

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ORTAÖĞRETİM FEN VE MATEMATİK ALANLARI EĞİTİMİ ANABİLİM
DALI

727496

DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMI CABRİ İLE KEŞFEDEREK
GEOMETRİ ÖĞRENME

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Bülent GÜVEN

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde

“Yüksek Lisans (Matematik Eğitimi)”

Ünvanı Verilmesi İçin Teslim Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 25.07.2002

Tezin Savunma Tarihi : 16.08.2002

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Adnan BAKİ

Juri Üyesi : Prof. Dr. Abdullah ÇAVUS

Juri Üyesi : Doç. Dr. Salih ÇEPNİ

Enstitü Müdürü: Prof. Dr. Asım KADIOĞLU

Trabzon 2002

Adnan BAKİ
Abdullah ÇAVUS
Salih ÇEPNİ

A. Kadioğlu

ÖNSÖZ

Galileo, ‘...evren her an gözlerimize açıktır, ama onun dilini ve bu dilin yazıldığı harfleri öğrenmeden ve kavramadan, anlaşılamaz. Evren, matematik diliyle yazılmıştır; harfleri üçgenler, daireler ve diğer geometrik biçimlerdir. Bunlar olmadan tek sözcüğü bile anlaşılamaz; bunlarsız ancak karanlık labirentte dolunılır.’ derken ve Plato da odasının girişine ‘Geometri bilmeyen girmesin’ yazarken hep geometrinin önemini ortaya koymaya çalışmışlardır. Tarihin tozlu sayfaları arasında bile bu kadar önem verilen bu konunun öğrenciler tarafından iyi anlaşılması gerekmektedir. Ancak, bugün için bile, öğrencilerimizin geometride güçlü anlamalar geliştiremedikleri görülmektedir. Bu çalışma ile geleneksel sabit ortamlardaki geometri öğrenme ve öğretme anlayışına alternatif olarak dinamik bir ortamda geometri öğrenme ve öğretme anlayışı orta koyulmaktadır.

Yüksek lisans tezi danışmanlığımı üstlenerek, gerek konu seçiminde gerekse çalışmanın yürütülmesi sırasında engin bilgilerinden yararlandığım, yoluma sürekli ışıklar tutan sayın hocam Doç. Dr. Adnan BAKİ’ye saygı ve şükranlarımı sunarım.

Kıymetli aileme, bu tezin hazırlanması sürecinde desteğini hiç eksik etmeyen sevgili eşim Yasemin GÜVEN’e, ayrıca, çalışmanın yürütülmesi sırasında katkılarda bulunan öğretmen ve öğrencilere ve tezimin hazırlanması sırasında dönütleri ile yardımcı olan Arş. Gör. İlhan KARATAŞ, Arş. Gör. İbrahim BUDAK ve Arş. Gör. Osman BİRGİN’e teşekkürlerimi sunarım.

Bülent GÜVEN

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER.....	III
ÖZET	VI
SUMMARY	VII
1. GENEL BİLGİLER.....	1
1.1 Giriş	1
1.1.1 Araştırmanın Problemi.....	4
1.1.2 Araştırmanın Amacı.....	7
1.1.3 Araştırmanın Önemi	8
1.1.4 Araştırmanın Sınırlılıkları	9
1.2 Dinamik Geometri ve Cabri Geometri.....	9
1.2.1. Hareketler-Dönüşümler.....	9
1.2.2 Euclid Geometrisi ve Dinamik Geometri	11
1.2.3 Dinamik Geometri Ortamlarında İspatlar	13
1.2.4 Cabri Geometri'nin Temel Bileşenleri	15
1.2.5 Cabri Geometri'de Yapı ile Çizim Arasındaki Fark	16
1.2.6 Niçin DGY?.....	18
1.3 Çalışmanın Kuramsal Temelleri	27
1.3.1 Yapısalcılık (Constructivism)	27
1.3.2 Keşfederek Öğrenme	30
1.3.3 İşbirliğine Dayalı Öğrenme(IDÖ)	32
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR	35
2.1. Yöntem.....	35
2.1.1 Eğitimde Nitel Araştırma Yöntemleri... ..	36
2.1.2 Araştırmacı Öğretmen Yöntemi	38
2.1.3 Pilot Çalışma	40
2.2 Etkinliklerin Yapısı.....	42
2.2.1. Etkinliklerin İçeriği.....	43
2.2.2 Araştırmacı Öğretmenin Kullandığı Yapısalcı Öğretim İlkeleri.....	51

2.3	Evren ve Örneklem	53
2.4	Verilerin Toplanması	53
2.4.1	Mülakatlar	53
2.4.2	Gözlemler	54
2.5	Verilerin Analizi	55
3	BULGULAR	57
3.1	Öğretmenlerden Elde edilen Bulgular	57
3.1.1	Bilgisayar Destekli Derslerden Yansımalar	58
3.1.2	Cabri Ortamında Oluşan Öğrenmelerin Niteliği ile İlgili Öğretmen Görüşleri	67
3.1.2.1	Kalıcılık.....	67
3.1.2.2	Anlamlılık	69
3.1.2.3	Motivasyon, Bireysel Farklılıklar ve Kişilik.....	71
3.1.2.4	Düşünmeyi ve Araştırmayı Teşvik Etme	74
3.2	Öğrencilerden Elde Edilen Bulgular.....	75
3.2.1	Derslerden Yansımalar	76
3.2.2	Öğrenci Görüşleri	115
3.2.2.1	Öğrencilerin Geometri Öğrenme ile İlgili Değişen Görüşleri.....	115
3.2.2.2	Öğrencilerin Geometri ile ilgili Değişen Görüşleri	119
3.2.2.3	Dinamik Geometri Ortamında Öğrencilerin Kazandıkları Matematiksel Güven	121
3.2.2.4	Öğrencilerin Cabri Ortamında Geometriye Yönelik Tutumları	125
3.2.2.5	Öğrencilerin Geleneksel Sınıf Ortamı ile Dinamik geometri Ortamını Karşılaştırmaları	127
4	TARTIŞMA	132
5	SONUÇLAR	135
5.1	Cabri ile Geliştirilen Geometri Etkinlikleri Öğrenciler için yeni Olan İlişkilerin Keşfedilmesini Sağlıyor	135
5.2	Öğrencilerin Geometriye Yönelik Tutumları Olumlu Yönde Değişmiştir	137
5.3	Öğretmenler Geliştirilen Müfredatla İlgili Olumlu Görüşler Belirtmiştir	139
5.4	Geliştirilen Bilgisayar Destekli Materyaller Sınıf Ortamında	

	Kullanılabilir.	140
6	ÖNERİLER.....	141
7	KAYNAKLAR.....	143
8	EKLER.....	149
	ÖZGEÇMİŞ	175



ÖZET

Bu çalışma ile, dinamik geometri yazılımı (DGY) Cabri ile öğrencilerin keşfederek geometri öğrenmelerini sağlayacak bilgisayar destekli materyallerin geliştirilmesi ve geliştirilen bu materyallerin gerçek sınıf ortamında uygulanması ile ortaya çıkan öğrenme ürünlerinin ve öğrenci algılarının değerlendirilmesi amaçlanmıştır.

Çalışma; tasarım, geliştirme, uygulama ve değerlendirme aşamalarından oluşmaktadır. Çalışmanın tasarım aşamasında, geometriyi dinamik hale getirebilecek etkinlikler Cabri yazılımı ile hazırlandı. Geliştirme aşamasında, 7. ve 8. sınıflar için hazırlanan etkinlikler 6 matematik öğretmenine 6 hafta süren bir kurs programında tanıtıldı ve etkinliklerle ilgili önerileri tespit edilerek gerekli düzenlemeler yapıldı. Uygulama aşamasında, etkinlikler Trabzon ili içerisinde iki ilköğretim okulunda toplam 40 öğrenciye 7 hafta süre ile uygulandı. Araştırmacı öğretmen yöntemi kullanılarak öğrencilerin bu ortamda çalışmaları sırasında ortaya çıkan öğrenme ürünleri gözlemlendi. Her hafta sonunda 1 olmak üzere toplam 10 öğrenciyle mülakatlar gerçekleştirildi. Değerlendirme aşamasında, veri kaynağı olarak öğretmen ve öğrencilerle yapılan mülakatlar, öğrencilerin tamamladıkları çalışma sayfaları ve sınıf içi gözlemler kullanılarak elde edilen veriler nitel olarak yorumlandı.

Yapılan çalışma sonucunda, öğrencilerin Cabri ile geliştirilen geometri etkinlikleri üzerinde çalışırken matematiksel ilişkileri keşfedebildikleri gözlemlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin geometrik yapılar üzerinde yeni ilişkiler, özellikler ve örüntüler keşfettikçe kendilerine güvenlerinin arttığı, geometriyi ezberleyerek öğrenmek yerine onu araştırma keşfetme etkinliği olarak başladıkları belirlenmiştir. Diğer taraftan öğrencilerin bilgilerini yapılandırma sürecinde ön bilgilerinden ve matematiksel dili kullanmadan kaynaklanan sorunlar yaşadıkları tespit edilmiştir. Öğretmenlerin de, Cabri ile hazırlanan geometri etkinlikler hakkında olumlu görüşlere sahip oldukları belirlenmiştir.

Öğretmenlere bu yeni teknolojinin gerçek sınıf ortamında kullanımına ilişkin uygun örnekler sunulmazsa, öğretmenler, onu bir sunu aleti olarak kullanacaklardır. Bunun önlenmesi için, öğretmenlere hizmet öncesi ve hizmet içi kurslarla bu teknolojinin uygun pedagojik ilkelerle kullanımı küçük müfredatlarla örneklenmelidir.

Anahtar Kelimeler: Dinamik Geometri, Geometri Öğrenme, Keşfederek Öğrenme

SUMMARY

Exploratory Geometry Learning within Cabri-Based Environment

The purpose of this study is to improve computer based materials that help student learn geometry within Cabri based dynamic geometry environment and to evaluate learning products and student perceptions after applying to these materials in the real classroom environment.

In general, study consists of four stages: project, improving, practice and evaluation. In the project stage, activities that will make geometry dynamic were prepared by using Cabri Geometry software. In addition, this software was translated into Turkish. In the improving stage, activities were introduced to six mathematics teachers in a course and in according to suggestions made by teachers, the activities were improved. In practice stage, activities carried out 40 students at 8th grade in two different school in Trabzon. During the lessons, students were observed by the method of 'teacher as researcher'. To determine students' perceptions, unstructured interviews were conducted with 10 students. In evaluation stage, the gathered data from worksheets, classroom observations and students and teacher interviews was analyzed by qualitative method.

The data showed that, students could explore mathematical patterns under the geometrical construction by using improved activities with dynamic geometry software Cabri, these exploring activities caused mathematical confidence on students, some students had problems during the construction of their own knowledge due to deficiency of prior knowledge and mathematical language. Also, teachers had positive views about activities.

This new technology should be introduced to teachers in terms of appropriate pedagogical principles in pre-service and in-service courses. Otherwise teacher will incline to use this technology in their traditional lessons as a supply material.

Key Words: Dynamic Geometry, Learning Geometry, Exploratory Learning.

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Bilgisayar, matematik eğitiminde giderek artan bir şekilde kullanılmaktadır. Matematik eğitiminde reform hareketlerinin konu edildiği her ortamda temel eleman olarak ele alınmakta ve reform hareketlerinin başarıya ulaşabilmesi için artan bir biçimde kullanılmasının gereğinden bahsedilmektedir. Ancak, insanların ürettiği tüm araçlar gibi, bilgisayarın matematik eğitiminde sahip olduğu potansiyel bilgisayarın niteliğinden çok kullanıcının amaçlarına bağlıdır. Bu nedenle bilgisayarın matematik eğitiminde uygun kullanımı kavramının açıklanması gerekmektedir:

Bilgisayarın matematik eğitiminde boy göstermeye başlaması ile birlikte, matematik eğitiminin yeni boyutlar kazanacağı yolunda iyimser bir hava oluşmuştu[1]. Bu yeni teknolojiyle, öğrenciler matematiği kendi başlarına keşfedebilecekler ve kağıt-kalem uygulamalarına bir daha hiç dönmeyecekti. Bu iyimser beklentilerin bir çoğu gerçekleşmedi ancak öğrencilerin matematikte güçlü anlamalar sağlayabilmeleri için bilgisayarın nasıl kullanılması gerektiği konusunda bol miktarda fırsata sahip olundu.

Örneğin, davranışçı yaklaşımın ürünü olan alıştırma-tekrar ve öğretici tipi yazılımlar kullanılarak geliştirilen araştırma projelerinde beklenen başarının sağlanamaması iki nedene bağlandı:

- ✓ Bu şekildeki yazılımların sınıf ortamında kullanılması, öğretmenlerin, işlerinin kolaylaştığına, bilgisayar yardımıyla daha az çalışmaları gerektiğine inanmalarına neden oldu.
- ✓ Bilgisayarın, sınıflarda açıklama sunan, alıştırma çözen, gerektiğinde geri dönüt veren bir araç olarak kullanılması geleneksel matematik öğretimini değiştirmede sadece bilgisayara öğretmenin geleneksel rolünü yükledi[2].

Bu iki neden kısaca, “Bilgisayarın bu şekilde kullanılması matematik eğitime köklü değişimler sunamamıştır.” şeklinde özetlenebilir. Ayrıca, bilgisayarın, öğrencilerin çözmesi için problemin oluşturucusu ve oluşturulan problemin cevabının tek sahibi olarak kullanılması, onun matematik eğitiminde kullanılan diğer materyallere göre çok az bir avantaja sahip olmasına neden oldu.[3].

Teknoloji, matematik sınıflarında uygun biçimlerde kullanıldığında, matematiksel anlamayı derinleştirir. Matematik eğitiminde bilgisayar kullanımı; araştırma, muhakeme etme, varsayımda bulunma ve genelleme gibi yüksek düzey zihinsel beceriler üzerine odaklanmalıdır[4]. Buna karşın, bilgisayarın, keşfetme, muhakeme etme gibi yüksek düzey düşünme becerileri yerine sayma, hesaplama, grafik çizme gibi zihinsel bakımdan düşük düzeydeki uygulamalar için kullanılması, öğrencinin düşünmesini sınırlar ve bilgisayarın eğitim alanında hayat bulamaması anlamına gelir. Çünkü, yapılan araştırmalar, bilgisayarın sık sık düşük düzey beceriler için kullanılmasının öğrencilerde zararlı etkilere neden olabileceğini ortaya koymuştur[4].

Farklı bilgisayar araçları, öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmede farklı roller oynar. Ancak temel amaç, öğrenciye bir matematikçi gibi davranma fırsatı tanımaktır[5]. Bu nedenle, bilgisayarın, öğrencinin varsayımda bulunmasını, test etmesini, genelleme yapmasını sağlayan bir araç olarak kullanılmasından amaç; öğrencinin bir çoğu yıllar önce bulunan matematiksel sonuçlar hakkında fikir sahibi olmasını sağlamanın yanında, öğrencinin bir matematikçinin, matematiksel sonuçlara varırken attığı adımları atmasını, kendine has özgün bir düşünme tarzı geliştirmesini sağlamaktır[3].

Bilgisayarın matematik sınıflarında kullanımına karar verildiğinde, 4 temel ilkenin eğitimciler tarafından düşünülmesi uygun kullanım için önemli görülmektedir.

- ✓ Öğrenci merkezli eğitim değerlidir ve teknoloji, eğitimi öğrenci merkezli yapmak için çok güçlü olanaklara sahiptir.
- ✓ Öğrenciye bir matematikçinin yaşamış olduğu deneyimleri yaşatmak değerlidir ve teknoloji öğrencilere bu deneyimleri yaşatmak için fırsatlar sunar.
- ✓ Teknolojinin kullanıldığı bir sınıfta, bilginin ve öğrenme sorumluluğunun mutluluk sahibi öğretmen ve ders kitapları değildir, öğrencinin kendi öğrenmesinde sorumluluğu vardır.
- ✓ Öğrenme, öğrencinin düşüncelerini yansıtmaya ile ilerler ve teknoloji, öğrencilerin düşüncelerinin yansıtıcısı olarak önemli bir rol oynar[6].

Eğitimcilere, bilgisayar destekli uygun ortamlar oluşturulmasında yardımcı olabilecek bu 4 ilke karşılıklı bir uyum içerisinde çalışır.

Kısaca, bilgisayarın matematik eğitiminde uygun kullanımından kasıt, bilgisayarın, öğrencilerin yüksek düzey bilişsel beceriler geliştirmelerini sağlamalarına yardımcı olması ve bir matematikçinin yaşamış olduğu deneyimleri öğrencilere yaşatarak kendi matematiksel yapılarını kurmalarını sağlamasıdır. Bilgisayar teknolojisinde yaşanan hızlı

gelişmelerin geometri sınıflarına yansımaları olan dinamik geometri yazılımları, matematik eğitiminin, bu amaçlara ulaşabilmesi için umut vaat etmektedirler.

Dinamik Geometri Yazılımları(DGY) ifadesi, Cabri Geometry, Geometer's Sketchpad, Cinderella gibi geometri için kullanılan çok özel geometri programlarının ortak adıdır. DGY'ları geometri eğitimi alanına girerek, geometriyi 'statik' bir yapıya sahip olan kağıt-kalem sürecinden kurtarıp bilgisayar ekranında dinamik bir hale getirerek, öğrencilerin varsayımda bulunmalarını, teorem ve ilişkileri keşfetmelerine ve bunları test etmelerine imkan sağlamıştır.

DGY'ler için şu an bir tanım vermek onu bugünün içerisine hapsetmek anlamına gelebilir. Çünkü teknoloji dev adımlarla ilerlerken bu teknolojiye de değişimlerin meydana gelmesi kaçınılmazdır. Ancak bir örnekle DGY fikrini oluşturabiliriz:

“Kenarlarının orta noktaları belli bir dörtgen düşüncün ve bunun içerisine dörtgenin kenarlarının orta noktalarını köşe kabul eden başka bir dörtgen çizin. Şimdi oluşturmuş olduğumuz bu sistem için aşağıdaki soruları düşünün:

- *Acaba içteki dörtgenin bir özelliği var mı? Bu konuda bir varsayımda bulunabilir misiniz?*
- *Eğer içteki dörtgenin bir özelliği varsa ve siz dıştaki dörtgeninin köşelerinin yerlerini değiştirirseniz yada dıştaki dörtgeni bir lastik gibi genişletirseniz içteki dörtgenin bu özelliği sürecektir midir? Varsayımınız değişik durumlarda geçerli midir?”*

İşte bu ve benzeri fikirlerin deneyimlere dökülmesi süreciyle Cabri Geometri gibi DGY'lerin gelişmesi sağlanmıştır[7].

DGY'ler için tanım vermekten kaçınırsak da bugün için onları karakterize eden özelliklerini:

- Geometrik şekiller çok rahatlıkla oluşturulabilir(Üçgen, Dörtgen, Işın, Doğru gibi)
- Oluşturulan şekillerin özelliklerini belirlemek için ölçümler yapılabilir(Açı, Çevre; uzunluk; Alan gibi).
- Şekiller ekran üzerinde sürüklenebilir (Bu DGP'lerin en önemli özelliğidir), genişletilebilir, daraltılabilir ve döndürülebilir.
- Yapı hareket ettirildiğinde daha önce ölçülen nicelikler de dinamik olarak değişir. Bu özellik yardımıyla yapının değişimi izlenirken yapı hakkında

hipotezler kurulabilir, kurulan hipotezler test edilebilir, genellemelerde bulunulabilir.

- Dönüşüm geometrisinin tüm konuları çalışılabilir.
- Bu programlar hiçbir hazır bilgi ve konu içermezler.

şeklinde sıralayabiliriz[8].

Yapılan araştırmalar, dinamik özelliğe sahip olan geometri yazılımlarının öğrencilere, yaygın olarak kullanılan kağıt-kalem çalışmalarına göre çok daha fazla soyut yapılar üzerine yoğunlaşma fırsatı verdiğini göstermiştir[9]. Öğrencinin bu yolla hayal etme gücü artmaktadır. Matematikte hayal etme gücünün artması sezgi yolunun dolayısıyla yaratma ve keşfetme yollarının açılması demektir. Bu yollar açıldığında öğrenci analiz yapabilecek, varsayımda bulunabilecek ve genelleme yapabilecektir. Bu ise doğrudan öğrencinin problem çözme becerilerini geliştirecektir[1]. DGY'lerin geometri öğretimine sunduğu; deneyimleri destekleme ve geometriyi öğrencilere araştırma yoluyla öğretme özellikleri yıllardır aynı şekilde öğretilen geometri için yep yeni imkanlar sunmaktadır. Bu yeni yaklaşımla, öğrenciler araştırma ortamlarına rahatça girerek keşfetme, varsayımda bulunma, test etme, reddetme, formülize etme, açıklama olanaklarına sahip olurlar. Sınıflara bilgisayar ve dinamik geometri programlarının girmesiyle, matematik sınıflarında yapılan ispatların doğası da değişmiştir. Bu yeni teknoloji ile öğrenciler matematiksel ilişkileri tümevarım yoluyla keşfedebilmekte, basit yada karmaşık şekilleri çok rahatlıkla oluşturup bunların analizini yapabilmekte ve kendi varsayımlarını teorem olarak ifade edebilmektedirler.

Bu çalışma ile, bir yandan dinamik geometri yazılımı Cabri ile oluşturulan geometri öğrenme materyallerinin uygulanabilirliği ve öğrencilerin keşfederek geometri öğrenmeleri üzerindeki etkileri belirlenirken bir yandan da uygulama sonrasında öğrencilerin geometriye bakış açılarında bir değişim oluşup oluşmadığı tespit edilecektir.

1.1.1. Araştırmanın Problemi

Geometri öğretiminin ülkemizdeki mevcut halini ortaya koyabilmek için bu alanda dünyadaki uygulamaları incelemekte yarar vardır.

19. yüzyılda İngiltere'deki okullarda, Euclid geometrisi, öğrencileri Oxford ve Cambridge üniversitelerine giriş sınavlarına hazırlamak için okutulmaktaydı. Öğrenciler teoremleri, nedenlerini bilmeden aynen kopya etmekteydiler. Hatta, verilen eşitliklerde

harfler değiştirilse bile yanlış cevaplar işaretlenmekteydi. 1871 yılında İngiltere’de, geometri öğretimini geliştirmek için bir toplantı yapıldı ve mevcut durum ortaya konarak değişim istendi. Ancak modern matematik olarak adlandırdığımız çağlara gelene kadar (1960) yapılan değişimler kenarlarda kaldı ve işin özüne hiç inilmedi. Bu zamana kadar, öğrenciler, geometriyi bir takım teorem ve ispatlar dizisi olarak görmekteydi onlar için, geometri, formal, soyut ve diğer konularla çok ilişkisizdi. Bu karamsar tablo nedeniyle, öğrencilerin aktif bir şekilde çalışarak teoremlerden anlamlar çıkartmaları ve kendi geometrik anlamalarını oluşturmalarına yönelik hiçbir beklenti de yoktu. Öğrencilerin görevi, ispatları ve teoremlerin ifadelerini kavramsal alt yapılarını bilmeden öğretmenin sorabilmesi ihtimaline karşı ezberlemektir. Modern matematik hareketleri ile birlikte, dönüşüm geometrisi katı Euclid geometrisinin teorem ve ispata dönük yaklaşımının yerini aldı ve bir çok okulda yoğun bir şekilde kullanıldı. Fakat bu yaklaşım daha sonraları çok sezgisel olarak düşünüldü, başarısız olarak algılandı ve büyük oranda ihmal edildi. Sonuç olarak bugün İngiltere’de öğrenciler okul yıllarında çok az miktarda geometri görmektedirler[10].

Amerika’da da durum pek farklı değildi. Okul geometrisi daha çok teorem ve ispatların formal yönüne ağırlık vermekte, öğrencilerden de bunları ezberlemeleri beklenilmekteydi. Hoffer yaptığı çalışmada öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun teoremlerin ispatlarını ezberleyerek bir üst sınıfa geçtiklerini belirtmiştir[11]. Öğrenciler geometri ile ilgili olarak:

“Tüm yıl boyunca teoremleri ezberlemek zorundayız.”

“Ne olduğumu ve nasıl olduğumu anlayamıyoruz.”

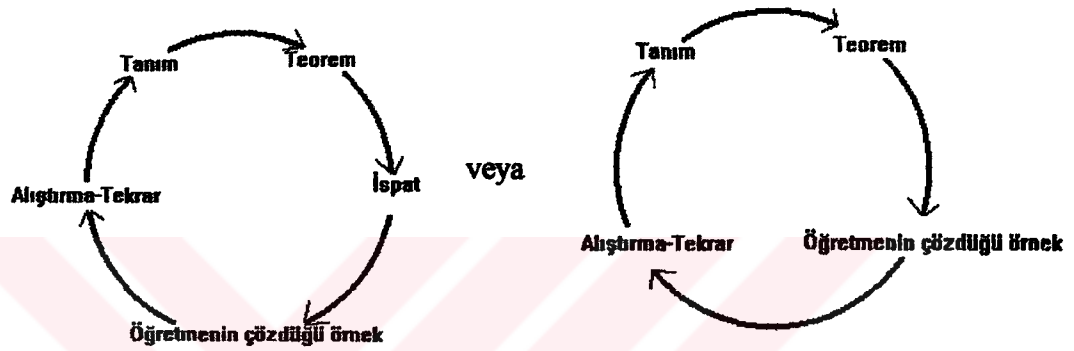
“Dersi teoremlerin ispatlarını ezberleyerek geçiyoruz”

gibi çarpıcı ifadelerde bulunmuşlardır. Ayrıca Hoffer, formal ispatlara, çok fazla zaman ayrılmasının öğrencilerin diğer geometrik becerilerini geliştirmesini engellediğini belirtmiştir. Geleneksel okul geometrisinin öğrencileri kısıtlayan bu yapısı başta Amerika olmak üzere bir çok ülkede Euclid geometrisinin yerine başka geometrilerin okutulması fikrini akla getirmişti. Belki de Euclid geometrisinin tarihe gömülmesini, teknolojinin eğitim alanına sunmuş olduğu Cabri Geometri ve Geometer’s Sketchpad gibi dinamik geometri programları kırtarmıştır[12].

Yukarıda söz edilen ülkelerden özellikle İngiltere örneği ülkemizdeki geometri öğretiminin niteliği ve geleceği hakkında ip uçları taşımaktadır. İngiltere’de modern matematik hareketlerine kadar geometri öğretimini Oxford ve Cambridge üniversitelerine

giriş sınavları şekillendirmekteydi. Benzer şekilde bugün için ülkemizdeki geometri öğretimi lise ve üniversiteye giriş sınavları şekillendirmektedir. Bu sınavların şekillendirdiği geometri öğretiminde teorem ve ispatlar son şekliyle hazır olarak öğrencilere sunulmakta ve öğrencilerden bunları ezberleyerek problemlerde uygulamaları beklenilmektedir. Buna ek olarak 1960’lardan kalma davranışçı yaklaşımın etkisiyle alıştırma-tekrar uygulamaları geometri öğretiminin önemli bir parçasını oluşturmaktadır. Hatta bazen, alıştırma-tekrar çalışmaları, ülkemizde çoğu zaman teorem ve ispatları da gölgede bırakacak bir yoğunlukta yapılmaktadır.

Bu etkenler göz önüne alındığında ülkemizdeki genel geometri öğretimi;



şeklinde şematize edilebilir.

Bu genel durum incelendiğinde, ülkemizdeki geometri öğretiminin, tarih dersi verilir gibi bir takım sembol ve rakamların arka arkaya sıralandığı, öğrencilerin kendi anlamalarını oluşturamadıkları bir yapıda devam ettiği söylenebilir. Böylece bir çok öğrenci için geometri anlamsız ve hayattan kopuk kalmaktadır.

Genelde bilgisayar destekli öğretim özelde ise DGY’ler bu karamsar tabloyu değiştirebilmek için güçlü olanaklar sunmaktadır. Ancak, ülkemizde bilgisayar destekli matematik öğretiminin yaygınlaşmasına yönelik çalışmalar yapılıyor olmasına rağmen, matematik öğretmenlerinin derslerinde kullanabilecekleri, mevcut müfredatı destekleyici nitelikte yeterli bilgisayar destekli materyaller bulunmamaktadır. Bu çalışmada; geometriyi dinamik hale getirebilmek için matematik öğretmenlerinin de derslerinde kolayca kullanabileceği Cabri yazılımı yardımıyla bilgisayar destekli etkinlikler geliştirildi.

Bu genel tablo ışığında çalışmanın problemleri ilköğretim 7 ve 8. sınıf müfredatlarına paralel olarak “Geliştirilen bilgisayar destekli materyaller öğrencilerin geometri öğrenebilmeleri için uygun mudur?” sorusundan hareketle aşağıdaki gibi belirlenmiştir:

1. DGY ile desteklenmiş bir ortamda öğrenciler bilgilerini nasıl yapılandırmaktadırlar?
 - 1.a. DGY, öğrencilerin, öğretmenden bağımsız olarak kendi matematiksel yapılarını oluşturmalarını nasıl etkilemektedir?
 - 1.b. oluşturulan bilgisayar destekli ortamın öğrencilerin araştırma, keşfetme ve bulma aktivitelerine yönelmelerine etkileri nelerdir?
2. Cabri Geometri yazılımı ile geliştirilen bilgisayar destekli materyaller, öğrencilerin keşfederek geometri öğrenmeleri için uygun mudur?
3. Bilgisayar destekli ortam, öğrencilerin geometriye bakış açılarında bir değişim meydana getirecek midir?

1.1.2. Araştırmanın Amacı

Ülkemizde okutulmakta olan geometri dersleri oluşturulan şekillerin sabitliği nedeniyle öğrencilere araştırma, keşfetme ve bulma olanakları sunamamaktadır. Kendilerini zengin deneyimler içerisinde bulamayan öğrenciler ise çoğu zaman formülleri ve ilişkileri ezberlemeye yönelmektedirler[8]. Bu olumsuz durumu ortadan kaldırmak için yapılan değişiklikler genellikle müfredatın kapsamını değiştirmekle sınırlı kalmaktadır. Halbuki yapılan yenilikler, öğrencilerin bugüne kadar çok az kullandıkları ya da hiç kullanmadıkları ancak ileri düzey bir matematik öğrenebilmek için gerekli olan matematiksel düşünme alışkanlıklarını kazanmalarını sağlamaya yönelik olmalıdır[13]. Euclid geometrisinin sınıflarımıza yansıyan sabit yapısı, bu beklentiye sağlamaktan çok uzaktır. Ancak teknolojinin eğitim alanına sağladığı dinamik geometri programları ile bu beklentilerin gerçeğe dönüşmesi artık hayal olmaktan çok daha yakındır. Bu beklentiler ışığında;

Bu çalışma ile, dinamik geometri yazılımı Cabri ile öğrencilerin keşfederek geometri öğrenmelerini sağlayacak bilgisayar destekli materyallerin geliştirilmesi ve geliştirilen bu materyallerin gerçek sınıf ortamında uygulanması ile ortaya çıkan öğrenme ürünlerinin ve öğrenci algılarının değerlendirilmesi amaçlanmıştır. Bu yolla geometri öğretiminin geleneksel yapısına alternatif bir yaklaşım oluşturulmaya çalışılmıştır.

1.1.3. Araştırmanın Önemi

Dinamik geometri programlarının, sınıf ortamlarını matematiksel ilişkileri keşfetmek ve üretmek için labaratuarlara ve mikrodünyalara dönüştürebilecekleri bir çok araştırmacı tarafından belirtilmiştir[6],[14],[15]. Bununla birlikte, matematik eğitimcileri sezgisel olarak dinamik geometri programlarının güçlü öğrenme ürünleri ortaya koyabileceklerine inanmaktadır[16]. Ancak, bu tür programların geometri öğretimi üzerine etkileri matematikteki diğer bir çok konuya göre çok daha az çalışılmıştır. Bunun sonucu olarak da, dinamik geometri ortamlarında, öğrencilerin zihinsel olarak bilgi kurma süreçleri üzerine yetersiz sayıda araştırma yapılmıştır[16]. Bu alanda dünyada az sayıda ülkemizde ise hiç araştırma yapılmamış olması çalışma yapılması gereğini gündeme getirmiştir.

Öğretimi, etkin duruma getiren yalnızca kullanılan araç değil , bu araca ek olarak kullanılan yöntemdir. Geometri eğitiminde yeni bir bakış açısı, yeni bir soluk olan ve büyük değişimleri beraberinde getirebilecek potansiyele sahip olan dinamik geometri programlarının uygun kullanımları ortaya konulmazsa bu yeni teknolojinin geleneksel matematik öğretimine monte edileceği açıktır. Bu nedenle Tooke, bilgisayarın doğru ve uygun kullanımını sağlamak için daha çok araştırmaya ihtiyaç olduğundan bahsetmektedir[17]. Bu çalışma ile dinamik geometri programlarının, constructivist kurama göre kullanımının da örneklenmeye çalışılacak olması çalışmanın önemini artırmaktadır. Ayrıca, ülkemizde, öğretmenlerin bilgisayar destekli öğretim yapmak için, kullanabilecekleri geometri müfredatı mevcut değildir. Bu çalışma ile öğretmenlerin kullanabilecekleri bilgisayar destekli bir müfredatın hazırlanması bu boşluğu dolduracaktır.

Eğitim alanında yapılan çalışmalar daha çok teorik düzeyde kalmakta ve uygulayıcı pozisyonundaki öğretmenlere hitap edememektedir. Bunun bir sonucu olarak öğretmenler, eğitim araştırmalarını kendilerine çok uzak ve gerçek sınıf ortamında uygulanması çok zor olarak algılamaktadırlar. Bu çalışmanın iki farklı okulda gerçek sınıf ortamında uygulanmış olması, öğretmenlerin, genelde eğitim özelde ise bilgisayar destekli eğitim alanında yapılan çalışmaların gerçek sınıf ortamında da yapılabileceği fikrini kazanmalarını sağlayabilir. Bu ise öğretmenlerin tanıtılan modeli kendi sınıflarında uygulama isteklerini de beraberinde getirecektir. Bu istekliliği yakalayabilen öğretmenlerin sınıflarında devrim niteliğinde yenilikler yapması kaçınılmazdır.

1.1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırmanın sınırlılıkları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Bu araştırma, Trabzon ili içerisinde iki ilköğretim okulu ve bu okulların 8. sınıflarında öğrenim gören öğrencilerle sınırlıdır.
- Süre kısıtlı olduğu için öğrencilere Cabri geometri yazılımına ait temel fonksiyonları kullanma becerisi kazandırılması amacıyla 2 saatlik bir süre ayrılmıştır. Bu, çalışma içerisinde öğrencilerin yazılımın diğer fonksiyonlarını kullanma becerisini kısıtlamış olabilir.
- Çalışmaya katılan öğrenciler, okulların matematik ve bilgisayar dersi öğretmenlerinin ortak çalışma sonucu belirlenmiştir. Öğretmenler tarafından yapılan bu seçimde bazı ön yargılar olabilir.
- Materyaller ilköğretim ikinci kademesi ile sınırlıdır.

1.2. Dinamik Geometri ve Cabri Geometri

1.2.1. Hareketler-Dönüşümler

Goldenberg, okul geometrisinin sınırlarını, şekillerin parçaları arasında sabit olan ilişkileri bulmak olarak belirlemiştir[18]. Bilgisayar destekli dinamik ortamlar da, geometri sınıflarını öğrencilerin şeklin parçaları arasındaki ilişkileri bulmalarını sağlamak için sanal laboratuarlara dönüştürebilirler. DGY'leri sanal laboratuvar yapan en önemli özellikleri oluşturulan geometrik şekillerin ekranda hareket edebilmesidir.

DGY'lerin en önemli özelliği oluşturulan şekillerin çeşitli dönüşümler altında taşınabilmesi, hareket ettirilebilmesi ve değiştirilebilmesidir.[9]. Geleneksel okul geometrisinde kâğıt-kalem-cetvel ve pergel ile oluşturulan şekiller sabittir ve bu sabitlik geometrik nesnelerin üzerinde araştırma yapma imkanlarını sınırlamaktadır. Dinamik geometri yazılımları getirdikleri yeni yaklaşımla bu sabit nesneleri bilgisayar ekranında hareketli hale getirmektedir.

Bu hareket yardımıyla, öğrenci şeklin bir takım özelliklerini değiştirirken değişmeyen ilişkileri gözleyerek keşfedebilir. Bu keşif öğrenciye çok güçlü bir varsayımda bulunma imkanı sağlar. Ardından öğrenci bu varsayımını bir çok örnekle destekleyebilir yada reddedebilir. Cabri yazılımı bir araç olarak ekran üzerindeki matematiksel nesneleri

değiştirerek matematiksel düşünceleri güçlendirmektedir. Geleneksel ortamlarda görülemeyen, oluşturulamayan bir çok ilişki, özellik, genelleme rahatlıkla çalışılabilmektedir. Cabri ile geometrinin temel elemanlarının bir kısmı değişmez bir kısmı değişken olarak tanımlayabilmemiz, bir kısmını birbirine bağlı olarak tanımlayabilmemiz yapıyı bunlara bağlı olarak hareket ettirdiğimizde bize geometriyi dinamik olarak inceleme fırsatı verir[1].

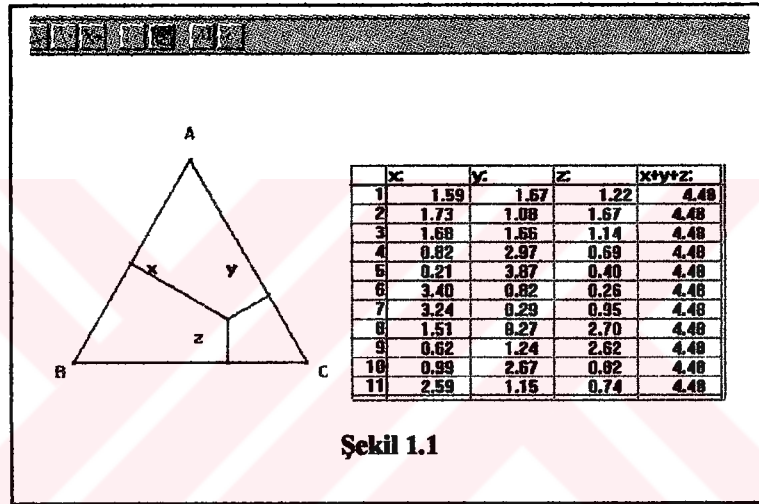
Geometrik nesneleri sürüklemeye ve hareket fikrine tarihsel bir açıdan baktığımızda bu özelliklerin geometri dünyasında birden bire DGY'ler ile birlikte ortaya çıkmadığını görürüz. Laborde 1994'de; geometride hareket ettirme fikrinin yeni olmadığını, Euclides'in Pythagoras teoremini hareket kavramından yararlanarak ispat etmesi gibi eski Yunan geometricilerinin bazı eğrileri tanımlamak için hareketli araçlar tasarladıklarını fakat harekete bakarak geometri yapılmasının bilimsel olarak geometrik düşünceyi engellediği gerekçesiyle bundan vazgeçildiğini ancak 17. yüzyılda bu Yunan geleneğinden ayrılarak geometrik özellikleri belirlemek için hareket ettirmenin açık bir şekilde kullanılmaya başladığını belirtmiştir. Bununla birlikte hareket fikri, okul geometrisinde ilk kez, Euclid geometrisi yerine dönüşüm geometrisi konulması fikriyle ortaya atılmıştır (Şu anda bazı ülkelerde geometrinin bir dalı olarak okutulmaktadır). Bunu takip eden zamanda Meray(1874)'ın geometrinin hareket yoluyla öğretilmesi fikrini ortaya atması süreci hızlandırmıştır. Meray'a göre paralelliğin öteleme, dikliğin de dönme hareketiyle öğretilmesi müthiş bir fikirdi. Bu süreci takip eden zamanda 1945 yılında televizyonun da yaygınlaşmaya başlamasıyla Syer geometrinin bir birini takip eden filmler yoluyla öğretilmesinin öneminden bahsetmiştir. Aradan geçen yıllar ve teknolojiye gelişmeler bugünkü anlamıyla DGY'leri ortaya çıkartmıştır[7].

Matematikte yapı içerisindeki değişmeyen ilişkileri aramak geliştirilen bir çok teoremin temelini oluşturur. Kaput'a göre, matematiksel düşüncenin en önemli özelliği, yapı içerisindeki sabit ilişkileri soyutlayabilmektir. Bununla birlikte, yapı içerisindeki değişmeyen ilişkileri ortaya çıkartabilmek için, bir değişime ihtiyaç vardır. Bu değişim DGP'lerin hareket özelliği ile kolayca sağlanabilir[19]. Bağımsız değişkenlerin hareketiyle, bağımlı değişkenlerin bunları takip etmesi ancak mevcut ilişkilerin hep sabit kalması soyutlama ve keşfetme için çok idealdir. Öğrenci Cabri ekranında bir yapı oluşturabilir ve bu yapıda mevcut olan sabit ilişkileri arayabilir. Öğrenci şeklin farklı konumları için bir çok örnek görürken, bazı ilişkilerin bu değişimden etkilenmediğini

görmesi, ona güçlü bir varsayımda bulunma imkanı sağlar. Ardından, öğrenci ortaya koyduğu varsayımını yazılımın imkan verdiği ölçülerde test eder.

Örneğin: ‘Eşkenar üçgen içerisinde alınan bir noktanın kenarlara olan uzaklıkları toplamı sabittir.’ ifadesini alalım.

Öğrenci, eşkenar üçgenin içerisindeki noktanın yerini sürükleyerek değiştirdiğinde buna bağlı olarak x, y, z büyüklükleri de değişecektir. Ancak nokta nereye taşınırsa taşınısın $x+y+z$ değeri sabit kalacaktır. Öğrenci bu şekilde bir gözlem yaparak değişmeyen özellikleri keşfedebilir. Daha sonra öğrenci, içteki noktayı A noktasının üzerine taşıdığına oluşan doğrunun üçgenin yüksekliği olduğunu belirleyerek $x+y+z=h$ sonucuna ulaşır.



Görüldüğü gibi, düzlem geometrinin sabitliği içerisinde görülemeyen, keşfedilemeyen bir çok ilişki Cabri ekranında sürükleme yardımıyla kolayca keşfedilebilir ve matematiksel olarak ifade edilebilir.

1.2.2. Euclid Geometrisi ve Dinamik Geometri

Daha önce de belirtildiği gibi DGY’lerin temel özelliği oluşturulan şekillerin hareket ettirilebilmesidir. Bu özellik genel olarak, kalem, kağıt, cetvel, pergel ile oluşturulan şekillerin durgunluk özelliğinin üstesinden gelmek için geliştirilmiştir[14]. Acaba DGY’lerin bu özelliği Euclid geometrisinin dışında yeni bir geometri kurulmasına mı neden olmaktadır?

Bu sorunun cevabını verebilmek için Euclid geometrisini karakterize eden özelliklerini incelemek gerekmektedir. Bu özellikleri aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

- Euclid geometrisinin temelini oluşturan postular, tanımlar ve genel doğrular

- Bu temel üzerine geliştirilen aksiyomatik sistem (teoremler gibi)

Cabri geometriyi incelediğimizde Euclid geometrisinin bu özelliklerini koruduğunu ve bunları değiştirmedeğini görürüz. O halde dinamik geometri, Euclid geometrisinin bilgisayara aktarılmış bir kopyası mı sorusu ortaya konabilir. Bu sorunun cevabı ise ‘Hayır’ dır. Dinamik geometri yaklaşımının getirdiği değişimi iki başlık altında inceleyebiliriz:

1. Dinamik geometri ile birlikte gelen değişim aksiyomatik anlamda olmasa da öğretim ve öğrenim anlamında bir değişimdir. Nesnelerin hareket ettirilebilme özelliği yeni bir düşünme ve muhakeme etme yöntemi ortaya koymaktadır[14]. DGY’lerin bu özelliği sayesinde geometrik yapılar arasında kalan sabit ilişkiler çok rahatlıkla tümevarımsal olarak keşfedilebilir. Dinamik geometri programlarının yapısında bulunan, araçlar, tanımlar, keşfetme teknikleri ve görsel özellikleri, cetvel ve pergel sürecini kaldırarak öğrenme ortamlarının yeni bir yapı kazanmasına katkıda bulunacaktır.

2. Dinamik geometri programları ile oluşturulan şekillerin niteliği Euclid geometrisindeki şekillerin niteliğinden farklıdır. Euclid geometrisinde yapılan çizim yapabilmek için kağıt, kalem, cetvel, pergel, ve tebeşir kullanılır. Bu araçlar kullanılarak yapılan çizimlerin 2 önemli özelliğinden bahsedebiliriz.

- Oluşturulan şekiller sabittir: Çizilen şekil kağıt yada tahta üzerinde sabittir ve bazı silme işlemleri yapılmadan değiştirilemezler.
- Oluşturulan şekiller özeldir: oluşturulan kare herhangi bir kenar uzunluğuna sahip olan özel bir karedir. Karenin tanımlandığı gibi herhangi bir kenar uzunluğuna sahip olabilir. Durgun olarak çizilen şekil bu tanımın genelliğini elinde tutmamaktadır.

DGY’leri kullanılarak oluşturulan şekillerin karakteristik özellikleri ise Euclid geometrisindekinden farklıdır. Oluşturulan şekiller:

- Taşınabilir ve Etkileşimli Olarak şekli Değiştirilebilir: Mouse’yi tıklayıp sürükleyerek, kullanıcı durağan şekle animasyon kazandırabilir. Bu sayede şekiller dinamik bir özellik kazanır. Doğru parçaları genişletilip daraltılabilir, açılar ölçüleri değiştirilebilir, nesneler döndürülebilir, ekranda dönüşüme tabi tutulabilir.

- Ekrandaki Nesne Bir Geometrik Nesne Sınıfını Yansıtır: Çizilen karenin uzunlukları değiştirildiğinde karenin tüm özellikleri korunur. 4 kenar uzunluğu eşit ve açılar 90 derece[20].

Yukarıda da bahsedildiği gibi, geometrik nesnelerin ekranda hareket edebilmesi Euclid geometrisinin karakteristik özelliklerini önemli ölçüde değiştirmemekle birlikte getirdiği yeni bakış açısı daha çok eğitim alanını ilgilendirmektedir. Geometrik şekillerin hareket edebilmesi, bir çoğumuz için yeni olan bir düşünme ve muhakeme etme tarzı ortaya koymaktadır. Hölz, yapmış olduğu çalışma ile geometrik şekillerin hareket edebilmesinin, problem çözümlerinde, öğrencilerde araştırmaya ve keşfetmeye dayalı yeni yöntemler geliştirmelerine neden olduğunu belirtmiştir[14]. Böylece, hareket özelliği, öğrenciye farklı bir algılama, belki de geometriyi farklı olarak anlama imkanları sunar.

1.2.3. Dinamik Geometri Ortamlarında İspatlar

Matematiğin tutarlı bir şekilde gelişiminde ispatlar önemli rol oynarlar. Matematiğin okullarımıza yansıyan kısmında da bu önem yerini korur. Fakat, okullarımızın matematiğin temel elemanlarından olan bu alana bakışları, ispat çalışmalarının hem amacı hem de uygulamalarıyla tutarsız bir yaklaşım sergilemektedir[8], [21]. Matematiksel bir ispatın temelinde varsayım oluşturmak ve oluşturulan bu varsayımı test etmek yatmaktadır[22]. Halbuki, okullarda geometri alanında yapılmakta olan ispat çalışmaları öğrencilere bir ilişkinin doğruluğunu göstermekten ileriye gidememekte ve ispatlar öğrenciler için sunumlar olarak algılanmaktadır[11],[21]. Bunun sonucunda da öğrencilerin bir kısmı ispatları ezberlemeye yönelmekte diğer kısmı ise ispat çalışmalarında düşük performanslar sergilemektedirler[11],[21].

Okullarımızda uygulanmakta olan ispat çalışmaları, öğrencilerin ‘nedenli düşünme’ becerilerini geliştirmelidir. Bu becerilerin geliştirilebilmesi için NCTM 1989 yılında; öğrenciler;

- Varsayımda bulunabilmeli ve bunu test edebilmeli
- Bir çok örnekten bir sonuç çıkartabilmeli
- Mantıksal ifadeler kullanabilmeli
- Fikirlerinin geçerliğini gösterebilmeli

becerilerini standart olarak belirlemiştir[23].

Dünyada ve ülkemizde, ispat çalışmaları daima formal ispata üzerine inşa edilmiş olup bir matematikçiyi yada öğrenciyi formal bir ispata yönlendiren keşfetme ve bulma aktivitelerini içeren süreç ise ihmal edilmiştir. Hoyles formal bir ispata ulaşabilmek için deneyimlerden geçmek gerektiğini belirtirken, Edwards ise formal bir ispata ulaşabilmek için 5 basamaktan söz etmektedir[21],[24]:

1. *İlişkinin farkına varma ve kurma*: İlişkinin farkına varış keşfetme sürecinin bir parçası olabileceği gibi problem çözme içerisinde de oluşturulabilir. Bu süreç, matematiksel bir yapı içerisindeki sabit ilişkilerin bulunabilmesi için araştırma gerektirir.
2. *İlişkiyi tanımlama*: Bu aşamada, öğrenci ilişkiyi günlük hayatta kullandığı kelimelerle, matematiksel gösterimlerle yada resimleri kullanarak açıklar. Öğrencinin açıklaması, sahip olduğu matematiksel yetenek dahilinde çok özel durumlar için olabileceği gibi genel hakkında da olabilir.
3. *Varsayımda bulunma*: İlişkinin doğruluğu genele taşınır. Genellemelerin doğruluğu bir çok örnekle test edilebilir gerek görülürse ilişki yeniden düzenlenebilir.
4. *Tümevarımsal Muhakeme*: İlişkinin doğruluğu geneli bozabilecek çok özel durumlar için test edilir.
5. *Formal İspat*: Daha önceki matematiksel sonuçlar kullanılarak varsayımın niçin doğru olduğu matematiksel ilişkiler kullanılarak gösterilir.

Bilgisayar destekli mikro dünyalar, öğrencilerin yukarıdaki süreci yaşayabilmeleri için güçlü olanaklar sunmaktadır. Bu anlamda, Hoyles, bilgisayarın deneysel ispattan formal bir ispata geçişte köprüler kurduğunu belirtmiştir[24]. Formal bir ispata geçişi sağlayan bu köprüler; dinamik ve görsel bilgisayar programları ile kolaylaşmıştır. Önceleri, geometrik ve matematiksel ifadeleri formülize etmek için sıkça logo programlama dili kullanılmıştır. Örneğin, düzgün bir çokgenin kenar sayısı ile bir dış açısı arasındaki ilişkiyi belirlemek için;

Repeat[fd..... rt]

komutunun kullanılması çok sıkça kullanılan bir yöntemdi. Bu yolla öğrenci n kenarlı düzgün bir çokgenin dış açılarının ölçülerinin toplamının 360° ve bir dış açısının $360/n$ olduğunu programlama yoluyla öğrenebilmekteydi. Bugün ise aynı ilişkiler, Cabri Geometri gibi dinamik geometri programları sayesinde buluş yoluyla rahatlıkla öğrenilebilmektedir.

Bilgisayar teknolojisindeki gelişmelerin sağladığı olanaklar Cabri Geometri ve diğer DGY'leri ortaya çıkartarak, sınıf içerisinde; geometrik ilişkileri keşfetme, varsayımda bulunma, genelleme gibi yüksek düzey zihinsel etkinlikleri sınıf aktivitelerinin bir parçası haline getirmiştir. Bilgisayar teknolojisinin sağladığı bu olanaklar sayesinde, bir ispat çalışmasının temel öğelerinden olan ilişkiyi bulma, varsayımda bulunma, genelleme yapma sorumluluğu tamimiyle öğrenciye atanmış olup öğrenci formal bir ispata ulaşabilmek için matematikçi gibi davranma ihtiyacı ile baş başa bırakılmıştır. Bu yolla öğrenci kendi bireysel anlamasını sağlayarak kendi matematiğini kurma fırsatına sahip olacaktır[21].

Özel durumlardan yola çıkarak genele giden yolda, yukarıda bahsedilen zihinsel etkinlikler gerekli görülmektedir[21]. Bu anlamda, Hoyles, bilgisayarı genele giden yolda bir yardımcı olarak karakterize etmiştir[24]. Dinamik geometri programlarının formal bir ispata giden yolda sağladıkları olanaklar yıllardır bir sunum şeklinde çalışılan ispat çalışmalarının niteliğini de derinden etkileyecektir.

1.2.4. Cabri Geometri'nin Temel Bileşenleri

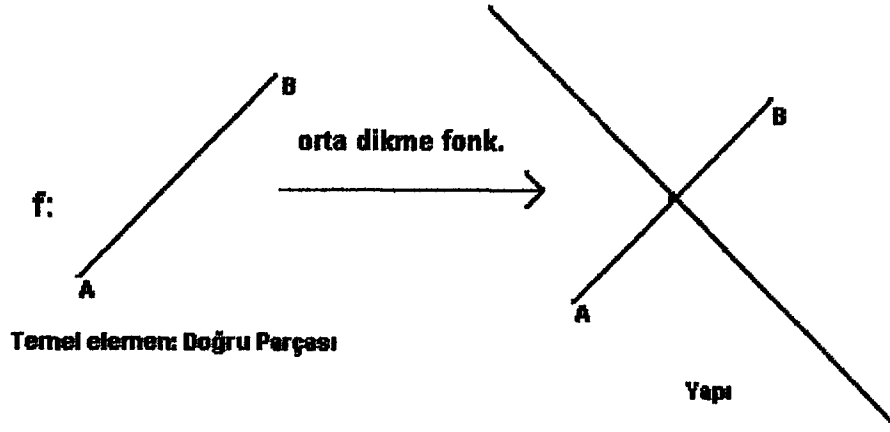
Cabri geometri ile nokta, doğru, çember, gibi geometrinin temel elemanlarını ekrana çizebilir ve bu temel elemanları kullanarak yeni yapılar oluşturabiliriz. Pratt ve Ainley Cabri Geometri'nin 4 temel bileşeninden bahsetmektedir[10]

TEMEL ELEMANLAR: Bu elemanlar, nokta, doğru, doğru parçası, ışın, üçgen, çokgen, çember gibi Euclid geometrisinin de temel çizimleridir. Bu temel çizimler kullanılarak daha karmaşık yapılar oluşturulabilir.

FONKSİYON: Yeni bir yapı elde edebilmek için, matematikteki fonksiyon kavramına benzer bir nitelikte, temel elemana uygulanan işlemdir. Örneğin, verilen bir doğru parçasının orta dikmesini, 'Orta Dikme' fonksiyonu aracılığıyla rahatlıkla bulabiliriz. Benzer şekilde 'Açıortay', 'Dik Doğru' gibi değişik fonksiyonlar Cabri geometri programında mevcuttur.

YAPI: Temel bir elemana herhangi bir fonksiyon uygulandığında ortaya çıkan yeni şekil bir yapıdır.

Temel eleman, Fonksiyon ve yapı arasındaki ilişkiyi matematiksel bir formda aşağıdaki gibi gösterebiliriz.



Şekil 1.2

Elde edilen bu yapı daha sonra makrolar yardımıyla temel eleman olarak tanımlanabilir ve yeni yapılar oluşturulabilir.

Cabri Geometri'nin bir diğer önemli özelliği '*fonksiyonel bağımlılık*' kavramıdır. Temel elemanlarla yapı arasındaki ilişki fonksiyonel bağımlılık kavramını oluşturur. Örneğin; Bir doğru parçasına 'Orta Dikme Fonksiyonunu' uygulayarak yukarıda oluşan yapıyı elde edelim. Bu yapıda 'Orta Dikme' bağımlı 'Doğru Parçası' ise bağımsız değişkenlerdir. Ekranda doğru parçasını hareket ettirdiğimizde buna bağlı olarak 'Orta Dikme'de hareket edecektir. Doğru parçasının boyunu uzattığımızda Orta Dikmede buna bağlı olarak yeni konumuna geçecektir. Ancak orta dikme bağımlı bir değişken olduğundan yalnız başına hareket ettirilebilme şansına sahip değildir.

1.2.5. Cabri Geometri'de Yapı ile Çizim Arasındaki Fark

Cabri ile geometri derslerini yürütmek isteyen bir öğretmenin yazılımı kullanma sırasında başarısız olmaması için çizim ile yapı arasındaki farkı iyi ayırt edebilmesi gerekir. Bu fark ilki bakışta görülemeyen ancak Cabri ile çalıştıkça belirlenebilen bir farktır.

Yapı ile çizim arasındaki farkı bir karenin oluşturulması için kullanılan iki farklı yöntemde rahatlıkla görebiliriz.

1. Çizim

Çizim ile bir karenin oluşturulması sırasında aşağıdaki sıra takip edilebilir.

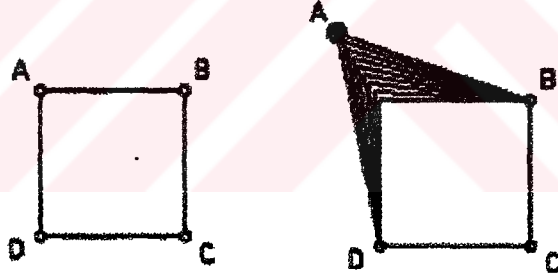
- Menüden 'Çokgen' seçeneğini seçerek herhangi bir dörtgen çizilir.

- Ölçüm menüsünden ilgili bölümleri seçerek dörtgenin açılarının ve uzunluklarının ölçülerini bulunur.
- Şeklin köşeleri sürüklenerek tüm açılar 90^0 ve tüm kenarlar eşit uzunlukta yapılır.

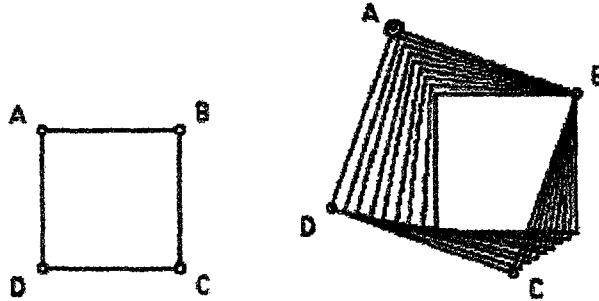
2. Yapı

- Uç noktaları A ve B olan bir doğru parçası oluşturulur.
- A ve B noktalarından bu doğru parçasına dik doğrular çizilir.(fonksiyon özelliği kullanılarak)
- A ve B noktalarını merkez, $|AB|$ 'yi yarıçap kabul eden iki çember çizilir.
- Çemberlerle dik doğruların kesim noktaları karenin C ve D köşelerini verir.
- Menüden 'Çokgen' seçeneği seçilir A,B,C,D den geçen dörtgen çizilir ve diğer nesneler gizlenir.

Oluşturulan bu iki kareden çizim olarak oluşturulanan A noktası sürüklendiğinde yapının şekli bozulur(şekil 1.3) Bu nedenle öğrenciler karede sabit kalan ilişkileri belirleyemez. Yapı olarak oluşturulan kare ise A noktasından tutularak taşındığında tüm özelliklerini korur(şekil 1.4).



Şekil 1.3. - A noktası sürüklendiğinde kare bozulur.



Şekil 1.4. A noktası sürüklendiğinde kare özelliği bozulmaz.

Cabri Geometriyi derslerinde kullanmak isteyen öğretmenler, yazılımın bu özelliğini göz önüne almak zorundadırlar. Aksi taktirde öğrencilerde, ‘Her dörtgen bir karedir.’ gibi yanlış anlamalar oluşabilir[19].

1.2.6. Niçin DGY?

Daha önceki bölümlerde DGY’ler ile verilen genel bilgilere dayandırılarak bu sorunun cevabı 8 alt başlık altında sıralanabilir:

1. MİKRODÜNYA: Dinamik geometri yazılımlarının öğrenciler için mikro dünyalar oluşturduğu bir çok araştırmacı tarafından ifade edilmiştir[14],[15]. Cabri Geometri yazılımı ile mikro dünyaların nasıl oluşturulduğunu ortaya koyabilmek için, öncelikle ‘Mikro dünya nedir?’ sorusunun cevabını ortaya koymak gerekmektedir. Mikro Dünya tabiri Logo programlama dilinin bir özelliği olarak ilk kez Papert(1980) tarafından dile getirilmiştir. Papert mikro dünyaları ‘Matematiksel düşüncelerin ortaya çıktığı ve büyüdüğü alanlar’ olarak ifade etmektedir[25]. Papert’e göre, bilgisayarlar mikro dünyalar oluşturulması için mükemmel araçlardır ve bu olgu karmaşık eğitim sürecini daha doğal bir sürece dönüştürmemize yardımcı olabilir. Dönüştürülecek bu doğal süreçteki öğrenme, çocukların dil öğrenmesine benzer kolaylıkta bir öğrenme olur[26]. Bununla birlikte mikro dünya kavramının çekirdeğindeki tema ‘bilginin, yazılım ile aktif etkileşim sonucu kurulduğu fikridir.’[27]. Bu nedenle böyle bir ortamda öğrenci ile yazılım arasındaki aktif iletişim önemlidir. Bu iletişim sürecinde bilgi, karmaşık, birbiri ile ilişkili ve büyüyen bir yapıdadır. Dolayısıyla, bu süreçte kurulan bilgi anlamlı, değerli ve kişinin kendi çabasının sonucudur. Bu nedenle de kalıcıdır.

Mikro dünyalar yaklaşımıyla hazırlanan yazılımlar, öğrencilerin yazılım üzerindeki değişkenleri değiştirebilmesine imkan sağlar. Değişkenlerin farklı yapı, durum ve özelliklerinin incelenmesi etkileşimli olarak yapılabildiğinden öğrencinin düşünce, teori ve beklentilerini değiştirebilmesi ve gerçekleştirebilmesi mümkün olur[26].

Mikro dünyalar kavramı bir nesneden ziyade doğal öğrenme ortamları olarak düşünülmelidir. Bu ortamlarda öğrenilecek bilgi kullanıcıya doğrudan hazır bir şekilde sunulmaz. Belli senaryolar ve açık uçlu problemler içeren mikro dünya özelliği gösteren yazılımlarda öğrencinin keşfederek öğrenmesi amaçlanmaktadır. Bilgisayar destekli

öğretim süreci içerisinde bu tür yazılımlar öğretmenin önceden hazırladığı öğrenci çalışma yaprakları ile birlikte kullanılır[28].

Öğrenme bağlamında mikro dünyaların özelliklerini Akpınar aşağıdaki gibi sıralamaktadır:

1. Mikro dünyalar öğrenme sürecinde, öğrenme sorumluluğunu ve kontrolünü tamamen öğrenciye bırakmaktadır.
2. Öğrenci sürekli olarak aktif bir pozisyonundadır.
3. Öğrenci, hem öğrenci hem de kendisinin öğretmeni rolündedir.
4. Mikro dünyalar, öğrencinin, deneyimlerinden yararlanarak bilgi keşfine başlayacağını varsayar.

Uygun pedagojik yaklaşımlar kullanıldığında DGY'ler yardımıyla mikro dünyalar oluşturulabilir. Öğrenciler DGY'ler yardımıyla oluşturulan mikro dünyalara girerek geometrik ilişkileri araştırma, keşfetme ve bulma aktivitelerine yönelebilir ve bu yolla kendi geometrik anlamalarını inşa etme imkanına sahip olurlar. Çünkü, DGP'ları ile oluşturulan şekiller sabit değil dinamik bir yapıya sahiptir. Bu ise öğrencinin ve öğretmenin önüne inanılmaz araştırma alanları çıkarmaktadır. Örneğin, Cabri ekranında oluşturulan üçgen belli bir kenar uzunluğuna sahip sabit bir üçgen değildir. Bu üçgen mümkün olan tüm üçgenlerin bir prototipidir[29]. Öğrenci açı yada kenar değişkenlerine göre üçgenini ekranda dinamik olarak değiştirip istediği üçgeni oluşturabilir. Bu ise Akpınar'ın mikro dünya özelliğine sahip yazılımların bir özelliği olarak belirttiği 'değişkenleri değiştirebilme' özelliği ile uyum göstermektedir. Bu yolla öğrenci ekrana çizdiği dar açılı bir üçgenin kenarları için $a^2 < b^2 + c^2$ varsayımını kurarken, üçgenini ekranda değiştirip geniş açılı bir üçgene dönüştürdüğünde varsayımını değiştirip $a^2 > b^2 + c^2$ ve üçgenini dik bir üçgen yaptığında da $a^2 = b^2 + c^2$ varsayımlarını ortaya koyma imkanına sahip olur ve sonuçta da genel bir yargıya varma imkanını yakalar.

2- DENEYİM: Yapısalcı felsefe son 20 yıldır matematik eğitimini derinden etkilemiştir. Bu felsefe daha çok bilginin yapısı üzerinde odaklanmış olup öğrenme bağlamında, öğrencilerin daha önceki deneyimlerinden yararlanarak yeni karşılaştıkları durumlara anlam verebileceklerini ve onları özümseyebileceklerini savunur[30]. Jonassen, Myers ve McKillap ise constructivismi, kişilerin kendi deneyimlerine dayanarak bilgi oluşturma süreci olarak görmektedir[31]. Bu anlamda constructivist bir ortamda, çeşitli fiziksel materyaller kullanılarak, öğrencilerin bilgiyi kurmalarına ve deneyerek tecrübe

etmelerine imkan sağlanmalıdır. Cabri Geometri de bu anlamada okul geometrisi için benzersiz olanaklar sunmaktadır.

Matematiksel ilişkilerin çoğu üst düzeyde bilişsel etkinliği gerektiren soyut ilişkilerdir[28]. Bu bağlamda, matematik öğrenmeyi de yapı içerisindeki matematiksel ilişkileri soyutlama süreci olarak alabiliriz[32]. Öğrencilerin bu soyutlama sürecini başarı ile tamamlayabilmeleri için süreç içerisinde , tahmin etme , gözlemleme, açıklama ve değiştirme gibi deneyimlere sahip olmaları gerekir. Öğrencilerde güçlü matematiksel anlamalar, bu deneyimler sonucu kurulabilir. Çünkü kendilerini zengin deneyimler içerisinde bulamayan öğrenciler çoğu zaman ilişkiyi, formülü, kavramı yada formülü ezberlemeye yönelmektedirler. Genelde bilgisayar teknolojisi özelde ise Dinamik geometri yazılımları alanında yaşanan gelişmeler soyut matematiksel ilişkilerin çoğunu ekranda canlandırma olanağını da beraberinde getirmiştir. Bu yolla çoğu soyut geometrik ilişki bilgisayar ekranında somutlaştırılabilmektedir. En azından fiziksel olarak olmasa da elektromanyetik olarak doğruluğu ve varlığı gösterilerek çoğu matematiksel ilişki bir deneyim ortamında öğrenci için somutlaştırılabilmekte ve kolay kavranılması sağlanabilmektedir[28].

3. **GÖRSELLİK:** Görselliğin öğrencilere sağladığı en önemli avantaj, öğrencilerin geometrik yapı altındaki soyut ilişkileri daha kolay anlamaları ve kavramsallaştırmalarına yardım etmesidir. Çünkü görsel gösterimler soyut matematiksel yapıları anlamak için güçlü olanaklar sunarlar[33]. Yapılan araştırmalar DGY'lerin görsel özelliklerinin öğrenciler de kağıt kalem çalışmalarına göre daha fazla soyut yapılar üzerine yoğunlaşma imkanı sağladığını göstermiştir[9]. Soyut yapılar üzerine yoğunlaşma yoluyla, öğrencilerin hayal gücü artmaktadır. Matematikte hayal gücünün artması sezgi yolunun dolayısıyla yaratma ve keşfetme yollarının açılması demektir. Bu yollar açıldığında, öğrenci analiz yapabilecek, varsayımda bulunabilecek ve genelleme yapabilecektir. Bu ise doğrudan öğrencinin problem çözme becerilerini geliştirecektir[1]. Bu nedenle, matematik eğitimcileri hem bireysel uğraş hem de matematiksel fikirlerin öğretimi sürecinde görsel gösterimlerden yararlanmaktadırlar[33].

Görsel gösterimlerin karmaşık matematiksel yapılar altındaki soyutlamaları sağlayarak anlamlı ve keşfetmeye dayalı öğrenmelerin gerçekleşebilmesi için gereklidir. Kaput'a göre matematiksel düşüncenin en önemli özelliği şeklin değişimi ile birlikte yapı içerisinde değişmeyip sabit kalan ilişkileri soyutlayabilmektir[19]. Bununla birlikte yapı

içerisinde değişmeyen ilişkileri ortaya çıkartabilmek için bir değişime ihtiyaç vardır. Bu değişim DGY'lerin nesneleri hareket ettirebilme özelliği sayesinde kolayca sağlanabilir. Bağımsız değişkenlerin hareketiyle, bağımlı değişkenlerin bunları takip etmesi ancak mevcut matematiksel ilişkilerin daima sabit kalması soyutlama için çok idealdir. Öğrenci Cabri ekranında bir yapı oluşturabilir ve bu yapı içerisinde sabit kalan ilişkileri araştırabilir. Öğrenci şeklin farklı konumları için bir çok örnek görürken bazı ilişkilerin bu değişimden etkilenmediğini görmesi, öğrenciye güçlü bir varsayımda bulunma imkanı sağlar.

Matematiksel ilişkilerin bir çoğu, nesnelerin görsel gösterimleri yoluyla elde edilir. Bu nedenle bazı öğrenciler için, görsel gösterimler matematik öğrenmek için kesinlikle gereklidir. Böyle öğrencilerin büyük bir çoğunluğu görselliğin olmadığı matematik derslerinde kendilerini zayıf hissetmektedirler. Bu şekildeki öğrencilere sağlanacak görsel ortamlar sayesinde sadece dersi başarmaları sağlanmaz, derse aktif katılımları da sağlanır[18]. DGY'ler sayesinde öğrenciler yapıların görsel gösterimleriyle mouse yardımıyla oynarken bir yandan da yapı içerisinde sabit kalan ilişkileri keşfedebilir ve matematik tarihinin genelinde olduğu gibi görsel gösterimler yoluyla yapı da bulunan soyut matematiksel ilişkileri keşfedebilirler.

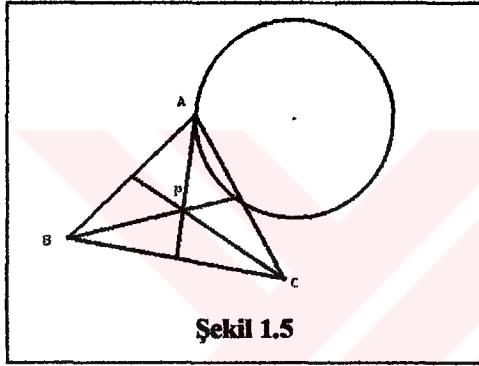
4. İSPAT VE GEOMETRİK YER: Bir çok araştırmacı, lise öğrencilerinin büyük bir çoğunluğunun formal ispatlara başlamak için yetersiz bilişsel seviyelerde olduğunu ve geometrinin aksiyomatik yapısına öğrencilerin girmeden önce deneyimler yoluyla informal keşiflerde bulunmaları gerektiğini belirtmektedirler[34]. Benzer şekilde Edwards'da formal bir ispata başlamadan önce deneyimler yoluyla yapılması gereken keşiflerin gerektiğini ve Cabri Geometri'nin bu anlamda bu boşluğu doldurabilecek önemli bir araç olabileceğini belirtmektedir. Villiars'da ispatın önemli bir işlevi olan ve formal ispata başlamadan yapılması gereken 'Keşif' işlevinin sağlanabilmesi için genelde bilgisayarın özelde ise Dinamik Geometri Yazılımlarını önemli bir potansiyele sahip olduğunu belirtmektedir[34],[35].

DGY'ler geometrik yer problemlerinin keşfi için yeni ve farklı olanaklar sunmaktadır[36]. Bu yazılımlardan Cabri Geometri'nin , 'İz Bırakma' ve 'Geometrik Yer' özellikleri, ülkemizde matematik müfredatlarında ihmal edilen problemlerden 'Geometrik Yer' problemlerinin sınıf ortamında rahatlıkla çalışılabilmesine olanak sağlamaktadır[37]. Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin bu iki özelliği, hayal edilebilmeleri güç olan yapıları ekranda somutlaştırarak bu problemlerin çözümü için alternatif bir yaklaşım ortaya

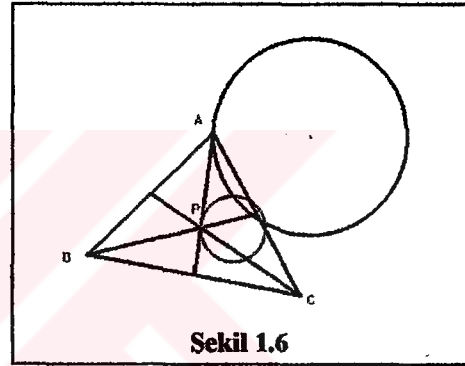
koymaktadır. Aşağıdaki örnekte bu iki özelliğin, dinamik geometri yazılımları ile nasıl kullanıldığı gösterilmektedir:

A köşesi bir K çemberin üzerinde, B ve C köşeleri bu K çemberinin üzerinde olmayan bir üçgen düşünün. Üçgenin A köşesi çemberin üzerinde bir tam dönme gerçekleştirdiğinde, ABC üçgeninin kenar ortaylarının kesim noktası nasıl bir şekil çizer[37].

Beyinde canlandırılması zor olan bu yapıyı aşağıdaki gibi doğru bir şekilde oluşturup Cabri'nin 'Geometrik Yer' özelliğini kullandığımızda, kenar ortayların kesim noktasının da bir çember çizceğini elde ederiz. Cabri Geometri'nin diğer özelliklerini de kullandığımızda, oluşan küçük çemberin yarıçapının büyük çemberin yarıçapına oranının $1/3$ olduğunu bulabiliriz.



Şekil 1.5



Şekil 1.6

Geleneksel okul geometrisinin sabit yapısında bu gibi geometrik yer problemlerinin çalışılması ise mümkün değildir.

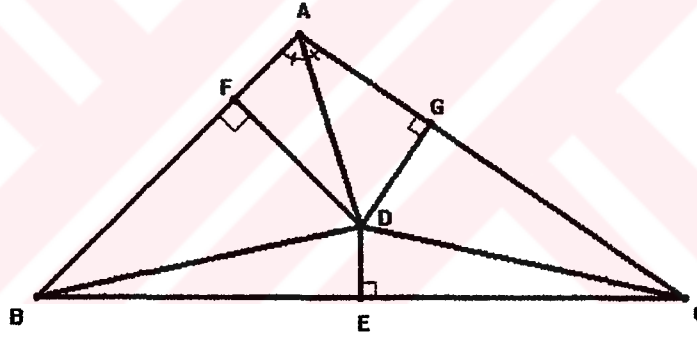
5. DÖNÜŞÜMLER: DGY'lerin ilgili menülerini kullanarak geometrik nesnelere, öğrencinin gözleri önünde öteleme, dönme, yansıma, simetri dönüşümlerini uygulanabilir. Bu sayede öğrenciler dönüşümlerin özelliklerini araştırma imkanlarına sahip olurlar. Hatta dönüşümleri kendileri tanımlama fırsatını dahi yakalayabilirler. Baki (2001) yaptığı çalışmada, öğrencilerin Cabri Geometri yazılımı ile geometrik nesnelerin yansıma dönüşümlerini çalışmaları sırasında özgün çözüm yolları geliştirdiklerini gözlemlemiştir[1].

6. OLUŞTURULAN ŞEKLİN DOĞRULUĞU: Genelde matematikle özelde ise geometri ile uzaktan yada yakından ilgisi olan herkes bir nesnenin şeklini çizmenin yada hızlı bir taslağını yapmanın göremedikleri bir çok ilişkinin ortaya çıkması için sahip

olduğu potansiyeli bilirler. Bu yüzden matematikçinin şekil üzerinde ‘gördüm’ demesinin anlamı, ‘ilişkiyi gördüm ve anladım’ dır. Özellikle geometride şekiller, ilişkileri tanımlamak ve ispatları yapmak için çok önemlidir. Ancak sadece kabataslak olarak çizilen şekillere güvenmek tehlikeli bir uğraştır. Yanlış çizilmiş bir şekil özel durumların gözden kaçmasına, geçersiz varsayımların ortaya atılmasına ve anlamsız sonuçların ortaya çıkmasına neden olabilir. Yanlış bir şekil çizmenin nasıl mantıksal geçerliği olmayan sonuçlara yol açabileceğini aşağıdaki örnekle inceleyelim:

TEOREM: Bütün üçgenler ikizkenardır.[38]

İSPAT: Keyfi bir ABC üçgeni alalım. A açısının açıortayını ve BC kenarının orta noktasından (E) bir dikme alalım. Bu iki doğru parçasının kesim noktası D olsun. D’den AC ve AB kenarlarına dik doğru parçaları çizelim. Bu doğru parçaları kenarları F ve G noktalarında kessin. Bu yapının şeklini aşağıda görebilirsiniz.



Şekil 1.7

AFD üçgeni ile AGD üçgeni benzer üçgenlerdir(A.A.A.). AD kenarı her ikisinde ortak olduğundan benzerlik oranı 1’dir (Eş üçgenler). Bu nedenle, $|FD| = |GD|$ ve $|AF| = |AG|$ elde edilir.

Ayrıca BDE üçgeni ile CDE üçgeni de eş üçgenlerdir. (K.A.K)(Bu nedenle $|BD| = |DC|$ dir .)

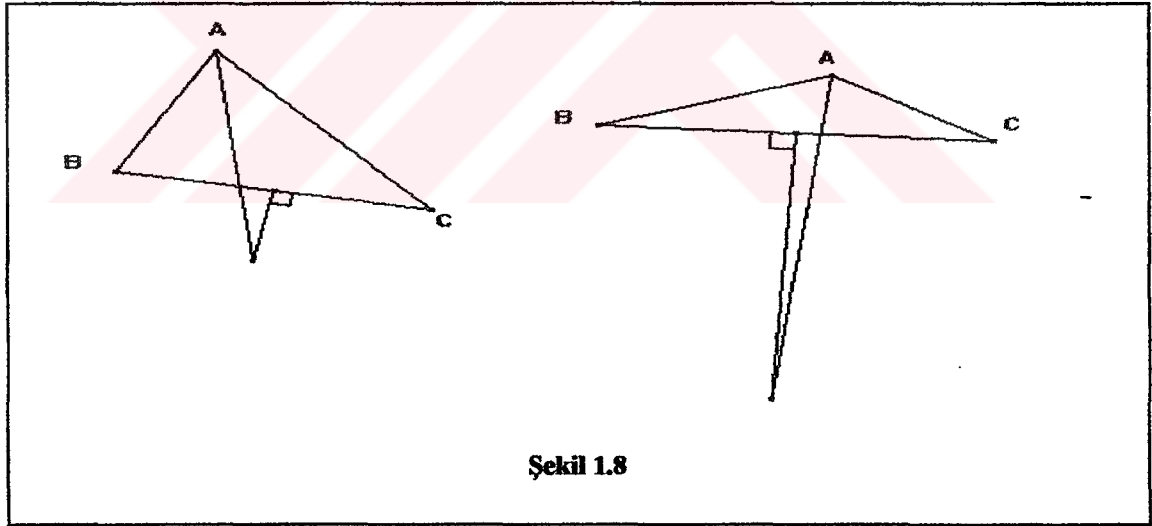
BDF ve CDG üçgenleri dik üçgen ve $|FD| = |GD|, |BD| = |DC|$ olduğundan Pisagor teoremi gereğince $|FB| = |GC|$ sonucuna varılır .

$|AB| = |AF| + |FB|$, $|AC| = |AG| + |GC|$ ve $|AF| = |AG|, |FB| = |GC|$ olduğundan $|AB| = |AC|$ sonucuna buradan da ABC üçgeninin ikizkenar olduğu sonucuna varılır.

Görünürde ispatta hata olmadığı ve birbirini takip eden matematiksel çıkarımlarla sonuca ulaşılabildiği görülmektedir. Her ne kadar çıkarımlarda bir hata olmasa da hata temel de şeklin çiziminden kaynaklanmaktadır. Çünkü herhangi bir üçgende A köşesine ait açıortayla BC kenarının orta dikmesi hiçbir zaman üçgenin iç bölgesinde kesişmezler.

Bu örnekten de anlaşılacağı üzere geometri de doğru şekiller çizebilmek, doğru sonuçlara ulaşabilmek için bir ön şart niteliği taşımaktadır ve Çok dikkatli çizilen şekiller bile doğru olmayabilir[38].

DGY'ler ile yukarıdaki ispata hiç girmeden en baştan teorem reddedilebilirdi. Çünkü DGY'ler çok doğru çizimler verirler. Örneğin yukarıdaki çizim DGY'ler ile yapılmış olsaydı, hem dar, hem geniş açılı üçgenlerde A açısının açıortayı ile B kenarının orta dikmesinin daima üçgenin dışında kesiştiklerini görülebilir ve bu hataya düşülmeyerek oluşabilecek kavram yanlışları daha baştan önlenirdi.



Şekil 1.8

7. DÜŞÜNME ALIŞKANLIKLARI YAKLAŞIMI: Dünyada ve Ülkemizde matematik müfredatlarını geliştirme adına yapılan yenilikler genellikle müfredata yeni konular ekleme ya da müfredattan bazı konuları çıkartma şeklinde yapılmaktadır[13]. Goldenberg, bu anlamda yapılan değiştirme ve geliştirmeleri eleştirmekte ve bunun yerine “düşünme alışkanlıkları (habits of mind)” adını verdiği bir yaklaşım önermektedir. Bu yaklaşımda, öğretmen, hangi konuyu öğreteceğini değil, öğrenciye hangi matematiksel düşünme

becerisini kazandıracağını tasarlamalıdır[13]. Çünkü, Goldenberg, matematiği birileri tarafından bulunmuş matematiksel sonuçlardan oluşan bir bilim dalı olarak değil bazı düşünme alışkanlıkları olarak görmektedir.

Goldenberg, yeni bir müfredat geliştirme yaklaşımının temellerini oluşturan bu düşünme alışkanlıklarının bazılarını şu şekilde sıralamaktadır:

- Yapı içerisindeki sabit ilişkileri araştırmak,
- Yapı içerisindeki değişkenleri değiştirip yeni duruma uygun düzenlemeler yapabilme,
- Deneyimlerden yararlanarak çıkarımlara ulaşabilme,
- Yapı içerisindeki sabit ilişkileri bulup, bunların nedenlerini sistematik bir biçimde araştırabilme,
- Sözel veya görsel sunulan bilgileri birbirine çevirebilme,
- Yapı içerisindeki ilişkileri formal veya informal olarak sunabilme,
- Şekilleri yorumlayabilme,
- Varsayımda bulunabilmeli,
- Görselliği kullanabilme,

Goldenberg yukarıda bazıları sıralanan bu düşünme alışkanlıklarının öğrencilere kazandırılabilmesi için genelde bilgisayarın özelde ise DGY'lerin önemli bir role sahip olduğunu belirtmektedir[39].

8. SABİT ŞEKİLLERİN MODEL OLARAK ALINMASI PROBLEMİ: Öğretmenlerin sınıf ortamında; üçgenler, dörtgenler ve diğer geometrik şekilleri çizerken sık sık aynı tip standart geometrik şekilleri çizmeleri, öğrencilerin bu şekilleri model almalarına neden olmaktadır. Bunun sonucu olarak da, öğrenciler, esnek düşünememekte ve öğrenilen herhangi bir kavramı standart olmayan bir şekil üzerinde kullanamamaktadırlar. Presmeg, sabit olarak alınan tek şeklin, öğrencilerin ilgisiz detaylar üzerine yoğunlaşmalarına neden olabileceğini ve bunun sonucu olarak da yanlış anlamalar geliştirebileceklerini belirtmektedir[40]. Hoz ortaya çıkan bu model alma probleminin geometrik nesnelerin *sabitliğinden* kaynaklandığını belirtmektedir[41]. Herskowitz, bu tip problemlerden bazılarını aşağıdaki gibi sıralamaktadır:

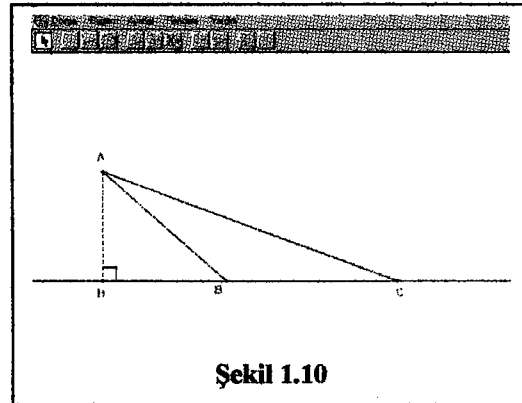
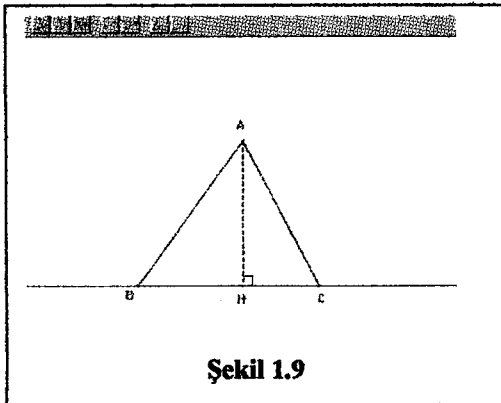
- Öğrencilere dar açılı çeşitkenar üçgenin model olarak sunulması sonucu öğrenciler geniş açılı üçgene yükseklik çizememektedirler.

- Kitaplarda ve derslerde öğrencilere dış bükey çokgen model olarak tanıtıldığından, öğrenciler iç bükey çokgenin köşegenlerini çizememektedirler.
- Dik üçgende dik açının yeri değiştiğinde öğrenciler üçgeni dik üçgen olarak tanıyamamaktadırlar.
- İkiz kenar üçgenlerin geleneksel gösterim tarzı değiştirildiğinde öğrenciler eşit açıları belirleyememektedirler[42].

Euclid Geometrisinin sabitliğinden kaynaklanan bu olumsuzluklar, DGY'lerin hareketliliğini sayesinde rahatlıkla aşılabılır. Çünkü, Cabri ekranına çizilen herhangi bir üçgen tüm üçgen çeşitleri(dar, geniş, dik açılı) içerisinde barındıran bir yapıdır. Öğrenci üçgeni herhangi bir köşesinden tutarak, o üçgeni dar, geniş yada dik açılı bir hale getirebilir.

Örneğin, DGY'lerin kullanılması ile Herskowitz'in yukarıda bahsettiği birinci problemin nasıl aşılabileceğini örnekleyelim:

Ekrana dar açılı bir üçgen ve bu üçgenin de yüksekliğini çizelim. Ardından, üçgeni A noktasından tutup hareket ettirdiğimizde, şeklimiz bizim isteğimize göre geniş yada dik açılı hale de gelebilecektir. Öğrenci A köşesinden tutup üçgeni değiştirirken, yükseklikte bu değişime dinamik olarak cevap verecek ve üçgenin farklı konumları için farklı gösterimler alacaktır. Yani, öğrenci üçgenin farklı konumları için yüksekliğin farklı gösterimlerini görerek sabitlikten kaynaklanan bu probleminden kurtulacaktır.



1.3. Çalışmanın Kuramsal Temelleri

1.3.1. Yapısalcılık (Constructivism)

Epistemolojik bir yaklaşım olan *constructivism* veya parçaların bir araya getirilerek bir yapının inşa edilmesi anlamında kullanılabilecek yapısalcılık, bilginin doğası, nasıl kurulduğu, bireyin neyi bilebileceği ve neyi bilemeyeceği konuları üzerinde durur. Eflatun'cu felsefeler bilginin ve dolayısıyla matematiksel bilginin bireyden bağımsız olduğunu varsayarlar. Yani bilgi bir yerlerde var, bizden önce de vardı bireyin rolü onu bulmaktır. Buna karşın yapısalcı felsefede bilgi bireyden bağımsız değildir. Bilgi ve dolayısıyla matematiksel bilgi bireyin ürünüdür, bulunmaz veya aktarılmaz ancak kurulur. Bilginin doğasına böyle bakıldığında, bilginin kurulmasında veya elde edilmesinde otorite bireydir yani öğrenendir[30]

Geleneksel matematik öğretimi; öğretimi 'Nakil' ve öğrenmeyi de 'Pasif Alma' olarak görür. Bu görüşe göre, bilgi daha yetişkin olan bireyler (öğretmen) tarafından öğrencinin beynine nakledilir ve öğrenci de kendisine nakledilen bu bilgiyi pasif olarak alır. Yapısalcı bilgi kuramı , bu görüşün tam tersine bireye bilginin kurulması sürecinde aktif bir rol yükler.

Yapısalcı öğrenme teorisi üç temel varsayımı vurgular:

- Bilgi, pasif olarak dışarıdan alınmaz, aktif olarak birey tarafından kurulur,
- Anlama, adaptasyon sonucu ortaya çıkar; kişi kendi tecrübeleri, bilgi ve birikimleriyle tartışılan konu arasında uyma sağlayarak, ele alınan konuyu anlar.
- Bilgi, etkileşim sonucu oluşturulur; kullanılan dil ve içine gömülü bulunan sosyal yapı bu etkileşimde önemli bir rol oynar[31].

Constructivism hakkında yapılan en büyük yorum yanlışı onun bir öğretme yöntemi olarak düşünülmesidir[43]. Constructivismın böylesine dar bir anlamda düşünülmesi onun verimini sınırlayabilir.

Constructivism genel olarak 3 değişik yaklaşım üzerine inşa edilmiştir[44].

- **Epistemolojik Yaklaşım:** Epistemoloji, geniş anlamda bilginin doğasıyla ilgilenir. Constructivism de temellerini felsefenin bu dalından alır[30]. Constructivism, bilginin bireylerden bağımsız olduğu görüşünü savunan Eflatuncu yaklaşımın tersine bilginin

bireylerden bağımsız olmadığını, bireylerin inanç ve kültürel değerleri gibi değerlerinde etkilenecek var olan şeklini aldığını savunan bir yaklaşım sergiler.

- **Öğrenmeye Yönelik Psikolojik Yaklaşım:** Aslında psikoloji ile epistemolojinin ilişkisini tanımlamak kolay değildir. Bu ilişki kesin çizgilerle tanımlanacak kadar net ve saydam bir ilişki değildir[28]. Constructivism, bilginin bir yetişkin tarafından bireyin beyine aktarılamayacağını ancak bireyin kendi aktiviteleri ile bizzat birey tarafından kurulabileceğini varsayar. Bu açıdan bakıldığında geleneksel öğretim bireyi verilen bilgiyi emen bir sünger olarak görürken constructivism bireyi büyüyen bir fidan olarak görür[30],[45]. Bu nedenle constructivist felsefenin hakim olduğu sınıflarda, öğrencilere açık uçlu sorular yoluyla açık uçlu öğrenme ortamları sunulur ve öğrencilerin bu ortamda bilgilerini kurmaları beklenir.
- **İyi Bir Eğitimin Niteliğine Yönelik Yaklaşım:** Constructivism doğrudan anlatım yönteminin öğrenciyi çok kısıtlayıcı ve eğitim için uygun olmayan bir yöntem olduğunu savunur. Bu tür bir öğretimde öğretmen bilgiyi doğrudan aktarır ve de öğrenciden aktarılan bu bilgiyi alması beklenir. Buna karşın constructivism bilginin bu şekilde doğrudan aktarılmasını yerine, bilginin öğrenci ve öğretmen, daha da önemlisi öğrenci ile öğrenci arasındaki bir etkileşimin ürünü olarak bireyin beyinde oluşturulmasını destekleyen yöntemleri savunur. Böyle bir yöntem, öğrenciye kendi öğrenmesini kontrol etme, materyallerle öğrenmeyi destekleme fırsatı sağlamalıdır.

Constructivism Kilpatrick, Von Glaserfeld, Paul Ernest gibi bir çok kişi tarafından farklı cümlelerle tanımlanmıştır. Constructivismın öncülerinden sayılan Piaget'ten beri bu kuram üzerine bir çok yapı inşa edilmesi constructivismın bir çok çeşidini ortaya çıkartmıştır[31]. Bu çeşitlilik içerisinde ikisi diğerlerine nazaran çok daha fazla etkilere neden olmuştur[46].

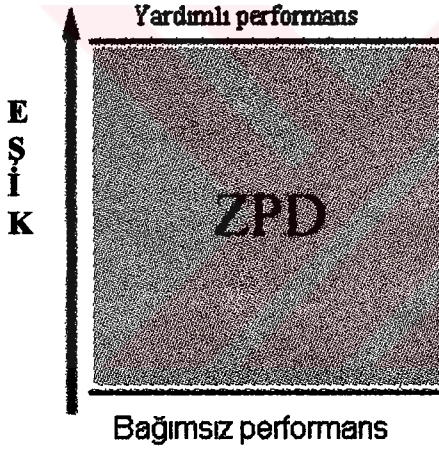
- Bireysel constructivism
- Sosyal constructivism

Bu iki yaklaşım öncülerinden dolayı sırasıyla Piagetçi constructivism ve Vygotskyçi constructivism adlarını da almışlardır[46]. Piaget geleneğine bağlı olarak bireysel constructivist olarak çalışıp bilgi elde etme sürecini diğer sosyal etkilerden yalıtılmış bir ortamda düşünen araştırmacılara daha sonraları Radikal constructivistler denmiştir. Radikal constructivism, bilginin birey tarafından kurulduğu hem kültürel hem de sosyal etkenlerin göz ardı edildiği bir yaklaşım olarak düşünülmüştür[46].

Radikal constructivist felsefenin sosyal, kültürel ve daha bir çok etkeni göz ardı etmesi ortaya alternatif yöntemler çıkartmıştır. Ortaya çıkan bu ürünlerin başlıcası da 'sosyal Constructivism' dir. Bu sosyal yaklaşımın kurucusu olarak Vygotsky düşünülmektedir. Vygotsky Rus bir Psikolog olup sosyal etkileşimi eğitimin merkezine koymuştur. Gavriel Salomon(2000) eğitim dünyasında Piaget'ten Vygotsky'e doğru bir değişimin varlığından söz etmektedir[46]. Sosyal constructivist model bireyin bilgisini oluşturması sürecinde sosyal etkileşimin özellikle akran etkileşimin çok önemli bir yerinin olduğunu kabul eder.

Vygotsky'i eğitim dünyasına tanıtan en önemli karam ortaya attığı Zone of Proximal Development (Yaklaşık öğrenme Eşiği) kavramıdır[47]. Vygotsky bu karamı:

'Bireyin bağımsız problem çözme yoluyla belirlenmiş gerçek gelişme aşaması ile yetişkinlerin rehberliğinde yada daha kabiliyetli akranların işbirliğiyle ulaşılabilir potansiyel gelişme aşaması arasındaki mesafa' olarak tanımlar[48],[49].



Şekil 1.11

Şekilde de görüldüğü gibi bireyin bağımsız performansı ile yardımcı performansı arasında değişik seviyelerde yardımcı performans uzanır. Bu yardımı bazen öğretmen çoğu zaman da akranları yapar. Eskiden elde edilen bilgidan yeni oluşturulmaya başlanan bilgiye ulaşmak için Vygotsky'nin tabiri ile kişi ZPD'den geçmek zorundadır. Bu ZPD'den geçiş süreci sosyal bir süreçtir. Ancak bu süreçte bazı noktalara dikkat

edilmelidir. Bunlardan başlıcaları da: Öğrencinin yaklaşık bilişsel öğrenme eşiği iyi tespit edilmeli ve sorulan sorular öğrencinin anlama düzeyinin çok ilerisinde olmamalı, öğrenci mevcut bilgilerini kullanarak ve dıştan alacağı desteklerle soruları çözebilmeli, yeniden anlamlandırabilmeli ve konu ile ilgili yeni kavramlar geliştirebilmelidir[28]. Problem, öğrencinin seviyesinden çok yüksek ise büyük bir ihtimal ile öğrenci problemi çözmekten vazgeçer. Problem öyle bir yerde olmalı ki öğrenci mevcut bilgilerini kullanabilsin ve bir ileri aşamayı gerektiren düşünce ve kavramlarla problemin çözümü sırasında tanışabilsin[47].

Constructivist açıklamanın bize söylediği kısaca şudur. Birey kendi bilgisini aktif olarak kendisi çevresi ile etkileşim sürecinde yapılandırır, kurar veya kazanır. Bu

etkileşim, sadece bireyin çevresiyle kendi başına etkileşimi değildir. Bu süreçte sosyal etkileşim de önemlidir. Sonuç olarak bilgi ve bilginin oluşumu bireyden bağımsız değildir, bireyin çevresi ile yeni durumlar ve olaylarla sosyal etkileşimi ile oluşan bir üründür. Hal böyle olunca bu felsefenin matematik eğitimi için söyleyecekleri vardır. Matematik bilgi bireyden bağımsız değildir (bizden önce vardı, bir yerlerde bizim için bekliyor ve biz onu bulmakla sorumluyuzun tersine matematik bilgi tamamıyla bireyin faaliyetlerinin özellikle zihinsel faaliyetlerinin ürünüdür). Dolayısıyla, öğrenmenin fonksiyonel, uzun süren ve anlamlı olabilmesi için öğrenci, öğrenme süreci boyunca kendi öz bilgisini oluştururken etkin olmalıdır. Yani matematik bilgi, boş bir kaba su boşaltılır gibi doğrudan doğruya anlatım yoluyla pasif durumdaki öğrencinin kafasına aktarılamaz[30].

Constructivist felsefeye uygun olarak derslerin yürütülebilmesi için uygun öğrenme ortamlarının sağlanması gerekir. Öğrencilerin daha önceki deneyimlerinden ve ön bilgilerinden yararlanarak yeni karşılaştıkları durumlara anlam verebileceklerini ve onları özümseyebileceklerini savunan constructivist öğrenme teorisine en uygun öğrenme ortamları açık uçlu öğrenme ortamlarıdır[50].

1.3.2. Keşfederek Öğrenme

Keşfederek öğrenmeyi anlamının en iyi yolu onu doğrudan anlatım yöntemiyle oluşan doğrudan öğrenmenin tam karşıtı olarak düşünmektir. Doğrudan öğrenme, dışarıdan başkaları tarafından tanımlanan bilgi ve becerilerin sistematik olarak elde edilmesi ve bunların muhafaza edilmesi gerekir. Böyle bir öğrenmede bireyin başarısı, kendisine öğretilen bilgi ve becerileri hafızasında tutabilmesi ve gerektiğinde geri verebilmesidir. Keşfederek öğrenme, bireyin öğrenmesini kendisinin gerçekleştirdiği ve kontrol ettiği hatta değerlendirdiği bir süreçtir[50].

Keşfederek öğrenmeyi savunanlar öğrencilerin kendi öğrenmelerini kontrol etmeleri vasıtasıyla, öğrenme ortamlarında bilgiyi pasif alıcı konumundan öğrenmeyi gerçekleştirmek için aktif yönetici konumuna geçeceklerini, bunun ise öğrenmeyi güçlendireceğini savunurlar[51]. Nitekim keşfederek öğrenmenin öğrenmeyi zenginleştirdiği yönünde araştırmalar da mevcuttur[51].

Tüm bunlara ek olarak keşfederek öğrenmelerle ilgili olarak:

- Keşfederek öğrenme, öğrencilere zengin ve gerçek deneyimlere girme imkanı sağlarsa daha etkili olur. Böyle zengin bir ortamın oluşturulmasında teknoloji çok önemli bir fonksiyona sahiptir[50].
 - Keşfederek öğrenmenin meydana geldiği bir ortamda, öğrenen değişkenleri değiştirebilir, ortaya çıkan karmaşayı düzenleyerek genellemeler ve modellemeler kurabilir. Bu açıdan bakılığında DGY'ler bunun için çok zengin fırsatlar sunmaktadır.
 - Keşfederek öğrenmede, öğrenciler kitaplardan ve öğretmenden bağımsız olarak kendi deneyimlerinden yararlanarak kavramı açıklamaya ve yorumlamaya çalışır.
 - Bilişsel stratejiler ve beceriler aktarılmaz, bu beceriler bizzat öğrenci tarafından deneyimin içerisine girerek kazanılır.
 - Keşfederek öğrenme, değişkenleri tanıma ve değiştirme, bilgiyi yorumlama, varsayımlarda bulunma ve bu varsayımları deneme gibi yüksek düzeyde bilişsel becerileri desteklemek için tasarlanır.
 - Geleneksel öğretim bilgiyi derinlemesine anlamadan ziyade bilgiyi hatırlama üzerinde dururken, keşfederek öğrenme ortamları öğrenciyi deneyimin içersine sokarak 'bilgiyi doğrudan alma' yerine 'bilgiyi oluşturma' fikrini anlama için temel alır.
 - Bilişsel süreç; öğrenme ürünlerinden daha önemlidir.
 - Anlama, bilmeden daha hayatidir
 - Keşfederek öğrenme ortamları, öğrencilere önceden belirlenmiş bir kapsam ve bu kapsama ulaşmak için çok spesifik hazırlanmış hedef davranışlar sunmaz, bunun yerine öğrencinin kendi öğrenmesini idare etmesi üzerine yoğunlaşır[50],[51].
- söylenebilir.

Constructivist felsefeyle tutarlı keşfederek öğrenmelerin karakteristik özelliklerine ve DGY'lerin değişkenleri değiştirme, varsayımlarda bulunma, keşfetme gibi özelliklerine bakıldığında birbirlerine ne kadar uygun oldukları açıkça görülebilir.

Yukarıda da belirtildiği gibi bu ZPD'den geçiş süreci sosyal bir süreçtir. Öğretmenin görevi de bireylere böyle sosyal bir ortam sağlamaktır. Bu nedenle, öğrencilerin en yüksek miktarda etkileşim içerisinde olduğu işbirliğine dayalı öğrenmeyi tanımak uygulama için gereklidir.

1.3.3. İşbirliğine Dayalı Öğrenme(İDÖ)

'Eğitim, kişisel bilgisayarlara taşınsa bile, doğasından dolayı sosyal bir süreçtir[52]'

İnsanların nasıl öğrendiği üzerine yapılan çalışmalarda; öğrenmenin sosyal bir süreç olduğu ve eğer öğrenci kendi bilgisini kuracaksa, işbirliğine dayalı etkinliklerin gerekli olduğu belirtilmektedir[53].

İşbirliğine dayalı öğrenme, Piaget'ten Vgotsky'e doğru bir kaymanın yaşanması gibi bir değişimle, modern eğitim teorilerinin merkezindeki yerini almıştır. Çünkü, İDÖ, bilgiyi elde etme ve öğrenme üzerine değişen görüşlere mükemmel bir şekilde uymaktadır. Geçmiştekinin aksine bu yeni teorilerde, öğrenene çok daha aktif ve çok daha yapısalcı bir rol verilmektedir. Üstelik bu yapısalcı bilgi oluşturma süreci, sadece bireysel bir mesele değil öğretmen, öğrenci ve öğretim materyalleri ile etkileşim ve tartışma olarak algılanmaktadır.

Uygarıkların, ülkelerin, iş kuruluşlarının hatta günümüzde çok yaygın olarak spor kuruluşlarının ilerleyip hedeflerine ulaşabilmeleri için işbirliği gereklidir. Son yıllarda şirketler arası yapılan evlilikler hep hedefe ulaşmak için yapılan işbirliği çalışmalarının neticesidir. Buna karşın, ülkemizdeki okul sistemi, yaygın olarak bireysel başarılar üzerine inşa edilmiş olup, öğrencilere işbirliğinin değerini gösterecek ve işbirliğiyle öğrenmelerini sağlayacak aktiviteler sunmamaktadır. Okullar işbirliğini desteklemediği ve öğrencilere bu yönde özel aktiviteler sunmadığı sürece öğrenciler hem zengin öğrenme fırsatlarından mahrum kalacaklar hem de yetişkin dünyasında işlerini görebilmeleri için gerekli gerekli olan işbirliği becerilerini kazanamayacaklardır[54].

Son yıllarda NCTM gibi kuruluşların giriştiği, matematik eğitiminde reform hareketleri, öğretmenlerin matematik dersleri sırasında İDÖ'yi mümkün olduğunca çok miktarda kullanmalarını tavsiye etmektedir. Yukarıda da belirtildiği gibi bu tavsiyelerin temelinde 'işbirliğinin' öğrencinin kazanması gereken önemli bir beceri olmasının ötesinde yeni öğrenme teorilerinin ortaya koyduğu, bilgiyi oluşturma sürecinde küçük grup çalışmalarının önemidir. NCTM'nin 1989 yılında yayınlamış olduğu standartlarda, küçük grup çalışmaları öğrencilere, birbirlerine sorular sorabilecekleri, fikirlerini tartışabilecekleri, hatalar yapabilecekleri, başkalarının fikirlerini dinleyebilecekleri, eleştirisel bakış açısı getirebilecekleri olanakların sağlanacağı belirtilmektedir [23]. Bununla birlikte, küçük grup çalışmalarının önemi iki nedene bağlı olarak açıklanmaktadır. Birincisi, eğer bilgi bireyin çevresi ile aktif etkileşimi ile kuruluyorsa, grup çalışması

öğrencilere mevcut bilgi yapılarını sosyal etkileşim ve diyalog ortamı sağlayarak yeniden kurma fırsatı verir. İkincisi, grup çalışması öğrencinin düşüncesini yansıtmayı geliştirir. Grup çalışması yoluyla, öğrenci konu hakkında o anda ne bildiğini karşısındakine söylemeye özendirilir. Böylece grup çalışması, öğrenciye kendi anlamalarıyla birlikte yanıtlarını da açığı çıkarmada yardım eder. Bu süreç içerisinde öğrenciler anlamlar üzerinde, kavramlar ve çözümler üzerinde uzlaşır[28].

Bu konunun girişinde de belirtildiği gibi eğitimin kişisel bilgisayarlar taşıması ile, eğitimin bireyselleştirilmesine yönelik çok büyük bir beklenti vardı. Fakat, yapılan çalışmalarda öğrencilerin bilgisayarlarla çalışırken bile arkadaşlarıyla etkileşime girmeyi istedikleri ve bu doğrultuda çalıştıkları görülmüştür[53]. Öğrencilerde bu şekilde bir yönelim ortaya çıkmasında eğitimin doğasında bulunan sosyal yapının önemi büyüktür. Öğrenciler hem geleneksel hem de bilgisayar destekli işbirliğine dayalı gruplarda çalışırken hem bilişsel hem de sosyal yönden yararlar elde ederler. Araştırmalar, bilgisayar destekli işbirliği gruplarında çalışan öğrencilerin en az yalnız çalışan öğrenciler kadar, sık sık ta onlardan daha başarılı olduklarını ortaya koymuştur[52],[53].

İşbirliğine dayalı öğrenme adına yapılan en büyük yanlışlardan biri öğrencileri gelişigüzel küçük gruplara ayırmanın işbirliğine dayalı öğrenme olarak ifade edilmesidir[52]. Ancak, unutulmamalıdır ki; öğrencileri küçük gruplara bölmek İDÖ için yeterli değildir. Öğrencilerin bir grup halinde oturup birbirlerinden bağımsız olarak gerçekleştirdikleri ve tamamladıkları çalışmalar İDÖ değildir. Doğru bir İDÖ için, öğretmenler, öğrencilerinin grup çalışmalarının önemini kavramalarına yardım etmeli, öğrencilerinin işbirliği becerileri kazanmalarını sağlamalı ve öğrencilerin matematiği grupla çalışma yoluyla öğrenmelerini sağlayacak aktiviteler ve açık uçlu sorular hazırlamalıdır. Tüm bu özellikleriyle birlikte, İDÖ hala kabul edilmiş bir tanıma sahip olmamasına rağmen, İDÖ bir problemi çözmek, bir konuyu tamamlamak yada bir amaca ulaşmak için bir araya gelmiş küçük bir öğrenen grubunu içerir [54]. Bir çok farklı İDÖ tekniği olmakla birlikte genel olarak hepsi;

- Grup üyeleri, kendilerinin bir takımın parçaları olduklarını ve hepsinin ortak bir amacı olduğunu algılamalıdır.
- Grup üyeleri, çözmeye çalıştıkları problemin yada tamamlamaya çalıştıkları aktivitenin grubun genel sorunu olduğunu ve tüm üyelerin başarıyı yada başarısızlığı paylaşacaklarının farkında olmalıdırlar.

- Grubun amacına ulaşabilmesi için, bütün öğrenciler birbirleriyle konuşmalı ve tartışmalıdırlar.
- Her bir bireyin, bireysel gayreti, grubun başarısı üzerinde doğrudan bir etkiye sahiptir. Bu nedenle takım çalışması önemlidir[54].

ilkelerini paylaşırlar.

Sonuç olarak çalışma boyunca yapısalcı bilgi kuramı ışığı altında keşfederek öğrenme ve işbirliğine dayalı öğrenme yaklaşımları kullanılmaya çalışılmıştır. bu amaçla materyallerde yer alan etkinlikler keşfetmeye uygun olarak hazırlandı. Öğrenciler grup çalışmaları yaparak bu etkinlikleri tamamladılar.



2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Çalışmanın amacı, çalışma sonunda bilgisayar destekli ortamın öğrencilerin başarıları üzerindeki etkiyi ortaya koyan istatistiksel veriler elde etmek değildir. Bu nedenle, çalışma boyunca nicel değil nitel araştırma yöntemleri kullanılmıştır. Zaten, baştan constructivist felsefeyi benimsemiş olmamız bizi nitel araştırma yöntemleri kullanmaya yöneltmiştir. Çünkü, Nodding, constructivismin, eğitim alanındaki araştırmalar için nitel yöntemleri savunduğunu belirtmektedir[55]. Bu anlamda Nodding, öğrencilerin bilgi kurma süreçlerini net olarak anlayabilmek, davranışlarını anlamlaştırabilmek için, öğrencilerin algılarını, amaçlarını, mevcut birikimlerini ve hislerini anlamamız gerektiğini belirtmektedir. Bu bölümde, araştırmanın yürütülmesinde takip edilen yöntem, verilerin toplanması ve analizinde takip edilen işlemler açıklanmıştır. Ayrıca öğrencilerle ve öğretmenlerle yürütülen çalışmanın içeriği de bu bölümde yer almaktadır.

2.1. Yöntem:

Çalışmanın ilk aşmasında Cabri Geometri yazılımı kullanılarak, dinamik özelliğe sahip etkinlikler bilgisayar ekranında hazırlandı. Ardından, bu etkinliklere destek mahiyetinde, öğrencilerin her bir etkinlik içerisine gömülü olan matematiksel yapıyı bulup ortaya çıkarmalarında onlara yardımcı olacak çalışma yaprakları hazırlandı. Geliştirilen bu bilgisayar destekli materyallerin etkililiğini tespit etmek ve gerekli düzenlemeleri yapmak için 6 matematik öğretmeni ile 6 hafta süren bir kurs düzenlendi. Bu kurs boyunca ayrıca, öğretmenlerin Cabri Geometri ile oluşturulmuş öğrenme ortamları ile ilgili fikirleri yapılan mülakatlar ile alındı. Ardından materyallerde gerekli düzenlemeler yapılarak Kanuni ve F. Ağanoğlu ilköğretim okullarının 8. sınıflarında okumakta olan 40 öğrenciye uygulandı. Nitel bir araştırma yöntemi olan “Araştırmacı Öğretmen Yöntemi” kullanılarak öğrencilerin uygulama boyunca etkinlikleri gözlemlendi. Öğrencilerin Cabri ortamında geometri öğrenme ile ilgili görüş ve değerlendirmelerini almak amacıyla 10 öğrenci ile yapılandırılmamış mülakatlar gerçekleştirildi. Çalışmalar boyunca yapılan gözlemler, öğrencilerle yapılan mülakatlar ve öğrencilerin tamamladıkları çalışma yaprakları çalışmanın veri kaynaklarını oluşturdu. Bu kaynaklardan elde edilen nitel veriler analiz edilerek Cabri ile oluşturulmuş dinamik ortamlarda geometri öğrenme süreci ortaya

çıkarılmaya ve Cabri yardımıyla geliştirilen geometri öğretim materyallerinin etkililiği belirlenmeye çalışıldı.

2.1.1. Eğitimde Nitel Araştırma Yöntemleri

Araştırmalarda kullanılan araştırma yöntemlerini genel olarak nitel araştırma yöntemleri ve nicel araştırma yöntemleri olmak üzere iki başlık altında toplayabiliriz. Gerek fen bilimlerinde gerekse sosyal bilimlerde geleneksel olarak en yaygın kullanılan araştırma yöntemleri nicel araştırma yöntemleri olmuştur. Deneysel araştırma, anket araştırması gibi çeşitli desenler halinde kendini gösteren nicel araştırma yöntemleri bir felsefi akım olarak gerçekçilik ve onun bilimdeki örüntüsü olan “positivism” den derin bir biçimde etkilenmiştir[56]. Bu yaklaşıma göre, gerçek bireyden bağımsızdır ve gerçekler arasındaki ilişkileri bulabilmek için daha çok istatistiksel yöntemler kullanılarak sonuçlar sayısal bir biçimde sunulur. Burada asıl amaç, bulunan bulgular üzerinde genellemeler yapmaktır[57]. Hipotez kurmayı ve test etmeyi amaçlayan nicel araştırma yaklaşımları, araştırmacının sistematik yöntemlerle dışarıdan gözleyerek gerçeği ortaya çıkarabileceği gerçeğine dayanır. Değişkenlerin ayrıntılı olarak tanımlanması ve birbirinden bağımsız olması önemlidir. Aksi takdirde, nicel araştırmanın geçerliliği konusunda şüpheler ortaya çıkacaktır. Değişkenler birbirinden bağımsız olarak ortaya konduğu zaman araştırmanın geçerliliği ve sonuçta ortaya çıkan bulguların genellenebilirliği artacaktır. Gerçek araştırmacının dışında olduğu için ancak bir takım sayısal gözlemler ve analizler yoluyla araştırmacı topladığı bilgileri yorumlayabilir ve genellemelere ulaşabilir[56].

Son 20 yıla kadar eğitim alanındaki araştırmalarda da geleneksel olarak nicel araştırma yöntemleri baskın olmuş ve bu alanda üretilen araştırmalara damgasını vurmuştur. Matematik eğitimi de bu süreçten etkilenmiş ve uzun süre fen bilimlerinde kullanılan araştırma yöntem ve tekniklerini kullanmıştır[58]. Fen bilimlerinin araştırma yöntemlerinden etkilenen eğitim araştırmaları uzun yıllar, araştırma konusunu oluşturan temel, bağımlı ve bağımsız değişkenleri birbirinden ayırmış bir biçimde tanımlama, bu değişkenler çerçevesinde hipotez kurma ve test etmeye dayalı araştırma anlayışını benimsemişler ve genellenebilir sonuçlara ulaşma çabası içerisine girmişlerdir.

Zaman içerisinde:

- Nicel araştırma sonuçlarının, her ne kadar bir takım genellenebilir sonuçlar ortaya koyuyor ise de bu bilgilerin çok genel düzeyde olması nedeniyle 'uygulayıcı' pozisyonundaki öğretmen ve yöneticilere pratik bilgiler sunmakta yetersiz kalması ve eğitim alanındaki uygulamalarda yeterince yönlendirici olamamaları,
- Bu tür araştırmaların, insanlarda farklı olan görüş açılarına, kültür kavramına, insanların iç dünyalarına, onların moral değerlerine ve bireysel hayat tarzları hakkındaki olgulara değinmemesi,
- Eğitim ile ilgili değişkenlerin ortama göre değişebiliyor olması, o ortamda bulunan kişilerin değişkenleri etkileme ihtimalinin yüksek oluşu,
- Euclid dışı geometrilerin gelişmeye başlaması ile gerçeğin bireyden bağımsız olmadığı, bireyin temel kabullerine göre değişebileceği ve bu yolla da en az eşit derece de geçerli verilere ulaşabileceğinin görülmesi,

gibi nedenlerden dolayı eğitim araştırmalarında nitel bir yönelim başlamıştır[56],[57],[58].

Nitel araştırmalar için herkes tarafından kabul edilen bir tanım yapmak güçse de; gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi bilgi toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamında gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konulmasına yönelik bir sürecin izlendiği araştırma olarak tanımlamak mümkündür[56]. Yani, nitel eğitim araştırması, eğitim ile ilgili olguları bağlı bulundukları doğal ortamları içerisinde araştırmayı ve anlamayı ön planda tutan bir yaklaşımdır.

Bununla birlikte nitel araştırmaların genel olarak 6 özelliği vardır:

1. *Doğal Ortama Duyarlılık*: Nitel araştırmada incelenen olaya içerisinde bulunduğu doğal ortamda incelenir.
2. *Araştırmacının Katılımcı Rolü*: Nitel araştırmalarda araştırmacı gerçeği dışardan gözlemleyen kişi değil, alanda zaman harcayan, kişilerle doğrudan görüşen ve onların tecrübelerini yaşayan kişidir.
3. *Bütüncül Yaklaşım*: Gestaltçı yaklaşım olarakta bilinen bu özelliğe göre insan davranışlarını birbirinden bağımsız olarak inceleme yerine birlikteliği ön planda tutar.
4. *Algıların Ortaya Konması*: Araştırmaya dahil edilen kişilerin algıları ve tecrübeleri de ortaya konmalıdır.

5. *Araştırma Deseninde Esneklik*: Nitel araştırmada, problemin en açık ve ayrıntılı bir biçimde araştırılması, tanımlanması ve açıklanması için birden fazla yöntem kullanılır.
6. *Tümevarımcı Analiz*: Nitel araştırmalarda, genellikle doğruluğu veya yanlışlığı test edilmek üzere önceden belirlenmiş teori yada hipotez yoktur. Tümevarım ilkesi hakimdir ve araştırmacı topladığı tanımlayıcı ve detaylı bilgilerden yola çıkarak anlamlı bir yapıya ulaşma çabası içerisinde[56].

Bu çalışma boyunca, nitel bir araştırma yöntemi olan araştırmacı öğretmen yöntemi kullanılarak veri toplanılmaya çalışılmıştır.

2.1.2.Araştırmacı Öğretmen Yöntemi

Araştırmacı öğretmen yöntemi ile ilgili temelde aynı felsefi görüşe dayalı olarak bir çok tanım yapılmakla birlikte, genel olarak, eğitim-öğretim sürecinin özel bir anında ortaya çıkan sorunun tespit edilerek uygulamada çözülebilmesi için geliştirilmiş yöntemler olarak tanımlanır[59]. Bu tanımla birlikte araştırmacı öğretmen yöntemi şu özellikleri ile açıklanmaya çalışılır:

- Öğretmen araştırmacı olarak ortamda yer alır. Araştırmayı okul veya sınıf ortamında öğretme faaliyetlerini sürdürdüğü sırada yapar. Bu sayede öğretmen gerçek rolü olan öğretmenlik rolünü oynarken üzerinde çalıştığı konuyu farklı pozisyonlarda, bütün boyutları ile doğallığı bozmadan inceleme fırsatı yakalar[59].
- Araştırmacı teori ile pratiği sınıf ortamında kaynaştırır.
- Pratikte çözülmesi gereken problemler vardır ve öğretmen bu problemlere cevap verebilmek için çalışır.
- Öğretmen araştırma boyunca sistemli bir çalışma yapmalıdır[59],[60].

Araştırmacı öğretmen yönteminin; belirli bir durumda, belirli bir problemin çözümü için gerekli bilgiye ulaşacağı zaman veya mevcut sisteme yeni yaklaşımlar kazandırılacağı zaman kullanılması uygundur. Cohen ve Manion (1989) öğretmenin araştırmacı olduğu modelin aşağıdaki alanlarda kullanılmasını önermektedir.

1. Keşfederek öğrenme metodunun geleneksel metotların yerini almasında,
2. Farklı öğrenme ve öğretme yaklaşımlarının derslere adapte edilmesinde,
3. Kendi yöntemlerini sürekli değerlendirerek geliştirmede,

4. Öğrenci tutum ve değerlerini olumlu yönde geliştirmede,
5. Öğretme becerilerini geliştirme, yeni öğrenme metotlarını tespit etme, analiz edebilme gücünü artırma ve kendini daha iyi tanıma,
6. Davranış geliştirme tekniklerini öğrenmede,
7. Okul yaşamının yönetim tarafının bazı yönlerden etkililiğini artırmada[59]

Araştırmacı öğretmen yönteminde veri toplam yöntemleri daha çok nitel yöntemlerdir[61]. Fakat basit istatistiksel yöntemlerle analiz edilebilecek nicel verilerde elde edilebilir. Araştırmacı öğretmen yönteminin uygulanması sırasında veri toplamak amacıyla; öğrenci günlükleri, öğrenci profillerinin zaman içerisinde değişim tabloları, mülakat ve videoteyp kayıtları, resimler ve anketler kullanılabilir. Ayrıca araştırmacı öğretmen yönteminde farklı tekniklerle veri toplamak amacıyla ‘üçgenleme’ yöntemi de sık olarak kullanılır.

Geleneksel deneysel araştırmalardan en önemli farklı doğal ortamda gerçek araştırma problemleri üzerinde durmasıdır[62]. Geleneksel araştırmalarda,

- Pratik problemlere genel çözümler vardır,
- Bu çözümler pratik durumların dışında geliştirilir(araştırma ve yönetim merkezlerinde)
- Çözümler, öğretmenlerin uygulamalarına yayınlar, eğitim ve yönetimle ilgili emirler şeklinde yansır.

Yani geleneksel araştırmalarda, araştırmacılar bir eğitim reformu için teorik temeller oluştururlar. Sonuçta ortaya uygulayıcı için ürünler (program, öğretim veya öğrenme materyali) konur. Bunların kullanılması için yönergeler oluşturulur ve öğretmenler tarafından kullanılması beklenir.

Buna karşın araştırmacı öğretmen yönteminde;

- Karışık uygulama problemlerine özel çözümler üretilir.
- Bu çözümler problemlerin ortaya çıktığı ve öğretmenlerin karar alınmasından sorumlu olduğu genel durumlar için geliştirilebilir,
- Çözüm farklı durumlarda başarılı bir şekilde uygulanabilir[63].

Bu varsayımlar araştırmacı öğretmen modelinin temelini oluşturur.

Cabri Geometri ile desteklenmiş bir ortamda öğrencilerin geometri öğrenmesinin analizinin yapılacağı bu çalışmada, araştırmacı ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin matematik öğretmeni görevini üstlenmiştir. Öğrencilerin dinamik geometri yazılımı Cabri ile

desteklenmiş bir ortamda geometri öğrenme süreçleri ve algılarını ortaya çıkarılabilmek, etkinliklere karşı tepkilerini ortaya koyabilmek için araştırmacı öğretmen yönteminin uygun bir yöntem olacağı düşünülmüştür.

Bu tip araştırma yaklaşımı şimdiye kadar genellikle; yeni bir müfredatın okullarda uygulanması ya da bilgisayar teknolojisi gibi yeniliklerin gerçek sınıf ortamına adapte edilebilmesi için kullanılmıştır[60]. Cabri Geometri'yi sınıf ortamına adaptasyonu sonucu ortaya çıkan ürünleri değerlendirdiğimiz bu çalışma da araştırmacı öğretmen yönteminin kullanılması uygun görülmüştür.

2.1.3. Pilot Çalışma

Asıl çalışma öncesinde bir ön çalışma yapılması, veri toplama araçlarına en son şeklini vermek ve kullanılacak bu araçların geçerliliğini kontrol etmek açısından önemlidir. Asıl çalışma öncesinde öğrencilere uygulanacak olan programın aynı, pilot çalışma boyunca 6 matematik öğretmeni ile 6 hafta süren bir kurs çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Ayrıca, öğretmenlerle yapılandırılmamış mülakatlar gerçekleştirilerek,

1. Materyallere son şekillerini vermek için öğretmenlerden dönütler almak
2. Materyallerin öğrenme öğretme geleneğimizi nasıl değiştireceği yönünde öğretmenlerin görüşlerini almak
3. Materyalların ortaya çıkarabileceği muhtemel öğrenme ürünlerini belirlemek

amaçlanmıştır.

Ana çalışma öncesinde veri toplama araçlarına en son şeklini vermek ve kullanılacak bu araçların geçerliğini kontrol etmek açısından önemli olan bu pilot çalışmada;

- Öğrenciler için hazırlanan çalışma yaprakları ve etkinlikler, çalışma boyunca yapı altına saklanan ilişkileri öğrencilerin bulup çıkarabilmesi için uygun mudur?
- Hazırlanan çalışmalar da ne gibi düzenlemeler ve gerekirse ekleme ve çıkarmalar yapılmalıdır?
- Öğrencilerin kullanımda sorunlar yaşamamaları için teknik anlamda ne gibi düzenlemeler yapılmalıdır?
- Öğretmenlerin gözüyle bu çalışmalar öğrencilerde ne gibi öğrenmelere hizmet edebilir?

- Geliştirilen bilgisayar destekli etkinliklerin eğitim sistemine adaptasyonu sırasında ne gibi sorunlar yaşanabilir?

sorularına cevap aranmıştır.

Pilot çalışma boyunca öğretmenlerden iki farklı rol oynamaları istenmiştir:

1. Bilgisayar destekli ortamda geliştirilen materyalleri kullanarak geometri öğrenen öğrenciler,
2. Bilgisayar destekli dersleri geliştiren, uygulayan ve değerlendiren öğretmenler[64].

Pilot çalışmanın öğretmenlerle gerçekleştirilmesinin amacı, sınıf ortamını ve öğrencilerin genel özelliklerini daha iyi bilen öğretmenlerin, araştırmacının gerekli düzenlemeleri yapabilmesinde yapıcı olarak önerilerde bulunabilecekleri düşünüülerek pilot çalışma öğretmenlerle yürütülmüştür.

Öğretmenlerin geliştirilen etkinlikleri tamamladıktan sonra önerileri alınarak;

1. Çalışma yapraklarında anlaşılama ihtimali olan kısımlar düzeltilmiş, bazı soruların yerleri değiştirilmiş, ihtiyaç duyulan yerlere teknik anlamda açıklamalar yerleştirilmiştir.
2. Cabri ekran sayfalarında gerekli düzenlemeler yapılmıştır.
3. Çalışmalardan biri programdan çıkarılmıştır.

Öğretmenlerle yürütülen kurs programının içeriği aşağıdaki gibidir.

HAFTA	İÇERİK
1. Hafta	Cabri Geometri'nin teknik özellikleri ve temel çizimleri; • Nokta, Doğru, Işın, Üçgen, Çokgen, Çember, Konik gibi temel çizimler • Cabri Geometri'de yapı oluşturma (paralel ve Dik Doğru..) • Dönüşümler
2. Hafta	• Üçgenin iç açıları toplamı • Dörtgenin iç açıları toplamı • Tüm çokgenlerin dış açıları toplamı
3. Hafta	• Üçgende açı kenar bağıntıları • Üçgen eşitsizliği • Konveks bir dörtgende açılar arasındaki ilişki
4. Hafta	• Pythagoras bağıntısı • Pythagoras bağıntısının dik olmayan üçgenlere genellenmesi • Euclid bağıntıları
5. Hafta	• Paralelkenarın dikdörtgene dönüştürülerek alanının bulunması • Yamuğun dikdörtgene dönüştürülerek alanının bulunması • Üçgenin dikdörtgene dönüştürülerek alanının bulunması • En az iki kenarı paralel olan dörtgenler için genel alan formülünün elde edil
6. hafta	• Prizmalar için genel hacim bağıntısının elde edilmesi • Piramidin hacminin prizmadan yararlanılarak bulunması

2.2. Etkinliklerin Yapısı

Matematik, hem çevremizde bizi kuşatmış olan doğadaki hem de beynimizde oluşturmuş olduğumuz yapılar arasındaki ilişkileri araştıran büyüyen, gelişen bir konudur[65]. Bu nedenle matematik yapma ve öğrenme sürecinin temel elemanı, yapılar arasında ilişkileri aramaktır. Geleneksel matematik öğretimi, daha çok konu bağımlı bir yapıya sahiptir. Bu ilke ışığında yapılan matematik öğretiminde de öğrencilerin başarısı konuyu ezberleme yada formülleri akılda tutma derecesine bağlıdır. Ancak, matematik öğrenme süreci, hesaplama yapabilme ve ezberlenmiş formülleri gerektiğinde ustalıkla kullanabilme becerisinden çok daha fazla şeyi ifade etmelidir. Matematik öğrenme ve yapma süreci, ilişkileri gözlemleme, varsayımda bulunma, varsayımı test etme ve tahminlerde bulunma gibi süreçleri de beraberinde getirmelidir. Bu doğrultuda hazırlanmış etkinliklerle, öğrencileri düşünme, araştırma ve keşfetme sürecine sokulması, kalıp sorulara doğru cevaplar verebilmelerinden çok daha önemli görülmüştür. Bu anlamda, hazırlanan etkinlikler, geleneksel olarak kapsama bağlı matematik anlayışından sürece bağlı matematik anlayışına geçiş olarak değerlendirilebilir. Öğrencilerin bu süreçte

geometrik yapılarla etkileşime girmeleri matematiksel güçlerini artırabilmek için önemli görülmektedir. Öğrenme sürecinin ön planda tutulduğu etkinliklerde, öğrencilerin bu süreçte aşağıdaki bilişsel etkinliklerin yaşayabilmelerinin sağlanmasına çalışılmıştır.

- Formülleri ezberleme yerine ilişkileri araştırma,
- Alıştırma yapmak değil, varsayımları formülize etme,
- Görsel gösterimlerden yola çıkarak matematiksel soyutlamaları yapma,
- Özelden başlayarak genele varma,
- Matematiksel dili kullanabilme,
- Deneyimlerden yararlanarak matematiksel modellemelere ulaşabilme,
- Tablo oluşturma, oluşturulan tablodaki ilişkileri keşfedebilme ve sonuç çıkarabilme,
- Matematiği öğrenilmesi gereken başkaları tarafından bulunmuş kurallar yığını olarak değil, araştırılması gereken ilişkiler olarak görme,

Öğrencilerin etkinlikler sırasında bu deneyimleri yaşamalarına fırsat sağlayarak matematiği, sabit, soyut , hazır olarak sunulan formülleri ezberlemek yerine, keşfederek, dinamik bir ortamda değerlendirmeler yaparak öğrenmeleri amaçlanmaktadır. Bu şekilde öğrenciler matematiği sayılar ve ezberlenmesi gereken formüller olarak değil araştırılması gereken ilişkiler olarak algılayacaklardır.

Kısaca, etkinliklerde yer alan, kavram, özellik veya ilişkilere geleneksel sınıf ortamından farklı olarak bilgi pasif olarak alınmaz, birey tarafından aktif olarak kurulur ilkesi ışığında öğrencilerin kendilerinin ulaşması sağlanmıştır. Ayrıca, bilgiye ulaşmada sosyal etkileşiminde önemli olduğu göz önüne alınarak etkinlikler sırasında öğrencilerin ikiye kişilik gruplar halinde çalışmalarını ve etkileşime girmeleri teşvik edilmiştir.

2.2.1. Etkinliklerin İçeriği

Etkinliklerin içeriği genel olarak keşfetmeye uygun olarak seçilmiştir. Geliştirilen bilgisayar destekli materyaller seçilen okullarda, etkinliğin içeriğine göre haftada 1 veya 2 saat olmak üzere toplam 7 hafta olarak uygulanmıştır. Bu toplam 7 haftalık süre içerisinde 26 saat uygulama yapılmıştır. Kursun ilk haftası Cabri Geometri'yi temel kullanım becerilerine ayrılmıştır. Geriye kalan 6 haftada ise cabri Geometri'nin sağladığı dinamik ortamda geometrik özellik ve ilişkilerin araştırılması ile ilgili etkinlikler yer almaktaydı.

Bu etkinlikler öğrencilere, çalışma yaprakları ile desteklenmiş bir şekilde sunuldu. Çalışma yapraklarının hazırlanması sırasında aşağıdaki ilkelere dikkat edildi:

1. Bilgi doğrudan aktarılmaz, bizzat birey tarafından kurulur. Öyle ise çalışma yaprakları doğrudan hazır bilgileri öğrenciye aktaran materyaller niteliğinde olmamalıdır.
2. Öğrenmenin ön koşullarından biri de meraktır. Çalışma yaprağında yer alacak etkinlikler merak uyandıracak nitelikte olmalıdır. Bu nedenle öğretilmesi istenen özellikler, ilişkiler, kavramlar, olgular ilgi çekici bir yaklaşımla sistemli ve planlı bir şekilde etkinliklerin içerisine gizlenmelidir.
3. Öğrenilmesi istenilen özellikler, ilişkiler, kavramlar, olgular araştırmaya ve keşfetmeye yönelik açık uçlu sorular yardımıyla etkinlikler içerisine gizlenmelidir.
4. Etkinliklerin senaryoları bireysel ve grup çalışmaları göz önüne alınarak hazırlanmalıdır.
5. Etkinlikler öğrenciye aşağıdaki bilişsel süreçleri sağlamalıdır.
 - a. Matematiksel ifadeleri kullanma ve model kurma
 - b. Mantıksal çıkarımlarda bulunma
 - c. Matematiksel sembollerini kullanma ve soyutlama
7. Çalışma yapraklarının uygulaması sırasında öğrenciye minimum yardım sağlanması gerekir. bu nedenle, çalışma yapraklarında açık ve anlaşılır yönergeler kullanılmalı, öğrenci sık sık öğretmenin yardımına ihtiyaç duymamalıdır. Öğretmen uygulama sırasında, doğru ve yanlış gibi hüküm verici tavır içinde olmak yerine cevabın, çözümün en sonunda öğrenciler tarafından bulunması sağlanmalı.
8. Etkinliklerdeki olgular, çözümler, varsayımlar, genelleştirmeler öğrenci tarafından önce grup tartışması sonrada sınıf tartışması ortamında sorgulanmaya uygun olmalıdır[66].

Kısaca, bilginin bireyin öğrenme ortamına aktif katılımı ile kurulacağı ilkesinden yola çıkılarak çalışma yapraklarında yer alan sorular ip ucu niteliğinde bireyin bilgiye ulaşmasını sağlamaktadır.

Bu kapsamda ilköğretim 7. ve 8. sınıflarının geometri dersi için destek mahiyetinde, mevcut müfredata uygun olarak geliştirilen bilgisayar destekli müfredatın içeriği ve uygulama haftaları aşağıdaki gibidir.

HAFTA	SAAT	İÇERİK
1. HAFTA	2 SAAT	CABRİ GEOMETRİ'Yİ TANIMA ETKİNLİKLERİ (DOĞRU, ÇEMBER, NOKTA... OLUŞTURMA, OLUŞTURULAN ŞEKLİN ALANININ, ÇEVRESİNİ ÖLÇME GİBİ)
2. HAFTA	2 SAAT	• ÜÇGENİN İÇ AÇILARI TOPLAMI 180° DİR. • DÖRTGENİN İÇ AÇILARI TOPLAMI 360° DİR. • ÇOKGENLERİN DIŞ AÇILARI TOPLAMI 360° DİR.
3. HAFTA	2 SAAT	• ÜÇGENDE AÇI KENAR BAĞINTILARI • ÜÇGEN EŞİTSİZLİĞİ
4. HAFTA	2 SAAT	• ÜÇGENİN, PARALELKENARIN, YAMUĞUN ALANLARININ DİKDÖRTGENİN ALANINDAN YARARLANILARAK BULUNMASI
	2 SAAT	• YAMUK İÇİN ALAN BAĞINTISININ ELDE EDİLMESİ VE BUNDAN FAYDALANARAK ÜÇGEN VE PARALELKENARIN ALANLARININ BULUNMASI
5. HAFTA	2 SAAT	• PYTHAGORAS BAĞINTISI • PYTHAGORAS BAĞINTISININ GENİŞ VE DAR AÇILI ÜÇGENLERE UYARLANMASI
6. HAFTA	1 SAAT	• EUCLİD BAĞINTILARI
7. HAFTA	2 SAAT	• HACİM KAVRAMI • PRİZMALARIN GENEL HACMİ • PİRAMİDİN HACMİ

Aşağıda bu çalışmaların içeriği verilmektedir(Bu çalışmaların ekran görüntüleri ekler bölümünde yer almaktadır):

1. Cabri Geometri Tanıtım Etkinlikleri(1. Hafta): Bu etkinlikler 3 saat olarak gerçekleştirildi. Bu çalışma ile ileriki çalışmalar için öğrencilerde bulunması gerekli olan temel kullanım(üçgen, çokgen, nokta, ...vb. oluşturma, uzunluk, alan ölçme...vb. hesaplamalar, nesneleri hareket ettirme, istenen noktaya kadar taşıma) becerilerini kazanmaları amaçlanmaktadır.

2. Açılar (2. Hafta): Bu çalışmalar ile, öğrencilerin Cabri Geometri'nin hareket ve görsellik özelliklerini kullanarak üçgenin iç açıları toplamının 180° , dörtgenin iç açıları toplamının 360° ve tüm çokgenlerin dış açıları toplamının 360° olduğunu keşfetmeleri amaçlanmaktadır.

Bu çalışma boyunca; öğrencilerden,

- Görsel gösterimlerden yararlanarak sabit matematiksel ilişkileri keşfetmeleri;
- Üçgen, dörtgen ve beşgenin dış açılarını kullanarak genelleme yapabilmeleri,
- Deneyimlerden yararlanarak matematiksel sonuçlara ulaşmaları

umulmaktadır.

Çalışmanın birinci aşamasında, öğrencilerden üçgenin iç açıları toplamının 180^0 ve dörtgenin iç açıları toplamının 360^0 olduğunu keşfetmeleri beklenmektedir. Bu çalışma matematik öğretimi kitaplarında, açıları keserek yan yana getirme yardımıyla çok sıkça uygulanmaktadır. Cabri Geometri'nin sağladığı hareketli ortamda bu çalışmayı yapmak hem çok daha kolay, hem de üçgenin farklı konumları için tekrar tekrar yapma fırsatını da beraberinde getirmektedir. Öğrencilerden üçgenin tabanını üçgenin tepesine doğru taşımaları ve bu işlem sırasında üçgenin yan taraflarında görülen açıların ölçülerini gözlemlmeleri istendi. Tabanın A noktasına gelmesi ile üçgenin iç açıları bir doğru üzerinde sıralanmaktadır. Bu aşamada öğrencilerden bu açılar arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak belirlemeleri beklenmektedir. Ardından üçgenin farklı konumları için üçgenin iç açılarının toplamı için belirledikleri ilişkiyi test etmeleri istenir. Benzer şekilde, dörtgenin iç açıları ölçüleri toplamının 360^0 olduğunun keşfi de Cabri'nin sağladığı Dinamik ortamda açıların bir araya gelerek bir çember oluşturmaları şeklinde bulunmaktadır.

Çalışmanın üçüncü aşaması, çokgenlerin dış açıları ölçüleri toplamının 360^0 olduğunun keşfedilmesi ile ilgilidir. Bu çalışma ile, öğrencilerden Cabri Geometri'nin hareketli yapısı içerisinde üçgen, dörtgen ve beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulmaları ve bu üç özel çokgen için buldukları sonucu tüm çokgenlere genellemeleri istenmektedir.

3. *Üçgende Açı Kenar Bağıntıları ve Üçgen Eşitsizliği(3.Hafta)*: Çalışmanın birinci aşamasında, öğrencilerden üçgenin farklı konumları için uzun ve kısa kenarları, büyük ve küçük açıları bularak ilgili tabloya kaydetmeleri ve tablo tamamlandığında, tabloyu inceleyerek, tabloda değişmeyen bir ilişki olan 'Büyük açı karşısında büyük kenar, küçük açı karşısında küçük kenar vardır' bağıntısının bulunması beklenmektedir. Bu sayede öğrencilere, veri toplama, verileri tablolastırma ve tablodan sonuç çıkarma fırsatı sağlanmaktadır.

Çalışmanın ikinci kısmı, öğrencilerin üçgen eşitsizliğini keşfetmeleri ile ilgilidir. Bu çalışmada, bir önceki çalışmanın aksine hiçbir sayısal veri kullanılmamış olup, öğrencilerden görsel gösterimleri kullanarak matematiksel soyutlamalara ulaşmaları beklenmektedir. Öğrenci üçgenin değişik köşelerinden tutup hareket ettirirken, üçgenin hemen yanındaki, $a+c$, b , $|a-c|$, uzunlukları bu değişime dinamik olarak cevap vermektedir. Bu değişim sırasında da öğrencilerden bu uzunlukları ikiye ikiye karşılaştırmaları istenmektedir. Daha sonra, ikiye ikiye karşılaştırdıkları kısımları

birleştirerek anlamlı bir bütünü oluşturmaları istenmektedir. Çalışmanın bir adım sonrasında, öğrencilerden, b kenarı için yazdıkları üçgen eşitsizliğini, üçgenin a ve c kenarlarına göre yeniden düzenlemeleri istenerek değişkenleri kontrol edebilme imkanı öğrencilere sunulmaktadır.

4.1 Alanlar(4. Hafta): Bu çalışmalar ile öğrencilerin, paralelkenar, üçgeni ve yamuğu dikdörtgene çevirerek alanlarını keşfetmeleri amaçlanmıştır. Geometrik şekillerin alanlarının dikdörtgene çevrilerek bulunmasının nedeni, dikdörtgenin alanının bir aksiyom olarak matematik konuları arasında yer alması ve bu nedenle de bir ispata ihtiyaç duymamasıdır. Öğrencilerden çalışma yaprakları yardımıyla, alanlarını bulmak istediğimiz geometrik şekilleri yönergeler doğrultusunda hareket ettirmeleri ve hareket işleminin ardından, ilk geometrik şekil ile son olarak oluşan dikdörtgenin alanlarını karşılaştırmaları istenmektedir. Öğrenci bu karşılaştırmayı uygun bir şekilde yapıp matematiksel olarak bu durumu belirtebildiğinde istenen matematiksel ilişkiyi de belirlemiş olmaktadır.

Bu çalışmalar öğrenciye gözlemlediği durum da değişemeyen ilişkileri tespit etme, Constructivist ilkelerle uygun olarak eski bilgilerini(dikdörtgen) de işin içerisine sokarak bir sonuç çıkarma imkanı sağlamaktadır. Cabri Geometri'nin hareketli yapısı öğrencilere buldukları, bu sonuçları, geometrik şeklin farklı konumları içinde deneme imkanı sağlayarak öğrencilerin buldukları ilişkinin şeklin özel bir durumu için değil tüm durumları için geçerli olduğunu genellemelerini sağlamaktadır. Çalışmanın sonunda da öğrencilerden buldukları matematiksel ilişkileri matematiksel sembolleri kullanarak belirtmeleri beklenmektedir.

4.2. Genel Alan(4. Hafta): Bu çalışma da amaç, öğrencilerin, en az iki kenarı paralel olan çokgenler için, birbirinden bağımsız bir çok formülü ezberlemeleri yerine hepsi için geçerli tek bir matematiksel ilişkiyi keşfetmelerini sağlamaktır. Öğrencilerin genel bir formülü bulup, tüm özel durumları Cabri geometri'nin hareketli yapısı içerisinde keşfetmesini amaçlayan bu çalışmada ayrıca, en az iki kenarı paralel çokgenlerin alanları için “orta tabanın yükseklik boyunca taradığı yüzey” kavramı da öğrencilerde oluşturulmaya çalışılmıştır.

Çalışmanın birinci kısmında, çalışmanın başarı ile tamamlanabilmesi için ön şart olarak, öğrencilere bir yamuğun orta tabanının alt ve üst tabana bağlı olarak ifade etmelerini sağlayacak, çalışmanın kapsamı dışında bir etkinlik düzenlenmiştir. Cabri Geometri'nin doğru parçalarını uzunluğunu ölçmeyi sağlayan araçları ile öğrencilerde orta taban için gerekli olan ön bilgi oluşturulduktan sonra çalışmaya geçilmiştir.

belirlemeleri beklenmektedir. Bir adım sonrasında da buldukları bu ilişkiyi kullanarak oluşan dikdörtgen ile ilk yamuğun alanları arasında bir ilişki bulmaları ve buldukları bu ilişkiyi de matematiksel semboller kullanarak ifade etmeleri istenmiştir.

Çalışmanın üçüncü ve son kısmında öğrencilerden yamuğun bir köşesi olan A noktasını üzerinde bulunduğu doğru boyunca hareket ettirerek yamuğu üçgen ve paralelkenara çevirmeleri ve bir önceki adımda buldukları ilişkiyi üçgen ve paralelkenarın özelliklerini kullanarak yeniden düzenlemeleri beklenmektedir. Böylece öğrencilere genelden özele doğru bir keşif imkanı sağlanmaktadır.

5. Pythagoras Teoremi(5. Hafta): Bu çalışmada amaç, öğrencilerin, kare ile ilgili ön bilgilerini ve Cabri ortamının sağladığı görsel ve hareketli ortamı kullanarak Pythagoras teoremini keşfetmelerini sağlamaktır.

Çalışmada ilk olarak, dik kenarların üzerine kurulu olan karelerin alanlarını kenarlar cinsinden belirtmeleri istenmiştir. Daha sonra da dik kenarlar üzerine kurulu olan renkli kareleri yeşil köşelerinden tutarak hipotenüs üzerine kurulu olan karenin içerisine taşımaları istenmektedir. Daha sonra öğrencilere dik kenarlar üzerine kurulu olan karelerin alanlarının hipotenüse kurulu olan karenin alanını tam olarak doldurup dolduramadığı ve bunun anlamı sorulmaktadır. Bu öğrencilere, görsel gösterimlerden yararlanarak matematiksel çıkarımlara ulaşma fırsatı vermektedir. Öğrencilerden, gördükleri durumu matematiksel olarak belirtmeleri istendikten sonra, belirledikleri matematiksel ilişkinin doğruluğunu da üçgenin yan tarafında bulunan kenar uzunluklarını kullanarak belirlemeleri beklenmektedir.

Çalışmanın ikinci kısmında ise, öğrencilerden dik üçgenler için belirledikleri bu matematiksel ilişkinin dar ve geniş açılı üçgenler için de olup olmadığını belirlemeleri istenmektedir. Dik üçgenler için yapılan işlem basamaklarını aynılarının dar ve geniş açılı

üçgenler için tekrarlandığı bu çalışmalarda, geniş açılı üçgen için $a^2+b^2 < c^2$ ve dar açılı üçgenler için $a^2+b^2 > c^2$ bağıntılarının üçgenlerin kenarları üzerine kurulu olan kareler yardımıyla keşfedilmesi amaçlanmaktadır. Bu yolla öğrenciler, bir yandan Pythagoras teoreminin sadece dik üçgenler için geçerli olduğunu belirlerken bir yandan da dar ve geniş açılı üçgenler için yeni bağıntılar keşfetmektedirler.

6. *Euclid Bağıntıları(6. Hafta)*: Bu çalışmada amaç, dik üçgenlerde Euclid bağıntılarının, Cabri Geometri'nin tablolama özelliği yoluyla öğrenciler tarafından keşfedilmesine dayanmaktadır. Çalışmada, öğrencilerin Euclid bağıntılarını keşfetmeleri sırasında onlardan beklenen, yapının değişimi sırasında sarı ve mavi alanların sayısal değerlerinin de değiştiği ancak her defasında renkli alanların birbirine eşit olduğunu tespit etmeleridir. Yani öğrencilerden, matematiksel düşüncenin önemli özelliklerinden biri olan yapının değişimi ile değişmeyen ilişkiyi belirleyerek matematiksel olarak ifade edebilmeleri beklenilmektedir[13]. Öğrencilerin bu süreci başarı ile tamamlayabilmeleri için en büyük destekçileri Cabri Geometry yazılımının tablolama özelliği olmuştur. Yine bu çalışma ile öğrencilerden özel örneklerden yola çıkarak bir genellemeye varmaları beklenilmektedir ki bu da NCTM kuruluşunun geometri için belirlediği önemli standartlardan biridir.

Çalışmanın birinci aşamasında, öğrencilerden sarı ve mavi renklerle belirtilmiş olan paralelkenar ile karenin alanlarını matematiksel semboller yardımıyla belirtmeleri, ardından da yapıyı B noktasından hareket ettirerek bu renkli alanları değiştirmeleri ve her değiştirme sonunda "Tab" tuşuna basarak alanların değişen değerlerini tabloya aktarmaları istenmiştir. Tablonun dolması sonucunda da, tabloyu inceleyerek, sarı alan ile mavi alan arasında bir ilişki tespit etmeleri beklenmektedir. Öğrenciler bu ilişkiyi belirleyip çalışma yapraklarını uygun bölümlerini doldurduklarında çalışmalarını tamamlamış olacaklardır.

7. *Hacim(7. Hafta)*: Öğrencilerin prizma ve piramid için genel hacim formülleri keşfetmeleri ve prizmaların hacmi için "taban alanının yükseklik boyunca taradığı bölge" kavramını geliştirmeleri için tasarlanan bu çalışmalarda, öğrencilerden düşünce bazında beklenen en önemli etkinlikler;

- Yapı içerisindeki doğru orantıları sayısal örneklerden yola çıkarak belirleyebilme,

- Varsayımlarını şeklin değişik durumları için sayısal örnekler kullanarak test etme,
- Yapı değişimi sonucunda yapı içerisinde değişmeyen matematiksel ilişkiyi soyutlayabilmedir.

Çalışmanın birinci kısmı öğrencilerin, prizmalar için hacim kavramını matematiksel bir formda kurabilmelerini amaçlamaktadır. Bunun için, öğrencilerden çalışma yaprakları yardımıyla taban alanını yükseklik boyunca hareket ettirmeleri ve ekranı gözlemleri istendi. Öğrenciler taban alanını hareket ettirirken, daha önceden taban alanına ‘İz bırakma’ özelliği uygulandığı için taban alanı da yükseklik boyunca ilerledikçe mavi bir iz bırakmakta ve böylece prizmanın alanı oluşmaktadır. Öğrencilerden gözlemledikleri bu durumu sözel olarak belirtmeleri ve prizmalar için hacim kavramını kurmaları beklenilmektedir.

Çalışmanın ikinci kısmında, öğrencilerden, doğru orantı yardımıyla prizmalar için genel bir hacim formülü elde etmeleri beklenilmektedir. Bunun için, öğrencilerden taban alanını A noktasından tutarak yükseklik boyunca hareket ettirmeleri istendi. Taban alanının sabit kaldığı ve yüksekliğin arttığı bu hareket sırasında, öğrencilerden şeklin yan tarafında bulunan prizmanın hacmini gözlemlmeleri ve yüksekliğin artması ile hacmin arttığını yani aralarında doğru bir ilişkinin olduğunu belirlemeleri beklendi. Ardından, A noktası yüksekliğin en üst noktasında iken bu defa taban alanını hareket ettirmeleri ve hacimdeki değişimi gözlemlmeleri istendi. Bu defa yüksekliğin sabit kaldığı ve taban alanını artırıp yada azaldığı bu çalışmada öğrencilerin taban alanının artması ile hacmin arttığını azalması ile azaldığını yani hacim ile taban alanı arasında doğru bir orantının var olduğunu belirlemeleri beklendi. Daha sonra belirledikleri bu orantıları kullanarak genel hacim formülünü keşfetmeleri istendi. Öğrencilerden keşfettikleri ilişkilerin doğruluğunu, Cabri Geometri’nin ölçüm araç kutusunu kullanarak test etmeleri yani sonuçlarını değerlendirmeleri istenmektedir.

Çalışmanın üçüncü kısmında, öğrencilerin, prizmanın hacmini kullanarak piramidin hacmini keşfetmeleri amaçlanmaktadır. Bunun için öğrencilerden piramidin, taban alanını yükseklik boyunca hareket ettirmeleri istendi. Taban alanının yükseklik boyunca hareketi ile bir prizmanın meydana geldiğini belirlemeleri beklenen öğrencilerden taban alanını hareket ettirirken arada bir “tab” tuşuna basarak tabloyu doldurmaları istendi. Tabloda iki sütun halinde piramidin hacmi ile prizmanın hacmi bulunmaktadır. Böylece, öğrencilere

sayısal sonuçları kullanarak ilişkileri keşfetme imkanı sağlanmaktadır. Öğrencilerden tabloyu inceleyerek bu iki hacim arasındaki ilişkiyi belirlemeleri istendi. Öğrencilerden prizmanın hacmini piramidin hacminin 3 katı olduğunu belirlemeleri beklenen bu çalışmada, bir önceki çalışmada belirledikleri prizmanın hacmini ve bu bilgiyi kullanarak piramidin alanı için bir sonuç çıkarmaları istenmektedir.

Tüm çalışmaların sonunda olduğu gibi, bu çalışmanın sonunda da öğrencilerin elde ettikleri ilişkiyi matematiksel sembolleri kullanarak ifade etmeleri istenmiştir.

Öğrencilere uygulanan bu çalışmalara ek olarak, geometriyi dinamik hale getirebilmek için aşağıdaki konularla ilgili de etkinlikler geliştirilmiştir.

- Sinüs, Kosinüs ve Tanjant fonksiyonlarının grafikleri
- Açılış Teoremi
- Üçgende, iç ve dış açı ortayların ikişer ikişer kesişimi ile oluşan açılar
- Silindirin Hacmi

2.2.2. Araştırmacı Öğretmenin Kullandığı Yapısal Öğretim İlkeleri

Çalışmanın bu kısmında, constructivismin dayandığı temel varsayımlar ışığında(bu varsayımlar daha önceki bölümlerde belirtildi), uygulama sırasında araştırmacı öğretmenin bu varsayımları öğretim sırasında nasıl kullandığı açıklanacaktır:

1. Bilgi, pasif olarak alınmaz, birey tarafından aktif olarak kurulur: Uygulama boyunca öğrencilere tamamlanmış, hazır hiçbir bilgi sunulmayıp, bilgi kurma sürecini kolaylaştırabilmek için tecrübe etme ortamları sağlanmıştır. Öğrencilerin keşfetmelerini beklediğimiz matematiksel ilişki ve örüntüleri, Cabri ortamında hazırladığımız etkinliklerin içerisine gömerek öğrencilerden bu ilişkileri bulup açığa çıkarmalarını bekledik. Öğrencilerin bilgilerini kurmalarını sağlamayı amaçladığımız bu süreçte öğrencilerin en büyük yardımcıları, çalışma yaprakları ve Cabri Geometri'nin hareketli yapısı olmuştur. Öğrenciler bir yandan çalışma yapraklarında kendilerinden istenen çalışmaları yaparken bir yandan da kendi matematiksel yapılarını kurmaktadır.

2. Anlama, adaptasyon sonucu ortaya çıkar; kişi kendi tecrübeleri, bilgi ve birikimleriyle tartışılan konu arasında uyuma sağlayarak, ele alınan konuyu anlar: Her

birey farklı bilgi, birikim ve deneyime sahiptir. Öğrenci karşılaştığı yeni duruma anlam verebilmek için eski bilgi ve becerilerini işin içerisine sokarak bir adaptasyon gerçekleştirmelidir. Çalışmamız boyunca, öğrencilerin yeni öğrenecekleri ilişkiler eski bilgileri ve Cabri ortamında yaşadıkları deneyimler ile ilişkilendirilmeye çalışılmıştır. Örneğin, alanlar konusu ile ilgili çalışmalarımızda, öğrenciler önce Cabri ortamında, çalışma yaprakları doğrultusunda yaşadıkları deneyimler sonucu üçgeni, dikdörtgene çevirmekte ve ardından da dikdörtgenler için önceden sahip olduğu alan bilgisini işin içerisine sokarak üçgenin alanı için bir sonuca varmaları istenmektedir. Yani öğrencilerden dikdörtgenler için sahip oldukları alan bilgisini üçgenin alanını keşfedebilmek için yeni duruma adapte etme gerekliliği ile başbaşa bırakılmaktadırlar. Yine Pythagoras bağıntısının keşfi çalışmalarında, öğrencilerden kareler için sahip oldukları alan bilgilerini yeni duruma uyarlamaları istenmektedir. Uygun çalışmalarla, Cabri benzeri mikro dünyaların, öğrencileri, ön bilgi ve deneyimlerinden yararlanarak yeni adaptasyonlar yapmaya teşvik ettiği daha önce yapılan farklı çalışmalarla da belirlenmiştir[8].

3. Bilgi, etkileşim sonucu oluşturulur; kullanılan dil ve içine gömülü bulunan sosyal yapı bu etkileşimde önemli bir rol oynar: Öğrencilerin bilgiyi kurmaları sürecinde, ön bilgiler ve deneyimlere ek olarak sosyal etkileşimin de rolü büyüktür. Hatta, constructivismin öncülerinden Vygotsky, sosyal etkileşimi öğrenmenin merkezine koymuştur. Uygulama sırasında, sosyal etkileşimler bazen öğrenci-öğrenci, bazen de öğrenci-öğretmen şeklinde ortaya çıkmıştır. Öğrencilerden,ikişer kişilik gruplar halinde çalışarak sonuçlara ulaşmaları istenmiştir. Çalışmanın bir çok aşamasında, öğrenciler karşılıklı konuşarak bilgilerini yapılandırmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Öğretmen-öğrenci şeklinde yaşanan sosyal etkileşimlerde, öğrencilere bilgi hazır olarak öğretmen tarafından sunulmamış, öğrencileri bir düşünme sürecine çekmek için “Bu ne anlama geliyor?”, “tam doldurabildiniz mi?” gibi ip ucu, mecaz niteliğindeki sorularla öğrencilere yardımlar sağlanmaya çalışılmıştır.

Kullanılan dilde, bilginin kurulması sırasında, önemli etkenlerden biridir. Bu nedenle, constructivist ortamlara, “Sınıflandır”, “Analiz et”, “tahmin et”, “yorumla”, “sonuç çıkart” gibi anlamı pekiştirecek kelimeler hakim olmalıdır[31]. Bu ilke doğrultusunda, uygulama boyunca, çalışma yaprakları yardımıyla öğrencilere “Nasıl bir ilişki görebiliyorsunuz?”, “Nasıl bir sonuca ulaşabilirsiniz?”, “Bunu diğer çokgenlere nasıl genişletebilirsiniz?” gibi öğrencileri bilişsel bir sürece çekecek sorular yöneltilmiştir.

2.3. Evren Ve Örneklem

Bu çalışma, Trabzon ili içerisinde yer alan Kanuni İlköğretim ve F. Ağanoğlu ilköğretim okullarında gerçekleştirilmiştir. Seçilen bu okulların her birinden 20'şer olmak üzere toplam 40 öğrenci çalışmanın örneklemini oluşturmuştur. Okulların seçimi sırasında yeterli bilgisayar donanımına sahip olmaları göz önüne alınırken, öğrencilerin seçimi ise okulların matematik ve bilgisayar öğretmenlerinin işbirliği ile gerçekleşmiştir. Okulların matematik öğretmenlerinden, seçecekleri 15 öğrencinin ortalama başarı düzeylerinin orta seviyelerde olması istenirken, bilgisayar öğretmenlerinden de bilgisayar okur yazarlığı olan öğrencileri seçmeleri istenmiştir. Bu kriterler doğrultusunda matematik ve bilgisayar öğretmenlerinin birlikte çalışmaları ile öğrenciler seçilmiştir.

2.4. Verilerin Toplanması

Bu çalışmada elde edilen veriler, araştırmacı öğretmenin, ders esnasında yaptığı sınıf içi gözlemler, 10 öğrenci ile yapılan yapılandırılmamış mülakatlar ve öğrencilerin tamamladıkları çalışma yaprakları yoluyla elde edilmiştir.

2.4.1. Mülakatlar

Soru yolu ile veri toplama teknikleri arasında bulunan mülakat, mülakatçının cevap almak amacıyla soruları sözlü ve genellikle yüz yüze olarak bireye yönelttiği bir yöntemdir[67]. Daha öz olarak belirli amaçlar için insanlarla iletişime girmek olarak tanımlanabilir. Mülakatın asıl amacı, iletişim kurulan bireyin araştırılan konu hakkında duygu, düşünce ve inançlarının neler olduğunu ortaya çıkarmaktır[57]. Mülakat yönteminin, yüz yüze bir ilişkiye dayanması verilerin elde edilmesinde açıklık ve kesinlik kazandırır. Çünkü, mülakat yüz yüze görüşme olduğu için mülakat yapılan kişinin söylediklerinde samimi olup olmadığı tespit edebilme olasılığı yüksektir. Tuckman mülakatın, insanların iç dünyalarına girerek onların ne bildiğini, neyi sevip sevmediklerini ve düşüncelerini ortaya çıkarmayı sağlayacağını belirtir[57]. Bir araştırma tekniği olarak mülakatlar 3 amaca hizmet eder:

1. Mülakatta asıl amaç, araştırma hedefleri ile ilgili bilgileri bir araya getirmektir.

2. Bir hipotezi test etmek veya yeni hipotezler önermek için değişkenler ve değişkenler arası ilişkileri ortaya koymada bir araştırma aracı olarak kullanmak,
3. Araştırma, kullanılan diğer metotların güvenilirliğini ölçmek ve diğer metotlarla elde edilen verileri derinlemesine incelemek[57]

Mülakatların en önemli özelliği ortama ve gidişata göre adapte edilebilmeleri ve bireylerden derinlemesine bilgi almaya olanak sağlamalarıdır[68].

Mülakatlar, yapılandırılmış mülakatlar, yarı yapılandırılmış mülakatlar ve yapılandırılmamış mülakatlar olmak üzere 3 gruba ayrılır. Bu çalışma boyunca her bir dersten sonra öğrencilerden biri ile yapılandırılmamış mülakatlar gerçekleştirilmiştir. Mülakatlarda yapılandırılmamış bir yöntem kullanılarak görüşme esnasında esnek bir yapının sağlanması amaçlanmıştır. Sağlanan bu esnek ortamda, mülakat yapılan kişinin kendini daha çok açması, fikirlerini yada problemlerini daha geniş olarak meydana koyması beklenmektedir. Bu yolla detaylı veriler elde etmeye çalıştık. Yapılandırılmamış mülakatlar sayesinde bizim çalışma içerisinde önem verdiğimiz değil de öğrencinin önemli gördüğü noktaları açıklamasına yardımcı oldu. Bununla birlikte mülakatlar sırasında konuların dağılmaması için genelde aşağıdaki konular üzerinde durulmuştur:

- Öğrencilerin çalışma boyunca ilgileri, algıları
- Bilgisayar destekli geometri öğrenme ile geleneksel sınıf ortamında geometri öğrenmenin karşılaştırılması,
- Öğrencilerin bağımsız olarak çalışabilme ile ilgili görüşleri,

2.4.2. Gözlemler

Gözlemler, araştırmacının gerçek hayat içinde, bireylerin davranışlarını, olayları belli bir plan dahilinde işlemesi ve kaydetmesi işlemidir[69]. Gözlemler, doğal ortamın yapısını bozmadan, olayları incelenin tipik bir örneğidir.

Gözlemler sıradan faaliyetler değildirler. Gözlemlerin sıradan faaliyetler olmaktan çıkıp bilimsel bir nitelik kazanabilmeleri için bazı koşullar gerekir:

- Gözlem, belirli bir araştırma amacına hizmet etmelidir,
- Araştırmacı tarafından önceden planlanmış bir faaliyet olmalıdır,
- Gözlem sonuçları sistematik olarak kaydedilmelidir,
- Tutarlılık ve geçerlilik açısından gözlem sonuçları kanıtlanabilmelidir[70]

Gözlem planı yaparken dikkate alınması gereken önemli noktalardan biri, belki en önemlisi yapılacak işlerin özel davranışlara dönüştürülmesidir. Gözlemin başında: (1) Kimin gözleneceğinin (2) hangi koşullar altında gözlem yapılacağı (3) gözlemi kimin yapacağını (4) hangi davranışların gözlenip kaydedileceğinin açıkça belirtilmesi gerekmektedir[67].

Yapmış olduğumuz araştırma boyunca, öğrenciler araştırmacı öğretmen tarafından yapılandırılmamış bir şekilde gözlenmiştir. Araştırmada, gözlemi yapan araştırmacının aynı zamanda dersin öğretmeni olması nedeniyle, gözlem işinde ortaya çıkan en önemli sorun olan gözlemcinin gözlenmekte olan davranışları etkilemesi tehlikesi de ortadan kaldırılmıştır. Çünkü sınıfta yada laboratuvarında yabancı bir kişinin bulunması öğrencilerin normal davranışlarını değiştirmelerine neden olabilir. Bu ise araştırmada gözlenen özelliklerin yapaylaşması demektir[67]. Araştırmamızda gözlemcinin aynı zamanda ortamın doğal bir parçası olması gözlem metodunun temel sorunun aşılmasını sağlamıştır. Çalışma boyunca özellikle; öğrencilerin etkinliklere katılımı ve tutumları, öğrencilerin bilgisayarla etkileşimi, öğrencilerin birbirleri ile etkileşimi ve çalışmaların yapılması sırasında karşılaştıkları güçlüklerin belirlenmesi yönünde gözlemler yapılarak ders esnasında kaydedilmiştir. Etkinlikler sonrasında gözlemler birleştirilerek anlamlı bir bütünün oluşturulmasına çalışılmıştır.

2.5. Verilerin Analizi:

Bu bölümde, sınıf içi gözlemler, tamamlanan çalışma yaprakları ve mülakatlardan elde edilen verilerin nasıl analiz edildiğini içeren bilgiler verilmiştir:

Sınıf İçi Gözlemler ve Çalışma Yapraklarının Analizi

Bu iki veri kaynağı birleştirilerek ‘derslerden yansımalar’ şeklinde sunulmuştur. Bunun için her bir ders ayrı ayrı, çalışma yapraklarındaki sıra dahilinde, oluşturulan bilgisayar destekli ortamı yansıtması için aktarılmıştır. Ders esnasında, öğrencilerin araştırmacı öğretmenle ve kendi aralarında geçen karşılıklı konuşmaları dersin akışı içerisindeki uygun yere konulmuş ve bu konuşmaların sonucu olarak bilgilerini yapılandırdıklarını gösteren çalışma yaprakları doğallığı bozmaması açısından scanner ile taranarak ilgili dersin ilgili bölümüne konulmuştur.

Mülakattan Elde Edilen Verilerin Analizi:

Öğretmen ve öğrencilerle yürütülen mülakatlardan elde edilen veriler doğrudan mülakat cümleleri kullanılarak ortak başlıklar altında toplanarak analiz edilmeye çalışılmıştır. Mülakattan doğrudan cümlelerin alınarak, bireyin düşüncelerinin yansıtılmasının diğer yöntemlere göre daha yararlı olacağı düşünülmüştür. Marriam, araştırma konusu ile doğrudan ilişkisi olan verilerin parantez içerisine alınarak okuyucuya olduğu gibi aktarmanın okuyucuyu önyargısız olarak, verilerle karşı karşıya getireceğini ve verilerin ne anlama geldiğini kendi yorumları ile ortaya koyabilmelerine imkan sağlayacağını belirtmektedir [57].



3. BULGULAR

Bulgular, pilot çalışmada 6 matematik öğretmenin katıldığı 14 saatlik kurs ve asıl çalışmada 40 öğrencinin katıldığı toplam 26 saatlik dersler vasıtasıyla toplanmıştır. Pilot çalışmada asıl çalışmada uygulanacak olan bilgisayar destekli materyaller, öğretmenlere tanıtılarak gerekli düzenlemelerin ve geliştirmelerin yapılması amaçlanırken, her bir dersten sonra katılımcı öğretmenlerin biri ile gerçekleştirilen mülakatlarla geliştirilen bilgisayar destekli materyallerin etkililiği ve sınıf ortamında kullanılabilirliği tartışılmıştır. Asıl çalışmada ise, pilot çalışma ile son şekilleri verilen bilgisayar destekli materyallerin gerçek sınıf ortamında uygulamasına geçilmiştir. Bunun için bilgisayar destekli materyalleri tamamlar nitelikteki çalışma yaprakları öğrencilere dağıtıldı ve öğrencilerin etkinliklere katılımları ile basamak basamak bilgilerini yapılandırma süreçleri gözlemlendi. Asıl uygulamada da her bir ders sonunda öğrencilerin biri ile yapılandırılmamış mülakatlar gerçekleştirilerek, öğrencilerin, geliştirilen bilgisayar destekli materyallere karşı tutumları, matematiğe karşı değişen görüşleri belirlendi.

Bu bölümde, ilk olarak pilot çalışmaya katılan öğretmenlerin geliştirilen bilgisayar destekli materyallerin etkililiği ve bilgisayar destekli ortamda geometri öğrenme ile ilgili görüşleri açıklanmıştır. Ardından, öğrencilerle yürütülen asıl çalışmayla ilgili olarak, her bir ders çalışma yapraklarındaki sıra dahilinde basamak basamak ortaya konularak, Cabri ile oluşturulan dinamik ortamda öğrencilerin bilgilerini yapılandırma ve geometrik ilişkileri keşfetme süreçleri ortaya konulmuştur. Araştırmanın, öğrencilerin tutumları ve görüşleri ile ilgili problemlerini ortaya koymak amacıyla da, öğrencilerin dinamik ortamlarda genelde matematik özelde ise geometri öğrenme ve geometri ile ilgili değişen görüşleri, Öğrencilerin dinamik ortamda geometriye karşı değişen tutumları ve dinamik ortamda elde ettikleri matematiksel güven duyguları mülakatlardan elde edilen veriler ışığında açıklanmıştır. Bu bölümde yer alan katılımcı öğretmenlerin isimleri takma, öğrencilerin isimleri gerçektir.

3.1. Öğretmenlerden Elde Edilen Bulgular

Öğretmenlerden elde edilen veriler iki genel başlık altında gruplandırılmıştır:

1. *Bilgisayar Destekli Derslerden Yansımalar:* Öğretmenlere tanıtılan bilgisayar destekli materyallerin etkiliği ile ilgili bulgulardır. Bu bulgular, 2. haftadan başlanarak hafta hafta derslerden yansımalar şeklinde sunulmuştur.
2. *Cabri Ortamında Oluşan Öğrenmelerin Niteliği:* Bu bölümde, Cabri Geometri ile desteklenmiş bir ortamda geometri öğrenme ile ilgili , mülakatlar yoluyla elde edilen öğretmen görüşleri, Kalıcılık, Anlamlılık, Motivasyon, Araştırmayı Teşvik Etme başlıkları altında sunulmuştur.

3.1.1. Bilgisayar Destekli derslerden Yansımalar

Bu bölümde, öğretmenlerin geliştirilen materyallerle ilgili görüşleri hafta hafta sunulmuştur.

2. Hafta (Çokgenlerin Açıları)

Birinci çalışma bazı çokgenlerin iç ve dış açılarının toplamlarıyla ilgilidir. Öğretmenlerin tamamı, öğrencilerin geliştirilen çalışmaları kullanarak üçgenin iç açıları toplamının 180^0 , dörtgenin iç açıları toplamının 360^0 ve tüm çokgenlerin dış açıların toplamının 360^0 olduğunu keşfedebileceklerine inanmaktadır. Bu bölümde geleneksel ortamlarda öğretim yapan bir öğretmen olan Hatice düşüncelerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

Her ne kadar geleneksel ortamlarda geleneksel yöntemlerle matematik öğretmeye çalışan bir matematik öğretmeni olsam da, geleneksel ortamlarda oluşan öğrenmelerin kalıcı olduğuna inanmıyorum. Örneğin, üçgenin iç açılarıyla ilgili olarak $m(A)+m(B)+m(C)=180^0$ olduğumu tahtaya yazıyor, sonra da bazı açı değerlerini vererek öğrencilerden verilmeyen açının ölçüsünü bulmalarını istiyorum. Bu da öğrencileri kalıplaştırıyor. Bu anlamda görerek ve araştırarak öğrenmenin kalıcı olduğuna inandığım için öğrencilerin bu ortamda daha iyi geometri öğreneceklerine inanıyorum. Çünkü bu aktiviteler, öğrencilerin buluş yoluyla öğrenmelerine neden oluyor ve hence de en iyi öğrenmeler böyle sağlanabilir.

Hatice, yukarıdaki ifadeleriyle, buluş yoluyla öğrenmenin , öğrencilerde güçlü anlamlar oluşturabileceğine inandığını, Cabri ortamlarının da öğrencilere böyle ortamlar sağlayarak öğrenmelerinin kalıcı olmasına katkıda bulunacağını belirtmektedir. Hatice, ayrıca, öğrencileri buluşa ve araştırmaya yönelten etkenin de görsellik olduğunu belirtmektedir. Görsellikle ilgili benzer düşünceleri Zeki’de paylaşmıştır:

Çalışmada matematiksel hesaplamalar yerine sadece görselliğin kullanılması, saklanan ilişkilerin daha kolay ve zevkli bir şekilde öğrenciler tarafından keşfedilmesini kolaylaştırabilir. Çünkü göze de hitap etmektedir. Ne kadar çok duyu organına hitap ederse öğrencilerin öğrenmesi de o ölçüde kalıcı olur. Ayrıca, öğrenciler liselerde üçgenin iç açılarının toplamının 180^0 olduğunu A noktasından tabana paralel bir doğru çizerek yapmaktadırlar. Bu çalışma da o ispata benzediğinden, bu çalışma öğrencileri ileri düzeyde öğrenmelere hazırlayabilir.

Zeki, Hatice’nin görüşlerine paralel olarak görselliğin öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştıracağına inanmakta ve bu anlamda da geliştirilen çalışmanın da öğrencilerde kalıcı öğrenmeler sağlayacağına yardım edeceğini belirtmektedir. Çünkü bu çalışma öğrencinin görme duyusuna da hitap edeceğinden öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştırır. Bunlara ek olarak Zeki, çalışmanın ileri düzeyde öğrenmelere de temel teşkil edebileceğini belirtmektedir.

Zeki ve Hatice’nin bu ilk tepkilerinden farklı olarak Halil, çalışmalara daha temkinli olarak yaklaşmıştır:

Bence, öğrencilerin bir çoğu bu çalışma ile istenilen ilişkileri keşfedebilir. Ancak sizinde bildiğiniz gibi ülkemizin okullarında öğrenci seviyeleri homojen olarak dağılmamıştır. Sanırım öğrencilerin bir kısmı, doğru üzerinde oluşan açılarının toplamının 180^0 ya da çember şekline gelen açılarının ölçülerinin toplamının 360^0 olduğunu belirleyemeyecektir. Bunun için bütünler açılar konusu ve bu yönde etkinliklere yer verilmelidir.

Görüldüğü gibi, Halil çalışma yapraklarını yapı içerisine saklanan matematiksel ilişkileri bulup ortaya çıkarabilmek için uygun olduğunu belirtmekle birlikte birbiri içerisine geçmiş iki problemi dile getirmektedir.

- Öğrencilerin ön bilgilerini yetersiz olabileceği: Zaten baştan constructivist felsefeyi benimseyerek bilginin öğrencinin ön bilgilerinden ve deneyimlerinden yararlanılarak kurulabileceğini kabul etmiş oluyoruz. Öğrencilerin konu için ön bilgileri yetersiz ise bilgi kurma sürecinde bir takım sorunlarla karşılaşmaları kaçınılmazdır. Bu sorunlar, çalışma içerisinde araştırmacı öğretmenin sağlayacağı scaffoldingler ile aşmaya çalışılacaktır. Bu scaffoldingler doğrudan hazır bilgiler içermeyip; ip uçları, mecazlar ve benzetmeler şeklinde olacaktır.
- Geliştirilen etkinliklerin tüm konuları kapsamaması: Çalışmanın başında tüm geometri programını tarayacak etkinliklerin geliştirilmesi amaç olarak ortaya konulmamıştır. Geliştirilen öğrenme ve öğretmeye destek materyallerin etkinliğinin ve öğrencilerin bu materyalleri kullanarak öğretmenden bağımsız olarak kendi matematiksel yapılarını kurmaları amaçlandığından tüm etkinliklerin ele alınması düşünülmemiştir. Ancak bu programı sınıf ortamında kullanmak isteyen öğretmenler kendi etkinliklerini geliştirerek tüm müfredatı tarayabilirler.

Bunlarla birlikte, öğretmenlerin bir kısmı gelenekçi yapılarının etkisiyle çalışmanın başında öğrencilere bazı bilgilerin sunulmasını bu yolla daha iyi öğrenebileceklerini belirtmişlerdir.

Çalışma 1 ile ilgili öğretmen önerileri:

- Ekranda bazı açı renkleri birbirine benzemektedir. Bu ise öğrencileri yalıttabilir. Bu nedenle açılardan hepsi farklı renklerde yapılmalı.
- Açılardan hepsi aynı sayıda çizgi ile gösterilirse şekil oynatıldığında estetik olarak çemberin şekli daha açık olarak görülür.
- Öğrencilerin çalışma içerisinde istenmeyen sonuçlara yada ilişkilere ulaşmalarının engellenmesi için bazı bağımsız değişkenlerin saklanması gerekir.
- Ekranda yan yana iki şekil var. Gerçi çalışma yaprağında üçgen yada çokgen deniyor ama bu şekillerin altına şekil-1 ve şekil-2 yazsak daha açıklayıcı olur.
- Matematiksel gösterim ifadesi öğrenciler tarafından anlaşılmaya bilir, bu dersin başında öğrencilere açıklanmalıdır.

- Çokgenin dış açılarını keşfi sırasında çalışma yaprağının 11. maddesi olan ‘Üçgene ve çokgene yaptığımız işlemi beşgenede uygulayalım’ yerine yine bir açıklama yapılması daha uygun olurdu.
- Öğrencilerden bir çıkarım değil de; hareket ettir, getir ve bırak gibi direktiflere çalışma yaprağında numara verilmesi yerine yanlarına bir el işareti koyulması daha uygun olur. Böylece öğrenciye bu kadar soruyu da kim yapacak deme şansı verilmemiş olur.

3. Hafta (Üçgenlerde Açı Kenar Bağıntıları)

Üçüncü haftaki konularımız aşağıdaki kavramların bilgisayar ekranında keşfiyle ilgilidir:

- Üçgende büyük açı karşısında büyük kenar, küçük açı karşısında küçük kenar vardır.
- Üçgen eşitsizliği
- Konkav dörtgende açı ilişkileri

Öğretmenler çalışmadan önce hangi ilişkiyi keşfedeceklerini bilmedikleri için bu ilişkiyi ortaya çıkartmak için hemen çalışmaya başladılar. Çalışma 2-1’de yapı içerisindeki ilişkiyi çalışma yapraklarının da yardımıyla bulduklarında Zeki;

Bugüne kadar ve hatta bugünde, ilköğretim okullarında, büyük açı karşısında büyük kenar, küçük açı karşısında küçük kenar vardır ifadesini kalıp olarak ezberletilmektedir. Ama burada öğrenci üçgenin şeklini değiştirerek, büyütüp küçülterek hatta açılarıyla oynayıp deneyerek bu ilişkiyi kendisi bulmaktadır bence matematik de böyle öğrenilir.. Bu şekildeki çalışmalar ile öğrenciler pasif dinleyici konumundan çıkacak ve öğrenme sürecine katılacaklardır.

Zeki bu sözleriyle, öğrenciye direkt bilgiyi vermektense onları öğrenme sürecinin içerisine çekerek aktif katılımlarının sağlanmasının öğrencilerde güçlü öğrenmelere neden olacağını belirtmektedir. Ayrıca, matematik öğrenmenin yolunun öğrencilerin bir takım deneyimlerden geçmeleriyle sağlanabileceğini, bu anlamada da Cabri ekranında geometrik

şekillerin hareket ettirilebilmesinin öğrencileri bir deneyim ortamına sokabileceğini dile getirmektedir. Aslında Zeki'nin bu açıklamaları bilginin, öğretmenden öğrenciye direkt aktarılamayacağını ancak öğrencinin kendi deneyimleri sonucu kurulabileceğini savunan constructivist felsefeyle de uyum göstermektedir.

Öğrencilerinin seviyelerinin düşük olduğunu düşünen Hatice'nin '*Benim öğrencilerim bile bunları bulabilir*' demesi ise çalışmanın kullanımı ile saklanan ilişkilerin ortaya çıkartılabileceğini göstermektedir.

Üçgenlerde açı kenar ilişkilerini kapsayan bu aktiviteleri takiben öğretmenlere iç bükey bir çokgende açı ilişkilerini gösteren bir etkinlik verilmiştir. Öğretmenlerin, büyük bir çoğunluğu, çalışma 2-3 içerisine gizlenen matematiksel ilişkinin öğrenciler tarafından keşfedilmesinin zor olacağını, ancak üst seviyedeki öğrencilerin yapı içerisindeki matematiksel ilişkiyi bulup çıkartabileceklerini belirtmişlerdir. Zaten yapılan sınıf içi gözlemler sırasında öğretmenlerden bir kısmının bu ilişkiyi bulma sürecinde kendilerinin de sorunlarla karşılaştıkları belirlenmiştir. Songül'ün, '*Bu ilişkiyi matematik öğretmeni olmama rağmen benim bile bulmam zor oldu. Öğrencilerin kolay kolay bunu bulabileceklerini sanmıyorum.*' demesi zaten müfredatta olmayan ancak ek aktivite olarak düşünülen bu etkinliğin öğrencilerin seviyelerinin üzerinde olacağı düşüncesiyle, öğretmenlerin ortak görüşleri doğrultusunda çalışma programından çıkartılmıştır.

Çalışma-2 ile ilgili öğretmen Önerileri:

- Öğrenciler birinci tabloyu doldurduktan sonra ilişkiyi keşfetsin. Daha sonra da yeni bir tabloyla bazı kenar uzunluklarını vererek açıları yada açıları vererek kenarların istenmesi çalışmayı zenginleştirebilir (çalışma yaprağı 2-1).
- Öğrenciler, 6. adımdan 7. adımdaki genellemeye geçme sürecinde bazı sorunlar yaşayabilirler. Çalışma yaprağının bu kısmında öğrencilere daha çok yardımcı olunmalı(çalışma yaprağı 2-2).
- $|b - c| < a < b + c$ ilişkisini öğrenciler bulmadan önce ek adımlar atmaları sağlanmalıdır. Örneğin b-c hiçbir zaman a'yı geçebilmekte midir? gibi. Bu şekilde bu çalışma yaprağı biraz daha yapılandırılabilir(çalışma yaprağı 2-2).
- 3. adımda her zaman $|b - c| < a$ olması gerekirken A'nın [BC] üzerine gelmesi durumunda $|b - c| = a$ olmaktadır(çalışma yaprağı 2-2).

4. Hafta (Dik Üçgenler)

Çalışma, Pisagor bağıntısını ve dik üçgenlerdeki diğer bağıntıları farklı bir bakış açısıyla keşfetmeyi içermektedir. Buna ek olarak Pisagor teoreminin dik üçgen haricindeki üçgenlere genellenmesi de çalışma kapsamındadır. Bu konuyla ilgili ilk tepkiler Zeki'den geldi:

Bu müthiş bir şey. Pisagor bağıntısının bulunması sırasında; öğrenciye a'nın b'nin yada c'nin karesini al demiyoruz, bunları toplayıp eşitle de demiyoruz ama öğrenci ekrandaki şekillerin özelliklerini kullanarak bunları kendi bulabiliyor. Aynı şey dik kenar bağıntılarında da var. $b^2=p.a$ demiyoruz ama öğrenciden bunları ekranı ve çalışma yaprağını kullanarak bulmasını istiyoruz.

Zeki'nin bu ilk tepkisi, geleneksel ortamlarda görülemeyen ancak bilgisayarın görsel dünyasında canlandırılabilen şekillerin hareketi sonucu öğrencilerin yeni keşiflere gitmesini kolaylaştırdığını göstermektedir.

Katılımcılardan bazıları, Pisagor bağıntısının bu haliyle öğrencilere ilk kez sunulduğunda, öğrencilerin Pisagor bağıntısını çok daha sağlam ve derinlemesine olarak öğrenebileceklerini belirtmektedir. Örneğin Hatice:

Bu şekildeki bir aktivite ile öğrenci neyin nereden geldiğini bilebilir. Örneğin, $a^2+b^2=c^2$ ilişkisinde, öğrenci a,b,c'nin karelerinin bu kenarlar üzerine kurulu olan karelerden geldiğini ve niçin a^2 ile b^2 yi toplaması gerektiğini görür. Bu şekilde öğrenciler bu teoremi ezberlemek yerine daha anlamlı olarak öğrenirler, hem de bir daha da umutmazlar. Bilgi kalıcı olur. Ayrıca çalışmanın devamında bu teoremin diğer üçgenlere uyarlanmaya çalışması öğrencilerde bu teoremin diğer üçgenlerde aynen uygulanamayacağına, üçgenin çeşidine göre '=' yerine > veya < gelmesi gerektiğini anlamalarına neden olur. Bu da öğrencilerin Pisagor teoremini tüm üçgenlere uygulanamayacağını görmelerini sağlar.

Hatice, etkinliğin, öğrencilerde Pisagor bağıntısının güçlü bir şekilde öğrenilmesine katkıda bulunabileceğini belirtirken bir yandan da bu çalışmanın Pisagor bağıntısının

olduğu gibi diğer üçgenlere genellenmeye çalışması gibi yanlış bir anlamının da önüne geçebileceğini belirtmektedir. Genellemenin olumluluğuyla ilgili bir diğer ifade de Ömer'den geldi:

Geleneksel ortamlarda, dik üçgen çizilir ve kenarlarına a,b,c denir. Ardından $a^2=b^2+c^2$ formülünü verir, ardından da örnekler yapar çıkarır. Ancak bence bu şekilde bir öğrenme havada kalır. Ayakları yere basmaz. Öğrenci çoğu zaman ilişkiyi anlayamaz. Sadece ezberler, bu ise öğrencinin muhakeme gücünü engeller. Özellikle Pisagor'dan sonra bunun geniş açılı ve dar açılı üçgenlere genellenmesi öğrencilerin öğrenmesi için çok iyi olur. Öğrenciye ilişki verildiğinde öğrenci onu beyinde canlandırabilmeli. Cabri bunun için öğrenciye çok yardım etmektedir.

Tüm bu olumlu önerilerle birlikte Halil çalışmaların bu halleriyle öğrencilerde güçlü anlamalar sağlayabileceğini fakat zaman açısından sıkıntı yarabileceğini belirtmektedir:

Bunları tabi ki sınıf ortamında yapmak böylece de öğrencilerimin güçlü anlamalar sağlamalarını isterim, fakat müfredat o kadar uzun ki bırakın bilgisayarla buluş yoluyla konuları anlatmayı sunuş yoluyla bile yetiştiremiyoruz.

Halil'in bu sözleri ülkemizdeki merkezîyetçi baskının öğretmenleri şekillendirdiğini ve güçlü öğrenmelerin sağlanabilmesi için deneyimleri ihmal ettiğini göstermektedir.

Çalışma-2 ile ilgili öğretmen Önerileri:

- Çalışmanın başında öğrencilere açılara göre üçgen çeşitleri hatırlatılmalı.
- Pisagor bağıntısı sırasında dik açıyı daha baskın olarak belirtelim.

5. Hafta (Üçgen Ve En Az İki Kenarı Paralel Dörtgenlerin Alanlar)

Öğretmenlere tanıtılan 5. hafta etkinlikleri üçgen ve en az iki kenarı paralel olan dörtgenlerin alanlarıyla ilgilidir:

- Paralelkenarın, dikdörtgene dönüştürülerek alanının bulunması
- Yamuğun, dikdörtgene dönüştürülerek alanının bulunması
- Üçgenin, dik dörtgene dönüştürülerek alanının bulunması
- En az iki kenarı paralel olan dörtgenler için genel alan formülünün elde edilmesi

Öğretmenlerin bugüne kadar yapılan çalışmalar içerisinde en çok beğendikleri ve kendilerinin de yeni olarak tanıdıkları bu çalışmaları sınıflarında kağıt ve makas kullanarak yapmak isteyeceklerini belirtmişlerdir. Ancak bu çalışmaların kağıt ve makasla çok zaman alacağını, bunun için bu çalışmaların en verimli olarak bilgisayar ekranında yapılabileceğini belirten Halil:

Ben her yeni öğrenmeyi, bilgisayarda yeni dosya oluşturmaya benzetirim. Geleneksel öğrenmelerde, iki kavram birbirine bağlanmadan öğretiliyor. Örneğin dikdörtgenin alanı için farklı bir formül, üçgenin alanı için farklı bir formül. Bu iki farklı öğrenme için de birey beyninde iki tane dosya açıyor. Bu da bilginin, öğrencinin beyninde fazla yer kaplamasına neden oluyor ve öğrenciyi sıkıyor. Halbuki Cabri'de hem üçgenin dikdörtgene döndürülerek alanının bulunması hem de genel alan formülünün elde edilmesinde bilgiler ya birbirine bağlantıyor yada bir şemsiye altında toplanıyor. Bu da bilginin öğrencinin beyninde az yer kaplamasına ve anlamlı olmasına neden oluyor.

Halil, bu ifadesiyle, eski ve yeni bilgilerin bir birine bağlamanın hem anlamlı öğrenmeyi sağlayacağını hem de beyinde fazla yer kaplamayacağını belirtmektedir. Bilginin bu etkinliklerle bağlantılı ve anlamlı hale geldiğini belirten diğer ifadelerde Zeki'den geldi.

Bence yeni bilgiler ancak eski bilgilere bağlanarak anlamlandırılabilir. Çünkü bu şekilde bilgi parça parça olarak değil bir bütün olarak algılanır. İnsanın ufku zenginleşir ve anlamlı bilgiler yumağı oluşur. Bu alan çalışmaları bunun için öğrencilere güzel imkanlar sunmaktadır. Öğrenci yamuğu dikdörtgene çevirerek dikdörtgenler ile ilgili alan bilgisini yamuk için gerekli olan alan bilgisiyle birleştiriyor.

En az iki kenarı paralel olan dörtgenler için genel alan formülünün elde edilmesiyle ilgili etkinliği öğretmenlerin tamamı değişik ve yeni öğrendikleri bir kavram olduğunu belirtmişlerdir. Osman:

Bence kenarları paralel olan dörtgenler için alternatif değişik bir yaklaşım. Öğrencinin 'Alan' kavramını orta tabanın yükseklik boyunca taradığı alan olarak öğrenmesi biraz zor ama anlamlı ve işlevsel bir öğrenme. Bende bunu ilk defa gördü. Alanın bu kavram aracılığıyla verilmesi, öğrencinin kenarları paralel olan doğrular için bir çok örnek ezberlemesini sağlamaktansa bir tane genel formül öğrenmeleri gerçekten çok güzel.

6. Hafta (Prizma ve Piramidin Hacmi)

Öğretmenlere 6. hafta tanıtılan etkinlikler, prizmanın ve piramidin hacmini veren genel matematiksel eşitliklerin keşfedilmesini amaçlamaktadır.

Bunun için öncelikle, prizmanın hacmi kavramı, taban alanının yükseklik boyunca taradığı yüzey olarak tanımlanmasını sağlayacak etkinlikler düzenlenmiştir. Öğretmenler, genel olarak prizmanın hacmi kavramının bu şekilde kavratılmasının, prizmanın hacmini veren matematiksel eşitliği de beraberinde getirdiğini belirtmişlerdir. Hatice bunu,

Bu kavram bu şekilde verilirse formülü de kendiliğinden çıkar.

biçiminde dile getirmiştir. Öğretmenler, prizmanın hacmi kavramının, orantı ile ilişkilendirilmesinin, öğrencilerin matematiğin değişik konularını birleştirmelerini sağlaması açısından yararlı olacağını belirtmişlerdir. Halil:

Matematik birikimli bir yapıya sahiptir. Bu nedenle burada konuların birbirine bağlanması çok güzel. Öğrencinin taban alanı ile hacmin ve yükseklik ile hacmin doğru orantılı olduğunu tespit etmesi ve bundan formüle ulaşmaya çalışması, okullarımızdaki hacim konusunun işlenişinden çok farklı ve güzel.

Öğretmenler, yüksekliğin ve taban alanının değişmesi ile ekranının sağındaki hacim değerinin bu değişime dinamik olarak cevap verebilmesini çok beğendiklerini ve bu özelliğin öğrencilere araştırma yapma kapılarını da açtığını belirtmişlerdir.

Piramidin hacminin de prizmanın hacminden yararlanılarak bulunması etkinliğini çok beğendiklerini ifade eden öğretmenlerden Ömer bunu;

Bu iki hacmin bilgisayarda birbirine bağlanılarak sunulması çok mantıklı

biçiminde ifade etmiştir.

Genel olarak öğretmenler, hacim kavramı ile ilgili alternatif bir yaklaşımla karşılaştıklarını, çalışmanın öğrencileri zorlayabileceğini ancak bunun hacim konusu için çok uygun olduğunu ve çalışmada herhangi bir ekleme yada çıkartmada bulunmayacaklarını dile getirmişlerdir.

3.1.2. Cabri Ortamında Oluşan Öğrenmelerin Niteliği İle İlgili Öğretmen Görüşleri

Bu bölümde elde edilen veriler, her çalışma sonunda öğretmenlerden biri ile yapılan mülakatlar sonucunda elde edilmiştir. Cabri ortamında, oluşan öğrenmelerin niteliğiyle ilgili olarak öğretmenler genel olarak aşağıdaki noktalara vurgu yapmışlardır:

- Kalıcılık
- Anlamlılık
- Motivasyon, bireysel farklılıklar ve gelişim
- İşlevlilik

3.1.2.1. Kalıcılık

Mülakat gerçekleştirilen matematik öğretmenlerinin tamamı, Cabri ortamında çalışma yaprakları yoluyla ortaya çıkarılan ilişkilerin, öğrencinin kendi çabaları sonucunda

ortaya çıkarıldığı için kalıcı (uzun süreli öğrenme)) olacağına inandıklarını belirtmişlerdir. Örneğin Zeki bu konudaki görüşlerini aşağıdaki gibi ifade etmiştir:

Cabri ortamında, çalışma yaprakları yoluyla, öğrenci düşünmüyor, geleneksel ortamlardaki gibi geometriyi ezberlemiyor. Aktif hale geliyor, buluyor, oluşturuyor ve bağlantılar yakalıyor. Bu da tabi ki bilgiyi kalıcı yapıyor.

Zeki, Cabri ortamında öğrencinin sürekli aktif bir şekilde öğrenmenin merkezine koyulmasının öğrencinin bilgisinin kalıcı olmasını sağlayacağını belirtirken, Ömer ise; soyut geometrik ilişkilerin, ekranda somutlaştırılarak öğrenciye sunulmasının; öğrenmeyi kalıcı hale getireceğini belirtmektedir.

Bence, öğrenmede önemli olan kalıcılıktır. Ancak, sizinde bildiğiniz gibi matematiksel ilişkilerin bir çoğu soyuttur. Normal sınıflarımızda öğrenci tahtada bu soyutluğu somutlaştırıyor. Çünkü tahtadaki nesneler hareket etmiyor. Bu yönden Cabri Geometri, çok güzel. Bilgisayar ekranında soyut matematiksel ilişkilerin somut bir şekilde canlandırılmasını sağlıyor. bu da öğrenmeyi kalıcı yapıyor.

Ömer, somut ilişkilerin soyut ilişkilere göre çok daha kolay kavranabileceğini, ancak geleneksel okul geometrisinin çoğu soyut ilişkilerden oluşan geometriyi, oluşturulan nesnelerin hareketsizliğinden dolayı öğrencilerin somutlaştırabilmesi için imkan sağlayamadığını, Cabri ekranında geometrik nesnelerin hareket edebilmesinin bu soyutluğu somutlaştırdığını ve bu yolla da geometri öğrenmenin hem kolay bir hale geldiğini hem de öğrenilen bilgilerin kalıcılığını sağladığını belirtmiştir.

Cabri Geometri'nin görsel dünyasının, öğrenmeyi daha kalıcı hale getireceğine inandığını söyleyen Hatice:

Hani şu eğitim kitaplarında vardır ya, insan görerek %..... , işiterek % kadar öğrenir diye. Bu oranlar içerisinde sanırım çok büyük bir payı görme almaktaydı. Cabri ortamında öğrenci görerek hareket ettirerek öğreneceği için bence öğrenmesi de kalıcı olacaktır.

Hatice, bir yandan görerek öğrenmenin önemini vurgularken bir yandan da öğrencinin nesneleri hareket ettirip deneyim ortamına girmesinin öğrenmeyi kalıcı yapacağına inandığını belirtmektedir. Bu anlamda Cabri Geometri'nin de öğrencilere zengin deneyimler sağlayacağını belirtmektedir.

Öğretmenler genel olarak, Cabri ortamında görerek, nesneleri hareket ettirip deneyim içerisine girerek öğrenmenin öğrenmeyi kalıcı yapacağını, geleneksel ortamlarda görülmeyen bu özellikler için de Cabri Geometri'nin güçlü olanaklar sunduğunu belirtmişlerdir.

3.1.2.2. Anlamlılık

Baştan, constructivist felsefeyi benimsersek, öğrencinin yeni bilgiyi anlamlaştırabilmesi için, onu var olan eski bilgileri ve deneyimleri ile uzlaştırması gerektiğini kabul etmiş oluruz. Eğer bu doğruysa, anlamlı öğrenmelerin meydana gelebilmesi için öğrencilere deneyimleri ve eski bilgileri ile yeni bilgilerini uzlaştırabilecekleri olanakların sağlanması gerekir. Bu bölümde, geliştirilen çalışmaların bu amaca ne oranda hizmet ettiği ile ilgili öğretmen görüşlerine değinilmiştir. Zeki bu konuyla ilgili olarak:

Bence matematik anlamlı ilişkiler bütünüdür. Yani matematik hem ilişkilerden oluşur hem de bu ilişkiler birbirine dayanarak bir bütün oluşturur. Cabri Geometri öğrenciyi bir yandan ilişki aramaya yönlendiriyor bir yandan da bu ilişkileri birbirine dayandırıyor. Örneğin 'Alan' çalışmalarında yaptığımız gibi, üçgenin alanını dikdörtgene çeviriyoruz. Yani üçgenle ilgili yeni öğrenilecek olan alan bilgisini dikdörtgenlerle ilgili alan bilgisine dayandırıyoruz.

Benzer bir görüşte Osman'dan geldi:

Matematik birikimli bir bilimdir. Bunun için bilgilerin birbirlerine bağlanması gerekir. Okullarımızda sanki bu bilgiler birbirinden

bağımsızmış gibi, sıralanıp gidiyor. Örneğin prizmanın hacmi 'taban alanı x yükseklik', piramidin hacmi $\frac{\text{tabanalanı} \times \text{yükseklik}}{3}$. Bu iki bilginin hiçbir ilişkisi yok. Ama geliştirilen çalışmada öğrenci, taban alanının taradığı bölgede bir prizmanın meydana geldiğini, oluşan bu prizma ile piramidin hacminin orantılı olduğunu görüyor. Yani piramit için öğrendiği formülün aslında prizmadan çıktığını biliyor.

Hem Zeki hem de Osman matematiğin ilişkili bir yapısı olduğunu ve matematiğin anlamlı bir şekilde öğrenilebilmesi için öğrencinin yeni bilgisini eski bilgisine dayandırarak yeni bilgisini anlamlaştırması gerektiğini bu yolla matematiği öğrenciler tarafından öğrenilebileceğini belirtmektedirler.

Bilgilerin eski bilgilerle ilişkilendirilmesinin önemini belirten çarpıcı bir örnek Halil'den geldi:

Ben her yeni öğrenmeyi, bilgisayarda yeni bir dosya oluşturmaya benzetirim. Geleneksel öğrenmede iki kavram birbirine bağlanmadan öğretiliyor. Örneğin, dikdörtgenin alanı farklı bir formül, üçgenin ki farklı gibi. Bunun için de birey beyninde iki farklı dosya açmak zorunda kalıyor. Bu ise bilgilerin öğrencinin beyninde fazla yer kaplamasına neden oluyor. Bir zaman sonra bu yeni dosyalar o kadar artıyor ki, öğrenci çoğu zaman bir problemi çözmesi için açması gereken dosyanın yerini karıştırıyor yada unutuyor. Halbuki Cabri ile yaptığımız çalışmalarda yeni bilgiler önceki bilgilere dayandırılıyor ya da alan tarama yaklaşımındaki gibi bir çatı altında toplanılıyor. Bu sayede öğrenci yeni bilgi için yeni bir dosya açmak zorunda kalmıyor. Eski dosyasına devam ediyor. Bu sayede bilgi, kalıcı, anlamlı ve az yer kaplayan oluyor.

Halil'in insan beynini bir bilgisayara benzettiği bu örnekte, geleneksel ortamlarda oluşan öğrenmelerin birbiriyle ilişkisiz, anlamsız olduğu ve bunun da öğrenmeyi engellediği belirtilirken Cabri'nin ise bunun aksine anlamlı öğrenmeyi desteklediği belirtilmektedir.

3.1.2.3. Motivasyon, Bireysel Farklılıklar ve Kişilik

Günümüzde postmodernist akımların artmasıyla, birey, tüm sistemlerin merkezine koyulmaya başlanmıştır. Constructivismin de etkisiyle, birey eğitim sistemlerinin merkezindeki yerini almıştır. Bu açıdan bakıldığında geliştirilecek olan müfredatlar, bireyi ön planda tutan, onun ilgi ve ihtiyaçları doğrultusunda hazırlanmış, öğrenmeyi güdüleyen özelliklere sahip olmalıdır. Çalışmamızda öğretmenlerin tamamı, Cabri Geometri yazılımı ile oluşturulan ortamların öğrencilerin öğrenme isteklerini artıracakını dile getirmişlerdir.

Hatice:

Sanırım, Cabri ortamı öğrencilerde geometriye karşı büyük bir istek uyandırır. Sınıfta, en süper öğrenciye bakıyorum isteksiz, mutsuz. Çünkü ortam onu tatmin etmiyor. Cabri ortamı, renkli cıvı cıvı kara tahtadan çok farklı. Ama öğrenci sadece matematik derslerinden değil tüm derslerden sıkılıyor. Cabri ile onlarda geometriye farklı bir bakış açısı yaratılabilir.

Cabri Geometri'nin öğrencilerin öğrenme isteklerini güdüleyeceğini belirten Halil, yaşamış olduğu aşağıdaki deneyimiyle bunu örneklemiştir:

Öğrenciye çok basit bir bilgi veriyorum. 3 kere tekrarlıyorum. Sonra sınıfça hep beraber tekrarlatıyoruz ama bunlar onların hiç ilgisini çekmiyor ki hemen unutupuyorlar. Dikkatlerini çekemiyorum. Bu yönüyle Cabri öğrencilere ilginç gelebilir, dikkatlerini çekebilir ve ilişkileri araştırmalarına sebep olabilir. Derste kullanılan araçlar öğrencinin gerçekten çok ilgisini çekiyor. Örneğin, öğrencilere Pisagor bağıntısını anlatırken, kenarlar üzerine kurulu kareleri birim karelere ayıran materyali kullandım. Çok ilgilerini çekti. Önerilerde bulundular yani araştırdılar. Araçlar kullanmak bunun için çok uygun. Cabri'de öğrencilerin hoşuna gidecektir. Yani derste ilgiyi öğretmende toplamaktansa cabri gibi bir araçta toplamak bence daha önemli.

Derste materyal kullanmanın öğrencilerin hoşuna gideceğini bunun da onları öğrenmeye istekli hale getireceğini savunan Halil, artık sınıflarda ilgiyi öğretmen üzerine toplamanın öğrencileri sıkıldığını bunun yerine ilgiyi farklı araçlarda toplamak gerektiğini yaşadığı deneyimlerine dayanarak belirtmektedir. Geleneksel ortamların öğrencileri duyuşsal yönden tatmin edemediğini belirten Osman:

Sınıflarımızda, derslerin birbirinden farklı yanı yok. Böyle olunca da öğrenciler için derslerin cazip yanı kalmıyor. Öğrencileri kara tahtanın karşısında kalıplaştırıyoruz. Gördüğüm kadarıyla bilgisayar destekli eğitim bu kalıplaşmayı önlemek için çok uygun. Öğrenciyi kalıplaştırmadan kurtarırsak farklı ve bağımsız düşünme becerisi kazanacaktır.

Osman geleneksel ortamların insanları kalıplaştırarak tek tip insan yetiştirilmesine katkıda bulunduğunu belirtirken bu geleneğin bilgisayar destekli eğitimle aşılabileceğini de belirtmektedir.

Öğretmenlerden bazıları, çalışma yaprakları ile desteklenmiş Cabri ortamının sadece öğrencilerin öğrenme isteğini artıracak yönünde değil, öğrenmede bireysel farklılıklardan kaynaklanan sorunların aşılmasına da yardım edeceğini düşünmektedir. Zeki bu konuyla ilgili olarak şunları söylüyor:

Bildiğiniz gibi her öğrencinin seviyesi farklı. Normal sınıflarda ders genelde ya en hızlı öğrenen ya da en yavaş öğrenen öğrenciye göre anlatılıyor. Bu da ya yavaş öğrencilerin bir konuyu öğrenemeden geçmelerine ya da hızlı olan öğrencilerin yavaşlamasına neden oluyor. Fakat Cabri ortamında herkes kendi kapasitesine göre çalışıyor. Başkalarına ayak uydurmak zorunda kalmıyor.

Zeki bu sözleriyle, her öğrencinin farklı bir öğrenme hızının olduğunu ancak geleneksel ortamlarda bu farklılığın göz ardı edildiğini ve öğrencilerin bir kısmının bu göz ardı edilme nedeniyle yetersiz öğrenmelere sahip olduğunu belirtmekte ve bu sorunun Cabri Geometri gibi yazılımlarla aşılabileceğini belirtmektedir.

Geleneksel ortamın, öğrencilere serbestlik tanımadığını bunun sonucunda da öğrencilerin kendi öğrenme biçimlerine uygun olarak öğrenemediklerini belirten Ömer:

Cabri Geometri yazılımı ile öğrenciler bir çok imkana sahip oluyor. Çünkü bu ortamda öğrenci kendi deneyip kendi yanılarak öğreniyor. Kendisi deneyip kendisi buluyor. Kendi ufkunu kendisi çiziyor. Bence her öğrencinin bir öğrenme stili vardır. Bu yüzden öğretmenler öğrencilere kendi yöntemlerini dikta etmemelidirler. Bilgisayar destekli ortam öğrencilere tanıdığı serbestlik sayesinde öğrenci kendine uygun olan şekilde öğrenebilir.

Öğretmenler, bu görüşlerine ek olarak Cabri yazılımı ile oluşturulmuş araştırma keşfetmeye dayalı bilgisayar destekli ortamın, öğrencilerin güven duygusunu geliştireceğini belirtmişlerdir. Bu konuyla ilgili olarak Halil:

Öğrencilerin bir şeyler bulabilmesinin bence kişiliklerinin gelişimine bile büyük bir etkisi olacaktır. Öğrenci ben bulabiliyorum ben yapabiliyorum diye düşünecektir. Buda onun benlik gelişimine katkıda bulunacaktır. Ayrıca öğrenci bilgiyi kendine mal edecektir.

Benzer bir tespitte Zeki'den geldi:

Cabri ortamında öğrenci ilişkileri kendi buluyor. Kendi bulduğu zamanda olayı sahipleniyor. Öğrenme isteği ve kendine güveni geliyor.

Bu bölümle ilgili öğretmenler genel olarak 3 noktaya vurgu yapmışlardır.

1. Cabri'nin renkli ve hareketli dünyası öğrencilerin öğrenme isteğini artıracak ve onları geleneksel ortamın sıkıcılığından kurtaracaktır.
2. her öğrencinin farklı bir öğrenme hızı ve stili var. Geleneksel ortam öğrencilerin bu bireysel özelliklerini göz ardı etmektedir. Çalışma yapraklarıyla desteklenmiş Cabri ortamında Öğrenciler kendi özelliklerine uygun şekilde öğrenebilirler.
3. Öğrencilerin matematikte kendi başlarına bir şeyler bulabilmesi güven duygularını geliştirecektir.

3.1.2.4. Düşünmeyi Ve Araştırmayı Teşvik Etme

Mülakat gerçekleştirilen öğretmenler, Cabri ortamının, öğrencileri araştırma, düşünme ve bulma ortamına sokacağını bunun ise sadece öğrencinin düşünme gücünün artmasına olaylara farklı açılardan bakmasını sağlayacağını belirtmişlerdir. Hatice, kendi deneyimlerine dayanarak bu konuyla ilgili olarak:

Bazen, Bilim-teknik dergilerindeki matematik sorularıyla uğraşıyorum. Öyle sorularla karşılaşıyorum ki, matematik öğretmeni olmama rağmen soruya nereden yaklaşıp neresinden tutacağını bilemiyorum. Soruda istenen ilişkileri bulamıyorum. Kendi kendime 'Acaba bazı şeyleri ezberlediğimiz için mi, göremiyor, farklı şeyler düşünemiyoruz' diyorum. Ama bunun bugüne kadar benden zaten istenmediğini belirtmeliyim. Hatta bazen soru beni hemen sıkıyor. Soruyu görmek bile istemiyorum. Sanırım bu, bugüne kadar hep hazır bilgileri almaya alıştığımız için başımıza geliyor. Bence bunları sadece ben değil toplum olarak hepimiz yaşıyoruz. Toplum olarak, ilişkileri göremiyor, yorum yapamıyor ve köreliyoruz. Halbuki Cabri ortamından senden sürekli yaptığın şeyler arasında bir ilişki bulman isteniyor. Bu da öğrenciyi öğrenmeye hepsinden önemlisi de matematik yapmaya zorluyor.

Hatice, kendi yaşadıklarını toplumun bir modeli olarak görmemizi isteyerek, bugüne kadar geleneksel ortamlarda ezberlemeye alışmamızın araştırma yapma duygumuzu ve becerimizi körelttiğini, Cabri ortamında çalışma yapraklarında sürekli ilişki bulunmasını istemenin körelen bu becerilerimizi yeniden harekete geçirebileceğini ve bu yolla da öğrencileri hayata hazırlayabileceğini belirtmektedir.

Matematiği zihni geliştirme gözüyle bakan Zeki:

Bence matematikteki bazı konuları öğrenmek önemli değildir. Önemli olan zihni geliştirmektir. Zihin gelişirse konular zaten rahatlıkla öğrenilebilir. Bunun için Cabri çok güzel, zihni aktif tutuyor. Hem matematiğe zihni geliştirme gözüyle bakılırsa, hayatta bir çok problem rahatlıkla çözülebilir.

Zeki'in matematiğe bakış açısı Goldenberg'in matematikte yeni bir müfredat geliştirme yaklaşımı olarak ortaya koyduğu 'Düşünme Aışkanlıkları' yaklaşımı ile paralellikler göstermektedir. Bu müfredat geliştirme yaklaşımına göre, matematiksel düşünmeyi belirleyen düşünme alışkanlıkları öğrenciye kazandırılmalıdır. Öğrenci bu alışkanlıkları kazandığında zaten kendi başına da matematiğin değişik konularını öğrenebilecektir. Goldenberg, öğrencinin bu düşünme alışkanlıklarını kazanabilmesi için genelde bilgisayarın özel de ise dinamik geometri programlarının önemli bir potansiyeli olduğunu belirtirken, benzer şekilde matematik öğretimini zihni geliştirme olarak gören Zeki'de bu amaca ulaşabilmek için Cabri Geometri yazılımının uygun olduğunu belirtmektedir.

Halil'de benzer şeyler söyleyerek, Cabri Geometri'nin, görsel özellikleri sayesinde öğrencinin hayal gücünün gelişeceğine ve farklı bakış açıları yakalayabileceğini belirtmiştir.

Öğrenciler bu program yoluyla, farklı ve değişik şeyler düşünebilirler. Örneğin, ben kenarlar üzerine kurulu olan kareleri gördüğümde acaba bu karelerin yerine eşkenar üçgenler koyabilir miyim? diye düşündüm ve hayal etmeye çalıştım. Bunları öğrencide doğal olarak bir müddet sonra düşünmeye başlayacaktır. Bence öğrenci bunları düşünmeye başladığında da matematiğin özünü kavramış olacaktır.

3.2. Öğrencilerden Elde Edilen Bulgular

Öğrencilerden elde edilen bulgular iki başlık altında gruplandırılmıştır:

1. Derslerden Yansımalar: Bu bölümde, her bir ders basamak basamak yansıtılarak öğrencilerin dinamik ortamda bilgilerini yapılandırma süreçleri ortaya konmuştur. Bu bölümde, derslere ışık tutması açısından, öğrencilerin kendi aralarında ders ile ilgili olarak yaptıkları konuşmalar ve scanner ile taranan öğrenci çalışma yapırları da bulunmaktadır.

2. Öğrenci Görüşleri: Bu bölümde elde edilen veriler, yapılandırılmamış mülakatlar yoluyla elde edilmiştir. Öğrencilerin, Cabri ortamında genelde matematik

özelde ise geometri öğrenme ve matematiği algılayışları ile ilgili yaşadıkları değişim; öğrencilerin geometri öğrenme ile ilgili değişen görüşleri, öğrencilerin geometri ile ilgili değişen görüşleri, dinamik ortamda öğrencilerin kazandıkları matematiksel güven, öğrencilerin Cabri ortamında geometriye yönelik tutumları ve öğrencilerin geleneksel sınıf ortamı ile dinamik geometri ortamını karşılaştırmaları başlıkları altında sunulmuştur.

3.2.1. Derslerden Yansımalar

2. HAFTA

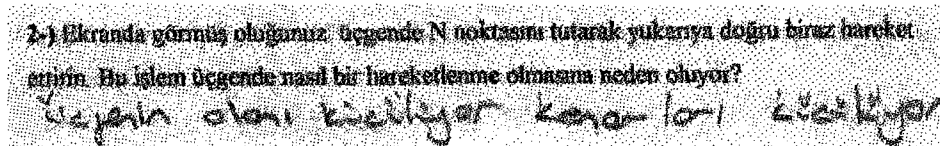
2 ders saati olarak uygulanan bu çalışmada, öğrencilerden aşağıdaki ilişkileri keşfetmeleri beklenmektedir.

- Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir.
- Dörtgenin iç açıları toplamı 360° dir.
- Tüm çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.

Üçgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamı 180° dir:

Çalışmanın başında öğrenciler ekranda gördükleri açıların üçgenin iç açıları olduğunu tespit ettikten sonra, çalışma yaprağındaki açıklamalar doğrultusunda üçgenin BC kenarı üzerindeki N noktasını A noktasına doğru hareket ettirmeye başladılar. Bu esnada öğrencilerden, üçgenin kenarlarında bir değişim olduğunu ancak iç açılarının bu değişimden etkilenmediğini görmeleri beklenmekteydi. Öğrencilerin açıları temsil eden işaretlerin küçülmesiyle açılarının ölçülerinin de küçüldüğü yanlış anlamasına düşmemeleri için açılarının ölçüleri ayrıca üçgenin yan tarafına yazılmıştır.

Öğrenciler, N noktasının hareketiyle üçgenin küçüldüğünü belirtmişlerdir. Örneğin, Adem ve Rahman, üçgende yaşanan değişimi, üçgenin kenarlarının ve alanının küçülmesi olarak algılamışlardır:



Adnan ve Akın ise üçgende yaşanan bu değişimi tabanın yukarıya doğru hareketi olarak algıladıklarını belirtmişlerdir:

2-) İlk anda görmüş olduğunuz üçgende N noktasını tutarak yukarıya doğru biraz hareket ettirin. Bu işlem üçgende nasıl bir hareketlenmeye olmasına neden oluyor?

Tabanı yukarıya doğru çekiyor

Öğrenciler, üçgende yaşanan değişimi, kendi cümleleri ile ifade ettikten sonra, kendilerine çalışma yaprakları yoluyla bu değişimin açılarının ölçülerini değiştirip değiştirmediği soruldu. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu, yan tarafta bulunan açı ölçülerine bakarak bu değişimin açılarının ölçülerini değiştirmediğini belirtmişlerdir. Serap ve Sedanur üçgenin boyutlarının değiştiğini ancak açılarının ölçülerinin değişmediğini,

3-) Bu hareket açılarının ölçülerinde bir değişim meydana getirmekte midir?

Hayır

Ölçüleri bozuldu kütüldü aç. dereceleri değişmedi

şeklinde belirtmişlerdir. Öğrencilerin hemen hemen tamamı açılarının ölçülerinin değişmediği üçgenin yan tarafında görünen açılardaki değişimi gözleyerek tespit ederken, Hidayet, ders içerisinde, açılarının bu hareket sonucunda zaten değişmemesi gerektiği,

---Öğretmenin açılar değişmez. Çünkü tabanı paralel olarak yukarıya doğru çekiyoruz.

sözleriyle belirtmiş ve çalışma yaprağına açılarının değişmemesi gerektiğini,

3-) Bu hareket açılarının ölçülerinde bir değişim meydana getirmekte midir?

Hayır çünkü açılar değişmez yan. üçgen paralel

şeklinde açıklamıştır.

Ancak, öğrencilerin, açıları temsil eden işaretlerin küçülmesini gözleyerek açının ölçüsünün de küçüldüğü yanlış anlamasına düşmemeleri için açılarının kenarlarına ölçülerinin yazılmasına rağmen Fatma, açılar konusunda sahip olduğu kavram yanlışları nedeniyle, N noktasının hareketinin üçgenin açılarının ölçülerinin küçülmesine neden olduğunu aşağıdaki gibi belirtmiştir:

3-) Bu hareket açılarının ölçülerinde bir değişim meydana getirmekte midir?

2. aç. üçgenin ta. kenarları küçülmesine neden oluyor

biçiminde açıklamışlardır.

Doğrunun üzerine sıralanan açılar toplamının 180° olduğu öğrencilerin büyük bir kısmı tarafından belirlendi. Ancak, öğrencilerden bazıları bu durumu birde üçgenin açılarını toplayarak tespit etmeye yöneldiler. Örneğin, Hidayet, çalışma yaprağının kenarına açılar ölçülerini toplamıştır:

$$\begin{array}{r} 80.9 \\ 48.3 \\ + 50.8 \\ \hline 180.0 \end{array}$$

Bu aşamada öğrencilerden, yaşadıkları deneyimleri göz önüne alarak elde ettikleri sonucu matematiksel semboller kullanarak özetlemeleri istendi. Öğrenciler, sahip oldukları matematiksel dili kullanarak üçgenin iç açıları toplamının 180^0 olduğunu çalışma yaprağının uygun bölümüne yazarak, keşfetme sürecini tamamladılar. Öğrenciler sahip oldukları matematiksel dili kullanarak, üçgenin iç açıları toplamının 180^0 olduğunu değişik şekillerde belirttiler. Örneğin, Esma ve Çağla bu ilişkiyi,

$$\angle(\hat{C}) + \angle(\hat{A}) + \angle(\hat{B}) = 180^\circ$$

şeklinde belirtirken, Aml ise,

$$\angle(\hat{COA}) + \angle(\hat{A}) + \angle(\hat{OAC}) = 180^\circ$$

şeklinde ifade etmiştir. Öğrencilerden bir kısmının, matematiksel dili yeterli düzeyde kullanamamaları doğru sonuçlara ulaşmalarına, ancak bunu uygun gösterimlerle sunamamalarına neden olmuştur.

Örneğin, Adnan ve Akın, açı ile açının ölçüsü gösterimlerini tam olarak ayıramadığından, üçgenin iç açıları toplamının 180° olduğunu uygun olmayan bir tarzda matematiksel olarak aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir. Adnan ve Akın'ın bu ifadesi açı ile açının ölçüsü kavramlarını karıştırdığını göstermektedir.

$$(\hat{A}) + (\hat{B}) + (\hat{C}) = 180^\circ$$

Çalışma sonunda öğrencilerin çoğu üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 180° olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Dörtgenin İç Açıların Ölçüleri Toplamı 360° dir.

1. haftada, öğrencilerden dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğunu keşfetmelerini beklediğimiz bu etkinlik yapı olarak bir önceki etkinliğe benzetmektedir.

Çalışmanın hemen başında çalışma yaprakları yardımıyla, öğrencilerden ekranda renkli olarak gördükleri açılardan dörtgenin hangi açıları temsil ettiğini belirlemeleri istendi. Bu renkli açılardan, dörtgenin iç açıları temsil ettiğini, çalışma yaprağının uygun bölümüne yazan öğrencilerden, dörtgenin bir köşesi olan D köşesini hareket ettirmeleri ve dörtgende bu değişimin meydana getirdiği hareketin sonuçlarını gözlemlemeleri istendi. Bu aşamada öğrencilerden, bir önceki çalışmada olduğu gibi, dörtgenin küçüldüğünü,

ancak dörtgenin yan tarafında bulunan iç açların ölçülerinin değişmediğini tespit etmeleri beklenmekteydi. Anıl ve Zafer, bu gözlemlerini şu şekilde belirtmişlerdir:

2-) Dörtgenin bir köşesi olan D noktasını tutarak biraz hareket ettirin. Bu işlem dörtgende nasıl bir değişim meydana getirmektedir?
Açıların herhangi bir değere değiştiğini söyleyemeyiz ve 180° kenarlar küçülmüştür.

Anıl ve Zafer, açların ölçülerinde bir değişim olmadığı, sadece kenarlarını küçüldüğü şeklinde belirtmiştir. Diğer öğrencilerde benzer ifadelerde bulunmuşlardır. Ancak, bir önceki çalışmada olduğu gibi Fatma, açları temsil eden işaretlerdeki küçülmeyi açların küçülmesi olarak algılayıp çalışma yaprağının uygun bölümüne,

2-) Dörtgenin bir köşesi olan D noktasını tutarak biraz hareket ettirin. Bu işlem dörtgende nasıl bir değişim meydana getirmektedir?
İç açların dereceleri küçülmüştür.

yukarıda da görüldüğü gibi yanlış bir gözlem sonucu yazmıştır.

Çalışmanın devamında, öğrencilerden, D noktasını tutarak, dörtgenin diğer bir köşesi olan A noktasının üzerine bırakmaları ve açların bu durumda aldığı şekli belirlemeleri istendi. D noktasının A noktasının üzerine gelmesiyle bir çember halini alan açların şeklini öğrenciler, 'Daire oldu', 'Tam açı oldular', '360° oldular' gibi ifadelerle açıklamaya çalıştılar. Örneğin çalışma yaprağına ismini yazmayan öğrencilerden biri bu durumda açların aldığı şekli, çembere benzettiğini belirtmiş ve bunu çalışma yaprağına;

4-) D noktasını yeniden tutarak A noktasının üzerine getirin ve bırakın. Bu durumda dörtgenin iç açıları nasıl bir hal aldı? Çembere dönüştü.

şeklinde yazmıştır.

Bir sonraki adımda, yine çalışma yaprakları yardımıyla, öğrencilerden bu açların ölçüleri toplamını sayısal olarak belirtmeleri istendi. Öğrencilerin tamamı açların ölçüleri toplamının 360° olduğunu belirtmişlerdir. Örneğin, Serap ve Sedanur bu durumu;

5-) Açlar bu haldeyken toplamaları hakkında ne söyleyebilirsiniz?
Toplamları 360°'lik açıyı oluşturur.



şeklinde belirtmişlerdir. Ömer ve Ali, açılar ölçüleri toplamının 360° olduğunu, görsel olarak tespit ettikten sonra çalışma yaprağının kenarında birde açılar ölçülerini toplayarak bunu belirlemeye çalışmıştır.

$$93,9 + 93,1 + 164,2 + 69,8 = 360$$

Çalışmanın son kısmında, öğrencilerden ulaştıkları bu sonucu matematiksel semboller kullanarak belirtmeleri istenmiştir. Öğrenciler yine sahip oldukları matematiksel dili kullanarak bu sonucu değişik biçimlerde ifade etmişlerdir. Örneğin, Esmâ ve Çağla ulaştıkları bu sonucu, matematiksel olarak

$$\angle(A) + \angle(B) + \angle(C) + \angle(D) = 360^\circ \text{ olduğunu söyleyebiliriz}$$

şeklinde belirtirken, Serap ve Sedanur sonuca ulaşmalarına rağmen bunu matematiksel olarak belirtememiştir.

3- Açılar bu haldenken toplamları hakkında ne söyleyebilirsiniz?
Toplamları 360° ile eşit oluyordu.

6- Çalışmadan elde ettiğiniz sonucu matematiksel gösterimleri de kullanarak aşağıya yazınız.



Öğrencilerin çoğu bir önceki etkinlikte olduğu bu çalışma da da istenen ilişkiyi keşfetmeyi başarmışlardır.

Çokgenlerin Dış Açılarının Ölçüleri Toplamı 360° dir.

Bu çalışmada öğrencilerden, 3,4 ve 5 genlerin dış açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğunu keşfetmeleri ve bu üç şeklin dış açıları toplamından yola çıkarak diğer çokgenler için de bir genellemeye varmaları beklenmektedir.

Bundan önceki iki çalışma da olduğu gibi, bu çalışmaya da, öğrencilerin ekranda renkli olarak gördükleri açılar üçgenin hangi açılarını temsil ettiğini belirlemelerinin istenmesi ile başladı. Bu çalışmada daha önceki çalışmalardan farklı olarak üçgenlerde

meydana getirilmesi düşünölen hareketliliği, üçgenin bir köşesi değil üçgenin üst tarafında bulunan ve üçgenin yüksekliğini temsil eden [AB]'sının bir köşesi olan B noktası yapmaktadır. Öğrencilerden, B noktasını serbestçe hareket ettirmeleri ve bu hareketin, üçgende meydana getirdiği değişimi gözlemlmeleri istendi. Esma ve Çağla, [AB] nin büyümesi ile üçgenin büyüdüğünü, küçölmesi ile de küçölüğünü kendi cümleleri ile

2-) Üçgenin üst tarafında bulunan AB doğru parçasını B noktasından tutarak serbestçe hareket ettiriniz. Bu hareketin üçgende meydana getirdiği değişimi aşağıya yazınız.
B noktasını hareket ettirince üçgen küçölüyor. B noktasını büyüttükçe üçgen büyüyor.

şek
lin

de belirtmişlerdir. Diğer öğrencilerde, bu hareketi benzer cümlelerle açıklamışlardır. Öğrencilerin, bu hareketin açılarn ölçülerini değiştirip değiştirmediğini belirlemelerini sağlamak için kendilerine 'Bu değişim Açılarn ölçülerini değiştirmekte midir?' sorusu sorulmuştur. Üçgenin açılarnın ölçöleri üçgenin yan tarafında olduğundan ve öğrencilerin B'nin hareketinin açılarn ölçölerini değiştirmediği, öğrenciler tarafından rahatlıkla gözlemlenmiştir. Öğrencilerde, çalışma yaprağında kendilerine sorulan bu soruya 'Hayır' cevabını vermişlerdir.

Çalışmanın devamında, öğrencilerden, doğru parçasının bir noktası olan B noktasını hareket ettirerek, A noktasının üzerine getirmeleri ve bu değişimin üçgenin dış açılarna nasıl bir hal verdiğini, kendi cümleleri ile belirlemeleri istendi. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu, açılarn aldığı hali 'çember Oldu', 'Daire oldu' gibi kelimelerle açıklamaya çalışmışlardır. Örneğin Bahar ve Özlem, açılarn aldığı bu hali yuvarlakı bir şekil olarak yorumlamıştır:

4-) Bu durumda açılar nasıl bir hal aldı?
Bir yuvarlak hali aldı, farkediyor.

Bu aşamada, öğrencilerden, şekli değiştirmeden açılarn bu haldeki ölçöleri toplamını belirlemeleri istendi. Öğrencilerin tamamı üçgenin dış açılarnın toplamının 360° olduğunu tespit ettiler. Örneğin, Halime ve Gönöl bunu,

5-) O halde açılarn toplamları hakkında ne söyleyebilirsiniz.
Açılarn toplamı 360° 'dır. Buna göre olarak üçgenin dış açılarnın toplamı 360° 'dır.

biçiminde ifade etmişlerdir.

Çalışmanın ikinci aşmasında, öğrencilerden, dörtgenin üzerindeki [CD] nin D noktasını, beşgenin üzerindeki [EF] nin de F noktasını hareket ettirerek dörtgen ve beşgenin dış açılarının aldığı durumu hareketin ardından belirlemeleri, bu durumu da kullanarak dörtgenin ve beşgenin dış açılarının ölçülerinin toplamını keşfetmeleri istendi. Üçgende olduğu gibi öğrenciler dörtgen ve beşgenin dış açılarının toplamının 360^0 olduğunu belirlediler. Adnan ve Akın buldukları bu ilişkiyi aşağıdaki gibi açıklamışlardır:

8-) Bu durumda beşgenin dış açıların toplamı hakkında ne söyleyebilirsiniz?
Beşgenin dış açıların toplamı 360^0 'dir.

Öğrencilerden, üçgen, dörtgen ve beşgenin dış açılarının ölçüleri toplamı için buldukları değerleri, çalışma yaprağında bunun için hazırlanan tabloya aktarmaları istendi. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu, bu aktarma işlemi sırasında herhangi bir sorun yaşamadılar. Örneğin, Fatih ve Burak tablolarını aşağıdaki gibi doldurdu.

SERİ	DİŞ AÇILARININ ÖLÇÜLERİ TOPLAMI
ÜÇGEN	360
DÖRTGEN	360
BESGEN	360

Çalışmanın son kısmında, öğrencilerden, bu üç veriyi kullanarak çokgenlerin dış açılarının toplamı için bir genellemeye varmaları istendi. Öğrencilerin çoğunluğu bu genellemeye varmayı başarmışlardır.

Örneğin, Adem ve Rahman vardıkları bu genellemeyi,

14-) Tabloya bakarak tüm çokgenler için nasıl bir sonuca varabilirsiniz. Aşağıya yazınız.
Tüm çokgenlerin dış açıların toplamı 360^0 'dir.

şeklinde belirtirken Serap ve Sedanur ise kendi cümleleri ile,

14-) Tabloya bakarak tüm çokgenler için nasıl bir sonuca varabilirsiniz. Aşağıya yazınız.

Bütün çokgenlerde kenar sayısı ne kadar değişirse değişsin dış açılar toplamı her zaman 360° 'dir.

biçiminde belirtmişlerdir. Ancak, öğrencilerin tamamı bu genelleme sürecini başarı ile tamamlayamamışlardır.

Örneğin, Salih'in verdiği genelleme,

14-) Tabloya bakarak tüm çokgenler için nasıl bir sonuca varabilirsiniz. Aşağıya yazınız.

Üçgen dörtgen ve beşgenin açılar 360° 'dir.

şeklinde sadece keşfettiği özelliklerle sınırlı kalırken, Şeyma ve Fatma ise herhangi bir açıklama sunamamıştır.

ŞEKİL	DİŞ AÇILARININ ÖLÇÜLERİ TOPLAMI
ÜÇGEN	360°
DÖRTGEN	360°
BEŞGEN	360°

14-) Tabloya bakarak tüm çokgenler için nasıl bir sonuca varabilirsiniz. Aşağıya yazınız.

Zümrüt'ün genellemeye gitmesi sürecinde yaşanan diyalog şu şekilde gerçekleşmiştir. Zümrüt, üçgenin, dörtgenin ve beşgenin dış açılarının toplamalarını yazdığı tabloyu doldururken, çalışma sayfasının ön tarafında, üçgenin dış açılarının toplamının 360° olduğunu tespit etmesine rağmen, bunu tabloya 180° olarak geçti ve bunun sonucu olarak da genellemeye giderek bilgisini yapılandırma sürecini tamamlayamadı. Bu aşamada kendisinden tabloyu yeniden incilmesi istendi. Ancak, Zümrüt tamamladığı

tabloda hiçbir eksiklik olmadığını belirtti. Kendisine bu çalışma ile ilgili doldurduğu çalışma yapraklarına ve deneyimlerine geri dönerek tabloyu yeniden incelemesi söylendi. Zümrüt çalışma yaprağını incelerken üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamını tabloya 180° olarak geçtiğini tespit etti. Kendisinden, tabloyu düzeltmemesi ve düzeltilmiş gibi varsayarak çalışma yaprağını tamamlaması istendi. Üçgenin de dış açılarının ölçülerinin toplamının 360° olduğunu düşünen Zümrüt, tüm çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğunu belirlemiş oldu.

ŞEKİL	DİŞ AÇILARININ ÖLÇÜLERİ TOPLAMI
ÜÇGEN	180°
DÖRTGEN	360°
BESGEN	360°

14-) Tabloya bakarak tüm çokgenler için nasıl bir sonuç varabiliriz. Aşağıya yazınız.

Çokgenlerin dış açıları toplamı 360° 'ya eşittir.

Öğrencilerden üç özel örnekten yola çıkarak genellemeye varmalarını beklediğimiz bu örnekte öğrencilerin büyük bir kısmı özel durumları keşfetmelerine rağmen genelleme becerisi eksik olan öğrenciler genelleme yapmada sorunlar yaşamışlardır. Buna rağmen öğrencilerin çoğunluğu bu etkinliği de başarı ile tamamlamışlardır.

3. HAFTA

Çalışmanın üçüncü haftasında, öğrencilerin,

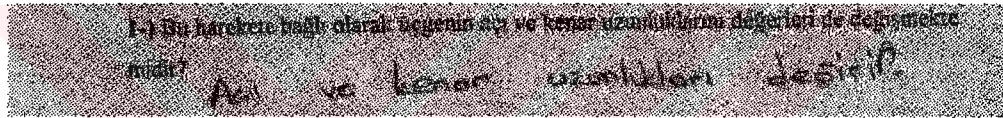
- Herhangi bir üçgende büyük açı karşısında büyük kenar, küçük açı karşısında küçük kenar vardır.
- Bir üçgende, herhangi bir kenarın uzunluğu, diğer iki kenarın farkının mutlak değerinden büyük, toplamlarından küçüktür (üçgen eşitsizliği).

ilişkilerini keşfetmeleri için iki çalışma düzenlenmiştir.

Üçgende Kenar- Açı ilişkisi

Bu çalışmada, öğrencilerden, üçgenin açı ve kenar ölçülerini kullanarak, üçgenin farklı durumları için, en uzun ve en kısa kenarları, en büyük ve en küçük açıları bularak çalışma yaprağında hazırlanan tabloyu doldurmaları, doldurdıkları tabloyu da inceleyerek tablonun her adımında değişmeyen ilişkileri tespit etmeleri beklenmektedir.

Çalışmanın hemen başında, öğrencilerden, üçgeni herhangi bir köşesinden tutarak hareket ettirmeleri ve bu hareketin üçgenin kenar uzunluğunu ve açı ölçülerini değiştirip değiştirmediğini belirlemeleri istendi. Öğrenciler, kendi isteklerine göre, üçgeni herhangi bir köşesinden tutup hareket ettirdiler ve bu hareketin kenar uzunluklarını ve açı ölçülerini değiştirdiğini çalışma yaprağının ilgili bölümüne yazdılar. Örneğin Sedanur ve Gülşah, çalışma yaprağının bu bölümünü aşağıdaki gibi doldurmuşlardır:



Öğrencilerden, üçgeni bir miktar hareket ettirip bırakmaları ve oluşan yeni durumu göz önüne alarak çalışma yaprağındaki tabloyu doldurmaları istendi. Öğrenciler, tabloyu doğru bir şekilde doldurmalarına rağmen, matematiksel dili kullanmadan kaynaklanan sorunlar yaşadılar. Örneğin, Hanife ve Songül, tabloyu uygun bir şekilde,

İşlem sırası	En Uzun Kenar	En Büyük Aç	En Kısa Kenar	En Küçük Aç
1	a=5,21	A=109,4°	c=3,05cm	C=31,2°
2	a=8,09	A=109,4°	c=3,05cm	C=31,2°
3	a=2,11cm	B=119,4°	b=2,35cm	A=30,6°
4	a=6,10cm	B=119,4°	b=2,35cm	A=30,6°
5	a=10,40cm	B=119,4°	b=2,35cm	A=30,6°

doldururken, Çağla ve Esma ise doğru gözlemler yapmalarına rağmen, elde ettiği sonuçları tabloya uygun matematiksel yapıyı kullanarak aktaramamışlardır. Çağla ve Esma, hem kenar uzunluklarını hem de açıları küçük harflerle göstermişlerdir.

İşlem sırası	En Uzun Kenar	En Büyük Aç	En Kısa Kenar	En Küçük Aç
1	a	a	b	b
2	a	a	c	c
3	b	b	c	c
4	a	a	c	c
5	b	c	a	a

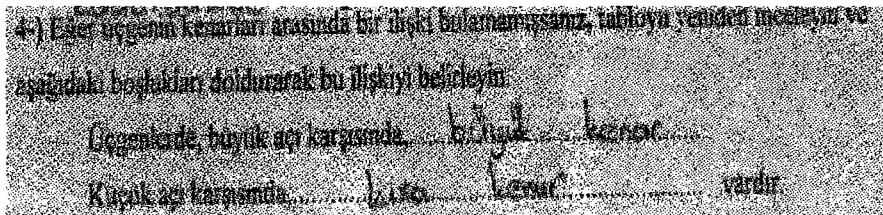
Çalışma yaprakları incelendiğinde, öğrencilerin bir kısmının benzer hataya düştükleri belirlenmiştir. Çalışmanın güvenilirliği açısından, öğrencilerin yaptıkları bu hata kendilerine ders esnasında söylenmemiş ancak çalışma sonunda oluşturulan tartışma ortamında, açılar temsil eden harflerin büyük harflerle temsil edilmesinin daha uygun olacağı sonucuna varılmıştır.

Öğrencilerden doldurdıkları tabloyu incelemeleri ve bu tablo ışığında, çalışma yaprağının uygun bölümüne tabloda gördükleri ilişkiyi yazmaları istendi. Öğrenciler, tabloyu inceleyerek bir sonuç çıkarmakta zor anlar yaşadılar. Adem ve Rahman , tabloda bazı ilişkiler görebiliyor fakat bunu yorumlayarak uygun bir biçimde sunamıyordu. Bunu: “Uzun kenar da büyük açı da aynı ama..” şeklinde belirtirken, bir diğer öğrenci “aynı harfler yan yana gelmiş” şeklinde ifade de bulundu. Bununla birlikte öğrencilerin bir kısmı ise, büyük açı karşısında büyük kenar, küçük açı karşısında ise küçük kenar olduğunu bulmuşlar ve bunu yetersiz bir matematik dili ile açıklamaya çalışmışlardır. Omer ve Ali bunu,



biçiminde ifade etmişlerdir.

İlişkiyi bulamayan öğrencilerin, bilgiyi yapılandırma sürecini kolaylaştırmak, ilişkiyi bulduğu halde doğru bir şekilde ifade edemeyen öğrencilerin zihninde de daha net fikirler uyandırmak için, çalışma yaprakları yardımıyla kendilerinden, verilen cümlelerdeki boş yerleri doldurmaları istendi. Tabloyu yeniden inceleyen öğrenciler, cümlede boş bırakılan yerleri rahatlıkla doldurdular. Örneğin, Seval ve Fatma boşlukları aşağıdaki gibi doldurmuşlardır:



Çalışmanın devamında, bu ilişkinin öğrencilerde tam olarak yerleşmesi için keşfettikleri ilişkiyi kullanarak tabloda boş bırakılan yerleri doldurmaları istendi. Öğrenciler, öğrendikleri ilişkiyi kullanarak tabloyu kolayca doldurdular.

5.) Belirlediğiniz üçgenin ilişkiyi göz önüne alarak aşağıdaki tabloyu doldurun:

İşlem sırası	En Uzun Kenar	En Büyük Açı	En Kısa kenar	En Küçük Açı
1	a	A	c	C
2	b	B	a	A
3	c	C	b	B
4	b	C	c	C

Öğrenciler, bilgisayarı kullanmayı bırakarak belirledikleri ilişki doğrultusunda tabloyu doldururken Ömer ise, bilgisayarla çalışmaya devam etmekte ve tabloyu bu şekilde doldurmaktaydı. Kendisine ne yaptığı sorulduğunda, tabloyu doldurmanın zaten kolay olduğunu, kendisinin, ekrandaki üçgeni, örneğin tablonun 1. satırında verilen en uzun kenar ve en büyük açı doğrultusunda değiştirip tabloyu üçgenin aldığı bu yeni hale göre doldurduğunu belirtmiştir.

Üçgen Eşitsizliği

Üçüncü haftanın ikinci çalışmasında, öğrencilerden, ‘Herhangi bir üçgende, herhangi bir kenarın uzunluğu diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farklarının mutlak değerinden büyüktür’ şeklinde ifade edilen üçgen eşitsizliğini keşfetmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin amaca ulaşabilmesini sağlamak için, üçgenin yan tarafına, b ve c kenarlarının toplamını, a kenarını, b ve c kenarlarının uzunlukları farkının mutlak değerini simgeleyen ve Cabri Geometri’nin ‘Eşit Yarıçaplı Çember’ özelliği kullanılarak hazırlanan doğru parçaları yerleştirilmiştir. Öğrenciler üçgeni hareket ettirirken $|b - c|$, a, ve b+c kenarlarının bu harekete verdiği dinamik cevabı bu doğru parçalarını gözlemleyerek belirlemesi istenmiştir.

Geliştirilen çalışma yaprağına, öğrencilerden, üçgeni herhangi bir kenarından hareket ettirerek, üçgenin yan tarafında bulunan doğru parçalarını gözlemlemeleri istenerek başlandı. Öğrenciler bu gözlemleri sonucunda, üçgende değişimin bu doğru parçalarının uzunluklarını da değiştirdiğini belirleyip bunu çalışma yaprağının uygun bölümüne yazdılar. Bunun hemen ardından, çalışma yaprakları yardımıyla, üçgeni tekrar hareket ettirmeleri ve $|b - c|$ ‘nin a uzunluğunu geçip geçemediğini belirlemeleri istendi.

Öğrenciler, üçgeni değişik biçimlerde hareket ettirdiler ve ' $|b - c|$ ' uzunluğu a 'yı geçebilmekte midir?' sorusuna 'Hayır' cevabını verdiler. Bu aşamada bunu matematiksel sembollerini kullanarak yazmaları istendi. Öğrencilerin büyük bir kısmı çalışma yaprağının uygun bölümüne Hidayet'in aşağıda yazdığı gibi $a > |b - c|$ veya $|b - c| < a$ yazdılar.

3-) O halde $|b - c|$ ile ' a ' arasında nasıl bir matematiksel ilişki yazabilirsiniz?

$$a > |b - c|$$

Ancak, öğrenciler arasında yalnızca Fatma bu bölüme cevap vermeyip boş bırakmıştır. Çalışmanın devamında, çalışma yaprakları yardımıyla, öğrencilerden bu defa $b + c$ ile a 'yı gözlemlmeleri ve elde ettikleri sonucu matematiksel olarak yazmaları istendi. Öğrenciler, üçgeni değişik köşelerinden tutarak, defalarca hareket ettirdiler ancak a 'nın $b + c$ 'yi geçemediği sonucuna vardılar. Bu gözlemin sonucu olarak da çalışma yaprağının uygun bölümüne yine aşağıdaki şekilde Hidayet'in yaptığı gibi, $a > b + c$ veya $b + c > a$ yazdılar.

5-) O halde ' a ' ile ' $b + c$ ' arasında nasıl bir matematiksel ilişki yazabilirsiniz?

$$a < b + c$$

Ancak, Fatma $|b - c| < a$ yı yazamadığı gibi $a < b + c$ eşitsizliğini de yazamadı.

Çalışmanın bu aşamasında, öğrencilerden, elde ettikleri iki eşitsizliği birleştirerek genel bir sonuca varmaları istendi. Öğrencilerden bir kısmı her iki eşitsizliği de ayrı ayrı bulmalarına rağmen, eşitsizlik konusuyla ilgili yetersiz bilgilerinden dolayı bu iki eşitsizliği birleştirerek genel bir sonuç elde edememişlerdir.

3-) O halde $|b - c|$ ile ' a ' arasında nasıl bir matematiksel ilişki yazabilirsiniz?

$$|b - c| < a$$

- Üçgeni tekrar herhangi bir köşesinden tutarak serbestçe hareket ettirin ve doğru parçalarının uzunluklarını gözleyin.

4-) Bu hareket sırasında ' a ' uzunluğu ' $b + c$ 'yi geçebilmekte midir?

Hayır

5-) O halde ' a ' ile ' $b + c$ ' arasında nasıl bir matematiksel ilişki yazabilirsiniz?

$$a < b + c$$

6-) 3. ve 5. adımlarda bulduğunuz ilişkileri birleştirerek, üçgenler için nasıl bir ilişki yazabilirsiniz?

Eşitsizlik ile ilgili bilgilerini de işin içerisine sokan Ömer ve Ali, çalışma yaprağının 3. ve 5. adımlarını birleştirerek istenen sonucu şu şekilde bulmuşlardır.

6-3. ve 5. adımlarda bulduğumuz ilişkileri birleştirerek üçgenler için nasıl bir ilişki yazabiliriz?

$$a > b+c \quad a < b+c \quad |b-c| < a < b+c$$

Öğrencilerden, a kenarı için yazdıkları bu eşitsizliği, b ve c kenarları için de yazmaları istendi. Bir önceki adımda ilgili eşitsizliği yazamayan öğrenciler, bu bölümü de boş bıraktılar. Ancak öğrencilerin çoğunluğu ise a kenarı için buldukları ilişkiyi b ve c kenarlarına da taşımayı başardılar. Hanife ve Songül vardıkları bu genellemeyi çalışma yapraklarına;

7-3. 6. adımda yazmış olduğumuz ilişkiyi değiştirerek aşağıdaki noktaları doldurunuz.

$$|b-c| < a < b+c$$

$$|c-a| < b < c+a$$

$$|a-b| < c < a+b$$

şeklinde yansıtmışlardır.

Çalışmanın son kısmında öğrencilerden vardıkları sonucu, matematiksel semboller kullanmadan yazmaları istenmiştir. Öğrenciler, vardıkları sonuçları kendi cümleleri ile ifade ederek çalışmayı tamamlamışlardır. Örneğin, Çağla ve Esmâ, çalışma yaprağının uygun bölümüne vardıkları sonucu aşağıdaki gibi yazarak çalışmalarını tamamlamışlardır.

8-1 Çalışma sonucunda ulaştığınız sonucu matematiksel semboller kullanmadan aşağıya yazabilirsiniz mi?

Bir kenar diğer iki kenarın farklarından büyük toplam kenardan küçüktür.

Çalışma sonunda, öğrencilerin üçgen eşitsizliğinin, üçgen çizibilmenin temel şartı olduğunu kavramalarını sağlamak amacıyla kendilerine ‘İçinizde ekrana derste bulmuş olduğumuz ilişkiye sahip olmayan bir üçgen çizebilecek kimse var mı?’ sorusu yöneltilmiştir. Öğrenciler, bu soruyla birlikte Cabri Geometri’nin ‘Üçgen’ özelliğini kullanarak ekrana üçgen çizmeye yöneldiler. Ardından da ‘Uzaklık ve Uzunluk’ özelliğini de kullanarak kenarların uzunluklarını ölçtüler. Üçgenlerini değişik şekillerde hareket ettirerek, keşfettikleri özelliğe sahip olmayan bir üçgen haline getirmeye çalıştılar da

bunu başaramadılar. Ardından, ekrandaki üçgenlerini, kenar uzunlukları yaklaşık olarak 3,4 ve 10 cm olan üçgen haline getirmeleri istendi. Öğrenciler, bir önceki keşiflerinden dolayı bunun imkansız olduğunu belirttiler ancak yinede denemeye başladılar. Üçgenlerini ne kadar hareket ettirdiyseler de bunu başaramadılar. Bu esnada öğrencilere ‘Öyleyse bir üçgen çizebilmenin temel şartı nedir?’ sorusu soruldu. Öğrenciler bu şartın yukarıda keşfettikleri ilişki olduğunu değişik biçimlerde ifade ettiler. Dersin sonunda öğrencilere keşfettikleri bu bağıntının adının ‘Üçgen Eşitsizliği’ olduğu söylenerek ders tamamlandı.

Genel olarak, öğrenciler hazırlanan etkinlikleri kullanarak, etkinlikler içerisine gizlenen matematiksel yapıları bulup ortaya çıkarabilmişlerdir. Ancak, öğrencilerin eşitsizlik ve matematiksel ifade edebilme gibi ön bilgilerinden kaynaklanan sorunlar, keşfetme sürecini bazı öğrenciler için zorlaştırmıştır. Öğrencilerin, Dinamik bir ortamda, elde ettikleri ilişkiyi test etmeleri güçlü anlamalar oluşturmalarını sağlamıştır.

4. HAFTA

4.1. Alanların Dikdörtgene Dönüştürülerek Bulunması

Dördüncü hafta hazırlanan etkinlikler öğrencilerin, paralelkenarın, üçgenin ve yamuğun alanlarını keşfetmelerini sağlamayı amaçlamaktadır. Çalışmanın esası, paralelkenarı, üçgeni ve yamuğu dikdörtgene dönüştürmek ve dikdörtgen için sahip olunan ön bilgileri kullanarak bahsedilen geometrik şekillerin alanlarını keşfetmeye dayanmaktadır. Öğrencilerden, bu geometrik şekillerin dikdörtgene dönüşümü sırasında alanlarının korunduğunu belirlemeleri, bu nedenle de dikdörtgen ile ilk şeklin alanlarının eşit olduğunu tespit etmeleri, dikdörtgenlerle ilgili ön bilgilerini işin içerisine sokup bilgilerini yapılandırmaları beklenmektedir.

Diğer geometrik şekillerin alanlarının, dikdörtgenin alanı yardımıyla bulunmasının nedeni, dikdörtgenin alanını ifade eden eşitliğin bir aksiyom olması ve bu nedenle de bir ispata ihtiyaç duymamasındandır. Yapılan bu çalışma, pilot çalışmada, Pisagor teoreminden önce yer almasına rağmen, öğretmenlerin Öklid bağıntılarının keşfi etkinliklerinde alanların kullanılıyor olmasını neden göstererek bu etkinliğin öne alınmasını önermişlerdir. Bu nedenle bu çalışma dik kenar bağıntılarından öne alınmıştır.

Paralelkenarın Alanı

Çalışmanın 1. aşaması, paralelkenarın alanının keşfedilmesini amaçlamaktadır. Bu amaca ulaşmak için çalışma yaprağına, öğrencilerden, paralelkenarın A köşesini hareket ettirerek D köşesinin üzerine getirmeleri ve bu hareketin paralelkenarı dönüştürdüğü geometrik şekli tespit etmeleri istenerek başlandı. Bu hareketin ardından, öğrencilerin tamamı paralelkenarın bir dikdörtgene dönüştüğünü tespit ettiler ve bunu çalışma yaprağının uygun bölümüne yazdılar. Örneğin, Tuğba ve Çiğdem bu bölümü aşağıdaki gibi doldurmuştur:

1-) Bu paralelkenarı A noktasını tutup hareket ettirerek D noktasının üzerine getirdim. Bu şekilde paralelkenarın alanı değişmedi. Dikdörtgene dönüştü.

Anıl, paralelkenarın dikdörtgene dönüşmesi anında, dönüşümü, 'Paralelkenarı' sanki elimle tutup iki yana doğru yaslamış oldum.' Şeklinde tasvir etmektedir. Bu aşamada, öğrencilere bu dönüşüm sırasında, paralelkenarın alanının değişip değişmediği soruldu. Öğrenciler, paralelkenarı oluşturan mavi alanların bu hareket sırasında aynen kaldığını tespit etmeleri sonucunda alanların alanların değişmediğini çalışma yaprağının uygun bölümüne yazdılar. Örneğin, Goncagül ve Fatma bu bölümü,

3-) Bu dönüşüm sırasında paralelkenarın alanı değişti mi?
Hayır değişmedi.

şeklinde doldurdular. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu alanların değişmediğini, görsel olarak tespit ederken, Adem bunu, A noktasının hareketiyle hareket eden üçgenin alanını Cabri Geometri'nin 'Alan' özelliğini kullanarak ölçtü ve hareket sırasında bu alanda değişim olmadığını sayısal olarak belirledi. Çalışmanın bu anına kadar, öğrenciler, paralelkenarı dikdörtgene dönüştürdüler ve bu dönüşümün alanları değiştirmediklerini belirlediler. Bu anda yine çalışma yaprakları yardımıyla kendilerine, ilk şekil olan paralelkenar ile son şekil olan dikdörtgenin alanları arasında nasıl bir ilişki olduğu soruldu. Öğrenciler, alanların birbirine eşit olduğunu çalışma yaprağına yazarken. Ders esnasında,

4-) O halde oluşan yeni şeklin alanı ile paralelkenarın alanı arasında nasıl bir ilişki vardır?
Alanlar birbirine eşittir. Her ikisi de aynıdır.

bunu ‘Alanları aynıdır. Çünkü ikisi de aynı parçalardan oluşmaktadır’ şeklinde ifade etmişlerdir. Goncağül ve Fatma paralekenar ile dikdörtgenin alanları arasındaki ilişkiyi; şeklinde belirtmişlerdir.

Alanların korunduğunu belirleyen öğrencilerin bunu matematiksel eşitliğe dönüştürmelerini sağlamak için, oluşan dikdörtgenin kısa ve uzun kenarlarını yazmaları istendi. Öğrenciler ekranda gördükleri bu uzunlukları değişik şekillerde yazdılar. Rahman ve Sedat, kenar uzunluklarını,

5-) Oluşan bu yeni çokgenin kenar uzunluklarını ekrandan bakarak aşağıya yazınız.
Uzun kenar: $|AD| = a$
Kısa kenar: $|AB| = b$

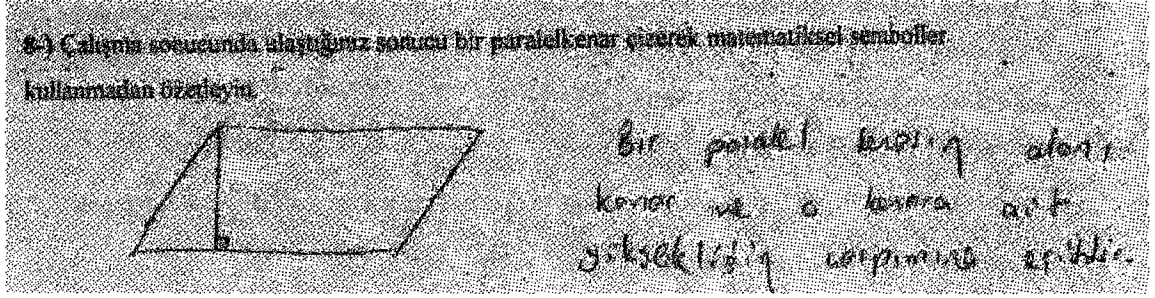
şeklinde belirtirken öğrencilerin çoğunluğu ise bunu İsmail ve Ali’nin yaptığı gibi küçük harflerle göstermeyi tercih ettiler.

6-) Oluşan bu yeni çokgenin kenar uzunluklarını ekrandan bakarak aşağıya yazınız.
Uzun kenar: a
Kısa kenar: b

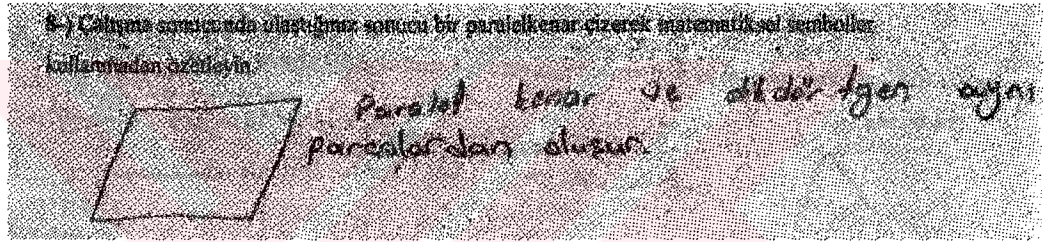
Öğrencilerden, bu kenar uzunluklarını kullanarak dikdörtgenin alanını yazmaları istendi. Dikdörtgenin alanını, iki kenarının çarpımı olduğunu bilen öğrenciler bunu rahat bir biçimde ifade etmişlerdir. Örneğin, Tuğba ve Çiğdem bunu,

7-) 4. ve 5. adımları göz önüne alarak paralel kenarın alanını veren ifadeyi semboller kullanarak aşağıya yazın. $A = a \cdot b$

şeklinde belirtmişlerdir. Paralelkenarın alanının keşfedilmesi çalışmasının son kısmında, öğrencilerden, çalışma yaprağını genel olarak düşünerek ulaştıkları sonucu matematiksel semboller kullanmadan, bir paralelkenar çizerek yazmaları istendi. Öğrencilerin çoğunluğu oluşan dikdörtgenle paralelkenarın alanlarının eşit olduğunu düşünerek uygun ilişkiyi belirlemeyi başardılar. Ömer ve Akın, ulaştığı bu sonucu matematiksel semboller kullanmadan,



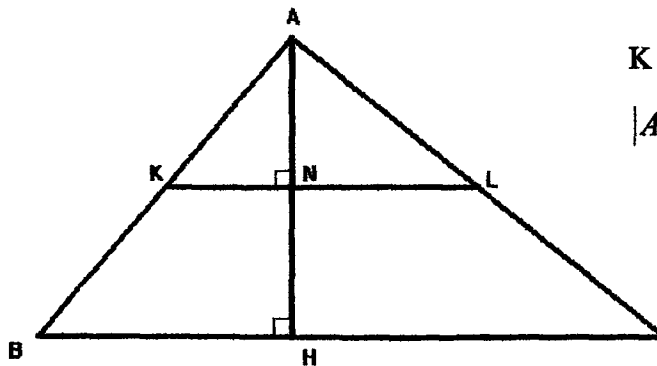
biçiminde belirtirken, diğer öğrencilerde benzer ifadelerde bulunmuşlardır. Ancak, Burak ve Salih çalışmanın son kısmına kadar uygun bir biçimde gelmelerine rağmen, çalışmayı toparlayarak bir sonuca ulaşamadılar. Bunu çalışma yaprağının sonuna,



biçiminde yansıtmışlardır.

Üçgenin Alanı

Dersin ikinci aşaması, üçgenin alanını veren matematiksel eşitliğin, bir önceki keşfetme sürecine paralel bir şekilde ortaya çıkarılmasını sağlamayı amaçlamaktadır. Çalışmanın başarı ile tamamlanabilmesi için öğrencilerin,

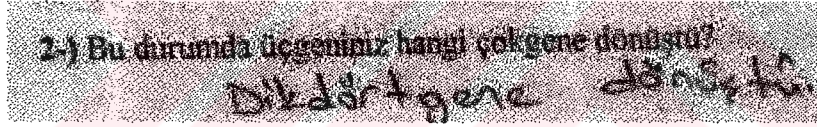


K ve L orta noktalar ise

$$|AN| = \frac{|AH|}{2} \text{ dir.}$$

bilgisini ön bilgi olarak bilmeleri gerekmektedir. Öğrencilerin bu ön bilgiye sahip olup olmadıklarını belirlemek için, tahtaya yukarıdaki şekil çizilerek, $|AN|$ ile $|AH|$ arasındaki ilişki soruldu. Her iki okul da da öğrencilerin ancak 2 ya da 3'ü bu iki uzunluğun oranlarını $\frac{1}{2}$ olarak söyleyebildi. Diğer, öğrencilerin de bunu görmelerini sağlamak için, kendilerinden tahtadaki şekli aynen çizmeleri ve $|AN|$ ve $|AH|$ uzunluklarını ölçerek, hesap makine yardımıyla, bu ikisini oranlamaları istendi. Öğrenciler yapıyı oluştururken sorunlar yaşadılar. Bu esnada şekli ekranda çizmekte sorun yaşayan öğrencilere yardım edildi. Öğrenciler hesap makine yardımıyla $|AH|$ ın $|AN|$ in 2 katı olduğunu belirlemeleri ile birlikte üçgenin alanını veren eşitliğin keşfedilmesi sürecine başlandı.

Öğrencilerden, ilk olarak çalışma yapraklarında açıklanan yönergeler doğrultusunda, Üçgenin A köşesini çember biçiminde hareket edebildiği kadar hareket ettirmeleri istendi. Birbirini takip eden bu iki hareket sonrasında üçgen bir dikdörtgene dönüşmektedir. Öğrencilere çalışma yaprakları aracılığıyla, üçgenin dönüştüğü geometrik şeklin ne olduğu soruldu. Zaten dik açıları da görülen şekli öğrenciler hemen tanıyarak Adnan ve Anıl'ın aşağıda belirttikleri gibi dikdörtgen olduğunu söylediler.



Bu aşamada, bu dönüşüm sırasında, üçgenin alanının değişip değişmediği soruldu. Öğrencilerin tamamı alanların bu değişimden etkilenmediğini belirtirken, Adem, bir önceki çalışmada olduğu gibi bu çalışmada da alanların değişmediğini, Cabri Geometri'nin 'Alan' özelliğini kullanarak de belirledi. Bu esnada, alanlarda bir değişim olmadığını belirleyen öğrencilere, üçgen ile dikdörtgenin alanları arasında nasıl bir ilişki olduğu soruldu. Öğrencilerin bazıları bu ilişkiyi belirlerken, bazıları ise bu ilişkiyi belirlemekte sorunlar yaşadılar. Bu esnada Ömer ile Ali arasında geçen ve o anda gözlenerek kaydedilen konuşma, bilginin karşılıklı etkileşim sırasında kurulduğunu örneklemektedir:

A. Alanları nasıl eşit oluyor, ama şekilleri farklı.

Ö. Bak bu üçgenin alanı şu mavi bölüm değil mi?

A. Evet.

Ö. Üçgeni geriye alalım. (Bu arada Ömer, dikdörtgene dönüşen üçgeni tekrar ilk haline getirir.) Bu üçgen iki tane dik üçgen bir tane de yamuktan oluşmuyor mu?

A. Evet.

Ö. Şimdi hareket ettirelim. Dikdörtgen olmadı mı?

A. Tamam. Dikdörtgen oldu.

Ö. Bu dikdörtgende deminki iki dik üçgen deminki yamuktan oluşmuyor mu.

A. Tamam.

Ö. İkisi de aynı parçalardan oluşuyorsa alanları aynıdır.

Ömer, Ali'ye alanların değişmediğini, iki şekilde aynı parçalardan oluştuğunu göstererek anlatırken, bunu çalışma yaprağına,

4-) O halde üçgeninizin alan ile oluşan yeni şeklin alanı arasında nasıl bir ilişki vardır?
İkisi de aynı parçalardan oluştuğu için eşit.

şeklinde aktarmışlardır. Çalışmanın bu anında öğrencilerden, A noktasının hareketi sonucu oluşan dikdörtgenin uzun ve kısa kenarını belirlemeleri istendi. Öğrenciler, ekrandaki şekle bakarak, bu bölümü uygun biçimde doldurmuşlardır.

5-) Oluşan bu yeni çokgenin kenar uzunluklarını ekrandan bakarak aşağıya yazınız.
Uzun kenar: a
Kısa kenar: $h/2$

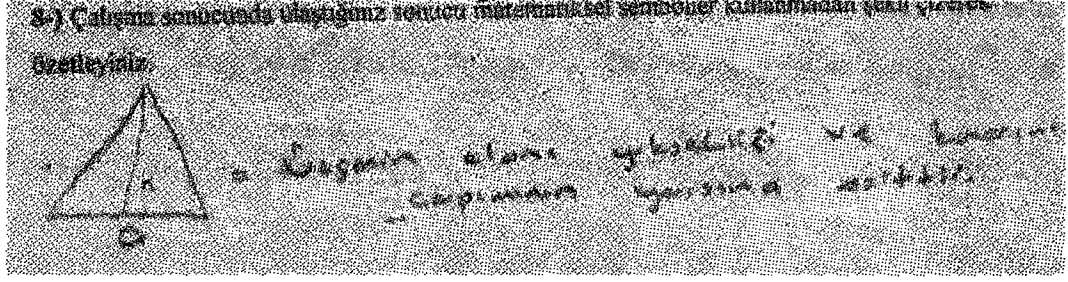
dikdörtgenin kenar uzunluklarını belirleyen öğrenciler bir adım sonrasında, bu dikdörtgenin alanını da rahatlıkla belirlediler. Özlem ve Şeyma çalışma yaprağında bu soruya

6-) Oluşan bu yeni şeklin alanını veren ilişkiyi matematiksel olarak aşağıya yazın.
 $A = a \cdot \frac{h}{2}$

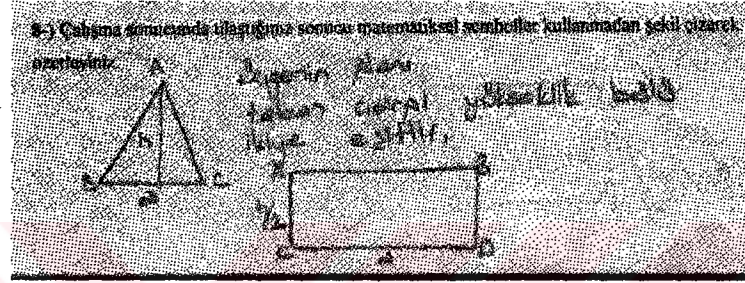
şeklinde cevap vermiştir.

Daha önceden, oluşan dikdörtgenin alanının dikdörtgenin alanına eşit olduğunu belirleyen öğrenciler, çalışma sonucunda ulaştıkları sonucu matematiksel semboller kullanmadan kendi cümleleri ile aşağıdaki gibi değişik biçimlerde ifade etmişlerdir.

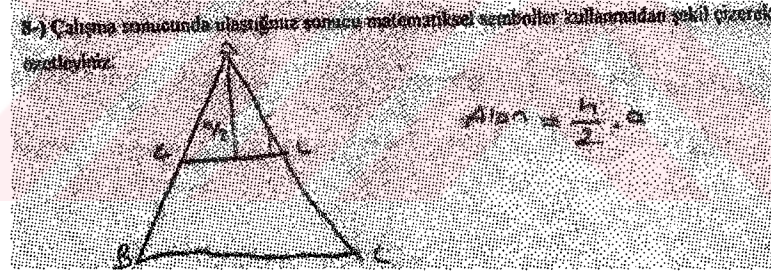
Amil ve Adnan;



Özlem ve Şeyma;



Rahman ve Sedat;



Bir önceki paralekenar çalışmasında olduğu gibi, Burak ve Salih, dönüşümü anlamlandıramamışlar ve çalışmalarını aşağıdaki biçimde tamamlamışlardır.



yamukun alanı = dikdörtgenin alanı

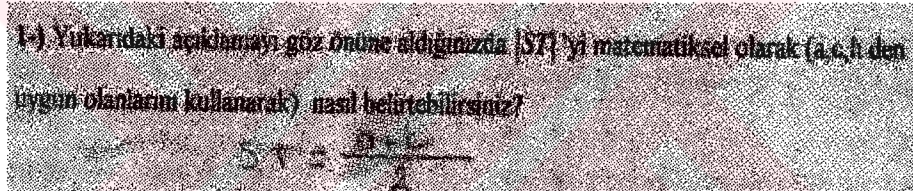
Genel olarak öğrencilerin çok hoşuna giden bu çalışmalarda dikdörtgenler için ön bilgilerini iyi kullanan ve dönüşümü iyi algılayan öğrenciler bu çalışmayı başarı ile tamamlamışlardır.

4.2. HAFTA (Genel Alan Çalışması)

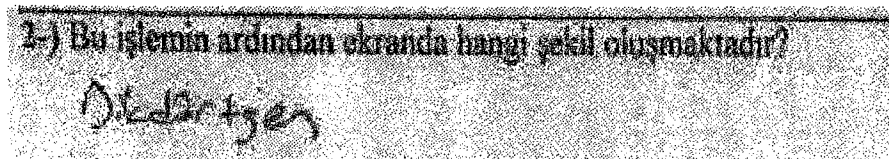
Bu çalışmada, yamuk için genel alan bağıntısının, orta tabanın yükseklik boyunca taradığı alan yapısından faydalanarak keşfedilmesi ve yamuklar için bulunan genel alan bağıntısından faydalanarak üçgen ve paralelkenarın alan bağıntılarının keşfedilmesi amaçlanmaktadır.

Bu çalışmanın başarı ile tamamlanabilmesi için, öğrencilerin ‘Bir yamukta orta tabanın uzunluğu alt taban ve üst tabanının toplamının yarısıdır.’ ilişkisini ön bilgi olarak bilmeleri gerekmektedir. Zaman darlığından dolayı bu ilişkiyi de keşfetmek yerine öğrencilere bu bilgi hatırlatılarak çalışmaya başlandı.

Çalışmanın başında, öğrencilerden, bu ön bilgiyi kullanarak orta tabanı, alt taban ve üst taban cinsinden ifade etmeleri istendi. Öğrenciler kendilerine hatırlatılan bu ön bilgiyi kullanarak bu ilişkiyi kolayca bulup çalışma yaprağının ilgili bölümüne kaydettiler.



Çalışmanın başında, yamuğun orta tabanı olan [ST]'ye Cabri Geometri'nin 'İz Bırak' özelliği kullanılarak iz verildi. Bu sayede, öğrenciler [ST] yi hareket ettirirken bu doğru parçası da geçtiği yüzeyi taramaktadır. Öğrencilerin bu özelliği kullanarak keşiflere başlamalarını sağlamak için, [ST] yi S noktasından tutarak hareket ettirmeleri istendi. Öğrenciler bir yandan bu işlemi yaparken [ST] de geçtiği yolu mavi olarak taramaktadır. Öğrenciler S noktasını hareket ettirme işlemini bitirdiklerinde ortaya çıkan geometrik şeklin ne olduğunu belirlemeleri istendi. Öğrencilerin tamamı, S'nin yamağın yüksekliği boyunca hareketi ile [ST] nin taradığı yüzeyin bir dikdörtgen olduğunu belirlediler.



Ancak, yine de Seval'in şüpheleri vardı.

S. Öğretmenim, bu şekil dikdörtgene benziyor ama dikdörtgendir diyebilir miyiz?

Ö. Sence bir şekle bakarak dikdörtgen olduğunu söylemek bizi yanıltabilir mi?

S. Yanıltabilir. Çünkü açısı 89^0 olduğunda biz onu 90^0 sanabiliriz.

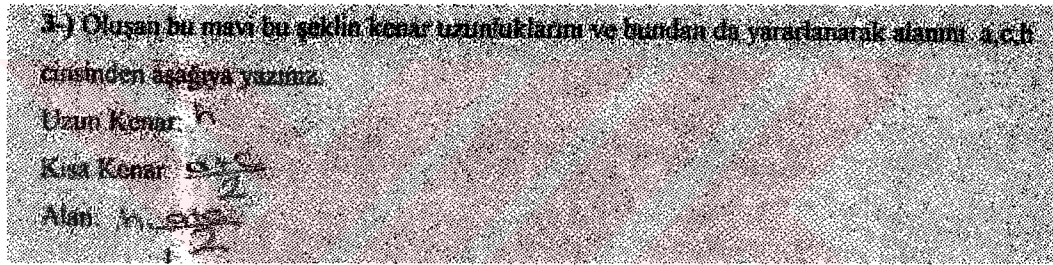
Ö. Peki bunun dikdörtgen olduğunu nasıl anlarız?

S. Açılarının 90^0 olduğunu görmeliyiz.

Ö. Açıları ölç bakalım.

Seval, açılar Cabri Geometri'nin 'Açı' özelliğini kullanarak ölçtüğünde 90'ar derece oldukları tespit ederek şüphelerini giderdi. Cabri Geometri'nin sahip olduğu farklı ve geleneksel ortamlardan farklı bir çok özelliğin öğrencilerin matematiksel bilgilerini inşa etmede nasıl kolaylaştırıcı roller oynadığı bu örnekte açıkça görülmektedir.

Öğrenciler [ST] nin taradığı yüzeyin bir dikdörtgen olduğunu belirledikten sonra, çalışma yaprağında kendilerine oluşan bu dikdörtgenle ilgili sorulan soruları da çalışma yaprağının ilk adımını da düşünerek tamamladılar.



Bu esnada, Songül ve Hanife'ye kısa kenarı nasıl belirledikleri soruldu. Hanife buna, 'Kısa kenar $(a+c)/2$ dir. Çünkü, O kenarı [ST] oluşturdu. [ST] yi de ilk başta $(a+c)/2$ olarak yazmıştık.' cevabını vermiştir.

Öğrenciler, dikdörtgenin kısa kenarını, uzun kenarını ve alanını matematiksel semboller kullanarak belirledikten sonra, kendilerinden [ST] nin taradığı dikdörtgenin alanının içerisinde ve dışarısında kalan üçgenlerin alanlarını, Cabri Geometri'nin ilgili özelliğini kullanarak ölçmeleri ve aralarında matematiksel bir ilişki belirlemeleri istendi. Öğrenciler alanları ölçtüler ancak ilişkiyi belirlemekte sorunlar yaşadılar. Bu anda hem gruplar içerisinde hem de gruplar arasında bir tartışma ve karşılıklı etkileşim ortamı oluştu. Bu anda, Hidayetle, araştırmacı öğretmen arasında şu konuşma yaşandı:

H. Dikdörtgenin alanı bence yamuğun alanına eşittir.

Ö. Nasıl eşit oluyor.

H. Yamuğun içerisinde kalan alanlarla dışarısında kalan alanlar birbirine eşit.

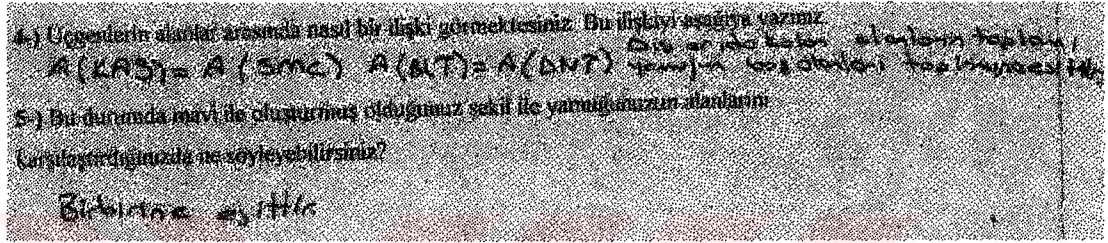
Ö. Olsun.

H. Dikdörtgeni oluşturan parçalarla, yamuğu oluşturan parçaların alanları eşit değil mi?

Ö. Evet. Eşit.

H. O zaman alanları de eşittir. Öyle değil mi, Öğretmenim?

Hidayet'le yaşanan bu karşılıklı konuşmayı dinleyen diğer öğrencilerde, bu konuşmadan kendi paylarını aldılar ve büyük bir çoğunluğu çalışma yaprağında bu kısmı doğru bir şekilde tamamladı.



Adem ise bu ilişkiyi bulma işlemine farklı ve doğru bir açıdan yaklaşmıştır.

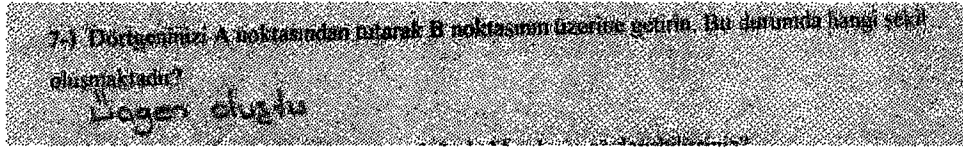
A. Öğretmenim bence üçgenlerin alanlarının eşit olduğunu göstermek için alanları ölçmeye gerek yoktu. Çünkü açılarını ölçseydik eş üçgen olduklarını görürdük. Eş üçgenlerin alanları da eşittir.

Adem, bu sözleriyle Cabri Geometri'nin esnek yapısının bir ilişkinin doğruluğunu farklı bakış açılarından araştırma imkanını da beraberinde getirdiğini göstermektedir.

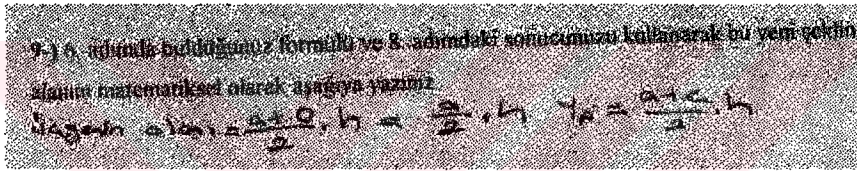
Çalışmanın bir adım sonrasında, öğrencilerin buldukları bu ilişkilerden yararlanarak yamuğun alanı için uygun bir matematiksel eşitlik yazmaları istendi. Bu aşamaya kadar başarılı bir şekilde gelen öğrenciler için bunu yazmak fazla sorun olmadı.

Öğrenciler, yamuk için genel alanı ifade eden matematiksel eşitliği $\frac{(a+c)}{2} \cdot h$ olarak

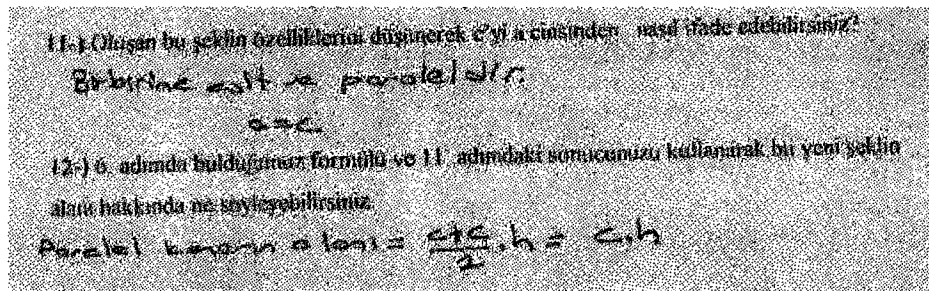
bulmuşlardı. Şimdi ise çalışmanın devamı olarak bu eşitliği, kullanarak üçgen ve paralelkenarın alanlarını keşfetmeleri gerekiyordu. Bunun için, öğrencilerden, üçgenin üst tabanının bir köşesi olan A noktasını hareket ettirerek yine üst tabanın bir köşesi olan B noktasının üzerine getirerek bırakmaları istendi. Öğrenciler bu işlemi yaptıklarında oluşan şekil karşısında biraz şaşırmışlardı. Heyecanla yamuğun üçgene dönüştüğünü sözlü olarak belirttiler ve çalışma yaprağının uygun bölümüne bunu yazdılar.



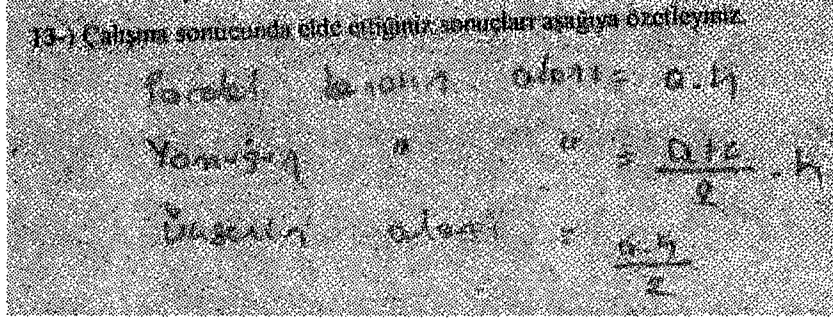
Bu esnada kendilerine oluşan bu üçgenin üst tabanının uzunluğunun kaç cm olduğu soruldu. Öğrenciler, yine bir durgunluktan sonra, üst tabanının olmadığını, onun yerine bir nokta olduğunu belirttiler. Bu esnada, bu noktanın uzunluğunun kaç cm olduğu sorulduğunda, bir çoğu çalışma yaprağının ilgili bölümüne bunu '0' olarak kaydettiler. Kendilerinden elde ettikleri bu sonucu ve yamuk için buldukları matematiksel eşitliği düşünerek, üçgenin alanını yazmaları istendi. Öğrenciler bu iki bilgiyi birleştirerek üçgenin alanını da bulmuş oldular.



Öğrencilerin, şimdi ise paralelkenarın alanını yine yamuğun alanından faydalanarak keşfetmeleri gerekiyordu. Bunu için öğrencilerden A noktasını tutarak sola doğru hareket edebildiği kadar hareket ettirmeleri ve oluşan şeklin hangi geometrik şekil olduğunu belirlemeleri istendi. Öğrenciler, bu işlemi gerçekleştirdiklerinde üçgenlerinin bir paralelkenara dönüştüğünü belirledikler. Paralelkenarın da özelliklerini kullanarak yamuk için buldukları genel alan eşitliğini paralelkenara uyguladıklarında aşağıdaki sonucu buldular.



Böylece, öğrenciler paralelkenar içinde ilgili eşitliği keşfetmişlerdi. Kendilerinden bugün yaptıkları çalışmayı özetlemeleri istendiğinde elde ettikleri sonuçları:



biçiminde özetlediler.

5. HAFTA

Öğrencilerle beşinci hafta gerçekleştirilen çalışmalardan ilkinin amacı, Pisagor bağıntısının, iki dik kenar üzerine kurulu olan karelerin alanları ile hipotenüsü üzerine kurulu olan karenin alanları yardımıyla keşfedilmesini sağlamaktır. Bunun için öğrencilerden, dik kenarlar üzerine kurulu olan kareleri, hipotenüs üzerine kurulu olan karenin alanının içerisine taşımaları ve elde ettikleri bu yeni durumu matematiksel bir şekilde ifade etmeleri beklenmektedir.

Öğrencilerin, bu maca ulaşmalarını sağlamak için, çalışma yaprağına, öğrencilerden dik üçgenin kenarları üzerine kurulu olan karelerin alanlarını matematiksel olarak belirtmeleri istenerek başlandı. Karelerin alanları ile ilgili ön bilgilere ilköğretimin daha ilk yıllarından itibaren sahip olan öğrenciler, sahip oldukları matematiksel dili kullanarak bu bölümü,

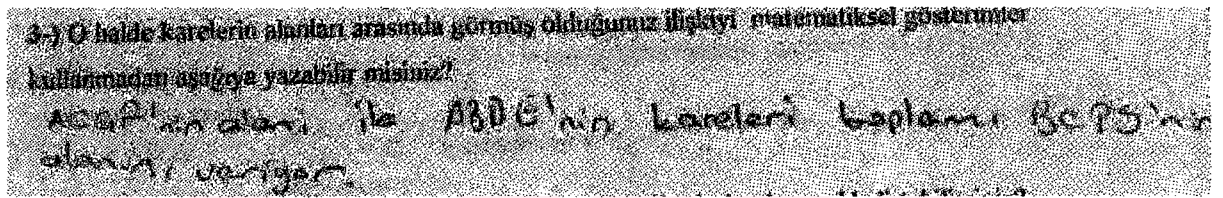
$$A(ABDE) = c^2 \quad A(ACGF) = b^2 \quad A(BCTS) = a^2$$

veya

$$A(ABDE) = (AE)^2 \quad A(ACGF) = (AC)^2 \quad A(BCTS) = (BC)^2$$

gibi değişik biçimlerde ifade ettiler. Bu esnada öğrencilerden, ACGF karesini yeşil köşesi olan F noktasından ve ABDE karesini de kendisini oluşturan dörtgenlerin yeşil köşelerinden tutarak hipotenüs üzerine kurulu olan BCTS karesinin içerisine taşımaları

istendi. Öğrencilerin, parçaları uygun olmayan biçimlerde yerleştirmelerini önlemek için çalışma öncesinde bu parçaların hareketleri Cabri Geometri'nin bağımlı değişken özellikleri kullanılarak sınırlandı. Bunun sonucunda da öğrenciler hipotenüs üzerine kurulu olan BCTS karesinin alanını , dik kenarlar üzerine kurulu olan karelerin alanlarıyla rahatlıkla doldurdular. Öğrencilere ilk olarak, ekranda gözlemledikleri bu durumu matematiksel semboller kullanmadan belirtmeleri istendi. Öğrenciler, gördükleri bu durumu değişik şekillerde yorumlamaya çalıştılar. Öğrencilerin bir kısmı, gözlemledikleri bu olayı, mavi ve kırmızı alanların toplamı olarak yorumlarken, genel olarak Serap ve Sevilay'ın yaptığı gibi,



şeklinde ifade etmişlerdir. Öğrencilerden gözlemledikleri bu durumu bu defa da matematiksel semboller kullanarak yazmaları istendi. Bu soru, öğrencilerin, çalışma boyunca en çok zorlandıkları anların başlamasına neden oldu. Öğrenciler, gözlemledikleri bu ilişkiyi matematiksel semboller kullanarak belirtmediklerinden bilginin kurulması aşamasında bir durgunluk yaşandı. Bu anda, Ömer'le karşılıklı gerçekleşen ve öğretmenin çalışma içerisindeki gerçek rolü olan rehberlik ve kolaylaştırma görevini yaptığı aşağıdaki konuşma diğer öğrencilerin de bilgilerini yapılandırmalarına yardımcı oldu.

Öğr. İki alan diğer alanı tam dolduruyor mu?

Ömer. Evet...

Öğr. Bunun matematiksel anlamı ne?

Ömer. Tam dolduruyor yani ne fazla ne de az.

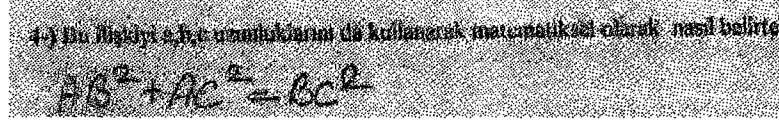
Öğr. Yani...

Ömer. Eşittir.

Ömer ve öğrencilerden bir kısmı tam doldurmanın matematiksel karşılığının eşittir olduğunu anlamışlardı. Ancak, öğrencilerin bir kısmı bundan hala bir sonuç çıkaramamaktaydı. Bu anda öğrenciler arasında sosyal bir etkileşim gerçekleşmeye başladı ve bunun sonucu olarak da öğrenciler sahip oldukları matematiksel dili kullanarak gözlemledikleri ilişkiyi matematiksel olarak da dile getirdiler.

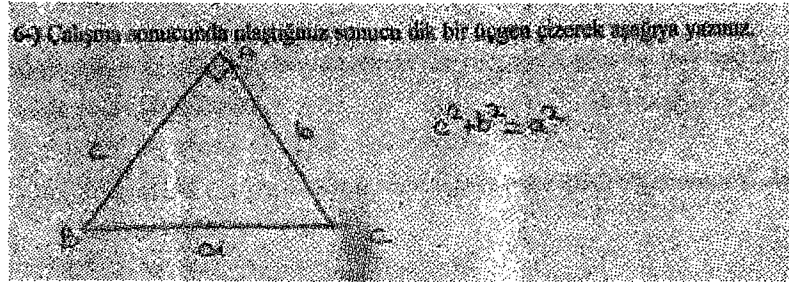


Ancak, daha önceki çalışmalarda olduğu gibi, gözlemlediği ve anladığı durumu uygun matematiksel gösterimlerle sunamayan öğrencilerde vardı.



Öğrencilerden elde ettikleri matematiksel eşitliğin doğruluğunu test etmelerini sağlamak için, dik üçgenin kenar uzunluklarını buldukları denklemde yerine yazarak eşitliğin üçgenin farklı durumları içinde doğruluğunu belirlemeleri istendi. Öğrenciler, Cabri Geometri'nin hesap makinesi özelliğini de kullanarak üçgenin her durumu için elde ettikleri matematiksel eşitliğin doğruluğunu test ettiler. Bu arada Ömer, eşitliğin doğruluğunu sayısal verilerek kullanarak değil, BCTS karesinin içerisine taşınan kareleri tekrar dik kenarlar üzerine alıp B noktasını hareket ettirip dik üçgenin farklı konumları için çalışma yaprağındaki adımları yeniden takip etme şeklinde yapmıştır.

Pisagor bağıntısını keşfetme etkinliğinin son aşamasında öğrencilerden vardıkları sonucu bir dik üçgen çizerek özetlemeleri istendi. Öğrenciler dik üçgen için farklı şekiller çizerek ulaştıkları sonucu aşağıdaki gibi özetlemişlerdir.



Çalışmanın sonunda, öğrencilere, dik üçgenler için ulaştıkları matematiksel eşitliğin, bulan kişi olan Pisagor'un adıyla anıldığı ve bu eşitliğe Pisagor bağıntısı dendiği söylendiğinde, Rahman, 'Ama öğretmenim bende buldum. Benim adımlı verelim.' Şeklinde bir karşılık vermesi, öğrencilerin buldukları matematiksel ilişkileri kendilerine mal ettiklerini göstermektedir. Öğrenciler genel olarak çalışmayı ve ekranın görüntüsünü beğendiklerini belirtmişlerdir.

Özlem, çalışma sonunda, geleneksel ortamda öğrendiği ancak tam olarak beyinde canlandıramadığı Pisagor teoremini Cabri ortamına nasıl daha iyi anlamlaştırdığını;

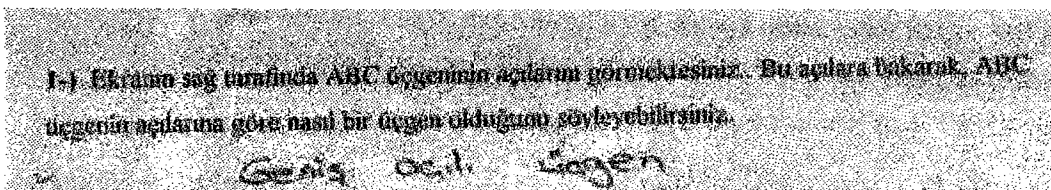
Ö. Öğretmenim, daha önce Pisagor bağıntısını dershanede görmüştüm ama niçin kenarların karelerini topladığınızı bilmiyordum. Şimdi, burada, niçin kenarların karelerini toplamam gerektiğini öğrenmiş oldum.
şeklindeki sözleriyle dile getirmiştir.

Dar ve Geniş Açılı Üçgenler için Pisagor Bağıntısının Araştırılması

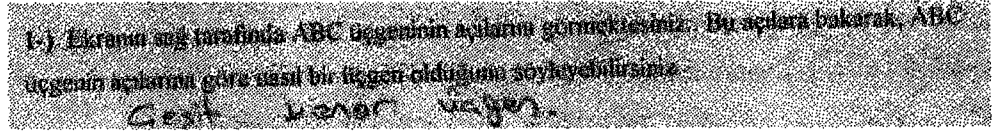
Dersin ikinci saatinde, öğrencilerin, Pisagor teoremini keşfettikleri deneyimlerinden yararlanarak geniş ve dar açılı üçgenler için Pisagor bağıntısına benzer ilişki bulmaları amaçlanmıştır. Öğrencilerin bulacakları bu ilişkiler, Pisagor teoremi üzerinde bazı değişiklikler yaparak geniş ve dar açılı üçgenlere uyarlama olarak da düşünülebilir.

Öğrencilere daha çalışma yaprakları dağıtılmadan, dik açılı üçgen için elde ettikleri matematiksel eşitliği dar ve geniş açılı üçgenler için kullanıp kullanamayacakları soruldu. Öğrenciler, bu bağıntının dar ve geniş açılı üçgenlerde olmasını beklemediklerini, sadece dik açılı üçgenlerde olabileceğini belirttiler. Bu esnada, dar ve geniş açılı üçgenlerde de Pisagor bağıntısına benzer bağıntıların olup olamayacağı soruldu. Öğrenciler olabileceğini ancak bilmediklerini belirttiler. Adem'in, yapılacak çalışmayı bu açıklamadan sonra anladığını gösteren bir şekilde 'Öğretmenim, öyleyse çalışma yapraklarını dağıtın da bulalım.' Sözü nü söylemesi ile ikinci ders başladı.

Bunun için öğrencilerden ilk olarak ekranda gördükleri üçgeni açılarına göre sınıflandırmaları istenmiştir. Öğrencilerin, bunu kolayca belirlemelerini sağlamak ve dersin amacından saparak akıcılığını kaybetmesini önlemek için üçgenin açıları, üçgenin yan tarafına yazılmıştır. Öğrenciler, gördükleri açıları da düşünerek üçgenin geniş açılı bir üçgen olduğu belirttiler.

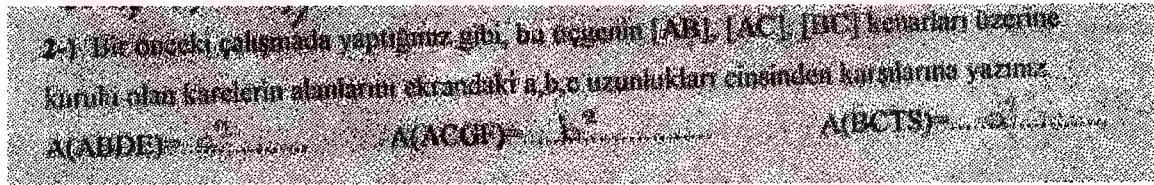


Ancak, açılara ve kenarlarına göre üçgen çeşitlerini tam olarak ayıramayan, Burak ve Salih bu kısmı,



biçiminde doldurmuştur. Burak ekrandaki üçgenin çeşitkenar bir üçgen olduğunu belirlemesi doğrudu fakat sorunun başında, üçgeni kenarlarına göre değil açılara göre belirlemeleri isteniyordu. Burak, bu ayrımı yapamadığından bu bölümü doğru bir şekilde dolduramadı.

Öğrencilerin, üçgenin çeşidini belirlemelerinin ardından, üçgenin kenarları üzerine kurulu olan karelerin alanlarını uygun matematiksel gösterimler yardımıyla belirlediler.



Öğrencilerden, Pisagor bağıntısı çalışmasında yaptıkları gibi, üçgenin [AB] ve [AC] kenarları üzerine kurulu olan ABDE ve ACGF karelerini uygun köşelerinden hareket ettirerek [BC] üzerine kurulu olan karenin içerisine taşımaları ve oluşan yeni durumu yorumlamaları istendi. Öğrenciler bir önceki çalışmadan deneyim kazandıkları için kareleri taşıma işlemini yerine getirdiler ancak ABDE ve ACGF karelerinin üçgenin geniş açısının karşısındaki [BC] ye kurulu olan BCTS karesinin alanını tam olarak dolduramamasını yorumlayamıyorlardı. Bu esnada, öğrencilerden biri, 'Tam doldurmuyorsa Pisagor bağıntısı yoktur' cevabını verdi. Öğrenciler artık Cabri Geometri'nin hareketli mikro dünyasında keşiflerine başlamışlardı. Öğrencinin verdiği cevap genel olarak doğrudu, fakat, daha özel yapılara yoğunlaşmasını ve bilgi kurma süreci üzerine yoğunlaşmasını sağlamak için kendisine 'Pisagor bağıntısı yoksa ne vardır?' gibi bir soruyla karşılık verildi. Öğrenciler görsel olara gördükleri bu durumu matematiksel formda bir türlü sunamıyorlardı. Bu sırada, iki farklı grupta olmalarına rağmen Adem ve Ömer arasında gerçekleşen konuşma, tüm öğrenciler için bir ışık oldu. Bu konuşma uzun bir tartışma şeklinde gerçekleşse de kaydedilebilen kısa şekli, bilginin yapılandırılması sürecinde sosyal etkileşimin önemini ortaya koymaktadır.

Ö. Deminki derste tam dolduğu zaman eşit yazmadık mı?

A. O zaman şimdi eşit değil mi yazacağız.

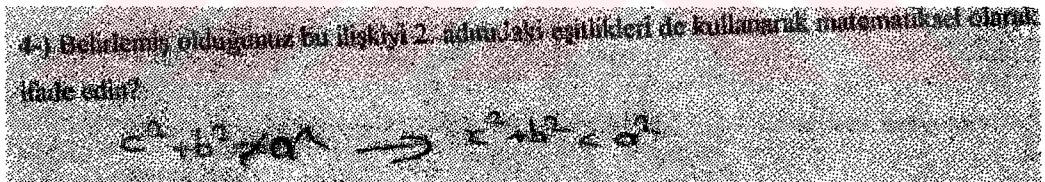
Ö. Eşit değil.

A. Eşit değilse ya büyüktür yada küçük...

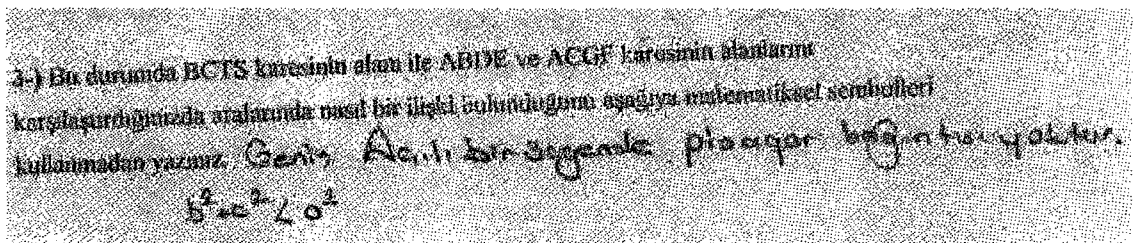
Ö. Tam doldurmuyor. O halde küçük olması lazım. Dolupta fazla olsaydı büyük olurdu.

Adem ve Ömer'in tam dolmayı eşitlik, dolmamayı küçüklük ve dolup da artmayı büyüklük olarak tanımladıkları bu karşılıklı konuşma sonunda kendi çalışma yapraklarını doldurmaları ve diğer öğrencilerinde birbirleriyle etkileşime girmeleri sonucunda, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu, [AB] ve [AC] üzerine kurulu olan karelerin [BC] üzerine kurulu olan kareyi tam dolduramamasını 'küçüklük işareti' olarak algılamalarına neden oldu.

Kanuni ilköğretim okulunda gerçekleşen yukarıdaki etkileşimin benzerleri Ağanoğlu ilköğretim okulunda da gerçekleşti ve öğrenciler gördükleri bu durumu; önce, çok genel olarak geniş açılı üçgenlerde Pisagor bağıntısı yoktur şeklinde, ardından, biraz daha özele inerek eşit değildir şeklinde ve son olarak da küçüktür şeklinde yorumlayarak çalışma yaprağının uygun bölümüne vardıkları bu sonucu değişik şekillerde yazmışlardır. Örneğin, Gülşah ve Esmâ, çalışmanın bu en önemli keşfini,



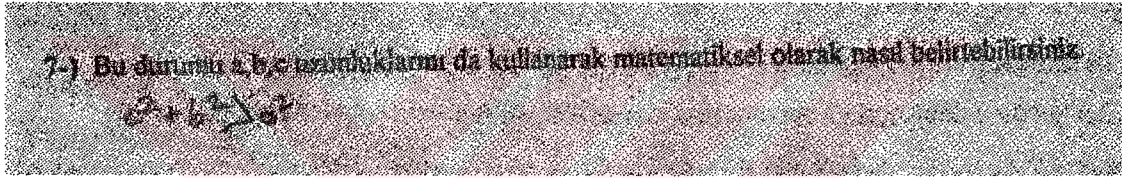
biçiminde, Tuğba ve Goncagül ise,



biçiminde belirtmişlerdir.

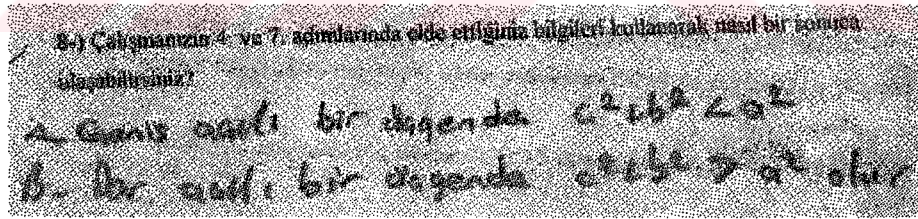
Öğrenciler geniş açılı üçgen için bu ilişkiyi belirledikten sonra, artık dar açılı üçgen için bilgilerini yapılandırmaları gerekiyordu. Bunun için öğrencilerden, önce geniş açılı

üçgende geniş açı karşısına taşıdıkları kareleri tekrar eski yerlerine almaları ve B noktasını aşağıya doğru hareket edebildiği kadar hareket ettirmeleri istendi. ABC üçgenin bu yeni durumu için öğrencilerden açılarını göre çeşidini belirlemeleri istendi. ABC üçgeninin de B noktasının aşağıya doğru hareketi üçgeni dar açılı bir üçgen haline getirdiğinden, öğrenciler üçgenin yan tarafındaki açı değerlerini kullanarak üçgenin dar açılı bir üçgen olduğunu belirlediler. Öğrencilerden tekrar, ABC üçgeninin [AC] ve [AB] kenarları üzerine kurulu olan kareleri dar açılardan biri olan [BC] üzerindeki kareye taşımaları istendi. Öğrenciler bu işlemi yaptıklarında bu iki karenin alanının [BC] üzerine kurulu olan kareden fazla olduğunu belirlediler. Ancak, diğer çalışmalarındaki deneyimlerinden kazandıkları tecrübe ile hemen 'Bu defa büyük olacak' dediler. Çalışma yaprağının bu bölümünü de, Hasan ve Sait'in yaptığı gibi,

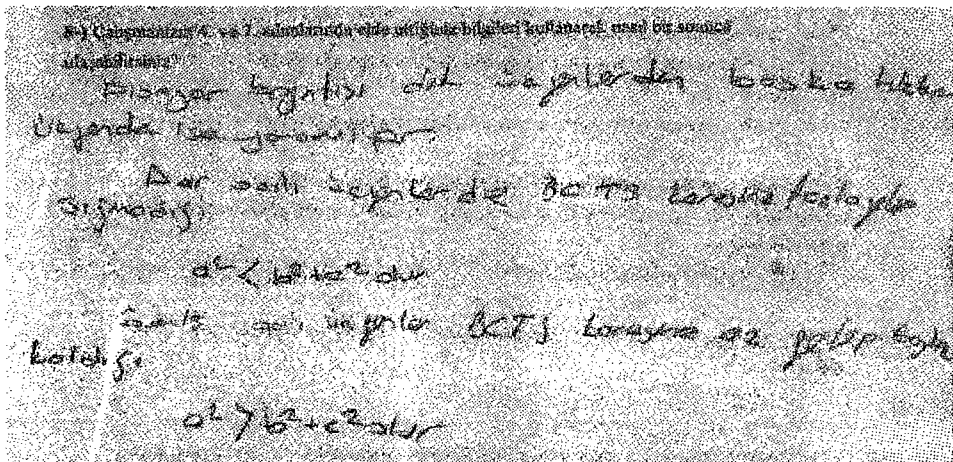


doldurdular.

Çalışmanın son kısmında öğrencilerden, çalışma boyunca ulaştıkları sonucu özetlemeleri istendi. Örneğin, Serap ve Sevilay bu kısmı aşağıdaki gibi doldururken,



Adem ve Ömer ise deneyimlerine dayanarak bu bölümü,



biçiminde doldurmuşlardır.

Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu ulaştıkları sonuçları kendi cümleleri ile ifade ederek istenen ilişkileri keşfettiklerini göstermişlerdir. Bununla birlikte çalışma sonunda, öğrenciler, Cabri Geometri'nin renkli dünyasını çok beğendiklerini belirtmişler ve öğretmenlerinden izin alarak çalışmalara devam etmemizi istemişlerdir. Bu ise Cabri ortamının öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutumlar geliştirmelerine neden olduğunu göstermektedir.

6. HAFTA

Bir ders saati olarak gerçekleştirilen bu çalışmanın amacı dik üçgenlerde genel olarak $b^2=p.a$ ve $c^2=q.a$ olarak ifade edilen Öklid bağıntılarının öğrenciler tarafından keşfedilmesini sağlamaktır. Öğrencilerden, bu keşif süreci içerisinde, paralelkenar ve karenin alanlarından yararlanarak çalışma yapraklarındaki açıklamalar doğrultusunda bilgilerini yapılandırmaları beklenmektedir.

Çalışma içerisinde, öğrencilerin, dik üçgenin farklı konumları için, ABSN paralelkenarı ile ABDE karesinin alanlarının birbirine eşit olduğunu Cabri Geometri'nin tablolama özelliğini kullanarak belirlemeleri çalışmanın en önemli kısmını oluşturmaktadır. Öğrencilerin bu keşif sürecini başarı ile tamamlayabilmeleri için yine en büyük yardımcıları çalışma yaprakları olmuştur. Çalışma yaprağına, öğrencilerden, B noktasını hareket ettirerek dik üçgeni farklı konumlara getirmeleri ve bu işlemi her gerçekleştirdiklerinde klavyeden 'tab' tuşuna basarak tabloyu doldurmaları istendi. Öğrenciler bu şekilde tabloyu doldurdıklarında, tabloyu inceleyerek ABDE karesi ile ABSN paralelkenarının alanları arasındaki ilişkiyi belirlemeleri istendi. Öğrenciler, tabloyu incelediklerinde alanların eşit olduğunu kolayca belirlediler.

1-) Tabloyu incelediğinizde ABDE karesi ve ABSN paralel kenarının alanları arasında bir ilişki görebiliyor musunuz?
 Alınan: Birbirine eşit (Ne kadar kolaylıkla kabul edilebilir?)

Öğrenciler, bu ilişkiyi belirledikten sonra, ABDE karesinin ve ABSN paralelkenarın alanlarını matematiksel semboller kullanarak yazmaları istendi. Çalışmanın üçüncü haftasında dörtgenlerin alanlarını ifade eden matematiksel eşitlikleri yine Cabri Geometri ile keşfeden öğrenciler, çalışma yaprağının bu bölümünü de aşağıdaki gibi doldurdular.

2-) Karşın ve paralel kenarın alanlarını veren eşitlikleri hatırladığınızda, şekil üzerinde uzunlukları belirtmek için kullandığımız harfleri göz önüne alarak (a, b, c, p, q) ABDE ve ABSN dörtgenlerinin alanlarını veren ifadeleri aşağıya yazınız.

$$A(ABDE) = \dots c^2 \dots$$

$$A(ABSN) = \dots \frac{1}{2} \cdot c \cdot p \dots$$

Songül ise ABSN paralelkenarının alanını veren matematiksel eşitliği belirlemekte sorun yaşıyorsa da araştırmacı öğretmenin sağladığı yardımla bu zorluğu aşmayı başardı.

S. Öğretmenim, $p \times |AN|$ olur ancak, hepsini küçük harfleri kullanarak yazamadım.

A. Paralekenarda karşılıklı kenarların uzunlukları arasında nasıl bir ilişki var?

Songül'e dolaylı olarak sağlanan bu yardım çalışma yaprağını başarı ile tamamlamasını sağladı.

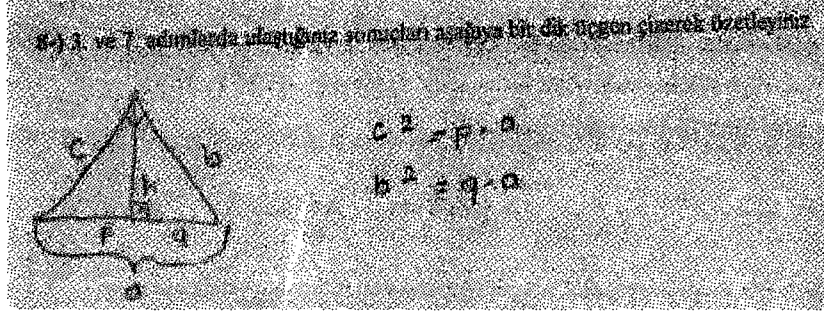
ABDE karesinin ve ABSN paralelkenarının alanlarının eşit olduğunu çalışma yaprağının 1. adımında tablo yardımıyla elde eden öğrenciler, 3. adımda elde ettikleri matematiksel eşitlikleri de kullanarak araştırılan matematiksel eşitliği, dik üçgenin bir dik kenarı olan 'c' için belirlediler.

3-) 1. ve 2. adımlarda elde ettiğiniz sonuçları birleştirdiğimizde nasıl bir sonuca varabilirsiniz? Vardığınız matematiksel ilişkiyi aşağıya yazınız.

$$A(ABDE) = A(ABSN)$$

$$c^2 = \frac{1}{2} \cdot c \cdot p$$

Çalışmanın devamında öğrencilerden b kenarı içinde aynı adımları yan taraftaki dik üçgende atarak bir ilişki bulmaları istendi. Zaten, c kenarı için istenen ilişkiyi rahatlıkla bulan öğrenciler için bu ilişkiyi b kenarına taşımak fazla sorun olmadı. Çalışmanın sonunda, öğrencilerden elde ettikleri sonucu bir dik üçgen çizerek belirtmeleri istendiğinde, öğrencilerin büyük bir çoğunluğu, aşağıdaki gibi kendi dik üçgenlerini çizerek çalışmalarını özetlediler.



Öğrencilerden, çalışmayı erken bitirenlerin, ‘Öğretmenim, buldum’ deyip arkalarına gururlu bir şekilde yaslanmaları, keşfetmenin kendilerine verdiği güveni göstermektedir.

7. HAFTA

Öğrencilerle gerçekleştirilen derslerin son haftası, öğrencilerin,

- Prizmalar için hacim kavramını etkinliğe bağlı olarak yeniden tanımlamalarını,
- Pirizmalar için genel hacim eşitliğini, yeni tanımladıkları hacim tanımından ve orantı kavramından yararlanarak (taban alanı x yükseklik) olarak keşfetmelerini,
- Piramidin hacminin, prizmanın üçte biri olduğunu bulmaları ve bunu matematiksel semboller kullanarak belirtmelerini,

sağlamayı amaçlamaktadır.

Prizmaların Hacmi :

Çalışmanın birinci kısmı, prizmalarla ilgilidir. Öğrencilerden, ekranda gördükleri prizmanın tabanının A noktasında tutarak yukarıya doğru hareket ettirmeleri istendi. Hazırlanan yapıda, taban alanına mavi dolgu ile iz bırakma özelliği verildiği için, taban alanı geçtiği yüzeyi mavi ile doldurmaktadır. Öğrencilerden tabanının yükseklik boyunca yukarıya doğru hareketi ile ekranda gördükleri olayı açıklamaları istendi. Öğrencilerin bir kısmı bu olayı prizmanın maviye boyanması olarak yorumlarken, Çağla ve Esmâ, ekranda gördükleri değişimi suyun sürahiye dolmasına benzettiklerini

1-) Ekranda tabanının alanı mavi ile boyanmış bir prizma görmektesiniz. Prizmanın tabanındaki çokgenin bir köşesi olan A noktasından bu çokgeni parçalayarak, yavaşça yukarıya doğru gödebilirsiniz kadar taşıyınız. Bu işlem sonucunda ekranda meydana gelen değişimi aşağıya yazınız.

Sonki suyle dolmuş gibi oldu. Hacmi büyüdü ve yarıdaki yerde hacmi gösterildi.

biçiminde ifade etmiştir. Bu aşamada, öğrencilere oluşan mavi yüzeyin prizmanın neyini ifade ettiği soruldu. Hanife ve Songül'ün aşağıda belirttiği gibi, öğrenciler mavi yüzeyin prizmanın hacmini belirttiğini ifade ettiler.

2-) Taban alanının yükseldik boyuncu hareketi ile oluşan mavi yüzey prizmanın neyini ifade etmektedir.

Hacmini ifade eder.

Bu aşamada, öğrencilere, bu etkinliği düşünerek, prizmaların hacmi kavramını yeniden tanımlamaları istendi. Öğrenciler çalışma yaprağının bu kısmına kendilerince anladıkları tanımları yazdılar. Öğrencilerin bir kısmı bu bölümü 'A noktasını yükselttikçe hacmi bulduk', bir kısmı ise 'taban alanının yükselmesi ile prizmanın hacmi oluşur' şeklinde cevap verirken, az bir kısmı ise Çağla ve Esmâ'nın yaptığı gibi,

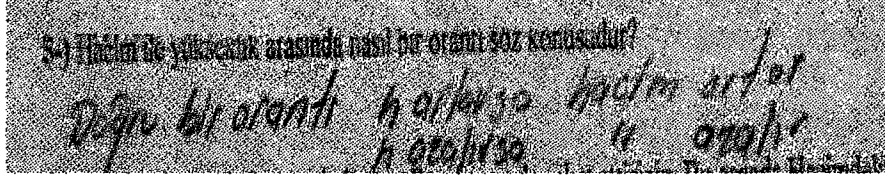
3-) O halde bu kavram bu etkinliği göz önüne alarak yeniden tanımlayabilir misiniz?
Tanımlarını aşağıya yazınız.

Taban alanını b boyuncu hareketi ile hacmi denir.

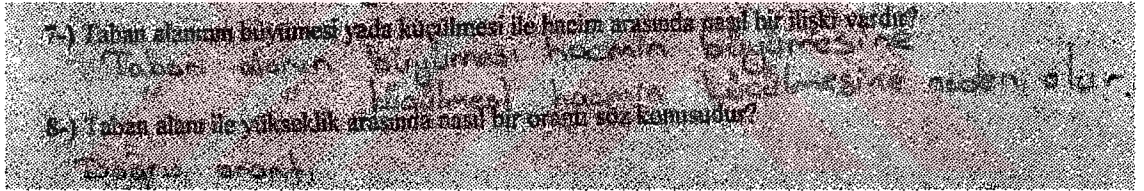
biçiminde cevap vermiştir. Ders sonunda oluşturulan tartışma ortamında, bu tanımın daha uygun olacağı kanısına varılmıştır. Yine ders sonunda Çağla, elde ettiği bu hacim kavramı ile ilgili olarak yaşadığı deneyimi 'Şimdiye kadar, hacmi tanım olarak değil de şişeye su doldurmak gibi şeylerle anlayabiliyordum. Bu çalışmadan sonra prizmanın hacmini daha matematiksel olarak anlayabiliyorum.' şeklinde aktarmıştır. Çağla, bugüne kadar hacim kavramını sezgisel olarak anlayabildiğini, ancak bu çalışma ile birlikte bu kavram kendisinde daha uygun şekillerde oluştuğunu belirtmektedir.

Çalışmanın devamında, öğrencilerden, tabandaki çokgenin bir köşesi olan A noktasını hareket ettirerek (bu hareket yüksekliği artırmakta yada azaltmaktadır),

prizmanın yan tarafında bulunan hacim değerini gözlemlmeleri istendi. Öğrencilerden, bu gözlemler sonucunda elde ettikleri verileri kullanarak, prizmanın yüksekliği ile hacmi arasında doğru bir orantı olduğunu belirlediler.



Öğrenciler, genel hacim eşitliğini elde etmek için birinci keşiflerini, hacim ile yüksekliğin doğru orantılı olduğunu belirleyerek yaptılar. Şimdi ise taban alanı ile hacmin de doğru orantılı olduğunu keşfetmeleri gerekiyordu. Bunun için, öğrencilerden, A noktası prizmanın tepesindeyken tabanı oluşturan çokgenin diğer bir köşe noktası olan B noktasını hareket ettirerek taban alanını büyültüp küçültmeleri ve bu değişimlerin prizmanın hacminde meydana getirdiği değişimi gözlemlmeleri istendi. Öğrenciler gözlemlerinin sonucunu, tıpkı yüksekli ve hacim arasındaki ilişkiyi belirlerken yaptıkları gibi, kendi cümleleri ile genel olarak aşağıdaki gibi belirlediler.



Bu esnada öğrencilerden, taban alanı ile hacim ve yüksekli ile hacim arasında buldukları ilişkileri kullanarak prizmaların hacimleri için genel bir denklem bulmaları istendi. Bu istek, öğrencilerin bu çalışmada en sıkıntılı anlarını yaşamalarına neden oldu. Öğrenciler, bu iki bilgiyi kullanarak bir türlü genel bir denklem elde edemiyorlardı. Bu esnada kendilerine fen bilgisinden bildikleri bir formülü söylemeleri istendi. Öğrencilerden biri, $d = \frac{m}{v}$ eşitliğini söyledi. Bu denklem tahtaya yazıldı ve öğrencilerle d'nin 'm' ve 'v' ile ayrı ayrı nasıl orantılı olduğu tartışıldı. Tartışma sonucunda, d'nin 'm' ile doğru, 'v' ile ters orantılı olduğu sonucuna varıldı. Öğrencilerin bir kısmı, yaşanan bu tartışmanın ardından ilgili eşitliği keşfettiler. Bu eşitliği keşfedemeyen öğrenciler ise diğer arkadaşları ile girdikleri sosyal etkileşim sonucu bilgilerini yapılandırıldılar.

$$\text{Taban alan} \times \text{yükseklik} = \text{Hacim}$$

Bu etkinlikte oran ve orantı kavramını da kullanan öğrencilerin büyük bir kısmı istenen eşitliği elde etmişlerdir.

Piramidin Hacmi:

7. haftanın ikinci dersinde, öğrencilerden, bir önceki ders keşfettikleri prizmaların hacminden faydalanarak piramidin hacmini keşfetmeleri beklenmektedir. Bunun için, öğrencilerden, ekranda gördükleri piramidin tabanındaki dörtgeni A noktasından tutarak yukarıya doğru hareket ettirmeleri ve ekranda gördükleri şekli tarif etmeleri istendi. (Daha önceden piramidin tabanındaki dörtgene Cabri Geometri'nin iz bırakma özelliği uygulandığından, dörtgen geçtiği yüzeyi taramakta ve piramidin dışında bir prizma oluşturmaktadır). Öğrenciler piramidin dışında oluşan prizmayı bir önceki dersten hemen tanıdılar ve çalışma yaprağına bunu,

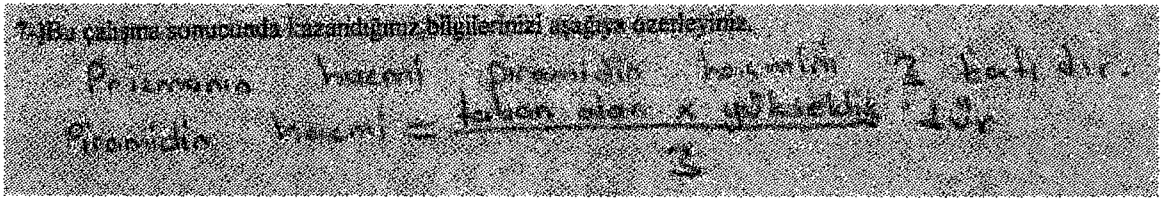
1-) Ekrandaki piramidin tabanındaki çokgeni A noktasından tutarak yukarıya doğru hareket ettiriniz. Bu işlem sonucunda ekranda nasıl bir şekil oluşmaktadır.
Piramit dışında taban ile prizma

biçiminde ifade ettiler. Ardından öğrencilerden prizma ile piramidin bir birlerine göre durumlarını belirlemeleri istendi. Öğrencilerin tamamı piramidin prizmanın içerisinde kaldığını belirttiler.

2-) El ettiğiniz olduğunuz yeni şekli ile piramidin bir birlerine göre konumları nasıldır? Açıklayınız.
Piramit prizmanın içinde olur. Taban alanı aynı olur.

Bu aşamada öğrencilerden A noktasını hareket ettirip klavyeden 'Tab' tuşuna basarak prizma ve piramidin değişik durumları için hacimlerini tablo haline getirmeleri istendi. Öğrenciler bu işlemi yaptıklarında, ilk olarak piramidin hacminin prizmanın hacminden küçük olduğunu belirttiler. Ancak; Çağla'nın, 'Öğretmenim bunu bulmak için sayılara bakmamıza gerek yok ki, zaten piramit prizmanın hacminin içerisinde kalıyor. Piramidin hacmi küçük olmalı' şeklinde bir açıklama getirmesi, öğrencilerin bu keşif üzerin değil çok

daha özel keşifler üzerine yoğunlaşmalarına neden oldu. Öğrenciler, prizmanın hacmi ile piramidin hacmi arasında bir türlü bir ilişki bulamıyorlardı. Bu aşamada kendilerine, iki hacim arasında bir oran olup olmadığı soruldu. Ömer, hesap makinesini kullanarak birkaç deneme yaptıktan sonra, büyük bir heyecanla prizmanın hacminin piramidin hacminin 3 katı olduğunu belirtti. Bu keşif öğrenciler için çok önemliydi ve artık bu keşfi kullanarak piramidin hacmini matematiksel olarak belirtebilirlerdi. Çalışma yaprağının uygun bölümünü, prizmalar için elde ettikleri genel hacim formülünü ve yeni keşiflerini birleştirerek aşağıdaki gibi doldurarak, piramidin hacmini keşfetme sürecini tamamladılar.



Bir önceki çalışmada prizmanın hacmini elde eden öğrenciler bu bilgilerini ön bilgi olarak kullanarak piramidin hacmini veren ilişkiyi de kolaylıkla elde etmişlerdir.

3.2.2. Öğrenci Görüşleri

3.2.2.1. Öğrencilerin Geometri Öğrenme ile ilgili Değişen Görüşleri:

Çalışmalar, boyunca öğrencilere tamamlanmış, bitmiş hiç bir hazır bilgi doğrudan sunulmamış, öğrenme sorumluluğu öğrencilere bırakılmıştır. Bu süreçte, araştırmacı öğretmenin rolü, öğrencilerin bilgi kurma süreçlerinde onlara uygun ortamları hazırlama, rehberlik etme ve bu yolla da bilgi kurma sürecini kolaylaştırma olmuştur. Öğrencilerin geleneksel yapıdan farklı olarak matematiksel sonuçlara kendi gayretleri sonucunda ulaşmaları, matematik bireysel gayretler sonucu da kurulabilir, bunun için mutlaka bir yetişkinin doğrudan hazır bilgileri anlatmasına gerek yok fikrini çoğu öğrencide uyandırmıştır. Bazı öğrencilerin, matematiğin öğretmen doğrudan anlatmadan da öğrenilebileceği yolundaki fikirleri mülakatlarda söylediklerinden ortaya çıkmaktadır. Örneğin Tuğba, bu konu ile ilgili olarak düşüncelerini aşağıdaki gibi yansıtmaktadır:

Coğrafya, tarih gibi sözel derslerin öğretmen anlatmadan da kitaptan okunarak yapılabileceğine inanırdım ama geometrinin burada

yaptığımız gibi öğretmen hiçbir şey anlatmadan da öğrenilebileceğine kesinlikle inanmazdım. Çünkü, geometri de bir sürü formül var, onları öğretmen söylemeden, harflerin anlamını öğretmenden, dinlemeden bunları nerden öğrenebilirdim ki, ama şimdi, bilgisayar yardımıyla, öğretmen anlatmadan da geometri öğrenebileceğime inanıyorum. Ama bunun için de uğraşmak lazım.

Tuğba, dinamik geometri ortamında çalışmalara başlamadan önce, tarih, coğrafya gibi sözel ağırlıklı derslerin öğretmen anlatmadan da öğrenilebileceğine ancak, geometri gibi, içerisinde yığın yığın formüllerin, anlaması zor harflerin yer aldığı bir dersin bu şekilde öğrenilebileceğine inanmadığını ancak dinamik geometri ile desteklenmiş bir ortamdaki çalışmaların ardından bu fikirlerinin değiştiğini belirtmektedir. Tuğba, ‘*Ama bunun için uğraşmak lazım*’ derken de dinamik geometri ortamında kendi matematiksel sonuçlarına öyle hemen ulaşamadığını, bu ortamın bir gayret gerektirdiğini dile getirmektedir. Seval ise öğretmen anlatmadan da kendi matematiksel yapılarını kurabileceği yolundaki fikirlerinin değişimini senenin başında yaşadığı bir deneyimi ile örneklemektedir:

Doğrusu derslere başlamadan önce matematiği kendi başıma öğrenebileceğime inanmıyordum. Çünkü ben senenin başında fen Lisesi sınavlarına çalışmaya başladım. Senenin başında öğretmenimiz rahatsızlık geçirdi ve derslerimiz uzun bir süre boş geçti. Bende geri kalmamak için evde kendi başıma çalışmaya çalıştım. Ama yalnız başıma mantık yürütemiyorum. Ama şimdi insanın kendi kendine öğretmen anlatmadan da matematikte de birşeyler öğrenebileceğine inanıyorum. Ama bunu için bu program gibi şeylere ihtiyacımız var.

Seval, dinamik geometri ortamında geometri öğrenmeye başlamadan önce, öğretmen anlatmadan matematik öğrenilemeyeceğine inandığını belirtmektedir. Bu inancını Yaşadığı deneyimiyle de örnekleyen Seval, yalnız başına mantık yürütemediğini bu yüzden de bireysel gayretleri sonucu matematik öğrenebileceğine inanmadığını belirtmektedir. Ancak, Cabri Geometri yazılımının kendi önüne çıkardığı olanakların, bu inancını değiştirdiğini, öğretmen anlatmadan da artık matematikte kendi gayretleri sonucu bazı sonuçlara ulaşabileceğine inandığını belirtmektedir.

Anıl'da, kendinde meydana gelen matematiği kendi gayretleri sonucu öğrenebileceği inancındaki değişimi aşağıdaki gibi ifade etmektedir.

Matematik öğrenmek için dinlemek şart diye düşünüyorum. Ama şimdi geometrinin yorum olduğunu gördüm. Yorum çok önemli. Ezberlememek güzel. Hem de matematikteki bu teoremleri bulmak insana mutluluk veriyor. Sıkılmıyorum. Şimdi geometriyi kendimin öğrenebileceğime inanıyorum. Özellikle programda şekilleri tutup çekme çok güzel. Sonra da çalışma yapraklarını dolduruyoruz bulmaca çözer gibi.

Anıl'ın sözlerinden kendinde meydana gelen bu inanç değişiminin nedeni matematiği algılayış şeklindeki değişimden kaynaklandığı görülmektedir. Anıl bilgisayar destekli ortamda geometri öğrenmeye başlamadan önce matematiği dinlenerek öğrenilebilecek bir ders olarak gördüğünü, bunun sonucu olarak da, matematikteki ilişkileri ona birinin anlatması gerektiğini, matematiğin ancak bu şekilde öğrenilebileceğini inandığını belirtirken, bilgisayar destekli ortamda matematiğin dinlenerek değil yorum yapılarak öğrenildiğini yaşadığı deneyimlerle görmesinin matematik öğrenme konusundaki inancını da değiştirdiğini belirtmektedir. Anıl ayrıca, bu ortamın kendine mutluluk verdiğini de dile getirmiştir.

Ömer, açılarla ilgili etkinliği tamamladıktan sonra, matematik öğrenme konusundaki inanç değişimini bu çalışmada yaşadığı deneyimleri ile açıklamaya çalışmaktadır:

Ben de diğer arkadaşlarım gibi, matematiğin hele de geometrinin öğretmen anlatmadan yapılamayacağına inanıyordum. Ama bugün, bir derste üçgenin iç açıları toplamının 180^0 , dörtgenin 360^0 ve tüm çokgenlerin dış açılarının toplamının 360^0 olduğu şeklindeki üç tane şeyi siz bana söylemeden ben kendim öğrendim.

Adem ise, matematik öğrenme ile ilgili inanç değişimini açıklarken daha temkinli ifadelerde bulunuyor:

Doğrusu geometri gibi genelde sevmediğim ve zor bir dersin öğretmen anlatmadan da öğrenilebileceğine inanmıyordum. Hala tek başıma tam olarak geometri öğrenebileceğime de inanmıyorum. Yani geometri öğrenebilmem için bir yönlendirme olması lazım. Burada çalışma yaprakları ve bilgisayar bize rehber oluyor, sınıfta ise öğretmen anlatıyor. Ama ben burada çalışma kağıtları ve bilgisayarı kullanarak öğrenmek isterdim. Çünkü bunu yapınca kendim bir şeyler bulmuş oluyorum. Buda hoşuma gidiyor.

Adem'in, matematiği bağımsız öğrenebilme ile ilgili inanç değişimi sürecine girdiğinin anlaşıldığı bu sözlerinde, geometri öğrenebilmek için kesinlikle bir yönlendirme olması gerektiğini, bunu sınıf ortamında öğretmenin anlatarak, bilgisayar destekli ortamda ise çalışma yapraklarını kendisinin doldurarak yaptığını belirtmektedir. Ancak, geometriyi, kendini mutlu hissettiği, bir şeyler bulabilmenin gururunu yaşadığı bilgisayar destekli ortamda öğrenmeyi tercih edeceğini de belirtmektedir.

Fatih ise, inançlarında çok az bir değişimin olduğunu, öğretmen anlatmadan da geometri öğrenilebilmesinin ise konunun niteliğine bağlı olduğunu belirtmektedir.

Bazı konuların öğretmen olmadan da öğrenilebileceğine bazılarının ise olmadan da öğrenilemeyeceğine inanıyordum. Şimdi biraz daha öğrenebileceğime inanıyorum ama bazı konuları öğrenmek gerçekten zor. Örneğin sinüs, kosinüs bunları öğrenmek zor.

Uygulama yaptığımız hafta bir matematikçi olan Nash'in Nobel ödülüne uzanmasını konu edinen 'Akıl oyunları (A Beautiful Mind)' filmini izlediğini söyleyen Seval'in Nash'in matematik yapma anlayışının Cabri Geometri ortamında kendisine tanıdığını şöyle açıklamaktadır:

Bilmiyorum şu en son çıkan 'Akıl oyunları' filmini izlediniz mi? Nash her ne kadar hasta gibi görünse de bence o adam çok akıllı. O adamı diğerlerinden ayıran en önemli özelliği 'o adam kendi doğrularını ortaya koyuyor.' Hep kendi doğrularını kendi buluyor. Hatta derslerin insanları körelttiğini düşündüğü için herkes derse girerken o kütüphane de araştırma

yapıyor. Bizim buradaki çalışmalarımız da bu açıdan güzel. Biz burada hep derse giriyoruz ama bizde burada kendi doğrularımızı ve teoremlerimizi oluşturunuz.

Seval, bu sözleriyle Cabri geometri ortamında kendisine kendi matematiğini kurma fırsatı verildiğini belirtmektedir.

3.2.2.2. Öğrencilerin Geometri ile İlgili Değişen Görüşleri:

Öğrencilerle yapılan mülakatlar sonucunda öğrencilerin bir kısmının matematiği algılayış şekillerinde bir değişim olduğu gözlenmiştir. Bu değişim matematiği, birbiri ile ilişkisiz, anlamsız formüllerin ardı ardına sıralandığı bir ders olarak görmekten, matematiği, yorum gerektiren, bireyi bilişsel bir takım çıkarımlar yapmaya zorlayan anlayışa doğru bir değişimdir.

Tuğba, matematiği algılayışındaki değişimi çok net bir şekilde şöyle açıklamaktadır:

Buradaki derslere başlamadan önce, geometriyi sayısal olduğu için zaten sevmiyordum. Biz ilkokuldayken, geometri basitti şimdi çok karmaşık geliyor. Şekillere bakınca karmaşık geliyor. Çözüm gelmiyor. Bir sürü formül vardı ve ben bunları ezberlemekte sorun çekiyordum. Bu yüzden formülleri yazıp odamın duvarına astıyordum. Sonrada bunları unutmamak için sürekli bakıyordum. Yani matematiği, ezber olduğu için hiç sevmiyordum. Şimdi şekle bakınca, formülü ezberlemek yerine formülü kendim bulabilirim, şekli nasıl çevirirsem daha iyi bulabilirim diye düşünüyorum. Artık şekle bakınca kendimin üretebileceği saçma olmayan şeyler bulabilir miyim diye düşünüyorum. Buda bana geometriyi yavaş yavaş sevdirmeye başladı. Bu dersler tüm seneye yayılarak kullanımda da pratikleşirsek daha çok seveceğime eminim.

Tuğba'nın kendinde meydana geldiğini belirttiği değişim, geleneksel matematik anlayışını yansıtan 'Matematik dersi, soyut, yığın yığın formüllerin ezberlendiği, ilişkisiz ve hayattan kopuk bir derstir.' anlayışından, Schoenfeld'in belirttiği 'Matematik yapı içerisindeki ilişkileri aramaktır' anlayışına doğru bir değişimdir. Çünkü Tuğba, Cabri ile çalışmaya

başlamadan önce kendine verilen formülleri ezberlemesi gerektiğine inanırken, Cabri çalışmalarından sonra, şekil üzerinde nasıl bir değişim yapayım ki, bazı ilişkiler bulabileyim şeklinde düşünmeye başlamıştır.

Ömer'de matematiği şimdiye kadar ezberlenmesi gereken formüller yığını olduğunu düşündüğünü, ancak Cabri ile çalışmalarının bu fikrini değiştirdiğini aşağıdaki gibi açıklamaktadır:

Ben geometrinin formüle dayalı bir ders olduğunu sanırdım. Öğretmen formülü söyleyecek bizde yazacağız. Şimdi ise öyle düşünmüyorum. Matematik insanın beynini çalıştıran bir şey.

Ömer, Cabri ortamının kendisini beynini kullanmaya zorladığını belirttiği bu sözleriyle, Cabri ortamında sürekli beynini zorlamasının matematik anlayışını da değiştirdiğini belirtmektedir.

Adem'de matematik anlayışındaki değişimi, kendi öğretmeninden örnek vererek açıklamaktadır:

İlkokuldayken, öğretmenimiz bize, matematik ezberlenmez diyordu ama biz hep formül ezberliyorduk. Burada matematiğin ezber değil, öğretmenimizin bize söylediği şeyleri kendimizin bulması olduğunu gördüm.

Adem'e matematiğin ezber olmadığı öğretmeni tarafından söylenmiştir. Ancak, Adem bugüne kadar bu sözü destekleyecek pratikte hiçbir durumla karşılaşmadığı için matematiği ezber olarak algıladığını, Cabri ile çalışmaları sonucunda bu fikrinin değiştiğini ve matematiği bir keşfetme aktivitesi olarak gördüğünü belirtmektedir.

Çağla'da bu konuyla ilgili olarak;

Sınıfta, matematik makine gibi, öğretmen anlatıyor, bizde dinliyoruz. Şimdi kağıttaki adımları uygulayarak sınıfta öğretmenin söyleyeceği şeyi kendim buluyorum. Kendim bulunca da hoşuma gidiyor.

Çağla, sınıfta matematik öğrenmeyi ‘makine’ benzetmesiyle ortaya koyarken, aslında, geleneksel ortamlarda öğrencinin, kendine sunulan kalıp bilgileri olduğu gibi ezberleyen, yorum yapamayan bir şekilde algılandığını belirtmektedir. Cabri ortamında ise öğrenmenin merkezinde kendisinin olmasının ve ilişkileri kendisinin bulmasının onu bu yapıdan çıkartarak düşünen bir varlık olduğunu hatırlamasını sağladığını, bunun da kendisine mutluluk verdiğini belirtmektedir.

Seval ise, daha önceki bölümde belirtilen ‘Akıl Oyunları’ filmindeki matematik anlayışını Cabri ortamında, gördüğünü şu şekilde belirtmektedir:

Bu filmi izleyince eğitim sistemimizde aksaklıklar olduğunu düşündüm. Matematik orda gördüğüm gibiye yoruma dayalı ama bize hep kuralları ezberletmeye çalışıyorlar. Bizde ezberliyoruz. Bu yüzden de bizden filmdeki kadar meşhur adamlar çıkmıyor.

Seval, filmde gördüğü matematik anlayışının yoruma dayalı olduğunu ve bu anlayışın, filmdeki karaktere başarıyı yakalatan unsur olduğunu belirtirken, bizim eğitim sistemimizdeki matematik anlayışının ‘Ezbere’ dayalı olduğunu, bunun da başarıyı engellediğini, sonuç olarak da bizim eğitim sisteminden Nash gibi Nobel ödülü alan bireylerin çıkmadığını belirtmektedir.

3.2.2.3. Dinamik Geometri Ortamında Öğrencilerin Kazandıkları Matematiksel Güven

Dinamik geometri yazılımı Cabri ile desteklenmiş derslerin sonlarında öğrencilerle yapılan mülakatlarda, öğrencilerin kendi gayretleri sonucu matematiksel ilişkilere ulaşmalarının onlara matematiksel anlamda bir güven kazandırdığı belirlenmiştir.

Öğrencilerden bir kısmı, Cabri yazılımının sağladığı etkileşimli ortamda, geometrik ilişkileri bulmanın verdiği güvenle, diğer matematiksel ilişkileri de bulabileceklerini belirtmişlerdir. Bu konu da Tuğba:

Matematikteki formülleri birilerinin çok karmaşık şekiller üzerinde çalışarak bulduklarını sanırdım. Ama şimdi onların da bizim gibi

beyinleri olduğunu ve bizimde çalışarak, araştırarak ve bilgisayarları da kullanarak bunları kendi başımıza bulabileceğimize inanıyorum

Tuğba, Cabri Geometri ile çalışmaya başlamadan önce matematiksel çıkarımlar sonucu ulaşılan formülleri herkesin yapamayacağı ve anlayamayacağı , sadece çok özel insanların karmaşık yapılar üzerinde çalışarak buldukları sonuçlar olduğunu düşündüğünü belirtirken Cabri Geometri ile bu ilişkileri kendisinin elde etmesinin, çalışarak araştırarak kendisinin de bazı şeyleri yapabileceği fikrine sahip olmasını sağladığını belirtmektedir. Akın'da benzer düşüncelerini:

Genelde matematiğim iyidir. Evde kendi başıma, formülleri kullanarak çok soru çözmüştüm. Ama soruları çözerken kullandığımız formülleri kendimin bulabileceğime hiç inanmazdım. Şimdi ise araştırırsam bulabileceğime inanıyorum.

Akın, geleneksel okul matematiğimizin en büyük problemlerinden birini de dile getirdiği bu sözleriyle, derste öğrendiği formülleri ustalıkla kullanarak soruları çözebildiğini belirtmektedir. Ancak sürekli ezberlediği formülleri sorularda kullanmanın onda matematiğe karşı güvensizlik yarattığını da '*Ama soruları çözerken kullandığımız formülleri kendimin bulabileceğime hiç inanmazdım*' sözleriyle dile getirmektedir. Akın, Cabri Geometri ortamında, soruları çözerken kullandığı formülleri kendisinin çalışarak elde etmesinin, araştırırsam bende bulabilirim fikrini kendisinde yarattığını da belirtmektedir.

Çağla ise, Cabri Geometri ortamının kendinde yarattığı güven duygusunu hacim çalışmaları sırasında yaşadığı deneyimleri ile örneklemektedir:

Sınıfta öğrendiğimiz bağıntıların nedenini bilemiyoruz. Sadece bağıntıları ezberliyoruz. Böyle olunca da öğrendiğimiz yeni bağıntılardan başka bir formül türetemiyoruz. Bugün, prizmanın hacminden piramidin hacmini yorum yaparak bulabildik. Bize böyle imkanlar sağlanırsa başka şeylerde bulabiliriz.

Öğrencilerden bir kısmı ise daha da iddialı bir şekilde, Cabri ortamında bazı matematiksel sonuçları, araştırarak, deneyerek bulmanın kendilerini motive ettiğini ve belki de ileriki hayatlarında kendilerinin bulabileceği matematiksel sonuçlara kendilerini sevk ettiğini belirtmişlerdir. Fatih:

Burada kendimi öğrenmek için sanki daha sorumlu hissediyorum. Çalışma yapraklarını kendim doldurmazsam öğrenemem. O halde çok çalışıp doldurmalıyım diye düşünüyorum. Hem böyle matematikle ilgili şeyleri insan kendi bulunca ileride belki bende başka şeyler bulabilirim diye düşünüyorum, bu da hoşuma gidiyor.

Fatih, Cabri geometri ile hazırlanmış, çalışma yaprakları ile desteklenmiş etkinliklerin öğrenme sorumluluğunu, geleneksel ortamlardan farklı olarak tamamen öğrencinin üzerine bıraktığını belirtirken, bu sorumluluk duygusuyla keşfettiği matematiksel ilişkilerin kendisinde 'Acaba ileri de bende bir şeyler bulabilir miyim?' fikrini kendinde uyandırdığını belirtmektedir.

Seval'de:

Ben ileride büyük bir buluş yaparak büyük bir insan olmak isterim. Ama bunu sürekli öğretmenin söylediklerini ezberleyerek yapamam. Burada en son yaptığımız Pisagor bağıntısı gibi, ünlü matematikçilerin formüllerini araştırarak kendimiz buluyoruz. Bu da bana ileride düşlediğim hayalime ulaşmak için güven veriyor.

Seval, kendisinin de gelecekte, Pisagor bağıntısı gibi ilişkileri keşfederek büyük bir insan olabileceğini ancak, geleneksel okul yapısının kendisine bu imkanları sunmaktan çok uzak olduğunu belirtmektedir. Geleneksel okul yapısının kendisine bu imkanları sunmadığını belirten Seval, Cabri geometri'nin kendisine sağladığı dinamik yapı içerisinde bazı matematiksel sonuçlara kendi gayretleri sonucu ulaşmanın, bu amaca ulaşmak için kendine güven verdiğini ifade etmiştir.

Akın ise bilim alanında ünlü biri olmanın ön şartlarını deney yapmak, düşünmek ve araştırma yapmak olarak gördüğünü, Cabri Geometri'nin kendine bu deneyimleri yaşama fırsatı sağladığının dile getirmektedir. Akın'la yapılan mülakattan bir gün önce, değişik gazete ve haber programlarında bir Türk bilim adamının sürtünmesiz bir yüzey oluşturduğu belirtilmekteydi. Bu haberin de etkisi ile Akın, bir bilim adamı olmayı ve Cabri Geometri'nin bunun için sağladığı kolaylıkları aşağıdaki gibi belirtmektedir:

İleride bilim alanında ünlü biri olmak isterdim. Ama şarkıcı olarak değil, Dün Türkiye gazetesinde okudum bir Türk bilim adamı Amerika'da sürtünmesiz bir şey bulmuş onun gibi. Ama yeni bir şey bulmak için de düşünmek, araştırmak ve deney yapmak gerekiyor. Burada çalışırken kendimi bu söylediklerimi yapabilecek bir ortamda hissettiğimi söyleyebilirim..

Öğrencilerden, Anıl ve Adem'de Cabri ortamında kazandıkları güven duygusunu, kendilerini, yeni bir şeyler bulmuş büyük insanlar gibi düşündüklerini belirterek dile getirmişlerdir. Adem, duygularını,

Burada geometri öğrenmek ile sınıfta geometri öğrenmek arasında çok fark var. Burada hem eğlenerek öğreniyorum hem de bir şeyleri kendim bulabiliyorum. Bu da beni mutlu ediyor. Nedenini bilmiyorum ama burada kendimi bazen büyük bir insan gibi hissediyorum.

şeklinde belirtirken, benzer şekilde Anıl'da,

Bunları yapınca çok hoşlandım. Kendimi büyük bir adam gibi sandım. Matematikteki formülleri bulan da bir insan beyni. Bunları bulunca ben de acaba kendim şekilleri hareket ettirip bir şeyler bulabilir miyim diye düşündüm.

şeklinde düşüncelerini açıklamaktadır.

Öğrencilerin Cabri ortamında kazandıkları güven duygusunu, genel olarak 3 şekilde belirtmişlerdir:

1. Araştırır, çalışır, uğraşırsak diğer matematiksel sonuçlara da ulaşabiliriz.
2. Cabri gibi uygun ortamlar sağlanırsa, gelecek yaşantımızda biz de büyük buluşlar yapabiliriz.
3. Cabri geometri ile çalışırken kendimizi önemli insanlar olarak görüyoruz.

3.2.2.4. Öğrencilerin Cabri Ortamında Geometriye Yönelik Tutumları:

Yapılan mülakatlarda, öğrencilerin Cabri ortamında Geometri öğrenmeye yönelik olumlu tutumlar geliştirdiklerini belirlenmiştir. Öğrencilerin tamamı bu ortamı zevkli, eğlenceli bulmuşlardır. Tuğba, geometriye yönelik değişen tutumunun lisede seçeceği bölümü de etkileyebileceğini;

Artık şekle bakınca kendimin üretebileceği saçma olmayan şeyler bulabilir miyim diye düşünüyorum. Buda bana geometriyi yavaş yavaş sevdirmeye başladı. Lisede sözeli değil de eşit ağırlığı mı seçsem diye düşünüyorum. Bu dersler tüm seneye yayılarak kullanımda da pratikleşirsek daha çok seveceğime eminim.

Tuğba, daha önceki bölümlerde sözel derslerinin daha iyi olduğunu, bu nedenle lisede de sözel bölümleri seçmek istediğini belirtirken, sözlerinde de değiştiği gibi, Cabri ortamında keşfederek geometri öğrenmenin kendisine geometriyi sevdirmeye başladığını dile getirmektedir. Bu yolla da lise hayatı boyunca matematik ağırlıklı olduğu için seçmeyi düşünmediği bölümleri artık düşünmeye başladığını da eklemektedir. Kullanımda sorunlar yaşadığını da belirten Tuğba, Cabri ile geometri derslerinin tüm yıla yayılmasının bu problemini aşacağını ifade etmektedir.

Dinamik Geometri yazılımı Cabri ile geometri çalışmanın kendisine çok eğlenceli geldiğini, her hafta bu dersin başlamasını sabırsızlıkla beklediğini söyleyen Anıl; bu heyecanını şu şekilde ifade etmektedir:

Burada öğrenmek bana eğlenceli geldi. Her hafta buraya gelmeyi sabırsızlıkla bekliyorum. Yani sanırım matematiğe olan ilgim arttı. Hatta geometri eğlenceli gelmeye başladı.

Hidayet’de duygularını;

Öğretmenimiz aslında bir çok şeyin ispatını göstermiyor. Ama gösterdikleri de karmaşık, can sıkıcı ve zor. Ama burada hem doğruluğumu görüyorsun hem de hoşuma gidiyor.

şeklinde belirtmiştir. Hidayet’in bu sözleri, geleneksel okul geometrisinde, bir çok teoremin ispatı yapılmadığını, öğrencilerin teoremden geçen formülleri aynen ezberlediklerini ortaya koymaktadır. Ayrıca, yapılan ispatların büyük bir kısmının da öğrencilere zor geldiği, öğrencilere sıkıntı verdiği anlaşılmaktadır. Hidayet Cabri ortamında yapılan görsel ispatlarınsa hem kendisini tatmin ettiğini hem de hoşuna gittiğini belirtmektedir. Adem’de benzer duygularını;

Burada geometri öğrenmek sınıfta geometri öğrenmekten hem daha kolay hem de daha zevkli
sözleriyle dile getirmiştir.

Akın ise Cabri ortamında, yeni bir şey keşfetmenin verdiği heyecanı;

Bilgisayar başında ilk defa matematik öğreniyorum ve her çalışma sonucunda bulduğumuz sonucu ilk kez ben buluyormuş gibi heyecanlanıyorum.

şeklinde ifade etmektedir.

Fatih, Cabri geometri ortamında ilişkileri keşfetmenin kendisine hoş geldiğini;

Burada öğrenmek güzel oluyor., bir yandan ekrandaki şekli hareket ettiriyoruz, biraz çalışma yapraklarını dolduruyoruz. Bu arada da öğreniyoruz. Yani kendimiz yapıyor, kendimiz öğreniyoruz.

cümleleriyle belirtmektedir. Fatih, Cabri geometri ortamının güzel olmasının nedenini, şekillerin hareket edebilmesi, harekete bakarken çalışma yapraklarının doldurulması ve bu aktivitelerin sonunda da matematiksel ilişkileri yakalamanın verdiği keşfederek matematik öğrenmeye bağlamaktadır.

Ömer ve Çağla ise, ekranda nesneleri hareket ettirme ve bunun sonucu oluşan ilişkileri araştırarak çalışma yapraklarını tamamlamayı bulmaca çözmeye benzetmişlerdir: Ömer bu durumu:

Özellikle programda şekilleri tutup çekme çok güzel. Sonra da çalışma yapraklarını dolduruyoruz bulmaca çözer gibi.

cümlesiyle açıklamıştır.

Genel olarak öğrenciler, dinamik bir ortamda keşfederek matematik öğrenmeyi, geleneksel ortamın sıkıcı yapısına göre çok daha hoş, keyifli ve heyecan verici olarak tanımlamışlardır.

3.2.2.5. Öğrencilerin Geleneksel Sınıf Ortamı ile Dinamik Geometri Ortamını Karşılaştırmaları:

Çalışmanın bu bölümünde, öğrencilerin geleneksel sınıf ortamı ile Cabri ortamını karşılaştırdıkları ifadeleri yer almaktadır:

Bugün için, ilköğretim düzeyinde matematik öğretimini şekillendiren en önemli unsur, herkesin kabul edeceği gibi, liselere giriş sınavlarıdır. Bu sınav sisteminin şekillendirdiği geleneksel ortamlarda, öğrencilere ilgili matematiksel formüller doğrudan sunulmakta ve öğrencilerden, kendilerine sunulan bu formülleri kullanarak soruları çözmeleri beklenmektedir. Tuğba, geleneksel sınıf yapısının bu özelliğinin, beklentilerini nasıl şekillendirdiğini aşağıdaki gibi açıklamaktadır:

Buranın sınıftan çok farkı var. Orda hep fen lisesi sınavlarına hazırlanmak için problem çözüyoruz. Öğretmenimiz bize böyle bir kurs olacağını söylediğinde yine bizi Fen Lisesi sınavlarına hazırlamak için matematik problemi çözeceğimizi sandım. Ben matematiği ve sayıları sevmem. Sözel derslerim daha iyi. Özellikle tarihim iyi çünkü orda hep neden-sonuç ilişkileri var. Ben yorum yapmayı severim. Fen liseleri hazırlık sınavlarında 90 sözel yapıyorum, fenim de fena değil ama matematiğim iyi değil. Burada da problem çözeceğimizi sandığımda

gerçekten üzüldüm. Ama burada gördüm ki, geometri ezberlemek değilmiş. Çalışma yaprakları ile bilgisayarı birlikte kullanınca kendim yorum yapıyorum ve kendimi bulmaca çözer gibi hissediyorum.

Tuğba, geleneksel sınıf ortamında, sürekli olarak soru çözdüklerini ve Cabri ile derslere başlamadan önce, böyle bir kurs olacağını duyduğunda yine Fen liseleri sınavları için kendilerini soru çözdürüleceğini sanarak üzüntü duyduğunu belirtmektedir. Tuğba, matematiği, sevmeme nedeni olarak, matematiği ezber bir ders olarak gördüğünü, ancak kendisinin ise yorum yapmayı seven bir kişi olmasını göstermektedir. Cabri ortamında, tanıdığı, matematik anlayışının geleneksel ortamdan çok farklı olduğunu ve aslında matematiğin ezber bir ders olmayıp yorum yapmayı gerektirdiğini görmesinin, matematiğe daha olumlu bakmasını sağladığını belirtmektedir.

Fatih'te Tuğba ile benzer bir şekilde, sınıf ortamında geometriyi sürekli soru çözerek öğrendiklerini, buna karşın Cabri ortamında, soruları çözerken kullandıkları formülleri kendilerinin bulduklarını ve bu şekilde geometri öğrenmenin daha zevkli olduğunu şu şekilde belirtmektedir:

Sınıfta geometriti sürekli soru çözerek öğreniyoruz. Burada ise soruları çözmek için gerekli formülleri kendimiz öğreniyoruz. Bence bu daha zevkli.

Öğrencilerden, bir kısmı ise geleneksel sınıf ortamında, kendilerini pasif hissettiklerini, Cabri ortamının ise kendilerinden sürekli gayret istediğini ve bunun sonucu olarak da derse aktif katılımlarının gerçekleştiğini belirtmektedirler. Anıl kendisini bu konuda en doğal olarak ortaya koyabilen öğrenciydi:

Normal sınıflarda, öğretmen anlatıyor, bizde dinliyoruz. Bazen dalıp gidiyorum. Çünkü öğretmen anlatınca ben beynimi çalıştırmıyorum ki. Ama burada her şeyi ben yapmak zorundayım. Dalıp gitmeye bile vaktim yok. O kağıtlardaki işlemleri basamak basamak yapıp sonuçta bir şey buluyoruz. Bu benim için gerçekten ışıktı.

Anıl, geleneksel sınıf ortamında sürekli olarak öğretmenin dersi anlatıp kendilerinin dinlemesinin dersten kopmalarına neden olduğunu, Cabri ortamında ise öğrenme sorumluluğunun kendilerine atanmasının, aktif olarak derse katılımlarını sağladığını belirtmektedir. Seval’de benzer duygularını:

Sınıfta hep öğretmen anlatıyor bizde dinliyoruz. Burada kendimiz gayretli bir şekilde çalışıyoruz ve uğraşıyoruz. Kendi çalışmalarım sonucu kendim öğrendiğim için bu öğrendiklerimi hiçbir zaman unutmam. Çünkü bazı şeyleri görmeye çalışıyorum. Sonra da benden gördüğüm şeyleri matematiksel olarak ifade etmem isteniyor. Bende bunu yapmaya çalışıyorum.

Seval, Cabri ortamının sürekli kendisini aktif tuttuğunu belirtmekte ve çalışma yapraklarında kendisinden sürekli olarak bazı ilişkileri görmesinin istenmesinin kendi bilgilerini kendisinin kurmasını sağladığını , bu şekilde bilgilerini yapılandığı için de bu bilgileri bir daha unutmayacağını söylemektedir.

Hidayet’e göre geometri de hayal gücü çok önemlidir ve geleneksel ortamların sabit yapısının kendilerine bu gücü geliştirmeyi sağlayacak olanakları sunmaktan yoksundur. Cabri Geometri’nin hareketli yapısı ise bu olanağı kendilerine sağlamaktadır.

Geometri de bence hayal gücü önemli, sınıfta öğretmenimiz bazı komuları anlatırken şurayı tutup buraya taşırsak üst üste gelir diyor ama bunları beynimizde canlandırmamız zor oluyor. Çünkü defterdeki şekil hareket etmiyor. Burada şekilleri kendimiz hareket ettirdiğimiz için daha iyi anlıyoruz. Ayrıca bu sayede hayal gücümüz de artıyor. Paralel kenarı dikdörtgene çevirdiğimiz örnekte sanki iki elimle paralel kenarı düzeltip dikdörtgene çevirdik gibi hissettim.

Adem’de Hidayet’e benzer şekilde, Cabri ortamının geleneksel ortamdaki en önemli farkının geometrik şekillerin hareket edebilmesi olduğunu belirtmekte ve bu hareketin geometriyi çok daha kolay ve zevkli hale getirdiğini şu şekilde ifade etmektedir:

Burada geometri öğrenmek sınıfta geometri öğrenmekten hem daha kolay hem de daha zevkli. Şekli hareket ettirdiğinde oyun oynuyormuş gibi oluyorsun. Ayrıca şekli hareket ettirdiğinde istediğin şeyleri bulabiliyorsun. Kağıtlarda hep ilişki buldun mu? diye soruluyor. Hareket ettirince o istediğin ilişkileri bulabiliyorsun.

Akın ise, Cabri ortamının sınıf ortamına göre kendilerine çok daha serbestlik tanıdığını, sınıf ortamında öğretmene sormaya çekinebileceği bir çok şeyi bilgisayarla tekrar tekrar yaparak kendisinin öğrendiğini, matematiksel ilişkileri kendisinin keşfetmesinin ise anlayamama ihtimalini ortadan kaldırdığını:

Sınıfta matematiği öğretmen anlatıyor, burada ise kendimiz bulmaya çalışıyoruz. Öğretmen anlattığı zaman bazı komuları anlayamayabiliyoruz. Ben bazen anlamadığım yeri öğretmene sormaya çekiniyorum. Burada ise serbest oluyoruz ve kendimiz buluyoruz. Kendimiz yaptığımız içinde anlamama olayı daha az oluyor. Hem burda birşeyi yapamayınca yeniden başlayabiliyoruz.

şeklinde belirtmektedir.

Çağla'da Cabri Geometri'nin kendilerine uygun deneyim ortamları sağladığını, tarım dersinde yaşadığı örnekler ile anlatmaya çalışmaktadır:

Bence dersler uygulamalı olduğu zaman daha iyi öğreniyoruz. Örneğin tarım dersinde öğretmen, topraktan toprak çeşitlerinden bahçeden bahsediyor ma bunları sınıfta yapıyor. Halbuki bizi bahçeye, yada bir tarlaya getirse her şeyi görerek öğreniriz. Burada da öyle geometrideki her formülü şekiller üzerinde uygulama yaparak buluyoruz.

Öğrencilerin, Cabri ile desteklenmiş ortamlar ile geleneksel ortamları karşılaştırdıkları ifadelerini genel olarak aşağıdaki gibi özetleyebiliriz. Öğrenciler,

1. Geleneksel ortamlarda soru çözerek geometri öğrenirken, Cabri ortamında, keşfederek geometri öğrendiklerini,
2. Geleneksel ortamlarda pasif dinleyici durumunda iken Cabri ortamında Aktif katılım sağladıklarını,

3. Geleneksel ortamlarda, geometri öğrenmek zor ve sıkıcı iken, Cabri ortamında kolay ve zevkli olduğunu,
 4. Geleneksel ortamlarda şekillerin sabit olduğunu, Cabri ortamında ise şekillerin hareketli olmasının kendilerine yeni olanaklar sağladığını,
 5. Geleneksel ortamlarda görerek, yaşayarak öğrenme imkanları yokken, Cabri Geometri'nin kendilerine bu olanakları sunduğunu,
- belirtmektedirler.



4. TARTIŞMA

Farklı bilgisayar yazılımları, öğrencilerin düşünme becerilerini geliştirmede farklı roller oynar. Ancak ortak amaçları, öğrenciye bir matematikçi gibi davranma fırsatı tanımak olmalıdır[5]. Bu nedenle, bilgisayarın, öğrencinin varsayımda bulunmasını, test etmesini, genelleme yapmasını sağlayan bir araç olarak kullanılmasından kasıt; öğrencinin bir çoğu yıllar önce bulunan matematiksel sonuçlar hakkında fikir sahibi olmasını sağlamanın yanında, öğrencinin bir matematikçinin, matematiksel sonuçlara varırken attığı adımları atmasını, kendine has özgün bir düşünme tarzı geliştirmesini sağlamaktır[3]. Bu yolla, matematikçilerin yaptığı matematik ile öğrencilerin kullandıkları matematik arasındaki boşluğu kapatacak köprüler kurulabilir. Matematikçilerin matematiği ile öğrencinin matematiği arasında kurulan bu köprüler yardımıyla, öğrenci, matematiği kendinden uzak, ulaşamaz, anlaşılabilir sembollerin ve formüllerin art arda sıralandığı, akademisyenlerin loş koridorlarda birbirlerinin kulağına fısıldadığı bilgiler yumağı olarak değil, bir takım düşünme alışkanlıkları olarak görecektir. Çünkü matematik birileri tarafından bulunmuş matematiksel sonuçlardan oluşmuş bir bilim dalı değil, bir düşünme biçimidir[13]. Yeni bir müfredat geliştirme yaklaşımının temellerini oluşturan bu matematiksel alışkanlıklardan bazılarını şu şekilde sıralamaktadır: Yapı içerisindeki sabit ilişkileri araştırmak; yapı içerisindeki değişkenleri değiştirip yeni duruma uygun düzenlemeler yapabilmek; deneyimlerden yararlanarak çıkarımlara ulaşabilmek; yapı içerisindeki sabit ilişkileri bulup bunların nedenlerini sistematik bir biçimde araştırabilmek; sözel veya görsel sunulan bilgileri birbirine dönüştürebilmek; yapı içerisindeki ilişkileri formal veya informal olarak sunabilmek, şekilleri yorumlayabilmek, varsayımda bulunabilmek ve genelleme yapabilmek; görselliği kullanabilmek . Goldenberg bazılarını sıraladığımız bu düşünme alışkanlıklarının öğrencilere kazandırılabilmesi için genelde bilgisayarın özelde ise DGY'lerin önemli bir role sahip olduğunu belirtmektedir[39]. Çalışmadan elde edilen bulgulara, Goldenberg'in bu görüşlerini doğrulamaktadır. Öğrenciler, Dinamik ortamda kazandıkları güven sayesinde kendilerini birer matematikçi gibi görmeye ve matematiksel ilişkileri keşfedebileceklerine inanmaya başlamışlardır.

Bilgisayar teknolojisinde yaşanan hızlı gelişmelerin geometri sınıflarına yansımaları olan DGY'ler, matematik eğitiminin, bu amaçlara ulaşabilmesi için umut vaat etmektedir.

DGY'lerin en önemli ve onları diğer geometri yazılımlarından ayıran özellikleri, oluşturulan şekillerin çeşitli dönüşümler altında, taşınabilmesi, değiştirilebilmesi ve hareket ettirilebilmesidir[9],[39]. Geleneksel okul geometrisinde kağıt-kalem-cetvel ve pergel ile oluşturulan şekiller sabittir ve bu sabitlik geometrik nesnelerin üzerinde araştırma yapma imkanlarını sınırlamaktadır. DGY'lerin getirdiği bu yeni yaklaşım, sabit olan geometrik nesneleri bilgisayar ekranında hareketli hale getirmektedir. Dinamik geometri yazılımlarının sahip olduğu bu en önemli özellik sayesinde öğrenciler çalışma boyunca geometrik şekiller üzerinde araştırma yapma fırsatını yakalamışlardır.

Matematiksel yapı içerisindeki değişmeyen ilişkileri araştırmak geliştirilen bir çok teoremin temelini oluşturur. Kaput'a göre, matematiksel düşüncenin en önemli özelliği, yapı içerisindeki sabit ilişkileri soyutlayabilmektir[19]. Bununla birlikte, yapı içerisindeki değişmeyen ilişkileri ortaya çıkartabilmek için, bir değişime ihtiyaç vardır. Bu değişim DGY'lerin hareket özelliği ile kolayca sağlanabilir. Kullanıcı DGY'ler aracılığıyla yapısını kurduktan sonra, yapı içerisindeki bazı geometrik nesneleri serbestçe hareket ettirerek bu nesneye bağlı olan yapının diğer elemanlarındaki değişimi gözlemleyebilir[19]. Bu hareket sonucunda, yazılım, geometrik yapının görüntüsünü değiştirse de nesneler arasındaki matematiksel ilişkileri korur[18]. Bu ise yapının altındaki matematiksel ilişkileri soyutlayabilmek için çok elverişlidir. Yani, öğrenci şeklin bir takım özelliklerini değiştirirken değişmeyen matematiksel ilişkileri gözleyerek keşfedebilir. Bu keşif öğrenciye çok güçlü bir varsayımda bulunma imkanı sağlar. Ardından öğrenci bu varsayımını bir çok örnekle destekleyebilir yada reddedebilir. Cabri yazılımı bir araç olarak ekran üzerindeki matematiksel nesneleri değiştirerek matematiksel düşünceleri güçlendirmektedir. Geleneksel ortamlarda görülemeyen, oluşturulamayan bir çok ilişki, özellik, genelleme rahatlıkla çalışılabilmektedir. Cabri ile geometrinin temel elemanlarının bir kısmı değişmez bir kısmı değişken olarak tanımlayabilmemiz, bir kısmını birbirine bağlı olarak tanımlayabilmemiz yapıyı bunlara bağlı olarak hareket ettirdiğimizde bize geometriyi dinamik olarak inceleme fırsatı verir[1]. Yani, bağımsız değişkenlerin hareketiyle, bağımlı değişkenlerin bunları takip etmesi ancak mevcut ilişkilerin hep sabit kalması soyutlama ve keşfetme için çok idealdir. Öğrenci Cabri ekranında bir yapı oluşturabilir ve bu yapıda mevcut olan sabit ilişkileri araştırabilir. Öğrenci şeklin farklı konumları için bir çok örnek görürken, bazı ilişkilerin bu değişimden etkilenmediğini görmesi, ona güçlü bir varsayımda bulunma imkanı sağlar. Ardından, öğrenci ortaya

koyduğu varsayımını programın imkan verdiği ölçülerde test eder. Yapılan çalışma ile öğrencilerin, geometri şekli istedikleri gibi büyütmebilmeleri, küçültmebilmeleri ve gerektiğinde hareket ettirebilmeleri, şeklin farklı konumları için soyut geometrik ilişkilerin öğrenciler tarafından gözlemler sonucunda keşfedilmesini sağlamıştır. Yani bu çalışma ile teorik olarak düşünülen öğrenmelerin uygulamada da gerçekleştiği tespit edilmiştir.

Cabri ortamında keşfederek geometri öğrenmenin öğrencilere sağladığı en önemli avantajlardan biri de öğrencilerin kazandıkları *güven* duygusudur. Öğrenciler kazandıkları bu güveni sınıf içerisinde tamamladıktan sonra, gururla “buldum”, “yeni çalışmaya geçelim” gibi sözlerle dile getirmişlerdir. Öğrenciler, keşfetmenin kendilerine verdiği güvenle, diğer matematiksel ilişkileri de bilgisayar yardımıyla keşfedebileceklerini, hatta kendilerine uygun ortamlar sağlanırsa ileride bilim alanında büyük buluşlar yapabileceklerini belirtmişlerdir. DGY’lerin yaygın olarak son yıllarda elde edilebiliyor olması nedeniyle bugüne kadar DGY’lerin öğrencilere matematiksel anlamda kazandırdığı güven üzerine literatürde benzer bir çalışmaya rastlanmamıştır. Ancak, Lawton’un içerisinde Cabri Geometri yazılımının da bulunduğu grafik hesap makineleri ile yaptığı çalışmada öğrencilerin bu makineleri kullanmasının matematiğe karşı güven kazanmalarını sağladığını tespit etmiştir[74].

5. SONUÇLAR

Çalışmanın bulgularından elde edilen sonuçlar, çalışma problemlerine ışık tutmaları açısından 3 başlıkta toplanmıştır.

5.1. Cabri ile Geliştirilen Geometri Etkinlikleri Öğrenciler için Yeni Olan İlişkilerin Keşfedilmesini Sağlıyor.

Çalışmanın her aşamasında öğrencilerden, Cabri Geometri ve çalışma yapraklarını kullanarak geometrik yapı altındaki matematiksel ilişkileri ortaya çıkartabilmeleri beklenmekteydi. Bu anlamda, yapılan sınıf içi gözlemler ve öğrencilerin doldurdukları çalışma yaprakları, öğrencilerin geliştirilen bilgisayar destekli materyalleri kullanarak istenilen matematiksel ilişkileri keşfedebileceklerini ortaya koymuştur. Öğrencilerin bu keşfetme süresince en büyük yardımcıları Cabri Geometri'nin hareketli yapısı olmuştur. Öğrenciler, yazılımın kendilerine sağladığı bu kolaylığı genel olarak, 'Hareket etmeseydi nasıl bulabilirdik ki?' gibi cümlelerle dile getirmişlerdir. Öğrenciler, hareketli yapının kendilerine sağladığı dinamik deneyim ortamında, ekrandaki şekilleri istedikleri gibi hareket ettirerek Cabri Geometri yazılımının kendilerine dinamik olarak verdiği cevabı gözlemlemişler ve bunu kendi cümleleriyle ifade etmişlerdir. Öğrencilerin, elde ettikleri sonucu, şeklin farklı konumları için de deneyebilmeleri, özelden yola çıkarak genele gitme sürecinde öğrencilere yardımcı olmuştur.

Öğrencilerin, geometrik ilişkileri keşfetmeleri sırasında, Cabri Geometri'nin açı ölçme, alan ölçme gibi özelliklerini sık sık kullanmaları, Cabri Geometri yazılımının öğrencilere sağladığı olanakların gücünü ve bu gücün, matematiksel ilişkileri keşfetme sürecindeki potansiyelini ortaya koymaktadır. Öğrencilerin şeklin farklı konumları için açı, alan gibi değerleri ölçmeleri ve geometrik şeklin hareketiyle bu değerlerin değişmediğini gözlemlemeleri matematiksel yapılarını kurmalarında kendilerine yardımcı olmuştur. Dinamik ortamın sağladığı bu olanak, Goldenberg'in matematiksel düşüncenin temel özelliklerinden biri olarak belirlediği 'Yapı içerisinde değişmeyen ilişkileri araştırmak' düşüncesine doğru öğrencileri yöneltmiştir. Benzer şekilde Goldenberg'de yaptığı çalışma da DGY'larını öğrencilerin bu düşünme özelliğini kazanmada önemli bir etkiye sahip olduğunu belirlemiştir[39].

Öğrencilerin, Cabri Geometri yazılımının farklı özelliklerini kullanarak keşfetme süreçlerini tamamlamaya çalışmaları, bu yazılımın bu süreci kolaylaştırmada önemli bir rol oynayabileceğini göstermektedir. Son iki haftada yapılan çalışmalarda, öğrencilerin Cabri Geometri yazılımının tablolama özelliğini kullanarak genellemelerde bulunabilmeleri, Cabri Geometri'nin öğrencilerin geometrik şeklin, genel durumunu belirlemeleri için önemli katkılar yaptığını ve öğrencilerin bu tablodaki sayısal verileri kullanarak geometrik ilişkileri keşfedebildiklerini ortaya koymuştur. Kısaca, Cabri Geometri'nin hareket, ölçüm, tablolama gibi özellikleri, öğrencilerin, öğretmenden bağımsız olarak kendi matematiksel yapılarını keşfederek kurabilmelerine önemli katkılar yaptığı gözlenmiştir. Bu özellikleri çalışma içerisinde uygun şekillerde kullanan öğrenciler kendi matematiksel yapılarını rahatlıkla kurabilmişlerdir. Genellikle daha üst sınıflar için yapılan araştırmalarda da, öğrencilerin bu yazılımları kullanarak matematiksel ilişkileri keşfederek öğrenebilecekleri ortaya konulmuştur[71], [72], [73]. Ancak yapılan bu çalışmaların bir çoğu çok az sayıda öğrenci ile sınırlı sayıda problem üzerinde yapılmıştır.

Cabri ortamında keşfederek geometri öğrenmenin öğrencilere sağladığı en önemli avantajlardan biri de öğrencilerin kazandıkları *güven* duygusudur. Öğrenciler kazandıkları bu güveni sınıf içerisinde tamamladıktan sonra, gururla “buldum”, “yeni çalışmaya geçelim” gibi sözlerle dile getirmişlerdir. Öğrenciler, keşfetmenin kendilerine verdiği güvenle, diğer matematiksel ilişkileri de bilgisayar yardımıyla keşfedebileceklerini, hatta kendilerine uygun ortamlar sağlanırsa ileride bilim alanında büyük buluşlar yapabileceklerini belirtmişlerdir. DGY'lerin yaygın olarak son yıllarda elde edilebiliyor olması nedeniyle bugüne kadar DGY'lerin öğrencilere matematiksel anlamda kazandırdığı güven üzerine literatürde benzer bir çalışmaya rastlanmamıştır. Ancak, Lawton'un içerisinde Cabri Geometri yazılımının da bulunduğu grafik hesap makineleri ile yaptığı çalışmada öğrencilerin bu makineleri kullanmasının matematiğe karşı güven kazanmalarını sağladığını tespit etmiştir[74].

Öğretmenlerde, geliştirilen bilgisayar destekli materyallerin, öğrencilerin keşfederek geometri öğrenmeleri için çok uygun olduğunu, özellikle Cabri Geometri'nin sahip olduğu görsel özelliklerin soyut olan matematiksel ilişkileri ekranda somutlaştırarak öğrencilerin keşfederek geometri öğrenmeleri için güçlü olanaklar sağladığını belirtmişlerdir. Bununla birlikte, öğretmenler, geliştirilen bilgisayar destekli materyalin, öğrencilerde,

- Kendi yaşantıları yoluyla bilgiye ulaşma sürecine soktuğu için, *kalıcı*,
- Ön bilgilerini kullanmalarını da sağladığı için, *güçlü ve anlamlı*,

öğrenmeler sağlayacağını, Cabri Geometri'nin renkli ve hareketli yapısının, öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına (motivasyon gibi) cevap verebileceğini ve öğrencileri araştırmacı yapılara sahip bireyler haline getirebileceğini de ifade etmişlerdir.

Yapılan sınıf içi gözlemler , öğrencilerin bilgilerini yapılandırma ve keşfederek öğrenme süreçlerinde sosyal etkileşimi çok sıkça kullandıklarını ortaya koymuştur. Bu sosyal etkileşim, bazen öğrenci-öğretmen etkileşimi şeklinde gerçekleşirken çoğu zaman ise öğrenci-öğrenci etkileşimi şeklinde olduğu gözlenmiştir.

Çalışma süresince, öğrencilerin keşfederek öğrenme sürecini etkileyen iki önemli faktör tespit edilmiştir:

- Ön bilgilerdeki yetersizlik: Öğrencilerin bazı çalışmalarda, ön bilgilerindeki yetersizlik ve sahip oldukları kavram yanılgıları çalışmaları uygun biçimlerde tamamlamalarını engellemiştir.
- Matematik dilini kullanmadan kaynaklanan sorunlar: Türk milli eğitim sisteminin 4 genel amacından biri de öğrencinin matematiksel konuşmayı öğrenmesidir[75]. Buna ek olarak NCTM'de öğrencilerin yazılı veya sözlü olarak matematik dilini kullanmasının gereğini belirtmektedir. Pinchbach'da, matematiksel dilin matematiğin önemli bir parçasını oluşturduğu ve öğrencilerin ulaştıkları sonuçları sözlü yada yazılı olarak matematiksel bir formda yansıtması gerektiğini belirtmektedir[76]. Ancak, yapılan çalışmada öğrencilerin bir kısmının istenen ilişkiyi bulmasına rağmen bunu matematiksel bir formda sunamadığını ya da matematik dilini kullanmadaki eksikliklerinden dolayı uygun sembollerle ifade edemediği belirlenmiştir.

5.2. Öğrencilerin Geometriye Yönelik Tutumları Olumlu Yönde Değişmiştir.

Öğrenciler, Cabri ortamında çalışmaya başlamadan önce geometriyi, ezber, soyut, anlamsız formüllerin ardı ardına sıralandığı bir ders olarak gördüklerini belirtmişlerdir ve bunun sonucu olarak da geometri dersini, genel olarak 'sıkıcı', 'karmaşık' ve 'çok ezber' gibi kelimelerle tanımlamışlardır. Öğrenciler, Cabri ile çalışmaya başlamadan önce, geometriyi kendilerine yansıyan bu yapısı nedeniyle öğrenilmesi, diğer bir çok derse göre çok daha zor olarak görürken, bu dersin öğretmen anlatmadan öğrenilmesinin imkansız olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerle derslerde sonra yapılan mülakatlarda, Cabri ile kendilerine sağlanan deneyim ortamında bu fikirlerinin büyük ölçüde değiştiği tespit

edilmiştir. Öğrencilerde geometriye karşı yaşanan bu değişimin nedeni keşfederek, bireysel gayretler sonucu öğrenmenin kendilerine verdiği mutluluk ve matematiksel güven duygusunun olduğu belirlenmiştir. Öğrenciler Cabri ortamında gördükleri geometrinin bir keşfetme aktivitesi, insan beynini çalıştıran ve esnek düşünmesini sağlayan bir anlayışta olduğunu ifade etmişlerdir. Öğrencilerin, bugüne kadar matematik derslerinde yaşadıkları deneyimler nedeniyle, geometrinin sadece pasif olarak dinlenilerek anlaşılabilecek bir ders olduğu yolundaki inançları, geometri keşfedilerek de öğrenilebilire doğru bir değişim geçirmiştir. Öğrenciler, geleneksel geometri sınıflarında kendilerini bir makinenin dişlisi olarak gördüklerini ve görevlerinin kalıp bilgileri ezberlemek olduğunu düşündüklerini ancak Cabri ortamında, öğrenme faaliyetlerinin merkezinde olmalarının kendilerini bu yapıdan çıkararak düşünen, araştıran ve bulan bireyler olduklarını düşünmelerine neden olduğunu belirtmişlerdir.

Kısaca, öğrenciler geleneksel ortamda geometriyi, ezberlenmesi ve gerektiğinde ustalıkla kullanılması gereken formüller yığını olarak görürken Cabri ortamında bu fikirlerinin değiştiğini ve geometriyi, araştırılması gereken ilişkiler bütünü olarak görmeye başladıklarını ifade etmişlerdir. Schoenfel'de okul matematiğinin ilişkiler aranması üzerine eğilmesi gerektiğini, öğrencilerde güçlü öğrenmelerin bu anlayışla birlikte geleceğini ifade etmiştir[65]. Bu anlamda hazırlanan etkinliklerin öğrencileri bu yöne doğru sevk ettiği görülmektedir.

Öğrenciler, geleneksel okul geometrisinin sabit yapısında geometri öğrenmeyi genel olarak 'karmaşık', 'can sıkıcı' ve 'zor', Cabri ortamında geometri öğrenmeyi ise 'zevкли', 'eğlenceli', 'renkli', 'bulmaca gibi' kelimelerle ifade etmişlerdir. Hannafin de yaptığı çalışmada öğrenci ve öğretmenlerin Dinamik Geometri ve geleneksel ortamı benzer kelimelerle ifade ettiklerini belirlemiştir[50].

Genel olarak öğrencilerin Cabri ortamında geometri öğrenme ile geleneksel sınıf ortamında geometri öğrenme ile ilgili yaptıkları ayırım aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1. Geleneksel ortamlarda bol soru çözerek geometri öğrenilirken, Cabri ortamında, keşfederek geometri öğrenilmektedir.
2. Geleneksel ortamlarda, öğrenci, pasif dinleyici durumunda iken Cabri ortamında aktif katılım sağlanmaktadır.
3. Geleneksel ortamlarda, geometri öğrenmek zor ve sıkıcı iken, Cabri ortamında kolay ve zevklidir.

4. Geleneksel ortamlarda şekillerin sabittir. Cabri ortamında ise şekillerin hareketli olmasının kendilerine yeni olanaklar sağlamaktadır.
5. Geleneksel geometri ortamında görerek, yaşayarak öğrenme imkanı yokken, Cabri Geometri'nin kendilerine bu olanakları sunmaktadır.

öğrencilerin Cabri ile geleneksel ortamlar arasında yaptıkları bu ayrımlar, geometriye karşı olumlu tutumlar geliştirmelerini sağlamıştır.

5.3. Öğretmenler Geliştirilen Müfredatla İlgili Olumlu Görüşler Belirtmiştir.

Katılımcı öğretmenler, genel olarak etkinliklerin geometrik kavram ve özelliklerin görselleşmesini, öğrencinin öğrenme sürecine aktif katılımını sağladığı dolayısıyla bu etkinlikler boyunca öğrencilerin zihinsel olarak aktif olması gerektiğini belirtmektedirler. Bu şekilde elde edilen bilgilerin daha etkili, *anlamlı* ve *kalıcı* olacağı konusunda fikir birliğine varmışlardır. Öğrencilerin, bir deneyim ortamında eski bilgilerini ve deneyimlerini işin içerisine sokarak öğrenmelerinin geleneksel geometri eğitimi için çok uygun bir alternatif olduğunu da belirtmişlerdir. Öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfederek kendi gayretleri sonucu bulmalarının kendilerine *güven* kazandıracağını ve bunun öğrencileri ileriki yaşamlarında *araştırmacı kişilikler* kazanmalarını da etkileyeceğini dile getirmişlerdir. Öğretmenlerin tüm bu olumlu görüşleri ders içerisinde, araştırmacı öğretmen tarafından da gözlemlenmiştir. Ancak, öğretmenlerden bir kısmı, ülkemizde öğretmenler üzerindeki müfredat anlamındaki merkezi baskının ve bunun sonucu olarak oluşan zaman darlığının Cabri Geometri gibi dinamik geometri yazılımlarının sınıf ortamındaki kullanımlarını kısıtlayacağını düşündüklerini belirtmektedirler. Öğretmenlerden elde edilen bu sonuçlara paralel sonuçlar Çelik tarafından, matematik öğretmenlerinin grafik hesap makineleri ile geometri öğretimine bakışları konusundaki tez çalışması ile çok daha derin bir şekilde de ortaya konulmuştur[66].

5.4.Geliştirilen Bilgisayar Destekli Materyaller Sınıf Ortamında Uygulanabilir.

Hem yapılan sınıf içi gözlemler hem de öğretmenlerin geliştirilen bilgisayar destekli materyaller hakkındaki görüşleri, bu materyallerin ilköğretim ikinci kademe geometri derslerinde kullanılabileceğini ve mevcut müfredata adapte edilebileceğini ortaya koymuştur. Materyallerin sahip olduğu dinamik yapı mevcut geometri öğretiminin önüne alternatif bir yaklaşım koymaktadır. Öğrenciler geliştirilen bilgisayar destekli materyalleri kullanarak kendi geometrik yapılarını kurma fırsatı yakalamaktadırlar. Bu ise öğrencilerin kalıcı ve anlamlı öğrenmelerini sağlamaktadır. Öğretmenler dinamik özelliğe sahip bu materyallerin geleneksel geometri öğretimi anlayışının yerine çok daha etkili bir yaklaşım getirdiğini belirtmişlerdir. Bununla birlikte bazı öğretmenler Milli Eğitim sistemindeki merkezi baskının benzeri uygulamaların sınıf ortamında kullanılmasını güçleştirdiğini ifade etmişlerdir.

6. ÖNERİLER

Yapılan çalışma ile geliştirilen bilgisayar destekli öğretim materyallerinin öğrencilerin geometri öğrenmesi ve öğretmenlerin de geometri öğretmesi için uygun olduğu sonucuna varılmıştır. Derslerinde bilgisayar destekli etkinliklerden yararlanmak isteyen öğretmenler bu etkinlikleri özellikle matematiksel ilişkilerin keşfedilmesi sürecinde kullanmalıdırlar.

Cabri Geometri ile oluşturulan geometrik şekil ve yapılar kitaplardaki, defterlerdeki gibi sabit değildir. Dinamik bir yapıya sahiptirler. Temel geometrik elemanların birbirine göre durumları ve ilişkileri değiştikçe yapıda değişmektedir. Cabri Geometri'nin bu özelliği öğretmen ve öğrencilerin önüne inamılmaz araştırma ortamları çıkarmaktadır. Ancak oluşturulan bu ortamların uygun şekillerde kullanılabilmesi öğretmenlerin sahip olduğu öğretim felsefesi ile yakından ilişkilidir. Oluşturulan bu ortamların uygun kullanımları öğretmenlere modellenmezse, bu yazılımların doğrudan öğretim yönteminin bir parçası haline gelmesi kaçınılmazdır. Bu anlamda, öğretmenlere, hizmet içi ve hizmet öncesi öğretmen eğitiminde, Cabri geometri gibi Dinamik geometri Yazılımlarının uygun kullanımları örneklenmelidir. Düzenlenecek bu hizmet öncesi ve hizmet içi kursları vasıtasıyla öğretmenlerin rollerini,

- Bilgi aktarıcından, bilgisayar destekli ortamın - yöneticisi ve öğrencilerin öğrenmelerini kolaylaştırmak için rehber pozisyonuna doğru değiştirmeleri
 - Öğrencilerini de pasif dinleyici yerine bilginin aktif kurucuları olarak görmeleri
- sağlanmalıdır. Bunlara ek olarak, bu yazılımları olumlu yönde sınıflarında kullanmak isteyen öğretmenlerin genelde;

- Geometrik yapıların kurulması ve özelliklerinin çalışılması,
- Alıştırma türünden değil, araştırma türünden problemlerin çözülmesi,
- Özelden yola çıkarak genele varılması,
- Öğrencilerin varsayımda bulunmaları ve varsayımlarını formülüle etmelerinin sağlanması
- Dönüşüm geometrisinin çalışılması

konuları üzerinde durmaları, yazılımların potansiyelinden tam olarak yararlanmak için uygun olacaktır. Öğretmenler, öğrencileri derse motive edecek yaklaşımlar kullanmalı, düşünmeye ve yorumlamaya yöneltmelidirler. Derste, disiplini sağlamak adına öğrencilerin bilgilerini

yapılandırmaları süresince önemli bir role sahip olan sosyal etkileşim ortadan kaldırılmamalıdır.

Normal olarak, öğretmenlerden geometri müfredatının bütün konularını içerisine alan etkinlikleri hazırlamaları hem zaman hem de çevre etkenlerinden dolayı beklenemez. Derslerinde, daha çok bu yazılımları kullanmak isteyen öğretmenler kendi yaptıkları projeleri, okul içerisindeki yada yakınlarındaki meslektaşları ile değiş tokuş yaparak bu alandaki repertuarlarını zenginleştirmelidirler. Baki'nin de belirttiği gibi, öğretmenlerimizin bunu internet ortamında kolayca yapmaları mümkündür. Kısaca öğretmenler, daha az anlatan ve açıklayan bunun yanında öğrenci ile daha çok etkileşim içerisinde olan, öğrencinin de bir matematiği olabileceğini her zaman göz önünde bulunduran, zengin deneyim, tartışma, varsayım ve problem çözme ortamları hazırlayıp doğru matematiksel bilgilerin kurulmasını sağlayan öğretmenler olma yolunda kendilerini hazırlamalıdır.

Bu yazılımların eğitim alanında kullanılabilmesi için, liselere ve üniversitelere giriş sınavlarını ve merkeziyetçi yapının öğretmenler üzerindeki baskısını da içerisine alan pek ço alanda köklü değişikliklerin yapılması gerekmektedir.

Bu çalışmadan elde edilen literatür ve araştırma deneyimi ile bu alanda yapılacak araştırmalar için aşağıdaki önerilerde bulunulabilir:

- Öğrencilerin, Cabri Geometri'nin farklı özelliklerini de bilgi kurma süreçlerine adapte edebilmeleri için yazılımın teknik özelliklerinin tanıtımı daha uzun bir süreye yayılmalıdır.
- Hazırlanacak bilgisayar destekli program çok daha uzun bir süre uygulanmalıdır.
- Öğrencilerin bilgi kurma süreçlerini daha ayrıntılı bir şekilde ortaya koyabilmek için daha az öğrenci ile araştırma yapılmalı ve araştırma boyunca öğrencilerle klinik mülakatlar yürütülmelidir.
- Ortaöğretim matematik müfredatını da tarayacak etkinler hazırlanmalıdır.
- Dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin ispatlar üzerindeki başarısını ortaya koyacak çalışmalar yapılmalıdır.

7. KAYNAKLAR

1. Baki, A., Bilişim Teknolojisi Işığı Altında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi, Milli Eğitim Dergisi, 149 , (2001), 26-31.
2. Smid, H.J., Two Reasons For Teachers not to Use Educational Software ,6. Uluslar arası Matematik Eğitimi Sempozyumu, 1988, Budapeşte.
3. Couco, A.A., Goldenberg E.P., A Role for Technology in Mathematics Education, Journal of Education, 178, 2, 1996, 15-32.
4. Wiest, L.R., The Role Of Computers in Mathematics Teaching and Learning. (Ed: Took, J., Handerson N.) Using Information Technology in Mathematics Education, The Howarth Press, 2001, 41-55.
5. Noss R., The Computer as a Cultural Influence on Mathematical Learning", Educational Studies in Mathematics, 19 , (1988), 251-268.
6. Heid, M. K., The Technological Revolution and the Reform of School Mathematics, American Journal of Education, 106, (1997), 5-61.
7. Schaer, D., Lifting The Curtain: The Evolution Of The Geometer's Sketchpad, The Mathematics Educator, 10, 1, (2000), 42-48.
8. Baki, A., Gven, B., Karataş İ., Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Yapısalıcı ğrenme Ortamlarının Tasarımı, I. Uluslar arası ğretim Teknolojileri Sempozyumu ve Fuarı, 2001, Sakarya.
9. Hazzan, O., Goldenberg E.P., Students' Understanding of the Notion of Function in Dynamic Geometry Environments, International Journal Of Computers For Mathematical Learning, 1 , (1997), 263-291.
10. Pratt, D., Ainley J. E. The Construction Meanings for Geometric Construction: Two Constructing Cases, International Journal of Computers for Mathematical Learning 1, (1997), 293-322
11. Hoffer, A., Geometry is more than Proof , Mathematics Teacher, January 1989, 11-18.
12. Villiars D.V., The Future of Scondary School Geometry , Sosi Geometry Imperfect Conference, 1996, Pretoria.

13. Goldenberg E.P., Habits of Mind: As an Organizer for the Curriculum, Journal of Education, 178, 1 , (1996), 13-34.
14. Hölzl, R., How does "Dragging" Affect the Learning of Geometry, International Journal of Computers for Mathematical Learning 1, (1996), 169-187
15. Battista, M.T., Shape Makers: A Computer Environment that Engenders Students' Construction of Geometric Ideas and Reasoning, (Ed: Took, J., Handerson N.) Using Information Technology in Mathematics Education, The Howarth Press, 2001, 105-120.
16. Hannafin R.D., Scott B.N., Identifying Critical Learner Traits in a Dynamic Computer Based Geometry Program", Journal of Educational Research, 92, 1, (1998), 3-12.
17. Took, D.J., Mathematics, the Computer, and the Impact on Mathematics Education, (ed: Took, D.J., henderson N.), Using Information Technology in Mmathematics Education, The Howarth Press, 2001, 1-7.
18. Goldenberg E.P., Cuoco A., What is Dynamic geometry?, (Ed. Lehrer, R., Chazan D.), Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space, Lawrence Erlbaum Associates, 1998, 351-367.
19. Moss, L.J., The Use of Dynamic Geometry Software as a Cognitive Tool, Yayınlanmamış Doktora Tezi, The University of Texas at Austin, 2000.
20. Scher D., Students's Conceptions of Geometry in a Dynamic Geometry Software Environments, Yayınlanmamış Doktora Tezi, New York University, 2002.
21. Edwards, L.D., Exploring the Territory before Proof: Student's Generalizations in a Computer Microworld for Transformation Geometry, International Journal of Computers for Mathematical Learning 2, (1997), 187-215.
22. Hirshhorn D.B., Thompson D.R., Technology and Reasoning in Algebra and Geometry", The Mathematics Teacher, February 1996, 138-142.
23. National Council Teachers of Mathematics (NCTM), Curriculum and Evaluation Standarts for School Mathematics, Reston, 1989.
24. Hoyles C., A Culture of Proving in School, III. Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu, 1998, Trabzon.
25. Saymour Papert, Mindstorms, Computer, and Powerful Ideas, New York: Basic Books, 1980.

26. Akpınar Y., Bilgisayar Destekli Öğretim ve uygulamaları, Anı Yayıncılık, İstanbul, 1999.
27. Hoyles, C., Computer-Based Microworlds: A Radical Vision or a Trojan Mouse, ICME 7, 1992, 171-182.
28. Baki, A., Bilgisayar Destekli Matematik Öğretimi, Basım Aşamasında.
29. Olive, J., Implications of Using Dynamic Geometry Technology for Teaching and Learning, Conference on Teaching and Learning Problems in Geometry, 2000, Fundao, Portekiz.
30. Baki, A., Bell, A. Ortaöğretim Matematik Öğretimi, YÖK/Dünya Bankası Milli Eğitimi Geliştirme Projesi, Ankara, 1997.
31. Durmuş, S. Matematik Eğitime Oluşturmacı Yaklaşımlar, Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri Dergisi, 2000.
32. Laborde, C., Integration of Technology in the Design of Geometry Tasks with Cabri Geometry", International Journal of Computers for Mathematical Learning, 6, (2001), 283-317
33. Olkun, S., Stimulating Children's Understanding of Rectangular Solids Made of Small Cubes, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Arizona State University, 1999.
34. de Villiars, M., The Role and Function of Proof in Mathematics, Pythagoras, 24, 1990, 17-24
35. de villiars M., An Alternative Aproach to proof in Dynamic Geometry, In Designing Learning Environments for developing understanding of geometry andspace, (ed: Lehrer, R , Chazan D.), Mahwah, Lawrence Erlbaum Associares, 1998, 369-393
36. Cha, S. , Noss R. "Investigating Students' Understanding of Locus with Dynamic Geometry,,http://www.ioe.ac.uk/koreansociety/cha_noss02.pdf
37. Güven, B., Karataş, İ., Dinamik geometri yazılımı Cabri ile Geometrik Yer Problemleri, Matematik Etkinlikleri Sempozyumu, 2002, Ankara.
38. Schattschneider D., King J., Preface: Making Geometry Dynamic, (ed: Schattschneider D., King J), geometry Turned on: Dynamic Software in Learning, Teaching and Research, 1997.

39. Goldenberg, E.P., Principles, Art, and Craft in Curriculum Design: The Case of Connected Geometry, International Journal of Computers for Mathematical Learning, 4, (1999), 191-224.
40. Prasmeg, N., Visualisation and Mathematical Giftedness, Educational Studies in Mathematics, 17, (1986), 297-311.
41. Hoz,R., The Effect of Rigidity on School Geometry Learning, Educational Studies in Mathematics, 12, (1981), 171-190.
42. Yerushalmy, M., Daniel, C., Overcoming Visual Obstacles with the Aid of the Supposer, Educational Studies in Mathematics, 21, (1990), 199-219.
43. Clement D.H., (Mis?)Constructing Constructivism, Teaching Children Mathematics, 4, 4, (1997), 198-201.
44. Kasselaar G., Erkens G., Jaspers J., Schif H., Computer Supported Collaborative Learning, Teaching and Teacher Education, 17, (2001), 123-129.
45. Wheatley, G.H., Constructivist Perspectives on Science and Mathematics Learning, Science Education, 75, 1, (1991), 9-21.
46. Smith E., Social Constructivism, Individual Constructivism and Role of Computers in Mathematics Education, Journal of Mathematical-Behavior, 17, 4, (1999), 411-425.
47. Baki, A., Okul Matematiginde Ne Öğretelim, Nasıl Öğretelim?, Milli Eğitim Dergisi, 87, 1994, 72-76.
48. Mcrel E.D., Leong D.J., Scaffolding Emergent Writing in the Zone of Proximal Development, Literacy Teaching And Learning, 3, 2, (1998), 1-17.
49. Crook, C., Computers in the Zone of Proximal Development: Implicators for Education, Computers Education, 17, 1, (1991), 81-91.
50. Hannafin, R.D., Burruss J.D., Little C., Learning with Dynamic Geometry Programs: Perspectives of Teachers and Learners, The Journal Of Educational Research, 94, 3, (2001), 132-144.
51. Hannafin M.J., Hall, C., Land, S.M., Hill, J.R., Learning in Open-Ended Environments: Assumptions, Methods and Implication, Educational Technology, 34, 8, (1994), 48-55.

52. Hooper, S., Cooperative Learning and Computer Based Instruction, Educational Technology Research and Development, 40, 3, 1992, 21-38.
53. Hooper, S., Facts Of Peer Instruction During Computer-Based Mathematics Instruction, Journal of Educational Research, 85, 3, (1992), 180-189.
54. Artzt, A.F., Newman C.M., How to Use Cooperative Learning in the Mathematics Class., Reston Virginia, 1999.
55. Nodding, N. Constructivism in Mathematics Education, (ed: Davis, R.B., Mater, C.A., nodding N.) Constructivist Views on the Teaching and Learning of Mathematics, Reston, Virginia, 1990, 7-18.
56. Yıldırım A., Nitel Araştırma Yöntemlerinin Temel Özellikleri ve Eğitim Araştırmalarındaki Yeri ve Önemi, Eğitim ve Bilim, 23, 112, (1999), 7-17.
57. Çepni, S., Araştırma ve Proje çalışmalarına Giriş, Erol Ofset Matbaacılık, Trabzon, 2001.
58. Kilpatrick, J. A History of Mathematics Education, (ed: Grouws, D.A.) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, New York, 1992, 3-38.
59. Cohen, L., Manion L., Research Methods in Education, Fourth Edition, Routledge, London, 1994.
60. Baumann J.F., Duffy A.M., Teacher- Researcher Methodology: Themes, Variations and Possibilities , Reading Teacher , 54, 6, (2001), 608-616.
61. Zeni, J., A Guide to Ethical Issues and Action Research, Educational Action Research, 6, 1, (1998), 9-19.
62. Moler, J., Action Research with Principals: Gain, Strain and Dilemmas, Educational Action Research, 6,1, (1998), 69-91.
63. Çepni, S., Küçük M., Bacanak A., Fen Bilimleri Eğitiminde Araştırmacı Öğretmen Modelinin Yeri, Yeni Bin Yılın Başında Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu, İstanbul, 2001.

64. Baki, A., Preparing Student Teachers to Use Computers in Mathematics Classrooms through a Long-Term Pre-Service Course in Turkey, *Journal of Information Technology for Teacher Education*, 9, 3, (2000), 343-362.
65. Schoenfeld, A., Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics, (ed: Grouw, D.A.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Macmillan Publishing Company, New York, 1992, 334-370.
66. Çelik, D., Matematik Öğretmenlerinin Grafik Hesap Makineleri ile Geometri Öğretimine Bakışları, Yüksek Lisans Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 2000.
67. Kaptan S., Bilimsel Araştırma ve İstatistik Teknikleri, Tekışık Web Ofset Tesisleri, Ankara, 1993.
68. Bell, J., *Doing Your Research Project*, Third Edition, Open University Press, Philadelphia, 1989.
69. Arseven A. D. , Alan Araştırma Yöntemi, Kadioğlu matbaası, Ankara, 1993.
70. Seyidoğlu H., Bilimsel Araştırma ve Yazma El Kitabı, Kurtuluş Matbaası, İstanbul, 2000.
71. Choi- Koh S.S., A Student's Learning of Geometry Using the Computer, *The Journal of Educational Research*, 92, 5, (1999), 301-311.
72. Cuoco, A. Visualizing the Behavior of Functions, *The Mathematics Teacher*, 88, 7, (1995), 604-607
73. Hoyles, C., Noss R., Dynamic Geometry Environments: What's the Point?, *The Mathematics Teacher*, 87, 9, (1994), 716-717.
74. Lawton, T.C., Effect of Graphing Calculators on Students' Confidence and performance in College Algebra: Race and Gender Releted Difference, Yayınlanmamış Doktora Tezi, University of Central Florida, 1999.
75. Baki, A. Matematik Öğretiminde İşlemsel ve Kavramsal Bilginin Dengelenmesi, Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yılı Matematik Sempozyumu, 1998, Erzurum.
76. Pinchbal, C.L., Using Literature in Mathematics: Gifted Students' Comments, *Gifted Child Today*, 24, 1, (2001), 36-43.

8. EKLER

EK-1- ÇALIŞMA YAPRAKLARI

ÇALIŞMA YAPRAĞI

Çalışma-1

1-) Şekilde renkli olarak belirlenmiş açılar üçgenin hangi açılarını temsil etmektedir?

2-) Ekranda görmüş olduğunuz üçgende N noktasını tutarak yukarıya doğru biraz hareket ettirin. Bu işlem üçgende nasıl bir hareketlenme olmasına neden oluyor?

3-) Bu hareket açıların ölçülerinde bir değişim meydana getirmekte midir?

4-) N noktasını yeniden tutarak A noktasının üzerine getirin ve bırakın. Bu durumda açılar nasıl bir hal aldı?

5-) Açılar bu haldeyken toplamaları hakkında ne söyleyebilirsiniz? Niçin?

6-) Çalışmadan elde ettiğiniz sonucu matematiksel gösterimleri de kullanarak aşağıya yazınız.

Çalışma - 2

- 1-) Dörtgende görmüş olduğunuz renkli açılar, dörtgenin hangi açılarını temsil etmektedir?
- 2-) Dörtgenin bir köşesi olan D noktasını tutarak biraz hareket ettirin. Bu işlem dörtgende nasıl bir değişim meydana getirmektedir?
- 3-) Bu değişim açılarn ölçülerini değiştirmekte midir?
- 4-) 'D' noktasını yeniden tutarak A noktasının üzerine getirin ve bırakın. . Bu durumda dörtgenin iç açıları nasıl bir hal aldı?
- 5-) Açılar bu haldeyken toplamaları hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- 6-) Çalışmadan elde ettiğiniz sonucu matematiksel gösterimleri de kullanarak aşağıya yazınız.

ÇALIŞMA YAPRAĞI

Çalışma-1

AÇIKLAMA: ABC üçgeninin solunda gördüğünüz değerler üçgenin iç açılarının değerlerini soldaki değerlerde kenar uzunluklarını göstermektedir.

- ABC üçgeni herhangi bir köşesinden tutarak serbestçe bir miktar hareket ettirin ve bırakın.

1-) Bu harekete bağlı olarak üçgenin açı ve kenar uzunluklarını değerleri de değişmekte midir?

2-) Üçgeninizi tekrar bir köşesinden tutarak hareket ettirin ve bırakın. Bu işlemi her yapıp bıraktıktan sonra (5 kez) aşağıdaki tabloyu doldurun.

İşlem sırası	En Uzun Kenar	En Büyük Açı	En Kısa kenar	En Küçük Açı
1				
2				
3				
4				
5				

3-) Tabloyu dikkatlice inceleyin. Üçgenin kenarları ile açıları arasında bir ilişki var mıdır? Varsa bu ilişkiyi aşağıya yazınız.

4-) Eğer üçgenin kenarları arasında bir ilişki bulamamışsanız, tabloyu yeniden inceleyin ve aşağıdaki boşlukları doldurarak bu ilişkiyi belirleyin.

Üçgenlerde, büyük açı karşısında,.....

Küçük açı karşısında,..... vardır.

5-) Belirlemiş olduğunuz ilişkiyi göz önüne alarak aşağıdaki tabloyu doldurun.

İşlem sırası	En Uzun Kenar	En Büyük Açı	En Kısa kenar	En Küçük Açı
1	a			C
2		B	a	
3		C		B
4	b		c	

Çalışma-2

AÇIKLAMA: Üçgenin üst tarafında görmüş olduğunuz doğru parçaları, üçgenin kenar uzunluklarının toplamını, mutlak değerce farkını yada bir kenarının uzunluğunu ifade etmektedirler.

1-) Üçgeninizi A,B veya C köşesinden tutarak genişletin veya daraltın. Bu işlem yandaki doğru parçalarında da bir değişim meydana getirmekte midir?

- Üçgeninizi herhangi bir köşesinden tutarak serbestçe hareket ettirin ve doğru parçalarının uzunluklarını gözleyin.

2-) Bu hareket sırasında $|b - c|$ uzunluğu a 'yı geçebilmekte midir?

3-) O halde $|b - c|$ ile ' a ' arasında nasıl bir matematiksel ilişki yazabilirsiniz?

- Üçgeninizi tekrar herhangi bir köşesinden tutarak serbestçe hareket ettirin ve doğru parçalarının uzunluklarını gözleyin.

4-) Bu hareket sırasında ' a ' uzunluğu ' $b+c$ 'yi geçebilmekte midir?

5-) O halde ' a ' ile ' $b+c$ ' arasında nasıl bir matematiksel ilişki yazabilirsiniz.

6-) 3. ve 5.adımlarda bulduğunuz ilişkileri birleştirerek üçgenler için nasıl bir ilişki yazabilirsiniz?

7-) 6. adımda yazmış olduğunuz ilişkiyi düşünerek aşağıdaki noktalı yerleri doldurunuz.

..... $< b <$

..... $< c <$

8-) Çalışma sonucunda ulaştığınız sonucu matematiksel semboller kullanmadan aşağıya özetleyebilir misiniz?

ÇALIŞMA YAPRAĞI**Çalışma-1**

- Ekranda paralelkenarlarının uzunluğu 'a' ve yüksekliği 'h' olan bir paralel kenar görmektesiniz. 1

1-) Bu paralelkenarda A noktasını tutup hareket ettirerek D noktasının üzerine getirin.

2-) Bu hareket sonucunda paralelkenar hangi çokgene dönüştü?

3-) Bu dönüşüm sırasında paralelkenarın alanı değişti mi?

4-) O halde oluşan yeni şeklin alanı ile paralel kenarın alanı arasında nasıl bir ilişki vardır?

5-) Oluşan bu yeni çokgenin kenar uzunluklarını ekrandan bakarak aşağıya yazınız.

Uzun kenar:

Kısa kenar:

6-) Oluşan yeni şeklin alanını veren ilişkiyi ekrandaki uzunlukları kullanarak matematiksel olarak aşağıya yazınız.

7-) 4. ve 5. adımları göz önüne alarak paralel kenarın alanını veren ifadeyi matematiksel semboller kullanarak aşağıya yazın.

8-) Çalışma sonucunda ulaştığımız sonucu bir paralelkenar çizerek matematiksel semboller kullanmadan özetleyin.

Çalışma-2

AÇIKLAMA: Şekilde görüş olduğunuz ABC üçgenin tabanına iki kenarının orta noktasından paralel KL doğru parçası çizilmiştir. Bu nedenle yüksekliği h olan bu üçgenin içerisindeki AKL üçgenin yüksekliği ekranda da görüldüğü gibi $h/2$ 'dir.

1-) Ekranda görmüş olduğunuz üçgenin A noktasını tutarak hareket ettirin.

AÇIKLAMA: Mousenizle A noktasının üzerine gittiğinizde ekrandaki ok işareti büyütece dönüşecek ve ekrana 'Hangi Nesne' mesajı gelecektir. Bu mesajı görünce tıklayın. Açılan menüden üstteki 'Nokta' seçeneğini seçin. Bu esnada nokta yavaş sönmeye başlayacaktır. Tekrar A noktasının üzerine gidin 'Bu Nokta' mesajını ekranda görünce tıklayarak noktayı tutun ve sol tarafa doğru çember şeklinde gidebildiği kadar hareket ettirin. Ardından A noktasının bulunduğu yerde kalan diğer noktayı tutup sağ tarafa doğru çember biçiminde hareket ettirebildiğiniz kadar hareket ettirin.

2-) Bu durumda üçgeniniz hangi çokgene dönüştü?

3-) Bu dönüşüm sırasında üçgeninizin alanı değişti mi?

4-) O halde üçgeninizin alanı ile oluşan yeni şeklin alanı arasında nasıl bir ilişki vardır?

5-) Oluşan bu yeni çokgenin kenar uzunluklarını ekrandan bakarak aşağıya yazınız.

Uzun kenar:

Kısa kenar:

6-) Oluşan bu yeni şeklin alanını veren ilişkiyi matematiksel olarak aşağıya yazın.

7-) 4.ve 5. adımları göz önüne alarak üçgenin alanını veren ilişkiyi matematiksel semboller kullanarak nasıl yazabilirsiniz?

8-) Çalışma sonucunda ulaştığınız sonucu matematiksel semboller kullanmadan şekil çizerek özetleyiniz.

Çalışma-3

- Ekranda üst tabanı 'c', alt tabanı 'a' ve yüksekliği 'h' olan bir yamuk görmektesiniz. Bu yamukta sırasıyla aşağıdaki işlemleri yapın:
- 'A' noktasını sol tarafa doğru çember biçiminde hareket ettirerek 'C' noktasını üzerine getirin.
- 'B' noktasını sağ tarafa doğru çember biçiminde hareket ettirerek 'D' noktasının üzerine getirin.

1-) Bu hareket sonucunda yamuk hangi dörtgene dönüştü?

2-) Bu dönüşüm sırasında mavi ile taralı olan alan değişti mi?

3-) O halde yamuğunuzun alanı ile oluşan şeklinizin alanı arasında nasıl bir ilişki vardır?

4-) Oluşan bu yeni çokgenin kenar uzunluklarını ekrandan bakarak aşağıya yazınız.

Uzun kenar:

Kısa kenar:

5-) Oluşan bu çokgenin alanını veren ifadeyi matematiksel olarak aşağıya yazınız.

6-) 4. ve 6. adımları göz önüne aldığınızda ABCD yamuğunun alanını veren ilişkiyi matematiksel semboller kullanarak nasıl yazabilirsiniz?

7-) Çalışma sonucunda ulaştığınız sonucu matematiksel semboller kullanmadan şekil çizerek özetleyiniz.

ÇALIŞMA YAPRAĞI

Açıklama: Karşınıza çıkan şekilde ST dörtgeninizin orta tabanıdır. Karşılıklı kenarları paralel olan dörtgenlerde orta taban = $\frac{\text{alttaban} + \text{üsttaban}}{2}$ dir.

1-) Yukarıdaki açıklamayı göz önüne aldığınızda $|ST|$ 'yi matematiksel olarak (a,c,h den uygun olanlarını kullanarak) nasıl belirtebilirsiniz?

- Dörtgeninizdeki orta tabanı S noktasından tutarak yavaşça hareket ettiriniz.

AÇIKLAMA: Mousenizle S noktasının üzerine gittiğinizde moseniz büyüteç halini alıp ekranda 'Hangi Nesne?' sorusu görülecektir. Bu mesajı görünce mousenize tıklayın ve açılan menüden alttaki noktayı seçin. Bu durumda S noktası yanıp sönmeye başlayacaktır. S noktasını tutun önce yukarıya doğru gidebildiği kadar sonra da aşağıya doğru gidebildiği kadar hareket ettirin.

2-) Bu işlemin ardından ekranda hangi şekil oluşmaktadır?

3-) Oluşan bu mavi bu şeklin kenar uzunluklarını ve bundan da yararlanarak alanını a,c,h cinsinden aşağıya yazınız.

Uzun Kenar:

Kısa Kenar:

Alan:

-  menüsünden 'Üçgen' seçeneğini seçerek şeklinizin içerisinde ve dışında oluşan AKS, BLT, TND, SCM üçgenlerini çiziniz.

AÇIKLAMA: Örneğin AKS üçgenini çizebilmek için  menüsünden 'Üçgeni' seçin. Ardından Önce A noktasına sonra K noktasına son olarak S noktasına tıklayın. Benzer şekilde diğer üçgenleri de çizin.

- Çizmiş olduğunuz üçgenlerin alanlarını  menüsünden 'Alan' seçeneğini seçerek bulun.

AÇIKLAMA: Örneğin AKS üçgeninin alanını ekranda görmek için  menüsünden 'Alan' seçeneğini seçtikten sonra AKS üçgeninin bir kenarının üzerine gidip 'Bu üçgen' mesajını ekranda görünce tıklayın. Üçgenin alanı ekranda görülecektir.

- 4-) Üçgenlerin alanlar arasında nasıl bir ilişki görmektesiniz. Bu ilişkiyi aşağıya yazınız.
- 5-) Bu durumda mavi ile oluşturmuş olduğunuz şekil ile yamuğunuzun alanlarını karşılaştırdığınızda ne söyleyebilirsiniz?
- 6-) Mavi şeklin alanını 3. adımda bulmuştunuz. Bundan yararlanarak yamuğun alanını nasıl yazabilirsiniz?
- 7-) Dörtgeninizi A noktasından tutarak B noktasının üzerine getirin. Bu durumda hangi şekil oluşmaktadır?
- 8-) Oluşan bu şeklin üst tabanının uzunluğu hakkında ne söyleyebilirsiniz?
- 9-) 6. adımda bulduğunuz formülü ve 8. adımdaki sonucunuzu kullanarak bu yeni şeklin alanını matematiksel olarak aşağıya yazınız.
- 10-) Yeniden A noktasından tutarak size göre ekranın soluna doğru hareket ettirebildiğiniz kadar hareket ettirin. Bu işlemin sonunda oluşan şekil nasıl bir geometrik şekildir?
- 11-) Oluşan bu şeklin özelliklerini düşünerek c'yi a cinsinden nasıl ifade edebilirsiniz?
- 12-) 6. adımda bulduğunuz formülü ve 11. adımdaki sonucunuzu kullanarak bu yeni şeklin alanı hakkında ne söyleyebilirsiniz.
- 13-) Çalışma sonucunda elde ettiğiniz sonuçları aşağıya özetleyiniz.

ÇALIŞMA YAPRAĞI

Çalışma-1

1-) Ekrandaki ABC dik üçgeninin kenar uzunluklarını $|AB| = c$, $|AC| = b$, $|BC| = a$ ile gösterelim. Bu uzunlukları (a,b,c) kullanarak ekranda görmüş olduğunuz aşağıdaki karelerin alanlarını karşlarına yazınız.

A (ABDE)=.....

A(ACGF)=.....

A(BCTS)=.....

- ABDE karesini oluşturan dörtgenleri yeşil renkli köşelerinden tutarak BCTS karesinin içine doğru, gidebildiği kadar hareket ettirip bırakın.
- ACGF karesini F noktasından tutarak BCTS karesinin içerisinde boş kalan yere taşıyın.

2-) BCTS karesinin alanını ABDE ve ACGF karelerinin alanlarıyla tamamen doldurabildiniz mi?

3-) O halde karelerin alanları arasında görmüş olduğunuz ilişkiyi matematiksel gösterimler kullanmadan aşağıya yazabilir misiniz?

4-) Bu ilişkiyi a,b,c uzunluklarını da kullanarak matematiksel olarak nasıl belirtebilirsiniz?

5-) Ekranınız sağındaki uzunlukları elde ettiğiniz formülde yerine koyduğunuzda formülünüz doğru sonuç vermekte midir?

6-) Çalışma sonucunda ulaştığınız sonucu dik bir üçgen çizerek aşağıya yazınız.

Çalışma-2

- Ekranınızın altında bulunan kaydırma çubuğunu kullanarak ekranınızı sağa kaydırınız.

1-) Ekranın sağ tarafında ABC üçgeninin açılarını görmektesiniz.. Bu açılara bakarak, ABC üçgenin açılarına göre nasıl bir üçgen olduğunu söyleyebilirsiniz.

2-) Bir önceki çalışmada yaptığımız gibi, bu üçgenin [AB], [AC], [BC] kenarları üzerine kurulu olan karelerin alanlarını ekrandaki a,b,c uzunlukları cinsinden karşılıklarına yazınız.

$A(ABDE)=\dots\dots\dots$ $A(ACGF)=\dots\dots\dots$ $A(BCTS)=\dots\dots\dots$

- Yine bir önceki çalışmada yaptığımız gibi ABDE karesini oluşturan dörtgenleri yeşil renkli köşelerden tutarak BCTS karesinin içerisine doğru gidebildiği kadar hareket ettirip bırakın.
- ACGF karesini F noktasından tutarak BCTS karesinde boş kalan yere taşıyın.

3-) Bu durumda BCTS karesinin alanı ile ABDE ve ACGF karesinin alanlarını karşılaştırdığınızda aralarında nasıl bir ilişki bulunduğunu aşağıya matematiksel sembolleri kullanmadan yazınız.

4-) Belirlemiş olduğunuz bu ilişkiyi 2. adımdaki eşitlikleri de kullanarak matematiksel olarak ifade edin?

- Taşımış olduğunuz dörtgenleri yeşil köşelerinden tutarak tekrar eski yerlerine getirin.
- ABC üçgeninizi C köşesinden tutup aşağıya doğru gidebildiği kadar hareket ettirin.

5-) Ekranın sağındaki açılarını incelediğinizde ABC üçgeninin açılarına göre nasıl bir üçgen olduğunu söyleyebilirsiniz?

- Yeniden [AB] ve [AC] üzerine kurulu olan kareleri [BC] üzerine kurulu olan karenin içerisine taşıyın.

6-)ABDE ve ACGF karelerini BCTS karesine taşıdığınızda aşağıdakilerden hangisi olmaktadır. Uygun seçeneğin önündeki yuvarlağı işaretleyin.

- ☐ ABDE ve ACGF karelerinin alanları BCTS karesini tam dolduramamaktadır.
- ☐ ABDE ve ACGF karelerinin alanları BCTS karesini tam olarak doldurmaktadır.
- ☐ ABDE ve ACGF karelerinin alanları BCTS karesinin alanını tam doldurmakta hatta fazla gelmektedir.

7-) Bu durumu a,b,c uzunluklarını da kullanarak matematiksel olarak nasıl belirtebilirsiniz.

8-) Çalışmanızın 4. ve 7. adımlarında elde ettiğiniz bilgileri kullanarak nasıl bir sonuca ulaşabilirsiniz?



ÇALIŞMA YAPRAĞI

AÇIKLAMA: Ekranda mavi ile boyalı kısım ABDE karesinin ve sarı ile boyalı olan kısım da ABSN paralel kenarının alanlarını göstermektedir.

- ABDE karesinin ve ABSN paralel kenarının alanlarının ölçülerini tabloda görmek için klavyenizdeki 'Tab' tuşuna basınız.
- ABC dik üçgeninizi B noktasından tutarak biraz hareket ettirin ve yine 'Tab' tuşuna basarak tablonuzu doldurun. Bu işlemi birkaç kez yapın.

1-) Tabloyu incelediğinizde ABDE karesi ve ABSN paralel kenarının alanları arasında bir ilişki görebiliyor musunuz? Varsa bu ilişkiyi aşağıya yazınız.

2-) Karenin ve paralel kenarın alanlarını veren eşitlikleri hatırladığınızda, şekil üzerinde uzunlukları belirtmek için kullanılan harfleri göz önüne alarak (a,b,c,p,q) ABDE ve ABSN dörtgenlerinin alanlarını veren ifadeleri aşağıya yazınız.

A(ABDE)=.....

A(ABSN)=.....

3-) 1. ve 2. adımlarda elde ettiğiniz sonuçları birleştirdiğinizde nasıl bir sonuca varabilirsiniz. Vardığınız matematiksel ilişkiyi aşağıya yazınız.

- Ekranınızın altındaki kaydırma çubuğunu kullanarak ekranınızı sağa doğru yeni şeklinizi görene kadar kaydırınız.
- Ekranın sağ köşesinde ACGF karesinin ve ANMC paralelkenarının alanlarını görmektesiniz.

4-) Bu alanları bakarak ACGF karesinin ve ANMC paralelkenarının alanları arasında nasıl bir ilişkinin olduğunu söyleyebilirsiniz.

- ABC dik üçgeninizi C köşesinden tutarak biraz hareket ettirin ve bu iki alanın ölçülerine bakın. Bu işlemi birkaç kez tekrarlayın.

5-) Bu işlem sonucunda belirlemiş olduğunuz ilişki değişmekte midir?

6-) Karenin ve paralel kenarın alanlarını veren eşitlikleri hatırladığınızda, şekil üzerinde uzunlukları belirtmek için kullanılan harfleri göz önüne alarak (a,b,c,p,q) ACGF ve ANMC dörtgenlerinin alanlarını veren ifadeleri aşağıya yazınız.

A(ACGF)=.....

A(ANMC)=.....

7-) 3. ve 6. adımlarda elde ettiğiniz sonuçları birleştirdiğinizde nasıl bir sonuca varabilirsiniz. Vardığınız matematiksel ilişkiyi aşağıya yazınız.

8-) 3. ve 7. adımlarda ulaştığınız sonuçları aşağıya bir dik üçgen çizerek özetleyiniz.



ÇALIŞMA YAPRAĞI

Çalışma-1

1-) Ekranda tabanının alanı mavi ile boyalı bir prizma görmektesiniz. Prizmanın tabanındaki çokgenin bir köşesi olan A noktasından bu çokgeni tutarak yavaşça yukarıya doğru gidebildiği kadar taşıyınız. Bu işlem sonucunda ekranda meydana gelen değişimi aşağıya yazınız.

2-) Taban alanının yükseklik boyunca hareketi ile oluşan mavi yüzey prizmanın neyini ifade etmektedir.

3-) O halde bu kavramı bu etkinliği göz önüne alarak yeniden tanımlayabilir misiniz? Tanımınızı aşağıya yazınız.

4-) A noktasını yeniden eski konumuna getirerek tekrar yükseklik boyunca yukarıya doğru yavaşça hareket ettiriniz. Bu arada şeklin yan tarafındaki 'Hacim' miktarını da gözleyiniz. h'nin artması ile hacimde nasıl bir değişim olmaktadır?

5-) Hacim ile yükseklik arasında nasıl bir orantı söz konusudur?

6-) A noktası prizmanın tepesindeyken B noktasını hareket ettiriniz. Bu esnada Hacimdeki değişimi gözleyiniz.

7-) Taban alanının büyümesi yada küçülmesi ile hacim arasında nasıl bir ilişki vardır?

8-) Taban alanı ile yükseklik arasında nasıl bir orantı söz konusudur?

9-) 5. ve 8. adımlarda elde ettiğiniz sonuçlar ışığında tüm prizmalar için nasıl bir genel Hacim formülü elde edebilirsiniz? Eğer böyle bir formül elde edemiyorsanız, A noktasını yeniden hareket ettirin ve biraz taşıyın. Ardından klavyenizde bulunan 'Tab' tuşuna basın. Bu işlemi birkaç kez tekrarlayarak tabloyu doldurun. Tablodaki sayısal değerler arasında bir ilişki görebiliyor musunuz? Buna göre formülünüzü yeniden yazınız.

Çalışma-2

1-) Ekranınızdaki piramidin tabanındaki çokgeni A noktasından tutarak yukarıya doğru hareket ettiriniz. Bu işlem sonucunda ekranda nasıl bir şekil oluşmaktadır.

2-) El etmiş olduğunuz yeni şekil ile piramidin birbirlerine göre konumları nasıldır? Aşağıya yazınız.

3-) A noktasını biraz hareket ettirip bıraktıktan sonra klavyenizdeki 'Tab' tuşuna basınız. Bu işlemi birkaç kez tekrarlayarak ekrandaki tabloyu doldurun.

4-) Tablodaki değerlere bakarak Oluşan şeklin hacmi ile piramidin hacmi arasında nasıl bir ilişki gördüğünüzü aşağıya yazınız.

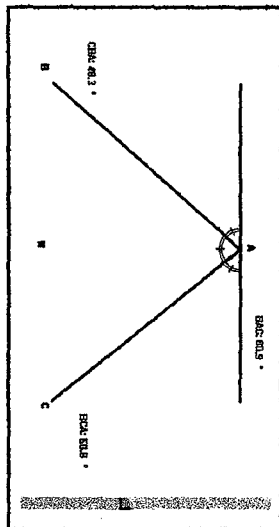
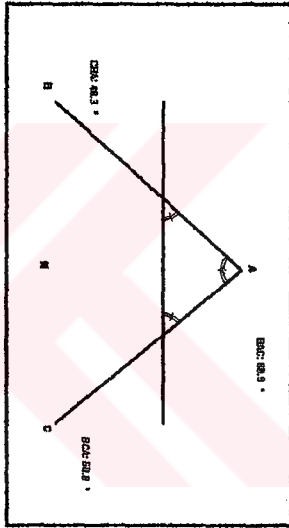
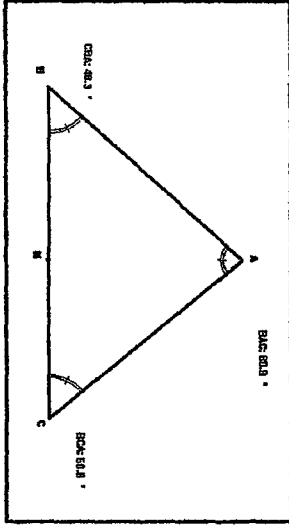
5-) Oluşan şeklin hacmini veren formülü düşünerek piramidin hacmini veren genel formülü aşağıya yazınız.

7-)Bu çalışma sonucunda kazandığınız bilgilerinizi aşağıya özetleyiniz.

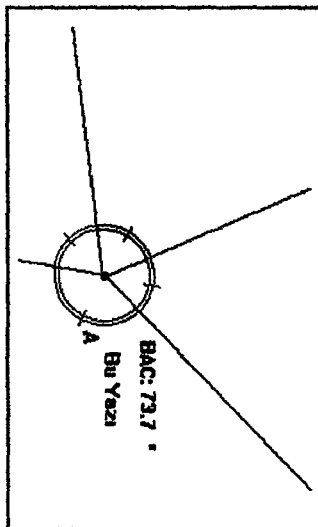
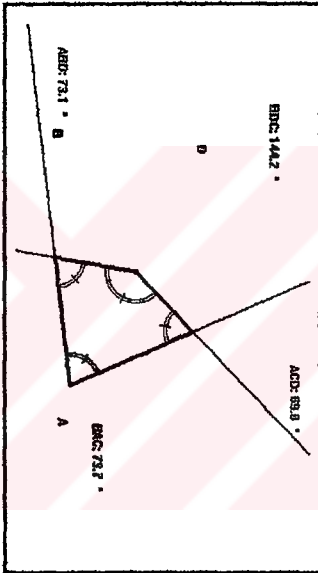
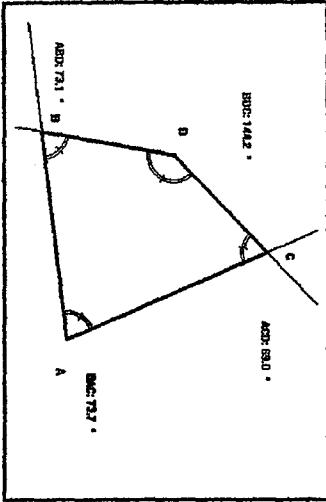
EK-2- UYGULANAN ÇALIŞMALARIN EKRAN GÖRÜNTÜLERİ

2. HAFTA

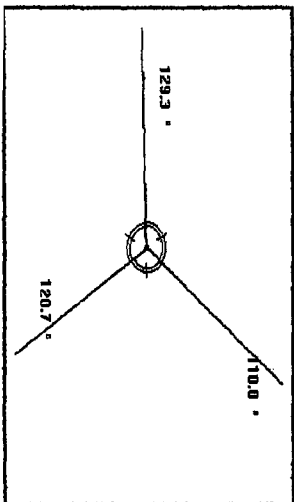
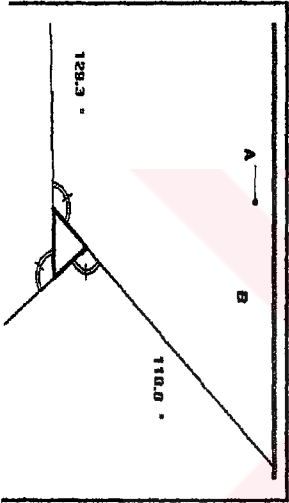
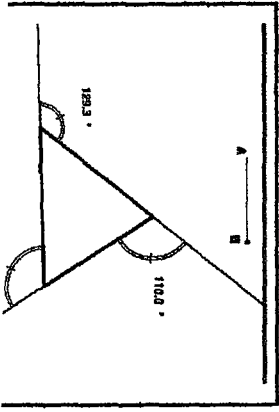
ÇALIŞMA-1 (Üçgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamı 180° dir)



ÇALIŞMA-2 (Dörtgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamı 360° dir)

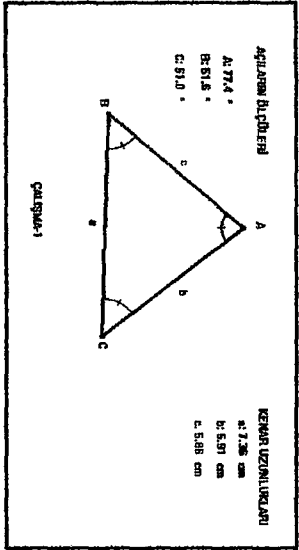


ÇALIŞMA-3 (Çokgenlerin Dış Açılarının Ölçüleri Toplamı 360° dir- Aşağıda üçgen için görülen etkinlik 4 ve 5 genler içinde uygulanmıştır.)

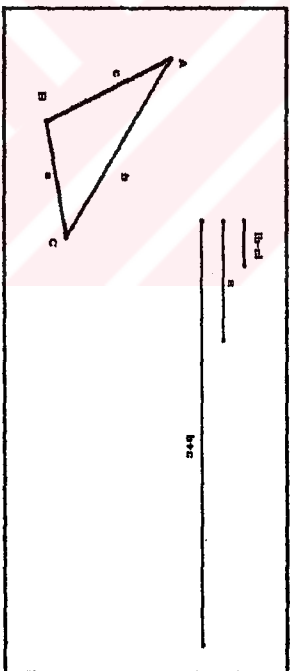
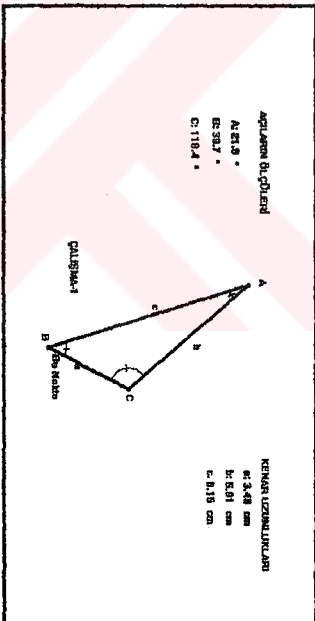
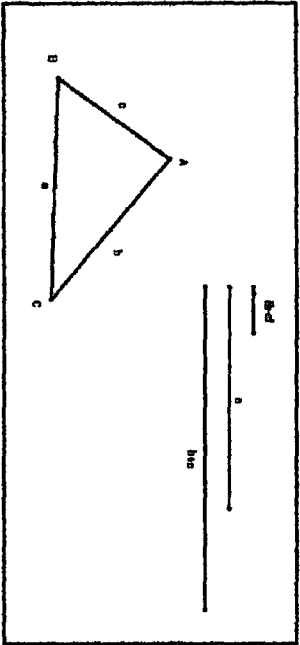


3. HAFTA

ÇALIŞMA-1 (Üçgenin Açısı-Kenarı İlişkileri)

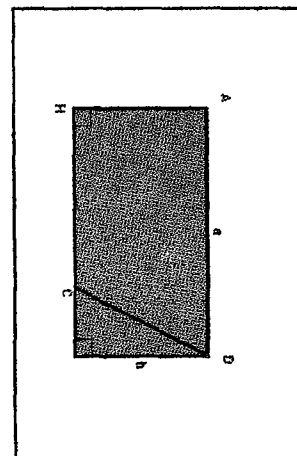
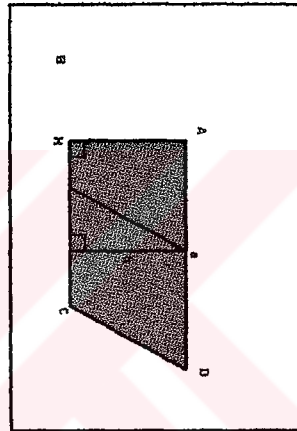
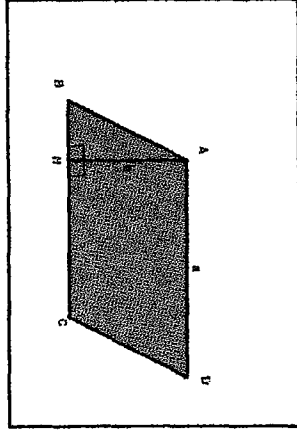


ÇALIŞMA-2 (Üçgenin Eşitsizliği)

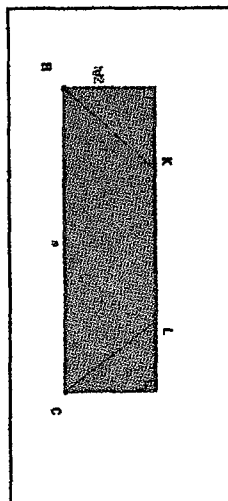
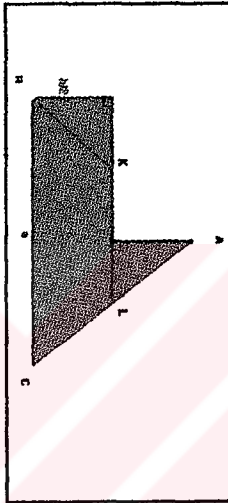
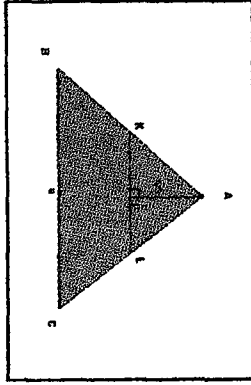


4. HAFTA

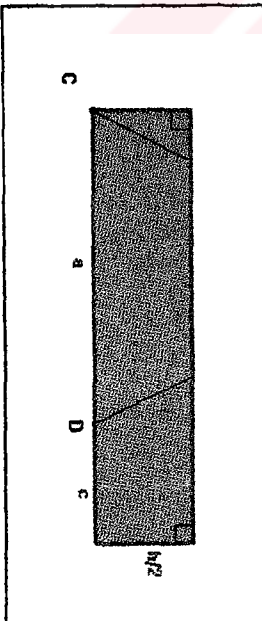
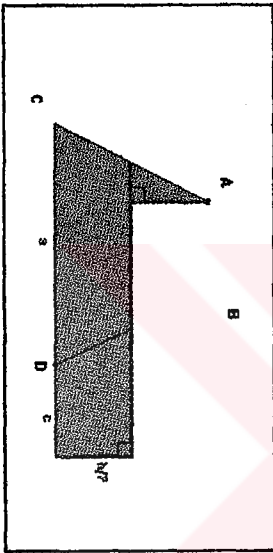
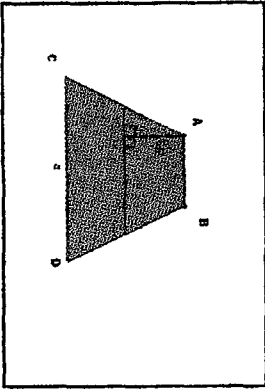
ÇALIŞMA-1 (Paralelkenarın Alanı)



ÇALIŞMA-2 (Üçgenin Alanı)

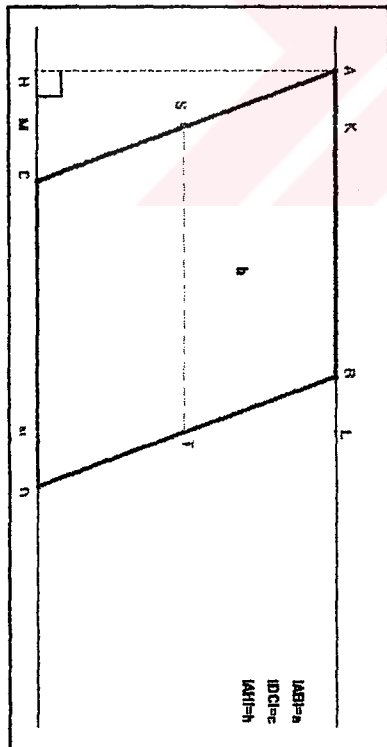
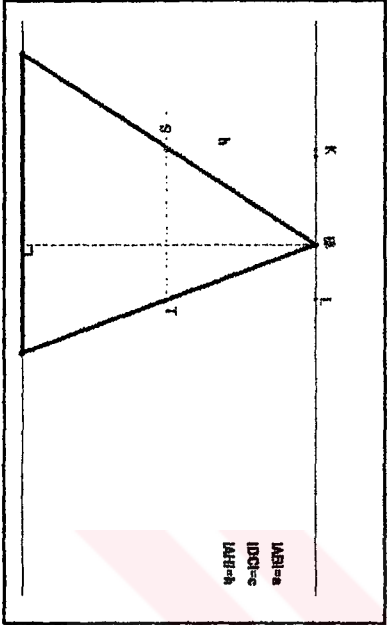
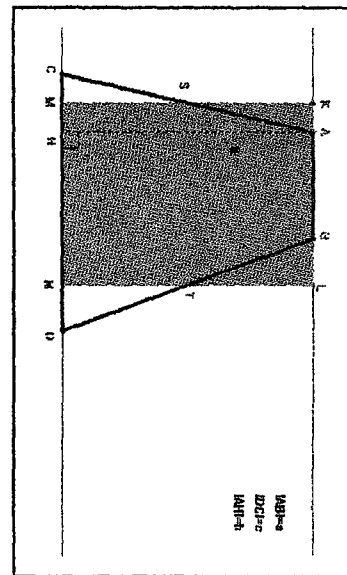
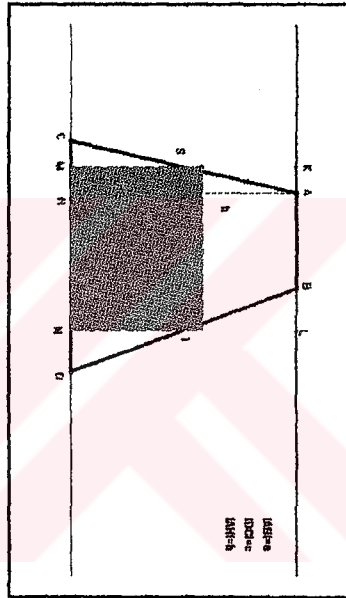
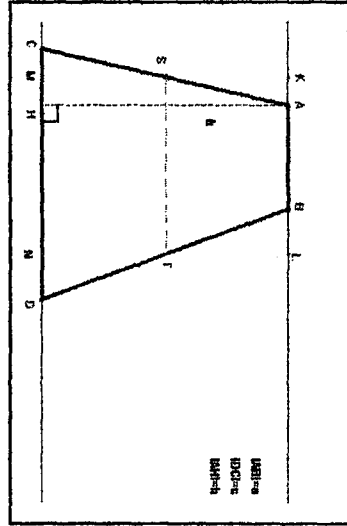


ÇALIŞMA-3 (Yamuğun Alanı)



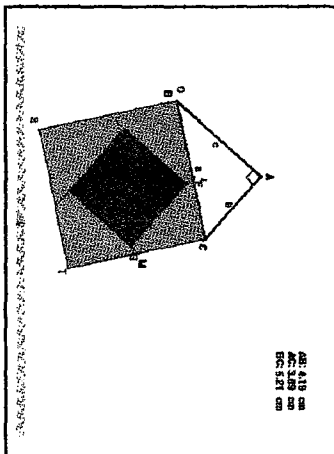
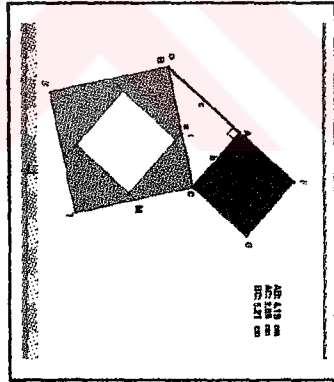
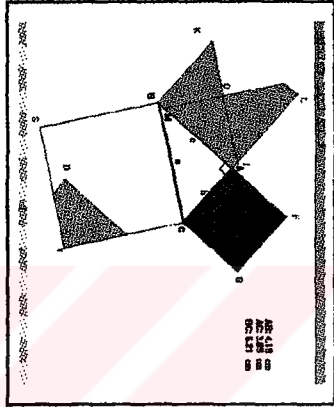
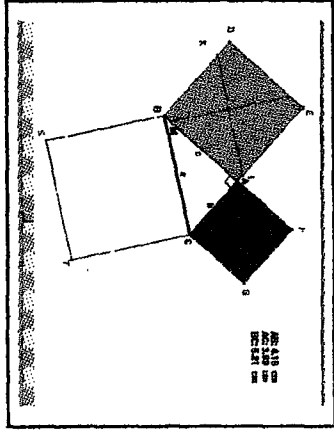
4. HAFTA

ÇALIŞMA-1 (Tamuk, Üçgen ve Paralelkenarın Alanı)

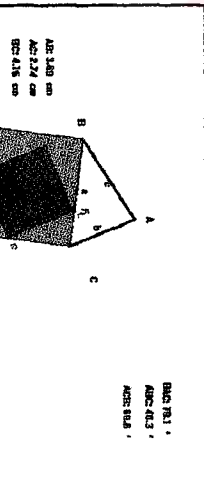
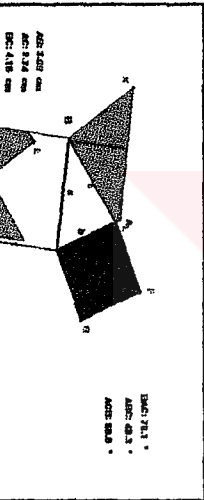
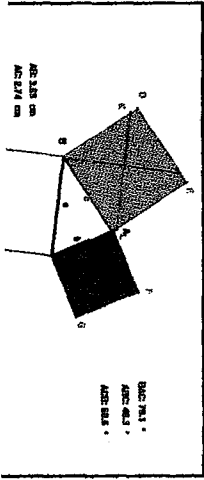
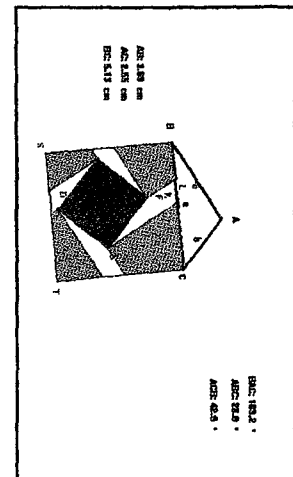
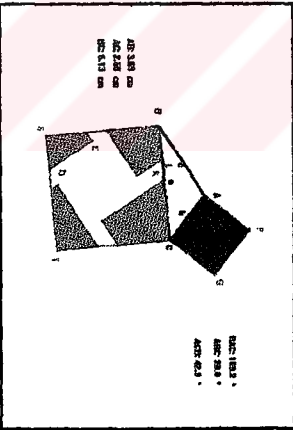
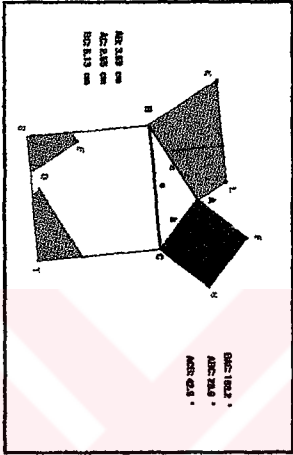
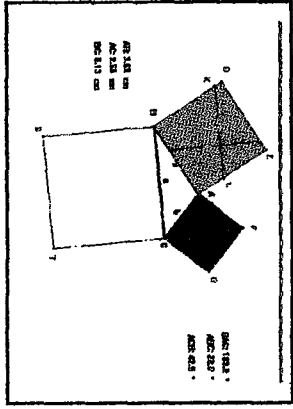


5. HAFTA

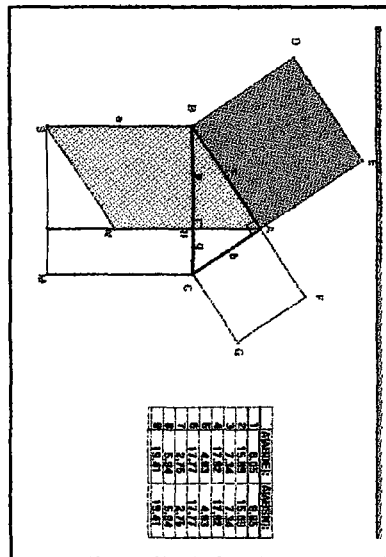
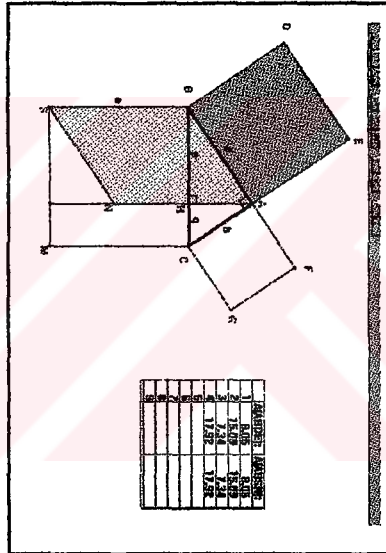
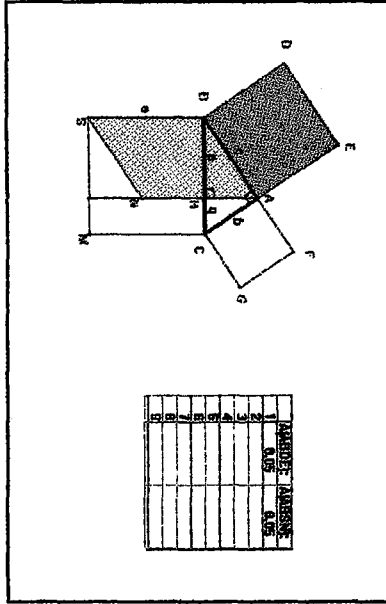
ÇALIŞMA-1 (Pisagor Bağlantısı)



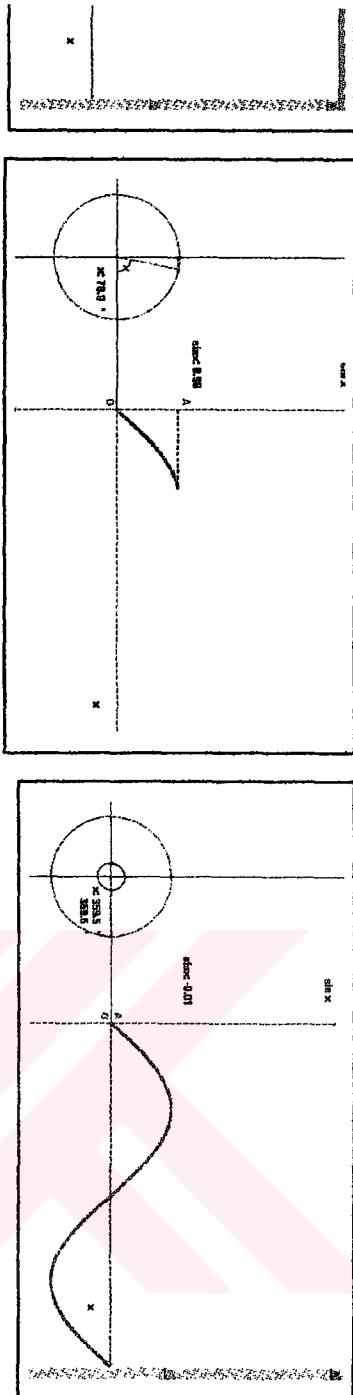
ÇALIŞMA -2 (Pisagor Bağlantısının Dar ve Geniş Açılı Üçgenler için Araştırılması)



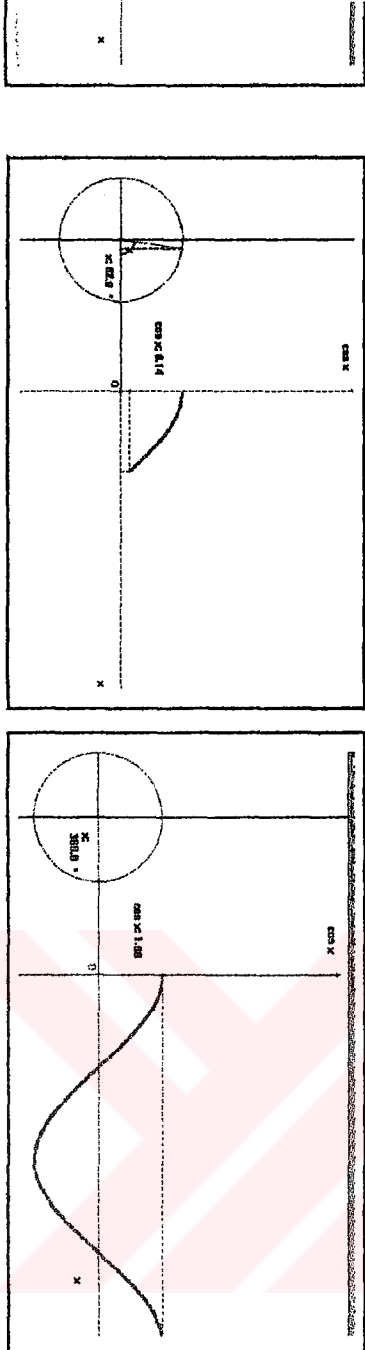
6. HAFTA (Ölölü Bağınısı)



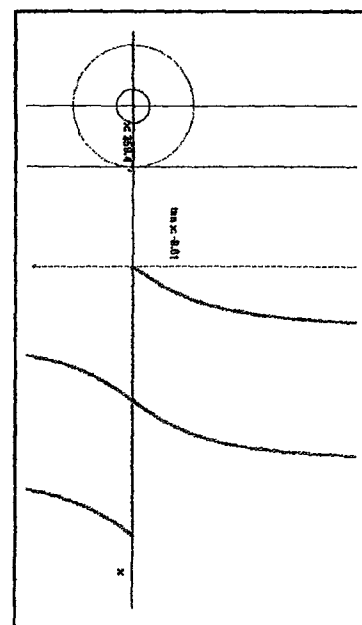
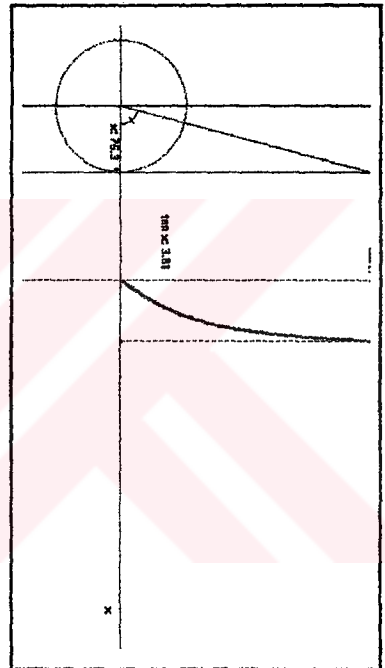
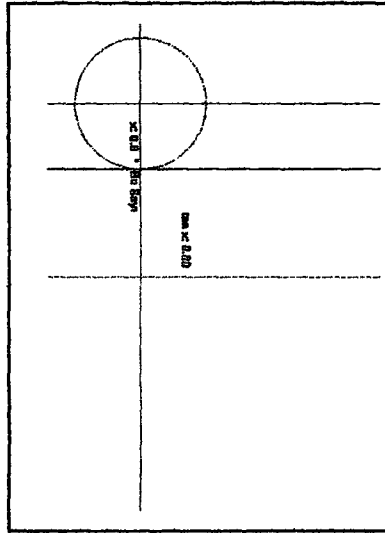
RİLEN FAKAT UYGULANMAYAN ETKİNLİKLERİN EKRAN GÖRÜNTÜLERİ (afığı)



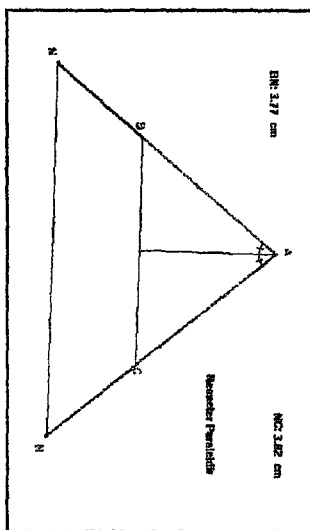
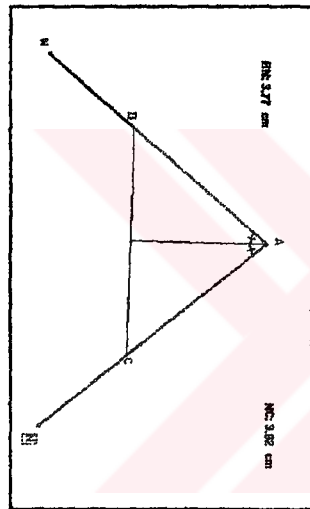
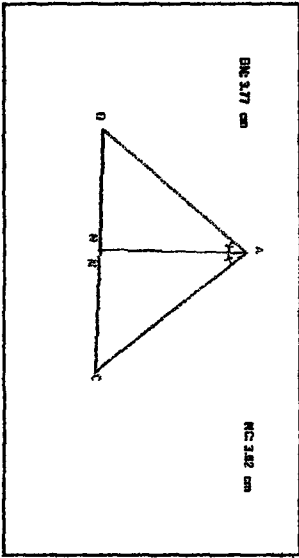
(afığı)



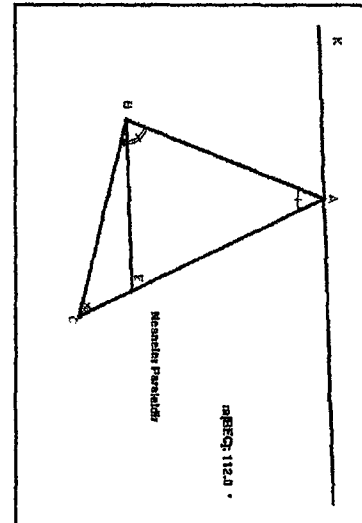
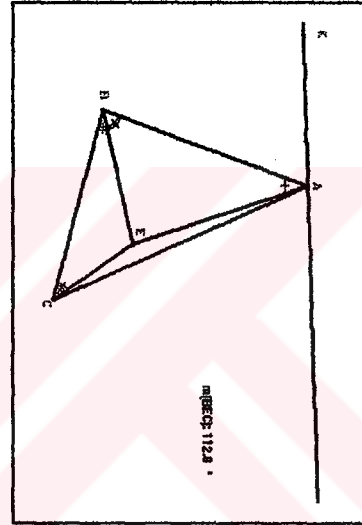
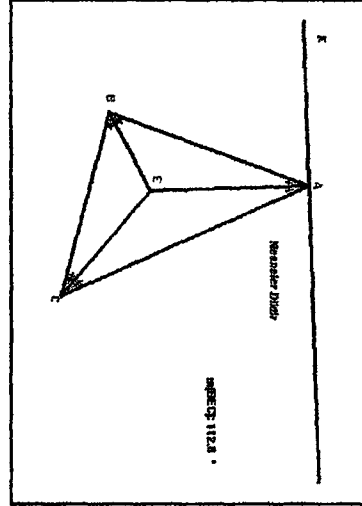
ÇALIŞMA-3 (Tan fonksiyonunun Grafiği)



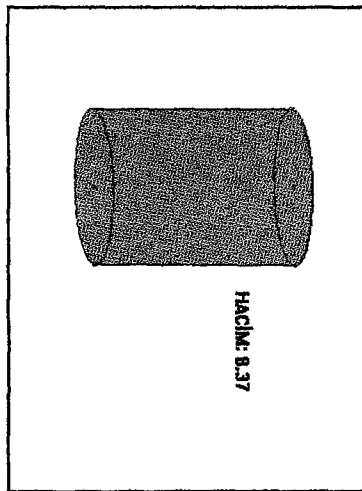
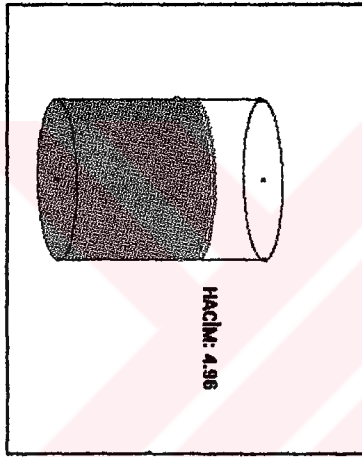
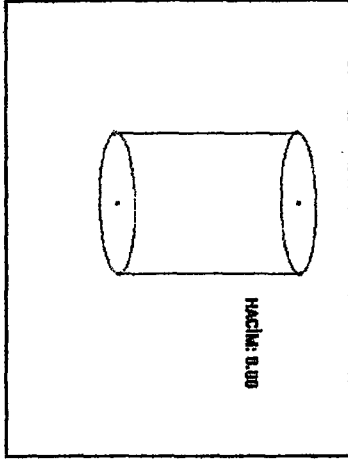
ÇALIŞMA-4 (Açıortay Teoremi)



ÇALIŞMA-5 (Üçgende Açı ortayların Oluşturduğu Açılar)



ÇALIŞMA-6 (Silindirin Hacmi)



ÖZGEÇMİŞ

1978 yılında Trabzon’da doğdu. İlk, Orta ve Lise öğrenimini Trabzon’da tamamladı. 1996 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Bölümünü Kazandı. 2000 yılında bu bölümden birincilikle mezun oldu. Aynı yıl Karadeniz Teknik Üniversitesi Fatih Eğitim Fakültesi ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü Matematik Eğitimi Anabilim Dalı’na araştırma görevlisi olarak atandı ve halen bu görevde çalışmaktadır. Evli ve bir çocuk babasıdır.

