

**T.C.
KASTAMONU ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DİELEKTRİK DURULMAYA KESİRLİ OLASILIK DAĞILIMLI
KUSUR DİFÜZYON YAKLAŞIMI**

Eda GÜNEL

**Danışman
Jüri Üyesi
Jüri Üyesi**

**Yrd. Doç. Dr. Muhammet Serdar ÇAVUŞ
Yrd. Doç. Dr. Can Doğan VURDU
Yrd. Doç. Dr. Türker Fedai ÇAVUŞ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI**

KASTAMONU – 2017

TEZ ONAYI

Eda GÜNEL tarafından hazırlanan "**Dielektrik Durulmaya Kesirli Olasılık Dağılımlı Kusur Difüzyon Yaklaşımı**" adlı tez çalışması aşağıdaki jüri üyeleri önünde savunulmuş ve **oy birliği / oy çokluğu** ile Kastamonu Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **Fizik Anabilim Dalı**'nda **Yüksek Lisans Tezi** olarak kabul edilmiştir.

Danışman

Yrd. Doç. Dr. M.Serdar ÇAVUŞ
Kastamonu Üniversitesi



Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Can Doğan VURDU
Kastamonu Üniversitesi



Jüri Üyesi

Yrd. Doç. Dr. Türker Fedai ÇAVUŞ
Sakarya Üniversitesi



11/01/2017

Enstitü Müdürü V.

Prof. Dr. Temel SARIYILDIZ



TAAHHÜTNAME

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildirir ve taahhüt ederim.



Imza

Eda GÜNEL

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

DİELEKTRİK DURULMAYA KESİRLİ OLASILIK DAĞILIMLI KUSUR DİFÜZYON YAKLAŞIMI

Eda GÜNEL
Kastamonu Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Fizik Anabilim Dalı

Danışman: Yrd. Doç. Dr. Muhammet Serdar ÇAVUŞ

Bu çalışmada, zincir moleküllü dielektrik sistemlerin durulma süreçlerini tanımlamak için bir çalışma yapılmıştır. Bu amaç doğrultusunda bir kusurun tek boyutta rasgele dolaştığı ve moleküler zincire ulaşarak onun durulmasına neden olduğu varsayımına dayanan Kusur-Difüzyon modeli ele alınmıştır. Modelin geliştirilmesi sırasında, son yıllarda oldukça önem kazanan ve birçok disiplinde uygulama alanı bulan Kesirli hesap tekniği (Fractional calculus) kullanılmıştır. Kusurun sistem içerisinde rasgele yürüyüşüne ait olasılık dağılımının kesirli (fractional) uzayda olduğu varsayılmış ve bu varsayım altında çeşitli kesirli kusur olasılık dağılımları ile durulma mekanizması incelenmiştir. İşlemler sonucunda empirik Cole-Cole, Cole-Davidson ve Havriliak-Negami tipi davranışlara karşılık gelen durulma fonksiyonları elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar dielektriklerin Debye tipi olmayan (non-Debye) davranışlarını açıklamak için kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Dielektrik durulma, kesirli hesap tekniği, kesirli olasılık dağılımı

2017, 48 sayfa
Bilim Kodu: 202

ABSTRACT

MSc. Thesis

DEFECT DIFFUSION APPROACH TO DIELECTRIC RELAXATION WITH FRACTIONAL PROBABILITY DISTRIBUTION

Eda GÜNEL

Kastamonu University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Physics

Supervisor: Asst. Prof. Muhammet Serdar ÇAVUŞ

In this study, some approaches had carried out to describe the relaxation processes of dielectric systems with chain molecule. For this purpose, Defect-Diffusion model, which is based on the assumption that a defect propagates randomly in one dimension and reaches molecule and causes its relaxation, is discussed. During the development of the model, Fractional calculus, which gained considerable importance in recent years and has been founded various application areas in many disciplines, was used. The mechanism of relaxation is investigated with various fractional probability distributions under the assumption that the probability distribution of the random walk in the system is in the fractional space. As a result, the relaxation functions corresponding to the empirical Cole-Cole, Cole-Davidson and Havriliak-Negami type behaviors were obtained. The results are used to explain the non-Debye behaviors of dielectrics.

Key words: Dielectric relaxation, fractional calculus, fractional probability distribution

2017, 48 pages

Science Code: 202

TEŞEKKÜR

Tüm yüksek lisans eğitimim boyunca gerek fikirlerinden ve gerekse tecrübelerinden her zaman yararlandığım çok değerli danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Muhammet Serdar ÇAVUŞ'a en içten dileklerle teşekkürlerimi sunarım.

Her koşul ve şartta desteğini ve yardımlarını üzerimde hissettiğim, tüm eğitim ve öğretim hayatım boyunca hem maddi hemde manevi desteğini esirgemeyen sevgili, çok kıymetli aileme teşekkürü borç bilirim. Ayrıca desteklerini sürekli hissettiğim ve çalışmalarım boyunca yanımda olan kıymetli dostlarım; Fatih BULUT, Ruhi Ersen BİRCAN ve manevi desteğini esirgemeyen sevgili dostum Songül ŞAHİNOĞLU'na sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Eda GÜNEL
Kastamonu, Ocak, 2017

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	iv
ABSTRACT.....	v
TEŞEKKÜR.....	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	viii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	ix
GRAFİKLER DİZİNİ	x
TABLolar DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. İletkenler, Yalıtkanlar ve Dielektrikler	2
1.2. Dielektriğin Doğası ve Temel Kavramları	2
1.2.1. Dipol ve Dipol Moment.....	2
1.2.2. Dielektrik Sabiti ve Kutuplanabilirlik	3
1.2.3. Dielektriklerde Kutuplanma Çeşitleri.....	4
1.2.3.1. Elektronik Kutuplanma	5
1.2.3.2. Atomik Kutuplanma	5
1.2.3.3. İyonik Kutuplanma.....	5
1.2.3.4. Yönelme Kutuplanması	6
1.2.3.5. Arayüzey Kutuplanması	6
1.3. Dielektriklerde Durulma.....	7
1.3.1. Zamana Bağlı Alanlarda Lineer Dielektrikler	7
1.3.2. Frekansa Bağlı Kompleks Dielektrik Fonksiyonu.....	8
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR.....	10
2.1. Kusur Difüzyon Modeli.....	14
3. MATERYAL VE METOD.....	16
3.1. Kesirli Hesap (Fractional Calculus)	16
3.2. Riemann-Liouville Tanımı	16
4. SONUÇLAR, TARTIŞMALAR VE ÖNERİLER.....	21
KAYNAKLAR	35
ÖZGEÇMİŞ	37

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

m	:	Dipol Moment
$\mathbf{P}$	:	Kutuplanma vektörü
$\mathbf{D}$	:	Yer değiştirme vektörü
$\mathbf{E}, \mathbf{E}_0$	:	Dış elektrik alan
ϵ_r	:	Bağıl dielektrik geçirgenliği
ϵ	:	Maddenin elektriksel geçirgenliği
ϵ'	:	Bağıl dielektrik sabitinin gerçel kısmı
ϵ''	:	Bağıl dielektrik sabitinin sanal kısmı
σ	:	Yüzey yük yoğunluğu
χ	:	Maddenin elektrik duygunluğu (dielektrik duygunluk)
$\chi(\omega)$	:	Normalize edilmiş kompleks dielektrik fonksiyonu
$\chi'(\omega)$	:	Normalize edilmiş kompleks dielektrik fonksiyonunun reel kısmı
$\chi''(\omega)$	:	Normalize edilmiş kompleks dielektrik fonksiyonunun sanal kısmı
χ_e	:	Dielektrik alınganlık
$\phi(t)$	:	Durulma fonksiyonu
$f(t)$	:	Tepki fonksiyonu
τ	:	Durulma zamanı
KWW	:	Kohlrausch-Williams-Watts
N	:	Kusurun bir dipole ulaşma olasılığı
${}_vP(t)$	:	Dipol zincirin durulma olasılığı
$\text{Erfc}(z)$	:	Tamamlayıcı hata fonksiyonu
$\text{Erf}(z)$	:	Hata fonksiyonu
$E_n(z)$	:	Üstel integral

ŞEKİLLER DİZİNİ

	Sayfa
Şekil 1.1. Su Molekülünün dipol momenti	3
Şekil 1.2. Elektronik Kutuplanma.....	5
Şekil 1.3. İyonik Kutuplanma (NaCl)	6
Şekil 1.4. Yönelme kutuplanması	6
Şekil 1.5. Arayüzey – Uzay Yük kutuplanması	7
Şekil 1.6. Yoğun fazdaki polar bileşikler için frekansa bağlı dielektrik sabitinin dağılımı ve kayıp pikleri	8



GRAFİKLER DİZİNİ

	Sayfa
Grafik 2.1. Cole-Cole bağıntısının α 'nın farklı değerleri için kayıp eğrileri	11
Grafik 2.2. Cole-Davidson bağıntısının β 'nin farklı değerleri için kayıp eğrileri	12
Grafik 2.3. Havriliak-Negami bağıntısının $\alpha=0.4$ ve β 'nin farklı değerleri için kayıp eğrileri	13
Grafik 2.4. Havriliak-Negami bağıntısının $\alpha=0.8$ ve β 'nin farklı değerleri için kayıp eğrileri	13
Grafik 4.1. Gamma dağılım fonksiyonu	23
Grafik 4.2. Korelasyon fonksiyonunun zamanla değişimi ($D = 0.1, k = 1, \theta = 3$)	25
Grafik 4.3. s 'nin farklı değerleri için kayıp faktörü $\chi''(\omega)$, ($k = 1, \theta = 3$)	26
Grafik 4.4. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log}\omega\tau_D$, ($s = 0.5, k = 2, \theta = 3$)..	27
Grafik 4.5. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log}\omega\tau_D$, ($D = 1$)	28
Grafik 4.6. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log}\omega\tau_D$, ($D = 1$)	29
Grafik 4.7. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log}\omega\tau_D$, ($D = 1$)	30
Grafik 4.8. Korelasyon fonksiyonunun zamanla değişimi ($D = 0.01$)	31
Grafik 4.9. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log}\omega\tau_D$, ($D = 1, D = 0.1$)	32
Grafik 4.10. Korelasyon fonksiyonunun zamanla değişimi ($D = 1$)	32
Grafik 4.11. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log}\omega\tau_D$, ($D = 1$)	33

TABLÖLAR DİZİNİ

	Sayfa
Tablo 1.1. Bazı maddelerin polarizasyon türleri ve statik (ϵ_r) katsayıları.....	7



1. GİRİŞ

Elektrik olgusu milattan önce 600'lü yıllara kadar uzanır. Ünlü filozof Tales'in kehribarı bir beze sürtmesi sonucunda küçük saman parçacıklarını çektiğini gözlemlemesi elektrik tarihinin bilinen ilk örneğidir. Bu fenomen daha sonraları statik elektrik olarak adlandırılmıştır. 1800'lü yıllarda Faraday'ın yaptığı çalışmaların bir ürünü olarak dielektrik kelimesi bilim dünyasına girmiştir [1]. *Dielektrik* kelimesi *yalıtkan* kelimesiyle eş anlamlı olarak kullanılmıştır. Bir başka deyişle bir dielektrik meteryal elektriği iletmeyen (ya da çok çok az ileten), direnci (dolayısıyla öz direnci) çok büyük olan bir yalıtkandır. Doğal olarak dielektrikler, akım taşıyıcısı olan serbest elektronlara sahip değildirler. Bununla birlikte bir elektrik alan altında kutuplanma özelliğine sahiptirler [1].

Dielektrik meteryaller günümüzde, özellikle elektronikte kendisine büyük bir kullanım alanı bulmuştur. Dielektriklerin yapısal özelliklerinin önemi onun ihtiyaçları karşılamadaki gelişim sürecinde kendisini göstermiştir. Özellikle elektronik biliminde katı dielektrik malzemelere olan ihtiyaç daha fazla hissedilmiştir. Porselen, cam, seramik, kauçuk ve plastikler katı dielektriklere örnek olan en bilenen meteryallerdir. Günümüzde dielektrik meteryaller ve yeni dielektrik meteryal üretme üzerine yapılan çalışmalar büyük bir hızla devam etmektedir [1]. Yalıtım malzemelerinden elektroniğe, gıda endüstrisinden savaş sanayisine, tıptan nano teknolojiye kadar çok çeşitli disiplinlerde çok yaygın kullanım alanlarına sahiptir [2, 3].

Dielektriklerin farklı özelliklerinden faydalanılarak çeşitli kullanım alanları oluşturulmuştur. Farklı özelliklere yoğunlaşıldıkça dielektrik meteryallerin sayısı ve ve davranış özellikleri de giderek özelleşmiştir. Bu durum, dielektrik mekanizmasının daha iyi anlaşılabilmesi ve yorumlanabilmesi için kuramların geliştirilmesini zorunlu kılmıştır. Böylelikle, her bilim dalında olduğu gibi, istenilen elektronik, fiziksel ve kimyasal özelliklere sahip dielektriklerin üretilmesinin yolu açılmak istenmiştir [4, 28].

1.1. İletkenler, Yalıtkanlar ve Dielektrikler

1870'lerle birlikte dielektrik maddelerin özelliklerinin daha detaylı incelendiği görülmektedir. Dielektrik bilimi, dielektriklerin değişen alan altındaki davranışını incelemeye odaklanmıştır. Aynı zamanda mikro düzeyde (elektronik, atomik ve moleküler düzeyler) kutuplanma ve durulma mekanizmalarına ait deneysel ve kuramsal çalışmalara ağırlık verilmiştir [5].

Yalıtkanlarla dielektriklerin eş anlamlı kullanıldığından bahsetmiştik. Bununla birlikte terimsel anlamda aralarında bazı farklılıklar vardır. Yalıtkan terimi daha çok makroskobik yapılar için kullanılır. Yalıtkanların genel olarak iç fiziksel özellikleri dikkate alınmaksızın elektrik iletkenliğinin düşük ve sıcaklığa dayanıklı, uzun ömürlü ve üretim maliyetinin de düşük olması istenir. Dielektriklerde ise onların mikro düzeydeki davranışları önem kazanmıştır. Dielektrikler üzerine olan çalışmalar, elektronik, atomik ve moleküler boyutta onların değişen alan altındaki durulma ve kutuplanma davranışlarının anlaşılması noktasında yoğunlaşmıştır. Gelişen teknolojiyle birlikte nano boyutlarda dielektrik davranışların araştırılmaya başlanması yeni dielektrik özelliklerin kapılarını da açmıştır [6].

1.2. Dielektriğin Doğası ve Temel Kavramları

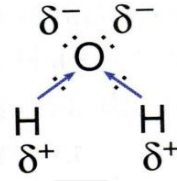
1.2.1. Dipol ve Dipol Moment

Bir dielektrik meteryal içerisindeki atomların, atom gruplarının ya da moleküllerin elektrik yük merkezlerinin (pozitif ve negatif yük merkezlerinin) birbirlerinden ayrılması sonucunda oluşan yapıya dipol denir [7]. Bu kavramın oluşmasıyla birlikte fiziksel bağıntıların ortaya çıkması da kaçınılmazdır. Bu noktada aralarında l mesafesi bulunan iki zıt yüklü $\pm q$ noktasal yük sisteminin oluşturduğu elektrik dipole ait *dipol moment*;

$$m = ql \quad (1.1)$$

şeklinde tanımlanır. Bu açıdan bakıldığında dielektrik maddeleri iki sınıfa ayırma gereksinimi doğmuştur: Kendiliğinden kutuplu (polar) ve kendiliğinden kutuplu

olmayan dielektrikler. Bu iki sınıfın kendine has özellikleri vardır. Örneğin, her sınıf, kendine özgü kutuplanma mekanizmalarına sahiptir. Polar olmayan dielektriklerde kutuplanma mekanizması bir dış alan altında dipollerin oluşmasıyla meydana gelirken, bu durum polar dielektriklerde kendiliğinden doğal olarak gerçekleşir. Polar olmayan meteryallerdeki bu kutuplanma, tahmin edilebileceği gibi dış alan ile doğru orantılı olacaktır. Polar olmayan dielektriklere soygazlar örnek verilebilir. Polar olanlar içinde su (H_2O) en bilinen örnektir.



Şekil 1.1. Su molekülünün dipol momenti

Bunun yanında HCl , NH_3 , $MgCl$ ve HBr gibi moleküller de polar özelliğe sahiptirler. Polar dielektriklerdeki dipoller, dielektriğin bir dış alana maruz kalması durumunda alana paralel olarak yönelim gösterirler. Bu ise dielektrik içerisinde bir net kutuplanma oluşturur [8, 9].

1.2.2. Dielektrik Sabiti ve Kutuplanabilirlik

Dış elektrik alan altında dielektriklerin farklı davranışlar sergilediklerine daha önceki bölümde değinilmişti. Öyle ki dielektriğin davranışını betimleyebilmek için bazı yeni kavramlara ihtiyaç duyulmaktadır: dielektrik sabiti, elektriksel kutuplanma, duygunluk ve kutuplanabilirlik.

Bir maddenin elektriksel olarak ne kadar yalıtkan olduğunu belirleyen parametreye dielektrik sabiti denir. Bir kondansatörün levhaları arasında boşluk olması durumunda sahip olduğu potansiyelin, levhalar arasında bir dielektrik olması durumundaki potansiyele oranı olarak tanımlanır. Bu tanım potansiyel yerine elektrik alan kullanılarak da yapılabilir.

Dielektriklerin kutuplanmasının büyüklüğü dış elektrik alanın şiddetine bağlı olmakla birlikte, dielektriğin moleküler yapısıyla da doğrudan ilişkilidir. İzotropik

yapılı dielektrikler için kutuplanmanın büyüklüğü dış alan şiddetiyle doğru orantılı olup,

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (1.2)$$

bağıntısıyla verilir. Burada “ χ ” dielektrik duygunluk olarak tanımlanan boyutsuz bir niceliktir. Makroskobik $\mathbf{E}$ alanı ve $\mathbf{P}$ kutuplanma arasındaki χ katsayısı ile sağlanır. Elektrostatik bir ortam için;

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1.3)$$

eşitliğiyle sağlanır. Burada $\mathbf{D}$ ’ye elektrik ötelem vektörü veya elektrik akı yoğunluğu denir. $\mathbf{D}$ ’nin yükü serbest yüklerdir ve (1.2) denkleminde faydalanarak;

$$\mathbf{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (1.4)$$

elektrik akı yoğunluğunu dış elektrik alana bağlayan bir bağıntıya ulaşmış oluruz. Bu bağıntılardan yararlanarak $\varepsilon_r = 1 + \chi$ şeklinde bir parametre ile tanımlanır. Burada ε_r dielektrik katsayısı olarak tanımlanır ve boyutsuz bir niceliktir. Bu son bağıntıda $\varepsilon_r \varepsilon_0 = \varepsilon$ olarak tanımlarsak,

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (1.5)$$

elde ederiz. Burada ε , dielektrik geçirgenlik (permittivity) olarak adlandırılır. Kutuplanmanın büyüklüğü her ne kadar dış alanla orantılı olsa da bu bir noktaya kadar geçerlidir. Elektrik alanın aşırı büyük olması, dielektrik içerisindeki bağlı elektronlarının moleküler örgüye çarparak onu bozmasına neden olabilir. Bu durumda dielektrik malzeme kendi özelliklerini kaybeder (dielektriğin çöküşü). Bu çöküş noktasının büyüklüğü ise dielektrik dayanıklılık olarak adlandırılır.

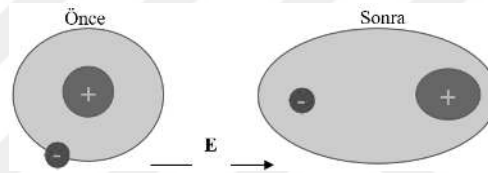
1.2.3. Dielektriklerde Kutuplanma Çeşitleri

Dielektriklerde genel olarak elektronik, atomik, iyonik, yönelme ve arayüzey kutuplanması şeklinde beş farklı kutuplanma türünden bahsedebiliriz. Burada şunu

da vurgulamak gerekir ki, polar ve polar olmayan meteryallerde kutuplanma mekanizması birbirlerinden farklılık gösterir.

1.2.3.1. Elektronik kutuplanma

Bir dış elektrik alan altında atomun (veya atom guruplarına) ya da molekülün elektron bulutunun düzgün dağılımının bozulması neticesinde oluşan kutuplanmaya elektronik kutuplanma veya optik kutuplanma denir. Klasik açıdan, dış elektrik alan altında atom çekirdeği etrafındaki elektron bulutu alana paralel olarak atom çekirdeğinden uzaklaşacaktır. Şekil 1.2’de de görüldüğü gibi bu net bir dipolün oluşmasına neden olacaktır. Bu kutuplanma yaklaşık olarak 10^{-15} ile 10^{-16} Hz aralığında görülmektedir.



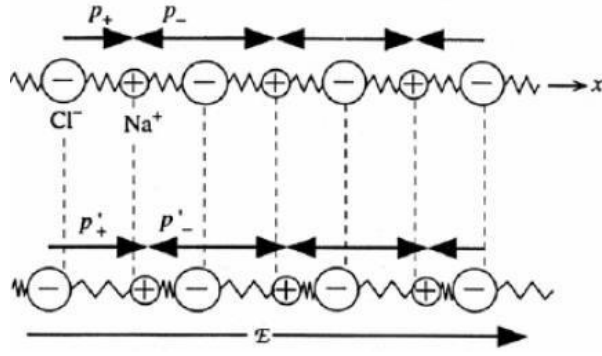
Şekil 1.2. Elektronik Kutuplanma

1.2.3.2. Atomik kutuplanma

Atomik kutuplanma, çok atomlu bir molekülde, elektronik kutuplanmaya benzer şekilde, dış elektrik alan etkisinde atomların birbirinden uzaklaşmasıyla oluşan bir kutuplanma türüdür. Aynı zamanda titreşim kutuplanması adı da verilir [1, 10]. Elektronik ve atomik polarizasyonun ikisinde de yükler, dış alanın etkisiyle yer değiştirdiklerinden bu yapıdaki kutuplanmalara uyarılmış kutuplanma da denilmektedir [11]. Atomik kutuplanma yaklaşık 10^{13} - 10^{14} Hz aralığında görülmektedir.

1.2.3.3. İyonik kutuplanma

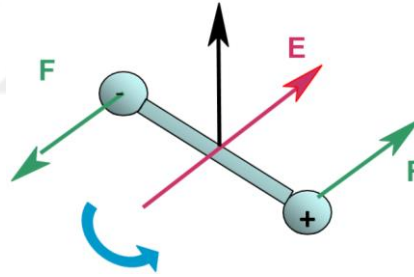
İyonik kutuplanma, iyonik örgüdeki negatif ve pozitif iyonların dış elektrik alan altında birbirlerinden uzaklaşması sonucunda meydana gelir. İnfra-red bölgede, yani 10^{-12} - 10^{-13} Hz aralığında gözlenir [5].



Şekil 1.3. İyonik Kutuplanma (NaCl)

1.2.3.4. Yönelme kutuplanması

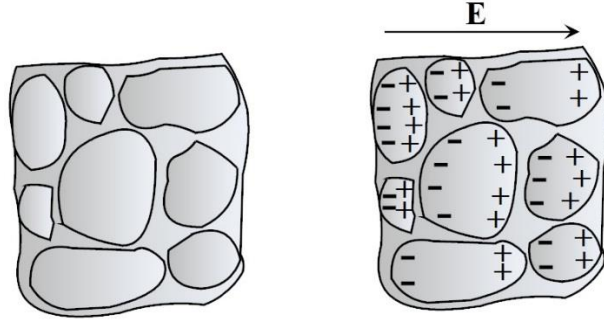
Yönelme kutuplanması polar maddelerde gözlenir. Dış elektrik alan, madde içindeki kalıcı dipollere bir tork uygulayarak onları alan doğrultusunda dönmeye zorlar. Böylece madde içerisinde bir kutuplanma meydana getirir (Şekil 1.4). Yönelme kutuplanması genel olarak 10^3 - 10^9 Hz aralığında gözlenir [8].



Şekil 1.4. Yönelme kutuplanması

1.2.3.5. Arayüzey kutuplanması

Bir madde içerisindeki birbirinden farklı kimyasal diziler, madde içerisinde farklı heterojen yapılar oluştururlar. Bir dış elektrik alan altında bu heterojen sistemlerin sınır bölgelerinde yük taşıyıcıları rahat hareket edemezler, yani heterojen yapıların ara yüzeylerinde yük taşıyıcıları birikir (Şekil 1.5). Bu oluşum bir dipol momente neden olur. Bu türdeki kutuplanmalara arayüzey ya da uzay-yük kutuplanması denir ve yaklaşık 10^{-3} - 10^3 Hz aralığında gözlenir [10].



Şekil 1.5. Arayüzey – Uzay Yük kutuplanması

Bazı kutuplanma türlerine ait örnekler aşağıdaki tabloda verilmiştir [12].

Tablo 1.1. Bazı maddelerin polarizasyon türleri ve statik (ϵ_r) katsayıları

ÖRNEK	KUTUPLANMA	STATİK ϵ_r	
Ar gaz	Elektronik	1.0005	Gazlarda küçük N
Ar sıvı ($T < 87.3 K$)	Elektronik	1.53	Van der Vals Bağ
Si Kristal	Elektronik	11.9	Kovalent katı
NaCl Kristal	İyonik	5.90	İyonik kristal katı
CaCl Kristal	İyonik	7.20	İyonik kristal katı
H ₂ O	Yönelme	80	Dipolar sıvı
Nitrometan (27 ⁰ C)	Yönelme	34	Dipolar sıvı
PVC (Polivinil Klorür)	Yönelme	7	Katı içinde kısmen engellenmiş dipolar yönelme

1.3. Dielektriklerde Durulma

1.3.1. Zamana bağlı alanlarda lineer dielektrikler

Dış elektrik alanının hissedilir biçimde periyodik olarak değiştiği bir durulmada madde içindeki mikroskobik parçacıkların (elektronlar, atomlar, iyonlar ve moleküller) bu dış elektrik alan değişimine olan tepkisi bir zaman gecikmesiyle olacaktır ve bu da elektrik alanının değişim hızına yetişemeyen bir kutuplanma meydana getirir. Değişen periyodik dış elektrik alan için

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t) \quad (1.6)$$

seçilirse öteleme vektörü ile elektrik alan arasında,

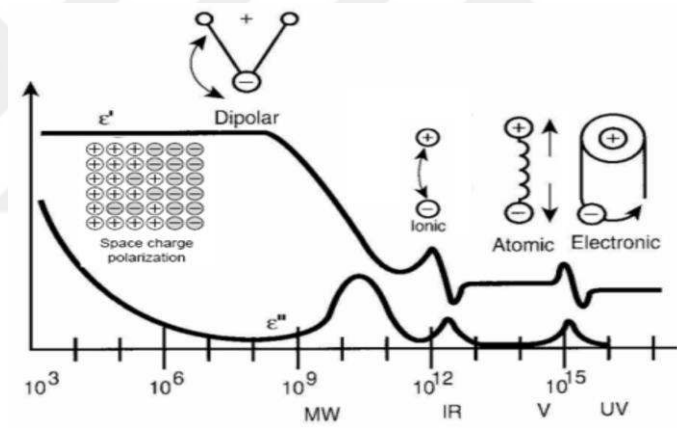
$$\mathbf{D}(t) = \varepsilon'(\omega)\mathbf{E}_0\cos(\omega t) + \varepsilon''(\omega)\mathbf{E}_0\sin(\omega t) \quad (1.7)$$

bağıntısına ulaşılabilir. Burada $\varepsilon'(\omega)$ ve $\varepsilon''(\omega)$ sırasıyla *frekansa bağlı dielektrik sabiti* ve *kayıp faktörü* olup,

$$\varepsilon'(\omega) = \frac{D_1}{E_0} = (D_0/E_0) \cos(\delta) \quad (1.8)$$

$$\varepsilon''(\omega) = \frac{D_2}{E_0} = (D_0/E_0) \sin(\delta) \quad (1.9)$$

şeklinde verilirler. $\varepsilon'(\omega)$ ve $\varepsilon''(\omega)$ parametreleri iyi hazırlanmış deneysel düzeneklerle frekansın bir fonksiyonu olarak gözlenebilirler. Şekil 1.6'da bu parametrelerin kutuplanma türleriyle olan ilişkisi kabaca tasvir edilmiştir [5].



Şekil 1.6. Yoğun fazdaki polar bileşikler için frekansa bağlı dielektrik sabitinin dağılımı ve kayıp pikleri

1.3.2. Frekansa bağlı kompleks dielektrik fonksiyonu

Değişken elektrik alan altındaki bir dielektrik için ε frekansa bağlı bir değişken şeklinde davranış sergiler. Lineer ve izotropik dielektrikler üzerine yüksek frekanslı periyodik bir dış elektrik alan etki etmesi sonucunda kompleks dielektrik katsayısı,

$$\frac{\varepsilon^*(\omega) - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} = \int_0^\infty f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (1.10)$$

şeklinde tanımlanır [13]. Burada $f(t)$ tepki fonksiyonudur ve birim elektriksel alan başına kutuplanmadaki gecikmeyi ifade eden bir terimdir. Aynı zamanda bu fonksiyon $f(t) = -d\phi(t)/dt$ şeklinde $\phi(t)$ durulma fonksiyonu cinsinden de verilmektedir. Burda $\phi(t)$, $t = 0$ anında dış alanın ortadan kalkması sonrasında sistemin birim hacimdeki toplam elektrik dipol momentinin zamanla nasıl değiştiğini (bozunduğunu) betimleyen bir fonksiyondur ve $\phi(t) = P(t)/P(0)$ ile verilir. Böylelikle harmonik bir dış alan için;

$$\frac{\varepsilon^*(\omega) - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} = \int_0^\infty e^{-i\omega t} \left(-\frac{d\phi(t)}{dt} \right) dt \quad (1.11)$$

ya da kısmi integral yönteminin kullanılmasıyla,

$$\frac{\varepsilon^*(\omega) - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty} = 1 - i\omega \int_0^\infty e^{-i\omega t} \phi(t) dt \quad (1.12)$$

Burada $[\varepsilon^*(\omega) - \varepsilon_\infty]/(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)$ normalize edilmiş kompleks dielektrik fonksiyonudur ve genelde $\chi(\omega)$ ile gösterilir. Aynı zamanda bu fonksiyon reel ve sanal kısımları cinsinden $\chi(\omega) = \chi'(\omega) - i\chi''(\omega)$ şeklinde ifade edilebilir. Burada $\chi'(\omega)$ reel kısmı, $\chi''(\omega)$ ise sanal kısmı betimlemektedir. Ayrıca deneysel sonuçlar χ' nün dielektrik içinde depolanan enerjiyle, $\chi''(\omega)$ nün ise açığa çıkan ısı enerjisiyle orantılı olduğunu göstermiştir.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Dielektriklerin kutuplanma ve durulma mekanizmasının anlaşılabilmesi için birçok kuramsal model önerilmiştir. En göze çarpan modelleri şu şekilde özetleyebiliriz: 1945 yılında Debye [14] durulma modeli. Debye tarafından,

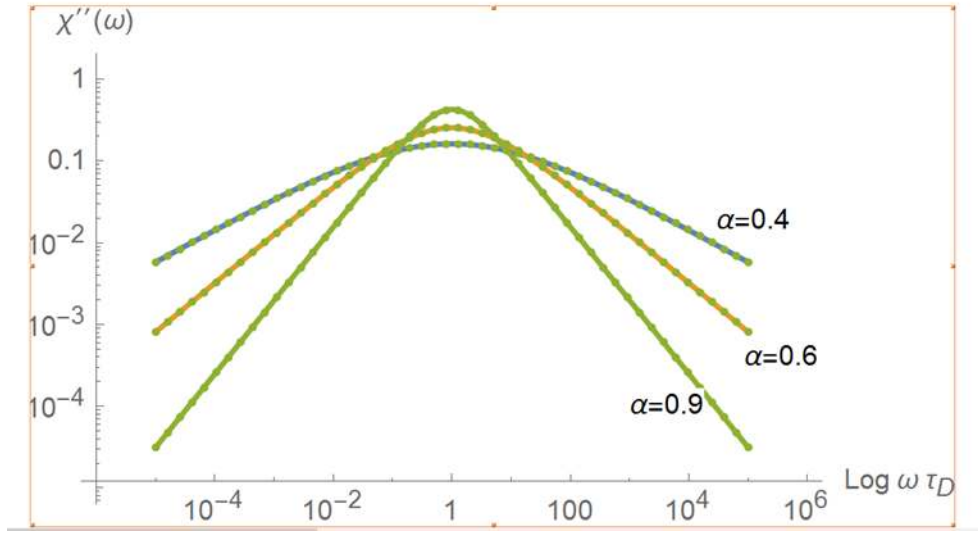
$$\psi(t) = e^{-t/\tau}, \tau = \frac{4\pi\eta R}{kT} \quad (2.1)$$

şeklinde bir durulma fonksiyonu öngörülmüştür. Burada τ karakteristik durulma zamanı olarak tanımlanır. Fakat sonraları yapılan deneysel çalışmalar bu modelin yetersizliğini ortaya koymuştur [12, 16, 14]. 1949-1961 yılları arasında Szigeti ve arkadaşlarının ortaya koyduğu modeller görülmektedir [15]. 1949 yılında Förster ve 1981 yılında Blumen tarafından durulma fonksiyonu $\mu(t) = e^{[-t/\tau]^{d/k}}$ şeklinde KWW bağıntısına benzer bir durulma fonksiyonu öngörülmüştür [19]. Tarih 1970 yılını gösterdiğinde Williams ve Watts, camsı ve polimerik malzemeler üzerinde yaptıkları deneylerin sonuçlarına dayanarak,

$$\psi(t) = e^{-(\frac{t}{\tau})^\beta}, \quad 0 < \beta \leq 1 \quad (2.2)$$

empirik durulma fonksiyonunu ortaya koymuşlardır. Bu yasa günümüzde KWW yasası olarak da bilinmektedir. Bununla birlikte frekansa bağlı normalize edilmiş kompleks dielektrik fonksiyonuna ait ilk bağıntı ise 1941 yılında Cole ve Cole tarafından ortaya konmuştur:

$$\chi(\omega) = \frac{1}{1+(i\omega\tau)^{1-\alpha}}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2.3)$$



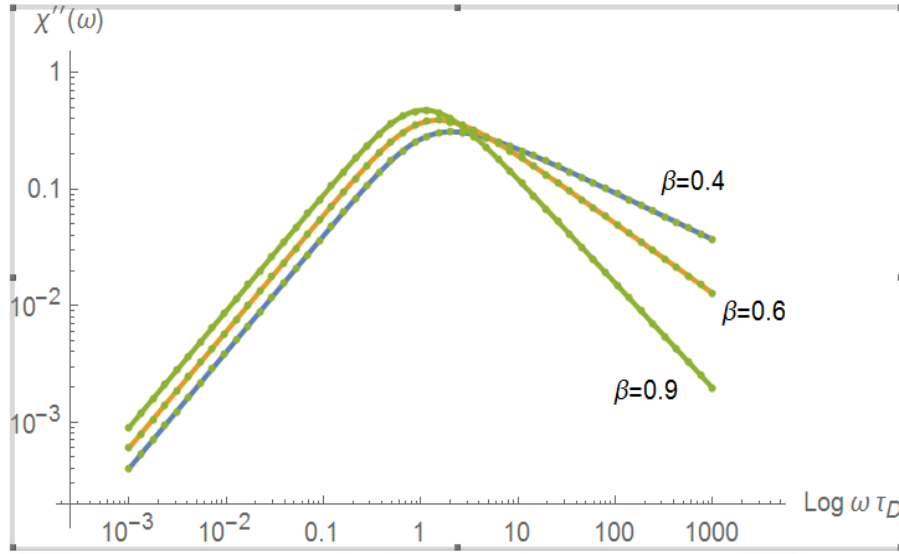
Grafik 2.1. Cole-Cole bağıntısının α 'nın farklı değerleri için kayıp eğrileri

$\alpha = 0.4$, $\alpha = 0.6$ ve $\alpha = 0.9$ değerleri için kayıp eğrileri Grafik 2.1'de de görüldüğü gibi çoğu polimer yapının ve ferroelektrik maddelerin $0 < \alpha < 1$ aralığında doğrudan Cole-Cole bağıntısına uygun bir davranış sergilediği görülmektedir.

Ardından 1950 yılında bu bağıntı Davidson ve Cole tarafından deneylere daha uygun bir biçimde ,

$$\chi(\omega) = \frac{1}{[1+(i\omega\tau)^\beta]} \quad , \quad 0 < \beta < 1 \quad (2.4)$$

şeklinde önerilmiştir.



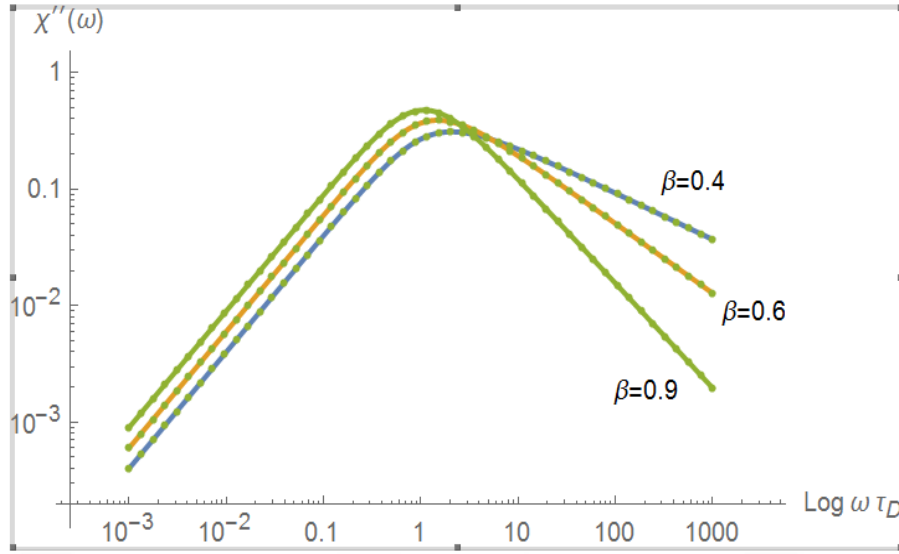
Grafik 2.2. Cole-Davidson bağıntısının β 'nin farklı değerleri için kayıp eğrileri

$\beta = 0.4$, $\beta = 0.6$ ve $\beta = 0.9$ değerleri için kayıp eğrileri Grafik 2.2'de de görüldüğü gibi $0 < \beta < 1$ aralığında Cole-Davidson bağıntısına uygun bir davranış sergiler ve Cole- Davidson denklemi Debye denklemine dönüşmektedir. Ayrıca Grafik 2.1'deki α 'nın değerlerine baktığımızda bire yaklaşan değerleriyle Cole-Cole bağıntısının Debye tipi bir davranış sergilediği görülmektedir.

Tarih 1966 yılını gösterdiğinde ise Havriliak ve Negami tarafından, Cole-Cole ve Cole-Davidson bağıntılarının bir kombinasyonu biçiminde;

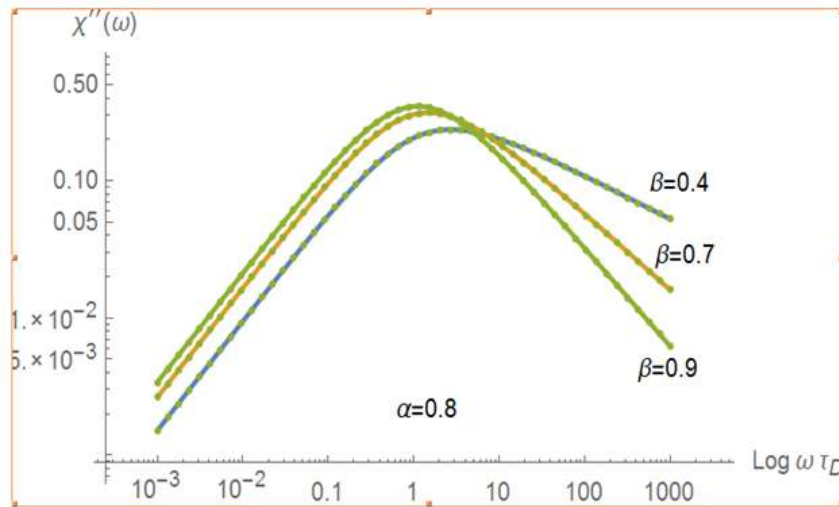
$$\chi(\omega) = \frac{1}{\{1 + (i\omega\tau)^{1-\alpha}\}^\beta}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad 0 < \beta < 1 \quad (2.5)$$

bağıntısı önerilmiştir.



Grafik 2.3. Havriliak-Negami $\alpha = 0.4$ ve β 'nin farklı değerleri için kayıp eğrileri

(2.5) denkleminde göre Havriliak-Negami bağıntısının $\beta = 1$ için Cole-Cole bağıntısına, $\alpha = 1$ için Cole-Davidson bağıntısına ve $\alpha=1$ ile $\beta = 1$ değerleri içinse Debye bağıntısına dönüştüğü görülmektedir. (2.5)'teki denkleme göre Havriliak-Negami bağıntısının $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$ aralığındaki değerleri için kayıp eğrileri Grafik 2.3'den de görüldüğü gibidir. Denklem (2.3)'e göre çizdirmiş olduğumuz Cole-Cole tipi davranış gösteren Grafik 2.1'e göre elde ettiğimiz $\alpha=0.4$ eğrisi için $\beta=0.4$, $\beta=0.7$ ve $\beta=0.9$ değerleri verdiğimizde denklem (2.5)'de kompleks dielektrik fonksiyonunun doğrudan Havriliak -Negami tipi bir davranış sergilediği görülmektedir



Grafik 2.4. Havriliak-Negami $\alpha = 0.8$ ve β 'nin farklı değerleri için kayıp eğrileri

(2.5) Havriliak-Negami bağıntısına göre bu seferde $\alpha=0.8$ değeri için kayıp eğrileri çizdirecek olursak Grafik 2.4'te görüldüğü gibi Havriliak-Negami tipi bir davranış sergilediği görülmektedir.

Yaklaşımları incelediğimizde α değeri 1'e yaklaştıkça kompleks dielektrik fonksiyonların birbirlerine dönüşümleri sağlandığından Cole-Cole, Cole-Davidson ve Havriliak- Negami tipi davranış sergiledikleri görülmektedir.

İlerleyen yıllarda 1983 yılında Shelisinger-Montroll ve 1987 yılında Niklasson, KWW tipindeki durulma davranışlarını açıklamak amacıyla Fraktal durulma modelini ortaya koymuşlardır. Yakın zamanda ise Hilfer (2002), Uchaikin (2003), Coffey ve ark. (2004), Reyes-Melo ve ark. (2005) ve Nigmatullin (2007) tarafından gerçekleştirilen kesirli durulma kesirli durulma modellerine ait çalışmaları görmekteyiz. Bu modellerin Debye ve Cole-Cole tipi davranışları açıklamada başarılı sonuçlar verdiğini söyleyebiliriz. Daha birçok model de bu davranışları açıklamak için geliştirilmiştir [19, 17].

2.1. Kusur Difüzyon Modeli

1960 yılında Glarum tarafından Debye tipinde olmayan durulma davranışlarını açıklamak amacıyla *kusur difüzyon modeli* ortaya konmuştur. Bu modelde bir kusur, madde içinde difüzyon hareketi yapar ve durulma merkezlerinden birine ulaştınca bir durulmaya neden olur. Modelin ortaya koyduğu durulma fonksiyonu Cole-Cole ve Cole-Davidson tipi davranışlar göstermiştir. Modeli biraz inceleyecek olursak: Bir kusur $t = 0$ anında $x = l$ noktasında bulunmaktadır. En yakın kusurun bir t zaman aralığında $x = 0$ noktasına ilk defa ulaşma olasılığı ise $P(t)$ dir. Kusurun hareketini belirleyen diferansiyel denklem,

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 P(x,t)}{\partial x^2} \quad (2.6)$$

şeklinde verilen, bir kusurun pozisyonuna ve difüzyon katsayısına bağlı bir difüzyon denklemdir. Kusurun başlangıçtaki konumu $P(0,0) = 1$ ve $P(l, 0) = 0$, $l \neq 0$

biçimindeki sınır şartları ile belirlenir. Belirlenen sınır şartlarına göre difüzyon denkleminin çözümü;

$$\dot{P}(l, t) = -D \left(\frac{\partial P(x, t)}{\partial x} \right)_{x=l} \quad (2.7)$$

$$\dot{P}(l, t) = \frac{lt^{-3/2}}{(4\pi D)^{1/2}} \exp(-l^2/4Dt) \quad (2.8)$$

şeklinde olacaktır. Sonrasında, sistem içerisinde bir durulma merkezine en yakın kusurun l ile $l + \Delta l$ arasında bulunma olasılığı,

$$f(l) = \frac{1}{l_0} \exp(-l/l_0) \quad (2.9)$$

ile verilir. Bu durumda $P(t)$ olasılığı için;

$$\dot{P}(t) = \int_0^\infty f(l) \dot{P}(l, t) dl \quad (2.10)$$

$$P(t) = \int_0^t \dot{P}(t) dt = 1 - \exp(t/\tau_D) \operatorname{erf}(t/\tau_D)^{1/2} \quad (2.11)$$

bağıntısına ulaşılmış olunur. Böylece dipol korelasyon fonksiyonu için;

$$\phi(t) = 1 - P(t) = \exp(t/\tau_D) \operatorname{erf}(t/\tau_D)^{1/2} \quad (2.12)$$

yazabiliriz. Burada durulma zamanı $\tau_D = l_0^2/D$ alınmıştır.

3. MATERYAL VE METOD

3.1. Kesirli Hesap (Fractional Calculus)

Diferansiyel kavramı Leibniz ve Newton'a kadar uzanan, matematiğin ve dolayısıyla bütün sayısal bilimlerin en önemli araçlarından biridir [22]. Liouville, Riemann, Weyl, Fourier, Laplace, Lagrange, Euler, Abel, Lacroix, Grunwald ve Letnikov gibi ünlü birçok matematikçinin üzerinde durduğu, 300 yıl boyunca bir kuluçka evresi geçirmiş diyebileceğimiz kesirli hesap tekniği ise ancak son 20 yıllık bir süreçte belirgin bir ilerleme kaydedebilmiştir [18].

Kesirli hesap tekniğinin kendisine has birçok tanımı ve özelliklerinin olmasının yanında bu çalışma içerisinde, tez çalışması içerisinde yapılacak yaklaşımlardan dolayı özel olarak Riemann-Liouville tanımı üzerinde durulacaktır.

3.2. Riemann-Liouville Tanımı

Riemann-Liouville denkleminde ulaşmak için sıkça kullanılan ifade Cauchy formülünden yararlanılarak elde edilir. İlk olarak,

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \quad (3.1)$$

türev ifadesiyle tanımlarsak, her iki tarafın a 'dan x 'e kadar integralini aldığımızda,

$$\int_a^x f(t)dt = F(t) \Big|_a^x \quad (3.2)$$

$$\int_a^x f(t)dt = F(x) - F(a) \quad (3.3)$$

şeklinde olur. Bu ifadeye göre her iki tarafın x 'e göre türevini alırsak,

$$\frac{dy}{dx} \int_a^x f(t)dt = \frac{dF(x)}{dx} \quad (3.4)$$

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x) \quad (3.5)$$

elde edilir.

$$\psi = \int_{A(x)}^{V(x)} f(t) dt \quad (3.6)$$

şeklinde bir integrali ele alalım. Burada görüldüğü gibi ψ fonksiyonu $A(x)$ ve $V(x)$ 'e bağlı bir fonksiyon olsun. O halde kısmi türevini ifadenin alırsak,

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{\partial \psi}{\partial V(x)} \frac{\partial V(x)}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial A(x)} \frac{\partial A(x)}{\partial x} \quad (3.7)$$

denklemden yararlanarak, (3.6) ifadesinde yerine yazarsak,

$$\frac{d}{dx} \int_{A(x)}^{V(x)} f(t) dt = \frac{\partial}{\partial V(x)} \int_{A(x)}^{V(x)} f(t) dt \frac{\partial V(x)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial A(x)} \int_{A(x)}^{V(x)} f(t) dt \frac{\partial A(x)}{\partial x} \quad (3.8)$$

eşitliği bulunur. Denklemin sağını (3.5) ifadesini de kullanarak yeniden düzenlersek eğer,

$$\frac{d}{dx} \int_{A(x)}^{V(x)} f(t) dt = f(V) \frac{dV}{dx} - f(A) \frac{dA}{dx} \quad (3.9)$$

olur. Denklemden görüldüğü gibi, “-” işareti (3.9) denkleminin sağ kısmındaki integral sınır koşullarının yer değiştirmesinden kaynaklandığı görülmektedir.

Yeniden integral alınırsa;

$$\frac{d}{dx} \int_a^b f(x, t) dt = \int_a^b \frac{\partial f(x, t)}{\partial x} dt \quad (3.10)$$

dır. İntegral sınırlarındaki a ile b ifadesi birer sabittir ve bu denklemden yararlanarak;

$$\psi = \int_{A(x)}^{V(x)} f(x, t) dt \quad (3.11)$$

integrali için,

$$\psi = \psi(x, V(x), A(x)) \quad (3.12)$$

olacağından (3.9) ile (3.10) denklemlerinin daha kapalı hali;

$$\frac{d}{dx} \int_{A(x)}^{V(x)} f(x, t) dt = f(x, V) \frac{dV}{dx} - f(x, A) \frac{dA}{dx} + \int_{A(x)}^{V(x)} \frac{\partial f(x, t)}{\partial x} dt \quad (3.13)$$

şeklini alır. Bu ifadeye de *Leibniz Kuralı* denilmektedir.

Aşağıdaki integral verilmiş olsun.

$$\psi_n(x) = \int_a^x (x - t)^{n-1} f(t) dt \quad (3.14)$$

Verilen bu integralde $n > 0$ ve tamsayı, a ise sabittir. Bu integrali Leibniz'in (3.14) denkleminde göre yazarsak; burada $F(x, t) = (x - t)^n f(t)$ olacaktır. $\psi_n(x)$ 'in türevi için;

$$\frac{d\psi_n(x)}{dx} = (n - 1) \int_a^x (x - t)^{n-1} f(t) dt + [(x - t)^{n-1} f(t)]_{t=x} \quad (3.15)$$

elde edilir ve denklemin sağındaki ikinci ifadenin $n > 1$ için sıfıra gittiği görülmektedir. O halde;

$n > 1$ için;

$$\frac{d\psi_n(x)}{dx} = (n - 1) \psi_{n-1} \quad (3.16)$$

$n = 1$ için ise;

$$\frac{d\psi_n}{dx} = f(x) \quad (3.17)$$

olur ve bu ifadeyi (3.15) denkleminde m defa türevini alırsak;

$$\frac{d^m \psi_n}{dx^m} = (n - 1)(n - 2) \dots (n - m) \psi_{n-m} \quad (3.18)$$

ifadesi bulunur ve $m = n - 1$ değeri için işlemi yaparsak;

$$\frac{d^{n-1}\psi_n}{dx^{n-1}} = (n-1)! \psi_1(x) \quad (3.19)$$

elde edilir ve (3.18) denklemine göre düzenlenilirse;

$$\frac{d^n \psi_n}{dx^n} = (n-1)! f(x) \quad (3.20)$$

denklemine ulaşmış oluruz. Eğer bu ifadede $n \geq 1$ değerleri için (3.18) ile (3.19) denklemlerinden faydalanırsak,

$$\begin{aligned} \psi_1(x) &= \int_a^x f(x_1) dx_1 \\ \psi_2(x) &= \int_a^x \psi_1(x_2) dx_2 = \int_a^x \int_a^{x_2} f(x_1) dx_1 dx_2 \\ &\dots \\ &\dots \\ \psi_n(x) &= (n-1)! \int_a^x \int_a^{x_n} \dots \int_a^{x_3} \int_a^{x_2} f(x_1) dx_1 dx_2 \dots dx_n \end{aligned} \quad (3.21)$$

genel ifadesi bulunur ve buradan,

$$\int_a^x \int_a^{x_n} \dots \int_a^{x_3} \int_a^{x_2} f(x_1) dx_1 dx_2 \dots dx_n = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^x (x-t)^{n-1} f(t) dt \quad (3.22)$$

“Cauchy integrali” olarak da bilinen bu denklemini elde etmiş oluruz. Bu eşitliğin sağ tarafını bir operatör ile ifade edersek ve n yerine her değeri alabilen w değerini yazarsak,

$$\frac{d^w f}{d(x-a)^w} = \frac{1}{\Gamma(-w)} \int_a^x (x-t)^{-w-1} f(t) dt \quad ; w < 0 \quad (3.23)$$

şekline dönüşür. Bu denklemde *Riemann-Liouville Kesirli İntegrali* olarak isimlendirilir.

$$\frac{d^\omega f}{d(x-a)^\omega} = \frac{d^n}{dx^n} \left[\frac{1}{\Gamma(n-\omega)} \int_a^x (x-t)^{-(\omega-t)-1} f(t) dt \right] \quad (3.24)$$

denklemini elde edilir. (3.24) denkleminde *Riemann-Liouville Kesirli Türevi* olarak bilinmektedir. Bu ifadeye göre yazılan (3.23) denkleminin integrali sadece $q < 0$ değerleri için yakınsaktır bu eşitliği $q \geq 0$ ve $n > q$ şartlarına uygun çözülür. (3.24) eşitliğinde de görüldüğü gibi n kez türevin integrale uygulanması aşamasında zorluklara neden olmaktadır.

(3.21) eşitliğindeki bağıntı (3.15) denkleminde yerine yazarsak;

$$\frac{d^n}{dx^n} = \int_a^x (x-t)^{n-t} f(t) dt = (n-1)! f(x) \quad (3.25)$$

elde ederiz ve ifadenin n defa integralini alıp, bir operatörle temsil edersek;

$$\int_a^x (x-t)^{n-t} f(t) dt = (n-1)! \frac{d^n}{dx^n} f(x) \quad (3.26)$$

$$\frac{1}{\Gamma(-n)} \int_a^x (x-t)^{-n-t} f(t) dt = \frac{d^n}{dx^n} f(x) \quad (3.27)$$

ifadesine ulaşılır. İfade de n 'nin negatif değerleri için geçerli olur. Çünkü gösterim integrali temsilidir [22, 20, 21].

Bundan sonraki bölümde Kusur-Difüzyon yaklaşımı kesirli hesap tekniği ile tekrardan ele alınacaktır. Bu yaklaşımla birlikte, dipol kusur etkileşmelerinin kesirli bir uzayda olduğu varsayılarak kusurun hareketine ait olasılık yoğunluk fonksiyonlarının da kesirli bir uzayın bir parçası olduğu öngörülüp, zaman uzayı üzerinden kesirli integraller alınarak kusur dipol etkileşmelerinin bir analizi yapılmaya çalışılacaktır. Ayrıca kusur-difüzyon modelini temel alan çalışmaların da bir kritiği yapılacaktır. Modellen güçlü ve zayıf yanları matematiksel ve fiziksel açıdan irdelenecektir. Kusur-difüzyona kesirli yaklaşımın fiziksel anlamı üzerinde bazı varsayımlarda bulunulacaktır.

4. SONUÇLAR, TARTIŞMALAR VE ÖNERİLER

Hatırlanacağı gibi madde içindeki kusurun hareketine ait denklem,

$$\dot{P}_1(l, t) = \frac{lt^{-3/2}}{2\sqrt{\pi D}} e^{(-l^2/4\pi Dt)} \quad (4.1)$$

şeklinde verilmişti. Öncelikle, dipol-kusur etkileşim sürecinin zamanın bir doğrusal olmayan fonksiyonu olduğunu varsayarak, olasılık uzayında da bazı değişiklikler olması gerektiğini düşünebiliriz. En yakın kusurun dipole ulaşması için geçen zaman başına olasılık Bordewijk tarafından $f(x) = 1/a$ olarak önerilmiştir [26]. O halde t anında bir tek kusurun dipole ulaşma olasılığı Riemann-Liouville kesirli integral operatörü kullanılarak,

$$\dot{P}_1(t) = \int_0^a f(x) \dot{P}_1(x - x_0, t) dx \quad (4.2)$$

$${}_vP_1(t) = {}_0J_t^{(-v)} [\dot{P}_1(t)] = {}_0J_t^{(-v)} \left[\int_0^a \frac{t^{-3/2}|x-x_0|}{a\sqrt{4\pi D}} e^{-(x-x_0)^2/4\pi Dt} dx \right] \quad (4.3)$$

$${}_vP_1(t) = \frac{2\sqrt{D}}{a\sqrt{\pi} \Gamma(v)} \int_0^t (t - \xi)^{v-1} \xi^{-1/2} d\xi = \frac{2\sqrt{D}}{a \Gamma(\alpha+1/2)} t^{v-1/2} \quad (4.4)$$

işlemleri sonucunda,

$${}_vP_1(t) = \frac{2\sqrt{D}}{a \Gamma(\alpha+1/2)} t^{v-1/2} \quad (4.5)$$

sonucuna ulaşırız. ${}_vP_1(t)$, yalnızca bir tek kusurun bir dipole ulaşma olasılığı ise N kusurlu bir dipol zinciri için herhangi bir kusur tarafından dipol zincirinin durulma olasılığı ${}_vP(t)$ olarak seçilirse, durulmaya uğramayan bir dipol zinciri için olasılık ise $1 - {}_vP(t)$ olacaktır.

$$1 - {}_vP(t) = [1 - {}_vP_1(t)]^N = \left[1 - \frac{2\sqrt{D}}{a \Gamma(v+1/2)} t^{v-1/2} \right]^N \quad (4.6)$$

olacaktır. $N \rightarrow \infty$ limitinde, $a = 2Nl_0$ için;

$${}_v\varphi_1(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[1 - \frac{\sqrt{D} t^{v-1/2}}{l_0 \Gamma(v+1/2)} \frac{1}{N} \right]^N = e^{-\left(\frac{\sqrt{D}}{l_0 \Gamma(v+1/2)} t^{v-1/2} \right)} \quad (4.7)$$

elde edilir. Burada reaksiyonun durulma zamanı $\tau_D = (l_0 \Gamma(v+1/2)/\sqrt{D})^{v-1/2}$ olarak seçilirse, tek boyutta korelasyon fonksiyonu,

$${}_v\varphi_1(t) = e^{[-(t/\tau_D)^{v-1/2}]} \quad (4.8)$$

$$\chi(\omega) = 1 - i\omega \int_0^\infty e^{-i\omega t} \varphi(t) dt = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{i\omega}{2D}\right) \text{Erfc}\left(\frac{i\omega}{2D}\right)^{\frac{1}{2}}, D > 0 \quad (4.9)$$

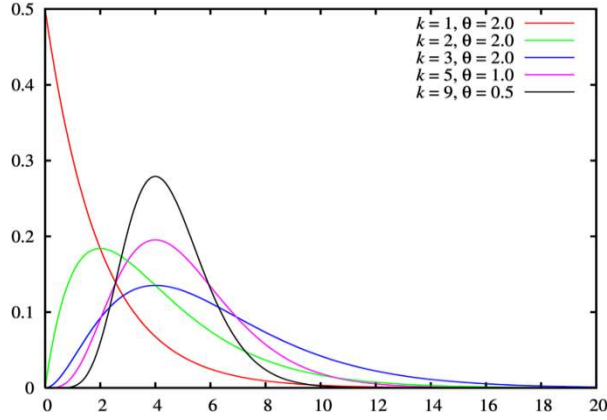
şeklinde elde edilir. Bu fonksiyon KWW tipinde bir fonksiyondur ve beklendiği gibi $v = 1$ için denklem tek boyutta Bordewijk'in sonucuyla uyumludur [22].

Bu aşamada bir kusurun, dipol zincirini durulmaya geçirmesiyle ilgili olasıkların her dielektrik madde için farklı olacağını öngörebiliriz. Bununla birlikte olasılığın, fiziksel olayın gerçekleşmesi sırasında kesirli (fractional) yapıda olduğunu önermekteyiz. Yani, dispersiyondan kaynaklı olarak durulma davranışının düzensiz olduğu ve bu düzensizliği ifade edebilmek için kesirli bir uzay ve olasık dağılımının kullanılması gerektiği varsayımını yapmaktayız. Bu çalışma kapsamında seçtiğimiz olasıkları kesirli hesap tekniği kullanarak kusur-difüzyon modeline uyarlayacağız. Sonrasında, elde edilen sonuçlar matematiksel ve fiziksel olarak daha önce elde edilmiş empirik fonksiyonlarla karşılaştırılarak irdelenecektir.

Gama fonksiyonu, kesirli hesap yöntemiyle doğrudan ilişkili bir fonksiyondur ve rasgele L değişkene göre Gamma-dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonunu tanımlayan denklem,

$$f(L; k, \theta) = \frac{L^{-1+k} e^{-L/\theta}}{\theta^k \Gamma(k)}, x > 0 \text{ ve } k, \theta > 0 \quad (4.10)$$

şeklinde dir. Gamma dağılımının k ve θ parametrelerinin farklı değerlerine karşılık davranışı Grafik 4.1'de verilmiştir.



Grafik 4.1. Gamma dağılım fonksiyonu

Kusurların gama dağılımı gösteren bir olasılık ile dipol zincirini bulduğu varsayımı altında (4.1) ve (4.2) eşitliklerinden yararlanarak $\dot{P}(t)$ için;

$$\dot{P}(t) = \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{L^2}{4\pi Dt}}}{2\sqrt{D}\sqrt{\pi}t^{3/2}} \frac{L^{-1+k}e^{-L/\theta}}{\theta^k \Gamma(k)} dL, \quad x > 0 \text{ ve } k, \theta > 0 \quad (4.11)$$

işleminin sonucunda,

$$\dot{P}(t) = \xi \left(\frac{1}{Dt} \right)^{-k/2} \frac{1}{\sqrt{t}} [F_1(t, k, \theta) + F_2(t, k, \theta)] \quad (4.12)$$

bağıntısı elde edilir. Burada,

$$\xi = \frac{2^{-1+k} \sqrt{D} \pi^{\frac{k-1}{2}}}{\theta^{1+k} \Gamma(k)}$$

$$F_1(t, k, \theta) = -k\pi \Gamma\left(\frac{k}{2}\right) {}_1F_1\left[1 + \frac{k}{2}, \frac{3}{2}, \frac{D\pi t}{\theta^2}\right]$$

$$F_2(t, k, \theta) = \sqrt{\frac{\pi}{Dt}} \theta \Gamma\left(\frac{1+k}{2}\right) {}_1F_1\left[\frac{1+k}{2}, \frac{1}{2}, \frac{D\pi t}{\theta^2}\right]$$

olarak alınmıştır. Aynı zamanda ${}_1F_1$;

$${}_1F_1(a, b; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a)_k z^k}{k!(b)_k} = \left\{ 1 + \frac{a}{b} \frac{z}{1!} + \frac{a(a+1)}{b(b+1)} \frac{z^2}{2!} + \dots \right\}$$

(4.13)

ile verilen Konfluent hipergeometrik fonksiyondur. Bu aşamada kusurun dipole ulaşma olasılığının zaman uzayında kesirli olabileceği varsayımı altında $\dot{P}(t)$ 'nin Riemann-Liouville kesirli integrali alınarak,

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{1}{\Gamma(s)} \int_0^t \frac{\xi\left(\frac{1}{Dt}\right)^{-k/2} \frac{1}{\sqrt{t}} [F_1(T, k, \theta) + F_2(T, k, \theta)]}{(T-t)^{1-s}} dT \\ &= \delta \left(\frac{1}{Dt}\right)^{-k/2} (-t)^s [F_3(t, k, \theta) - F_4(t, k, \theta)] \end{aligned} \quad (4.14)$$

şeklinde $P(t)$ ifadesi elde edilir. Burada,

$$\delta = \frac{2^{-1+k} \sqrt{D} \pi^{k/2}}{\theta^{1+k} s \sqrt{t} \Gamma(k) \Gamma(s)}$$

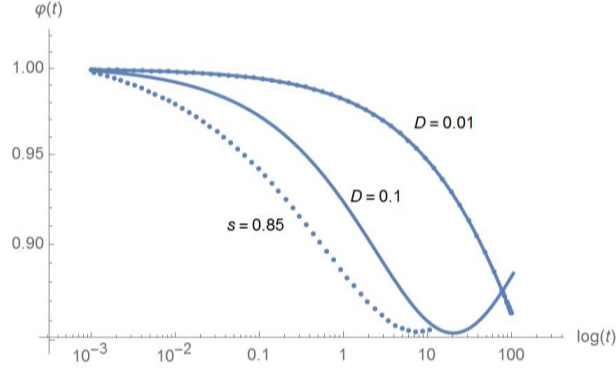
$$F_3(t, k, \theta) = k \sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{k}{2}\right) {}_1F_1\left(1 + \frac{k}{2}, \frac{3}{2}, \frac{D\pi t}{\theta^2}\right)$$

$$F_4(t, k, \theta) = \sqrt{\frac{1}{Dt}} \theta \Gamma\left(\frac{1+k}{2}\right) {}_1F_1\left(\frac{1+k}{2}, \frac{1}{2}, \frac{D\pi t}{\theta^2}\right)$$

olarak alınmıştır. Böylelikle tek boyutta korelasyon fonksiyonu için,

$$\varphi(t) = 1 - P(t) = 1 - \delta \left(\frac{1}{Dt}\right)^{-k/2} (-t)^s [F_1(t, k, \theta) - F_2(t, k, \theta)] \quad (4.15)$$

bağıntısına ulaşırız. Böylelikle korelasyon fonksiyonu için Grafik 4.2 ilişkisi elde edilir.



Grafik 4.2. Korelasyon fonksiyonunun zamanla değişimi ($D = 0.1, k = 1, \theta = 3$)

Bu işlemlerin ardından (1.12) bağıntısından faydalanarak kompleks dielektrik fonksiyonu için;

$$\chi(\omega) = 1 - \eta_1 w (\zeta_1 \zeta_2 F_5 + \eta_4 \beta (F_6 + \eta_5) F_7 \zeta_3 \zeta_4) \quad (4.16)$$

elde edilir. Burada,

$$\beta = \left(\frac{iD}{\theta^2 w} \right)^{\frac{1}{2}(2s+k+1)}$$

$$\eta_1 = \frac{i \left(\frac{1}{D} \right)^{-k/2}}{\theta^{k+1} 2s \Gamma(k) \Gamma(s)}$$

$$\eta_2 = 2i \left(\frac{1}{D} \right)^{k/2} s \theta^{k+1} \Gamma(k) \Gamma(s)$$

$$\eta_3 = (-1)^s \sqrt{\frac{1}{D}} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{k+2s}{2}\right) \theta \sqrt{D} \left(-\frac{D}{\theta^2} \right)^{-\frac{k}{2}-s}$$

$$\eta_4 = \frac{(-1)^s k \Gamma\left(\frac{k}{2}\right) \Gamma\left(\frac{k+1+2s}{2}\right)}{\sqrt{D}(1+k) \sqrt{\pi}(k+2s) \left(-\frac{D}{\theta^2} \right)^{\frac{1+k+2s}{2}}}$$

$$\eta_5 = (D\pi(3 + 2k + 2s) - i\theta^2 \omega)$$

$$\zeta_1 = \text{Cosh}[k \text{Log}[2]] + \text{Sinh}[k \text{Log}[2]]$$

$$\varsigma_2 = \text{Cosh}[\frac{1}{2}k\text{Log}[\pi]] + \text{Sinh}[\frac{1}{2}k\text{Log}[\pi]]$$

$$\varsigma_3 = \text{Cosh}[k\text{Log}[2]] + \text{Sinh}[k\text{Log}[2]]$$

$$\varsigma_4 = \text{Cosh}[\frac{1}{2}k\text{Log}[\pi]] + \text{Sinh}[\frac{1}{2}k\text{Log}[\pi]]$$

$$F_5 = -\frac{\eta_2}{\omega} + \eta_3 \left(\frac{iD}{\theta^2\omega}\right)^{\frac{k}{2}+s} {}_2F_1\left[\frac{1+k}{2}, \frac{k}{2} + s, \frac{1}{2}, -\frac{iD\pi}{\theta^2\omega}\right]$$

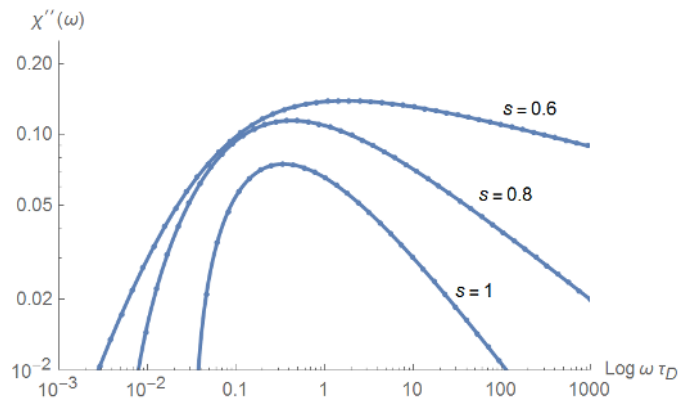
$$F_6 = (-D\pi + i\theta^2\omega) {}_2F_1\left[\frac{2+k}{2}, \frac{1+k}{2} + s, -\frac{1}{2}, -\frac{iD\pi}{\theta^2\omega}\right]$$

$$F_7 = {}_2F_1\left[\frac{2+k}{2}, \frac{1+k}{2} + s, \frac{1}{2}, -\frac{iD\pi}{\theta^2\omega}\right]$$

kısaltmaları kullanılmıştır ve ayrıca ${}_2F_1(a, b; c; z)$;

$${}_2F_1(a, b; c; z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(a)_k(b)_k z^k}{(c)_k k!} \quad (4.17)$$

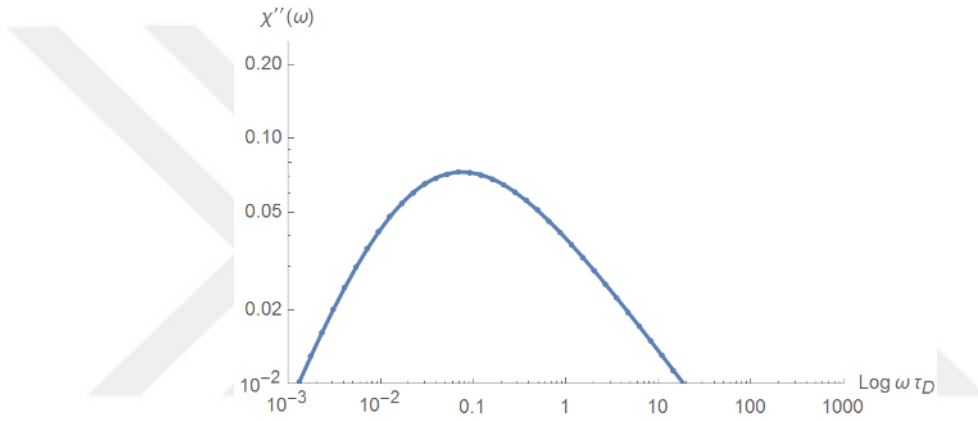
ile verilen Gauss hipergeometrik fonksiyonudur. Böylelikle kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ile $\log(\omega\tau_D)$ arasındaki ilişki Grafik 4.3'teki gibi gösterilmektedir.



Grafik 4.3. s 'nin farklı değerleri için kayıp faktörü $\chi''(\omega)$, ($k = 1$, $\theta = 3$)

Görüleceği üzere difüzyon katsayısı D 'nin değişimi Grafik 4.2'den de görüleceği üzere durulma süresini değiştirmektedir. Gama dağılımıyla hareket eden bir kusurun, dipol zincirine ulaşması ve onun durulmasına neden olduğu varsayımı altında, uzayın

kesirli yapıda olduğu düşünülerek ve bunun neticesinde zaman uzayında kesirli integral hesabı kullanılmasıyla, kompleks dielektrik fonksiyonunun Cole-Cole, Cole-Davidson ve Havriliak-Negami tipi davranışları sergilediği görülmektedir (Grafik 4.3). Bu davranışlar kesirli integralin mertebesinin değişken seçilmesi durumunda bu değişkenin aldığı değerlere göre şekillenmiştir. Bilindiği gibi Gama dağılımı k ve θ 'nın farklı değerlerine göre diğer bazı önemli dağılım fonksiyonlarına dönüşebilmektedir. $k = 2$ ve $\theta = 3$ değerleri için Grafik 4.4'ten de görüldüğü gibi kompleks dielektrik fonksiyonunun doğrudan Cole-Cole tipi bir davranış sergilediği görülmektedir.



Grafik 4.4. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log } \omega \tau_D$, ($s = 0.5, k = 2, \theta = 3$)

Benzer işlemler, kusurun daha farklı olasılık fonksiyonları altında dipol zincirine ulaşmış olabileceği düşüncesine dayanarak yapılabilir. Bu durumda aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. L bağımsız değişkeninin olasılık dağılımının,

$$f(L) = e^{-L} \quad (4.18)$$

şeklinde seçilmesi durumunda, uzayın kesirli olmadığı bir durum için korelasyon fonksiyonu,

$$\varphi(t) = 1 + \sqrt{D}\sqrt{\pi}\sqrt{t}(-2 - \sqrt{\frac{1}{Dt}} + 2\sqrt{\frac{1}{Dt}}\sqrt{Dt} + e^{D\pi t}\sqrt{\frac{1}{Dt}}\text{Erfc}[\sqrt{\pi}\sqrt{Dt}]) \quad (4.19)$$

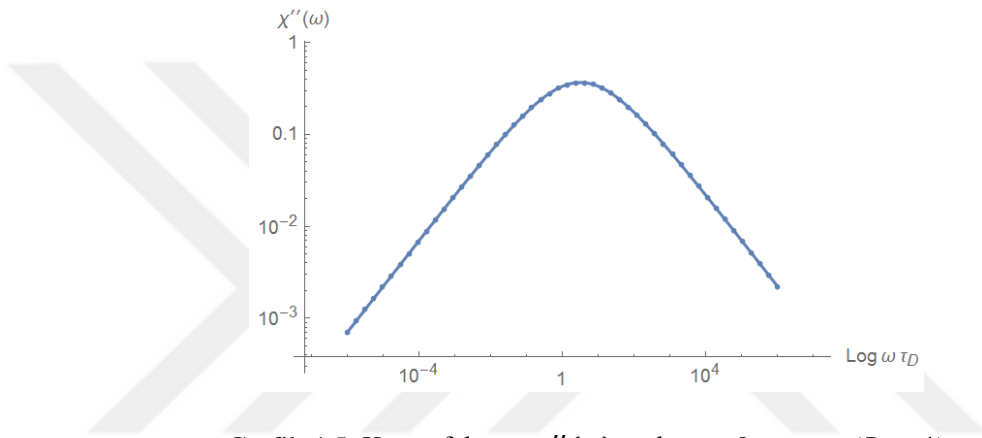
şeklinde elde edilmiştir. Burada $\text{Erfc}(z)$;

$$\text{Erfc}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_z^{\infty} e^{-t^2} dt \quad (4.20)$$

ile verilen *tamamlayıcı hata fonksiyonu* (complementary error function)'dur. Buradan hareketle kompleks dielektrik fonksiyonu,

$$\chi(\omega) = 1 - \frac{i(D(\pi - \pi^{3/2}) + \sqrt{D}\pi\sqrt{i\omega} - i\omega)}{iD\pi + \omega} \quad (4.21)$$

şeklinde elde edilmiştir ve difüzyon katsayısı $D = 1$ için;



Grafik 4.5. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log } \omega\tau_D$, ($D = 1$)

Doğrudan Cole-Cole tipi bir davranış sergilemiştir. Bununla birlikte, uzayın kesirli olduğu varsayımı altında, daha önce kullanıldığı gibi, kesirli hesap tekniği kullanılması sonucunda korelasyon fonksiyonu için;

$$\varphi(t) = \varphi_1 + \varphi_2 \quad (4.22)$$

bulunmuştur. Burada,

$$\varphi_1 = 1 + \sqrt{\frac{1}{D}} D^{3/2} e^{D\pi t} \pi^{3/2} (-t)^s E_{n1}(1 - s, D\pi t) / \Gamma(s)$$

$$\varphi_2 = \sqrt{D}\pi (-t)^s \left(\frac{1}{\sqrt{t}} - e^{D\pi t} \pi \sqrt{Dt} E_{n2} \left(\frac{1}{2} - s, D\pi t \right) / \sqrt{\frac{1}{D}} \right) / \Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right)$$

dir. Aynı zamanda burda $E_n(z)$ ifadesi,

$$E_n(z) = \int_1^\infty \frac{e^{-zt}}{t^n} dt \quad (4.23)$$

ile verilen *üstel integral* bağıntısıdır. Böylelikle kompleks dielektrik fonksiyonu için;

$$\chi(\omega) = 1 - \frac{1}{iD\pi + \omega} i[\chi_1(\omega) + \chi_2(\omega) - \chi_3(\omega) + \chi_4(\omega)] \quad (4.24)$$

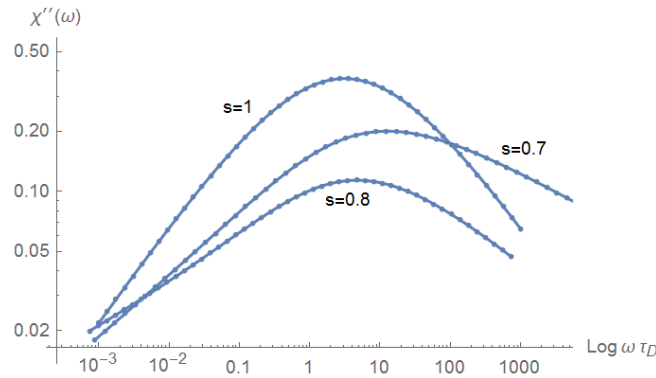
$$\chi_1(\omega) = D\pi + D^{3/2} e^{i\pi s} \pi^2 (i\omega)^{\frac{1}{2}-s} - i\omega$$

$$\chi_2(\omega) = \sqrt{D} e^{i\pi s} \pi (i\omega)^{-\frac{1}{2}-s} \omega^2$$

$$\chi_3(\omega) = \sqrt{\frac{1}{D}} D^{\frac{5}{2}-s} e^{i\pi s} \pi^2 \left(\frac{i\omega}{D}\right)^{\frac{1}{2}-s}$$

$$\chi_4(\omega) = \sqrt{\frac{1}{D}} D^{\frac{5}{2}-s} e^{i\pi s} \pi^{3/2} \left(\frac{i\omega}{D}\right)^{1-s}$$

bağıntısı elde edilir. Bu işlemler sonucunda kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ile $\log(\omega\tau_D)$ arasındaki ilişki kesirli integralin derecesi s 'nin farklı değerlerine göre Grafik 4.6'daki gibi bulunmuştur.



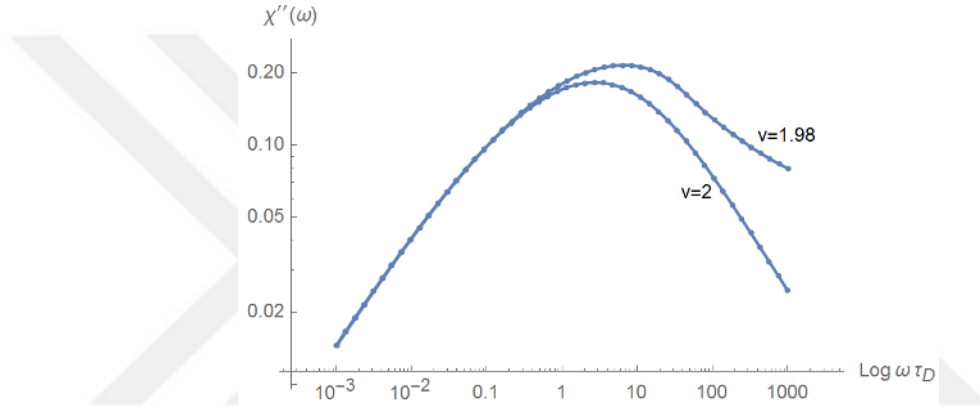
Grafik 4.6. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log } \omega\tau_D$, ($D = 1$)

Doğal olarak kesirli integralin derecesinin 1 olduğu durum (yani bilinen normal integral) için bir önceki durumla aynı olan Cole-Cole davranışı gözlenmiştir. Bununla birlikte integralin derecesi s küçüldükçe Cole-Davidson ve de Havriliak-Negami'ye doğru davranışlar ortaya çıkmıştır.

Kusurların hareketine ait olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f(L) = \frac{\left(1 + \frac{L^2}{v}\right)^{\frac{1}{2}(-1-v)} \Gamma\left(\frac{1+v}{2}\right)}{\sqrt{\pi} \sqrt{v}} \quad (4.25)$$

ile verilen *student-t* fonsiyonu alınır, uzayın kesirli yapısı hesaba katılmaksızın yapılan benzer işlemler sonucunda bu dağılımla hareket eden kusurların meydana getirdiği durulmaya ait kompleks dielektrik katsayısının kayıp faktörü için Grafik 4.7'deki davranış gözlenir.



Grafik 4.7. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log} \omega \tau_D$, ($D = 1$)

Görüleceği üzere kusurların *student-t* olasılık dağılımı ile hareket etmesi durumunda v parametresinin farklı değerleri için Cole-Cole ve Cole-Davidson tipi davranışlar gözlenmiştir. *student-t* dağılımına ait kesirli yaklaşım analitik yöntemlerle hesaplanamamıştır.

Şimdi ise daha basit ve bağımsız değişkenin küçük bir aralığında tanımlı,

$$f(L) = L + \frac{1}{2}, 0 \leq L \leq 1 \quad (4.26)$$

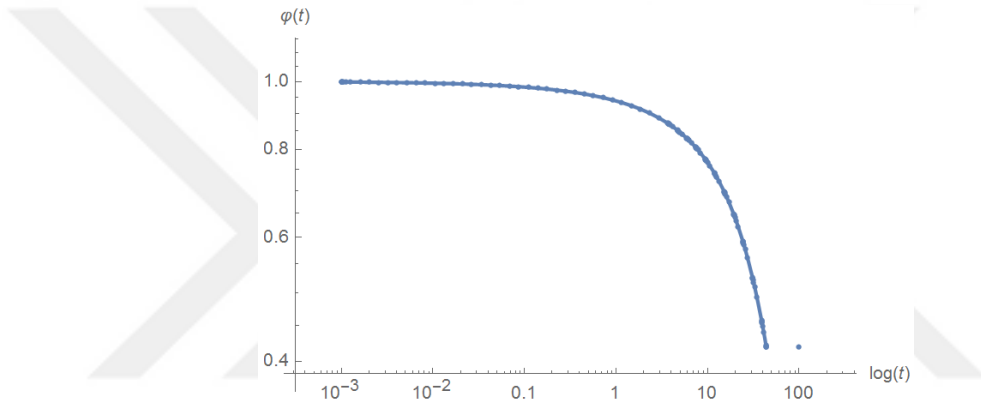
şeklinde bir olasılık yoğunluk fonksiyonunu ele alalım. Bu olasılık dağılımlı kusur hareketinin, uzayın kesirli olmaması durumuna ait korelasyon fonksiyonu, daha önce yapılanlara benzer işlemler sonucunda,

$$\varphi(t) = 1 + \sqrt{\pi} \left\{ (-1 + \sqrt{D}(-1 + 2e^{-\frac{1}{4D\pi t}})\sqrt{t}) + (1 - D\pi t) \operatorname{Erf}\left(\frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}}\right) \right\} \quad (4.27)$$

şeklinde elde edilir. Burada $\operatorname{Erf}(z)$;

$$\operatorname{Erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt \quad (4.28)$$

Bişiminde tanımlanan *hata fonksiyonu* (error function)'dur. Bu işlemlerin sonucunda kusur dipol etkileşiminin ortaya koyduğu korelasyon fonksiyonunun davranışı Grafik 4.8'de verildiği gibi elde edilmiştir.



Grafik 4.8. Korelasyon fonksiyonunun zamanla değişimi ($D = 0.01$)

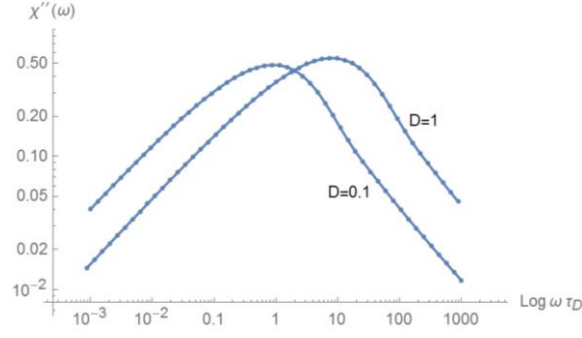
Bir sonraki aşamada kompleks dielektrik fonksiyonu ise;

$$\chi(\omega) = \chi_1(\omega) + \chi_2(\omega) \quad (4.29)$$

$$\chi_1(\omega) = e^{-\frac{(1+i)\sqrt{\omega}}{\sqrt{2\pi D}}} \left(-\sqrt{\pi} + \frac{(-1)^{3/4} \sqrt{D\pi}}{\sqrt{\omega}} \right)$$

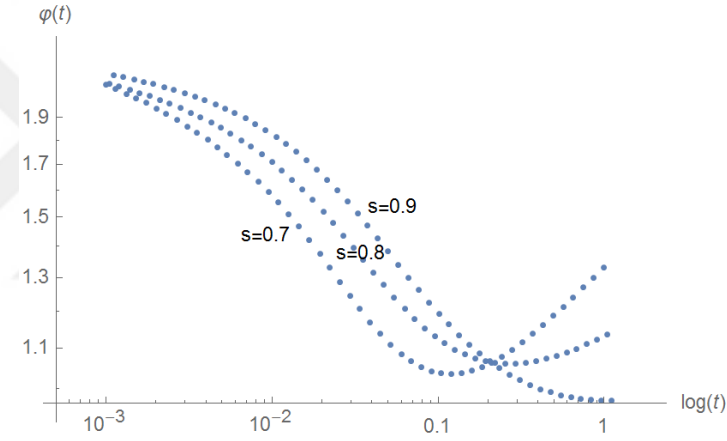
$$\chi_2(\omega) = -\frac{i(2D\pi^{3/2} + \pi\sqrt{iD\omega})}{2\omega} + \frac{e^{-\frac{\sqrt{i\omega}}{\sqrt{D\pi}}\sqrt{\pi}(2iD\pi + i\sqrt{D\pi i\omega} + 2\omega)}}{2\omega}$$

şeklinde elde edilmiştir. Böylelikle kayıp faktörü, difüzyon katsayısının farklı değerleri için Grafik 4.9'daki eğrileri vermiştir.



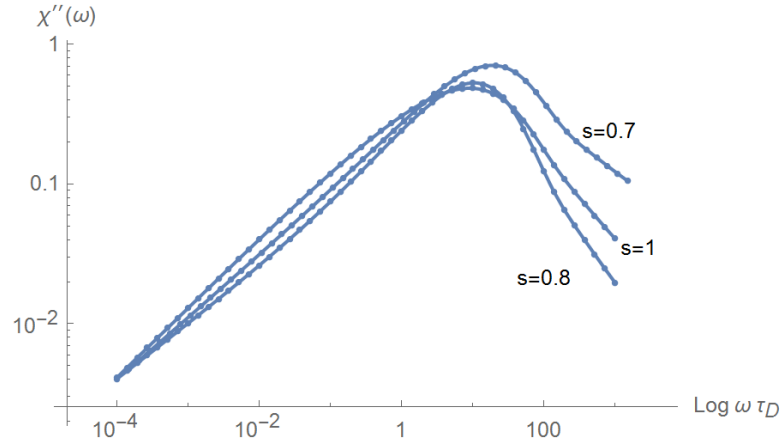
Grafik 4.9. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log } \omega \tau_D$, ($D = 1$, $D = 0.1$)

Çalışmanın son aşamasında dağılım fonksiyonu kesirli uzay varsayımı altında işlemlere dahil edilirse korelasyon fonksiyonuna ait davranış Grafik 4.10'da verildiği gibi gözlenmiştir.



Grafik 4.10. Korelasyon fonksiyonunun zamanla değişimi, ($D = 1$)

Burada dikkat edilirse kesirli integralin mertebesi s 'nin küçülen değerlerinde Grafik 4.2' de verilen Gama dağılımına ait korelasyonla benzer eğriler ortaya çıkmaktadır. Son aşama olarak kompleks dielektrik fonksiyonunun kayıp faktörüne ait eğriler kesirli integralin derecesi s 'in farklı değerleri için Grafik 4.11'de verilmiştir.



Grafik 4.11. Kayıp faktörü $\chi''(\omega)$ ya karşın $\text{Log} \omega \tau_D$, ($D = 1$)

Yaklaşımlar incelendiğinde ister bilinen dağılımlar ister rasgele seçilen olasılık dağılımları olsun standart kusur-difüzyon yaklaşımında genel olarak Cole-Cole ya da bazen Cole-Davidson tipi davranışları vermektedirler. Bunun yanında kesirli uzay olasılık dağılımının fiziksel sürece yön verdiği varsayımı altında elde edilen sonuçların Cole-Cole davranışını doğrudan verebilmesinin yanında Cole-Davidson ve Hawriliak-Negami tipi davranışları da sergileyebildiğini görüyoruz. Burada özellikle düşük frekans bölgesinde daha düzgün davranışlar görülmektedir.

Kesirli yaklaşımın bazı zayıf noktaları da çalışmanın ilerleyen kısımlarında kendini göstermiştir. Buradaki en büyük zorlukların başında fiziksel olguların analitik ifadelerini elde etmedeki zorluk yatmaktadır. Kullanılacak denklemlerin karmaşıklığı onun kullanım alanını da zayıflatmaktadır. Ayrıca uzayın kesirli yapısının zaman uzayına etkisinin fiziksel yorumunda çetin zorluklarla karşılaşmaktadır. Fakat burada şunu söyleyebiliriz ki, kesirli hesap tekniği kullanılarak elde edilen sonuçların, deneyleri karşılayabilen empirik fonksiyonlarla uyumluluğunu çok daha fazladır.

Kusur-difüzyon yaklaşımın bazı zayıf noktaları da bu çalışma kapsamında gösterilmeye çalışılmıştır. Çalışma kapsamında tek bir kusurun bir dipol zincirini etkileyerek durulma mekanizmasını başlattığı varsayılmıştır. Oysaki temel varsayım tek bir kusurun dipol zinciri üzerindeki bir tek dipole etkiyerek onu yönlendirdiği şeklindedir. Burada görüyoruz ki ister orijinal bakış açısı olsun ister revize ettiğimiz şekliyle olsun elde edilen sonuçlar deneylerden elde edilen verilerle uyum içinde

olmaktadır. Bu noktada modelin varsayımının zayıflığı ön plana çıkmaktadır. Yani model fiziksel sürecin nasıl gerçekleştiğini açıklamaya yönelik olsa da, kullanılan matematiksel yöntemler ve fiziksel olayın gerçekleşmesine ait kavramsal değişimler sonucu etkilememektedir. Bu durum fiziksel sürecin nasıl olduğuyla ilgili bir çelişki yaratmaktadır. Bu çelişkiye aynı zamanda kesirli yaklaşımla olasılık uzayının muğlak yapısı da katkıda bulunmaktadır. Burada şunu söyleyebiliriz ki kusur-difüzyon yaklaşımının güçlü olduğu nokta etkileşimin bir difüzyon mekanizması ile tanımlanabilmesinde yatmaktadır. Bu noktadan hareketle, modelde, matematiksel parametrelerin fiziksel parametrelere dönüştürülmesi durumunda, dielektrik durulmanın mekanizmasını anlama ve çok daha sağlıklı yorumlar yapma şansını elde edebileceğimizi söyleyebiliriz.

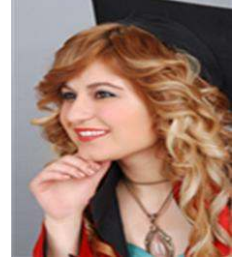
KAYNAKLAR

- [1] Kao, K. C., (2004). *Dielectric phenomena in solids with emphasis on physical concepts of electronic processes*. Amsterdam: Elsevier Academic Press.
- [2] 16/11/2016 tarihinde <http://www.nedir.com/dielektrik> adresinden alınmıştır.
- [3] Ufuktepe, Y., Bozdemir, S., (1997). *Elektromanyetik teori*. Baki Kitap ve Yayınevi, ISBN: 975-96039-8-5.
- [4] Fröhlich, H., 1958. *Theory of dielectrics, dielectric constant and dielectric loss*. 2. baskı, USA: Oxford University Press.
- [5] Böttcher, C. J., Bordewijk, P., (1978). *Theory of electric polarization*. Amsterdam: Elsevier, 553s.
- [6] Smyth, C. P., (1955). *Dielectric behavior and structure*. USA: McGraw Hill.
- [7] 18/11/2016 tarihinde <https://tr.wikipedia.org/wiki/Dipol> adresinden alınmıştır.
- [8] 20/11/2016 tarihinde <http://www.nedirnedemek.com/elektriksel-dipol-nedir-elektriksel-dipol-ne-demek> adresinden alınmıştır.
- [9] Raju, G. G., (2003). *Dielectrics in electric fields*. USA: CRC Press.
- [10] Zhu, C., Dept of ECE, National University of Singapore. 24/12/2005 tarihinde www.ece.nus.edu.sg/stfpage/elezhucx/myweb/2_Dielectric_loss.pdf adresinden alınmıştır.
- [11] Chandrasekhar, S., (1943). *Stochastic Problems in Physics and Astronomy. Reviews of Modern Physics, 15(1)*.
- [12] Kasap, S. O., (2002). *Principles of electronic materials and devices*. 2. baskı, USA: McGraw-Hill.
- [13] Landau, L. D., Lifshitz, E. M., (1960). *Electrodynamics of continuous media*. Oxford, USA: Pergamon Press.
- [14] Williams, G., McCrum, N. G., (1967). *Anelastic and dielectric effects in polymeric solids*. Londra, İngiltere: John Wiley and Sons.
- [15] Cole, K. S., Cole, R. H., (1941). Dispersion and Absorption in Dielectrics I. Alternating Current Characteristics. *The Journal of Chemical Physics*, 9, 341-351.

- [16] Eker, S., (2004). Dielektrik Durulma Mekanizmasının Zamana Bağlı Ising Modeli Kullanılarak Monte Carlo Simülasyonu. Doktora Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Adana.
- [17] Klafter, J., Shlesinger, M. F., (1986). On the relationship among three theories of relaxation in disordered systems. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 83, 848-851.
- [18] Calame, C., (2003). *Myth and history in ancient greece: the symbolic creation of a colony*. USA: Princeton University Press.
- [19] Jund, P., Jullien R., Campbell I., (2001). Random walks on fractals and stretched exponential relaxation. *Phys. Rev. Lett.* 63, 1-5.
- [20] Palmer, R. G., Stein, D. L., Abrahams, E., Anderson, P. W., (1984). Models hierarchically constrained dynamics for glassy relaxation, *Phys. Review Lett.*, 53(10), 958-961.
- [21] Hasanov, E., Uzgören G., Büyükaksoy A., (2002). *Diferansiyel Denklemler Teorisi*. İstanbul: Papatya Yayıncılık.
- [22] Loverro, A., (2004). *Fractional Calculus: History, Definitions and Applications for the Engineer* Definitions and Applications for the Engineer. Department of Aerospace and Mechanical Engineering, University of Notre Dame.
- [23] Podlubny, I., (1999). *Fractional differential equations*. USA: Academic Press.
- [24] Arfken, G. B., Weber H.J. (1995). *Mathematical methods for physicist*, 4. baskı. USA: Academic Pres.
- [25] Chandrasekhar, S., (1943). Stochastic Problems in Physics and Astronomy. *Reviews of Modern Physics*, 15(1), 1-89.
- [26] Bordewijk, P., (1975). Defect-diffusion Models of Dielectric Relaxation. *Chem. Phys.Lett.*, 32(3), 592-596.
- [27] Çavuş, M. S., Bozdemir, S., (2016). Fractional Time Defect-Diffusion Model of Dielectric Relaxation, *Research & Reviews: Journal of Pure and Applied Physics*, 4(2).
- [28] Çavuş, M. S., (2006). Kesirli (fractional) Diferansiyel Denklemler Teorisi Ve Dielektrik Durulmanın Kesirli Master Denklemi Yöntemiyle Analizi, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Eda Günel
Doğum Yeri ve Yılı : Gümüşhane/ Şiran- 1987
Medeni Hali : Bekâr
Yabancı Dili : İngilizce
E-posta : edagunel.06@hotmail.com



Eğitim Durumu

Lise : Ankara Akyurt Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi
Lisans : Kastamonu Üniversitesi – Fen-Edebiyat Fakültesi - Fizik
Bölümü (2012)
: Anadolu Üniversitesi – İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi –
Kamu Yönetimi (2015)