

**DETERMİNİSTİK YOKSATMALI / YOKSATMASIZ
ÜRETİM-SİPARİŞ MODELİNE
BULANIK KÜME UYGULAMASI**

Özer ÖZTÜRK

**DOKTORA TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**NİSAN 2009
ANKARA**

Özer ÖZTÜRK tarafından hazırlanan DETERMİNİSTİK YOKSATMALI / YOKSATMASIZ ÜRETİM-SİPARİŞ MODELİNE BULANIK KÜME UYGULAMASI adlı bu tezin Yüksek Lisans / Doktora tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof.Dr. Orhan TÜRKBEY

.....

Tez Danışmanı, Endüstri Müh. Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans / Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof.Dr. Serpil EROL

.....

Endüstri Müh. Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Prof.Dr. Orhan TÜRKBEY

.....

Endüstri Müh. Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Prof.Dr. Bilâl TOKLU

.....

Endüstri Müh. Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Prof.Dr. Reşat KASAP

.....

İstatistik Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Prof.Dr.Ümit YÜCEER

.....

Endüstri Müh. Anabilim Dalı, Çankaya Üniversitesi

Tarih: / /2009

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans / Doktora derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Nail ÜNSAL

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Özer ÖZTÜRK

**DETERMİNİSTİK YOKSATMALI / YOKSATMASIZ
ÜRETİM-SİPARİŞ MODELİNE
BULANIK KÜME UYGULAMASI
(Doktora Tezi)**

Özer ÖZTÜRK

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Nisan 2009

ÖZET

Bu çalışmada üç farklı bulanık stok modeli geliştirilmiştir. Birincisi; bulanık üretim modelidir. Bu modelde üretim hızı ve talep hızı Π üyelik fonksiyonuna sahip iki parametre olarak tanımlanmıştır. Bulanık toplam maliyet ağırlık merkezi metoduna göre durulaştırılmış, bulanık optimal üretim miktarı ifade edilmiş ve yeni bir yöntem uygulanmaya çalışılmıştır. İkincisi; bulanık stok maliyetleri ile bulanık yoksatmalı üretim modelidir. Üçüncü ve son oluşturulan bulanık model ise bulanık üretim miktarı ve bulanık yoksatma miktarı ile bulanık yoksatmalı üretim modelidir. Geliştirilen son iki modelde de bulanık optimal sipariş miktarı ve bulanık optimal yoksatma miktarı elde edilmiş ve konuyla ilgili sayısal örneklerle yer verilmiştir. Sonuç olarak; çeşitli bulanık stok modelleri geliştirilerek tezin esas amacı olan bulanık küme teorisinin stok modelleri üzerinde uygulanmasına çalışılmış ve literatüre katkı sağlamak hedeflenmiştir.

Bilim Kodu : 906.1.148
Anahtar Kelimeler : Stok modelleri, bulanık optimal sipariş miktarı, bulanık küme teorisi, bulanık sayılar.
Sayfa Adedi : 112
Tez Yöneticisi : Prof.Dr. Orhan TÜRKBEY

**FUZZY SET APPLICATION TO
DETERMINISTIC PRODUCTION-ORDER MODEL
WITH/ WITHOUT BACKORDER
(Ph.D Thesis)**

Özer ÖZTÜRK

**GAZI UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
April 2009**

ABSTRACT

Three fuzzy inventory models are developed in this study. The first one is a fuzzy production model. In this model, the production rate and the demand rate are defined as parameters that have Π membership functions. The fuzzy total cost is defuzzified via the center of gravity method, the fuzzy optimal production quantity is expressed and a new method is tried to be implemented. The second model is the production model with shortage that uses fuzzy inventory costs. The third and the last model developed is a fuzzy production model with fuzzy shortage quantity and fuzzy inventory costs. For last both models, fuzzy optimal order and shortage quantities are derived and numerical examples are presented. As a result, fuzzy set theory is implemented on inventory problems, that is the main purpose of the thesis, by developing various fuzzy inventory models and so it is also aimed to contribute to the literature.

Science Code : 906.1.148

Key Words : Inventory models, fuzzy optimal order quantity, fuzzy set theory, fuzzy number.

Page Number : 112

Adviser : Prof.Dr. Orhan TÜRKBEY

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren Hocam Prof.Dr. Orhan TÜRKBEY'e, Tez İzleme Komitesi toplantılarındaki katkı ve destekleri için Prof.Dr. Bilâl TOKLU ve Prof.Dr. Reşat KASAP'a, matematik uygulamalarında bana destek olan Yzb. Selim MALTEPELER'e ve manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan eşim Ayşegül ÖZTÜRK ve biricik kızım Defne'ye teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	x
SİMGELER VE KISALTMALAR	xii
1. GİRİŞ	1
2. BULANIK MANTIK VE GELİŞİMİ	5
2.1. Bulanık Mantığın Gelişimi	7
2.2. Üretim ve Stok Planlamada Bulanık Mantık Uygulamaları	8
2.3. Bulanık Küme	11
2.4. Bulanık Alt Küme	13
2.5. Bulanık Küme Kullanımının Gerekleri	14
2.6. Bulanık Kümelerde Temel İşlemler	14
2.6.1. Birleşim	14
2.6.2. Kesişim	15
2.6.3. Tümleme	15
2.6.4. Eşitlik	15
2.6.5. Kapsama	15
2.6.6. Fark işlemi	16
2.6.7. Cebirsel çarpım	16
2.6.8. Cebirsel toplam	16

Sayfa

2.6.9. Sınırlı fark	16
2.6.10. Diğer özellikler	17
2.7. Bulanık Kümelere Ait Diğer Kavramlar	18
2.7.1. Bulanık kümenin normallliği	18
2.7.2. Bulanık kümenin konveksliği	18
2.7.3. Bulanık Kümenin Desteği	19
2.7.4. Bulanık kümenin α – Kesiti	19
2.7.5. Bulanık kümenin kardinali	19
2.7.6. Bulanık kümenin m kuvveti	20
2.7.7. Dışbükeylik	20
2.8. Bulanık Sayılar	20
2.9. Üyelik Fonksiyonu Biçimleri	21
2.10. Özel Bulanık Sayılar	23
2.10.1. L-R Bulanık sayılar	23
2.10.2. Üçgen bulanık sayılar	24
2.10.3. Yamuk bulanık sayılar	25
2.11. Genişleme Prensibi	26
2.12. Bulanık sayılarda işlemler	27
3. STOK MODELLERİNDE BULANIK KÜME UYGULAMALARI	32
3.1. Literatürün Gözden Geçirilmesi	32
3.2. Ağırlıklı Ortalama Metodu	34
3.3. Fonksiyon Prensibi	35

Sayfa

3.3.1. Fonksiyon prensibi ile yamuk bulanık sayılar üzerinde aritmetik işlemler	36
3.4. Lagrange Çarpanları Metodu.....	40
3.5. Bulanık Sistem Yaklaşımı	41
4. YOKSATMASIZ ÜRETİM-SİPARİŞ MODELİ.....	46
4.1. Bulanık Yoksatmasız Üretim-Sipariş Modeli	49
5. YOKSATMALI ÜRETİM-SİPARİŞ MODELİ	57
5.1. Bulanık Hazırlık Maliyeti, Bulanık Elde Bulundurma Maliyeti ve Bulanık Yoksatma Maliyeti ile Bulanık Yoksatmalı Üretim-Sipariş Modeli	62
5.2. Bulanık Üretim Miktarı ve Bulanık Yoksatma Miktarı ile Bulanık Yoksatmalı Üretim-Sipariş Modeli	68
6. SONUÇ	90
7. KAYNAKLAR	93
EKLER.....	97
EK-1. Örnek Problem Çözümleri.....	98
EK-2. Örnek için Geliştirilen Excel Makro Kodu	108
8. ÖZGEÇMİŞ	111

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Sıcaklık değerlerine ait dilsel değişkenlerin bulanık kümedeki gösterimleri	6
Şekil 2.2. Bir konveks ve normal bulanık küme	21
Şekil 2.3. L-R Bulanık sayısı	24
Şekil 2.4. $\tilde{A}$ üçgensel bulanık sayısının grafiği	24
Şekil 2.5. $\tilde{A}$ yamuk bulanık sayısının grafiği	25
Şekil 2.6. İki bulanık sayının toplamı	28
Şekil 3.1. h seviyesinde herhangi bir $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; w_A)_{LR}$ bulanık sayısının ağırlıklı ortalaması	34
Şekil 3.2. Genişleme ve fonksiyon prensiplerine göre iki bulanık sayının toplamı	39
Şekil 3.3. Genişleme ve fonksiyon prensiplerine göre bulanık çarpım işleminin karşılaştırılması	40
Şekil 3.4. Klasik sistem modeli.....	41
Şekil 3.5. Bulanık sistem modeli.....	42
Şekil 3.6. TSK bulanık sistemi	43
Şekil 3.7. Genel bulanık sistem modeli.....	44
Şekil 3.8. Bulanık envanter modeli	45
Şekil 4.1. Yoksatmasız üretim-sipariş modeli	46
Şekil 4.2. II üyelik fonksiyonuna sahip bir bulanık sayının genel özellikler	49
Şekil 4.3. II üyelik fonksiyonuna sahip bulanık talep hızı.....	50
Şekil 4.4. II üyelik fonksiyonuna sahip bulanık üretim hızı	51

Şekil	Sayfa
Şekil 4.5. $\tilde{R}$ bulanık sayısı.....	52
Şekil 4.6. $\tilde{G}$ bulanık sayısı	53
Şekil 4.7. Yıllık bulanık elde bulundurma maliyeti ($\tilde{\delta}$).....	54
Şekil 4.8. Yıllık bulanık sipariş maliyeti.....	55
Şekil 5.1. Yoksatmalı üretim-sipariş modeli.....	57
Şekil 5.2. Bulanık hazırlık maliyeti üyelik grafiği	63
Şekil 5.3. Bulanık elde bulundurma maliyeti üyelik grafiği	63
Şekil 5.4. Bulanık yoksatma maliyeti üyelik grafiği	64

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
b^*	Optimal yok satma miktarı
b^{**}	Bulanık optimal yok satma miktarı
b	Yok satma miktarı
$\tilde{b}$	Bulanık yok satma miktarı
$\tilde{B}$	Yıllık bulanık sipariş maliyeti
C	Birim üretim maliyeti
C_o	Bulanık hazırlık maliyeti
$\tilde{C}_o$	Bulanık hazırlık maliyeti
C_h	Birim elde bulundurma maliyeti
$\tilde{C}_h$	Bulanık birim elde bulundurma maliyeti
D	Günlük talep miktarı
$\tilde{D}$	Günlük bulanık talep miktarı
$\tilde{F}_2$	Bulanık toplam üretim maliyeti
I_{max}	Maksimum stok seviyesi
P	Günlük üretim miktarı
$\tilde{P}$	Günlük bulanık üretim miktarı
T	Periyot uzunluğu
T_1	Talebin stoklardan karşılandığı, üretimin yapıldığı dönem
T_2	Talebin stoklardan karşılandığı, üretimin yapılmadığı dönem
T_3	Talebin stoklardan karşılanamadığı, borca alındığı, üretimin olmadığı dönem

Simgeler**Açıklama** T_4

Borca alınan talebin üretim yapıldıkça karşılandığı, stokun bulunmadığı dönem

 Q^*

Optimal sipariş miktarı

 Q^{**}

Bulanık optimal sipariş miktarı

 Q

Sipariş miktarı

 $\tilde{Q}$

Bulanık sipariş miktarı

 π

Birim yok satma maliyeti

 $\tilde{\pi}$

Bulanık birim yok satma maliyeti

 $\tilde{\delta}$

Yıllık bulanık elde bulundurma maliyeti

Kısaltmalar**Açıklama****BHM**

Bulanık toplam hazırlık maliyeti

BSM

Bulanık toplam stok maliyeti

BYM

Bulanık toplam yoksatma maliyeti

1. GİRİŞ

Çoğu zaman gerçek hayatta kesinmiş gibi düşünülen, gerçekte kesin olarak bilinemeyen belirsizlik içeren durumlarla karşılaşırız. Bu durumlarda fikir yürüterek kesin bir karara varmadan önce birtakım varsayımlarda bulunuruz. Varsayımlara yapılan kabul işlemi bir tür belirsizlik içeren bilgilerin kesinleştirilmesi anlamına gelmektedir ve varsayımların gerçeğe uygunluk derecesine göre yapılan hesapların sonucu gerçeği yansıtmaktadır.

Gerçek dünyada olaylar ve kavramlar karmaşıktır. Bu karmaşıklık, olayların bir çok değişkenden etkilenmesinden ve bu etkilenmenin ne şekilde olduğunun kesin olarak bilinemesinden kaynaklanmaktadır. Kesin bilginin eksik veya yetersiz olması nedeniyle, her türlü karar problemlerinde belirsizlikler bulunmaktadır. Değişik biçimlerde ortaya çıkan karmaşıklık ve belirsizlik gibi tam ve kesin olmayan bilgi kaynaklarına bulanık kaynaklar adı verilir. Zadeh (1965) tarafından gerçek dünya sorunları ne kadar yakından incelenmeye alınırsa, çözümün daha da bulanık hale geleceği ifade edilmiştir.

Bulanıklık, belirsizliğin bir ifadesi olarak ortaya çıkar. Belirsizliklerin işlenmesi ve anlamlı sonuçlara varılabilmesi için değişik teoriler kullanılmıştır. Belirsizlik içeren durumlarda matematik ve mühendislikte; olasılık teorisi istatistik yöntemlerle beraber sıkça kullanılmaktadır. Günlük hayatta karşılaşılan belirsizliklerin çoğu rasgelelikle açıklanamayabilir. Rasgele karakterde olmayan olaylar için olasılık ve istatistik gibi sayısal belirsizlikleri dikkate alan yöntemlerin kullanılması doğru ve yararlı olmayabilir. Belirsizlikleri dikkate alan modellerin daha gerçekçi sonuçlar üreteceği düşünülmektedir.

Bulanık Mantık Teorisi A. Lütü Zadeh tarafından 1965 yılında ortaya konmuş ve yöneylem araştırması, yönetim bilimi, yapay zeka uygulamaları, sanayideki bulanık denetim, uzman sistemler, üretim planlaması, belirsizlik ortamında karar verme, dilsel verilerin değerlendirilmesi, kontrol teorisi ve teknolojisinde uygulanmaya

başlanmıştır. Belirsizlik, faydalı bir bilgi kaynağıdır. Bu tür bilgi kaynaklarının, olayların incelenmesinde bulanık mantık ilkeleri yardımcı olmaktadır.

Stok, en genel anlamda bir üretim ya da dağıtım sürecinin herhangi bir aşamasında, meydana gelen beklenen talebi karşılamak için ilgili malzemeden elde bulundurulacak miktardır. Envanter yönetimi ise üretim için gerekli olan her çeşit malzemenin, gerektiği anda ihtiyaç noktasında bulunmasını sağlamaktır. Bir envanter problemi, ihtiyacın belirlenen amaç doğrultusunda ne zaman ve ne miktarda gerçekleştirilmesi gerektiğinin belirlenmesidir ve buna bağlı olarak envanter politikalarının oluşturulmasıdır. İhtiyacın karşılanmasında belirlenen amaçların en geneli ise envanterden kaynaklanan toplam maliyetin en aza indirilmesidir. Bu genel amaç doğrultusunda çeşitli envanter politikaları oluşturulmuştur. Envanter Sistemlerinin analizi, endüstri mühendisliği ve yöneylem araştırmasının kapsamında öne çıkan konulardan biri olmuştur.

İhtiyacın belirlenen amaç doğrultusunda ne zaman ve ne miktarda gerçekleştirilmesini amaçlayan stok problemlerini çözmek amacıyla bir çok matematiksel model geliştirilmiştir. Stok teorisi altında tanımlanan klasik modeller deterministik ve stokastik modeller olmak üzere ikiye ayrılabilir. Deterministik modeller gerçek hayatta stokastik modellere göre daha az karşılaşılan modeller olmalarına rağmen, yeni teorik yaklaşımların kolaylıkla tanımlanmasına ve analiz edilmesine imkân sağlarlar. Stokastik modeller ise geliştirilen teorik yaklaşımların gerçek hayat problemlerine uygulanması aşamasında ortaya çıkarlar.

Belirli bir amacı gerçekleştirecek optimal sipariş miktarını bulmak amacıyla stok modelleri geliştirilmiştir. Şimdiye kadar geliştirilen klasik stok modellerinde modele etki eden tüm parametreler kesin veya rasgelelikle açıklanabilmekte, çeşitli varsayımlar ve kabullenmelerle sınırlandırılmaktadır. Dolayısıyla, klasik modellerle elde edilen klasik çıktıların gerçek durumdan uzak olabileceği söylenebilir.

Envanter sistemleri tanımlanırken rasgelelikle ifade edilemeyen sistemin içinde insan yargısının kontrolü altında meydana gelen belirsizlikler de mevcuttur. Stok

modellerinde kullanılan talep miktarı, sipariş miktarı, sipariş süresi, elde bulundurma maliyeti, hazırlık maliyeti, sipariş maliyeti ve yoksatma maliyetlerinin belirlenmesinde bu tip belirsizlikler söz konusu olabilir. Bu tip belirsizlikleri modele dahil eden yaklaşımların daha gerçekçi sonuçlar üreteceği değerlendirilebilir. Bu amaca hizmet eden bulanık stok modelleri 2. nesil yaklaşımlardır. Bu tip bulanık stok modellerinde ilgili değişkenler karar vericinin istekleri doğrultusunda, üyelik fonksiyonları ile ifade edilebilmektedir. Bulanık girdiler ile bulanık işlemler sonucu elde edilen bulanık çıktıların gerçek hayata daha yakın olduğu söylenebilir.

Bu amaçlar doğrultusunda, literatürde bulunan daha evvelki çalışmalar incelenmiş bulanık mantık ve küme teorisi ile geliştirilen çalışmalar gözden geçirilmiştir. Deterministik tarzdaki yok satmalı üretim modelleri üzerinde çalışmaların olmadığı, hesap kolaylığı ve pratikliği açısından bütün modellerde kullanılan giriş verilerinin üyelik fonksiyonlarının çoğunun üçgen veya yamuk tarzda üyelik fonksiyonları olduğu, bunların dışındaki üyelik fonksiyonlarının kullanılmadığı veya yetersiz olduğu görülmüştür.

Bu alanlardaki eksikliği tamamlamak ve literatüre katkı sağlamak amacıyla, çalışmada üç farklı bulanık stok modeli geliştirilmiştir. Birincisi; bulanık üretim modelidir. Bu modelde, üretim hızı ve talep hızı II üyelik fonksiyonuna sahip iki parametre olarak tanımlanmış, bulanık toplam maliyet elde edilmiş, denge noktasına göre durulaştırılmış ve bulanık optimal üretim miktarı ifade edilmiştir (Q^{**}). Dolayısıyla, geliştirilen modelde yeni bir yöntem uygulanmıştır. İkincisi; bulanık hazırlık maliyeti, bulanık elde bulundurma maliyeti ve bulanık yoksatma maliyeti ile bulanık yoksatmalı üretim modelidir. Bu modelde bulanık toplam maliyet, bulanık aritmetik işlemler için tavsiye edilen fonksiyon prensibine göre bulanık olarak elde edilmiş ve bulanık toplam maliyet fonksiyonunun durulaştırılması (defuzzification) amacıyla ağırlıklı ortalama metodu kullanılmıştır. Geliştirilen modelin sonunda bulanık optimal sipariş miktarı ve bulanık optimal yoksatma miktarı (b^{**}) elde edilmiştir. Dolayısıyla geliştirilen modelde bilinen bir yöntem yeni bir alana uygulanmıştır. Üçüncü ve son oluşturulan bulanık model ise bulanık üretim miktarı

ve bulanık yoksatma miktarı ile bulanık yoksatmalı üretim modelidir. Oluşturulan bu modelde bulanık toplam maliyet, bir önceki modelle benzer şekilde fonksiyon prensibine göre bulunmuş, bulanık toplam maliyetin durulaştırılması amacıyla ağırlıklı ortalama metodu kullanılmış ve eşitsizlik içeren problemlerin çözümü için Lagrange çarpanları metodu uygulanmıştır. Modelin sonunda bulanık optimal sipariş miktarı ve bulanık optimal yoksatma miktarı elde edilmiş ve çalışmada konuyla ilgili sayısal örnekler yer almıştır. Üçüncü modelde aynı şekilde, bilinen bir yöntem, yeni bir alana uygulanmıştır.

Tezin 2. bölümünde, bulanık mantık kavramı, bulanık mantığın gelişimi, bulanık küme, bulanık sayılar ve bunlar üzerindeki işlemler ile özellikler izah edilmiştir

Tezin 3., 4. ve 5. bölümlerinde yukarıda izah edilen bulanık stok modelleri oluşturulmuş, bu modellerde kullanılan teorik yöntemler; fonksiyon prensibi, Lagrange çarpanları metodu, ağırlıklı ortalama metodu vs. 3. bölümde irdelenmiş, 4. bölümde, yamuk üyelik fonksiyonları yerine normal dağılıma daha yakın ve gerçekçi tipteki üyelik fonksiyonları ile bulanık üretim modeli geliştirilmiş, ayrıca 5nci bölümde hazırlık maliyeti, elde bulundurma maliyeti ve yok satma maliyetlerinin bulanık olması durumunda, bulanık optimal üretim miktarı ile bulanık optimal yok satma miktarının bulunmasını amaçlayan yok satmalı üretim modeli geliştirilmiştir.

Tezin sonuç bölümünde, elde edilen bulguların yorumu yapılarak, kesin parametreler yerine bulanık girdilerle oluşturulan modellerde elde edilen çıktılar, modellerin belirsizlikleri içermeleri nedeniyle, gerçeğe daha yakın oldukları sonucuna ulaşıldığı değerlendirilmiştir.

Sonuç olarak, bu çalışmada çeşitli bulanık stok modelleri geliştirilerek tezin esas amacı olan, bulanık küme teorisinin stok modelleri üzerinde uygulanmasına çalışılmış ve literatüre katkı sağlama hedeflenmiştir.

2. BULANIK MANTIK VE GELİŞİMİ

Bulanıklık, aktivitelerin veya gözlemlerin küme sınırlarının iyi tanımlanmadığı, puslu olduğu durumları ifade etmektedir. Bulanık Mantık, Bulanık Küme Teorisine dayanır. Bulanık Küme Teorisi aslında daha genel bir matematiksel küme yaklaşımı olup nesnelerin belirli üyelik dereceleri ile kümeye dahil olmasını sağlayabilmektedir.

Klasik mantığın dayandığı temel mantık “her önerme doğru veya yanlıştır”. Bu Aristo’dan beri tartışma konusu olmuştur. Aristo “Temel Varsayım” adlı tezinde gelecek şartlara bağlı olarak olayların şüpheli doğruluk durumlarından bahsetmektedir. Bahsettiği gelecek olaylar hakkındaki önermeler aslında ne doğru nede yanlıştır. Fakat iki durumda olması imkân dâhilindedir. Bundan dolayı bu önermelerin doğruluk değerleri belirsiz olup, en azından olaylara bağlıdır. Günümüzde doğruluk değerleri şüpheli olan durumların sadece gelecek olaylar tarafından belirlenmediği anlaşılmıştır. Ayrıca bazı önermelerin doğruluk değerlerinin doğal olarak ölçümlerinin temel sınırlamaları yüzünden belirsiz olduğu bilinmektedir. Bunun sonucunda bulanık mantık ortaya konmuştur. Temel amaç insanların belirsiz ve kesin olmayan bilgiler ışığında tutarlı ve doğru kararlar vermelerini sağlayan düşünme ve karar mekanizmalarının oluşturulmasıdır.

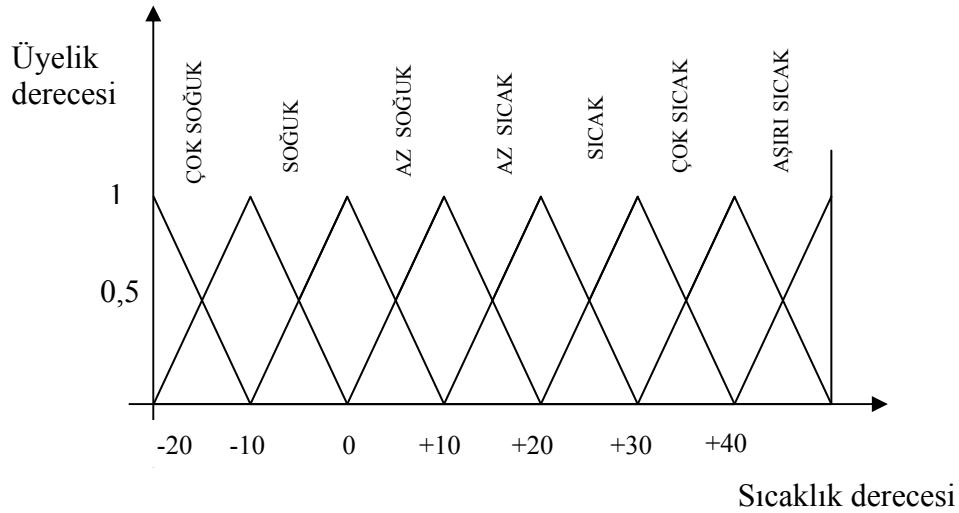
Bulanık mantık, klasik mantıktaki gibi kesin hatlarla birbirinden ayrılmış bölgeler yerine bizim tarafımızdan tanımlanan fonksiyonlarla birbirinin içine geçmiş çok sayıdaki bölgeleri kullanır. Bulanık küme teorisiyle asıl hedeflenen, insan gibi düşünebilen, karar verebilen, inisiyatif kullanabilen, duruma göre seçim yapabilen kontrol sistemleri oluşturmaktır.

Bulanık küme teorisi; kısmi üyeliğe izin veren bir teoridir. Yani bir kümenin üyesi olma ve olmama durumları arasında, kademe kademe geçişe izin verir. Verilen bir elemanın kümede kısmi üyeliğinin başlaması demek aynı zamanda bu elemanın bu kümenin üyesi olmama durumunun da kısmen başlaması demektir. Çünkü Bulanık Küme Teorisi, hem tam üyeliğe hem de hiç üye olmamaya izin verir. İşte bundan

dolayı bulanık küme teorisi, klasik küme teorisinin genelleştirilmiş bir halidir denebilir. Yani tam tersi de “Klasik küme teorisi, Bulanık küme teorisinin özel bir halidir” şeklinde ifade edilebilir.

Klasik mantık sisteminde yalnızca 1 ve 0 değeri bulunmaktadır. Bu da olumlu yada olumsuz şeklinde yorumlanmaktadır. Dolayısıyla belirsiz, kesin olmayan yada karmaşık bir problemin çözümünde bu yöntem yetersiz kalabilmektedir. Bu belirsiz durumları, günlük konuşmalarda kullandığımız terimlerden oluşan dilsel değişkenler ile ifade edebilme durumu ile bir derece ortadan kaldırabilme imkanı oluşmaktadır. Bu dilsel değişkenler ise, 1=sıcak ve 0=soğuk ifadelerini ele aldığımızda ara değişkenleri oluşturan dilsel ifadeler çok sıcak, orta sıcak, biraz sıcak, biraz soğuk, orta soğuk ve soğuk şeklindedir. Bulanık kümeler genellikle üç, beş, yedi üyelik fonksiyonundan oluşturulabilir.

Örnek olarak, aşağıda Şekil 2.1.’de çok soğuk, az soğuk, ılık, az sıcak, sıcak, çok sıcak, aşırı sıcak şeklinde yedi üyelik işlevine sahip bir bulanık sıcaklık kümesi görülmektedir.



Şekil 2.1. Sıcaklık değerlerine ait dilsel değişkenlerin bulanık kümedeki gösterimleri

Burada da görüldüğü gibi, tanımlar tamamıyla insanların söylemlerine göre geliştirilmiştir. Bu tanımlara Dilsel Değişkenler adı verilmektedir. Bunların işlevsel

olarak elde edilmesi ve uygulama aşamasına getirilmeleri büyük ölçüde sistemde daha önce elde edilmiş deneyimlere bağlı olmaktadır. Bulanık küme teorisindeki bulanıklık ile elamanların üyelik derecelerini veren üyelik fonksiyonları geliştirilerek keskin sınırlar ortadan kaldırılmıştır. Böylece üyeler ve üye olmayanlar arasında yumuşak bir geçiş sağlanmıştır.

2.1. Bulanık Mantığın Gelişimi

Bulanık Mantığı ilk ortaya koyan, Kaliforniya Berkeley Üniversitesinden profesör Lütü A. Zadeh'tir. Zadeh belirsizlik mantığını gerçek dünya problemlerine büyük bir hassasiyetle uygulamaya çalışmıştır. Teorik çalışmasını 1947 yılındaki G. Boolean'ın mantık için matematiksel fonksiyonlar çalışmasından faydalanarak tamamlamıştır. Belirli sayılardan belirsiz sayılara geçişte Heisenberg ve Lukasiewicz'in "çok seçenekli mantık" çalışmaları faydalı olmuştur.

Zadeh bulanık mantığı doğal dilin belirsizliğini modellemek için bir araç olarak başlattı. Başlangıçta sadece teorik bir araştırma alanı olarak ortaya çıkmasına rağmen, izleyen yıllarda başta mantık, felsefe, matematik, mühendislik, temel bilimler (fizik, kimya) işletme, olasılık, istatistik olmak üzere özel olarak da yöneylem araştırması, işletme, yapay zeka, kontrol kuramı, uzman sistemler, üretim yönetimi dahil pek çok alanda kullanılmaya başlanmıştır.

ABD'de Kaliforniya'daki Berkeley Üniversitesinde Zadeh, Bulanık Küme Teorisinin devamına ait olan Soft - Computine enstitüsünü kurmuştur. İlk girişim ABD'de atılmasına rağmen bu konuda gelişimi Japonlar sağlamaktadırlar. Japon firmaları tüketim-üretim için bulanık mantığı geniş alanda yerleştirmişlerdir.

Günümüzde Amerika, Japonya, Çin, Batı Avrupa Ülkeleri ve ülkemiz başta olmak üzere çok sayıda ülkede bulanık mantık konusunda araştırmalar yapılmaktadır.

1960'lı yıllardan günümüze Bulanık Mantık çok hızlı bir gelişme göstermiştir. Bu konuya yönelik bulanık mantık, bulanık küme adlarıyla anılan çok sayıda sürekli yayın bulunmaktadır.

Bulanık küme teorisinin yalnız bir teori olarak değerlendirilmesinden ziyade herhangi bir teorisinin bulanıklaştırma işleminin metodolojisi olarak ele alınması gerektiği bilinmektedir. Bulanık mantıkla ilgili uygulamaların çoğunluğu üyelik fonksiyonunun geliştirilmesi ve bulanık kontrol ile ilgilidir. Özellikle, doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde bulanık mantık büyük kolaylıklar göstermektedir.

2.2. Üretim ve Stok Planlamada Bulanık Mantık Uygulamaları

Üretim ve proses plan seçimi: Kacprzyk ve Staniewski (1982), uzun dönemli envanter politikaları için bulunan karar verme hedefleri isimli makalelerinde çıktı olarak bulanık envanter seviyesi, girdi olarak bulanık tamamlama kullanmışlardır. Tekrar tamamlama üzerine talep ve sistem kısıtları da bulanıktır.

Singh ve Mohanty (1991), çok amaçlı makine rotalama problemi için bir bulanık yaklaşım önermiştir. Rota problemi çok amaçlı ağ modeli olarak formüle edilmiştir. Her amaç bulanık üye fonksiyonları ile tanımlanmıştır. Önerilen dinamik programlama çözüm prosedürü, en iyi proses planını gösteren ağ yolunun olduğunu ispat etmişlerdir. İki amaçlı örnekte çözüm olarak parçanın üç makine operasyonuna gereksinim duyduğu varsayılmaktadır. Makine operasyonlarının ikisi, altı düğüm ve sekiz dal içeren ağ modellenmiş alternatif makine merkezlerinde işlenebilir. Her parça için maliyet ve proses zamanı üçgen bulanık sayılar vasıtasıyla gösterilmiştir.

Amaçların belirsiz ve çelişkili olduğu durumlarda üretim planı seçimi problemi bulanık mantık uygulanarak modellenmiştir [Zhang ve Huang, 1994]. Bulanık üyelik fonksiyonları rekabetçi proses planlarının yardımıyla iş performans amaçlarının değerlendirilmesinde kullanılmıştır. Her parça için bulanık tamsayı programlama modeli kullanılarak optimal üretim planı oluşturulmuştur.

Üretim planlama problemlerinin çözümünde olasılık ve hedef programlama yaklaşımları karşılaştırılmıştır [Inuiguchi ve ark., 1994]. Örnek üretim planlama problemi iki üretim prosesi, iki ürün ve dört yapısal kısıttan oluşmaktadır. Problem olasılık programlama, esnek programlama ve hedef programlama kullanılarak çözülmüştür. Çözümler arasındaki karşılaştırmada olasılık çözümünün en iyi olarak karara yansıdığı ve üretim planlama modeldeki belirsizliğin öneminin vurgulandığı görülmüştür.

Bulanık parametrelerin kullanılması ile doğrusal üretim programlama problemlerinden ortaya çıkarılan bütünleşik bulanık oyunlar üzerinde çalışılmıştır [Nishizaki ve Sakawa, 2000].

Envanter planlama: envanter sistemlerindeki belirsizliklerin çoğu, sistemlerin içinde insan yargısının ön planda olmasından dolayı meydana geldiğinden, bu belirsizlikleri rasgelelikle açıklamak her zaman mümkün değildir. Bu tip belirsizlikleri ifade edebilmek için başka bir yaklaşıma ihtiyaç vardır. Belirsizlik içeren değişkenlere üyelik dereceleri atayarak değişkenlerin hangi oranlarla bu değerleri aldığını belirleyerek akıl yürütmeler yapan bir çoklu mantık sistemi olan bulanık mantık bu ihtiyaçtan dolayı envanter kontrol sistemlerinin modellenmesinde 1980'lerden itibaren kullanılmaya başlanmıştır.

Sommer (1981), envanter ve üretim çizelgeleme problemi çözmek için bulanık dinamik programlama kullanmayı önermiştir. Planlanan zaman sonunda stok bulunmamalıdır. Bu durumlar için oluşturulan dilsel değişkenler bulanık tanımlanmış ve “bulanık dinamik programlama optimal envanter ve üretim seviyesini tanımlamak için kullanılmalıdır” sonucuna varılmıştır.

Park (1987), temel ekonomik sipariş miktarı (ESM) modeline bulanık küme teorisini uygulamıştır. Sipariş ve envanter tutma maliyetleri için modelde ikizkenar yamuk bulanık sayılar kullanılmıştır. ESM modelinde bulanık maliyet bilgilerinin skalar hale dönüşümü için mod ve medyan kuralları kullanımı incelenmiş medyan kuralı uygulanarak bulanık ESM modeli çözülmüştür.

Malzeme ihtiyaç planlamasında, parti büyüklüklerinin belirlenmesi için parça miktarı için bulanık küme teorisinin uygulanması üzerinde çalışılmıştır [Lee ve ark., 1990]. Lee ve arkadaşları bulanık küme teorisi yardımıyla oluşturulan bulanık parça dönem dengesi yöntemini geliştirmişler ve taleplerdeki belirsizlik için üçgen bulanık sayılar kullanılmışlardır. Lee ve Yao (1997) daha sonra bulanık talep miktarlarını kullanarak 1990'da geliştirdikleri bulanık parça dönem dengesi algoritmasını Wagner-Whitin ve Silver- Meal algoritmaları ile karşılaştırmışlardır

Çoklu fiyat değişikliği olan birleşik ekonomik parti büyüklüğü problemi bulanık matematik programlama metodu kullanılarak çözülmüştür [Lam ve Wong, 1996].

Roy ve Maitti (1997,1998) yaptıkları çalışmalarında öncelikle temel ekonomik sipariş miktarı modelini bulanık hedefler tanımlayarak modellemişler ve bulanık doğrusal olmayan programlama metodunu kullanarak bu model için bir çözüm üretmişlerdir. Daha sonra basit ekonomik sipariş miktarı modelini hem bulanık geometrik programlama hem de bulanık doğrusal olmayan programlama metotlarını kullanarak çözmüşlerdir. En son çalışmalarında ise çok ürünlü çok amaçlı envanter modelini bulanık doğrusal programlama ve bulanık hedef programlama metotlarını kullanarak çözüm geliştirmişlerdir.

Chen (1996), temel ekonomik sipariş miktarı modelini, envanter maliyetleri ve talebin bulanık olması varsayımıyla modellemiş ve bu model için ekonomik sipariş miktarını hesaplamıştır.

Sabit talepli, sürekli gözden geçirmeli envanter modelinde envanter maliyetleri, bulanık olarak Dubois ve Prade (1987)'in bulanık sayılar için ortalama değer yaklaşımı kullanılarak bir çözüm geliştirilmiştir [Gen ve ark., 1997]. Petrovic ve arkadaşları (1999) bulanık ortamda tedarik zinciri modeli üzerinde çalışmışlardır.

Samanta ve Arami (2000), bulanık mantık uygulamalı bir envanter kontrol modeli sunmuşlardır. Bu modelin temelinde, bulanık mantık, envanter kontrolü için önerilmiştir.

Yao ve arkadaşları (1999, 2000, 2003) yaptıkları çalışmalarda yoksatmalı ve yoksatmasız temel ekonomik sipariş miktarı modellerini çeşitli varsayımlar altında, genişleme prensibine dayanan yaklaşımlar kullanarak bulanık olarak modellemişlerdir.

Tsourveloudis ve arkadaşları (2000), tek veya çok çeşitli parçaların geçtiği üretim hatlarında süreç içi envanter kontrolü için bulanık kontrol önermişlerdir. Öneri üç kontrol modülü olup amaç yüksek makine kullanımını ve akışları yüksek tutarak süreç içi stok miktarını ve çevrim zamanını düşük seviyede tutmaktır

Tütüncü (2001), sürekli gözden geçirmeli envanter sistemlerinin talebin rassal ve maliyetlerin bulanık olduğu durumda, ertelenmiş ve kayıp yoksatmalı envanter modellerini oluşturmuş ve söz konusu sistemler için en iyi sipariş ve tekrar sipariş miktarını hesaplamıştır.

Stok kontrol sistemleri tedarik zinciri sisteminin alt sistemlerinden biri olan malzeme akış sistemlerinin bir parçasıdır. Türkşen, Zarandi ve Saghiri (2002), tedarik zincirinde bütün faaliyetlerin ve ilişkilerin belirsizlik içermeleri nedeniyle model geliştirmede bulanık küme teorisinin kullanılmasının uygun olduğunu belirtmişler ve çalışmalarında tedarik zinciri modelini bulanık bakış açısıyla incelemişlerdir.

Li ve arkadaşları (2002), yaptıkları çalışmada tek dönemli envanter sistemleri için iki bulanık envanter modeli geliştirmişlerdir. Birinci model, talebin rastsal ve maliyetlerin bulanık olduğu durum için geliştirilmiştir. Geliştirdikleri ikinci model de ise talebi bulanık maliyetleri sabit almışlardır.

Literatürde bulunan daha evvelki çalışmalar incelendiğinde deterministik tarzdaki yok satmalı üretim modelleri üzerinde çalışmaların olmadığı, hesap kolaylığı ve pratikliği açısından hemen hemen bütün modellerde kullanılan giriş verilerinin üyelik fonksiyonlarının çoğunun üçgen veya yamuk tarzda üyelik fonksiyonları olduğu, bunların dışındaki üyelik fonksiyonlarının kullanılmadığı veya yetersiz olduğu görülmüştür. Bu alanlardaki eksikliği tamamlamak ve literatüre katkı sağlamak

amacıyla çalışmada üç farklı bulanık stok modeli geliştirilmiştir. Bu modeller tezin 3. ve 4. bölümde sunulmuştur.

2.3. Bulanık Küme

Bulanık mantık temelleri, Aristo Mantığına dayanan ikili mantık sistemine karşı geliştirilen ve günlük hayatta karşılaşılan değişkenlere üyelik dereceleri atayarak olayların hangi oranlarla gerçekleştiğini belirlemeye çalışan bir çoklu mantık sistemidir. Bulanık mantık sisteminde, bulanık kümeler kullanılarak akıl yürütmeler yapılır. “Bulanıklık” kavramı ilk kez 1962 yılında Zadeh tarafından atılmıştır. 1965 yılında ise Zadeh konu ile ilgili ilk çalışma olan “Bulanık Kümeler” makalesini yayınlamıştır. Bulanık küme teorisi, bulanık mantık sistemine dayalı olarak, insan yargısının ön planda olduğu, karmaşık gerçek hayat problemlerini basitleştirmek ve daha etkin ve esnek sonuçlar elde etmek için geliştirilmiştir. Bulanık küme teorisi, bir karar vericinin bilinen kısıtlar altında en iyi kararı vermesine yardımcı olmakla birlikte, karar vericinin istekleri doğrultusunda insan faktörünü de göz önüne alarak yeni alternatifler içeren modeller üretmeyi mümkün kılar. Modellerdeki belirsizlikleri sözel değişkenlerle ifade etme durumu olduğunda, kullanılan değişkenlerin matematiksel olarak ifade edilmesine de olanak sağlamaktadır.

Bulanık küme teorisi yöneylem araştırması, yönetim bilimleri, kontrol teorisi, istatistik ve envanter kontrolü gibi bir çok alanda uygulanmaktadır. Bu bölümde bulanık kümelerle ilgili temel terminoloji ve tanımlara, Bulanık kümeler üzerindeki işlemlere ve bu kümelerin türevlerine, bulanık sayılara ve bunlar üzerindeki işlemlere yer verilecektir.

Üyeleri kesin olarak belirli olmayan ama aday üyelerin bu kümeye ait olma derecelerinin bilindiği kümeye “Bulanık Küme” denir. X bir evrensel küme olsun. x ise bu evrensel kümenin bir elemanı olsun. Bu durumda $X = \{x\}$ ’tir. Evrensel küme X ’ in bir bulanık alt kümesi olan $\tilde{A}$, X ’ deki her bir elemanı birbirine

bağlayan $[0,1]$ aralığında bir reel sayı olan üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}(x)$ yardımıyla tanımlanabilir [Chen ve Hwang, 1992].

$\tilde{A}$ bulanık kümesi aşağıdaki şekilde tanımlanır [Evans ve ark., 1989].

$$\tilde{A} = \{ \{x, \mu_{\tilde{A}}(x)\} \mid x \in X \} \quad (2.1)$$

Bu tanımlardan şu temel bilgi ortaya çıkmaktadır: bulanık küme kuramı esas olarak klasik küme kuramının genelleştirilmiş bir şeklidir. Daha açık olarak bulanık küme kuramındaki tanımlar, teoremler ve ispatlar bulanık olmayan kümeler için de doğrudur. Dolayısıyla X 'deki bir $\tilde{A}$ bulanık kümesi $\tilde{A} = \{ \{x, \mu_{\tilde{A}}(x)\} \mid x \in X \}$ sıralı ikililerin bir kümesidir.

$\mu_{\tilde{A}}(x)$, $[0,1]$ aralığında reel bir sayıdır. $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 'in değeri 1'e yaklaştıkça x 'in $\tilde{A}$ bulanık kümesindeki üyeliği artar. Her öğenin bir kümeye üyeliği bulanıklık derecesi ile belirlenir. Bulanıklık derecesi kişilere göre öznel veya bir tanımlama işlevi olarak verilir. Ölçme kuramı belirtilerine dayanarak sübjektif verilerin bulanıklık derecesinin ölçü niteliği belirlenebilir.

Bulanık kümenin her elemanı, bu küme içerisinde bir üyelik derecesine sahiptir ve bulanık $\tilde{A}$ kümesinin işlev haritası 0 ile 1 arasındaki gerçek sayılardan oluşur. Üyelik fonksiyonu, E evrensel kümesine ait bir x öğesinin $\tilde{A}$ altkümesine ait olma derecesini veren bir fonksiyondur.

Görüldüğü gibi kesin kümeler ile bulanık kümeler arasındaki en önemli farklılık, üyelik fonksiyonlarının aldığı değerlerden kaynaklanmaktadır. Kesin bir kümenin üyeleri kesin olarak bilinirken, bulanık bir kümenin üyesi olmaya aday öğeler ve bu öğelerin üyelik dereceleri de kesin olarak bilinmektedir. Bazı kaynaklarda “üyelik fonksiyonu” deyimini yerine “karakteristik fonksiyon” deyimini kullanılmaktadır. Üyelik

fonksiyonu şekilleri denetlenen sürecin özelliklerine göre üçgen, çan, yamuk, vs. şeklinde olabilmektedir.

2.4. Bulanık Alt Küme

X bir evrensel küme olsun. Bir $\tilde{A} \subset X$ kümesini ele alalım, $\mu : X \rightarrow [0,1]$ şeklinde bir dönüşüm olmak üzere;

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 1; & x \in \tilde{A} \\ 0; & x \notin \tilde{A} \end{cases}$$

olarak tanımlansın. Bu dönüşüme $\tilde{A}$ 'nın karakteristik ya da üyelik fonksiyonu denir. Bu durumda $\mu_{\tilde{A}}(x)$, x 'in $\tilde{A}$ 'daki üyelik derecesini verir. Herhangi bir $\tilde{A}$ kümesinden $[0,1]$ aralığına tanımlanan her bir dönüşüme $\tilde{A}$ 'nın bir Bulanık Alt Kümesi denir [Zadeh, 1965].

2.5. Bulanık Küme Kullanımının Gerekleri

1. Sistemin kesin bir matematiksel modelinin elde edilmesi gerekmemesi.
2. Sistemlerin doğrusal olmaması, eldeki bilgilerin eksik olması veya sistemin çok karışık olması gibi nedenlerden dolayı matematiksel modelin elde edilememesi veya elde edilse bile çok karmaşık olması nedeniyle klasik yöntemlerin uygulanmasından kaçınılması.
3. Eksik veri ile çalışan sistemlerin bir uzmana bağımlı olması.
4. Sistem çıkışında düzgün ve yavaş bir değişim istenmektedir, ani ve kesin değişimlerin olmasının istenmemesi.
5. Esnek olması ve değişen koşullar altında minimum değişikliklerle çalışabilmesi.
6. Sonuçlar klasik kontrol yöntemleri ile elde edilene göre daha doğru olması ya da daha kolay veya doğrudan elde edilebilmesi,
7. Bulanık çıkarsama donanımları ve bulanık kontrollerin geliştirilmesi ile kontrol algoritmalarının geliştirme süresinin ve maliyetlerinin azalması.

8. Daha az kodlama ve daha az hafıza gereksiniminden dolayı donanım maliyetlerinin düşmesi.

2.6. Bulanık Kümelerde Temel İşlemler

2.6.1. Birleşim

Bulanık kümede üyelik fonksiyon tanımlı olduğundan $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerin birleşimi $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ dir. Birleşimin üyelik fonksiyonu da;

$$\mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \vee \mu_{\tilde{B}}(x) = \max\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\} \quad (2.2)$$

şeklinde tanımlanır.

2.6.2. Kesişim

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ bulanık kümelerin kesişimi $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ 'dir. Kesişimin üyelik fonksiyonu da;

$$\mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) = \min\{\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x)\} \quad (2.3)$$

şeklinde tanımlanır.

2.6.3. Tümleme

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ kümeleri X evrensel kümesinde tanımlı bulanık kümeler olmak üzere

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in X \quad (2.4)$$

ise ve $\tilde{B}$ bulanık kümesi $\tilde{A}$ bulanık kümesinin tümlenyenidir.

2.6.4. Eşitlik

A ve B kümeleri X evrensel kümesinde tanımlı bulanık kümeler olmak üzere

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in X \quad (2.5)$$

ise $\tilde{B}$ bulanık kümesi $\tilde{A}$ bulanık kümesine eşittir.

2.6.5. Kapsama

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ kümeleri X evrensel kümesinde tanımlı bulanık kümeler olmak üzere

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in X \quad (2.6)$$

İse $\tilde{B}$ bulanık kümesi $\tilde{A}$ bulanık kümesini kapsar.

2.6.6. Fark işlemi

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (\tilde{A} / \tilde{B}) = (\tilde{A} \cap \overline{\tilde{B}}) \quad (2.7)$$

$$\tilde{B} - \tilde{A} = (\tilde{B} / \tilde{A}) = (\tilde{B} \cap \overline{\tilde{A}}) \quad (2.8)$$

2.6.7. Cebirsel çarpım

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ kümeleri X evrensel kümesinde tanımlı bulanık kümeler olmak üzere $\tilde{A} \square \tilde{B}$ ile gösterilen çarpım kümesinin üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{A} \otimes \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in X \quad (2.9)$$

dir.

2.6.8. Cebirsel toplam

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ kümeleri X evrensel kümesinde tanımlı bulanık kümeler olmak üzere $\tilde{A} \sqcup \tilde{B}$ ile gösterilen toplam kümesinin üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{A} \sqcup \tilde{B}}(x) = \mu_{\tilde{A}}(x) + \mu_{\tilde{B}}(x) - \mu_{\tilde{A}}(x) \cdot \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in X \quad (2.10)$$

dir.

2.6.9. Sınırlı fark

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ kümeleri X evrensel kümesinde tanımlı bulanık kümeler olmak üzere $\tilde{A} \sqcap \tilde{B}$ ile gösterilen fark kümesinin üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{A} \sqcap \tilde{B}^c}(x) = \text{Enk}(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}^c}(x)) \quad \forall x \in X \quad (2.11)$$

dir. Burada $\tilde{B}^c$, $\tilde{B}$ bulanık kümesinin tümleyenidir. [Lai ve Hwang 1992].

2.6.10. Diğer özellikler

X evreninin bulanık alt kümeleri $\tilde{A}$, $\tilde{B}$ ve $\tilde{C}$ olmak üzere yani ($\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C} \subset X$);

$$\left. \begin{aligned} \tilde{A} \cup \tilde{B} &= \tilde{B} \cup \tilde{A} \\ \tilde{A} \cap \tilde{B} &= \tilde{B} \cap \tilde{A} \end{aligned} \right\} \quad \text{Değişme (Change)} \quad (2.12)$$

$$\left. \begin{aligned} (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cup \tilde{C} &= \tilde{A} \cup (\tilde{B} \cup \tilde{C}) \\ (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cap \tilde{C} &= \tilde{A} \cap (\tilde{B} \cap \tilde{C}) \end{aligned} \right\} \quad \text{Birleşme (Associativity)} \quad (2.13)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{A} \cup \tilde{A} &= \tilde{A} \\ \tilde{A} \cap \tilde{A} &= \tilde{A} \end{aligned} \right\} \quad \text{Denk güçlülük (Idempotency)} \quad (2.14)$$

$$\left. \begin{aligned} \tilde{A} \cup (\tilde{B} \cap \tilde{C}) &= (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cap (\tilde{A} \cup \tilde{C}) \\ \tilde{A} \cap (\tilde{B} \cup \tilde{C}) &= (\tilde{A} \cap \tilde{B}) \cup (\tilde{A} \cap \tilde{C}) \end{aligned} \right\} \quad \text{Dağılma (Distributivity)} \quad (2.15)$$

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{A} \cup X = X \quad \tilde{A} \cap X = \tilde{A} \\ \tilde{A} \cup \emptyset = \emptyset \quad \tilde{A} \cap \emptyset = \emptyset \end{array} \right\} \quad \text{Birim eleman (Identity)} \quad (2.16)$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} \\ \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} \end{array} \right\} \quad \text{De Morgan kuralı} \quad (2.17)$$

$$\overline{\overline{A}} = \tilde{A} \quad \text{Çift değilleme kuralı (Involution)} \quad (2.18)$$

$$\tilde{A} \subseteq \tilde{B} \subseteq \tilde{C} \text{ ise } \tilde{A} \subseteq \tilde{C} \quad \text{Geçişlilik (Transitivity)} \quad (2.19)$$

$$\tilde{A} \subseteq \tilde{B} \text{ ise } \tilde{A} \cup \tilde{C} \subseteq \tilde{B} \cup \tilde{C} \quad \text{Monotonluk (Monotonicity)} \quad (2.20)$$

$A \cup \overline{A} \neq X$ Kesin kümeler için eşit olan bu özellikler bulanık kümeler için $\tilde{A} \cup \overline{A} \neq \emptyset$ bu şekildedir.

2.7. Bulanık Kümelere Ait Diğer Kavramlar

Bir bulanık kümede kesin kümelerde bulunmayan bazı kavramlar vardır. Bunlar; bulanık kümenin normalliği, konveksliği, desteği, α -kesiti, kardinalitesi ve m.inci kuvvetidir.

2.7.1. Bulanık kümenin normalliği

Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin normal olabilmesi için en az bir x değerinin 1 olması gerekir. Yani $\mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ ise normaldir veya $\mu_{\tilde{A}}(x)$ 'in en büyük değeri (yüksekliği) 1'e eşitse $\tilde{A}$ bir normal bulanık kümedir. Şayet yüksekliği 1'den küçük ise bu bulanık küme normal olmayan küme adını alır [Kaufmann ve Gupta, 1991].

2.7.2. Bulanık kümenin konveksliği

$\tilde{A}$ bulanık kümesinin konveks olması için gerek ve yeter koşul; $\forall x_1, x_2 \in X$ ve $\forall \lambda \in [0,1]$,

$$\mu_{\tilde{A}}[\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2] \geq \min[\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)] \quad (2.21)$$

olmasıdır [Kaufmann ve Gupta, 1991].

Şekil üzerinde herhangi iki nokta birleştirildiğinde doğrunun her hangi bir elamanı bulanık kümenin üyesi değilse o bulanık küme konveks değildir [Mansur, 1995].

2.7.3. Bulanık kümenin desteği

X 'deki $\mu_{\tilde{A}}(x) > 0$ noktalarının oluşturduğu kümeye $\tilde{A}$ bulanık kümesinin desteği denir. X ' in kesin bir alt kümesi olan bu küme,

$$\text{Supp}(\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\} \quad (2.22)$$

ile gösterilir. $\mu_{\tilde{A}}(x) = 0.5$ değerine sahip x elemanları $\tilde{A}$ bulanık kümesinin köprü noktalarıdır. $\tilde{A}$ 'nın yüksekliği ise, $\tilde{A}$ 'nın üyeliği en üst olan noktasını tanımlar.

2.7.4. Bulanık kümenin α – kesiti

$\tilde{A}$ bulanık kümesinin α - kesiti $\tilde{A}$ 'ya ait elemanların (en az α derecesine kadar olanların) bir sıralı kümesidir. Buna göre, $\tilde{A}$ bulanık kümesinin α - kesiti;

$$A_{\alpha} = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha\} \quad (2.23)$$

şeklinde tanımlanır, α - kesiti, bir bulanık kümenin desteğinin daha genelleştirilmiş bir şeklidir, $\alpha = 0$ için $\tilde{A}_\alpha = \text{Supp}(\tilde{A})$ 'dır.

2.7.5. Bulanık kümenin kardinali

Bir $\tilde{A}$ bulanık kümesinin kardinali, $\tilde{A}$ 'nın özelliklerine sahip X 'deki elemanların miktarını göstermekte olup;

$$\text{Kardinalite } X \text{ sonlu ise; } |\tilde{A}| = \sum_x \mu_{\tilde{A}}(x), x \in X \quad (2.24)$$

$$X \text{ sonsuz ise; } |\tilde{A}| = \int_x \mu_{\tilde{A}}(x), x \in X \quad (2.25)$$

şeklinde tanımlanır [Chen ve Hwang, 1992]. $\tilde{A}$ 'nın bağıl kardinalitesi ise, $\tilde{A}$ 'da ağırlıkları üyelik dereceleri ile verilen $\tilde{A}$ 'ya ait X 'deki elemanların oranı olarak ifade edilebilir ve

$$|\tilde{A}| = \frac{|\tilde{A}|}{|X|} \text{ şeklinde tanımlanır [Chen ve Hwang, 1992].} \quad (2.26)$$

2.7.6. Bulanık kümenin m. kuvveti

Bulanık kümelerin m. kuvveti L.A. Zadeh tarafından aşağıdaki gibi tanımlanmıştır;

$$\mu_{\tilde{A}}^m = [\mu_{\tilde{A}}]^m \quad (2.27)$$

2.7.7. Dışbükeylik

$\tilde{A}$ bulanık kümesi için

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \text{Enk}\{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\} \quad (2.28)$$

ise $\tilde{A}$ bulanık kümesi dışbükey bulanık kümedir [Lai ve Hwang 1992].

2.8. Bulanık Sayılar

Bulanık sayılar bulanık kümelerin özel bir formudur ve gerçek sayıların uzayında tanımlanmış olan bulanık kümelerdir.

Bir bulanık sayı aşağıdaki şartları sağladığında R 'de tanımlı bir bulanık kümedir;

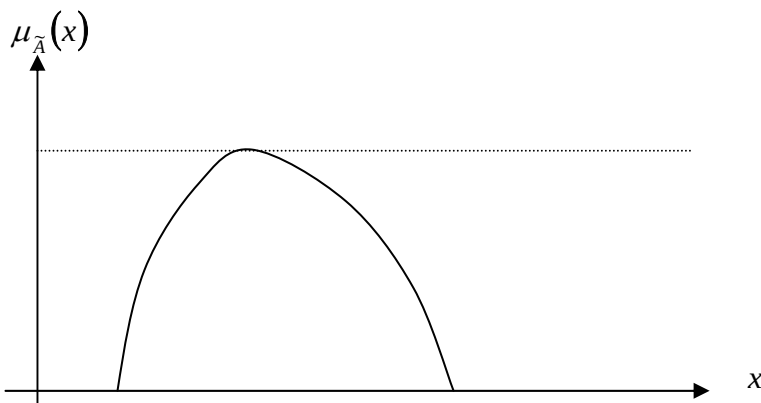
i) $\tilde{A}$ bulanık alt kümesi, $\forall x \in R$ için, $\bigvee_n \mu_{\tilde{A}}(x) = 1$ ise, yani $\mu_{\tilde{A}}(x)$ in en büyük değeri (yüksekliği) 1'e eşitse normal bulanık alt kümedir.

ii) $\forall x_1, x_2 \in R$ ve $\forall \lambda \in [0,1]$ için,

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)) \quad (2.29)$$

ise $\tilde{A} \subset R$ bulanık alt kümesi konvektir. Ayrıca $\tilde{A}$ 'nın bütün kesitleri de konvektir [Pedrycz, 1989].

Başka bir ifadeyle R 'deki bir bulanık sayı, R 'de yüksekliği 1 olan (normal) ve konveks olan bir bulanık alt kümedir. Bir bulanık sayı, güven aralığının bir genelleştirilmesi olarak göz önünde bulundurulabilir. Fakat bu hiçbir zaman bir Rassal değişken değildir. Rassal değişken olasılık teorisinde tanımlı bir kavram olup objektiftir. Bulanık sayı ise sübjektiftir [Kaufmann ve Gupta, 1991]. Ayrıca güven aralığı kavramı yerine "tahmin seviyesi" kavramı kullanılabilir. Şekil 2.2.'de bir konveks ve normal bulanık küme gösterilmektedir.



Şekil 2.2. Bir konveks ve normal bulanık küme

2.9. Üyelik Fonksiyonu Biçimleri

Üyelik fonksiyonları, aşağıda verilen dört ana grupta ele alınabilir [Lai, Hwang, 1992].

1. Deneysel karar vermeye dayalı üyelik fonksiyonları:
 - a) Zadeh'in unimodel fonksiyonları
 - b) Dimitru ve Luban'ın kuvvet fonksiyonları
 - c) Svarowski'nin sin fonksiyonu
2. Güvenilirlik kavramına dayalı üyelik fonksiyonları :
 - a) Zimmermann'ın doğrusal fonksiyonu
 - b) Tanaka, Uejima ve Asai'nin simetrik üçgensel fonksiyonu
 - c) Hannan' ın parçalı doğrusal fonksiyonu
 - d) Leberling'in hiperbolik fonksiyonu
 - e) Sakawa ve Yumine'nin üstel ve ters hiperbolik fonksiyonları
 - f) Dimitru ve Luban'ın fonksiyonu
 - g) Dubois ve Prade' in L-R bulanık sayısı
3. Teorik isteğe dayalı üyelik fonksiyonları:
 - a) Civanlar ve Trussel'in fonksiyonu
 - b) Savarovski'nin fonksiyonu
4. Kişilere özgü kavramlar için bir model oluşturan üyelik fonksiyonları
 - a) Hersh ve Caramaza'nın fonksiyonu

- b) Zimmermann ve Zysno'nun fonksiyonu
- c) Dombi'nin fonksiyonu

Üyelik fonksiyonları, tercihe dayalı üyelik fonksiyonları ve olanak dağılımları olmak üzere iki gruba ayrılabilir. Tercihe dayalı bir üyelik fonksiyonu, tercih bilgisini karar vericiden alarak oluşturabilir. Diğer yandan olasılık dağılımının bazı yönlerden aynısı olan olanak dağılımı, olayların olası ortaya çıkışları düşünülerek oluşturulabilir. Üyelik fonksiyonlarını oluşturmada kullanılan iki yaklaşım mevcuttur: şekilsel anlamsal yaklaşım. Yarar kuramındaki yaklaşımlara benzeyen şekilsel yaklaşım, matematiksel yapı üzerinde odaklanmıştır. Anlamsal yaklaşım ise, uzman yaklaşım üzerinde odaklanmıştır [Lai, Hwang, 1992].

Tercihe dayalı üyelik fonksiyonları ve olanak dağılımlarını oluşturmak için geliştirilmiş birçok yaklaşım mevcuttur. Uzaklık yaklaşımı, doğru değerlendirilmiş yaklaşım ve hesap yaklaşımı bu yaklaşımlardan sadece birkaçıdır.

2.10. Özel Bulanık Sayılar

Birçok durumda bulanık sayılarda uzanım-genişleme prensibinin kullanılması sıradan bir işlem olacaktır. Bu nedenle bu konu üzerinde çalışan kişiler tarafından bazı özel bulanık sayılar tanımlanmıştır. Dubois ve Prade'nin, L-R bulanık sayıları ile, yine ilk defa Dubois ve Prade'nin kullandığı fakat daha sonraları Kaufmann ve Gupta'nın geliştirdiği üçgen ve yamuk bulanık sayılardan aşağıda bahsedilmiştir.

2.10.1. L-R Bulanık sayıları

Ancak ve ancak aşağıdaki koşulları sağlayan bir bulanık sayı L (sol taraf) veya R (sağ taraf) bulanık sayısı olarak tanımlanabilir [Pedrycz, 1989];

- i) $L(x) = L(-x)$
- ii) $L(0) = 1$
- iii) L , $[0, +\infty)$ aralığında artar.

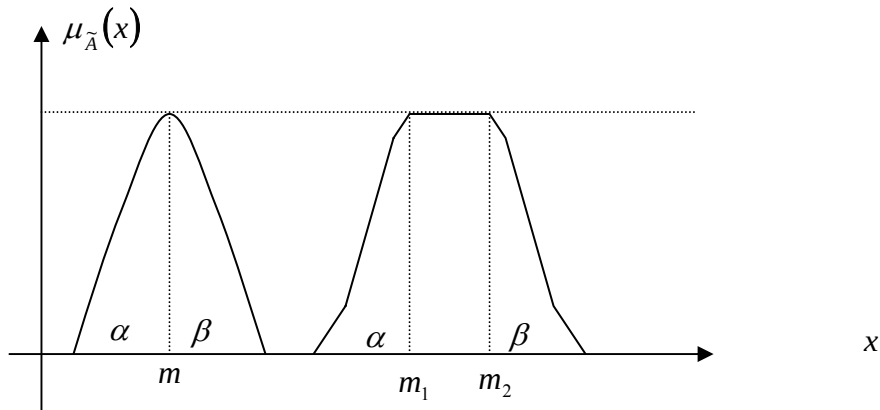
L-R tipindeki bir $\tilde{A}$ bulanık sayısı için üyelik fonksiyonu;

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right), & x \leq m, \alpha > 0 \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right), & x > m, \beta > 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

şeklinde tanımlanır [Chen ve Hwang, 1992]. Burada m , $\tilde{A}$ bulanık sayısının ortasıdır. α ve β ise sırasıyla sol ve sağ yayılmalarıdır.

$\tilde{A} = \beta = 0$ olduğunda $\tilde{A}$, bir m kesin sayısı olarak düşünülmelidir. $\tilde{A}$ bulanık sayısı $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)$ şeklinde gösterilir ve Şekil 2.3.'deki gibi çizilebilir.

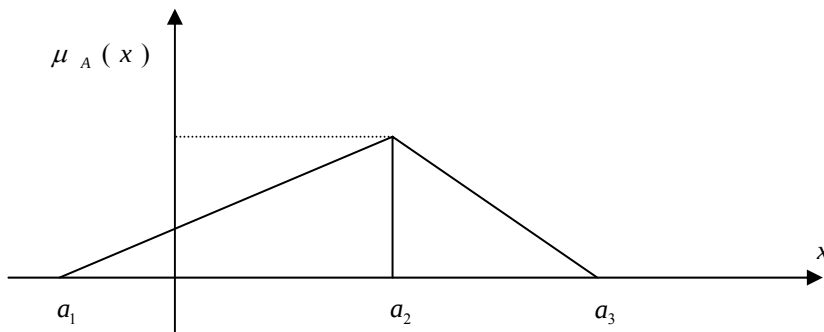
Eğer tepe noktası tek değilse bu durumda L-R bulanık sayısı $\tilde{A}$, $\tilde{A} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)$ şeklinde gösterilir. Bu durumda Şekil 2.3.'de görülebilir.



Şekil 2.3. L-R Bulanık sayısı

2.10.2. Üçgen bulanık sayılar

Üyelik fonksiyonunun grafiği Şekil2.4.'teki gibi olan $\tilde{A} = \{a_1, a_2, a_3, w\}$ sayısına üçgensel bulanık sayı denir, w , $\tilde{A}$ bulanık kümesinin yüksekliğini gösterir.



Şekil 2.4. $\tilde{A}$ üçgensel bulanık sayısının grafiği

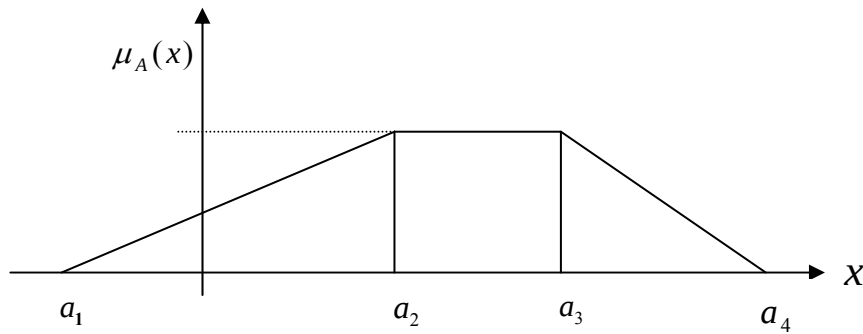
Üçgensel bulanık sayılar için üyelik fonksiyonu [Lai ve Hwang 1992];

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{w(x - a_1)}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{w(a_3 - x)}{a_3 - a_2}, & a_2 < x \leq a_3 \\ 0, & x > a_3 \end{cases} \quad (2.31)$$

2.10.3. Yamuk bulanık sayılar

Üyelik fonksiyonunun grafiği Şekil 2.5.'deki gibi olan $\tilde{A} = \{a_1, a_2, a_3, a_4; w\}$ sayıya yamuk bulanık sayı denir.

Hata!



Şekil 2.5. $\tilde{A}$ yamuk bulanık sayısının grafiği

Yamuk bulanık sayılar için üyelik fonksiyonu [Lai ve Hwang 1992];

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_1 \\ \frac{w(x - a_1)}{a_2 - a_1}, & a_1 \leq x \leq a_2 \\ w & a_2 < x \leq a_3 \\ \frac{w(a_3 - x)}{a_3 - a_2}, & a_3 < x \leq a_4 \\ 0, & x > a_4 \end{cases} \quad (2.32)$$

biçimindedir

2.11. Genişleme Prensibi

Matematikte, fen bilimlerinde ve mühendislikte kullanılan modelleme tekniklerinin vazgeçilmez bir parçası olan fonksiyonlar, bulanık verilerin söz konusu olduğu durumlarda genişleme prensibi kullanılarak bulanıklaştırılırlar. Bulanık kümeler için genişleme prensibi Zadeh tarafından tanımlanmış [Zadeh, 1975] ve daha sonra Yagger (1986) tarafından genişletilip düzenlenmiştir. Genişleme prensibi yardımıyla bulanık sayılar üzerindeki işlemler de tanımlanabilmektedir.

Bulanık küme teorisinin temel kavramlarından biri, bulanık olmayan matematiksel kavramların bulanık durumlara bir genel genişlemesi olarak verilen, genişleme kuralıdır [Kandel, 1986]. Bu kural bir ilişki tanımına göre X 'deki noktalardan X 'in bir bulanık alt kümesine genişletilmesine olanak veren temel bir özdeşliktir.

X kümesi, $X_1, X_2, \dots, X_n$ klasik kümelerinin kartezyen çarpımı ve $\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n$ kümeleri sırasıyla $X_1, X_2, \dots, X_n$ kümelerinin bulanık alt kümeleri olmak üzere $\tilde{A}_i$ 'lerin kartezyen çarpımı,

$$\tilde{A}_1 \times \tilde{A}_2 \times \dots \times \tilde{A}_n = \int \min[\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n)] / (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.33)$$

dir. Burada integral işareti minimum fonksiyonunun $X_1, X_2, \dots, X_n$ klasik kümelerinin kartezyen çarpımı üzerinde tanımlı olduğunu göstermektedir. $x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n$ olmak üzere X kümesi ile Y kümesi arasında $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ bağıntısı olsun. Genişleme prensibi, f bağıntısı ile $\tilde{A}_i$ bulanık kümelerinden Y kümesi üzerinde bir $\tilde{A}$ bulanık alt kümesi üretir. Elde edilen $\tilde{B}$ bulanık kümesinin üyelik fonksiyonu

$$\mu_{\tilde{B}}(y) = \begin{cases} \sup_{y \in f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \min(\mu_{\tilde{A}_1}(x_1), \dots, \mu_{\tilde{A}_n}(x_n)) & f^{-1}(y) \neq \emptyset \\ 0 & f^{-1}(y) = \emptyset \end{cases} \quad (2.34)$$

dir. Burada $f^{-1}(y)$, Y kümesinin ters görüntü kümesinin elemanıdır [Klir ve Yuan 1995].

2.12. Bulanık sayılarda işlemler

Aşağıda bulanık sayıların genişleme prensibine göre toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri izah edilmiştir.

Bulanık sayılarda toplama

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ iki bulanık sayı, A_α ve B_α ise $\alpha \in [0,1]$ tahmin seviyesi için $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ nin güven aralıkları olsun. Bu durumda,

$$A_\alpha (+) B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] (+) [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} + b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} + b_2^{(\alpha)}] \quad (2.35)$$

şeklinde yazılabilir. Eğer $A, B \subset R$ α seviyesinde güven aralığı için A_α ve B_α kümeleri şu şekilde tanımlanır:

$$A_\alpha = \{x | \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (2.36)$$

$$B_\alpha = \{x | \mu_B(x) \geq \alpha\} \quad (2.37)$$

Bulanık sayıların toplamını bir başka şekilde tanımlamakta mümkündür: $A, B, \subset R$,
 $\forall x, y, z \in R$ için,

$$\mu_{A(+)B}(z) = \max_{z=x+y} \{ \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) \} \quad (2.38)$$

Ayrıca (,

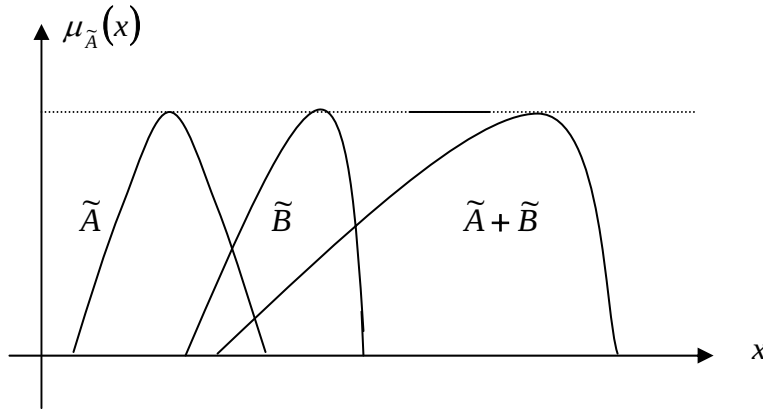
$$\tilde{A} = \bigcup_{\alpha} \alpha . A_{\alpha} = \bigcup_{\alpha} \alpha . [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] \quad (2.39)$$

$$\tilde{B} = \bigcup_{\alpha} \alpha . B_{\alpha} = \bigcup_{\alpha} \alpha . [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] \quad (2.40)$$

eşitliklerini yazabiliriz. Şimdi Eş.2.38'e geri döner ve her α seviyesi için yeniden yazacak olursak;

$$\forall x, y, z \in R \text{ için } \forall \mu_{\tilde{A}_{\alpha}(+) \tilde{B}_{\alpha}}(z) = \max_{z=x+y} \{ \mu_{\tilde{A}_{\alpha}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}_{\alpha}}(y) \} \quad (2.41)$$

eşitliği ortaya çıkacaktır. Şekil 2.6.'da iki bulanık sayının toplamı gösterilmiştir.



Şekil 2.6. İki bulanık sayının toplamı

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$, R reel sayılar kümesinde iki bulanık sayı olmak üzere, $\tilde{A} (+) \tilde{B}$ toplamı da bir bulanık sayıdır. Bulanık sayılarda toplama işleminin değişme ve birleşme özelliği vardır. Toplama işlemi R ' de olduğu gibi Z , R^+ ve N kümelerinde de tanımlıdır.

Bulanık sayılarda çıkarma

Reel sayıların her $x, y, z \in R$ için;

$$\mu_{A(-)B}(z) = \bigvee_{z=x-y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \quad (2.42)$$

iki bulanık kümenin farkı bu şekilde tanımlanır ya da ;

$$A_{\alpha}(-)B_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}](-)[b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} - b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} - b_2^{(\alpha)}] \quad (2.43)$$

olarak tanımlanabilir.

Çıkarma işlemi bilindiği gibi toplama işleminin tersi olduğundan $\tilde{A}(-)\tilde{B}$ işlemini $\tilde{A}(+)(-\tilde{B})$ şeklinde de düşünebiliriz. Bu durumda,

$$B_{\alpha}^{-} = [-b_2^{(\alpha)}, -b_1^{(\alpha)}] \quad (2.44)$$

$$\text{ve } \mu_{-B}(x) = \mu_B(-x) \quad (2.45)$$

şeklinde olacaktır. Buradan,

$$\mu_{A(+)(-B)}(z) = \max_{z=x+(-y)} \{\mu_A(x) \wedge \mu_B(-y)\} = \max_{z=x+y} \{\mu_A(x) \wedge \mu_{-B}(y)\} \quad (2.46)$$

şeklinde toplama işlemine dönüştürülebilir.

Çıkarma işlemi değişme ve birleşme özelliklerine sahip değildir. R reel sayılar kümesinde olduğu gibi Z tamsayılar kümesinde de tanımlıdır. R⁻ negatif gerçekte sayılar ve N doğal sayılar kümelerinde ise tanımlı değildir. Çünkü bu kümelerde işlemin sonucu, negatif üyelik değeri üretebilmektedir [Kaufmann ve Gupta, 1991].

Bulanık sayılarda çarpma

Bulanık sayılarda çarpma işlemi; R^+ pozitif reel sayılar ve N doğal sayılarda tanımlıdır. R^+ pozitif reel sayılarda $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ gibi iki bulanık sayıyı ele alacak olursak, α güven aralığı için $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ 'nin çarpımı;

$$A_{\alpha}(\cdot)B_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}](\cdot)[b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} \cdot b_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} \cdot b_2^{(\alpha)}] \text{ şeklinde tanımlanır.}$$

Çarpma işlemi için diğer bir tanım;

$$\text{her } x, y, z \in R^+ \text{ için; } \mu_{A(\cdot)B}(z) = \max_{z=x \cdot y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \quad (2.47)$$

Bulanık sayılarda çarpma işleminin değişme ve birleşme özellikleri vardır. Ayrıca iki bulanık sayının çarpımı yine bir bulanık sayıdır. Fakat iki üçgen bulanık sayının çarpımı üçgen olmayan bir bulanık sayıdır.

Bulanık sayılarda bölme

Bulanık sayılarda bölme işlemi, R^+ pozitif reel sayılarda tanımlı olup iki bulanık sayının bölümü şu şekilde tanımlanır:

$$\forall \alpha \in [0,1] \text{ ve } b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)} > 0 \text{ için,}$$

$$A_{\alpha}(\cdot)B_{\alpha} = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}](\cdot)[b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}] \quad (2.48)$$

veya her $x, y, z \in R^+$ için;

$$\mu_{A(\cdot)B}(z) = \max_{z=x / y} (\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)) \text{ dir.} \quad (2.49)$$

Bölme işlemi, çarpma işleminin ters işlemi olarak düşünebileceğinden, B_{α} 'nın tersi ;

$\forall \quad \alpha \in [0,1]$ ve $b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)} > 0$ için,

$$B_{\alpha}^{-1} = [1/b_2^{(\alpha)}, 1/b_1^{(\alpha)}] \quad (2.50)$$

yazılabilir. Yani bölme işleminin aslında $A_{\alpha}(\cdot) B_{\alpha}^{-1}$ şeklinde olduğu düşünülebilir. Bulanık sayılarda bölme işleminin değişme ve birleşme özellikleri yoktur. İki üçgen bulanık sayının bölümü üçgen olmayan bir bulanık sayıdır.

Bulanık kümelerin kullanıldığı modellerde birçok değişken bulanık sayılarla ifade edilir. Bulanık sayılarla yapılan hesaplamalar söz konusu olduğunda işlemlerin nasıl gerçekleşeceği bulanık küme teorisi içinde oldukça önemli bir yere sahiptir. Bulanık sayılarla yapılan işlemlerle ilgili birçok farklı görüş ve yaklaşım bulunmaktadır. Bu çalışmada kullanılacak bulanık yamuk sayılar için fonksiyon prensibine dayalı işlemler ayrıca 3. bölümde izah edilmiştir.

3. STOK MODELLERİNDE BULANIK KÜME UYGULAMALARI

3.1. Literatürün Gözden Geçirilmesi

Klasik karar teorisine göre modele etki eden bütün parametreler belirlidir ya da belirsiz olanlar olasılık teorisi kullanılarak belirli hale getirilebilir. Modern karar teorisine göre ise belirsizlik hayatın her alanında mevcuttur. 1950'lerin başlarından itibaren envanter sistemlerindeki belirsizlikler olasılık teorisi kullanılarak modellenmişlerdir. Ancak envanter sistemlerindeki tüm belirsizlikler rastsallık ile açıklanamayabilir. Envanter kontrol sistemleri içinde insan yargısının kontrolü altında oluşan, rastsallıkla açıklanamayan bir takım belirsizlikler de mevcuttur. Belirsizlik yok edilemez, dolayısıyla ortamın tüm belirsizliklerinin dikkate alan modellerin gerçeği daha iyi yansıttığı düşünülmektedir.

Envanter kontrol sistemleri modellenirken envanteri tutulacak malın pazarından, üretimine kadar birçok alanda belirsizliklerle karşı karşıya kalınmaktadır. Geleneksel yaklaşıma göre bu belirsizlikleri ortadan kaldırmak için olasılık teorisinden faydalanılır. Bu yaklaşımla bir çok envanter kontrol sistemi geliştirilmiş ve modellenmiştir.

Klasik stok modellerinin pratikte kullanılmasının bir takım sakıncaları mevcuttur. Bunlar;

- ✓ Karar verici isteklerinin tam olarak ifade edilememesi,
- ✓ Belirsizlik içeren parametreler ile ilgili varsayımların yapılması,
- ✓ Bağımlı değişkenlerin bulunduğu modellerde karmaşık yapıların oluşması,
- ✓ Sözel ifadelere sahip değişkenlerin model kurulurken göz önünde bulundurulmaması, vs.

Bu sakıncaları ortadan kaldırmak, klasik stok modellerindeki belirsizlikleri modele daha iyi yansıtabilmek amacıyla son zamanlarda stok modellerinde bulanık küme teorisi kullanılarak bulanık stok modelleri kurulmuş ve geliştirilmiştir. Kacprzyk ve

Staniewski (1982), envanter problemlerinde bulanık küme teorisini önermişlerdir. İlk defa bulanık küme teorisinden faydalanılarak depolama maliyeti bulanık depolama maliyeti olarak ifade edilmiş ve genişleme prensibi kullanılarak bulanık ekonomik sipariş miktarı bulunmuştur [Park, 1987]. Chen (1996) fonksiyon prensibini kullanarak yok satmalı temel ekonomik sipariş modelini sunmuştur. Aynı zamanda ikinci fonksiyon prensibi de sunulmuştur [Chen, 1985].

Chen ve Hsieh (1999), ayrıca yamuk bulanık sayılarla temel ekonomik sipariş modellerini oluşturmuşlardır. Yao ve Lee (1996) genişleme prensibiyle yoksatmalı temel ekonomik sipariş modeli üzerinde çalışmışlardır. Petrovich ve Sweeney (1994), bulanık ortamda tedarik zinciri modeli üzerinde çalışmışlardır. Chiang ve Hsu (2002) bulanık talep altında tek dönemli stok modelini sunmuşlardır. Dutta ve arkadaşları (2005), belirsizlik içeren tek dönemli stok modelini geliştirmişlerdir. Li ve Zhang (2006) yoksatmalı bulanık temel ekonomik sipariş modeli üzerinde çalışmışlardır.

Tezin 5. bölümünde hazırlık maliyeti, elde bulundurma maliyeti ve yok satma maliyeti bulanık yamuk sayılar olarak ele alınmış, bulanık yok satmalı üretim modeli kurulmuş ve bulanık ekonomik sipariş miktarı ile bulanık ekonomik yok satma miktarı elde edilmiştir. Bu bölümde geliştirilen modellerde bulanık sayılarla yapılan işlemler için kullanılan Chen'in fonksiyon prensibi [Chen, 1985] ve ayrıca bulanık toplam maliyet fonksiyonunun durulaştırılması amacıyla kullanılan Chen ve Hsieh'in (1999) ağırlıklı ortalama metodu aşağıda izah edilmiştir.

Ayrıca üretim miktarı ile yok satma miktarlarının da bulanık olması durumlarında bulanık optimal üretim miktarı (Q^{**}) ile optimal yok satma miktarlarının (b^{**}) elde edilmesi amacıyla kullanılan Lagrange çarpanları yöntemi [Taha, 1997] aşağıda özetlenmiştir.

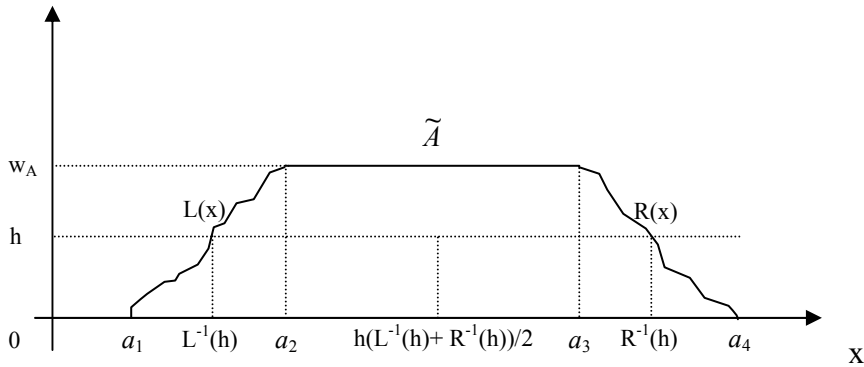
3.2. Ağırlıklı Ortalama Metodu

Chen ve Hsieh (1999) bulanık sayıları durulaştırmak amacıyla h seviyesinde integral değerleri almaya dayanan ağırlıklı ortalama metodunu geliştirmişlerdir.

$\tilde{A}$ Şekil 3.1.'de gösterilen genel bir bulanık sayı olsun. Reel sayılar kümesi R 'de tanımlıdır. Üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{A}}$ ise aşağıdaki durumları karşılamaktadır:

1. $\mu_{\tilde{A}}$ Reel sayılar kümesinde $[0-1]$ aralığındadır.
2. $\mu_{\tilde{A}} = 0$, $-\infty < x \leq a_1$,
3. $\mu_{\tilde{A}} = L(x)$, $[a_1-a_2]$ aralığında artmaktadır,
4. $\mu_{\tilde{A}} = w_A$, $a_2 \leq x \leq a_3$,
5. $\mu_{\tilde{A}} = R(x)$, $[a_3-a_4]$ aralığında azalmaktadır,
6. $\mu_{\tilde{A}} = 0$, $a_4 \leq x < \infty$ ve $0 < w_A \leq 1$, a_1, a_2, a_3 ve a_4 reel sayılardır.

Yamuk bulanık sayılar genel olarak şöyle de ifade edilebilir: $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; w_A)_{LR}$. Yamuk bulanık sayılarda üyelik derecesinin üst değeri $w_A=1$ olduğu zaman yamuk sayı daha basit olarak $\tilde{A}=(a_1, a_2, a_3, a_4)_{LR}$ gösterilebilir.



Şekil 3.1. h seviyesinde herhangi bir $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; w_A)_{LR}$ bulanık sayısının ağırlıklı ortalaması

Şekil 3.1'de L ve R fonksiyonlarının tersi L^{-1} , R^{-1} olarak, ayrıca h seviyesinde herhangi bir $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4; w_A)_{LR}$ bulanık sayının ağırlıklı ortalamasının $h(L^{-1}(h) + R^{-1}(h))/2$ olduğu gösterilmektedir.

$^1(h) + R^{-1}(h))/2$ olduğu gösterilmektedir. Böylelikle w_A seviyesinde $\tilde{A}$ yamuk sayısının ağırlıklı ortalaması aşağıdaki gibi olacaktır.

$$P(\tilde{A}) = \int_0^{w_A} h \left(\frac{L^{-1}(h) + R^{-1}(h)}{2} \right) dh \Bigg/ \int_0^{w_A} h dh \quad (3.1)$$

$0 < h \leq w_A$ ve $0 < w_A \leq 1$.

$\tilde{B}$ yamuk bir bulanık sayı olsun ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ olarak gösterilsin. Böylelikle, Eş. 3.1 yardımıyla, $\tilde{B}$ yamuk sayısının ağırlıklı ortalaması aşağıdaki gibi olacaktır.

$$P(\tilde{D}) = \int_0^1 h \left(\frac{b_1 + b_4 + (b_2 - b_1 - b_4 + b_3)h}{2} \right) dh \Bigg/ \int_0^1 h dh \quad (3.2)$$

3.3. Fonksiyon Prensibi

Bulanık sayılar üzerinde yapılan işlemlerde genişleme prensibi kullanıldığında fonksiyonun çeşidine göre farklılıklar yaşanması, karşılaşılan hesaplama zorlukları ve işlemler sonunda elde edilen bulanık sayıların türünün başta kullanılan bulanık sayılardan farklı olması gibi sıkıntıların varlığı bulanık sayılarla işlemler için farklı bir prensibin geliştirilmesine ihtiyaç doğurmuştur. Chen (1985) bulanık sayılar için fonksiyon prensibini tanımlamış, bu prensibi çeşitli üçgen ve yamuk bulanık sayılara uygulamış ve sonlu bulanık sayılar üzerindeki işlemler için fonksiyon prensibinin genişleme prensibinden daha kullanışlı olduğunu göstermiştir.

Tanım 3.1.: n boyutlu gerçekte sayılar uzayı R^n ile tek boyutlu gerçekte sayılar doğrusu R arasında g gibi bir bağıntı olsun. Buna karşılık olarak, n -boyutlu bulanık sayılar ile tek boyutlu bulanık sayılar doğrusu arasında da f_g gibi bir bağıntı tanımlansın. c_i, a_i, b_i, d_i, i bulanık sayısının parametreleri ve w_i yüksekliği olmak üzere $\tilde{A}_i = (c_i, a_i, b_i, d_i; w_i), i = 1, 2, 3, \dots, n$ yamuk aileden alınmış n -boyutlu bulanık sayılar olsun. R de tanımlı B yamuk bulanık sayısı g fonksiyonu ile $\tilde{A}_i$ bulanık sayılarından

$$f_g(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2, \dots, \tilde{A}_n) = \tilde{B} = (c, s, t, d; w)$$

olarak elde edilir. Verilen eşitlikte c, s, t ve d ile üyelik fonksiyonunun α -kesme parametreleri, w ile de bu bulanık sayının yüksekliği verilmektedir. B yamuk bulanık sayısının yüksekliği $\tilde{A}_i$ lerin içinde yüksekliği en küçük olanın yüksekliğine eşittir. Belirlenen yükseklik kullanılarak $\tilde{B}$ yamuk bulanık sayısının parametreleri

$$\begin{aligned} w &= \min \{w_1, w_2, \dots, w_n\}, \\ s_i &= \min \{x / f_{A_i}(x) \geq w\}, \\ t_i &= \max \{x / f_{A_i}(x) \geq w\}, \\ T &= \{g(x_1, x_2, \dots, x_n) / x_i = c_i \text{ veya } d_i, \quad i = 1, 2, \dots, n\}, \\ T_1 &= \{g(x_1, x_2, \dots, x_n) / x_i = s_i \text{ veya } t_i, \quad i = 1, 2, \dots, n\}, \\ c &= \min T, \\ s &= \min T_1, \\ t &= \max T_1, \\ d &= \max T, \end{aligned}$$

şeklinde ve $\min T \leq \min T_1$ ve $\max T_1 \leq \max T$ koşulunu sağlar [Chen, 1985].

3.3.1. Fonksiyon prensibi ile yamuk bulanık sayılar üzerinde aritmetik işlemler

Bu kesimde, fonksiyon prensibine dayalı olarak yamuk bulanık sayılar üzerinde tanımlanan toplam, fark, çarpım ve bölüm gibi temel işlemlerle ilgili tanımlara yer verilmiştir [Chen, 1985].

Toplama

$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ yamuk bulanık sayılar, $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(y)$ bu bulanık sayıların üyelik fonksiyonları olmak üzere $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ yamuk bulanık sayılarının toplamı olan $\tilde{C}$ bulanık sayısının üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{C}}(z)$, $z \in R$ ve $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ pozitif gerçekte sayılar olmak üzere,

$$\mu_c(z) = \begin{cases} 0, & z < a_1 + b_1 \\ \frac{z - (a_1 + b_1)}{(a_2 + b_2) - (a_1 + b_1)}, & a_1 + b_1 \leq z \leq a_2 + b_2 \\ 1 & a_2 + b_2 < z \leq a_3 + b_3 \\ \frac{(a_4 + b_4) - z}{(a_4 + b_4) - (a_3 + b_3)}, & a_3 + b_3 < z \leq a_4 + b_4 \\ 0, & z > a_4 + b_4 \end{cases} \quad (3.3)$$

biçimindedir. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ yamuk bulanık sayıların toplamı genişleme ve fonksiyon prensibine göre aynı üyelik fonksiyonuna sahiptir.

$\tilde{C} = \tilde{A} + \tilde{B}$, $c_1 = a_1 + b_1$, $c_2 = a_2 + b_2$, $c_3 = a_3 + b_3$ ve $c_4 = a_4 + b_4$ olmak üzere $\tilde{C} = (c_1, c_2, c_3, c_4)$ yamuk bulanık sayıdır.

Çıkarma

$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ yamuk bulanık sayılar, $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(y)$ bu bulanık sayıların üyelik fonksiyonları olmak üzere $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ yamuk bulanık sayılarının farkı olan $\tilde{C}$ bulanık sayısının üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{C}}(z)$, $z \in R$ ve $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$\mu_c(z) = \begin{cases} 0, & z < a_1 - b_4 \\ \frac{z - (a_1 - b_4)}{(a_2 - a_3) - (a_1 - b_4)}, & a_1 - b_4 \leq z \leq a_2 - b_3 \\ 1 & a_2 - b_2 < z \leq a_3 - b_3 \\ \frac{(a_4 - b_1) - z}{(a_4 - b_1) - (a_3 - b_2)}, & a_3 - b_2 < z \leq a_4 - b_1 \\ 0, & z > a_4 - b_1 \end{cases} \quad (3.4)$$

biçimindedir.

$\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ yamuk bulanık sayıların farkı genişleme ve fonksiyon prensibine göre aynı üyelik fonksiyonuna sahiptir. $\tilde{C} = \tilde{A} - \tilde{B}$, $c_1 = a_1 - b_1$, $c_2 = a_2 - b_2$, $c_3 = a_3 - b_3$ ve $c_4 = a_4 - b_4$ olmak üzere $\tilde{C} = (c_1, c_2, c_3, c_4)$ yamuk bulanık sayıdır.

Çarpma

$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ yamuk bulanık sayılar, $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(y)$ bu bulanık sayıların üyelik fonksiyonları olmak üzere $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ yamuk bulanık sayılarının çarpımı olan $\tilde{C}$ bulanık sayısının üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{C}}(z)$, $z \in R$ ve $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ pozitif gerçekte sayılar olmak üzere,

$$\mu_{\tilde{C}}(z) = \begin{cases} 0, & z < a_1 b_1 \\ \frac{z - (a_1 b_1)}{(a_2 b_2) - (a_1 b_1)}, & a_1 b_1 \leq z \leq a_2 b_2 \\ 1 & a_2 b_2 < z \leq a_3 b_3 \\ \frac{(a_4 b_4) - z}{(a_4 b_4) - (a_3 b_3)}, & a_3 b_3 < z \leq a_4 b_4 \\ 0, & z > a_4 b_4 \end{cases} \quad (3.5)$$

biçimindedir. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ yamuk bulanık sayıların çarpımı $\tilde{C} = \tilde{A} \times \tilde{B}$, $c_1 = a_1 b_1$, $c_2 = a_2 b_2$, $c_3 = a_3 b_3$ ve $c_4 = a_4 b_4$ olmak üzere $\tilde{C} = (c_1, c_2, c_3, c_4)$ yamuk bulanık sayıdır.

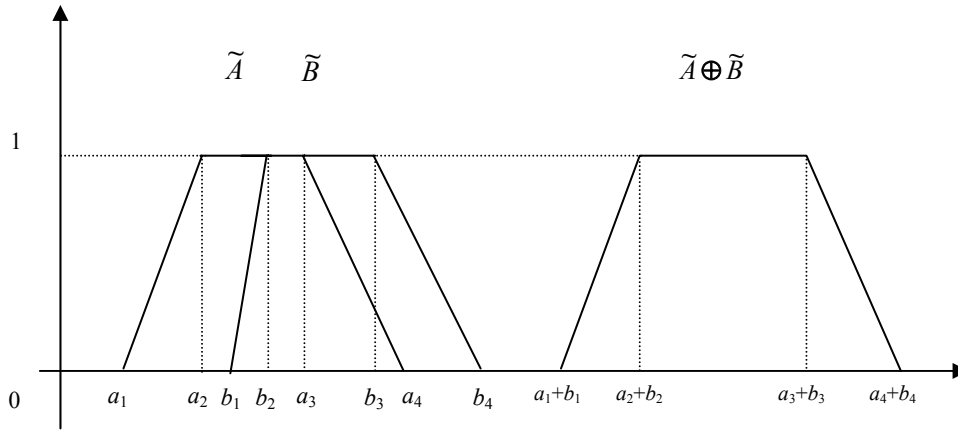
Bölme

$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ ve $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ yamuk bulanık sayılar, $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ve $\mu_{\tilde{B}}(y)$ bu bulanık sayıların üyelik fonksiyonları olmak üzere $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ yamuk bulanık sayılarının bölümü olan $\tilde{C}$ bulanık sayısının üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{C}}(z)$, $z \in R$ ve $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ pozitif gerçekte sayılar olmak üzere,

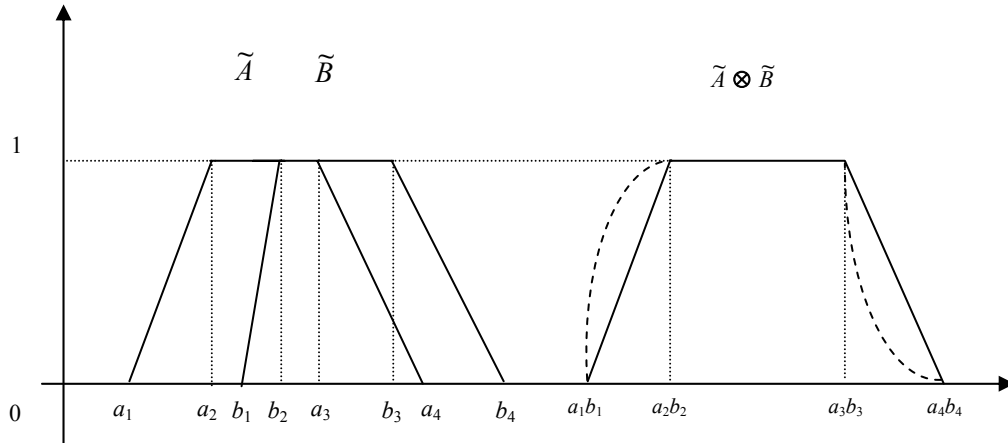
$$\mu_t(z) = \begin{cases} 0 & z < a_1/b_4 \\ \frac{z - (a_1/b_4)}{(a_2/b_3) - (a_1/b_4)}, & a_1/b_4 \leq z \leq a_2/b_3 \\ 1 & a_2/b_3 < z \leq a_3/b_2 \\ \frac{(a_4/b_1) - z}{(a_4/b_1) - (a_3/b_2)}, & a_3/b_2 < z \leq a_4/b_1 \\ 0 & z > a_4/b_1 \end{cases} \quad (3.6)$$

biçimindedir. $\tilde{A}$ ve $\tilde{B}$ yamuk bulanık sayılarının bölümünün üyelik fonksiyonu, fonksiyon prensibine göre yamuk ailedendir. $\tilde{C} = \tilde{A}/\tilde{B}$, $c_1 = a_1/b_4$, $c_2 = a_2/b_3$, $c_3 = a_3/b_2$ ve $c_4 = a_4/b_1$ olmak üzere $\tilde{C} = (c_1, c_2, c_3, c_4)$ yamuk bulanık sayıdır [Chen, 1985].

Genişleme ve fonksiyon prensiplerine göre iki yamuk sayının toplamı ve çarpımları aşağıda Şekil 3.2. ve Şekil 3.3.'de gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Genişleme ve fonksiyon prensiplerine göre iki bulanık sayının toplamı



Şekil 3.3. Genişleme ve fonksiyon prensiplerine göre bulanık çarpım işleminin karşılaştırılması (Genişleme prensibine göre bulanık çarpım işlemi kesikli çizgi ile gösterilmiştir.)

3.4. Lagrange Çarpanları Metodu

Lagrange çarpanları metodu ile eşitlik kısıtları içeren doğrusal olmayan modellerin nasıl çözülebileceği gösterilmiştir [Taha, 1997]. Lagrange algoritması genel hatları ile optimal çözümün bağlayıcı kısıt yada kısıtlar üzerinde olacağı gerçeğine dayanmaktadır.

Model aşağıda verildiği gibi olsun;

$$\begin{aligned} \text{Min } y &= f(x) \\ g_i(x) &\geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

Lagrange algoritması aşağıdaki adımlardan oluşmaktadır;

Adım 1. Problemi kısıtsız olarak çözünüz.

$$\text{Min } y = f(x)$$

Eğer sonuç bütün kısıtları karşılıyorsa optimaldir. Bütün kısıtlar bağlayıcı olmayan kısıttır. Karşılıyorsa $k = 1$ olarak oluşturunuz ve Adım 2'ye gidiniz.

Adım 2. k kısıtını Lagrange çarpanlarını kullanarak eşitlik haline getiriniz. Bu kısıta/kısıtlara göre problemi çözünüz. Bulunan çözüm diğer bütün kısıtları da karşılıyorsa problemin optimal çözümü bulunmuştur. Aksi takdirde diğer k adet kısıtı aktif hale getirin ve problemi çözünüz. Bu adımı optimal çözüm bulunana kadar tekrar ediniz. Bütün aktif kısıtlara göre problem çözülmesine rağmen halen geçerli bir optimal çözüm bulunamıyorsa Adım 3'e gidiniz.

Adım 3. Eğer $k = m$, ise durunuz. Problemin geçerli bir çözümü yoktur. Aksi takdirde $k = k+1$ olarak oluşturun ve Adım 2'ye gidiniz.

3.5. Bulanık Sistem Yaklaşımı

Belirsizlikleri irdelemek ve hesaplamalara dahil etmek ya da sözel bilgilerin sayısal hale getirilerek bilgisayarlar veya algoritmalar tarafından algılanması için bulanık sistemlere gerek olduğu düşünülmektedir. Şimdiye kadar bilinen klasik sistem yaklaşımı Şekil 3.4.'de gösterildiği gibidir.



Şekil 3.4. Klasik sistem modeli

Bulanık sistem modelinin klasik sistem modelinden farkı sistem davranışı kısmının ikiye ayrılarak Şekil 3.5.'te gösterildiği gibi kendi aralarında bağlantılı dört elemanın olmasıdır [Şen, 2001].



Şekil 3.5. Bulanık sistem modeli

Bu birimlerin özellikleri şöyledir.

1. *Bulanık Girdi Birimi:* İncelenecek girdi değişkenlerini ve bunlar hakkındaki tüm bilgileri içerir. Sistemin giriş verilerini oluşturur. Bulanık giriş verileri üyelik fonksiyonları ile tanımlanır.
2. *Bulanık Kural Tabanı Birimi:* Veri tabanındaki girişleri çıkış değişkenlerine bağlayan mantıksal *eğer ise* türünde yazılabilen bütün kuralların tümünü içerir. Bu kuralların yazılmasında sadece girdi verileri ile çıktılar arasında olabilecek tüm bağlantılar düşünülür. Böylece, her bir girdi uzayının bir parçasını çıktı uzayına mantıksal olarak bağlar. İşte bu bağlamların tümü kural tabanını oluşturur.
3. *Bulanık Çıkarım Motoru Birimi:* Bulanık kural tabanında giriş ve çıkış bulanık kümeleri arasında kurulmuş olan ilişkilerin hepsini bir araya toplayarak sistemin bir çıkışlı davranmasını temin eden işlemler topluluğunu içeren bir mekanizmadır. Bu motor, her bir kuralın çıkarımlarını bir araya toplayarak tüm sistemin girdiler altında nasıl bir çıktı vereceğinin belirlenmesini sağlar.
4. *Bulanık Çıktı Birimi:* Bilgi ve bulanık kural tabanlarının, bulanık çıkarım motoru vasıtası ile etkileşimi sonunda elde edilen çıktı değerlerinin topluluğunu belirtir.

Girdi ve çıktıların bulanık değerler olduğu genel bir bulanık sistem Şekil 3.6.'da görülmektedir. Bulanık sistemde, her birim tamamen bulanık kümelerden oluşmaktadır. Temel bulanık sistemin en önemli mahzuru, sayısal olan veri tabanının

böyle bir genel bulanık sisteme girememesi ve çıktıların sayısal olmaması, dolayısı ile mühendislik tasarımlarında doğrudan kullanılamamasıdır [Şen, 2001].

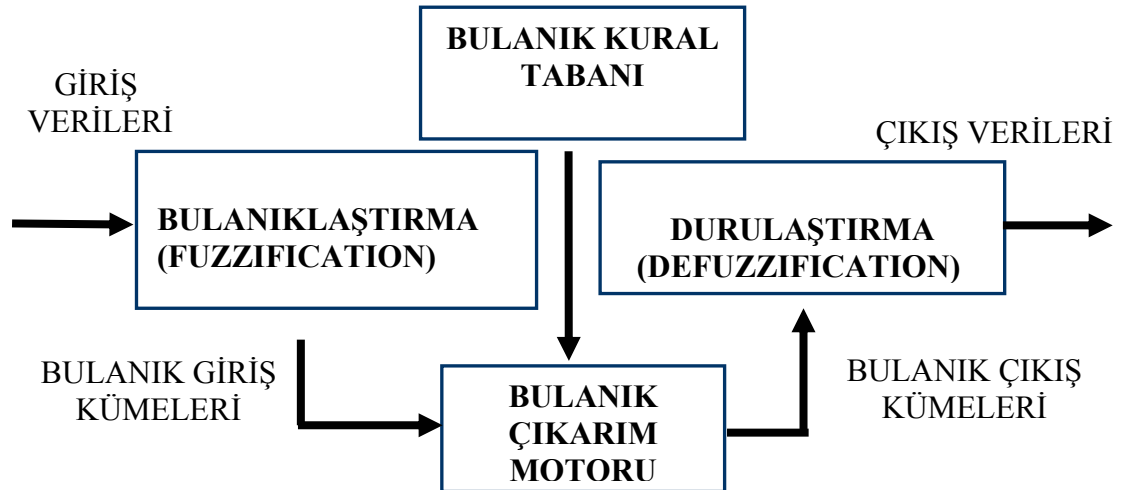
Genel bulanık sistemin mahzurlarını bir dereceye kadar ortadan kaldırmak amacıyla Takagi, Sugeno ve Kank tarafından Takagi-Sugeno-Kank (TSK) bulanık sistemi geliştirilmiştir. Burada veri tabanındaki girdiler birer sayı, bulanık kural ve çıkarım motorunun çalışması sonunda elde edilen çıktılar ise girdilerin bir fonksiyonu şeklindedir. Yani kural tabanındaki ön kısımların değişkenleri olduğu gibi, *ise* kelimesinden sonraki son kısmına bu değişkenlerin birer doğrusal fonksiyonu olarak yansıtıldığı düşünülmüştür. Bütün kuralların son kısımları sanki çok terimli bir doğrusal denklemden ibarettir. Böyle bir yapıya sahip olan bulanık sistemde son kısımlar bulanık küme şeklinde olmadıklarından Bulanık Çıkarım Motoru birimi yerine, her bir kuralın öncül kısmından hesaplanan üyelik dereceleri ağırlıklı olmak üzere ağırlıklı çıkarım hesaplaması birimi Şekil 3.6.'da gösterildiği gibi gelir [Şen, 2001].



Şekil 3.6. TSK bulanık sistemi

Böyle bir bulanık sistemde çıktı uzayı girdilerin fonksiyonu olarak, her bir alt uzayda geçerli bir kural olmak üzere temsil edilmiştir. TSK yaklaşımı ile çıktı yüzeyinin doğrusal olmaması halinde bile, bu yüzeyin alt uzaylar üzerinde girdi değişkenleri

cinsinden düzlem parçaları şeklinde modellendiği anlaşılr. Ancak, TSK bulanık sisteminin mahzurları arasında ise kısmından sonra matematik bir ilişki bulunduğundan kuralların son kısımlarının insan tarafından verilecek sözel bilgileri modelleyememesi ve giriş-çıkış değişkenleri arasında yazılması mümkün olan tüm kuralların son kısımlarının bulanık olmaması dolayısı ile yazılamamasıdır. İşte bu mahzurları ortadan kaldırmak için Şekil 3.7.'de verilen ve girdi ve çıktı birimlerinde sırası ile bulanıklaştırma ve durulaştırma işlemleri yapıldığından bu birimlerin de kutu şeklinde gösterildiği bir bulanık sistem karşımıza çıkar [Şen, 2001].

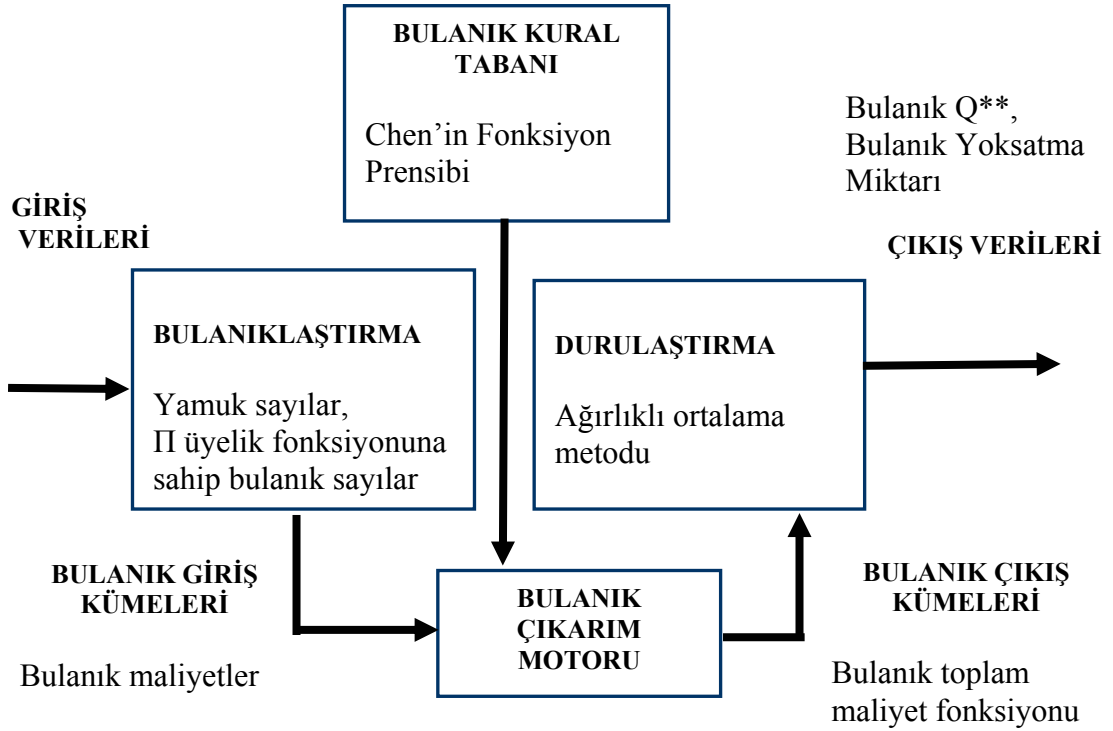


Şekil 3.7. Genel bulanık sistem modeli

Burada genel bir bulanık sistemdeki bulanık kural tabanı ve çıkarım motoru aynen kalmaktadır. Girişlerin sayısal olanları durumda bir işleme tabi tutularak bulanıklaştırılmasına yarayan bulanıklaştırıcı birim ile yine bulanık olan çıktıların sayısallaştırılmasına yarayan durulaştırıcı birim ilave edilmiştir.

4. ve 5. bölümde geliştirilen bulanık envanter modellerinde giriş verileri II ve yamuk üyelik fonksiyonuna sahip bulanık sayılardan oluşmaktadır. Bunlar sırasıyla üretim hızı, talep hızı, bulanık elde bulundurma, bulanık sipariş ve bulanık yoksatma maliyetleridir. Ayrıca bulanık kural tabanı olarak Chen'in Fonksiyon Prensibi'nden

faýdalanılmış ve elde edilen bulanık toplam maliyet fonksiyonların durulaştırılması amacıyla ağırlıklı ortalama metodu kullanılmıştır. Bulanık ekonomik ve yoksatma miktarları Şekil 3.8’de gösterildiği gibi tarafımızdan elde edilmiştir.



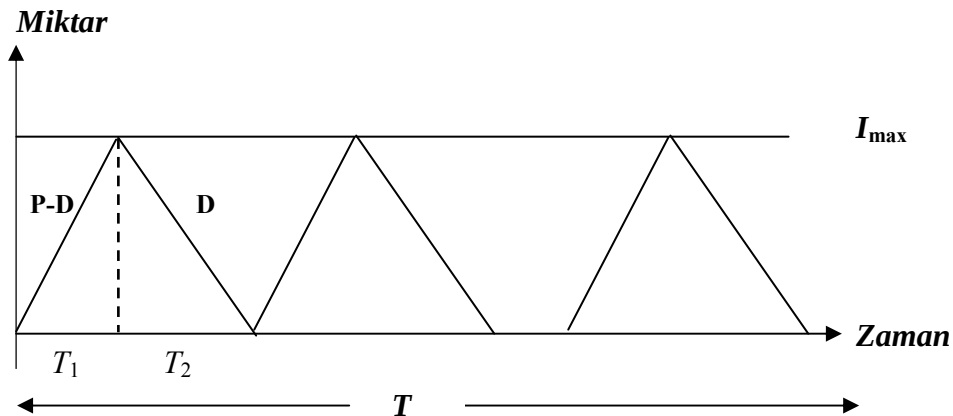
Şekil 3.8. Bulanık envanter modeli

4. YOKSATMASIZ ÜRETİM-SİPARİŞ MODELİ

Bu modelde talep hızı belirli ve sabit olduğu gibi üretim hızı da belirli ve sabittir [Silver ve Peterson, 1985]. Yani stoklar işletmenin üretim imkân kabiliyeti ve kapasitesine bağlı olarak değişmektedir.

Şekil 4.1. incelendiğinde; verilen siparişlerin anında ve tam parti halinde karşılanamadığı, yani üretim hızının sonsuz olmadığı, T_1 süresi boyunca stoklarda $P-D$ hızı ile artış olduğu, T_1 süresi sonunda parti üretiminin sona erdiği, stokların maksimum seviyeye ulaştığı, T_2 süresince gelen taleplerin stoklardan karşılandığı ve dolayısıyla stok seviyesinin D hızı ile azaldığı, T_2 süresi sonunda stokların tükendiği ve yeniden parti üretimine başlandığı görülmektedir. Modelde kullanılan varsayımlar aşağıdaki gibidir.

- Talep hızı belirli ve her periyotta sabittir.
- Üretim hızı belirli ve her periyotta sabittir.
- Verilen siparişler periyot içinde alınmaktadır.
- Yok satmaya müsaade edilmemektedir.
- Üretim hızı talepten hızından büyüktür.



Şekil 4.1. Yoksatmasız Üretim-Sipariş modeli

Çalışma boyunca kullanılacak simgeler ve anlamları simgeler ve kısaltmalar bölümünde verilmiştir. Toplam maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

Toplam Maliyet (TM) = Sipariş (Hazırlık) Maliyeti + üretim maliyeti + elde bulundurma maliyeti

$$TM = C_o + CQ + C_h T \frac{I_{max}}{2} \quad (4.1)$$

Parti miktarı T_1 süresince yapılan üretim miktarı kadardır.

$$Q = T_1 P \quad (4.2)$$

Aynı şekilde maksimum stok seviyesi T_1 süresi sonundaki stok seviyesidir.

$$I_{max} = T_1 (P - D) \quad (4.3)$$

Eş. 4.2'den ulaşılan T_1 değeri Eş. 4.3'de yerine konursa maksimum stok seviyesi şöyle elde edilir.

$$I_{max} = Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) \quad (4.4)$$

Tek dönem için oluşan toplam maliyet; bir hazırlık (sipariş) maliyeti, parti için üretim (satın alma) maliyeti ve dönem boyunca elde tutulan stoklar için stokta tutma maliyetlerinin toplamıdır.

$$TM = C_o + CQ + \frac{C_h}{2} \left(\frac{Q}{D} \right) Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) \quad (4.5)$$

Yıllık toplam maliyet ise, tek dönem için oluşan toplam maliyetin yıl içerisinde verilecek dönem sayısı ile çarpılması sonucu bulunur. Yıllık toplam maliyet aşağıdaki gibidir.

$$TM(Q) = \frac{C_o D}{Q} + CD + \frac{Ch}{2} Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) \quad (4.6)$$

Toplam maliyeti en düşük yapan üretim miktarı, ekonomik üretim miktarıdır. Toplam maliyet fonksiyonunu en düşük yapan üretim miktarını bulmak amacıyla toplam maliyet fonksiyonunun üretim miktarına göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenir. Dolayısıyla bulunan üretim miktarı ekonomik üretim miktarı olacaktır. Toplam maliyet fonksiyonunun üretim miktarına göre türevi alınıp sıfıra eşitlenmiş ve aşağıdaki denklem elde edilmiştir.

$$\frac{\partial TM(Q)}{\partial(Q)} = 0 \Rightarrow -\frac{C_o D}{Q^2} + \frac{Ch}{2} \left(1 - \frac{D}{P} \right) = 0 \quad (4.7)$$

Eş.4.7 düzenlendiğinde ekonomik üretim miktarı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 C_o D}{Ch \left(1 - \frac{D}{P} \right)}} \quad (4.8)$$

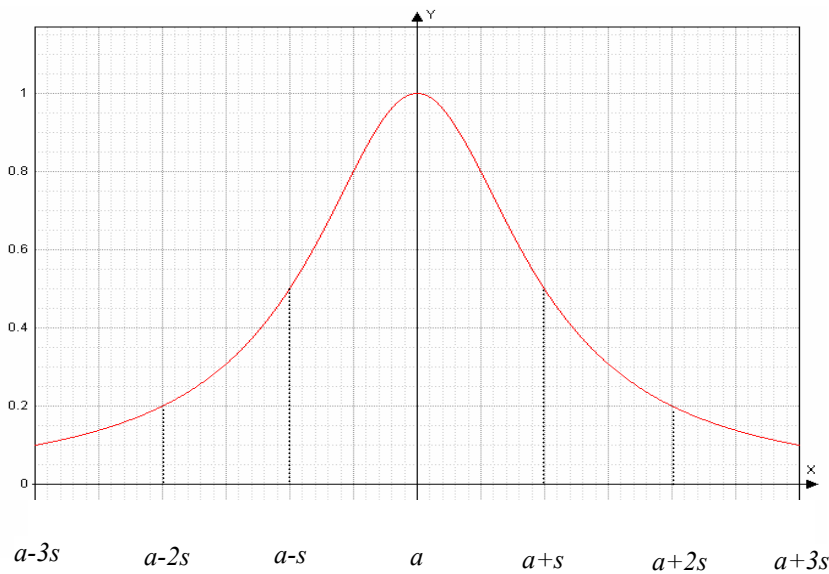
Talep hızı ve üretim hızlarının kesin olarak bilinmesi her zaman mümkün olmayabilir. Bu iki parametrenin tespitinde bulanık küme teorisinden faydalanılabilir. Talep hızı ve üretim hızının bulanık olmaları durumunda geliştirdiğimiz bulanık yoksatmasız üretim-sipariş modeli aşağıda sunulmuştur.

4.1. Bulanık Yoksatmasız Üretim-Sipariş Modeli

Modele etki eden parametreler kesin olarak bilinemez. Parametrelerin kesin olarak bilinmemesi durumunda gerçeğe en yakın şekilde tespit edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla bulanık üretim modelinde talep ($\tilde{D}$) ve üretim hızı ($\tilde{P}$) Π bulanık sayısı olarak modele dahil edilmiştir. İki parametreye bağlı Π fonksiyonu ve bu üyelik fonksiyonuna sahip bulanık sayının genel özellikleri Şekil 4.2.'de, gösterilmiştir.

Çalışmada kullanılan $\oplus, \otimes, \ominus$ ve $\square$ işaretler sırasıyla bulanık toplam, bulanık çarpım, bulanık çıkarım ve bulanık bölme işlemlerini simgelemektedir

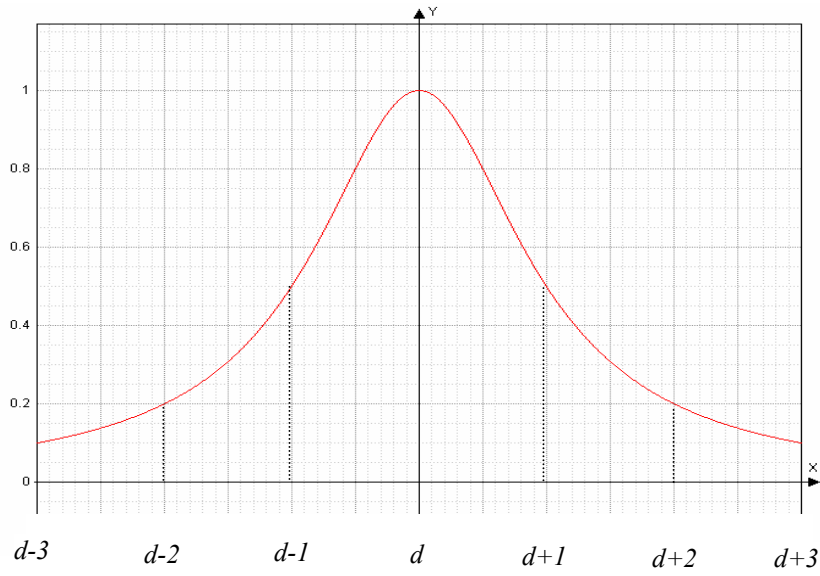
$$\cdot \Pi_1 = \mu_A(x; a, s) = \left\{ \frac{1}{1 + \left(\frac{x-a}{s} \right)^2} \right\}, x \in R \quad (4.9)$$



Şekil 4.2. Π üyelik fonksiyonuna sahip bir bulanık sayının genel özellikleri

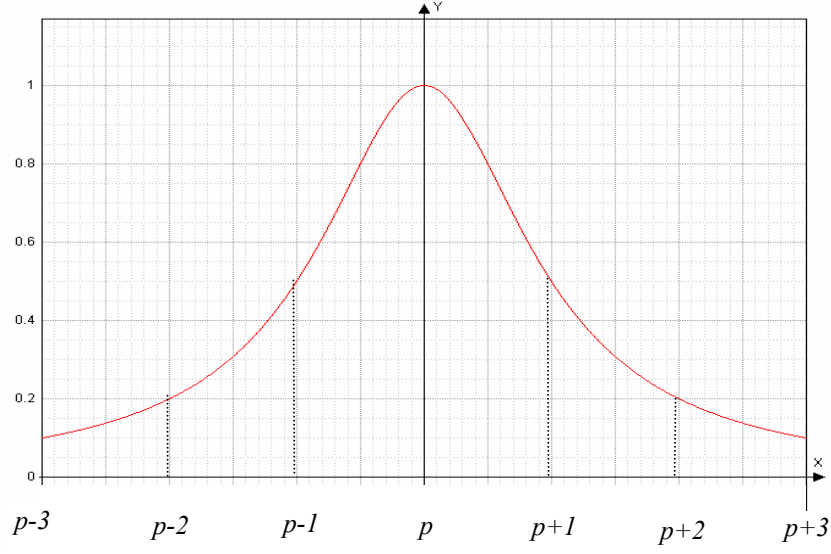
Bulanık üretim modeline dahil edilen bulanık talep ve bulanık üretim hızının üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$\mu_{\tilde{D}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{Eğer } x < d-3 \text{ ise,} \\ \frac{1}{1+(x-d)^2} & \text{Eğer } d-3 \leq x \leq d+3 \text{ ise,} \\ 0 & \text{Eğer } d+3 < x \text{ ise,} \end{cases} \quad (4.10)$$



Şekil 4.3. Π üyelik fonksiyonuna sahip bulanık talep hızı

$$\mu_{\tilde{p}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{Eğer } x < p-3 \text{ ise,} \\ \frac{1}{1+(x-p)^2} & \text{Eğer } p-3 \leq x \leq p+3 \text{ ise,} \\ 0 & \text{Eğer } p+3 < x \text{ ise,} \end{cases} \quad (4.11)$$



Şekil 4.4. II üyelik fonksiyonuna sahip bulanık üretim hızı

Bulanık üretim modelinde bulanık toplam maliyet fonksiyonu ($\tilde{F}_3$) yıllık bulanık sipariş maliyeti ($\tilde{\beta}$) ve yıllık bulanık elde bulundurma maliyetlerinin ($\tilde{\delta}$) toplamıdır.

$\tilde{\beta} = C_o \frac{12\tilde{D}}{Q}$ ve $\tilde{\delta} = \frac{C_h Q (1 - (\tilde{D} \otimes \tilde{P}))}{2}$ olduğuna göre, $d + 3 < p - 3$ olması koşuluyla,

bulanık toplam maliyet fonksiyonu $\tilde{F}_3$ aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\tilde{F}_3 = \left[C_o \frac{12\tilde{D}}{Q} \right] + \left[\frac{C_h Q (1 - (\tilde{D} \otimes \tilde{P}))}{2} \right] \quad (4.12)$$

Çalışmada kullanılan R^+ pozitif reel sayılarda tanımlı iki bulanık sayının bulanık bölme işlemi şu şekildedir:

$\forall \alpha \in [0,1]$ ve $b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)} > 0$ için,

$$A_\alpha \square B_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] \square [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [a_1^{(\alpha)} / b_2^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)} / b_1^{(\alpha)}]$$

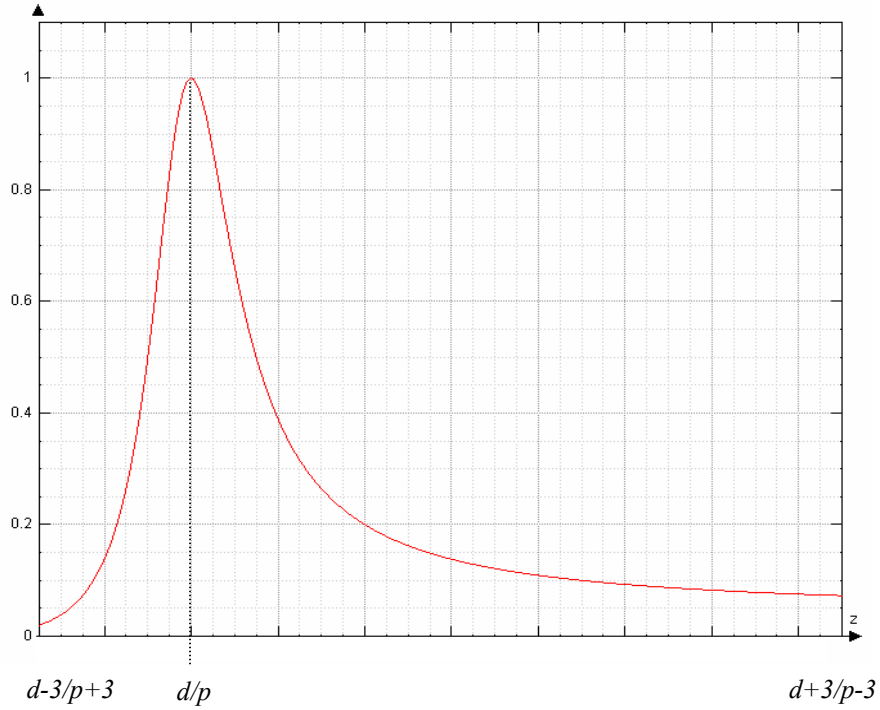
veya $\forall x, y, z \in R^+ : \alpha$

$$\mu_{A \oslash B}(z) = \max_{z=x/y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y)) \text{ dir.} \quad (4.13)$$

Π üyelik fonksiyonuna sahip bulanık talep hızı $(\tilde{D})$ ve Π üyelik fonksiyonuna sahip bulanık üretim hızının $(\tilde{P})$ bölme işlemi sonucu elde edilen bulanık sayının üyelik fonksiyonu $\mu_{\tilde{R}}(z) = \max_{z=x/y} (\mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(y))$ için aşağıdaki gibidir.

$\tilde{R} = \tilde{D} \oslash \tilde{P}$ ise bulanık $\tilde{R}$ sayısının üyelik fonksiyonu şöyle olacaktır.

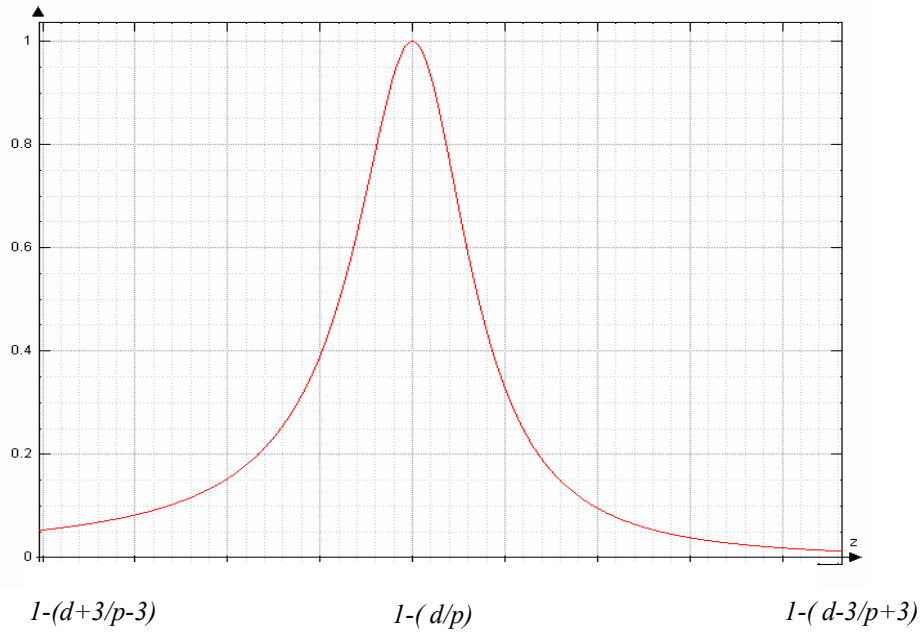
$$\mu_{\tilde{R}}(z) = \begin{cases} 0 & \text{Eğer } z < (d-3)/(p+3) \text{ ise,} \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{d-pz}{z-1} \right)^2} & \text{Eğer } (d-3)/(p+3) \leq z \leq (d+3)/(p-3) \text{ ise,} \\ 0 & \text{Eğer } (d+3)/(p-3) < z \text{ ise,} \end{cases} \quad (4.14)$$



Şekil 4.5. $\tilde{R}$ bulanık sayısı

$\tilde{G} = 1 - (\tilde{D} \tilde{O} \tilde{P})$ ise bulanık $\tilde{G}$ sayısının üyelik fonksiyonu şöyle olacaktır.

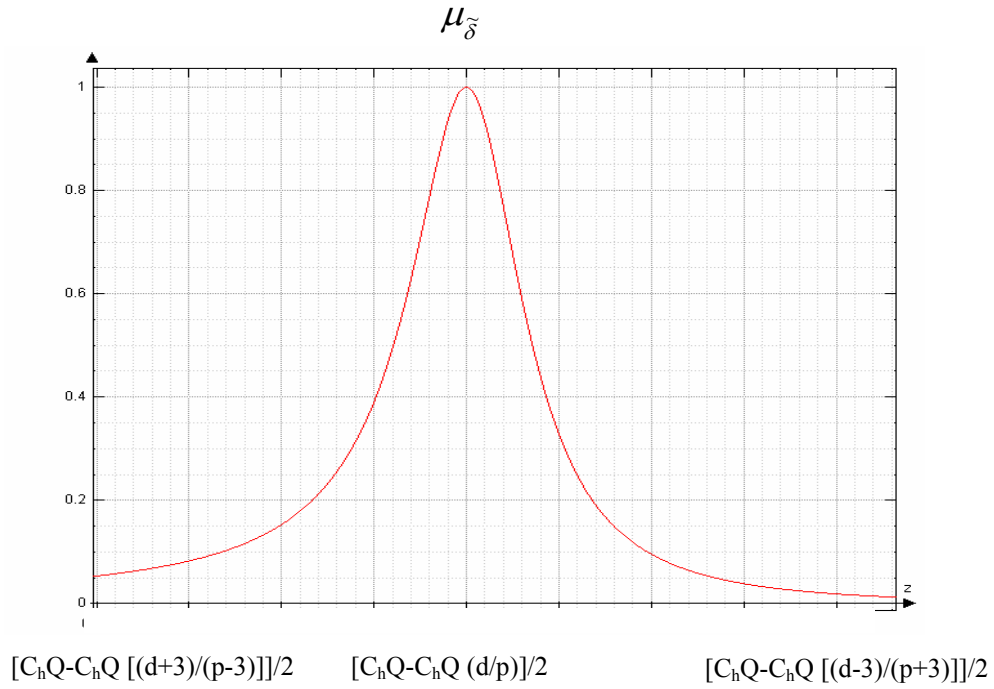
$$\mu_{\tilde{G}}(z) = \begin{cases} 0 & \text{Eğer } z < 1 - [(d+3)/(p-3)] \text{ ise,} \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{p(1-z)-d}{z} \right)^2} & \text{Eğer } 1 - [(d+3)/(p-3)] \leq z \leq 1 - [(d-3)/(p+3)] \text{ ise,} \\ 0 & \text{Eğer } 1 - [(d-3)/(p+3)] < z \text{ ise,} \end{cases} \quad (4.15)$$



Şekil 4.6. $\tilde{G}$ bulanık sayısı

Yıllık bulanık elde bulundurma maliyetinin ($\tilde{\delta}$) üyelik fonksiyonu şöyle olacaktır.

$$\mu_{\tilde{\delta}}(z) = \begin{cases} 0 & \text{Eğer } z < [C_h Q - C_h Q [(d+3)/(p-3)]]/2 \text{ ise,} \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{\frac{C_h Q}{2}(p-d) - pz}{z} \right)^2} & \text{Eğer } [C_h Q - C_h Q [(d+3)/(p-3)]]/2 \leq z, \text{ ve} \\ 0 & \text{Eğer } [C_h Q - C_h Q [(d-3)/(p+3)]]/2 < z \text{ ise,} \end{cases} \quad (4.16)$$



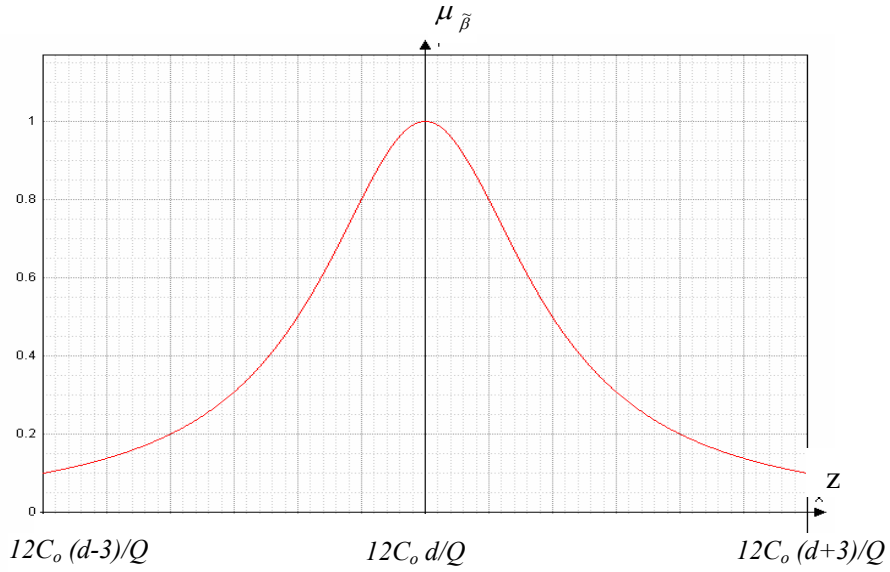
Şekil 4.7. Yıllık bulanık elde bulundurma maliyeti ($\tilde{\delta}$)

Beklenen yıllık bulanık elde bulundurma maliyeti ($\tilde{\delta}$), yukarıda tanımlı fonksiyonun z eksenini ile belirlediği alanı iki eşit parçaya ayıran, $\mu_{\tilde{\delta}}(z)$ eksenine paralel bir doğrunun, z eksenini kestiği $(m, 0)$ noktasının m değeridir. Fonksiyonun alt limiti (l) $[C_h Q - C_h Q [(d+3)/(p-3)]]/2$ ve üst limiti (u) $[C_h Q - C_h Q [(d-3)/(p+3)]]/2$ olduğuna göre fonksiyonun orta noktası, diğer bir değişle beklenen yıllık bulanık elde bulundurma maliyeti ($\tilde{\delta}$) ise aşağıdaki denklemi sağlayan m değeridir.

$$\int_l^m \mu_{\tilde{\delta}}(z) dz = \int_m^u \mu_{\tilde{\delta}}(z) dz$$

Yıllık bulanık sipariş maliyetinin ($\tilde{\beta}$) üyelik fonksiyonu ise aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\mu_{\tilde{\beta}}(z) = \begin{cases} 0 & \text{Eğer } z < 12C_o(d-3)/Q \text{ ise,} \\ \frac{1}{1 + \left[\frac{Qz}{12C_o} - d \right]^2} & \text{Eğer } 12C_o(d-3)/Q \leq z \leq 12C_o(d+3)/Q \text{ ise,} \\ 0 & \text{Eğer } 12C_o(d+3)/Q < z \text{ ise,} \end{cases} \quad (4.17)$$



Şekil 4.8. Yıllık bulanık sipariş maliyeti

Beklenen yıllık bulanık sipariş maliyeti ($\tilde{\beta}$), yukarıda tanımlı fonksiyonun z eksenini ile belirlediği alanı iki eşit parçaya ayıran, $\mu_{\tilde{\delta}}(z)$ eksenine paralel bir doğrunun, z eksenini kestiği $(n,0)$ noktasının n değeridir. Fonksiyonun alt limiti (l) $12C_o(d-3)/Q$ ve üst limiti ise (u) $12C_o(d+3)/Q$ olduğuna göre fonksiyonun orta noktası, diğer bir

değişle beklenen yıllık bulanık sipariş maliyeti ($\tilde{\beta}$) ise aşağıdaki denklemi sağlayan n değeridir.

$$\int_l^n \mu_{\tilde{\beta}}(z) dz = \int_n^u \mu_{\tilde{\beta}}(z) dz$$

Beklenen yıllık bulanık toplam maliyet ($\tilde{F}_3$) ise, beklenen yıllık bulanık elde bulundurma maliyeti ($\tilde{\delta}$) ile beklenen yıllık bulanık sipariş maliyetlerinin ($\tilde{\beta}$) toplamıdır. Beklenen yıllık bulanık toplam maliyet ($\tilde{F}_3$) fonksiyonunu minimum yapan sipariş miktarı da bulanık optimal üretim miktarıdır.

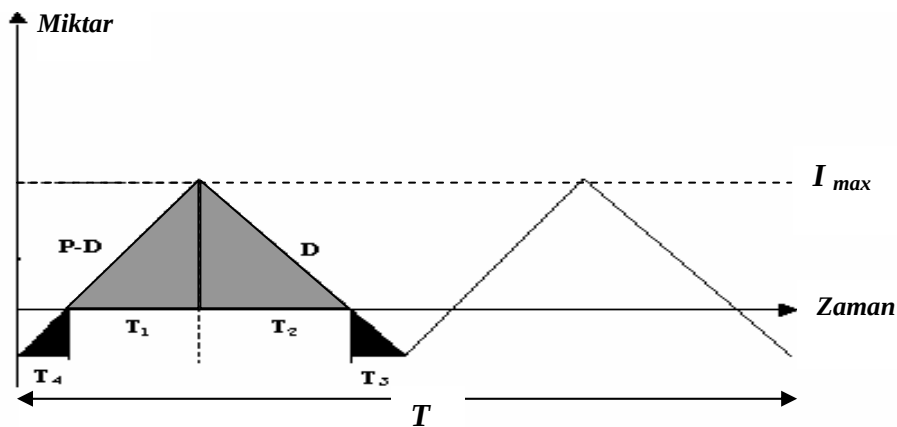
Bu modelde elde edilen bulanık optimal sipariş miktarının (Q^*) ile klasik optimal sipariş miktarları (Q^*) karşılaştırıldığında sonuçlar arasında pozitif bir sapma olduğu görülmüştür. Üretim hızı ve talep miktarındaki belirsizlik, ortalama stok seviyesini arttırmaktadır” şeklinde açıklanabilir.

5. YOKSATMALI ÜRETİM-SİPARİŞ MODELİ

Yoksatmalı üretim-sipariş modeli, siparişlerin belirli bir üretim kapasitesine bağlı olarak karşılandığı, aynı zamanda yoksatmanın da bulunduğu bir modeldir. Doğal olarak modelin çalışabilmesi için üretim hızının talep hızından büyük olması gerekmektedir. Yoksatmadan kasıt, stok bulunmaması durumunda müşteri taleplerinin ertelenmesidir. Stok bulunmaması nedeniyle müşteri taleplerinde oluşacak kayıp söz konusu değildir.

Şekil 5.1. incelendiğinde; T_1 süresince stoklarda $P-D$ hızında artışın devam ettiği, T_1 süresinin sonunda verilen sipariş miktarının karşılanmasından dolayı üretimin durduğu, bundan sonra gelen taleplerin mevcut stoklardan karşılandığı, T_2 süresi sonunda stok seviyesinin sıfıra düştüğü, T_3 süresinin sonuna kadar gelen taleplerin karşılanamadığı, gelen müşteri taleplerinin borca alındığı, T_4 süresi başında üretime geçilerek borca alınan ihtiyaçların karşılanmaya çalışıldığı görülür. Modelde kullanılan varsayımlar aşağıdaki gibidir.

- Talep hızı ve belirli ve her periyotta sabittir.
- Üretim hızı belirli ve her periyotta sabittir.
- Verilen siparişler periyot içinde alınmaktadır.
- Yok satmaya müsaade edilmektedir.
- Üretim hızı talep hızından büyüktür.



Şekil 5.1. Yoksatmalı üretim-sipariş modeli

Bu modelde toplam maliyetin dört unsuru bulunmaktadır. Bunlar;

1. Hazırlık maliyeti,
2. Üretim maliyeti,
3. Elde bulundurma maliyeti,
4. Yoksatma maliyetleridir.

Toplam Maliyet (TM) = Hazırlık (Sipariş) maliyeti + üretim maliyeti + elde bulundurma maliyeti + yoksatma maliyeti.

Şekil 5.1 incelendiğinde maksimum stok seviyesi aşağıdaki gibidir.

$$I_{max} = T_1(P - D) \quad (5.1)$$

$$I_{max} = T_2 D \quad (5.2)$$

Dolayısıyla aşağıdaki denklem elde edilir.

$$T_1(P - D) = T_2 D \quad (5.3)$$

Yoksatma seviyesi ise şöyledir;

$$b = T_4(P - D) \quad (5.4)$$

$$b = T_3 D \quad (5.5)$$

$$T_4(P - D) = T_3 D \quad (5.6)$$

T_4 'de ve T_1 'dönemlerinde üretim ve tüketim, T_2 ve T_3 dönemlerinde sadece tüketim vardır. Tüketilen miktar ancak üretilen miktar kadar olacağından aşağıdaki denklem elde edilir.

$$(T_1 + T_4)(P - D) = (T_2 + T_3)D \quad (5.7)$$

Ayrıca sipariş miktarı, üretimin olduğu dönem ve üretimin olmadığı dönem süreleri şöyledir;

$$Q = (T_1 + T_4)P \quad (5.8)$$

$$(T_1 + T_4) = \frac{Q}{P} \quad (5.9)$$

$$Imax + b = (T_2 + T_3)D \quad (5.10)$$

$$(T_2 + T_3) = \frac{Imax + b}{D} \quad (5.11)$$

Eş. 5.8 ve Eş. 5.10 Eş. 5.7’de yerine konulduğunda;

$$\frac{Q}{P}(P - D) = \frac{Imax + b}{D}D \quad (5.12)$$

Eş. 5.11 numaralı denklemden maksimum stok seviyesi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$Imax = Q\left(1 - \frac{D}{P}\right) - b \quad (5.13)$$

T_1 ve T_2 dönemlerinde talep stoklardan karşılanmaktadır. Dolayısıyla;

$$T_1 + T_2 = \frac{Imax}{P - D} + \frac{Imax}{D} = \frac{Q\left(1 - \frac{D}{P}\right) - b}{P - D} + \frac{Q\left(1 - \frac{D}{P}\right) - b}{D} \quad (5.14)$$

$$T_1 + T_2 = \left[Q\left(1 - \frac{D}{P} - b\right)\right]\left(\frac{1}{P - D} + \frac{1}{D}\right) \quad (5.15)$$

T_3 ve T_4 dönemlerinde talep stoklardan karşılanamamaktadır. Dolayısıyla;

$$T_3 + T_4 = \frac{b}{D} + \frac{b}{P - D} \quad (5.16)$$

elde edilir.

Bir dönem için toplam maliyet Eş. 5.16'da ifade edildiği gibi olacaktır.

$$TM(Q, b) = C_o + CQ + Ch(T_1 + T_2) \frac{Imax}{2} + \pi(T_3 + T_4) \frac{b}{2} \quad (5.17)$$

Bulunan T_1+T_2 ve T_3+T_4 değerleri Eş. 5.17'de yerine konursa;

$$TM(Q, b) = C_o + CQ + \frac{Ch}{2} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right] \left[\frac{1}{P - D} + \frac{1}{D} \right] \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right] + \pi b \left(\frac{1}{P - D} + \frac{1}{D} \right) \frac{b}{2} \quad (5.18)$$

ve Eş. 5.18 düzenlenirse bir dönemlik maliyet aşağıdaki gibi olacaktır.

$$TM(Q, b) = C_o + CQ + \frac{Ch}{2} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P - D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi b^2}{2} \left(\frac{1}{P - D} + \frac{1}{D} \right) \quad (5.19)$$

Bir dönemlik maliyet yıl içerisindeki dönem sayısı ile çarpılarak yıllık toplam maliyet aşağıdaki gibi bulunur.

$$TM(Q, b) = C_o \frac{D}{Q} + CQ \frac{D}{Q} + \frac{ChD}{2} \frac{D}{Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P - D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi b^2}{2} \frac{D}{Q} \left(\frac{1}{P - D} + \frac{1}{D} \right) \quad (5.20)$$

ve Eş. 5.20 düzenlenirse yıllık toplam maliyet aşağıdaki gibi olacaktır.

$$TM(Q, b) = C_o \frac{D}{Q} + CD + \frac{ChD}{2Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P - D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi b^2}{2} \frac{D}{Q} \left(\frac{1}{P - D} + \frac{1}{D} \right) \quad (5.21)$$

Eş. 5.21’de verilen yıllık toplam maliyet fonksiyonunu en düşük yapan üretim ve yok satma miktarlarını bulmak amacıyla denklem sırasıyla sipariş miktarına ve yok satma miktarına (b) göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenir.

Eş. 5.23’de, Eş.5.21’in sipariş miktarına (Q), Eş. 5.24’de yok satma miktarına (b) göre türevleri yer almaktadır.

$$\frac{\partial TM(Q,b)}{\partial(Q)} = 0 \text{ ise}$$

$$-\frac{C_o D}{Q^2} + \frac{Ch \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{Chb^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \frac{\pi b^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.22)$$

$$\frac{Ch \left(2Q - \left(1 - \frac{D}{P}\right) + 2b\right) \left(2Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)\right)}{4Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)^2} + \frac{2\pi b 2Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{4Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)^2} = 0 \quad (5.23)$$

Eş.5.23’den yok satma miktarı aşağıdaki gibi bulunur.

$$b = \frac{Ch}{Ch + \pi} Q \left(1 - \frac{D}{P}\right) \quad (5.24)$$

Eş. 5.24’le gösterilen yok satma miktarı (b) Eş. 5.22’de yerine konur ve denklem düzenlenirse optimal sipariş miktarı (Q^*) aşağıdaki gibi bulunur.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2C_o D (Ch + \pi)}{Ch \pi \left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad (5.25)$$

Aynı şekilde Eş. 5.25'le gösterilen ekonomik sipariş miktarı (Q^*) Eş. 5.24'de yerine konur ve denklem düzenlenirse optimal yoksatma miktarı (b^*) aşağıdaki gibi bulunur.

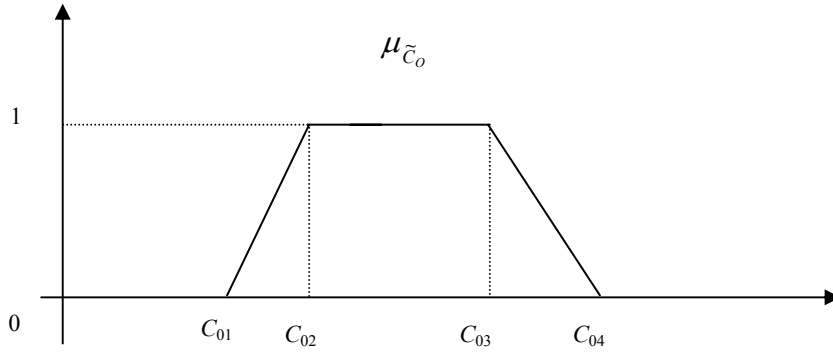
$$b^* = \sqrt{\frac{2C_o DCh \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{\pi (Ch + \pi)}} \quad (5.26)$$

5.1 Bulanık Hazırlık Maliyeti, Bulanık Elde Bulundurma Maliyeti ve Bulanık Yoksatma Maliyeti ile Bulanık Yoksatmalı Üretim-Sipariş Modeli

Çalışmada hazırlık maliyeti, birim elde bulundurma maliyeti ve birim yok satma maliyetleri sırasıyla $\tilde{C}_o; (C_{o1}, C_{o2}, C_{o3}, C_{o4})$, $\tilde{C}_h; (C_{h1}, C_{h2}, C_{h3}, C_{h4})$, $\tilde{\pi}; (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)$ olan pozitif yamuk sayılardır. $\oplus, \otimes, \ominus$ ve $\square$ işaretleri sırasıyla bulanık toplam, bulanık çarpım, bulanık çıkarma ve bulanık bölme işlemlerini simgelemektedir.

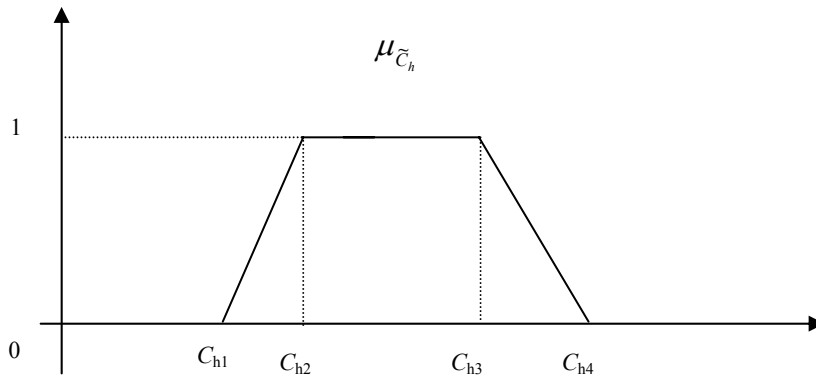
Bulanık hazırlık maliyeti ($\tilde{C}_o$), bulanık birim elde bulundurma maliyeti ($\tilde{C}_h$) ve bulanık birim yok satma maliyetlerinin ($\tilde{\pi}$) üyelik fonksiyonları aşağıdaki gibidir ;

$$\mu_{\tilde{C}_o}(C_o) = \begin{cases} 0 & \text{Eğer } C_o < C_{o1} \text{ ise,} \\ \frac{C_o - C_{o1}}{C_{o2} - C_{o1}} & \text{Eğer } C_{o1} \leq C_o \leq C_{o2} \text{ ise,} \\ 1 & \text{Eğer } C_{o2} < C_o \leq C_{o3} \text{ ise,} \\ \frac{C_{o4} - C_o}{C_{o4} - C_{o3}} & \text{Eğer } C_{o3} < C_o \leq C_{o4} \text{ ise,} \\ 0 & \text{Eğer } C_{o4} < C_o \text{ ise,} \end{cases} \quad (5.27)$$



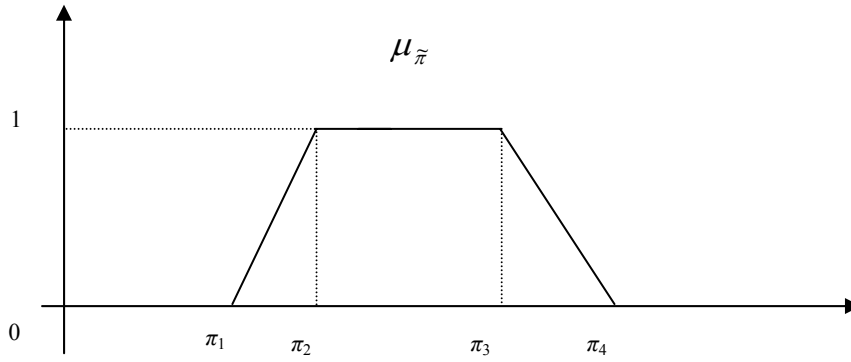
Şekil 5.2. Bulanık hazırlık maliyeti üyelik grafiği

$$\mu_{\tilde{C}_h}(C_h) = \begin{cases} 0 & \text{Eğer } C_h < C_{h1} \text{ ise,} \\ \frac{C_h - C_{h1}}{C_{h2} - C_{h1}} & \text{Eğer } C_{h1} \leq C_h \leq C_{h2} \text{ ise,} \\ 1 & \text{Eğer } C_{h2} < C_h \leq C_{h3} \text{ ise,} \\ \frac{C_{h4} - C_h}{C_{h4} - C_{h3}} & \text{Eğer } C_{h3} < C_h \leq C_{h4} \text{ ise,} \\ 0 & \text{Eğer } C_{h4} < C_h \text{ ise,} \end{cases} \quad (5.28)$$



Şekil 5.3. Bulanık elde bulundurma maliyeti üyelik grafiği

$$\mu_{\tilde{\pi}}(\pi) = \begin{cases} 0 & \text{Eğer } \pi < \pi_1 \text{ ise,} \\ \frac{\pi - \pi_1}{\pi_2 - \pi_1} & \text{Eğer } \pi_1 \leq \pi \leq \pi_2 \text{ ise,} \\ 1 & \text{Eğer } \pi_2 < \pi \leq \pi_3 \text{ ise,} \\ \frac{\pi_4 - \pi}{\pi_4 - \pi_3} & \text{Eğer } \pi_3 < \pi \leq \pi_4 \text{ ise,} \\ 0 & \text{Eğer } \pi_4 < \pi \text{ ise,} \end{cases} \quad (5.29)$$



Şekil 5.4. Bulanık yoksatma maliyeti üyelik grafiği

Bulanık hazırlık maliyeti, bulanık elde bulundurma maliyeti ve bulanık yok satma maliyeti içeren bulanık yok satmalı stok modelinin, hazırlık, elde bulundurma ve yok satma maliyetlerinden oluşan yıllık bulanık toplam maliyeti aşağıdaki gibidir.

$$\tilde{F} = \left[\tilde{C}_o \frac{D}{Q} \right] \oplus \left[\frac{\tilde{C}_h D}{2Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) \right] \oplus \left[\tilde{\pi} \frac{Db^2}{2Q} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) \right] \quad (5.30)$$

Fonksiyon prensibine [Chen, 1985] göre aritmetik işlemler sonucu bulanık toplam maliyet fonksiyonu aşağıdaki gibi pozitif yamuk bir sayıdır.

$$\begin{aligned}
\tilde{F} = & \left[\frac{C_{o1}D}{Q} + \frac{C_{h1}D}{2Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_1 D b^2}{2Q} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right), \right. \\
& \frac{C_{o2}D}{Q} + \frac{C_{h2}D}{2Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_2 D b^2}{2Q} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right), \\
& \frac{C_{o3}D}{Q} + \frac{C_{h3}D}{2Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_3 D b^2}{2Q} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right), \\
& \left. \frac{C_{o4}D}{Q} + \frac{C_{h4}D}{2Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_4 D b^2}{2Q} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) \right] \quad (5.31)
\end{aligned}$$

Bulanık toplam maliyet fonksiyonu ağırlıklı ortalama metoduna [Chen ve Hsieh, 1999] göre durulaştırıldığında ağırlıklı ortalaması aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
P(\tilde{F}) = & \frac{1}{6} \left[\frac{C_{o1}D}{Q} + \frac{C_{h1}D}{2Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_1 D b^2}{2Q} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \right. \\
& \frac{2C_{o2}D}{Q} + \frac{C_{h2}D}{Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_2 D b^2}{Q} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \\
& \frac{2C_{o3}D}{Q} + \frac{C_{h3}D}{Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_3 D b^2}{Q} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \\
& \left. \frac{C_{o4}D}{Q} + \frac{C_{h4}D}{2Q} \left[Q \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_4 D b^2}{2Q} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) \right] \quad (5.32)
\end{aligned}$$

$P(\tilde{F})$ fonksiyonunu minimum yapan üretim miktarı optimal üretim miktarıdır. Optimal üretim miktarını bulmak amacıyla $P(\tilde{F})$ fonksiyonunun Q 'ya göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenirse;

$$\frac{\partial P(\tilde{F})}{\partial Q} = \frac{1}{6} \left[-\frac{C_{o1}D}{Q^2} - \frac{2C_{o2}D}{Q^2} - \frac{2C_{o3}D}{Q^2} - \frac{C_{o4}D}{Q^2} + \frac{C_{h1}}{2} \left(1 - \frac{D}{P} \right) - \frac{C_{h1}b^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{P} \right)} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + C_{h2} \left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h2} b^2}{Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} + C_{h3} \left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h3} b^2}{Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \frac{C_{h4}}{2} \left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h4} b^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \\
& - \frac{\pi_1 b^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \frac{\pi_2 b^2}{Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \frac{\pi_3 b^2}{Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \frac{\pi_4 b^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \Bigg] = 0
\end{aligned} \tag{5.33}$$

Eş. 5.33 sadeleştirildiğinde Eş. 5.34 elde edilir.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P(\tilde{F})}{\partial Q} = \frac{1}{6} \Bigg[& -(C_{o1} + 2C_{o2} + 2C_{o3} + C_{o4}) \frac{D}{Q^2} + (C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4}) \frac{\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} \\
& - (C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4} + \pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4) \frac{b^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \Bigg] = 0
\end{aligned} \tag{5.34}$$

$P(\tilde{F})$ fonksiyonunu minimum yapan yok satma miktarı optimal yok satma miktarıdır. Optimal yok satma miktarını bulmak amacıyla $P(\tilde{F})$ fonksiyonunun b 'ye göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenirse;

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P(\tilde{F})}{\partial b} = \frac{1}{6} \Bigg[& -C_{h1} + \frac{C_{h1} b}{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)} - 2C_{h2} + \frac{2C_{h2} b}{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)} - 2C_{h3} + \frac{2C_{h3} b}{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \\
& - C_{h4} + \frac{C_{h4} b}{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_1 b}{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{2\pi_2 b}{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{2\pi_3 b}{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_4 b}{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \Bigg] = 0
\end{aligned} \tag{5.35}$$

Eş. 5.35 sadeleştirildiğinde aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\frac{\partial P(\tilde{F})}{\partial b} = \frac{1}{6} \left[- (C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4}) + \frac{b}{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)} (C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4}) + \right. \\ \left. \frac{b}{Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)} (\pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4) \right] = 0 \quad (5.36)$$

Eş. 5.36 sıfıra eşitlenerek yok satma miktarı aşağıdaki gibi bulmuştur.

$$b = \left[\frac{(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4})}{(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4} + \pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)} \right] Q \left(1 - \frac{D}{P}\right) \quad (5.37)$$

Eş. 5.37, Eş. 5.34'de yerine konulmuş ve sıfıra eşitlenerek bulanık optimal üretim miktarı (Q^{**}) aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\frac{\partial P(\tilde{F})}{\partial Q} = \frac{1}{6} \left[- \frac{D}{Q^2} (C_{o1} + 2C_{o2} + 2C_{o3} + C_{o4}) + \right. \\ \left(\frac{\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \left[\frac{\left[\left(\frac{(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4})}{(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4} + \pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)} \right) Q \left(1 - \frac{D}{P}\right) \right]^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \right] \right) \\ (C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4}) + \frac{\left[\left(\frac{(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4})}{(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4} + \pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)} \right) Q \left(1 - \frac{D}{P}\right) \right]^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)} \\ \left. (\pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4) \right] = 0 \quad (5.38)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2D(C_{O1} + 2C_{O2} + 2C_{O3} + C_{O4})(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4} + \pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)P}{(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4})(\pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)(P - D)}} \quad (5.39)$$

Eş.5.39, Eş.5.37’de yerine konulmuş ve sıfıra eşitlenerek bulanık optimal yok satma miktarı (b^{**}) aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$b^{**} = \sqrt{\frac{2D(C_{O1} + 2C_{O2} + 2C_{O3} + C_{O4})(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4})(P - D)}{(\pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4} + \pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)P}} \quad (5.40)$$

5.2. Bulanık Üretim Miktarı ve Bulanık Yoksatma Miktarı ile Bulanık Yoksatmalı Üretim-Sipariş Modeli

Bu modelde 5.1’de izah edilen modelin varsayımlarına ilave olarak üretim miktarı ve yok satma miktarı da bulanık sayılar olarak ele alınmış ve bu durumda bulanık ekonomik üretim miktarı ve bulanık ekonomik yok satma miktarı bulunmaya çalışılmıştır. Kullanılan simgeler birinci bölümde kullanılan simgelerle aynı anlamı taşımaktadır.

Çalışmada ($\tilde{F}_2$) olarak simgelenen bulanık toplam üretim maliyeti; bulanık hazırlık maliyeti (BHM), bulanık stok maliyeti (BSM) ve bulanık yok satma maliyetlerinin (BYM) toplamıdır.

Bulanık hazırlık maliyeti (BHM), bulanık stok maliyeti (BSM) ve bulanık yok satma maliyetleri (BYM) aşağıdaki gibidir;

$$BHM = \tilde{C}_o \otimes (D \ominus \tilde{Q})$$

$$BSM = \frac{\tilde{C}_h}{2\tilde{Q}} \otimes \left[\tilde{Q} \left(1 - \frac{D}{P} \right) \ominus \tilde{b} \right]^2 \left(\frac{1}{P - D} + \frac{1}{D} \right)$$

$$BYM = \tilde{\pi} \otimes (\tilde{b}^2 \otimes 2\tilde{Q}) \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right)$$

$$\tilde{F}_2 = BHM \oplus BSM \oplus BYM \quad (5.41)$$

Üretim miktarı, yok satma miktarı, hazırlık maliyeti, birim elde bulundurma maliyeti ve birim yok satma maliyeti sırasıyla $\tilde{Q}; (q_1, q_2, q_3, q_4)$, $\tilde{b}; (b_1, b_2, b_3, b_4)$, $\tilde{C}_O; (C_{O1}, C_{O2}, C_{O3}, C_{O4})$, $\tilde{C}_h; (C_{h1}, C_{h2}, C_{h3}, C_{h4})$ ve $\tilde{\pi}; (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)$ olan pozitif yamuk bulanık sayılardır.

$0 < b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4$ ve $0 \leq q_1 \leq q_2 \leq q_3 \leq q_4$ olduğu kabul edildiğine göre; bulanık toplam maliyet fonksiyonu aşağıda gösterildiği gibi elde edilmiştir;

$$\begin{aligned} \tilde{F}_2 = & \left[\frac{C_{O1}D}{q_4} + \frac{C_{h1}D}{2q_4} \left[q_4 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_1 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_1 D b_1^2}{2q_4} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right), \right. \\ & \frac{C_{O2}D}{q_3} + \frac{C_{h2}D}{2q_3} \left[q_3 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_2 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_2 D b_2^2}{2q_3} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right), \\ & \frac{C_{O3}D}{q_2} + \frac{C_{h3}D}{2q_2} \left[q_2 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_3 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_3 D b_3^2}{2q_2} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right), \\ & \left. \frac{C_{O4}D}{q_1} + \frac{C_{h4}D}{2q_1} \left[q_1 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_4 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_4 D b_4^2}{2q_1} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.42)$$

Bulanık toplam maliyet fonksiyonu ağırlıklı ortalama metoduna [Chen ve Hsieh, 1999] göre durulaştırıldığında ağırlıklı ortalaması aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
P(\tilde{F}_2) = & \frac{1}{6} \left[\frac{C_{o1}D}{q_4} + \frac{C_{h1}D}{2q_4} \left[q_4 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_1 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_1 D b_1^2}{2q_4} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \right. \\
& \frac{2C_{o2}D}{q_3} + \frac{C_{h2}D}{q_3} \left[q_3 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_2 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_2 D b_2^2}{q_3} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \\
& \frac{2C_{o3}D}{q_2} + \frac{C_{h3}D}{q_2} \left[q_2 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_3 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_3 D b_3^2}{q_2} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \\
& \left. \frac{C_{o4}D}{q_1} + \frac{C_{h4}D}{2q_1} \left[q_1 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_4 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_4 D b_4^2}{2q_1} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) \right] \quad (5.43)
\end{aligned}$$

$0 < b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4 \leq q_1 \leq q_2 \leq q_3 \leq q_4$ eşitsizliği aşağıdaki eşitsizliklere çevrilebilir:

$$b_2 - b_1 \geq 0, \quad b_3 - b_2 \geq 0, \quad b_4 - b_3 \geq 0, \quad q_1 - b_4 > 0, \quad q_2 - q_1 \geq 0, \quad q_3 - q_2 \geq 0, \quad q_4 - q_3 \geq 0$$

ve $b_1 > 0$.

Lagrange metodu [Taha, 1997] kullanılarak $P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonunu minimum yapan $b_1, b_2, b_3, b_4, q_1, q_2, q_3, q_4$ değerlerinin bulunması aşağıda izah edilmiştir.

Problem kısıtsız olarak çözülür.

$$\begin{aligned}
\min P(\tilde{F}_2) = & \frac{1}{6} \left[\frac{C_{o1}D}{q_4} + \frac{C_{h1}D}{2q_4} \left[q_4 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_1 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_1 D b_1^2}{2q_4} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \right. \\
& \frac{2C_{o2}D}{q_3} + \frac{C_{h2}D}{q_3} \left[q_3 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_2 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_2 D b_2^2}{q_3} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \\
& \frac{2C_{o3}D}{q_2} + \frac{C_{h3}D}{q_2} \left[q_2 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_3 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_3 D b_3^2}{q_2} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \\
& \left. \frac{C_{o4}D}{q_1} + \frac{C_{h4}D}{2q_1} \left[q_1 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_4 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_4 D b_4^2}{2q_1} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) \right] \quad (5.44)
\end{aligned}$$

$P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonunu (Eş. 5.44) minimize eden üretim miktarını bulmak amacıyla $P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonunun q_1, q_2, q_3, q_4 'e göre türevleri alınmış ve sıfıra eşitlenerek

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_1} = -\frac{C_{o4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h4} + \pi_4)b_4^2}{2q_1^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.45)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_2} = -\frac{2C_{o3}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h3} + \pi_3)b_3^2}{q_2^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.46)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_3} = -\frac{2C_{o2}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h2} + \pi_2)b_2^2}{q_3^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.47)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_4} = -\frac{C_{o1}D}{q_4^2} + \frac{C_{h1}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h1} + \pi_1)b_1^2}{2q_4^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.48)$$

sonuçları elde edilmiştir.

$P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonunu minimize eden yok satma miktarlarını bulmak amacıyla $P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonunun b_1, b_2, b_3, b_4 'e göre türevleri alınmış ve sıfıra eşitlenerek

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_1} = 0 \quad \text{ise} \quad b_1 = \frac{C_{h1}q_4\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h1} + \pi_1} \quad (5.49)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_2} = 0 \quad \text{ise} \quad b_2 = \frac{C_{h2}q_3\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h2} + \pi_2} \quad (5.50)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_3} = 0 \quad \text{ise} \quad b_3 = \frac{C_{h3}q_2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h3} + \pi_3} \quad (5.51)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_4} = 0 \quad \text{ise} \quad b_4 = \frac{C_{h4}q_1 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h4} + \pi_4} \quad (5.52)$$

sonuçları elde edilmiştir.

Eş. 5.52’de bulunan b_4 değeri , Eş. 5.45’de yerine konursa;

$$q_1 = \sqrt{\frac{2C_{o4}D(C_{h4} + \pi_4)}{C_{h4}\pi_4 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad \text{sonucuna ulaşılır.} \quad (5.53)$$

Eş. 5.51’de gösterilen b_3 değeri, Eş.5.46’da yerine konursa;

$$q_2 = \sqrt{\frac{2C_{o3}D(C_{h3} + \pi_3)}{C_{h3}\pi_3 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad \text{elde edilir.} \quad (5.54)$$

Aynı şekilde Eş. 5.50’de ifade edilen b_2 değeri, Eş. 5.47’de ifade edilirse;

$$q_3 = \sqrt{\frac{2C_{o2}D(C_{h2} + \pi_2)}{C_{h2}\pi_2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad \text{sonucu elde edilir.} \quad (5.55)$$

Benzer şekilde Eş. 5.49’de gösterilen b_1 değeri, Eş. 5.48’de yerine konursa;

$$q_4 = \sqrt{\frac{2C_{o1}D(C_{h1} + \pi_1)}{C_{h1}\pi_1 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad \text{sonucuna ulaşılır.} \quad (5.56)$$

Eş. 5.56'da bulunan q_4 değeri, Eş. 5.49'da yerine konursa;

$$b_1 = \sqrt{\frac{2C_{O1}DC_{h1}(P-D)}{\pi_1(C_{h1} + \pi_1)P}} \text{ sonucuna ulaşılır.} \quad (5.57)$$

Eş. 5.55'de gösterilen q_3 , Eş. 5.50'de ifade edilirse;

$$b_2 = \sqrt{\frac{2C_{O2}DC_{h2}(P-D)}{\pi_2(C_{h2} + \pi_2)P}} \text{ elde edilmiştir.} \quad (5.58)$$

Eş. 5.54'de bulunan q_2 değeri, Eş. 5.51'de yerine konursa;

$$b_3 = \sqrt{\frac{2C_{O3}DC_{h3}(P-D)}{\pi_3(C_{h3} + \pi_3)P}} \text{ sonucuna ulaşılır.} \quad (5.59)$$

Benzer şekilde Eş. 5.53, Eş. 5.52'de yerine konursa;

$$b_4 = \sqrt{\frac{2C_{O4}DC_{h4}(P-D)}{\pi_4(C_{h4} + \pi_4)P}} \text{ elde edilir.} \quad (5.60)$$

Yukarıdaki sonuçlar $0 > b_1 > b_2 > b_3 > b_4 > q_1 > q_2 > q_3 > q_4$ olabileceğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar $0 < b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4 \leq q_1 \leq q_2 \leq q_3 \leq q_4$ kısıtına uymamaktadır. $P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonunu Lagrange çarpanları yöntemini kullanarak $q_2 - q_1 = 0$ kısıtına göre optimize edilmelidir. Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda) = P(\tilde{F}_2) - \lambda(q_2 - q_1). \quad (5.61)$$

$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda)$ fonksiyonunu minimize etmek amacıyla sırasıyla $q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ ve λ 'ya göre türevleri alınır ve sıfıra eşitlenirse;

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_1} = -\frac{C_{o4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h4} + \pi_4)b_4^2}{2q_1^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \lambda = 0 \quad (5.62)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_2} = -\frac{2C_{o3}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h3} + \pi_3)b_3^2}{q_2^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda = 0 \quad (5.63)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_3} = -\frac{2C_{o2}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h2} + \pi_2)b_2^2}{q_3^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.64)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_4} = -\frac{C_{o1}D}{q_4^2} + \frac{C_{h1}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h1} + \pi_1)b_1^2}{2q_4^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.65)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_1} = 0 \quad \text{ise} \quad b_1 = \frac{C_{h1}q_4\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h1} + \pi_1} \quad (5.66)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_2} = 0 \quad \text{ise} \quad b_2 = \frac{C_{h2}q_3\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h2} + \pi_2} \quad (5.67)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_3} = 0 \quad \text{ise} \quad b_3 = \frac{C_{h3}q_2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h3} + \pi_3} \quad (5.68)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_4} = 0 \quad \text{ise} \quad b_4 = \frac{C_{h4}q_1\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h4} + \pi_4} \quad (5.69)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda} = 0 \quad \text{ise} \quad q_1 = q_2 \quad (5.70)$$

denklemleri elde edilir.

Eş. 5.69'da bulunan b_4 değeri, Eş. 5.62'de yer alırsa;

$$-\frac{C_{o4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{C_{h4}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2(C_{h4} + \pi_4)} + \lambda = 0 \quad (5.71)$$

Eş. 5.68'de gösterilen b_3 değeri, Eş. 5.63'de yerine konursa;

$$-\frac{2C_{o3}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h3}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h3} + \pi_3} - \lambda = 0 \quad (5.72)$$

Eş. 5.71 ve Eş. 5.72 toplanırsa;

$$-\frac{C_{o4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{C_{h4}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2(C_{h4} + \pi_4)} - \frac{2C_{o3}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h3}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{(C_{h3} + \pi_3)} = 0 \quad (5.73)$$

denklemi elde edilir.Eş. 5.73 düzenlenirse;

$$q_1 = q_2 = \sqrt{\frac{2D(2C_{o3} + C_{o4})(2C_{h3} + C_{h4} + 2\pi_3 + \pi_4)}{(2C_{h3} + C_{h4})(2\pi_3 + \pi_4)\left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad \text{elde edilir.} \quad (5.74)$$

Eş. 5.67'de ifade edilen b_2 , Eş. 5.64'de yerine konursa;

$$q_3 = \sqrt{\frac{2DC_{o2}(C_{h2} + \pi_2)}{C_{h2}\pi_2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad (5.75)$$

Eş. 5.66'da gösterilen b_1 değeri, Eş. 5.65'de yer alırsa;

$$q_4 = \sqrt{\frac{2DC_{01}(C_{h1} + \pi_1)}{C_{h1}\pi_1\left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad (5.76)$$

sonuçlarına ulaşılır.

Yukarıdaki sonuçlar $q_1 = q_2 > q_3 > q_4$ olabileceğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar $q_1 \leq q_2 \leq q_3 \leq q_4$ kısıtına uymamaktadır. $P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonunu $q_2 - q_1 = 0$ ve $q_3 - q_2 = 0$ kısıtlarına göre optimize edilmelidir. Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2) = P(\tilde{F}_2) - \lambda_1(q_2 - q_1) - \lambda_2(q_3 - q_2) \quad (5.77)$$

$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2)$ fonksiyonunu minimize etmek amacıyla sırasıyla $q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1$ ve λ_2 'ye göre türevleri alınır ve sıfıra eşitlenirse;

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_1} = -\frac{C_{04}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h4} + \pi_4)b_4^2}{2q_1^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \lambda_1 = 0 \quad (5.78)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_2} = -\frac{2C_{03}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h3} + \pi_3)b_3^2}{q_2^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad (5.79)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_3} = -\frac{2C_{02}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h2} + \pi_2)b_2^2}{q_3^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_2 = 0 \quad (5.80)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_4} = -\frac{C_{01}D}{q_4^2} + \frac{C_{h1}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h1} + \pi_1)b_1^2}{2q_4^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.81)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_1} = 0 \quad \text{ise} \quad b_1 = \frac{C_{h1}q_4 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h1} + \pi_1} \quad (5.82)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_2} = 0 \quad \text{ise} \quad b_2 = \frac{C_{h2}q_3 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h2} + \pi_2} \quad (5.83)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_3} = 0 \quad \text{ise} \quad b_3 = \frac{C_{h3}q_2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h3} + \pi_3} \quad (5.84)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_4} = 0 \quad \text{ise} \quad b_4 = \frac{C_{h4}q_1 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h4} + \pi_4} \quad (5.85)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \text{ise} \quad q_1 = q_2 \quad (5.86)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \text{ise} \quad q_2 = q_3 \quad (5.87)$$

denklemleri elde edilir.

Eş. 5.85’de bulunan b_4 değeri, Eş. 5.78’de ifade edilirse;

$$-\frac{C_{o4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4} \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{C_{h4}^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2(C_{h4} + \pi_4)} + \lambda_1 = 0 \quad (5.88)$$

Eş. 5.84’de gösterilen b_3 değeri, Eş. 5.79’da yer alırsa;

$$-\frac{2C_{o3}D}{q_2^2} + C_{h3} \left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h3}^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h3} + \pi_3} - \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad (5.89)$$

Eş. 5.83'de yer alan b_2 , Eş. 5.80'de ifade edilirse;

$$-\frac{2C_{o2}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h2}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h2} + \pi_2} - \lambda_2 = 0 \quad (5.90)$$

Eş. 5.88, Eş. 5.89 ve Eş. 5.90 toplanırsa;

$$\begin{aligned} &-\frac{C_{o4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{C_{h4}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2(C_{h4} + \pi_4)} - \frac{2C_{o3}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) \\ &-\frac{C_{h3}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h3} + \pi_3} - \frac{2C_{o2}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h2}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h2} + \pi_2} = 0 \end{aligned} \quad (5.91)$$

denklemini elde edilir.

Eş. 5.91 düzenlenirse;

$$q_1 = q_2 = q_3 = \sqrt{\frac{2D(2C_{o2} + 2C_{o3} + C_{o4})(2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4} + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)}{(2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4})(2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)\left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad (5.92)$$

sonucu elde edilir.

Eş. 5.82'de elde edilen b_1 değeri, Eş. 5.81'de ifade edilirse;

$$q_4 = \sqrt{\frac{2DC_{o1}(C_{h1} + \pi_1)}{C_{h1}\pi_1\left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad (5.93)$$

sonuçlarına ulaşılır.

Yukarıdaki sonuçlar $q_1 = q_2 = q_3 > q_4$ olabileceğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar $q_1 \leq q_2 \leq q_3 \leq q_4$ kısıtına uymamaktadır. $P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonunu $q_2 - q_1 = 0$, $q_3 - q_2 = 0$ ve $q_4 - q_3 = 0$ kısıtlarına göre optimize edilmelidir. Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = P(\tilde{F}_2) - \lambda_1(q_2 - q_1) - \lambda_2(q_3 - q_2) - \lambda_3(q_4 - q_3) \quad (5.94)$$

$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ fonksiyonunu minimize etmek amacıyla sırasıyla $q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2$ ve λ_3 ' ye göre türevleri alınır ve sıfıra eşitlenirse;

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_1} = -\frac{C_{o4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h4} + \pi_4)b_4^2}{2q_1^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \lambda_1 = 0 \quad (5.95)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_2} = -\frac{2C_{o3}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h3} + \pi_3)b_3^2}{q_2^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad (5.96)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_3} = -\frac{2C_{o2}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h2} + \pi_2)b_2^2}{q_3^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad (5.97)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_4} = -\frac{C_{o1}D}{q_4^2} + \frac{C_{h1}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h1} + \pi_1)b_1^2}{2q_4^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_3 = 0 \quad (5.98)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_1} = 0 \text{ ise } b_1 = \frac{C_{h1}q_4\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h1} + \pi_1} \quad (5.99)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_2} = 0 \quad \text{ise} \quad b_2 = \frac{C_{h2}q_3 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h2} + \pi_2} \quad (5.100)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_3} = 0 \quad \text{ise} \quad b_3 = \frac{C_{h3}q_2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h3} + \pi_3} \quad (5.101)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_4} = 0 \quad \text{ise} \quad b_4 = \frac{C_{h4}q_1 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h4} + \pi_4} \quad (5.102)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \text{ise} \quad q_1 = q_2 \quad (5.103)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \text{ise} \quad q_2 = q_3 \quad (5.104)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_3} = 0 \quad \text{ise} \quad q_3 = q_4 \quad (5.105)$$

denklemleri elde edilir. Eş. 5.102’de bulunan b_4 değeri, Eş. 5.95’de yer alırsa;

$$-\frac{C_{o4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4} \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{C_{h4}^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2(C_{h4} + \pi_4)} + \lambda_1 = 0 \quad (5.106)$$

Eş. 5.101’de gösterilen b_3 değeri, Eş. 5.96’da ifade edilirse;

$$-\frac{2C_{o3}D}{q_2^2} + C_{h3} \left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h3}^2 \left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h3} + \pi_3} - \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad (5.107)$$

Eş. 5.100’de ifade edilen b_2 sonucu, Eş. 5.97’de yer alırsa;

$$-\frac{2C_{o2}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h2}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h2} + \pi_2} - \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad (5.108)$$

Benzer şekilde Eş. 5.99’da gösterilen b_1 değeri , Eş. 5.98’de yerine konursa;

$$-\frac{C_{o1}D}{q_4^2} + \frac{C_{h1}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{C_{h1}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2(C_{h1} + \pi_1)} - \lambda_3 = 0 \quad (5.109)$$

Eş. 5.106, Eş. 5.107, Eş. 5.108 ve Eş. 5.109 denklemleri toplanırsa;

$$\begin{aligned} &-\frac{C_{o4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{C_{h4}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2(C_{h4} + \pi_4)} - \frac{2C_{o3}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) \\ &-\frac{C_{h3}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h3} + \pi_3} - \frac{2C_{o2}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{C_{h2}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{C_{h2} + \pi_2} \\ &-\frac{C_{o1}D}{q_4^2} + \frac{C_{h1}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{C_{h1}^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2(C_{h1} + \pi_1)} = 0 \end{aligned} \quad (5.110)$$

denklemini elde edilir. Eş.5.110 düzenlenirse;

$$q_1=q_2=q_3=q_4=Q^*=\sqrt{\frac{2D(C_{o1}+2C_{o2}+2C_{o3}+C_{o4})(C_{h1}+2C_{h2}+2C_{h3}+C_{h4}+\pi_1+2\pi_2+2\pi_3+\pi_4)P}{(C_{h1}+2C_{h2}+2C_{h3}+C_{h4})(\pi_1+2\pi_2+2\pi_3+\pi_4)(P-D)}} \quad (5.111)$$

sonucuna ulaşılır.

Ayrıca, $P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonunu minimize eden yok satma miktarlarını bulmak gerekmektedir. Eş. 5.57, Eş. 5.58, Eş. 5.59 ve Eş. 5.60'da gösterilen b_1, b_2, b_3 ve b_4 değerlerinin $b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4$ kısıtına uymadıkları görülmektedir.

Dolayısıyla, Lagrange çarpanları yöntemini kullanarak bu kısıtlara uygun yok satma miktarları bulunmalıdır. Bu amaçla $P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonu $b_2 - b_1 = 0$ kısıtına göre optimize edilmelidir. Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda) = P(\tilde{F}_2) - \lambda(b_2 - b_1) \quad (5.112)$$

$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda)$ fonksiyonunu minimize etmek amacıyla sırasıyla $q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4$ ve λ 'ya göre türevleri alınır ve sıfıra eşitlenirse;

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_1} = -\frac{C_{o4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h4} + \pi_4)b_4^2}{2q_1^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.113)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_2} = -\frac{2C_{o3}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h3} + \pi_3)b_3^2}{q_2^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.114)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_3} = -\frac{2C_{o2}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h2} + \pi_2)b_2^2}{q_3^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.115)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_4} = -\frac{C_{o1}D}{q_4^2} + \frac{C_{h1}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h1} + \pi_1)b_1^2}{2q_4^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.116)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_1} = 0 \quad \text{ise} \quad -C_{h1} + \frac{C_{h1}b_1}{q_4\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_1 b_1}{q_4\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \lambda_1 = 0 \quad (5.117)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_2} = 0 \quad \text{ise} \quad -2C_{h2} + \frac{2C_{h2}b_2}{q_3\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_2 b_2}{q_3\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_1 = 0 \quad (5.118)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_3} = 0 \quad \text{ise} \quad -2C_{h3} + \frac{2C_{h3}b_3}{q_2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{2\pi_3 b_3}{q_2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.119)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_4} = 0 \quad \text{ise} \quad -C_{h4} + \frac{2C_{h4}b_4}{q_1\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_4 b_4}{q_1\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.120)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \text{ise} \quad b_1 = b_2 \quad (5.121)$$

denklemleri elde edilir. Eş. 5.116, Eş. 5.117’de yerine konur, Eş. 5.115, Eş. 5.118’de yerine konur, her iki denklem toplanır ve düzenlenirse;

$$b_1 = b_2 = \sqrt{\frac{2(C_{o1} + 2C_{o2})D(C_{h1} + 2C_{h2})(P - D)}{(\pi_1 + 2\pi_2)(C_{h1} + 2C_{h2} + \pi_1 + 2\pi_2)P}} \quad (5.122)$$

Eş. 5.114’de ifade edilen b_3 , Eş. 5.119’da yer alır ve denklem düzenlenirse;

$$b_3 = \sqrt{\frac{2C_{o3}DC_{h3}(P - D)}{\pi_3(C_{h3} + \pi_3)P}} \quad (5.123)$$

Eş. 5.113’de yer alan b_4 değeri, Eş. 5.120’de yerine konur ve denklem düzenlenirse;

$$b_4 = \sqrt{\frac{2C_{O4}DC_{h4}(P-D)}{\pi_4(C_{h4} + \pi_4)P}} \quad (5.124)$$

sonuçları elde edilir.

Yukarıdaki sonuçlar $b_1 = b_2 > b_3 > b_4$ olabileceğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar $b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4$ kısıtına uymamaktadır. $P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonu $b_2 - b_1 = 0$ ve $b_3 - b_2 = 0$ kısıtlarına göre optimize edilmelidir. Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2) = P(\tilde{F}_2) - \lambda_1(b_2 - b_1) - \lambda_2(b_3 - b_2) \quad (5.125)$$

$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2)$ fonksiyonu minimize etmek amacıyla sırasıyla $q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1$ ve λ_2 ’ye göre türevleri alınır ve sıfıra eşitlenirse;

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_1} = -\frac{C_{O4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h4} + \pi_4)b_4^2}{2q_1^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.126)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_2} = -\frac{2C_{O3}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h3} + \pi_3)b_3^2}{q_2^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.127)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_3} = -\frac{2C_{O2}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h2} + \pi_2)b_2^2}{q_3^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.128)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_4} = -\frac{C_{o1}D}{q_4^2} + \frac{C_{h1}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h1} + \pi_1)b_1^2}{2q_4^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.129)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_1} = 0 \quad \text{ise} \quad -C_{h1} + \frac{C_{h1}b_1}{q_4\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_1 b_1}{q_4\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \lambda_1 = 0 \quad (5.130)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_2} = 0 \quad \text{ise} \quad -2C_{h2} + \frac{2C_{h2}b_2}{q_3\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_2 b_2}{q_3\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad (5.131)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_3} = 0 \quad \text{ise} \quad -2C_{h3} + \frac{2C_{h3}b_3}{q_2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{2\pi_3 b_3}{q_2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_2 = 0 \quad (5.132)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_4} = 0 \quad \text{ise} \quad -C_{h4} + \frac{2C_{h4}b_4}{q_1\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_4 b_4}{q_1\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.133)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \text{ise} \quad b_1 = b_2 \quad (5.134)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \text{ise} \quad b_2 = b_3 \quad (5.135)$$

Eş. 5.129, Eş. 5.130'da yerine konur, Eş. 5.128, Eş. 5.131'de yerine konur, Eş. 5.127'de bulunan b_3 değeri, Eş. 5.132'de yer alır ve bu üç denklem düzenlenirse;

$$b_1 = b_2 = b_3 = \sqrt{\frac{2(C_{o1} + 2C_{o2} + 2C_{o3})D(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3})(P - D)}{(\pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3)(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + \pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3)P}} \quad (5.136)$$

Eş. 5.126’da gösterilen b_4 değeri, Eş. 5.133’de ifade edilir ve denklem düzenlenirse;

$$b_4 = \sqrt{\frac{2C_{O4}DC_{h4}(P-D)}{\pi_4(C_{h4} + \pi_4)P}} \quad (5.137)$$

sonuçlarına ulaşılır.

Yukarıdaki sonuçlar $b_1 = b_2 = b_3 > b_4$ olabileceğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar $b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4$ kısıtına uymamaktadır. $P(\tilde{F}_2)$ fonksiyonu $b_2 - b_1 = 0$, $b_3 - b_2 = 0$ ve $b_4 - b_3 = 0$ kısıtlarına göre optimize edilmelidir. Lagrange fonksiyonu aşağıdaki gibidir;

$$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = P(\tilde{F}_2) - \lambda_1(b_2 - b_1) - \lambda_2(b_3 - b_2) - \lambda_3(b_4 - b_3) \quad (5.138)$$

$L(q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ fonksiyonunu minimize etmek amacıyla sırasıyla $q_1, q_2, q_3, q_4, b_1, b_2, b_3, b_4, \lambda_1, \lambda_2$ ve λ_3 ’ye göre fonksiyonun türevleri alınır ve sıfıra eşitlenirse;

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_1} = -\frac{C_{O4}D}{q_1^2} + \frac{C_{h4}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h4} + \pi_4)b_4^2}{2q_1^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.139)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_2} = -\frac{2C_{O3}D}{q_2^2} + C_{h3}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h3} + \pi_3)b_3^2}{q_2^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.140)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_3} = -\frac{2C_{O2}D}{q_3^2} + C_{h2}\left(1 - \frac{D}{P}\right) - \frac{(C_{h2} + \pi_2)b_2^2}{q_3^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.141)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial q_4} = -\frac{C_{o1}D}{q_4^2} + \frac{C_{h1}\left(1 - \frac{D}{P}\right)}{2} - \frac{(C_{h1} + \pi_1)b_1^2}{2q_4^2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} = 0 \quad (5.142)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_1} = 0 \quad \text{ise} \quad -C_{h1} + \frac{C_{h1}b_1}{q_4\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_1b_1}{q_4\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \lambda_1 = 0 \quad (5.143)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_2} = 0 \quad \text{ise} \quad -2C_{h2} + \frac{2C_{h2}b_2}{q_3\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_2b_2}{q_3\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_1 + \lambda_2 = 0 \quad (5.144)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_3} = 0 \quad \text{ise} \quad -2C_{h3} + \frac{2C_{h3}b_3}{q_2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{2\pi_3b_3}{q_2\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \quad (5.145)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial b_4} = 0 \quad \text{ise} \quad -C_{h4} + \frac{2C_{h4}b_4}{q_1\left(1 - \frac{D}{P}\right)} + \frac{\pi_4b_4}{q_1\left(1 - \frac{D}{P}\right)} - \lambda_3 = 0 \quad (5.146)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_1} = 0 \quad \text{ise} \quad b_1 = b_2 \quad (5.147)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_2} = 0 \quad \text{ise} \quad b_2 = b_3 \quad (5.148)$$

$$\frac{\partial P(\tilde{F}_2)}{\partial \lambda_3} = 0 \quad \text{ise} \quad b_3 = b_4 \quad (5.149)$$

Eş. 5.142, Eş. 5.143'de yerine konur, Eş. 5.141, Eş. 5.144'de yerine konur, Eş. 5.140, Eş. 5.145'de yerine konur, Eş. 5.139, Eş. 5.146'de yerine konur ve bu dört eşitlik toplanıp düzenlenirse bulanık optimal yok satma miktarı $b^{**}(b_1^*, b_2^*, b_3^*, b_4^*)$ elde edilir.

$$b_1^* = b_2^* = b_3^* = b_4^* = b^{**} = \sqrt{\frac{2D(C_{O1} + 2C_{O2} + 2C_{O3} + C_{O4})(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + C_{h4})(P - D)}{(\pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)(C_{h1} + 2C_{h2} + 2C_{h3} + \pi_1 + 2\pi_2 + 2\pi_3 + \pi_4)P}} \quad (5.150)$$

Optimal sonucun tek bir noktada gerçekleştiği sonucu elde edilir. Ayrıca her iki modelde de elde edilen bulanık optimal üretim Q^{**} ve bulanık optimal yok satma miktarlarının b^{**} aynı olduğu görülmüştür.

Yukarıdaki sonuçlar irdelendiğinde durulaştırma işlemi neticesinde kesin değerler elde edildiği görülmektedir. Bulanıklığı sağlamak amacıyla bulanık optimal üretim miktarı $Q^{**}(q_1^*, q_2^*, q_3^*, q_4^*)$ ve bulanık optimal yok satma miktarı $b^{**}(b_1^*, b_2^*, b_3^*, b_4^*)$ parametrelerinin $q_1^* \leq q_2^* \leq q_3^* \leq q_4^*$ ve $b_1^* \leq b_2^* \leq b_3^* \leq b_4^*$ koşullarını sağlamaları için stok maliyetlerinin

$$\frac{C_{O4}(C_{h4} + \pi_4)}{C_{h4}\pi_4} \leq \frac{C_{O3}(C_{h3} + \pi_3)}{C_{h3}\pi_3} \leq \frac{C_{O2}(C_{h2} + \pi_2)}{C_{h2}\pi_2} \leq \frac{C_{O1}(C_{h1} + \pi_1)}{C_{h1}\pi_1} \text{ ve}$$

$$\frac{C_{O1}C_{h1}}{\pi_1(C_{h1} + \pi_1)} \leq \frac{C_{O2}C_{h2}}{\pi_2(C_{h2} + \pi_2)} \leq \frac{C_{O3}C_{h3}}{\pi_3(C_{h3} + \pi_3)} \leq \frac{C_{O4}C_{h4}}{\pi_4(C_{h4} + \pi_4)}$$

kısıtlara uygun seçilmeleri durumunda, bulanık optimal üretim miktarı $Q^{**}(q_1^*, q_2^*, q_3^*, q_4^*)$ ve bulanık optimal yok satma miktarı $b^{**}(b_1^*, b_2^*, b_3^*, b_4^*)$ aşağıda parametreleri verilen bulanık yamuk sayılara dönüşecektir.

$$q_1 = \sqrt{\frac{2C_{O4}D(C_{h4} + \pi_4)}{C_{h4}\pi_4\left(1 - \frac{D}{P}\right)}}, \quad q_2 = \sqrt{\frac{2C_{O3}D(C_{h3} + \pi_3)}{C_{h3}\pi_3\left(1 - \frac{D}{P}\right)}}, \quad q_3 = \sqrt{\frac{2C_{O2}D(C_{h2} + \pi_2)}{C_{h2}\pi_2\left(1 - \frac{D}{P}\right)}},$$

$$q_4 = \sqrt{\frac{2C_{O1}D(C_{h1} + \pi_1)}{C_{h1}\pi_1\left(1 - \frac{D}{P}\right)}} \quad \text{ve} \quad b_1 = \sqrt{\frac{2C_{O1}DC_{h1}(P - D)}{\pi_1(C_{h1} + \pi_1)P}}, \quad b_2 = \sqrt{\frac{2C_{O2}DC_{h2}(P - D)}{\pi_2(C_{h2} + \pi_2)P}},$$

$$b_3 = \sqrt{\frac{2C_{O3}DC_{h3}(P - D)}{\pi_3(C_{h3} + \pi_3)P}}, \quad b_4 = \sqrt{\frac{2C_{O4}DC_{h4}(P - D)}{\pi_4(C_{h4} + \pi_4)P}}.$$

(5.151)

Ayrıca toplam maliyet fonksiyonu ise aşağıdaki gibi bulanık bir yamuk sayı olacaktır.

$$\begin{aligned} \tilde{F}_2 = & \left[\frac{C_{o1}D}{q_4} + CD + \frac{C_{h1}D}{2q_4} \left[q_4 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_1 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_1 D b_1^2}{2q_4} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right), \right. \\ & \frac{C_{o2}D}{q_3} + CD + \frac{C_{h2}D}{2q_3} \left[q_3 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_2 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_2 D b_2^2}{2q_3} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right), \\ & \frac{C_{o3}D}{q_2} + CD + \frac{C_{h3}D}{2q_2} \left[q_2 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_3 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_3 D b_3^2}{2q_2} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right), \\ & \left. \frac{C_{o4}D}{q_1} + CD + \frac{C_{h4}D}{2q_1} \left[q_1 \left(1 - \frac{D}{P} \right) - b_4 \right]^2 \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) + \frac{\pi_4 D b_4^2}{2q_1} \left(\frac{1}{P-D} + \frac{1}{D} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.152)$$

Ek bölümünde konuyla ilgili 300 sayısal örnek geliştirilmiştir. Bu örnekler incelendiğinde bulanık optimal sipariş miktarı (Q^{**}) ile klasik optimal sipariş miktarı (Q^*) arasında %-10,08 ile %+8,56'lık bir sapma olduğu dikkati çekmektedir. Şekil Ek.1'de verilen optimal sipariş miktarları arası sapma diyagramı incelendiğinde sapmanın %-4,71 ile %4,1 arasında yoğunlaştığı görülmektedir. Aynı şekilde bulanık yoksatma miktarı (b^{**}) ile klasik yoksatma miktarı (b^*) arasında %-4,86 ile %+8,47'lik bir sapma olduğu dikkati çekmektedir. Şekil Ek.2'de verilen optimal yoksatma miktarları arası sapma diyagramı incelendiğinde sapmanın %-2,1 ile %3,8 arasında yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum, giriş verilerindeki bulanıklığın derecesi ne kadar artarsa, çıktılar arasındaki sapmanında o oranda farklı olacağı şeklinde açıklanmıştır.

6. SONUÇ

Belirsizliklerin işlenmesi ve anlamlı sonuçlara varılabilmesi için değişik teoriler kullanılmıştır. Belirsizlik içeren durumlarda matematik ve mühendislikte; olasılık teorisi istatistik yöntemlerle beraber sıkça kullanılmaktadır. Günlük hayatta karşılaşılan belirsizliklerin çoğu rasgelelikle açıklanamayabilir. Rasgele karakterde olmayan olaylar için ihtimaller hesabı ve istatistik gibi sayısal belirsizlikleri dikkate alan yöntemlerin kullanılması doğru ve yararlı olmayabilir. Belirsizlikleri dikkate alan modellerin daha gerçekçi sonuçlar üreteceği düşünülmektedir.

Belirli bir amacı gerçekleştirecek optimal sipariş miktarını bulmak amacıyla stok modelleri geliştirilmiştir. Şimdiye kadar geliştirilen klasik stok modellerinde, modele etki eden tüm parametreler kesin veya rasgelelikle açıklanabilmekte, çeşitli varsayımlar ve kabullenmelerle modeller sınırlandırılabilir. Dolayısıyla, klasik modellerle elde edilen klasik çıktıların gerçek durumdan uzak olduğu görüşü haklılık kazanmaktadır. Stok modellerinde kullanılan talep miktarı, sipariş miktarı, sipariş süresi, elde bulundurma maliyeti, hazırlık maliyeti, sipariş maliyeti ve yoksatma maliyetlerinin belirlenmesinde bu tip belirsizliklerin olduğu söylenebilir. Bu tip belirsizlikleri modele dâhil eden yaklaşımların daha gerçekçi sonuçlar üreteceği değerlendirilebilir. Bu amaca hizmet eden bulanık stok modelleri 2nci nesil yeni yaklaşımdır. Bu tip bulanık stok modellerinde ilgili değişkenler karar vericinin istekleri doğrultusunda, üyelik fonksiyonları ile ifade edilebilmektedir. Bulanık girdiler ile bulanık işlemler sonucu elde edilen bulanık çıktıların daha geçerli olduğu savunulmaktadır.

Bu amaçlar doğrultusunda, literatürde bulunan daha evvelki çalışmalar incelenmiş bulanık mantık ve küme teorisi ile geliştirilen çalışmalar gözden geçirilmiştir. Deterministik tarzdaki yok satmalı üretim modelleri üzerinde çalışmaların olmadığı, hesap kolaylığı ve pratikliği açısından bütün modellerde kullanılan giriş verilerinin üyelik fonksiyonlarının çoğunun üçgen veya yamuk tarzda üyelik fonksiyonları olduğu, bunların dışındaki üyelik fonksiyonlarının kullanılmadığı veya yetersiz olduğu görülmüştür.

Bu alanlardaki eksikliği tamamlamak ve literatüre katkı sağlamak amacıyla, çalışmada üç farklı bulanık stok modeli geliştirilmiştir.

Birincisi; yoksatmasız bulanık üretim-sipariş modelidir. Bu modelde, üretim hızı ve talep hızı Π üyelik fonksiyonuna sahip iki parametre olarak tanımlanmış, bulanık toplam maliyet elde edilmiş, denge noktasına göre durulaştırılmış ve bulanık optimal üretim miktarı ifade edilmiştir. Geliştirilen ilk modelde yeni bir yöntem uygulanmaya çalışılmıştır. Bu modelde elde edilen bulanık optimal sipariş miktarının (Q^*) ile klasik optimal sipariş miktarları ($\bar{Q}$) karşılaştırıldığında sonuçlar arasında pozitif bir sapma olduğu görülmüştür. Bu durum, parametrelerin bulanık olmasının stok seviyesinin artmasına neden olduğu şeklinde açıklanmıştır. Birinci modelde, yeni bir yöntem, bilinen bir alana uygulanmıştır.

İkincisi; bulanık hazırlık maliyeti, bulanık elde bulundurma maliyeti ve bulanık yoksatma maliyeti ile bulanık yoksatmalı üretim-sipariş modelidir. Bu modelde bulanık toplam maliyet, bulanık aritmetik işlemler için tavsiye edilen fonksiyon prensibine göre bulanık olarak elde edilmiş ve bulanık toplam maliyet fonksiyonunun durulaştırılması amacıyla ağırlıklı ortalama metodu kullanılmıştır. Geliştirilen modelin sonunda bulanık optimal sipariş miktarı ve bulanık optimal yoksatma miktarı elde edilmiştir.

Üçüncü ve son oluşturulan bulanık model ise bulanık üretim miktarı ve bulanık yoksatma miktarı ile bulanık yoksatmalı üretim-sipariş modelidir. Oluşturulan bu modelde bulanık toplam maliyet, bir önceki modelle benzer şekilde fonksiyon prensibine göre bulunmuş, bulanık toplam maliyetin durulaştırılması amacıyla ağırlıklı ortalama metodu kullanılmış ve eşitsizlik içeren problemlerin çözümü için Lagrange çarpanları metodu uygulanmıştır. Modelin sonunda bulanık optimal sipariş miktarı ve bulanık optimal yoksatma miktarı elde edilmiştir. Dolayısıyla, İkinci ve üçüncü modellerde, bilinen bir yöntem, yeni bir alana uygulanmıştır.

Çalışmada ek bölümünde konuyla ilgili 300 sayısal örnek geliştirilmiştir. Bu örnekler incelendiğinde bulanık optimal sipariş miktarı (Q^{**}) ile klasik optimal sipariş miktarı (Q^*) arasında %-10,08 ile %+8,56'lık bir sapma olduğu dikkati çekmektedir. Şekil Ek.1'de verilen optimal sipariş miktarları arası sapma diyagramı incelendiğinde sapmanın %-4,71 ile %4,1 arasında yoğunlaştığı görülmektedir. Aynı şekilde bulanık yoksatma miktarı (b^{**}) ile klasik yoksatma miktarı (b^*) arasında %-4,86 ile %+8,47'lik bir sapma olduğu dikkati çekmektedir. Şekil Ek.2'de verilen optimal yoksatma miktarları arası sapma diyagramı incelendiğinde sapmanın %-2,1 ile %3,8 arasında yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum, giriş verilerindeki bulanıklığın derecesi ne kadar artarsa, çıktılar arasındaki sapmanın o oranda farklı olacağı şeklinde açıklanmıştır.

Her üç model içinde geliştirilen sayısal örneklerden de izlenebileceği gibi elde edilen çıktıların, girdilerin bulanıklık dereceleri ile orantılı olarak, klasik modeldeki çıktılarına göre sapmalar gösterdiği neticesine ulaşılmıştır.

Sonuç olarak; kesin parametreler yerine bulanık parametrelerle oluşturulan modellerle elde edilen çıktıların, modellerin belirsizlikleri içermeleri nedeniyle, gerçeğe daha yakın oldukları değerlendirilmiş, girdilerin bulanıklık dereceleri ile orantılı olarak, klasik modeldeki çıktılarına göre sapmalar gösterdiği sonucuna ulaşılmış, tezin esas amacı olan bulanık küme teorisinin stok modelleri üzerine uygulanmasına ve literatüre katkı sağlanmasına çalışılmıştır.

KAYNAKLAR

1. Chang, S. C, Yao, J. S. ve Lee, H. M., "Economic reorder point for fuzzy backorder quantity", **EJOR**, 109: 183-202 (1998).
2. Chen, S. H., "Operations on fuzzy numbers with function principle", **Journal of Management Sciences**, 6(1): 13-26, (1985).
3. Chen, S.H., "Fuzzy linear combination of fuzzy linear functions under Extension Principle and Second Function Principle", **Tamsui Oxford Journal of Management Sciences**,1: 11-31, (1985).
4. Chen, S. H., Wang C. C. ve Ramer, A., "Backorder fuzzy inventory model under function principle", **Information Sciences**, 95, 71-79, (1996).
5. Chen, S. J. ve Hwang, C. L., "Fuzzy multiple attribute decision making", **Springer-Verlag**, Berlin, 28-36, (1992).
6. Chen, S.H. ve Hsieh, C.H., "Graded mean integration representation of generalized fuzzy number", **Journal of Chinese Fuzzy Systems**, 5 (2): 1-7, (1999).
7. Chiang, K. ve Hsu, W.K. "A single-period inventory model with fuzzy demand", **Computers and Mathematics with Applications**, 43: 841-848, (2002).
8. Dubois, D. ve Prade, H., "Operations on fuzzy numbers", **International Journal Systems Sciences**, 9:357-360,(1978).
9. Dubois D. ve Prade, H., "The mean value of a fuzzy number", **Fuzzy Sets and Systems**, 24: 279-300, (1987).
10. Dutta, P., Chakraborty, D. ve Roy, A.R., "A single-period inventory model with fuzzy random variable demand", **Mathematical and Computer Modelling**, 41: 915-922, (2005).
11. Erlenkotter, D., "Ford W. Harris's Economic Order Quantity Model of 1915" **Management Science**, 35-7: 898-906, (1989).
12. Evans, G. W., Karwowski, W. ve Wilhelm, M. R., "Applications of fuzzy set methodologies in industrial engineering", **Elsevier Science**, 242-286, (1989).
13. Gen, M., Tsujimura, Y., ve Zheng, D., "An application of fuzzy set theory to inventory control models", **Computers and Industrial Engineering**, 33(3): 553-556, (1997).

14. Inuiguchi, M., Sakawa, M. ve Kume, Y., "The usefulness of possibilistic programming in production planning problems". ***International Journal of Production Economics***, 33(1): 45-52, (1994).
15. Ishii, H. ve Konno T., "A stochastic inventory problem with fuzzy shortage cost", ***EJOR***, 106: 90-94, (1998).
16. Johnson, L. A. ve Montgomery, D. C. "Operations research in production planning scheduling and inventory control", ***John Wiley & Sons Inc.***, 158-263, (1974).
17. Kacprzyk, J. ve Staniewski, P., "Long-term inventory policy-making through fuzzy decision-making models", ***Fuzzy Sets and Systems***, 8: 172-132, (1982).
18. Kandel, A. "Fuzzy mathematical techniques with applications", ***Addision -Wesley***, Reading, MA., 211-218, (1986).
19. Kaufmann, A. ve Gupta, M. M., "Introduction to fuzzy arithmetic: theory and applications", ***Van Nostrand Reinhold***, New York., 74-84, (1991).
20. Klir, J. ve Yuan, B., "Fuzzy sets and fuzzy logic theory and applications", ***Prentice-Hall Inc.*** USA, 63-67, (1995).
21. Klir, G. J. ve Folger, T. A., "Fuzzy sets uncertainty and information", ***Prentice-Hall, Englewood Cliff***, New York, 41-48, (1988).
22. Kosko, B., "Fuzzy thinking- the new science of fuzzy logic", ***Library of congress cataloging-in-Publication data***. USA., 114-119, (1993).
23. Lam, S. M. ve Wong, D.S., "A fuzzy mathematical model for the joint economic lot size problem with multiple price Breaks", ***EJOR***, 95: 611-622, (1996).
24. Lai, Y. J. ve Hwang C L., "Fuzzy mathematical programming", ***Springer-Verlag***, (1992).
25. Li, Q.X. ve Zhang, Q., "Optimization of fuzzy inventory model with backorder", ***Int. Conf. On Sensing, Computing and Automation***, 217-222, (2006).
26. Lee. Y. Y., Kramer. B. A. ve Hwang. C. L. "Part-period balancing with uncertainty: a fuzzy sets theory approach", ***International Journal of Production Research***, 28(10): 1771-1778, (1990).
27. Li, L, Kabadi, S.N., ve Nair, K.P.K., "Fuzzy models for single period inventory problem", ***Fuzzy Sets and Systems***, 132: 273-289, (2002).

28. Mansur, Y., "Fuzzy sets and economics: applications of fuzzy mathematics to non-cooperation oligapoly", **Edward Elgar Publishing Ltd.**, 85-96, (1995).
29. Nishizaki I., ve Sakawa M., "Fuzzy cooperative games arising from linear production programming problems with fuzzy parameters", **Fuzzy Sets and Systems**, 127: 69-83, (2000).
30. Öztürk, Ö. ve Gerdan, O., "StokPlanlama" **Kara Harp Okulu Basımevi**, 12-15, (2005).
31. Park. K. S., "Fuzzy-set theoretic interpretation of economic order quantity", **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, 17(6): 1082-1084, (1987).
32. Petrovic, D. ve Sweeney, E., "Fuzzy knowledge-based approach to treating uncertainty in inventory control", **Computer Integrated Manufacturing Systems**, 7(3): 147-152, (1994).
33. Petrovic, D., Petrovic, R. ve Yujosevic, M., " Fuzzy models for the newsboy Problem", **International Journal of Production Economics**, 45: 435-441, (1996).
34. Petrovic, D., Roy, R., Petrovic, R., "**Supply chain modeling using fuzzy sets, International Journal of Production Economics**", 59: 443-453, (1999).
35. Roy, T. K. ve Maiti, M., "A fuzzy EOQ model with demand-dependent unit cost under limited storage capacity", **EJOR**, 99: 425-432, (1997).
36. Roy, T. K. ve Maiti, M., "Multi-objective inventory models of deteriorating items with some constraints in a fuzzy environment", **Computers and Operations Research**, 25(12): 1085-1095, (1998).
37. Samanta B. ve Araithi S.A., "An inventory control model using fuzzy logic", **International Journal Production Economics**, 73: 217-226, (2000).
38. Silver, Edward A. ve Peterson, R., "Decision systems for inventory management and production planning", **ISBN: 0-471-86782-9**, 197-198, (1985).
39. Singh, N. ve Mohanty, B. K., "A fuzzy approach to multi-objective routing problem with applications to process planning in manufacturing systems", **International Journal of Production Research**, 29(6): 1161-1170, (1991).
40. Sommer, G., "Fuzzy inventory scheduling in applied systems and cybernetics", **Pergamon Press**. New York, vol. VI. Lasker, G E. (ed), 3052-3060 (1981).

41. Şen, Z., “Bulanık mantık ve modelleme ilkeleri”, **Bilge Yayıncılık**, ISBN: 975-8509-23-3, (2001).
42. Taha, H.A., “Operations research”, **Prentice-Hall**, Englewood Cliffs, NJ, USA, 753-777, (1997).
43. Tsoureloudis N.C, Dretoulakis E. ve Ioannidis S., “Fuzzy work in process inventory control of unreliable manufacturing systems”, **Information Sciences**, 12: 61-69, (2000).
44. Türkşen İ.B., Zarandi M.H.F. ve Saghiri S., “Supply Chain: Crisp and Fuzzy Aspects” **Int. J. of. Applied Mathematics and Computer Science on computing with words and perceptions**, 12 (3), 423-436, (2002).
45. Tütüncü G. Y. ve Apaydın A., “Continuous review inventory model based on fuzzy numbers”, **The 53rd Session of International Statistical Institute**, August 22-29, Seoul, Republic of Korea, 17-24, (2001).
46. Yaggar, R. R.. “A characterization of the extension principle”, **Fuzzy Sets and Systems**, 18 (3): 205-217, (1986).
47. Yao, J. S. ve Lee H. M., “Fuzzy inventory with backorder for fuzzy order quantity”, **Information Sciences**, 93: 283-319, (1996).
48. Yao, J. S. ve Lee H. M., “Fuzzy inventory with or without backorder for fuzzy order quantity with trapezoid fuzzy number”, **Fuzzy Sets and Systems** 105: 311-337, (1999).
49. Yao, J. S. ve Su, J. S., “Fuzzy inventory with backorder for fuzzy total demand based on , interval-valued fuzzy set”, **EJOR**, 124: 390-408, (2000).
50. Yao, J. S. ve Chiang. J., “ Inventory without backorder with fuzzy total cost and fuzzy storing cost defuzzified by centroid and signed distance”, **EJOR**, 14: 401-409, (2003).
51. Yenersoy, G., “Malzeme Yönetimi Sistemleri”, **MA-PA Yayınları**: 7-10, (1990).
52. Zadeh, L. A., “Fuzzy sets”, **Information and Control**, 8: 338-353, (1965).
53. Zadeh, L. A., “The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning”, Part 1, 2 and 3., **Information Sciences**, 8: 199-249; 8: 301-357, (1975).
54. Zhang, H. C. ve Huang, S. H., “A Fuzzy approach to process plan selection”, **International Journal of Production Research**, 32(6): 1265-1279, (1994).

EKLER

	P	D	Co	Ch	Л	Q*	b*	Co ₁	Co ₂	Co ₃	Co ₄	Ch ₁	Ch ₂	Ch ₃	Ch ₄	Л ₁	Л ₂	Л ₃	Л ₄	Q**	b**	δ	γ
1	15211	11790	9506	12	35	606.42	10560.82	7974	8802	11958	15017	10	11	14	18	28	32	38	46	653.48	10877.48	7.20	2.91
2	31266	8015	7686	26	80	530.02	2905.72	6900	7402	9234	12254	20	26	31	34	71	81	95	124	518.12	2965.24	-2.30	2.01
3	32484	6440	9683	7	25	935.38	5333.35	8049	9881	12215	14755	5	6	8	10	22	25	29	36	925.99	5613.69	-1.01	4.99
4	21965	11051	1835	6	88	120.90	3812.01	1559	1922	2070	2389	5	6	6	8	74	88	103	124	116.40	3906.37	-3.87	2.42
5	26531	9239	501	29	63	173.75	845.72	410	521	635	758	23	28	35	45	51	61	71	91	182.69	866.93	4.90	2.45
6	15178	11782	2695	8	90	113.52	6215.47	2216	2861	3183	3673	6	7	9	11	75	81	112	129	110.99	6468.94	-2.28	3.92
7	23239	8833	7092	22	36	904.61	3847.17	6084	6429	8999	10008	19	21	27	34	31	38	42	55	887.91	3797.10	-1.88	-1.32
8	23677	10247	8609	5	29	712.38	8540.25	7667	8653	10133	12540	4	4	5	6	24	28	36	44	654.49	9230.83	-8.85	7.48
9	28090	10166	2647	11	45	387.17	3088.99	2206	2585	2950	4212	9	10	13	14	36	41	50	67	393.91	3167.18	1.71	2.47
10	29144	7948	1986	16	94	188.49	1781.78	1745	1889	2307	2619	13	16	18	24	79	93	112	149	180.74	1758.48	-4.29	-1.32
11	29398	13860	8236	18	81	520.44	5415.70	6735	7679	9829	11081	14	18	22	28	65	88	96	114	507.99	5270.43	-2.45	-2.76
12	23687	13731	8735	18	34	1013.16	6963.64	7437	9565	10813	12060	15	16	20	26	29	33	43	54	980.30	7182.65	-3.35	3.05
13	28006	11263	2968	9	97	187.05	3684.93	2447	2792	3308	4546	7	8	11	12	83	91	109	154	182.55	3717.88	-2.46	0.89
14	17682	10878	3512	19	43	457.75	3881.82	3007	3164	4499	4682	15	20	22	27	36	45	51	65	444.69	3842.97	-2.94	-1.01
15	15043	12947	7242	23	70	303.83	8817.16	5911	7442	8181	9529	20	21	26	30	57	68	86	97	294.34	8889.93	-3.23	0.82
16	20475	11279	6594	19	95	342.35	4573.53	5303	5974	7982	9553	15	18	21	28	81	87	105	130	350.81	4621.97	2.41	1.05
17	15100	8134	1830	28	46	336.11	1925.52	1605	1822	2146	2490	24	30	31	41	40	49	57	69	321.78	1894.84	-4.45	-1.62
18	17474	12994	7981	9	46	434.93	10367.01	6626	7895	10247	12194	7	9	11	12	40	47	56	63	436.46	10618.27	0.35	2.37
19	17845	11969	6786	5	51	306.01	10408.60	5437	6631	8745	9536	4	5	5	6	42	50	62	75	292.35	10979.62	-4.67	5.20
20	24653	11855	1154	9	64	165.41	2584.54	989	1159	1292	1723	7	9	11	13	52	64	74	93	166.64	2573.31	0.73	-0.44
21	20704	12444	3695	22	35	636.07	4130.77	3264	4034	4077	5120	19	20	25	34	30	32	40	53	644.96	4182.85	1.38	1.25
22	18990	8424	4398	22	70	375.29	2820.61	3637	4008	5098	6491	19	22	26	32	56	64	86	97	379.05	2780.67	0.99	-1.44
23	29509	11530	3861	12	93	258.19	3707.97	3456	3512	4351	5963	10	12	14	17	76	86	111	142	256.90	3688.07	-0.50	-0.54
24	34568	12230	5861	22	38	945.46	3990.26	5037	5972	6629	7797	18	20	27	34	31	36	47	57	929.48	3940.74	-1.72	-1.26
25	33408	13373	9660	27	82	684.15	4605.46	8259	9549	10821	14039	22	29	32	40	67	83	99	126	671.39	4508.52	-1.90	-2.15
26	28117	8602	6920	5	73	269.37	6054.37	5678	7202	8640	10746	4	4	5	7	61	68	94	99	259.02	6601.77	-3.99	8.29
27	16126	9971	3123	17	43	395.76	3659.62	2650	2860	3925	4234	13	18	20	26	36	41	53	67	389.28	3600.73	-1.67	-1.64
28	25150	11676	5269	8	62	348.58	5693.18	4569	5211	6383	7368	6	8	9	11	50	60	74	96	341.20	5806.74	-2.16	1.96
29	20997	9346	9109	23	29	1200.41	4891.02	7427	9003	10137	13911	19	22	26	29	24	26	36	43	1179.67	4945.82	-1.76	1.11
30	21058	7690	6287	29	22	1259.58	3489.39	5218	6173	7966	9373	24	28	32	40	18	21	26	32	1276.92	3585.68	1.36	2.69
31	28706	6439	7662	10	92	285.59	3755.41	6614	8211	8701	11803	8	9	12	14	80	93	111	137	278.49	3865.14	-2.55	2.84
32	22207	10304	7663	6	53	403.01	7393.44	6791	7362	9660	12228	5	5	6	8	44	51	67	80	379.82	7997.31	-6.10	7.55
33	15605	10886	7664	19	48	546.00	6366.84	6812	6985	8690	11670	16	20	22	27	38	45	57	62	563.93	6328.64	3.18	-0.60
34	21651	6026	7665	12	52	490.29	3623.37	6505	7352	8471	10826	10	11	13	17	43	47	65	71	478.40	3650.40	-2.49	0.74
35	21681	13556	7666	18	33	912.71	6900.57	6764	7792	9879	11969	14	18	21	27	28	31	42	44	943.37	7128.86	3.25	3.20
36	26539	13199	7667	5	59	367.03	9346.34	6186	7004	9149	11212	4	4	6	7	50	53	70	89	357.29	9538.52	-2.73	2.01
37	32700	10331	7668	8	99	286.10	5593.80	6167	7219	9959	11627	6	7	8	11	86	100	109	155	272.88	5992.04	-4.84	6.65
38	17509	7113	7669	8	76	284.91	5038.44	6252	7218	9393	10110	7	7	9	10	61	80	98	113	258.60	5146.51	-10.17	2.10
39	17048	7543	7670	14	38	676.07	4503.93	6569	7088	8834	10469	11	14	15	18	32	37	48	52	642.64	4517.76	-5.20	0.31
40	25509	13640	7671	27	31	1209.19	5582.63	6646	6920	8546	11326	22	27	33	43	27	33	34	42	1207.47	5442.72	-0.14	-2.57

ЕК-1. Örnek Problem Çözümleri

	P	D	Co	Ch	Л	Q*	b*		Co ₁	Co ₂	Co ₃	Co ₄	Ch ₁	Ch ₂	Ch ₃	Ch ₄	Л ₁	Л ₂	Л ₃	Л ₄	Q**	b**	δ	γ
41	16822	13182	7672	15	97	245.82	8482.53		6784	6908	9584	11567	12	13	17	20	84	101	111	141	236.69	8810.35	-3.86	3.72
42	34662	8053	7673	20	39	908.07	3489.54		6789	8362	8737	10564	16	21	25	31	32	35	44	54	973.67	3494.80	6.74	0.15
43	33209	9117	7674	21	21	1554.66	4285.97		6635	7090	9105	11774	18	21	26	30	18	19	25	27	1615.21	4311.78	3.75	0.60
44	31095	12784	7675	8	20	1284.84	7636.53		6610	7523	9784	11973	7	7	8	12	16	18	24	26	1334.12	8091.27	3.69	5.62
45	34007	9082	7676	6	26	858.46	6246.73		6759	8296	9293	10764	4	5	6	8	21	24	32	36	833.87	6792.77	-2.95	8.04
46	30961	7568	7677	9	46	558.85	4520.09		6183	7318	8740	10736	7	9	9	14	38	49	56	67	522.28	4511.30	-7.00	-0.19
47	16122	9134	7678	27	53	622.21	4253.32		6309	7414	8767	10323	24	29	32	38	44	56	65	71	607.94	4123.88	-2.35	-3.14
48	22331	9472	7679	26	51	744.72	3830.12		6824	7997	8550	12256	21	28	30	37	42	54	59	80	738.35	3846.67	-0.86	0.43
49	29447	8377	7680	7	76	319.64	5296.77		6846	7634	9677	11433	6	7	8	9	62	80	96	107	311.09	5468.43	-2.75	3.14
50	24202	8439	7681	18	28	1086.28	4262.25		6372	8042	8778	10356	14	16	23	23	22	29	32	44	1057.26	4276.98	-2.75	0.34
51	25855	9124	7682	6	66	338.43	6275.88		6743	7896	8823	11418	5	5	7	8	55	64	79	97	329.18	6530.53	-2.81	3.90
52	20758	6279	7683	15	21	1155.55	3975.99		6476	7998	8827	11930	12	16	17	23	18	20	23	32	1195.33	4021.27	3.33	1.13
53	19774	12787	7684	29	59	622.76	5348.24		6448	7466	8464	10354	24	26	32	41	51	54	65	91	611.02	5359.77	-1.92	0.22
54	17500	7044	7685	19	94	340.16	3385.96		6732	7626	9435	10876	16	18	22	28	79	99	105	122	347.78	3440.84	2.19	1.60
55	30697	7280	7686	20	76	483.75	3043.88		6545	7562	9645	10615	16	18	24	30	63	81	90	106	476.81	3081.95	-1.46	1.24
56	22620	6098	7687	20	52	604.81	2980.93		6542	8104	8637	11567	16	19	22	30	42	47	63	71	619.03	3052.35	2.30	2.34
57	22126	9750	7688	13	74	411.49	4923.31		6409	7968	8701	10713	11	13	14	18	62	67	88	102	415.96	4990.59	1.07	1.35
58	21853	12352	7689	22	84	451.72	5006.01		6606	8231	9170	11476	19	20	26	30	73	81	94	118	465.90	5183.23	3.04	3.42
59	28924	13465	7690	14	81	448.75	5697.38		6213	8184	8853	12190	12	13	16	19	68	84	94	119	442.59	5880.37	-1.39	3.11
60	24167	10266	7691	16	28	1086.11	5192.57		6411	8204	9016	11118	13	17	19	21	24	29	31	37	1119.11	5267.75	2.95	1.43
61	34661	10124	7692	9	80	373.32	5214.94		6603	7887	9575	11808	7	9	10	13	67	75	99	120	373.85	5399.37	0.14	3.42
62	22980	6924	7693	11	87	309.89	3951.43		6896	7843	8611	10952	9	11	12	17	75	79	105	133	307.79	3964.64	-0.68	0.33
63	33525	13817	7694	29	34	1300.84	4807.21		6334	7865	9677	11515	24	31	34	44	28	35	38	53	1328.46	4850.62	2.08	0.89
64	27451	12170	7695	24	55	758.88	4487.40		6600	7721	9670	11005	20	21	29	35	45	56	60	86	764.92	4592.20	0.79	2.28
65	17146	11407	7696	20	51	569.73	6042.62		6164	7832	8970	11403	16	21	23	29	41	49	61	77	571.36	6045.08	0.28	0.04
66	27547	9652	7697	17	74	493.63	4067.58		6456	7183	8494	11672	13	17	20	23	59	78	84	96	491.87	4054.26	-0.36	-0.33
67	18488	12266	7698	19	34	818.61	6785.11		6187	7945	8476	11719	15	19	23	26	29	34	37	53	818.49	6790.31	-0.01	0.08
68	31290	11920	7699	27	62	745.63	3970.32		6365	6952	8670	10660	23	25	33	36	53	61	75	82	725.45	3897.36	-2.78	-1.87
69	23155	8721	7700	26	78	518.01	3323.96		6633	8047	8659	11837	21	28	29	39	64	79	90	118	521.52	3336.87	0.67	0.39
70	15789	12656	7701	26	24	915.45	8872.10		6503	8260	9938	12200	21	23	29	36	19	24	29	35	931.40	9358.62	1.71	5.20
71	30284	8582	7702	10	79	367.07	4558.79		6383	8447	9065	10097	8	9	11	13	69	72	102	120	346.90	4745.53	-5.81	3.94
72	17253	10388	7703	8	77	278.99	7449.76		6765	7394	9047	11792	6	7	9	12	61	70	89	122	277.53	7686.19	-0.53	3.08
73	24048	6235	7704	8	65	346.38	4266.99		6913	8080	8744	11434	6	8	10	12	53	71	78	101	336.74	4259.85	-2.86	-0.17
74	31534	6972	7705	20	63	565.75	3014.33		6494	8357	9609	11639	17	19	24	28	55	61	81	86	570.56	3108.97	0.84	3.04
75	27608	8167	7706	11	77	379.33	4309.42		6789	8397	9072	11754	9	10	14	16	69	81	96	122	365.14	4389.74	-3.89	1.83
76	33408	11672	7707	14	74	501.65	4846.49		6446	8422	9369	11041	12	13	18	20	65	80	90	99	501.38	4902.47	-0.05	1.14
77	28864	8394	7708	22	45	818.31	3514.06		6810	7984	8539	11715	19	22	26	32	38	43	54	65	827.32	3523.52	1.09	0.27
78	25509	6745	7709	18	77	433.86	3112.93		6545	7532	9010	10557	14	16	21	23	65	80	98	115	399.25	3163.66	-8.67	1.60
79	23495	8253	7710	13	81	375.45	4184.70		6198	7153	8804	10992	11	12	15	17	71	80	97	128	350.40	4182.77	-7.15	-0.05
80	29350	7556	7711	26	22	1459.61	3628.90		6268	7909	9905	10432	22	26	32	39	17	21	24	31	1546.27	3705.89	5.60	2.08

EK-1. (Devam) Örnek Problem Çözümleri

	P	D	Co	Ch	Л	Q*	b*		Co ₁	Co ₂	Co ₃	Co ₄	Ch ₁	Ch ₂	Ch ₃	Ch ₄	Л ₁	Л ₂	Л ₃	Л ₄	Q**	b**	δ	γ
81	31803	13733	7712	19	54	761.63	5150.20		6856	7395	9672	11445	16	20	21	27	43	57	68	75	750.86	5212.04	-1.43	1.19
82	15085	6654	7713	29	38	808.36	3341.55		6551	7154	9862	10910	24	31	35	38	31	38	42	59	818.16	3350.30	1.20	0.26
83	33568	11483	7714	21	37	1067.98	4483.32		6378	7166	9938	10798	18	21	25	29	32	36	46	58	1039.77	4468.30	-2.71	-0.34
84	33859	11145	7715	29	21	1785.00	4587.64		6799	7278	9401	10887	25	28	37	41	17	22	25	29	1783.33	4557.17	-0.09	-0.67
85	18039	8046	7716	14	80	357.85	4337.25		6805	8173	9603	10304	11	14	15	19	71	82	88	126	350.84	4498.00	-2.00	3.57
86	16649	10588	7717	5	45	363.60	9987.62		6215	8181	8746	12168	4	4	5	7	38	48	53	71	332.33	10702.70	-9.41	6.68
87	18230	9663	7718	16	61	488.65	5004.06		6243	7706	9945	10912	14	14	19	21	54	63	75	96	462.96	5140.34	-5.55	2.65
88	24683	10410	7719	27	46	864.41	4041.69		6269	8432	8550	12042	23	24	31	41	40	48	51	66	868.10	4124.12	0.42	2.00
89	34084	8671	7720	15	60	576.83	3868.25		6405	7793	8680	12334	13	14	19	23	50	62	69	89	581.34	3844.95	0.77	-0.61
90	24603	11316	7721	15	82	421.86	5051.40		6542	7307	9278	11343	12	15	16	22	68	83	95	111	421.25	5127.00	-0.14	1.47
91	20628	8948	7722	13	22	1149.38	5465.14		6685	7761	9084	11528	10	13	16	17	19	20	24	31	1205.27	5584.51	4.64	2.14
92	27459	6622	7723	15	60	508.65	3351.48		6374	8145	9467	12323	12	13	18	20	51	61	69	79	519.48	3524.84	2.09	4.92
93	25474	12034	7724	22	69	586.22	4595.95		6192	8358	9835	11733	18	20	25	30	57	64	79	102	605.68	4849.84	3.21	5.24
94	16492	11212	7725	29	21	1237.63	6665.03		6570	7482	9064	10859	24	30	37	38	17	19	26	32	1235.58	6596.28	-0.17	-1.04
95	28941	8708	7726	7	52	463.28	5585.39		6301	8462	8640	11939	6	7	8	9	43	51	65	76	454.67	5723.17	-1.89	2.41
96	18573	11866	7727	9	80	289.32	7922.79		6324	7077	8676	11649	7	8	11	13	70	83	98	120	270.26	7871.11	-7.05	-0.66
97	15131	7676	7728	27	81	424.75	3448.37		6247	8140	8528	11003	21	26	32	39	70	79	95	117	420.76	3449.92	-0.95	0.05
98	19011	9910	7729	19	96	355.26	4491.67		6495	7341	8731	10759	16	19	23	27	80	100	112	138	347.23	4391.96	-2.31	-2.27
99	26189	11990	7730	23	77	547.90	4393.75		6598	7747	9488	11812	19	24	26	30	65	79	98	105	538.96	4490.03	-1.66	2.14
100	30012	10073	7731	16	99	381.34	4125.53		6588	7568	9072	11249	13	17	19	22	84	92	127	141	378.68	4101.75	-0.70	-0.58
101	33650	8270	7732	7	64	385.48	5183.83		6339	7951	8867	10334	5	7	8	9	51	65	80	84	372.21	5260.21	-3.56	1.45
102	24256	12975	7733	18	81	457.70	5412.74		6192	7252	8978	10630	15	19	19	24	65	78	104	118	434.61	5379.41	-5.31	-0.62
103	28427	6161	7734	6	64	316.18	4709.45		6843	7744	9003	10633	4	6	7	7	52	66	76	92	302.42	4852.28	-4.55	2.94
104	26026	12943	7735	12	96	341.32	6110.80		6841	8419	9794	10881	9	11	14	16	77	98	116	137	338.83	6443.70	-0.73	5.17
105	20924	10807	7736	8	71	339.57	6935.24		6895	7436	9227	12056	6	7	9	11	61	70	83	99	333.99	7259.92	-1.67	4.47
106	28524	12840	7737	18	35	1029.61	5513.51		6348	8388	9731	10706	15	16	22	28	28	32	41	49	1083.58	5663.60	4.98	2.65
107	29435	10759	7738	17	62	605.54	4435.05		6438	8114	8586	10995	14	16	19	26	51	63	78	89	583.13	4444.95	-3.84	0.22
108	17111	13720	7739	29	22	1042.95	9255.14		6815	7467	8966	11779	25	31	33	38	17	24	24	31	1052.61	9315.91	0.92	0.65
109	29374	8084	7740	19	65	561.80	3426.88		6313	8396	9580	10957	17	20	22	28	56	71	73	88	576.17	3457.10	2.49	0.87
110	33523	11229	7741	21	36	1087.75	4439.54		6764	7930	8859	10797	18	19	25	32	31	38	42	50	1074.23	4436.20	-1.26	-0.08
111	18413	7709	7742	13	39	666.94	4589.10		6907	7402	8550	10614	10	13	14	17	32	42	44	51	647.14	4617.78	-3.06	0.62
112	19936	6438	7743	29	29	1078.81	3186.73		6629	7701	9167	10969	25	31	32	38	25	28	32	41	1101.20	3227.05	2.03	1.25
113	18333	13044	7744	23	20	1248.50	8090.74		6791	7512	9680	12347	19	24	28	32	17	19	22	30	1305.47	8291.15	4.36	2.42
114	19323	10540	7745	17	56	555.52	5248.13		6955	7963	8613	10698	15	15	18	26	49	59	72	73	525.60	5306.25	-5.69	1.10
115	31662	9844	7746	15	35	949.08	4590.99		6445	7268	9028	10955	12	15	17	21	30	37	43	54	889.21	4536.38	-6.73	-1.20
116	33644	10688	7747	13	78	454.91	4667.00		6873	7702	8525	12249	11	12	16	18	63	77	86	118	461.56	4711.29	1.44	0.94
117	32938	10854	7748	7	28	897.49	6692.99		6913	7944	8643	10251	6	7	7	10	22	30	32	40	868.07	6767.82	-3.39	1.11
118	16550	7224	7749	12	52	476.95	4514.15		6283	8452	9497	11883	10	11	14	15	46	52	61	73	477.31	4743.44	0.08	4.83
119	16875	12045	7750	8	33	562.10	10064.86		6843	8024	9513	11309	7	7	10	11	29	32	41	51	551.13	10294.26	-1.99	2.23
120	34628	11815	7751	21	63	691.97	4201.39		6546	7813	9925	11749	18	22	23	32	55	63	80	89	691.47	4273.34	-0.07	1.68

EK-1. (Devam) Örnek Problem Çözümleri

	P	D	Co	Ch	Л	Q*	b*		Co ₁	Co ₂	Co ₃	Co ₄	Ch ₁	Ch ₂	Ch ₃	Ch ₄	Л ₁	Л ₂	Л ₃	Л ₄	Q**	b**	δ	γ
121	15601	11697	7752	10	80	251.06	9029.35		6830	7737	10019	10255	8	9	12	13	69	81	97	115	244.08	9335.67	-2.86	3.28
122	34435	7758	7753	24	90	466.90	2862.74		6396	7983	9680	11297	20	26	27	36	72	88	116	143	459.47	2873.89	-1.62	0.39
123	24792	8075	7754	20	84	439.67	3390.69		6482	7386	9659	12340	17	19	23	29	67	89	96	134	432.59	3459.47	-1.64	1.99
124	21291	13565	7755	12	83	340.87	7436.50		6331	7329	9123	12076	10	11	13	15	71	88	102	132	310.52	7689.66	-9.77	3.29
125	33097	7024	7756	16	20	1381.09	3944.58		6396	7924	9051	12125	13	14	18	23	17	20	23	27	1393.58	4068.72	0.90	3.05
126	29665	9091	7757	9	72	388.52	5041.80		6451	7587	9846	10589	7	8	11	12	62	72	93	96	374.54	5163.49	-3.73	2.36
127	30682	6032	7758	24	96	395.79	2463.22		6485	8316	9138	11501	19	23	29	34	78	97	115	145	393.36	2507.31	-0.62	1.76
128	21003	9300	7759	8	30	751.21	6403.80		6309	7582	10021	10398	6	7	9	10	26	28	33	39	766.60	6735.64	2.01	4.93
129	25861	6091	7760	28	67	563.83	2502.39		6866	8274	9475	11345	23	25	31	40	55	61	83	105	560.01	2607.88	-0.68	4.05
130	24631	7795	7761	17	72	468.41	3587.63		6730	8498	9978	10431	13	18	21	23	63	74	89	98	473.92	3655.24	1.16	1.85
131	34203	13131	7762	24	33	1265.85	4879.83		6517	7647	9479	10285	20	24	27	33	26	32	37	43	1307.15	4955.20	3.16	1.52
132	25868	6001	7763	13	42	634.59	3495.76		6360	8513	8543	10793	11	12	16	20	36	42	54	56	624.65	3468.33	-1.59	-0.79
133	19619	13629	7764	18	50	584.87	7236.82		6362	8098	8563	10495	15	17	21	28	44	49	58	66	588.41	7174.45	0.60	-0.87
134	22746	8965	7765	29	99	439.36	3200.82		6270	7083	9227	11356	24	28	37	41	84	108	113	130	436.65	3145.20	-0.62	-1.77
135	18841	9294	7766	25	76	488.09	3891.50		6898	7990	9206	10108	21	24	30	38	64	76	91	121	476.52	3863.03	-2.43	-0.74
136	29263	13972	7767	26	28	1396.50	5550.65		6618	7658	9905	10736	21	25	31	36	23	29	34	39	1389.09	5615.58	-0.53	1.16
137	27908	7276	7768	8	28	814.40	4957.21		6291	8274	9272	12247	6	7	9	11	22	25	30	36	880.61	5275.17	7.52	6.03
138	20368	11660	7769	11	34	746.25	7140.56		6342	8322	8823	10963	9	11	13	17	30	32	43	45	752.22	7109.05	0.79	-0.44
139	27249	13958	7770	26	54	797.97	5033.79		6938	7219	8642	11450	21	28	33	39	47	58	63	72	795.93	4868.51	-0.26	-3.39
140	34000	13108	7771	10	68	485.81	6166.86		6448	8326	9633	10342	8	10	12	13	60	71	82	96	476.10	6282.01	-2.04	1.83
141	31796	9116	7772	21	39	952.40	3814.89		6277	7883	8642	10148	18	21	24	28	33	41	45	61	904.61	3748.67	-5.28	-1.77
142	31958	9609	7773	9	81	359.12	5135.31		6635	7437	9246	10614	8	9	10	12	69	77	89	128	356.45	5158.60	-0.75	0.45
143	25771	11399	7774	7	56	442.84	7146.69		6808	7430	10046	11799	6	6	8	10	46	55	63	77	455.08	7473.96	2.69	4.38
144	20492	12834	7775	28	54	686.73	5381.60		6829	7058	9166	11278	22	27	34	42	48	57	65	80	659.19	5291.78	-4.18	-1.70
145	23742	10336	7776	14	29	1009.46	5490.98		6332	7041	9634	10932	12	14	17	18	24	30	35	42	981.27	5440.14	-2.87	-0.93
146	15257	9935	7777	13	80	306.90	6294.00		6373	7473	10106	12288	11	13	15	19	66	86	98	123	299.29	6414.94	-2.54	1.89
147	20064	9250	7778	10	39	637.05	5791.63		6940	8215	9120	11638	8	9	11	15	33	37	48	53	640.00	6012.54	0.46	3.67
148	30476	7894	7779	23	81	498.46	3041.82		6402	7891	8967	11387	18	23	28	35	69	82	99	124	486.83	3009.56	-2.39	-1.07
149	33500	11791	7780	19	76	559.35	4315.80		6822	7425	10097	10855	15	17	23	26	61	76	90	116	551.37	4430.00	-1.45	2.58
150	31140	12584	7781	9	86	358.54	6351.12		6553	8084	8926	12188	7	8	9	13	69	91	106	127	335.34	6711.48	-6.92	5.37
151	29859	11030	7782	22	31	1203.97	4599.58		6572	7181	9371	11239	17	21	25	32	27	28	34	45	1229.61	4660.44	2.09	1.31
152	31630	8040	7783	25	50	788.83	3173.06		6305	8410	8567	11075	20	22	29	39	42	52	59	67	780.15	3196.59	-1.11	0.74
153	20302	8798	7784	13	25	1030.56	5316.23		6270	7168	10022	11725	10	13	16	17	21	25	28	35	1053.24	5401.26	2.15	1.57
154	16398	7195	7785	18	33	820.02	4139.83		6982	7991	9978	10618	16	16	22	27	28	33	38	42	856.29	4243.90	4.24	2.45
155	18350	12448	7786	25	49	655.63	6033.76		6934	7177	9032	12212	21	24	28	37	41	44	60	68	663.71	6101.51	1.22	1.11
156	28500	8172	7787	26	56	716.93	3170.05		6578	8443	9691	10259	22	25	32	34	47	58	66	85	709.62	3218.75	-1.03	1.51
157	29931	10121	7788	8	64	425.61	5787.48		6272	8230	9192	11579	6	8	9	12	57	64	82	101	403.12	5879.95	-5.58	1.57
158	33154	12497	7789	6	31	796.56	7883.83		6489	7010	9601	11217	5	5	7	8	25	29	36	43	794.14	8095.26	-0.30	2.61
159	19085	9725	7790	9	51	467.50	6354.86		6537	8472	9217	12127	7	9	10	11	45	50	65	69	458.04	6670.99	-2.07	4.74
160	18290	10714	7791	19	26	1059.70	6059.22		6753	8298	9881	11886	17	18	21	29	21	25	30	34	1126.66	6339.33	5.94	4.42

ЕК-1. (Devam) Örnek Problem Çözümleri

	P	D	Co	Ch	Л	Q*	b*		Co ₁	Co ₂	Co ₃	Co ₄	Ch ₁	Ch ₂	Ch ₃	Ch ₄	Л ₁	Л ₂	Л ₃	Л ₄	Q**	b**	δ	γ
161	20104	12533	7792	16	63	486.27	6375.51		6999	8544	9753	11936	14	15	20	21	50	66	80	96	481.06	6605.95	-1.08	3.49
162	25632	9412	7793	16	58	588.26	4299.48		6989	7462	8775	10154	12	15	18	25	49	60	73	75	562.69	4256.08	-4.55	-1.02
163	15596	9433	7794	21	28	943.07	5568.52		6834	8124	9272	12294	18	18	25	30	22	29	35	42	927.68	5711.25	-1.66	2.50
164	25865	12432	7795	23	69	603.91	4651.24		6300	7552	8943	12293	19	23	27	30	58	67	83	101	596.35	4685.55	-1.27	0.73
165	16002	6468	7796	15	62	434.50	3743.60		6763	8089	9502	10966	12	15	16	19	51	56	77	93	428.83	3892.90	-1.32	3.84
166	29834	7084	7797	6	87	249.94	5080.30		6727	7035	9424	11295	5	5	7	9	72	93	96	137	238.75	5149.65	-4.68	1.35
167	20687	10252	7798	12	38	713.71	5895.44		6268	7113	9540	10909	10	12	13	18	33	40	45	53	690.15	5858.69	-3.41	-0.63
168	21231	12056	7799	17	23	1225.42	6672.06		6900	7091	9222	11720	15	16	19	26	19	23	25	33	1243.50	6714.08	1.45	0.63
169	28469	6712	7800	21	33	971.09	3267.42		6865	7785	10014	10223	17	21	24	33	26	33	39	43	1003.20	3309.85	3.20	1.28
170	15410	8275	7801	11	22	951.70	6166.34		6428	7111	9088	10378	8	11	13	14	18	20	25	33	941.87	6131.77	-1.04	-0.56
171	24637	6859	7802	29	67	590.09	2707.07		6414	8355	9926	11358	24	28	35	38	55	68	77	89	612.02	2806.11	3.58	3.53
172	21744	13432	7803	25	22	1391.90	6845.43		6632	7546	9788	10262	21	22	29	39	19	22	27	32	1360.56	6832.77	-2.30	-0.19
173	16593	10677	7804	29	77	459.46	4710.37		6913	7525	9625	11864	24	27	33	42	67	81	84	106	465.70	4838.50	1.34	2.65
174	21903	10134	7805	15	44	700.81	5130.13		6395	8524	9735	12292	13	15	18	23	38	47	49	62	730.08	5248.48	4.01	2.25
175	27802	13824	7806	7	73	360.64	8197.78		6778	7128	9614	10232	5	6	7	9	60	78	89	107	321.85	8657.99	-12.05	5.32
176	31495	7628	7807	16	32	969.63	3838.57		6854	7410	9626	10565	14	15	19	25	26	29	38	46	993.92	3836.67	2.44	-0.05
177	29471	9868	7808	7	42	590.46	6213.84		6721	7633	9328	11418	5	7	8	9	37	43	50	61	568.17	6367.57	-3.92	2.41
178	22373	8646	7809	27	79	516.85	3307.14		6760	7082	8857	10862	23	25	33	39	70	81	91	117	498.30	3234.93	-3.72	-2.23
179	25845	12620	7810	22	79	527.37	4731.47		6949	7903	8711	10974	17	23	24	33	69	86	90	103	521.33	4726.11	-1.16	-0.11
180	16932	13499	7811	11	93	220.52	10282.89		6319	7175	9218	12097	9	10	12	15	78	84	104	138	220.86	10572.63	0.15	2.74
181	29761	11389	7812	5	20	1048.08	8488.96		6753	7726	9190	11422	4	5	6	6	17	20	23	31	1025.68	8619.08	-2.18	1.51
182	23363	7408	7813	20	27	1116.20	3840.98		6272	8269	9391	11904	16	21	22	29	23	26	30	36	1171.78	3955.59	4.74	2.90
183	29803	9422	7814	27	69	640.66	3330.96		6359	8554	9385	11206	22	28	29	36	55	72	79	104	637.13	3428.75	-0.55	2.85
184	26860	8107	7815	27	62	657.93	3106.31		6541	8560	9159	11988	24	28	33	42	52	57	69	96	698.80	3130.45	5.85	0.77
185	17572	8257	7816	7	63	329.56	6216.81		6768	8077	8723	11134	5	6	8	10	52	58	79	92	317.19	6414.83	-3.90	3.09
186	23516	6002	7817	8	31	680.03	4451.21		6364	7970	9120	11289	6	7	8	12	25	30	35	44	672.70	4647.90	-1.09	4.23
187	32710	12526	7818	23	34	1197.62	4809.94		6608	8271	9094	11901	18	22	27	32	30	32	43	53	1171.36	4886.82	-2.24	1.57
188	18295	10690	7819	27	64	567.59	4601.98		6278	8480	9677	12288	23	24	33	36	56	59	77	83	592.91	4814.93	4.27	4.42
189	34108	11479	7820	8	67	435.46	6153.38		6867	8143	8660	10418	6	8	10	12	59	61	76	104	441.68	6053.22	1.41	-1.65
190	31882	6298	7821	24	33	1004.32	2972.42		6312	8178	8659	11216	21	23	27	34	29	31	36	45	1030.75	3008.18	2.56	1.19
191	22534	7010	7822	18	98	345.87	3235.41		6997	7599	8988	11549	14	17	20	24	78	97	112	139	343.44	3324.95	-0.71	2.69
192	21440	6425	7823	5	75	242.21	5533.72		6495	8365	9095	10826	4	4	5	7	63	76	89	97	231.54	5916.89	-4.61	6.48
193	31508	7280	7824	22	59	635.02	3040.55		6940	8298	8774	10302	18	23	26	28	50	61	65	90	627.92	3039.57	-1.13	-0.03
194	34728	8964	7825	5	87	254.98	6323.98		6463	7280	8732	11833	4	4	6	7	71	93	106	127	235.63	6423.91	-8.21	1.56
195	26072	6758	7826	19	53	624.62	3195.19		6335	8068	8788	12200	16	17	21	27	44	54	60	71	626.77	3284.78	0.34	2.73
196	33693	7642	7827	15	78	437.34	3506.89		6552	8415	9163	11934	12	15	18	22	69	76	95	120	434.96	3549.74	-0.55	1.21
197	21606	11462	7828	7	48	472.65	7909.79		6477	8352	9753	10774	5	7	8	9	40	49	58	73	456.82	8204.14	-3.46	3.59
198	24658	11195	7829	25	85	505.87	4076.67		6513	7420	9366	12353	20	22	30	36	70	90	105	129	482.17	4134.10	-4.91	1.39
199	17725	10559	7830	5	67	263.23	9375.75		7043	7339	9352	12031	4	5	5	6	57	70	74	106	248.87	9869.66	-5.77	5.00
200	16601	11537	7831	28	81	418.09	5335.59		6443	7980	9775	12245	24	27	34	41	66	86	104	125	405.98	5394.72	-2.98	1.10

EK-1. (Devam) Örnek Problem Çözümleri

	P	D	Co	Ch	Л	Q*	b*		Co ₁	Co ₂	Co ₃	Co ₄	Ch ₁	Ch ₂	Ch ₃	Ch ₄	Л ₁	Л ₂	Л ₃	Л ₄	Q**	b**	δ	γ
201	18657	12353	7832	16	46	605.63	6945.56		6861	8395	10034	12419	13	15	19	24	38	48	51	63	638.24	7267.80	5.11	4.43
202	19012	10886	7833	29	73	532.81	4384.58		6838	7394	9037	10308	25	30	33	38	63	75	93	97	508.79	4314.38	-4.72	-1.63
203	29040	9736	7834	22	81	517.10	3641.97		6973	8084	9537	12351	18	20	24	29	68	86	90	118	513.17	3848.49	-0.77	5.37
204	25242	11675	7835	11	69	442.66	5989.73		6572	8337	9598	12204	9	11	13	16	59	74	82	104	438.56	6125.26	-0.94	2.21
205	32940	12073	7836	28	98	521.34	3703.35		6667	7156	9054	10714	25	26	34	39	84	92	109	140	525.76	3653.59	0.84	-1.36
206	27171	7850	7837	17	21	1365.24	4291.61		6327	7678	10082	11708	14	15	18	27	18	19	25	28	1407.48	4458.12	3.00	3.74
207	21538	6914	7838	13	20	1203.96	4501.14		6365	7942	9134	12373	10	13	15	20	16	20	25	27	1210.87	4541.33	0.57	0.89
208	30370	11964	7839	27	82	586.01	3903.47		6412	8315	9597	10892	21	27	32	42	71	84	98	121	583.37	3919.36	-0.45	0.41
209	15930	7145	7840	13	94	282.59	4217.62		6377	7574	9585	12374	10	13	14	20	78	89	121	129	280.72	4308.59	-0.67	2.11
210	33326	6107	7841	13	68	429.67	3277.83		6476	8603	8882	11102	10	13	15	18	55	71	85	100	413.67	3322.31	-3.87	1.34
211	29593	13188	7842	14	52	683.91	5816.08		6300	7496	8668	11088	12	15	17	19	46	50	57	68	705.51	5666.70	3.06	-2.64
212	19895	7647	7843	11	24	983.37	5082.45		6611	7455	9553	11445	9	10	13	15	20	24	30	31	970.86	5159.08	-1.29	1.49
213	31801	11161	7844	24	48	888.36	4106.21		6854	7546	9364	11974	20	23	26	37	40	45	55	75	893.62	4174.95	0.59	1.65
214	32689	9617	7845	27	61	731.89	3379.75		7045	7955	9340	10403	23	25	32	37	52	63	76	91	700.51	3393.88	-4.48	0.42
215	30501	12049	7846	26	44	982.63	4373.07		6357	7419	9328	10850	23	27	29	33	37	39	56	59	977.93	4368.42	-0.48	-0.11
216	15105	9495	7847	5	99	163.94	9181.37		6638	8126	9057	11996	4	5	6	6	87	91	126	155	158.09	9417.76	-3.70	2.51
217	28858	8331	7848	26	60	684.60	3183.47		6905	8469	10030	10750	22	25	32	34	48	54	74	95	696.44	3277.07	1.70	2.86
218	34489	12995	7849	22	78	598.81	4367.50		6686	8146	8776	11660	19	23	28	30	65	73	92	117	613.21	4320.28	2.35	-1.09
219	21428	8849	7850	22	95	401.78	3639.86		6340	7856	9907	10935	18	19	27	33	83	94	117	139	393.42	3688.31	-2.13	1.31
220	21729	11475	7851	16	63	522.83	5470.29		6909	7149	9894	12425	14	17	20	23	56	61	69	95	547.11	5452.17	4.44	-0.33
221	23793	6741	7852	27	47	767.45	2934.87		6805	7653	9594	11359	23	27	33	39	40	50	60	70	740.31	2905.95	-3.66	-1.00
222	16173	12053	7853	16	39	599.76	8093.12		6775	7372	8721	11327	13	15	19	24	33	36	46	53	604.45	8022.15	0.77	-0.88
223	32336	8397	7854	6	33	674.71	5923.96		6817	8282	10140	10257	5	6	7	8	29	30	42	48	674.53	6074.25	-0.03	2.47
224	21468	10787	7855	16	76	439.25	5076.39		7063	7600	9257	11009	14	15	20	24	68	71	90	101	451.79	5036.42	2.78	-0.79
225	26191	6884	7856	12	98	297.92	3704.65		6341	8416	10190	11282	10	12	15	16	84	105	108	141	305.87	3791.46	2.60	2.29
226	23106	7156	7857	20	99	363.01	3128.97		6427	7651	9628	11962	17	21	22	30	86	93	115	152	367.65	3151.56	1.26	0.72
227	17531	8676	7858	26	32	982.24	4338.03		6739	7186	9251	12504	21	25	32	40	25	31	38	41	1016.81	4359.72	3.40	0.50
228	23408	10773	7859	28	27	1312.77	4777.29		6900	7648	9805	10431	22	26	34	38	23	24	29	37	1379.82	4913.77	4.86	2.78
229	31210	7863	7860	16	35	910.40	3879.21		6806	7407	9827	11830	13	14	20	24	29	34	45	48	906.07	3922.07	-0.48	1.09
230	15508	9734	7861	13	31	736.93	6699.04		7051	8481	8761	11949	11	11	14	20	25	31	39	41	728.79	6935.49	-1.12	3.41
231	19666	12078	7862	21	88	400.53	5388.10		6777	7247	9287	11224	18	22	23	27	73	88	105	119	394.87	5405.05	-1.43	0.31
232	29601	9434	7863	23	53	759.70	3684.64		6624	8268	9198	10501	19	25	29	32	46	47	63	79	782.25	3639.50	2.88	-1.24
233	17265	7460	7864	26	93	395.66	3188.68		7058	8148	9515	11059	22	24	30	34	74	94	113	139	386.96	3286.41	-2.25	2.97
234	15788	10276	7865	25	62	511.43	5097.76		6667	8040	8852	11118	21	27	31	37	51	58	77	85	522.89	4992.37	2.19	-2.11
235	22731	7315	7866	20	62	554.10	3349.80		7019	8444	9213	12452	17	21	22	30	51	67	70	89	565.02	3426.45	1.93	2.24
236	23568	8664	7867	6	92	239.52	6186.32		6821	8403	10110	12100	5	5	7	8	79	98	118	135	226.74	6618.59	-5.64	6.53
237	26576	7322	7868	9	93	281.42	4402.34		6746	7731	9026	10306	7	9	10	12	83	85	111	134	274.58	4428.27	-2.49	0.59
238	25127	6892	7869	22	61	584.84	3040.38		6868	7870	8822	11074	18	21	25	29	49	55	71	94	581.67	3079.20	-0.54	1.26
239	17068	10960	7870	15	99	286.45	6083.29		6517	7841	9587	11041	12	14	17	23	79	100	127	136	278.97	6156.04	-2.68	1.18
240	15942	7455	7871	15	33	769.18	4623.45		6573	7166	9443	10963	13	15	18	21	26	30	41	49	765.28	4556.88	-0.51	-1.46

EK-1. (Devam) Örnek Problem Çözümleri

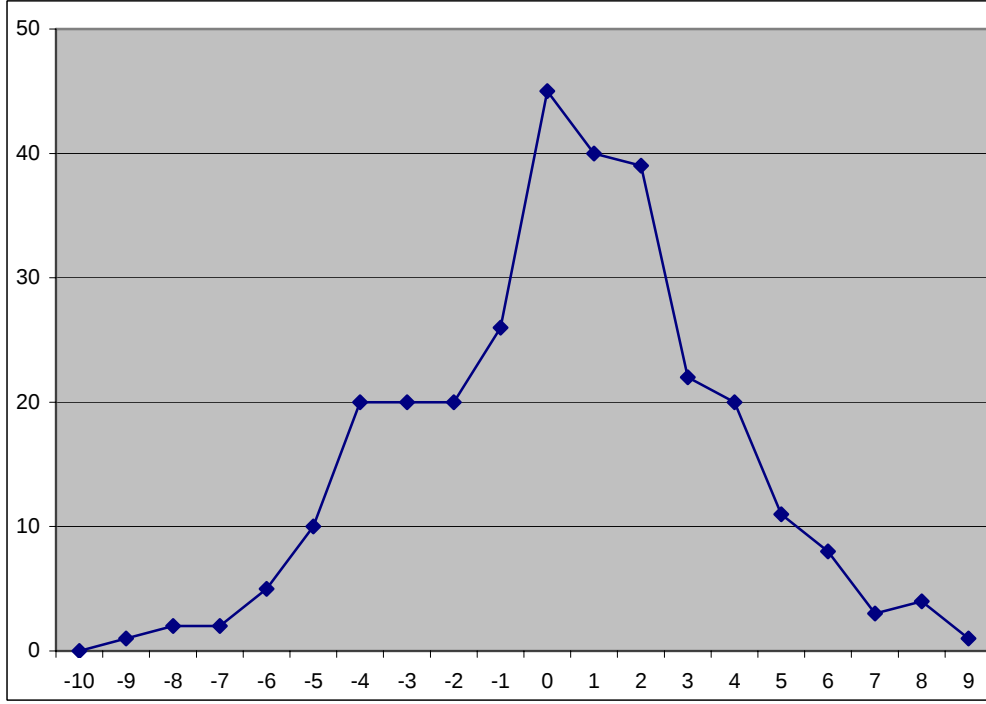
	P	D	Co	Ch	Л	Q*	b*		Co ₁	Co ₂	Co ₃	Co ₄	Ch ₁	Ch ₂	Ch ₃	Ch ₄	Л ₁	Л ₂	Л ₃	Л ₄	Q**	b**	δ	γ
241	33768	13866	7872	9	53	593.63	6938.64		6322	7359	8802	11723	7	8	10	13	43	48	60	79	588.37	7023.66	-0.89	1.21
242	32604	11384	7873	14	84	445.43	4790.76		6751	7920	9824	11475	12	15	17	20	73	77	108	112	459.88	4791.56	3.14	0.02
243	21650	7378	7874	9	90	278.15	4641.34		6582	7758	10104	11583	7	9	10	12	78	91	107	140	269.30	4809.06	-3.29	3.49
244	17361	13327	7875	6	95	174.64	12651.71		6580	7669	8685	12417	4	6	7	9	78	93	115	143	170.30	12703.93	-2.55	0.41
245	33386	8340	7876	27	20	1682.50	3904.06		6309	7240	9611	11284	22	27	31	42	17	18	24	30	1684.00	3878.44	0.09	-0.66
246	33718	10949	7877	25	76	615.92	3684.90		6912	7734	9525	10999	21	25	31	34	64	70	88	104	641.02	3700.47	3.92	0.42
247	25668	13389	7878	14	25	1203.77	7009.87		7065	7474	8848	12385	12	14	17	19	21	25	30	36	1195.54	6986.90	-0.69	-0.33
248	27561	10536	7879	26	69	637.80	3772.62		6614	7839	10185	11084	22	25	33	33	60	65	84	95	650.55	3843.04	1.96	1.83
249	16977	13222	7880	24	21	1081.91	9171.56		7047	7136	9677	11318	20	25	27	33	17	19	25	32	1088.72	9217.58	0.63	0.50
250	19546	10848	7881	7	89	249.68	7694.69		6928	7684	9821	11392	6	6	8	10	77	80	112	134	244.10	7966.37	-2.28	3.41
251	20361	11013	7882	14	87	356.36	5599.68		6960	8165	9108	10957	11	12	16	18	76	82	98	135	346.97	5832.56	-2.71	3.99
252	25780	12776	7883	20	98	419.20	4903.14		6876	7943	8979	10395	16	18	23	27	82	94	127	128	403.18	4968.45	-3.97	1.31
253	22857	12825	7884	9	90	299.42	7504.26		6503	7679	9942	10709	7	9	10	12	77	86	108	121	298.88	7681.89	-0.18	2.31
254	21917	13096	7885	24	37	940.14	5937.11		6781	8331	8756	12467	19	26	30	37	31	35	45	52	973.29	5916.15	3.41	-0.35
255	20563	7426	7886	13	46	598.68	4252.96		6863	7930	9468	10445	10	13	15	19	39	43	53	69	603.19	4276.45	0.75	0.55
256	21919	6735	7887	22	21	1339.03	3778.07		6394	7626	8916	11831	17	19	27	31	18	22	26	31	1273.56	3742.59	-5.14	-0.95
257	16301	13310	7888	21	62	396.52	8541.22		6916	7474	10191	11444	18	19	23	33	51	56	73	94	404.09	8776.50	1.87	2.68
258	22578	10512	7889	15	71	466.63	5006.15		6379	8262	9560	11123	12	16	17	20	63	72	79	108	465.47	5074.91	-0.25	1.35
259	20032	11682	7890	23	45	759.97	5390.33		7033	8486	9909	10796	20	22	27	31	38	44	57	61	764.94	5542.35	0.65	2.74
260	17438	13039	7891	20	52	526.60	7514.92		6924	7826	8833	12040	17	19	24	28	44	53	58	77	526.43	7550.77	-0.03	0.47
261	27223	6320	7892	12	76	370.72	3540.58		6424	7675	8728	10842	10	11	13	17	62	76	91	121	345.09	3547.48	-7.43	0.19
262	23426	13928	7893	26	89	475.87	5191.35		6590	7636	10115	11448	22	27	31	41	71	88	114	140	470.81	5150.84	-1.08	-0.79
263	34746	12158	7894	12	97	376.33	5258.29		6908	7520	9072	12276	10	12	13	17	84	94	108	146	376.04	5341.18	-0.08	1.55
264	30686	8054	7895	6	22	955.81	6047.80		6900	8074	9816	11993	4	6	7	9	18	24	25	34	945.27	6211.11	-1.12	2.63
265	27146	9992	7896	20	81	493.73	3945.65		6669	8105	8959	12541	16	19	22	28	68	79	93	108	502.64	4078.11	1.77	3.25
266	18087	7460	7897	20	38	792.59	3912.02		6394	8671	9569	10285	16	18	22	29	32	38	49	56	757.96	3993.93	-4.57	2.05
267	25049	13793	7898	10	99	301.21	7306.37		7089	7536	8949	11884	8	9	12	13	81	96	124	128	296.29	7451.75	-1.66	1.95
268	25394	13107	7899	27	46	897.54	5015.29		6609	7551	9467	12541	22	24	29	39	38	45	58	65	875.18	5155.54	-2.55	2.72
269	32067	6072	7900	7	45	482.34	4420.03		7086	8542	9015	10322	6	6	8	9	37	47	56	68	449.39	4563.76	-7.33	3.15
270	21410	9879	7901	20	41	819.97	4643.50		6686	7441	10060	11738	16	18	25	29	34	38	47	56	855.92	4743.39	4.20	2.11
271	16364	11337	7902	27	43	702.65	5930.01		7046	8399	9875	10541	23	27	33	38	38	45	54	57	701.02	5975.99	-0.23	0.77
272	31329	6190	7903	22	87	426.77	2635.10		6359	7665	9736	11250	18	21	27	34	76	91	100	129	422.61	2615.56	-0.98	-0.75
273	18821	6730	7904	14	85	337.20	3711.76		6903	7865	9734	12265	12	14	18	18	74	77	99	130	349.68	3763.85	3.57	1.38
274	30455	13734	7905	26	80	604.58	4489.35		6455	7942	10023	12485	22	26	33	40	69	80	100	127	603.31	4493.08	-0.21	0.08
275	18379	9290	7906	9	73	330.48	6088.75		6855	7278	8770	11182	7	9	11	13	61	68	94	97	325.26	5941.39	-1.61	-2.48
276	24789	8088	7907	17	37	856.27	4037.12		6719	8006	8987	10989	14	15	21	25	32	38	47	58	805.17	3994.41	-6.35	-1.07
277	17417	6071	7908	11	26	845.71	4366.78		6996	7233	9482	10621	9	11	13	14	21	24	29	36	866.95	4386.12	2.45	0.44
278	20857	9110	7909	12	55	514.10	5096.39		6906	7939	9707	12280	10	11	13	18	47	54	67	86	501.22	5280.96	-2.57	3.50
279	31365	12095	7910	19	48	833.38	4783.30		6607	7278	9013	10960	16	20	21	25	41	45	60	71	799.86	4710.10	-4.19	-1.55
280	33715	6711	7911	7	48	474.87	4658.37		6611	8143	9031	11734	5	6	8	10	39	44	53	63	492.69	4849.56	3.62	3.94

EK-1. (Devam) Örnek Problem Çözümleri

	P	D	Co	Ch	Л	Q*	b*		Co ₁	Co ₂	Co ₃	Co ₄	Ch ₁	Ch ₂	Ch ₃	Ch ₄	Л ₁	Л ₂	Л ₃	Л ₄	Q**	b**	δ	γ
281	22726	12272	7912	7	30	750.56	8624.37		6408	7208	9153	10582	5	7	7	9	25	32	37	39	691.57	8734.10	-8.53	1.26
282	20867	9835	7913	13	50	582.76	5341.82		7060	7883	9078	11150	11	11	15	18	40	48	61	75	564.38	5456.23	-3.26	2.10
283	33151	7299	7914	21	64	589.73	3060.95		6713	7791	8770	10723	18	20	23	28	56	59	77	100	563.00	3062.87	-4.75	0.06
284	29106	12970	7915	10	37	809.04	6858.86		6924	8690	8774	10576	8	9	11	13	30	34	46	51	794.93	7098.88	-1.77	3.38
285	30928	13990	7916	7	22	1153.64	8726.90		6952	7850	9582	11569	6	6	7	10	18	23	27	29	1112.05	9137.47	-3.74	4.49
286	23514	10149	7917	6	33	652.55	7462.52		6911	8532	9295	12416	5	5	7	8	28	32	42	52	623.25	7853.56	-4.70	4.98
287	32551	7762	7918	13	93	351.35	3761.85		6374	7441	8842	12204	10	11	16	17	83	101	103	126	337.22	3815.88	-4.19	1.42
288	23651	10633	7919	27	80	540.72	3893.10		6463	7335	10055	10779	22	28	30	37	64	76	98	115	536.70	3911.41	-0.75	0.47
289	32035	13537	7920	17	60	674.98	5294.61		6751	8278	9216	11243	14	15	21	24	50	55	75	94	662.39	5360.25	-1.90	1.22
290	30238	12589	7921	22	27	1391.28	5309.11		6812	8470	8774	12336	18	24	26	30	23	26	30	37	1455.84	5393.06	4.43	1.56
291	26632	8303	7922	13	57	543.13	4249.35		7117	7839	9178	11334	10	11	14	18	49	60	68	85	506.30	4413.94	-7.27	3.73
292	23335	11940	7923	21	42	856.31	5260.71		6831	7427	9209	10681	18	20	24	27	35	39	50	64	832.78	5257.19	-2.83	-0.07
293	33116	11472	7924	15	56	669.54	4848.94		6861	8338	10015	10959	12	14	16	23	47	53	71	77	668.68	5029.35	-0.13	3.59
294	20193	6575	7925	29	73	523.19	2728.64		6581	8605	9694	10377	25	30	32	45	62	66	88	106	537.51	2752.60	2.66	0.87
295	24058	11078	7926	25	39	974.15	4622.24		6812	8330	9124	11368	20	24	30	37	31	35	48	53	1004.61	4683.26	3.03	1.30
296	32296	12715	7927	16	77	522.57	5009.80		6437	8042	9428	12284	13	16	19	22	66	74	89	105	538.84	5095.48	3.02	1.68
297	21562	8896	7928	19	60	576.31	4079.25		6961	7480	9187	12012	16	20	22	25	52	64	74	91	547.54	4056.53	-5.25	-0.56
298	21045	12116	7929	19	95	378.18	5347.99		6623	8624	9597	11828	15	20	23	26	76	88	120	150	381.02	5437.76	0.75	1.65
299	26897	7234	7930	12	42	666.17	4100.62		6593	7742	9318	10619	10	12	13	15	37	44	51	58	629.98	4136.41	-5.74	0.87
300	27457	9777	7931	5	46	461.34	7307.83		6967	7893	8812	10727	4	5	5	7	37	47	59	71	421.42	7410.17	-9.47	1.38

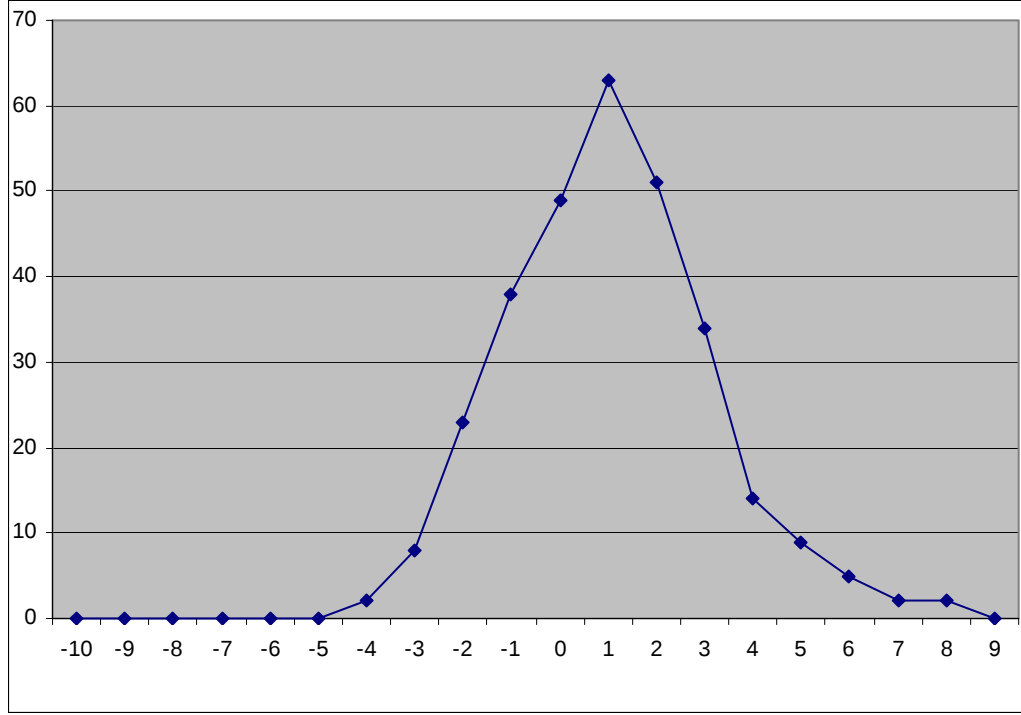
ЕК-1. (Devam) Örnek Problem Çözümleri

EK-1. (Devam) Örnek Problem Çözümleri



Şekil 1. 1. Optimal sipariş miktarları arası sapma

EK-1. (Devam) Örnek Problem Çözümleri



Şekil 1. 2. Optimal yok satma miktarları arası sapma

EK-2. Örnek için geliştirilen excel makro kodu

```

Function SayiUret(AltLimit As Long, UstLimit As Long) As Long

    Dim lRange As Long
    Dim lRandom As Long

    lRange = UstLimit - AltLimit
    lRandom = Int((UstLimit - AltLimit) * Rnd)

    SayiUret = lRandom + AltLimit

End Function

Function Sapma1(pCo As Long, pCh As Long, pPi As Long) As Double

    Dim P As Double
    Dim D As Double
    Dim Co1 As Double
    Dim Co2 As Double
    Dim Co3 As Double
    Dim Co4 As Double
    Dim Ch1 As Double
    Dim Ch2 As Double
    Dim Ch3 As Double
    Dim Ch4 As Double
    Dim Pi1 As Double
    Dim Pi2 As Double
    Dim Pi3 As Double
    Dim Pi4 As Double

    Dim B1 As Double
    Dim B2 As Double
    Dim B3 As Double
    Dim B4 As Double
    Dim B5 As Double

    P = SayiUret(15000, 35000)
    D = SayiUret(6000, 14000)

    Co1 = SayiUret(pCo * 0.8, pCo * 0.9)
    Co2 = SayiUret(pCo * 0.9, pCo * 1.1)
    Co3 = SayiUret(pCo * 1.1, pCo * 1.3)
    Co4 = SayiUret(pCo * 1.3, pCo * 1.6)

    Ch1 = SayiUret(pCh * 0.8, pCh * 0.9)
    Ch2 = SayiUret(pCh * 0.9, pCh * 1.1)
    Ch3 = SayiUret(pCh * 1.1, pCh * 1.3)
    Ch4 = SayiUret(pCh * 1.3, pCh * 1.6)

    Pi1 = SayiUret(pPi * 0.8, pPi * 0.9)
    Pi2 = SayiUret(pPi * 0.9, pPi * 1.1)
    Pi3 = SayiUret(pPi * 1.1, pPi * 1.3)
    Pi4 = SayiUret(pPi * 1.3, pPi * 1.6)

```

EK-2. (Devam) Örnek için geliştirilen excel makro kodu

$$B1 = (((2 * D * (Co1 + 2 * Co2 + 2 * Co3 + Co4) * (Ch1 + 2 * Ch2 + 2 * Ch3 + Ch4) * (P-D)) / ((Pi1 + 2 * Pi2 + 2 * Pi3 + Pi4) * (Ch1 + 2 * Ch2 + 2 * Ch3 + Ch4 + Pi1 + 2 * Pi2 + 2 * Pi3 + Pi4) * P)) ^ 0.5)$$

$$B2 = (((2 * D * (Co1 + 2 * Co2 + 2 * Co3 + Co4) * (Ch1 + 2 * Ch2 + 2 * Ch3 + Ch4 + Pi1 + 2 * Pi2 + 2 * Pi3 + Pi4) * P) / ((Ch1 + 2 * Ch2 + 2 * Ch3 + Ch4) * (Pi1 + 2 * Pi2 + 2 * Pi3 + Pi4) * (P - D))) ^ 0.5)$$

$$B3 = (((2 * D * pCo * pCh * (P - D)) / (pPi * (pCh + pPi) * P)) ^ 0.5)$$

$$B4 = (((2 * D * pCo * (pCh + pPi) * P) / (pCh * pPi * (P - D))) ^ 0.5)$$

$$B5 = 100 * (B3 - B1) / B3$$

$$Sapma1 = Round(B5, 5)$$

End Function

Function Sapma2(pCo As Long, pCh As Long, pPi As Long) As Double

```
Dim P As Double
Dim D As Double
Dim Co1 As Double
Dim Co2 As Double
Dim Co3 As Double
Dim Co4 As Double
Dim Ch1 As Double
Dim Ch2 As Double
Dim Ch3 As Double
Dim Ch4 As Double
Dim Pi1 As Double
Dim Pi2 As Double
Dim Pi3 As Double
Dim Pi4 As Double
```

```
Dim B1 As Double
Dim B2 As Double
Dim B3 As Double
Dim B4 As Double
Dim B5 As Double
```

```
P = SayiUret(15000, 35000)
D = SayiUret(6000, 14000)
```

```
Co1 = SayiUret(pCo * 0.8, pCo * 0.9)
Co2 = SayiUret(pCo * 0.9, pCo * 1.1)
Co3 = SayiUret(pCo * 1.1, pCo * 1.3)
Co4 = SayiUret(pCo * 1.3, pCo * 1.6)
```

```
Ch1 = SayiUret(pCh * 0.8, pCh * 0.9)
```

EK-2. (Devam) Örnek için geliştirilen excel makro kodu

```

Ch2 = SayiUret(pCh * 0.9, pCh * 1.1)
Ch3 = SayiUret(pCh * 1.1, pCh * 1.3)
Ch4 = SayiUret(pCh * 1.3, pCh * 1.6)

Pi1 = SayiUret(pPi * 0.8, pPi * 0.9)
Pi2 = SayiUret(pPi * 0.9, pPi * 1.1)
Pi3 = SayiUret(pPi * 1.1, pPi * 1.3)
Pi4 = SayiUret(pPi * 1.3, pPi * 1.6)

B1 = (((2 * D * (Co1 + 2 * Co2 + 2 * Co3 + Co4) * (Ch1 + 2 * Ch2
+ 2 * Ch3 + Ch4) * (P-D)) / ((Pi1 + 2 * Pi2 + 2 * Pi3 + Pi4) *
(Ch1 + 2 * Ch2 + 2 * Ch3 + Ch4 + Pi1 + 2 * Pi2 + 2 * Pi3 + Pi4)
* P)) ^ 0.5)

B2 = (((2 * D * (Co1 + 2 * Co2 + 2 * Co3 + Co4) * (Ch1 + 2 * Ch2
+ 2 * Ch3 + Ch4 + Pi1 + 2 * Pi2 + 2 * Pi3 + Pi4) * P) / ((Ch1 +
2 * Ch2 + 2 * Ch3 + Ch4) * (Pi1 + 2 * Pi2 + 2 * Pi3 + Pi4) * (P
- D))) ^ 0.5)

B3 = (((2 * D * pCo * pCh * (P - D)) / (pPi * (pCh + pPi) * P))
^ 0.5)

B4 = (((2 * D * pCo * (pCh + pPi) * P) / (pCh * pPi * (P - D)))
^ 0.5)

B5 = 100 * (B4 - B2) / B4

Sapma2 = Round(B5, 5)

End Function

```

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : ÖZTÜRK, Özer
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 29.12.1972, İSTANBUL
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (312) 417 51 90 / 4413
 Faks : 0 (312) 418 71 46
 e-mail : oozturk01@yahoo.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Marmara Üniversitesi.	1999
Lisans	Kara Harp Okulu	1994
Lise	Maltepe Askeri Lisesi	1990

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
1995-1997	1nci Or. K.lığı	Takım Komutanlığı
1997-1999	1nci Or. K.lığı	Takım Komutanlığı
1999-2001	7nci Kor. K.lığı	Takım Komutanlığı
2001-	Kara Harp Okulu K.lığı	Öğretim Elemanı

Yabancı Dil

İngilizce

Yayınlar

1. ÖZTÜRK, Ö., “Değişken Üretim Hızlı Deterministik Üretim Modeli”, **Kara Harp Okulu Bilim Dergisi**, Cilt:15, Sayı:1, Sayfa: 77-84, (2005).

2. ÖZTÜRK, Ö. ve GERDAN, O., “Stok Planlama”, *Kara Harp Okulu Basımevi*, (2005).
3. ÖZTÜRK Ö., GAZİBEY, Y. ve GERDAN, O., “Şebeke Analizi”, *Kara Harp Okulu Basımevi*, (2008).

Hobiler

Gezi, Yüzme, Resim