



**DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMINDAKİ
İNŞA PROBLEMLERİNİN ÖĞRETMEN
ADAYLARININ GEOMETRİK
KAVRAMLARININ GELİŞİMİNDEKİ
ROLÜ: BİR ÖĞRETİM DENEYİ**

**Yüksek Lisans Tezi
Özbuğ İlayda ÖZTÜRK
Eskişehir 2024**

**DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMINDAKİ İNŞA PROBLEMLERİNİN
ÖĞRETMEN ADAYLARININ GEOMETRİK KAVRAMLARININ
GELİŞİMİNDEKİ ROLÜ: BİR ÖĞRETİM DENEYİ**

Özbuğ İlayda ÖZTÜRK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Matematik Eğitimi Anabilim Dalı
Danışman: Prof. Dr. Nilüfer KÖSE**

**Eskişehir
Anadolu Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü
Temmuz 2024**

Bu tez çalışması BAP Komisyonunca kabul edilen SYL-2023-134 no.lu proje kapsamında desteklenmiştir.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Özbuğ İlayda ÖZTÜRK'ün “Dinamik Geometri Ortamındaki İnşa Problemlerinin Öğretmen Adaylarının Geometrik Kavramlarının Gelişimindeki Rolü: Bir Öğretim Deneyi” başlıklı tezi 25/07/2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek “Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği”nin ilgili maddeleri uyarınca, Matematik Eğitimi Anabilim dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

	<u>Unvanı Adı Soyadı</u>	<u>İmza</u>
Üye (Tez Danışmanı)	: Prof. Dr. Nilüfer KÖSE	
Üye	: Prof. Dr. Tuba ADA	
Üye	: Doç. Dr. Candaş UYGAN	

Prof. Dr. Saime ÖNCE
Anadolu Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖZET

DİNAMİK GEOMETRİ ORTAMINDAKİ İNŞA PROBLEMLERİNİN ÖĞRETMEN ADAYLARININ GEOMETRİK KAVRAMLARININ GELİŞİMİNDEKİ ROLÜ: BİR ÖĞRETİM DENEYİ

Özbuğ İlayda ÖZTÜRK

Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Temmuz 2024

Danışman: Prof. Dr. Nilüfer KÖSE

Çalışmada, verilen inşa problemlerinin çözümünde dinamik geometri yazılımı kullanımına dayanan bir geometri öğretiminin matematik öğretmen adaylarının geometrik kavramlarının gelişimi üzerindeki etkisini incelemek amaçlanmış olup nitel araştırma yaklaşımlarından öğretim deneyi modeli kullanılmıştır. Matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilen çalışma; öğretim bölümü öncesi klinik görüşme, öğretim bölümü ve öğretim bölümü sonrası klinik görüşme olmak üzere üç aşamada gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde benzer sorular kullanılmış olup tüm aşamalar kayıt altına alınmıştır. Verilerin analizinde tematik içerik analizi kullanılmış ve video kayıtlarından elde edilen veriler temalar altında incelenip yorumlanmıştır. Araştırma bulgularından hareketle bu araştırma, dinamik geometri yazılımı aracılığıyla inşa problemleri çözülmesinin geometri öğretiminde etkili bir yöntem ve özellikle ilişkisel anlamayı geliştirme konusunda önemli bir araç olduğunu vurgulayarak literatüre yeni bir bakış açısı sunmaktadır. Aynı zamanda, inşa problemlerinin dinamik ortamlarda ele alınmasının geometri öğrenme ve öğretme sürecindeki rolünün belirlenmesi, bu alanda daha fazla araştırma yapılması ve öğretmenler tarafından uygulanması gerekliliğinin literatüre yansıtılması açısından önemlidir.

Anahtar Sözcükler: Matematik eğitimi, Teknoloji destekli geometri öğretimi, Geometrik inşa, Öğretim deneyi, Dinamik geometri yazılımı.

ABSTRACT

THE ROLE OF CONSTRUCTION PROBLEMS IN A DYNAMIC GEOMETRY ENVIRONMENT ON THE DEVELOPMENT OF PRE-SERVICE TEACHERS' GEOMETRIC CONCEPTS: A TEACHING EXPERIMENT

Özbuğ İlayda ÖZTÜRK

Department of Mathematics Education

Anadolu University, Graduate School, July 2024

Supervisor: Prof. Dr. Nilüfer KÖSE

In this study, it was aimed to examine the effect of a geometry education based on the use of dynamic geometry software in solving given construction problems on the development of geometric concepts of pre-service mathematics teachers and the teaching experiment model, one of the qualitative research approaches, was used. The study with pre-service mathematics teachers was conducted in three stages: pre-teaching episode clinical interview, teaching episodes and post-teaching episode clinical interview. Similar questions were used in the interviews and all stages were recorded. Thematic content analysis was used to analyze the data and the data obtained from the video recordings were analyzed and interpreted under themes. Based on the findings of the study, this research offers a new perspective to the literature by emphasizing that solving construction problems through dynamic geometry software is an effective method in geometry education and an important tool especially in developing relational understanding. At the same time, determining the role of solving construction problems in dynamic environments in the process of learning and teaching geometry is important in terms of reflecting the necessity of further research in this field and its implementation by teachers to the literature.

Keywords: Mathematics education, Technology assisted geometry teaching, Geometric construction, Teaching experiment, Dynamic geometry software.

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmamın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Özbuğ İlayda ÖZTÜRK

STATEMENT OF COMPLIANCE WITH ETHICAL PRINCIPLES AND RULES

I hereby truthfully declare that this thesis is an original work prepared by me; that I have behaved in accordance with the scientific ethical principles and rules throughout the stages of preparation, data collection, analysis and presentation of my work; that I have cited the sources of all the data and information that could be obtained within the scope of this study, and included these sources in the references section; and that this study has been scanned for plagiarism with “scientific plagiarism detection program” used by Anadolu University, and that “it does not have any plagiarism” whatsoever. I also declare that, if a case contrary to my declaration is detected in my work at any time, I hereby express my consent to all the ethical and legal consequences that are involved.

Özbuğ İlayda ÖZTÜRK

ÖNSÖZ

Akademik yaşıntımın önemli mihenk taşlarından olan bu araştırmanın gerçekleştirilmesinde birçok kişi ve kurumun katkısı ve desteği bulunmaktadır. Süreçte emeği geçen herkese teşekkürü bir borç bilirim.

Öncelikle, akademik gelişimimde önemli rol oynayan tüm öğretmen ve hocalarıma minnettarlığımı ifade etmek isterim. Onların rehberliği ve öğretici katkıları; çok sevdiğim bu mesleğe yönelmeme, matematik alanındaki bilgimi derinleştirmeme ve bu araştırmayı yürütmeme büyük katkıda bulunmuştur.

Anadolu Üniversitesi bünyesinde yer almaya başladığım günden beri hem akademik hem sosyal hayatta desteğini benden hiçbir zaman esirgemeyen, birlikte çalışmaktan onur ve gurur duyduğum sevgili danışmanım Prof. Dr. Nilüfer KÖSE'ye, tez sürecimin en başından sonuna kadar her aşamada bilgi ve tecrübelerini paylaşarak bana yol gösterip beni bu yolda cesaretlendirdiği, düşündüğü ve bunu hissettirdiği için sonsuz saygılarımı ve teşekkürlerimi sunarım.

Tez savunma jürimde olmayı kabul edip verdikleri çok kıymetli geri bildirimler ile tezimin bilimsel açıdan zenginleşmesine katkı sağlayan değerli Prof. Dr. Tuba ADA ve Doç. Dr. Candaş UYGAN hocalarıma çok teşekkür ederim.

Araştırmaya katılım sağlayan öğretmen adaylarının toplamda yaklaşık üç saat süren klinik görüşmeler ve on beş saat süren öğretim süreci için zamanlarını ayırıp sabırla çalışmaları, araştırmanın başarılı bir şekilde tamamlanmasında kritik bir rol oynamıştır. Son sınıf olup sınava hazırlık sürecinde bulunmalarına rağmen araştırmanın gerçekleştirilmesinde bu fedakârlık ve çabayı gösteren öğretmen adaylarına içten teşekkürlerimi iletiyorum.

Parçası olmaktan mutluluk duyduğum, sevgi ve desteklerini her zaman hissettiğim Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalındaki tüm değerli hocalarıma ve fakültedeki çalışma arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım. Bu süreçte her zaman yanımda olan ve en yoğun olduğu zamanlarda bile desteğini eksik etmeyen kıymetli arkadaşım Arş. Gör. Tuğçe BAYRAM'a ayrıca çok teşekkür ederim. Sizlerin destekleri ve iş birliği, araştırma sürecimin verimli ve başarılı olmasında büyük önem taşıdı.

Bu süreçte yanımda olan, moral veren ve desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen değerli ailem, sizlere minnettarım. Sizin varlığınız ve desteğiniz benim için her zaman bu dünyanın en büyük hazinesi ve en büyük güç kaynağı oldu. Kıymetli anne ve babam;

sizler benim için sadece birer destekçi değil, aynı zamanda ilk ve daimî öğretmenlerimsiniz. Hayatımın her anında ve her alanında bana rehberlik ettiniz, kararlarımı desteklediniz ve her zaman arkamda durdunuz. Verdiğiniz emek ve fedakarlıklar için size ne kadar teşekkür etsem azdır. Sevgili kardeşlerim, birlikte geçirebileceğimiz tüm vakitlerden feragat ettiğiniz ve anlayış gösterdiğiniz için çok teşekkür ederim. Sizin sevgi dolu desteğiniz ve sonsuz inancınız olmasaydı bu yolculuk bu kadar anlamlı ve başarılı olamazdı. Her koşulda yanımda olduğunuz için sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

Son olarak yüksek lisans öğrenimim boyunca bana sağladığı destek için yurt içi yüksek lisans bursiyeri olduğum TÜBİTAK BİDEB'e ve yüksek lisans tezimi destekleyen Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi'ne teşekkür ederim.

Özbuğ İlayda ÖZTÜRK

Eskişehir, 2024

İTHAF

*Sevgili Anne - Babama
ve
Kardeşlerime*

İÇİNDEKİLER

BAŞLIK SAYFASI	i
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT.....	iv
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	v
ÖNSÖZ	vii
İTHAF	ix
TABLolar DİZİNİ	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiii
GÖRSELLER DİZİNİ	xiv
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xvi
1. GİRİŞ	1
1.1. Problem Durumu	1
1.2. Araştırmanın Amacı	4
1.3. Araştırmanın Önemi	4
1.4. Sınırlılıklar	6
1.5. Tanımlar	6
1.6. Kavramsal Çerçeve	6
1.6.1. Geometri	6
1.6.2. Geometri Öğretimi	7
1.6.3. Geometrik İnşalar	9
1.6.4. İnşa Problemleri	10
1.6.5. Dinamik Geometri Yazılımları	12
1.7. İlgili Araştırmalar	16
2. YÖNTEM	20
2.1. Araştırma Deseni	20
2.2. Araştırmanın Katılımcıları	21

2.3. Pilot Çalışma.....	21
2.4. Veri Toplama Araçları ve Süreci.....	22
2.5. Araştırma Ortamı	25
2.6. Verilerin Analizi	27
2.7. Araştırmanın Güvenirliği ve Geçerliliği	27
3. BULGULAR.....	30
3.1. Ön Görüşmelerden Elde Edilen Bulgular.....	30
3.1.1. Ö1'in Görüşmesine Ait Bulgular	30
3.1.2. Ö2'nin Görüşmesine Ait Bulgular.....	35
3.1.3. Ö3'ün Görüşmesine Ait Bulgular	39
3.2. Öğretim Deneyinden Elde Edilen Bulgular	42
3.2.1. Birinci Oturuma Ait Bulgular	41
3.2.2. İkinci Oturuma Ait Bulgular	45
3.2.3. Üçüncü Oturuma Ait Bulgular	51
3.2.4. Dördüncü Oturuma Ait Bulgular	54
3.2.5. Beşinci Oturuma Ait Bulgular	61
3.3. Son Görüşmelerden Elde Edilen Bulgular.....	68
3.3.1. Ö1'in Görüşmesine Ait Bulgular	68
3.3.2. Ö2'nin Görüşmesine Ait Bulgular.....	72
3.3.3. Ö3'ün Görüşmesine Ait Bulgular	76
4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	80
4.1. Sonuç	80
4.2. Tartışma	81
4.3. Öneriler	87
4.3.1. Araştırmanın Sonuçlarına Yönelik Öneriler.....	88
4.3.2. İleride Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler	89
KAYNAKÇA.....	90
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 2.1. Pilot çalışma uygulama süreci	22
Tablo 3.1. Ö1'e ait ön görüşme analizi.....	31
Tablo 3.2. Ö2'ye ait ön görüşme analizi.....	36
Tablo 3.3. Ö3'e ait ön görüşme analizi.....	40
Tablo 3.4. Öğretim bölümüne ilişkin bulgular.....	36
Tablo 3.5. Birinci oturuma ait öğretim süreci	41
Tablo 3.6. İkinci oturuma ait öğretim süreci.....	45
Tablo 3.7. Üçüncü oturuma ait öğretim süreci.....	52
Tablo 3.7. (Devam) Üçüncü oturuma ait öğretim süreci	53
Tablo 3.8. Dördüncü oturuma ait öğretim süreci	55
Tablo 3.9. Beşinci oturuma ait öğretim süreci	63
Tablo 3.10. Ö1'e ait son görüşme analizi	69
Tablo 3.11. Ö2'ye ait son görüşme analizi	73
Tablo 3.12. Ö3'e ait son görüşme analizi	76

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Taslak aşamasına ilişkin örnek.....	14
Şekil 1.2. İnşa aşamasına ilişkin ilk adım.....	15
Şekil 1.3. İnşa aşamasına ilişkin ikinci adım.....	15
Şekil 1.4. İnşa aşamasına ilişkin üçüncü adım	15
Şekil 2.1. Veri toplama süreci	24
Şekil 2.2. Klinik görüşmede araştırma ortamı	25
Şekil 2.3. Öğretim sürecinde araştırma ortamı	25
Şekil 3.1. 5. oturum 1. problem için araştırmacı notları	65
Şekil 3.2. Öğretmen adayının KKA taslağı	66
Şekil 3.3. Araştırmacının taslak çizimi.....	67
Şekil 3.4. Araştırmacının inşası.....	67

GÖRSELLER DİZİNİ

Görsel 2.1. GeoGebra ders modülünün arayüzü.....	26
Görsel 2.2. Öğrenci çalışmalarının araştırmacı ekranında görüntüsü.....	27
Görsel 3.1. Ö1'in merkez noktasını bulma çalışmaları.....	32
Görsel 3.2. Ö1'in üçgenin iç teğet çemberinin merkezine ilişkin incelemeleri.....	32
Görsel 3.3. Ö1'in kağıt-kalem ortamındaki taslak çizimi	34
Görsel 3.4. Ö1'in 3. soruya ilişkin başarılı inşası	35
Görsel 3.5. Ö2'nin rastgele dış teğet çember çizimi	37
Görsel 3.6. Ö2'nin 1. soruya ilişkin başarılı inşası	37
Görsel 3.7. Ö2'nin 2. soruya ilişkin başarılı inşası	38
Görsel 3.8. Ö2'nin 3. soruya ilişkin başarılı inşası	39
Görsel 3.9. Ö3'ün 1. soruya ilişkin başarılı inşası	41
Görsel 3.10. Ö3'ün 3. soruya ilişkin başarılı inşası	42
Görsel 3.11. İnşa 2'deki kanıt sürecine ilişkin katılımcı çalışması	45
Görsel 3.12. Katılımcıların inşa 1'deki tartışma sürecine ilişkin çalışmaları.....	49
Görsel 3.13. Açık kopyalama çalışması	50
Görsel 3.14. Ö3'ün AKA inşası	51
Görsel 3.15. Ö2'nin 4.oturum 1.probleme ilişkin inşası	57
Görsel 3.16. Öğretmen adaylarının taslakları.....	58
Görsel 3.17. Araştırmacının soruya ilişkin inşası.....	58
Görsel 3.18. Öğretmen adaylarının 5. oturum taslakları	64
Görsel 3.19. Ö3'ün 5.oturum 1.probleme ilişkin taslağı.....	64

Görsel 3.20. Ö1'in çevrel çember inşası	70
Görsel 3.21. Ö1'in son görüşmedeki taslak çizimi	70
Görsel 3.22. Ö1'in son görüşme 2. sorudaki inşası.....	71
Görsel 3.23. Ö2'nin son görüşmedeki inşa çalışmaları.....	75
Görsel 3.24. Ö2'nin son görüşmedeki hatalı genellemesi.....	75
Görsel 3.25. Ö3'ün son görüşmedeki çevrel çember inşası	77
Görsel 3.26. Ö3'ün son görüşmedeki taslak çizimi	78
Görsel 3.27. Ö3'ün üçgen inşası	78
Görsel 3.28. Ö3'ün diklik merkezi incelemesi.....	79

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

DGY	: Dinamik Geometri Yazılımı
GGB	: GeoGebra
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi)



1. GİRİŞ

Çalışmanın bu bölümünde problem durumu, amaçlar, önem, sınırlılıklar ve tanımlara yer verilmiştir.

1.1. Problem Durumu

Küçük yaşlardan itibaren günlük yaşantımızda önemli bir yere sahip olan ve pek çok etkinlikte kullanılan geometrik bilgiler, matematiksel kavramların kazanımını ve farklı düşünme biçimlerinin geliştirilmesini kolaylaştırmaktadır. Bunların yanı sıra geometrinin; öğrencilerin eleştirel düşünme, sezgi, uzamsal akıl yürütme, problem çözme, varsayımda bulunma, tümdengelimli akıl yürütme ve kanıt becerilerini geliştirmelerine katkıda bulunduğu bilinmektedir (Jones, 2002). Öğrenciler şekil, yapı, konum ve dönüşümlere aşina oldukça ve uzamsal akıl yürütmeyi geliştirdikçe yalnızca uzamsal dünyalarını değil; matematik, sanat, bilim ve sosyal bilimlerdeki diğer konuları da anlamanın temellerini atarlar. Örneğin simetri çalışmaları ile sanat anlayışı, koordinat geometrisi üzerindeki çalışmalar ile harita okuma ilişkilendirilebilir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Dolayısıyla genelde çevreye, özelde bilim ve sanat dallarına dair herhangi bir kavrayış için çocuklara küçük yaşta geometrik ve uzamsal bilgilerin kazandırılması ve okula getirdikleri bu bilgilerin geometrik şekiller ve yapıların keşfi üzerinden genişletilmesi önem arz etmektedir.

Bu amaç doğrultusunda günümüzde ilk ve orta öğretim düzeyindeki okullarımızda öğrencilere düzlem geometri öğretilmektedir. Temelini yaklaşık 2300 yıl önce yazdığı 13 ciltlik Elemanlar eseri ile Öklid'in attığı düzlem geometride, düzlem üzerindeki şekiller, cisimler ve bunların özellikleri incelenmektedir. Öklid'in kendi çalışmalarının yanı sıra kendisinden önceki tüm bilgi birikimini de sistematik bir şekilde birleştirdiği bu eser, geçtiğimiz son yüzyıla kadar en çok satılan ikinci eser olmayı başarmış ve alandaki tek ders kitabı olarak okullarda okutulmuştur. Öklid'in Elemanlar'ında göze çarpan noktalardan biri, inşa odaklı yaklaşımıdır (Cheung, 2011). Bu inşalar, yalnızca ölçüsüz cetvel (çizgeç) ve pergel ile yapılabilecek özel geometrik çizimlerdir. Çizgeç, ölçme işlevi olmaksızın yalnızca düz çizgi; pergel ise eş doğru parçaları üretmek için kullanılmış ve kitaptaki şekillerin tümünün geometrik inşası da bu araçlar aracılığıyla gerçekleştirilmiştir.

Kitapta toplam 465 önermeye yer verilmiştir ve Öklid'in önermelerinin çoğu, bilinen bir bilgi aracılığı ile yeni bir geometrik oluşumun meydana getirilmesini istemektedir. Bu tarz problemlerin çözümüne inşa denmektedir (Martin, 1998). Öklid inşaları, yalnızca belirli sayıda adım içeren ve sonunda hedeflenen çizimin yapılabileceği bir dizi kural ve kısıtlamayı içermektedir. Bu inşalar arasında, bir doğru parçasının orta noktasını bulma ve bir çemberin merkezini bulma gibi basit inşalar da yer almaktadır. Gerçekleştirilen bu inşaların sonuçları özellikle doğrular ve çemberler arasındaki ilişkileri ortaya çıkarır ve belirginleştirir. Dolayısıyla, inşalar geometrik kavramlar arasındaki ilişkilere yönelik derin bir kavrayışın gelişmesine zemin hazırlamaktadır. Nitekim NCTM'in (2000) geometrik inşanın anlamlı öğrenme anlamına geldiğini vurguladığı biliniyor olsa da ne yazık ki mevcut durumda inşa problemleri ya matematik öğretim programlarına dahil edilmemekte ya da öğretmen ve öğrenciler tarafından alakasız, ekstra faaliyetler olarak görülmektedir (Hoyles ve Jones, 1998). Oysaki pergel ve çizgecin kullanıldığı inşa çalışmaları geometrinin teorik ve pratik yönleri arasında köprü görevi görüp (Kondratieva, 2013) öğrencileri hatırlama ve uygulama basamaklarına ek olarak analiz, değerlendirme ve yaratma gibi üst düzey düşünme becerilerini kullanmaya zorlayarak problem çözme için zengin bir bağlam sunmaktadır (Lim-Teo, 1997).

Öğrenme-öğretme sürecinde öğrenciyi aktif kılacak ve üst düzey düşünme becerilerini harekete geçirecek farklı uygulamalar da vardır. Bunlardan biri teknolojinin sürece dahil edilmesidir. 1960'larda matematiksel hesaplamaları hızlandırmak gayesi ile ilk bilgisayarların üretilmesi matematik eğitiminde teknoloji entegrasyonunun önünü açmış ve 1990'lı yıllardan itibaren matematik eğitiminde kullanılmak üzere çeşitli teknolojik araçlar geliştirilmiştir (Yıldız, 2021). Bu tür öğretim teknolojilerinin, matematiksel kavram veya problemleri keşfederek öğrenme ve temsil etmeleri için öğrencilere farklı yollar sunduğu yaygın bir kabuldür. Özellikle soyut yapısı ve gerektirdiği üst düzey bilişsel beceriler bakımından (Balcı-Şeker ve Erdoğan, 2017) öğrencilerin birçoğunun güçlük yaşadığı geometri öğrenme alanı bağlamında değerlendirildiğinde ise geometrik nesne ve ilişkilerin somutlaştırılmasına ve interaktif olarak manipüle edilmesine olanak tanıyarak geometrik ve uzamsal düşünme becerilerini geliştirdikleri bilinmektedir.

Geometrinin anlamlı öğrenimi ve alan araştırmalarına katkı sağlaması amacı ile GeoGebra, Geometers' Sketchpad, Cabri Geometry ve Cinderella gibi dinamik geometri yazılımları (DGY) geliştirilmiştir. DGY vasıtası ile geometri, statik yapısından sıyrılmış

ve dinamik bir yapı kazanmıştır. Dinamiklikten kasıt ise şekillerin hareketli ve aynı zamanda birbirlerine dönüşebilir olmasıdır (İçel, 2011). DGY ile şekillerin hareketlerinin incelenmesi, geometrik ilişkilerin keşfini mümkün kılmaktadır (Balcı-Şeker ve Erdoğan, 2017). Geometrik ilişkilerin keşfi noktasında diğer bir önemli araç olan inşa problemlerinin çözümü ise dinamik geometri ortamlarında gerçekleştirilebilir. Öyle ki kağıt üzerinde yapılan inşalarla kıyaslandığında DGY’ de karmaşık inşaların oluşturulması ve akabinde çeşitlendirilmesi çok daha kolaydır (De Villiers, 1996). Dinamik değişimlerin sunduğu bu çeşitlilik sayesinde öğrenciler farklı matematiksel fikirleri ve çözüm yollarını görebilmekte ve bu durum onların argümantasyon oluşturmaları üzerinde kolaylaştırıcı bir etki göstermektedir (Uygun, 2016). Geometrik inşaların gerçekleştirilmesi sürecinde de atılan her adımın gerekçelendirilmesi, yani bir nevi inşanın geçerliliğinin kanıtlanması gerektiğinden DGY’de gerçekleştirilen inşalar doğrulama ve kanıt konusunda öğrencilerin argümantasyon süreçlerini desteklemektedir. Ayrıca kâğıt üzerindeki inşalar kişinin dikkatini nesnelerin gerçek uzunlukları ve konumlarına yöneltebilirken DGY bu özellikleri değişebilir hale getirip dikkatleri daha soyut ilişkilere ve geometrik varlıkların değişmez özellikleri üzerinde yoğunlaştırmaktadır. Bu da öğrencilerin çok daha büyük matematiksel fikirlere odaklanmasına olanak sağlamaktadır (Hazzan ve Goldenberg, 1997).

Çoğu zaman gereksiz faaliyet olarak görülen inşa çalışmalarının gerek üst düzey düşünme becerilerini harekete geçirmesi gerek geometrinin teorik ve uygulama yönleri arasında köprü işlevi görmesi bakımından geometrinin anlamlı öğrenimi için kullanılabilecek önemli bir araç olduğu düşünülmektedir. Ayrıca DGY geometrik inşalara dinamiklik kazandırıp öğrenciler için esnek bir öğrenme ortamı sunması ile geometrik yapılar arasındaki ilişkilerin keşfini hızlandıracak bir diğer önemli araç olarak görülmektedir. Dolayısıyla bu iki aracın birlikte kullanımı geometrik kavramların nasıl geliştirileceğine dair önemli ipuçları sunabilir. Bu doğrultuda DGY kullanılarak gerçekleştirilen bir öğretim sürecinde inşa problemleri sunulmasının ve çözülmesinin öğrencilerin inşalar ile ilgili geometrik kavramlarındaki gelişimi nasıl etkileyeceği araştırılmaya değer bulunmuştur. Sınıflarında hem DGY’nin hem de inşa problemlerinin sunduğu olanaklardan faydalanmaları ve bu araçların etkin kullanıldığı ders içerikleri tasarlayıp uygulamaya koymaları noktasında öğretmenlere büyük iş düştüğünden gelecekte öğretmen olacak öğretmen adaylarının bu konuda ne durumda olduklarının ve öğretim deneyleri sonunda gösterecekleri gelişimin belirlenmesi önemli görülmüştür.

1.2. Araştırmanın Amacı

DGY ile inşa problemlerinin soyut geometrik nesneleri ve ilişkileri somutlaştırdığı bilinmektedir. İnşa sırasında dinamik değişimler aracılığıyla inşaların neden doğru olduğuna dair doğrulama süreçlerinin de yer almasının, geometrik inşaya temel olacak geometrik kavramların gelişiminde önemli bir role sahip olabileceği düşünülmektedir. Bu minval üzerine çalışmanın amacı verilen inşa problemlerinin çözümünde DGY kullanımına dayanan bir geometri öğretiminin matematik öğretmen adaylarının inşa ile ilgili geometrik kavramlarına ilişkin gelişimlerini incelemektir. Bu amaç doğrultusunda çalışmada şu alt sorulara cevap aranmıştır:

Öğretmen adaylarının;

1. Öğretim deneyi öncesi var olan inşalar ile ilişkili kavramsal bilgileri nasıldır?
2. Öğretim deneyi süresince dinamik geometri ortamında sunulan inşa problemlerini çözme süreçleri nasıldır?
3. Öğretim deneyi sonrası inşalar ile ilişkili kavramsal bilgileri nasıl değişmiştir?

1.3. Araştırmanın Önemi

Baykul'a (2009) göre bir kavramın anlaşılması, o kavramın mevcut kavramlarla ilişkilendirilmesi ile mümkün olmaktadır. İlişkisel anlama adı verilen bu yaklaşıma göre kavramlar birbirleri ile çeşitli ilişkiler kurularak yapılandırılmaktadır. Özellikle geometrinin soyut yapısı düşünüldüğünde bu kavramların birbirleriyle ilişkilendirilmesi ve anlaşılması bireyler için zor görülebilmektedir. Ancak ilişkisel anlamamanın geometri öğretimine uygulanması ile soyut kavramlar somutlaştırılarak bu zorluğun üstesinden gelmek, en azından azaltabilmek mümkündür. Geometrik inşa çalışmaları bu konuda önemli bir araç olarak görülebilir. Bu çalışmalar, bireylere soyut geometrik kavramları somut bir şekilde deneyimleme fırsatı vermekte ve bireyleri geometrik yapıların özelliklerine, bu özelliklere temel teşkil eden kavramlara ve aralarındaki ilişkilere odaklayarak ilişkisel anlamayı sağlamaktadır. Tüm bu olumlu yanlarına karşın çalışmaların kâğıt üzerinde yapılması belirli sınırlılıklar getirip kavramın kazanılmasını zorlaştırabilmektedir. Bu durum ise yeni araçlara yönelik bir ihtiyacın doğmasına neden olmaktadır.

Teknolojide meydana gelen değişimlerle birlikte kullanılan öğrenme-öğretme yöntemlerinde ve araç-gereçlerde de farklılıklar görölmeye başlanmış ve özellikle soyut geometrik yapıların somutlaştırılmasını kolaylaştıracak çeşitli yazılımlar geometri öğretim sürecinde yerini almıştır. Elbette bu yazılımlar sadece geometrik yapıların somutlaştırılmasıyla sınırlı kalmamış ve yapılar arasındaki ilişkilerin görünür kılınmasında da büyük rol oynamıştır. DGY, geometrik nesneler arasındaki ilişkilerin görselleştirilmesine ve dinamik bir şekilde çalışılmasına olanak sağlayarak kavramların yapılandırılmasını kolaylaştırmaktadır.

Hem inşa çalışmaları hem de DGY'nin kavram gelişimi üzerindeki bu etkin rolü göz önüne alındığında bu iki aracın birlikte kullanımının matematik öğretmen adaylarının kavram gelişimi üzerindeki etkisinin araştırılmaya değer olduğu düşünülmüştür. Bunun üzerine literatür incelendiğinde, mevcut literatürde ayrı ayrı hem DGY hem de geometrik inşalar ile ilgili oldukça fazla çalışmaya rastlanmasına rağmen DGY vasıtası ile geometrik inşa problemlerine yönelik sınırlı kaynağa ulaşılmıştır. Bu kaynaklarda genel olarak (DGY ile) inşa çalışmalarının öğrencilerin geometrik düşünme becerilerini artırdığı, problem çözme yeteneklerini geliştirdiği ve geometrik kavramları daha iyi anlamalarını sağladığı yönünde bazı sonuçlar ortaya konmuş olup (Demiray vd., 2023; Sır, 2022; Ulusoy, 2019; Kuzle, 2013) çalışmamızda olduğu gibi inşa problemlerinin inşalarla ilişkili kavram gelişimine katkısını detaylı bir şekilde inceleyen herhangi bir çalışma ile karşılaşılmamıştır.

Literatüre katkı sağlaması açısından bu araştırma bir üçgen inşası için gerekli koşulların belirlenmesinde ve bu koşullar arasındaki ilişkilere dayalı bir inşa gerçekleştirmede DGY kullanılması ile öğretmen adaylarının alan bilgilerini ortaya çıkarmayı hedeflemektedir. Böylece geometrik inşa problemlerinin geometri öğretiminde etkili bir araç olma potansiyeli literatüre yeni bir bakış açısı sunmaktadır. Aynı zamanda inşa problemlerinin dinamik ortamlarda ele alınmasının geometri öğrenme ve öğretme sürecindeki rolünün belirlenmesi, öğretmenler tarafından uygulamaya konması ve bu alanda daha fazla araştırma yapılması gerekliliğinin literatüre yansıtılması bakımından önemli görölmektedir.

1.4. Sınırlılıklar

Araştırma, 2023-2024 eğitim öğretim yılında Eskişehir’de bir devlet üniversitesinde 4. sınıfta öğrenim görmekte olan üç matematik öğretmeni adayı ile ve yaklaşık yedi aylık bir süre içerisinde gerçekleştirilen klinik görüşme ve öğretim bölümü verileri ile sınırlıdır.

1.5. Tanımlar

Geometrik inşa: Geometrik inşa farklı şekillerde tanımlanmaktadır. Örneğin Lim-Teo (1997) bir açının açıortayı gibi geometrik yapıların, yalnızca pergeli ve ölçüsüz cetvel kullanılarak oluşturulmasına yönelik standart prosedürler olarak tanımlarken Smart (1998) belirli geometrik problemleri sabit kurallar dizisine göre çözme yöntemlerine verilen isim olarak tanımlamaktadır. Stylianides ve Stylianides (2005) ise inşa problemlerinin geçerli çözümleri olarak ifade etmektedir.

Geometrik inşa problemi: Pergeli ve ölçüsüz cetvel kullanılarak çözüme ulaşılmasını gerektiren geometrik problemlerdir.

1.6. Kavramsal Çerçeve

Çalışmanın bu bölümünde kavramlar ve kavramlar arasındaki ilişkiler sunulmuştur.

1.6.1. Geometri

İlk geometrik hesap ve ölçümler, bundan binlerce yıl öncesinde nehir taşkınlarının yol açtığı hasarın tespit edilmesi, doğal kaynakların ve tarım arazilerinin yönetimi ve inşaat gibi konularda düzenli ve doğru ölçümlere duyulan ihtiyaçtan doğmuştur. Bu sebeptendir ki geometri kelimesi Yunanca “geo” (yer) ve “metron” (ölçü) kelimelerinin birleşmesi ile oluşturulmuştur ve “yer-arazi ölçümü” anlamına gelmektedir. Geometrinin ilgilendiği uzay, şekil, boyut ve konum gibi kavramlar günlük yaşamda birçok problemin çözümünde, yaşamımızdaki her türlü nesnenin tasarımında ve geometrik özellikleri ifade edilerek nitelendirilmesinde (Napitupulu, 2001) de büyük rol sahibidir. Dolayısıyla yalnızca bu pratik ihtiyaçların giderilmesi için kullanılmakla kalmamış ve yıllar içerisinde daha çok ilgi çeken bir uğraş haline gelmiştir. Öyle ki bugün pek çok bilim ve sanat dalında kullanılmaktadır. Matematik, fizik, kimya, mimarlık, mühendislik ve grafik tasarım gibi güzel sanatlar bunların başında yer almaktadır.

Sonuç olarak, geometrinin yaşamımızdaki yeri ve öneminin oldukça büyük olduğunu söylemek mümkündür. Hem bireysel hem de toplumsal olarak, geometriye dayalı tasarım ve ölçümler hayatımızın her alanında kullanılmaktadır ve elbette gelecekte de kullanılmaya devam edecektir. Dolayısıyla öğretimi de kritiktir.

1.6.2. Geometri Öğretimi

Geometrinin yaşamımızdaki bu hakimiyeti göz önünde bulundurulduğunda bireylere geometriye dair bilgi ve becerilerin kazandırılmasının önemli olduğu aşıkardır. İleri matematiksel kavramların kazanımını ve farklı düşünme biçimlerinin geliştirilmesini kolaylaştıran geometri, öğrencilerin uzamsal farkındalıklarının, önsezilerinin ve görselleştirmelerinin yanı sıra varsayımların, tümdengelimli muhakemenin ve kanıtın geliştirilmesi ve kullanılması için bir araç olabilir (Royal Society & Joint Mathematical Council, 2001). Jones (2002) bunlara ek olarak eleştirel düşünme, perspektif ve mantıksal tartışma gibi becerilerinin güçlendirilmesine de katkı sağladığı yönünde görüş belirtmiştir. Tüm bu gerekçeler ışığında geometrinin öğretim programlarına dahil edilmesinin ve doğasına uygun yöntem ve materyaller ile sunulmasının doğru olduğu düşünülmektedir. Şekil ve cisimlerin özelliklerinin verilip ardından bu özelliklerin kullanılmasını gerektiren egzersizlerin tamamlanması şeklindeki öğretim yaklaşımı, öğrencilerin mantıksal bağlantılar kurma ve kendi akıl yürütmelerini gerekçelendirmelerini sağlama noktasında yetersiz almaktadır. Daha etkili geometri öğretim yaklaşımları geometrik fikirlerin temsiline farklı yolları arasındaki ilişkinin fark edilmesini desteklemektedir (Jones, 2002). Royal Society ve Joint Mathematical Council'e (2001) göre geometri öğretim programları aşağıdaki hedeflere ulaşacak şekilde seçilip öğretilmelidir:

- Uzamsal farkındalık, geometrik sezgi ve görselleştirme becerisini geliştirmek;
- 2- ve 3-boyutlu çeşitli zengin geometrik deneyimler sağlamak;
- Geometrik özellikler ve teoremlere ilişkin bilgi, kavrayış ve bunları kullanma becerisi geliştirmek;
- Varsayım, tümdengelimli akıl yürütme ve ispatın geliştirilmesini ve kullanılmasını teşvik etmek;
- Gerçek yaşam bağlamlarında problem çözme ve modelleme yoluyla geometriyi uygulama becerilerini geliştirmek;

- Özellikle geometrik bağlamlarda kullanışlı Bilgi ve İletişim Teknolojileri (BİT) becerileri geliştirmek;

- Matematiğe karşı olumlu bir tutum oluşturmak ve
- Geometrinin toplumdaki tarihi, kültürel mirası ve çağdaş uygulamaları hakkında bir farkındalık geliştirmek.

NCTM (2000) ise okul öncesinden 12. sınıfa kadarki öğretim programlarının tüm öğrencileri Geometri bazında şu hedeflere ulaştırması gerektiğini düşünmektedir:

- 2- ve 3- boyutlu geometrik şekillerin özelliklerini analiz etmek ve geometrik ilişkiler hakkında matematiksel tartışmalar geliştirmek

- Konumları belirlemek ve koordinat geometrisini ve diğer temsili sistemleri kullanarak uzamsal ilişkileri tanımlamak

- Matematiksel durumları analiz etmek için dönüşümleri uygulamak ve simetriyi kullanmak

- Problemleri çözmek için görselleştirme, uzamsal akıl yürütme ve geometrik modellemeyi kullanmak.

Her iki topluluğun da geometri öğretim programları için belirlediği hedefler incelendiğinde pek çok ortak noktada buluştuklarını söylemek mümkündür. Bu ortak noktalar geometri öğretim programlarının öğrencilerin görselleştirme, uzamsal akıl yürütme, sezgi ve kanıt becerilerini geliştirmesi, 2- ve 3-boyutlu geometrik inşalar ve aralarındaki ilişkilerin keşfini mümkün kılması ve problem çözme için uygun bağlam sağlaması şeklinde özetlenebilir.

Bu hedefler doğrultusunda ilk ve orta öğretim düzeyindeki okullarda öğretilen düzlem geometrisi, şekil ve cisimlerin düzlemdeki özelliklerini ve ilişkilerini incelemektedir. Matematiğin popüler bir alt disiplini olarak özellikle Antik Yunan’da bu alana yönelik pek çok çalışma yapılmasına rağmen M.Ö. 300’lü yıllarda Öklid 13 ciltlik “Elemanlar” adlı eserini yazana kadar bu bilgileri derleyip toparlayan bir kaynak olmamıştır. Bu eser binlerce yıl boyunca geometri öğretiminde tek ders kitabı olarak okullarda okutulmuş, matematik çalışmalarında kullanılmış ve matematiksel düşünce ve geometriye olan ilginin artmasına katkıda bulunmuştur.

1.6.3. Geometrik İnşalar

Elemanlar adlı esere gösterilen ilginin altında yatan en büyük nedenlerden biri, Öklid'in bu eseri ile geometrinin temel prensip ve teoremlerini belirleyerek onu bir sistem haline getirmiş olmasıdır. Bir diğer neden ise Öklid'in geometriye karşı benimsediği inşa odaklı yaklaşımdır (Cheung, 2011). Elemanlar'da toplam 465 önermeye yer verilmiş ve bu önermelerin bir kısmı bilinen bir bilgiden yola çıkılıp yeni bir teoremin kanıtlanmasını, bir kısmı ise geometrik bir oluşumun meydana getirilmesini hedeflemektedir. Bu tür problemlerin çözümü inşa olarak adlandırılmaktadır (Martin, 1998; Smart, 1998). Başarılı her bir inşa belirli bir teoreme karşılık gelmekte ve inşa sonrası elde edilen çizimin temsil ettiği şeklin özellikleri arasındaki özgül ilişkileri geçerli kılmaktadır (Arzarello vd., 2012). Dolayısıyla inşa aynı zamanda kanıt gerektirir. Ele alınan teoremin kanıtının, inşa sürecinde gerçekleştirilen adımların neden doğru olduğunun açıklanması ile eşdeğer olduğu düşünülebilir.

Öklid inşaları belirli sayıda adım içeren bir sürecin sonunda hedeflenen çizimin yapıldığı bir dizi kural ve kısıtlama barındırmaktadır. Örneğin; kitapta yer alan şekillerin tümünün inşası yalnızca pergeli ve ölçüsüz cetvel (veya çizgeç) kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Pergel, çember ve yay çizimi için kullanılırken ölçüsüz cetvel, uzunluğuna odaklanmaksızın doğru parçaları çizmek için kullanılmıştır. Temel Öklid inşaları bir doğru parçasını taşıma, ikiye bölme; bir doğruya üzerindeki bir noktadan dik doğru oluşturma, açıortay inşa etme, açı kopyalama, bir açısı ve iki komşu kenarı verilen üçgeni inşa etme gibi inşaları içermektedir (Smart, 1998). Öklid bu inşalarla bir nevi karmaşık şekillerin sadece iki basit araç yardımı ile inşa edilebileceğini kanıtlamış ve bu da geometriye yeni bir bakış açısı kazandırmıştır.

İnşa kavramı Öklid'in aksiyomatik sistemi için temel oluşturduğu gibi, günümüzde de halen geometrik düşünme için önem taşımaktadır. Geometrik inşaların çalışılması öğrencilerin şekillerin özelliklerine odaklanmasını sağlayarak bu özelliklerin anlaşılmasına yardımcı olmakta ve diğer geometrik kavramların uygulanması için zemin hazırlamaktadır. Arzarello ve arkadaşlarına (2012) göre anlam bakımından son derece zengin olan geometrik inşalar günümüz sınıflarında uygulanmaya da uygundurlar. Benzer şekilde NCTM'in (2000) de geometrik inşanın anlamlı öğrenme anlamına geldiğini ve ele alınması gerektiğini vurguladığı görülmektedir. Ancak ne yazık ki bugün inşaların kendine matematik öğretim programlarında yer bulamadığı, bulsa dahi öğretmenler ve öğrenciler tarafından gereken değeri verilmediği bilinmektedir (Hoyle ve Jones, 1998).

Halbuki bu inşalar, araştırmacılar tarafından geometrik keşiflere yönelik güçlü araçlar olarak görülmektedir (Napitupulu, 2011) çünkü öğrencilerin matematiksel bilgileri arasında bağlantı kurmalarını sağlamaktadır (Kondratieva, 2013). Öğrenciler bu ilişkilendirmeyi yaptıkça daha derin ve daha kalıcı bir anlayış geliştirmektedir (NCTM, 2000). Bilişsel istem düzeyi düşük etkinlikler içeren geleneksel yaklaşım öğrencilerin bu mantıksal bağlantıları kurmasına engel olmakta (Jones, 2002) ve geometrinin yalnızca teorik kısmının ezberletilmesine odaklanmaktadır ancak geometrinin pratik kısmı, anlamlı öğrenme için en az teorik kısmı kadar önem arz etmektedir.

İnşa çalışmalarının tarihine bakıldığında bu teorik ve pratik yönler arasında köprü kurmak için kullanıldıkları görülmektedir. Örneğin, düzlemde verilen bir noktaya eşit uzaklıktaki noktalar kümesi şeklinde tanımlanan çember kavramı, üç kenarı verilen bir üçgenin inşasındaki adımlarda pratik anlamını ortaya koymaktadır (Kondratieva, 2013). İşte bu gibi faaliyetlerin öğrencileri hatırlama ve uygulama basamakları ile kalmayıp analiz, değerlendirme ve yaratma gibi üst düzey düşünme becerilerini kullanmaya teşvik ettiğini (Lim-Teo, 1997), buna ek olarak çeşitli kurum ve kuruluşlarca geometri öğretim programlarının hedeflemesi gerektiği düşünülen “görselleştirme, uzamsal akıl yürütme, sezgi ve kanıt becerilerini geliştirmek, 2- ve 3-boyutlu geometrik inşalar ve aralarındaki ilişkilerin keşfini mümkün kılmak” gibi davranışların gerçekleştirilmesinde etkili bir rol oynayabileceğini söylemek mümkündür. İnşa çalışmalarının problem çözme bağlamındaki yeri de oldukça önemlidir ve bu tür problemlerin çözümü farklı bir bakış açısı ile yaklaşmayı da gerektirmektedir.

1.6.4. İnşa Problemleri

Smart’a (1998) göre inşa kelimesi en az üç şekilde kullanılmaktadır:

1. Çözülmesi gereken bir geometrik problemi tanımlamak için
2. Problemi çözme sürecini tanımlamak için
3. Problemin çözülmesi sonucunda ortaya çıkan tamamlanmış çizimi tanımlamak için.

Yukarıdaki maddeler incelendiğinde geometrik inşaların problem çözme ile ilişkilendirildiği sonucuna varmak mümkündür. Bu da Lim-Teo' nun (1997) inşa çalışmalarının öğrencilere problem çözme için zengin bir bağlam sunduğu yönündeki görüşünü desteklemektedir. Problem çözmenin ve geometrik inşanın doğasına bakıldığında ikisinin de matematiksel fikirler arasında ilişki kurmayı gerektirdiği

görülmektedir. Nasıl ki sözel problemlerin çözümünde izlenmesi gereken bazı adımlar çizildi ise inşa problemleri için de çizilmiştir. Smart (1998) herhangi bir inşa probleminin çözümünde dört adımın gerekliliğinden söz etmektedir:

1. **Analiz:** Problem çözücü, inşanın gerçekleştiğini varsayar ve akabinde şekildeki bilinmeyen unsurlar ile problemde verilenler arasında gerekli bağlantıları bulmak için çözümün tamamlanmış resmini analiz eder. Özetlenecek olursa, inşa edilebilecek şekli bulmak için problem çözücünün problemde verilen bilgiyi analiz ettiği ve taslak bir çizim yaptığı bir adım olduğunu söylemek mümkündür.
2. **İnşa:** Bu adım pergel, ölçüsüz cetvel ve DGY gibi çeşitli araçlar vasıtasıyla analiz aşamasında ortaya konulan taslağın oradaki özelliklere dayanılarak çiziminin yapıldığı bir adım olup bu adımın sonucu, bahsedilen araçlar ile yapılan ve inşa işaret(leme)lerini gösteren çizimin kendisidir.
3. **Kanıt:** Oluşturulan şeklin aslında istenen şekil olduğunun kanıtlanması gereklidir. Bu noktada özellikle dikkat edilmesi gereken husus, inşa sonucu elde edilen çizimin temsil ettiği şeklin özelliklerini sağlaması ve kanıtının orijinal problemde verilen özelliklerle bire bir uyuşmasıdır.
4. **Tartışma:** Olası çözümlerin sayısı ve herhangi bir olası çözümün koşulları bu adımda açıklanır.

Kısaca ifade etmek gerekirse inşa problemlerinin çözümünde izlenecek ilk adım verilen bilgilere dayanarak taslak bir şeklin çizilmesi; ikinci adım bu şekil analiz edilerek çizilen şekle uyacak bazı kavramların uygulanması, yani verilen bilgiler ışığında uygun araçlarla kesin şekli inşa etmek üzere bir yöntem bulunup inşanın gerçekleştirilmesi; üçüncü adım bu yöntem kullanılarak gerçekten gerekli özellikleri taşıyan bir şekil ortaya çıktığının kanıtlanması ve son adım da problem için olası çözüm yollarının düşünülmesini kapsamaktadır.

Kondratieva (2011) bu tür problemlerin yukarıdaki maddelerde de görüldüğü gibi adım adım ezberlenebilen algoritmik bir süreci takip etmemesi, bunun yerine birkaç temel geometrik inşanın tanınmasını ve bunların kombinasyonlarına ilişkin bir kavrayışı gerektirmesi nedeni ile öğrenciler için zorlayıcı olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin bu tür problemlerde zorlanma sebebi, eğitim-öğretim hayatları süresince genel olarak bilişsel istem düzeyi daha düşük geometri etkinlikleri ile karşılaştıkları için öğrenme yaşantılarının eksik olması olarak düşünülmektedir. Nitekim De Villiers (1996) da öğrencilerin şekillerin özelliklerinin keşfinde yeterli deneysel deneyime sahip olmadan

ve kademeli bir geçiş yapılmadan erkenden formal geometri ile tanıştırıldıklarını ifade etmektedir. Formal geometrinin ezberletilip ezberlenen bu geometrik bilgilerin kullanımı ile çözüme ulaştıran alışıl gelmiş sorular yerine öğrencilere inşa problemleri sunulmasının geometrik nesneler arasındaki ilişkilerin keşfini sağlama noktasında daha faydalı bir yaklaşım olacağını söylemek mümkündür. Çünkü geometri tanımlardan, formüllerden çok daha fazlasıdır. Geometri, ilişkileri tanımlama ve akıl yürütme işidir (NCTM, 2000). Bu noktada teknolojinin gelişimi ve sınıf ortamındaki rolü de dikkate alındığında DGY geometri ğretimi için etkili bir araç olarak kullanılabilir.

1.6.5. Dinamik Geometri Yazılımları

İçerisinde bulunduğumuz çağın getirdiğı teknolojik gelişmelerin her geçen gün hızlanarak artıyor oluşu, teknolojinin öğrenme-öğretme süreci içerisine dahil edilmesi gerekliliğini doğurmuş ve zaman içerisinde bu gereklilik matematik eğitiminde de kendini göstermiştir. Bilhassa geometride şekil ve cisimlerin temsilinde kâğıt kalem ortamlarının sınırlı olarak sunması geometri için farklı öğrenme ortamlarına ihtiyaç duyulmasına neden olmuştur. Bu doğrultuda geometrik nesne ve ilişkilerin somutlaştırılmasına ve kolayca manipüle edilebilmesine yardımcı olacak çeşitli yazılımlar geliştirilmiştir. Bu yazılımların sunduğı öğrenme ortamlarının temel özelliğı araştırma ve tümevarım yolu ile geometrik gerçeklerin keşfinde ve geometrik ilişkilerin yeniden inşasında öğrencileri aktif olarak sürece dahil ediyor olmalarıdır (Royal Society & Joint Mathematical Council, 2001). Geometrik nesnelerle deneyler yapılmasına olanak sağlayarak öğrencilere zengin deneyimler sunan ve dinamik geometri yazılımları (DGY) olarak adlandırılan bu yazılımların en bilinenleri Cabri Geometry, Geometers' Sketchpad, Cinderella ve Geogebra'dır. DGY sayesinde geometrinin kâğıt kalem ortamlarının zorunlu kıldığı statik yapıdan sıyrılıp dinamik ve interaktif bir yapı kazanması inşa çalışmalarına yeniden ilgi duyulmasına sebep olmuştur. De Villiers'ın (1996) da vurguladığı gibi kâğıt kalem inşaları zaman alıcı olmasının yanı sıra inşa sonucu elde edilen şekiller statik bir yapıya sahiptir. Diğer bir ifade ile bir değışim gözlemlenmek istendiğinde ya şeklin yeniden inşa edilmesi ya da nasıl değışebileceğinin görselleştirilmesi gerekmektedir. Bu da öğretmenlerin inşa çalışmalarından kaçınma nedenlerinden biridir. Oysa DGY, şekilleri hareketli ve birbirlerine dönüşebilir kılarak dinamik bir geometri ortamı sunmaktadır. En önemli özelliğı olan “sürükleme” sayesinde ğrenci geometrik yapıların birtakım özelliklerini değıştirirken değışmeyen özellikleri

gözlemleyerek bu özellikler ve geometrik kavramlar arasındaki ilişkileri keşfedebilmektedirler (Napitupulu, 2001; Yavuzsoy Köse ve Özdaş, 2009; Güven ve Karataş, 2003; Balcı-Şeker ve Erdoğan, 2017).

DGY yalnızca geometriye dinamizm kazandırmakla kalmamış, aynı zamanda inşa çalışmalarının da geometri öğretimine geri kazandırılmasını sağlamıştır. Kağıt üzerinde gerçekleştirilen inşalarla kıyaslandığında dinamik geometri ortamında karmaşık inşaların oluşturulması ve çeşitlendirilmesi çok daha basit (De Villiers, 1996) olduğundan DGY kullanımı inşa çalışmalarını öğrenciler için daha anlaşılır ve ilgi çekici hale getirmektedir (Kondratieva, 2013). Bunun yanı sıra Şengün ve Kabaca (2016), sınıfların kalabalıklığı nedeniyle öğretmenlerin eksik kaldığı her öğrenciye geri bildirim sunma noktasında yazılımların öğrenci sayısı fark etmeksizin her öğrenciye anında geri bildirimde bulunarak avantaj sağladığını ifade etmektedir. DGY kullanılarak gerçekleştirilen inşalarda yapının değişmezliği izlenerek inşanın başarılı olup olmadığını kontrol etmek mümkündür (Johnston-Wilder ve Mason, 2005). Bu minvalde sürüklenme özelliği, gerçekleştirilen inşaların geçerliliğini test etmede bir kriter haline gelmiştir (Arzarello vd., 2012). Başarılı bir inşaya uygulanan sürüklenme testinde ekrandaki şeklin bağımsız elemanlarının sürüklenmesi durumunda şeklin sadece büyüklük ve yön açısından değişime uğraması, diğer özelliklerinin olduğu gibi kalması beklenir. Eğer ekrandaki şekil sürüklenme testinden geçiyorsa inşa problemine getirilen çözüm doğrudur, yani inşa başarılıdır. Geçerliliği geometrik özelliklerin harekete dayanıklılığına dayanan bu test, aslında dinamik geometri ortamlarında gerçekleştirilen çizim ve inşaların birbirinden ayırt edilmesini sağlamaktadır. Bu bağlamda çizim ve inşa kavramlarına değinmek doğru olacaktır.

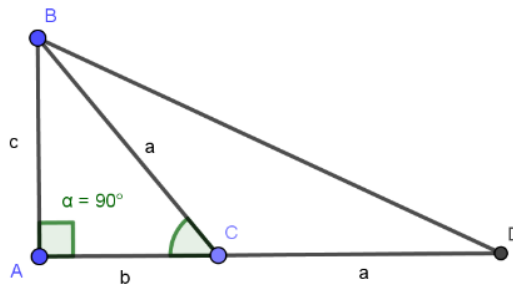
Çizim, soyut geometrik nesnenin somut bir temsili iken geometrik şekil, belirli bir nesnenin tüm çizimleri ile eşleşmesinden meydana gelir (Laborde ve Capponi, 1994). İnşa ise belirli bir dizi adım sonucunda elde edilen ve temsil ettiği şeklin özellikleri arasındaki ilişkileri geçerli kılan yapıdır. Örneklendirecek olursak dikdörtgen geometrik nesnesi, karşılıklı kenar uzunluklarının eşit ve açılarının dik olması gibi geometrik özelliklerin birlikteliği ile oluşmuştur ve bu özelliklere bağlıdır; ancak onu temsilen birçok farklı dikdörtgen çizimi yapılabilmektedir (Tapan-Broutin, 2016) ve ayrı ayrı değerlendirildiklerinde bu çizimlerin hiçbiri tam anlamıyla geometrik şekil olarak dikdörtgeni vermemektedir. Dinamik geometri ortamlarında ise, yapılan çizimlere çeşitli geometrik özellikler eklenip yalnızca sürüklenme özelliği kullanılarak ekrandaki temsilin

değiştirilebileceği şekilde geometrik şeklin doğrudan inşası mümkündür. Yani, özelliklerinden yola çıkarak bir dikdörtgen inşa edip, sürüklenme yolu ile dikdörtgen şeklinin tüm temsilleri görülebilmektedir.

DGY’de inşaların yanı sıra inşa problemleri de incelenebilmektedir ancak bu sürecin bir sistematığı vardır. Örneğin bir inşa problemini Smart’ın problem çözme adımlarına bağlı kalarak çözmek mümkündür.

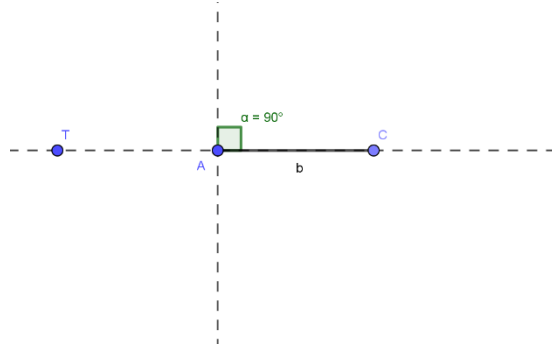
Örneğin, “*A açısının ölçüsü 90° olan ve $a+b$ kenar uzunluğu ile C açısının ölçüsü bilinen bir üçgen nasıl inşa edilir?*” şeklindeki bir inşa probleminin çözümünü inceleyelim.

Analiz: Öncelikle istenen üçgenin inşası için problemde verilen ölçülere uygun bir taslak çizimin düşünülmesi gerekmektedir. Verilenler incelendiğinde ilk etapta A açısının ölçüsünün 90° olması sebebi ile üçgenin dik oluşu dikkat çekmektedir. Bunun yanı sıra a ve b kenar uzunluklarının ayrı ayrı verilmesi yerine $a + b$ uzunluğunun ve C açısının ölçüsünün verildiği görülmektedir. İstenen üçgenin inşa edilebilmesi için iki açının ölçüsü ve bu açılara komşu olan kenar uzunluğunun bilinmesi gerektiğinden [AC] kenarı $a+b$ olacak şekilde uzatılmalıdır. Bu üçgende 90° ’nin karşısındaki kenar [BC] olduğu için [AC] kenarının [BC] kenarı kadar uzatılması gerekmektedir. Bununla birlikte oluşan yardımcı üçgen (BCD) ikizkenar olduğundan D açısının ölçüsü bilinmektedir. A açısı, $a + b$ kenar uzunluğu ve D açısının ölçüsü bilindiğine göre taslak çizimin Şekil 1.1’deki gibi olması beklenebilir:



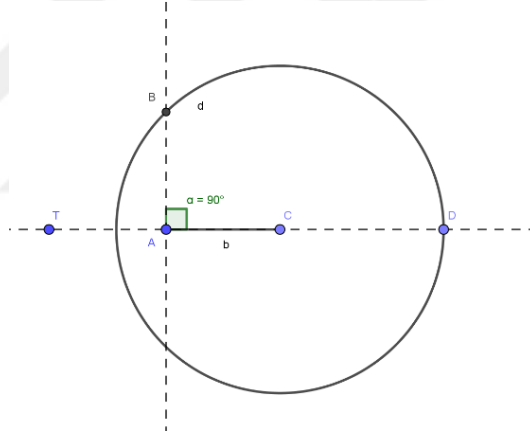
Şekil 1.1. Taslak aşamasına ilişkin örnek

İnşa: Problemde verilen tek kenar uzunluğu $a+b$ olduğundan inşaya bu kenarın inşası ile başlamak mümkündür. “ $a+b$ ” kenar uzunluğunun üzerinde yer alacağı bir doğru çizilmesi gerekmektedir. TA doğrusu üzerinde rastgele bir b uzunluğu oluşturacak şekilde bir C noktası belirlenip [AC] oluşturulmalı ve A noktasından [AC]’na dik bir doğru çizilmelidir (Şekil 1.2).



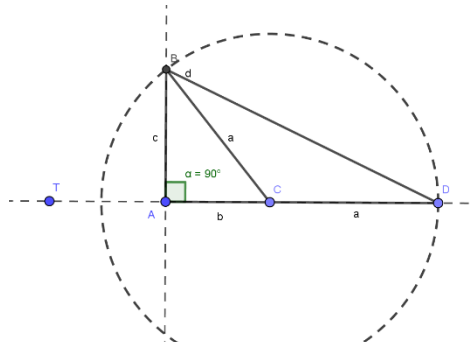
Şekil 1.2. İnşa aşamasına ilişkin ilk adım

$|BC|$ 'nin $|CD|$ 'ye eşit olması gerektiğinden C merkezli D'den veya B'den geçen bir çember çizilebilir. TA doğrusu üzerinde herhangi bir D noktası alıp bu çemberin çizilmesi ile B noktası (çemberin dik doğruyu kestiği nokta) da belirlenir ve böylece istenen eşitlik elde edilmiş olur (Şekil 1.3).



Şekil 1.3. İnşa aşamasına ilişkin ikinci adım

A, B ve D noktalarının birleştirilmesi sonucu ABD üçgeninin inşası tamamlanmış olur ve bu üçgenden yararlanılarak ABC üçgeni inşa edilir (Şekil 1.4).



Şekil 1.4. İnşa aşamasına ilişkin üçüncü adım

Kanıt: İnşa aşamasında, istenen şekil oluşturulmaya çalışılırken atılan hemen hemen her adımın gerekçelendirilmesi gerekmektedir. Örneğin az önce gerçekleştirilen inşada $[BC]$ ve $[CD]$ uzunluklarının eşitliğini çember üzerindeki herhangi bir nokta ile merkez nokta arasındaki uzaklığın eşitliği ile kanıtlamak mümkündür.

Tartışma: BCA, DBC ve CDB açılarını yorumlama, C noktasını TA doğrusu üzerinde sürükleyip C açısının alabileceği açı değerlerini bulma, diğer olası çözümleri değerlendirme gibi eylemlerin gerçekleştirildiği aşamadır.

1.7. İlgili Araştırmalar

Bu bölümde geometrik inşa çalışmaları üzerine matematik öğretmen adayları ile gerçekleştirilmiş araştırmalar yer almaktadır.

Napitupulu, 2001 senesinde tamamladığı, Geometri I dersini alan 8 öğretmen adayının van Hiele geometrik düşünme düzeylerini analiz etmeyi, inşaları öğrenirken yaşadıkları güçlükleri belirleyip bu güçlüklerinden üstesinden gelmelerine yardımcı olacak stratejiler geliştirmeyi ve inşa çalışmaları için yetersiz alt yapılarını ve geometriye yönelik tutumlarını keşfetmeyi amaçladığı tez çalışmasında uyguladığı anket, çeşitli testler ve yaptığı görüşmeler sonucunda

1. van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin öğrencilerin geometrik inşa problemlerini çözmeye yönelik düşünme süreçlerini tanımlamada kullanışlı olabileceği ve
2. DGY'nin "sürükleme" özelliğinin olası çözümlerin sayısı ve herhangi bir olası çözümün koşullarının tartışılmasını teşvik edip öğrenci kavrayışının formüllerin uygulanması gibi geometrik bilgilerin ötesinde, daha derin bir şekilde incelenmesine olanak sağladığı tespit edilmiştir.

Pandiscio'nun 2002 yılında 4 öğretmen adayı ile gerçekleştirdiği durum çalışmasında, öğretmen adaylarının DGY bağlamında geometrik problemler verildiğinde formal kanıtın gerekliliğini ve faydalarını nasıl algıladıklarını araştırmış ve öğretmen adaylarına Geometer's Sketchpad üzerinde iki problem yöneltmiştir. Elde ettiği verilerin analizi sonucunda, DGY kullanımının teorem ve problemlerin içerdiği fikirlerin anlaşılmasına yardımcı olduğu ve problemleri derinlemesine inceleme konusunda DGY kullanılmayan ortamlara kıyasla daha çok fırsat sunduğu sonucuna ulaşmıştır.

Kuzle (2013), Amerika Birleşik Devletleri'nden 36 ve Almanya'dan 20 ortaokul ve lise öğretmen adaylarından oluşan iki grup katılımcı ile farklı sınıf ve öğrenme

kültüründen gelen öğrencilerin pergeli ve çizgeci, DGY ve açıölçer gibi farklı inşaat araçlarını kullanarak inşaat çalışmalarını nasıl değerlendirdiklerini ve anlamlandırdıklarını anlamayı amaçlayan öğretim deneyleri gerçekleştirmiştir. Kuzle'nin yürüttüğü bu çalışmanın sonuçları, iyi seçilmiş araçlarla özenle tasarlanmış etkinliklerin yer aldığı kısa bir öğretimin; öğretmen adaylarının yeni öğretim stratejileri hakkında bilgi edinmelerini, gelecekteki öğretim uygulamalarında geometrik muhakemeyi teşvik eden daha öğrenci merkezli yaklaşımlara yönelmelerini ve pedagojik bakış açılarını genişletmelerini sağlayabileceğini göstermektedir. Ayrıca Kuzle, bu tür bir deneyimin öğretmen adaylarının geometri bilgisi üzerinde derin bir etkiye sahip olduğunu ifade etmekte ve geometri öğretimi için güçlü bir araç olarak görmektedir.

Karakuş'un 2014 yılında gerçekleştirmiş olduğu, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının Geometri dersinde karşılaştıkları inşaat etkinliklerine ilişkin görüşlerini incelemeyi amaçlayan çalışmada bir devlet üniversitesinde okuyan ve lisans programındaki Geometri dersini ilk kez almış olan 63 öğretmen adayı ile çalışılmıştır. Nitel araştırma desenlerinden özel durum çalışmasını benimseyen bu çalışmanın veri toplama araçlarını öğretmenin alan notları ve açık uçlu sorulardan oluşan görüş formu oluşturmaktadır. Elde edilen verilerin analizi sonucunda Karakuş, öğretmen adaylarının

1. Geometrik inşaatlara yönelik olumlu düşüncelere sahip olduğunu,
2. İnşaat çalışmalarının geometri konularının öğrenimine yardımcı olduğunu,
3. Çizim etkinlikleri sayesinde konular arasındaki ilişkilerin daha rahat görülebildiğini ve bu nedenle de anlamlı öğrenmelerin gerçekleşmesine yardımcı olacağını ve
4. Kalıcılığı artıracığını düşündüklerini belirtmiştir.

Bunlara ek olarak öğretmen adaylarının daha önce bu tip bir geometri öğretimi ile karşılaşmamaları sebebi ile pergeli kullanımında ve çizime nasıl başlayacaklarına; neyi, nasıl çizeceklerine karar vermede güçlük yaşamaları da bu çalışmadaki diğer önemli iki bulgu olarak karşımıza çıkmaktadır.

Uygun'un 2016 yılında yayımlanan doktora tez çalışmasında bir ilköğretim matematik sınıfındaki sınıf topluluğu içerisinde gerçekleşen üçgen öğrenimini ve üçgen kavramlarının müşterek gelişimini belgelemek hedeflenmiş olup, çalışmada öğretim deneyi metodunun kullanıldığı görülmüştür. Bu minvalde Türkiye'nin kuzeyinde yer alan bir üniversitede öğrenim gören 46 ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencisi seçildiği ve yarısının pilot, diğer yarısının ise asıl uygulamada yer aldığı ifade edilmiştir. Çalışma kapsamında 6 haftalık bir öğretim dizisi gerçekleştiren Uygun, veri toplama aracı olarak

kullandığı gözlem, görüşme ve testlerden elde ettiği verilerin analizi sonucunda öğretmen adaylarının

1. Diğer geometrik kavramlardan faydalananak bilgilerini ve anlayışlarını geliştirdiklerini ki bunun da ilişkisel anlamının gerçekleştiği anlamına geldiğini,
2. Geometrik şekillerin inşalarını inceleyerek ve inşa edilen şeklin problemde istenen şekil olduğunu kanıtlamak için akıl yürüterek geometrik düşünme düzeylerinin ilerlediğini,
3. Üçgene dair bilgileri ve kavramsal anlayışlarında gelişme olduğunu ve
4. Üçgenlerin tanımlarına ilişkin bilgilerinin matematiksel argümantasyonlar sayesinde geliştiğini ifade etmiştir.

Bunların yanı sıra Uygun, argümantasyonlardan faydalananak gerçekleştirdiği geometrik inşa çalışmalarının yardımcı elemanları keşfetmek ve ilgili teoremleri kanıtlamak için kullanışlı olduğunu ve katılımcıların üçgen kavramına ilişkin geometrik muhakemelerini geliştirdiğini vurgulamıştır.

Bozkurt'un (2018) bir grupta 34, diğer grupta 37 kişi olmak üzere toplam 71 matematik öğretmen adayı ile gerçekleştirdiği çalışması da öğretmen adaylarının geometrik inşaları Geometers' Sketchpad kullanarak nasıl inşa ettiklerini, akıl yürütmelerini ve süreç boyunca kazandıkları farkındalığı incelemeyi amaç edinmiştir. Daha özele indirgersek, matematik öğretmen adaylarının Geometers' Sketchpad aracılığıyla dikdörtgenler, kareler ve ikizkenar üçgenlerin özelliklerine ilişkin artan farkındalıklarını, muhakemelerini ve gerekçelendirmelerini inceleyen bu araştırma sonunda Bozkurt şunlara ulaşmıştır:

1. Öğretmen adayları doğru stratejiler kullanarak geometrik şekilleri inşa etmede zorluk yaşamıştır. Bunun sebebi birçok araştırmada da yer verildiği gibi kavramsal bilgi veya kavramsal bilgiye ulaştıran gerekli işlemsel adımları atmayı gerektirecek bir eğitim sürecinin eksikliği olarak ifade edilmiştir.
2. Katılımcıların geometrik düşünme düzeyleri düşük bulunmuştur. Dolayısıyla oluşturdukları şeklin doğruluğuna ilişkin ikna edici gerekçeler sunma noktasında zayıf kaldıkları belirtilmiştir.

Öğretmen adayları ile gerçekleştirilen bir başka araştırma da Ulusoy'un (2019) bir devlet üniversitesinde 1. sınıf öğrencisi olup Geometri dersi alan 68 katılımcı ile gerçekleştirdiği çalışmasıdır. Amacı, öğretmen adaylarının inşa sürecinde farklı öğrenme araçlarını kullanmalarını sağlayıp bu süreçte paralellik inşası ve ispatı ile ilgili geometrik

düşüncelerini ele almak olarak ifade edilen bu çalışmada model olarak bütüncül tekli durum çalışması benimsenmiştir. Öğretmen adaylarının önce tamamın pergel ve cetvel ile, ardından içlerinden seçilen birkaç tanesinin Geogebra üzerinde inşalarını gerçekleştirdiği çalışmanın sonucunda

1. Öğretmen adaylarının hatalarının sebebinin genel itibariyle varsayımlara dayalı hareket etmek olduğu,
2. Sınıf tartışmalarının öğretmen adaylarının geometrik inşa ve gerekçelendirme konusundaki farkındalıklarını artırdığı,
3. Öğretmen adaylarının inşalar için sağlam dayanaklar sunmanın gerekliliğini, yanlış varsayımların inşalar üzerindeki etkisini, kullanılan araçların inşa ve kanıt sürecindeki rolünü ve alternatif inşa yöntemlerini fark ettiği belirtilmiştir.

Bu konuda alan yazında yer alan bir diğer çalışma da Sır'ın 2022'de yayımlanan tez çalışmasıdır. Öğretim deneyi modelini benimseyen bu çalışmada Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde öğrenim gören toplam 125 matematik öğretmen adayı ile çalışılmış ve bu katılımcıların 57'si ile pilot, 68'i ile asıl uygulama gerçekleştirilmiştir. Matematik öğretmen adaylarının geometrik kavramları anlamlandırma süreçlerinin nasıl gerçekleştiğini, muhakeme ve inşa süreçlerinde ne tür değişiklikler olduğunu ve bu öğretimin temel geometri alan bilgilerine ve geometri başarı düzeylerine etkisini belgelemek üzere Cabri Geometri kullanımına dayanan bir geometri öğretimi süresince öğretmen adaylarının karşılaştıkları güçlüklerin araştırıldığı ve sürece dair görüşlerinin alındığı çalışmada şu sonuçlara ulaşılmıştır:

1. Cabri ile gerçekleştirilen öğretim, öğretmen adaylarının ispat yorumlama ve yapma düzeyine, geometrik kavramların inşasına ve alan bilgisi düzeylerine olumlu katkıda bulunmuştur.
2. Öğretmen adaylarının yorumlamakta güçlük çektiği, matematiksel dille verilen kavramları öğretim sonrasında kavrayabildikleri ve doğru yorumladıkları görülmüştür.
3. Öğretmen adaylarının matematiksel dil ve notasyon kullanımlarında artış tespit edilmiştir.
4. Öğretim sürecinde öğretmen adaylarının muhakeme hataları üzerine yapılan vurgu ve uyarıların muhakeme becerilerine katkı sağladığı belirlenmiştir.

2. YÖNTEM

Bu bölümde araştırma deseni, katılımcılar, pilot uygulama, veri toplama araçları ve süreci ve verilerin analizi ile ilgili başlıklara yer verilmiştir.

2.1. Araştırma Deseni

Çalışmada, nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan öğretim deneyi deseni benimsenmiştir. Öğretim deneyi Piaget'nin klinik görüşme tekniğinden türetilmiş bir teknik olup birincil amacı, araştırmacıların öğrencilerin matematiksel öğrenme ve akıl yürütmelerini ilk elden deneyimlemeleridir (Steffe ve Thompson, 2000). Klinik görüşmenin yalnızca öğrencinin sahip olduğu mevcut matematiksel bilgileri ve düşünme yapısını anlamayı hedefleyip özel olarak tasarlanmış öğretimsel bir müdahalenin bu bilgi ve yapılar da meydana getirdiği değişimin açığa çıkarılmasına imkân vermediği için yetersiz görülmesi ile geliştirilmiştir. Yani, öğretim deneyi öğrencilerin sadece belirli bir andaki matematik bilgilerini değil, süreç içinde değişen bilgilerini de ayrıntılı olarak incelemektedir (Uygan, 2019) ve bu yönüyle klinik görüşmeden daha kapsamlı olduğu kabul edilmektedir.

Öğretim deneyinde araştırmacıların öğretmen ve araştırmacı olmak üzere iki rolü bulunmaktadır. Araştırmacı olarak, öğrenciler verilen görevleri yaptığı esnada onların matematiksel düşünme ve öğrenme süreçlerini açığa çıkarmak için derinlemesine araştırma yaparken; öğretmen olarak, incelenen belirli matematiksel kavramları sunar, görüşmeler sırasında gözlemleyip sorular sorarak öğrenci düzeyine göre ayarlamak için öğretim bölümlerini planlar ve revize eder (Toluk, 1999). Temel amaçları öğrenci matematiğinin modellerini oluşturmaktır. Öğrenci matematiği, öğrencilerin matematiksel problemleri nasıl çözdüğü ve bu çözümleri nasıl açıkladığıdır. Yapısı ve işlevi ise öğrencilerin matematiksel etkinlikte bulunurken söyledikleri ve yaptıklarıyla belirtilmektedir (Steffe ve Thompson, 2000).

Öğretim deneyi, bir dizi öğretim bölümünden oluşmakta ve bu öğretim bölümleri tıpkı görüşmede olduğu gibi kayıt altına alınmaktadır. Öğrenme sürecine ilişkin verilerin toplanmasında video kayıtlarının yanı sıra gözlem, öğrenci ürünleri ve hatta öğrenci matematiğine dair daha ayrıntılı bir çıkarım yapılabilmesi için klinik görüşme tekniği de kullanılabilir (Uygan, 2019). Bu görüşmeler deney öncesinde, deney sonrasında ve öğretim bölümleri arasında gerçekleştirilebilmektedir (Elstak, 2007).

Öğretim deneyi modelini kullanmanın temel amacı, araştırmacının öğrencilerin matematiksel öğrenmelerini ve akıl yürütmelerini ilk elden deneyimleme fırsatı bulması (Steffe ve Thompson, 2000) olduğundan bu çalışmada inşa problemleri aracılığıyla öğretmen adaylarının geometrik kavramlarının gelişimini yakından takip etmek ve modellemek maksadıyla nitel araştırma yaklaşımlarından sınıf öğretim deneyi modelinin kullanılması uygun görülmüştür.

2.2. Araştırmanın Katılımcıları

Çalışmanın katılımcılarını Eskişehir ilindeki bir devlet üniversitesinde okuyan dördüncü sınıf düzeyindeki dört ortaokul matematik öğretmen adayı oluşturmaktadır. Bu çalışmada toplam dört öğretmen adayı katılımcı olarak yer almıştır. Katılımcılardan biri pilot çalışma aşamasında yer alırken, diğer üçü ise ana araştırma sürecine dahil edilmiştir. Katılımcıların iki tanesi kadın, iki tanesi ise erkek olup, çalışmaya dahil edilen öğretmen adayları amaçlı örnekleme yöntemlerinden olan ölçüt örnekleme yöntemi kullanılarak seçilmiştir. Teknoloji Destekli Matematik Öğretimi dersinden yüksek puan alınması temel ölçüt olarak ele alınmıştır. Bir önceki öğretim yılında almış oldukları bu derse matematik öğretiminde teknolojinin rolü ve önemi ile giriş yapıp Bilgisayar Cebiri Sistemleri ve Dinamik Geometri Sistemleri'ne ilişkin bilgi verilmesi ve Excel, GeoGebra ve Cabri Geometry gibi yazılımların tanıtımı ve kullanımı ile devam edilmektedir. Derste, bahsi geçen yazılımlara ait temel özellikler incelenmekte, yazılımlar aracılığı ile örnek matematiksel problemlerin çözümü gerçekleştirilmekte ve etkileşimli üst düzey matematiksel etkinlikler üretilip uygulanmaktadır. Derste ele alınan GeoGebra kapsamında temel menü araçlarının kullanımı, çizim ve inşa arasındaki fark, üçgenler ve dörtgenler ile ilgili çeşitli inşa çalışmaları, çeşitli teoremlerin keşfedilmesi ve kanıtının gerçekleştirilmesi, çokgenler, dönüşümler ve çember ile ilgili geometrik kavramların GeoGebra ile ortaokul düzeyinde derse nasıl entegre edileceği incelenmektedir. Bu bakımdan öğretmen adaylarının DGY ile inşa çalışmalarına yönelik deneyim sahibi oldukları söylenebilir.

2.3. Pilot Çalışma

Asıl uygulamanın öncesinde, veri toplama araçlarının ve araştırma sürecinin değerlendirilmesi gayesi ile çalışmada benimsenen katılımcı belirleme ölçütü doğrultusunda seçilmiş farklı bir öğretmen adayı ile pilot uygulama gerçekleştirilmiştir.

Pilot uygulamada öğretmen adayına asıl uygulamada kullanılacak iki inşa problemi DGY ortamında sunulup sırası ile çözmesi istenmiştir. Öğretmen adayı, ilk problemi çözmede uzun bir süre güçlük yaşayıp ikinci probleme geçemediğinden bir sonraki görüşmede farklı bir inşa problemi ile öğretim yapılması uygun görülmüştür. Gerçekleştirilen bu öğretim sonrasında öğretmen adayının her iki problemi de çözmeyi başardığı görülmüştür. Bu bağlamda, asıl uygulamada da öğretim bölümlerine yer verilmesi kararlaştırılmıştır. Video ve ekran kaydına alınıp incelenen pilot çalışmanın uygulama süreci ve öğretmen adayına yöneltilen sorular Tablo 2.1’de sunulmuştur.

Tablo 2.1. *Pilot çalışma uygulama süreci*

PİLOT UYGULAMA		
Görüşme	Süre (dk)	Soru
1.	141	$m(\hat{A}) = 90^\circ$ olan bir ABC üçgeninde a, b ve c kenar uzunlukları olmak üzere “ $b - c$ ” ve “ a ” uzunluğu bilinen bir üçgen nasıl inşa edilir?
2.	87	Öğretim
3.	80	Çevresinin uzunluğu ve B ve C açılarının ölçüsü bilinen bir üçgen nasıl inşa edilir?

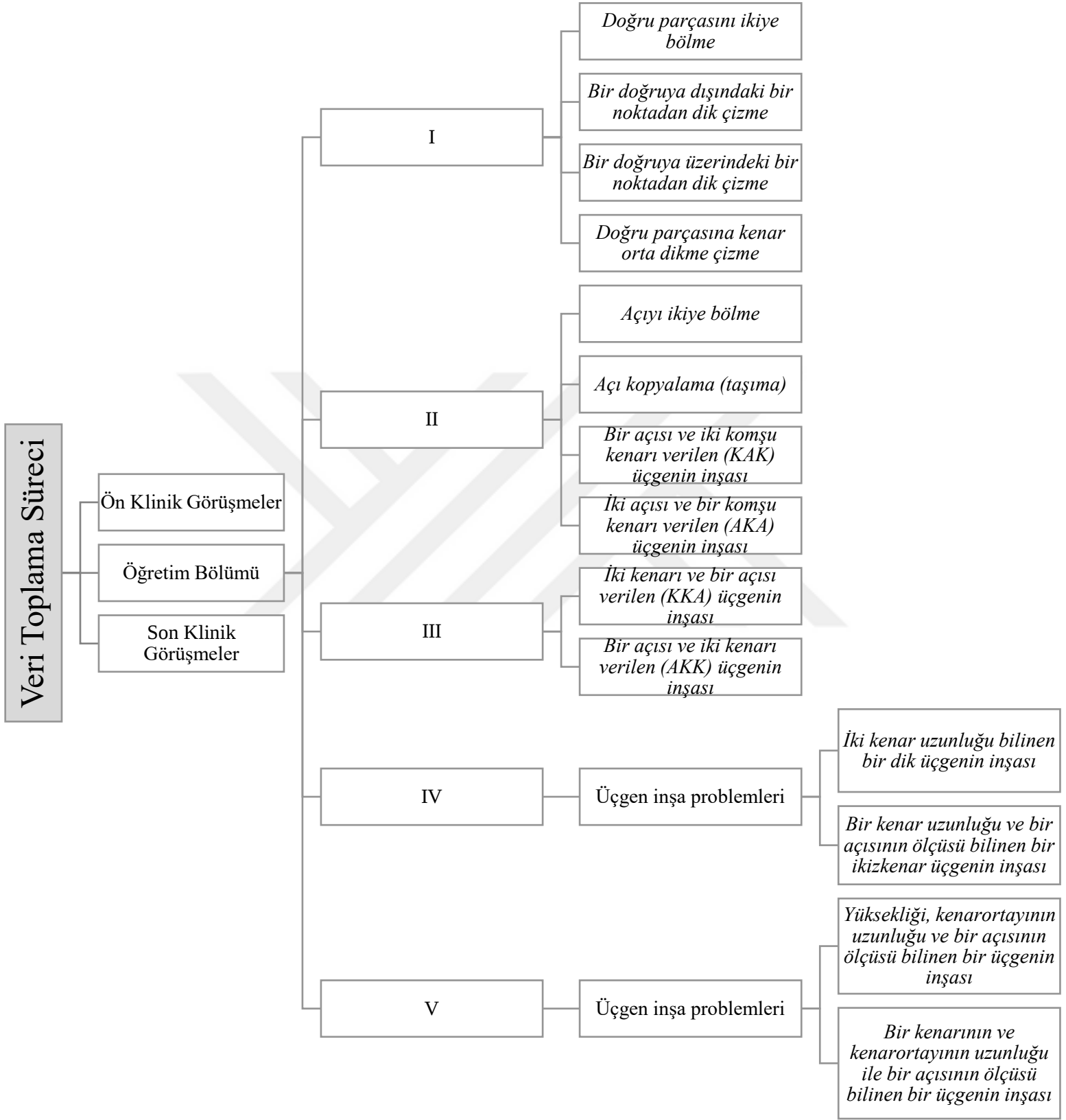
2.4. Veri Toplama Araçları ve Süreci

Çalışma ön klinik görüşme, öğretim bölümü ve son klinik görüşme olmak üzere 3 aşamada gerçekleştirilmiş ve tüm aşamalar daha sonra analiz edilmek üzere video ve ses kaydına alınmıştır.

Çalışmanın başında yapılan klinik görüşmede öğretmen adaylarına üçgenin yardımcı elemanları, üçgende açı-kenar bağıntıları ve inşa bilgilerini kullanmalarını gerektirecek çeşitli sorular yöneltilmiştir. Bu görüşmenin amacı, öğretmen adayları kendilerine verilen problemleri çözerken araştırmacının sorduğu sorular yardımı ile öğretmen adaylarının üçgenin yardımcı elemanları, üçgende açı-kenar bağıntıları ve geometrik inşalara ilişkin önbilgilerini ortaya çıkarmak ve bu doğrultuda öğretimi planlamaktır.

Öğretim dizisi toplamda beş hafta sürecek beş öğretim bölümünü kapsamaktadır. Araştırma süreci ve öğretim dizisinde öğretimi yapılacak konuların oturumlara göre dağılımı Şekil 2.1’de verilmiştir:





Şekil 2.1. Veri toplama süreci

Gerçekleştirilen her bölümün ardından öğretim sırasında gözlemlenen verilerin ve video ve ekran kayıtlarından elde edilen verilerin analizi yapılmıştır. Böylece bir önceki bölümden elde edilen bulgular ışığında bir sonraki öğretim bölümü gözden geçirilip uygun bir öğrenme ortamı sağlanmaya çalışılmıştır. Burada amaç öğretmen adaylarının konuya ilişkin öğrenme yaşantıları artarken altta yatan düşünme sürecini anlamlandırmak ve öğrenmeleri için gelişimsel bir dizi tasarlamaktır.

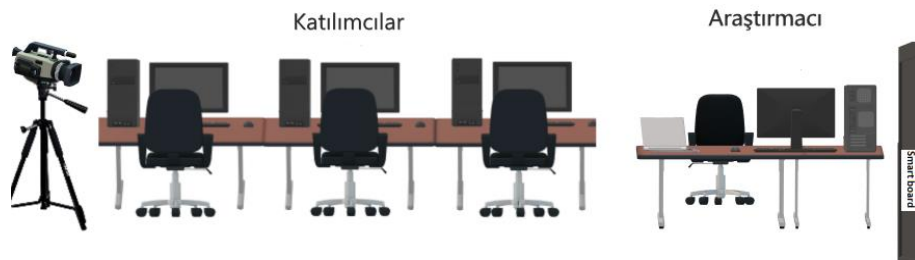
Araştırmanın son basamağı olan ikinci klinik görüşmelerde sürecin öğrenci matematiğinde meydana getirdiği değişimin açığa çıkarılması hedeflenerek birinci görüşmedeki sorulara benzer sorular sorulmuştur. Ön görüşmeler yaklaşık 80 dakika sürerken, son görüşmeler 90 dakika sürmüştür.

2.5. Araştırma Ortamı

Araştırmanın uygulaması öğretmen adaylarının okumuş olduğu üniversitenin Eğitim Fakültesi'nde yer alan bir bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmiştir. Laboratuvar ortamının klinik görüşmeler sırasındaki tasviri Şekil 2.2'de; öğretim süreci sırasındaki tasviri ise Şekil 2.3'te verilmiştir.

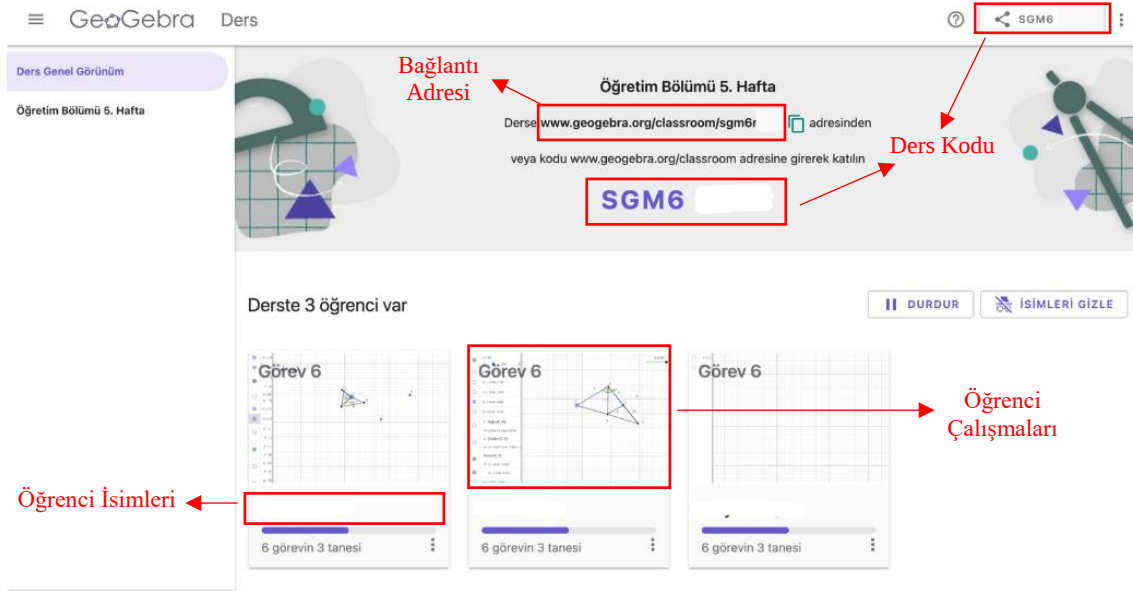


Şekil 2.2. Klinik görüşmede araştırma ortamı



Şekil 2.3. Öğretim sürecinde araştırma ortamı

Ön ve son görüşmelerde öğretmen adaylarına soruların basılı olduğu kağıtlar verilir, araştırmacı tarafından sorular yöneltilir ve GeoGebra (GGB) yazılımı üzerinde çalışmaları beklenirken öğretim sürecinde laboratuvarında kendilerine tahsis edilmiş bilgisayarlara araştırmacı tarafından her bir haftaya yönelik olarak GGB web sayfası üzerinde hazırlanmış “Ders”lere ilişkin kodları girerek çalışmalarını yürütmeleri beklenmiştir. GGB “Ders” modülü sayesinde araştırmacı, tüm öğretmen adaylarının çalışmalarını eş zamanlı olarak takip edebilmiş ve gerekli gördüğü durumlarda birbirlerinin çalışmalarını değerlendirebilmeleri adına öğretmen adayları ile akıllı tahtada paylaşmıştır. Alınan ekran kaydı ve öğrenci çalışmalarının silinene kadar kayıtlı tutulması ile araştırmacıya öğretimler sırasında olduğu kadar sonrasında da kolaylık sağlayan modülün arayüzü Görsel 2.1’de ve araştırmacı ekran görüntüsü Görsel 2.2’de verilmiştir.



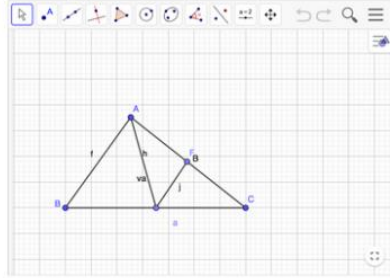
Görsel 2.1. GeoGebra ders modülünün arayüzü

İNŞA PROBLEMİ: b, va ile A açısının ölçüsü bilinen bir ABC üçgeni nasıl inşa edilir?

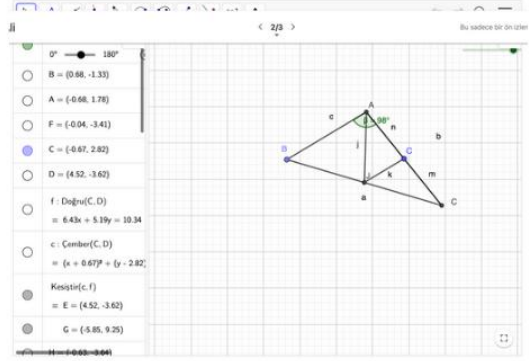
Yukarıdaki problemde "veriler" nelerdir? Yazınız.

b kenar uzunluğu
a kenarortay uzunluğu
A açısının ölçüsü

Yukarıdaki inşa probleminin çözümü için bir taslak çiziniz.



Yukarıdaki inşa probleminin (b, va ile A açısının ölçüsü bilinen bir ABC üçgeni nasıl inşa edilir?) çözümünü gerçekleştiriniz.



Görsel 2.2. Öğrenci çalışmalarının araştırmacı ekranında görüntüsü

2.6. Verilerin Analizi

Bu araştırmadan elde edilen verilerin analizinde tematik analiz yöntemi kullanılmıştır. Temalar Smart'ın (1998) çerçevesinden, alt temalar ise elde edilen verilerden çıkarılmıştır. İlk olarak öğretmen adayları ile gerçekleştirilen ön görüşmelerin analizi yapılmıştır. Ardından beş haftalık öğretim süreci ve son görüşmelerin analizine geçilmiştir. Ön görüşme ve son görüşme için alt temalar İnceleme, Öğrenci Odak Soruları ve İnşa olarak belirlenmiştir. İnceleme, DGY sürecinde öğretmen adaylarının eylemlerinin odağı iken Öğrenci Odak Soruları eylemlerine yön veren temel soruları belirtmektedir. Alt temaların oluşturulması sürecinde öğretmen adaylarının her biri ile birebir gerçekleştirilen klinik görüşmelerin video kayıtlarında işitilen konuşmaların tümü, üzerlerinde hiçbir değişiklik yapılmadan, olduğu gibi metne dökülmüştür. Bu metin ve video kayıtları araştırmacı ve bir matematik eğitimi uzmanı tarafından önce bağımsız olarak incelenmiş, ardından yürütülen ortak bir çalışma ile alt temalara nihai hali verilmiştir. Öğretim bölümünden elde edilen bulgulara ait temaların belirlenmesinde ise haftalık öğretimler sırasında alınan video ve ekran kayıtları izlenmiş olup gerekli görülen yerlerde ses kayıtlarına da başvurulmuştur. Öğretimler tasarlanırken ve gerçekleştirilirken Smart'ın çerçevesi dikkate alınmış olduğundan verilerin Analiz, İnşa ve Kanıt-Tartışma temaları altında toplanması uygun görülmüştür.

2.7. Araştırmanın Güvenirliği ve Geçerliliği

Tüm araştırmalar, bir şey hakkındaki doğruyu ve gerçeği yansıtmak için yürütülür (McMillan, 2021). Dolayısıyla araştırma sonuçlarının inandırıcılığını bilimsel bir araştırmanın niteliğinin en önemli göstergelerinden biri olarak görmek gerekmektedir. Bu

bağlamda araştırmalarda sıklıkla karşımıza çıkan iki temel ölçüt geçerlik ve güvenilirliktir. Tüm araştırmacılardan kullandıkları veri toplama araçlarının ve araştırma deseninin geçerliliğini ve güvenilirliğini titizlikle test etmesi ve sonuçlarını raporlaması beklenmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Geçerlik, ölçme aracının kullanım amacına uygunluk derecesi; güvenilirlik ise hatadan arınık olma düzeyi olarak tanımlanmaktadır (Sönmez ve Alacapınar, 2021). Ancak nitel araştırmaların doğası gereği bu şekilde bir geçerlik ve güvenilirlik tanımı yapmak mümkün olmamakla birlikte nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirlik nicel araştırmalardaki gibi standart yöntemlerle değil, farklı yaklaşım ve stratejilerin kullanılması ile sağlanmaktadır. Bu sebeple bu kavramlara ilişkin pek çok tanım yapıldığı ve nitel araştırmalarda geçerliğin ve güvenilirliğin nasıl sağlanabileceği üzerine pek çok araştırmacının görüş bildirdiği bilinmektedir. Bu araştırmacılardan Guba ve Lincoln (1985), nitel araştırmalar için geçerlik ve güvenilirlik ölçütü olarak inandırıcılık (iç geçerlilik), aktarılabirlik (dış geçerlilik/genellenebilirlik), güvenilirlik (tutarlılık) ve onaylanabilirlik (nesnellik) olmak üzere dört bileşenden bahsetmiştir. Bu bileşenler aşağıda detaylandırılmış ve bu çalışma ile ilişkilendirilmiştir:

- **İnandırıcılık:** Bulguların gerçeklikle uyum düzeyi ile ilgilidir. Yani, sonuçların katılımcı görüşlerini ve davranışlarını doğru bir şekilde yansıtır yansıtmadığını ifade etmektedir. Guba ve Lincoln'e (1985) göre inandırıcılık bileşeninin sağlanabilmesi adına uzun süreli katılım, sürekli gözlem, çeşitleme (triangülasyon), akran bilgilendirmesi, katılımcı kontrolü, olumsuz durum analizi ve referans yeterlilik materyalleri gerekmektedir. Bu doğrultuda, çalışmanın başı ve sonunda katılımcıların her biri ile birebir klinik görüşmeler ve her oturum yaklaşık 1,5 saat olmak üzere sınıf ortamında toplam beş oturumluk bir öğretim gerçekleştirilerek uzun süreli katılım ve sürekli gözlemin sağlandığı; veri toplama sürecinde klinik görüşme formları, ortam video kayıtları, ses kayıtları ve DGY ekran kayıtları gibi pek çok farklı veri kaynağına başvurulduğundan yöntem çeşitlemesine gidildiği ifade edilebilir.
- **Aktarılabirlik:** Bulguların ve sonuçların diğer durumlara ve gruplara uygulanabilme düzeyi ile ilgilidir (Shenton, 2014). Miles vd. (2013), nitel bir araştırma için bu konuyla ilgili dikkate alınması gereken bazı yararlı noktaları şu şekilde belirtmektedir:
 - ✓ Çalışmanın genel yöntemleri ve prosedürleri açık ve ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

- ✓ Verilerin nasıl toplandığını, işlendiğini, dönüştürüldüğünü ve belirli sonuçların çıkarılması için nasıl kullanıldığı takip edilebilir.
- ✓ Sonuçlar, verilerin sunumlarıyla açıkça ilişkilendirilmiştir.
- ✓ Çalışmanın yöntem ve prosedürlerinin dışarıdan biri tarafından denetlenebilecek kadar ayrıntılı bir kaydı vardır.
- ✓ Araştırmacı, kişisel varsayımlar, değerler ve önyargılar, duygusal durumlar ve bunların çalışma sırasında nasıl devreye girebileceği konusunda mümkün olduğunca açık ve bilinçli olmuştur.
- ✓ Çalışmanın verileri saklanır ve başkaları tarafından yeniden analiz edilmek üzere kullanılabilir.

Çalışmanın tasarlanması sürecinden raporlanması sürecine kadar yukarıdaki tüm maddeler göz önünde bulundurulduğundan bu çalışmanın aktarılabilir olduğundan söz edilebilir.

- **Güvenirlik:** Çalışmanın benzer bağlamda, aynı yöntemlerle ve benzer özellikte katılımcılarla tekrarlanması halinde benzer sonuçların elde edilmesini ifade etmektedir. Shenton'a (2014) göre güvenilirliğin sağlanabilmesi adına çalışmadaki süreçler ayrıntılı olarak raporlanmalıdır. Böylece, gelecekteki bir araştırmacının aynı sonuçlara ulaşmasa da çalışmayı tekrar etmesine olanak sağlanmalıdır. Dolayısıyla ses ve görüntü kayıtlarının tutulması, katılımcılardan alıntılarının yapılıp bu alıntılarının olduğu gibi aktarılması, araştırma aşamalarının ve izlenen yolun detaylı şekilde tanımlanması ve birden fazla araştırmacının incelemesine başvurma güvenirliliği artıracaklarını ifade etmek mümkündür (Büyüköztürk vd., 2019). Bu minvalde araştırma süreci boyunca sıklıkla uzman görüşüne başvurulmuş ve araştırmayı oluşturan süreç ayrıntılı bir şekilde sunulmaya çalışılmıştır.
- **Onaylanabilirlik:** Bu bileşende amaç, çalışmanın bulgularının araştırmacının özellikleri ve tercihlerinden ziyade katılımcıların deneyim ve fikirlerinin bir sonucu olduğunu ortaya koymaktır. Bu minvalde, çalışmada daha önce söz edildiği gibi çeşitleme yapılmış; sıklıkla katılımcılardan alıntılara ve katılımcı çalışmalarına yer verilmiştir.

3. BULGULAR

Bu bölümde öğretmen adaylarının kendilerine klinik görüşmelerde ve öğretim bölümlerinde yöneltilen sorulara verdikleri yanıtlar, inşa süreçleri boyunca gerçekleştirdikleri çalışmalar ve bu çalışmalara yönelik yapmış oldukları açıklamalardan elde edilen bulguların analizi sunulmuştur.

3.1. Ön Görüşmelerden Elde Edilen Bulgular

Ön görüşme bulguları öğretmen adayı bazında ele alınmış olup süreç, tüm öğretmen adaylarında aynı olduğundan verilerin ortak temalar altında birleştirilmesi uygun görülmüştür. Ortak temalar İnceleme, Odak sorular ve İnşa olarak belirlenmiştir.

3.1.1. Ö1'in Görüşmesine Ait Bulgular

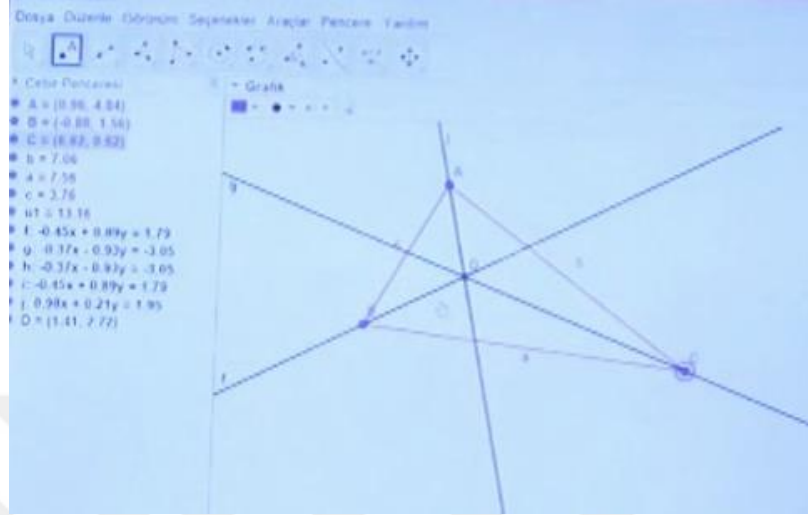
Öğretmen adayı Ö1'e ait ön görüşme sorularının analizi Tablo 3.1'de sunulmuştur.

Tablo 3.1. *Ö1'e ait ön görüşme analizi*

Ö1	İNCELEME	ODAK SORULAR	İNŞA
1	• Çevrel çember • Kenar üzerinde rastgele nokta olarak teğet çember çizme • Ağırlık merkezi • Açığortayların kesişim noktası • Dış açığortay çizme	• Dış teğet çemberin merkez noktasını bulma	-
2	• Açığortayların kesişim noktası • Kenarortay çizme-kesişim noktalarını belirleme • Yükseklik çizme-kesişim noktalarını belirleme • Açığortayların kesişim noktasından kenara inilen dikme ayağını doğru belirleme	SÜRÜKLEME • Açığortayların kesişim noktasını merkez kabul etme • Açığortayların kesişim noktasından eş uzaklık belirleme	+
3	• 90° açı çizme • Verilen açı ölçüsünü (C) 60° kabul etme • Rastgele dik üçgen çizme • Sürgü ve çember ile a+b uzunluğunu oluşturma	• a+b için çember ile a kenarına b uzunluğunu ekleme • C açısının bilinebilmesinde içteki üçgenin ikizkenar olma koşulu	+
4	• Açı-kenar ilişkisi	• Açıdaki değişimin, açının gördüğü kenarda meydana getireceği değişimi inceleme	-

Bir üçgenin dış teğet çemberinin inşasını gerektiren 1. soruda öğretmen adayı Ö1, başlangıçta dış teğet çember yerine çevrel çember çizimine yönelmiştir. Araştırmacının “Dış teğet çember nedir?” sorusuna karşılık olarak “Aa ben çevrel çember anlamıştım hocam” yanıtını verip farklı çemberlerin inşasına başvurmuştur. Öğretmen adayı, ilk olarak oluşturduğu üçgene ait bir kenar üzerinde rastgele bir nokta olarak teğet olduğunu düşündüğü bir çember çizmiştir. Dış teğet çemberin inşasına geçildiğinde ise bu çemberin sahip olması gereken merkez noktasının konumunu nasıl bulabileceğini sorgulamış ve bu

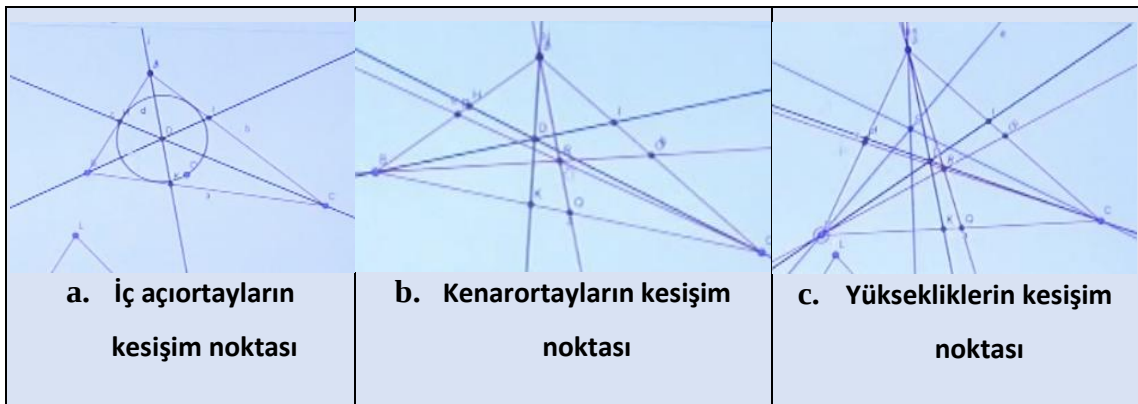
doğrultuda Görsel 3.1’de görüldüğü gibi ağırlık merkezini ve iç açıortayların kesişim noktasını denemiştir. Bu süreçte adayın hala çevrel çemberi dikkate aldığı söylenebilir.



Görsel 3.1. ÖI'in merkez noktasını bulma çalışmaları

Öğretmen adayı, dış teğet çemberin merkezinin üçgenin dışarısında bulunması gerektiğini düşünerek dış bölgede bir nokta aramaya başlamış ancak dış açıortay çizimini gerçekleştiremediği için inşasını tamamlayamamıştır.

İç teğet çemberinin inşasını gerektiren 2. soruda öğretmen adayı ÖI, çemberin merkezi olarak sırasıyla Görsel 3.2’de görüldüğü gibi üçgenin iç açıortaylarının kesişim noktasını, kenarortaylarının kesişim noktasını ve yüksekliklerinin kesişim noktasını denemiş ve iç açıortayların kesişim noktasının çemberin merkezi olduğuna karar vermiştir.



Görsel 3.2. ÖI'in üçgenin iç teğet çemberinin merkezine ilişkin incelemeleri

Öğretmen adayı üçgenin açıortaylarının kesişim noktasını çemberin merkezi olarak belirlemesine rağmen iç teğet çemberin üçgenin kenarlarına nasıl teğet olabileceğine dair inceleme yaptığı ve bu incelemede sürüklenme yoluyla inşasını test ettiği gözlenmiştir. Bu süreçte adayın iç teğet çemberin merkezini seçtikten sonra çemberin ikinci noktasını önce rastgele, ardından açıortay doğrusunun kenarı kestiği nokta olarak belirlediği de göze çarpmıştır. Dolayısıyla aday açıortaylarının kesişim noktası olarak belirlediği iç teğet çemberin merkez noktası için şüpheye düşmüş ve kenarortayların kesişim noktasını incelemiştir. Öğretmen adayının görüşmesinden bir kesit sunulabilir:

“(Açıortayların üçgenin kenarlarını kestiği noktaları iç teğet çemberin üçgeni kestiği noktalar gibi düşünüp dendiğinde)

Araştırmacı (A): *Evet o K'ları (açıortayların kenarları kestiği noktalar) mı düşünüyorsun?*

Ö1: *Evet, ama olmuyor.*

A: *Ama olmuyor. Demek ki açıortayların kenarı kestiği nokta...*

Ö1: *Değil.*

A: *Neye bakıyorsun şu an? Kenarortay merkezi nereden geçecek?*

Ö1: *İç teğet çemberi çizmeye çalıştım ama olmadı.*

A: *Şimdi açıortayların kesişimi mi yoksa kenarortayların kesişimi mi merkezi olmalı? Buna karar verebilir misin? Neyi düşünüyorsun sürüklerken?*

Ö1: *Hocam bence açıortaylar...*

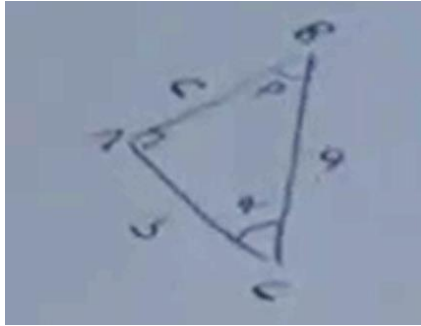
A: *Evet, o daha yakın gözüküyor değil mi?*

Ö1: *Evet ama olmuyor yani sonradan sürüklediğimde.”*

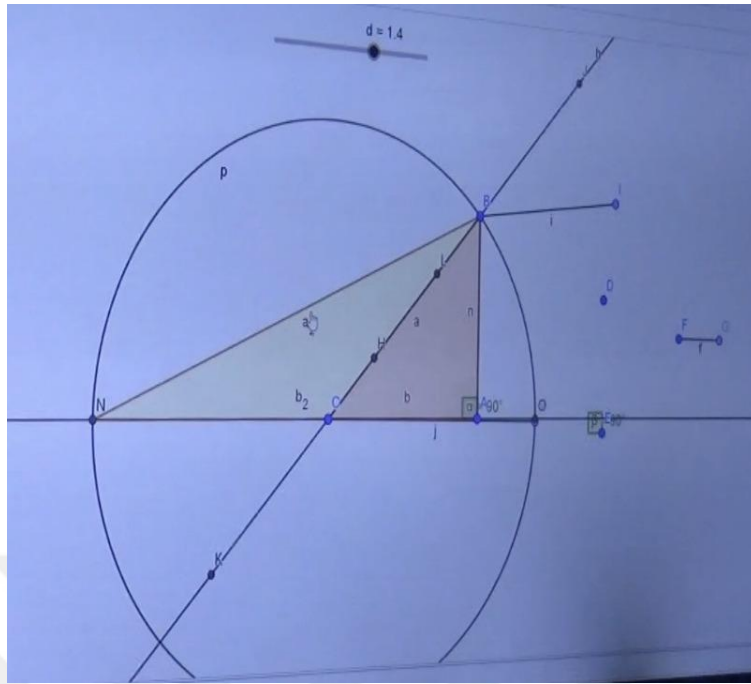
İç teğet çemberin inşasına gelindiğinde öğretmen adayının açıortayların kesişim noktasından eşit uzaklıkta noktalar belirleme fikrini geliştirdiği gözlenmiştir. Aday çemberin üçgene teğet olduğu bu noktaları bulmak için merkezden kenara inilen yalnızca bir dikme ayağı yerine tüm dikme ayaklarını çizdiği ve bu noktaları kullanarak inşasını

gerçekleştirmeyi uygun gördüğü de belirlenmiştir. Süreç boyunca sürüklenme testi kullanarak inşaların doğru olup olmadığını da kontrol etmiştir.

$m(\hat{A}) = 90^\circ$ olan ve $a + b$ kenar uzunluğu ile C açısının ölçüsü bilinen bir üçgenin inşasını gerektiren 3. soruda Ö1 başlangıç olarak Görsel 3.3'te sunulduğu gibi kağıt-kalem ortamında A köşesi dik olan bir üçgen çizerek isimlendirmiştir. Ardından DGY ortamına geçmiş ve 90° 'lik bir açısını, bilinen açı ölçüsü (C) için belirlemiş olduğu 60° 'lik açıya sahip bir üçgen oluşturmak istemiştir. Açı ölçüsünün 60° olması problemde verilenlerden farklı bir sınırlama getireceğinden ve istenen yapının özel bir durumunu oluşturacağından öğretmen adayı bu çiziminden vazgeçip rastgele bir dik üçgen çizmiş ve bu üçgen üzerinde çalışmaya başlamıştır. “ $a + b$ ” uzunluğundaki kenarı oluşturabilmek için uzun bir süre düşünen öğretmen adayı, eşit uzunlukta doğru parçaları oluşturmak için pergel aracının kullanılabileceğine dair yönlendirme ile çember çizmiş ve a uzunluğuna b uzunluğunun eklenebileceği fikrine ulaşmıştır. Pek çok farklı üçgen çizimi denemesinden sonra aday sürgü aracını da kullanarak bu işlemi başarıyla gerçekleştirmiştir. İnşanın başarıyla tamamlanabilmesi adına önemli basamaklardan biri olan C açısının ölçüsünün bilinebilirliğinin sağlanmasına yönelik öğretmen adayının içerideki üçgenin (Görsel 3.4 - sarı üçgen) ikizkenar olması gerektiğini düşünmesi problemin çözülmesini kolaylaştırmış ve geçerli bir inşaa gerçekleştirilmiştir. Aday, üçgenin oluşabilmesi için ikizkenar üçgenin eş açıları ile C açısı arasında bir ilişkilendirme kurabilmiş ancak C açısının ölçüsünün her zaman dar açılı olması gerektiğine ilişkin bir muhakeme yürütememiştir.



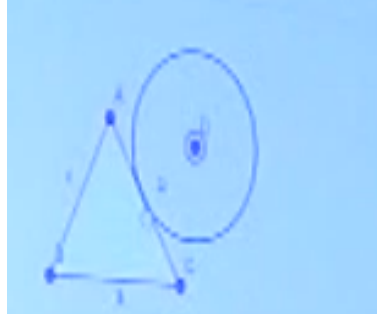
Görsel 3.3. Ö1'in kağıt-kalem ortamındaki taslak çizimi



Tablo 3.2. Ö2'ye ait ön görüşme analizi

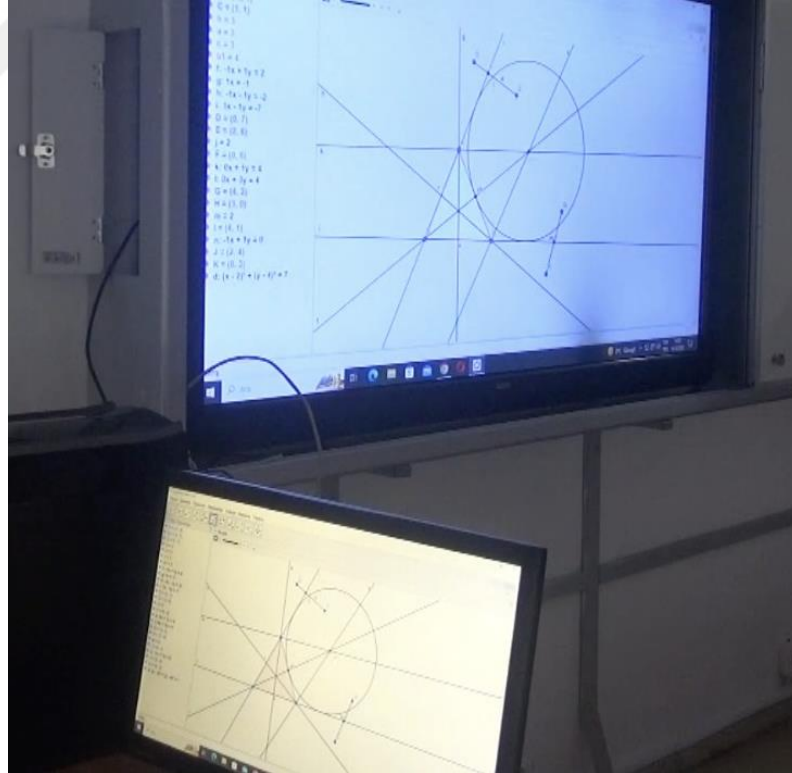
Ö2	İNCELEME	ODAK SORULAR	İNŞA
1	• Çevrel çember • Kenar üzerinde rastgele nokta olarak teğet çember çizme • Dış açıortay çizme • Açıortayların kesişim noktasından kenara inilen dikme ayağını doğru belirleme	• Dış teğet çemberin çizilebilmesi için gerekli merkez noktasını belirleme • Dış teğet çemberin merkezini dış açıortayların kesişimi olarak düşünme	+
2	• Açıortayların kesişim noktası • Merkezden geçen dik doğrunun kenarı kestiği nokta	• Açıortayların kesişim noktasını merkez kabul etme • Merkezin üçgenin kenarlarına olan uzaklıklarının eşitliği • Teğetse diklik	+
3	• Dik doğrular ile 90° açı oluşturma • Rastgele dik üçgen çizme • a (hipotenüs)' ya b eklemek için C (tepe açısı)'den çizilen açıortaya göre b'yi yansıtmak • Çember ile a+b çizme	• a+b oluşturmak için a kenarına b eklenmeli • İkizkenar üçgenden yararlanma	+
4	• Pisagor Teo.'nin Cos. Teo. özel durumu oluşu ile bağlantı kurma	• Çember ile mi yükseklik ile mi ilişki kurulacağının sorgulanması	-

Ön-görüşmede yer alan ilk soruda bir üçgene ait bir dış teğet çemberin inşası istenmesine rağmen öğretmen adayı soru çözümüne çevrel çember çizerek başlamıştır. Ardından aday Görsel 3.5'te görüldüğü üzere üçgene ait bir kenar üzerinde rastgele bir nokta olarak dış teğet çember çizmiştir.



Görsel 3.5. Ö2'nin rastgele dış teğet çember çizimi

Bu yapıya sürükleme testi uygulandığında bozulma meydana geldiğinden dış teğet çember inşası için farklı yollara başvuran öğretmen adayı, öncelikle bu kenara teğet olan dış teğet çemberin merkezinin nerede olabileceğini ve nasıl belirlenebileceğini düşünmeye başlamıştır. Bir süre sonra çember merkezinin dış açı ortayların kesişim noktası olabileceğini düşünen öğretmen adayı, açıortay çizimlerini tamamlayıp Görsel 3.6'da görüldüğü gibi merkez noktasını belirlemiş ve inşayı gerçekleştirmiştir.



Görsel 3.6. Ö2'nin 1. soruya ilişkin başarılı inşası

İç teğet çemberinin inşasını gerektiren 2. soruda öğretmen adayı Ö2, iç açıortayların kesişim noktasının çemberin merkezi olacağını, teğet doğru parçalarının dik olması gerektiğini ve merkezin üçgenin kenarlarına olan uzaklıkların eşit olması gerektiğini ifade etmiş; merkezden geçen dik doğrunun kenarı kestiği noktayı teğet noktası olarak kabul edip Görsel 3.7’de yer verilen inşasını tamamlamıştır.

Ö2: İç teğet çemberde işte iç açıortayların kesişim noktasıydı.

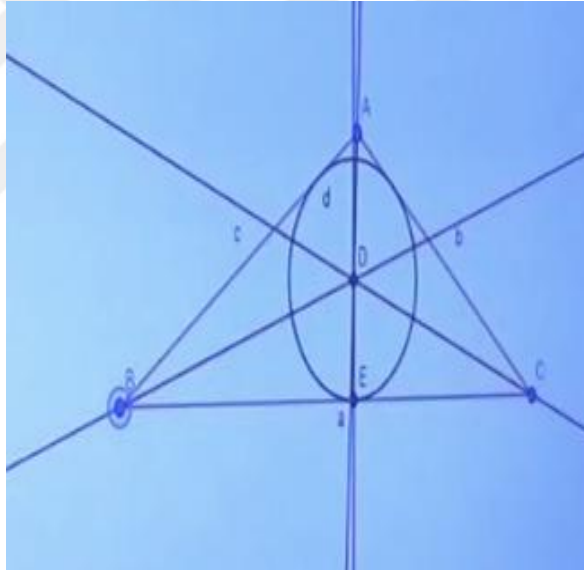
A: Evet, bakalım.

A: Şimdi bu D noktası bizim iç teğet çemberimizin merkezi mi?

Ö2: Bence öyle.

A: Peki bu merkezin üçgenin kenarlarına olan uzaklığı için ne söyleyebilirsin?

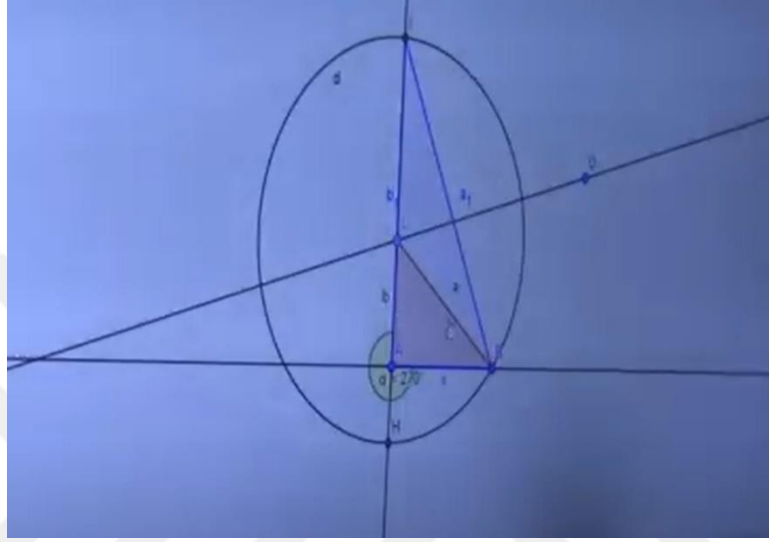
Ö2: Eşit olmaz mı?



Görsel 3.7. Ö2'nin 2. soruya ilişkin başarılı inşası

$m(\hat{A}) = 90^\circ$ olan ve $a+b$ kenar uzunluğu ile C açısının ölçüsü bilinen bir üçgen inşa probleminin sunulduğu 3. soruda öğretmen adayı başlangıçta dik doğrular ile 90° oluşturarak başlamış ve bunu rastgele bir dik üçgene çevirmiştir. “ $a+b$ ” uzunluğundaki kenarın oluşması için a uzunluğuna b uzunluğu eklemesi gerektiğini ifade eden öğretmen adayı ilk olarak hipotenüs olan a kenarına b eklemek üzere b 'yi C (tepe açısı) ‘den çizilen dış açıortaya göre yansıtma stratejisini izlemiş, inşa gerçekleşmeyince stratejisini değiştirerek çember kullanmıştır. Devamında inşa için kritik noktalardan olan C açısının

ölçüsünün bilinirliğini ikizkenar üçgen ile sağladıktan sonra inşasını (Görsel 3.8) başarıyla tamamlamış ve bunu sürüklemeye testi ile doğrulamıştır. Aday diğer öğretmen adayı gibi üçgenin oluşabilmesi için ikizkenar üçgenin eş açıları ile C açısı arasında bir ilişkilendirme kurabilmiş ancak C açısının ölçüsünün her zaman dar açılı olması gerektiğine ilişkin bir muhakeme yürütememiştir.



Görsel 3.8. Ö2'nin 3. soruya ilişkin başarılı inşası

Açılara göre Pisagor Teoremi'ndeki değişimin sorgulandığı 4. soruda öğretmen adayı Pisagor Teoremi'ni özel bir durumu olduğu Kosinüs Teoremi ile bağdaştırmış ancak bağıntıya ilişkin herhangi bir yorumda bulunamamıştır. Bu sebeple herhangi bir inş da gerçekleştirmemiştir.

“Ö2: Bugün de bununla ilgili bir soru çözmüştüm. Kosinüs Teoremi ile alakalı bir şeyler olabilir mi?”

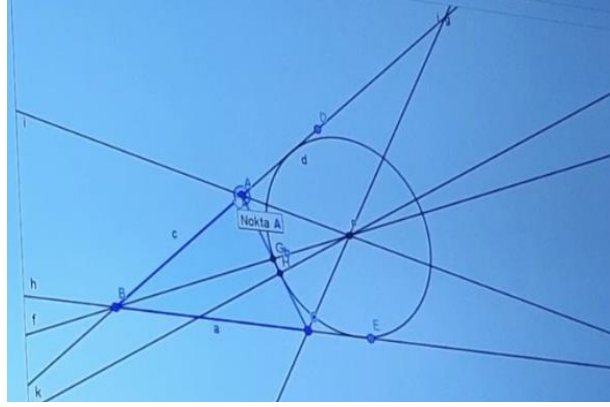
3.1.3. Ö3'ün Görüşmesine Ait Bulgular

Öğretmen adayı Ö3'e ait ön görüşme sorularının analizi Tablo 3.3'te verilmiştir.

Tablo 3.3. *Ö3'e ait ön görüşme analizi*

Ö3	İNCELEME		ODAK SORULAR	İNŞA
1	• Çevrel çember • Kenar üzerinde rastgele nokta alarak teğet çember çizme • Açıortay çizme ve kesişim noktalarını belirleme • Merkezden kenara dik çizme	SÜRÜKLEME	• Dış teğet çemberin çizilebilmesi için gerekli merkez noktasını belirleme • İki dış açıortay ile bir iç açıortayın bir noktada kesiştiğini ezberden söyleme	+
2	• Açıortayların kesişim noktası • Açıortayların kesişim noktasından kenara inilen dikme ayağını doğru belirleyememe		• Açıortayların kesişim noktasını merkez kabul etme • Çemberin teğet olacağı noktalar dikme ayaklarının kestiği noktalar olmalı	+
3	• Dik doğrular ile 90° açı ve dik üçgen oluşturma • a' ya (hipotenüs doğrultusunda) b eklemek için C (tepe açısı)'den çizilen açıortaya göre b''yi yansıtmama • Çember ile $a+b$ çizme		• $a+b$ oluşturmak için a kenarına b ekleyeceğim. • İkizkenar üçgen olduğu için iki iç açının toplamı, komşu olmayan dış açığa (C) eşit.	+
4	• Pisagor Teo.'nin Cos. Teo. özel durumu oluşu ile bağlantı kurma			-

Öğretmen adayı Ö3, ön görüşmedeki 1. soruyu çözmeye diğer öğretmen adaylarının yaptığı gibi çevrel çember çizerek başlamış, ardından kenar üzerinde rastgele bir nokta alarak teğet olduğunu düşündüğü bir çemberin çizimi ile devam etmiştir. Sürüklenme testi sonucunda çemberin üçgene teğet olmadığını fark edince dış teğet çemberin inşası için belirli bir teğet noktası ve merkez noktasına ihtiyaç duyulacağını düşünmüş ve önceki bilgilerinden faydalanarak merkez noktasını üçgenin iki dış açıortayı ile bir iç açıortayının kesiştiği nokta olarak belirlemiştir. Bu merkez noktasından üçgene çizdiği dikme ile ise teğet noktasına ulaşmış ve inşasını başarı ile tamamlamıştır. Ö3'ün inşası Görsel 3.9'da verilmiştir.



Görsel 3.9. Ö3'ün 1. soruya ilişkin başarılı inşası

“Ö3: Hocam şimdi KPSS hazırlandığımız için bu aralar geometriye yeni başladığım için görseller de var gözümün önünde. Yani özellikle şu an açığortaya yeni başladım. Aslında ikinci tekrarım yani o görsel gözümün önünde ama şey orada mıydı acaba dış teğetler onu tam hatırlayamıyorum.

A: Deneyebilirsin.

Ö3: Ya ben şeyi biliyorum: Bir iç açığortay ve iki dış açığortay bir noktada kesişiyor ama o, dış teğet çemberi oluşturan özellik miydi onu bilmiyorum. Şimdi o zaman ben söylediğim şeyi mi deneyeyim? Mesela doğru...

A: Dene bakalım.”

Görüşmenin 2. sorusunda öğretmen adayı Ö3, inşasına iç açığortayların kesişim noktasını çemberin merkezi olarak kabul etme ile başlamış ve çemberin üçgene teğet olduğu noktaların dikme ayaklarının kenarları kestiği noktalar olması gerektiğini ifade etmiştir. Ancak bunun için tek bir dikme ayağının baz alınmasının yeterli olacağını fark edememiş ve tüm dikme ayaklarını çizerek inşasını tamamlamıştır.

İnşa problemi olan 3. soruya geldiğinde öğretmen adayı öncelikle dik doğrular yardımı ile 90 derecelik bir açı oluşturmuş ve bunu bir dik üçgene tamamlamıştır. $a + b$ uzunluğundaki kenarı oluşturabilmek için a uzunluğuna b uzunluğu eklemesi gerektiğini fark eden öğretmen adayının bu doğrultudaki ilk hamlesi kenarı açığortay doğrusuna göre yansıtmak olmuş; ardından farklı bir yol izleyerek çember ile b 'ye eş doğru parçası oluşturmuştur. Soruda istenen C açısının ölçüsünün bilinebilirliğini ise ikizkenar üçgenden faydalananarak kanıtlayan öğretmen adayı inşasını Görsel 3.10'da görüldüğü gibi başarıyla gerçekleştirmiştir.

Tablo 3.4. Öğretim bölümüne ilişkin bulgular

	İNŞALAR	ANALİZ	İNŞA	KANIT	TARTIŞMA
1. HAFTA	1. Bir doğru parçasını iki eş parçaya bölme (doğru parçasına ait orta nokta ve orta dikme inşası)	Ö1 ve Ö2 herhangi bir taslak oluşturmayıp araştırmacının başlamasını beklerken Ö3 kendi taslağını inşa etmiştir.	Ö1 ve Ö2 araştırmacının inşa adımlarını takip ederken Ö3 doğru parçasını yarıçap kabul eden iki çemberden faydalanarak kendi inşasını gerçekleştirmiştir.	Öğretmen adayları, ilişki aracını kullanarak doğru parçalarının eşliğini ve açı aracını kullanarak açının dikliğini test etmiştir.	Aynı ölçüdeki iki çember kullanımının (köşegenleri birbirini dik kestiği ve ortaladığından) eşkenar dörtgen inşası için de kullanılabileceğinin tartışılması
	2. Bir doğruya dışındaki bir noktadan dik çizme	Ö3 inşa için çeşitli stratejiler (AB doğru parçasını çap kabul edip C'den geçen bir çember çizme gibi) önermesine rağmen Ö1 ve Ö2 yine bu aşamada katılım gösterememiştir.	Doğruyu iki noktada kesen C merkezli bir çember çiziminin ardından Ö3 kenar-orta dikme inşasını kullanarak kendi inşasını gerçekleştirmiş ancak Ö1 ve Ö2 araştırmacının adımlarını takip etmiştir.	Dikliğin eşkenar dörtgenin özelliğinden geldiği kanıtlanmıştır.	
	3. Bir doğruya üzerindeki bir noktadan dik çizme	Ö2 ve Ö3 taslak geliştirmiş ancak Ö1 araştırmacının yapmasını beklemiştir.	Ö2 ve Ö3 başarılı bir inşa gerçekleştirirken Ö1, araştırmacının inşa adımlarını takip etmiştir.	İkizkenar üçgen veya eşkenar dörtgen oluşturularak bu çokgenlerin özellikleri sayesinde dikliğe ulaşıldığı kanıtlanmış ve sürükleme testi ile	Olası çözümlerin sorgulanması

Tablo 3.4. (Devam) Öğretim bölümüne ilişkin bulgular

		inşanın geçerliliği test edilmiştir.			
2. HAFTA	1. Bir açıyı iki eş açıya bölme	Öğretmen adaylarının tümü inşaya ilişkin taslak geliştirmeye çalışmıştır ancak yalnızca Ö1'in taslağı başarılıdır.	Ö1, bir önceki oturumda gerçekleştirilen inşalardan yola çıkarak başarılı bir inşaya gerçekleştirirken Ö2 ve Ö3, araştırmacının inşaya adımlarını takip etmiştir.	Öğretmen adayları, açı ölçme aracını kullanarak doğrunun açıortay olup olmadığını test etmiştir.	Aynı inşa adımlarının deltoid inşasında da kullanılabileceğinin ve eş parçaya bölme inşalarında simetri doğrusu oluşturmanın öneminin tartışılması
	2. Bir açıyı taşıma/kopyalama	Ö2, yanlış da olsa bir taslak çizmesine rağmen Ö1 ve Ö3 herhangi bir çizim gerçekleştirememiştir.	Araştırmacının adımlarını takip eden Ö2 ve Ö3'ten Ö3 "açıklığı kopyalama" konusunda ekstra yönlendirmeye ihtiyaç duyarken Ö1 kendi inşasını başarı ile tamamlamıştır. Öğretmen adayları, açı taşıma işlemine kadar araştırmacının inşaya adımlarını takip etmiştir. Kendilerinden açılar taşımaları istendiğinde genel olarak nereye taşıyacakları konusunda problem yaşamışlardır: Ö2 iki açıyı da doğru noktalara taşıırken, Ö1 bir açıyı taşıyıp diğerinde kararsız kalmış ve Ö3 ise iki açıyı da aynı noktaya taşımıştır, böylece üçgen oluşturamamıştır.	Açı ölçme aracı kullanılarak açıların eşliği test edilmiştir.	Olası çözümlerin sorgulanması
	3. İki açısı ve bir komşu kenarı verilen (AKA) üçgenin inşası	Öğretmen adayları, herhangi bir taslak geliştirememiştir.		Öğretmen adayları, ilişki aracını kullanarak doğru parçalarının eşliğini ve açı ölçme aracını kullanarak açıların eşliğini test etmiştir. İnşanın geçerliliği ise sürükleme testine tabii tutulmuştur.	Hangi durumlarda üçgen oluşup hangi durumlarda oluşmadığının incelenmesi

Tablo 3.4. (Devam) Öğretim bölümüne ilişkin bulgular

	4. Bir açısı ve iki komşu kenarı verilen (KAK) üçgenin inşası	Öğretmen adayları, herhangi bir taslak geliştirememiştir.	Öğretmen adayları başlangıçta araştırmacının inşa adımlarını takip etse de sonrasında inşalarını kendileri tamamlamıştır.	İnşanın geçerli olup olmadığı sürüklemeye testi uygulanarak, açılar eşliği açı ölçme aracı kullanılarak test edilmiştir.	Sürgüye bağlı değişen ve değişmeyenlerin tartışılması
3. HAFTA	1. A açısı 90° olan ve $a + b$ kenar uzunluğu ile C açısı bilinen üçgenin inşası	Öğretmen adayları, kendi taslaklarını çizmiştir. Ö3, başarılı bir taslak geliştirmesine, yani sorudaki tüm istenenleri karşılayan bir üçgen oluşturmaya rağmen C açısının bilinmediğini ifade etmiştir.	Kendi taslakları doğrultusunda inşa çalışmalarına başlayan öğretmen adaylarından sadece Ö3'ün inşası geçerli bulunmuştur. Dolayısıyla Ö1 ve Ö2 sürecin kalanında araştırmacının inşa adımlarını izlemiştir.	Taslak çizimlerin geçerliliği soruda verilenleri karşılayıp karşılamaması üzerinden değerlendirilirken inşaların geçerliliği sürüklemeye testi ile test edilmiştir.	C noktasının bu inşadaki önemi ve C açısının alabileceği değerlerin tartışılması
	2. İki kenarı ve bir açısı verilen (KKA) üçgenin inşası	Ö2 ve Ö3 kendi taslaklarını geliştirmek üzere çalışmıştır; fakat Ö1 herhangi bir çalışma yapmamıştır.	Ö2, açığı taşıyacağı noktayı belirlemede sıkıntı yaşayıp inşayı tamamlayamazken Ö1 ve Ö3 inşayı tamamlamış fakat açığı yanlış yere taşıyarak KAK inşası gerçekleştirmiştir. Bir süre daha çalışmanın ardından Ö2 ve Ö3 inşayı oluşturamamış; Ö1 önce sürgüsüz, sonra sürgülü iki inşa gerçekleştirmiştir.	İnşanın geçerli olup olmadığı sürüklemeye testi uygulanarak ve açı ölçümü yapılarak test edilmiştir.	Hem sürgü kullanılarak hem de kullanılmayarak birer inşa gerçekleştirilerek sürgünün inşadaki rolünün tartışılması

Tablo 3.4. (Devam) Öğretim bölümüne ilişkin bulgular

	3. Bir açısı ve iki kenarı verilen (AKK) üçgenin inşası	Öğretmen adayları, farklı sayılarda sürgüler kullanarak kendi taslaklarını geliştirmiştir.	Ö1 ve Ö2 başarılı inşalar gerçekleştirirken Ö3 KAK inşası yapmış ve neyi nereye taşıyacağını bilemediğini ifade etmiştir. Ö3'e açısı taşıma işleminin nasıl yapıldığı gösterilmiştir.	İnşanın geçerli olup olmadığı sürüklenme testi yapılarak kanıtlanmıştır.	Sürgünün inşadaki rolünün tartışılması
4. HAFTA	1. $m(\hat{A}) = 90^\circ$ olan bir ABC üçgeninde a, b ve c kenar uzunlukları olmak üzere " $b - c$ " ve " a " uzunluğu bilinen bir üçgen nasıl inşa edilir?	Öğretmen adayları problemde verilenleri doğru belirlemiş ancak yalnız Ö1 ve Ö3 geçerli taslaklar geliştirmiştir.	Ö3 başarılı bir inşa gerçekleştirirken Ö1 ve Ö2 araştırmacıyı takip edene kadar başarılı olamamıştır.	Sürüklenme testine dayanıklılığın ölçülerin değişmezliği değil ilişkilerin değişmezliğini ifade ettiği vurgulanarak inşaların geçerli olup olmadığı sürüklenme testi yapılarak kanıtlanmıştır.	Taslak çizimlerin ve inşaların üçgen inşa koşullarını sağlayıp sağlamadığının ve olası çözümlerin/durumların tartışılması
	2. " $a - b$ " uzunluğu ile A açısının ölçüsü bilinen bir ABC ikizkenar üçgen ($ AB = AC $) nasıl inşa edilir?	Ö1'in taslak çizimi üçgen inşası için yeterli veriyi sunarken Ö2 ve Ö3'ün çizimleri yetersizdir.	Üç öğretmen adayı da başarılı inşalar gerçekleştirmiştir.	İnşaların geçerliliğini test etmek için sürüklenme testi uygulanmıştır.	A açısının ölçüsünün hangi aralıkta olabileceğinin tartışılması
5. HAFTA	1. h_a, v_a ile C açısının ölçüsü bilinen bir ABC üçgeni nasıl inşa edilir?	Öğretmen adayları problemde verilenleri doğru belirleyip taslak çizimlerini gerçekleştirmiştir.	Tüm öğretmen adayları, başarılı birer inşa gerçekleştirmiştir.	İnşaların geçerliliği sürüklenme testi ile test edilmiştir.	İnşanın bazı elemanları ve bunlar arasındaki ilişkilerin tartışılması

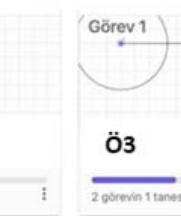
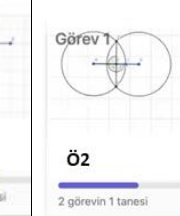
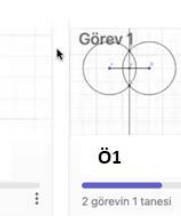
Tablo 3.4. (Devam) *Öğretim bölümüne ilişkin bulgular*

2. b , v_a ile A açısının ölçüsü bilinen bir ABC üçgeni nasıl inşa edilir?	Öğretmen adayları problemde verilenleri doğru belirlemiş, ancak biri bir taslak çizebilmiştir.	Öğretmen adaylarının biri farklı bir inşa gerçekleştirmiş, diğerleri araştırmacının inşa adımlarını takip ederek başarılı inşalara ulaşmışlardır.
--	--	---

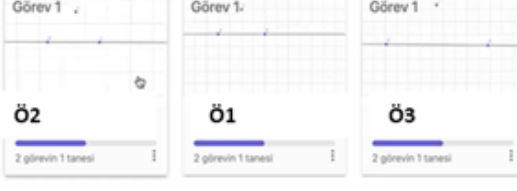
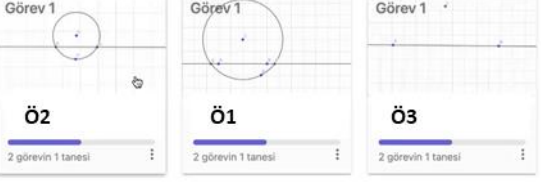
3.2.1. Birinci Oturuma Ait Bulgular

Gerçekleştirilen ilk oturuma ilişkin verilerin analizi sonucu elde edilen bulgular Tablo 3.5’te verilmiştir.

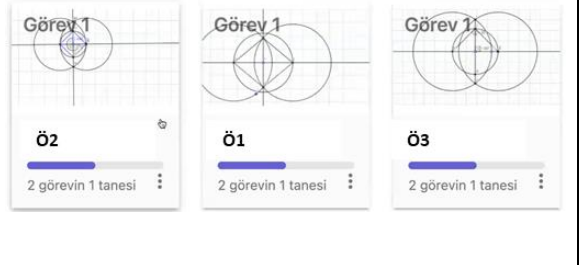
Tablo 3.5. *Birinci oturuma ait öğretim süreci*

İnşa 1. Bir doğru parçasını iki eş parçaya bölme (orta nokta ve orta dikme inşası)								
İnşa Adımları								

Tablo 3.5. (Devam) Birinci oturuma ait öğretim süreci

Kanıt-Tartışma		A: Neden eş çemberler kullandık? Ö1: Yarıçapları aynı. A: Bu ne işimize yarayacak bizim? Ö1: Orta noktasını bulmamıza...	• Oluşturulan iki doğru parçasının uzunluklarının “İlişki” aracı ile karşılaştırılması • Açılı ölçümü A: Noktaları birleştirdiğimizde ne oluşuyor? Ö1,Ö2,Ö3: İkizkenar üçgen A: Evet, bundan nasıl faydalandık? Ö2: İkizkenar üçgende tabana inilen yükseklik tabanı iki eş parçaya bölüyor. A: Bu DE doğru parçası aynı zamanda nedir? Ö3: Kenarortay, açıortay, yükseklik, simetri doğrusu... A: Altındaki noktaları da birleştirdiğimizde hangi dörtgen oluşur? Ö1: Eşkenar dörtgen. A: Eşkenar dörtgenin hangi özelliği olabilir? Öğretmen adayları: ... A: Köşegenleri birbirini dik keser ve ortalar.
İnşa 2. Bir doğruya dışındaki bir noktadan dik çizme			
İnşa Adımları			

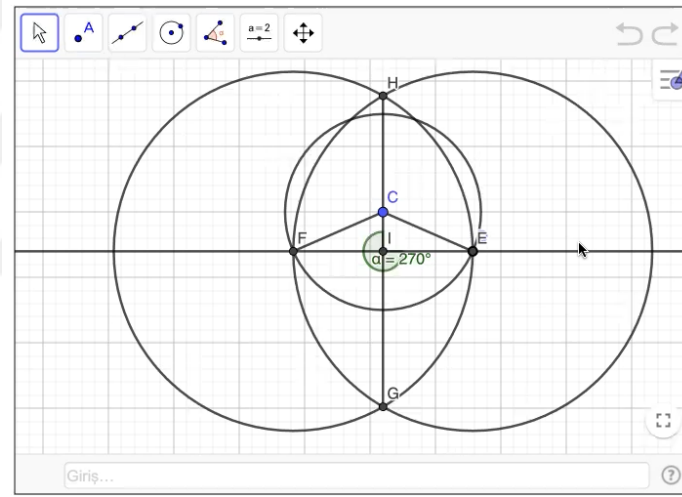
Tablo 3.5. (Devam) Birinci oturuma ait öğretim süreci

Kanıt-Tartışma	A: Burada nasıl bir yol izleyebiliriz? Ö3: AB'yi çap kabul eden ve C'den geçen bir çember çizsek? A: A ve B'yi gizlesek peki? Şimdi yazılımda doğru oluşturmak için bize iki nokta gerekiyor ama kâğıt üzerinde yapıyormuş gibi düşün, orada nokta olmayacak. Şimdi elimizde sadece bir doğru ve C noktası olduğunu düşünelim. (cevap yok)	A: C noktasını merkez kabul eden ve doğruyu kesen bir çember çizelim. Bu noktalar C noktasına eşit uzunlukta. Şimdi ne yapabiliriz?	A: Peki bu inşada hangi geometrik şeklin özelliklerinden faydalandık? Dikliğin ikizkenar üçgen ya da eşkenar dörtgenin özelliğinden geldiğini kanıtlama A: Çizilen doğrunun dik olduğundan nasıl emin oldunuz?
İnşa 3. Bir doğruya üzerindeki bir noktadan dik çizme			
İnşa Adımları			

Tablo 3.5. (Devam) Birinci oturuma ait öğretim süreci

Kanıt-Tartışma	A: Nasıl bir yol izleyebiliriz?	A: Önceki iki inşada olduğu gibi ikizkenar üçgenden faydalanabilir miyiz?	• Eşkenar dörtgen özelliği kullanılarak dik oluşturulduğunu kanıtlama • Sürüklemeye testine vurgu yapılarak inşanın geçerliliğinin test edilmesi A: Dik doğru (düşey) hangi görevleri üstleniyor? Ö1: Kenarortay, açıortay... A: Aynı zamanda yine simetri doğrusu. A: Yataydaki dik doğru peki? Ö2: Köşegen. A: Evet eşkenar dörtgenin köşegenlerinin dik kesiştiğini biliyoruz. Başka? Ö3: O da simetri doğrusu.
-----------------------	---------------------------------	---	---

Birinci oturumun ilk inşası öğretmen adaylarının inşa sürecine alışması ve pergel aracının nasıl kullanıldığının anlaşılması amacıyla bir doğru parçasının orta noktasını ve orta dikmesini inşa etme ile başlamıştır. Tablo 3.4'te süreç betimlenmiştir. İnşa süreci boyunca Tablo 3.5'te sunulan her bir adıma ait tartışma soruları sorulmuş inşa gerçekleştirildikten sonra neden doğru bir inşa olduğu kanıtlanmıştır. İnşa 2'deki tartışma ve kanıt süreci (Görsel 3.11) örnek olarak sunulabilir:

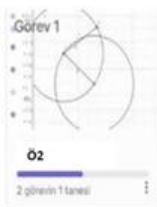
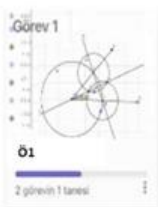
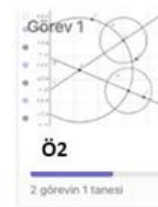
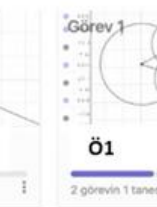
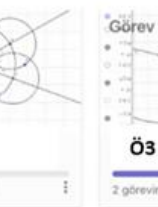


Görsel 3.11. İnşa 2'deki kanıt sürecine ilişkin katılımcı çalışması

3.2.2. İkinci Oturuma Ait Bulgular

Gerçekleştirilen ikinci oturuma ilişkin verilerin analizi sonucu elde edilen bulgular Tablo 3.6'da verilmiştir.

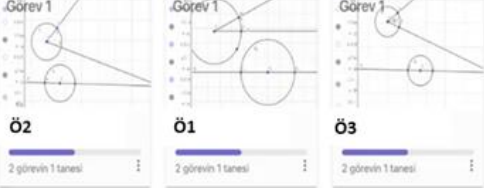
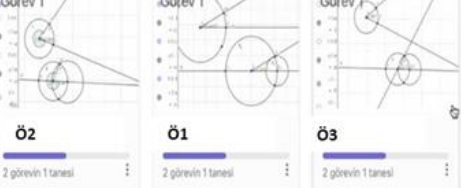
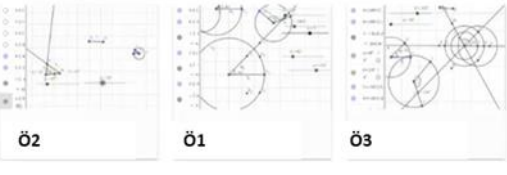
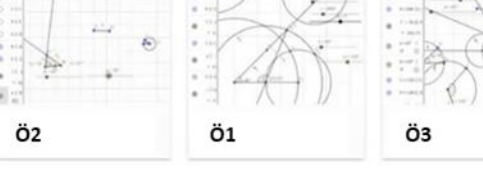
Tablo 3.6. İkinci oturuma ait öğretim süreci

İnşa 1. Bir açıyı iki eş açıya bölme									
İnşa Adımları									
									

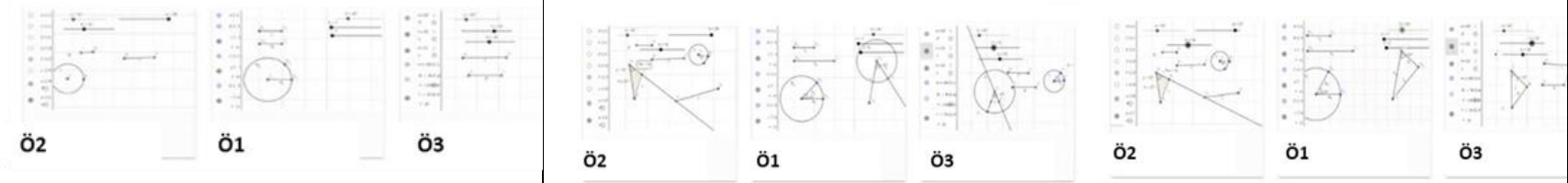
Tablo 3.6. (Devam) İkinci oturuma ait öğretim süreci

Kanıt- Tartışma	Ö1'in taslak çizimini anlatması	A: Doğruya dışındaki bir noktadan dik çizerken doğru üzerindeki iki noktayı nasıl belirlemiştik?	Eş parçaya bölme işlemlerinin simetri doğrusu inşası ile gerçekleştirildiğinin kanıtı A: Noktaları birleştirdiğimizde ne oluşuyor? Ö2: Deltoid. A: Evet, bu da (açıortay doğrusu) simetri eksenidir. Deltoidin özelliklerinden biri neydi? Öğretmen adayları: ... A: Köşegeni aynı zamanda açıortay değil miydi? Peki, bir diğer özelliği neydi? Kenar özelliklerini düşünersek... Ö1: İki tane ikizkenar üçgenin birleşimi gibi. A: Evet, tanım olarak ardışık iki kenar uzunlukları eşittir de diyebiliriz. Aslında geçen haftaki eşkenar dörtgende de gördüğümüz gibi olayımız simetri doğrusu oluşturmak, değil mi?
İnşa 2. Bir açıyı taşıma/kopyalama			

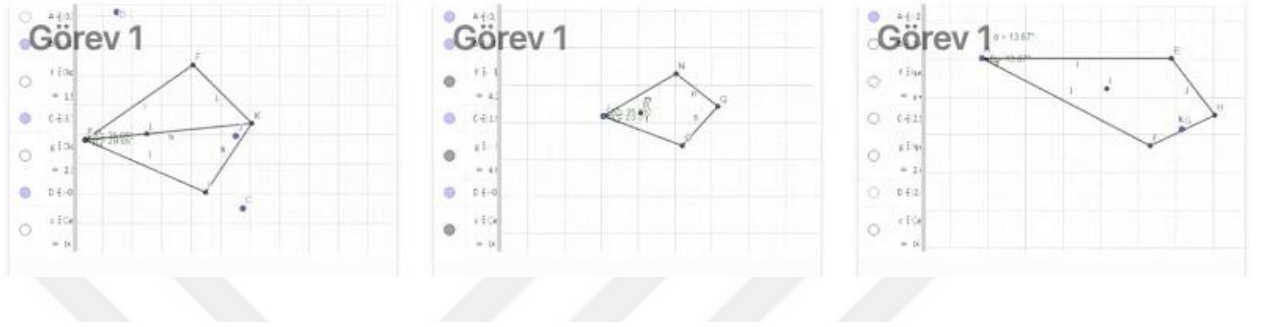
Tablo 3.6. (Devam) İkinci oturuma ait öğretim süreci

İnşa Adımları			
Kanıt-Tartışma		A: Açıyı aşağıdaki çembere nasıl taşıyabiliriz? Hangi noktaları kullanabiliriz? Ö1: Acaba kesişim noktaları (çemberin açı kollarını kestiği noktalar) olur mu hocam? A: Neden? Ö1: Yani, o açıklığa (açının kolları arasındaki açıklık) göredir diye düşündüm.	• Açı ölçümü • Çemberin merkezi ve açı kollarını kestiği noktalar doğru parçaları ile birleştirilirse ortaya çıkan üçgenin eşliğinden faydalanarak mevcut açının kopyalanabileceğinin kanıtlanması A: Başka bir çözümü olan var mı?
İnşa 3. İki açısı ve bir komşu kenarı verilen (AKA) üçgenin inşası			
İnşa Adımları			

Tablo 3.6. (Devam) İkinci oturuma ait öğretim süreci

Kanıt-Tartışma	A: Bir tane kenarımızı ve sürgüye bağlı iki açığı da oluşturduk. Ben AB kenarını oluşturduğum. Devamında nasıl ilerleyebiliriz? Deneyin bakalım.	Ö1: Aynı şekilde yapmaya çalıştım ama çemberi nereye yerleştireceğimi bulamadım.	A: Doğruluğundan nasıl emin olabilirsin? • Açı ölçümü • Sürüklemeye testi A: Sürgüleri hareket ettirerek ABK üçgenini inceleyin. Hangi durumlarda üçgen oluşuyor? Ö2: İkisinin (açılar) toplamı 180° ve üzeri olduğunda oluşmuyor.
İnşa 4. Bir açısı ve iki komşu kenarı verilen (KAK) üçgenin inşası			
İnşa Adımları			
Kanıt-Tartışma	A: Bir açı, iki uzunluk sürgüsü oluşturalım. Sürgüye dayalı kenarları nasıl oluşturabiliriz?		• Açı ölçümü • Sürüklemeye testi • Sürgülere bağlı olarak değişen ve değişmeyen durumların tartışılması

İkinci oturumun başında öğretmen adaylarına üçgen inşalarında sıklıkla faydalanacakları açılırtay ve eş açı inşası inşaları sunulmuştur. İnşa süreci boyunca Tablo 3.6’da sunulan her bir adıma ait tartışma soruları sorulmuş inşa gerçekleştirildikten sonra neden doğru bir inşa olduğu kanıtlanmıştır. İnşa 1’deki kanıt ve tartışma süreci, örnek olarak Görsel 3.12’ye eşlik eden tartışma transkripti ile sunulabilir:



Görsel 3.12. Katılımcıların inşa 1’deki tartışma sürecine ilişkin çalışmaları

“A: Noktaları birleştirdiğimizde hangi şekli görüyorsunuz?”

Ö2: Deltoid.

A: Evet. Burada aslında biz bir deltoid oluşturmuş olduk. Bu da (açılırtay doğrusu) simetri eksenini... Deltoidten faydalanmış olduk değil mi? Deltoidin özelliklerinden biri ne?

Öğretmen adayları: ...

A: Köşegeni aynı zamanda açılırtay değil miydi? Peki, bir diğer özelliği neydi? Kenar özelliklerini düşünürsek...

Ö1: İki tane ikizkenar üçgenin birleşimi gibi.

A: Evet, tanım olarak ardışık iki kenar uzunlukları eşittir de diyebiliriz.

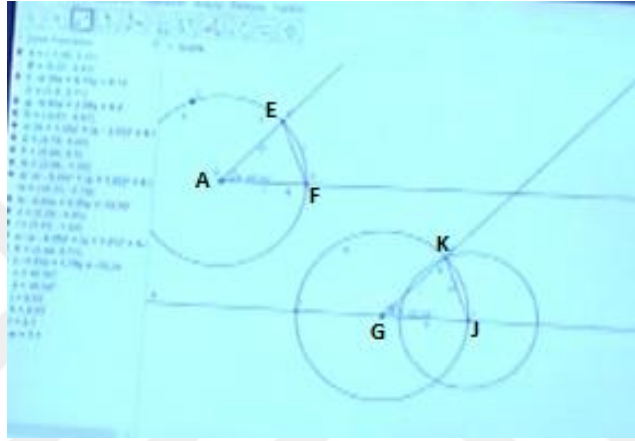
Aslında geçen haftaki eşkenar dörtgende de gördüğümüz gibi olayımız simetri doğrusu oluşturmak, değil mi?”

Bir açıyı kopyalama diğer bir deyişle açı taşıma/eş açı oluşturma inşasında bir öğretmen adayının (Ö3) açıklığı kopyalama konusunda yönlendirmeye gereksinim duyduğu görülmüştür. Aşağıda öğretmen adayı ile birlikte yapılan inşa süreci sunulmuştur:

“A: Ö1 diyor ki: “İkinci açıyı oluşturabilmek için asıl açının kolları arasındaki açıklığı yarıçap kabul ederek diğer çemberin doğruyu kestiği noktaya taşıyabiliriz.” Yani açıklığı kopyalarsak yapabiliriz. “

Bu hatırlatmanın ardından Ö3 açığı kopyalamayı başarmıştır. Ardından araştırmacı şu şekilde devam etmiştir:

“A: Aslında burada bu mantığı şöyle de düşünebiliriz: AF uzunluğunu aldı, GJ uzunluğuna taşıdık değil mi? Aynı zamanda şu EF uzunluğunu da alıp buraya taşırsak burada bir üçgen oluşuyor (Görsel 3.13): AFE üçgeni. Burada da bunun eşi GJK üçgeni... İki kenarı da aynı uzunluktaysa -karşılıklı olarak- o zaman bu üçüncü kenarları da aynı uzunlukta olacak, değil mi? Yani aslında burada da bir üçgenden faydalandığımızı düşünebiliriz.”

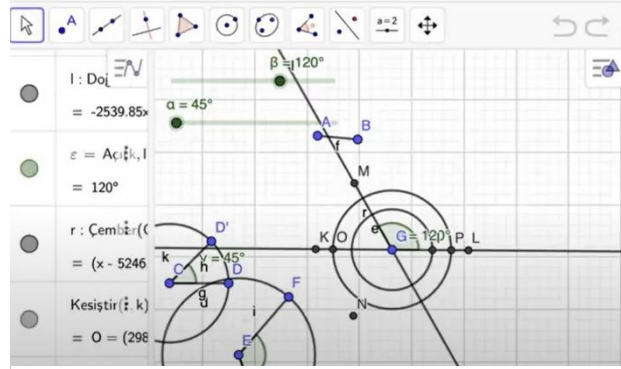


Görsel 3.13. Açı kopyalama çalışması

Öğretmen adayları ile bu oturumda en zorlanılan inşa ilk üçgen inşası (AKA) olmuştur. Adayların bu süreçte açı taşıma adımlarını doğru gerçekleştirdikleri ancak bu açıları verilen doğru parçası üzerine nasıl taşıyacakları konusunda kararsız kaldıkları saptanmıştır.

Öğretmen adayı Ö3, açıları doğru şekilde belirlemesine ve araştırmacıyı takip etmesine rağmen sürecin sonunda inşayı tamamlayamamıştır. Adayın AKA inşasında verilen kenarı temsil eden doğru parçasının köşe noktalarını referans alamadığı, aynı noktaya iki açıyı da taşımaya çalıştığı görülmüştür. Ö3'e ait, Görsel 3.14'te verilen bu çalışma sonrasında inşa süreci araştırmacının adım adım yönlendirmesi ile tamamlanmıştır.

Örnek 1



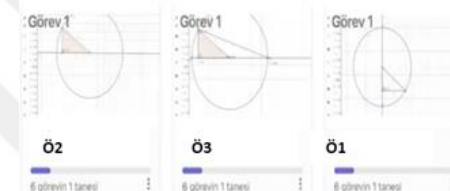
Görsel 3.14. Ö3'ün AKA inşası

Bu oturumun son inşası olan KAK üçgen inşasında ise öğretmen adayları daha rahat bir inşaa gerçekleştirmişlerdir. Önceki inşada açı taşımada zorlandıkları için önce açı taşıma ile başlanmıştır. Ardından açının kenarlarına pergel aracı ile kenar uzunlukları taşınarak inşaa tamamlanmıştır. İnşaa sürecinde sürgülerin değişimi ile üçgen inşası değişimi incelenmiştir. Özellikle pergel aracı ile oluşturulan çember ve sürgü arasındaki ilişki, oluşturulan noktaların bağımlı olup olmadığı ve açının nasıl sabit kaldığı tartışılmıştır.

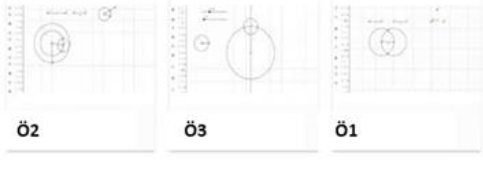
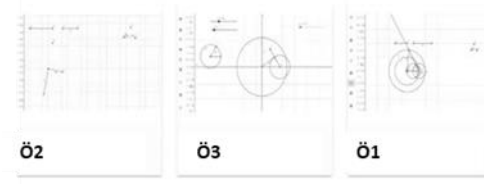
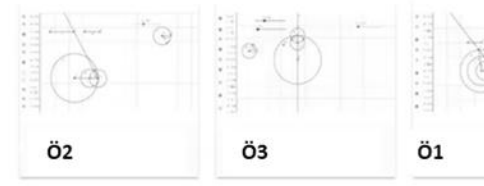
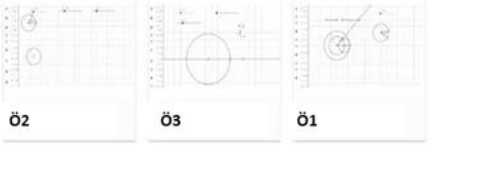
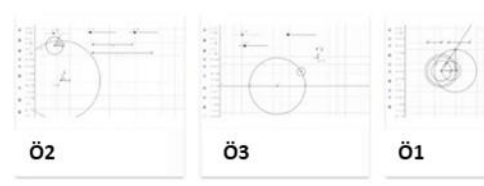
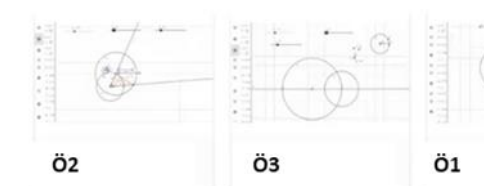
3.2.3. Üçüncü Oturuma Ait Bulgular

Gerçekleştirilen üçüncü oturuma ilişkin verilerin analizi sonucu elde edilen bulgular Tablo 3.7'de verilmiştir.

Tablo 3.7. Üçüncü oturuma ait öğretim süreci

İnşa 1. A açısı 90° olan ve $a+b$ kenar uzunluğu ile C açısı bilinen üçgenin inşası			
İnşa Adımları			
Kanıt-Tartışma	A: (Taslağının doğruluğunu test ederken) $a+b$ var mı, C açısının ölçüsü biliniyor mu? Ö3: C açısı bilinmiyor. A: Nasıl bileceksin işte? Burada C'nin bilinebilirliğinden bahsediyoruz. Ö3: İki iç bir dış açıdan mı? A: Evet, ikizkenar üçgen yok mu orada? Ö3: Evet, doğru. Kenar uzunluklarını taşımada çember kullanma	Oluşan ikizkenar üçgenin açılarının incelenmesi	Sürüklenme testi ile inşanın geçerliliğinin test edilmesi A: Bu inşada, C noktasının en önemli özelliği nedir? Yani, bu inşaa için önemi ne? Ö3: Yarıçap olduğu için ikizkenar üçgenden C açısını bilebiliyoruz. Başka bir önemi yok. A: Peki C noktasını doğru üzerinde sürüklerseniz hangi açı değerleri arasında değer alabilir? Ö3: $m(D)$'nin iki katı. A: Hangi değerler arasında? Ö2: Hocam 0 olmayacak, 90 da olmayacak. Onun arasındaki her değeri alıyor. Ö3: Evet.
İnşa 2. İki kenarı ve bir açısı verilen (KKA) üçgeninin inşası			

Tablo 3.7. (Devam) Üçüncü oturuma ait öğretim süreci

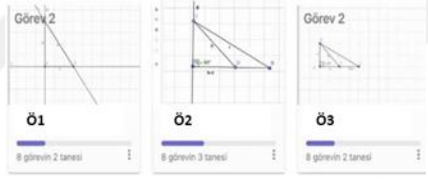
İnşa Adımları	 Ö2 Ö3 Ö1	 Ö2 Ö3 Ö1	 Ö2 Ö3 Ö1
Kanıt-Tartışma	- Açıyı sürgüye nasıl bağlarız? - Açıyı nasıl taşıyoruz? - İki kenarı oluşturduktan sonra açı ile nasıl KKA üçgen inşasının yapılabileceğinin tartışılması	KAK ve KKA inşalarının farkı	- Açı ölçümü - Sürükleme testi A: Başka bir çözümü olan var mı?
İnşa 3. Bir açısı ve iki kenarı verilen (AKK) üçgenin inşası			
İnşa Adımları	 Ö2 Ö3 Ö1	 Ö2 Ö3 Ö1	 Ö2 Ö3 Ö1
Kanıt-Tartışma		Ö1 ve Ö2'nin inşalarını açıklaması ve doğruluğunun tartışılması	- Sürükleme testi - Sürgünün inşa sürecine kazandırdığı esneklik ve kanıt aşamasındaki etkisi -bazı durumlarda üçgenin kaybolmasının rastlantı olmaması gibi...

Üçüncü oturumda öğretime temel üçgen inşaları ile devam edilmiştir. İnşa süreci boyunca Tablo 3.7’de sunulan her bir adıma ait tartışma soruları sorulmuş ve inşa gerçekleştirildikten sonra neden doğru bir inşa olduğu kanıtlanmıştır. Bu süreçte öğretmen adaylarının genel olarak bu zamana kadar sıklıkla duymuş olduğu temel üçgen inşalarında sıkıntı yaşamazken aşına olmadıkları KKA ve AKK inşalarında zorlanarak KAK inşası yapmaya yöneldikleri görülmüştür. Bu süreçte öğretmen adaylarının özellikle açığı taşıma, açığı sürgüye bağlama ve ardından kenarları oluşturduktan sonra bu inşaya açığı nasıl entegre edeceklerini öngöremedikleri belirlenmiştir.

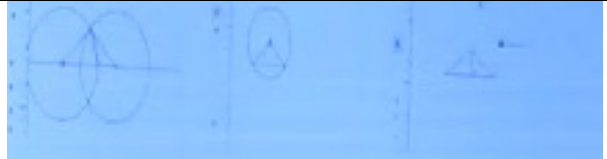
3.2.4. Dördüncü Oturuma Ait Bulgular

Gerçekleştirilen dördüncü oturuma ilişkin verilerin analizi sonucu elde edilen bulgular Tablo 3.8’de verilmiştir.

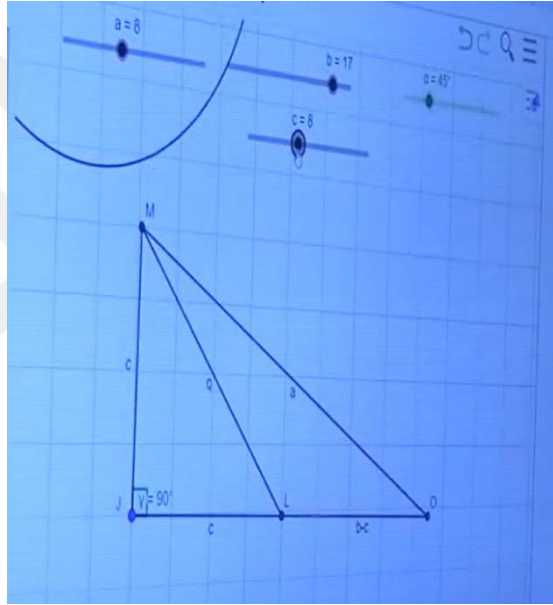
Tablo 3.8. Dördüncü oturuma ait öğretim süreci

İnşa 1. $m(\hat{A}) = 90^\circ$ olan bir ABC üçgeninde a , b ve c kenar uzunlukları olmak üzere “ $b - c$ ” ve “ a ” uzunluğu bilinen bir üçgen nasıl inşa edilir?			
İnşa Adımları			
Kanıt-Tartışma	- Ö2’nin taslak çiziminin üçgen inşası için gerekli koşulları sağlayıp sağlamadığı (KKA) $b - c$ uzunluğunun üçgenin kenarına nasıl yerleştirilebileceği		- Sürükleme testi A: ABD üçgeninin ikizkenar dik üçgen olduğundan nasıl emin olunabilir? Ö3: Yarıçaplar eşit olduğu için ikizkenar üçgen çıkar, oradan da açığı bilebiliriz. - Kenar uzunlukları arasındaki ilişki (üçgen eşitsizliği) - D açısının ölçüsünün 135° olması $a > b - c$ olarak verilirse çizimin mümkün olup olmadığının tartışılması
İnşa 2. $a - b$ uzunluğu ile A açısının ölçüsü bilinen bir ABC ikizkenar üçgen ($ AB = AC $) nasıl inşa edilir?			

Tablo 3.8. (Devam) Dördüncü oturuma ait öğretim süreci

İnşa Adımları			
Kanıt-Tartışma	A açısının ölçüsünden yararlanarak diğer açılarının ölçüleri bulunabilir mi?	İnşa için AKA nasıl işe koşulabileceğinin tartışılması	A: ABC üçgeninin ikizkenar üçgen olduğundan nasıl emin olabilirsiniz? Ö3: Hocam benim inşam çok güzeldi, tek bir çemberde iki yarıçap vardı Ö1: Hocam çünkü üçgenin kenarları eş çemberlerin yarıçapları... A açısının ölçüsünün hangi aralıkta olabileceğinin tartışılması ($60^\circ < m(\hat{A}) < 180^\circ$)

Öğretmen adayları ilk inşa probleminde (“ $m(\hat{A}) = 90^\circ$ olan bir ABC üçgeninde a , b ve c kenar uzunlukları olmak üzere “ $b - c$ ” ve “ a ” uzunluğu bilinen bir üçgen nasıl inşa edilir?”) öncelikle $b - c$ uzunluğunun taslak çizime nasıl yerleştirilebileceğini incelemiş, üçgenin çizilebilmesi için KKA koşullarına dayalı bir yardımcı üçgenden yararlanılması gerektiği üzerine tartışılmıştır. İnşa sürecinde önce dik ikizkenar üçgen inşası yapılmış ardından esas üçgen inşası detaylandırılmıştır. İnşa sürecinden sonra ise bu üçgenin kenar uzunlukları arasındaki ilişki ve D açısının ölçüsü tartışılmıştır. Ö2 inşasının bazı durumlarda kaybolmasının nedeninin kenar uzunluklarının üçgen eşitsizliğini sağlamaması olduğunu ifade etmiştir. Sınıf içi tartışmadan bir kesit ve Ö2’nin probleme ilişkin inşası (Görsel 3.15) aşağıda verilmiştir.



Görsel 3.15. Ö2'nin 4. oturum 1. probleme ilişkin inşası

Ö3: “ $b - c$ ” sabit kalmalıydı.

Ö2: b değişince “ $b - c$ ” de değişir.

Ö1: c değişiyor ama b değişmiyor (Ö2’nin inşasında)

A: $m(\hat{D})$ kaç derece olmalıdır?

Öğretmen adayları: 135° .

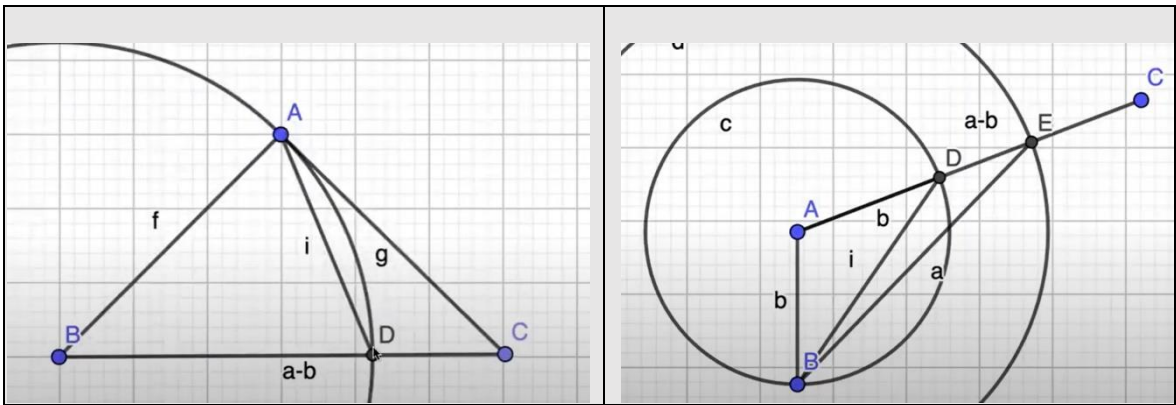
A: Peki D açısı farklı bir açı değerinde olabilir mi?

Ö3: Bu inşa için olamaz.

Ö1: Olamaz.

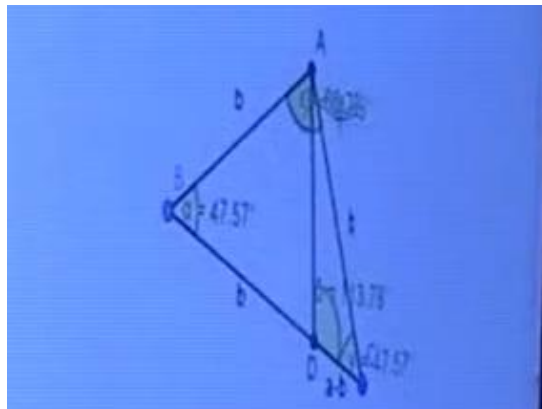
Ö1 ve Ö3: *Olur.*

Öğretmen adaylarının ikinci inşa problemi olan “ $a - b$ uzunluğu ile A açısının ölçüsü bilinen bir ABC ikizkenar üçgen $|AB| = |AC|$ nasıl inşa edilir?” probleminde önce taslak çizimin nasıl çizilebileceği tartışılmış, A açısının ölçüsünden yararlanarak diğer açılarının ölçülerinin nasıl ifade edilebileceği incelenmiştir. Böylece B ve C açılarının ölçülerinin “ $90^\circ - \frac{1}{2}m(\hat{A})$ ” olabileceği belirlenmiştir. Taslak çizimlerde öğretmen adaylarının $a - b$ uzunluğunu tam olarak yerleştiremedikleri de belirlenmiştir. Öğretmen adaylarından ikisinin taslağı Görsel 3.16’da sunulmuştur.



Görsel 3.16. Öğretmen adaylarının taslakları

İnşa aşamasına gelindiğinde ikizkenar üçgenin yanındaki üçgenin AKA inşası ile nasıl yapılabileceği tartışılmış ve inşaa gerçekleştirilmiştir. Araştırmacının inşası (Görsel 3.17) ve öğretmen adaylarıyla üçgenin neden ikizkenar olduğuna dair tartışma süreci aşağıda sunulmuştur:



Görsel 3.17. *Araştırmacının soruya ilişkin inşası*

A: *b kenarına bağladığımız sürgüyü hareket ettirdiğimizde değişen değişmeyen durumlar neler peki?*

Ö1 ve Ö3: *Açılar değişir.*

A: *Hepinizden cevap bekliyorum (Ö2'nin de yanıtlaması için).*

Ö3: *A açısı daralıyor, B ile C açısı artıyor. a kenarı azalır, b ve c kenarı artar.*

A: *Neler değişiyor, neler değişmiyor?*

Ö3: *Her şey değişiyor.*

A: *Açı ölçüleri değişiyor mu?*

Ö1 ve Ö3: *Evet.*

A: *Kenar uzunlukları değişiyor mu?*

Ö1: *b ve c değişiyor.*

Ö3: *a da değişiyor.*

Ö1: *a da değişiyor.*

A: *Peki değişmeyen şey ne?*

Ö3: *İsimleri.*

Ö1: *a kenarı değişmiyor.*

Ö3: *a değişiyor, ikizkenarlık değişmiyor.*

A: *Neden ikizkenarlık değişmiyor?*

Ö1: *Hepsini sürgüye bağladık.*

A: *İkizkenar olduğundan nasıl emin olmuştuk?*

Ö3: *Çünkü yarıçapları aynı eş çemberler çizmiştik.*

Ayrıca inşa sürecinin ardından oluşan üçgenlerin açıları arasındaki ilişkiler de incelenmiştir. Örneğin ilk olarak ADC açısının ölçüsü ile ABC açısının ölçüsü arasındaki ilişki incelenmiş ve Ö3 bu ilişkiyi $m(ABD) + m(BAD) = m(ADC)$ olarak ifade etmiştir. Bu ilişkinin b sürgüsü ile değişip değişmeyeceği sorusuna ise Ö1, ikizkenarlık değişmediğinden dolayı değişmeyeceği şeklinde yanıt vermiştir. İkinci olarak ADC açısının ölçüsü ile BAC açısının ölçüsü arasındaki ilişki incelendiğinde aşağıdaki tartışma gerçekleşmiştir:

A: *ADC açısının ölçüsü ile BAC açısının ölçüsü arasında nasıl bir ilişki vardır?*

Ö2: *Birbirini 360° ye tamamlıyor diyebilir miyiz?*

Ö3: *Diyemeyiz.*

Ö2: *Bir yerde tamamladığını görmüştüm.*

A: *En basiti büyüklük olarak karşılaştırmak... Hangisi daha büyük ya da öyle bir şeyden bahsedebiliyor muyuz?*

Ö2: *Bence bahsedemeyiz çünkü oynattığımız zaman D açısının daha büyük olduğu yerler oluyor.*

Ö3: *Ben bahsedebilirim hocam, D her zaman büyük olur.*

Ö1: *Hayır, bak mesela şu an A daha büyük (yazılımda oynuyor).*

Ö3: *Bahsedemeyiz hocam, B sürgüsüne (kenarına) bağlı olarak değişiyor.*

A: *Niye acaba? Gördükleri kenar uzunlukları ile mi alakalı?*

Ö3: *Evet.*

Açıların karşılaştırılmasının ardından ADC üçgeninin inşa edilebilmesi için gerekli koşullar tartışılmıştır. Burada öncelikle öğretmen adaylarına $m(ADC) + m(ACB)$ toplamının nasıl olması gerektiği sorusu yöneltilmiştir. Ö3 soruya “ 180° den küçük...” yanıtını verirken Ö2 bunun nedenini “Üçgen olması için...” olarak açıklamıştır. Araştırmacı sürgü sürüklendiğinde bu durumun değişip değişmediğini sorduğunda ise öğretmen adaylarından herhangi bir yanıt gelmemiştir. Tartışmanın devamında ADC üçgeninin inşa edilebilmesi için ABC açısının ölçüsünün hangi değerler arasında olması gerektiği sorulmuş olup bu konu üzerinde uzun bir tartışma yürütülmüştür. Aşağıda bu tartışmaya ilişkin bir kesite yer verilmiştir:

A: *ADC üçgeninin inşa edilebilmesi için $m(ABC)$ hangi değerler arasında olmalıdır?*

Ö2: *180° ile 60° arasında olmalıdır.*

A: *Neden öyle düşündün?*

Ö2: *Sürüklediğim zaman burası 60° olduğunda D ile C noktası üst üste geliyor. Ama mesela öbür türlü baktığım zaman, yani minimum hatta 60 da olmuyor. 60 'tan büyükleri olmak zorunda. Böyle değer 180° olursa B ile C'nin üzerinde oluyor A noktası. 180° olduğunda doğru olduğu için olmuyor.*

Ö3: *0 ile 180° arasında...*

Ö1: *Hocam şimdi 60° den küçük olduğunda o üçgen (ADC) ters tarafta olmuş oluyor ama yine oluşmuş oluyor.*

Ö2: *O zaman ACD üçgeni olur.*

A: *Hmm... Şekil üzerinden yorum yapıyorsunuz. Bir de hesaplamaya çalışın bakalım.*

(Hesaplamadan sonra)

Ö3: *Yani 0 ile 135° arası.*

A: *Niye mesela 0?*

Ö3: *Bir kısıtlama.*

Ö1: *60° olmaz. Sadece 60° olduğunda eşkenar oluyor ya o zaman işte o üçgen oluşmuyor. B noktası C'nin üstünde oluyor.*

Ö2: *O zaman 45° ile 135° arasında mı?*

Ö3: *Dediğiniz gibi 60'tan sonra üçgen diğer tarafa taşınıyor. Ama 1° olabiliyor ki! Diğer tarafa taşındıktan sonra benim üçgenim aynı üçgen hocam.*

Ö1: *Ya oluyor 60'tan sonra...*

Ö3: *60° den sonra 1'den başlıyor. Açı yine aynı açı, kenarlar yine aynı kenarlar.*

A: *Ama ikizkenar mı?*

Ö3: (Sürükledikten sonra) *Tamam hocam, 60° ile 135°ymiş.*

A: *Tam 60° oluyor mu?*

Öğretmen adayları: *Yok.*

A: *Peki 135° neden?*

Öğretmen adayları: ... (cevap yok)

Bir süre sürüklemeye sonrası:

Öğretmen adayları: $60^\circ < Açı < 180^\circ$.

A: *Başka bir cevabı olan var mı?*

...

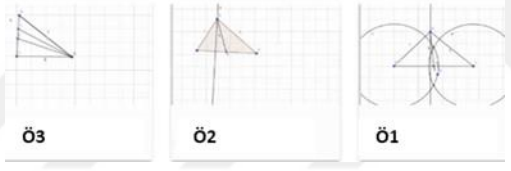
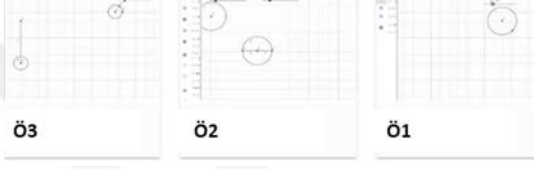
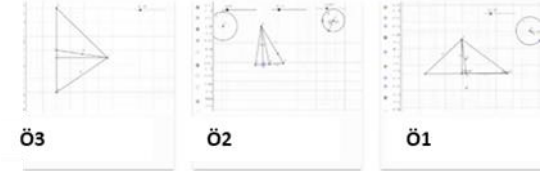
3.2.5. Beşinci Oturuma Ait Bulgular

Gerçekleştirilen beşinci oturumda öğretmen adayları ile iki inşa problemi incelenmiş, sürece ilişkin bulgular Tablo 3.9'da verilmiştir. Bu oturumda öğretmen adaylarına önceki oturumlarda yer verilen inşa problemlerine göre biraz daha karmaşık olarak nitelendirebileceğimiz problemler sunulmuştur. Öğretmen adaylarının, ilk problemde daha rahat taslak oluştururken ikinci problemde güçlük yaşadıkları görülmüş ve bu sebeple inşa çalışmaları araştırmacı ve öğretmen adaylarının birlikte çalışması ile tamamlanmıştır. Bu

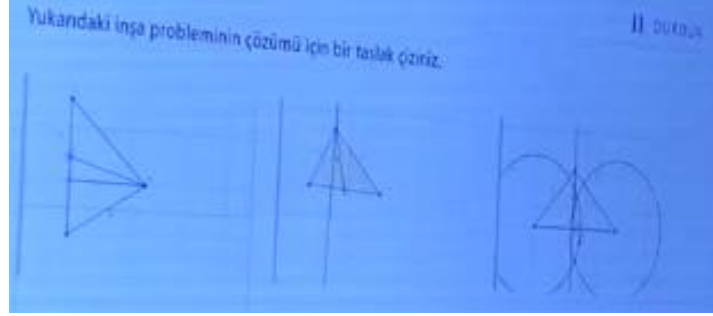
oturumda da diğ er t m oturumlarda olduğu gibi, inşa s re i boyunca her bir adıma ait tartişma soruları sorulmuş ve inşa ger ekleştirildikten sonra neden doğru bir inşa olduğu kanıtlanmıştır.



Tablo 3.9. Beşinci oturuma ait öğretim süreci

İnşa 1. h_a, v_a ile C açısının ölçüsü bilinen bir ABC üçgeni nasıl inşa edilir?			
İnşa Adımları			
Kanıt-Tartışma	İnşa için hangi elemandan başlamak gerektiğinin tartışılması	- Üçgen inşasında KAA inşasının tartışılması - Kenarortayın yüksekliğin sağında-solunda alınma durumlarının tartışılması	- Sürükleme testi - ABC üçgeni A noktasından sürüklendiğinde v_a ile h_a arasındaki ilişkilerinin incelenmesi ve $v_a < h_a$ durumunda üçgen çizilip çizilemeyeceğini tartışılması
İnşa 2. b, v_a ile A açısının ölçüsü bilinen bir ABC üçgeni nasıl inşa edilir?			
İnşa Adımları			
Kanıt-Tartışma	- İnşa için hangi elemandan başlamak gerektiğinin tartışılması - Paralel bir doğrunun nasıl elde edileceğinin tartışılması - KKA inşasına uygun bir taslak çizimin incelenmesi	Üçgen inşasında KAA inşasının tartışılması	- Sürükleme testi - ABC üçgeninde A açısı ile b kenar uzunluğu ve b ile $2v_a$ arasında nasıl bir ilişki olduğunun incelenmesi

Öğretmen adaylarının “ h_a , v_a ile C açısının ölçüsü bilinen bir ABC üçgeni nasıl inşa edilir?” probleminde taslak çizimleri Görsel 3.18’de sunulmuştur.



Görsel 3.18. Öğretmen adaylarının 5. oturum taslakları

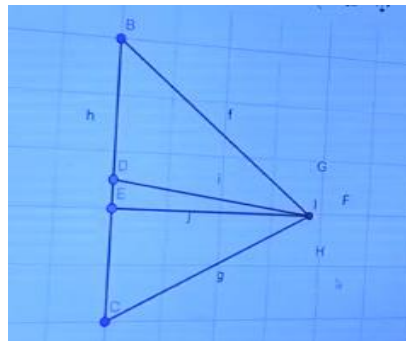
İnşa sürecinde ise öğretmen adaylarının üçgenin hangi elemanından başlayacağı konusunda tereddütler yaşadığı görülmüştür. Bunun üzerine sınıf içi tartışma süreci aşağıda sunulmuştur:

A: Diğer inşalarda ne yapmıştık? Sonuçta ulaşacağımız, yani problemde istenen üçgenin inşası için bazı yardımcı üçgenler oluşturmuştuk. Şimdi burada başlangıç olarak hangi üçgenden faydalanabiliriz? Senin (Ö3) taslağına bakalım. Burada bir üçgen oluşturabilmek için en uygun başlangıç noktası sence hangisi? (Görsel 3.19)

Ö1: Hocam aslında şu F ile E dik değil mi?

Ö3: Evet.

Ö1: O zaman KAA üçgeninden faydalanabiliriz.



Görsel 3.19. Ö3'ün 5. oturum 1. probleme ilişkin taslağı

Aşağıda araştırmacının inşa adımlarının da dahil olduğu oturuma ilişkin notları verilmiştir.

İnşa Problemi 7

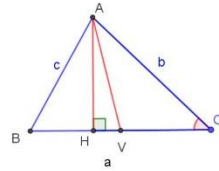
“ h_a , v_a ile C açısının ölçüsü bilinen bir ABC üçgeni nasıl inşa edilir?”

Verilenler: C açısının ölçüsü, a kenarına ait yükseklik uzunluğu ve kenarortay uzunluğu

Bu üçgenin inşası için önce verilen ölçülere uygun bir taslak çizim düşünün. Üçgenin a kenarına ait yükseklik ve C açısının ölçüsü verildiğine göre ilk olarak AHC dik üçgeninin inşasından (KAA) başlamak gereklidir.

Ardından kenarortay çizildikten sonra VC=VB olacak şekilde B noktası belirlenir. ABC üçgeni inşa edilir. Taslak çizim aşağıdaki gibi olabilir.

Taslak Çizim:



Taslak çizimi yapılan üçgeni dinamik geometri yazılımı kullanılarak inşa ederken AHC üçgeninin dik olma özelliğinden ve C açısının ölçüsünün bilinmesinden yararlanılmaktadır. O nedenle inşaya açı ölçüsü sürgü ile belirlenmiş bir γ açısının oluşturulması ile başlanabilir.

İnşa basamakları ile birlikte verilen soruları cevaplayınız.

- Verilenlerden biri C açısının ölçüsü olduğundan γ açısının ölçülerini sürgü aracılığıyla tanımlayalım. Sürgü açı değeri seçilerek (0-180 aralığında değer alacak biçimde) tanımlayınız ve TC doğrusunu çiziniz. - TC doğrusu üzerinde bir C noktası alarak sürgü ile tanımladığımız açıyı taşıyalım. (Açı taşıma için inşa problemi 2'yi inceleyiniz.) Çemberleri gizleyelim.	
--	--

- TC doğrusuna dik ve açı taşımada kullandığımız ışın üzerinde bir A noktası alınız. Bu dik doğru ile TC doğrusunun kesişimi H olsun. Böylece [AH] yükseklik olarak belirlenmiş olur ve AHC dik üçgeni inşa edilir. - Kenarortay için de bir [FG] oluşturup pergel aracı ile A köşesinden yarıçapı [FG] olan bir çember çiziniz. Doğru parçasının TC doğru parçası ile kesişim noktalarını belirleyiniz. [AK] ve [AV]'nı kenarortay olarak belirleyiniz.	
- İlk olarak [AV] kenarortay olarak belirlenirse K noktası ve çemberi gizleyiniz. V merkezli C'den geçen çemberin TC doğrusunu kestiği diğer nokta B noktası olur ve ABC üçgeni inşa edilir. - ABC üçgenini A noktasından sürüklediğinizde v_a ile h_a arasında nasıl bir ilişki vardır? Bu ilişkiye dayalı ABC üçgeni hakkında ne söyleyebilirsiniz? - İkinci olarak [AK]'nın kenarortay olduğunu düşünelim. V noktası ve çemberi gizlenirse K merkezli C'den geçen çemberin TC doğrusunu kestiği diğer nokta B noktası olur ve gene ABC üçgeni inşa edilir. - Her iki durumda da ABC üçgenini A noktasından sürüklediğinizde v_a ile h_a arasındaki ilişkileri inceleyiniz ve $v_a < h_a$ durumunda üçgen çizilip çizilemeyeceğini tartışınız.	

Şekil 3.1. 5. oturum 1. problem için araştırmacı notları

İnşa sürecinde ise öğretmen adayları öncelikle açığı sürgüye bağlamışlar ve açığı taşımışlardır. Ardından yüksekliği bilindiği için açının taşınan kenarına dik çizerek yükseklik çizilmiştir. Böylece adaylar KAA inşasına uygun bir inşa gerçekleştirmişler, ardından kenarortay uzunluğunu taşıyarak inşayı tamamlamışlardır. Sürükleyerek inşanın bozulmadığını da belirtmişlerdir. Tartışma sürecinde inşanın yükseklik ve kenarortay uzunlukları arasındaki ilişkiye nasıl bağlı olduğu da incelenmiştir. Şekil 3.1’de yer verilen sorular ile gerçekleştirilen sınıf içi tartışma süreci aşağıda sunulmuştur:

A: Her iki durumda da ABC üçgenini A noktasından sürüklediğinizde v_a ile h_a arasındaki ilişkileri inceleyiniz ve $v_a < h_a$ durumunda üçgen çizilip çizilemeyeceğini tartışınız.

Ö2: Kenarortay daha büyük olur.

A: Her zaman mı?

Ö3: İkizkenarda eşit olur.

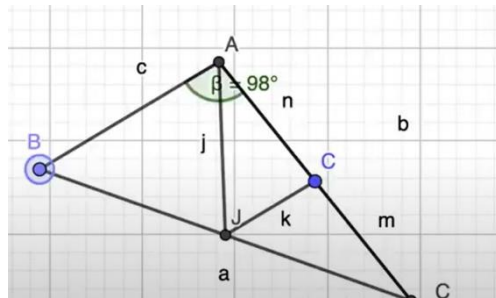
A: Sadece ikizkenar üçgende mi eşit olur?

Ö1: Eşkenarda da...

A: Yani sonuç olarak ne diyorsunuz?

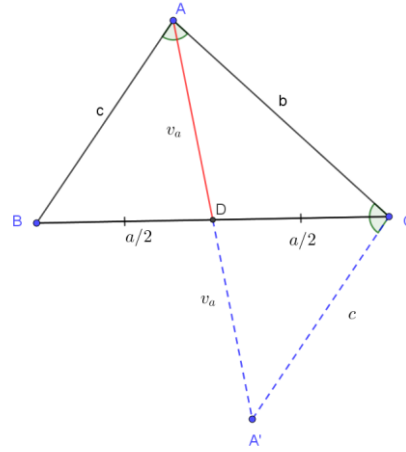
Ö1: Hocam her zaman yüksekliğin kenarortaya eşit veya ondan daha küçük olması gerekir.

Öğretmen adayları ile gerçekleştirilen son inşa ise “b, v_a ile A açısının ölçüsü bilinen bir ABC üçgeni nasıl inşa edilir?” problemidir. Öğretmen adaylarından sadece biri (Ö3) KKA üçgen inşasına uygun bir taslak çizim oluşturmuştur. Şekil 3.2’de sunulan bu taslakta öğretmen adayı b kenarı bilindiği için orta noktasını alarak AB kenarına bir paralel CJ kenarı oluşturmuş ve böylece ACJ açısının ölçüsünü belirleyerek AJC üçgeninin KKA ile inşa edilebileceğini düşünmüştür.



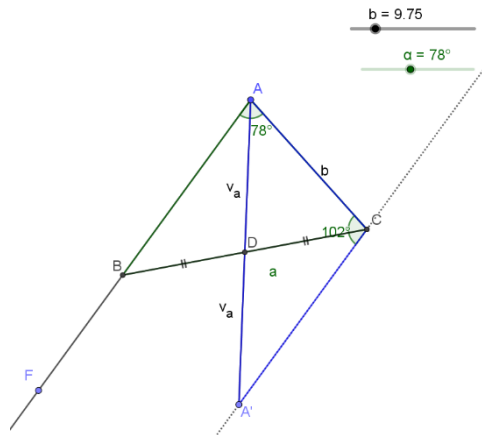
Şekil 3.2. Öğretmen adayının KKA taslağı

Araştırmacı ise farklı bir taslak çizerek aşamaları tek tek vermiştir. Araştırmacı üçgenin a kenarına ait kenarortay uzunluğu ve b kenar uzunluğu verildiğine göre önce bu kenarlar arasında bir ilişkilendirme yapmıştır. A noktasının kenarortay ayağına göre simetrisi (A') alınmış, A' noktası ile C köşesini birleştirilerek $[AB]//[A'C]$ elde edilmiştir. A açısının ölçüsü verildiğinden paralellikten dolayı BAC açısı ile ACA' açısı bütünler açılardır. Böylece $AA'C$ üçgeninin (KKA) inşasından başlanabileceği Şekil 3.3'te sunulmuştur.



Şekil 3.3. Araştırmacının taslak çizimi

Taslak çizimlerin ardından hem öğretmen adayının hem de araştırmacının taslaklarından inşa aşamasına geçilmiştir. Şekil 3.4'te araştırmacının sunduğu inşaya yer verilmiştir. Açı ve kenar uzunluğu sürgüye bağlanmış ve öncelikle b kenarı ve A açısı inşa edilmiştir. Ardından AB ışınına paralel doğru çizilerek kenarortay çizilmiş ve bu doğru ile kesiştirilmiştir. KKA ile $AA'C$ üçgeninin inşasından sonra ABC üçgeni inşa edilmiştir.



Şekil 3.4. Araştırmacının inşası

Tartışma sürecinde ise A açısı ile b kenar uzunluğu ve b kenarı ile kenarortay uzunluğunun iki katı arasındaki ilişki incelenmiştir. Sınıf tartışmasından bir kesit sunulmuştur:

A: *ABC üçgeninde b ile $2v_a$ arasında nasıl bir ilişki vardır?*

Sürgülerden ve A' noktasından sürükleyerek inceleyiniz.

Ö1: *Açı arttıkça (A açısı) küçülüyor (b uzunluğu).*

A: *Açı küçüldükçe de uzunluk artıyor değil mi?*

...

Ö3: *Hocam ilişki yok ya. Bakın, b değişmiyor $2v_a$ değişiyor.*

Ö1: *Acaba $2v_a$ hep b'den uzun mu olmak zorunda?*

A: *(Sürükleyerek) Hep değil ama, eşit de oluyor.*

Ö3: *Eşit olması için çakışması lazım. Aksi takdirde daha uzun.*

A: *Ee ilişki yok mu diyorsunuz yani?*

Ö3: *Evet hocam.*

3.3. Son Görüşmelerden Elde Edilen Bulgular

Son görüşme bulguları öğretmen adayı bazında ele alınmış olup süreç, tüm öğretmen adaylarında aynı şekilde işlediğinden verilerin ortak temalar altında birleştirilmesi uygun görülmüştür. Ortak temalar ön görüşmelerde olduğu gibi İnceleme, Odak sorular ve İnşa olarak belirlenmiştir.

3.3.1. Ö1'in Görüşmesine Ait Bulgular

Öğretmen adayı Ö1'e ait son görüşme sorularının analizi Tablo 3.10'da sunulmuştur.

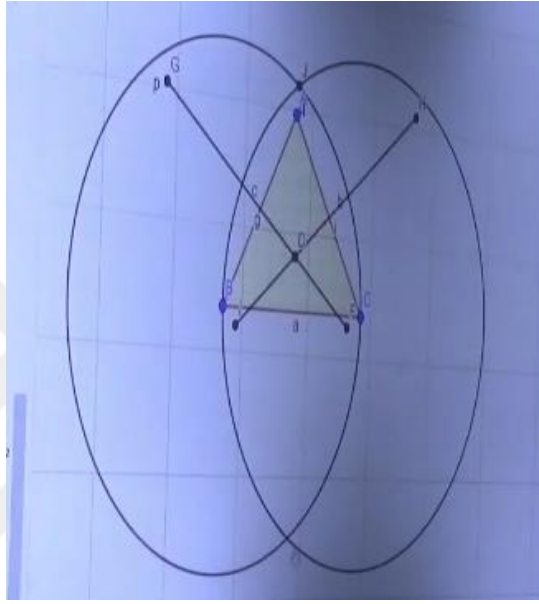
Tablo 3.10. *Öl'e ait son görüşme analizi*

Ö1	İNCELEME	ODAK SORULAR	İNŞA
1	• Çevrel çemberi tanımlama • Çevrel çemberin merkez noktasını bulma	• Kenar-orta dikmelerin kesişim noktasını merkez kabul etme • Çevrel çemberin merkezini belirleme • Üçgen çeşitlerine göre merkez noktanın konumunu belirleme	+
2	• Açıları sürgüye bağlama • Çevre uzunluğunu taban uzunluğu kabul eden bir üçgenden yararlanma • İlk üçgen içerisinde ikizkenar üçgen elde etme	SÜRÜKLEME • İkizkenar üçgenlerdeki iki eş iç açının toplamının bir dış açıya eşit olma koşulunu kullanarak AKA kuralına dayalı inşa yapma	+
3	• Önceki (2.) soru ile bağlantı kurma • Diklik merkezinin özellikleri • Açılara göre üçgenler ve eşkenar-ikizkenar üçgende diklik merkezinin konumunu belirleme	• Görsel üzerinden yorumlama	+
4	• Pisagor Teoremi ile bağlantı kurma • Eşitsizliğin bir tarafını yazamama	• Kosinüs Teoremi'nin özel bir durumu olduğu için Pisagor Teoremi'nden faydalandığını ifade etme	+

Çevrel çember inşası gerektiren 1. soruda çevrel çemberi “üçgenin köşelerinden geçen ve üçgeni içine alan çember” şeklinde tanımlayan öğretmen adayı, “Üçgenin kenarlarından geçen orta noktaların kesişim noktası, çevrel çemberin merkezi olacak şekilde inşa edeceğim” diyerek inşa aşamasına geçmiştir. Öl'in stratejisini açıklarken kullanmış olduğu orta nokta ifadesi ilk bakışta eksik gibi görünse de araştırma kapsamında öğrenciler ile gerçekleştirilen öğretimlerde orta nokta ve kenar-orta dikme inşalarının aynı şekilde yapıldığı vurgulandığından, öğretmen adayının kenar-orta dikmeyi kastettiği düşünülmektedir. Öl, kenarlara ait kenar-orta dikmeleri inşa ederken öğretimlerde gösterildiği ve araştırmacının inşa sürecinde yaptığı gibi doğru parçasının yarısından uzun olacak şekilde yarıçap belirlemek yerine, doğru parçasının kendisini yarıçap olarak kabul etmiştir. Bu inşa yöntemini sınıf içi tartışmalar sırasında, gerçekleştirdiği inşası ekrana yansıtılan Ö3'ün izlediği; Öl'in de ondan esinlendiğini ifade etmek doğru olacaktır. Tüm

kenarların kenar-orta dikmelerinin çizilmesinin ardından kesişim noktalarını belirleyen öğretmen adayı, ön görüşme ve öğretimlerde çevrel çemberi sıklıkla incelemiş olduğundan bu kesişim noktasının neden çevrel çemberin merkezi olduğunu gerekçelendirebildiği görülmüştür.

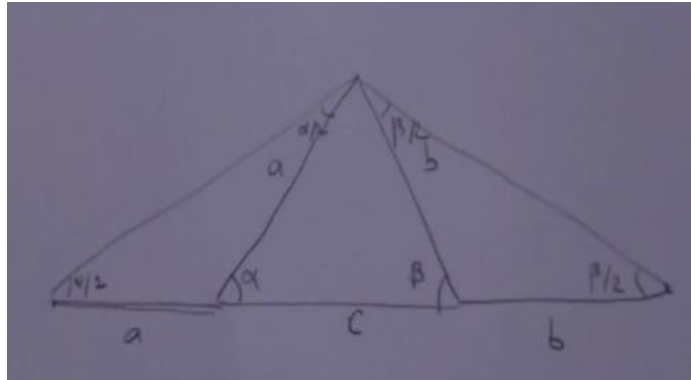
Açılarına göre üçgen çeşitlerinin her biri için oluşturulabilecek çevrel çemberlerin merkezlerinin konumuna ilişkin yorumda bulunurken gerçekleştirmiş olduğu inşa üzerinde (Görsel 3.20) değişiklik yapmayı ve bunu aşağıdaki şekilde yorumlamayı tercih etmiştir:



Görsel 3.20. ÖI'in çevrel çember inşası

“Üçgen dar açılı bir üçgen olduğunda merkez, üçgenin içinde kalıyor. Geniş açılı olduğunda dışında kalıyor, dik açılı olduğunda da hipotenüsün üstünde kalıyor.”

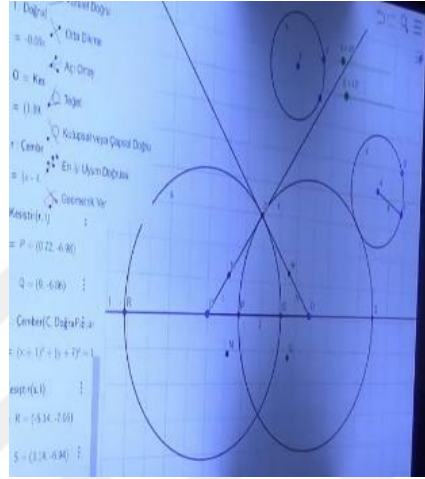
İkinci soru olarak sorulan çevresinin uzunluğu ve taban açılarının ölçüsü verilen bir üçgenin inşasının istendiği problemde öğretmen adayı, soruyu çözmeye verilenlerin



Görsel 3.21. ÖI'in son görüşmedeki taslak çizimi

incelenip çözüm sonucunda elde edilecek görüntünün taslağının çizilmesi gerektiğine vurgu yaparak başlamıştır. Kısa sürede başarılı bir taslak (Görsel 3.21) oluşturan Ö1, inşasına iki açı sürgüsü ve bu sürgülere bağlı iki açı oluşturarak başlamıştır.

Hemen ardından düzlemde bir doğru çizerek daha önce oluşturmuş olduğu iki açıyı, bir üçgen meydana getirecek şekilde doğru üzerindeki iki noktaya kopyalamıştır. Açıların doğru üzerinde olmayan kollarını kesiştirmiş ve bir üçgen oluşturmuştur. Görsel 3.22’de öğretmen adayının inşası ve akabinde konuşmadan bir kesite yer verilmiştir:



Görsel 3.22. Ö1'in son görüşme 2. sorudaki inşası

A: Bu inşaya nasıl ulaştın?

Ö1: Hocam burası c kenarı (ortadaki üçgenin tabanı). Önce çevresini bildiğim için çevresinin toplamı olan bir doğru parçası çizdim, sonra rastgele c kenarı oluşturdum. Sonra açıları bildiğim için bu c kenarının köşelerine taşıdım - sürgüye bağlı iki açı oluşturmıştu-. Sonra bu üçgende (ortadaki) a ve b kenarını çemberlerle taşıdım. Burası (ikizkenar üçgenlerin taban açıları) açılarının yarısı olmuş oluyor. Yani bu açılar (ortadaki üçgenin taban açıları) biliyorum.

Yukarıdaki diyalogda da görüldüğü üzere Ö1 inşasını gerçekleştirirken istenen üçgenin taban açıları verildiği için bitişğinde ikizkenar üçgenler oluşturabileceğini düşünmüştür. Böylelikle öncelikle taban uzunluğu çevre uzunluğuna eşit olan en dıştaki üçgeni inşa etmiş, açılarını taşımış ve böylece AKA inşasına uygun bir inşa gerçekleştirmiştir. Ardından bu üçgen içinde ikizkenar üçgenler oluşturmuş, iki iç açının toplamı komşu

olmayan dış açıya eşit olduğundan içteki üçgeni inşa edebilmiştir ancak açılarının veya toplamalarının alabileceği değerlere ilişkin herhangi bir yorumda bulunmamıştır.

Herhangi bir üçgenin içerisindeki noktayı (diklik merkezi) soran 3. soruda Ö1, başlangıçta diklik merkezinin özelliklerine dair bir yorumda bulunamamıştır. Buna rağmen görseli dinamik geometri ortamında oluşturarak (dikmeler ve kesişimlerini alarak) sürükleme yolu ile diklik merkezinin konumunun üçgen çeşitlerine göre nerede bulunacağını doğru şekilde yorumlamıştır. Ö1'in bu konudaki yorumu şu şekildedir:

“Dik olsa hipotenüs üstünde olacak. Geniş açılı olduğunda üçgenin dış noktasında oluyor, dar açılı olduğunda içeride.”

Diklik merkezine ilişkin yorumlarından birisi de eşkenar üçgende ağırlık merkezi ile diklik merkezinin aynı olması iken, bir diğeri ikizkenar üçgende aynı olmamasıdır. Ö1 bunu şu şekilde açıklamaktadır:

“İkizkenarda kenarortayların kesişim noktası (ağırlık merkezi) içeride kalıyor fakat dik doğruların kesişim noktası köşede kalıyor.”

90° baz alınarak herhangi bir ABC üçgeni için yazılabilecek üçgen eşitsizliklerinin sorulduğu 4. Soruda Ö1, 90°'den yola çıkarak Pisagor Teoremi'ni yorumlamış ve teoremin Kosinüs Teoremi'nin özel bir durumu olduğundan söz etmiştir. Eşitsizlik oluştururken sürekli kenar uzunluklarının toplamaları üzerinden muhakeme yapan öğretmen adayı, araştırmacının “Peki toplamaları değil, farkları arasında bir bağıntı var mıdır?” sorusu ile fark durumlarını da göz önünde bulundurarak $c - b < a$ 'nın (a hipotenüs; b ve c dik kenarlar olmak üzere) tüm durumlarda geçerli olacağını, eşitsizliğin diğer tarafının ise

- $m(\hat{A}) > 90^\circ \Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$
- $m(\hat{A}) = 90^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$
- $m(\hat{A}) < 90^\circ \Rightarrow a^2 < b^2 + c^2$

şeklinde değişiklik göstereceğini ifade etmiştir.

3.3.2. Ö2'nin Görüşmesine Ait Bulgular

Öğretmen adayı Ö2'ye ait son görüşme sorularının analizi Tablo 3.11'de sunulmuştur.

Tablo 3.11. *Ö2'ye ait son görüşme analizi*

Ö2	İNCELEME	ODAK SORULAR	İNŞA
1	• Çevrel çemberi tanımlama • İç teğet ve dış teğet çemberlerin merkezlerini deneme • Üçgen çeşitlerine göre çevrel çemberin merkezini yorumlama	SÜRÜKLEME	+
2	• Verilenler ve istenenlere uygun taslak geliştirememe ve inşa gerçekleştirememe • Aynı doğru üzerinde, birbirine bitişik farklı yarıçaplarda üç çember ile üçgen oluşturmaya çalışma	• İkizkenar üçgen inşası ile açıları bilinebilir kılma fikri	-
3	• Ön bilgilerin hatırlanması • Eşkenar üçgende ağırlık merkezi ile diklik merkezinin aynı olduğunu keşfetme • İkizkenar üçgende de ağırlık merkezi ile diklik merkezinin aynı olduğunu ifade etme	• Görsel üzerinden yorumlama	+
4	• Pisagor Teoremi ile ilişkilendirme • Tüm üçgenlerde üçgen eşitsizliğinin geçerliğini ifade etme	• Kenar uzunluklarının hem toplamını hem farkını düşünme	+

Çevrel çember inşasını gerektiren 1. soruda Ö2, çevrel çemberi tanımlamış ve merkez noktasının üçgenin ağırlık merkezi (kenarortaylarının kesişim noktası) olduğunu iddia ederek inşaya geçmiştir. İnşa aşamasında herhangi bir üçgen oluşturup köşelerinden geçen bir çember çizen öğretmen adayı, çemberin merkez noktasını bulmak için “merkez ve orta nokta” aracını kullanmış ve aynı noktalar olup olmadığına bakmak için ağırlık merkezinin yanı sıra iç teğet çemberin merkezi (açıortayların kesişim noktası) ve dış teğet çemberin merkezi gibi üçgenin çeşitli merkezlerini de denemiştir. Bunun üzerine öğretmen adayına çevrel çemberin merkezinin nasıl bulunacağı sorulduğunda “Aklıma gelmedi hocam” şeklinde yanıt vermiştir. Üçgene çizilebilecek yardımcı elemanların araştırmacı tarafından Ö2'ye hatırlatılması ile Ö2, çevrel çemberi inşa edebilmek için kenar-orta dikmelerin kesişim noktasını bularak çemberin merkez noktasına ulaşmıştır. Kenarlara ait kenar-orta dikmeleri bulurken Ö2'nin çemberlerin yarıçaplarını Ö1 ile benzer olarak doğru parçasının kendisi olacak şekilde belirlemesi araştırmacının dikkatini çeken noktalardan biri olmuştur. Ö2, tamamladığı inşasını sürüklemeye testine tabii tutarak geçerliliğini kanıtlamasının

ardından sorunun yorum kısmında inşayı sürükleyerek değişimleri incelemiş ve o doğrultuda şu cevabı vermiştir:

“Dik olduğu zaman AC (hipotenüs) üzerinde, geniş olduğu zaman üçgenin dışında, dar olduğu zaman üçgenin içinde...”

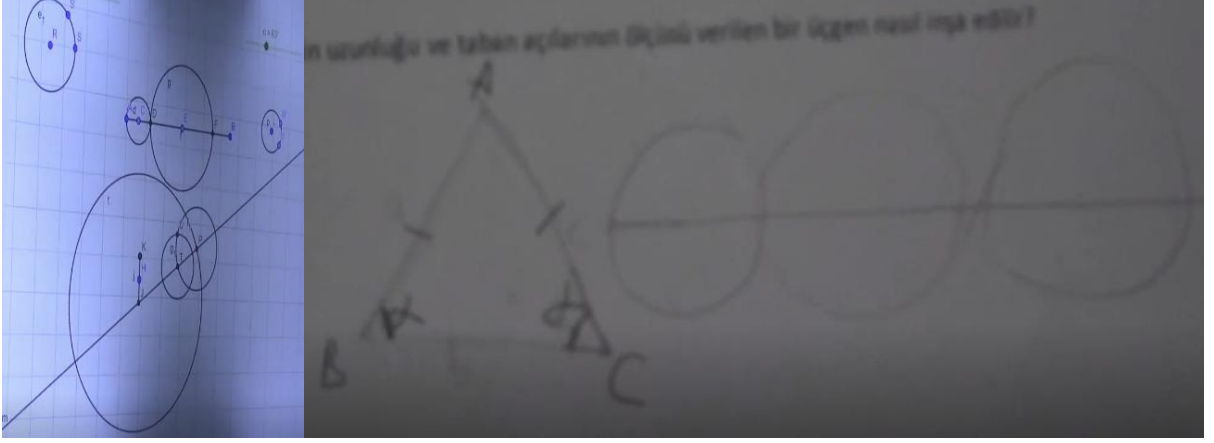
Çevresinin uzunluğu ve taban açılarının ölçüsü verilen bir üçgenin inşasını gerektiren 2. soruda öğretmen adayı verilenleri analiz edip birkaç taslak girişiminde bulunsa da inşa problemlerinin başlangıç adımı olan Analiz aşamasında başarıya ulaşamamıştır. İnşa sürecine bir taslakla başlanması büyük önem arz etmektedir, çünkü inşa aşamasında problem çözücüye rehber olmaktadır. Elinde geçerli bir taslağı olmayan Ö2, bu sebeple inşa aşamasında da güçlük yaşamış; AKA inşası gerçekleştireceğinin farkında olması ve açıların bilinirliğini sağlamak adına ikizkenar üçgenler oluşturması gerektiğini ifade etmesine rağmen inşa denemeleri başarısız olarak sonuçlanmıştır. İnşa adımı Ö2, ilk olarak $a + b + c$ uzunluğunda bir doğru parçası çizmiş ve bunun üzerinde birbirine bitişik üç çember çizerek istenen üçgeni oluşturabileceğini düşünmüştür. Ardından bir doğru çizip sürgüye bağlı tanımladığı bir açıyı ve daha önce oluşturduğu çemberleri kopyalayarak kenarları belirlemeye çalıştığı görülmüştür. Ancak bu süreçte öğretmen adayının net bir stratejisi olmaması ve açı kopyalama gibi temel bir inşada bile güçlük yaşaması inşayı gerçekleştirmesine engel olmuştur. Ö2'nin oluşturduğu açının açıklığını kopyalayan çemberin doğru parçası ile kesişeceği noktayı belirlerken zorlanması, öğretim sürecinin başında da aynı zorluğu yaşamış olup sonrasında başarı ile gerçekleştirmesi sebebi ile öğretim sürecinde inşa adımlarını ezberleyip, son görüşmeye kadar unuttuğu şeklinde yorumlanabilir. Aşağıda Ö2'nin taslak çizimi ve inşa denemeleri (Görsel 3.23) ile görüşmeden bir kesit paylaşılmıştır:

A: (İnşa üzerine denemeler yaparken) *Açıların bilinirliğini nasıl kanıtlayacağız peki?*

Ö1: *İkizkenar üçgenlerden...*

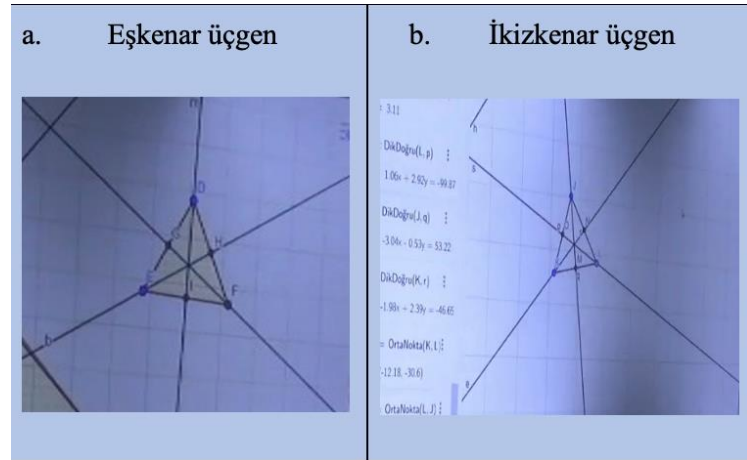
A: *Nasıl emin oluyoruz ikizkenar üçgen kullanarak?*

Ö1: İç açılarından...



Görsel 3.23. Ö2'nin son görüşmedeki inşâ çalışmaları

3. soruya “Hepsinin toplamı mıydı, çarpımı mıydı bir şeyi veriyordu sanırım” şeklinde ezber bilgilerinden faydalananak yanıt vererek başlayan Ö2, çözüme kâğıt üzerinde gördüğü görseli DGY’de oluşturarak devam etmiştir. DGY üzerinde yapıyı dilediği şekilde sürükleyerek diklik merkezi olan D noktasının konumunu açılarına göre üçgenler bakımından başarılı bir şekilde yorumlamıştır. Eşkenar üçgen için yorumda bulunurken eşkenar üçgen oluşturup ağırlık merkezi ile diklik merkezinin aynı olduğunu söylemiş ve DGY’de oluşturduğu dar açılı ikizkenar üçgenin (Görsel 3.24) de sağladığını görünce geniş açılı olma durumunu düşünmeksizin bu bilgiyi ikizkenar üçgene de genellemiştir. Öğretmen adayı, bunu sözel olarak gerekçelendirirken “eşkenar üçgenin de bir ikizkenar üçgen olması” sebebi ile eşkenar üçgen sağlıyorsa, ikizkenar üçgenin de sağlaması gerektiğini ifade eden sözler sarf etmiştir.



Görsel 3.24. Ö2'nin son görüşmedeki hatalı genellemesi

Üçgen eşitsizliğinin yorumuna yönelik 4. soruda Ö2, 90° olması durumunda $a^2 = b^2 + c^2$ olacağını; açı daha küçük olursa a^2 'nin de küçük olması gerektiğini ifade etmiştir. a açısından yorumladığında ise $c - b < a < b + c$ olması gerektiğini vurgulamıştır. Ö2 ile araştırmacı arasında şu diyalog geçmiştir:

A: *Tamam, bunu üçgen eşitsizliği ile nasıl ilişkilendirebilirsin? Mesela a cinsinden düşünelim.*

Ö2: $a^2 = b^2 + c^2$ olur. 90° den büyükse, ondan büyük olmak zorunda.

A: *a 'nın küçük olduğu bir durum da olabilir mi acaba?*

Ö2: *Bence olmaz hocam. Olur mu?*

A: *Üçgen eşitsizliğini düşün.*

Ö2: *Geniş açılı da olsa, dar açılı da olsa, dik de olsa her halükârda toplamlarından küçük olacak (a). Eşit olamaz ya da büyük olamaz çünkü.*

Farklarından da büyük olmak zorunda. Geniş, dar fark etmiyor ($c - b < a < b + c$).

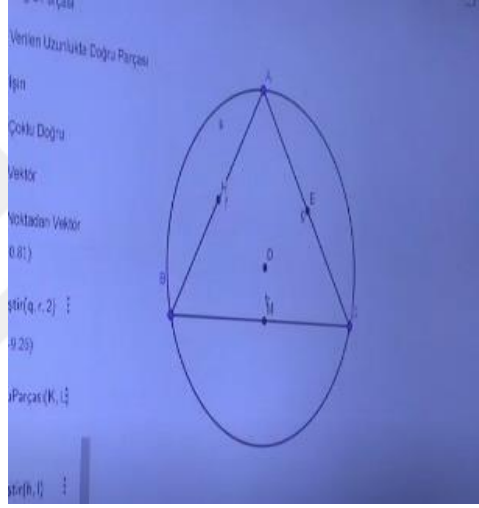
3.3.3. Ö3'ün Görüşmesine Ait Bulgular

Öğretmen adayı Ö3'e ait son görüşme sorularının analizi Tablo 3.12'de sunulmuştur.

Tablo 3.12. Ö3'e ait son görüşme analizi

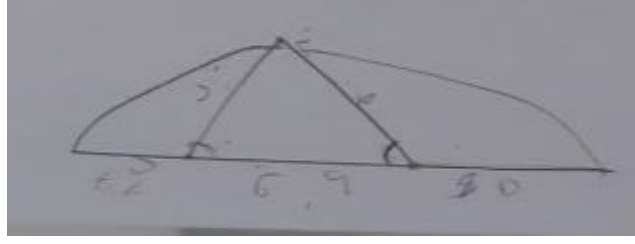
Ö3	İNCELEME	ODAK SORULAR	İNŞA
1	- Çevrel çemberi tanımlama - Sürüklenme özelliği ile merkeze ilişkin yorumda bulunma	- Üçgenin ortasında bir nokta olacak. Bu nokta tüm köşelere eşit uzaklıkta olmalı. Peki bunu nasıl yapabiliriz?" - Diğer üçgen merkezlerinin nasıl bulunduğu ve üçgene neler çizilebileceğini düşünerek ilerleme	+
2	İnşa problemi çözüm aşamalarını takip etme	İkizkenar üçgen inşası ile açıları bilinebilir kılma	+
3	Eşkenar üçgende ağırlık merkezi, iç teğet çemberin merkezi ve diklik merkezinin aynı olduğunu ifade etme	Görsel üzerinden yorumlama	+
4	Pisagor Teoremi'nden faydalanma	Kenar uzunluklarının toplamı üzerinden düşünme/ farklarını düşünmeme	+

Çevrel çember inşası beklenen soruya Ö3 çevrel çemberin tanımını yapıp üçgenin ortasında, tüm köşelere eşit uzaklıkta bir nokta belirlemesi gerektiğini söyleyerek inşaya geçmiştir. İlk aşamada çevrel çemberin merkezinin açıortayların kesişim noktası olduğunu düşünen Ö3, onun iç teğet çemberin merkezi olduğunu hatırladıktan sonra üçgendeki diğer merkezlerin nasıl elde edildiğini ve üçgene neler çizilebileceğini de göz önünde bulundurarak çevrel çemberin merkezini nasıl bulacağını düşünmeye devam etmiştir. En sonunda kenar-orta dikmelerin inşası ve kesiştirilmesi ile çevrel çemberin merkezine ulaşmış ve üçgeni sürükleyerek tüm durumları gözlemlemiştir. Gözlemleri sonucunda çevrel çember merkezinin geniş açılı üçgende üçgenin dışında, dik üçgende hipotenüs üzerinde ve dar açılı üçgende üçgenin iç bölgesinde olduğunu ifade etmiştir. Görsel 3.25'te inşası sunulmuştur.

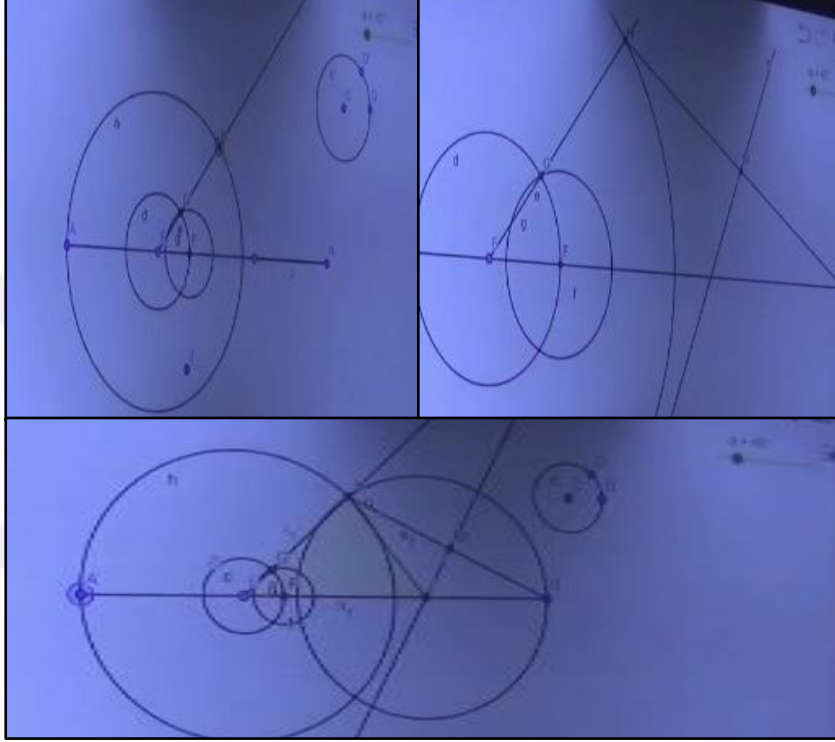


Görsel 3.25. Ö3'ün son görüşmedeki çevrel çember inşası

Çevresinin uzunluğu ve taban açıların ölçüsü bilinen bir üçgenin nasıl inşa edilebileceğinin sorulduğu soruda Ö3 verilenleri dikkatle incelemiş ve taslak çizmek istemiştir. Başarılı bir taslak çizen öğretmen adayı açıların bilinirliğinin sağlanabilmesi adına ikizkenar üçgen oluşturup bu üçgenin taban açılarının toplamından faydalanması ve benzer şekilde bu üçgenlerin eş kenarlarının uzunluklarını çevre uzunluğu ile ilişkilendirmesi gerektiğini fark etmiş ve Ö1'den farklı ancak başarılı bir inşa gerçekleştirmiştir. Aşağıdaki görsellerde (3.26 ve 3.27) öğretmen adayının sırasıyla taslak çizimi ve inşa adımları verilmiştir.



Görsel 3.26. Ö3'ün son görüşmedeki taslak çizimi



Görsel 3.27. Ö3'ün üçgen inşası

Bu taslağın ardından öğretmen adayı, $a + b + c$ uzunluğunda bir kenar uzunluğu oluşturup sürgüye bağladığı açığı taşımış ve bitişiğine a uzunluğundaki doğru parçasını kopyalamıştır. İstenen üçgenin oluşması için c kenarını da kopyalaması gereken Ö3, ikizkenar üçgen oluşturacağı diğer çemberin merkezini bulabilmek için HB doğru parçası çizip bu doğru parçasına ait kenar-orta dikmeyi inşa etmiştir. Kenar-orta dikmenin FB doğru parçasını kestiği noktayı merkez kabul ederek bir çember oluşturmuş ve böylelikle başta oluşturduğu b ve c kenarlarından farklı kenarlar oluşturarak inşasını tamamlamıştır.

Ö3, 3. soruya D noktası için hiç düşünmeden diklik merkezi diyerek başlamıştır. Araştırmacının “Farklı üçgen çeşitlerinde bu nokta için ne söyleyebilirsin?” şeklindeki sorusuna yine düşünmeden “Geniş açılıken dışarıda oluyor. Sanırım dikken hipotenüsteydi, darda içindeydi.” cevabını vermiştir. Ö3’ün bu cevabından da anlaşıldığı üzere bilginin doğruluğundan emin olmadığında dahi soruyu cevaplarken önceki bilgilerine başvurmaktadır. Bunun üzerine araştırmacı öğretmen adayından diklik durumunu tekrar düşünmesini istemiş ve öğretmen adayı DGY’de bir dik üçgen oluşturup diklik merkezini bularak dik üçgende diklik merkezinin dik köşede olduğunu ifade etmiştir. Aşağıda Görsel 3.28’de çalışması verilmiştir.



Görsel 3.28. Ö3'ün diklik merkezi incelemesi

D noktasını ikizkenar üçgen ve eşkenar üçgen için yorumladığında ise ikizkenar üçgenin geniş açılı olması durumunda üçgenin dış bölgesinde olacağını; eşkenar üçgende diğer öğretmen adaylarından farklı olarak çevrel çemberin merkezi, iç teğet çemberin merkezi ve ağırlık merkezi ile aynı nokta olduğunu vurgulamıştır.

Bu kez üçgen eşitsizliğini yorumlaması beklenen Ö3, 90° 'yi doğrudan Pisagor Teoremi ile bağdaştırmış ve “ 90° olduğu durumda $a^2 = b^2 + c^2$, geniş açılı olsaydı $a^2 > b^2 + c^2$ olurdu ve dar olduğu zamanda da $a^2 < b^2 + c^2$ olurdu.” yorumunda bulunmuştur. Araştırmacı üçgen eşitsizliği ile ilişkilendirmesini istediğinde o da diğer öğretmen adaylarında olduğu gibi ilk olarak toplamsal düşünmüş ($m(\hat{A}) > 90^\circ \Rightarrow b + c > a > b^2 + c^2$ gibi...), fark durumunu göz önünde bulundurmamıştır.

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Bu bölümde, öğretmen adaylarının “Öğretim deneyi öncesi var olan inşalar ile ilişkili kavramsal bilgileri nasıldır?”, “Öğretim deneyi süresince dinamik geometri ortamında sunulan inşa problemlerini çözme süreçleri nasıldır?” ve “Öğretim deneyi sonrası inşalar ile ilişkili kavramsal bilgileri nasıl değişmiştir?” sorularına cevap arayan bu araştırmanın gerçekleştirilmesi sürecinde elde edilen sonuçlar sunulmuş, araştırma sonuçları ile literatürdeki diğer araştırmalar tartışılmış ve önerilere yer verilmiştir.

4.1. Sonuç

DGY kullanımına dayalı bir geometri öğretiminin matematik öğretmen adaylarının inşa ile ilgili geometrik kavramlara ilişkin gelişimlerini incelemeyi amaçlayan bu araştırmadan öğretmen adaylarının ön bilgilerine, öğretim sürecindeki gelişimlerine ve son görüşmelerde gösterdikleri değişimlere ilişkin önemli sonuçlar elde edilmiştir.

❖ Öğretimler öncesi görüşmede,

- Öğretmen adaylarının üçgenin iç teğet ve dış teğet çemberlerinin inşalarını gerçekleştirmek için gerekli geometrik kavramlara dair bilgileri sınırlıdır. Özellikle üçgende kenarortayların, açıortayların ve yüksekliklerin kesişim noktalarının hangi inşalarda kullanılabileceğine ilişkin bilgilerinde eksiklikler bulunmaktadır.
- Adayların temel inşalara ilişkin tekniklerde ve adımları takip etmede, yaptıkları eylemlere ilişkin gerekçelendirmede eksiklikleri bulunmaktadır.
- Adaylar inşa problemlerinin çözümünde bilinçli stratejiler geliştirememişlerdir. İlk adım olarak ön bilgilere başvurmuş, sonrasında ise DGY’de deneme-yanılma yolunu izlemişlerdir.

Tüm bu veriler ışığında alan bilgisi eksikleri olduğu ve bu eksikliklerin inşa çalışmalarındaki ilerlemelerini etkilediği sonucuna ulaşılmıştır.

❖ Öğretimler sırasında,

- Öğretmen adaylarının inşa çalışmalarına yönelik tutum ve motivasyonlarında artış gözlemlenmiştir.
- Dinamik geometri yazılımlarındaki menü araçlarını, sürgü ve sürüklemeye kullanımları gelişmiştir.
- Analiz aşamasında problemde verilen bilgi ile oluşacak nihai inşa arasında daha hızlı bağlantı kurdukları ve geçerli taslaklar oluşturdukları, inşa aşamasında yapıyı

inşa ederken daha bilinçli stratejiler izledikleri ve kanıt ve tartışma aşamalarında daha ilişkili düşünmeye başladıkları, neden-sonuç ilişkisi kurabildikleri ve kendi argümantasyon süreçlerini yürüttükleri görülmüştür.

- Adaylar dinamik geometri yazılımları ile gerçekleştirdikleri geometrik inşalar ve inşa problemleri için sağlam gerekçeler sunmanın gerekliliğini fark etmiş, hatalı varsayımların ve tekniklerin geometrik inşalardaki etkisini gözlemlemiş ve alternatif inşa yöntemlerini deneyimlemişlerdir.

❖ **Öğretim sonrası görüşmede,**

- Öğretmen adaylarının inşa problemlerini çözmek için görselleştirme/modellemeden faydalandıkları görülmüştür.
- Problemleri çözerken sıklıkla geometrik yapılar arasında kurdukları ilişkilerden bahsetmişler, doğru muhakemelerde bulunmuşlardır.
- Üçgenin merkezleri ve yardımcı elemanlarının inşası konusunda yeterli bilgi düzeyine ulaştıkları belirlenmiştir.
- Geometrik inşalar ve problemler, üçgenlerin elemanlarını, özelliklerini, merkezlerini ve yardımcı elemanları ile ilgili bilgileri öğrenmek için etkili bir araç olmuştur. Adaylar inşa adımlarını analiz edebilmiş, her bir aşamadaki süreci gerekçelendirmiş ve akıl yürüterek aralarında bağlantı kurabilmişlerdir.

4.2. Tartışma

Matematiğin önemli bir dalı olan geometride kavramlar, temel kavramlar üzerine inşa edilmektedir. Örneğin, üçgen tanımının kavranabilmesi için kapalılık, açı, kenar ve köşe kavramlarının bilinmesi gerekmektedir (Ulusoy, 2019). Kavramlar arasındaki bu ilişki ise ilişkişel anlama yaklaşımını akıllara getirmektedir. Çünkü bu yaklaşıma göre kavramlar, birbirleri ile birtakım ilişkiler kurularak yapılandırılmaktadır. O halde, geometri öğrenimi için ilişkişel anlamamanın gerekliliğinden bahsetmek mümkündür. Geometri; öğrencilerin görselleştirme, eleştirel düşünme, sezgi, tahmin, perspektif, problem çözme, tümdengelimli akıl yürütme ve kanıt gibi pek çok matematiksel beceriyi geliştirmesine yardımcı olmaktadır (Jones, 2002). Bu da geometrinin anlamlı öğreniminin önemini gözler önüne sermektedir. Geometrik düşünme üzerindeki etkileri göz önünde bulundurulduğunda, geometrik inşalar ve DGY'nin öğrenme-öğretme sürecine dahil edilmesi ile ilişkişel anlamamanın destekleneceği ve anlamlı öğrenmenin gerçekleşeceği pek çok araştırmacı tarafından ortaya konulmuş bir

gerçektir (Karakuş, 2014; Uygun, 2016). Fakat buna rağmen ilgili araştırmaların sonuçlarına bakıldığında öğretmen ve öğretmen adaylarının geometrik inşalarda istenilen performansı göstermediği görülmektedir. Oysa öğretmenlerin kavramları derslerinde ele alış biçimleri, öğrencilerin kavrayışlarını şekillendirmektedir. Bu bakımdan öğretmen adaylarının geometri öğrenme süreçlerinde geometrik inşa etkinliklerine yer verilmesi önem taşımaktadır.

Ön görüşme bulguları incelendiğinde öğretmen adaylarının tümü dış teğet çember inşası gerçekleştirmeleri gereken 1. soruda ilk olarak çevrel çember ve hemen ardından üçgenin kenarı üzerindeki rastgele bir noktadan geçen dış teğet çember çizmeye çalışmışlardır. Bunlara ek olarak, adaylar dış teğet çemberin merkezini deneme-yanılma yolu ile bulmuşlardır. Dinamik geometri yazılımında üçgenin iç açıortaylarının kesişimi, kenarortaylarının kesişimi, yüksekliklerinin kesişimi gibi pek çok durumu incelemişler ve inşa sadece bu kesişim noktalarına bağlı olmadığı için kararsız kalmışlardır. Bu durum onların üçgende merkezlerle ilişkin alan bilgilerinin eksik olduğunun bir göstergesidir. 2. soruya gelindiğinde öğretmen adayları bir üçgenin iç teğet çemberinin inşasını gerçekleştirebilmek için 1. soruda yer alan yönergeleri (iç açıortayların kesişim noktası) referans almışlardır. Adaylarda dinamik geometri yazılımındaki inceleme sürecinin kolaylaştırıcı bir etkiye sahip olduğu; bunun yanı sıra iç teğet çemberin inşasında üçgenin kenarına teğet noktaların belirlenmesinde tek bir dikmeyi yeterli bulmayıp tüm dikmeleri çizdikleri gözlemlenmiştir. Bir inşa problemi olan 3. soruda, daha önce bu tip problemlerle karşılaşmamış olan öğretmen adaylarının inşa sürecinin başlarında eşit uzunlukta doğru parçaları oluşturma gibi temel bazı inşalarda güçlük yaşadığı görülmüştür. Hatta öğretmen adaylarından bir tanesi eşit uzunlukta doğru parçası oluşturmak için bir strateji geliştiremezken, diğer iki tanesinin DGY’de “yansıma” işlemi yaparak doğru parçalarını oluşturmaları fakat sürüklemeye testi uyguladıklarında geçersiz inşalara sebebiyet verdiğinden farklı strateji arayışına girmeleri dikkat çekmiştir. Bu noktada araştırmacı, öğretmen adaylarının tümüne bu işlem için çember aracını kullanabilecekleri yönünde yönlendirmede bulunmuştur. Ön görüşmenin son sorusu olan 4. soruya gelindiğinde ise öğretmen adaylarından biri yazılımda çeşitli çizimler yapıp bunlar üzerinden “*Hocam çünkü açı büyüdükçe karşısındaki kenar da büyüyor. 90°’de Pisagor’da biliyoruz ki; iki kenarın karelerinin toplamı a’nın karesine eşit. O zaman bu karşısındaki kenar küçülürse karelerinin toplamı da daha büyük olur.*” şeklinde ölçüme dayalı bir yorumda bulunmuş; diğer adaylar ise Kosinüs Teoremi ile bağlantı kurup devamını getirememişlerdir. Ön görüşmelerden elde

edilen tüm bu veriler genel olarak incelendiğinde, öğretmen adaylarının kendilerine yöneltilen problemlerin çözümünde ilk olarak ön bilgilerin hatırlanmasına yönelik bir yol izlediği görülmektedir. Ancak çözüm stratejilerinin sıklıkla dinamik geometri ortamında deneme-yanılma biçiminde olması, sorulara dair bilinçli stratejiler geliştiremedikleri (Karakuş, 2014), temel inşalardaki eksikliklerinin ilerlemelerini etkilediği ve dolayısıyla da alan bilgisi eksikleri olduğu (Erduran ve Yeşildere, 2010) şeklinde bir sonuç ortaya koymaktadır. Bu bulguların Bozkurt'un (2018) öğretmen adayları ile yaptığı çalışma ve Öçal ve Şimşek (2017) tarafından öğretmenlerle yapılan çalışmanın bulguları ile benzerlik gösterdiği görülmektedir.

GGB'da oluşturulan ve içerisinde o hafta gerçekleştirilecek inşa çalışmalarına dair soruların ve inşaların çalışılacağı “küçük uygulama (applet)”ların bulunduğu haftalık “ders”ler üzerinden bilgisayar laboratuvarında yürütülen ve beş haftalık bir süreci kapsayan öğretim bölümüne gelindiğinde temel Öklid inşalarından başlanıp hemen ardından temel üçgen inşalarına ve üçgen inşa problemlerine geçiş yapılmıştır. Tüm bu süreç boyunca gerçekleştirilen inşa çalışmalarının Smart'ın (1998) belirlemiş olduğu dört aşama (Analiz-İnşa-Kanıt-Tartışma) çerçevesinde yürütüldüğü ve inşaların eş çemberler, yarıçap, merkez, ikizkenar üçgen, eşkenar dörtgen, deltoid, kenarortay, açıortay, yükseklik, dikme, simetri doğrusu gibi geometrik kavramlarla ilişkisinin vurgulandığı görülmektedir. Özellikle eşkenar dörtgen ve deltoidin özelliklerine vurgu yapılması ikisinin de ikizkenar üçgenin özelliklerine dayanması bakımından önemli görülmektedir. Çünkü bu tür bir yaklaşımla öğrenciler, izlenen adımların altında yatan sebepleri ve kavramlar arasındaki ilişkileri görebilmektedir ki bu da ilişkisel anlamayı desteklemektedir (Lim-Teo, 1997).

Öğretimlerin ilk haftası, hatırlatma ve öğretmen adaylarını sürece hazırlama niteliğinde olduğundan daha çok öğretim yapılmış ve tartışmalar araştırmacı merkezli yürütülmüştür. Fakat ilerleyen haftalarda -bilhassa inşa problemlerine gelindiğinde- içerik daha çok sorgulama-araştırma odaklı olmuş ve tartışmalar öğretmen adayları üzerinden yürütülmüştür. Bu sebeple öğretim sürecinden elde edilen veriler, çoğunlukla bu haftalardan elde edilmiştir. Öğretmen adaylarının kendilerine verilen kod ile giriş yaptıkları ve araştırmacı tarafından dersteki tüm katılımcıların çalışmalarının gözlemlenebildiği bu GGB derslerinin her biri kayıt altına alınarak katılımcı çalışmalarının detaylı bir şekilde incelenebilmesine olanak sağlamıştır. GGB'da oluşturulan bu derslerin bir diğer artısı hiç şüphesiz araştırmacının gerekli gördüğü durumlarda kendi çalışmasına ek olarak katılımcı

alışmalarını da kolaylıkla akıllı tahtaya yansıtır tartışma ortamı oluşturabilmesi olmuştur. Bu sayede öğretmen adaylarının, geometrik yapılar arasındaki ilişkileri ve değişimleri daha net görmeye başladıkları, hatta değişen durumları daha iyi gözlemleyebilmek için sürgü kullarımlarını epey geliştirdikleri ve birbirlerinin inşaları ve yaptıkları hatalar üzerinde tartışma fırsatı bularak kendi inşa süreçlerinde yaptıkları hataları fark edip, bu hataları düzeltmek üzere farklı stratejilere yönelebildikleri görülmüştür. Bu bakımdan araştırmanın bulguları, Ulusoy'un (2019) gerçekleştirdiği çalışmada öğretmen adaylarının yanlış varsayımların inşalar üzerindeki etkisini ve alternatif inşa yöntemlerini fark ettiklerine ilişkin bulguları ve Pandiscio'nun (2002) gerçekleştirdiği çalışmada DGY ile inşa problemleri çözülmesinin teorem ve problemlerin içerdği fikirlerin anlaşılmasına yardımcı olduğu bulgusu ile paralellik göstermektedir.

Üçgen inşalarına yönelik gerçekleştirilen öğretimlerden elde edilen veriler incelendiğinde öğretmen adaylarının analiz aşamasında problemde verilen bilgiyi daha rahat analiz edebildiği, dolayısıyla da inşaya ilişkin taslak geliştirmede daha başarılı oldukları; inşa aşamasında bilinçli stratejiler izlemeye başladıkları ve kanıt ve tartışma aşamalarında ise eskiye nazaran daha ilişkisel düşündükleri ve grup içerisinde matematiksel tartışmalar yürüterek kendi argümanlarını sunabildikleri gözlemlenmiştir. Bu bulgunun, Lim-Teo'nun (1997) inşa çalışmalarının analiz, değerlendirme ve yaratma gibi üst düzey düşünme becerilerini geliştirdiği düşüncesine ek olarak Jones'un (2002) geometrinin eleştirel düşünme ve mantıksal tartışma becerilerini geliştirdiği yönündeki fikrini de destekler nitelikte olduğunu söylemek mümkündür. Böylelikle bu çalışmada gerçekleştirilen öğretimlerin NCTM'in (2000) geometri öğretim programlarının öğrencilere kazandırması gereken matematiksel becerilerden biri olarak değerlendirdiği "2 ve 3 boyutlu geometrik şekillerin özelliklerini analiz etme ve geometrik ilişkiler hakkında matematiksel tartışmalar geliştirme" konusunda başarılı olduğu; yani bu tür bir öğretimin programlara entegre edilmesinin başarılı sonuçlar ortaya koyacağı ifade edilebilir. Öte yandan öğretmen adaylarının üçgen inşalarının temel adımları sayabileceğimiz eş açısı, açığı sürgüye bağlama ve kenarları oluşturduktan sonra bu inşaya açığı nasıl entegre edeceklerini ön göremedikleri fark edilmiş, bu inşaların hemen ardından temel üçgen inşalarına giriş aktivitesi olan AKA inşasında da oldukça zorlandıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarının, benzer şekilde KKA ve AKK inşalarında da zorluk yaşayıp bu inşa çalışmalarında KAK inşasına yönelmeleri ve inşalarının gerçekleşmiş halini öngördükleri taslak çizimlerini

oluştururken iki kenar uzunluğunun toplamında herhangi bir sıkıntı yaşamazken farkı söz konusu olduğunda duraksamaları da dikkat çekmiştir. Bu minvalde öğretmen adaylarının aşına olmadıkları inşa çalışmaları ile karşılaştıklarında güçlük yaşadığı ve bu çalışmalar sırasında ön bilgilerinin yönlendirici etkisi olduğu söylenebilir. Nitekim Kondratieva (2013) da inşa çalışmalarının geometrinin teorik ve pratik yönleri arasında köprü görevi gördüğünü ifade etmiştir. Burada da inşa sürecinde pratikte zorlanan öğretmen adayları, teorik bilgilerine başvurmuştur.

Son görüşme bulguları incelendiğinde öğretmen adaylarının çevrel çember inşası gerçekleştirmeleri gereken 1. soruda hepsinin çevrel çemberin tanımını yapabildiği görülmüştür. Bu durum, öğretmen adaylarının üçgenlere ilişkin kavramsal bilgi düzeylerindeki gelişimin bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Bu sonuca paralel olarak Uygun'un (2016) çalışması da öğretmen adaylarının üçgenlerin tanımlarına ilişkin bilgilerinde gelişme olduğunu göstermektedir. Ancak bununla birlikte öğretmen adaylarından yalnızca bir tanesinin çevrel çemberin merkezini nasıl elde edebileceğini bildiği görülmüştür. Kalan iki öğretmen adayı ise çeşitli denemeler sonucunda kenar-orta dikmeler çizmeleri gerektiğini fark etmiş ve çemberin merkez noktasına ulaşarak inşalarını tamamlamıştır. Bu sorunun tartışma bölümünde öğretmen adaylarının hepsi inşa ettikleri yapıları sürüklemeye ile inceleyerek diklik merkezinin üçgen dik ise hipotenüs üzerinde, geniş açılı ise üçgenin dış bölgesinde ve dar açılı ise üçgenin iç bölgesinde olduğunu ifade etmiştir. Bir inşa problemi olan 2. sorunun çözümünde öğretmen adaylarının öğretim bölümünden aşına oldukları formatta ilerledikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarından ikisi aynı taslak çizime ilişkin farklı stratejiler izleyerek başarılı inşalar gerçekleştirirken, diğer öğretmen adayının başarısız taslak çizimi takip eden başarısız inşa girişimlerinin olması dikkat çekmiştir. Bu bulgu, Napitupulu'nun (2001) analiz aşamasında geçerli bir taslak çizim oluşturulmadığı takdirde problemde istenen üçgenin inşasının da başarısızlıkla sonuçlandığı ve bunun bir sonucu olarak kanıt ve tartışma aşamalarının da doğru ilerlemediği bulgusu ile benzerlik göstermektedir. Problemin çözümünde öğretmen adaylarının tümü, ikizkenar üçgenin eş iki açısının toplamı ile onlara komşu olmayan dış açı arasındaki bağlantıyı kurmuş ve yardımcı üçgenleri ikizkenar seçmiştir ancak hiçbir açının toplamalarının alabileceği değerler hakkında yorumda bulunmamıştır. Öğretmen adaylarının kendilerine özel olarak sorulmadığı sürece yapıyı bütün olarak değerlendirdiği ve nihai yapıyı oluşturan daha küçük yapıları veya özel durumları incelemedikleri ve yorum yapmaktan kaçındıkları

görülmüştür. Diklik merkezine ilişkin bir tartışma sorusu olan 3. soruda öğretmen adayları diklik merkezine ilişkin doğrudan bir yorumda bulunmamış ancak açılarına göre üçgenlerdeki konumunu yorumlayabilmek amacıyla DGY üzerinde çeşitli inşalar gerçekleştirmişlerdir. Kenarlarına göre üçgenlere gelindiğinde öğretmen adaylarından biri ikizkenar üçgenle sınırlı kalırken, diğer ikisinin eşkenar üçgende diklik merkezi için aynı yorumda bulunup ikizkenar üçgen için farklı yorumlarda bulunmaları dikkat çekmiştir. Bu durumun sebebi yanlış yorumda bulunan öğretmen adayının prototip bir ikizkenar üçgene odaklanması, üçgenin geniş açılı olma durumunu gözden kaçırmasıdır. Adayın eşkenar ve ikizkenar üçgen arasında kapsayıcılık ilişkisini hatalı kurduğu söylenebilir. Öğretmen adaylarının son görüşmenin son sorusu olan 4. soruya geldiklerinde cevaplarını ön bilgilerine dayandırdıkları için fazla irdeleme ihtiyacı duymadıkları, genel itibari ile kenarlar ile açı arasında bağlantı kurdukları ancak bu bağlantıyı genişletmedikleri görülmüştür. Son görüşmelerden elde edilen tüm bu veriler genel olarak incelendiğinde öğretmen adaylarının üçgenin merkezleri ve yardımcı elemanlarının inşası konusunda yeterli bilgi ve beceriye sahip olduğu görülmüştür. Genel itibariyle üçgen inşalarını herhangi bir problem yaşamadan gerçekleştiren öğretmen adaylarının yoruma dayalı sorularda ilk olarak ezber bilgilerine başvurmak yerine, DGY üzerinde sürüklenebilir yapılar inşa edip bunları inceleme yolu ile sorulara ilişkin çeşitli üçgenlerde diklik merkezinin özellikleri, çevrel çemberin merkezinin konumu ve açı-kenar ilişkileri gibi yorumlarda bulunmaları dikkat çekmiştir. Bu yorumlar sırasında, inşa ettikleri geometrik yapıları sıklıkla birbirleri ve/veya diğer geometrik yapılar ile de ilişkilendirmiş olmaları DGY ile öğretim sürecinin, geometrik inşaların doğasını yansıtmaya bakımından başarılı olduğunu göstermiştir.

Öğretimler öncesinde ve sonrasında gerçekleştirilen klinik görüşmelerden elde edilen veriler birlikte incelenip karşılaştırıldığında her iki görüşmede de öğretmen adaylarının bir soruyu çözmek için benzerlik gördükleri diğer bir soruyu referans alma eğilimi olduğu görülmüştür. Ön görüşmelerde yer alan soruların çözümünde öğretmen adayları ilk olarak ön bilgilerine başvurmuş olsa da son görüşmelerde daha çok yapıları inşa edip inceleyerek yanıt verdikleri görülmüştür ki bu NCTM'in (2000) bir öğretim programında öğrencilere kazandırılmasını beklediği becerilerden (problemleri çözmek için görselleştirme/modelleme kullanmak) birisidir. Dolayısıyla bu bulgunun, DGY'de sürükleme yoluyla inşa problemlerinin çözülmesinin geometrik düşünmede esneklik kazandırdığını ispatlar nitelikte bir bulgu olarak da değerlendirilebileceği düşünülmektedir. Ön görüşmeler ile son

görüşmeler arasındaki bu farkı etkileyen en önemli etkenin öğretim süreci sırasında gerçekleştirilen sınıf içi tartışmalar olduğu ifade edilebilir. Çünkü bu tartışmalar sırasında öğretmen adayları doğru ve yanlış pek çok inşaya ve inşaya dair fikre maruz kalmış ve kendilerinden bunlara yönelik fikir belirtmeleri istenmiştir. Bu süreçte karşılaşılan yanlış düşünceler birer öğrenme fırsatı olarak değerlendirilmiş ve araştırmacı tartışmalara bu minvalde yön vermiştir. Sır'ın (2022) araştırma sonuçlarına benzer şekilde bu çalışmada da araştırmacının tartışmalar sırasında öğretmen adaylarının muhakeme hataları üzerine yaptığı vurgu ve uyarıların, onların muhakeme becerileri üzerinde olumlu bir etkisi olduğu belirlenmiştir. Nitekim öğretim sürecinde daha aktif katılım gösteren Ö1 ve Ö3'ün muhakeme, inşa ve gerekçelendirme gibi becerilerinde meydana gelen gelişme süreç içerisinde ve son görüşmelerde görülebilen, aktif katılım göstermeyen Ö2'nin aynı düzeyde gelişim göstermediği aşıkardır.

Öğretim süreci sonunda Tortop ve Bahadır'ın (2023) da vurguladığı gibi bilişsel kazanımların yanı sıra duyuşsal kazanımlarda da artış görülmüştür. Öğretmen adaylarının özelde inşa problemlerine, genelde geometriye karşı tutum ve motivasyonları artmış olup her geçen oturumda daha aktif katılım gösterdikleri belirlenmiştir. Aynı zamanda, öğretmen adaylarının üçgenin yardımcı elemanlarının inşası ve kesişim noktalarına (üçgenin merkezleri) ilişkin bilgi düzeylerinde gözle görülür bir artış bulunması da temel inşalara ve üçgen inşalarına yönelik gerçekleştirilen bu tip bir öğretimin üçgen inşaları açısından önemli geometrik kavramların kazandırılmasında etkili bir araç olabileceğini göstermektedir. Bu sonuç, Uygun'un 2016 yılında gerçekleştirdiği çalışmada öğretmen adaylarının üçgene dair bilgileri ve kavramsal anlayışlarında gelişme olduğuna dair sonuç ve Kuzle'in 2013 yılında gerçekleştirdiği çalışmadan elde ettiği veriler ışığında ulaştığı öğretmen adaylarının geometrik bilgilerinin derinleşmesine ilişkin sonuç ile paralellik göstermektedir.

4.3. Öneriler

İnşa çalışmaları geometrik kavramlar arasındaki ilişkileri daha görünür hale getirerek öğrenenlerin kavramsal bilgilerinde ve geometrik düşünme düzeylerinde artışa sebep olmaktadır. DGY ise bu inşaların gerçekleştirilmesi, çeşitlendirilmesi ve yorumlanmasını kolaylaştırması sebebi ile özellikle geometrik inşalara yönelik aktivitelerde kullanılması önemli bulunan bir araç konumundadır. Elbette aracın amaca ulaşırma konusunda ne derece fayda sağladığı pek çok değişkene bağlıdır. Sınıf ortamında bunlardan en önemlisi

öğretmenlerdir. Öğretmenlerin konuları ele alış biçiminin öğrenci kavrayışını çok büyük ölçüde etkilediği bilinen bir gerçektir. Bu bakımdan, geleceğin öğretmenleri olan günümüz öğretmen adayları ile gerçekleştirdiğimiz bu çalışmanın alan yazına katkı sağlayacağı düşünülmekte olup aynıısı pratik için de temenni edilmektedir. Bu doğrultuda araştırmanın bu bölümünde araştırma sonuçlarına yönelik öneriler ve ileride yapılacak araştırmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

4.3.1. Araştırmanın Sonuçlarına Yönelik Öneriler

Araştırmadan elde edilen sonuçlar ışığında sınıflarda DGY aracılığıyla inşa çalışmalarına yer verilmesi önerilmektedir. Bunu gerçekleştirmek için şu önerilerde bulunulabilir:

1. Eğitim kurumlarında görev yapan matematik öğretmenlerine DGY ile ilgili hizmet içi eğitimler verilerek bu konudaki bilgi düzeyleri artırılabilir.
2. Matematik öğretmen adaylarının yetiştirilmesi sürecinde lisans programlarına DGY ve inşalara yönelik yeni dersler eklenebilir ve/veya güncel Geometri derslerinin içeriği bu yönde geliştirilebilir.
3. DGY ile inşa çalışmalarının sadece geometri özelinde değil, matematiksel pek çok beceri üzerinde olumlu etkisi bulunduğundan bu tür çalışmalar daha küçük yaş gruplarının geometri öğrenme süreçlerine entegre edilebilir. Bu doğrultuda öğretim programları güncellenebilir.
4. Üçgen inşalarına yönelik olarak gerçekleştirilecek öğretimlerde öğrencilerin bilişsel yüklerini azaltmak veya optimize etmek adına; önce temel Öklid inşaları, ardından KAK inşası başta olmak üzere diğer üçgen inşaları ve eşkenar üçgen ile veya dik üçgen ile ilgili problemlerden başlanarak diğer inşa problemlerine geçilecek şekilde bir sıra izlenebilir.
5. İnşa çalışmalarında eleştirel düşünmeyi, problem çözmeyi, geometrik kavramların derinlemesine anlaşılmasını, matematiksel titizliği ve aktif öğrenmeyi teşvik eden yapılandırılmış bir çerçeve sağlaması bakımından Smart'ın (1998) belirlemiş olduğu Analiz, İnşa, Kanıt ve Tartışma adımları takip edilebilir.
6. İnşalara ilişkin sınıf içinde gerçekleştirilecek tartışmalar öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal gelişimleri için ayrı önem taşımaktadır. Bu bağlamda, inşa çalışmaları planlanırken öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerini destekleyecek doğru

yönlendirici soruların belirlenmesi gerekmektedir. Bu noktada öğretmenlere rehberlik etmesi için DGY’de inşa problemleri ve çözümlerini içeren kaynaklar sağlanabilir.

4.3.2. İleride Yapılacak Araştırmalara Yönelik Öneriler

Çalışma, İlköğretim Matematik Öğretmenliği programında öğrenim gören öğretmen adayları ile sınırlıdır. Bu nedenle ileride benzer bir çalışma gerçekleştirmeyi düşünen araştırmacılara inşa problemlerini lise öğrencilerine tanıtmaları ve onların geometrik bilgilerinin gelişimlerini incelemeleri önerilmektedir.



KAYNAKÇA

- Arzarello, F., Bussi, M. G. B., Leung, A. Y. L., Mariotti, M. A. ve Stevenson, I. (2012). Experimental approaches to theoretical thinking: Artefacts and proofs. G. Hanna ve M. de Villiers (Editörler), *Proof and Proving in Mathematics Education: The 19th ICMI Study* içinde (s. 97-143). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2129-6_5
- Balcı Şeker, H. ve Erdoğan, A. (2017). Geogebra yazılımı ile geometri öğretiminin geometri ders başarısına ve geometri öz-yeterliliğine etkisi. *OPUS Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 7(12), 82-82. <https://doi.org/10.26466/opus.313072>
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi*. (8. baskı), Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Bozkurt, A. (2018). Examining the accuracy and justification of geometric constructions made by pre-service teachers with dynamic geometry software and the awareness they gained throughout the process. *International Journal of Research in Education and Science*, 304-313. <https://doi.org/10.21890/ijres.383197>
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2019). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri* (26. baskı). Ankara: Pegem Akademi.
- Cheung, L. H. (2011). Enhancing students' ability and interest in geometry learning through geometric constructions. Yüksek Lisans Tezi. Hong Kong: The University of Hong Kong.
- Demiray, E., Işıksal-Bostan, M. ve Saygı, E. (2023). Components of collective argumentation in geometric construction tasks. *Turkish Journal of Education*, 12(1), 50-71. <https://doi.org/10.19128/turje.1176981>
- De Villiers, M. (1996). *The future of secondary school geometry*. SOSI Geometry Imperfect Conference.

- Elstak, I. R. (2007). *College students' understanding of rational exponents: A teaching experiment*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Ohio: The Ohio State University.
http://rave.ohiolink.edu/etdc/view?acc_num=osu1186505864
- Erduran, A. ve Yeşildere, S. (2010). Geometrik yapıların inşasında pergel ve çizgecin kullanımı. *İlköğretim Online*, 9(1), 331-345.
- Guba, E. G. ve Lincoln, Y. S. (1985). *Naturalistic inquiry*. SAGE.
- Güven, B. ve Karataş, İ. (2003). Dinamik geometri yazılımı cabri ile geometri öğrenme: Öğrenci görüşleri. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 2(2). 123-125.
- Hazzan, O. ve Goldenberg, E. P. (1997). Students' understanding of the notion of function in dynamic geometry environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1(3), 263-291. <https://doi.org/10.1007/BF00182618>
- Hoyle, C. ve Jones, K. (1998). Proof in dynamic geometry contexts. C. Mammana and V. Villani (Editörler), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century* içinde (s. 121-128). Kluwer.
- İçel, R. (2011). *Bilgisayar destekli öğretimin matematik başarısına etkisi: GeoGebra örneği*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Konya: Selçuk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Johnston-Wilder, S. ve Mason, J. (2005). *Developing thinking in geometry*. SAGE.
- Jones, K. (2002). Issues in the teaching and learning of geometry. L. Haggarty (Ed.), *Aspects of Teaching Secondary Mathematics: Perspectives on Practice* içinde (s. 121-139). Routledge.
- Karakuş, F. (2014). Pre-service elementary mathematics teachers' views about geometric construction. *Kuramsal Eğitimbilim*, 7(4), 408-435. <https://doi.org/10.5578/keg.8091>

- Kondratieva, M. (2011). Basic geometric configurations and teaching Euclidean geometry. *Learning and Teaching Mathematics*, 2011(10), 37-43.
- Kondratieva, M. (2013). Geometrical constructions in dynamic and interactive mathematics learning environment. *Mevlana International Journal of Education*, 3(3), 50-63.
- Kuzle, A. (2013). Construction with various tools in two geometry courses in the United States and Germany. B. Ubuz, C. Haser and M. A. Mariotti (Editörler), *Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* içinde (s. 675-685). Ankara, Türkiye: Middle East Technical University and ERME.
- Laborde, C. ve Capponi, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 14(1.2), 165–210.
- Lim-Teo, S. K. (1997). Compass constructions: A vehicle for promoting relational understanding and higher order thinking skills. *The Mathematics Educator*, 2(2), 138-147.
- Martin, G. E. (1998). *Geometric constructions*. Springer.
- McMillan, J. H. (2021). *Educational research: Fundamental principles and methods*. Pearson.
- Miles, M. B., Huberman, A. M. ve Saldana, J. (2013). *Qualitative data analysis: a Methods sourcebook*. SAGE Publications.
- Napitupulu, B. (2001). *An exploration of students' understanding and van hiele levels of thinking on geometric constructions*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Canada: Simon Fraser University.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston.

- Öçal, M. F. ve Şimşek, M. (2017). Pergel-çizgeç ve Geogebra inşaları üzerine: Öğretmenlerin geometrik inşa süreçleri ve görüşleri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 37(1).
- Pandiscio, E. (2002). Exploring the link between preservice teachers' conception of proof and the use of dynamic geometry software. *School Science and Mathematics*, 102, 216-221. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2002.tb18144.x>
- Royal Society and Joint Mathematical Council. (2001). *Teaching and learning geometry 11-19: Report of a royal society/joint mathematical council working group*. Royal Society.
- Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Education for Information*, 22(2), 63-75. <https://doi.org/10.3233/EFI-2004-22201>
- Sır, A. (2022). *Dinamik geometri yazılımı ile zenginleştirilmiş ortamlarda öğretmen adaylarının muhakeme süreçleri üzerine bir öğretim deneyi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Bursa: Uludağ Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Smart, J. R. (1998). *Modern geometries* (5. baskı). Monterey, Calif. : Brooks/Cole Pub. Co.
- Sönmez, V. ve Alacapınar, F. G. (2021). *Bilimsel Araştırma Yöntemleri*. Anı Yayıncılık.
- Stylianides, G., & Stylianides, A. (2005). Validation of solutions of construction problems in dynamic geometry environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10. <https://doi.org/10.1007/s10758-004-6999-x>
- Steffe, L. P. ve Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. *Research Design in Mathematics and science Education*, 267-307.

- Tapan-Broutin, M. N. (2016). Çizim-geometrik şekil-geometrik nesne kavramları ışığında çizimlerin yorumlanmasını etkileyen faktörler. E. Bingölbalı, S. Arslan ve İ.Ö. Zembat (Editörler), *Matematik eğitiminde teoriler içinde* (307-323). Ankara: Pegem Akademi.
- Toluk, Z. (1999). *Children's conceptualizations of the quotient subconstruct of rational numbers*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Arizona: Arizona State University.
- Tortop, F. ve Bahadır, E. (2023). Geometrik çizim-inşa etkinliği ile 7. sınıf öğrencilerinin çokgenlere yönelik öğrenme becerileri ve geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi. *Türkiye Eğitim Dergisi*, 8(2), 189-210.
<https://doi.org/10.54979/turkegitimdergisi.1172595>
- Ulusoy, F. (2019). Matematik öğretmen adaylarının pergel-cetvel ve dinamik geometri yazılımı kullanarak yaptıkları geometrik inşalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*. 10(2), 336-372.
- Uygan, C. (2019). Öğrenci matematiğini araştırmada öğretim deneyi yöntemi: kuramsal temeller ve örnek bir uygulamadan yansımalar. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 7(2). <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.7c.2s.14m>
- Uygun, T. (2016). *Developing mathematical practices in a social context: A hypothetical learning trajectory to support preservice middle school mathematics teachers' learning of triangles*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Ankara: Sosyal Bilimler Enstitüsü. <https://open.metu.edu.tr/handle/11511/25417>
- Yavuzsoy Köse, N. ve Özdaş, A. (2009). İlköğretim 5. sınıf öğrencileri geometrik şekillerdeki simetri doğrularını Cabri geometri yazılımı yardımıyla nasıl belirliyorlar? *İlköğretim Online*, 8(1), 159-175.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2021). *Nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.

Yıldız, E. (2021). Dinamik geometri yazılımı: Geogebra. E. Yıldız ve İ. Arpacı (Editörler),
Matematik eğitiminde yenilikçi teknolojiler içinde (s. 203-220). Nobel Akademik
Yayınclık.



i. ÖN GÖRÜŞME SORULARI

Aşağıdaki soruları cevaplayıp her bir cevabınızı açıklayınız.

1. Herhangi bir üçgene ait dış teğet çember nasıl inşa edilir?
 - a. Bir üçgene ait farklı dış teğet çemberler inşa edilebilir mi? Evet ise, kaç tane edilebilir?

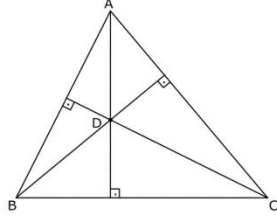
2. Herhangi bir üçgene ait iç teğet çember nasıl inşa edilir?

EK-1. Ön Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

3. $m(\hat{A}) = 90^\circ$ olan ve $a+b$ kenar uzunluğu ile C açısının ölçüsü bilinen bir üçgen nasıl inşa edilir?
4. A açısının ölçüsünün 90° den büyük, 90° ve 90° den küçük olduğu durumlarda ABC üçgeninde Pisagor Teoremi için ne söylenebilir?

EK-2. Son Klinik Görüşme Soruları (Devamı)

3. Aşağıdaki üçgenin iç bölgesinde bulunan D noktası için neler söylenebilir?



4. A açısının ölçüsünün 90° den büyük, 90° ve 90° den küçük olduğu durumlarda ABC üçgeninde üçgen eşitsizlikleri için ne söylenebilir?

EK-3. Etik Kurul Onay Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 03.05.2023

Protokol No: 522381

Tarih: 30.05.2023



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tez Çalışması	
KONU:	Eğitim Bilimleri	
BAŞLIK:	İnşa Problemleri Aracılığıyla Matematik Öğretmen Adaylarının Geometrik Kavramlarının Gelişiminin İncelenmesi	
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Nilüfer KÖSE	
TEZ YAZARI:	Özbuğ İlayda ÖZTÜRK	
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-	
KARAR:	Olumlu	

EK-4. Araştırma Gönüllü Katılım Formu

ARAŞTIRMA GÖNÜLLÜ KATILIM FORMU

Bu çalışma, İnşa Problemleri Aracılığıyla Matematik Öğretmen Adaylarının Geometrik Kavramlarının Gelişiminin İncelenmesi başlıklı bir araştırma çalışması olup verilen inşa problemlerinin çözümünde Dinamik Geometri Yazılımı (DGY) kullanımına dayanan bir geometri öğretiminin matematik öğretmen adaylarının geometrik kavramlarına ilişkin gelişimlerini inceleme amacını taşımaktadır. Çalışma, Araş. Gör. Özbuğ İlayda ÖZTÜRK tarafından yürütülmekte ve sonuçları ile dinamik geometri ortamında inşa problemi çözmenin geometrik kavramların gelişimi üzerindeki etkisi ortaya konacaktır.

- Bu çalışmaya katılımınız gönüllülük esasına dayanmaktadır.
- Çalışmanın amacı doğrultusunda, ön görüşme ve son görüşme yapılarak ve video kaydı alınarak sizden veriler toplanacaktır.
- İsminizi yazmak ya da kimliğinizi açığa çıkaracak bir bilgi vermek zorunda değilsiniz, araştırmada katılımcıların isimleri gizli tutulacaktır.
- Araştırma kapsamında toplanan veriler, sadece bilimsel amaçlar doğrultusunda kullanılacak, araştırmanın amacı dışında ya da bir başka araştırmada kullanılmayacak ve gerekmesi halinde, sizin (yazılı) izniniz olmadan başkalarıyla paylaşılmayacaktır.
- İstemeniz halinde sizden toplanan verileri inceleme hakkınız bulunmaktadır.
- Sizden toplanan veriler elektronik ortamda korunacak ve araştırma bitiminde arşivlenecek veya imha edilecektir.
- Veri toplama sürecinde/süreçlerinde size rahatsızlık verebilecek herhangi bir soru/talep olmayacaktır. Yine de katılımınız sırasında herhangi bir sebepten rahatsızlık hissederseniz çalışmadan istediğiniz zamanda ayrılabilirsiniz. Çalışmadan ayrılmanız durumunda sizden toplanan veriler çalışmadan çıkarılacak ve imha edilecektir.

Gönüllü katılım formunu okumak ve değerlendirmek üzere ayırdığınız zaman için teşekkür ederim. Çalışma hakkındaki sorularınızı Anadolu Üniversitesi Matematik Eğitimi Anabilim Dalı Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü'ne () yönltebilirsiniz.

Araştırmacı Adı : Özbuğ İlayda ÖZTÜRK
Adres :

İş Tel :
Cep Tel :

Bu çalışmaya tamamen kendi rızamla, istediğim takdirde çalışmadan ayrılabileceğimi bilerek verdiğim bilgilerin bilimsel amaçlarla kullanılmasını kabul ediyorum.

(Lütfen bu formu doldurup imzaladıktan sonra veri toplayan kişiye veriniz.)

Katılımcı Ad ve Soyadı:

İmza:

Tarih:

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Özbuğ İlayda ÖZTÜRK
Yabancı Dil : İngilizce
Doğum Yeri ve Yılı :
E-Posta :

Eğitim Geçmişi:

- 2022-2024, Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı
- 2021-2022, Ankara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı, Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı
- 2016-2021, Dumlupınar Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Mesleki Geçmişi:

- 2022-..., Araştırma Görevlisi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

Yayınları ve/veya Bilimsel/Sanatsal Faaliyetleri:

- Öztürk, Ö. İ., & Köse, N., (2023). Geometric constructions in the mathematics curriculum of Türkiye. *Uluslararası Eğitimde Yeni Ufuklar Konferansı*'nda sunulan bildiri. Roma.
- Öztürk, Ö. İ., & Köse, N., (2023). Bir matematik öğretmen adayının DGY aracılığıyla inşa problemlerini çözme stratejileri. *Uluslararası Eğitim Kongresi*'nde sunulan bildiri. Ankara, Ankara Üniversitesi.

Ödülleri:

- 2021-2024, TÜBİTAK BİDEB 2210-A Yurt İçi Yüksek Lisans Bursiyerliği, Ankara

Mesleki Birlik/Dernek/Kuruluş Üyelikleri: