

65395

**DARALAN-GENİŞLEYEN DOĞRUSAL EKSENLİ KANALLARDAKİ
AKIŞIN İNCELENMESİ**

ALİ KAHRAMAN

**Ç.Ü.
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI**

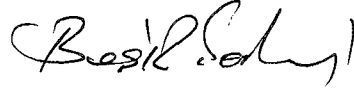
YÜKSEK LİSANS TEZİ

**ADANA
OCAK 1997**

Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne,

Bu çalışma, jürimiz tarafından Makina Mühendisliği Anabilim Dalında
YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Beşir ŞAHİN



Üye : Prof. Dr. Tuncay YILMAZ

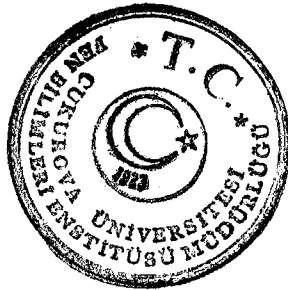


Üye : Yrd. Doç Dr. Orhan BÜYÜKALACA



Kod no: 1242

Yukarıdaki imzaların adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.



Prof. Dr. Ural DİNÇ

Enstitü Müdürü

Bu Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Araştırma Fonu (F.B.E. 96.119 nolu proje) tarafından desteklenmiştir.



İÇİNDEKİLER

ŞEKİL LİSTESİ	III
SEMBOLLER	V
ÖZ	VII
ABSTRACT	VIII
1. GİRİŞ	1
1.1. Çalışmanın amacı ve kapsamı	3
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	5
3. MATERYAL VE METOD	8
3.1. Giriş	8
3.1.1. Daralan-Genişleyen Kanal Geometrisi	10
3.2. Mevcut Çalışmada Kullanılan Kanal Geometrisi	12
3.2.1. İki Boyutlu Navier-Stokes Süreklilik Denklemleri	12
3.3. Sonlu Elemanlar Yöntemi	13
3.3.1. Galerkin Yöntemi	16
3.3.2. Koordinat Transformasyonu	17
3.3.3. Alt Bölgenin Referans Elemana Dönüştürülmesi	18
3.3.4. İntegral Formundaki Ayrıklaştırılmış Denklemin Referans Koordinat Sistemine Dönüştürülmesi	19
3.3.5. Sayısal İntegrasyon	21
3.4. Navier-Stokes ve Süreklilik Denklemlerinin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Çözümü	24

3.4.1. Diferansiyel Denklemin Ayrıklaştırılması	26
3.4.2. Başlangıç ve Sınır Şartları	29
3.4.3. Eleman Kütle Matrislerinden Sistem Kütle Matrisinin Oluşturulması	30
3.4.4. Sonlu Elemanlar Ağ Yapısı Tasarımı	33
4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA	35
4.1. Sayısal Sonuçlar	35
4.2. Kanal Boyunca Basınç Değişimi	36
4.3. Ayrılmış Akış Bölgelerinin Daralma Uzunluk Oranı ve Reynolds Sayısına Göre Değişimi	39
4.4. Ayrılmış Akış Bölgelerinin Daralma Oranı ve Reynolds Sayısına Göre Değişimi	40
4.5. Daralan-genişleyen Kanalda Basınç Kaybı	40
5. SONUÇ VE ÖNERİLER	61
ÖZET	63
SUMMARY	64
KAYNAKLAR	65
EK	68
TEŞEKKÜR	69
ÖZGEÇMİŞ	70

ŞEKİL LİSTESİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. Daralan ve genişleyen kanal geometrisi ve boyutları	11
Şekil 2. Sonlu elemanlar yaklaşımının yapıldığı bir bölge ve bu bölgenin alt bölgeleri	13
Şekil 3. Koordinat transformasyonu yapılan bir alt bölge	18
Şekil 4. Ağ elemanı ve düğümsel yaklaşım	24
Şekil 5. Ağ elemanı ve hız, basınç değerleri	25
Şekil 6. Akış geometrisi ve sınır şartları	30
Şekil 7. İki komşu ağ elemanı ile kartezyen ve yerel koordinatların gösterilmesi	31
Şekil 8. Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan çeşitli ağ elemanları	33
Şekil 9. Daralan-genişleyen kanal için ağ yapısı	36
Şekil 10. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=1$	43
Şekil 11. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=1$	43
Şekil 12. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=1$	44
Şekil 13. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.25$, $L_c^*=1$	44
Şekil 14. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.75$, $L_c^*=1$	45
Şekil 15. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $L_c^*=1$, $Re=10$	45
Şekil 16. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $L_c^*=1$, $Re=100$	46
Şekil 17. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $L_c^*=1$, $Re=500$	46
Şekil 18. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=2$.	47
Şekil 19. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=2$	47
Şekil 20. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.75$, $L_c^*=2$	48
Şekil 21. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $L_c^*=2$, $Re=100$	48
Şekil 22. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$	49
Şekil 23. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$	49
Şekil 24. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=1$, $Re=1000$	50

Şekil 25. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=1$, $Re=2000$	50
Şekil 26. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $S=1$, $C_1=C_2=0.50$	51
Şekil 27. Daralan-genişleyen kanal boyunca hız dağılımı $C=0.5$, $L_c^*=1$	52
Şekil 28. Daralan-genişleyen kanal boyunca hız dağılımı $C=0.5$, $L_c^*=2$	53
Şekil 29. Daralan-genişleyen kanal boyunca hız dağılımı $C=0.25$, $L_c^*=1$	54
Şekil 30. Daralan-genişleyen kanal boyunca hız dağılımı $C=0.25$, $L_c^*=2$	55
Şekil 31. Daralan-genişleyen kanal boyunca hız dağılımı $C_1=C_2=0.50$	56
Şekil 32. Ayrılma uzunluğunun Reynolds sayısı ile değişimi	57
Şekil 33. Ayrılma uzunluğunun Reynolds sayısı ile değişimi, $L_c^*=1$	57
Şekil 34. Ayrılma uzunluğunun daralma oranı ile değişimi, $L_c^*=1$	58
Şekil 35. Daralan-genişleyen kanalda basınç kaybı	58
Şekil 36. Basınç kayıp katsayısının Reynolds ile değişimi, $L_c^*=1$	59
Şekil 37. Basınç kayıp katsayısının Reynolds sayısı ile değişimi, $L_c^*=2$	59
Şekil 38. Basınç kayıp katsayısının Reynolds sayısı ile değişimi, $L_c^*=1$	60
Şekil 39. Basınç kayıp katsayısının Reynolds sayısı ile değişimi, $C_1=C_2=0.50$	60

SEMBOLLER

x	Yatay koordinat
y	Düsey koordinat
U	Yatay hız
V	Düsey hız
ρ	Yoğunluk
ν	Kinematik viskozite
H	Kanal yüksekliği
h	Min. daralma yüksekliği
C	Daralma oranı
P	Basınç
ΔP^*	Boyutsuz basınç $\left(\frac{\Delta P}{\rho U_{\max}^2} \right)$
ζ, η	Transformasyon koordinatları
N_i	Hızlara ilişkin şekil fonksiyonu
M_i	Basınca ilişkin şekil fonksiyonu
Re	Reynolds sayısı $\left(Re = \frac{\rho U D_h}{\mu} \right)$
D_h	Hidrolik çap
L	Kanal uzunluğu
L^*	Boyutsuz kanal uzunluğu $\left(\frac{L}{H} \right)$
L_c	Daralma boyu
L_c^*	Daralma uzunluk oranı
L_e	Ölü akış bölgesinin uzunluğu

L_e^*	Boyutsuz ölü akış bölgesinin uzunluğu $\left(\frac{L_e}{H}\right)$
A^e	Gerçek koordinatlardaki ağ elemanın alanı
A^r	Referans elemanın alanı
n	Ağ elemanında hızlara ilişkin şekil fonksiyonu sayısı
m	Ağ elemanında basınca ilişkin şekil fonksiyonu sayısı
$U_{\max}$	Maksimum hız



ÖZ

Bu çalışmada; doğrusal eksenli daralan ve genişleyen kanallarda iki boyutlu, viskoz, sıkıştırılmaz, tam gelişmiş ve laminar akışın karakteristikleri sayısal olarak incelenmiştir. İki boyutlu Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri kartezyen koordinatlarda yazılarak sonlu elemanlar metoduyla iteratif olarak çözülmüştür. Sonlu elemanlar metodunda çözüm yöntemi olarak Galerkin yöntemi kullanılmıştır. Daralan ve genişleyen kanaldaki akışın hız ve basınç dağılımları, bunlara bağlı olarak daralma ve genişleme sonrasında oluşan ölü akış bölgesinin uzunluğu, daralma oranlarının akış karakteristiklerine etkisi ve Reynolds sayısına göre basınç kayıp katsayısının değişimi incelenmiştir.



ABSTRACT

In this study, flow characteristic of two-dimensional, viscous, incompressible, fully developed and laminar flow through converging-diverging duct were numerically investigated. Two-dimensional Navier-Stokes equations in cartesian coordinates were solved by using finite element method. Galerkin approach was employed as a solutions method in finite elements. Velocity and pressure distributions along the converging-diverging duct, the length of separated flow regions and pressure loss coefficient were computed against Reynolds number by varying the geometrical constriction.



1.GİRİŞ

Bu çalışmada incelenecek olan geometrilerdeki akış yapısı ısı transferinin söz konusu olduğu endüstriyel uygulamalarda büyük önem taşımaktadır. Isı eşanjörlerin verimine etki eden faktörlerden biri de geometridir. Örneğin, belirlenen geometrideki akış yapısının hesaplanması, buna bağlı olarak ısı transferinin bulunması, ısı eşanjör verimindeki değişimin anlaşılması açısından önem arz etmektedir.

Debi ölçümünde kullanılan orifismetre, ventürimetre gibi cihazların geometrilerindeki en önemli özellik, geometrilerinde daralma ve genişlemenin bulunmasıdır. Kesit alanında meydana getirilecek basıncın düşürülmesi ve ölçülen basınç farkı sayesinde debinin bulunması prensibi vardır.

Son yıllarda gelişen plastik endüstrisinde kompleks geometrilerin kazandığı önem göz önüne alındığında, daralan ve genişleyen kanalların incelenmesi oldukça güncel bir çalışma konusu olmuştur [Zaloğlu ve Yalçınkaya, 1995].

Daralan ve genişleyen doğrusal eksenli boru ve kanallardaki akışın görüldüğü bir başka yer ise tıpta, damarlardaki kan akışıdır. Damarlardaki kan akışının incelenmesiyle elde edilen tecrübelerle, endüstride de daralan ve genişleyen boru ve kanallardaki akışın incelenmesine başlanmıştır [O'Brien ve Ehrlich, 1984]. Damarlardaki tıkanıklığın oluşturduğu geometri, genellikle daralma ve genişlemenin bulunduğu bir boruya benzetilmiştir ve bu geometri içerisinde kan akışı varsayılarak inceleme yapılmıştır.

Akışkanlar mekaniği açısından kan, Newtonian akış olarak kabul edilebildiği gibi damarlardaki kan akışı da borulardaki akış gibi değerlendirilmektedir [Soğukoğlu, 1991].

Kalp hastalıklarının tedavisinin uygulanmasında koroner damarlardaki kan akışının önemi çok büyüktür [Van Dremel ve Kuiken, 1989]. Bu damarlardaki hız ve basınç dağılımının belirlenmesi ve basınç farkının hesaplanması, kalbin çalışmasını etkileyen faktörlerin belirlenmesi açısından büyük önem arz etmektedir.

Daralan ve genişleyen doğrusal eksenli boru ve kanallardaki gerçek akışın yapısını teorik olarak en genel durumda Navier-Stokes denklemleri belirlemektedir.

Günümüzde, analitik olarak çözümleri elde edilemeyen denklemlerin çözümleri bilgisayar yardımıyla sayısal olarak elde edilebilmektedir. Bu konuda, üzerinde en çok durulan problem; Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerinin laminar ve türbülanslı akış ortamında, çeşitli geometriler için sayısal olarak çözülmesidir. Bu türden problemlere ait denklem sistemlerinin lineer olmaması nedeniyle çözümlerin sayısal olarak bilgisayarla yapılması zorunluluğu vardır. Kısmi diferansiyel denklemlerin sayısal çözümünde kullanılan metodlar, bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak hızla gelişmiştir [Taylor ve Hughes, 1981]. Teorik çalışmalarda Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri için geliştirilen sayısal yöntemlerin oldukça genel olması nedeniyle, çeşitli matematiksel modeller kullanılarak bilgisayar yardımıyla akış karakteristikleri hesaplanmaktadır. Burada önemli olan konu, çözülecek probleme uygun olan en iyi metodu seçmektir.

Bilgisayarların daha yaygın ve kolay elde edilebilir olması ve bunun yanısıra deneysel imkanlara daha zor erişilmesi ister istemez araştırmacıları bilgisayar destekli akışkanlar mekaniği uygulamalarına yönleltmektedir. Yapılması planlanan bir araştırmada bilgisayar destekli matematiksel modellerle yapılan sayısal hesaplamalardan elde edilen neticelerin değerlendirilmesi sonucu daha sonra yapılacak olan deneysel analiz sayısı minimuma indirilebilmektedir.

Birçok mühendislik problemlerinde kullanılan hesaplamalı akışkanlar mekaniği tekniklerinin deneysel çalışmaları da destekleyen bir yöntem olarak kullanılması her geçen gün artmakta ve yeni bir teknoloji dalı olarak ortaya çıkmaktadır. Hesaplamalı akışkanlar mekaniği ve bilgisayar grafik teknolojisi ile günümüzde akış hareketlerinin simülasyonu da yapılabilmektedir. Böylece, elde edilen sonuçların sayısal olduğu kadar görsel yorumları da yapılabilmektedir. Araştırma amaçlı kullanılabilen ticari gaye ile hazırlanmış, hesaplamalı akışkanlar

mekaniki ile ilgili bir çok paket programlar vardır. Ülkemiz şartlarında bu programları kullanmak maliyet bakımından büyük yükler getirmektedir. Ayrıca kullanıcı programın yazılımında istediği değişikliği de çoğu zaman yapamamaktadır [Şahin ve ark., 1996]. Ülkemiz araştırmacılarının, gerekli bilgi ve tecrübe düzeyine eriştikleri takdirde, yazılım teknolojisinde üretken hale gelmelerinin mümkün olabileceği görülmektedir.

Yukarıda açıklanan nedenlerden dolayı, bu çalışmada öngörülen geometride akış karakteristiklerinin laminar akış ortamındaki değişimi inceleyen kartezyen koordinatlardaki Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerini sayısal olarak sonlu elemanlar yöntemiyle çözebilen bir bilgisayar programı tasarlanarak yazılmıştır.

1.1. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmada, daralan ve genişleyen doğrusal eksenli kanallardaki akış, iki boyutlu, laminar, daimi, sıkıştırılamaz, eksenel simetrik olduğu kabul edilerek, kartezyen koordinatlardaki Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri ile matematiksel olarak modellenip Galerkin metodu kullanılarak sonlu elemanlar yöntemi ile çözülmüştür. Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri uygun başlangıç ve sınır şartları kullanılarak lineer denklem takımı haline getirilmiştir. Bu lineer denklem takımı çözülerek daralan ve genişleyen kanallardaki akışın hız ve basınç dağılımları hesaplanmıştır. Hız ve basınç dağılımının Reynolds sayısı karşısında, daralma yüksekliğinin kanal yüksekliğine oranı olan daralma oranının (C) ve daralma boyunun kanal genişliğine oranı olan daralma uzunluk oranına (L_c^*) göre değişimi incelenmiştir.

Başlangıçta daralma oranı $C=0.5$ ve daralma boyu kanal yüksekliği kadar alınarak hesaplamalar yapılmış olup elde edilen sonuçların daha önce yapılan sayısal sonuçlarla uyum içinde olduğu görüldükten sonra, daralma ve genişleme geometrileri

değiştirilerek çalışmalar sürdürülmüştür. Daralma oranının $0.25 \leq C \leq 0.75$ aralığı için akışın yapısının Reynolds sayısı karşısında nasıl değiştiği, ölü akış bölgesinin hangi boyutlarda olduğu ve ayrıca kanal boyunca basınç ve hız değişimleri incelenmiştir.

Literatürde olduğu gibi ardışık iki daralma için akışın yapısının Reynolds sayısı karşısındaki değişimi de incelenmiştir.

Sonuç olarak akışın yapısı, daralma oranı $0.25 \leq C \leq 0.75$, daralma boyunun kanal genişliğine oranı $1 \leq L_c^* \leq 2$ ve Reynolds sayısının $0 < Re \leq 2000$ değerleri için hesaplanmıştır.

Ayrıca, daralma ve genişleme sonrası akış bölgesindeki ayrılma incelenmiş ve ölü akış bölgesinin akış yönündeki uzunluğunun; kanal daralma oranı C , daralma uzunluk oranı L_c^* ve Reynolds sayısı ile değişimi hesaplanmıştır. Bilindiği gibi ayrılmış akış bölgesi; hız dağılımını kötüleştirerek ve dolayısıyla akış yapısını etkileyerek ısı transferini azaltmakta ve ayrıca basınç kaybını da arttırmaktadır. Bu maksat için, öngörülen geometrilerdeki akışın yapısının detaylı incelenmesi tasarlanmıştır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Daralan ve genişleyen doğrusal eksenli boru ve kanallardaki akış, ilk olarak 1970 ve 1971 yıllarında incelenmeye başlanmıştır. LEE ve FUNG (1970,1971) farklı Reynolds sayıları için değişik akış şartlarında farklı boyutlarda tek daralmaya sahip geometrilerde basınç ve hız dağılımını deneysel ve sayısal olarak hesaplamışlardır. Benzer çalışmalar, YOUNG ve TSAI (1973), OBERKAMPT ve GOH (1974), BENTZ ve EVANS (1975) tarafından da yapılmıştır..

YOUNG ve TSAI (1973) tarafından, eksenel simetri olmayan tek daralmaya sahip bir borudaki üç boyutlu akışı, deneysel olarak ve farklı daralma çapı ve yüksekliği için hız ve basınç değişimlerini incelemişler ve laminar akıştan türbülanslı akışa geçme sırasında kritik Reynolds sayısını hesaplamışlardır.

OBERKAMPT ve GOH (1974), geometrisi düzensiz olarak tasarlanmış borulardaki akışı, sıkıştırılamaz ve viskoz kabul ederek sayısal olarak çözmüşlerdir.

BENTZ ve EVANS (1975), tek daralmaya sahip boru ve kanallardaki akışı, laminar ve iki boyutlu kabul ederek sayısal olarak incelemişlerdir.

AHMED ve GIDDENS (1983), simetrik olarak daralan borudaki laminar akışın hız dağılımını, Lazer Doppler hız ölçer kullanarak ölçmüşler ve akışı görüntülemişlerdir. Daralma oranlarını $0.25 \leq C \leq 0.75$ almışlar ve bu daralma oranlarında Reynolds sayısının $500 \leq Re \leq 2000$ değerlerinde hızları ölçmüşlerdir.

O'BRIEN ve EHRLICH (1985), yüzey düzgünlüğü sağlanmış ve geometrik olarak damara benzetilmiş (vascular) bir borudaki akış için Navier-Stokes denklemlerini sonlu farklar yaklaşımıyla çözmüşlerdir. Bu borudaki akış, damar içindeki kan akışına göre modellenip, akışın durumuna göre boruda daralmanın olduğunu varsaymışlardır. Akış karakterisiklerinin Reynolds sayısına, daralma oranı ve daralma uzunluk oranına bağlı olduğunu varsaymışlardır. Ancak damardaki kan akışının kalbin atmasıyla değiştiğini tespit etmişler ve bu durumda ortalama akışa ek olarak harmonik bir değişimin olduğunu kabul etmişlerdir. Akışın daimi olmadığını

varsaymışlardır. Değişim frekansına ve Reynolds sayısına göre akıştaki hız dağılımının ve girdaplılığının değişimini incelemişlerdir.

DREUMEL ve KUIKEN (1989), %62 yumuşak koroner damarlardaki akışı, hız profillerini ve basınç dağılımını, Reynolds sayısının $50 \leq Re \leq 400$ arasında sayısal ve deneysel olarak incelemişlerdir. Deneysel çalışmada saydam-plastik tüp model kullanmışlardır. Damarlardaki daralma geometrisini keskin köşeli yamuk kabul ederek akışı, sayısal olarak sonlu elemanlar metodunu kullanarak çözmüşlerdir. Daralma oranını %10'ar azaltarak yüksek Reynolds sayısındaki değişimi incelemişler ve deneysel ve sayısal sonuçların uyum içinde olduğunu gözlemişlerdir.

MELAAEN (1991), daralan boru ve kanallardaki laminar ve türbülanslı akışı sonlu hacimler metodu kullanarak çözmüştür. Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerini sonlu hacimler metodunda eğrisel ortagonal olmayan koordinat sistemi ve zik-zak sıralanmamış (non-staggered) olarak düzenlenmiş gridler kullanarak çözüm yapmıştır. Melaaen, daralan ve genişleyen kanal ve farklı daralma geometrisine sahip borulardaki akışı iki ve üç boyutlu olarak bir bilgisayar programı ile çözmüştür. Melaaen ayrıca, laminar akış için Reynolds sayısının $50 \leq Re \leq 650$ ve türbülanslı akış için Reynolds sayısını 15000 almıştır. Buna ek olarak eksenel simetri daralan boruda türbülanslı hesaplamış ve türbülanslı akış hesabında k-ε türbülans modelini kullanmıştır. Elde ettiği neticeleri deneysel ve diğer sayısal metodlarla karşılaştırmış ve sonuçların uyum içinde olduğunu görmüştür.

VRADIS, ZALAK ve BENTSON (1992), eğrisel koordinat sistemini kullanarak, sıkıştırılmaz, daimi, Navier-Stokes denklemini eş zamanlı değişken çözüm tekniğiyle çözmüşlerdir. Vradis ve ark. çözümde sonlu farklar yaklaşımını kullanmışlardır. Bu metodu ani daralan, ani genişleyen ve daralan - genişleyen kanal ve borulardaki akış için çözmüşlerdir. Çözüm sonucunda kanal ve boru boyunca akışın hız dağılımını ve basınç dağılımını bulmuşlar ve neticelerin literatürdeki sonuçlarla uyum içinde olduğunu görmüşlerdir.

LEE (1994), Reynolds sayısı 5~200 arasında, ardışık iki daralmaya sahip damara benzeyen boru içindeki akışı daimi, laminar kabul ederek çözüm yapmıştır. Lee ilk daralmanın daralma oranı $C_1=0.5$, ikinci daralmanın daralma oranını $C_2=0.2 \sim 0.6$ ve iki daralma arasındaki mesafenin oranı olan $S/D=1,2,3$ ve ∞ olarak çözmüş, hız ve basınç dağılımını bulmuştur. Ayrıca ölü akış bölgesinin uzunluğunu hesaplamıştır.

AKILLI (1994), boru içine yerleştirilmiş orifis etrafındaki akışı, iki boyutlu, laminar, sıkıştırılamaz, eksenel simetrik, daimi ve viskoz akış kabul etmiştir. Silindirik koordinatlarda yazılmış Navier-Stokes denklemlerini sonlu elemanlar metodu ve Galerkin yöntemini kullanarak iteratif olarak çözmüştür. Orifis etrafındaki akış karakteristikleri; orifis açıklık oranı $0.2 \leq \beta \leq 0.9$ ve orifis kalınlık oranı $1/16 \leq t^* \leq 1$ değerleri için Reynolds sayısı $0 \leq Re \leq 2000$ aralığında hesaplamış ve neticelerin literatürdeki diğer sonuçlarla uyum içinde olduğunu görmüştür.

ZALOĞLU ve YALÇINKAYA (1995), sınırları dalga şeklinde olan bir kanalda Newtonian olmayan bir akışkana ait akışı düzlemsel ve daimi hal için incelemişler ve akım fonksiyonunu elde etmişlerdir. Newtonian ve Newtonian olmayan akışların akım çizgileri çizildiğinde viskoelastik katsayı arttıkça geri akımın oluştuğu vortekslerin büyüdüğünü görmüşlerdir. Ayrıca viskoelastik katsayının kayma gerilmesi üzerinde etkili olduğunu belirlemişlerdir.

3. MATERYAL VE METOD

3.1. Giriş

Bu çalışmada dikkate alınan geometrilerdeki akışın yapısını Navier-Stokes denklemleriyle tanımlayarak sayısal olarak çözmek için ağ yapısının kolayca oluşturulmasının mümkün olması nedeniyle sonlu elemanlar yöntemi seçilmiştir.

Teknolojinin hızlı bir şekilde gelişmesiyle, araştırmacıların teknik problemlere bakış açıları ve paralelinde sundukları çözüm metodları da sürekli olarak değişmektedir. Çoğu durumlarda, iyi tanımlanmış sonlu sayıda elemanlar kullanılarak yeterli bir model elde edebilirler. Böylece karmaşık bir yapıya ve geometriye sahip problemler, sonlu elemanlara bölünerek ve her bir eleman üzerinde çözüm yapılarak problemin gerçek çözümüne yaklaşım sağlanabilir [Akıllı, 1994].

Viskoz akış tanımlayan Navier-Stokes denklemlerinin analitik olarak çözümlenememesinden dolayı bu denklemlerin sayısal metodlarla çözülmesi geçmiş yıllarda büyük bir önem kazanmıştır. İlk olarak 1933 yılında Thom, silindir etrafındaki akış Reynolds sayısının $0 < Re \leq 50$ aralığında, Navier-Stokes denklemlerini sonlu farklar yöntemini kullanarak çözmüştür [Baker ve Pepper, 1991]. 40'lı yıllardan itibaren bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak, sayısal metodlar da gelişme göstermiş ve bugün "Bilgisayar Destekli Akışkanlar Mekaniği", akışkanlar mekaniğinin en hızlı gelişen dalı olmuştur. Sonlu farklar yöntemi, bilgisayar destekli akışkanlar mekaniğinde temel teşkil etmiş, 60'lı yıllar boyunca her türlü akışkanlar mekaniği probleminin modellenmesinde kullanılmıştır. Ancak, sonlu farklar yönteminin uygulanmasının güç olduğu alanların bulunması (karmaşık geometriler, sınır şartları vs.) bilim adamlarını başka yöntemlerin geliştirilmesine yönlendirmiştir. Sonlu elemanlar yöntemi ilk olarak 1960 yılında Clough tarafından plak elastisite problemlerinde kullanılmıştır. Fakat yöntemin ortaya atılışı çok daha eskilere dayanmaktadır [Akıllı, 1994].

Sonlu elemanlar yönteminin, katı cisimler mekaniği problemlerine başarıyla uygulanması, matematikçileri, bu yöntemin akışkanlar mekaniği problemlerine de uygulanması yönünde teşvik etmiştir. Bu yöntemin akışkanlar mekaniğine ilk uygulanması Zeinkiewicz ve Cheung (1965) tarafından potansiyel akış problemleri ile olmuştur. Daha sonra Navier-Stokes denklemleri, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak, birçok bilim adamı tarafından çözülmüştür.

Oden ve Wellford (1970), hız-basınç formülasyonunu kullanarak, akışı, viskoz, daimi, sıkıştırılmaz ve iki boyutlu kabul ederek, düşük Reynolds sayılarında Navier-Stokes denklemlerini çeşitli geometriler için çözmüştür. Aynı şekilde Tong (1971), hız-basınç formülasyonunu kullanarak Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerini çözmüştür. Cheng (1972), Tong ve ark. (1973), akım fonksiyonu-girdap transport denklemlerini kullanarak daimi, sıkıştırılmaz, viskoz, iki boyutlu akışı sonlu elemanlar yöntemiyle çözmüştür [Akıllı, 1994].

Akım fonksiyonu-girdap transport denklemlerinin çözümü sınır şartlarındaki zorluklar nedeniyle matematikçiler tarafından hız-basınç formülasyonuna nazaran daha az tercih edilmektedir [Norrie ve Vries,1992]. Akım fonksiyonu-girdap transport denklemlerindeki bu zorluğun ortadan kaldırılması için, sadece akım fonksiyonun kullanıldığı, akım fonksiyonu-girdap transport denklemlerinden türetilen dördüncü dereceden lineer olmayan bir denklem kullanılabilir. Olsen(1974), dördüncü dereceden olan ve sadece akım fonksiyonunu içeren bu denklemi sonlu elemanlar yöntemi ile çözmüştür.

Zeinkiewicz ve Gadbole (1974), Navier-Stokes denklemlerinin sonlu elemanlar yöntemiyle çözülmesinde, çözüm süresini kısaltan ve matematiksel işlemleri azaltan bir yöntem olan penaltı formülasyonunu kullanmışlardır. Jain (1976), yapmış olduğu çalışmada penaltı formülasyonu ile hız-basınç formülasyonunu karşılaştırmış ve aynı sayıda ağ üretimi yapıldığında hız-basınç formülasyonunun penaltı formülasyonuna nazaran daha iyi sonuç verdiğini göstermiştir. Taylor, Hughes

ve Margen (1977), hız-basınç formülasyonunu kullanarak tam gelişmiş ve gelişmekte olan türbülanslı akışı çözmüşlerdir [Akıllı, 1994].

Sonlu elemanlar yöntemin de, üzerinde çözüm yapılacak bölgeyi alt bölgeler olarak adlandırılan daha küçük alanlara ayırarak problemi tarif eden diferansiyel denklemler bu alt bölgeler üzerinde çözülür.

Bu çalışmada Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri sonlu elemanlar yöntemiyle çözülmüştür. Sonlu elemanlar yöntemi, sonlu farklar ve sonlu hacimler yöntemine göre avantajı daha fazla olan bir methodtur. Sonlu elemanlar yöntemi, akışı tanımlayan diferansiyel denklemi bir arada çözer ve sınır şartları direkt olarak verilir. Böylece geometrisi karmaşık olan geometrilerdeki akış rahatlıkla çözelebilmektedir.

3.1.1. Daralan-Genişleyen Kanal Geometrisi

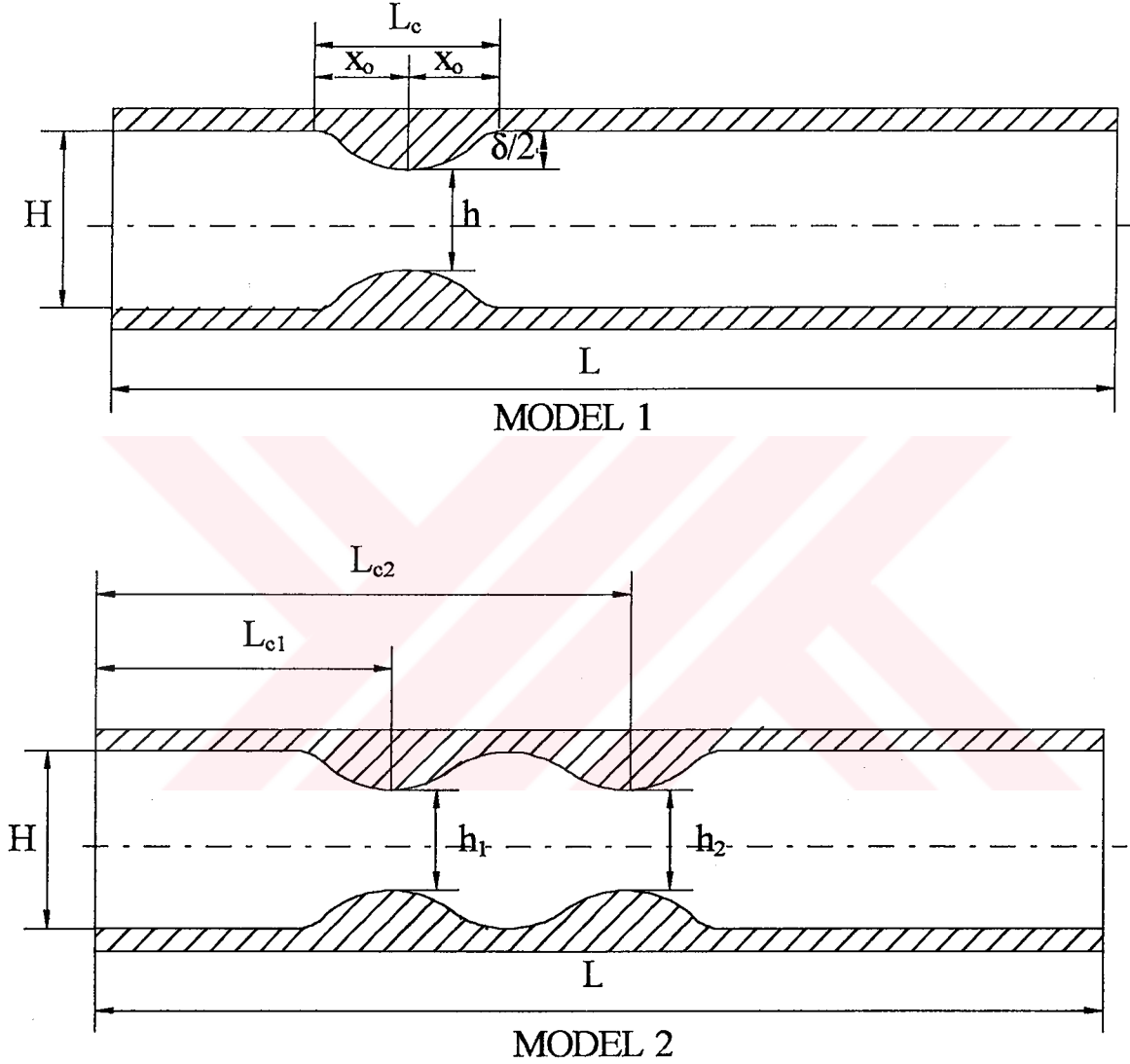
Daralan ve genişleyen doğrusal eksenli kanal ve boru geometrileri endüstride, özellikle ısı eşanjörlerin verimini artırmada kullanılabilen geometrilerdir..

Ayrıca, tıpta, damarlarda meydana gelen tıkanıklıklarının geometrilerini, bir çok bilim adamı, daralan ve genişleyen boru geometrisi şeklinde düşünerek damarlardaki kan akışının yapısını sayısal olarak incelemişlerdir.

Daralan ve genişleyen kanal geometrisini genel olarak üç boyutu ile tarif etmek mümkündür:

Şekil 1’de görüldüğü gibi daralma uzunluğu (L_c), minimum daralma yüksekliği (h) ve kanal yüksekliği (H)’dir. Mevcut çalışmada daralan ve genişleyen kanallarla ilgili olarak iki parametre göz önüne alınmıştır; daralma yüksekliğinin, kanal yüksekliğine oranı olan daralma oranı $C = \frac{H-h}{H} = \frac{\delta}{H}$ ve daralma boyunun, kanal yüksekliğine oranı olan daralma uzunluk oranı $L_c^* = L_c / H$ ’dir. Geometrilerde daralmanın matematiksel ifadesi;

$$h = H \left[1 - \frac{\delta}{2H} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{x_0} \right) \right] \text{ olarak verilmiştir [Melaen, 1991].}$$



Şekil 1. Daralan ve genişleyen kanal geometrisi ve boyutları

Bu çalışmada, iki daralmaya sahip geometride (model 2) iki daralma arasındaki mesafe farkının ($S=L_{c2}-L_{c1}$) kanal yüksekliğine oranı $S/H=1$ alınarak da

çözüm yapılmıştır. Burada ilk daralmanın daralma oranı $C_1=(H-h_1)/H$ ve ikinci daralmanın daralma oranı $C_2=(H-h_2)/H$ alınmıştır.

3.2. Mevcut Çalışmada Kullanılan Denklemler

3.2.1. İki Boyutlu Navier-Stokes ve Süreklilik Denklemleri

Kanal içerisindeki akışı matematiksel olarak modellemek için, Kartezyen koordinatlardaki Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri kullanılmaktadır. Kartezyen koordinatlardaki Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri, akışın iki boyutlu, daimi, sıkıştırılamaz, simetrik ve viskoz olduğu kabulü yapılarak aşağıdaki gibi yazılır.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho} F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (2)$$

burada; x ve y sırasıyla yatay ve düşey yönü, u ve v yatay ve düşey yöndeki hızı, F_x ve F_y ise yatay ve düşey yöndeki dış kuvvetleri göstermektedir.

Daralan ve genişleyen kanaldaki akışta dış kuvvetlerin etkisi ihmal edildiğinde denklemler aşağıdaki şekilde yazılır.

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (3)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad (4)$$

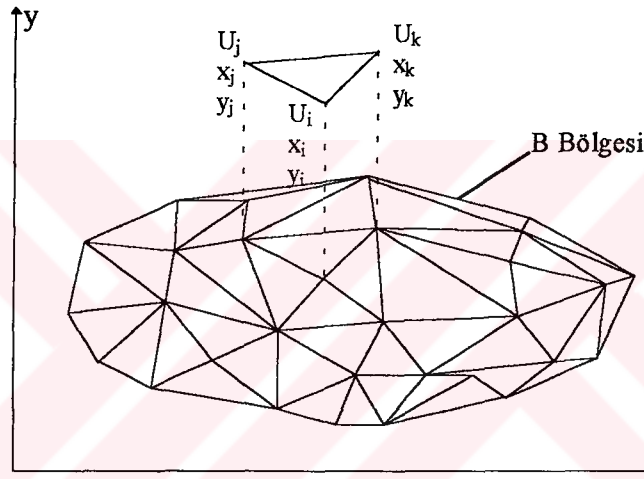
Kartezyen koordinatlardaki, sıkıştırılamaz, iki boyutlu süreklilik denklemi ise aşağıdaki gibi yazılır.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

3.3. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu elemanlar yönteminin amacı; çözüm yapılan bölgeyi alt bölgelere (sonlu elemanlara) ayırarak, problemi temsil eden diferansiyel denklemi bu alt bölgeler üzerinde uygulamasıdır. İki boyutlu problemlerde üçgen veya dörtgen olarak seçilen alt bölgeler birbirlerine, kenarlardan ve köşe noktalarından (düğüm noktası) bağlıdır [Akıllı, 1994].

Şekil 2’de görüldüğü gibi üzerinde çözüm yapılan bir bölge ve alt bölgeler gösterilmiştir.



Şekil2. Sonlu elemanlar yaklaşımının yapıldığı bir bölge ve bu bölgenin alt bölgeleri

Burada; u_i , u_j , u_k elemanın köşe noktalarındaki bilinmeyen düğüm değerlerini göstermektedir. İndisli x ve y değerleri ise elemanın köşe noktalarının koordinatlarıdır. Seçilen eleman üzerinde lineer interpolasyon yapılarak elemanın her bir noktasında istenen değerler hesaplanabilmektedir.

$$U^{(e)}(x, y) = \alpha_1^{(e)} + \alpha_2^{(e)}x + \alpha_3^{(e)}y \quad (6)$$

Burada; $U^{(e)}(x, y)$ ifadesi eleman üzerinde interpolasyonla bulunacak olan değeri ve α_1 , α_2 , α_3 ise interpolasyon sabitlerini göstermektedir.

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ değerleri; elemanın köşe noktalarının koordinatlarından ve köşe noktalarındaki fonksiyon değerlerinden yararlanılarak bulunur.

$$U_i = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i \quad (7a)$$

$$U_j = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j \quad (7b)$$

$$U_k = \alpha_1 + \alpha_2 x_k + \alpha_3 y_k \quad (7c)$$

bu üç denklem matris formunda yazıldığında;

$$[U] = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (8)$$

denklemini elde edilir. Bu denklem çözüldüğünde;

$$\alpha_1 = \frac{u_i(x_j y_k - y_j x_k) + u_j(x_k y_i + x_i y_k) + u_k(x_i y_j - x_j y_i)}{2\Delta} \quad (9a)$$

$$\alpha_2 = \frac{u_i(y_j - y_k) + u_j(y_k - y_i) + u_k(y_i - y_j)}{2\Delta} \quad (9b)$$

$$\alpha_3 = \frac{u_i(x_k - x_j) + u_j(x_i - x_k) + u_k(x_j - x_i)}{2\Delta} \quad (9c)$$

elde edilir. Burada, bilinmeyen Δ eşitlik (10) ile hesaplanır.

$$2\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} = 2[\text{üçgen elemanın alanı}] \quad (10)$$

α değerleri eşitlik (9) ile hesaplanarak eşitlik (6)'da yerine yazılırsa;

$$U^{(e)}(x, y) = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} u_i + \frac{a_j + b_j x + c_j y}{2\Delta} u_j + \frac{a_k + b_k x + c_k y}{2\Delta} u_k \quad (11)$$

eşitliği elde edilir. Burada;

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j \quad a_j = x_k y_i + x_i y_k \quad a_k = x_i y_j - x_j y_i \quad (12a)$$

$$b_i = y_j - y_k \quad b_j = y_k - y_i \quad b_k = y_i - y_j \quad (12b)$$

$$c_i = x_k - x_j \quad c_j = x_i - x_k \quad c_k = x_j - x_i \quad (12c)$$

olarak verilmektedir. (11) nolu eşitlik matris formunda yazılırsa;

$$U^{(e)}(x,y) = [N^{(e)}] u^{(e)} = N_i u_i + N_j u_j + N_k u_k \quad (13)$$

elde edilir. Bu eşitlikte, $N^{(e)} = [N_i^{(e)}, N_j^{(e)}, N_k^{(e)}]$ olarak ifade edilip şekil fonksiyonu olarak adlandırılmaktadır.

$$N_n^{(e)} = \frac{a_n + b_n x + c_n y}{2\Delta} \quad n=i,j,k \quad (14)$$

olarak yazılır.

Şekil fonksiyonları x ve y'nin fonksiyonu olup (13) nolu eşitlikten görüleceği üzere; x_i, y_i noktasında $N_i=1, N_j=0$ ve $N_k=0$ değerlerini almaktadır.

Benzer şekilde;

x_j, y_j noktasında $N_i=0, N_j=1$ ve $N_k=0$

x_k, y_k noktasında $N_i=0, N_j=0$ ve $N_k=1$ 'dir.

Sonuç olarak, seçilen eleman üzerindeki herhangi bir noktada $U^{(e)}$ 'nin değeri,

$$U^{(e)}(x,y) = [N^{(e)}] u^{(e)} = \sum_i^n N_n^e u_n^e \quad n=i,j,k \quad (15)$$

ifadesiyle bulunur. Tüm bölge üzerinde aranan değerler ise;

$$U(x,y) = \sum_{e=1}^m u^{(e)}(x,y) = \sum_{e=1}^m [N^{(e)}] u^{(e)} = \sum_{e=1}^m \sum_i^n N_n^{(e)} u_n^{(e)} \quad (16)$$

şeklinde hesaplanır. Burada m, B bölgesi üzerindeki toplam alt bölge (ağ elemanı) sayısını, n ise şekil fonksiyonu sayısını göstermektedir.

Gerçekte, (16) eşitliğinin herhangi bir problemi çözen diferansiyel denkleme uygulanması ile elde edilecek olan sonuçlarla diferansiyel denklemin kesin çözümü aynı değildir. Fakat, elde edilen sonuçlar kesin çözüme yakındır.

Örnek olarak, $L(u)+f=0$ şeklinde bir diferansiyel denklem olsun. Bu diferansiyel denklem sonlu elemanlar yaklaşımı yapılarak çözüldüğünde çıkan sonuç

$(\bar{U})$, diferansiyel denklemde yerine yazıldığında $L(\bar{U}) + f \neq 0$ çıkar. Yukarıda da ifade edildiği gibi sonuç sıfırdan farklı olup sıfıra yakın bir sayıdır. Bu da;

$$L(\bar{U}) + f = R \quad (17)$$

şeklinde ifade edilebilir. Yukarıdaki eşitlikte R, “artık (residual)” olarak adlandırılır.

Başka bir ifadeyle;

$$u_k(x, y) = \bar{U}(x, y) + e(x, y) \quad (18)$$

şeklinde yazılır ve bu eşitlik kesin çözümü ifade eder.

Burada $e(x, y)$, kesin çözüm ile bulunan sonuçlar arasındaki farkı göstermektedir. Uygulanacak olan yöntemde $e(x, y)$ ne kadar küçük olursa, sonuçlar da o oranda doğru olmaktadır. $e(x, y)$ fonksiyonunu minimum yapmak için kullanılan bir çok yöntem vardır. Bu yöntemler içerisinde en çok kullanılanları; nokta nokta kollokasyon yöntemi, alt bölgelerde kollokasyon yöntemi, en küçük kareler yöntemi ve Galerkin yöntemidir. Bütün bu yöntemlerin ortak özellikleri, sistemi çözen diferansiyel denklemi ağırlık fonksiyonu ile çarpıp çözüm yapılan bölge üzerinde integral almalarıdır. Yöntemleri birbirinden ayıran temel özellik ise ağırlık fonksiyonunun seçimidir. Bu dört yöntem içerisinde en çok kullanılanı ise Galerkin yöntemidir. Bu çalışmada da Galerkin yöntemi kullanılmıştır.

3.3.1. Galerkin Yöntemi

Galerkin yönteminin basitliği, elde edilen sonuçların kesin çözüme yakın olması, bilgisayar ile programlamaya yatkın olması ve diğer yöntemlerdeki bir takım zorluklar ve en önemlisi birleştirme işlemi sonunda oluşan matrisin simetrik bir yapıya sahip olması kullanıcıları bu yöntemin kullanılması yönünde teşvik etmektedir [Cook ve Robert, 1981].

Galerkin yönteminde ağırlık fonksiyonu olarak, şekil fonksiyonları seçilmekte ve artık fonksiyonu ile çarpılıp tüm bölge üzerinde integrali alınarak sıfıra eşitlenmektedir.

$$\int_A N_i [L(\bar{U}) + f] dA = 0 \quad i=1,2,3,\dots,m \quad (19)$$

Burada;

N_i = Şekil fonksiyonu.

m = Tüm bölge üzerindeki düğüm sayısını göstermektedir.

(19) eşitliği alt bölgeler için aşağıdaki gibi yazılır.

$$\int_{A^e} \left[L(\bar{U}^{(e)}) + f^{(e)} \right] N_i^{(e)} dA^{(e)} = 0 \quad i=1,2,3,\dots,n \quad (20)$$

burada; n , elemandaki düğüm sayısını göstermektedir.

(20) eşitliğinden de anlaşılacağı üzere bu denklem n adet düğüm sayısı için n defa yazılmaktadır. Sonuçta oluşacak matris ise $n \times n$ boyutundadır. Oluşan bu matris eleman kütle matrisi olarak adlandırılmaktadır.

3.3.2. Koordinat Transformasyonu

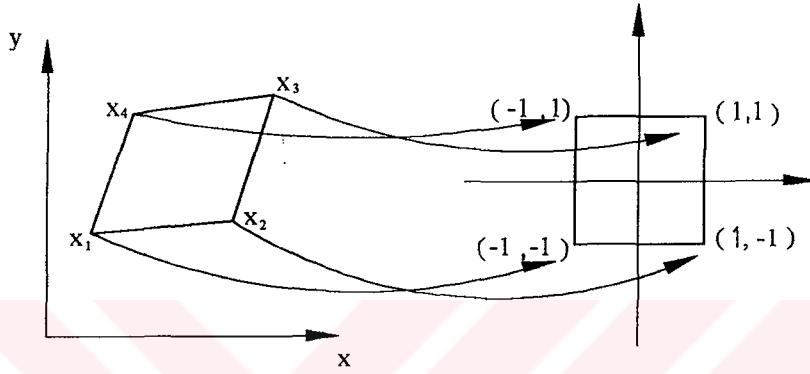
Sayısal olarak çözülmesi istenen probleme Galerkin yöntemi uygulandığı zaman her bir alt bölge üzerinde integral alınması gerekmektedir. Sayısal integralleri alt bölge üzerinde almak çok zordur. Bunun yerine, her bir alt bölge koordinat transformasyonu ile referans elemana dönüştürülerek integraller alınır. Alt bölgelerin dönüştürüleceği referans eleman kare şeklinde olup sayısal integral yöntemlerinin uygulanmasına elverişlidir. Koordinat transformasyonunun uygulanması ile sayısal integrasyon işlemi basitleştirilmiş ve sistematik hale getirilmiş olur [Ready, 1993].

Ancak, her bir alt bölgeye sayısal integral almak amacı ile koordinat transformasyonu uygulandığında, integrali alınacak olan diferansiyel denklemlerin de referans elemanın koordinat sistemine (ξ, η) dönüştürülmesi gerekmektedir. Uygulanacak olan dönüşümün özellikleri şunlardır:

1) Birebir dönüşüm olmalıdır.

- 2) Referans elemanın geometrik düğümlerine alt bölgenin geometrik düğümleri karşılık gelmelidir.
- 3) Referans elemanın kenarları gerçek elemanın kenarlarına karşılık gelmelidir.

3.3.3. Alt Bölgenin Referans Elemana Dönüştürülmesi.



Şekil 3. Koordinat transformasyonu yapılan bir alt bölge

Referans koordinat sistemine dönüşüm formülü aşağıdaki gibidir.

$$x(\xi, \eta) = a_1 + a_2\xi + a_3\eta + a_4\xi\eta \quad (21)$$

Yukarıdaki dönüşüm formülü, referans elemanın her bir noktası için ayrı ayrı yazıldığında;

$$x(-1, -1) = a_1 - a_2 - a_3 + a_4 = x_1 \quad (21a)$$

$$x(1, -1) = a_1 + a_2 - a_3 - a_4 = x_2 \quad (21b)$$

$$x(1, 1) = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = x_3 \quad (21c)$$

$$x(-1, 1) = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 = x_4 \quad (21d)$$

(21) eşitliklerinden a_i katsayıları bulunup denklemler yeniden düzenlenirse;

$$(\xi, \eta) = N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + N_4x_4 = \sum_{i=1}^4 N_i x_i \quad (22)$$

burada; N_i geometrik şekil fonksiyonu olarak ifade edilmektedir. (23) eşitliklerinde bu şekil fonksiyonları verilmiştir.

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi - \eta + \xi\eta) \quad (23a)$$

$$N_2 = \frac{1}{4}(1 + \xi - \eta - \xi\eta) \quad (23b)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi + \eta + \xi\eta) \quad (23c)$$

$$N_4 = \frac{1}{4}(1 - \xi + \eta - \xi\eta) \quad (23d)$$

3.3.4. İntegral Formundaki Ayırıklaştırılmış Denklemin Referans Koordinat Sistemine Dönüştürülmesi

Daha önce de belirtildiği gibi her bir alt bölgeye sayısal integral almak amacı ile koordinat transformasyonu uygulandığında integrali alınacak olan diferansiyel denklemlerin de referans elemanın koordinat sistemine (ξ, η) dönüştürülmesi gerekmektedir. Alt bölge üzerinde uygulanacak olan diferansiyel denklemin ayırıklaştırılması formu aşağıdaki gibi kabul edilirse;

$$K_{i,j}^e = \int_{A^e} \left[a(x,y) \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + b(x,y) \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} + c(x,y) N_i^e N_j^e \right] dx dy \quad (24)$$

yukarıdaki denklem görüldüğü gibi (x,y) koordinatlarına bağlıdır. (24) eşitliğinin

(ξ, η) yerel koordinatlarında yazılması gerekmektedir. Bu yüzden; $\frac{\partial N_i^e}{\partial x}$, $\frac{\partial N_i^e}{\partial y}$

ifadelerinin $\frac{\partial N_i^e}{\partial \xi}$, $\frac{\partial N_i^e}{\partial \eta}$ şeklinde dönüştürülmesi gerekmektedir. $N_i^{(e)}(x,y)$ ifadesi

(22) eşitliği yardımıyla (ξ, η) koordinat sistemine dönüştürülebilir. Geometrik şekil fonksiyonlarının ξ ve η 'ya göre türevleri zincir kuralı uygulanarak geometrik şekil fonksiyonlarının (x,y) koordinatlarına göre türevleri cinsinden yazılabilir.

$$\frac{\partial N_i^e}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (25a)$$

$$\frac{\partial N_i^e}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (25b)$$

(25a) ve (25b) ifadesi matris formunda yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^e}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i^e}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}^e \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (26)$$

elde edilir. Yukarıdaki eşitliğin sağındaki ilk matrise transformasyonun Jakobyen matrisi denir ve $[J]$ olarak gösterilir.

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}^e \quad (27)$$

(26) denkleminin her iki tarafı $[J]^{-1}$ ile çarpılırsa;

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^e}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^e}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i^e}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Böylece geometrik şekil fonksiyonlarının türevlerinin (ξ, η) koordinat sistemine göre türevleri elde edilmiş olur. (28) eşitliği yardımıyla, $N_i^{(e)}$, geometrik şekil fonksiyonlarının türevlerinin elde edilmesi için Jakobyen matrisinin tersinin alınmasını gerektirmektedir. Bunun içinde gerek ve yeter şart $[J]$ Jakobyen matrisinin determinantının hiç bir referans eleman üzerinde sıfır veya sıfırdan küçük olmamasıdır [Ready, 1993].

$$J = \det[J] = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} > 0 \quad (29)$$

$[J]^{-1}$ matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$[J]^{-1} = [J^*] = \begin{bmatrix} J_{11}^* & J_{12}^* \\ J_{21}^* & J_{22}^* \end{bmatrix} \quad (30)$$

Dönüşüm öncesi alt bölgenin alanının formülasyonu, dönüşüm sonrasında değişmektedir. Dönüşüm sonrasında alt bölgenin alanı $dA=dx.dy=Jd\xi d\eta$ olarak yazılırsa;

$$\begin{aligned} K_{ij}^e &= \int_{A^e} \left[a \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + b \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + c N_i N_j \right] dx dy \\ &= \int_{A^r} \left[a^r \left(J_{11}^* \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + J_{12}^* \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \right) \left(J_{11}^* \frac{\partial N_j}{\partial \xi} + J_{12}^* \frac{\partial N_j}{\partial \eta} \right) + b^r \left(J_{21}^* \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + J_{22}^* \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(J_{21}^* \frac{\partial N_j}{\partial \xi} + J_{22}^* \frac{\partial N_j}{\partial \eta} \right) + c^r N_i N_j \right] J d\xi d\eta \quad (31) \\ &= \int_{A^r} F(\xi, \eta) d\xi d\eta \end{aligned}$$

burada;

A^r referans elemanın alanı a^r , b^r ve c^r (24) eşitliğindeki $a(x,y)$, $b(x,y)$ ve $c(x,y)$ ifadelerinin ξ, η uzayına dönüştürülmüş durumdaki değerlerini ifade etmektedir. $F(\xi, \eta)$ ise (24) eşitliğindeki fonksiyonun ξ, η uzayına dönüştürülmüş şeklini ifade etmektedir.

3.3.5. Sayısal İntegrasyon

Bir önceki bölümde (21) eşitliği (27) eşitliğine indirgenmişti. (27) eşitliğinin referans eleman üzerinde integralinin alınması gerekmektedir. İntegrali alınacak ifade kapalı olarak aşağıda yazılmıştır.

$$K_{ij}^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 F(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (32)$$

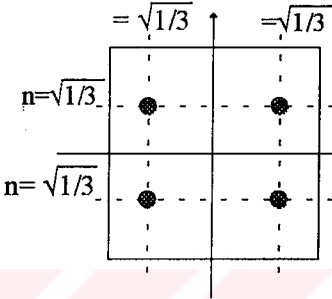
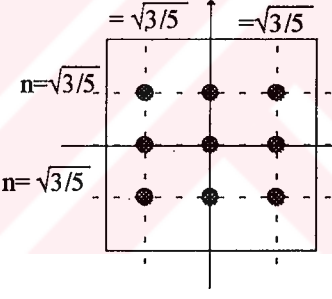
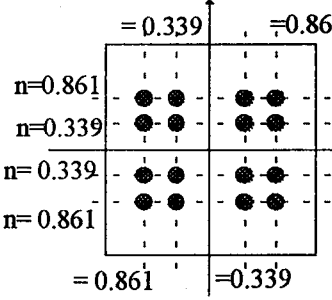
Dönüşüm fonksiyonunun integralini almak için kullanılan birçok yöntem vardır. Bu çalışmada, Gauss-Lagrange yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemde sayısal integral formülü aşağıdaki gibi yazılır.

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 F(\xi, \eta) d\xi d\eta = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_i W_j F_i(\xi_i, \eta_j) \quad (33)$$

burada; m ve n sırasıyla ξ ve η yönlerindeki Gauss-noktalarını, W_i ve W_j ise ilgili noktalardaki Gauss ağırlıklarını göstermektedir.

Bu çalışmada, ağ yapısı olarak dörtgen ağlar kullanıldığından kare referans eleman için çeşitli Gauss noktaları ve Gauss-ağırlıkları tablo 1’de gösterilmiştir

Tablo 1. Gauss noktalarının yeri ve gauss ağırlıkları

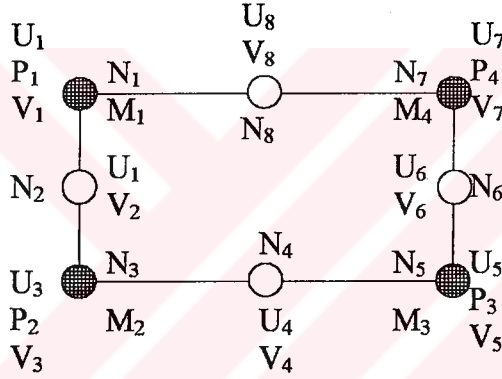
Eleman Tipi	Gauss Noktası Sayısı	Hata Miktarı	Gauss Noktalarının Yeri	Ağırlıkları
Lineer	2x2	$O(h^4)$		$W_1=1.0$ $W_2=1.0$
Kuadratik	3x3	$O(h^6)$		$W_1=5/9$ $W_2=8/9$ $W_3=5/9$
Kübik	4x4	$O(h^8)$		$W_1=0.6521451548$ $W_2=0.3478548451$ $W_3=0.6521451548$ $W_4=0.3478548451$

3.4. Navier-Stokes ve Süreklilik Denklemlerinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Çözümü

Bu bölümde, daralan-genişleyen boru ve kanallardaki akışı matematiksel olarak tanımlayan Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri, tam gelişmiş, iki boyutlu, laminar, daimi, sıkıştırılamaz ve simetrik kabul edilerek, sonlu elemanlar formunda yazılmıştır.

Kartezyen koordinatlardaki Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri kısım 3.2.2’de sonlu elemanlar yönteminin uygulanabileceği en son hale getirilmiştir.

Şekil 4’de görülen ağ elemanı üzerinde düğümsel yaklaşım yapıldığında;



Şekil 4. Ağ elemanı ve düğümsel yaklaşım

$$q^e = \sum_{i=1}^n N_i q_i \quad n=1,2,\dots,8 \quad (34)$$

$$p^e = \sum_{i=1}^m M_i p_i \quad m=1,2,3,4 \quad (35)$$

Burada;

$$q_i = \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \end{bmatrix} \quad (36)$$

U_i : Hızın yatay bileşeni

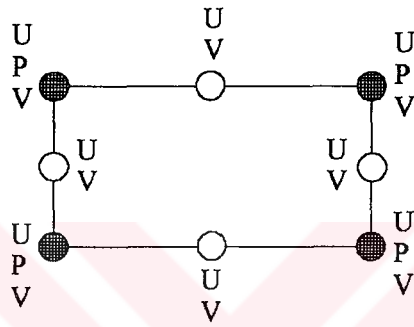
V_i : Hızın düşey bileşeni

P_i : Basıncı

N_i : Hızlara ait interpolasyon fonksiyonu

M_i : Basınca ait interpolasyon fonksiyonunu göstermektedir.

Basınç değerleri, sadece köşe noktalarında, hız değerleri ise hem köşe noktalarda hem de orta noktalarda hesaplanacaktır.



Şekil 5. Ağ elemanı ve hız, basınç değerleri

Bu nedenle hızlara ilişkin 8 adet interpolasyon fonksiyonu, basınca ilişkin ise 4 adet interpolasyon fonksiyonu kullanılmaktadır. Dolayısıyla, hızlar için kuadratik interpolasyon, basınç değerleri için lineer interpolasyon uygulanacaktır. Sonlu elemanlar yöntemi uygulandıktan sonra oluşan matris formülasyonu aşağıdaki gibidir.

$$[A][\lambda_i] = [B] \quad (37)$$

Burada;

$[A]$: Sistem kütle matrisi

$[B]$: Sistem yük vektörünü göstermektedir.

$$[\lambda_i] = \begin{bmatrix} U_i \\ P_i \\ V_i \end{bmatrix} \quad (38)$$

Üzerinde çözüm yapılacak geometride x adet ağ noktası olduğu kabul edilirse, $2x$ adet noktada hızın yatay ve düşey bileşeni ve x adet noktada basınç değeri hesaplanacaktır. Dolayısıyla, $5x$ adet bilinmeyen olacaktır. Bu da, sistem kütle matrisinin $(5x) \times (5x)$ boyutunda ve sistem yük vektörünün $5x$ boyutunda olacağını göstermektedir.

3.4.1. Diferansiyel Denklemin Ayırıklaştırılması

Bir önceki kısımda belirtilen eşitlik (34) ve (35) yeniden aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$U^e = N_i U_i \quad (38a)$$

$$P^e = M_i P_i \quad (38b)$$

$$V^e = N_i V_i \quad (38c)$$

ve bu denklemlerin türevi;

$$\frac{\partial U^e}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial x} U_i \quad \frac{\partial U^e}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial y} U_i \quad (39a)$$

$$\frac{\partial V^e}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial x} V_i \quad \frac{\partial V^e}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial y} V_i \quad (39b)$$

$$\frac{\partial P^e}{\partial x} = \frac{\partial M_i}{\partial x} P_i \quad \frac{\partial P^e}{\partial y} = \frac{\partial M_i}{\partial y} P_i \quad (39c)$$

(38a-c) ve (39a-c) eşitliklikleri Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerinde yerine yazıldıktan sonra, ağırlık fonksiyonu ile çarpılıp her bir alt bölge üzerinde integrali alınarak denklemler ayırıklaştırılır. Ayırıklaştırma işlemi aşağıda matematiksel olarak ifade edilmiştir.

$$\int_{A^e} W_i \left[N_k U_k \frac{\partial N_j}{\partial x} U_j + N_k V_k \frac{\partial N_j}{\partial y} U_j + \frac{\partial M_j}{\partial x} P_j - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 N_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N_j}{\partial y^2} \right) U_j \right] dA = 0 \quad (40a)$$

$$\int_{A^e} W_i \left[N_k U_k \frac{\partial N_j}{\partial x} V_j + N_k V_k \frac{\partial N_j}{\partial y} V_j + \frac{\partial M_j}{\partial x} P_j - \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 N_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N_j}{\partial y^2} \right) V_j \right] dA = 0 \quad (40b)$$

(40a) ve (40b) eşitliklerinde $dA=dx dy$ olarak ifade edilmektedir. Yukarıdaki eşitliklerde görülen 2. dereceden terimler kısmı integrasyon uygulanarak 1. dereceden ifadelerle dönüştürülebilir.

$$\frac{1}{Re} \int_{A^e} W_i \left[\frac{\partial^2 N_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N_j}{\partial y^2} \right] dA = \frac{1}{Re} \int_{S^e} W_i \frac{\partial N_j}{\partial n} ds - \frac{1}{Re} \int_{A^e} \left[\frac{\partial W_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial W_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right] dA \quad (41)$$

(40a-b) eşitliklerinde W_i (ağırlık fonksiyonu), Galerkin yöntemi uygulandığı zaman interpolasyon fonksiyonu olarak alınmaktadır. (40a-b) eşitlikleri, 41 eşitliği göz önüne alınarak yeniden düzenlenirse aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$\int_{A^e} \left[N_i N_k U_k \frac{\partial N_j}{\partial x} U_j + N_i N_k V_k \frac{\partial N_j}{\partial y} U_j + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) V_j \right] dA + N_i \frac{\partial M_j}{\partial y} P_j - \frac{1}{Re} \int_{S^e} N_i \left(\frac{\partial U_j}{\partial n} \right) ds = 0 \quad (42a)$$

$$\int_{A^e} \left[N_i N_k U_k \frac{\partial N_j}{\partial x} V_j + N_i N_k V_k \frac{\partial N_j}{\partial y} V_j + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) V_j \right] dA + N_i \frac{\partial M_j}{\partial y} P_j - \frac{1}{Re} \int_{S^e} N_i \left(\frac{\partial V_j}{\partial n} \right) ds = 0 \quad (42b)$$

Süreklilik denklemi ise;

$$\int_A \left[M_i \frac{\partial N_i}{\partial x} U_j + M_i \frac{\partial N_j}{\partial y} V_j \right] dA = 0 \quad (43)$$

şeklinde yazılır. (42a-b) ve (43) denklemleri eşitlik (36) ve (37) dikkate alınarak matris formunda yazıldığında;

$$[A][\lambda_i] = [B]$$

burada;

$$[A] = \int_{A^e} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} dA \quad (44)$$

$$a_{11} = N_i N_k U_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_i N_k V_k \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right)$$

$$a_{12} = N_i \frac{\partial M_j}{\partial x} \quad a_{13} = a_{22} = a_{31} = 0$$

$$a_{21} = M_i \frac{\partial N_j}{\partial x} \quad a_{23} = M_i \frac{\partial N_j}{\partial y} \quad a_{32} = N_i \frac{\partial M_j}{\partial y}$$

$$a_{11} = N_i N_k U_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + N_i N_k V_k \frac{\partial N_j}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right)$$

$$[B_i] = \int_{s^e} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} ds$$

$$b_1 = \frac{1}{Re} N_i \left(\frac{\partial U_j}{\partial n} \right) \quad b_2 = 0$$

$$b_3 = \frac{1}{Re} N_i \left(\frac{\partial V_j}{\partial n} \right)$$

Yukarıdaki eşitliklerde U_k ve V_k değerleri sırasıyla bir önceki iterasyonda elde edilen yatay ve düşey hız değerleridir. Lineer olmayan denklem takımları çözümlerinin gerek zor olması ve gerekse uzun zaman alması göz önüne alındığında eşitlik (3) ve

(4)'ün lineer olmalarını sağlamak için böyle bir yöntem gerekliliği duyulmuştur. Böylece denklemler, x ve y yönlerindeki hızlarla, basıncı içeren lineer denklem takımı haline alır.

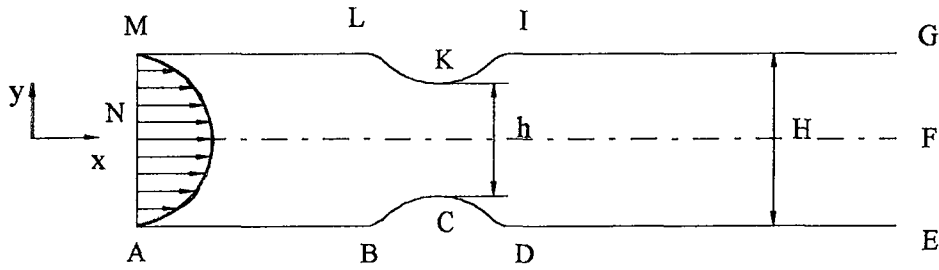
Eleman kütle matrisini oluşturan elemanlar incelendiği zaman bu matrisin simetrik bir yapıya sahip olduğu görülür. a_{11} 'i ifade eden eşitlikte i ile j terimleri yer değiştirdiği takdirde her iki halde çıkan sonuçların birbirinin aynı olduğu görülür. Dolayısıyla, eleman kütle matrisi simetrik bir yapıya sahiptir. Bu, Galerkin yönteminin en önemli özelliğidir[Akıllı, 1994].

3.4.2. Başlangıç ve Sınır Şartları

Bir akış yapısını ifade eden diferansiyel denklemlerin çözümünde, çözümü yapılan akış bölgesinin sınırlarında probleme uygun sınır şartlarına ihtiyaç vardır. Daralan-genişleyen kanaldaki akış matematiksel olarak tanımlanırken, problemin fiziksel özelliklerine uygun sınır şartları seçilmiştir. Şekil 6'da görüldüğü gibi akış, daralma genişlemenin etki alanının dışındaki bölgelerde tam gelişmiş ve laminar olduğu kabul edildiği için girişte hız dağılımı paraboliktir. Akış viskoz olduğundan katı cidarlarda hızın sıfır olduğu kabul edilmiştir. Dikdörtgen kesit alanına sahip bir kanalda tam gelişmiş laminar akışta hız profilinin ifadesi aşağıdaki gibi yazılır:

$$U = U_{\max} \left[1 - \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right] \quad (45)$$

Böylece, girişteki hız ifadesi eşitlik (45) ile belirlenir. Akış geometrisi simetrik olduğundan merkezde $V=0$ 'dır. Çıkış kesitinde ise akış tam gelişmiş kabul edildiğinden ise hız bileşenlerinin V,U akış yönündeki türevleri sıfır olarak alınmıştır.



Şekil 6. Akış Geometrisi ve Sınır şartları

Sınır şartları:

$$\text{AM boyunca } U = U_{\max} \left[1 - \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right], \quad V=0$$

$$\text{ML-LK-KI-IG boyunca } U=V=0$$

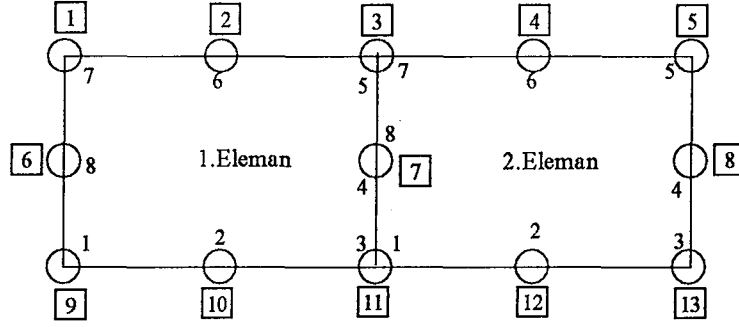
$$\text{EF boyunca } \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \text{ ve } \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

$$\text{NF boyunca } V=0 \text{ ve } \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \text{ 'dır.}$$

3.4.3. Eleman Kütle Matrislerinden Sistem Kütle Matrisinin Oluşturulması

Önceki bölümlerde her bir ağ elemanı için eleman kütle matrislerinin nasıl oluşturulduğu anlatılmıştı. Her bir ağdaki düğüm değerlerinin hesaplanması için eleman kütle matrislerinin tek bir sistem matrisi oluşturmak üzere birleştirilmesi gerekmektedir.

Birleştirme işlemi, her bir elemanın komşu elemanla birleştirilmesiyle yapılmaktadır. Şekil 7'de gösterilen iki komşu ağ elemanı için birleştirme işlemi aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 7. İki komşu ağ elemanı ile kartezyen ve yerel koordinatların gösterilmesi.

1. eleman için eleman kütle matrisi a_{ij} ;

kartezyen	9	10	11	7	3	2	1	6	
yerel	1	2	3	4	5	6	7	8	
9	1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}
10	2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{28}
11	3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	a_{37}	a_{38}
7	4	a_{41}	a_{42}	a_{43}	a_{44}	a_{45}	a_{46}	a_{47}	a_{48}
3	5	a_{51}	a_{52}	a_{53}	a_{54}	a_{55}	a_{56}	a_{57}	a_{58}
2	6	a_{61}	a_{62}	a_{63}	a_{64}	a_{65}	a_{66}	a_{67}	a_{68}
1	7	a_{71}	a_{72}	a_{73}	a_{74}	a_{75}	a_{76}	a_{77}	a_{78}
6	8	a_{81}	a_{82}	a_{83}	a_{84}	a_{85}	a_{86}	a_{87}	a_{88}

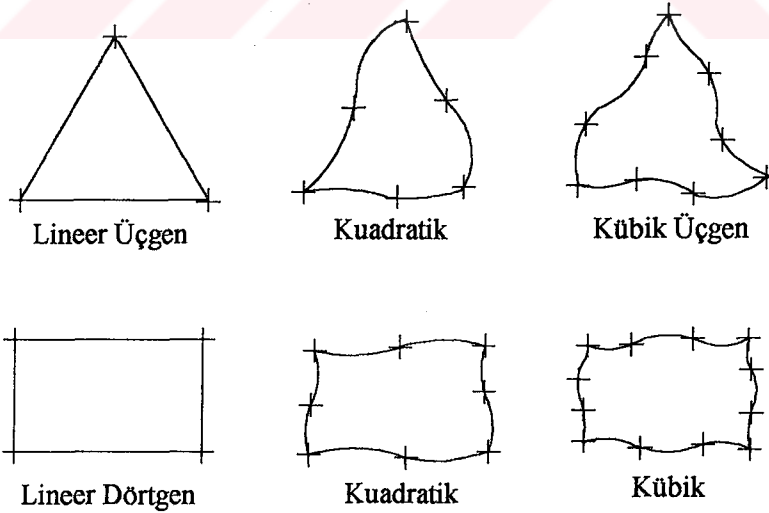
2. eleman için eleman kütle matrisi b_{ij} ise yukarıdaki matrise benzer olarak gösterilebilir.

Oluşturulan bu matrise diğer elemanlar için hesaplanan eleman kütle matrisleri teker teker eklenerek sistem kütle matrisi elde edilmektedir.

3.4.4. Sonlu Elemanlar Ağ Yapısı Tasarımı

Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler her konuda olduğu gibi mühendislik dallarında olumlu yönde etkilemiştir. Deneysel çalışmalardaki zorluklar, özellikle bu çalışmaların maliyeti, ölçümlerde yapılan hatalar, aletlerin kalibrasyonu vs. problemler, bilim adamlarını sayısal çalışmalara yönlendirmiştir. Bu çalışmalar, doğal olarak bilgisayar teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak ilerlemektedir ve çalışmaların esası sayısal yöntemlere dayanmaktadır. Sayısal yöntemler ise problemi tanımlayan diferansiyel denklemleri, çözüm yapılan bölgeyi ağlara bölerek ve her bir ağ noktasında bilinmeyen değerleri bularak çözmektir.

Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan iki boyutlu ağ elemanları üçgen ve dörtgen ağ yapısı olmak üzere iki kısma ayırmak mümkündür. Her bir ağ elemanı da kendi arasında lineer, kuadratik ve kübik olmak üzere üç kısma ayrılır. Konuyla ilgili elemanlar şekil 8’de gösterilmiştir.



Şekil 8. Sonlu elemanlar yönteminde kullanılan çeşitli ağ elemanları.

Ağ yapısı olarak lineer eleman kullanıldığında, sadece köşe noktalarda, kuadratik veya kübik eleman seçildiğinde ise köşe noktaların yanı sıra kenar noktalarda da düğüm değerleri hesaplanmaktadır. Kübik eleman seçilerek yapılan hesaplamalar, diğerlerine nazaran daha hassas ve detaylı olmaktadır. Ancak, kübik eleman seçilmesiyle, işlem süresi ve işlem sayısı fazlalaşmaktadır.

Bu çalışmada, işlem süresi ve işlem sayısı açısından optimuma ulaşmak hedeflendiğinden dörtgen kuadratik ağ elemanı seçilmiştir.



4. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Daralan-genişleyen doğrusal eksenli kanallardaki akış karakteristikleri Reynolds sayısının $0 \leq Re \leq 2000$, daralma oranının $0.25 \leq C \leq 0.75$ ve daralma uzunluk oranının $1 \leq L_c^* \leq 2$ aralıklarında sayısal olarak hesaplanmıştır. Ayrıca ardışık iki daralma-genişleme geometrisine sahip kanaldaki akış da bu çalışmada incelenmiştir.

Sonlu elemanlar yöntemiyle çözülen Navier-Stokes ve süreklilik denklemleri ile elde edilen sonuçlar $C=0.5$ ve $L_c^*=1$ ve $Re=50$ değerleri için Vradis ve ark.(1992)'in elde ettiği sonuçlarla mukayesesi yapılmıştır.

Sayısal uygulama esnasında akış alanı yatay ve düşey yönde daralma-genişleme geometrisi dikkate alınarak belirli aralıklara bölünmüştür. Daralma-genişleme geometrisinin akışa etkisinin maksimum olduğu bölgede hassas sonuç almak için düğüm sayısı fazlalaştırılmıştır. Oluşturulan ağ yapısıyla en az hatalı sonuçların elde edildiği yapılan çalışmalar ve mukayeseler sonucu ortaya çıkmıştır. Daralma-genişleme etki alanı dikkate alınarak daralma öncesi $3H$ ve genişleme sonrası ise $6H-12H$ kadarlık bölge içerisinde akışın yapısı incelenmiştir. Şekil 6'da görüldüğü gibi giriş bölgesinde akış; tam gelişmiş, iki boyutlu, daimi, viskoz, sıkıştırılmaz ve laminar olarak kabul edilmiştir.

4.1. Sayısal Sonuçlar

Bu çalışmada daralan-genişleyen kanal geometrisinin daralma oranları ve daralma uzunluk oranları değiştirilerek daralma-genişleme giriş ve çıkışında akışın karakteristikleri detaylı olarak incelenmiştir.

Akışın, daralma-genişleme etkisi alanına girmesiyle beraber kanalın merkezi eksenine paralel olan akım çizgilerinin paralellikleri bozulmaktadır. Yeni akışın kesit alanı daralmaya başlamakta ve belli bir mesafeden sonra akışın kesit alanı

genişlemektedir. İşte bu bölgede akışın yapısını belirleyen değişkenlerin arzu edilen düzeyde hassas olarak hesaplanabilmesi için ağın oluşturulmasında şekil 9'da görüldüğü gibi adım mesafeleri küçük tutulmuştur.



Şekil 9. Daralan-genişleyen kanal için ağ yapısı ($C=0.5$, $Re=100$)

Uygun ağ yapısının seçimi, elde edilen sayısal sonuçların karşılaştırılması ile yapılmıştır. $A \times B$ kadar düğüm noktası seçildiğinde, sonuçların mukayesesi yapılan neticelerle uyum içinde olmadığı görüldüğünde düğüm noktasının sayısı artırılmıştır. Belli bir düğüm sayısından sonra elde edilen sayısal sonuçların değişmediği görülmüştür. Şekil 10'da $Re=1000$ değeri için farklı düğüm sayılarında aksinel basıncın kanal boyunca değişimi gösterilmiştir. Her daralma-genişleme geometrisi için akış yapısına uygun ağ yapısı tasarlanmıştır.

4.2. Kanal Boyunca Basınç Değişimi

Bu çalışmada incelenen geometri, akışkanlar mekaniğinde kullanılan debi ölçüm cihazı gibi özel amaçlar için tasarlanmış bir geometri değildir. Bundan dolayı burada debi katsayısı hesaplanmamıştır.

Daralan-genişleyen kanalda akışın basınç dağılımı, simetri eksenini boyunca hesaplanmıştır. Bu neticeler Şekil 11-26'de verilmiştir. Daralma oranı C 'nin $0.25 \leq C \leq 0.75$ değerleri ve daralma uzunluk oranı L_c^* 'in $1 \leq L_c^* \leq 2$ değerleri dikkate alınarak hesaplamalar yapılmıştır. Ayrıca ardışık iki daralmaya sahip geometrideki, $S/H=1$ ve $C_1=C_2=0.50$ değerleri alınarak da hesaplamalar yapılmıştır.

Şekil 11’de $C=0.5$ ve $L_c^*=1$ değerleri için $Re=50$ ’de basınç dağılımının mevcut sonuçlarla, Vradis ve ark.(1992)’nin sayısal olarak yapmış olduğu çalışmaların neticelerinin mukayesesi yapılmıştır. Şekilden de görüleceği gibi Vradis ve ark.(1992)’nin neticeleri ile mevcut sonuçlar arasında geometriye giriş bölgesinde yaklaşık olarak %2’lik bir fark vardır. Bu fark daralan-genişleyen bölgede ve çıkışında yaklaşık olarak %6-7’ye kadar çıkmaktadır.

Şekil 12-20’de $L_c^*=1$ ve $0.25 \leq C \leq 0.75$ için kanal boyunca basınç değişimi verilmiştir. Şekillerden de anlaşılabacağı gibi Reynolds sayısının artması ile beraber basınç farkı yükselmektedir. Şekil12 incelendiği zaman $C=0.50$ için Reynolds sayısının $1 \leq Re \leq 10$ arasında basınç farklarının, geometrik olarak daralma sonucu, düştüğü görülmektedir. Reynolds sayısının $Re=50$ değerinden sonra giriş kısmında düşen basıncın geometrinin çıkış kısmında tekrar yükseldiği daha açık görülmektedir. Meydana gelen bu basınç farkı Reynolds sayısı arttıkça daha da artmaktadır. Şekil 13-14’de daralma oranı $C=0.75$ ve $C=0.25$ olan geometrilerde de aynı durumun söz konusu olduğu anlaşılmaktadır. Burada $Re \leq 50$ ’de kaybedilen basınçların geometrik olarak genişleyen çıkış kısmında çok az bir kısmının kazanıldığı görülmektedir. Bu üç şekil yakından incelendiği zaman daralma oranı C ’nin yükselmesi ile basınç farkının arttığı görülmektedir. Bu durum Şekil 15-17’de $Re=10, 100$ ve 500 için ve daralma oranının $0.25 \leq C \leq 0.75$ değerlerinde akış yönünde basınç değişimi gösterilmiştir. Bu şekillerde $C=0.25$ ile $C=0.50$ arasındaki basınç farkının $C=0.25$ ile $C=0.75$ arasındaki basınç farkından çok daha az olduğu görülmektedir.

Şekil 18-20 arasında basınç değişimi, aynı daralma oranlarında $L_c^*=2$ için verilmiştir. $L_c^*=1$ için söylenenlerin $L_c^*=2$ için de geçerli olduğunu söylemek mümkündür. Yani Reynolds sayısının artmasıyla beraber basınç farkı yükselmektedir. Şekil 18 incelendiği zaman $C=0.50$ için Reynolds sayısının $1 \leq Re \leq 10$ arasında basınç farklarının, geometrik olarak daralma sonucu, düştüğü görülmektedir. Reynolds sayısının $Re=50$ değerinden sonra giriş kısmında düşen basıncın geometrinin çıkış

kısımında tekrar yükseldiği görülmektedir. Meydana gelen bu basınç farkı Reynolds sayısı arttıkça daha da artmaktadır. Şekil 19-20’de daralma $C=0.75$ ve $C=0.25$ olan geometrilerde de aynı durumun söz konusu olduğu görülmektedir. Şekil 21’de $Re=100$ için ve daralma oranlarının $0.25 \leq C \leq 0.75$ değerlerinde akış yönünde basınç değişimi gösterilmiştir.

Şekil 22-23’de $C=0.50$ ’de ve Reynolds sayısının $10 \leq Re \leq 2000$ değerlerinde $L_c^*=1$ ve $L_c^*=2$ ’deki basınç değişimi birbiriyle mukayese edilmiştir. Bu şekillerde, $10 \leq Re \leq 500$ değerlerinde $L_c^*=2$ ’deki basınç farkı $L_c^*=1$ ’dekinden daha fazla olmaktadır. Ancak Reynolds sayısı $Re=500$ ’den itibaren basınç farkları yaklaşık eşitlenmekte ve $Re=2000$ ’de $L_c^*=1$ ’deki basınç farkı $L_c^*=2$ ’deki basınç farkından çok küçük bir fazlalık göstermektedir.

Kanal boyunca, simetri eksen ve cidar basınç dağılımı sayısal olarak hesaplanarak Şekil 24-25’de $Re=1000$ ve 2000 için mukayesesi yapılmıştır. Şekillerden de görüldüğü gibi daralan-genişleyen kanalda giriş ve çıkış kesitlerinde cidar ve simetri eksenindeki basınç dağılımları arasında ihmal edilecek mertebede farklar oluşmaktadır.

Ardışık iki daralmaya sahip geometrideki basınç değişimi Şekil 26’da verilmiştir. Basınç, Reynolds sayısının $1 \leq Re \leq 10$ değerlerinde ilk daralmada düşmektedir. İlk daralma çıkışında basınç yükselmeden ikinci daralmaya girmekte ve burada da düşmektedir. $Re=50$ ’den sonra ilk daralmanın giriş kısmında düşen basıncın, geometrik olarak genişleyen çıkış kısmında çok az da olsa yükseldiği görülmüştür. İkinci daralma girişinde basınç, tekrar düşmekte ve daralmadan sonra yine geometrik olarak genişleyen çıkış kısmında yükseldiği daha açık görülmektedir. Reynolds sayısı arttıkça bu basınç farkı daha da artmaktadır.

4.3. Ayrılmış Akış Bölgelerinin Daralma Uzunluk Oranı ve Reynolds Sayısına Göre Değişimi

Daralan-genişleyen geometriye sahip kanaldaki akışın hız vektörleri sayısal olarak hesaplanmıştır. Şekil 27, 28, 29 ve 30’da verilmiştir. Çalışmada öngörülen daralan-genişleyen kanal geometrisinin tamamı için bu kadar detaylı bir analizin yapılması mümkün olmadığı için sadece daralma uzunluk oranları $L_c^*=1$ ve $L_c^*=2$ için $C=0.50$ ve $C=0.25$ değerleri için hız vektörleri belirlenmiştir. Bu hız vektörlerinden ayrılmış akış bölgelerinin oluşması ve değişimi belirlenerek ayrı olarak şekil 31-33’de verilmiştir.

Şekil 27’de daralma oranı $C=0.50$ ve daralma uzunluk oranı $L_c^*=1$ değeri ve Reynolds sayısının $Re=10, 100, 500$ ve 1000 değerlerinde kanal boyunca hız dağılımı gösterilmiştir. Buna göre Reynolds sayısının $Re=50$ değerine kadar ayrılma görülmemektedir. $Re=50$ ’den sonra ayrılmalar başlamaktadır. Bu ayrılmalar Reynolds sayısının $Re=1000$ değerinde kanal boyunca daha uzun mesafelere kadar sürmektedir.

Şekil 28’de daralma oranı $C=0.50$ ve daralma uzunluk oranı $L_c^*=2$ değeri ve Reynolds sayısının $Re=10, 100, 500$ ve 1000 değerlerinde kanal boyunca hız dağılımı gösterilmiştir. Buna göre Reynolds sayısının $Re=200$ değerinde akışta ayrılmaların başladığı görülmektedir. Bu ayrılmış akış bölgelerinin mesafeleri Reynolds sayısının artmasıyla büyümektedir. Buradan şu sonucu çıkarmak mümkündür: Daralma uzunluk oranı yükseldikçe akışın cidardan ayrılması daha yüksek Reynolds sayılarında gerçekleşmektedir. Şekil 29’da görüldüğü gibi daralma oranı $C=0.25$ alındığı takdirde daralma uzunluk oranı $L_c^*=1$ değeri için Reynolds sayısının $Re=1000$ değerine kadar akışta ayrılmanın olmadığı görülmektedir. Şekil 30’da görüldüğü gibi daralma uzunluk oranı $L_c^*=2$ ve $C=0.25$ daralma oranında, $Re=1500$ ’den itibaren akışta ayrılma başlamaktadır.

4.4. Ayrılmış Akış Bölgelerinin Daralma Oranı ve Reynolds Sayısına Göre Değişimi

Daralma uzunluk oranı arttıkça akışın cidardan ayrılmasının daha yüksek Reynolds sayılarında olduğu belirtilmişti. Şekil 32’de görüldüğü gibi $L_c^*=1$ ’de ayrılmış bölgelerin uzunluğu $L_c^*=2$ ’ye nazaran daha büyüktür. $Re=2000$ ’de $L_c^*=1$ için boyutsuz ayrılmış bölgenin uzunluğu yaklaşık 10.6 iken $L_c^*=2$ ’de bu uzunluk 9.5’lerde kalmaktadır.

Şekil 33, daralma oranı arttıkça cidardan akışın ayrılmasının daha düşük Reynolds sayısında olduğunu göstermektedir. Şekilden de görüleceği gibi $L_c^*=1$ değerinde daralma oranı $C=0.75$ ’de ayrılma $Re=50$ ’de başlarken ve ayrılma mesafesinin değeri 1.1 iken $C=0.5$ ise bu değer 0.05 olmaktadır. $C=0.25$ ’de ayrılma $Re=500$ ’den itibaren olmaktadır. Şekil 34’de daralma oranlarına göre ayrılma mesfelerinin değişimi incelenmiştir. Şekilde $Re=10, 100, 500$ ve 1000 değerleri için hesaplamalar yapılmıştır. Daralma oranı ve Reynolds sayısı yükseldikçe akışın cidardan ayrılma mesafesi artmaktadır.

4.5. Daralan-Genişleyen Kanalda Basınç Kaybı

Kanallarda oluşan basınç kayıplarının cidarlardaki sürtünmeler, daralma ve genişlemelerden dolayı oluştuğu bilinmektedir. Daralan-genişleyen kanalda oluşan bu basınç kayıplarının mertebeleri basınç kayıp katsayısı K ile ifade edilir. Basınç kayıp katsayısının hesaplanması için kanal boyunca oluşan basınç dağılımında akışın daralma-genişleme etkisinden kurtulduğu bölge dikkate alınır. Şekil 35’de görüleceği gibi akış daralma-genişleme geometrisini terk ettikten sonra, akış tam gelişmiş olmasından itibaren zaman sabit bir eğimde düşmeye devam etmektedir. Kanal girişinden daralma-genişleme girişine kadar olan sabit eğimli eğri şekilde görüldüğü gibi uzatılır. Aynı şekilde akışın daralma-genişleme etkisinden kurtulduğu bölgeden

daralma-genişleme girişine doğru bir paralel eğri uzatılır. Çizilen bu iki eğri arasındaki fark kaybedilen basıncı vermektedir. Bu basınç kaybı ΔP ile ifade edilerek basınç kayıp katsayısı

$$K = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho \bar{U}_2^2} \quad (47)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $\bar{U}_2$ minimum daralma genişliğine sahip kısımdaki ortalama hızı ifade etmektedir.

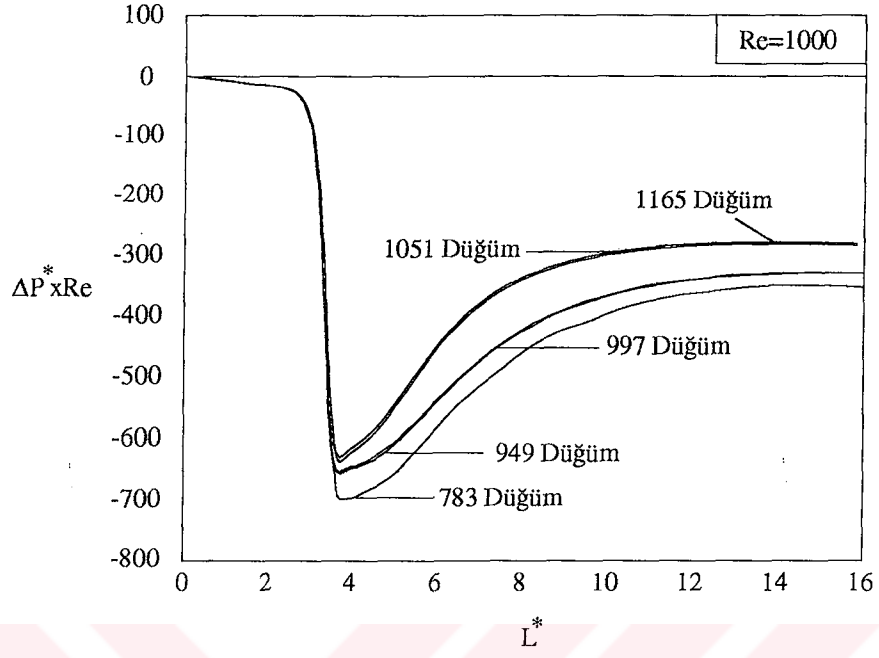
Daha önce bahsedildiği gibi daralma oranı C 'nin büyümesi ile basınç farklarında çok büyük yükselmeler olduğu görülmüştür. Basınç kayıp katsayıları $L_c^*=2$ 'de daha yüksek değerler almaktadır. Daralma uzunluk oranları $L_c^*=1$ ve $L_c^*=2$ ve tüm daralma oranları için basınç kayıp katsayılarının Reynolds sayısı karşısında değişimi şekil 36-38'de verilmiştir. Buna göre $C=0.50$ 'de ve $L_c^*=1$ 'de $Re=10$ 'da basınç kayıp katsayısı $K=5.45$ olurken, $L_c^*=2$ 'de $K=7.75$ olmuştur. Buradan da görüldüğü gibi $L_c^*=$ artıkça basınç kayıp katsayısı da artmaktadır. Bunun yanında Reynolds sayısının artması ile basınç kayıp katsayısı düşmektedir.

Daralma oranı $0.25 \leq C \leq 0.75$ değerleri ve daralma uzunluk oranı $1 \leq L^* \leq 2$ değerleri için basınç kayıp katsayısı Şekil 36-38'de görüldüğü gibi daralma oranı C ; yükseldiği zaman basınç kayıp katsayısı da yükselmektedir. Şekillerden de görüldüğü gibi kayıplar genellikle $Re \leq 50$ değerine kadar yüksek değer almakta Reynolds sayısının yükselmesi ile beraber basınç kayıp katsayısı düşmektedir. Reynolds sayısının $Re=200$ değerinden sonra kayıplar arasındaki farkların da azaldığı görülmektedir.

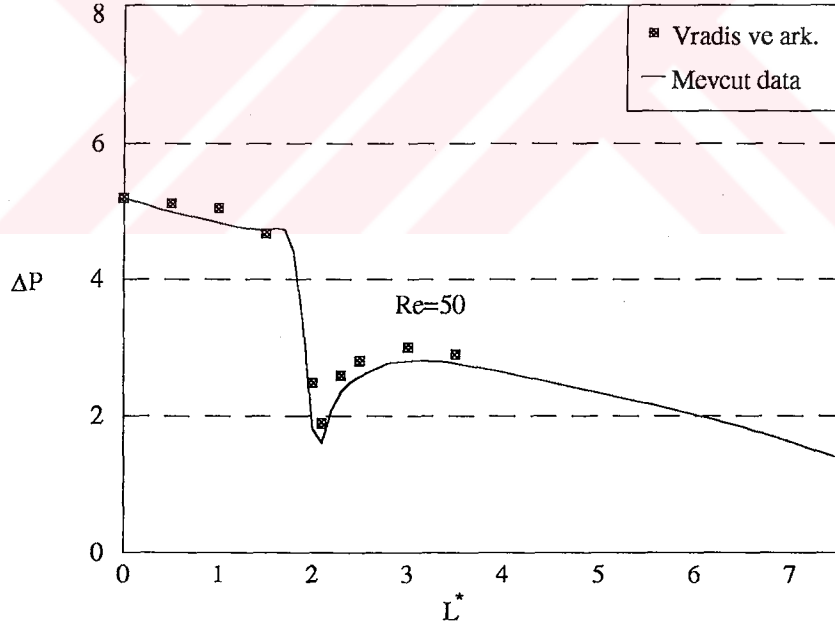
Şekil 36-38'de küçük grafikte Reynolds sayısının $200 \leq Re \leq 2000$ arasındaki basınç kayıp katsayısı daha ayrıntılı verilmiştir. Bu şekillerden de görüleceği gibi Reynolds sayısı arttıkça fazla olmamakla beraber kayıp katsayısında bir azalma görülmektedir.

Şekil 39’da de ardışık iki daralma-genişleme geometrisine sahip bir kanaldaki akışın basınç kayıp katsayısı gösterilmiştir. Şekilden de anlaşılacağı gibi basınç kayıp katsayısı, Reynolds sayısının $Re=10$ değerinde $Re \geq 10$ değerlerinden çok yüksektir. Reynolds sayısı düştükçe basınç kayıp katsayısı düşmekte yalnız $Re=500$ ’den itibaren fazla değişiklik göstermemektedir. İki daralma-genişleme geometrisine sahip kanaldaki basınç kayıp katsayısı, aynı daralma oranında tek daralma-genişleme geometrisine sahip kanaldakinden daha yüksek olduğu yapılan hesaplamalar sonucu ortaya çıkmıştır. Örneğin $Re=10$ ’da tek daralma-genişleme için $K=5.45$ olurken, bu sayı iki daralma-genişleme için $K=9.65$ olmaktadır.

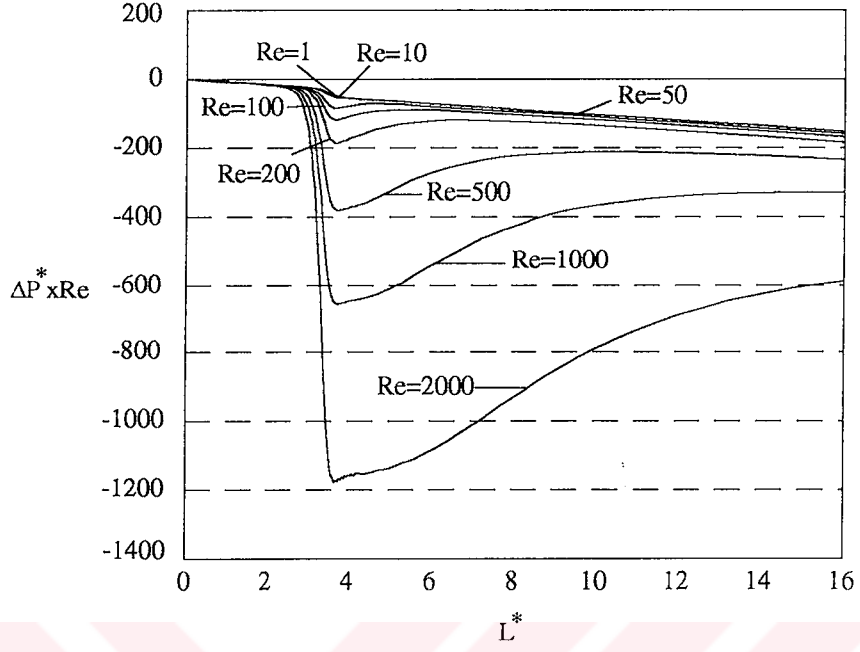




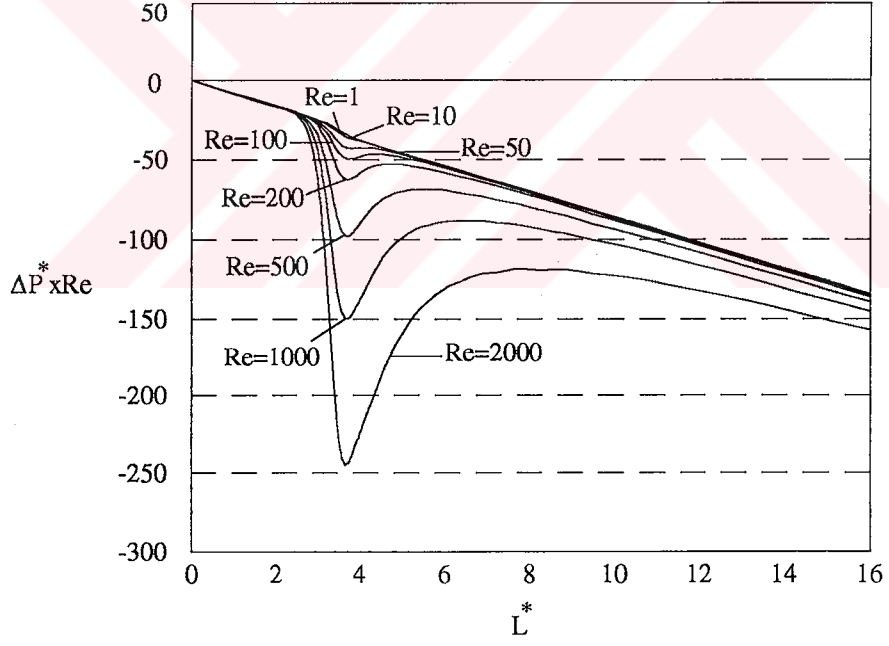
Şekil 10. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=1$.



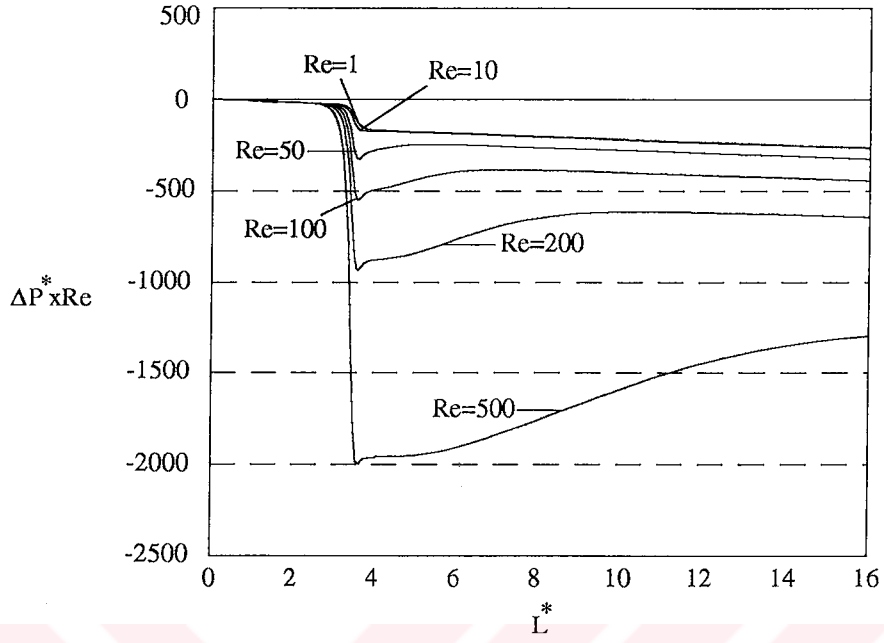
Şekil 11. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=1$.



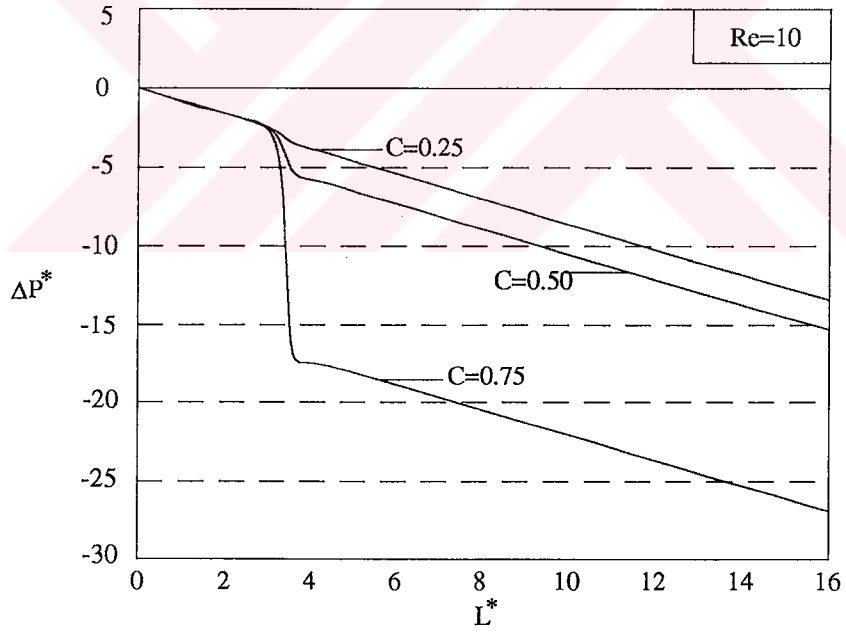
Şekil 12. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=1$.



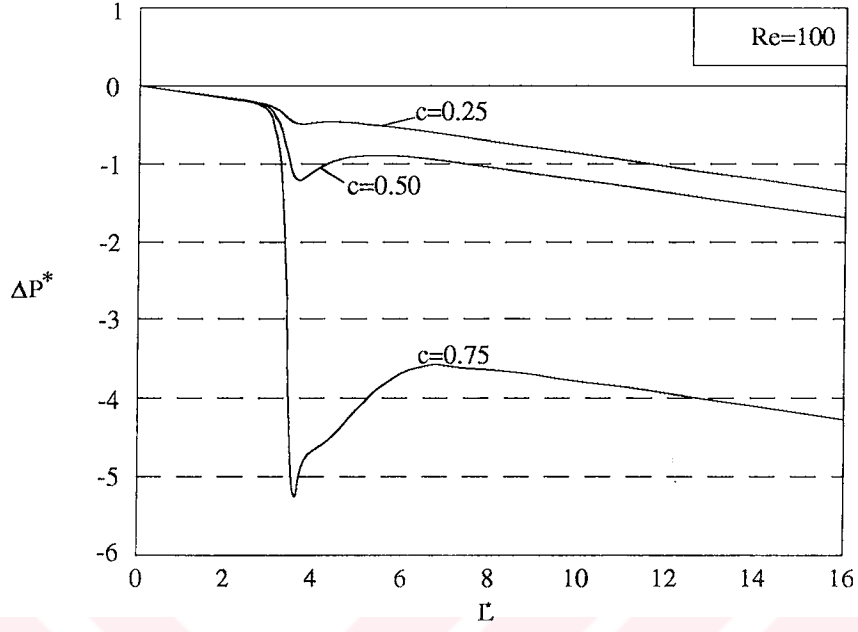
Şekil 13. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.25$, $L_c^*=1$.



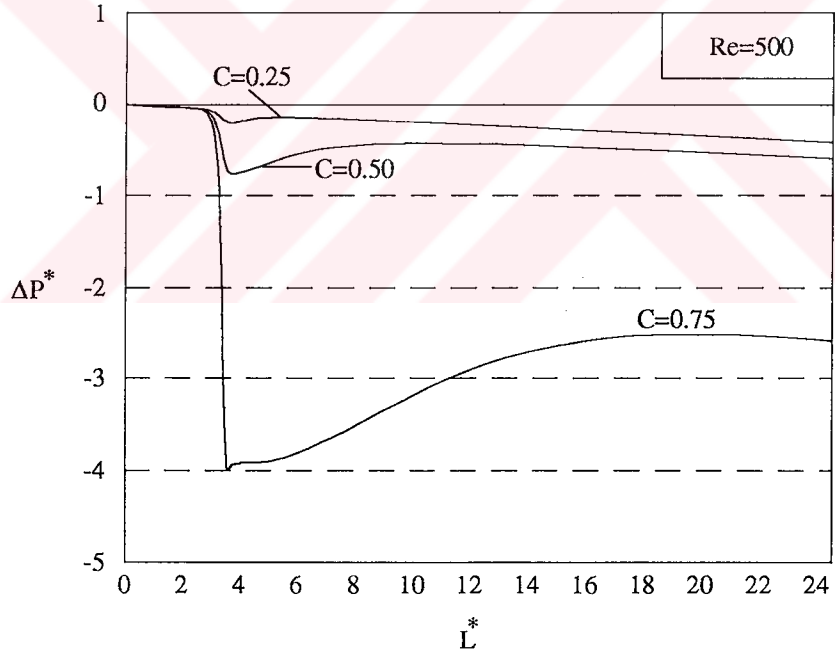
Şekil 14. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.75$, $L_c^*=1$.



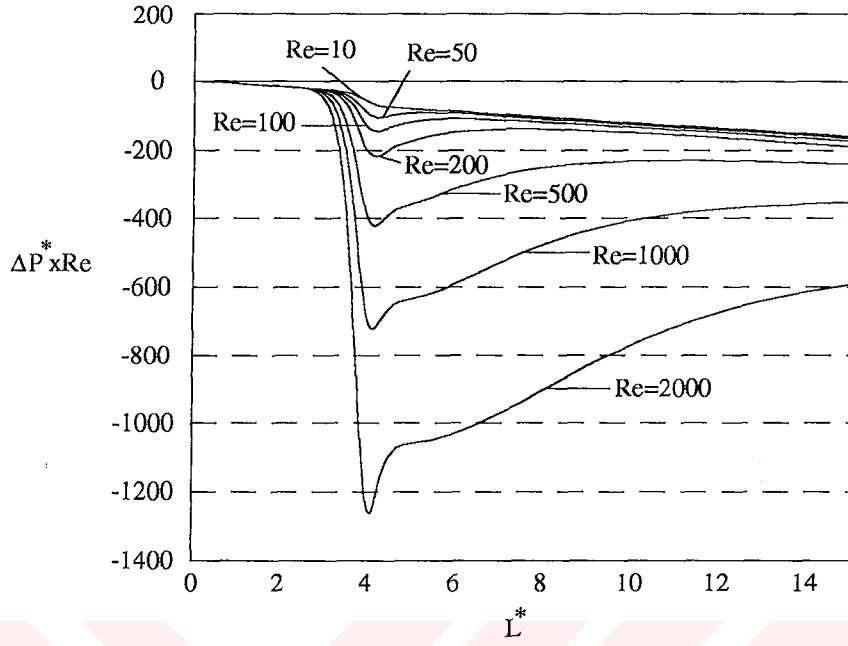
Şekil 15. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $L_c^*=1$, $Re=10$.



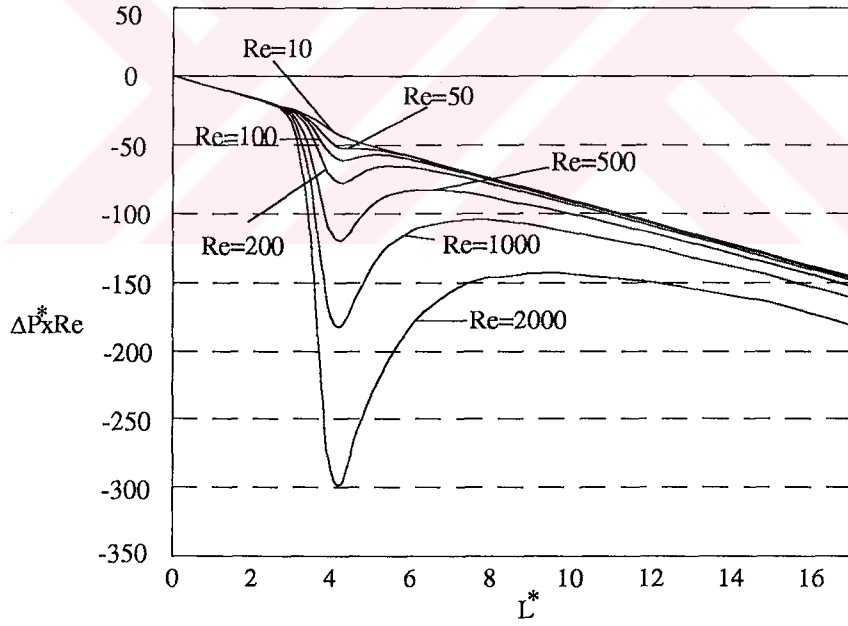
Şekil 16. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $L_c^*=1$, $Re=100$



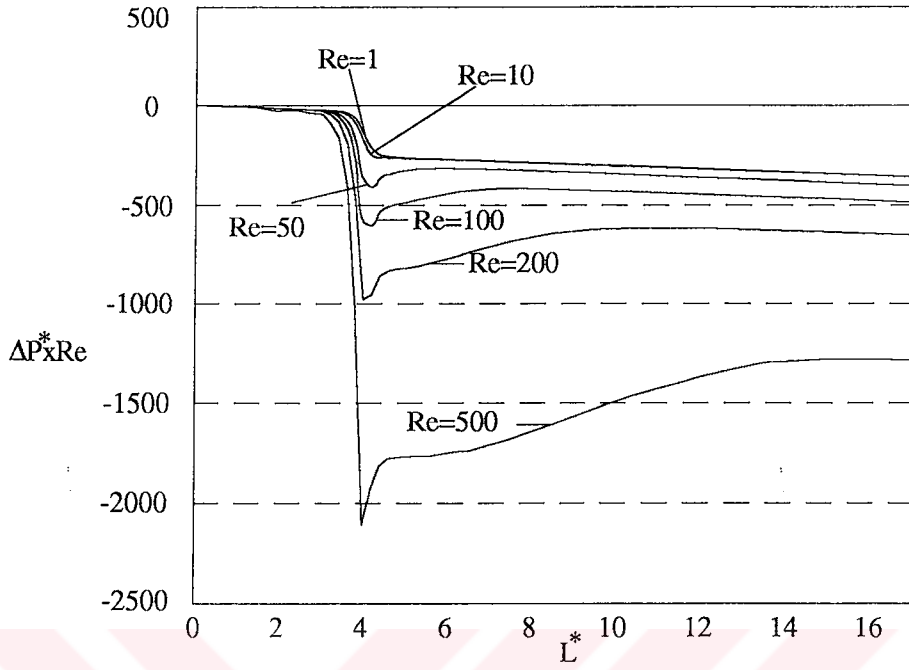
Şekil 17. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $L_c^*=1$, $Re=500$.



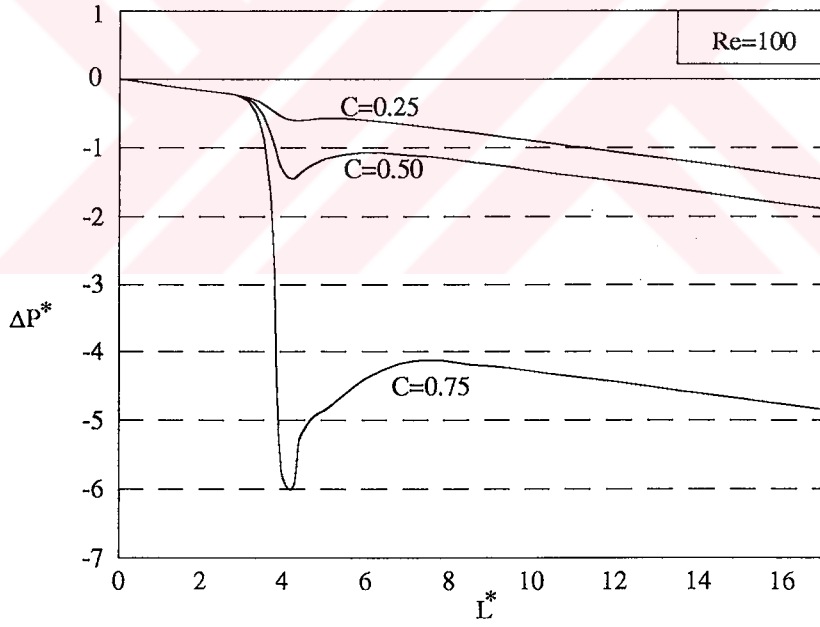
Şekil 18. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=2$.



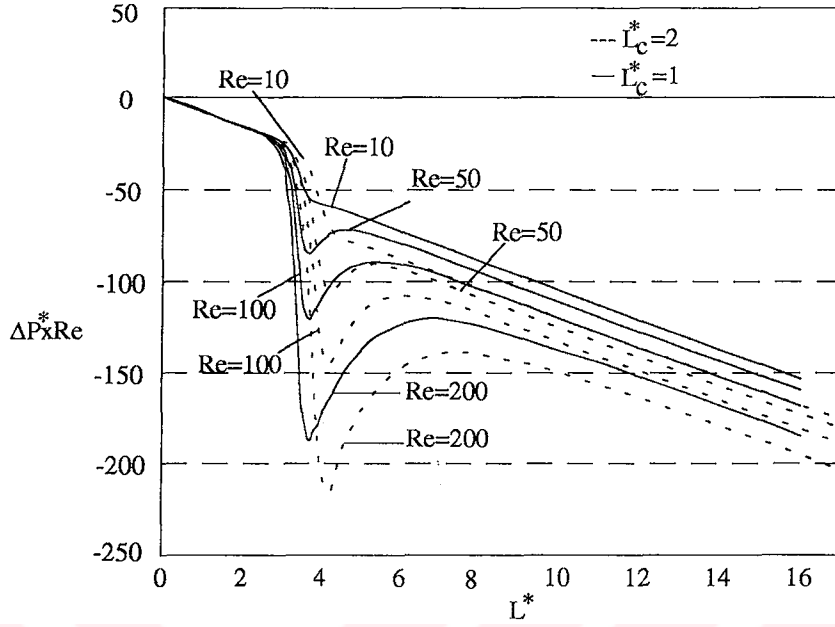
Şekil 19. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.25$, $L_c^*=2$.



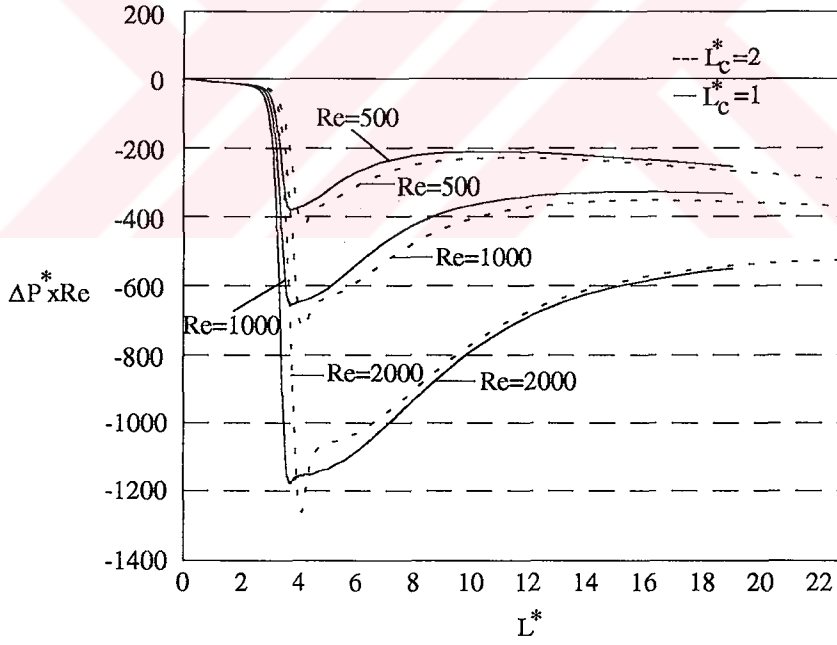
Şekil 20. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.75$, $L_c^*=2$.



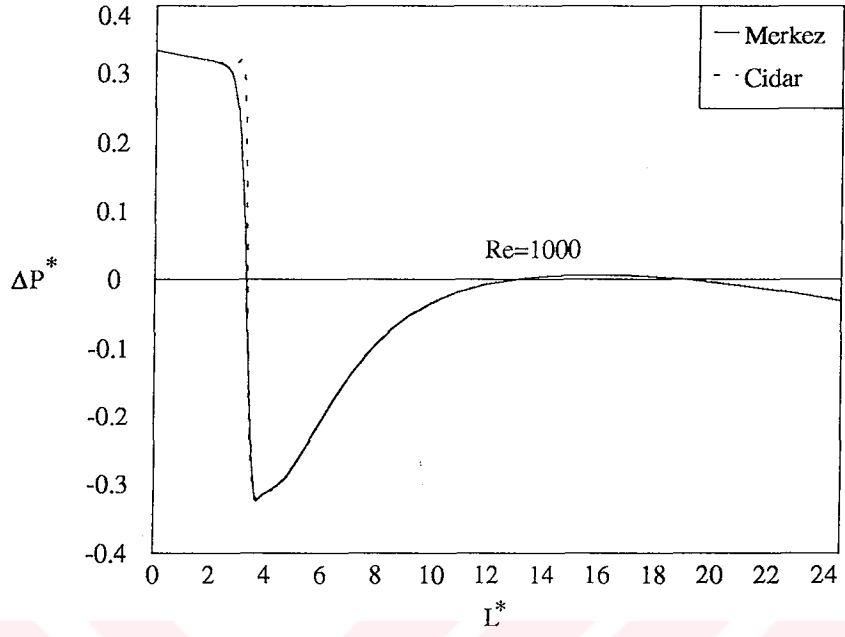
Şekil 21. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $L_c^*=2$, $Re=100$.



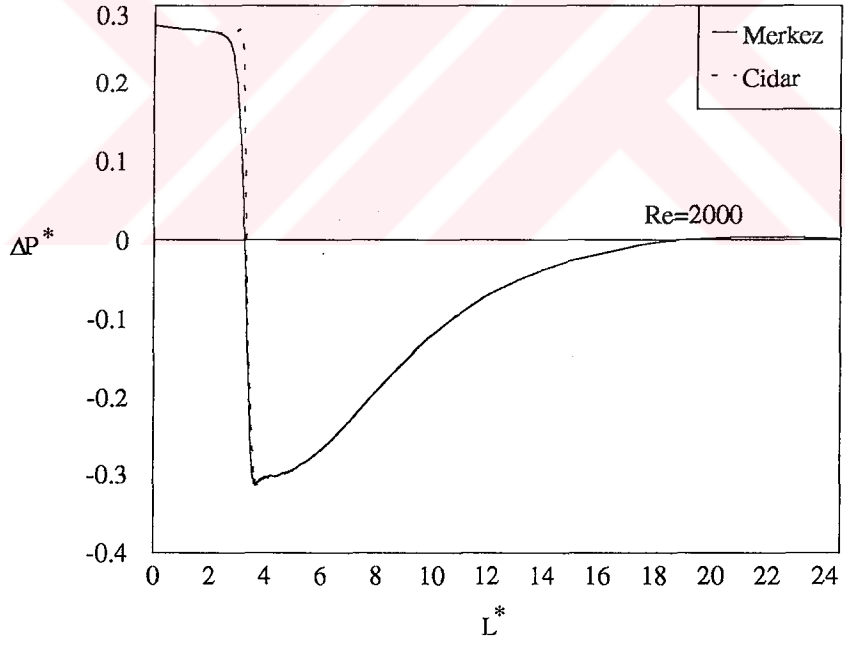
Şekil 22. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$



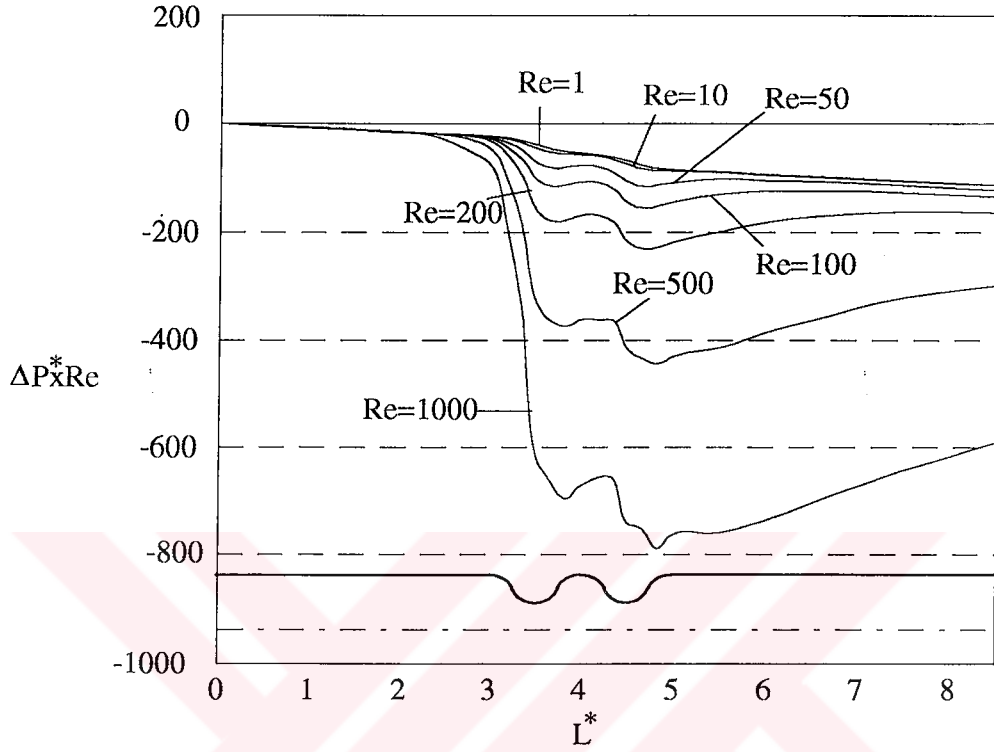
Şekil 23. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$



Şekil 24. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=1$, $Re=1000$.

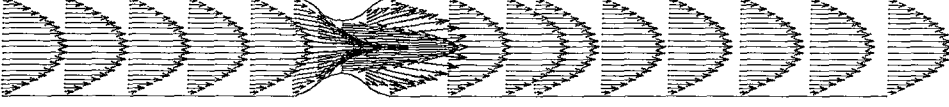


Şekil 25. Eksenel basıncın kanal boyunca değişimi, $C=0.50$, $L_c^*=1$, $Re=2000$.

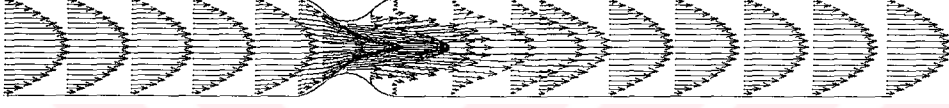


Şekil 26. Eksenel Basıncın Kanal Boyunca Değişimi, $S=1$, $C_1=C_2=0.50$.

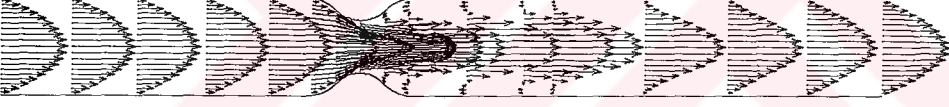
Re=10



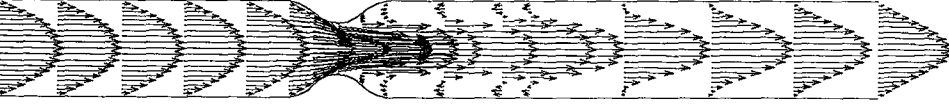
Re=100



Re=500

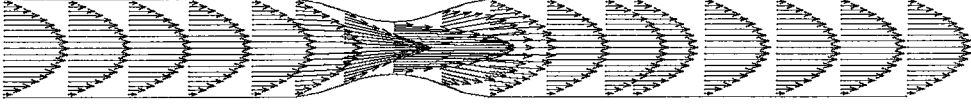


Re=1000

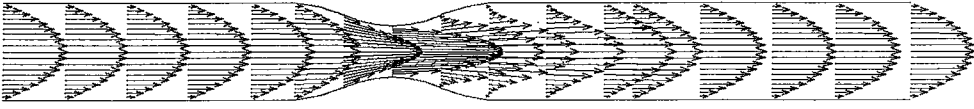


Şekil 27. Daralan-genişleyen kanal boyunca hız dağılımı. $C=0.50$, $L_c^*=1$.

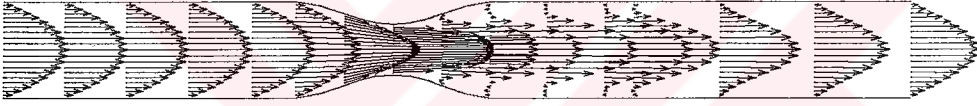
Re=10



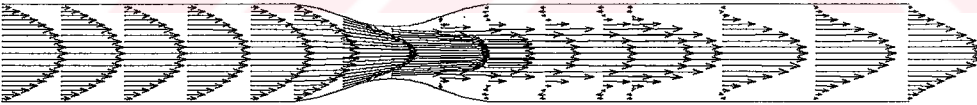
Re=100



Re=500

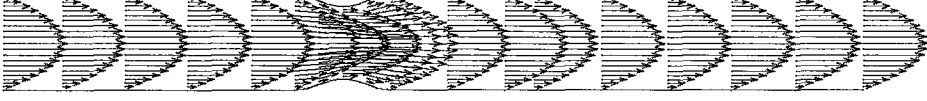


Re=1000

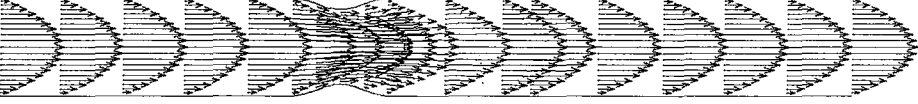


Şekil 28 . Daralan-genişleyen kanal
boyunca hız dağılımı $C=0.50$, $L_c^*=2$.

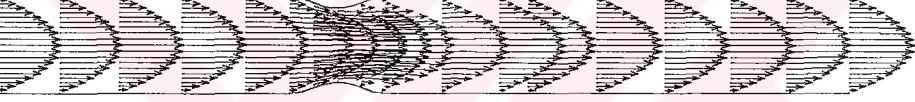
Re=10



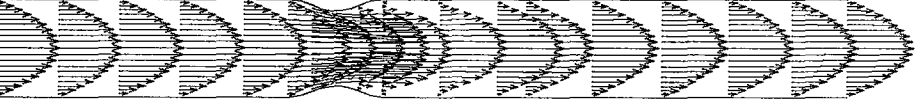
Re=100



Re=500



Re=1000

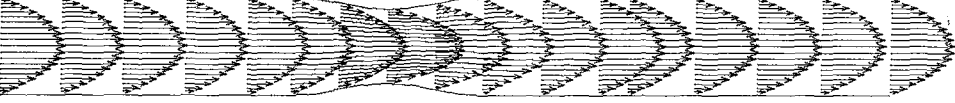


Şekil 29. Daralan-genişleyen kanal boyunca
hız dağılımı $C=0.25$, $L_c^*=1$.

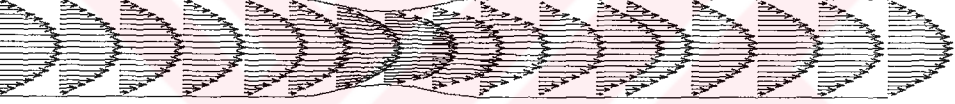
Re=10



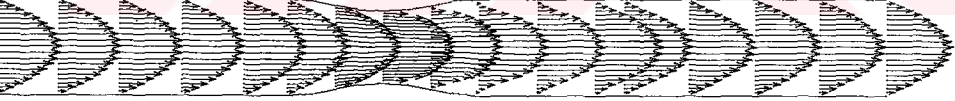
Re=100



Re=500

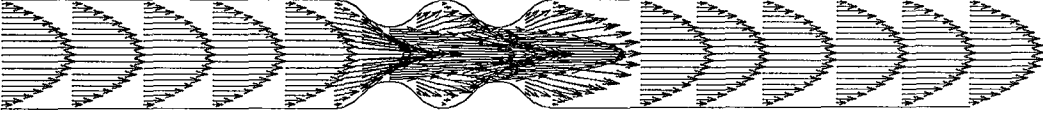


Re=1000

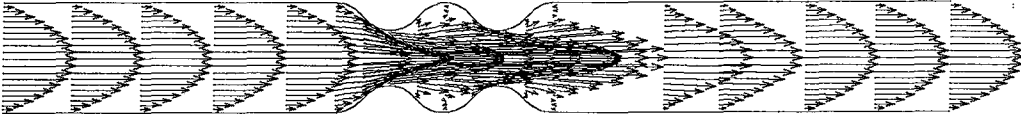


Şekil 30. Daralan-genişleyen kanal
boyunca hız dağılımı $C=0.25$, $L_c^*=2$.

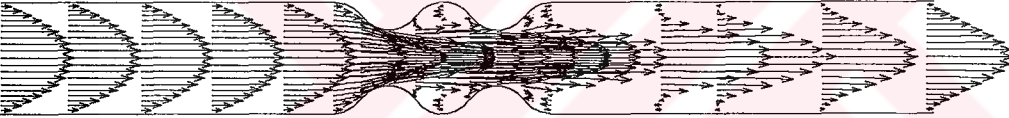
Re=10



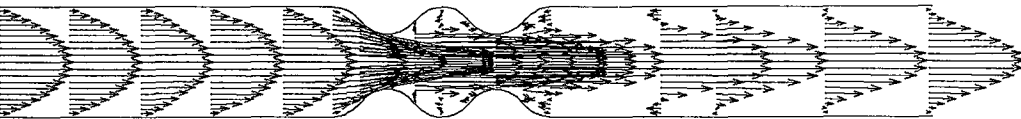
Re=100



Re=500

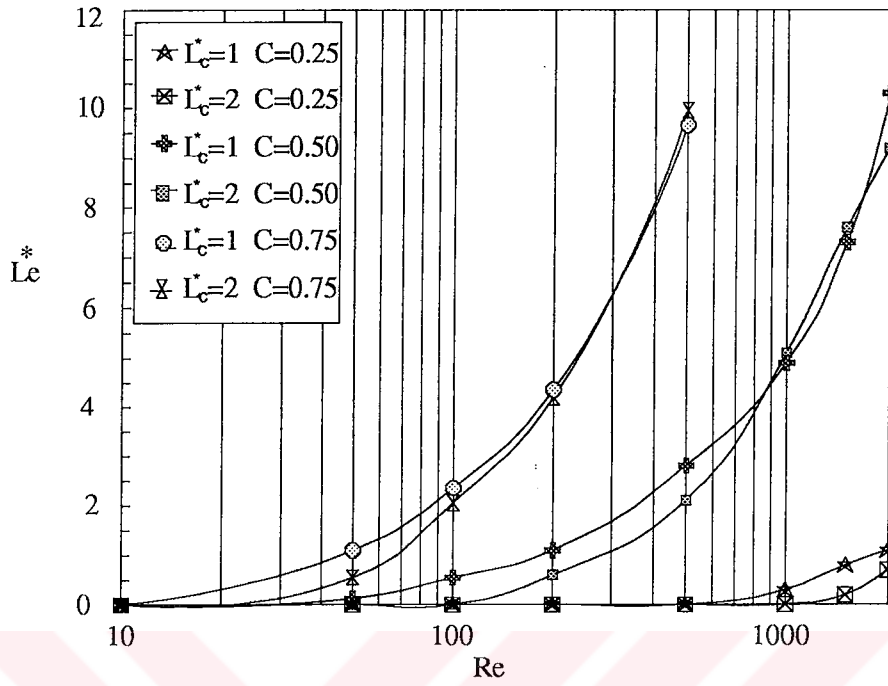


Re=1000

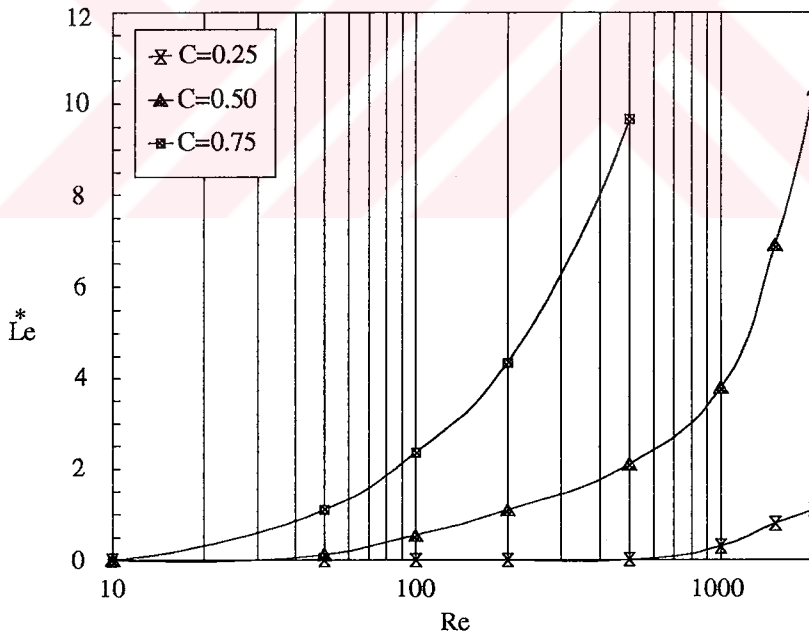


Şekil 31. Daralan-genişleyen kanal boyunca hız

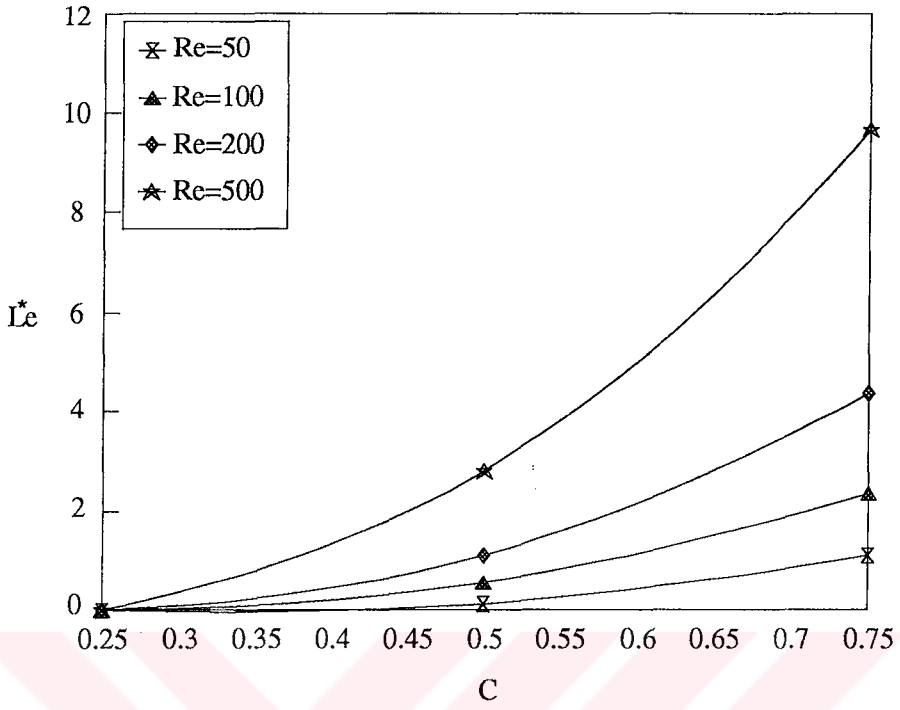
dağılımı $C_1 = C_2 = 0.50$



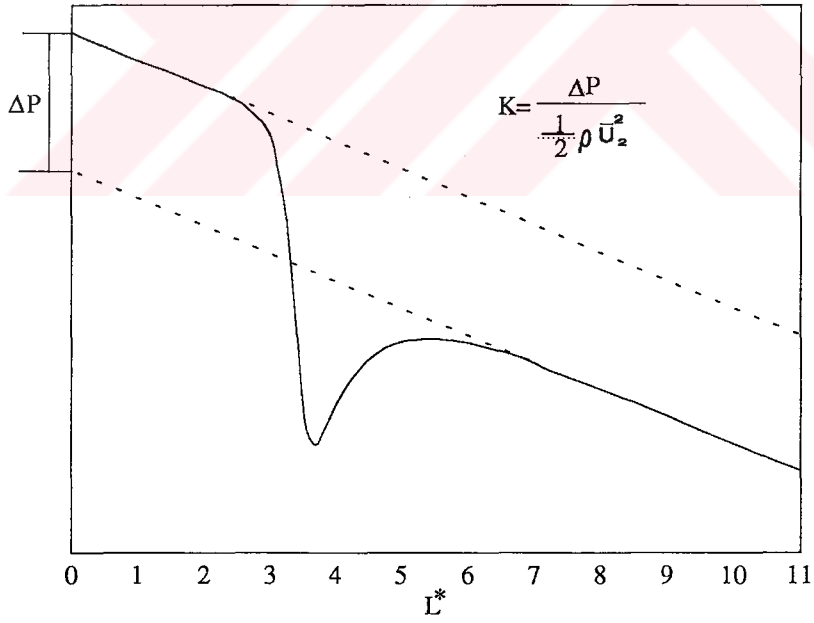
Şekil 32. Ayrılma uzunluğunun Reynolds sayısı ile Değişimi.



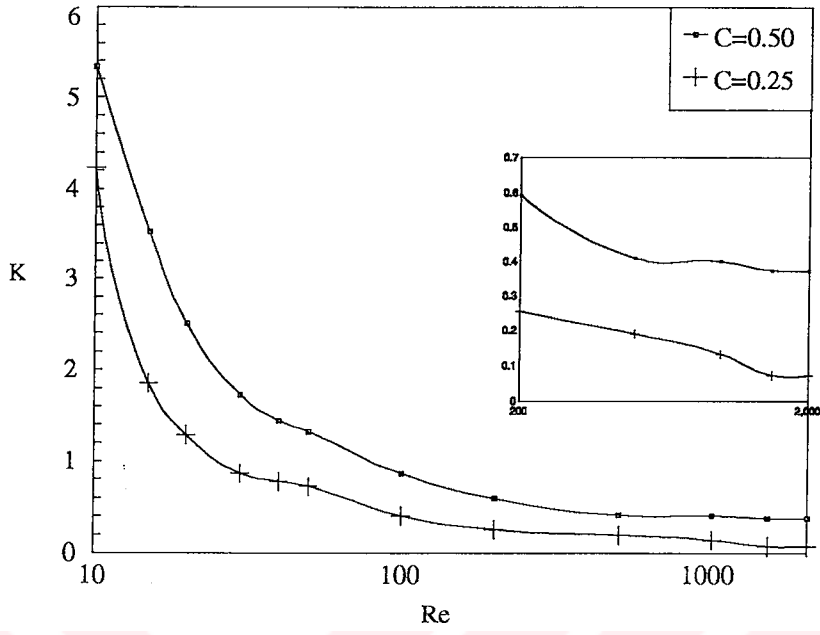
Şekil 33. Ayrılma Uzunluğunun Reynolds sayısı ile değişimi, $L_c^*=1$.



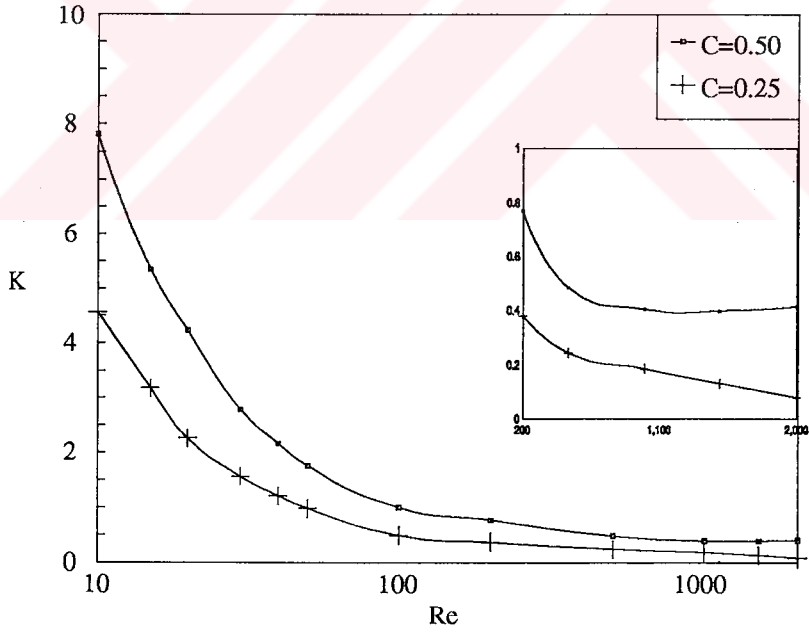
Şekil 34. Ayrılma uzunluğunun daralma oranı ile değişimi, $L_c^*=1$.



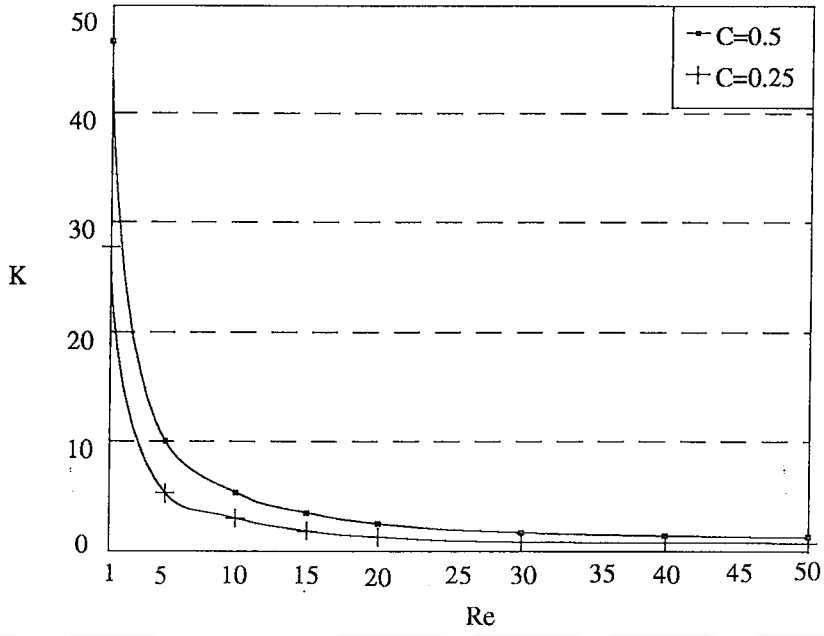
Şekil 35. Daralan-genişleyen kanalda basınç kaybı



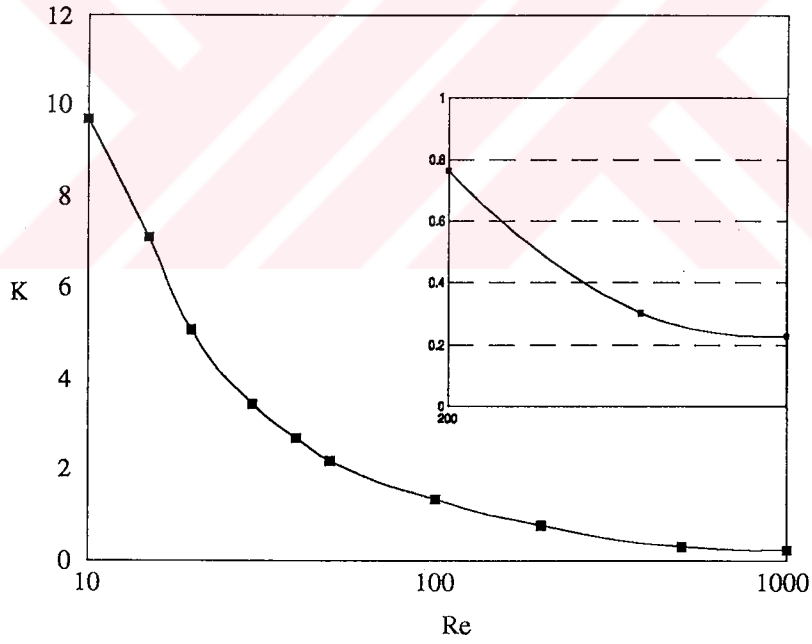
Şekil 36. Basınç kayıp katsayısının Reynolds sayısı ile değişimi, $L_c^*=1$.



Şekil 37. Basınç kayıp katsayısının Reynolds sayısı ile değişimi, $L_c^*=2$.



Şekil 38. Basınç kayıp katsayısının Reynolds sayısı ile değişimi, $L_c^*=1$.



Şekil 39. Basınç kayıp katsayısının Reynolds sayısı ile değişimi, $C_1=C_2=0.50$.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, daralan-genişleyen geometriye sahip kanaldaki akış karakteristiklerinin, daralma oranı, daralma uzunluk oranı ve farklı değerdeki Reynolds sayısı karşısındaki değişimi araştırılmıştır.

Akışın iki boyutlu, simetrik, sıkıştırılamaz, daimi, viskoz ve laminar olduğu kabul edilerek Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerinin kartezyen koordinatlarında sonlu elemanlar metodu kullanılarak çözülmesi sonucu, Reynolds sayısının $0 \leq Re \leq 2000$ değerleri arasında, daralma uzunluk oranı $1 \leq L_c^* \leq 2$ değerleri ve daralma oranı $0.25 \leq C \leq 0.75$ değerleri için basınç, hız dağılımının ve basınç kayıp katsayısının Reynolds sayısı karşısında değişimi hesaplanmıştır. Ayrıca ayrılmış ve ölü akış bölgelerinin değişiminin mevcut parametreler ve Reynolds sayısı karşısındaki değişimi detaylı olarak incelenmiştir. Ardışık iki daralmaya sahip geometrideki basınç dağılımının yine Reynolds sayısı karşısındaki değişimi de hesaplanmıştır.

Düşük Reynolds sayılarında $0 < Re \leq 50$ mevcut çalışmada elde edilen sonuçlarla mukayesesi yapılan sonuçlar arasında büyük bir uyum olduğu görülmektedir. Bu uyum Reynolds sayısı arttıkça azalmakta, hata oranı $Re=50$ 'de kanal girişinde %2 civarında, daralan-genişleyen geometri çıkışında %6-7'yi bulmaktadır.

Bu çalışmada, dikkate alınan geometrilerle ilgili daha önce yapılan çalışmaların sayısının azlığı ve var olanların da silindirik veya farklı koordinat sisteminde yapılması mukayese yapılacak neticelerin azlığına sebep olmuştur. Ayrıca mevcut literatürde, daralma geometrilerinin farklı olarak verilmesi de başka bir sebebi teşkil etmektedir. Literatürde genellikle, kanal ve borulardaki daralma-genişleme geometrileri, matematiksel olarak sinüzoidal veya kosinüzoidal olarak değişen şekillerde alınmaktadır. Bunun yanı sıra bazı araştırmacılar daralma-genişleme geometrisini yamuk veya yarım daire şeklinde almışlardır. Bu çalışmada ise daralan-

genişleyen kanal geometrisi cosinüzoidal bir fonksiyona göre değişen şekilde alınmıştır.

Geometrilerin farklı şekiller alınmasının sebeplerinin başında uygulama alanlarının farklı olması gelmektedir. Örnek olarak, biyotıpta özellikle damar tıkanıklığının geometrisini tanımlarken farklı yaklaşımlar söz konusu olmaktadır. Isı eşanjörlerinin alanlarının artırılması için de çok farklı daralma ve genişleme geometrileri tarif edilmektedir.

Damarlardaki kan akışının borulardaki kan akışına benzer olması ve kanın Newtonian akışkan olarak kabul edilmesi bu çalışmanın silindirik koordinatlarda da yapılmasının yararlı olacağı görülmektedir. Kan akışı düşük Reynolds sayılarında yani laminar olarak gerçekleşmektedir. Bundan dolayı türbülanslı akış için hesap yapmaya gerek duyulmayabilir. Ancak farklı uygulamalarda akışın türbülanslı olması istenmektedir. Bunun için akış karakteristikleri türbülanslı akış içinde hesaplanmalıdır.

Çalışmada daralma oranı ve daralma uzunluk oranlarının farklı değerleri için de akış karakteristiklerini incelemek mümkündür. Ayrıca ardışık daralmaya sahip geometride daralmaların sayısı artırılarak ve S/H oranı farklı değerlerde alınarak da akışın incelenmesinde fayda görülmektedir.

ÖZET

Bu çalışmada, daralan-genişleyen kanallardaki akış karakteristikleri incelenmiştir. İki boyutlu, daimi, sıkıştırılamaz, viskoz ve laminar akış kabulü yapılarak, kartezen koordinatlarda yazılmış Navier-Stokes denklemleri sonlu elemanlar metodu ve Galerkin yöntemi kullanılarak iteratif olarak çözülmüştür.

Daralan-genişleyen kanaldaki akış karakteristikleri daralma oranı C $0.25 \leq C \leq 0.75$ ve daralma uzunluk oranı L_c^* $1 \leq L_c^* \leq 2$ değerleri için Reynolds sayısı $0 < Re \leq 2000$ aralığında hesaplanmıştır. Kanal boyunca basınç, hız dağılımları hesaplanmış ve Reynolds sayısı karşısında basınç kayıp katsayısının değişimi incelenmiştir. Daralma oranı ve Reynolds sayısı arttıkça basınç farkının arttığı görülmüştür. Basınç kayıp katsayısının da daralma oranı ve daralma uzunluk oranının artmasıyla arttığı görülmüştür. Fakat basınç kayıp katsayısının Reynolds sayısı karşısında azaldığı gözlenmiştir.

Ayrıca ele alınan geometrik parametrelerin değiştirilmesi ile ayrılmış akış bölgesinin boyutları incelenmiştir. Daralma oranı ve Reynolds sayısı arttıkça ayrılmış akış bölgesinin uzunluğunun arttığı ve daralma uzunluk oranı arttıkça ise ayrılmış akış bölgesinin uzunluğunun azaldığı gözlenmiştir.

SUMMARY

In this study, flow characteristics of the converging-diverging ducts were investigated. Navier-Stokes equations in cartesian coordinates were solved using finite element method and Galerkin methods assuming the flow two-dimensional, incompressible, steady, viscous and laminar.

Flow characteristics of converging-diverging ducts with the rate of constriction C of $0.25 \leq C \leq 0.75$ and rate of length of constriction L_c^* $1 \leq L_c^* \leq 2$ were calculated for Reynolds number in the range $0 < Re \leq 2000$. Velocity and pressure distributions along converging-diverging duct were calculated and variations of pressure loss coefficients against Reynolds number were investigated. It is seen that pressure increases while increasing the Reynolds number and rate of constriction. Pressure loss coefficient increase while increasing rate of constriction and rate of length of constriction. But pressure loss coefficient decrease against Reynolds number.

In addition to these, the effect of geometrical parameters, the growth of separated flow regions were determined. It is seen that the rate of constriction and Reynolds number increase while increasing growth of separated flow regions. But the rate of length of constriction increases while decreasing growth of separated flow regions.

KAYNAKLAR

AHMED, S.A ve GIDDENS, D.P.,(1983), “Velocity Measurement in Steady Flow Through Axisymmetric Stenoses At Moderate Reynolds Numbers”, Journal of Biomechanics, Vol.16, No.7, S.505-516.

AKILLI, H., (1994), “Sonlu Elemanlar Yöntemiyle ile Orifis Etrafındaki Akış Karakteristiklerinin Hesaplanması”, Yüksek Lisans Tezi.

BAKER, A.J. ve PEPPER, D.W., (1991), “ Finite Elements 1-2-3 ”, McGraw-Hill, Inc., 341s.

BENTZ, J.C. ve EVANS, N.A., (1975), “ Hemodynamic Flow in the Region of a Simulated Stenosis”, ASME Sayfa No. 75-WA/BA 10-10, American Society of Mecanical Engineering, Winter Annual Meeting, Houston.

CEYHAN, H., (1992), “ Laminar Akışta Boru İçerisine Yerleştirilmiş Kare Köşeli Orifis Etrafında Akış Karakteristiklerinin Teorik incelenmesi ”, Yüksek Lisans Tezi.

CHENG, R.T., (1972), “ Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations by the Finite Element Method ”, Physics of Fluids, Vol.15, No.12, S.2098-2105

HUGHES, T.G., WING KAM LIU ve BROOKS, A., (1979), “ Finite Element Analysis of Incompressible Viscous Flows by the Penalty Function Formulation ”, Journal of Computational Physics, Vol.30, S.1-60.

LEE, J.S: ve FUNG, Y.F., (1970), “ Flow in Locally Constricted Tubes at Low Reynolds Number”, ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 37, S. 9-16.

LEE, T.S, (1994), “ Steady Laminar Fluids Flow Through Variable Constrictions in

Vascular Tube ”, Transaction of the ASME Journal of Fluid Engineering, Vol.116, S.66-71.

MELAAEN, M.C., (1991), “ Analysis of Fluid Flow in Constricted Tubes and Ducts Using Body-Fitted Non-Staggered Grids ”, Int. Journal for Numerical Methods In Fluids, Vol.15, S.895-923.

NORRIE, D.H ve DEVRIES, G., (1980), “ A Survey of the Finite Element Application in Fluid Mechanics ”, Finite Element in Fluids, Chapter 21.

OBERKAMF, W.L ve GOH, S.C., (1974), “ Numerical Solution of Incompressible Viscous Flow in Irregular Tubes”, Procceding of International Conference on Computational Methods for Non- Linear Mechanics, University of Texas, Austin, S. 569-579.

O'BRIEN, V. ve EHRLICH, L.W., (1985), “ I. Simple Pulsatile Flow in An Artery With a Constriction ”, Journal of Biomechanics, Vol.18, No.2, S.117-127.

ODEN, J.T. ve WELFORD, L.C., (1972), “ Analysis of Flow of Viscous Fluids by the Finite Element Method ”, A.I.A.A. Journal, Vol.10, S.1590-1599.

OLSON, M.D., (1974), “ Variational Finite Element Method for Two-Dimensional and Axi-symetric Navier-Stokes Equations ”, Finite Element Method in Flow Problems, U.A.H. Press, s.103-106.

OWER, E. ve PANKHURST, P.C, (1977), “ The Measurement of Air Flow ”, Pergamon Press, Oxford, U.K., 363s.

READY, J.N., (1993), “An Introduction to the Finite Element Method ”, McGraw-Hill, Inc., Second Edition., 679s.

TOYLAR, C. ve HUGHES, T.G., (1981), “ Finite Element Programming of the Navier-Stokes Equations ”, Pineridge Press, Swansea, U.K., 244s.

SOĞUKOĞLU, M., (1991), “ İnsan kanının reolojik davranışı”, Yıldız Üniversitesi Dergisi, Sayı.1-4, S. 71-78

VANDREUMEL, S.C. ve KUIKEN, G.D.C., (1989), “ Steady Flow Through a Double Converging-Diverging Tube Model for Mild Coronary Stenoses “, Transaction of the ASME of Biomechanical Engineering, Vol.111, S.212-221.

VRADIS, G., ZALAK, V. ve BENTSON, J., (1991), “Simutaneous Variable Solutions of the Incopressible Steady Navier-Stokes Equations in General Curvilinear Coordinate Systems ”, Journal of Fluids Engineering, Vol.114, S.299-305.

YOUNG, D.F., ve TSAI, F.Y., (1973), “Flow Characteristics in Models of Arterial -I. Steady Flow”, Journal of Biomechanics, Vol.6, S.395-410.

ZALOĞLU, A. ve YALÇINKAYA, G. (1995), “ Non-Newtonien bir akışkanın dalgalı bir kanal içerisindeki hareketi ”, IX. Ulusal Mekanik Kongresi, Ürgüp, Cilt II, S. 847-856

ZIENKIEWICZ, O.C. ve CHEUNG, Y.K., (1965), “Finite Elements in the Solutions of Field Problems ”, The Engineering, S.507-510.

ZIENKIEWICZ, O.C. ve GODBOLE, P.N., (1974), “ Flow of Plastic and Visco-Plastic Solids with Special Reference to Extrusion and Forming Processes ”, Int. Journal of Numerical Methods in Engineerring, Vol.8, S.3-16

ZIENKIEWICZ, O.C. ve TAYLOR, R.L., “ The Finite Elements 1-2 ”, McGraw-Hill, Inc., 807s.

EK:

Dörtgen kuadratik eleman için şekil fonksiyonları:

$$N_1 = 0.25(1-\zeta)(1-\eta)(-\zeta-\eta-1)$$

$$N_2 = 0.5(1-\zeta^2)(1-\eta)$$

$$N_3 = 0.25(1+\zeta)(1-\eta)(\zeta-\eta-1)$$

$$N_4 = 0.5(1+\zeta)(1-\eta^2)$$

$$N_5 = 0.25(1+\zeta)(1+\eta)(\zeta+\eta-1)$$

$$N_6 = 0.5(1-\zeta^2)(1+\eta)$$

$$N_7 = 0.25(1-\zeta)(1+\eta)(-\zeta+\eta-1)$$

$$N_8 = 0.5(1-\zeta)(1-\eta^2)$$

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenimim süresince, çalışmalarına yön veren, kıymetli zamanlarını harcayan, ilgi ve yardımlarını esirgemeyen, fikirlerinden her zaman istifade ettiğim ve maddi ve manevi yardımlarını her zaman hissettiğim Sayın Hocam Doç.Dr. Beşir ŞAHİN'e göstermiş olduğu sabır ve güvenden dolayı teşekkür eder, saygılarımı sunarım. Ayrıca çalışmalarım sırasında her konuda yardımlarını esirgemeyen başta Bölüm Başkanımız Sayın Hocam Prof.Dr.-Ing Tuncay YILMAZ'a ve Bölüm hocalarıma, yardımlarını her zaman hissettiğim mesai arkadaşlarım Arş.Gör. Hüseyin AKILLI ve Uzman İsmail ŞAHİN'e teşekkür ederim.

Değerli fikirleriyle hayatıma yön veren sevgili AİLEME tahsil hayatım boyunca yaptıkları fedakarlıklardan, sonsuz sabır ve anlayışlarından dolayı teşekkürü bir borç bilirim.

ÖZGEÇMİŞ

1972 yılında Konya’da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Konya’da tamamladı. Selçuk Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümünden 1993 yılında Makina Mühendisi olarak mezun oldu. 1993 yılında Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği Ana Bilim Dalında Yüksek Lisans öğrenimine başladı. Kasım 1993-Aralık 1996 yılları arasında Dumlupınar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalıştı. Halen Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

