

**ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME YÖNTEMİ İLE KARMAŞIK
AĞDAKİ DÜĞÜMLERİN AYIRT EDİLEBİLİRLİĞİNİN
ARTIRILMASI İÇİN BİLEŞİK MERKEZİLİK ÖLÇÜTLERİNİN
GELİŞTİRİLMESİ**

LEVENT SABAH

**DOKTORA TEZİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**DANIŞMAN
DOÇ. DR. MEHMET ŞİMŞEK**

DÜZCE, 2023

T.C.
DÜZCE ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

**Çok Kriterli Karar Verme Yöntemi ile Karmaşık Ağdaki Düğümlerin
Ayırt Edilebilirliğinin Artırılması için Bileşik Merkezilik Ölçütlerinin
Geliştirilmesi**

Levent SABAH tarafından hazırlanan tez çalışması aşağıdaki jüri tarafından Düzce Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Mehmet ŞİMŞEK
Milli Savunma Üniversitesi

Jüri Üyeleri

Doç. Dr. Mehmet ŞİMŞEK
Milli Savunma Üniversitesi

Prof. Dr. Resul KARA
Düzce Üniversitesi

Doç. Dr. Alper Kürşat UYSAL
Alanya Alaaddin Keykubat Üniversitesi

Doç. Dr. Abdullah Talha KABAKUŞ
Düzce Üniversitesi

Doç. Dr. Arafat ŞENTÜRK
Düzce Üniversitesi

Tez Savunma Tarihi: 16/06/2023

BEYAN

Bu tez çalışmasının kendi çalışmam olduğunu, tezin planlanmasından yazımına kadar bütün aşamalarda etik dışı davranışımın olmadığını, bu tezdeki bütün bilgileri akademik ve etik kurallar içinde elde ettiğimi, bu tez çalışmasıyla elde edilmeyen bütün bilgi ve yorumlara kaynak gösterdiğimi ve bu kaynakları da kaynaklar listesine aldığımı, yine bu tezin çalışılması ve yazımı sırasında patent ve telif haklarını ihlal edici bir davranışımın olmadığını beyan ederim.

16 Haziran 2023

Levent Sabah



TEŞEKKÜR

Doktora öğrenimim süresince değerli hocam Doç. Dr. Mehmet ŞİMŞEK' e en içten dileklerimle teşekkür etmek istiyorum. Kendisi, ortak akademik çalışmalarımız ve bu tez çalışmasının hazırlanması sürecinde bana her türlü motivasyonu, destekleri, ilgi ve yardımlarıyla büyük katkıda bulunmuştur. Onun rehberliği ve deneyimleri sayesinde bu çalışmayı tamamlamak benim için büyük bir onur ve ayrıcalık olmuştur.

Ayrıca, bu tez çalışmasının hazırlanması sürecinde beni her zaman destekleyen Prof. Dr. Resul KARA ve Doç. Dr. Alper Kürşat UYSAL' ın bilgi birikimleri, değerli önerileri ve yol göstericiliği benim akademik gelişimimde önemli bir rol oynamıştır.

Aynı zamanda, bu çalışma boyunca bana yardımlarını ve desteklerini esirgemeyen sevgili aileme içtenlikle teşekkür etmek istiyorum. Kendilerinin varlığı benim için büyük bir güç ve ilham kaynağı olmuştur.

16 Haziran 2023

Levent SABAH

İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ŞEKİL LİSTESİ.....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	viii
KISALTMALAR.....	x
SİMGELER	xi
ÖZET	xii
ABSTRACT	xiii
EXTENDED ABSTRACT	xiv
1. GİRİŞ	1
1.1. TEZİN TANIMI VE YENİLİKÇİ YÖNÜ	5
1.2. TEZİN ORGANİZASYONU	6
2. KARMAŞIK AĞLAR.....	8
2.1. TEMEL KARMAŞIK AĞ KAVRAMLARI.....	8
2.2. ÇİZGE (GRAF).....	9
2.3. KARMAŞIK AĞ ANALİZİ	11
2.4. KARMAŞIK AĞ ANALİZİNDE TEMEL MERKEZİLİK ÖLÇÜTLERİ ...	13
2.4.1. Derece Merkeziliği	13
2.4.2. Aradalık Merkeziliği.....	13
2.4.3. Yakınlık Merkeziliği	14
2.4.4. Özvektör Merkeziliği	15
2.4.5. PageRank Algoritması.....	15
2.4.6. HITS Algoritması.....	16
3. KARMAŞIK AĞLARDA DÜĞÜM AYIRT EDİLEBİLİRLİĞİ	18
3.1. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	18
4. MATERYAL ve YÖNTEM	22
4.1. BU TEZ ÇALIŞMASINDA KULLANILAN AĞ VERİ SETLERİ VE DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ	22
4.1.1. Kullanılan Veri Setleri.....	22
4.1.2. Bu Tez Çalışmasında Kullanılan Veri Setlerinin Oluşturulması	24
4.1.3. Değerlendirme Ölçütleri.....	24
4.1.4. Entropi Ağırlıklandırma Yöntemi.....	26
4.1.5. TOPSIS Ağırlıklandırma Yöntemi.....	28
4.1.6. Çok Kriterli Karar Verme Yöntemi.....	32
4.1.7. SIR Salgın Modeli	34
5. DÜĞÜM AYIRT EDİLEBİLİRLİĞİNİN ARTIRILMASI İÇİN YENİ BİR YAKLAŞIM.....	38
5.1. DÜĞÜM AYIRT EDİLEBİLİRLİĞİNİN ÖNEMİ	38

5.2. ÖNERİLEN YÖNTEM	38
5.3. DENEYSEL ÇALIŞMADA KULLANILAN AĞIRLIKLANDIRMA KRİTERLERİNİN BELİRLENMESİ	40
6. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	41
6.1. ENTROPİ AĞIRLIKLANDIRMA YÖNTEMİ İLE ELE EDİLEN MERKEZİLİK KOMBİNASYON SONUÇLARI.....	41
6.2. TOPSIS AĞIRLIKLANDIRMA YÖNTEMİ İLE ELDE EDİLEN MERKEZİLİK KOMBİNASYON SONUÇLARI.....	51
6.3. ÖNERİLEN YÖNTEM İLE ELDE EDİLEN SONUÇLARIN DİĞER ÇALIŞMALARLA KARŞILAŞTIRILMASI	60
6.3.1. Kite Veriseti İle Elde Edilen Sonuçlar	60
6.3.2. Zachary Karate Club Veriseti İle Elde Edilen Sonuçlar	61
6.3.3. Jazz Musicians Veriseti İle Elde Edilen Sonuçlar	63
6.4. ÖNERİLEN YÖNTEMİN PERFORMANS ANALİZİ.....	64
6.4.1. Dörtlü Ve Yedili Kombinasyonun Hesaplama Süreleri	64
6.5. ÖNERİLEN YÖNTEMİN MONOTONLUK ANALİZİ.....	66
6.5.1. Önceki Çalışmaların Dört Kombinasyon İle Üç Veri Setinin Monotonluk Analizi.....	66
6.5.2. Sekiz Verisetinin Monotonluk Analizi	66
6.6. SIR MODELİNİ ORJİNAL VE MERKEZİLİK ÖLÇÜLERİNİN KOMBİNASYONUNA UYGULANMASI.....	70
7. SONUÇLAR ve ÖNERİLER	75
8. KAYNAKLAR	78
9. EKLER.....	88
ÖZGEÇMİŞ	89

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1.1. Krackhardt Kite Çizgesi [35].....	6
Şekil 2.1. (a) yönsüz, ağırlıksız çizge ve (b) yönlü, ağırlıksız çizge (c) yönsüz, ağırlıklı çizge (d) yönlü, ağırlıklı çizge [43]	10
Şekil 4.1. Çok Kriterli Karar Verme Yöntemi Uygulama Süreci	33
Şekil 4.2. SIR Salgın Modeli	37
Şekil 5.1. AHP sürecinin hiyerarşik yapısı	39
Şekil 6.1. Entropi ağırlıklandırma yöntemi kullanılarak elde edilen düğümlerin ayırt edilme oranları.....	50
Şekil 6.2. TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi kullanılarak elde edilen düğümlerin ayırt edilme oranları Çizelge 6.6' de TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile her veri seti için elde edilen minimum ve maksimum düğüm ayırt edilme oranları gösterilmektedir.	59

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa No

Çizelge 1.1 Derece, yakınlık ve aradalık merkezilik ölçütleriyle Krackhardt kite çizge düğümlerinin sıralaması	6
Çizelge 3.1. Önceki çalışmaların düğüm ayırt etme yöntemleri ve kullandıkları merkezilik ölçütlerinin karşılaştırması	20
Çizelge 4.1. Tez çalışmasında kullanılan veri setlerin düğüm ve kenar sayıları	23
Çizelge 6.1. Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre).....	42
Çizelge 6.2. Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)	46
Çizelge 6.3. Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen minimum ve maksimum düğüm ayırt etme oranları	51
Çizelge 6.4. TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre)	52
Çizelge 6.5. TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)	55
Çizelge 6.6. TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen minimum ve maksimum düğüm ayırt etme oranları	60
Çizelge 6.7. Krackhardt kite graph veri seti için CC-DC karşılaştırmaları	61
Çizelge 6.8. Krackhardt kite graph veri seti için BC-DC karşılaştırmaları	61
Çizelge 6.9. Krackhardt kite graph veri seti için BC-CC karşılaştırmaları	61
Çizelge 6.10. Krackhardt kite graph veri seti için ikili kombinasyonlarının orijinal merkezilik değerleri ile Tau-c değerleri	61
Çizelge 6.11. Karate Club veri seti için BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC karşılaştırmaları	62
Çizelge 6.12. Zachary's karate club veri seti için ikili kombinasyonlarının orijinal merkezilik değerleri ile Tau-c değerleri	63
Çizelge 6.13. Jazz musicians network veri seti için üçlü kombinasyonlarının orijinal merkezilik değerleri ile Tau-c değerleri	63
Çizelge 6.14. Önerilen yöntem ve önceki çalışmaların 3 veri seti için ağdaki düğümleri ayırt etme seviyeleri.....	64
Çizelge 6.15. Hesaplama ortamında kullanılan dizüstü bilgisayar özellikleri.....	65
Çizelge 6.16. Tez çalışmasında kullanılan geliştirme ortamı özellikleri	65
Çizelge 6.17. Tez çalışmasında kullanılan başlıca Python kütüphaneleri	65
Çizelge 6.18. Dörtlü ve yedili merkezilik kombinasyonlarının saniye cinsinden toplam hesaplanma süreleri	65
Çizelge 6.19. Krackhardt kite graph, zachary's karate club and jazz musicians network veri setleri için kombinasyonların monotonluk değerleri	66
Çizelge 6.20. Sekiz veri setinin 127 kombinasyonu için elde edilen monotonluk analiz sonuçları	67
Çizelge 6.21. Krackhardt kite graph veri setinde yayılım için seçilen top1 düğüme göre ortalama etkilenen düğüm sayıları	71
Çizelge 6.22. Jazz musicians network veri setinde yayılım için seçilen top10 düğüme göre ortalama etkilenen düğüm sayıları	72
Çizelge 6.23. ca-GrQc veri setinde BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonlarına göre seçilen top100 düğümün SIR modeli ile yapılan yayılımıyla etkilenen ortalama düğüm sayısı ve yüzdesi	72

Çizelge	6.24. ca-HepTh veri setinde BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonlarına göre seçilen top100 düğümün SIR modeli ile yapılan yayılımınla etkilenen ortalama düğüm sayısı ve yüzdesi.....	72
Çizelge	6.25. ca-HepPh veri setinde BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonlarına göre seçilen top100 düğümün SIR modeli ile yapılan yayılımınla etkilenen ortalama düğüm sayısı ve yüzdesi.....	73
Çizelge	6.26. ca-AstroPh veri setinde BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonlarına göre seçilen top100 düğümün SIR modeli ile yapılan yayılımınla etkilenen ortalama düğüm sayısı ve yüzdesi.....	73
Çizelge	6.27. ca-CondMat veri setinde BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonlarına göre seçilen top100 düğümün SIR modeli ile yapılan yayılımınla etkilenen ortalama düğüm sayısı ve yüzdesi.....	74
Çizelge	9.1. Merkezilik ölçütünden elde edilen kombinasyonlarının numara karşılıkları.....	88



KISALTMALAR

AHP	Analytic Hierarchy Process
BC	Betweenness Centrality
ca-AstroPh	Astro Physics
ca-CondMat	Condense Matter Physics
ca-GrQc	General Relativity and Quantum Cosmology
ca-HepPh	High Energy Physics - Phenomenology
ca-HepTh	High Energy Physics - Theory
CC	Closeness Centrality
ÇKKVY	Çok Kriterli Karar Verme Yöntemleri
DC	Degree Centrality
EC	Eigenvector Centrality
HA	Authorities
HITS	Hyperlink-Induced Topic Search
HS	Hubs
MCDM	Multi-Criteria Decision Making Methods
NP	Non-Deterministic Polynomial Time
PR	PageRank
SIR	Susceptible, Infectious, Recovered/Removed
TOPSIS	Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solutions

SİMGELER

E	Edge (Kenar)
G	Çizge (Graf)
V	Vertex (Köşe)
β	Beta, SIR Bulaşma Katsayısı
γ	Gama, SIR İyileşme Katsayısı
τ	Tau



ÖZET

ÇOK KRİTERLİ KARAR VERME YÖNTEMİ İLE KARMAŞIK AĞDAKİ DÜĞÜMLERİN AYIRT EDİLEBİLİRLİĞİNİN ARTIRILMASI İÇİN BİLEŞİK MERKEZİLİK ÖLÇÜTLERİNİN GELİŞTİRİLMESİ

Levent SABAH

Düzce Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Danışman: Doç. Dr. Mehmet ŞİMŞEK

Haziran 2023, 88 sayfa

Karmaşık ağlarda düğümlerin merkeziliğinin belirlenmesi, etkileyici düğümlerin tespiti, viral pazarlama, söylentilerin yayılmasının önlenmesi gibi birçok alanda pratik faydalar sağlamaktadır. Öte yandan, merkeziliğin tanımı konusunda bir fikir birliği yoktur. Bu nedenle, bir düğümün merkeziliğini ölçmek için derece, yakınlık ve aradalık gibi farklı merkezilik ölçütleri geliştirilmiştir. Bununla birlikte, her merkezilik ölçütü, ağdaki düğümlerin çeşitli özelliklerini kendi bakış açısından ön plana çıkarabilmektedir. Bundan dolayı her merkezilik ölçütü, karmaşık ağdaki düğümleri farklı bir sırada sıralayabilmektedir. Son yıllarda araştırmacılar, çoklu merkezilik ölçütlerini birleştiren yaklaşımlara odaklanmaktadır.

Bu tezde, birden çok merkezilik ölçütünü birleştirmek için Analytic Hierarchy Process (AHP) ve kriter ağırlıklandırma için Entropi ağırlıklandırma ve Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solutions (TOPSIS) ağırlıklandırma yöntemlerini kullanan hızlı ve etkin bir yöntem öneriyoruz.

Önerilen yöntem, sentetik ve gerçek veri setleri ile yapılan testlerin sonuçları kıyaslanarak elde edilmiştir. Deneysel sonuçlara göre önerilen yöntem benzer çalışmalara göre rekabetçi sonuçlar verirken, hesaplama hızı bakımından diğer yöntemlerden daha iyi olduğu görülmüştür. Böylece, önerdiğimiz yöntemin büyük ve dinamik karmaşık ağlarda kullanımını mümkün kılmaktadır.

Bu amaçla 8 farklı veri seti ile analizler yapılmıştır. Her düğüme ait Aradalık (BC), Yakınlık (CC), Derece (DC), Özvektör (EC), Hubs (HS) and authorities (HA) ve Pagerank (PR) analizleri yapılmıştır.

Bu tez çalışmasında elde edilen merkezilik sonuçlarının birlikte kullanılarak düğümlerin daha ayırt edilebilmelerinin artırılması amaçlanmıştır. Çok Kriterli Karar Verme Yöntemlerinden (ÇKKVY) AHP süreci uygulanarak her veri setine ait 127 kombinasyon elde edilmiştir. AHP sürecinde düğüm ağırlıkları Entropi ağırlıklandırma ve TOPSIS ağırlıklandırma yöntemleri kullanılmıştır. Her kombinasyondaki düğümler değerlerine göre gruplanarak ağdaki tüm düğümlerin sayısına oranlanmıştır. Böylece ağdaki düğümlerin ayırt edilme oranları elde edilmiştir. Bu tezde, karmaşık ağlarda bulunan düğümlere ait farklı merkezilik ölçüt değerlerinin objektif yöntemlerle birleştirilmesi ile düğümlerin ayırt edilebilirliği artırılabilirdiği görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Analitik hiyerarşi süreci, Entropi kriter ağırlıklandırma, Karmaşık ağlar, Merkezilik ölçütleri, TOPSIS kriter ağırlıklandırma

ABSTRACT

DEVELOPMENT OF COMPOSITE CENTRALITY MEASURES FOR ENHANCING THE DISTINGUISHABILITY OF NODES IN COMPLEX NETWORKS USING MULTI-CRITERIA DECISION MAKING METHOD

Levent SABAH

Düzce University

Graduate School, Department of Computer Engineering

Doctoral Thesis

Supervisor: Assoc. Dr. Mehmet ŞİMŞEK

June 2023, 88 pages

Determining the centrality of nodes in complex networks has practical benefits in many areas such as identifying influential nodes, viral marketing, and preventing the spread of rumors. However, there is no consensus on the definition of centrality. Therefore, different centrality measures, such as degree, closeness, and betweenness centrality, have been developed to measure the centrality of a node. However, each centrality measure can highlight various characteristics of nodes in the network from its own perspective. As a result, each centrality measure can rank nodes in a different order in complex networks. In recent years, researchers have focused on approaches that combine multiple centrality measures.

In this thesis, we propose a fast and effective method that combines multiple centrality measures using the Analytic Hierarchy Process (AHP) and entropy weighting and Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solutions (TOPSIS) weighting methods for criterion weighting. According to the experimental results obtained by comparing our proposed method with synthetic and real data sets, our proposed method provides competitive results compared to similar studies, while being faster in terms of computation. Thus, our proposed method enables the use of large and dynamic complex networks.

For this purpose, analyses were performed on eight different data sets. Betweenness Centrality (BC), Closeness Centrality (CC), Degree Centrality (DC), Eigenvector Centrality (EC), Hubs (HS) and Authorities (HA), and PageRank (PR) analyses were performed for each node. In this thesis, we aimed to increase the distinguishability of nodes by using the centrality results obtained together. By applying the Analytic Hierarchy Process (AHP) from Multi-Criteria Decision Making Methods (MCDM), 127 combinations were obtained for each dataset. In the AHP process, node weights were determined using the entropy weighting and TOPSIS weighting methods. The nodes in each combination were grouped according to their values and normalized to the total number of nodes in the network. Thus, distinguishability ratios of nodes in the network were obtained. In this thesis, it has been observed that the distinguishability of nodes in complex networks can be enhanced by combining different centrality measures associated with the nodes using objective methods.

Keywords: Analytic hierarchy process, Entropy-based weighting, Complex networks, Centrality measures, TOPSIS-based weighting.

EXTENDED ABSTRACT

DEVELOPMENT OF COMPOSITE CENTRALITY MEASURES FOR ENHANCING THE DISTINGUISHABILITY OF NODES IN COMPLEX NETWORKS USING MULTI-CRITERIA DECISION MAKING METHOD

Levent SABAH
Düzce University
Graduate School, Department of Computer Engineering
Doctoral Thesis
Supervisor: Assoc. Dr. Mehmet ŞİMŞEK
June 2023, 88 pages

1. INTRODUCTION

Centrality measures are fundamental tools for analyzing complex networks, which are widely used to identify the most important nodes in a network. However, selecting the appropriate nodes to start or stop the propagation process can be challenging, as accuracy and time complexity are often at odds with each other.

To address this issue, various centrality measures have been developed, including degree, betweenness, closeness, eigenvector, Katz, and PageRank. Although these measures have been in use for many years, relying on a single measure alone may produce inconsistent results and make it difficult to determine the most important node in the network.

In addition, it is common for multiple nodes to have the same rank when only one centrality measure is used. This is because the same value is calculated for different nodes using the same centrality measure. Consequently, it can be challenging to differentiate the importance of nodes, and a more comprehensive approach is often needed to obtain accurate results.

Main contributions of this study can be summarized as follows:

- Proposed method provides a quick and effective way to combine centrality measures.
- This study is the first to use AHP for combine centrality measures.
- Coefficients used to combine the measures are determined according to the entropy and TOPSIS values of the measures.

2. MATERIAL AND METHODS

In our study, we conducted centrality analyses using three datasets: Krackhardt Kite

Graph, Zachary's Karate Club, and Jazz Musicians Network, which are widely utilized in complex network analysis literature.

Furthermore, we also performed these analyses on five different collaboration network datasets sourced from the SNAP repository in order to compare the diffusion on large networks. These datasets include ca-GrQc, ca-HepTh, ca-HepPh, ca-AstroPh, and ca-CondMat.

We propose a novel method for creating a composite measure using the Analytic Hierarchy Process (AHP), where the coefficients are determined based on the entropy and TOPSIS values of each centrality measure. To implement this process, the decision-maker first identifies the objectives and criteria related to the goal to ensure accurate data collection.

Next, the weights of the criteria that will affect the result are applied subjectively or objectively in the "criteria weighting" step. The resulting one-dimensional matrix is then objectively applied.

The main objective of our study was to enhance the distinguishability of nodes in a network by utilizing the AHP process. We used the objective entropy and TOPSIS weighting method to determine the relative importance of the criteria. During the analysis phase, the weights of the criteria were objectively determined using values obtained from the dataset, instead of relying on subjective opinions.

Entropy and TOPSIS weighting was applied to centrality measures such as BC, CC, DC, EC, HA, HS, and PR, and alternative matrices were multiplied with various combinations of measures in the dataset.

The resulting $n \times 1$ dimensional matrices were grouped with 5-decimal precision to differentiate the nodes. The use of entropy weighting and the AHP process to increase the distinguishability of nodes in complex networks distinguishes our study from others.

3. RESULTS AND DISCUSSIONS

To analyze the results obtained from our study in comparison to previous researches, we examined the rankings of nodes based on different centrality measure combinations in the Krackhardt Kite Graph dataset. Firstly, when considering the CC-DC combination, the top three nodes across all studies were consistently identified as nodes 3, 5, and 6. In terms of the BC-DC combination, previous studies ranked nodes 5, 6, and 3 as the top

three nodes, whereas our study revealed nodes 7, 5, and 6 in that order. Finally, in the BC-CC combination, nodes 7, 5, and 6 were ranked as the top three nodes in both previous studies and our own. Given that the Krackhardt Kite Graph dataset comprises 10 nodes, the selection of the node to initiate propagation was made based on its highest centrality score. Due to the small size of the dataset, the SIR model was executed 100 times, and the average spread rate was calculated. For instance, when node 3, which consistently ranked first in all studies for the CC-DC combination, was chosen as the emitter node, it achieved a spread rate of 68.60%. In the case of the BC-DC combination, previous studies selected node 5 and node 6 as the top nodes, while our study identified node 7. Applying the SIR model 100 times, nodes 5 and 6 demonstrated spread rates of 58.70% and 67.50% respectively. Moreover, when node 7 was used as the emitter node in our study, a spread rate of 71.10% was observed. Lastly, in the BC-CC combination, all studies demonstrated a 71.10% spread rate when using node 7 as the emitter node. These results highlight the effectiveness of our proposed composite measure creation method in identifying influential nodes for propagation in the Krackhardt Kite Graph dataset, showcasing its potential contribution to epidemic modeling and network analysis research.

In the analysis of Zachary's Karate Club dataset, we focused on the BC-CC-DC combination, as well as an additional combination called BC-CC-DC-EC, which was introduced in our study. Remarkably, node 1 consistently emerged as the top-ranked node in both combinations across all studies. When node 1 was selected as the emitter node and the SIR epidemic model was executed 100 times, we observed an average of 19.11 nodes being affected, resulting in a spread rate of 56.20%. These findings indicate the significant influence of node 1 in propagating information or infections within the network. Furthermore, in the analysis conducted using the HA, HS, and PR combinations, node 34 emerged as the most influential node in the HA-based combinations. When node 34 was used as the emitter node and the SIR model was applied 100 times, an average of 20.41 nodes were affected, leading to a spread rate of 60.02%. These results highlight the importance of node 34 in facilitating the diffusion process within the network when considering the HA measure. By incorporating the aforementioned centrality measures and their combinations, our study provides valuable insights into identifying key nodes for effective information or disease propagation in Zachary's Karate Club dataset.

In the analysis of the Jazz Musicians Network dataset, the BC-CC-DC combination, which was previously applied in the Zachary's Karate Club dataset, revealed

distinctiveness among 143.25 nodes out of a total of 198 nodes on average. This combination allowed us to identify key nodes within the network that play a significant role in information or disease propagation. Upon applying the SIR model, we observed a diffusion rate of 72.35%, indicating the spread of information or infections across a considerable portion of the network. Notably, the BC measure yielded the highest diffusion rate among the seven centrality values examined. These findings emphasize the importance of the BC measure in determining influential nodes in the Jazz Musicians Network dataset. By considering the BC-CC-DC combination, our study offers valuable insights into understanding the patterns of information dissemination or disease transmission in this specific network context.

Furthermore, to examine the performance of the SIR epidemic model on larger-scale datasets, we conducted experiments on five collaboration networks available in the SNAP repository. These datasets, namely ca-GrQc, ca-HepTh, ca-HepPh, ca-AstroPh, and ca-CondMat, encompass diverse scientific collaboration networks.

In our analysis, we utilized the original values of the seven centrality measures for each dataset. Additionally, we compared the results obtained using the combinations BC-CC-DC and BC-CC-DC-EC, which have been previously employed in relevant studies as well as in our own investigation. By examining the diffusion patterns in these collaboration networks, our study contributes to the understanding of how information or influence spreads within scientific communities. The evaluation of different combinations of centrality measures allows for a comprehensive analysis of network dynamics and the identification of influential nodes in these collaborative settings.

In the case of the ca-GrQc dataset, the application of the SIR model resulted in a spread ranging from 33.60% to 35.16% based on the original centrality values. However, when the BC-CC-DC combination was utilized, the highest spread rate observed was 35.31%.

Similarly, for the ca-HepTh dataset, the SIR model yielded a spread ranging from 43.60% to 43.99% using the original centrality values. Notably, the combination of BC-CC-DC achieved a spread rate of 43.64%, while the BC-CC-DC-EC combination yielded a spread rate of 43.81%.

For the ca-HepPh dataset, the original centrality values led to a spread between 22.60% and 23.14%. The BC-CC-DC combination resulted in a spread rate of 22.94%, while the BC-CC-DC-EC combination yielded a slightly lower spread rate of 22.67%.

In the case of the ca-AstroPh dataset, the original centrality values resulted in a spread ranging from 37.17% to 37.31%. Among the various combinations, the highest spread rate observed was 37.21% with the BC-CC-DC combination.

Lastly, for the ca-CondMat dataset, the application of the SIR model on the original centrality values led to a spread ranging from 41.35% to 41.48%. The BC-CC-DC combination achieved a spread rate of 41.37%, while the BC-CC-DC-EC combination resulted in a slightly higher spread rate of 41.40%.

4. CONCLUSION AND OUTLOOK

As highlighted in the Introduction, a notable concern in prior studies was the subjective nature of coefficient determination when combining centrality measures. To address this issue, our study employed an objective approach by incorporating the entropy and TOPSIS values of each centrality measure in the coefficient determination process.

By utilizing entropy values, we aimed to quantitatively assess the information content and variability within each centrality measure. This enabled us to assign appropriate weights to the measures based on their relative importance and dispersion. The entropy-based and TOPSIS-based coefficient determination process facilitated a more objective and systematic approach to measure combination.

The inclusion of entropy values not only enhanced the robustness of our composite measure creation method but also minimized the potential biases introduced by subjective judgments. By leveraging the objective nature of entropy, we strived to improve the accuracy and reliability of our analysis, thereby providing a more rigorous and sound methodology for combining centrality measures.

This novel approach contributes to the existing literature by offering a transparent and data-driven framework for coefficient determination, ensuring greater objectivity and consistency in the evaluation of node importance within complex networks. Entropy and TOPSIS values, promoting a more objective approach to coefficient determination. Utilizing entropy values allows for quantitative assessment of the information content and variability within each centrality measure. This enables assigning appropriate weights to measures based on their relative importance and dispersion. As a result, a more objective and systematic approach to node distinction is facilitated. The inclusion of entropy values minimizes potential biases introduced by subjective judgments. Leveraging the objective

nature of entropy, efforts are made to enhance the accuracy and reliability of the analysis. This provides a more robust and consistent methodology for combining centrality measures in node distinction.



1. GİRİŞ

Merkezilik ölçütleri, karmaşık ağ analizinin en önemli araçlarından biridir [1], [2]. Merkezilik ölçütleri, ağ üzerindeki düğümlerin önemini belirlemek için uzun yıllardır kullanılmaktadır. Ancak merkezilik kavramının tanımı konusunda fikir birliği yoktur [3], [4]. Farklı senaryolar için farklı merkezilik ölçütlerinin kullanılması bir yöntem olarak benimsenebilir. Ancak bu durumda, bir merkezilik ölçütünün sağladığı bilgi elde edilebilirken, diğer merkezilik ölçütünün sağladığı bilgi gözden kaçabilmektedir. Örneğin, derece merkeziliği bir sosyal ağda en çok arkadaşı olan bireyleri, yakınlık merkeziliği bilgiyi mümkün olan en kısa sürede yayabilen bireyleri ve aradalık merkeziliği farklı toplulukları birbirine bağlayan bireyleri gösterebilir [5], [6]. Öte yandan, bir sosyal ağdaki en önemli birey, yukarıda sıralanan özelliklerin birçoğuna aynı anda sahip olabilir. Bu nedenle verilen ağın yapısına uygun olarak birkaç merkezilik ölçütü bir arada kullanıldığında daha olumlu sonuçlar alınabilir [4], [7], [8].

[9]' da büyük veri üzerine odaklanarak çevrimiçi sosyal ağ merkeziliği analizine ilişkin bir çalışma sunulmuştur. Önemli merkezilik ölçütleri arasında yer alan derece merkeziliğine odaklanan çalışma, çevrimiçi sosyal ağ düğümlerinin merkezilik dağılımını incelemiş ve bunun gönderi yapma, yorumlama gibi kullanıcı etkinlikleriyle ilişkisi analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlar ile, yüksek derece merkeziliğine sahip düğümlerin daha fazla kullanıcı etkinliğine sahip olduğu belirtilmiştir. Derece merkeziliğinin çevrimiçi sosyal ağlardaki etkili kullanıcıları belirlemede bir ölçüt olarak kullanılabileceği gösterilmiştir.

[10]' da, sosyal ağlarda etkili düğümleri belirlemek için geliştirilmiş bir derece merkeziliği ölçütü önerilmiştir. Bir düğümün komşularının sayısını ve ağın yapısal özelliklerini dikkate almışlardır. Önerilen ölçüt, özvektör merkeziliği ve aradalık merkeziliği gibi diğer ölçütlerle karşılaştırılmış ve sosyal ağlardaki etkili düğümleri belirlemede etkili olduğu gösterilmiştir. Ayrıca, geliştirilmiş derece merkeziliği ölçütünün ağ analizi için faydalı bir araç olabileceğini ve sosyal ağların yapısı hakkında bilgi sağlayabileceğini belirtmişlerdir.

Karmaşık ağlarda, yayılma sürecini başlatmak veya durdurmak için uygun düğümlerin seçiminde zaman karmaşıklığını artırmadan doğruluğu artırmak zordur. Doğruluk ve karmaşıklık arasındaki bu çelişki her zaman bir sorun olmuştur.

Karmaşık ağlarda yüksek doğruluklu düğümleri seçmek ve zaman karmaşıklığını azaltmak için çeşitli fenomenler ortaya çıkmıştır. Bunlardan biri, [11]' te 2004 yılında İnternet topolojisini inceleyerek ilk kez tanıtılan "Zengin Kulüp Katsayısı"dır. Zengin kulüp katsayısı, iyi bağlantılı düğümlerin birbirine bağlı olma derecesini ölçmek için tasarlanmış bir ölçüttür. Görece yüksek bir zengin kulüp katsayısına sahip ağlar zengin kulüp etkisini gösterir ve yüksek sıralı düğümler arasında birçok bağlantıya sahip olmaktadır.

[12]' de karmaşık ağların özelliklerinden biri olan "zengin kulüp"ü kullanarak karmaşık ağlardaki yayılma etkisini inceleyen ilk çalışma olduğu belirtilmiştir. Yüksek zengin kulüp veri setlerinde derece merkeziliğinin her zaman en iyi performans gösterenler arasında olduğu iddia edilmiştir. Yüksek zengin kulüp değerli ağlarda, yüksek sıralı düğümler arasında yayılma yapılacak veya engellenecek durumlarda, yayılma süreci üzerindeki etki, önce yüksek sıralı düğümleri kullanarak en üst düzeye çıkarılabileceği belirtilmiştir. Çalışmada derece, LC, aradalık, yakınlık, özvektör, PageRank ve k-kabuk olmak üzere yedi merkezilik kriteri kullanılmıştır. Gerçek ve sentetik veri setleri kullanılarak SIR modeli ile en iyi 1 ve en iyi 10 düğümlerin yayılma performansları incelenmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar, analiz edilen veri seti yüksek "zengin kulüp katsayısı"na sahipse, derece merkeziliğinin yüksek performans sağladığı belirtilmiştir. Ayrıca, düşük "zengin kulüp katsayısı" olan bir veri seti bazı durumlarda iyi performans gösterirken, bazı durumlarda kötü performans sergilediği hakkında sonuçlar elde edildiği gösterilmiştir.

Karmaşık ağlarda, merkezilikler yerel, yarı yerel ve küresel olarak tanımlanır. Küresel merkezilikler, bir düğüm hakkında daha detaylı bilgi sağlarken, ağın boyutu arttıkça hesaplama süresi de artar. Öte yandan, yerel merkezilikler daha hızlı hesaplanır ve bir düğümün ağdaki konumu hakkında sınırlı bilgi sağlar. Yarı yerel merkezilikler ise daha az hesaplama süresi ile düğümler hakkında daha fazla bilgi almaya çalışır.

[13]' te düğümlerin çeşitli yerel bilgilerini kullanarak en etkili yayıcıları tespit etmek için ERND adlı yeni bir merkezilik ölçütü geliştirildiği belirtilmiştir. Kullanılan kenar oranı (ER) ve komşuluk çeşitliliği (ND) olmak üzere iki yeni ölçüt tanımlamışlardır. Düğüm

komşularının kenar oranlarını kullanarak yayılım için seçilen düğümün ağı çevrede yer almadığından emin olunduğu belirtilmektedir. Ancak, bir düğümün yüksek komşuluk çeşitliliği ile ağın bazı yoğun kısımları arasında bağlantı olabileceği belirtilmiştir. Bu nedenle, yüksek kenar oranına ve daha çeşitli komşuluklara sahip bir düğümün yayılma olasılığı yüksek olabileceği belirtilmiştir. Önerilen yöntemleri derece, DIL, LC, özvektör, PageRank, aradalık, yakınlık ve K-kabuk olmak üzere sekiz farklı merkezilik ölçütü ile karşılaştırılmıştır. Yöntemin yayılma verimliliği SIR ve SI salgın modelleri ile incelenmiştir. Ayrıca, merkezilik ölçütlerinin sıralamaları arasındaki benzerliği yakalamak için Kendall tau korelasyon ölçütü kullanılmıştır. Deneysel sonuçlar, önerilen yöntemin zaman karmaşıklığı açısından yüksek performans elde edebileceği gösterilmiştir.

Merkezilik ölçütleri, birçoğu uzun süredir kullanılan derece, aradalık, yakınlık, özvektör, Katz ve PageRank'ı içerir [14], [15], [16], [17], [18],[19]. Ayrıca son yıllarda birçok farklı merkezilik ölçütü geliştirilmiştir [20]–[29]

Merkezilik analizi çalışmaları haricinde, [30]' da ki gibi ağdaki önemli düğümleri bulmak için Entropi ağırlıklandırma yöntemi kullanılmıştır. Ağdaki yayıcı düğümlerin seçiminde, düğümün merkezilik değerlerinden farklı olarak, çalışmada entropi tabanlı bir düğüm önem değerlendirme algoritması (EnRank) önerilmiştir. Yönlendirilmiş ağırlıklı ağlara dayanan AR (Çekim Oranı) ve TR (Transfer Oranı), bir düğümün komşu düğümlere göreceli önemini dolaylı olarak karakterize etmek için kullanıldığı belirtilmiştir. Daha sonra, düğümlerin kapsamlı indeksi entropi yöntemiyle hesaplanmıştır. EnRank algoritması, ARPA ağı, sosyal ağ ve havacılık ağına uygulanmıştır. Deneysel sonuçlar, algoritmanın düğümler arasındaki farkları daha etkili bir şekilde ayırt edebildiği gösterilmiştir. ARPA ağından elde edilen bazı önemli düğümlerin çıkarılmasıyla ağın ortalama verimliliğinin hızla düştüğü belirtilmiştir. Ayrıca, en üstteki 5 ana düğüm çıkarıldığında, alt ağların sayısının daha fazla ve en büyük alt ağın ölçeğinin daha küçük olabileceği gösterilmiştir. EnRank algoritmasının ağın bağlantılılığı üzerinde önemli bir etkisi olabileceği gösterilmiştir.

Karmaşık ağlar, çeşitli disiplinlerdeki sistemlerin ve ilişkilerin modellenmesi için kullanılan önemli araçlardır. Bu ağlarda düğüm ayırt edilebilirliği kavramı, ağ yapısı içindeki düğümlerin birbirinden farklı olup olmadığını belirlemek için kullanılır. Düğüm ayırt edilebilirliği, her düğümün benzersiz özellikleri, bağlantıları ve konumları nedeniyle diğer düğümlerden farklılık göstermesini ifade eder. Bu kavram, ağların içerdiği

karmaşıklığı anlamak, ağların davranışlarını tahmin etmek ve sistemlerin düzenlenmesi veya iyileştirilmesi için stratejiler geliştirmek için kullanılan analitik ve matematiksel yöntemlerin temelini oluşturur. Bu nedenle, düğüm ayırt edilebilirliği konusu, karmaşık ağların incelenmesi ve anlaşılması için derinlemesine araştırılması gereken bir konudur.

Düğüm ayırt edilmesi sürecinde ağırlıklandırma yöntemleri olarak Derin öğrenme yöntemleride kullanılmaktadır. Bu yöntemler, bir dizi farklı probleme uygulanabilmekte ve genellikle karmaşık, yüksek boyutlu veri setleriyle başa çıkmak için kullanılmaktadır. Bunlar arasında Convolutional Neural Networks (CNN) [31], Artificial Neural Networks (ANN) [32], Graph Neural Networks (GNN) [33] gibi yöntemler bulunur.

Kriter ağırlıklandırmasında derin öğrenme yöntemleri de kullanılabilir. Örneğin, bir ANN veya CNN, belirli özelliklerin ağırlıklarını öğrenebilir böylece kriter ağırlıklarının otomatik olarak ayarlanmasına yardımcı olabilir. Böylece, geleneksel ağırlıklandırma tekniklerine göre daha esnek ve genelleştirilebilir bir yaklaşım sağlayabilir.

Özellikle GNN gibi yöntemler, karmaşık ağların analizi ve modellenmesi için özellikle tasarlanmıştır. Bununla birlikte, karmaşık ağlarda düğüm ayırt etmek için kullanılabilir. GNN'ler, ağ yapısındaki düğümlerin etkileşimlerini ve bağlantılarını dikkate alarak düğümleri temsil etmek için öğrenilebilir özellik vektörleri kullanır. Bu, düğümlerin komşularıyla olan ilişkilerini modelleyerek karmaşık ağlardaki düğüm ayırt etme edilmesine yardımcı olabilir. Ancak, bazı durumlarda bileşik merkezilik ölçütleriyle elde edilen sonuçlar daha iyi olabilir. Bu nedenle, performanslarını karşılaştırmak için spesifik bir veri kümesi ve hedeflenen görevin analiz edilmesi önemlidir.

Bileşik merkezilik ölçütleriyle yapılan analizler, ağ yapısının topolojik özelliklerini ve düğümlerin yerel ve küresel konumlarını dikkate alır. Bu ölçütler, düğümleri ağ içindeki diğer düğümlerle olan ilişkilerine göre sıralayabilir veya gruplandırabilir. Örneğin, çeşitli bileşik merkezilik ölçütleri arasında derece merkezilik, yakınlık merkezilik, aradalık merkeziliği gibi farklı metrikler bulunur. GNN'ler ise düğüm ve kenarların özelliklerini ve ağ yapısını dikkate alarak düğüm ayırt etme görevlerini gerçekleştirir. GNN'ler, düğümlerin komşularıyla olan ilişkilerini modelleyerek düğüm temsilleri öğrenir ve bu temsilleri kullanarak düğüm sınıflandırması, sıralaması veya özellik tahmini gibi görevleri gerçekleştirebilir.

[33]' te çizge veri yapıları üzerinde yarı denetimli sınıflandırma problemini ele almıştır. Geleneksel sinir ağlarının, çizge verilerinin düzensiz ve değişken boyutlu yapılar

içerebildiğinden işlemek için uygun olmadığını belirtmişlerdir. Çalışmada, çizge evrişimsel ağları (GCN) adlı yeni bir model önermişlerdir. Bu model, her düğümün komşularıyla bağlantısını tespit etmek için çizge yapısını kullanmaktadır. Yapılan deneylerde, GCN'nin yarı denetimli sınıflandırmada iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir.

[34]' de derin öğrenme modellerinin çizge verilerini işlemek için nasıl kullanılabileceğini araştırmıştır. Çizge verileri, öğeler arasındaki ilişkileri temsil eden yapısal bilgiler içerir. Çalışmada, çizge ağları adı verilen bir model sınıfı önerilmektedir. Çizge ağları, öğelerin ve ilişkilerin gömülü temsillerini öğrenmek için derin öğrenme tekniklerini kullanmaktadır.

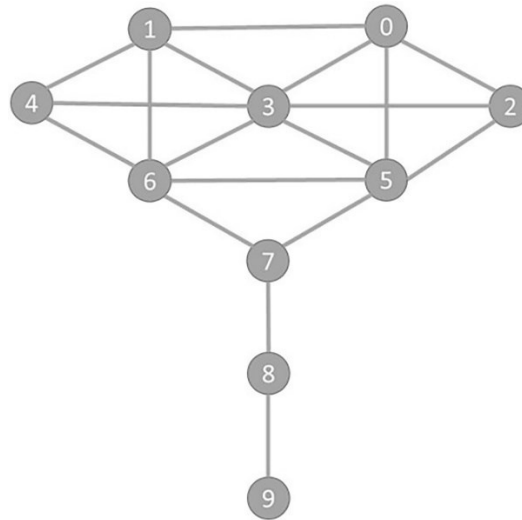
Karmaşık ağ analizleri söz konusu olduğunda, derin öğrenme yöntemleri genellikle Graph Neural Networks (GNN) gibi tekniklerle yüksek performans sağlayabilir. Ancak, bu modeller genellikle karmaşık ve zorlu olabilir ve ayrıca yüksek miktarda hesaplama kaynağı gerektirebilir.

Zaman karmaşıklığını azaltmak için ağ gömme yöntemleri de kullanılmaktadır. Ağ gömme (network embedding), bir ağın düğümlerini ve/veya kenarlarını temsil eden verileri daha düşük boyutlu bir uzayda ifade etme işlemidir. Ağ gömme algoritmaları, ağdaki düğüm ve/veya kenar ilişkilerini dikkate alarak, düğümler veya kenarlar arasındaki benzerlikleri veya ilişkileri ölçer. Bu ölçümler daha sonra düşük boyutlu bir uzayda temsil edilmek üzere matematiksel bir dönüşüm işlemine tabi tutulur. Bu dönüşüm sayesinde, karmaşık ağların yapısı ve özellikleri daha basit bir şekilde anlaşılabilir ve işlenebilir hale gelir.

1.1. TEZİN TANIMI VE YENİLİKÇİ YÖNÜ

Önceki bölümde, karmaşık ağlardaki düğümlerin önemini belirlemek için birçok merkezilik ölçütünün geliştirildiği belirtilmiştir. Ancak, bu ölçütlerin tek başına kullanımı tutarsız sonuçlar ortaya çıkarabilir. Örneğin, Şekil 1.1' deki Krackhardt Kite Çizgesi incelendiğinde, derece, aradalık ve yakınlık ölçütlerinin çok farklı sıralamalar ürettiği görülmektedir. Bu durumda, tek bir ölçüte bakarak hangi düğümün en önemli olduğunu belirlemek çelişkili sonuçlar ortaya çıkarabilir. Ayrıca, merkezilik ölçütü farklı düğümler için aynı değeri hesapladığından, yalnızca bir merkezilik ölçüsü kullanıldığında birden fazla düğüm aynı sıralamaya sahip olabilir. Bu durum, Çizelge 1.1'de gösterildiği gibi

düğümün önemini ayırt etmeyi zorlaştırmaktadır.



Şekil 1.1. Krackhardt Kite Çizgesi [35]

Çizelge 1.1 Derece, yakınlık ve aradalık merkezilik ölçütleriyle Krackhardt kite çizge düğümlerinin sıralaması

Sıralama	Derece	Yakınlık	Aradalık
1	3	5,6	7
2	5,6	3,7	5,6
3	0,1	0,1	8
4	2,4,7	2,4	3
5	8	8	0,1
6	9	9	2,4,9

Bu tez çalışmasında, her bir merkezilik ölçüsünün Entropi ve TOPSIS değerlerine göre belirlenen katsayılar ile Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP) kullanarak yeni bir bileşik ölçüt oluşturma yöntemi öneriyoruz. Bu tez çalışmasının katkıları şöyle sıralanabilir:

- Merkezilik ölçütlerini birleştirmek için hızlı bir yöntem
- İlk kez Analitik Hiyerarşik Sürecin merkezilik ölçütlerinin birleştirilmesi için kullanımı
- Birleştirilecek ölçütlere atanacak katsayıların ölçütlerin Entropi ve TOPSIS değerlerine göre belirlenmesi

1.2. TEZİN ORGANİZASYONU

Bu tez çalışmasının organizasyonu yedi bölüm altında organize edilmiştir.

İkinci bölümde, karmaşık ağ kavramı, karmaşık ağ analizi ve bu tezde kullanılan yedi

merkezilik ölçütü hakkında bilgiler verilmiştir. Üçüncü bölümde, bu tez çalışmasının ana amacı olan karmaşık ağlarda düğüm ayırt edilebilirliğinin artırılması ile ilgili yapılmış önceki çalışmalara yer verilmiştir. Dördüncü bölümde, bu tezde kullanılan veri setleri ve kullanılan yöntemler tanıtılmıştır. Beşinci bölümde, bu tezde önerilen yöntemin detayları anlatılmıştır. Altıncı bölümde, önerilen yöntemin diğer çalışmalarla karşılaştırmalarına yer verilmiştir. Ayrıca ek olarak farklı merkezilik yöntemleri kullanılarak düğüm ayırt edilebilirliğinin artırılması ile ilgili çalışma sonuçları gösterilmiştir. Son olarak yedinci bölümde, deneysel sonuçlarla ilgili yorumlar ve önerilere yer verilmiştir.



2. KARMAŞIK AĞLAR

Bu bölümde karmaşık ağların temel kavramlarından verildikten sonra bu tez çalışmasında kullanılan merkezilik ölçütlerinden bahsedilecektir.

2.1. TEMEL KARMAŞIK AĞ KAVRAMLARI

Karmaşık ağlar, günümüzde birçok alanda kullanılan çizge yapılarıdır ve karmaşık sistemlerin yapısını ve birbirleriyle olan ilişkilerini temsil etmek için idealdirler. Bu ağlar, büyük boyutları ve topolojik karmaşıklıkları nedeniyle karmaşık olarak adlandırılır. Çizgeler, köşeler ve kenarlar olarak adlandırılan bileşenlerin bir araya gelmesiyle oluşur. Köşeler, ağda yer alan varlıkların temsil edildiği ve düğümler olarak adlandırıldığı unsurlardır. Kenarlar ise bu düğümler arasındaki ilişkileri gösterir. Karmaşık ağlar, oldukça büyük sayıda düğüm ve bağlantı içeren ağlardır ve gerçek dünya ağlarının modellenmesinde sıklıkla kullanılırlar.

Gerçek dünya ağlarının yapısının çizgelerle gösterimi, iletişim teknolojilerindeki gelişmelerle birlikte özellikle sosyal ağların yaygınlaşmasıyla daha da önem kazanmıştır. Bu alandaki çalışmaların hızla artmasıyla, ağların matematiksel ve fiziksel teorileri de gelişmektedir.

Karmaşık ağların özellikleri ve davranışları hakkında daha fazla bilgi edinmek için birçok araştırma yapılmaktadır. Örneğin, ağların dinamikleri, küçük dünya özelliği, ölçeklenme yasaları, ağların üstel dağılımı gibi birçok konu üzerinde çalışmalar yürütülmektedir. Bu çalışmalar, karmaşık ağlar hakkında genel bilgiler sağlamanın yanı sıra, ağların çeşitli özellikleri ve davranışları hakkında detaylı bilgi edinmek için oldukça faydalıdır.

[36]' da küçük dünya özelliğine sahip ağların yapısını ve özelliklerini incelemektedir. [37]' de ise, ölçeklenme yasasına uygun olarak yapılandırılmış ağların yapısını ve davranışlarını incelemektedirler. [38]' de farklı türlerdeki karmaşık ağların yapısını ve özelliklerini açıklamaktadır. [39]' da ise bulaşıcı hastalıkların yayılımını modellerken, ölçeklenme yasasına uygun olarak yapılandırılmış ağların özelliklerini ele almaktadır.

Karmaşık ağların analiz çalışmalarının artmasıyla birlikte, ağların yapısı ve davranışları hakkında daha fazla bilgi edinilmektedir. Bu bilgiler, örneğin sosyal ağların daha iyi anlaşılması veya bulaşıcı hastalıkların yayılımını engelleyen stratejilerin geliştirilmesi gibi

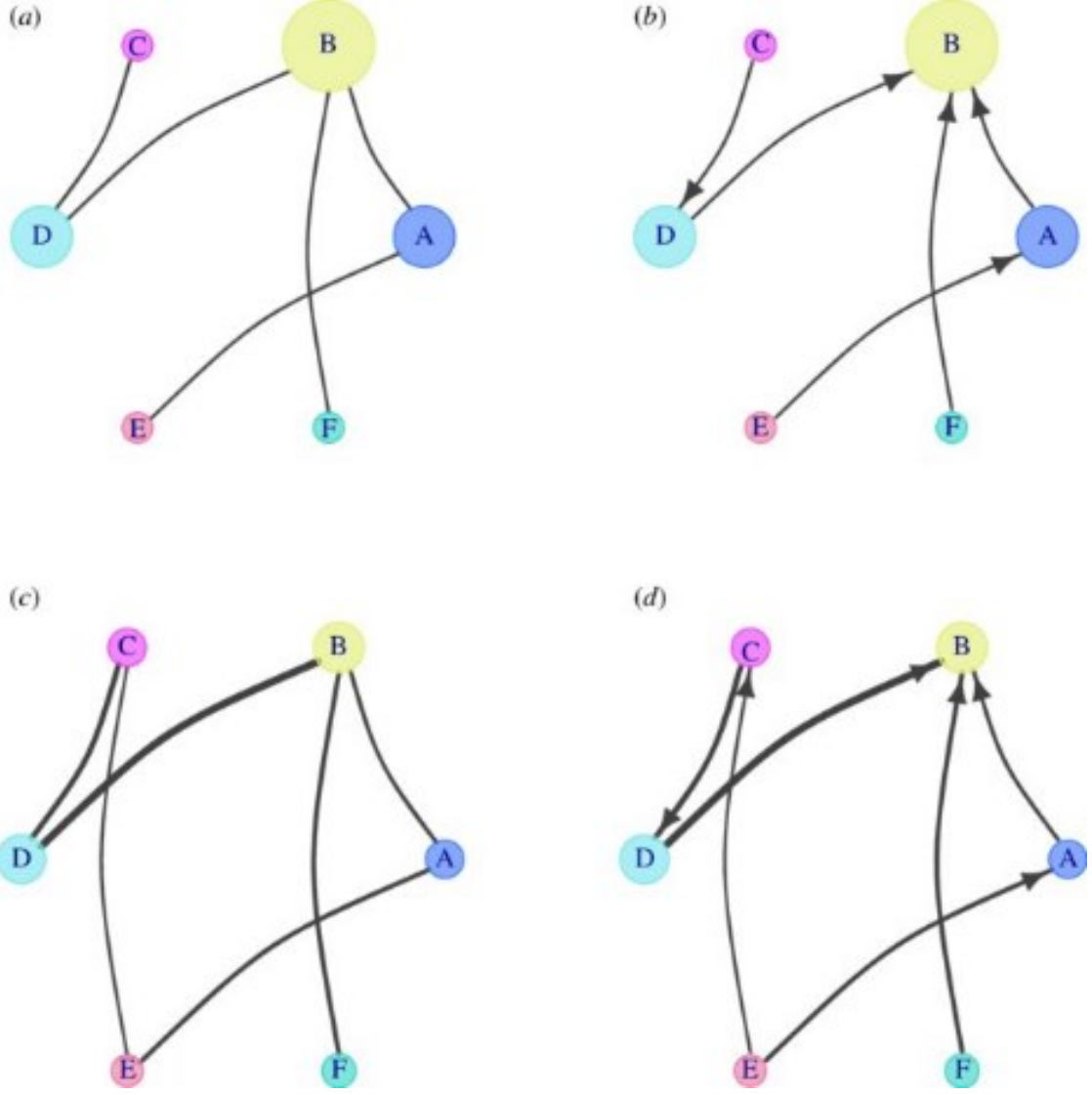
pek çok alanda fayda sağlayabilir. Bu nedenle, karmaşık ağlar hakkındaki çalışmaların önemi gün geçtikçe artmaktadır.

2.2. ÇİZGE (GRAF)

Çizge (graf), matematiksel bir modelleme aracı olarak, birçok disiplinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Çizge teorisi, çizgelerin özelliklerini ve yapılarını inceleyen bir matematik dalıdır. Çizgeler, düğümler (noktalar) ve kenarlar (çizgiler) olarak adlandırılan iki temel bileşenden oluşur. Düğümler, birbirleriyle çizgilerle bağlanarak oluşturulan yapıların temel birimleridir. Kenarlar, düğümleri birbirine bağlayan çizgilerdir ve iki düğüm arasındaki ilişkiyi temsil ederler.

Çizgeler, ağırlıksız olarak yönsüz ((Şekil 2.1(a)) veya yönlü (Şekil 2.1(b)) olabilir. Ağırlıksız çizgelerde, kenarların bir ağırlığı yoktur ve her kenarın aynı önemi vardır. Yönlü çizgelerde yönlendirmeler (Şekil 2.1(b))’ de gösterildiği gibi genellikle bir ok ile temsil edilir. Yönlü çizgelerde, kenarlar yönleri belirtilerek bir düğümden diğerine doğru ilerlerken, yönsüz çizgelerde ise kenarlar yönleri belirtilmeden sadece düğümleri birbirine bağlarlar.

Ayrıca, çizgeler ağırlıklandırılmış olarak yönsüz (Şekil 2.1(c)) veya yönlü (Şekil 2.1(d)) olabilirler. Ağırlıklı çizgelerde ise her kenarın bir ağırlığı vardır ve bu ağırlıklar genellikle çizgenin analizinde kullanılır. (Şekil 2.1(c)) ve (Şekil 2.1(d))’ de ağırlıklar düğümler arası bağların genişliğiyle temsil edilmektedir. Yönlü bağlantılar içeren ağlarda bağlantıların yönü tek taraflı ya da çift taraflı olabilir. Burada önemli olan ilişki türüne göre (Şekil 2.1(d)) bağlantı yönünün doğru bir şekilde ifade edilmesidir [40]–[42] . Şekil 2.1’ de tüm alt şekillerde düğümlerin boyutu, düğümün derecesine veya gücüne bağlı olarak belirlenmiştir.



Şekil 2.1. (a) yönsüz, ağırlıksız çizge ve (b) yönlü, ağırlıksız çizge (c) yönsüz, ağırlıklı çizge (d) yönlü, ağırlıklı çizge [43]

Çizge teorisi, çizgelerin matematiksel özelliklerini inceleyerek çeşitli problemlere yönelik çözümler sunar. Bu yapılar, örneğin, ağlar, elektrik devreleri, sosyal ağlar, iletişim ağları, kritik yol analizi, bir ağın en kritik yollarını belirlemek, veri sınıflandırma ve kümeleme, ağdaki zayıf noktaları tespit etmek için gibi birçok uygulamada kullanılabilir. Çizge teorisi, son yıllarda büyük ölçekli veri analizinde ve sosyal ağ analizinde oldukça popüler hale gelmiştir. Sosyal ağlarda, kişileri ve grupları temsil eden düğümler, bu kişiler ve gruplar arasındaki ilişkileri temsil eden kenarlarla birbirine bağlanır. Bu çizgelerin analizi, sosyal ağların yapısı ve davranışı hakkında önemli bilgiler sağlayabilir [44].

Karmaşık ağlar, günümüzde birçok alanda karşımıza çıkan önemli yapısal modellerdir.

Bu ağlar, birçok farklı bileşeni ve birçok farklı bağlantıyı içerebilecekleri için yapısal analizleri oldukça önemlidir [45]. Yapısal analiz, ağın oluşumu hakkında kritik kanıtlar sağlayarak, ağın işlevsel özelliklerini anlamaya yardımcı olabilir. Çizgeler, ağların görsel olarak temsili için de kullanılır [46]. Bu sayede, ağın düğümleri ve bağlantıları kolayca anlaşılabilir hale gelir. Ayrıca, matematiksel olarak ifade edilmesi zor olan karmaşık ağların çizge olarak gösterilmesi, anlaşılabilirliği artırır. Bu nedenle, yapısal analiz, karmaşık ağların anlaşılması ve daha iyi anlamlandırılması için önemlidir [47].

Genel çizge gösterimi Eşitlik 2.1' deki gibidir. G çizgeyi, V , sonlu düğüm (vertex) kümesi, E ise sonlu kenar (edge) kümesidir. Her bir kenar kendisi ile ilişkilendirmiş bir ya da iki adet düğüm içerir ve bu düğümleri birbirine bağlar.

$$G = (V, E) \quad (2.1)$$

Düğüm, ağın temel unsurlarından ve genellikle ağı oluşturan varlıkları temsil ederler. Örneğin, bir sosyal medya ağındaki düğümler kullanıcıları, bir ulaşım ağındaki düğümler istasyonları veya durakları temsil edebilirler.

Bağlantılar, iki düğüm arasındaki ilişkiyi temsil ederler. Örneğin, bir sosyal medya ağındaki bağlantılar arkadaşlık veya takip etme ilişkilerini, bir ulaşım ağındaki bağlantılar ise iki istasyon arasındaki doğrudan yolu veya güzergahı temsil edebilirler.

Düğüm ve bağlantılar, ağ analizinde kullanılan matematiksel teknikler ve algoritmalar için temel unsurlardır. Bu teknikler, ağın yapısal özelliklerini ve davranışını anlamak için kullanılır. Örneğin, ağda bulunan düğümlerin sayısı, bağlantıların yoğunluğu, ağın merkezilik düzeyi, düğümler arasındaki en kısa yol uzunlukları gibi özellikler ağ analizi ile incelenebilir.

2.3. KARMAŞIK AĞ ANALİZİ

Ağ analizi, düğümler ve bağlantılar arasındaki ilişkileri inceleyerek, ağın yapısal özelliklerini ve davranışını anlamak için kullanılan bir araçtır.

Karmaşıklık teorisi, bir sistemdeki karmaşıklığın anlaşılması ve kontrol edilmesi için matematiksel bir çerçeve sunar. Karmaşıklık teorisi, her şeyin birbirine bağlı olduğu ve aslında her şeyin bir ağın parçası olduğu fikrine dayanır. Karmaşık ağ analizi, ağdaki varlıkları, varlıklar arasındaki ilişkileri ve veri akışını belirli kurallar ve disiplinler çerçevesinde analiz etmeyi mümkün kılar. Leonhard Euler'in Königsberg Köprüsü

problemi üzerine yaptığı çalışma, çizge teorisi alanında ilk örneklerden biri olarak kabul edilir [48]. Rassal ağlar ise, 1959 yılında Erdős-Rényi tarafından ortaya atılarak bu alanda çalışmaların yaygınlaşmasında önemli bir rol oynamıştır [49, ss 61]. Rassal ağlar, belirli bir bağlantı modeli olmadan, rastgele bağlantılarla oluşan ağlardır ve bu bağlantıların özellikleri çeşitli matematiksel analiz yöntemleriyle incelenebilir. Bu çalışmalar, ağların özelliklerinin anlaşılması, ağların ölçeklenmesi ve karmaşıklığının analizi gibi birçok alanda uygulama bulmuştur.

Rassal ağlar, matematiksel modeller ve çizgeler aracılığıyla tanımlanabilen ağlar olup, çeşitli alanlarda kullanılmaktadır. Bu ağlar, birçok bağlantı veya ilişki içeren karmaşık yapıları ifade ederler ve bu yapılar genellikle gerçek dünya sistemleri ile ilişkilendirilebilirler. Rassal ağlar, birçok farklı özelliğe sahiptirler. Bunlar arasında, ağın boyutu, yoğunluğu, bağlantı yapıları, merkezilik özellikleri ve modüler yapıları gibi özellikler yer almaktadır ve ağın yapısının anlaşılmasına ile birlikte analiz edilmesine yardımcı olur. Örneğin, bir ağın yoğunluğu, ağdaki bağlantı sayısının toplam mümkün bağlantı sayısına oranıdır ve bu özellik, ağın bağlantıları arasındaki ilişkilerin sıklığını ve gücünü gösterir [50]–[58].

Rassal ağların birçok uygulaması vardır. Rassal ağların ilgi alanlarından biri ağ yapılarının analizidir. Bu analizler, bağlantılılık, merkezilik ve topluluk yapısı gibi önemli özellikleri ortaya çıkarabilir. Örneğin, [50]' de optimal senkronizasyona sahip en iyi ağ topolojilerini bulma konusundaki son araştırmalar incelenmiştir. Başka bir ilgi alanı ise karmaşık ağ analizinin gerçek dünya sistemlerine uygulanmasıdır. Örneğin, [51]' de Bitcoin işlem ağına ağ analizi uygulayarak, derece dağılımı ve kümeleşme katsayısı gibi önemli özellikleri ortaya çıkarıldığı belirtilmiştir. Benzer şekilde, [53]' de karmaşık ağ teorisine dayalı bir ağ güvenilirliği analiz yönteminin önerildiği belirtilmiştir, [54]' de ise karmaşık ağlar için bir navigasyon sistemi geliştirmek için rastgele yürüyüş teorisi ve temel bileşen analizi kullanılmıştır. [55]'de tekler tenis maçlarında ağ analizinin uygulanmasıyla oyun modellerinin geliştirildiği belirtilmiştir. [58]' de görüntü tanıma ve doğal dil işleme gibi görevler için kullanılabilen evrimsel sinir ağlarına dayalı karmaşık ağ sınıflandırma yöntemi önerilmiştir. Bu çalışmalar ile gerçek dünya ağlarının ortak özelliklerini ortaya çıkararak karmaşık yapıları anlamamıza yardımcı olmaktadır.

2.4. KARMAŞIK AĞ ANALİZİNDE TEMEL MERKEZİLİK ÖLÇÜTLERİ

Birçok çizge üzerinde, belirli düğümlerin etkisi ve baskınlığı önemli olabilir. Bu nedenle, sosyal ağlarda lider bireyleri, ulaşım ağlarında kavşak noktalarını ve ağ sistemlerinde hub noktalarını belirlemek için çeşitli yöntemler kullanılır. Bu yöntemler arasında en popüler olanlarından ön plana çıkanlar derece (degree), aradalık (betweenness), yakınlık (closeness), özvektör (eigenvector), sayfa değeri (PageRank), Hubs ve Otorite merkezilik algoritmalarıdır. Merkezilik ölçütleri, düğümlerin baskınlığına ve ağdaki konumlarına göre puanlama yaparak etkili ve baskın düğümleri belirler.

2.4.1. Derece Merkeziliği

Derece merkeziliği, ağ analizinde en temel ölçüttür ve ağdaki bir düğüme gelen bağlantı sayısını temsil eder. Bu ölçütün hesaplanması oldukça basittir ve aynı zamanda düğümün ağdaki konumunu ve önemini belirlemede oldukça etkilidir. Bir düğümün, ne kadar çok bağlantıya sahipse o kadar önemli ve güçlü olduğu genellikle kabul edilir. Dolayısıyla, ağdaki en yüksek dereceye sahip düğüm, ağın en aktif ve önemli bir üyesi olarak yorumlanabilir. Derece merkeziliği ölçütü, sosyal ağlar, biyolojik ağlar ve iletişim ağları gibi birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Ancak, bazı durumlarda düğümlerin ağırlıklarını da dikkate almak gerekebilir [59].

Eşitlik 2.2. de derece merkeziliğinin hesaplanmasında kullanılan formül gösterilmektedir.

$$DC(i) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \quad (2.2)$$

Burada DC derece merkeziliğini (degree centrality) ifade etmektedir. i , derece merkeziliği hesaplanan düğüm belirtmektedir. j ise karmaşık ağ bulunan diğer düğümleri temsil etmektedir. $a_{ij}=1$; i düğümü, komşu matrisinde herhangi bir j düğüme bağlı olduğunda elde edilir. Eğer bağlı değil ise $a_{ij}=0$ 'dır. Bu şekilde, i düğümün derecesi, bağlı olduğu düğümlerin toplamı olarak ifade edilir.

2.4.2. Aradalık Merkeziliği

Aradalık merkeziliği (betweenness centrality) bir düğümün ağdaki en kısa yol uzunluklarında ne kadar sık yer aldığını gösterir. Yani, bir düğümün aradalık merkeziliği, ağdaki tüm düğümler arasındaki en kısa yolların kaç tanesinin bu düğüm üzerinden geçtiğini belirtir. Eğer bir düğümün aradalık merkeziliği yüksekse, o düğüm ağdaki en önemli düğümlerden biri olarak kabul edilebilir. Aradalık merkeziliği, ağdaki önemli

düğümüleri belirlemek ve ağın yapısını anlamak için yaygın bir yöntemdir.

[60]' da ağ analizinde aykırı değer tespiti için aradalık merkeziliğinin kullanılması önerilmiştir. Çalışmalarında, aradalık merkeziliğinin ağın çevresel yapısını ve düğümler arasındaki en kısa yol uzunluklarını hesaba kattığı belirtilmiştir. Bu yöntem, ağda diğer yöntemlerle tespit edilemeyen aykırı düğümleri belirlemek için kullanılabileceği aktarılmıştır.

[61]' de aradalık merkeziliği ve Katz merkeziliğini birleştirerek, düğümlerin önemini belirlemek için bir yöntem önerilmiştir. Katz merkeziliği, bir düğümün doğrudan komşularının önemini hesaba katan bir yöntemdir. Bu çalışmada, aradalık merkeziliği ve Katz merkeziliği bir arada kullanılarak, düğümlerin hem doğrudan hem de dolaylı bağlantılarından kaynaklanan önemlerinin belirlenebileceği gösterilmiştir.

[62]' de ise aradalık merkeziliğinin ağlarda kenarların (edge) önemini belirlemek için de kullanılabileceği öne sürülmüştür. Bu çalışmada, ağların ağaç yapısı ile temsil edildiği durumlarda, aradalık merkeziliğinin kenarların önemini belirlemede etkili bir yöntem olduğu gösterilmiştir. Eşitlik 2.3. de algoritmaya ait formül verilmiştir.

$$BC(i) = \sum_{u,v \in V} \frac{\sigma(u,v|i)}{\sigma(u,v)} \quad (2.3)$$

BC aradalık merkeziliğini (betweenness centrality) ifade etmektedir. $\sigma(u, v)$; u düğümü ile v düğümü arasındaki en kısa yolların toplamıdır. $\sigma(u, v|i)$ ise i den geçen ayrıtların sayısıdır.

2.4.3. Yakınlık Merkeziliği

Yakınlık merkeziliği (closeness centrality), bir düğümün ağdaki tüm diğer düğümlere ne kadar yakın olduğunu gösteren bir merkezilik ölçütüdür. Bu ölçüt, bir düğümden diğer düğümlere erişmek için ortalama en kısa yol uzunluğunu hesaplar. Yani, bir düğümün yakınlık merkeziliği, diğer düğümlere ulaşmak için ne kadar az adım gerektiğini belirtir. Eğer bir düğümün yakınlık merkeziliği yüksekse, bu düğüm ağdaki diğer düğümlere göre daha merkezi bir konumdadır. Bu nedenle, bu düğüme daha fazla erişim sağlanabilir ve ağın bilgi akışı üzerinde daha fazla etkisi olabilir. Karmaşık ağlardaki etkili düğümleri belirlemek [63], sosyal ağlarda bilgi yayılımını artırmak için kullanılmaktadır [64].

Bir düğümün yakınlık merkeziliği (CC), $n-1$ 'in düğüm ile diğer tüm düğümler arasındaki en kısa yolun toplam uzunluğuna bölünmesiyle hesaplanır (Eşitlik 2.4).

$$CC(i) = n - 1 / \sum_{j \in V \setminus i} sp(i, j) \quad (2.4)$$

Burada CC yakınlık merkeziliğini (closeness centrality) ifade etmektedir. $|V| = n$, $sp(i, j)$ i düğümü ile j düğümü arasındaki en kısa yolun uzunluğudur.

2.4.4. Özvektör Merkeziliği

Phillip Bonacich tarafından 1987 yılında önerilen özvektör merkeziliği (eigenvector centrality), bir ağdaki düğümlerin önemini hesaplamak için kullanılan bir ölçüttür [65]. Düğümler, bağlantılarının sayısı ve kalitesine göre ağda farklı öneme sahip olabilirler. Özvektör merkeziliği, bir düğümün önemini hesaplamak için o düğüme doğrudan bağlı düğümlerin önemleri ile de ilgilidir. Özvektör merkeziliği, bir düğümün önemini hesaplamak için ağırlıklı bir matris kullanır. Bu matrisde her düğüm arasındaki ağırlıklı bağlantılar gösterilir. Bu matrisin özdeğerleri ve özvektörleri hesaplanarak, her düğümün özvektör değeri belirlenir. Düğümlerin özvektör değerleri, doğrudan bağlantılı oldukları diğer düğümlerin özvektör değerlerine bağlıdır [66]–[69].

Bir düğümün özvektör merkeziliği (EC), tüm komşularının özvektör değerlerinin toplamıdır.

$$EC(i) = \frac{1}{\lambda} \sum_{j \in V} A \times EC(j) \quad (2.5)$$

Burada EC özvektör merkeziliğini (eigenvector centrality) ifade etmektedir. A , G çizgesinin komşuluk matrisidir. λ ise A komşuluk matrisinin en büyük özvektör değeridir.

2.4.5. PageRank Algoritması

PageRank algoritması 1998 yılında Lary Page ve Sergey Brin tarafından geliştirilmiştir [70]. PageRank, Google arama motoru tarafından kullanılan bir algoritmadır. Amacı, web sayfalarının bağlantılarını tespit ederek arama motorlarında daha başarılı bir şekilde sunulmasını sağlamaktır. Bu algoritma, web sayfalarının önem derecelerini belirlemek için kullanılır. PageRank algoritması, her web sayfasını bir düğüm ve bu sayfalara verilen bağlantıları ise kenar olarak ele alır. Bu kenarlar, bir sayfanın diğer sayfalara olan bağlantılarını ifade eder. PageRank, her bir düğümün önemini, o düğüme bağlı diğer düğümlerin sayısı ve bağlantı kalitesi dikkate alarak belirler. Yani, bir sayfanın önemi, ona bağlantı veren diğer sayfaların sayısı ve önemine göre belirlenir. Örneğin, bir web sayfası, diğer önemli web sayfalarından bağlantı alıyorsa, o sayfanın önemi artar. PageRank, bu bağlantıları ve sayfaların önem derecelerini bir matris şeklinde ifade eder ve bu matris üzerinde iteratif bir hesaplama yaparak sonuçları elde eder. PageRank

algoritmasının temel mantığı, bir sayfanın önemli olduğunu düşünen diğer önemli sayfaların ona bağlantı vermesidir. Bu nedenle, bu algoritma web sayfalarının önem derecelerinin belirlenmesi için oldukça etkilidir. Son zamanlarda, farklı çalışmalar PageRank algoritmasını iyileştirmek ve özelleştirmek için yapılmaktadır [71]–[75].

PageRank algoritmasına ait formül Eşitlik 2.6’da verilmiştir.

$$PR(p) = (1 - c) + c \sum_{i=1}^n \frac{PR(q_i)}{N(q_i)} \quad (2.6)$$

Burada $PR(p)$ p sayfasının PageRank değerini göstermektedir. $PR(q_i)$, q_i sayfasının PageRank değerini temsil eder; q_i 'yi p 'ye bağlar.

$N(q_i)$, q_i 'nin bağlantı verdiği sayfa sayısıdır. c , damping faktör olarak adlandırılır. Genellikle 0.85 değeri ile kullanılır. N , p 'ye bağlantılı sayfa sayısıdır.

PageRank formülü, her bir sayfanın PageRank puanını, o sayfaya bağlantı veren diğer sayfaların PageRank puanlarına ve çıkış derecelerine göre hesaplar. Formül, bir iterasyon süreci olarak gerçekleştirilir ve sonuçlar, her bir sayfanın PageRank puanlarını gösterir.

2.4.6. HITS Algoritması

HITS (Hyperlink-Induced Topic Search) algoritması, web sayfaları arasındaki bağlantıları analiz ederek sayfaların önemini belirleyen bir algoritmadır. Algoritma, iki temel kavram olan "hub" ve "authority" kavramlarına dayanır. "Hub" terimi, belirli bir konuda diğer sayfalara bağlantılar sağlayan sayfaları ifade ederken, "authority" terimi, belirli bir konuda bilgi sağlayan sayfaları ifade eder.

Hub sayfaları, belirli bir konuda çok sayıda bağlantıya sahip olan sayfalardır. Bu sayfalar, bir konuda referans sayfaları olarak kabul edilir ve o konuyla ilgili birçok farklı kaynağa bağlantı verirler. Örneğin, bir haber sitesindeki ana sayfa, birçok farklı habere bağlantı veren bir hub sayfasıdır. Hub sayfaları, genellikle çok sayıda bağlantı aldıkları için, yüksek bir hub puanına sahiptirler.

Otorite sayfaları ise, konuya ilişkin bilgi içeren sayfalardır. Bu sayfalar, konu hakkında derinlemesine bilgi sağlamak ve referans oluşturmak için tasarlanmıştır. Örneğin, bir Wikipedia sayfası, belirli bir konu hakkında detaylı bilgi sağlayan bir otorite sayfasıdır. Otorite sayfaları, yüksek kaliteli içeriği ve genellikle birçok farklı kaynaktan alıntı yapmaları nedeniyle yüksek bir otorite puanına sahiptirler.

HITS algoritması, bu iki kavramı kullanarak sayfaların önem derecesini belirler.

Algoritma, başlangıçta tüm sayfaların eşit derecede otorite ve hub puanlarına sahip olduğunu varsayar. Daha sonra, her bir sayfanın hem otorite hem de hub puanları, diğer sayfalarla olan bağlantılarına bağlı olarak hesaplanır.

HITS algoritmasının kullanım alanları oldukça geniştir. Örneğin, web sayfalarının belirli konulardaki popülerliğini ölçmek, sosyal medya hesaplarının etkisini ölçmek, hatta şarap tadımı gibi konularda uzmanların yeteneklerini değerlendirmek için bile kullanılabilir [76]–[80] HITS algoritmasına ait formüller Eşitlik 2.7 ve Eşitlik 2.8’de verilmiştir.

$$\alpha(p) = \sum_{q:(q,p) \in E} h(q) \quad (2.7)$$

$$h(p) = \sum_{q:(q,p) \in E} \alpha(q) \quad (2.8)$$

$\alpha(p)$, p sayfasının otorite ağırlığını ve $h(p)$ ise hub ağırlığını temsil eder. $p \in V$, $q \in V$ sayfa setindeki sayfalara karşılık gelen düğümleri temsil eder. Yönlü kenar $(p, q) \in E$, p sayfasındaki q sayfasına bağlanan bir bağlantı olduğunu gösterir.

3. KARMAŞIK AĞLARDA DÜĞÜM AYIRT EDİLEBİLİRLİĞİ

Karmaşık ağlarda düğüm ayırt edilebilirliği (node distinguishability), ağ yapısı içindeki düğümlerin birbirinden farklı olup olmadığını belirlemek için kullanılan bir kavramdır. Bu kavram, ağ yapısı içindeki düğümlerin benzersiz özellikleri, bağlantıları ve konumları nedeniyle bir düğümün diğer düğümlerden farklılığını ifade eder.

Düğüm ayırt edilebilirliği, ağın çeşitli özelliklerini etkileyebilir ve ağın yapısal özelliklerinin anlaşılması açısından önemlidir. Örneğin, düğümlerin ayırt edilebilirliği, ağ yapısı içindeki alt ağların tespit edilmesi, toplulukların tanımlanması ve düğümlerin merkeziliğinin ölçülmesi gibi konularda etkilidir. Ağ yapısı içindeki düğümlerin sayısı arttıkça, düğüm ayırt edilebilirliği de azalır. Bu nedenle, düğüm ayırt edilebilirliği konusu, karmaşık ağların analizi ve modellenmesi için önemli bir konudur.

Örneğin, sosyal ağlarda düğüm ayırt edilebilirliği, farklı sosyal grupları veya toplulukları tanımlamak için kullanılabilir. Bir düğüm, diğer düğümlerden farklı bağlantılar veya özellikler sergiliyorsa, bu düğüm alt ağların belirlenmesinde önemli bir rol oynayabilir. Ayrıca, düğümlerin merkezilik ölçümleri üzerinde de etkili olabilir. Merkezi düğümler, ağdaki en önemli düğümler olarak kabul edilir. Düğüm ayırt edilebilirliği, ağ yapısı içindeki düğümlerin benzersiz özelliklerini ve bağlantılarını göz önünde bulundurarak, merkezi düğümleri belirlemek ve ağın yapısını daha iyi anlamak için kullanılabilir. Sosyal medya ağlarının analizinde de kullanılabilir. Bir sosyal medya ağındaki kullanıcıların düğüm ayırt edilebilirlikleri, etkileşim ağlarının modellenmesi, kullanıcı davranışının analizi ve içerik yayılımının tahmini gibi konularda faydalı bilgiler sağlayabilir. Bilişim alanında internet ağlarının analizinde kullanılabilir. Bir internet ağındaki düğümlerin ayırt edilebilirlikleri, ağ trafiğinin yönetimi, ağ performansının iyileştirilmesi ve güvenlik önlemlerinin alınması gibi konularda önemli bilgiler sağlayabilir. Ayrıca bilgi iletişim ağlarının analizinde önemli bir rol oynar. Bir iletişim ağındaki düğümlerin ayırt edilebilirlikleri, veri aktarımının etkinliği, ağ performansının değerlendirilmesi ve ağ kesintilerinin tespiti gibi konularda değerli bilgiler sunabilir.

3.1. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Merkezilik ölçütlerini birleştirmeyi öneren çalışmaların neredeyse tamamı, temel

merkezilik ölçütlerinin lineer bir denklem içerisinde kullanılması ve her bir ölçüt için bir katsayı (α , β , vb.) belirlenmesi yaklaşımını benimsemiştir.

[81]' de Yayıcı düğümlerin tespit edilmesi için TOPSIS yöntemini kullanarak farklı ölçütlerin birleştirilmesini önermişlerdir. Yaptıkları çalışmada, bazı ağlar için derece, yakınlık ve aradalık ölçütlerini, bazı ağlar içinse derece, yakınlık ve özvektör ölçütlerini kullanmışlardır. Ölçütlerin TOPSIS yöntemi ile birleştirilmesi işleminde her üç ölçütün ağırlığını aynı (yani 1/3) almışlardır. Bu durum, sürece objektiflik katmaktadır. Elde ettikleri bileşik ölçütün düğümleri farklı sıralama seviyelerine atama performansını, kullandıkları temel ölçütlerin düğümleri farklı sıralama seviyelerine atama performansları ile kıyaslamışlardır. Buna ek olarak, bireysel düğümlerin SI modeli altındaki etkilerine göre sıralanması ile geliştirdikleri ölçüte göre sıralanması arasındaki korelasyonu değerlendirmişlerdir. Geliştirdikleri bileşik ölçüt, temel ölçütlere göre daha iyi sonuçlar elde edildiği belirtilmiştir.

[82]' de Yayıcı düğümlerin tespit edilmesi için TOPSIS yöntemini kullanarak farklı ölçütleri birleştirip kullanmayı önermişlerdir. Çalışmalarında ölçütlerin TOPSIS yöntemi ile birleştirilmesi işleminde her üç ölçütün ağırlığını aynı (yani 1/3) almışlardır. Farklı olarak, elde ettikleri alternatif çözümler ile pozitif ideal ve negatif ideal arasındaki uzaklığı ölçmek için göreceli entropi kullanmışlardır. Birden çok merkezilik ölçütünün maksimum ve minimum değerlerinin ortalamasını kullanarak merkezilik ölçütlerinin birleştirilmesi önerilmiştir. Geliştirdikleri ölçütü 4 gerçek veri seti ile denemişler ve başarılı sonuçlar elde etmişlerdir.

[61]' de aradalık ve Katz merkeziliğinin kombinasyonu ile BKC olarak isimlendirdikleri bir bileşik ölçüt geliştirildiği belirtilmiştir. Geliştirdikleri ölçütte, düğümün hem lokal hem de küresel önemini göz önünde bulundurulmuştur. Birleştirme formülü $BKC(u) = \alpha * BC(u) + \beta * Katz(u)$ ($\alpha + \beta = 1$) şeklinde belirtilmiştir. α ve β kat sayılarını deneysel olarak belirlemişlerdir. BKC, Krackhardt kite graph (10 düğüm) ve ARPA (21 düğüm) veri setlerinde aradalık ve Katz ölçütlerine göre daha iyi sonuç verdiği belirtilmiştir.

[8]' de birçok temel merkezilik ölçütünü birleştirmek için lineer, convex ve nonlinear denklemler önermişlerdir. Önerdikleri yeni merkezilik ölçütlerinin performansını Independent Cascade (IC) yayılım modeli altındaki düğümlerin etki seviyelerine göre sıralanması ile düğümlerin merkezilik ölçütlerine göre sıralanması arasındaki korelasyon

ile ölçmüşlerdir. Geliştirdikleri yeni merkezilik ölçütleri, temel merkezilik ölçütlerine göre ve güncel bazı merkezilik ölçütlerine göre daha iyi sonuçlar elde edildiği belirtilmiştir.

[83]' de birden çok merkezilik ölçütünü birleştirmek için açık bir formül yerine, alfabetik sıralamaya benzer bir yöntem önerilmiştir. Önerilen yöntem, her bir düğüm için bir değer hesaplamaz. Bunun yerine, düğümler bir merkezilik ölçütüne göre sıralandıktan sonra, aynı sıralama değerine sahip olan düğümler diğer bir merkezilik ölçütüne göre kendi aralarında sıralandığı belirtilmiştir.

[4]' deiki merkezilik ölçütünü birleştirmek için yeni bir convex combination yöntemi önerilmiştir. Derece-Yakınlık, Derece-Aradalık ve Yakınlık-Aradalık kombinasyonlarını için convex denklemler oluşturulduğu belirtilmiştir. Geliştirdikleri bileşik ölçütler, Krackhardt kite graph ve Zachary karate club ağları gibi küçük ağlarda başarılı sonuçlar elde edildiği gösterilmiştir. Çalışmanın önemli bir kısıtı, denklemdeki katsayıların belirlenmesi için sistematik bir yöntem sunulmamış olması ve bu nedenle katsayıların kaba kuvvetle belirlenmesi gerektiği aktarılmıştır. Bundan dolayı, küçük çizgeler için bile uzun hesaplama süreleri gerektirdiği belirtilmiştir.

Özetle, incelenen çalışmaların hemen hemen tamamı birden fazla merkezilik ölçütünü bir formül ile birleştirmeyi amaçlamaktadır. Bu çalışmaların önemli dezavantajları; bileşik ölçütte kullanılan alt ölçütler için katsayı belirleme işleminin deneysel olması veya keyfi olarak aynı katsayıların kullanılması, bazı çalışmalarda katsayı belirlenmesi için pratik bir yöntem sunulmaması, bazı çalışmalarda geliştirilen ölçütlerin performansının yalnızca temel ölçütlerle kıyaslanması şeklinde sıralanabilir.

Çizelge 3.1. Önceki çalışmaların düğüm ayırt etme yöntemleri ve kullandıkları merkezilik ölçütlerinin karşılaştırması

Çalışma	Ayırt Etme Yöntemi	Kullanılan Merkezilik Ölçütleri
[4]	Düzenli, Kritik noktalar	BC,CC,DC
[8]	Independent Cascade (IC) model	Gravitational centrality (GC)
[81]	TOPSIS	BC,CC,DC,EC
[82]	Görelî entropî, TOPSIS	BC,CC,DC
[61]	TOPSIS	BC, Katz
[83]	Lexical sorting	BC,CC,DC,EC, GC

Çizelge 3.1 incelendiğinde karmaşık ağlarda düğüm ayırt edilmesi ve yayılım yapılması için seçilecek yayıcı düğümler için birçok farklı ayırt etme yöntemi kullanıldığı görülmektedir. Ayrıca genel olarak yaygın kullanılan merkezilik ölçütleri ile çalışmalar

yapılmakla birlikte Gravitational centrality gibi yeni geliştirilmiş merkezîyet ölçütleri kullanan çalışmalar bulunmaktadır. Döğüm ayırt etmek için ise genellikle TOPSIS ve Entropi yöntemlerinin kullanıldığı görölmektedir. Tez çalışmasında ise hem Entropi hem de TOPSIS yöntemleri kullanılarak döğüm ayırt etme seviyeleri ile ilgili karşılaştırmalar yapılmıştır. Kullanılan merkezîlik ölçütleri ise yaygın olarak üzerinde çalışılan aradalık, yakınlık, derece, özvektör gibi merkezîlik ölçütleriyle birlikte PageRank ve HITS algoritmaları ile daha fazla sayıda merkezîlik kombinasyonları elde edilerek döğüm ayırt etme seviyelerinin artırılması sağlanmıştır.



4. MATERYAL VE YÖNTEM

Bu bölümde tez çalışmasında kullanılan ağ veri setleri ve değerlendirmeler için kullanılan ölçütlerinden bahsedilecektir.

4.1. BU TEZ ÇALIŞMASINDA KULLANILAN AĞ VERİ SETLERİ VE DEĞERLENDİRME ÖLÇÜTLERİ

Bu bölümde, bu tez çalışmasında kullanılan sekiz veri seti ve yedi merkezilik ölçütü ile oluşturulan merkezilik kombinasyonlarının ağırlıklandırılması ve değerlendirilmesinde kullanılan yöntemler detaylandırılmıştır.

4.1.1. Kullanılan Veri Setleri

Bu tez çalışmasında üç farklı veri seti ile merkezilik analizleri yapılmıştır: Krackhardt Kite Graph [34] , Zachary's Karate Club [35] ve Jazz Musicians Network [36]. Bu veri setleri, karmaşık ağ analizi literatüründe sıklıkla kullanılmaktadır. Ayrıca, büyük ağlardaki yayılımı karşılaştırmak için SNAP verisetlerinden beş adet işbirliği ağı veri seti de kullanıldı. Bu veri setleri [37] ca-GrQc, ca-HepTh, ca-HepPh, ca-AstroPh ve ca-CondMat'dır.

4.1.1.1. *Krackhardt Kite Graph veri seti*

Bu veri seti, derece, yakınlık ve aradalık gibi farklı merkezilik ölçütlerini ayırt etmek için sıklıkla kullanılan 10 düğüm ve 18 kenardan oluşan bir çizgedir. 1990 yılında sosyal ağ teorisi araştırmacısı David Krackhardt'tan sonra bu isim verilmiştir.

4.1.1.2. *Zachary's Karate Club veri seti*

Wayne Zachary tarafından 1977'de bir üniversite karate kulübü üyeleri kullanılarak toplanan bir veri setidir. Düğümler kulüp üyelerini, kenarlar ise üyeler arasındaki bağı temsil eder. 34 düğüm ve 78 kenardan oluşan yönlendirilmemiş bir ağıdır.

4.1.1.3. *Jazz Musicians Network veri seti*

2003 yılında oluşturulan bu veri seti, caz müzisyenleri arasındaki işbirliklerini anlatan bir ağıdır. Düğümler caz müzisyenlerini, kenarlar ise caz müzisyenlerinden ikisinin bir grup

halinde birlikte çaldığı durumları temsil ediyor. 198 düğüm ve 2742 kenardan oluşan yönlendirilmemiş bir ağıdır.

4.1.1.4. *ca-GrQc(General Relativity and Quantum Cosmology) işbirliği ağı veri seti*

Bu veri seti, Arxiv Genel Görelilik ve Kuantum Kozmolojisi kategorisine gönderilen makalelerdeki bilimsel işbirliklerinden oluşmaktadır. Ocak 1993'ten Nisan 2003'e kadar olan 124 ayı kapsar. 5242 düğüm ve 14496 kenardan oluşan yönlendirilmemiş bir ağıdır.

4.1.1.5. *ca-HepTh(High Energy Physics - Theory) işbirliği ağı veri seti*

Bu veri seti, Arxiv Yüksek Enerji Fiziği – Teori kategorisine gönderilen makalelerdeki bilimsel işbirliklerinden oluşmaktadır. Ocak 1993'ten Nisan 2003'e kadar olan 124 ayı kapsar. 9877 düğüm ve 25998 kenardan oluşan yönlendirilmemiş bir ağıdır.

4.1.1.6. *ca-HepPh(High Energy Physics - Phenomenology) işbirliği ağı veri seti*

Bu veri seti, Arxiv Yüksek Enerji Fiziği - Fenomenoloji kategorisine gönderilen makalelerdeki bilimsel işbirliklerinden oluşmaktadır. Ocak 1993'ten Nisan 2003'e kadar olan 124 ayı kapsamaktadır. 12008 düğüm ve 118521 kenardan oluşan yönsüz bir ağıdır.

4.1.1.7. *ca-AstroPh(Astro Physics) işbirliği ağı veri seti*

Bu veri seti, Arxiv Astro Fizik kategorisine gönderilen makalelerdeki bilimsel işbirliklerinden oluşmaktadır. Ocak 1993'ten Nisan 2003'e kadar 124 ayı kapsar. 18772 düğüm ve 198110 kenardan oluşan yönlendirilmemiş bir ağıdır.

4.1.1.8. *ca-CondMat(Condense Matter Physics) işbirliği ağı veri seti*

Bu veri seti, Arxiv Yoğun Madde Fiziği kategorisine gönderilen makalelerdeki bilimsel işbirliklerinden oluşmaktadır. Ocak 1993'ten Nisan 2003'e kadar 124 ayı kapsar. 23133 düğüm ve 93497 kenardan oluşan yönlendirilmemiş bir ağıdır.

Tez çalışmasında kullanılan sekiz verisetine ait düğüm ve kenar sayıları Çizelge 4.1'de verilmiştir.

Çizelge 4.1. Tez çalışmasında kullanılan veri setlerin düğüm ve kenar sayıları

Veri seti	Düğüm Sayısı	Kenar Sayısı
Krackhardt Kite Graph	10	18
Zachary's Karate Club	34	78

Çizelge 4.1. (devam). Tez çalışmasında kullanılan veri setlerin düğüm ve kenar sayıları

Veri seti	Düğüm Sayısı	Kenar Sayısı
Jazz Musicians Network	198	2742
ca-GrQc	5242	14496
ca-HepTh	9877	25998
ca-HepPh	12008	118521
ca-AstroPh	18772	198110
ca-CondMat	23133	93497

4.1.2. Bu Tez Çalışmasında Kullanılan Veri Setlerinin Oluşturulması

Bu bölümde karmaşık ağ analizi yapılması için ağ veri setlerinde yapılan ön işlem adımlarından bahsedilecektir.

4.1.2.1. Ön İşleme Adımları

Bu tezde kullanılan veri setlerine uygulanan ön işlemler şöyledir.

- Her veri seti için 7 merkezilik ölçütü hesaplamaları yapılmıştır.
- Her veri seti için Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile Analitik Hiyerarşi Sürecinde kullanılacak kriter ağırlıkları elde edilmiştir.
- Her veri seti için TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile Analitik Hiyerarşi Sürecinde kullanılacak kriter ağırlıkları elde edilmiştir.

Entropi ve TOPSIS ağırlıklandırma yöntemleri ile elde edilen kriter ağırlıkları ile Analitik Hiyerarşi Süreci uygulanarak 7 merkezilik ölçütünün 127 birleşik merkezilik kombinasyonu elde edilmiştir.

4.1.3. Değerlendirme Ölçütleri

Bu bölümde karmaşık ağda düğümlerin ayırt edilmelerinin ve diğer merkezilik ölçütleriyle uyumluluğunun analizi için kullanılan yöntemlerden bahsedilecektir.

4.1.3.1. Kendall Tau Korelasyon Katsayısı

Önerilen birleşik ölçütlerin kullanılan temel ölçütlere ne kadar iyi uyduğunu ölçmek için Kendall sıra korelasyon katsayısını (Kendall Tau) kullandık. Kendall Tau, sıralı ölçek düzeyinde ölçülen değişkenler arasındaki ilişkinin gücünü +1 ile -1 arasındaki değerlerde belirler.

Kendall Tau, istatistiksel bir sıralama korelasyon ölçüsüdür ve iki değişken arasındaki ilişkiyi değerlendirmek için kullanılır. İki değişken arasındaki ilişkinin doğrusal olmayan bile olsa, monotonik bir ilişki içerisinde olup olmadığını ölçmektedir. Yani, değişkenler arasındaki ilişki, artan ya da azalan bir eğilim gösterse de doğrusal bir eğilim sergilemese bile, Kendall Tau ile ölçülebilir. İki değişkenin sıraları arasındaki farkların işaretlerine göre bir ölçü elde edilir ve bu ölçü, -1 ile +1 arasında değer alır. Bu ölçü değeri, iki değişken arasındaki ilişkinin yönü ve gücü hakkında bilgi verir. 0'a yakın bir değer, değişkenler arasında bir ilişki olmadığını gösterirken, pozitif veya negatif bir değer, değişkenler arasındaki ilişkinin yönünü belirtir. Ayrıca, bu değer mutlak değeri ne kadar büyükse, değişkenler arasındaki ilişkinin o kadar güçlü olduğu anlamına gelir. Kendall Tau ölçüsü, birçok alanda kullanılmaktadır, örneğin finansal analiz, biyoinformatik, mühendislik ve sosyal bilimler gibi birçok alanda uygulamaları mevcuttur [84]–[86].

Gözlem çiftleri (X_i, Y_i) ve (X_j, Y_j) olarak ifade edilir. Gözlem çiftlerinin uyumlu (concordant) olması için $(X_i, X_j)(Y_i, Y_j) > 0$ olmalıdır. Bu durumda $(X_i > X_j)$ ve $(Y_i > Y_j)$ veya $(X_i < X_j)$ ve $(Y_i < Y_j)$ ' dir [87].

X_i ile X_j arasındaki fark Y_i ile Y_j arasındaki fark ile aynı doğrultuda ilerlemiyorsa gözlem çiftleri uyumlu değildir (discordant). P uyumlu çift sayısını Q uyumlu olmayan çift sayısını göstermek üzere Tau-c şu şekilde hesaplanmaktadır (Eşitlik 4.1):

$$\tau_c = \frac{2k(P-Q)}{n^2(k-1)} \quad (4.1)$$

Bu eşitlikte k , satır ve sütun sayısından küçük olanını ve n ise toplam gözlem sayısını göstermektedir.

Eğer tüm çiftler uyumluysa τ , 1'e eşit olmaktadır. Tau'nun -1'e eşit olması tüm çiftlerin uyumsuz olduğunu gösterir. Tau'nun sıfır olması uyumlu ve uyumsuz çiftlerin sayısının eşit olduğunu yani ilişki olmadığını gösterir.

4.1.3.2. Monotonluk Analizleri

Karmaşık ağlarda monotonluk analizi, ağın davranışının bir tür matematiksel özelliğini

ölçmek için kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntem, ağın dinamik yapısını anlamak ve değişen şartlara nasıl yanıt verdiğini belirlemek için kullanılır. Monotonluk analizi, ağın monotonluğunu ölçer, yani bir sistemdeki girdilerin artması durumunda çıktıların da artması beklentisini karşılayıp karşılamadığını belirler. Monotonluk analizi aynı zamanda, ağdaki veri akışının kontrol edilmesi ve optimize edilmesi için de kullanılabilir. Özellikle, ağdaki akışın en kısa yoldan ve en az maliyetle yapılması gereken durumlarda monotonluk analizi kullanılabilir [88], [89].

Bu tezde Kendall sıra korelasyon katsayısının yanı sıra monotonluk analizi de kullandık. Bir fonksiyonun monotonluğu, fonksiyonun davranışı hakkında bilgi sağlar. Bir fonksiyon, grafiği yalnızca denklemin artan değerleri ile büyüyorsa, monoton olarak artan olarak adlandırılır. Benzer şekilde, değerleri yalnızca azalıyorsa fonksiyon monoton olarak düşer. Fonksiyonlar, tüm tanım alanlarında artıyor veya azalıyorsa monoton olarak adlandırılır.

$x_1 < x_2$ ve $F(x_1) < F(x_2)$ ise, fonksiyon artan fonksiyon veya tam olarak artan fonksiyon olarak bilinir.

$x_1 < x_2$ ve $F(x_1) > F(x_2)$ ise, fonksiyon azalan fonksiyon veya kesinlikle azalan fonksiyon olarak bilinir.

4.1.4. Entropi Ağırlıklandırma Yöntemi

Entropi, sahip olunan bilginin bir ölçüsüdür. Bir sistem içindeki belirsizliği ifade eden kavram, aynı zamanda olasılık belirsizliği olarak da değerlendirilmektedir. Bir olay hakkında bilgi edinmek, olayın sahip olduğu belirsizliği anlamakla ilgilidir. Bu kapsamda; gerçekleşme olasılığı yüksek olan olaylar çok fazla bilgi içermez, gerçekleşme olasılığı düşük olan olaylar daha fazla bilgi içerir. Bu bağlamda, entropi kavramı, bir olayın farklı gerçekleşme olasılıklarının beklenen değerinin matematiksel bir ifadesi olarak kabul edilir.

Kriter ağırlıklandırma süreci genellikle uzmanlar tarafından yürütülür. Ancak sürecin böyle olması bu durumu objektiflikten uzaklaştırmaktadır. Bu algıyı kırmak için niteliklerin taşıdığı bilgiler üzerinden ağırlıklar elde etmek daha objektif bir işlemdir. Bir sistemdeki entropi oranı ne kadar yüksek olursa, sistemin taşıdığı bilgi miktarı da o kadar fazla olur.

Entropi ağırlıklandırma yöntemi, diğer karmaşık ağ analiz yöntemleriyle birlikte

kullanıldığında, ağın yapısı ve özellikleri hakkında daha ayrıntılı bilgi sağlayabilir ve analiz sonuçlarının doğruluğunu artırabilir [90].

Entropi ağırlıklandırma işlem adımları şöyledir:

- Ölçüm matrisinin oluşturulması
- Matris normalizasyonu
- Entropi değerinin hesaplanması
- Farklılaşma derecesinin hesaplanması
- Entropi ağırlığının hesaplanmasıdır

4.1.4.1. Ölçüm matrisinin oluşturulması

Öncelikle, bir karar problemine ait girdi bilgisine ulaşılmalıdır. Sonrasında ulaşılan bilgiler bir karar matrisi üzerinde gösterilmektedir. Her bir alternatifin her bir değerlendirme kriteri altındaki değerleri hesaplanır. Entropi ağırlıklandırma yöntemi, m tane karar alternatifi ($A_1, A_2, \dots, A_m$), n tane değerlendirme kriterine ($C_1, C_2 \dots C_n$) sahip olan birçok kriterli karar problemini matris düzeni içinde ele almaktadır (Eşitlik 4.2) [91].

$$X_{m \times n} = [x_{11} \cdots x_{1j} \cdots x_{1n} : \vdots : x_{i1} \cdots x_{ij} \cdots x_{in}] \quad (4.2)$$

4.1.4.2. Matris normalizasyonu

Bu adımda, yukarıda oluşturulan başlangıç karar matrisi normalize edilmektedir.

Eğer j niteliği fayda yönlü ise (Eşitlik 4.3);

$$P_{ij} = \frac{x_{ij} - x_j^{\min}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} \quad (4.3)$$

Eğer j niteliği maliyet yönlü ise (Eşitlik 4.4);

$$P_{ij} = \frac{x_j^{\max} - x_{ij}}{x_j^{\max} - x_j^{\min}} \quad (4.4)$$

Matris normalizasyonu ile her kriterin değer aralığı 0 ile 1 arasında olmaktadır. Her kriterin en düşük değeri 0, en yüksek değeri 1 olmaktadır.

4.1.4.3. Entropi değerinin hesaplanması

Hesaplanan her p_{ij} değerinin içerdiği karar bilgisi toplamı, ilgili niteliğin entropi değerini vermektedir. Entropi değeri " H_j " ile gösterilmektedir (Eşitlik 4.5). Hesaplama şu şekildedir.

$$H_j = -\lambda \sum_{i=1}^m \rho_{ij} \ln (\rho_{ij}) \quad (4.5)$$

Burada ($\lambda = 1/\ln m$) değişkeni, Boltzman sabitini göstermektedir. Bu sabit hesaplanan entropi değerlerinin 0-1 aralığında değişmesini sağlamaktadır.

4.1.4.4. Farklılaşma derecesinin hesaplanması

Her niteliğin sahip olduğu entropi değerinin farklılaşma derecesi ($\underline{H}$) hesaplanmaktadır. Hesaplanan değer, bir niteliğin içinde var olan karışıklık yoğunluğunu simgelemektedir [92].

Farklı performans çıktılarına sahip olan özellik, yüksek bir farklılaşma derecesine sahip olmasıyla birlikte problemin çözümünde büyük öneme sahip olduğunu göstermektedir. Benzer performans çıktılarına sahip özellikler ise, düşük bir ağırlığa sahip olarak sınıflandırılmaktadır. Sonuç olarak, farklı performans çıktılarına sahip olan özellikler problemde yüksek bir öneme sahipken, benzer performans değerlerine sahip olan özellikler göz ardı edilebilir. Bu özellikler çözüme yönelik ağırlık bilgisi sağlamamaktadır (Eşitlik 4.6).

$$\underline{H_j} = 1 - H_j \quad (4.6)$$

4.1.4.5. Entropi ağırlığının hesaplanması

Karar vericinin bir niteliği diğerine tercih etmek için mantıklı bir nedeni yoksa, nesnel ağırlık şu şekilde tanımlanmaktadır (Eşitlik 4.7).

$$w_j = \frac{\underline{H_j}}{\sum_{j=1}^n \underline{H_j}} \quad W = (w_1, w_2, \dots, w_j) \quad \sum_{j=1}^n w_j = 1 \quad (4.7)$$

Eğer karar vericinin hesaplanan nesnel ağırlık yanında, öznel yargılarından oluşturulan bir ağırlık bilgisi daha varsa toplam ağırlık (Eşitlik 4.8);

$$w'_j = \frac{\lambda_i \cdot w_j}{\sum_{j=1}^n \lambda_i \cdot w_j} \quad (4.8)$$

formülü ile gösterilir. Bu ağırlık tanımlaması, içerisinde hem nesnel ağırlık bilgisini hem de öznel ağırlık bilgisini barındırmaktadır. Problemin yapısına göre, iki ağırlık formülünden biri kullanılabilir.

4.1.5. TOPSIS Ağırlıklandırma Yöntemi

TOPSIS (Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution- İdeal Çözüme Benzerliğe Göre Tercih Sıralaması Tekniği), çoklu ölçüt karar verme

problemlerinde, alternatifler arasında en iyi seçeneği belirlemek için kullanılan orijinal olarak Ching-Lai Hwang ve Yoon tarafından [93] 1981'de, Yoon tarafından [94] 1987'de ve Hwang, Lai ve Liu tarafından [95] 1993'te geliştirilen birçok kriterli bir karar analizi yöntemidir.

Bu yöntem, alternatiflerin özelliklerini kriterlere göre sıralar ve en iyi alternatifin en ideal alternatife en çok benzediğini varsayar ve farklı özelliklere sahip alternatifler arasından en iyi alternatifini belirlemek için kullanılır.

Karmaşık ağlar için TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi, örneğin, sosyal medya ağlarında etkileşim ağlarının analizinde kullanılabilir. Bu yöntem, etkileşim ağlarının düğümlerinin önemlerini belirlemek için kullanılabilir. Örneğin, bir sosyal medya ağındaki kullanıcıların etkileşimlerine göre bir ağırlık değeri hesaplanabilir ve ağın en önemli kullanıcıları belirlenebilir. Bu yöntem, aynı zamanda karmaşık ağlardaki işbirliği ağlarının analizinde de kullanılabilir. Örneğin, farklı şirketler arasındaki işbirliği ağlarında, şirketlerin işbirliği ağındaki temsil ettiği düğümlerinin önemi belirlenebilir. Böylece, işbirliği ağının daha iyi anlaşılması ve stratejik kararların alınması sağlanabilir [96]–[99].

TOPSIS yöntemi, her ölçüt için bir ağırlık belirler ve bu ağırlıkları kullanarak her alternatifin performansını ölçer. Performans ölçütleri matrisi oluşturulur ve her sütun (ölçüt) için ölçüt değerlerinin normalizasyonu yapılır. Normalizasyon sonrası matrisin her satırı, alternatifin her ölçüte göre ne kadar başarılı olduğunu gösterir.

Daha sonra, ideal alternatifler belirlenir. İdeal alternatifler, pozitif özelliklerde maksimum, negatif özelliklerde ise minimum değerlere sahip olan alternatiflerdir. Her alternatifin ideal çözüme olan uzaklığı hesaplanır. Bu uzaklıkların ölçüldüğü metrik, genellikle Öklid veya Manhattan mesafesi olarak belirlenir.

Son olarak, her alternatifin ideal çözüme olan uzaklığına göre bir performans puanı hesaplanır. Bu puanlar, alternatiflerin performansını ölçer ve en iyi alternatif belirlenir. TOPSIS yöntemi, ağırlıkların belirlenmesi ve ideal alternatiflerin seçilmesi gibi özellikleriyle karmaşık ağlarda çoklu ölçüt karar verme problemlerinde kullanılabilir.

TOPSIS sürecinin uygulanmasındaki işlem adımları şöyledir:

- Karar matrisinin oluşturulması
- Karar matrisinin normalizasyonu

- Karar matrisinin ağırlıklandırılması
- Pozitif ideal ve negatif ideal çözüm değerlerinin elde edilmesi
- İdeal çözüme göreli yakınlık katsayıları hesaplanması.

4.1.5.1. Karar matrisi oluşturulması.

Karar matrisi, karar verici tarafından oluşturulan $n \times m$ boyutlu bir matristir, burada n karar seçeneklerinin sayısını ve m ise değerlendirme ölçütlerinin sayısını temsil eder.

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & \cdots & d_{nm} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Yukarıda (Eşitlik 4.9) ile tanımlı D karar matrisinin satırları karar seçenekleri ve sütunları ölçütleri göstermektedir. d_{ij} , i seçeneğinin j ölçütüne göre $i=1,2,\dots,n$; $j=1,2,\dots,m$ mevcut performansını göstermektedir.

4.1.5.2. Karar matrisinin normalizasyonu

Karar matrisinin her bir ölçütüne ait değerlerin kareleri toplamının karekökü alınarak, sütunun ilgili elemanının bu çıkan değere bölünmesiyle standart karar matrisi elde edilir. Eğer karar matrisinin herhangi bir elemanının değeri 0 ise, standart karar matrisinde ilgili elemanın değeri de 0 olarak kabul edilir. Normalize edilmiş karar matrisi aşağıdaki şekilde tanımlanabilir (Eşitlik 4.10).

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & \cdots & r_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & \cdots & r_{nm} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

R standart karar matrisinin elemanları

$$r_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^n d_{kj}^2}}, \quad i=1,2,\dots,n \quad j=1,2,\dots,m \quad (4.11)$$

biçiminde hesaplanır (Eşitlik 4.11).

4.1.5.3. Karar matrisinin ağırlıklandırılması

Öncelikli olarak değerlendirme ölçütlerine ilişkin ağırlık değerleri (w_i , $i=1,2,\dots,m$) belirlenir. Burada, $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ dir. Bu ağırlıklandırma yaklaşımı, TOPSIS yönteminin karar verme aşamasında subjektif yönünü ortaya koyar. Çünkü, ağırlıklandırma işlemi kriterlerin önem derecelerine göre gerçekleştirilir. R matrisinin elemanları ilgili ağırlık değerleri ile çarpılarak V ağırlıklı standart karar matrisi oluşturulur (Eşitlik 4.12).

$$V = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & \cdots & w_m r_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_1 r_{n1} & \cdots & w_m r_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{11} & \cdots & v_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1} & \cdots & v_{nm} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

4.1.5.4. Pozitif ideal ve negatif ideal çözüm değerlerinin elde edilmesi

Değerlendirme kriterleri analiz edilirken V matrisi kullanılır. V matrisi, alternatiflerin her bir kriter için değerlendirme sonuçlarını içeren bir matristir. Pozitif ideal çözüm ve negatif ideal çözüm kümelerinin belirlenmesi ile V matrisi oluşturulur. V matrisi ve pozitif ideal çözüm ile negatif ideal çözüm kümeleri, analiz sürecinde önemli bir rol oynar ve karar vericilere fayda veya maliyet açısından en uygun çözümü seçme imkanı sunar. Eğer değerlendirme kriterleri faydalar açısından ele alınıyorsa, pozitif ideal çözüm V matrisinin sütunlarının en yüksek değerlerinden oluşur. Bu, her kriter için en yüksek fayda değerini temsil eden bir çözüm kümesidir. Negatif ideal çözüm ise V matrisinin sütunlarının en düşük değerlerinden oluşur. Bu, her kriter için en düşük fayda değerini temsil eden ve mümkün olduğunca az olması hedeflenen bir çözüm kümesidir. Öte yandan, değerlendirme kriterleri maliyetler açısından ele alınıyorsa, pozitif ideal çözüm V matrisinin sütunlarının en düşük değerlerinden oluşur. Bu durumda, her kriter için en düşük maliyete sahip olan çözüm kümesi hedeflenir. Negatif ideal çözüm ise V matrisinin sütunlarının en yüksek değerlerinden oluşur ve bu değerlerin mümkün olduğunca yüksek tutulması istenmez. Sonrasında, her alternatifin pozitif ideal çözüme olan benzerliği ve negatif ideal çözümden olan farklılığı hesaplanarak bir performans skoru elde etmektir. Bu skorlar, alternatiflerin pozitif ideal çözüme olan yakınlığını ve negatif ideal çözümden olan uzaklığını temsil eder. Son olarak, alternatiflerin performans skorlarının ağırlıklı olarak birleştirilmesi ve en yüksek skora sahip olan alternatifin seçilmesidir. Bu ağırlıklandırma, karar verici tarafından belirlenen kriterlere göre yapılır ve her bir kriterin önem düzeyini yansıtır. Burada, pozitif ideal çözüm kümesi $V^+ = \{v_1^*, v_2^*, \dots, v_m^*\}$ ve negatif ideal çözüm kümesi $V^- = \{v_1^-, v_2^-, \dots, v_m^-\}$ biçiminde tanımlıdır.

Pozitif ideal (Eşitlik 4.13) ve negatif ideal çözüm değerlerine (Eşitlik 4.14) olan uzaklık değerleri elde edilir. Her bir karar seçeneğine ilişkin değerlendirme ölçütlerinin pozitif ideal ve negatif ideal çözüm değerlerinden sapmalarının bulunabilmesi için Öklid yaklaşımından yararlanılır.

Uzaklık değerleri

$$S_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_j^*)^2}, \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.13)$$

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (v_{ij} - v_j^-)^2}, i=1,2,...,n \quad (4.14)$$

şeklinde elde edilir. Buna göre, karar seçeneği sayısı kadar uzaklık değerleri hesaplanır.

4.1.5.5. İdeal çözüme göreli yakınlık katsayıları hesaplanması.

Her bir karar seçeneğinin ideal çözüme göreli yakınlık katsayılarının hesaplanmasında pozitif ideal ve negatif ideal çözüm değerlerinden uzaklıklar kullanılır.

$$C_i^* = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}, i=1,2,...,n \quad (4.15)$$

Eşitlik 4.15 ile her bir karar seçeneği için göreli yakınlık değerleri hesaplanır.

Burada, $0 \leq C_i^* \leq 1$ $n = 1,2,...$, dir. Eşitlik 4.15 negatif ideal çözüme uzaklığın toplam uzaklık içindeki payıdır. Buna göre, 1' e yakın C_i^* , $i= 1,2,...$, karar seçenekleri öncelikli olarak tercih edilir.

4.1.6. Çok Kriterli Karar Verme Yöntemi

Çok kriterli karar verme yöntemleri, birden fazla kriteri göz önünde bulundurarak, karar vericiye en iyi kararı almada yardımcı olan yöntemlerdir. Bu kriterler, farklı özellikler, öncelikler veya amaçlar üzerine olabilir. Bu yöntemler, karar verme sürecinde belirli bir amaca ulaşmak için seçenekler arasında bir tercih yapılmasını sağlar. Çok kriterli karar verme yöntemleri, nesnel ve öznel yöntemler olarak ikiye ayrılır. Öznel yöntemler, karar vericinin öznelliklerini içerirken, nesnel yöntemler matematiksel ve istatistiksel tekniklere dayanır.

Çok kriterli karar verme yöntemleri, birden fazla kriterin değerlendirildiği karar verme problemlerinde kullanılır. Bu yöntemler, bir karar vericinin çıkarlarını, tercihlerini ve kısıtlamalarını yansıtan ve karar verme sürecine rehberlik eden bir araç olarak hizmet ederler.

Çok kriterli karar verme yöntemlerinin uygulama alanlarına bakıldığında çok farklı alanlar göze çarpmaktadır. İşletme yönetimi, finans, endüstri mühendisliği, sağlık yönetimi, çevre yönetimi, tarım, enerji, telekomünikasyon, eğitim, bilgi sistemleri ve diğer birçok alanda uygulanabilir [100]. Lojistik şirketlerinin performanslarını değerlendirilmesinde [101], karar verme sürecindeki belirsizlik unsurlarını ele almak için çok kriterli karar verme yöntemlerinin kullanımında [102], konut inşaat finansmanının optimize edilmesinde [103] kullanılmasının yanında Ethereum blok zinciri ağı tabanlı bir

elektrikli araç şarj platformunun çok kriterli karar verme destek sistemi kullanarak optimize edilmesinin yapıldığı çalışmada [104] yeni ve gelişen teknolojilerin çok kriterli karar verme yöntemlerinin uygulanmasında örnek olarak gösterilebilir.

4.1.6.1. Analitik Hiyerarşi Süreci (AHP)

Karar verme süreci, belirlenen kriterlere ve kısıtlara göre istenilen alternatifleri en uygun şekilde seçmeyi amaçlar. Çok Kriterli Karar Verme Yöntemi (ÇKKVY), alternatifleri kriter ağırlıklarına göre puanlayarak önem derecelerine göre sıralar. Eldeki veri ve kriterlere göre en uygun çözümü bulmayı amaçlar [105]. Şekil 4.1, çok kriterli karar verme süreci adımlarını göstermektedir.



Şekil 4.1. Çok Kriterli Karar Verme Yöntemi Uygulama Süreci

Örneğin, bu tez çalışmasının temel amacı, karmaşık ağlarda düğümlerin ayırt edilebilirliğini arttırmaktır. Bunun için öncelikle düğümlerin özneliklerinin (yani temel merkezlik ölçütlerinin) düğüm sıralamasını ne derece etkileyebileceğinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu aşamada, niteliklerin ağırlıklandırılması öznel veya nesnel yöntemler kullanılarak gerçekleştirilebilir. Uzman görüşleri öznel olarak kullanılırken, nesnel değerlendirme için farklı yöntemler bulunmaktadır. Bu tez çalışmasında nesnel bir yöntem benimsenmiştir.

Bu tezde ÇKKVY yöntemlerinden AHP seçilmiştir. 1977 yılında Saaty tarafından karar verme problemlerini çözmek için pratik bir yöntem olarak geliştirilmiştir [106]. AHP' de öncelikle karar vericinin ulaşmak istediği hedef belirlenir. Daha sonra bu amaca yönelik kriterler belirlenir ve her bir kriter için alternatifler sunulur. Böylece karar problemi hiyerarşik bir yapı kazanır. AHP' nin genel çözüm adımları aşağıda listelenmiştir:

- Problemin/amacın tanımlanması
- İkili karşılaştırmalar ve karar matrisleri oluşturma
- Kriterlerin göreceli öneminin hesaplanması
- Modelin tutarlılık oranının hesaplanması

- Alternatiflerin sıralanması

AHP, ÇKKVY süreçlerinde yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. AHP süreçleri, çeşitli alternatifler arasından en uygun olanı seçmek için oluşturulan hiyerarşik yapılardır. Karar vericiler, bir amaca ulaşmak veya bir sorunun çözümü için öznel veya nesnel olarak karar verme sürecine dahil olurlar. Hiyerarşik yapı amaç/problem, kriterler/alt kriterler ve alternatiflerden oluşur. Burada amaç/problem belirlendikten sonra amaca ulaşmak ya da sorunu çözmek için belirlenen kriterlerin önem dereceleri (1 ile 9 arasında) belirlenir (öznel ya da nesnel olarak) ve ikili karşılaştırmalar yapılarak bir karar matrisi oluşturulur. Kriterlerin birbirlerine göre önem dereceleri belirlendikten sonra seçilecek alternatifler her kriter için alternatif matrislerle çarpılarak $n \times 1$ boyutlu bir sonuç matrisi elde edilir. Bu sonuç matrisi ile büyükten küçüğe sıralanarak uygun alternatif değerler belirlenir.

AHP algoritmasının işlem adımları aşağıda verilmektedir:

- Kriterler ve alt kriterler belirlenir.
- Karar matrisi oluşturulur ve her hücreye ilgili kriterin önemi (öncelik) değeri atanır.
- Karar matrisindeki her sütun normalleştirilir.
- Normalleştirilmiş matrisin sütunları ağırlıklandırılır.
- Ağırlıklar, kriterlerin öncelik değerleriyle çarpılarak alt kriterlerin ağırlıkları hesaplanır.
- Karar matrisindeki her satır normalleştirilir.
- Normalleştirilmiş matrisin satırları ağırlıklandırılır.
- Ağırlıklar, alt kriterlerin ağırlıklarıyla çarpılarak alternatiflerin ağırlıkları hesaplanır.
- Alternatiflerin ağırlıkları, en büyük ağırlığa sahip alternatif seçilerek sonuçlandırılır.

4.1.7. SIR Salgın Modeli

Salgın hastalıklar, insan ve canlı hayatını tehdit eden bulaşıcı hastalıklardır. Tarihin her döneminde veba, kolera, grip gibi ölümcül bulaşıcı hastalıklar milyonlarca insanın hayatını kaybetmesine neden olmuştur. Salgın hastalıklar, günümüzde ulusal sınırların

ötesine geçerek küresel ölçekte yayılmaktadır ve insan mobilitesi ve temas desenleri gibi faktörlerden etkilenmektedir. Salgın modelleri, bulaşıcı bir hastalığın bir popülasyonda nasıl yayıldığını anlamak için kullanılır. Salgın modelleri, salgının evrimi, stratejilerin etkisi, acil müdahale ve risk değerlendirmesi gibi konularda gözlem yapmamıza yardımcı olur. Matematiksel modelleme, salgın hastalıkların dinamiklerini analiz etmek ve müdahale stratejilerini geliştirmek için önemli bir araçtır. Salgın yayılma modelleri, hastalıkların yayılmasını açıklamada başarılı olmuş ve azaltma stratejilerinin geliştirilmesine olanak sağlamıştır. Salgın hastalıklar dünya genelinde hala büyük bir tehdit oluşturmaktadır. İnsanların birbirleriyle etkileşimleri, seyahatleri ve yaşadıkları çevrelerin koşulları, bulaşıcı hastalıkların yayılmasına büyük ölçüde etki etmektedir. Bu nedenle, salgın hastalıkların dinamiklerini anlamak ve bunlarla mücadele etmek için matematiksel modeller kullanılması son derece önemlidir. Bulaşıcı hastalıkların yayılma süreci oldukça karmaşıktır ve birçok faktörün etkisi altında gerçekleşir. Bu faktörler arasında enfeksiyonun gücü, latent periyot, enfeksiyöz dönem ve insanların hareketliliği ve temas desenleri gibi patojen-bağımlı hastalık özellikleri yer almaktadır. Salgınların görülme sıklığı ve oranı, bu faktörlerin yanı sıra insanların sosyal davranışları, seyahatleri ve temasları gibi çeşitli nedenlerle de etkilenmektedir [107]–[111].

Salgın hastalıkların matematiksel modellenmesi, salgının temel nedenlerinin analiz edilmesine ve etkili müdahale stratejilerinin belirlenmesine yardımcı olur. Matematiksel modeller sayesinde, geçmiş müdahale stratejileri analiz edilebilir ve gelecek vadeden müdahale stratejileri geliştirilebilir. Bu nedenle, birçok araştırmacı epidemiler için matematiksel modeller ve müdahale stratejileri üzerine çalışmaktadır. Salgın hastalıkların matematiksel modellenmesi, hastalıkların sağlıklı popülasyonlar üzerindeki etkisini hafifletmek için azaltma stratejilerinin geliştirilmesine olanak sağlamıştır. Ayrıca, matematiksel modeller sayesinde, hastalıkların yayılma modelleri anlaşılabilir ve bunlara karşı mücadele etmek için daha etkili stratejiler geliştirilebilir. Bununla birlikte, matematiksel modellerin doğruluğu ve etkililiği, modelleme sürecinde kullanılan verilerin kalitesine ve doğruluğuna bağlıdır [112]–[118].

Salgın hastalıkların matematiksel modellenmesinde kullanılan yöntemlerden biri olan SIR (Susceptible-Infected-Recovered/Removed) salgın modeli, bir enfeksiyonun bir popülasyon içinde nasıl yayıldığını ve kontrol edilebileceğini matematiksel olarak açıklar. Bu model, bir enfeksiyonun yayılmasını tanımlayan modellerden biridir.

SIR Salgın modellemede, yayılımın olduğu bir popülasyon ele alınır. N kişiden oluşan

popülasyonda kişiler elverişli (Susceptible), hasta (Infected) ve kurtarılmış (Recovered) veya kaldırılmış (Removed) durumlarından biri şeklinde ifade edilir.

Model, enfeksiyonun bulaşma oranı (beta) ve iyileşme oranı (gamma) gibi iki parametre kullanarak enfekte olmuş bireylerin sayısını hesaplar. Bu parametreler, enfeksiyonun yayılma hızını ve kontrol edilme sürecini belirler.

SIR modeli şu şekilde ifade edilebilir:

$$N = S(t) + I(t) + R(t) \quad (4.16)$$

$$S' = -\beta S(t)I(t) \quad (4.17)$$

$$I' = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) = (\beta S(t) - \gamma)I(t) \quad (4.18)$$

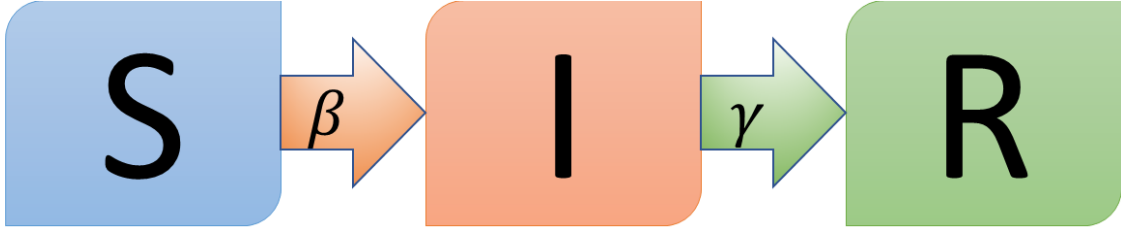
$$R' = \gamma I(t) \quad (4.19)$$

Toplam popülasyon N , Eşitlik 4.16'de gösterildiği gibi tanımlanır.

Elverişli bir bireyin varlığı, hastalığa yakalanma riskini de beraberinde getirir. Gerçek hayatta enfeksiyonlar, hastalığın yayıldığı popülasyon dışından da ortaya çıkabilir (örneğin, genetik mutasyon, bir hayvanla temasta olma vb.). Ancak, basitliği sağlamak için kullanılan salgın modellerinde uygun bireylerin sadece topluluktaki hasta kişiler tarafından enfekte edilebileceği varsayımı yapılmaktadır. t zamanında enfeksiyon kapmamış ama potansiyel olarak hastalığa yakalanabilecek kişiler $S(t)$ olarak ifade edilir (Eşitlik 4.17). Hasta Kişiler, elverişli kişileri hasta etme şansına sahip kişileri ifade etmektedir. Hastalığı taşıyan ve başka kişilere bulaştırma potansiyeli olan kişiler ise $I(t)$ olarak tanımlanır (Eşitlik 4.18). Kurtarılmış veya kaldırılmış kişiler ise hastalıktan kurtulmuş olan ve dolayısıyla hastalığa karşı tam veya kısmi bağışıklığa sahip olan veya hastalıkla öldürülen bireylerdir. Hastalığı artık taşımayan kişiler ise $R(t)$ olarak adlandırılır ve Eşitlik 4.19'te belirtildiği gibi, artık hasta olma veya hastalığı bulaştırma potansiyeli olmayan kişilerdir. Beta değişkeni (β), bulaşma olasılığı ve yeni pozitif enfeksiyon vakalarının eklenmesiyle sonuçlanan duyarlı ve bulaşıcı popülasyondaki bireyler arasındaki ortalama temas sayısının bir temsilidir. Gama değişkeni (γ), bulaşıcı popülasyondaki bireylerin enfeksiyondan sağ çıkma ve iyileşen popülasyonun bir üyesi olma olasılık oranını temsil eder. İyileşme hızı modellenecek hastalığın iyileşme süresine göre 1/gün sayısı şeklinde tanımlanmaktadır. Bir iyileşme sürecinin gerçekleşmesi, bireyin bağışıklığının sağlanması veya bireyin ölümü ile sağlanabilir.

Modelin ana fikri, hasta olanların, elverişli kişileri enfekte ederek salgının yayılmasına

neden olmasıdır. Daha sonra, hasta olanlar iyileşerek bağışıklık kazanır ve artık enfekte olamazlar. Bu nedenle, popülasyon içindeki elverişli bireylerin sayısı azalır ve salgının yayılması yavaşlar. Şekil 4.2’ de SIR salgın modelinin işleyişi gösterilmektedir.



Şekil 4.2. SIR Salgın Modeli

SIR modeli, salgınların kontrol edilmesi ve enfeksiyonların yayılma hızının tahmin edilmesi gibi birçok alanda kullanılabilir. Model, enfeksiyonun yayılmasını kontrol etmek için alınacak önlemler hakkında kararlar vermek için önemli bir araçtır.

5. DÜĞÜM AYIRT EDİLEBİLİRLİĞİNİN ARTIRILMASI İÇİN YENİ BİR YAKLAŞIM

Bu bölümde karmaşık ağlarda, düğümlerin ayırt edilmelerinin öneminden ve önerdiğimiz yöntemin uygulanmasından bahsedilecektir. Bölüm sonunda önerdiğimiz yöntem ile ilgili sözde kod verilecektir.

5.1. DÜĞÜM AYIRT EDİLEBİLİRLİĞİNİN ÖNEMİ

Karmaşık ağların analizi, düğümler arasındaki bağlantıların niteliği ve düzenlenmesi gibi ağ özelliklerinin belirlenmesiyle ilgilidir. Bu ağ özellikleri, ağın performansını, dayanıklılığını, yapısal özelliklerini ve evrimini belirlemeye yardımcı olur. Ağın yapısını belirleyen bir faktörde, ağdaki düğümlerin ayırt edilebilirliği veya farklılaştırılabilirliğidir.

Düğüm ayırt edilebilirliği, ağdaki düğümlerin birbirinden ayırt edilebilir olup olmamasıdır. Örneğin, iki düğüm arasındaki bağlantılar, farklı tiplerde veya farklı bağlantı güçlerinde olabilir. Bu durumda, düğümler ayırt edilebilir olduğu için, ağdaki düğümler arasındaki farklılıklar belirlenebilir.

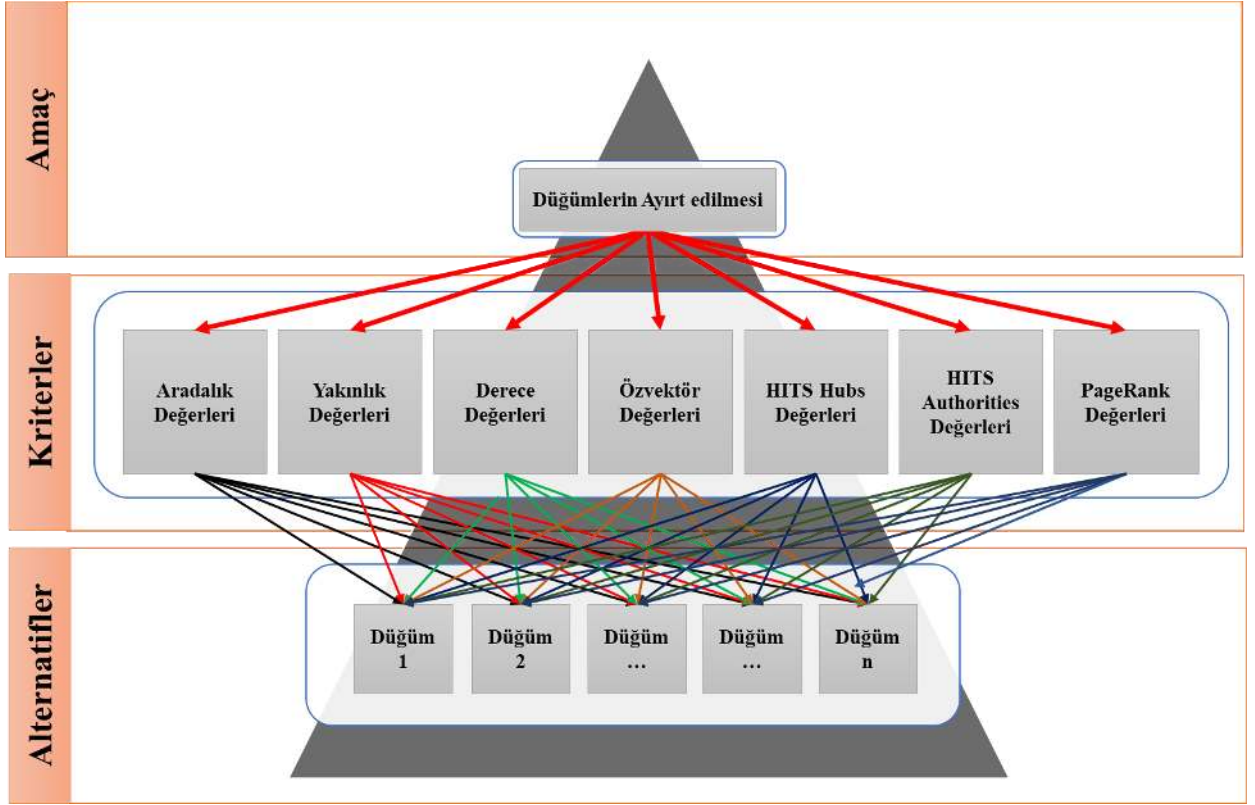
Düğüm ayırt edilebilirliği, ağın özelliklerinin belirlenmesinde önemli bir rol oynar. Örneğin, ağdaki düğümlerin hangi düzeyde örgütlendiği, hangi düğümlerin daha merkezi olduğu gibi konular, düğümlerin ayırt edilebilirliğine bağlıdır. Ayrıca, ağdaki düğümlerin ve bağlantıların sayısını belirlemede de kullanılabilir.

Düğüm ayırt edilebilirliği, ağın yapısının anlaşılmasında kritik bir öneme sahiptir. Bu nedenle, ağ analizi yapılırken düğüm ayırt edilebilirliğinin dikkate alınması gerekir. Böylece, ağın gerçek özelliklerinin tam olarak anlaşılmasına ve ağın performansının daha iyi anlaşılmasına yardımcı olur.

5.2. ÖNERİLEN YÖNTEM

Bu tez çalışmasında uygulanan AHP sürecinin hiyerarşik yapısı Şekil 5.1' da gösterilmektedir. Sürecin uygulanmasında karar verici öncelikle ulaşılmak istenen amaca

ilişkin nedenleri belirler. Bu adım, elde edilecek verilerin doğru tespiti için önemlidir. Daha sonra “kriter ağırlıklandırma” adımında sonucu etkileyecek kriterlerin öznel veya nesnel ağırlıkları uygulanır. Daha sonra tek boyutlu bir sonuç matrisi elde edilir. Değerler büyükten küçüğe sıralanarak önem derecesi yüksek alternatifler tespit edilir.



Şekil 5.1. AHP sürecinin hiyerarşik yapısı

Bu tezde AHP sürecini kullanarak ağdaki düğümlerin ayırt edilebilirliğini artırmayı amaçlamaktadır. Kriterlerin göreceli önemini belirlemek için nesnel Entropi ve TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi kullanıldı. Böylece analiz aşamasında karar vericilerin öznel görüşleri yerine kullanılan veri setinden elde edilen değerler kullanılarak kriterler nesnel olarak ağırlıklandırılmıştır.

Bu tez çalışmasında BC, CC, DC, EC, HA, HS ve PR ölçütleri için Entropi ve TOPSIS ağırlıklandırması yapıldıktan sonra veri setinde alternatif matrisler çeşitli ölçüt kombinasyonları ile çarpılmıştır. Son aşamada elde edilen $n \times 1$ boyutlu sonuç vektörünün değerleri gruplandırılarak düğümler ayırt edilmeye çalışılmıştır. Karmaşık ağlarda düğümlerin ayırt edilebilirliğini artırmak için Entropi ve TOPSIS ağırlıklandırma ve AHP sürecinin kullanılması bu tez çalışmasını diğer çalışmalardan farklılaştırmaktadır.

5.3. DENEYSEL ÇALIŞMADA KULLANILAN AĞIRLIKLANDIRMA KRİTERLERİNİN BELİRLENMESİ

Bu tezde AHP sürecini uygulanmasında kriter ağırlıklarının belirlenmesi için nesnel bir yöntem izlenmiştir. Böylece farklı karar vericilerin farklı kriter ağırlıkları belirlemesi yerine analizi yapılan veri setinin merkezilik değerleri kullanılarak nesnel bir kriter ağırlıklandırma yapılmıştır.

Kriter ağırlıklandırmak için sıklıkla kullanılan ÇKKVY yöntemlerinden Entropi ve TOPSIS yöntemleri kullanılmıştır. Önerilen yöntemin sözde kodu şöyledir:

Algoritma 1

Girdi: Hesaplanan yedi merkezilik ölçüt değeri veri seti, merkeziliklerin kombinasyonları

Çıktı: Veri setinin maksimumdan minimuma doğru sıralı kombinasyon değerleri.

for i uzunluk(kombinasyon(merkezilik ölçütleri)) **do**

for each veri setinin her merkezilik ölçüsü için **do**

 merkezilik ölçütü normalizasyonu

end for each

while C(7,r) **do**

Her kombinasyonun entropisinin hesaplanması

Her kombinasyonun TOPSIS ağırlıklarının hesaplanması

end while

Sıralı kombinasyon değerlerini elde etmek için normalleştirilmiş merkezilik ölçüt matrisi, entropi ağırlıklarının vektörüyle çarpılır

Sıralı kombinasyon değerlerini elde etmek için normalleştirilmiş merkezilik ölçüt matrisi, TOPSIS ağırlıklarının vektörüyle çarpılır

end for

6. BULGULAR VE TARTIŞMA

Sekiz veri seti ile elde edilen BC, CC, DC, EC, HA, HS ve PR analiz sonuçları üzerinde Entropi ve TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi kullanılmıştır. Sonrasında merkezilik değerlerinin ikili, üçlü, dörtlü, beşli, altılı ve yedili kombinasyonlar ile AHP süreci uygulanmıştır. Elde edilen $n \times 1$ boyutlu sonuç matris değerleri büyükten küçüğe sıralandıktan sonra düğümler değerlerine göre listelenmiştir. Listenin ilk sıralarında çıkan düğümler ile bir bilgi/salgın yayılımı üzerine modelleme yapılabilir. Bir ağda ya da salgında virüs/hastalık yayılımını maksimize etmek için düğüm seçimleri yapılabilir. Merkezilik kombinasyonları sonucunda düğümlerin diğer düğümlerden olabildiğince ayırt edilebilmesi amaçlanmıştır. Böylece farklı değerdeki düğümlerin yayılım ya da yayılımı önlemeye yönelik farklı amaçlara göre modelleme çalışmaları daha spesifik olarak yapılabilmektedir.

Bu tez çalışmasında kullandığımız merkezilik kombinasyonları takip kolaylığı olması açısından numaralandırılmıştır. Ekte bulunan Çizelge 9.1’de 127 kombinasyona ait numaralandırmalar gösterilmektedir.

6.1. ENTROPİ AĞIRLIKLANDIRMA YÖNTEMİ İLE ELE EDİLEN MERKEZİLİK KOMBİNASYON SONUÇLARI

AHP sürecinin kriter ağırlıklandırması Entropi ağırlıklandırma ile uygulandığında elde edilen merkezilik kombinasyonlarının 8 veri setinin her biri için ayırt edilen düğüm sayısı, veri setinin toplam düğüm sayısına bölünerek yüzdelik olarak elde edilen düğüm ayırt edilme oranları Çizelge 6.1’ de gösterilmektedir. Kombinasyon numaraları ve ilişkili kombinasyonlar ekte bulunan Çizelge 9.1’ de belirtilmiştir. Sütunlardaki diğer başlıklar ise düğümleri ayırt edilen veri setlerini temsil etmektedir.

Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları Çizelge 9.1’da numara karşılıkları verilen kombinasyon sırasına göre düzenlenen Çizelge 6.1 ve ayırt edilme oranlarına göre düzenlenen Çizelge 6.2 düğüm ayırt etme oranı en yüksek 10 kombinasyon incelendiğinde HITS algoritmasının Hub ve Otorite değerleri ile oluşturulan kombinasyonların ağırlıkta olduğu görülmektedir. Özellikle düğüm sayısı

arttıkça otorite değerleri ön plana çıkmaktadır. Bununla birlikte düğüm ayırt etme oranı en düşük 10 kombinasyon incelendiğinde ise özellikle sadece derece merkeziliğinin düğüm ayırt etmek için yeterli olmadığı görülmüştür. Yine aradalık merkeziliği ve kısmen yakınlık merkeziliği de tek olarak düğüm ayırt etme konusunda düşük sonuçlar vermiştir.

Özvektör merkeziliği yüksek olan düğümlerin ağda daha kaliteli düğümlerle bağlı olma durumunun düğüm ayırt etme oranlarını derece, yakınlık ve aradalık merkeziliklerine göre arttırdığı görülmektedir.

Ağda bilgi akışında önemli olan ve ağda köprü görevi gören aradalık merkezilik değerlerinin kombinasyonlar ile kullanılmaya başlanması ile düğüm ayırt etme oranları artmaktadır. Özellikle tez çalışmasında kullanılan iş birliği ağlarında otorite ile aradalık değerleri ile yapılan kombinasyonların ilk sıralarda yer aldığı görülmüştür.

Bir düğümün yüksek otorite değeri, diğer sayfalar tarafından sık sık bağlantı verilen ve güvenilen bir sayfayı temsil edebilir. Bu nedenle, otorite değeri yüksek olan düğümler, belirli bir konuda uzmanlaşmış, yararlı içeriğe sahip veya güvenilir bilgi sunan sayfalar olabilir. Dolayısıyla, düğüm ayırt etmede otorite değerlerinin kullanımı başarı oranı arttırdığı görülmüştür.

Çizelge 6.1. Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
1	60,00	61,76	89,39	29,84	40,39	42,21	50,74	39,87
2	60,00	58,82	64,14	54,35	64,95	62,43	63,88	62,13
3	60,00	32,35	31,31	1,24	0,56	2,40	1,25	0,52
4	70,00	79,41	96,46	65,15	77,33	73,56	78,60	74,30
5	70,00	100,00	96,46	64,65	77,19	73,55	78,84	74,43
6	80,00	100,00	96,46	89,74	94,10	84,99	85,34	84,81
7	70,00	100,00	96,46	92,39	94,48	90,11	91,51	91,30
8	70,00	76,47	96,46	61,45	74,31	71,22	76,28	71,34
9	70,00	67,65	93,43	31,40	41,30	43,14	51,45	40,55
10	70,00	79,41	96,46	64,44	77,29	73,49	78,52	74,10
11	70,00	100,00	96,46	64,65	77,18	73,51	78,80	74,39

Çizelge 6.1. (devam). Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
12	70,00	100,00	96,46	88,97	93,85	84,35	85,14	84,62
13	70,00	100,00	96,46	92,10	94,48	89,37	91,21	90,99
14	70,00	64,71	93,94	61,45	74,12	71,69	77,25	71,90
15	70,00	79,41	96,46	62,82	77,15	73,38	78,38	73,75
16	70,00	100,00	96,46	64,75	77,19	73,52	78,71	74,33
17	70,00	100,00	96,46	74,07	88,84	74,50	80,78	78,47
18	70,00	100,00	96,46	88,25	94,11	82,90	87,16	86,77
19	70,00	79,41	96,46	61,75	76,44	73,37	78,20	73,39
20	70,00	100,00	96,46	64,73	77,19	73,47	78,68	74,29
21	70,00	100,00	96,46	62,42	78,27	72,80	78,33	73,59
22	70,00	100,00	96,46	70,72	86,00	76,16	82,83	78,81
23	70,00	100,00	96,46	64,63	77,21	73,58	78,69	74,35
24	70,00	100,00	96,46	88,84	93,60	84,48	84,83	84,16
25	70,00	100,00	96,46	91,66	94,24	89,57	90,59	90,08
26	70,00	100,00	96,46	65,66	80,52	73,54	78,82	74,56
27	70,00	100,00	96,46	77,01	86,80	76,47	82,52	80,43
28	70,00	100,00	96,46	92,10	94,45	89,57	90,73	90,21
29	70,00	76,47	96,46	63,14	75,76	72,63	78,02	73,08
30	70,00	79,41	96,46	63,75	77,15	73,38	78,46	73,91
31	70,00	100,00	96,46	64,77	77,20	73,53	78,72	74,31
32	70,00	100,00	96,46	73,54	89,05	74,84	80,88	78,73
33	70,00	100,00	96,46	87,92	94,19	83,07	87,14	86,57
34	70,00	79,41	96,46	62,72	76,64	73,38	78,31	73,63
35	70,00	100,00	96,46	64,73	77,20	73,46	78,70	74,27
36	70,00	100,00	96,46	63,32	78,47	73,04	78,42	73,89
37	70,00	100,00	96,46	72,78	86,23	76,50	82,64	79,39
38	70,00	100,00	96,46	64,63	77,22	73,55	78,73	74,34
39	70,00	100,00	96,46	88,21	93,36	84,06	84,71	83,95
40	70,00	100,00	96,46	91,51	94,24	88,95	90,48	89,90
41	70,00	100,00	96,46	65,38	80,46	73,56	78,81	74,62
42	70,00	100,00	96,46	77,07	86,68	76,62	82,33	80,26
43	70,00	100,00	96,46	91,89	94,47	88,92	90,37	89,91
44	70,00	79,41	96,46	63,12	76,96	73,38	78,40	73,77
45	70,00	100,00	96,46	64,75	77,18	73,42	78,65	74,22
46	70,00	100,00	96,46	63,81	78,79	73,10	78,48	73,89
47	70,00	100,00	96,46	73,45	87,87	75,33	81,67	78,06
48	80,00	100,00	96,46	64,75	77,21	73,56	78,71	74,26

Çizelge 6.1. (devam). Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
49	70,00	100,00	96,46	74,02	88,79	74,88	80,82	78,47
50	70,00	100,00	96,46	87,77	93,89	82,89	86,84	86,34
51	70,00	100,00	96,46	65,30	79,23	73,54	78,78	74,47
52	70,00	100,00	96,46	75,81	87,50	75,27	81,15	78,35
53	70,00	100,00	96,46	88,08	93,99	82,73	86,83	86,18
54	70,00	100,00	96,46	64,73	77,16	73,48	78,63	74,24
55	70,00	100,00	96,46	62,23	79,34	73,42	78,30	73,64
56	70,00	100,00	96,46	70,60	86,65	76,88	82,35	78,72
57	70,00	100,00	96,46	65,03	78,98	73,52	78,77	74,42
58	70,00	100,00	96,46	73,73	86,50	75,18	81,25	78,00
59	70,00	100,00	96,46	70,16	86,08	75,94	82,37	78,65
60	70,00	100,00	96,46	65,55	80,49	73,59	78,78	74,50
61	70,00	100,00	96,46	76,71	86,82	76,71	81,96	79,85
62	70,00	100,00	96,46	91,64	94,24	89,26	90,12	89,59
63	70,00	100,00	96,46	76,94	86,66	76,51	82,08	79,90
64	70,00	79,41	96,46	64,06	77,10	73,39	78,49	73,95
65	70,00	100,00	96,46	64,78	77,21	73,45	78,66	74,29
66	70,00	100,00	96,46	64,78	79,01	73,28	78,56	74,10
67	70,00	100,00	96,46	74,19	87,82	75,67	81,54	78,08
68	70,00	100,00	96,46	64,80	77,24	73,53	78,68	74,29
69	70,00	100,00	96,46	74,15	89,04	74,89	80,65	78,30
70	70,00	100,00	96,46	88,10	93,97	82,92	86,46	86,12
71	70,00	100,00	96,46	65,47	79,42	73,53	78,76	74,43
72	70,00	100,00	96,46	75,66	87,21	75,54	81,25	78,03
73	70,00	100,00	96,46	88,33	94,11	83,10	86,70	86,01
74	70,00	100,00	96,46	64,75	77,21	73,48	78,65	74,23
75	70,00	100,00	96,46	63,26	79,29	73,40	78,39	73,86
76	70,00	100,00	96,46	72,09	86,95	76,84	82,45	78,70
77	70,00	100,00	96,46	65,07	78,72	73,50	78,71	74,37
78	70,00	100,00	96,46	72,34	86,32	75,04	81,18	77,88
79	70,00	100,00	96,46	71,96	86,53	76,32	82,49	78,77
80	70,00	100,00	96,46	65,68	80,46	73,57	78,71	74,51
81	70,00	100,00	96,46	76,25	86,68	76,50	81,88	79,57
82	70,00	100,00	96,46	91,47	94,23	88,60	89,84	89,15

Çizelge 6.1. (devam). Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
83	70,00	100,00	96,46	76,80	86,56	76,47	82,04	79,48
84	70,00	100,00	96,46	64,80	77,22	73,50	78,65	74,24
85	70,00	100,00	96,46	63,83	78,92	73,40	78,48	73,95
86	70,00	100,00	96,46	72,82	87,78	75,71	81,29	77,55
87	80,00	100,00	96,46	64,99	78,44	73,44	78,70	74,32
88	70,00	100,00	96,46	71,59	86,13	74,71	80,40	76,83
89	70,00	100,00	96,46	73,04	87,78	75,18	81,55	77,40
90	70,00	100,00	96,46	65,45	79,31	73,58	78,74	74,44
91	70,00	100,00	96,46	75,73	87,39	75,35	81,15	78,00
92	70,00	100,00	96,46	87,73	93,89	83,45	86,46	85,85
93	70,00	100,00	96,46	75,62	87,19	75,42	80,85	77,94
94	70,00	100,00	96,46	64,99	78,87	73,49	78,71	74,40
95	70,00	100,00	96,46	73,27	86,58	75,21	80,97	77,78
96	70,00	100,00	96,46	71,21	86,08	76,73	82,13	78,20
97	70,00	100,00	96,46	73,08	86,45	75,06	80,88	77,67
98	70,00	100,00	96,46	77,09	87,07	76,50	81,75	79,22
99	70,00	100,00	96,46	64,80	77,21	73,48	78,63	74,19
100	70,00	100,00	96,46	64,50	79,30	73,40	78,56	74,05
101	70,00	100,00	96,46	73,67	88,11	75,72	81,46	78,05
102	70,00	100,00	96,46	64,98	78,55	73,48	78,69	74,37
103	70,00	100,00	96,46	72,11	86,18	74,77	80,52	77,19
104	70,00	100,00	96,46	73,71	88,02	75,67	81,67	77,99
105	70,00	100,00	96,46	65,28	79,38	73,55	78,73	74,40
106	70,00	100,00	96,46	75,24	87,18	75,39	80,76	78,30
107	70,00	100,00	96,46	87,28	93,82	82,71	86,48	85,83
108	70,00	100,00	96,46	75,28	87,14	75,50	80,83	78,27
109	80,00	100,00	96,46	65,07	78,77	73,48	78,71	74,35
110	80,00	100,00	96,46	73,35	86,40	75,11	81,06	77,80
111	70,00	100,00	96,46	72,13	86,37	77,01	82,41	78,89
112	70,00	100,00	96,46	73,45	86,26	75,10	80,89	77,74
113	70,00	100,00	96,46	76,71	86,98	76,60	81,82	79,29
114	70,00	100,00	96,46	65,09	78,55	73,48	78,66	74,33
115	70,00	100,00	96,46	72,51	86,26	74,59	80,41	76,99
116	70,00	100,00	96,46	73,67	87,61	75,73	81,38	77,56
117	70,00	100,00	96,46	72,42	86,33	74,91	80,62	77,22
118	70,00	100,00	96,46	75,68	87,65	75,75	80,84	78,15
119	70,00	100,00	96,46	73,22	86,38	75,02	80,96	77,67

Çizelge 6.1. (devam). Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
120	70,00	100,00	96,46	65,09	78,48	73,49	78,70	74,33
121	70,00	100,00	96,46	72,00	86,02	74,64	80,28	76,89
122	70,00	100,00	96,46	74,23	87,71	75,78	81,41	77,72
123	70,00	100,00	96,46	72,57	86,24	74,58	80,27	76,83
124	70,00	100,00	96,46	76,00	87,53	75,48	80,92	78,01
125	70,00	100,00	96,46	73,35	86,20	75,04	80,76	77,37
126	70,00	100,00	96,46	72,61	86,38	74,66	80,26	76,83
127	70,00	100,00	96,46	72,03	86,09	74,71	80,19	76,91

Çizelge 6.2 ' de ayırt edilen düğümler en yüksek yüzdelik değerden en düşük değere göre sıralanmıştır. Kombinasyon numaraları ve ilişkili kombinasyonlar ekte bulunan Çizelge 9.1.' de belirtilmiştir. Sütunlardaki diğer başlıklar ise düğümleri ayırt edilen veri setlerini temsil etmektedir.

Çizelge 6.2. Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Kombinasyon	Zachary's Karate Club	Kombinasyon	Jazz Musicians Network	Kombinasyon	ca-GrQc	Kombinasyon	ca-HepTh	Kombinasyon	ca-HepPh	Kombinasyon	ca-AstroPh	Kombinasyon	ca-CondMat
6	80,00	6	100,00	6	96,46	7	92,39	7	94,48	7	90,11	7	91,51	7	91,30
110	80,00	110	100,00	110	96,46	13	92,10	13	94,48	28	89,57	13	91,21	13	90,99
109	80,00	109	100,00	109	96,46	28	92,10	43	94,47	25	89,57	28	90,73	28	90,21
87	80,00	87	100,00	87	96,46	43	91,89	28	94,45	13	89,37	25	90,59	25	90,08
48	80,00	48	100,00	48	96,46	25	91,66	25	94,24	62	89,26	40	90,48	43	89,91
7	70,00	7	100,00	7	96,46	62	91,64	62	94,24	40	88,95	43	90,37	40	89,90
13	70,00	13	100,00	13	96,46	40	91,51	40	94,24	43	88,92	62	90,12	62	89,59
28	70,00	28	100,00	28	96,46	82	91,47	82	94,23	82	88,60	82	89,84	82	89,15
25	70,00	25	100,00	25	96,46	6	89,74	33	94,19	6	84,99	18	87,16	18	86,77
43	70,00	43	100,00	43	96,46	12	88,97	73	94,11	24	84,48	33	87,14	33	86,57
40	70,00	40	100,00	40	96,46	24	88,84	18	94,11	12	84,35	50	86,84	50	86,34
62	70,00	62	100,00	62	96,46	73	88,33	6	94,10	39	84,06	53	86,83	53	86,18
82	70,00	82	100,00	82	96,46	18	88,25	53	93,99	92	83,45	73	86,70	70	86,12
18	70,00	18	100,00	18	96,46	39	88,21	70	93,97	73	83,10	107	86,48	73	86,01

Çizelge 6.2. (devam). Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Kombinasyon	Zachary's Karate Club	Kombinasyon	Jazz Musicians Network	Kombinasyon	ca-GrQc	Kombinasyon	ca-HepTh	Kombinasyon	ca-HepPh	Kombinasyon	ca-AstroPh	Kombinasyon	ca-CondMat
33	70,00	33	100,00	33	96,46	70	88,10	50	93,89	33	83,07	92	86,46	92	85,85
50	70,00	50	100,00	50	96,46	53	88,08	92	93,89	70	82,92	70	86,46	107	85,83
53	70,00	53	100,00	53	96,46	33	87,92	12	93,85	18	82,90	6	85,34	6	84,81
70	70,00	70	100,00	70	96,46	50	87,77	107	93,82	50	82,89	12	85,14	12	84,62
73	70,00	73	100,00	73	96,46	92	87,73	24	93,60	53	82,73	24	84,83	24	84,16
92	70,00	92	100,00	92	96,46	107	87,28	39	93,36	107	82,71	39	84,71	39	83,95
107	70,00	107	100,00	107	96,46	98	77,09	32	89,05	111	77,01	22	82,83	27	80,43
12	70,00	12	100,00	12	96,46	42	77,07	69	89,04	56	76,88	37	82,64	42	80,26
24	70,00	24	100,00	24	96,46	27	77,01	17	88,84	76	76,84	27	82,52	63	79,90
39	70,00	39	100,00	39	96,46	63	76,94	49	88,79	96	76,73	79	82,49	61	79,85
27	70,00	27	100,00	27	96,46	83	76,80	101	88,11	61	76,71	76	82,45	81	79,57
42	70,00	42	100,00	42	96,46	61	76,71	104	88,02	42	76,62	111	82,41	83	79,48
63	70,00	63	100,00	63	96,46	113	76,71	47	87,87	113	76,60	59	82,37	37	79,39
61	70,00	61	100,00	61	96,46	81	76,25	67	87,82	63	76,51	56	82,35	113	79,29
81	70,00	81	100,00	81	96,46	124	76,00	89	87,78	98	76,50	42	82,33	98	79,22
83	70,00	83	100,00	83	96,46	52	75,81	86	87,78	81	76,50	96	82,13	111	78,89
37	70,00	37	100,00	37	96,46	91	75,73	122	87,71	37	76,50	63	82,08	22	78,81
113	70,00	113	100,00	113	96,46	118	75,68	118	87,65	27	76,47	83	82,04	79	78,77
98	70,00	98	100,00	98	96,46	72	75,66	116	87,61	83	76,47	61	81,96	32	78,73
111	70,00	111	100,00	111	96,46	93	75,62	124	87,53	79	76,32	81	81,88	56	78,72
22	70,00	22	100,00	22	96,46	108	75,28	52	87,50	22	76,16	113	81,82	76	78,70
79	70,00	79	100,00	79	96,46	106	75,24	91	87,39	59	75,94	98	81,75	59	78,65
32	70,00	32	100,00	32	96,46	122	74,23	72	87,21	122	75,78	104	81,67	17	78,47
56	70,00	56	100,00	56	96,46	67	74,19	93	87,19	118	75,75	47	81,67	49	78,47
76	70,00	76	100,00	76	96,46	69	74,15	106	87,18	116	75,73	89	81,55	52	78,35
59	70,00	59	100,00	59	96,46	17	74,07	108	87,14	101	75,72	67	81,54	69	78,30
17	70,00	17	100,00	17	96,46	49	74,02	98	87,07	86	75,71	101	81,46	106	78,30
49	70,00	49	100,00	49	96,46	58	73,73	113	86,98	104	75,67	122	81,41	108	78,27
52	70,00	52	100,00	52	96,46	104	73,71	76	86,95	67	75,67	116	81,38	96	78,20
69	70,00	69	100,00	69	96,46	101	73,67	61	86,82	72	75,54	86	81,29	118	78,15
106	70,00	106	100,00	106	96,46	116	73,67	27	86,80	108	75,50	72	81,25	67	78,08
108	70,00	108	100,00	108	96,46	32	73,54	42	86,68	124	75,48	58	81,25	47	78,06
96	70,00	96	100,00	96	96,46	47	73,45	81	86,68	93	75,42	78	81,18	101	78,05
118	70,00	118	100,00	118	96,46	112	73,45	63	86,66	106	75,39	52	81,15	72	78,03
67	70,00	67	100,00	67	96,46	110	73,35	56	86,65	91	75,35	91	81,15	124	78,01
47	70,00	47	100,00	47	96,46	125	73,35	95	86,58	47	75,33	110	81,06	58	78,00

Çizelge 6.2. (devam). Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Kombinasyon	Zachary's Karate Club	Kombinasyon	Jazz Musicians Network	Kombinasyon	ca-GrQc	Kombinasyon	ca-HepTh	Kombinasyon	ca-HepPh	Kombinasyon	ca-AstroPh	Kombinasyon	ca-CondMat
101	70,00	101	100,00	101	96,46	95	73,27	83	86,56	52	75,27	95	80,97	91	78,00
72	70,00	72	100,00	72	96,46	119	73,22	79	86,53	95	75,21	119	80,96	104	77,99
124	70,00	124	100,00	124	96,46	97	73,08	58	86,50	89	75,18	124	80,92	93	77,94
58	70,00	58	100,00	58	96,46	89	73,04	97	86,45	58	75,18	112	80,89	78	77,88
91	70,00	91	100,00	91	96,46	86	72,82	110	86,40	110	75,11	97	80,88	110	77,80
104	70,00	104	100,00	104	96,46	37	72,78	119	86,38	112	75,10	32	80,88	95	77,78
93	70,00	93	100,00	93	96,46	126	72,61	126	86,38	97	75,06	93	80,85	112	77,74
78	70,00	78	100,00	78	96,46	123	72,57	111	86,37	78	75,04	118	80,84	122	77,72
95	70,00	95	100,00	95	96,46	115	72,51	117	86,33	125	75,04	108	80,83	119	77,67
112	70,00	112	100,00	112	96,46	117	72,42	78	86,32	119	75,02	49	80,82	97	77,67
122	70,00	122	100,00	122	96,46	78	72,34	112	86,26	117	74,91	17	80,78	116	77,56
119	70,00	119	100,00	119	96,46	111	72,13	115	86,26	69	74,89	125	80,76	86	77,55
97	70,00	97	100,00	97	96,46	103	72,11	123	86,24	49	74,88	106	80,76	89	77,40
116	70,00	116	100,00	116	96,46	76	72,09	37	86,23	32	74,84	69	80,65	125	77,37
86	70,00	86	100,00	86	96,46	127	72,03	125	86,20	103	74,77	117	80,62	117	77,22
89	70,00	89	100,00	89	96,46	121	72,00	103	86,18	88	74,71	103	80,52	103	77,19
125	70,00	125	100,00	125	96,46	79	71,96	88	86,13	127	74,71	115	80,41	115	76,99
117	70,00	117	100,00	117	96,46	88	71,59	127	86,09	126	74,66	88	80,40	127	76,91
103	70,00	103	100,00	103	96,46	96	71,21	96	86,08	121	74,64	121	80,28	121	76,89
115	70,00	115	100,00	115	96,46	22	70,72	59	86,08	115	74,59	123	80,27	123	76,83
127	70,00	127	100,00	127	96,46	56	70,60	121	86,02	123	74,58	126	80,26	126	76,83
121	70,00	121	100,00	121	96,46	59	70,16	22	86,00	17	74,50	127	80,19	88	76,83
123	70,00	123	100,00	123	96,46	80	65,68	26	80,52	60	73,59	5	78,84	41	74,62
126	70,00	126	100,00	126	96,46	26	65,66	60	80,49	23	73,58	26	78,82	26	74,56
88	70,00	88	100,00	88	96,46	60	65,55	80	80,46	90	73,58	41	78,81	80	74,51
41	70,00	41	100,00	41	96,46	71	65,47	41	80,46	80	73,57	11	78,80	60	74,50
26	70,00	26	100,00	26	96,46	90	65,45	71	79,42	41	73,56	60	78,78	51	74,47
80	70,00	80	100,00	80	96,46	41	65,38	105	79,38	4	73,56	51	78,78	90	74,44
60	70,00	60	100,00	60	96,46	51	65,30	55	79,34	48	73,56	57	78,77	5	74,43
51	70,00	51	100,00	51	96,46	105	65,28	90	79,31	105	73,55	71	78,76	71	74,43
90	70,00	90	100,00	90	96,46	4	65,15	100	79,30	38	73,55	90	78,74	57	74,42
5	70,00	5	100,00	5	96,46	114	65,09	75	79,29	5	73,55	105	78,73	105	74,40
71	70,00	71	100,00	71	96,46	120	65,09	51	79,23	26	73,54	38	78,73	94	74,40
57	70,00	57	100,00	57	96,46	109	65,07	66	79,01	51	73,54	31	78,72	11	74,39
105	70,00	105	100,00	105	96,46	77	65,07	57	78,98	71	73,53	80	78,71	77	74,37

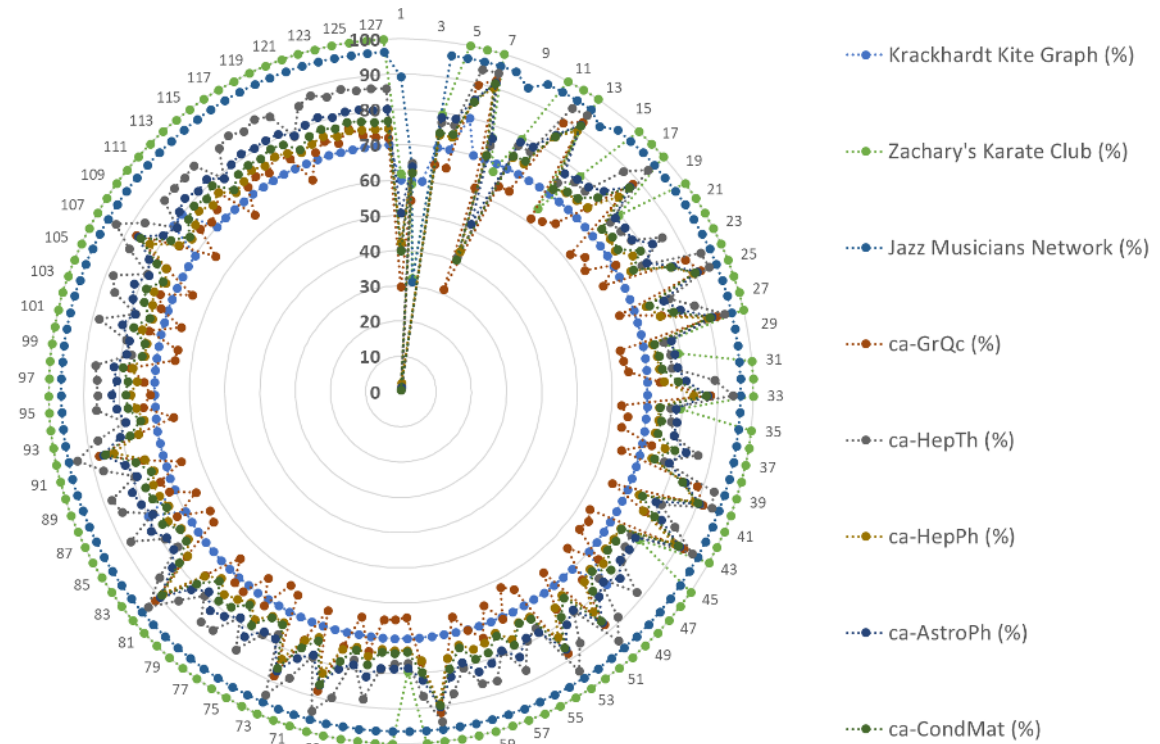
Çizelge 6.2. (devam). Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Kombinasyon	Zachary's Karate Club	Kombinasyon	Jazz Musicians Network	Kombinasyon	ca-GrQc	Kombinasyon	ca-HepTh	Kombinasyon	ca-HepPh	Kombinasyon	ca-AstroPh	Kombinasyon	ca-CondMat
94	70,00	94	100,00	94	96,46	57	65,03	85	78,92	68	73,53	16	78,71	102	74,37
11	70,00	11	100,00	11	96,46	87	64,99	94	78,87	31	73,53	77	78,71	109	74,35
77	70,00	77	100,00	77	96,46	94	64,99	46	78,79	57	73,52	109	78,71	23	74,35
102	70,00	102	100,00	102	96,46	102	64,98	109	78,77	16	73,52	48	78,71	38	74,34
23	70,00	23	100,00	23	96,46	68	64,80	77	78,72	11	73,51	94	78,71	114	74,33
38	70,00	38	100,00	38	96,46	84	64,80	114	78,55	77	73,50	35	78,70	16	74,33
114	70,00	114	100,00	114	96,46	99	64,80	102	78,55	84	73,50	120	78,70	120	74,33
16	70,00	16	100,00	16	96,46	65	64,78	120	78,48	94	73,49	87	78,70	87	74,32
120	70,00	120	100,00	120	96,46	66	64,78	36	78,47	120	73,49	23	78,69	31	74,31
31	70,00	31	100,00	31	96,46	31	64,77	87	78,44	10	73,49	102	78,69	4	74,30
4	70,00	68	100,00	68	96,46	48	64,75	21	78,27	109	73,48	20	78,68	68	74,29
68	70,00	65	100,00	65	96,46	16	64,75	4	77,33	102	73,48	68	78,68	65	74,29
65	70,00	20	100,00	20	96,46	74	64,75	10	77,29	99	73,48	114	78,66	20	74,29
20	70,00	35	100,00	35	96,46	45	64,75	68	77,24	54	73,48	65	78,66	35	74,27
35	70,00	54	100,00	54	96,46	20	64,73	84	77,22	114	73,48	74	78,65	48	74,26
54	70,00	84	100,00	84	96,46	35	64,73	38	77,22	74	73,48	45	78,65	54	74,24
84	70,00	74	100,00	74	96,46	54	64,73	99	77,21	20	73,47	84	78,65	84	74,24
74	70,00	45	100,00	45	96,46	5	64,65	65	77,21	35	73,46	54	78,63	74	74,23
45	70,00	99	100,00	99	96,46	11	64,65	48	77,21	65	73,45	99	78,63	45	74,22
99	70,00	66	100,00	66	96,46	23	64,63	74	77,21	87	73,44	4	78,60	99	74,19
10	70,00	100	100,00	100	96,46	38	64,63	23	77,21	55	73,42	100	78,56	10	74,10
66	70,00	85	100,00	85	96,46	100	64,50	31	77,20	45	73,42	66	78,56	66	74,10
100	70,00	36	100,00	36	96,46	10	64,44	35	77,20	100	73,40	10	78,52	100	74,05
85	70,00	46	100,00	46	96,46	64	64,06	16	77,19	75	73,40	64	78,49	85	73,95
64	70,00	75	100,00	75	96,46	85	63,83	20	77,19	85	73,40	85	78,48	64	73,95
30	70,00	55	100,00	55	96,46	46	63,81	5	77,19	64	73,39	46	78,48	30	73,91
36	70,00	21	100,00	21	96,46	30	63,75	45	77,18	30	73,38	30	78,46	36	73,89
46	70,00	4	79,41	4	96,46	36	63,32	11	77,18	15	73,38	36	78,42	46	73,89
75	70,00	10	79,41	10	96,46	75	63,26	54	77,16	44	73,38	44	78,40	75	73,86
44	70,00	64	79,41	64	96,46	29	63,14	30	77,15	34	73,38	75	78,39	44	73,77
15	70,00	30	79,41	30	96,46	44	63,12	15	77,15	19	73,37	15	78,38	15	73,75
55	70,00	44	79,41	44	96,46	15	62,82	64	77,10	66	73,28	21	78,33	55	73,64
34	70,00	15	79,41	15	96,46	34	62,72	44	76,96	46	73,10	34	78,31	34	73,63
21	70,00	34	79,41	34	96,46	21	62,42	34	76,64	36	73,04	55	78,30	21	73,59
19	70,00	19	79,41	19	96,46	55	62,23	19	76,44	21	72,80	19	78,20	19	73,39
29	70,00	29	76,47	29	96,46	19	61,75	29	75,76	29	72,63	29	78,02	29	73,08
14	70,00	8	76,47	8	96,46	8	61,45	8	74,31	14	71,69	14	77,25	14	71,90

Çizelge 6.2. (devam). Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Kombinasyon	Zachary's Karate Club	Kombinasyon	Jazz Musicians Network	Kombinasyon	ca-GrQc	Kombinasyon	ca-HepTh	Kombinasyon	ca-HepPh	Kombinasyon	ca-AstroPh	Kombinasyon	ca-CondMat
8	70,00	9	67,65	14	93,94	14	61,45	14	74,12	8	71,22	8	76,28	8	71,34
9	70,00	14	64,71	9	93,43	2	54,35	2	64,95	2	62,43	2	63,88	2	62,13
2	60,00	1	61,76	1	89,39	9	31,40	9	41,30	9	43,14	9	51,45	9	40,55
1	60,00	2	58,82	2	64,14	1	29,84	1	40,39	1	42,21	1	50,74	1	39,87
3	60,00	3	32,35	3	31,31	3	1,24	3	0,56	3	2,40	3	1,25	3	0,52

Şekil 6.1.' de Entropi ağırlıklandırma yöntemi kullanılarak elde edilen düğümlerin ayırt edilme oranları grafik ile gösterilmektedir. Grafikte renk lejantında belirtilen veri setleri ve renk eşleştirmelerine göre renklendirilmiş noktalar veri setlerinin kombinasyonlarını ifade etmektedir. Ayrıca oluşturulan halkaların her biri veri setlerinin 127 kombinasyon için elde edilen 0-100 aralığında ayırt edilme oranlarına göre oluşturulmuştur.



Şekil 6.1. Entropi ağırlıklandırma yöntemi kullanılarak elde edilen düğümlerin ayırt edilme oranları

Çizelge 6.3' de Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile her veri seti için elde edilen minimum

ve maksimum düğüm ayırt edilme oranları gösterilmektedir.

Çizelge 6.3. Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen minimum ve maksimum düğüm ayırt etme oranları

	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
min	60,00	32,35	31,31	1,24	0,56	2,40	1,25	0,52
max	80,00	100,00	96,46	92,39	94,48	90,11	91,51	91,30

6.2. TOPSIS AĞIRLIKLANDIRMA YÖNTEMİ İLE ELDE EDİLEN MERKEZİLİK KOMBİNASYON SONUÇLARI

AHP sürecinin kriter ağırlıklandırması TOPSIS ağırlıklandırma ile uygulandığında elde edilen merkezilik kombinasyonlarının 8 veri setinin her biri için ayırt edilen düğüm sayısı, veri setinin toplam düğüm sayısına bölünerek yüzdelik olarak elde edilen düğüm ayırt edilme oranları Çizelge 6.4' de gösterilmektedir.

TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları Çizelge 9.1'da numara karşılıkları verilen kombinasyon sırasına göre düzenlenen

Çizelge 6.4 ve ayırt edilme oranlarına göre düzenlenen Çizelge 6.5 düğüm ayırt etme oranları incelendiğinde en yüksek düğüm ayırt etme oranlarına sahip aynı değerli birçok merkezilik kombinasyonu görülmektedir. Bundan dolayı karmaşık ağda düğüm ayırt etme oranları Entropi ağırlıklandırma yöntemine göre daha düşük olsa da birçok kombinasyonda aynı düğüm ayırt etme oranı elde edilmiştir. En düşük düğüm ayırt etme oranları incelendiğinde ise derece merkeziliğinin en düşük düğüm ayırt etme sonuçlarını verdiği görülmüştür. Yine yakınlık ve aradalık merkezilikleri tek başına kullanıldığında en düşük düğüm ayırt etme oranları elde edilmiştir. Kombinasyon oluşturmada kullanılan merkezilik sayısı arttıkça düğüm ayırt etme oranları artmaktadır. Sırasıyla 10, 34 ve 198 düğüme sahip Krackhardt Kite Graph, Zachary's Karate Club ve Jazz Musicians Network veri setlerinde düğüm ayırt etme oranları diğer 5 Arxiv iş birliği ağına göre yüksek çıkmıştır. Düğüm sayısı arttıkça ayırt etme oranının azaldığı görülmüştür. Otorite değerleri kullanıldığında en yüksek düğüm ayırt etme oranları elde edilmiştir.

Çizelge 6.4. TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
1	60,00	61,76	89,39	29,80	40,38	42,19	50,72	39,82
2	60,00	58,82	64,14	54,35	64,95	62,43	63,88	62,13
3	60,00	32,35	31,31	1,24	0,56	2,40	1,25	0,52
4	70,00	79,41	96,46	61,58	75,32	72,85	78,14	73,31
5	70,00	100,00	96,46	64,63	77,14	73,33	78,53	74,10
6	70,00	100,00	96,46	61,56	75,23	72,69	78,14	73,30
7	70,00	100,00	96,46	61,62	75,25	72,72	78,14	73,30
8	70,00	76,47	96,46	61,45	74,31	71,22	76,28	71,34
9	70,00	67,65	93,43	31,40	41,30	43,14	51,43	40,53
10	70,00	79,41	96,46	62,23	75,58	72,96	78,22	73,49
11	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,31	78,50	74,05
12	70,00	100,00	96,46	62,25	75,54	72,84	78,22	73,48
13	70,00	100,00	96,46	62,25	75,54	72,85	78,23	73,48
14	70,00	64,71	93,94	61,45	74,12	71,69	77,25	71,90
15	70,00	79,41	96,46	62,82	75,83	73,03	78,37	73,66
16	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,55	74,09
17	70,00	100,00	96,46	62,82	75,83	73,03	78,37	73,66
18	70,00	100,00	96,46	62,82	75,83	73,03	78,38	73,66
19	70,00	79,41	96,46	61,69	75,32	72,76	78,18	73,35
20	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
21	70,00	100,00	96,46	61,69	75,25	72,69	78,19	73,35
22	70,00	100,00	96,46	61,69	75,26	72,69	78,19	73,35
23	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,33	78,51	74,05
24	70,00	100,00	96,46	61,58	75,28	72,85	78,14	73,31
25	70,00	100,00	96,46	61,60	75,29	72,85	78,14	73,31
26	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,31	78,50	74,05
27	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,31	78,51	74,06
28	70,00	100,00	96,46	61,62	75,22	72,69	78,15	73,29
29	70,00	76,47	96,46	63,14	75,76	72,63	78,02	73,08
30	70,00	79,41	96,46	63,75	76,43	73,24	78,46	73,87
31	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,54	74,09
32	70,00	100,00	96,46	63,75	76,43	73,23	78,46	73,87
33	70,00	100,00	96,46	63,75	76,43	73,24	78,46	73,87
34	70,00	79,41	96,46	62,71	75,84	72,84	78,28	73,60
35	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
36	70,00	100,00	96,46	62,71	75,80	72,84	78,28	73,59

Çizelge 6.4. (devam). TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
37	70,00	100,00	96,46	62,72	75,80	72,84	78,29	73,59
38	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,32	78,51	74,05
39	70,00	100,00	96,46	62,23	75,60	72,93	78,22	73,49
40	70,00	100,00	96,46	62,23	75,60	72,93	78,22	73,49
41	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,31	78,50	74,05
42	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,31	78,50	74,05
43	70,00	100,00	96,46	62,23	75,57	72,87	78,23	73,48
44	70,00	79,41	96,46	63,12	76,00	73,09	78,40	73,75
45	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
46	70,00	100,00	96,46	63,12	76,00	73,08	78,40	73,75
47	70,00	100,00	96,46	63,12	76,00	73,08	78,40	73,75
48	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
49	70,00	100,00	96,46	62,82	75,82	73,03	78,37	73,66
50	70,00	100,00	96,46	62,82	75,82	73,03	78,37	73,66
51	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,54	74,08
52	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,55	74,09
53	70,00	100,00	96,46	62,82	75,82	73,03	78,37	73,66
54	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
55	70,00	100,00	96,46	61,66	75,28	72,69	78,19	73,35
56	70,00	100,00	96,46	61,66	75,28	72,69	78,20	73,35
57	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
58	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,38	78,53	74,08
59	70,00	100,00	96,46	61,66	75,21	72,69	78,19	73,35
60	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,32	78,50	74,05
61	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,32	78,50	74,05
62	70,00	100,00	96,46	61,58	75,29	72,86	78,14	73,31
63	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,31	78,51	74,05
64	70,00	79,41	96,46	64,04	76,57	73,28	78,49	73,93
65	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
66	70,00	100,00	96,46	64,04	76,57	73,27	78,48	73,93
67	70,00	100,00	96,46	64,04	76,57	73,27	78,48	73,93
68	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,09
69	70,00	100,00	96,46	63,75	76,43	73,23	78,46	73,87
70	70,00	100,00	96,46	63,75	76,43	73,23	78,46	73,87
71	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,54	74,08
72	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,54	74,08

Çizelge 6.4. (devam). TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
73	70,00	100,00	96,46	63,75	76,43	73,23	78,46	73,87
74	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
75	70,00	100,00	96,46	62,71	75,82	72,85	78,28	73,60
76	70,00	100,00	96,46	62,71	75,82	72,85	78,28	73,60
77	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
78	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
79	70,00	100,00	96,46	62,71	75,80	72,84	78,29	73,60
80	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,31	78,51	74,06
81	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,32	78,51	74,05
82	70,00	100,00	96,46	62,23	75,59	72,96	78,23	73,49
83	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,31	78,51	74,05
84	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
85	70,00	100,00	96,46	63,12	76,00	73,09	78,40	73,75
86	70,00	100,00	96,46	63,12	76,00	73,09	78,40	73,75
87	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
88	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
89	70,00	100,00	96,46	63,12	76,00	73,08	78,40	73,75
90	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
91	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,09
92	70,00	100,00	96,46	62,82	75,83	73,03	78,37	73,67
93	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,54	74,08
94	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
95	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
96	70,00	100,00	96,46	61,66	75,27	72,67	78,18	73,35
97	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,09
98	70,00	100,00	96,46	64,63	77,12	73,32	78,50	74,05
99	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,54	74,08
100	70,00	100,00	96,46	64,04	76,57	73,27	78,48	73,93
101	70,00	100,00	96,46	64,04	76,57	73,27	78,48	73,94
102	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
103	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
104	70,00	100,00	96,46	64,04	76,57	73,28	78,48	73,93
105	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
106	70,00	100,00	96,46	64,75	77,17	73,38	78,54	74,08
107	70,00	100,00	96,46	63,75	76,43	73,23	78,46	73,87
108	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,54	74,09

Çizelge 6.4. (devam). TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (kombinasyon sırasına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
109	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
110	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
111	70,00	100,00	96,46	62,71	75,81	72,85	78,29	73,60
112	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,08
113	70,00	100,00	96,46	64,65	77,12	73,31	78,50	74,05
114	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
115	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
116	70,00	100,00	96,46	63,12	76,00	73,08	78,40	73,75
117	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,54	74,09
118	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
119	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,37	78,53	74,09
120	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
121	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,09
122	70,00	100,00	96,46	64,04	76,57	73,27	78,49	73,93
123	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,55	74,08
124	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08
125	70,00	100,00	96,46	64,73	77,15	73,38	78,53	74,08
126	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,54	74,09
127	70,00	100,00	96,46	64,75	77,16	73,38	78,53	74,08

Çizelge 6.5’ da ayırt edilen düğümler en yüksek yüzdelik değerden en düşük değere göre sıralanmıştır.

Çizelge 6.5. TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Kombinasyon	Zachary's Karate Club	Kombinasyon	Jazz Musicians Network	Kombinasyon	ca-GrQc	Kombinasyon	ca-HepTh	Kombinasyon	ca-HepPh	Kombinasyon	ca-AstroPh	Kombinasyon	ca-CondMat
4	70,00	5	100,00	5	96,46	16	64,75	106	77,17	16	73,38	16	78,55	5	74,10
5	70,00	6	100,00	6	96,46	31	64,75	16	77,16	106	73,38	52	78,55	52	74,09
6	70,00	7	100,00	7	96,46	45	64,75	31	77,16	31	73,38	123	78,55	31	74,09
7	70,00	11	100,00	11	96,46	48	64,75	45	77,16	45	73,38	106	78,54	91	74,09
8	70,00	12	100,00	12	96,46	51	64,75	48	77,16	48	73,38	31	78,54	16	74,09
9	70,00	13	100,00	13	96,46	52	64,75	51	77,16	51	73,38	51	78,54	108	74,09

Çizelge 6.5. (devam). TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Kombinasyon	Zachary's Karate Club	Kombinasyon	Jazz Musicians Network	Kombinasyon	ca-GrQc	Kombinasyon	ca-HepTh	Kombinasyon	ca-HepPh	Kombinasyon	ca-AstroPh	Kombinasyon	ca-CondMat
10	70,00	16	100,00	16	96,46	65	64,75	52	77,16	52	73,38	71	78,54	117	74,09
11	70,00	17	100,00	17	96,46	68	64,75	65	77,16	65	73,38	72	78,54	126	74,09
12	70,00	18	100,00	18	96,46	71	64,75	68	77,16	68	73,38	93	78,54	68	74,09
13	70,00	20	100,00	20	96,46	72	64,75	71	77,16	71	73,38	99	78,54	121	74,09
14	70,00	21	100,00	21	96,46	84	64,75	72	77,16	72	73,38	108	78,54	97	74,09
15	70,00	22	100,00	22	96,46	87	64,75	84	77,16	84	73,38	117	78,54	119	74,09
16	70,00	23	100,00	23	96,46	88	64,75	87	77,16	87	73,38	126	78,54	123	74,08
17	70,00	24	100,00	24	96,46	90	64,75	88	77,16	88	73,38	45	78,53	106	74,08
18	70,00	25	100,00	25	96,46	91	64,75	90	77,16	90	73,38	48	78,53	51	74,08
19	70,00	26	100,00	26	96,46	93	64,75	91	77,16	91	73,38	65	78,53	71	74,08
20	70,00	27	100,00	27	96,46	99	64,75	93	77,16	93	73,38	68	78,53	72	74,08
21	70,00	28	100,00	28	96,46	102	64,75	99	77,16	99	73,38	84	78,53	93	74,08
22	70,00	31	100,00	31	96,46	103	64,75	102	77,16	102	73,38	87	78,53	99	74,08
23	70,00	32	100,00	32	96,46	105	64,75	103	77,16	103	73,38	88	78,53	45	74,08
24	70,00	33	100,00	33	96,46	106	64,75	105	77,16	105	73,38	90	78,53	48	74,08
25	70,00	35	100,00	35	96,46	108	64,75	108	77,16	108	73,38	91	78,53	65	74,08
26	70,00	36	100,00	36	96,46	114	64,75	114	77,16	114	73,38	102	78,53	84	74,08
27	70,00	37	100,00	37	96,46	115	64,75	115	77,16	115	73,38	103	78,53	87	74,08
28	70,00	38	100,00	38	96,46	117	64,75	117	77,16	117	73,38	105	78,53	88	74,08
29	70,00	39	100,00	39	96,46	118	64,75	118	77,16	118	73,38	114	78,53	90	74,08
30	70,00	40	100,00	40	96,46	120	64,75	120	77,16	120	73,38	115	78,53	102	74,08
31	70,00	41	100,00	41	96,46	121	64,75	121	77,16	121	73,38	118	78,53	103	74,08
32	70,00	42	100,00	42	96,46	123	64,75	123	77,16	123	73,38	120	78,53	105	74,08
33	70,00	43	100,00	43	96,46	124	64,75	124	77,16	124	73,38	121	78,53	114	74,08
34	70,00	45	100,00	45	96,46	126	64,75	126	77,16	126	73,38	124	78,53	115	74,08
35	70,00	46	100,00	46	96,46	127	64,75	127	77,16	127	73,38	127	78,53	118	74,08
36	70,00	47	100,00	47	96,46	20	64,73	20	77,15	58	73,38	20	78,53	120	74,08
37	70,00	48	100,00	48	96,46	35	64,73	35	77,15	125	73,38	54	78,53	124	74,08
38	70,00	49	100,00	49	96,46	54	64,73	54	77,15	20	73,37	78	78,53	127	74,08
39	70,00	50	100,00	50	96,46	57	64,73	57	77,15	35	73,37	97	78,53	20	74,08
40	70,00	51	100,00	51	96,46	58	64,73	58	77,15	54	73,37	112	78,53	54	74,08
41	70,00	52	100,00	52	96,46	74	64,73	74	77,15	57	73,37	58	78,53	78	74,08
42	70,00	53	100,00	53	96,46	77	64,73	77	77,15	74	73,37	125	78,53	112	74,08
43	70,00	54	100,00	54	96,46	78	64,73	78	77,15	77	73,37	35	78,53	58	74,08
44	70,00	55	100,00	55	96,46	94	64,73	94	77,15	78	73,37	57	78,53	125	74,08
45	70,00	56	100,00	56	96,46	95	64,73	95	77,15	94	73,37	74	78,53	35	74,08
46	70,00	57	100,00	57	96,46	97	64,73	97	77,15	95	73,37	77	78,53	57	74,08
47	70,00	58	100,00	58	96,46	109	64,73	109	77,15	97	73,37	94	78,53	74	74,08

Çizelge 6.5. (devam). TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Kombinasyon	Zachary's Karate Club	Kombinasyon	Jazz Musicians Network	Kombinasyon	ca-GrQc	Kombinasyon	ca-HepTh	Kombinasyon	ca-HepPh	Kombinasyon	ca-AstroPh	Kombinasyon	ca-CondMat
48	70,00	59	100,00	59	96,46	110	64,73	110	77,15	109	73,37	95	78,53	77	74,08
49	70,00	60	100,00	60	96,46	112	64,73	112	77,15	110	73,37	109	78,53	94	74,08
50	70,00	61	100,00	61	96,46	119	64,73	119	77,15	112	73,37	110	78,53	95	74,08
51	70,00	62	100,00	62	96,46	125	64,73	125	77,15	119	73,37	119	78,53	109	74,08
52	70,00	63	100,00	63	96,46	113	64,65	5	77,14	23	73,33	5	78,53	110	74,08
53	70,00	65	100,00	65	96,46	5	64,63	113	77,12	5	73,33	23	78,51	27	74,06
54	70,00	66	100,00	66	96,46	11	64,63	11	77,12	38	73,32	38	78,51	80	74,06
55	70,00	67	100,00	67	96,46	23	64,63	23	77,12	60	73,32	81	78,51	23	74,05
56	70,00	68	100,00	68	96,46	26	64,63	26	77,12	61	73,32	27	78,51	38	74,05
57	70,00	69	100,00	69	96,46	27	64,63	27	77,12	81	73,32	63	78,51	81	74,05
58	70,00	70	100,00	70	96,46	38	64,63	38	77,12	98	73,32	80	78,51	60	74,05
59	70,00	71	100,00	71	96,46	41	64,63	41	77,12	113	73,31	83	78,51	61	74,05
60	70,00	72	100,00	72	96,46	42	64,63	42	77,12	11	73,31	60	78,50	26	74,05
61	70,00	73	100,00	73	96,46	60	64,63	60	77,12	26	73,31	61	78,50	42	74,05
62	70,00	74	100,00	74	96,46	61	64,63	61	77,12	27	73,31	98	78,50	63	74,05
63	70,00	75	100,00	75	96,46	63	64,63	63	77,12	41	73,31	113	78,50	83	74,05
64	70,00	76	100,00	76	96,46	80	64,63	80	77,12	42	73,31	11	78,50	98	74,05
65	70,00	77	100,00	77	96,46	81	64,63	81	77,12	63	73,31	26	78,50	113	74,05
66	70,00	78	100,00	78	96,46	83	64,63	83	77,12	80	73,31	41	78,50	11	74,05
67	70,00	79	100,00	79	96,46	98	64,63	98	77,12	83	73,31	42	78,50	41	74,05
68	70,00	80	100,00	80	96,46	66	64,04	66	76,57	104	73,28	64	78,49	101	73,94
69	70,00	81	100,00	81	96,46	67	64,04	67	76,57	64	73,28	122	78,49	64	73,93
70	70,00	82	100,00	82	96,46	100	64,04	100	76,57	66	73,27	104	78,48	122	73,93
71	70,00	83	100,00	83	96,46	101	64,04	101	76,57	67	73,27	66	78,48	104	73,93
72	70,00	84	100,00	84	96,46	104	64,04	104	76,57	100	73,27	67	78,48	66	73,93
73	70,00	85	100,00	85	96,46	122	64,04	122	76,57	101	73,27	100	78,48	67	73,93
74	70,00	86	100,00	86	96,46	64	64,04	64	76,57	122	73,27	101	78,48	100	73,93
75	70,00	87	100,00	87	96,46	32	63,75	32	76,43	33	73,24	70	78,46	70	73,87
76	70,00	88	100,00	88	96,46	33	63,75	33	76,43	30	73,24	73	78,46	73	73,87
77	70,00	89	100,00	89	96,46	69	63,75	69	76,43	32	73,23	33	78,46	33	73,87
78	70,00	90	100,00	90	96,46	70	63,75	70	76,43	69	73,23	30	78,46	30	73,87
79	70,00	91	100,00	91	96,46	73	63,75	73	76,43	70	73,23	32	78,46	32	73,87
80	70,00	92	100,00	92	96,46	107	63,75	107	76,43	73	73,23	69	78,46	69	73,87
81	70,00	93	100,00	93	96,46	30	63,75	30	76,43	107	73,23	107	78,46	107	73,87
82	70,00	94	100,00	94	96,46	29	63,14	46	76,00	85	73,09	85	78,40	89	73,75
83	70,00	95	100,00	95	96,46	46	63,12	47	76,00	86	73,09	86	78,40	85	73,75
84	70,00	96	100,00	96	96,46	47	63,12	85	76,00	44	73,09	44	78,40	86	73,75
85	70,00	97	100,00	97	96,46	85	63,12	86	76,00	89	73,08	89	78,40	44	73,75
86	70,00	98	100,00	98	96,46	86	63,12	89	76,00	116	73,08	116	78,40	116	73,75

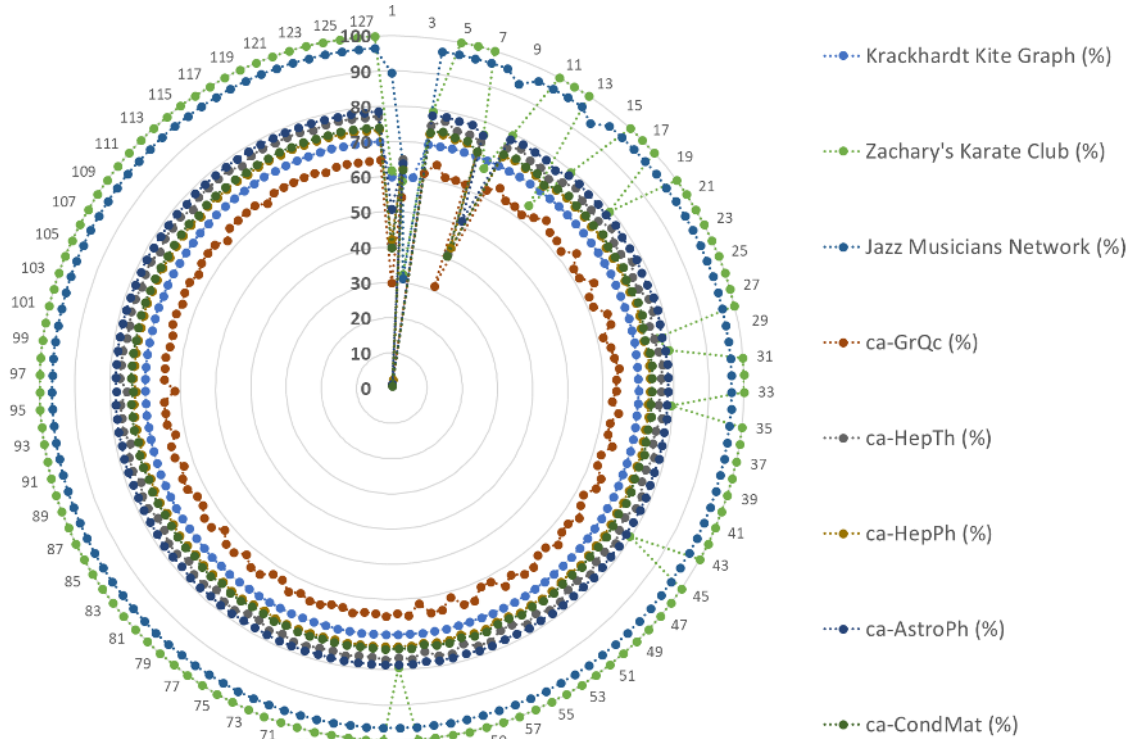
Çizelge 6.5. (devam). TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Kombinasyon	Zachary's Karate Club	Kombinasyon	Jazz Musicians Network	Kombinasyon	ca-GrQc	Kombinasyon	ca-HepTh	Kombinasyon	ca-HepPh	Kombinasyon	ca-AstroPh	Kombinasyon	ca-CondMat
87	70,00	99	100,00	99	96,46	89	63,12	116	76,00	46	73,08	46	78,40	46	73,75
88	70,00	100	100,00	100	96,46	116	63,12	44	76,00	47	73,08	47	78,40	47	73,75
89	70,00	101	100,00	101	96,46	44	63,12	34	75,84	17	73,03	18	78,38	92	73,67
90	70,00	102	100,00	102	96,46	17	62,82	17	75,83	18	73,03	17	78,37	18	73,66
91	70,00	103	100,00	103	96,46	18	62,82	18	75,83	92	73,03	92	78,37	17	73,66
92	70,00	104	100,00	104	96,46	49	62,82	92	75,83	15	73,03	15	78,37	15	73,66
93	70,00	105	100,00	105	96,46	50	62,82	15	75,83	49	73,03	49	78,37	49	73,66
94	70,00	106	100,00	106	96,46	53	62,82	49	75,82	50	73,03	50	78,37	50	73,66
95	70,00	107	100,00	107	96,46	92	62,82	50	75,82	53	73,03	53	78,37	53	73,66
96	70,00	108	100,00	108	96,46	15	62,82	53	75,82	82	72,96	111	78,29	111	73,60
97	70,00	109	100,00	109	96,46	37	62,72	75	75,82	10	72,96	37	78,29	75	73,60
98	70,00	110	100,00	110	96,46	36	62,71	76	75,82	39	72,93	79	78,29	76	73,60
99	70,00	111	100,00	111	96,46	75	62,71	111	75,81	40	72,93	75	78,28	34	73,60
100	70,00	112	100,00	112	96,46	76	62,71	37	75,80	43	72,87	76	78,28	79	73,60
101	70,00	113	100,00	113	96,46	79	62,71	36	75,80	62	72,86	36	78,28	37	73,59
102	70,00	114	100,00	114	96,46	111	62,71	79	75,80	75	72,85	34	78,28	36	73,59
103	70,00	115	100,00	115	96,46	34	62,71	29	75,76	76	72,85	82	78,23	82	73,49
104	70,00	116	100,00	116	96,46	12	62,25	39	75,60	111	72,85	43	78,23	10	73,49
105	70,00	117	100,00	117	96,46	13	62,25	40	75,60	13	72,85	13	78,23	39	73,49
106	70,00	118	100,00	118	96,46	39	62,23	82	75,59	4	72,85	10	78,22	40	73,49
107	70,00	119	100,00	119	96,46	40	62,23	10	75,58	25	72,85	39	78,22	43	73,48
108	70,00	120	100,00	120	96,46	43	62,23	43	75,57	24	72,85	40	78,22	13	73,48
109	70,00	121	100,00	121	96,46	82	62,23	12	75,54	34	72,84	12	78,22	12	73,48
110	70,00	122	100,00	122	96,46	10	62,23	13	75,54	37	72,84	56	78,20	56	73,35
111	70,00	123	100,00	123	96,46	21	61,69	19	75,32	36	72,84	55	78,19	55	73,35
112	70,00	124	100,00	124	96,46	22	61,69	4	75,32	79	72,84	22	78,19	21	73,35
113	70,00	125	100,00	125	96,46	19	61,69	25	75,29	12	72,84	21	78,19	19	73,35
114	70,00	126	100,00	126	96,46	55	61,66	62	75,29	19	72,76	59	78,19	96	73,35
115	70,00	127	100,00	127	96,46	56	61,66	55	75,28	7	72,72	19	78,18	22	73,35
116	70,00	4	79,41	4	96,46	59	61,66	56	75,28	55	72,69	96	78,18	59	73,35
117	70,00	10	79,41	10	96,46	96	61,66	24	75,28	56	72,69	28	78,15	25	73,31
118	70,00	15	79,41	15	96,46	7	61,62	96	75,27	22	72,69	62	78,14	24	73,31
119	70,00	19	79,41	19	96,46	28	61,62	22	75,26	21	72,69	4	78,14	62	73,31
120	70,00	30	79,41	30	96,46	25	61,60	21	75,25	6	72,69	25	78,14	4	73,31
121	70,00	34	79,41	34	96,46	24	61,58	7	75,25	28	72,69	24	78,14	7	73,30
122	70,00	44	79,41	44	96,46	62	61,58	6	75,23	59	72,69	7	78,14	6	73,30
123	70,00	64	79,41	64	96,46	4	61,58	28	75,22	96	72,67	6	78,14	28	73,29
124	70,00	8	76,47	8	96,46	6	61,56	59	75,21	29	72,63	29	78,02	29	73,08

Çizelge 6.5. (devam). TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen merkezilik kombinasyon sonuçları (ayırt edilme oranlarına göre)

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Kombinasyon	Zachary's Karate Club	Kombinasyon	Jazz Musicians Network	Kombinasyon	ca-GrQc	Kombinasyon	ca-HepTh	Kombinasyon	ca-HepPh	Kombinasyon	ca-AstroPh	Kombinasyon	ca-CondMat
125	70,00	29	76,47	29	96,46	8	61,45	8	74,31	14	71,69	14	77,25	14	71,90
126	70,00	9	67,65	14	93,94	14	61,45	14	74,12	8	71,22	8	76,28	8	71,34
127	70,00	14	64,71	9	93,43	2	54,35	2	64,95	2	62,43	2	63,88	2	62,13
1	60,00	1	61,76	1	89,39	9	31,40	9	41,30	9	43,14	9	51,43	9	40,53
2	60,00	2	58,82	2	64,14	1	29,80	1	40,38	1	42,19	1	50,72	1	39,82
3	60,00	3	32,35	3	31,31	3	1,24	3	0,56	3	2,40	3	1,25	3	0,52

Şekil 6.2.' de TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi kullanılarak elde edilen düğümlerin ayırt edilme oranları grafik ile gösterilmektedir. Grafikte renk lejantında belirtilen veri setleri ve renk eşleştirmelerine göre renklendirilmiş noktalar veri setlerinin kombinasyonlarını ifade etmektedir. Ayrıca oluşturulan halkaların her biri veri setlerinin 127 kombinasyon için elde edilen 0-100 aralığında ayırt edilme oranlarına göre oluşturulmuştur.



Şekil 6.2. TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi kullanılarak elde edilen düğümlerin ayırt edilme oranları

Çizelge 6.6' de TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile her veri seti için elde edilen minimum ve maksimum düğüm ayırt edilme oranları gösterilmektedir.

Çizelge 6.6. TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile elde edilen minimum ve maksimum düğüm ayırt etme oranları

	Krackhardt Kite Graph (%)	Zachary's Karate Club (%)	Jazz Musicians Network (%)	ca-GrQc (%)	ca-HepTh (%)	ca-HepPh (%)	ca-AstroPh (%)	ca-CondMat (%)
min	60,00	32,35	31,31	1,24	0,56	2,40	1,25	0,52
max	70,00	100,00	96,46	64,75	77,17	73,38	78,55	74,10

6.3. ÖNERİLEN YÖNTEM İLE ELDE EDİLEN SONUÇLARIN DİĞER ÇALIŞMALARLA KARŞILAŞTIRILMASI

Bu tez çalışmasında uyguladığımız yöntemi literatürde kullanılan Krackhardt Kite Graph, Zachary's Karate Club ve Jazz Musicians Network veri setleri ile karşılaştırdık. Krackhardt Kite Graph veri seti için [4]'te yapılan BC-CC, BC-DC ve CC-DC ikili karşılaştırmalar ve BC-CC-DC üçlü karşılaştırması yapılarak elde edilen sonuçları karşılaştırmışlardır.

6.3.1. Kite Veriseti İle Elde Edilen Sonuçlar

Çizelge 6.7'de yapılan CC-DC karşılaştırmaları gösterilmektedir. C_{tu} ve C_{tp} yaklaşımlarını kullanan [119] ve FMD sonuçları [4] ile birlikte CC-DC kombinasyonuna ait bu tez çalışmasında elde edilen sıralama sonuçlarının karşılaştırmasını gösterilmektedir.

Krackhardt Kite Graph veri setinde CC-DC merkezilik kombinasyonu kullanılarak orijinal değerler ile 6 seviyeye kadar düğümler ayırt edilebilmektedir. [4]'de beş adete kadar düğüm seviyesi ayırt edilmiştir. [119]'da ve bu tezde CC ve DC birlikte kullanılarak 7 seviye elde edilmiştir.

Benzer şekilde Çizelge 6.8'de BC ve DC kombinasyonu ve Çizelge 6.9'te BC ve CC ikili kombinasyonları gösterilmiştir.

Çizelge 6.10' de ise Krackhardt kite graph veri seti için ikili kombinasyonların orijinal merkezilik değerleri ve Tau-c değerleri verilmiştir.

Çizelge 6.7. Krackhardt kite graph veri seti için CC-DC karşılaştırmaları

Seviye	DC	CC	Ct _u [119]	Ct _p [119]	FMD [4]	CC-DC Kombinasyon
1	3	5,6	3	3	3,5,6	3
2	5,6	3,7	5,6	5,6	0,1,7	5,6
3	0,1	0,1	0,1,7	7	2,4	0,1
4	2,4,7	2,4	2,4	0,1	8	7
5	8	8	8	2,4	9	2,4
6	9	9	9	8	-	8
7	-	-	-	9	-	9

Çizelge 6.8. Krackhardt kite graph veri seti için BC-DC karşılaştırmaları

Seviye	DC	BC	Ct _u [119]	FMD [4]	BC-DC Kombinasyon
1	3	7	5,6	5,6	7
2	5,6	5,6	3	3,7	5,6
3	0,1	8	7	0,1,8	8
4	2,4,7	3	0,1	2,4	3
5	8	0,1	8	9	0,1
6	9	2,4,9	2,4	-	2,4
7	-	-	9	-	9

Çizelge 6.9. Krackhardt kite graph veri seti için BC-CC karşılaştırmaları

Seviye	BC	CC	Ct _u [119]	Ct _p [119]	FMD [4]	BC-CC Kombinasyon
1	7	5,6	7	7	5,6,7	7
2	5,6	3,7	5,6	5,6	3	5,6
3	8	0,1	3	3	0,1,8	8
4	3	2,4	0,1	0,1	2,4	3
5	0,1	8	2,4,8	8	9	0,1
6	2,4,9	9	9	2,4	-	2,4
7	-	-	-	9	-	9

Çizelge 6.10. Krackhardt kite graph veri seti için ikili kombinasyonlarının orijinal merkezilik değerleri ile Tau-c değerleri

BC-CC		BC-DC		CC-DC	
BC	CC	BC	DC	CC	DC
0.96	0.65	0.96	0.38	0.79	0.96

6.3.2. Zachary Karate Club Veriseti İle Elde Edilen Sonuçlar

Zachary'nin Karate Club veri seti için Ct_u [119] ile üçlü bir karşılaştırma (BC-CC-DC) yapmış ve [4]'te elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. BC-CC-DC kombinasyonu seviyeleri, ilgili çalışmalardan elde edilen sonuçlarla birlikte bu tezde elde edilen sonuçlar Çizelge 6.11'de gösterilmektedir.

Çizelge 6.11. Karate Club veri seti için BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC karşılaştırmaları

Seviye	BC	CC	DC	Ct _r [119]	FMD [4]	BC-CC-DC Kombinasyon	BC-CC-DC- EC Kombinasyon
1	1	1	34	1	1	1	1
2	34	3	1	34	34	34	34
3	33	34	33	33	3	33	33
4	3	32	3	3	33	3	3
5	32	9,14,33	3	32	32	32	32
6	9	20	4,32	2	2,9	2	2
7	2	2	9,14,24 6,7,8,	9	14	9	9
8	14	4	28,30, 31	14	20	14	14
9	20	28,31	5,11,20,25, 26,29	4	28	20	20
10	6,7	29	10,13, 15,16, 17,18, 19,21, 22,23, 27	20	4,24	6,7	6,7
11	28	8	12	28	31	28	28
12	24	10		24	6,7	24	24
13	31	24		6,7	30	4	4
14	4	6,7,30		31	26	31	31
15	26	5,11		8	25	30	30
16	30	18,22, 25,26		29	29	26	26
17	25	13,15, 16,19, 32,33		30	5,8,10,11	29	29
18	29	12		26	13,15,16, 17,18,19, 21,22,23, 27	25	8
19	10	27		25	12	8	25
20	5,11 8,12, 13,15,	17		10		5,11	5,11
21	16,17,18,19 , 21,22,23,27			5,11		10	10
22	-			18,22		18,22,23,21 , 16,15,13,19 ,27	18,22 , 23,21,16,15 , 13,19
23	-			13,15,16,19 ,21,23		17	27
24	-			27		12	17
25	-			12			12
26	-			17		-	

Önceki çalışmalara ek olarak, EC ölçüsünün kombinasyon halinde (BC-CC-DC-EC) kullanıldığı bu tez çalışmasında sonuçları gösterilmektedir.

Zachary'nin Karate Kulübü veri setinde, BC için 21 düğüm ve CC için 20'ye kadar seviye ve DC için 11 seviye ayırt edilebilmektedir.

[119]' da BC-CC-DC kombinasyonu için 26 seviyeye kadar düğümler ayırt edilebilirken, inceledikleri [4]' de 19 seviye elde edilmiştir. Bu tezde de BC, CC ve DC birlikte kullanılarak 24 seviye elde edilmiştir. Önceki çalışmada [119] elde edilen en yüksek seviye değeri olan 26 seviyeye bu tezde EC kombinasyonu dahil edilince elde edilmiştir.

Çizelge 6.12'de ise Zachary's karate club veri seti için üçlü ve dörtlü kombinasyonların orijinal merkezilik değerleri ve Tau-c değerleri verilmiştir.

Çizelge 6.12. Zachary's karate club veri seti için ikili kombinasyonlarının orijinal merkezilik değerleri ile Tau-c değerleri

BC-CC-DC			BC-CC-DC-EC			
BC	CC	DC	BC	CC	DC	EC
0.87	0.82	0.81	0.87	0.82	0.82	0.82

6.3.3. Jazz Musicians Veriseti İle Elde Edilen Sonuçlar

Jazz Musicians Network veri seti ile BC için 177, DC için 62 ve CC için 127 seviye ayırımı yapılırken diğer çalışmalarda C_{tt} için 191, FMD için 132 seviye elde edildiğini belirtmişlerdir

Bu tez çalışmasında BC-CC-DC üçlü kombinasyonunda 149 seviye elde edilmiştir. CC-DC-EC kombinasyonunda en yüksek düzey değer 174 olmuştur. Çizelge 6.13' de jazz musicians network veri seti için üçlü kombinasyonların orijinal merkezilik değerleri ve Tau-c değerleri verilmiştir.

Çizelge 6.13. Jazz musicians network veri seti için üçlü kombinasyonlarının orijinal merkezilik değerleri ile Tau-c değerleri

BC-CC-DC			CC-DC-EC		
BC	CC	DC	CC	DC	EC
0.89	0.61	0.66	0.71	0.84	0.92

Çizelge 6.14'de tez çalışmasındaki önerilen yöntem ile önceki çalışmaların kullandıkları üç veri seti için ağdaki düğümleri ayırt etme seviyeleri gösterilmektedir.

Çizelge 6.14. Önerilen yöntem ve önceki çalışmaların 3 veri seti için ağdaki düğümleri ayırt etme seviyeleri

	Krackhardt kite graph			Zachary Karate Club	Jazz Musicians Network
	Merkezi Kombineasyonları				
Çalışmalar	CC-DC	BC-DC	BC-CC	BC-CC-DC	BC-CC-DC
FMD [4]	5	5	5	19	132
C _{tμ} [119]	6	7	6	26	191
C _{tρ} [119]	7		7		
Önerilen Yöntem	7	7	7	24	149

6.4. ÖNERİLEN YÖNTEMİN PERFORMANS ANALİZİ

Önceki çalışmalarda kullanılan kombinasyonlar ile bu tezde kullanılan kombinasyonların hesaplama süreleri karşılaştırıldığında bu tez çalışmasında yapılan hesaplamaların veri seti boyutuna göre saniyeler bazında arttığı görülmüştür. Özellikle [119]' da elde edilen düğüm ayırt etme sonuçlarına göre çalışmamızda geçen hesaplama süresi ile rekabetçi sonuçlar elde edildiği görülmektedir.

6.4.1. Dörtlü ve Yedili Kombinasyonun Hesaplama Süreleri

Oluşturulan hesaplama ortamında kullanılan dizüstü bilgisayarın sistem özellikler Çizelge 6.15' de belirtilmiştir. Yapılan hesaplamalar PyCharm IDE kullanılarak Python 3.9 yorumlayıcı ile yapılmıştır (Çizelge 6.16). Python ile herhangi bir paralelleştirme işlemi yapılmadığı için kodlar tek çekirdekte çalışmaktadır. Çizelge 6.17' de ise tez çalışmasında kullanılan başlıca Python kütüphaneleri ve kullanım amaçları gösterilmiştir.

BC, CC, DC ve EC kombinasyonları ile BC, CC, DC, EC, HA, HS ve PR kombinasyonları için hesaplama süreleri

Çizelge 6.18'de karşılaştırılmıştır. Önceki çalışmalarla karşılaştırma için Crackhardt Kite

Graph, Zachary's Karate Club ve Jazz Musicians network veri setlerini kullandık. Hesaplama süreleri dörtlü kombinasyonlar için maksimum 0,27 saniye, yedili kombinasyonlar için maksimum 2,51 saniyedir. Öte yandan, hesaplama süreleri düğüm sayısı ve kombinasyon sayıları ile artmaktadır. Bu nedenle, daha az kombinasyonla daha büyük veri setlerinde çalışmak önemlidir. Bu tez çalışmasında, HA ve kombinasyonlarının ağdaki düğümleri maksimum düzeyde ayırt edebildiğini görülmüştür.

Çizelge 6.15. Hesaplama ortamında kullanılan dizüstü bilgisayar özellikleri

İşlemci	Intel Core i7 9750H @ 2.60GHz
Bellek	16,0GB Dual-Channel DDR4 @ 1329MHz
Sabit Disk	500GB TOSHIBA-RC500 SSD
İşletim Sistemi	Windows 11 Pro 64-bit
Ekran Kartı	GeForce GTX 1050 4 GB

Çizelge 6.16. Tez çalışmasında kullanılan geliştirme ortamı özellikleri

Geliştirme Ortamı	IDE (Entegre Geliştirme Ortamı)	PyCharm 2022.3.1 (Professional Edition)
	Python yorumlayıcısı	Python 3.9

Çizelge 6.17. Tez çalışmasında kullanılan başlıca Python kütüphaneleri

	Kütüphane Adı	Kullanım Amacı
Kullanılan başlıca Python kütüphaneleri	Math	Matematik hesaplamaları
	Pandas	Çok boyutlu, etiketli veri yapısı işlemleri
	Networkx	Çizge işlemleri
	Numpy	Dizi, matris işlemleri
	Scipy	İstatistiksel analiz, Kendall tau hesaplamaları

Çizelge 6.18. Dörtlü ve yedili merkezilik kombinasyonlarının saniye cinsinden toplam hesaplama süreleri

Veri seti	Dörtlü merkezilik kombinasyonlarının toplam hesaplama süreleri (saniye)	Yedili merkezilik kombinasyonlarının toplam hesaplama süreleri (saniye)
Krackhardt Kite Graph	0,20	1,69
Zachary's Karate Club	0,20	1,87
Jazz Musicians Network	0,27	2,51

Çizelge 6.18. (devam).Dörtlü ve yedili merkezilik kombinasyonlarının saniye cinsinden toplam hesaplanma süreleri

Veri seti	Dörtlü merkezilik kombinasyonlarının toplam hesaplama süreleri (saniye)	Yedili merkezilik kombinasyonlarının toplam hesaplama süreleri (saniye)
ca-GrQc	1,74	16,11
ca-HepTh	3,30	30,43
ca-HepPh	3,90	42,92
ca-AstroPh	6,00	56,11
ca-CondMat	7,22	68,14

6.5. ÖNERİLEN YÖNTEMİN MONOTONLUK ANALİZİ

[4] ve [119]'da kullanılan kombinasyonlarla birlikte üç veri seti üzerinde monotonluk analizi yapılmıştır. Ayrıca bu tezde kullanılan sekiz veri seti ve yedi farklı merkezilik ölçütünün monotonluk analizi yapılmıştır.

6.5.1. Önceki Çalışmaların Dört Kombinasyon İle Üç Veri Setinin Monotonluk Analizi

[4] ve [119] kullanılan kombinasyonlar için monotonluk analizi yapıldığında, sonuç tüm kombinasyonlar için üç veri setinde de 1.0 değeri elde edilmiştir (Çizelge 6.19).

Çizelge 6.19. Krackhardt kite graph, zachary's karate club and jazz musicians network veri setleri için kombinasyonların monotonluk değerleri

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Zachary's Karate Club	Jazz Musicians Network
BC- CC	1.0	1.0	1.0
BC- DC	1.0	1.0	1.0
CC- DC	1.0	1.0	1.0
BC- CC- DC	1.0	1.0	1.0
CC- DC- EC	1.0	1.0	1.0
BC- CC- DC- EC	1.0	1.0	1.0

6.5.2. Sekiz Verisetinin Monotonluk Analizi

Bu tezde kullanılan sekiz veri setinin monotonluk analizi ve yedi farklı merkezilik ölçümü yapıldığında elde edilen 127 farklı kombinasyonun sonuçları Çizelge 6.20'de gösterilmiştir. Tüm sonuçlar 0.99 - 1.0 aralığındadır.

Çizelge 6.20. Sekiz veri setinin 127 kombinasyonu için elde edilen monotonluk analiz sonuçları

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Zachary's Karate Club	Jazz Musicians Network	ca-GrQc	ca-HepTh	ca-HepPh	ca-AstroPh	ca-CondMat
BC	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	1.0	0.99
BC- CC	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
BC- CC- DC	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
BC- CC- DC- EC	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	1.0	1.0
BC- CC- DC- EC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- EC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	1.0	0.99	0.99
BC- CC- DC- EC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- EC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- EC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- EC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- EC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	1.0	0.99	0.99
BC- CC- DC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- DC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- EC	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99
BC- CC- EC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- EC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- EC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- EC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- EC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- EC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- EC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- CC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99
BC- DC- EC	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	1.0	1.0	0.99
BC- DC- EC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99

Çizelge 6.20.(devam). Sekiz veri setinin 127 kombinasyonu için elde edilen monotonluk analiz sonuçları

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Zachary's Karate Club	Jazz Musicians	ca-GrQc	ca-HepTh	ca-HepPh	ca-AstroPh	ca-CondMat
BC- DC- EC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- EC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- EC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99
BC- DC- EC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- EC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- EC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- DC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- EC	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- EC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- EC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- EC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- EC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- EC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- EC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- EC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
BC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
CC- DC	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
CC- DC- EC	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	1.0	1.0	1.0
CC- DC- EC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- DC- EC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	1.0	0.99	0.99
CC- DC- EC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- DC- EC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- DC- EC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99

Çizelge 6.20.(devam). Sekiz veri setinin 127 kombinasyonu için elde edilen monotonluk analiz sonuçları

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Zachary's Karate Club	Jazz Musicians Network	ca-GrQc	ca-HepTh	ca-HepPh	ca-AstroPh	ca-CondMat
CC- DC- EC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- DC- EC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- DC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- DC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- DC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- DC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99
CC- DC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- DC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- DC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- EC	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
CC- EC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- EC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- EC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- EC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- EC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- EC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- EC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99
CC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
CC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
DC	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
DC- EC	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	1.0	1.0	1.0
DC- EC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
DC- EC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
DC- EC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
DC- EC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99
DC- EC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
DC- EC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
DC- EC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
DC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
DC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	1.0	0.99	0.99
DC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99

Çizelge 6.20.(devam). Sekiz veri setinin 127 kombinasyonu için elde edilen monotonluk analiz sonuçları

Kombinasyon	Krackhardt Kite Graph	Zachary's Karate Club	Jazz Musicians Network	ca-GrQc	ca-HepTh	ca-HepPh	ca-AstroPh	ca-CondMat
DC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99
DC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
DC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
DC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
EC	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
EC- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
EC- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
EC- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
EC- PR	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99
EC- PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
EC- PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
EC- PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
HA	1.0	1.0	1.0	0.99	1.0	0.99	0.99	0.99
HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
PR	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99
PR- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
PR- HS	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
PR- HS- HA	1.0	1.0	1.0	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99

6.6. SIR MODELİNİ ORJİNAL VE MERKEZİLİK ÖLÇÜLERİNİN KOMBİNASYONUNA UYGULANMASI

Bu tez çalışmasında elde edilen sonuçları SIR salgın modeli kullanarak mevcut çalışmalar ile karşılaştırmasını yaptık. Bunun için [4] ve [119]' da SIR modeli uygulanan Krackhardt Kite Graph ve Zachary's Karate Club veri setlerinde yayılım yapılacak ilk düğümün seçimine göre sonuçlar elde edilmiştir.

Öncelikle Krackhardt Kite Graph veri seti için elde edilen CC-DC sonuçlarına göre tüm çalışmalarda ilk üç düğüm sırasıyla 3, 5 ve 6. düğüm olmuştur. BC-DC sonuçlarına göre ise [4], [119]'da ilk üç düğüm 5, 6 ve 3 olmuştur. Bu tezde ise düğüm sıralaması 7, 5 ve 6 olmuştur. Son olarak BC-CC sonuçlarında ise [4] ve [119]' da ve bu tez çalışmasında 7, 5 ve 6. düğümler ilk 3 sırayı almıştır.

Krackhardt Kite Graph veri seti 10 düğümden oluştuğu için yayılım yapılacak düğüm top 1 olarak seçilmiştir. Veri seti boyutu küçük olduğu için salgın modeli 100 defa uygulanarak ortalaması alınmıştır. Sonuçlar Çizelge 6.21'de gösterilmektedir.

CC-DC kombinasyonunda tüm çalışmaların ilk sırasında yer alan düğüm 3 yayıcı düğüm olarak kullanıldığında %68,60 lık bir yayılım yapılmıştır. BC-DC kombinasyonunda ise [4] ve [119]'da düğüm 5 ve düğüm 6 ilk sırada seçilmiştir. Bu tezde ise düğüm 7 seçilmiştir. SIR modeli 100 kere uygulandığında ise düğüm 5 ve düğüm 6 sırasıyla %58,70 ve %67,50 oranında yayılım yapmıştır. Bunun yanında bu tez çalışmasında seçilen düğüm 7 ile yayılım yapıldığında %71,10 oranı elde edilmiştir. Son olarak BC-CC kombinasyonunda ise tüm çalışmalarda seçilen düğüm 7 ile %71,10 oranında yayılım yapılmıştır.

Çizelge 6.21. Krackhardt kite graph veri setinde yayılım için seçilen top1 düğüme göre ortalama etkilenen düğüm sayıları

Düğüm	Düğüm	Düğüm	Düğüm	Düğüm
3	4	5	6	7
6,86	6,69	5,87	6,75	7,11

Zachary's Karate Club veri setinde, BC-CC-DC kombinasyonu ve ek olarak bu tezde elde edilen BC-CC-DC-EC kombinasyonunun kullanıldığı tüm çalışmalarda düğüm 1 top1 düğüm olarak seçilmiştir. Yayıcı düğüm olarak düğüm 1 seçildiğinde, SIR salgın modeli 100 kere uygulandığında ortalama 19,11 düğüm etkilenmiş ve %56,20 oranında bir yayılma sağlanmıştır.

Ayrıca HA, HS ve PR kombinasyonları ile yapılan analiz sonuçlarına göre HA kullanılarak oluşturulan kombinasyonlarda en yayıcı düğüm olarak 34 nolu düğüm seçilmiştir. Düğüm 34 ile yayılım yapıldığında SIR salgın modelinin 100 kere uygulanması sonucunda ortalama 20.41 düğüm etkilenmiş ve %60.02 yayılım yapılmıştır.

Jazz Musicians Network veri setinde ise Zachary's Karate Club veri setinde kullanılan BC-CC-DC kombinasyonu kullanılarak 198 düğüm arasından ortalama 143,25 düğüm ayırt edilmiştir. SIR modeli uygulandığında %72,35 sonuç elde edilmiştir. Diğer 7 merkezilik değerinde ise en yüksek yayılım oranı BC ile elde edilmiştir. Sonuçlar Çizelge 6.22'te gösterilmektedir.

Çizelge 6.22. Jazz musicians network veri setinde yayılım için seçilen top10 düğüme göre ortalama etkilenen düğüm sayıları

	BC	CC	DC	EC	PR	HS	HA	BC-CC- DC	BC-CC- DC-EC
Ort.	144,44	139,89	136,52	131,78	137,84	131,87	133,27	143,25	142,22
(%)	72,95	70,65	68,95	66,56	69,62	66,60	67,31	72,35	71,83

SIR salgın modelini daha büyük ölçekli veri setlerinde de test ettik. Bunun için SNAP deposundaki 5 iş birliği veri seti kullanılmıştır. Her veri seti için 7 merkeziliğin orijinal değerleri kullanılmıştır. [4] ve [119]'da ve bu tezde kullanılan BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonları ile de karşılaştırılmıştır.

Ca-GrQc veri setine SIR modeli uygulandığında orijinal merkezilik değerleri %33.60 ile %35.16 arasında yayılım yapılmıştır. BC-CC-DC kombinasyonu kullanıldığında en yüksek yayılım oranı %35,31 elde edilmiştir. Sonuçlar Çizelge 6.23'te gösterilmektedir.

Çizelge 6.23. ca-GrQc veri setinde BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonlarına göre seçilen top100 düğümün SIR modeli ile yapılan yayılımınla etkilenen ortalama düğüm sayısı ve yüzdesi

	BC	CC	DC	EC	PR	HS	HA	BC-CC- DC	BC-CC- DC-EC
Ort.	1843,29	1761,12	1787,92	1774,21	1826,91	1765,04	1769,69	1851,21	1777
(%)	35,16	33,60	34,11	33,85	34,85	33,67	33,76	35,31	33,90

Ca-HepTh veri setine SIR modeli uygulandığında orijinal merkezilik değerleri %43.60 ile %43.99 arasında yayılım yapılmıştır. Yayılım oranı BC-CC-DC kombinasyonu ile %43,64 ve BC-CC-DC-EC kombinasyonu ile %43,81 olmuştur. Sonuçlar Çizelge 6.24'te gösterilmektedir.

Çizelge 6.24. ca-HepTh veri setinde BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonlarına göre seçilen top100 düğümün SIR modeli ile yapılan yayılımınla etkilenen ortalama düğüm sayısı ve yüzdesi

	BC	CC	DC	EC	PR	HS	HA	BC-CC- DC	BC-CC- DC-EC
Ort.	4316,13	4336,8	4311,78	4336,3	4331,43	4333,93	4344,79	4310,24	4327,51
(%)	43,70	43,91	43,65	43,90	43,85	43,88	43,99	43,64	43,81

Ca-HepPh veri setine SIR modeli uygulandığında orijinal merkezilik değerleri %22,60 ile %23,14 arasında yayılım yapılmıştır. Yayılım oranı BC-CC-DC kombinasyonu ile %22,94 ve BC-CC-DC-EC kombinasyonu ile %22,67 olmuştur. Sonuçlar Çizelge 6.25'de gösterilmektedir.

Çizelge 6.25. ca-HepPh veri setinde BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonlarına göre seçilen top100 düğümün SIR modeli ile yapılan yayılımınla etkilenen ortalama düğüm sayısı ve yüzdesi

	BC	CC	DC	EC	PR	HS	HA	BC-CC- DC	BC-CC- DC-EC
Ort.	2779	2714,18	2726,47	2718,73	2763,94	2727,19	2734,17	2754,39	2722,55
(%)	23,14	22,60	22,71	22,64	23,02	22,71	22,77	22,94	22,67

Ca-AstroPh veri setine SIR modeli uygulandığında orijinal merkezilik değerleri %37.17 ile %37.31 arasında yayılım yapılmıştır. En yüksek yayılım oranı %37,21 ile BC-CC-DC kombinasyonu ile elde edilmiştir. Sonuçlar Çizelge 6.26'de gösterilmektedir.

Çizelge 6.26. ca-AstroPh veri setinde BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonlarına göre seçilen top100 düğümün SIR modeli ile yapılan yayılımınla etkilenen ortalama düğüm sayısı ve yüzdesi

	BC	CC	DC	EC	PR	HS	HA	BC-CC- DC	BC-CC- DC-EC
Ort.	7004,74	6978,25	6991,54	6984,95	7000,73	6990,56	6985,86	7004,35	6991,26
(%)	37,31	37,17	37,24	37,21	37,29	37,24	37,21	37,31	37,24

ca-CondMat veri setine SIR modeli uygulandığında orijinal merkezilik değerleri %41.35 ile %41.48 arasında yayılım yapılmıştır. Yayılım oranı BC-CC-DC kombinasyonu ile %41,37 ve BC-CC-DC-EC ile %41,40 olmuştur. Sonuçlar Çizelge 6.27'de gösterilmektedir.

Çizelge 6.27. ca-CondMat veri setinde BC-CC-DC ve BC-CC-DC-EC kombinasyonlarına göre seçilen top100 düğümün SIR modeli ile yapılan yayılımıyla etkilenen ortalama düğüm sayısı ve yüzdesi

	BC	CC	DC	EC	PR	HS	HA	BC-CC- DC	BC-CC- DC-EC
Ort.	9590,94	9578,74	9570,97	9593,06	9596,23	9565,48	9563,53	9569,74	9576,86
(%)	41,46	41,41	41,37	41,47	41,48	41,35	41,34	41,37	41,40

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu tez çalışmasında, birden çok merkezilik ölçütünün birleştirilerek yeni bir bileşik merkezilik ölçütü elde edilmesi için çok kriterli karar verme yöntemlerinden AHP sürecini kullanan yeni bir yöntem önerilmiştir.

Önerilen yöntem, kalite açısından (düğümlerin ayrıştırılması ve birleştirilen merkezilik ölçütleri ile yüksek korelasyona sahip olma) C_{tu}, C_{tp} [119] ve gibi yöntemlerle rekabetçi sonuçlar vermiştir.

C_{tu} ve C_{tp}'nin tanıtıldığı [119]'a bakıldığında, merkezilik ölçütlerini birleştirmek için sistematik bir hesaplama yöntemi sunulmadığı; birçok merkeziyet ölçütünün birleştirilmesinin boyutlandırma problemi oluşturacağı belirtilmiştir. Ayrıca, ağ büyüdükçe C_{tu} ve C_{tp}'nin [119] hesaplanmasının daha fazla vakit gerektireceği açıktır.

Önerdiğimiz yöntemde kullandığımız alt yöntemlerin kolay hesaplanabilir olması sonucunda, bileşik ölçüt elde etme süreci çok hızlı olmaktadır. Şöyle ki; bu tez çalışmasında kullandığımız veri setlerinin her biri için standart bir diz üstü bilgisayar (Intel Core i7 9750H @ 2.60GHz İşlemci, 16,0GB Dual-Channel DDR4 @ 1329MHz Bellek, 500GB TOSHIBA-RC500 SSD Sabit Disk, Windows 11 Pro 64-bit İşletim Sistemi ve GeForce GTX 1050 4 GB Ekran Kartı) ile saniyeler içinde bileşik ölçütler üretilmiştir. Bu açıdan önerdiğimiz yöntem büyük ve dinamik ağlar için de uygun olacaktır.

Diğer bir konu, Giriş kısmında da bahsedildiği gibi birçok yöntemin ölçütleri birleştirirken katsayı belirleme işlemini öznel olarak yapmasıdır. Bu tezde, katsayı belirlenmesi sürecinde her bir merkeziyet ölçütünün sahip olduğu Entropi ve TOPSIS değerleri kullanılarak öznellik ortadan kaldırılmıştır.

Bu tez çalışmasında önerilen yöntemlerin düğüm ayırt edebilme kabiliyetleri, literatürdeki diğer yöntemler ile rekabet edebilir seviyededir. Bunun yanı sıra, [4] gibi çalışmalardaki yöntemlere göre çok daha hızlı sonuç vermektedir. Analizi yapılan veri setlerinden Krackhardt kite graph, Zachary's Karate Club ve Jazz Musicians veri setleri ile yapılan analizler sonucunda 10 düğümden oluşan Krackhardt kite graph veri setinde Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile %80, TOPSIS ağırlıklandırma yöntemi ile %70 düğüm ayırt edilmiştir. Zachary's Karate Club veri setinde ise her iki ağırlıklandırma

yönteminde düğümlerin tamamı ayırt edilebilmiştir. Jazz Musicians veri setinde ise daha önceden incelediğimiz çalışmalardaki ayırt edilen düğüm sayısı 198 düğüm arasından 191 olarak elde edilmiştir.

Entropi ve TOPSIS ağırlıklandırma yöntemleri ile elde edilen merkezilik kombinasyonlarının düğüm ayırt etme oranları incelendiğinde Entropi ağırlıklandırma yönteminin TOPSIS ağırlıklandırma yöntemine göre daha yüksek sonuçlar elde edilmiştir.

Entropi ağırlıklandırma yöntemi ile ağdaki düğümler daha fazla ayırt edilebildiği için en yüksek ayırt etme oranlı kombinasyonlarında kullanılan merkezilik ölçüt sayıları daha azdır. Böylece daha az boyutlu merkezilik kombinasyonları ile düğüm sayısı artan veri setlerindeki işlem maliyetleri düşecektir.

[4]'e ek olarak kullanılan HA, HS ve PR merkezilik ölçütlerinden HA ve kombinasyonlardan yüksek oranlı düğümlerin ayırt edilmesi sağlandığı görülmektedir.

Monotonluk ve Kendall- tau analizleri yapıldığında orijinal merkezilik değerleri ile kombinasyon merkezilik değerlerinin uyumlu olduğu görülmüştür. Böylece farklı merkezilik değerleri ile yapılan düğüm sıralamalarının, kombinasyonlar ile elde edilen sıralamalara benzerliği görülmüştür. Bununla birlikte düğüm ayırt etme oranı kullanılan farklı merkezilik kombinasyonlarına göre artış eğiliminde olduğu görülmüştür.

Bu tez çalışmasında kriter ağırlıklandırmak için sıklıkla kullanılan ÇKKVY yöntemlerinden Entropi ve TOPSIS yöntemleri kullanılmıştır. Gelecekteki çalışmalar kapsamında farklı ÇKKVY yöntemleri kullanılarak geliştirmeler yapılabilir. Ayrıca kriter ağırlıklandırma için entropi yöntemine benzer Gini indeksi gibi ölçütlerde kullanılabilir. Gini indeksi ve Entropi arasındaki seçim genellikle uygulamaya bağlıdır. Her ikisi de genellikle benzer sonuçlar verir. Ancak, entropi, özellikle ayrımların değerlendirilmesini daha hassas hale getirebilecek sıfır olmayan değerler verme eğilimindedir. Öte yandan, Gini indeksi genellikle daha hızlı hesaplanır, çünkü entropi hesaplama işleminde logaritmik fonksiyonun hesaplanması gereklidir. Bu nedenle, büyük veri setleriyle çalışırken, Gini indeksi genellikle daha verimli bir seçim olabilir. Bu tez çalışmasında düğümlerin ayırt edilmelerini arttırma sürecinde sıfır olmayan değerler ile ağırlıklandırmalar yapabilmek için Entropi ve TOPSIS yöntemleri kullanılmıştır.

Performans açısından, bileşik merkezilik ölçütleri ve GNN'ler arasındaki farklılık, veri setinin özelliklerine, ağ yapısına bağlı olmaktadır. Her iki yaklaşım da farklı bilgi

kaynaklarını kullanır ve farklı avantajlara sahiptir. Bazı durumlarda, bileşik merkezilik ölçütleriyle yapılan analizler daha iyi performans gösterebilirken, diğer durumlarda GNN'ler daha etkili olabilir. Bu nedenle, performansı karşılaştırmak için spesifik bir veri seti, kullanılan ölçüt veya modelin analiz edilmesi önemlidir. Her durumda, doğru analiz yöntemini seçmek ve performansı objektif bir şekilde değerlendirmek için dikkatli bir değerlendirme yapmak önemlidir.



8. KAYNAKLAR

- [1] A. Mukunda ve M. Pirouz, "Influence-Based Community Detection and Ranking", içinde *2019 International Conference on Computational Science and Computational Intelligence (CSCI)*, IEEE, 2019, ss. 1341-1346. doi: 10.1109/CSCI49370.2019.00251.
- [2] Z. Ghalmane, M. El Hassouni, ve H. Cherifi, "Betweenness Centrality for Networks with Non-Overlapping Community Structure", içinde *2018 IEEE Workshop on Complexity in Engineering (COMPENG)*, IEEE, 2018, ss. 1-5. doi: 10.1109/CompEng.2018.8536229.
- [3] M. Newman. (2021, 15 Temmuz). *Networks 2nd Edition*. Oxford, UK: Oxford University Press, 2018. [Online]. Erişim: <https://oxford.universitypressscholarship.com/view/10.1093/acprof:oso/9780199206650.001.0001/acprof-9780199206650>
- [4] Y. Y. Keng, K. H. Kwa, ve C. McClain, "Convex combinations of centrality measures", *Journal of Mathematical Sociology*, c. 45, sayı 4, ss. 195-222, 2021, doi: 10.1080/0022250X.2020.1765776.
- [5] A. Berzinji, L. Kaati, ve A. Rezine, "Detecting Key Players in Terrorist Networks", içinde *2012 European Intelligence and Security Informatics Conference*, IEEE, 2012, ss. 297-302. doi: 10.1109/EISIC.2012.13.
- [6] T. Liu, Y. Shi, ve C. Wu, "Research on the application of expert knowledge map based on social network analysis", *8th IEEE International Symposium on Dependable, Autonomic and Secure Computing*, sayı 2, ss. 632-635, 2009, doi: 10.1109/DASC.2009.70.
- [7] S. Oldham, B. Fulcher, L. Parkes, A. Arnatkevičiūtė, C. Suo, ve A. Fornito, "Consistency and differences between centrality measures across distinct classes of networks", *PLoS One*, c. 14, sayı 7, s. e0220061, 2019, doi: 10.1371/journal.pone.0220061.
- [8] M. Şimşek ve H. Meyerhenke, "Combined centrality measures for an improved characterization of influence spread in social networks", *Journal of Complex Networks*, c. 8, sayı 1, 2020, doi: 10.1093/comnet/cnz048.
- [9] H. Li, "Centrality analysis of online social network big data", içinde *2018 IEEE 3rd International Conference on Big Data Analysis (ICBDA)*, IEEE, 2018, ss. 38-42. doi: 10.1109/ICBDA.2018.8367648.
- [10] A. Srinivas ve R. L. Velusamy, "Identification of influential nodes from social networks based on Enhanced Degree Centrality Measure", içinde *2015 IEEE International Advance Computing Conference (IACC)*, IEEE, 2015, ss. 1179-1184. doi: 10.1109/IADCC.2015.7154889.
- [11] S. Zhou ve R. J. Mondragon, "The Rich-Club Phenomenon in the Internet Topology", *IEEE Communications Letters*, c. 8, sayı 3, ss. 180-182, 2004,

doi: 10.1109/LCOMM.2004.823426.

- [12] K. Berahmand, N. Samadi, ve S. M. Sheikholeslami, “Effect of rich-club on diffusion in complex networks”, *International Journal of Modern Physics B*, c. 32, sayı 12, ss. 1850142/1-1850142/19, 2018, doi: 10.1142/S0217979218501424.
- [13] N. Samadi ve A. Bouyer, “Identifying influential spreaders based on edge ratio and neighborhood diversity measures in complex networks”, *Computing*, c. 101, sayı 8, ss. 1147-1175, 2019, doi: 10.1007/s00607-018-0659-9.
- [14] L. C. Freeman, “A Set of Measures of Centrality Based on Betweenness”, *Sociometry*, c. 40, sayı 1, ss. 35-41, 1977, doi: 10.2307/3033543.
- [15] L. Katz, “A new status index derived from sociometric analysis”, *Psychometrika*, c. 18, sayı 1, ss. 39-43, 1953, doi: 10.1007/BF02289026.
- [16] L. Lv, K. Zhang, T. Zhang, D. Bardou, J. Zhang, ve Y. Cai, “PageRank centrality for temporal networks”, *Physics Letters A*, c. 383, sayı 12, ss. 1215-1222, 2019, doi: 10.1016/j.physleta.2019.01.041.
- [17] P. Bonacich, “Power and Centrality: A Family of Measures”, *American Journal of Sociology*, c. 92, sayı 5, ss. 1170-1182, 1987, doi: 10.1086/228631.
- [18] L. Page, S. Brin, R. Motwani, ve T. Winograd. (2021, 15 Temmuz). *The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web.*, Stanford InfoLab. [Online]. Erişim: <http://ilpubs.stanford.edu:8090/422/>
- [19] A. Saxena ve S. Iyengar. (2021, 15 Temmuz). *Centrality Measures in Complex Networks: A Survey*, [Online]. Erişim: <http://arxiv.org/abs/2011.07190>
- [20] Z. Li, T. Ren, X. Ma, S. Liu, Y. Zhang, ve T. Zhou, “Identifying influential spreaders by gravity model”, *Scientific Reports*, c. 9, sayı 1, ss. 83-87, 2019, doi: 10.1038/s41598-019-44930-9.
- [21] J. Bae ve S. Kim, “Identifying and ranking influential spreaders in complex networks by neighborhood coreness”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, c. 395, ss. 549-559, 2014, doi: 10.1016/j.physa.2013.10.047.
- [22] A. Zareie, A. Sheikahmadi, ve A. Fatemi, “Influential nodes ranking in complex networks: An entropy-based approach”, *Chaos Solitons Fractals*, c. 104, ss. 485-494, 2017, doi: 10.1016/j.chaos.2017.09.010.
- [23] Z. Lv, N. Zhao, F. Xiong, ve N. Chen, “A novel measure of identifying influential nodes in complex networks”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, c. 523, ss. 488-497, 2019, doi: 10.1016/j.physa.2019.01.136.
- [24] J. Zhao, Y. Wang, ve Y. Deng, “Identifying influential nodes in complex networks from global perspective”, *Chaos Solitons Fractals*, c. 133, ss. 109637/1-109637/12, 2020, doi: 10.1016/j.chaos.2020.109637.
- [25] Y. Yang, X. Wang, Y. Chen, M. Hu, ve C. Ruan, “A Novel Centrality of Influential Nodes Identification in Complex Networks”, *IEEE Access*, c.8,

ss. 58742-58751, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2983053.

- [26] R. L. de Andrade ve L. C. Rêgo, “p-means centrality”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, c. 68, ss. 41-55, 2019, doi: 10.1016/j.cnsns.2018.08.002.
- [27] C. Salavati, A. Abdollahpouri, ve Z. Manbari, “Ranking nodes in complex networks based on local structure and improving closeness centrality”, *Neurocomputing*, c. 336, ss. 36-45, 2019, doi: 10.1016/j.neucom.2018.04.086.
- [28] J.-G. Liu, J.-H. Lin, Q. Guo, ve T. Zhou, “Locating influential nodes via dynamics-sensitive centrality”, *Scientific Reports*, c. 6, sayı 1, s. 21380, 2016, doi: 10.1038/srep21380.
- [29] T. Nie, Z. Guo, K. Zhao, ve Z.-M. Lu, “Using mapping entropy to identify node centrality in complex networks”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, c. 453, ss. 290-297, 2016, doi: 10.1016/j.physa.2016.02.009.
- [30] X. Liu, M. Bai, ve Y. Li, “Identifying Important Nodes by Entropy Method”, içinde *2019 IEEE 7th International Conference on Computer Science and Network Technology (ICCSNT)*, IEEE, 2019, ss. 170-173. doi: 10.1109/ICCSNT47585.2019.8962508.
- [31] Y. Lecun, L. Bottou, Y. Bengio, ve P. Haffner, “Gradient-based learning applied to document recognition”, *Proceedings of the IEEE*, c. 86, sayı 11, ss. 2278-2324, 1998, doi: 10.1109/5.726791.
- [32] W. S. McCulloch ve W. Pitts, “A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity”, *The Bulletin of Mathematical Biophysics*, c. 5, sayı 4, ss. 115-133, 1943, doi: 10.1007/BF02478259.
- [33] T. N. Kipf ve M. Welling, “Semi-Supervised Classification with Graph Convolutional Networks”, *5th International Conference on Learning Representations (ICLR 2017)*, 2017.
- [34] P. W. Battaglia vd., “Relational inductive biases, deep learning, and graph networks”, 2018.
- [35] D. Krackhardt, “Assessing the Political Landscape: Structure, Cognition, and Power in Organizations”, *Administrative Science Quarterly*, c. 35, sayı 2, ss. 342-369, 1990, doi: 10.2307/2393394.
- [36] R. Albert ve A.-L. Barabási, “Statistical mechanics of complex networks”, *Reviews of Modern Physics*, c. 74, sayı 1, ss. 47-97, 2002, doi: 10.1103/RevModPhys.74.47.
- [37] D. J. Watts ve S. H. Strogatz, “Collective dynamics of ‘small-world’ networks”, *Nature*, c. 393, sayı 6684, ss. 440-442, 1998, doi: 10.1038/30918.
- [38] M. E. J. Newman. (2021, 15 Temmuz). *The Structure and Function of Complex Networks*, *SIAM Review*, c. 45, sayı 2, ss. 167-256, 2003, [Online]. Erişim: <http://www.jstor.org/stable/25054401>
- [39] R. Pastor-Satorras ve A. Vespignani, “Epidemic Spreading in Scale-Free Networks”, *Physical Review Letters*, c. 86, sayı 14, ss. 3200-3203, 2001,

doi: 10.1103/PhysRevLett.86.3200.

- [40] Y. Feng vd., “The Edge Weight Computation with MapReduce for Extracting Weighted Graphs”, *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, c. 27, sayı 12, ss. 3659-3672, 2016, doi: 10.1109/TPDS.2016.2536024.
- [41] K. Ince ve A. Karci, “Collaboration graph as a new graph definition approach”, içinde *2017 International Artificial Intelligence and Data Processing Symposium (IDAP)*, IEEE, 2017, ss. 1-4. doi: 10.1109/IDAP.2017.8090242.
- [42] C. Gao ve R. Preece, “Analysing the Use of Graph Theory to Assess Topological Impacts on Transient Stability”, içinde *2021 IEEE Madrid PowerTech*, IEEE, 2021, ss. 1-6. doi: 10.1109/PowerTech46648.2021.9494809.
- [43] D. M. Gysi ve K. Nowick, “Construction, comparison and evolution of networks in life sciences and other disciplines”, *Journal of The Royal Society Interface*, c. 17, sayı 166, ss. 20190610/1-20190610/25, 2020, doi: 10.1098/rsif.2019.0610.
- [44] I. Dzafic, “Graph Theory as an Engine for Real-Time Advanced Distribution Management System Enhancements”, içinde *2022 XXVIII International Conference on Information, Communication and Automation Technologies (ICAT)*, IEEE, 2022, ss. 1-6. doi: 10.1109/ICAT54566.2022.9811233.
- [45] M. Newman, *Networks*. Oxford University Press, 2010. doi: 10.1093/acprof:oso/9780199206650.001.0001.
- [46] A.-L. Barabási ve M. Pósfai. (2021, 15 Temmuz). *Network science*. Cambridge: Cambridge University Press. [Online]. Erişim: <http://barabasi.com/networksciencebook/>
- [47] K. Vignery ve W. Laurier, “A methodology and theoretical taxonomy for centrality measures: What are the best centrality indicators for student networks?”, *PLoS One*, c. 15, sayı 12, s. e0244377, 2020, doi: 10.1371/journal.pone.0244377.
- [48] A. Chatterjee. (2021, 15 Temmuz). *Studies on the Structure and Dynamics of Urban Bus Networks in Indian Cities*, [Online]. Erişim: <http://arxiv.org/abs/1512.05909>
- [49] N. Gürsakal, *Sosyal Ağ Analizi, Pajek Ucinet ve Gmine Uygulamalı*. Dora Yayıncılık, 2009.
- [50] G. Chen, “Searching for Best Network Topologies with Optimal Synchronizability: A Brief Review”, *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, c. 9, sayı 4, ss. 573-577, 2022, doi: 10.1109/JAS.2022.105443.
- [51] B. Tao, H.-N. Dai, J. Wu, I. W.-H. Ho, Z. Zheng, ve C. F. Cheang, “Complex Network Analysis of the Bitcoin Transaction Network”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, c. 69, sayı 3, ss. 1009-1013, 2022, doi: 10.1109/TCSII.2021.3127952.
- [52] H. Gao, X. Yu, Y. Sui, F. Shao, ve R. Sun, “Topological Graph Convolutional Network Based on Complex Network Characteristics”, *IEEE*

Access, c. 10, ss. 64465-64472, 2022, doi: 10.1109/ACCESS.2022.3183103.

- [53] Y. Zang ve L. Fiondella, “A Network Reliability Analysis Method for Complex Systems based on Complex Network Theory”, içinde *2022 Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS)*, IEEE, 2022, ss. 1-6. doi: 10.1109/RAMS51457.2022.9893999.
- [54] Y. Gao, T. Fan, ve S. Cai, “Navigation in Complex Networks Using Random Walk Theory and Principal Component Analysis”, içinde *2019 16th International Computer Conference on Wavelet Active Media Technology and Information Processing*, IEEE, 2019, ss. 349-354. doi: 10.1109/ICCWAMTIP47768.2019.9067503.
- [55] M. Kostic ve D. Draskovic, “Complex Network Analysis of Women’s Singles Tennis Matches”, içinde *2020 28th Telecommunications Forum (TELFOR)*, IEEE, 2020, ss. 1-4. doi: 10.1109/TELFOR51502.2020.9306598.
- [56] J. Yang, C. Cheng, S. Shen, ve S. Yang, “Comparison of complex network analysis software: Citespace, SCI and Gephi”, içinde *2017 IEEE 2nd International Conference on Big Data Analysis (ICBDA)*, 2017, ss. 169-172. doi: 10.1109/ICBDA.2017.8078800.
- [57] F. Shanshan ve R. Zhiqiang, “Analysis of Big Data Complex Network Structure Based on Fuzzy Clustering Algorithm”, içinde *2021 International Conference on Networking, Communications and Information Technology (NetCIT)*, IEEE, 2021, ss. 348-352. doi: 10.1109/NetCIT54147.2021.00076.
- [58] R. Xin, J. Zhang, ve Y. Shao, “Complex network classification with convolutional neural network”, *Tsinghua Science and Technology*, c. 25, sayı 4, ss. 447-457, 2020, doi: 10.26599/TST.2019.9010055.
- [59] K. Kapoor, D. Sharma, ve J. Srivastava, “Weighted node degree centrality for hypergraphs”, içinde *2013 IEEE 2nd Network Science Workshop (NSW)*, IEEE, 2013, ss. 152-155. doi: 10.1109/NSW.2013.6609212.
- [60] H. B. Mihiri Shashikala, R. George, ve K. A. Shujee, “Outlier detection in network data using the Betweenness Centrality”, içinde *SoutheastCon 2015*, IEEE, 2015, ss. 1-5. doi: 10.1109/SECON.2015.7133008.
- [61] Y. Zhang, Y. Bao, S. Zhao, J. Chen, ve J. Tang, “Identifying Node Importance by Combining Betweenness Centrality and Katz Centrality”, içinde *2015 International Conference on Cloud Computing and Big Data (CCBD)*, IEEE, 2015, ss. 354-357. doi: 10.1109/CCBD.2015.19.
- [62] J. Vu ve K. Potika, “Edge Betweenness Centrality on Trees”, içinde *2020 Second International Conference on Transdisciplinary AI (TransAI)*, IEEE, 2020, ss. 104-107. doi: 10.1109/TransAI49837.2020.00023.
- [63] J. Dai vd., “Identifying Influential Nodes in Complex Networks Based on Local Neighbor Contribution”, *IEEE Access*, c. 7, ss. 131719-131731, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2939804.
- [64] K. Kandhway ve J. Kuri, “Using Node Centrality and Optimal Control to Maximize Information Diffusion in Social Networks”, *IEEE Transactions*

on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, c. 47, sayı 7, ss. 1099-1110, 2017, doi: 10.1109/TSMC.2016.2531690.

- [65] Phillip Bonacich, “Power and Centrality: A Family of Measures”, *American Journal of Sociology*, c. 92, sayı 5, ss. 1170-1182, 1987.
- [66] P. Howlader ve K. S. Sudeep, “Degree centrality, eigenvector centrality and the relation between them in Twitter”, içinde *2016 IEEE International Conference on Recent Trends in Electronics, Information & Communication Technology (RTEICT)*, IEEE, 2016, ss. 678-682. doi: 10.1109/RTEICT.2016.7807909.
- [67] A. Bihari ve M. K. Pandia, “Eigenvector centrality and its application in research professionals’ relationship network”, içinde *2015 International Conference on Futuristic Trends on Computational Analysis and Knowledge Management (ABLAZE)*, IEEE, 2015, ss. 510-514. doi: 10.1109/ABLAZE.2015.7154915.
- [68] W. Maharani, Adiwijaya, ve A. A. Gozali, “Degree centrality and eigenvector centrality in twitter”, içinde *2014 8th International Conference on Telecommunication Systems Services and Applications (TSSA)*, IEEE, 2014, ss. 1-5. doi: 10.1109/TSSA.2014.7065911.
- [69] M. T. Juzar ve S. Akbar, “Buzzer Detection on Twitter Using Modified Eigenvector Centrality”, içinde *2018 5th International Conference on Data and Software Engineering (ICoDSE)*, IEEE, 2018, ss. 1-5. doi: 10.1109/ICODSE.2018.8705788.
- [70] S. Brin ve L. Page, “The anatomy of a large-scale hypertextual Web search engine”, *Computer Networks and ISDN Systems*, c. 30, sayı 1-7, ss. 107-117, 1998, doi: 10.1016/S0169-7552(98)00110-X.
- [71] Z. Hao, P. Qiumei, Z. Hong, ve S. Zhihao, “An Improved PageRank Algorithm Based on Web Content”, içinde *2015 14th International Symposium on Distributed Computing and Applications for Business Engineering and Science (DCABES)*, IEEE, 2015, ss. 284-287. doi: 10.1109/DCABES.2015.78.
- [72] J. Cheriyan ve G. P. Sajeev, “An Improved PageRank Algorithm for Multilayer Networks”, içinde *2020 IEEE International Conference on Electronics, Computing and Communication Technologies (CONECCT)*, IEEE, 2020, ss. 1-6. doi: 10.1109/CONECCT50063.2020.9198566.
- [73] F. Chung, “A Brief Survey of PageRank Algorithms”, *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*. 1, sayı 1, ss. 38-42, 2014, doi: 10.1109/TNSE.2014.2380315.
- [74] H. Liu, W. Lv, X. Ma, ve Z. Chen, “Rescaled PageRank Algorithm on the Influence of Artists”, içinde *2021 2nd International Conference on Big Data and Informatization Education (ICBDIE)*, IEEE, 2021, ss. 345-348. doi: 10.1109/ICBDIE52740.2021.00084.
- [75] F. U. Zambuk, A. Ya. u Gital, S. Boukary, F. Jauro, ve H. Chiroma, “Evaluation of Iterative Pagerank Algorithm for Web Page Ranking”, içinde *2019 4th International Conference on Electrical, Electronics, Communication, Computer Technologies and Optimization Techniques*

- (ICEECCOT), IEEE, 2019, ss. 365-370. doi: 10.1109/ICEECCOT46775.2019.9114728.
- [76] P. Li, T. Qiao, ve Y. Guang, “Research on a new topic crawler based on HITS algorithm and semantic fusion”, içinde *2020 7th International Conference on Information Science and Control Engineering (ICISCE)*, IEEE, 2020, ss. 1105-1109. doi: 10.1109/ICISCE50968.2020.00225.
 - [77] D. Mei, W. Li, ve P. He, “Optimization of WEB Data Collection Technology Based on HITS Algorithm”, içinde *2013 International Conference on Computer Sciences and Applications*, IEEE, 2013, ss. 119-122. doi: 10.1109/CSA.2013.34.
 - [78] Ong Kok Chien, Poo Kuan Hoong, ve Chiung Ching Ho, “A comparative study of HITS vs PageRank algorithms for Twitter users analysis”, içinde *2014 International Conference on Computational Science and Technology (ICCST)*, IEEE, 2014, ss. 1-6. doi: 10.1109/ICCST.2014.7045007.
 - [79] W. Yang, “An Improved HITS Algorithm Based on Analysis of Web Page Links and Web Content Similarity”, içinde *2016 International Conference on Cyberworlds (CW)*, IEEE, 2016, ss. 147-150. doi: 10.1109/CW.2016.30.
 - [80] A. London ve T. Csendes, “HITS based network algorithm for evaluating the professional skills of wine tasters”, içinde *2013 IEEE 8th International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI)*, IEEE, 2013, ss. 197-200. doi: 10.1109/SACI.2013.6608966.
 - [81] Y. Du, C. Gao, Y. Hu, S. Mahadevan, ve Y. Deng, “A new method of identifying influential nodes in complex networks based on TOPSIS”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, c. 399, ss. 57-69, 2014, doi: 10.1016/j.physa.2013.12.031.
 - [82] L. Fei ve Y. Deng, “A new method to identify influential nodes based on relative entropy”, *Chaos Solitons Fractals*, c. 104, 2017, ss. 257-267, 2017, doi: 10.1016/j.chaos.2017.08.010.
 - [83] A. Şimşek, “Lexical sorting centrality to distinguish spreading abilities of nodes in complex networks under the Susceptible-Infectious-Recovered (SIR) model”, *Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences*, c. 34, sayı 8, ss. 4810-4820, 2021, doi: 10.1016/j.jksuci.2021.06.010.
 - [84] H. Lai ve W. Xu, “Statistical Properties of Kendall’s Tau Under Contaminated Gaussian Model With Applications in Random Signal Detection”, *IEEE Signal Processing Letters*, c. 27, ss. 655-659, 2020, doi: 10.1109/LSP.2020.2987265.
 - [85] R. G. Manalo ve M. V. Manalo, “Comparing Project Prioritization method and net present value method of capital rationing using kendall’s tau distance”, içinde *2010 IEEE International Conference on Management of Innovation & Technology*, IEEE, 2010, ss. 95-100. doi: 10.1109/ICMIT.2010.5492833.
 - [86] F. Lim ve M. Hagiwara, “Linear programming upper bounds on permutation code sizes from coherent configurations related to the Kendall-tau distance metric”, içinde *2012 IEEE International Symposium on Information Theory*

- Proceedings*, IEEE, 2012, ss. 2998-3002. doi: 10.1109/ISIT.2012.6284110.
- [87] J. J. Higgins, *An introduction to modern nonparametric statistics*. Duxbury Press, 2004.
 - [88] J. Yang, Y. Wang, S. Pei, ve Q. Hu, “Monotonicity Induced Parameter Learning for Bayesian Networks with Limited Data”, içinde *2018 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN)*, IEEE, 2018, ss. 1-8. doi: 10.1109/IJCNN.2018.8489435.
 - [89] S. Tan, J. Lu, X. Yu, ve D. Hill, “Monotonicity of fixation probability of evolutionary dynamics on complex networks”, içinde *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, IEEE, 2012, ss. 2337-2341. doi: 10.1109/IECON.2012.6388876.
 - [90] R. V. Rao, *Decision Making in Manufacturing Environment Using Graph Theory and Fuzzy Multiple Attribute Decision Making Methods*. içinde Springer Series in Advanced Manufacturing. London: Springer London, 2007.
 - [91] L. Li, F. Liu, ve C. Li, “Customer satisfaction evaluation method for customized product development using Entropy weight and Analytic Hierarchy Process”, *Computers & Industrial Engineering*, c. 77, ss. 80-87, 2014, doi: 10.1016/j.cie.2014.09.009.
 - [92] Q. Wang, C. Wu, ve Y. Sun, “Evaluating corporate social responsibility of airlines using entropy weight and grey relation analysis”, *Journal of Air Transport Management*, c. 42, ss. 55-62, 2015, doi: 10.1016/j.jairtraman.2014.08.003.
 - [93] C.-L. Hwang ve K. Yoon, *Multiple Attribute Decision Making*, c. 186. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1981. doi: 10.1007/978-3-642-48318-9.
 - [94] K. Yoon, “A Reconciliation Among Discrete Compromise Solutions”, *Journal of the Operational Research Society*, c. 38, sayı 3, ss. 277-286, 1987, doi: 10.1057/jors.1987.44.
 - [95] C.-L. Hwang, Y.-J. Lai, ve T.-Y. Liu, “A new approach for multiple objective decision making”, *Computers & Operations Research*, c. 20, sayı 8, ss. 889-899, 1993, doi: 10.1016/0305-0548(93)90109-V.
 - [96] X. Li, Y. Han, X. Wu, ve D. A. Zhang, “Evaluating node importance in complex networks based on TOPSIS and gray correlation”, içinde *2018 Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*, IEEE, 2018, ss. 750-754. doi: 10.1109/CCDC.2018.8407231.
 - [97] W. Xuguang, “Identify influential nodes in complex networks based on modified TOPSIS”, içinde *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*, IEEE, 2017, ss. 1474-1479. doi: 10.23919/ChiCC.2017.8027559.
 - [98] Y. He, S. Lei, ve X. Ren, “Importance Calculation of Nodes in Complex Network Based on Improved TOPSIS”, içinde *2019 2nd International Conference on Information Systems and Computer Aided Education (ICISCAE)*, IEEE, 2019, ss. 495-499. doi: 10.1109/ICISCAE48440.2019.221683.
 - [99] H. Jia, Y. Han, X. Wu, ve S. Zhu, “Node Importance Evaluation Algorithm

- for Complex Network Based on Time Series and TOPSIS”, içinde *2020 39th Chinese Control Conference (CCC)*, IEEE, 2020, ss. 786-790. doi: 10.23919/CCC50068.2020.9189138.
- [100] Umm-e-Habiba ve S. Asghar, “A survey on multi-criteria decision making approaches”, içinde *2009 International Conference on Emerging Technologies*, IEEE, 2009, ss. 321-325. doi: 10.1109/ICET.2009.5353151.
- [101] W. S. Lam, P. F. Lee, ve W. H. Lam, “Multi-Criteria Decision Analysis of the Logistics Companies using TOPSIS Model”, içinde *2022 International Conference on Decision Aid Sciences and Applications (DASA)*, IEEE, 2022, ss. 574-578. doi: 10.1109/DASA54658.2022.9765038.
- [102] J. Caylor, S. Metu, ve A. Raglin, “The Role of Multi-Criteria Decision-Making in a Sentry Agents Framework Utilizing Uncertainty of Information”, içinde *2020 IEEE International Conference on Big Data (Big Data)*, IEEE, 2020, ss. 5643-5645. doi: 10.1109/BigData50022.2020.9378243.
- [103] M. Y. Putra Perdana, Arini, A. Fiade, ve I. M. Malik Matin, “Fuzzy Multi-Criteria Decision Making for Optimization of Housing Construction Financing”, içinde *2021 Sixth International Conference on Informatics and Computing (ICIC)*, IEEE, 2021, ss. 1-5. doi: 10.1109/ICIC54025.2021.9632934.
- [104] Y. Akin, C. Dikkollu, B. B. Kaplan, U. Yayan, ve E. N. Yolacan, “Ethereum Blockchain Network-based Electrical Vehicle Charging Platform with Multi-Criteria Decision Support System”, içinde *2019 1st International Informatics and Software Engineering Conference (UBMYK)*, IEEE, 2019, ss. 1-5. doi: 10.1109/UBMYK48245.2019.8965557.
- [105] J.-C. Pomerol ve S. Barba-Romero, *Multicriterion Decision in Management* içinde International Series in Operations Research & Management Science, c.25. Boston, MA: Springer US, 2000. doi: 10.1007/978-1-4615-4459-3.
- [106] T. L. Saaty, “A scaling method for priorities in hierarchical structures”, *Journal of Mathematical Psychology*, c. 15, sayı 3, ss. 234-281, 1977.
- [107] S. Funk, E. Gilad, C. Watkins, ve V. A. A. Jansen, “The spread of awareness and its impact on epidemic outbreaks”, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, c. 106, sayı 16, ss. 6872-6877, 2009, doi: 10.1073/pnas.0810762106.
- [108] C. T. Urabe, G. Tanaka, K. Aihara, ve M. Mimura, “Parameter Scaling for Epidemic Size in a Spatial Epidemic Model with Mobile Individuals”, *PLoS One*, c. 11, sayı 12, s. e0168127, 2016, doi: 10.1371/journal.pone.0168127.
- [109] V. S. Mai, A. Battou, ve K. Mills, “Distributed Algorithm for Suppressing Epidemic Spread in Networks”, *IEEE Control Systems Letters*, c. 2, sayı 3, ss. 555-560, 2018, doi: 10.1109/LCSYS.2018.2844118.
- [110] A. Yanez, J. Duggan, C. Hayes, M. Jilani, ve M. Connolly, “PandemCap: Decision support tool for epidemic management”, içinde *2017 IEEE Workshop on Visual Analytics in Healthcare (VAHC)*, IEEE, 2017, ss. 24-30. doi: 10.1109/VAHC.2017.8387497.
- [111] Y. Wang, J. Cao, G.-Q. Sun, ve J. Li, “Effect of time delay on pattern

- dynamics in a spatial epidemic model”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, c. 412, ss. 137-148, 2014, doi: 10.1016/j.physa.2014.06.038.
- [112] L. G. A. Zuzek, H. E. Stanley, ve L. A. Braunstein, “Epidemic Model with Isolation in Multilayer Networks”, *Scientific Reports*, c. 5, sayı 1, s. 12151, 2015, doi: 10.1038/srep12151.
- [113] S. Kim, J. Lee, ve E. Jung, “Mathematical model of transmission dynamics and optimal control strategies for 2009 A/H1N1 influenza in the Republic of Korea”, *Journal of Theoretical Biology*, c. 412, ss. 74-85, 2017, doi: 10.1016/j.jtbi.2016.09.025.
- [114] G. Chowell, L. Sattenspiel, S. Bansal, ve C. Viboud, “Mathematical models to characterize early epidemic growth: A review”, *Physics of Life Reviews*, c. 18, ss. 66-97, 2016, doi: 10.1016/j.plrev.2016.07.005.
- [115] D. Guo, K. C. Li, T. R. Peters, B. M. Snively, K. A. Poehling, ve X. Zhou, “Multi-scale modeling for the transmission of influenza and the evaluation of interventions toward it”, *Scientific Reports*, c. 5, sayı 1, ss. 8980/1-8980/9, 2015, doi: 10.1038/srep08980.
- [116] L. Pellis vd., “Eight challenges for network epidemic models”, *Epidemics*, c. 10, ss. 58-62, 2015, doi: 10.1016/j.epidem.2014.07.003.
- [117] A. Huppert ve G. Katriel, “Mathematical modelling and prediction in infectious disease epidemiology”, *Clinical Microbiology and Infection*, c. 19, sayı 11, ss. 999-1005, 2013, doi: 10.1111/1469-0691.12308.
- [118] N. Thapen, D. Simmie, C. Hankin, ve J. Gillard, “DEFENDER: Detecting and Forecasting Epidemics Using Novel Data-Analytics for Enhanced Response”, *PLoS One*, c. 11, sayı 5, s. e0155417/1-e0155417/19, 2016, doi: 10.1371/journal.pone.0155417.
- [119] Y. Y. Keng, K. H. Kwa, ve C. McClain, “Convex combinations of centrality measures”, *The Journal of Mathematical Sociology*, c. 45, sayı 4, ss. 195-222, 2021, doi: 10.1080/0022250X.2020.1765776.

9. EKLER

Çizelge 9.1. Merkezilik ölçütünden elde edilen kombinasyonlarının numara karşılıkları

No	Kombinasyon	No	Kombinasyon	No	Kombinasyon	No	Kombinasyon
1	BC	37	BC, DC, HA	73	BC, CC, HS, HA	107	BC, CC, EC, HS, HA
2	CC	38	BC, EC, PR	74	BC, DC, EC, PR	108	BC, CC, PR, HS, HA
3	DC	39	BC, EC, HS	75	BC, DC, EC, HS	109	BC, DC, EC, PR, HS
4	EC	40	BC, EC, HA	76	BC, DC, EC, HA	110	BC, DC, EC, PR, HA
5	PR	41	BC, PR, HS	77	BC, DC, PR, HS	111	BC, DC, EC, HS, HA
6	HS	42	BC, PR, HA	78	BC, DC, PR, HA	112	BC, DC, PR, HS, HA
7	HA	43	BC, HS, HA	79	BC, DC, HS, HA	113	BC, EC, PR, HS, HA
8	BC, CC	44	CC, DC, EC	80	BC, EC, PR, HS	114	CC, DC, EC, PR, HS
9	BC, DC	45	CC, DC, PR	81	BC, EC, PR, HA	115	CC, DC, EC, PR, HA
10	BC, EC	46	CC, DC, HS	82	BC, EC, HS, HA	116	CC, DC, EC, HS, HA
11	BC, PR	47	CC, DC, HA	83	BC, PR, HS, HA	117	CC, DC, PR, HS, HA
12	BC, HS	48	CC, EC, PR	84	CC, DC, EC, PR	118	CC, EC, PR, HS, HA
13	BC, HA	49	CC, EC, HS	85	CC, DC, EC, HS	119	DC, EC, PR, HS, HA
14	CC, DC	50	CC, EC, HA	86	CC, DC, EC, HA	120	BC, CC, DC, EC, PR, HS
15	CC, EC	51	CC, PR, HS	87	CC, DC, PR, HS	121	BC, CC, DC, EC, PR, HA
16	CC, PR	52	CC, PR, HA	88	CC, DC, PR, HA	122	BC, CC, DC, EC, HS, HA
17	CC, HS	53	CC, HS, HA	89	CC, DC, HS, HA	123	BC, CC, DC, PR, HS, HA
18	CC, HA	54	DC, EC, PR	90	CC, EC, PR, HS	124	BC, CC, EC, PR, HS, HA
19	DC, EC	55	DC, EC, HS	91	CC, EC, PR, HA	125	BC, DC, EC, PR, HS, HA
20	DC, PR	56	DC, EC, HA	92	CC, EC, HS, HA	126	CC, DC, EC, PR, HS, HA
21	DC, HS	57	DC, PR, HS	93	CC, PR, HS, HA	127	BC, CC, DC, EC, PR, HS, HA
22	DC, HA	58	DC, PR, HA	94	DC, EC, PR, HS		
23	EC, PR	59	DC, HS, HA	95	DC, EC, PR, HA		
24	EC, HS	60	EC, PR, HS	96	DC, EC, HS, HA		
25	EC, HA	61	EC, PR, HA	97	DC, PR, HS, HA		
26	PR, HS	62	EC, HS, HA	98	EC, PR, HS, HA		
27	PR, HA	63	PR, HS, HA	99	BC, CC, DC, EC, PR		
28	HS, HA	64	BC, CC, DC, EC	100	BC, CC, DC, EC, HS		
29	BC, CC, DC	65	BC, CC, DC, PR	101	BC, CC, DC, EC, HA		
30	BC, CC, EC	66	BC, CC, DC, HS	102	BC, CC, DC, PR, HS		
31	BC, CC, PR	67	BC, CC, DC, HA	103	BC, CC, DC, PR, HA		
32	BC, CC, HS	68	BC, CC, EC, PR	104	BC, CC, DC, HS, HA		
33	BC, CC, HA	69	BC, CC, EC, HS	105	BC, CC, EC, PR, HS		
34	BC, DC, EC	70	BC, CC, EC, HA	106	BC, CC, EC, PR, HA		
35	BC, DC, PR	71	BC, CC, PR, HS				
36	BC, DC, HS	72	BC, CC, PR, HA				

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Levent SABAH

Yabancı Dili : İngilizce

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Doktora	Bilgisayar Mühendisliği	Düzce Üniversitesi	2023
Yüksek Lisans	Bilgisayar Mühendisliği	Düzce Üniversitesi	2018
Lisans	İktisat (Açık Öğretim)	Anadolu Üniversitesi	2012
Lisans	Bilgisayar Mühendisliği	Çukurova Üniversitesi	2011
Ön Lisans	Bilgisayar Teknoloji ve Programlama	Selçuk Üniversitesi	2006

YAYINLAR

Makaleler

1. Sabah, L, Şimşek, M., A new fast entropy-based method to generate composite centrality measures in complex networks. *Concurrency Computat Pract Exper.* 2023;e7657. doi: [10.1002/cpe.7657](https://doi.org/10.1002/cpe.7657)