

T.C.
BİTLİS EREN ÜNİVERSİTESİ VE FIRAT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

COPULA TAHMİN YÖNTEMLERİ

Mine DOĞAN

OCAK 2018

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

COPULA TAHMİN YÖNTEMLERİ

Hazırlayan
Mine DOĞAN

Danışman
Yrd. Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ

Jüri Üyeleri
Prof. Dr. Sinan ÇALIK
Yrd. Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ
Yrd. Doç. Dr. Fahrettin ÖZBEY

OCAK 2018

Mine DOĞAN tarafından hazırlanan “**Copula Tahmin Yöntemleri**” adlı tez çalışması **12.01/2018** tarihinde yapılan sınavla aşağıdaki jüri tarafından oybirliği/oyçokluğu ile Bitlis Eren Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Sinan ÇALIK

(Başkan)

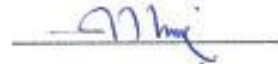
Yrd. Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ

(Danışman)

Yrd. Doç. Dr. Fahrettin ÖZBEY

(Üye)

İmza



Bu tezin kabulü, Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun **02.01.2018** gün ve **05/14** Sayılı kararı ile onaylanmıştır.



Doç. Dr. Koray KÖKSAL
Enstitü Müdürü

ÖZET

COPULA TAHMİN YÖNTEMLERİ

Mine DOĞAN

Yüksek Lisans Tezi

Bitlis Eren Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

İstatistik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ

Ocak 2018, 63 sayfa

Bu çalışma giriş, önceki çalışmalar, materyal metod, bulgular ve sonuç olmak üzere beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde copula fonksiyonunun önemi ve copula fonksiyonları ile ilgili yapılmış çalışmalar hakkında bilgi verilmiştir. İkinci bölümde copula fonksiyonları ve teorisi üzerinde durulmuştur. Üçüncü bölümde iki tane uygulama yapılmıştır. Birinci uygulamamızda Raelgly dağılımından simule ettiğimiz veri setini kullanarak Arşimedian copulalar için kullanılan Kendall dağılım fonksiyonu yardımıyla bağımlılık yapısı için uygun copula fonksiyonu seçilmiştir. İkinci uygulamamız da ise Euro/TL ve Dolar/TL verileri arasındaki bağımlılık yapısı Copula Garch metodu kullanılarak modellenmiştir. Dördüncü bölümde ise yaptığımız uygulamaların sonuçları hakkında bilgi verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Copula Fonksiyonu, Kendall Tau, Spearman Rho, Copula-Garch, Maksimum Olabilirlik Metodu

ABSTRACT

COPULA ESTIMATION METHODS

Mine DOĞAN

Master Thesis

Bitlis Eren University Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Statistic

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ

January 2018, 63 pages

This study consists of five parts; introduction, previous studies, material and method, findings and conclusion. In the first part; we give some information about copula function and related studies. In the second part; we focus on the theory of copula functions. In the third part; we give two applications. In the first application, by using the data set simulated from the Rayleigh distribution, we choose the appropriate copula function for dependency structure with the help of the Kendall distribution function which is used for Archimedean copulas. In the last part; we inform about the results of applications which are given in the previous section

Keywords: Copula Function, Kendall Tau, Spearman Rho, Copula-Garch, Maximum Likelihood Method

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam sırasında, ihtiyaç duyduğum her anda değerli zamanını bana ayırarak gerek akademik gerekse hayat deneyimini benimle cömertçe paylaşan, çalışmalarımın her aşamasında büyük bir sabırla bilgi, öneri ve yardımlarını esirgemeyen değerli danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Ayşe METİN KARAKAŞ'a, desteğiyle bana yol gösteren ve ilerlemem için teşvik eden Prof. Dr. Sinan ÇALIK hocama, tez çalışmama gösterdiği özen, yaptığı değerli katkı ve önerilerinin yanı sıra benden esirgemediği moral ve destekten dolayı değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Murat KARAKAŞ'a, değerli katkısı ve ayırdığı zaman için Yrd. Doç. Dr. Fahrettin ÖZBEY ve Uzman Ercan ERCAN hocama, bilgi ve önerileri ile bana yardımcı olan ve hiçbir sorumu yanıtsız bırakmayan değerli hocam Uzman Mustafa DÜŞÜKCAN'a, tüm çalışmalarım sırasında değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren İstatistik Bölüm hocalarına, araştırmam için gerekli veriye ulaşmamı sağlayan T.C. Merkez Bankası ve investing.com'a, bu zorlu süreçte manevi desteğiyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan değerli çalışma arkadaşım Elçin Ecem SEZGİN'e ve moral desteğini her an hissettiğim kıymetli arkadaşlarım Sunay DENİZ, Leyla DAYI, Gökçe ÇELİK ve Yüksek Mühendis Semih TAŞKAYA'ya, maddi ve manevi desteklerini, güler yüzlerini benden esirgemeyen, yaşamımın her anında varlıklarından güç aldığım canım babama, anneme, kardeşime, enişteme, kuzenime, dayıma, amcama ve diğer aile bireylerine. Adını yazamadığım tüm can dostlara, son olarak hayatında bana değer veren, benim için özel olan herkese sevgilerimle sonsuz Teşekkürler.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	iv
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	ix
1.GİRİŞ.....	1
2.ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	2
3.MATERYAL VE METOD	4
3.1. TEMEL TANIM VE TEOREMLER.....	4
Tanım 3.1.1. (Copula)	4
Tanım 3.1.2. (İki boyutlu Copula).....	4
Tanım 3.1.3. (n boyutlu Copula)	4
Tanım 3.1.4. (Deneyssel Copula)	5
Tanım 3.1.5. (Frechet Copula)	5
Teorem 3.1.1. (Sklar Teoremi).....	5
Tanım 3.1.6. (Sağ Kalım Copula)	5
Tanım 3.1.7. (Normal Copula).....	6
Tanım 3.1.8. (Farlie-Gumbel-Morgenstern Copula)	6
Tanım 3.1.9. (Cuadres-Ague Copula)	6
Tanım 3.1.10. (Marshall-Olkin Copula).....	6
Tanım 3.1.11. (Galambos Copula).....	7
Tanım 3.1.12. (Hüsler-Reiss Copula).....	7
Tanım 3.1.13. (Plackett Copula)	7
Tanım 3.1.14. (Archimedean Copula).....	7
Tanım 3.1.15. (Üreteç Fonksiyonu)	8
Teorem 3.1.2.	8
Teorem 3.1.3.	8
Teorem 3.1.4.	8
Tanım 3.1.16. (Clayton Copula).....	8
Tanım 3.1.17. (Gumbel Copula)	9

Tanım 3.1.18. (Frank Copula).....	9
Tanım 3.1.19. (Ali Mikhail Haq Copula).....	10
Tanım 3.1.20. (Joe Copula).....	10
Tanım 3.1.21. (Kuyruk Bağımlılığı)	11
Tanım 3.1.22. (Kendall Dağılım Fonksiyonu)	12
Tanım 3.1.23. (Cramer- Von Mises Testi).....	13
Tanım 3.1.24. (Anderson- Darling Testi).....	13
Tanım 3.1.25. (Kolmogorov- Smirnov Testi)	13
Tanım 3.1.26. (Ki- Kare Uyum İyiliği Testi).....	14
Tanım 3.1.27. (Akaike Bilgi Ölçütü (AIC)).....	14
Tanım 3.1.28. (Schwarz Bayesian Ölçütü (SIC)).....	14
Tanım 3.1.29. (Bayesçi Bilgi Ölçütü)	15
Tanım 3.1.30. (Hannan-Quinn Bilgi Ölçütü)	15
Tanım 3.1.31. (Log Olabilirlik Ölçütü).....	15
Tanım 3.1.32. (Sıra Korelasyonu)	15
Tanım 3.1.33. (Pearson Korelasyon Katsayısı).....	16
Tanım 3.1.34. (Spearman Rho)	17
Teorem 3.1.5.	18
Tanım 3.1.35. (Kendall Tau).....	18
Teorem 3.1.6.	19
Teorem 3.1.7.	19
Teorem 3.1.8.	20
3. 2. COPULA TAHMİN YÖNTEMLERİ	20
Tanım 3.2.1. (En Çok Olabilirlik Yöntemi (MLE)).....	21
Tanım 3.2.2. (Marjinallere İlişkin Çıkarsama Yöntemi (IFM)).....	22
Tanım 3.2.3. (Yarı Parametrik Tahmin Yöntemler).....	23
Tanım 3.2.4. (Sözde En Çok Olabilirlik Yöntemi (PMLE)).....	23
Tanım 3.2.5. (Parametrik Olmayan Tahmin Yöntemleri).....	24
Tanım 3.2.6. (Pearson Korelasyon Katsayısı).....	24
Tanım 3.2.7. (Kendall Tau (τ) Değerine Dayanan Yöntem).....	24
Teorem 3.2.1.	25
Tanım 3.2.8. (Spearman Rho (ρ_S) Değerine Dayanan Yöntem).....	26
Teorem 3.2.2.	27

3.3. GARCH METODU	28
Tanım 3.3.1 (Arch Modeli)	28
Tanım 3.3.2. (Garch Modeli)	28
Tanım 3.3.3. (Igarch Modeli)	28
Tanım 3.3.4. (Egarch Modeli)	29
Tanım 3.3.5. (Tgarch Modeli)	29
Tanım 3.3.6. (Asimetrik Garch (Agarch) Modeli)	29
Tanım 3.3.7. (GJR-Garch Modeli)	29
Tanım 3.3.8. (Copula-Garch Tahmini)	30
Tanım 3.3.9. (Student's T-Copula)	30
4. BULGULAR	31
4.1. Kendall Dağılım Fonksiyonu Yardımıyla Arşimedyen Copula Parametre Tahmini	31
Tanım 4.1.2. Raelgly Dağılımı	31
4.2. Euro/TL ve Dolar/TL arasındaki ilişkinin Copula Garch Metodu ile Modellenmesi	34
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	39
KAYNAKLAR	40
EKLER	45
Ek-1	45
Ek-2	46
Ek-3	47
Ek-4	48
Ek-5	49
Ek-6	50
Ek-7	51
Ek-8	53
ÖZGEÇMİŞ	64

ÇİZELGELER DİZİNİ

ÇİZELGE	Sayfa
3.1. Bazı Arşimedyen copulalarının fonksiyonları ve üreteçleri	11
3.2. Bazı özel copula ailelerinin kuyruk bağımlılığı	11
3.3. Arşimedyen copula aileleri için Kendall dağılım fonksiyonu denklemleri	13
3.4. Bazı Arşimedyen copulalarının üreteçleri, parametre aralıkları, Kendall Tau ve Spearman Rho değerleri	20
3.5. Bazı copula ailelerinin Kendall τ değerleri ve parametrelerinin Kendall τ cinsinden değerleri	26
3.6. Bazı copula ailelerinin Spearman ρ_s değerleri ve parametrelerinin Spearman ρ_s cinsinden değerleri	27
4.1. $X \sim \text{Ray}(3)$ ve $Y \sim \text{Ray}(3)$ serisinin tanımlayıcı istatistikleri	32
4.2. $X \sim \text{Ray}(3)$ ve $Y \sim \text{Ray}(3)$ için Kendall Tau rank korelasyonu	33
4.3. $X \sim \text{Ray}(3)$ ve $Y \sim \text{Ray}(3)$ için Spearman Rho rank korelasyonu	33
4.4. Copula Aileleri için parametreleri ve Kendall dağılım fonksiyonu değerleri	34
4.5. Euro/ TL ve Dolar /TL serisinin tanımlayıcı istatistikleri	35
4.6. Euro/ TL ve Dolar /TL getiri serisinin tanımlayıcı istatistikler	35
4.7. Euro/TL getiri serisinin marjinal modeli	37
4.8. Dolar /TL getiri serisinin marjinal modeli	37
4.9. Euro/TL ve Dolar/TL için Kendall Tau sıra korelasyonu	37
4.10. Euro/TL ve Dolar/TL için Spearman Rho sıra korelasyonu	37
4.11. Copulalar için Kolmogorov Smirnov Test İstatistiği ve Olasılık Değerleri	37
4.11. Copulalar için Maksimum olabilirlik ve Bilgi Kriteri Değerleri	36

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>ŞEKİL</u>	<u>Sayfa</u>
4.1. Raeigly Dağılımının Belirtilen parametrelere göre olasılık yoğunluk fonksiyonu grafiği	32
4.2. Raeigly Dağılımının Belirtilen parametrelere göre kümülatif dağılım fonksiyonu grafiği.....	32
4.3. $X \sim \text{Ray}(3)$ serisinin saçılım grafiği.....	33
4.4. $Y \sim \text{Ray}(3)$ serisinin saçılım grafiği.....	33
4.5. Euro/TL Yıllara göre dağılım grafiği	35
4.6. Dolar/TL Yıllara göre dağılım grafiği	36
4.7. Euro/TL Yıllara göre getiri serisinin dağılım grafiği	36
4.8. Dolar/TL Yıllara göre getiri serisinin dağılım grafiği	36

SİMGELER DİZİNİ

$\mathcal{C}$	Copula fonksiyonu
φ	Üreteç fonksiyonu
θ	Parametre
ρ	Spearman Rho
τ	Kendall Tau

KISALTMALAR DİZİNİ

AIC	Akaike Bilgi Ölçütü
SIC	Schwartz Bilgi Ölçütü
HQIC	Hannan-Quinn Bilgi Ölçütü
MLE	En Çok Olabilirlik Yöntemi
IFM	Marjinallere İlişkin Çıkarsama Yöntemi
PMLE	Sözde En Çok Olabilirlik Yöntemi

1.GİRİŞ

İstatistiğin önemli amaçlarından biri örnek verilerinden yararlanarak yığın parametreleri hakkında tahmin yapmaktır. Tahmin yapmada, araştırılan konuya göre ele alınan değişkenler arasındaki bağımlılık yapısı öncelikli sorunlardan biri olarak karşımıza çıkar. Tesadüfi değişkenler arasındaki bağımlılık yapısı hakkında bilgi veren bağımlılık ölçülerini belirlemenin çeşitli yöntemleri vardır. Matematiksel olarak copula fonksiyonları çok değişkenli dağılım fonksiyonlarının tek değişkenli marjinalleri arasındaki ilişkisidir. Copulalar ilk kez 1959 da Sklar tarafından kullanılmıştır. İstatistiksel olarak hem parametrik hem de parametrik olmayan durumlarda bağımlılığın ölçülmesi ve parametrelerin tahmin edilmesi için copula fonksiyonları kullanarak birçok metoda alternatif sunar. Copulalar çok değişkenli bağımlılık mekanizmalarının araştırılmasında, yeni çok değişkenli dağılımların elde edilmesinde, stokastik modellemede, yeni parametrik olmayan bağımlılık ölçüsü geliştirilmesinde, markov süreçlerine yeni yaklaşımlarda ve özellikle uygulama olarak finasta, aktüeryada, portföy analizlerinde, risk analizlerinde, zaman serilerinde, hidrolojide, durdurma işlemlerinin kullanıldığı sağkalım analizlerinde, tıp istatistiklerinde kullanılmaktadır. Biz de bu çalışma da iki tane uygulama yaptık. Birinci çalışmamız da arşimedyan copula için tanımlı olan Kendall dağılım fonksiyonu yardımıyla uygun parametre seçimi yaptık. İkinci çalışmamızda ise copula Garch metodu yaklaşımıyla seçtiğimiz finansal veri setimiz için marjinal modellemeyi Garch metodu yardımıyla, değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını da copula fonksiyonları yardımıyla belirlemeye çalıştık. Uygun copula seçimi için parametrik olmayan tahmin yöntemleri, uyum iyiliği testi, maksimum olabilirlik metodu, Akaike, Schwartz, Bayes ve Hannan Quin bilgi kriterleri yardımıyla yaptık.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

İlk defa copulaların varlığını ortaya koyan çalışma, bu fonksiyonların çok değişkenli dağılım fonksiyonlarıyla dağılımın bir boyutlu marjinalleri arasında bir bağıntı tanımlamaya yardımcı olduğunu göstermiştir. Sklar teoremi, copulalar teorisinin yapıtaşıdır. Bu teorem, çok boyutlu dağılım fonksiyonları ile onların marjinal dağılım fonksiyonları arasındaki ilişkide copulaların rolünü açıklar. Sklar teoremi ile “copula” kullanımının ismi belirginleşmiştir [1]. Copulaların yapısal özelliklerinin gerçek ve potansiyel yararlılığının belirtilmesi suretiyle daha iyi bilinmesi sağlanmıştır [2]. Copula teorisinin özellikleri ve copula teorisi incelenmiştir [3]. Çiftlerin tekil bileşenlerle dağılımın varlığını nasıl kullanabileceği ve Kendall Tau ile bir ilişki kurabileceği gösterilmiştir [4]. İki değişken arasındaki bağımlılık yapısının uygun bir şekilde temsil edilmesini sağlayan Arşimedian copulayı seçme problemi önerilmiştir [5]. Finans alanında copulalar kullanılmıştır [6]. Hem popülasyonlar hem de örnekler için Kendall dağılım fonksiyonlarının çeşitli özellikleri incelenmiştir [7]. Copulalar hakkında kapsamlı bir teori verilmiştir [8]. Copula kavramlarını ele alıp veri kümesi üzerinde yarı parametrik yöntemle bağımlılık yapısı incelenmiştir [9]. Ayrıca rastgele yöntemlere dayanan copulalar için çıkarım yapılmış [10] ve doğada aşırılıkları modellemek için copula kullanılmıştır [11]. Finansal veriler arasındaki bağımlılık önerilen yöntemle incelenmiş ve yorumlanmıştır [12]. Copula tahmin yöntemleri anlatılarak yapılan simülasyon çalışmasına ilişkin sonuçlar sunulmuştur. İMKB sektör endeks verileri kullanılarak elde edilen sektörler arası bağımlılık yapısını özetleyen copulaların tahmini verilmiştir [13]. Copula fonksiyonlarının teorisine ve iki uygulamaya yer verilmiştir [14]. Güvenilirlik analizinde ve istatistik teorisinde sıklıkla kullanılan sıra istatistiklerinin copulaları ve ortak olasılık yoğunluk fonksiyonlarından elde edilen yerel bağımlılık fonksiyonlarının elde edilmesi hedeflenmiştir [15]. Bazı copula tahmin yöntemlerinden olan parametrik, parametrik olmayan, yarı parametrik ile uyum iyiliği testi hakkında bilgi verilmiş ve Arşimedian copulalardan bazıları kullanılarak örnek uygulama yapılmıştır [16]. İki değişkenli Arşimedian copulaların temel özellikleri inceleyerek, aile parametresini tahmin etmek için Kendall’ın Tau’suna dayalı parametrik olmayan bir yöntem üzerinde durmuştur, bununla ilgili bir uygulama yapmışlardır [17]. Dolar ve euro’nun 1996-2011 yılları ihracat oranları arasındaki bağımlılık yapısını copula fonksiyonları tarafından kullanarak açıklamaya çalışılmıştır [18]. Arşimedian copulalar, üretici fonksiyonları elde etme yöntemleri ve Arşimedian copulalarda istatistiksel sonuç çıkarımı konuları üzerinde durulmuştur [19]. Bahsedilen Arşimedian copula ölçülerinin hesaplanmasında daha esnek bir yapıya sahip olan üreticilerle yeni bir Arşimedian copula ailesi elde etme amaçlanmıştır [20]. Doların döviz kuru

ile mevduat oranı arasındaki ilişki için copula fonksiyon modellemesi kullanılmıştır [21]. Ali Mikhail Haq ve Joe için simülasyon çalışması yaparak Kendall Dağılım fonksiyonu hesaplanmıştır [22]. Çok değişkenli GARCH modellerini, istatistiksel özelliklerini ve tahmin yöntemleri ayrıntılarıyla incelenip; bu modelleri kullanarak enflasyondaki ve çıktıdaki belirsizliklerin enflasyon ve çıktı (büyümesi) üzerindeki etkilerini tartışan farklı görüşler Türkiye için test edilmiştir [23]. T.C. Merkez Bankası gecelik faiz oranlarının volatilitelerini modelleyebilmek için Asimetrik GARCH tipi değişen varyansa dayalı modeller kullanılmıştır [24]. 9 yıllık günlük verilere dayanarak IMKB 100 endeksinin volatilitelerini değerlendirmek ve tahmin etmek için, her biri dört ayrı dağılımla denenen, ARMA özellikleri eklenebilen 11 değişik ARCH modelinin performansı sunulmaktadır [25]. Vadeli işlem ve Opsiyon Borsasında işlem gören kontratlar üzerinde Samuelson hipotezi, lineer regresyon ve ARMA-ARCH ve türevi teknikleriyle sınanmıştır [26]. Tek değişkenli ve çok değişkenli otoregresif koşullu değişen varyans modelleri tanıtılmış ve koşullu değişen varyans modelleri çeşitli döviz kuru getiri serilerine uygulanarak ulaşılan sonuçlar analiz edilmiştir [27]. Değişkenler arasındaki bağımlılık yapısı ve değişkenlerin marjinal modellenmesi Copula-Garch kullanılarak yapılmıştır [28].

3. MATERYAL VE METOD

3.1. TEMEL TANIM VE TEOREMLER

Tanım 3.1.1. (Copula)

$F(X \leq x) = P(X \leq x)$ ve $G(Y \leq y) = P(Y \leq y)$ dağılımına sahip rastgele değişken çiftleri ve X ve Y ortak dağılım fonksiyonu ele alınsın. Her bir $H(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y)$ reel sayı çifti sırasıyla (x, y) ve $F(x), G(y)$ ve $H(x, y)$ sayıları ile ilişkilendirilebilir. Bu her bir sayı $[0,1]$ aralığında değer alır. Bir başka deyişle, her bir (x, y) reel sayı çifti $[0,1] \times [0,1]$ birim karesinde bir $(F(x), G(y))$ noktasını ifade eder. Ayrıca bu sıralı çiftler $[0,1]$ ' de $H(x, y)$ ortak dağılım fonksiyonuna karşı gelir. Ortak dağılım fonksiyonunun değerini tek değişkenli dağılım fonksiyonlarının değerlerini kullanarak düzenli çiftlere atayan fonksiyonlara copula denir. Copulalarla ilgili temel kavramların ve matematiksel özelliklerin incelendiği bu bölümde ilk olarak 2-boyutlu copula ve n-boyutlu copula kavramlarına değinilmektedir [8].

Tanım 3.1.2. (İki boyutlu Copula)

İki boyutlu copula, aşağıdaki özelliklere sahip olan ve $C: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ şeklinde tanımlı bir fonksiyondur.

1. Her $u \in [0,1]$ için $C(0, u) = C(u, 0) = 0$
2. Her $u \in [0,1]$ için $C(u, 1) = u$ ve $C(1, u) = u$
3. $u_1 \leq v_1$ ve $u_2 \leq v_2$ olan her $(u_1, u_2), (v_1, v_2) \in [0,1] \times [0,1]$ için $C(v_1, v_2) - C(v_1, u_2) - C(u_1, v_2) + C(u_1, u_2) \geq 0$

[66, 62, 60, 53, 45-44, 40-39, 33, 19-12, 10-9, 7-1].

Tanım 3.1.3. (n boyutlu Copula)

n-boyutlu bir copula fonksiyonu; tanım kümesi $[0,1]^n$, değer kümesi $[0,1]$ olan ve aşağıdaki özellikleri sağlayan bir fonksiyondur.

1. $\forall m \leq n$ $a_m \in [0,1]$ için $C(1, \dots, 1, a_m, 1, \dots, 1) = a_m$
2. Eğer herhangi bir $m \leq n$ için $a_m = 0$ ise $C(a_m, \dots, a_m, 1, \dots, 1) = 0$
3. C , n-artandır. [60, 55, 47, 38, 33-32, 19-12, 9, 6].

Tanım 3.1.4. (Deneyisel Copula)

$\{(X_k, \dots, Y_k)\}$, $k = 1, 2, \dots, n$ örneği ile ilgili olan ranklar $\{(R_i, S_i)\}$ olsun. I indikatör fonksiyon ve $u, v \in I$ olmak üzere deneyisel copula C_n ,

$$C_n(u, v) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n 1\left(\frac{R_k}{n+1} \leq u, \frac{S_k}{n+1} \leq v\right) \quad (3.1)$$

şeklinde tanımlanır. N_{ij} , $1 \leq i, j \leq n$ için $x \leq x_i$ $y \leq y_i$ şeklindeki sıralı nokta çiftinin sayısı olmak üzere deneyisel copulanın alternatif tanımı; $C\left(\frac{i}{n}, \frac{j}{n}\right) = \frac{N_{ij}}{n}$ şeklindedir [60, 55, 47, 38, 33-32, 19-12, 9, 6].

Tanım 3.1.5. (Frechet Copula)

Her C copulası, her $(u, v) \in I^2$ için, $W(u, v) \leq C(u, v) \leq M(u, v)$ eşitsizliğini sağlar. Bu eşitsizlikte, W ye copulalar için Frechet-Hoeffding alt sınırı ve M ye copulalar için Frechet-Hoeffding üst sınırı denir [8].

Teorem 3.1.1. (Sklar Teoremi)

X ve Y rastgele değişken, $F(x, y)$ ortak dağılım fonksiyonu, $F(x)$ ve $G(y)$ marjinal dağılım fonksiyonları olmak üzere öyle bir C copulası vardır ki;

$$F(x, y) = C(F(x), G(y)) \quad (3.2)$$

şeklinde yazılabilir. Eğer $F(x)$ ve $G(y)$ mutlak sürekli ise C copulası tektir. Eğer dağılım fonksiyonları mutlak sürekli değil ise Lebesgue ölçüsüne göre sıfırdan farklı olduğu noktalarda tanımlıdır [60, 55, 48-47, 38, 33-32, 28, 21-12, 9, 6].

Tanım 3.1.6. (Sağ Kalım Copula)

Günümüzde yapılan birçok çalışmada, yaşam süreleri rastgele değişken olan sistemler ilgi konusu olmuştur. Bir bireyin ya da sistemin x gibi bir zamandan daha uzun yaşama olasılığı $F_i(x) = 1 - F_i(x)$. “Sağkalım fonksiyonu” ile ifade edilmek üzere, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ için çok değişkenli sağkalım fonksiyonu $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ şeklinde gösterilebilir. Bu durumda sağkalım copulası,

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) \quad (3.3)$$

de ifade edildiği gibidir [47].

Tanım 3.1.7. (Normal Copula)

Bu copula ailesi Sklar teoreminden türetilmiştir;

$$C(u, v) = \Phi_2(\Phi^{-1}(u), \Phi^{-1}(v), \rho), \quad -1 \leq \rho \leq 1 \quad (3.4)$$

Φ_2 burada korelasyon katsayısı ρ olan iki boyutlu normal dağılım fonksiyonudur ve Φ^{-1} ise tek değişkenli normal dağılım fonksiyonunun tersidir [33, 19-12, 9].

Tanım 3.1.8. (Farlie-Gumbel-Morgenstern Copula)

$u, v \in I, \theta \in [-1, 1]$ olmak üzere $C_\theta, [0, 1]^2$ üzerinde;

$$C_\theta(u, v) = uv + \theta uv(1 - u)(1 - v) \quad (3.5)$$

şeklinde tanımlanır. $\theta = 0$ ise, $C_\theta = \Pi$ dir [33, 19-12, 9].

Tanım 3.1.9. (Cuadras-Ague Copula)

$u, v \in I, \theta \in [0, 1]$ için $C_\theta, [0, 1]^2$ üzerinde;

$$C_\theta(u, v) = [\min(u, v)]^\theta [u, v]^{1-\theta} = \begin{cases} uv^{1-\theta} & u \leq v \\ u^{1-\theta}v & u \geq v \end{cases} \quad (3.6)$$

şeklindedir. $\theta = 0$ ise, $C_\theta = \Pi$ ve $\theta = 1$ ise, $C_1 = M$ ve $\Pi(u, v) = uv$ olduğundan bu aile M ve Π nın ağırlıklandırılmış geometrik ortalaması olarak adlandırılır [35, 8].

Tanım 3.1.10. (Marshall-Olkin Copula)

$u, v \in I$ ve $\alpha, \beta \in [0, 1]$ olmak üzere $C_{\alpha\beta}, [0, 1]^2$ üzerinde;

$$C_{\alpha\beta}(u, v) = \min(u^{1-\alpha}v, uv^{1-\beta}) \quad (3.7)$$

şeklindedir [8].

Tanım 3.1.11. (Galambos Copula)

$u, v \in I$ ve $\theta > 0$ olmak üzere $C_\theta, [0,1]^2$ üzerinde;

$$C_\theta(u, v) = uv \exp\left(\left[(-\ln u)^{-\theta} + (-\ln v)^{-\theta}\right]^{-1/\theta}\right) \quad (3.8)$$

şeklindedir [8].

Tanım 3.1.12. (Hüsler-Reiss Copula)

Bu copula ailesi $\theta \in [0, \infty)$ olmak üzere

$$C_\theta(u, v) = \exp\left\{-(-\ln u)\Phi\left(\theta^{-1} + \frac{1}{2}\theta \ln\left[\frac{-\ln u}{-\ln v}\right]\right) - (-\ln v)\Phi\left(\theta^{-1} + \frac{1}{2}\theta \ln\left[\frac{-\ln v}{-\ln u}\right]\right)\right\} \quad (3.9)$$

şeklinde tanımlanır. $\theta \rightarrow 0$ iken, yani $\lim_{\alpha \rightarrow 0} C_{\alpha, \beta}(u, v) = uv = \Pi(u, v)$ bağımsızlık copulasına ulaşılır. Burada Φ , standart normal dağılımın birikimli dağılım fonksiyonunu gösterir [44].

Tanım 3.1.13. (Plackett Copula)

Bu copula ailesi;

$$C(u, v) = \frac{1+(\theta-1)(u+v)-\sqrt{[1+(\theta-1)(u+v)]^2-4\theta(\theta-1)uv}}{2(\theta-1)} \quad (3.10)$$

şeklinde tanımlanır. Burada, θ copula parametresi $(0, \infty)$ aralığında sınırlıdır [28, 8].

Tanım 3.1.14. (Archimedean Copula)

$\varphi: I \rightarrow [0, \infty]$ sürekli, kesin azalan ve konveks ve $\varphi(1) = 0$, $\varphi(0) = \infty$ olacak şekilde azalan konveks bir fonksiyon ve $\varphi^{[-1]}$, φ nin genelleştirilmiş ters fonksiyonu olsun.

$$C(u, v) = \varphi^{[-1]}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad (3.11)$$

biçiminde tanımlanan fonksiyon bir copuladır. Bu copulaya Arşimedyen copula denir. φ fonksiyonuna da copulanın üreticisi denir [60,55,48-47,38,33-32,28,21-12,6].

Tanım 3.1.15. (Üreteç Fonksiyonu)

Çok değişkenli bir copulanın, basit tek değişkenli bir fonksiyona, üreticiye indirgenmesine izin verir. Basitlik olması açısından, iki değişkenli bir copula düşünelim. $\varphi: [0,1] \rightarrow [0, \infty)$ sürekli, kesin azalan, konveks ve $\varphi(1) = 0$ olacak şekilde bir fonksiyon olsun. Bir Arşimedyan copula;

$$C(u, v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v)); u, v \in (0,1] \quad (3.12)$$

biçiminde yazılabilir. φ' ye C copulasının üreticisi denir. Copulaların üreticisi kavramının özelliklerini matematiksel olarak ifade edelim $\varphi(1) = 0$

1. Her $t \in (0,1)$ için $\varphi'(t) < 0$ 'dır. Yani, φ azalan bir fonksiyondur.
2. Her $t \in (0,1)$ için $\varphi'(t) \geq 0$ 'dır. Yani, φ konveks bir fonksiyondur [60, 55, 48-47, 38,33-32, 28, 21-12, 6].

Teorem 3.1.2.

C üreticisi φ olan Arşimedyan bir copula olsun. O zaman;

- a. C simetriktir; yani her $u, v \in I$ için $C(u, v) = C(v, u)$ dur.
- b. C birleşmelidir; yani her $u, v, w \in I$ için $C(C(u, v), w) = C(u, C(u, C(v, w)))$ dir.
- c. Eğer $c > 0$ herhangi bir sabitse, $c\varphi$ de C nin üreticisidir. [3,8].

Teorem 3.1.3.

C; her $u \in (0,1)$ için $\delta_c(u) < u$ olacak şekilde birleşmeli bir copula olsun. O zaman C Arşimedyanıdır [8].

Teorem 3.1.4.

Bir Arşimedyan copulanın düzey eğrileri konvekstir [8].

Tanım 3.1.16. (Clayton Copula)

Arşimedyan copula ailesine ait olan asimetrik yapıdaki Clayton copulası için üreteç fonksiyonu; $\frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1)$ yardımı ile

$$[u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1]^{\frac{-1}{\theta}} \quad (3.13)$$

şeklinde tanımlanır. Burada, θ copula parametresidir. $(0, \infty)$ bölgesi üzerinde sınırlı olarak alınır. Gumbel copulasının aksine, Clayton copula için sol kuyruk bağımlılığı için kullanılıp yorumlanmalıdır. İlişki risklerini incelemek için kullanılmıştır. Birlikte azalış göstermeye, birlikte artış göstermekten daha eğilimli olan gözlemler bu copula ile modellenmede kullanılabilir [60, 55, 48-47, 38, 33-32, 28, 21-12, 9, 6].

Tanım 3.1.17. (Gumbel Copula)

$\varphi(t) = (\ln t)^\theta, \theta \geq 1$ üreteç fonksiyonu yardımıyla tanımlanan Gumbel copulasının gösterimi şu şekildedir:

$$\exp \left\{ -[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta]^{\frac{1}{\theta}} \right\} \quad (3.14)$$

Burada θ parametresi $[1, \infty)$ arasında sınırlandırılmıştır. 1 ve ∞ değerleri sırasıyla bağımsız copula ve Frechet üst sınırına karşılık gelir. Ancak bu copula, herhangi bir θ değeri için Frechet alt sınırına ulaşmaz. Gumbel copulanın asimetrik bir yapıya sahip olmasından dolayı kuyruk bağımlılığını yorumlamada kullanışlıdır. Gumbel copula ile modellenen gözlemler için sağ kuyruk bağımlılığı yorumlanmalıdır. Sonuçların yüksek değerlerle kuvvetli korelasyon olduğu, ancak düşük değerler de daha az korelasyona sahip olduğu biliniyorsa, Gumbel copulası uygun bir seçimdir [60, 55, 48-47, 38, 33-32, 28, 21-12, 9, 6].

Tanım 3.1.18. (Frank Copula)

Clayton ve Gumbel copulalarının aksine simetrik bir yapıda olan Frank copulasına ait üreteç fonksiyonu ; $-\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}, \theta \in R/\{0\}$ yardımı ile

$$C_\theta(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)} \right) \quad (3.15)$$

şeklinde tanımlanır. Bağımlılık parametresi, gerçek değeri $(-\infty, \infty)$ arasında alır. Frank copula ile negatif bağımlılığın modellenebilir olması ve geniş bir parametre uzayına sahip olması Frank copulayı uygulamada tercih edilebilir yapmaktadır. Frank copulası birçok nedenden dolayı popülerdir. Bağımlılık, Frank copula için iki kuyrukta da simetriktir. Kuyruklarda bağımlılık zayıftır ve buralarda yer alan olaylar sıfır olasılıkla meydana gelmektedir. Frank copula ile modellenebilen gözlemler çok güçlü pozitif ya da çok güçlü negatif bağımlılığa sahiptir. Diğer

bazı copulalardan farklı olarak, marjinaller arasındaki negatif bağımlılığa izin verir. Frechet sınırlarının izin verilen bağımlılık aralığına dahil edilmesi anlamında “Kapsamlıdır”. Sonuç olarak, Frank copulası, teorik olarak olumlu ya da olumsuz bir bağımlılığı olan sonuçları modellemek için kullanılabilir [60, 55, 48-47, 38, 33-32, 28, 21-12, 9, 6].

Tanım 3.1.19. (Ali Mikhail Haq Copula)

$\varphi(t) = \ln \frac{1-\theta(1-t)}{t}$ üreteç fonksiyonu yardımıyla tanımlanan bu copulanın gösterimi şu şekildedir:

$$C_{\theta}(u, v) = uv[1 - \theta(1 - u)(1 - v)]^{-1} \quad (3.16)$$

Burada θ copula parametresi $[-1,1]$ aralığında sınırlıdır [60, 55, 48-47, 38, 33-32, 28, 21-12, 9, 6].

Tanım 3.1.20. (Joe Copula)

$\varphi(t) = -\ln[1 - (1 - t)^{\theta}]$ üreteç fonksiyonu yardımıyla tanımlanan bu copulanın gösterimi şöyledir:

$$C_{\theta}(u, v) = 1 - [(1 - u)^{\theta} + (1 - v)^{\theta} - ((1 - u)^{\theta}(1 - v)^{\theta})]^{1/\theta} \quad (3.17)$$

Burada θ copula parametresi $[1, \infty]$ aralığında sınırlıdır. Bu copula ailesi Gumbel copulasına benzemektedir. Sağ kuyruk pozitif bağımlılık Gumbel copuladan daha güçlüdür [60, 55, 48-47, 38, 33-32, 28, 21-12, 9, 6].

Çizelge 3.1. Bazı Arşimedyen copulalarının fonksiyonları ve üreticiler

Aileler	Copulanın Genel Formülü	Üreteçler	Parametre Aralığı
Clayton	$[u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1]^{-\frac{1}{\theta}}$	$\frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1)$	$\theta > 0$
Frank	$C_{\theta}(u, v) = -\frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\theta u} - 1)(e^{-\theta v} - 1)}{(e^{-\theta} - 1)} \right)$	$-\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}$	$(-\infty, \infty) - \{0\}$
Gumbel	$\exp \left\{ -[(-\ln u)^{\theta} + (-\ln v)^{\theta}]^{\frac{1}{\theta}} \right\}$	$(-\ln t)^{\theta}$	$[1, \infty)$
Ali-Mikhail Haq	$uv[1 - \theta(1 - u)(1 - v)]^{-1}$	$\ln \frac{1 - \theta(1 - t)}{t}$	$-1 \leq \theta < 1$
Joe	$C_{\theta}(u, v) = 1 - [(1 - u)^{\theta} + (1 - v)^{\theta} - ((1 - u)^{\theta}(1 - v)^{\theta})^{1/\theta}]^{1/\theta}$	$-\ln[1 - (1 - t)^{\theta}]$	$[1, \infty]$
Cook Johnson	$\max \left([u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1]^{-1/\theta} \right)$	$\frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1)$	

Tanım 3.1.21. (Kuyruk Bağımlılığı)

İki değişkenli bir C copulasının, $\lim_{u \uparrow 1} \bar{C}(u, u)/(1 - u) = \lambda_U$ olması durumunda, $\bar{C}(u, u) = 1 - 2u + C(u, u)$ C copulasının $\lambda_u \in (0, 1]$ olması durumunda bir üst kuyruk bağımlılığı ve $\lambda_u = 0$ 'nin üst kuyruğa bağımlılığı yoktur. Dahası, iki değişkenli bir C copulasının $\lim_{u \downarrow 0} C(u, u)/u = \lambda_L$ olması durumunda, C copulasının $\lambda_L \in (0, 1]$ kuyruğa bağımlılığı daha düşük ve $\lambda_L = 0$ ise alt kuyruk bağımlılığın düşük olduğunu söyleyeceğiz [60, 55, 48-47, 38, 33-32, 28, 21-12, 9, 6].

Çizelge 3.2. Bazı özel copula ailelerinin kuyruk bağımlılığı

Aile	θ aralığı	λ_U	λ_L	τ
Clayton	$[-1, +\infty[\{0\}$	0	$2^{-1/\theta(\alpha)}$	$\frac{\theta}{\theta + 2}$
Frank	$] -\infty, +\infty[\{0\}$	0	0	$1 + 4(D_1(\theta) - 1)/\theta$
Gumbel	$[1, +\infty[$	$2 \cdot 2^{1/\theta}$	0	$1 - \frac{1}{\theta}$
Joe	$[1, +\infty[$	$2 \cdot 2^{1/\theta}$	0	$\sqrt{}$
Ali Mikhail Haq	$[-1, 1)$	0	0	$\log \frac{1 - \theta(1 - t)}{t}$

Tanım 3.1.22. (Kendall Dağılım Fonksiyonu)

Arşimedyen copula için tesadüfî değişken ikililerinin bağımlılık yapısını tahmin etmeye yarayan bir parametrik olmayan yöntem önerilmiştir. İki değişkenli Gaussian olmayan $H(X, Y)$ dağılım fonksiyonundan $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ bağımsız gözlemleri için bir olasılık modeli vurgulama durumu H , H 'ın F_x ve F_y marjinali ve ilgili C bağımlılık fonksiyonu tarafından indirgenebilir. C, φ üreteçli bir ilişki copulasıdır ve $K(u) = \Pr\{C(U_1, \dots, U_n) \leq u\}$ şeklinde tanımlı Kendall dağılım fonksiyonu ; C 'nin bir Arşimedyen copula olması halinde, copula tahminin $(0,1)$ aralığı üzerinde

$$K(u) = u - \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} \quad (3.18)$$

funksiyonu yardımıyla tanımlanacağını ifade eder. K 'nin parametrik olmayan tahmini,

$$K_n(u) = \frac{\sum_{j=1}^n I\{U_j \leq u\}}{n} + 1 \quad (3.19)$$

ile gösterilir. K 'nin parametrik olmayan tahmininden yararlanarak Kendall Tau değerini bulmak için aşağıdaki adımların sağlanması gerekir [38,11].

- i) Arşimedyen copulanın parametrik olmayan tahmini Kendall Tau korelasyon katsayısı kullanılarak
- ii) Pseudo gözlemlerini tanımlama

$$U_i = F_n(X_i, Y_i) = \frac{\sum_{j=1}^n I\{X_j \leq X_i, Y_j \leq Y_i\}}{n} + 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.20)$$

$$K_n(u) = \frac{(U_i \leq u)}{n+1} = \frac{U_i \leq u \text{ sayısı}}{n+1} \quad (3.21)$$

- iii) K 'nin parametrik tahminin oluşturma

$$K(u) = u - \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} \quad (3.22)$$

- iv) Veri setine uygun Arşimedyen copulanın seçimi minimum aralıklarla yapılabilir.

$$\int [K_{\varphi n}(u) - K_n(u)]^2 dK_n(u) \quad (3.23)$$

Çizelge 3.3. Arşimedyan copula aileleri için Kendall dağılım fonksiyonu denklemleri

Aile	Üretcin ilk türevi ϕ'	Dağılım fonksiyonu $K(u) = u - \frac{\phi(u)}{\phi'(u)}$
Gumbel	$-\theta(-\ln u)^{\theta-1} \frac{1}{u}$	$u - \frac{(u \ln u)}{\theta}$
Clayton	$-\theta u u^{-\theta-1}$	$u - \frac{(u^{\theta+1} - u)}{\theta}$
Frank	$\frac{\theta}{1 - e^{\theta u}}$	$u - \frac{\ln \frac{e^{-\theta u} - 1}{e^{-\theta} - 1}}{\theta} (e^{-\theta u} - 1)$
Ali Mikhail Haq	$\frac{\theta u - \ln[1 - \theta(1 - u)][1 - \theta(1 - u)]}{u^2[1 - \theta(1 - u)]}$	$u - \frac{\ln[1 - \theta(1 - u)]u[1 - \theta(1 - u)]}{\theta u - \ln[1 - \theta(1 - u)][1 - \theta(1 - u)]}$
Joe	$\left[\frac{\theta(1 - t)^{\theta-1}}{[1 + (1 - t)^\theta]} \right]$	$t - \frac{\ln[1 - (1 - t)^\theta][1 - (1 - t)^\theta]}{\theta(1 - t)^{\theta-1}}$

Tanım 3.1.23. (Cramer- Von Mises Testi)

Cramer-Von Mises uyum iyiliği testi Harald Cramer ve Richard Edler Mises (1928-1931) tarafından ortaya atılmıştır. Cramer-Von Mises test istatistiği W_n ;

$$W_n = \sum_{i=1}^n \left\{ F_0(x_{(i)}) - \frac{2i-1}{2n} \right\}^2 + \frac{1}{12n} \quad (3.24)$$

olarak tanımlanır [65, 56, 51, 37, 34, 12].

Tanım 3.1.24. (Anderson- Darling Testi)

Anderson- Darling (1954), Kolmogorov-Smirnov testini uyarlayarak başka bir test istatistiği önermişlerdir. Anderson- Darling test istatistiği (A^2);

$$A^2 = -\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \left[\left(i - \frac{1}{2} \right) \log\{F_0(x_{(i)})\} + \left(n - i + \frac{1}{2} \right) \log\{1 - F_0(x_{(i)})\} \right] - n \quad (3.25)$$

şeklinde elde edilir [65, 56, 51, 37, 30, 12].

Tanım 3.1.25. (Kolmogorov- Smirnov Testi)

Kolmogorov-Smirnov test istatistiği deneysel dağılım fonksiyonuna dayalı uyum iyiliği testleri arasında en sık kullanılan yöntemlerden birisidir. Bu test istatistiği ilk olarak Kolmogorov (1933) tarafından geliştirilmiş ancak uyum iyiliği testlerinde kullanılması Smirnov (1939) tarafından

uyarlanmıştır. Bu sebeple literatürde KolmogorovSmirnov (K-S) uyum iyiliği testleri olarak geçmektedir. Kolmogorov- Smirnov test istatistiği (D);

$$D = \sup_x |S_n(x) - F_0(x)| \quad (3.26)$$

şeklindedir [65, 63, 56, 51-50, 37, 12].

Tanım 3.1.26. (Ki- Kare Uyum İyiliği Testi)

Ki- Kare uyum iyiliği testi ilk olarak 1900’de Pearson tarafından ortaya atılmıştır. Sınıflama ölçme düzeyinde ölçülmüş değişkenler için uyum iyiliği testi olan Ki- Kare testi için yokluk hipotezinin doğruluğu altında, yığından seçilen örneğin yığının karakteristiklerini taşıması yani sınıfların her birinde beklenen frekanslar ile gözlenen frekansların birbirine eşit ya da yakın olması beklenir. Buna göre Ki- Kare test istatistiği;

$$X_h^2 = \sum_{j=1}^c \frac{(G_j - B_j)^2}{B_j} \quad (3.27)$$

olarak tanımlanır [65,57-56,51,37,12].

Tanım 3.1.27. (Akaike Bilgi Ölçütü (AIC))

Birden çok AIC tanımı vardır. En küçük kareler tahmininde, Akaike’nin kendi tanımına dayalı şu formülü kullanılır:

$$AIC = -2l(\hat{\theta}) + 2k \quad (3.28)$$

Burada, $l(\hat{\theta})$, değiştirge tahminlerinin bir işlevi olan en çok log olabilirliği göstermektedir. AIC ne kadar küçükse yakışma da o kadar iyidir. Modeller karşılaştırılırken AIC değeri düşük olan tercih edilir [64, 41].

Tanım 3.1.28. (Schwarz Bayesian Ölçütü (SIC))

En uygun modeli seçmemize yardım eden kriterlerden biri olan Schwartz (SIC)kriteri ise,

$$SIC = \ln(\sigma_t^2) + k \ln(n)/n \quad (3.29)$$

olarak tahmin edilmektedir. k burada tahmin edilen parametre sayısıdır, n gözlem sayısıdır [64, 41].

Tanım 3.1.29. (Bayesçi Bilgi Ölçütü)

Bu ölçüt Schwartz ölçütü olarak da bilinir. Formülü şudur:

$$BIC = -2l(\hat{\theta}) + k + \log n \quad (3.30)$$

Örnekleme birlikte $l(\hat{\theta})$ da arttığından dolayı, modele yeni eklenen bir değişken için AIC ölçütünün verdiği ceza büyük örneklemelerde yetersiz kalabilmektedir [64,43,41].

Tanım 3.1.30. (Hannan-Quinn Bilgi Ölçütü)

Tutumlu modelleri AIC'ten daha fazla ödüllendiren bir diğer ölçütte HQIC'dir:

$$HQIC = -2l(\hat{\theta}) + 2k \log \log n \quad (3.31)$$

HQIC kullanımı, diğer iki ölçüt gibi yaygındır. Ancak, bu üç ölçütten birinin diğerlerinden üstün olduğu tartışmalıdır [64,41].

Tanım 3.1.31. (Log Olabilirlik Ölçütü)

En uygun modelin seçiminde AIC(Akaike) , SIC (Schwarz) kriterleri ile birlikte Log olabilirlik kriterlerinden yararlanılır. Parametrelerin anlamlılıklarından sonra en küçük AIC ve SIC kriteri ile en büyük Log Olabilirlik kriterine sahip olan modelin seri için en uygun olduğuna karar verilir. Ancak varyanstaki asimetrililiğin sağlanması için en küçük AIC ve SIC değerine sahip olan bir model ele alınsa bile Log Olabilirlik fonksiyonu en büyük olan değilse ,bir sonraki AIC ve SIC değeri minimum olan ve Log Olabilirlik fonksiyonu en büyük olan model ele alınabilmektedir [64,41].

Tanım 3.1.32. (Sıra Korelasyonu)

Sırasıyla sürekli dağılım fonksiyonları F_1 ve F_2 , ortak dağılım fonksiyonu F olan iki rassal değişken X ve Y yi göz önünde bulunduralım. Spearman'ın sıra korelasyonu $\rho_s(X,Y) = p(F_1(X), F_2(Y))$ olarak tanımlanır. C copulasının örneğe dayalı en iyi gösterimi olan örnekleme copulasından ve bu copulanın (X,Y) çiftinin bağımlılığını karakterize ettiğinden bahsetmiştik. Dolayısıyla bağımlılığı, hem örnekleme yoluyla hem de teorik olarak sırasıyla ve C yi kullanarak

ölçmek anlamlı olur. Bu düşüncenin iyi bilinen iki parametre dışı bağımlılık ölçüsü, Spearman'ın rho'su ve Kendall'in tau'suna nasıl ulaştığını açıklayalım ve Pearson katsayısı ile karşılaştıralım.

$$\rho_t(X, Y) = P_r[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0] - P_r[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0] \quad (3.32)$$

Burada (X_1, Y_1) ve (X_2, Y_2) , F den iki bağımsız rasgele değişken çiftidir. Sağdaki ilk terim, $P_r[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0]$, P_r (uyuşma); ikincisi P_r (uyuşmazlık) temsil eder. Dolayısıyla da, $P_t(X, Y) = P_r[uyuşma] - P_r[uyuşmazlık]$ ikisi arasındaki göreceli farkın ölçüsüdür. X ve Y sürekli rastgele değişkenler, $F(x, y)$ bu değişkenlerin ortak dağılım fonksiyonu, $F(x)$ ve $G(y)$ marjinal dağılım fonksiyonlarını gösterebilir. O zaman X ve Y değişkenleri arasındaki kovaryans;

$$Cov(X, Y) = \int_{R^2} (F(x, y) - F(x)G(y)) dx dy \quad (3.33)$$

şeklinde ifade edilir. Kendall Tau ve Spearman Rho ise copula fonksiyonlarındaki rastgele değişkenler arasındaki ilişkiyi ölçen parametrik olmayan ölçümlerdir [35].

Tanım 3.1.33. (Pearson Korelasyon Katsayısı)

Bu korelasyon katsayısı uygulamalardan en çok bilinen ve kullanılan bağımlılık ölçüsüdür. Hatta bu fazlaca kullanılması yüzünden sıklıkla yanlış kullanımlara neden olmaktadır. Korelasyon katsayısı değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal ve değişkenlerin dağılımlarının normal dağılım olduğu varsayımlarına dayanır. Değişkenlerin ikisi de oranlama (ya da eşit aralıklı) veya birinin oranlama diğerinin eşit aralıklı ölçüldüğü durumda bu korelasyon katsayısı (ρ) kullanılır.

$(X, Y)^T$ rastgele vektörünün bileşenleri sıfırdan farklı ve sonlu varyansa sahip olsun.

$$r = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} \quad (3.34)$$

sayısına Pearson korelasyon katsayısı denir.

Ayrıca Pearson korelasyon katsayısı copula cinsinden,

$$r = \frac{1}{\sqrt{Var(x)Var(y)}} \int_0^1 \int_0^1 [C(u, v) - uv] dF_x^{-1}(u) dF_y^{-1}(v) \quad (3.35)$$

biçiminde de ifade edilebilir.

Pearson korelasyon katsayısı değişkenler arasındaki doğrusal ilişkiyi ölçer; dolayısıyla çoğunlukla doğrusal korelasyon katsayısı veya kısaca doğrusal korelasyon olarak da anılır. Doğrusal korelasyon, doğrusal bağımlılığın ölçüsüdür. Tam doğrusal bağımlılık durumunda $Y =$

$aX + b, a \in R \setminus \{0\}$ için hemen hemen kesin olarak $|r| = 1$ olur. Aksi takdirde $-1 < r < 1$ olur. Aynı zamanda doğrusal korelasyon $\alpha, \gamma \in R \setminus \{0\}, \beta, \delta \in R$ için $r(aX + \beta, \gamma Y + \delta) = \text{sign}(\alpha\gamma)r(X, Y)$, özelliğine de sahiptir. Dolayısıyla doğrusal korelasyon, doğrusal dönüşümlerden etkilenmez. $A, B; m \times n$ boyutlu matrisler, $a, b \in R^m$ ve X, Y rastgele n vektörler olduğundan $\text{Cov}(AX + a, BY + b) = A\text{Cov}(X, Y)B^T$ olur. Buradan $\alpha \in R^n$ için $\text{Var}(\alpha^T X) = \alpha^T \text{cov}(X) \alpha$, olur; burada $\text{cov}(X) = \text{cov}(X, X)'$ dir. Dolayısıyla doğrusal kombinasyonun varyansı tamamen bileşenler arasındaki kovaryanslarla belirlenir. Doğrusal korelasyon yaygın olarak kullanılan ancak genelde yanlış anlaşılan bir bağımlılık ölçüsüdür. Korelasyon, eliptik dağılımlarda bağımlılığın doğal sayısal ölçüsü olarak uygun olabilir. Bununla birlikte, çoğu rastgele değişkenin ortak dağılımı eliptik değildir ve doğrusal korelasyon kullanımı böyle durumlarda yanıltıcı olabilir [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Tanım 3.1.34. (Spearman Rho)

Çok boyutlu normal dağılıma sahip olmayan rastgele değişkenler arasında doğrusal bir ilişki yoksa veya değişkenlerin ölçüm düzeyleri oranlama/eşit aralıklı olmadığında ya da değişkenlerin varyansları bilinmediğinde, Spearman'ın sıra korelasyonu veya Kendall'ın sıra korelasyonunun kullanılması tercih edilir. Bağımlılığı ölçmek için doğal bir düşünce, Pearson'un yaklaşımını taklit ederek (R_i, S_i) sıra sayıları çiftleri arasındaki korelasyonu ve eşdeğer olarak C_n' nin destek kümesini oluşturan $\left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1}\right)$ arasındaki korelasyonu hesaplamaktadır.

Bu bizi doğrudan $\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i = \frac{n+1}{2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i = \bar{S}$ olmak üzere

$$\rho_n = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})(S_i - \bar{S})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2 \sum_{i=1}^n (S_i - \bar{S})^2}} \in [-1, 1] \quad (3.36)$$

şeklinde gösterilen örneğe ait Spearman'ın rho'suna götürür.

Bu katsayı için daha kolay ve uygun bir biçim,

$$\rho_n = \frac{12}{n(n+1)(n-1)} \sum_{i=1}^n R_i \cdot S_i - 3 \frac{n+1}{n-1} \quad (3.37)$$

şeklinde olup, örnek korelasyon katsayısı r_n ile aynı formu paylaşır. Bilindiği gibi Spearman'ın rho'su r_n 'ye benzer şekilde değişkenler bağımsız olduğunda beklenen değerce sıfır olmaktadır. Bununla birlikte ρ_n , örnek korelasyon katsayısı r_n' ye göre benzer şekilde, eğer değişkenler bağımsız ise sıfırdır [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Teorem 3.1.5.

X ve Y copulası C olan sürekli rastgele değişkenler olsun. X ve Y ye ilişkin Spearman ρ değeri,

$$\rho_{X,Y} = \rho_C = 12 \int_0^1 \int_0^1 uv dC(u,v) - 3 = 12 \int_0^1 \int_0^1 C(u,v) du dv - 3 \quad (3.38)$$

biçiminde ifade edilir [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Tanım 3.1.35. Kendall Tau

Kendall Tau, ilişki ölçüsünün örneklem versiyonudur. Sıra sayılarına dayanan ve sıkça kullanılan bir bağımlılık ölçüsü de Kendall'ın Tau'sudur. $(X_i, Y_i); i = 1, 2, \dots, n$ rastgele örneğinde P_n uyumlu çiftlerin sayısını, Q_n uyumsuz çiftlerin sayısını göstermek üzere, bu örnekten hesaplanan Kendall'ın Tau'su,

$$\tau_n = \frac{P_n - Q_n}{\frac{n}{2}} = \frac{4}{n(n-1)} P_n - 1 \quad (3.39)$$

ile verilir. Burada (X_i, Y_i) ve (X_j, Y_j) çiftleri eğer $(X_i - X_j) \cdot (Y_i - Y_j) > 0$ ise uyumlu, $(X_i - X_j) \cdot (Y_i - Y_j) < 0$ ise uyumsuz olarak adlandırılır. X ve Y sürekli olduğundan $(X_i - X_j) \cdot (Y_i - Y_j) = 0$ durumu görülmez. $(X_i - X_j) \cdot (Y_i - Y_j) > 0$ durumu ancak ve ancak $(R_i - R_j) \cdot (S_i - S_j) > 0$ gerçekleşeceğinden, τ 'nin sıra sayılarının bir fonksiyonu olduğu açıktır. Ayrıca τ_n, C_n örnekleme kapulasının da bir fonksiyonudur. Bu durumu açıklamak, yani τ_n ile C_n arasındaki ilişkiyi görmek için aşağıda belirtilen fonksiyon tanımlansın. Herhangi iki $i \neq j$ için $I_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{eğer } X_j < X_i, Y_j < Y_i \\ 0, & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$ ve

$i \in \{1, 2, \dots, n\}$ için $I_{ii} = 1$ olsun. Buna göre, $(I_{ij} + I_{ji}) = 1$ durumu ancak ve ancak (X_i, Y_i) ve (X_j, Y_j) çiftleri uyumlu olduğunda ortaya çıktığından,

$$P_n = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} (I_{ij} + I_{ji}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} I_{ij} = -n + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n I_{ij} \quad (3.40)$$

olmaktadır.

$$W_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I_{ij} = \frac{1}{n} \# \{j: X_j \leq X_i, Y_j \leq Y_i\} \quad (3.41)$$

dır ve,

$$\overline{W} = (W_1 + W_2 + \dots + W_n)/n \quad (3.42)$$

olarak alırsak,

$$\tau_n = 4 \frac{n}{n-1} \bar{W} - \frac{n+3}{n-1} \quad (3.43)$$

şeklinde yazılabilir.

Artık τ_n ile C_n arasındaki ilişki;

$$W_i = C_n \left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) \quad (3.44)$$

tanımından ve

$$\bar{W} = \int_{[0,1]^2} C_n(u, v) dC_n(u, v) \quad (3.45)$$

özelliğinden çıkar, denilebilir [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Teorem 3.1.6.

X ve Y , copulası C olan sürekli rastgele değişkenler olsun. X ve Y 'ye ilişkin Kendall τ değeri,

$$\tau_{X,Y} = \tau_C = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) dC(u, v) - 1 = 1 - 4 \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial}{\partial u} C(u, v) \frac{\partial}{\partial v} C(u, v) dudv \quad (3.46)$$

biçiminde ifade edilir [19].

Teorem 3.1.7.

X ve Y , copulası C olan sürekli rastgele değişkenler olsun. O zaman X ve Y için Kendall τ' nun kitle versiyonu aşağıdaki gibidir:

$$\tau = 4 \int \int_{I^2} C(u, v) dC(u, v) - 1 \quad (3.47)$$

[19-8].

Teorem 3.1.8.

X ve Y , $\varphi \in \Omega$ ile üretilmiş bir C Arşimedyen copulasına ait rastgele değişkenler olsun. X ve Y için Kendall'ın Tau (τ) sunun yığın versiyonu τ_C ,

$$\tau_C = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} dt \quad (3.48)$$

biçiminde ifade edilir [19-8].

Çizelge 3.4. Bazı Arşimedyen copulalarının üreteçleri, parametre aralıkları, Kendall Tau ve Spearman Rho değerleri

Aile	Üreteç	Parametre	Kendall Tau	Spearman Rho
Gumbel	$\varphi(t) = (-\ln t)^\theta$	$\theta \in [1, \infty)$	$\frac{\theta-1}{\theta}$	-
Clayton	$\varphi(t) = \frac{t^{-\theta} - 1}{\theta}$	$\theta \in [0, \infty)$	$\frac{\theta}{\theta+2}$	-
Frank	$\varphi(t) = -\ln \frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}$	$\theta \in (-\infty, \infty)$	$1 - \frac{4}{\theta} [1 - D_1(\theta)]$	$1 - \frac{12}{\theta} [D_2(-\theta) - D_1(-\theta)]$
Joe	$\varphi(t) = \ln[1 - (1-t)^\theta]$	$\theta \in [1, \infty)$	$1 + \frac{4}{\theta} D_1(\theta)$	-
Plackett	-	$\theta \in (0, \infty)$	-	$\frac{\theta+1}{\theta-1} - \frac{2\theta \ln \theta}{(\theta-1)^2}$
Farlie-Gumbel-Morgenstem	-	$-1 < \theta \leq 1$	$\frac{2}{9}\theta$	$\frac{1}{3}\theta$
Ali Mikhail Haq	$\varphi(t) = \ln \frac{1-\theta(1-t)}{t}$	$1 \leq \theta \leq 1$	$\left(\frac{3\theta-2}{\theta}\right) - \frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{\theta}\right)^2 \ln(1-\theta)$	-
Normal (Gaussian)	-	$1 \leq \theta \leq 1$	$\frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{\theta}{2}\right)$	$\frac{6}{\pi} \arcsin\left(\frac{\theta}{2}\right)$

3.2. COPULA TAHMİN YÖNTEMLERİ

Copulalarla istatistiksel modelleme probleme genelde iki aşamayı içerir: Birincisi, marjinal dağılımların belirlenmesi, ikincisi; uygun copula fonksiyonunun tanımlanmasıdır. Bir copula fonksiyonu da temel olarak çok değişkenli bir dağılım modelinin bağımlılık yapısının bir ifadesi olduğundan, bu bölümde copula tahmin yöntemleri tanıtılacaktır. Parametrik bir (C_θ) copula ailesinin, X ve Y rastgele değişkenleri arasındaki bağımlılık yapısı için seçilmiş bir model olduğunu kabul edelim. Elimizde $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ şeklinde n-birimlik rastgele bir örnek var olsun. Bu örnekten θ nasıl tahmin edilebilir? Bu bölümde θ 'nın bir gerçek sayı ya da çok-boyutlu olmasına bağlı olarak bazı tahmin yöntemlerinden söz edeceğiz. Copula fonksiyonunun tanımlanmasında kullanılan tahmin yöntemleri; parametrik yöntemler, yarı-parametrik yöntemler ve parametrik olmayan yöntemler olmak üzere üçe ayrılabilir.

- 1) Parametrik Yöntemler
 - En çok olabilirlik yöntemi ve IFM (Marjinallere ilişkin çıkarsama fonksiyonu) yöntemi
- 2) Yarı-Parametrik Yöntemler
 - En çok sözde olabilirlik
- 3) Parametrik olmayan yöntemler
 - Kendall'ın Tau'suna dayanan yöntemler ve Spearman'ın Rho'suna dayanan yöntemler [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Tanım 3.2.1. (En Çok Olabilirlik Yöntemi (MLE))

Bu yöntemle tahmin edilen çok değişkenli dağılımın marjinal dağılımlarına ait parametrelerle, bağımlılık yapısını yansıtan copulaya ilişkin parametrelerin tamamı birlikte tahmin edilir. Bu yöntemde copula yoğunluk fonksiyonu ile tek değişkenli marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonları en azından hipotetik olarak bilinmelidir. $\{C_\theta\} = X_1, X_2, \dots, X_n$ rastgele değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını temsil eden bir copula ailesi olsun. Copula olabilirlik fonksiyonu; marjinal yoğunluk fonksiyonlarını $f_j(x_j) = \frac{\partial F_j(x_j)}{\partial x_j}; j = 1, 2, 3, \dots, n$ ve copula yoğunluk fonksiyonu $c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) = \frac{\partial^n (C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)))}{\partial (F_1(x_1) \dots F_n(x_n))}$ ile gösterelim. Bu durumda $X_1, \dots, X_n$ rastgele değişkenlerine ilişkin olabilirlik fonksiyonu $f(x_1, \dots, x_n) = c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \prod_{j=1}^n f_j(x_j)$ olacaktır. C copulasının n. dereceden kısmi türevi, c copula yoğunluğu ve f_j' ler standart tek değişkenli marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonlarıdır. Çok değişkenli yoğunluk fonksiyonu için ifade edilen bu kanonik gösterim copulaların istatistiksel model probleminin çözümünün iki adımda yapılabileceğini göstermektedir:

1. Marjinal dağılımların belirlenmesi,
2. Uygun copula fonksiyonunun tanımlanması.

Örnek veri matrisi $S = \{x_{1t}, \dots, x_{nt}\}_{t=1}^T$ olsun. Buna göre log-olabilirlik fonksiyonu,

$$l(\theta) = \sum_{t=1}^T \ln c(F_{1t}(x_{1t}), \dots, F_{nt}(x_{nt})) + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \ln f_j(x_{jt}) \quad (3.48)$$

biçiminde ifade edilir. Burada θ copula ve marjinallere ilişkin bütün parametrelerin kümesidir. Burada verilen bilgilere göre en çok olabilirlik tahmin edicisi $\theta_{MLE} = \max_{\theta \in \Theta} l(\theta)$ olacaktır [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Tanım 3.2.2. (Marjinallere İlişkin Çıkarsama Yöntemi (IFM))

En çok olabilirlik tahmini çok zaman aldığında, çok değişkenli copula tahmin yöntemlerinde iki aşamalı IFM tahmin yöntemi tercih edilir. Bu aşamaların birincisi, bir değişkenli marjinallerin en çok olabilirlik tahminini ve ikincisi, birinci aşamada elde edilen ve sabit tutulan parametrelere sahip parametrelerinin en çok olabilirlik tahminini içerir. Teorik olarak bu yöntemde verilen analiz bağımsız ve aynı dağılımlı (i.i.d.) gözlemler içindir, ancak ortak değişkenler olduğunda da IFM yöntemi kullanılabilir. En çok olabilirlik yönteminde marjinal dağılımların parametreleri ve copula yoğunluk fonksiyonunun bilinmesi gerekli olduğundan, çok değişkenli durumda hesaplamalarda zorluklarla karşılaşılır. Bu zorlukları aşmanın bir yolu, En Çok Olabilirlik tahmini yerine Marjinallere İlişkin Çıkarsama yöntemini (IFM) kullanmaktır. İki aşamalı tahmini ele alan bu yöntem, çıkarsama ya da tahmin fonksiyonlarını olabilirlik skor fonksiyonlarına (tek değişkenli veya çok değişkenli) karşı getirmesi nedeniyle, marjinallere ilişkin çıkarsama yöntemi adını almaktadır [29].

Adım 1: Tek değişkenli marjinal dağılımların tahminini yaparak, marjinal parametreleri θ_1 tahmin edilir:

$$\hat{\theta}_1 = \text{ArgMax}_{\theta_1} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \log f_j(x_{jt}; \theta_1). \quad (3.50)$$

Adım 2: Elde edilen $\hat{\theta}_1$ ile copula parametresi θ_2 tahmin edilir:

$$\hat{\theta}_2 = \text{ArgMax}_{\theta_2} \sum_{t=1}^T \log c(F_1(x_{1t}), F_2(x_{2t}), \dots, F_n(x_{nt}); \theta_2, \hat{\theta}_1). \quad (3.51)$$

Bu yöntem IFM (Marjinallere ilişkin çıkarsama fonksiyonları) yöntemi olarak adlandırılır. IFM tahmin edicisi, $\hat{\theta}_{IFM} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)'$ vektörü ile gösterilir. l log-olabilirlik fonksiyonu, l_j , j . marjinalin log-olabilirlik fonksiyonu, l_c ise copulanın log-olabilirlik fonksiyonu olsun. O zaman IFM tahmin edicisi aşağıda belirtilen eşitliğin çözümüdür:

$$\left(\frac{\partial l_1}{\partial \theta_{11}}, \frac{\partial l_2}{\partial \theta_{12}}, \dots, \frac{\partial l_n}{\partial \theta_{1n}}, \frac{\partial l_c}{\partial \theta_2} \right) = 0' \quad (3.52)$$

MLE tahmin edicisi ise,

$$\left(\frac{\partial l}{\partial \theta_{11}}, \frac{\partial l}{\partial \theta_{12}}, \dots, \frac{\partial l}{\partial \theta_{1n}}, \frac{\partial l}{\partial \theta_2} \right) = 0' \quad (3.53)$$

eşitliğinin çözümüdür. Bu iki tahmin edici genelde birbirine eşit çıkmamaktadır. Sayısal olarak IFM tahmin edicisi MLE tahmin edicisinden daha kolay elde edilir. Bu nedenle, IFM tahmin edicisinin MLE tahmin edicisi ile asimptotik etkinliğinin karşılaştırılması mantıklı olacaktır.

Bunun için iki tahmin edicinin asimptotik kovaryans matrislerinin karşılaştırılması gerekir. IFM teorisi, parametre vektörünün tahmini için uygun sonuç eşitliklerinin kümesinin kullanılmasına dayanan özel bir durumdur. Bu durumdaki her eşitlik bir skor fonksiyonudur (Yani eşitliğin sol tarafı, her marjinal yoğunluğa ait log-olabilirliğin kısmi türevinden oluşur) [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Tanım 3.2.3. (Yarı Parametrik Tahmin Yöntemler)

Yarı parametrik tahmin yöntemleri, copula fonksiyonuna ait yoğunluk fonksiyonunun var olması durumunda kullanılan tahmin yöntemleridir. Copula tahmini için kullanılabilecek yarı parametrik tek yöntem En Çok Olabilirlik Yöntemi (Pseudo Maximum Likelihood Estimator-PMLE) dir. Bu tahmin yöntemi ile bulunan tahmin edici, sözde olabilirlik denkleminin bir çözümü olarak bulunur [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Tanım 3.2.4. (Sözde En Çok Olabilirlik Yöntemi (PMLE))

Klasik istatistikte, en çok olabilirlik tahmini, çoğunlukla daha etkin olan ve özellikle θ parametresi çok boyutlu olduğunda bu etkinliğin daha da arttığı momentler yöntemine iyi bir alternatiftir. Bu bölümde bu yaklaşımın bağımlılık parametresinin sıra sayılarına dayalı olduğu bir tahmine uyarlanması verilecektir. c_θ yoğunluğuna sahip C_θ copulasının mutlak sürekli olmasını gerektiren en çok sözde olabilirlik yöntemi basit olarak sıra sayılara dayalı

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^n \log \left\{ c \left(\frac{R_i}{n+1}, \frac{S_i}{n+1} \right) \right\} \quad (3.54)$$

log-olabilirlik fonksiyonunun maksimum hale getirecek parametrenin tahminini elde eder. Bu yöntemin formu, klasik log-olabilirlik fonksiyonu

$$l(\theta) = \sum_{i=1}^n \log \{ c_\theta(F(X_i), G(Y_i)) \} \quad (3.55)$$

ifadesinde bilinmeyen F ve G marjinal dağılım fonksiyonlarının yerine

$$F_n(x) = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n I(X_i \leq x) = \frac{R_i}{n+1} \quad (3.56)$$

$$G_n(y) = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n I(Y_i \leq y) = \frac{S_i}{n+1} \quad (3.57)$$

R_i ve S_i , X_i ve Y_i rastgele değişkenlerinin gözlem değerlerinden elde edilen sıra sayıları değeridir. En çok sözde olabilirlik yöntemi, daha çok sayısal işlem içerdiği ve c_θ yoğunluğunun

var olmasını gerektirdiği için Kendall'ın Tau (τ)' sunu ve Spearman'ın Rho (ρ_s)' sunu içeren yöntemlere göre daha az çekiciliğe sahiptir. Bununla birlikte, bu yöntem bağımlılık parametresi θ' nın gerçek sayı olmasını gerektirmedikinden, genellikle diğer yöntemlere göre daha fazla uygulanabilir [10].

Tanım 3.2.5. (Parametrik Olmayan Tahmin Yöntemleri)

Parametrik olmayan tahmin yöntemleri marjinal dağılımlar ve parametreler ile ilgili bir bilgi edinilmediği durumlarda kullanılan tahmin yöntemleridir. Parametrik olmayan yöntemlerde bağımlılık ölçüsü kullanılmaktadır. Bu yöntem belirlenen veri kümesinden örneklem alıp, bazı bağımlılık ölçülerinin değerleri bulunduktan sonra, copula ailesini tahmin etmeye dayanır. Bu kısımda parametrik olmayan tahmin yöntemlerinden Kendall Tau (τ) değerine dayanan ve Spearman Rho (ρ_s) değerine dayanan yöntem tanıtılacaktır [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Tanım 3.2.6. (Pearson Korelasyon Katsayısı)

Parametrik olmayan yöntemler altında incelenmiştir; fakat parametrik bir yöntemdir. Korelasyon analizi iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin derecesini tanımlamak için kullanılır. Korelasyon katsayısı iki değişken arasındaki doğrusal ilişkinin gücünü ölçer. En küçük kareler yöntemiyle verilere uydurulan doğrunun uyumunun iyiliğini belirler ve buna göre x ve y arasında doğrusal bir ilişki olup olmadığını belirler;

$$\rho_{XY} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (3.58)$$

[66, 62, 60, 57, 54-53, 45-44, 39, 33, 19-12, 10-9, 7-6, 4-1].

Tanım 3.2.7. (Kendall Tau (τ) Değerine Dayanan Yöntem)

Eğer rastgele değişkenler birbirinden bağımsız, sürekli dağılımlara sahiplerse Kendall'ın istatistiği ile sıra korelasyonu ölçülebilir. Genel olarak, $\theta = g(t)$ düzgün bir fonksiyona sahipse, $\tilde{\theta}_n = g(\tau_n)$, θ' nın Kendall'ın Tau (τ)' suna dayalı bir tahmin edici olduğu ifade edilebilir.

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (W_i + \tilde{W}_i - 2\bar{W})^2 \quad (3.59)$$

ve

$$\tilde{W}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I_{ji} = \frac{1}{n} \# \{j: X_i \leq X_j, Y_i \leq Y_j\} \quad (3.60)$$

olmak üzere $\sqrt{n} \frac{\tau_n - \tau}{4S} \approx N(0,1)$ olduğunu göstermiştir. Delta metodu uygulandığında, $n \rightarrow \infty$ ise,

$$\tilde{\theta}_n \approx N \left[\theta, \frac{1}{n} \{4Sg'(\tau_n)\}^2 \right] \quad (3.61)$$

olur. Bu nedenle, θ için $1 - \alpha$ güven katsayılı güven aralığı

$$\hat{\theta}_n \pm Z_{\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{n}} 4Sg'|\tau_n| \quad (3.62)$$

şeklinde ifade edilir. Arşimedyen copula aileleri için

$$\tau = \frac{1}{4} \int_0^1 \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} dt \quad (3.63)$$

eşitliğinin var olduğu gösterilmiştir [58,10,5-4].

Teorem 3.2.1.

X ve Y copulası C olan sürekli rastgele değişkenler olsun X ve Y ilişkin Kendall'ın (τ) değeri;

$$\tau_{X,Y} = \tau_C = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u,v) dC(u,v) - 1 = 1 - 4 \int_0^1 \int_0^1 \frac{\partial}{\partial u} C(u,v) \frac{\partial}{\partial v} C(u,v) du, dv \quad (3.64)$$

bulunur [10,5-4].

Çizelge 3.5. Bazı copula ailelerinin Kendall τ değerleri ve parametrelerinin Kendall τ cinsinden değerleri

Aileler	Copulanın Genel Formu	Parametre Aralığı	Parametre(ler) Cinsinden Kendall τ Değeri	Kendall τ Değeri Cinsinden Parametre(ler) Değeri
Cuadras-Auge	$C_\theta(u, v) = \left[\min \left(\frac{1}{u}, \frac{1}{v} \right) \right]^\theta$	$\theta \in [0; 1]$	$\tau = \frac{\theta}{2 - \theta}$ $0 \leq \tau \leq 1$	$\theta = \frac{2\tau}{1 + \tau}$ $0 \leq \theta \leq 1$
Ali-Mikhail-Haq	$C_\theta = \frac{uv}{1 - \theta(1-u)(1-v)}$	$\theta \in [-1; 1]$	$\tau = \frac{3\theta - 2}{3\theta} - \frac{2(1-\theta)^2}{3\theta^2} \ln(1-\theta)$ $-0.1817 \leq \tau \leq 1/3$	Kapalı fonksiyon olarak ifadesi yoktur.
Gumbell-Barnett	$\hat{C}_\theta(u, v) = uv \exp(-\theta \ln u \ln v)$	$\theta \in (0; 1]$	$\tau = e^{2/\theta} \left(- \int_{2/\theta}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \right)$ $-0.3614 < \tau < -0.0005$	Kapalı fonksiyon olarak ifadesi yoktur
Marshall-Olkin	$C_\theta(u, v) = uv \min(u^{-\alpha}, v^{-\beta})$	$\alpha, \beta \in (0; 1)$	$\tau = \frac{\alpha\beta}{\alpha - \alpha\beta + \beta}$ $0 \leq \tau \leq 1$	$\alpha = \frac{\beta_\tau}{\beta - \tau + \beta_\tau}$ $\beta = \frac{\alpha_\tau}{\alpha - \tau + \alpha_\tau}$ $0 \leq \alpha, \beta \leq 1$
Farlie-Gumbel-Morgenstern	$C_\theta(u, v) = uv [1 + \theta(1-u)(1-v)]$	$\theta \in [-1; 1]$	$\tau = \frac{2\theta}{9}$ $-2/9 \leq \tau \leq 2/9$	$\theta = \frac{9\tau}{2}$ $-1 \leq \theta \leq 1$

Tanım 3.2.8. (Spearman Rho (ρ_s) Değerine Dayanan Yöntem)

İki değişken arasındaki ilişkinin derecesi korelasyon katsayıları ile belirlenir. Bu ilişkinin incelemesinde parametrik olmayan ölçülerden en çok kullanılan sıra korelasyon katsayısıdır. Kendall τ değerine dayalı yönteme benzerdir. Öncelikle örnekten Spearman ρ_s değeri hesaplanır. Daha sonra örnekten elde edilen ρ_s tahmin değeri kullanılarak kapalı fonksiyondan copula parametresi tahmin edilir. Genel olarak, $\theta = h(\rho)$ düzgün bir fonksiyona sahipse, θ' nın Spearman Rho (ρ_s)' suna dayalı bir tahmin edici olduğu ifade edilebilir. Kendall'ın Tau'suna dayalı yöntemde olduğu gibi Delta metodu uygulandığında,

$$\tilde{\theta}_n \approx N \left(\theta, \frac{1}{n} \{ \sigma_n h'(\rho_n) \}^2 \right) \quad (3.65)$$

olur; burada σ_n^2, σ^2 için uygun olan bir tahmin edicidir. Böylece, θ için $1 - \alpha$ katsayılı güven aralığı, $\tilde{\theta}_n \pm Z_{\alpha/2} \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_n |h'(\rho_n)|$ olur [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Teorem 3.2.2.

X ve Y copulası C olan sürekli rastgele değişkenler olsun. X ve Y ilişkin Spearman'ın ρ değeri;

$$\rho_{XY} = \rho_C = 12 \int_0^1 \int_0^1 uv dC(u, v) - 3 = 12 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) dudv - 3 \quad (3.66)$$

biçiminde ifade edilir [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,10-9,7-6,4-1].

Çizelge 3.6. Bazı copula ailelerinin Spearman ρ_s değerleri ve parametrelerinin Spearman ρ_s cinsinden değerleri

Aileler	Copulanın Genel Formu	Parametre Arahğı	Parametre(ler) cinsinden Spearman ρ_s değeri	Spearman ρ_s değeri cinsinden Parametre(ler) değeri
Cuadras-Auge	$C_\theta(u, v) = \left[\min\left(\frac{1}{u}, \frac{1}{v}\right) \right]^\theta$	$\theta \in [0; 1]$	$\rho_s = \frac{3\theta}{4-\theta}$	$\theta = \frac{4\rho}{3+\rho}$
			$0 \leq \rho_s \leq 1$	$0 \leq \theta \leq 1$
Ali-Mikhail-Haq	$C_\theta = \frac{uv}{1-\theta(1-u)(1-v)}$	$\theta \in [-1; 1]$	$\rho_s = \frac{12(1+\theta)}{\theta^2} \text{dilog}(1-\theta) - \frac{24(1-\theta)}{\theta^2} \ln(1-\theta) - \frac{3(\theta+12)}{\theta}$	Kapalı fonksiyon olarak ifadesi yoktur.
			$-0.2711 \leq \rho_s \leq 0.4784$	
Gumbell-Barnett	$\tilde{C}_\theta(u, v) = uv \exp(-\theta \ln u \ln v)$	$\theta \in (0; 1]$	$\rho_s = \frac{12e^{-4/\theta} [\text{Gamma}\left[0; \frac{4}{\theta}\right] + \log\left[\frac{1}{\theta}\right] + \log[\theta]]}{-3}$	Kapalı fonksiyon olarak ifadesi yoktur.
			$0 \leq \rho_s \leq -0.5239$	
Marshall-Olkin	$C_\theta(u, v) = uv \min(u^{-\alpha}, v^{-\beta})$	$\alpha, \beta \in (0; 1)$	$\rho_s = \frac{3\alpha\beta}{2\alpha - \alpha\beta + 2\beta}$	$\alpha = \frac{2\beta\rho}{3\beta - 2\rho - \beta\rho}$ $\beta = \frac{2\alpha\rho}{3\alpha - 2\rho - \alpha\rho}$
			$0 \leq \rho_s \leq 1$	$0 \leq \alpha, \beta \leq 1$
Farlie-Gumbel-Morgenstern	$C_\theta(u, v) = uv[1 + \theta(1-u)(1-v)]$	$\theta \in [-1; 1]$	$\rho_s = \theta/3$	$\theta = 3\rho$
			$-1/3 \leq \rho_s \leq 1/3$	$-1 \leq \theta \leq 1$

3.3. GARCH METODU

Tanım 3.3.1. (Arch Modeli)

Zaman serisi ekonometresinde genelde bir değişkenin veya değişkenler vektörünün koşullu ortalaması modellenmektedir. t döneminde (y_t, x_t') stokastik vektörü gözlemlenmiş olsun. Burada y_t bir skalar ve x_t , y_t nin gecikmelerini de içerebilen değişkenler vektörüdür.

$$y_t = E\{y_t|x_t\} + \varepsilon_t \quad (3.67)$$

modeli ile tahmin edilir. Buradaki koşullu ortalama $E\{\varepsilon_t|x_t\}$ bilinen parametrik formdadır. $E\{\varepsilon_t|x_t\} = E(\varepsilon_t) = 0$ ve $t \neq s$ için $E(\varepsilon_t\varepsilon_s) = 0$ dır [61,59,54,46,42,39,36,31,29-24,3].

Tanım 3.3.2. (Garch Modeli)

Bollerslev (1983) tarafından geliştirilen bu model türü, ARCH modelinden farklı olarak koşullu olarak varyansın, hata terimlerinin karelerinin gecikmelideğerleri ile birlikte kendi gecikmeli değerlerine de bağlı olduğu volatilité modelleridir. GARCH(p,q) modeli, farklı varyanslılığın hesaplanmasında hareketli ortalama ve otoregresif modelleri içermektedir. GARCH(p,q) modelleri de ARCH modelleri gibi gecikme değerleri olan p ve q 'nun alacağı değere göre isimlendirilir. Buna göre GARCH(p,q) modeli;

$$y_t|\psi_{t-i} \approx N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (3.68)$$

$\varepsilon_t = y_t - x_t b$ şeklinde gösterilebilir. Burada y_t serisi, ψ_{t-1} bilgi kümesine bağlı kalarak 0 koşulu ortalama ve h_t koşullu varyans ile normal dağılıma sahiptir. GARCH(p,q) modeli aşağıdaki koşulları sağlamalıdır.

$$\begin{aligned} p &> 0 & q &\geq 0 \\ \alpha_0 &> 0, \alpha_i &\geq 0 & i = 0,1,2,\dots,p \\ \beta_j &\geq 0 & j &= 0,1,2,\dots,q \end{aligned} \quad (3.69)$$

[67-66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,9,7-6,4-1].

Tanım 3.3.3. (Igarch Modeli)

Garch modelleri hem otoregresif hem de hareketli bir ortalama yapıyı varyansa uygular, σ^2 .

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t; \quad \sigma^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (3.70)$$

entegre edilmiş Garch (IGARCH) olarak, katsayılarının toplamı 1 ile sınırlandırılmıştır [66, 62, 60, 57, 54-53, 45-44, 39, 33, 19-12, 9, 7-6, 4-1].

Tanım 3.3.4. (Egarch Modeli)

EGARCH modeli,

$$\ln(h_t) = a_t + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k f(v_{t-k}), \quad \beta_1 \equiv 1 \quad (3.71)$$

şeklindedir. Burada $\{\alpha_t\}_{t=-\infty, \infty}$ ve $\{\beta_k\}_{k=1, \infty}$ reel, stokastik olmayan katsayı serileridir [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,9,7-6,4-1].

Tanım 3.3.5. (Tgarch Modeli)

Bu model de yine finansal zaman serilerin doğrusal olmayan karakteristiklerinden biri olan pratikte sıklıkla gözlenen asimetri özelliğini dikkate alabilmek için geliştirilmiştir. Bir TGARCH (1,1) modeli:

$$h_t = \alpha_0 + \gamma_1 h_{t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 D_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (3.72)$$

şeklindedir [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,9,7-6,4-1].

Tanım 3.3.6. (Asimetrik Garch (Agarch) Modeli)

AGARCH modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 (e_{t-1} + \theta)^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (3.73)$$

AGARCH modelindeki asimetriklik etkisi de θ parametresi tarafından ifade edilmektedir [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,9,7-6,4-1].

Tanım 3.3.7. (GJR-Garch Modeli)

Asimetrik model olan GJR-GARCH yöntemi; temel versiyon olan GJR(1,1) şu şekilde ifade edilir:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \gamma_1 u_{t-1}^2 d_{t-1} \quad (3.74)$$

Bu modelde u_t^2 'nin koşullu varyans h_t yani diğer bir ifadeyle σ_t^2 'ye olan etkisi u_t 'nin pozitif veya negatif olmasıyla da bağlantılıdır [66,62,60,57,54-53,45-44,39,33,19-12,9,7-6,4-1].

Tanım 3.3.8. (Copula-Garch Tahmini)

Copula-Garch modeli tarafından tanıtıldı. Copula-Garch modeli, marjinal dağılımın, bağımlılık parametresiyle koşullu olarak bağımlı olmasını sağlar; bu, korelasyon parametresine benzer. Model bağımlılığına bazı yaklaşımlar vardır. Birçok araştırmacı, çok değişkenli normal ve t dağılımını uygulamalarda modellemeyi tercih etmektedir ve GARCH modeli bu uygulamada yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu nedenle, bağımlılığı modellemek için çok değişkenli GARCH yerine copula'yı tercih ediyoruz. Copulanın en önemli özelliği, marjinallerin normal dağılımına ilişkin herhangi bir varsayım gerektirmemektedir. Bunun yanında, copula, yüksek boyutlu bir ortak dağılımını marjinal dağılımlarına ayırmaya ve copula fonksiyonunun bunları birbirine bağlamasına izin verir. GARCH modeli için, tahminin daha zor olduğu birçok parametre vardır. Çok değişkenli GARCH modelleri ve diğer çok değişkenli modeller ile karşılaştırıldığında, copula, bağımlılık yapısını modellemek için daha uygundur. Seride bağımlılık yapısını modellemek için, diğer seçim kriterleride tanım 2.1.27, tanım 2.1.28, tanım 2.1.29 ve tanım 2.1.30 da verildiği gibi Akaike (AIC), Schwarz (SIC), Bayes ve Hannan Quin HQIC bilgi kriterleridir [46, 28].

Tanım 3.3.9. (Student's T-Copula)

Student's t copula dağılımının gösterimi;

$$C_{\rho,\vartheta} = \int_{-\infty}^{t_{\vartheta}^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{t_{\vartheta}^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \left(1 + \frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{\vartheta}\right)^{\frac{\vartheta+2}{2}} dx dy \quad (3.75)$$

Burada, $\vartheta > 0$ serbestlik derecesinin sayısını, $\rho \in [-1,1]$ lineer korelasyon katsayısını; t_{ϑ} , ve serbestlik derecesinde t- dağılımının dağılım fonksiyonudur ve $t_{-\vartheta}$, t_{ϑ} 'nin genelleştirilmiş ters fonksiyonunu gösterir [58].

4. BULGULAR

4.1.1. Kendall Dağılım Fonksiyonu Yardımıyla Arşimedyen Copula Parametre Tahmini

Bu çalışmada Raegly dağılımdan eş parametrelili eş zamanlı ürettiğimiz $X \sim \text{Ray}(3), Y \sim \text{Ray}(3)$ çifti $n=200$ birimlik veri kümesinin bağımlılık yapısını modellemeye çalıştık. Çizelge 4.1 de bu değişkenlerin tanımlayıcı istatistiklerini, şekil 4.3 ve şekil 4.4 de elde edilen verilerin saçılım grafiklerini gösteriyoruz. Daha sonra bu dağılımdan elde ettiğimiz veri setinin bağımlılık yapısı için Gumbel, Clayton, Frank, Ali Mikhail Haq ve Joe arşimedyen copula ailelerini kullandık. Çizelge 4.2 ve çizelge 4.3 de veri setinin Kendall Tau sıra korelasyonu ve Spearman Rho sıra korelasyonunu hesapladık. Bu parametrik olmayan yöntem yardımıyla kullandığımız copula ailelerinin parametrelerini elde ettik. Daha sonra veri setimizin bağımlılık yapısına en uygun olan copula ailesini seçmek amacıyla arşimedyen copulalar için tanımlı olan Kendall dağılım fonksiyonundan yararlandık. Çizelge 4.4 de kullandığımız copula ailelerinin parametreleri ve her bir ailenin Kendall dağılım fonksiyonu değerini hesapladık. Çizelge 4.4 den bakılırsa Kendall dağılım fonksiyonu değeri 0,000001 olan $\theta = 1,0517$ parametrelili Joe copulanın veri setimizin bağımlılık yapısı için en uygun olduğu belirlendi. Şimdi çalışmamızın devamında kullanmış olduğumuz Raegly dağılımı hakkında bilgi verelim.

Tanım 4.1.2. Raegly Dağılımı

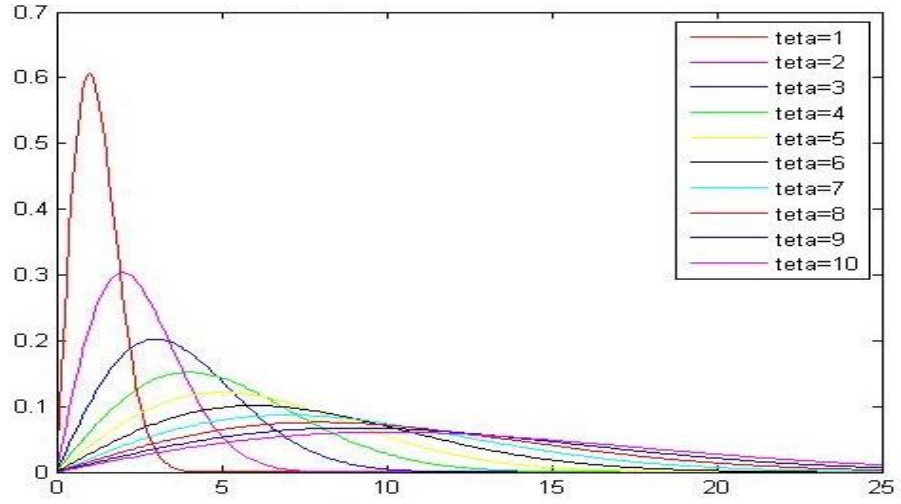
X , Raegly dağılımına sahip değişkendir, buna göre X 'in olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$y = f(x, \theta) = \frac{x}{\theta^2} e^{\left(\frac{-x^2}{2\theta^2}\right)} \quad (4.1)$$

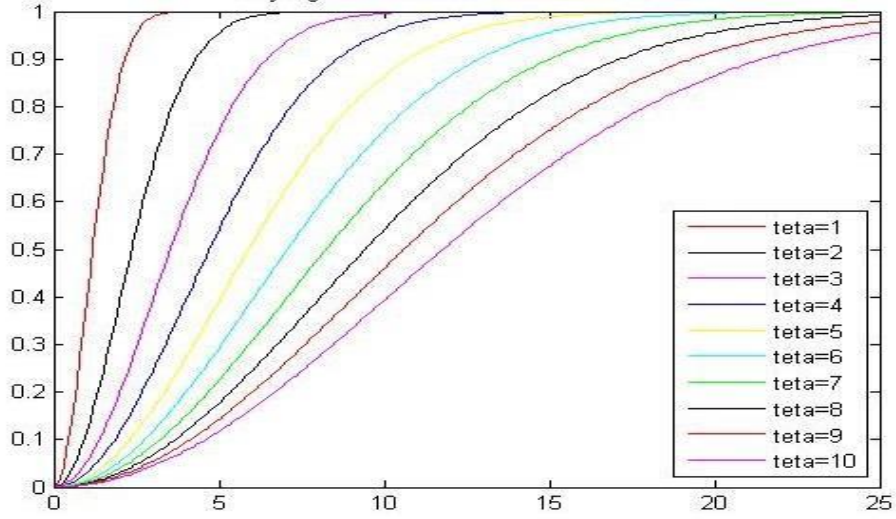
şeklindedir. Burada, θ dağılımın parametresidir. Bu dağılımın kümülatif fonksiyonu,

$$F(x, \theta) = 1 - e^{\frac{-x^2}{2\theta^2}} \quad (4.2)$$

dir. Raegly dağılımı, Weibull dağılımının özel bir halidir [52].



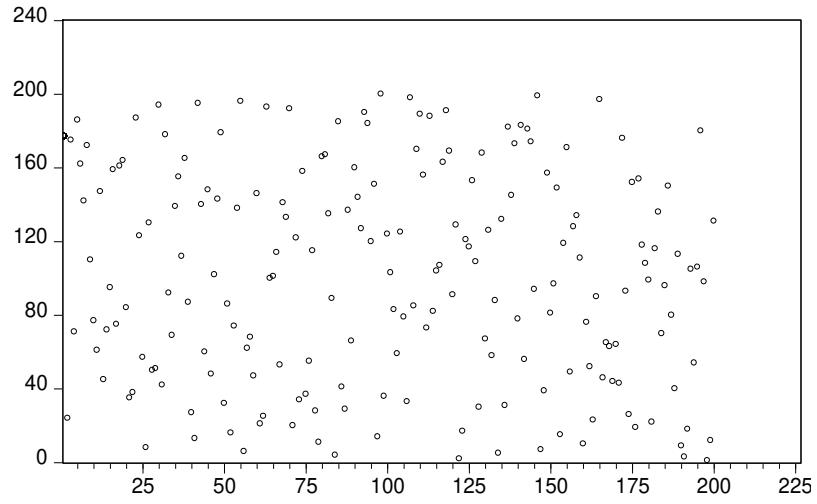
Şekil 4.1. Rayleigh Dağılımının Belirtilen parametrelere göre olasılık yoğunluk fonksiyonu grafiği



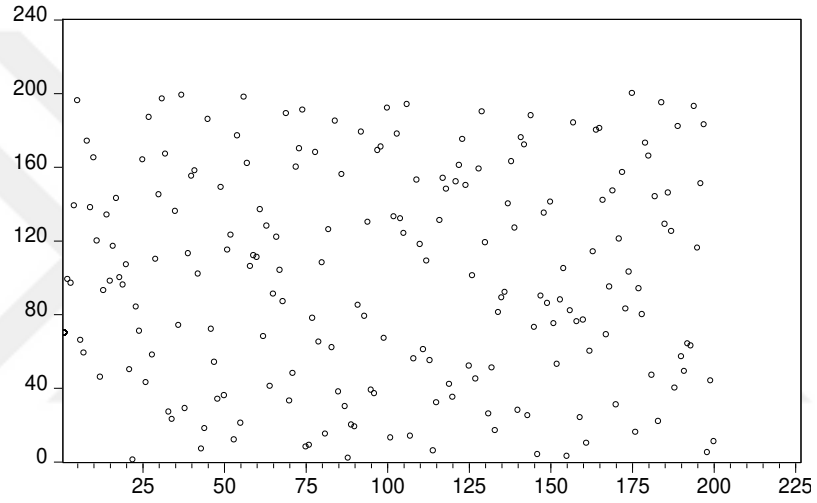
Şekil 4.2. Rayleigh Dağılımının Belirtilen parametrelere göre kümülatif dağılım fonksiyonu grafiği

Çizelge 4.1. $X \sim \text{Ray}(3)$ ve $Y \sim \text{Ray}(3)$ serisinin tanımlayıcı istatistikleri

	X	Y
Ortalama	100,5	100,5
Medyan	100,5	100,5
Maksimum	200	200
Minimum	1,00	1,00
Standart Sapma	57,87	57,87
Skewness	-2,20e-17	-2,20e-17
Kurtosis	1,7999	1,7999
Jargue-Bera	12,0001	12,0001
Olasılık	0,0024	0,0024



Şekil 4.3. X~ Ray (3) serisinin saçılım grafiği



Şekil 4.4. Y~ Ray (3) serisinin saçılım grafiği

Çizelge 4.2. X~ Ray (3) ve Y~ Ray (3) için Kendall Tau rank korelasyonu

	X	Y
X	1	0,029
Y	0,029	1

Çizelge 4.3. X~ Ray (3) ve Y~ Ray (3) için Spearman Rho rank korelasyonu

	X	Y
X	1	0,040
Y	0,040	1

Çizelge 4.4. Copula Aileleri için parametreleri ve Kendall dağılım fonksiyonu değerleri

Copula Ailesi	θ parametresi	Kendall Dağılım Fonksiyonu	Kendall Dağılım Fonksiyonu Değeri
Gumbel	1,0298	$u - \frac{(u \ln u)}{\theta}$	0,000275
Clayton	0,059	$u - \frac{(u^{\theta+1} - u)}{\theta}$	0,004975
Frank	-1,1417	$u - \frac{\ln \frac{e^{-\theta u} - 1}{e^{-\theta} - 1}}{\theta} (e^{-\theta u} - 1)$	0,206725
AMH	0,1262	$u - \frac{\ln[1 - \theta(1 - u)]u[1 - \theta(1 - u)]}{\theta u - \ln[1 - \theta(1 - u)][1 - \theta(1 - u)]}$	0,121996
Joe	1,0517	$t - \frac{\ln[1 - (1 - t)^{\theta}][1 - (1 - t)^{\theta}]}{\theta(1 - t)^{\theta-1}}$	0,000001

4.2. Euro/TL ve Dolar/TL arasındaki ilişkinin Copula Garch Metodu ile Modellenmesi

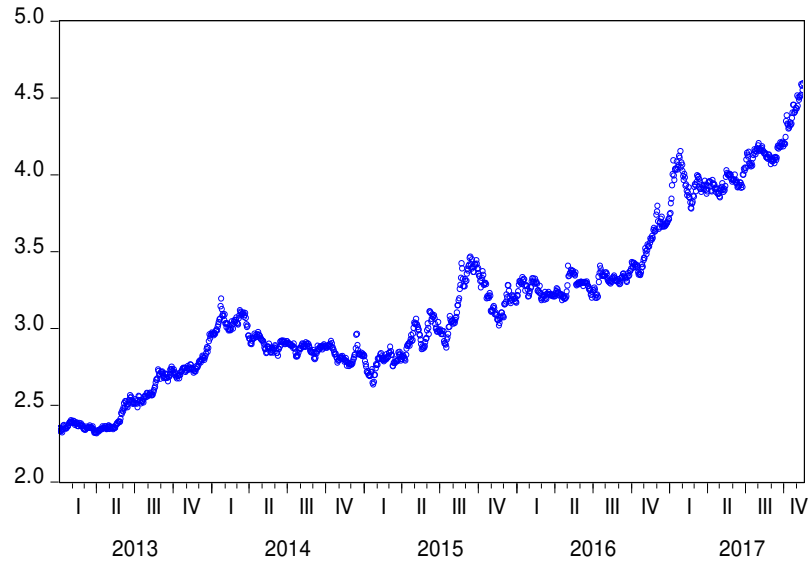
Bu çalışmada 2013- 2017 yılları arasındaki Euro/TL ve Dolar/TL değişimini içeren 1273 birimlik veri setinin bağımlılık yapısı modellenmeye çalışılmıştır. Euro/TL ve Dolar/TL arasındaki bağımlılık yapısı Copula Garch metodu kullanılarak modellenmiştir. Çizelge 4.5 ve çizelge 4.6 da sırasıyla Euro/TL ve Dolar/TL serisinin ve getiri serilerinin tanımlayıcı istatistikleri verilmiştir. Şekil 4.5 ve şekil 4.6 da Euro/ TL ve Dolar/ TL serilerinin, şekil 4.7 ve şekil 4.8 Euro/ TL ve Dolar/ TL getiri serilerinin yıllara göre değişim grafiği elde edilmiştir. Daha sonra Euro/TL ve Dolar/TL ‘ nin getiri serilerinin marjinalleri çizelge 4.7 ve çizelge 4.8 de görüldüğü gibi Garch (1,1) Student’s t dağılımı ile modellenmiştir. Değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını modellemek için Copula fonksiyonları kullanılmıştır. Daha sonra parametrik olmayan yöntem olan Kendall Tau ve Spearman Rho çizelge 4.9 ve çizelge 4.10 daki gibi elde edilmiştir. Parametrik olmayan bu yöntemler yardımıyla uygun parametrelili altı tane copula fonksiyonu belirlenmiştir. Bu fonksiyonlar; Joe, Gumbel, Clayton, Frank, Plackett ve Cuadras Auge copula aileleridir. Bunlar arasından uygun olanını belirlemek için önce uyum iyiliği testlerinden Kolmogorov Smirnov kullanılmıştır. çizelge 4.11 de uygun olan copula ailelerinin parametreleri ve Kolmogorov Smirnov test istatistiği değerleri verilmiştir. Çizelge 4.11 deki değerlerden en uygun olanlar Gumbel ve Frank aileleridir. Daha sonra bunlar arasından en iyisini belirlemek için maksimum olabilirlik metodu, Akaike bilgi kriteri, Schwartz bilgi kriteri Hannan Quin bilgi kriteri ve Bayes bilgi kriteri yardımıyla en uygun olanı seçilmiştir. çizelge 4.12 den maksimum olabilirlik değeri ve bilgi kriterleri göz önüne alınırsa en uygun copula ailesinin $\theta = 5,617978$ parametrelili Gumbel copula olduğu görülmüştür.

Çizelge 4.5. Euro/ TL ve Dolar /TL serisinin tanımlayıcı istatistikleri

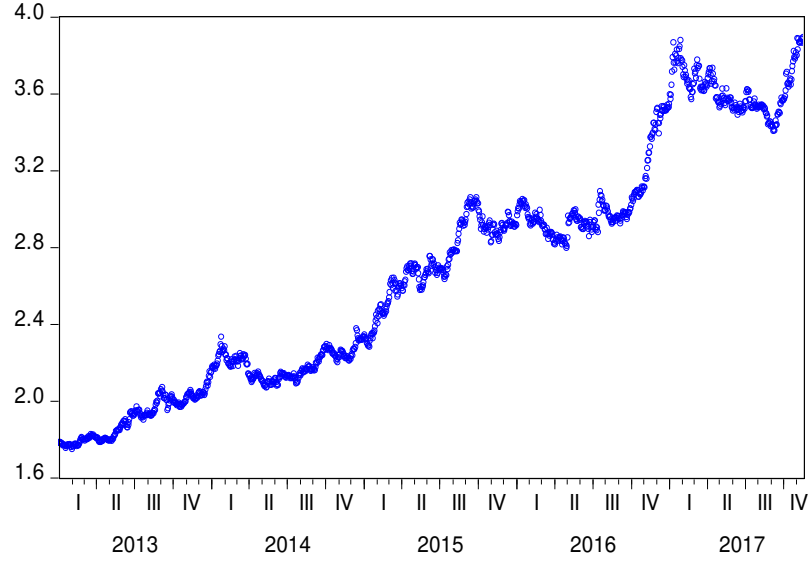
	Euro /TL	Dolar/TL
Ortalama	3,152404	2,670569
Medyan	3,041200	2,685600
Maksimum	4,591400	3,892900
Minimum	2,311600	1,747300
Standart Sapma	0,526825	0,613805
Skewness	0,616456	0,259265
Kurtosis	2,661963	1,854472
Jargue-Bera	86,68805	83,86457
Olasılık	0,000000	0,000000

Çizelge 4.6. Euro/ TL ve Dolar /TL getiri serisinin tanımlayıcı istatistikleri

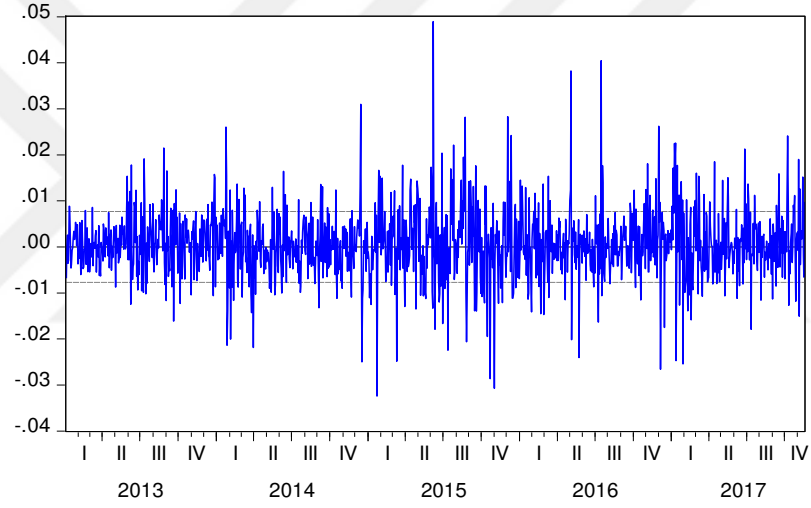
	Euro /TL	Dolar/TL
Ortalama	0,083036	0,098848
Medyan	0,034904	0,045929
Maksimum	5,382493	5,920453
Minimum	-4,841359	-4,150659
Standart Sapma	0,996742	0,994944
Skewness	0,422020	0,623902
Kurtosis	5,725849	5,845908
Jargue-Bera	431,5609	511,7789
Olasılık	0,000000	0,000000



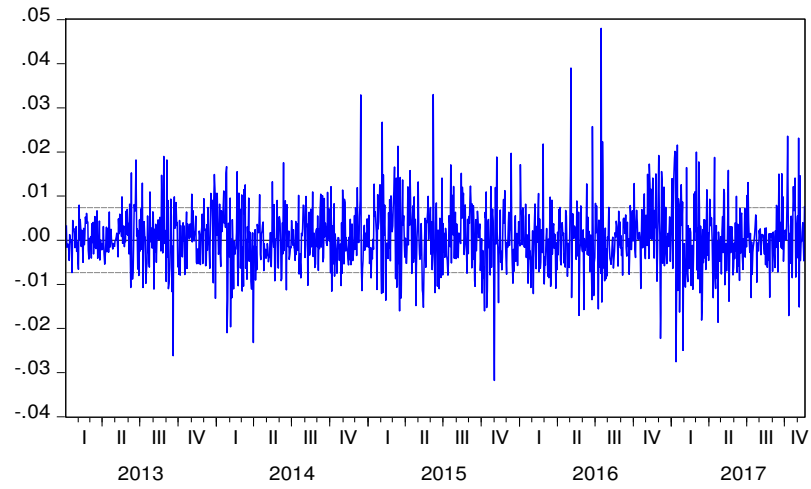
Şekil 4.5. Euro/TL Yıllara göre dağılım grafiği



Şekil 4.6. Dolar/TL Yıllara göre dağılım grafiği



Şekil 4.7. Euro/TL Yıllara göre getiri serisinin dağılım grafiği



Şekil 4.8. Dolar/TL Yıllara göre getiri serisinin dağılım grafiği

Çizelge 4.7. Euro/TL getiri serisinin marjinal modeli

Euro /TL	Student's t	Standart Hata
ARCH (1)	0,110108	0,0262867
GARCH (1)	0,831311	0,037532
LogL	4489,140	-
AIC	-7,052106	-
SIC	-7,035917	-
HQIC	-7,046025	-

Çizelge 4.8. Dolar /TL getiri serisinin marjinal modeli

USD/TL	Student's t	Standart Hata
ARCH (1)	0,095507	0,022506
GARCH (1)	0,869627	0,028251
LogL	4537,330	-
AIC	-7,127877	-
SIC	-7,111688	-
HQIC	-7,121796	-

Çizelge 4.9. Euro/TL ve Dolar/TL için Kendall Tau sıra korelasyonu

	Euro/TL	Dolar/TL
Euro/TL	1	0,822
Dolar/TL	0,822	1

Çizelge 4.10. Euro/TL ve Dolar/TL için Spearman Rho sıra korelasyonu

	Euro/TL	Dolar/TL
Euro/TL	1	0,952
Dolar/TL	0,952	1

Çizelge 4.11. Copulalar için Kolmogorov Smirnov Test İstatistiği ve Olasılık Değerleri

Copula Family	θ	Test statistics	p value
Joe Copula	9,99723	59,1146	0,046437
Gumbel Copula	5,617978	41,2906	0,032436
Clayton Copula	9,23595	125,821	0,09884
Frank Copula	20,6848	42,7615	0,033591
Plackett Copula	176,0016	51,1209	0,040158
Cuadras Auge Copula	0,90230	96,3415	0,075681

Tablo değeri: $p = \frac{1,36}{\sqrt{1273}} = 0,038118$

Çizelge 4.12. Copulalar için Maksimum olabilirlik ve Bilgi Kriteri Değerleri

Copula Family	θ	Logl	AIC	SIC	HQIC	BIC
Joe Copula	9,99723	-489,32	980,643	980,154	979,628	981,748
Gumbel Copula	5,617978	5549,36	-11896,7	-11891,2	-11897,8	-11895,6
Clayton Copula	9,23595	182,674	-363,35	-357,83	-364,366	-362,245
Frank Copula	20,6848	-12149	24300,4	24305,9	24299,4	24302,53
Plackett Copula	176,0016	6266,03	-12530	-12524,6	-12531,1	-12529
Cuadras Auge Copula	0,90230	433,610	-865,220	-859,710	-866,236	-864,115

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada öncelikle copula teorisi hakkında bilgi verildi. Daha sonra copula ailelerinin en önemli sınıfı olan arşimedyan copula ailesi için tanımlı olan Kendall dağılım fonksiyonu yardımıyla uygun parametrelili copula ailesi seçildi. Bunun için öncelikle Raeligly dağılımından simülasyon yardımıyla eş parametrelili eş zamanlı 200 birimlik veri seti elde edildi. Bu veri setinin Kendall Tau ve Spearman Rho değerleri sırasıyla 0,029 ve 0,040 değerlerinin ilişkinin çok zayıf yönde olduğunu göstermektedir. Bu ilişki için uygun arşimedyan copulalar Gumbel, Clayton, Frank, Joe ve Ali Mikhail Haq aileleridir. Bu ailelerin üreteç fonksiyonu yardımıyla Kendall dağılım fonksiyonu denklemleri hesaplanıp bunlardan minimum olan veri setimizin bağımlılık yapısı için uygun copula olarak seçilmiştir. İkinci veri setimiz için 2013- 2017 yılları arasındaki Euro/TL ve Dolar/TL değişimini içeren 1273 birimlik veri setinin bağımlılık yapısı modellenmeye çalışılmıştır. Euro/TL ve Dolar/TL arasındaki bağımlılık yapısı Copula Garch metodu kullanılarak modellenmiştir. Euro/TL ve Dolar/TL serisinin ve getiri serilerinin tanımlayıcı istatistikleri verilmiştir. Daha sonra Euro/TL ve Dolar/TL ‘ nin getiri serilerinin marjinalleri Garch (1,1) Student’s t dağılımı ile modellenmiştir. Değişkenler arasındaki bağımlılık yapısını modellemek için Copula fonksiyonları kullanılmıştır. Bu veri setinin Kendall Tau ve Spearman Rho değerleri sırasıyla 0,822 ve 0,952 dir bu da ilişkinin çok güçlü olduğunu göstermektedir. Parametrik olmayan bu yöntemler yardımıyla uygun parametrelili altı tane copula fonksiyonu belirlenmiştir. Bu fonksiyonlar; Joe, Gumbel, Clayton, Frank, Plackett ve Cuadras Auge copula aileleridir. Bunlar arasından uygun olanını belirlemek için önce uyum iyiliği testlerinden Kolmogorov Smirnov kullanılmıştır. Copula ailelerinin parametreleri ve Kolmogorov Smirnov test istatistiği değerleri verilmiştir. Bu değerlerden en uygun olanlar, Gumbel ve Frank, aileleridir. Daha sonra bunlar arasından en iyisini belirlemek için maksimum olabilirlik metodu, Akaike bilgi kriteri, Schwartz bilgi kriteri Hannan Quin bilgi kriteri ve Bayes bilgi kriteri yardımıyla en uygun olanı seçilmiştir. Maksimum olabilirlik değerleri ve bilgi kriterleri göz önüne alınırsa en uygun copula ailesinin $\theta = 5,617978$ parametrelili Gumbel copula olduğu görülmüştür.

KAYNAKLAR

- [1] Sklar A, 1959. Fonctions de Repartition an Dimensions et Leurs Marges. Publications de l'Institut de Statistique de l'Universite de Paris, 8: 229-231.
- [2] Sklar A, 1973. Random Variables Joint Distribution Functions and Copulas. Kybernetika, 9(6): 449-460.
- [3] Nelsen R, 1999. An Introduction to Copulas. Springer-Verlag, New York, USA. 272p
- [4] Genest C, MacKay J, 1986. The Joy of Copulas: Bivariate Distributions with Uniform Marginals. The American Statistician, 40(4): 280-283.
- [5] Genest C, Rivest LP, 1993. Statistical Inference Procedures for Bivariate Archimedean Copulas. Journal of the American Statistical Association, 88(423): 1034-1043.
- [6] Bouye E, 2000. Copulas for Finance A Reading Guide and Some Applications Financial Econometrics, London.
- [7] Nelsen RB, Molina JJO, Lallena JAR, Flores MU, 2003. Kendall Distribution Functions. Statistics & Probability Letters, 65: 263-268.
- [8] Nelsen RB, 2006. An Introduction to Copulas. Springer, New York, second edition.
- [9] Özbakış YG, 2006. Bazı Kapula Tahmin Yöntemleri ve Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [10] Genest C, Favre AC, 2007. Everything You Always Wanted to Know About Copula Modelling but Were Afraid to Ask. Journal of Hydrologic Engineering. 12 (4): 347-368.
- [11] Salvadori G, Durante F, Perrone E, 2013. Semi-parametric Approximation of Kendall's Distribution Function and Multivariate Return Periods. Journal de la Societe Française de Statistique, 154 (1).
- [12] Yapakçı G, 2007. Kopulalar Teorisinin Finansta Uygulamaları. Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- [13] Alhan A, 2008. Bağımsızlık Kapulasını İçeren Kapula Aileleri, Kapula Tahmin Yöntemleri ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Sektörler Arası Bağımlılık Yapısı. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [14] Metin A, 2010. Kopulalar ve Bağımlılık Yapıları. Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- [15] Bozkurt O, 2010. Kopulalar ve Rasgele Değişkenler Arasındaki Bağımlılık Yapıları. Doktora Tezi, Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

- [16] Büyükyılmaz A, 2011. Bazı Kapula Tahmin Yöntemleri ve Üfe-Tüfe Arasındaki Bağımlılık Yapısı Üzerine Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Antalya.
- [17] Arslan S, Çelebioğlu S, Öztürk F, 2012. İki Boyutlu Arşimedyen Kapulalarda İstatistiksel Sonuç Çıkarımı ve Bir Uygulama. Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 14 (2): 1-18.
- [18] Arslan S, 2013. Arşimedyen Kapulalar Üzerine Bir Çalışma. Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [19] Najjari V, 2014. Yeni Arşimedyen Kapula Aileleri ve Finans Alanında Bir Uygulama. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Ankara.
- [20] Karakaş AM, Doğan M, 2016. With Copula Function Analysis of Structure Dependence Relation Between Exchange Rate of Dollars and Deposit Rate of Turkey. Natural Science and Discovery, 3 (1): 1-12
- [21] Karakaş AM, Karakaş M, Doğan M, 2017. Archimedean Copula Estimation Parameter with Kendall Distribution Function. Cumhuriyet Science Journal, 38 (3): 581-587.
- [22] Özbey F, 2005. Çok Değişkenli Garch Modelleri ve Bir Uygulama: Türkiye’de Belirsizliğin Enflasyon ve Çıktıdaki Büyüme Üzerine Etkisi. Yüksek Lisans tezi, Çukurova Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.
- [23] Aksu T, 2006. Gecelik Faiz Oranlarının Volatilitelerinin Modellenmesinde Asimetrik Garch Modelleri. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- [24] Kale İ, 2006. Volatilite Değerleme ve Tahmini İçin Garch Modellerinin Kullanımı. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Bankacılık ve Sigortacılık Enstitüsü, İstanbul.
- [25] Gök YT, 2009. Vadeli Piyasalarda Samuelson Hipotezinin Geçerliliğinin Garch ve Lineer Regresyon Modelleriyle Test Edilmesi: Vadeli İşlem ve Opsiyon Borsası’nda Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Isparta.
- [26] Songül H, 2010. Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modelleri: Döviz Kurları Üzerine Uygulama. Uzmanlık Yeterlilik Tezi, Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası Araştırma ve Para Politikası Genel Müdürlüğü, Ankara.
- [27] Karakas MA, 2017. Dependence Structure Analysis with Copula GARCH Method and for Data Set Suitable Copula Selection. Natural Science and Discovery, 3: 13-24.
- [29] Ali G, 2013. Egarch, GJRgarch, Tgarch, AVgarch, Ngarch, Igarch and AParch Models for Pathogens at Marine Recreational Sites. Journal of Statistical and Econometric Methods, 2 (3): 57-73.
- [30] Anderson TW, Darling DA, 1954. A Test of Goodness-of-fit. Journal of the American Statistical Association, 49 (268): 765-769.

- [31] Arslan F, 2009. ISO İlk 500'de 1993-2007 Yılları Arasında Yer Alan ve Borsada İşlem Gören Firmaların Aylık Getirileriyle Arch-Garch Modellerini Kullanarak Volatilite Hesabının Yapılması. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü. İstanbul.
- [32] Avutman Ö, 2011. Yatırım Fonu Stratejileri Arasındaki Bağımlılığın Copula ile Modellenmesi ve Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- [33] Bingöl A, 2012. Kopula Fonksiyonları ve Bir Uygulama. Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ.
- [34] Cramer H, 1928. On the composition of elementary errors. Skand Aktuar, 11: 141-180.
- [35] Cuadras CM, 2002. On the Covariance between Functions. Journal of Multivariate Analysis, 81: 19-27.
- [36] Engle RF, Ng VK, ve Rothschild M, (1990). Asset Pricing with a Factor ARCH Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills. Journal of Econometrics, 45: 213-238.
- [37] Fermanian, JD, 2005. Goodness-of-fit Tests for Copulas. Journal of Multivariate Analysis, 95(1): 119-152.
- [38] Frees EW, Valdez EA, 1998. Understanding Relationships Using Copulas. North American Actuarial Journal, 2: 1-25.
- [39] Frey R, McNeil, AJ, Nyfeler M. 2001. Copulas and credit models. Risk, 10(11): 114-10.
- [40] Genest C, Ghoudi K, Rivest LP, 1995. A Semiparametric Estimation Procedure of Dependence Parameters in Multivariate Families of Distribution. Biometrika, 40: 543-552.
- [41] Gujarati DM, Porter DC, 2014. Temel Ekonometri (Beşinci Basımdan Çeviri). Literatür Yayınları. İstanbul.
- [42] Güzel V, 2007. Finansal Risk Değerinin Belirlenmesinde Kullanılan Sayısal Yöntemler: Arch/Garch Modelleriyle İMKB Uygulaması. Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, İstanbul.
- [43] Huard D, Évin, G, Favre AC, 2006. Bayesian Copula Selection. Computational Statistics & Data Analysis, 51(2): 809-822.
- [44] Joe H, 1997. Multivariate Models and Dependence Concepts. Chapman and Hall, London, 12 (35): 297-322.
- [45] Joe H, 2005. Asymptotic Efficiency of the Two Stage Estimation Method for Copula Based Models. Journal of Multivariate Analysis, 94: 401-419.
- [46] Jondeau, E, Rockinger, M. (2002). Conditional dependency of financial series: the copula-GARCH model. FAME research paper, (69).

- [47] Kaishev VK, Dimitrova DS, Haberman S, 2007. Modeling The Joint Distribution of Competing Risks Survival Times Using Copula Functions. *Insurance Mathematics and Economics*, 41: 339–361
- [48] Karakaş AM, Doğan M, 2017. Archimedean Copula Parameter Estimation with Kendall Distribution Function. *Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 7 (3): 187-198.
- [49] Kim G, Silvapulle MJ, Silvapulle P, 2007. Comparison of Semiparametric and Parametric Methods for Estimating Copulas. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(6): 2836-2850.
- [50] Kolmogorov AN, 1933. Sulla Determinazione Empirica di una legge di Distribuzione, *G. Ist. Attuari.*, 83-91.
- [51] Kojadinovic I, Yan J, 2011. A Goodness-of-fit Test for Multivariate Multiparameter Copulas Based on Multiplier Central Limit Theorems. *Statistics and Computing*, 21(1): 17-30.
- [52] Kundu D, Ragab M, (2005). Generalized Rayleigh Distribution: Different Methods Estimation. *Computational Statistics and Data Analysis*, 49: 187-200
- [53] Naifar N. 2010. Modeling Dependence Structure with Archimedean Copulas and Applications to the iTraxx CDS index. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 235: 2459-2466.
- [54] Nelson D, 1991. Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59 (2): 347-370.
- [55] Oakes D, 1994. Multivariate Survival Distributions. *Journal of Nonparametric Statistics*, 3(3-4): 343-354.
- [56] Özer A, 2007. Normallik Testlerinin Karşılaştırılması. Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [57] Pearson K, 1900. On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. *Philosophical Magazine Series 5*, 50: 157-175.
- [58] Peng L, Wang R, 2014. Interval Estimation for Bivariate t-Copulas Via Kendall's Tau, *Variance*, 8: 43-54.
- [59] Rabemananjara R, Zakoian JM, 1993. Threshold Arch Models and Asymmetries in Volatility. *Journal of Applied Econometrics*, 8(1): 31-49.
- [60] Schweizer B, 1991. Thirty Years of Copulas. *Advances in Probability Distributions with Given Marginals*, 67: 13-50.
- [61] Sentana E, 1995. Quadratic Arch Models. *Review of Economics Studies*, 62 (4): 639-661.
- [62] Shih JH, Louis TA, 1995. Inferences on the Association Parameter in Copula Models for Bivariate Survival Data. *Biometrics*, 51: 1384-1399.

- [63] Smirnov NV, 1939. On The Estimation of The Discrepancy Between Empirical Curves of Distribution for Two Independent Samples, (Russian) Bulletin of Moscow University, 2: 3-16.
- [64] Yalta AT, 2011. Ekonometrik Modelleme. <http://www.acikders.org.tr/course/view.php?id=69> (8 Hafta – 16 Konu) (Eriřim tarihi: 15.12.2017).
- [65] Yıldırım N, 2013. Normal Dağılım için Uyum İyiliği Testleri ve Bir Simölasyon Çalışması. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [66] Topçu Ç, 2013. Yarışan Bağımlı Risklerle Sağkalım Analizinde Archimedean Kapula Yaklaşımı. Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [67] Bollerslev T, (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Journal of Econometrics, 31: 307-327.



EKLER

Ek-1

Clayton Copula $\theta = 9,23595$ için Kolmogorov Smirnov Test istatistiği Hesap Tablosu

Gözlenen	D	Beklenen
155	125,821	29,1795
4	18,581	22,581
0	20,3638	20,3638
0	18,9939	18,9939
0	18,0112	18,0112
0	17,25	17,25
0	16,632	16,632
0	16,1137	16,1137
4	18,581	22,581
83	61,9753	21,0247
49	28,7343	20,2657
23	3,26094	19,7391
0	19,3318	19,3318
0	18,9983	18,9983
0	18,7153	18,7153
0	18,4692	18,4692
0	20,3638	20,3638
23	2,73429	20,2657
44	23,9199	20,0801
72	52,0765	19,9235
20	0,21122	19,7888
0	19,6703	19,6703
0	19,5644	19,5644
0	19,4683	19,4683
0	18,9939	18,9939
49	29,2609	19,7391
63	43,0765	19,9235
40	19,9835	20,0165
7	13,0715	20,0715
0	20,1065	20,1065
0	20,1294	20,1294
0	20,1446	20,1446
0	18,0112	18,0112
0	19,3318	19,3318
3	16,7888	19,7888
24	3,92848	20,0715

106	85,7261	20,2739
26	5,56995	20,43
0	20,5563	20,5563
0	20,6616	20,6616
0	17,25	17,25
0	18,9983	18,9983
0	19,6703	19,6703
0	20,1065	20,1065
26	5,56995	20,43
117	96,3128	20,6872
16	4,90036	20,9004
0	21,0823	21,0823
0	16,632	16,632
0	18,7153	18,7153
0	19,5644	19,5644
0	20,1294	20,1294
0	20,5563	20,5563
16	4,90036	20,9004
83	61,8109	21,1891
60	38,5618	21,4382
0	16,1137	16,1137
0	18,4692	18,4692
0	19,4683	19,4683
0	20,1446	20,1446
0	20,6616	20,6616
0	21,0823	21,0823
60	38,5618	21,4382
100	78,2528	21,7472

Phesap değeri=125,821/1273=0,09884

Ek-2Frank Copula $\theta = 20,6848$ için Kolmogorov Smirnov Test istatistiği Hesap Tablosu

Gözlenen	Beklenen	D
155	118,8	36,16964
4	36,1	32,14959
0	3,8	3,822812
0	0,3	0,297904
0	0,0	0,022506
0	0,0	0,001696
0	0,0	0,000128
0	0,0	9,63E-06
4	36,1	32,14959
83	84,6	1,637351
49	34,2	14,78605
23	3,8	19,198
0	0,3	0,297778
0	0,0	0,022505
0	0,0	0,001696
0	0,0	0,000128
0	3,8	3,822812
23	34,2	11,21395
44	82,9	38,88973
72	34,1	37,92396
20	3,8	16,19955
0	0,3	0,297769
0	0,0	0,022505
0	0,0	0,001696
0	0,3	0,297904
49	3,8	45,198
63	34,1	28,92396
40	82,8	42,76155
7	34,1	27,06622
0	3,8	3,800411
0	0,3	0,297775
0	0,0	0,022505
0	0,0	0,022506
0	0,3	0,297778
3	3,8	0,800448
24	34,1	10,06622
106	82,8	23,24156
26	34,1	8,072468
0	3,8	3,80146
0	0,3	0,29786
0	0,0	0,001696
0	0,0	0,022505
0	0,3	0,297769

0	3,8	3,800411
26	34,1	8,072468
117	82,8	34,15496
16	34,2	18,16594
0	3,8	3,815563
0	0,0	0,000128
0	0,0	0,001696
0	0,0	0,022505
0	0,3	0,297775
0	3,8	3,80146
16	34,2	18,16594
83	84,0	1,022068
60	35,5	24,54537
0	0,0	9,63E-06
0	0,0	0,000128
0	0,0	0,001696
0	0,0	0,022505
0	0,3	0,29786
0	3,8	3,815563
60	35,5	24,54537
100	103,9	3,870499

Phesapdeğeri=45,198/1273=0,035505106

Ek-3

Gumbel Copula $\theta = 5,617978$ için Kolmogorov Smirnov Test İstatistiği Hesap Tablosu

Gözlenen	Beklenen	D
155	121,1	33,89846
4	32,3	28,33027
0	4,8	4,836391
0	0,7	0,734034
0	0,1	0,108917
0	0,0	0,012979
0	0,0	0,000867
0	0,0	1,18E-05
4	32,3	28,33027
83	79,5	3,479179
49	37,7	11,32716
23	8,1	14,85805
0	1,3	1,292906
0	0,2	0,155656
0	0,0	0,010415
0	0,0	0,000142
0	4,8	4,836391
23	37,7	14,67284
44	69,4	25,38401
72	37,7	34,27105
20	8,4	11,64307
0	1,1	1,072573
0	0,1	0,072317
0	0,0	0,000983
0	0,7	0,734034
49	8,1	40,85805
63	37,7	25,27105
40	68,2	28,22877
7	37,2	30,2033
0	6,6	6,612966
0	0,5	0,468632
0	0,0	0,006394
0	0,1	0,108917
0	1,3	1,292906
3	8,4	5,356934
24	37,2	13,2033
106	73,0	33,04309
26	35,7	9,660215
0	3,5	3,496762
0	0,0	0,049059
0	0,0	0,012979
0	0,2	0,155656
0	1,1	1,072573
0	6,6	6,612966

26	35,7	9,660215
117	84,3	32,67846
16	30,7	14,69395
0	0,6	0,595123
0	0,0	0,000867
0	0,0	0,010415
0	0,1	0,072317
0	0,5	0,468632
0	3,5	3,496762
16	30,7	14,69395
83	105,7	22,67266
60	18,7	41,2906
0	0,0	1,18E-05
0	0,0	0,000142
0	0,0	0,000983
0	0,0	0,006394
0	0,0	0,049059
0	0,6	0,595123
60	18,7	41,2906
100	139,8	39,76389

Phesap değeri=41,2906/1273=0,032436

Ek-4

Joe Copula $\theta = 9,99723$ için Kolmogorov Smirnov Test istatistiği Hesap Tablosu

Gözlenen	Beklenen	D
155	95,9	59,1146
4	46,8	42,79505
0	13,6	13,63579
0	2,5	2,50391
0	0,3	0,287644
0	0,0	0,016902
0	0,0	0,000298
0	0,0	2,92E-07
4	46,8	42,79505
83	63,2	19,84922
49	38,3	10,66194
23	9,6	13,40719
0	1,2	1,177356
0	0,1	0,069706
0	0,0	0,001231
0	0,0	1,21E-06
0	13,6	13,63579
23	38,3	15,33806
44	64,1	20,0691
72	36,5	35,45706
20	6,2	13,84899
0	0,4	0,381326
0	0,0	0,006752
0	0,0	6,61E-06
0	2,5	2,50391
49	9,6	39,40719
63	36,5	26,45706
40	72,9	32,9141
7	34,6	27,55049
0	3,0	2,966836
0	0,1	0,053864
0	0,0	5,28E-05
0	0,3	0,287644
0	1,2	1,177356
3	6,2	3,151015
24	34,6	10,55049
106	86,2	19,81577
26	30,0	4,013927
0	0,8	0,75959
0	0,0	0,00075
0	0,0	0,016902
0	0,1	0,069706
0	0,4	0,381326

106	86,2	19,81577
26	30,0	4,013927
0	0,8	0,75959
0	0,0	0,00075
0	0,0	0,016902
0	0,1	0,069706
0	0,4	0,381326
0	3,0	2,966836
26	30,0	4,013927
117	103,7	13,34957
16	22,0	5,995551
0	0,0	0,030322
0	0,0	0,000298
0	0,0	0,001231
0	0,0	0,006752
0	0,1	0,053864
0	0,8	0,75959
16	22,0	5,995551
83	124,9	41,91463
60	11,4	48,60692
0	0,0	2,92E-07
0	0,0	1,21E-06
0	0,0	6,61E-06
0	0,0	5,28E-05
0	0,0	0,00075
0	0,0	0,030322
60	11,4	48,60692
100	147,7	47,70078

$P_{\text{hesap değeri}} = 59,1146/1273 = 0,04637$

Ek-5

Plackett Copula $\theta = 176,0016$ için Kolmogorov Smirnov Test istatistiği Hesap Tablosu

Gözlenen	Beklenen	D
155	130,7	24,2699
4	23,3	19,33179
0	2,9	2,855682
0	1,0	1,016182
0	0,5	0,517697
0	0,3	0,313294
0	0,2	0,209877
0	0,2	0,150377
4	23,3	19,33179
83	102,7	19,66647
49	27,1	21,94881
23	3,7	19,25103
0	1,2	1,215433
0	0,6	0,573643
0	0,3	0,32762
0	0,2	0,209877
0	2,9	2,855682
23	27,1	4,051186
44	94,4	50,40963
72	28,5	43,52481
20	4,2	15,83433
0	1,3	1,280702
0	0,6	0,573643
0	0,3	0,313294
0	1,0	1,016182
49	3,7	45,25103
63	28,5	34,52481
40	91,1	51,12097
7	28,9	21,86489
0	4,2	4,165673
0	1,2	1,215433
0	0,5	0,517697
0	0,5	0,517697
0	1,2	1,215433
3	4,2	1,165673
24	28,9	4,864887

106	91,1	14,87903
26	28,5	2,475185
0	3,7	3,748971
0	1,0	1,016182
0	0,3	0,313294
0	0,6	0,573643
0	1,3	1,280702
0	4,2	4,165673
26	28,5	2,475185
117	94,4	22,59037
16	27,1	11,05119
0	2,9	2,855682
0	0,2	0,209877
0	0,3	0,32762
0	0,6	0,573643
0	1,2	1,215433
0	3,7	3,748971
16	27,1	11,05119
83	102,7	19,66647
60	23,3	36,66821
0	0,2	0,150377
0	0,2	0,209877
0	0,3	0,313294
0	0,5	0,517697
0	1,0	1,016182
0	2,9	2,855682
60	23,3	36,66821
100	130,7	30,7301

$P_{\text{hesap değeri}} = 51,12097/1273 = 0,040168$

Ek-6

Cuadras Auge Copula $\theta = 0,90230$ için Kolmogorov Smirnov Test istatistiği Hesap Tablosu

Gözlenen	Beklenen	D
155	129,9	25,13069
4	9,1	5,099444
0	5,6	5,615593
0	4,1	4,121413
0	3,3	3,27755
0	2,7	2,731506
0	2,3	2,34772
0	2,1	2,062465
4	9,1	5,099444
83	129,9	46,86931
49	5,6	43,38441
23	4,1	18,87859
0	3,3	3,27755
0	2,7	2,731506
0	2,3	2,34772
0	2,1	2,062465
0	5,6	5,615593
23	5,6	17,38441
44	133,4	89,35316
72	4,1	67,87859
20	3,3	16,72245
0	2,7	2,731506
0	2,3	2,34772
0	2,1	2,062465
0	4,1	4,121413
49	4,1	44,87859
63	4,1	58,87859
40	136,3	96,34152
7	3,3	3,72245
0	2,7	2,731506
0	2,3	2,34772
0	2,1	2,062475
0	3,3	3,27755
0	3,3	3,27755
3	3,3	0,27755
24	3,3	20,72245
106	138,9	32,87311
26	2,7	23,26849
0	2,3	2,34772
0	2,1	2,062465
0	2,7	2,731506
0	2,7	2,731506
0	2,7	2,731506

0	2,1	2,062465
0	2,7	2,731506
0	2,7	2,731506
0	2,7	2,731506
0	2,7	2,731506
26	2,7	23,26849
117	141,1	24,05728
16	2,3	13,65228
0	2,1	2,062465
0	2,3	2,34772
0	2,3	2,34772
0	2,3	2,34772
0	2,3	2,34772
0	2,3	2,34772
16	2,3	13,65228
83	143,0	59,97621
60	2,1	57,93754
0	2,1	2,062465
0	2,1	2,062465
0	2,1	2,062465
0	2,1	2,062465
0	2,1	2,062465
0	2,1	2,062465
60	2,1	57,93754
100	144,7	44,68775

$P_{\text{hesap değeri}} = 96,34152/1273 = 0,075681$

Ek-7

Raeigly Dağılımı $X \sim Ray(3)$ ve $Y \sim Ray(3)$ simülasyon veri seti

X	Y				
177	70	102	54	184	130
24	99	143	34	120	39
175	97	179	149	151	37
71	139	32	36	14	169
186	196	86	115	200	171
162	66	16	123	36	67
142	59	74	12	124	192
172	174	138	177	103	13
110	138	196	21	83	133
77	165	6	198	59	178
61	120	62	162	125	132
147	46	68	106	79	124
45	93	47	112	33	194
72	134	146	111	198	14
95	98	21	137	85	56
159	117	25	68	170	153
75	143	193	128	189	118
161	100	100	41	156	61
164	96	101	91	73	109
84	107	114	122	188	55
35	50	53	104	82	6
38	1	141	87	104	32
187	84	133	189	107	131
123	71	192	33	163	154
57	164	20	48	191	148
8	43	122	160	169	42
130	187	34	170	91	35
50	58	158	191	129	152
51	110	37	8	2	161
194	145	55	9	17	175
42	197	115	78	121	150
178	167	28	168	117	52
92	27	11	65	153	101
69	23	166	108	109	45
139	136	167	15	30	159
155	74	135	126	168	190
112	199	89	62	67	119
165	29	4	185	126	26
87	113	185	38	58	51
27	155	41	156	88	17
195	102	29	30	5	81
140	7	137	2	132	89
60	18	66	20	31	92
148	186	160	19	182	140
48	72	144	85	145	163
		127	179	173	127
		190	79	78	28

183	176
56	172
181	25
174	188
94	73
199	4
7	90
39	135
157	86
81	141
97	75
149	53
15	88
119	105
171	3
49	82
128	184
134	76
111	24
10	77
76	10
52	60
23	114
90	180
197	181
46	142
65	69
63	95
44	147
64	31
43	121
176	157
93	83
26	103
152	200
19	16
154	94
118	80
108	173
99	166
22	47
116	144
136	22
70	195
96	129
150	146
80	125
136	22
70	195

40	40
113	182
9	57
3	49
18	64
105	63
54	193
106	116
180	151
98	183
1	5
12	44
131	11
136	22
70	195

Ek-8

Euro/TL ve Dolar/TL 2013-2017 Yılları arasında Günlük Veri Seti

Tarih	EURO/TL	USD/TL
17.11.2017	4,5914	3,8929
16.11.2017	4,5466	3,8629
15.11.2017	4,5764	3,8811
14.11.2017	4,5847	3,886
13.11.2017	4,5156	3,8706
10.11.2017	4,5069	3,8636
9.11.2017	4,4991	3,8647
8.11.2017	4,4834	3,8665
7.11.2017	4,5007	3,8844
6.11.2017	4,4444	3,828
3.11.2017	4,5118	3,8864
2.11.2017	4,4269	3,7975
1.11.2017	4,4303	3,813
31.10.2017	4,4162	3,792
30.10.2017	4,4039	3,7798
27.10.2017	4,3985	3,7885
26.10.2017	4,4508	3,8203
25.10.2017	4,4497	3,7668
24.10.2017	4,4002	3,7414
23.10.2017	4,3663	3,7163
20.10.2017	4,327	3,6714
19.10.2017	4,3208	3,6456
18.10.2017	4,3354	3,6768
17.10.2017	4,3138	3,6663
16.10.2017	4,3013	3,6463
13.10.2017	4,2976	3,6349
12.10.2017	4,3228	3,654
11.10.2017	4,3266	3,6484
10.10.2017	4,3819	3,7114
9.10.2017	4,3453	3,7011
6.10.2017	4,2417	3,6149
5.10.2017	4,1967	3,5836
4.10.2017	4,2012	3,5723
3.10.2017	4,1947	3,5718
2.10.2017	4,181	3,5635
29.9.2017	4,2101	3,5637
28.9.2017	4,1962	3,5603
27.9.2017	4,2016	3,5774
26.9.2017	4,1776	3,5424
25.9.2017	4,2053	3,5494
22.9.2017	4,1773	3,4962
21.9.2017	4,1825	3,5023
20.9.2017	4,1662	3,503
19.9.2017	4,1844	3,4887
18.9.2017	4,1713	3,4895
15.9.2017	4,1055	3,4376
14.9.2017	4,0919	3,4331
13.9.2017	4,1102	3,4579
12.9.2017	4,1082	3,4331
11.9.2017	4,0712	3,406
8.9.2017	4,106	3,4117
7.9.2017	4,0932	3,4045
6.9.2017	4,0824	3,4257
5.9.2017	4,0954	3,4375
4.9.2017	4,0861	3,4348
1.9.2017	4,0658	3,4284
31.8.2017	4,1121	3,4527
30.8.2017	4,102	3,4517
29.8.2017	4,1264	3,4465

28.8.2017	4,1257	3,4441
25.8.2017	4,1006	3,4389
24.8.2017	4,1105	3,4838
23.8.2017	4,1075	3,4787
22.8.2017	4,1101	3,4944
21.8.2017	4,1306	3,497
18.8.2017	4,1384	3,5185
17.8.2017	4,1332	3,5254
16.8.2017	4,1368	3,5156
15.8.2017	4,1486	3,5352
14.8.2017	4,1533	3,5257
11.8.2017	4,1808	3,5369
10.8.2017	4,1694	3,5418
9.8.2017	4,1598	3,5376
8.8.2017	4,1533	3,5338
7.8.2017	4,1627	3,5291
4.8.2017	4,1532	3,528
3.8.2017	4,2015	3,5396
2.8.2017	4,1857	3,5305
1.8.2017	4,1626	3,5271
31.7.2017	4,1676	3,5193
28.7.2017	4,146	3,5279
27.7.2017	4,1293	3,5363
26.7.2017	4,1506	3,5385
25.7.2017	4,1611	3,5724
24.7.2017	4,1407	3,5567
21.7.2017	4,1245	3,5364
20.7.2017	4,1014	3,5264
19.7.2017	4,0557	3,522
18.7.2017	4,0708	3,5231
17.7.2017	4,05	3,5284
14.7.2017	4,0578	3,5381
13.7.2017	4,0644	3,5657
12.7.2017	4,0709	3,5672
11.7.2017	4,1444	3,6139
10.7.2017	4,1133	3,6083
7.7.2017	4,1251	3,6182
6.7.2017	4,1365	3,6212
5.7.2017	4,0938	3,6062
4.7.2017	4,0383	3,5594
3.7.2017	4,0424	3,5571
30.6.2017	4,0233	3,5212
29.6.2017	4,0345	3,5265
28.6.2017	3,9968	3,5128
27.6.2017	3,9985	3,5263
26.6.2017	3,9144	3,5008
23.6.2017	3,9278	3,5088
22.6.2017	3,912	3,5077
21.6.2017	3,9436	3,531
20.6.2017	3,9465	3,5444
19.6.2017	3,9276	3,5228
16.6.2017	3,9224	3,5027
15.6.2017	3,9152	3,513
14.6.2017	3,9126	3,4878
13.6.2017	3,9457	3,5198
12.6.2017	3,9394	3,5164
9.6.2017	3,9602	3,5373
8.6.2017	3,9522	3,5244
7.6.2017	3,9966	3,5503
6.6.2017	3,9642	3,5151

5.6.2017	3,9657	3,5237
2.6.2017	3,9598	3,5098
1.6.2017	3,9522	3,5246
31.5.2017	3,9663	3,527
30.5.2017	3,97	3,5491
29.5.2017	3,9935	3,5772
26.5.2017	4,001	3,5777
25.5.2017	3,9983	3,5667
24.5.2017	3,9944	3,5604
23.5.2017	3,9929	3,5704
22.5.2017	3,9977	3,5593
19.5.2017	4,0068	3,5753
18.5.2017	4,0249	3,6251
17.5.2017	3,9817	3,5681
16.5.2017	3,9223	3,5392
15.5.2017	3,8942	3,5483
12.5.2017	3,9043	3,5731
11.5.2017	3,8838	3,5758
10.5.2017	3,8988	3,5874
9.5.2017	3,9406	3,6239
8.5.2017	3,9164	3,5851
5.5.2017	3,8976	3,5441
4.5.2017	3,9039	3,554
3.5.2017	3,8479	3,5349
2.5.2017	3,8554	3,5273
1.5.2017	3,8741	3,5545
28.4.2017	3,8702	3,5516
27.4.2017	3,8721	3,5612
26.4.2017	3,9016	3,5783
25.4.2017	3,9112	3,5797
24.4.2017	3,883	3,573
21.4.2017	3,9051	3,6401
20.4.2017	3,9028	3,6415
19.4.2017	3,9341	3,673
18.4.2017	3,9284	3,6608
17.4.2017	3,9392	3,7011
14.4.2017	3,9609	3,7327
13.4.2017	3,8883	3,6633
12.4.2017	3,8922	3,6492
11.4.2017	3,92	3,6972
10.4.2017	3,9518	3,7294
7.4.2017	3,9513	3,7299
6.4.2017	3,9503	3,7111
5.4.2017	3,9445	3,6991
4.4.2017	3,9268	3,679
3.4.2017	3,8885	3,6449
31.3.2017	3,8726	3,6352
30.3.2017	3,8985	3,652
29.3.2017	3,9255	3,6459
28.3.2017	3,9556	3,6582
27.3.2017	3,9293	3,6166
24.3.2017	3,9	3,6108
23.3.2017	3,9194	3,6348
22.3.2017	3,9068	3,6184
21.3.2017	3,9276	3,6329
20.3.2017	3,8832	3,616
17.3.2017	3,9026	3,6344
16.3.2017	3,9033	3,6256
15.3.2017	3,9454	3,6754
14.3.2017	3,9686	3,7426

13.3.2017	3,9863	3,7418
10.3.2017	3,9806	3,7299
9.3.2017	3,9925	3,7747
8.3.2017	3,9494	3,7467
7.3.2017	3,8893	3,6807
6.3.2017	3,9292	3,7132
3.3.2017	3,9337	3,7029
2.3.2017	3,9166	3,728
1.3.2017	3,8544	3,6543
28.2.2017	3,8577	3,6472
27.2.2017	3,819	3,6072
24.2.2017	3,81	3,607
23.2.2017	3,7768	3,5691
22.2.2017	3,7793	3,5802
21.2.2017	3,8147	3,6203
20.2.2017	3,8469	3,6245
17.2.2017	3,8519	3,629
16.2.2017	3,9135	3,6666
15.2.2017	3,8801	3,6601
14.2.2017	3,8611	3,6503
13.2.2017	3,8912	3,6717
10.2.2017	3,9322	3,6953
9.2.2017	3,9243	3,6831
8.2.2017	3,9792	3,7178
7.2.2017	4,0009	3,7451
6.2.2017	3,9602	3,6839
3.2.2017	3,9875	3,6976
2.2.2017	4,0206	3,7371
1.2.2017	4,0605	3,7705
31.1.2017	4,0743	3,7734
30.1.2017	4,0445	3,7818
27.1.2017	4,1486	3,8775
26.1.2017	4,1066	3,844
25.1.2017	4,1179	3,8313
24.1.2017	4,0598	3,7833
23.1.2017	4,0447	3,7573
20.1.2017	4,0302	3,7655
19.1.2017	4,0815	3,8273
18.1.2017	4,0359	3,7966
17.1.2017	4,0293	3,761
16.1.2017	4,0336	3,8042
13.1.2017	3,9628	3,723
12.1.2017	3,99	3,7597
11.1.2017	4,0899	3,8647
10.1.2017	3,9987	3,7885
9.1.2017	3,926	3,7129
6.1.2017	3,8388	3,6445
5.1.2017	3,8108	3,5927
4.1.2017	3,746	3,5713
3.1.2017	3,7403	3,5943
2.1.2017	3,7073	3,5445
30.12.2016	3,7097	3,5277
29.12.2016	3,6961	3,523
28.12.2016	3,6862	3,54
27.12.2016	3,6824	3,5214
26.12.2016	3,6719	3,5118
23.12.2016	3,6774	3,5169
22.12.2016	3,6644	3,5114
21.12.2016	3,6578	3,5089
20.12.2016	3,6644	3,5275

19.12.2016	3,6753	3,5331
16.12.2016	3,665	3,5068
15.12.2016	3,6572	3,5119
14.12.2016	3,7218	3,5323
13.12.2016	3,7087	3,4899
12.12.2016	3,6889	3,4688
9.12.2016	3,6829	3,4869
8.12.2016	3,6553	3,4434
7.12.2016	3,6454	3,3902
6.12.2016	3,6928	3,4456
5.12.2016	3,7923	3,5231
2.12.2016	3,7557	3,519
1.12.2016	3,7357	3,5037
30.11.2016	3,6391	3,437
29.11.2016	3,63	3,4088
28.11.2016	3,6246	3,4148
25.11.2016	3,649	3,4468
24.11.2016	3,6359	3,4455
23.11.2016	3,5825	3,3941
22.11.2016	3,5966	3,3844
21.11.2016	3,5732	3,3616
18.11.2016	3,5737	3,3753
17.11.2016	3,5816	3,3706
16.11.2016	3,553	3,3234
15.11.2016	3,528	3,2906
14.11.2016	3,5324	3,29
11.11.2016	3,5306	3,2522
10.11.2016	3,5412	3,2509
9.11.2016	3,5018	3,2099
8.11.2016	3,4787	3,155
7.11.2016	3,4977	3,1681
4.11.2016	3,5168	3,1569
3.11.2016	3,4539	3,1101
2.11.2016	3,4552	3,1138
1.11.2016	3,44	3,1116
31.10.2016	3,3974	3,0939
28.10.2016	3,4135	3,1069
27.10.2016	3,3931	3,1138
26.10.2016	3,3613	3,0813
25.10.2016	3,3438	3,0711
24.10.2016	3,3472	3,076
21.10.2016	3,3537	3,0814
20.10.2016	3,3447	3,0601
19.10.2016	3,3598	3,0616
18.10.2016	3,3988	3,0953
17.10.2016	3,4055	3,096
14.10.2016	3,3906	3,0905
13.10.2016	3,4118	3,0858
12.10.2016	3,3964	3,0853
11.10.2016	3,409	3,084
10.10.2016	3,4214	3,0718
7.10.2016	3,4175	3,051
6.10.2016	3,3895	3,0397
5.10.2016	3,4195	3,0516
4.10.2016	3,4263	3,0578
3.10.2016	3,3844	3,0188
30.9.2016	3,3714	2,9992
29.9.2016	3,3666	2,9997
28.9.2016	3,3422	2,9798
27.9.2016	3,336	2,9746

26.9.2016	3,3548	2,981
23.9.2016	3,331	2,9672
22.9.2016	3,2995	2,944
21.9.2016	3,3065	2,9551
20.9.2016	3,3219	2,9781
19.9.2016	3,3267	2,9771
16.9.2016	3,3259	2,9809
15.9.2016	3,3378	2,9687
14.9.2016	3,3518	2,9794
13.9.2016	3,3487	2,9846
12.9.2016	3,3337	2,9675
9.9.2016	3,3281	2,963
8.9.2016	3,3234	2,9512
7.9.2016	3,3011	2,9364
6.9.2016	3,2893	2,9224
5.9.2016	3,2833	2,9457
2.9.2016	3,292	2,9509
1.9.2016	3,3156	2,9612
31.8.2016	3,3008	2,958
30.8.2016	3,3018	2,9631
29.8.2016	3,3015	2,9507
26.8.2016	3,3077	2,9538
25.8.2016	3,3109	2,9344
24.8.2016	3,3247	2,9517
23.8.2016	3,3385	2,951
22.8.2016	3,3298	2,9419
19.8.2016	3,3178	2,9293
18.8.2016	3,3236	2,9273
17.8.2016	3,2988	2,9222
16.8.2016	3,3042	2,9295
15.8.2016	3,2889	2,9407
12.8.2016	3,303	2,9594
11.8.2016	3,2935	2,9573
10.8.2016	3,3056	2,9576
9.8.2016	3,3004	2,9682
8.8.2016	3,3106	2,9845
5.8.2016	3,3243	2,9987
4.8.2016	3,351	3,0111
3.8.2016	3,3603	3,0139
2.8.2016	3,3587	2,9915
1.8.2016	3,338	2,9904
29.7.2016	3,3391	2,9883
28.7.2016	3,3366	3,0126
27.7.2016	3,3382	3,0187
26.7.2016	3,346	3,0453
25.7.2016	3,3388	3,0369
22.7.2016	3,364	3,065
21.7.2016	3,3853	3,0706
20.7.2016	3,4035	3,0899
19.7.2016	3,3562	3,045
18.7.2016	3,2975	2,9777
15.7.2016	3,3327	3,0198
14.7.2016	3,2006	2,8782
13.7.2016	3,2158	2,8998
12.7.2016	3,1929	2,887
11.7.2016	3,2118	2,9045
8.7.2016	3,1962	2,8913
7.7.2016	3,2489	2,9367
6.7.2016	3,26	2,9371
5.7.2016	3,2445	2,9293

4.7.2016	3,2424	2,9066
1.7.2016	3,2316	2,9019
30.6.2016	3,1959	2,8777
29.6.2016	3,2142	2,8892
28.6.2016	3,214	2,9043
27.6.2016	3,242	2,941
24.6.2016	3,2565	2,9293
23.6.2016	3,2511	2,8548
22.6.2016	3,2689	2,8936
21.6.2016	3,271	2,9097
20.6.2016	3,2881	2,9062
17.6.2016	3,3009	2,9271
16.6.2016	3,2904	2,931
15.6.2016	3,2934	2,925
14.6.2016	3,2923	2,935
13.6.2016	3,2969	2,9196
10.6.2016	3,2955	2,9291
9.6.2016	3,2725	2,8919
8.6.2016	3,2964	2,8931
7.6.2016	3,2905	2,8971
6.6.2016	3,2973	2,9039
3.6.2016	3,2996	2,9028
2.6.2016	3,2882	2,9488
1.6.2016	3,2916	2,9419
31.5.2016	3,2833	2,9495
30.5.2016	3,2949	2,956
27.5.2016	3,2872	2,9575
26.5.2016	3,285	2,9346
25.5.2016	3,276	2,9368
24.5.2016	3,2805	2,9445
23.5.2016	3,3603	2,9952
20.5.2016	3,3405	2,9762
19.5.2016	3,3464	2,987
18.5.2016	3,3541	2,9902
17.5.2016	3,3532	2,9637
16.5.2016	3,3695	2,9767
13.5.2016	3,3586	2,9702
12.5.2016	3,3701	2,9623
11.5.2016	3,3757	2,9527
10.5.2016	3,3565	2,9516
9.5.2016	3,3522	2,9449
6.5.2016	3,3386	2,9273
5.5.2016	3,3351	2,9242
4.5.2016	3,403	2,9625
3.5.2016	3,2754	2,8491
2.5.2016	3,2351	2,8049
29.4.2016	3,2025	2,7955
28.4.2016	3,1935	2,8129
27.4.2016	3,1914	2,8189
26.4.2016	3,1871	2,8208
25.4.2016	3,2046	2,844
22.4.2016	3,2003	2,8489
21.4.2016	3,1981	2,8331
20.4.2016	3,1789	2,814
19.4.2016	3,2157	2,8312
18.4.2016	3,213	2,8398
15.4.2016	3,2207	2,8545
14.4.2016	3,2113	2,8499
13.4.2016	3,2094	2,8467
12.4.2016	3,2284	2,8354

11.4.2016	3,2322	2,8331
8.4.2016	3,2484	2,8491
7.4.2016	3,2559	2,8618
6.4.2016	3,238	2,8406
5.4.2016	3,2244	2,8324
4.4.2016	3,2043	2,8128
1.4.2016	3,2138	2,8221
31.3.2016	3,2057	2,817
30.3.2016	3,2153	2,8359
29.3.2016	3,2041	2,8377
28.3.2016	3,2119	2,8688
25.3.2016	3,2117	2,8763
24.3.2016	3,2096	2,8724
23.3.2016	3,2182	2,8775
22.3.2016	3,2157	2,8668
21.3.2016	3,2133	2,8585
18.3.2016	3,2318	2,8676
17.3.2016	3,2165	2,8417
16.3.2016	3,2198	2,8684
15.3.2016	3,2201	2,8986
14.3.2016	3,1879	2,8704
11.3.2016	3,197	2,867
10.3.2016	3,2323	2,8915
9.3.2016	3,1831	2,8907
8.3.2016	3,2077	2,9144
7.3.2016	3,2116	2,916
4.3.2016	3,2002	2,9082
3.3.2016	3,1889	2,9088
2.3.2016	3,1792	2,9253
1.3.2016	3,1906	2,9361
29.2.2016	3,2243	2,9654
26.2.2016	3,272	2,9925
25.2.2016	3,2276	2,928
24.2.2016	3,2337	2,9363
23.2.2016	3,2441	2,9437
22.2.2016	3,239	2,9367
19.2.2016	3,2864	2,9516
18.2.2016	3,2993	2,9705
17.2.2016	3,2896	2,9561
16.2.2016	3,318	2,9774
15.2.2016	3,2864	2,9461
12.2.2016	3,2988	2,9295
11.2.2016	3,319	2,931
10.2.2016	3,2987	2,9218
9.2.2016	3,3209	2,9407
8.2.2016	3,3003	2,9473
5.2.2016	3,2621	2,9232
4.2.2016	3,2635	2,9118
3.2.2016	3,2384	2,9164
2.2.2016	3,2232	2,9519
1.2.2016	3,2073	2,9456
29.1.2016	3,2025	2,9553
28.1.2016	3,2481	2,9693
27.1.2016	3,2706	3,0014
26.1.2016	3,271	3,0088
25.1.2016	3,2779	3,0214
22.1.2016	3,2431	3,0038
21.1.2016	3,2759	3,0126
20.1.2016	3,3133	3,0422
19.1.2016	3,3163	3,0402

18.1.2016	3,3075	3,0365
15.1.2016	3,3279	3,0484
14.1.2016	3,2852	3,0235
13.1.2016	3,2941	3,0285
12.1.2016	3,2934	3,0332
11.1.2016	3,299	3,0377
8.1.2016	3,3029	3,0214
7.1.2016	3,2799	2,9993
6.1.2016	3,2369	3,0024
5.1.2016	3,2085	2,9852
4.1.2016	3,2107	2,9642
1.1.2016	3,1645	2,9139
31.12.2015	3,1688	2,9177
30.12.2015	3,1907	2,9186
29.12.2015	3,173	2,9063
28.12.2015	3,1875	2,9062
25.12.2015	3,2086	2,923
24.12.2015	3,2015	2,9185
23.12.2015	3,1822	2,9169
22.12.2015	3,2105	2,9308
21.12.2015	3,181	2,9145
18.12.2015	3,1612	2,9087
17.12.2015	3,171	2,9292
16.12.2015	3,2031	2,9352
15.12.2015	3,2389	2,964
14.12.2015	3,2752	2,9796
11.12.2015	3,2768	2,9817
10.12.2015	3,1985	2,9235
9.12.2015	3,2156	2,9165
8.12.2015	3,17	2,91
7.12.2015	3,157	2,9135
4.12.2015	3,1517	2,895
3.12.2015	3,1551	2,8846
2.12.2015	3,067	2,8893
1.12.2015	3,0732	2,8907
30.11.2015	3,0776	2,9131
27.11.2015	3,0979	2,9245
26.11.2015	3,0993	2,9211
25.11.2015	3,0694	2,8884
24.11.2015	3,0617	2,8773
23.11.2015	3,032	2,8508
20.11.2015	3,0147	2,8317
19.11.2015	3,0514	2,8427
18.11.2015	3,0506	2,8619
17.11.2015	3,054	2,8691
16.11.2015	3,0814	2,8834
13.11.2015	3,0869	2,8637
12.11.2015	3,0993	2,8651
11.11.2015	3,0886	2,8748
10.11.2015	3,1267	2,9158
9.11.2015	3,1395	2,9207
6.11.2015	3,1313	2,9152
5.11.2015	3,1136	2,8607
4.11.2015	3,1111	2,8631
3.11.2015	3,1027	2,829
2.11.2015	3,1112	2,8239
30.10.2015	3,2082	2,9151
29.10.2015	3,2244	2,9375
28.10.2015	3,194	2,9247
27.10.2015	3,2085	2,9041

26.10.2015	3,1953	2,89
23.10.2015	3,2037	2,9078
22.10.2015	3,1905	2,8726
21.10.2015	3,2831	2,8954
20.10.2015	3,291	2,9003
19.10.2015	3,2902	2,9054
16.10.2015	3,2811	2,8917
15.10.2015	3,2786	2,8803
14.10.2015	3,343	2,9137
13.10.2015	3,3672	2,9586
12.10.2015	3,3231	2,9264
9.10.2015	3,3072	2,9118
8.10.2015	3,2636	2,8935
7.10.2015	3,3035	2,9402
6.10.2015	3,3345	2,9583
5.10.2015	3,3375	2,9837
2.10.2015	3,3523	2,9906
1.10.2015	3,3887	3,0267
30.9.2015	3,3818	3,0257
29.9.2015	3,4161	3,0368
28.9.2015	3,4388	3,0579
25.9.2015	3,4107	3,0467
24.9.2015	3,4143	3,0403
23.9.2015	3,399	3,0385
22.9.2015	3,3649	3,026
21.9.2015	3,3638	3,0062
18.9.2015	3,3974	3,0051
17.9.2015	3,4451	3,0124
16.9.2015	3,385	2,9984
15.9.2015	3,4138	3,03
14.9.2015	3,4616	3,0578
11.9.2015	3,4546	3,0465
10.9.2015	3,4096	3,0228
9.9.2015	3,4019	3,036
8.9.2015	3,3723	3,0111
7.9.2015	3,3838	3,0301
4.9.2015	3,3524	3,0074
3.9.2015	3,3045	2,9707
2.9.2015	3,3023	2,9414
1.9.2015	3,3154	2,9302
31.8.2015	3,2687	2,9148
28.8.2015	3,2687	2,9238
27.8.2015	3,2724	2,9099
26.8.2015	3,3173	2,9318
25.8.2015	3,3864	2,9402
24.8.2015	3,4193	2,9421
21.8.2015	3,3243	2,9187
20.8.2015	3,2781	2,916
19.8.2015	3,253	2,9255
18.8.2015	3,1902	2,8946
17.8.2015	3,1774	2,8683
14.8.2015	3,1459	2,834
13.8.2015	3,144	2,82
12.8.2015	3,0988	2,7776
11.8.2015	3,069	2,7797
10.8.2015	3,0628	2,7794
7.8.2015	3,0495	2,7802
6.8.2015	3,0324	2,7757
5.8.2015	3,0393	2,7868
4.8.2015	3,028	2,7826

3.8.2015	3,0455	2,7812
31.7.2015	3,0448	2,771
30.7.2015	3,0425	2,7826
29.7.2015	3,0377	2,765
28.7.2015	3,0526	2,76
27.7.2015	3,0743	2,7713
24.7.2015	3,0071	2,7377
23.7.2015	3,003	2,7344
22.7.2015	2,9594	2,7067
21.7.2015	2,936	2,6844
20.7.2015	2,9215	2,6983
17.7.2015	2,8724	2,6526
16.7.2015	2,8891	2,6565
15.7.2015	2,8974	2,6464
14.7.2015	2,8979	2,6317
13.7.2015	2,9111	2,6456
10.7.2015	2,9772	2,6667
9.7.2015	2,957	2,6788
8.7.2015	2,9782	2,6881
7.7.2015	2,9573	2,6854
6.7.2015	2,9611	2,6781
3.7.2015	2,988	2,6885
2.7.2015	2,9754	2,6843
1.7.2015	2,9753	2,6917
30.6.2015	2,9867	2,6816
29.6.2015	3,0369	2,7028
26.6.2015	2,9756	2,6649
25.6.2015	2,9748	2,655
24.6.2015	3,0002	2,6776
23.6.2015	2,9923	2,6789
22.6.2015	3,0231	2,6656
19.6.2015	3,0596	2,6951
18.6.2015	3,0812	2,7123
17.6.2015	3,068	2,7061
16.6.2015	3,0756	2,7345
15.6.2015	3,0869	2,7358
12.6.2015	3,0572	2,7128
11.6.2015	3,0422	2,7022
10.6.2015	3,0972	2,7345
9.6.2015	3,1053	2,7521
8.6.2015	3,1068	2,7515
5.6.2015	2,9584	2,6621
4.6.2015	2,9981	2,6677
3.6.2015	3,0273	2,6856
2.6.2015	2,983	2,6743
1.6.2015	2,9318	2,6829
29.5.2015	2,9261	2,663
28.5.2015	2,9063	2,6543
27.5.2015	2,8812	2,6421
26.5.2015	2,8724	2,6417
25.5.2015	2,8712	2,6155
22.5.2015	2,8636	2,5991
21.5.2015	2,8769	2,5889
20.5.2015	2,8594	2,5776
19.5.2015	2,8917	2,5935
18.5.2015	2,9201	2,5806
15.5.2015	2,9501	2,5759
14.5.2015	2,9562	2,5909
13.5.2015	2,9878	2,6307
12.5.2015	2,987	2,6635

7.5.2015	3,0253	2,6852
6.5.2015	3,0573	2,6928
5.5.2015	3,0252	2,7045
4.5.2015	3,0238	2,713
1.5.2015	3,0332	2,7079
30.4.2015	2,9995	2,6723
29.4.2015	2,9615	2,6605
28.4.2015	2,9194	2,6584
27.4.2015	2,912	2,6744
24.4.2015	2,9516	2,7144
23.4.2015	2,9247	2,7015
22.4.2015	2,9094	2,7123
21.4.2015	2,8834	2,6858
20.4.2015	2,8989	2,6993
17.4.2015	2,8943	2,6782
16.4.2015	2,8826	2,6786
15.4.2015	2,8841	2,6989
14.4.2015	2,8639	2,6883
13.4.2015	2,822	2,6705
10.4.2015	2,7875	2,6287
9.4.2015	2,7927	2,6199
8.4.2015	2,8023	2,5995
7.4.2015	2,8143	2,6023
6.4.2015	2,8085	2,571
3.4.2015	2,8235	2,5719
2.4.2015	2,814	2,5855
1.4.2015	2,7976	2,599
31.3.2015	2,7877	2,5978
30.3.2015	2,8241	2,6078
27.3.2015	2,8421	2,6102
26.3.2015	2,8253	2,5957
25.3.2015	2,8384	2,587
24.3.2015	2,7885	2,5519
23.3.2015	2,7829	2,5423
20.3.2015	2,7845	2,573
19.3.2015	2,779	2,607
18.3.2015	2,7929	2,5702
17.3.2015	2,768	2,6117
16.3.2015	2,7755	2,6261
13.3.2015	2,7704	2,6397
12.3.2015	2,7482	2,584
11.3.2015	2,7533	2,6105
10.3.2015	2,8226	2,6385
9.3.2015	2,8234	2,6016
6.3.2015	2,846	2,6244
5.3.2015	2,8755	2,6069
4.3.2015	2,8407	2,564
3.3.2015	2,8339	2,5357
2.3.2015	2,815	2,5169
27.2.2015	2,8087	2,5088
26.2.2015	2,804	2,504
25.2.2015	2,8274	2,4886
24.2.2015	2,7941	2,4637
23.2.2015	2,8052	2,4753
20.2.2015	2,7912	2,4526
19.2.2015	2,7927	2,457
18.2.2015	2,783	2,4418
17.2.2015	2,7983	2,452
16.2.2015	2,7889	2,4566
13.2.2015	2,7987	2,4581

12.2.2015	2,8126	2,4666
11.2.2015	2,8338	2,5004
10.2.2015	2,8262	2,4964
9.2.2015	2,8045	2,4766
6.2.2015	2,7994	2,4739
5.2.2015	2,7976	2,4375
4.2.2015	2,7987	2,4665
3.2.2015	2,7572	2,4014
2.2.2015	2,7568	2,4306
30.1.2015	2,7616	2,4464
29.1.2015	2,735	2,4161
28.1.2015	2,6932	2,3859
27.1.2015	2,6906	2,3641
26.1.2015	2,6462	2,3542
23.1.2015	2,6319	2,3483
22.1.2015	2,6418	2,3242
21.1.2015	2,7288	2,3503
20.1.2015	2,7101	2,3463
19.1.2015	2,7134	2,338
16.1.2015	2,6875	2,3229
15.1.2015	2,6869	2,3103
14.1.2015	2,6893	2,2811
13.1.2015	2,6909	2,2858
12.1.2015	2,7042	2,2853
9.1.2015	2,7176	2,295
8.1.2015	2,7113	2,2992
7.1.2015	2,7454	2,3189
6.1.2015	2,7615	2,3228
5.1.2015	2,7827	2,3318
2.1.2015	2,8136	2,3442
1.1.2015	2,8213	2,3309
31.12.2014	2,8244	2,3345
30.12.2014	2,8314	2,3289
29.12.2014	2,8163	2,3176
26.12.2014	2,8219	2,3175
25.12.2014	2,8369	2,321
24.12.2014	2,8258	2,3173
23.12.2014	2,8272	2,3226
22.12.2014	2,8311	2,3148
19.12.2014	2,8274	2,3121
18.12.2014	2,854	2,323
17.12.2014	2,886	2,3381
16.12.2014	2,959	2,365
15.12.2014	2,9551	2,376
12.12.2014	2,865	2,299
11.12.2014	2,8277	2,2784
10.12.2014	2,8211	2,2663
9.12.2014	2,8059	2,2674
8.12.2014	2,7942	2,2686
5.12.2014	2,7778	2,261
4.12.2014	2,7657	2,2342
3.12.2014	2,7601	2,242
2.12.2014	2,7629	2,2312
1.12.2014	2,762	2,2149
28.11.2014	2,7638	2,2196
27.11.2014	2,7517	2,2072
26.11.2014	2,7646	2,2106
25.11.2014	2,769	2,2197
24.11.2014	2,7747	2,23
21.11.2014	2,753	2,2218

20.11.2014	2,7832	2,2196
19.11.2014	2,802	2,232
18.11.2014	2,785	2,2214
17.11.2014	2,7778	2,2312
14.11.2014	2,7923	2,2296
13.11.2014	2,7974	2,2422
12.11.2014	2,8005	2,2514
11.11.2014	2,8154	2,2568
10.11.2014	2,8064	2,2594
7.11.2014	2,8122	2,258
6.11.2014	2,8012	2,2636
5.11.2014	2,8022	2,2443
4.11.2014	2,7895	2,2235
3.11.2014	2,7904	2,2355
31.10.2014	2,7854	2,224
30.10.2014	2,7733	2,1988
29.10.2014	2,7984	2,2153
28.10.2014	2,81	2,2066
27.10.2014	2,831	2,2294
24.10.2014	2,8272	2,2313
23.10.2014	2,8277	2,236
22.10.2014	2,8414	2,2463
21.10.2014	2,8548	2,2451
20.10.2014	2,8717	2,2437
17.10.2014	2,8664	2,246
16.10.2014	2,8986	2,2629
15.10.2014	2,9131	2,2693
14.10.2014	2,8773	2,273
13.10.2014	2,8946	2,2698
10.10.2014	2,8898	2,2884
9.10.2014	2,8801	2,2695
8.10.2014	2,8817	2,263
7.10.2014	2,8827	2,2753
6.10.2014	2,8698	2,2678
3.10.2014	2,8716	2,2942
2.10.2014	2,8713	2,2665
1.10.2014	2,8824	2,2833
30.9.2014	2,8778	2,2782
29.9.2014	2,8904	2,2786
26.9.2014	2,8696	2,2623
25.9.2014	2,8829	2,261
24.9.2014	2,8584	2,2366
23.9.2014	2,8769	2,2393
22.9.2014	2,8793	2,2407
19.9.2014	2,8669	2,2347
18.9.2014	2,8766	2,226
17.9.2014	2,8617	2,2243
16.9.2014	2,8554	2,2033
15.9.2014	2,8628	2,2121
12.9.2014	2,8821	2,223
11.9.2014	2,8447	2,2007
10.9.2014	2,8325	2,1929
9.9.2014	2,8415	2,1963
8.9.2014	2,8032	2,1735
5.9.2014	2,7961	2,159
4.9.2014	2,8003	2,1632
3.9.2014	2,8376	2,1577
2.9.2014	2,8533	2,1726
1.9.2014	2,8365	2,1607
29.8.2014	2,8418	2,1639

28.8.2014	2,8453	2,1583
27.8.2014	2,8417	2,1539
26.8.2014	2,8518	2,1655
25.8.2014	2,8746	2,179
22.8.2014	2,8811	2,1755
21.8.2014	2,8927	2,1779
20.8.2014	2,8987	2,186
19.8.2014	2,88	2,1622
18.8.2014	2,8914	2,1638
15.8.2014	2,9037	2,1671
14.8.2014	2,8758	2,1518
13.8.2014	2,8826	2,1569
12.8.2014	2,8934	2,1642
11.8.2014	2,8785	2,1505
8.8.2014	2,8766	2,145
7.8.2014	2,8965	2,1671
6.8.2014	2,8895	2,1592
5.8.2014	2,8792	2,1525
4.8.2014	2,8606	2,1313
1.8.2014	2,8653	2,1334
31.7.2014	2,8676	2,1418
30.7.2014	2,8573	2,1328
29.7.2014	2,8377	2,1161
28.7.2014	2,8216	2,0993
25.7.2014	2,8125	2,0939
24.7.2014	2,8164	2,0918
23.7.2014	2,8123	2,0886
22.7.2014	2,8365	2,1065
21.7.2014	2,8647	2,1183
18.7.2014	2,8735	2,1247
17.7.2014	2,8962	2,141
16.7.2014	2,8666	2,1193
15.7.2014	2,8828	2,1241
14.7.2014	2,8822	2,1162
11.7.2014	2,8818	2,1175
10.7.2014	2,8914	2,1244
9.7.2014	2,8864	2,1154
8.7.2014	2,8929	2,1251
7.7.2014	2,897	2,1293
4.7.2014	2,8998	2,1329
3.7.2014	2,8962	2,1278
2.7.2014	2,91	2,1302
1.7.2014	2,9116	2,1285
30.6.2014	2,9015	2,1191
27.6.2014	2,8974	2,1228
26.6.2014	2,8936	2,1258
25.6.2014	2,9066	2,1325
24.6.2014	2,914	2,1418
23.6.2014	2,9077	2,1373
20.6.2014	2,9109	2,1405
19.6.2014	2,9158	2,1426
18.6.2014	2,8895	2,1254
17.6.2014	2,9118	2,1495
16.6.2014	2,9082	2,1424
13.6.2014	2,8754	2,1233
12.6.2014	2,862	2,1117
11.6.2014	2,8645	2,1167
10.6.2014	2,8178	2,0798
9.6.2014	2,8361	2,0863
6.6.2014	2,835	2,0781

5.6.2014	2,8636	2,0963
4.6.2014	2,877	2,1156
3.6.2014	2,8853	2,1173
2.6.2014	2,8666	2,1083
30.5.2014	2,8586	2,0971
29.5.2014	2,838	2,0865
28.5.2014	2,8538	2,0997
27.5.2014	2,8657	2,1018
26.5.2014	2,8423	2,0829
23.5.2014	2,8384	2,0818
22.5.2014	2,8422	2,0813
21.5.2014	2,866	2,094
20.5.2014	2,896	2,1134
19.5.2014	2,8741	2,0965
16.5.2014	2,8756	2,0998
15.5.2014	2,8769	2,0983
14.5.2014	2,8399	2,0707
13.5.2014	2,8346	2,0684
12.5.2014	2,8627	2,0809
9.5.2014	2,8582	2,0773
8.5.2014	2,8704	2,0738
7.5.2014	2,8963	2,0819
6.5.2014	2,9108	2,09
5.5.2014	2,9144	2,1003
2.5.2014	2,9181	2,1038
1.5.2014	2,9201	2,1054
30.4.2014	2,9295	2,1125
29.4.2014	2,9298	2,1212
28.4.2014	2,944	2,1256
25.4.2014	2,952	2,134
24.4.2014	2,9541	2,1356
23.4.2014	2,9712	2,1504
22.4.2014	2,9564	2,1415
21.4.2014	2,9435	2,1341
18.4.2014	2,942	2,1296
17.4.2014	2,9379	2,1265
16.4.2014	2,951	2,1359
15.4.2014	2,96	2,1428
14.4.2014	2,931	2,1208
11.4.2014	2,9337	2,1129
10.4.2014	2,9294	2,1093
9.4.2014	2,915	2,1038
8.4.2014	2,8919	2,0962
7.4.2014	2,8998	2,1103
4.4.2014	2,8962	2,1135
3.4.2014	2,9261	2,1327
2.4.2014	2,9291	2,1276
1.4.2014	2,9487	2,1378
31.3.2014	2,948	2,1407
28.3.2014	3,0132	2,1909
27.3.2014	3,0053	2,1872
26.3.2014	3,0213	2,1921
25.3.2014	3,0648	2,2165
24.3.2014	3,0961	2,2372
21.3.2014	3,0808	2,2335
20.3.2014	3,0719	2,2294
19.3.2014	3,0987	2,2401
18.3.2014	3,0916	2,2188
17.3.2014	3,0904	2,2198
14.3.2014	3,0793	2,213

13.3.2014	3,0965	2,2327
12.3.2014	3,1037	2,2323
11.3.2014	3,1137	2,2466
10.3.2014	3,0788	2,2186
7.3.2014	3,0608	2,2055
6.3.2014	3,022	2,1803
5.3.2014	3,0254	2,2031
4.3.2014	3,0325	2,2065
3.3.2014	3,0658	2,2321
28.2.2014	3,0494	2,2093
27.2.2014	3,0349	2,2138
26.2.2014	3,0495	2,2279
25.2.2014	3,0408	2,2122
24.2.2014	3,0246	2,2021
21.2.2014	2,9935	2,1787
20.2.2014	3,0198	2,2013
19.2.2014	3,0412	2,2145
18.2.2014	2,9999	2,1804
17.2.2014	2,9839	2,1767
14.2.2014	2,9864	2,181
13.2.2014	2,9901	2,1856
12.2.2014	2,9808	2,1926
11.2.2014	2,9912	2,1932
10.2.2014	3,0262	2,2176
7.2.2014	3,0269	2,2199
6.2.2014	3,0029	2,2096
5.2.2014	3,0294	2,2386
4.2.2014	3,0257	2,238
3.2.2014	3,0869	2,2824
31.1.2014	3,049	2,2607
30.1.2014	3,0763	2,2693
29.1.2014	3,0888	2,2607
28.1.2014	3,0782	2,252
27.1.2014	3,1214	2,283
24.1.2014	3,1889	2,3314
23.1.2014	3,14	2,2928
22.1.2014	3,0593	2,2582
21.1.2014	3,0537	2,2517
20.1.2014	3,036	2,2403
17.1.2014	3,0221	2,2317
16.1.2014	3,0062	2,2069
15.1.2014	2,9813	2,1913
14.1.2014	2,9874	2,1838
13.1.2014	2,9798	2,1795
10.1.2014	2,9594	2,165
9.1.2014	2,9636	2,178
8.1.2014	2,9671	2,1856
7.1.2014	2,9517	2,1678
6.1.2014	2,9594	2,1715
3.1.2014	2,9603	2,1785
2.1.2014	2,9686	2,1713
1.1.2014	2,9547	2,1483
31.12.2013	2,9496	2,1458
30.12.2013	2,9307	2,1231
27.12.2013	2,9563	2,1513
26.12.2013	2,9123	2,1271
25.12.2013	2,8668	2,0956
24.12.2013	2,8428	2,0775
23.12.2013	2,8731	2,0977

18.12.2013	2,8161	2,0578
17.12.2013	2,8032	2,036
16.12.2013	2,7899	2,0274
13.12.2013	2,8041	2,0404
12.12.2013	2,8105	2,0433
11.12.2013	2,8162	2,0429
10.12.2013	2,7904	2,0278
9.12.2013	2,7923	2,0324
6.12.2013	2,7755	2,0252
5.12.2013	2,7839	2,0368
4.12.2013	2,7848	2,0486
3.12.2013	2,7768	2,0434
2.12.2013	2,7611	2,0389
29.11.2013	2,745	2,0198
28.11.2013	2,7412	2,0147
27.11.2013	2,7503	2,0254
26.11.2013	2,7328	2,0135
25.11.2013	2,7139	2,0078
22.11.2013	2,7195	2,0057
21.11.2013	2,7191	2,0168
20.11.2013	2,7085	2,0154
19.11.2013	2,723	2,0112
18.11.2013	2,7306	2,0219
15.11.2013	2,7387	2,0293
14.11.2013	2,7367	2,0333
13.11.2013	2,7568	2,0442
12.11.2013	2,7605	2,0545
11.11.2013	2,7393	2,0433
8.11.2013	2,7264	2,039
7.11.2013	2,7311	2,0352
6.11.2013	2,7506	2,0356
5.11.2013	2,7351	2,0298
4.11.2013	2,725	2,0162
1.11.2013	2,7205	2,017
31.10.2013	2,7115	1,996
30.10.2013	2,7399	1,9947
29.10.2013	2,7373	1,9914
28.10.2013	2,735	1,9841
25.10.2013	2,7382	1,9835
24.10.2013	2,7318	1,9796
23.10.2013	2,7219	1,9758
22.10.2013	2,7129	1,9685
21.10.2013	2,7108	1,9812
18.10.2013	2,6943	1,9686
17.10.2013	2,6886	1,9659
16.10.2013	2,67	1,9728
15.10.2013	2,6887	1,9882
14.10.2013	2,6876	1,9818
11.10.2013	2,6845	1,9823
10.10.2013	2,6695	1,9745
9.10.2013	2,6807	1,982
8.10.2013	2,6994	1,9889
7.10.2013	2,7079	1,9937
4.10.2013	2,6942	1,9871
3.10.2013	2,7275	2,0029
2.10.2013	2,7074	1,9939
1.10.2013	2,718	2,0094
30.9.2013	2,7306	2,0186
27.9.2013	2,7462	2,0309

26.9.2013	2,7285	2,0227
25.9.2013	2,7268	2,016
24.9.2013	2,6932	1,9989
23.9.2013	2,6787	1,9853
20.9.2013	2,6776	1,9799
19.9.2013	2,6525	1,9605
18.9.2013	2,6956	1,9501
17.9.2013	2,6742	2,0018
16.9.2013	2,6728	2,0045
13.9.2013	2,6961	2,028
12.9.2013	2,7005	2,0306
11.9.2013	2,6779	2,0117
10.9.2013	2,6724	2,0141
9.9.2013	2,6862	2,0266
6.9.2013	2,6972	2,0465
5.9.2013	2,7146	2,0691
4.9.2013	2,7085	2,0505
3.9.2013	2,7109	2,0584
2.9.2013	2,6665	2,0213
30.8.2013	2,6978	2,0403
29.8.2013	2,6956	2,0358
28.8.2013	2,7178	2,0374
27.8.2013	2,7272	2,0363
26.8.2013	2,6692	1,998
23.8.2013	2,6604	1,9878
22.8.2013	2,6627	1,9936
21.8.2013	2,6427	1,9785
20.8.2013	2,6158	1,9496
19.8.2013	2,6062	1,9544
16.8.2013	2,5921	1,9446
15.8.2013	2,582	1,9345
14.8.2013	2,5642	1,9344
13.8.2013	2,5648	1,934
12.8.2013	2,5605	1,9251
9.8.2013	2,5625	1,9204
8.8.2013	2,5725	1,9225
7.8.2013	2,577	1,9322
6.8.2013	2,5618	1,9252
5.8.2013	2,5592	1,9303
2.8.2013	2,5575	1,9255
1.8.2013	2,5714	1,947
31.7.2013	2,5744	1,9353
30.7.2013	2,5503	1,9229
29.7.2013	2,5562	1,9263
26.7.2013	2,5575	1,926
25.7.2013	2,55	1,9206
24.7.2013	2,5362	1,9213
23.7.2013	2,513	1,9004
22.7.2013	2,521	1,912
19.7.2013	2,5208	1,9181
18.7.2013	2,5189	1,9214
17.7.2013	2,5079	1,9108
16.7.2013	2,5277	1,921
15.7.2013	2,5256	1,9335
12.7.2013	2,5515	1,9525
11.7.2013	2,5557	1,9511
10.7.2013	2,5293	1,9497
9.7.2013	2,4814	1,9415
8.7.2013	2,5061	1,9473
5.7.2013	2,5256	1,9683

4.7.2013	2,5091	1,943
3.7.2013	2,5331	1,947
2.7.2013	2,5089	1,933
1.7.2013	2,513	1,924
28.6.2013	2,5094	1,9288
27.6.2013	2,5031	1,9199
26.6.2013	2,5183	1,9354
25.6.2013	2,5263	1,9311
24.6.2013	2,55	1,9438
21.6.2013	2,5443	1,9388
20.6.2013	2,5606	1,9369
19.6.2013	2,5292	1,902
18.6.2013	2,5268	1,8865
17.6.2013	2,5054	1,8741
14.6.2013	2,4813	1,859
13.6.2013	2,4905	1,8616
12.6.2013	2,5011	1,8752
11.6.2013	2,5189	1,8918
10.6.2013	2,5212	1,9018
7.6.2013	2,4767	1,873
6.6.2013	2,5078	1,8932
5.6.2013	2,4778	1,8923
4.6.2013	2,4551	1,8769
3.6.2013	2,462	1,8828
31.5.2013	2,4381	1,8756
30.5.2013	2,4449	1,8735
29.5.2013	2,4077	1,8605
28.5.2013	2,3885	1,858
27.5.2013	2,3868	1,8458
24.5.2013	2,3879	1,8465
23.5.2013	2,3885	1,8464
22.5.2013	2,3776	1,8491
21.5.2013	2,3788	1,8431
20.5.2013	2,3716	1,8408
17.5.2013	2,3651	1,8421
16.5.2013	2,3498	1,8241
15.5.2013	2,3488	1,8226
14.5.2013	2,3457	1,8155
13.5.2013	2,3512	1,812
10.5.2013	2,3401	1,8013
9.5.2013	2,3461	1,7987
8.5.2013	2,3543	1,79
7.5.2013	2,3499	1,7968
6.5.2013	2,35	1,7972
3.5.2013	2,3532	1,7943
2.5.2013	2,3422	1,7928
1.5.2013	2,3627	1,7927
30.4.2013	2,3609	1,793
29.4.2013	2,3521	1,7956
26.4.2013	2,3418	1,7975
25.4.2013	2,3407	1,7988
24.4.2013	2,3461	1,8024
23.4.2013	2,3458	1,8046
22.4.2013	2,3578	1,8043
19.4.2013	2,3491	1,7998
18.4.2013	2,3437	1,7966
17.4.2013	2,3462	1,7995
16.4.2013	2,3569	1,788
15.4.2013	2,3394	1,7929
12.4.2013	2,344	1,7881

11.4.2013	2,339	1,7848
10.4.2013	2,3378	1,7895
9.4.2013	2,3345	1,7842
8.4.2013	2,3249	1,786
5.4.2013	2,33	1,7936
4.4.2013	2,3316	1,8034
3.4.2013	2,3231	1,8089
2.4.2013	2,3116	1,8033
1.4.2013	2,3187	1,8051
29.3.2013	2,3193	1,809
28.3.2013	2,3198	1,8104
27.3.2013	2,3175	1,8144
26.3.2013	2,3322	1,8143
25.3.2013	2,342	1,8225
22.3.2013	2,3567	1,8146
21.3.2013	2,3458	1,8184
20.3.2013	2,3509	1,8176
19.3.2013	2,3499	1,8251
18.3.2013	2,3495	1,813
15.3.2013	2,3624	1,8063
14.3.2013	2,354	1,8098
13.3.2013	2,3483	1,8126
12.3.2013	2,3491	1,8029
11.3.2013	2,3468	1,799
8.3.2013	2,3458	1,8046
7.3.2013	2,3554	1,7973
6.3.2013	2,3353	1,7983
5.3.2013	2,3372	1,7916
4.3.2013	2,3423	1,7989
1.3.2013	2,3405	1,7974
28.2.2013	2,3498	1,7985
27.2.2013	2,3626	1,7977
26.2.2013	2,3584	1,8054
25.2.2013	2,3632	1,8094
22.2.2013	2,376	1,8019
21.2.2013	2,3662	1,7942
20.2.2013	2,3694	1,7833
19.2.2013	2,3784	1,7765
18.2.2013	2,3597	1,7672
15.2.2013	2,361	1,7665
14.2.2013	2,362	1,7683
13.2.2013	2,3725	1,7635
12.2.2013	2,3837	1,7724
11.2.2013	2,3811	1,7755
8.2.2013	2,3675	1,7715
7.2.2013	2,3782	1,774
6.2.2013	2,3925	1,7695
5.2.2013	2,3918	1,7612
4.2.2013	2,3792	1,7613
1.2.2013	2,3851	1,7473
31.1.2013	2,3886	1,7589
30.1.2013	2,3975	1,7678
29.1.2013	2,3859	1,7685
28.1.2013	2,3853	1,773
25.1.2013	2,3784	1,7675
24.1.2013	2,3658	1,7686
23.1.2013	2,3598	1,7716
22.1.2013	2,356	1,769
21.1.2013	2,3481	1,7643
18.1.2013	2,3438	1,7603

17.1.2013	2,3441	1,7524
16.1.2013	2,3458	1,7653
15.1.2013	2,3549	1,7691
14.1.2013	2,3657	1,7688
11.1.2013	2,3613	1,7695
10.1.2013	2,3407	1,7672
9.1.2013	2,3201	1,7753
8.1.2013	2,3268	1,7783
7.1.2013	2,3351	1,7798
4.1.2013	2,3291	1,7818
3.1.2013	2,3296	1,7847
2.1.2013	2,3455	1,7787

ÖZGEÇMİŞ

19/10/1993 yılında Elazığ'da doğdu. İlköğretimi Elazığ Özel Harput Koleji'nde ve liseyi ise Balakgazi Lisesi'nde tamamladı. 2011 yılında kazandığı Fırat Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü'nden 2015 yılında mezun oldu. Daha sonra 2016 yılının Şubat ayında Bitlis Eren Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Anabilim Dalı'nda İstatistiksel Bilgi Sistemleri programında yüksek lisansa başladı, lisansüstü eğitime devam etmektedir.

Mine DOĞAN

