8. E703'ün 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.

Şekil 8 incelendiğinde E703'ün soruda verilen dörtgenin çevresini bulurken, cebirsel ifadeleri kullanarak işlem yapabildiği görülmüştür. Cebirsel ifadelerle işlem yaparken t değişkeninin bilinen sayılarla işlemini doğru şekilde ifade ettiği görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede t olan değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen t harfi ne anlama gelmektedir?

E703: Yalı Parkının bir kenar uzunluğudur.

Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun $1800+t$ 'yi nasıl buldun ve ne anlama gelmektedir?

E703: Parkın etrafında bir tur koşan kişinin aldığı mesafedir. Bilinen sayılarla bilinmeyen t 'yi toplayarak buldum

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E703'ün 1. soruda sözel ve şekil ile verilen bir duruma uygun cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde yazıp ve doğru bir şekilde ifade edebildiği anlaşılmaktadır. K705 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 9'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? bizden yalı parkının çevresinin kaç metre olduğunu bulmamız istiyor	Çözüm planını nasıl yaparsınız? yalı Parkının çevre uzunluklarını toplarım. Ve sonucu bulurum
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $700 + 800 = 1500$ $1500 + 300 = 1800$ $1800 + t$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum. Yalı Parkının çevresinin uzunluğu. Başka çözüm yolu yoktur

Şekil 9. K705'in 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.

Şekil 9 incelendiğinde K705'in soruda verilen dörtgenin çevresini bulurken, değişkenin kullanarak işlem yapabildiği görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede t olan değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

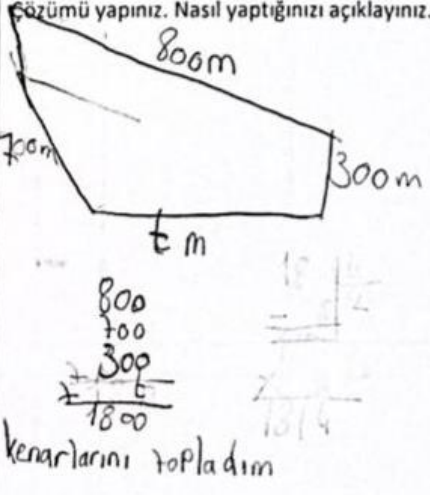
Araştırmacı: Soruda verilen t harfi ne anlama gelmektedir?

K705: Yalı Parkının alttaki kenarının kenar uzunluğudur.

Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun $1800+t$ 'yi nasıl buldun ve ne anlama gelmektedir?

K705: Yalı Parkının çevresinde bir tur koşan kişinin aldığı koştuğu mesafedir. Soruda verilen sayılarla t'yi toplayarak buldum

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K705'in soruyu doğru bir şekilde çözebildiği görülmüştür. E608 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 10'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Sağlıklı Yaşamak için Parkta koştum	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Parkın kenarlarını toplarım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.  Kenarlarını topladım	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? başka çözüm yoktur

Şekil 10. E608'in 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.

Şekil 10 incelendiğinde E608'in soruda verilen dörtgenin çevresini bulurken, değişkenleri yok saydığı görülmüştür. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazılırken t değişkeninin ifadeye doğru ve düzgün bir şekilde yazılmadığı görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede t olan değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen t harfi ne anlama gelmektedir?

E608: Yalı Parkının kenarıdır.

Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun 1800'ü nasıl buldun ve ne anlama gelmektedir?

E608: Parkın etrafında bir tur koşan kişinin aldığı yoldur. Soruda verilen kenar uzunluklarındaki sayıları toplayarak buldum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E608'in 1. soruda sözel ve şekil ile verilen bir duruma uygun cebirsel ifadeyi doğru ve düzgün bir şekilde yazamadığı ayrıca "Toplama işleminde değişkenlerin önemi yoktur." kavram yanılgısına sahip olduğu anlaşılmaktadır. K606 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 11'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Sağlıklı Yaşam için her gün Spor yapmak	Çözüm planını nasıl yaparsınız? 800, 700, 300 top lıy Cami'ye gireceğim Sonra çıkan cevabı yazacağım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $\begin{array}{r} 800 \\ 700 \\ + 300 \\ \hline 1800 \end{array}$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? buldum. Yalı Parkının kenar uzunluğuna anlamına geliyor Yok

Şekil 11. K606'nın 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.

Şekil 11 incelendiğinde K606'nın soruda verilen durumla ilgili olarak değişkenleri cebirsel ifadelerde düzgün bir şekilde anlamlandıramadığı görülmüştür. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazılırken t değişkeninin toplama ile ifadeye yazılması gerektiği yerde t'yi ifadeye çarpma olarak yazmıştır. Öğrenci ile yapılan görüşmede t olan değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen t harfi ne anlama gelmektedir?

K606: Parkının kenarıdır.

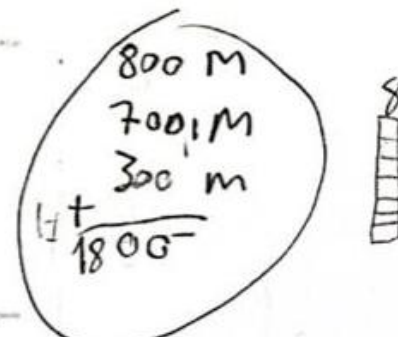
Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun 1800t'yi nasıl buldun ve ne anlama gelmektedir?

K606: Yalı Parkında koşan kişinin bir tur atmasıyla ne kadar mesafe koştuğunu buldum. Soruda verilen kenar uzunluklarını toplayıp t'yi yanına ekledim.

Araştırmacı: Peki t'yi 1800'ün yanına doğru eklediğini düşünüyor musun?

K606: Evet bu şekilde doğru olduğunu düşünüyorum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K606'nın 1. soruda sözel ve şekil ile verilen bir duruma uygun cebirsel ifadeyi doğru ve düzgün bir şekilde yazamadığı ayrıca "Cebirsel ifade yazılırken bilinen değer ile değişkenin çarpımından bir sonuç elde etmeye çalışır." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. E607 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 12'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? 	Çözüm planını nasıl yapar Görselleştiriyim Açıklayıcı yaptım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. 800 M + 700 m + 300 m toplayarak t	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Sonucum 1800 toplam yol 1800 metredir

Şekil 12. E607'nin 1. Düzeye ilişkin birinci soruya verdiği cevap.

Şekil 12 incelendiğinde E607'nin cebirsel ifadeleri yazabilmekle ilgili sorunları olduğu görülmüştür. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazılırken E607'nin t değişkenini soruda hiç yokmuş gibi işlem yaptığı görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede t olan değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen t harfi ne anlama gelmektedir?

E607: Yalı parkının bir kenarıdır.

Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun 1800'ü nasıl buldun ve ne anlama gelmektedir?

E607: Parkta koşan kişinin bir tur atarak ne kadar yol aldığını buldum. Soruyu görselleştirdim ve soruda verilen bütün sayıları toplayarak sonucu buldum.

Araştırmacı: Bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

E607: Tam emin değilim ama bu sonucun doğru olduğunu düşünüyorum.

Diyalog incelendiğinde E607'nin 1. soruda sözel ve şekil ile verilen bir duruma uygun cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde yazamadığı ayrıca “Değişkenin soruda verilen bütün sayıların toplamı olduğunu düşünür.” kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu 2. sorusu aşağıda incelenecektir. Bu soru Cebirsel Düşünme Düzeylerinin ilki olan Düzey-1'in son sorusudur. Öğrencilerin sorulara yazılı olarak verdikleri cevaplar ile mülakatta verdikleri cevaplar bu bölümde yer almaktadır. Bu soruda öğrencilerin sözel bir duruma uygun cebirsel ifadeleri yazmaları istenmektedir. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu 2. Sorusu aşağıdaki Şekil 13'te verilmiştir.

2) Bir kenarının uzunluğu a cm olan eşkenar bir üçgenin çevresini hesaplayınız.

Şekil 13. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu ikinci sorusu.

İkinci soruda öğrencilere ek olarak “Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?”, “Çözüm planını nasıl yaparsınız?”, “Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.” ve “Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?” soruları sorulmuştur.

Aşağıdaki Tablo 7’de öğrencilerin 2. soruya verdikleri cevaplara göre anlama düzeyleri gösterilmiştir.

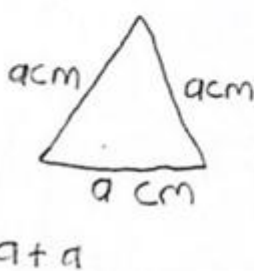
Tablo 7. CDDTF İkinci Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri

Sınıf Seviyesi	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
6. sınıf	%18	%21	%12	%18	%31
7. sınıf	%5	%9	%5	%19	%62
8. sınıf	%21	%18	%11	%14	%36

(6. sınıf için N=33, 7. sınıf için N=21, 8. sınıf için N=28)

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit formunun 2. soruna ait Tablo 7 incelendiğinde ilk soruda olduğu gibi ikinci soruda da 7. sınıfların tam anlama yüzdeleri diğer sınıflara göre daha fazladır ve dikkat çekmektedir. 7. sınıflarda tespit formunun uygulandığı 21 öğrenci vardır ve anlamama düzeyi en düşük olan sınıftır. Bütün sınıfların yüzdelerine bakıldığında tam anlamamanın hepsinde en fazla çıktığı görülmektedir. Bu soru için Kavram yanlışlarının en fazla görüldüğü sınıf düzeyi ise 6'dır. Tam anlamamanın en yüksek görüldüğü 7. sınıflarda kavram yanlışlarının oranı ise en azdır. Ayrıca kısmi anlamada da en yüksek oran 7. sınıfta görülmektedir. Aşağıda ikinci soruyla ilgili tüm sınıf seviyelerinden örneklerle bulgular sunulmuştur.

E605 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 14.'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? a cm leri topladım ve sonucu buldum	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Önce Bir üçgen Çizdim ve sonra Gözünüme saptım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.  a+a+a	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Üçgenin etrafındaki a cm leri toplayabilirdim

Şekil 14. E605'in 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.

Şekil 14 incelendiğinde E605'in cebirsel ifadeleri yazabilmekle ilgili sorunları olduğu görülmüştür. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazılırken E605'in a değişkenlerini düzgün bir şekilde toplayamadığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a harfi ne anlama gelmektedir?

E605: Eşkenar üçgenin bir kenarıdır.

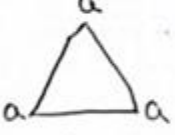
Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun a+a+a neyi ifade etmektedir?

E605: Eşkenar üçgenin kenarlarının toplamıdır.

Araştırmacı: Bulduğun sonuç bu şekilde mi kalır sence?

E605: Evet bu şekilde kalıyor.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E605'in 2. soruda sözel ve şekil ile verilen bir duruma uygun cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde toplayamadığı ayrıca "Sözel ve şekilli bir ifade cebirsel ifadeye çevrilirken benzer terimlerin toplanamaması." özel kavram yanılgısıyla kısmi anlamaya sahip olduğu görülmüştür. Öğrenci toplama işleminin yapılması gerektiğini anlamış ancak cebirsel ifadelerde benzer terimlerle toplama işlemini yapamamıştır. K602 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 15'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Acm üçgeninin çevresi hesaplanır	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Gösterdim kenarları Topladım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.  $a+a+a=3$ Önce gösterdim kenarları topladım	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Buldu sonuç 3 vardır harf. Başka bir şey olabilir ve başka şekilde olabilir öken yerine

Şekil 15. K602'nin 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.

Şekil 15 incelendiğinde K602'nin sözel bir durumu cebirsel ifadeye çevirmekte zorlandığı görülmüştür. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazılırken K602'nin a değişkenlerini toplayamadığı ve bunun sonucunda bir sonuca eşit olması gerektiğini düşündüğü için 3 'e eşitlediği görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a harfi ne anlama gelmektedir?

K602: Soruda verilen eşkenar üçgenin bir kenarıdır.

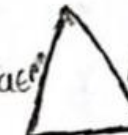
Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun $a+a+a=3$ neyi ifade etmektedir?

K602: Eşkenar üçgenin kenarlarının toplamıdır.

Araştırmacı: Eşkenar üçgenin çevresi 3 müdür yani?

K602: Evet 3'tür.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K602'nin 2. soruda sözel ve şekil ile verilen bir duruma uygun cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde toplayamadığı ve cebirsel ifade yerine sayılarla bir sonuç bulmaya çalıştığı için ayrıca "Cebirsel ifadede verilen her işlem sonuç üretmek zorundadır." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. E608 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 16'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?  Üçgenin kenarlarını bulunuz	Çözüm planını nasıl yaparsınız? modelleyip kenarlarını hesapladım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.  $1,1,1 \Rightarrow 1$ Kenarları topladım	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? başka çözüm yolu var ben bilmiyorum

Şekil 16. E608'in 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.

Şekil 16 incelendiğinde E608'in sözel bir durumu ifade edebildiği ancak cebirsel ifadeye çevirmekte ve cebirsel ifadelerle işlem yapmakta zorlandığı görülmüştür. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazılırken E608'in a değişkenleri 1 olarak ifade ettiği ve cebirsel ifadelerin toplama işleminde bir anlamı olmadığını belirtmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a harfi ne anlama gelmektedir?

E608: Üçgenin kenarıdır.

Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun 1 neyi ifade etmektedir?

E608: Eşkenar üçgenin çevresidir.

Araştırmacı: Peki a yerine 1'in geleceğini nereden anladın?

E608: Her a'dan 1 tane olduğu için a yerine 1 yazdım ve sonuç olarak çarparak 1'i buldum.

Araştırmacı: Peki çevreyi bulurken çarpma işlemini mi yapıyorduk?

E608: Ben öyle hatırlıyorum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E608'in 2. soruda sözel ve şekil ile verilen bir durumu çizemediği ancak uygun cebirsel ifadeyi ve işlemlerini yapamadığı görülmüştür. Çevre hesabını çarpma olarak değerlendiren ve cebirsel ifadelerdeki değişkenlerin ya da harflerin bir anlamı olmadığını düşünen E608'in "Harflerin matematikte anlamı yoktur." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. E615 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 17'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Üçgenin kenarını hesaplamamızı istiy	Üçgenin 3 yeri aynı 3 a kullanacağız
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?
$a + a + a = a$ topladım hepsi a oldu için cevap a	Hayır yok

Şekil 17. E615'in 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.

Şekil 17 incelendiğinde E615'in sözel ve bir durumu zihninde anlamlandırabildiği ancak bu duruma ait cebirsel ifadenin düzgün bir şekilde yazılıp çözülemediği görülmüştür. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazılırken E615'in a değişkenlerinin toplanması gerektiğini anlamış ancak değişken olan a'ları toplayamadığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a harfi ne anlama gelmektedir?

E615: Üçgenin bir kenar uzunluğudur.

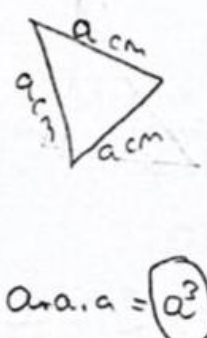
Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun $a+a+a=a$ neyi ifade etmektedir?

E615: Eşkenar üçgenin çevresidir.

Araştırmacı: Peki a'ları topladığında sonuç yine a mı çıkar?

E615: Evet kenar uzunluklarının hepsi a olduğu için sonuçta a çıkar.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E615'in 2. soruda sözel bir cümle ile verilen bir durumu anladığı ancak uygun cebirsel ifadeyi ve işlemlerini yapamadığı görülmüştür. Benzer terimlerin aynı olduğu durumlarda sonucu yine aynı değer bulan E615'in "Benzer terimler tamamen aynıysa sonuç toplamada aynıdır." özel kavram yanılgısıyla kısmi anlamaya sahip olduğu görülmüştür. K805 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 18'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? terimleri çarpтым Sonucu buldum dogru çıkmasını umuyorum	Çözüm planını nasıl yaparsınız? terimleri çarpacağım Sonucu bulurum
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. 	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? HAYIR Gelmiyor

Şekil 18. K805'in 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.

Şekil 18 incelendiğinde K805'in sözel bir durumu zihninde anlamlandırabildiği ve bunu çizerek ifade edebildiği görülmüştür ancak cebirsel ifadeyi yazmakta ve çözmekte zorlandığı görülmüştür. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazılırken K805'in a değişkenlerini toplayamadığı ve benzer terimleri çarpmaya çalıştığı gözlemlenmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a harfi ne anlama gelmektedir?

K805: Eşkenar üçgenin bir kenarının uzunluğudur.

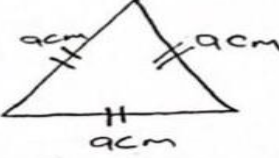
Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun a üzeri 3 neyi ifade etmektedir?

K805: Eşkenar üçgenin çevresidir.

Araştırmacı: Eşkenar üçgenin çevresini kenarlarını çarparak mı buluyorduk?

K805: Sanırım öyleydi.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K805'in 2. soruda sözel bir duruma uygun cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde toplayamadığı ve cebirsel ifade ile verilen kenarları çarpacağı görülmüştür. K805'in "Cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken benzer terimler çarpılır." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. E808 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 19'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Bir eş kenar üçgenin çevre toplamını istiyor.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Önce hemen bir eşkenar üçgen çizip bilinmeyenleri yazacağım. Sonrada bu bilinmeyenleri yan yana koyup toplayacağım. Sonra da cevabını vereceğim.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.  = a cm + a cm + a cm = 3 a cm Önce yan yana koyup sonra bilinmeyenleri topladım. Sonra da cevabını yanına koydum.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? evet buldum. Bence yoktur.

Şekil 19. E808'in 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.

Şekil 19 incelendiğinde E808'in sözel bir duruma ait cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde yazabildiği görülmüştür. Sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel ifade yazılmış ve cebirsel ifadenin işlemi doğru bir şekilde gerçekleştirilmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

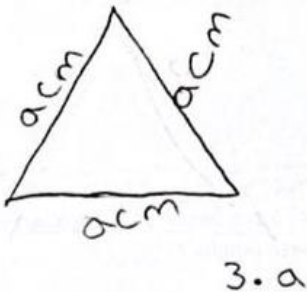
Araştırmacı: Soruda verilen a harfi ne anlama gelmektedir?

E808: Eşkenar üçgenin bir kenar uzunluğudur.

Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun 3a neyi ifade etmektedir?

E808: Eşkenar üçgenin bir kenarının uzunluğu a cm olduğu için ve 3 kenarı da birbirine eşit olduğu için çevresinin uzunluğu 3a cm'dir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E808'in 2. soruda sözel bir cümle ile verilen bir durumu anladığı ve buna uygun çizimler yaparak soruyu görselleştirdiği ve cebirsel ifadeyi düzgün bir şekilde kullanıp sonuca gidebildiği görülmüştür. K709 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 20'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Bir eşkenar üçgenin çevresini hesaplamamızı sormuştur.	Bir üçgen yapıp kenarları eşitledim sonra sonucuna ulaştım.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?
	evet buldum. Üçgenin çevre uzunluğu. Hayır yok.

Şekil 20. K709'un 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.

Şekil 20 incelendiğinde K709'un sözel bir duruma ait cebirsel ifadeyi anlamlandırabildiği, şekil ve görsel çizerek sonuca doğru bir şekilde ulaştığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

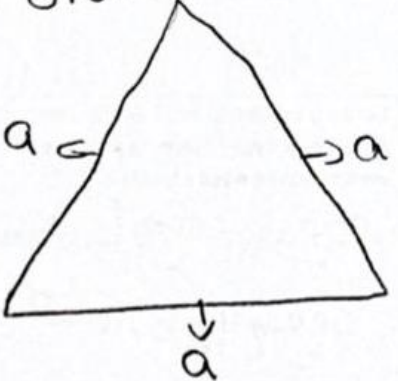
Araştırmacı: Soruda verilen a harfi ne anlama gelmektedir?

K709: Eşkenar üçgenin kenar uzunluğudur.

Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun 3.a neyi ifade etmektedir?

K709: Üçgenin kenarları birbirine eşit olduğu için a dedim, 3 tane kenarı olduğu için 3 ile a'yı çarparak 3.a sonucuna ulaştım. Bu sonuç eşkenar üçgenin çevresinin uzunluğudur.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K709'un 2. soruda sözel bir cümle ile verilen bir durumu anlayabildiği, uygun ve doğru çizimler yaparak soruyu cebirsel ifadeyi düzgün bir şekilde kullanıp çözebildiği görülmüştür. K614 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 21'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? 3 tane a ise işlemin sonucu nedir. 	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Önce öğrendiklerimi Eşkenar Üçgenin 3 köşesi açıdır. bu yüzden 3 a olur.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. 3a olur. 	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum cevap = 3a olur bu yüzden cevap doğru ve başka çözüm var.

Şekil 21. K614'ün 1. Düzeye ilişkin ikinci soruya verdiği cevap.

Şekil 21 incelendiğinde K614'ün sözel bir duruma ait cebirsel ifadeyi yazıp çizemediği ve cebirsel ifadenin doğru bir şekilde işleme alındığı görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede a değişkene nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a harfi ne anlama gelmektedir?

K614: Eşkenar üçgenin köşelerinin uzunluğudur.

Araştırmacı: Peki çözümde bulduğun 3a'neyi ifade etmektedir?

K614: Eşkenar üçgenin üç köşesi aynı olduğu için 3 tane a'nın değeri 3a'dır. Yani çevresinin uzunluğudur.

Diyalog incelendiğinde K614'ün 2. soruda sözel bir cümle ile verilen bir durumu anladığı sadece kenar yerine köşe dediği ama cebirsel ifadenin kullanılış biçimi olarak doğru yolu izlediği ve doğru sonuca gittiği görülmüştür.

6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formunun 2. sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarının ekran görüntüleri ve mülakatları paylaşılmıştır. Cebirsel Düşünme Düzeylerinin 1.sinin değerlendirildiği bu bölümde ilk iki soru incelendiğinde 7. sınıf öğrencilerinin Düzey-1'de daha başarılı oldukları, tam anlama yüzdelerinin diğer sınıf seviyelerinden daha yüksek olduğu ardından 8. sınıf öğrencilerinin ve son olarak 6. sınıf öğrencilerinin geldiği görülmektedir ve bu durum dikkat çekmektedir. Kavram yanlışlarının en çok görüldüğü sınıf seviyesi ise 6'dır. Kısmi olarak anlamamanın en fazla görüldüğü 6. sınıflar, anlamamanın en fazla görüldüğü 8. sınıflardır.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri-1 için öğrencilerde görülen kavram yanlışları ise şöyle sıralanmıştır;

- Değişkenin soruda verilen bütün sayıların toplamı olduğunu düşünür,
- Toplama işleminde değişkenlerin önemi yoktur,
- Cebirsel ifadelerde işlem yapılırken değişken dikkate alınmaz,
- Öğrenciler matematikte harflerin yeri olmadığına inanmaktadır,
- Cebirsel ifadede verilen her işlem sonuç üretmek zorundadır,
- Cebirsel ifade yazılırken bilinen değer ile değişkenin çarpımından sonuç elde etmeye çalışır,
- Cebirsel ifadenin sonucunun soruda verilen sayıların toplamı olduğunu düşünür,
- Sözel bir ifade cebirsel ifadeye çevrilirken benzer terimlerin toplanamaması,
- Harflerin matematikte anlamı yoktur,
- Toplama işlemi daima sonuç üretir,
- Cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken benzer terimler çarpılır,
- Benzer terimler tamamen aynıysa sonuç toplamada aynıdır

Düzey-1 için öğrencilerde görülen kavram yanlışları yukarıda sıralanmıştır. Öğrencilerin özellikle kabuklaşmış bilgi eksiklikleri ve hatalı bilgideki ısrarlarıyla kavram yanlışlarının boyutlarının arttığı anlaşılmaktadır.

İkinci Cebirsel Düşünme Düzeyine Ait Bulgular

Öğrencilere uygulanan Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formunun üçüncü ve dördüncü sorusu 2. Cebirsel Düşünme Düzeyine ait sorulardır. Öğrencilerin sorulara yazılı olarak verdikleri cevaplar ile mülakatta verdikleri cevaplar bu bölümde yer almaktadır. Öğrencilerin üçüncü ve dördüncü sorudaki anlama düzeyleri, öğrenme durumları, kavram yanılgıları ve cebirsel düşünme düzeylerinin tespiti ele alınmıştır.

Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu 3. Sorusu aşağıdaki Şekil 22’de verilmiştir.

$$3) D = 3.E + 8 \text{ ve } E=1 \text{ ise } D=?$$

Şekil 22. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu üçüncü sorusu.

Üçüncü soruda öğrencilere ek olarak “Problemi kendi cümleinizle ifade edebilir misiniz?”, “Çözüm planını nasıl yaparsınız?”, “Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.” ve “Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?” soruları sorulmuştur.

Öğrencilere uygulanan Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formunun üçüncü ve dördüncü soruları 2. Cebirsel Düşünme Düzeyine ait sorulardır. İkinci düzeye ait olan 3. soruda bir harfin yerine soruda verilen sayısal değeri koyarak diğer bilinmeyen bulunması istenmektedir. İkinci düzeye ait olan 4. soruda ise şeklin bilinmeyen kenar uzunluklarıyla ilgili olarak kendilerinin belirlediği değişken atamaları ve sonuçta ise soruda verilen şeklin çevresinin uzunluğunun cebirsel ifadelerle bulmaları istenmiştir.

Aşağıdaki Tablo 8’de öğrencilerin 3. soruya verdikleri cevaplara göre anlama düzeyleri gösterilmiştir.

Tablo 8. CDDTF Üçüncü Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri

Sınıf Seviyesi	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
6.Sınıf	%27	%15	%15	%9	%34
7.Sınıf	%5	%9	%5	%38	%43
8.Sınıf	%28	%18	%4	%7	%43

(6. sınıf için N=33, 7. sınıf için N=21, 8. sınıf için N=28)

3. soruya ait Tablo 8 incelendiğinde 7. sınıf öğrencileri ile 8. sınıf öğrencilerinin tam anlama yüzdelерinin aynı çıktığı görülmektedir. 7. sınıf öğrencilerinin kısmi anlama düzeylerinin diğer sınıf seviyelerine göre daha yüksek olduğu görülüyor ve bu dikkat çekici bir durumdur. %18 ile en yüksek kavram yanılgısına sahip sınıf ise 8'ler olarak karşımıza çıkmaktadır ve bu durum da oldukça ilginçtir. Bir diğer dikkat çeken durum ise 7. sınıfların anlamama düzeylerinin diğer sınıf seviyelerine göre oldukça düşük olmasıdır. 8. sınıfların ilk iki soruya göre tam anlama düzeylerinin arttığı aynı zamanda kavram yanılgısının yüzdeliğinin de düştüğü görülüyor. Ayrıca 3. soruda tam anlama gösteren öğrencilerin yüzdesi diğer bütün düzeylerden fazla olduğu görülmektedir.

İkinci Cebirsel Düşünme Düzeyine ait sorularda öğrenme durumları, anlama düzeyleri, kavram yanılgıları ve cebirsel düşünme düzeylerinin tespiti ele alınmıştır. Bütün sınıf seviyelerinden seçilen bazı öğrencilerin 3. soruya verdiği cevaplar aşağıda gösterilmiştir. K811 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 3. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 23'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? D'yi bulmam gerek.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Önce işleme E yerine 1 yazacağım sonra 8 ve 1 toplayıp 3'le çarpıp cevabı bulacağım.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3.E + 8 = D$ $E = 1$ $1 + 8 = 9$ $3 \times 9 = 12$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Sonucu buldum, bulduğum sonuç bir doğal sayı. Aklıma çözüm yolu gelmiyor ama olabilir.

Şekil 24. K810'un 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 24 incelendiğinde K810 soruda verilen $E=1$ değerini ifadeye düzgün bir şekilde yerleştirip cebirsel ifadeyi yazmaya çalışmıştır ancak işlem önceliğine dikkat etmemiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede D ve E'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen D ve E yerine istediğimiz değerleri verebilir miyiz?

K810: Hayır veremeyiz.

Araştırmacı: Neden peki?

K810: E yerine 1 yazmalıyız sonrasında ise D'yi bulmalıyız.

Araştırmacı: D'yi bulurken yaptığın işlemlerin doğru olduğunu düşünüyor musun?

K810: Evet cevap 12'dir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K810'un 3. soruda E yerine 1'i düzgün bir şekilde yazabildiği ancak işlem önceliğine dikkat etmediği için sonucu doğru bulamadığı görülmektedir. Dolayısıyla K810'un "Öğrenciler cebirsel ifadelerin sonucunu bulurken işlem önceliğine dikkat etmemektedir." özel kavram yanılgısıyla kısmi anlamaya sahip olduğu görülmüştür. Bilinmeyen E'nin yerine 1'in yazılabileceğini kavramış ancak cebirsel ifadelerde işlem önceliğine dikkat etmemiştir. K813 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 3. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 25'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Buna göre 3le8ve7 ile hepsini toplarım.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? hepsini toplarım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. 12 eder.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Yok.

Şekil 25. K813'ün 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 25 incelendiğinde K813 soruda verilen $E=1$ değerini ifadeye yerleştiremediği ayrıca sorunun çözümü için verilen bütün sayıları topladığı görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede D ve E'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen D ve E yerine istediğimiz değerleri verebilir miyiz?

K813: Evet verebiliriz.

Araştırmacı: Neden peki?

K813: Değişkenlere istediğimiz değerleri verebiliyoruz.

Araştırmacı: D'yi bulurken yaptığın işlemlerin doğru olduğunu düşünüyor musun?

K813: Emin değilim ama soruda verilen sayıları toplayarak 12 buldum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K813'ün 3. soruda E yerine 1'i düzgün bir şekilde yazmadığı çünkü E'nin yerine 1 yazılması gerektiğini dikkate almadığı ayrıca soruyu çözebilmek için soruda verilen bütün sayıları topladığı görülmüştür. Dolayısıyla K813'ün "Değişkenin soruda verilen bütün sayıların toplamı olduğunu düşünür." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. E701 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 3. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 26'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? B:2 de D'nin kağı olduğunu istiyor	Çözüm planını nasıl yaparsınız? $D = 3 \cdot E + 8$ ve $E = 1$ ise D kaçtır? B:1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,93,94,95,96,97,98,99,100,101,102,103,104,105,106,107,108,109,110,111,112,113,114,115,116,117,118,119,120,121,122,123,124,125,126,127,128,129,130,131,132,133,134,135,136,137,138,139,140,141,142,143,144,145,146,147,148,149,150,151,152,153,154,155,156,157,158,159,160,161,162,163,164,165,166,167,168,169,170,171,172,173,174,175,176,177,178,179,180,181,182,183,184,185,186,187,188,189,190,191,192,193,194,195,196,197,198,199,200,201,202,203,204,205,206,207,208,209,210,211,212,213,214,215,216,217,218,219,220,221,222,223,224,225,226,227,228,229,230,231,232,233,234,235,236,237,238,239,240,241,242,243,244,245,246,247,248,249,250,251,252,253,254,255,256,257,258,259,260,261,262,263,264,265,266,267,268,269,270,271,272,273,274,275,276,277,278,279,280,281,282,283,284,285,286,287,288,289,290,291,292,293,294,295,296,297,298,299,300,301,302,303,304,305,306,307,308,309,310,311,312,313,314,315,316,317,318,319,320,321,322,323,324,325,326,327,328,329,330,331,332,333,334,335,336,337,338,339,340,341,342,343,344,345,346,347,348,349,350,351,352,353,354,355,356,357,358,359,360,361,362,363,364,365,366,367,368,369,370,371,372,373,374,375,376,377,378,379,380,381,382,383,384,385,386,387,388,389,390,391,392,393,394,395,396,397,398,399,400,401,402,403,404,405,406,407,408,409,410,411,412,413,414,415,416,417,418,419,420,421,422,423,424,425,426,427,428,429,430,431,432,433,434,435,436,437,438,439,440,441,442,443,444,445,446,447,448,449,450,451,452,453,454,455,456,457,458,459,460,461,462,463,464,465,466,467,468,469,470,471,472,473,474,475,476,477,478,479,480,481,482,483,484,485,486,487,488,489,490,491,492,493,494,495,496,497,498,499,500,501,502,503,504,505,506,507,508,509,510,511,512,513,514,515,516,517,518,519,520,521,522,523,524,525,526,527,528,529,530,531,532,533,534,535,536,537,538,539,540,541,542,543,544,545,546,547,548,549,550,551,552,553,554,555,556,557,558,559,560,561,562,563,564,565,566,567,568,569,570,571,572,573,574,575,576,577,578,579,580,581,582,583,584,585,586,587,588,589,590,591,592,593,594,595,596,597,598,599,600,601,602,603,604,605,606,607,608,609,610,611,612,613,614,615,616,617,618,619,620,621,622,623,624,625,626,627,628,629,630,631,632,633,634,635,636,637,638,639,640,641,642,643,644,645,646,647,648,649,650,651,652,653,654,655,656,657,658,659,660,661,662,663,664,665,666,667,668,669,670,671,672,673,674,675,676,677,678,679,680,681,682,683,684,685,686,687,688,689,690,691,692,693,694,695,696,697,698,699,700,701,702,703,704,705,706,707,708,709,710,711,712,713,714,715,716,717,718,719,720,721,722,723,724,725,726,727,728,729,730,731,732,733,734,735,736,737,738,739,740,741,742,743,744,745,746,747,748,749,750,751,752,753,754,755,756,757,758,759,760,761,762,763,764,765,766,767,768,769,770,771,772,773,774,775,776,777,778,779,780,781,782,783,784,785,786,787,788,789,790,791,792,793,794,795,796,797,798,799,800,801,802,803,804,805,806,807,808,809,810,811,812,813,814,815,816,817,818,819,820,821,822,823,824,825,826,827,828,829,830,831,832,833,834,835,836,837,838,839,840,841,842,843,844,845,846,847,848,849,850,851,852,853,854,855,856,857,858,859,860,861,862,863,864,865,866,867,868,869,870,871,872,873,874,875,876,877,878,879,880,881,882,883,884,885,886,887,888,889,890,891,892,893,894,895,896,897,898,899,900,901,902,903,904,905,906,907,908,909,910,911,912,913,914,915,916,917,918,919,920,921,922,923,924,925,926,927,928,929,930,931,932,933,934,935,936,937,938,939,940,941,942,943,944,945,946,947,948,949,950,951,952,953,954,955,956,957,958,959,960,961,962,963,964,965,966,967,968,969,970,971,972,973,974,975,976,977,978,979,980,981,982,983,984,985,986,987,988,989,990,991,992,993,994,995,996,997,998,999,1000
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $D + E + E + D$ $2 + 2 = 4$ $8 + 3 + 1 = 12$ $12 + 4 = 16$ 16	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? $D = 16$ bir boşka bir işlem yoktur

Şekil 26. E701'in 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 26 incelendiğinde E701 soruda verilen $E=1$ 'i soruda yerleştiremediği ve kendince işlemleri karıştırarak cebirsel ifadeleri yok sayıp bir değere eşit bulduğu görülmüştür. $D+E+E+D$ 'nin her bir ifadesini 1 değerine eşitleyip soruda verilen sayılarla bunu toplayarak sonuca gittiği görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede D ve E'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen D ve E yerine istediğimiz değerleri verebilir miyiz?

E701: Hayır veremeyiz.

Araştırmacı: Neden peki?

E701: E'nin 1 olması gerekiyor. D'de aynı şekilde 1 olmalı.

Araştırmacı: D'yi bulurken yaptığın işlemlerin doğru olduğunu düşünüyor musun?

E701: Emin değilim ama soruda verilen sayılarla D ve E'leri toplayarak 16 buldum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E701'in 3. soruda E yerine 1'i doğru bir şekilde yazamadığı sorudaki ifadelerin her birinin D ve E'lerden oluştuğu bunların değerinin de 1 olduğunu daha sonra da verilen sayılarla 4 ifadenin toplamının 16 olduğunu bulmuştur. Dolayısıyla E701'in "Öğrenciler matematikte harflerin yeri olmadığına inanmaktadır." kavram yanılığısına sahip olduğu görülmüştür. K711 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 3. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 27'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? $D=3 \cdot E+8$ ve $E=1$ ise $D=$ Sonucu bulalım.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Önce toplamı sonra D'yi buldum
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3 \cdot E+8 \cdot E=1 \Rightarrow 12$ $3 \cdot E+8 \cdot E+7=12$ Gözümü böyle yaptım Önce yazdım sonra topladım buldum	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum bulduğum sonra şu anlama geliyor gözümü topladım sonra bilinmişeni buldum

Şekil 27. K711'in 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 27 incelendiğinde K711 soruda verilen $E=1$ 'i soruda düzgün bir şekilde anlamlandıramadığı ve $E=1$ ifadesini sorunun devamı gibi düşünüp soruda verilen bütün katsayı ve değerleri toplayarak çözüme hatalı bir şekilde gittiği görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede D ve E'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen D ve E yerine istediğimiz değerleri verebilir miyiz?

K711: Olabilir.

Araştırmacı: Neden peki?

K711: Bilmiyorum öyle olabileceğini düşünüyorum.

Araştırmacı: D'yi bulurken yaptığın işlemlerin doğru olduğunu düşünüyor musun?

K711: Doğru olabilir, sorudaki sayıları topladım.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K711'in 3. soruda E yerine 1'i doğru bir şekilde yazamadığı ayrıca $E=1$ ifadesini soruya ilave ederek verilen bütün sayı değerlerini toplayarak sonuca gittiği görülmüştür. Dolayısıyla K711'in "Cebirsel ifadenin değerinin soruda verilen bütün katsayı ve değerlerin toplamı olduğunu düşünür." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K616 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 3. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 28'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? $D \Rightarrow$ 1. $3.D + 8 = 11$ 2. Yaptığım Problemin Sonucu bacadı	Çözüm planını nasıl yaparsınız? 7lk anı anımladıklarını boş bırakırım boş bıraktığım Yerlerde hocamı söyleyirim
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3.E + 8 \vee E = 11$ İşte böyle yaptım	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum $3.E + 8 \vee E = 11$

Şekil 28. K616'nın 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 28 incelendiğinde K616 soruda verilen cebirsel ifadeyi anlamlandıramadığı ve kutucuklara farklı cevaplar yazdığı görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede D ve E'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen D ve E yerine istediğimiz değerleri verebilir miyiz?

K616: Evet.

Araştırmacı: Neden peki?

K616: Öyle.

Araştırmacı: D'yi bulurken yaptığın işlemlerin doğru olduğunu düşünüyor musun?

K616: Evet.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K616'nın 3. soruyu tam anlamıyla anlayamadığı bunun cebirsel ifadelerdeki kavramların hatalı ve eksik öğrenilme olduğu görülmektedir. Soruda verilen 8 ve 3'ü toplayarak 11 olarak bulduğu sonuç K616'nın "Cebirsel ifadelerde işlem yapılırken değişken dikkate alınmaz." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. E706 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 3. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 29'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? D, hangi sayıya eşit Diğer	Çözüm planını nasıl yaparsınız? ilk önce 3.1 sonucunu 8 ile toplayıp sonucu Buluruz
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $D = 3.E + 8$ ve $E = 1$ ise $D = ?$ $3.1 + 8 = 11$ $D = 11$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet sonucu buldum D'nin hangi sayıya Eşit olduğunu söylö- yor.

Şekil 29. E706'nın 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 29 incelendiğinde E706 soruda verilen cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde anladığı ve E yerine 1 yazıp doğru sonuca gittiği görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede D ve E'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen D ve E yerine istediğimiz değerleri verebilir miyiz?

E706: Hayır E'nin 1 olması gerektiği soruda verilmiş ona göre D'yi bulacağız.

Araştırmacı: D'yi bulurken yaptığın işlemlerin doğru olduğunu düşünüyor musun?

E706: Evet doğru yaptığımı düşünüyorum çünkü E yerine 1 yazıp 3 ile çarptım sonra 8 ile toplayıp 11'i buldum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E706'nın 3. Soruyu doğru bir şekilde anladığı, E harfini soruda verilen yerine sayısal değerini doğru bir şekilde yazarak D bilinmeyenini bulduğu

görülmüştür. E614 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 3. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 30'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Soruda bana E yerine 1 yaz demiş ve topladım	İlk önce çarpım sonra topladım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?
$3 \cdot 1 = 3$ $3 + 8 = 11$ $11 + 1 = 12$ Çözümüm E yerine 1 yazdım	

Şekil 30. E614'ün 2. Düzeye ilişkin üçüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 30 incelendiğinde E614 soruda verilen cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde yerine koyabildiği sadece en son tekrar sonucunu E ile topladığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede D ve E'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen D ve E yerine istediğimiz değerleri verebilir miyiz?

E614: Hayır E'nin değeri 1'dir.

Araştırmacı: D'yi bulurken yaptığın işlemlerin doğru olduğunu düşünüyor musun?

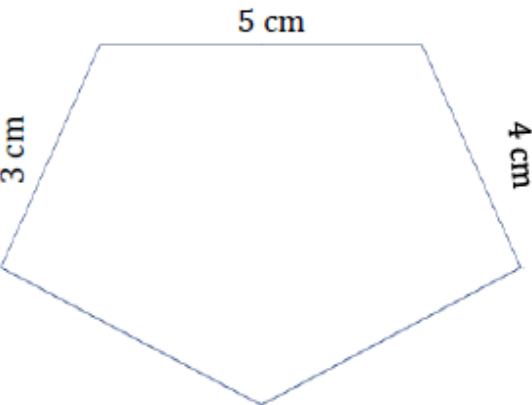
E614: Evet.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E614'ün 3. soruyu kısmen doğru bir şekilde anladığı, sadece en sonda cevabı tekrar $E=1$ ile topladığı görülmüştür. Öğrencinin soruda ufak bir hata yaptığı görülmektedir.

Yukarıda 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formunun 3. sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarının ekran görüntüleri ve mülakatları paylaşılmıştır.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu 4. sorusu aşağıda incelenecektir. Bu soru Cebirsel Düşünme Düzeylerinin ikincisi olan Düzey-2'nin son sorusudur. Öğrencilerin sorulara yazılı olarak verdikleri cevaplar ile mülakatta verdikleri cevaplar bu bölümde yer almaktadır. Bu soruda öğrencilerin verilmeyen kenarlara cebirsel ifadeleri yazabilmeleri ve bu ifadeleri düzgün bir şekilde bir araya getirebilmeleri istenmiştir. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu 4. sorusu aşağıdaki Şekil 31'de verilmiştir.

4)



Yukarıda verilen şeklin kenar uzunlukları sırasıyla 3, 4 ve 5 cm'dir. Verilmeyen diğer iki kenarın uzunlukları ise birbirine eşittir. Şeklin çevresini hesaplayınız.

Şekil 31. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu dördüncü sorusu.

Dördüncü soruda öğrencilere ek olarak “Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?”, “Çözüm planını nasıl yaparsınız?”, “Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.” ve “Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?” soruları sorulmuştur.

Aşağıdaki Tablo 9'da öğrencilerin 4. soruya verdikleri cevaplara göre anlama düzeyleri gösterilmiştir.

Tablo 9. CDDTF Dördüncü Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri

Sınıf Seviyesi	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
6. sınıf	%31	%18	%21	%18	%12
7. sınıf	%29	%19	%19	%9	%24
8. sınıf	%36	%14	%11	%0	%39

(6. sınıf için N=33, 7. sınıf için N=21, 8. sınıf için N=28)

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit formunun 4. soruna ait Tablo 9 incelendiğinde 3. soruya göre farklılıkların olduğu gözlenmektedir. 4. soruda 7. sınıfların tam anlama yüzdeleri 24 olarak karşımıza çıkmaktadır ve bu bir önceki sorunun neredeyse yarıya yakınıdır. 7. sınıflarda tam anlama düzeyinde büyük bir düşüş görünürken 8. sınıf öğrencileri ise %39 ile 4. soruda en yüksek tam anlamaya sahip sınıf düzeyidir. Tablodan da görüldüğü üzere Tam anlamanın en düşük olduğu sınıf seviyesi 6'dır. Kavram yanılgılarının en yüksek görüldüğü sınıf 7, ardından 6. sınıf ve son olarak 8. sınıf öğrencileri olduğu görülüyor ve bu dikkat çekici bir durumdur. Kısmi anlamanın en yüksek olduğu sınıf seviyesi ise %18 ile 6. sınıf öğrencileridir.

Cebirsel Düşünme Düzeylerinin 2.sinin değerlendirildiği bu bölümde 3. ve 4. soru genel olarak incelendiğinde 7. sınıftaki öğrencilerin tam anlama oranlarının düştüğünü 8. sınıftaki öğrencilerin ise yükseldiği görülmektedir. Düzey-2 incelendiğinde 8. sınıf öğrencilerinin ortalama daha başarılı oldukları sonra 7. sınıf öğrencilerinin ve son olarak 6. sınıf öğrencilerinin geldiği görülüyor. Kısmi anlamanın en yüksek görüldüğü sınıf seviyesi ise 7'dir. Anlama düzeylerinin yüzdeleri öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerini ortaya çıkarmaktadır.

E805 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 4. Soruya verdiği yanıttan ekran görüntüsü Şekil 32'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Yukarıda verilen 5 kenar Çevresini bulacağız	Çözüm planını nasıl yaparsınız? bütün kenarlarını Toplayacağız
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $5 + 3 + 4 \neq 12$ $12 + 12 + 5 + 3 + 4 = 12 + 12 + 12 = 36m$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? bütün kenarlarını topladık Sonuç $12 + 12 + 12$ Toplayacağız $= 36$

Şekil 32. E805'in 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 32 incelendiğinde E805 soruda verilen şeklin çevresinin uzunluğunu bilinmeyen kenar uzunluklarına soruda verilen sayıların toplamını değer olarak verdiği görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede şeklin çevresini bulurken bilinmeyen kenarlara nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilmeyen kenar uzunluklarını nasıl belirledin?

E805: Kenar uzunluklarını toplayarak.

Araştırmacı: Neden peki?

E805: Verilen sayıların toplamı verilmeyen kenarlara eşit oluyor.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E805'in 4. soruda şeklin çevresinin uzunluğunu hesaplarken bilinmeyen kenar uzunluklarını soru da verilen sayıların toplamı olarak değerlendirdiği ve şeklin çevresini de değişkenleri hiç dikkate almadan bu sayıların toplamı olarak aldığı görülmektedir. E805'in "Cebirsel ifadelerde işlem yapılırken değişken dikkate alınmaz." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. K815 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 4. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 33'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Şeklin kenar uzunlukları 3, 4, 5 ile verilmeyen diğer iki kenar birbirine eşit şeklin çevresi kaçtır	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Diğer çevre x 3 + 5 + 4 topla
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. 3 + 5 + 4 = 12 (12)	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Yok

Şekil 33. K815'in 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 33 incelendiğinde K815 soruda verilen şeklin çevresinin uzunluğunu verilmeyen kenarları ifadeye dahil etmeden bulmaya çalıştığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede şeklin çevresini bulurken bilinmeyen kenarlara nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

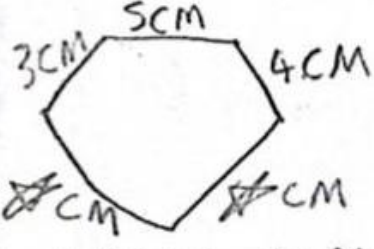
Araştırmacı: Soruda verilmeyen kenar uzunluklarını nasıl belirledin?

K815: x diyerek.

Araştırmacı: Çözümde x'lere neden yer vermedin?

K815: Çevre uzunluğunu sorduğu için verilen kenarları topladım.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K815'in 4. soruda şeklin çevresinin uzunluğunu bulurken verilmeyen kenarlara x atayabildiğini ifade etmiştir ancak soruyu çözerken bunların kullanılmadığı anlaşılmaktadır. İşlemi soruda verilen sayıların toplayarak tamamlamıştır. K815'in "Cebirsel ifadenin soruda verilen sayıların toplamı olduğunu düşünür." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. E602 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 4. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 34'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?  Bu kenarları toplayıp sonucu ulaşabilirim	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Her kenarı toplama yaparız
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $5 + 4 + 3 + = 12 \text{ CM}$ Her kenarı toplayıp sonucu buldum.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Bana göre başka sonuç yoktu

Şekil 34. E602'nin 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 34 incelendiğinde E602 soruda verilen şeklin çevresinin uzunluğunu bulurken verilmeyen kenarlara yıldız sembolü atadığı görülmektedir. Buraya kadar soruyu gayet iyi getiren E602'nin, bundan sonrası için sonuca giderken yıldız sembollerini işleme dahil etmediği görülmektedir.

Öğrenci ile yapılan görüşmede şeklin çevresini bulurken bilinmeyen kenarlara nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilmeyen kenar uzunluklarını nasıl belirledin?

E602: Soruda verilmediği için yıldız sembolü koydum.

Araştırmacı: Yaptığın çözümün doğru olduğunu düşünüyor musun?

E602: Evet verilen kenar uzunluklarını toplayarak çevresini buldum. Doğru bence.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E602'nin 4. soruda şeklin çevresinin uzunluğunu bulurken verilmeyen kenara yıldız sembolünü atadığı ancak işlemin sonucunu yaparken bu sembolü kullanmadığı ve soruda verilen sayıları toplayarak sonuca gittiği görülmektedir. E602'nin "Cebirsel ifadenin soruda verilen sayıların toplamı olduğunu düşünür." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. K613 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 4. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 35'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Problem'in 39 kenarını toplayacağız bilmeyenler iki kenarında x yazacağız	Çözüm planını nasıl yaparsınız? 3 kenarını toplayıp kalan 2 kenar bilmeyen kenarın x yazacağım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3 + 5 + 9 + x + x = 12x$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Sonucu buldum çok kolay bir sonuç elbette bulunur başka çözümleride vardır.

Şekil 35. K613'ün 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 35 incelendiğinde K613 soruda verilen şeklin çevresinin uzunluğunu hesaplarken, verilmeyen kenar için x yazmıştır. Soruyu güzel anlamış ve çözüm için gereken adımları yapmıştır ancak son basamakta cebirsel ifadelerde benzer olan terimleri doğru bir şekilde toplayamadığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede şeklin çevresini bulurken bilinmeyen kenarlara nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilmeyen kenar uzunluklarını nasıl belirledin?

K613: Verilmeyen kenarlara x dedim.

Araştırmacı: Peki bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K613: Verilenlerle verilmeyen x'leri toplayarak sonucu buldum. Doğrudur.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K613'ün 4. soruda şeklin çevresinin uzunluğunu çözümlerken verilmeyen kenar uzunluklarına x'i atadığı görülmüştür. Fakat bundan sonra sayılarla cebirsel ifadeleri toplarken benzer terimlerin doğru bir şekilde yazılamadığı görülmektedir. K613'ün "Cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken benzer terimleri toplayamama." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. K605 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 4. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 36'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Önce bilinenleri toplayım sonra bilinmeyenlerle toplayım	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Hepsinin birbirine toplayım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3+5+6=12+p+p$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet Bulduğum sonuç şeklin çevre uzunluğudur. Yoktur

Şekil 36. K605'in 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 36 incelendiğinde K605 soruda verilen şeklin çevresinin uzunluğunu bulmaya çalışırken bilinmeyen kenarlara p yazarak cebirsel ifadeyi kullanabilmiştir. Ardından çevre hesabı yaparken sayıları toplayabilmiş ancak değişkenleri toplayamadığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede şeklin çevresini bulurken bilinmeyen kenarlara nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilmeyen kenar uzunluklarını nasıl belirledin?

K605: Verilmeyen kenarlar uzunluklarına p dedim.

Araştırmacı: Peki bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K605: Bilinenlerle bilinmeyenleri toplayarak sonucu buldum. Doğru olabilir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K605'in 4. soruda şeklin çevresinin uzunluğunu bulurken verilmeyen kenar uzunluklarını p harfi ile yazdığı görülebilmektedir. Bu cebirsel ifadelerde istenen bir davranıştır ancak sorunun devamında benzer olan p'leri toplayamadığı için cebirsel ifadeyi en doğru haliyle yazamadığı görülmektedir. Dolayısıyla K605'in "Cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken benzer terimleri toplayamama." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmektedir. K612 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 4. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 37'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Bize şeklin iki tane boş kalan kısmını soruyor	Çözüm planını nasıl yaparsınız? ilk önce verilenleri toplay, bir değişken (Bilinmeyen) koyacağız
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $5 + 3 + 4 = 12$ $5 + 3 = 8 + 4 = 12$ $12 = x + x + x$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum, ilk boş çevresinin kaç olduğunu belirtiyordum Yoktur

Şekil 37. K612'nin 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 37 incelendiğinde K612 soruda verilen şekilde çevre hesabını yaparken cebirsel ifadeleri x ile kullanmıştır. Ayrıca bilinen kenar uzunluklarıyla verdiği x 'leri toplamaya çalışmıştır ancak en son adımda x 'leri kendi aralarında yani benzer terimleri toplayamadığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede şeklin çevresini bulurken bilinmeyen kenarlara nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilmeyen kenar uzunluklarını nasıl belirledin?

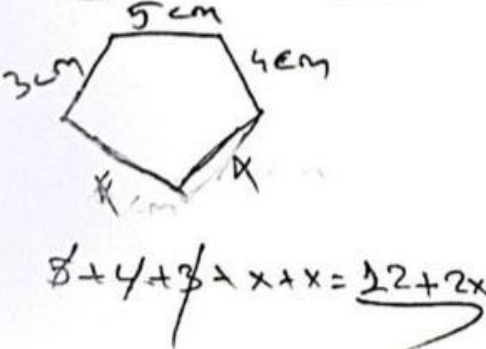
K612: Bilmediğim için onlara x dedim.

Araştırmacı: Peki bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K612: Bilinen ifadelerle bilinmeyenleri topladım. Doğrudur bence.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K612'nin 4. soru için gidiş yolunun doğru olduğu ancak cebirsel ifadelerde benzer terimleri toplayamadığı görülmüştür. Dolayısıyla K612'nin "Cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken benzer terimleri toplayamama." kavram yanılığına sahip olduğu görülmektedir.

E811 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 4. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 38'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Boş olan kenarlara x diyeyim çözümünü yaparım	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Kenarları cm'ler verilmiş iki yan boş o iki kenar da x denemem gerekiyor aynı kenarın uzunluğunu
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.  $5 + 4 + 3 + x + x = 22 + 2x$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Hayır.

Şekil 38. E811'in 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 38 incelendiğinde E811 4. soruda şeklin çevre hesabını yapabilmek için bilinmeyen kenarlara x demiş ve soruyu ayrıca görselleştirmiştir. Ardından bilinen ifadelerle bilinmeyen değişkenleri toplamış ve benzer terimleri de kendi aralarında toplayarak doğru sonuca ulaşmıştır. Öğrenci ile yapılan görüşmede şeklin çevresini bulurken bilinmeyen kenarlara nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilmeyen kenar uzunluklarını nasıl belirledin?

E811: Soruda bize verilmediği için kendim x dedim.

Araştırmacı: Peki bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

E811: Bilinen ifadelerle bilinmeyen x'leri topladım. Cevabım doğru olabilir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E811'in 4. soruda cebirsel ifadeleri düzgün bir şekilde atayabildiği ve benzer terimleri kendi aralarında doğru bir şekilde toplayabildiği görülmektedir. E707 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 4. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 39'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Şeklin çevresi kaçtır?	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Verilen çevre uzunluklarını toplayım ve bilinmeyenlerle toplayım
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3+5+4+m_2=12+m_2$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? buldum sonuç verilen şeklin çevre uzunluğunu veriyor

Şekil 39. E707'nin 2. Düzeye ilişkin dördüncü soruya verdiği cevap.

Şekil 39 incelendiğinde E707'nin 4. Soruda verilen şeklin çevresini bulabilmek için bilinmeyen kenarlar yerine m yazdığı ve sayılarla m'leri toplayabildiği görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede şeklin çevresini bulurken bilinmeyen kenarlara nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilmeyen kenar uzunluklarını nasıl belirledin?

E707: Kendim m dedim.

Araştırmacı: Peki bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

E707: Önce bilinenleri topladım ardından bilinmeyenleri topladım.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E707'nin 4. soruda ifadeyi doğru bir şekilde anlamlandırabildiği ve verilmeyen kenarlara m dediği görülmüştür. Alışlagelmişin dışında m2 diyerek 2 tane m'nin olduğunu ifade edebilmiştir. E707'nin soruyu doğru bir şekilde çözdüğü görülmektedir.

Yukarıda 6.,7. ve 8. sınıf öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formunun 4. sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarının ekran görüntüleri ve mülakatları paylaşılmıştır.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri-2 için öğrencilerde görülen kavram yanılgıları ise şöyle sıralanmıştır;

- Cebirsel ifadenin sonucunun soruda verilen sayıların toplamı olduğunu düşünür,

- Öğrenciler işlem önceliğine dikkat etmemektedir,
- Değişkenin soruda verilen bütün sayıların toplamı olduğunu düşünür,
- Cebirsel ifadelerde işlem yapılırken değişken dikkate alınmaz,
- Öğrenciler matematikte harflerin yeri olmadığına inanmaktadır,
- Cebirsel ifadenin değerinin soruda verilen bütün katsayı ve değerlerin toplamı olduğunu düşünür.
- Cebirsel ifadede verilen her işlem sonuç üretmek zorundadır,
- Harflerin matematikte anlamı yoktur,
- Cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken benzer terimleri toplayamama.

Düzyey-2 için öğrencilerde görülen kavram yanlışları yukarıda sıralanmıştır. Düzyey-1’de kavram yanlışısı yapan öğrencilerin Düzyey-2’de de buna devam ettiğı görölmektedir.

Üçüncü Cebirsel Düşünme Düzyeyine Ait Bulgular

Öğrencilere uygulanan Cebirsel Düşünme Düzyeyi Tespit Formunun beşinci ve altıncı sorusu 3. Cebirsel Düşünme Düzyeyine ait sorulardır. Öğrencilerin sorulara yazılı olarak verdikleri cevaplar ile mülakatta verdikleri cevaplar bu bölümde yer almaktadır. Öğrencilerin beşinci ve altıncı sorudaki anlama düzyeyleri, öğrenme durumları, kavram yanlışları ve cebirsel düşünme düzyeylerinin tespiti ele alınmıştır. Üçüncü düzyeye ait olan sorularda bilinmeyenlerin bulunduğu durumlarda verilen değere göre diğeryer bilinmeyeninin bulunması ve cebirsel ifadelerde benzer ve farklı terimlerin doğru bir şekilde bir araya getirilebilmesi istenmektedir. Üçüncü düzyeye ait olan beşinci soruda benzer terimlerin işleme sokulması ve benzer olmayan terimlerin düzygün yazılabilmesi istenmiştir. Harflerin birer değişken olarak algılanabilmesi gerekmektedir. Ayrıca bu düzyeye ait sorularda anlama düzyeyleri, kavram yanlışları, öğrenme durumları ve cebirsel düşünme düzyeylerinin tespiti ele alınmıştır. Öğrencilerin beşinci soruya verdiği cevaplar aşağıda açıklanmıştır. Cebirsel Düşünme Düzyeyi Tespit Formu 5. sorusu aşağıdaki Şekil 40’ta verilmiştir.

$$5) 8x - 6y - x = ?$$

Şekil 40. Cebirsel Düşünme Düzyeyi Tespit Formu beşinci sorusu.

Beşinci soruda öğrencilere ek olarak “Problemi kendi cümleinizle ifade edebilir misiniz?”, “Çözüm planını nasıl yaparsınız?”, “Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.” ve “Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?” soruları sorulmuştur.

Aşağıdaki Tablo 10'da öğrencilerin 5. soruya verdikleri cevaplara göre anlama düzeyleri gösterilmiştir.

Tablo 10. CDDTF Beşinci Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri

Sınıf Seviyesi	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
6. sınıf	%64	%33	%0	%0	%3
7. sınıf	%33	%33	%5	%5	%24
8. sınıf	%29	%32	%0	%7	%32

(6. sınıf için N=33, 7. sınıf için N=21, 8. sınıf için N=28)

5. soruya ait Tablo 10 incelendiğinde tam anlama düzeyinin en yüksek olduğu sınıf seviyesinin 8 olduğu, daha sonra %24 ile 7. sınıf öğrencileri olduğu ve en düşük tam anlama düzeyinin 6. sınıf öğrencilerinde olduğu görülmektedir. Soru sayısı arttıkça tam anlama düzeyinin azaldığı ve sınıf seviyelerinin sırasına göre dizildiği de görülüyor. 6. sınıf öğrencilerinin bu soruda kısmi anlamaları olmadığı en yüksek kısmi anlamamanın ise %7 ile 8. sınıflarda olduğu görülüyor. Bu soruda kavram yanılgısının bütün sınıf seviyelerinde %33 civarında olduğu ve birbirine çok yakın olduğu görülüyor. Soruyu anlayamama, boş bırakma düzeyinin en çok 6. sınıflarda %64 olduğu tablodan anlaşılmaktadır.

K807 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 5. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 41'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Şekiz iks eksi altı y eksi iks esittir. Soru isareti.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Önce soruyu işice anladım. Soru soruya odaklandım. Yani bilinmeyenleri bir araya bilinmeyenleri bir araya getirdim ve işlem yapıp cevabı buldum.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. İki $8x-6y-x$ diğer yan istek $8x-6y-x$ ile altının arasında eksi vardır ve $8x-6y-x$ ile $2xy$ bilinmeyenleri getirdim. $8x-6y-x=2xy-x$ $2xy$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? İki iks y eksi iks esittir. İki iks eksi eksi y anladım. Gelir. Evet vardır. $(2xy) - (2x-y) = 4x^2y$

Şekil 41. K807'in 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.

Şekil 41 incelendiğinde K807 soruda verilen cebirsel ifadeyi anlayamadığı, çözüm için doğru stratejiyi geliştiremediği görülmektedir. Benzer terimlerle benzer olmayan terimlerin karıştırıldığı ve 8. sınıf olduğu için soruda cebirsel ifadelerle ilgili farklı özelliklerin kullanılacağını düşündüğü görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede x ve y'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen x ve y ne anlama gelmektedir?

K807: Bilinmeyenler x ve y'dir.

Araştırmacı: Çözüm için bulduğunuz sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K807: Biraz karıştırdım emin değilim.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K807'nin 5. soruda benzer terimlerle doğru işlem yapamadığı ve öncelikle $8x$ 'ten $6y$ 'yi çıkarmaya çalıştığı ve $2xy$ bulduğu ardından da bu ifadede x i çıkarmaya çalıştığı ancak çarptığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla K807'nin "İki farklı değişkeni bir araya getiremem." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K606 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 5. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 42'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Çözüm 8 in Yanındaki x cevabını bulalım	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Bıyıcı çıkarıp ikse yazmak
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $\begin{array}{r} 8 \\ -6 \\ \hline 2 \end{array}$ $x=2$ dir	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? buldum, x'in cevabı anlamına geliyor.

Şekil 42. K606'nın 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.

Şekil 42 incelendiğinde K606 soruda verilen cebirsel ifadede benzer terimleri birbirinden çıkaramamış ve bir sonuç üretmek x'i bulmaya çalışmıştır. Öğrenci ile yapılan görüşmede x ve y'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen x ve y ne anlama gelmektedir?

K606: Değişkenleri söylemektedir.

Araştırmacı: Çözüm için bulduğunuz sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K606: 8'den 6'yı çıkararak x'i 2 buldum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K606'nın 5. soruda için benzer terimleri birbirinden çıkaramadığı ve x'in birden çok değeri olması gerektiğini bulamamış x'i soruda verilen 8 ve 6'dan çıkararak bir sonuç bulmaya çalışmıştır. Dolayısıyla K606'nın "Cebirsel ifadede verilen her işlem sonuç üretmek zorundadır." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K602 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 5. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 43'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Çıkartım sonucu yaptım	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Rakamlar çıkartım =2" sonuç
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $\begin{array}{r} 8 \\ -6 \\ \hline 2 \end{array}$ $8x - 6y - x = 2$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Sonucum = 2" Başka yoktu...

Şekil 43. K602'nin 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.

Şekil 43 incelendiğinde K602 soruda verilen cebirsel ifadede x ve y ile verilen ifadeleri anlamlandıramadığı ve bu ifadenin en sade halini bulamadığı görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede x ve y'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen x ve y ne anlama gelmektedir?

K602: Soruda verilen sayılardır.

Araştırmacı: Çözüm için bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K602: 8'den 6'yı çıkardım daha sonra x'i 2 buldum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K602'nin 5. soruda için cebirsel ifadelerde benzer terimlerin özelliklerini kavrayamadığı ve cebirsel ifadelerde bilinmeyenlerin katsayılara eşit olduğunu düşündüğü görülmektedir. Çıkarma işlemini yaparken değişkenleri yok saymıştır. Dolayısıyla K602'nin "Cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerinde değişkenlerin önemi yoktur." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K611 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 5. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 44'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? $8x - 6y - x$ değişkenlere 1 deşir işlem yap	Çözüm planını nasıl yaparsınız? değişkenlere bir deşir yaptım.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $8x - 6y - x$ $8.1 - 6.1 - 1$ $8 - 6 - 1$ $2 - 1 = 1$ 8.ve 1'i 6.ve 1 x.ve 1'i ayrarak işlem yaptım.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet. $6x - 6y - x$ cevaplar.

Şekil 44. K611'in 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.

Şekil 44 incelendiğinde K611 soruda verilen cebirsel ifadede bütün bilinmeyenler yerine 1 yazdığı ve harfleri bilinmeyen gibi algılamadığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede x ve y'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen x ve y ne anlama gelmektedir?

K611: Değişkenlerdir.

Araştırmacı: Çözüm için bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K611: Değişkenlerin yerine 1 yazarak çözümü yaptım ve sonucu 1 buldum. Doğru olabilir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K611'in 5. soruda için cebirsel ifadelerde bilinmeyenlere değer atadığı ve ona göre soruyu çözdüğü, değişkenlerin bir öneminin olmadığı soruyu kendince atadığı değere göre çözdüğü görülmüştür. Dolayısıyla K611'in "Cebirsel ifadelerde işlem yapılırken değişkenler dikkate alınmaz." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. E708 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 5. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 45'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Problemin bilinmeyenleri bulmamızı istiyor	agm olan bilinmeyenleri bir araya getiririm diğerlerini de bir araya.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?
$8x - 6y - x = ?$ $8x - x - 6y$ $(7x - 6y)$ $8x$ ile x 'i çıkartıp $6y$ yazdım	Evet buldum $8x$ ile x 'i çıkarttım. Bence yoktur.

Şekil 45. E708'in 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.

Şekil 45 incelendiğinde E708 soruda verilen cebirsel ifadede benzer terimlerle işlemleri gerçekleştirebildiği ve harfleri birer bilinmeyen olarak aldığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede x ve y'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen x ve y ne anlama gelmektedir?

E708: x ve y soruda verilen bilinmeyenlerdir yani değişkendirler.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

E708: $8x$ ile x benzer terimdir ve $8x$ 'ten x 'i çıkardım öncelikle sonra da yanına $6y$ 'yi yazarak sonucu buldum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E708'in 5. soruda cebirsel ifadelerdeki bilinmeyenleri değişken olarak anlamlandırdığı ve benzer terimlerle doğru bir şekilde işlemi gerçekteştirip sonuca gittiği görölmektedir. K710 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 5. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü şekil 46'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? $8x - 6y - x$ işleminin Sonucunu bulmamızı istiyor	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Benzer terimleri çıkartacağım $6y$ ile yine çıkartıp sonucu bulabilirim.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $8x - 6y - 1x = ?$ $8x - 1x = 7x - 6y$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne, anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum. Bilinmeyenlerin yerin bir hayvan sayısına göre bilme- diğimiz değişkeni bulmamız. Başka bir yolu yok.

şekil 46. K710'un 3. Düzeye ilişkin beşinci soruya verdiği cevap.

şekil 46 incelendiğinde K710 soruda verilen cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde anlayıp çözümü düzgün bir şekilde yazdığı görölmüştür. Cebirsel ifadelerde benzer terimleri kullanmayı ve bu bilinmeyenlerin birer değişken olduğunu anlamlandırmıştır. Öğrenci ile yapılan görüşmede x ve y'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen x ve y ne anlama gelmektedir?

K710: Soruda verilen x ve y cebirsel ifadelerdeki bilinmeyenlerdir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K710: Öncelikle benzer terimleri çıkardım ve yanlarına 6y'yi yazdım. Başka çözüm yolu aklıma gelmiyor.

Diyalog incelendiğinde K710'un 5. soruda bilinmeyenleri olduğu gibi bıraktığı ve benzer terimlerle benzer olmayan terimleri ayırt doğru bir şekilde ayırt edip sonucu bulduğu görülmüştür.

Yukarıda 6.,7. ve 8. sınıf öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formunun 5. sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarının ekran görüntüleri ve mülakatları paylaşılmıştır.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu 6. sorusu aşağıda incelenecektir. Bu soru Cebirsel Düşünme Düzeylerinin ikincisi olan Düzey-3'ün son sorusudur. Öğrencilerin sorulara yazılı olarak verdikleri cevaplar ile mülakatta verdikleri cevaplar bu bölümde yer almaktadır. Bu soruda öğrencilerden bilinmeyenlerin bulunduğu durumlarda verilen değere göre diğer bilinmeyen bulunması istenmektedir. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu 6. sorusu aşağıdaki Şekil 47'de verilmiştir.

$$6) \quad a + b = 20 \text{ ve } b < a \text{ ise } b = ?$$

Şekil 47. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu altıncı sorusu.

Altıncı soruda öğrencilere ek olarak “Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?”, “Çözüm planını nasıl yaparsınız?”, “Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.” ve “Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?” soruları sorulmuştur.

Aşağıdaki Tablo 11'de öğrencilerin 6. soruya verdikleri cevaplara göre anlama düzeyleri gösterilmiştir.

Tablo 11. *CDDTF Altıncı Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri*

Sınıf Seviyesi	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
6. sınıf	%61	%12	%27	%0	%0
7. sınıf	%29	%33	%38	%0	%0
8. sınıf	%39	%11	%39	%4	%7

(6. sınıf için N=33, 7. sınıf için N=21, 8. sınıf için N=28)

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit formunun 6. soruna ait Tablo 11 incelendiğinde 6. ve 7. sınıflarda tam anlama ve kısmi anlama yüzdelерinin hiç olmadığı görülüyor ve bu dikkat çekici bir durumdur.

Sadece 8. sınıf öğrencilerinin bu soruyu tam ve kısmi olarak anlayıp doğru çözebildiği görülmektedir. Tablo incelendiğinde kavram yanılgılarının en çok olduğu sınıf seviyesinin 7, en az olduğu sınıf seviyesinin ise 8 olduğu anlaşıyor. Sorunun en çok anlaşılamadığı ya da boş bırakıldığı sınıf seviyesi ise 6. sınıflar olarak karşımıza çıkmaktadır.

Cebirsel Düşünme Düzeylerinin 3.sünün incelendiği bu bölümde 6. ve 7. sınıftaki öğrencilerin büyük kısmının Düzey-3'e geçemediği görülüyor. Diğer seviyelere göre büyük düşüşün yaşandığı Düzey-3'te 8. sınıflar diğer sınıflara oranla daha iyi seviyeye sahip olduğu görülmektedir. 3. Cebirsel Düşünme Düzeyini sahip öğrenci sayısının sınıf seviyesi arttıkça arttığı görülmektedir. 8. sınıflar diğer sınıflara göre cebirsel ifadeleri daha uzun yıllar konu ve kazanımlarda işledikleri için bu durumun olması beklenen bir durumdur. Anlama düzeylerinin bu şekilde tablolar ve yüzdelерle açıklanması öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerini ortaya çıkarmaktadır.

K816 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 6. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 48'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Problem de a ve b'nin toplamı benim için ipucu ve $b < a$ ifadesi de benim için ipucu bunları kullanarak sonucu bulabilirim.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Toplamları 20 yapan sayıları bulurum. Bundan yola çıkarak cevabı bulmaya çalışırım.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $\begin{array}{r} b \\ a \end{array}$ 1+19 2+18 3+17 4+16 5+15 6+14 7+13 8+12 9+11 $b = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ olabilir.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Sonucu buldum. Başka çözüm yolu yok.

Şekil 48. K816'nın 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.

Şekil 48 incelendiğinde K816 soruda verilen ve bilinmeyen içeren ifadeyi mantıklı bir şekilde izah etmiş ve diğer bilinmeyenleri bulmaya çalışmıştır. Ancak soruda verilen cebirsel ifadenin herhangi bir kümeden olmamasına rağmen öğrencinin sadece doğal sayılar kümesinden sayıları seçtiği ve sonucu yaptığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b 'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

K816: Toplamı 20 olan bilinmeyenleri ifade etmektedir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K816: a ve b 'nin toplamında 20 olması ve b 'nin a 'dan küçük olması gereken durumları sıraladım ve b 'leri buldum. Doğru olduğunu düşünüyorum.

Araştırmacı: Peki $b = -2$ ve $a = 22$ olabilir mi?

K816: Bunu düşünmemiştim ama olabilir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K816'nın 6. soruda cebirsel ifadelerdeki bilinmeyenlerin yerine değerler atamayı ve b'nin a'dan küçük olabileceğini güzel bir şekilde analiz edebilmiş ancak b'nin ve a'nın değerlerinin sadece doğal sayılar kümesinde olabileceğini düşünmüştür. Dolayısıyla K816'nın "Öğrenciler harflerin sadece doğal sayılardan oluşabileceğine inanmaktadır." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. E808 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 6. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 49'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? b'nin değeri: kactır.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? b'ye a'dan küçük olacak şekilde herhangi bir değer verip işlem yaparım.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $a + b = 20$ $b < a$ $b = ?$ $a = 12$ $b = 8$ $\begin{array}{r} > 12 \\ + 8 \\ \hline 20 \end{array}$ b'ye her hangi bir değer verdim sonuç işleri yaparım.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? evet buldum. yani sonuç verildiği gibi sonuç kolay oluyor böylece yaptım.

Şekil 49. E808'in 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.

Şekil 49 incelendiğinde E808 soruda verilen ve bilinmeyenleri anladığı ve bunlara değerler ataması gerektiklerini yapmaya çalışmıştır. Ancak bu işlemde bilinmeyenlerin birden çok değer alabileceği ve bilinmeyenlerin sadece doğal sayılar kümesine ait olmadığı yanlış değerlendirildiği görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

E808: Topladığımız zaman 20 yapan sayılardır.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

E808: $a=12$ ve $b=8$ için toplamları 20 oluyor ve b 'de a 'dan küçük oluyor. Bence doğru yaptım.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E808'in 6. soruda cebirsel ifadedeki istenen bilinmeyenlere tek bir değer verdiği ve birden çok değer olabileceğini düşünmediği görülmektedir. Dolayısıyla E808'in "Öğrenciler her harfin sadece bir değere sahip olduğunu düşünmektedir." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K710 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 6. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 50'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? $a+b=20$ b sayısı a 'dan küçüktür. b sayısı kaçtır?	Çözüm planını nasıl yaparsınız? $a+b$ 'nin toplam 20'dir. a 'nın kaç olduğunu ve b 'nin kaç olduğunu bulacağım ve b a 'dan küçük olması lazım.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $a=11$ iken $b=9$ 'dur. $a=17$ iken $b=3$ 'dür. $a=18$ iken $b=2$ 'dir. $a=19$ iken $b=1$ 'dir. $a=20$ iken $b=0$ 'dır. $a=12$ iken $b=8$ 'dir. $a=15$ iken $b=5$ 'dir. $a=16$ iken $b=4$ 'dür.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum. a 'nın büyük olup b 'nin küçük olmasıdır. başka bir yolu yoktur. $b=9$ $b=8$ $b=1$ $b=0$ $b=5$ $b=4$ $b=3$ $b=2$

Şekil 50. K710'un 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.

Şekil 50 incelendiğinde K710 soruyu anlayabildiği ancak bilinmeyenlere sadece doğal sayılar gelebileceğini düşünmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b 'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

K710: Toplamları 20 olan iki terimdir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K710: a ve b'ye 20 yapacak şekilde değerler verdim tabi b'nin a'dan küçük olması şartıyla. Birçok değer buldum bence sonucum doğru olabilir.

Araştırmacı: $a = 22$ ve $b = -2$ olamaz mıydı?

K710: Olabilirdi ancak soruda böyle bir şey yazmadığı için negatif sayıları almadım.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K710'un 6. soruda a ve b'ye sadece doğal sayılarda değerler vermiştir. İşlemi sonuna kadar getirmiştir ancak doğal sayılardan başka değerlerinde olabileceğini kaçırmıştır. Dolayısıyla K710'un "Öğrenciler harflerin sadece doğal sayılardan oluşabileceğine inanmaktadır." özel kavram yanılgısıyla kısmi anlamaya sahip olduğu görülmüştür. K612 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 6. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 51'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Bize burda <u>B</u> değişkenini soruyor	Çözüm planını nasıl yaparsınız? ilk önce $a = 11$ yapıcım çünkü b'nin yerine bu soru sayı gelebilir.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $a = 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20$ $b = 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0$ Gelebilir	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum B'nin yerine gelebilecek sayılar, Yoktur, yoktur

Şekil 51. K612'nin 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.

Şekil 51 incelendiğinde K612 soru için yaptığı çözüm yollarının kesmen doğru olduğu ancak son basamağa geldiğinde bilinmeyenlere sadece doğal sayılar verdiği görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

K612: Bilinmeyenlerdir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K612: Öncelikle $a=11$ yaptım daha sonra b 'yi buldum, değerleri arttırarak sonucu buldum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K612'nin 6. sınıf olmasına rağmen çözüme çok yaklaştığı kendi sınıf seviyesinden ve cebirsel ifadeleri ilk defa bu sınıf seviyesinden gördüğünden ötürü doğal sayılardan farklı değer alabileceğini düşünmemiştir. Bu yüzden K612'nin "Öğrenciler harflerin sadece doğal sayılardan oluşabileceğine inanmaktadır." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K703 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 6. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 52'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
a yerine 15 b 'nin yerine 15 koydum topladım ve cevabı buldum	a b'den büyük olduğunu için $a=15$ $b=5$ dedim ve toplayıp b 'nin kaç olduğunu buldum
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?
$b=5$ $a=15$ $15+5=20$ $b=5$	evet sonucu buldum bulduğum sonuç, $b=5$ 'tir

Şekil 52. K703'ün 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.

Şekil 52 incelendiğinde K703'ün 6. soru için tek bir değer bulduğu ve bu şekilde sonucu bulduğu görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b 'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

K703: Değişkenlerdir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K703: a, b'den büyük olacağı için a yerine 15 dedim ve b'yi 5 buldum. Başka sonuçlar varsa bilmiyorum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K703'ün cebirsel ifade ile verilen duruma ilişkin sadece bir değer verebildiği görülmüştür. Verdiği değer doğru olsa da sorunun tamamını kapsamamaktadır. Bu yüzden K703'ün "Öğrenciler harflerin sadece bir değere sahip olduğunu düşünmektedir." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K808 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 6. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 53'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? $a+b=20$ $b < a$ a+b'nin değeri 20 ise ve b, a'dan küçük ise b'nin alabileceği değerleri bulalım.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? a+b'nin toplamı 20 ve b a'dan küçüktür. Buna göre b'nin alabileceği değerler.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $a+b=20$ ve $b < a$ ise $b=?$ b'nin alabileceği değerler çoktur. Bu yüzden bu sorunun çözümü yoktur.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? $a+b=20$ ve $b < a$ $b=?$ b'nin alabileceği değerler çok olduğu için çözümü yoktur. Farklı bir çözüm yolunun olduğunu düşünmüyordum.

Şekil 53. K808'in 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.

Şekil 53 incelendiğinde K808 6. soruda a ve b'nin çok fazla değer alabileceğini belirtmiş ve doğru ifadeyi kullanmıştır. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

K808: Topladığımız zaman 20'yi veren iki değişkendir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K808: a ve b birden çok fazla değere sahiptir. O yüzden çözümü yoktur. Çözümüm doğru olabilir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K808'in bilinmeyenleri kullanarak başka bir değişkeni bulmaya çalıştığı ve bunların sayısının çok fazla olduğunu belirterek doğru sonuca ulaşmıştır. K809 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 6. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 54'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Birde verileri kullanıp sonucu buluruz. Yani $a+b=20$ ve $b < a$ ise $b=?$ kullanıp buluruz.	Önce verileri ve verilmeyenleri kendi aralarında verilen işlemlerine göre işlem yaparız.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?
$a+b=20$ $b < a$ ise $b=?$ $\hookrightarrow$ adan düşünürsek. $b=1,2,3,4,5,6,7,8,9$ $-1,-2,-3,-4,-5,-6,-7,-8,-9$ Rasyonel olarak $b=-\frac{20}{2}$ $\Rightarrow \frac{60}{2} + \frac{-20}{2} = \frac{40}{2} = 20$ olabilir.	Sonucu Yakın. Cevabım $\Rightarrow 1,2,3,4,5,6,7,8,9,-1,-2,-3,-4,-5,-6,-7,-8,-9$ Başka değer almaz çünkü diğer değerler aya eşit ve adan büyük olur. Ama değer veremediği için rasyonel sayıda olabilir. Örneğin $\frac{15}{2} + \frac{25}{2} = \frac{40}{2} = 20$ Başka çözümü yok.

Şekil 54. K809'un 3. Düzeye ilişkin altıncı soruya verdiği cevap.

Şekil 54 incelendiğinde K809'un 6. Soruda tam ve istenilen çözümü yaptığı görülmektedir. a ve b'ye değerler vererek sonuca gitmeye çalışmış ve bu değerlerin doğal sayılardan farklı olarak rasyonel sayılar ve negatif sayılar olduğu görülmüştür. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

K809: a ve b topladığımız zaman 20 yapan sayılardır.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K809: a ve b'nin sonsuz sayıda değeri olabilir o yüzden sonucu yoktur. Doğal sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayılar sorunun çözümünde kullanılabilir. Çözümümün doğru olduğunu düşünüyorum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K809'un bilinmeyenleri kendi arasında değerler yardımıyla bulmaya çalıştığı ve bu işlem sırasında farklı tanım kümelerini kullandığı görülmektedir. K809'un soruyu doğru şekilde anladığı ve bu soruda istenen cebirsel ifadeyi kavradığı görülmektedir.

Yukarıda 6.,7. ve 8. sınıf öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formunun 6. sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarının ekran görüntüleri ve mülakatları paylaşılmıştır.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri-3 için öğrencilerde görülen kavram yanlışları ise şöyle sıralanmıştır;

- Cebirsel ifadelerde işlem yapılırken değişkenler dikkate alınmaz,
- Matematikte harflerin yeri olmadığına inanılmaktadır,
- Cebirsel ifadede verilen her işlem sonuç üretmek zorundadır,
- Benzer terimlerin bir araya getirilememesi,
- Toplama ve çıkarma işleminde değişkenlerin önemi yoktur,
- İki farklı değişkeni bir araya getirememe,
- 1 ve -1'i katsayı olarak kabul etmeme,
- Öğrenciler her harfin sadece bir değere sahip olduğunu düşünmektedir,
- Öğrenciler harflerin sadece doğal sayılardan oluşabileceğine inanmaktadırlar.

Düze-3 için öğrencilerin yaptığı kavram yanlışları incelendiğinde düzey arttıkça kavram yanlışlarının sayısı da azalıyor. Öğrencilerin bazıları soruları anlayamadığı ya da boş bıraktığı için kavram yanlışlarının azaldığı gözlenmiştir.

Dördüncü Cebirsel Düşünme Düzeyine Ait Bulgular

Öğrencilere uygulanan Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formunun yedinci ve sekizinci soruları 4. ve son Cebirsel Düşünme Düzeyine ait sorulardır. Öğrencilerin sorulara yazılı olarak verdikleri cevaplar ile mülakatta verdikleri cevaplar bu bölümde yer almaktadır. Dördüncü düzeye ait olan sorularda bilinmeyen içeren durumlarda benzer terimlerin bir araya getirilebilmesi, bilinmeyenle sayıların çarpılabilmesi, verilen değerlere göre diğer

bilinmeyenlerin bulunabilmesi içermektedir. Dördüncü düzeye ait olan sorular üçüncü düzeydeki soruların benzerleri olmakla beraber biraz daha karmaşık işlemlere sahiptirler. Ayrıca bu düzeye ait sorularda anlama düzeyleri, öğrenme durumları, kavram yanlışları ve cebirsel düşünme düzeylerinin tespiti ele alınmıştır. Öğrencilerin 7. soruya verdiği cevaplar aşağıda açıklanacaktır.

Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu 7. Sorusu aşağıdaki Şekil 55’te verilmiştir.

7) Tanesi 3 lira olan kalemelerden a tane, tanesi 8 lira olan kalemelerden b tane alan bir kişi toplamda kaç lira öder?

Şekil 55. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu yedinci sorusu.

Yedinci soruda öğrencilere ek olarak “Problemi kendi cümlelerinizle ifade edebilirsiniz?”, “Çözüm planınızı nasıl yaparsınız?”, “Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.” ve “Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?” soruları sorulmuştur.

Aşağıdaki Tablo 12’de öğrencilerin 7. soruya verdikleri cevaplara göre anlama düzeyleri gösterilmiştir.

Tablo 12. CDDTF Yedinci Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri

Sınıf Seviyesi	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
6. sınıf	%43	%24	%15	%3	%15
7. sınıf	%38	%29	%29	%0	%4
8. sınıf	%39	%22	%14	%0	%25

(6. sınıf için N=33, 7. sınıf için N=21, 8. sınıf için N=28)

7. soruya ait Tablo 12 incelendiğinde 6. sorudaki düşük tam anlama yüzdelерinin yükseldiği görülüyor. Bu soruda 6. sınıfların tam ve kısmi anlama düzeylerinin 7. Sınıfları geçtiği görülmektedir ve bu oldukça dikkat çekici bir durumdur. Kavram yanlışlarının en

yüksek olduğu sınıf seviyesi yine 7. sınıflardır. Tablodan anlaşıldığı üzere sorunun en yüksek anlaşılma oranı ise 6. sınıflardadır. 6. soruya göre 7. sorunun öğrenilme düzeyinin daha yüksek olduğu gözlenmiştir. 8. sınıfların tam anlama yüzdesi ise en yüksek çıkmıştır ve %25'tir.

E810 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 7. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 56'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? 3 lira olan kalemlerden a tane 2 lira olan kalemlerden b tane olan kişi kaç lira alır?	Çözüm planını nasıl yaparsınız? a'ya değer verdim b'ye de " "
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $\begin{matrix} 3 \cdot 2 = 6 \\ 2 \cdot 1 = 2 \end{matrix} = 6 + 2 = 8$ a'ya bir verdim b'ye de " "	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Yok

Şekil 56. E810'un 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.

Şekil 56 incelendiğinde E810 soruda bir cebirsel ifade durumuna ait ilişkiyi düzgün bir şekilde yazamadığı ve harfleri yok saydığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

E810: Değişkenlerdir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

E810: 1 tane kalem aldıklarında kaç lira ödeyecekleri buldum. Doğru olabilir olmaya da bilir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E810'un 7. soruda bilinmeyenlere değer vererek cebirsel ifadeyi çözmeye çalıştığı, bilinmeyenin yok sayılıp işlemi sonlandırdığı gözlenmektedir. Öğrencinin cevabından da anlaşılabileceği üzere E810'un "Öğrenciler matematikte harflerin yeri olmadığına inanmaktadır." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K814 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 7. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 57'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? Kışın toplamda Kaç liran ödemiş bulacağ-	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Soruda verilen harflerin neyin olduğunu bilmediğim için sadece soruda verilen sayıları kullanarak cevap buldum.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3+a, 8+b$ $3a+8b = 11ab$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Hayır

Şekil 57. K814'ün 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.

Şekil 57 incelendiğinde K814 soruda verilen cebirsel ifadeyi düzgün bir şekilde yazamadığı ve terimlerin toplayamadığı bunun yerine katsayıları toplayıp değişkenleri topladığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

K814: Harfler yani bilinmeyenlerdir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K814: Soruda verilen sayıları kullandım ve 11ab sonucunu buldum. Cevabımdan emin değilim.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K814'ün 7. soruda terimleri doğru bir şekilde oluşturamadığı ve daha sonra da cebirsel ifadelerde yanlış sonuç bulduğu görülmektedir. Öğrencinin cevabından da anlaşılacağı üzere K814'ün "Cebirsel ifadeyi yazarken terimler çarpılır, katsayılar toplanır kavram yanılışına sahiptir." kavram yanılışına sahip olduğu görülmüştür. Aynı kavram yanılışına sahip olan ilgili E615'in cevap kağıdına ait ekran görüntüsü Şekil 58 aşağıdaki gibidir;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? carpacağız	Çözüm planını nasıl yaparsınız? 3 ile a carpacağız 8 ile b carpacağız sonra cevapları toplarız
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3 \times a = 3a$ $8 \times b = 8b$ $11ab$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? yok

Şekil 58. E615'in 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.

Görüldüğü gibi E615'te "Cebirsel ifadeyi yazarken terimler çarpılır, katsayılar toplanır kavram yanılgısına sahiptir." kavram yanılgısına sahiptir. K701 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 7. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 59'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? 3 lira olan a kalem 8 lira olan b kalem?	Çözüm planını nasıl yaparsınız? a ve b bulacağım ve kaç lira ödediğimi bulacağım.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3 \cdot a = 3a$ $8 \cdot b = 8b$ Sonucun açıklaması: Bilinmeyenle liralara çarptım sonucu buldum	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum a ve b kaç kalem olduğunu Hayır başka çözüm yolları artık yoktur.

Şekil 59. K701'in 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.

Şekil 59 incelendiğinde K701 soruda verilen cebirsel ifadeyi kısmen de olsa anlayabildiği, $3a$ ve $8b$ 'yi düzgün bir şekilde yazabildiği ancak iki farklı terimi bir araya getiremediği görülmektedir Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

K701: a 3 lira olan kalem sayısı, b ise 8 lira olan kalem sayısı.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K701: Bilinmeyenlerle liralara çarparak sonuca gitmeye çalıştım.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K701'in 7. soruda cebirsel ifadeleri anlamlandırabildiği ancak sonuca giderken iki farklı terimin bir araya getiremediği görülmüştür. Bilinmeyenlerin kalemelerin adetleri olduğunu algılamıştır ancak soruyu nihayetine kavuşturamamıştır. Öğrencinin cevabından da anlaşılacağı üzere K701'in "İki farklı değişkeni bir araya getiremem." kavram yanlışlığına sahip olduğu görülmüştür. E610

öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 7. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 60'ta sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? İşareti 3 Lira olan bir kalemın başka bir kalemın a olan işareti 8 Lira olan bir kalemın lirası	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Bir cebirsel cebirsel toplama
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3+8=11$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? $3+8=11$

Şekil 60. E610'in 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.

Şekil 60 incelendiğinde E610 soruda verilen cebirsel ifadeyi istenildiği gibi yazamadığı görülmektedir Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

E610: Cebirsel ifadedir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

E610: Verilen sayıları toplayarak buldum.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E610'in 7. soruda cebirsel ifadeleri gerektiği gibi anlayamadığı ve sorunun çözümü için doğru çözüm yolunu yapamadığı görülmektedir. Sayılarla bilinmeyenleri anlamlandıramadığı görülüyor. Öğrencinin cevabından da anlaşılacağı üzere E610'un "Cebirsel ifadenin soruda verilen bütün sayıların toplamı olduğunu düşünür." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür.

K804 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 7. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 61'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? tanesi 3 Lira olan kaleminden a tane, tanesi 8 Lira olan kaleminden b tane alın bir kişi toplam kaç lira öder.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? 3 lira olan kaleminden a tane alınmış, 8 lira olan kaleminden b tane alınmış. Yani ben bunu cebirsel ifade olarak yazmalıyım ve işlem yapıyorsa işlem yapıp cevabı bulurum.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3 \cdot a = 3a$ $8 \cdot b = 8b$ $3a + 8b$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet. Sonucu buldum. Başka bir yoldan gözüküyor. İni düşünmüyorum.

Şekil 61. K804'ün 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.

Şekil 61 incelendiğinde K804 soruda verilen cebirsel ifadeyi doğru bir şekilde anlayıp çözüme uygun adımları gerçekleştirip farklı değişkenlere sahip terimleri toplayabildiği görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

K804: 3 lira olan kalemlerin sayısı a imiş, 8 lira olan kalemlerin sayısı b imiş.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K804: 3 ile a'yı çarpıp 3a buldum sonra da 8 ile b'yi çarpıp 8b buldum sonra da bunları toplayıp 3a+8b buldum. Çözümüm doğrudur bence.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K804'ün 7. soruda cebirsel ifadeleri yazabilmeyi ve farklı terimleri bir araya getirebilmeyi anladığı gözlenmiştir. Öğrencinin cevabından da anlaşılacağı üzere soruyu doğru olarak anlamlandırıp çözebildiği görülmektedir.

E604 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 7. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 62'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlelerle ifade edebilir misiniz? 1 tane 3 liralık olan kalemlerden 3 tane almış 8 liralık olan kalemlerden 6 tane almıştır buna göre kaç lira öder.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? 3a ile 8b yi toplarım ama önce 3 ile a'yı çarpıyorum b ile 8 çarpıyorum ve sonra çarpıyorum
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $3a + 8b = \dots$ işlem böyle kalır	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? $3a + 8b$ bence başka yolu yok

Şekil 62. E604'ün 4. Düzeye ilişkin yedinci soruya verdiği cevap.

Şekil 62 incelendiğinde E604 soruda verilen cebirsel ifadeyi 6. Sınıf olmasına rağmen doğru bir şekilde anlayıp uygun çözümü yapabildiği görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede a ve b'ye nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?

E604: Sorudaki kalemlerin adetleridir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

E604: Önce 3 ile a'yı çarptım sonra 8 ile b'yi çarptım sonra da toplayarak sonucu buldum.

Diyalog incelendiğinde E604'ün 7. soruda cebirsel ifadeleri doğru ve düzgün bir şekilde kurabildiği ve farklı bilinmeyenleri bir araya getirebildiği görülmektedir. 6. sınıf olmasına rağmen soruyu doğru çözmesi cebirsel düşünme düzeyinin yüksek olduğunu göstermektedir. Öğrencinin cevabından da anlaşılacağı üzere soruyu doğru olarak anlamlandırıp çözebildiği görülmektedir.

Yukarıda 6.,7. ve 8. sınıf öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formunun 7. sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarının ekran görüntüleri ve mülakatları paylaşılmıştır.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu 8. sorusu aşağıda incelenecektir. Bu soru Cebirsel Düşünme Düzeylerinin sonuncusu olan Düzey-4'ün son sorusudur. Öğrencilerin sorulara yazılı olarak verdikleri cevaplar ile mülakatta verdikleri cevaplar bu bölümde yer almaktadır. Bu soruda öğrencilerden bilinmeyenlerin bulunduğu durumlarda verilen ifadeye göre diğer bilinmeyenlerin bulunması daha karmaşık şekilde istenmektedir. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu 8. sorusu aşağıdaki Şekil 63'te verilmiştir.

8) 8.a ve a+8 sayılarından hangisi daha büyüktür?

Şekil 63. Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu sekizinci sorusu.

Sekizinci soruda öğrencilere ek olarak “Problemi kendi cümleinizle ifade edebilir misiniz?”, “Çözüm planını nasıl yaparsınız?”, “Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.” ve “Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?” soruları sorulmuştur.

Aşağıdaki Tablo 13'te öğrencilerin 8. soruya verdikleri cevaplara göre anlama düzeyleri gösterilmiştir.

Tablo 13. CDDTF Sekizinci Sorusuna Ait Anlama Düzeylerinin Yüzdeleri

Sınıf Seviyesi	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
6. sınıf	%64	%36	%0	%0	%0
7. sınıf	%71	%24	%0	%5	%0
8. sınıf	%50	%32	%10	%4	%4

(6. sınıf için N=33, 7. sınıf için N=21, 8. sınıf için N=28)

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit formunun 8. soruna ait Tablo 13 incelendiğinde 6. sınıfların tam bu soruya ait kısmi ve tam anlama gerçekleştiremedikleri, 7. Sınıfların ise %5

oranında kısmi anlama gösterebildikleri görülmektedir. 8. sınıfların ise %4'er kısmi ve tam anlama gerçekleştirebildikleri gözlenmiştir. Anlamama durumunun fazla olduğu sınıf seviyesi %71 ile 7. sınıflar olarak karşımıza çıkmaktadır. Kavram yanlışlarının en fazla görüldüğü sınıf seviyesi ise %36 ile 6. sınıflardır.

4. Düzeyin son sorusuna ait veriler incelendiğinde son seviyeye kadar gelebilen öğrenci sayısının çok az olduğu ve bunların neredeyse tamamının 8.sınıflar olduğu anlaşılmaktadır. 8. sınıfların diğer sınıflardan daha fazla süre cebirsel ifadelerle içli dışlı olması, en yüksek seviyeye çıkan öğrencilerin de 8. sınıflar olmasını destekler niteliktedir. Dördüncü düzeydeki ortalamalara baktığımızda tam anlama düzeylerinin en fazla %15 ile 8.sınıflarda, ardından %7 ile 6. sınıflarda ve en düşük tam anlama seviyesinin ise %2 ile 7. sınıflarda olduğu görülmektedir. Anlama düzeylerinin bu şekilde tablolar ve yüzdelere ifade edilmesiyle beraber öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeyleri ortaya çıkarılmaktadır.

K808 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 8. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 64'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? 8.a ve a+8 birer kare ve diğeri kareli işlem olmak üzere hangisinin daha büyük olduğunu bulalım.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? 8.a ve a+8 arasındaki işlemleri yapıp hangisinin daha büyük olduğunu bulalım.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. 8.a ve a+8 8.a = a yerine 1 değeri verelim 8.1 = 8 8+a = a yerine 1 değeri verelim. 8+1 = 9 $8.a < a+8$	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Sonuç = $8.a < a+8$ Farklı bir çözüm yolu hatırlamıyorum.

Şekil 64. K808'in 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.

Şekil 64 incelendiğinde K808'nin 8. soruda bir cebirsel ifadeye tek bir değer vererek bütün sonuca genellediği görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede 8.a ve $8+a$ 'ya nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen 8.a ve $8+a$ ne anlama gelmektedir?

K808: Birinde değişkeni a ile çarpmak diğerinde a ile toplamak demektir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K808: Evet doğru olduğunu düşünüyorum a yerine 1 yazarak toplama işleminin olduğu terimi daha büyük buldum.

Araştırmacı: 1'den başka değer verebilir miydin?

K808: Evet verilebilirdi ancak sonucun değişeceğini sanmıyorum.

Araştırmacı: Peki 2 verdiğimizizi düşünseydik sonuç nasıl olurdu?

K808: 2 verirsek bu sefer çarpma işleminin olduğu durum büyük oluyormuş. Hiç aklıma gelmemişti başka değeri vermek.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K808'in 8. soruda değişkenlere tek bir değer atadığı ve işlemi onun üzerine genellediği görülmektedir. Mülakatta öğrenciye farklı değerler hatırlatıldığında kafasında soru işaretlerinin olduğu anlaşılmaktadır. Öğrencinin cevabından da anlaşılabileceği üzere K808'in "Değişkene verilen bir değeri cebirsel ifadenin sonucuna genelleme." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. E810 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 8. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 65'te sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? 8.a mı büyük a+8 Sakınmı?	Çözüm planını nasıl yaparsınız? a'ya değer veririm
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $8.1=8$ yada $8.2=16$ $1+8=9$ $2+8=10$ a yani 8.a daha büyük	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Yol

Şekil 65. E810'un 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.

Şekil 65 incelendiğinde E810'un 8. soruda verilen ifadeye iki tane değer verdiği görülmektedir. İki tane değer ile yaptığı çıkarımlarda değeri büyük olanın sonucunu doğru bulduğu görülmektedir. Halbuki 1 verdiği zaman toplam büyük çıkarken 2 verdiği zaman çarpım büyük çıktığını yazmıştır ancak bunu fark edememiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede $8.a$ ve $8+a$ 'ya nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen $8.a$ ve $8+a$ ne anlama gelmektedir?

E810: Aynı sayının toplamı ile çarpımıdır.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

E810: a yerine 1 ve 2 verdim ve $8a$ 'nın daha büyük olduğunu buldum.

Araştırmacı: $8a$ 'yı neye göre büyük buldun?

E810: Çarptığımda sonuç daha büyük çıkıyor.

Araştırmacı: Peki $a=1$ olduğunda hangisi daha büyük çıkmıştır.

E810: a yerine 1 yazdığımız zaman toplam daha büyük çıkmıştır.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E810'un 8. soruda verilen ifadeleri değer vererek bulmaya çalışırken aslında kendi verdiği değerlerle bulduğu sonucun çeliştiğini fark etmiştir. Öğrencinin cevabından da anlaşılabacağı üzere E810'un "Bilinmeyen farklı değerlerine göre sonucu kıyaslayamama." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K816 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 8. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 66'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? a yerine bir sayı verip sonucu bakabilirim.	Çözüm planını nasıl yaparsınız? Sonucu bulmak için verdiğim a değerini değiştirerek sonucunun kesin olduğunu kontrol etmeliyim.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. $a=1$ $8 \cdot 1 = 8$ $8+1=9$ bu sonuca $a+8$ daha büyük oldu $a=2$ $8 \cdot 2 = 16$ $8+2=10$ bu sonuca $a+8$ daha büyük olmuş oldu. Sonucu değişkenlik gösterebilir.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Sonucu buldum. Sonuç kesinlik göstermez. Değişebilir.

Şekil 66. K816'nın 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.

Şekil 66 incelendiğinde K816'nın 8. soruda verilen ifadeye 2 tane değer vererek sonucun değişkenlik gösterebileceğini ifade etmiştir. Soruya yaklaşımı ve bakış açısı iyi olan K816'nın daha fazla değer vermediği sadece 2 tane değer ile sınırlandırdığı görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede $8 \cdot a$ ve $8+a$ 'ya nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen $8 \cdot a$ ve $8+a$ ne anlama gelmektedir?

K816: Değişkenlerin 8 ile toplanıp çarpılası olarak düşündüm.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K816: a yerine 1 ve 2 değerlerini vererek sonucun değişkenlik gösterebileceğini düşündüm.

Araştırmacı: Soncun değişkenlik göstermesi ne demek?

K816: Verilen değere göre büyüktür küçüktür işaretinin değişmesi demek.

Araştırmacı: Peki sen neden sadece 2 tane değer verdin?

K816: Çözüm için 2 değer yeterli olabileceğini düşündüm.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K816'nın 8. soruda 2 farklı değer vererek soruyu çözmeye çalıştığı, gidiş yolunun ve çözümün kısmen doğru olduğu ancak değişkenin aldığı değerlerin sınırlı olduğunu düşündüğü görülmüştür. Öğrencinin cevabından da anlaşılabileceği üzere K816'nın "Değişkenlerin aldığı değerlerin sınırlı olduğunu düşünür." kavram yanlışlığına sahip olduğu görülmüştür. K710 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 8. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 67'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? 8.a ve a+8 sayılarından hangisi büyük olduğunu söylüyor	Çözüm planını nasıl yaparsınız? 8.a çıkarırım a+8'i toplarım a değişkenin yerine bir rakam koyarım sonucu büyük olanı en büyük olarak alırım.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. 8.1=8 8.2=16 1+8=9 2+8=10 (8.a) → daha büyüktür.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? Evet buldum. a değişkenin yerine bir sayı koyarsak yaptığımızda da en büyük olanı için 8.a daha büyüktür. a=2 8.2=16 > 2+8=10 a=3 8.3=24 > 3+8=11 a=4 8.4=32 > 4+8=12 a=5 8.5=40 > 5+8=13 8.a > a+8 Ama a=2 ve 2'den büyük olması gerek. Bu sonuca çıkarırsak gerek.

Şekil 67. K710'un 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.

Şekil 67 incelendiğinde K710'un 8. soruda verilen ifadeye birden çok değer vermiş ve bu değerlerden hangilerinin genellemeyi sağlamayacağını da altta belirtmiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede 8.a ve 8+a'ya nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen 8.a ve 8+a ne anlama gelmektedir?

K710: Bilmediğim sayıları ifade etmektedir. 8 katıyla 8 fazlasıdır.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K710: a yerine birden çok sayı değeri verdim ve 2 ve 2'den büyük olduğu durumlarda 8a'nın daha büyük olduğunu buldum.

Araştırmacı: O zaman bu genelleme 1 için geçerli değil öyle mi?

K710: Evet 1 için geçerli değildir.

Araştırmacı: Peki negatif sayıları değer olarak verebilir miyiz? Hiç düşündün mü?

K710: Hayır düşünmedim 1'den büyük sayıları değer olarak verdim.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K710'un 8. Soruda 1'den büyük değerleri verdiği ve kendi çözümündeki istisnaları belirlediği görülmüştür. Buraya kadar iyi getirdiği soruda negatif sayıları, rasyonel sayıları düşünmediği sadece doğal sayıları aldığı görülmektedir. Öğrencinin cevabından da anlaşılacağı üzere K710'un "Öğrenciler harflerin sadece doğal sayılardan oluşabileceğine inanmaktadır." özel kavram yanılgısıyla kısmi anlamaya sahip olduğu görülmüştür. E604 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 8. soruya verdiği yanıtta ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 68'de sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz? 8.a çarpılıyor a+8 toplamı yor bular dan hangisi daha büyüktür	Çözüm planını nasıl yaparsınız? 8-a yı çarpıyorum a+8 i toplarım hangisi daha büyüktür
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız. 8.a=8a çarpımı daha büyüktür çünkü kat kat büyüyor	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir? çarpımı daha büyüktür çünkü kat kat büyüyor yani 8.a

Şekil 68. E604'ün 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.

Şekil 68 incelendiğinde E604'ün 8. sorusu incelendiğinde değer vermek yerine direk çarpmanın işlemleri büyüttüğünü söylemiştir. Öğrenci ile yapılan görüşmede 8.a ve 8+a'ya nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen 8.a ve 8+a ne anlama gelmektedir?

E604: Değişkenlerle bilinen sayıların toplamıdır.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

E604: Çarpma işlemleri kat kat büyüttüğü için daha büyüktür. Sonucum doğru olabilir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde E604'ün 8. Soruda sadece çarpmanın özelliğini belirttiği, değişkenlere değer vererek denemediği görülmektedir. Öğrencinin cevabından da anlaşılacağı üzere E604'ün "Cebirsel ifadelerde çarpmanın her zaman sonucu büyüteceğine inanmaktadır." kavram yanılgısına sahip olduğu görülmüştür. K809 öğrencisinin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna ait 8. soruya verdiği yanıtı ait kâğıttan ekran görüntüsü Şekil 69'da sunulmuştur;

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Verilen işlemi yapacağız yani 8-a mı daha büyüktür yoksa a+8 mi?	İşlemleri karşılaştırıp hangisinin daha büyük olacağını bulacağız.
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?
8-a ve a+8 örneğin a=1 ise 8-a a+8'den küçük olur. Ama 1 yerine başka değer alacak 8-a a+8'den büyük olur. Eğer a'ya negatif değer verilirse örneğin -1 8-(-1)=8, -1+8=7 a+8 daha büyük olur.	Sonucu yoktu. Hangisinin daha büyük olabileceği a'ya verilen değere göre değişiklik gösterir. Ama eğer negatif değer veriliyorsa a+8 hep 8-a'dan büyük olur. Pozitif değer veriliyorsa eğer a ≠ 1 hariç 8-a hep a+8'den büyük olur.

Şekil 69. K809'un 4. Düzeye ilişkin sekizinci soruya verdiği cevap.

Şekil 69 incelendiğinde K809'un 8. soruya verdiği cevap incelendiğinde birden çok tanım kümesine ait değerler vererek sonuca gitmeye çalıştığı ve doğru yolu kullandığı

görülmektedir. Öğrenci ile yapılan görüşmede $8.a$ ve $8+a$ 'ya nasıl bir anlam yüklediği açıklanmıştır.

Araştırmacı: Soruda verilen $8.a$ ve $8+a$ ne anlama gelmektedir?

K809: a değişkeninin 8 ile çarpımı ve 8 ile toplamının cebirsel ifadelerle gösterilmiş halidir.

Araştırmacı: Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun?

K809: Çözüm için önce 1'i verdim daha sonra farklı değerleri verdim ve değerler değiştikçe sonucun değiştiğini gördüm. Negatif ve rasyonel sayılara göre sonucun değişebileceğini gördüm. Cevabım doğru olabilir.

Yukarıdaki diyalog incelendiğinde K809'un 8. soruda uyguladığı çözüm yolu ve stratejisi 4. düzeye ait beklenen akıl yürütmelerden biridir. Soruyu düzgün bir şekilde anlamış ve doğru bir şekilde çözerek sonuca ulaşmıştır. Öğrencinin cevabından da anlaşılacağı üzere K809 son soruya da doğru cevap verdiği ve 4. Düzeye ait olduğu görülmüştür.

Yukarıda 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formunun 8. sorusuna verdikleri cevaplardan bazılarının ekran görüntüleri ve mülakatları paylaşılmıştır.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri 4 için öğrencilerde görülen kavram yanılgıları ise şöyle sıralanmıştır;

- Öğrenciler matematikte harflerin yeri olmadığına inanmaktadır,
- Cebirsel ifadenin soruda verilen bütün sayıların toplamı olduğunu düşünür,
- Cebirsel ifadelerde toplama işleminde değişkenlerin önemi yoktur,
- İki farklı değişkenin bir araya getirilememesi,
- Cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken, terimler çarpılır katsayılar toplanır,
- Cebirsel ifadelerde işlem yaparken değişken dikkate alınmaz,
- Bilinmeyen farklı değerlerine göre sonucu kıyaslayamama,
- Cebirsel ifadelerde çarpmanın her zaman sonucu büyüteceğine inanmaktadır,
- Değişkenlerin aldığı değerlerin sınırlı olduğunu düşünür,
- Değişkene verilen bir değeri cebirsel ifadenin sonucuna genelleme,
- Öğrenciler her harfin sadece bir değere sahip olduğunu düşünmektedir,

- Öğrenciler harflerin sadece doğal sayılardan oluşabileceğine inanmaktadır,

Düzyey-4 için öğrencilerin yaptığı kavram yanlışları yukarıda görüldüğü gibi sayısal oldukça fazladır. Bu konuda öğrencilerle yapılan mülakatlar ve Cebirsel düşünme düzeyi tespit formu incelendiğinde bazı öğrencileri soruları çözerken rastgele işlemler yapmaya çalıştığı, sonuca gidebilmek için her yolu her işlemi deneyerek sayısal değerler bulmaya çalıştıkları, çok ihtimalli düşünmedikleri görülmektedir.

Sınıf seviyelerine göre öğrencilerin soruları anlama düzeyleri ayrı aşağıdaki tablolarda gösterilecektir. Aşağıdaki Tablo 14 ile 6. Sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri tespit formu bütün soruların anlama düzeyleri tek tablo ile verilmiştir.

Tablo 14. *Altıncı Sınıf Öğrencilerinin CDDTF Sorularını Anlama Düzeyleri*

Soru No	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
1.	%21	%27	%6	%12	%34
2.	%18	%21	%12	%18	%31
3.	%27	%15	%15	%9	%34
4.	%31	%18	%21	%18	%12
5.	%64	%33	%0	%0	%3
6.	%61	%12	%27	%0	%0
7.	%43	%24	%15	%3	%15
8.	%64	%36	%0	%0	%0
Ortalama	%41	%23	%12	%8	%16

6. sınıfta 33 öğrenciye uygulanan CDDTF’de ki soruların anlama düzeyleri tek bir tabloda verilmeye çalışılmıştır. Buradan da anlaşılacağı üzere 6. sınıftaki öğrencilerin anlamama ve kavram yanlışlarının yüksek olduğu kısmi anlama ve tam anlama yüzdelerinin %8 ve %16 görülmektedir. İlk üç sorunun yüzdeleri yüksek çıkarken sonrasındaki sorularda bu oran düşmüştür. 7. sorudaki %15’lik oran dikkat çekmektedir. Ortalamalar incelendiğinde en yüksek ortalamanın %41 ile anlamama düzeyinde olduğu, ardından %23 ile Kavram

Yanılgılarını izlediğini ve en düşük yüzdenin ise kısmi anlamada %8 ile olduğunu görüyoruz. 8. Soru öğrenciler için sadece anlamama ve kavram yanılgısından oluşmaktadır. Bunun sebeplerinden birisi öğrencilerin doğal sayı kümesinden başka kümeleri düşünmekte zorlanmalarıdır.

Aşağıdaki Tablo 15 ile 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri tespit formu bütün soruların anlama düzeyleri tek tablo ile verilmiştir.

Tablo 15. *Yedinci Sınıf Öğrencilerinin CDDTF Sorularını Anlama Düzeyleri*

Soru No	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
1.	%10	%33	%0	%0	%57
2.	%5	%9	%5	%19	%62
3.	%5	%9	%5	%38	%43
4.	%29	%19	%19	%9	%24
5.	%33	%33	%5	%5	%24
6.	%29	%33	%38	%0	%0
7.	%38	%29	%29	%0	%4
8.	%71	%24	%0	%5	%0
Ortalama	%28	%24	%13	%9	%26

7. sınıfta giden 21 öğrenciye uygulanan CDDTF ile öğrencilerin cebirsel ilişkileri, cebirsel düşünmeleri anlama düzeyleri ve bununla beraber cebirsel düşünme düzeyleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Tablo 15'ten de anlaşılacağı üzere 7. sınıf öğrencilerinin ilk 3 soruda tam anlama düzeyleri yüksek çıkmıştır, ardından ise düşmeye başlayan düzeyler 8. soruda %0 olmaktadır. Öğrencilerin genel kavram yanılgılarının oranları %24 ve anlamama düzeyleri %28 olarak karşımıza çıkıyor. 6. Sorudaki tam anlama ve kısmi anlamanın %0 çıkması dikkat çekicidir. Ortalamalar incelendiğinde en yüksek ortalamanın anlamama seviyesinde %28 ile olduğunu, en düşük ortalamanın ise %9 ile kısmi anlamada olduğunu görüyoruz. 6. Soruda hiçbir öğrencinin ne tam anlama ne de kısmi anlama gerçekleştirememesi oldukça dikkat

çekicidir. Tam anlama seviyesinin sorular ilerledikçe düşmesi öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin de azaldığını göstermektedir.

Aşağıdaki Tablo 16 ile 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri tespit formu bütün soruların anlama düzeyleri tek tablo ile verilmiştir.

Tablo 16. Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin CDDTF Sorularını Anlama Düzeyleri

Soru No	Anlamama	Kavram Yanılgısı	Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	Kısmi Anlama	Tam Anlama
1.	%28	%25	%11	%0	%36
2.	%21	%18	%11	%14	%36
3.	%28	%18	%4	%7	%43
4.	%36	%14	%11	%0	%39
5.	%29	%32	%0	%7	%32
6.	%39	%11	%39	%4	%7
7.	%39	%22	%14	%0	%25
8.	%50	%32	%10	%4	%4
Ort.	%34	%21	%12	%5	%28

Ortaokul kademesinin son sınıfı olan 8’lerde cebirsel düşünme düzeylerinin ve anlama düzeylerinin kısmen de olsa daha yüksek olduğunu görebiliyoruz. 28 öğrenciye uygulanan CDDTF’nin tabloda incelemesi yapılmıştır. Görüldüğü gibi 6. ve 8. sorulardaki tam anlama yüzdeleri en düşükken kısmi anlamada 7. soru %0’dır. Ortalama olarak baktığımızda 8. sınıfların en yüksek çıkan ortalaması %34 ile anlamamadır. Ardından en yüksek yüzde tam anlamada ve kavram yanılgılarının %21 olduğu görülmektedir. 8. sınıf öğrencilerinin öğrenme düzeylerinin diğerlerinden yüksek olması beklenen bir durumdur. Bu sınıf düzeyinin diğer sınıflara göre seviyesinin kısmen yüksek olmasının sebebi cebirsel ifadeler konusunu diğer sınıf öğrencilere göre daha uzun süreler görmesi olarak söylenebilir. 8. sınıflarda ayrıca ortalamaya bakıldığında anlamama ve kavram yanılgılarının toplamının %55 olması düşündürücü bir sonuçtur.

Ayrıca aşağıdaki Tablo 17’de Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu yapılan 82 öğrencinin düzeyleri yüzdelerle verilmiştir.

Tablo 17. Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Sınıf Seviyelerine Göre Dağılımı

CDD	Sınıf	Düzey 0		Düzey 1		Düzey 2		Düzey 3		Düzey 4		Toplam
		f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f
	6	18	55	8	24	6	18	1	3	0	0	31
Sınıf	7	7	33	7	33	5	24	2	10	0	0	21
	8	14	50	2	7	4	14	5	18	3	11	28
Toplam		39	46	17	21	15	19	8	10	3	4	82

Tablo 17 incelendiğinde öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeyleri görülmektedir. Bu düzeylere ilişkin öğrencilerin yarıya yakınının 0. düzeyde olduğu görülmektedir. 1. Düzeye gelebilen öğrencilerin toplam sayısının 17 olduğu ve yüzde olarak en fazla 7. sınıflarda 1. Düzey öğrenciler bulunduğu anlaşılmaktadır. 2. Düzeye ulaşabilen öğrencilerin sayısının 15 olduğu ve bu düzeye ulaşabilenlerin yüzde olarak en fazla 7. sınıflarda olduğu görülmektedir. 3. Düzeye ulaşabilen öğrenci sayısı oldukça azdır ve toplam sayı 8’dir. Yüzdelik olarak incelendiğinde üç sınıf içinden en fazla 3. Düzeye ulaşanlar %18 ile 8. sınıflardır. Dördüncü ve son düzeye baktığımızda bu düzeye sadece 8. sınıfların ulaşabildiğini görüyoruz. 4. Düzeye ulaşan 8. sınıf öğrencilerinin bütün test uygulanan öğrencilerde oranı %4’tür. Düzey-4’e ulaşabilen 8. sınıf öğrencilerinin sayısı 3’tür. Genel olarak tabloya baktığımızda öğrencilerin büyük bölümünün 0. Düzeyde olduğu ve oranın %46 olduğu, 1. Düzeyde olan öğrencilerin %21 olduğu, 2. Düzeyde olan öğrencilerin %19 olduğu, 3. Düzeyde olan öğrencilerin %10 olduğu ve son düzey olan Düzey-4’teki öğrencilerin %4’ü oluşturduğu görülmektedir. Sınıf seviyelerine göre cebirsel ifadeleri incelediğimizde, bu konuyu en uzun süre görmüş olan 8. sınıf öğrencilerinin düzeylerinin diğer sınıflara göre en yüksek olduğunu, daha sonra 7. sınıf öğrencilerinin geldiğini ve son olarak süre bazlı en az cebirsel ifadeleri işleyen 6. sınıf öğrencilerinin geldiğini görüyoruz.

Aşağıdaki Tablo 18’de Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu yapılan 82 öğrencinin cinsiyete göre cebirsel düşünme düzeyleri yüzdelik olarak verilmiştir.

Tablo 18. Öğrencilerin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin Cinsiyete Göre Dağılımı

CDD		Düzy 0		Düzy 1		Düzy 2		Düzy 3		Düzy 4		Toplam
		f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f
Cinsiyet	K	18	41	11	25	7	16	5	11	3	7	44
	E	21	55	6	16	8	21	3	8	0	0	38
Toplam		39	46	17	21	15	19	8	10	3	4	82

Tablo 18 incelendiğinde, Cebirsel Düşünme Düzeylerinin cinsiyete göre dağılımında; 0. Düzeyde olan erkek öğrenciler %55 iken, kız öğrenciler %41 olarak görülmektedir. 1. Düzeydeki erkek öğrencilerin oranı %16 iken kız öğrencilerin oranı %25’tir. 8 tane erkek öğrencinin bulunduğu Düzey-2’de erkeklerin yüzdesi kız öğrencilerin yüzdesinden daha fazladır. Üçüncü düzeyde ise kız öğrencilerin erkek öğrencileri geçtiği görülmektedir ve kızların yüzdesi %11 iken erkekler öğrencilerin %8’de kaldığı görülmüştür. Son düzeye geldiğimizde ise hiçbir erkek öğrencinin 4. Cebirsel Düşünme Düzeyine ulaşamadığını ve bu düzeye ulaşan bütün öğrencilerin kız öğrenciler olduğu gözlenmiştir.

Bulgular kısmıyla ilgili son olarak, öğrencilerin bu çalışmadaki bütün kavram yanlışları tek bir tablo ile Tablo 19’da gösterilmiştir.

Tablo 19. CDDTF ile Belirlenen Öğrencilerin Kavram Yanlışları

Kavram Yanlışları	
•	Değişkenin soruda verilen bütün sayıların toplamı olduğunu düşünür,
•	Toplama işleminde değişkenlerin önemi yoktur,
•	Cebirsel ifadelerde işlem yapılırken değişken dikkate alınmaz,
•	Öğrenciler matematikte harflerin yeri olmadığına inanmaktadır,
•	Cebirsel ifadede verilen her işlem sonuç üretmek zorundadır,
•	Cebirsel ifade yazılırken bilinen değer ile değişkenin çarpımından sonuç elde etmeye çalışır,
•	Cebirsel ifadenin sonucunun soruda verilen sayıların toplamı olduğunu düşünür,

-
- Sözel bir ifade cebirsel ifadeye çevrilirken benzer terimlerin toplanamaması,
 - Harflerin matematikte anlamı yoktur,
 - Toplama işlemi daima sonuç üretir,
 - Cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken benzer terimler çarpılır,
 - Benzer terimler tamamen aynıysa sonuç toplamada aynıdır,
 - Öğrenciler işlem önceliğine dikkat etmemektedir,
 - Cebirsel ifadenin değerinin soruda verilen bütün katsayı ve değerlerin toplamı olduğunu düşünür,
 - Cebirsel ifadede verilen her işlem sonuç üretmek zorundadır,
 - Cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken benzer terimleri toplayamama,
 - Matematikte harflerin yeri olmadığına inanılmaktadır,
 - Benzer terimlerin bir araya getirilememesi,
 - Toplama ve çıkarma işleminde değişkenlerin önemi yoktur,
 - İki farklı değişkeni bir araya getirememesi,
 - 1 ve -1'i katsayı olarak kabul etmeme,
 - Öğrenciler her harfin sadece bir değere sahip olduğunu düşünmektedir,
 - Öğrenciler harflerin sadece doğal sayılardan oluşabileceğine inanmaktadırlar,
 - Cebirsel ifadenin soruda verilen bütün sayıların toplamı olduğunu düşünür,
 - Cebirsel ifadelerde toplama işleminde değişkenlerin önemi yoktur,
 - Cebirsel ifadeyi en sade haliyle ifade ederken, terimler çarpılır katsayılar toplanır,
 - Bilinmeyen farklı değerlerine göre sonucu kıyaslayamama,
 - Cebirsel ifadelerde çarpmanın her zaman sonucu büyüteceğine inanmaktadır,
 - Değişkenlerin aldığı değerlerin sınırlı olduğunu düşünür,
 - Değişkene verilen bir değeri cebirsel ifadenin sonucuna genelleme,
-

BEŞİNCİ BÖLÜM

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu bölümde araştırmanın bulguları doğrultusunda elde edilen sonuçlara yer verilmiştir. Daha sonra sonuçlar hem kendi içinde hem de literatürdeki ilgili ilişkili çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırılarak tartışılmıştır. Son bölümde ise, çalışmadan elde edilen sonuçlar doğrultusunda birtakım önerilerde bulunulmuştur.

Sonuç

Bu çalışma ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerini, öğrenilme durumlarını ve kavram yanlışları ortaya çıkarmaktadır. Bu çalışmada 82 tane öğrenciye Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu uygulanmış ve ardından mülakatlar yapılmıştır.

Genel olarak kavram yanlışlarının neredeyse bütün sınıf seviyelerinde görüldüğü gözlenmiştir. Kavram yanlışlarının sayısının çok olmasının nedenlerinden birkaçı ise öğrencilerin soruları anlamadığı halde cevap vermeye çalışmaları, sayıların olmadığı durumlara sayılar eklemeleri, cebirsel ifadeler konusunda yeteri kadar anlaşılamaması, aritmetikten cebire geçişin sağlıklı bir şekilde olmaması, öğretim sırasında kullanılan materyal ve etkinliklerinin sayısının yeterli düzeyde olmamasıdır.

Öğrenme durumları incelendiğinde ise elde edilen bulgular neticesinde öğrencilerin yarısından fazlasının soruları anlayamadığı ya da kavram yanlışlarına sahip olduğu cebirsel ifadeler konusunda eksik olduğu görülmektedir. 6. sınıfların diğer sınıflara göre cebirsel ifadeler konusunda geri kalmalarının konuyu diğer sınıflara göre daha az işlemeleriyle ilişkisi olduğu söylenebilir. 8. sınıfların tam anlama düzeylerinin diğer sınıflara göre daha fazla olmasının ise diğer sınıflardan daha çok cebirsel ifadeler konu ve kazanımları görmesiyle ilişkilendirilebilir. Çünkü 6. sınıflar bir yıl, 7. sınıflar iki yıl ve 8. sınıfların üç yıl cebirsel ifadeler görmektedir.

Öğrencilerin cebirsel düşünme düzeyleri incelendiğinde ise tüm sınıf seviyeleri için neredeyse yarısının Düzey-0'da kaldığı yani bir düzeyinin olmadığı sonucu ortaya çıkmıştır. Düzeyler yükseldikçe öğrenci sayısı azalmaktadır. Düzey-4'te sadece 3 tane 8. sınıf öğrencisi vardır. Diğer sınıf seviyesinden hiçbir öğrenci en son düzeye gelememiştir.

Ayrıca sadece kız öğrencilerin 4. seviyeye gelebildikleri ve bunun da araştırmalar neticesinde benzerlik gösterdiği anlaşılmaktadır. Genel olarak kız öğrencilerin anlama düzeyleri erkeklere göre daha yüksektir.

Bu sonuçlar literatürde yapılan Kaya (2017), Çelik ve Güneş (2013), Gülpek (2006), Oral vd. (2013) yaptıkları çalışmalarla paralellik göstermektedir. Bununla beraber cebirsel öğrenmelerin matematik öğretiminde ve diğer disiplinlerle ne kadar önemli olduğu sonucu ortaya çıkmıştır. Aritmetikten cebire geçemeyen bir öğrencinin matematikte akademik olarak başarıya ulaşmasını imkânsız kılmaktadır.

Tartışma

Bu çalışmadaki temel amaç ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler ve cebirsel düşünme düzeyleriyle ilişkili olarak öğrenme durumlarını, anlama düzeylerini ve kavram yanlışlarını ortaya çıkarmaktadır. Genel olarak bulgular incelendiğinde sınıf seviyesi arttıkça anlama düzeyleri ve cebirsel düşünme düzeylerinin de artış görüldüğü ve yapılan teste daha detaylı ve doğru cevaplar verildiği görülmektedir.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formu Düzey-1'e ait olan ilk iki soruda öğrencilerden sözel olarak verilen bir duruma uygun cebirsel bir ifadenin yazılması beklenmektedir. İlk soruda kavram yanlışlarının en çok görüldüğü sınıf seviyesi 7. sınıf olurken ikinci soruda ise 6. sınıfların olduğu gözlenmiştir. İlk düzeyde tam anlama düzeylerinin diğer sınıflara kıyasla 7. sınıfların daha fazla olduğu görülmektedir. Hem kavram yanlışlarının hem de tam anlamının ilk düzeyde en çok 7. sınıflarda görülmesi öğrencilerin belli bir düzene göre seçilmediği ve bütün öğrencilere testin uygulanmasından ötürü gerçekleşmiştir. Sekizinci sınıfların yarısının, altıncı sınıfların ise %55'inin 1. Düzeye geçemedikleri ve 0. Düzeyde kaldıkları bulgulardaki Tablo 17'den de anlaşılmaktadır. Kaya (2017) çalışmasında altıncı sınıfa giden 143 öğrencinin, cebir öğrenme alanındaki başarı düzeylerini incelemiş ve öğrencilerin puan ortalamalarının orta düzeyin bile gerisinde olduğunu vurgulamıştır. Bu nedenle sonuç bu çalışmanın sonucuyla benzerlik göstermektedir.

Düzey-2 için elde edilen bulgularda öğrencilerin sekizinci sınıflar hariç azaldığını ve kavram yanlışlarının ve anlamama durumlarının arttığı gözlenmektedir. Bu düzeydeki sorulardan ilkinde öğrencilerden bir harfin yerine soruda verilen sayısal değeri yazarak diğer bilinmeyen değerin bulunması ve ikincisinde ise kenar uzunlukları eşit ve bilinmeyen şeklin çevre uzunluğunun bulunması istenmiştir. Her sınıf seviyesinde öğrencilerin yaklaşık yarısının bu soruları anlayamadığı ya da kavram yanlışlarına sahip olduğu görülmüştür. Bu düzeyde cebirsel ifadelerde eşitliğin kullanılabilmesi istenmektedir ancak öğrencilerin yarısı bunu doğru

bir şekilde gerçekleştirememiştir. Yaman, Toluk ve Olkun (2003) öğrencilerin eşitlik kavramını ilişkiden ziyade işlem sonucunda kullandıklarını belirtmektedir. Bu çalışmada da öğrencilerin eşitliği düzgün bir şekilde anlamlandıramadıkları görülmüştür.

5. ve 6. soruların yer aldığı Düzey-3'te öğrencilerden bilinmeyenlerin bulunduğu durumlarda verilen değere göre diğer bilinmeyenlerin bulunması ve cebirsel ifadelerde benzer ve farklı terimlerin doğru bir şekilde bir araya getirilebilmesi istenmiştir. Bu düzeydeki sorular incelendiğine 5. soruya altıncı sınıf öğrencilerin sadece %3'ünün tam anladığı, yedinci sınıf öğrencilerinin ise %24'ünün tam anladığı belirlenmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin ise %32'si bu soruyu tam anlayarak istenilen cevabı verebilmiştir. Bu sorulardaki kazanımlar göz önüne alındığında altıncı sınıfların benzer ve benzer olmayan terimlerle işlem yapmakta zorlandıkları bunun sebeplerinden birisinin de öğrencilerin cebirsel ifadeleri ilk defa bu sınıf seviyesinde gördükleri ve hatırlamakta zorluk çektikleri olarak nitelendirilebilir. Altıncı soruya geldiğimizde bu oranlar oldukça fazla düşmüştür ve altıncı soruda tam anlamayı gösterebilen tek sınıfın 8'ler olduğu ortaya çıkmıştır. Bilinmeyenlerin bulunması gereken bu soruda öğrencilerin çok az kısmı doğal cebirsel ifadelerin sadece doğal sayılardan oluşmadığını bilmiştir. Diğer öğrencilerin büyük bölümünün soruyu anlayamadığı ya da kavram yanlışlığına sahip olduğu, bir kısmının ise cebirsel ifadelerin sadece doğal sayılardan oluşabileceğini düşündükleri görülmüştür.

Düzey 4'te 7. ve 8. Sorular bulunmaktadır. Bu düzeydeki sorularda öğrencilerden bilinmeyen içeren durumlarda benzer terimlerin bir araya getirilebilmesi, bilinmeyenle sayıların çarpılabilmesi, verilen değerlere göre diğer bilinmeyenlerin bulunabilmesi içermektedir. Öğrencilerin son düzey sorularında oldukça başarısız oldukları ve son düzeye geçebilen öğrenci sayısının oldukça az olduğu belirlenmiştir. 7. soruya ait anlama düzeyleri incelendiğinde tam anlama seviyesinde 6. sınıfların 7. sınıfları geçtiği görülmektedir. Yedinci soruda en yüksek başarıya sahip olan sınıf ise 8. sınıftır. Sırasıyla kavram yanlışlıklarının en çok görüldüğü sınıflar ise 7, 6 ve 8. sınıflar olarak sıralanmıştır. Son düzeye doğru ilerledikçe sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin de arttığı Çelik ve Güneş'in (2013) çalışmasında da belirtilmiştir ve bu çalışmayla paralellik göstermektedir. Bu çalışma da Düzeyler arttıkça üst sınıfların daha başarılı olduğu gözlenen bir sonuçtur.

Bu çalışmadaki bir diğer bulgulardan bir tanesi de öğrencilerin aritmetikten cebire geçerken öğrencilerin harf ve sembollerin farklı kullanım ve anlamlarının doğru şekilde anlaşılamadığıdır. Dede vd. (2002) çalışmasında öğrencilerin değişken kavramı ve cebire geçiş sürecini anlamakta güçlük çektikleri ifade edilmiştir. Bu bağlamda bu çalışma ile benzerlik göstermektedir.

8. sınıf öğrencilerinin diğer sınıflara göre cebirsel düşünme olarak ve tam anlama düzeyi olarak daha başarılı olduğu ortaya çıkmıştır. Gülpek (2006) seneler geçtikçe ve sınıf seviyeleri arttıkça öğrencilerin cebirsel düşüncelerinin arttığı ve sekizinci sınıfların dördüncü düzeye ait sorulara daha doğru cevaplar verebileceğini vurgulamıştır. Bu durum bu çalışmayla paralellik göstermektedir. Bir diğer sonucunda ise yedinci sınıf öğrencilerinin çoğunun sıfır ve birinci düzeyde oldukları sekizinci sınıf öğrencilerinin ise düzeylere eşit olarak dağıldığını vurgulanmıştır. Bu çalışmada ise yedinci sınıf öğrencilerinin yarısından fazlasının düzey sıfır ve düzey bir de olduğu, sekizinci sınıf öğrencilerinin ise daha çok düzey sıfırda oldukları ve düzeylere dengesiz dağıldıkları belirlenmiştir. Sonuçlar değerlendirildiğinde bu çalışmayla farklılık gösterdiği söylenebilmektedir. Ayrıca Oral vd. (2013) çalışmasında sekizinci öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin düzey-0'a yığılması, bu çalışmayla benzerlik göstermektedir. Bu çalışmada da sekizinci sınıf öğrencilerinin düzey-0'da oldukları yani hiçbir düzeye atanamadıkları görülmektedir.

Öner Sünkür vd. (2012) cebirsel ifade çalışmasında yedinci sınıf öğrencilerinin çoğunluğunun aritmetik sonucunda bir harfin değerinin bulunabildiği ancak bilinmeyenler üzerinde işlem yapmakta zorluk çektikleri belirlenmiştir. Bu çalışmada ise öğrencilerin cebirsel ifadelerin değerlerini bulurken kavram yanlışlarına sahip oldukları ve bilinmeyenlerle yapılan işlemlerde zorluk yaşadıkları ortaya çıkmıştır.

Birgin ve Demirören'in (2020) çalışmasında 120 sekizinci sınıf öğrencisine cebir testi uygulanmış ve öğrencilerin basit görsel ve cebirsel ifadelerdeki hatalarından bahsedilmiş; hatalı cebirsel işlem seçimi, şekil örüntülerini dikkate almayarak yanlış yorumlama, cebirsel ifadelerde parantezi dikkate almama ve aritmetik işlem hatasından kaynaklandığı görülmüştür. Bu çalışmada da benzer şekilde öğrencilerin cebirsel ifadeleri hatalı seçtikleri, işlem önceliğini göz ardı ettikleri ve aritmetikten cebire geçişte sorunların olduğu belirlenmiştir.

Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit Formuna öğrencilerin verdiği cevaplar incelendiğinde öğrencilerin neredeyse yarısının aritmetikten cebire geçemediği soruları anlayamadığı ortaya çıkmıştır. Bunun sebebinin geçmişten gelen aritmetik sıkıntılarının olduğu ve bu sıkıntılarla cebire geçişin sağlam temellere oturtulamayacağı anlaşılmaktadır. Akkan, Baki ve Çakıroğlu (2011) cebir öncesi dönemde cebir kavramlarının öğrenimini vurgulamıştır ve aritmetik bilgisinin cebir öğrenimini doğrudan etkilediğini vurgulamaktadır.

Yenilmez ve Avcu (2009) altıncı sınıf öğrencilerine cebir öğrenme alanlarındaki başarı düzeyleriyle ilgili olarak yaptıkları çalışmada öğrencilerin eşitliğin gösterimi ve korunumu konusunda sorun yaşamadıkları ancak denklem kurma ve kurulan denklemi çözmede sorunlar yaşadıklarını ortaya çıkarmıştır. O çalışmasının 6 öğrenciyle yapılmış olması sonuçların

değişkenlik gösterebileceğine işaret etmekle birlikte bu çalışmada öğrencilerin eşitlik konusunda cebirsel ifadelerin sonuç üretmek zorunda olduğunu düşünmüşlerdir. Ayrıca altıncı sınıflarda denklem kurma kazanımı bulunmamakla beraber öğrencilerin cebir konusuna giriş yaptıkları sınıftır.

Usta ve Gökkurt Özdemir (2018) altıncı, yedinci ve sekizinci sınıfa giden 12 öğrenci ile yaptığı çalışmada tamamının birinci düzeydeki sorulara doğru cevap verdiği, ikinci düzeydeki sorulardan bazı kenar uzunlukları verilmeyen şeklin çevre uzunluğunu bulurken bilinmeyen kenarlara sayılar atadıkları ve soruyu doğru çözemedikleri, Üçüncü düzeyde ilişkin sorularda beşinci ve altıncı sınıfların zorlandıkları ve dördüncü düzeye ise bir tane 7. sınıf öğrencisinin 4 tane de sekizinci sınıf öğrencisinin geçebildiği görülmüştür. 12 öğrenciye uygulanan Cebirsel Düşünme Düzeyleri Tespit formu ile bu çalışmada 82 öğrenciye uygulanan test aynıdır. Sonuçlar bakımından farklılık göstermesinin sebebi öğrencilerin fazla olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu çalışmada öğrencilerin yarıya yakını Düzey-0 da olduğu %21'inin Düzey-1'de kaldıkları görülmektedir.

Bu çalışmada cinsiyete göre cebirsel düşünme düzeyleri ve anlama düzeyleri karşılaştırıldığında Düzey-2 hariç bütün düzeylerde kız öğrencilerin daha başarılı olduğu belirlenmiştir. Dördüncü düzeye ulaşabilen üç öğrencinin de tamamının kız öğrenciler olduğu görülmektedir. Bu konuyla ilgili benzer şekilde, Kaya (2017) yedinci sınıf öğrencilerine 10 sorudan oluşan “Cebirsel Düşünme Düzeyi Belirleme Aracı” testi uygulamış ve kız öğrencilerin her soruda erkek öğrencilerden daha başarılı olduğunu gözlemlemiştir. Aynı şekilde Acar (2019) çalışmasında sayı hissi ile cebirsel düşünme düzeyleri arasında cinsiyete bağlı olarak kızların yönünde anlamlı bir ilişki olduğu da bu çalışmayı destekler niteliktedir.

Literatürde belirtilen çalışmalarla beraber öğrencileri için aritmetikten cebire geçişin büyük öneme sahip olduğu, sınıf seviyeleri arttıkça cebirsel düşünme düzeylerinin de arttığı, cebirsel ifadeler konu ve kazanımlarını daha fazla gören sınıf düzeylerinin cebirsel düşünmede ve cebirsel anlama konusunda daha başarılı oldukları, her sınıf seviyesinde kavram yanlışlarının oldukça sık görüldüğü ve son düzeye ulaşan öğrencilerin 8. sınıf öğrencileri ve kız öğrencileri oldukları görülmektedir.

Öneriler

6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Düzeylerinin belirlenmesi, Kavram Yanılgılarının araştırılması ve Cebirsel İfadelerin Öğrenilme durumunun incelendiği bu çalışmada varılan sonuçlara dayanılarak aşağıda yer alan birtakım önerilerde bulunulmuştur.

- 1) Tüm sınıf seviyelerinde oldukça fazla kavram yanlışlarının olduğu gözlemlenen bu çalışmada öğrencilerin aritmetikten cebirse geçiş süreçlerinin önceden belirlenmesi ve buna uygun olarak 6. sınıftaki cebirsel ifadeler konu ve kazanımları daha özenle ve görselleştirilerek anlatılması kavram yanlışlarını azaltabilir.
- 2) Cebir öğreniminin hem günlük hayattaki problemleri çözmekte kolaylıklar sağladığı hem de ileriki eğitim öğretim faaliyetleri için matematik ve diğer disiplinlerin geliştirilmesinde büyük katkılar sağladığı görülmektedir. Bu yüzden cebir öncesi dönemde de cebire geçiş sürecinde de kavram yanlışlarının belirlenmesi ve bunların giderilmesine yönelik çözüm yolları planlanması cebirsel düşünmenin gelişmesine katkılar sağlayacaktır.
- 3) Matematiğin en önemli konularından olan cebir ve cebir öğretiminin eğitimciler tarafından daha çok önemsenmesi ve bunun geliştirilebilmesi gerekmektedir.
- 4) 6. sınıftaki cebirsel ifadeler konusuna geçilmeden önce öğrencilerin aritmetik anlama düzeyleri belirlenebilir ve bu noktada cebire geçiş sürecini geliştirecek etkinlikler geliştirilebilir.
- 5) Bu çalışmanın sonuçları göz önüne alınarak, eğitim öğretim etkinlik ve planları bu doğrultuda düzenlenip planlanabilir.
- 6) Benzer olarak ilkökul kademesindeki öğrencilerin aritmetik anlama düzeyleri belirlenerek onlara yönelik geliştirme çalışmaları yapılabilir aynı şekilde lise öğrencilerine de cebirsel düşünme düzeyleri tespitleri yapılarak bu çalışmanın sonuçlarıyla kıyaslanabilir.
- 7) Aritmetikten cebire geçiş süreçlerinde yaşanan kavram yanlışları ve öğrenme güçlükleri belirlenerek bunlara yönelik etkinlik ve çalışmalar yapılabilir.
- 8) Materyaller geliştirilirken daha çok somuttan soyuta, günlük hayata hitap edecek şekilde görseller paylaşılmalı ve bu geçiş sürecinin daha sağlıklı olmasına çalışılabilir.
- 9) Kız öğrencilerin erkek öğrencilere göre daha başarılı olmasının sebepleri araştırılabilir. Bu sebepler neticesinde erkek öğrencilerin neden başarısız olduğu konusunun üzerine gidilebilir. Erkek öğrencilerin gündelik hayatta ilgilerini çeken konulara daha fazla önem vermesi kız öğrencilerin daha başarılı olmasını sağlıyor olabilir mi? Ya da devamsızlık durumları kız öğrenci ile erkek öğrenci arasındaki başarıyı etkiliyor mu? Bu konuda çalışılabilir.
- 10) Ortaokul 5.sınıftan itibaren aritmetikten cebire geçişte öncelikli kavramları öğrenim düzeyi de göz önüne alınarak ve devamlılık sağlanarak planlı ve günlük hayattan bilgilerle ilişki kurulup öğrencilerin 5. sınıfı bitirdiklerinde aritmetik konusunda yeterli düzeye sahip olmaları ve cebire hazır hale gelmeleri sağlanabilir.

11) Bu konuyla ilgili olarak “öğrencilerin aritmetikten cebire geçti ve cebirsel ifadeler konusunda kavram yanılgılarının ortadan kaldırılabilmesi için ne yapılabilir?” sorusuyla ilgili çalışmalar yapılabilir. Ayrıca “öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin geliştirip arttırılabilmesi” ile ilgili olarak da çalışmalar ve araştırmalar gerçekleştirilebilir.

12) İlköğretim matematik programında cebire hazırlık süreçlerinde daha fazla görsellik ve günlük hayat problemleri yer alabilir ayrıca ortaokul seviyesinde matematiğin diğer alt alanlarıyla ilgili olarak daha çok cebirsel ifadelerle ilişkili örnekler ve problemler yer alabilir.



KAYNAKÇA

- Abraham, M. R., Grzybowski, E. B., Renner, J. W., & Marek, E. A. (1992). Understandings and misunderstandings of eighth graders of five chemistry concepts found in textbooks. *Journal of Research in Science Teaching*, 29(2), 105–120.
- Acar, S. (2019). *Sayı hissi ile cebirsel düşünme becerisi arasındaki ilişkinin farklı değişkenler açısından incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 562723).
- Akgün, L. (2006). Cebir ve değişken kavramı üzerine. *Journal of Qafqaz University*, 17(1), 25–29.
- Akkan, Y. (2009). *İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 259860).
- Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2011). Aritmetik ile cebir arasındaki farklılıklar: cebir öncesinin önemi. *Elementary Education Online*, 10(3), 812–823.
- Akkaya, R. (2006). *İlköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında karşılaşılan kavram yanlışlarının giderilmesinde etkinlik temelli yaklaşımın etkililiği* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 188600).
- Akkaya, R., & Durmuş, S. (2006). İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki kavram yanlışları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(31), 1–12. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/hunefd/issue/7807/102390> adresinden edinilmiştir.
- Alkan, H., & Bukova Güzel, E. (2005). Öğretmen adaylarında matematiksel düşünmenin gelişimi. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25(3), 221–236. <http://www.gefad.gazi.edu.tr/tr/pub/issue/6755/90835> adresinden edinilmiştir.
- Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademedeki matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Basım Yayım.
- Altun, M., & Bozkurt, I. (2017). Matematik okuryazarlığı problemleri için yeni bir sınıflama önerisi. *Eğitim ve Bilim*, 42(190), 171–188. doi:10.15390/EB.2017.6916
- Amaç, R., & Didiş Kabar, M. G. (2019). Matematik öğretmeni adaylarının cebirde harflerin kullanımı ve cebirsel işlemler ile ilgili öğrenci hatalarına yönelik farkındalıkları. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education*, 7(4), 1525-1552. doi: 10.14689/issn.2148-2624.17c.4s.10m
- Atasoy, E., & Baran Bulut, D. (2018). Lise 4. sınıf öğrencilerinin geometri konularındaki cebirsel düşünme süreçlerinin incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 12(2), 199–227. doi:10.17522/balikesirnef.506431
- Ayber, G. (2017). *Cebirsel düşünmenin genelleme aracılığıyla geliştirilmesi perspektifinde ortaokul Matematik ders kitaplarının incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 463446).
- Bağdat, O. (2013). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 322083).
- Bağdat, O., & Anapa Saban, P. (2014). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme becerilerinin solo taksonomisi ile incelenmesi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 8(26), 473–473. doi:10.9761/JASSS2364
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik öğretimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.

- Baki, A., & Bütüner, S. Ö. (2011). Cebirin tarihsel gelişimi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2(3), 198–231. doi:10.16949/turcomat.06773
- Birgin, O., & Demirören, K. (2020). Sekizinci sınıf öğrencilerinin basit görsel ve cebirsel ifadeler konusundaki hata ve kavram yanlışlarının incelenmesi. *Uluslararası Sosyal ve Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(14), 233–247. doi:10.20860/ijoses.797472
- Bolat, Y., & Dolapçıoğlu, S. (2020). Kavram öğretimi sürecinin “bil, anla,yap” boyutları bağlamında değerlendirilmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 61–80. doi:10.17240/aibuefd.2020.20.52925-513943
- Borchert, K. (2003). *Disassociation between arithmetic to algebraic knowledge in mathematical modeling* (Unpublished doctoral dissertation). University of Washington, USA.
- Bozkaya, C. (2020). *Aritmetik işlemlerden cebire geçişte öğretmen yaklaşımlarının incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi’nden edinilmiştir. (Tez No. 643623).
- Burton, L. (1984). Mathematical thinking: the struggle for meaning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15(1), 35–49. doi:10.5951/jresmetheduc.15.1.0035
- Cai, J., Lew, H. C., Morris, A., Moyer, J. C., Fong Ng, S., & Schmittau, J. (2005). The development of students’ algebraic thinking in earlier grades: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 5–15. doi:10.1007/BF02655892
- Camadan, M. F. (2019). *6. Sınıf öğrencilerinin cebir konusundaki kavram yanlışlarının incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi’nden edinilmiştir. (Tez No. 566944).
- Campbell, J. I. D., & Xue, Q. (2001). Cognitive arithmetic across cultures. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130(2), 299–315. doi:10.1037/0096-3445.130.2.299
- Çağdaşer, B. T. (2008). *Cebir öğrenme alanının yapılandırmacı yaklaşımla öğretiminin 6. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri üzerindeki etkisi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi’nden edinilmiştir. (Tez No. 231211).
- Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi’nden edinilmiştir. (Tez No. 212041).
- Çelik, D., & Güneş, G. (2013). Farklı sınıf düzeyindeki öğrencilerin harfli sembolleri kullanma ve yorumlama seviyeleri. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1157–1175. <http://www.edam.com.tr/kuyeb/pdf/tr/1e775aee48989aacfe471163269e4637ryatr.pdf> adresinden edinilmiştir.
- Çepni, S. (2007). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş*. Trabzon: Celepler Matbaa.
- Dede, Y. (2004). Değişken kavramı ve öğrenimindeki zorlukların belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi*, 4(1), 24–56.
- Dede, Y., Yalın, H. İ., & Argün, Z. (2002, Eylül). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramının öğrenimindeki hataları ve kavram yanlışları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi’nde sunulan bildiri. ODTÜ, Ankara.
- Dede, Y., & Argün, Z. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 180–185. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/hunefd/issue/7812/102544> adresinden edinilmiştir.
- Dede, Y., & Peker, M. (2007). Öğrencilerin cebire yönelik hata ve yanlış anlamaları: matematik öğretmen adayları’nın bunları tahmin becerileri ve çözüm önerileri. *İlköğretim Online*,

6(1), 35–49. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8605/107187> adresinden edinilmiştir.

- Di Paola, B., Battaglia, O. R., & Fazio, C. (2016). Non-Hierarchical clustering as a method to analyse an open-ended questionnaire on algebraic thinking. *South African Journal of Education*, 36(1), 1–13. doi:10.15700/saje.v36n1a1142
- Dikkartın Övez, F. T., & Çınar, B. A. (2018). Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin cebir bilgileri ve cebirsel düşünme düzeylerinin problem kurma becerileri açısından incelenmesi. *Balikesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 20(1), 1–20. doi:10.25092/baunfbed.418622
- Dindyal, J. (2003). *Algebraic thinking in geometry at high school level* (Unpublished doctoral dissertations). Illinois State University, USA.
- Dindyal, J. (2004). Algebraic thinking in geometry at high school level: students' use of variables and unknowns. *National Institute of Education*, 27(21), 183–190. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/4428755> adresinden edinilmiştir.
- Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers, Grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Ekiz, D. (2003). *Eğitimde Araştırma Yöntem ve Metotlarına Giriş*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Elby, A. (2001). Helping physics students learn how to learn. *American Journal of Physics, Physics Education Research*, 69(1), 54–64.
- Eldekci, S. (2019). *7. sınıf düzeyindeki ortaokul öğrencilerinin değişken kavramını soyutlama sürecinin RBC modeliyle ortaya çıkarılması* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 590046).
- Ersoy, Y., & Erbaş, A. K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup türk öğrencinin genel başarıları ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim Online*, 1(4), 18–39. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8609/107238> adresinden edinilmiştir.
- Ganioğlu, M. Ş., & Cihangir, A. (2019). Ortaokul öğrencilerinin problem kurma becerileri ile cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişki. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 5(3), 307–313.
- Girit, D., & Akyüz, D. (2016). Farklı sınıf seviyelerindeki ortaokul öğrencilerinde cebirsel düşünme: örüntülerde genelleme hakkındaki algıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(2), 243–272. doi:10.17522/balikesirnef.277815
- Glassmeyer, D., & Edwards, B. (2016). How middle grade teachers think about algebraic reasoning. *Mathematics Teacher Education and Development*, 18(2), 92–106.
- Greenes, C., & Findell, C. (1998). *Algebra puzzles and problems, grade 6*. Mountain View, CA: Creative Publications.
- Gülpek, P. (2006). *İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 206195).
- Güvendiren, G. N. (2019). *Altıncı sınıf öğrencilerinin cebirsel düşüncelerinin üç parametreyle birlikte incelenmesi: Niceliksel muhakeme, kovaryasyonel ve fonksiyonel düşünme* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 579098).
- Hashweh, M. (1988). Descriptive studies of students' conceptions in science. *Journal of Research in Science Teaching*, 25, 121–134.

- Henderson, P. B., Hitchner, L., Fritz, S. J., Marion, B., Scharff, C., Hamer, J., & Riedesel, C. (2002). Materials development in support of mathematical thinking. *ACM SIGCSE Bulletin*, 35(2), 185–190. doi:10.1145/960568.783001
- Hunter, J. (2015). Teacher Actions to Facilitate Early Algebraic Reasoning. *Proceedings of the 38th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia* (s. 58-67). Sunshine Coast: MERGA.
- Kaf, Y. (2007). *Matematikte model kullanmanın 6.sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Karabatak, F. N. (2019). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri ile merkezi sınavlardaki başarılarının karşılaştırılması: Demirci örneği* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 554741).
- Katz, V. J. (2007). Stages in the history of algebra with implications for teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 185–201. doi:10.1007/s10649-006-9023-7
- Kaya, D. (2015). *Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 395240).
- Kaya, D. (2017). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile becerilerinin incelenmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 6(2), 657–675. doi:10.14686/buefad.309000
- Kaya, D., & Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 3(2), 38–48. <http://www.ijge.info/ojs/index.php/IJTASE/article/view/299/384> adresinden edinilmiştir.
- Kaya, D., & Keşan, C. (2017). İlköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 6(1), 29–38.
- Kaya, D., Keşan, C., İzgiol, D., & Erkuş, Y. (2016). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel muhakeme becerilerine yönelik başarı düzeyi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(1), 142–163. doi:10.16949/turcomat.95945
- Kieran, C. (1992). *The Learning and Teaching of School Algebra*. In: Grouws DA (ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Kieran, C. (2004a). Algebraic thinking in the early grades: what is it. *The Mathematics Educator*, 8(1), 139–151.
- Kieran, C. (2004b). *The Core of Algebra: Reflections on its main activities*. (Edited by: Kaye Stacey, Helen Chick and Margaret Kendal). *The Future of the Teaching and Learning of Algebra: The 12th ICMI study*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer, 21-34.
- Lacampagne, C., Blair, W., & Kaput, J. (1995). *The Algebra Initiative Colloquium*. Washington: DC: US Department of education.
- Lee, L., & Freiman, V. (2006). Developing algebraic thinking through pattern exploration. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 11(9), 428-433.

- Linchevski, L., & Herscovics, N. (1994). Cognitive obstacles in pre-algebra. In J.P da Ponte & J. F. Matos (Eds.). *Proceedings of the 18th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, (pp.176- 183).
- Macgregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' undersatnding of algebraic notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 1–19.
- Malara, N., & Navarra, G. (2003). *ArAl Project: Arithmetic pathways towards favouring prealgebraic thinking*. Bologna: Pitagora Editrice.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.). *Approaches to algebra*, (pp.65-111). London: Kluwer Academic Publishers.
- Maudy, S.Y., Suryadi, D., & Mulyana, E. (2018). Level of student' algebraic thinking. *Journal of Physics: Conference Series*, 1157 (4), 1-9. doi:10.1088/1742-6596/1157/4/042057
- MEB (2018). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Munn, P., Johnstone, M., & Holligan, C. (1990). Pupils' perceptions of "effective disciplinarians". *British Educational Research Journal*, 16(2), 191–198. <http://www.jstor.org/stable/1500849> adresinden edinilmiştir.
- National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM). (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM). (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston. VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston. VA: NCTM.
- Oral, B., İlhan, M., & Kınay, İ. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(34), 33–46. doi:10.9779/PUJE469
- Öner Sünkür, M., İlhan, M., & Kılıç, M. A. (2012). Yedinci sınıf öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14(2), 183–200. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/erziefd/issue/6011/80353> adresinden edinilmiştir.
- Özbayar, N. Ç. (2017). *Altıncı sınıf matematik öğretim programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerinin gelişimine etkisi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 487355).
- Palabıyık, U., & Akkuş İspir, O. (2011). Örüntü temelli cebir öğretiminin öğrencilerin cebirsel düşünme becerileri ve matematiğe karşı tutumlarına Etkisi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 111–123. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/pauefd/issue/11113/132876> adresinden edinilmiştir.
- Pearn, C., & Stephens, M. (2016, July). *Competence with fractions in fifth or sixth grade as a unique predictor of algebraic thinking?*, Paper presented at 39th The Annual Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA) Conference, Adelaide, South Australia.
- Radford, L. (2011). On the development of early algebraic thinking. *Pacific Nothern Academy*, 6(4), 117-133.
- Samuel, K., Mulenga, H. M., & Mukuka, A. (2016). An investigation into challenges faced by secondary school teachers and pupils in algebraic linear equations: a case of mufulira

- district, zambia. *Journal of Education and Practice*, 7(26), 99–106.
- Schoenfeld, A. H., & Arcavi, A. (1988). On the meaning of variable. *Mathematics Teacher*, 81(6), 420–427. doi:10.5951/MT.81.6.0420
- Seggie, F. N., & Bayyurt, N. (2015). *Nitel Araştırma Yöntem Teknik, Analiz ve Yaklaşımları*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36. doi:10.1007/BF00302715
- Smith, J., & Thompson, P. W. (2007). Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning. In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 95-132). New York: Erlbaum.
- Stacey, K., & MacGregor, M. (1999). Learning the algebraic method of solving problems. *The Journal of Mathematical Behavior*, 18(2), 149–167. doi:10.1016/S0732-3123(99)00026-7
- Steele, D. F., & Johanning, D. I. (2004). A schematic-theoretic view of problem solving and development of algebraic thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 57(1), 65–90.
- Swadener, M., & Soedjadi, R. (1988). Values, mathematics education, and the task of developing pupils' personalities: an indonesian perspective. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 193–208. doi:10.1007/BF00751232
- Tural, H. (2005). *İlköğretim matematik öğretiminde oyun ve etkinliklerle öğretimin erişi ve tutuma etkisi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 186560).
- Türkoğlu, D. (2017). *Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta – sentez çalışması* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 481289).
- Usiskin, Z. (1999). *Conception of School Algebra and Uses of Variables*, 7-13, Ed: B. Moses, Algebraic Thinking, Grades 9-12: Readings from NCTM's School Based Journals and Other Publications, Reston, Va: NCTM.
- Usta, N., & Gökkurt Özdemir, B. (2018). Ortaokul öğrencilerinin cebirsel düşünme düzeylerinin incelenmesi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi – Journal of Qualitative Research in Education*, 6(3), 427-453. DOI:10.14689/issn.2148-2624.1.6c3s20m
- Viennot, L. (1979). Spontaneous reasoning in elementary dynamics. *European Journal Science Education*, 1, 205–221.
- Williams, S. (1997, May). *Algebra: What Students Can Learn: The Nature and Algebra in the K14 Curriculum*. Proceedings of a National Symposium, Washington.
- Windsor, W., & Norton, S. (2011). Developing algebraic thinking: Using a problem solving approach in a primary school context. In *Proceedings of the 34th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia* (pp. 813-820).
- Van Amerom, B. (2002). *Reinvention of early algebra: Developmental research on the transition from arithmetic to algebra* (Unpublished doctoral dissertation). University of Utrecht, The Netherlands.
- Yaman, H., Toluk, Z., & Olkun, S. (2003). İlköğretim öğrencileri eşit işaretini nasıl algılamaktadırlar? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(24), 142–151.

- Yavuz, G. (2006). *Dokuzuncu sınıf matematik dersinde problem çözme strateji öğretiminin duyuşsal özellikler ve erişiyeye etkisi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 206035).
- Yenilmez, K., & Teke, M. (2008). Yenilenen matematik programının öğrencilerin cebirsel düşünme düzeylerine etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 229–246. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8605/107187> adresinden edinilmiştir.
- Yenilmez, K., & Avcu, T. (2009). Altıncı sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanındaki başarı düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37–45.
- Yıldızhan, B., & Şengül, S. (2017). 6.sınıf öğrencilerinin harflerin anlamına yönelik kavram yanlışlarının aritmetikten cebire geçiş süreci bağlamında incelenmesi ve öğrencilerin matematik tutum ve öz yeterlikleri ile karşılaştırılması. *The Journal of International Lingual*, 3(2), 249–268.
- Zembat, İ.Ö. (2010). Kavram Yanılgısı Nedir?. Özmantar, M. F., Bingölbali, E. ve Akkoç, H. (Ed.), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri* (ss. 1-8). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

EKLER

EK-1: Tez Araştırma Uygulama İzni

Evrak Tarihi ve Sayısı: 04/05/2021-14784



T.C.
BAYBURT ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Genel Sekreterlik

Sayı : E-20852668-605.01-14784
Konu : Araştırma ve Uygulama İzni

04/05/2021

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : a) Erzurum İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nün 02/04/2021 tarihli ve 23514783 sayılı yazısı.
b) 25.03.2021 tarih ve E.10966 sayılı yazınız.

Erzurum İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nün ilgi (b) yazınızda belirtilen araştırma ve uygulama izin talebinin uygun görüldüğünü bildiren ilgi (a) yazısı ekte gönderilmiştir.

Bilgilerinizi ve gereğini rica ederim.

Prof.Dr. Metin UÇURUM
Rektör Yardımcısı

Ek: Yazı (11 Sayfa)

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BSL3NSU033 Pin Kodu :45232

Belge Takip Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/bayburt-universitesi-ebys>

Adres:Dede Korkut Kampüsü 69000 / BAYBURT

Telefon:4582111128 Faks:4582111130

e-Posta:genelsekreterlik@bayburt.edu.tr Elektronik Ağ:www.bayburt.edu.tr

Kep Adresi:bayuni@hs01.kep.tr

Bilgi için: Hüseyin Barış IRMAK

Unvanı: Mühendis



Tel No: 1046

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır..



T.C.
ERZURUM VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-36648235-605.01-23514783
Konu : Araştırma ve Uygulama izni

02.04.2021

DAĞITIM YERLERİNE

- İlgi: a) 25.03.2021 tarihli ve E.10966 sayılı yazınız.
b) 25.03.2021 tarihli ve E.57820 sayılı yazınız.

İlgi yazılar gereği; 1) Bayburt Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi **Ömer GÖKBURUN** tarafından Doç. Dr. Ufuk TÖMAN'ın danışmanlığında; "Cebirsel Düşünme Kavramının Ortaokul Seviyesinde Öğrenilme Durumunun Araştırılması" konulu araştırma ve uygulama çalışması ile,

2) Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'nün, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı Eğitim Programları ve Öğretim Tezli Yüksek Lisans Programı (20185401003 numaralı) öğrencisi Ümrân OKUDAN tarafından Doç. Dr. Etem YEŞİLYURT'un danışmanlığında; "Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Akademik Başarısının Yordayıcısı Olarak Öğrenme İhtiyacı, Stratejileri ve Genel Öğretim İlkelerinin Kullanılma Durumu" konulu araştırma ve uygulama çalışmasının kabulüne ilişkin 01/04/2021 tarihli ve E.23440700 sayılı Valilik Onayı yazımız ekinde gönderilmiştir.

Bilgilerinize arz ederim.

Salih KAYGUSUZ
İl Millî Eğitim Müdürü

Ek:

- 1- İlgi (a) yazı (10 sayfa)
2- İlgi (b) yazı (33 sayfa)

Dağıtım:

Bayburt Üniversitesi Rektörlüğüne
(Lisansüstü Eğitimi Enstitüsü Müdürlüğü)
Akdeniz Üniversitesi Rektörlüğüne
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

Güvenli Elektronik İmza

Aslı ile Aynıdır
05.04.2021

Selçuk DİLER

Adres : Yönetim Cad. Valilik Binası Kat:4 Yakutiye ERZURUM

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Telefon No : 0 (442) 234 48 00 /179

E-Posta : erzurumneb@meb.gov.tr

Kep Adresi : meb@hadi.kep.tr

İnternet Adresi : arge25@meb.gov.tr

Bilgi için: Ar-Ge Birimi H TEMEL
Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni

Faks: 0 (442) 2351032

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden bc8f-9251-3c9f-8b05-e67e koda ile teyit edilebilir.





T.C.
ERZURUM VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-36648235-605.01-23440700
Konu : Araştırma ve Uygulama izni

01/04/2021

VALİLİK MAKAMINA

- İlgi: a) Bayburt Üniversitesi Rektörlüğünün 25.03.2021 tarihli ve E.10966 sayılı yazısı.
b) Akdeniz Üniversitesi Rektörlüğünün 25.03.2021 tarihli ve E.57820 sayılı yazısı.

İlgi yazılar gereği; 1) Bayburt Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencisi **Ömer GÖKBURUN** tarafından Doç. Dr. Ufuk TÖMAN'ın danışmanlığında; *"Cebirsel Düşünme Kavramının Ortaokul Seviyesinde Öğrenilme Durumunun Araştırılması"* konulu araştırma ve uygulama çalışması ile,

2) Akdeniz Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğünün, Eğitim Bilimleri Anabilim Dalı Eğitim Programları ve Öğretim Tezli Yüksek Lisans Programı (20185401003 numaralı) öğrencisi Ümran OKUDAN tarafından Doç. Dr. Etem YEŞİLYURT'un danışmanlığında; *"Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Matematik Dersi Akademik Başarısının Yordayıcısı Olarak Öğrenme İhtiyacı, Stratejileri ve Genel Öğretim İlkelerinin Kullanılma Durumu"* konulu uygulama çalışması için izin talebinde bulunulmuştur.

İlgi yazı ve ekleri, Bakanlığımızın 21.01.2020 tarihli ve E.1563890 (2020/2) sayılı genelgesi çerçevesinde Komisyonumuzca incelenmiş olup; *"Araştırmaların, Eğitim Öğretim Faaliyetlerini Aksatmayacak Şekilde, gönüllülük esasıyla ve varsa veli onay belgesinin onaylatılması"* ve komisyon kararlarında belirtilen veri toplama araçlarının kullanılarak isimleri belirtilen okullarda uygulama ve anket çalışmasının yapılması, yapılan çalışmalarının sonuçlarının birer örneğinin Müdürlüğümüz, Strateji Geliştirme Şube Müdürlüğü (AR-GE Birimi)'ne gönderilmesi ve çalışmaların bir eğitim öğretim yılını kapsayacak şekilde yapılması Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde olurlarınıza arz ederim.

Salih KAYGUSUZ
İl Millî Eğitim Müdürü

OLUR
Uğur KÖROĞLU
Vali a.
Vali Yardımcısı

Ek: İlgi Yazılar (2 adet dosya)

Adres : Yönetim Cad. Valilik Binası Kat:4 Yakutiyi ERZURUM

Bu belge güvenli elektronik imza ile onaylanmıştır

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>

Telefon No : 0 (442) 234 48 00

E-Posta : argc25@meb.gov.tr

Kep Adresi : meb@tdh01.kep.tr

Bilgi için: H. TEMEL

Unvan : Veri Hazırlama ve Kontrol İşletmeni

İnternet Adresi : erzurummeb@meb.gov.tr

Faks 4422351032

Bu evrak güvenli elektronik imza ile onaylanmıştır. <https://evraksorgu.meb.gov.tr> adresinden 88e1-9811-385e-b123-a2ed kodu ile teyit edilebilir.

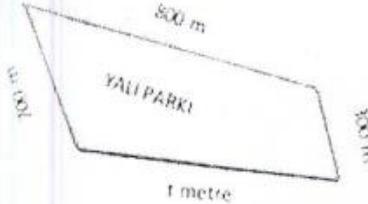


EK-2: Cebirsel Düşünme Düzeyi Tespit Formu

VERİ TOPLAMA ARACI: CEBİRSEL DÜŞÜNME DÜZEYİ TESPİT FORMU

Sınıf:

1)



Sağlıklı yaşam için her sabah Yalı Parkı'nın etrafında bir tur koşan biri toplamda kaç metre koşar?

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?



2) Bir kenarının uzunluğu a cm olan eşkenar bir üçgenin çevresini hesaplayınız.

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?



3) $D = 3.E + 8$ ve $E=1$ ise $D=?$

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?

✓



4)



Yukarıda verilen şeklin kenar uzunlukları sırasıyla 3, 4 ve 5 cm'dir. Verilmeyen diğer iki kenarın uzunlukları ise birbirine eşittir. Şeklin çevresini hesaplayınız.

Problemi kendi cümlemlerinizle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?



5) $8x - 6y - x = ?$

Problemi kendi cümlelerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?



6) $a + b = 20$ ve $b < a$ ise $b = ?$

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?

✓



7) Tanesi 3 lira olan kalemlerden a tane, tanesi 8 lira olan kalemlerden b tane alan bir kişi toplamda kaç lira öder?

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?

✓



8) $8.a$ ve $a+8$ sayılarından hangisi daha büyüktür?

Problemi kendi cümlemlerle ifade edebilir misiniz?	Çözüm planını nasıl yaparsınız?
Çözümü yapınız. Nasıl yaptığınızı açıklayınız.	Sonucu buldunuz mu? Bulduğunuz sonuç ne anlama geliyor? Sizce başka çözüm yolları var mıdır? Varsa nasıl olabilir?



EK-3: Araştırmada Kullanılan Mülakat Soruları

1. soru;

- a) Soruda verilen t harfi parkın hangi kenarıdır?
- b) Soruda verilen t harfi ne anlama gelmektedir?
- c) Yalı Parkı'nın bütün kenarları mı t'dir?
- ç) Çözümde bulduğun sonucu nasıl buldun?
- d) Çözümde bulduğun sonuç ne anlama gelmektedir?
- e) Peki bulduğun sonuç ile t'yi doğru ifade ettiğini düşünüyor musun?
- f) Bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun? Neden?

2. soru;

- a) Soruda verilen a harfi ne anlama gelmektedir?
- b) Eşkenar üçgenin çevresi nedir?
- c) Eşkenar üçgenin çevresini bulurken hangi işlemi yapıyorduk?
- ç) a yerine bir değerin geleceğini nereden anladın?
- d) a'ları topladığımızda sonuç yine a mı yapar?
- e) Eşkenar üçgenin kenarlarını çarparak mı buluyorduk?
- f) Çözümde bulduğun sonuç neyi ifade etmektedir?
- g) Bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun? Neden?

3. soru;

- a) Soruda verilen E ne anlama gelmektedir?
- b) Soruda verilen D ne anlama gelmektedir?
- c) Soruda verilen D ve E yerine istediğimiz değerleri verebilir miyiz? Neden?
- ç) E yerine istediğimiz değeri yazabilir miyiz?
- d) D yerine istediğimiz değeri yazabilir miyiz?
- e) D'yi bulurken yaptığın işlemlerin doğru olduğunu düşünüyor musun? Neden?

4. soru;

- a) Soruda verilmeyen kenar uzunluklarını nasıl belirledin?
- b) Soruda verilmeyen kenar uzunlukları senin için neyi ifade ediyor?
- c) Soruda verilmeyen kenar uzunluklarına neden harf/sembol verdin?
- ç) Bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun? Neden?

5. soru;

- a) Soruda verilen x ve y ne anlama gelmektedir?
- b) Soruda verilen x ve y 'yi işleme sokabilir miyiz?
- c) Soruda verilen x ve y yerine değer verebilir miyiz?
- ç) Değişkenleri görmezden gelip işlemi yapabilir miyiz?
- d) Bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun? Neden?

6. soru;

- a) Soruda verilen a ile b ne anlama gelmektedir?
- b) a ve b sadece doğal sayılardan mı oluşur?
- c) b 'nin a 'dan büyük olduğu değerleri kabul edebilir miyiz?
- ç) Sadece a 'nın b 'den büyük olması yeterli midir?
- d) a ve b için istediğimiz bütün değerleri yazabilir miyiz?
- e) Çözümü nasıl yaptın ve bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun? Neden?

7. soru;

- a) Soruda verilen a ve b ne anlama gelmektedir?
- b) a ve b yerine istediğimiz değerleri verebilir miyiz?
- c) Çözümde a ve b 'nin bulunması gerekiyor mu?
- ç) Tanesi 4 lira olan kalemlerden c tane, tanesi 7 lira olan kalemlerden d tane alan bir kişi toplamda ne kadar ödemiş olurdu?
- d) Çözümü nasıl yaptın?
- e) Bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun? Neden?

8. soru;

- a) Soruda verilen $8.a$ ve $8+a$ ne anlama gelmektedir?
- b) Sorudaki a 'lar birbiriyle aynı mıdır?
- c) a 'lara kafamıza göre bütün değerleri verebilir miyiz?
- ç) a yerine 1 yerine 2 verseydik sonuç nasıl değişirdi?
- d) $8.a$ 'yı neye göre büyük buldun?
- e) Çarpma işlemi sonucu her zaman büyütür mü?
- f) Çözümü nasıl yaptın?
- g) Bulduğun sonucun doğru olduğunu düşünüyor musun? Neden?



EK-4: Verilerin Analizinde Kullanılan Cevaplar

1. soru

Tablo 20. *Cebirsel Düşünme Düzeyleri 1. Soru İçin Kullanılan Cevaplar*

Anlama Düzeyleri	Cevaplar
Anlamama	• Boş cevap kâğıdı • Sorunun aynısının tekrarlanması • Açık ve net olmayan, okunamayan cevaplar • “Bilmiyorum”, “Anlamadım” şeklinde cevaplar
Kavram Yanılgısı	• 1800m, 1800t, 1800T • $t=1800$ • t: 300 ile 700 arasındadır • 2600m, 1805m, T1800, $t=400$ • $300+700+800=1800$ • $300+700+800+t = 1800t$ • $t+300+700+800 = 1800$ • $-800+700+300$
Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	• t’yi 1 alıp, $300+700+800+1=1801$ • $800+300+800+700=2600$
Kısmi Anlama	• $300+700+800+t$ • $1800+Tm$
Tam Anlama	• $700+300+800+t = 1800+t$ • $300+700+800=1800$ ve $1800+t = 1800+t$ • $1800m+tm$

2. soru

Tablo 21. *Cebirsel Düşünme Düzeyleri 2. Soru İçin Kullanılan Cevaplar*

Anlama Düzeyleri	Cevaplar
Anlamama	• Boş cevap kâğıdı • Sorunun aynısının tekrarlanması • Açık ve net olmayan, okunamayan cevaplar • “Bilmiyorum”, “Anlamadım” şeklinde cevaplar
Kavram Yanılgısı	• $a+a+a=3$ • $1,1,1=>1$ • $a.a.a = a^3$ • $a.a.a = 3a$ • $a.a.a = a$ • $3(a \text{ cm}) = 3a^3$ • $a,a,a => 3$ • $1A+2A+3A=3.A$ • $a+a+a = 3+a$ • aaa
Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	• $a+a+a,$ • $a+a+a = a$
Kısmi Anlama	• a, a, a • $A+A+A = 3a$ • 3 tane a
Tam Anlama	• $a \text{ cm} + a \text{ cm} + a \text{ cm} = 3a \text{ cm}$ • $a.3 = 3a$ • $a+a+a = 3a$ • $a \text{ cm}.3$

3. soru

Tablo 22. *Cebirsel Düşünme Düzeyleri 3. Soru İçin Kullanılan Cevaplar*

Anlama Düzeyleri	Cevaplar
Anlamama	• Boş cevap kâğıdı • Sorunun aynısının tekrarlanması • Açık ve net olmayan, okunamayan cevaplar • “Bilmiyorum”, “Anlamadım” şeklinde cevaplar
Kavram Yanılgısı	• $3+8+1=12$ ve $D=12$ • $2+2=4$ ve $8+3+1=12$ ve $4+12=16$ • $3E+8E=1$ $D=12$ • $3E+8$ ve $E=11$ • $3E+8E+1=12$
Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	• $1+8=9$ ve $3 \times 9=27$
Kısmi Anlama	• $D=3.1+8$ • $3.E=3$ ve $3+8=11$
Tam Anlama	• $3.1+8=11$ • $3.1=3$ ve $3+8=11$ • $3.E+8=3.1+8=3+8=11$ ve $D=11$

4. soru

Tablo 23. Cebirsel Düşünme Düzeyleri 4. Soru İçin Kullanılan Cevaplar

Anlama Düzeyleri	Cevaplar
Anlamama	- Boş cevap kâğıdı - Sorunun aynısının tekrarlanması - Açık ve net olmayan, okunamayan cevaplar “Bilmiyorum”, “Anlamadım” şeklinde cevaplar
Kavram Yanılgısı	$5+3+4=12$ ve $12+12+5+4+3=36$ $3+5+4=12$ $5+4+3=12$ cm $3+5+4+x+x=12xx$ $3+5+4=12$ ve $12+p+p$ $12+x+x$ - Soruda sırasıyla 3,4,5 dediği için diğer verilmeyen kenarlara 2,2 ya da 6,6 denilerek toplama işleminin yapılması $3+4+5+6+6=24$ $2+2+3+4+5=16$ $5.4.3=60$ $5+5+5+3+4=22$ $5+4+3=12$ ve $12/2=6$ verilmeyen kenarları ve çözüm $6+6+5+4+3=24$ $5+4+3=12$ ve $12/2=6$ $3+5+4=12$ ve $a=12$ - Soruda sırasıyla dediği için $5+4+3+2+1$ - Komşu kenarların birbirine eşit olduğunu düşünüp $3+3+4+4+5$
Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	$4+5+3=12$ ve $A+A=2.A \Rightarrow 2A=12$ ve $A=6$ $5+4+3=12$ ve $12+x+x=> x=2$ ve sonuç 16 $5+4+3+2x=14x$ $3+5+4=12$ cm ve $12+x$
Kısmi Anlama	$4+5+3+x+x=12+x+x$ $5+4+3+2x$ $3+5+4=12$ ve $12+z+z=12z2$ $3+5+4=12$ ve $z+z=2$ $5+4+3=12$ ve $2x 12$
Tam Anlama	$5+4+3+x+x = 12+2x$ $3+5+4+M2 = 12+M2$ $12+2a$ cm $2.t+12$ $11+2y$ $12cm+2a$

5. soru

Tablo 24. *Cebirsel Düşünme Düzeyleri 5. Soru İçin Kullanılan Cevaplar*

Anlama Düzeyleri	Cevaplar
Anlamama	- Boş cevap kâğıdı - Sorunun aynısının tekrarlanması - Açık ve net olmayan, okunamayan cevaplar “Bilmiyorum”, “Anlamadım” şeklinde cevaplar
Kavram Yanılgısı	$8x-6y-x=2xy-x=2x^2y$ $8-6=2$ ve $x=2$ $8x-6y-x=2$ $8.1-6.1-1$ ve $8-6-1=1$ $8x-6y-x=48x^2y$ $8x(6y-x)=48xy-8x^2$ $48xy8x^2$ $8-6y=2$ ve $x=2$ $8x-6y=2x$ ve $2x-x=x$ $8x-6y=2yx$ ve $2yx-x=2y$ $8x-x=8$ ve $8-6y=2y$ $8x-6y-x=8x6yx$ $8x-6y-x=2y$ $8x-6y-x=2z$ $8.1-6.1$ ve $x=2$ $8x-6y=2$ ve $2-x$
Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	$8x-x=7x$ ve $7x-6y=1x$ $8x=x+x+x+x+x+x+x$ ve $6y=y+y+y+y+y+y$ ve $x=x$
Kısmi Anlama	$7x-6y=?$ $-7x-6y$ $-9x-6y$
Tam Anlama	$8x-x-6y$ ve $7x-6y$ $8x-1x=7x$ ve $7x-6y$ $8x+-6y+-x=7x-6y$ $8x+(-x)=7x$ ve $7x-6y$ $8x+(-6y)+(-x)$ ve $7x+(-6y)$

6. soru

Tablo 25. *Cebirsel Düşünme Düzeyleri 6. Soru İçin Kullanılan Cevaplar*

Anlama Düzeyleri	Cevaplar
Anlamama	• Boş cevap kâğıdı • Sorunun aynısının tekrarlanması • Açık ve net olmayan, okunamayan cevaplar • “Bilmiyorum”, “Anlamadım” şeklinde cevaplar
Kavram Yanılgısı	• $b=1,2,3,4,5,6,7,8,9$ • $a=12$ ve $b=8$ • $b=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$ • $a=15$ ve $b=5$ • $a=11$ ve $b=9$ • $b=19,18,\dots,-1,1,2,3,\dots,19$ • $b=8,1,0,9$ • $b=5$ • $a=13$ ve $b=7$ • $a=10$ ve $b=10$ • $b=5,8$ • $a=12$ ve $b=8$ • $b=2$ ve $a=18$ • $b=3,4,5,6,7,9,8,9$
Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	• $b=9,1,0,5,4,3,2,8$ • $b=1,2,3,4,5,6,7,8,9$ ve b bunlardan bir tanesi olmalı
Kısmi Anlama	• $b=0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,-1,-2,-3,-4,-5,-6,-7,-8,-9$
Tam Anlama	• b'nin alabileceği değerler çoktur bu yüzden bu sorunun çözümü yoktur • $b=1,2,3,4,5,6,7,8,9,-1,-2,-3,-4,-5,-6,-7,-8,-9,\dots$ rasyonel sayılarda olabilir, sonucu yoktur • 0'dan 9'a kadar pozitif sayılar, belli başlı negatif sayılar ve rasyonel sayılar

7. soru

Tablo 26. *Cebirsel Düşünme Düzeyleri 7. Soru İçin Kullanılan Cevaplar*

Anlama Düzeyleri	Cevaplar
Anlamama	- Boş cevap kâğıdı - Sorunun aynısının tekrarlanması - Açık ve net olmayan, okunamayan cevaplar “Bilmiyorum”, “Anlamadım” şeklinde cevaplar
Kavram Yanılgısı	$3.1=3$ ve $8.1=8 \Rightarrow 3+8=11$ $3+a$ ve $8+b \Rightarrow 3a+8b=11ab$ $3.a=3a$ ve $8.b=8b \Rightarrow 11ab$ $3.a=3a$ ve $8.b=8b$ $3+8=11$ $(3+a)$ ve $(8+b) \Rightarrow 24ab$ 3 lira a tane ve 8 lira b tane 11lira öder $8+3+a+b = 11 + ab$ $8 \times 9=72$ ve $3 \times 4=12$ $8b+3a=11b$ $3+a+8+b=11+a+b$ $a=3$ lira ve $b=8$ lira $\Rightarrow 11$ lira $3a+8b=3a8b$ $3.a.8.b$ $3+a=3a$ ve $8+b=8b$
Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	$3a+8a = 11a$ $3a+8b=11$ $3.a+8.b=3a+8b=11$ lira
Kısmi Anlama	$3a+8a$ $3b+8a$
Tam Anlama	$3.a=3a$ ve $8.b=8b \Rightarrow 3a+8b$ $3a+8b$ 8 ile b’yı ve 3 ile a’yı çarptım $\Rightarrow 8b+3a$ $a a a$ ve $b b b b b b b b \Rightarrow 3a+8b$ $a+a+a=3a$ ve $b+b+b+b+b+b+b+b=8b \Rightarrow 3a+8b$

8. soru

Tablo 27. Cebirsel Düşünme Düzeyleri 8. Soru İçin Kullanılan Cevaplar

Anlama Düzeyleri	Cevaplar
Anlamama	• Boş cevap kâğıdı, • Sorunun aynısının tekrarlanması, • Açık ve net olmayan, okunamayan cevaplar, • “Bilmiyorum”, “Anlamadım” şeklinde cevaplar
Kavram Yanılgısı	• $a=1$ için $8.a < a+8$ • $a=1$ ve $a=2$ için $8.a$ daha büyüktür • $a=1$ için $a+8$ ve $a=2$ için $a.8$ büyüktür ve sonucu değişkenlik gösterebilir • Çarpımı daha büyüktür çünkü kat kat büyüyor $8.a$ daha büyüktür • $8a > a+8$ • $8.a=8a$ ve $a+8=8a \Rightarrow$ aynıdır • $a=1$ olmasaydı $8.a$ daha büyük olacaktı • a yerine ne koyarsak koyalım $8.a$ daha büyüktür • Çarpma daha büyüktür ancak $a=1$ dersek tersi olur herşey çıkabilir • $8.a=8a$ ve $a+8=9a \Rightarrow 9a > 8a$ • $8a+8a=16a$ • Çarpma işleminde sonuç büyük çıkar o yüzden $8.a$ daha büyüktür • $a.a.a.a.a.a.a.a.= 8a$ ve $a+a+a+a+a+a+a+a=8+a \Rightarrow 8+a=8a$
Özel Kavram Yanılgısıyla Kısmi Anlama	• $a=2$ ve $2'$den büyük için $8.a > a+8$
Kısmi Anlama	• Bazı değerlerde $8.a$ büyük bazı değerlerde $8+a$ daha büyüktür
Tam Anlama	• Hangisinin daha büyük olacağı a'ya verilen değere göre değişir, negatif ve pozitif değerlere göre sonuç değişir • $a=2$ ve $2'$den büyük değerler için $8.a > 8+a$ ve $a=1$ ve $1'$den küçük değerler için $8.a < 8+a$

EK-5: Etik Kurul Onayı

Evrak Tarihi ve Sayısı: 17/03/2021-10205



T.C.
BAYBURT ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğü

Sayı : E-93265200-050.99-10205
Konu : Etik Kurulu Kararı

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞINA

İlgi : 11/03/2021 tarihli ve E-93265200-299-9462 sayılı yazınız.

İlgi yazı ile talep edilen Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencilerinden 172103003 numaralı Ömer GÖKBURUN'un Etik Kurulu Kararı ekte gönderilmiştir.
Bilgilerini ve gereğini rica ederim.

Doç.Dr. Fatih GÜRBÜZ
Enstitü Müdürü

Ek: Yazı (2 sayfa)

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BEBL36L3D Pin Kodu :67771
Kep Adresi:bayuni@hs01.kep.tr

Belge Takip Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/bayburt-universitesi-ebys>

Bilgi için: Mehmet ÇETİN
Unvanı: Bilgisayar İşletmeni

Tel No: 04582111153-2701



Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır..



T.C.
BAYBURT ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Etik Kurulu

Sayı : E-51694156-050.99-10021
Konu : Etik Kurul Kararı

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

İlgi : 11.03.2021 tarihli ve E-93265200-300-9509 sayılı yazınız.

İlgi yazınız gereği Üniversitemiz Etik Kurulu 12.03.2021 tarihinde toplanmış olup, yapılan toplantı sonucu Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğü'nün yazısına istinaden, Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı öğrencilerinden 172103003 numaralı Ömer GÖKBURUN'un, "Cebirsel Düşünme Kavramının Ortaokul Seviyesinde Öğrenilme Durumunun Araştırılması" başlıklı tez çalışması için gerekli olan Etik Kurulu Onayı ile ilgili yapılan başvuru Bayburt Üniversitesi Etik Kurulunca uygun bulunmuş olup, karar aslı ekte sunulmuştur.

Gereğini ve bilgilerinizi rica ederim.

Prof.Dr. Mutlu TÜRKMEN
Etik Kurulu Başkanı

Ek: Etik Kurul Kararı (1 Sayfa)

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BE5U365JJ Pin Kodu :27181
Kep Adresi: bayuni@hs01.kep.tr

Belge Takip Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/bayburt-universitesi-ebys>

Bilgi için: Nuri TURAN
Unvanı: Avukat





**T.C.
BAYBURT ÜNİVERSİTESİ
ETİK KURULU KARARI**

Karar Sayısı : 2021/58

**Karar Tarihi : 12/03/2021
Oturum Sayısı : 05**

Üniversitemiz Etik Kurulu tarafından, Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğü'nün 11.03.2021 tarihli ve E-93265200-300-9509 sayılı yazısına istinaden, Bayburt Üniversitesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Fen Bilgisi Eğitimi Ana Bilim Dalı öğretim üyesi Doç. Dr. Ufuk TÖMAN'ın danışmanlığını yürüttüğü Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Programı 172103003 numaralı öğrencisi Ömer GÖKBURUN'un, "Cebirsel Düşünme Kavramının Ortaokul Seviyesinde Öğrenilme Durumunun Araştırılması" başlıklı tez çalışması üniversitemiz etik kurulu tarafından incelenmiş olup, toplantıya katılan kurul üyelerince araştırmanın etik ilkelere uygun olduğuna oy birliğiyle karar verilmiştir.



Prof. Dr. Mutlu TÜRKMEN
Kurul Başkanı

ÖZGEÇMİŞ

..... İlköğretim ve lise öğrenimini Kastamonu’da tamamladı. Lisans öğrenimini Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Matematik Öğretmenliği Bölümü’nde tamamlayarak, 2017 yılında mezun oldu. 2018 yılında Erzurum ili Karayazı ilçesinde öğretmenlik görevini yapmaya başladı. 2018 yılında ise Bayburt Üniversitesi, Lisansüstü Eğitimi Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalında tezli yüksek lisansa başladı. Halen bilimsel çalışmalarda bulunarak, lisansüstü öğrenim sürecine devam etmektedir.