

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÇOK AMAÇLI BULANIK TRANSPORT PROBLEMİNİN
GENİŞLEME PRENSİBİYLE ÇÖZÜLMESİ**

Endüstri Müh. Başak Gözde UĞUR

**FBE Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı Endüstri Mühendisliği Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Nihan Çetin DEMİREL (YTÜ)

İSTANBUL, 2006

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ.....	v
ŞEKİL LİSTESİ.....	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	vii
ÖNSÖZ	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ	1
2. BULANIK MANTIK	5
2.1 Geçmişten Günümüze Bilim ve Mantık	5
2.2 Belirsizlik	7
2.3 Bulanık Mantık.....	8
2.4 Bulanık Kümeler ve Üyelik Dereceleri	9
2.4.1 Bulanık Kümelerin Özellikleri	12
2.4.2 Bulanık Küme İşlemleri	13
2.5 Bulanık Sayılar ve α Kesimleri.....	15
2.5.1 Bulanık Sayılarda Toplama İşlemi	16
2.5.2 Bulanık Sayılarda Çıkarma İşlemi.....	16
2.5.3 Bulanık Sayılarda Çarpma İşlemi.....	17
2.5.4 Bulanık Sayılarda Bölme İşlemi.....	17
2.5.5 Genişleme Prensibi	18
2.6 Bulanık Bağıntılar.....	18
2.6.1 Bulanık Bağıntılarda İşlemler	18
2.7 Bulanıklaştırma ve Üyelik Derecesinin Belirlenmesi.....	18
2.8 Durulaştırma.....	20
2.8.1 En Büyük Üyelik İlkesi.....	20
2.8.2 Sentroid (Ağırlık Merkezi) Yöntemi	20
2.8.3 Ağırlıklı Ortalama Yöntemi	21
2.8.4 Ortalama En Büyük Üyelik	21
2.8.5 Toplamların Merkezi	21
2.8.6 En Büyük Alanın Merkezi	22
2.8.7 En Büyük İlk veya Son Üyelik Derecesi	22
2.9 Bulanık Kurallar ve Sistemler	23
2.9.1 Daraltma.....	23

2.9.2	Genişletme.....	24
2.9.3	Yoğunlaştırma	24
2.9.4	Bulanık Kurallar ve ıkarım	24
2.9.5	Grafik ıkarım Teknikleri.....	25
3.	TRANSPORT MODELİ.....	26
4.	ÇOK AMAÇLI PROGRAMLAMA.....	28
4.1	Hedef Programlama	28
5.	ÇOK AMAÇLI BULANIK TRANSPORT PROBLEMİNİN GENİşLEME PRENSİBİYLE ÇÖZÜLMESİ.....	29
5.1	özüm Prosedürü	31
5.1.1	Bulanık Transport Probleminin Genişleme Prensibiyle özölmesi.....	31
5.1.2	çok Amaçlı Bulanık Transport Problemini özmek İçin Bulanık Programlama Yaklaşımı	40
6.	UYGULAMA.....	44
6.1	Bulanık Amaçların Genişleme Prensibiyle özölmesi.....	52
6.1.1	Birinci Amacın özümü	52
6.1.2	İkinci Amacın özümü	68
6.2	çok Amaçlı Bulanık Transport Probleminin Bulanık Programlamayla özölmesi.....	91
7.	SONUÇLAR	102
	KAYNAKLAR.....	103
	ÖZGEçMİş.....	104

SİMGE LİSTESİ

$\tilde{A}$	A bulanık kümesi
$\tilde{B}_j$	j hedefinin bulanık bütçe miktarı kümesi
$\tilde{C}_{ijk}$	Birim mamülün i kaynağından j hedefine k . araçla taşınmasının bulanık maliyet kümesi
$\tilde{D}_j$	j hedefinin bulanık talep miktarı kümesi
$\tilde{E}_k$	k . aracın bulanık taşıma kapasitesi kümesi
$F(x)$	Amaç fonksiyonu
L	Bir bulanık kümenin alt sınırı
$\tilde{R}$	Bir bulanık bağıntı
$\tilde{S}_i$	i kaynağının bulanık üretim miktarı kümesi
$\tilde{T}_{ijk}$	Birim mamülün i kaynağından j hedefine k . araçla taşınmasının bulanık birim süresi kümesi
U	Bir bulanık kümenin üst sınırı
x_{ijk}	i kaynağından j noktasına k taşıtıyla taşınacak mamül miktarı
$\tilde{Z}$	Bulanık amaç değeri kümesi
α	Bulanık kümenin kesim seviyesi
β	Yardımcı değişken
σ	Bir kelime atomu
$\mu_{\tilde{A}}(x)$	x değerinin $\tilde{A}$ bulanık kümesindeki üyelik derecesi

KISALTMA LİSTESİ

ÇATP	Çok Amaçlı Transport Problemi
İnf	En yüksek alt sınır
Sup	En düşük üst sınır
Supp	Bulanık kümenin desteği

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1 Değişik şekillerdeki üyelik derecesi fonksiyonları.	10
Şekil 2.2 A klasik kümesinin ve $\tilde{B}$ bulanık kümesinin üyelik derecesi fonksiyonları.	10
Şekil 2.3 Üyelik fonksiyonunun kısımları (Şen, 2001).	11
Şekil 2.4 Bulanık kümenin α kesimi.	16
Şekil 2.5 En büyük üyelik ilkesine göre durulaştırma.	20
Şekil 2.6 Sentroid yöntemiyle durulaştırma.	21
Şekil 2.7 Ortalama en büyük üyelik yöntemiyle durulaştırma.	21
Şekil 2.8 Üyelik fonksiyonu daralması (Şen, 2001).	24
Şekil 3.1 İki kaynak ve üç hedefli bir ulaştırma probleminin gösterimi.	26
Şekil 6.1 Toplam transport maliyetinin yaklaşılmış üyelik fonksiyonu.	67
Şekil 6.2 Toplam teslim süresinin yaklaşılmış üyelik fonksiyonu.	90

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 5.1 Toplam transport maliyetinin 11 α kesimindeki alt ve üst sınır değerleri.	40
Çizelge 6.1 Mamülün iller ve bölgeler tarafından talep edilen miktarları, teslim süreleri, taşıma maliyetleri ve bölgelerin bütçe miktarları.....	45
Çizelge 6.2 Toplam transport maliyetinin 11 α kesimindeki alt ve üst sınır değerleri (Yeni Kuruş).	66
Çizelge 6.3 Toplam transport süresinin 11 α kesimindeki alt ve üst sınır değerleri (Saat)..	89
Çizelge 6.4 11 α kesimindeki $Z^1(X^2)$ değerleri.	91
Çizelge 6.5 11 α kesimindeki $Z^2(X^1)$ değerleri.	92
Çizelge 6.6 Bulanık parametrelerin durulaştırılmış değerleri.	93

ÖNSÖZ

Son yıllarda çağdaş konular arasında ilk sırayı tutan bulanık mantık kavramı hemen hemen her mühendislik dalında uygulanır hale gelmiştir. Bulanık mantık, matematiğe dayanan teknolojiyle kesin olmayan düşünce yapısına sahip insan arasında bir nevi köprü görevini üstlenmektedir.

Bu çalışmada bulanık mantığın temel kavramları üzerinde durulmuş ve çok amaçlı bulanık transport problemi için genişleme prensibine ve bulanık programlamaya dayanan bir çözüm prosedürü geliştirilmiştir.

Son olarak; bana hep destek olan aileme, başta Yrd. Doç. Dr. Nihan Çetin Demirel olmak üzere tüm hocalarıma, araştırma görevlilerine ve tüm sevdiklerime teşekkür ederim.

ÖZET

Gerçek dünyanın karmaşıklığından dolayı karar vericilerin öngörü yapmaları zorlaşır. İnsanlar belirsiz olayları zihinlerinde yaklaşık olarak canlandırıp yorumlarda bulunabilirken insanlar tarafından geliştirilen bilgisayarlar bu tür belirsizlikleri işleyemezler, sayısal verilere ihtiyaç duyarlar. Bu belirsiz olan bilgi kaynaklarının içinde sözel bilgiler de vardır. İhtimaller teorisi ve istatistik belirsizlikleri konu etmesine karşın sözel bilgilerin bulunması halinde yetersiz kalmaktadır.

Lütfi Askerzade Zadeh bu belirsizliklerle uğraşmak için 1965'te bulanık mantığı sunmuştur. Bugün, bulanık mantığın birçok teknolojik ortamda uygulama alanı bulduğunu görmekteyiz.

Bu uygulama alanlarının içinde lineer programlama da vardır. Kesin olmayan parametrelere sahip modellerin çözümünde bulanıklık ilkelerinden yararlanılmış ve kesin çözümler elde edilmiştir.

Bu çalışmada, bulanık mantık kavramları açıklandıktan sonra çok amaçlı bulanık transport problemi için genişleme prensibine ve bulanık programlamaya dayanan bir çözüm prosedürü sunulmuştur. Sunulan çözüm prosedürünü göstermek için bir vaka çalışması yapılmıştır. Genişleme prensibi yardımıyla bulanık amaçlar ayrı ayrı çözülmüş ve bulanık sonuçlar çıkarılmıştır. Bu aşamalardan sonra da, bulanık programlama yaklaşımıyla uzlaşık çözüm bulunmuştur. Ancak amaç fonksiyonunun katsayılarının bulanık olmadığı durumlarda genişleme prensibine dayanan yaklaşım kullanılamamaktadır.

Anahtar Kelimeler: Çok Amaçlı Bulanık Transport Problemi, Bulanık Mantık, Genişleme Prensibi, Bulanık Programlama.

ABSTRACT

Because of real world's complexity, foresighting gets difficult for decision makers. While people can almost create ambiguous events in their minds and interpret them, computers that have been developed by humans can not process this ambiguity, they need numerical data. There are also linguistic informations in these ambiguous information sources. Although probability theories and statistics treats ambiguity, it isn't sufficient at linguistic information.

Lütfi Askerzade Zadeh proposed fuzzy logic to deal with these ambiguities in 1965. Today we see that fuzzy logic finds application areas in diverse technological environment.

In these application areas, there is also linear programming. In solving models which have noncrisp parameters, it has been utilized from fuzzy principles and crisp solutions were found.

In this study, after explaining the fuzzy logic concepts, the solution procedure for fuzzy multiobjective transportation problem was proposed. A case study was done to illustrate the proposed solution procedure. With the help of extension principle, objectives were solved separately and fuzzy solutions were derived. After these steps, compromise solution was found by using fuzzy programming approach. However, the approach based on extension principle can not be used in the situations where objective function hasn't got any fuzzy coefficients.

Keywords: Multiobjective Fuzzy Transportation Problem, Fuzzy Logic, Extension Principle, Fuzzy Programming.

1. GİRİŞ

Küreselleşen dünyada lojistik ve tedarik zinciri yönetiminin gelişmesiyle birlikte, maliyeti azaltmak ve servis kalitesini yükseltmek için transport problemlerini çözebilmenin önemi daha da artmıştır.

Hem ortamdaki belirsizliklerin artması, hem de üretim kapasitesi ve talep miktarı kısıtlarının yanına taşıt kapasitesi gibi birçok kısıtın da eklenmesiyle modeller daha da karmaşık haller almaktadır.

Transport problemi lineer programlamanın özel bir tipidir; simpleks metod ve diğer algoritmalar kullanılarak çözülebilir. Sıradan lineer programlamada veya mevcut algoritmalarda amaç fonksiyonu ve model girdileri genellikle deterministik olarak kabul edilir. Fakat gerçek dünya problemlerinde çevre koşullarının belirsizliğinden dolayı mevcut kapasite, tahmini talep, ilgili maliyet/süre katsayıları gibi model parametreleri genellikle kesin değerler değildir. Planlama ufkundaki bilgilerin tam olmayışı veya mevcut olmayışından dolayı bulanık transport problemlerini geleneksel deterministik lineer programlama ve özel çözüm algoritmaları çözemez.

Literatürde bugüne kadar bulanık optimizasyonla ilgili yapılan çalışmalara bakacak olursak; Bellman ve Zadeh tarafından sunulan bulanık karar verme konseptinin ardından 1976'da Zimmermann, bulanık kümeleri sıradan bir lineer programlama probleminde bulanık amaç ve kısıtlarla göstermiştir. Bu çalışma sıradan lineer programlamaya denk bir formun mevcut olabileceğini doğrulamıştır. Sonradan Zimmermann'ın bulanık lineer programlaması, bulanık ortamda dağıtım planlama kararı problemlerini çözmek için bulanık optimizasyon metodları olarak geliştirilmiştir.

Chanas vd. kesin değerli maliyet katsayılı ve bulanık değerli arz ve talep kısıtlı transport problemi için Bellman ve Zadeh kriterine dayanan parametrik programlama tekniğini geliştirmiştir. Chanas ve Kuchta, bulanık maliyet katsayılı transport problemini kesin amaç fonksiyonlu iki kriterli transport problemi haline çevirmişlerdir (Liu ve Kao, 2004).

Bunun dışında Chanas ve Kuchta, bulanık arz ve talepli tam sayılı bulanık transport problemini çözmek için bulanık amaç ve kısıtların ortak tatminini maksimize edecek bir algoritma geliştirmişlerdir. Bulanık dağıtım problemiyle ilgili çalışmaları yapanlar arasında; Bit vd., Chanas vd., Jimenez ve Verdegay, Tzeng vd. gibi isimler vardır (Liang, 2006).

1978’de Zimmermann ilk olarak bulanık lineer programlama metodunu bulanık amaçları temsil etmek için, lineer üyelik fonksiyonlu çok amaçlı lineer programlama problemi halinde genişletti. Bu çok amaçlı lineer programlama probleminde her amaç fonksiyonu için karar vericinin “amaç fonksiyonu bazı değerlerden yeterince küçük ve/veya eşit olmalı” gibi bulanık amaçları olduğu düşünöldü. Bunun gibi bulanık hedef programlama ile ilgili çalışmalar; Chen ve Tsai, Dubois vd., Hannan, Kuwano, Leberling, Luhandjula ve Sawaka’nın çalışmalarından oluşur (Liang, 2006).

ÇATP için araştırmacılar birçok bulanık hedef programlama metodu geliştirmişlerdir. Bit vd. transport problemi için bütün denk olmayan amaçların ağırlıkları ve önceliklerini dikkate alan katkı bulanık programlama modelini sunmuştur. Li ve Lai, değişik amaçların her amaç için marjinal değeriendirmeye ve bütün amaç fonksiyonları için global değeriendirmeye dikkate alındığı çok amaçlı transport probleminde baskın olmayan uzlaşık çözümü elde etmek için bulanık uzlaşık programlama metodunu sunmuştur. Abd El-Wahed uzaklık fonksiyonlarının yardımıyla uzlaşık çözümün ideal çözüme olan yakınlık derecesini ölçerek, çok amaçlı dağıtım planlama problemine optimal uzlaşık çözümü sağlayan bulanık programlama yaklaşımını geliştirmiştir. Bunun dışında; Das vd., Hussein, Verma vd.’nin bulanık çok amaçlı dağıtım planlama problemiyle ilgili çalışmaları vardır (Liang, 2006).

Son yıllarda bulanık transport problemiyle ilgili yapılmış literatürdeki çalışmalara bakacak olursak Liang; bulanık değeri arz ve talep kısıtlı, kesin değeri depo kapasitesi ve bütçe kısıtlı bulanık çok amaçlı dağıtım planlama probleminde toplam dağıtım maliyeti ve toplam teslim zamanını eşzamanlı minimize edecek interaktif bulanık çok amaçlı lineer programlama metodunu sunmuştur. Sunulan metodda tatmin edici çözümler kümesini elde edene kadar karar verici interaktif olarak bulanık verileri ve ilgili parametreleri değıştirebilmekte, etkin çözüm ve karar vericinin tatmini sağlanabilmektedir (Liang, 2006).

Das, Goswami, Alam; maliyet katsayıları, kaynak ve hedef parametreleri aralık değerileriyle ifade edilmiş çok amaçlı transport problemini deterministik hale getirerek kesin modele dönüştürür, aralığın sağ sınırı ve yarı genişliğini dikkate alarak amaç fonksiyonlarının en kötü ve ortalama durumunun minimizasyonunu bulacak bir çözüm sunar. Bulanık programlama tekniğinin kullanılmasının avantajı, çok amaçlı transport probleminde k amaç fonksiyonu için k baskın olmayan çözüm ve bir optimal uzlaşık çözüm sunmasıdır (Das vd., 1999).

Jimenez ve Verdegay; kısıtların üç kalem halinde verildiği bulanık katı transport problemine bulanık bir çözüm sunacak, orjinal problemle alakalı yardımcı parametrik katı transport

problemini elde etmek için bir parametrik yaklaşım geliştirmiştir. Literatürde parametrik katı transport problemini etkili bir şekilde çözen bilinen metodlar olmadığından makalelerinde evrimsel algoritma tabanlı çözüm metodu sunmuşlardır (Jimenez ve Verdegay, 1999).

Abd El-Wahed, ÇATP'nin optimal uzlaşık çözümünü belirlemek için bir bulanık programlama yaklaşımı sunmuştur. Makale, amaç ve kısıt sayısı arttıkça bulanık yaklaşımın interaktif prosedürden daha iyi performans gösterdiğini ortaya çıkarmıştır (Abd El-Wahed, 2001).

Abd El-Wahed ve Lee çok amaçlı transport problemi için tercih edilen uzlaşık çözümü bulmak için interaktif bulanık hedef programlama yaklaşımını sunmuştur. Metod, her amaç fonksiyonunun en iyi alt sınırına yakın etkin çözümü bulmak için en kötü üst sınırı minimize etmeye odaklanmıştır. Yaklaşım, arama yönünü her amaç fonksiyonunun üst sınırları ve hedef seviyelerini güncelleyerek kontrol etmiştir. Hedef programlama, bulanık programlama, interaktif programlamanın bir metodolojide birleştirilmesi çok amaçlı transportasyon problemi ve diğer çok amaçlı optimizasyon problemlerini çözmek için güçlü bir araç olmuştur (Abd El-Wahed ve Lee, 2004).

Liu ve Kao, daha önce bulanık transport problemiyle ilgili yapılan çalışmalarda bulanık değer yerine kesin değerli çözümlerin bulunduğundan hareketle, kendileri maliyet katsayısı, talep ve arz kısıtlarının bulanık değerlerle ifade edildiği bulanık transportasyon problemini çözmek ve bulanık sonuç bulmak için Zadeh'in genişleme prensibine dayanan bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Geliştirdikleri yaklaşımda matematiksel program çifti formüle edilmiş, bulanık amaç değerinin değişik α kesimlerindeki alt ve üst sınırları bulunarak üyelik fonksiyonu yaklaştırılmaya çalışılmıştır. Ayrıca en yüksek transport maliyetinin en fazla miktarda taşımayla oluşmayabileceği gösterilmiştir. Amaç fonksiyonunun kesin değerle değil de üyelik fonksiyonuyla ifade edilmesi karar vermek için daha çok bilgi sağlamıştır (Liu ve Kao, 2004).

Liu, maliyet katsayılarının, arz, talep ve taşıt kapasitesi kısıtlarının bulanık sayı olduğu bulanık katı transport probleminin bulanık amaç değerini çıkarabilecek bir metod sunmuştur. Genişleme prensibine dayanarak bulanık katı transport problemini matematiksel program çiftine çevirmiş ve α kesiminde bulanık toplam transport maliyetinin alt ve üst sınırlarını hesaplamıştır (Liu, 2006).

Bu çalışmada; bulanık arz miktarı, talep miktarı, taşıma kapasitesi ve bütçe kısıtlı, bulanık amaç fonksiyonlu çok amaçlı bulanık transport probleminin çözümü için Zadeh'in genişleme

prensibine dayanan ve uzlaşık çözümü bulmak için bulanık programlama yaklaşımını kullanan bir metod sunulmuştur. Amaç fonksiyonunun değeri, 0-1 aralığındaki α kesimlerindeki değerleri şeklinde bulunmuş ve karar vericinin her amaç için en olası değerleri görmesi sağlanmıştır. İki amacın 0-1 aralığındaki α kesimlerindeki ideal çözümleri bulunduktan sonra sentroid yöntemiyle çözümler ve parametreler kesin değere çevrilip bulanık yaklaşım metoduyla uzlaşık çözüme gidilmiştir.

Sunulan metodu pekiştirmek için veteriner ilaçları ve premiksleri üreten Topkim A.Ş. ve Biyoteknik A.Ş. işletmelerinin ortak bir mamülünün 15 ildeki depolara taşınması problemi ele alınmış ve çözülmüştür.

2. BULANIK MANTIK

2.1 Geçmişten Günümüze Bilim ve Mantık

Dünyada ilk yazı kabul edilen çivi yazısını bulan Sümerler ve onu takip eden diğer uygarlıklar İ.Ö. 5000’li yıllardan itibaren bir taraftan sosyal devlet düzenini kurmaya çalışırken diğer taraftan basit gözlemler yaparak doğa yasalarıyla ilgili bulgulara ulaşmaya başlamışlardır. Bunların anlamlı ve kalıcı olanları ayıklanmış ve temel bilgilere ulaşılmıştır.

Yorumlanmış bilgiye ulaşmak ve bilgiyi düzene sokmak için temel kurallara ihtiyaç vardır, bu kurallar zinciri “Mantık”ı oluşturur ve bilimi başlatabilmek için “Mantık” gereklidir.

Bulanık mantığa gelinceye kadar tarih boyunca mantık adına nelerin yapıldığına bakacak olursak ilk olarak Aristoteles’i ele almalıyız, çünkü bilimin başlangıcı olarak kabul edilen süreç Aristoteles (İ.Ö. 384 – 322) ile başlar. Aristoteles, bir hipotez ortaya konulduğunda iş gören düşünce türünün nitelikleri üzerinde durup onları kurallar zincirine bağlayarak düşüncede modelleme yolunu açmak istiyordu. Buluş mantığı böyle ortaya çıkmıştır. Böylece bilgileri biraraya getirip sentezleyerek bilime giden yolda önemli adımlar atılmıştır.

O çağda çözümleyici anlayış egemen olmadığından Aristoteles’in kurduğu kapalı sistemin zor ve karmaşık yönleri vardır. Başlangıçta bilimi yönlendiren ve mantığın kurulmasına önemli bir gerekçe oluşturan bu gelişmeler giderek bu mantığın önünü tıkamıştır. Zaman içinde Aristoteles’in ortaya koyduğu “Klasik Mantık” skolastik felsefe tarafından araç olarak kullanılmış hatta dinsel akımların yönlendirilmesinde bu mantıktan yararlanıldığı gibi bir sav ortaya konmuştur. Böylece Aristoteles’in ortaya koyduğu mantığın savunucusu bilim dünyası değil engizisyon mahkemeleri olmuş ve bu çelişki klasik mantığın önünü kapamıştır.

Bilim dünyasındaki bu 14 yy.’lık Karanlık Çağ’da Avrupa kökenli önemli bilimsel çabalar görünmemesine karşın Türk ve İslam uygarlıklarında bilim adına önemli çalışmalar yapılmıştır.

15. yy.’da Avrupa’da hümanist hareketlerin başlamasıyla dinin egemenliği zaman içinde yok olmaya başlamıştır. Bilimle uğraşanlar engizisyon mahkemelerine hesap vermek zorunda kalmamaya başladılar. Bu sürecin Aydınlanma Çağı olarak adlandırıldığını bilmekteyiz. Bilimin bu çağda önü açılmış, değişim ve gelişmelere açık olmayan klasik mantığın artık işlemediği görülmüştür. Fransız bilim adamı ve filozof Descartes (1596-1650) analitik geometrinin kurucusudur ve Aristoteles’ten sonra mantığı söylem haline getiren O’dur.

Rasyonel düşünce ve metodolojiyi öngören sistemin savunucusudur. Ayrıca egoizm ve septsizizm de yaşam ilkeleri arasındadır.

Bilimsel araştırmalar yapılırken izlenecek yol ve kullanılacak yöntemlerin bilinmesi zorunluluğu vardır. Aristoteles'in mantığıyla ancak felsefi yorumlar yapılabilmekte ancak bilimin önu açılammamaktadır. Güçlü bir mantığa gereksinimin olduğu o dönemde Descartes "Metodoloji"yi ortaya koymuştur. Metodolojinin dört temel ilkesini günümüzde de kullanmaktayız. Metodoloji tek başına mantık değildir. Metodolojinin dört temel ilkesi şunlardır:

- 1) Apaçıklık: Doğruluğu apaçık meydanda olmayan hiçbir fikir gerçek olarak kabul edilemez.
- 2) Analiz: Problemi daha iyi ve kolay çözebilmek için daha küçük parçalara ayırarak incelemek.
- 3) Sentez: Basit fikirlerden başlayarak daha karmaşık fikirlere yönelmek.
- 4) Kontrol: Hiçbirşeyin atlanmadığını, herşeyin doğru yapıldığını görmek için denetimler yapmak.

Modern mantığın kurucusu George Boole (1815-1864) "Mantığın Matematiksel Çözümlemesi" eseriyle yeni bir mantığı müjdeler ve birkaç yıl içinde Boole Cebiri'ni bilim dünyasına kazandırır.

Modern mantık ikililiğe (dualite) dayanır ve 1 ve 0'dan oluşur. Bu mantığın temel operatörleri VE ve VEYA bağlaçlarıdır. Boole Mantığı güçlü bir sezgiye gereksinme duyar. Bunu Boole, "Bu mantık ancak sezgi erki güçlü olan insanların mantığıdır" diyerek belirtmiştir (Aksoy vd., 2003).

Boole mantığının; değişme, birleşme, dağılma, soğurma, denk güçlölük, çift değilleme, De Morgan, Shannon, birim eleman, niceleme mantığı açılım yasaları, niceleme mantığı değilleme yasaları, genel değilleme yasası, ardışık gerektirme yasası, tüm dengelimci gerektirme yasası gibi başlıca mantık yasaları vardır.

Boole tarafından ortaya atılan mantık uzunca bir süre tartışılmış ve Bertrand RUSSEL'in (1872-1970) çabaları sonucu kendini kabul ettirmiştir.

Modern mantığın gelişmesinde üç devre gözlemlenmiştir. İlk devrede matematik yöntemlerin mantığa uygulandığı görülür. Ancak mantık matematiği temellendirecek bir araç olarak alınmaz.

İkinci devrede mantık matematiğin temellerinin bilimi haline gelmiştir. Matematiğiyle karşılaştırılabilir yöntemler kullanılmaya başlanır. Alman matematikçisi ve mantıkçısı G. FREGE (1848-1925) bu devri başlatmıştır. Değişkenlerle sabitler, yasalarla kurallar, dil ve dilötesi arasında kesin bir ayrımı ileri süren ilk bilim adamıdır. RUSSEL O'nun ileri sürdüğü sistemin eksikliklerini görmüş ve arındırılmış bir mantık önermiştir.

İkinci devrede çok değerli mantıklar, kipsel mantıklar, sezgicilik gibi yeni akımlar çıkmıştır.

Çok değerli mantık modern mantık ile bulanık mantık arasındaki geçiş sürecini oluşturmuştur. 0 ile 1 arasında başka değerlerin de bulunduğu kümeler yardımıyla tanımlanır. İlk önce 3 değerli mantık geliştirilmiş daha sonra n değerli mantığa geçilmiştir.

D. HILBERT'in (1862-1943) başlattığı üçüncü evrede sentaks ve semantiks arasında kesin ve açık bir ayrım yapılmış ve önceki dönemlerin görüş ayrılıkları ortadan kalkmıştır.

2.2 Belirsizlik

“Kaos, doğanın ortak düzenidir. Tüm canlıların hareketleri dengeye doğru değil, dengeden uzaklaşma yönündedir. Doğada tam denge sadece ölüm durumunda olur. Tüm varlıklar kompleks, dinamik, lineer olmayan, birlikte yaratan ve dengeden uzaklaşan bir yapıdadırlar.” (Fitzgerald, 2006)

“... ama sahici dünyanın böyle olmadığını bi-li-yo-rum! Sahici dünya, kırçıl bir dünya. Görüyorum ki, aslında siyah-beyaz da yok! Karadır dediğin her şeyi, saç, kumaş, gece, gökyüzü, kömür, ne bulursan topla getir, bak bakalım birinin siyahı ötekininkini tutuyor mu! Keza beyaz. Köpük, bulut, elmanın içi, kemik, diş, kar. Beyaz diye bir şey yok, beyazımsı bir şeyler var!” (www.alevalatli.com)

Günümüzde kuantum fizikçileri, fiziğin doğrusal sistemleri çözdüğünü fakat gerçek dünyanın doğrusal olmadığını ve başlangıç noktasında meydana gelen en ufak bir değişikliğin beklenmedik sonuçlar doğurabileceğini ortaya koymuşlardır.

Gerçek dünyada kurmaya çalıştığımız sistemlerin bu karmaşıklığından dolayı parametrelerin hepsini kesin bilmemiz imkansızdır. Geçmişte belirsizliklerin işlenmesi için bunların rastgele karakterde olduğundan hareketle ihtimaller teorisi ve istatistik kullanılmıştır. Ancak bilinen belirsizliklerin hepsi rastgele karakterde değildir. İnsanın düşünce yapısındaki subjektif yargılardan ötürü günlük yaşantımızda kullandığımız sözel bilgilerin çoğu belirsizdir. İhtimaller teorisi ve istatistik burada bir işe yaramaz. Bilgisayarlar da bu sözel belirsizlikleri

işleyemez insanlar gibi yorumlarda bulunamazlar, sayısal verilere ihtiyaç duyarlar. İşte burada matematik tabanlı teknoloji ve sözel düşünce yapısına sahip insan arasındaki köprü görevini bulanık mantık sağlamaktadır.

2.3 Bulanık Mantık

Bulanık (fuzzy) terimi, olasılık dağılımları cinsinden tanımlanabilen belirsiz niceliklerin matematiği anlamındadır.

Bulanık Mantık, n değerli mantıktan sonra 1965'te Lütü Askerzade ZADEH tarafından ortaya konmuştur.

Zadeh'in ortaya attığı bu yeni mantık, ilk önce Batı dünyası tarafından bulanıklık güvensizliği ifade ettiği için yoğun tenkide maruz kalmıştır. Ancak 1970'lerden sonra Doğu'da ve özellikle Japonya'da bulanık mantık önem kazanmıştır.

Zadeh ilk olarak n değerli mantıktan sonsuz değerli mantığa geçmeyi başarmış ve bunun için önce "Bulanık Küme" kavramını pekiştirmiştir.

Bulanık Mantık temelde,

- 1) Çok değerli mantık,
- 2) Olasılık kuramı,
- 3) Yapay zeka

üzerine oturtulmuştur. Matematiğin gerçek dünyayı yorumlamasında daha geniş bir uyarlama alanı bu yolla bulunmuştur. Artık sadece siyah ile beyaz yoktur. Bunların arasında, bütün renkler ve onların her tondaki nüansları da yer alabilmektedir.

Bulanık mantığın dünyanın değişik araştırma merkezlerinde dikkat kazanması 1975'te Mamdani ve Assilian tarafından yapılan bir buhar makinesi kontrolü ile olmuştur. Günümüzde otuzdan fazla ülkede bulanık mantık konusunda araştırmalar yapılmakta olup bu ülkelerin başında ABD, Japonya, Çin ve Avrupa ülkeleri gelmektedir. Japonya'nın ise uygulama açısından daha önde olduğu görülmektedir. Bulanık mantığın uygulamaları günümüzde çok genişlemiş olup çeşitli endüstriyel süreçleri, asansörleri, metroları, çeşitli beyaz eşya ve elektronik araç-gereçleri kapsamına almıştır. Bu gelişmeler bulanık mantık uygulamalarına büyük bir hız kazandırmıştır.

Zadeh'ten sonra en önemli çalışmaları, Rescher, Dubois, Prade, Lakeoff, Yager ve Kandel

gibi bilim adamları yürütmüşlerdir.

Bütün bunlardan sonra şunu söyleyebiliriz ki; Aristoteles ile felsefenin mantığı, G. Boole ile bilimin mantığı ve Zadeh ile teknolojinin mantığı bilim dünyasına egemen olmuştur (Aksoy vd., 2003).

2.4 Bulanık Kümeler ve Üyelik Dereceleri

1965 yılında L.A. Zadeh belirsizliği temsil etmek için bulanık kümeler (fuzzy sets) teorisini geliştirmiştir. Bulanık küme (fuzzy set) 0 ile 1 arasında yer alan, rastgele seçilmiş sonsuz tane elemanı içeren bir küme olarak tanımlanmıştır.

Geçmişte belirsizlik ifade eden terimler ve kavramlar iki değerli kümeler kuramıyla tanımlanıyorlardı. Son yıllarda gelişen bulanık kümeler kuramında ise belirsizlik ifade eden terimler ve kavramlara üyelik derecesi atanarak onlara belirlilik kazandırılır. Belirlilik getirme yaklaşımı, iki değerli kümeler kuramının çok değerli kuramına dönüşümünden oluşur.

Modern mantıktaki bir kümenin elemanları, kesin elemanlardır. Bu elemanlar, kümenin elemanıdır ya da değildir. Bu tür elemanlardan oluşan kümelere kesin (crisp) kümeler denir. Bulanık kümeler belirlilik derecesi “ya hep, ya hiç” kavramının ötesindeki görüşten ortaya çıkar. Çoğunlukla günlük hayatta kesin sayılar ve ifadeler yerine sınırları bulanık “sayılar, ifadeler, nesne sınıfları” kullanılır. Kesin kümelerde bu ifade $\mu_A(x)$ karakteristik fonksiyonu olarak adlandırılır.

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1; & x \in A \\ 0; & x \notin A \end{cases} \quad (2.1)$$

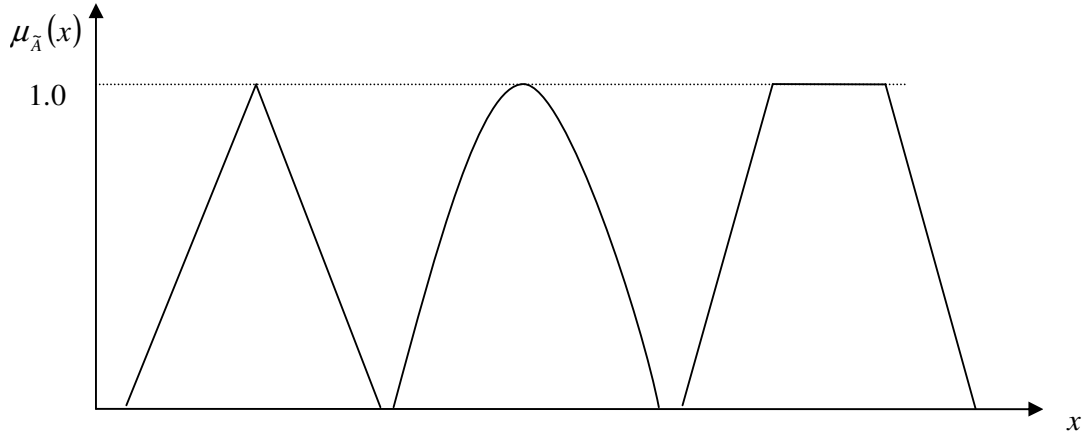
Bulanık mantık kesin mantığın açık-kapalı, soğuk-sıcak, hızlı-yavaş gibi ikili denetim değişkenlerinden oluşan kesin dünyayı, az açık-az kapalı, serin-ılık, biraz hızlı-biraz yavaş gibi niteleyicilerle gerçek dünyamıza benzetir.

X evreninin bir alt kümesi için bulanık küme tanımlanırsa, bu bulanık küme $\tilde{A}$ şeklinde gösterilir (Liu ve Kao, 2004).

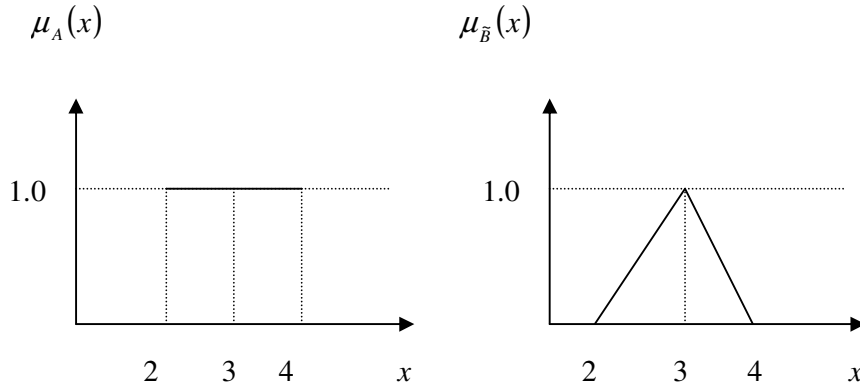
Bulanık kümeler için fonksiyonlar, üyelik fonksiyonu olarak tanımlanır ve $[0,1]$ aralığında

değer alırlar. $\mu_{\tilde{A}}(x)$, $\tilde{A}$ 'daki x elemanlarının üyelik derecelerini gösterir. Üyelik aralığı, belirli bir değerin bir bulanık küme içerisinde yer almasının güvenilirliğinin işaretidir. $\mu_{\tilde{A}}(x)$, 1'e yaklaştıkça x elemanının $\tilde{A}$ 'daki üyeliği artar. Eğer üyelik derecesi olarak adlandırılan üyelik fonksiyonunun değeri bire eşitse x elemanı bulanık kümeye tamamen aittir. Eğer bu değer sıfır ise, x bulanık kümeye ait değildir. Eğer üyelik derecesi sıfır ile bir arasında ise x bulanık kümenin kısmi üyesidir (Babuska,1998).

Üyelik fonksiyonları üçgen, çan, yamuk şeklinde olabilir.



Şekil 2.1 Değişik şekillerdeki üyelik derecesi fonksiyonları.



Şekil 2.2 A klasik kümesinin ve $\tilde{B}$ bulanık kümesinin üyelik derecesi fonksiyonları.

Bulanık küme teorisindeki tanım, teorem ve ispatlar, bulanık olmayan kümeler için de daima doğrudur. X evrenindeki bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x))\}, x \in X \quad (2.2)$$

şeklinde sıralı ikililerin bir kümesidir. Üyelik fonksiyonu ise şöyle gösterilir:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0; & x \leq 1 \\ (x-1)/x; & x > 1 \end{cases} \quad (2.3)$$

X evreninde, $\mu_{\tilde{A}}(x) > 0$ noktalarının oluşturduğu kümeye, $\tilde{A}$ bulanık kümesinin “desteği” denir ve

$$\text{Supp } \tilde{A} = \{ x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0, x \in X \} \quad (2.4)$$

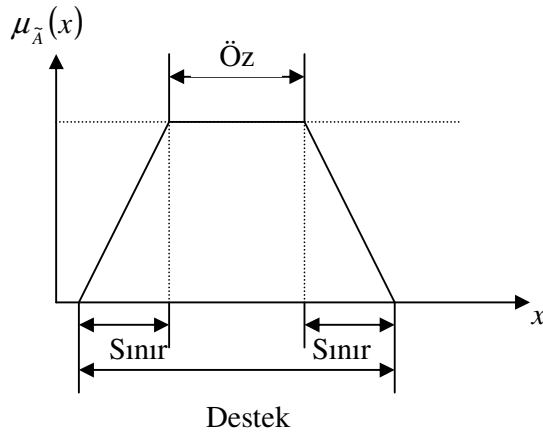
şeklinde tanımlanır.

$\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ olan öğelerin toplandığı alt kümeye, o kümenin “özü” (core) denir.

$0 < \mu_{\tilde{A}}(x) < 1$ olan bölgeye geçiş bölgeleri veya “sınırları” (boundary) denir.

Dış bükey olan bulanık kümelerde üyelik fonksiyonu kümenin desteği üzerinde ya sürekli artar veya sürekli azalır veya önce sürekli artar sonra azalır. Dışbükeyliği $x < y < z$ iken şöyle ifade edebiliriz:

$$\mu(y) \geq \min[\mu(x), \mu(z)] \quad (\text{Şen, 2001}) \quad (2.5)$$



Şekil 2.3 Üyelik fonksiyonunun kısımları (Şen, 2001).

$\tilde{A}$ bulanık kümesinin yüksekliği, $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 'in aldığı en üst değerdir.

$\tilde{A}$ bulanık kümesinin çapraz geçiş noktası ya da köprü noktası (crossover-point) ise, $\tilde{A}$ 'daki

üyeligi 0.5 olan $x \in X$ noktasıdır.

$X = \{x_1, \dots, x_n\}$ kesikli ve sonlu bir küme olsun. $\tilde{A}$, X 'in bir bulanık kümesi olsun, $\mu_{\tilde{A}}(x)$;

$\tilde{A}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu olmak üzere $\tilde{A}$ şöyle gösterilir:

$$\tilde{A} = \left\{ \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1} + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2} + \dots + \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n} \right\} = \left\{ \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_i)}{x_i} \right\} \quad (2.6)$$

Bir başka ifade biçimi ise aşağıda gösterilmiştir:

$$\tilde{A} = \{(x_1, \mu_{\tilde{A}}(x_1)), (x_2, \mu_{\tilde{A}}(x_2)), \dots, (x_n, \mu_{\tilde{A}}(x_n))\} \quad (2.7)$$

X sürekli ve sonlu olmayan bir kümeysen, $\tilde{A}$ bulanık kümesi şöyle gösterilir:

$$\tilde{A} = \left\{ \int \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} \right\} \quad (\text{Ross, 1995}) \quad (2.8)$$

Bulanık kümelerin üyelik derecelerinin 3 özelliği vardır. Bunlar şöyledir:

1) Normallik:

$\tilde{A}$ 'nın yüksekliği 1 e eşitse, $\tilde{A}$ bulanık kümesine normal bulanık küme, aksi taktirde normal olmayan bulanık küme adı verilir.

2) Monotonluk:

Üyelik dereceleri 1'e yakın olan öğeye yakın sağdaki ve soldaki öğelerin üyelik dereceleri de 1'e yakın olmalıdır.

3) Simetriklik:

$\mu_{\tilde{A}}(x)=1$ olan öğeden sağa ve sola eşit uzaklıkta hareket edildiği zaman bulunan öğelerin üyelik derecelerinin birbirlerine eşit olmasıdır.

Bulanık kümelerin üyelik derecelerinin yukarıdaki ilk 2 özelliği mutlaka sağlaması gerekir (Şen, 2001).

2.4.1 Bulanık Kümelerin Özellikleri

1) Birleşme Özelliği:

$$\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap \tilde{C}; \quad \tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup \tilde{C} \quad (2.9)$$

2) Değişme Özelliği:

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \tilde{B} \cup \tilde{A}; \tilde{A} \cap \tilde{B} = \tilde{B} \cap \tilde{A} \quad (2.10)$$

3) Dağılma Özelliği :

$$\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{C}); \tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup (\tilde{A} \cap \tilde{C}) \quad (2.11)$$

4) Denk Güçlülük Özelliği :

$$\tilde{A} \cup \tilde{A} = \tilde{A}; \tilde{A} \cap \tilde{A} = \tilde{A} \quad (2.12)$$

5) Boş Küme ve Evrensel Küme Özellikleri:

$$\tilde{A} \cup \emptyset = \tilde{A}; \tilde{A} \cap X = \tilde{A}; \tilde{A} \cap \emptyset = \emptyset; \tilde{A} \cup X = X \quad (2.13)$$

6) Geçişme Özelliği:

$$A \subseteq B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C \quad (2.14)$$

7) Çift Değilleme Özelliği:

$$\overline{\overline{\tilde{A}}} = \tilde{A} \quad (2.15)$$

8) De Morgan özelliği:

$$\overline{\tilde{A} \cap \tilde{B}} = \overline{\tilde{A}} \cup \overline{\tilde{B}}; \overline{\tilde{A} \cup \tilde{B}} = \overline{\tilde{A}} \cap \overline{\tilde{B}} \quad (2.16)$$

2.4.2 Bulanık Küme İşlemleri

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$, X kümesinin iki bulanık alt kümesi olsun.

1) Ancak ve ancak $\int_x \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} = \int_x \frac{\mu_{\tilde{B}}(x)}{x}$ ya da her $x \in X$ için $\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x)$ ise $\tilde{A} = \tilde{B}$ olur.

2) Ancak ve ancak $\int_x \frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} \leq \int_x \frac{\mu_{\tilde{B}}(x)}{x}$ ise $\tilde{A} \subseteq \tilde{B}$ dir. $\subseteq$; içerilir veya denktir sembolüdür.

3) $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık alt kümelerinin birleşimi $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ ile gösterilir ve “ $\vee$ ” bir maksimum işareti olmak üzere;

$$\tilde{A} \cup \tilde{B} = \int_x \frac{(\mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x))}{x} \quad (2.17)$$

şeklinde tanımlanır. Burdan da çıkaracağımız gibi;

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(X) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) \quad (2.18)$$

olur (Ross, 1995).

- 4) $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık alt kümelerinin ara kesiti $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ ile gösterilir ve “ $\wedge$ ” bir minimum işareti olmak üzere

$$\tilde{A} \cap \tilde{B} = \int_x \frac{(\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x))}{x} \quad (2.19)$$

şeklinde tanımlanır ve

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) \quad (2.20)$$

olur.

- 5) $\tilde{A}$ bulanık kümesinin tümleyeni $\overline{\tilde{A}}$ ile gösterilir ve

$$\overline{\tilde{A}} = \int_x \frac{1 - \mu_{\tilde{A}}(x)}{x} \quad (2.21)$$

olarak tanımlanır. Ya da kısaca

$$\mu_{\overline{\tilde{A}}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad (2.22)$$

olur.

- 6) $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ kümelerinin çarpımı şöyledir:

$$\tilde{A} \cdot \tilde{B} = \int_x \frac{(\mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x))}{x} \quad (2.23)$$

- 7) a herhangi bir pozitif sayı olmak üzere

$$\tilde{A}^a = \int_x \frac{(\mu_{\tilde{A}}(x))^a}{x} \quad (2.24)$$

olarak tanımlanır.

$a \sup_x \mu_{\tilde{A}}(x) \leq 1$ olacak şekilde a herhangi bir negatif olmayan reel sayı ise

$$a\tilde{A} = \int_x \frac{a\mu_{\tilde{A}}(x)}{x} \quad (2.25)$$

- 8) $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_k$ sırasıyla $X_1, X_2, \dots, X_k$ 'ların bulanık alt kümeleri olsun. $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_k$ 'nın kartezyen çarpımı $\tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \times \dots \times \tilde{A}_k$ ile gösterilir ve üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \times \dots \times \tilde{A}_k}(X_1, X_2, \dots, X_k) = \mu_{\tilde{A}_1}(x_1) \wedge \mu_{\tilde{A}_2}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{\tilde{A}_k}(x_k) \quad (2.26)$$

ile ifade edilen $X_1, X_2, \dots, X_k$ evreninin bulanık alt kümesidir. Bu ise

$$\tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \times \dots \times \tilde{A}_k = \int_{X_1 \times X_2 \times \dots \times X_k} \frac{(\mu_{\tilde{A}_1}(x_1) \wedge \mu_{\tilde{A}_2}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{\tilde{A}_k}(x_k))}{(x_1, x_2, \dots, x_k)} \quad (2.27)$$

şeklinde gösterilir (Aksoy vd., 2003).

2.5 Bulanık Sayılar ve α Kesimleri

$\tilde{A} \subset R$ olmak üzere $\forall x_1, x_2 \in R$ için $(\lambda \in [0,1])$,

$$\mu_{\tilde{A}}[\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2] \geq \mu_{\tilde{A}}(x_1) \wedge \mu_{\tilde{A}}(x_2) \quad (2.28)$$

ise $\tilde{A}$ kümesine “konveks”tir denir.

Yüksekliği 1 olan konveks bir küme, bulanık sayı olarak adlandırılır. Yani, “normal ve konveks olan bir bulanık kümeye, bulanık sayı” denir.

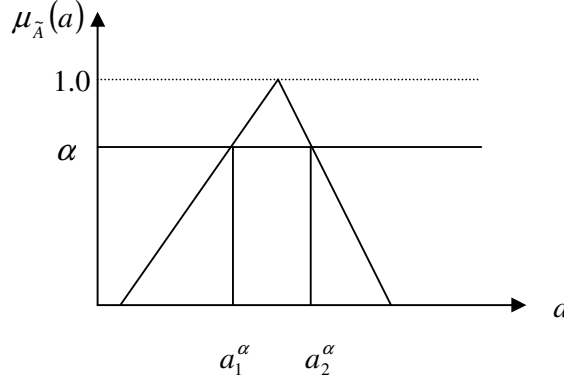
Bulanık sayıların aritmetik işlemlerinde kullanılmak üzere, bunların belirli bir α seviyesinden kesimleri dikkate alınır. $\alpha=1$ olması durumunda sayı gerçek sayıya, $\alpha=0$ olmasında ise tam bulanık, yani aralık sayıya dönüşür. $0 < \alpha < 1$ olması durumunda aynı bulanık sayının α seviyesinde kesik bulanık alt kümesi düşünülecektir. Bir $\tilde{A}$ bulanık alt kümesinin α seviyesinde kesilmesi ile ortaya çıkan kesik bulanık küme

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \in \tilde{A} \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (2.29)$$

şeklinde ifade edilir.

Bir bulanık alt kümenin, α seviyesinde kesilmesi ile bulanık kümenin bir alt bir de üst sınır küme değerleri elde edilir. A bulanık kümesinin α seviyesindeki kesim sınırları cinsinden gösterilişi aşağıdaki gibidir:

$$\tilde{A}_\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha] \quad (2.30)$$



Şekil 2.4 Bulanık kümenin α kesimi.

2.5.1 Bulanık Sayılarda Toplama İşlemi

$\tilde{A}$ bir bulanık küme olsun. $\alpha \in [0,1]$ olmak üzere $\tilde{A}_\alpha = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$ kümesine $\tilde{A}$ bulanık kümesinin α seviyesindeki güven aralığı denir.

$\tilde{A}, \tilde{B} \subset R$ olmak üzere (konveks ve normal) $\alpha \in [0,1]$ seviyesindeki güven aralıkları kullanılarak

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \quad (2.31)$$

$$\tilde{B}_\alpha = \{x \mid \mu_{\tilde{B}}(x) \geq \alpha\}$$

şeklinde tanımlanan $\tilde{A}, \tilde{B}$ bulanık sayılarının üyelik derecesi bakımından toplamı

$$\mu_{(\tilde{A}+\tilde{B})}(z) = \bigvee_{z=x+y} [\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)] ; \forall x, y, z \in R \quad (2.32)$$

olarak tanımlanır.

$\tilde{A}_\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha]$, $\tilde{B}_\alpha = [b_1^\alpha, b_2^\alpha]$ sayılarının toplamı şu şekildedir:

$$\tilde{A}_\alpha + \tilde{B}_\alpha = [a_1^\alpha + b_1^\alpha, a_2^\alpha + b_2^\alpha] \quad (2.33)$$

2.5.2 Bulanık Sayılarda Çıkarma İşlemi

Reel sayıların her $x, y, z \in R$ için $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ iki bulanık kümenin farkı

$$\mu_{(\tilde{A}-\tilde{B})}(z) = \bigvee_{z=(x-y)} [\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)]$$

şeklinde tanımlanır. Bir diğer tanım şekli $\alpha \in [0,1]$ için şöyledir:

$$\tilde{A}_\alpha - \tilde{B}_\alpha = [a_1^\alpha - b_2^\alpha, a_2^\alpha - b_1^\alpha] \quad (2.34)$$

2.5.3 Bulanık Sayılarda Çarpma İşlemi

Bu işlem sadece pozitif reel sayılar ve doğal sayılar için tanımlıdır. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ pozitif reel sayılar kümesinde tanımlı iki bulanık sayı olmak üzere, güven aralıkları cinsinden $\tilde{A}_\alpha = [a_1^\alpha, a_2^\alpha]$, $\tilde{B}_\alpha = [b_1^\alpha, b_2^\alpha]$ şeklinde ifade edilir. Bu iki bulanık sayının çarpımı güven aralığı cinsinden

$$\tilde{A}_\alpha(.)\tilde{B}_\alpha = [a_1^\alpha b_1^\alpha, a_2^\alpha b_2^\alpha] \quad (2.35)$$

şeklinde tanımlanır.

Her $x, y, z \in R^+$ için bu işlem

$$\mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x \cdot y} [\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)] \quad (2.36)$$

şeklinde dir.

İki bulanık sayının çarpımı yine bir bulanık sayıdır. Fakat iki üçgensel bulanık sayının çarpımı üçgensel olmayan bir bulanık sayıdır.

2.5.4 Bulanık Sayılarda Bölme İşlemi

Bulanık sayılarda bölme işlemi pozitif reel sayılar kümesinde tanımlı olup $b_1^\alpha > 0$ ve $b_2^\alpha > 0$ olmak üzere her $\alpha \in [0,1]$ için güven aralığı cinsinden

$$\tilde{A}_\alpha(\cdot)\tilde{B}_\alpha = [a_1^\alpha / b_2^\alpha, a_2^\alpha / b_1^\alpha] \quad (2.37)$$

olarak tanımlanır. $\forall x, y, z \in R^+$ olmak üzere

$$\mu_{\tilde{A}(\cdot)\tilde{B}}(z) = \bigvee_{z=x/y} [\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)] \quad (2.38)$$

şeklinde de tanımlanabilmektedir.

İki üçgensel bulanık sayının bölümü, üçgensel olmayan bir bulanık sayıdır.

2.5.5 Genişleme Prensibi

$\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ bulanık kümeleri $X_1, X_2, \dots, X_n$ evrenlerinde tanımlansın. Bu girdi kümelerinin haritalanması şu şekilde gösterilir $\tilde{B} = f(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n)$ ve $\tilde{B}$ 'nin üyelik fonksiyonu şöyledir:

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \max_{y=f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \{ \min[\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \mu_{\tilde{A}_2}(x_2), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n)] \} \quad (2.39)$$

2.6 Bulanık Bağıntılar

$X \times Y = \{(x, y) | x \in X, y \in Y\}$ kartezyen çarpım kümesinde tanımlı $\tilde{R}$ bulanık bağıntısı, bir bulanık kümedir ve $\mu_{\tilde{R}}$ üyelik fonksiyonu ile karakterize edilir. Yani $\mu_{\tilde{R}} : X \times Y \rightarrow [0,1]$

üyelik fonksiyonu olmak üzere

$$\tilde{R} = \int_{X \times Y} \mu_{\tilde{R}}(x, y) / (x, y) \quad (2.40)$$

bulanık kümesi, $X \times Y$ üzerinde bir ikili bulanık bağıntıyı temsil eder. Eğer $X = Y$ ise $\tilde{R}$ 'ye X üzerinde bir 1'li (unary) bulanık bağıntı denir (Aksoy vd., 2003).

2.6.1 Bulanık Bağıntılarda İşlemler

$X \times Y$ kartezyen uzayı üzerinde $\tilde{R}$ ve $\tilde{S}$ iki farklı bulanık bağıntı olsun. Farklı küme işlemleri ve üyelik değerleri için aşağıdaki işlemler uygulanır.

$$\text{Birleşme: } \mu_{\tilde{R} \cup \tilde{S}}(x, y) = \max(\mu_{\tilde{R}}(x, y), \mu_{\tilde{S}}(x, y)) \quad (2.41)$$

$$\text{Kesişme: } \mu_{\tilde{R} \cap \tilde{S}}(x, y) = \min(\mu_{\tilde{R}}(x, y), \mu_{\tilde{S}}(x, y)) \quad (2.42)$$

$$\text{Tümleme: } \mu_{\tilde{R}^c}(x, y) = 1 - \mu_{\tilde{R}}(x, y) \quad (2.43)$$

$$\text{Kapsama: } \tilde{R} \subset \tilde{S} \Rightarrow \mu_{\tilde{R}}(x, y) \leq \mu_{\tilde{S}}(x, y) \quad (2.44)$$

2.7 Bulanıklaştırma ve Üyelik Derecesinin Belirlenmesi

Pratikte genel olarak, klasik küme şeklinde beliren değişim aralıklarının bulanıklaştırılması, bulanık küme, mantık ve sistem işlemleri için gereklidir. Bunun için, bir aralıkta bulunabilecek öğelerin hepsinin, 1'e eşit üyelik derecesine sahip olacak yerde, 0 ile 1 arasında

değişik değerlere sahip olması düşünülür. İş böyle olunca da, bazı öğelerin belirsizlik içerdikleri kabul edilir.

Bulanık kümelerin gerek üyelik derecelerinin gerekse bunların tümünü temsil edebilecek üyelik fonksiyonlarının belirlenmesinde kişisel sezgi, mantık ve tecrübelerin kullanılmasına sıkça rastlanır. Zaten pratikte birçok sorunun üstesinden gelebilmek için bu yaklaşımlar çoğu zaman yeterlidir. Üyelik fonksiyonlarının belirlenmesinde kullanılan yöntemlerin başlıcaları sezgi, çıkarım, mertebelenme, açılı bulanık kümeler, yapay sinir ağları, genetik algoritmalar, çıkarımcı muhakeme, yumuşak bölme, meta kuralları, bulanık istatistik gibi değişik yaklaşımlardır.

Bunlardan sezgi fazla bir metodoloji bilgisi gerektirmemektedir. Burada her kişinin kendi anlayış, görüş ve olaya bakışı önemli rol oynar.

Çıkarım ile bulanık küme üyelik fonksiyonlarının bulunması için mutlaka incelenen olay hakkında bazı temel bilgilere sahip olmak gereklidir. Üçgenlerle ilgili bir örnek verecek olursak, bir üçgenin A, B ve C iç açılarının toplamının 180° olduğunu biliyoruz. İşte bu bilgidен çıkarıma gideceğiz. Üçgenlerin yaklaşıklıkla eşkenar ($\tilde{E}$), ikizkenar ($\tilde{I}$), dik açılı ($\tilde{D}$), dik açılı ve eşkenar ($\tilde{F}$) ve diğerleri ($\tilde{G}$) gibi alt kümelere ayırdığımızı düşünelim. Bu alt kümelerin her birine birer üyelik fonksiyonu tayin etmek istersek, bilinenlerden yararlanarak bazı üyelik fonksiyonu çıkarımları yapabiliriz. Mesela, bulanık bir ikizkenar üçgende $A \geq B \geq C \geq 0$ olmak üzere $A=B$ veya $B=C$ olması durumunda üyelik değerinin $\mu_{\tilde{I}} = 1$ olacağı düşünülerek üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{I}}(A, B, C) = 1 - (1/60) \min(A - B, B - C) \quad (2.45)$$

olur. Bulanık bir dik üçgenin üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{D}}(A, B, C) = 1 - (1/90) |A - 90^\circ| \quad (2.46)$$

olur. Bulanık ikizkenar ve dik üçgenin kesişimiye şöyledir:

$$\mu_{\tilde{I} \cap \tilde{D}}(A, B, C) = \min[\mu_{\tilde{I}}(A, B, C), \mu_{\tilde{D}}(A, B, C)] \quad (\text{Ross, 1995}) \quad (2.47)$$

Mertebelenme yönteminde bulanık değişken hakkında anketler yapılarak üyelik derecelerinin tayinine çalışılır.

2.8 Durulaştırma

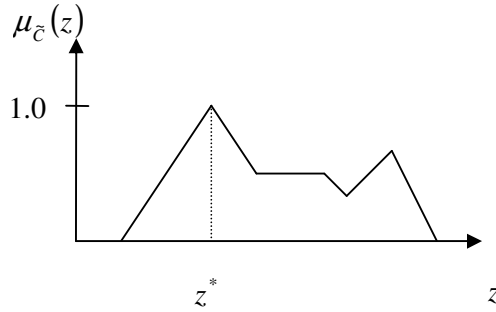
Bir bulanık küme işlemi sonucundaki bulanık kümenin tek sayı haline dönüştürülmesi gerekebilir. Bu durumda bulanıklaştırma işleminin tersi olan durulaştırma işlemi yapılır. Yedi tane durulaştırma işlemi vardır.

Bunların hangisinin kullanılacağına, problemin türüne göre araştırmacının karar vermesi gerekir.

2.8.1 En Büyük Üyelik İlkesi

Bunun diğer bir adı da yükseklik yöntemidir. Kullanılabilmesi için tepeleri olan çıkarım bulanık kümelerine gerek vardır.

$$\mu_{\tilde{C}}(z^*) \geq \mu_{\tilde{C}}(z) \quad (2.48)$$

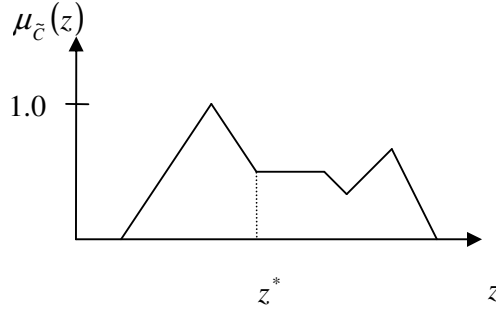


Şekil 2.5 En büyük üyelik ilkesine göre durulaştırma.

2.8.2 Sentroid (Ağırlık Merkezi) Yöntemi

Durulaştırma işlemlerinde en yaygın olarak kullanılan işlem budur. Şu denklem kullanılır:

$$z^* = \frac{\int \mu_{\tilde{C}}(z) \cdot z dz}{\int \mu_{\tilde{C}}(z) dz} \quad (2.49)$$



Şekil 2.6 Sentroid yöntemiyle durulaştırma.

2.8.3 Ağırlıklı Ortalama Yöntemi

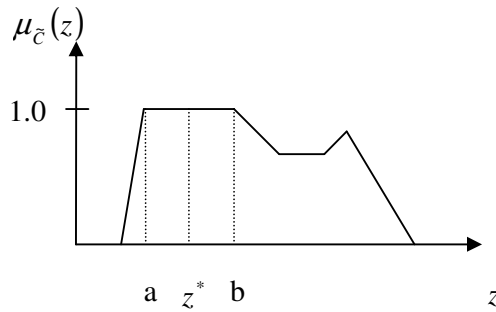
Bu yöntemin kullanılabilmesi için simetrik üyelik fonksiyonunun olması gerekir.

$$z^* = \frac{\sum \mu_{\tilde{c}}(z) \cdot z}{\sum \mu_{\tilde{c}}(z)} \quad (2.50)$$

2.8.4 Ortalama En Büyük Üyelik

Bu yöntem aynı zamanda en büyüklerin ortası diye de bilinir. Bu bakımdan birinci durulaştırma ilkesine çok yakındır. Ancak en büyük üyelik derecesine sahip olan bir nokta yerine plato gibi düzlük kısmı da bulunabilir.

$$z^* = \frac{a+b}{2} \quad (2.51)$$



Şekil 2.7 Ortalama en büyük üyelik yöntemiyle durulaştırma.

2.8.5 Toplamların Merkezi

Kullanılan durulaştırma işlemleri arasında en hızlı olanı bu yöntemdir. Bu yöntemde iki

bulanık kümenin birleşimi yerine onların cebirsel toplamaları kullanılır. Bu yöntemin kötü yanı örtüşen kısımların iki defa toplama girmesidir. Bir bakıma, bu hesaplama tarzı, ağırlıklı ortalama yöntemine benzer. Ancak toplamaların merkezi yönteminde; ağırlıklar ilgili üyelik fonksiyonlarının alanlarıdır. Ortalama ağırlıklar yönteminde ise üyelik derecesidir.

$$z^* = \frac{\int_Z z \sum_{k=1}^n \mu_{\tilde{C}_k}(z) dz}{\int_Z \sum_{k=1}^n \mu_{\tilde{C}_k}(z) dz} \quad (2.52)$$

2.8.6 En Büyük Alanın Merkezi

Eğer çıkış bulanık kümesi en azından iki tane dış bükey alt bulanık kümeyi içeriyor ise, dış bükey bulanık kümelerin en büyük alanlısının ağırlık merkezi durulaştırma işleminde kullanılır.

$$z^* = \frac{\int \mu_{\tilde{C}_m}(z) \cdot z dz}{\int \mu_{\tilde{C}_m}(z) dz} \quad (2.53)$$

Bu yöntem tüm çıkarımın dışbükey olmadığı zaman kullanılır. Tüm çıkarımın dışbükey olması durumunda sentroid yöntemiyle aynı sonuç elde edilir.

2.8.7 En Büyük İlk veya Son Üyelik Derecesi

Bu yöntem, tüm çıktıların birleşimi olarak ortaya çıkan bulanık kümede en büyük üyelik derecesine sahip olan en küçük (veya en büyük) bulanık küme değerini seçmek esasına dayanır. Önce birleşimde en büyük yükseklik tesbit edilir.

$$hgt(C_k) = \sup \mu_{\tilde{C}_k}(z) \quad (2.54)$$

Burada sup en küçük üst sınır demektir. Ardından en büyük değerin ilki bulunur.

$$z^* = \inf \{z \in Z \mid \mu_{\tilde{C}_k}(z) = hgt(\tilde{C}_k)\} \quad (2.55)$$

Burada inf en büyük alt sınır demektir.

Bu metoda alternatif, en büyük değerin sonudur.

$$z^* = \sup \{z \in Z \mid \mu_{\tilde{C}_k}(z) = hgt(\tilde{C}_k)\} \quad (\text{Ross, 1995}) \quad (2.56)$$

2.9 Bulanık Kurallar ve Sistemler

Temel insan düşüncesi kavramsal şekiller ve akıl görüntüleri şeklinde gelişir, sayısal değil oldukça bulanıktır. Kavram ve olgular olgunlaştıkça sayısal belirginlik oluşur.

Günlük yaşantımızda “güzel, sıcak, hızlı” gibi subjektif niteleme sıfatlarının başına “çok, aşağı yukarı, biraz, oldukça” gibi zarflar getiririz. Bunlara sözel eşikler denir. Bu zarflar vasıtasıyla kelimelerin anlamlarıyla birlikte üyelik dereceleri değişir. Bu yüzden “genç, güzel” gibi sıfatların üyelik fonksiyonlarında değişiklikler yaparız.

Bulanık modellemede kullanılan sözcükler şu şekilde sınıflandırılmıştır:

- Bulanık Yüklem : Pahalı, eski, değerli, tehlikeli vb.
 - Bulanık Niceleyiciler: Çok, az, hemen hepsi, az çok, oldukça vb.
 - Bulanık Doğruluk Değerleri: Tamamen doğru, çok doğru, çok yanlış vb.
 - Bulanık Niteleyiciler: Muhtemel, çoğu kez, imkansız, aşırı olmayan vb. (Aksoy vd., 2003)
- σ ’ya “sıcak” gibi bir kelime atomu dersek ve $\sigma = \int_y \mu_{\sigma}(y) / y$ şeklindeyse, eşiklerinin

matematiksel ifadeleri şu şekildedir:

$$\text{“çok” sıcak} = \sigma^2 = \int_y \mu_{\sigma}^2(y) / y \quad (2.57)$$

$$\text{“çok çok” sıcak} = \sigma^4 \quad (2.58)$$

$$\text{“artı” sıcak} = \sigma^{1.25} \quad (2.59)$$

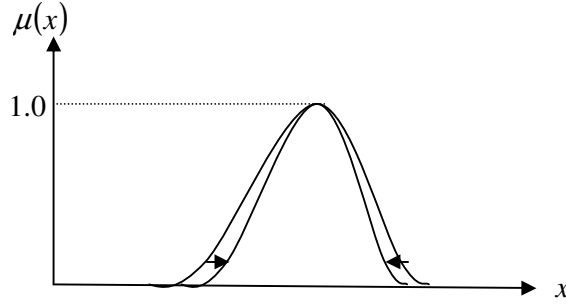
$$\text{“hafif” sıcak} = \sigma^{0.5} \quad (2.60)$$

$$\text{“eksi” sıcak} = \sigma^{0.75} \quad (2.61)$$

2.9.1 Daraltma

Denklem (2.57), (2.58) ve (2.59)’da üyelik fonksiyonunun l’den büyük kuvvetlerinin olması ve üyelik derecelerinin sayısal olarak 0 ile 1 arasında olmasından dolayı, elde edilen yeni üyelik fonksiyonu Şekil 2.8’deki gibi olur.

Daraltma işlemi sonucunda bulanık kümede bulunan öğelerin üyelik derecelerinin tümünde azalma olur. Üyelik derecesi küçük olan bir öğenin daraltma işlemi sonucunda üyelik derecesi daha da küçülür.



Şekil 2.8 Üyelik fonksiyonu daralması (Şen, 2001).

2.9.2 Genişletme

Benzer şekilde, (2.60) ve (2.61)'de üyelik fonksiyonunun 1'den küçük kuvvetinin alınması ile yeni üyelik derecesinde bir genişleme ortaya çıkacak ve üyelik dereceleri büyüyecektir.

2.9.3 Yoğunlaştırma

Eğer bir bulanık kümenin bazı öğelerinin üyelik dereceleri azalmakta ve diğerleri çoğalmakta ise, bu işleme yoğunlaştırma denir. Genel olarak, verilen bir bulanık kümedeki öğelerin üyelik derecelerinin 0.5'ten büyük olanların üyelik dereceleri genişleyerek artarken, 0.5'ten küçük olanları daralarak azalır.

2.9.4 Bulanık Kurallar ve Çıkarım

Günlük yaşamımızda “o halde, öyleyse vb.” sözcük ya da deyimler kullanarak varılan fikri ya da yorumu bir sonuç olarak açıklamış oluruz. Böylece sıralı bir iddialar dizisi oluşur ve bu bizi bir mantıki zorunluluk olarak, bir sonucu ifade etmeye yöneltir. Bu türlü oluşan mantığa çıkarım mantığı ya da usavurma denir.

Bulanık çıkarımda EĞER-İSE (IF-THEN) kelimeleri ile ayrılmış olan iki kısım bulunur. Bunlardan EĞER ile İSE kelimeleri arasında bulunan kısma öncül veya ön şartlar, İSE kelimesinden sonraki kısma ise soncul veya çıkarım adı verilir. İşte, bu türlü yapısı olan ifadeler “EĞER-İSE Kural Tabanlı Biçim” adı verilir. Kural tabanlı olan bilgilerin gerek öncül gerekse çıkarım olan son kısımları ayrı ayrı bulanıklaştırılarak işlemler yapılır.

Kural tabanlı çıkarımların harmanlanması için kullanılan iki yaklaşım vardır. Bunlardan ilki kuralların “VE” bağlacı ile bağlanması sonucunda elde edilir. Yani

$$\tilde{A}^s = \tilde{A}^1 \cap \tilde{A}^2 \cap \dots \cap \tilde{A}^L \quad (2.62)$$

$$\mu_{\tilde{A}^s}(x) = \min[\mu_{\tilde{A}^1}(x), \mu_{\tilde{A}^2}(x), \dots, \mu_{\tilde{A}^L}(x)] \quad (2.63)$$

İkinci bir harmanlama usulü, kural tabanlı tekil çıkarımların birleşiminin alınmasıdır. “VEYA” bağlacı kullanılır. Bunun yapılabilmesi için kural tabanlı tekil çıkarımların en azından birinin doğru olması gerekir.

$$\tilde{A}^s = \tilde{A}^1 \cup \tilde{A}^2 \cup \dots \cup \tilde{A}^L \quad (2.64)$$

$$\mu_{\tilde{A}^s}(x) = \max[\mu_{\tilde{A}^1}(x), \mu_{\tilde{A}^2}(x), \dots, \mu_{\tilde{A}^L}(x)] \quad (2.65)$$

2.9.5 Grafik Çıkarım Teknikleri

Burada iki girdisi olan dört teknik anlatılacaktır.

1) Girdi değişkenlerinin kesin sayı olması durumunda max-min çıkarım metodu;

$$\mu_{\tilde{B}^s}(x) = \max_k [\min[\mu_{\tilde{A}_1^k}(girdi(i)), \mu_{\tilde{A}_2^k}(girdi(j))]] \quad (2.66)$$

2) Girdi değişkenlerinin kesin sayı olması durumunda max-çarpım çıkarım metodu;

$$\mu_{\tilde{B}^s}(x) = \max_k [\mu_{\tilde{A}_1^k}(girdi(i)) \cdot \mu_{\tilde{A}_2^k}(girdi(j))] \quad (2.67)$$

3) Girdi değişkenlerinin bulanık küme olarak belirtildiği durumda max-min çıkarım metodu;

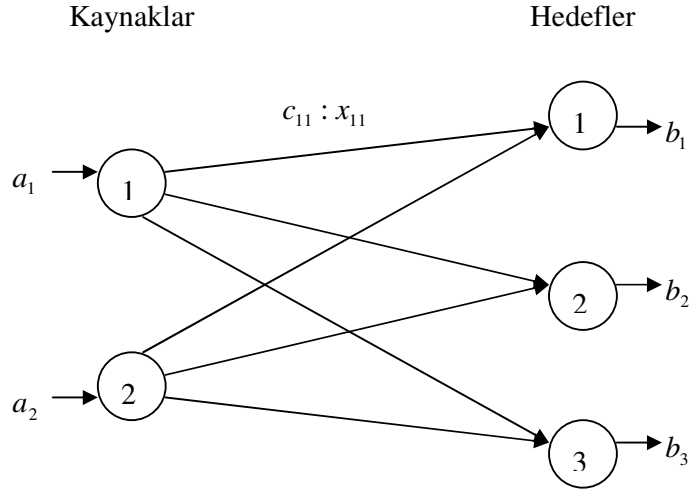
$$\mu_{\tilde{B}^s}(x) = \max_k [\min[\max[\mu_{\tilde{A}_1^k}(x_1) \wedge \mu(x_1)], \max[\mu_{\tilde{A}_2^k}(x_2) \wedge \mu(x_2)]]] \quad (2.68)$$

4) Girdi değişkenlerinin bulanık küme olarak belirtildiği durumda max-çarpım çıkarım metodu;

$$\mu_{\tilde{B}^s}(x) = \max_k [\max[\mu_{\tilde{A}_1^k}(x) \wedge \mu(x_1)] \cdot \max[\mu_{\tilde{A}_2^k}(x) \wedge \mu(x_2)]] \quad (\text{Ross, 1995}) \quad (2.69)$$

3. TRANSPORT MODELİ

Transport modeli lineer programlama probleminin özel bir şeklidir. Bu modelde bir ürünün kaynaklardan hedeflere taşınması problemi söz konusudur. Amaç, bir taraftan hedefin talep gereksinimlerinde ve kaynakların arz miktarlarında denge sağlarken, diğer taraftan her bir kaynaktan her bir hedefe yapılan taşımaların toplam maliyetini veya toplam taşıma süresini minimum kılacak taşıma miktarını belirlemektir. Modelde verilen rota üzerindeki taşıma maliyetlerinin aynı rota üzerindeki taşıma miktarlarıyla doğru orantılı olduğu kabul edilir. Transport modeli ürünlerin bir yerden bir yere taşınmasından başka, stok kontrolü, işgücü programlama, personel atama gibi alanlarda da kullanılabilmektedir.



Şekil 3.1 İki kaynak ve üç hedefli bir ulaştırma probleminin gösterimi.

Transport problemi simpleks metoduyla çözülebileceği gibi kuzeybatı köşesi metodu, en düşük maliyetler metodu ve vogel yaklaşım metodu ile de çözülebilir.

Transport modelinin en basit hali şu şekildedir:

$$\text{Min} z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \quad (3.1)$$

Ş.k.g.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq s_i ,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ij} \geq d_j,$$

$$x_{ij} \geq 0, \forall i, j.$$

4. ÇOK AMAÇLI PROGRAMLAMA

Günümüz koşullarında tek bir amacı optimize etmek yetmemekte aynı anda birçok amacın optimizasyonu gerekmektedir. Çelişen amaçları optimum kılan tek bir çözüm bulmak olanaksız olabilir. Bunun yerine her amacın önem derecesini temel alan uzlaşık çözümler bulunmaktadır. Çok amaçlı programlama için literatürde interaktif yaklaşımlar, interaktif olmayan yaklaşımlar, bulanık yaklaşım ve hedef programlama yaklaşımları bulunmaktadır (Abd El-Wahed ve Lee, 2004).

Burada hedef programlamaya kısaca değinilecektir.

4.1 Hedef Programlama

Hedef programlamanın temel yaklaşımı; her amaç için belirli nümerik hedef belirlemek, her amaç için amaç fonksiyonunu formüle etmek ve ilgili hedeflerinden bu amaç fonksiyonlarının ağırlıklı toplam sapmalarını minimize edecek çözümü aramaktır.

2 durum sözkonusudur.

1) Öncelikli olmayan hedef programlama;

Bütün hedefler aşağı yukarı benzer öneme sahiptir.

2) Öncelikli hedef programlama;

Hedefler için öncelik seviyesi hiyerarşisi vardır.

Hedef programlamada kullanılan iki tane yöntem vardır:

- Ağırlıklandırma Yöntemi: Bu metodda $\min z = w_1 G_1 + \dots + w_n G_n$ şeklinde birleştirilmiş amaç fonksiyonu kullanılır. w_i 'ler her hedefin göreceli önemiyle ilgili karar vericinin tercihlerini yansıtan pozitif ağırlıklardır (Taha, 2005).
- Öncelik Koruma Yöntemi: Birincil öneme sahip hedef ilk öncelikle dikkate alınır. Birincil öneme sahip hedefe göre optimal çözüm bulunduktan sonra ikincil öneme sahip hedef düşünülerek optimal çözüm için gerekenler yapılır. Sapmalar için değişik ceza ağırlıkları kullanılabilir (Hillier ve Lieberman, 1990).

5. ÇOK AMAÇLI BULANIK TRANSPORT PROBLEMİNİN GENİŞLEME PRENSİBİYLE ÇÖZÜLMESİ

Çok amaçlı bulanık transport problemi için geliştirdiğim modeller şu şekildedir:

1) Birinci Amaç:

Toplam taşıma maliyetini minimize etmek;

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{C}_{ijk} x_{ijk} \quad (5.1)$$

Ş.k.g.

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq \tilde{S}_i, \forall i, \text{ (üretim kapasitesi kısıtı)} \quad (5.2)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq \tilde{D}_j, \forall j, \text{ (talep kısıtı)} \quad (5.3)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq \tilde{E}_k, \forall k, \text{ (taşıma kapasitesi kısıtı)} \quad (5.4)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{C}_{ijk} x_{ijk} \leq \tilde{B}_j, \forall j, \text{ (bölgelerin bütçe kısıtı)} \quad (5.5)$$

$$x_{ijk} \geq 0, \forall i, \forall j, \forall k. \quad (5.6)$$

2) İkinci Amaç:

Toplam taşıma süresini minimize etmek;

$$\text{Min } z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{T}_{ijk} x_{ijk} \quad (5.7)$$

Ş.k.g.

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq \tilde{S}_i, \forall i, \text{ (üretim kapasitesi kısıtı)} \quad (5.8)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq \tilde{D}_j, \forall j, \text{ (talep kısıtı)} \quad (5.9)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq \tilde{E}_k, \forall k, (\text{taşıma kapasitesi kısıtı}) \quad (5.10)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{C}_{ijk} x_{ijk} \leq \tilde{B}_j, \forall j, (\text{bölgelerin bütçe kısıtı}) \quad (5.11)$$

$$x_{ijk} \geq 0, \forall i, \forall j, \forall k. \quad (5.12)$$

$\tilde{C}_{ijk}$: Birim taşıma maliyeti

$\tilde{S}_i$: Arz

$\tilde{D}_j$: Talep

$\tilde{E}_k$: Taşıt kapasitesi

$\tilde{B}_j$: Bütçe

x_{ijk} : Taşınacak mamul miktarı (i kaynağından j noktasına k taşıtıyla taşınacak)

$\tilde{T}_{ijk}$: Birim başına taşıma süresi

Modellerde t_{ijk} , c_{ijk} , s_i , d_j , e_k , b_j değerleri yaklaşık olarak bilinmektedir. Bu yüzden $\tilde{T}_{ijk}$, $\tilde{C}_{ijk}$, $\tilde{S}_i$, $\tilde{D}_j$, $\tilde{E}_k$, $\tilde{B}_j$ konveks bulanık sayılarıyla gösterilmişlerdir ve şu şekilde ifade edilirler:

$$\tilde{T}_{ijk} = \{t_{ijk}, \mu_{\tilde{T}_{ijk}}(t_{ijk}) \mid t_{ijk} \in S(\tilde{T}_{ijk})\} \quad (5.13)$$

$$\tilde{C}_{ijk} = \{c_{ijk}, \mu_{\tilde{C}_{ijk}}(c_{ijk}) \mid c_{ijk} \in S(\tilde{C}_{ijk})\} \quad (5.14)$$

$$\tilde{S}_i = \{s_i, \mu_{\tilde{S}_i}(s_i) \mid s_i \in S(\tilde{S}_i)\} \quad (5.15)$$

$$\tilde{D}_j = \{d_j, \mu_{\tilde{D}_j}(d_j) \mid d_j \in S(\tilde{D}_j)\} \quad (5.16)$$

$$\tilde{E}_k = \{e_k, \mu_{\tilde{E}_k}(e_k) \mid e_k \in S(\tilde{E}_k)\} \quad (5.17)$$

$$\tilde{B}_j = \{b_j, \mu_{\tilde{B}_j}(b_j) \mid b_j \in S(\tilde{B}_j)\} \quad (5.18)$$

$s(\tilde{T}_{ijk}), s(\tilde{C}_{ijk}), s(\tilde{D}_j), s(\tilde{S}_i), s(\tilde{E}_k), s(\tilde{B}_j); \tilde{T}_{ijk}, \tilde{C}_{ijk}, \tilde{D}_j, \tilde{S}_i, \tilde{E}_k, \tilde{B}_j$ 'nin desteğidir ve birim taşıma sürelerinin, birim taşıma maliyetlerinin, j . müşteri talebinin, i . arz miktarının, k . taşıt kapasitesinin j . müşteri bütçesinin uzay kümesini gösterir.

5.1 Çözüm Prosedürü

Çözüm prosedürünün basamakları şu şekildedir:

- 1) İlk olarak bu iki amaç ayrı ayrı Zadeh'in genişleme prensibine dayanarak çözülür ve etkin çözümler bulunur. Bu çözümle her α seviyesindeki amaç fonksiyonunun alt ve üst sınırı bulunur. Böylece amaç değerinin üyelik fonksiyonu yaklaştırılmış olunur.
- 2) Bulanık parametreler durulaştırılır, bulanık programlama yaklaşımı kullanılarak 2 amaç birleştirilerek çözülür ve uzlaşık çözüm bulunur.

5.1.1 Bulanık Transport Probleminin Genişleme Prensibiyle Çözülmesi

Bu bölümde çözüm prosedürünü ilk amaç olan toplam taşıma maliyetini minimize etmenin üstünden anlatacağım.

Genişleme prensibine dayanarak, üyelik fonksiyonu μ_Z şöyle tanımlanabilir:

$$\mu_Z(z) = \sup_{c,s,d,e,b} \min \{ \mu_{\tilde{C}_{ijk}}(c_{ijk}), \mu_{\tilde{S}_i}(s_i), \mu_{\tilde{D}_j}(d_j), \mu_{\tilde{E}_k}(e_k), \mu_{\tilde{B}_j}(b_j) \mid \forall i, j, k \mid z = Z(c, s, d, e, b) \} \quad (5.19)$$

$\tilde{C}_{ijk}, \tilde{S}_i, \tilde{D}_j, \tilde{E}_k, \tilde{B}_j$ 'nin α kesimleri şöyle gösterilir:

$$(C_{ijk})_\alpha = [(C_{ijk})_\alpha^L, (C_{ijk})_\alpha^U] = [\min_{c_{ijk}} \{ c_{ijk} \in S(\tilde{C}_{ijk}) \mid \mu_{\tilde{C}_{ijk}}(c_{ijk}) \geq \alpha \}, \max_{c_{ijk}} \{ c_{ijk} \in S(\tilde{C}_{ijk}) \mid \mu_{\tilde{C}_{ijk}}(c_{ijk}) \geq \alpha \}] \quad (5.20)$$

$$(S_i)_\alpha = [(S_i)_\alpha^L, (S_i)_\alpha^U] = [\min_{s_i} \{ s_i \in S(\tilde{S}_i) \mid \mu_{\tilde{S}_i}(s_i) \geq \alpha \}, \max_{s_i} \{ s_i \in S(\tilde{S}_i) \mid \mu_{\tilde{S}_i}(s_i) \geq \alpha \}] \quad (5.21)$$

$$(D_j)_\alpha = [(D_j)_\alpha^L, (D_j)_\alpha^U] = [\min_{d_j} \{ d_j \in S(\tilde{D}_j) \mid \mu_{\tilde{D}_j}(d_j) \geq \alpha \}, \max_{d_j} \{ d_j \in S(\tilde{D}_j) \mid \mu_{\tilde{D}_j}(d_j) \geq \alpha \}] \quad (5.22)$$

$$(E_k)_\alpha = [(E_k)_\alpha^L, (E_k)_\alpha^U] = [\min_{e_k} \{ e_k \in S(\tilde{E}_k) \mid \mu_{\tilde{E}_k}(e_k) \geq \alpha \}, \max_{e_k} \{ e_k \in S(\tilde{E}_k) \mid \mu_{\tilde{E}_k}(e_k) \geq \alpha \}] \quad (5.23)$$

$$(B_j)_\alpha = [(B_j)_\alpha^L, (B_j)_\alpha^U] = [\min_{b_j} \{b_j \in S(\tilde{B}_j) | \mu_{\tilde{B}_j}(b_j) \geq \alpha\}, \max_{b_j} \{b_j \in S(\tilde{B}_j) | \mu_{\tilde{B}_j}(b_j) \geq \alpha\}] \quad (5.24)$$

Denklem (5.19)'a göre $\mu_{\tilde{Z}}$; $\forall i, j, k$, $\mu_{\tilde{C}_{ijk}}$, $\mu_{\tilde{S}_i}$, $\mu_{\tilde{D}_j}$, $\mu_{\tilde{E}_k}$, $\mu_{\tilde{B}_j}$ 'nin minimumudur.

$\mu_{\tilde{C}_{ijk}}(c_{ijk}) \geq \alpha$, $\mu_{\tilde{S}_i}(s_i) \geq \alpha$, $\mu_{\tilde{D}_j}(d_j) \geq \alpha$, $\mu_{\tilde{E}_k}(e_k) \geq \alpha$, $\mu_{\tilde{B}_j}(b_j) \geq \alpha$ 'ya ve en azından $\mu_{\tilde{C}_{ijk}}$, $\mu_{\tilde{S}_i}$, $\mu_{\tilde{D}_j}$, $\mu_{\tilde{E}_k}$, $\mu_{\tilde{B}_j}$ 'lerden bir tanesinin α 'ya eşit olmasına ihtiyacımız vardır. Böylece $z = Z(c, s, d, e, b)$ $\mu_{\tilde{Z}}(z) = \alpha$ 'yı sağlar.

$\mu_{\tilde{Z}}$ 'ni bulmak için, $\mu_{\tilde{Z}}$ 'nin sağ ve sol taraf fonksiyonunu bulmamız gerekir. Bu da $\tilde{Z}$ 'nin α kesimlerinin Z_α^L ve Z_α^U 'ını bulmaya denktir. Z_α^L $Z(c, s, d, e, b)$ 'nin minimumu, Z_α^U da $Z(c, s, d, e, b)$ 'nin maksimumu olduğuna göre şöyle belirtilebilirler:

$$Z_\alpha^L = \min \{ Z(c, s, d, e, b) | (C_{ijk})_\alpha^L \leq c_{ijk} \leq (C_{ijk})_\alpha^U, (S_i)_\alpha^L \leq s_i \leq (S_i)_\alpha^U, (D_j)_\alpha^L \leq d_j \leq (D_j)_\alpha^U, (E_k)_\alpha^L \leq e_k \leq (E_k)_\alpha^U, (B_j)_\alpha^L \leq b_j \leq (B_j)_\alpha^U, \forall i, j, k \} \quad (5.25)$$

$$Z_\alpha^U = \max \{ Z(c, s, d, e, b) | (C_{ijk})_\alpha^L \leq c_{ijk} \leq (C_{ijk})_\alpha^U, (S_i)_\alpha^L \leq s_i \leq (S_i)_\alpha^U, (D_j)_\alpha^L \leq d_j \leq (D_j)_\alpha^U, (E_k)_\alpha^L \leq e_k \leq (E_k)_\alpha^U, (B_j)_\alpha^L \leq b_j \leq (B_j)_\alpha^U, \forall i, j, k \} \quad (5.26)$$

Bu da 2 seviyeli matematiksel program çifti olarak yeniden formüle edilebilir:

$$Z_\alpha^L = \min \left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l c_{ijk} x_{ijk} \\ \text{Ş.k.g.} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq s_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq d_j, \quad j = 1, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq e_k, \quad k = 1, \dots, l, \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l c_{ijk} x_{ijk} \leq b_j, \quad j = 1, \dots, n, \end{array} \right. \quad (5.27)$$

$$(B_j)_\alpha^L \leq b_j \leq (B_j)_\alpha^U \quad x_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, j, k.$$

$$\forall i, j, k.$$

$$Z_\alpha^U = \max \left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l c_{ijk} x_{ijk} \\ \text{Ş.k.g.} \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq s_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq d_j, \quad j = 1, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq e_k, \quad k = 1, \dots, l, \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l c_{ijk} x_{ijk} \leq b_j, \quad j = 1, \dots, n, \\ x_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, j, k. \end{array} \right. \quad (5.28)$$

$$\forall i, j, k.$$

Model (5.27)'de dış program en küçük amaç değerini verecek c_{ijk} , s_i , d_j , e_k , b_j değerlerini belirlerken iç program da, dış program tarafından belirlenen her c_{ijk} , s_i , d_j , e_k , b_j için amaç değerini hesaplar.

Model (5.28)'de ise dış program en büyük amaç değerini verecek c_{ijk} , s_i , d_j , e_k , b_j değerlerini belirlerken iç program da, dış program tarafından belirlenen her c_{ijk} , s_i , d_j , e_k , b_j için amaç değerini hesaplar.

$\mu(z) = \alpha$ 'yı sağlamak için c_{ijk} , s_i , d_j , e_k , b_j 'lerden en azından birinin α kesimlerinin Z sınırına erişmesi gerekir.

Model (5.27) ve (5.28)'in fizibil çözümleri olması için $\sum_{i=1}^m s_i \geq \sum_{j=1}^n d_j$ ve $\sum_{k=1}^l e_k \geq \sum_{j=1}^n d_j$ şartının dış programa eklenmesi gerekir.

$$\begin{aligned}
Z_{\alpha}^L = \min & \left\{ \begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l c_{ijk} x_{ijk} \\ & \text{Ş.k.g. } \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq s_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ & \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq d_j, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq e_k, \quad k = 1, \dots, l, \\ & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l c_{ijk} x_{ijk} \leq b_j, \quad j = 1, \dots, n, \\ & x_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, j, k. \end{aligned} \right. \quad (5.29)
\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^m s_i \geq \sum_{j=1}^n d_j$$

$$\sum_{k=1}^l e_k \geq \sum_{j=1}^n d_j$$

$$\forall i, j, k.$$

$$\begin{aligned}
Z_{\alpha}^U = \max & \left\{ \begin{aligned} & \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l c_{ijk} x_{ijk} \\ & \text{Ş.k.g. } \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq s_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ & \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq d_j, \quad j = 1, \dots, n, \\ & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq e_k, \quad k = 1, \dots, l, \\ & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l c_{ijk} x_{ijk} \leq b_j, \quad j = 1, \dots, n, \\ & x_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, j, k. \end{aligned} \right. \quad (5.30)
\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^m s_i \geq \sum_{j=1}^n d_j$$

$$\sum_{k=1}^l e_k \geq \sum_{j=1}^n d_j$$

$$\forall i, j, k.$$

Eğer toplam bulanık talebin alt sınırı hem toplam bulanık tedarikinin hem de toplam bulanık

taşıma kapasitesinin üst sınırından küçük veya eşitse, $\sum_{j=1}^n (D_j)_{\alpha=0}^L \leq \sum_{i=1}^m (S_i)_{\alpha=0}^U$ ve

$$\sum_{j=1}^n (D_j)_{\alpha=0}^L \leq \sum_{i=1}^m (E_k)_{\alpha=0}^U, \quad (5.29) \text{ ve } (5.30) \text{ problemleri fizibildir.}$$

Model (5.29)'da minimum amaç değerinin alt sınırını bulmak için c_{ijk} 'yi $(C_{ijk})_{\alpha}^L$ alt sınırına ayarlarız. Bu yüzden model (5.29)'u şöyle yeniden formüle ederiz:

$$\begin{aligned} Z_{\alpha}^L = \min & \left\{ \begin{array}{l} \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l (C_{ijk})_{\alpha}^L x_{ijk} \\ \text{Ş.k.g. } \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq s_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq d_j, \quad j = 1, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq e_k, \quad k = 1, \dots, l, \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l (C_{ijk})_{\alpha}^L x_{ijk} \leq b_j, \quad j = 1, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^m s_i \geq \sum_{j=1}^n d_j \\ \sum_{k=1}^l e_k \geq \sum_{j=1}^n d_j \end{array} \right. \quad (5.31) \\ & x_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, j, k. \end{aligned}$$

$$\forall i, j, k.$$

Model (5.31) bütün minimum amaç değerlerinin minimumunu bulmak içindir. İç program ve dış programın kısıtlarını birleştirerek 2 seviyeli matematiksel programı geleneksel tek seviyeli program haline dönüştürürüz.

$$Z_{\alpha}^L = \min \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l (C_{ijk})_{\alpha}^L x_{ijk} \quad (5.32)$$

Ş.k.g.

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq s_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq d_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq e_k, \quad k = 1, \dots, l,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l (C_{ijk})_{\alpha}^L x_{ijk} \leq b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{i=1}^m s_i \geq \sum_{j=1}^n d_j,$$

$$\sum_{k=1}^l e_k \geq \sum_{j=1}^n d_j,$$

$$(S_i)_{\alpha}^L \leq s_i \leq (S_i)_{\alpha}^U,$$

$$(D_j)_{\alpha}^L \leq d_j \leq (D_j)_{\alpha}^U,$$

$$(E_k)_{\alpha}^L \leq e_k \leq (E_k)_{\alpha}^U,$$

$$(B_j)_{\alpha}^L \leq b_j \leq (B_j)_{\alpha}^U,$$

$$x_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, j, k.$$

Bu modelde bütün c_{ijk} 'lar α kesitlerinin alt sınırına ayarlandığından $\mu_{\tilde{C}_{ijk}}(c_{ijk}) = \alpha$ 'dır ve

(5.19)'da gerektirdiği gibi $\mu_{\tilde{Z}}(z) = \alpha$ 'yı garantiler.

Model (5.30)'u çözmek (5.29) kadar basit değildir. Dış ve iç programın optimizasyon için farklı operatörleri vardır. İç programın duali alınır ve dış programla uygun olması açısından maksimizasyon problemi haline dönüştürülür. Primal model ve dual modelin aynı amaç değerini verdiğini biliyoruz.

Model (5.30) şu şekilde dönüşür:

$$Z_{\alpha}^U = \max \left\{ \begin{array}{l} \max \sum_{i=1}^m s_i u_i + \sum_{j=1}^n d_j v_j + \sum_{k=1}^l e_k w_k + \sum_{j=1}^n b_j y_j \\ \text{Ş.k.g.} \quad u_i + v_j + w_k + y_j \leq c_{ijk}, \\ \\ (C_{ijk})_{\alpha}^L \leq c_{ijk} \leq (C_{ijk})_{\alpha}^U \\ (S_i)_{\alpha}^L \leq s_i \leq (S_i)_{\alpha}^U \\ (D_j)_{\alpha}^L \leq d_j \leq (D_j)_{\alpha}^U \\ (E_k)_{\alpha}^L \leq e_k \leq (E_k)_{\alpha}^U \\ (B_j)_{\alpha}^L \leq b_j \leq (B_j)_{\alpha}^U \\ \sum_{i=1}^m s_i \geq \sum_{j=1}^n d_j \\ \sum_{k=1}^l e_k \geq \sum_{j=1}^n d_j \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, l, \\ \\ u_i \leq 0, \\ \\ v_j \geq 0, \\ \\ w_k \leq 0, \\ \\ y_j \leq 0, \quad \forall i, j, k. \end{array} \quad (5.33)$$

$\forall i, j, k.$

Model (5.33)'te $(C_{ijk})_{\alpha}^L \leq c_{ijk} \leq (C_{ijk})_{\alpha}^U$, $\forall i, j$ olduğundan, $(C_{ijk})_{\alpha}^U$ 'yı kullanarak amaç değerinin üst sınırını buluruz, çünkü bu en büyük fizibil alanı verir. Bu yüzden model (5.33)'ü şu şekilde yeniden formüle ederiz:

$$\begin{aligned}
Z_\alpha^U = \max & \left\{ \begin{aligned} & \max \sum_{i=1}^m s_i u_i + \sum_{j=1}^n d_j v_j + \sum_{k=1}^l e_k w_k + \sum_{j=1}^n b_j y_j \\ & \text{Ş.k.g. } u_i + v_j + w_k + y_j \leq (C_{ijk})_\alpha^U, \\ & i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, l, \\ & u_i \leq 0, \\ & v_j \geq 0, \\ & w_k \leq 0, \\ & y_j \leq 0, \quad \forall i, j, k. \\ & \forall i, j, k. \end{aligned} \right. \quad (5.34)
\end{aligned}$$

$(S_i)_\alpha^L \leq s_i \leq (S_i)_\alpha^U$
 $(D_j)_\alpha^L \leq d_j \leq (D_j)_\alpha^U$
 $(E_k)_\alpha^L \leq e_k \leq (E_k)_\alpha^U$
 $(B_j)_\alpha^L \leq b_j \leq (B_j)_\alpha^U$
 $\sum_{i=1}^m s_i \geq \sum_{j=1}^n d_j$
 $\sum_{k=1}^l e_k \geq \sum_{j=1}^n d_j$

İç ve dış program maksimizasyon operatörüne sahip olduğundan artık kısıtları birleştirebiliriz.

$$Z_\alpha^U = \max \sum_{i=1}^m s_i u_i + \sum_{j=1}^n d_j v_j + \sum_{k=1}^l e_k w_k + \sum_{j=1}^n b_j y_j \quad (5.35)$$

Ş.k.g.

$$u_i + v_j + w_k + y_j \leq (C_{ijk})_\alpha^U,$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, l,$$

$$\sum_{i=1}^m s_i \geq \sum_{j=1}^n d_j,$$

$$\sum_{k=1}^l e_k \geq \sum_{j=1}^n d_j,$$

$$(S_i)_\alpha^L \leq s_i \leq (S_i)_\alpha^U,$$

$$(D_j)_\alpha^L \leq d_j \leq (D_j)_\alpha^U,$$

$$(E_k)_\alpha^L \leq e_k \leq (E_k)_\alpha^U,$$

$$(B_j)_\alpha^L \leq b_j \leq (B_j)_\alpha^U,$$

$$u_i \leq 0,$$

$$v_j \geq 0,$$

$$w_k \leq 0,$$

$$y_j \leq 0, \forall i, j, k.$$

Bütün c_{ijk} 'ler α kesimlerinin üst sınırlarına ayarlandığından, (5.19)'da gerektirdiği gibi

$$\mu_{\tilde{c}_{ijk}}(c_{ijk}) = \alpha \quad \mu_{\tilde{z}}(z) = \alpha \text{ 'yı garantiler.}$$

Eğer toplam tedarik ve taşıma kapasitesi toplam talepten büyük ve eşitse $\sum_{i=1}^m s_i \geq \sum_{j=1}^n d_j$,

$$\sum_{k=1}^l e_k \geq \sum_{j=1}^n d_j \text{ kısıtları model (5.35)'ten silinebilir.}$$

Bu model lineer kısıtlı nonlinear programdır. Bu problemi çözmek için birçok etkili ve etkin metod vardır. s_i , d_j , e_k ve b_j sırasıyla u_i , v_j , w_k , y_j ile çarpılır ve $s_i u_i$, p_i ; $d_j v_j$, q_j ; $e_k w_k$, r_k ; $b_j y_j$, m_j ile değiştirilir. Bu durumda α seviyelerindeki toplam tansportasyon maliyetinin üst sınırı daha kolay hesaplanır. Model şu hali alır:

$$Z_\alpha^U = \max \sum_{i=1}^m p_i + \sum_{j=1}^n q_j + \sum_{k=1}^l r_k + \sum_{j=1}^n m_j \quad (5.36)$$

Ş.k.g.

$$u_i + v_j + w_k + y_j \leq (C_{ijk})_\alpha^U,$$

$$i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, l,$$

$$\sum_{i=1}^m s_i \geq \sum_{j=1}^n d_j,$$

$$\sum_{k=1}^l e_k \geq \sum_{j=1}^n d_j,$$

$$(S_i)_\alpha^L u_i \leq p_i \leq (S_i)_\alpha^U u_i,$$

$$(D_j)_\alpha^L v_j \leq q_j \leq (D_j)_\alpha^U v_j,$$

$$(E_k)_\alpha^L w_k \leq r_k \leq (E_k)_\alpha^U w_k,$$

$$(B_j)_\alpha^L y_j \leq m_j \leq (B_j)_\alpha^U y_j,$$

$$u_i \leq 0,$$

$$v_j \geq 0,$$

$$w_k \leq 0,$$

$$y_j \leq 0, \forall i, j, k.$$

Bu çözüm prosedürüne göre 2 amaç ayrı ayrı çözüldükten sonra 2 amaç fonksiyonu için şu tablo elde edilir:

Çizelge 5.1 Toplam transport maliyetinin 11 α kesimindeki alt ve üst sınır değerleri.

α	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Z_α^L											
Z_α^U											

5.1.2 Çok Amaçlı Bulanık Transport Problemini Çözmek İçin Bulanık Programlama Yaklaşımı

(G): Bulanık amaç

(C): Bulanık kısıtlar

(D): Bulanık karar

$$D = G \cap C$$

$$\mu_D(x) = \min(\mu_G(x), \mu_C(x)) \quad (\text{Abd El-Wahed, 2001}) \quad (5.37)$$

Çok amaçlı bulanık transport problemindeki amaçların üyelik fonksiyonlarını belirlemek için L_k ve U_k 'nın $Z^k(x)$ amaç fonksiyonunun alt ve üst sınırı olduğunu düşünelim. Bu değerler şöyle saptanır:

Her amaç fonksiyonunu Zadeh'in genişleme prensibine dayanarak ayrı ayrı çözmüştük.

2 ayrı amaç için x_{ijk} ve $\tilde{Z}$ 'ler tespit edildikten sonra çok amaçlı bulanık transport problemini bulanık programlama yaklaşımıyla çözmek için her bir amacın x_{ijk} değerini diğer amacın amaç fonksiyonuna koyup yeni $\tilde{Z}$ 'nin üyelik fonksiyonu eğrisini oluştururuz. Bu 2 amaç için oluşturulan 4 üyelik fonksiyonunu ağırlık merkezi metoduyla durulaştırıp her amaç için alt ve üst sınırları buluruz.

Bu bulduğumuz alt ve üst sınırları (kesin değerler) L_k ve U_k ; bulanık optimizasyon modelinde amaç değerlerinin üyelik derecesini maksimize etmede kullanacağız.

Problemimizdeki amaçlarımızın ikisi de minimizasyon olduğu için üyelik fonksiyonunu şu şekilde yazabiliriz.

$$\mu_k(F^k(x)) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } F^k(x) \leq L_k \\ \frac{U_k - F^k(x)}{U_k - L_k} & \text{eğer } L_k < F^k(x) < U_k \\ 0 & \text{eğer } F^k(x) \geq U_k \end{cases} \quad (5.38)$$

Üyelik derecesini maksimize edecek modeli şu şekilde yazabiliriz:

$$\text{Max } \min_{k=1,2,\dots,K} \mu_k(F^k(x)) \quad (5.39)$$

Ş.k.g.

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq \tilde{S}_i, \forall i,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq \tilde{D}_j, \forall j,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq \tilde{E}_k, \forall k,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{C}_{ijk} x_{ijk} \leq \tilde{B}_j, \forall j,$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, \forall j, \forall k.$$

Birinci ve ikinci amacın üyelik derecelerini maksimize etmeye çalıştığımızdan modelde minimum (kesişim) operatörü var.

β yardımcı değişkeni kullanarak çok amaçlı transport problemi için bulanık optimizasyon modelini şöyle yazabiliriz:

$$\text{Max } \beta \tag{5.40}$$

Ş.k.g.

$$\beta \leq \mu_k(F^k(x)), \quad k = 1, 2, \dots, K,$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq \tilde{S}_i, \quad \forall i,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq \tilde{D}_j, \quad \forall j,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq \tilde{E}_k, \quad \forall k,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{C}_{ijk} x_{ijk} \leq \tilde{B}_j, \quad \forall j,$$

$$0 \leq \beta \leq 1,$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, \forall j, \forall k.$$

β yardımcı değişkeni bizim bu modelde bir bakıma toplam tatminimizi göstermektedir. Amacımız tatminimizi maksimize etmektir.

Doyumumuz 0 ile 1 arasında olacağından bunu model (5.40)'a kısıt olarak ekledik.

$\beta \leq \mu_k(F^k(x))$ kısıtını aşağıdaki şekilde (5.38)'den yararlanarak değiştirebiliriz, böylece elimizdeki L_k ve U_k değerlerinden yararlanmış olacağız.

$$\beta \leq \mu_k(F^k(x)) \quad (5.41)$$

$$\beta(U_k - L_k) \leq (U_k - F^k(x)) \quad (5.42)$$

$$\beta(U_k - L_k) + F^k(x) \leq U_k \quad (5.43)$$

$$\beta(U_k - L_k)/U_k + (1/U_k)F^k(x) \leq 1 \quad (5.44)$$

Model şu hali alır:

$$\text{Max } \beta \quad (5.45)$$

Ş.k.g.

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l x_{ijk} \leq \tilde{S}_i, \forall i,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^l x_{ijk} \geq \tilde{D}_j, \forall j,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n x_{ijk} \leq \tilde{E}_k, \forall k,$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^l \tilde{C}_{ijk} x_{ijk} \leq \tilde{B}_j, \forall j,$$

$$\beta(U_k - L_k)/U_k + (1/U_k)F^k(x_{ijk}) \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, K,$$

$$0 \leq \beta \leq 1,$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, \forall j, \forall k.$$

Modelde amaç fonksiyonunda bulanık katsayı olmadığından genişleme prensibiyle modeli çözemeyiz, bu yüzden modeldeki $\tilde{C}_{ijk}$, $\tilde{S}_i$, $\tilde{D}_j$, $\tilde{E}_k$, $\tilde{B}_j$ değerlerini ağırlık merkezi yöntemiyle durulaştırarak kesin değerlere çeviririz. Model Lingo’da çözülür, x_{ijk} , β , $F^1(x_{ijk})$ ve $F^2(x_{ijk})$ bulunur.

6. UYGULAMA

Önerilen prosedürü örnekte göstermek için veteriner ilaç ve premiksleri üreten Topkim A.Ş. ve Biyoteknik A.Ş. firmalarının mamüllerinden Blotic 100cc ilacının iki fabrikadan Türkiye'deki onbeş bölgeye dağıtım problemi ele alınmıştır. Taşıma için farklı kapasitelere sahip iki kamyon tahsis edilmiştir.

Modelin oluşturulabilmesi için bulanık değerlere ihtiyaç vardır. Bu değerler Topkim A.Ş. ve Biyoteknik A.Ş.'deki uzmanların deneyimleri yardımıyla sezgisel olarak çıkarılmıştır.

Bu değerler şöyledir:

Fabrikaların üretim kapasiteleri (adet/ay):

$$\tilde{S}_1 = (1000, 5500, 300000)$$

$$\tilde{S}_2 = (500, 2300, 50000)$$

2 kamyonun taşıma kapasiteleri (Adet):

$$\tilde{E}_1 = (60000, 80000, 150000)$$

$$\tilde{E}_2 = (50000, 70000, 100000)$$

Çizelge 6.1 Mamülün iller ve bölgeler tarafından talep edilen miktarları, teslim süreleri, taşıma maliyetleri ve bölgelerin bütçe miktarları.

		Talep (Adet)	Teslim Süresi (Saat) (1. ve 2. fabrika ve kamyonlar için)	Transport Maliyeti (1. Kamyonla) (Yeni Kuruş/Adet) (1. ve 2. Fabrika için)	Transport Maliyeti (2. Kamyonla) (Yeni Kuruş/Adet) (1. ve 2. Fabrika için)	Bütçe (YTL)
1.	Trakya	(500,1100,1700)	(5,8,12)	(0.5,0.7,1)	(0.58,0.78,1.08)	(10,12,19)
2.	Sakarya	(25,130,300)	(5,8,12)	(0.5,0.7,1)	(0.58,0.78,1.08)	(2,4,8)
3.	Bursa	(0,140,350)	(5,8,12)	(0.5,0.7,1)	(0.58,0.78,1.08)	(3,5,7)
4.	Ankara	(900,1325,1700)	(6,9,13)	(0.6,0.8,1.1)	(0.68,0.88,1.18)	(12,15,17)
5.	Samsun	(100,500,1400)	(12,15,18)	(1,1.1,1.2)	(1.08,1.18,1.28)	(5,13,15)
6.	İzmir	(250,400,700)	(12,15,18)	(1,1.1,1.2)	(1.08,1.18,1.28)	(4,7,10)
7.	Antalya	(0,100,150)	(15,17,19)	(1.2,1.4,1.5)	(1.28,1.48,1.58)	(3,4,5)
8.	Adana	(265,600,1300)	(17,18,20)	(1.5,1.7,1.8)	(1.58,1.78,1.88)	(8,10,15)
9.	Diyarbakır	(300,700,1000)	(24,28,32)	(2.4,2.7,3)	(2.48,2.78,3.08)	(9,17,32)
10.	Gaziantep	(60,345,700)	(24,28,32)	(2.4,2.7,3)	(2.48,2.78,3.08)	(12,15,25)
11.	Elazığ	(160,425,600)	(24,28,32)	(2.4,2.7,3)	(2.48,2.78,3.08)	(3,15,20)
12.	Erzurum	(150,580,900)	(28,32,36)	(3.5,3.7,4)	(3.58,3.78,4.08)	(6,25,40)
13.	Konya	(700,1180,1500)	(6,9,13)	(0.6,0.8,1.1)	(0.68,0.88,1.18)	(5,10,18)
14.	Afyon	(60,150,250)	(8,10,12)	(0.7,1,1.2)	(0.78,1.08,1.28)	(2,4,7)
15.	Kayseri	(50,120,350)	(12,14,16)	(1.2,1.3,1.5)	(1.28,1.38,1.58)	(2,5,8)

Birinci amacımız olan taşıma maliyetinin düşürülmesi modeli şu şekildedir:

$$MinZ = (0.5,0.7,1)x_{111} + (0.5,0.7,1)x_{121} + (0.5,0.7,1)x_{131} + (0.6,0.8,1.1)x_{141} \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} & + (1,1,1,2)x_{151} + (1,1,1,2)x_{161} + (1,2,1,4,1.5)x_{171} + (1,5,1,7,1.8)x_{181} + (2,4,2,7,3)x_{191} \\ & + (2,4,2,7,3)x_{1101} + (2,4,2,7,3)x_{1111} + (3,5,3,7,4)x_{1121} + (0,6,0,8,1,1)x_{1131} + (0,7,1,1,2)x_{1141} \\ & + (1,2,1,3,1.5)x_{1151} + (0,58,0,78,1,08)x_{112} + (0,58,0,78,1,08)x_{122} + (0,58,0,78,1,08)x_{132} \\ & + (0,68,0,88,1,18)x_{142} + (1,08,1,18,1,28)x_{152} + (1,08,1,18,1,28)x_{162} + (1,28,1,48,1,58)x_{172} \\ & + (1,58,1,78,1,88)x_{182} + (2,48,2,78,3,08)x_{192} + (2,48,2,78,3,08)x_{1102} + (2,48,2,78,3,08)x_{1112} \\ & + (3,58,3,78,4,08)x_{1122} + (0,68,0,88,1,18)x_{1132} + (0,78,1,08,1,28)x_{1142} + (1,28,1,38,1,58)x_{1152} \\ & + (0,5,0,7,1)x_{211} + (0,5,0,7,1)x_{221} + (0,5,0,7,1)x_{231} + (0,6,0,8,1,1)x_{241} + (1,1,1,1,2)x_{251} \\ & + (1,1,1,1,2)x_{261} + (1,2,1,4,1,5)x_{271} + (1,5,1,7,1,8)x_{281} + (2,4,2,7,3)x_{291} + (2,4,2,7,3)x_{2101} \\ & + (2,4,2,7,3)x_{2111} + (3,5,3,7,4)x_{2121} + (0,6,0,8,1,1)x_{2131} + (0,7,1,1,2)x_{2141} + (1,2,1,3,1,5)x_{2151} \\ & + (0,58,0,78,1,08)x_{212} + (0,58,0,78,1,08)x_{222} + (0,58,0,78,1,08)x_{232} + (0,68,0,88,1,18)x_{242} \\ & + (1,08,1,18,1,28)x_{252} + (1,08,1,18,1,28)x_{262} + (1,28,1,48,1,58)x_{272} + (1,58,1,78,1,88)x_{282} \\ & + (2,48,2,78,3,08)x_{292} + (2,48,2,78,3,08)x_{2102} + (2,48,2,78,3,08)x_{2112} + (3,58,3,78,4,08)x_{2122} \\ & + (0,68,0,88,1,18)x_{2132} + (0,78,1,08,1,28)x_{2142} + (1,28,1,38,1,58)x_{2152} \end{aligned}$$

Ş.k.g.

$$\begin{aligned} & x_{111} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + x_{151} + x_{161} + x_{171} + x_{181} + x_{191} + x_{1101} + x_{1111} + x_{1121} + x_{1131} + x_{1141} + x_{1151} + x_{112} + \\ & x_{122} + x_{132} + x_{142} + x_{152} + x_{162} + x_{172} + x_{182} + x_{192} + x_{1102} + x_{1112} + x_{1122} + x_{1132} + x_{1142} + x_{1152} \leq \\ & (1000,5500,300000), \\ & x_{211} + x_{221} + x_{231} + x_{241} + x_{251} + x_{261} + x_{271} + x_{281} + x_{291} + x_{2101} + x_{2111} + x_{2121} + x_{2131} + x_{2141} + x_{2151} + x_{212} + \\ & x_{222} + x_{232} + x_{242} + x_{252} + x_{262} + x_{272} + x_{282} + x_{292} + x_{2102} + x_{2112} + x_{2122} + x_{2132} + x_{2142} + x_{2152} \leq \\ & (500,2300,500000), \end{aligned}$$

$$x_{111} + x_{112} + x_{211} + x_{212} \geq (500, 1100, 1700),$$

$$x_{121} + x_{122} + x_{221} + x_{222} \geq (25, 130, 300),$$

$$x_{131} + x_{132} + x_{231} + x_{232} \geq (0, 140, 350),$$

$$x_{141} + x_{142} + x_{241} + x_{242} \geq (900, 1325, 1700),$$

$$x_{151} + x_{152} + x_{251} + x_{252} \geq (100, 500, 1400),$$

$$x_{161} + x_{162} + x_{261} + x_{262} \geq (250, 400, 700),$$

$$x_{171} + x_{172} + x_{271} + x_{272} \geq (0, 100, 150),$$

$$x_{181} + x_{182} + x_{281} + x_{282} \geq (265, 600, 1300),$$

$$x_{191} + x_{192} + x_{291} + x_{292} \geq (300, 700, 1000),$$

$$x_{1101} + x_{1102} + x_{2101} + x_{2102} \geq (60, 345, 700),$$

$$x_{1111} + x_{1112} + x_{2111} + x_{2112} \geq (160, 425, 600),$$

$$x_{1121} + x_{1122} + x_{2121} + x_{2122} \geq (150, 580, 900),$$

$$x_{1131} + x_{1132} + x_{2131} + x_{2132} \geq (700, 1180, 1500),$$

$$x_{1141} + x_{1142} + x_{2141} + x_{2142} \geq (60, 150, 250),$$

$$x_{1151} + x_{1152} + x_{2151} + x_{2152} \geq (50, 120, 350),$$

$$x_{111} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + x_{151} + x_{161} + x_{171} + x_{181} + x_{191} + x_{1101} + x_{1111} + x_{1121} + x_{1131} + x_{1141} + x_{1151} +$$

$$x_{211} + x_{221} + x_{231} + x_{241} + x_{251} + x_{261} + x_{271} + x_{281} + x_{291} + x_{2101} + x_{2111} + x_{2121} + x_{2131} + x_{2141} + x_{2151}$$

$$\leq (60000, 80000, 150000),$$

$$x_{112} + x_{122} + x_{132} + x_{142} + x_{152} + x_{162} + x_{172} + x_{182} + x_{192} + x_{1102} + x_{1112} + x_{1122} + x_{1132} + x_{1142} + x_{1152}$$

$$+ x_{212} + x_{222} + x_{232} + x_{242} + x_{252} + x_{262} + x_{272} + x_{282} + x_{292} + x_{2102} + x_{2112} + x_{2122} + x_{2132} + x_{2142} + x_{2152}$$

$$\leq (50000, 70000, 100000),$$

$$\begin{aligned}
& (0.5,0.7,1)x_{111} + (0.58,0.78,1.08)x_{112} + (0.5,0.7,1)x_{211} + (0.58,0.78,1.08)x_{212} \leq (1000,1200,1900), \\
& (0.5,0.7,1)x_{121} + (0.58,0.78,1.08)x_{122} + (0.5,0.7,1)x_{221} + (0.58,0.78,1.08)x_{222} \leq (200,400,800), \\
& (0.5,0.7,1)x_{131} + (0.58,0.78,1.08)x_{132} + (0.5,0.7,1)x_{231} + (0.58,0.78,1.08)x_{232} \leq (300,500,700), \\
& (0.6,0.8,1.1)x_{141} + (0.68,0.88,1.18)x_{142} + (0.6,0.8,1.1)x_{241} + (0.68,0.88,1.18)x_{242} \leq \\
& (1200,1500,1700), \\
& (1,1,1,1.2)x_{151} + (1.08,1.18,1.28)x_{152} + (1,1,1,1.2)x_{251} + (1.08,1.18,1.28)x_{252} \leq (500,1300,1500), \\
& (1,1,1,1.2)x_{161} + (1.08,1.18,1.28)x_{162} + (1,1,1,1.2)x_{261} + (1.08,1.18,1.28)x_{262} \leq (400,700,1000), \\
& (1.2,1.4,1.5)x_{171} + (1.28,1.48,1.58)x_{172} + (1.2,1.4,1.5)x_{271} + (1.28,1.48,1.58)x_{272} \leq (300,400,500), \\
& (1.5,1.7,1.8)x_{181} + (1.58,1.78,1.88)x_{182} + (1.5,1.7,1.8)x_{281} + (1.58,1.78,1.88)x_{282} \leq (800,1000,1500), \\
& (2.4,2.7,3)x_{191} + (2.48,2.78,3.08)x_{192} + (2.4,2.7,3)x_{291} + (2.48,2.78,3.08)x_{292} \leq (900,1700,3200), \\
& (2.4,2.7,3)x_{1101} + (2.48,2.78,3.08)x_{1102} + (2.4,2.7,3)x_{2101} + (2.48,2.78,3.08)x_{2102} \leq \\
& (1200,1500,2500), \\
& (2.4,2.7,3)x_{1111} + (2.48,2.78,3.08)x_{1112} + (2.4,2.7,3)x_{2111} + (2.48,2.78,3.08)x_{2112} \leq (300,1500,2000), \\
& (3.5,3.7,4)x_{1121} + (3.58,3.78,4.08)x_{1122} + (3.5,3.7,4)x_{2121} + (3.58,3.78,4.08)x_{2122} \leq (600,2500,4000), \\
& (0.6,0.8,1.1)x_{1131} + (0.68,0.88,1.18)x_{1132} + (0.6,0.8,1.1)x_{2131} + (0.68,0.88,1.18)x_{2132} \leq \\
& (500,1000,1800), \\
& (0.7,1,1.2)x_{1141} + (0.78,1.08,1.28)x_{1142} + (0.7,1,1.2)x_{2141} + (0.78,1.08,1.28)x_{2142} \leq (200,400,700), \\
& (1.2,1.3,1.5)x_{1151} + (1.28,1.38,1.58)x_{1152} + (1.2,1.3,1.5)x_{2151} + (1.28,1.38,1.58)x_{2152} \leq (200,500,800), \\
& x_{ijk} \geq 0, \quad i = 1,2, \quad j = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15, \quad k = 1,2.
\end{aligned}$$

Teslim süresini minimize etmeyi amaçlayan ikinci modelimiz şöyledir:

$$\begin{aligned}
Min Z = & (5,8,12)x_{111} / (500,1100,1700) + (5,8,12)x_{121} / (25,130,300) \\
& + (5,8,12)x_{131} / (0,140,350) + (6,9,12)x_{141} / (900,1325,1700) + (12,15,18)x_{151} / (100,500,1400)
\end{aligned} \tag{6.2}$$

$$\begin{aligned}
& + (12,15,18)x_{161}/(250,400,700) + (15,17,19)x_{171}/(0,100,150) + (17,18,20)x_{181}/(265,600,1300) \\
& + (24,28,32)x_{191}/(300,700,1000) + (24,28,32)x_{1101}/(60,345,700) + (24,28,32)x_{1111}/(160,425,600) \\
& + (28,32,36)x_{1121}/(150,580,900) + (6,9,12)x_{1131}/(700,1180,1500) + (8,10,12)x_{1141}/(60,150,250) \\
& + (12,14,16)x_{1151}/(50,120,350) + (5,8,12)x_{112}/(500,1100,1700) + (5,8,12)x_{122}/(25,130,300) \\
& + (5,8,12)x_{132}/(0,140,350) + (6,9,12)x_{142}/(900,1325,1700) + (12,15,18)x_{152}/(100,500,1400) \\
& + (12,15,18)x_{162}/(250,400,700) + (15,17,19)x_{172}/(0,100,150) + (17,18,20)x_{182}/(265,600,1300) \\
& + (24,28,32)x_{192}/(300,700,1000) + (24,28,32)x_{1102}/(60,345,700) + (24,28,32)x_{1112}/(160,425,600) \\
& + (28,32,36)x_{1122}/(150,580,900) + (6,9,12)x_{1132}/(700,1180,1500) + (8,10,12)x_{1142}/(60,150,250) \\
& + (12,14,16)x_{1152}/(50,120,350) + (5,8,12)x_{211}/(500,1100,1700) + (5,8,12)x_{221}/(25,130,300) \\
& + (5,8,12)x_{231}/(0,140,350) + (6,9,12)x_{241}/(900,1325,1700) + (12,15,18)x_{251}/(100,500,1400) \\
& + (12,15,18)x_{261}/(250,400,700) + (15,17,19)x_{271}/(0,100,150) + (17,18,20)x_{281}/(265,600,1300) \\
& + (24,28,32)x_{291}/(300,700,1000) + (24,28,32)x_{2101}/(60,345,700) + (24,28,32)x_{2111}/(160,425,600) \\
& + (28,32,36)x_{2121}/(150,580,900) + (6,9,12)x_{2131}/(700,1180,1500) + (8,10,12)x_{2141}/(60,150,250) \\
& + (12,14,16)x_{2151}/(50,120,350) + (5,8,12)x_{212}/(500,1100,1700) + (5,8,12)x_{222}/(25,130,300) \\
& + (5,8,12)x_{232}/(0,140,350) + (6,9,12)x_{242}/(900,1325,1700) + (12,15,18)x_{252}/(100,500,1400) \\
& + (12,15,18)x_{262}/(240,400,700) + (15,17,19)x_{272}/(0,100,150) + (17,18,20)x_{282}/(265,600,1300) \\
& + (24,28,32)x_{292}/(300,700,1000) + (24,28,32)x_{2102}/(60,345,700) \\
& + (24,28,32)x_{2112}/(160,425,600) + (28,32,36)x_{2122}/(150,580,900) \\
& + (6,9,12)x_{2132}/(700,1180,1500) + (8,10,12)x_{2142}/(60,150,250) + (12,14,16)x_{2152}/(50,120,350)
\end{aligned}$$

Ş.k.g.

$$x_{111} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + x_{151} + x_{161} + x_{171} + x_{181} + x_{191} + x_{1101} + x_{1111} + x_{1121} + x_{1131} + x_{1141} + x_{1151} + x_{112} +$$

$$x_{122} + x_{132} + x_{142} + x_{152} + x_{162} + x_{172} + x_{182} + x_{192} + x_{1102} + x_{1112} + x_{1122} + x_{1132} + x_{1142} + x_{1152} \leq (1000, 5500, 300000),$$

$$x_{211} + x_{221} + x_{231} + x_{241} + x_{251} + x_{261} + x_{271} + x_{281} + x_{291} + x_{2101} + x_{2111} + x_{2121} + x_{2131} + x_{2141} + x_{2151} + x_{212} + x_{222} + x_{232} + x_{242} + x_{252} + x_{262} + x_{272} + x_{282} + x_{292} + x_{2102} + x_{2112} + x_{2122} + x_{2132} + x_{2142} + x_{2152} \leq (500, 2300, 50000),$$

$$x_{111} + x_{112} + x_{211} + x_{212} \geq (500, 1100, 1700),$$

$$x_{121} + x_{122} + x_{221} + x_{222} \geq (25, 130, 300),$$

$$x_{131} + x_{132} + x_{231} + x_{232} \geq (0, 140, 350),$$

$$x_{141} + x_{142} + x_{241} + x_{242} \geq (900, 1325, 1700),$$

$$x_{151} + x_{152} + x_{251} + x_{252} \geq (100, 500, 1400),$$

$$x_{161} + x_{162} + x_{261} + x_{262} \geq (250, 400, 700),$$

$$x_{171} + x_{172} + x_{271} + x_{272} \geq (0, 100, 150),$$

$$x_{181} + x_{182} + x_{281} + x_{282} \geq (265, 600, 1300),$$

$$x_{191} + x_{192} + x_{291} + x_{292} \geq (300, 700, 1000),$$

$$x_{1101} + x_{1102} + x_{2101} + x_{2102} \geq (60, 345, 700),$$

$$x_{1111} + x_{1112} + x_{2111} + x_{2112} \geq (160, 425, 600),$$

$$x_{1121} + x_{1122} + x_{2121} + x_{2122} \geq (150, 580, 900),$$

$$x_{1131} + x_{1132} + x_{2131} + x_{2132} \geq (700, 1180, 1500),$$

$$x_{1141} + x_{1142} + x_{2141} + x_{2142} \geq (60, 150, 250),$$

$$x_{1151} + x_{1152} + x_{2151} + x_{2152} \geq (50, 120, 350),$$

$$x_{111} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + x_{151} + x_{161} + x_{171} + x_{181} + x_{191} + x_{1101} + x_{1111} + x_{1121} + x_{1131} + x_{1141} + x_{1151} +$$

$$x_{211} + x_{221} + x_{231} + x_{241} + x_{251} + x_{261} + x_{271} + x_{281} + x_{291} + x_{2101} + x_{2111} + x_{2121} + x_{2131} + x_{2141} + x_{2151}$$

$$\leq (60000, 80000, 150000),$$

$$\begin{aligned} & x_{112} + x_{122} + x_{132} + x_{142} + x_{152} + x_{162} + x_{172} + x_{182} + x_{192} + x_{1102} + x_{1112} + x_{1122} + x_{1132} + x_{1142} + x_{1152} \\ & + x_{212} + x_{222} + x_{232} + x_{242} + x_{252} + x_{262} + x_{272} + x_{282} + x_{292} + x_{2102} + x_{2112} + x_{2122} + x_{2132} + x_{2142} + x_{2152} \\ & \leq (50000, 70000, 100000), \end{aligned}$$

$$(0.5, 0.7, 1)x_{111} + (0.58, 0.78, 1.08)x_{112} + (0.5, 0.7, 1)x_{211} + (0.58, 0.78, 1.08)x_{212} \leq (1000, 1200, 1900),$$

$$(0.5, 0.7, 1)x_{121} + (0.58, 0.78, 1.08)x_{122} + (0.5, 0.7, 1)x_{221} + (0.58, 0.78, 1.08)x_{222} \leq (200, 400, 800),$$

$$(0.5, 0.7, 1)x_{131} + (0.58, 0.78, 1.08)x_{132} + (0.5, 0.7, 1)x_{231} + (0.58, 0.78, 1.08)x_{232} \leq (300, 500, 700),$$

$$(0.6, 0.8, 1.1)x_{141} + (0.68, 0.88, 1.18)x_{142} + (0.6, 0.8, 1.1)x_{241} + (0.68, 0.88, 1.18)x_{242} \leq$$

$$(1200, 1500, 1700),$$

$$(1, 1, 1, 1, 2)x_{151} + (1.08, 1.18, 1.28)x_{152} + (1, 1, 1, 1, 2)x_{251} + (1.08, 1.18, 1.28)x_{252} \leq (500, 1300, 1500),$$

$$(1, 1, 1, 1, 2)x_{161} + (1.08, 1.18, 1.28)x_{162} + (1, 1, 1, 1, 2)x_{261} + (1.08, 1.18, 1.28)x_{262} \leq (400, 700, 1000),$$

$$(1.2, 1.4, 1.5)x_{171} + (1.28, 1.48, 1.58)x_{172} + (1.2, 1.4, 1.5)x_{271} + (1.28, 1.48, 1.58)x_{272} \leq (300, 400, 500),$$

$$(1.5, 1.7, 1.8)x_{181} + (1.58, 1.78, 1.88)x_{182} + (1.5, 1.7, 1.8)x_{281} + (1.58, 1.78, 1.88)x_{282} \leq (800, 1000, 1500),$$

$$(2.4, 2.7, 3)x_{191} + (2.48, 2.78, 3.08)x_{192} + (2.4, 2.7, 3)x_{291} + (2.48, 2.78, 3.08)x_{292} \leq (900, 1700, 3200),$$

$$(2.4, 2.7, 3)x_{1101} + (2.48, 2.78, 3.08)x_{1102} + (2.4, 2.7, 3)x_{2101} + (2.48, 2.78, 3.08)x_{2102} \leq$$

$$(1200, 1500, 2500),$$

$$(2.4, 2.7, 3)x_{1111} + (2.48, 2.78, 3.08)x_{1112} + (2.4, 2.7, 3)x_{2111} + (2.48, 2.78, 3.08)x_{2112} \leq (300, 1500, 2000),$$

$$(3.5, 3.7, 4)x_{1121} + (3.58, 3.78, 4.08)x_{1122} + (3.5, 3.7, 4)x_{2121} + (3.58, 3.78, 4.08)x_{2122} \leq (600, 2500, 4000),$$

$$(0.6, 0.8, 1.1)x_{1131} + (0.68, 0.88, 1.18)x_{1132} + (0.6, 0.8, 1.1)x_{2131} + (0.68, 0.88, 1.18)x_{2132} \leq$$

$$(500, 1000, 1800),$$

$$(0.7, 1, 1, 2)x_{1141} + (0.78, 1.08, 1.28)x_{1142} + (0.7, 1, 1, 2)x_{2141} + (0.78, 1.08, 1.28)x_{2142} \leq (200, 400, 700),$$

$$(1.2, 1.3, 1.5)x_{1151} + (1.28, 1.38, 1.58)x_{1152} + (1.2, 1.3, 1.5)x_{2151} + (1.28, 1.38, 1.58)x_{2152} \leq (200, 500, 800),$$

$$x_{ijk} \geq 0, i = 1, 2, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, k = 1, 2.$$

6.1 Bulanık Amaçların Genişleme Prensipleriyle Çözülmesi

6.1.1 Birinci Amacın Çözümü

$$S = \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 = (1500, 7800, 350000) \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} D &= \tilde{D}_1 + \tilde{D}_2 + \tilde{D}_3 + \tilde{D}_4 + \tilde{D}_5 + \tilde{D}_6 + \tilde{D}_7 + \tilde{D}_8 + \tilde{D}_9 + \tilde{D}_{10} + \tilde{D}_{11} + \tilde{D}_{12} + \tilde{D}_{13} + \tilde{D}_{14} + \tilde{D}_{15} \\ &= (3520, 7795, 12900) \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$E = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_2 = (110000, 150000, 250000) \quad (6.5)$$

$$\sum_{j=1}^n (D_j)_{\alpha=0}^L \leq \sum_{i=1}^m (S_i)_{\alpha=0}^U \text{ ve } \sum_{j=1}^n (D_j)_{\alpha=0}^L \leq \sum_{k=1}^l (E_k)_{\alpha=0}^U \text{ olduğundan problem fizibildir.}$$

Bulanık sayıların olduğu (6.1) modelini her α kesimi için değerlendirip alt ve üst sınırları bulmaya çalışacağımız için modeli şu hale çeviririz:

$$\begin{aligned} Z_{\alpha}^L = \min & (0.5 + 0.2\alpha)x_{111} + (0.5 + 0.2\alpha)x_{121} + (0.5 + 0.2\alpha)x_{131} + (0.6 + 0.2\alpha)x_{141} \\ & + (1 + 0.1\alpha)x_{151} + (1 + 0.1\alpha)x_{161} + (1.2 + 0.2\alpha)x_{171} + (1.5 + 0.2\alpha)x_{181} + (2.4 + 0.3\alpha)x_{191} \\ & + (2.4 + 0.3\alpha)x_{1101} + (2.4 + 0.3\alpha)x_{1111} + (3.5 + 0.2\alpha)x_{1121} + (0.6 + 0.2\alpha)x_{1131} \\ & + (0.7 + 0.3\alpha)x_{1141} + (1.2 + 0.1\alpha)x_{1151} + (0.58 + 0.2\alpha)x_{112} + (0.58 + 0.2\alpha)x_{122} \\ & + (0.58 + 0.2\alpha)x_{132} + (0.68 + 0.2\alpha)x_{142} + (1.08 + 0.1\alpha)x_{152} + (1.08 + 0.1\alpha)x_{162} \\ & + (1.28 + 0.2\alpha)x_{172} + (1.58 + 0.2\alpha)x_{182} + (2.48 + 0.3\alpha)x_{192} + (2.48 + 0.3\alpha)x_{1102} \\ & + (2.48 + 0.3\alpha)x_{1112} + (3.58 + 0.2\alpha)x_{1122} + (0.68 + 0.2\alpha)x_{1132} + (0.78 + 0.3\alpha)x_{1142} \\ & + (1.28 + 0.1\alpha)x_{1152} + (0.5 + 0.2\alpha)x_{211} + (0.5 + 0.2\alpha)x_{221} + (0.5 + 0.2\alpha)x_{231} \\ & + (0.6 + 0.2\alpha)x_{241} + (1 + 0.1\alpha)x_{251} + (1 + 0.1\alpha)x_{261} + (1.2 + 0.2\alpha)x_{271} + (1.5 + 0.2\alpha)x_{281} \\ & + (2.4 + 0.3\alpha)x_{291} + (2.4 + 0.3\alpha)x_{2101} + (2.4 + 0.3\alpha)x_{2111} + (3.5 + 0.2\alpha)x_{2121} \\ & + (0.6 + 0.2\alpha)x_{2131} + (0.7 + 0.3\alpha)x_{2141} + (1.2 + 0.1\alpha)x_{2151} + (0.58 + 0.2\alpha)x_{212} \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned}
& + (0.58 + 0.2\alpha)x_{222} + (0.58 + 0.2\alpha)x_{232} + (0.68 + 0.2\alpha)x_{242} + (1.08 + 0.1\alpha)x_{252} \\
& + (1.08 + 0.1\alpha)x_{262} + (1.28 + 0.2\alpha)x_{272} + (1.58 + 0.2\alpha)x_{282} + (2.48 + 0.3\alpha)x_{292} \\
& + (2.48 + 0.3\alpha)x_{2102} + (2.48 + 0.3\alpha)x_{2112} + (3.58 + 0.2\alpha)x_{2122} + (0.68 + 0.2\alpha)x_{2132} \\
& + (0.78 + 0.3\alpha)x_{2142} + (1.28 + 0.1\alpha)x_{2152}
\end{aligned}$$

Ş.k.g.

$$\begin{aligned}
& x_{111} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + x_{151} + x_{161} + x_{171} + x_{181} + x_{191} + x_{1101} + x_{1111} + x_{1121} + x_{1131} + x_{1141} + x_{1151} + x_{112} + \\
& x_{122} + x_{132} + x_{142} + x_{152} + x_{162} + x_{172} + x_{182} + x_{192} + x_{1102} + x_{1112} + x_{1122} + x_{1132} + x_{1142} + x_{1152} \leq s_1, \\
& x_{211} + x_{221} + x_{231} + x_{241} + x_{251} + x_{261} + x_{271} + x_{281} + x_{291} + x_{2101} + x_{2111} + x_{2121} + x_{2131} + x_{2141} + x_{2151} + x_{212} + \\
& x_{222} + x_{232} + x_{242} + x_{252} + x_{262} + x_{272} + x_{282} + x_{292} + x_{2102} + x_{2112} + x_{2122} + x_{2132} + x_{2142} + x_{2152} \leq s_2, \\
& x_{111} + x_{112} + x_{211} + x_{212} \geq d_1, \\
& x_{121} + x_{122} + x_{221} + x_{222} \geq d_2, \\
& x_{131} + x_{132} + x_{231} + x_{232} \geq d_3, \\
& x_{141} + x_{142} + x_{241} + x_{242} \geq d_4, \\
& x_{151} + x_{152} + x_{251} + x_{252} \geq d_5, \\
& x_{161} + x_{162} + x_{261} + x_{262} \geq d_6, \\
& x_{171} + x_{172} + x_{271} + x_{272} \geq d_7, \\
& x_{181} + x_{182} + x_{281} + x_{282} \geq d_8, \\
& x_{191} + x_{192} + x_{291} + x_{292} \geq d_9, \\
& x_{1101} + x_{1102} + x_{2101} + x_{2102} \geq d_{10}, \\
& x_{1111} + x_{1112} + x_{2111} + x_{2112} \geq d_{11}, \\
& x_{1121} + x_{1122} + x_{2121} + x_{2122} \geq d_{12}, \\
& x_{1131} + x_{1132} + x_{2131} + x_{2132} \geq d_{13},
\end{aligned}$$

$$x_{1141} + x_{1142} + x_{2141} + x_{2142} \geq d_{14},$$

$$x_{1151} + x_{1152} + x_{2151} + x_{2152} \geq d_{15},$$

$$x_{111} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + x_{151} + x_{161} + x_{171} + x_{181} + x_{191} + x_{1101} + x_{1111} + x_{1121} + x_{1131} + x_{1141} + x_{1151} +$$

$$x_{211} + x_{221} + x_{231} + x_{241} + x_{251} + x_{261} + x_{271} + x_{281} + x_{291} + x_{2101} + x_{2111} + x_{2121} + x_{2131} + x_{2141} + x_{2151}$$

$$\leq e_1,$$

$$x_{112} + x_{122} + x_{132} + x_{142} + x_{152} + x_{162} + x_{172} + x_{182} + x_{192} + x_{1102} + x_{1112} + x_{1122} + x_{1132} + x_{1142} + x_{1152}$$

$$+ x_{212} + x_{222} + x_{232} + x_{242} + x_{252} + x_{262} + x_{272} + x_{282} + x_{292} + x_{2102} + x_{2112} + x_{2122} + x_{2132} + x_{2142} + x_{2152}$$

$$\leq e_2,$$

$$(0.5 + 0.2\alpha)x_{111} + (0.58 + 0.2\alpha)x_{112} + (0.5 + 0.2\alpha)x_{211} + (0.58 + 0.2\alpha)x_{212} \leq b_1,$$

$$(0.5 + 0.2\alpha)x_{121} + (0.58 + 0.2\alpha)x_{122} + (0.5 + 0.2\alpha)x_{221} + (0.58 + 0.2\alpha)x_{222} \leq b_2,$$

$$(0.5 + 0.2\alpha)x_{131} + (0.58 + 0.2\alpha)x_{132} + (0.5 + 0.2\alpha)x_{231} + (0.58 + 0.2\alpha)x_{232} \leq b_3,$$

$$(0.6 + 0.2\alpha)x_{141} + (0.68 + 0.2\alpha)x_{142} + (0.6 + 0.2\alpha)x_{241} + (0.68 + 0.2\alpha)x_{242} \leq b_4,$$

$$(1 + 0.1\alpha)x_{151} + (1.08 + 0.1\alpha)x_{152} + (1 + 0.1\alpha)x_{251} + (1.08 + 0.1\alpha)x_{252} \leq b_5,$$

$$(1 + 0.1\alpha)x_{161} + (1.08 + 0.1\alpha)x_{162} + (1 + 0.1\alpha)x_{261} + (1.08 + 0.1\alpha)x_{262} \leq b_6,$$

$$(1.2 + 0.2\alpha)x_{171} + (1.28 + 0.2\alpha)x_{172} + (1.2 + 0.2\alpha)x_{271} + (1.28 + 0.2\alpha)x_{272} \leq b_7,$$

$$(1.5 + 0.2\alpha)x_{181} + (1.58 + 0.2\alpha)x_{182} + (1.5 + 0.2\alpha)x_{281} + (1.58 + 0.2\alpha)x_{282} \leq b_8,$$

$$(2.4 + 0.3\alpha)x_{191} + (2.48 + 0.3\alpha)x_{192} + (2.4 + 0.3\alpha)x_{291} + (2.48 + 0.3\alpha)x_{292} \leq b_9,$$

$$(2.4 + 0.3\alpha)x_{1101} + (2.48 + 0.3\alpha)x_{1102} + (2.4 + 0.3\alpha)x_{2101} + (2.48 + 0.3\alpha)x_{2102} \leq b_{10},$$

$$(2.4 + 0.3\alpha)x_{1111} + (2.48 + 0.3\alpha)x_{1112} + (2.4 + 0.3\alpha)x_{2111} + (2.48 + 0.3\alpha)x_{2112} \leq b_{11},$$

$$(3.5 + 0.2\alpha)x_{1121} + (3.58 + 0.2\alpha)x_{1122} + (3.5 + 0.2\alpha)x_{2121} + (3.58 + 0.2\alpha)x_{2122} \leq b_{12},$$

$$(0.6 + 0.2\alpha)x_{1131} + (0.68 + 0.2\alpha)x_{1132} + (0.6 + 0.2\alpha)x_{2131} + (0.68 + 0.2\alpha)x_{2132} \leq b_{13},$$

$$(0.7 + 0.3\alpha)x_{1141} + (0.78 + 0.3\alpha)x_{1142} + (0.7 + 0.3\alpha)x_{2141} + (0.78 + 0.3\alpha)x_{2142} \leq b_{14},$$

$$(1.2 + 0.1\alpha)x_{1151} + (1.28 + 0.1\alpha)x_{1152} + (1.2 + 0.1\alpha)x_{2151} + (1.28 + 0.1\alpha)x_{2152} \leq b_{15},$$

$$s_1 + s_2 \geq d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7 + d_8 + d_9 + d_{10} + d_{11} + d_{12} + d_{13} + d_{14} + d_{15},$$

$$e_1 + e_2 \geq d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7 + d_8 + d_9 + d_{10} + d_{11} + d_{12} + d_{13} + d_{14} + d_{15},$$

$$(1000 + 4500\alpha) \leq s_1 \leq (300000 - 294500\alpha),$$

$$(500 + 1800\alpha) \leq s_2 \leq (50000 - 47700\alpha),$$

$$(500 + 600\alpha) \leq d_1 \leq (1700 - 600\alpha),$$

$$(25 + 105\alpha) \leq d_2 \leq (300 - 170\alpha),$$

$$(0 + 140\alpha) \leq d_3 \leq (350 - 210\alpha),$$

$$(900 + 425\alpha) \leq d_4 \leq (1700 - 375\alpha),$$

$$(100 + 400\alpha) \leq d_5 \leq (1400 - 900\alpha),$$

$$(250 + 150\alpha) \leq d_6 \leq (700 - 300\alpha),$$

$$(0 + 100\alpha) \leq d_7 \leq (150 - 50\alpha),$$

$$(265 + 335\alpha) \leq d_8 \leq (1300 - 700\alpha),$$

$$(300 + 400\alpha) \leq d_9 \leq (1000 - 300\alpha),$$

$$(60 + 285\alpha) \leq d_{10} \leq (700 - 355\alpha),$$

$$(160 + 265\alpha) \leq d_{11} \leq (600 - 175\alpha),$$

$$(150 + 430\alpha) \leq d_{12} \leq (900 - 320\alpha),$$

$$(700 + 480\alpha) \leq d_{13} \leq (1500 - 320\alpha),$$

$$(60 + 90\alpha) \leq d_{14} \leq (250 - 100\alpha),$$

$$(50 + 70\alpha) \leq d_{15} \leq (350 - 230\alpha),$$

$$(60000 + 20000\alpha) \leq e_1 \leq (150000 - 70000\alpha),$$

$$(50000 + 20000\alpha) \leq e_2 \leq (100000 - 30000\alpha),$$

$$(1000 + 200\alpha) \leq b_1 \leq (1900 - 700\alpha),$$

$$(200 + 200\alpha) \leq b_2 \leq (800 - 400\alpha),$$

$$(300 + 200\alpha) \leq b_3 \leq (700 - 200\alpha),$$

$$(1200 + 300\alpha) \leq b_4 \leq (1700 - 200\alpha),$$

$$(500 + 800\alpha) \leq b_5 \leq (1500 - 200\alpha),$$

$$(400 + 300\alpha) \leq b_6 \leq (1000 - 300\alpha),$$

$$(300 + 100\alpha) \leq b_7 \leq (500 - 100\alpha),$$

$$(800 + 200\alpha) \leq b_8 \leq (1500 - 500\alpha),$$

$$(900 + 800\alpha) \leq b_9 \leq (3200 - 1500\alpha),$$

$$(1200 + 300\alpha) \leq b_{10} \leq (2500 - 1000\alpha),$$

$$(300 + 1200\alpha) \leq b_{11} \leq (2000 - 500\alpha),$$

$$(600 + 1900\alpha) \leq b_{12} \leq (4000 - 1500\alpha),$$

$$(500 + 500\alpha) \leq b_{13} \leq (1800 - 800\alpha),$$

$$(200 + 200\alpha) \leq b_{14} \leq (700 - 300\alpha),$$

$$(200 + 300\alpha) \leq b_{15} \leq (800 - 300\alpha),$$

$$x_{ijk} \geq 0, \quad i = 1, 2, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, \quad k = 1, 2.$$

Üst sınırdaki model (5.35)'teki gibi iki operatörün birbirine uyması için iç programın dualini alıp tek seviyeli hale getirdiğimizde model şöyle olur:

$$Z_{\alpha}^U = \max \quad s_1 u_1 + s_2 u_2 + d_1 v_1 + d_2 v_2 + d_3 v_3 + d_4 v_4 + d_5 v_5 + d_6 v_6 + d_7 v_7 + d_8 v_8 \quad (6.7)$$

$$+d_9v_9+d_{10}v_{10}+d_{11}v_{11}+d_{12}v_{12}+d_{13}v_{13}+d_{14}v_{14}+d_{15}v_{15}+e_1w_1+e_2w_2+b_1y_1+b_2y_2$$

$$+b_3y_3+b_4y_4+b_5y_5+b_6y_6+b_7y_7+b_8y_8+b_9y_9+b_{10}y_{10}+b_{11}y_{11}+b_{12}y_{12}+b_{13}y_{13}$$

$$+b_{14}y_{14}+b_{15}y_{15}$$

Ş.k.g.

$$u_1+v_1+w_1+(1-0.3\alpha)y_1\leq(1-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_2+w_1+(1-0.3\alpha)y_2\leq(1-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_3+w_1+(1-0.3\alpha)y_3\leq(1-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_4+w_1+(1.1-0.3\alpha)y_4\leq(1.1-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_5+w_1+(1.2-0.1\alpha)y_5\leq(1.2-0.1\alpha),$$

$$u_1+v_6+w_1+(1.2-0.1\alpha)y_6\leq(1.2-0.1\alpha),$$

$$u_1+v_7+w_1+(1.5-0.1\alpha)y_7\leq(1.5-0.1\alpha),$$

$$u_1+v_8+w_1+(1.8-0.1\alpha)y_8\leq(1.8-0.1\alpha),$$

$$u_1+v_9+w_1+(3-0.3\alpha)y_9\leq(3-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_{10}+w_1+(3-0.3\alpha)y_{10}\leq(3-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_{11}+w_1+(3-0.3\alpha)y_{11}\leq(3-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_{12}+w_1+(4-0.3\alpha)y_{12}\leq(4-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_{13}+w_1+(1.1-0.3\alpha)y_{13}\leq(1.1-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_{14}+w_1+(1.2-0.2\alpha)y_{14}\leq(1.2-0.2\alpha),$$

$$u_1+v_{15}+w_1+(1.5-0.2\alpha)y_{15}\leq(1.5-0.2\alpha),$$

$$u_1+v_1+w_2+(1.08-0.3\alpha)y_1\leq(1.08-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_2+w_2+(1.08-0.3\alpha)y_2\leq(1.08-0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_3 + w_2 + (1.08 - 0.3\alpha) y_3 \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_4 + w_2 + (1.18 - 0.3\alpha) y_4 \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_5 + w_2 + (1.28 - 0.1\alpha) y_5 \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$u_1 + v_6 + w_2 + (1.28 - 0.1\alpha) y_6 \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$u_1 + v_7 + w_2 + (1.58 - 0.1\alpha) y_7 \leq (1.58 - 0.1\alpha),$$

$$u_1 + v_8 + w_2 + (1.88 - 0.1\alpha) y_8 \leq (1.88 - 0.1\alpha),$$

$$u_1 + v_9 + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_9 \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_{10} + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_{10} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_{11} + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_{11} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_{12} + w_2 + (4.08 - 0.3\alpha) y_{12} \leq (4.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_{13} + w_2 + (1.18 - 0.3\alpha) y_{13} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_{14} + w_2 + (1.28 - 0.2\alpha) y_{14} \leq (1.28 - 0.2\alpha),$$

$$u_1 + v_{15} + w_2 + (1.58 - 0.2\alpha) y_{15} \leq (1.58 - 0.2\alpha),$$

$$u_2 + v_1 + w_1 + (1 - 0.3\alpha) y_1 \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_2 + w_1 + (1 - 0.3\alpha) y_2 \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_3 + w_1 + (1 - 0.3\alpha) y_3 \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_4 + w_1 + (1.1 - 0.3\alpha) y_4 \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_5 + w_1 + (1.2 - 0.1\alpha) y_5 \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_6 + w_1 + (1.2 - 0.1\alpha) y_6 \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_7 + w_1 + (1.5 - 0.1\alpha) y_7 \leq (1.5 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_8 + w_1 + (1.8 - 0.1\alpha) y_8 \leq (1.8 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_9 + w_1 + (3 - 0.3\alpha) y_9 \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{10} + w_1 + (3 - 0.3\alpha) y_{10} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{11} + w_1 + (3 - 0.3\alpha) y_{11} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{12} + w_1 + (4 - 0.3\alpha) y_{12} \leq (4 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{13} + w_1 + (1.1 - 0.3\alpha) y_{13} \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{14} + w_1 + (1.2 - 0.2\alpha) y_{14} \leq (1.2 - 0.2\alpha),$$

$$u_2 + v_{15} + w_1 + (1.5 - 0.2\alpha) y_{15} \leq (1.5 - 0.2\alpha),$$

$$u_2 + v_1 + w_2 + (1.08 - 0.3\alpha) y_1 \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_2 + w_2 + (1.08 - 0.3\alpha) y_2 \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_3 + w_2 + (1.08 - 0.3\alpha) y_3 \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_4 + w_2 + (1.18 - 0.3\alpha) y_4 \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_5 + w_2 + (1.28 - 0.1\alpha) y_5 \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_6 + w_2 + (1.28 - 0.1\alpha) y_6 \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_7 + w_2 + (1.58 - 0.1\alpha) y_7 \leq (1.58 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_8 + w_2 + (1.88 - 0.1\alpha) y_8 \leq (1.88 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_9 + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_9 \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{10} + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_{10} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{11} + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_{11} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{12} + w_2 + (4.08 - 0.3\alpha) y_{12} \leq (4.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{13} + w_2 + (1.18 - 0.3\alpha) y_{13} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{14} + w_2 + (1.28 - 0.2\alpha) y_{14} \leq (1.28 - 0.2\alpha),$$

$$u_2 + v_{15} + w_2 + (1.58 - 0.2\alpha) y_{15} \leq (1.58 - 0.2\alpha),$$

$$s_1 + s_2 \geq d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7 + d_8 + d_9 + d_{10} + d_{11} + d_{12} + d_{13} + d_{14} + d_{15},$$

$$e_1 + e_2 \geq d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7 + d_8 + d_9 + d_{10} + d_{11} + d_{12} + d_{13} + d_{14} + d_{15},$$

$$(1000 + 4500\alpha) \leq s_1 \leq (300000 - 294500\alpha),$$

$$(500 + 1800\alpha) \leq s_2 \leq (50000 - 47700\alpha),$$

$$(500 + 600\alpha) \leq d_1 \leq (1700 - 600\alpha),$$

$$(25 + 105\alpha) \leq d_2 \leq (300 - 170\alpha),$$

$$(0 + 140\alpha) \leq d_3 \leq (350 - 210\alpha),$$

$$(900 + 425\alpha) \leq d_4 \leq (1700 - 375\alpha),$$

$$(100 + 400\alpha) \leq d_5 \leq (1400 - 900\alpha),$$

$$(250 + 150\alpha) \leq d_6 \leq (700 - 300\alpha),$$

$$(0 + 100\alpha) \leq d_7 \leq (150 - 50\alpha),$$

$$(265 + 335\alpha) \leq d_8 \leq (1300 - 700\alpha),$$

$$(300 + 400\alpha) \leq d_9 \leq (1000 - 300\alpha),$$

$$(60 + 285\alpha) \leq d_{10} \leq (700 - 355\alpha),$$

$$(160 + 265\alpha) \leq d_{11} \leq (600 - 175\alpha),$$

$$(150 + 430\alpha) \leq d_{12} \leq (900 - 320\alpha),$$

$$(700 + 480\alpha) \leq d_{13} \leq (1500 - 320\alpha),$$

$$(60 + 90\alpha) \leq d_{14} \leq (250 - 100\alpha),$$

$$(50 + 70\alpha) \leq d_{15} \leq (350 - 230\alpha),$$

$$(60000 + 20000\alpha) \leq e_1 \leq (150000 - 70000\alpha),$$

$$(50000 + 20000\alpha) \leq e_2 \leq (100000 - 30000\alpha),$$

$$(1000 + 200\alpha) \leq b_1 \leq (1900 - 700\alpha),$$

$$(200 + 200\alpha) \leq b_2 \leq (800 - 400\alpha),$$

$$(300 + 200\alpha) \leq b_3 \leq (700 - 200\alpha),$$

$$(1200 + 300\alpha) \leq b_4 \leq (1700 - 200\alpha),$$

$$(500 + 800\alpha) \leq b_5 \leq (1500 - 200\alpha),$$

$$(400 + 300\alpha) \leq b_6 \leq (1000 - 300\alpha),$$

$$(300 + 100\alpha) \leq b_7 \leq (500 - 100\alpha),$$

$$(800 + 200\alpha) \leq b_8 \leq (1500 - 500\alpha),$$

$$(900 + 800\alpha) \leq b_9 \leq (3200 - 1500\alpha),$$

$$(1200 + 300\alpha) \leq b_{10} \leq (2500 - 1000\alpha),$$

$$(300 + 1200\alpha) \leq b_{11} \leq (2000 - 500\alpha),$$

$$(600 + 1900\alpha) \leq b_{12} \leq (4000 - 1500\alpha),$$

$$(500 + 500\alpha) \leq b_{13} \leq (1800 - 800\alpha),$$

$$(200 + 200\alpha) \leq b_{14} \leq (700 - 300\alpha),$$

$$(200 + 300\alpha) \leq b_{15} \leq (800 - 300\alpha),$$

$$u_1, u_2, w_1, w_2, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{14}, y_{15} \leq 0,$$

$$v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15} \geq 0.$$

Model (6.7)'de değişiklik yaparak s_i , d_j , e_k ve b_j 'yi sırasıyla u_i , v_j , w_k , y_j ile çarparız ve $s_i u_i$ 'yi p_i ; $d_j v_j$ 'yi q_j ; $e_k w_k$ 'yi r_k ; $b_j y_j$ 'yi m_j ile değiştiririz. Böylece problemin Lingo'da model tipi lineer programlama olur ve global optimum çözümü bulabiliriz.

$$Z_{\alpha}^U = \max p_1 + p_2 + q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 + q_6 + q_7 + q_8 + q_9 + q_{10} + q_{11} + q_{12} \quad (6.8)$$

$$+q_{13}+q_{14}+q_{15}+r_1+r_2+m_1+m_2+m_3+m_4+m_5+m_6+m_7+m_8+m_9+m_{10}+m_{11}+m_{12}+m_{13}$$

$$+m_{14}+m_{15}$$

Ş.k.g.

$$u_1+v_1+w_1+(1-0.3\alpha) y_1 \leq (1-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_2+w_1+(1-0.3\alpha) y_2 \leq (1-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_3+w_1+(1-0.3\alpha) y_3 \leq (1-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_4+w_1+(1.1-0.3\alpha) y_4 \leq (1.1-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_5+w_1+(1.2-0.1\alpha) y_5 \leq (1.2-0.1\alpha),$$

$$u_1+v_6+w_1+(1.2-0.1\alpha) y_6 \leq (1.2-0.1\alpha),$$

$$u_1+v_7+w_1+(1.5-0.1\alpha) y_7 \leq (1.5-0.1\alpha),$$

$$u_1+v_8+w_1+(1.8-0.1\alpha) y_8 \leq (1.8-0.1\alpha),$$

$$u_1+v_9+w_1+(3-0.3\alpha) y_9 \leq (3-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_{10}+w_1+(3-0.3\alpha) y_{10} \leq (3-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_{11}+w_1+(3-0.3\alpha) y_{11} \leq (3-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_{12}+w_1+(4-0.3\alpha) y_{12} \leq (4-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_{13}+w_1+(1.1-0.3\alpha) y_{13} \leq (1.1-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_{14}+w_1+(1.2-0.2\alpha) y_{14} \leq (1.2-0.2\alpha),$$

$$u_1+v_{15}+w_1+(1.5-0.2\alpha) y_{15} \leq (1.5-0.2\alpha),$$

$$u_1+v_1+w_2+(1.08-0.3\alpha) y_1 \leq (1.08-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_2+w_2+(1.08-0.3\alpha) y_2 \leq (1.08-0.3\alpha),$$

$$u_1+v_3+w_2+(1.08-0.3\alpha) y_3 \leq (1.08-0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_4 + w_2 + (1.18 - 0.3\alpha) y_4 \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_5 + w_2 + (1.28 - 0.1\alpha) y_5 \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$u_1 + v_6 + w_2 + (1.28 - 0.1\alpha) y_6 \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$u_1 + v_7 + w_2 + (1.58 - 0.1\alpha) y_7 \leq (1.58 - 0.1\alpha),$$

$$u_1 + v_8 + w_2 + (1.88 - 0.1\alpha) y_8 \leq (1.88 - 0.1\alpha),$$

$$u_1 + v_9 + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_9 \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_{10} + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_{10} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_{11} + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_{11} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_{12} + w_2 + (4.08 - 0.3\alpha) y_{12} \leq (4.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_{13} + w_2 + (1.18 - 0.3\alpha) y_{13} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$u_1 + v_{14} + w_2 + (1.28 - 0.2\alpha) y_{14} \leq (1.28 - 0.2\alpha),$$

$$u_1 + v_{15} + w_2 + (1.58 - 0.2\alpha) y_{15} \leq (1.58 - 0.2\alpha),$$

$$u_2 + v_1 + w_1 + (1 - 0.3\alpha) y_1 \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_2 + w_1 + (1 - 0.3\alpha) y_2 \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_3 + w_1 + (1 - 0.3\alpha) y_3 \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_4 + w_1 + (1.1 - 0.3\alpha) y_4 \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_5 + w_1 + (1.2 - 0.1\alpha) y_5 \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_6 + w_1 + (1.2 - 0.1\alpha) y_6 \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_7 + w_1 + (1.5 - 0.1\alpha) y_7 \leq (1.5 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_8 + w_1 + (1.8 - 0.1\alpha) y_8 \leq (1.8 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_9 + w_1 + (3 - 0.3\alpha) y_9 \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{10} + w_1 + (3 - 0.3\alpha) y_{10} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{11} + w_1 + (3 - 0.3\alpha) y_{11} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{12} + w_1 + (4 - 0.3\alpha) y_{12} \leq (4 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{13} + w_1 + (1.1 - 0.3\alpha) y_{13} \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{14} + w_1 + (1.2 - 0.2\alpha) y_{14} \leq (1.2 - 0.2\alpha),$$

$$u_2 + v_{15} + w_1 + (1.5 - 0.2\alpha) y_{15} \leq (1.5 - 0.2\alpha),$$

$$u_2 + v_1 + w_2 + (1.08 - 0.3\alpha) y_1 \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_2 + w_2 + (1.08 - 0.3\alpha) y_2 \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_3 + w_2 + (1.08 - 0.3\alpha) y_3 \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_4 + w_2 + (1.18 - 0.3\alpha) y_4 \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_5 + w_2 + (1.28 - 0.1\alpha) y_5 \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_6 + w_2 + (1.28 - 0.1\alpha) y_6 \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_7 + w_2 + (1.58 - 0.1\alpha) y_7 \leq (1.58 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_8 + w_2 + (1.88 - 0.1\alpha) y_8 \leq (1.88 - 0.1\alpha),$$

$$u_2 + v_9 + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_9 \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{10} + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_{10} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{11} + w_2 + (3.08 - 0.3\alpha) y_{11} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{12} + w_2 + (4.08 - 0.3\alpha) y_{12} \leq (4.08 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{13} + w_2 + (1.18 - 0.3\alpha) y_{13} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$u_2 + v_{14} + w_2 + (1.28 - 0.2\alpha) y_{14} \leq (1.28 - 0.2\alpha),$$

$$u_2 + v_{15} + w_2 + (1.58 - 0.2\alpha) y_{15} \leq (1.58 - 0.2\alpha),$$

$$(1000 + 4500\alpha)u_1 \leq p_1 \leq (300000 - 294500\alpha)u_1,$$

$$(500 + 1800\alpha)u_2 \leq p_2 \leq (50000 - 47700\alpha)u_2,$$

$$(500 + 600\alpha)v_1 \leq q_1 \leq (1700 - 600\alpha)v_1,$$

$$(25 + 105\alpha)v_2 \leq q_2 \leq (300 - 170\alpha)v_2,$$

$$(0 + 140\alpha)v_3 \leq q_3 \leq (350 - 210\alpha)v_3,$$

$$(900 + 425\alpha)v_4 \leq q_4 \leq (1700 - 375\alpha)v_4,$$

$$(100 + 400\alpha)v_5 \leq q_5 \leq (1400 - 900\alpha)v_5,$$

$$(250 + 150\alpha)v_6 \leq q_6 \leq (700 - 300\alpha)v_6,$$

$$(0 + 100\alpha)v_7 \leq q_7 \leq (150 - 50\alpha)v_7,$$

$$(265 + 335\alpha)v_8 \leq q_8 \leq (1300 - 700\alpha)v_8,$$

$$(300 + 400\alpha)v_9 \leq q_9 \leq (1000 - 300\alpha)v_9,$$

$$(60 + 285\alpha)v_{10} \leq q_{10} \leq (700 - 355\alpha)v_{10},$$

$$(160 + 265\alpha)v_{11} \leq q_{11} \leq (600 - 175\alpha)v_{11},$$

$$(150 + 430\alpha)v_{12} \leq q_{12} \leq (900 - 320\alpha)v_{12},$$

$$(700 + 480\alpha)v_{13} \leq q_{13} \leq (1500 - 320\alpha)v_{13},$$

$$(60 + 90\alpha)v_{14} \leq q_{14} \leq (250 - 100\alpha)v_{14},$$

$$(50 + 70\alpha)v_{15} \leq q_{15} \leq (350 - 230\alpha)v_{15},$$

$$(60000 + 20000\alpha)w_1 \leq r_1 \leq (150000 - 70000\alpha)w_1,$$

$$(50000 + 20000\alpha)w_2 \leq r_2 \leq (100000 - 30000\alpha)w_2,$$

$$(1000 + 200\alpha)y_1 \leq m_1 \leq (1900 - 700\alpha)y_1,$$

$$(200 + 200\alpha)y_2 \leq m_2 \leq (800 - 400\alpha)y_2,$$

$$(300 + 200\alpha)y_3 \leq m_3 \leq (700 - 200\alpha)y_3,$$

$$(1200 + 300\alpha)y_4 \leq m_4 \leq (1700 - 200\alpha)y_4,$$

$$(500 + 800\alpha)y_5 \leq m_5 \leq (1500 - 200\alpha)y_5,$$

$$(400 + 300\alpha)y_6 \leq m_6 \leq (1000 - 300\alpha)y_6,$$

$$(300 + 100\alpha)y_7 \leq m_7 \leq (500 - 100\alpha)y_7,$$

$$(800 + 200\alpha)y_8 \leq m_8 \leq (1500 - 500\alpha)y_8,$$

$$(900 + 800\alpha)y_9 \leq m_9 \leq (3200 - 1500\alpha)y_9,$$

$$(1200 + 300\alpha)y_{10} \leq m_{10} \leq (2500 - 1000\alpha)y_{10},$$

$$(300 + 1200\alpha)y_{11} \leq m_{11} \leq (2000 - 500\alpha)y_{11},$$

$$(600 + 1900\alpha)y_{12} \leq m_{12} \leq (4000 - 1500\alpha)y_{12},$$

$$(500 + 500\alpha)y_{13} \leq m_{13} \leq (1800 - 800\alpha)y_{13},$$

$$(200 + 200\alpha)y_{14} \leq m_{14} \leq (700 - 300\alpha)y_{14},$$

$$(200 + 300\alpha)y_{15} \leq m_{15} \leq (800 - 300\alpha)y_{15},$$

$$u_1, u_2, w_1, w_2, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{14}, y_{15} \leq 0,$$

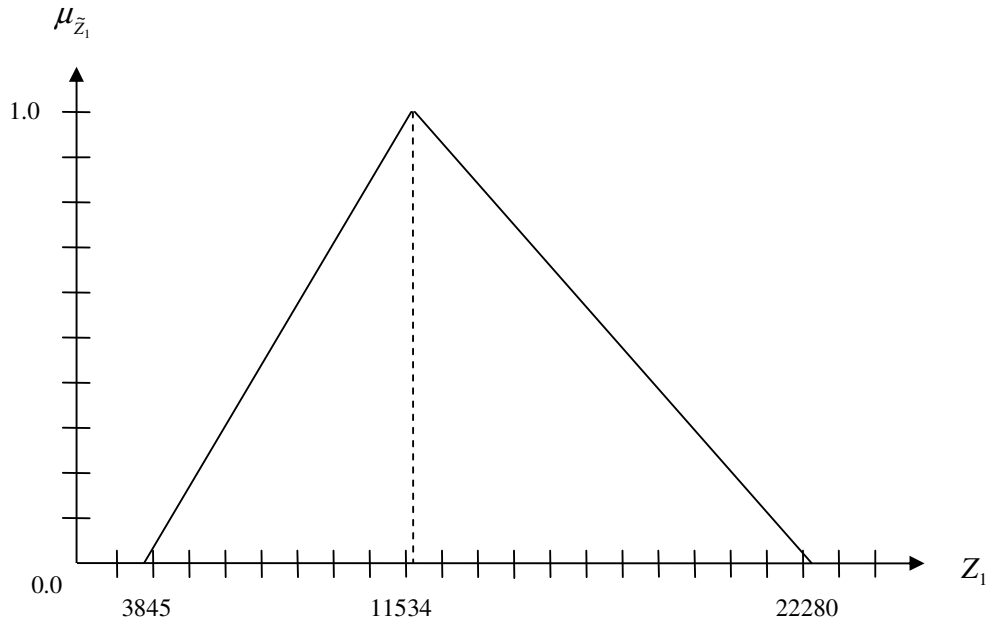
$$v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15} \geq 0.$$

Modeller Lingo’da çözülmüş ve şu sonuçlar çıkmıştır:

Çizelge 6.2 Toplam transport maliyetinin 11 α kesimindeki alt ve üst sınır değerleri (Yeni Kuruş).

α	Z_{α}^L	Z_{α}^U
0.0	3845	22280
0.1	4533.17	21105.63

0.2	5239.28	19953.44
0.3	5963.33	18823.42
0.4	6705.32	17715.56
0.5	7465.25	16629.88
0.6	8243.12	15566.36
0.7	9038.93	14525.01
0.8	9852.68	13505.84
0.9	10684.37	12508.84
1.0	11534	11534



Şekil 6.1 Toplam transport maliyetinin yaklaşılmış üyelik fonksiyonu.

$\alpha=1$ iken alt sınır; $x_{111}^* = 250$, $x_{121}^* = 130$, $x_{131}^* = 140$, $x_{151}^* = 500$, $x_{161}^* = 400$, $x_{171}^* = 100$,
 $x_{181}^* = 600$, $x_{191}^* = 700$, $x_{1101}^* = 345$, $x_{1111}^* = 425$, $x_{1121}^* = 580$, $x_{1131}^* = 1180$, $x_{1141}^* = 150$,
 $x_{211}^* = 850$, $x_{241}^* = 1325$, $x_{2151}^* = 120$ 'de; $s_1 = 5500$, $s_2 = 2300$, $d_1 = 1100$, $d_2 = 130$,
 $d_3 = 140$, $d_4 = 1325$, $d_5 = 500$, $d_6 = 400$, $d_7 = 100$, $d_8 = 600$, $d_9 = 700$, $d_{10} = 345$,
 $d_{11} = 425$, $d_{12} = 580$, $d_{13} = 1180$, $d_{14} = 150$, $d_{15} = 120$, $e_1 = 80000$, $e_2 = 70000$,

$b_1 = 1200$, $b_2 = 400$, $b_3 = 500$, $b_4 = 1500$, $b_5 = 1300$, $b_6 = 700$, $b_7 = 400$, $b_8 = 1500$,
 $b_9 = 2000$, $b_{10} = 1500$, $b_{11} = 1500$, $b_{12} = 2500$, $b_{13} = 1000$, $b_{14} = 400$, $b_{15} = 500$ iken
gerçekleşmiştir.

$\alpha = 0$ iken alt sınır; $x_{111}^* = 500$, $x_{141}^* = 900$, $x_{1131}^* = 700$, $x_{221}^* = 25$, $x_{251}^* = 100$, $x_{261}^* = 250$,
 $x_{281}^* = 265$, $x_{291}^* = 300$, $x_{2101}^* = 60$, $x_{2111}^* = 160$, $x_{2121}^* = 150$, $x_{2141}^* = 60$, $x_{2151}^* = 50$ 'de,
 $s_1 = 300000$, $s_2 = 50000$, $d_1 = 500$, $d_2 = 25$, $d_3 = 0$, $d_4 = 900$, $d_5 = 100$, $d_6 = 250$,
 $d_7 = 0$, $d_8 = 265$, $d_9 = 300$, $d_{10} = 60$, $d_{11} = 160$, $d_{12} = 150$, $d_{13} = 700$, $d_{14} = 60$, $d_{15} = 50$,
 $e_1 = 150000$, $e_2 = 100000$, $b_1 = 1900$, $b_2 = 800$, $b_3 = 700$, $b_4 = 1700$, $b_5 = 1500$,
 $b_6 = 1000$, $b_7 = 500$, $b_8 = 2000$, $b_9 = 3200$, $b_{10} = 2500$, $b_{11} = 2000$, $b_{12} = 4000$,
 $b_{13} = 1800$, $b_{14} = 700$, $b_{15} = 800$ iken gerçekleşmiştir.

6.1.2 İkinci Amacın Çözümü

Modelde birim taşıma sürelerine ihtiyacımız vardır. Bu yüzden bölgelere taşıma sürelerini mamül talep miktarına böleriz. Birinci modelde toplam maliyeti minimize etmek için maliyet katsayılarını α kesimlerinin alt sınırına ayarlarken ikinci modelde teslim sürelerini α kesimlerinin alt sınırına, talep miktarlarını da aşağıdaki gibi üst sınırına ayarlarız:

$$\begin{aligned}
Z_{\alpha}^L = & \min (5 + 3\alpha)x_{111} / (1700 - 600\alpha) + (5 + 3\alpha)x_{121} / (300 - 170\alpha) \\
& + (5 + 3\alpha)x_{131} / (350 - 210\alpha) + (6 + 3\alpha)x_{141} / (1700 - 375\alpha) + (12 + 3\alpha)x_{151} / (1400 - 900\alpha) \\
& + (12 + 3\alpha)x_{161} / (700 - 300\alpha) + (15 + 2\alpha)x_{171} / (150 - 50\alpha) + (17 + 1\alpha)x_{181} / (1300 - 700\alpha) \\
& + (24 + 4\alpha)x_{191} / (1000 - 300\alpha) + (24 + 4\alpha)x_{1101} / (700 - 355\alpha) + (24 + 4\alpha)x_{1111} / (600 - 175\alpha) \\
& + (28 + 4\alpha)x_{1121} / (900 - 320\alpha) + (6 + 3\alpha)x_{1131} / (1500 - 320\alpha) + (8 + 2\alpha)x_{1141} / (250 - 100\alpha) \\
& + (12 + 2\alpha)x_{1151} / (350 - 230\alpha) + (5 + 3\alpha)x_{112} / (1700 - 600\alpha) + (5 + 3\alpha)x_{122} / (300 - 170\alpha) \\
& + (5 + 3\alpha)x_{132} / (350 - 210\alpha) + (6 + 3\alpha)x_{142} / (1700 - 375\alpha) + (12 + 3\alpha)x_{152} / (1400 - 900\alpha) \\
& + (12 + 3\alpha)x_{162} / (700 - 300\alpha) + (15 + 2\alpha)x_{172} / (150 - 50\alpha) + (17 + 1\alpha)x_{182} / (1300 - 700\alpha) + \\
& (24 + 4\alpha)x_{192} / (1000 - 300\alpha) + (24 + 4\alpha)x_{1102} / (700 - 355\alpha) + (24 + 4\alpha)x_{1112} / (600 - 175\alpha)
\end{aligned} \tag{6.9}$$

$$\begin{aligned}
& + (28 + 4\alpha)x_{1122} / (900 - 320\alpha) + (6 + 3\alpha)x_{1132} / (1500 - 320\alpha) + (8 + 2\alpha)x_{1142} / (250 - 100\alpha) \\
& + (12 + 2\alpha)x_{1152} / (350 - 230\alpha) + (5 + 3\alpha)x_{211} / (1700 - 600\alpha) + (5 + 3\alpha)x_{221} / (300 - 170\alpha) \\
& + (5 + 3\alpha)x_{231} / (350 - 210\alpha) + (6 + 3\alpha)x_{241} / (1700 - 375\alpha) + (12 + 3\alpha)x_{251} / (1400 - 900\alpha) \\
& + (12 + 3\alpha)x_{261} / (700 - 300\alpha) + (15 + 2\alpha)x_{271} / (150 - 50\alpha) + (17 + 1\alpha)x_{281} / (1300 - 700\alpha) \\
& + (24 + 4\alpha)x_{291} / (1000 - 300\alpha) + (24 + 4\alpha)x_{2101} / (700 - 355\alpha) + (24 + 4\alpha)x_{2111} / (600 - 175\alpha) \\
& + (28 + 4\alpha)x_{2121} / (900 - 320\alpha) + (6 + 3\alpha)x_{2131} / (1500 - 320\alpha) + (8 + 2\alpha)x_{2141} / (250 - 100\alpha) \\
& + (12 + 2\alpha)x_{2151} / (350 - 230\alpha) + (5 + 3\alpha)x_{212} / (1700 - 600\alpha) + (5 + 3\alpha)x_{222} / (300 - 170\alpha) \\
& + (5 + 3\alpha)x_{232} / (350 - 210\alpha) + (6 + 3\alpha)x_{242} / (1700 - 375\alpha) + (12 + 3\alpha)x_{252} / (1400 - 900\alpha) \\
& + (12 + 3\alpha)x_{262} / (700 - 300\alpha) + (15 + 2\alpha)x_{272} / (150 - 50\alpha) + (17 + 1\alpha)x_{282} / (1300 - 700\alpha) \\
& + (24 + 4\alpha)x_{292} / (1000 - 300\alpha) + (24 + 4\alpha)x_{2102} / (700 - 355\alpha) + (24 + 4\alpha)x_{2112} / (600 - 175\alpha) \\
& + (28 + 4\alpha)x_{2122} / (900 - 320\alpha) + (6 + 3\alpha)x_{2132} / (1500 - 320\alpha) + (8 + 2\alpha)x_{2142} / (250 - 100\alpha) \\
& + (12 + 2\alpha)x_{2152} / (350 - 230\alpha)
\end{aligned}$$

Ş.k.g.

$$\begin{aligned}
& x_{111} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + x_{151} + x_{161} + x_{171} + x_{181} + x_{191} + x_{1101} + x_{1111} + x_{1121} + x_{1131} + x_{1141} + x_{1151} + x_{112} + \\
& x_{122} + x_{132} + x_{142} + x_{152} + x_{162} + x_{172} + x_{182} + x_{192} + x_{1102} + x_{1112} + x_{1122} + x_{1132} + x_{1142} + x_{1152} \leq s_1, \\
& x_{211} + x_{221} + x_{231} + x_{241} + x_{251} + x_{261} + x_{271} + x_{281} + x_{291} + x_{2101} + x_{2111} + x_{2121} + x_{2131} + x_{2141} + x_{2151} + x_{212} + \\
& x_{222} + x_{232} + x_{242} + x_{252} + x_{262} + x_{272} + x_{282} + x_{292} + x_{2102} + x_{2112} + x_{2122} + x_{2132} + x_{2142} + x_{2152} \leq s_2, \\
& x_{111} + x_{112} + x_{211} + x_{212} \geq (1700 - 600\alpha), \\
& x_{121} + x_{122} + x_{221} + x_{222} \geq (300 - 170\alpha), \\
& x_{131} + x_{132} + x_{231} + x_{232} \geq (350 - 210\alpha), \\
& x_{141} + x_{142} + x_{241} + x_{242} \geq (1700 - 375\alpha), \\
& x_{151} + x_{152} + x_{251} + x_{252} \geq (1400 - 900\alpha),
\end{aligned}$$

$$x_{161} + x_{162} + x_{261} + x_{262} \geq (700 - 300\alpha),$$

$$x_{171} + x_{172} + x_{271} + x_{272} \geq (150 - 50\alpha),$$

$$x_{181} + x_{182} + x_{281} + x_{282} \geq (1300 - 700\alpha),$$

$$x_{191} + x_{192} + x_{291} + x_{292} \geq (1000 - 300\alpha),$$

$$x_{1101} + x_{1102} + x_{2101} + x_{2102} \geq (700 - 355\alpha),$$

$$x_{1111} + x_{1112} + x_{2111} + x_{2112} \geq (600 - 175\alpha),$$

$$x_{1121} + x_{1122} + x_{2121} + x_{2122} \geq (900 - 320\alpha),$$

$$x_{1131} + x_{1132} + x_{2131} + x_{2132} \geq (1500 - 320\alpha),$$

$$x_{1141} + x_{1142} + x_{2141} + x_{2142} \geq (250 - 100\alpha),$$

$$x_{1151} + x_{1152} + x_{2151} + x_{2152} \geq (350 - 230\alpha),$$

$$x_{111} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + x_{151} + x_{161} + x_{171} + x_{181} + x_{191} + x_{1101} + x_{1111} + x_{1121} + x_{1131} + x_{1141} + x_{1151} +$$

$$x_{211} + x_{221} + x_{231} + x_{241} + x_{251} + x_{261} + x_{271} + x_{281} + x_{291} + x_{2101} + x_{2111} + x_{2121} + x_{2131} + x_{2141} + x_{2151}$$

$$\leq e_1,$$

$$x_{112} + x_{122} + x_{132} + x_{142} + x_{152} + x_{162} + x_{172} + x_{182} + x_{192} + x_{1102} + x_{1112} + x_{1122} + x_{1132} + x_{1142} + x_{1152}$$

$$+ x_{212} + x_{222} + x_{232} + x_{242} + x_{252} + x_{262} + x_{272} + x_{282} + x_{292} + x_{2102} + x_{2112} + x_{2122} + x_{2132} + x_{2142} + x_{2152}$$

$$\leq e_2,$$

$$c_{111}x_{111} + c_{112}x_{112} + c_{211}x_{211} + c_{212}x_{212} \leq b_1,$$

$$c_{121}x_{121} + c_{122}x_{122} + c_{221}x_{221} + c_{222}x_{222} \leq b_2,$$

$$c_{131}x_{131} + c_{132}x_{132} + c_{231}x_{231} + c_{232}x_{232} \leq b_3,$$

$$c_{141}x_{141} + c_{142}x_{142} + c_{241}x_{241} + c_{242}x_{242} \leq b_4,$$

$$c_{151}x_{151} + c_{152}x_{152} + c_{251}x_{251} + c_{252}x_{252} \leq b_5,$$

$$c_{161}x_{161} + c_{162}x_{162} + c_{261}x_{261} + c_{262}x_{262} \leq b_6,$$

$$c_{171}x_{171} + c_{172}x_{172} + c_{271}x_{271} + c_{272}x_{272} \leq b_7,$$

$$c_{181}x_{181} + c_{182}x_{182} + c_{281}x_{281} + c_{282}x_{282} \leq b_8,$$

$$c_{191}x_{191} + c_{192}x_{192} + c_{291}x_{291} + c_{292}x_{292} \leq b_9,$$

$$c_{1101}x_{1101} + c_{1102}x_{1102} + c_{2101}x_{2101} + c_{2102}x_{2102} \leq b_{10},$$

$$c_{1111}x_{1111} + c_{1112}x_{1112} + c_{2111}x_{2111} + c_{2112}x_{2112} \leq b_{11},$$

$$c_{1121}x_{1121} + c_{1122}x_{1122} + c_{2121}x_{2121} + c_{2122}x_{2122} \leq b_{12},$$

$$c_{1131}x_{1131} + c_{1132}x_{1132} + c_{2131}x_{2131} + c_{2132}x_{2132} \leq b_{13},$$

$$c_{1141}x_{1141} + c_{1142}x_{1142} + c_{2141}x_{2141} + c_{2142}x_{2142} \leq b_{14},$$

$$c_{1151}x_{1151} + c_{1152}x_{1152} + c_{2151}x_{2151} + c_{2152}x_{2152} \leq b_{15},$$

$$s_1 + s_2 \geq d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7 + d_8 + d_9 + d_{10} + d_{11} + d_{12} + d_{13} + d_{14} + d_{15},$$

$$e_1 + e_2 \geq d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 + d_7 + d_8 + d_9 + d_{10} + d_{11} + d_{12} + d_{13} + d_{14} + d_{15},$$

$$(1000 + 4500\alpha) \leq s_1 \leq (300000 - 294500\alpha),$$

$$(500 + 1800\alpha) \leq s_2 \leq (50000 - 47700\alpha),$$

$$(60000 + 20000\alpha) \leq e_1 \leq (150000 - 70000\alpha),$$

$$(50000 + 20000\alpha) \leq e_2 \leq (100000 - 30000\alpha),$$

$$(1000 + 200\alpha) \leq b_1 \leq (1900 - 700\alpha),$$

$$(200 + 200\alpha) \leq b_2 \leq (800 - 400\alpha),$$

$$(300 + 200\alpha) \leq b_3 \leq (700 - 200\alpha),$$

$$(1200 + 300\alpha) \leq b_4 \leq (1700 - 200\alpha),$$

$$(500 + 800\alpha) \leq b_5 \leq (1500 - 200\alpha),$$

$$(400 + 300\alpha) \leq b_6 \leq (1000 - 300\alpha),$$

$$(300 + 100\alpha) \leq b_7 \leq (500 - 100\alpha),$$

$$(800 + 200\alpha) \leq b_8 \leq (1500 - 500\alpha),$$

$$(900 + 800\alpha) \leq b_9 \leq (3200 - 1500\alpha),$$

$$(1200 + 300\alpha) \leq b_{10} \leq (2500 - 1000\alpha),$$

$$(300 + 1200\alpha) \leq b_{11} \leq (2000 - 500\alpha),$$

$$(600 + 1900\alpha) \leq b_{12} \leq (4000 - 1500\alpha),$$

$$(500 + 500\alpha) \leq b_{13} \leq (1800 - 800\alpha),$$

$$(200 + 200\alpha) \leq b_{14} \leq (700 - 300\alpha),$$

$$(200 + 300\alpha) \leq b_{15} \leq (800 - 300\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{111} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{121} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{131} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.6 + 0.2\alpha) \leq c_{141} \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$(1 + 0.1\alpha) \leq c_{151} \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$(1 + 0.1\alpha) \leq c_{161} \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$(1.2 + 0.2\alpha) \leq c_{171} \leq (1.5 - 0.1\alpha),$$

$$(1.5 + 0.2\alpha) \leq c_{181} \leq (1.8 - 0.1\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{191} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{1101} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{1111} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(3.5 + 0.2\alpha) \leq c_{1121} \leq (4 - 0.3\alpha),$$

$$(0.6 + 0.2\alpha) \leq c_{1131} \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.7 + 0.3\alpha) \leq c_{1141} \leq (1.2 - 0.2\alpha),$$

$$(1.2 + 0.1\alpha) \leq c_{1151} \leq (1.5 - 0.2\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{112} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{122} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{132} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.68 + 0.2\alpha) \leq c_{142} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$(1.08 + 0.1\alpha) \leq c_{152} \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$(1.08 + 0.1\alpha) \leq c_{162} \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$(1.28 + 0.2\alpha) \leq c_{172} \leq (1.58 - 0.1\alpha),$$

$$(1.58 + 0.2\alpha) \leq c_{182} \leq (1.88 - 0.1\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{192} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{1102} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{1112} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(3.58 + 0.2\alpha) \leq c_{1122} \leq (4.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.68 + 0.2\alpha) \leq c_{1132} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$(0.78 + 0.3\alpha) \leq c_{1142} \leq (1.28 - 0.2\alpha),$$

$$(1.28 + 0.1\alpha) \leq c_{1152} \leq (1.58 - 0.2\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{211} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{221} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{231} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.6 + 0.2\alpha) \leq c_{241} \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$(1 + 0.1\alpha) \leq c_{251} \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$(1 + 0.1\alpha) \leq c_{261} \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$(1.2 + 0.2\alpha) \leq c_{271} \leq (1.5 - 0.1\alpha),$$

$$(1.5 + 0.2\alpha) \leq c_{281} \leq (1.8 - 0.1\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{291} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{2101} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{2111} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(3.5 + 0.2\alpha) \leq c_{2121} \leq (4 - 0.3\alpha),$$

$$(0.6 + 0.2\alpha) \leq c_{2131} \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.7 + 0.3\alpha) \leq c_{2141} \leq (1.2 - 0.2\alpha),$$

$$(1.2 + 0.1\alpha) \leq c_{2151} \leq (1.5 - 0.2\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{212} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{222} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{232} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.68 + 0.2\alpha) \leq c_{242} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$(1.08 + 0.1\alpha) \leq c_{252} \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$(1.08 + 0.1\alpha) \leq c_{262} \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$(1.28 + 0.2\alpha) \leq c_{272} \leq (1.58 - 0.1\alpha),$$

$$(1.58 + 0.2\alpha) \leq c_{282} \leq (1.88 - 0.1\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{292} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{2102} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{2112} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(3.58 + 0.2\alpha) \leq c_{2122} \leq (4.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.68 + 0.2\alpha) \leq c_{2132} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$(0.78 + 0.3\alpha) \leq c_{2142} \leq (1.28 - 0.2\alpha),$$

$$(1.28 + 0.1\alpha) \leq c_{2152} \leq (1.58 - 0.2\alpha),$$

$$x_{ijk} \geq 0, \quad i = 1, 2, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, \quad k = 1, 2.$$

Üst sınırı çözerken model (5.35)'teki ve (6.7)'deki gibi iki operatörün birbirine uyması için dualini alırız. Birim taşıma süresini bulmak için de talep değerini alt sınıra teslim süresi değerini üst sınıra ayarlarız ve model şöyle olur:

$$Z_{\alpha}^U = \max s_1 u_1 + s_2 u_2 + (500 + 600\alpha)v_1 + (25 + 105\alpha)v_2 + (0 + 140\alpha)v_3 \quad (6.10)$$

$$+ (900 + 425\alpha)v_4 + (100 + 400\alpha)v_5 + (250 + 150\alpha)v_6 + (0 + 100\alpha)v_7 + (265 + 335\alpha)v_8$$

$$+ (300 + 400\alpha)v_9 + (60 + 285\alpha)v_{10} + (160 + 265\alpha)v_{11} + (150 + 430\alpha)v_{12} + (700 + 480\alpha)v_{13}$$

$$+ (60 + 90\alpha)v_{14} + (50 + 70\alpha)v_{15} + e_1 w_1 + e_2 w_2 + b_1 y_1 + b_2 y_2 + b_3 y_3 + b_4 y_4 + b_5 y_5 + b_6 y_6$$

$$+ b_7 y_7 + b_8 y_8 + b_9 y_9 + b_{10} y_{10} + b_{11} y_{11} + b_{12} y_{12} + b_{13} y_{13} + b_{14} y_{14} + b_{15} y_{15}$$

Ş.k.g.

$$u_1 + v_1 + w_1 + c_{111} y_1 \leq (12 - 4\alpha)/(500 + 600\alpha),$$

$$u_1 + v_2 + w_1 + c_{121} y_2 \leq (12 - 4\alpha)/(25 + 105\alpha),$$

$$u_1 + v_3 + w_1 + c_{131} y_3 \leq (12 - 4\alpha)/(0 + 140\alpha),$$

$$u_1 + v_4 + w_1 + c_{141} y_4 \leq (12 - 3\alpha)/(900 + 425\alpha),$$

$$u_1 + v_5 + w_1 + c_{151} y_5 \leq (18 - 3\alpha)/(100 + 400\alpha),$$

$$u_1 + v_6 + w_1 + c_{161} \ y_6 \leq (18 - 3\alpha)/(250 + 150\alpha),$$

$$u_1 + v_7 + w_1 + c_{171} \ y_7 \leq (19 - 2\alpha)/(0 + 100\alpha),$$

$$u_1 + v_8 + w_1 + c_{181} \ y_8 \leq (20 - 2\alpha)/(265 + 335\alpha),$$

$$u_1 + v_9 + w_1 + c_{191} \ y_9 \leq (32 - 4\alpha)/(300 + 400\alpha),$$

$$u_1 + v_{10} + w_1 + c_{1101} \ y_{10} \leq (32 - 4\alpha)/(60 + 285\alpha),$$

$$u_1 + v_{11} + w_1 + c_{1111} \ y_{11} \leq (32 - 4\alpha)/(160 + 265\alpha),$$

$$u_1 + v_{12} + w_1 + c_{1121} \ y_{12} \leq (36 - 4\alpha)/(150 + 430\alpha),$$

$$u_1 + v_{13} + w_1 + c_{1131} \ y_{13} \leq (12 - 3\alpha)/(700 + 480\alpha),$$

$$u_1 + v_{14} + w_1 + c_{1141} \ y_{14} \leq (12 - 2\alpha)/(60 + 90\alpha),$$

$$u_1 + v_{15} + w_1 + c_{1151} \ y_{15} \leq (16 - 2\alpha)/(50 + 70\alpha),$$

$$u_1 + v_1 + w_2 + c_{112} \ y_1 \leq (12 - 4\alpha)/(500 + 600\alpha),$$

$$u_1 + v_2 + w_2 + c_{122} \ y_2 \leq (12 - 4\alpha)/(25 + 105\alpha),$$

$$u_1 + v_3 + w_2 + c_{132} \ y_3 \leq (12 - 4\alpha)/(0 + 140\alpha),$$

$$u_1 + v_4 + w_2 + c_{142} \ y_4 \leq (12 - 3\alpha)/(900 + 425\alpha),$$

$$u_1 + v_5 + w_2 + c_{152} \ y_5 \leq (18 - 3\alpha)/(100 + 400\alpha),$$

$$u_1 + v_6 + w_2 + c_{162} \ y_6 \leq (18 - 3\alpha)/(250 + 150\alpha),$$

$$u_1 + v_7 + w_2 + c_{172} \ y_7 \leq (19 - 2\alpha)/(0 + 100\alpha),$$

$$u_1 + v_8 + w_2 + c_{182} \ y_8 \leq (20 - 2\alpha)/(265 + 335\alpha),$$

$$u_1 + v_9 + w_2 + c_{192} \ y_9 \leq (32 - 4\alpha)/(300 + 400\alpha),$$

$$u_1 + v_{10} + w_2 + c_{1102} \ y_{10} \leq (32 - 4\alpha)/(60 + 285\alpha),$$

$$u_1 + v_{11} + w_2 + c_{1112} \ y_{11} \leq (32 - 4\alpha)/(160 + 265\alpha),$$

$$u_1 + v_{12} + w_2 + c_{1122} \ y_{12} \leq (36 - 4\alpha)/(150 + 430\alpha),$$

$$u_1 + v_{13} + w_2 + c_{1132} \ y_{13} \leq (12 - 3\alpha)/(700 + 480\alpha),$$

$$u_1 + v_{14} + w_2 + c_{1142} \ y_{14} \leq (12 - 2\alpha)/(60 + 90\alpha),$$

$$u_1 + v_{15} + w_2 + c_{1152} \ y_{15} \leq (16 - 2\alpha)/(50 + 70\alpha),$$

$$u_2 + v_1 + w_1 + c_{211} \ y_1 \leq (12 - 4\alpha)/(500 + 600\alpha),$$

$$u_2 + v_2 + w_1 + c_{221} \ y_2 \leq (12 - 4\alpha)/(25 + 105\alpha),$$

$$u_2 + v_3 + w_1 + c_{231} \ y_3 \leq (12 - 4\alpha)/(0 + 140\alpha),$$

$$u_2 + v_4 + w_1 + c_{241} \ y_4 \leq (12 - 3\alpha)/(900 + 425\alpha),$$

$$u_2 + v_5 + w_1 + c_{251} \ y_5 \leq (18 - 3\alpha)/(100 + 400\alpha),$$

$$u_2 + v_6 + w_1 + c_{261} \ y_6 \leq (18 - 3\alpha)/(250 + 150\alpha),$$

$$u_2 + v_7 + w_1 + c_{271} \ y_7 \leq (19 - 2\alpha)/(0 + 100\alpha),$$

$$u_2 + v_8 + w_1 + c_{281} \ y_8 \leq (20 - 2\alpha)/(265 + 335\alpha),$$

$$u_2 + v_9 + w_1 + c_{291} \ y_9 \leq (32 - 4\alpha)/(300 + 400\alpha),$$

$$u_2 + v_{10} + w_1 + c_{2101} \ y_{10} \leq (32 - 4\alpha)/(60 + 285\alpha),$$

$$u_2 + v_{11} + w_1 + c_{2111} \ y_{11} \leq (32 - 4\alpha)/(160 + 265\alpha),$$

$$u_2 + v_{12} + w_1 + c_{2121} \ y_{12} \leq (36 - 4\alpha)/(150 + 430\alpha),$$

$$u_2 + v_{13} + w_1 + c_{2131} \ y_{13} \leq (12 - 3\alpha)/(700 + 480\alpha),$$

$$u_2 + v_{14} + w_1 + c_{2141} \ y_{14} \leq (12 - 2\alpha)/(60 + 90\alpha),$$

$$u_2 + v_{15} + w_1 + c_{2151} \ y_{15} \leq (16 - 2\alpha)/(50 + 70\alpha),$$

$$u_2 + v_1 + w_2 + c_{212} \ y_1 \leq (12 - 4\alpha)/(500 + 600\alpha),$$

$$u_2 + v_2 + w_2 + c_{222} \ y_2 \leq (12 - 4\alpha)/(25 + 105\alpha),$$

$$u_2 + v_3 + w_2 + c_{232} \ y_3 \leq (12 - 4\alpha)/(0 + 140\alpha),$$

$$u_2 + v_4 + w_2 + c_{242} \ y_4 \leq (12 - 3\alpha)/(900 + 425\alpha),$$

$$u_2 + v_5 + w_2 + c_{252} \ y_5 \leq (18 - 3\alpha)/(100 + 400\alpha),$$

$$u_2 + v_6 + w_2 + c_{262} \ y_6 \leq (18 - 3\alpha)/(250 + 150\alpha),$$

$$u_2 + v_7 + w_2 + c_{272} \ y_7 \leq (19 - 2\alpha)/(0 + 100\alpha),$$

$$u_2 + v_8 + w_2 + c_{282} \ y_8 \leq (20 - 2\alpha)/(265 + 335\alpha),$$

$$u_2 + v_9 + w_2 + c_{292} \ y_9 \leq (32 - 4\alpha)/(300 + 400\alpha),$$

$$u_2 + v_{10} + w_2 + c_{2102} \ y_{10} \leq (32 - 4\alpha)/(60 + 285\alpha),$$

$$u_2 + v_{11} + w_2 + c_{2112} \ y_{11} \leq (32 - 4\alpha)/(160 + 265\alpha),$$

$$u_2 + v_{12} + w_2 + c_{2122} \ y_{12} \leq (36 - 4\alpha)/(150 + 430\alpha),$$

$$u_2 + v_{13} + w_2 + c_{2132} \ y_{13} \leq (12 - 3\alpha)/(700 + 480\alpha),$$

$$u_2 + v_{14} + w_2 + c_{2142} \ y_{14} \leq (12 - 2\alpha)/(60 + 90\alpha),$$

$$u_2 + v_{15} + w_2 + c_{2152} \ y_{15} \leq (16 - 2\alpha)/(50 + 70\alpha),$$

$$(1000 + 4500\alpha) \leq s_1 \leq (300000 - 294500\alpha),$$

$$(500 + 1800\alpha) \leq s_2 \leq (50000 - 47700\alpha),$$

$$(60000 + 20000\alpha) \leq e_1 \leq (150000 - 70000\alpha),$$

$$(50000 + 20000\alpha) \leq e_2 \leq (100000 - 30000\alpha),$$

$$(1000 + 200\alpha) \leq b_1 \leq (1900 - 700\alpha),$$

$$(200 + 200\alpha) \leq b_2 \leq (800 - 400\alpha),$$

$$(300 + 200\alpha) \leq b_3 \leq (700 - 200\alpha),$$

$$(1200 + 300\alpha) \leq b_4 \leq (1700 - 200\alpha),$$

$$(500 + 800\alpha) \leq b_5 \leq (1500 - 200\alpha),$$

$$(400 + 300\alpha) \leq b_6 \leq (1000 - 300\alpha),$$

$$(300 + 100\alpha) \leq b_7 \leq (500 - 100\alpha),$$

$$(800 + 200\alpha) \leq b_8 \leq (1500 - 500\alpha),$$

$$(900 + 800\alpha) \leq b_9 \leq (3200 - 1500\alpha),$$

$$(1200 + 300\alpha) \leq b_{10} \leq (2500 - 1000\alpha),$$

$$(300 + 1200\alpha) \leq b_{11} \leq (2000 - 500\alpha),$$

$$(600 + 1900\alpha) \leq b_{12} \leq (4000 - 1500\alpha),$$

$$(500 + 500\alpha) \leq b_{13} \leq (1800 - 800\alpha),$$

$$(200 + 200\alpha) \leq b_{14} \leq (700 - 300\alpha),$$

$$(200 + 300\alpha) \leq b_{15} \leq (800 - 300\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{111} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{121} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{131} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.6 + 0.2\alpha) \leq c_{141} \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$(1 + 0.1\alpha) \leq c_{151} \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$(1 + 0.1\alpha) \leq c_{161} \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$(1.2 + 0.2\alpha) \leq c_{171} \leq (1.5 - 0.1\alpha),$$

$$(1.5 + 0.2\alpha) \leq c_{181} \leq (1.8 - 0.1\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{191} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{1101} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{1111} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(3.5 + 0.2\alpha) \leq c_{1121} \leq (4 - 0.3\alpha),$$

$$(0.6 + 0.2\alpha) \leq c_{1131} \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.7 + 0.3\alpha) \leq c_{1141} \leq (1.2 - 0.2\alpha),$$

$$(1.2 + 0.1\alpha) \leq c_{1151} \leq (1.5 - 0.2\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{112} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{122} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{132} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.68 + 0.2\alpha) \leq c_{142} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$(1.08 + 0.1\alpha) \leq c_{152} \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$(1.08 + 0.1\alpha) \leq c_{162} \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$(1.28 + 0.2\alpha) \leq c_{172} \leq (1.58 - 0.1\alpha),$$

$$(1.58 + 0.2\alpha) \leq c_{182} \leq (1.88 - 0.1\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{192} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{1102} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{1112} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(3.58 + 0.2\alpha) \leq c_{1122} \leq (4.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.68 + 0.2\alpha) \leq c_{1132} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$(0.78 + 0.3\alpha) \leq c_{1142} \leq (1.28 - 0.2\alpha),$$

$$(1.28 + 0.1\alpha) \leq c_{1152} \leq (1.58 - 0.2\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{211} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{221} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.5 + 0.2\alpha) \leq c_{231} \leq (1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.6 + 0.2\alpha) \leq c_{241} \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$(1 + 0.1\alpha) \leq c_{251} \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$(1 + 0.1\alpha) \leq c_{261} \leq (1.2 - 0.1\alpha),$$

$$(1.2 + 0.2\alpha) \leq c_{271} \leq (1.5 - 0.1\alpha),$$

$$(1.5 + 0.2\alpha) \leq c_{281} \leq (1.8 - 0.1\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{291} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{2101} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(2.4 + 0.3\alpha) \leq c_{2111} \leq (3 - 0.3\alpha),$$

$$(3.5 + 0.2\alpha) \leq c_{2121} \leq (4 - 0.3\alpha),$$

$$(0.6 + 0.2\alpha) \leq c_{2131} \leq (1.1 - 0.3\alpha),$$

$$(0.7 + 0.3\alpha) \leq c_{2141} \leq (1.2 - 0.2\alpha),$$

$$(1.2 + 0.1\alpha) \leq c_{2151} \leq (1.5 - 0.2\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{212} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{222} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.58 + 0.2\alpha) \leq c_{232} \leq (1.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.68 + 0.2\alpha) \leq c_{242} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$(1.08 + 0.1\alpha) \leq c_{252} \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$(1.08 + 0.1\alpha) \leq c_{262} \leq (1.28 - 0.1\alpha),$$

$$(1.28 + 0.2\alpha) \leq c_{272} \leq (1.58 - 0.1\alpha),$$

$$(1.58 + 0.2\alpha) \leq c_{282} \leq (1.88 - 0.1\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{292} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{2102} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(2.48 + 0.3\alpha) \leq c_{2112} \leq (3.08 - 0.3\alpha),$$

$$(3.58 + 0.2\alpha) \leq c_{2122} \leq (4.08 - 0.3\alpha),$$

$$(0.68 + 0.2\alpha) \leq c_{2132} \leq (1.18 - 0.3\alpha),$$

$$(0.78 + 0.3\alpha) \leq c_{2142} \leq (1.28 - 0.2\alpha),$$

$$(1.28 + 0.1\alpha) \leq c_{2152} \leq (1.58 - 0.2\alpha),$$

$$u_1, u_2, w_1, w_2, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{14}, y_{15} \leq 0,$$

$$v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15} \geq 0.$$

Model (6.10)'da değişiklik yaparak s_i, e_k, b_j, c_{ijk} 'yı sırasıyla u_i, w_k, y_j, y_j ile çarparak ve $s_i u_i$ 'yi p_i ; $e_k w_k$ 'yi r_k ; $b_j y_j$ 'yi m_j ; $c_{ijk} y_j$ 'yi g_{ijk} ile değiştiririz. Böylece problemin Lingo'da model tipi lineer programlama olur ve global optimum çözümlü bulabiliriz.

$$\begin{aligned} Z_\alpha^U = \max \quad & p_1 + p_2 + (500 + 600\alpha)v_1 + (25 + 105\alpha)v_2 + (0 + 140\alpha)v_3 \\ & + (900 + 425\alpha)v_4 + (100 + 400\alpha)v_5 + (250 + 150\alpha)v_6 + (0 + 100\alpha)v_7 + (265 + 335\alpha)v_8 \\ & + (300 + 400\alpha)v_9 + (60 + 285\alpha)v_{10} + (160 + 265\alpha)v_{11} + (150 + 430\alpha)v_{12} + (700 + 480\alpha)v_{13} \\ & + (60 + 90\alpha)v_{14} + (50 + 70\alpha)v_{15} + r_1 + r_2 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 + m_8 + m_9 + m_{10} \\ & + m_{11} + m_{12} + m_{13} + m_{14} + m_{15} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Ş.k.g.

$$u_1 + v_1 + w_1 + g_{111} \leq (12 - 4\alpha)/(500 + 600\alpha),$$

$$u_1 + v_2 + w_1 + g_{121} \leq (12 - 4\alpha)/(25 + 105\alpha),$$

$$u_1 + v_3 + w_1 + g_{131} \leq (12 - 4\alpha)/(0 + 140\alpha),$$

$$u_1 + v_4 + w_1 + g_{141} \leq (12 - 3\alpha)/(900 + 425\alpha),$$

$$u_1 + v_5 + w_1 + g_{151} \leq (18 - 3\alpha)/(100 + 400\alpha),$$

$$u_1 + v_6 + w_1 + g_{161} \leq (18 - 3\alpha)/(250 + 150\alpha),$$

$$u_1 + v_7 + w_1 + g_{171} \leq (19 - 2\alpha)/(0 + 100\alpha),$$

$$u_1 + v_8 + w_1 + g_{181} \leq (20 - 2\alpha)/(265 + 335\alpha),$$

$$u_1 + v_9 + w_1 + g_{191} \leq (32 - 4\alpha)/(300 + 400\alpha),$$

$$u_1 + v_{10} + w_1 + g_{1101} \leq (32 - 4\alpha)/(60 + 285\alpha),$$

$$u_1 + v_{11} + w_1 + g_{1111} \leq (32 - 4\alpha)/(160 + 265\alpha),$$

$$u_1 + v_{12} + w_1 + g_{1121} \leq (36 - 4\alpha)/(150 + 430\alpha),$$

$$u_1 + v_{13} + w_1 + g_{1131} \leq (12 - 3\alpha)/(700 + 480\alpha),$$

$$u_1 + v_{14} + w_1 + g_{1141} \leq (12 - 2\alpha)/(60 + 90\alpha),$$

$$u_1 + v_{15} + w_1 + g_{1151} \leq (16 - 2\alpha)/(50 + 70\alpha),$$

$$u_1 + v_1 + w_2 + g_{112} \leq (12 - 4\alpha)/(500 + 600\alpha),$$

$$u_1 + v_2 + w_2 + g_{122} \leq (12 - 4\alpha)/(25 + 105\alpha),$$

$$u_1 + v_3 + w_2 + g_{132} \leq (12 - 4\alpha)/(0 + 140\alpha),$$

$$u_1 + v_4 + w_2 + g_{142} \leq (12 - 3\alpha)/(900 + 425\alpha),$$

$$u_1 + v_5 + w_2 + g_{152} \leq (18 - 3\alpha)/(100 + 400\alpha),$$

$$u_1 + v_6 + w_2 + g_{162} \leq (18 - 3\alpha)/(250 + 150\alpha),$$

$$u_1 + v_7 + w_2 + g_{172} \leq (19 - 2\alpha)/(0 + 100\alpha),$$

$$u_1 + v_8 + w_2 + g_{182} \leq (20 - 2\alpha)/(265 + 335\alpha),$$

$$u_1 + v_9 + w_2 + g_{192} \leq (32 - 4\alpha)/(300 + 400\alpha),$$

$$u_1 + v_{10} + w_2 + g_{1102} \leq (32 - 4\alpha)/(60 + 285\alpha),$$

$$u_1 + v_{11} + w_2 + g_{1112} \leq (32 - 4\alpha)/(160 + 265\alpha),$$

$$u_1 + v_{12} + w_2 + g_{1122} \leq (36 - 4\alpha)/(150 + 430\alpha),$$

$$u_1 + v_{13} + w_2 + g_{1132} \leq (12 - 3\alpha)/(700 + 480\alpha),$$

$$u_1 + v_{14} + w_2 + g_{1142} \leq (12 - 2\alpha)/(60 + 90\alpha),$$

$$u_1 + v_{15} + w_2 + g_{1152} \leq (16 - 2\alpha)/(50 + 70\alpha),$$

$$u_2 + v_1 + w_1 + g_{211} \leq (12 - 4\alpha)/(500 + 600\alpha),$$

$$u_2 + v_2 + w_1 + g_{221} \leq (12 - 4\alpha)/(25 + 105\alpha),$$

$$u_2 + v_3 + w_1 + g_{231} \leq (12 - 4\alpha)/(0 + 140\alpha),$$

$$u_2 + v_4 + w_1 + g_{241} \leq (12 - 3\alpha)/(900 + 425\alpha),$$

$$u_2 + v_5 + w_1 + g_{251} \leq (18 - 3\alpha)/(100 + 400\alpha),$$

$$u_2 + v_6 + w_1 + g_{261} \leq (18 - 3\alpha)/(250 + 150\alpha),$$

$$u_2 + v_7 + w_1 + g_{271} \leq (19 - 2\alpha)/(0 + 100\alpha),$$

$$u_2 + v_8 + w_1 + g_{281} \leq (20 - 2\alpha)/(265 + 335\alpha),$$

$$u_2 + v_9 + w_1 + g_{291} \leq (32 - 4\alpha)/(300 + 400\alpha),$$

$$u_2 + v_{10} + w_1 + g_{2101} \leq (32 - 4\alpha)/(60 + 285\alpha),$$

$$u_2 + v_{11} + w_1 + g_{2111} \leq (32 - 4\alpha)/(160 + 265\alpha),$$

$$u_2 + v_{12} + w_1 + g_{2121} \leq (36 - 4\alpha)/(150 + 430\alpha),$$

$$u_2 + v_{13} + w_1 + g_{2131} \leq (12 - 3\alpha)/(700 + 480\alpha),$$

$$u_2 + v_{14} + w_1 + g_{2141} \leq (12 - 2\alpha)/(60 + 90\alpha),$$

$$u_2 + v_{15} + w_1 + g_{2151} \leq (16 - 2\alpha)/(50 + 70\alpha),$$

$$u_2 + v_1 + w_2 + g_{212} \leq (12 - 4\alpha)/(500 + 600\alpha),$$

$$u_2 + v_2 + w_2 + g_{222} \leq (12 - 4\alpha)/(25 + 105\alpha),$$

$$u_2 + v_3 + w_2 + g_{232} \leq (12 - 4\alpha)/(0 + 140\alpha),$$

$$u_2 + v_4 + w_2 + g_{242} \leq (12 - 3\alpha)/(900 + 425\alpha),$$

$$u_2 + v_5 + w_2 + g_{252} \leq (18 - 3\alpha)/(100 + 400\alpha),$$

$$u_2 + v_6 + w_2 + g_{262} \leq (18 - 3\alpha)/(250 + 150\alpha),$$

$$u_2 + v_7 + w_2 + g_{272} \leq (19 - 2\alpha)/(0 + 100\alpha),$$

$$u_2 + v_8 + w_2 + g_{282} \leq (20 - 2\alpha)/(265 + 335\alpha),$$

$$u_2 + v_9 + w_2 + g_{292} \leq (32 - 4\alpha)/(300 + 400\alpha),$$

$$u_2 + v_{10} + w_2 + g_{2102} \leq (32 - 4\alpha)/(60 + 285\alpha),$$

$$u_2 + v_{11} + w_2 + g_{2112} \leq (32 - 4\alpha)/(160 + 265\alpha),$$

$$u_2 + v_{12} + w_2 + g_{2122} \leq (36 - 4\alpha)/(150 + 430\alpha),$$

$$u_2 + v_{13} + w_2 + g_{2132} \leq (12 - 3\alpha)/(700 + 480\alpha),$$

$$u_2 + v_{14} + w_2 + g_{2142} \leq (12 - 2\alpha)/(60 + 90\alpha),$$

$$u_2 + v_{15} + w_2 + g_{2152} \leq (16 - 2\alpha)/(50 + 70\alpha),$$

$$(1000 + 4500\alpha)u_1 \leq p_1 \leq (300000 - 294500\alpha)u_1,$$

$$(500 + 1800\alpha)u_2 \leq p_2 \leq (50000 - 47700\alpha)u_2,$$

$$(60000 + 20000\alpha)w_1 \leq r_1 \leq (150000 - 70000\alpha)w_1,$$

$$(50000 + 20000\alpha)w_2 \leq r_2 \leq (100000 - 30000\alpha)w_2,$$

$$(1000 + 200\alpha)y_1 \leq m_1 \leq (1900 - 700\alpha)y_1,$$

$$(200 + 200\alpha)y_2 \leq m_2 \leq (800 - 400\alpha)y_2,$$

$$(300 + 200\alpha)y_3 \leq m_3 \leq (700 - 200\alpha)y_3,$$

$$(1200 + 300\alpha)y_4 \leq m_4 \leq (1700 - 200\alpha)y_4,$$

$$(500 + 800\alpha)y_5 \leq m_5 \leq (1500 - 200\alpha)y_5,$$

$$(400 + 300\alpha)y_6 \leq m_6 \leq (1000 - 300\alpha)y_6,$$

$$(300 + 100\alpha)y_7 \leq m_7 \leq (500 - 100\alpha)y_7,$$

$$(800 + 200\alpha)y_8 \leq m_8 \leq (1500 - 500\alpha)y_8,$$

$$(900 + 800\alpha)y_9 \leq m_9 \leq (3200 - 1500\alpha)y_9,$$

$$(1200 + 300\alpha)y_{10} \leq m_{10} \leq (2500 - 1000\alpha)y_{10},$$

$$(300 + 1200\alpha)y_{11} \leq m_{11} \leq (2000 - 500\alpha)y_{11},$$

$$(600 + 1900\alpha)y_{12} \leq m_{12} \leq (4000 - 1500\alpha)y_{12},$$

$$(500 + 500\alpha)y_{13} \leq m_{13} \leq (1800 - 800\alpha)y_{13},$$

$$(200 + 200\alpha)y_{14} \leq m_{14} \leq (700 - 300\alpha)y_{14},$$

$$(200 + 300\alpha)y_{15} \leq m_{15} \leq (800 - 300\alpha)y_{15},$$

$$(0.5 + 0.2\alpha)y_1 \leq g_{111} \leq (1 - 0.3\alpha)y_1,$$

$$(0.5 + 0.2\alpha)y_2 \leq g_{121} \leq (1 - 0.3\alpha)y_2,$$

$$(0.5 + 0.2\alpha)y_3 \leq g_{131} \leq (1 - 0.3\alpha)y_3,$$

$$(0.6 + 0.2\alpha)y_4 \leq g_{141} \leq (1.1 - 0.3\alpha)y_4,$$

$$(1 + 0.1\alpha)y_5 \leq g_{151} \leq (1.2 - 0.1\alpha)y_5,$$

$$(1 + 0.1\alpha)y_6 \leq g_{161} \leq (1.2 - 0.1\alpha)y_6,$$

$$(1.2 + 0.2\alpha)y_7 \leq g_{171} \leq (1.5 - 0.1\alpha)y_7,$$

$$(1.5 + 0.2\alpha)y_8 \leq g_{181} \leq (1.8 - 0.1\alpha)y_8,$$

$$(2.4 + 0.3\alpha)y_9 \leq g_{191} \leq (3 - 0.3\alpha)y_9,$$

$$(2.4 + 0.3\alpha)y_{10} \leq y_{1101} \leq (3 - 0.3\alpha)y_{10},$$

$$(2.4 + 0.3\alpha)y_{11} \leq g_{1111} \leq (3 - 0.3\alpha)y_{11},$$

$$(3.5 + 0.2\alpha)y_{12} \leq g_{1121} \leq (4 - 0.3\alpha)y_{12},$$

$$(0.6 + 0.2\alpha)y_{13} \leq g_{1131} \leq (1.1 - 0.3\alpha)y_{13},$$

$$(0.7 + 0.3\alpha)y_{14} \leq g_{1141} \leq (1.2 - 0.2\alpha)y_{14},$$

$$(1.2 + 0.1\alpha)y_{15} \leq g_{1151} \leq (1.5 - 0.2\alpha)y_{15},$$

$$(0.58 + 0.2\alpha)y_1 \leq g_{112} \leq (1.08 - 0.3\alpha)y_1,$$

$$(0.58 + 0.2\alpha)y_2 \leq g_{122} \leq (1.08 - 0.3\alpha)y_2,$$

$$(0.58 + 0.2\alpha)y_3 \leq g_{132} \leq (1.08 - 0.3\alpha)y_3,$$

$$(0.68 + 0.2\alpha)y_4 \leq g_{142} \leq (1.18 - 0.3\alpha)y_4,$$

$$(1.08 + 0.1\alpha)y_5 \leq g_{152} \leq (1.28 - 0.1\alpha)y_5,$$

$$(1.08 + 0.1\alpha)y_6 \leq g_{162} \leq (1.28 - 0.1\alpha)y_6,$$

$$(1.28 + 0.2\alpha)y_7 \leq g_{172} \leq (1.58 - 0.1\alpha)y_7,$$

$$(1.58 + 0.2\alpha)y_8 \leq g_{182} \leq (1.88 - 0.1\alpha)y_8,$$

$$(2.48 + 0.3\alpha)y_9 \leq g_{192} \leq (3.08 - 0.3\alpha)y_9,$$

$$(2.48 + 0.3\alpha)y_{10} \leq g_{1102} \leq (3.08 - 0.3\alpha)y_{10},$$

$$(2.48 + 0.3\alpha)y_{11} \leq g_{1112} \leq (3.08 - 0.3\alpha)y_{11},$$

$$(3.58 + 0.2\alpha)y_{12} \leq g_{1122} \leq (4.08 - 0.3\alpha)y_{12},$$

$$(0.68 + 0.2\alpha)y_{13} \leq g_{1132} \leq (1.18 - 0.3\alpha)y_{13},$$

$$(0.78 + 0.3\alpha)y_{14} \leq g_{1142} \leq (1.28 - 0.2\alpha)y_{14},$$

$$(1.28 + 0.1\alpha)y_{15} \leq g_{1152} \leq (1.58 - 0.2\alpha)y_{15},$$

$$(0.5 + 0.2\alpha)y_1 \leq g_{211} \leq (1 - 0.3\alpha)y_1,$$

$$(0.5 + 0.2\alpha)y_2 \leq g_{221} \leq (1 - 0.3\alpha)y_2,$$

$$(0.5 + 0.2\alpha)y_3 \leq g_{231} \leq (1 - 0.3\alpha)y_3,$$

$$(0.6 + 0.2\alpha)y_4 \leq g_{241} \leq (1.1 - 0.3\alpha)y_4,$$

$$(1 + 0.1\alpha)y_5 \leq g_{251} \leq (1.2 - 0.1\alpha)y_5,$$

$$(1 + 0.1\alpha)y_6 \leq g_{261} \leq (1.2 - 0.1\alpha)y_6,$$

$$(1.2 + 0.2\alpha)y_7 \leq g_{271} \leq (1.5 - 0.1\alpha)y_7,$$

$$(1.5 + 0.2\alpha)y_8 \leq g_{281} \leq (1.8 - 0.1\alpha)y_8,$$

$$(2.4 + 0.3\alpha)y_9 \leq g_{291} \leq (3 - 0.3\alpha)y_9,$$

$$(2.4 + 0.3\alpha)y_{10} \leq g_{2101} \leq (3 - 0.3\alpha)y_{10},$$

$$(2.4 + 0.3\alpha)y_{11} \leq g_{2111} \leq (3 - 0.3\alpha)y_{11},$$

$$(3.5 + 0.2\alpha)y_{12} \leq g_{2121} \leq (4 - 0.3\alpha)y_{12},$$

$$(0.6 + 0.2\alpha)y_{13} \leq g_{2131} \leq (1.1 - 0.3\alpha)y_{13},$$

$$(0.7 + 0.3\alpha)y_{14} \leq g_{2141} \leq (1.2 - 0.2\alpha)y_{14},$$

$$(1.2 + 0.1\alpha)y_{15} \leq g_{2151} \leq (1.5 - 0.2\alpha)y_{15},$$

$$(0.58 + 0.2\alpha)y_1 \leq g_{212} \leq (1.08 - 0.3\alpha)y_1,$$

$$(0.58 + 0.2\alpha)y_2 \leq g_{222} \leq (1.08 - 0.3\alpha)y_2,$$

$$(0.58 + 0.2\alpha)y_3 \leq g_{232} \leq (1.08 - 0.3\alpha)y_3,$$

$$(0.68 + 0.2\alpha)y_4 \leq g_{242} \leq (1.18 - 0.3\alpha)y_4,$$

$$(1.08 + 0.1\alpha)y_5 \leq g_{252} \leq (1.28 - 0.1\alpha)y_5,$$

$$(1.08 + 0.1\alpha)y_6 \leq g_{262} \leq (1.28 - 0.1\alpha)y_6,$$

$$(1.28 + 0.2\alpha)y_7 \leq g_{272} \leq (1.58 - 0.1\alpha)y_7,$$

$$(1.58 + 0.2\alpha)y_8 \leq g_{282} \leq (1.88 - 0.1\alpha)y_8,$$

$$(2.48 + 0.3\alpha)y_9 \leq g_{292} \leq (3.08 - 0.3\alpha)y_9,$$

$$(2.48 + 0.3\alpha)y_{10} \leq g_{2102} \leq (3.08 - 0.3\alpha)y_{10},$$

$$(2.48 + 0.3\alpha)y_{11} \leq g_{2112} \leq (3.08 - 0.3\alpha)y_{11},$$

$$(3.58 + 0.2\alpha)y_{12} \leq g_{2122} \leq (4.08 - 0.3\alpha)y_{12},$$

$$(0.68 + 0.2\alpha)y_{13} \leq g_{2132} \leq (1.18 - 0.3\alpha)y_{13},$$

$$(0.78 + 0.3\alpha)y_{14} \leq g_{2142} \leq (1.28 - 0.2\alpha)y_{14},$$

$$(1.28 + 0.1\alpha)y_{15} \leq g_{2152} \leq (1.58 - 0.2\alpha)y_{15},$$

$$u_1, u_2, w_1, w_2, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12}, y_{13}, y_{14}, y_{15} \leq 0,$$

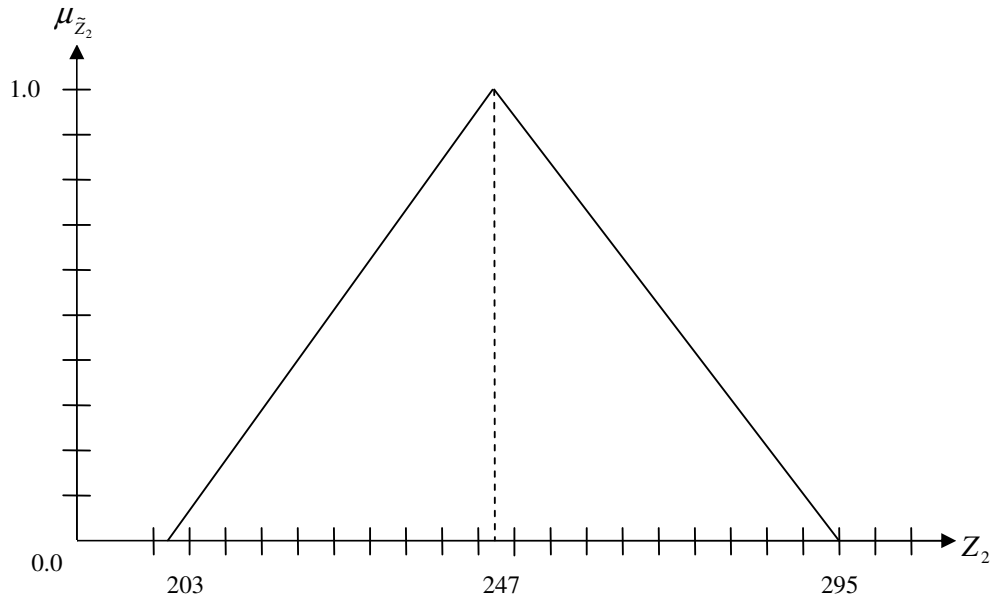
$$v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}, v_{11}, v_{12}, v_{13}, v_{14}, v_{15} \geq 0.$$

Modeller Lingo’da çözülmüş ve şu sonuçlar çıkmıştır:

Çizelge 6.3 Toplam transport süresinin 11 α kesimindeki alt ve üst sınır değerleri (Saat).

α	Z_{α}^L	Z_{α}^U
0.0	203	295
0.1	207.4	290.2
0.2	Fizibil çözüm yok	285.4
0.3	216.2	280.6
0.4	220.6	275.8

0.5	225	271
0.6	229.4	266.2
0.7	233.8	261.4
0.8	238.2	256.6
0.9	242.6	251.8
1.0	247	247



Şekil 6.2 Toplam teslim süresinin yaklaşılmış üyelik fonksiyonu.

$\alpha = 1$ iken alt sınır; $x_{171}^* = 100$, $x_{191}^* = 700$, $x_{1101}^* = 345$, $x_{1111}^* = 425$, $x_{1141}^* = 150$, $x_{1151}^* = 120$, $x_{122}^* = 130$, $x_{132}^* = 140$, $x_{142}^* = 1325$, $x_{152}^* = 500$, $x_{162}^* = 400$, $x_{182}^* = 600$, $x_{1132}^* = 560$, $x_{211}^* = 1100$, $x_{2121}^* = 580$, $x_{2131}^* = 620$ 'de; $s_1 = 5500$, $s_2 = 2300$, $e_1 = 80000$, $e_2 = 70000$, $b_1 = 1200$, $b_2 = 400$, $b_3 = 500$, $b_4 = 1500$, $b_5 = 1300$, $b_6 = 700$, $b_7 = 400$, $b_8 = 1500$, $b_9 = 2000$, $b_{10} = 1500$, $b_{11} = 1500$, $b_{12} = 2500$, $b_{13} = 1000$, $b_{14} = 400$, $b_{15} = 500$ iken gerçekleşmiştir.

$\alpha = 0$ iken alt sınır; $x_{211}^* = 1700$, $x_{221}^* = 300$, $x_{231}^* = 350$, $x_{241}^* = 1700$, $x_{251}^* = 1400$, $x_{261}^* = 700$, $x_{271}^* = 150$, $x_{281}^* = 1300$, $x_{291}^* = 1000$, $x_{2101}^* = 700$, $x_{2111}^* = 600$, $x_{2131}^* = 1500$, $x_{2141}^* = 250$, $x_{2151}^* = 350$, $x_{2122}^* = 900$ 'de, $s_1 = 300000$, $s_2 = 50000$, $e_1 = 150000$,

$e_2 = 100000$, $b_1 = 1900$, $b_2 = 800$, $b_3 = 700$, $b_4 = 1700$, $b_5 = 1500$, $b_6 = 1000$, $b_7 = 500$,
 $b_8 = 2000$, $b_9 = 3200$, $b_{10} = 2500$, $b_{11} = 2000$, $b_{12} = 4000$, $b_{13} = 1800$, $b_{14} = 700$, $b_{15} = 800$
iken gerçekleşmiştir.

6.2 Çok Amaçlı Bulanık Transport Probleminin Bulanık Programlamayla Çözülmesi

İki amacı genişleme prensibiyle çözmüştük ve çıkan sonuçları Çizelge 6.2 ve Çizelge 6.3'te göstermiştik.

Çok amaçlı bulanık transport probleminin üyelik fonksiyonunu belirlemek için L_k ve U_k 'ya ihtiyacımız olduğunu önceden belirtmiştik. Bu değerleri saptamak için $Z^1(X^1)$, $Z^1(X^2)$, $Z^2(X^1)$, $Z^2(X^2)$ kesin değerlerine ihtiyacımız vardır.

Çizelge 6.4 11 α kesimindeki $Z^1(X^2)$ değerleri.

α	$Z_L^1(X^2)$	$Z_U^1(X^2)$
0.0	16662	8661.678
0.1	16267.39	1723.145
0.2	15414.64	1171.637
0.3	15299.59	897.1062
0.4	14821.28	718.0607
0.5	14323.55	587.9305
0.6	13806.4	489.1257
0.7	13286.07	409.5807
0.8	12728.4	345.2588
0.9	12138.43	291.8263
1.0	11826.4	246.8751

Çizelge 6.5 11 α kesimindeki $Z^2(X^1)$ değerleri.

α	$Z_L^2(X^1)$	$Z_U^2(X^1)$
0.0	40.43006	5489
0.1	51.27265	6189.755
0.2	63.40568	6869.12
0.3	77.02287	7527.095
0.4	92.3644	8163.68
0.5	109.7338	8778.875
0.6	129.5229	9372.68
0.7	152.2516	9945.095
0.8	178.6344	10496.12
0.9	209.6968	11025.76
1.0	247	11534

İki amacın bulanık değerlerini ayrı ayrı sentroid yöntemiyle durulaştırarak $Z^1(X^1)$ ve $Z^2(X^2)$ değerlerini elde ederiz.

$$Z^1(X^1) = \frac{\int \mu_{\tilde{Z}^1}(z)zdz}{\int \mu_{\tilde{Z}^1}(z)dz} = \frac{\int_{3845}^{11534} \left(\frac{z-3845}{7689} \right) z dz + \int_{11534}^{22280} \left(\frac{22280-z}{10746} \right) z dz}{\int_{3845}^{11534} \left(\frac{z-3845}{7689} \right) dz + \int_{11534}^{22280} \left(\frac{22280-z}{10746} \right) dz} = 12285.6485 \text{ Yeni Kuruş} \quad (6.12)$$

$$Z^2(X^2) = \frac{\int \mu_{\tilde{Z}^2}(z)zdz}{\int \mu_{\tilde{Z}^2}(z)dz} = \frac{\int_{203}^{247} \left(\frac{z-203}{44} \right) z dz + \int_{247}^{295} \left(\frac{295-z}{48} \right) z dz}{\int_{203}^{247} \left(\frac{z-203}{44} \right) dz + \int_{247}^{295} \left(\frac{295-z}{48} \right) dz} = 248.33 \text{ Saat} \quad (6.13)$$

$Z^1(X^2)$, $Z^2(X^1)$ değerlerini de yine ağırlık merkezi yöntemiyle elde eder ve şu sonuçları buluruz:

$$Z^1(X^2) = 6841.773 \text{ Yeni Kuruş}$$

$$Z^2(X^1) = 9209.725 \text{ Saat}$$

Sonuçta her amacın alt ve üst sınırlarını $6841.773 \leq Z^1 \leq 12285.6485$
 $248.33 \leq Z^2 \leq 9209.725$ şeklinde bulur ve üyelik fonksiyonunu (5.38)'deki gibi şu şekilde yazarız:

$$\mu_{\tilde{Z}^1}(Z^1(x)) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } Z^1(x) \leq L_1 \\ \frac{12285.6485 - Z^1(x)}{12285.6485 - 6841.773} & \text{eğer } L_1 < Z^1(x) < U_1 \\ 0 & \text{eğer } Z^1(x) \geq U_1 \end{cases} \quad (6.14)$$

$$\mu_{\tilde{Z}^2}(Z^2(x)) = \begin{cases} 1 & \text{eğer } Z^2(x) \leq L_2 \\ \frac{9209.725 - Z^2(x)}{9209.725 - 248.33} & \text{eğer } L_2 < Z^2(x) < U_2 \\ 0 & \text{eğer } Z^2(x) \geq U_2 \end{cases} \quad (6.15)$$

Model (5.45)'te amaç fonksiyonunda bulanık katsayı olmadığından genişleme prensibiyle modeli çözemeyeceğimizi ve bu yüzden modeldeki $\tilde{C}_{ijk}$, $\tilde{T}_{ijk}$, $\tilde{S}_i$, $\tilde{D}_j$, $\tilde{E}_k$, $\tilde{B}_j$ değerlerini ağırlık merkezi yöntemiyle durulaştırarak kesin değerlere çevireceğimizi geçmiş bölümde söylemiştik. Bu değerler şöyledir:

Çizelge 6.6 Bulanık parametrelerin durulaştırılmış değerleri.

Parametreler	No.	Bulanık Değer	Kesin Değer
Talep (Adet/Ay)	1.	(500,1100,1700)	1100
	2.	(25,130,300)	151.6667
	3.	(0,140,350)	163.3333
	4.	(900,1325,1700)	1308.333
	5.	(100,500,1400)	666.6667
	6.	(250,400,700)	450

	7.	(0,100,150)	83.33333
	8.	(265,600,1300)	721.6667
	9.	(300,700,1000)	666.6667
	10.	(60,345,700)	368.3333
	11.	(160,425,600)	395
	12.	(150,580,900)	543.3333
	13.	(700,1180,1500)	1126.667
	14.	(60,150,250)	153.3333
	15.	(50,120,350)	173.3333
Teslim Süresi (Saat)	1.	(5,8,12)	8.333333
	2.	(5,8,12)	8.333333
	3.	(5,8,12)	8.333333
	4.	(6,9,13)	9
	5.	(12,15,18)	15
	6.	(12,15,18)	15
	7.	(15,17,19)	17
	8.	(17,18,20)	18.33333
	9.	(24,28,32)	28
	10.	(24,28,32)	28
	11.	(24,28,32)	28
	12.	(28,32,36)	32
	13.	(6,9,13)	9
	14.	(8,10,12)	10
	15.	(12,14,16)	14
1. Kamyonun Transport Maliyeti (Yeni Kuruş/Adet)	1.	(0.5,0.7,1)	0.733333
	2.	(0.5,0.7,1)	0.733333
	3.	(0.5,0.7,1)	0.733333
	4.	(0.6,0.8,1.1)	0.833333
	5.	(1,1.1,1.2)	1.1
	6.	(1,1.1,1.2)	1.1
	7.	(1.2,1.4,1.5)	1.366667
	8.	(1.5,1.7,1.8)	1.666667
	9.	(2.4,2.7,3)	2.7
	10.	(2.4,2.7,3)	2.7
	11.	(2.4,2.7,3)	2.7
	12.	(3.5,3.7,4)	3.733333
	13.	(0.6,0.8,1.1)	0.833333
	14.	(0.7,1,1.2)	0.966667
	15.	(1.2,1.3,1.5)	1.333333
2. Kamyonun Transport Maliyeti (Yeni Kuruş/Adet)	1.	(0.58,0.78,1.08)	0.813333
	2.	(0.58,0.78,1.08)	0.813333
	3.	(0.58,0.78,1.08)	0.813333
	4.	(0.68,0.88,1.18)	0.913333

	5.	(1.08,1.18,1.28)	1.18
	6.	(1.08,1.18,1.28)	1.18
	7.	(1.28,1.48,1.58)	1.446667
	8.	(1.58,1.78,1.88)	1.746667
	9.	(2.48,2.78,3.08)	2.78
	10.	(2.48,2.78,3.08)	2.78
	11.	(2.48,2.78,3.08)	2.78
	12.	(3.58,3.78,4.08)	3.813333
	13.	(0.68,0.88,1.18)	0.913333
	14.	(0.78,1.08,1.28)	1.046667
	15.	(1.28,1.38,1.58)	1.413333
Bölgelerin Bütçeleri (Bulanık değer YTL, kesin değer Yeni Kuruş alınmıştır.)	1.	(10,12,19)	1366.667
	2.	(2,4,8)	466.6667
	3.	(3,5,7)	500
	4.	(12,15,17)	1466.667
	5.	(5,13,15)	1100
	6.	(4,7,10)	700
	7.	(3,4,5)	400
	8.	(8,15,20)	1433.333
	9.	(9,20,32)	2033.333
	10.	(12,15,25)	1733.333
	11.	(3,15,20)	1266.667
	12.	(6,25,40)	2366.667
	13.	(5,10,18)	1100
	14.	(2,4,7)	433.3333
	15.	(2,5,8)	500
Fabrikaların Üretim Kapasiteleri (Adet/Ay)	1.	(1000,5500,300000)	102166.7
	2.	(500,2300,50000)	17600
Kamyonların Taşıma Kapasiteleri (Adet)	1.	(60000,80000,150000)	96666.67
	2.	(50000,70000,100000)	73333.33

Model (5.45)'e durulaştırdığımız değerleri yazarsak model şu hali alır:

$$\text{Max } \beta \quad (6.16)$$

Ş.k.g.

$$\begin{aligned}
& x_{111} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + x_{151} + x_{161} + x_{171} + x_{181} + x_{191} + x_{1101} + x_{1111} + x_{1121} + x_{1131} + x_{1141} \\
& + x_{1151} + x_{112} + x_{122} + x_{132} + x_{142} + x_{152} + x_{162} + x_{172} + x_{182} + x_{192} + x_{1102} + x_{1112} + x_{1122} + x_{1132} \\
& + x_{1142} + x_{1152} \leq 102166.7,
\end{aligned}$$

$$x_{211} + x_{221} + x_{231} + x_{241} + x_{251} + x_{261} + x_{271} + x_{281} + x_{291} + x_{2101} + x_{2111} + x_{2121} + x_{2131} + x_{2141}$$

$$+x_{2151}+x_{212}+x_{222}+x_{232}+x_{242}+x_{252}+x_{262}+x_{272}+x_{282}+x_{292}+x_{2102}+x_{2112}+x_{2122}$$

$$+x_{2132}+x_{2142}+x_{2152} \leq 17600,$$

$$x_{111}+x_{112}+x_{211}+x_{212} \geq 1100,$$

$$x_{121}+x_{122}+x_{221}+x_{222} \geq 151.6667,$$

$$x_{131}+x_{132}+x_{231}+x_{232} \geq 163.3333,$$

$$x_{141}+x_{142}+x_{241}+x_{242} \geq 1308.333,$$

$$x_{151}+x_{152}+x_{251}+x_{252} \geq 666.6667,$$

$$x_{161}+x_{162}+x_{261}+x_{262} \geq 450,$$

$$x_{171}+x_{172}+x_{271}+x_{272} \geq 83.33333,$$

$$x_{181}+x_{182}+x_{281}+x_{282} \geq 721.6667,$$

$$x_{191}+x_{192}+x_{291}+x_{292} \geq 666.6667,$$

$$x_{1101}+x_{1102}+x_{2101}+x_{2102} \geq 368.3333,$$

$$x_{1111}+x_{1112}+x_{2111}+x_{2112} \geq 395,$$

$$x_{1121}+x_{1122}+x_{2121}+x_{2122} \geq 543.3333,$$

$$x_{1131}+x_{1132}+x_{2131}+x_{2132} \geq 1126.667,$$

$$x_{1141}+x_{1142}+x_{2141}+x_{2142} \geq 153.3333,$$

$$x_{1151}+x_{1152}+x_{2151}+x_{2152} \geq 173.3333,$$

$$x_{111}+x_{121}+x_{131}+x_{141}+x_{151}+x_{161}+x_{171}+x_{181}+x_{191}+x_{1101}+x_{1111}+x_{1121}+x_{1131}+x_{1141}+x_{1151}+$$

$$x_{211}+x_{221}+x_{231}+x_{241}+x_{251}+x_{261}+x_{271}+x_{281}+x_{291}+x_{2101}+x_{2111}+x_{2121}+x_{2131}+x_{2141}+x_{2151}$$

$$\leq 96666.67,$$

$$x_{112}+x_{122}+x_{132}+x_{142}+x_{152}+x_{162}+x_{172}+x_{182}+x_{192}+x_{1102}+x_{1112}+x_{1122}+x_{1132}+x_{1142}+x_{1152}$$

$$+x_{212}+x_{222}+x_{232}+x_{242}+x_{252}+x_{262}+x_{272}+x_{282}+x_{292}+x_{2102}+x_{2112}+x_{2122}+x_{2132}+x_{2142}+x_{2152} \leq$$

$$7333.33,$$

$$0.733333x_{111}+0.813333x_{112}+0.733333x_{211}+0.813333x_{212} \leq 1366.667,$$

$$0.733333x_{121}+0.813333x_{122}+0.733333x_{221}+0.813333x_{222} \leq 466.6667,$$

$$0.733333x_{131}+0.813333x_{132}+0.733333x_{231}+0.813333x_{232} \leq 500,$$

$$0.833333x_{141}+0.913333x_{142}+0.833333x_{241}+0.913333x_{242} \leq 1466.667,$$

$$1.1x_{151}+1.18x_{152}+1.1x_{251}+1.18x_{252} \leq 1100,$$

$$1.1x_{161}+1.18x_{162}+1.1x_{261}+1.18x_{262} \leq 700,$$

$$1.366667x_{171}+1.446667x_{172}+1.366667x_{271}+1.446667x_{272} \leq 400,$$

$$1.666667x_{181}+1.746667x_{182}+1.666667x_{281}+1.746667x_{282} \leq 1433.333,$$

$$2.7x_{191}+2.78x_{192}+2.7x_{291}+2.78x_{292} \leq 2033.333,$$

$$2.7x_{1101}+2.78x_{1102}+2.7x_{2101}+2.78x_{2102} \leq 1733.33,$$

$$2.7x_{1111}+2.78x_{1112}+2.7x_{2111}+2.78x_{2112} \leq 1266.667,$$

$$3.733333x_{1121}+3.813333x_{1122}+3.733333x_{2121}+3.813333x_{2122} \leq 2366.667,$$

$$0.833333x_{1131}+0.913333x_{1132}+0.833333x_{2131}+0.913333x_{2132} \leq 1100,$$

$$0.966667x_{1141}+1.046667x_{1142}+0.966667x_{2141}+1.046667x_{2142} \leq 433.33,$$

$$1.333333x_{1151}+1.413333x_{1152}+1.333333x_{2151}+1.413333x_{2152} \leq 500,$$

$$119766.7 \geq 8071.6666,$$

$$104000 \geq 8071.6666,$$

$$0.0000596933930267264000x_{111}+0.0000596933930267264000x_{121}$$

$$+0.0000596933930267264000x_{131}+0.0000678334011667344000x_{141}$$

$$\begin{aligned}
& + 0.0000895400895400885000x_{151} + 0.0000895400895400885000x_{161} \\
& + 0.0001112467779134420000x_{171} + 0.0001356668023334670000x_{181} \\
& + 0.0002197802197802190000x_{191} + 0.0002197802197802190000x_{1101} \\
& + 0.0002197802197802190000x_{1111} + 0.0003038936372269650000x_{1121} \\
& + 0.0000678334011667344000x_{1131} + 0.0000786867453534120000x_{1141} \\
& + 0.0001085334418667760000x_{1151} + 0.0000662053995387328000x_{112} \\
& + 0.0000662053995387328000x_{122} + 0.0000662053995387328000x_{132} \\
& + 0.0000743454076787410000x_{142} + 0.0000960520960520944000x_{152} \\
& + 0.0000960520960520944000x_{162} + 0.0001177587844254520000x_{172} \\
& + 0.0001421788088454750000x_{182} + 0.0002262922262922270000x_{192} \\
& + 0.0002262922262922270000x_{1102} + 0.0002262922262922270000x_{1112} \\
& + 0.0003104056437389900000x_{1122} + 0.0000743454076787410000x_{1132} \\
& + 0.0000851987518654186000x_{1142} + 0.0001150454483787820000x_{1152} \\
& + 0.0000596933930267264000x_{211} + 0.0000596933930267264000x_{221} \\
& + 0.0000596933930267264000x_{231} + 0.0000678334011667344000x_{241} \\
& + 0.0000895400895400885000x_{251} + 0.0000895400895400885000x_{261} \\
& + 0.0001112467779134420000x_{271} + 0.0001356668023334670000x_{281} \\
& + 0.0002197802197802190000x_{291} + 0.0002197802197802190000x_{2101} \\
& + 0.0002197802197802190000x_{2111} + 0.0003038936372269650000x_{2121} \\
& + 0.0000678334011667344000x_{2131} + 0.0000786867453534120000x_{2141} \\
& + 0.0001085334418667760000x_{2151} + 0.0000662053995387328000x_{212}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 0.0000662053995387328000x_{222} + 0.0000662053995387328000x_{232} \\
& + 0.0000743454076787410000x_{242} + 0.0000960520960520944000x_{252} \\
& + 0.0000960520960520944000x_{262} + 0.0001177587844254520000x_{272} \\
& + 0.0001421788088454750000x_{282} + 0.0002262922262922270000x_{292} \\
& + 0.0002262922262922270000x_{2102} + 0.0002262922262922270000x_{2112} \\
& + 0.0003104056437389900000x_{2122} + 0.0000743454076787410000x_{2132} \\
& + 0.0000851987518654186000x_{2142} + 0.0001150454483787820000x_{2152} + 0.443142043\beta \leq 1, \\
& 0.0000008226471468951660x_{111} + 0.0000059664518346242800x_{121} \\
& + 0.0000055402767035796800x_{131} + 0.0000007469845685437870x_{141} \\
& + 0.0000024432620262786400x_{151} + 0.0000036196474463387300x_{161} \\
& + 0.0000221522423715930000x_{171} + 0.0000027586227651080400x_{181} \\
& + 0.0000045607557823867900x_{191} + 0.0000082547615970801700x_{1101} \\
& + 0.0000076974781137329900x_{1111} + 0.0000063954507027334500x_{1121} \\
& + 0.0000008674303051876830x_{1131} + 0.0000070819189167496800x_{1141} \\
& + 0.0000087706841968976800x_{1151} + 0.0000008226471468951660x_{112} \\
& + 0.0000059664518346242800x_{122} + 0.0000055402767035796800x_{132} \\
& + 0.0000007469845685437870x_{142} + 0.0000024432620262786400x_{152} \\
& + 0.0000036196474463387300x_{162} + 0.0000221522423715930000x_{172} \\
& + 0.0000027586227651080400x_{182} + 0.0000045607557823867900x_{192} \\
& + 0.0000082547615970801700x_{1102} + 0.0000076974781137329900x_{1112} \\
& + 0.0000063954507027334500x_{1122} + 0.0000008674303051876830x_{1132}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 0.0000070819189167496800x_{1142} + 0.0000087706841968976800x_{1152} \\
& + 0.0000008226471468951660x_{211} + 0.0000059664518346242800x_{221} \\
& + 0.0000055402767035796800x_{231} + 0.0000007469845685437870x_{241} \\
& + 0.0000024432620262786400x_{251} + 0.0000036196474463387300x_{261} \\
& + 0.0000221522423715930000x_{271} + 0.0000027586227651080400x_{281} \\
& + 0.0000045607557823867900x_{291} + 0.0000082547615970801700x_{2101} \\
& + 0.0000076974781137329900x_{2111} + 0.0000063954507027334500x_{2121} \\
& + 0.0000008674303051876830x_{2131} + 0.0000070819189167496800x_{2141} \\
& + 0.0000087706841968976800x_{215} + 0.0000008226471468951660x_{212} \\
& + 0.0000059664518346242800x_{222} + 0.0000055402767035796800x_{232} \\
& + 0.0000007469845685437870x_{242} + 0.0000024432620262786400x_{252} \\
& + 0.0000036196474463387300x_{262} + 0.0000221522423715930000x_{272} \\
& + 0.0000027586227651080400x_{282} + 0.0000045607557823867900x_{292} \\
& + 0.0000082547615970801700x_{2102} + 0.0000076974781137329900x_{2112} \\
& + 0.0000063954507027334500x_{2122} + 0.0000008674303051876830x_{2132} \\
& + 0.0000070819189167496800x_{2142} + 0.0000087706841968976800x_{2152} + 0.973069822\beta \leq 1, \\
& 0 \leq \beta \leq 1, \\
& x_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, \forall j, \forall k.
\end{aligned}$$

Model Lingo’da çözülmüş ve uzlaşık çözüm; X^* : $x_{111} = 1100$, $x_{141} = 1308.333$, $x_{1121} = 543.3333$, $x_{1141} = 153.3333$, $x_{1151} = 173.3333$, $x_{221} = 151.6667$, $x_{231} = 163.3333$, $x_{251} = 666.6667$, $x_{261} = 450$, $x_{271} = 83.3333$, $x_{281} = 721.6667$, $x_{291} = 666.6667$, $x_{2101} = 368.3333$, $x_{2111} = 395$, $x_{2131} = 1126.667$, $\beta = 0.07428$ şeklinde çıkmıştır. X^* değerleri

adet olduğundan yuvarlatılabilir. $F^1(X^*)=11880.61$ Yeni Kuruş, $F^2(X^*)=248.3333$ Saat çıkmıştır.

7. SONUÇLAR

Günümüz rekabet ortamında varlığımızı sürdürebilmek için, belirsizlik altında birçok amacı optimize edecek kararları verebilmemiz gerekir. Küreselleşen dünyada lojistik ve tedarik zinciri yönetimi gelişmekte, bu karmaşık ve belirsiz ortamdaki transport problemleri ve modellerini çözebilmek daha da önemli hale gelmektedir.

Üretim kapasitesi ve talep miktarı kısıtlı modellerin yerini artık katı transport problemi olarak adlandırılan taşıt kapasitesi kısıtının da bulunduğu üç kalem kısıtlı modeller almakta, kısıtların miktarı artabilmektedir.

Bulanık transport problemiyle ilgili literatüre bakıldığında çözümün kesin (nokta) değer şeklinde çıktığı metodlar görülmüştür. Ayrıca tek amaçlı bulanık transport problemi için genişleme ilkesine dayanan bir yaklaşım ve kesin parametrelere sahip çok amaçlı transport problemi için bulanık programlamaya dayanan bir yaklaşım bulunmaktadır.

Bu çalışmada; bulanık maliyet ve bulanık transport süresi katsayılı; bulanık talep, bulanık üretim kapasitesi, bulanık bütçe ve bulanık taşıma kapasitesi kısıtlı çok amaçlı bulanık transport problemi için bir yaklaşım geliştirilmiştir. Burada amaçlar toplam transport maliyetini ve toplam transport süresini minimize etmektir. Çözüm prosedürü, amaçların ayrı ayrı genişleme prensibiyle çözülüp 11 α kesimlerdeki alt ve üst sınır değerleri bulunduktan sonra bunların durulaştırılıp bulanık programlama yaklaşımıyla optimal uzlaşık çözümünün bulunması şeklindedir. Yaklaşım, veteriner ilaç ve premiksleri üreten iki işletmenin ortak bir mamülünün onbeş bölgeye dağıtım problemi üzerinde uygulanmıştır.

Yaklaşımın avantajı; karar vericinin her amaç için her α seviyesinde oluşabilecek aralık değerlerini ve olması en muhtemel değeri görebilmesidir. Dezavantajı ise kısıtların çok olduğu durumlarda modelin çok zaman gerektirdiği ve amaç fonksiyonunda bulanık katsayı olmadığı durumda modelin genişleme prensibiyle çözülemeyeceği gerçeğidir. Bu yüzden amaçların birleştirilip bulanık programlamayla çözülmesi esnasında parametreler durulaştırılmak zorunda kalmıştır. Bununla birlikte bulanık programlama ile çok amaçlı problemlerin çözümünün basit olduğu söylenebilir.

KAYNAKLAR

Abd El-Wahed, W. F., (2001), "A Multi-objective Transportation Problem Under Fuzziness", Fuzzy Sets and Systems, 117: 27-33.

Abd El-Wahed, W. F., Lee, S. M., (2004), "Interactive Fuzzy Goal Programming For Multi-objective Transportation Problems", The International Journal of Management Science, 1-9, (baskıda).

Aksoy, Y., Özkan E. M., Karanfil S., (2003), Bulanık Mantığa Giriş, Yıldız Teknik Üniversitesi Yayını, İstanbul.

Babuska, R., (1998), Fuzzy Modeling for Control, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Buffa, E. S., Dyer, J. S., (1981), Management Science/Operations Research: Model Formulation and Solution Methods, Wiley, New York.

Das, S. K., Goswami, A., Alam, S. S., (1999), "Multiobjective Transportation Problem With Interval Cost, Source And Destination Parameters", European Journal of Operational Research, 117: 100-112.

Fitzgerald, L., (2006), Manifesto: Kurumlara, İnsana ve Liderliğe Yeni Bir Bakış, 11. İnsan Kaynakları Zirvesi, 22-23 Şubat, İstanbul.

Hillier, F. S., Lieberman, G. J., (1990), Introduction to Operations Research, McGraw-Hill, New York.

Jimenez, F., Verdegay, J. L., (1999), "Solving Fuzzy Solid Transportation Problems By An Evolutionary Algorithm Based Parametric Approach", European Journal of Operational Research, 117: 485-510.

Liang, T., (2006), "Distribution Planning Decisions Using Interactive Fuzzy Multi-objective Linear Programming", Fuzzy Sets and Systems, 2-14, (baskıda).

Liu, S.-T., Kao, C., (2004), "Solving Fuzzy Transportation Problems Based On Extension Principle", European Journal of Operational Research, 153: 661-674.

Liu, S.-T., (2006), "Fuzzy Total Transportation Cost Measures For Fuzzy Solid Transportation Problem", Applied Mathematics and Computation, 174: 927-941.

Ross, T. J., (1995), Fuzzy Logic With Engineering Applications, McGraw-Hill, New York.

Şen, Z., (2001), Bulanık (Fuzzy) Mantık ve Modelleme İlkeleri, Bilge Kültür Sanat, İstanbul.

Taha, H. A., (Çevirenler) Baray, Ş. A., Esnaf, Ş., (2005), Yöneylem Araştırması, Literatür Yayıncılık, İstanbul.

İnternet Kaynakları

[www.alevalatli.com]

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 30.06.1980

Doğum yeri İstanbul

Lise 1995-1998 Özel Boğaziçi Lisesi

Lisans 1998-2002 Yıldız Teknik Üniversitesi
Endüstri Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2003- Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Endüstri Mühendisliği Yüksek Lisans Programı

Yüksek Lisans 2003- Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü
İşletme Yönetimi (Tezli) Yüksek Lisans Programı

Çalıştığı Kurum

2006-2006 Poyraz Danışmanlık