

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÇOK KATLI VİSKOELASTİK YARI UZAYLARIN
YÜZEYSEL STABİLİTE KAYBI**

Mat. Yük. Müh. Ramazan TEKERCİOĞLU

**F.B.E Matematik Mühendisliği Anabilim Dalında
Hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

Tez Savunma Tarihi: 20 Ekim 2006

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV (YTÜ)

Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Uğur GÜVEN (YTÜ)

: Prof. Dr. Esin İNAN (Işık Ü.)

: Prof. Dr. Nazmiye YAHNİOĞLU (YTÜ)

: Prof. Dr. Abdullah YILDIZ (SAÜ)

İSTANBUL, 2006

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	vi
TABLO LİSTESİ	xi
ÖNSÖZ	xiii
ÖZET	xiv
ABSTRACT	xv
1. GİRİŞ	1
1.1 Tez Konusuna Ait Genel Bilgiler	1
1.2 Tez Konusuna Ait Araştırmaların Kısa Özeti	4
1.3 Konunun Gerekliliği ve Güncelliği	5
1.4 Yapılan Araştırmanın Amaçları	6
2. SONLU SAYIDA ELASTİK VE VİSKOELASTİK LEVHA İLE ÖRTÜLÜ YARI DÜZLEMİN YÜZEYSEL STABİLİTE KAYBINA AİT İKİ BOYUTLU PROBLEMLER	7
2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu	7
2.2 Çözüm Yöntemi ve Stabilitate Kriteri	11
2.3 Özel Durumlara Ait Sayısal Sonuçlar	25
2.3.1 Elastik Levha ve Viskoelastik Yarı Düzlemden Oluşan Sistem	25
2.3.2 Elastik Üst, Viskoelastik Ara Levhalar ile Elastik Yarı Düzlemden Oluşan Sistem	35
2.3.3 Elastik Üst, Viskoelastik ve Elastik Ara Levhalar ile Viskoelastik Yarı Düzlemden Oluşan Sistem	40
2.3.4 Elastik Üst, Viskoelastik Ara Levhalar ile Mutlak Rijit Temelden Oluşan Sistem	44
2.3.5 Viskoelastik Üst, Elastik Ara Levhalar ile Viskoelastik Yarı Düzlemden Oluşan Sistem	50
3. İKİ EKSENLİ BASINÇ ALTINDA SONLU SAYIDA ELASTİK VE VİSKOELASTİK LEVHA İLE ÖRTÜLÜ YARI UZAYIN YÜZEYSEL STABİLİTE KAYBINA AİT ÜÇ BOYUTLU PROBLEMLER	54
3.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu	54
3.2 Çözüm Yöntemi ve Stabilitate Kriteri	59
3.3 Özel Durumlara Ait Sayısal Sonuçlar	74
3.3.1 Elastik Levha ve Viskoelastik Yarı Uzaydan Oluşan Sistem	74
3.3.2 Elastik Üst, Viskoelastik Ara Levhalar ile Elastik Yarı Uzaydan Oluşan Sistem	84
3.3.3 Elastik Üst, Viskoelastik ve Elastik Ara Levhalar ile Viskoelastik Yarı Uzaydan Oluşan Sistem	87

3.3.4	Elastik Üst, Viskoelastik Ara Levhalar ile Mutlak Rijit Temelden Oluşan Sistem	91
4.	SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME	104
	KAYNAKLAR.....	107
	ÖZGEÇMİŞ.....	111

SİMGE LİSTESİ

p_1	Ox_1 eksenini yönünde etki eden düzgün yayılı normal basınç kuvvetinin yoğunluğu
p_3	Ox_3 eksenini yönünde etki eden düzgün yayılı normal basınç kuvvetinin yoğunluğu
x_1, x_2, x_3	Boyutlu global Lagrange koordinatları
$n_j^{m\pm}$	$S_m^\pm$ yüzeylerine karşılık gelen birim normal vektörleri bileşenleri
$F(x_1)$	Düzlem şekil değiştirme durumunda levhaların yüklenmeden önceki başlangıç sapması
$F(x_1, x_3)$	İki eksenli basınç durumunda levhaların yüklenmeden önceki başlangıç sapması
ℓ_1	Ox_1 eksenini yönündeki eğilme periyodu
ℓ_3	Ox_3 eksenini yönündeki eğilme periyodu
L	Levhaların periyodik eğilme genliği ($L \ll \ell_1$)
$\varepsilon(=L/\ell_1)$	$0 < \varepsilon \ll 1$ koşulunu sağlayan ve sapmanın derecesini gösteren boyutsuz küçük parametre
$h_m^{(k)}$	$m^{(k)}$ ((k)m) indisli levhanın yarı kalınlığı
δ_i^j	Kronecker sembolü
$u_i^{(k)m}$	(k)m indisli levhaya ait yerdeğiştirme vektörü bileşenleri
$\sigma_{ij}^{(k)m}$	(k)m indisli levhaya ait gerilme tansörü bileşenleri
$C_{ijrs0}^{(k)m}$	(k)m indisli levhaya ait rijitlik (stiffness) tansörü bileşenleri
$\varepsilon_{ij}^{(k)m}$	(k)m indisli levhaya ait şekil değiştirme tansörü bileşenleri
$E_0^{(1)m}, E_0^{(2)m}$	Sırasıyla matris ve güçlendirici malzemelerinin kompozit içerisindeki elastisite (Young) modülleri ($t=0$ durumunda)
$\lambda_0^{(1)m}, \lambda_0^{(2)m}$	Sırasıyla matris ve güçlendirici malzemelerinin kompozit içerisindeki Lamé sabitleri ($t=0$ durumunda)
$\mu_0^{(1)m}, \mu_0^{(2)m}$	Sırasıyla matris ve güçlendirici malzemelerinin kompozit içerisindeki kayma modülleri ($t=0$ durumunda)
$\nu_0^{(1)m}, \nu_0^{(2)m}$	Sırasıyla matris ve güçlendirici malzemelerinin kompozit içerisindeki Poisson oranları ($t=0$ durumunda)
$\lambda_\infty^{(k)m}, \mu_\infty^{(k)m}$	Sırasıyla (k)m indisli viskoelastik malzemenin kompozit içerisindeki Lamé sabiti ve kayma modülü ($t=\infty$ durumunda)
$E_\infty^{(k)m}, \nu_\infty^{(k)m}$	Sırasıyla (k)m indisli viskoelastik malzemenin kompozit içerisindeki elastisite modülü ve Poisson oranı ($t=\infty$ durumunda)
$\gamma(=\ell_1/\ell_3)$	Ox_1 eksenini yönündeki eğilme periyodunun Ox_3 eksenini yönündeki eğilme periyoduna oranı
κ	$1^{(2)}$ ((2)1) indisli levha kalınlığının $1^{(1)}$ ((1)1) indisli levha kalınlığına oranı ($=h_1^{(2)}/h_1^{(1)}$)
$p_{1cr,0}$	$t=0$ durumunda elde edilen kritik basınç kuvveti değeri
$p_{1cr,\infty}$	$t=\infty$ durumunda elde edilen kritik basınç kuvveti değeri
$t_{cr,0}$	$t_*=0$ durumunda elde edilen kritik zaman
$t_{cr,\infty}$	$t_*= \infty$ durumunda elde edilen kritik zaman
R_α^*	Rabotnov (1977) operatörü
$\Gamma(x)$	Gamma fonksiyonu

α	Operatörün çekirdeğinin tekillik mertebesi
ω_0, ω_∞	Belli bir malzemenin belirlenmesinde kullanılan reolojik parametreler
ω	Boyutsuz reolojik parametre ($=\omega_\infty/\omega_0$)
t'	Boyutsuz zaman ($=\omega_0^{1/(1+\alpha)}t$)
$t'_{cr.}$	Kritik zaman

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1	Sonlu sayıda levha ile örtülü yarı düzlemin geometrisi ve yükleme durumu..... 8
Şekil 2.2	Tek katlı levha ile örtülü yarı düzlemin geometrisi ve yükleme durumu..... 26
Şekil 2.3	Farklı $E^{(2)1}/E^{(1)1}$ oranlarına göre $ p_{1cr.0} /E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h/\ell_1)$ ilişkisi..... 27
Şekil 2.4	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,15$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi 29
Şekil 2.5	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,15$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi 29
Şekil 2.6	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,25$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi 30
Şekil 2.7	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,25$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi 30
Şekil 2.8	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,2$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,40$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi 31
Şekil 2.9	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,2$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,40$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi 31
Şekil 2.10	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,5$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,80$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi 32
Şekil 2.11	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,5$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,80$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi 32
Şekil 2.12	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,15$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.0}$, $t'_{cr.\infty}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi..... 34
Şekil 2.13	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,15$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.0}$, $t'_{cr.\infty}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi..... 34
Şekil 2.14	İki katlı levha ile örtülü yarı düzlemin geometrisi ve yükleme durumu..... 35
Şekil 2.15	Farklı $h_1^{(1)}/h_1^{(2)}$ oranlarına göre $ p_{1cr.0} /E^{(2)2}$ ile $\chi(=2\pi h/\ell_1)$ ilişkisi 36
Şekil 2.16	$h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 3,35$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E^{(2)2}$ ilişkisi 38
Şekil 2.17	$h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 3,35$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E^{(2)2}$ ilişkisi 38
Şekil 2.18	$h_1^{(1)} = 0,5 * h$, $h_1^{(2)} = 0,5 * h$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 1,25$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E^{(2)2}$ ilişkisi 39
Şekil 2.19	$h_1^{(1)} = 0,5 * h$, $h_1^{(2)} = 0,5 * h$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 1,25$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E^{(2)2}$ ilişkisi 39
Şekil 2.20	Üç katlı levha ile örtülü yarı düzlemin geometrisi ve yükleme durumu 40
Şekil 2.21	$h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda $ p_{1cr.0} /E^{(2)2}$ ile $\chi(=\pi h/\ell_1)$

	ilişkisi.....	41
Şekil 2.22	$h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$, $\alpha = -0,5$, $\pi h / \ell_1 = 0,75$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E^{(2)2}$ ilişkisi.....	43
Şekil 2.23	$h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$, $\omega = 1$, $\pi h / \ell_1 = 0,75$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E^{(2)2}$ ilişkisi	43
Şekil 2.24	İki katlı levha ile örtülü mutlak rijit temelin geometrisi ve yükleme durumu.....	44
Şekil 2.25	$\kappa = 1; 2; 3; 4; 5; 7; 9; 12; 17; 25$ durumlarına göre $ p_{1cr.0} /E^{(2)1}$ ile $\chi (= 2\pi h_1^{(1)} / \ell_1)$ ilişkisi.....	45
Şekil 2.26	$\kappa = 1$, $E_0^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)} / \ell_1 = 0,200$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	47
Şekil 2.27	$\kappa = 1$, $E_0^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)} / \ell_1 = 0,200$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	47
Şekil 2.28	$\kappa = 2$, $E_0^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)} / \ell_1 = 0,175$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	48
Şekil 2.29	$\kappa = 2$, $E_0^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)} / \ell_1 = 0,175$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	48
Şekil 2.30	$\kappa = 3$, $E_0^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)} / \ell_1 = 0,150$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	49
Şekil 2.31	$\kappa = 3$, $E_0^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)} / \ell_1 = 0,150$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	49
Şekil 2.32	İki katlı levha ile örtülü yarı düzlemin geometrisi ve yükleme durumu.....	50
Şekil 2.33	Farklı $h_1^{(1)} / h_1^{(2)}$ oranlarına göre $ p_{1cr.0} /E^{(2)2}$ ile $\chi (= \pi h / \ell_1)$ ilişkisi	51
Şekil 2.34	$E_0^{(2)2} / E_0^{(1)1} = 1$, $E_0^{(2)2} / E^{(2)1} = 0,5$, $h_1^{(1)} / h_1^{(2)} = 1/9$, $\alpha = -0,5$, $\pi h / \ell_1 = 0,85$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)2}$ ilişkisi	52
Şekil 2.35	$E_0^{(2)2} / E_0^{(1)1} = 1$, $E_0^{(2)2} / E^{(2)1} = 0,5$, $h_1^{(1)} / h_1^{(2)} = 1/9$, $\omega = 1$, $\pi h / \ell_1 = 0,85$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)2}$ ilişkisi.....	53
Şekil 3.1	(a) $x_3 = \text{sabit}$, (b) $x_1 = \text{sabit}$ durumunda ele alınan sonlu sayıda levha ile örtülü yarı uzayın geometrisi ve yükleme durumu.....	55
Şekil 3.2	Tek katlı levha ile örtülü yarı uzayın geometrisi ve yükleme durumu	75
Şekil 3.3	$\gamma (= \ell_1 / \ell_3) = 1$ iken $p_3 = p_1$ ve $p_3 = 0,5 * p_1$ durumları için farklı $E^{(2)1} / E^{(1)1}$ oranlarına göre $ p_{1cr.0} /E^{(2)1}$ ile $\chi (= \pi h_1^{(1)} / \ell_1)$ ilişkisi.....	77
Şekil 3.4	$E^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,1$ ve $\gamma (= \ell_1 / \ell_3) = 1$ iken $p_3 / p_1 = \eta (= 0,01; 0,1; 0,5; 0,8; 1)$ durumlarında $ p_{1cr.0} /E^{(2)1}$ ile $\chi (= \pi h_1^{(1)} / \ell_1)$ ilişkisi	77
Şekil 3.5	$E^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,1$ ve $p_3 = p_1$ durumunda $\gamma (= \ell_1 / \ell_3)$ parametresinin değişiminin $ p_{1cr.0} /E^{(2)1}$ ile $\chi (= \pi h_1^{(1)} / \ell_1)$ değerlerine etkisi	78

Şekil 3.6	$E^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ ve $p_3 = 0,5 * p_1$ durumunda $\gamma (= \ell_1/\ell_3)$ parametresinin değişiminin $ p_{1cr.0} /E^{(2)1}$ ile $\chi (= \pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerlerine etkisi	78
Şekil 3.7	$p_3 = p_1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,09$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	80
Şekil 3.8	$p_3 = p_1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,09$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	80
Şekil 3.9	$p_3 = 0,5 * p_1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,09$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	81
Şekil 3.10	$p_3 = 0,5 * p_1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,09$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	81
Şekil 3.11	$p_3 = p_1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,09$, $\gamma = 0,8$, $\gamma = 1$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	83
Şekil 3.12	$p_3 = p_1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,09$, $\gamma = 0,8$, $\gamma = 1$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	83
Şekil 3.13	İki katlı levha ile örtülü yarı uzayın geometrisi ve yükleme durumu.....	84
Şekil 3.14	$p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ durumunda farklı $h_1^{(1)}/h_1^{(2)}$ oranlarına göre $ p_{1cr.0} /E^{(2)2}$ ile $\chi (= \pi h/\ell_1)$ ilişkisi	85
Şekil 3.15	$p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 2,40$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E^{(2)2}$ ilişkisi.....	86
Şekil 3.16	$p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 2,40$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E^{(2)2}$ ilişkisi.....	87
Şekil 3.17	Üç katlı levha ile örtülü yarı uzayın geometrisi ve yükleme durumu.....	88
Şekil 3.18	$p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda $ p_{1cr.0} /E^{(2)2}$ ile $\chi (= \pi h/\ell_1)$ ilişkisi	88
Şekil 3.19	$p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,55$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)2}$ ilişkisi	90
Şekil 3.20	$p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,55$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)2}$ ilişkisi	91
Şekil 3.21	İki eksenli basınç altında iki katlı levha ile örtülü mutlak rijit temelin geometrisi ve yükleme durumu	92
Şekil 3.22	$p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ iken $\kappa = 1;2;3;4;5;7;9;12;17$ durumlarına göre $ p_{1cr.0} /E^{(2)1}$ ile $\chi (= 2\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ilişkisi	92

Şekil 3.23	$\kappa = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$ ve $\gamma(=\ell_1/\ell_3) = 1$ iken $p_3/p_1 = \eta (= 0,01; 0,1; 0,5; 0,8; 1)$ durumlarında $ p_{1cr.0} /E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ilişkisi	93
Şekil 3.24	$\kappa = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$ ve $p_3 = p_1$ durumunda $\gamma(=\ell_1/\ell_3)$ parametresinin değişiminin $ p_{1cr.0} /E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerlerine etkisi	94
Şekil 3.25	$\kappa = 1$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,150$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	96
Şekil 3.26	$\kappa = 1$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,150$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	96
Şekil 3.27	$\kappa = 2$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,125$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	97
Şekil 3.28	$\kappa = 2$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,125$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	97
Şekil 3.29	$\kappa = 3$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,100$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	98
Şekil 3.30	$\kappa = 3$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,100$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	98
Şekil 3.31	$\kappa = 1$, $p_3/p_1 = 0,1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,150$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi	100
Şekil 3.32	$\kappa = 1$, $p_3/p_1 = 0,1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,150$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	100
Şekil 3.33	$\kappa = 1$, $p_3/p_1 = 0,8$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,150$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi	101
Şekil 3.34	$\kappa = 1$, $p_3/p_1 = 0,8$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,150$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi.....	101
Şekil 3.35	$\kappa = 1$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 0,8$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,150$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi	103
Şekil 3.36	$\kappa = 1$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 0,8$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,150$	

durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $ p_1 /E_0^{(2)1}$ ilişkisi	103
--	-----

TABLO LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 2.1	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri 27
Tablo 2.2	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri 28
Tablo 2.3	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,2$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri 28
Tablo 2.4	$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,5$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri 28
Tablo 2.5	$t_*' = 0$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri..... 33
Tablo 2.6	$t_*' = \infty$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri..... 33
Tablo 2.7	$h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri..... 36
Tablo 2.8	$h_1^{(1)} = 0,5 * h$, $h_1^{(2)} = 0,5 * h$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri..... 37
Tablo 2.9	$h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri (<i>Durum 1</i>)..... 42
Tablo 2.10	$h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri (<i>Durum 2</i>)..... 42
Tablo 2.11	$\kappa = 1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 46
Tablo 2.12	$\kappa = 2$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 46
Tablo 2.13	$\kappa = 3$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 46
Tablo 2.14	$h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1/9$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri 52
Tablo 3.1	$p_3 = p_1$, $\gamma = 1$ ve $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 79
Tablo 3.2	$p_3 = 0,5 * p_1$, $\gamma = 1$ ve $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 79
Tablo 3.3	$p_3 = p_1$, $\gamma = 0,8$ ve $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 82
Tablo 3.4	$p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri..... 85

Tablo 3.5	$p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri (<i>Durum 1</i>) 89
Tablo 3.6	$p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri (<i>Durum 2</i>) 90
Tablo 3.7	$\kappa = 1$, $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 95
Tablo 3.8	$\kappa = 2$, $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 95
Tablo 3.9	$\kappa = 3$, $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 95
Tablo 3.10	$\kappa = 1$, $p_3/p_1 = 0,1$ ve $\gamma = 1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 99
Tablo 3.11	$\kappa = 1$, $p_3/p_1 = 0,8$ ve $\gamma = 1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri 99
Tablo 3.12	$\kappa = 1$, $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 0,8$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri..... 102

ÖNSÖZ

Bu çalışmayı yöneten ve çalışmanın hazırlanmasında benden yardımlarını esirgemeyen değerli hocam ve danışmanım Sayın Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV'a çok teşekkür ederim.

Ayrıca benden hiçbir zaman maddi ve manevi desteklerini eksik etmeyen aileme teşekkürü bir borç bilirim.

Ramazan TEKERCİOĞLU

Ekim 2006

ÖZET

Basınç yüklemesi altındaki çok katlı kompozit malzemelerin kırışmasına ve daha sonrasında da kırılmasına neden olan mekanizmalardan bir tanesinin malzeme yapısındaki stabilite kaybı olduğu kabul edilmektedir. Bu durumda, malzeme yüzeyi ve iç yapısındaki kararsızlıklar birbirinden ayrılmaktadır. İlk durumda olay, malzemenin yüzeye yakın bölgesinde gerçekleşir ve yüzeyden uzaklaştıkça da azalır. O yüzden, çok katlı kompozitlerin yüzeysel stabilite kaybının bulunması basınç altındaki bu malzemelerin dayanıklılığının tahmin edilebilmesi için büyük önem taşımaktadır.

Bu çalışmada, düzlem şekil değiştirme ve iki eksenli basınç durumunda, sonlu sayıda elastik ve viskoelastik levha ile örtülü yarı uzaya ait yüzeysel stabilite kaybı problemleri parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde üç boyutlu doğrusallaştırılmış stabilite teorisi (ÜBDST) denklemleri uygulanarak çözülmüştür. Üç boyutlu doğrusallaştırılmış stabilite teorisi (ÜBDST) denklemleri sınır formu pertürbasyon tekniği kullanılarak viskoelastisite teorisinin üç boyutlu geometrik lineer olmayan denklemleri kullanılarak elde edilmiştir. Laplace dönüşümü uygulanarak bu problemlerin çözümü için yöntem geliştirilmiştir. Levhaların sonsuz küçük periyodik bir başlangıç sapmasına sahip olduğu varsayılmış ve bu başlangıç sapmaların büyümeye başlaması ve nihayet sonsuz olması stabilite kaybı kriteri olarak kabul edilmiştir.

Geliştirilen yöntem, düzlem şekil değiştirme ve iki eksenli basınç durumunda yüzeysel stabilite kaybıyla ilgili somut problemlere uygulanmıştır. Yarı uzay ve levha malzemelerinin reolojik parametrelerinin kritik zaman ve kritik basınç kuvveti değerlerine etkisi belirlenmiştir. Viskoelastik malzemeler Rabotnov operatörüyle tanımlanmıştır.

Çok sayıda yeni sayısal sonuçları elde etmek için gerekli algoritma ve programlar MATLAB’da tarafımızdan yapılmıştır.

Yapılan araştırmalar, üç boyutlu ve düzlem şekil değiştirme durumlarında, sonlu sayıda elastik ve viskoelastik levha ile örtülü yarı uzaydan oluşan sistemler için ilk teşebbüsleri oluşturmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Yüzeysel stabilite kaybı, kompozit, viskoelastik malzeme, kritik zaman, reolojik parametre, levhalar katmanı.

ABSTRACT

It is usually assumed that one of the mechanisms causing the process of delamination and subsequent fracture of laminated composite materials under compressive load is the stability loss in the material's structure. In this case the surface and the internal instability are usually distinguished. In the first case the phenomenon is realized in the near-surface region of the material and attenuates with increasing distance from the surface. Therefore, the finding of the near-surface stability loss characteristic of the laminated composites has a high significant importance for the estimation of the strength of these materials in compression.

In the present study, within the framework of the piecewise homogeneous bodies model by employing the Three-dimensional Linearized Theory of Stability of Deformable Bodies (TLTSDB), the statement of the near-surface stability loss problems of the half-space covered with the finite number of elastic and viscoelastic layers in bi-axial compression and in plane-strain state are solved. The equations of the TLTSDB are obtained from the Three-dimensional Geometrically nonlinear Exact Equations of the Theory of Viscoelasticity by the use of the boundary-form perturbation technique. By employing Laplace transform, the method for the solution to these problems is developed. It is supposed that the layers in the stack have an insignificant periodic initial imperfection and as a stability loss criterion the case is considered where this imperfection starts to increase and grows indefinitely.

The developed method is employed for the investigation of concrete problems on the subject of surface stability loss in bi-axial compression under both three-dimensional and plane-strain state. As a result of these investigations the influence of the rheological parameters of the layers and half-space materials on the values of the critical time and critical compressive force are presented. The viscoelasticity of the materials is described by the fractional-exponential operator of Rabotnov.

The algorithm and programmes which are used for obtaining numerous new numerical results are composed by the author in MATLAB.

The presented investigations are the first attempts for the systems that consist of half-space covered with the finite number of elastic and viscoelastic layers in bi-axial compression under three-dimensional strain state and in axial compression under plane-strain state.

Keywords: Surface stability loss, composite, viscoelastic material, critical time, rheological parameter, stack of layers.

1. GİRİŞ

1.1 Tez Konusuna Ait Genel Bilgiler

Tez konusunun ait olduğu yüzeysel stabilite kaybına (yüzeyde kırışıklıkların oluşumuna) doğada sık sık rastlanmaktadır. Bu kırışıklık boyutları nanometrelerle ölçülen (örneğin, ince örten filmlerin kırışıklıkları) değerlerden başlayarak yüz kilometrelere kadar (örneğin, yer yüzeyinin örten katının kırışıklıkları) değişebilmektedir. Bundan başka modern endüstrinin birçok dalında kullanılan çok katlı kompozit malzemelerin basınç altında yüzeylerinde müşahade edilen kırışıklık oluşumlarının incelenmesi de tez konusunun ait olduğu alana dahildir. Söz konusu olan bu olayların teorik açıdan incelenmesi kuşkusuz çok önemlidir. Bundan başka tek yönlü lifli ve çok katlı kompozit malzemelerin yapısındaki iç ve yüzeysel stabilite kayıplarının oluşumu, bu malzemelerin kırılmasının başlangıcı olarak kabul edilmektedir. Bu kırılma mekanizmasını doğrulayan deneysel çalışmalar Rosen (1965), Rosen ve Dow (1972), Greszczuk (1975) ve Guz (1990) kitabında ve diğer birçok kaynakta açıklanmaktadır. Bu nedenden dolayı da çok katlı ortamların yüzeysel ve iç stabilite kaybının teorik açıdan incelenmesi çok önemlidir.

Şimdiye kadar, söz konusu olan teorik incelemeler iki farklı yaklaşım çerçevesinde yapılmıştır. Birinci yaklaşımda, problemin matematiksel açıdan çözümünü kolaylaştıran bazı hipotezler kullanılmış ve bunun neticesinde, iki boyutlu problemler tek boyutlu, üç boyutlu problemler ise uygun iki boyutlu problemlere indirgenerek sonuçlar elde edilmiştir. Kullanılan bu hipotezler problemlerin teorik açıdan çözümünü kolaylaştırır da elde edilen sonuçların güvenilirliğini ve hassasiyetini azaltmıştır. Birinci yaklaşıma ait incelemeler ilk kez Dow ve Gruntfest (1960), Rosen (1965) makalelerinde yapılmıştır ve bu araştırmaların geniş özeti Budiansky ve Fleck (1994) makalesinde verilmektedir.

Yukarıda bahsedilen araştırmalar tek yönlü kompozitlerin iç stabilite kaybına aittirler. Yüzeysel stabilite kaybına ait olan araştırmaların özetlenmesi bir sonraki kısımda ele alınacaktır.

Tek yönlü lifli ve çok katlı ortamların iç ve yüzeysel stabilite kaybının incelenmesinde uygulanan ikinci yaklaşımı tanımlayalım. Bu yaklaşım (yani ikinci yaklaşım), Üç Boyutlu Doğrusallaştırılmış Stabilite Teorisi'ne (ÜBDST) dayanmaktadır ve tek yönlü lifli kompozitlerin iç stabilitesine uygulanması örneğinde ilk kez Guz (1969) makalesinde verilmiştir. ÜBDST çerçevesinde yapılan araştırmaların geniş bir biçimde yorumlanması Guz (1990) kitabında, bu araştırmaların özeti ise Babich vd. (2001), Guz ve Lapusta (1999)

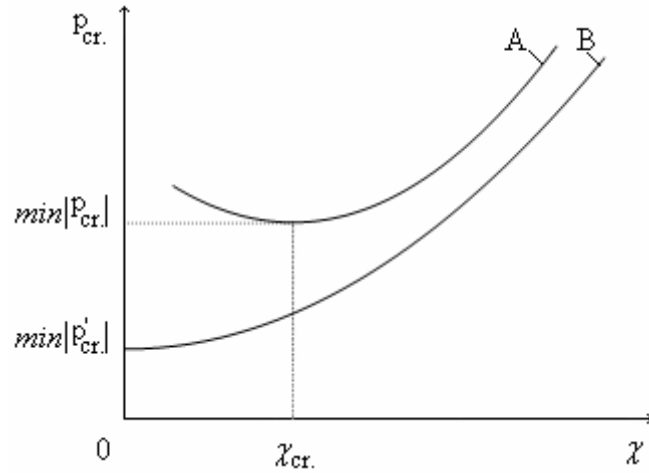
makalelerinde verilmektedir. ÜBDST çerçevesinde yapılan araştırmalarda ÜBDST'nin denklem ve ifadeleri uygun non-lineer denklem ve ifadelerin küçük pertürbasyonlara göre Green vd. (1952) makalesinde ve Guz (1999) kitabında gösterildiği gibi doğrusallaştırılması sonucunda elde edilmektedir. ÜBDST denklemlerinin elde edilmesi ve uygulanması detaylı bir biçimde Guz (2004) makalesinde açıklanmaktadır.

Çok katlı ortamların iç ve yüzeysel stabilite kaybının ÜBDST çerçevesinde incelenmesinde bu ortamlar: i) Sürekli anizotrop, ii) Parçalı homojen olarak iki tür modellenmektedir. Birinci tür modelleme çerçevesinde yapılan araştırmalarda; burkulma modlarının uzunluğunun malzeme yapısı parametrelerinden (levha kalınlıklarından veya liflerin çapından) çok çok büyük olduğu farzedilir. İkinci model çerçevesinde yapılan araştırmalarda ise burkulma modunun uzunluğunun bu parametre değerleriyle aynı mertebede olduğu varsayılır. Birinci tür modelleme çerçevesinde iç ve yüzeysel stabilite kaybının ÜBDST uygulanarak incelenmesi sıkışmaz ortamların düzlem problemleri için ilk kez Biot (1965) tarafından yapılmıştır. Uygun üç boyutlu problemler ise ilk kez Guz (1967, 1970) tarafından yapılmıştır. Bu sonuçlar Guz (1999) kitabında da verilmektedir. Araştırmalarda, iç stabilite kaybı sonsuz ortamlar için, yüzeysel stabilite kaybı ise yarı sonsuz ortamlar için ele alınmıştır. Yüzeysel stabilite kaybı durumunda, yarı sonsuz ortamın yüzey ve yüzeye yakın kısmında oluşan ve yüzeyden uzaklaştıkça da sönen pertürbasyonların oluşumu göz önüne alınmıştır.

Sürekli anizotrop cisim modeli çerçevesinde iç stabilite kaybının incelenmesi, ÜBDST denklemlerinin tip kaybının incelenmesine getirilmiştir. Bu durumda, ortama sonsuzda etki eden düzgün yayılı normal basınç kuvvetlerinin yoğunluğunu ifade eden büyüklükler ÜBDST denklemlerinin katsayılarına dahil olur. Eğer bu büyüklükler ÜBDST denklemlerinin eliptikliğini bozmuyorsa bu durumda iç stabilite kaybı oluşmamıştır denir. Fakat bu büyüklükler ÜBDST denklemlerinin eliptikliğini bozacak değerlere ulaşmışsa ki bu durumda ortamın iç stabilite kaybı oluşur ve uygun değerlere kritik basınç değerleri denir. Yüzeysel stabilite kaybının incelenmesinde ise stabilite kaybına karşı gelen ve sonsuzda etki eden düzgün yayılı normal basınç kuvvetlerinin kritik değerleri, yüzeyde verilen homojen sınır koşullarından elde edilen karakteristik denklemden bulunur.

Ortamın ikinci tür (parçalı homojen cisim) modellenmesi durumunda ise, iç ve yüzeysel stabilite kaybına karşı gelen düzgün yayılı normal basınç kuvvetleri yoğunluğunun (bu yoğunluğu p ile işaret edelim) kritik değerlerinin elde edilmesi aşağıdaki gibi yapılır: Farzedilir ki, malzeme yapısında iç veya yüzeysel stabilite kaybı, malzeme bileşenlerinin sertlik ve geometrik parametrelerinin belirli oranlarında oluşabilir ve bu malzemeden

üretilmiş yapı elemanının boyutundan ve formundan bağımsız olur. Söylenenlere göre iç ve yüzeysel stabilite kaybı oluşumunun koşulu $\min|p_{cr}| < |p_{cr}^{se}|$, $\ell_{cr} \ll L$ biçiminde yazılabilir. Burada, $\min|p_{cr}|$ iç veya yüzeysel stabilite kaybına karşı gelen, $|p_{cr}^{se}|$ ise ele alınan malzemeden oluşmuş yapı elemanının stabilite kaybına karşı gelen kritik değerlerdir; ℓ_{cr} iç stabilite kaybı modunun kritik yarı dalga uzunluğu, L ise yapı elemanının karakteristik (minimum) boyutunu gösteren parametredir. Dolayısıyla iç veya yüzeysel stabilite kaybı $p_{cr} = p_{cr}(\chi)$ bağıntısının ayrıcalıklı durumlarında oluşabilir. Burada χ , çok katlı ortamlar için $\chi = \pi h / \ell$, lifli ortamlar için ise $\chi = \pi R / \ell$ biçiminde belirlenmektedir; h katların kalınlığını, R liflerin yarıçapını, ℓ ise stabilite kaybı modunun yarı dalga uzunluğunu göstermektedir. Şekil 1.1'de $p_{cr} = p_{cr}(\chi)$ bağıntısının iki türü gösterilmiştir. Bunlardan birisi A, diğeri ise B ile işaretlenmiştir. A türü bağıntılarda, p_{cr} değerlerinin $\chi \neq 0$ durumunda çok açıkça görülen minimumu vardır. Bu minimum, yani $\min|p_{cr}|$ iç veya yüzeysel stabilite kaybına karşı gelen kritik basınç değeri olarak kabul edilir. $\min|p_{cr}|$ değerine karşı gelen $\chi_{cr} = \pi h / \ell_{cr}$ 'den ℓ_{cr} elde edilir. Şekil 1.1'de gösterilen B türü bağıntılarda ise p_{cr} değerleri χ büyüdükçe monoton olarak artmaktadır ve $\min|p_{cr}| = p_{cr}(0)$ 'dır. Buradan $\chi_{cr} = 0 \Rightarrow \ell_{cr} \rightarrow \infty$ elde edilir. Bu ise B türü bağıntılarda iç veya yüzeysel stabilite kaybının mümkün olmamasını göstermektedir.



Şekil 1.1 p_{cr} ve χ arasındaki bağımlılık türleri

Yukarıda söylenenler parçalı-homojen cisim modeli çerçevesinde ÜBDST uygulanarak iç veya yüzeysel stabilite kaybının araştırılmasında temel tanım ve kriter olarak ele alınmaktadır. Şimdiye kadar yapılan bu araştırmalarda p_{cr} değerleri Euler yaklaşımı (kriteri) uygulanarak

elde edilmiştir. Bilindiği üzere Euler kriteri mekanik özellikleri zamana bağlı malzemelerin veya bu malzemelerden yapılmış yapı elemanlarının stabilite kaybı problemlerine uygulanamamaktadır. Bu nedenden dolayı mekanik özellikleri zamana bağlı malzemelerin (örneğin, viskoelastik malzemelerin) stabilite kaybının ÜBDST çerçevesinde incelenmesinde çok yaklaşık kriter-kritik deformasyon kriteri (Gerard ve Gilbert, 1958)- uygulanmaktadır. Bu uygulamaların yapıldığı araştırmaların özeti ve listesi Guz vd. (2000), Tkachenko vd. (2005), Babich vd. (2001) makalelerinde verilmektedir.

Açıktır ki, mekanik özellikleri zamana bağlı olan tek yönlü lifli ve levhalı kompozit malzemelerin ve bu malzemelerden yapılmış yapı elemanlarının stabilite kaybının incelenmesinde başlangıç küçük sapmalar kriterinin uygulanması daha uygun olmaktadır. Bu kriter gere (Hoff, 1958) kritik zaman değeri, yukarıda adı geçen başlangıç küçük sapmaların zaman ilerledikçe büyüyerek sonsuza gitmesi koşulundan elde edilir. ÜBDST çerçevesinde bu kriterin uygulanması ÜBDST'nin farklı bir açıdan geliştirilmesini zorunlu kılmıştır. Bu geliştirmenin açıklanması ve uygulanması ile yapılan araştırmaların kısa özeti aşağıdaki kısımda ele alınacaktır.

1.2 Tez Konusuna Ait Araştırmaların Kısa Özeti

Mekanik özellikleri zamana bağlı levhalı kompozitlerin iç stabilite kaybının ÜBDST uygulanarak başlangıç küçük sapmalar kriteri çerçevesinde incelenmesi yaklaşımı ilk kez Akbarov vd. (1997) makalesinde verilmiştir. Bu yaklaşım Akbarov vd. (1999), Akbarov ve Kosker (2001, 2004) makalelerinde geliştirilmiş ve tek yönlü lifli kompozitlere de uygulanmıştır. Mekanik özellikleri zamana bağlı kompozit malzemelerden hazırlanmış yapı elemanlarının ÜBDST uygulanarak başlangıç küçük sapmalar kriteri çerçevesinde incelenmesine olanak sağlayan yaklaşım ise Akbarov (1998) makalesinde verilmiş ve Akbarov ve Yahnioglu (2001), Akbarov vd. (2001), Kutug vd. (2003), Yahnioglu ve Akbarov (2002) makalelerinde ise bu yaklaşım uygulanarak somut problemler çözülmüştür. Söz konusu olan yaklaşım Akbarov ve Rzayev (2002), Rzayev ve Akbarov (2002) makalelerinde viskoelastik kompozitlerin çatlak etrafında delaminasyon problemlerinin incelenmesi için geliştirilmiştir. Bu makalelerde elde edilen sonuçların bir kısmı Akbarov ve Guz (2000) kitabına da dahil edilmiş ve Akbarov ve Guz (2004) makalesinde özetlenmiştir. Akbarov ve öğrencilerine ait olan bu araştırmalarda ÜBDST denklemleri Green vd. (1952) makalesinde, Guz (1999) kitabında ve diğer kaynaklarda teklif edilen doğrusallaştırma yöntemiyle değil, uygun non-lineer denklemlerden sınır formu pertürbasyon yöntemi ile elde edilmiştir. ÜBDST denklemlerinin bu yolla elde edilmesi başlangıç küçük sapmalar kriterinin

uygulanmasına olanak sağlamıştır. Yukarıda söylenenlerden gözüktüğü gibi şimdiye kadar ÜBDST çerçevesinde mekanik özellikleri zamana bağlı kompozit ortamların yüzeysel stabilite kaybına ait hiçbir araştırma yapılmamıştır. Bu tür araştırmalar yalnız, bir önceki bölümde bahsedilen yaklaşık teoriler çerçevesinde Balint ve Hutchinson (2003), Bowden vd. (1998), Chen ve Hutchinson (2004), Choi vd. (1999), Hong vd. (2005), Huang ve Suo (2002a, 2002b, 2003), Huang vd. (2001), Huang ve Im (2005), Huang vd. (2004, 2005), Huck vd. (2000), Hutchinson vd. (2000), Hutchinson (2001), Hutchinson ve Evans (2002), Li ve Suo (2006), Li vd. (2004), Liang vd. (2002), Liu ve Huang (2005), Mishnaevsky ve Gross (2004), Moon vd. (2002, 2004), Sridhar vd. (2001), Wei ve Hutchinson (1997), Xiang vd. (2005), Yu ve Hutchinson (2003) ve diğer birçok makalelerde yapılmıştır. Adı geçen bu makalelerin hemen hemen hepsinde rijit temel üzerinde elastik üst tabaka ve viskoelastik ara tabakadan oluşmuş bir sistem ele alınmıştır. Üst elastik tabakadaki basınç gerilmelerinden dolayı ortaya çıkan kırışıklıklar, bu kırışıklıkların boyutları ve kırışıklık oluşumlarına neden olabilecek kritik değerler incelenmiştir.

Yukarıda söylenenlerle tez konusuna ait olan ve şimdiye kadar yapılan araştırmaların kısa özetini bitirmiş bulunuyoruz. Bu özetlemeden gözüktüğü gibi ele alınan tezde, viskoelastik kompozitlerin yüzeysel stabilite kaybına ait iki ve üç boyutlu problemlerin ÜBDST uygulanarak başlangıç küçük sapmalar kriteri çerçevesinde incelenmesi bu alandaki ilk teşebbüsleri oluşturmaktadır.

1.3 Konunun Gerekliği ve Güncelliği

Tezde yapılan çalışmaların konusu; çok katlı viskoelastik yarı uzayların yüzeysel stabilite kaybına ait iki ve üç boyutlu problemlerin parçalı homojen cisim modeli ve başlangıç küçük sapmalar kriteri çerçevesinde, ÜBDST denklemleri uygulanarak incelenmesidir. Konu hem teorik hem de uygulama açısından çok önemlidir. Teorik açıdan konunun önemi, kısmi türevli integro-diferansiyel denklemler takımına ait uygun sınır değer problemlerinin incelenmesindeki yöntemlerin geliştirilmesinde ve uygulanmasındadır. Tez konusunun pratik açıdan önemi ise elde edilen somut sonuçların viskoelastik kompozitlerden hazırlanmış yapı elemanlarının yüzeysel kırılma mekanizmalarının oluşturulmasına uygulanabilmesindedir.

Tez konusu, bir önceki kısımda adları sıralanan makalelerdeki yaklaşık teoriler çerçevesinde elde edilen sonuçların yaklaşıklık mertebesinin belirlenebilmesine imkân sağlaması açısından da önemlidir.

Günümüzde polimer bileşenleri içeren tek yönlü lifli ve levhalı kompozitler modern endüstrinin birçok dalında sıkça kullanılmaktadır. Tez konusu, bu tür malzemelerin yüzeysel stabilite kaybının daha genel varsayımlara dayanan ve bu alanda ilk teşebbüsleri oluşturan temel araştırmalara ait olduğundan dolayı günceldir ve gereklidir.

1.4 Yapılan Araştırmanın Amaçları

Bu çalışmada yapılan araştırmaların amaçları aşağıda özetlenmiştir:

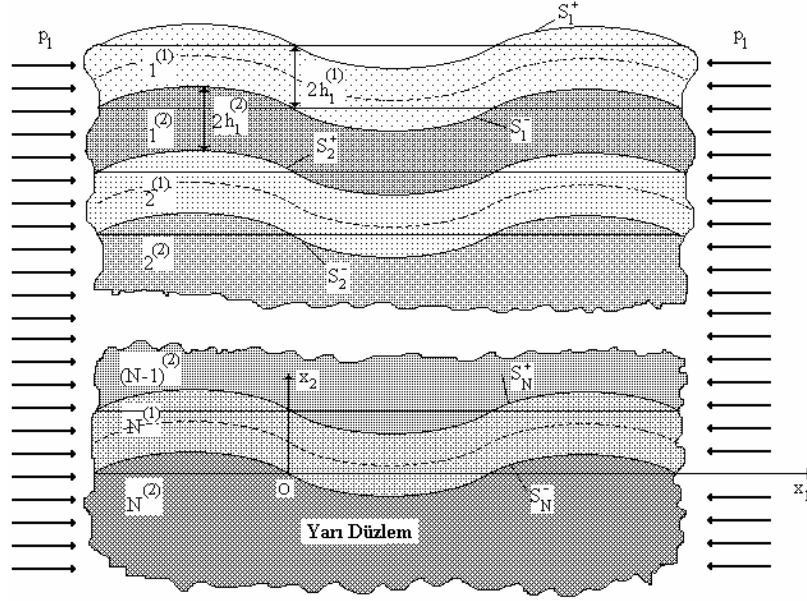
1. Elastik veya viskoelastik yarı uzay ve sonlu sayıda elastik ve viskoelastik levhalardan oluşan sistemin (yarı düzlem veya yarı uzayın) yüzeysel stabilitesine ait iki ve üç boyutlu sınır değer problemlerinin matematiksel formülasyonunun yapılması,
 2. Formülasyonu yapılmış iki ve üç boyutlu sınır değer problemlerinin çözümü için analitik çözüm yöntemlerinin geliştirilmesi ve bu problemlerin çözülmesi,
 3. Zamana göre Laplace dönüşümü uygulanarak aranan büyüklüklerin Laplace dönüşümlerinin analitik ifadelerinin belirlenmesi,
 4. Uygun sayısal incelemelerin yapılması için gereken algoritma ve programların oluşturulması,
 5. Başlangıç küçük sapmalar kriteri uygulanarak problem parametrelerinin kritik değerlerine ait sayısal sonuçların elde edilmesi ve yorumlanması
- olarak verilebilir.

2. SONLU SAYIDA ELASTİK VE VİSKOELASTİK LEVHA İLE ÖRTÜLÜ YARI DÜZLEMİN YÜZEYSEL STABİLİTE KAYBINA AİT İKİ BOYUTLU PROBLEMLER

Tezin bu bölümünde, düzlem şekil değiştirme durumunda sonlu sayıda elastik ve viskoelastik levha ile örtülü yarı düzlemin yüzeysel stabilite kaybına ait incelenen problemlerin matematiksel formülasyonu ve çözüm yöntemi ele alınır. İncelemeler parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde viskoelastisite teorisinin geometrik lineer olmayan denge denklemlerinden yararlanarak yapılır. Araştırılan problemlerde, düzlem şekil değiştirme durumunda ele alınan sistemlere $x_1 \rightarrow \pm\infty$ 'da yoğunluğu p_1 olan düzgün yayılı normal basınç kuvvetinin Ox_1 eksenine yönünde etki ettiği farzedilir ve levhaların başlangıçta (yüklenmeden önce) sonsuz küçük genlikli periyodik bir sapması olduğu varsayılır. Ayrıca ele alınan çok katlı malzemenin katlarının $x_2 = 0$ düzlemi boyunca üst üste yerleştirilen levhalardan oluştuğu kabul edilir. Farklı geometrik ve malzeme parametreleri için kritik basınç kuvveti ve kritik zaman değerleri belirlenir. Ele alınan problemlerin formülasyonlarının oluşturulması ve incelenmesi, ilk kez tarafımızdan yapılmaktadır.

2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu

Ele alınan problemler düzlem şekil değiştirme durumunda, aşağıdaki şekilde matematiksel olarak ifade edilebilir. Sonlu sayıda levha ile örtülü yarı düzlemi ele alalım (Şekil 2.1). Farzedelim ki, levhalar başlangıçta (yüklenmeden önce) sonsuz küçük genlikli periyodik bir sapmaya sahiptir. Levha katları ile ilgili büyüklükler sırasıyla Şekil 2.1'de gösterilen levha numaralandırmasına uygun olarak üst indis (1)m ve (2)m ile yarı düzlemle ilgili büyüklükler ise üst indis (2)N ile gösterilecektir. Burada m indisi levha sayısını, (1) ve (2) ise levhanın sırasıyla güçlendirici ve matrisine ait olduğunu ifade etmektedir. Doğal konumu Kartezyen koordinatlarla çakışan ve Ox_1x_2 'den (Şekil 2.1) Ox_2 boyunca paralel yer değiştirerek elde edilen $O_m^{(k)}x_{1m}^{(k)}x_{2m}^{(k)}$ ($k = 1, 2 ; m = 1, 2, \dots, N$) Lagrange koordinatlarını her bir levhanın orta yüzeyi ile birleştirelim. Levhaların $x_2 = 0$ düzlemi boyunca yerleşmiş olduğunu ve her bir levha kalınlığının sabit olduğunu kabul edelim. Ayrıca, levhalar ile yarı düzlem malzemelerinin homojen, anizotrop ve lineer viskoelastik olduğunu da varsayalım. Ele alınan sisteme $x_1 \rightarrow \pm\infty$ 'da yoğunluğu p_1 olan düzgün yayılı normal basınç kuvvetinin Ox_1 eksenine yönünde etki ettiğini kabul ederek bu basınç kuvvetinin etkisinde levhaların başlangıç sapmalarının büyümesini inceleyelim.



Şekil 2.1 Sonlu sayıda levha ile örtülü yarı düzlemin geometrisi ve yükleme durumu

Her bir levha ve yarı düzlem için sırasıyla aşağıdaki denge denklemlerini, mekanik ve geometrik bağıntıları yazabiliriz:

$$\frac{\partial}{\partial x_{jm}^{(k)}} \left[\sigma_{jn}^{(k)m} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(k)m}}{\partial x_{nm}^{(k)}} \right) \right] = 0 ,$$

$$\sigma_{ij}^{(k)m} = C_{ijrs0}^{(k)m} \varepsilon_{rs}^{(k)m}(t) + \int_0^t C_{ijrs}^{(k)m}(t-\tau) \varepsilon_{rs}^{(k)m}(\tau) d\tau ,$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k)m} = \frac{\partial u_i^{(k)m}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \frac{\partial u_j^{(k)m}}{\partial x_{im}^{(k)}} + \frac{\partial u_n^{(k)m}}{\partial x_{im}^{(k)}} \frac{\partial u_n^{(k)m}}{\partial x_{jm}^{(k)}} , i, j, n, r, s = 1, 2 ; k = 1, 2 ; m = 1, 2, \dots, N \quad (2.1)$$

(2.1)'de ve ileride tekrarlanan indislere göre Einstein toplam uyluşımı sağlanacak, altı çizili tekrarlanan indisler için ise bu uyluşım sağlanmayacaktır. (2.1)'de bilinen notasyonlar kullanılmıştır. δ_i^n Kronecker sembolünü, $C_{ijrs0}^{(k)m}$ Rijitlik (Stiffness) tansörü bileşenlerini, $u_i^{(k)m}$ yerdeğiştirme vektörü bileşenlerini, $\sigma_{ij}^{(k)m}$ 'ler ve $\varepsilon_{ij}^{(k)m}$ 'ler ise sırasıyla gerilme ve şekil değıştirme tansörlerinin bileşenlerini göstermektedir.

Farzediyoruz ki, ele alınan sistemde levhalar ve yarı düzlemin ara yüzeylerinde süreklilik koşulları sağlanmaktadır:

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)l} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)l}}{\partial x_{nl}^{(1)}} \right) \right]_{S_1^-} n_j^{1-} = \left[\sigma_{jn}^{(2)l} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)l}}{\partial x_{nl}^{(2)}} \right) \right]_{S_1^-} n_j^{1-} ,$$

$$\mathbf{u}_i^{(1)1} \Big|_{S_1^-} = \mathbf{u}_i^{(2)1} \Big|_{S_1^-} ,$$

$$\left[\sigma_{jn}^{(2)1} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_i^{(2)1}}{\partial \mathbf{x}_{n1}^{(2)}} \right) \right] \Big|_{S_2^+} \mathbf{n}_j^{2+} = \left[\sigma_{jn}^{(1)2} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_i^{(1)2}}{\partial \mathbf{x}_{n2}^{(1)}} \right) \right] \Big|_{S_2^+} \mathbf{n}_j^{2+} ,$$

$$\mathbf{u}_i^{(2)1} \Big|_{S_2^+} = \mathbf{u}_i^{(1)2} \Big|_{S_2^+} ,$$

.....

$$\left[\sigma_{jn}^{(2)N-1} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_i^{(2)N-1}}{\partial \mathbf{x}_{nN-1}^{(2)}} \right) \right] \Big|_{S_N^+} \mathbf{n}_j^{N+} = \left[\sigma_{jn}^{(1)N} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_i^{(1)N}}{\partial \mathbf{x}_{nN}^{(1)}} \right) \right] \Big|_{S_N^+} \mathbf{n}_j^{N+} ,$$

$$\mathbf{u}_i^{(2)N-1} \Big|_{S_N^+} = \mathbf{u}_i^{(1)N} \Big|_{S_N^+} ,$$

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)N} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_i^{(1)N}}{\partial \mathbf{x}_{nN}^{(1)}} \right) \right] \Big|_{S_N^-} \mathbf{n}_j^{N-} = \left[\sigma_{jn}^{(2)N} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_i^{(2)N}}{\partial \mathbf{x}_{nN}^{(2)}} \right) \right] \Big|_{S_N^-} \mathbf{n}_j^{N-} ,$$

$$\mathbf{u}_i^{(1)N} \Big|_{S_N^-} = \mathbf{u}_i^{(2)N} \Big|_{S_N^-} \quad (2.2)$$

(2.2)'de (2)N indisi yarı düzlemle ilgili büyüklükleri göstermektedir. Ayrıca, yarı düzlemle ilgili aşağıdaki koşullar sağlanmaktadır:

$$\mathbf{x}_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } \sigma_{11}^{(2)N} \rightarrow p_1 , \sigma_{ij}^{(2)N} \rightarrow 0 , \quad ij \neq 11 \quad (2.3)$$

Üstelik $1^{(1)}$ indisli levhanın üst yüzeyinde

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)1} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_i^{(1)1}}{\partial \mathbf{x}_n^{(1)}} \right) \right] \Big|_{S_1^+} \mathbf{n}_j^{1+} = 0 \quad (2.4)$$

koşulları sağlanır.

(2.2) ve (2.4)'de $\mathbf{n}_j^{m\pm}$ 'ler, $S_m^\pm$ yüzeylerine ait birim normal vektörleri bileşenleridir.

Levhaların başlangıç sapması (yüklenmeden önceki)

$$\mathbf{x}_{2m}^{(1)} = \mathbf{F}_m(\mathbf{x}_{1m}^{(1)}) = \varepsilon \mathbf{f}_m(\mathbf{x}_{1m}^{(1)}) \quad (2.5)$$

formu ile verilir. Burada, ε ($0 \leq \varepsilon \ll 1$) levhaların periyodik eğilme genliğini gösteren boyutsuz küçük bir parametredir.

İlk önce, (2.5) denklemi ve levha kalınlığının sabitliği koşulunu kullanarak $S_m^\pm$ ara yüzeyleri için denklemleri elde etmeye çalışalım (Şekil 2.1). Bu amaçla t_{1m} parametresini üretelim. Burada $t_{1m} \in (-\infty, +\infty)$ 'dir ve (2.5) denklemini aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

$$x_{1m}^{(1)} = t_{1m}, \quad x_{2m}^{(1)} = F_m(x_{1m}^{(1)}) = \varepsilon f_m(x_{1m}^{(1)}) \quad (2.6)$$

Farzediyoruz ki, $F_m(t_{1m})$ fonksiyonları ve onun birinci mertebe türevleri süreklidir ve (2.6)'dan

$$\frac{dx_{2m}^{(1)}}{dx_{1m}^{(1)}} = \frac{dF_m(t_{1m})}{dt_{1m}} \quad (2.7)$$

yazılabilir. (2.6) ve (2.7)'de yapılanları tekrar edersek ara yüzeyler için

$$x_{1m}^{(1)\pm} = t_{1m} \mp \frac{h_m^{(1)}}{L(t_{1m})} \frac{dF_m(t_{1m})}{dt_{1m}}, \quad x_{2m}^{(1)\pm} = F_m(t_{1m}) \pm \frac{h_m^{(1)}}{L(t_{1m})} \quad (2.8)$$

$$L(t_{1m}) = \left[1 + \left(\frac{dF_m(t_{1m})}{dt_{1m}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.9)$$

denklemlerini elde ederiz. Burada $t_{1m} \in (-\infty, +\infty)$ ve $h_m^{(1)}$ ise $m^{(1)}$ indisli levhanın yarı kalınlığını ifade eder. (2.8) ve (2.9) denklemleri kullanılarak benzer gösterimler $S_m^\pm$ yüzeylerine karşılık gelen $n_j^{m\pm}$ birim normal bileşenleri için de elde edilebilir. Bu gösterimler aşağıdaki gibidir:

$$n_1^{m\pm} = -\frac{1}{V(t_{1m})} \frac{dx_{2m}^{(1)\pm}}{dt_{1m}}, \quad n_2^{m\pm} = \frac{1}{V(t_{1m})} \frac{dx_{1m}^{(1)\pm}}{dt_{1m}} \quad (2.10)$$

$$V(t_{1m}) = \left[\left(\frac{dx_{1m}^{(1)\pm}(t_{1m})}{dt_{1m}} \right)^2 + \left(\frac{dx_{2m}^{(1)\pm}(t_{1m})}{dt_{1m}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2.11)$$

İlerideki araştırmalarımızda

$$\left| \varepsilon \frac{df_m(t_{1m})}{dt_{1m}} \right| < 1 \quad (2.12)$$

koşulunun sağlandığını varsayacağız. (2.9), (2.11) ve (2.12) denklemleri hesaba katılarak (2.8) ve (2.10) ifadelerinin ε küçük parametresine göre kuvvet serisi formları aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$\begin{aligned}
x_{1m}^{(1)\pm} &= t_{1m} \mp \varepsilon h_m^{(1)} \frac{df_m(t_{1m})}{dt_{1m}} \pm \varepsilon^3 \frac{1}{2} \left(\frac{df_m(t_{1m})}{dt_{1m}} \right)^3 + \dots = t_{1m} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \varepsilon^{2k-1} a_{1k}(f'_m(t_{1m}), \pm h_m^{(1)}), \\
x_{2m}^{(1)\pm} &= \pm h_m^{(1)} + \varepsilon f_m(t_{1m}) \mp \varepsilon^2 \frac{1}{2} h_m^{(1)} \left(\frac{df_m(t_{1m})}{dt_{1m}} \right)^2 + \dots = \pm h_m^{(1)} + \varepsilon f_m(t_{1m}) + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \varepsilon^{2k} a_{2k}(f'_m(t_{1m}), \pm h_m^{(1)}), \\
n_1^{m\pm} &= -\varepsilon \frac{df_m(t_{1m})}{dt_{1m}} + \varepsilon^3 \frac{1}{2} \left(\frac{df_m(t_{1m})}{dt_{1m}} \right)^3 + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \varepsilon^{2k-1} b_{1k}(f'_m(t_{1m})), \\
n_2^{m\pm} &= 1 - \varepsilon^2 \frac{1}{2} \left(\frac{df_m(t_{1m})}{dt_{1m}} \right)^2 + \dots = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^{2k} b_{2k}(f'_m(t_{1m})).
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Burada

$$f'_m(t_{1m}) = \frac{df_m(t_{1m})}{dt_{1m}} \tag{2.14}$$

dir.

Böylece, levhaların periyodik başlangıç sapmasının dış basınç kuvveti altında büyümesinin araştırılması (2.1) denklemlerinin (2.2) temas koşulları ve (2.3)-(2.4) sınır koşulları çerçevesinde incelenmesine getirilmektedir. Bununla da, bu bölümde ele alacağımız problemlerin formülasyonu genel olarak yapılmış olmaktadır.

2.2 Çözüm Yöntemi ve Stabilité Kriteri

Formülasyonu yukarıda yapılan problem, nonlinear kısmi türevli integro-diferansiyel denklemler takımı için verilmiş bir sınır-değer problemidir. Bu problemin incelenmesi için Akbarov vd. (1997) makalesi ile Akbarov ve Guz (2000) kitabında verilmiş ve özeti Akbarov ve Guz (2004)'de verilen araştırmalarda uygulanmış sınır-formu pertürbasyon yöntemini uygulayalım. Bu yönteme göre aranan büyüklükler levhaların başlangıç sapmalarının formunu ifade eden (2.5) denklemine dahil olan ve sapmanın derecesini gösteren küçük ε parametresinin serisi halinde ele alınır.

$$\left\{ \sigma_{ij}^{(k)m}; \varepsilon_{ij}^{(k)m}; u_i^{(k)m} \right\} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \left\{ \sigma_{ij}^{(k)m,q}; \varepsilon_{ij}^{(k)m,q}; u_i^{(k)m,q} \right\} \tag{2.15}$$

(2.15) ifadeleri (2.1) denklemlerinde yerine yazılırsa (2.15)'deki her bir yaklaşım için bilinen işlemler sonucunda uygun denklemler takımı elde edilir. (2.1)'deki mekanik bağıntılar lineer

olduğundan (2.15)'deki her bir yaklaşım için ayrı ayrı sağlanan mekanik bağıntılar elde edilir. (2.1)'deki denge denklemleri ve geometrik bağıntılardan birinci ve daha sonraki yaklaşımlar için elde edilen denklemler ise önceki yaklaşımlara ait büyüklükleri de içerir. Ayrıca, (2.2)'den (2.15)'deki her yaklaşım için temas koşulları da elde edilir. Bu koşulları elde ederken (2.15)'deki her yaklaşım, (2.13) ifadesinden yararlanarak $(t_{1m}, \pm h_m^{(k)})$ civarında seri biçiminde gösterilir ve ε 'nin uygun mertebeleri için yeniden gruplaştırma yapılarak her yaklaşım için uygun temas koşulları belirlenir. Bu işlemler çok detaylı bir biçimde Akbarov ve Guz (2000) kitabında verilmektedir ve dolayısıyla onlara burada yer verilmemiştir. Problem formülasyonundan gözüktüğü gibi (2.1)'de verilen ifade ve denklemlerde $x_{11}^{(1)} = x_{11}^{(2)} = \dots = x_{1N}^{(1)} = x_{1N}^{(2)} = x_1$, $t_{11} = t_{12} = \dots = t_{1N} = t_1$ olduğunu varsayabiliriz.

Şimdi sıfırıncı ve birinci yaklaşımlar için elde edilen uygun denklem takımlarının ve temas koşullarının ifadelerini yazalım.

Sıfırıncı Yaklaşım:

Bu durumda, (2.1) denge denklemleri, mekanik ve geometrik bağıntılar olmak üzere, (2.2)-(2.4) denklemlerinden bu yaklaşıma ait aşağıdaki sınır ve temas koşulları elde edilir:

$$\left[\sigma_{2n}^{(1)1,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)1,0}}{\partial x_n^{(1)}} \right) \right]_{(t_1, +h_1^{(1)})} = 0 ,$$

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } \sigma_{11}^{(2)N,0} \rightarrow p_1 , \quad \sigma_{ij}^{(2)N,0} \rightarrow 0 , \quad ij \neq 11$$

$$\left[\sigma_{2n}^{(1)1,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)1,0}}{\partial x_{n1}^{(1)}} \right) \right]_{(t_1, -h_1^{(1)})} = \left[\sigma_{2n}^{(2)1,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)1,0}}{\partial x_{n1}^{(2)}} \right) \right]_{(t_1, +h_1^{(2)})} ,$$

$$u_i^{(1)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)})} = u_i^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)})} ,$$

$$\left[\sigma_{2n}^{(2)1,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)1,0}}{\partial x_{n1}^{(2)}} \right) \right]_{(t_1, -h_1^{(2)})} = \left[\sigma_{2n}^{(1)2,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)2,0}}{\partial x_{n1}^{(1)}} \right) \right]_{(t_1, +h_2^{(1)})} ,$$

$$u_i^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)})} = u_i^{(1)2,0} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)})} ,$$

.....

$$\left[\sigma_{2n}^{(2)N-1,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)N-1,0}}{\partial x_{nN-1}^{(2)}} \right) \right]_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)})} = \left[\sigma_{2n}^{(1)N,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)N,0}}{\partial x_{nN}^{(1)}} \right) \right]_{(t_1, h_N^{(1)})} ,$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_i^{(2)N-1,0} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)})} &= \mathbf{u}_i^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, h_N^{(1)})}, \\
\left[\sigma_{2n}^{(1)N,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_i^{(1)N,0}}{\partial \mathbf{x}_{nN}^{(1)}} \right) \right] \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})} &= \left[\sigma_{2n}^{(2)N,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_i^{(2)N,0}}{\partial \mathbf{x}_{nN}^{(2)}} \right) \right] \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})}, \\
\mathbf{u}_i^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})} &= \mathbf{u}_i^{(2)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Birinci yaklaşım:

Denge denklemleri

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_{jm}^{(k)}} T_{ji}^{(k)m,1} = 0 \tag{2.17}$$

ve geometrik bağıntılar

$$\varepsilon_{ij}^{(k)m,1} = \frac{1}{2} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_n^{(k)m,0}}{\partial \mathbf{x}_{im}^{(k)}} \right) \frac{\partial \mathbf{u}_n^{(k)m,1}}{\partial \mathbf{x}_{jm}^{(k)}} + \frac{1}{2} \left(\delta_j^n + \frac{\partial \mathbf{u}_n^{(k)m,0}}{\partial \mathbf{x}_{jm}^{(k)}} \right) \frac{\partial \mathbf{u}_n^{(k)m,1}}{\partial \mathbf{x}_{im}^{(k)}} \tag{2.18}$$

ile verilir.

Sonraki yaklaşımlar:

Denge denklemleri

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_{jm}^{(k)}} T_{ji}^{(k)m,q} = \Psi_{iq} (T_{ji}^{(k)m,1}, \dots, T_{ji}^{(k)m,q-1}) \quad q = 2, 3, \dots \tag{2.19}$$

ve geometrik bağıntılar

$$\varepsilon_{ij}^{(k)m,q} = \frac{1}{2} \left(\delta_i^n + \frac{\partial \mathbf{u}_n^{(k)m,0}}{\partial \mathbf{x}_{im}^{(k)}} \right) \frac{\partial \mathbf{u}_n^{(k)m,q}}{\partial \mathbf{x}_{jm}^{(k)}} + \frac{1}{2} \left(\delta_j^n + \frac{\partial \mathbf{u}_n^{(k)m,0}}{\partial \mathbf{x}_{jm}^{(k)}} \right) \frac{\partial \mathbf{u}_n^{(k)m,q}}{\partial \mathbf{x}_{im}^{(k)}} + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{q-1} \frac{\partial \mathbf{u}_n^{(k)m,q-r}}{\partial \mathbf{x}_{im}^{(k)}} \frac{\partial \mathbf{u}_n^{(k)m,r}}{\partial \mathbf{x}_{jm}^{(k)}} \tag{2.20}$$

ile verilir. (2.17) ve (2.19) denklemlerinde aşağıdaki notasyon kullanılmıştır:

$$T_{ij}^{(k)m,q} = \left(\delta_j^n + \frac{\partial \mathbf{u}_j^{(k)m,0}}{\partial \mathbf{x}_{nm}^{(k)}} \right) \sigma_{in}^{(k)m,q} + \sigma_{in}^{(k)m,0} \frac{\partial \mathbf{u}_j^{(k)m,q}}{\partial \mathbf{x}_{nm}^{(k)}} \quad q = 1, 2, \dots \tag{2.21}$$

Ele alınan durumda sıfıncı, birinci ve sonraki yaklaşımlar için mekanik bağıntılar aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sigma_{ij}^{(k)m,q} = C_{ijrs}^{(k)m} \varepsilon_{rs}^{(k)m,q}(t) + \int_0^t C_{ijrs}^{(k)m}(t-\tau) \varepsilon_{rs}^{(k)m,q}(\tau) d\tau \quad (2.22)$$

Üstelik birinci ve sonraki yaklaşımlar için temas ve sınır koşulları (2.2)-(2.4) denklemlerinden aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$T_{2j}^{(1)1,q} \Big|_{(t_1, +h_1^{(1)})} = \Phi_{2j}(T_{ij}^{(1)1,q-1}, \dots, T_{ij}^{(1)1,0}, f_1),$$

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } T_{ij}^{(2)N,q} \rightarrow 0,$$

$$T_{2i}^{(1)1,q} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)})} - T_{2i}^{(2)1,q} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)})} = \psi_{2i}^{12}(T_{ij}^{(1)1,q-1}, T_{ij}^{(2)1,q-1}, \dots, T_{ij}^{(1)1,0}, T_{ij}^{(2)1,0}, f_1),$$

$$u_i^{(1)1,q} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)})} - u_i^{(2)1,q} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)})} = \phi_i^{12}(u_i^{(1)1,q-1}, u_i^{(2)1,q-1}, \dots, u_i^{(1)1,0}, u_i^{(2)1,0}, f_1),$$

$$T_{2i}^{(2)1,q} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)})} - T_{2i}^{(1)2,q} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)})} = \psi_{2i}^{21}(T_{2i}^{(2)1,q-1}, T_{2i}^{(1)2,q-1}, \dots, T_{2i}^{(2)1,0}, T_{2i}^{(1)2,0}, f_2),$$

$$u_i^{(2)1,q} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)})} - u_i^{(1)2,q} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)})} = \phi_i^{21}(u_i^{(2)1,q-1}, u_i^{(1)2,q-1}, \dots, u_i^{(2)1,0}, u_i^{(1)2,0}, f_2),$$

.....

$$T_{2i}^{(2)N-1,q} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)})} - T_{2i}^{(1)N,q} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)})} = \psi_{2i}^{N-1N}(T_{ij}^{(2)N-1,q-1}, T_{ij}^{(1)N,q-1}, \dots, T_{ij}^{(2)N-1,0}, T_{ij}^{(1)N,0}, f_N),$$

$$u_i^{(2)N-1,q} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)})} - u_i^{(1)N,q} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)})} = \phi_i^{N-1N}(u_i^{(2)N-1,q-1}, u_i^{(1)N,q-1}, \dots, u_i^{(2)N-1,0}, u_i^{(1)N,0}, f_N),$$

$$T_{2i}^{(1)N,q} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})} - T_{2i}^{(2)N,q} \Big|_{(t_1, +h_N^{(2)})} = \psi_{2i}^{NN}(T_{ij}^{(1)N,q-1}, T_{ij}^{(2)N,q-1}, \dots, T_{ij}^{(1)N,0}, T_{ij}^{(2)N,0}, f_N),$$

$$u_i^{(1)N,q} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})} - u_i^{(2)N,q} \Big|_{(t_1, +h_N^{(2)})} = \phi_i^{NN}(u_i^{(1)N,q-1}, u_i^{(2)N,q-1}, \dots, u_i^{(1)N,0}, u_i^{(2)N,0}, f_N). \quad (2.23)$$

(2.23) koşullarındaki $\Phi_{2j}, \psi_{2i}^{12}, \phi_i^{12}, \dots, \psi_{2i}^{NN}, \phi_i^{NN}$ 'ler bilinen operatörlerdir. Bu operatörlerin ifadelerinin elde edilme işlemleri açık, ancak ifadeleri çok karmaşık olduğundan burada verilmemektedir.

Böylece, parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde formülasyonu yapılan nonlineer problemin incelenmesi, (2.17)-(2.23) denklemleriyle ifade edilen bir seri lineer problemler takımının çözümüne indirgenir. Bu durumda, sıfırıncı yaklaşıma ait değerler (2.1)-(2.15) nonlineer denklemlerinden, sonraki yaklaşımlar ise (2.17)-(2.23) lineer denklemlerinden belirlenir. Direk sağlamayla, birinci yaklaşım için elde edilen lineer denklemler, Biot (1965)

ve Guz (1999) ÜBDST denklemleriyle çalışmaktadır. Burada sonuç olarak, ÜBDST denklemleri uygun nonlinear denklemlere sınır formu pertürbasyon yöntemi uygulanarak elde edilir. Bununla birlikte, ÜBDST denklemleri ve diğer denklemler, Green vd. (1952), Biot (1965) ve Guz (1999) kaynaklarında doğrusallaştırma yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Sınır formu pertürbasyon yöntemi uygulanarak ÜBDST denklemleri elde edildiğinde bu denklemlerin yapısı başlangıç küçük sapmaları hesaba katmaya olanak sağlar. Bu nedenden dolayı, bu yolla elde edilen ÜBDST denklem ve ifadeleri zamandan bağımlı malzemeler hem de zamandan bağımsız malzemeler için uygulanabilir. Ayrıca, Akbarov vd. (1997), Akbarov ve Yahnioglu (2001), Akbarov vd. (2001), Yahnioglu ve Akbarov (2002), Kutug vd. (2003), Akbarov ve Rzayev (2002), Rzayev ve Akbarov (2002), Akbarov ve Kosker (2001, 2004) kaynaklarında ispat edilir ki, stabilite kaybı problemlerinin incelenmesi ve kritik kuvvetler veya kritik zaman değerlerinin belirlenmesi için sadece sıfırinci ve birinci yaklaşımlar yeterlidir.

Aşağıdaki araştırmalarda, sıfırinci ve birinci yaklaşımlar için genel olarak formülasyonu yapılmış problemlerin çözümü sonucunda, *levhaların küçük periyodik başlangıç eğilme genliklerinin verilen dış basınç kuvveti etkisi altında zamanla büyüyerek sonsuza gitmesi durumu stabilite kaybı kriteri* olarak kabul edilecektir. Mekanik özellikleri zamandan bağımlı malzemeler için, *küçük başlangıç periyodik eğilme genliklerinin büyüyerek sonsuza gitmesine karşı gelen zaman süresini, kritik zaman* olarak kabul edeceğiz.

Bu bölümde ele alacağımız problem çözümlerimizde levhaların başlangıç sapması (yüklenmeden önceki)

$$F_m(x_{1m}^{(1)}) = F_m(x_{1m}^{(2)}) = F(x_1) = \frac{L}{\ell_1} \ell_1 \sin\left(\frac{2\pi}{\ell_1} x_1\right) \quad (2.24)$$

şeklinde alınır. Buradaki L levhaların periyodik eğilme genliği, ℓ_1 ise eğilmenin periyodudur ve eğilme genliğinin periyoda göre çok küçük olduğunu kabul ederek ($L \ll \ell_1$), $\varepsilon = L/\ell_1$ ($0 < \varepsilon \ll 1$) şeklinde küçük bir parametre tanımlıyoruz.

Farzediyoruz ki, yarı düzlem ve levha malzemeleri yeterli ölçüde rijittirler yani, $\partial u_i^{(k)m,0} / \partial x_{nm}^{(k)} \ll 1$ koşulu sağlandığından sıfırinci yaklaşım için elde edilen denklemlerdeki

$$\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(k)m,0}}{\partial x_{nm}^{(k)}} \text{ terimlerini } \delta_i^n \text{ 'lerle yer değiştireceğiz ve sıfırinci yaklaşımla ilgili değerler}$$

karşılık gelen lineer denklemlerden elde edilecektir. Burada δ_i^n Kronecker sembolüdür.

Ayrıca, $\partial u_i^{(k)m,0} / \partial x_{nm}^{(k)} \ll 1$ olduğundan bu terimler birinci ve sonraki yaklaşım denklemlerinde ihmal edilebilir.

Sıfırıncı ve birinci yaklaşımlara ait problemlerin çözümünü ele alalım. Bunun için de (2.1) denklemlerini açık formda yazalım:

Sıfırıncı Yaklaşım:

Bu yaklaşım için denge denklemleri, mekanik ve geometrik bağıntılar ile sınır ve temas koşulları aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$\frac{\partial \sigma_{ji}^{(k)m,0}}{\partial x_{jm}^{(k)}} = 0, \quad \sigma_{ji}^{(k)m,0} = \lambda^{*(k)m} \theta^{(k)m,0} \delta_i^j + 2\mu^{*(k)m} \varepsilon_{ji}^{(k)m,0}, \quad \lambda^{*(k)m} = \lambda_0^{(k)m} + \int_0^t \lambda^{(k)m}(t-\tau) d\tau$$

$$(\lambda^{*(k)m} = \frac{E^{*(k)m} v^{*(k)m}}{(1+v^{*(k)m})(1-2v^{*(k)m})}), \quad \mu^{*(k)m} = \mu_0^{(k)m} + \int_0^t \mu^{(k)m}(t-\tau) d\tau \quad (\mu^{*(k)m} = \frac{E^{*(k)m}}{2(1+v^{*(k)m})}),$$

$$E^{*(k)m} = E_0^{(k)m} + \int_0^t E^{(k)m}(t-\tau) d\tau, \quad v^{*(k)m} = v_0^{(k)m} + \int_0^t v^{(k)m}(t-\tau) d\tau,$$

$$\theta^{(k)m,0} = \varepsilon_{11}^{(k)m,0} + \varepsilon_{22}^{(k)m,0}, \quad 2\varepsilon_{ji}^{(k)m,0} = \frac{\partial u_i^{(k)m,0}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(k)m,0}}{\partial x_i},$$

$$\sigma_{2n}^{(1)1,0} \Big|_{(t_1, +h_1^{(1)})} = 0,$$

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } \sigma_{11}^{(2)N,0} \rightarrow p_1, \quad \sigma_{ij}^{(2)N,0} \rightarrow 0, \quad ij \neq 11$$

$$\sigma_{2n}^{(1)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)})} = \sigma_{2n}^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, +h_1^{(1)})}, \quad u_i^{(1)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)})} = u_i^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, +h_1^{(1)})},$$

$$\sigma_{2n}^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)})} = \sigma_{2n}^{(1)2,0} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)})}, \quad u_i^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)})} = u_i^{(1)2,0} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)})},$$

.....

$$\sigma_{2n}^{(2)N-1,0} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)})} = \sigma_{2n}^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, h_N^{(1)})}, \quad u_i^{(2)N-1,0} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)})} = u_i^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, h_N^{(1)})},$$

$$\sigma_{2n}^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})} = \sigma_{2n}^{(2)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(2)})}, \quad u_i^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})} = u_i^{(2)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(2)})}. \quad (2.25)$$

Ortam elastik olduğu durumda (2.25) denklemlerinde $\lambda^{*(k)m}$, $\mu^{*(k)m}$, $E^{*(k)m}$, $v^{*(k)m}$ operatörlerini sırası ile $\lambda_0^{(k)m}$, $\mu_0^{(k)m}$, $E_0^{(k)m}$, $v_0^{(k)m}$ sabitleri ile yer değiştireceğiz. (2.25)'de

$\lambda_0^{(k)m}$, $\mu_0^{(k)m}$, $E_0^{(k)m}$ ve $v_0^{(k)m}$ (k)m indisli malzemeye ait elastisite sabitlerinin ($t = 0$ anındaki) anlık değerleridir. Ayrıca sadelik için, ileride $v_0^{(1)m} = v_0^{(2)m} = \dots = v_0^{(2)N}$ ($v_0^{(1)m}$ ve $v_0^{(2)m}$ levha malzemelerinin, $v_0^{(2)N}$ yarı düzlem malzemesinin Poisson oranları olmak üzere) olduğunu varsayacağız. Akbarov ve Guz (2000)'a göre Poisson oranlarının eşit alınması nümerik sonuçlara önemli bir etkide bulunmamaktadır. Dolayısıyla, sonlu sayıda levhanın ve yarı düzlemin Poisson oranlarının eşit alınması koşulu sadece çözüm işlemlerini basitleştirmek için varsayılmıştır.

Mekanik özellikleri zamana bağlı malzemeler için (2.25)'deki tüm ifade ve denklemlere

$$\bar{\varphi}(s) = \int_0^{\infty} \varphi(t) e^{-st} dt, \quad s > 0 \quad (2.26)$$

Laplace dönüşümü uygulanırsa, sıfıncı yaklaşıma ait bu dönüşüm ifadeleri

$$\left\{ \bar{\sigma}_{ij}^{(k)m,0}, \bar{\varepsilon}_{ij}^{(k)m,0}, \bar{u}_i^{(k)m,0}, \bar{\lambda}^{*(k)m}, \bar{\mu}^{*(k)m} \right\} \Rightarrow \left\{ \bar{\sigma}_{ij}^{(k)m,0}, \bar{\varepsilon}_{ij}^{(k)m,0}, \bar{u}_i^{(k)m,0}, \bar{\lambda}^{*(k)m}, \bar{\mu}^{*(k)m} \right\} \quad (2.27)$$

ile belirlenir. Buradan

$$\bar{\sigma}_{11}^{(k)m,0} = \frac{\bar{E}^{*(k)m} (1 - \bar{v}^{*(k)m} \bar{v}^{*(2)N}) \bar{p}_1}{\bar{E}^{*(2)N} (1 - (\bar{v}^{*(k)m})^2)}, \quad (2.28)$$

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(k)m,0} = 0, \quad ij \neq 11$$

elde edilir. (2.28)'de $\bar{E}^{*(k)m}$ ve $\bar{v}^{*(k)m}$ (2.25)'deki integral operatörlerinin Laplace integral dönüşümleridir.

Birinci Yaklaşım:

Ortam elastik olduğu durumda bu yaklaşımla ilgili bağıntılar ise (2.17), (2.18), (2.21), (2.22) ve (2.28) denklemlerinden belirlenir:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{ji}^{(k)m,1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \bar{\sigma}_{11}^{(k)m,0} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{(\partial x_{1m}^{(k)})^2} = 0 \quad (2.29)$$

$$\bar{\sigma}_{ji}^{(k)m,1} = \bar{\lambda}^{*(k)m} \bar{\theta}^{(k)m,1} \delta_i^j + 2\bar{\mu}^{*(k)m} \bar{\varepsilon}_{ji}^{(k)m,1}, \quad \bar{\theta}^{(k)m,1} = \bar{\varepsilon}_{11}^{(k)m,1} + \bar{\varepsilon}_{22}^{(k)m,1},$$

$$\bar{\varepsilon}_{ji}^{(k)m,1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \frac{\partial \bar{u}_j^{(k)m,1}}{\partial x_{im}^{(k)}} \right) \quad (2.30)$$

$$T_{2j}^{(1)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(1)})} = \Phi_{2j}(T_{ij}^{(1)1,0}, f_1),$$

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } T_{ij}^{(2)N,1} \rightarrow 0,$$

$$T_{2i}^{(1)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)})} - T_{2i}^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)})} = \psi_{2i}^{12}(T_{ij}^{(1)1,0}, T_{ij}^{(2)1,0}, f_1),$$

$$u_i^{(1)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)})} - u_i^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)})} = \phi_i^{12}(u_i^{(1)1,0}, u_i^{(2)1,0}, f_1),$$

$$T_{2i}^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)})} - T_{2i}^{(1)2,1} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)})} = \psi_{2i}^{21}(T_{2i}^{(2)1,0}, T_{2i}^{(1)2,0}, f_2),$$

$$u_i^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)})} - u_i^{(1)2,1} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)})} = \phi_i^{21}(u_i^{(2)1,0}, u_i^{(1)2,0}, f_2),$$

.....

$$T_{2i}^{(2)N-1,1} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)})} - T_{2i}^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)})} = \psi_{2i}^{N-1N}(T_{ij}^{(2)N-1,0}, T_{ij}^{(1)N,0}, f_N),$$

$$u_i^{(2)N-1,1} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)})} - u_i^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)})} = \phi_i^{N-1N}(u_i^{(2)N-1,0}, u_i^{(1)N,0}, f_N),$$

$$T_{2i}^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})} - T_{2i}^{(2)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)})} = \psi_{2i}^{NN}(T_{ij}^{(1)N,0}, T_{ij}^{(2)N,0}, f_N),$$

$$u_i^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})} - u_i^{(2)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)})} = \phi_i^{NN}(u_i^{(1)N,0}, u_i^{(2)N,0}, f_N). \quad (2.31)$$

Ortam elastik olduğu durumda sıfırıncı yaklaşımdaki gibi (2.29), (2.30) ve (2.31) denklemlerinde $\lambda^{*(k)m}$, $\mu^{*(k)m}$, $E^{*(k)m}$, $\nu^{*(k)m}$ operatörlerini sırası ile $\lambda_0^{(k)m}$, $\mu_0^{(k)m}$, $E_0^{(k)m}$, $\nu_0^{(k)m}$ sabitleri ile yer değiştireceğiz.

Şimdi mekanik özellikleri zamana bağlı malzemeler için birinci yaklaşım ifadelerini belirleyelim. Bu aşamada ele alınan sistem için birinci yaklaşım değerlerinin belirlenmesi, (2.29) ve (2.30) denklemleri ile (2.31) sınır ve temas koşullarından oluşan integro diferansiyel denklem takımının çözümüne indirgenmiş olmaktadır. Mekanik özellikleri zamana bağlı malzemeler için (2.29) denkleminde giren $\sigma_{11}^{(k)m,0}$ katsayısı zamanın fonksiyonudur, yani $\sigma_{11}^{(k)m,0} = \sigma_{11}^{(k)m,0}(t)$ 'dir. Bu tip problemlerin çözümü ise aşağıdaki şekilde yapılır.

Sıfırıncı yaklaşımda olduğu gibi (2.29) ve (2.30) denklemleri ile (2.31) sınır ve temas koşullarına (2.26) Laplace integral dönüşümünü uygular ve konvolüsyon teoremini kullanırsak aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{ji}^{-(k)m,1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \int_0^\infty \sigma_{11}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 u_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} e^{-st} dt = 0 \quad ; \quad i, j = 1, 2 \quad (2.32)$$

$$\bar{\sigma}_{ji}^{-(k)m,1} = \bar{\lambda}^{*(k)m} \bar{\theta}^{-(k)m,1} \delta_i^j + 2\bar{\mu}^{*(k)m} \bar{\varepsilon}_{ji}^{-(k)m,1} \quad , \quad \bar{\theta}^{-(k)m,1} = \bar{\varepsilon}_{11}^{-(k)m,1} + \bar{\varepsilon}_{22}^{-(k)m,1} \quad ,$$

$$\bar{\varepsilon}_{ji}^{-(k)m,1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{-(k)m,1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \frac{\partial u_j^{-(k)m,1}}{\partial x_{im}^{(k)}} \right) \quad (2.33)$$

$$\bar{T}_{2j}^{(1)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(1)})} = \bar{\sigma}_{11}^{-(1)1,0} 2\pi \delta_i^1 \cos(\alpha x_1) \quad ,$$

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } \bar{T}_{ij}^{(2)N,1} \rightarrow 0 \quad ,$$

$$\bar{T}_{2i}^{(1)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)})} - \bar{T}_{2i}^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)})} = (\bar{\sigma}_{11}^{-(1)1,0} - \bar{\sigma}_{11}^{-(2)1,0}) 2\pi \delta_i^1 \cos(\alpha x_1) \quad ,$$

$$\bar{u}_i^{-(1)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)})} - \bar{u}_i^{-(2)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)})} = 0 \quad ,$$

$$\bar{T}_{2i}^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)})} - \bar{T}_{2i}^{(1)2,1} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)})} = (\bar{\sigma}_{11}^{-(2)1,0} - \bar{\sigma}_{11}^{-(1)2,0}) 2\pi \delta_i^1 \cos(\alpha x_1) \quad ,$$

$$\bar{u}_i^{-(2)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)})} - \bar{u}_i^{-(1)2,1} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)})} = 0 \quad ,$$

.....

$$\bar{T}_{2i}^{(2)N-1,1} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)})} - \bar{T}_{2i}^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)})} = (\bar{\sigma}_{11}^{-(2)N-1,0} - \bar{\sigma}_{11}^{-(1)N,0}) 2\pi \delta_i^1 \cos(\alpha x_1) \quad ,$$

$$\bar{u}_i^{-(2)N-1,1} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)})} - \bar{u}_i^{-(1)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)})} = 0 \quad ,$$

$$\bar{T}_{2i}^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})} - \bar{T}_{2i}^{(2)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)})} = (\bar{\sigma}_{11}^{-(1)N,0} - \bar{p}_1) 2\pi \delta_i^1 \cos(\alpha x_1) \quad ,$$

$$\bar{u}_i^{-(1)N,1} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)})} - \bar{u}_i^{-(2)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)})} = 0 \quad ; \quad i, j = 1, 2. \quad (2.34)$$

Şimdi (2.32) denkleminde giren integral terimini dikkate alalım:

$$\int_0^{\infty} \sigma_{11}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 u_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} e^{-st} dt \quad (2.35)$$

Mekaniksel açıdan, $\sigma_{11}^{(k)m,0}(t)$ değerleri $t=0$ ve $t=\infty$ 'da elde edilen değerleriyle sınırlı olmalıdır. Bununla bağlantılı olarak

$$\int_0^{\infty} \sigma_{jj}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 u_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{jm}^{(k)})^2} e^{-st} dt \cong \sigma_{jj}^{(k)m,0}(t_*) \times \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 u_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{jm}^{(k)})^2} e^{-st} dt = \sigma_{jj}^{(k)m,0}(t_*) \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{jm}^{(k)})^2} ; j=1 ; i=1,2. \quad (2.36)$$

yazabiliriz.

Açıktır ki, (2.36) denkleminde t_* 'nin değerinin kesin olarak bulunması mümkün değil veya çok zordur. Bununla beraber, fiziksel bakış açısından araştırılan stabilite kaybı problemlerinin kritik parametre değerleri $t_*=0$ ve $t_*=\infty$ durumlarında elde edilen değerlerle sınırlı olmalıdır. $t_*=0$ ($t_*=\infty$)'da elde edilen kritik zamanı $t_{cr,0}$ ($t_{cr,\infty}$) ile göstereceğiz. Böylece, yukarıdaki kabuller hesaba katılarak, kritik zaman ($t_{cr.}$) değerlerinin belirlenmesi $t_{cr,0}$ ve $t_{cr,\infty}$ değerlerinin belirlenmesine indirgenir. Bu durumda, (2.32) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{ji}^{(k)m,1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*) \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} = 0 \quad (2.37)$$

Şimdi, (2.34) sınır ve temas koşullarını sağlayacak (2.33) ve (2.37) denklemlerine çözüm arayalım. (2.33) denklemlerini (2.37)'de yerine yazarsak

$$\nabla^2 \bar{u}_i^{(k)m,1} + \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\mu} \right) \frac{\partial}{\partial x_{1m}^{(k)}} \theta^{(k)m,1} + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} = 0 ; i=1,2. \quad (2.38)$$

elde ederiz. Burada

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} + \frac{\partial^2}{\partial (x_{2m}^{(k)})^2} \quad \text{ve} \quad \bar{\theta}^{(k)m,1} = \frac{\partial \bar{u}_1^{(k)m,1}}{\partial x_{1m}^{(k)}} + \frac{\partial \bar{u}_2^{(k)m,1}}{\partial x_{2m}^{(k)}} \quad (2.39)$$

dir. (2.34) temas ve sınır koşullarına göre problem çözümlerimizde yer değiştirmeler

$$\begin{aligned} u_1^{-(k)m,1} &= \varphi_1^{-(k)m,1}(x_{2m}^{(k)}, s) \cos(\alpha x_1), \\ u_2^{-(k)m,1} &= \varphi_2^{-(k)m,1}(x_{2m}^{(k)}, s) \sin(\alpha x_1) \end{aligned} \quad (2.40)$$

şeklinde seçilmiştir. Burada $\alpha = \frac{2\pi}{\ell_1}$, dir.

(2.40) denklemleri (2.38) denklemlerinde yerlerine yazılırsa $\varphi_1^{-(k)m,1}$ ve $\varphi_2^{-(k)m,1}$ bilinmeyen fonksiyonları için adi diferansiyel denklem sistemi elde ederiz. Koordinatlara göre $x_1 \rightarrow \alpha x_1$ ve $x_2 \rightarrow \alpha x_2$ yazılarak elde edilen sistemin boyutsuzlaştırma yapıldıktan sonraki formu

$$\begin{aligned} \bar{\mu}^{(k)m} \frac{d^2 \bar{\varphi}_1^{-(k)m,1}}{d(x_{2m}^{(k)})^2} - \left(\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m} + \sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*) \right) \bar{\varphi}_1^{-(k)m,1} + \left(\bar{\lambda}^{(k)m} + \bar{\mu}^{(k)m} \right) \frac{d \bar{\varphi}_2^{-(k)m,1}}{d(x_{2m}^{(k)})} &= 0, \\ - \left(\bar{\lambda}^{(k)m} + \bar{\mu}^{(k)m} \right) \frac{d \bar{\varphi}_1^{-(k)m,1}}{d(x_{2m}^{(k)})} - \left(\bar{\mu}^{(k)m} + \sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*) \right) \bar{\varphi}_2^{-(k)m,1} + \left(\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m} \right) \frac{d^2 \bar{\varphi}_2^{-(k)m,1}}{d(x_{2m}^{(k)})^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.41)$$

şeklindedir. (2.41) diferansiyel denklem sisteminden

$$a_1^{(k)m} \frac{d^4 \bar{\varphi}_1^{-(k)m,1}}{d(x_{2m}^{(k)})^4} + a_2^{(k)m} \frac{d^2 \bar{\varphi}_1^{-(k)m,1}}{d(x_{2m}^{(k)})^2} + a_3^{(k)m} \bar{\varphi}_1^{-(k)m,1} = 0 \quad (2.42)$$

yazılabilir. Bu diferansiyel denkleme ait karakteristik denklem ise

$$a_1^{(k)m} (r^{(k)m})^4 + a_2^{(k)m} (r^{(k)m})^2 + a_3^{(k)m} = 0 \quad (2.43)$$

gibidir. Burada

$$\begin{aligned} a_1^{(k)m} &= - \frac{\bar{\mu}^{(k)m} (\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m})}{\bar{\lambda}^{(k)m} + \bar{\mu}^{(k)m}}, \\ a_2^{(k)m} &= -\bar{\lambda}^{(k)m} - \bar{\mu}^{(k)m} + \frac{\bar{\mu}^{(k)m} \left(\bar{\mu}^{(k)m} + \sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*) \right) + (\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m}) \left(\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m} + \sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*) \right)}{\bar{\lambda}^{(k)m} + \bar{\mu}^{(k)m}}, \\ a_3^{(k)m} &= - \frac{(\bar{\mu}^{(k)m} + \sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)) (\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m} + \sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*))}{\bar{\lambda}^{(k)m} + \bar{\mu}^{(k)m}} \end{aligned} \quad (2.44)$$

dir.

Diferansiyel denklem sisteminden bilinmeyen fonksiyonlar $(k)m$ indisli levha ve yarı düzlem için aşağıdaki şekilde bulunmuştur:

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_1^{(k)m,1}(x_{2m}^{(k)}, s) &= \bar{C}_1^{(k)m} e^{r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{C}_2^{(k)m} e^{r_2^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{C}_3^{(k)m} e^{r_3^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{C}_4^{(k)m} e^{r_4^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}}, \\ \bar{\phi}_2^{(k)m,1}(x_{2m}^{(k)}, s) &= \frac{1}{C} \left\{ A \left(\bar{C}_1^{(k)m} r_1^{(k)m} e^{r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{C}_2^{(k)m} r_2^{(k)m} e^{r_2^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \right. \right. \\ &\quad \left. \bar{C}_3^{(k)m} r_3^{(k)m} e^{r_3^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{C}_4^{(k)m} r_4^{(k)m} e^{r_4^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} \right) + \\ &\quad \left. B \left(\frac{\bar{C}_1^{(k)m}}{r_1^{(k)m}} e^{r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \frac{\bar{C}_2^{(k)m}}{r_2^{(k)m}} e^{r_2^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \frac{\bar{C}_3^{(k)m}}{r_3^{(k)m}} e^{r_3^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \frac{\bar{C}_4^{(k)m}}{r_4^{(k)m}} e^{r_4^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_1^{(2)N,1}(x_{2m}^{(2)N}, s) &= \bar{C}_{21}^{(2)N} e^{r_{21}^{(2)N} x_{2m}^{(2)N}} + \bar{C}_{41}^{(2)N} e^{r_{41}^{(2)N} x_{2m}^{(2)N}}, \\ \bar{\phi}_2^{(2)N,1}(x_{2m}^{(2)N}, s) &= -\frac{1}{F} \left\{ D \left(\bar{C}_{21}^{(2)N} r_{21}^{(2)N} e^{r_{21}^{(2)N} x_{2m}^{(2)N}} + \bar{C}_{41}^{(2)N} r_{41}^{(2)N} e^{r_{41}^{(2)N} x_{2m}^{(2)N}} \right) + \right. \\ &\quad \left. E \left(\frac{\bar{C}_{21}^{(2)N}}{r_{21}^{(2)N}} e^{r_{21}^{(2)N} x_{2m}^{(2)N}} + \frac{\bar{C}_{41}^{(2)N}}{r_{41}^{(2)N}} e^{r_{41}^{(2)N} x_{2m}^{(2)N}} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (2.46)$$

(2.45) ve (2.46)'da

$$\begin{aligned} A &= \bar{\mu}^{(k)m}, \quad B = -\left(\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m} + \sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*) \right), \quad C = \bar{\lambda}^{(k)m} + \bar{\mu}^{(k)m}, \\ D &= \bar{\mu}^{(2)N}, \quad E = -\left(\bar{\lambda}^{(2)N} + 2\bar{\mu}^{(2)N} + \sigma_{11}^{(2)N,0}(t_*) \right), \quad F = \bar{\lambda}^{(2)N} + \bar{\mu}^{(2)N} \end{aligned} \quad (2.47)$$

dir.

Ayrıca, (2.45) ve (2.46) denklemlerindeki $r_1^{(k)m}$, $r_2^{(k)m}$, $r_3^{(k)m}$ ve $r_4^{(k)m}$ $(k)m$ indisli malzemeye ait ve $r_{21}^{(2)N}$, $r_{41}^{(2)N}$ 'ler ise yarı düzleme ait (2.43) karakteristik denklem kökleridir. Burada, $x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty$ iken $\bar{T}_{ij}^{(2)N,1} \rightarrow 0$ koşulu ve Şekil 2.1'de seçilen koordinatlara göre yarı düzleme ait negatif kökler hesaba katılmamıştır. $\bar{C}_1^{(k)m}$, $\bar{C}_2^{(k)m}$, $\bar{C}_3^{(k)m}$ ve $\bar{C}_4^{(k)m}$ $(k)m$ indisli malzemeye ait $\bar{C}_{21}^{(2)N}$ ve $\bar{C}_{41}^{(2)N}$ ise yarı düzleme ait bilinmeyen sabitlerdir. Bilinmeyen bu sabitler ise (2.34) sınır ve temas koşullarından elde edilir. Burada, Laplace dönüşümü uygulanıp uygun elastik çözümünden yararlanarak, yani elastik çözümdeki terimleri onların Laplace dönüşümleriyle yer değiştirerek viskoelastik problemin Laplace dönüşümlerindeki çözümünü elde etmiş oluyoruz. Bu denklemlerdeki büyüklükler s Laplace dönüşüm parametresine bağlıdır. Yani burada aranan büyüklüklere s parametre biçiminde dahil

olmaktadır. Bu çözümlerin orijinallerini (yani ters dönüşümleri) elde etmek için Schapery yöntemi uygulanır (Schapery, 1966). Schapery yöntemine göre

$$u_2^{(k)m,1}(t) = s\bar{u}_2^{(k)m,1}(s) \Big|_{s \approx 1/(2t)} \quad (2.48)$$

dir. Kritik zaman ise

$$t \rightarrow t_{cr.} \text{ iken } |\varphi_2^{(2)}(0)| \rightarrow \infty \quad (2.49)$$

kriteri ile hesaplanmıştır.

Yukarıda ifade edilen yaklaşım, mekanik özellikleri zamana bağlı olmayan malzemeler için de uygulanabilir. Bu durumda, (2.49) kriteri aşağıdaki gibi verilir:

$$p_1 \rightarrow p_{1cr.} \text{ iken } |\varphi_2^{(2)}(0)| \rightarrow \infty \quad (2.50)$$

$p_{1cr.}$ (veya $t_{cr.}$) değerlerine birinci yaklaşımdan sonraki yaklaşımlar hiçbir katkı göstermemektedir. Dolayısıyla $p_{1cr.}$ (veya $t_{cr.}$) değerleri sadece sıfıncı ve birinci yaklaşım çerçevesinde belirlenmiştir.

Kritik zaman değerlerine ait sayısal sonuçların elde edilmesi mekanik özellikleri zamana bağlı malzemelerin bünye denklemlerine dahil olan viskoelastisite operatörlerinin açık ifadelerinin verilmesini gerektirir. Bu amaçla Rabotnov (1977) operatörlerinden yararlanıyoruz ve farzediyoruz ki $k(m)$ indisli malzemenin bünye denklemlerine dahil olan viskoelastisite operatörleri aşağıdaki şekilde verilmektedir.

$$\begin{aligned} E^{*(k)m} &= E_0^{(k)m} \left[1 - \omega_0 R_\alpha^* (-\omega_0 - \omega_\infty) \right], \quad v^{*(k)m} = v_0^{(k)m} \left[1 + \frac{1 - 2v_0^{(k)m}}{2v_0^{(k)m}} \omega_0 R_\alpha^* (-\omega_0 - \omega_\infty) \right], \\ \lambda^{*(k)m} &= \lambda_0^{(k)m} \left[1 + \frac{1 - 2v_0^{(k)m}}{2v_0^{(k)m} (1 + v_0^{(k)m})} \omega_0 R_\alpha^* \left(-\frac{3}{2(1 + v_0^{(k)m})} \omega_0 - \omega_\infty \right) \right], \\ \mu^{*(k)m} &= \mu_0^{(k)m} \left[1 - \frac{3\omega_0}{2v_0^{(k)m} (1 + v_0^{(k)m})} R_\alpha^* \left(-\frac{3}{2(1 + v_0^{(k)m})} \omega_0 - \omega_\infty \right) \right] \end{aligned} \quad (2.51)$$

Burada $E_0^{(k)m}$, $v_0^{(k)m}$ $(k)m$ indisli malzemenin sırasıyla Elastisite modülü (Young modülü) ve Poisson oranının başlangıç ($t=0$ anındaki) değerleridir. $\lambda_0^{(k)m}$, $\mu_0^{(k)m}$ Lamé sabitlerinin $t=0$ 'daki değerleridir ve α , ω_0 , ω_∞ $(k)m$ indisli malzemenin reolojik parametreleridir (α

operatörün çekirdeğinin tekillik mertebesi; ω_0 , ω_∞ 'lar ise belli bir malzemenin belirlenmesinde kullanılan parametrelerdir). R_α^* Rabotnov (1977) operatörüdür ve aşağıdaki gibi belirlenir.

$$R_\alpha^*(\beta) = \int_0^t R_\alpha(\beta, t - \tau) d\tau \quad (2.52)$$

Burada

$$R_\alpha(\beta, t) = t^\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\beta^n t^{n(1+\alpha)}}{\Gamma((n+1)(1+\alpha))}, \quad -1 < \alpha < 0 \quad (2.53)$$

biçimindedir. (2.53)'deki $\Gamma(x)$, Gamma fonksiyonudur. Belirtelim ki, burada ve ilerideki bütün sayısal araştırmalarımızda seçilen viskoelastik malzemelerin bünye denklemleri (2.52) Rabotnov operatörü yardımı ile verilecektir. Araştırmalarımızda bu operatörün seçilme nedenleri: (2.52) operatörü malzemenin deneysel olarak elde edilmiş sünme (creep) ve gevşeme (relaxation) grafiklerinin başlangıç kısımlarının yüksek hassasiyetle göz önüne alınmasına olanak sağlaması, adı geçen grafiklerin zaman sonsuza yaklaştığındaki asimtotik değerlerini yüksek hassasiyetle göz önüne alabilmesi ve matematiksel dönüşüm işlemlerinin zor olmamasındandır.

Yukarıda sıralanan nedenlerden dolayı (2.52) ve (2.53) operatörleri epoksi bazlı tek yönlü sürekli liflerle güçlendirilmiş birçok viskoelastik polimer kompozitlerin mekaniksel davranışlarını başarılı bir biçimde yansıtmaktadır. Mekanik özellikleri zamana bağlı malzemeler için (2.52) ve (2.53) operatörlerine dahil olan reolojik parametreler deneysel olarak belirlenir ve bunlara örnek Rabotnov (1977) vs. kaynaklarında verilmektedir.

Şimdi sırasıyla (2.50) ve (2.49) denklemleriyle ifade edilen $p_{1cr.}$ ve $t_{cr.}$ 'lere ait bulunan sayısal sonuçların incelenmesini ele alalım. Belirtelim ki, $t_{cr.}$ değerlerinin belirlenmesinde seçilecek olan p_1 dış basınç kuvveti değerleri

$$p_{1cr.\infty} \leq p_1 \leq p_{1cr.0} \quad (2.54)$$

koşulunu sağlamak zorundadır. Burada $p_{1cr.\infty}$, $t = \infty$ durumunda yani (2.51) operatörlerini

$$E_\infty^{(k)m} = E_0^{(k)m} \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_0 + \omega_\infty} \right), \quad v_\infty^{(k)m} = v_0^{(k)m} \left(1 + \frac{1 - 2v_0^{(k)m}}{2v_0^{(k)m}} \frac{\omega_0}{\omega_0 + \omega_\infty} \right),$$

$$\lambda_{\infty}^{(k)m} = \frac{E_{\infty}^{(k)m} \nu_{\infty}^{(k)m}}{(1 + \nu_{\infty}^{(k)m})(1 - 2\nu_{\infty}^{(k)m})}, \mu_{\infty}^{(k)m} = \frac{E_{\infty}^{(k)m}}{2(1 + \nu_{\infty}^{(k)m})} \quad (2.55)$$

sabitleri ile yer değiştirerek ele alınan problemin çözümünden elde edilen kritik basınç kuvveti değerlerini, $p_{1cr.0}$ ise $t = 0$ durumunda (2.51) operatörlerini $E_0^{(k)m}$, $\nu_0^{(k)m}$, $\lambda_0^{(k)m}$, $\mu_0^{(k)m}$ sabitleri ile yer değiştirerek elde edilen kritik basınç kuvveti değerlerini göstermektedir. Bilindiği üzere, eğer p_1 değerleri $p_1 < p_{1cr.\infty}$ olursa bu durumda uygun viskoelastik problemin stabilite kaybı olmaz, $p_1 > p_{1cr.0}$ olduğu durumda ise stabilite kaybı için gereken zaman sıfırdır.

Yukarıda söylenenlerden dolayı $t_{cr.}$ değerlerini belirlemeden önce p_1 dış basınç kuvveti değerlerinin (2.54) koşullarını sağlayan değerlerini seçmemiz gerekir. Bunun için de öncelikle $p_{1cr.\infty}$ ve $p_{1cr.0}$ değerlerini belirleme zorunluluğu vardır. Sayısal sonuçların elde edilmesinde boyutsuz reolojik parametre $\omega (= \omega_{\infty} / \omega_0)$ ve boyutsuz zaman $t' (= \omega_0^{1/(1+\alpha)} t)$ şeklinde alınmış ve sayısal sonuçlarla ilgili yorumlar bu parametrelerle yapılmıştır. Ayrıca, belirtelim ki çözüm yönteminin ve uygulanan stabilite kaybı kriterinin yapısından dolayı levhaların başlangıç küçük sapmalarının derecesini gösteren ε parametresinin $p_{1cr.0}$, $p_{1cr.\infty}$ ve $t'_{cr.}$ değerlerine hiçbir etkisi yoktur.

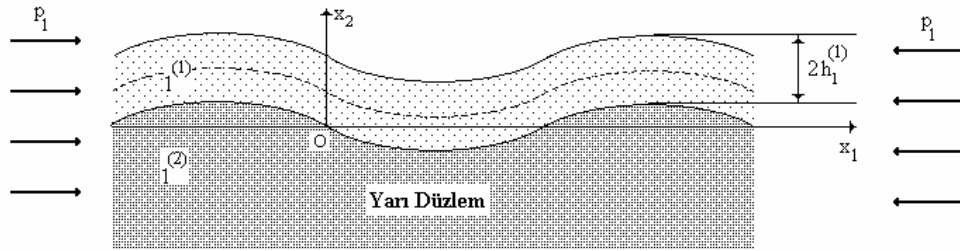
2.3 Özel Durumlara Ait Sayısal Sonuçlar

Bu kısımda, yukarıda çözüm yöntemi verilen sıfırıncı ve birinci yaklaşımlara ait sınır-değer problemlerinin çözümü ile ilgileneceğiz. Problemlerin çözümü belirli bir aşamaya kadar bir önceki kısımda gösterildiği gibi analitik olarak yapılmış ve bu çözümler MATLAB programlama dili kullanılarak kodlanmış ve çok sayıda sayısal sonuçlar elde edilmiştir.

2.3.1 Elastik Levha ve Viskoelastik Yarı Düzlemden Oluşan Sistem

Bu kısımda, elastik levha ve viskoelastik yarı düzlemden oluşan sistemin yüzeysel stabilite kaybına ait sayısal sonuçlar verilmektedir. Levha ile ilgili büyüklükler Şekil 2.2'de gösterilen levha numaralandırmasına uygun olarak üst indis (1)1 ile yarı düzlemle ilgili büyüklükler ise üst indis (2)1 ile gösterilecektir. Buna göre levha (yarı düzlem) malzemesine ait elastik sabitler: $E^{(1)1}$ ($E_0^{(2)1}$) Young modülü; $\nu^{(1)1}$ ($\nu_0^{(2)1}$) Poisson oranı; $\lambda^{(1)1}$ ($\lambda_0^{(2)1}$) Lamé sabiti ve $\mu^{(1)1}$ ($\mu_0^{(2)1}$) kayma modülü olmak üzere $E_0^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1$, $h = 2h_1^{(1)}$ ve

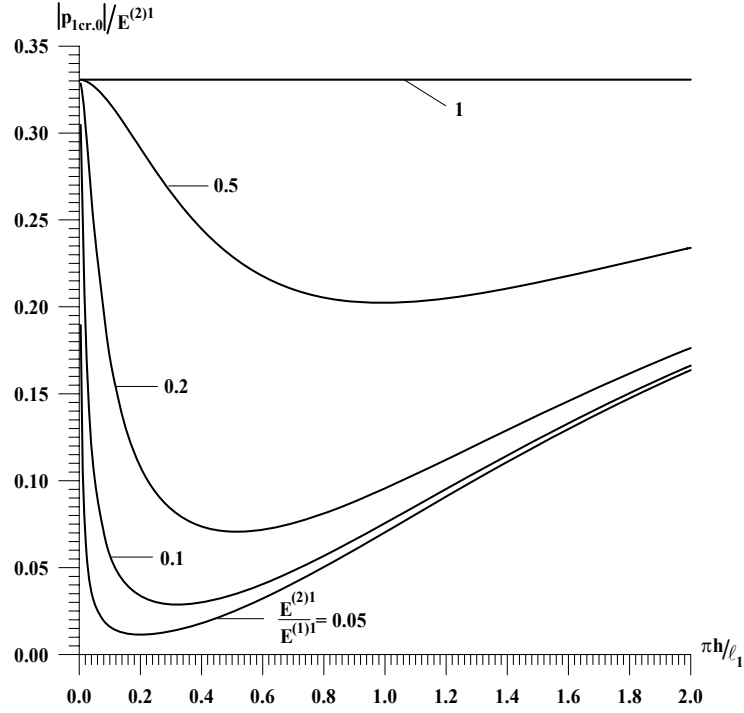
$v^{(1)l} = v_0^{(2)l} = 0,3$ olarak alınmış, diğer parametre değerleri tablolar ve şekiller üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 2.2 Tek katlı levha ile örtülü yarı düzlemin geometrisi ve yükleme durumu

Elastik ortam durumunda farklı $E^{(2)1}/E^{(1)1}$ oranlarına göre $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h/\ell_1)$ ilişkisi Şekil 2.3’de verilmiştir. Yarı düzlem malzemesinin viskoelastik olması durumunda kritik zaman değerlerini belirleyebilmek için öncelikle p_1 dış basınç kuvveti değerlerinin (2.54) koşullarını sağlayan değerlerini seçmemiz gerekir. Buyüzden, öncelikle $t=0$ durumunda (2.51) operatörleri yerine $E_0^{(2)1}$, $v_0^{(2)1}$, $\lambda_0^{(2)1}$, $\mu_0^{(2)1}$ sabitleri kullanılarak $p_{1cr.0}$ kritik basınç kuvveti değerleri belirlenmiş (Şekil 2.3) sonra ise $t=\infty$ durumunda yani (2.51) operatörleri yerine (2.55) sabitleri kullanılarak (burada $\lambda^{*(1)1}=\lambda^{(1)1}$, $\mu^{*(1)1}=\mu^{(1)1}$) $p_{1cr.\infty}$ kritik basınç kuvveti değerleri elde edilmiştir. $p_{1cr.0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri farklı ω ’lar için Tablo 2.1-2.4’de verilmiştir. Bu aşamadan sonra (2.54) koşulunu sağlayan p_1 dış basınç kuvveti değerleri seçilmiş ve yarı düzlem malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman değerlerine olan etkisi incelenmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar ise Şekil 2.4–2.11’de verilmiştir. Şekil 2.3’deki grafiklerden görüldüğü üzere $E^{(2)1}/E^{(1)1}$ oranı arttıkça $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ ve $\chi(=\pi h/\ell_1)$ değerleri artmaktadır. Tablo 2.1-2.4’de ise farklı $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}$ durumunda farklı ω ’lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri verilmektedir. Bu tablolardan (2.54) koşulunu sağlayacak p_1 dış basınç kuvveti değerleri her bir $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}$ oranı için seçilmiş ve kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerlerine yarı düzlem malzemesinin reolojik parametrelerinin etkisi bulunmuştur. Şekil 2.4–2.11’deki grafiklerden görüldüğü üzere $|p_1|/E_0^{(2)1} \rightarrow \min |p_{1cr.0}|/E_0^{(2)1}$ ’e yaklaşırken kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak azalmakta, $|p_1|/E_0^{(2)1} \rightarrow \min |p_{1cr.\infty}|/E_0^{(2)1}$ ’e yaklaşırken ise kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak artmaktadır. Ayrıca, bu sonuçlar gösteriyor ki kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri ω reolojik parametresinin değerleri arttıkça artmaktadır. Çünkü ω parametresi viskoelastik

malzemenin elastisite sabitinin $t' = \infty$ 'daki değerin $t' = 0$ 'daki değerinden farklılığını $(E_0^{(2)1} - E_\infty^{(2)1})$ göstermektedir, yani ω büyüdükçe bu değerler yakınlaşmakta, ω küçüldükçe ise bu değerler birbirinden daha çok uzaklaşmaktadır. Bu ise ω değerlerinin artması ile $t'_{cr.}$ değerlerinin artmasını açıklamaktadır. Ayrıca, α reolojik parametresinin değerleri ise mutlak değerce azaldıkça kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri artmaktadır. Burada, α parametresi viskoelastik malzemenin bünye denklemlerine dahil olan operatörlerin tekillik mertebesini göstermektedir.



Şekil 2.3 Farklı $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}$ oranlarına göre $|p_{1cr,0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h / \ell_1)$ ilişkisi

Tablo 2.1 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h / \ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h / \ell_1)$ değerleri

ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,05$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,011403(0,20)}{-0,004642(0,15)}$	$\frac{p_{1cr,0}(\frac{\pi h}{\ell_1})}{p_{1cr,\infty}(\frac{\pi h}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,011403(0,20)}{-0,006617(0,15)}$	
3	$\frac{-0,011403(0,20)}{-0,007817(0,15)}$	

Tablo 2.2 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri

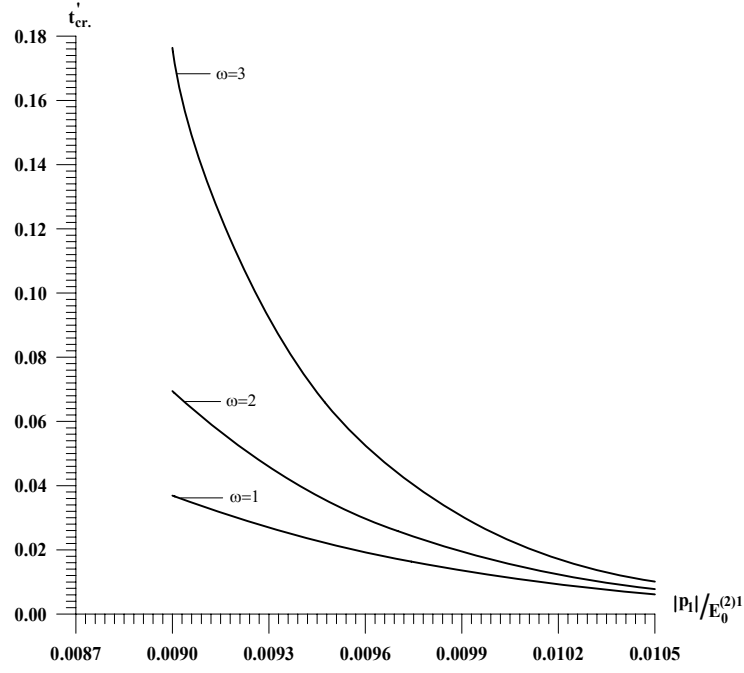
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,1$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,028825(0,30)}{-0,011389(0,20)}$	$\frac{p_{1cr,0}}{p_{1cr,\infty}}(\frac{\pi h}{\ell_1})$
2	$\frac{-0,028825(0,30)}{-0,016656(0,25)}$	
3	$\frac{-0,028825(0,30)}{-0,019539(0,25)}$	

Tablo 2.3 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,2$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri

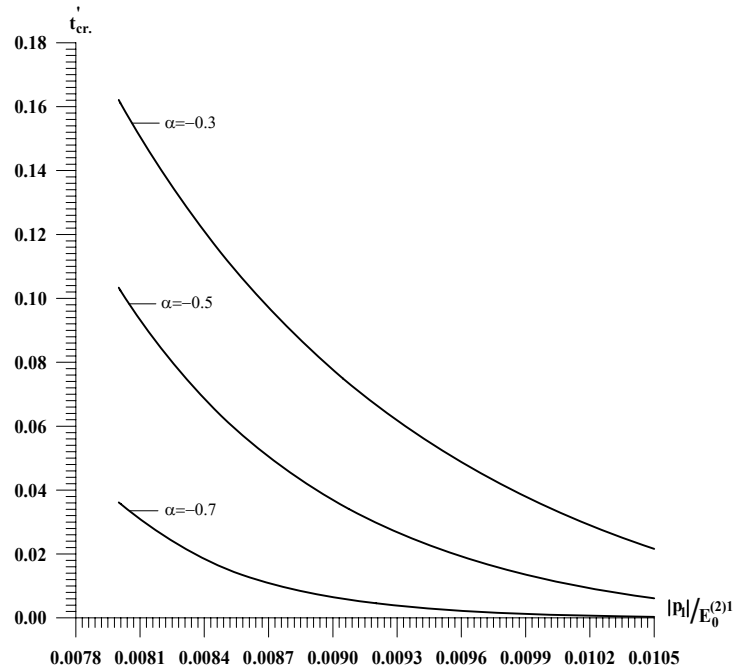
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,2$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,070627(0,50)}{-0,028520(0,30)}$	$\frac{p_{1cr,0}}{p_{1cr,\infty}}(\frac{\pi h}{\ell_1})$
2	$\frac{-0,070627(0,50)}{-0,041364(0,40)}$	
3	$\frac{-0,070627(0,50)}{-0,048388(0,40)}$	

Tablo 2.4 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,5$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri

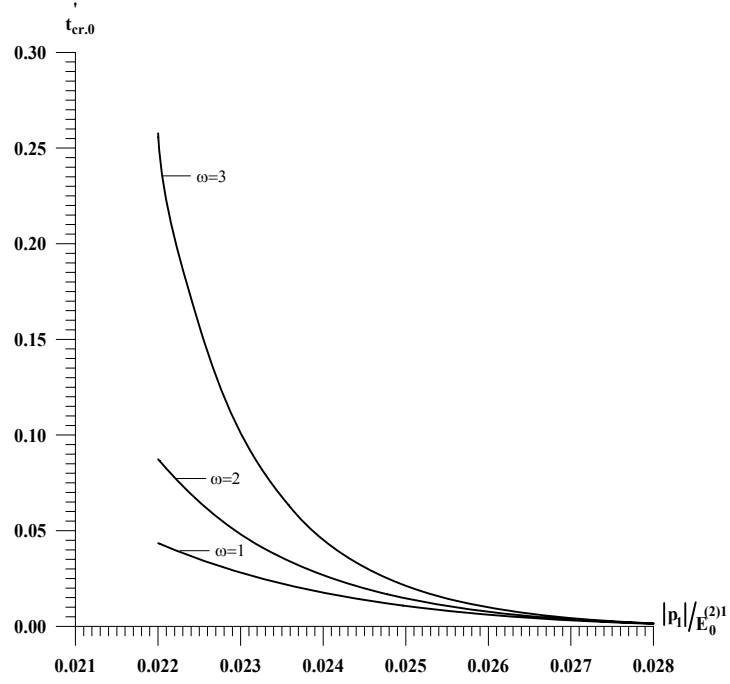
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,5$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,202291(1,00)}{-0,090331(0,60)}$	$\frac{p_{1cr,0}}{p_{1cr,\infty}}(\frac{\pi h}{\ell_1})$
2	$\frac{-0,202291(1,00)}{-0,127838(0,75)}$	
3	$\frac{-0,202291(1,00)}{-0,146713(0,80)}$	



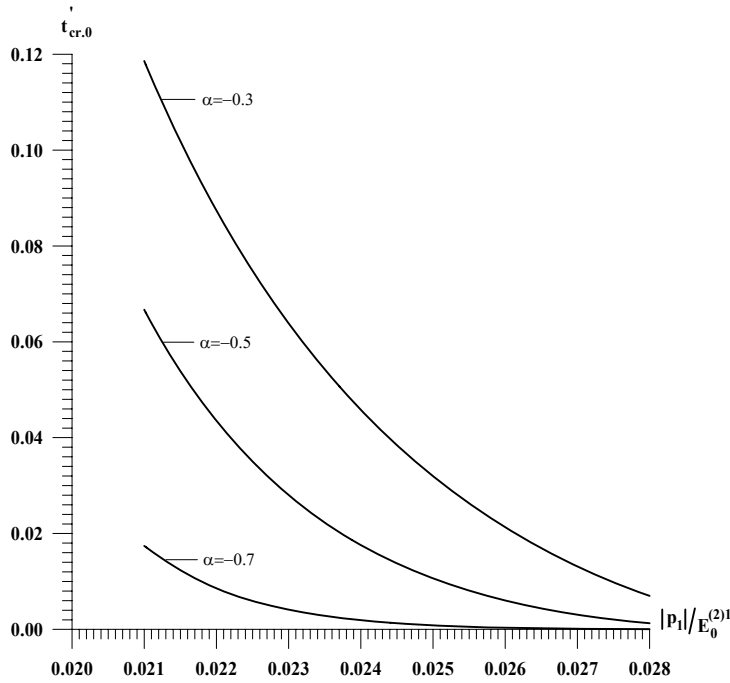
Şekil 2.4 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,15$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



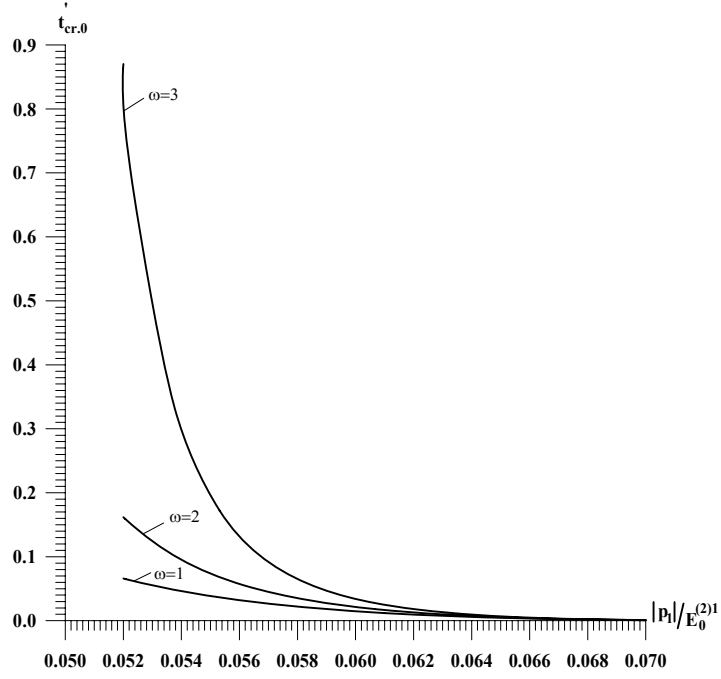
Şekil 2.5 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,15$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



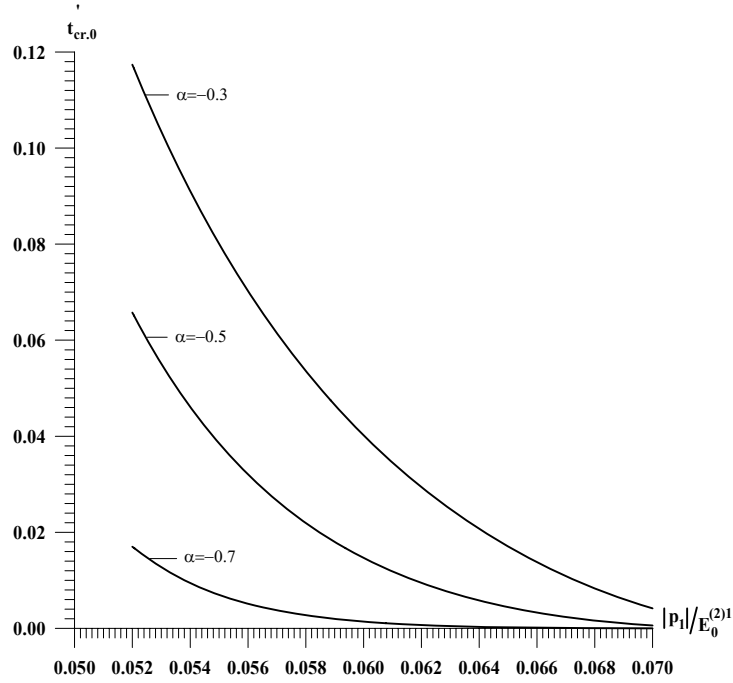
Şekil 2.6 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,25$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



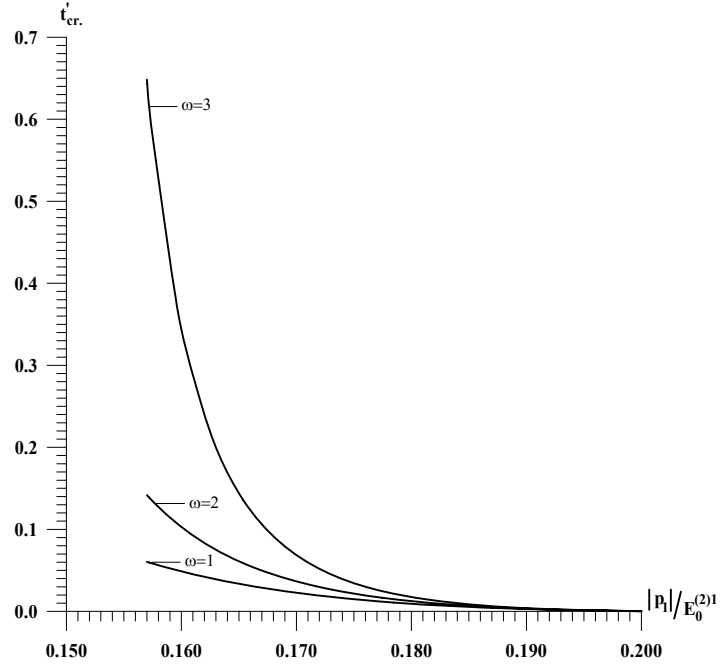
Şekil 2.7 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,25$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



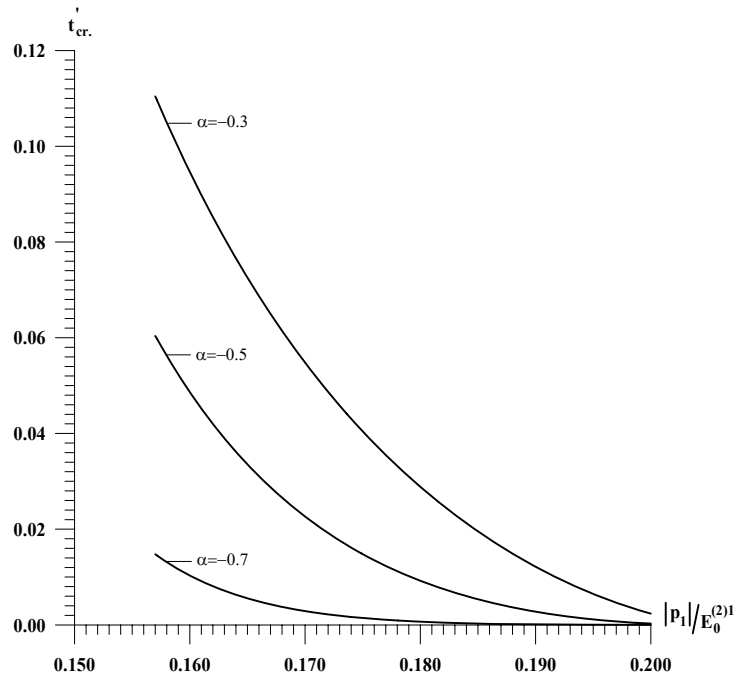
Şekil 2.8 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,2$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,40$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 2.9 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,2$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,40$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 2.10 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,5$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,80$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 2.11 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,5$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,80$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi

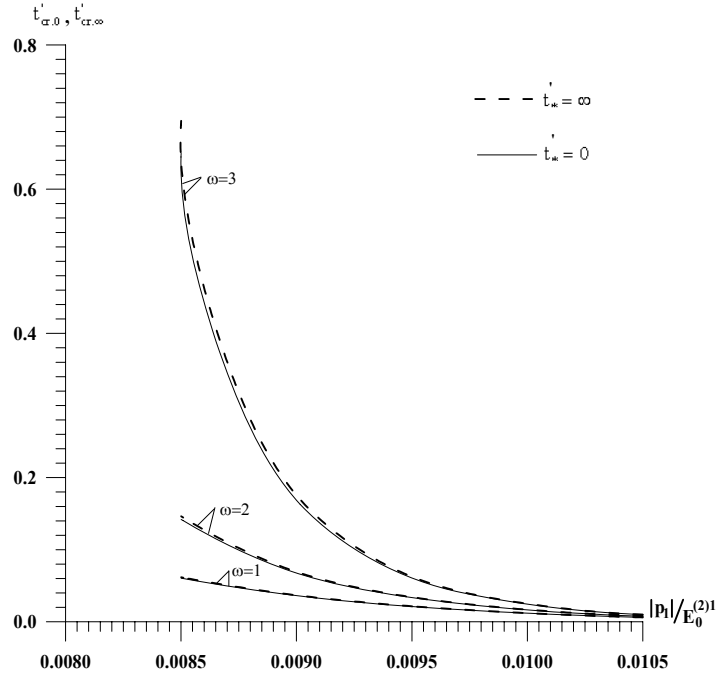
Şimdi, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$ durumunda $t'_* = 0$ ($t'_* = \infty$)'da elde edilen kritik zaman $t'_{cr,0}$ ($t'_{cr,\infty}$) değerlerini belirlemeye çalışalım. Tablo 2.5 ve Tablo 2.6'da $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$ durumunda sırasıyla $t'_* = 0$ ve $t'_* = \infty$ 'da farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri verilmektedir. Bu tablolardan (2.54) koşulunu sağlayacak p_1 dış basınç kuvveti değerleri seçilmiş ve kritik zaman ($t'_{cr,0}$ ve $t'_{cr,\infty}$) değerlerine yarı düzlem malzemesinin reolojik parametrelerinin etkisi bulunmuştur. Elde edilen veriler ise Şekil 2.12 ve Şekil 2.13'de verilmektedir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere ω değerlerinin artması ile $t'_{cr,0}$ ve $t'_{cr,\infty}$ değerleri monoton olarak artmaktadır. Ayrıca, α reolojik parametresinin değerleri ise mutlak değerce azaldıkça kritik zaman ($t'_{cr,0}$ ve $t'_{cr,\infty}$) değerleri monoton olarak artmaktadır. $t'_{cr,0}$ ve $t'_{cr,\infty}$ değerleri birbirine yakın olduğundan bunlar yerine ilerideki incelemelerimizi t'_{cr} değerleri için yapacağız.

Tablo 2.5 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri

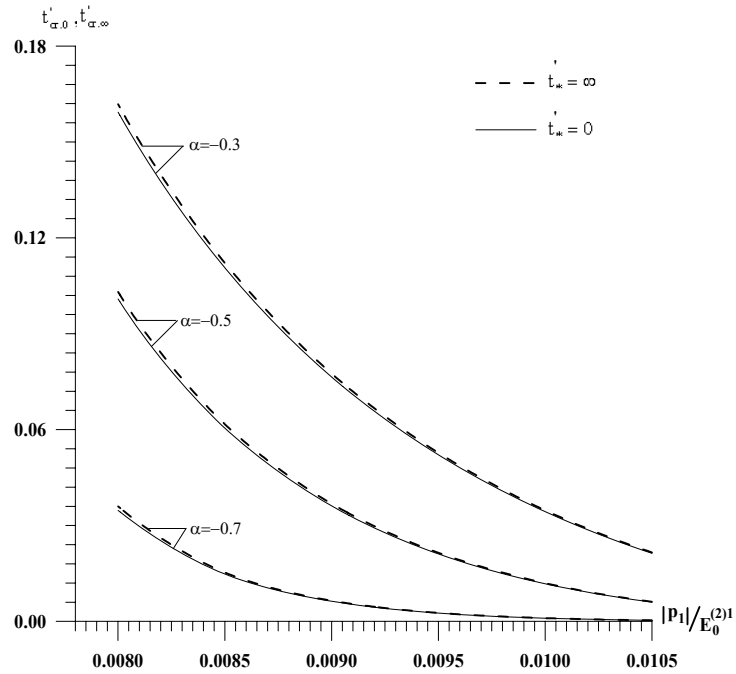
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,05$	$t'_* = 0$
1	$\frac{-0,011403(0,20)}{-0,004622(0,15)}$	$\frac{p_{1cr,0}(\frac{\pi h}{\ell_1})}{p_{1cr,\infty}(\frac{\pi h}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,011403(0,20)}{-0,006595(0,15)}$	
3	$\frac{-0,011403(0,20)}{-0,007794(0,15)}$	

Tablo 2.6 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri

ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,05$	$t'_* = \infty$
1	$\frac{-0,011403(0,20)}{-0,004640(0,15)}$	$\frac{p_{1cr,0}(\frac{\pi h}{\ell_1})}{p_{1cr,\infty}(\frac{\pi h}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,011403(0,20)}{-0,006617(0,15)}$	
3	$\frac{-0,011403(0,20)}{-0,007815(0,15)}$	

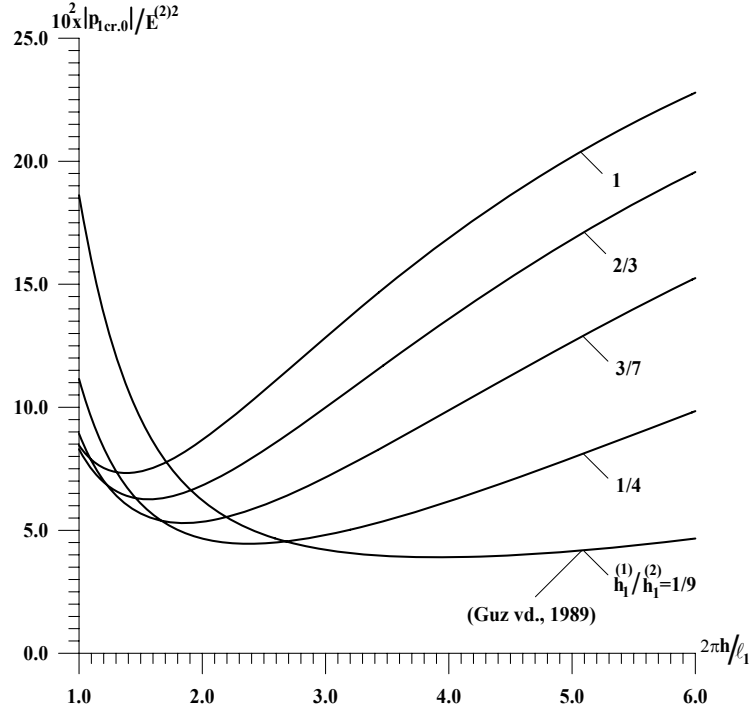


Şekil 2.12 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,15$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{\text{cr},0}$, $t'_{\text{cr},\infty}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 2.13 $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,15$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{\text{cr},0}$, $t'_{\text{cr},\infty}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi

Elastik ortam durumunda, $h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1; 2/3; 3/7; 1/4$ ve $1/9$ durumlarını inceleyelim. Bu durumlar için $|p_{1cr,0}|/E^{(2)2}$ ve $\chi(= 2\pi h/\ell_1)$ arasındaki ilişkiler Şekil 2.15’de verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere, Şekil 2.14’de $1^{(2)}$ numaralı levhanın kalınlığının artmasıyla $min|p_{1cr,0}|$ değerleri azalmakta ve χ_{cr} değerleri artmaktadır. $h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1/9$ durumu Guz vd. (1989) makalesinde verilmiştir. Burada elde edilen değerler Guz vd. (1989) makalesinde elde edilen değerlerle tam olarak çakışmaktadır. Bu sonuç, ele alınan problemler için geliştirilen yaklaşımın ve tarafımızdan yapılan algoritma ile bilgisayar programlarının doğruluğunu göstermektedir.



Şekil 2.15 Farklı $h_1^{(1)} / h_1^{(2)}$ oranlarına göre $|p_{1cr,0}| / E^{(2)2}$ ile $\chi (= 2\pi h / \ell_1)$ ilişkisi

Bu aşamadan sonra, Şekil 2.14’de 1⁽²⁾ numaralı levha katının malzemesinin viskoelastik olması durumunda kritik zaman değerlerini belirleyebilmek için $h_1^{(1)} = 0,1 * h$ ve $h_1^{(2)} = 0,9 * h$; $h_1^{(1)} = 0,5 * h$ ve $h_1^{(2)} = 0,5 * h$ alınarak öncelikle $p_{1cr,0}(\pi h / \ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h / \ell_1)$ (burada $\lambda^{*(1)1} = \lambda^{(1)1}$, $\mu^{*(1)1} = \mu^{(1)1}$, $\lambda^{*(2)2} = \lambda^{(2)2}$, $\mu^{*(2)2} = \mu^{(2)2}$) değerleri farklı ω ’lar için elde edilmiş ve bu değerler Tablo 2.7 ve Tablo 2.8’de verilmiştir.

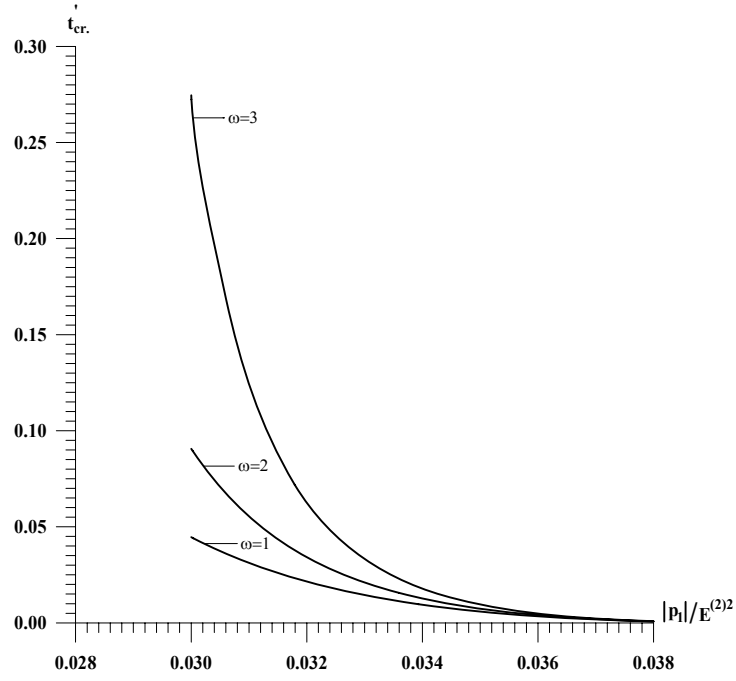
Tablo 2.7 $h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$ durumunda farklı ω ’lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h / \ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h / \ell_1)$ değerleri

ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,125$, $\frac{E^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,5$, $\frac{E^{(2)2}}{E_0^{(2)1}} = 4$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,038993(3,90)}{-0,016865(2,80)}$	$\frac{p_{1cr,0}(\frac{\pi h}{\ell_1})}{p_{1cr,\infty}(\frac{\pi h}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,038993(3,90)}{-0,023472(3,20)}$	
3	$\frac{-0,038993(3,90)}{-0,027072(3,35)}$	

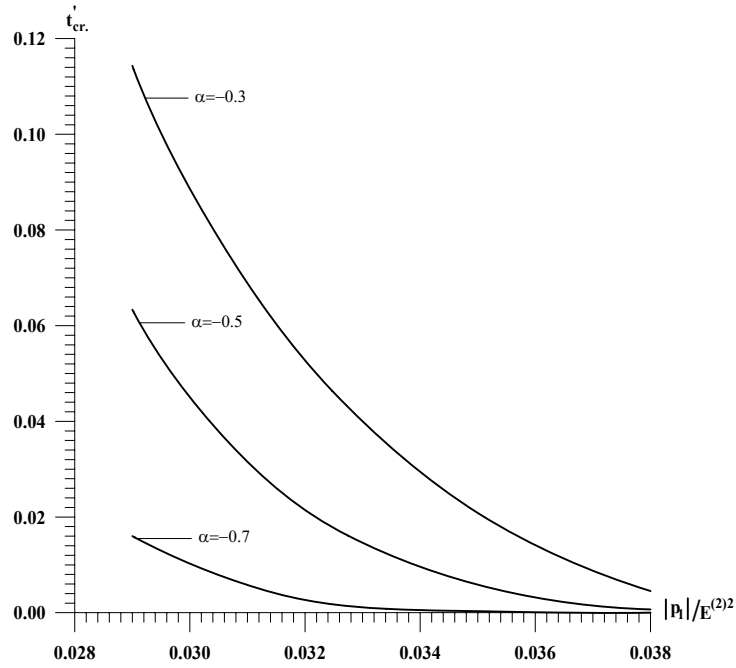
Tablo 2.8 $h_1^{(1)} = 0,5 * h$, $h_1^{(2)} = 0,5 * h$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h / \ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h / \ell_1)$ değerleri

ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,125$, $\frac{E^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,5$, $\frac{E^{(2)2}}{E_0^{(2)1}} = 4$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,073188(1,40)}{-0,046548(1,10)}$	$\frac{p_{1cr,0}(\frac{\pi h}{\ell_1})}{p_{1cr,\infty}(\frac{\pi h}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,073188(1,40)}{-0,055630(1,20)}$	
3	$\frac{-0,073188(1,40)}{-0,060047(1,25)}$	

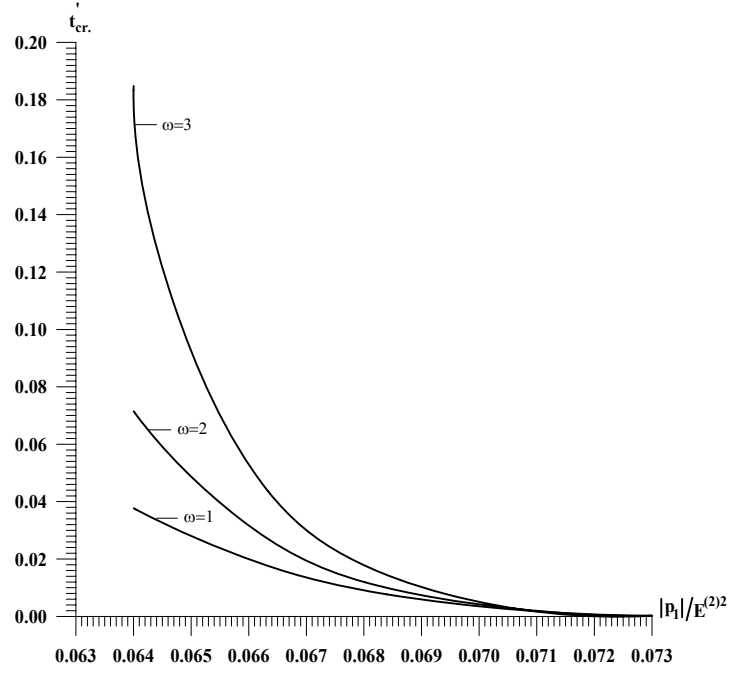
Tablo 2.7 ve Tablo 2.8'den p_1 dış basınç kuvveti değerlerinin (2.54) koşullarını sağlayan değerleri seçilmiş ve Şekil 2.14'de 1⁽²⁾ numaralı levhanın malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman değerlerine olan etkisi incelenmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar ise Şekil 2.16–2.19'da verilmiştir. Şekil 2.16–2.19'daki grafiklerden görüldüğü üzere $|p_1|/E^{(2)2} \rightarrow \min |p_{1cr,0}|/E^{(2)2}$ 'e yaklaşırken kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak azalmakta, $|p_1|/E^{(2)2} \rightarrow \min |p_{1cr,\infty}|/E^{(2)2}$ 'e yaklaşırken ise kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak artmaktadır. Ayrıca, bu sonuçlar gösteriyor ki kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri ω reolojik parametresinin değerleri arttıkça artmaktadır. Ayrıca, α reolojik parametresinin değerleri ise mutlak değerce azaldıkça kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri artmaktadır.



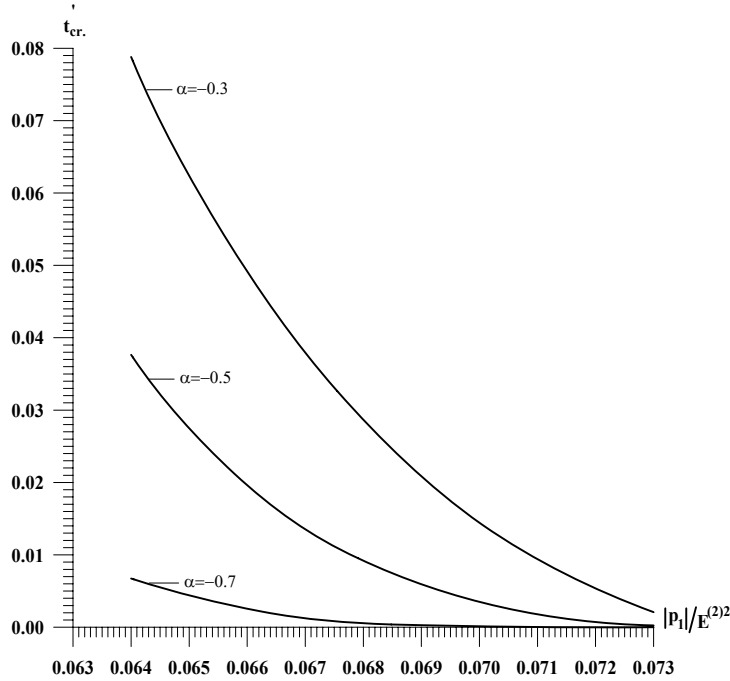
Şekil 2.16 $h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$, $\alpha = -0,5$, $\pi h / \ell_1 = 3,35$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E^{(2)2}$ ilişkisi



Şekil 2.17 $h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$, $\omega = 1$, $\pi h / \ell_1 = 3,35$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E^{(2)2}$ ilişkisi



Şekil 2.18 $h_1^{(1)} = 0,5 * h$, $h_1^{(2)} = 0,5 * h$, $\alpha = -0,5$, $\pi h / \ell_1 = 1,25$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman (t'_{cr}) ile $|p_1|/E^{(2)2}$ ilişkisi



Şekil 2.19 $h_1^{(1)} = 0,5 * h$, $h_1^{(2)} = 0,5 * h$, $\omega = 1$, $\pi h / \ell_1 = 1,25$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman (t'_{cr}) ile $|p_1|/E^{(2)2}$ ilişkisi

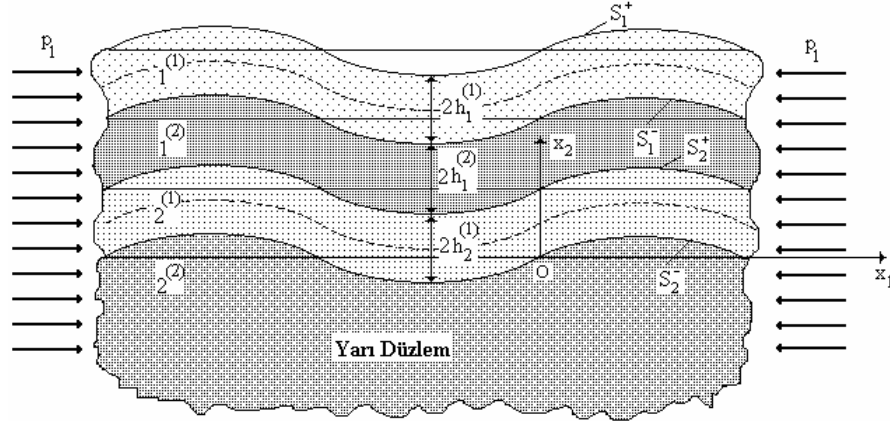
2.3.3 Elastik Üst, Viskoelastik ve Elastik Ara Levhalar ile Viskoelastik Yarı Düzlemden Oluşan Sistem

Bu kısımda, ardışık olarak elastik, viskoelastik, elastik levhalar ile viskoelastik yarı düzlemden oluşan sistemin yüzeysel stabilite kaybına ait sayısal sonuçlar verilmektedir. Levhalar ile ilgili büyüklükler Şekil 2.20’de gösterilen levha numaralandırmasına uygun olarak üst indis (1)1, (2)1 ve (1)2 ile yarı düzlemle ilgili büyüklükler ise üst indis (2)2 ile gösterilecektir. Buna göre levha katlarına ve yarı düzlem malzemesine ait elastik sabitler:

$$\text{Durum 1: } \frac{E^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,1 ; \frac{E^{(2)2}}{E^{(2)1}} = 1 ; \frac{E^{(2)2}}{E^{(1)2}} = 0,5$$

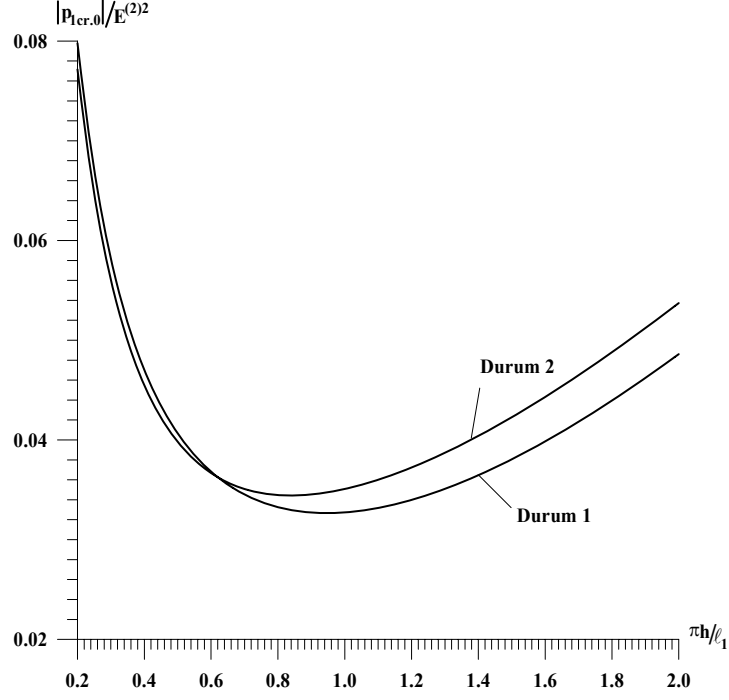
$$\text{Durum 2: } \frac{E^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,5 ; \frac{E^{(2)2}}{E^{(2)1}} = 1 ; \frac{E^{(2)2}}{E^{(1)2}} = 0,1$$

$v^{(1)1} = v^{(2)1} = v^{(1)2} = v^{(2)2} = 0,3$ ve $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ olarak alınmış, diğer parametre değerleri tablolar ve şekiller üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 2.20 Üç katlı levha ile örtülü yarı düzlemin geometrisi ve yükleme durumu

Elastik ortam durumunda *Durum 1* ve *Durum 2*’yi inceleyelim. Bu durumlar için $|p_{1cr,0}|/E^{(2)2}$ ve $\chi(= \pi h / \ell_1)$ arasındaki ilişkiler Şekil 2.21’de verilmiştir. *Durum 1* ve *Durum 2*’ye göre 1⁽²⁾ levhası ve yarı düzlemin malzemesi aynıdır. *Durum 1*’de $E^{(1)1} > E^{(1)2} > E^{(2)1} = E^{(2)2}$ fakat *Durum 2* de ise $E^{(1)2} > E^{(1)1} > E^{(2)1} = E^{(2)2}$ ’dir. Diğer bir deyişle, *Durum 1*’de en sert levha katmanının üstünde fakat *Durum 2* de ise en sert levha katmanının altında ve doğrudan yarı düzlemle bağlantılıdır.



Şekil 2.21 $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda $|p_{1cr.0}| / E^{(2)2}$ ile $\chi (= \pi h / \ell_1)$ ilişkisi

$\min |p_{1cr.0}| / E^{(2)2}$ ve $\chi_{cr.}$ değerlerini, *Durum 1* ve *Durum 2* için sırasıyla $\min |p'_{1cr.}| / E^{(2)2}$, $\chi'_{cr.}$ ve $\min |p''_{1cr.}| / E^{(2)2}$, $\chi''_{cr.}$ şeklinde gösterelim. Şekil 2.21'de verilen grafikten görüldüğü üzere $\min |p''_{1cr.}| / E^{(2)2} > \min |p'_{1cr.}| / E^{(2)2}$ ve $\chi'_{cr.} > \chi''_{cr.}$ 'dir. Bu sonuçlara göre, yüzeysel stabilite kaybıyla ilgili olarak ele alınan sistemin dayanıklılığı, en sert levhanın levhalar katmanının altına konulmasıyla (doğrudan yarı düzlemle bağlantılı olmasıyla) artırılabilceği sonucunu çıkarabiliriz.

Bu aşamadan sonra, Şekil 2.20'de 1⁽²⁾ numaralı levhanın ve yarı düzlem malzemesinin viskoelastik olması durumunda, yukarıdaki gösterimde $v^{(2)1}$, $v^{(2)2}$, $E^{(2)1}$ ve $E^{(2)2}$ ifadeleri yerine sırasıyla $v_0^{(2)1}$, $v_0^{(2)2}$, $E_0^{(2)1}$ ve $E_0^{(2)2}$ ifadeleri alınmıştır, kritik zaman değerlerini belirleyebilmek için $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ alınarak öncelikle $p_{1cr.0}(\pi h / \ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h / \ell_1)$ (burada $\lambda^{*(1)1} = \lambda^{(1)1}$, $\mu^{*(1)1} = \mu^{(1)1}$, $\lambda^{*(1)2} = \lambda^{(1)2}$, $\mu^{*(1)2} = \mu^{(1)2}$) değerleri farklı ω 'lar için elde edilmiş ve bu değerler Tablo 2.9 ve Tablo 2.10'da verilmiştir. Tablo 2.9 ve Tablo 2.10'dan p_1 dış basınç kuvveti değerlerinin (2.54) koşullarını sağlayan değerleri seçilmiş ve buna göre, *Durum 1* ve *Durum 2* için ω ve α reolojik parametrelerinin kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerlerine etkisi incelenmiş ve elde edilen veriler Şekil 2.22 ve Şekil 2.23'de

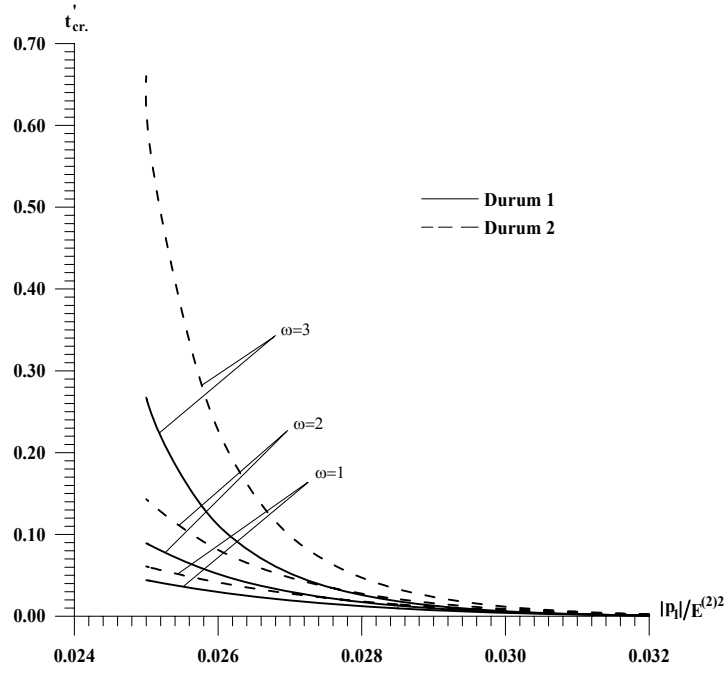
verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere, *Durum 2*'deki kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri *Durum 1* için elde edilen değerlerden daha büyüktür. Sonuç olarak, levhalar katmanındaki daha sert olan levhanın en alta (yarı düzlemle doğrudan bağlantılı) yerleşmesi kritik zaman değerlerinin artmasına sebep olur.

Tablo 2.9 $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri (*Durum 1*)

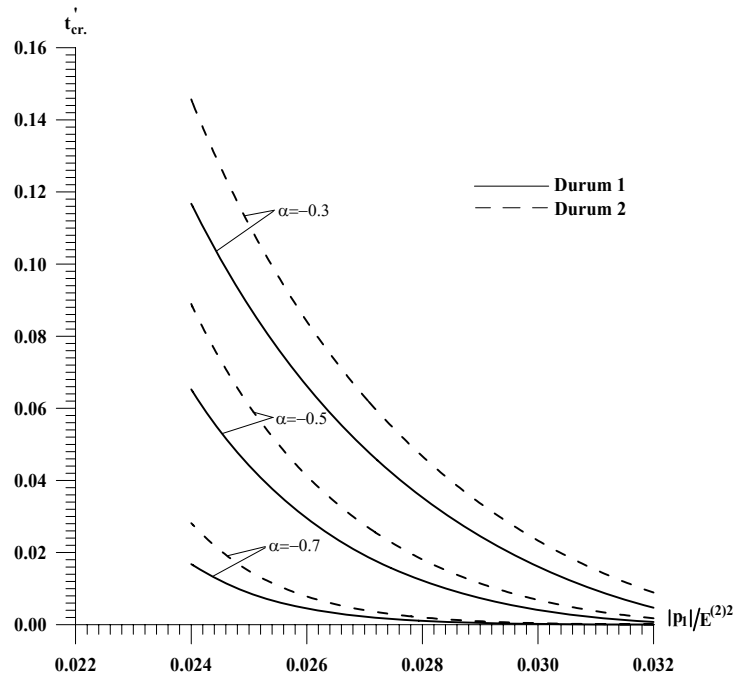
ω	$\frac{E_0^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,1; \frac{E_0^{(2)2}}{E^{(2)1}} = 1; \frac{E_0^{(2)2}}{E^{(1)2}} = 0,5$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,032655(0,95)}{-0,012931(0,60)}$	$\frac{p_{1cr.0}}{p_{1cr.\infty}} \left(\frac{\pi h}{\ell_1} \right)$
2	$\frac{-0,032655(0,95)}{-0,019063(0,70)}$	
3	$\frac{-0,032655(0,95)}{-0,022334(0,75)}$	

Tablo 2.10 $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri (*Durum 2*)

ω	$\frac{E_0^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,5; \frac{E_0^{(2)2}}{E^{(2)1}} = 1; \frac{E_0^{(2)2}}{E^{(1)2}} = 0,1$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,034415(0,85)}{-0,013185(0,55)}$	$\frac{p_{1cr.0}}{p_{1cr.\infty}} \left(\frac{\pi h}{\ell_1} \right)$
2	$\frac{-0,034415(0,85)}{-0,019603(0,65)}$	
3	$\frac{-0,034415(0,85)}{-0,023068(0,70)}$	



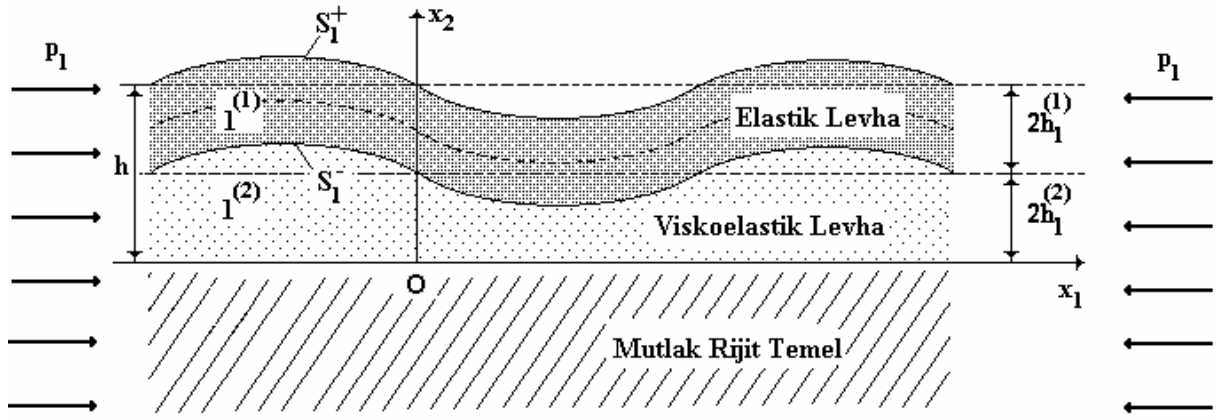
Şekil 2.22 $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,75$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E^{(2)2}$ ilişkisi.



Şekil 2.23 $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,75$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E^{(2)2}$ ilişkisi.

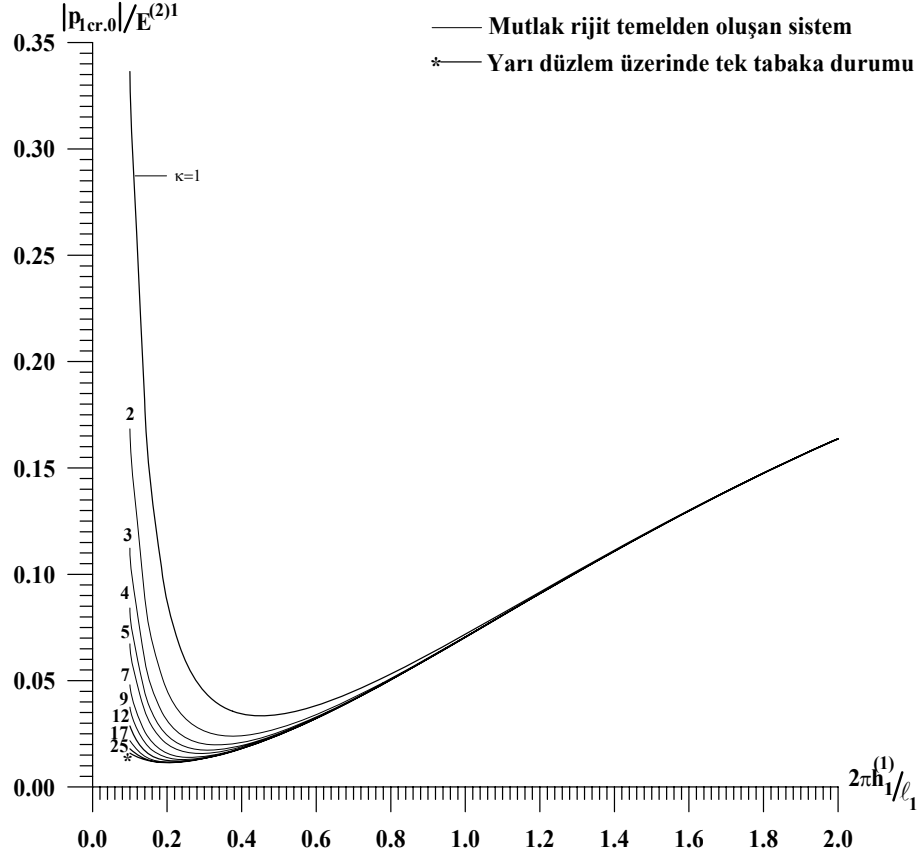
2.3.4 Elastik Üst, Viskoelastik Ara Levhalar ile Mutlak Rijit Temelden Oluşan Sistem

Bu kısımda, ardışık olarak elastik, viskoelastik levhalar ile mutlak rijit temelden oluşan sistemin yüzeysel stabilite kaybına ait sayısal sonuçlar verilmektedir. Levhalar ile ilgili büyüklükler Şekil 2.24’de gösterilen levha numaralandırmasına uygun olarak üst indis (1)1 ve (2)1 ile gösterilecektir. Buna göre levha katlarına ait elastik sabitler: $E^{(1)1}$ ($E_0^{(2)1}$) Young modülü; $\nu^{(1)1}$ ($\nu_0^{(2)1}$) Poisson oranı; $\lambda^{(1)1}$ ($\lambda_0^{(2)1}$) Lamé sabiti ve $\mu^{(1)1}$ ($\mu_0^{(2)1}$) kayma modülü olmak üzere $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $h = 2h_1^{(1)} + 2h_1^{(2)}$, $\kappa = h_1^{(2)}/h_1^{(1)}$ ve $\nu^{(1)1} = \nu_0^{(2)1} = 0,3$ olarak alınmış, diğer parametre değerleri tablolar ve şekiller üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 2.24 İki katlı levha ile örtülü mutlak rijit temelin geometrisi ve yükleme durumu

Elastik ortam durumunda farklı $\kappa = h_1^{(2)}/h_1^{(1)}$ değerlerine göre $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi (= 2\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ilişkisi Şekil 2.25’de verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere $\kappa = h_1^{(2)}/h_1^{(1)}$ değerleri arttıkça $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ ve $\chi (= 2\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri düşmektedir. Yani, $\kappa = h_1^{(2)}/h_1^{(1)}$ değerleri arttıkça elde edilen değerler yarı düzlem üzerinde tek tabaka bulunması durumunda ($E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$) elde edilen değerlere yakınsamaktadır.



Şekil 2.25 $\kappa = 1; 2; 3; 4; 5; 7; 9; 12; 17; 25$ durumlarına göre $|p_{cr.0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi(= 2\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ilişkisi

$1^{(2)}$ numaralı levha malzemesinin viskoelastik olması durumunda, kritik zaman değerlerini belirleyebilmek için öncelikle p_1 dış basınç kuvveti değerlerinin (2.54) koşullarını sağlayan değerleri farklı $\kappa = h_1^{(2)}/h_1^{(1)}$ değerlerinde farklı ω 'lar için oluşturulan Tablo 2.11–2.13'den seçilmiştir. Bu aşamadan sonra, $1^{(2)}$ numaralı levha malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman değerlerine olan etkisi incelenmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar ise Şekil 2.26–2.31'de verilmiştir. Şekil 2.26–2.31'deki grafiklerden görüldüğü üzere $|p_1|/E_0^{(2)1} \rightarrow \min |p_{cr.0}|/E_0^{(2)1}$ 'e yaklaşırken kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak azalmakta, $|p_1|/E_0^{(2)1} \rightarrow \min |p_{cr.\infty}|/E_0^{(2)1}$ 'e yaklaşırken ise kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak artmaktadır. Ayrıca, bu sonuçlar gösteriyor ki kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri ω reolojik parametresinin değerleri arttıkça artmaktadır. Ayrıca, α reolojik parametresinin değerleri ise mutlak değerce azaldıkça kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri artmaktadır.

Tablo 2.11 $\kappa = 1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

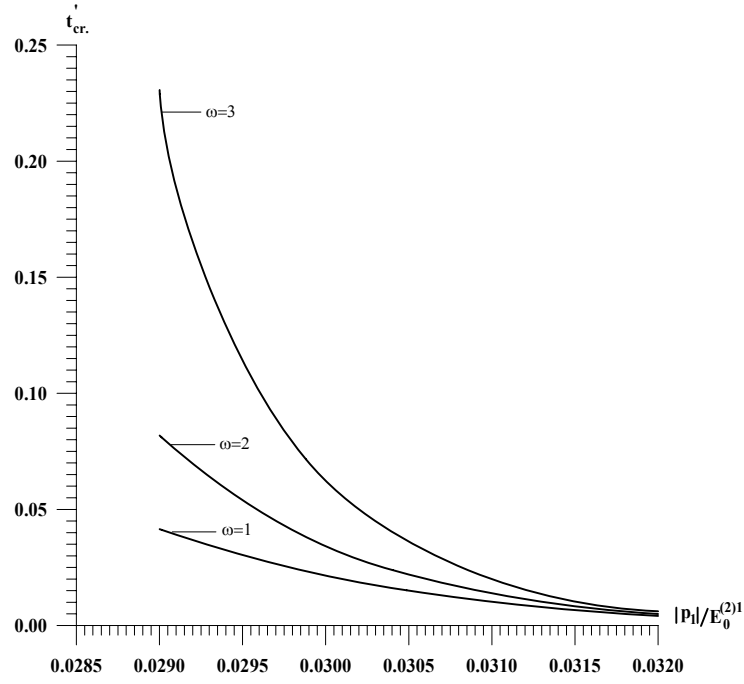
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,05$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,033395(0,225)}{-0,020903(0,175)}$	$\frac{p_{1cr,0}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}{p_{1cr,\infty}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,033395(0,225)}{-0,025171(0,200)}$	
3	$\frac{-0,033395(0,225)}{-0,027229(0,200)}$	

Tablo 2.12 $\kappa = 2$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

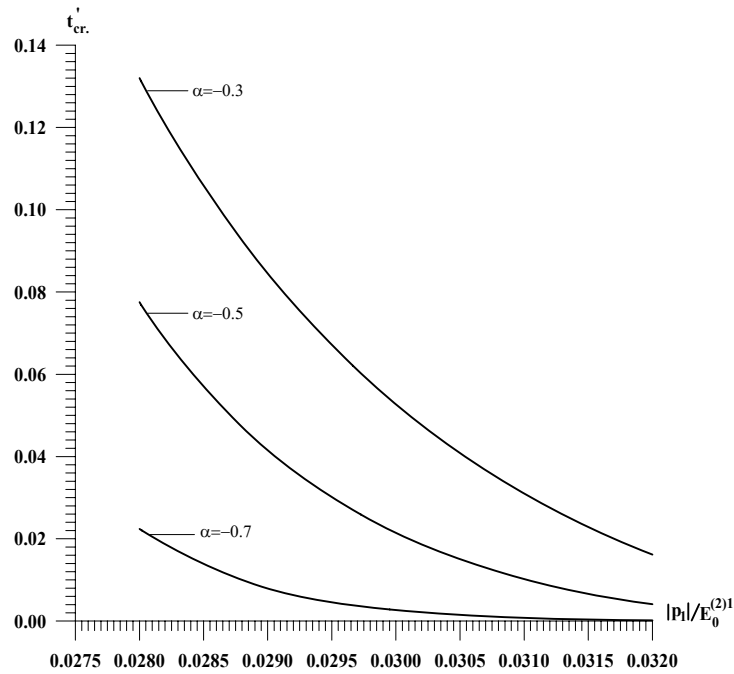
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,05$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,024060(0,200)}{-0,014499(0,150)}$	$\frac{p_{1cr,0}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}{p_{1cr,\infty}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,024060(0,200)}{-0,017829(0,175)}$	
3	$\frac{-0,024060(0,200)}{-0,019221(0,175)}$	

Tablo 2.13 $\kappa = 3$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

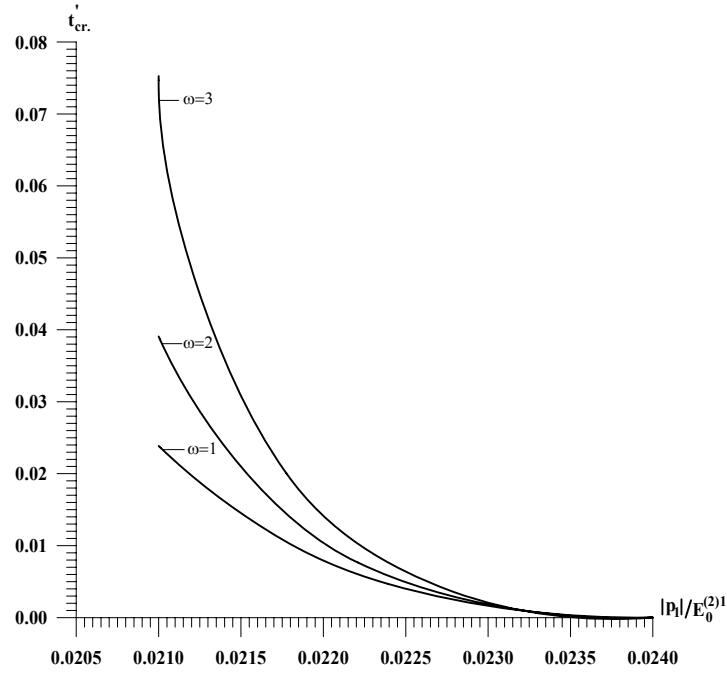
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,05$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,019746(0,175)}{-0,011650(0,125)}$	$\frac{p_{1cr,0}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}{p_{1cr,\infty}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,019746(0,175)}{-0,014277(0,150)}$	
3	$\frac{-0,019746(0,175)}{-0,015575(0,150)}$	



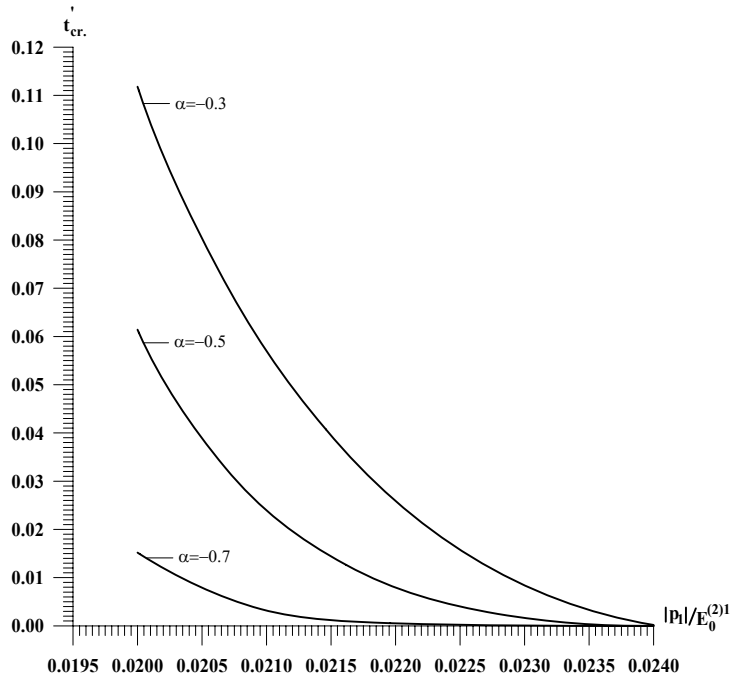
Şekil 2.26 $\kappa=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$, $\alpha=-0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1=0,200$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



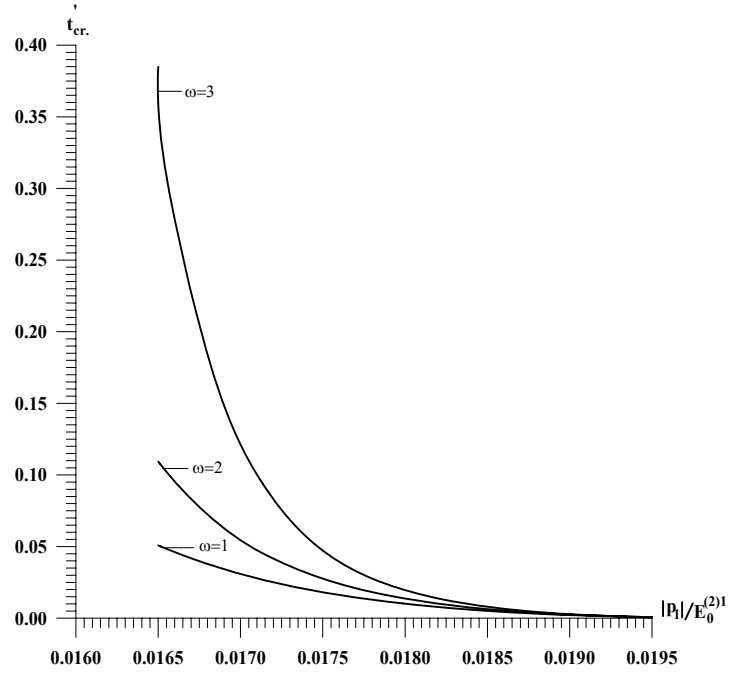
Şekil 2.27 $\kappa=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$, $\omega=1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1=0,200$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



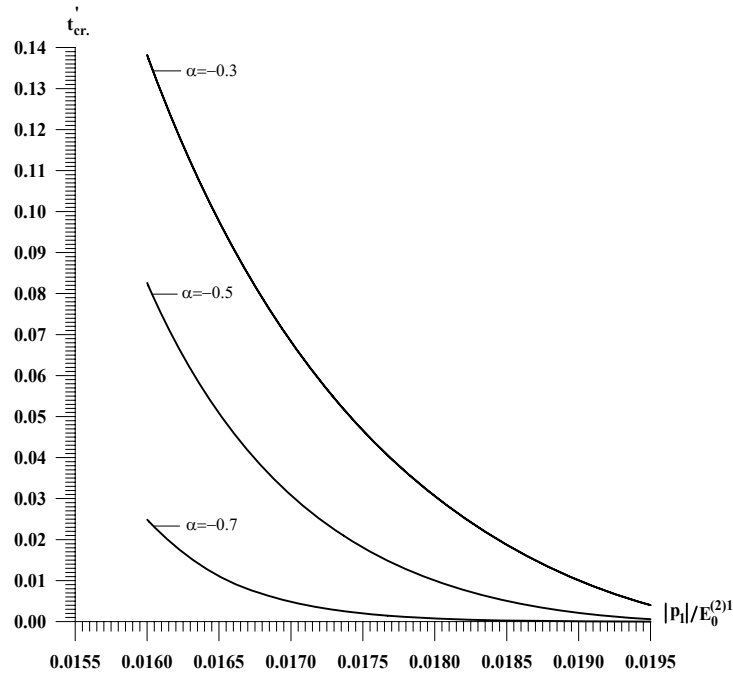
Şekil 2.28 $\kappa = 2$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,175$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 2.29 $\kappa = 2$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,175$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



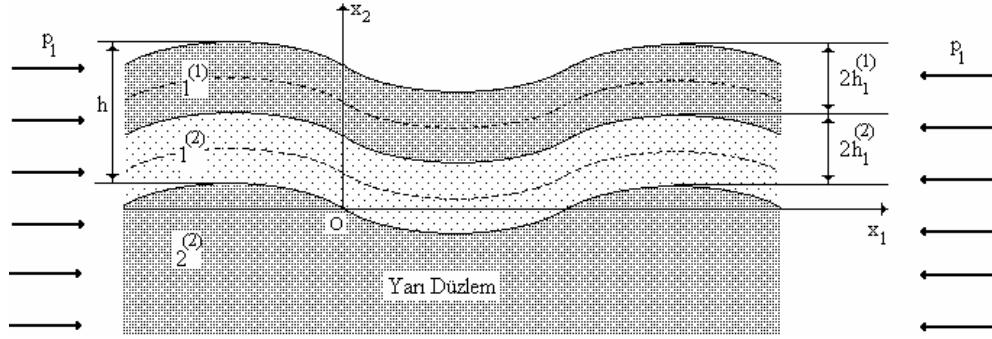
Şekil 2.30 $\kappa = 3$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,150$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 2.31 $\kappa = 3$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,150$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi

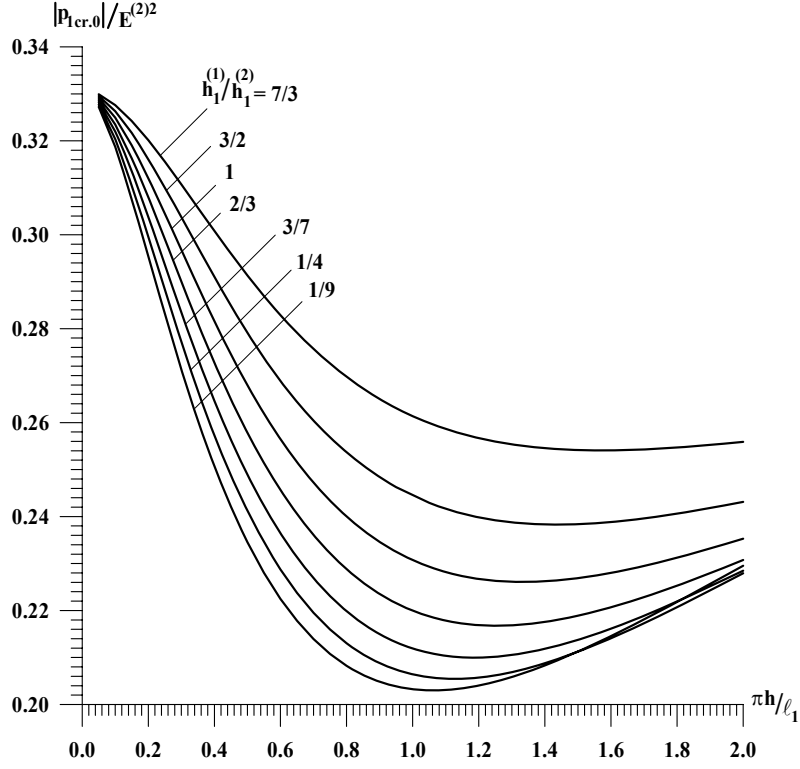
2.3.5 Viskoelastik Üst, Elastik Ara Levhalar ile Viskoelastik Yarı Düzlemden Oluşan Sistem

Bu kısımda, ardışık olarak viskoelastik, elastik levhalar ile viskoelastik yarı düzlemden oluşan sistemin yüzeysel stabilite kaybına ait sayısal sonuçlar verilmektedir. Levhalar ile ilgili büyüklükler Şekil 2.32’de gösterilen levha numaralandırmasına uygun olarak üst indis (1)1 ve (2)1 ile yarı düzlemle ilgili büyüklükler ise üst indis (2)2 ile gösterilecektir. Buna göre levha katlarına ve yarı düzlem malzemesine ait elastik sabitler: $E_0^{(2)2}/E_0^{(1)1} = 1$; $E_0^{(2)2}/E^{(2)1} = 0,5$; $v_0^{(1)1} = v^{(2)1} = v_0^{(2)2} = 0,3$ ve $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)}$; $h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$ olarak alınmış, diğer parametre değerleri tablolar ve şekiller üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 2.32 İki katlı levha ile örtülü yarı düzlemin geometrisi ve yükleme durumu

Elastik ortam durumunda, $h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1/9$; $1/4$; $3/7$; $2/3$; 1 ; $3/2$; $7/3$ durumlarını inceleyelim. Bu durumlar için $|p_{1cr,0}|/E^{(2)2}$ ve $\chi (= \pi h / \ell_1)$ arasındaki ilişkiler Şekil 2.33’de verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere, Şekil 2.32’de 1⁽¹⁾ numaralı levhanın kalınlığının azalmasıyla $\min |p_{1cr,0}|/E^{(2)2}$ değerleri ve $\chi_{cr.}$ değerleri azalmaktadır. Belirtelim ki, $E_0^{(1)1} = E^{(2)1} = E_0^{(2)2}$ durumunda izotrop ve homojen yarı düzlem malzemesinin yüzeysel stabilite kaybına karşılık gelen $|p_{1cr,0}|/E^{(2)2}$ değeri tüm χ değerleri için $|p_{1cr,0}|/E_0^{(2)2} = 0.3308$ ’dir. Üstelik Şekil 2.33’de verilen sonuçlar bilinen mekanik kabullere uymaktadır. Bu sonuç, ele alınan problemler için kullandığımız yaklaşımın ve tarafımızdan yapılan algoritma ve bilgisayar programlarının doğruluğunu göstermektedir.

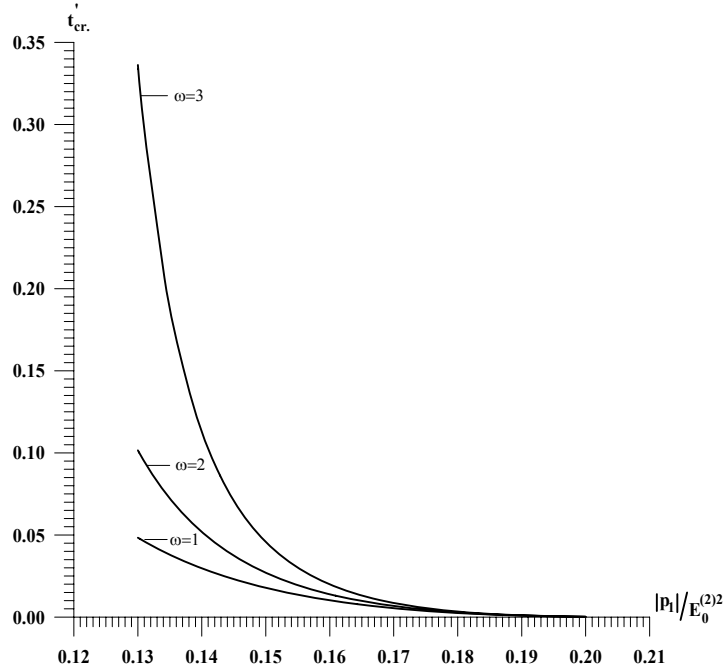


Şekil 2.33 Farklı $h_1^{(1)}/h_1^{(2)}$ oranlarına göre $|p_{1cr.0}|/E^{(2)2}$ ile $\chi(= \pi h / \ell_1)$ ilişkisi

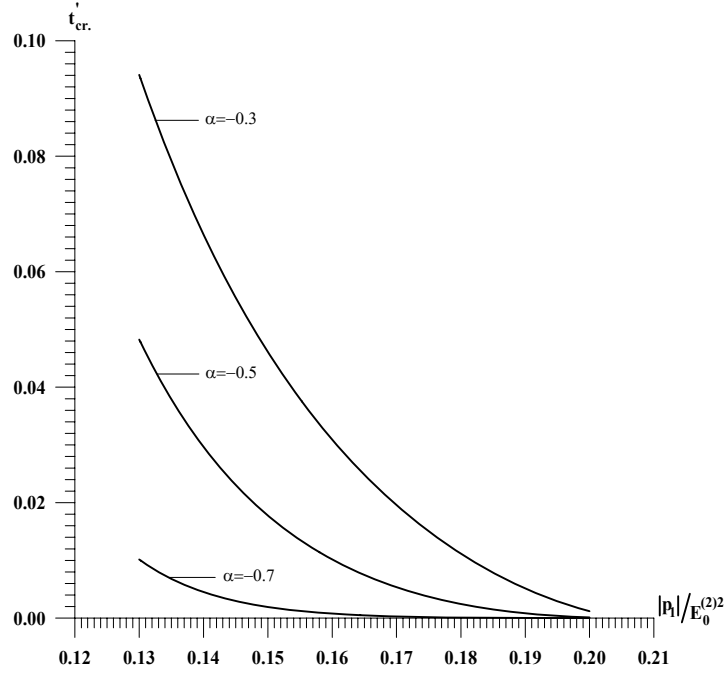
Şimdi farzedelim ki, $1^{(1)}$ numaralı levha ve yarı düzlem malzemelerinin viskoelastik olması durumunda kritik zaman değerlerini belirleyebilmek için öncelikle p_1 dış basınç kuvveti değerlerinin (2.54) koşullarını sağlayan değerleri $h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1/9$ durumunda farklı ω 'lar için oluşturulan Tablo 2.14'den seçilmiştir. Bu aşamadan sonra, $1^{(1)}$ numaralı levha ve yarı düzlem malzemelerinin reolojik parametrelerinin kritik zaman değerlerine olan etkisi incelenmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar ise Şekil 2.34 ve Şekil 2.35'de verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere $|p_1|/E_0^{(2)2} \rightarrow \min |p_{1cr.0}|/E_0^{(2)2}$ 'e yaklaşırken kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak azalmakta, $|p_1|/E_0^{(2)2} \rightarrow \min |p_{1cr.\infty}|/E_0^{(2)2}$ 'e yaklaşırken ise kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak artmaktadır. Ayrıca, bu sonuçlar gösteriyor ki kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri ω reolojik parametresinin değerleri arttıkça artmaktadır. Ayrıca, α reolojik parametresinin değerleri ise mutlak değerce azaldıkça kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri artmaktadır.

Tablo 2.14 $h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1/9$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri

ω	$\frac{E_0^{(2)2}}{E_0^{(1)1}} = 1, \frac{E_0^{(2)2}}{E_0^{(2)1}} = 0,5$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,203007(1,05)}{-0,045264(0,65)}$	$\frac{p_{1cr.0}}{p_{1cr.\infty}} \left(\frac{\pi h}{\ell_1} \right)$
2	$\frac{-0,203007(1,05)}{-0,085440(0,80)}$	
3	$\frac{-0,203007(1,05)}{-0,110400(0,85)}$	



Şekil 2.34 $E_0^{(2)2}/E_0^{(1)1} = 1, E_0^{(2)2}/E_0^{(2)1} = 0,5, h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1/9, \alpha = -0,5, \pi h/\ell_1 = 0,85$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)2}$ ilişkisi



Şekil 2.35 $E_0^{(2)2}/E_0^{(1)1} = 1$, $E_0^{(2)2}/E^{(2)1} = 0,5$, $h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1/9$, $\omega = 1$, $\pi h/\ell_1 = 0,85$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman (t'_{cr}) ile $|p_1|/E_0^{(2)2}$ ilişkisi.

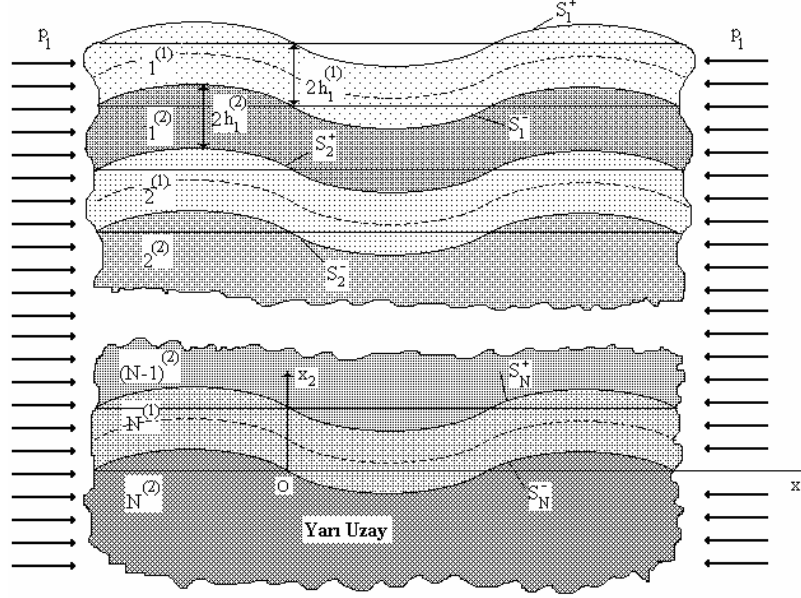
3. İKİ EKSENLİ BASINÇ ALTINDA SONLU SAYIDA ELASTİK VE VİSKOELASTİK LEVHA İLE ÖRTÜLÜ YARI UZAYIN YÜZEYSEL STABİLİTE KAYBINA AİT ÜÇ BOYUTLU PROBLEMLER

Bu bölümde, iki eksenli basınç altında sonlu sayıda elastik ve viskoelastik levha ile örtülü yarı uzayın yüzeysel stabilite kaybına ait incelenen problemlerin matematiksel formülasyonu ve çözüm yöntemi ele alınır. İncelemeler parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde viskoelastisite teorisinin geometrik lineer olmayan denge denklemlerinden yararlanarak yapılır. Araştırılan problemlerde, ele alınan sistemlere $x_1 \rightarrow \pm\infty$ ($x_3 \rightarrow \pm\infty$)’da yoğunluğu $p_1(p_3)$ olan düzgün yayılı normal basınç kuvvetlerinin $Ox_1(Ox_3)$ eksenleri yönünde etki ettiği farzedilir ve levhaların başlangıçta (yüklenmeden önce) sonsuz küçük genlikli periyodik bir sapması olduğu varsayılır. Ele alınan çok katlı malzemenin katlarının x_1Ox_3 düzlemi boyunca üst üste yerleştirilen levhalardan oluştuğu kabul edilir. Farklı geometrik ve malzeme parametreleri için kritik basınç kuvveti ve kritik zamanın değerleri belirlenir. Ayrıca, x_1 eksen yönündeki eğilme periyodunun (ℓ_1) x_3 eksen yönündeki eğilme periyoduna (ℓ_3) oranı ile ifade edilen $\gamma = \ell_1/\ell_3$ ’ün ve $p_3 = \eta p_1$ ilişkisinin kritik zaman değerlerine etkisi incelenir. Ele alınan problemlerin formülasyonlarının oluşturulması ve incelenmesi, ilk kez tarafımızdan yapılmaktadır.

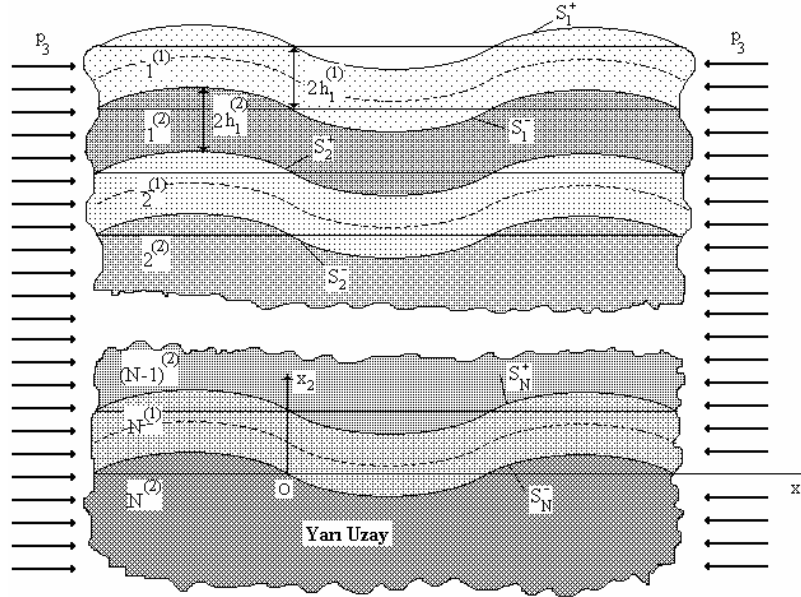
3.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu

Ele alınan problemler iki eksenli basınç altında, aşağıdaki şekilde matematiksel olarak ifade edilebilir. Sonlu sayıda levha ile örtülü yarı uzayı ele alalım (Şekil 3.1a ve Şekil 3.1b). Farzedelim ki, levhalar başlangıçta (yüklenmeden önce) sonsuz küçük genlikli periyodik bir saptmaya sahiptir. Levha katları ile ilgili büyüklükler sırasıyla Şekil 3.1a ve Şekil 3.1b’de gösterilen levha numaralandırmasına uygun olarak üst indis (1)m ve (2)m ile yarı uzayla ilgili büyüklükler ise üst indis (2)N ile gösterilecektir. Burada m indisi levha sayısını, (1) ve (2) ise levhanın sırasıyla güçlendirici ve matrise ait olduğunu ifade etmektedir. Doğal konumu kartezyen koordinatlarla çakışan ve $Ox_1x_2x_3$ ’den (Şekil 3.1a ve Şekil 3.1b) Ox_2 boyunca paralel yer değiştirerek elde edilen $O_m^{(k)}x_{1m}^{(k)}x_{2m}^{(k)}x_{3m}^{(k)}$ ($k = 1, 2 ; m = 1, 2, \dots, N$) Lagrange koordinatlarını her bir levhanın orta yüzeyi ile birleştirelim. Levhaların x_1Ox_3 düzlemi boyunca yerleşmiş olduğunu ve her bir levha kalınlığının sabit olduğunu kabul edelim. Ayrıca, levhalar ile yarı uzay malzemelerinin homojen, anizotrop ve lineer viskoelastik

olduğunu da varsayalım. Ele alınan sisteme $x_1 \rightarrow \pm\infty$ ($x_3 \rightarrow \pm\infty$)’da yoğunluğu p_1 (p_3) olan düzgün yayılı normal basınç kuvvetlerinin Ox_1 (Ox_3) eksenleri yönünde etki ettiğini kabul ederek bu basınç kuvvetinin etkisinde levhaların başlangıç sapmalarının büyümesini inceleyelim.



(a)



(b)

Şekil 3.1 (a) $x_3 = \text{sabit}$, (b) $x_1 = \text{sabit}$ durumunda ele alınan sonlu sayıda levha ile örtülü yarı uzayın geometrisi ve yükleme durumu

Her bir levha ve yarı uzay için sırasıyla aşağıdaki denge denklemlerini, mekanik ve geometrik bağıntıları yazabiliriz:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_{jm}^{(k)}} \left[\sigma_{jn}^{(k)m} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(k)m}}{\partial \mathbf{x}_{nm}^{(k)}} \right) \right] = 0 ,$$

$$\sigma_{ij}^{(k)m} = C_{ijrs0}^{(k)m} \varepsilon_{rs}^{(k)m}(t) + \int_0^t C_{ijrs}^{(k)m}(t-\tau) \varepsilon_{rs}^{(k)m}(\tau) d\tau ,$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(k)m} = \frac{\partial u_i^{(k)m}}{\partial \mathbf{x}_{jm}^{(k)}} + \frac{\partial u_j^{(k)m}}{\partial \mathbf{x}_{im}^{(k)}} + \frac{\partial u_n^{(k)m}}{\partial \mathbf{x}_{im}^{(k)}} \frac{\partial u_n^{(k)m}}{\partial \mathbf{x}_{jm}^{(k)}} , i, j, n, r, s = 1, 2, 3 ; k = 1, 2 ; m = 1, 2, \dots, N \quad (3.1)$$

(3.1)'de ve ileride tekrarlanan indislerle göre Einstein toplam uylayımı geçerli, altı çizili tekrarlanan indislerle göre ise bu uylayım geçersizdir. (3.1)'de bilinen notasyonlar kullanılmıştır. δ_i^n Kronecker sembolünü, $C_{ijrs0}^{(k)m}$ Rijitlik (Stiffness) tansörü bileşenlerini, $u_i^{(k)m}$ yerdeğiştirme vektörü bileşenlerini, $\sigma_{ij}^{(k)m}$ 'ler ve $\varepsilon_{ij}^{(k)m}$ 'ler ise sırasıyla gerilme ve şekil değiştirme tansörlerinin bileşenlerini göstermektedir.

Farzediyoruz ki, ele alınan sistemde levhalar ve yarı uzayın ara yüzeylerinde süreklilik koşulları sağlanmaktadır:

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)l} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)l}}{\partial \mathbf{x}_{nl}^{(1)}} \right) \right]_{S_1^-} \mathbf{n}_j^{1-} = \left[\sigma_{jn}^{(2)l} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)l}}{\partial \mathbf{x}_{nl}^{(2)}} \right) \right]_{S_1^-} \mathbf{n}_j^{1-} ,$$

$$u_i^{(1)l} \Big|_{S_1^-} = u_i^{(2)l} \Big|_{S_1^-} ,$$

$$\left[\sigma_{jn}^{(2)l} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)l}}{\partial \mathbf{x}_{nl}^{(2)}} \right) \right]_{S_2^+} \mathbf{n}_j^{2+} = \left[\sigma_{jn}^{(1)2} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)2}}{\partial \mathbf{x}_{n2}^{(1)}} \right) \right]_{S_2^+} \mathbf{n}_j^{2+} ,$$

$$u_i^{(2)l} \Big|_{S_2^+} = u_i^{(1)2} \Big|_{S_2^+} ,$$

.....

$$\left[\sigma_{jn}^{(2)N-1} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)N-1}}{\partial \mathbf{x}_{nN-1}^{(2)}} \right) \right]_{S_N^+} \mathbf{n}_j^{N+} = \left[\sigma_{jn}^{(1)N} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)N}}{\partial \mathbf{x}_{nN}^{(1)}} \right) \right]_{S_N^+} \mathbf{n}_j^{N+} ,$$

$$u_i^{(2)N-1} \Big|_{S_N^+} = u_i^{(1)N} \Big|_{S_N^+} ,$$

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)N} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)N}}{\partial \mathbf{x}_{nN}^{(1)}} \right) \right]_{S_N^-} \mathbf{n}_j^{N-} = \left[\sigma_{jn}^{(2)N} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)N}}{\partial \mathbf{x}_{nN}^{(2)}} \right) \right]_{S_N^-} \mathbf{n}_j^{N-} ,$$

$$u_i^{(1)N} \Big|_{S_N^-} = u_i^{(2)N} \Big|_{S_N^-} \quad (3.2)$$

(3.2)'de (2)N indisi yarı uzayla ilgili büyüklükleri göstermektedir. Ayrıca, yarı uzayla ilgili aşağıdaki koşullar sağlanmaktadır:

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } \sigma_{11}^{(2)N} \rightarrow p_1, \sigma_{33}^{(2)N} \rightarrow p_3, \sigma_{ij}^{(2)N} \rightarrow 0, \quad ij \neq 11;33 \quad (3.3)$$

Üstelik $1^{(1)}$ indisli levhanın üst yüzeyinde

$$\left[\sigma_{jn}^{(1)l} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)l}}{\partial x_n^{(1)}} \right) \right] \Big|_{S_1^+} n_j^{1+} = 0 \quad (3.4)$$

koşulları sağlanır.

(3.2) ve (3.4)'de $n_j^{m\pm}$ 'ler, $S_m^\pm$ yüzeylerine ait birim normal vektörleri bileşenleridir ve burada i, j ve n indisleri bir önceki bölümden farklı olarak 1'den 3'e kadar değişmektedir.

Levhaların başlangıç sapması (yüklenmeden önceki)

$$x_{2m}^{(1)} = F_m(x_{1m}^{(1)}, x_{3m}^{(1)}) = \varepsilon f_m(x_{1m}^{(1)}, x_{3m}^{(1)}) \quad (3.5)$$

formu ile verilir. Burada, ε ($0 \leq \varepsilon \ll 1$) levhaların periyodik eğilme genliğini gösteren boyutsuz küçük bir parametredir.

İlk önce, (3.5) denklemi ve levha kalınlığının sabitliği koşulunu kullanarak $S_m^\pm$ ara yüzeyleri için denklemleri elde etmeye çalışalım (Şekil 3.1a ve Şekil 3.1b). Bu amaçla t_{1m} ve t_{3m} parametrelerini üretelim. Burada $t_{1m}, t_{3m} \in (-\infty, +\infty)$ 'dır ve (3.5) denklemini aşağıdaki şekilde yazabiliriz:

$$x_{1m}^{(1)} = t_{1m}, \quad x_{3m}^{(1)} = t_{3m}, \quad x_{2m}^{(1)} = F_m(x_{1m}^{(1)}, x_{3m}^{(1)}) = \varepsilon f_m(x_{1m}^{(1)}, x_{3m}^{(1)}) \quad (3.6)$$

Farzediyoruz ki, $F_m(x_{1m}^{(1)}, x_{3m}^{(1)})$ fonksiyonları ve onun birinci mertebe kısmi türevleri süreklidir ve (3.6)'dan

$$\frac{\partial x_{2m}^{(1)}}{\partial x_{1m}^{(1)}} = \frac{\partial F_m(t_{1m}, t_{3m})}{\partial t_{1m}}, \quad \frac{\partial x_{2m}^{(1)}}{\partial x_{3m}^{(1)}} = \frac{\partial F_m(t_{1m}, t_{3m})}{\partial t_{3m}} \quad (3.7)$$

yazılabilir. (3.6) ve (3.7)'de yapılanları tekrar edersek ara yüzeyler için

$$x_{1m}^{(1)\pm} = t_{1m} \mp \frac{h_m^{(1)}}{L(t_{1m}, t_{3m})} \frac{\partial F_m(t_{1m}, t_{3m})}{\partial t_{1m}}, \quad x_{2m}^{(1)\pm} = F_m(t_{1m}, t_{3m}) \pm \frac{h_m^{(1)}}{L(t_{1m}, t_{3m})},$$

$$x_{3m}^{(1)\pm} = t_{3m} \mp \frac{h_m^{(1)}}{L(t_{1m}, t_{3m})} \frac{\partial F_m(t_{1m}, t_{3m})}{\partial t_{3m}} \quad (3.8)$$

$$L(t_{1m}, t_{3m}) = \left[1 + \left(\frac{\partial F_m(t_{1m}, t_{3m})}{\partial t_{1m}} \right)^2 + \left(\frac{\partial F_m(t_{1m}, t_{3m})}{\partial t_{3m}} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.9)$$

denklemlerini elde ederiz. Burada $t_{1m}, t_{3m} \in (-\infty, +\infty)$ ve $h_m^{(1)}$ ise $m^{(1)}$ indisli levhanın yarı kalınlığını ifade eder. (3.8) ve (3.9) denklemleri kullanılarak benzer gösterimler $S_m^\pm$ yüzeylerine karşılık gelen $n_j^{m\pm}$ birim normal bileşenleri için de elde edilebilir. Bu gösterimler aşağıdaki gibidir:

$$n_i^{m\pm} = \frac{A_{im}^\pm(t_{1m}, t_{3m})}{A_m(t_{1m}, t_{3m})}, \quad i=1, 2, 3 \quad (3.10)$$

$$A_{1m}^\pm = \frac{\partial x_{3m}^{(1)\pm}}{\partial t_{1m}} \frac{\partial x_{2m}^{(1)\pm}}{\partial t_{3m}} - \frac{\partial x_{2m}^{(1)\pm}}{\partial t_{1m}} \frac{\partial x_{3m}^{(1)\pm}}{\partial t_{3m}}, \quad A_{2m}^\pm = \frac{\partial x_{1m}^{(1)\pm}}{\partial t_{1m}} \frac{\partial x_{3m}^{(1)\pm}}{\partial t_{3m}} - \frac{\partial x_{3m}^{(1)\pm}}{\partial t_{1m}} \frac{\partial x_{1m}^{(1)\pm}}{\partial t_{3m}},$$

$$A_{3m}^\pm = \frac{\partial x_{1m}^{(1)\pm}}{\partial t_{1m}} \frac{\partial x_{2m}^{(1)\pm}}{\partial t_{3m}} - \frac{\partial x_{2m}^{(1)\pm}}{\partial t_{1m}} \frac{\partial x_{1m}^{(1)\pm}}{\partial t_{3m}},$$

$$A_m(t_{1m}, t_{3m}) = \left[\left(A_{1m}^\pm(t_{1m}, t_{3m}) \right)^2 + \left(A_{2m}^\pm(t_{1m}, t_{3m}) \right)^2 + \left(A_{3m}^\pm(t_{1m}, t_{3m}) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.11)$$

İlerideki araştırmalarımızda

$$\varepsilon^2 \left[\left(\frac{\partial F_m}{\partial x_{1m}^{(1)}} \right)^2 + \left(\frac{\partial F_m}{\partial x_{3m}^{(1)}} \right)^2 \right] < 1 \quad (3.12)$$

koşulunun sağlandığını varsayacağız.

(3.9), (3.11) ve (3.12) denklemleri hesaba katılarak (3.8) ve (3.10) ifadelerinin ε küçük parametresine göre kuvvet serisi formları aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$x_{1m}^{(1)\pm} = t_{1m} \mp h_m^{(1)} \varepsilon \frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}} \pm \frac{1}{2} h_m^{(1)} \varepsilon^3 \frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}} \phi(t_{1m}, t_{3m}) + \dots = t_{1m} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \varepsilon^{2k-1} a_{1k} \left(\frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}}, \frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}}, \pm h_m^{(1)} \right),$$

$$x_{2m}^{(1)\pm} = \pm h_m^{(1)} \pm \varepsilon f_m \mp \frac{1}{2} h_m^{(1)} \varepsilon^2 \phi(t_{1m}, t_{3m}) + \dots = \pm h_m^{(1)} \pm \varepsilon f_m + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \varepsilon^{2k} a_{2k} \left(\frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}}, \frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}}, \pm h_m^{(1)} \right),$$

$$\begin{aligned}
x_{3m}^{(1)\pm} &= t_{3m} \mp h_m^{(1)} \varepsilon \frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}} \pm \frac{1}{2} h_m^{(1)} \varepsilon^3 \frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}} \phi(t_{1m}, t_{3m}) + \dots = t_{3m} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \varepsilon^{2k-1} a_{3k} \left(\frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}}, \frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}}, \pm h_m^{(1)} \right), \\
n_1^{m\pm} &= -\frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}} \varepsilon + \frac{1}{2} \varepsilon^3 \frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}} \phi(t_{1m}, t_{3m}) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \varepsilon^{2k-1} b_{1k} \left(\frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}}, \frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}} \right), \\
n_2^{m\pm} &= 1 - \frac{1}{2} \varepsilon^2 \phi(t_{1m}, t_{3m}) + \dots = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \varepsilon^{2k} b_{2k} \left(\frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}}, \frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}} \right), \\
n_3^{m\pm} &= -\frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}} \varepsilon + \frac{1}{2} \varepsilon^3 \frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}} \phi(t_{1m}, t_{3m}) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \varepsilon^{2k-1} b_{3k} \left(\frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}}, \frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}} \right). \tag{3.13}
\end{aligned}$$

Burada

$$\phi(t_{1m}, t_{3m}) = \left(\frac{\partial f_m}{\partial t_{1m}} \right)^2 + \left(\frac{\partial f_m}{\partial t_{3m}} \right)^2 \tag{3.14}$$

dir.

Böylece, levhaların periyodik başlangıç sapmasının dış basınç kuvveti altında büyümesinin araştırılması (3.1) denklemlerinin (3.2) temas koşulları ve (3.3)-(3.4) sınır koşulları çerçevesinde incelenmesine getirilmektedir. Bu incelemelerde göz önüne alınacak (3.6)-(3.14) ifadeleri, özel durumda, yani t_{3m} 'ye göre türevler sıfır olduğu durumda bir önceki bölümde iki boyutlu problemler için elde edilen uygun ifadelerle çakışmaktadır. Bununla da, bu bölümde ele alacağımız problemlerin formülasyonu genel olarak yapılmış olmaktadır.

3.2 Çözüm Yöntemi ve Stabilité Kriteri

Formülasyonu yukarıda yapılan problem, nonlinear kısmi türevli integro-diferansiyel denklemler takımı için verilmiş bir sınır-değer problemidir. Bu problemin incelenmesi için Akbarov vd. (1997) makalesi ile Akbarov ve Guz (2000) kitabında verilmiş sınır-formu pertürbasyon yöntemini uygulayalım. Bu uygulamayı, önceki bölümde iki boyutlu problemler için yapılan uygulamanın üç boyutlu hale genelleştirilmesi biçiminde verelim. Bölüm 2 Kısım 2.2'de olduğu gibi, aranan büyüklükler (3.5) denkleminde dahil olan ve sapmanın derecesini gösteren küçük ε parametresinin serisi halinde ele alınır.

$$\left\{ \sigma_{ij}^{(k)m}; \varepsilon_{ij}^{(k)m}; u_i^{(k)m} \right\} = \sum_{q=0}^{\infty} \varepsilon^q \left\{ \sigma_{ij}^{(k)m,q}; \varepsilon_{ij}^{(k)m,q}; u_i^{(k)m,q} \right\} \tag{3.15}$$

(3.15) ifadeleri (3.1) denklemlerinde yerine yazılırsa (3.15)'deki her bir yaklaşım için bilinen işlemler sonucunda uygun denklemler takımı elde edilir. (3.1)'deki mekanik bağıntılar lineer olduğundan (3.15)'deki her bir yaklaşım için ayrı ayrı sağlanan mekanik bağıntılar elde edilir. (3.1)'deki denge denklemleri ve geometrik bağıntılardan birinci ve daha sonraki yaklaşımlar için elde edilen denklemler ise önceki yaklaşımların büyüklüklerini de içerir. Ayrıca, (3.2)'den (3.15)'deki her yaklaşım için temas koşulları da elde edilir. Bu koşulları elde ederken (3.15)'deki her yaklaşım, (3.13) ifadesinden yararlanarak $(t_{1m}, \pm h_m^{(k)}, t_{3m})$ civarında seri biçiminde gösterilir ve ε 'nın uygun mertebeleri için yeniden gruplaştırma yapılarak her yaklaşım için uygun temas koşulları belirlenir. Bu işlemler çok detaylı bir biçimde Akbarov ve Guz (2000) kitabında verilmektedir ve buyüzden de onlara burada yer verilmemiştir. Problem formülasyonundan gözüktüğü gibi (3.1)'de verilen ifade ve denklemlerde $x_{11}^{(1)} = x_{11}^{(2)} = \dots = x_{1N}^{(1)} = x_{1N}^{(2)} = x_1$, $t_{11} = t_{12} = \dots = t_{1N} = t_1$; $x_{31}^{(1)} = x_{31}^{(2)} = \dots = x_{3N}^{(1)} = x_{3N}^{(2)} = x_3$, $t_{31} = t_{32} = \dots = t_{3N} = t_3$ olduğunu varsayabiliriz.

Şimdi sıfıncı ve birinci yaklaşımlar için elde edilen uygun denklem takımlarının ve temas koşullarının ifadelerini yazalım.

Sıfıncı Yaklaşım:

Bu durumda, (3.1) denge denklemleri, mekanik ve geometrik bağıntılar olmak üzere, (3.2)-(3.4) denklemlerinden bu yaklaşıma ait aşağıdaki sınır ve temas koşulları elde edilir:

$$\left[\sigma_{2n}^{(1)1,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)1,0}}{\partial x_n^{(1)}} \right) \right]_{(t_1, +h_1^{(1)}, t_3)} = 0 ,$$

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } \sigma_{11}^{(2)N,0} \rightarrow p_1 , \sigma_{33}^{(2)N,0} \rightarrow p_3 , \sigma_{ij}^{(2)N,0} \rightarrow 0 , ij \neq 11, 33$$

$$\left[\sigma_{2n}^{(1)1,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)1,0}}{\partial x_{n1}^{(1)}} \right) \right]_{(t_1, -h_1^{(1)}, t_3)} = \left[\sigma_{2n}^{(2)1,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)1,0}}{\partial x_{n1}^{(2)}} \right) \right]_{(t_1, +h_1^{(2)}, t_3)} ,$$

$$u_i^{(1)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)}, t_3)} = u_i^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)}, t_3)} ,$$

$$\left[\sigma_{2n}^{(2)1,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)1,0}}{\partial x_{n1}^{(2)}} \right) \right]_{(t_1, -h_1^{(2)}, t_3)} = \left[\sigma_{2n}^{(1)2,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)2,0}}{\partial x_{n1}^{(1)}} \right) \right]_{(t_1, +h_2^{(1)}, t_3)} ,$$

$$u_i^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)}, t_3)} = u_i^{(1)2,0} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)}, t_3)} ,$$

$$\begin{aligned}
& \left[\sigma_{2n}^{(2)N-1,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)N-1,0}}{\partial x_{nN-1}^{(2)}} \right) \right]_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)}, t_3)} = \left[\sigma_{2n}^{(1)N,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)N,0}}{\partial x_{nN}^{(1)}} \right) \right]_{(t_1, h_N^{(1)}, t_3)}, \\
& u_i^{(2)N-1,0} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)}, t_3)} = u_i^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, h_N^{(1)}, t_3)}, \\
& \left[\sigma_{2n}^{(1)N,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(1)N,0}}{\partial x_{nN}^{(1)}} \right) \right]_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} = \left[\sigma_{2n}^{(2)N,0} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(2)N,0}}{\partial x_{nN}^{(2)}} \right) \right]_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)}, \\
& u_i^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} = u_i^{(2)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} \quad (3.16)
\end{aligned}$$

Birinci yaklaşım:

Denge denklemleri

$$\frac{\partial}{\partial x_{jm}^{(k)}} T_{ji}^{(k)m,1} = 0 \quad (3.17)$$

ve geometrik bağıntılar

$$\varepsilon_{ij}^{(k)m,1} = \frac{1}{2} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_n^{(k)m,0}}{\partial x_{im}^{(k)}} \right) \frac{\partial u_n^{(k)m,1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \frac{1}{2} \left(\delta_j^n + \frac{\partial u_n^{(k)m,0}}{\partial x_{jm}^{(k)}} \right) \frac{\partial u_n^{(k)m,1}}{\partial x_{im}^{(k)}} \quad (3.18)$$

ile verilir.

Sonraki yaklaşımlar:

Denge denklemleri

$$\frac{\partial}{\partial x_{jm}^{(k)}} T_{ji}^{(k)m,q} = \Psi_{iq} (T_{ji}^{(k)m,1}, \dots, T_{ji}^{(k)m,q-1}) \quad q = 2, 3, \dots \quad (3.19)$$

ve geometrik bağıntılar

$$\varepsilon_{ij}^{(k)m,q} = \frac{1}{2} \left(\delta_i^n + \frac{\partial u_n^{(k)m,0}}{\partial x_{im}^{(k)}} \right) \frac{\partial u_n^{(k)m,q}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \frac{1}{2} \left(\delta_j^n + \frac{\partial u_n^{(k)m,0}}{\partial x_{jm}^{(k)}} \right) \frac{\partial u_n^{(k)m,q}}{\partial x_{im}^{(k)}} + \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{q-1} \frac{\partial u_n^{(k)m,q-r}}{\partial x_{im}^{(k)}} \frac{\partial u_n^{(k)m,r}}{\partial x_{jm}^{(k)}} \quad (3.20)$$

ile verilir. (3.17) ve (3.19) denklemlerinde aşağıdaki notasyon kullanılmıştır:

$$T_{ij}^{(k)m,q} = \left(\delta_j^n + \frac{\partial u_j^{(k)m,0}}{\partial x_{nm}^{(k)}} \right) \sigma_{in}^{(k)m,q} + \sigma_{in}^{(k)m,0} \frac{\partial u_j^{(k)m,q}}{\partial x_{nm}^{(k)}} \quad q = 1, 2, \dots \quad (3.21)$$

Ele alınan durumda sıfıncı, birinci ve sonraki yaklaşımlar için mekanik bağıntılar aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\sigma_{ij}^{(k)m,q} = C_{ijrs}^{(k)m} \varepsilon_{rs}^{(k)m,q}(t) + \int_0^t C_{ijrs}^{(k)m} (t-\tau) \varepsilon_{rs}^{(k)m,q}(\tau) d\tau \quad (3.22)$$

Üstelik birinci ve sonraki yaklaşımlar için temas ve sınır koşulları (3.2)-(3.4) denklemlerinden aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$T_{2j}^{(1)l,q} \Big|_{(t_1, +h_1^{(1)}, t_3)} = \Phi_{2j}(T_{ij}^{(1)l,q-1}, \dots, T_{ij}^{(1)l,0}, f_1)$$

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } T_{ij}^{(2)N,q} \rightarrow 0,$$

$$T_{2i}^{(1)l,q} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)}, t_3)} - T_{2i}^{(2)l,q} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)}, t_3)} = \psi_{2i}^{12}(T_{ij}^{(1)l,q-1}, T_{ij}^{(2)l,q-1}, \dots, T_{ij}^{(1)l,0}, T_{ij}^{(2)l,0}, f_1),$$

$$u_i^{(1)l,q} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)}, t_3)} - u_i^{(2)l,q} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)}, t_3)} = \phi_i^{12}(u_i^{(1)l,q-1}, u_i^{(2)l,q-1}, \dots, u_i^{(1)l,0}, u_i^{(2)l,0}, f_1),$$

$$T_{2i}^{(2)l,q} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)}, t_3)} - T_{2i}^{(1)2,q} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)}, t_3)} = \psi_{2i}^{21}(T_{2i}^{(2)l,q-1}, T_{2i}^{(1)2,q-1}, \dots, T_{2i}^{(2)l,0}, T_{2i}^{(1)2,0}, f_2),$$

$$u_i^{(2)l,q} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)}, t_3)} - u_i^{(1)2,q} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)}, t_3)} = \phi_i^{21}(u_i^{(2)l,q-1}, u_i^{(1)2,q-1}, \dots, u_i^{(2)l,0}, u_i^{(1)2,0}, f_2),$$

.....

$$T_{2i}^{(2)N-1,q} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)}, t_3)} - T_{2i}^{(1)N,q} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)}, t_3)} = \psi_{2i}^{N-1N}(T_{ij}^{(2)N-1,q-1}, T_{ij}^{(1)N,q-1}, \dots, T_{ij}^{(2)N-1,0}, T_{ij}^{(1)N,0}, f_N),$$

$$u_i^{(2)N-1,q} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)}, t_3)} - u_i^{(1)N,q} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)}, t_3)} = \phi_i^{N-1N}(u_i^{(2)N-1,q-1}, u_i^{(1)N,q-1}, \dots, u_i^{(2)N-1,0}, u_i^{(1)N,0}, f_N),$$

$$T_{2i}^{(1)N,q} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} - T_{2i}^{(2)N,q} \Big|_{(t_1, +h_N^{(2)}, t_3)} = \psi_{2i}^{NN}(T_{ij}^{(1)N,q-1}, T_{ij}^{(2)N,q-1}, \dots, T_{ij}^{(1)N,0}, T_{ij}^{(2)N,0}, f_N),$$

$$u_i^{(1)N,q} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} - u_i^{(2)N,q} \Big|_{(t_1, +h_N^{(2)}, t_3)} = \phi_i^{NN}(u_i^{(1)N,q-1}, u_i^{(2)N,q-1}, \dots, u_i^{(1)N,0}, u_i^{(2)N,0}, f_N). \quad (3.23)$$

(3.23) koşullarındaki $\Phi_{2j}, \psi_{2i}^{12}, \phi_i^{12}, \dots, \psi_{2i}^{NN}, \phi_i^{NN}$ 'ler bilinen operatörlerdir. Bu operatörlerin ifadelerinin elde edilme işlemleri açık, ancak ifadeleri çok karmaşık olduğundan burada verilmemektedir. (3.16)-(3.23) denklem ve ifadeleri önceki bölümde elde edilen uygun denklem ve ifadelerin benzeri olsa da bunlar üç boyutlu problemlerin çözümüne ait olup i, j, n, r ve s indisleri 1'den 3'e kadar değişmektedir.

Böylece, parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde formülasyonu yapılan nonlinear problemin incelenmesi, (3.17)-(3.23) denklemleriyle ifade edilen bir seri üç boyutlu lineer problemler takımının çözümüne indirgenir. Bu durumda, sıfırıncı yaklaşıma ait değerler (3.1)-(3.15) nonlinear denklemlerinden, sonraki yaklaşımlar ise (3.17)-(3.23) lineer denklemlerinden belirlenir. Bölüm 2 Kısım 2.2’de iki boyutlu problemler için ÜBDST denklemlerinin elde edilmesinde kullanılan yöntemler ve stabilite kaybı problemlerinin incelenmesi ve kritik kuvvetler veya kritik zaman değerlerinin belirlenmesi için hangi yaklaşımların yeterli olacağı konusunda söylenenler burada da geçerlidir.

Bir önceki bölümde olduğu gibi, aşağıdaki araştırmalarda, sıfırıncı ve birinci yaklaşımlar için genel olarak formülasyonu yapılmış problemlerin çözümü sonucunda, *levhaların küçük periyodik başlangıç eğilme genliklerinin verilen dış basınç kuvveti etkisi altında zamanla büyüyerek sonsuza gitmesi durumu stabilite kaybı kriteri* olarak kabul edilecektir. Mekanik özellikleri zamandan bağımlı malzemeler için, *küçük başlangıç periyodik eğilme genliklerinin büyüyerek sonsuza gitmesine karşı gelen zaman süresini, kritik zaman* olarak kabul edeceğiz.

Bu bölümde ele alacağımız problem çözümlerimizde levhaların başlangıç sapması (yüklenmeden önceki)

$$\begin{aligned} F_1(x_{11}^{(1)}, x_{31}^{(1)}) &= F_2(x_{12}^{(1)}, x_{32}^{(1)}) = F(x_1, x_3) = L \sin\left(\frac{2\pi}{\ell_1} x_1\right) \cos\left(\frac{2\pi}{\ell_3} x_3\right) \\ &= \frac{L}{\ell_1} \ell_1 \sin(\alpha x_1) \cos(\gamma \alpha x_3) \end{aligned} \quad (3.24)$$

şeklinde alınır (Babich vd., 2001). Burada $\alpha = 2\pi/\ell_1$, $\gamma = \ell_1/\ell_3$, L levhaların periyodik eğilme genliği, ℓ_1 , ℓ_3 ise sırasıyla Ox_1 ve Ox_3 eksenleri yönündeki eğilmelerin periyotlarıdır ve eğilme genliğinin periyoda göre çok küçük olduğunu kabul ederek ($L \ll \ell_1$), $\varepsilon = L/\ell_1$ ($0 < \varepsilon \ll 1$) şeklinde küçük bir parametre tanımlıyoruz.

İki boyutlu problemlerin araştırılmasında olduğu gibi, burada da farzediyoruz ki, yarı uzay ve levha malzemeleri yeterli ölçüde rijittirler yani, $\partial u_i^{(k)m,0}/\partial x_{nm}^{(k)} \ll 1$ koşulu sağlandığından sıfırıncı yaklaşım için elde edilen denklemlerdeki $\delta_i^n + \frac{\partial u_i^{(k)m,0}}{\partial x_{nm}^{(k)}}$ terimlerini δ_i^n ’lerle yer değiştireceğiz ve sıfırıncı yaklaşımla ilgili değerler karşılık gelen lineer denklemlerden elde edilecektir. Burada δ_i^n Kronecker sembolüdür. Ayrıca, $\partial u_i^{(k)m,0}/\partial x_{nm}^{(k)} \ll 1$ olduğundan bu terimler birinci ve sonraki yaklaşım denklemlerinde ihmal edilebilir.

Sıfırıncı ve birinci yaklaşımlara ait problemlerin çözümünü ele alalım. Bunun için de (3.1) denklemlerini açık formda yazalım:

Sıfırıncı Yaklaşım:

Bu yaklaşım için denge denklemleri, mekanik ve geometrik bağıntılar ile sınır ve temas koşulları aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$\frac{\partial \sigma_{ji}^{(k)m,0}}{\partial x_{jm}^{(k)}} = 0, \quad \sigma_{ji}^{(k)m,0} = \lambda^{*(k)m} \theta^{(k)m,0} \delta_i^j + 2\mu^{*(k)m} \varepsilon_{ji}^{(k)m,0}, \quad \lambda^{*(k)m} = \lambda_0^{(k)m} + \int_0^t \lambda^{(k)m}(t-\tau) d\tau$$

$$(\lambda^{*(k)m} = \frac{E^{*(k)m} v^{*(k)m}}{(1+v^{*(k)m})(1-2v^{*(k)m})}), \quad \mu^{*(k)m} = \mu_0^{(k)m} + \int_0^t \mu^{(k)m}(t-\tau) d\tau \quad (\mu^{*(k)m} = \frac{E^{*(k)m}}{2(1+v^{*(k)m})}),$$

$$E^{*(k)m} = E_0^{(k)m} + \int_0^t E^{(k)m}(t-\tau) d\tau, \quad v^{*(k)m} = v_0^{(k)m} + \int_0^t v^{(k)m}(t-\tau) d\tau,$$

$$\theta^{(k)m,0} = \varepsilon_{11}^{(k)m,0} + \varepsilon_{22}^{(k)m,0} + \varepsilon_{33}^{(k)m,0}, \quad 2\varepsilon_{ji}^{(k)m,0} = \frac{\partial u_i^{(k)m,0}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(k)m,0}}{\partial x_i},$$

$$\sigma_{2n}^{(1)1,0} \Big|_{(t_1, +h_1^{(1)}, t_3)} = 0,$$

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } \sigma_{11}^{(2)N,0} \rightarrow p_1, \quad \sigma_{33}^{(2)N,0} \rightarrow p_3, \quad \sigma_{ij}^{(2)N,0} \rightarrow 0, \quad ij \neq 11, 33$$

$$\sigma_{2n}^{(1)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)}, t_3)} = \sigma_{2n}^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)}, t_3)}, \quad u_i^{(1)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)}, t_3)} = u_i^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)}, t_3)},$$

$$\sigma_{2n}^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)}, t_3)} = \sigma_{2n}^{(1)2,0} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)}, t_3)}, \quad u_i^{(2)1,0} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)}, t_3)} = u_i^{(1)2,0} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)}, t_3)},$$

.....

$$\sigma_{2n}^{(2)N-1,0} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)}, t_3)} = \sigma_{2n}^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, h_N^{(1)}, t_3)}, \quad u_i^{(2)N-1,0} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)}, t_3)} = u_i^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, h_N^{(1)}, t_3)},$$

$$\sigma_{2n}^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} = \sigma_{2n}^{(2)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(2)}, t_3)}, \quad u_i^{(1)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} = u_i^{(2)N,0} \Big|_{(t_1, -h_N^{(2)}, t_3)} \quad (3.25)$$

Ortam elastik olduğu durumda (3.25) denklemlerinde $\lambda^{*(k)m}$, $\mu^{*(k)m}$, $E^{*(k)m}$, $v^{*(k)m}$ operatörlerini sırası ile $\lambda_0^{(k)m}$, $\mu_0^{(k)m}$, $E_0^{(k)m}$, $v_0^{(k)m}$ sabitleri ile yer değiştireceğiz. (3.25)'de $\lambda_0^{(k)m}$, $\mu_0^{(k)m}$, $E_0^{(k)m}$ ve $v_0^{(k)m}$ (k)m indisli malzemeye ait elastisite sabitlerinin ($t = 0$ anındaki) anlık değerleridir. Ayrıca sadelik için, ileride $v_0^{(1)m} = v_0^{(2)m} = \dots = v_0^{(2)N}$ ($v_0^{(1)m}$ ve $v_0^{(2)m}$ levha

malzemelerinin, $v_0^{(2)N}$ yarı uzay malzemesinin Poisson oranları olmak üzere) olduğunu varsayacağız. Akbarov ve Guz (2000)'a göre Poisson oranlarının eşit alınması nümerik sonuçlara önemli bir etkiye bulunmamaktadır. Dolayısıyla, sonlu sayıda levhanın ve yarı uzayın Poisson oranlarının eşit alınması koşulu sadece çözüm işlemlerini basitleştirmek için varsayılmıştır.

Mekanik özellikleri zamana bağlı malzemeler için, Bölüm 2 Kısım 2.2'de (2.26) denklemiyle ifade edilen Laplace dönüşümü (3.25)'deki tüm ifade ve denklemlere uygulanırsa, sıfırıncı yaklaşıma ait bu dönüşüm ifadeleri

$$\left\{ \bar{\sigma}_{ij}^{(k)m,0}, \bar{\varepsilon}_{ij}^{(k)m,0}, \bar{u}_i^{(k)m,0}, \bar{\lambda}^{*(k)m}, \bar{\mu}^{*(k)m} \right\} \Rightarrow \left\{ \bar{\sigma}_{ij}^{(k)m,0}, \bar{\varepsilon}_{ij}^{(k)m,0}, \bar{u}_i^{(k)m,0}, \bar{\lambda}^{*(k)m}, \bar{\mu}^{*(k)m} \right\} \quad (3.26)$$

ile belirlenir. Buradan

$$\bar{\sigma}_{11}^{(k)m,0} = \frac{\bar{E}^{*(k)m} (\bar{p}_1 + \bar{v}^{*(k)m} \bar{p}_3)}{\bar{E}^{*(2)N} (1 - (\bar{v}^{*(k)m})^2)} - \frac{\bar{E}^{*(k)m} \bar{v}^{*(2)N} (\bar{p}_3 + \bar{v}^{*(k)m} \bar{p}_1)}{\bar{E}^{*(2)N} (1 - (\bar{v}^{*(k)m})^2)},$$

$$\bar{\sigma}_{33}^{(k)m,0} = \frac{\bar{E}^{*(k)m} (\bar{p}_3 + \bar{v}^{*(k)m} \bar{p}_1)}{\bar{E}^{*(2)N} (1 - (\bar{v}^{*(k)m})^2)} - \frac{\bar{E}^{*(k)m} \bar{v}^{*(2)N} (\bar{p}_1 + \bar{v}^{*(k)m} \bar{p}_3)}{\bar{E}^{*(2)N} (1 - (\bar{v}^{*(k)m})^2)},$$

$$\bar{\sigma}_{ij}^{(k)m,0} = 0, \quad ij \neq 11; 33 \quad (3.27)$$

elde edilir. (3.27)'de $\bar{E}^{*(k)m}$ ve $\bar{v}^{*(k)m}$ (3.25)'deki integral operatörlerinin Laplace integral dönüşümleridir.

Birinci Yaklaşım:

Ortam elastik olduğu durumda bu yaklaşımla ilgili bağıntılar ise (3.17), (3.18), (3.21), (3.22) ve (3.27) denklemlerinden belirlenir:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{ji}^{(k)m,1}}{\partial \bar{x}_{jm}^{(k)}} + \bar{\sigma}_{11}^{(k)m,0} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (\bar{x}_{1m}^{(k)})^2} + \bar{\sigma}_{33}^{(k)m,0} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (\bar{x}_{3m}^{(k)})^2} = 0 \quad (3.28)$$

$$\bar{\sigma}_{ji}^{(k)m,1} = \bar{\lambda}^{*(k)m} \bar{\theta}^{(k)m,1} \delta_i^j + 2\bar{\mu}^{*(k)m} \bar{\varepsilon}_{ji}^{(k)m,1}, \quad \bar{\theta}^{(k)m,1} = \bar{\varepsilon}_{11}^{(k)m,1} + \bar{\varepsilon}_{22}^{(k)m,1} + \bar{\varepsilon}_{33}^{(k)m,1},$$

$$\bar{\varepsilon}_{ji}^{(k)m,1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial \bar{x}_{jm}^{(k)}} + \frac{\partial \bar{u}_j^{(k)m,1}}{\partial \bar{x}_{im}^{(k)}} \right) \quad (3.29)$$

$$T_{2j}^{(1)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(1)}, t_3)} = \Phi_{2j} (T_{ij}^{(1)1,0}, f_1)$$

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } T_{ij}^{(2)N,1} \rightarrow 0 ,$$

$$T_{2i}^{(1)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)}, t_3)} - T_{2i}^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)}, t_3)} = \psi_{2i}^{12} (T_{ij}^{(1)1,0}, T_{ij}^{(2)1,0}, f_1) ,$$

$$u_i^{(1)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)}, t_3)} - u_i^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)}, t_3)} = \phi_i^{12} (u_i^{(1)1,0}, u_i^{(2)1,0}, f_1) ,$$

$$T_{2i}^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)}, t_3)} - T_{2i}^{(1)2,1} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)}, t_3)} = \psi_{2i}^{21} (T_{2i}^{(2)1,0}, T_{2i}^{(1)2,0}, f_2) ,$$

$$u_i^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)}, t_3)} - u_i^{(1)2,1} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)}, t_3)} = \phi_i^{21} (u_i^{(2)1,0}, u_i^{(1)2,0}, f_2) ,$$

.....

$$T_{2i}^{(2)N-1,1} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)}, t_3)} - T_{2i}^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)}, t_3)} = \psi_{2i}^{N-1N} (T_{ij}^{(2)N-1,0}, T_{ij}^{(1)N,0}, f_N) ,$$

$$u_i^{(2)N-1,1} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)}, t_3)} - u_i^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)}, t_3)} = \phi_i^{N-1N} (u_i^{(2)N-1,0}, u_i^{(1)N,0}, f_N) ,$$

$$T_{2i}^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} - T_{2i}^{(2)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)}, t_3)} = \psi_{2i}^{NN} (T_{ij}^{(1)N,0}, T_{ij}^{(2)N,0}, f_N) ,$$

$$u_i^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} - u_i^{(2)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)}, t_3)} = \phi_i^{NN} (u_i^{(1)N,0}, u_i^{(2)N,0}, f_N) . \quad (3.30)$$

Ortam elastik olduğu durumda sıfırıncı yaklaşımdaki gibi (3.28), (3.29) ve (3.30) denklemlerinde $\lambda^{*(k)m}$, $\mu^{*(k)m}$, $E^{*(k)m}$, $v^{*(k)m}$ operatörlerini sırası ile $\lambda_0^{(k)m}$, $\mu_0^{(k)m}$, $E_0^{(k)m}$, $v_0^{(k)m}$ sabitleri ile yer değiştireceğiz.

Şimdi mekanik özellikleri zamana bağlı malzemeler için birinci yaklaşım ifadelerini belirleyelim. Bu aşamada ele alınan sistem için birinci yaklaşım değerlerinin belirlenmesi, (3.28) ve (3.29) denklemleri ile (3.30) sınır ve temas koşullarından oluşan integro diferansiyel denklem takımının çözümüne indirgenmiş olmaktadır. Mekanik özellikleri zamana bağlı malzemeler için (3.28) denkleminde giren $\sigma_{11}^{(k)m,0}$ ve $\sigma_{33}^{(k)m,0}$ katsayıları zamanın fonksiyonudur, yani $\sigma_{11}^{(k)m,0} = \sigma_{11}^{(k)m,0}(t)$ ve $\sigma_{33}^{(k)m,0} = \sigma_{33}^{(k)m,0}(t)$ 'dir. Bu tip problemlerin çözümü ise aşağıdaki şekilde yapılır.

Sıfırıncı yaklaşımda olduğu gibi (3.28) ve (3.29) denklemleri ile (3.30) sınır ve temas koşullarına Bölüm 2 Kısım 2.2'de (2.26) denklemiyle ifade edilen Laplace integral

dönüşümünü uygular ve konvolüsyon teoremini kullanırsak aşağıdaki denklemleri elde ederiz:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_{ji}^{-(k)\underline{m},1}}{\partial x_{j\underline{m}}^{(k)}} + \int_0^\infty \sigma_{11}^{(k)\underline{m},0}(t) \frac{\partial^2 u_i^{(k)\underline{m},1}}{\partial (x_{1\underline{m}}^{(k)})^2} e^{-st} dt + \int_0^\infty \sigma_{33}^{(k)\underline{m},0}(t) \frac{\partial^2 u_i^{(k)\underline{m},1}}{\partial (x_{3\underline{m}}^{(k)})^2} e^{-st} dt = 0; \quad i,j=1,2,3 \quad (3.31)$$

$$\bar{\sigma}_{ji}^{-(k)\underline{m},1} = \bar{\lambda}^{*(k)\underline{m}} \bar{\theta}^{-(k)\underline{m},1} \delta_i^j + 2\bar{\mu}^{*(k)\underline{m}} \bar{\varepsilon}_{ji}^{-(k)\underline{m},1}, \quad \bar{\theta}^{-(k)\underline{m},1} = \bar{\varepsilon}_{11}^{-(k)\underline{m},1} + \bar{\varepsilon}_{22}^{-(k)\underline{m},1} + \bar{\varepsilon}_{33}^{-(k)\underline{m},1},$$

$$\bar{\varepsilon}_{ji}^{-(k)\underline{m},1} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{-(k)\underline{m},1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \frac{\partial u_j^{-(k)\underline{m},1}}{\partial x_{im}^{(k)}} \right) \quad (3.32)$$

$$\bar{T}_{2j}^{(1)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(1)}, t_3)} = \bar{\sigma}_{11}^{-(1)1,0} 2\pi \delta_j^1 \cos(\alpha x_1) \cos(\gamma \alpha x_3) + \bar{\sigma}_{33}^{-(1)1,0} (-2\pi \gamma) \delta_j^3 \sin(\alpha x_1) \sin(\gamma \alpha x_3),$$

$$x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty \text{ iken } \bar{T}_{ij}^{(2)N,1} \rightarrow 0,$$

$$\bar{T}_{2i}^{(1)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)}, t_3)} - \bar{T}_{2i}^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)}, t_3)} = (\bar{\sigma}_{11}^{-(1)1,0} - \bar{\sigma}_{11}^{-(2)1,0}) 2\pi \delta_i^1 \cos(\alpha x_1) \cos(\gamma \alpha x_3) + (\bar{\sigma}_{33}^{-(1)1,0} - \bar{\sigma}_{33}^{-(2)1,0}) (-2\pi \gamma) \delta_i^3 \sin(\alpha x_1) \sin(\gamma \alpha x_3),$$

$$\bar{u}_i^{-(1)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(1)}, t_3)} - \bar{u}_i^{-(2)1,1} \Big|_{(t_1, +h_1^{(2)}, t_3)} = 0,$$

$$\bar{T}_{2i}^{(2)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)}, t_3)} - \bar{T}_{2i}^{(1)2,1} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)}, t_3)} = (\bar{\sigma}_{11}^{-(2)1,0} - \bar{\sigma}_{11}^{-(1)2,0}) 2\pi \delta_i^1 \cos(\alpha x_1) \cos(\gamma \alpha x_3) + (\bar{\sigma}_{33}^{-(2)1,0} - \bar{\sigma}_{33}^{-(1)2,0}) (-2\pi \gamma) \delta_i^3 \sin(\alpha x_1) \sin(\gamma \alpha x_3),$$

$$\bar{u}_i^{-(2)1,1} \Big|_{(t_1, -h_1^{(2)}, t_3)} - \bar{u}_i^{-(1)2,1} \Big|_{(t_1, +h_2^{(1)}, t_3)} = 0,$$

.....

$$\bar{T}_{2i}^{(2)N-1,1} \Big|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)}, t_3)} - \bar{T}_{2i}^{(1)N,1} \Big|_{(t_1, +h_N^{(1)}, t_3)} = (\bar{\sigma}_{11}^{-(2)N-1,0} - \bar{\sigma}_{11}^{-(1)N,0}) 2\pi \delta_i^1 \cos(\alpha x_1) \cos(\gamma \alpha x_3) +$$

$$(\bar{\sigma}_{33}^{-(2)N-1,0} - \bar{\sigma}_{33}^{-(1)N,0}) (-2\pi \gamma) \delta_i^3 \sin(\alpha x_1) \sin(\gamma \alpha x_3),$$

$$\left. \overline{\mathbf{u}}_i^{(2)N-1,1} \right|_{(t_1, -h_{N-1}^{(2)}, t_3)} - \left. \overline{\mathbf{u}}_i^{(1)N,1} \right|_{(t_1, +h_N^{(1)}, t_3)} = 0 ,$$

$$\left. \overline{\mathbf{T}}_{2i}^{(1)N,1} \right|_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} - \left. \overline{\mathbf{T}}_{2i}^{(2)N,1} \right|_{(t_1, +h_N^{(1)}, t_3)} = (\overline{\sigma}_{11}^{(1)N,0} - \overline{p}_1) 2\pi \delta_i^1 \cos(\alpha x_1) \cos(\gamma \alpha x_3) +$$

$$(\overline{\sigma}_{33}^{(1)N,0} - \overline{p}_3)(-2\pi\gamma)\delta_i^3 \sin(\alpha x_1) \sin(\gamma \alpha x_3) ,$$

$$\left. \overline{\mathbf{u}}_i^{(1)N,1} \right|_{(t_1, -h_N^{(1)}, t_3)} - \left. \overline{\mathbf{u}}_i^{(2)N,1} \right|_{(t_1, +h_N^{(1)}, t_3)} = 0 , \quad i, j = 1, 2, 3 . \quad (3.33)$$

Şimdi (3.31) denkleminde giren integral terimlerini dikkate alalım:

$$\int_0^\infty \sigma_{11}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} e^{-st} dt \quad \text{ve} \quad \int_0^\infty \sigma_{33}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} e^{-st} dt \quad (3.34)$$

İki boyutlu problemlerin incelenmesinde (Bölüm 2, Kısım 2.2) kullanılan yaklaşımı burada da uygularsak aşağıdakileri yazabiliriz.

$$\int_0^\infty \sigma_{jj}^{(k)m,0}(t) \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{jm}^{(k)})^2} e^{-st} dt \cong \sigma_{jj}^{(k)m,0}(t_*) \times$$

$$\int_0^\infty \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{jm}^{(k)})^2} e^{-st} dt = \sigma_{jj}^{(k)m,0}(t_*) \frac{\partial^2 \overline{\mathbf{u}}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{jm}^{(k)})^2} ; \quad j = 1, 3 ; \quad i = 1, 2, 3. \quad (3.35)$$

Açıktır ki, (3.35) denkleminde t_* 'nin değerinin kesin olarak bulunması mümkün değil veya çok zordur. Bununla beraber, fiziksel bakış açısından araştırılan stabilite kaybı problemlerinin kritik parametre değerleri $t_* = 0$ ve $t_* = \infty$ durumlarında elde edilen değerlerle sınırlı olmalıdır. $t_* = 0$ ($t_* = \infty$) 'da elde edilen kritik zamanı $t_{cr,0}$ ($t_{cr,\infty}$) ile göstereceğiz. Böylece, yukarıdaki kabuller hesaba katılarak, kritik zaman ($t_{cr.}$) değerlerinin belirlenmesi $t_{cr,0}$ ve $t_{cr,\infty}$ değerlerinin belirlenmesine indirgenir. Bu durumda, (3.31) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{\partial \overline{\sigma}_{ji}^{(k)m,1}}{\partial x_{jm}^{(k)}} + \sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*) \frac{\partial^2 \overline{\mathbf{u}}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1m}^{(k)})^2} + \sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*) \frac{\partial^2 \overline{\mathbf{u}}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3m}^{(k)})^2} = 0 \quad (3.36)$$

Şimdi, (3.33) sınır ve temas koşullarını sağlayacak (3.32) ve (3.36) denklemlerine çözüm arayalım. (3.32) denklemlerini (3.36)'da yerine yazarsak

$$\nabla^2 \bar{u}_i^{(k)m,1} + \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}}\right) \frac{\partial}{\partial x_{i\underline{m}}^{(k)}} \bar{\theta}^{(k)m,1} + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1\underline{m}}^{(k)})^2} + \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3\underline{m}}^{(k)})^2} = 0 ; \quad i = 1, 2, 3 \quad (3.37)$$

elde ederiz. Burada

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial (x_{1\underline{m}}^{(k)})^2} + \frac{\partial^2}{\partial (x_{2\underline{m}}^{(k)})^2} + \frac{\partial^2}{\partial (x_{3\underline{m}}^{(k)})^2} \quad \text{ve} \quad \bar{\theta}^{(k)m,1} = \frac{\partial \bar{u}_1^{(k)m,1}}{\partial x_{1\underline{m}}^{(k)}} + \frac{\partial \bar{u}_2^{(k)m,1}}{\partial x_{2\underline{m}}^{(k)}} + \frac{\partial \bar{u}_3^{(k)m,1}}{\partial x_{3\underline{m}}^{(k)}} \quad (3.38)$$

dir. (3.37) denkleminde

$$\left(2 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}}\right) \nabla^2 \bar{\theta}^{(k)m,1} + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \frac{\partial^2}{\partial (x_{1\underline{m}}^{(k)})^2} \bar{\theta}^{(k)m,1} + \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \frac{\partial^2}{\partial (x_{3\underline{m}}^{(k)})^2} \bar{\theta}^{(k)m,1} = 0 \quad (3.39)$$

$$\nabla^2 \bar{u}_i^{(k)m,1} + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{1\underline{m}}^{(k)})^2} + \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \frac{\partial^2 \bar{u}_i^{(k)m,1}}{\partial (x_{3\underline{m}}^{(k)})^2} = - \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}}\right) \frac{\partial}{\partial x_{i\underline{m}}^{(k)}} \bar{\theta}^{(k)m,1} \quad (3.40)$$

bulunur. (3.33) sınır ve temas koşullarına göre problem çözümlerimizde yer değiştirmeler

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^{(k)m,1} &= \bar{\theta}_1^{(k)m,1}(x_{2\underline{m}}^{(k)}) \sin(\alpha x_1) \cos(\gamma \alpha x_3), \\ \bar{u}_1^{(k)m,1} &= \bar{\varphi}_1^{(k)m,1}(x_{2\underline{m}}^{(k)}) \cos(\alpha x_1) \cos(\gamma \alpha x_3), \\ \bar{u}_2^{(k)m,1} &= \bar{\varphi}_2^{(k)m,1}(x_{2\underline{m}}^{(k)}) \sin(\alpha x_1) \cos(\gamma \alpha x_3), \\ \bar{u}_3^{(k)m,1} &= \bar{\varphi}_3^{(k)m,1}(x_{2\underline{m}}^{(k)}) \sin(\alpha x_1) \sin(\gamma \alpha x_3) \end{aligned} \quad (3.41)$$

şeklinde seçilmiştir. Burada $\alpha = 2\pi/\ell_1$ 'dir.

(3.41) denklemleri (3.39) ve (3.40) denklemlerinde yerlerine yazılır ve koordinatlara göre

$x_1 \rightarrow \alpha x_1$, $x_2 \rightarrow \alpha x_2$ ve $x_3 \rightarrow \alpha x_3$ dönüşümleri yapılırsa $\bar{\theta}_1^{(k)m,1}$, $\bar{\varphi}_1^{(k)m,1}$, $\bar{\varphi}_2^{(k)m,1}$ ve $\bar{\varphi}_3^{(k)m,1}$

bilinmeyen fonksiyonları için

$$\frac{d^2 \bar{\theta}_1^{(k)m,1}}{d(x_{2\underline{m}}^{(k)})^2} - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m}}\right) \bar{\theta}_1^{(k)m,1} = 0, \quad (3.42)$$

$$\frac{d^2 \bar{\varphi}_i^{(k)m,1}}{d(x_{2m}^{(k)})^2} - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \bar{\varphi}_i^{(k)m,1} =$$

$$- \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \left(\frac{d\bar{\theta}_1^{(k)m,1}}{dx_{2m}^{(k)}} \delta_i^2 + \bar{\theta}_1^{(k)m,1} \delta_i^1 - \gamma \bar{\theta}_1^{(k)m,1} \delta_i^3 \right) \quad (3.43)$$

boyutsuzlaştırma yapılmış adi diferansiyel denklemlerini elde ederiz. (3.42) denkleminde ait karakteristik denklem

$$\left(r^{(k)m} \right)^2 - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m}} \right) = 0 \quad (3.44)$$

gibidir. (3.44) denkleminde

$$r_1^{(k)m} = \sqrt{1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\lambda}^{(k)m} + 2\bar{\mu}^{(k)m}}} , \quad r_2^{(k)m} = -r_1^{(k)m} \quad (3.45)$$

kökleri bulunur. Buradan

$$\bar{\theta}_1^{(k)m,1} = \bar{A}_1^{(k)m} e^{r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{A}_2^{(k)m} e^{-r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} \quad (3.46)$$

yazılabilir. (3.46) denklemini (3.43)'de yerine yazarak $\bar{\varphi}_i^{(k)m,1}$ ($i=1,2,3$) fonksiyonlarını belirlemeye çalışalım:

$$\frac{d^2 \bar{\varphi}_1^{(k)m,1}}{d(x_{2m}^{(k)})^2} - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \bar{\varphi}_1^{(k)m,1} =$$

$$- \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \left(\bar{A}_1^{(k)m} e^{r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{A}_2^{(k)m} e^{-r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} \right) \quad (3.47)$$

$$\frac{d^2 \bar{\varphi}_2^{(k)m,1}}{d(x_{2m}^{(k)})^2} - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \bar{\varphi}_2^{(k)m,1} =$$

$$- \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \left(\bar{A}_1^{(k)m} r_1^{(k)m} e^{r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} - \bar{A}_2^{(k)m} r_1^{(k)m} e^{-r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} \right) \quad (3.48)$$

$$\frac{d^2 \bar{\phi}_3^{(k)m,1}}{d(x_{2m}^{(k)})^2} - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \bar{\phi}_3^{(k)m,1} = \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) (\gamma) \left(\bar{A}_1^{(k)m} e^{r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{A}_2^{(k)m} e^{-r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} \right) \quad (3.49)$$

(3.47), (3.48) ve (3.49) denklemleri ikinci yanlı diferansiyel denklemlerdir. Bu diferansiyel denklemlerin homojen kısımlarına ait karakteristik kökler

$$k_1^{(k)m} = \sqrt{1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}}} , \quad k_2^{(k)m} = -k_1^{(k)m} \quad (3.50)$$

dir. $(k)m$ indisli levha için (3.47), (3.48) ve (3.49) diferansiyel denklemlerine ait genel çözümler aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

$$\begin{aligned} \bar{\phi}_1^{(k)m,1}(x_{2m}^{(k)}) &= \bar{C}_{11}^{(k)m} e^{k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{C}_{12}^{(k)m} e^{-k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{A}_{11}^{(k)m} e^{r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{A}_{12}^{(k)m} e^{-r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} , \\ \bar{\phi}_2^{(k)m,1}(x_{2m}^{(k)}) &= \bar{C}_{21}^{(k)m} e^{k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{C}_{22}^{(k)m} e^{-k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{A}_{21}^{(k)m} e^{r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{A}_{22}^{(k)m} e^{-r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} , \\ \bar{\phi}_3^{(k)m,1}(x_{2m}^{(k)}) &= \bar{C}_{31}^{(k)m} e^{k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{C}_{32}^{(k)m} e^{-k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{A}_{31}^{(k)m} e^{r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \bar{A}_{32}^{(k)m} e^{-r_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} . \end{aligned} \quad (3.51)$$

Burada

$$\begin{aligned} \bar{A}_{11}^{(k)m} &= - \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \bar{A}_1^{(k)m} / \left((r_1^{(k)m})^2 - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \right) , \\ \bar{A}_{12}^{(k)m} &= - \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \bar{A}_2^{(k)m} / \left((r_1^{(k)m})^2 - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \right) , \\ \bar{A}_{21}^{(k)m} &= - \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) r_1^{(k)m} \bar{A}_1^{(k)m} / \left((r_1^{(k)m})^2 - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \right) , \\ \bar{A}_{22}^{(k)m} &= \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) r_1^{(k)m} \bar{A}_2^{(k)m} / \left((r_1^{(k)m})^2 - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \right) , \\ \bar{A}_{31}^{(k)m} &= \left(1 + \frac{\bar{\lambda}^{(k)m}}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \gamma \bar{A}_1^{(k)m} / \left((r_1^{(k)m})^2 - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\bar{\mu}^{(k)m}} \right) \right) , \end{aligned}$$

$$\overline{A}_{32}^{(k)m} = \left(1 + \frac{\overline{\lambda}^{(k)m}}{\overline{\mu}^{(k)m}} \right) \gamma \overline{A}_2^{(k)m} \left/ \left(\left(\overline{r}_1^{(k)m} \right)^2 - \left(1 + \gamma^2 + \frac{\sigma_{11}^{(k)m,0}(t_*)}{\overline{\mu}^{(k)m}} + \gamma^2 \frac{\sigma_{33}^{(k)m,0}(t_*)}{\overline{\mu}^{(k)m}} \right) \right) \right. \quad (3.52)$$

dir. Bu aşamadan sonra (3.41) denklemindeki $\overline{\theta}^{(k)m,1}$ ifadesini (3.38) ve (3.39) denklemlerinde yerine yazarsa ve boyutsuzlaştırma yaptıktan sonra elde edilen ifadeleri eşitlersek

$$-\overline{\varphi}_1^{(k)m,1} + \frac{d\overline{\varphi}_2^{(k)m,1}}{dx_{2m}^{(k)}} + \gamma \overline{\varphi}_3^{(k)m,1} = \overline{A}_1^{(k)m} e^{\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \overline{A}_2^{(k)m} e^{-\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} \quad (3.53)$$

eşitliğini elde ederiz. (3.51) ifadeleri (3.53)'de yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(-\overline{C}_{11}^{(k)m} + k_1^{(k)m} \overline{C}_{21}^{(k)m} + \gamma \overline{C}_{31}^{(k)m} \right)}_{=0} e^{k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \underbrace{\left(-\overline{C}_{12}^{(k)m} - k_1^{(k)m} \overline{C}_{22}^{(k)m} + \gamma \overline{C}_{32}^{(k)m} \right)}_{=0} e^{-k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \\ & \underbrace{\left(-\overline{A}_{11}^{(k)m} + \overline{r}_1^{(k)m} \overline{A}_{21}^{(k)m} + \gamma \overline{A}_{31}^{(k)m} \right)}_{*} e^{\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \underbrace{\left(-\overline{A}_{12}^{(k)m} - \overline{r}_1^{(k)m} \overline{A}_{22}^{(k)m} + \gamma \overline{A}_{32}^{(k)m} \right)}_{**} e^{-\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} = \\ & \underbrace{\overline{A}_1^{(k)m}}_{*} e^{\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \underbrace{\overline{A}_2^{(k)m}}_{**} e^{-\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} \quad (3.54) \end{aligned}$$

bulunur. Burada

$$\begin{aligned} \overline{A}_1^{(k)m} &= -\overline{A}_{11}^{(k)m} + \overline{r}_1^{(k)m} \overline{A}_{21}^{(k)m} + \gamma \overline{A}_{31}^{(k)m}, \quad \overline{A}_2^{(k)m} = -\overline{A}_{12}^{(k)m} - \overline{r}_1^{(k)m} \overline{A}_{22}^{(k)m} + \gamma \overline{A}_{32}^{(k)m}, \\ \overline{C}_{11}^{(k)m} &= k_1^{(k)m} \overline{C}_{21}^{(k)m} + \gamma \overline{C}_{31}^{(k)m}, \quad \overline{C}_{12}^{(k)m} = -k_1^{(k)m} \overline{C}_{22}^{(k)m} + \gamma \overline{C}_{32}^{(k)m} \quad (3.55) \end{aligned}$$

dir. Bu durumda (k)m indisli levha için (3.47), (3.48) ve (3.49) diferansiyel denklemlerine ait (3.51) ile ifade edilen genel çözümler

$$\begin{aligned} \overline{\varphi}_1^{(k)m,1}(x_{2m}^{(k)}) &= \left(k_1^{(k)m} \overline{C}_{21}^{(k)m} + \gamma \overline{C}_{31}^{(k)m} \right) e^{k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \left(-k_1^{(k)m} \overline{C}_{22}^{(k)m} + \gamma \overline{C}_{32}^{(k)m} \right) e^{-k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \\ & \quad \overline{A}_{11}^{(k)m} e^{\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \overline{A}_{12}^{(k)m} e^{-\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}}, \\ \overline{\varphi}_2^{(k)m,1}(x_{2m}^{(k)}) &= \overline{C}_{21}^{(k)m} e^{k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \overline{C}_{22}^{(k)m} e^{-k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \overline{A}_{21}^{(k)m} e^{\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \overline{A}_{22}^{(k)m} e^{-\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}}, \\ \overline{\varphi}_3^{(k)m,1}(x_{2m}^{(k)}) &= \overline{C}_{31}^{(k)m} e^{k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \overline{C}_{32}^{(k)m} e^{-k_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \overline{A}_{31}^{(k)m} e^{\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} + \overline{A}_{32}^{(k)m} e^{-\overline{r}_1^{(k)m} x_{2m}^{(k)m}} \quad (3.56) \end{aligned}$$

formuna dönüşür. Yarı uzay için (3.47), (3.48) ve (3.49) diferansiyel denklemlerine ait genel çözümler ise

$$\overline{\varphi}_1^{(2)N,1}(x_{2m}^{(k)}) = \left(k_1^{(2)N} \overline{C}_{21}^{(2)N} + \gamma \overline{C}_{31}^{(2)N} \right) e^{k_1^{(2)N} (x_{2m}^{(2)N} + h_N^{(2)})} + \overline{A}_{11}^{(2)N} e^{\overline{r}_1^{(2)N} (x_{2m}^{(2)N} + h_N^{(k)})},$$

$$\begin{aligned}\bar{\varphi}_2^{(2)N,1}(x_{2m}^{(k)}) &= \bar{C}_{21}^{(2)N} e^{k_1^{(2)N}(x_{2m}^{(2)N} + h_N^{(2)})} + \bar{A}_{21}^{(2)N} e^{r_1^{(2)N}(x_{2m}^{(2)N} + h_m^{(k)})}, \\ \bar{\varphi}_3^{(2)N,1}(x_{2m}^{(k)}) &= \bar{C}_{31}^{(2)N} e^{k_1^{(2)N}(x_{2m}^{(2)N} + h_N^{(2)})} + \bar{A}_{31}^{(2)N} e^{r_1^{(2)N}(x_{2m}^{(2)N} + h_m^{(k)})}\end{aligned}\quad (3.57)$$

şeklinde bulunmuştur. Burada, $x_{2N}^{(1)} \rightarrow -\infty$ iken $\bar{T}_{ij}^{(2)N,1} \rightarrow 0$ koşulu ve Şekil 3.1a ve Şekil 3.1b’de seçilen koordinatlara göre yarı uzaya ait negatif kökler hesaba katılmamıştır. Böylece (k)m indisli levha ve yarı uzay için $\bar{\varphi}_i^{(k)m,1}$ ($i=1,2,3$) fonksiyonlarını belirlemiş olduk. Bu fonksiyonların yapısına giren bilinmeyen sabitler ise (3.33) sınır ve temas koşullarından elde edilir. Burada, Laplace dönüşümü uygulanıp uygun elastik çözümden yararlanarak, yani elastik çözümdeki terimleri onların Laplace dönüşümleriyle yer değiştirerek viskoelastik problemin Laplace dönüşümlerindeki çözümünü elde etmiş oluyoruz. Bu denklemlerdeki büyüklükler s Laplace dönüşüm parametresine bağlıdır. Yani burada aranan büyüklüklere s parametre biçiminde dahil olmaktadır. Bu çözümlerin orijinallerini (yani ters dönüşümleri) elde etmek için Schapery yöntemi uygulanır (Schapery, 1966). Schapery yöntemine göre

$$u_2^{(k)m,1}(t) = s\bar{u}_2^{(k)m,1}(s) \Big|_{s \approx 1/(2t)} \quad (3.58)$$

dir. Kritik zaman ise

$$t \rightarrow t_{cr.} \text{ iken } \left| \varphi_2^{(1)1,1}(0) \right| \rightarrow \infty \quad (3.59)$$

kriteri ile hesaplanmıştır.

Yukarıda ifade edilen yaklaşım, mekanik özellikleri zamana bağlı olmayan malzemeler için de uygulanabilir. $p_3 = \eta p_1$ notasyonu kullanılırsa, (3.59) kriteri aşağıdaki gibi verilir:

$$p_1 \rightarrow p_{1cr.} \text{ iken } \left| \varphi_2^{(1)1,1}(0) \right| \rightarrow \infty \quad (3.60)$$

$p_{1cr.}$ (veya $t_{cr.}$) değerlerine birinci yaklaşımdan sonraki yaklaşımlar hiçbir katkı göstermemektedir. Dolayısıyla $p_{1cr.}$ (veya $t_{cr.}$) değerleri sadece sıfırıncı ve birinci yaklaşım çerçevesinde belirlenmiştir.

Kritik zaman değerlerine ait sayısal sonuçların elde edilmesi için mekanik özellikleri zamana bağlı malzemelerin bünye denklemlerine dahil olan viskoelastisite operatörlerinin açık ifadelerinin verilmesine gereksinim vardır. Bu amaçla Bölüm 2 Kısım 2.2’de (2.52) ve (2.53) denklemleriyle ifade edilen Rabotnov (1977) operatörlerinden yararlanıyoruz ve farzediyoruz

ki (k)m indisli malzemenin bünye denklemlerine dahil olan viskoelastisite operatörleri Bölüm 2 Kısım 2.2’de (2.51) denklemleri verilmektedir.

Şimdi sırasıyla (3.60) ve (3.59) denklemleriyle ifade edilen $p_{1cr.}$ ve $t_{cr.}$ ’lere ait bulunan sayısal sonuçların incelenmesini ele alalım. Belirtelim ki, $t_{cr.}$ değerlerinin belirlenmesinde $p_3 = \eta p_1$ notasyonu hesaba katılarak seçilecek olan p_1 dış basınç kuvveti değerleri Bölüm 2 Kısım 2.2’de (2.54) denklemleri verilen koşula göre belirlenmiştir.

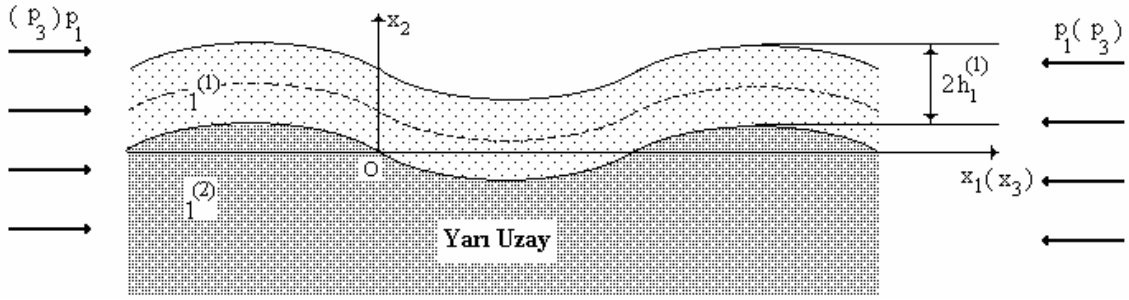
Bu kısımda da, Bölüm 2 Kısım 2.2’de ifade edildiği gibi sayısal sonuçların elde edilmesinde boyutsuz reolojik parametre $\omega(=\omega_\infty/\omega_0)$ ve boyutsuz zaman $t' (= \omega_0^{1/(1+\alpha)} t)$ şeklinde alınmış ve sayısal sonuçlarla ilgili yorumlar bu parametrelerle yapılmıştır. Tekrar belirtelim ki, çözüm yönteminin ve uygulanan stabilite kaybı kriterinin yapısından dolayı levhaların başlangıç küçük sapmalarının derecesini gösteren ε parametresinin $p_{1cr.0}$, $p_{1cr.\infty}$ ve $t'_{cr.}$ değerlerine hiçbir etkisi yoktur.

3.3 Özel Durumlara Ait Sayısal Sonuçlar

Bu kısımda, yukarıda çözüm yöntemi verilen sıfırıncı ve birinci yaklaşımlara ait üç boyutlu sınır-değer problemlerinin çözümü ile ilgileneceğiz. Araştırılan problemlerin çözümü belirli bir aşamaya kadar bir önceki kısımda gösterildiği gibi analitik olarak yapılmış ve bu çözümler MATLAB programlama dili kullanılarak kodlanmış ve çok sayıda sayısal sonuçlar elde edilmiştir.

3.3.1 Elastik Levha ve Viskoelastik Yarı Uzaydan Oluşan Sistem

Bu kısımda, elastik levha ve viskoelastik yarı uzaydan oluşan sistemin yüzeysel stabilite kaybına ait sayısal sonuçlar verilmektedir. Levha ile ilgili büyüklükler Şekil 3.2’de gösterilen levha numaralandırmasına uygun olarak üst indis (1)1 ile yarı uzayla ilgili büyüklükler ise üst indis (2)1 ile gösterilecektir. Buna göre levha (yarı uzay) malzemesine ait elastik sabitler: $E^{(1)1}$ ($E_0^{(2)1}$) Young modülü; $\nu^{(1)1}$ ($\nu_0^{(2)1}$) Poisson oranı; $\lambda^{(1)1}$ ($\lambda_0^{(2)1}$) Lamé sabiti ve $\mu^{(1)1}$ ($\mu_0^{(2)1}$) kayma modülü olmak üzere $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1; 0,2; 0,5$ ve $\nu^{(1)1} = \nu_0^{(2)1} = 0,3$ olarak alınmış, diğer parametre değerleri tablolar ve şekiller üzerinde gösterilmiştir.



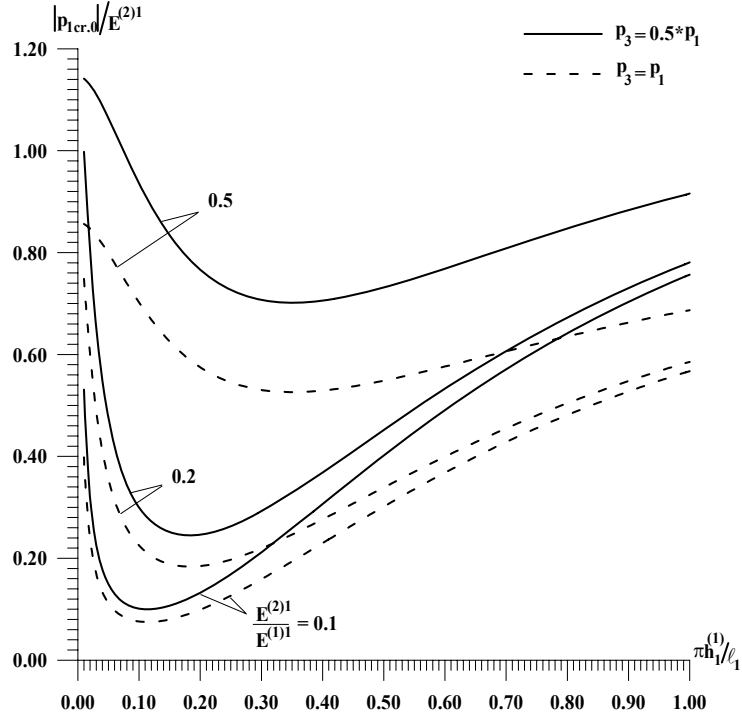
Şekil 3.2 Tek katlı levha ile örtülü yarı uzayın geometrisi ve yükleme durumu

Elastik ortam durumunda, $\gamma(=\ell_1/\ell_3)=1$ iken $p_3=p_1$ ve $p_3=0,5*p_1$ durumları için, farklı $E^{(2)1}/E^{(1)1}$ oranlarına göre $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ilişkisi Şekil 3.3’de verilmiştir. Şekil 3.3’deki grafiklerden görüldüğü üzere $E^{(2)1}/E^{(1)1}$ oranı arttıkça $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ ve $\chi(=\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri artmaktadır. Ayrıca, $p_3=\eta p_1$ notasyonundaki $\eta(=0,5;1)$ değeri azaldıkça $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ değerlerinin arttığı görülmektedir. Şekil 3.4’de $E^{(2)1}/E^{(1)1}=0,1$ ve $\gamma(=\ell_1/\ell_3)=1$ durumunda $p_3/p_1=\eta(=0,01;0,1;0,5;0,8;1)$ ilişkisi verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere η değeri arttıkça $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ değerleri düşmekte ve $\chi_{cr.}$ değerleri değişmemektedir. Şekil 3.5 ve Şekil 3.6’da ise $E^{(2)1}/E^{(1)1}=0,1$ alınarak sırasıyla $p_3=p_1$ ve $p_3=0,5*p_1$ durumlarında farklı $\gamma(=\ell_1/\ell_3)$ değerleri için $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ilişkisi verilmiştir. Şekil 3.5’den görüldüğü üzere ($p_3=p_1$ durumunda) sabit ℓ_1 (Ox_1 eksenindeki eğilme periyodu) durumunda Ox_3 eksenindeki eğilme periyodunun değişiminin $\min|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ değerlerine etkisi önemsizdir. Fakat bu etkinin sonucu olarak γ değerleri azaldıkça $\chi_{cr.}$ değerleri monoton olarak artmaktadır. Şekil 3.6’da ise ($p_3=0,5*p_1$ durumunda) γ değerleri azaldıkça $\min|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ değerleri düşmekte ve $\chi_{cr.}$ değerleri ise monoton olarak artmaktadır. Üstelik, bu sonuçlar $\gamma \rightarrow 0$ iken düzlem şekil değiştirme durumunda elde edilen değerlere asimtotik olarak yaklaşmaktadır.

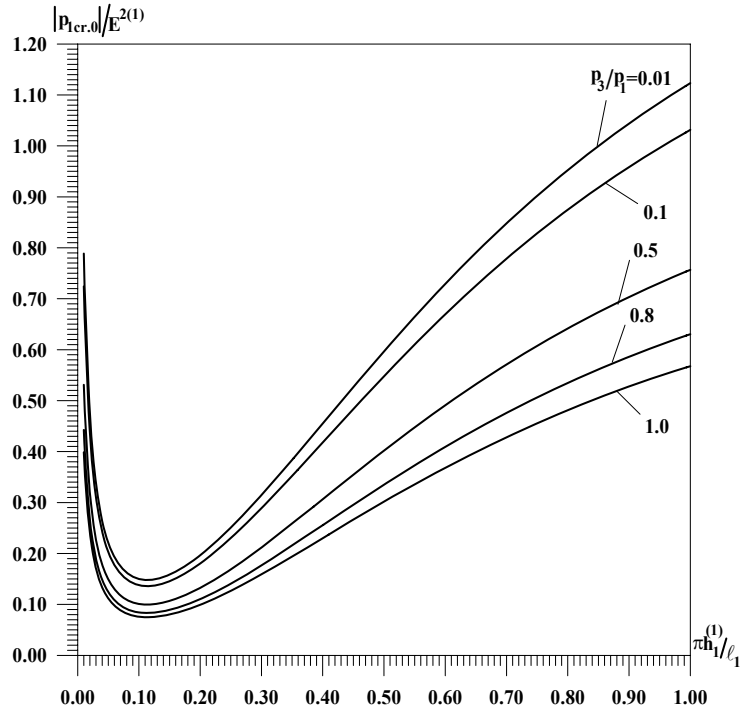
Yarı uzay malzemesinin viskoelastik olması durumunda kritik zaman değerlerini belirleyebilmek için $p_3 = \eta p_1$ notasyonu hesaba katılarak öncelikle p_1 dış basınç kuvveti değerlerinin Bölüm 2 Kısım 2.2’de verilen (2.54) koşullarını sağlayan değerlerini seçmemiz gerekir. Buyüzden, öncelikle $t = 0$ durumunda (3.61) operatörleri yerine $E_0^{(2)1}$, $v_0^{(2)1}$, $\lambda_0^{(2)1}$, $\mu_0^{(2)1}$ sabitleri kullanılarak $p_{1cr,0}$ kritik basınç kuvveti değerleri belirlenmiş (Şekil 3.3) sonra

ise $t = \infty$ durumunda yani (3.61) operatörleri yerine (3.62) sabitleri kullanılarak (burada $\lambda^{*(1)1} = \lambda^{(1)1}$, $\mu^{*(1)1} = \mu^{(1)1}$) $p_{1cr.\infty}$ kritik basınç kuvveti değerleri elde edilmiştir.

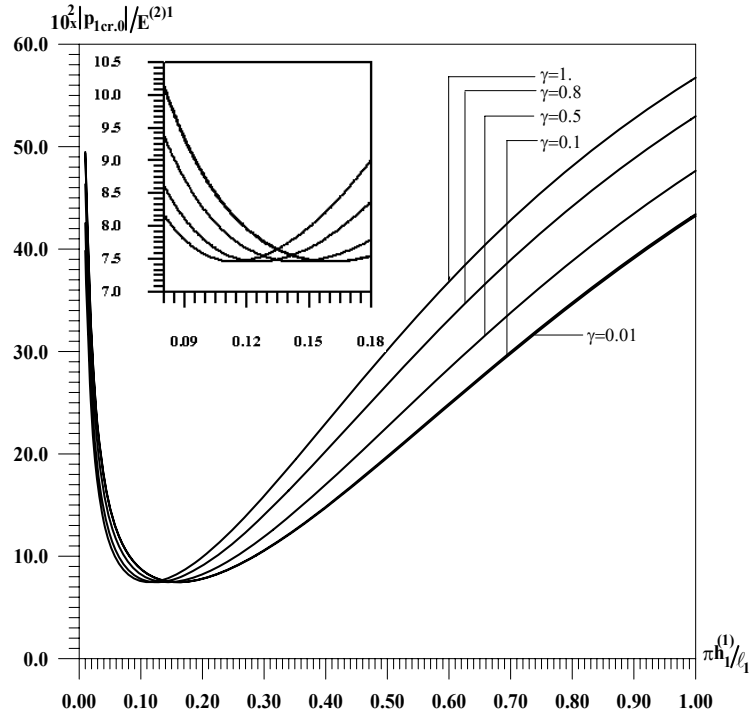
$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ ve $\gamma = 1$ iken $p_3 = p_1$ ve $p_3 = 0,5 * p_1$ durumları için $p_{1cr.0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri farklı ω 'lar için bulunmuş ve bu değerler Tablo 3.1 ve Tablo 3.2'de verilmiştir. Bu aşamadan sonra her iki durum için de Bölüm 2 Kısım 2.2'de verilen (2.54) koşulunu sağlayan p_1 dış basınç kuvveti değerleri seçilmiş ve yarı uzay malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman değerlerine olan etkisi incelenmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar ise Şekil 3.7-3.10'da verilmiştir. Belirtelim ki, elde edilen sayısal sonuçlar ince film tabakalarının iki eksenli basınç altında kırılma analizi için kullanılabilir (Mishnaevsky ve Gross, 2004). Şekil 3.7–3.10'daki grafiklerden görüldüğü üzere $|p_1|/E_0^{(2)1} \rightarrow \min |p_{1cr.0}|/E_0^{(2)1}$ 'e yaklaşırken kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak azalmakta, $|p_1|/E_0^{(2)1} \rightarrow \min |p_{1cr.\infty}|/E_0^{(2)1}$ 'e yaklaşırken ise kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak artmaktadır. Ayrıca, bu sonuçlar gösteriyor ki kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri ω reolojik parametresinin değerleri arttıkça artmaktadır. Çünkü ω parametresi viskoelastik malzemenin elastisite sabitinin $t' = \infty$ 'daki değerinin $t' = 0$ 'daki değerinden farklılığını ($E_0^{(2)1} - E_\infty^{(2)1}$) göstermektedir, yani ω büyüdükçe bu değerler yakınlaşmakta, ω küçüldükçe ise bu değerler birbirinden daha çok uzaklaşmaktadır. Bu ise ω değerlerinin artması ile $t'_{cr.}$ değerlerinin artmasını açıklamaktadır. Ayrıca, α reolojik parametresinin değerleri ise mutlak değerce azaldıkça kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri artmaktadır. Burada, α parametresi viskoelastik malzemenin bünye denklemlerine dahil olan operatörlerin tekillik mertebesini göstermektedir. Şekil 3.7-3.10 grafiklerinden ayrıca görülmektedir ki, $\eta (= p_3/p_1)$ değeri azaldıkça $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ değerleri arttığı için kritik zaman değerleri de artmaktadır.



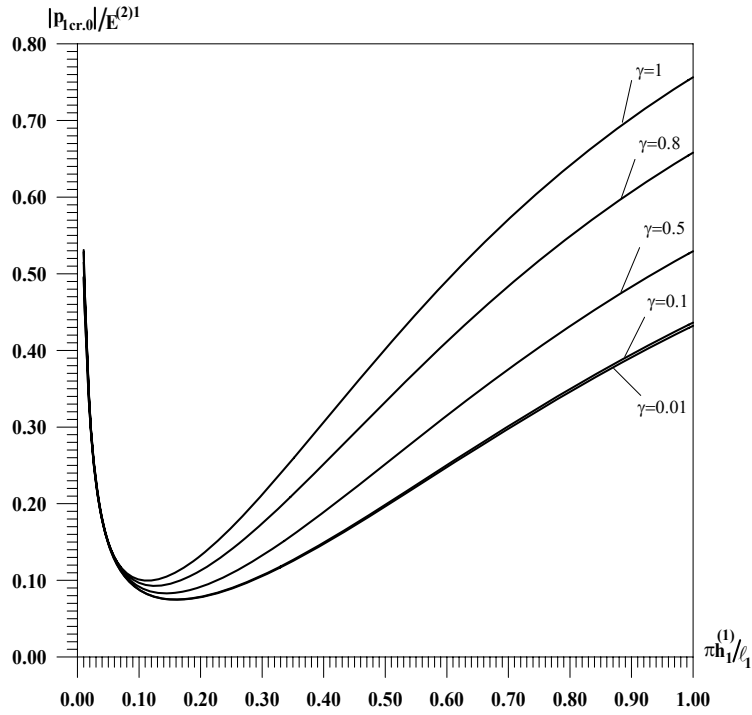
Şekil 3.3 $\gamma(=\ell_1/\ell_3)=1$ iken $p_3 = p_1$ ve $p_3 = 0,5 * p_1$ durumları için farklı $E^{(2)1}/E^{(1)1}$ oranlarına göre $|p_{1cr,0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ilişkisi



Şekil 3.4 $E^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ ve $\gamma(=\ell_1/\ell_3)=1$ iken $p_3/p_1 = \eta$ ($= 0,01; 0,1; 0,5; 0,8; 1$) durumlarında $|p_{1cr,0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ilişkisi



Şekil 3.5 $E^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,1$ ve $p_3 = p_1$ durumunda $\gamma(= \ell_1 / \ell_3)$ parametresinin değişiminin $|p_{1cr,0}| / E^{(2)1}$ ile $\chi(= \pi h_1^{(1)} / \ell_1)$ değerlerine etkisi



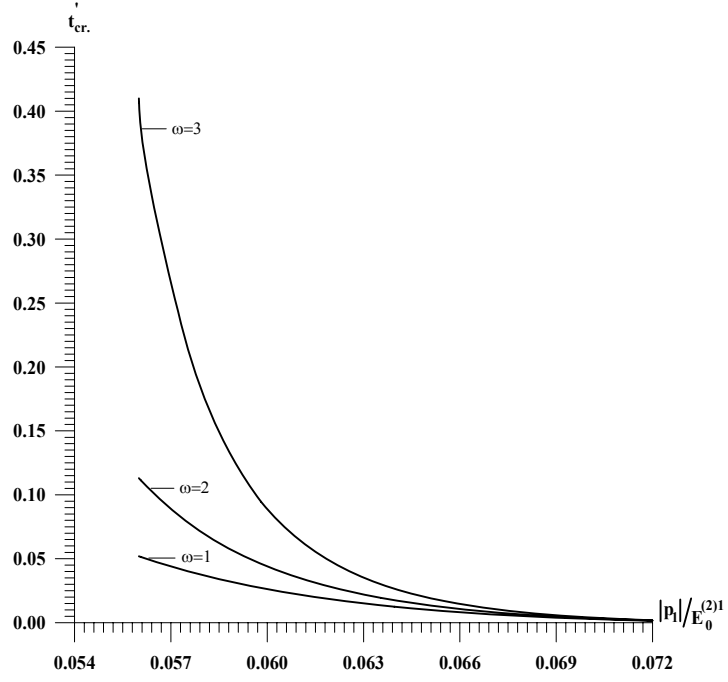
Şekil 3.6 $E^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,1$ ve $p_3 = 0,5 * p_1$ durumunda $\gamma(= \ell_1 / \ell_3)$ parametresinin değişiminin $|p_{1cr,0}| / E^{(2)1}$ ile $\chi(= \pi h_1^{(1)} / \ell_1)$ değerlerine etkisi

Tablo 3.1 $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$ ve $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

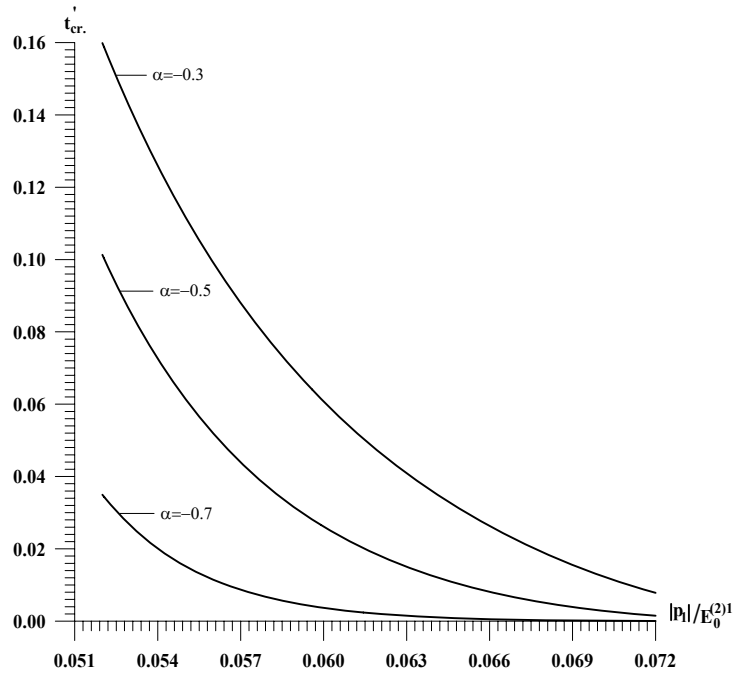
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,1$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,074712(0,11)}{-0,029653(0,07)}$	$\frac{p_{1cr.0}}{p_{1cr.\infty}}\left(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1}\right)$
2	$\frac{-0,074712(0,11)}{-0,043382(0,09)}$	
3	$\frac{-0,074712(0,11)}{-0,050761(0,09)}$	

Tablo 3.2 $p_3 = 0,5 * p_1$, $\gamma = 1$ ve $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

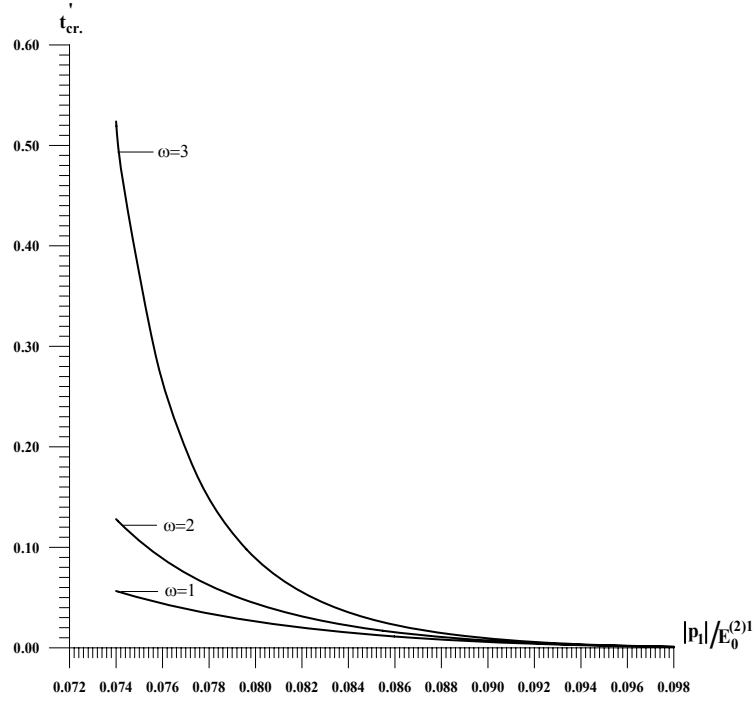
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,1$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,099616(0,11)}{-0,039538(0,07)}$	$\frac{p_{1cr.0}}{p_{1cr.\infty}}\left(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1}\right)$
2	$\frac{-0,099616(0,11)}{-0,057843(0,09)}$	
3	$\frac{-0,099616(0,11)}{-0,067681(0,09)}$	



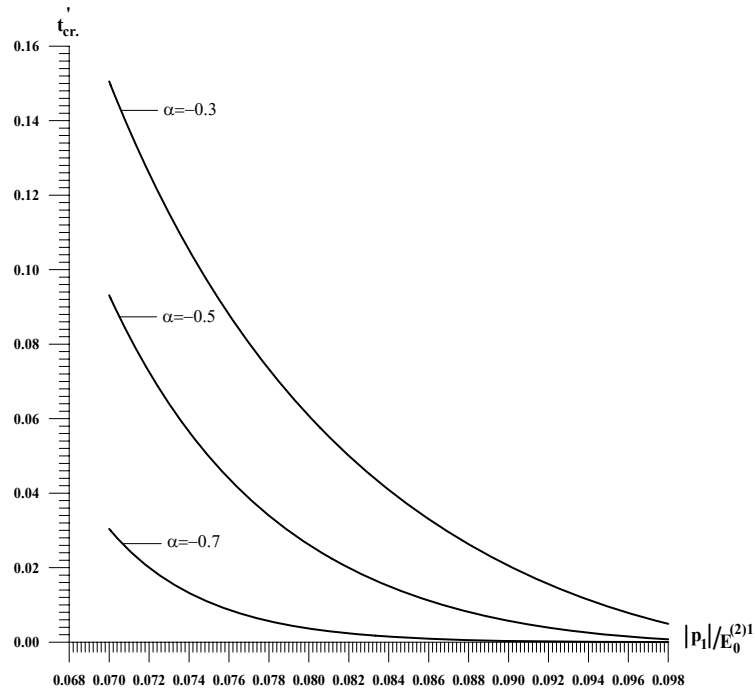
Şekil 3.7 $p_3 = p_1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,09$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 3.8 $p_3 = p_1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,09$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 3.9 $p_3 = 0,5 * p_1$, $E_0^{(2)1} / E^{(1)1} = 0.1$, $\alpha = -0.5$, $\pi h_1^{(1)} / \ell_1 = 0.09$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi

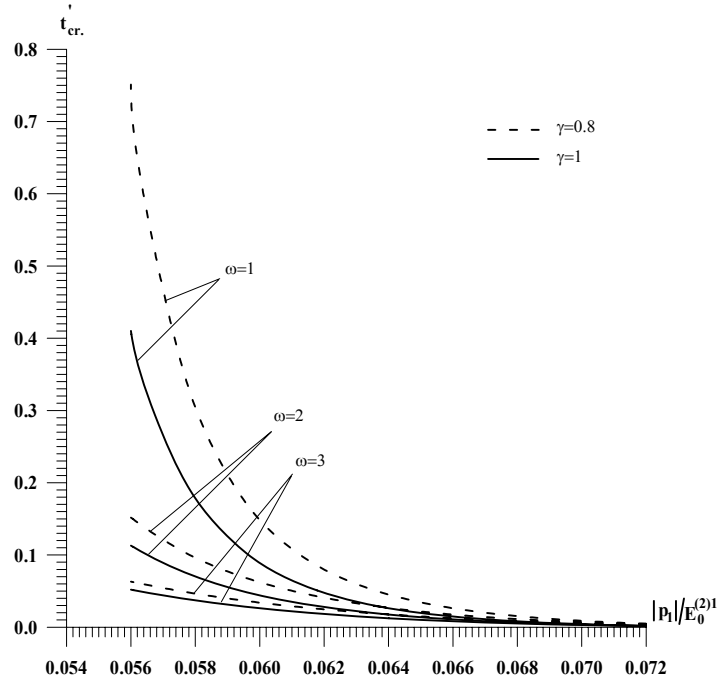


Şekil 3.10 $p_3 = 0,5 * p_1$, $E_0^{(2)1} / E^{(1)1} = 0.1$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)} / \ell_1 = 0.09$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi

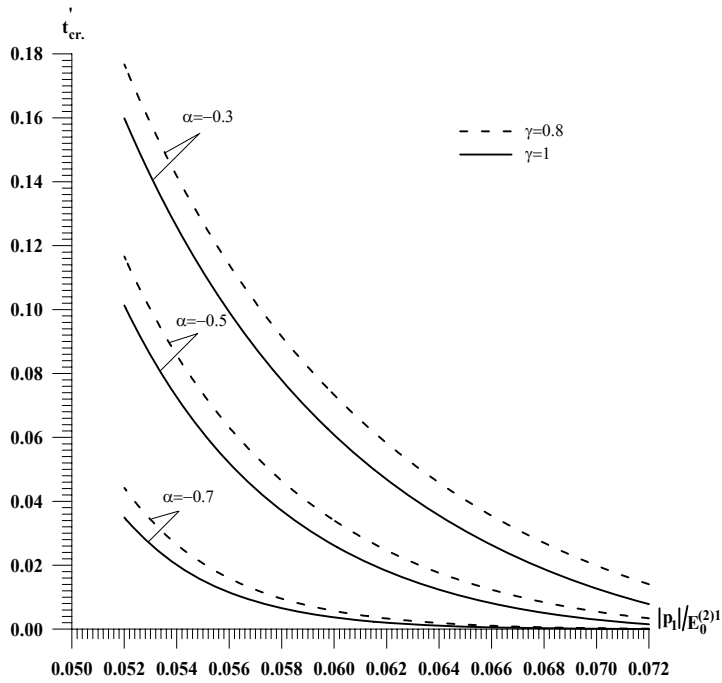
$E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ ve $p_3 = p_1$ iken $\gamma = 0,8$ durumu için $p_{1cr.0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri farklı ω 'lar için bulunmuş ve bu değerler Tablo 3.3'de verilmiştir. Tablo 3.1 ve Tablo 3.3 kullanılarak Bölüm 2 Kısım 2.2'de verilen (2.54) koşulunu sağlayan p_1 dış basınç kuvveti değerleri seçilmiş ve yarı uzay malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman değerlerine olan etkisi incelenmiş ve bu iki durum için elde edilen sayısal sonuçlar ise Şekil 3.11 ve Şekil 3.12'de verilmiştir. Şekil 3.11 ve Şekil 3.12'deki grafiklerden görüldüğü üzere γ değeri azaldıkça kritik zaman değerleri artmaktadır. Ayrıca, bu sonuçlar gösteriyor ki kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri ω reolojik parametresinin değerleri arttıkça, α reolojik parametresinin değerleri ise mutlak değerce azaldıkça artmaktadır.

Tablo 3.3 $p_3 = p_1$, $\gamma = 0,8$ ve $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri.

ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,1$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,074718(0,13)}{-0,029635(0,08)}$	$\frac{p_{1cr.0}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}{p_{1cr.\infty}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,074718(0,13)}{-0,043401(0,10)}$	
3	$\frac{-0,074718(0,13)}{-0,050740(0,10)}$	



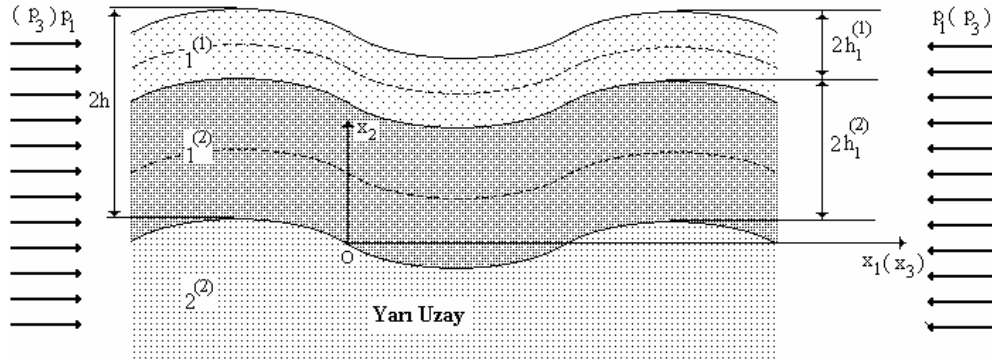
Şekil 3.11 $p_3 = p_1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,09$, $\gamma = 0,8$, $\gamma = 1$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 3.12 $p_3 = p_1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,1$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,09$, $\gamma = 0,8$, $\gamma = 1$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi.

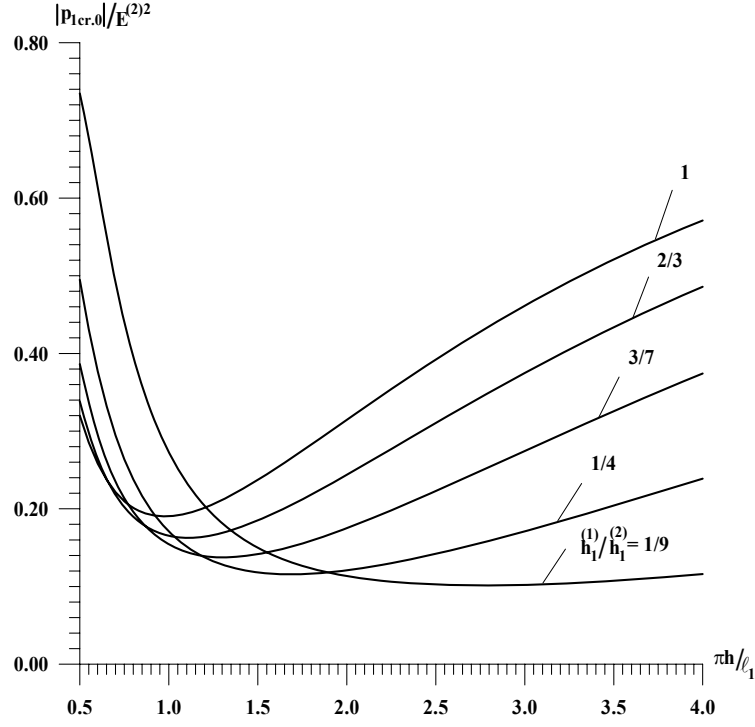
3.3.2 Elastik Üst, Viskoelastik Ara Levhalar ile Elastik Yarı Uzaydan Oluşan Sistem

Bu kısımda, ardışık olarak elastik, viskoelastik levhalar ile elastik yarı uzaydan oluşan sistemin yüzeysel stabilite kaybına ait sayısal sonuçlar verilmektedir. Levhalar ile ilgili büyüklükler Şekil 3.13’de gösterilen levha numaralandırmasına uygun olarak üst indis (1)1 ve (2)1 ile yarı uzayla ilgili büyüklükler ise üst indis (2)2 ile gösterilecektir. Buna göre levha katlarına ve yarı uzay malzemesine ait elastik sabitler: $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,125$; $E^{(2)2}/E^{(1)1} = 0,5$; $E^{(2)2}/E_0^{(2)1} = 4$; $v^{(1)1} = v_0^{(2)1} = v^{(2)2} = 0,3$ ve $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)}$ olarak alınmış, diğer parametre değerleri tablolar ve şekiller üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 3.13 İki katlı levha ile örtülü yarı uzayın geometrisi ve yükleme durumu

Elastik ortam durumunda, $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ iken $h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1; 2/3; 3/7; 1/4$ ve $1/9$ durumlarını inceleyelim. Bu durumlar için $|p_{1cr,0}|/E^{(2)2}$ ve $\chi(=\pi h/\ell_1)$ arasındaki ilişkiler Şekil 3.14’de verilmiştir. Bölüm 2’de de bu problemin uygun iki boyutlu hali ele alınmıştır. İki boyutlu problem incelememizde olduğu gibi, bu grafiklerden de görüldüğü üzere, Şekil 3.13’de 1⁽²⁾ numaralı levhanın kalınlığının artmasıyla $\min|p_{1cr,0}|$ değerleri azalmakta ve χ_{cr} değerleri monoton olarak artmaktadır. Bu sonuç bilinen mekanik kabullere uymaktadır. $h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1/9$ durumu düzlem şekil değiştirme durumunda Guz vd. (1989) makalesinde verilmiştir. Burada da $h_1^{(1)}/h_1^{(2)} = 1/9$ durumu ele alınmış ve kritik değer incelemesi bu durum dikkate alınarak yapılmıştır.



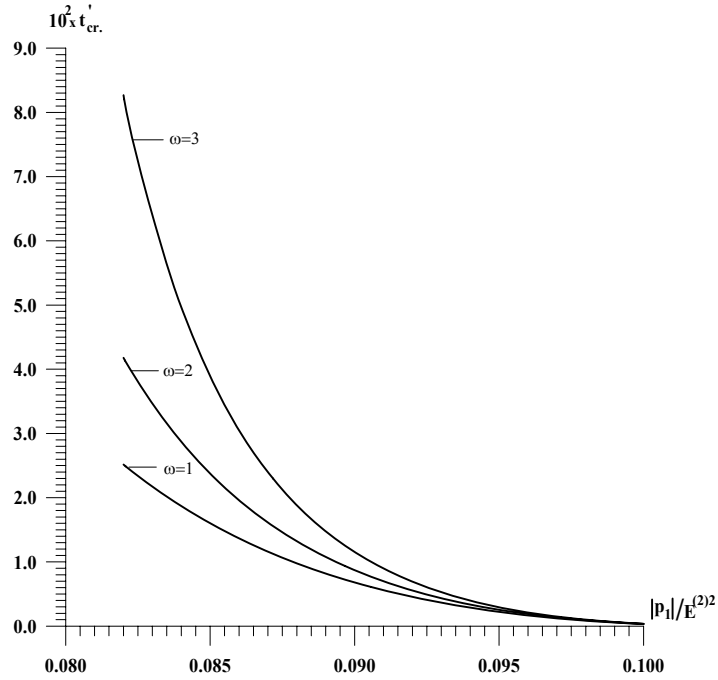
Şekil 3.14 $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ durumunda farklı $h_1^{(1)}/h_1^{(2)}$ oranlarına göre $|p_{1cr,0}|/E^{(2)2}$ ile $\chi(= \pi h / \ell_1)$ ilişkisi

Bu aşamadan sonra, Şekil 3.13’de 1⁽²⁾ numaralı levha katının malzemesinin viskoelastik olması durumunda kritik zaman değerlerini belirleyebilmek için $h_1^{(1)} = 0,1 * h$ ve $h_1^{(2)} = 0,9 * h$ alınarak öncelikle $p_{1cr,0}(\pi h / \ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h / \ell_1)$ (burada $\lambda^{*(1)1} = \lambda^{(1)1}$, $\mu^{*(1)1} = \mu^{(1)1}$, $\lambda^{*(2)2} = \lambda^{(2)2}$, $\mu^{*(2)2} = \mu^{(2)2}$) değerleri farklı ω ’lar için elde edilmiş ve bu değerler Tablo 3.4’de verilmiştir.

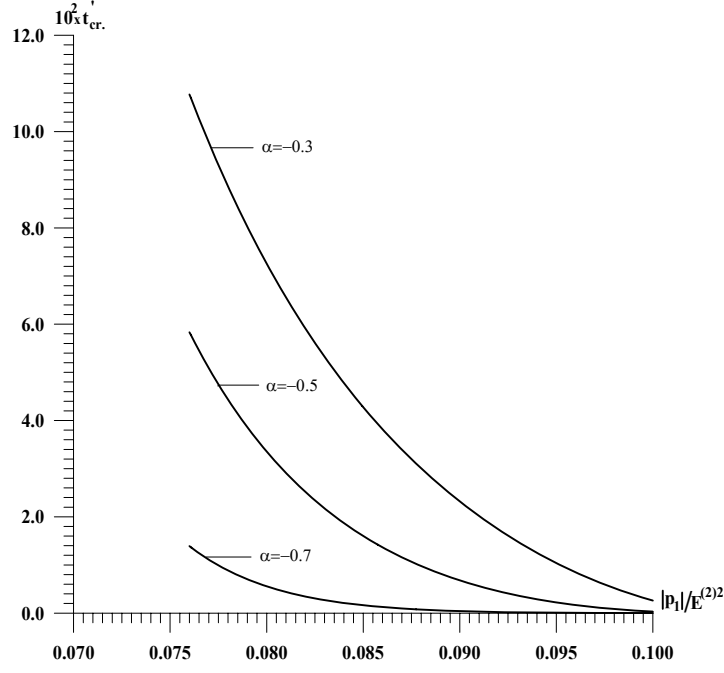
Tablo 3.4 $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$ durumunda farklı ω ’lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h / \ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h / \ell_1)$ değerleri

ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,125$, $\frac{E^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,5$, $\frac{E^{(2)2}}{E_0^{(2)1}} = 4$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,101386(2,75)}{-0,043883(2,00)}$	$\frac{p_{1cr,0}(\frac{\pi h}{\ell_1})}{p_{1cr,\infty}(\frac{\pi h}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,101386(2,75)}{-0,061086(2,25)}$	
3	$\frac{-0,101386(2,75)}{-0,070443(2,40)}$	

Tablo 3.4'den p_1 dış basınç kuvveti değerlerinin Bölüm 2 Kısım 2.2'de verilen (2.54) koşullarını sağlayan değerleri seçilmiş ve Şekil 3.13'de 1⁽²⁾ numaralı levha katının malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman değerlerine olan etkisi incelenmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar ise Şekil 3.15–3.16'da verilmiştir. Şekil 3.15–3.16'daki grafiklerden görüldüğü üzere $|p_1|/E^{(2)2} \rightarrow \min |p_{1cr.0}|/E^{(2)2}$ 'e yaklaşırken kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak azalmakta, $|p_1|/E^{(2)2} \rightarrow \min |p_{1cr.\infty}|/E^{(2)2}$ 'e yaklaşırken ise kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak artmaktadır. Ayrıca, bu sonuçlar gösteriyor ki kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri ω reolojik parametresinin değerleri arttıkça artmaktadır. Ayrıca, α reolojik parametresinin değerleri ise mutlak değerce azaldıkça kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri artmaktadır.



Şekil 3.15 $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$, $\alpha = -0,5$, $\pi h / \ell_1 = 2,40$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E^{(2)2}$ ilişkisi



Şekil 3.16 $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h_1^{(1)} = 0,1 * h$, $h_1^{(2)} = 0,9 * h$, $\omega = 1$, $\pi h / \ell_1 = 2,40$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman (t'_{cr}) ile $|p_1|/E^{(2)2}$ ilişkisi

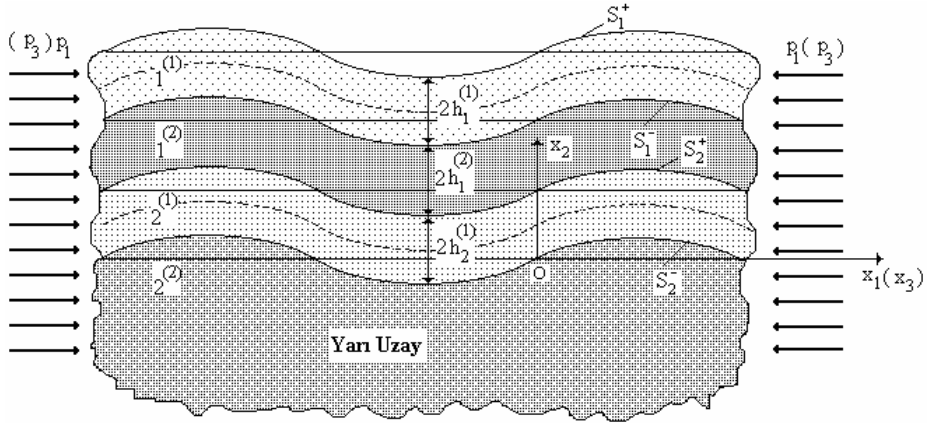
3.3.3 Elastik Üst, Viskoelastik ve Elastik Ara Levhalar ile Viskoelastik Yarı Uzaydan Oluşan Sistem

Bu kısımda, ardışık olarak elastik, viskoelastik, elastik levhalar ile viskoelastik yarı uzaydan oluşan sistemin yüzeysel stabilite kaybına ait sayısal sonuçlar verilmektedir. Levhalar ile ilgili büyüklükler Şekil 3.17’de gösterilen levha numaralandırmasına uygun olarak üst indis (1)1, (2)1 ve (1)2 ile yarı uzayla ilgili büyüklükler ise üst indis (2)2 ile gösterilecektir. Buna göre levha katlarına ve yarı uzay malzemesine ait elastik sabitler:

$$\text{Durum 1: } \frac{E^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,1 ; \frac{E^{(2)2}}{E^{(2)1}} = 1 ; \frac{E^{(2)2}}{E^{(1)2}} = 0,5$$

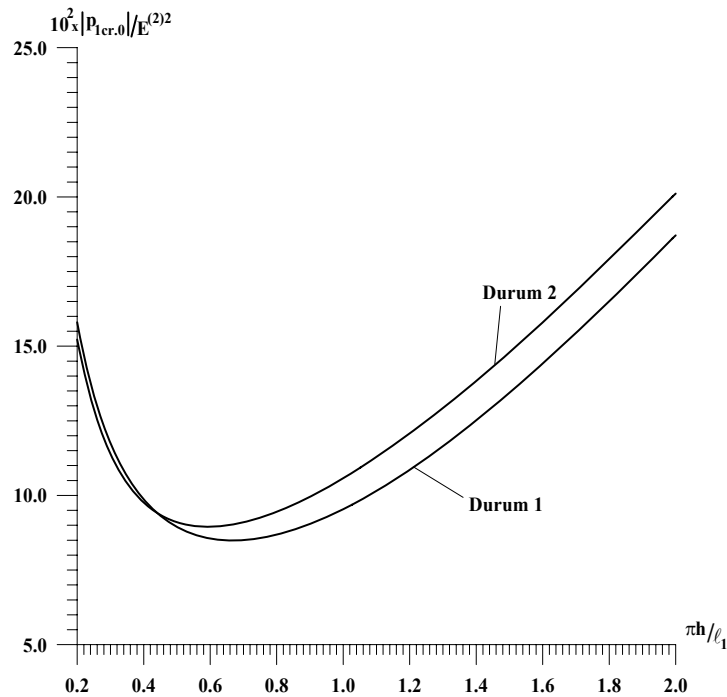
$$\text{Durum 2: } \frac{E^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,5 ; \frac{E^{(2)2}}{E^{(2)1}} = 1 ; \frac{E^{(2)2}}{E^{(1)2}} = 0,1$$

$v^{(1)1} = v^{(2)1} = v^{(1)2} = v^{(2)2} = 0,3$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$, $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ olarak alınmış, diğer parametre değerleri tablolar ve şekiller üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 3.17 Üç katlı levha ile örtülü yarı uzayın geometrisi ve yükleme durumu

Elastik ortam durumunda *Durum 1* ve *Durum 2*'yi inceleyelim. Bu durumlar için $|p_{1cr,0}|/E^{(2)2}$ ve $\chi(=\pi h/\ell_1)$ arasındaki ilişkiler Şekil 3.18'de verilmiştir. *Durum 1* ve *Durum 2*'ye göre $1^{(2)}$ levhası ve yarı uzayın malzemesi aynıdır. *Durum 1*'de $E^{(1)1} > E^{(1)2} > E^{(2)1} = E^{(2)2}$ fakat *Durum 2* de ise $E^{(1)2} > E^{(1)1} > E^{(2)1} = E^{(2)2}$ 'dir. Diğer bir deyişle, *Durum 1*'de en sert levha katmanının üstünde fakat *Durum 2* de ise en sert levha katmanının altında ve doğrudan yarı uzayla bağlantılıdır.



Şekil 3.18 $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda $|p_{1cr.0}|/E^{(2)2}$ ile $\chi(= \pi h / \ell_1)$ ilişkisi

$\min|p_{1cr.0}|/E^{(2)2}$ ve $\chi_{cr.}$ değerlerini, *Durum 1* ve *Durum 2* için sırasıyla $\min|p'_{1cr.}|/E^{(2)2}$, $\chi'_{cr.}$ ve $\min|p''_{1cr.}|/E^{(2)2}$, $\chi''_{cr.}$ şeklinde gösterelim. Şekil 3.18'de verilen grafikten görüldüğü üzere $\min|p''_{1cr.}|/E^{(2)2} > \min|p'_{1cr.}|/E^{(2)2}$ ve $\chi'_{cr.} > \chi''_{cr.}$ 'dir. Bu sonuçlara göre, yüzeysel stabilite kaybıyla ilgili olarak ele alınan sistemin dayanıklılığı en sert levhanın levhalar katmanının altına konulmasıyla (doğrudan yarı uzayla bağlantılı olmasıyla) artırılabilceği sonucunu çıkarabiliriz.

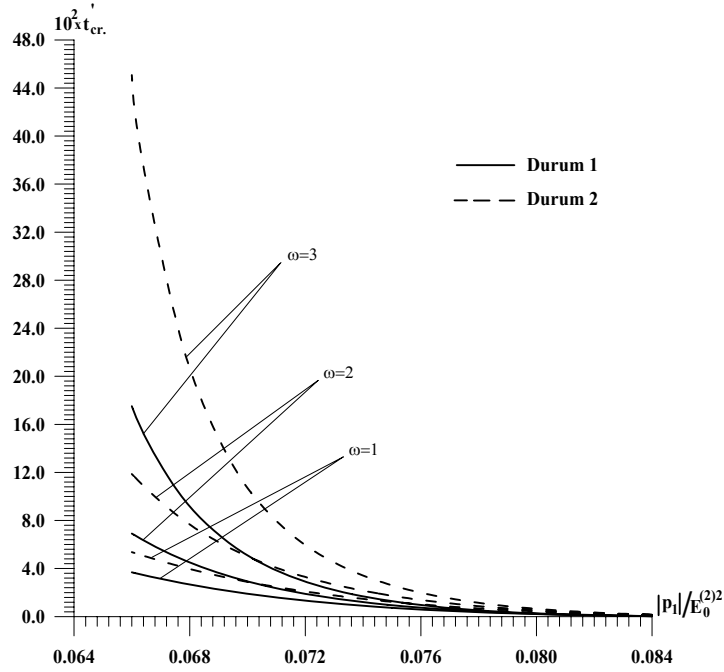
Bu aşamadan sonra, Şekil 3.17'de $1^{(2)}$ numaralı levha katının ve yarı uzay malzemesinin viskoelastik olması durumunda, yukarıdaki gösterimde $v^{(2)1}$, $v^{(2)2}$, $E^{(2)1}$ ve $E^{(2)2}$ ifadeleri yerine sırasıyla $v_0^{(2)1}$, $v_0^{(2)2}$, $E_0^{(2)1}$ ve $E_0^{(2)2}$ ifadeleri alınmıştır, kritik zaman değerlerini belirleyebilmek için $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$ alınarak öncelikle $p_{1cr.0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h/\ell_1)$ (burada $\lambda^{*(1)1} = \lambda^{(1)1}$, $\mu^{*(1)1} = \mu^{(1)1}$, $\lambda^{*(1)2} = \lambda^{(1)2}$, $\mu^{*(1)2} = \mu^{(1)2}$) değerleri farklı ω 'lar için elde edilmiş ve bu değerler Tablo 3.5 ve Tablo 3.6'da verilmiştir. Tablo 3.5 ve Tablo 3.6'dan p_1 dış basınç kuvveti değerlerinin Bölüm 2 Kısım 2.2'de verilen (2.54) koşullarını sağlayan değerleri seçilmiş ve buna göre, *Durum 1* ve *Durum 2* için ω ve α reolojik parametrelerinin kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerlerine etkisi incelenmiş ve elde edilen veriler Şekil 3.19 ve Şekil 3.20'de verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere, *Durum 2*'deki kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri *Durum 1* için elde edilen değerlerden daha büyüktür. Sonuç olarak, levhalar katmanındaki daha sert olan levhanın en alta (yarı uzayla doğrudan bağlantılı) yerleşmesi kritik zaman değerlerinin artmasına sebep olur.

Tablo 3.5 $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri (*Durum 1*)

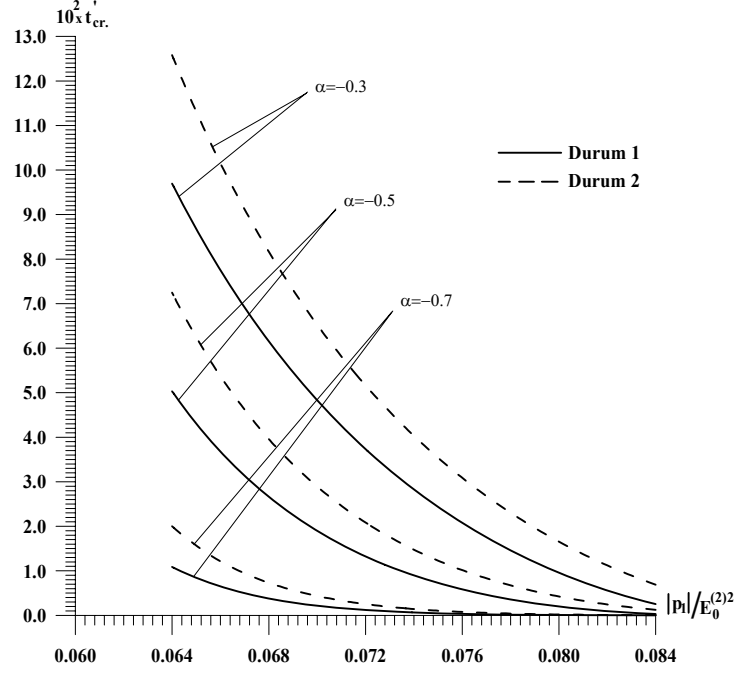
ω	$\frac{E_0^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,1; \frac{E_0^{(2)2}}{E^{(2)1}} = 1; \frac{E_0^{(2)2}}{E^{(1)2}} = 0,5$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,084948(0,65)}{-0,033649(0,40)}$	$\frac{p_{1cr.0}(\frac{\pi h}{\ell_1})}{p_{1cr.\infty}(\frac{\pi h}{\ell_1})}$
2	$\frac{-0,084948(0,65)}{-0,049604(0,50)}$	
3	$\frac{-0,084948(0,65)}{-0,058100(0,55)}$	

Tablo 3.6 $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h/\ell_1)$ değerleri (*Durum 2*)

ω	$\frac{E_0^{(2)2}}{E^{(1)1}} = 0,5; \frac{E_0^{(2)2}}{E_0^{(2)1}} = 1; \frac{E_0^{(2)2}}{E^{(1)2}} = 0,1$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,089478(0,60)}{-0,034314(0,40)}$	$\frac{p_{1cr.0}}{p_{1cr.\infty}} \left(\frac{\pi h}{\ell_1} \right)$
2	$\frac{-0,089478(0,60)}{-0,051070(0,45)}$	
3	$\frac{-0,089478(0,60)}{-0,060033(0,50)}$	



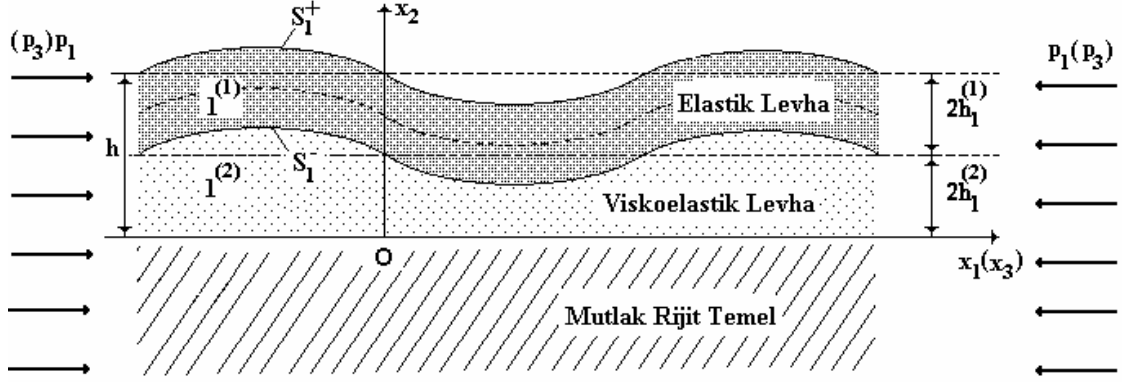
Şekil 3.19 $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$, $\alpha = -0,5$, $\pi h/\ell_1 = 0,55$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)2}$ ilişkisi



Şekil 3.20 $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $h = h_1^{(1)} + h_1^{(2)} + h_2^{(1)}$, $h_1^{(1)} = h_1^{(2)} = h_2^{(1)}$, $\omega = 1$, $\pi h / \ell_1 = 0,55$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)2}$ ilişkisi

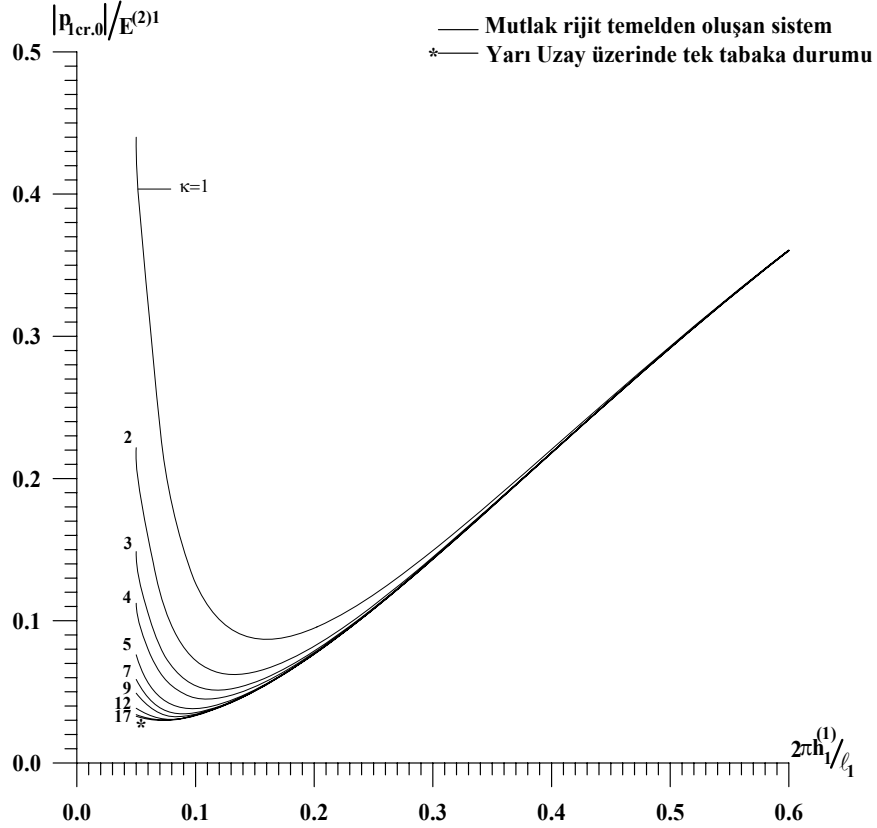
3.3.4 Elastik Üst, Viskoelastik Ara Levhalar ile Mutlak Rijit Temelden Oluşan Sistem

Bu kısımda, iki eksenli basınç altında ardışık olarak elastik, viskoelastik levhalar ile mutlak rijit temelden oluşan sistemin yüzeysel stabilite kaybına ait sayısal sonuçlar verilmektedir. Levhalar ile ilgili büyüklükler Şekil 3.21’de gösterilen levha numaralandırmasına uygun olarak üst indis (1)1 ve (2)1 ile gösterilecektir. Buna göre levha katlarına ait elastik sabitler: $E^{(1)1}$ ($E_0^{(2)1}$) Young modülü; $\nu^{(1)1}$ ($\nu_0^{(2)1}$) Poisson oranı; $\lambda^{(1)1}$ ($\lambda_0^{(2)1}$) Lamé sabiti ve $\mu^{(1)1}$ ($\mu_0^{(2)1}$) kayma modülü olmak üzere $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $h = 2h_1^{(1)} + 2h_1^{(2)}$, $\kappa = h_1^{(2)}/h_1^{(1)}$, $\nu^{(1)1} = \nu_0^{(2)1} = 0,3$, $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ olarak alınmış, diğer parametre değerleri tablolar ve şekiller üzerinde gösterilmiştir.



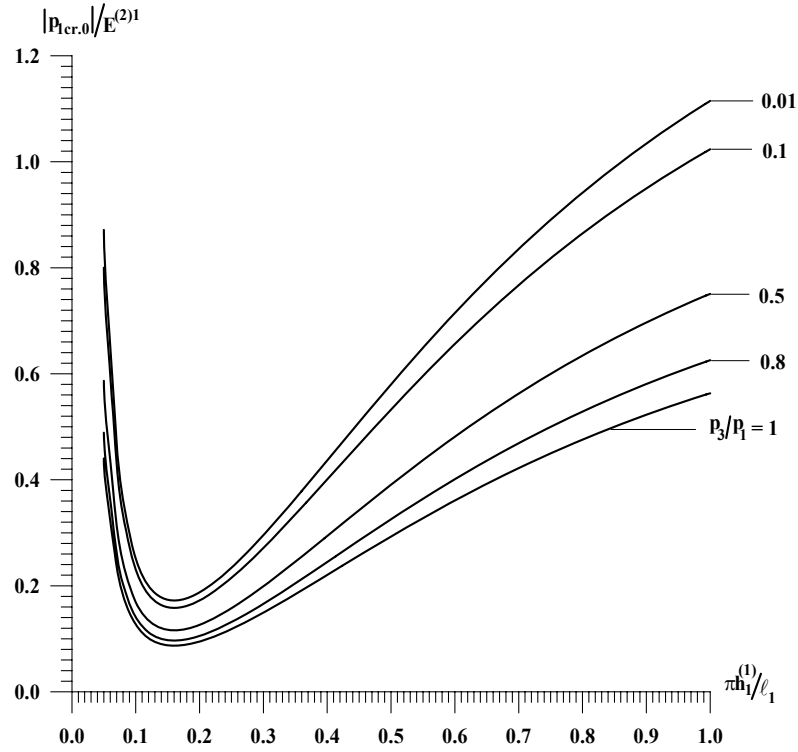
Şekil 3.21 İki eksenli basınç altında iki katlı levha ile örtülü mutlak rijit temelin geometrisi ve yükleme durumu

Elastik ortam durumunda $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ olarak alınmış farklı $\kappa = h_1^{(2)} / h_1^{(1)}$ değerlerine göre $|p_{1cr,0}| / E^{(2)1}$ ile $\chi (= 2\pi h_1^{(1)} / \ell_1)$ ilişkisi Şekil 3.22’de verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere $\kappa = h_1^{(2)} / h_1^{(1)}$ değerleri arttıkça $|p_{1cr,0}| / E^{(2)1}$ ve $\chi (= 2\pi h_1^{(1)} / \ell_1)$ değerleri düşmektedir. Yani, $\kappa = h_1^{(2)} / h_1^{(1)}$ değerleri arttıkça elde edilen değerler yarı uzay üzerinde tek tabaka bulunması durumunda ($E_0^{(2)1} / E^{(1)1} = 0,05$) elde edilen değerlere yakınsamaktadır.

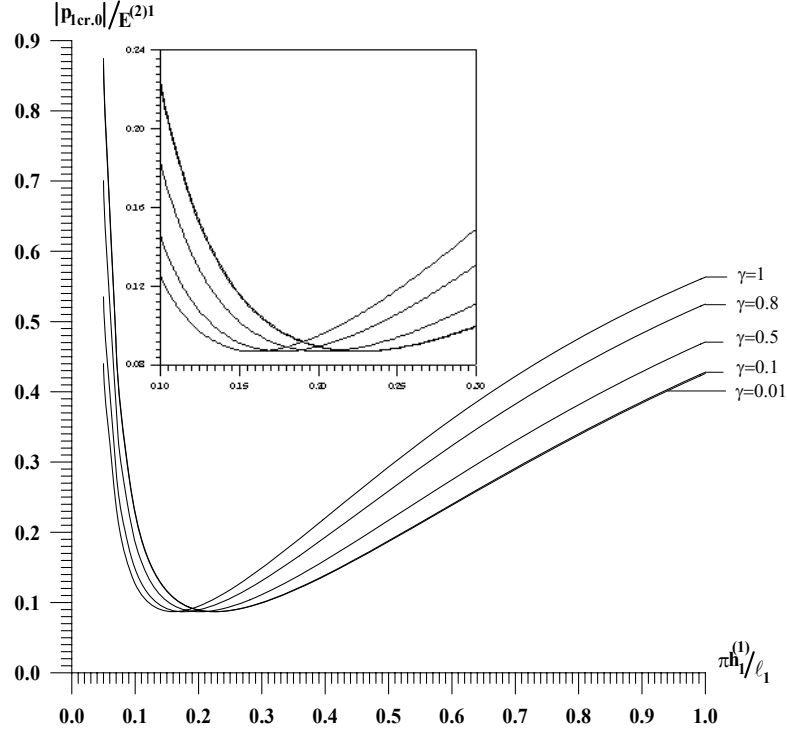


Şekil 3.22 $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 1$ iken $\kappa = 1; 2; 3; 4; 5; 7; 9; 12; 17$ durumlarına göre $|p_{1cr,0}| / E^{(2)1}$ ile $\chi (= 2\pi h_1^{(1)} / \ell_1)$ ilişkisi

Şekil 3.23’de $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$ ve $\gamma(=\ell_1/\ell_3) = 1$ durumunda $p_3/p_1 = \eta (= 0,01; 0,1; 0,5; 0,8; 1)$ ilişkisi verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere η değeri arttıkça $|p_{1cr,0}|/E^{(2)1}$ değerleri düşmekte ve $\chi_{cr.}$ değerleri değişmemektedir. Şekil 3.24’de ise $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$ alınarak $p_3 = p_1$ durumunda farklı $\gamma(=\ell_1/\ell_3)$ değerleri için $|p_{1cr,0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ilişkisi verilmiştir. Şekil 3.24’den görüldüğü üzere γ değişiminin $\min|p_{1cr,0}|/E^{(2)1}$ değerlerine etkisi önemsizdir. Fakat bu etkinin sonucu olarak γ değerleri azaldıkça $\chi_{cr.}$ değerleri monoton olarak artmaktadır. Ayrıca, Şekil 3.23 ve Şekil 3.24’den görüldüğü üzere $\kappa(=h_1^{(2)}/h_1^{(1)}) < 0,05$ durumunda $\min|p_{1cr,0}|/E^{(2)1}$ bulunamamakta yani stabilite kaybı olmamaktadır.



Şekil 3.23 $\kappa = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$ ve $\gamma(=\ell_1/\ell_3) = 1$ iken $p_3/p_1 = \eta (= 0,01; 0,1; 0,5; 0,8; 1)$ durumlarında $|p_{1cr,0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ilişkisi



Şekil 3.24 $\kappa=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$ ve $p_3=p_1$ durumunda $\gamma(=\ell_1/\ell_3)$ parametresinin değişiminin $|p_{1cr.0}|/E^{(2)1}$ ile $\chi(=\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerlerine etkisi

$1^{(2)}$ numaralı levha malzemesinin viskoelastik olması durumunda, kritik zaman değerlerini belirleyebilmek için $p_3=p_1$ ve $\gamma=1$ durumunda, öncelikle p_1 dış basınç kuvveti değerlerinin Bölüm 2 Kısım 2.2’de verilen (2.54) koşullarını sağlayan değerleri farklı $\kappa=h_1^{(2)}/h_1^{(1)}$ değerlerinde farklı ω ’lar için oluşturulan Tablo 3.7–3.9’dan seçilmiştir. Bu aşamadan sonra, $1^{(2)}$ numaralı levha malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman değerlerine olan etkisi incelenmiş ve elde edilen sayısal sonuçlar ise Şekil 3.25–3.30’de verilmiştir. Şekil 3.25–3.30’daki grafiklerden görüldüğü üzere $|p_1|/E_0^{(2)1} \rightarrow \min |p_{1cr.0}|/E_0^{(2)1}$ ’e yaklaşırken kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak azalmakta, $|p_1|/E_0^{(2)1} \rightarrow \min |p_{1cr.\infty}|/E_0^{(2)1}$ ’e yaklaşırken ise kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri monoton olarak artmaktadır. Ayrıca, bu sonuçlar gösteriyor ki kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri ω reolojik parametresinin değerleri arttıkça artmaktadır. Ayrıca, α reolojik parametresinin değerleri ise mutlak değerce azaldıkça kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri artmaktadır.

Tablo 3.7 $\kappa=1$, $p_3=p_1$ ve $\gamma=1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

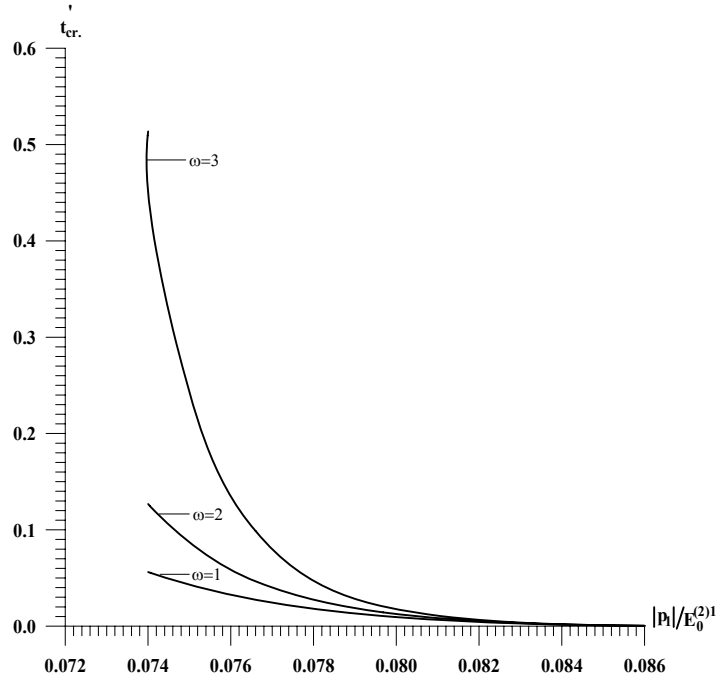
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,05$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,087470(0,150)}{-0,054331(0,125)}$	$\frac{p_{1cr.0}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}{p_{1cr.\infty}}$
2	$\frac{-0,087470(0,150)}{-0,066242(0,150)}$	
3	$\frac{-0,087470(0,150)}{-0,071006(0,150)}$	

Tablo 3.8 $\kappa=2$, $p_3=p_1$ ve $\gamma=1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

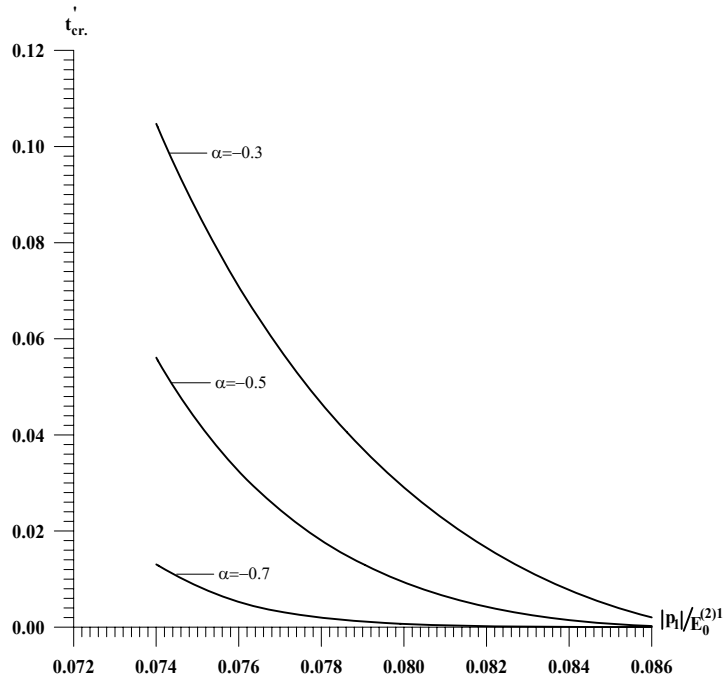
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,05$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,062452(0,125)}{-0,037807(0,100)}$	$\frac{p_{1cr.0}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}{p_{1cr.\infty}}$
2	$\frac{-0,062452(0,125)}{-0,046508(0,125)}$	
3	$\frac{-0,062452(0,125)}{-0,050058(0,125)}$	

Tablo 3.9 $\kappa=3$, $p_3=p_1$ ve $\gamma=1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr.0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr.\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

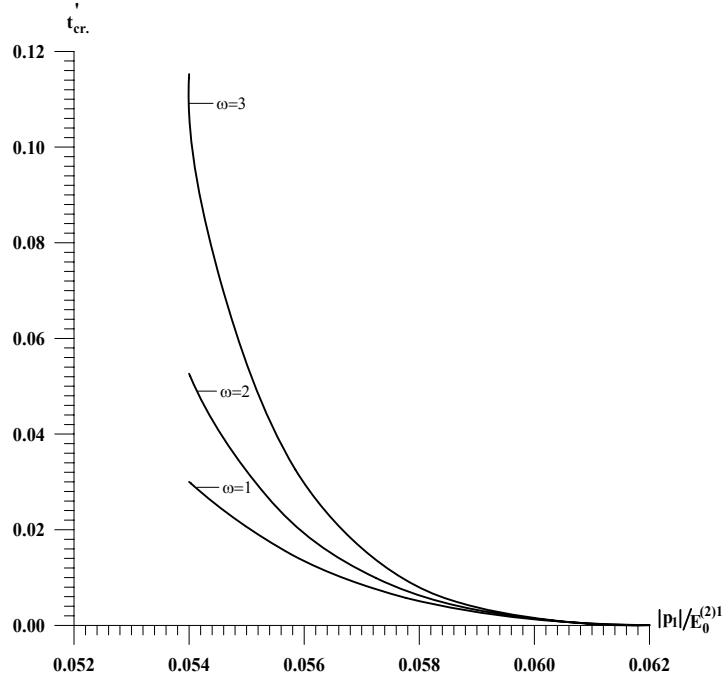
ω	$\frac{E_0^{(2)1}}{E^{(1)1}} = 0,05$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,051439(0,125)}{-0,030439(0,100)}$	$\frac{p_{1cr.0}(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1})}{p_{1cr.\infty}}$
2	$\frac{-0,051439(0,125)}{-0,037073(0,100)}$	
3	$\frac{-0,051439(0,125)}{-0,040840(0,100)}$	



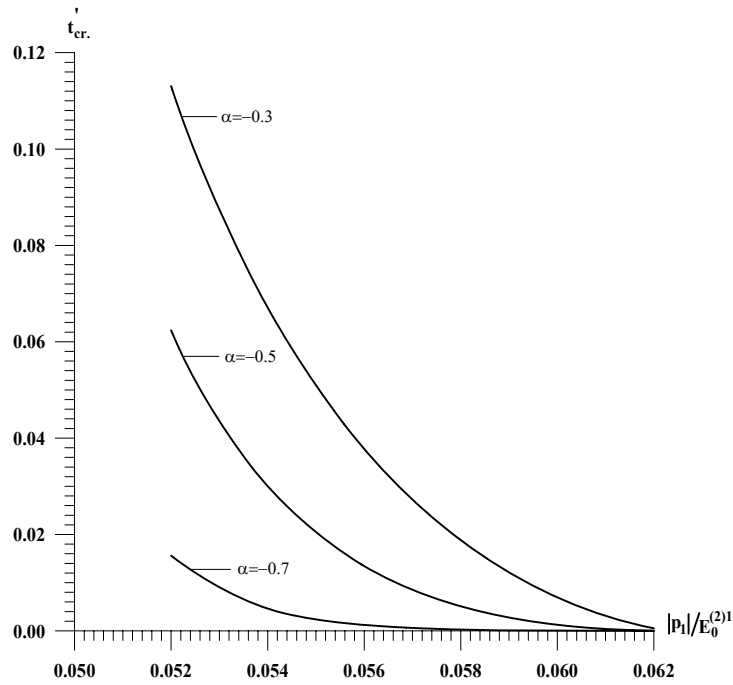
Şekil 3.25 $\kappa=1$, $p_3=p_1$, $\gamma=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$, $\alpha=-0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1=0,150$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



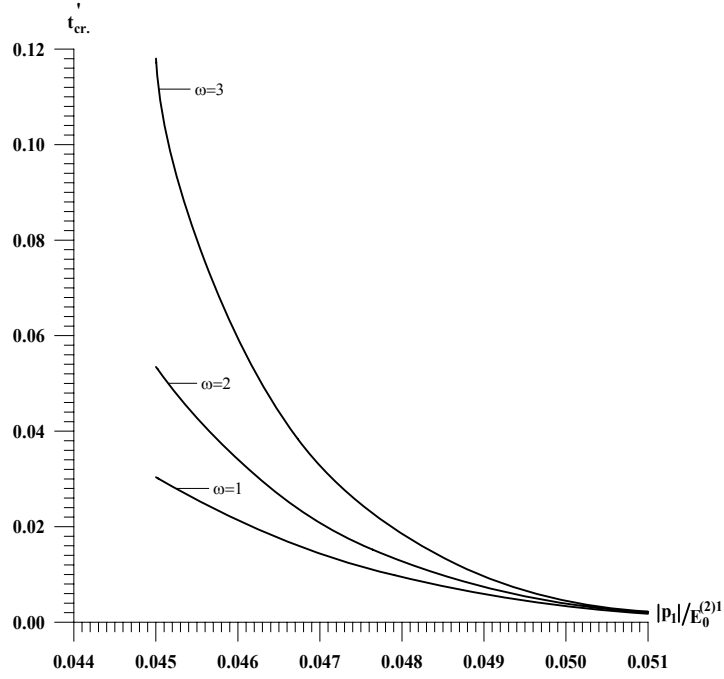
Şekil 3.26 $\kappa=1$, $p_3=p_1$, $\gamma=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$, $\omega=1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1=0,150$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



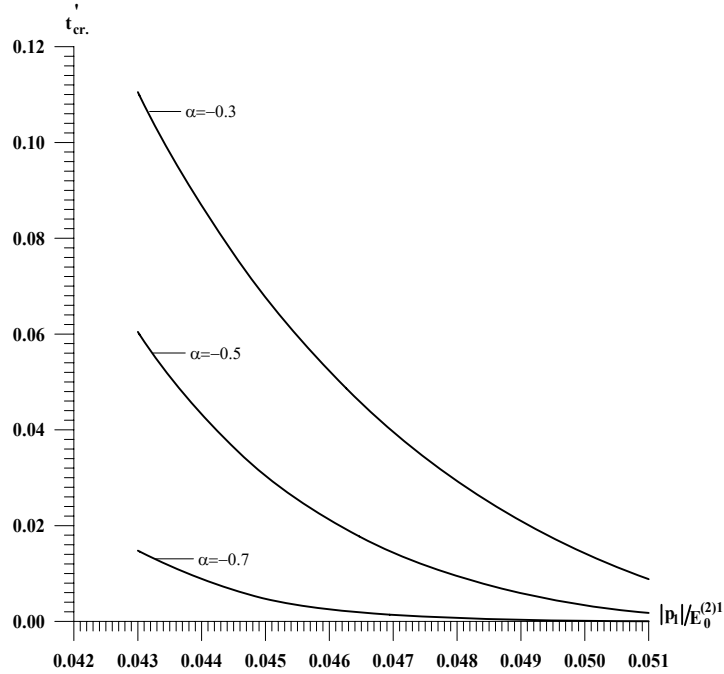
Şekil 3.27 $\kappa = 2$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,125$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 3.28 $\kappa = 2$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,125$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 3.29 $\kappa = 3$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\alpha = -0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,100$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 3.30 $\kappa = 3$, $p_3 = p_1$, $\gamma = 1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1} = 0,05$, $\omega = 1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1 = 0,100$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi

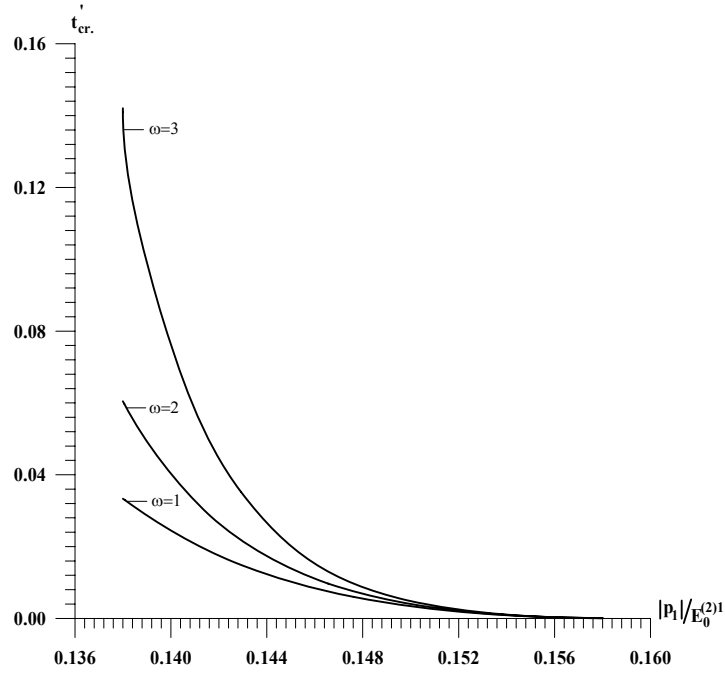
$\kappa=1$, $\gamma=1$, $p_3/p_1=\eta$ ($=0,1;0,8$) durumunda $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri farklı ω 'lar için bulunmuş ve bu değerler Tablo 3.10 ve Tablo 3.11'de verilmiştir. $p_3 = \eta p_1$ notasyonu hesaba katılarak öncelikle p_1 dış basınç kuvveti değerleri seçilmiş ve bu değerlerin kritik zaman değerlerine etkisi incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar ise Şekil 3.31-3.34'de verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü üzere $p_3/p_1 = \eta$ ($=0,1;0,8$) oranı arttıkça kritik zaman değerleri azalmaktadır. Ayrıca ω ($|\alpha|$) reolojik parametresi arttıkça (azaldıkça) kritik zaman değerleri artmaktadır.

Tablo 3.10 $\kappa=1$, $p_3/p_1=0,1$ ve $\gamma=1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

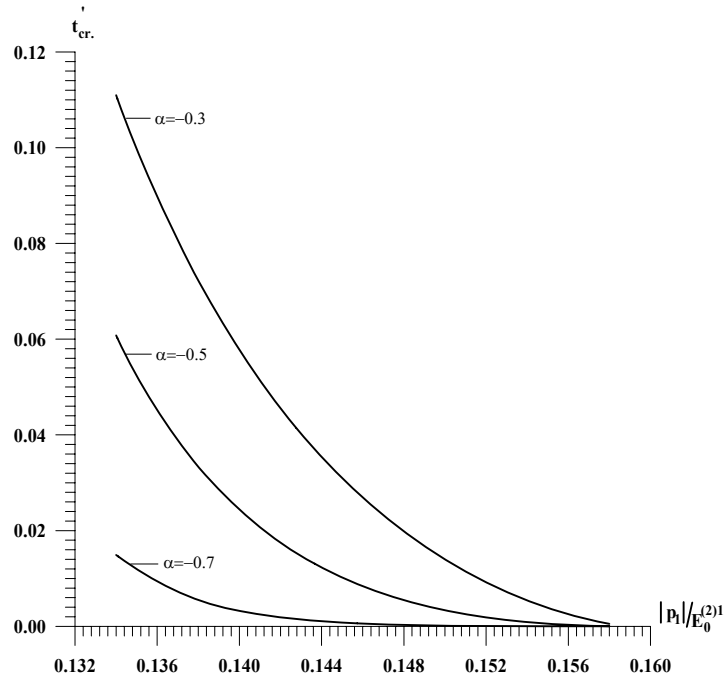
ω	$\frac{E_0^{(2)l}}{E^{(1)l}} = 0,05$	$\alpha = -0,5$
		$p_3 = 0,1 * p_1$
1	$\frac{-0,159037(0,150)}{-0,098784(0,125)}$	$\frac{p_{1cr,0}}{p_{1cr,\infty}} \left(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1} \right)$
2	$\frac{-0,159037(0,150)}{-0,120441(0,150)}$	
3	$\frac{-0,159037(0,150)}{-0,129102(0,150)}$	

Tablo 3.11 $\kappa=1$, $p_3/p_1=0,8$ ve $\gamma=1$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

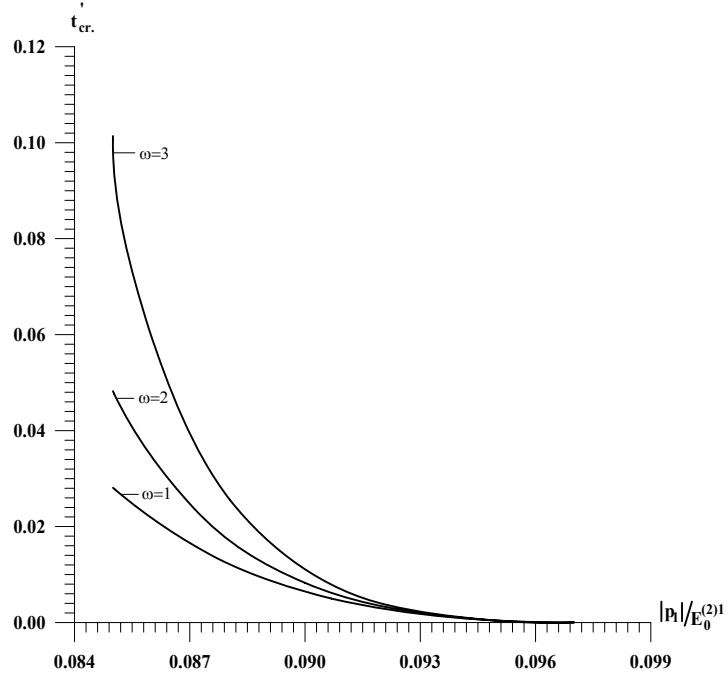
ω	$\frac{E_0^{(2)l}}{E^{(1)l}} = 0,05$	$\alpha = -0,5$
		$p_3 = 0,8 * p_1$
1	$\frac{-0,097189(0,150)}{-0,060368(0,125)}$	$\frac{p_{1cr,0}}{p_{1cr,\infty}} \left(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1} \right)$
2	$\frac{-0,097189(0,150)}{-0,073603(0,150)}$	
3	$\frac{-0,097189(0,150)}{-0,078895(0,150)}$	



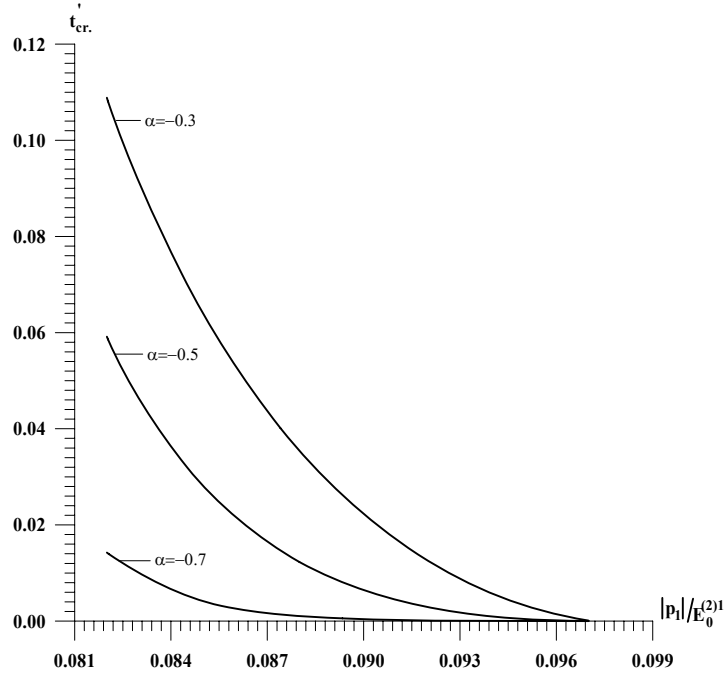
Şekil 3.31 $\kappa=1$, $p_3/p_1=0,1$, $\gamma=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$, $\alpha=-0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1=0,150$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 3.32 $\kappa=1$, $p_3/p_1=0,1$, $\gamma=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$, $\omega=1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1=0,150$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 3.33 $\kappa=1$, $p_3/p_1=0,8$, $\gamma=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$, $\alpha=-0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1=0,150$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi

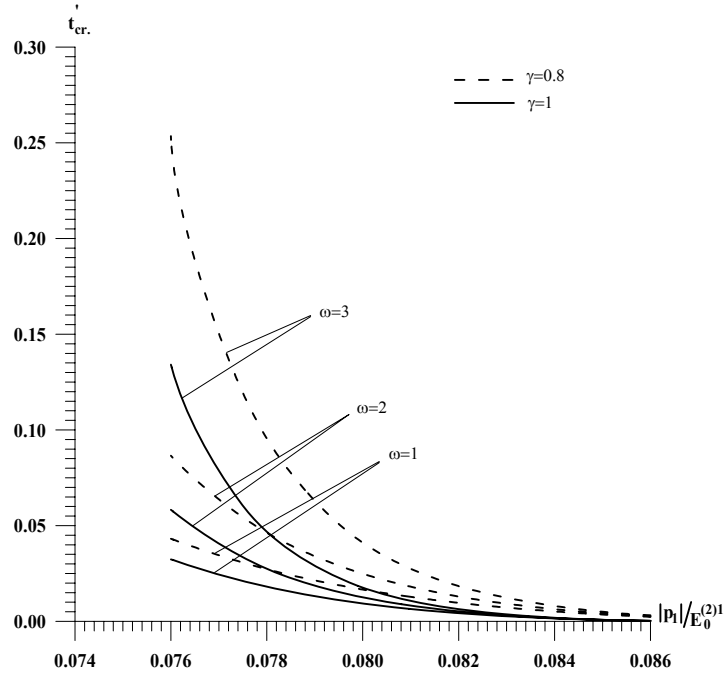


Şekil 3.34 $\kappa=1$, $p_3/p_1=0,8$, $\gamma=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$, $\omega=1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1=0,150$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi

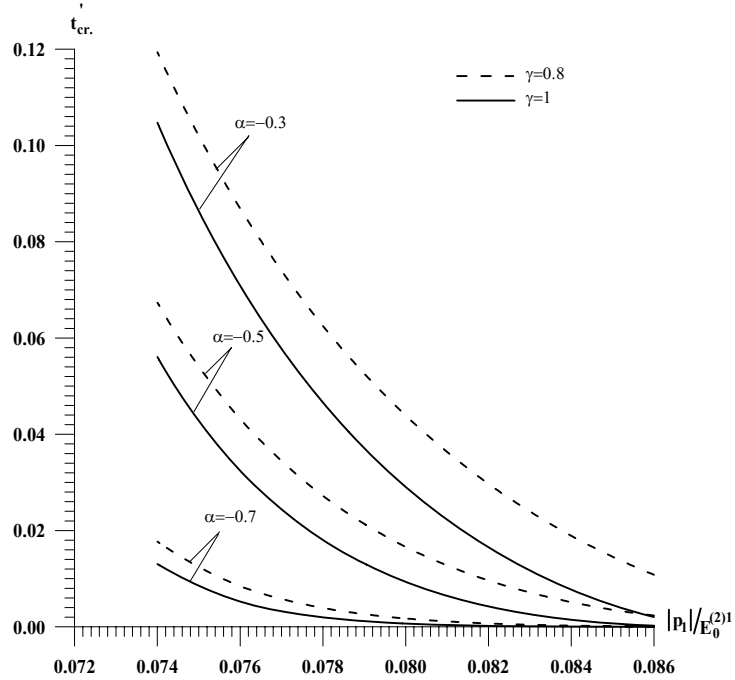
$E_0^{(2)I}/E^{(1)I} = 0,05$ ve $p_3 = p_1$ iken $\gamma = 0,8$ durumu için $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri farklı ω 'lar için bulunmuş ve bu değerler Tablo 3.12'de verilmiştir. Tablo 3.7 ve Tablo 3.12 kullanılarak Bölüm 2 Kısım 2.2'de verilen (2.54) koşulunu sağlayan p_1 dış basınç kuvveti değerleri $p_3 = \eta p_1$ notasyonu hesaba katılarak seçilmiş ve yarı uzay malzemesinin reolojik parametrelerinin kritik zaman değerlerine olan etkisi incelenmiş ve bu iki durum için elde edilen sayısal sonuçlar ise Şekil 3.35 ve Şekil 3.36'da verilmiştir. Şekil 3.35 ve Şekil 3.36'daki grafiklerden görüldüğü üzere γ değeri azaldıkça kritik zaman değerleri artmaktadır. Ayrıca, bu sonuçlar gösteriyor ki kritik zaman (t'_{cr}) değerleri ω reolojik parametresinin değerleri arttıkça, α reolojik parametresinin değerleri ise mutlak değerce azaldıkça artmaktadır.

Tablo 3.12 $\kappa = 1$, $p_3 = p_1$ ve $\gamma = 0,8$ durumunda farklı ω 'lar için elde edilen $p_{1cr,0}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ ve $p_{1cr,\infty}(\pi h_1^{(1)}/\ell_1)$ değerleri

ω	$\frac{E_0^{(2)I}}{E^{(1)I}} = 0,05$	$\alpha = -0,5$
1	$\frac{-0,086836(0,175)}{-0,055012(0,150)}$	$\frac{p_{1cr,0}}{p_{1cr,\infty}} \left(\frac{\pi h_1^{(1)}}{\ell_1} \right)$
2	$\frac{-0,086836(0,175)}{-0,065397(0,150)}$	
3	$\frac{-0,086836(0,175)}{-0,071191(0,150)}$	



Şekil 3.35 $\kappa=1$, $p_3=p_1$, $\gamma=0,8$, $\gamma=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$, $\alpha=-0,5$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1=0,150$ durumunda ω reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi



Şekil 3.36 $\kappa=1$, $p_3=p_1$, $\gamma=0,8$, $\gamma=1$, $E_0^{(2)1}/E^{(1)1}=0,05$, $\omega=1$, $\pi h_1^{(1)}/\ell_1=0,150$ durumunda α reolojik parametresinin farklı değerleri için kritik zaman ($t'_{cr.}$) ile $|p_1|/E_0^{(2)1}$ ilişkisi

4. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Tez kapsamında yapılan araştırmalarda elde edilen sayısal sonuçlar ve değerlendirmesi hakkında aşağıdakiler söylenebilir:

1. Tez kapsamında, Akbarov ve Guz (2000) ile Akbarov vd. (1997) kaynaklarında verilen yöntem, sonlu sayıda elastik ve viskoelastik levha ile örtülü yarı uzayın üç boyutlu ve düzlem şekil değiştirme durumunda yüzeysel stabilite kaybının incelenmesine uygun olarak geliştirilmiştir.
2. Uygun iki boyutlu ve üç boyutlu problemlerin matematiksel formülasyonu, parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde viskoelastisite teorisinin geometrik lineer olmayan denge denklemlerinden yararlanılarak yapılmıştır.
3. Uygun iki boyutlu ve üç boyutlu problemler önce elastik ortam durumunda ele alınmış ve aranan büyüklükler Akbarov ve Guz (2000), Akbarov vd. (1997) kaynaklarında olduğu gibi levhaların periyodik sapma (eğilme) derecesini gösteren küçük parametreye göre seri formunda ifade edilmiştir. Bu serideki terimler sıfırıncı ve birinci yaklaşımlar çerçevesinde her yaklaşıma ait uygun sınır-değer problemleri çözülerek belirlenmiştir. Yüzeysel stabilite kaybı kriteri olarak, adı geçen *levhaların küçük periyodik başlangıç eğilme genliklerinin verilen dış basınç kuvveti etkisi altında zamanla büyüyerek sonsuza gitmesi durumu* kabul edilmiş ve bu kriterden yararlanılarak elastik ortam durumunda ele alınan problemler için p_{1cr} değerleri, viskoelastik problemler için t'_{cr} değerleri bulunmuştur. Uygun viskoelastik problemlerin incelenmesinde Laplace dönüşümü uygulanmıştır. Ters Laplace dönüşümleri ise Schapery yöntemi yardımı ile elde edilmiştir.
4. Formülasyonu yapılan sınır değer problemlerinin çözümü, belirli bir aşamaya kadar analitik olarak yapılmış ve daha sonra sayısal sonuçlar elde etmek için uygun algoritma geliştirilmiş ve uygulanmıştır.
5. Düzlem şekil değiştirme durumunda ele alınan sistemlere $x_1 \rightarrow \pm \infty$ 'da yoğunluğu p_1 olan düzgün yayılı normal basınç kuvvetinin Ox_1 eksen yönünde etki ettiği farzedilmiştir. Ayrıca, ele alınan çok katlı malzemenin katlarının $x_2 = 0$ düzlemi boyunca üst üste yerleştirilen levhalardan oluştuğu kabul edilmiştir.
6. İki eksenli basınç durumunda ise ele alınan sistemlere $x_1 \rightarrow \pm \infty$ ($x_3 \rightarrow \pm \infty$)'da yoğunluğu p_1 (p_3) olan düzgün yayılı normal basınç kuvvetlerinin Ox_1 (Ox_3) eksenleri yönünde etki ettiği farzedilmiştir. Ayrıca, ele alınan çok katlı malzemenin katlarının

$x_1 O x_3$ (veya $x_2 = 0$) düzlemi boyunca üst üste yerleştirilen levhalardan oluştuğu kabul edilmiştir.

7. İncelemeler, başlangıçta (yüklenmeden önce) genlikleri periyotlarına göre çok küçük periyodik eğilmeye ($L \ll \ell_1$) sahip sırasıyla bir, iki ve üç adet levha ve yarı uzay'dan oluşan sistemler ile iki levha ve mutlak katı temelden oluşan sistem için yapılmıştır.
8. Düzlem şekil değiştirme durumunda, ele alınan her bir sisteme ait farklı geometrik ve malzeme parametreleri için kritik basınç kuvveti ($p_{1cr.}$) ve kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri belirlenmiştir.
9. İki eksenli basınç durumunda, ele alınan her bir sisteme ait farklı geometrik ve malzeme parametreleri için $p_3 = \eta p_1$ ($0 < \eta \leq 1$) notasyonu hesaba katılarak kritik basınç kuvveti ($p_{1cr.}$) ve kritik zaman ($t'_{cr.}$) değerleri belirlenmiştir. Ayrıca, x_1 eksenini yönündeki eğilme periyodunun (ℓ_1) x_3 eksenini yönündeki eğilme periyoduna (ℓ_3) oranı ile ifade edilen $\gamma = \ell_1 / \ell_3$ 'ün ve $p_3 = \eta p_1$ ilişkisinin kritik zaman değerlerine etkisi incelenmiştir.
10. Her bir problem için yapılan algoritma ve bilgisayar programlarından elde edilen sayısal sonuçlar biri diğeri ile ve özel durumlarda, literatürdeki uygun sonuçlar ile karşılaştırılarak test edilmiştir.

Tezde verilen çok sayıdaki sayısal sonucun değerlendirmesi aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

1. Tez kapsamında ilk kez, periyodik başlangıç sapmasına (eğilme) sahip sonlu sayıda elastik ve viskoelastik levha ile örtülü yarı uzayın üç boyutlu ve düzlem şekil değiştirme durumunda yüzeysel stabilite kaybına ait problemlerin incelenmesi için parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde viskoelastisite teorisinin geometrik lineer olmayan denge denklemleri kullanılarak bir yöntem geliştirilmiştir.
2. Mekanik özellikleri zamana bağlı malzemelerin Rabotnov operatörleriyle verilen malzemeler olması durumunda $t'_{cr.}$ değerleri belirlenmiş ve bu operatörlerin yapısına giren reolojik parametrelerin $\omega(|\alpha|)$ artmasıyla (azalmasıyla) kritik zaman değerlerinin arttığı görülmüştür. Ayrıca, yüzeysel stabilite kaybıyla ilgili olarak yarı uzay ve üzerinde üç tabaka olması durumuna ait ele alınan sistemin dayanıklılığının en sert levhanın levhalar katmanının altına konulmasıyla (doğrudan yarı uzayla bağlantılı olmasıyla) artırılabilceği sonucu çıkarılmıştır.

3. İki eksenli basınç durumunda, $\gamma(=\ell_1/\ell_3)=1$ olduğunda $p_3 = \eta p_1$ ($0 < \eta \leq 1$) notasyonundaki η parametre değeriyle $p_{1cr,0}$ değerlerinin düştüğü görülmüştür. Ayrıca, $\gamma(=\ell_1/\ell_3)$ parametre değeriyle $p_{1cr,0}$ değerleri artmaktadır.
4. Düzlem şekil değiştirme ve iki eksenli basınç durumlarında, mutlak rijit temel üzerinde elastik örtük ve viskoelastik ara levhalardan oluşan sistemde levha kalınlıkları oranıyla ifade edilen $\kappa = h_1^{(2)}/h_1^{(1)}$ parametre değeriyle elde edilen $p_{1cr,0}$ değerleri düşmüştür. Ayrıca elde edilen değerlerin yarı düzlem veya yarı uzay üzerinde tek tabaka bulunması durumunda ($E_0^{(2)}/E^{(1)} = 0,05$) elde edilen değerlere yakınsadığı görülmüştür.
5. Bu çalışma, sonlu sayıda elastik ve viskoelastik levha ile örtülü yarı uzay'dan oluşan sistemler için pek çok açıdan ilk teşebbüsleri oluşturmaktadır.

Yukarıda söylenenlerden başka, tezde teklif edilen ve geliştirilen algoritmaların ve programların, levhaların başlangıç periyodik eğilmelerinin farklı alınması ve farklı sınır koşulları için, geliştirilebilir olması ve elde edilen sayısal sonuçların ince film tabakalarının iki eksenli basınç altında kırılma analizi için kullanılabilir olması da tezde yapılan araştırmaların önemini bir kez daha artırmaktadır. Bunlardan başka, tezde elde edilen sonuçların Guz vd. (2005)'de verilen kısıtlar çerçevesinde nano kompozitlerin yüzeysel stabilite kaybına uygulanabilir olması da tezin olumlu ve başarılı olmasını kanıtlamaktadır. Tezde elde edilen sonuçların bir kısmı Akbarov ve Tekercioğlu (2005a, 2005b, 2005c, 2006) kaynaklarında gösterilen uluslararası ve ulusal mekanik kongrelerinde sunulmuştur.

KAYNAKLAR

- Akbarov, S.D., Sisman, T. ve Yahnioglu, N. (1997), "On the Fracture of the Unidirectional Composites in Compression", *International Journal of Engineering Science*, 35: 1115-1135.
- Akbarov, S.D. (1998), "On the Three-Dimensional Stability Loss Problems of Elements of Structures of Viscoelastic Composite Materials", *Mechanics of Composite Materials*, 34: 537-544.
- Akbarov, S.D., Cilli, A. ve Guz, A.N. (1999), "The Theoretical Strength Limit in Compression of Viscoelastic Layered Composite Materials", *Composites Part B: Engineering*, 30: 465-472.
- Akbarov, S.D. ve Guz, A.N. (2000), *Mechanics of Curved Composites*, Kluwer Academic Publishers; Dortrecht, Boston, London.
- Akbarov, S.D. ve Kosker, R. (2001), "Fiber Buckling in a Viscoelastic Matrix", *Mechanics of Composite Materials*, 37(4): 299-306.
- Akbarov, S.D. ve Yahnioglu, N. (2001), "A Method of Investigation of the General Theory of Stability Problems on Structural Elements Fabricated from Viscoelastic Composite Materials", *Composites Part B: Engineering*, 32: 475-482.
- Akbarov, S.D., Yahnioglu, N. ve Kutug, Z. (2001), "On the Three-Dimensional Stability Loss Problem of the Viscoelastic Composite Plate", *International Journal of Engineering Science*, 39: 1443-1457.
- Akbarov, S.D. ve Rzayev, O.G. (2002), "On the Buckling of the Elastic and Viscoelastic Composite Circular Thick Plate with a Penny-Shaped Crack", *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 21: 269-279.
- Akbarov, S.D. ve Guz, A.N. (2004), "Mechanics of Curved Composites and Some Related Problems for Structural Members", *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 11(6): 445-515.
- Akbarov, S.D. ve Kosker, R. (2004), "Internal Stability Loss of Two Neighbouring Fibers in a Viscoelastic Matrix", *International Journal of Engineering Science*, 42: 1847-1873.
- Akbarov, S.D. ve Tekercioglu, R. (2005a), "Near-Surface Stability Loss of the Stratified Visco-Elastic Half-Space in a Bi-Axial Compression", *Twelfth Annual International Conference on Composites/ Nano Engineering*, August 1-6, 2005, Tenerife, Canary Islands, Spain.
- Akbarov, S.D. ve Tekercioglu, R. (2005b), "İki Katlı Visko-Elastik Levha ile Örtülmüş Yarı Düzlemin Yüzeysel Stabilite Kaybı ", *XIV. Ulusal Mekanik Kongresi*, 12-16 Eylül 2005, Hatay, 35-44.
- Akbarov, S.D. ve Tekercioglu, R. (2005c), "Near-Surface Fracture of the Visco-Elastic Layered Composites in Compression", *7th International Fracture Conference*, 19-21 October 2005, Kocaeli, Turkey, 763-773.
- Akbarov, S.D. ve Tekercioglu, R. (2006), "Near-Surface Buckling Instability of a System Consisting of a Moderately Rigid Substrate, a Viscoelastic Bond Layer and an Elastic Covering Layer", *Mechanics of Composite Materials*, 42(4): 363-372.
- Babich, I.Yu., Guz, A.N. ve Chekhov, Vik.N. (2001), "The Three-Dimensional Theory of Stability of Fibrous and Laminated Materials", *International Applied Mechanics*, 37(9): 1103-1141.
- Balint, D.S. ve Hutchinson, J.W. (2003), "Undulation Instability of a Compressed Elastic

Film on a Nonlinear Creeping Substrate”, *Acta Materialia*, 51: 3965–3983.

Biot, M.A. (1965), *Mechanics of Incremental Deformations*, Wiley, New York.

Bowden, N., Brittain, S., Evans, A.G, Hutchinson, J.W. ve Whitesides, G.M. (1998), “Spontaneous Formation of Ordered Structures in Thin Films of Metals Supported on an Elastomeric Polymer”, *Nature (London)*, 393: 146-149.

Budiansky, B. ve Fleck, N.A. (1994), “Compressive Kinking of Fiber Composites: A Topical Review”, *Applied Mechanics Reviews*, Part 2, 47(6): 246-270.

Chen, X. ve Hutchinson, J.W. (2004), “Herringbone Buckling Patterns of Compressed Thin Films on Compliant Substrates”, *Journal of Applied Mechanics*, 71: 597–603.

Choi, S.R., Hutchinson, J.W. ve Evans, A.G. (1999), “Delamination of Multilayer Thermal Barrier Coatings”, *Mechanics of Materials*, 31: 431-447.

Dow, N.F. ve Gruntfest, I.J. (1960), “Determination of Most Needed Potentially Possible Improvements in Materials for Ballistic and Space Vehicles”, General Electric Co., Space Sci. Lab., TISR 60 SD 389, June.

Gerard, G. ve Gilbert, A.C. (1958), “A Critical Strain Approach to Creep Buckling of Plates and Shells”, *J. Aero/Space Sci.*, 25(7): 429-434.

Green, A.E., Rivlin, R.S. ve Shield, R.T. (1952), “General Theory of Small Elastic Deformations Superposed on Finite Elastic Deformations”, *Proceedings of the Royal Society Series A*, 211(1104): 128-154.

Greszczuk, L.B. (1975), “Microbuckling Failure of Circular Fiber-Reinforced Composites”, *AIAAJ*, 13(10): 1311-1318.

Guz, A.N. (1967), “The Stability of Orthotropic Bodies”, *International Applied Mechanics*, 3(5): 17-22.

Guz, A.N. (1969), “On Setting up a Stability Theory of Unidirectional Fibrous Materials”, *International Applied Mechanics*, 5(2): 156-162.

Guz, A.N. (1970), “Surface Instability of Hyperelastic Materials”, *Mekhanika Polimerov*, No.6: 44-49.

Guz, A.N., Korzh, V.P. ve Chekhov, V.N. (1989), “Instability of Layered Bodies During Compression Taking into Account the Action of Distributed Surface Loads”, *International Applied Mechanics*, 25(5): 435-443.

Guz, A.N. (1990), *Fracture Mechanics of Composites Under Compression*, Naukova Dumka, Kiev (in Russian).

Guz, A.N. (1999), *Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies*, Springer-Verlag, Berlin.

Guz, A.N. ve Lapusta, Yu.N. (1999), “Three-Dimensional Problems of the Near-Surface Instability of Fiber Composites in Compression (Model of a Piecewise-Uniform Medium) (Survey)”, *International Applied Mechanics*, 35(7): 641-670.

Guz, A.N., Tkachenko, E.A. ve Chekhov, Vik.N. (2000), “Surface Instability of Laminated Coatings Upon Inelastic Deformation”, *Mechanics of Composite Materials*, 36(6): 475-480.

Guz, A.N. (2004), “Design Models in Linearized Solid Mechanics”, *International Applied Mechanics*, 40(5): 506-516.

Guz, A.N., Roger, A.A. ve Guz, I.A. (2005), “Developing a Compressive Failure Theory for Nanocomposites”, *International Applied Mechanics*, 41(3): 233–255.

- Hoff, N.J. (1958), "A Survey of the Theories of Creep Buckling", In: Proceedings of the Third US National Congress of Applied Mechanics, ASME, New York.
- Hong, W., Lee, H.N., Yoon, M., Christen, H.M., Lowndes, D.H., Suo, Z. ve Zhang, Z. (2005), "Persistent Step-Flow Growth of Strained Films on Vicinal Substrates", *Physical Review Letters* 95, 095501.
- Huang, R., Yin, H., Liang, J., Hobart, K.D., Sturm, J.C. ve Suo, Z. (2001), "Relaxation of a Strained Elastic Film on a Viscous Layer", *MRS Symposium Proceedings*, vol. 695: 115–120.
- Huang, R. ve Suo, Z. (2002a), "Wrinkling of a Compressed Elastic Film on a Viscous Layer", *Journal of Applied Physics*, 91(3): 1135–1142.
- Huang, R. ve Suo, Z. (2002b), "Instability of a Compressed Elastic Film on a Viscous Layer", *International Journal of Solids and Structures*, 39: 1791–1802.
- Huang, R. ve Suo, Z. (2003), "Very Thin Solid-on-Liquid Structures: The Interplay of Flexural Rigidity, Membrane Force, and Interfacial Force", *Thin Solid Films*, 429: 273–281.
- Huang, R. ve Im, S.H. (2005), "Evolution of Wrinkles in Elastic-Viscoelastic Bilayer Thin Films", *Journal of Applied Mechanics*, 72(6): 955–961.
- Huang, Z.Y., Hong, W., Suo, Z. (2004), "Evolution of Wrinkles in Hard Films on Soft Substrates", *Physical review E* 70, 030601(R).
- Huang, Z.Y., Hong, W. ve Suo, Z. (2005), "Nonlinear Analyses of Wrinkles in a Film Bonded to a Compliant Substrate", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53: 2101–2118.
- Huck, W.T.S., Bowden, N., Onck, P., Pardo, T., Hutchinson, J.W. ve Whitesides, G.M. (2000), "Ordering of Spontaneously Formed Buckles on Planar Surfaces", *Langmuir*, 16: 3497–3501.
- Hutchinson, J.W., He, M.Y. ve Evans, A.G. (2000), "The Influence of Imperfections on the Nucleation and Propagation of Buckling Driven Delaminations", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48: 709–734.
- Hutchinson, J.W. (2001), "Delamination of Compressed Films on Curved Substrates", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 49: 1847–1864.
- Hutchinson, J.W. ve Evans, A.G. (2002), "On the Delamination of Thermal Barrier Coatings in a Thermal Gradient", *Surface and Coatings Technology*, 149: 179–184.
- Kutug, Z., Yahnioğlu, N. ve Akbarov, S.D. (2003), "The Loss of Stability Analyses of an Elastic and Viscoelastic Composite Circular Plate in the Framework of Three-Dimensional Linearized Theory", *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 22: 475–488.
- Li, T., Huang, Z.Y., Suo, Z., Lacour, S.P. ve Wagner, S. (2004), "Stretchability of Thin Metal Films on Elastomer Substrates", *Applied Physics Letters*, 85: 3435–3437.
- Li, T. ve Suo, Z. (2006), "Deformability of Thin Metal Films on Elastomer Substrates", *International Journal of Solids and Structures*, 43: 2351–2363.
- Liang, J., Huang, R., Yin, H., Sturm, J.C., Hobart, K.D. ve Suo, Z. (2002), "Relaxation of Compressed Elastic Islands on a Viscous Layer", *Acta Materialia*, 50: 2933–2944.
- Liu, H. ve Huang, R. (2005), "Effect of a Cap Layer on Morphological Stability of a Strained Epitaxial Film", *Journal of Applied Physics* 97, 113537.
- Mishnaevsky, L.L. ve Gross, Jr.D. (2004), "Micromechanisms and Mechanics of Damage and Fracture in Thin Film/Substrate Systems", *International Applied Mechanics*, 40(2): 140–155.
- Moon, M.W., Jensen, H.M., Oh, K.H., Evans, A.G. ve Hutchinson, J.W. (2002), "The

- Characterization of Telephone Cord Buckling of Compressed Thin Films on Substrates”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50: 2355–2377.
- Moon, M.W., Lee, K.R., Oh, K.H. ve Hutchinson, J.W. (2004), “Buckle Delamination on Patterned Substrates”, *Acta Materialia*, 52: 3151-3159.
- Rabotnov, Yu.N. (1977), *Elements of Hereditary Solid Mechanics*, Nauka, Moscow (in Russian).
- Rosen, B.W. (1965), “Mechanics of Composite Strengthening in Fiber Composite Materials”, *American Society of Metals*, pp. 37–75.
- Rosen, B.W. ve Dow, N.F. (1972), *The Fracture Mechanics of Fiber Composite Materials*, In: *Fracture of Nonmetals and Composites*, Vol.7 of the series H. Liebowitz (ed.), *Fracture. An Advanced Treatise*, Academic Press, New York-London.
- Rzayev, O.G. ve Akbarov, S.D. (2002), “Local Buckling of the Elastic and Viscoelastic Coating Around the Penny-Shaped Interface Crack”, *International Journal of Engineering Science*, 40: 1435-1451.
- Schapery, R.A. (1966), “Approximate Method of Transform Inversion for Viscoelastic Stress Analysis”, *Proc. U.S. Natl. Congress of Applied Mechanics*, ASME, 4: 1075-1085.
- Sridhar, N., Srolovitz, D.J. ve Suo, Z. (2001), “Kinetics of Buckling of a Compressed Film on a Viscous Substrate”, *Applied Physics Letters*, 78: 2482–2484.
- Tkachenko, E.A. ve Chekhov, V.N. (2005), “Stability of a Laminate Between Two Homogeneous Half-Spaces Under Inelastic Deformation”, *International Applied Mechanics*, 41(5): 481–489.
- Wei, Y. ve Hutchinson, J.W. (1997), “Nonlinear Delamination Mechanics for Thin Films”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45: 1137–1159.
- Xiang, Y., Li, T., Suo, Z. ve Vlassak, J.J. (2005), “High Ductility of a Metal Film Adherent on a Polymer Substrate”, *Applied Physics Letters* 87, 161910.
- Yahnioglu, N. ve Akbarov, S.D. (2002), “Stability Loss Analyses of the Elastic and Viscoelastic Composite Rotating Thick Circular Plate in the Framework of the Three-Dimensional Linearized Theory of Stability”, *International Journal of Mechanical Sciences*, 44: 1225-1244.
- Yu, H.H. ve Hutchinson, J.W. (2003), “Delamination of Thin Film Strips”, *Thin Solid Films*, 423: 54–63.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 20.09.1973

Doğum yeri Çorum

Lise 1989-1993 Ziya Kalkavan Anadolu Denizcilik Meslek Lisesi

Lisans 1993-1997 Yıldız Teknik Üniversitesi, Kimya-Metalurji Fakültesi, Matematik Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 1998-2001 Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora 2001- Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı

Çalıştığı kurum(lar)

1999-Devam ediyor YTÜ, Kimya-Metalurji Fakültesi,
Matematik Müh. Bölümü'nde Araştırma Görevlisi