

50250

**DİNAMİK ZEMİN-YAPI ETKİLEŞİMİ
PROBLEMLERİNİN SONLU-SONSUZ
ELEMANLAR VE LAPLACE DÖNÜŞÜM
YÖNTEMİ İLE ANALİZİ**

Beytullah TEMEL

Ç.Ü.

**FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI**

DOKTORA TEZİ

ADANA

MART 1996

Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğüne

Bu çalışma jürimiz tarafından İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalında
DOKTORA TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Erhan KIRAL



Üye : Prof. Dr. Yalçın MENGI

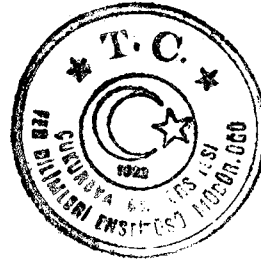


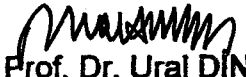
Üye : Doç. Dr. A. Kamil TANRIKULU



Kod No: 338

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.




Prof. Dr. Ural DİNÇ
Enstitü Müdürü

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ŞEKİL LİSTESİ	V
TABLO LİSTESİ	IX
ÖZ	X
ABSTRACT	XI
1. GİRİŞ	1
1.1. Önceki Çalışmalar	2
1.2. Materyal ve Metod	4
2. DÜZLEM ELASTİSİTEDE SONLU ELEMAN SEÇİMİ	6
2.1. Giriş	6
2.2. Düzlem Elastisitenin Temel Kabulleri	6
2.3. Hareket Denklemleri	7
2.4. Uzama Oranları ile Deplasman Arasındaki İlişki	7
2.5. Bünye Denklemi	8
2.6. Sınır Şartları	9
2.7. Virtüel Deplasman İlkesi ile Hareket Denklemlerinin Integral Formda İfadesi	10
2.8. Sonlu Eleman Formülasyonu	12
2.9. Bilineer Dikdörtgen Düzlem Elemanı	15
2.10. Modifiye Dikdörtgen Düzlem Elemanı	16
2.11. Scordelis Dikdörtgen Elemanı	24
2.12. Kuadratik Dörtgen Eleman	27
2.12.1. Düzlem Gerilme/Şekil Değiştirme Hali İçin Eleman Rijitlik ve Kütle Matrislerinin Hesaplanması	28
2.12.2. Eleman Yük Vektörünün Hesabı	32
a) Düzlem Gerilme/Şekil Değiştirme Durumu için Ağırlık Yük Vektörü Hesabı	32
b) Düzlem Gerilme/Şekil Değiştirme Durumunda Eleman Kenarlarına Etkiyen Normal ve Teğetsel Yüklerden Döğüme Gelen Katkılar	33
2.13. Eksenel Dönel Simetrik Gerilme ve Şekil Değiştirmeler	35
2.13.1. Eksenel Dönel Simetrik Hal İçin Sonlu Eleman Yaklaşımı	37

2.14. Özel Bir Örnek Üzerinde Elemanların Karşılaştırılması	41
3. ZEMİN-YAPI ETKİLEŞİMİ	44
3.1. Giriş	44
3.2. Sonsuz Elemanlar	44
3.2.1. Statik Hal	45
3.2.1.1. Bir Boyutlu Tasvir Edilebilen Sonsuz Eleman Hali	45
3.2.1.2. İki Boyutlu Tasvir Edilebilen Sonsuz Eleman	47
3.2.1.2.1. Sonsuz Eleman Rijitlik Matrisi Hesabı	49
a) Düzlem Gerilme/ Şekil Değiştirme Hali	49
b) Eksenel Dönel Simetrik Hal	51
3.2.1.3. Azalan Fonksiyonlu Sonsuz Elemanlar	53
3.2.1.3.1. Azaltma Parametresinin Seçimi	55
3.2.1.3.2. Azalan Fonksiyonlu Sonsuz Eleman İçin Rijitlik Matrisi Hesabı	56
3.2.2. Dinamik Hal	56
3.2.2.1. Harmonik Yük Hali	56
3.2.2.2. Keyfi Değişen Dinamik Yük Hali	60
3.2.2.2.1. Azalan Fonksiyonlu Sonsuz Elemanın Rijitlik ve Kütle Matrisleri	62
a) Düzlem Gerilme / Şekil Değiştirme Hali	62
b) Eksenel Dönel Simetrik Hal	62
3.2.3. Sonsuz Elemanda Sayısal İntegral Yöntemleri	63
3.2.3.1. Newton -Cotes İntegrasyon Yöntemi	63
3.2.3.2. Modifiye Gauss-Legendre İntegrasyon Yöntemi	65
3.2.3.3. Modifiye Gauss-Laguerre İntegrasyon Yöntemi	66
3.3. Viskoz Sınır Şartları	68
3.4. Harmonik Yükleme Halinde Hareket Denklemleri	71
3.5. Keyfi Değişen (Transient) Yükleme İçin Hareket Denklemleri	72
3.5.1. Sonlu Elemanlar Bölgesinde	72
3.5.2. Sonsuz Elemanlar Bölgesinde	74
3.6. Sayısal Direk Laplace ve Ters Laplace Dönüşüm Yöntemleri	75
3.6.1. Direk Laplace Dönüşüm Yöntemleri	75

3.6.1.1. FFT 'ye Dayalı Direk Laplace Dönüşümü	77
3.6.1.2. Analitik Laplace Dönüşümü	77
3.6.2. Sayısal Ters Laplace Dönüşüm Yöntemleri	81
3.6.2.1. " Maximum Degree of Precision (MDOP)" Yöntemi	81
3.6.2.2. Dubner ve Abate'nin Ters Dönüşüm Yöntemi	81
3.6.2.3. Durbin' in Ters Dönüşüm Yöntemi	82
4. UYGULAMALAR	88
4.1. Statik Yük Hali	88
4.1.1. Çizgisel Düşey Yüklü Elastik Yarı Sonsuz Düzlem	88
4.1.2. Boussinesq Problemi	95
4.1.3. Yüzeyine Dik Dairesel Yayılı Yük Etkiyen Elastik Yarım Uzay	101
4.1.4. Yarı Sonsuz Düzlem Üzerine Oturan Tekil Yüklü Rijit Disk	106
4.2. Harmonik Yük Hali	108
4.2.1. Harmonik Şerit Yük Altında Visko-Elastik Yarı Sonsuz Zemin	109
4.2.2. Yarı Sonsuz Zemin Üzerine Oturan Harmonik Çizgisel Yüklü Rijit Temel	113
4.2.3. Harmonik İç Basınca Maruz Küresel Oyuk	116
4.2.4. Yarı Sonsuz Düzlem Üzerine Oturan Harmonik Tekil Yüklü Rijit Disk	120
4.2.5. Yarı Sonsuz Düzlem İçinde Gömülü Harmonik Tekil Yük	122
4.3. Keyfi (Transient) Yük Hali	125
4.3.1. Ortasında Kare Delik Bulunan Sonsuz Levha	125
4.3.2. Yarı Sonsuz Zemin Üzerinde Trapez Şeklinde İmpulsif Şerit Yük	129
4.3.3. Yarı Sonsuz Zemin Üzerine Oturan İmpulsif Şerit Yüklü Esnek Temel	135
4.3.4. Yarı Sonsuz Zemin Yüzeyindeki Açık ve Dolu Çukurlarla Pasif Titreşim İzolasyonu	140
4.3.5. Yarı Sonsuz Zemin Üzerindeki İmpulsif Yük Nedeni İle Dikdörtgen Bir Tünelin Dinamik Davranışı	145
4.3.6. Tabakalı Yarı Sonsuz Visko-Elastik Zeminde Silindirik Boşluk İçinde Patlama	149
4.3.7. Tabakalı Yarı Sonsuz Visko-Elastik Zeminde Küresel Boşluk İçinde Patlama	154

5. ARASTIRMA BULGULARI VE TARTISMA	156
ÖZET	158
SUMMARY	160
EKLER	162
EK 2.A. Bilineer Dikdörtgen Elemana ait Eleman Matrisleri	162
EK 2.B Modifiye Dikdörtgen Elemana ait Eleman Matrisleri	164
EK 2.C Scordelis Dikdörtgen Elemanına ait Eleman Matrisleri	168
EK 4.A VERİ DOSYASI HAZIRLAMA KILAVUZLARI	174
EK 4.A.1. DUZSS1 ve DUZSS2 PROGRAMLARI İÇİN VERİ HAZIRLAMA KILAVUZU	175
EK 4.A.2. DUZSH PROGRAMI İÇİN VERİ HAZIRLAMA KILAVUZU	185
EK 4.A.3. DUZSD PROGRAMI İÇİN VERİ HAZIRLAMA KILAVUZU	186
KAYNAKLAR	189
TEŞEKKÜR	193
ÖZGEÇMİŞ	194

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 İki boyutlu elastisite problemlerinde: (a) Düzlem gerilme; (b) Düzlem şekil değiştirme	6
Şekil 2.2 Sınır şartları	9
Şekil 2.3 Düzlem elastisite problemleri için tipik bir dörtgen eleman	13
Şekil 2.4 Dört düğümlü bilineer dikdörtgen eleman	15
Şekil 2.5 Sekiz bağımsız deplasman durumları	17
Şekil 2.6 Oniki serbestlik dereceli dikdörtgen Scordelis elemanı	24
Şekil 2.7 Sekiz düğümlü kuadratik eleman: (a) Gerçek eleman ; (b) Referans elemanı	27
Şekil 2.8 Birim hacme gelen ağırlık kuvveti	32
Şekil 2.9 Parabolik kenara etkiyen normal ve teğetsel yükler	33
Şekil 2.10 Eksenel dönel simetrik hal	35
Şekil 2.11 Elemanter hacmin uzama oranları	36
Şekil 2.12 Eksenel dönel simetrik kuadratik bir eleman	37
Şekil 2.13 Ucundan yüklü konsol kiriş ve sonlu eleman ağları	41
Şekil 3.1 Bir boyutlu sonsuz eleman: (a) Gerçek eleman; (b) Referans elemanı; (c) Geometrik tasvir fonksiyonları	45
Şekil 3.2 Beş düğümlü sonsuz eleman: (a) Gerçek eleman; (b) Referans elemanı	47
Şekil 3.3 Sonsuz eleman : (a) Gerçek eleman ; (b) Referans elemanı	53
Şekil 3.4 Bir boyutlu elemanda koordinat tasviri: (a) Sistem koordinatında; (b) Yerel koordinatta	57
Şekil 3.5 Sonsuz elemanlar arasında düzenli ve geçişli bağlanmalar	59
Şekil 3.6 Viskoz sınır şartlarının temsil edilmesi	68
Şekil 3.7 Yük fonksiyonunun zamana göre değişimi	78
Şekil 3.8 El-Centro 1940 depremine ait ivmenin K-G bileşeni	79
Şekil 3.9 Tip No:6 olan fonksiyonun zamanla değişimi	84
Şekil 3.10 Tip No:7 olan fonksiyonun zamanla değişimi	85
Şekil 3.11 Tip No:8 olan fonksiyonun zamanla değişimi	86
Şekil 3.12 Tip No:9 olan fonksiyonun zamanla değişimi	87

Şekil 4.1 Yarı sonsuz düzlem şekil değiştirme problemi	88
Şekil 4.2 Problemin sonlu-sonsuz eleman ağı	89
Şekil 4.3 Bu örneğe ait DUZSS1 programı için veri dosyası	90
Şekil 4.4 Yüzeydeki düşey deplasmanın uzaklıkla değişimi	92
Şekil 4.5 Simetri ekseni üzerindeki düşey deplasmanın derinlikle değişimi	93
Şekil 4.6 Simetri ekseni üzerindeki düşey gerilmelerin derinlikle değişimi	94
Şekil 4.7 Boussinesq problemi	95
Şekil 4.8 Simetri ekseni boyunca düşey deplasmanın değişimi	97
Şekil 4.9 Yüzeydeki düşey deplasmanın x- ekseni ile değişimi	98
Şekil 4.10 Yüzeydeki yatay deplasmanın x- ekseni ile değişimi	99
Şekil 4.11 Simetri ekseni üzerindeki düşey gerilmeler	100
Şekil 4.12 Sadece sonlu elemanlar ile sonlu -sonsuz elemanlar birlikte alınarak simetri ekseni üzerindeki düşey deplasmanların değişimi	100
Şekil 4.13 Dairesel yayılı yüklü yarım uzay	101
Şekil 4.14 Yüzeydeki düşey deplasmanların uzaklıkla değişimleri	103
Şekil 4.15 Simetri ekseni boyunca yatay gerilmeler	104
Şekil 4.16 Simetri ekseni boyunca düşey gerilmeler	105
Şekil 4.17 Yarı sonsuz düzlem üzerine oturan tekil yüklü rijit disk	106
Şekil 4.18 Rijit diskin altındaki düşey gerilmenin uzaklıkla değişimi	108
Şekil 4.19 Harmonik şerit yüklü visko-elastik yarı sonsuz zeminin sonlu-sonsuz eleman ağı	109
Şekil 4.20 Yarı sonsuz zemin üzerine oturan harmonik çizgisel yüklü rijit temel	113
Şekil 4.21 Düşey yük altında düşey komplayens değerlerinin frekans ile değişimi	114
Şekil 4.22 Yatay yük altında yatay komplayens değerlerinin frekans ile değişimi	115
Şekil 4.23 Sonsuz ve sonlu-sonsuz eleman ağı: (a) Sonsuz eleman ağı; (b) Sonlu-sonsuz eleman ağı	116
Şekil 4.24 Sonlu-sonsuz eleman ağı için veri dosyası	117
Şekil 4.25 Radyal komplayens değerlerinin frekansla değişimi	118
Şekil 4.26 Yarı sonsuz düzlem üzerine oturan harmonik tekil yüklü rijit disk	120

Şekil 4.27 Rijit diskin altında düşey komplayens değerlerinin frekansla değişimi	121
Şekil 4.28 Gömülü harmonik yüklü yarı sonsuz düzlem	122
Şekil 4.29 Gömülü harmonik yük halinde yüzeyde A noktasında düşey komplayens değerlerinin boyutsuz frekansla değişimi	124
Şekil 4.30 Ortasında kare delik bulunan sonsuz levha	125
Şekil 4.31 Ortasında kare delik bulunan sonsuz levhanın sonlu-sonsuz eleman ağı	126
Şekil 4.32 Kare delikli levhanın veri dosyası	127
Şekil 4.33 A noktasındaki yatay deplasmanların zamanla değişimi	128
Şekil 4.34 Yarı sonsuz zemin üzerinde trapez şeklinde impulsif şerit yük	129
Şekil 4.35 Yarı sonsuz zeminin sonlu-sonsuz eleman ağı	130
Şekil 4.36 E (60',0) noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi	131
Şekil 4.37 D (70',0) noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi	132
Şekil 4.38 F(60',80') noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi	132
Şekil 4.39 G(10',150') noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi	133
Şekil 4.40 C(75',5') noktasındaki düşey gerilmenin zamanla değişimi	133
Şekil 4.41 A(75',55') noktasındaki düşey gerilmenin zamanla değişimi	134
Şekil 4.42 B(75',75') noktasındaki düşey gerilmenin zamanla değişimi	134
Şekil 4.43 Elastik yarı sonsuz zemin üzerinde esnek şerit temel	135
Şekil 4.44 Elastik yarı sonsuz zemin ve temelin sonlu-sonsuz eleman ağı	136
Şekil 4.45 Elastik ve rijit temel durumlarında B noktasındaki düşey deplasman	137
Şekil 4.46 Elastik ($E_t = 100 E_z$) ve rijit temel durumunda A,B ve C noktalarındaki düşey deplasman	138
Şekil 4.47 Elastik ($E_t = 10 E_z$) ve rijit temel durumunda A,B ve C noktalarındaki düşey deplasman	138
Şekil 4.48 Elastik ($E_t = 4 E_z$) ve rijit temel durumunda A,B ve C noktalarındaki düşey deplasman	139
Şekil 4.49 Kütleli ve kütsüz temel halinde A noktasındaki düşey deplasman	139
Şekil 4.50 $E_t = 10 E_z$ ve kütleli temel olması durumunda A, B ve C noktalarındaki deplasmanlar	139

Şekil 4.51 Yan sonsuz zemin yüzeyinde dikdörtgen çukur	140
Şekil 4.52 Yan sonsuz zemin yüzeyinde dikdörtgen çukur ve sonlu-sonsuz eleman ağı	141
Şekil 4.53 ($T/b=0$) durumunda A noktasındaki düşey deplasman	142
Şekil 4.54 ($T/b=4$) için A, B ve C noktalarındaki düşey deplasmanlar	142
Şekil 4.55 A noktasındaki yatay deplasmanın zamanla değişimi ($T/b=3$).	143
Şekil 4.56 A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi ($T/b=3$).	143
Şekil 4.57 A noktasındaki yatay deplasmanların zamanla değişimi	144
Şekil 4.58 A noktasındaki düşey deplasmanların zamanla değişimi	144
Şekil 4.59 Yan sonsuz zemin içinde dikdörtgen tünel	145
Şekil 4.60 Yan sonsuz zemin ve dikdörtgen tünelin sonlu-sonsuz eleman ağı	146
Şekil 4.61 A noktasında düşey deplasmanın zamanla değişimi	147
Şekil 4.62 B noktasında düşey deplasmanın zamanla değişimi	147
Şekil 4.63 C noktasında düşey deplasmanın zamanla değişimi	148
Şekil 4.64 Tünel dolu iken A noktasında düşey deplasmanın zamanla değişimi	148
Şekil 4.65 İki tabakalı visko-elastik zemin içinde silindirik bir boşlukta patlama	149
Şekil 4.66 İki tabakalı zeminin sonlu-sonsuz eleman ağı	150
Şekil 4.67 Silindir içindeki impulsif yükleme nedeni ile A, B ve C noktalarında düşey deplasmanların zamanla değişimi	151
Şekil 4.68 Sonlu-sonsuz , viskoz sınır ve sadece sonlu eleman ile A noktasında düşey deplasmanların zamanla değişimi	152
Şekil 4.69 Tek tabaka halinde A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması	153
Şekil 4.70 Tek ve çift tabaka halinde A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması	153
Şekil 4.71 İki tabakalı visko-elastik zeminde küresel bir boşluk içinde patlama	154
Şekil 4.72 A, B ve C noktalarındaki düşey deplasmanların zamanla değişimleri	155
Şekil 4.73 Tek ve iki tabakalı ortamlarda düşey deplasmanların karşılaştırılması	155

TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1 Serbest uçtaki düşey deplasmanın karşılaştırılması	42
Tablo 2.2 Ankastre uçtaki normal gerilmenin karşılaştırılması	42
Tablo 2.3 Konsol kirişin ilk 10 frekansının karşılaştırılması	43
Tablo 3.1 $f(\xi) = (1+\xi)^2$ için integral sonuçları ($\alpha=1.$)	67
Tablo 3.2 $f(\xi) = \xi / (1+\xi)$ için integral sonuçları ($\alpha=1.$)	67
Tablo 3.3 Zamana bağlı bazı fonksiyonların kapalı Laplace dönüşümleri	76
Tablo 3.4 El-Centro 1940 depremi ivmesinin K-G bileşeninin Laplace dönüşümü	80
Tablo 3.5 Tip No:6 olan fonksiyon ile ilgili karşılaştırma	84
Tablo 3.6 Tip No:7 olan fonksiyon ile ilgili karşılaştırma	85
Tablo 3.7 Tip No:8 olan fonksiyon ile ilgili karşılaştırma	86
Tablo 3.8 Tip No:9 olan fonksiyon ile ilgili karşılaştırma	87
Tablo 4.1 Yüzeydeki düşey deplasmanların karşılaştırılması	92
Tablo 4.2 Simetri eksenini üzerindeki düşey deplasmanların karşılaştırılması	93
Tablo 4.3 Simetri eksenini üzerindeki düşey gerilmelerin karşılaştırılması	94
Tablo 4.4 Simetri eksenini boyunca düşey deplasmanın karşılaştırılması	97
Tablo 4.5 Yüzeydeki düşey deplasman karşılaştırılması	98
Tablo 4.6 Yüzeydeki yatay deplasmanın x- eksenini ile değişimi	99
Tablo 4.7 Yüzeydeki düşey deplasmanların karşılaştırılması	103
Tablo 4.8 Simetri eksenini boyunca yatay gerilmelerin karşılaştırılması	104
Tablo 4.9 Simetri eksenini boyunca düşey gerilmelerin karşılaştırılması	105
Tablo 4.10 Rijit diskin altındaki düşey deplasman	107
Tablo 4.11 Rijit diskin altındaki düşey gerilmelerin karşılaştırılması	107
Tablo 4.12 $a_0=0.5$ için yatay ve düşey komplayens değerlerinin karşılaştırılması	111
Tablo 4.13 $a_0=1.0$ için yatay ve düşey komplayens değerlerinin karşılaştırılması	112
Tablo 4.14. Düşey yük altında düşey komplayenslerin karşılaştırılması	114
Tablo 4.15. Yatay yük altında yatay komplayenslerin karşılaştırılması	115
Tablo 4.16 Radyal komplayens katsayılarının karşılaştırılması	119
Tablo 4.17 Rijit diskin altında düşey komplayens değerlerinin karşılaştırılması	121
Tablo 4.18 Gömülü harmonik yük için A noktasında düşey komplayens değerleri	123

ÖZ

İki boyutlu veya eksenel dönel simetrik zemin-yapı etkileşimi problemleri, yakın bölgelerde standart sonlu ve uzak bölgelerde sonsuz eleman kullanılarak analiz edilmektedir. Statik, harmonik ve keyfi yükleme halleri ayrı ayrı ele alınmaktadır. Keyfi yükleme halinde formülasyon Laplace dönüşüm uzayında yapılmaktadır. Uygun bir sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi ile zaman uzayına geçilmektedir. FORTRAN dilinde hazırlanan programlar ile çözülen örneklerin literatürde mevcut çözümlere yakın olduğu gösterilmiştir.



ABSTRACT

2-Dimensional or axially symmetric soil-structure interaction problems are analysed by discretizing the near field with standart finite elements and the far field with infinite elements. Statical, harmonic and arbitrary transient loading cases are considered separately. In the case of arbitrary transient loading, formulation is performed in the Laplace transform space. Solution is then obtained in the time domain by an appropriate numerical inverse Laplace transformation method. Solutions of several example problems obtained by the computer programs coded in FORTRAN are in a very good agreement with those available in the literature.



1. GİRİŞ

Makina temelleri, hareketli trafik yükleri, zemin sıkıştırmaları gibi inşaat aktiviteleri sebebi ile, yer yüzeyinde meydana gelen titreşim zemin içinde yayılan çeşitli tipte dalgalar oluşturmaktadır. Titreşim kaynağı yakınında yüksek olan genlikler, geometri ve malzeme sönümleri nedeni ile, kaynaktan uzaklaştıkça azalmaktadır. Böylece, yüzeyden gelen etkiler zemin içinde belli bir derinliğe gömülü olarak inşa edilen yapılarda, tabii olarak küçülmektedir.

Yeraltı iletişim hatları, tüneller, kanalizasyonlar, hassas aletlerin yerleştirildiği kanallar, yüksek dozlu artıkların depolanması gibi çeşitli nedenlerle yeraltı yapıları inşa edilmektedir. Böylece, yer yüzünde meydana gelen titreşimden dolayı yeraltı yapılarında titreşim düzeyinin tahmini önemli bir mühendislik problemini oluşturmaktadır. Benzer şekilde, yeraltında oluşan patlamalar da yer yüzünde mevcut üst yapıları etkilemektedir.

Yapı-zemin etkileşimi problemlerinde esas olarak iki önemli bileşen vardır, sonlu bir boyuta sahip olan üst yapı ve yarı sonsuz zemin. Sonlu boyuttaki sistemlerde, sonlu eleman yönteminin etkinliği, özellikle, homojen olmayan malzeme ve/veya lineer olmayan etkiler için bilinen bir gerçektir. Fakat sonsuza uzanan ortamlarda, sonlu eleman ağı nedeni ile sınırlarda, dalgalar geri yansıdığından gerçekte olmayan bir durum ortaya çıkmaktadır.

Statik halde, sadece sonlu eleman kullanılarak, yeterli uzaklıkta sınırlarla bölgenin ayrıklaştırılması oldukça iyi sonuçlar vermektedir. Ne varki, bu durumda bilinmeyen sayısı da oldukça artmaktadır. Dinamik halde ise, yapay sınırlarda, dalgalar geri yansımakta ve bölge içinde dalga enerjisi hapsedildiği için sistemin davranışı hatalı olarak hesaplanmaktadır.

Sonsuz ortamın dinamik davranışına uyum sağlayan özel sınırlar geliştirilmiştir. Bu sınırlarda birbirine dik sönüm kutuları yerleştirilerek dalgaların geri yansımaları belli bir ölçüde önlenmektedir. Geliştirilen yapay sınırlar, dalga geçirimsizliği bakımından mükemmel olmamakla birlikte yeterli bir çözüm sağlamaktadır.

Dinamik yapı-zemin etkileşimi problemlerinde, sonsuza uzanan zemin halinde, kaynağa yakın bölgeler standart sonlu elemanlarla, uzak bölgeler de sonsuz elemanlarla ayrıştırılmaktadır. Böylece, bilinen sonlu eleman formülasyonu uygulanmakta, ayrıca, sistem matrisleri bant ve simetri özelliklerini korumaktadır.

Son on beş yıl içinde, özellikle sonsuza uzanan bölgeler için sınır eleman yöntemi de artan bir hızla geliştirilmektedir. Ayrıca, yakın zamanda yapılan çalışmalar, sonlu eleman ve sınır elemanı yöntemlerinin birlikte kullanılması yönünde yoğunlaşmaktadır (Estorff ve Kausel, 1989).

1.1. Önceki Çalışmalar

1950 lerin başından başlayarak, dinamik halde temel problemleri, analitik yöntemlerle ele alınmıştır. Harmonik yükler altında yarı sonsuz zemin üzerindeki kütlesiz rijit plak halinde, zemin impedans (rijitlik) sabitlerinin bulunması yoğun bir çalışma alanı oluşturmuştur (Bycroft, 1956). Impedans sabitleri, harmonik yüklerin frekansına bağlı olduğundan, üst yapının dinamik denklemleri, Fourier yada Laplace dönüşümü ile frekans uzayında ifade edilmektedir. Zeminin impedansı ile yapının dinamik denklemleri birleştirilerek, sistemin nihai davranışı bulunmaktadır. Analitik çözüm yapmanın güçlüğü nedeniyle, basit ve düzenli sınırlara sahip, homojen ve izotrop olan zeminler, ele alınabilmektedir. Rijit taban plakası olarak, dairesel (Luco ve Westman, 1971), dikdörtgen (Thomson ve Kobori, 1963) ve uzun şerit (Luco ve Westman, 1972) seçilmiştir. Zemin malzemesi, lineer elastik ve/veya visko-elastik (Veletsos ve Verbic, 1973) ve homojen ve/veya tabakalı zemin (Luco, 1974) hallerini kapsamaktadır.

1970 den itibaren sonlu eleman yöntemi kullanılarak, karmaşık geometrik sınırlar ve bünye durumu göz önüne alınabilmektedir. Ne varki, tabii bir zeminin yapay sınırlarla ayrıştırılması, kaynaktan yayılan dalgaların sonlu bir bölge içine kapatılmasına sebep olmaktadır. Çeşitli araştırmacılar, dalga yansımalarını azaltan yapay sınırlar geliştirmişlerdir. Bu araştırmacılar arasında (Lysmer ve Kuhlemeyer,

1969), (White, Valliappan ve Lee, 1977), (Chow ve Smith, 1981) sayılabilir. Bu konuda daha ayrıntılı bilgi (Mengi ve Tanrikulu, 1993) da bulunabilir.

Dolgu barajları gibi büyük kütleli yapılar ile oturdukları zemin arasındaki girişim problemleri için, alt-yapı yöntemi basit ve ekonomik çözüm sağlamaktadır (Gutierrez ve Chopra, 1978). Bu yöntem de yarı sonsuz ve visko-elastik zemin için komplayens katsayıları bulunduğundan sonra, frekans uzayında, üst yapı ve zemin dinamik denklemleri birleştirilerek kompleks katsayılı lineer cebrik denklem takımı elde edilmektedir.

Yukarıda sözü edilen çözüm tekniklerinin uygulanması, geometri ve malzeme özellikleri bakımından karmaşık olan ve değişkenlik gösteren zemin problemlerinde sıkıntılar da doğurabilmektedir. Örneğin, baraj kaya temelinde bulunması muhtemel faylar düzensiz bir şekilde dağılmakta ve sonsuza doğru uzanmaktadır. Tortul zemin tabakaları değişkenlik göstermekte ve uzak bölgeye doğru yayılmaktadır. Bu durumda, sonlu eleman metodu ve yapay geçirgen (viskoz) sınırlar, ancak, yakın bölgenin özelliklerini göstermekte, uzak bölgelere geçişteki değişkenliği belirtememektedir.

Sonsuza uzanan ve tabii haldeki zeminlere daha rasyonel bir yaklaşım, yakın bölgeden sonra sonsuz eleman kullanılması olmuştur (Bettess, 1977). Tüm dalga tiplerini içeren, eksenel dönel simetrik sonsuz eleman ve üç boyutlu sonsuz eleman, frekans uzayında, ilk defa (Medina ve Penzien, 1982) tarafından geliştirilmiştir. Değişik şekil fonksiyonları seçilerek, sonlu-sonsuz dinamik eleman uygulamaları, iki boyutlu harmonik yükleme için (Chuhan ve Chongbin, 1987) ve üç boyutlu harmonik hal için (Chongbin ve Valliappan, 1993) de verilmektedir. Yine tüm dalga tiplerini içeren eksenel dönel simetrik ve harmonik sonsuz eleman ile ilgili uygulamalar (Yang ve Yun, 1992) da bulunabilir.

1.2. Materyal ve Metod

Yapı ile zemin malzemesi, lineer elastik ve izotrop olarak ele alınmaktadır. Visko-elastik malzeme halinde, elastik-viskoelastik anolojisi kullanılarak Laplace dönüşüm uzayında malzeme sabitleri kompleks karşılıkları ile yer değiştirmektedir.

Düzlem gerilme/şekil değiştirme ve eksenel dönel simetrik haller birlikte ele alınmaktadır. Sonlu eleman olarak çeşitli modeller (bilineer, kuadratik vb.) ile sonsuz eleman olarak tasvir edilebilen ve azalan fonksiyonlu eleman modelleri kullanılmaktadır.

Statik yükleme halinde, sonlu elemanlar için rijitlik matrisleri ve yük vektörleri standart tarzda hesaplanmaktadır. Sonsuz elemanlara ait eleman matrislerinin hesabı için gerekli olan integraller, tasvir edilebilen sonsuz eleman halinde standart Gauss-Legendre, azalan fonksiyonlu sonsuz eleman halinde, modifiye Gauss-Legendre yöntemleri ile alınmaktadır.

Dinamik hal, harmonik ve keyfi yükleme olmak üzere iki kısımda incelenmektedir. Sonlu elemanlar için eleman matrisleri, standart Gauss-Legendre, sonsuz elemanlar için ise, modifiye Gauss-Laguerre sayısal integral yöntemleri ile hesap edilmektedir.

Formülasyon, harmonik hal için kompleks uzayda, zamanla değişen keyfi yüklemeler için ise, Laplace dönüşüm uzayında yapılmaktadır. Zaman uzayına geçiş için Durbin'in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi kullanılmaktadır.

Statik, harmonik ve keyfi yükleme hallerinde olay (her bir frekans veya Laplace parametresi için), lineer cebrik denklem takımının çözümüne indirgenmektedir.

Bu tezde, düzlem gerilme/şekil değiştirme ve eksenel dönel simetrik halde keyfi yükleme için sonlu ve sonsuz eleman matrisleri ve yük vektörleri elde edilmektedir. Statik, harmonik ve keyfi yükleme halleri ayrı ayrı ele alınmaktadır. Sonlu elemanlar için (sekiz düğümlü kuadratik eleman) standart Gauss-Legendre sayısal

integral yöntemi uygulanmaktadır. Sonsuz eleman için ise, sonlu yönde standart Gauss-Legendre yöntemi kullanılmakta, fakat sonsuza uzanan yönde Gauss-Laguerre yöntemi modifiye edilerek uygulanmaktadır.

Keyfi yükleme halinde, sonsuz elemana ait şekil fonksiyonları frekans (Laplace parametresi) içerdiğinden ve ayrıca elastik-viskoelastik analojisi kullanıldığından, formülasyon Laplace dönüşüm uzayında yapılmaktadır.

Statik, harmonik ve keyfi yükleme halleri için FORTRAN dilinde, ayrı ayrı bilgisayar programları hazırlanmıştır. Programlar, düzlem gerilme/şekil değiştirme ve eksenel dönel simetrik halleri birlikte içermektedir. Ayrıca, dinamik halde, sonlu eleman ve viskoz sınır şartları kullanılarak alternatif programlar hazırlanmıştır. Program listeleri ve uygulamalar ile ilgili veri dosyaları tezin sonunda disket içinde ayrıca sunulmaktadır. Geliştirilen yöntemin kontrolü amacıyla, analitik çözümleri yada alternatif yöntemlerle sonuçları bilinen örnekler ele alınmaktadır. Ayrıca, mümkün olan hallerde, sınır eleman yöntemi ile çözümler yapılarak karşılaştırma imkanları kullanılmıştır.

2. Bölümde, dört değişik düzlem sonlu elemanı ele alınmaktadır. İlk üç eleman dikdörtgen geometriye sahiptir. Sonuncusu, standart sekiz düğümlü, izoparametrik kuadratik elemandır. Eleman matrisleri ve yük vektörleri elde edilmektedir.

3. Bölümde, statik, harmonik ve keyfi yükleme halleri için sonsuz eleman modelleri ele alınmaktadır. Statik halde eleman rijitlik matrisi, dinamik halde rijitlik ve kütle matrisleri elde edilmektedir.

4. Bölümde statik, harmonik ve keyfi yüklemeler için çeşitli örnekler çözülmektedir.

Araştırma bulguları ve sonuçların tartışılması 5. Bölümde verilmektedir

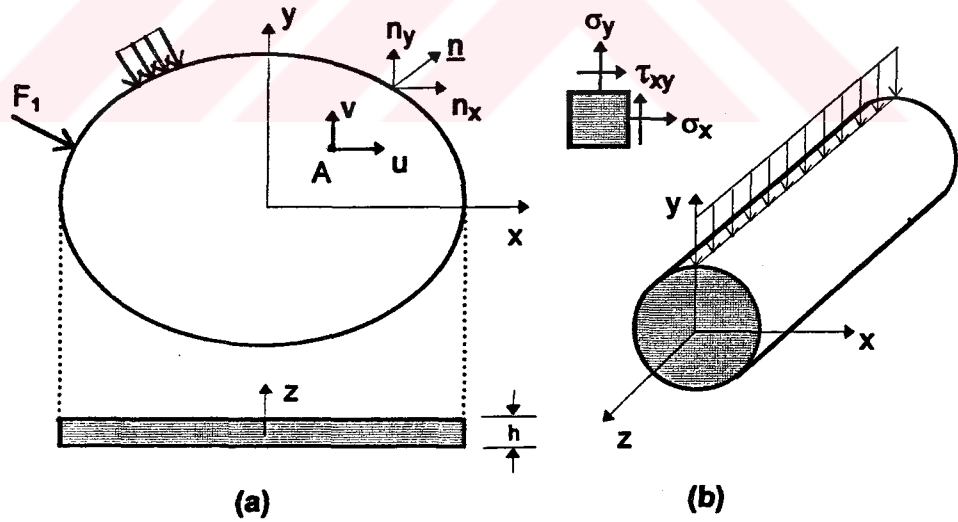
2. DÜZLEM ELASTİSİTEDE SONLU ELEMEN SEÇİMİ

2.1. Giriş

Bu bölümde, düzlem elastisitenin temel denklemleri özetlenmekte ve dört adet düzlemsel sonlu eleman modeli incelenmektedir. İlk üç eleman dikdörtgen geometriye sahip olup, bunlara ait eleman matrisleri kapalı olarak elde edilmektedir. Bölümün sonunda, özel bir örnek üzerinde ele alınan elemanların karşılaştırılması yapılmaktadır.

2.2. Düzlem Elastisitenin Temel Kabulleri

Düzlem elastisite problemleri, düzlemi içinde yüklü ince levha (düzlem gerilme) ve eksenî boyunca yüklü uzun silindir (düzlem şekil değiştirme) problemleri olarak iki ana sınıfa ayrılmaktadır. Bu iki tip problemi idare eden diferansiyel denklemler aynı formda olduklarından birlikte ele alınmaktadır.



Şekil 2.1 İki boyutlu elastisite problemlerinde: (a) Düzlem gerilme; (b) Düzlem şekil değiştirme

Düzlem gerilmede,

$$\sigma_z = 0, \tau_{xz} = 0, \tau_{yz} = 0 \quad (2.1)$$

ve düzlem şekil değiştirmede,

$$\varepsilon_z = 0, \gamma_{xz} = 0, \gamma_{yz} = 0 \quad (2.2)$$

kabulleri yapılmaktadır.

2.3. Hareket Denklemleri

Düzlem elastisite halinde, olayı idare eden hareket denklemleri,

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + f_x = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.3a)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + f_y = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2.3b)$$

dir. Burada, f_x ve f_y , x ve y doğrultularında, yayılı hacim (alan) kuvvetleridir. σ_x , σ_y normal gerilmeleri ve τ_{xy} kayma gerilmesini göstermektedir. ρ , malzemenin kütleli yoğunluğudur. (2.3) denklemlerinin sağ tarafının sıfır olması, statik duruma karşı gelmektedir.

2.4. Uzama Oranları ile Deplasman Arasındaki İlişki

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.4)$$

şeklindedir. Burada, u ve v , sırasıyla, x ve y doğrultularındaki deplasmanları göstermektedir.

2.5. Bünye Denklemi

Malzeme lineer elastik (Hooke Cismi) ve izotrop kabul edilmektedir. Gerilmeler ve uzama oranları arasında,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & 0 \\ c_{12} & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

bağıntıları bulunmaktadır. Burada malzeme sabitleri, c_{ij} , düzlem gerilme ve düzlem şekil değişime halleri için farklıdır. Bu sabitler, düzlem gerilme halinde,

$$\begin{aligned} c_{11} = c_{22} &= \frac{E}{(1-\nu^2)} \\ c_{12} &= \frac{\nu E}{(1-\nu^2)} \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$c_{33} = G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Düzlem şekil değişime halinde,

$$\begin{aligned} c_{11} = c_{22} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ c_{12} &= \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \end{aligned} \quad (2.7 a)$$

$$c_{33} = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.7 b)$$

olarak alınmaktadır. Burada, E, Elastisite modülü, ν , Poisson oranı ve G, kayma modülünü göstermektedir.

2.6. Sınır Şartları

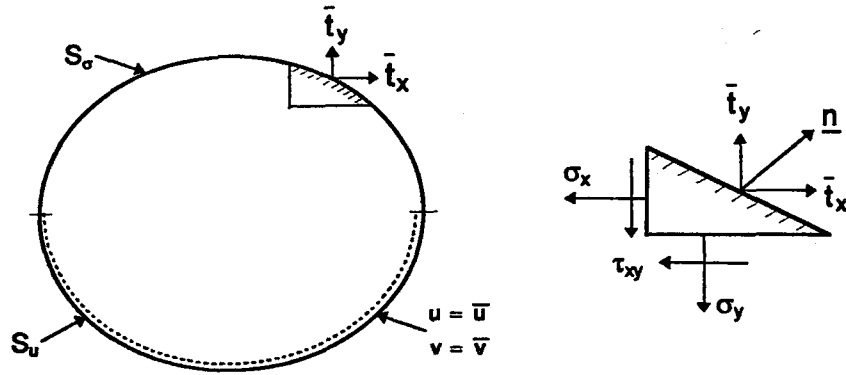
Sınır şartları, esas ve tali olmak üzere ikiye ayrılmaktadır (Şekil 2.2).

Esas sınır şartları:

$$\left. \begin{array}{l} u = \bar{u} \\ v = \bar{v} \end{array} \right\} S_u \text{ üzerinde} \quad (2.8)$$

Talii sınır şartları:

$$\left. \begin{array}{l} t_x \equiv \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y = \bar{t}_x \\ t_y \equiv \tau_{xy} n_x + \sigma_y n_y = \bar{t}_y \end{array} \right\} S_\sigma \text{ üzerinde} \quad (2.9)$$



Şekil 2.2 Sınır şartları

(2.3) hareket denklemlerini sadece deplasmanlar cinsinden yazmak için, önce (2.4) ifadesi (2.5) de yerine konularak,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(c_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[c_{33} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] = -f_x + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[c_{33} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + c_{22} \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -f_y + \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

şeklinde ifade edilmektedir. Sınır şartları da deplasmanlar cinsinden,

$$t_x = \left(c_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial v}{\partial y} \right) n_x + c_{33} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) n_y \quad (2.11)$$

$$t_y = c_{33} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) n_x + \left(c_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + c_{22} \frac{\partial v}{\partial y} \right) n_y$$

şeklinde yazılabilmektedir.

2.7. Virtüel Deplasman İkesi ile Hareket Denklemlerinin Integral Formda İfadesi

(2.3) ifadesi matris formunda,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} = \rho \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{Bmatrix} \quad (2.12a)$$

veya kapalı olarak

$$[L]\{\sigma\} + \{f\} = \rho \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{Bmatrix} \quad (2.12b)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, $[L]$,

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2.12 c)$$

dir. Şekil değişimleri ise, (2.4) eşitliğinden,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

veya kapalı olarak,

$$\{\varepsilon\} = [L]^T \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, $[L]$, (2.12 c) de tarif edilmektedir. Gerilme-şekil değişimi ilişkisi (2.5), kapalı olarak,

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \quad (2.15)$$

şeklini alır.

Herhangi bir elemana, virtüel iş prensibi uygulandığında,

$$h_e \iint_{A_e} (\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \rho \ddot{u} \delta u + \rho \ddot{v} \delta v) dx dy \quad (2.16)$$

$$-h_e \iint_{A_e} (f_x \delta u + f_y \delta v) dx dy - h_e \int_{S_e} (t_x \delta u + t_y \delta v) ds = 0$$

ifadesi yazılabilir. Burada, A_e elemanın alanını, h_e kalınlığını, ve δ ise, varyasyonel operatörü temsil etmektedir. (2.16) eşitliği,

$$h_e \iint_{A_e} \left(\begin{Bmatrix} \delta \varepsilon_x \\ \delta \varepsilon_y \\ \delta \gamma_z \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} + \rho \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta v \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{Bmatrix} \right) dx dy \quad (2.17)$$

$$-h_e \iint_{A_e} \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta v \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} dx dy - h_e \int_{S_e} \begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta v \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \end{Bmatrix} ds = 0$$

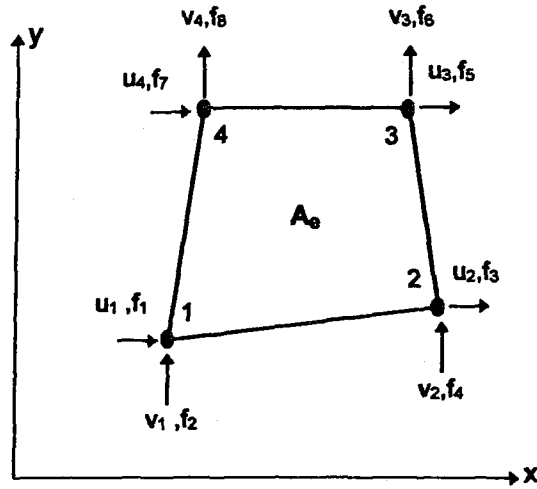
ile matris formuna dönüştürülür.

2.8. Sonlu Eleman Formülasyonu

(2.17) ifadelerinden hareket edilerek, düzlem elastisite denklemlerinin sonlu eleman formülasyonu yapılmaktadır. u ve v deplasman vektörlerinin bileşenleri, birbirlerinden bağımsızdır. Böylece, her iki bileşen için interpolasyon fonksiyonları kullanılarak yaklaşım yapılmaktadır. Bu bileşenlerin değişimi, A_e elemanı üzerinde, sonlu eleman yaklaşımı ile yapılmaktadır.

$$u \approx \sum_{j=1}^n u_j N_j(x,y), \quad v \approx \sum_{j=1}^n v_j N_j(x,y) \quad (2.18)$$

Burada, N_j , seçilen elemana ait şekil fonksiyonunu göstermektedir.



Şekil 2.3 Düzlem elastisite problemleri için tipik bir dörtgen eleman

Deplasmanlar,

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}_e = \begin{Bmatrix} \sum_{j=1}^n u_j N_j \\ \sum_{j=1}^n v_j N_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_n & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 & N_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix} \equiv [N]\{\Delta\} \quad (2.19)$$

olur. Burada, $\{\Delta\} = \{u_1, v_1, u_2, v_2, \dots, u_n, v_n\}^T$ olup, ivmeler ise,

$$\begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{v} \end{Bmatrix} = [N]\{\ddot{\Delta}\} \quad (2.20)$$

dir. Buna göre, uzama oranları (2.14) ve gerilmeler (2.15) düğüm deplasmanları cinsinden,

$$\{\epsilon\} = [B] \{\Delta\}, \quad \{\sigma\} = [C][B] \{\Delta\} \quad (2.21)$$

şekline gelir. Burada, [B], şekil değiştirme matrisi,

$$[B] = [L]^T [N] \quad (2.22)$$

olup, [L], diferansiyel operatörleri de (2.14c) de verilmektedir. Buna göre, deplasman ve uzama oranlarının varyasyonları aşağıdaki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} \delta u \\ \delta v \end{Bmatrix} = [N] \{\delta \Delta\}, \quad \{\delta \epsilon\} = [B] \{\delta \Delta\} \quad (2.23)$$

Deplasmanlar ve uzama oranları için verilen bu ifadeler (2.17) de yerlerine konulduğunda,

$$\begin{aligned} & h_e \iint_{A_e} \{\delta \Delta\}^T ([B]^T [C][B] \{\Delta\} + \rho [N]^T [N] \{\ddot{\Delta}\}) dx dy \\ & - h_e \iint_{A_e} \{\delta \Delta\}^T [N]^T \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} dx dy - h_e \int_{S_\sigma} \{\delta \Delta\}^T [N]^T \begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \end{Bmatrix} ds = 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

bulunur. Şimdi, eleman rijitlik ve kütle matrisleri ile eleman yük vektörleri,

$$\begin{aligned} [k^e] &= h_e \iint_{A_e} [B]^T [C][B] dx dy \\ [m^e] &= \rho h_e \iint_{A_e} [N]^T [N] dx dy \\ [f^e] &= h_e \iint_{A_e} [N]^T \begin{Bmatrix} f_x \\ f_y \end{Bmatrix} dx dy \end{aligned} \quad (2.25 a)$$

$$[Q^e] = h_e \int_{S_e} [N]^T \begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \end{Bmatrix} ds \quad (2.25 b)$$

olarak tarif edilirse, (2.24) eşitliği aşağıdaki şekli alır.

$$\{\delta\Delta\}^T ([k^e]\{\Delta\} + [m^e]\{\ddot{\Delta}\} - \{f^e\} - \{Q^e\}) = 0 \quad (2.26)$$

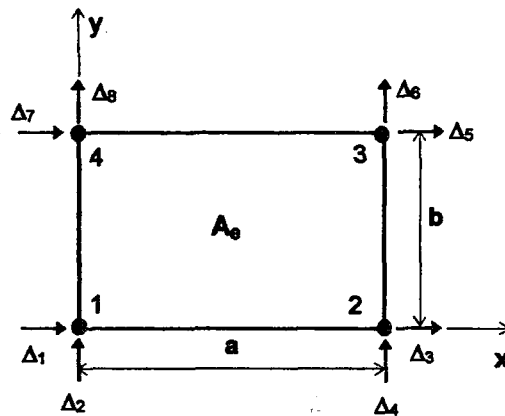
$\{\delta\Delta\}$ varyasyonu keyfi olduğundan sonuçta eleman hareket denklemi,

$$[m^e]\{\ddot{\Delta}\} + [k^e]\{\Delta\} = \{f^e\} + \{Q^e\} \quad (2.26a)$$

elde edilmektedir. Eleman kütle matrisi, $[m^e]$ ve eleman rijitlik matrisi, $[k^e]$, $(n \times n)$ boyutunda, eleman yük vektörü, $\{F^e\} = \{f^e\} + \{Q^e\}$ ise, $(n \times 1)$ boyutunda olup, n , eleman serbestlik derecesini göstermektedir.

Takip eden kısımlarda, çeşitli elemanlar için şekil fonksiyonları incelenecektir.

2.9. Bilineer Dikdörtgen Düzlem Elemanı



Şekil 2.4 Dört düğümlü bilineer dikdörtgen eleman

İki boyutlu düzlemsel problemlerde, dikdörtgen sınırlara sahip yapılarda kullanılagelmekte olan dikdörtgen elemanlar için bilineer deplasman kabulü yapılmaktadır. Bilineer deplasman fonksiyonları,

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \quad (2.27 a)$$

$$v = \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy \quad (2.27 b)$$

dir. Kenarları a , b ve kalınlığı h olan 8 serbestlik dereceli bilineer dikdörtgen bu eleman için eleman rijitlik ve kütle matrisleri MATHEMATICA yardımıyla kapalı olarak hesaplanarak FORTRAN formunda EK 2.A da verilmektedir.

2.10. Modifiye Dikdörtgen Düzlem Elemanı

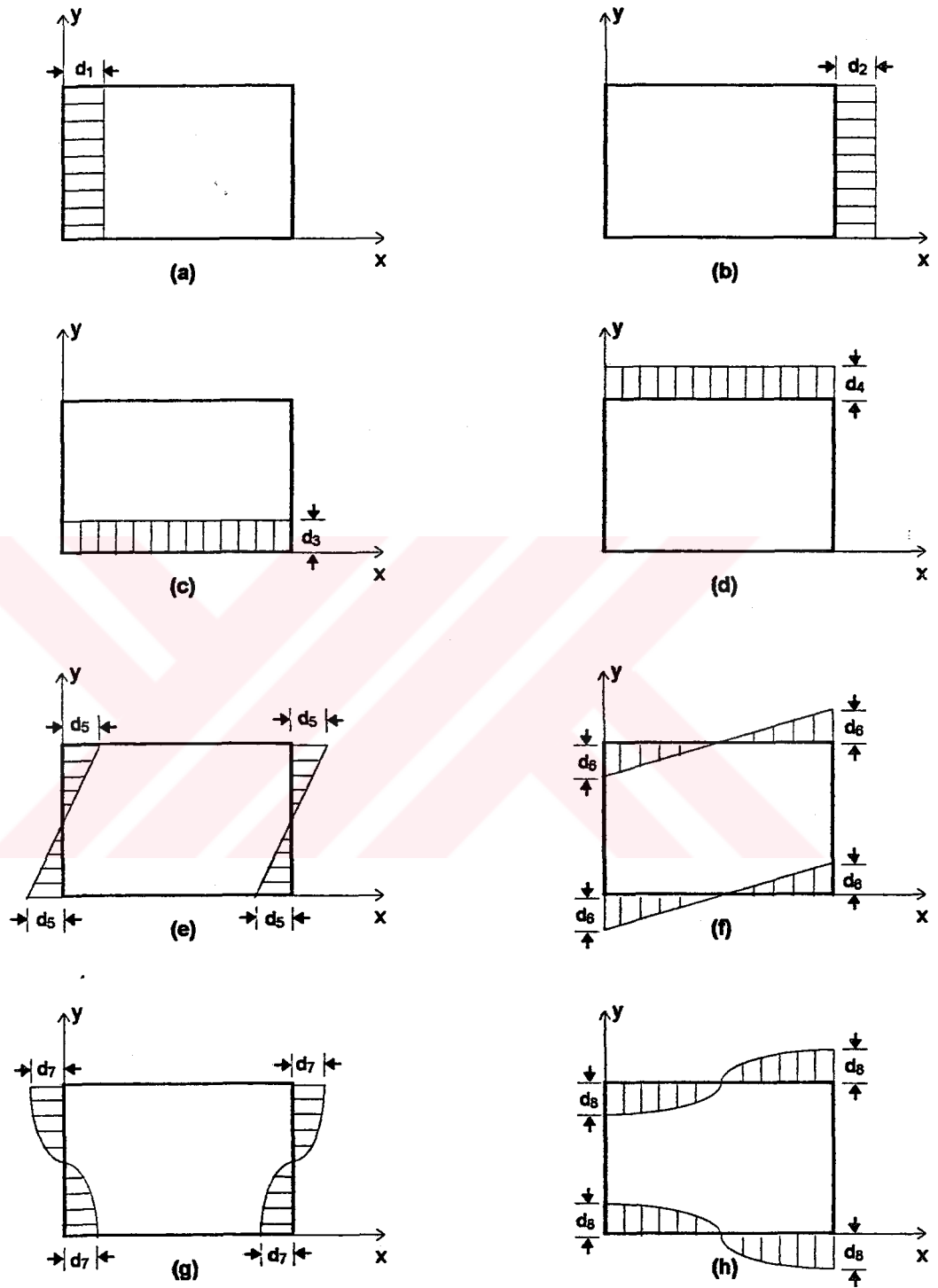
(2.10) hareket denklemleri, lineer elastik ve izotrop malzeme için statik halde yeniden düzenlenirse,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{2}(1-\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{2}(1+\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2.28 a)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{2}(1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{2}(1+\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0 \quad (2.28 b)$$

olur. Burada $u=u(x,y)$ ve $v=v(x,y)$, sırasıyla, x ve y doğrultusunda deplasman bileşenleridir.

(2.28) ile verilen diferansiyel denklemler, düzlem gerilme/şekil değiştirme şartları altında dikdörtgen bir eleman için ele alınmaktadır. Şekil 2.4 de görülen dikdörtgen eleman için eleman rijitlik ve kütle matrisleri elde edilecektir.



Şekil 2.5 Sekiz bağımsız deplasman durumları

Şekil 2.5 de görülen 8 bağımsız deplasman formunun ilk 4 tanesi (2.5 a-d), üniform aksenal deformasyonu, ikisi (2.5 e,f), kayma deformasyonunu ve son ikisi de (2.5 g,h), eğilme deformasyonunu göstermektedir. Her bir durum için deplasman fonksiyonlarının elde edilmesi aşağıda açıklanmaktadır.

Durum 1: Şekil 2.5 a-b de görülen x eksenine paralel deplasmanlar için, $u=u(x)$, $v=0$ olmalıdır. Bu durumda (2.28 a) daki diferansiyel denklem

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (2.29)$$

şeklini alır. Şekil 2.5 a durumu için sınır şartları,

$$u(0,0) = u(0,b) = d_1, \quad u(a,0) = u(a,b) = 0 \quad (2.30)$$

dır. (2.29) eşitliğini ve (2.30) sınır şartlarını sağlayan çözüm:

$$u = \left(1 - \frac{x}{a}\right) d_1 \quad (2.31)$$

olarak bulunur. Şekil 2.5 b durumu için sınır şartları ise,

$$u(0,0) = u(0,b) = 0, \quad u(a,0) = u(a,b) = d_2 \quad (2.32)$$

olmaktadır. (2.29) denklemini ve (2.32) sınır şartlarını sağlayan çözüm ise,

$$u = \left(\frac{x}{a}\right) d_2 \quad (2.33)$$

şeklinde bulunur.

Durum 2: Şekil 2.5 c-d de gösterilen ve y eksenine paralel deplasmanlar için $u=0$, $v=v(y)$ olmaktadır. Bu hal için yukandakine benzer bir şekilde , Şekil 2.5 c durumunda,

$$v = \left(1 - \frac{y}{b}\right) d_3 \quad (2.34)$$

ve Şekil 2.5 d durumunda,

$$v = \left(\frac{y}{b}\right) d_4 \quad (2.35)$$

olarak deplasman fonksiyonları bulunmaktadır.

Durum 3: Şekil 2.5 e de gösterilen levha elemanının x eksenine paralel basit kayma deformasyonu yaptığı kabul edilmektedir. Deplasman fonksiyonları $u=u(y)$, $v=0$ olmaktadır. Bu durumda (2.28a) denklemini

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2.36)$$

şekline gelir. Sınır şartları,

$$u(0,0) = u(a,0) = -d_5 , \quad u(0,b) = u(a,b) = d_5 \quad (2.37)$$

olup, (2.36) diferansiyel denklemini sağlayan çözüm

$$u = \left(-1 + \frac{2y}{b}\right) d_5 \quad (2.38)$$

olarak bulunur.

Durum 4: Şekil 2.5 f de görüldüğü gibi y eksenine yönünde deformasyon olması hali için de bir önceki duruma benzer şekilde,

$$v = \left(-1 + \frac{2x}{a} \right) d_6 \quad (2.39)$$

bulunur.

Durum 5: Şekil 2.5 g de görüldüğü gibi levha elemanın kaymasız eğilme deformasyonu yaptığı kabul edilmektedir. x eksenine paralel deplasmanlar,

$$u(0,0) = u(a,b) = d_7, \quad u(a,0) = u(0,b) = -d_7 \quad (2.40a)$$

ve

$$v(0,0) = v(a,0) = v(0,b) = v(a,b) = 0 \quad (2.40b)$$

sınır şartları ile birlikte (2.28 a-b) denklemlerinin çözümünden,

$$u = \left(1 - \frac{2x}{a} \right) \left(1 - \frac{2y}{b} \right) d_7 \quad (2.41)$$

$$v = \frac{2(ax - x^2 + by - y^2)}{ab} d_7 \quad (2.42)$$

elde edilir.

Durum 6: Şekil 2.5 h da, levhanın, y eksenine paralel deplasmanlar ile kaymasız eğilme deformasyonu yaptığı görülmektedir. Bir önceki duruma benzer şekilde deplasmanlar,

$$u = \frac{2(by - y^2 + avx - vx^2)}{ab} d_8 \quad (2.43)$$

$$v = \left(1 - \frac{2x}{a}\right) \left(1 - \frac{2y}{b}\right) d_8 \quad (2.44)$$

olarak bulunmaktadır.

Böylece, Şekil 2.4 deki levha elemanına ait herhangi bir noktadaki nihai yer değişimleri, $\{d\} = \{d_1, d_2, \dots, d_8\}^T$ tarifi ile,

$$u = u_1(x, y) d_1 + \dots + u_8(x, y) d_8 = \{U(x, y)\}^T \{d\} \quad (2.45)$$

$$v = v_1(x, y) d_1 + \dots + v_8(x, y) d_8 = \{V(x, y)\}^T \{d\} \quad (2.46)$$

olarak yazılır. Burada, $\{U\}$ ve $\{V\}$, sırasıyla, x ve y eksenleri yönünde 8 bağımsız deplasmanı göstermektedir. Bunlar, açık olarak,

$$\{U(x, y)\} = \begin{Bmatrix} 1 - \frac{x}{a} \\ \frac{x}{a} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 + \frac{2y}{b} \\ 0 \\ \left(1 - \frac{2x}{a}\right) \left(1 - \frac{2y}{b}\right) \\ \frac{2(avx - vx^2 + by - y^2)}{ab} \end{Bmatrix}; \{V(x, y)\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 - \frac{y}{b} \\ \frac{y}{b} \\ 0 \\ 0 \\ -1 + \frac{2x}{a} \\ \frac{2(bvy - vy^2 + ax - x^2)}{ab} \\ \left(1 - \frac{2x}{a}\right) \left(1 - \frac{2y}{b}\right) \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

olur. Şekil 2.4 ve Şekil 2.5 den, $\{d\}$ vektörü ile eleman düğüm deplasmanları, $\{\Delta\}$ arasında,

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 &= d_1 - d_5 + d_7 \\
 \Delta_2 &= d_3 - d_6 + d_8 \\
 \Delta_3 &= d_2 - d_5 - d_7 \\
 \Delta_4 &= d_3 + d_6 - d_8 \\
 \Delta_5 &= d_2 + d_5 + d_7 \\
 \Delta_6 &= d_4 + d_6 + d_8 \\
 \Delta_7 &= d_1 + d_5 - d_7 \\
 \Delta_8 &= d_4 - d_6 - d_8
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

ilişkileri olduğu görülmektedir. Buna göre,

$$\{\Delta\} = [A] \{d\} \tag{2.49}$$

kapalı formda yazılır. Burada, $[A]$ matrisi,

$$[A] = \left[\begin{array}{cccc|cccc}
 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\
 \hline
 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1
 \end{array} \right] \tag{2.50}$$

olur. (2.49) yardımıyla, (2.45) ve (2.46) eşitlikleri,

$$u = \{U\}^T [A]^{-1} \{\Delta\} = \{N_u\}^T \{\Delta\} \tag{2.51}$$

$$v = \{V\}^T [A]^{-1} \{\Delta\} = \{N_v\}^T \{\Delta\} \quad (2.52)$$

şeklini alır .Burada, $\{N_u\}$ ve $\{N_v\}$ şekil fonksiyonlarını göstermektedir. Kapalı formda,

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \{N_u\}^T \\ \{N_v\}^T \end{bmatrix} \{\Delta\} = [N] \{\Delta\} \quad (2.53)$$

yazılır. (2.21) de verilen şekil değiştirmeler ve gerilmeler yardımıyla, (2.25) ifadesindeki eleman rijitlik matrisi, h kalınlıklı dikdörtgen bir eleman için,

$$[k^e] = h \int_{y=0}^b \int_{x=0}^a [B]^T [C] [B] dx dy \quad (2.54)$$

olur. Burada,

$$[B] = [L]^T [N] \quad (2.55)$$

olmak üzere, $[N]$, (2.51-52) yardımıyla hesaplanmaktadır. (2.54) eşitliğinde görülen malzeme matrisi, $[C]$, düzlem gerilme/şekil değiştirme halleri için (2.6) ve (2.7) den alınacaktır.

(2.25) de tarifi verilen eleman kütle matrisi,

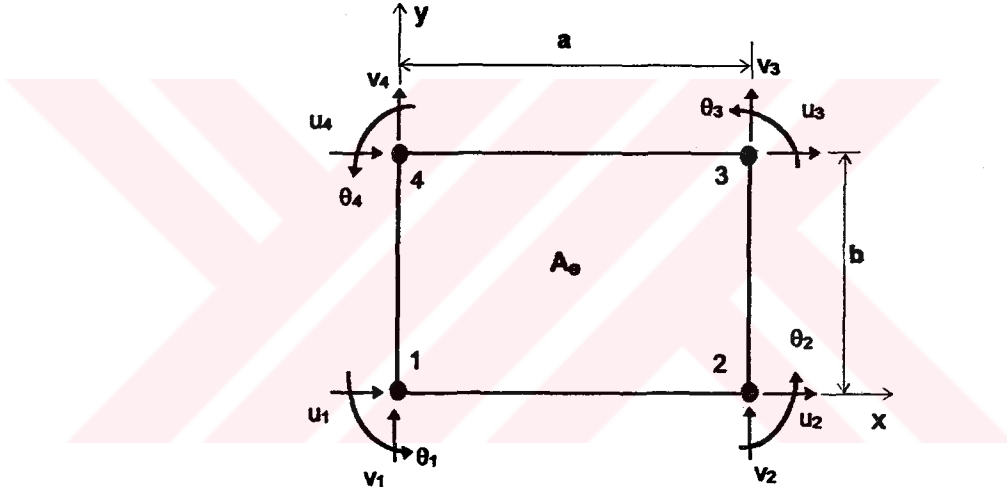
$$[m^e] = \rho h \int_{y=0}^b \int_{x=0}^a [N]^T [N] dx dy \quad (2.56)$$

ifadesi ile hesaplanmaktadır. İntegraldeki ρ , kütleesel yoğunluğu temsil etmektedir.

Eleman rijitlik matrisi, $[k^e]$ ve eleman kütle matrisi, $[m^e]$, MATHEMATICA dilinde hazırlanan program yardımıyla kapalı olarak hesaplanarak FORTRAN formunda EK 2.B de verilmektedir.

2.11. Scordelis Dikdörtgen Elemanı

12 serbestlik dereceli bu eleman, ilk olarak (Scordelis, 1967) tarafından geliştirilmiştir (Şekil 2.6). Belirtilen kaynakta sadece eleman rijitlik matrisi açık olarak verilmektedir. Bu çalışmada ise, eleman rijitlik matrisi yanında eleman kütle matrisi de hesaplanmaktadır.



Şekil 2.6 Oniki serbestlik dereceli dikdörtgen Scordelis elemanı

Şekil 2.6 da gösterilen düzlem elemanının kenarları a ve b , kalınlığı da h dir. Her düğümde u ve v deplasmanları ile θ dönmesi bulunmaktadır. İnterpolasyon polinomları, $[P(x,y)]$ olmak üzere, herhangi bir noktanın deplasmanları için

$$\begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix} = [P(x, y)] \{\alpha\} \quad (2.57)$$

şeklinde parametrik yaklaşım yapılmaktadır. Burada,

$$[P(x,y)] = \begin{bmatrix} P_{1x} & 0 & -P_{3x} & P_{4x} & 0 & -P_{6x} & P_{7x} & 0 & P_{9x} & P_{10x} & 0 & P_{12x} \\ 0 & P_{2y} & P_{3y} & 0 & P_{5y} & -P_{8y} & 0 & P_{8y} & -P_{9y} & 0 & P_{11y} & P_{12y} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

ve keyfi parametreler,

$$\{\alpha\}^T = \{\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4 \ \alpha_5 \ \alpha_6 \ \alpha_7 \ \alpha_8 \ \alpha_9 \ \alpha_{10} \ \alpha_{11} \ \alpha_{12}\} \quad (2.59)$$

dir. Bir i düğümündeki dönme, θ_i ise,

$$\theta_i = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)_i - \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_i \right] \quad (2.60)$$

şeklinde ifade edilmektedir. $[P(x,y)]$ nin sıfırdan farklı olan elamanları da aşağıda verilmektedir.

$$\begin{aligned} P_{1x} &= \left(\frac{a-x}{a} \right) \left(\frac{b-y}{b} \right) \\ P_{3x} &= b \left[\left(\frac{y}{b} \right)^3 - 2 \left(\frac{y}{b} \right)^2 + \left(\frac{y}{b} \right) \right] \left[2 \left(\frac{x}{a} \right)^3 - 3 \left(\frac{x}{a} \right)^2 + 1 \right] \\ P_{4x} &= \left(\frac{x}{a} \right) \left(\frac{b-y}{b} \right) \\ P_{6x} &= b \left[\left(\frac{y}{b} \right)^3 - 2 \left(\frac{y}{b} \right)^2 + \left(\frac{y}{b} \right) \right] \left[-2 \left(\frac{x}{a} \right)^3 + 3 \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right] \\ P_{7x} &= \left(\frac{x}{a} \right) \left(\frac{y}{b} \right) \end{aligned} \quad (2.61a)$$

$$P_{9x} = b \left[-\left(\frac{y}{b}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 \right] \left[-2\left(\frac{x}{a}\right)^3 + 3\left(\frac{x}{a}\right)^2 \right]$$

$$P_{10x} = \left(\frac{a-x}{a}\right) \left(\frac{y}{b}\right)$$

$$P_{12x} = b \left[-\left(\frac{y}{b}\right)^3 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 \right] \left[2\left(\frac{x}{a}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{a}\right)^2 + 1 \right]$$

$$P_{2y} = \left(\frac{a-x}{a}\right) \left(\frac{y-b}{b}\right)$$

$$P_{3y} = a \left[\left(\frac{x}{a}\right)^3 - 2\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{x}{a}\right) \right] \left[2\left(\frac{y}{b}\right)^3 - 3\left(\frac{y}{b}\right)^2 + 1 \right]$$

$$P_{5y} = \left(\frac{x}{a}\right) \left(\frac{b-y}{b}\right)$$

(2.61b)

$$P_{6y} = a \left[-\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right] \left[2\left(\frac{y}{b}\right)^3 - 3\left(\frac{y}{b}\right)^2 + 1 \right]$$

$$P_{8y} = \left(\frac{x}{a}\right) \left(\frac{y}{b}\right)$$

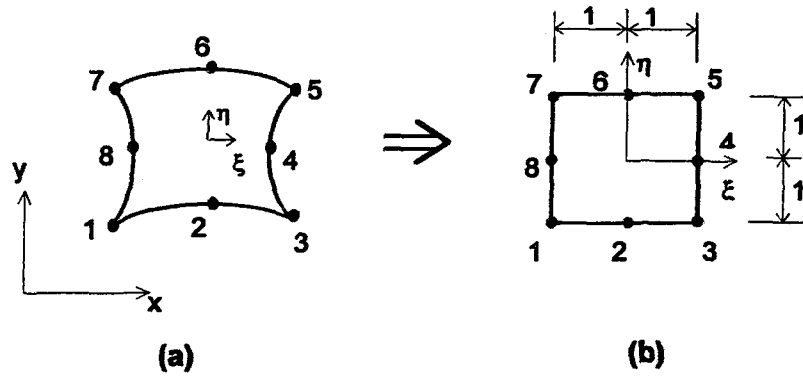
$$P_{9y} = a \left[-\left(\frac{x}{a}\right)^3 + \left(\frac{x}{a}\right)^2 \right] \left[-2\left(\frac{y}{b}\right)^3 + 3\left(\frac{y}{b}\right)^2 \right]$$

$$P_{11y} = \left(\frac{a-x}{a}\right) \left(\frac{y}{b}\right)$$

$$P_{12y} = a \left[\left(\frac{x}{a}\right)^3 - 2\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{x}{a}\right) \right] \left[-2\left(\frac{y}{b}\right)^3 + 3\left(\frac{y}{b}\right)^2 \right]$$

Bilinen standart yolla şekil fonksiyonları bulunarak, (2.55) yardımıyla, [B], şekil değiştirme matrisi teşkil edilmiş ve (2.25) eşitlikleri yardımıyla eleman matrisleri kapalı olarak MATHEMATICA ile hesaplanmıştır. Sonuçlar FORTRAN formunda EK 2.C de verilmektedir.

2.12. Kuadratik Dörtgen Eleman



Şekil 2.7. Sekiz düğümlü kuadratik eleman: (a) Gerçek eleman ; (b) Referans elemanı

Kuadratik dörtgen elemanda (Şekil 2.7) herhangi bir noktanın koordinatları şekil fonksiyonları kullanılarak,

$$x = \sum_{i=1}^8 N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^8 N_i y_i \quad (2.62)$$

şeklinde verilmektedir. Burada, x_i ve y_i , i düğümünün koordinatları olup, kuadratik N_i şekil fonksiyonları aşağıdaki gibidir.

$$N_1 = \frac{1}{4}(-1 + \xi)(1 - \eta)(1 + \xi + \eta)$$

$$N_2 = \frac{1}{2}(-1 + \xi^2)(-1 + \eta)$$

$$N_3 = \frac{1}{4}(1 + \xi)(-1 + \eta)(1 - \xi + \eta)$$

$$N_4 = \frac{1}{2}(1 + \xi)(1 - \eta^2)$$

(2.63a)

$$\begin{aligned}
N_5 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(-1+\xi+\eta) \\
N_6 &= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta) \\
N_7 &= \frac{1}{4}(-1+\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta) \\
N_8 &= \frac{1}{2}(-1+\xi)(-1+\eta^2)
\end{aligned} \tag{2.63b}$$

İzoparametrik olan bu elemanın herhangi bir noktasındaki deplasmanlar,

$$u = \sum_{i=1}^8 N_i u_i, \quad v = \sum_{i=1}^8 N_i v_i \tag{2.64}$$

şeklinde ifade edilmektedir.

2.12.1. Düzlem Gerilme/Şekil Değiştirme Hali İçin Eleman Rijitlik ve Kütle Matrislerinin Hesaplanması

(2.13) de verilen uzama oranları ile deplasmanlar arasındaki bağıntı şekil fonksiyonları cinsinden ,

$$\{\epsilon\} = \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 [B_i] \{\Delta_i\} \tag{2.65}$$

olup, burada, $[B_i]$ ve $\{\Delta_i\}$,

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}; \quad \{\Delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (2.65a)$$

şeklinde yazılmaktadır. $[B_i]$ matrisinin içinde görülen $N_{i,x}$ ve $N_{i,y}$ terimlerinin hesabı gerekmektedir. Bunun için şekil fonksiyonlarının, sırasıyla, ξ ve η ya göre kısmi türevleri,

$$\frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (2.66a)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial \eta} = \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

olur ve matris şeklinde

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.66b)$$

yazılır. Burada, $[J]$, Jacobian dönüşüm matrisi olup, şekil fonksiyonları cinsinden,

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

olarak hesaplanmaktadır. (2.66b) eşitliğinden şekil fonksiyonlarının (x,y) , koordinatlarına göre türevleri,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix} = [J]^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det[J]} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

bulunur. Burada, $\det[J]$, Jacobian matrisinin determinantıdır. Ayrıca (x,y) koordinatlarındaki elementer bir alan,

$$dA = dx dy = \det[J] d\xi d\eta \quad (2.69)$$

şeklinde ifade edilmektedir.

(2.25) de verilen eleman rijitlik matrisi, (ξ,η) koordinatlarında, $[B]=[B_1, B_2, \dots, B_8]$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} [k^e] &= h \iint_{A_e} [B]^T [C] [B] dx dy = h \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [C] [B] \det[J] d\xi d\eta \\ &= \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [G(\xi, \eta)] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (2.70)$$

şekline dönüşmektedir. Burada, $[G(\xi, \eta)] = h [B]^T [C] [B] \det[J]$ olarak tarif edilmektedir. (2.70) ifadesinin integrali, standart Gauss-Legendre sayısal integral yöntemiyle hesaplanmaktadır. Bu çalışmada, hem ξ hem de η yönlerinde, 3 Gauss noktası seçilmektedir. Buna göre,

$$[k^e] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [G(\xi, \eta)] d\xi d\eta \cong \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 w_m w_n [G(\xi_m, \eta_n)] \quad (2.71)$$

olur. Burada, w_m ve w_n , Gauss formülündeki ağırlık değerleridir. ξ_m , η_n ise, Gauss integrasyon noktalarının koordinatlarıdır. Benzer şekilde, eleman kütle matrisi de,

$$[m^e] = \rho h \iint_{A_e} [N]^T [N] dx dy = \rho h \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [N]^T [N] \det[J] d\xi d\eta \quad (2.72)$$

formülü ile sayısal olarak hesaplanmaktadır. Burada, $[N]$ matrisi,

$$[N]_{(2 \times 16)} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_8 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & \dots & 0 & N_8 \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

olmaktadır. Elemanın herhangi bir noktasındaki gerilmeler de (2.21) ifadesinden yararlanılarak hesaplanmaktadır. Düzlem gerilme/şekil değiştirme hali için gerilme ifadesi,

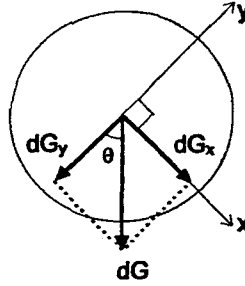
$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 [C] \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (2.74)$$

şeklinde yazılmaktadır. Burada, $[C]$, düzlem gerilme ve düzlem şekil değiştirme hallerinde (2.6) ve (2.7) den alınacaktır.

2.12.2. Eleman Yük Vektörünün Hesabı

a) Düzlem Gerilme/Şekil Değiştirme Durumları İçin Ağırlık Yük Vektörü Hesabı

Ağırlık kuvvetleri, yerçekimi doğrultusunda cismin birim hacmine etmektedir.



Şekil 2.8 Birim hacme gelen ağırlık kuvveti

Birim hacme gelen ağırlık kuvvetinin, y ekseninin negatif yönü ile θ açısı yaptığı kabul edilmektedir. g yerçekimi ivmesi ve ρ kütleli yoğunluk olmak üzere birim hacimdeki elemana gelen ağırlık kuvveti,

$$dG = \rho g dV \quad (2.75)$$

şeklinde. x ve y doğrultusundaki bileşenleri,

$$dG_x = \rho g dV \sin \theta \quad (2.76)$$

$$dG_y = -\rho g dV \cos \theta$$

olur. h kalınlıklı bir eleman üzerinde i düğümü için integral alınırsa,

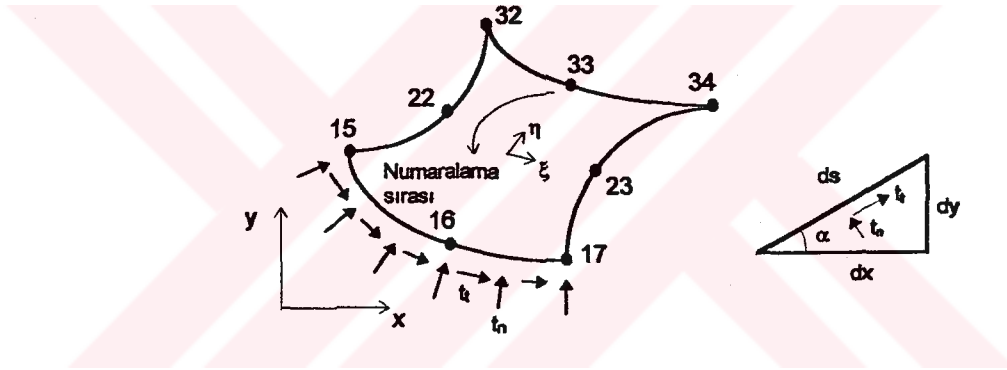
$$\begin{Bmatrix} G_{xi} \\ G_{yi} \end{Bmatrix} = h \iint_{A_i} N_i \rho g \begin{Bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{Bmatrix} dx dy \quad (2.77)$$

bulunur. (2.77) integrali Gauss-Legendre sayısal integral yöntemiyle $N=3$ seçilerek hesaplanmaktadır.

$$\begin{Bmatrix} G_{xi} \\ G_{yi} \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \rho g h \begin{Bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{Bmatrix} N_i(\xi_m, \eta_n) w_m w_n \det[J] \quad (2.78)$$

Özel olarak θ açısının sıfır olması durumunda, ağırlık kuvveti sistem koordinatlarında, y ekseninin tersi yönünde etkimiş olur.

b) Düzlem Gerilme/Şekil Değiştirme Durumunda Eleman Kenarlarına Etkiyen Normal ve Teğetsel Yüklerden Düğüm Gelen Katkıları



Şekil 2.9 Parabolik kenara etkiyen normal ve teğetsel yükler

Bir kenara etkiyen yayılı yüklerin, eşdeğer düğüm yükleri cinsinden ifadesi,

$$\begin{Bmatrix} t_n \\ t_t \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^3 N_i \begin{Bmatrix} (t_n)_i \\ (t_t)_i \end{Bmatrix} \quad (2.79)$$

eşitliği ile tarif edilmektedir. Yayılı yüklerin eleman kenarında, ds boyuna etkidiği düşünülürse, x ve y doğrultularında bileşenler, sırasıyla,

$$dt_x = (t_t ds \cos \alpha - t_n ds \sin \alpha) = (t_t dx - t_n dy) \quad (2.80)$$

$$dt_y = (t_n ds \cos \alpha + t_t ds \sin \alpha) = (t_n dx + t_t dy)$$

olarak yazılmaktadır. (2.80) eşitliklerinin, elemanın (η =sabit) kenarı boyunca integrali için,

$$dx = \frac{\partial x}{\partial \xi} d\xi ; \quad dy = \frac{\partial y}{\partial \xi} d\xi \quad (2.81)$$

olur. Buna göre, (2.80) ifadesi,

$$dt_x = \left(t_t \frac{\partial x}{\partial \xi} - t_n \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) d\xi \quad (2.82)$$

$$dt_y = \left(t_n \frac{\partial x}{\partial \xi} + t_t \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) d\xi$$

şekline dönüşür. Böylece eşdeğer düğüm yükleri,

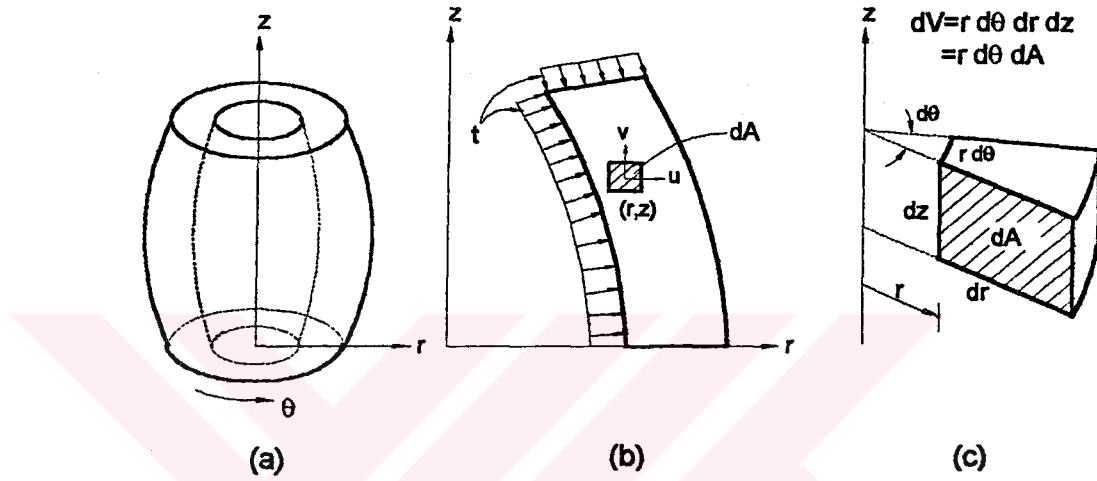
$$t_{xi} = \int_{S_\sigma} N_i \left(t_t \frac{\partial x}{\partial \xi} - t_n \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) d\xi \quad (2.83)$$

$$t_{yi} = \int_{S_\sigma} N_i \left(t_n \frac{\partial x}{\partial \xi} + t_t \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) d\xi$$

olur. S_σ , elemanın yüklü kenarını göstermekte olup bu kenar boyunca çizgisel integraller hesaplanmaktadır.

2.13. Eksenel Dönel Simetrik Gerilme ve Şekil Değişiklikler

Eksenel dönel simetrik geometriye ve yüklemeye sahip problemler, iki boyutlu olarak ele alınmaktadır. z eksenini cismin dönel simetri eksenidir. Tüm büyüklükler, θ dönme açısından bağımsızdır.



Şekil 2.10 Eksenel dönel simetrik hal

Herhangi bir noktanın deplasmanları,

$$u = u(r, z) \quad (2.84a)$$

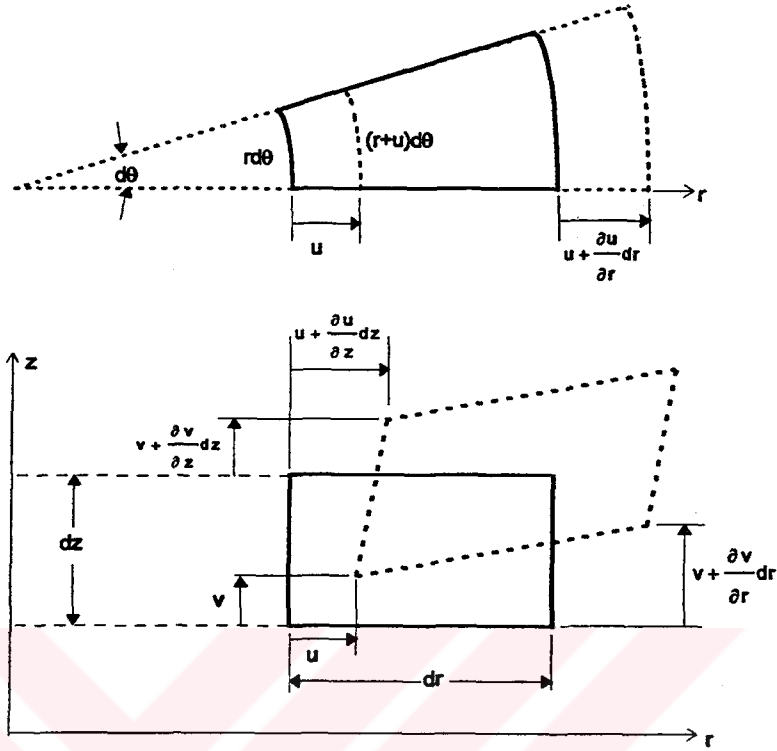
$$v = v(r, z) \quad (2.84b)$$

dir. Ağırlık ve yayılı sınır yükleri, sırasıyla,

$$\{f\} = \{f_r, f_z\}^T \quad (2.85)$$

$$\{t\} = \{t_r, t_z\}^T \quad (2.86)$$

ile gösterilmektedir.



Şekil 2.11 Elemanter hacmin uzama oranları

Uzama oranları ile deplasmanlar arasındaki ilişki için, Şekil 2.11 den,

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_r, \epsilon_z, \epsilon_\theta, \gamma_{rz}\}^T = \left\{ \frac{\partial u}{\partial r}, \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{u}{r}, \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right\}^T \quad (2.87)$$

yazılır. Gerilme vektörü,

$$\{\sigma\} = \{\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta, \tau_{rz}\}^T \quad (2.88)$$

olarak tarif edilmektedir.

Uzama oranları ile gerilmeler arasındaki ilişkiyi belirten bünye denklemi,

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\} \quad (2.89a)$$

veya bu hal için açık olarak,

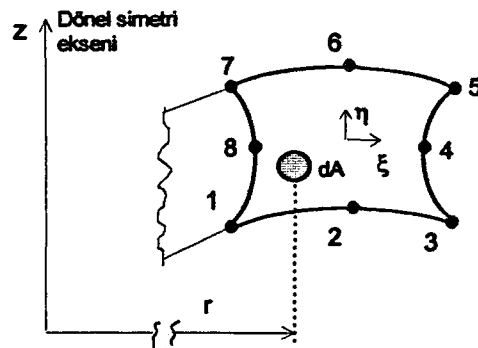
$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\nu)p & \nu p & \nu p & 0 \\ & (1-\nu)p & \nu p & 0 \\ & & (1-\nu)p & 0 \\ \text{simetrik} & & & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} \quad (2.89b)$$

şeklinde verilmektedir. Burada, p ve G (2.90) da verilmektedir.

$$p = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{ve} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.90)$$

2.13.1. Eksenel Dönel Simetrik Hal İçin Sonlu Eleman Yaklaşımı

Düzlem gerilme/şekil değiştirme halinde olduğu gibi standart sonlu eleman formülasyonu takip edilecektir. Bu halde, daha önce kullanılan, sekiz düğümlü izoparametrik, kuadratik düzlemsel eleman göz önüne alınmaktadır (Şekil 2.12).



Şekil 2.12 Eksenel dönel simetrik kuadratik bir eleman

Herhangi bir noktanın yer değiştirmeleri, düğüm deplasmanları cinsinden,

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & . & . & . & N_8 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & . & . & . & 0 & N_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ . \\ . \\ u_8 \\ v_8 \end{Bmatrix} \quad (2.91)$$

olur veya kapalı halde,

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N] \{\Delta\} \quad (2.91a)$$

şeklinde yazılır. Burada, $N_1, \dots, N_8$ şekil fonksiyonları, (2.63) ifadesinden alınacaktır. şekil değiştirmeler, (2.87) ve (2.91) yardımıyla,

$$\{\epsilon\} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{1}{r} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} [N] \{\Delta\} = [B] \{\Delta\} \quad (2.92)$$

tarzında ifade edilmektedir. Burada, r ,

$$r = \sum_{i=1}^8 N_i r_i \quad (2.92a)$$

şeklindedir. Eleman rijitlik matrisi,

$$[k^e] = \iint_{A_e} \left\{ \int_{\theta=0}^{2\pi} [B]^T [C] [B] r d\theta \right\} dr dz \quad (2.93)$$

olmaktadır.

İzoparametrik eleman kullanıldığından, deplasmanların ξ ve η 'ya göre türevleri için

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11}^* & J_{12}^* & 0 & 0 \\ J_{21}^* & J_{22}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{11}^* & J_{12}^* \\ 0 & 0 & J_{21}^* & J_{22}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (2.94)$$

eşitliği kullanılmaktadır. Burada, J_{ij}^* , Jacobian matrisinin tersinin elemanlarını göstermektedir. $[B]$, şekil değiştirme matrisi,

$$[B] = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{21} & J_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r} \\ J_{21} & J_{22} & J_{11} & J_{12} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial \xi} & 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial \eta} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \xi} & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial \xi} \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial \eta} & 0 & \frac{\partial N_8}{\partial \eta} \\ N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_8 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

şeklinde hesaplanmaktadır. (2.93) ifadesi ile verilen eleman rijitlik matrisi, θ üzerinde $(0, 2\pi)$ arasında integral alınmasıyla ,

$$[k^e] = 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [C][B] r \det[J] d\xi d\eta \quad (2.96)$$

olur. Benzer şekilde eleman kütle matrisi için

$$[m^e] = \rho 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [N]^T [N] r \det[J] d\xi d\eta \quad (2.97)$$

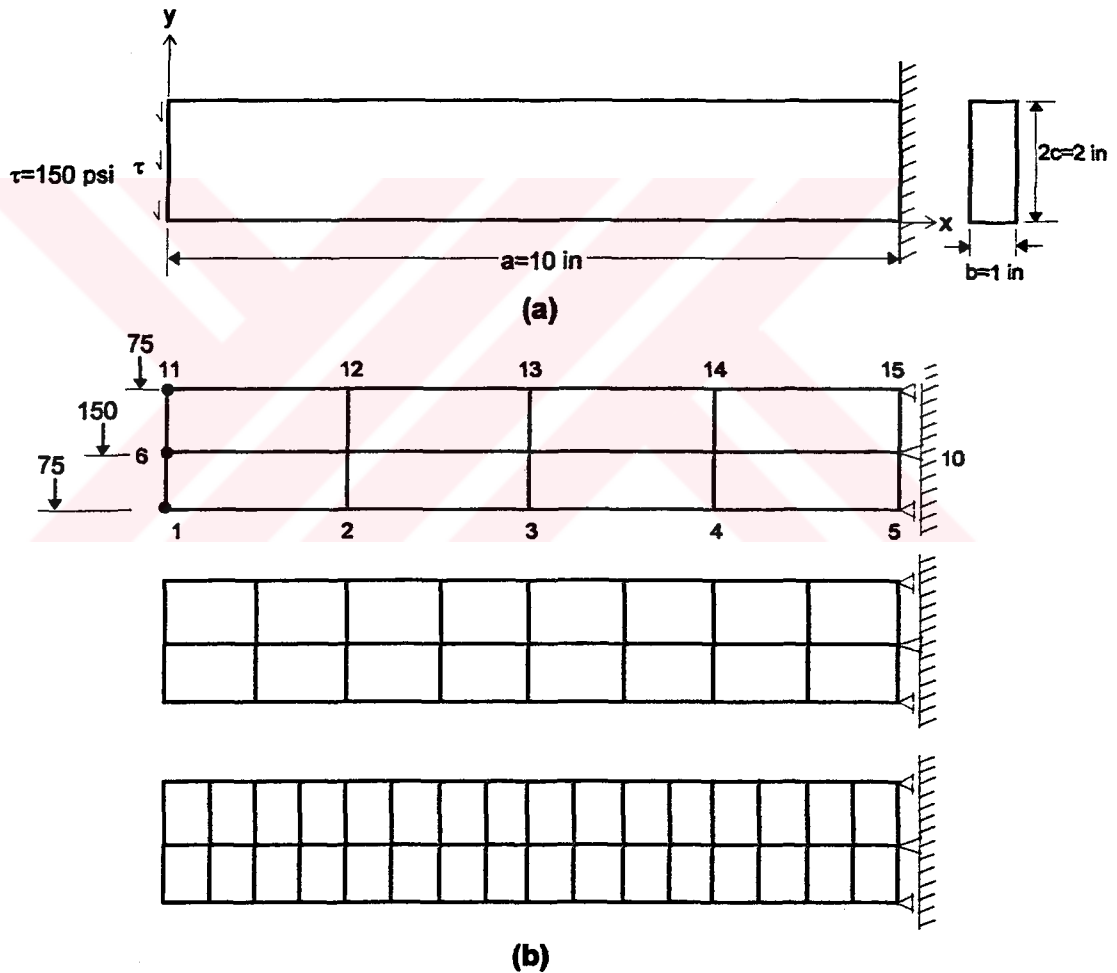
yazılır. Bunlarla beraber eleman yük vektörü de ,

$$\{F^e\} = \rho g 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [N]^T \{f\} r \det[J] d\xi d\eta + 2\pi \int_{-1}^{+1} [N]^T \{t\} r \frac{L_e}{2} d\xi \quad (2.98)$$

ifadesiyle bulunur. Yukarıdaki integraller, program içinde, Gauss-Legendre yöntemi ile (3x3) Gauss noktası alınarak sayısal olarak hesaplanmaktadır.

2.14. Özel Bir Örnek Üzerinde Elemanların Karşılaştırılması

Bu bölümde incelenen çeşitli sonlu elemanları karşılaştırmak amacıyla, Şekil 2.13 a da görülen konsol kiriş örneği ele alınmaktadır (Reddy,1993). Konsol kirişin elastisite modülü, $E=30 \times 10^6$ psi, Poisson oranı, $\nu=0.25$ ve kütleli yoğunluğu, $\rho=8.8255 \times 10^{-3}$ lb-s²/in⁴ olarak seçilmektedir. Konsol kirişin serbest ucuna, $\tau=150$ psi şiddetinde yayılı kesme yükü etkimesi halinde statik çözümler yapılmaktadır. Bileşke kesme kuvveti, $P=150 \times 1 \times 2=300$ lb dir.



Şekil 2.13 Ucundan yüklü konsol kiriş ve sonlu eleman ağları

Bilineer, modifiye ve Scordelis dikdörtgen elemanları için, 4x2, 8x2 ve 16x2 sonlu eleman ağı (Şekil 2.13 b) ve kuadratik dörtgen elemanı için de, 2x1, 4x1 ve 8x1 ağı kullanılmaktadır. Konsol kirişin serbest ucundaki deplasmanlar Tablo 2.1 de ve ankastre uçtaki σ_x normal gerilmeleri ise, Tablo 2.2 de verilmektedir. Bu değerler için kapalı çözüm (Girkmann, 1964) de verilmektedir.

$$v(0,1) = -\frac{PL^3}{3EI} \left[1 + \frac{3(1+\nu)}{L^2} \right] \quad (2.99)$$

$$\sigma_x = \frac{Px(1-y)}{I} ; I = \frac{b(2c)^3}{12} \quad (2.100)$$

Tablo 2.1 Serbest uçtaki düşey deplasmanın karşılaştırılması.

(0.,1.) Noktasında deplasman, $-v \times 10^{-2}$ (in.)				
Eleman ağı	Bilineer	Modifiye	Scordelis	Kuadratik
4 x 2	0.31335	0.50622	0.43845	0.50309 (2x1)
8 x 2	0.43884	0.51258	0.50539	0.51286 (4x1)
16 x 2	0.48779	0.51450	0.52580	0.51371 (8x1)
Elastisite	0.51875			

Tablo 2.2 Ankastre uçtaki normal gerilmenin karşılaştırılması

(10.,2.) Noktasında Gerilme, σ_x (psi)				
Eleman ağı	Bilineer	Modifiye	Scordelis	Kuadratik
4 x 2	2455	3940	3492	4116 (2x1)
8 x 2	3688	4227	4301	4435 (4x1)
16x 2	4237	4378	4650	4491 (8x1)
Elastisite	4500			

Deplasmanlar için modifiye ve kuadratik elemanların iyi sonuç verdikleri, gerilmeler için ise kuadratik elemanın en iyi sonucu verdiği gözlenmektedir.

Ayrıca, bu örneğin serbest titreşim analizi de yapılmıştır. Çeşitli elemanlar modelleri için ilk 10 serbest titreşim frekansının karşılaştırılması, Tablo 2.3 de verilmektedir. Kuadratik elemanın en iyi sonuç verdiği gözlenmektedir. Bunun yanında modifiye elemanın diğer iki elemana göre daha iyi olduğu söylenebilir.

Bu örnek, (Reddy,1993) de, aynı sonlu eleman ağları kullanılarak fakat dokuz düğümlü Lagrange elemanı ile çözülmüş olup, sonuçların çok yakın olduğu gözlenmiştir.

Tablo 2.3 Konsol kirişin ilk 10 frekansının karşılaştırılması

mod	Bilineer eleman		Modifiye eleman		Scordelis		Kuadratik eleman		
	4 x 2	8 x 2	4 x 2	8 x 2	4 x 2	8 x 2	4 x 1	8 x 2	16x4
1	1499.0	1282.6	1200.6	1188.5	1217.8	1134.2	1151.9	1146.1	1144.9
2	8598.4	7018.5	6933.3	6493.8	6396.1	5698.6	6349.5	6139.9	6078.4
3	9521.9	9471.5	9504.9	9461.7	9218.5	9173.2	9156.0	9155.8	9155.8
4	22626.	17247.	18290.	15779.	15494.	12915.	15630.	14541.	14237.
5	30105.	28723.	29538.	27004.	26706.	20517.	27445.	24103.	23377.
6	40619.	30006.	30187.	28423.	29080.	27859.	27476.	27408.	27405.
7	54895.	45018.	34907.	39985.	34848.	28090.	39979.	34440.	33235.
8	66964.	48852.	44519.	47039.	45494.	34192.	45858.	45213.	43476.
9	75056.	60821.	55464.	54392.	48733.	35006.	57593.	45435.	45406.
10	79372.	68079.	56241.	62385.	52034.	40781.	64930.	55983.	53670.

Karşılaştırma sonucunda, modifiye ve kuadratik elemanların uygun oldukları, fakat hafıza sorunu olabilecek büyük problemlerde, 8 serbestlik dereceli modifiye elemanın kullanılabileceği söylenebilir. Bir sonraki bölümde ele alınan zemin-yapı problemlerinin çözümü için hazırlanan bilgisayar programlarında, 16 serbestlik dereceli kuadratik eleman kullanılmaktadır.

3. ZEMİN-YAPI ETKİLEŞİMİ

3.1. Giriş

Bu bölümde, iki boyutlu düzlemsel veya eksenel dönel simetrik geometriye sahip zemin-yapı etkileşimi problemleri incelenmektedir. Zemin tabakalı, elastik ve/veya visko-elastik malzeme olarak ele alınmaktadır. Üst yapı bir önceki bölümde anlatılan standart sonlu elemanlarla temsil edilmektedir. Yarı sonsuz zemin ise, binaya yakın bölgelerde standart sonlu elemanlar ile uzak bölgelerde ise sonsuz elemanlar ile modellenmektedir.

İlk olarak, tasvir edilebilen sonsuz eleman ve azalan fonksiyonlu sonsuz elemanların, statik halde rijitlik matrisleri elde edilmektedir. İkinci olarak ise, dinamik halde, sonsuz elemanlar için rijitlik ve kütle matrisleri elde edilmektedir. Dinamik halde, sonsuz elemanlar için deplasman kabulü dalga yayılımının özelliklerini taşımaktadır. Bu özellikler yüzeyde R-dalgası, ortam içinde S ve P-dalgaları, iki farklı ortam ara kesitinde Love dalgası olmaktadır.

Sonsuz elemanların rijitlik ve kütle matrisleri hesabı için özel integral yöntemlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu yöntemler sırasıyla, Newton-Cotes, modifiye Gauss-Legendre, ve modifiye Gauss-Laguerre olarak adlandırılmaktadır.

Formülasyon harmonik hal için kompleks uzayda, zamanla değişen keyfi yüklemeler için ise, Laplace dönüşüm uzayında yapılmaktadır. Zaman uzayına geçiş için sayısal ters Laplace dönüşümü kullanılmaktadır.

3.2. Sonsuz Elemanlar

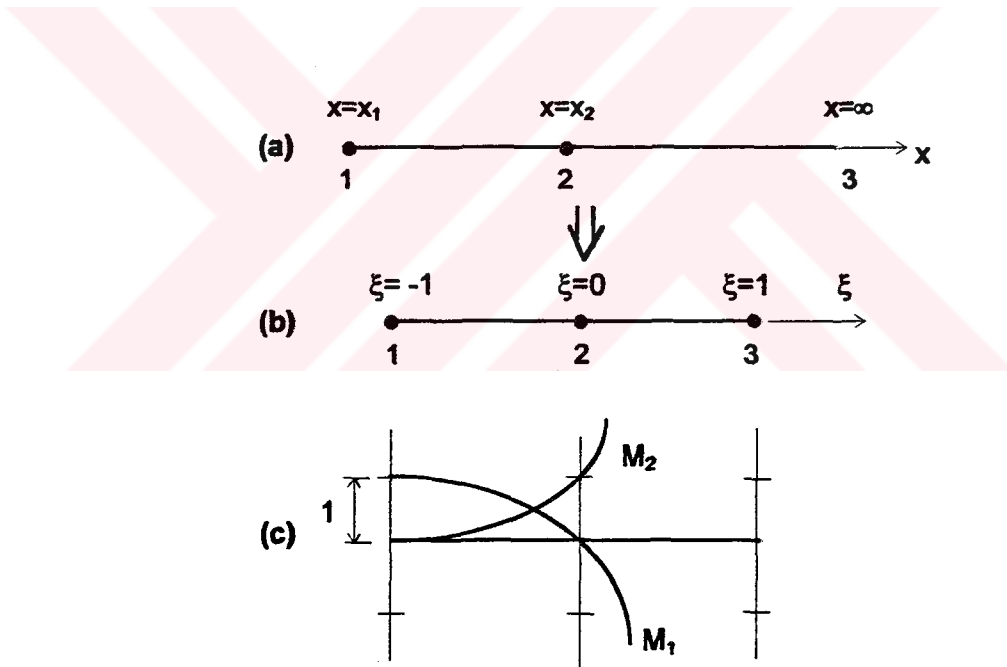
Bu kısımda, ilk olarak, statik halde, tasvir edilebilen ve azalan fonksiyonlu sonsuz elemanlar için formülasyon yapılmaktadır. İkinci olarak ise, azalan fonksiyonlu dinamik sonsuz eleman için eleman rijitlik ve kütle matrisleri elde edilmektedir. Her iki

halde de hem düzlem gerilme/şekil değiştirme hem de eksenel dönel simetrik durumlar göz önüne alınmaktadır.

3.2.1. Statik Hal

3.2.1.1. Bir Boyutlu Tasvir Edilebilen Sonsuz Eleman Hali

Şekil 3.1 deki bir boyutlu sonsuz eleman göz önüne alınmaktadır. Bu eleman 1 düğümünden 2 düğümüne doğru tarif edilmekte ve 3 düğümü de sonsuza uzanmaktadır.



Şekil 3.1 Bir boyutlu sonsuz eleman: (a) Gerçek eleman; (b) Referans elemanı; (c) Geometrik tasvir fonksiyonları

Sonsuza uzanan bu eleman, sınırları, $-1 \leq \xi \leq 1$ aralığında değişen sonlu bir referans elemanı ile tasvir edilmektedir. Koordinat dönüşümü ,

$$x = M_1(\xi) x_1 + M_2(\xi) x_2 \quad (3.1)$$

şeklinde yapılmaktadır. Geometrik tasvir fonksiyonları,

$$M_1(\xi) + M_2(\xi) = 1 \quad (3.2)$$

şartını sağlamaktadır. M_1 ve M_2 geometrik tasvir fonksiyonları aşağıdaki gibi seçilmektedir (Kumar, 1985).

$$M_1(\xi) = \frac{-2\xi}{1-\xi} \quad \text{ve} \quad M_2(\xi) = \frac{1+\xi}{1-\xi} \quad (3.3)$$

Bu fonksiyonların ξ ile değişimleri, Şekil 3.1 c de görülmektedir. (3.1) eşitliği ξ için çözülürse,

$$\xi = \frac{x - x_2}{x - 2x_1 + x_2} = 1 - \frac{2(x_2 - x_1)}{x - 2x_1 + x_2} \quad (3.4)$$

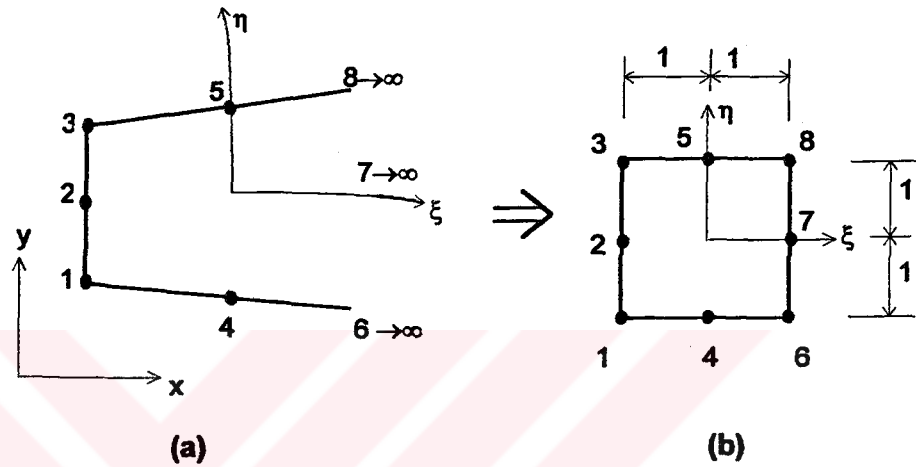
bulunur. Orta düğümün koordinatı 1 nolu düğümün koordinatının iki katı ($x_2 = 2x_1$) olacak şekilde seçilirse (3.4) eşitliği ,

$$\xi = 1 - \frac{2x_1}{x} \quad (3.5)$$

olmaktadır. Geometrik dönüşüm bu şekilde tasvir edilmektedir. Deplasmanlar için, sonlu eleman formülasyonunda kullanılan standart şekil fonksiyonları seçilerek interpolasyon yapılmaktadır.

3.2.1.2. İki Boyutlu Tasvir Edilebilen Sonsuz Eleman

Denklem (3.1) deki tanıma benzer bir şekilde, ξ - doğrultusunda sonsuza uzanan iki boyutlu bir sonsuz eleman (Şekil 3.2) için geometrik dönüşüm (3.6) da olduğu gibi yapılmaktadır.



Şekil 3.2 Beş düğümlü sonsuz eleman: (a) Gerçek eleman; (b) Referans elemanı

Koordinat dönüşümü,

$$x = \sum_{i=1}^5 M_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^5 M_i y_i \quad (3.6)$$

ile tarif edilmekte ve burada, M_i , geometrik şekil fonksiyonları,

$$M_1 = \frac{\xi \eta (1 - \eta)}{(1 - \xi)} \quad (3.7 a)$$

$$M_2 = \frac{-2\xi(1 - \eta^2)}{(1 - \xi)}$$

$$\begin{aligned}
M_3 &= \frac{-\xi \eta (1 + \eta)}{(1 - \xi)} \\
M_4 &= \frac{(1 + \xi)(1 - \eta)}{2(1 - \xi)} \\
M_5 &= \frac{(1 + \xi)(1 + \eta)}{2(1 - \xi)}
\end{aligned} \tag{3.7 b}$$

şeklinde verilmekte (Kumar, 1985) ve aşağıdaki özellik sağlanmaktadır.

$$\sum_{i=1}^5 M_i = 1 \tag{3.8}$$

Geometrik dönüşüm, ξ için ,

$$\xi = 1 - \frac{(-x_1 - x_3 + x_4 + x_5) - \eta(x_4 - x_1 + x_3 - x_5)}{x + (-x_1 - x_3 + \frac{x_4 + x_5}{2}) + \eta(x_1 - x_3 + \frac{-x_4 + x_5}{2})} \tag{3.9}$$

dir. (3.9) eşitliği, $x_4=2 x_1$ ve $x_5=2 x_3$ alınarak ,

$$\xi = 1 - \frac{(x_1 + x_3) + \eta(-x_1 + x_3)}{x} \tag{3.10}$$

şeklinde yazılabilmektedir. Burada, $x \rightarrow \infty$ için $\xi=1$ olduğu görülmektedir. Diğer taraftan, deplasman bileşenleri için standart interpolasyon şekil fonksiyonları kullanılmaktadır.

$$u = \sum_{i=1}^5 N_i u_i \quad \text{ve} \quad v = \sum_{i=1}^5 N_i v_i \tag{3.11}$$

Bir önceki bölümde, sekiz düğümlü kuadratik sonlu eleman için verilen (2.63) ifadelerinden yararlanılarak, beş düğümlü sonsuz eleman için interpolasyon şekil fonksiyonları,

$$\begin{aligned}
 N_1 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(-1 + \eta)(1 + \xi + \eta) \\
 N_2 &= \frac{1}{2}(-1 + \xi)(-1 + \eta^2) \\
 N_3 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta)(-1 - \xi + \eta) \\
 N_4 &= \frac{1}{2}(-1 + \xi^2)(-1 + \eta) \\
 N_5 &= \frac{1}{2}(1 - \xi^2)(1 + \eta)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

olarak alınmaktadır.

3.2.1.2.1. Sonsuz Eleman Rijitlik Matrisi Hesabı

a) Düzlem Gerilme/ Şekil Değiştirme Hali

Uzama oranı deplasman ilişkisi,

$$\{\epsilon\} = \sum_{i=1}^5 \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^5 [B_i] \{\Delta_i\} \tag{3.13}$$

olup, burada, $[B_i]$ ve $\{\Delta_i\}$,

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}; \quad \{\Delta_i\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

şeklinde yazılmaktadır. Kapalı olarak , şekil değıştirmeler,

$$\{\epsilon\} = [B] \{\Delta\} \quad (3.15)$$

ve gerilmeler,

$$\{\sigma\} = [C][B]\{\Delta\} \quad (3.16)$$

olur. [C], malzeme matrisi, düzlem gerilme ve düzlem şekil değıştirme halleri için sırasıyla (2.6) ve (2.7) den alınacaktır.

Şekil fonksiyonlarının kartezyen koordinatlara göre türevleri ,

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

şeklinde ifade edilir. (3.6) tarifleri ve geometrik tasvir fonksiyonları, M_i 'ler yardımıyla Jacobian matrisi aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^s \begin{bmatrix} \frac{\partial M_i}{\partial \xi} x_i & \frac{\partial M_i}{\partial \xi} y_i \\ \frac{\partial M_i}{\partial \eta} x_i & \frac{\partial M_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Jacobian, geometrik tasvir fonksiyonlarının kısmi türevlerini içermektedir. Böylece, (x,y)- düzlemindeki elemanter bir alan,

$$dx dy = \det [J] d\xi d\eta \quad (3.19)$$

şeklinde yazılır. Sonsuz eleman için eleman rijitlik matrisi , (ξ , η) koordinatlarında, $[B] = [B_1 , B_2, ..., B_5]$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} [k^e]_{(10 \times 10)} &= h \iint_{A_e} [B]^T [C] [B] dx dy = h \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [C] [B] \det[J] d\xi d\eta \\ &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [G(\xi, \eta)] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (3.20)$$

şeklinde yazılır. Burada, $[G]=h[B]^T[C] [B] \det [J]$ dir . Tasvir edilebilen sonsuz eleman rijitlik matrisi, Gauss-Legendre sayısal integral yöntemiyle her iki yönde 3 Gauss noktası seçilerek hesaplanmaktadır.

$$[k^e] = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 [G(\xi_m, \eta_n)] w_m w_n \quad (3.21)$$

(3.21) de $\xi_m , \eta_n ,$ Gauss koordinatları ve w_m, w_n ise ağırlık faktörleridir.

b) Eksenel Dönel Simetrik Hal

Geometri ve yükleme eksenel dönel simetrik olması halinde , uzama oranı ile deplasman ilişkisi kapalı olarak,

$$\{\varepsilon\} = \sum_{i=1}^5 [B_i] \{\Delta_i\} \quad (3.22)$$

yazılır. Burada, $[B_i]$ şekil değiştirme matrisi,

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{N_i}{r} & 0 \\ \frac{r}{\partial N_i} & \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

olup, N_i ler (3.12) eşitliğinde verilmektedir. Ayrıca,

$$r = \sum_{i=1}^5 M_i r_i \quad (3.24)$$

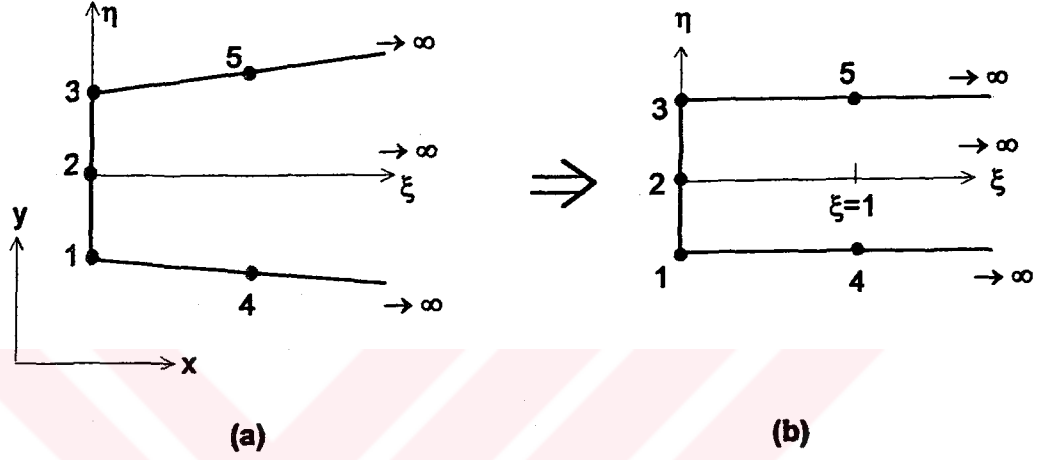
olup, M_i geometrik şekil fonksiyonları (3.7) eşitliğinden alınacaktır. Buna göre eksenel dönel simetrik sonsuz elemana ait rijitlik matrisi, $[B] = [B_1, B_2, \dots, B_5]$ olmak üzere,

$$[k^e]_{(10 \times 10)} = 2\pi \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [C] [B] r \det[J] d\xi d\eta \quad (3.25)$$

ifadesi ile hesaplanır. $\det[J]$, (3.18) yardımıyla hesaplanmaktadır. Ayrıca, $[C]$ malzeme matrisi (2.89) ifadesi ile verilmektedir.

3.2.1.3. Azalan Fonksiyonlu Sonsuz Elemanlar

Şekil 3.3 de görülen iki boyutlu bir sonsuz eleman yine iki boyutlu sonsuz bir bölgeye tasvir edilmektedir.



Şekil 3.3 Sonsuz eleman : (a) Gerçek eleman ; (b) Referans elemanı

Eleman koordinat dönüşümü ,

$$x = \sum_{i=1}^5 M_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^5 M_i y_i \quad (3.26)$$

ile tarif edilmekte ve burada geometrik şekil fonksiyonları,

$$M_1 = \frac{1}{2}(\xi - 1)(\eta - 1)$$

$$M_2 = 0$$

$$M_3 = \frac{1}{2}(1 - \xi)(\eta + 1)$$

(3.27 a)

$$M_4 = \frac{1}{2}\xi(1 - \eta) \quad (3.27 \text{ b})$$

$$M_5 = \frac{1}{2}\xi(1 + \eta)$$

şeklinde verilmektedir (Chuhan ve Chongbin, 1987). Ayrıca, $\sum_{i=1}^5 M_i = 1$ şartı da sağlanmaktadır. Sonsuz elemana ait deplasmanlar,

$$u = \sum_{i=1}^3 N_i u_i \quad \text{ve} \quad v = \sum_{i=1}^3 N_i v_i \quad (3.28)$$

olup, N_i şekil fonksiyonları,

$$\begin{aligned} N_1 &= P(\xi) \frac{1}{2}(-1 + \eta)\eta \\ N_2 &= P(\xi) (1 - \eta^2) \\ N_3 &= P(\xi) \frac{1}{2}(1 + \eta)\eta \end{aligned} \quad (3.29)$$

olarak seçilmektedir. Burada, $P(\xi)$, deplasman azaltma fonksiyonu olarak adlandırılmakta olup, iki farklı şekilde ele alınmaktadır. İlk olarak, $P(\xi)=1/(1+\xi)$ tarzında (Medina ve Taylor,1983) ve ikinci olarak da $P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha \xi)$ şeklinde (Chuhan ve Chongbin, 1987), ξ ye göre azalan bir fonksiyon seçilmektedir. Burada, α , azaltma parametresidir.

3.2.1.3.1. Azaltma Parametresinin Seçimi

Çözümün uzak bölgedeki gerçek davranışı, A/x tarzında olduğu kabul edilmektedir (Bettess ve A. Bettess, 1984). Kabul edilen çözümün esas terimi, $B \text{Exp}(-\alpha\xi)$ olur. Sonsuz eleman üzerinde,

$$\frac{A}{x} \quad \text{ve} \quad B e^{-\alpha\xi} \quad (3.30)$$

aynı sonucu vermelidir. Şekil 3.3 yardımıyla, $\xi=0$ için $x=x_1$ ve $\xi=1$ için, $x=x_4$ olduğu görülmektedir. Buna göre,

$$\xi = 0 \quad \text{için} \quad \frac{A}{x_1} = B \quad (3.31)$$

ve

$$\xi = 1 \quad \text{için} \quad \frac{A}{x_4} = B e^{-\alpha} \quad (3.32)$$

olur. Buradan, α ,

$$\alpha = \text{Ln}\left(\frac{x_4}{x_1}\right) \quad (3.33)$$

olarak tahmin edilebilir. Çözümün uzak bölgedeki davranışı, A/x^2 ise, benzer şekilde α , azaltma parametresi,

$$\alpha = \text{Ln}\left(\frac{x_4^2}{x_1^2}\right) \quad (3.33a)$$

ifadesi ile tahmin edilebilir. Burada, Ln, tabii logaritmayı göstermektedir.

3.2.1.3.2. Azalan Fonksiyonlu Sonsuz Eleman İçin Rijitlik Matrisi Hesabı

Eleman rijitlik matrisi hesabında, (3.12-19) adımları izlenmektedir. Yalnız uzama oranı deplasman ilişkisi ifadesinde, (3x6) boyutundaki $[B]$ matrisinin hesabı için, (3.29) interpolasyon şekil fonksiyonları kullanılmaktadır.

Düzlem gerilme/şekil değiştirme hali için sonsuz eleman rijitlik matrisi ifadesi aşağıdaki şekli alır.

$$[k^e]_{(6 \times 6)} = h \int_{\eta=-1}^1 \int_{\xi=0}^{\infty} [B]^T [C] [B] \det[J] d\xi d\eta \quad (3.34)$$

Burada, ξ - doğrultusunda sonsuza uzanan bölge üzerindeki integralin, çeşitli sayısal integral yöntemleri ile alınması, kısım (3.2.3) de anlatılmaktadır.

3.2.2. Dinamik Hal

Burada, harmonik ve keyfi yükleme halleri ayrı ayrı ele alınmaktadır. Tasvir edilebilen sonsuz eleman ile yapılan çözümlerin dalga karakterini veremediği görüldüğünden, dinamik halde, sadece azalan fonksiyonlu sonsuz elemanlar göz önüne alınacaktır.

3.2.2.1. Harmonik Yük Halli

Bu formülasyonda, statik haldeki azalan fonksiyonlu sonsuz eleman için verilen Şekil (3.3) den yararlanılmakta ve ayrıca (3.26) geometrik dönüşüm ve (3.27) tasvir fonksiyonları kullanılmaktadır. Dinamik sonsuz elemana ait deplasman şekil fonksiyonları için (3.28) eşitlikleri,

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3$$

(3.35)

$$v = N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3$$

olup, buradaki N_i şekil fonksiyonları da,

$$N_1 = P(\xi) \frac{1}{2}(-1 + \eta)\eta$$

$$N_2 = P(\xi) (1 - \eta^2)$$

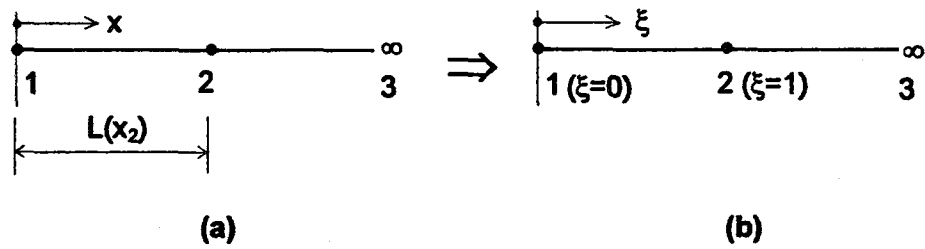
$$N_3 = P(\xi) \frac{1}{2}(1 + \eta)\eta$$

(3.36)

olmaktadır. Harmonik halde, $P(\xi)$, deplasman yayılma fonksiyonu olarak isimlendirilmekte ve ξ - doğrultusunda sonsuza uzanan bir elemanda aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$P(\xi) = e^{-(\alpha + i\beta)\xi} = e^{-\alpha\xi} e^{-i\beta\xi} \quad (3.37)$$

Burada, α ve β , yerel koordinatlarda, sırasıyla, deplasman genlik azaltma faktörü ve dalga sayısıdır. Yine yerel koordinatlarda dalga yayılmasından dolayı, $e^{-\alpha\xi}$ genlikteki azalmayı gösterirken, $e^{-i\beta\xi}$ terimi de faz gecikmesini ifade etmektedir. $i = \sqrt{-1}$, sanal sayıyı göstermektedir.



Şekil 3.4 Bir boyutlu elemanda koordinat tasviri: (a) Sistem koordinatında;
(b) Yerel koordinatta

α ve β , parametrelerini sistem koordinatlarında tasvir edebilmek için, Şekil 3.4 de verilen tek boyutlu bir sistem göz önüne alınmaktadır.

Eleman koordinat dönüşümü,

$$\xi = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \quad (3.38)$$

şeklinde tarif edilirse, (3.37) eşitliği sistem koordinatlarında,

$$P(x) = \text{Exp} \left[- \left(\frac{\alpha}{L(x_2)} + \frac{i \beta}{L(x_2)} \right) (x - x_1) \right] \quad (3.39)$$

şeklini alır. Burada, x_1 ve x_2 , 1 ve 2 düğüm noktalarının sistem koordinatları olup; $L(x_2) = x_2 - x_1$ ise, 1 ve 2 düğümleri arasındaki uzaklıktır. (3.39) eşitliğindeki genlik azaltma faktörü ve dalga sayısı da sistem koordinatlarında, sırasıyla,

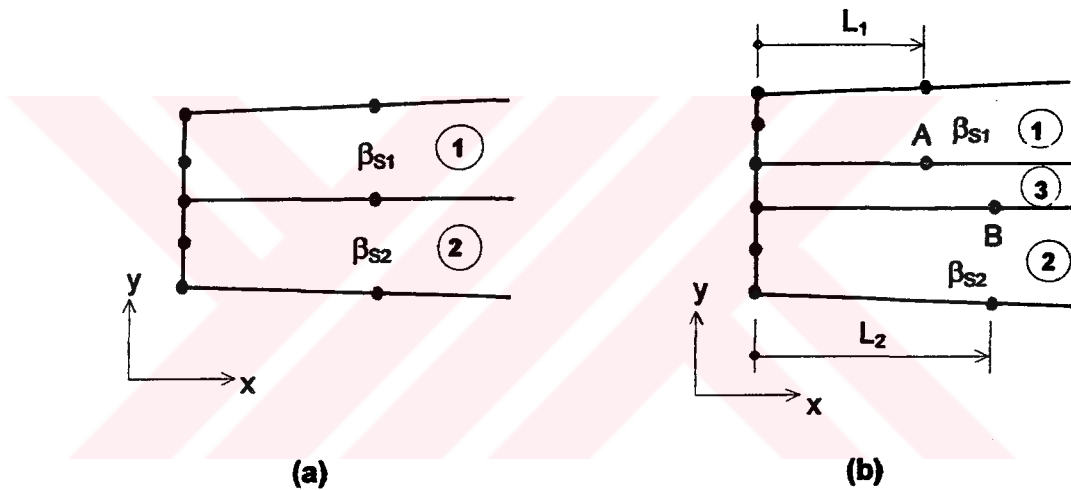
$$\alpha_s = \frac{\alpha}{L(x_2)} \quad ; \quad \beta_s = \frac{\beta}{L(x_2)} \quad (3.40)$$

olmaktadır. Dinamik sonsuz elemanda, α faktörünün seçimi (3.33) eşitliği yardımıyla yapılmakta ve β dalga sayısı da (3.40) eşitliğinden, $\beta = L(x_2) \Omega/c$ şeklinde yazılmaktadır. Burada, Ω , ortamın frekansını ve c de dalga hızını göstermektedir. Bu durumda, (3.37), deplasman yayılma fonksiyonu, $P(\xi)$, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$P(\xi) = e^{-\left(\alpha + \frac{i \Omega}{c} L\right) \xi} \quad (3.41)$$

Tabakalı Ortamlar

Yarı sonsuz düzlem problemlerinde, ortam tabakalardan oluşuyorsa ve her tabakanın da malzeme özellikleri farklı ise, tabakalardaki dalga yayılma hızları da farklı olmaktadır. Dolayısı ile tabakaların ara kesitindeki deplasmanlarda süreksizlik oluşmaktadır. Bu durumda, Şekil 3.5 a da görülen iki komşu sonsuz elemandaki, β_{s1} ve β_{s2} , dalga sayıları, deplasmanlardaki sürekliliği sağlayacak şekilde kontrol edilmelidir.



Şekil 3.5 Sonsuz elemanlar arasında düzenli ve geçişli bağlanmalar.

Bunun için Şekil 3.5 b de olduğu gibi dalga sayıları farklı olan 1 ve 2 sonsuz elemanları arasına geçiş elemanı konmalıdır. Her üç elemanda da β faktörleri aynı olacak şekilde geçiş elemanında A ve B noktalarının koordinatları ayarlanmalıdır. Böylece iki komşu sonsuz eleman arasında deplasman süreksizliği giderilmiş olmaktadır.

Visko-Elastik Zemin Hali

Visko-elastik zemin olması durumunda elastik kayma modülü, G ve Lamé sabiti, λ , visko-elastik eşdeğerleri ile değiştirilmelidir. Histeretik sönüm kabulü ile bu sabitler,

$$G^* = G (1 + 2i z) \quad (3.42)$$

$$\lambda^* = \lambda (1 + 2i z)$$

olmaktadır. Burada, G^* ve λ^* , visko-elastik kayma modülü ve Lamé sabitleridir. Ayrıca, z histeretik sönüm oranını göstermektedir. Bunlarla beraber elastik dalga hızı, c de kompleks değeri ile değiştirilmektedir.

$$c^* = c \sqrt{1 + 2i z} \quad (3.43)$$

Burada, c^* , kompleks dalga hızını temsil etmektedir. Böylece, deplasman yayılma fonksiyonu bir boyutlu halde,

$$P(\xi) = e^{-(\alpha^* + i\beta^*) \xi} \quad (3.44)$$

olmakta ve α^* , β^* , sırasıyla,

$$\alpha^* = \alpha \quad \text{ve} \quad \beta^* = \frac{\Omega}{c^*} L(x_2) \quad (3.45)$$

şeklinde yazılmaktadır.

3.2.2.2. Keyfi Değişen Dinamik Yük Hali

Keyfi yükleme halinde, (3.41) deki deplasman yayılma fonksiyonu Laplace dönüşüm uzayında,

$$P(\xi, s) = e^{-(\alpha + \frac{s}{c} L) \xi} \quad (3.46)$$

şeklinde yazılabilir. Sonsuz eleman üzerinde deplasman yaklaşımı,

$$\bar{u} = \sum_{i=1}^3 \bar{u}_i N_i(\xi, \eta, s) \quad \text{ve} \quad \bar{v} = \sum_{i=1}^3 \bar{v}_i N_i(\xi, \eta, s) \quad (3.47)$$

şeklinde ifade edilir. Burada, s Laplace dönüşüm parametresini ve $(\bar{})$ büyüklüğü de deplasmanların Laplace dönüşümlerini göstermektedir. (3.47) deki N_i şekil fonksiyonları (3.35-37) nedeniyle, s dönüşüm parametresine bağlı olacaktır.

Visko-Elastik Zemin Hali

Visko-elastik zemin modeli olması halinde, Laplace uzayında Kelvin tipi viskoz sönüm göz önüne alınmaktadır. Bu durumda, (3.42) deki visko-elastik malzeme sabitleri,

$$G^* = G(1 + g s) \quad (3.48)$$

$$\lambda^* = \lambda(1 + g s)$$

şekline gelir (Boley, 1985). Burada, g viskoz sönüm oranlarını göstermektedir. Bunlarla beraber, visko-elastik dalga hızı, c^* da,

$$c^* = c \sqrt{(1 + g s)} \quad (3.49)$$

şeklinde yazılmaktadır. Özel halde, $g=0$ alınırsa, deplasman yayılma fonksiyonu, $P(\xi, s)$, lineer elastik duruma dönüşür.

3.2.2.2.1. Azalan Fonksiyonlu Sonsuz Eleman İçin Rijitlik ve Kütle Matrisleri

a) Düzlem Gerilme / Şekil Değişirme Hali

Dinamik halde, eleman rijitlik ve kütle matrislerinin hesabı için, deplasman yayılma fonksiyonu olarak, harmonik halde (3.41) eşitliği ve keyfi yükleme halinde (3.46) eşitliği kullanılacaktır. Eleman rijitlik ve kütle matrisleri aşağıda verilmektedir.

$$[k^e]_{(6 \times 6)} = h \int_{\eta=-1}^1 \int_{\xi=0}^{\infty} [B]^T [C] [B] \det[J] d\xi d\eta \quad (3.50)$$

$$[m^e]_{(6 \times 6)} = h \rho \int_{\eta=-1}^1 \int_{\xi=0}^{\infty} [N]^T [N] \det[J] d\xi d\eta \quad (3.51)$$

b) Eksenel Dönel Simetrik Hal

Uzama oranı -deplasman ilişkisi,

$$\{\epsilon\} = \sum_{i=1}^3 [B_i] \{\Delta_i\} \quad (3.53)$$

ifadesindeki $[B_i]$ matrisi, (3.23) eşitliğinde verilmektedir. Şekil fonksiyonları için (3.29) ifadeleri kullanılmaktadır. r için (3.24) ifadesinden yararlanılarak, azalan fonksiyonlu eksenel dönel simetrik sonsuz elemanın rijitlik ve kütle matrisleri sırasıyla (3.54) ve (3.55) da verilmektedir.

$$[k^e]_{(6 \times 6)} = 2\pi \int_{\eta=-1}^1 \int_{\xi=0}^{\infty} [B]^T [C] [B] r \det[J] d\xi d\eta \quad (3.54)$$

ve

$$[m^e]_{(6 \times 6)} = 2\pi \rho \int_{\eta=-1}^1 \int_{\xi=0}^{\infty} [N]^T [N] r \det[J] d\xi d\eta \quad (3.55)$$

[C], malzeme matrisi (2.89) dan alınacaktır. Yukarıdaki integral içindeki ifadelerde, deplasman yayılma fonksiyonu olarak, harmonik halde (3.41) eşitliği ve keyfi yükleme halinde (3.46) eşitliği kullanılacaktır.

3.2.3. Sonsuz Elemanda Sayısal İntegral Yöntemleri

3.2.3.1. Newton -Cotes İntegrasyon Yöntemi

Eleman rijitlik ve kütle matrisleri hesabında, sonlu η - yönündeki integraller Gauss-Legendre yöntemi ile yapılmaktadır. Bununla beraber sonsuza uzanan ξ - doğrultusundaki integraller ise, Newton-Cotes yöntemi ile yapılabilmektedir (Bettess ve Zienkiewicz, 1977). Sonsuza uzanan yöndeki tipik bir integral ifadesi,

$$I = \int_0^{\infty} f(\xi) e^{-2(\alpha + i\beta)\xi} d\xi \quad (3.56)$$

şeklindedir. (3.56) ifadesi, 4 integrasyon noktası seçilerek, $\xi=2,4,6,8$ apsis değerleri için,

$$\int_0^{\infty} f(\xi) e^{-2(\alpha + i\beta)\xi} d\xi = w_1 f(2) + w_2 f(4) + w_3 f(6) + w_4 f(8) \quad (3.57)$$

olur. (3.57) eşitliğindeki w_k , ağırlık katsayıları aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$w_k = \int_0^{\infty} L_k(\xi) e^{-2(\alpha+i\beta)\xi} d\xi \quad (3.58)$$

Burada, L_k , Lagrange interpolasyon polinomu olup,

$$L_k = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^n \left(\frac{\xi_j - \xi}{\xi_j - \xi_k} \right) \quad (3.59)$$

şeklinde ifade edilmektedir. (3.58) deki integralin sonuçları, MATHEMATICA ile $n=4$ ve $k=1,2,3,4$ için, aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\begin{aligned} w_1 &= \frac{1}{24}(96\gamma - 52\gamma^2 + 18\gamma^3 - 3\gamma^4) \\ w_2 &= \frac{1}{8}(-48\gamma + 38\gamma^2 - 16\gamma^3 + 3\gamma^4) \\ w_3 &= \frac{1}{8}(32\gamma - 28\gamma^2 + 14\gamma^3 - 3\gamma^4) \\ w_4 &= \frac{1}{24}(-24\gamma + 22\gamma^2 - 12\gamma^3 + 3\gamma^4) \end{aligned} \quad (3.60)$$

Burada, γ , kompleks bir değişken olup,

$$\gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha - i\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \right) \quad (3.61)$$

şeklinde tarif edilmektedir.

3.2.3.2. Modifiye Gauss-Legendre İntegrasyon Yöntemi

Sonsuza uzanan doğrultudaki bir integral, değişken dönüştürülerek, Gauss-Legendre yöntemiyle de alınabilmektedir (Pissanetzky, 1983). Gauss-Legendre fomülü, M, integrasyon nokta sayısı olmak üzere,

$$\int_{-1}^{+1} f(\xi) d\xi \cong \sum_{i=1}^M f(\xi_i) w_i \quad (3.62)$$

şeklindedir. $0 \leq \xi \leq \infty$ aralığındaki bir integral için, $\xi = \frac{\bar{\xi}-1}{\bar{\xi}+1}$, olarak tarif edilmektedir.

Buna göre, $\bar{\xi} = \frac{1+\xi}{1-\xi}$ ve $d\bar{\xi} = \frac{2}{(1-\xi)^2} d\xi$ olup, sonsuz yöndeki integral,

$$\int_0^{\infty} g(\bar{\xi}) d\bar{\xi} = \int_{-1}^{+1} g\left(\frac{1+\xi}{1-\xi}\right) \frac{2}{(1-\xi)^2} d\xi \quad (3.63)$$

tarzında ifade edilmektedir. (3.62) eşitliği yardımıyla, (3.63) ün sağ tarafı,

$$\int_{-1}^{+1} g\left(\frac{1+\xi}{1-\xi}\right) \frac{2}{(1-\xi)^2} d\xi \cong \sum_{i=1}^M g(\bar{\xi}_i) \bar{w}_i \quad (3.63a)$$

olmaktadır. Buradaki, $\bar{\xi}_i$ ve $\bar{w}_i$, modifiye Gauss-Legendre apsis ve ağırlık değerleri, sırasıyla,

$$\bar{\xi}_i = \frac{1+\xi_i}{1-\xi_i} \quad \text{ve} \quad \bar{w}_i = \frac{2 w_i}{(1-\xi_i)^2} \quad (3.64)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (3.64) deki ξ_i ve w_i , bilinen Gauss-Legendre apsis ve ağırlık değerlerini, M ise, sonsuz yönde, integrasyon nokta sayısını göstermektedir.

3.2.3.3. Modifiye Gauss-Laguerre İntegrasyon Yöntemi

Gauss-Laguerre formülü, $0 \leq u \leq \infty$ aralığı için,

$$\int_0^{\infty} f(u) e^{-u} du \cong \sum_{i=1}^M w_i f(u_i) \quad (3.65)$$

şeklinde tarif edilmektedir (Stroud ve Secrest, 1966). Eleman matrislerinde sonsuza uzanan doğrultudaki tipik bir integral ise,

$$I = \int_0^{\infty} f(\xi) e^{-2(\alpha + i\beta)\xi} d\xi \quad (3.66)$$

şeklinde olmaktadır. Bu integralde $u = 2(\alpha + i\beta)\xi$ değişken dönüşümü yapılarak, $du = 2(\alpha + i\beta)d\xi$ olup, (3.65) ifadesi (3.66) eşitliği için düzenlenirse, modifiye Gauss-Laguerre integrali aşağıdaki gibi olur.

$$\int_0^{\infty} f\left(\frac{u}{2(\alpha + i\beta)}\right) e^{-u} \frac{du}{2(\alpha + i\beta)} \cong \sum_{i=1}^M \frac{w_i}{2(\alpha + i\beta)} f\left(\frac{u_i}{2(\alpha + i\beta)}\right) = \sum_{i=1}^M \bar{w}_i f(\bar{u}_i) \quad (3.67)$$

$$\bar{u}_i = \frac{u_i}{2(\alpha + i\beta)}, \quad \bar{w}_i = \frac{w_i}{2(\alpha + i\beta)} \quad (3.68)$$

Buradaki, u_i ve w_i sırasıyla, Gauss-Laguerre apsis ve ağırlık değerleridir. M ise sonsuz yönde integrasyon nokta sayısıdır.

$f(\xi) = (1+\xi)^2$ ve $f(\xi) = \xi / (1+\xi)$ fonksiyonları seçilip, burada ele alınan üç değişik sayısal integral yöntemi uygulanarak, $(0 \leq \beta \leq 50)$ aralığı için elde edilen sonuçlar Tablo 3.1-2 de verilmektedir. Newton-Cotes yöntemi için 4, diğer yöntemler için 9 Gauss noktası alınmıştır. $f(\xi)$, polinom olması halinde, Tablo 3.1, Newton-Cotes ve modifiye Gauss-Laguerre yöntemlerinin kesin çözüme çok yakın oldukları görülmektedir. $f(\xi) = \xi / (1+\xi)$ için ise, sadece modifiye Gauss-Laguerre yönteminin iyi olduğu gözlenmektedir (Tablo 3.2). Hazırlanan bilgisayar programlarında modifiye Gauss-Laguerre yöntemi kullanılmış ve sonsuz yönde 17 Gauss noktası alınmıştır.

Tablo 3.1 $f(\xi) = (1+\xi)^2$ için integral sonuçları ($\alpha=1$.)

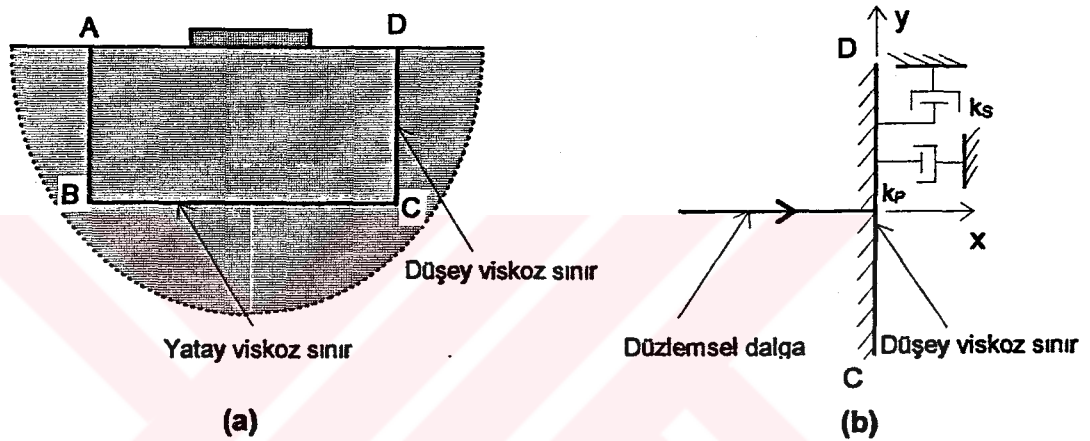
β	Newton-Cotes	Modifiye Gauss-Legendre	Modifiye Gauss-Laguerre	MATHEMATICA
0.	1.250	1.24931	1.250	1.250
0.5	0.672	0.68011	0.672	0.672
1.0	0.1875	0.14004	0.1875	0.1875
1.5	0.0527993	0.186473	0.0527993	0.0527993
2.0	0.018	0.124034	0.018	0.018
3.0	0.0035	0.3963	0.0035	0.0035
4.0	0.00106859	0.41365	0.00106859	0.00106859
5.0	0.000426718	0.0599417	0.000426718	0.000426718
10.	0.000025478	0.01617	0.000025478	0.000025478
50.	4.00319E-8	0.568	4.0032E-8	3.98E-8

Tablo 3.2 $f(\xi) = \xi / (1+\xi)$ için integral sonuçları ($\alpha=1$.)

β	Newton-Cotes	Modifiye Gauss-Legendre	Modifiye Gauss-Laguerre	MATHEMATICA
0.	0.24068	0.138687	0.138672	0.138671
0.5	0.182202	0.086884	0.0860623	0.0860629
1.0	0.102877	0.020102	0.0212020	0.0212018
1.5	0.0583788	0.004595	0.00657523	0.00657521
2.0	0.0360083	0.027661	0.0144407	0.0144407
3.0	0.0170556	0.022903	0.0138677	0.0138677
4.0	0.0097947	0.052238	0.0103457	0.0103457
5.0	0.006326	0.020591	0.0076092	0.0076092
10.	0.001599	0.010371	0.0023244	0.0023244
50.	0.000064	0.078871	0.0000997	0.0000997

3.3. Viskoz Sınır Şartları

Dinamik sonsuz eleman kullanılarak çözülen yarı sonsuz düzlem problemlerin sonuçlarını kontrol etmek amacıyla viskoz sınır şartları ile de formülasyon yapılmıştır. İzotrop ve lineer elastik bir ortamda, düzlemsel dalga yayıldığı düşünülmektedir (Şekil 3.6 b). Düşey sınırlarda, önce dalganın yatay doğrultuda yayıldığı kabulü ile viskoz sınır şartları yazılacaktır.



Şekil 3.6 Viskoz sınır şartlarının temsil edilmesi

Düzlemsel halde, zaman uzayındaki dalga denklemi aşağıda verilmektedir.

$$u = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad (3.69)$$

Burada, $f\left(t - \frac{x}{c}\right)$, geçirgen sınırdan c hızıyla ileriye doğru yayılan dalgayı ve $g\left(t + \frac{x}{c}\right)$ ise, geriye doğru yansıyan dalgayı temsil etmektedir. Yarı sonsuz ortamda dalganın geri dönmesini engelleyecek şekilde viskoz sınırlar konulmaktadır. Bu nedenle dalga denklemi,

$$u = f\left(t - \frac{x}{c}\right) \quad (3.70)$$

şeklinde yazılabilmektedir. Burada, P dalgası için $u \parallel x$ ve $c = c_p$, S dalgası için $u \perp x$ ve $c = c_s$ olup,

$$c_p = \sqrt{\frac{2G + \lambda}{\rho}} \quad \text{ve} \quad c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.71)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (3.71) ifadesindeki, c_p ve c_s sırasıyla, P ve S dalga hızlarıdır. Burada, G, kayma modülünü, λ , Lamé sabitini ve ρ kütlelesel yoğunluğu göstermektedir.

Elastik izotrop malzemeler için bünye denklemleri kullanılarak, P ve S dalgaları ile ilgili düşey viskoz sınır şartları aşağıdaki gibi verilmektedir (Mengi ve Tannkulu, 1993).

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \rho c_p \dot{u} \\ \tau_{xy} &= \rho c_s \dot{v} \end{aligned} \quad (3.72)$$

Burada, σ_x , normal gerilme ve τ_{xy} ise, kayma gerilmesidir. u , x- doğrultusundaki deplasmanı ve v ise, y- doğrultusundaki deplasmanı temsil etmektedir. $(\dot{}) = \partial()/\partial t$ ise, deplasmanların zamana göre türevleridir.

Zamanla değişen keyfi yükleme halinde formülasyon Laplace dönüşüm uzayında yapıldığından, düşey viskoz sınır şartları, kuvvet cinsinden,

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_x A &= \rho A c_p s \bar{u} = k_p s \bar{u} \\ \bar{\tau}_{xy} A &= \rho A c_s s \bar{v} = k_s s \bar{v}\end{aligned}\quad (3.73)$$

şeklinde yazılmaktadır. (3.73) eşitliğinde, s , Laplace dönüşüm parametresini, A , düğüme ait alanı ve $(\bar{})$ ise, büyüklüklerin Laplace dönüşümlerini temsil etmektedir. Burada, k_p ve k_s sabitleri,

$$k_p = \rho A c_p \quad \text{ve} \quad k_s = \rho A c_s \quad (3.74)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. (3.73) eşitliği, düşey sınırdaki viskoz sınır şartları için yazılmıştır. Yatay sınırdaki viskoz sınır şartları da benzer şekilde,

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_y A &= \rho A c_p s \bar{v} = k_p s \bar{v} \\ \bar{\tau}_{xy} A &= \rho A c_s s \bar{u} = k_s s \bar{u}\end{aligned}\quad (3.75)$$

yazılmaktadır. (3.73) ve (3.75) sınır şartları dalgaların viskoz sınırlara dik geldiği kabulü için yazılmaktadır. Sınırlara açılı gelen dalgaların tam olarak göz önüne alınamaması nedeni ile yukarıda verilen sınır şartları yaklaşık olmaktadır.

(Lysmer ve Kuhlemeyer, 1969) de, düzlem şekil değiştirme hali için normal ve kayma gerilme ifadeleri,

$$\begin{aligned}\sigma_x &= a \rho c_p \dot{u} \\ \tau_{xy} &= b \rho c_s \dot{v}\end{aligned}\quad (3.76)$$

şeklinde verilmektedir. Burada, a ve b sabit olup, $a=b=1$ için, en iyi enerji yutma haline karşılık geleceğini ifade etmektedirler. (White ve Valliappan, 1977) ise, en iyi enerji yutma özelliği için

$$a = \frac{8}{15 \pi} (5 + 2 \mu - 2 \mu^2)$$

$$b = \frac{8}{15 \pi} (3 + 2 \mu) \quad (3.77)$$

değerlerini önermektedir. Burada, $\mu = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$ olup, a ve b, Poisson oranına bağlı olmaktadır.

3.4. Harmonik Yükleme Halinde Hareket Denklemleri

Elastik bir ortam için, sonlu ve sonsuz elemanların rijitlik ve kütle matrisleri uygun bir şekilde birleştirilerek, sistem hareket denklemi şu şekilde oluşturulmaktadır.

$$[M] \{\ddot{V}\} + [K] \{V\} = \{F(t)\} \quad (3.78)$$

Burada, [M] ve [K], sırasıyla sistem kütle ve rijitlik matrisleridir. (3.78) eşitliğinin sağ tarafı, harmonik yükleme halinde,

$$\{F(t)\} = \{F_0\} e^{i\Omega t} ; \quad (i = \sqrt{-1}) \quad (3.79)$$

şekilinde ifade edilmektedir. Burada, $\{F_0\}$, kuvvetin genliğini ve Ω da frekansını göstermektedir. Ayrıca sistem bilinmeyenleri için çözümün,

$$\{V(t)\} = \{V_0\} e^{i\Omega t} \quad (3.80)$$

şeklinde olduğu kabul edilip, (3.80) eşitliğinin zamana göre ikinci türevi alınarak (3.78) da yerlerine yazılırsa sistem hareket denklemi,

$$-\Omega^2 [M] \{V_0\} + [K] \{V_0\} = \{F_0\} \quad (3.81)$$

şekilinde ifade edilir. $[M]$ ve $[K]$, sonlu elemanlar için Ω dan bağımsızdır. Bu nedenle, sonlu elemanların bulunduğu bölgede sistem matrislerinin bir kere teşkil edilmesi yeterli olmaktadır. (3.81) denklemi visko-elastik bir ortam için histeretik sönüm kabulü ile,

$$-\Omega^2 [M] \{V_0\} + (1 + 2 i z) [K] \{V_0\} = \{F_0\} \quad (3.82)$$

şeklini alır. Burada, z , boyutsuz histeretik sönüm oranıdır. (3.82) düzenlenirse hareket denklemi ,

$$(-\Omega^2 [M] + (1 + 2 i z) [K]) \{V_0\} = \{F_0\} \quad (3.83)$$

kompleks katsayılı lineer cebrik denklem takımına dönüşmektedir.

3.5. Keyfi Değişen (Transient) Yükleme İçin Hareket Denklemleri

3.5.1. Sonlu Elemanlar Bölgesinde

Zamanla keyfi değişen yükler altında elastik bir ortam için sistem hareket denklemi sonlu elemanlar kullanılarak (3.78) eşitliğinde olduğu gibi oluşturulmaktadır. Hareket denkleminin sağ tarafı; impulsif veya zamanla değişen keyfi dinamik dış yüklerden oluşabilir.

Zamana bağlı bir $f(t)$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü, $\bar{F}(s)$,

$$L[f(t)] = \bar{F}(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (3.84)$$

şeklinde tanımlanmaktadır. Burada, s , Laplace dönüşüm parametresini göstermektedir. Zamana göre birinci ve ikinci mertebeden türevlerin Laplace dönüşümleri de aşağıdaki gibi yapılmaktadır.

$$L[\dot{f}(t)] = s\bar{F}(s) - f(0) \quad (3.85)$$

$$L[\ddot{f}(t)] = s^2\bar{F}(s) - s f(0) - \dot{f}(0)$$

Keyfi dış yükleme durumunda, hareket denklemi Laplace dönüşüm uzayında, (3.84-85) tanımları yardımıyla,

$$s^2[M]\{\bar{V}\} + s[M]\{V(0)\} + [M]\{\dot{V}(0)\} + [K]\{\bar{V}\} = \{\bar{F}\} \quad (3.86)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, $\{\bar{V}\}$ ve $\{\bar{F}\}$, sırasıyla, düğüm deplasmanları ve sistem yük vektörlerinin Laplace dönüşümleridir. $\{V(0)\}$ ve $\{\dot{V}(0)\}$ ise, başlangıç deplasman ve hızları göstermektedir. (3.86) denklemi yeniden düzenlenirse,

$$[\bar{D}]\{\bar{V}\} = \{\bar{F}\} + \{\bar{F}_0\} \quad (3.87)$$

tarzında yazılabilir. Burada, dönüşmüş uzayda, dinamik rijitlik matrisi olarak adlandırılan $[\bar{D}]$ matrisi

$$[\bar{D}] = s^2[M] + [K] \quad (3.88)$$

olarak tarif edilmektedir. Başlangıç şartlarından kaynaklanan sistem yük vektörü de aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\{\bar{F}_0\} = s[M]\{V(0)\} + [M]\{\dot{V}(0)\} \quad (3.89)$$

$[M]$ ve $[K]$, sistem matrisleri, s parametresine bağılı değildir. Bu nedenle, sonlu elemanların bulunduğu bölgede sistem matrislerinin bir kere teşkil edilmesi yeterli olmaktadır.

Zemin malzemesinde viskoz sönüm olduğu düşünülürse dinamik rijitlik matrisi dönüşmüş uzayda,

$$[\bar{D}] = s^2[M] + (1 + gs) [K] \quad (3.90)$$

şeklinde yazılabilir.

3.5.2. Sonsuz Elemanlar Bölgesinde

Eleman üzerinde, (2.17) virtüel iş denklemi Laplace uzayında yazılıp, deplasmanlar için (3.46) yaklaşımı yapılarak, (3.50-51) ve/veya (3.54-55) eleman rijitlik ve kütle matrislerini içeren eleman hareket denklemi elde edilmektedir.

$$s^2[m^e]\{\bar{\Delta}\} + s[m^e]\{\Delta(0)\} + [m^e]\{\dot{\Delta}(0)\} + [k^e]\{\bar{\Delta}\} = \{\bar{f}^e\} \quad (3.91)$$

Bu durumda, $[m^e]$ ve $[k^e]$, eleman matrisleri de s dönüşüm parametresine bağılı olmaktadır. Eleman hareket denklemleri uygun bir şekilde birleştirilerek (kodlama tekniği gibi) sistem hareket denklemi, (3.86) eşitliğinde olduğu gibi bulunur.

Yarı sonsuz ortamda, Kelvin tipi viskoz sönüm olduğu düşünülürse, sonlu ve sonsuz elemanlar için dinamik rijitlik matrisi, $[\bar{D}]$, (3.90) daki gibi dönüşmüş uzayda,

$$[\bar{D}] = s^2 [M] + (1 + g s) [K] \quad (3.92)$$

şeklinde yazılmaktadır. Burada, g , viskoz sönüm oranını göstermektedir (Boley, 1985).

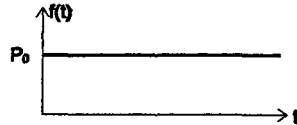
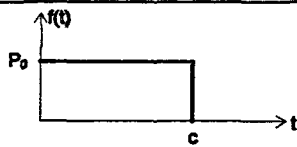
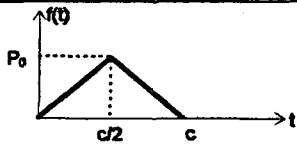
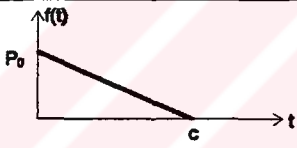
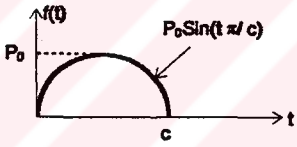
3.6. Sayısal Direk Laplace ve Ters Laplace Dönüşüm Yöntemleri

3.6.1. Direk Laplace Dönüşüm Yöntemleri

Dinamik problemlerin çözümleri için, önce zamana bağlı yük fonksiyonlarının Laplace dönüşümleri yapılmaktadır. Bunun için:

- a) Analitik ifadeleri verilen bazı fonksiyonların Laplace dönüşümleri, kapalı olarak verilebilmektedir. Bu çalışmada ele alınan hallere ait kapalı Laplace dönüşümleri Tablo 3.3 de görülmektedir.
- b) Bazı $f(t)$, yük fonksiyonlarının analitik ifadeleri karmaşık olup, Laplace dönüşümleri tablolardan bulunamamaktadır. Bu durumda, fonksiyonun sayısal değerleri ayrı ayrı hesaplanarak, dönüşümleri, FFT (Fast Fourier Transform) ye dayalı direk Laplace yöntemi (Cooley, Lewis ve Welch, 1970) ile yapılabilir.
- c) Deprem kayıtları veya deneysel olarak ölçülmüş çıktıların, ancak belli zaman aralıklarındaki sayısal değerleri bilinmektedir. Bu durumlarda, fonksiyonların Laplace dönüşümleri, ya sayısal direk Laplace dönüşüm yöntemleri ile yada iki zaman aralığı arasında lineer değişim kabulü ile analitik olarak yapılabilir.

Tablo 3.3 Zamana bağılı bazı fonksiyonların kapalı Laplace dönüşümleri

Tip No:	Yük Tipleri	Zamanla Değişim $f(t)$	Laplace Dönüşüm $\bar{F}(s)$
1	Ani Yük		$\frac{P_0}{s}$
2	İmpulsif Dikdörtgen		$\frac{P_0(1-e^{-cs})}{s}$
3	İmpulsif Üçgen		$P_0 \left[\frac{1 - e^{-\frac{cs}{2}}}{s} \right]^2 \frac{2}{c}$
4	İmpulsif Dik Üçgen		$P_0 \left[\frac{1}{s} - \frac{1 - e^{-cs}}{cs^2} \right]$
5	İmpulsif Sinüs		$P_0 \frac{\pi c (1 + e^{-cs})}{c^2 s^2 + \pi^2}$
6	Artan Sinüs	$\left(\frac{t}{2}\right) \sin(t)$	$\frac{s}{(s^2 + 1)^2}$
7	Azalan Sinüs	$\left(\frac{2}{3}\right) \sin\left(\frac{3t}{2}\right) e^{\left(\frac{-t}{2}\right)}$	$\frac{1}{s^2 + s + 2.5}$
8	Adım Tipi	$U(t - 25)$	$\frac{e^{-25s}}{s}$
9	Peryodik Dikdörtgen	$2 \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k U(t - 2k)$	$\frac{2}{s(1 + e^{-2s})}$

3.6.1.1. FFT' ye Dayalı Direk Laplace Dönüşümü

Zaman uzayında, $f(t)$ fonksiyonu,

$$\begin{aligned} f(t) &= f(t), & 0 \leq t \leq T \text{ için} \\ f(t) &= 0, & t < 0 \text{ ve } t > T \text{ için} \end{aligned} \quad (3.93)$$

ise, Laplace dönüşümü $\bar{F}(s)$, (3.84) tarifine göre,

$$\bar{F}(s) = \int_0^T f(t) e^{-st} dt \quad (3.94)$$

şekline gelir. $t = t_n = n \Delta t$ de $f(t)$ nin ayrık değerleri için, (3.94) eşitliği ayrık formda,

$$\bar{F}(s_k) = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} [f(t_n) e^{-a t_n}] e^{-i \frac{2 \pi n k}{N}} \quad (3.95)$$

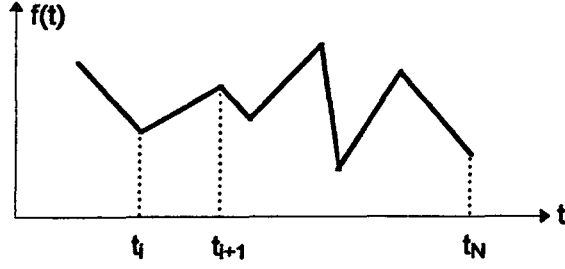
şeklinde yazılabilmektedir. Burada, $s_k = a + i \frac{2 \pi k}{T}$ ve $N = T / \Delta t$ dir. (3.95) eşitliği, FFT yardımıyla hesaplanabilmektedir.

3.6.1.2. Analitik Laplace Dönüşümü

İki zaman aralığında doğrusal değiştiği kabul edilen, $f(t)$ fonksiyonunun (Şekil 3.7), Laplace dönüşümü,

$$\bar{F}(s) = \sum_{i=0}^{N-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t) e^{-st} dt \quad (3.96)$$

şeklinde olmaktadır.



Şekil 3.7 Yük fonksiyonunun zamana göre değişimi

t_i ve t_{i+1} zaman aralığında $f(t)$ fonksiyonun değişimi,

$$f(t) = f(t_i) + \frac{\Delta f}{\Delta t}(t - t_i) \quad (3.97)$$

olup, burada, Δf ve Δt , sırasıyla,

$$\Delta f = f(t_{i+1}) - f(t_i) \quad ; \quad \Delta t = t_{i+1} - t_i \quad (3.98)$$

şeklinde ifade edilmektedir. (3.97) ve (3.98) ifadeleri yardımıyla, (3.96) daki integral,

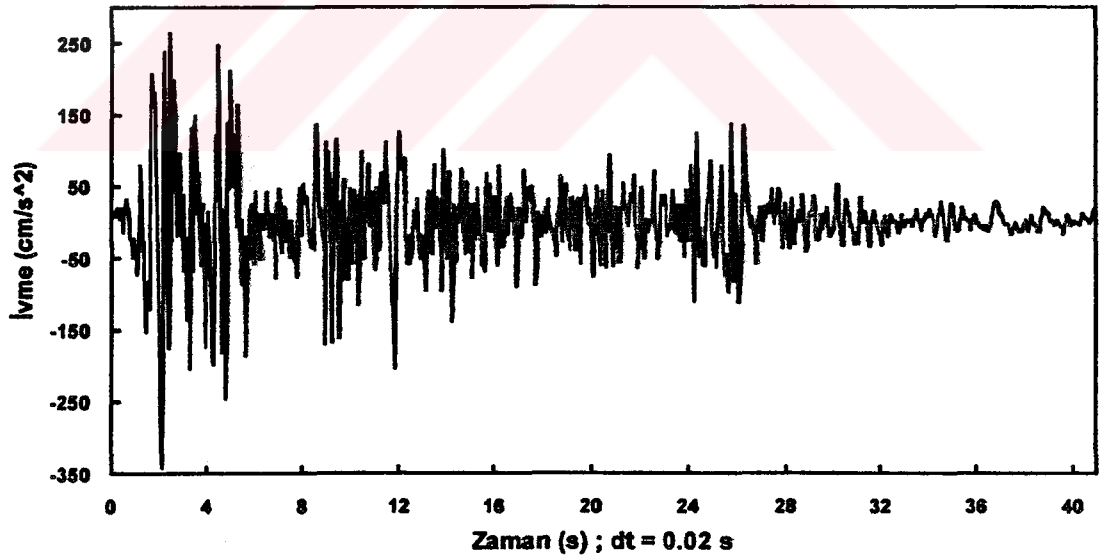
$$\int_{t_i}^{t_{i+1}} f(t) e^{-st} dt = f(t_i) \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{-st} dt + \frac{\Delta f}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_{i+1}} (t - t_i) e^{-st} dt \quad (3.99)$$

olmaktadır. Bu integral, (3.96) da yerine konulursa, bir s parametresi için direk dönüşüm,

$$\bar{F}(s) = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{\Delta t s^2} \left[s \Delta t \left\{ f(t_i) e^{-st_i} - f(t_{i+1}) e^{-st_{i+1}} \right\} + \Delta f \left\{ e^{-st_i} - e^{-st_{i+1}} \right\} \right] \quad (3.100)$$

kapalı olarak hesaplanmaktadır. Bu durumda, $\bar{F}(s)$, Laplace dönüşüm uzayında kesin olarak hesaplanabilmektedir.

Özel bir örnek üzerinde bu iki yöntemin karşılaştırılması yapılmaktadır. Bunun için El-Centro 1940 deprem ivme kayıtları ele alınmaktadır. $\Delta t=0.02$ s aralıklarla verilen deprem kaydı Şekil 3.8 de görülmektedir. (3.95) ve (3.100) eşitlikleri yardımıyla, $a=0.15$ ve $T=40.96$ saniye (veya $aT=6.144$) alınarak hesaplanan Laplace dönüşüm değerleri Tablo 3.4 de sunulmaktadır. (3.95) eşitliği ile FFT ye dayalı direk Laplace dönüşüm sonuçlarının (3.100) ile bulunan kesin sonuçlara çok yakın olduğu görülmektedir. (3.100) ile verilen yöntemin çok fazla bilgisayar zamanı alması nedeniyle, hazırlanan bilgisayar programlarında (3.95) ve FFT ye dayalı alt program kullanılmaktadır.



Şekil 3.8 El-Centro 1940 depremine ait ivmenin K-G bileşeni

Tablo 3.4 El-Centro 1940 depremi ivmesinin K-G bileşeninin Laplace dönüşümü

	REEL KISIM		SANAL KISIM	
k	KESİN (3.100)	FFT ile (3.95)	KESİN (3.100)	FFT ile (3.95)
1	-4.3031440	-4.2876692	0.0000000	0.0000000
5	0.3125009	0.3270276	4.2176800	4.2175298
10	-2.7357371	-2.7211428	12.0192413	12.0200453
15	38.1027908	38.1238251	38.3691330	38.3740196
20	9.2716169	9.2870932	-45.6593971	-45.6723862
25	31.3813152	31.4102192	10.2054443	10.2095194
30	-10.4352970	-10.4273901	3.7791231	3.7823067
35	9.1487465	9.1679344	-66.2167053	-66.2763443
40	-59.6074104	-59.6626968	25.7615814	25.7962341
45	24.9808311	25.0381565	77.6106415	77.7280655
50	36.2958107	36.3740692	-71.4606323	-71.5977402
55	-14.6055479	-14.6257696	-7.0051136	-7.0190878
60	-91.2735291	-91.5090256	-10.1431332	-10.1611042
65	29.9074917	30.0242462	65.4090347	65.6169357
70	49.2808151	49.4827385	20.6377087	20.7111187
75	27.7866364	27.9113693	-86.5927429	-86.9682159
80	-71.5040588	-71.8422699	-14.1368532	-14.1961908
85	-48.2862701	-48.5400772	-3.5463309	-3.5591190
90	13.4644365	13.5745173	86.7628555	87.3034439
95	30.3741226	30.5947914	-36.2840576	-36.5397491
100	19.7139492	19.8777790	-15.9447813	-16.0696449
150	30.9264851	31.4759693	-38.0280304	-38.7017365
200	22.8010502	23.5470886	31.0719700	32.0510674

3.6.2. Sayısal Ters Laplace Dönüşüm Yöntemleri

Gerçek problemlerde, Laplace dönüşüm uzayındaki çözümler sayısal olarak bulunmakta olup, zaman uzayına geçiş için sayısal ters Laplace dönüşümlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu amaçla geliştirilen çeşitli ters Laplace dönüşüm yöntemleri (Canat,1975) ve (Narayanan ve Beskos,1982) de karşılaştırılmaktadır. Bu kaynaklarda sözü edilmeye değer olan üç yöntem aşağıda özetlenmektedir.

3.6.2.1. " Maximum Degree of Precision (MDOP)" Yöntemi

Gauss sayısal integrasyon formuna benzeyen bu yöntemde ters dönüşüm için,

$$f(t) \cong \frac{1}{t} \sum_{k=1}^N w_k s_k^m \overline{F}\left(\frac{s_k}{t}\right) \quad (3.101)$$

formülü kullanılmaktadır. Burada, w_k , ağırlık, s_k ise, Laplace dönüşüm parametresinin aldığı değerleridir. Seçilen m parametresi ve N terim sayısı için ağırlık ve apsis değerleri (Krylov ve Skoblya, 1969) da verilmektedir.

3.6.2.2. Dubner ve Abate'nin Ters Dönüşüm Yöntemi

Sonlu Fourier-Kosinüs dönüşümüne dayanan bu yöntem (Dubner ve Abate, 1968) tarafından geliştirilmiştir. Ters dönüşüm formülü,

$$f(t) \cong \frac{2e^{at}}{T} \left[\frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \overline{F}(a) \} + \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Re} \left\{ \overline{F} \left(a + i \frac{k\pi}{T} \right) \right\} \cos \left(\frac{k\pi}{T} t \right) \right] \quad (3.102)$$

şeklinde verilmektedir. Bu eşitlikte $T=2t$ ve $aT=A$ veya $a = A/2t$ konularak yukarıdaki formül,

$$f(t) \cong \frac{e^{\frac{A}{2}}}{t} \left[\frac{1}{2} \bar{F}\left(\frac{A}{2t}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \operatorname{Re} \left\{ \bar{F}\left(\frac{A + i k 2 \pi}{2t}\right) \right\} \right] \quad (3.103)$$

şeklinde de kullanılmaktadır.

3.6.2.3. Durbin'in Ters Dönüşüm Yöntemi

Bu yöntem, sonlu Fourier-Kosinüs dönüşümüne dayalı, Dubner ve Abate metodunun geliştirilmiş halidir. (Durbin, 1974) de, sonlu Fourier-Kosinüs ve sinüs dönüşümleri birlikte kullanılarak, ters Laplace dönüşümü için,

$$f(t_j) \cong \frac{2 e^{a j \Delta t}}{T} \left[-\frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \bar{F}(a) \} + \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} (A(k) + i B(k)) W^{jk} \right\} \right] \quad (3.104)$$

$$A(k) = \sum_{l=0}^L \operatorname{Re} \left\{ \bar{F}\left(a + i(k + lN) \frac{2\pi}{T}\right) \right\}$$

$$B(k) = \sum_{l=0}^L \operatorname{Im} \left\{ \bar{F}\left(a + i(k + lN) \frac{2\pi}{T}\right) \right\}$$

formülü verilmektedir. Burada, $W = e^{i \frac{2\pi}{N}}$ olup, $s_k = a + i \frac{2\pi k}{T}$, dönüşüm parametresini göstermektedir. T , çözüm aralığı olmak üzere, N adet eşit zaman aralığı, $t_j = j\Delta t = jT/N$, ($j=0,1,2,\dots,N-1$), için $f(t)$ hesaplanmaktadır. Adı geçen kaynakta, $3 \leq aT \leq 10$ aralığı için iyi dönüşüm yapıldığı belirtilmektedir. (3.104) eşitliğinde,

$$\sum_{k=0}^{N-1} [A(k) + i B(k)] W^{jk} \quad (3.105)$$

ifadesi, FFT alt programı yardımıyla hesaplanabilmektedir. (3.105) ifadesi dönüşüm uzayında, Fejer faktörü, F_k ,

$$F_k = 1 - \frac{k}{N} \quad (3.106)$$

veya Lanczos faktörü, L_k ,

$$L_k = \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{N}\right)}{\left(\frac{k\pi}{N}\right)} \quad (3.107)$$

ile çarpılarak modifiye edilmektedir (Narayanan,1979).

Bu kısımda özetlenen sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemleri, Tablo 3.3 de verilen çeşitli örnekler üzerinde karşılaştırılacaktır.

a) Fonksiyon, Tip No: 6. Bu fonksiyonun Laplace dönüşümü, $\bar{F}(s)=s/(s^2 +1)^2$ olup, ters Laplace dönüşümü çeşitli yöntemlerle bulunarak Tablo 3.5 de verilmektedir. Sonuçlar, Şekil 3.9 da grafik formda ayrıca görülmektedir.

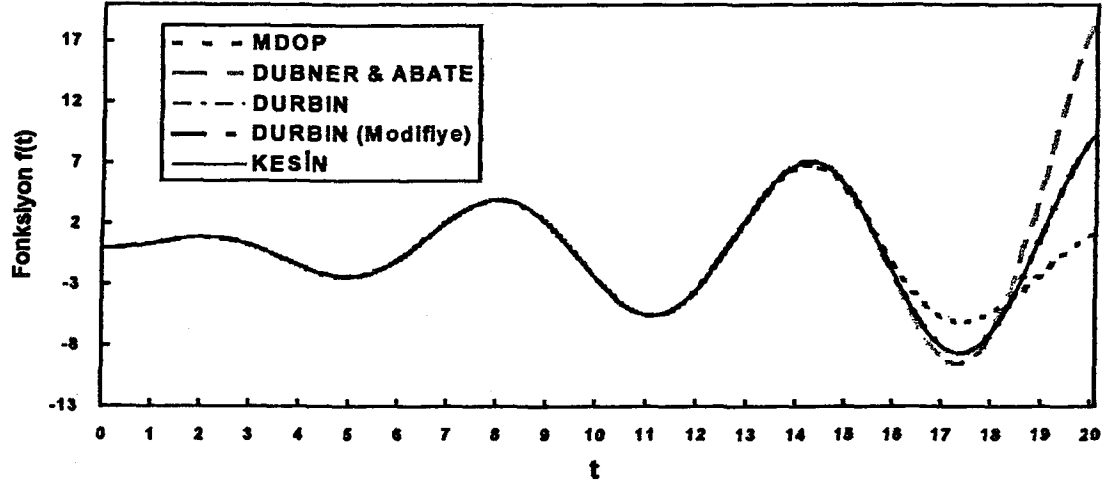
b) Fonksiyon, Tip No: 7. Bu fonksiyonun Laplace dönüşümü, $\bar{F}(s)=1/(s^2+s+2.5)$ olup, ters Laplace dönüşümü çeşitli yöntemlerle bulunarak Tablo 3.6 da verilmektedir. Sonuçlar, Şekil 3.10 da grafik olarak ayrıca gösterilmektedir.

c) Fonksiyon, Tip No: 8. Bu fonksiyonun Laplace dönüşümü, $\bar{F}(s)=\text{Exp}(-25s)/s$ olup, ters Laplace dönüşümü yukarıda özetlenen yöntemlerle ayrı ayrı bulunarak sonuçlar Tablo 3.7 de ve Şekil 3.11 de verilmektedir.

d) Fonksiyon, Tip No: 9. Bu fonksiyonun Laplace dönüşümü, $\bar{F}(s)=2/(s(1+\text{Exp}(-2s)))$ olup, ters Laplace dönüşümü yukarıda özetlenen yöntemlerle ayrı ayrı bulunarak sonuçlar Tablo 3.8 de ve Şekil 3.12 de verilmektedir.

Tablo ve grafiklerin incelenmesinden, ele alınan tüm örnekler için en iyi çözümün modifiye Durbin ters dönüşüm yöntemi ile elde edildiği görülmektedir. Hazırlanan programlarda, modifiye Durbin ters dönüşüm yöntemi kullanılmaktadır.

$$\bar{F}(s) = s/(s^2+1)^2 ; f(t) = (t/2) \sin(t)$$

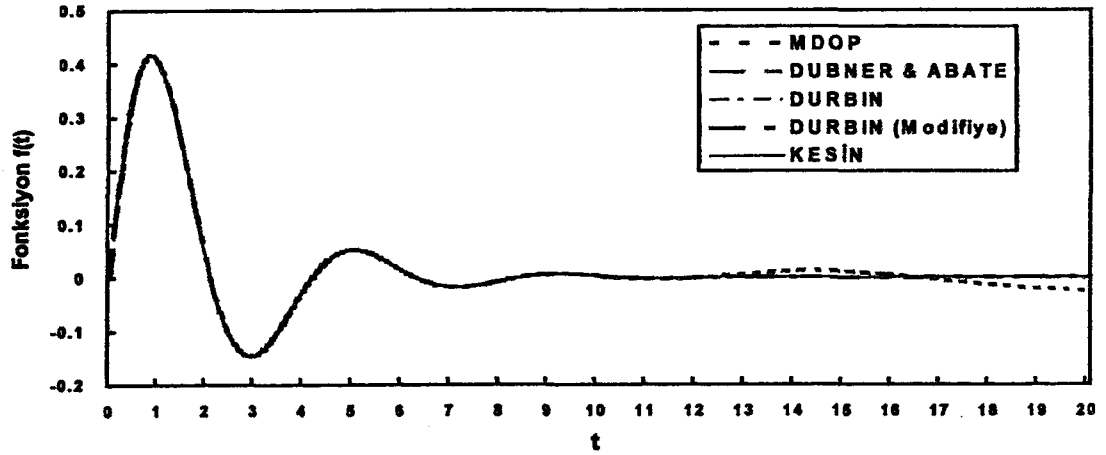


Şekil 3.9 Tip No:6 olan fonksiyonun zamanla değişimi

Tablo 3.5 Tip No:6 olan fonksiyon ile ilgili karşılaştırma

	MDOP	DUBNER & ABATE	DURBIN	Modifiye DURBIN	KESİN
t	N = 10	aT=10. N=256	aT=10. N=256, L=1	aT=10. N=256, L=1	
0.0	-	0.7251367E-05	0.26229E-03	0.46674E-03	0.0000000
1.0	0.4207348	0.4207397E+00	0.42134E+00	0.42119E+00	0.4207354
2.0	0.9092949	0.9092987E+00	0.90969E+00	0.90918E+00	0.9092974
3.0	0.2116748	0.2116639E+00	0.21147E+00	0.21145E+00	0.2116800
4.0	-1.5136134	-0.1513651E+01	-0.15143E+01	-0.15134E+01	-1.5136049
5.0	-2.3973227	-0.2397355E+01	-0.23978E+01	-0.23969E+01	-2.3973106
6.0	-0.8382617	-0.8381304E+00	-0.83811E+00	-0.83831E+00	-0.8382464
7.0	2.2994349	0.2299943E+01	0.23001E+01	0.22987E+01	2.2994530
8.0	3.9573933	0.3958028E+01	0.39581E+01	0.39566E+01	3.9574329
9.0	1.8543463	0.1853595E+01	0.18545E+01	0.18547E+01	1.8545331
10.0	-2.7200294	-0.2725088E+01	-0.27208E+01	-0.27187E+01	-2.7201055
11.0	-5.5128686	-0.5526610E+01	-0.55205E+01	-0.55185E+01	-5.5197668
12.0	-2.7018656	-0.2711129E+01	-0.27204E+01	-0.27207E+01	-2.7203671
13.0	3.2897285	0.3384657E+01	0.33325E+01	0.33297E+01	3.3317325
14.0	6.7646157	0.7125281E+01	0.70459E+01	0.70432E+01	7.0451311
15.0	4.0367180	0.4255435E+01	0.43127E+01	0.43127E+01	4.3125363
16.0	-2.1432063	-0.3573710E+01	-0.30764E+01	-0.30732E+01	-3.0756749
17.0	-5.8911385	-0.9301374E+01	-0.84148E+01	-0.84111E+01	-8.4137557
18.0	-4.9984700	-0.5947618E+01	-0.61663E+01	-0.61658E+01	-6.1658895
19.0	-2.0097701	0.5371725E+01	0.14241E+01	0.14212E+01	1.4238334
20.0	1.1641222	0.1825913E+02	0.91300E+01	0.91259E+01	9.1294525

$$\bar{F}(s) = 1/(s^2 + s + 2.5) ; f(t) = (2/3) \sin(3t/2) \exp(-t/2)$$

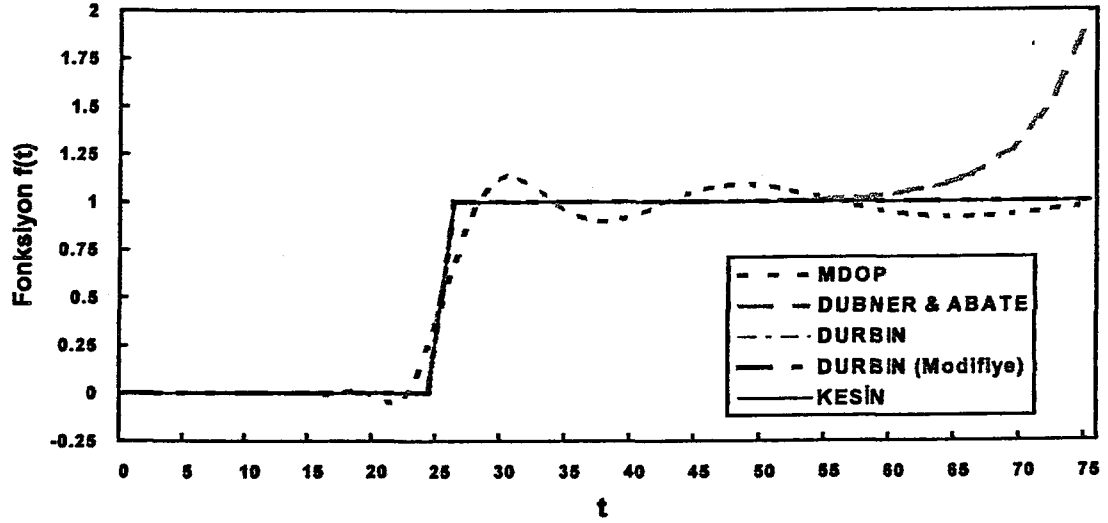


Şekil 3.10 Tip No:7 olan fonksiyonun zamanla değişimi

Tablo 3.6 Tip No:7 olan fonksiyon ile ilgili karşılaştırma

	MDOP	DUBNER & ABATE	DURBIN	Modifiye DURBIN	KESİN
t	N = 10	aT=8. N=2048	aT=8. N=256, L=4	aT=8. N=256, L=1	
0.0	-	0.1978445E-02	0.10136E-02	0.11865E-01	0.00000000
1.0	0.4033335	0.4033319E+00	0.40334E+00	0.40305E+00	0.40334086
2.0	0.0345969	0.3460687E-01	0.34611E-01	0.34834E-01	0.03461009
3.0	-0.1454283	-0.1454058E+00	-0.14541E+00	-0.14528E+00	-0.14541096
4.0	-0.0252302	-0.2520382E-01	-0.25208E-01	-0.25281E-01	-0.02520985
5.0	0.0513081	0.5132692E-01	0.51332E-01	0.51277E-01	0.05133048
6.0	0.0136545	0.1366737E-01	0.13681E-01	0.13701E-01	0.01367878
7.0	-0.0177224	-0.1771087E-01	-0.17706E-01	-0.17688E-01	-0.01770967
8.0	-0.0064934	-0.6532728E-02	-0.65469E-02	-0.65575E-02	-0.00655178
9.0	0.0059098	0.5967063E-02	0.59593E-02	0.59447E-02	0.00595282
10.0	0.0019181	0.2894686E-02	0.29299E-02	0.29229E-02	0.00292107
11.0	-0.0040006	-0.1983343E-02	-0.19271E-02	-0.19355E-02	-0.00193926
12.0	-0.0013688	-0.1218379E-02	-0.12244E-02	-0.12407E-02	-0.00124100
13.0	0.0063046	0.7092564E-03	0.62981E-03	0.60670E-03	0.00060692
14.0	0.0116075	0.5307655E-03	0.53993E-03	0.51001E-03	0.00050862
15.0	0.0108626	-0.3750020E-03	-0.13635E-03	-0.17672E-03	-0.00017963
16.0	0.0046830	-0.3803319E-03	-0.14405E-03	-0.19957E-03	-0.00020252
17.0	-0.0043134	0.3414516E-03	0.12816E-03	0.52568E-04	0.00004870
18.0	-0.0134555	0.6612748E-03	0.18799E-03	0.85964E-04	0.00007868
19.0	-0.0208932	-0.2475172E-03	0.13492E-03	-0.20557E-05	-0.00001116
20.0	-0.0257150	-0.1499215E-02	0.17596E-03	-0.58730E-05	-0.00002990

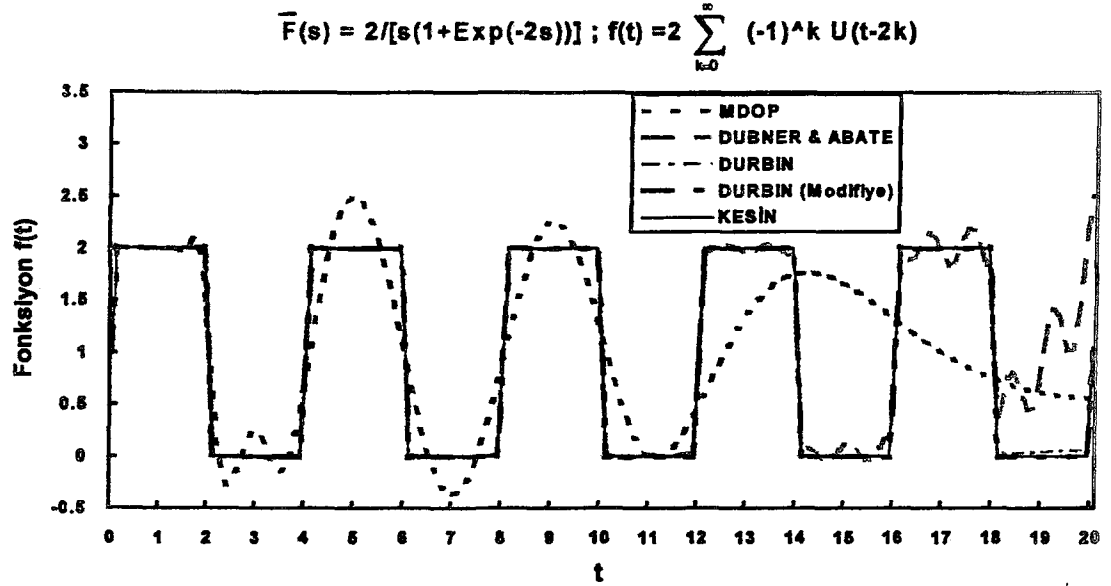
$$\bar{F}(s) = \text{Exp}(-25s)/s ; f(t) = U(t-25)$$



Şekil 3.11 Tip No:8 olan fonksiyonun zamanla değişimi

Tablo 3.7 Tip No:8 olan fonksiyon ile ilgili karşılaştırma

	MDOP	DUBNER & ABATE	DURBIN	Modifiye DURBIN	KESİN
t	N = 10	aT=8. N=2048	aT=8. N=256, L=4	aT=8. N=256, L=1	
1.	0.	0.1140749E-04	0.34748E-03	0.33559E-03	0.
5.	0.	0.1074714E-04	0.35823E-03	0.33559E-03	0.
10.	0.0000199	0.5412912E-04	0.38760E-03	0.33561E-03	0.
15.	-0.00047004	-0.1184482E-03	0.46567E-03	0.33559E-03	0.
20.	-0.02283911	-0.1346096E-03	0.75890E-03	0.33501E-03	0.
25.	0.45558829	0.4996725E+00	0.47074E+00	0.49309E+00	0.5
30.	1.13873223	0.1000438E+01	0.99929E+00	0.10004E+01	1.
35.	0.94150943	0.1000997E+01	0.99954E+00	0.10004E+01	1.
40.	0.93369570	0.9996790E+00	0.99956E+00	0.10004E+01	1.
45.	1.06202186	0.1001228E+01	0.99952E+00	0.10004E+01	1.
50.	1.08143253	0.1006767E+01	0.99947E+00	0.10004E+01	1.
55.	1.01091686	0.1013153E+01	0.99949E+00	0.10004E+01	1.
60.	0.94166912	0.1037281E+01	0.99970E+00	0.10004E+01	1.
65.	0.91822917	0.1123944E+01	0.10003E+01	0.10004E+01	1.
70.	0.93787892	0.1347574E+01	0.10018E+01	0.10004E+01	1.
75.	0.97939712	0.1981385E+01	0.10052E+01	0.10004E+01	1.



Şekil 3.12 Tip No:9 olan fonksiyonun zamanla değişimi

Tablo 3.8 Tip No:9 olan fonksiyon ile ilgili karşılaştırma

	MDOP	DUBNER & BATE	DURBIN	Modifiye DURBIN	KESİN
t	N = 10	aT=8. N=2048	aT=8. N=256, L=4	aT=8. N=256, L=1	
0.0	-	0.1999323E+01	0.10001E+01	0.99308E+00	1.
1.0	2.0009497	0.1999944E+01	0.19978E+01	0.20001E+01	2.
2.0	1.0874680	0.1000017E+01	0.99957E+00	0.10077E+01	1.
3.0	0.2319943	0.3842214E-03	0.19969E-02	0.65107E-03	0.
4.0	0.7519042	0.9972556E+00	0.10002E+01	0.99308E+00	1.
5.0	2.4777012	0.1998690E+01	0.19977E+01	0.20001E+01	2.
6.0	0.9504780	0.1005520E+01	0.99950E+00	0.10077E+01	1.
7.0	-0.3778802	0.3724819E-02	0.18695E-02	0.65074E-03	0.
8.0	0.9438018	0.9914702E+00	0.10000E+01	0.99308E+00	1.
9.0	2.2520962	0.1990982E+01	0.19976E+01	0.20001E+01	2.
10.0	1.1451876	0.1009452E+01	0.99951E+00	0.10077E+01	1.
11.0	0.0045749	0.2153436E-01	0.20692E-02	0.65337E-03	0.
12.0	0.4829451	0.9966020E+00	0.10006E+01	0.99308E+00	1.
13.0	1.3791402	0.1959728E+01	0.19988E+01	0.20001E+01	2.
14.0	1.7597564	0.9946048E+00	0.10017E+01	0.10077E+01	1.
15.0	1.6435259	0.1079912E+00	0.60357E-02	0.65999E-03	0.
16.0	1.3179275	0.1110904E+01	0.10074E+01	0.99307E+00	1.
17.0	0.9896719	0.1897201E+01	0.20105E+01	0.20001E+01	2.
18.0	0.7474061	0.9921065E+00	0.10216E+01	0.10077E+01	1.
19.0	0.6069552	0.9805417E+00	0.39992E-01	0.61681E-03	0.
20.0	0.5523607	0.2501709E+01	0.10663E+01	0.99304E+00	1.

4. UYGULAMALAR

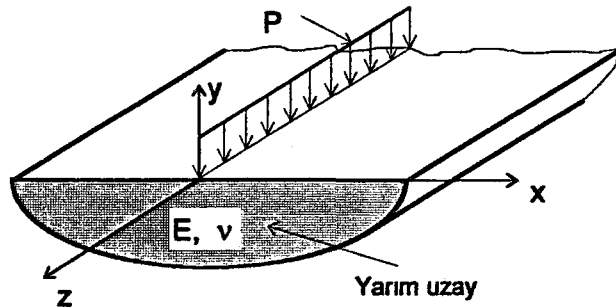
Statik, harmonik ve keyfi yükleme halleri ile ilgili örnekler ayrı ayrı ele alınacaktır. Her üç hal için hazırlanan bilgisayar programları ile ilgili açıklama ve kullanma kılavuzu EK 4.A da verilmektedir. Bu programlar ile bulunan sonuçlar, ya analitik çözümlerle, yada bağımsız diğer sayısal çözüm yöntemleri ile hesaplanan değerlerle karşılaştırılmaktadır. Ayrıca, viskoz sınır şartları ile yapılan alternatif çözümler de göz önüne alınmaktadır.

4.1 Statik Yük Hali

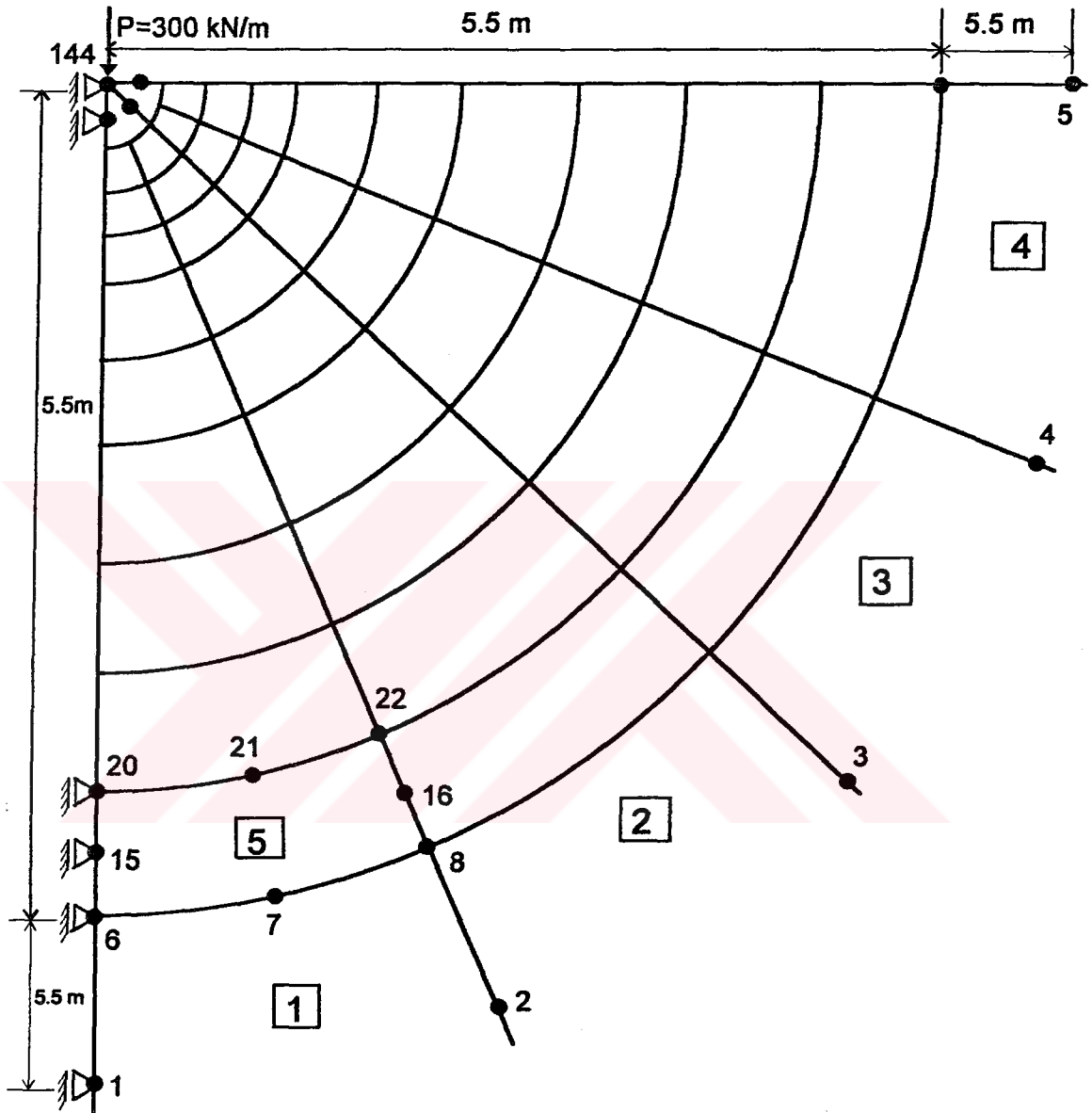
Statik halde, sonlu elemanlar için sekiz düğümlü kuadratik model ile sonsuz elemanlar için tasvir edilebilen ve azalan fonksiyonlu eleman modelleri kullanılarak, DUZSS1 ve DUZSS2 isimli iki ayrı bilgisayar programı hazırlanmıştır. Programlar, düzlem gerilme/şekil değiştirme ile eksenel dönел simetrik halleri birlikte göz önüne almaktadır.

4.1.1. Çizgisel Düşey Yüklü Elastik Yarı Sonsuz Düzlem

Flamant problemi olarak bilinen bu düzlem şekil değiştirme problemi Şekil 4.1 de verilmektedir. Simetri nedeni ile yarı düzlemin yarısı göz önüne alınmaktadır. Bölge, 38 sonlu eleman ile 4 adet sonsuz elemana bölünmüştür (Şekil 4.2). Bu örneğe ait veri dosyası da Şekil 4.3 de verilmektedir.



Şekil 4.1 Yarı sonsuz düzlem şekil değiştirme problemi



Şekil 4.2 Problemin sonlu-sonsuz eleman ağı

ŞERİT YÜKLÜ DÜZLEM ŞEKİL DEĞİŞTİRME PROBLEMİ (TASVİRLİ ELEMAN İLE)

0 42 4 144 2

1

1 5.E4 0. 0.3 1.

1 144 1 1 1 0

1 0 1 0

6 132 14 0 1 0

15 141 14 0 1 0

144 0 1 0

:

0 0

5 40 6 7 8 16 22 21 20 15 4 9 1 1

41 132 133 134 135 136 142 144 141 1 1

42 136 137 138 139 140 143 144 142 1 1

:

1 4 6 7 8 1 2 4 1 1 10

:

1 0

1 0. -11.

5 11. 0. 1

5 12 4 2 0. -5.5 5.5 0. 3.5 0. 0. -3.5

13 20 4 2 0. -3.5 3.5 0. 2.0 0. 0. -2.0

21 28 4 2 0. -2. 2. 0. 1. 0. 0. -1.0

29 40 4 3 0. -1. 1. 0. 0.25 0. 0. -0.25

141 0. -0.125

143 0.125 0. 1

144 0. 0.

:

1 144 1

1 42 1 1

1

144 0. -300. 0.

Şekil 4.3 Bu örneğe ait DUZSS1 programı için veri dosyası

Malzeme sabitleri, $E=5 \times 10^4$ kN/m², $\nu=0.3$ ve şerit yük, $P=600$ kN/m alınmaktadır. Bu problemin analitik çözümü (Timoshenko ve Goodier, 1969) den alınmıştır. Yüzeyde, x- ekseni boyunca düşey yer değiştirmeler,

$$(v)_{y=0} = \frac{2P}{\pi E} \ln\left(\frac{d}{x}\right) - \frac{(1+\nu)P}{\pi E} \quad (4.1)$$

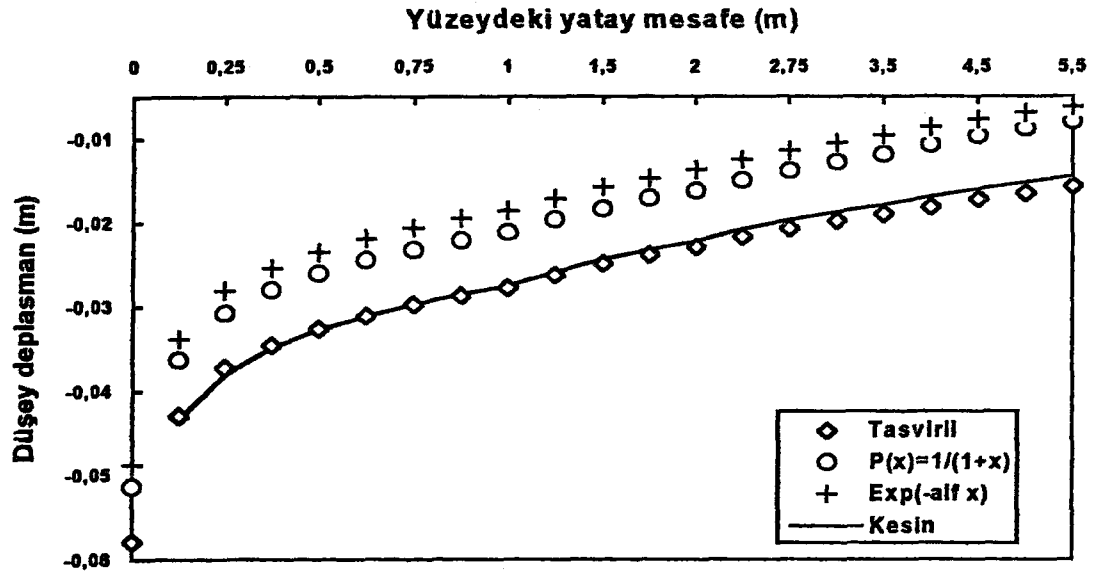
ile verilmektedir. Burada, x, yükten olan uzaklığı ve d parametresi ise deplasmanın sıfır olduğu uzak bir mesafeyi göstermektedir. Bu çözümde, $d=70$ m alınmıştır. Simetri eksenini üzerindeki düşey deplasmanlar ise,

$$(v)_{x=0} = \frac{2P}{\pi E} \ln\left(\frac{d}{y}\right) \quad (4.2)$$

formülü ile verilmektedir. Simetri eksenini üzerindeki gerilmelerin düşey bileşeni aşağıdaki gibidir.

$$\sigma_y = \frac{2P}{\pi y} \quad (4.3)$$

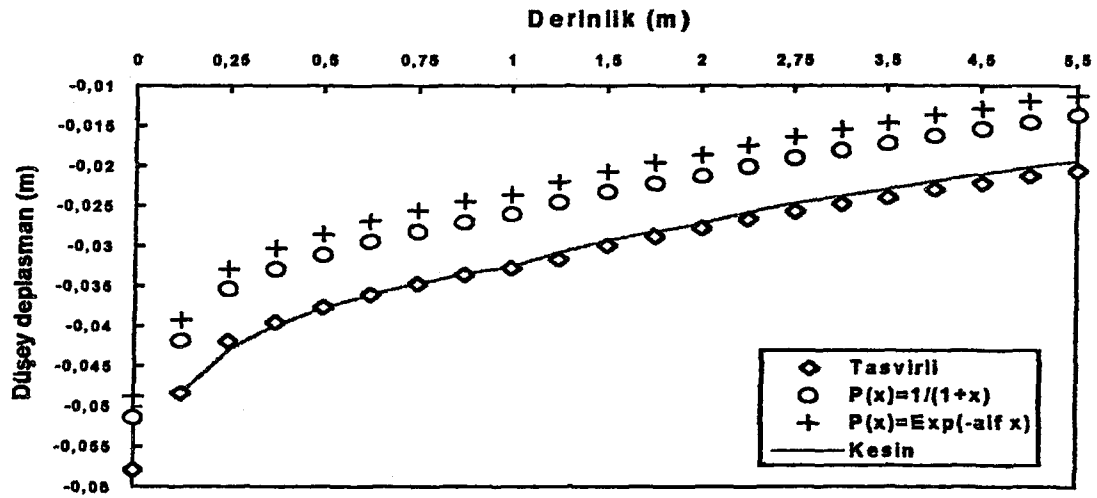
Hazırlanan programlarla sonsuz elemanlarda, tasvirli hal için (3.7), azalan fonksiyonlu halde, $P(\xi)=1/(1+\xi)$ ve $P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha \xi)$ alınarak çözümler yapılmıştır. Yüzeydeki düşey deplasmanların x-ekseni boyunca değişimleri, Tablo 4.1 de ve grafik olarak Şekil 4.4 de verilmektedir. Simetri eksenini üzerindeki düşey deplasmanların derinlikle değişimi Tablo 4.2 de ve grafik olarak Şekil 4.5 de görülmektedir. Buradan, tasvirli sonsuz elemana ait sonuçların daha iyi olduğu gözlenmektedir. Simetri eksenini üzerindeki düşey gerilmelerin derinlikle değişimi de Tablo 4.3 ve Şekil 4.6 da verilmektedir. Gerilmeler için her üç modele ait çözümlerin kesin çözüme yakın olduğu gözlenmektedir.



Şekil 4.4 Yüzeydeki düşey deplasmanın uzaklıkla değişimi

Tablo 4.1 Yüzeydeki düşey deplasmanların karşılaştırılması

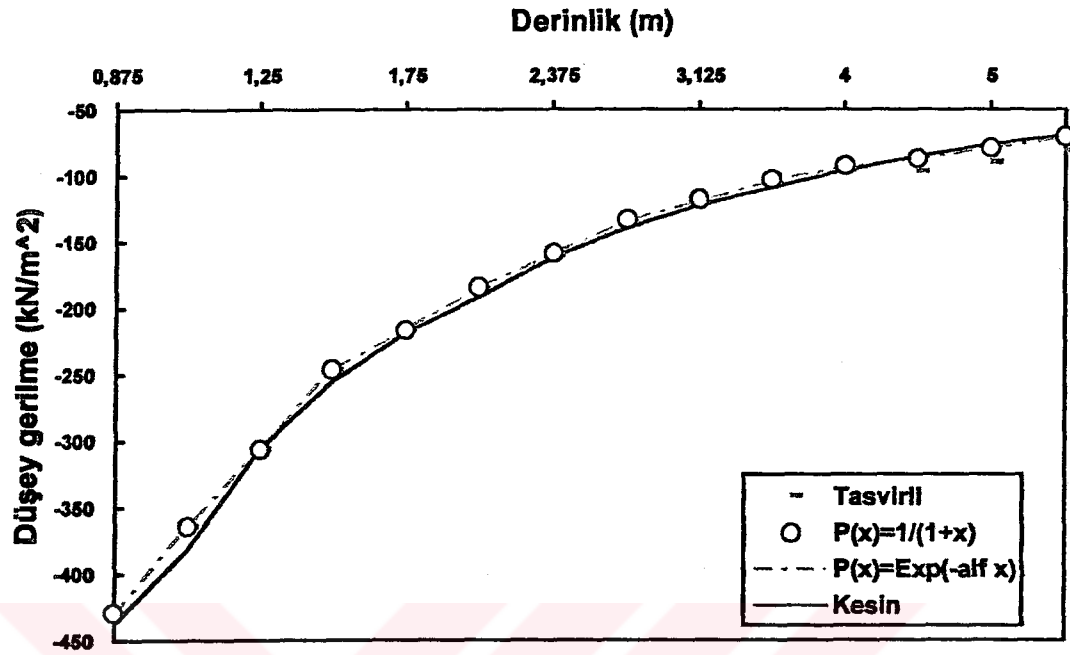
x- uzaklığı (m)	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$ ($\alpha=0.69$)	Kesin
0.	-0.0579	-0.0514	-0.0488	
0.125	-0.0429	-0.0363	-0.0338	-0.0433
0.25	-0.0372	-0.0307	-0.0281	-0.0380
0.375	-0.0345	-0.0279	-0.0254	-0.0349
0.5	-0.0326	-0.0260	-0.0235	-0.0327
0.625	-0.031	-0.0244	-0.0219	-0.0310
0.75	-0.0297	-0.0232	-0.0206	-0.0297
0.875	-0.0287	-0.0221	-0.0195	-0.0285
1.0	-0.0277	-0.0211	-0.0186	-0.0275
1.25	-0.0262	-0.0196	-0.0171	-0.0258
1.5	-0.0249	-0.0183	-0.0158	-0.0243
1.75	-0.0238	-0.0171	-0.0147	-0.0232
2.0	-0.0229	-0.0162	-0.0137	-0.0222
2.375	-0.0217	-0.0149	-0.0125	-0.0208
2.75	-0.0207	-0.0138	-0.0114	-0.0197
3.125	-0.0198	-0.0128	-0.0105	-0.0187
3.5	-0.019	-0.0118	-0.0096	-0.0179
4.0	-0.0181	-0.0107	-0.0086	-0.0169
4.5	-0.0172	-0.0097	-0.0077	-0.0160
5.0	-0.0165	-0.0088	-0.0069	-0.0152
5.5	-0.0157	-0.0079	-0.0062	-0.0114



Şekil 4.5 Simetri ekseni üzerindeki düşey deplasmanın derinlikle değişimi

Tablo 4.2 Simetri ekseni üzerindeki düşey deplasmanların karşılaştırılması

Derinlik (m)	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$ ($\alpha=0.69$)	Kesin
0.	-0.0579	-0.0514	-0.0488	
0.125	-0.0483	-0.0418	-0.0392	- 0.0483
0.25	-0.0419	-0.0354	-0.0329	- 0.043
0.375	-0.0395	-0.0329	-0.0303	- 0.0399
0.5	-0.0376	-0.0311	-0.0285	- 0.0377
0.625	-0.0360	-0.0295	-0.0269	- 0.036
0.75	-0.0347	-0.0282	-0.0256	- 0.0347
0.875	-0.0336	-0.0271	-0.0245	- 0.0335
1.0	-0.0327	-0.0261	-0.0236	- 0.0325
1.25	-0.0316	-0.0246	-0.0220	- 0.0308
1.5	-0.0299	-0.0233	-0.0207	- 0.0293
1.75	-0.0288	-0.0222	-0.0196	- 0.0282
2.0	-0.0278	-0.0213	-0.0187	- 0.0272
2.375	-0.0266	-0.0201	-0.0174	- 0.0258
2.75	-0.0257	-0.0190	-0.0164	- 0.0247
3.125	-0.0248	-0.0181	-0.0155	- 0.0238
3.5	-0.0240	-0.0173	-0.0147	- 0.0229
4.0	-0.0230	-0.0163	-0.0137	- 0.0219
4.5	-0.0222	-0.0155	-0.0129	- 0.0210
5.0	-0.0213	-0.0146	-0.0120	- 0.0202
5.5	-0.0206	-0.0137	-0.0113	- 0.0194



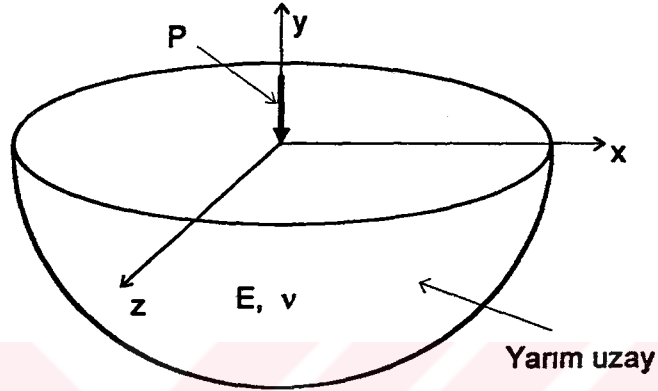
Şekil 4.6 Simetri eksenini üzerindeki düşey gerilmelerin derinlikle değişimi

Tablo 4.3 Simetri eksenini üzerindeki düşey gerilmelerin karşılaştırılması

Derinlik (m)	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$ ($\alpha=0.69$)	Kesin
0.875	-429.	-429.	-429.	-437.
1.0	-364.	-364.	-364.	-382.
1.25	-306.	-306.	-306.	-306.
1.5	-246.	-246.	-246.	-255.
1.75	-217.	-216.	-216.	-218.
2.0	-185.	-184.	-184.	-191.
2.375	-160.	-158.	-159.	-161.
2.75	-135.	-133.	-134.	-139.
3.125	-121.	-118.	-119.	-122.
3.5	-106.	-103.	-104.	-109.
4.0	-95.	-92.	-93.	-95.5
4.5	-97.	-87.	-87.	-85.
5.0	-89.	-79.	-79.	-76.
5.5	-81.	-70.5	-71.	-69.

4.1.2. Boussinesq Problemi

İzotrop, elastik yarı sonsuz ortamın yüzeyine dik statik tekil bir yük etkimektedir (Şekil 4.7). Malzeme sabitleri, $E=5 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$, $\nu=0.3$ ve tekil yük, $P=3000 \text{ kN}$ alınmaktadır. Bu problemin sonlu ve sonsuz eleman ağı Şekil 4.2 de olduğu gibidir.



Şekil 4.7 Boussinesq problemi

Eksenel dönel simetrik olan bu problemin analitik çözümü (Timoshenko ve Goodier, 1969) de verilmektedir. Yükün altında, derinlik boyunca düşey deplasmanın değişimi,

$$(v)_{x=0} = \frac{P}{2\pi E r} (1 + \nu)(3 - 2\nu) \quad (4.4)$$

ve düşey gerilmenin değişimi,

$$(\sigma_y)_{x=0} = -\frac{3P}{2\pi r^2} \quad (4.5)$$

şeklinde verilmektedir. Burada, r , simetri eksenini üzerinde ölçülen uzaklıktır.

şeklinde verilmektedir. Burada, r , simetri eksenini üzerinde ölçülen uzaklıktır.

Yüzeydeki düşey yer değiştirmeler,

$$(v)_{y=0} = \frac{P}{\pi E r} (1 - \nu^2) \quad (4.6)$$

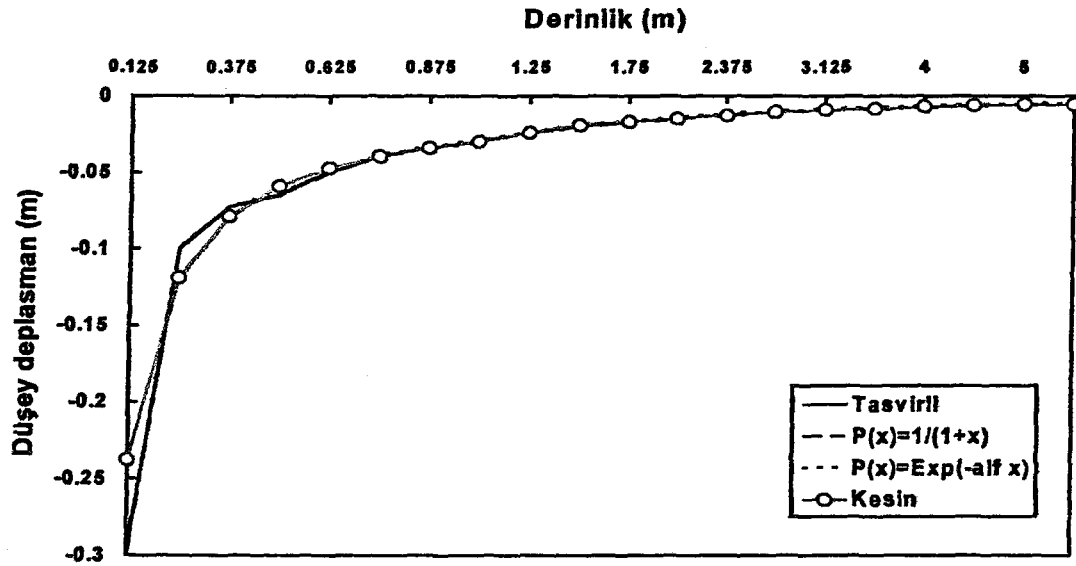
ile ve yatay yer değiştirmeler,

$$(u)_{y=0} = \frac{P}{2\pi E r} (1 + \nu)(1 - 2\nu) \quad (4.7)$$

şeklinde verilmektedir. (4.6-7) eşitliklerindeki r , yüzeyde, başlangıçtan itibaren radyal doğrultuda ölçülmektedir.

Tasvir edilebilen sonsuz eleman ile azalan fonksiyonlu sonsuz eleman halleri için yapılan çözümler, (4.4-7) eşitliklerinde verilen analitik sonuçlar ile karşılaştırılmaktadır. Simetri ekseninde, derinlik boyunca, düşey deplasmanlar ve düşey gerilmelerin değişimleriyle birlikte, yüzeydeki düşey ve yatay deplasmanların uzaklıkla değişimleri Şekil 4.8-11 ve Tablo 4.4-6 da verilmektedir. Sonsuz eleman kullanılarak yapılan çözümler ile kesin sonuçların birbirine yakın oldukları gözlenmektedir.

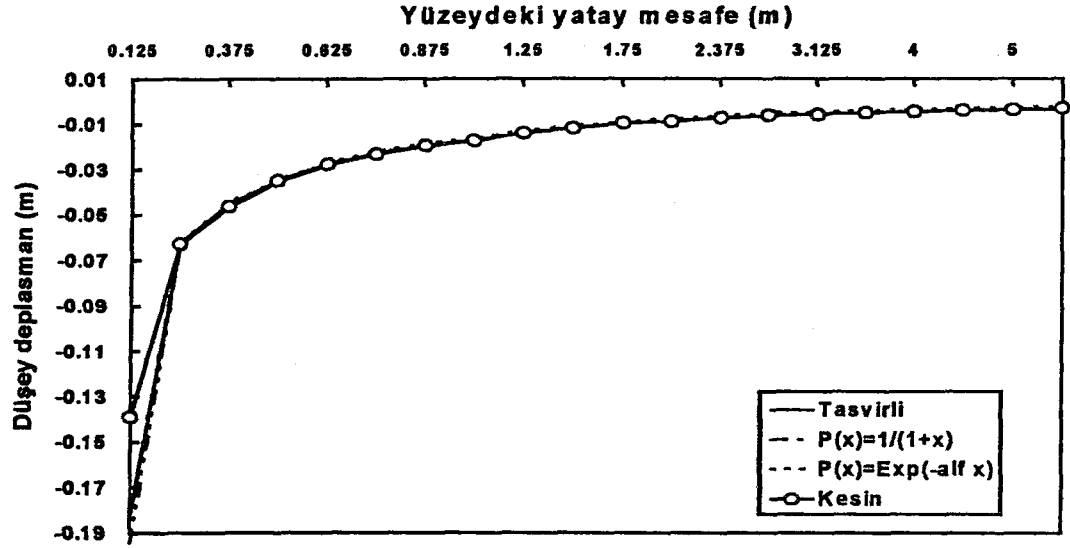
Sadece sonlu elemanlar ile sonlu-sonsuz elemanlar birlikte kullanılarak yapılan çözümlerden simetri eksenini üzerindeki düşey deplasmanların değişimi Şekil 4.12 de verilmektedir. Sonlu-sonsuz elemanlar ile yapılan çözümlerin teorik sonuçlara çok yakın olduğu gözlenmektedir. Dolayısı ile yarım sonsuz ortamlar için sadece sonlu eleman kullanımının uygun olmadığı görülmektedir.



Şekil 4.8 Simetri eksenini boyunca düşey deplasmanın değişimi

Tablo 4.4 Simetri eksenini boyunca düşey deplasmanın karşılaştırılması

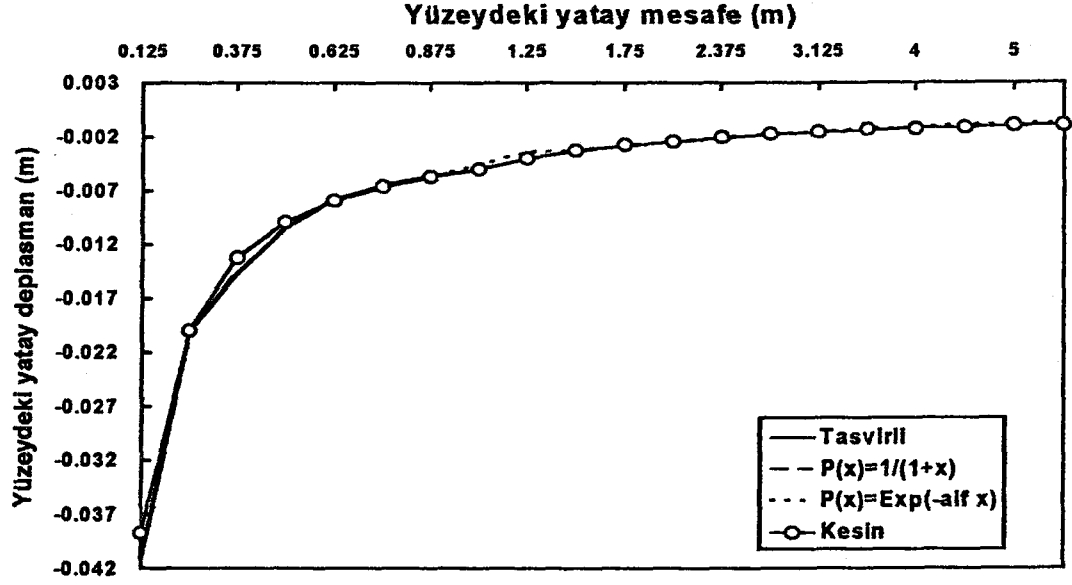
Derinlik (m)	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$ ($\alpha=0.69$)	Kesin
0.125	-0.299	-0.299	-0.297	-0.238
0.25	-0.0995	-0.0996	-0.0983	-0.119
0.375	-0.0731	-0.0732	-0.0719	-0.0794
0.5	-0.0649	-0.0650	-0.0638	-0.0596
0.625	-0.0503	-0.0504	-0.0491	-0.0476
0.75	-0.0393	-0.0394	-0.0381	-0.0397
0.875	-0.0338	-0.0339	-0.0327	-0.0340
1.0	-0.0300	-0.0301	-0.0288	-0.0298
1.25	-0.0239	-0.0240	-0.0228	-0.0238
1.5	-0.0199	-0.0200	-0.0187	-0.0190
1.75	-0.0170	-0.0171	-0.0159	-0.0170
2.0	-0.0149	-0.0150	-0.0137	-0.0149
2.375	-0.0125	-0.0126	-0.0114	-0.0125
2.75	-0.0108	-0.0109	-0.0096	-0.0108
3.125	-0.0095	-0.0096	-0.0084	-0.0095
3.5	-0.0085	-0.0086	-0.0073	-0.0085
4.0	-0.0074	-0.0075	-0.0063	-0.0075
4.5	-0.0066	-0.0067	-0.0054	-0.0062
5.0	-0.0058	-0.0060	-0.0047	-0.0060
5.5	-0.0053	-0.0054	-0.0042	-0.0054



Şekil 4.9 Yüzeydeki düşey deplasmanın x- eksenini ile değişimi

Tablo 4.5 Yüzeydeki düşey deplasman karşılaştırılması

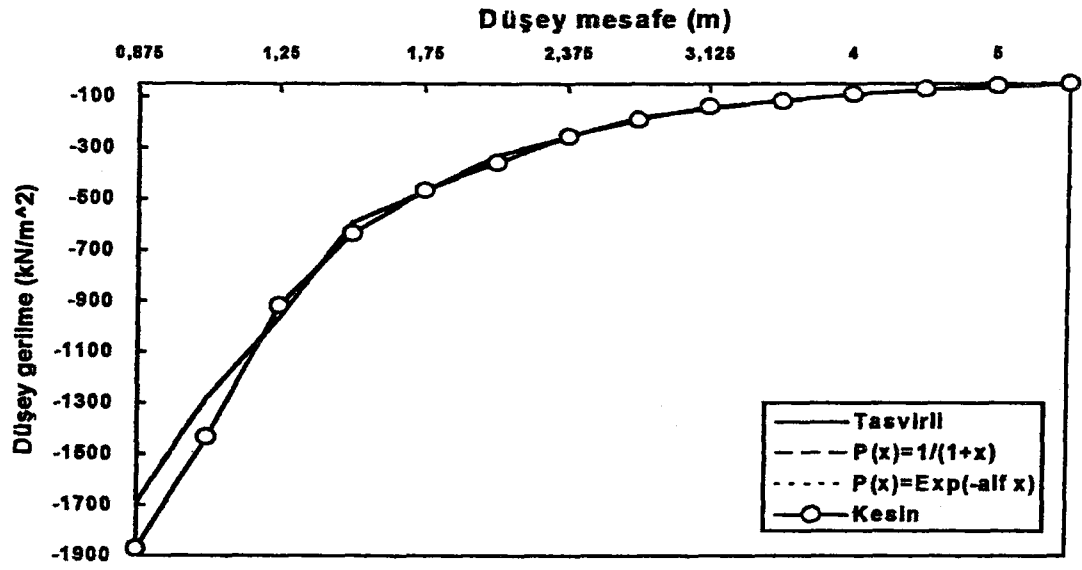
Yatay mesafe (m)	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$ ($\alpha=0.69$)	Kesin
0.125	-0.183	-0.184	-0.182	-0.139
0.25	-0.0628	-0.0629	-0.0617	-0.0625
0.375	-0.0453	-0.0454	-0.0442	-0.0463
0.5	-0.0353	-0.0354	-0.0342	-0.0348
0.625	-0.0279	-0.0280	-0.0268	-0.0278
0.75	-0.0228	-0.0229	-0.0218	-0.0232
0.875	-0.0197	-0.0198	-0.0186	-0.0198
1.0	-0.0174	-0.0174	-0.0162	-0.0174
1.25	-0.0139	-0.0140	-0.0127	-0.0139
1.5	-0.0115	-0.0116	-0.0104	-0.0116
1.75	-0.0099	-0.0099	-0.0088	-0.0094
2.0	-0.0087	-0.0087	-0.0075	-0.0087
2.375	-0.0073	-0.0074	-0.0062	-0.0073
2.75	-0.0063	-0.0064	-0.0052	-0.0063
3.125	-0.0055	-0.0056	-0.0045	-0.0057
3.5	-0.0049	-0.0050	-0.0039	-0.0050
4.0	-0.0043	-0.0044	-0.0033	-0.0043
4.5	-0.0038	-0.0039	-0.0028	-0.0039
5.0	-0.0034	-0.0035	-0.0025	-0.0035
5.5	-0.0031	-0.0032	-0.0022	-0.0032



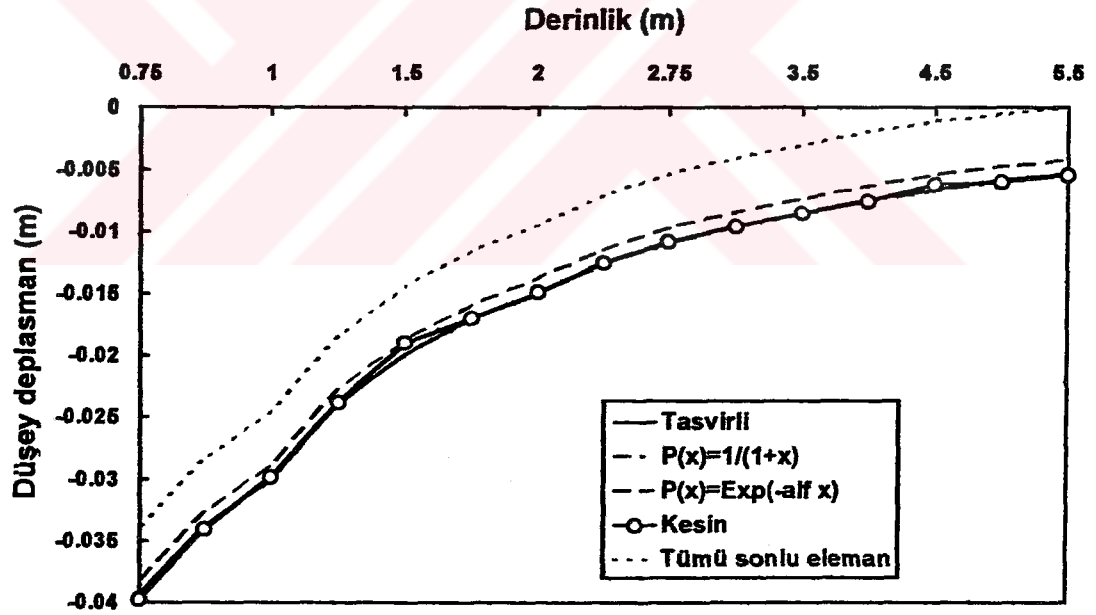
Şekil 4.10 Yüzeydeki yatay deplasmanın x- eksenini ile değişimi

Tablo 4.6 Yüzeydeki yatay deplasmanın x- eksenini ile değişimi

Yatay mesafe (m)	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$ ($\alpha=0.69$)	Kesin
0.125	-0.0412	-0.0412	-0.0412	-0.0387
0.25	-0.015	-0.015	-0.015	-0.0198
0.375	-0.0147	-0.0146	-0.0146	-0.0132
0.5	-0.0104	-0.0105	-0.0105	-0.0099
0.625	-0.0078	-0.0078	-0.0078	-0.0079
0.75	-0.0064	-0.0064	-0.0064	-0.0066
0.875	-0.0056	-0.0056	-0.0056	-0.0057
1.0	-0.0050	-0.0050	-0.0045	-0.0050
1.25	-0.0040	-0.0040	-0.0034	-0.0040
1.5	-0.0033	-0.0033	-0.0032	-0.0033
1.75	-0.0028	-0.0028	-0.0028	-0.0028
2.0	-0.0025	-0.0025	-0.0024	-0.0025
2.375	-0.0021	-0.0021	-0.0020	-0.0021
2.75	-0.0018	-0.0018	-0.0017	-0.0018
3.125	-0.0016	-0.0016	-0.0015	-0.0016
3.5	-0.0014	-0.0014	-0.0013	-0.0014
4.0	-0.0012	-0.0012	-0.0011	-0.0012
4.5	-0.0011	-0.0011	-0.0009	-0.0011
5.0	-0.00099	-0.00099	-0.00082	-0.00099
5.5	-0.00088	-0.00090	-0.00072	-0.00090



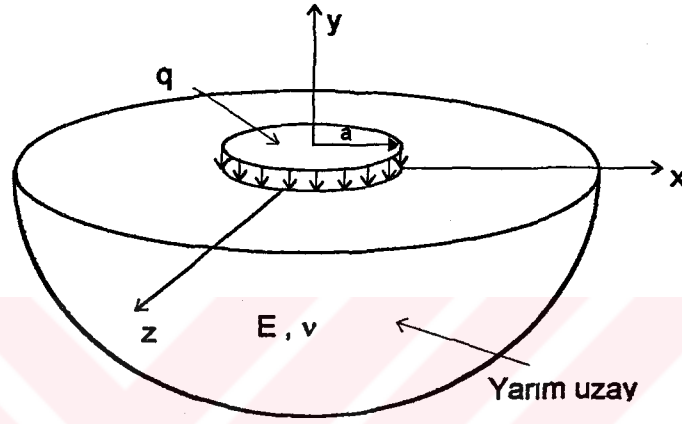
Şekil 4.11 Simetri eksenini üzerindeki düşey gerilmeler



Şekil 4.12 Sadece sonlu elemanlar ile sonlu -sonsuz elemanlar birlikte alınarak simetri eksenini üzerindeki düşey deplasmanların değişimi

4.1.3. Yüzeyine Dik Dairesel Yayılı Yük Etkiyen Elastik Yarım Uzay

Yarı sonsuz bir ortamın yüzeyine etkiyen üniform bir dairesel yayılı yükün meydana getirdiği yer değiştirmeler ve gerilmeler aranmaktadır (Şekil 4.13) . Eksenel dönel simetrik olan bu probleme ait sonlu-sonsuz eleman ağı Şekil 4.2 deki gibidir.



Şekil 4.13 Dairesel yayılı yüklü yarım uzay

Elastik ortamın malzemesi, $E=5 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$, $\nu=0.3$ ve dairesel üniform yükün şiddeti $q=300 \text{ kN/m}^2$ ile üniform yükün etkidiği bölgenin yarıçapı, $a=2 \text{ m}$ alınmaktadır. Bu probleme ait kapalı çözümler (Timoshenko ve Goodier, 1969) da verilmektedir. Yüzeyde ve yayılı yükün etkidiği alanın içindeki bir noktada düşey deplasman,

$$v = \frac{4(1-\nu^2)qa}{\pi E} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{r^2}{a^2}\right) \sin^2 \theta} d\theta \quad (4.8)$$

formülü ile yayılı yük alanının dışındaki bir noktada düşey yer değiştirmeler ise,

$$v = \frac{4(1-\nu^2)qr}{\pi E} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \left(\frac{a^2}{r^2}\right) \sin^2 \theta} d\theta - \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{a^2}{r^2}\right) \sin^2 \theta}} \right] \quad (4.9)$$

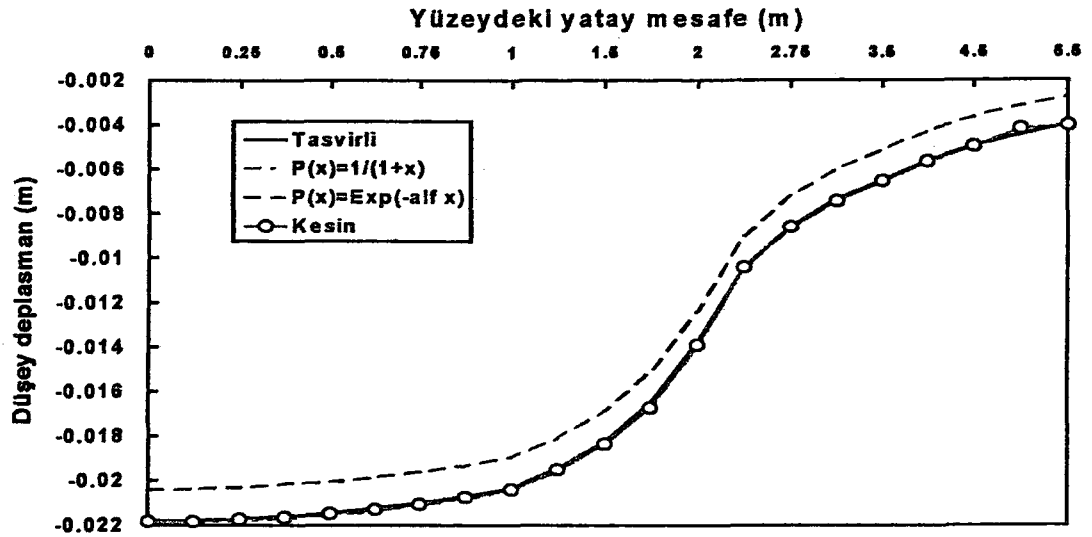
eliptik integralleri ile verilmektedir. Bu integraller MATHEMATICA yardımı ile hesaplanmıştır. Burada , r, daire merkezinden olan uzaklığı göstermektedir. Diğer taraftan simetri eksenı üzerindeki bir noktada radyal (yatay) ve düşey gerilmeler de sırasıyla aşağıda verilmektedir.

$$\sigma_x = \frac{q}{2} \left[-(1+2\nu) + \frac{2(1+\nu)y}{\sqrt{a^2 + y^2}} - \left(\frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right)^3 \right] \quad (4.10)$$

$$\sigma_y = q \left[-1 + \frac{y^3}{(a^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (4.11)$$

Burada, y, yüzeyden itibaren ölçülmektedir.

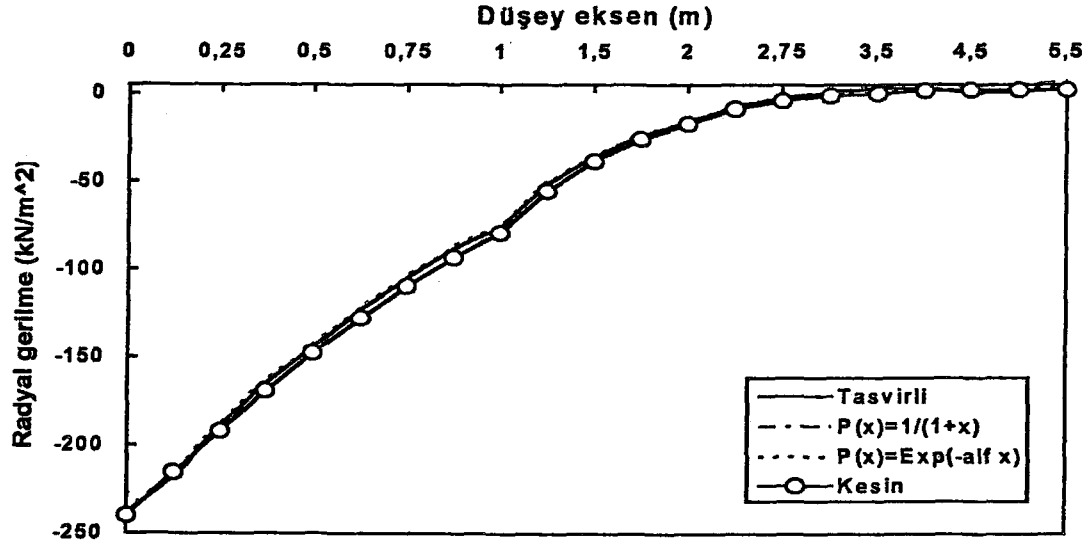
Yüzeydeki düşey deplasmanlar ile simetri eksenı üzerindeki yatay ve düşey gerilmeler Şekil 4.14-16 ve Tablo 4.7-9 de verilmektedir. Özellikle gerilmeler için tasvir edilebilen ve azalan fonksiyonlu modellerin kesin çözüme yakın oldukları gözlenmektedir. Yüzeydeki düşey deplasman için, $P(\xi) = \text{Exp}(-0.69 \xi)$ modeliyle bulunan değerlerin bir miktar farklı oldukları görülmektedir. α azaltma parametresi ayarlanarak kesin çözüme yaklaşılabileceği söylenebilir.



Şekil 4.14 Yüzeydeki düşey deplasmanların uzaklıkla değişimleri

Tablo 4.7 Yüzeydeki düşey deplasmanların karşılaştırılması

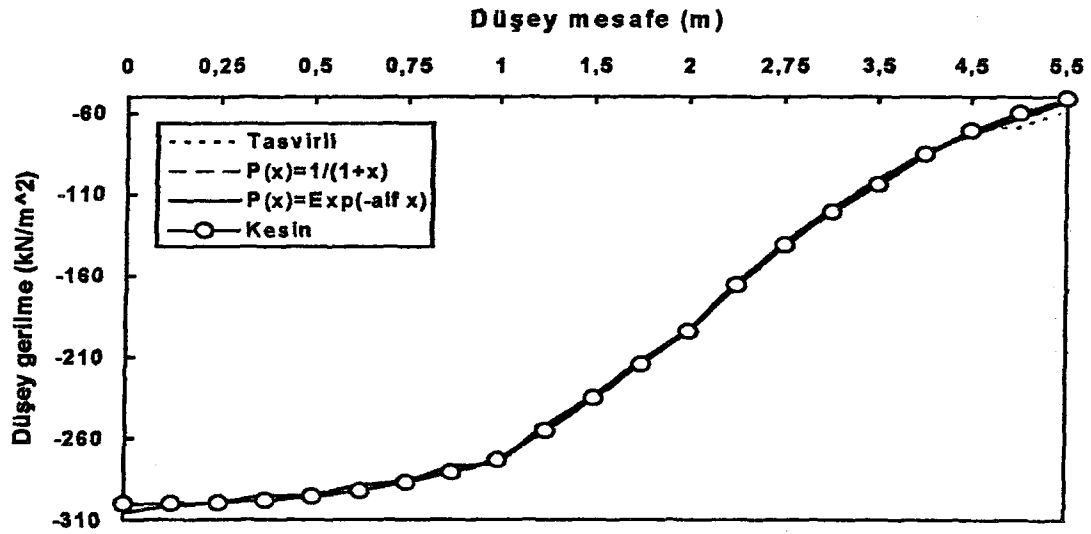
Yatay mesafe (m)	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$ ($\alpha=0.69$)	Kesin
0.	-0.02179	-0.02191	-0.02040	-0.02184
0.125	-0.02176	-0.02188	-0.02036	-0.02182
0.25	-0.02170	-0.02182	-0.02030	-0.02175
0.375	-0.02159	-0.02171	-0.02014	-0.02165
0.5	-0.02144	-0.02155	-0.02004	-0.02149
0.625	-0.02124	-0.02136	-0.01984	-0.02130
0.75	-0.02100	-0.02111	-0.0196	-0.02105
0.875	-0.02070	-0.02081	-0.0193	-0.02075
1.0	-0.02034	-0.02045	-0.01894	-0.02040
1.25	-0.01446	-0.01957	-0.01807	-0.01952
1.5	-0.01825	-0.01835	-0.01686	-0.01833
1.75	-0.01652	-0.01661	-0.01512	-0.0167
2.0	-0.01375	-0.01384	-0.01236	-0.01390
2.375	-0.01039	-0.01046	-0.00900	-0.01038
2.75	-0.00858	-0.00864	-0.0072	-0.00861
3.125	-0.00737	-0.00741	-0.00600	-0.00742
3.5	-0.00649	-0.00651	-0.00512	-0.00653
4.0	-0.00561	-0.00562	-0.00426	-0.00565
4.5	-0.00495	-0.00495	-0.00363	-0.00498
5.0	-0.00441	-0.00439	-0.00312	-0.00416
5.5	-0.00397	-0.00394	-0.00272	-0.00404



Şekil 4.15 Simetri eksenini boyunca yatay gerilmeler

Tablo 4.8 Simetri eksenini boyunca yatay gerilmelerin karşılaştırılması

Derinlik (m)	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$ ($\alpha=0.69$)	Kesin
0.	-238.91	-240.36	-236.99	-240.0
0.125	-217.65	-218.96	-215.76	-215.71
0.25	-188.72	-189.86	-186.88	-191.91
0.375	-164.47	-165.47	-162.69	-169.07
0.5	-144.14	-145.01	-142.40	-147.55
0.625	-122.47	-123.22	-120.80	-127.65
0.75	-105.08	-105.71	-103.48	-109.56
0.875	-88.09	-88.62	-86.56	-93.34
1.0	-75.99	-76.44	-74.55	-79.00
1.25	-51.26	-51.49	-49.96	-55.63
1.5	-35.76	-35.84	-34.64	-38.40
1.75	-23.49	-23.41	-22.53	-26.02
2.0	-15.98	-15.74	-15.18	-17.26
2.375	-7.14	-6.66	-6.58	-8.82
2.75	-2.13	-1.68	-1.76	-3.94
3.125	0.56	1.61	0.76	-1.14
3.5	2.58	3.96	0.27	-0.44
4.0	2.68	4.71	2.86	1.50
4.5	0.26	4.09	1.97	1.92
5.0	0.80	5.24	2.44	2.04
5.5	1.98	7.44	3.96	2.01



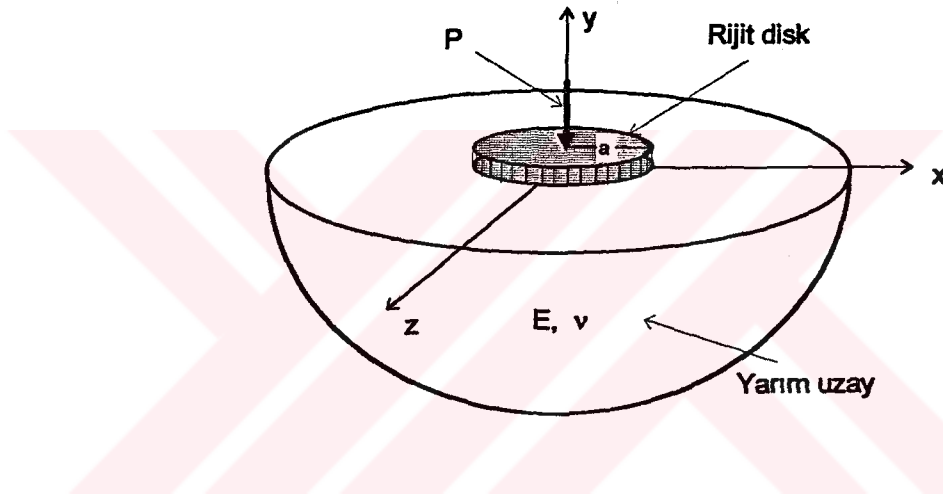
Şekil 4.16 Simetri eksenı boyunca düşey gerilmeler

Tablo 4.9 Simetri eksenı boyunca düşey gerilmelerin karşılaştırılması

Derinlik (m)	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$ ($\alpha=0.69$)	Kesin
0.	-305.18	-305.21	-305.18	-300.0
0.125	-301.49	-301.49	-301.48	-299.93
0.25	-299.54	-299.52	-299.54	-299.43
0.375	-295.23	-295.18	-295.20	-298.12
0.5	-295.14	-295.06	-295.10	-295.72
0.625	-288.37	-288.22	-288.30	-292.04
0.75	-286.45	-286.27	-286.36	-287.01
0.875	-277.42	-277.16	-277.29	-280.68
1.0	-273.38	-275.11	-275.23	-273.17
1.25	-252.07	-251.61	-251.82	-255.34
1.5	-234.38	-233.79	-234.06	-235.20
1.75	-212.85	-212.06	-212.41	-214.34
2.0	-194.19	-193.20	-193.63	-193.93
2.375	-165.11	-163.84	-164.38	-165.74
2.75	-140.63	-138.99	-139.68	-141.31
3.125	-120.25	-118.21	-119.09	-120.74
3.5	-102.36	-99.88	-100.89	-103.64
4.0	-86.08	-82.98	-84.12	-85.34
4.5	-70.10	-72.38	-72.88	-71.08
5.0	-68.50	-62.06	-62.89	-59.88
5.5	-58.08	-51.10	-52.28	-50.99

4.1.4. Yarı Sonsuz Düzlem Üzerine Oturan Tekil Yüklü Rijit Disk

Lineer elastik, yarı sonsuz ortam üzerinde tekil yük bulunan rijit diskin altındaki düşey yer değiştirmeler ve gerilmeler araştırılmaktadır (Şekil 4.17). Zemin malzemesi önceki örneklerdeki gibi, $E=5 \times 10^4 \text{ kN/m}^2$, $\nu=0.3$ dır ve tekil yükün şiddeti ise, $P=15000 \text{ kN}$ seçilmektedir. Rijit diskin elastisite modülü çok büyük seçilmekte ve yarıçapı $a=1 \text{ metre}$ alınmaktadır. Eksenel dönele simetrik olan bu yarı sonsuz ortamda, uzak bölge 4 adet sonsuz eleman ile diskin altı ve yakın bölge 78 adet sonlu eleman ve rijit diskin kendisi de, 16 adet sonlu eleman alınarak ağ oluşturulmaktadır.



Şekil 4.17 Yarı sonsuz düzlem üzerine oturan tekil yüklü rijit disk

P yükü altındaki düşey deplasman ve rijit diskin altındaki düşey gerilme ifadeleri (Little, 1973) de verilmektedir. Bunlar, sırasıyla,

$$\Delta = \frac{P(1-\nu)}{4aG} \quad (4.12)$$

$$\sigma = -\frac{2G\Delta}{\pi(1-\nu)} \frac{1}{\sqrt{a^2 - r^2}} \quad (4.13)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada, $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ olup, r mesafesi, diskin merkezinden ölçülmektedir.

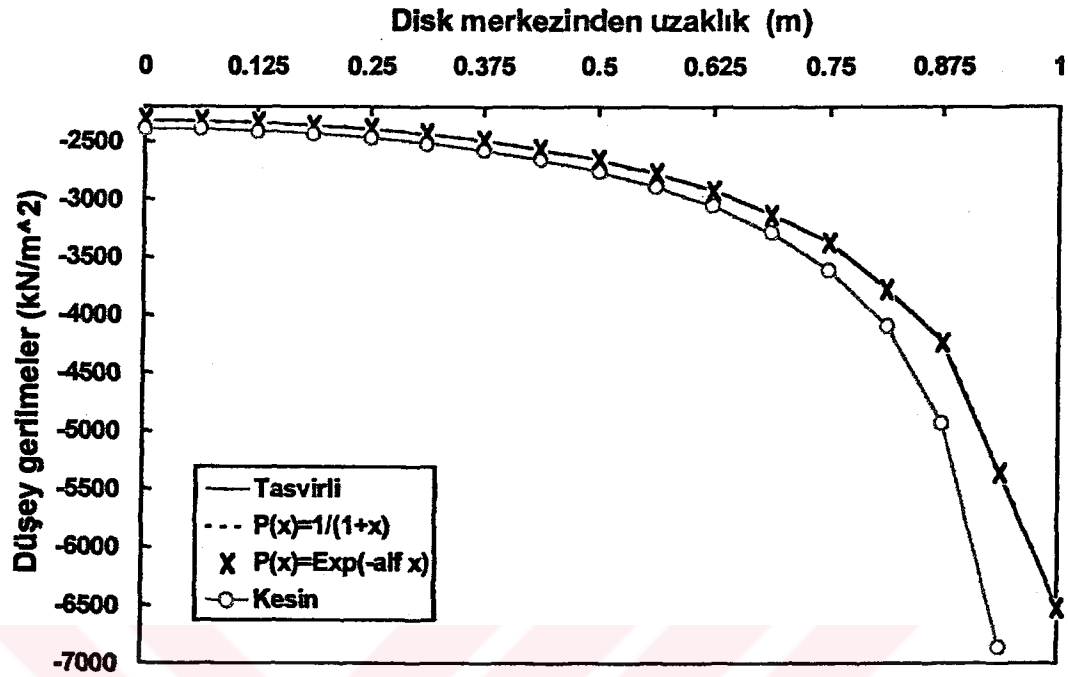
Diskin altındaki düşey yer değiştirme ve gerilmeler tasvir edilebilen ve azalan fonksiyonlu sonsuz eleman modelleri ile hesaplanarak Şekil 4.18 ve Tablo 4.10-11 de kesin çözümleri ile karşılaştırılmaktadır. Rijit diskin kenarındaki gerilmelerde süreksizlik olduğundan bu bölgede sonuçların yakın olmadığı gözlenmektedir.

Tablo 4.10 Rijit diskin altındaki düşey deplasman

	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$	Kesin
Max. deplasman (m)	0.1278	0.1283	0.1223	0.1365

Tablo 4.11 Rijit diskin altındaki düşey gerilmelerin karşılaştırılması

Uzaklık (m)	Tasvirli	$P(\xi)=1/(1+\xi)$	$P(\xi)=\text{Exp}(-\alpha\xi)$	Kesin
0.	-2316.3	-2315.8	-2315.8	-2387.3
0.0625	-2326.5	-2325.9	-2325.9	-2392.0
0.125	-2338.5	-2337.9	-2338.1	-2406.2
0.1875	-2363.3	-2362.8	-2362.8	-2430.4
0.25	-2390.4	-2389.9	-2390.0	-2465.6
0.3125	-2436.9	-2436.5	-2436.4	-2513.2
0.3750	-2490.4	-2489.6	-2489.7	-2575.3
0.4375	-2565.7	-2565.3	-2565.3	-2654.9
0.5	-2654.7	-2654.3	-2654.4	-2756.6
0.5625	-2774.3	-2774.0	-2774.1	-2887.4
0.625	-2918.1	-2917.7	-2920.0	-3058.2
0.6875	-3124.9	-3124.6	-3125.0	-3287.5
0.75	-3370.9	-3370.5	-3371.4	-3609.3
0.8125	-3768.4	-3767.9	-3769.3	-4095.2
0.875	-4224.9	-4225.2	-4227.5	-4931.2
0.9375	-5354.5	-5352.2	-5359.9	-6860.4
1.	-6511.1	-6507.4	-6520.1	...∞.....



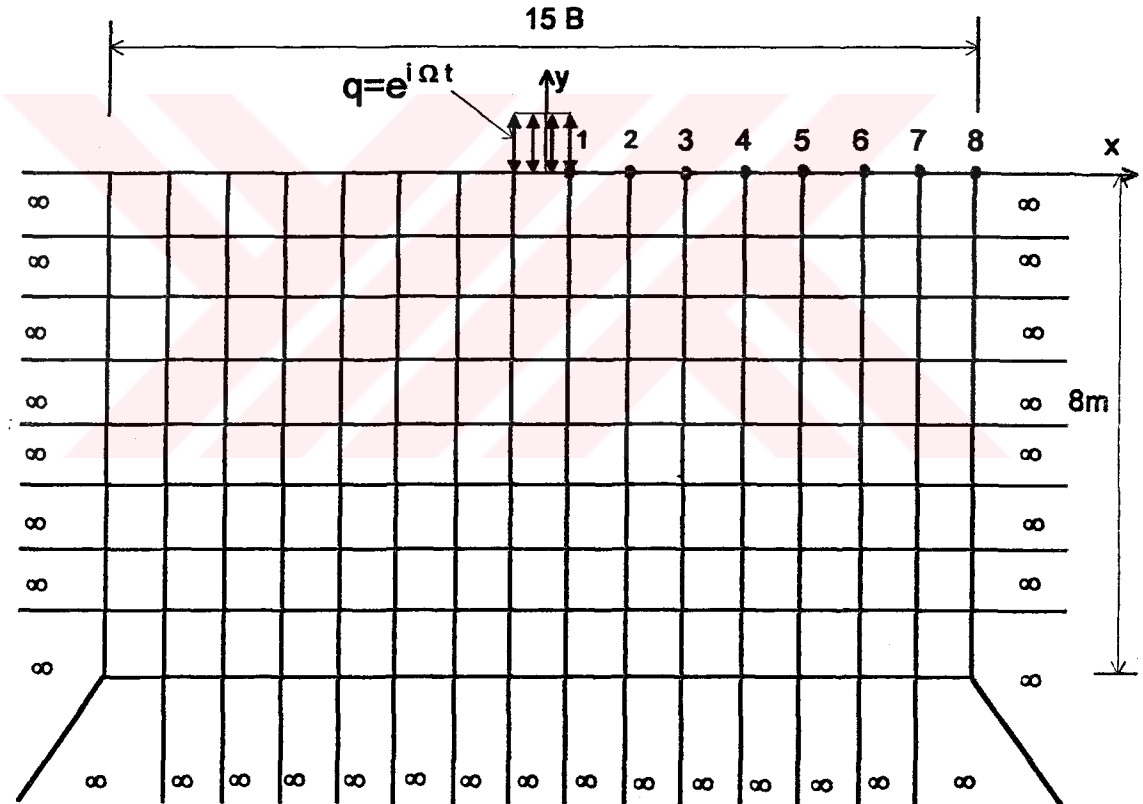
Şekil 4.18 Rijit diskin altındaki düşey gerilmenin uzaklıkla değişimi

4.2. Harmonik Yük Hali

Harmonik yükleme halinde, sonlu elemanlar için sekiz düğümlü kuadratik model ile sonsuz elemanlar için azalan fonksiyonlu eleman modelleri (3.36-37) kullanılarak, DUZSH isimli bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Program, düzlem gerilme/şekil değiştirme ile eksenel dönel simetrik halleri birlikte göz önüne almaktadır. Sonsuz elemanda rijitlik ve kütle matrisleri için ihtiyaç duyulan belirsiz integrallerin hesabı modifiye Gauss-Laguerre yöntemi ile yapılmaktadır. Visko-elastik zemin olması halinde malzeme sabitleri için (3.42) eşitliği kullanılmaktadır.

4.2.1. Harmonik Şerit Yük Altında Visko-Elastik Yarı Sonsuz Zemin

Harmonik üniform şerit yük altında visko-elastik yarı sonsuz bir ortamda komplayens katsayıları hesaplanmaktadır. Bu örnek düzlem şekil değiştirme özelliğini taşımakta ve sonlu-sonsuz eleman ağı Şekil 4.19 da görülmektedir. Zemin malzeme sabitleri, $E=2 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, $\nu=1/3$, histeretik sönüm oranı, $z=0.125$ ve kütleli yoğunluk, $\rho=2000 \text{ kg/m}^3$ alınmaktadır. Üniform şerit yük, B genişliği üzerine etkimekte olup, genliği 1 N/m^2 dir. Buna göre, $c_s=1936.5 \text{ m/s}$ ve $c_R=0.92 c_s$ olarak bulunur. Boyutsuz frekans, $a_0=\Omega B/c_s$ ile tarif edilmekte ve burada $B=1 \text{ m}$ olup yayılı yükün genişliğini göstermektedir.



Şekil 4.19 Harmonik şerit yüklü visko-elastik yarı sonsuz zeminin sonlu-sonsuz eleman ağı

Analitik çözümle karşılaştırmak amacıyla x ve y - yönündeki zemin komplayens sabitleri,

$$U_x(a_0) = \frac{1}{G} [\text{Re}(f_x) + i \text{Im}(f_x)]$$

(4.14)

$$V_y(a_0) = \frac{1}{G} [\text{Re}(f_y) + i \text{Im}(f_y)]$$

olarak tarif edilmektedir. Burada, U_x , a_0 frekanslı yatay yük altındaki yatay deplasmanları, V_y ise, a_0 frekanslı düşey yük altındaki düşey deplasmanları göstermektedir. Şekil 4.19 da görülen 1-8 istasyonları için, $a_0=0.5$ ve $a_0=1.0$ boyutsuz frekans değerlerine karşılık gelen yatay ve düşey komplayens değerleri, Tablo 4.12-13 de verilmektedir. Analitik çözüm sonuçları (Gutierrez ve Chopra, 1978) dan alınmaktadır. Ayrıca, sadece harmonik yükleme hali için, sonlu-sonsuz eleman formülasyonu ile (Chuhan ve Chongbin,1987) tarafından verilen sonuçlar da karşılaştırma amacıyla bu tablolara eklenmiştir. Yukarıdaki yazarlar tarafından verilen sonuçlar, sonsuz doğrultudaki integrasyon için Newton-Cotes yöntemi (4 integrasyon noktası) kullanılarak heplanmış ayrıca sonlu doğrultu için 2 integrasyon noktası alınmıştır. Buna ilave olarak, azaltma parametresi, $\alpha=10^{-7}$ olarak seçilmektedir. DUZSH programı ile bulunan sonuçlar, sonsuz yönde modifiye Gauss-Laguerre yöntemi ile (17 integrasyon noktası) ve sonlu yönde Gauss-Legendre yöntemi ile (3 integrasyon noktası) alınarak bulunmuştur. Ayrıca, azaltma parametresi $\alpha=0.69$ seçilmiştir. Sonsuz elemanların başladığı bölge, içi sadece sonlu eleman alınarak ve bölge sınırlarında deplasmanlar tutularak hesaplanan değerler tabloların ilk satırlarına eklenmiştir. Ayrıca, sonsuz elemanların başladığı bölge, yatay ve düşey sınırlar viskoz sınır alınarak (viskoz yay sabitleri, $k_r=3872.7 \times 10^3$ ve $k_s=1936.5 \times 10^3$) bulunan sonuçlar tabloların ikinci satırlarında verilmektedir.

Tabloların incelenmesinden, sadece sonlu eleman alınarak yapılan çözümün analitik sonuçlardan çok uzak olduğu gözlenmektedir. Bunun yanında viskoz sınır kabulüyle bulunan sonuçların yakın olduğu söylenebilir. DUZSH programı ile hesaplanan değerlerin de, (Chuhan ve Chongbin,1987) tarafından verilenlerden analitik çözüme daha yakın olduğu görülmektedir.

Tablo 4.12 $a_0=0.5$ için yatay ve düşey komplayens değerlerinin karşılaştırılması

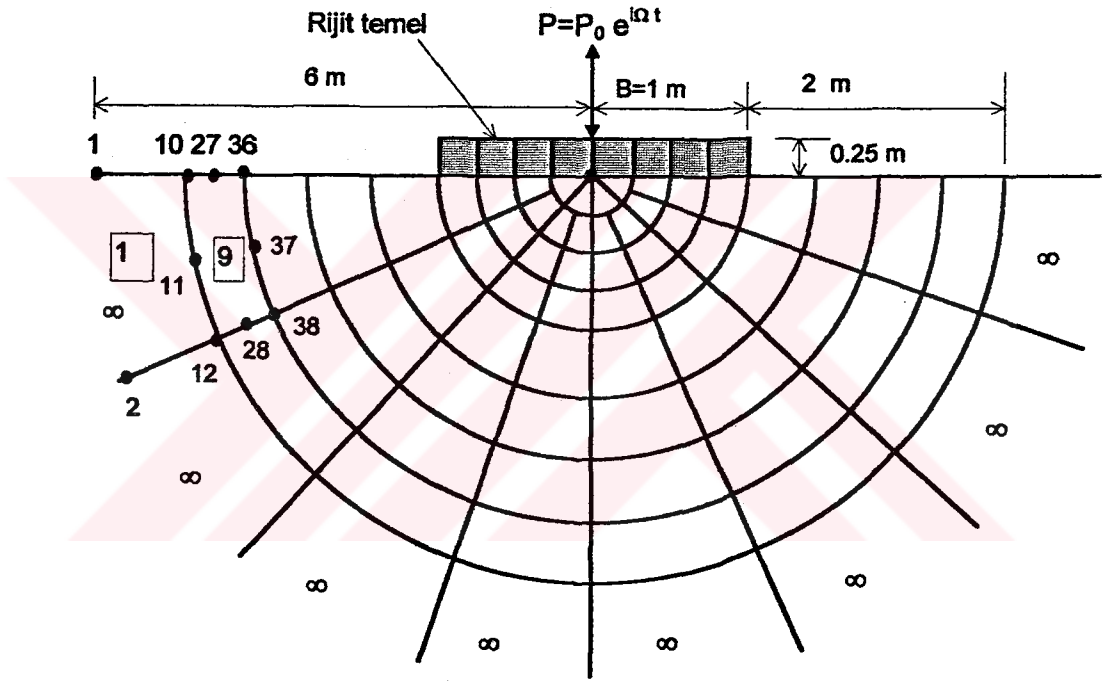
İstasyon		1	2	3	4	5	6	7	8
Re(f_x)	Sonlu	.8225	-.1853	-.2285	-.2111	-.1610	-.1011	-.0485	0.0
	Viskoz	.3749	.0775	-.0197	-.0702	-.0895	-.0877	-.0725	-.0423
	Chuhan	.3587	.0628	-.0318	-.0792	-.0954	-.0923	-.0801	-.0698
	Tez	.3549	.0594	-.0347	-.0815	-.0973	-.0943	-.0834	-.0760
	Analitik	.3548	.0707	-.0296	-.0787	-.0957	-.0929	-.0806	-.0667
Im(f_x)	Sonlu	-.7695	-.6319	-.4973	-.3483	-.2044	-.8595	-.1335	0.
	Viskoz	-.3979	-.2940	-.2217	-.1533	-.0945	-.0490	-.0180	.0111
	Chuhan	-.4082	-.3038	-.2305	-.1606	-.0997	-.0515	-.0167	.0044
	Tez	-.3913	-.2877	-.2162	-.1491	-.0918	-.0479	-.0183	-.0028
	Analitik	-.3902	-.2899	-.2193	-.1502	-.0932	-.0501	-.0215	-.0052
Re(f_y)	Sonlu	.0078	-.2711	-.3491	-.3466	-.2889	-.1990	-.1008	0.
	Viskoz	.2540	-.0336	-.1293	-.1534	-.1293	-.0768	-.0127	.0350
	Chuhan	.2354	-.0472	-.1344	-.1485	-.1156	-.0590	.0010	.0468
	Tez	.2349	-.0474	-.1342	-.1476	-.1137	-.0557	.0054	.0528
	Analitik	.2385	-.0473	-.1320	-.1452	-.1115	-.0531	.0085	.0566
Im(f_y)	Sonlu	-.3418	-.2244	-.1313	-.0530	.0003	.0238	.0200	0.
	Viskoz	-.3602	-.2308	-.1170	-.0144	.0604	.0969	.0927	.0445
	Chuhan	-.3666	-.2385	-.1264	-.0250	.0504	.0909	.0966	.0763
	Tez	-.3511	-.2244	-.1147	-.0165	.0556	.0928	.0957	.0740
	Analitik	-.3553	-.2259	-.1142	-.0129	.0620	.1008	.1029	.0761

Tablo 4.13 $a_0=1.0$ için yatay ve düşey komplayens değerlerinin karşılaştırılması

İstasyon		1	2	3	4	5	6	7	8
Re(f_x)	Sonlu	.2457	-.0448	-.0961	-.0901	-.0795	-.0800	-.0696	0.0
	Viskoz	.2244	-.0578	-.0969	-.0791	-.0588	-.0524	-.046	-.0038
	Chuhan	.2227	-.0570	-.0940	-.0765	-.0585	-.0529	-.0437	-.0150
	Tez	.2203	-.0581	-.0930	-.0735	-.0544	-.0491	-.0408	-.0122
	Analitik	.2127	-.0540	-.0931	-.0745	-.0549	-.0484	-.0392	-.0125
Im(f_x)	Sonlu	-.3372	-.1962	-.1068	-.0580	-.0327	-.0093	.0109	0.0
	Viskoz	-.3372	-.1810	-.0732	-.0164	.0033	.0173	.0382	.0449
	Chuhan	-.3376	-.1801	-.0706	-.0137	.0038	.0139	.0333	.0544
	Tez	-.3402	-.1823	-.0718	-.0130	.0067	.0182	.0371	.0528
	Analitik	-.3400	-.1838	-.0719	-.0131	.0062	.0184	.0394	.0581
Re(f_y)	Sonlu	.0809	-.1227	-.0492	.0541	.0770	.0357	.0074	0.0
	Viskoz	.0967	-.1330	-.0818	.0283	.0762	.0406	-.0191	-.0233
	Chuhan	.0967	-.1321	-.0792	.0327	.0809	.0430	-.0196	-.0415
	Tez	.0956	-.1336	-.0812	.0304	.0787	.0414	-.0205	-.0449
	Analitik	.0955	-.1385	-.0812	.0317	.0784	.0398	-.0220	-.0432
Im(f_y)	Sonlu	-.3126	-.0638	.1121	.1291	.0249	-.0775	-.0824	0.0
	Viskoz	-.2919	-.0676	.0796	.0895	.0102	-.0553	-.0497	-.0009
	Chuhan	-.2852	-.0637	.0807	.0902	.0128	-.0523	-.0511	-.0070
	Tez	-.2878	-.0653	.0803	.0901	.0120	-.0538	-.0526	-.0079
	Analitik	-.2906	-.0636	.0811	.0897	.0116	-.0530	-.0498	-.0027

4.2.2. Yarı Sonsuz Zemin Üzerine Oturan Harmonik Çizgisel Yüklü Rijit Temel

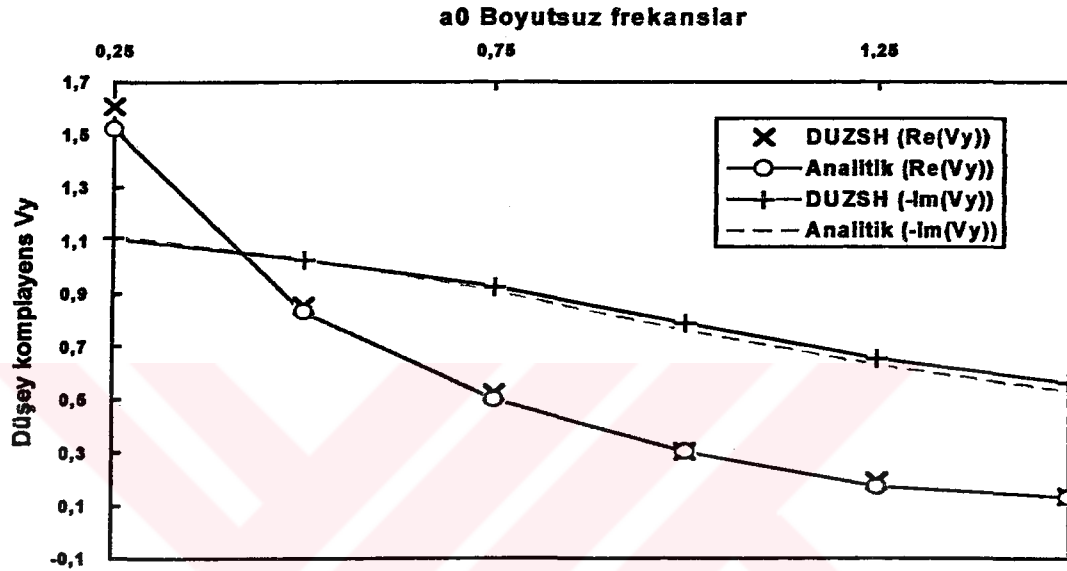
Elastik yarı sonsuz zemin üzerine oturan harmonik çizgisel yüklü rijit bir şerit temel altındaki komplayans katsayıları hesaplanmaktadır. Bu örnek, bir düzlem şekil değiştirme problemidir. Seçilen sonlu-sonsuz eleman ağı Şekil 4.20 de görülmektedir. Zemin malzeme sabitleri, $E_z=2 \times 10^{10}$ N/m², $\nu_z=0.25$ ve $\rho_z=2000$ kg/m³ alınmaktadır. Rijit temel malzemesi için, $E_t=4 \times 10^{20}$ N/m², $\nu_t=0$ ve $\rho_t=0$ seçilmiştir. Üniform çizgisel yükün genliği $P_0=1$ N/m ve temel yarı genişliği, $B=1$ metredir.



Şekil 4.20 Yarı sonsuz zemin üzerine oturan harmonik çizgisel yüklü rijit temel

DUZSH bilgisayar programı ile hesaplanan sonuçlar, $\alpha=0.69$ alınarak, Şekil 4.21-22 de ve Tablo 4.14-15 de boyutsuz formda verilmektedir. Boyutsuz frekans $a_0=\Omega B/c_s$ olup, düşey ve yatay doğrultudaki boyutsuz deplasmanlar ise, $V_y=\pi G v_y$ ve $U_x=\pi G u_x$ şeklinde tanımlanmaktadır. Burada, v_y ve u_x , sırasıyla, y ve x- doğrultusunda rijit diskin kompleks yer değiştirmeleridir. Bu problem (Luco ve

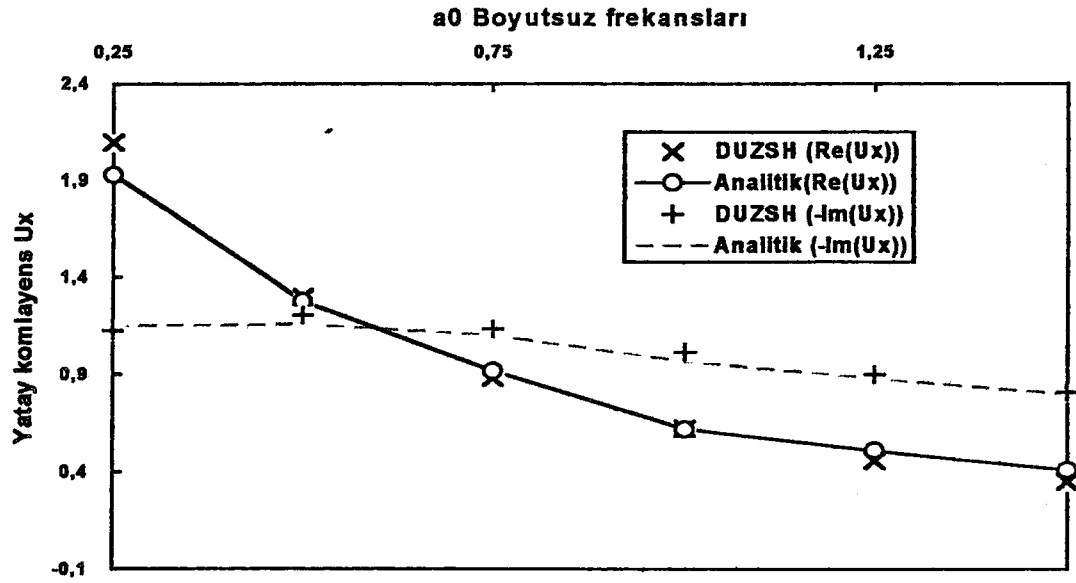
Westman, 1972) de önceden ele alınmıştır. Yazarlar tekil integral denklemleri teorisi kullanarak problemi iki Fredholm integral denkleminin nümerik çözümlerine indirgemişlerdir. Bu sonuçlar da karşılaştırma amacıyla tablolarda sunulmaktadır. Sonlu-sonsuz eleman kullanarak bulunan sonuçların analitik çözümlere yakın oldukları görülmektedir.



Şekil 4.21 Düşey yük altında düşey komplayens değerlerinin frekans ile değişimi

Tablo 4.14 Düşey yük altında düşey komplayenslerin karşılaştırılması

a_0	Re (V_y)		Im (V_y)	
	DUZSH	Analitik	DUZSH	Analitik
0.25	1.6059	1.5204	-1.1089	-1.1203
0.50	0.8537	0.8311	-1.0278	-1.0311
0.75	0.5224	0.5002	-0.9261	-0.9102
1.0	0.3039	0.3015	-0.7868	-0.7611
1.25	0.1948	0.1712	-0.6535	-0.6301
1.50	0.1360	0.1304	-0.5610	-0.5303



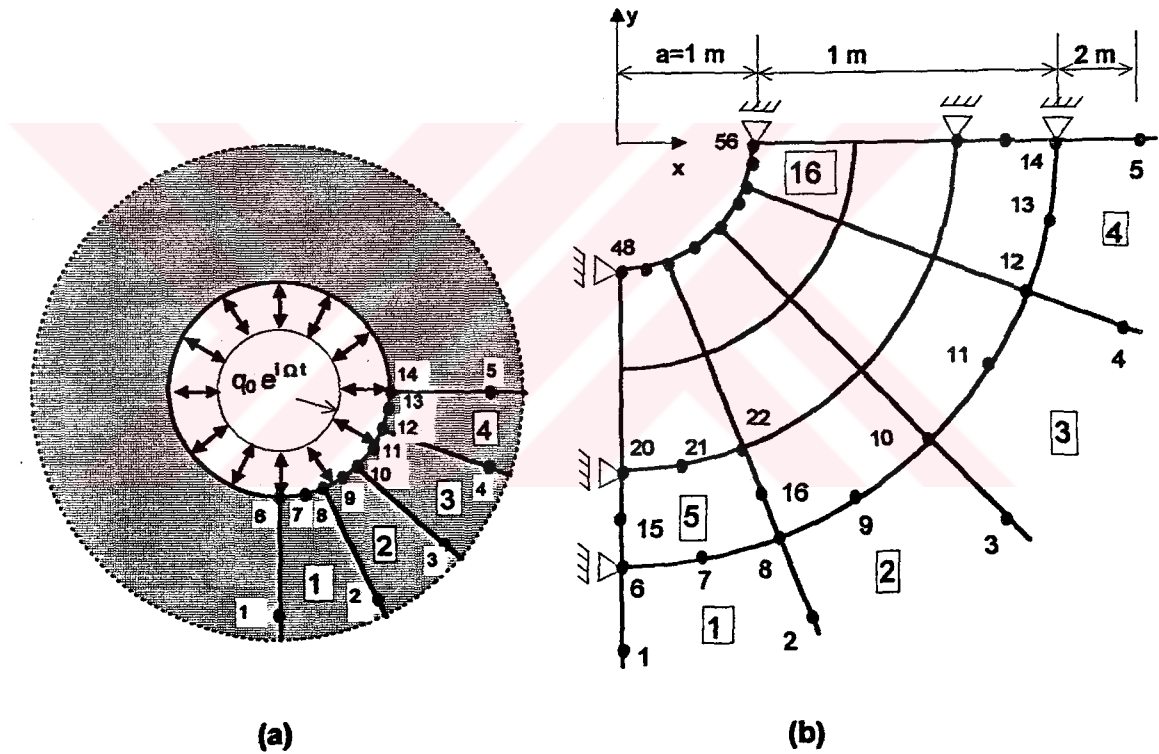
Şekil 4.22 Yatay yük altında yatay komplayens değerlerinin frekans ile değişimi

Tablo 4.15. Yatay yük altında yatay komplayenslerin karşılaştırılması

a_0	Re (U_x)		Im (U_x)	
	DUZSH	Analitik	DUZSH	Analitik
0.25	2.0989	1.9321	-1.1267	-1.1501
0.50	1.3024	1.2801	-1.2063	-1.1625
0.75	0.8864	0.9211	-1.1359	-1.1052
1.0	0.6231	0.6201	-1.0184	-0.9685
1.25	0.4599	0.5102	-0.9042	-0.8811
1.50	0.3537	0.4098	-0.8099	-0.8020

4.2.3. Harmonik İç Basınca Maruz Küresel Oyuk

Elastik bir sonsuz ortamın içinde küresel bir oyuk yüzeyindeki bir noktada, radyal doğrultuda komplayans değerleri aranmaktadır. Ortamın geometrisi ve yüklemenin özelliği nedeni ile bu örnek aksenal dönel simetrik bir problem olarak ele alınmaktadır. Ortamın malzeme sabitleri, $E=2 \times 10^{10}$ N/m², $\nu=0$ ve $\rho=2000$ kg/m³ seçilmektedir. Küresel oyuğun yarıçapı $a=1$ metre olup, harmonik iç basıncın genliği, $q_0=1$ N/m² dir. Sadece sonsuz ve sonlu-sonsuz eleman ağı Şekil 4.23 de verilmektedir.



Şekil 4.23 Sonsuz ve sonlu-sonsuz eleman ağı: (a) Sonsuz eleman ağı; (b) Sonlu-sonsuz eleman ağı

Şekil 4.23 (b) ye ait veri dosyası Şekil 4.24 de verilmektedir.

HARMONİK İÇ BASINCA MARUZ KÜRESEL BOŞLUK

0 16 4 56 0

1

1 2.E10 2000. 0. 1. 0. 1.39

0. 3. 0.2

1 56 1 1 1 0

1 5 1 0 0 0

6 48 14 0 1 0

15 43 14 0 1 0

14 56 14 1 0 0

19 47 14 1 0 0

:

0 0

5 16 6 7 8 16 22 21 20 15 4 3 1 1

:

1 4 6 7 8 1 2 4 1 1 10

:

1 0

1 0. -4.

5 4. 0. 1

5 16 4 3 0. -2. 2. 0. 1. 0. 0. -1.

:

56 56 1

0 0 0 0

0

0 0 4

13 3 1. 1. 1. 0. 0. 0.

14 3 1. 1. 1. 0. 0. 0.

15 3 1. 1. 1. 0. 0. 0.

16 3 1. 1. 1. 0. 0. 0.

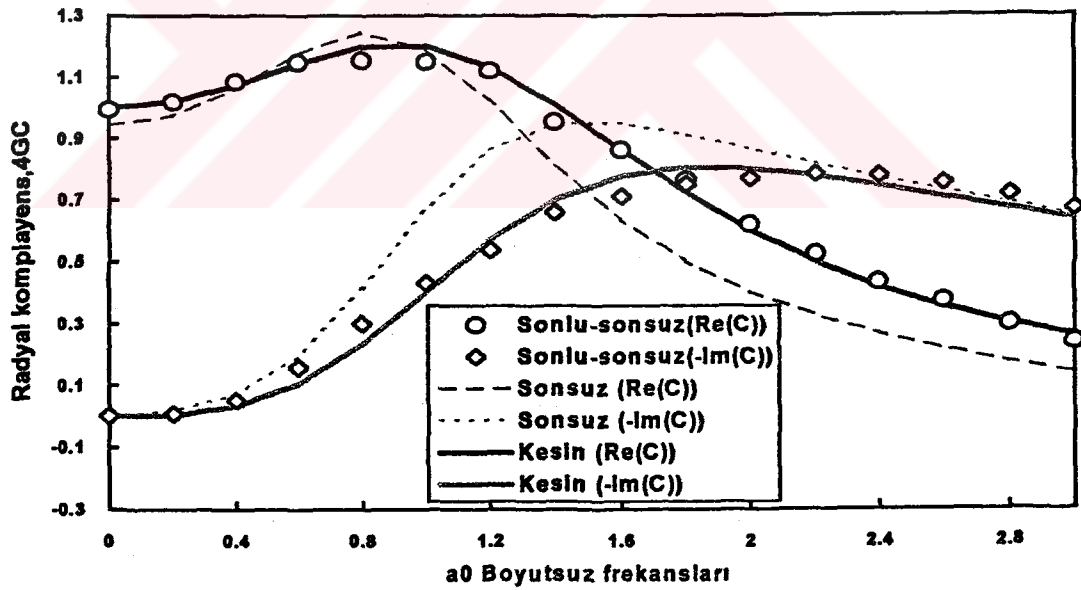
Şekil 4.24 Sonlu-sonsuz eleman ağı için veri dosyası

Küresel oyuğun yüzeyine genliği q_0 olan harmonik bir basınç etkimesi halinde, oyuğun çevresinde oluşan radyal yer değiştirmenin genliğinin, $u_0=C q_0$ olduğu gösterilmektedir (Wolf,1988). C, komplayens sabiti,

$$C = \frac{a}{G} \frac{(1+ia_0)}{(4+4ia_0 + \frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)}(ia_0)^2)} \quad (4.15)$$

formülü ile verilmektedir. Burada, $a_0=\Omega a/c_p$ olup, boyutsuz frekansı göstermektedir. Şekil 4.23 de görülen sonlu-sonsuz ve sadece sonsuz eleman ağları için hesaplanan sonuçları ile kesin çözüm Şekil 4.25 ve Tablo 4.16 da sunulmaktadır.

Sonlu-sonsuz eleman kullanılarak bulunan sonuçların, sadece sonsuz eleman ile bulunanlardan daha iyi olduğu gözlenmektedir.



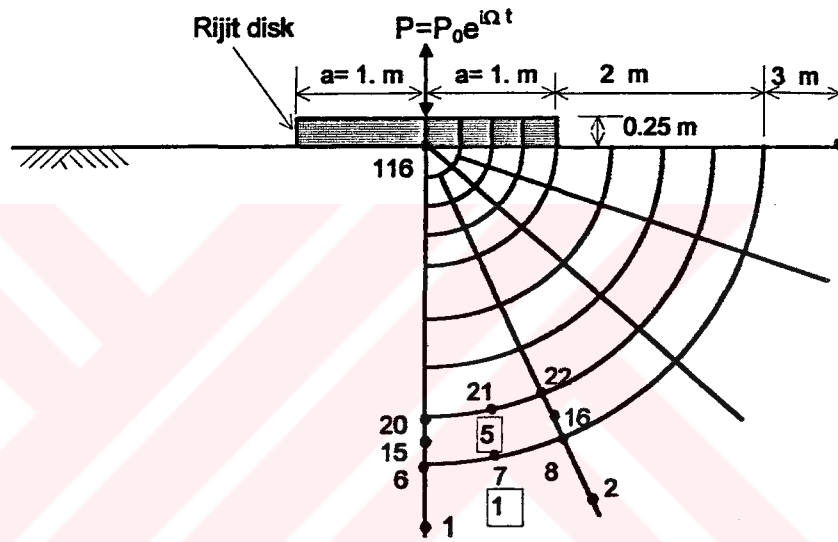
Şekil 4.25 Radyal komplayens değerlerinin frekansla değişimi

Tablo 4.16 Radyal komplayens katsayılarının karşılaştırılması

a_0	Sonlu-sonsuz		Sadece sonsuz		Kesin	
	Re(4GC)	-Im(4GC)	Re(4GC)	-Im(4GC)	Re(4GC)	-Im(4GC)
0.0	0.9939	0.000	0.9435	0.00	1.0	0.00
0.2	1.0193	0.0079	0.9747	0.0176	1.0196	0.0040
0.4	1.0851	0.0513	1.0616	0.0696	1.0731	0.0318
0.6	1.1473	0.1581	1.1753	0.1952	1.1429	0.1046
0.8	1.1539	0.3003	1.2444	0.4148	1.1974	0.2322
1.0	1.1098	0.4315	1.1899	0.6708	1.2000	0.4000
1.2	1.0378	0.5383	1.0218	0.8615	1.1328	0.5690
1.4	0.9530	0.6219	0.8167	0.9468	1.0099	0.6998
1.6	0.8616	0.6871	0.6359	0.9492	0.8642	0.7762
1.8	0.7650	0.7362	0.5014	0.9119	0.7228	0.8045
2.0	0.6642	0.7683	0.4025	0.8659	0.6000	0.8000
2.2	0.5624	0.7821	0.3258	0.8185	0.4988	0.7765
2.4	0.4638	0.7769	0.2656	0.7722	0.4174	0.7437
2.6	0.3736	0.7537	0.2169	0.7298	0.3525	0.7073
2.8	0.2970	0.7160	0.1738	0.6894	0.3006	0.6706
3.0	0.2371	0.6696	0.1384	0.6475	0.2588	0.6353

4.2.4. Yarı Sonsuz Düzlem Üzerine Oturan Harmonik Tekil Yüklü Rijit Disk

Elastik yarı sonsuz bir ortam üzerine oturan harmonik tekil yüklü rijit bir diskin altındaki düşey komplayens katsayıları hesaplanmaktadır. Bu örnek, eksenel dönel simetrik bir problemidir. Seçilen sonlu-sonsuz eleman ağı Şekil 4.26 da görülmektedir. Zemin malzeme sabitleri, $E_z=2 \times 10^{10}$ N/m², $\nu_z=1/3$ ve $\rho_z=2000$ kg/m³ alınmaktadır. Rijit diskin malzemesi için, $E_t=4 \times 10^{20}$ N/m², $\nu_t=0$ ve $\rho_t=0$ seçilmiştir. Tekil harmonik yükün genliği $P_0=1$ N ve diskin yarı çapı $a=1$ metredir.

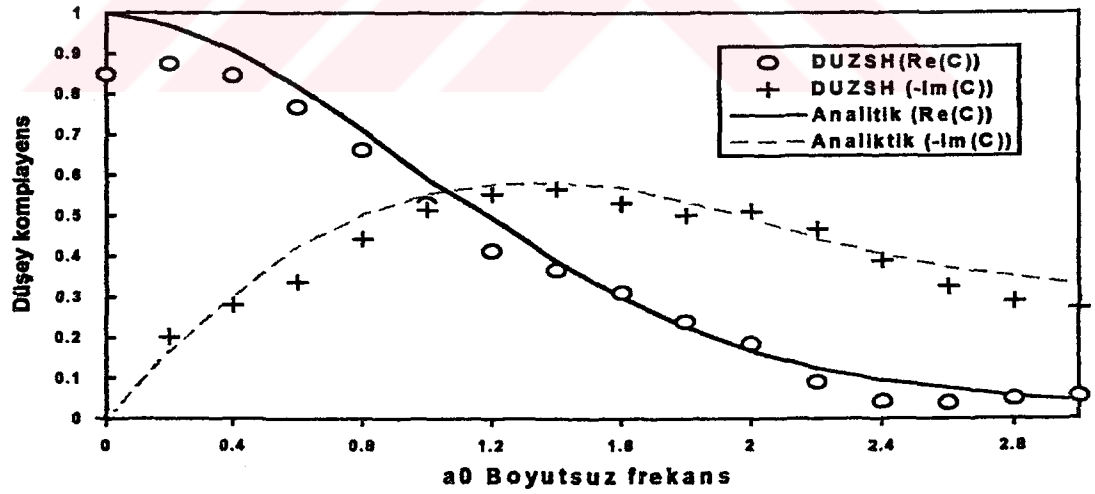


Şekil 4.26 Yarı sonsuz düzlem üzerine oturan harmonik tekil yüklü rijit disk

DUZSH isimli program yardımıyla dairesel rijit diskin altındaki düşey komplayens değerleri, disk ile zemin arası tam bağılı kabulü ile, boyutsuz frekanslar ($a_0 = a\Omega/c_s$) cinsinden ve $\alpha=0.69$ alınarak hesaplanmıştır. Sonuçlar Şekil 4.27 ve Tablo 4.17 de verilmektedir. Bu örnek, disk ile zemin arasında sürtünme olmadığı kabulü ile, (Luco ve Westman, 1971) tarafından çift integral denklemleri kullanılarak daha önce ele alınmıştır. Çift integral denklemler, ikinci çeşit Fredholm integral denklemlerine dönüştürülmüş ve sonuçlar sayısal olarak elde edilmiştir. Karşılaştırma amacıyla bu sonuçlar da tabloya eklenmiştir. Çözümlerin yakın oldukları gözlenmektedir.

Tablo 4.17 Rijit diskin altında düşey komplayens değerlerinin karşılaştırılması

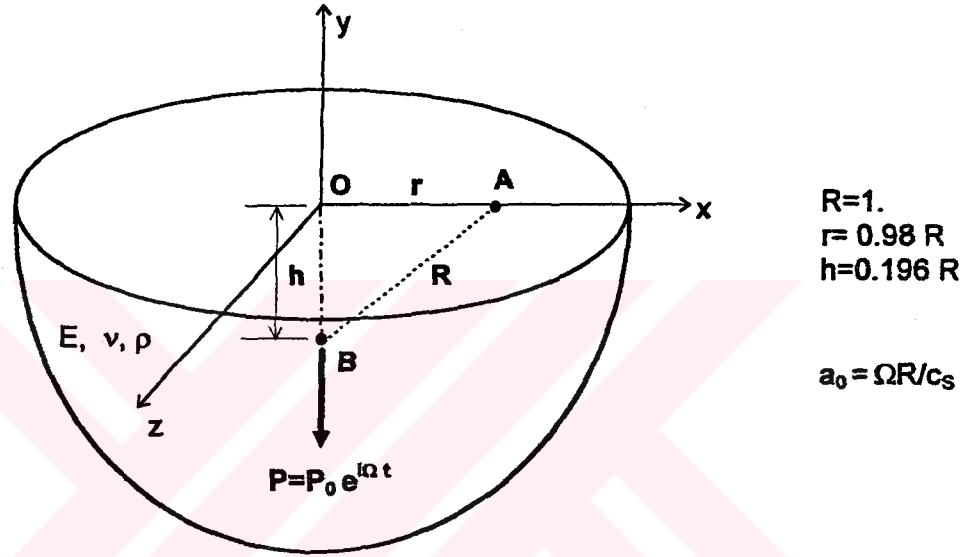
a_0	DUZSH		Analitik	
	$\text{Re}(4C_v Ga/(1-v))$	$-\text{Im}(4C_v Ga/(1-v))$	$\text{Re}(4C_v Ga/(1-v))$	$-\text{Im}(4C_v Ga/(1-v))$
0.0	0.8479	0	1	0
0.2	0.8739	0.2024	0.9696	0.1671
0.4	0.7452	0.2802	0.9091	0.3031
0.6	0.7168	0.3370	0.8214	0.4222
0.8	0.6622	0.4423	0.7121	0.5030
1.0	0.5288	0.5139	0.5909	0.5540
1.2	0.4136	0.4924	0.4950	0.5781
1.4	0.3649	0.4651	0.3872	0.5821
1.6	0.333	0.4727	0.3000	0.5712
1.8	0.2778	0.5011	0.2273	0.5341
2.0	0.1851	0.511	0.1667	0.4951
2.2	0.0901	0.4659	0.1230	0.4424
2.4	0.0422	0.3886	0.0950	0.4062
2.6	0.0381	0.3251	0.0751	0.3727
2.8	0.0488	0.2894	0.05514	0.3511
3.0	0.0555	0.273	0.04545	0.3312



Şekil 4.27 Rijit diskin altında düşey komplayans değerlerinin frekansla değişimi

4.2.5. Yarı Sonsuz Düzlem İçinde Gömülü Harmonik Tekil Yük

Visko-elastik yarı sonsuz düzlem içinde belli bir derinlikte tekil bir harmonik yük nedeni ile yüzeydeki bir noktanın düşey komplayens değerleri araştırılmaktadır (Şekil 4.28). Geometri ve yükleme eksenel dönel simetriye sahiptir. Boyutsuz malzeme sabitleri, $E=2.5$, $G=1$, $\nu=0.25$, $\rho=1$ ve histeretik sönüm oranı, $\eta=0.005$ olarak alınmaktadır.

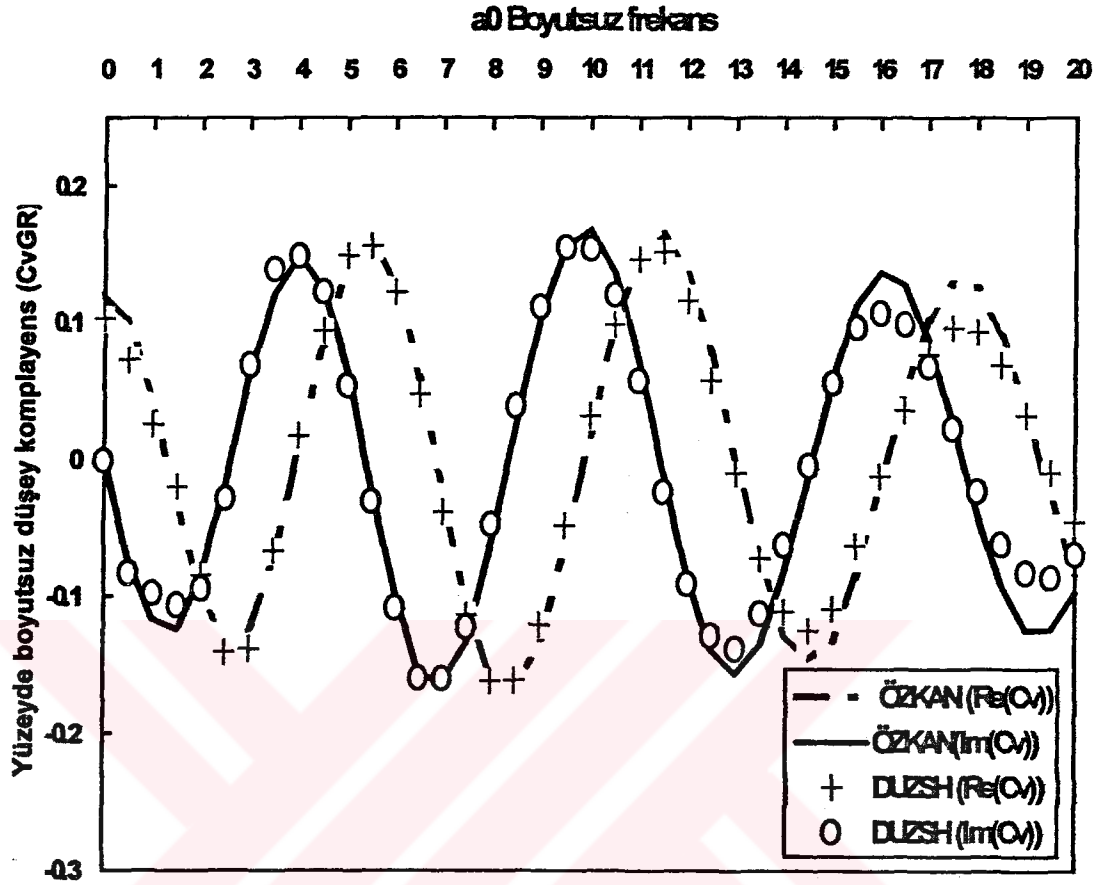


Şekil 4.28 Gömülü harmonik yüklü yarı sonsuz düzlem

DUZSH programı ile, uzak bölgede 4 adet sonsuz eleman ve yakın bölgede 78 adet sonlu eleman olarak, yüzeyde A noktasında, $a_0 = \Omega R / c_s$ boyutsuz frekansları cinsinden hesaplanan düşey komplayens değerleri Tablo 4.18 ve Şekil 4.29 da verilmektedir. (Özkan, 1995) deki doktora çalışması, geometrisi eksenel dönel simetrik ve yüklemesi genel olan çok daha kapsamlı bir olayı, sınır integrali yöntemi ile ele almaktadır. Adı geçen çalışmada bu örnek de, özel bir hal olarak çözülmüştür. Karşılaştırma amacıyla boyutsuz düşey komplayens değerleri tabloda ayrıca verilmektedir.

Tablo 4.18 Gömülü harmonik yük halinde yüzeyde A noktasında düşey komplayens değerleri

a_0	ÖZKAN (Re(Cv))	ÖZKAN(Im(Cv))	DUZSH (Re(Cv))	DUZSH (Im(Cv))
0	0.12032	-0.0012032	0.102406	-0.00102406
0.5	0.099534	-0.074391	0.0723603	-0.0833513
1	0.044266	-0.11625	0.0255171	-0.0973979
1.5	-0.034584	-0.12371	-0.0201059	-0.106218
2	-0.096977	-0.083802	-0.0848246	-0.0940247
2.5	-0.1357	-0.017558	-0.140615	-0.0283738
3	-0.12246	0.062899	-0.138383	0.0691037
3.5	-0.073966	0.12142	-0.0670883	0.138954
4	0.0063717	0.14881	0.0171788	0.148718
4.5	0.083318	0.12388	0.0938953	0.122672
5	0.14171	0.065309	0.148995	0.0538756
5.5	0.15761	-0.021952	0.155817	-0.0305621
6	0.12771	-0.096511	0.122553	-0.10843
6.5	0.059695	-0.15637	0.047605	-0.159341
7	-0.025309	-0.16234	-0.0387507	-0.159656
7.5	-0.10658	-0.13363	-0.113433	-0.122071
8	-0.15726	-0.060123	-0.161746	-0.0473635
8.5	-0.16897	0.023978	-0.160992	0.0394352
9	-0.13492	0.10417	-0.120491	0.112017
9.5	-0.06508	0.15639	-0.0483755	0.15534
10	0.016945	0.16797	0.0318425	0.154621
10.5	0.098357	0.13674	0.0988145	0.120633
11	0.14793	0.072442	0.146165	0.0578442
11.5	0.16495	-0.0093229	0.152299	-0.0234281
12	0.13599	-0.084655	0.115709	-0.0906724
12.5	0.078449	-0.13875	0.0576808	-0.128754
13	0.00085096	-0.1558	-0.00957201	-0.137595
13.5	-0.071702	-0.13485	-0.0723778	-0.11203
14	-0.12655	-0.0818	-0.110849	-0.062332
14.5	-0.14636	-0.010907	-0.124808	-0.00436591
15	-0.13161	0.059709	-0.108799	0.0563936
15.5	-0.084529	0.11339	-0.0630909	0.0966944
16	-0.019363	0.13725	-0.0116828	0.107207
16.5	0.04784	0.12787	0.0361374	0.0989407
17	0.10268	0.086654	0.0772174	0.0684888
17.5	0.1289	0.028035	0.0961391	0.0232866
18	0.12596	-0.038932	0.0930852	-0.0230373
18.5	0.090442	-0.091222	0.0687618	-0.0615444
19	0.036146	-0.1244	0.0321063	-0.0828269
19.5	-0.027531	-0.12406	-0.00940936	-0.0859503
20	-0.082486	-0.097063	-0.0453633	-0.0689777



Şekil 4.29 Gömülü harmonik yük halinde yüzeyde A noktasında boyutsuz düşey komplayens değerlerinin boyutsuz frekansla değişimi

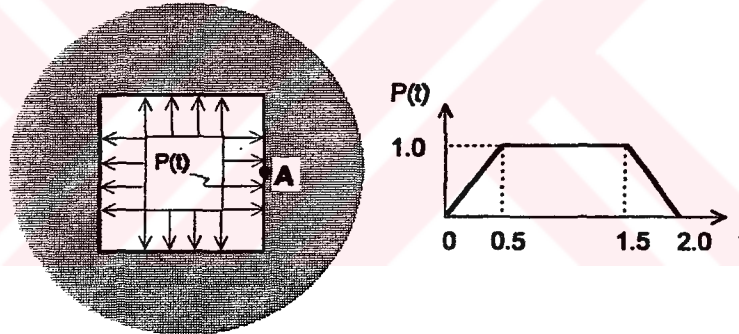
DÜZSH bilgisayar programı ile çözümde, deplasmanların uzak bölgelerde $1/x^2$ tarzında azaldığı ($\alpha=1.39$) ve ortamda dalga'nın R-dalgası ile yayıldığı kabul edilmiştir. Tablo 4.18 deki değerler iki farklı yöntemle bulunan sonuçların yakın olduğunu göstermektedir.

Bu örnek, sonsuz elemanlar için, Newton-Cotes ve modifiye Gauss-Legendre integrasyon yöntemleri kullanılarak da ayrıca çözülmüştür. Bulunan sonuçların boyutsuz frekansın $a_0 \geq 5$ değerleri için bozulmaya başladığı görülmüştür.

4.3. Keyfi (Transient) Yükleme Hali

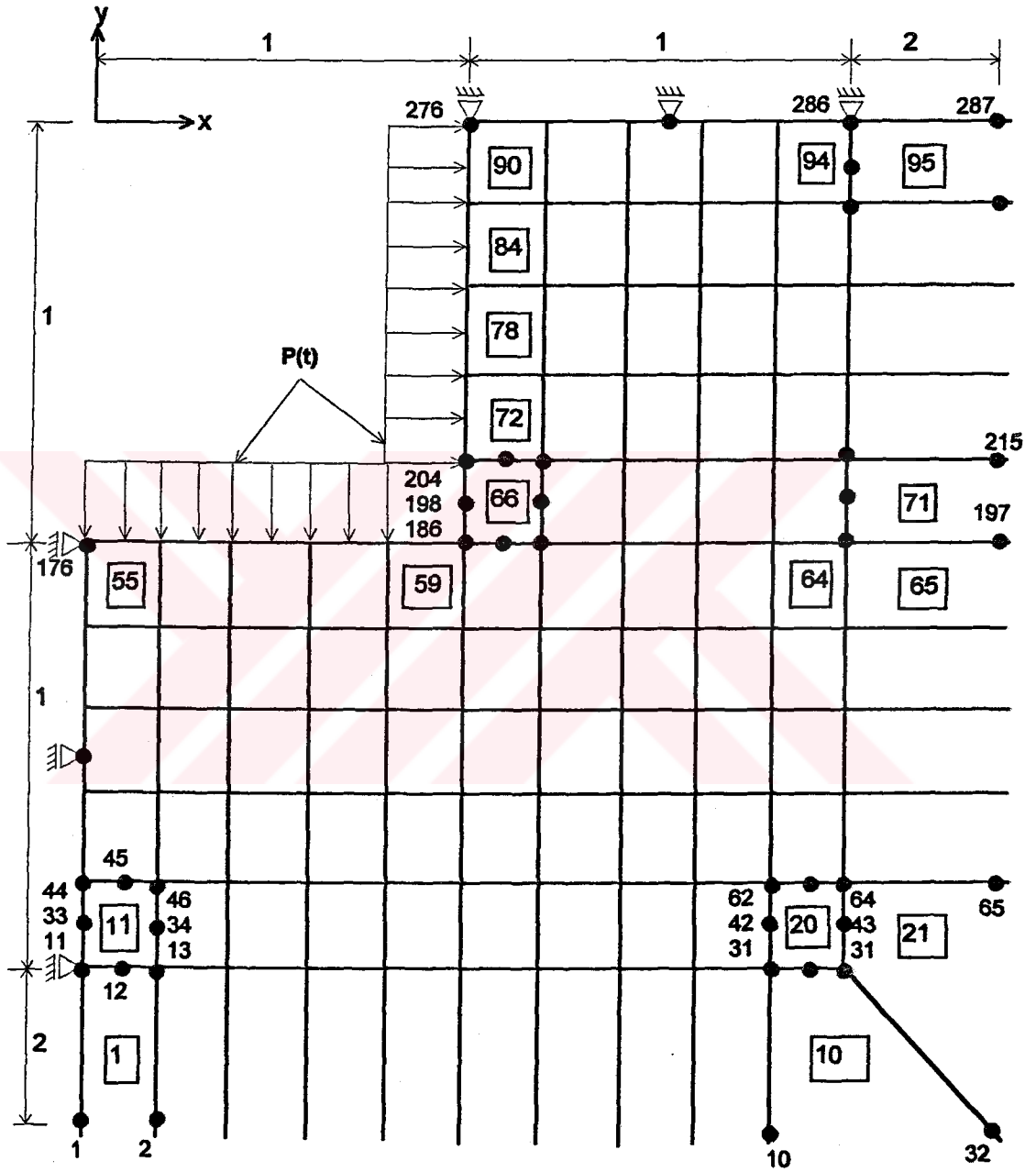
Keyfi yükleme halinde, sonlu elemanlar için sekiz düğümlü kuadratik izoparametrik eleman, sonsuz elemanlar için azalan fonksiyonlu eleman modelleri (3.46-47) kullanılmaktadır. Formülasyon Laplace dönüşüm uzayında yapılmakta ve düzlem gerilme/şekil değiştirme ile eksenel dönel simetrik haller birlikte göz önüne alınmaktadır. Zaman uzayına geçiş için (Durbin, 1974) in sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi kullanılmaktadır. Bu amaçla, DUZSD isimli bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Sonsuz elemanda rijitlik ve kütle matrisleri için ihtiyaç duyulan belirsiz integrallerin hesabı modifiye Gauss-Laguerre yöntemi ile yapılmaktadır. Visko-elastik zemin olması halinde dinamik rijitlik matrisi için, (3.92) eşitliği kullanılmaktadır.

4.3.1. Ortasında Kare Delik Bulunan Sonsuz Levha



Şekil 4.30 Ortasında kare delik bulunan sonsuz levha

Elastik sonsuz bir levha içinde bulunan kare şeklindeki delik impulsif bir basınç altındadır (Şekil 4.30). Bu örnek, bir düzlem gerilme problemidir. Boyutsuz malzeme sabitleri, $E=2.5$, $\nu=0.25$, $\rho=1$ ve $G=1$ alınmaktadır. Buna göre boyutsuz dalga hızları, $c_s=1$, $c_p=1.73$ olur. İki eksene göre simetri nedeniyle çeyrek bölge için çözüm yapılmaktadır. Sonlu-sonsuz eleman ağı Şekil 4.31 ve veri dosyası da Şekil 4.32 de verilmektedir.



Şekil 4.31 Ortasında kare delik bulunan sonsuz levhanın sonlu-sonsuz eleman ağı

ORTASINDA KARE ŞEKLİNDE DELİK BULUNAN LEVHA

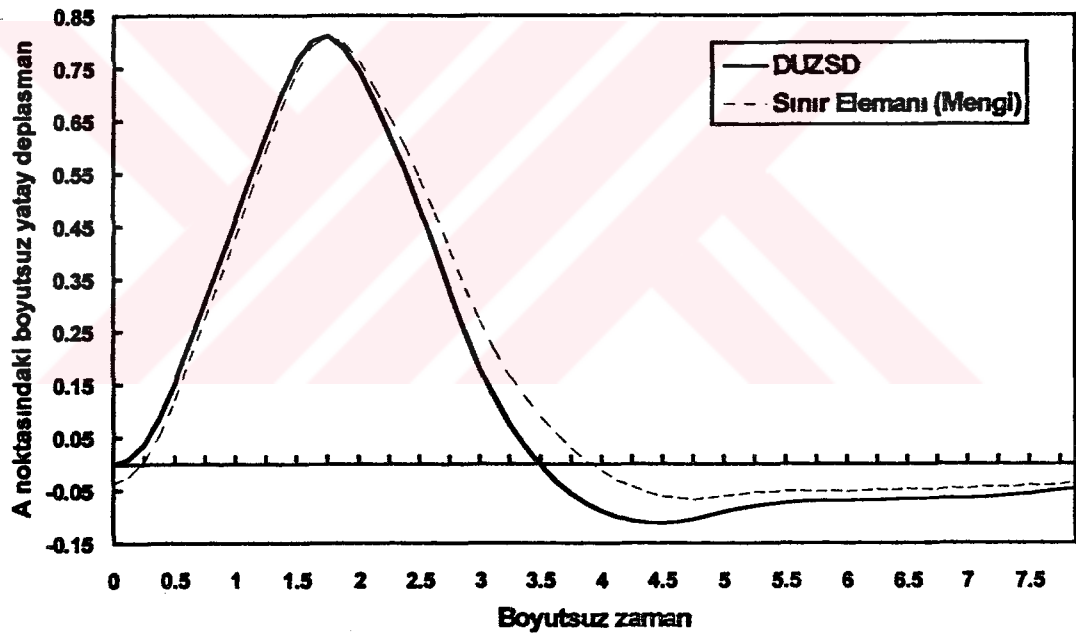
```

0 95 20 287 1
1
1 2.5 1. 0.25 1. 0. 0.69
1 287 1 1 1 0
1 10 1 0 0 0
32 197 33 0 0 0
215 287 18 0 0 0
11 176 33 0 1 0
33 165 33 0 1 0
276 286 1 1 0 0
:
0 1
11 64 11 12 13 34 46 45 44 33 10 5 1 1
66 70 186 187 188 199 206 205 204 198 5 1 1 1
72 94 204 205 206 217 224 223 222 216 5 4 1 1
:
1 9 11 12 13 1 2 9 1 1 10
10 29 30 31 10 32 1 10
21 65 31 43 64 32 65 1 5 1 10
71 196 203 214 197 215 1 10
77 95 214 221 232 215 233 1 4 1 10
:
0 1
11 64 10 5 0. -2. 2. -2. 2. -1. 0. -1.
66 94 5 5 1. -1. 2. -1. 2. 0. 1. 0.
66 4. -1.8
197 4. -1. 33
287 4. 0. 18
1 0. -4.
10 1.8 -4. 1
32 4. -4.
:
2
176
276
2 4 1
55 2 8 14 20
90 1 7 13 19
0
0 0 10
55 3 1. 1. 1. 0. 0. 0.
56 3 1. 1. 1. 0. 0. 0.
57 3 1. 1. 1. 0. 0. 0.
58 3 1. 1. 1. 0. 0. 0.
59 3 1. 1. 1. 0. 0. 0.
66 4 1. 1. 1. 0. 0. 0.
72 4 1. 1. 1. 0. 0. 0.
78 4 1. 1. 1. 0. 0. 0.
84 4 1. 1. 1. 0. 0. 0.
90 4 1. 1. 1. 0. 0. 0.
7
5
0. 0.
0.5 1.
1.5 1.
2. 0.
8. 0.
6 6.

```

Şekil 4.32 Kare delikli levhanın veri dosyası

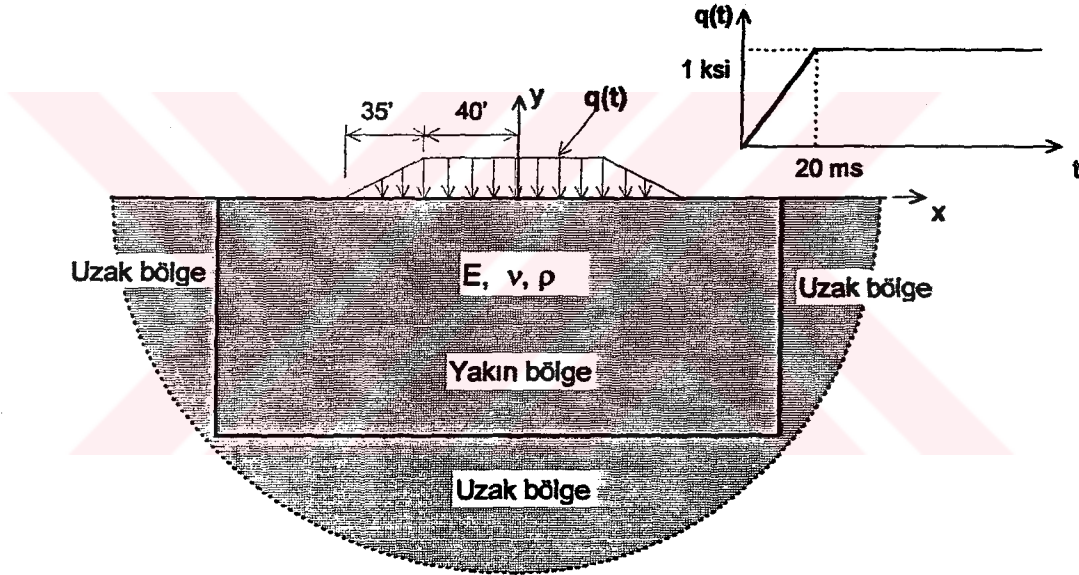
DUZSD programı ile A noktasındaki yatay deplasmanın zamanla değişimi hesaplanarak Şekil 4.33 de verilmektedir. Çözüm yapılırken $\alpha=0.69$, $aT=6$. ve Laplace parametreleri sayısı, $N=2^6$ alınmaktadır. Bu örnek, (Mengi, 1995) de Fourier dönüşüm uzayında ve sınır elemanı yöntemi ile daha önce ele alınmıştır. (Mengi, H.Tanrikulu, K. Tanrikulu, 1994) de sabit sınır elemanı kullanılarak hazırlanan program yardımıyla bu örnek tekrar çözülmüştür. Adı geçen kaynaktaki programla çözüm yapılırken kare şeklindeki deliğin tamamı için 36 sınır elemanı kullanılıp Fourier parametreleri sayısı $N=2^6$ alınmıştır. Karşılaştırma amacıyla A noktasındaki yatay deplasmanlar Şekil 4.33 de gösterilmiştir. İki farklı yöntemle bulunan sonuçların yakın oldukları gözlenmektedir.



Şekil 4.33 A noktasındaki yatay deplasmanların zamanla değişimi

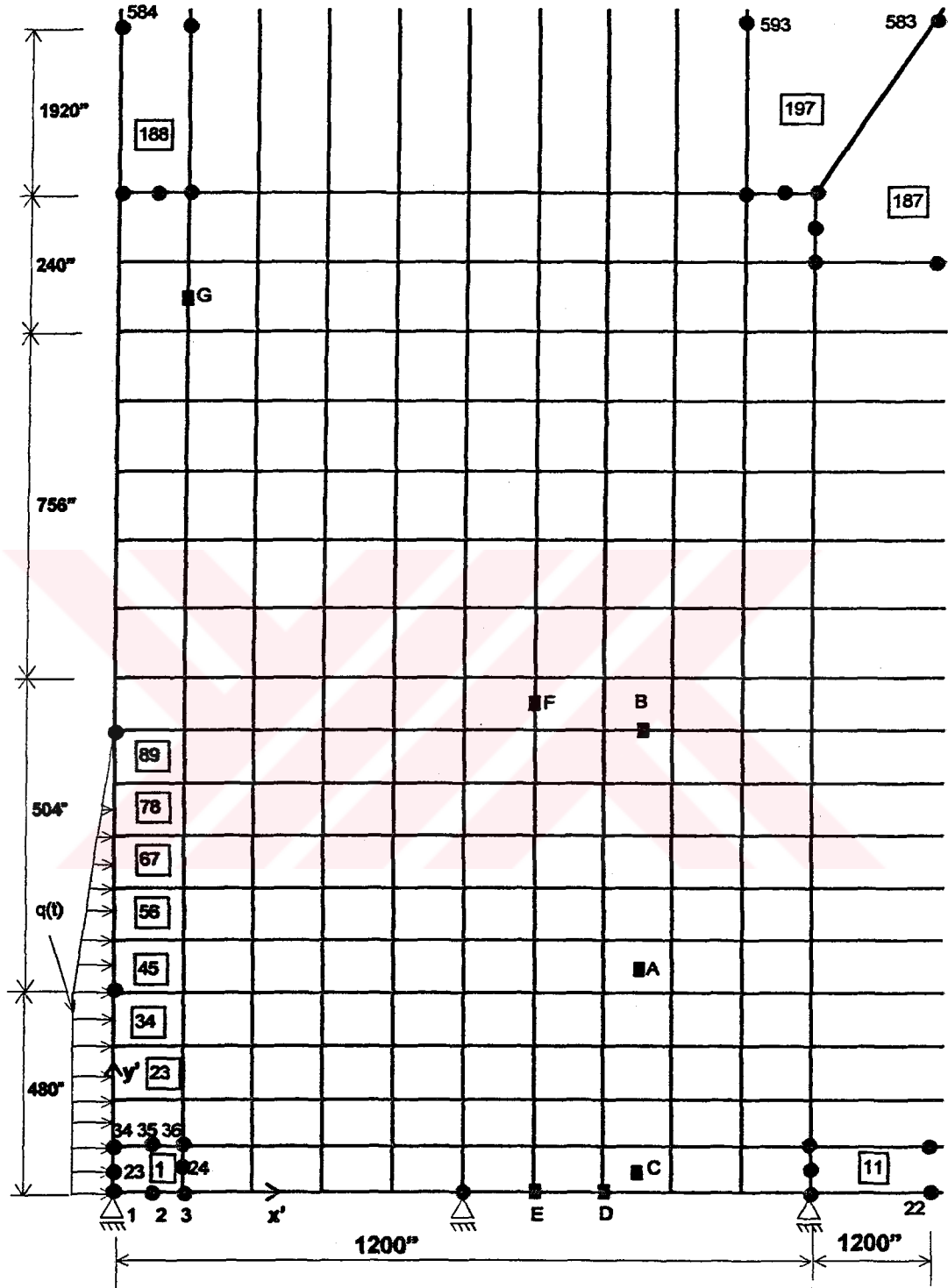
4.3.2. Yarı Sonsuz Zemin Üzerinde Trapez Şeklinde İmpulsif Şerit Yük

Elastik yarı sonsuz zemin, trapez şeklinde impulsif şerit bir yük etkisi altındadır (Şekil 4.34). Ortamın belirli noktalarında yer değiştirme ve gerilmelerin zamanla değişimleri aranmaktadır. Bu örnek düzlem şekil değiştirme problemidir. Elastik zemin malzemesi olarak, $E=2 \times 10^5$ psi, $\nu=0.15$, $\rho=1.9534 \times 10^{-4}$ lb-s²/in⁴ alınmıştır. Buna göre, ortam içindeki dalga hızları, $c_s=2.112 \times 10^4$ in/s ve $c_p=3.288 \times 10^4$ in/s olur. Simetri nedeniyle ortamın yarısı göz önüne alınmakta ve sonlu-sonsuz eleman ağı Şekil 4.35 de verilmektedir. DUZSD programı ile çözüm yapılırken $\alpha=0.69$, $aT=6$. ve Laplace parametreleri sayısı, $N=2^8$ alınmaktadır.



Şekil 4.34 Yarı sonsuz zemin üzerinde trapez şeklinde impulsif şerit yük

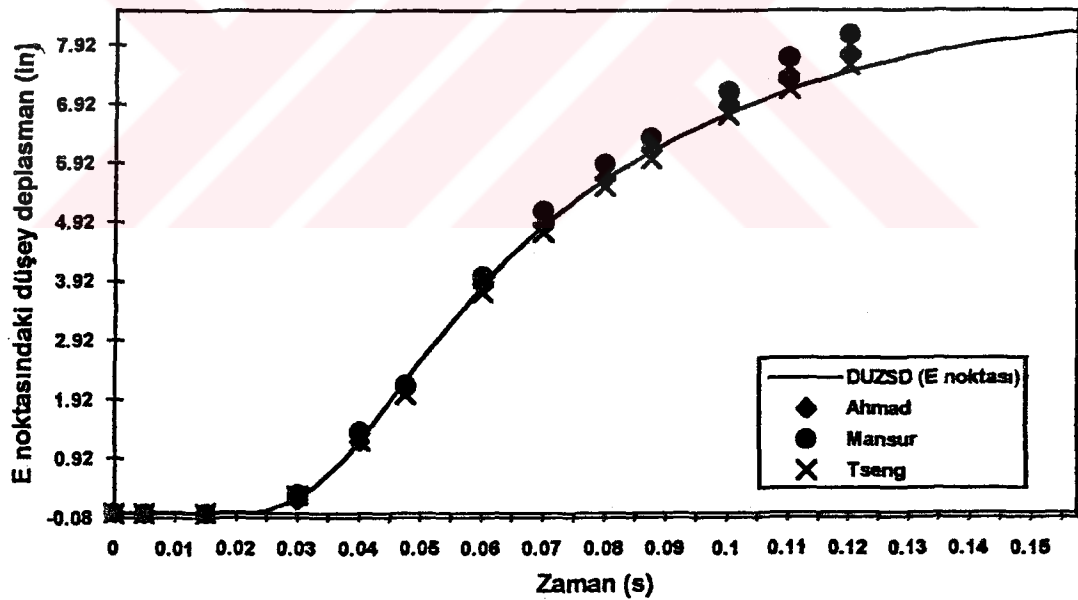
Bu örnek daha önce çeşitli araştırmacılar tarafından incelenmiştir. (Tseng ve Robinson, 1975) de viskoz sınır şartları ile sonlu farklar yöntemi kullanılmaktadır. (Ahmad, 1986), (Ahmad ve Banerjee, 1988) de Laplace uzayında sınır eleman yöntemi uygulanmıştır. Ayrıca bu örnek, (Mansur, 1983), (Israil ve Banerjee, 1990) tarafından zaman uzayında sınır elemanı yöntemi ile çözülmüştür.



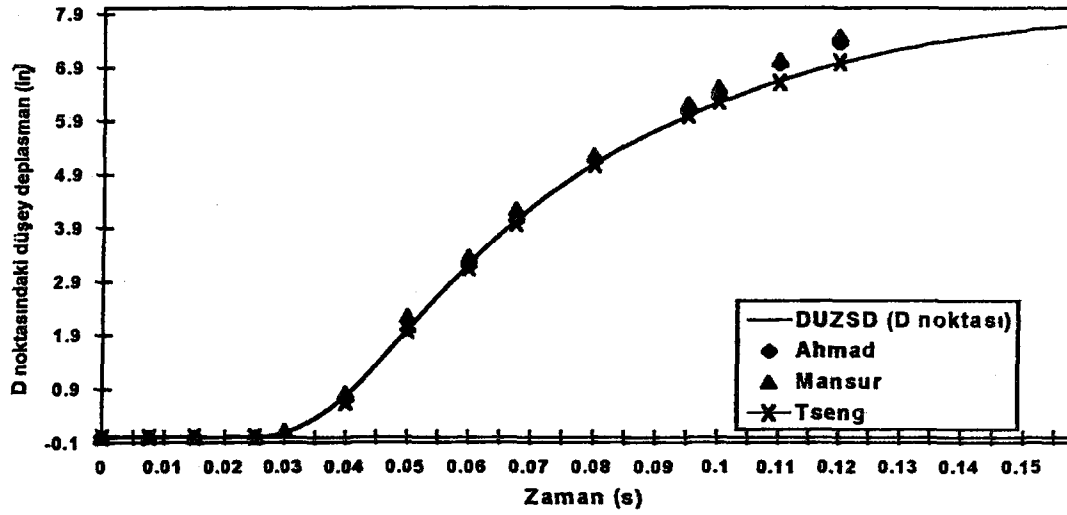
Şekil 4.35 Yarı sonsuz zeminin sonlu-sonsuz eleman ağı

DUZSD programı ile hesaplanan, E, D, F ve G noktalarındaki düşey deplasmanların zamanla değişimi Şekil 4.36-39 da , ayrıca, C, A ve B noktalarındaki düşey gerilmelerin zamanla değişimleri Şekil 4.40-42 de verilmektedir.

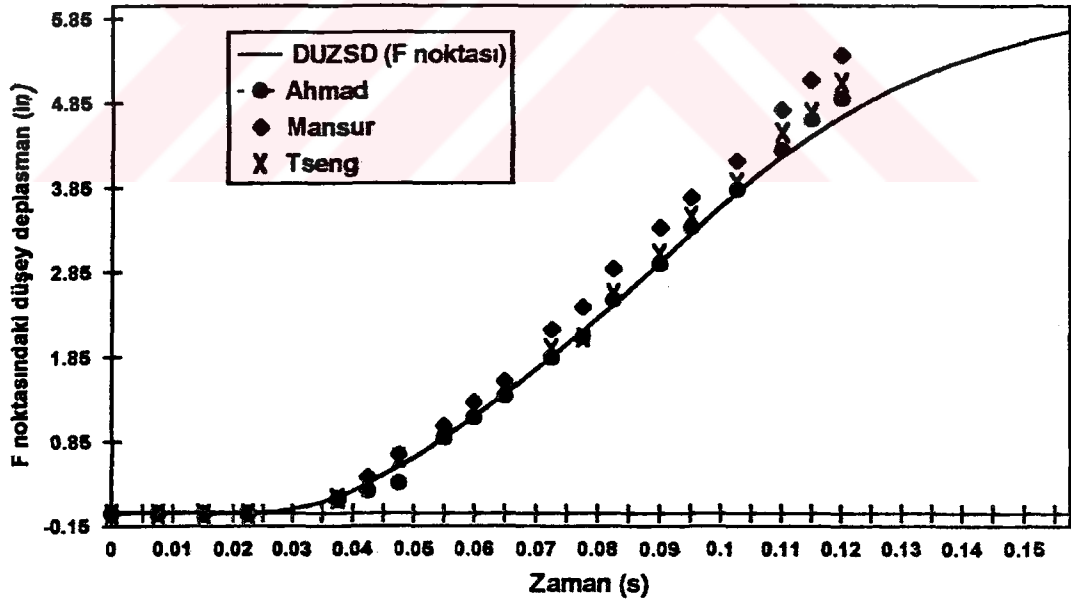
(Israil ve Banerjee, 1990) de G noktasının düşey deplasmanları ile C noktasındaki düşey gerilme bileşenlerinin zamana göre değişimleri grafik halinde verilmektedir. Grafik üzerinde ölçüm yaparak sonuçların yakın olduğu gözlenmektedir. Bütün grafiklerde, (Mansur,1983) de bulunan değerlerin bir miktar büyük olduğu görülmektedir. (Ahmad ve Banerjee, 1988) tarafından verilen sonuçların da DUZSD ile bulunan değerlere daha yakın olduğu söylenebilir.



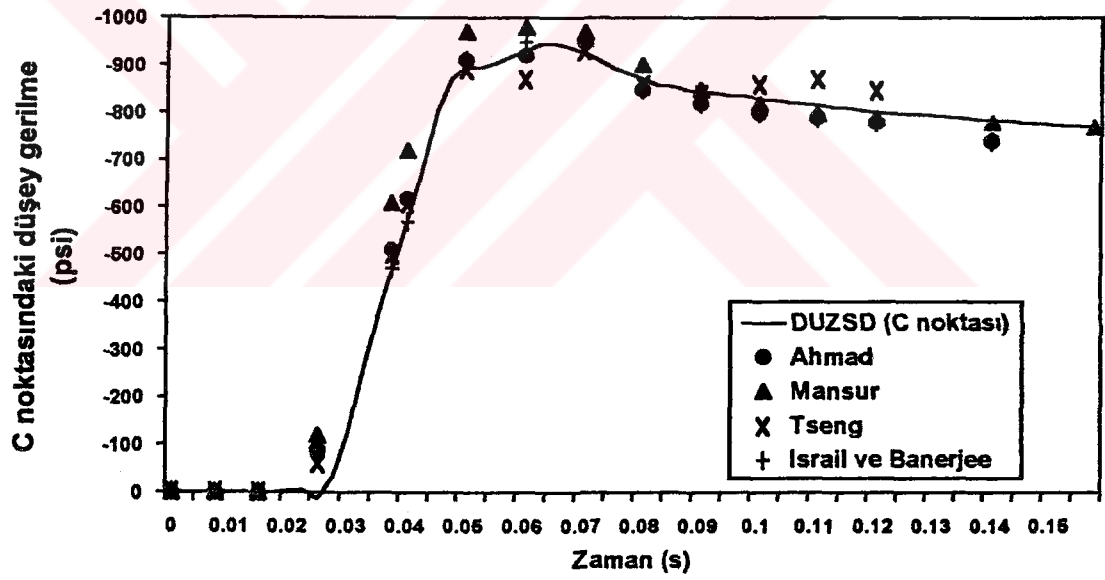
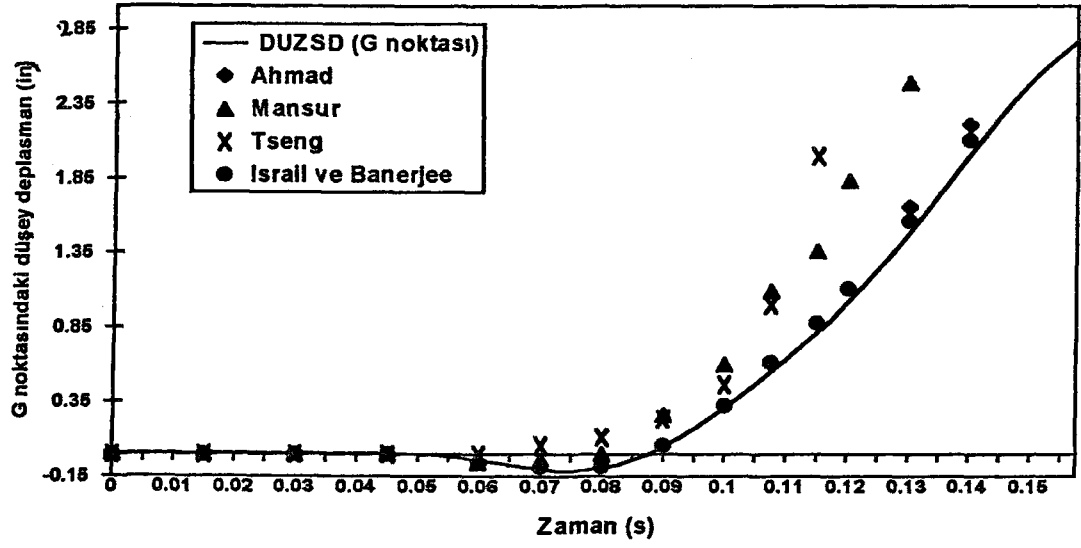
Şekil 4.36 E (60',0) noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi

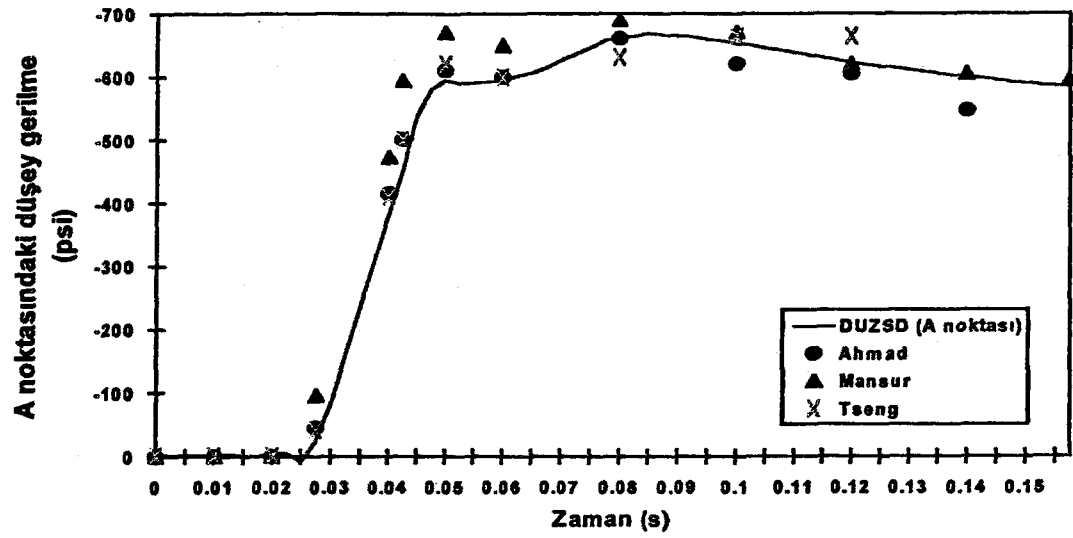


Şekil 4.37 D (70',0) noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi

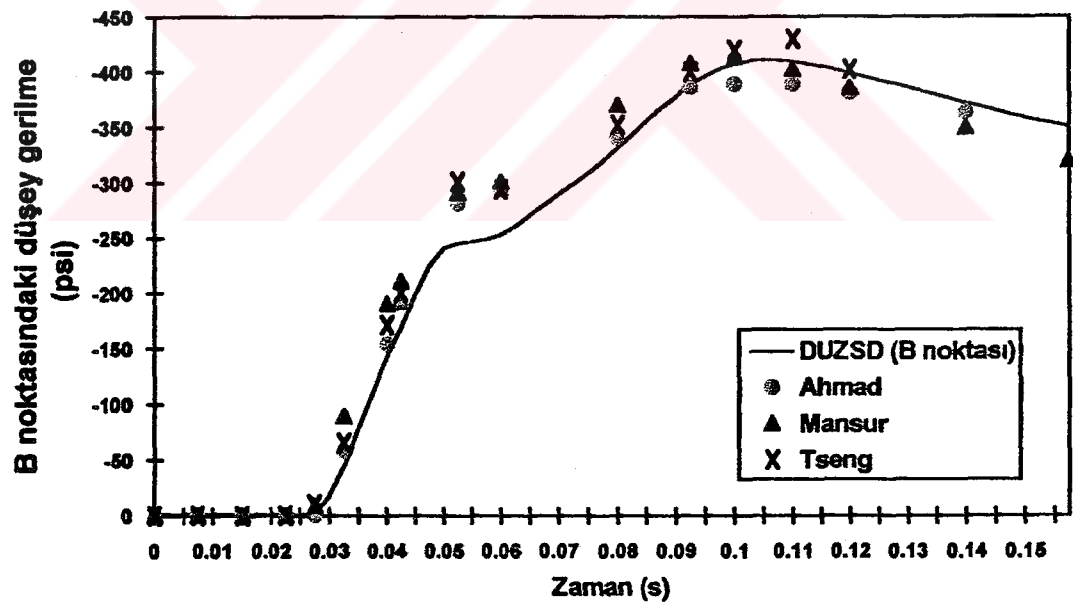


Şekil4.38 F(60',80') noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi





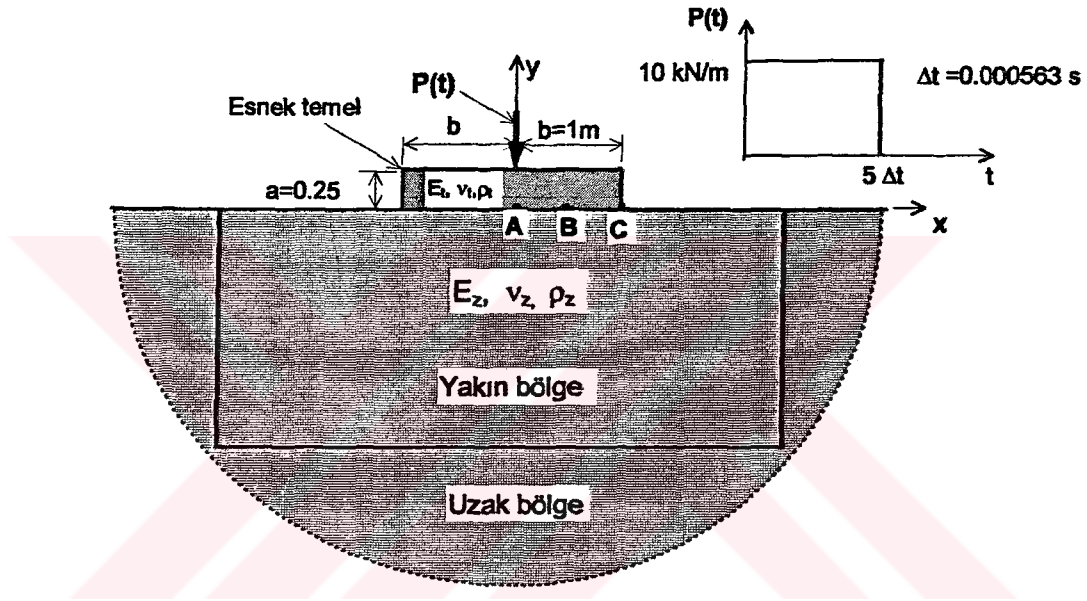
Şekil 4.41 A(75',45') noktasındaki düşey gerilmenin zamanla değişimi



Şekil 4.42 B(75',75') noktasındaki düşey gerilmenin zamanla değişimi

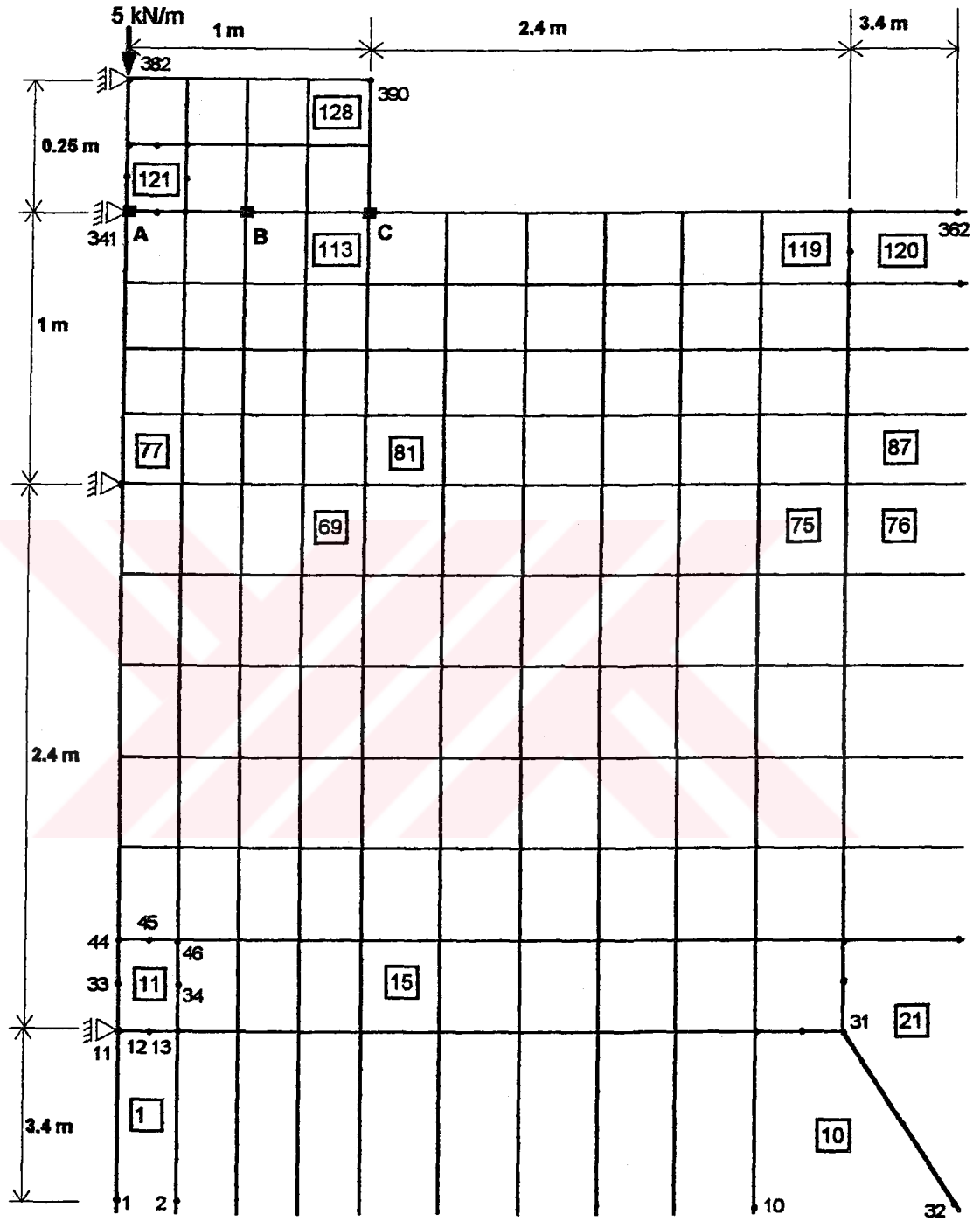
4.3.3. Yarı Sonsuz Zemin Üzerine Oturan İmpulsif Şerit Yüklü Esnek Temel

Elastik yarı sonsuz zemin üzerinde esnek şerit bir temel oturmaktadır. Temelin ortasında impulsif çizgisel bir yük bulunmaktadır (Şekil 4.43). Temelin altında belli noktalarda deplasmanlar hesaplanmaktadır. Elastik ortamın malzemesi, $E_z=2.66 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, $\nu_z=1/3$, $\rho_z=2000 \text{ kg/m}^3$ dür. Buna göre, $\lambda_z=1.995 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ ve $G_z=9.975 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ olup, zemin içindeki dalga hızları, $c_s=223.33 \text{ m/s}$ ve $c_p=446.65 \text{ m/s}$ bulunur.



Şekil 4.43 Elastik yarı sonsuz zemin üzerinde esnek şerit temel

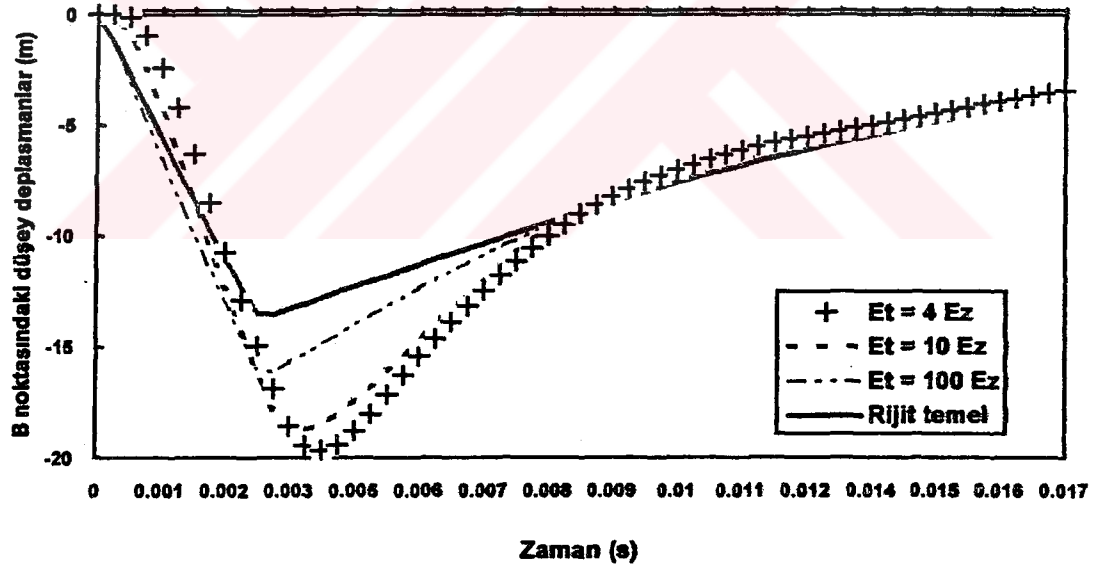
Kütlesiz ($\rho_f=0$) temel için temel elastikliği zayıftan rijite doğru değiştirilerek ($E_f=4E_z, 10 E_z, 100 E_z, \infty$) A, B ve C noktalarında düşey deplasmanların zamanla değişimi karşılaştırılmaktadır. Ayrıca, $E_f=10 E_z$ için, kütlesiz ($\rho_f=0$) ve kütleli ($\rho_f=3000 \text{ kg/m}^3$) temel halinde A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimleri de karşılaştırılmaktadır. DUZSD programında, $\alpha=0.69$, $aT=6$. ve parametre sayısı $N=2^6$ alınarak çözümler yapılmaktadır. Simetri nedeniyle ortamın yarısı göz önüne alınmaktadır. Kullanılan sonlu-sonsuz eleman ağı Şekil 4.44 da görülmektedir



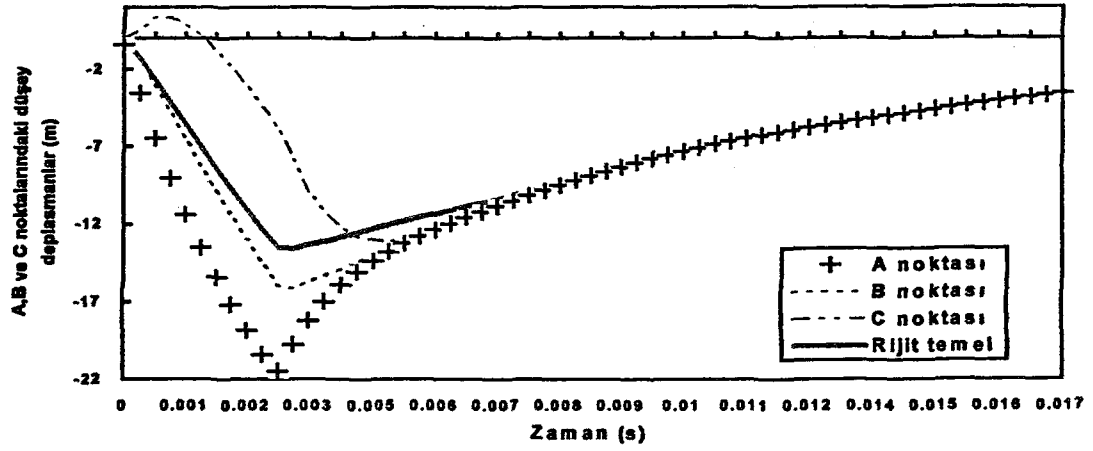
Şekil 4.44 Elastik yarı sonsuz zemin ve temelın sonlu-sonsuz eleman ağı

Bu örnek, (Estorff ve Kausel, 1989) de zaman uzayında, sonlu eleman ve sınır eleman yöntemleri birleştirilerek ele alınmaktadır. Adı geçen çalışmada elde edilen sonuçlar küçük ölçeklerle grafik halinde verildiğinden karşılaştırma amacıyla buradaki grafiklerde gösterilememiştir. Bununla beraber sonuçların uyumlu olduğu söylenebilir.

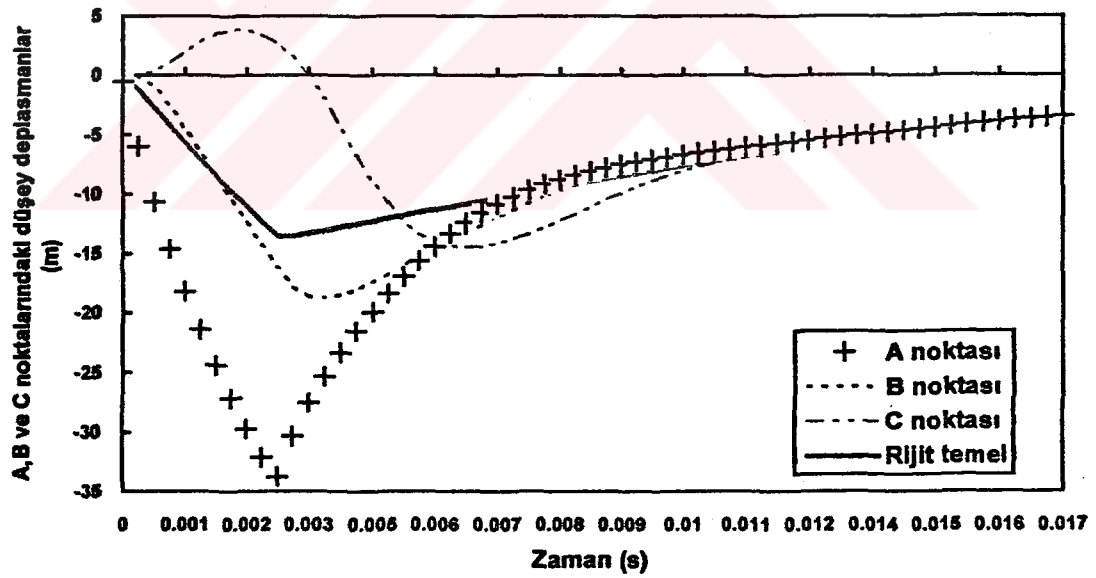
Şekil 4.45 den görüldüğü gibi temel rijitliği arttıkça B noktasındaki maksimum deplasmanın değeri azalmaktadır. Ayrıca, Şekil 4.46-47 den esnek temelin rijitliklerinden bağımsız olarak merkezden uzaklaştıkça maksimum deplasman değerlerinin azaldığı da gözlenmektedir. Şekil 4.48 de ($E_t = 10 E_z$) için A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi karşılaştırılmaktadır. Şekil 4.50 de ise, ($E_t = 10 E_z$) ve kütleli ($\rho_t = 3000 \text{ kg/m}^3$) temel halinde A, B ve C noktalarındaki düşey deplasmanların zamanla değişimi verilmektedir. Bu durum Şekil 4.47 ile karşılaştırıldığında maksimum değerlerde küçük bir azalma olduğu gözlenmiştir.



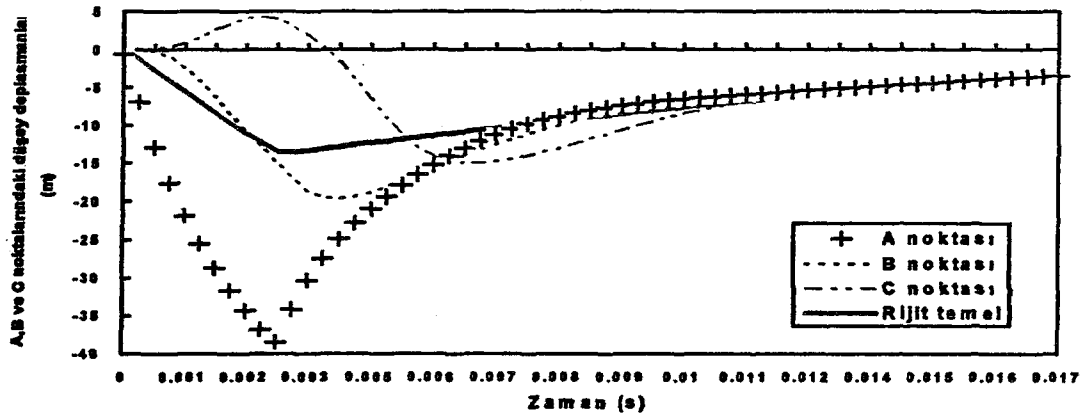
Şekil 4.45 Elastik ve rijit temel durumlarında B noktasındaki düşey deplasman



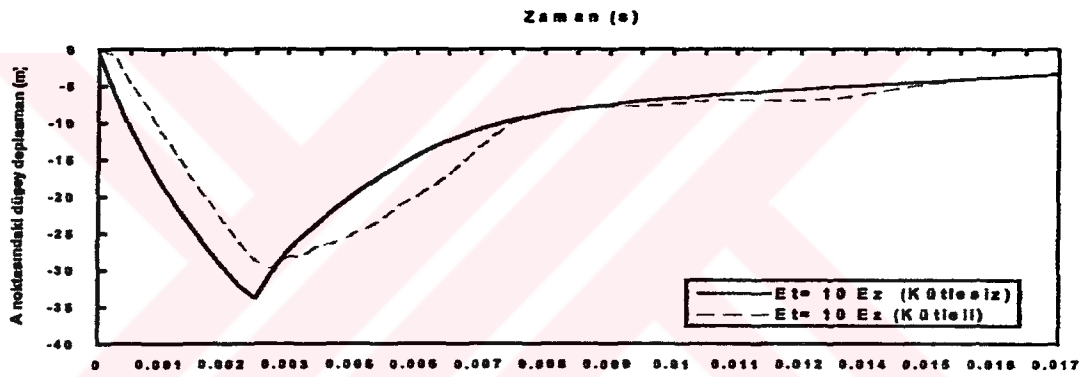
Şekil 4.46 Elastik ($E_1 = 100 E_z$) ve rijit temel durumunda A,B ve C noktalarındaki düşey deplasman



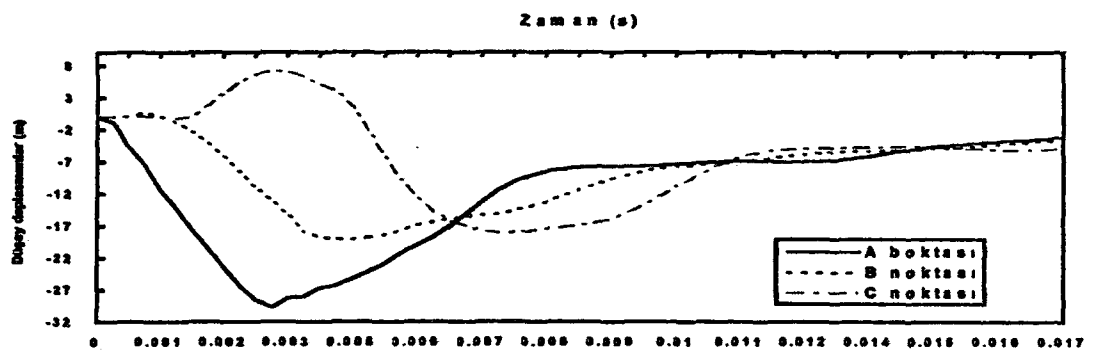
Şekil 4.47 Elastik ($E_1 = 10 E_z$) ve rijit temel durumunda A,B ve C noktalarındaki düşey deplasman



Şekil 4.48 Elastik ($E_1 = 4 E_z$) ve rijit temel durumunda A,B ve C noktalarındaki düşey deplasman



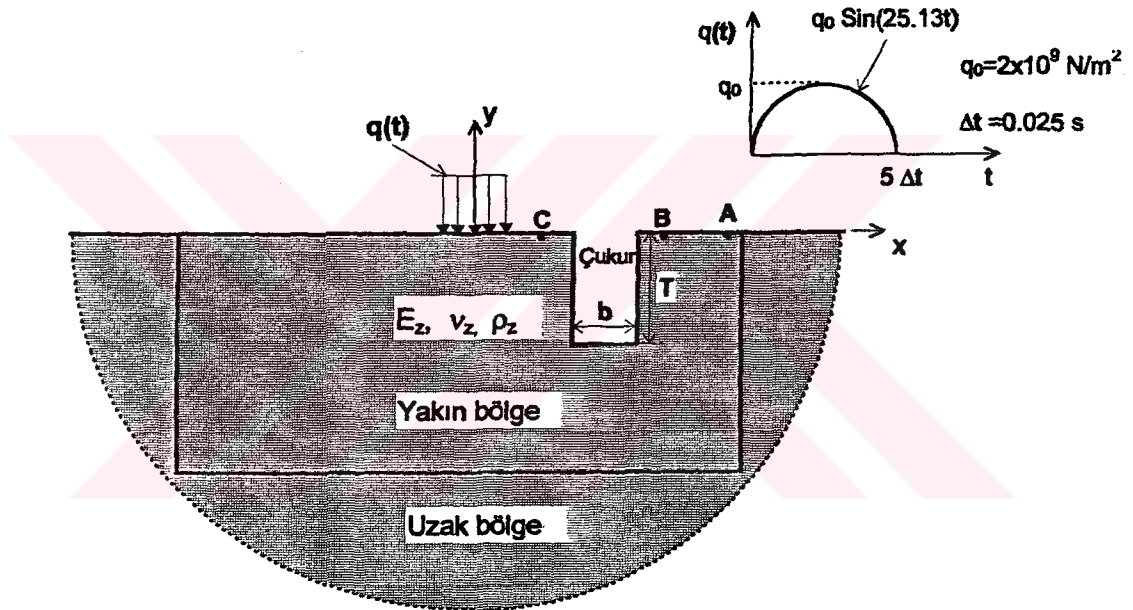
Şekil 4.49 Kütleli ve kütleli temel halinde A noktasındaki düşey deplasman



Şekil 4.50 $E_1 = 10 E_z$ ve Kütleli temel olması durumunda A, B ve C noktalarındaki deplasmanlar

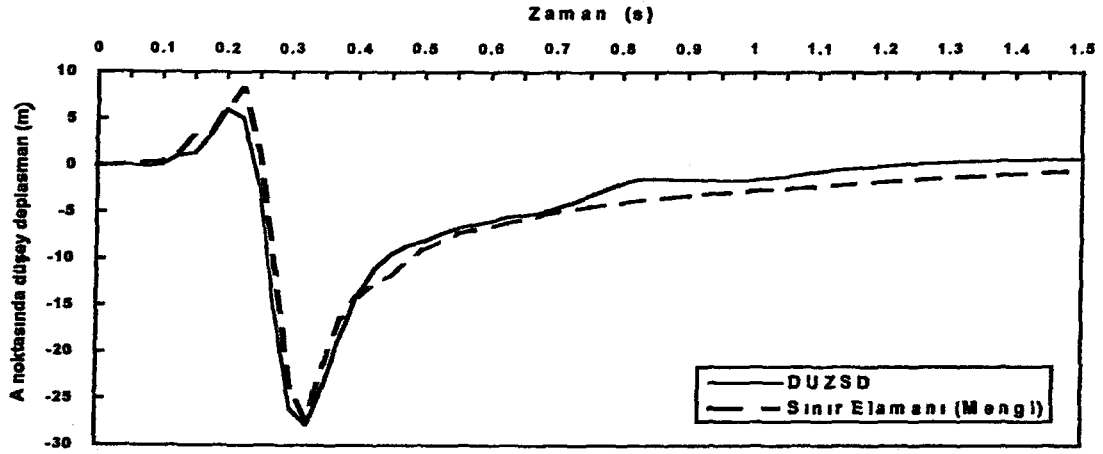
4.3.4. Yarı Sonsuz Zemin Yüzeyindeki Açık ve Dolu Çukurlarla Pasif Titreşim İzolasyonu

Elastik yarı sonsuz zemin yüzeyinde dikdörtgen bir çukur açılmaktadır. Çukurun bir tarafında sinüzoidal impulsif çizgisel bir yük bulunmaktadır (Şekil 4.51). Çukurun diğer tarafında verilen bir noktada yatay ve düşey deplasmanların zamanla değişimi hesaplanmaktadır. Bu örnek bir düzlem şekil değiştirme problemidir. Elastik ortamın malzemesi, $E_z=2.66 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, $\nu_z=1/3$, $\rho_z=2000 \text{ kg/m}^3$ dür. Buna göre, $\lambda_z=1.995 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ ve $G_z=9.975 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ olup, zemin içindeki dalga hızları, $c_s=223.33 \text{ m/s}$ ve $c_p=446.65 \text{ m/s}$ bulunur.



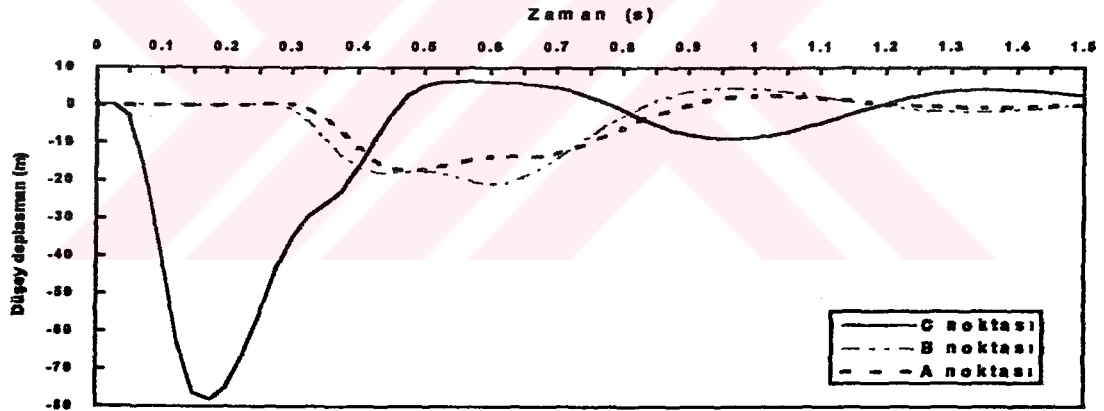
Şekil 4.51 Yarı sonsuz zemin yüzeyinde dikdörtgen çukur

Dikdörtgen çukur boş iken derinlik değişiminin titreşim izolasyonuna etkisi araştırılmaktadır. Ayrıca, dikdörtgen çukur çeşitli rijitlikteki malzemelerle doldurularak, bu durumun izolasyona etkisi incelenmektedir. DUZSD programında, $\alpha=0.69$, $aT=6$ ve parametre sayısı $N=2^6$ alınarak çözümler yapılmaktadır. Kullanılan sonlu-sonsuz eleman ağı Şekil 4.52 de görülmektedir.



Şekil 4.53 ($T/b=0$) durumunda A noktasındaki düşey deplasman

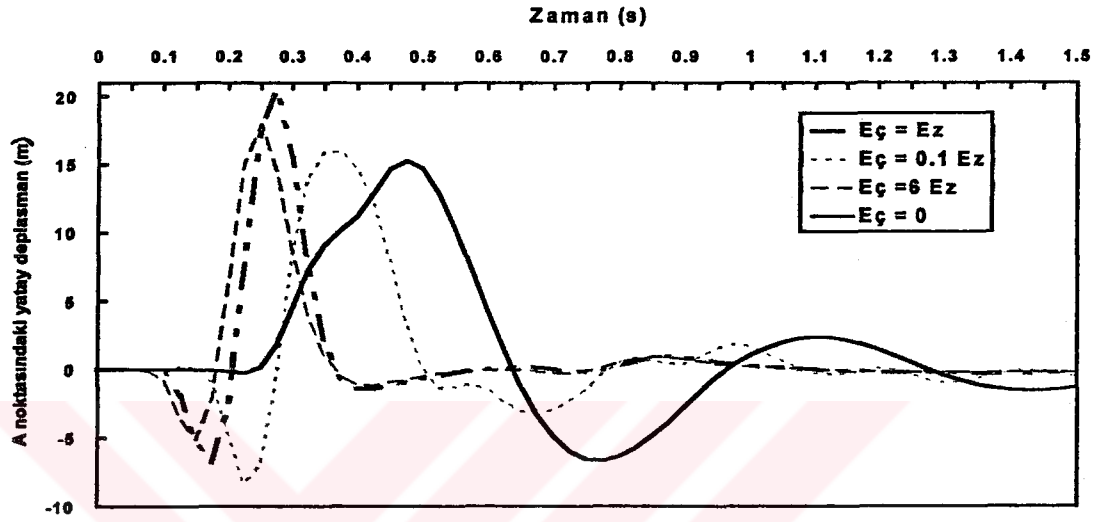
Bu örnek, karşılaştırma amacıyla, (Mengi, H. Tanrıku ve K. Tanrıku, 1994) de verilen sınır elemanı yöntemine dayalı program ile çukur olmaması hali için tekrar çözülmüştür. Şekil 4.53 de verilen sonuçların yakın oldukları görülmektedir.



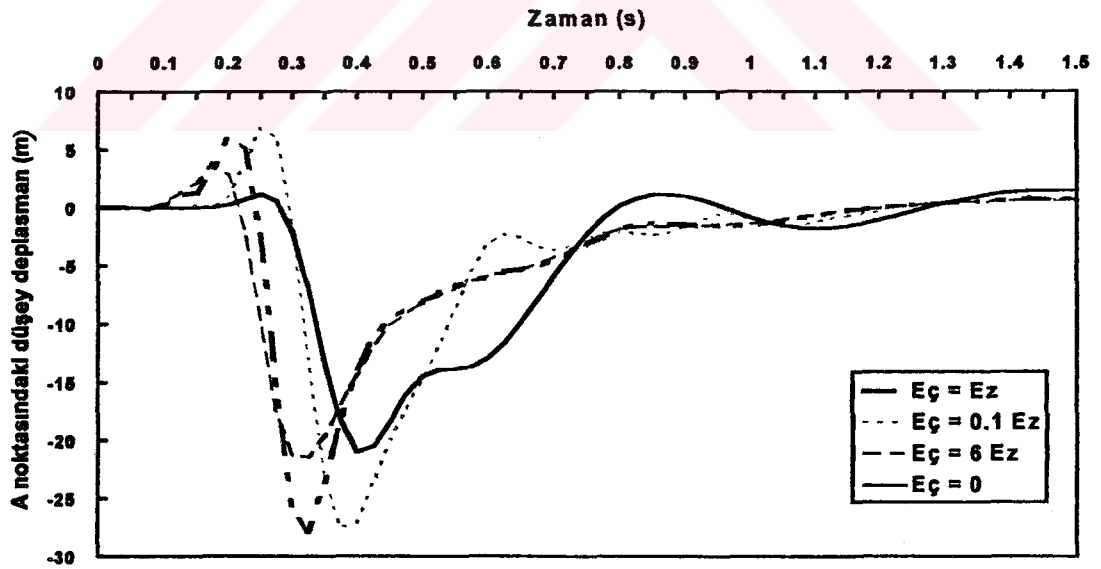
Şekil 4.54 ($T/b=4$) için A, B ve C noktalarındaki düşey deplasmanlar

Şekil 4.54 de belli bir derinlikteki ($T/b=4$) dolgusuz (boş) çukur halinde A, B ve C noktalarındaki düşey deplasmanların zamanla değişimi verilmektedir. Yükün karşı tarafında bulunan A ve B noktalarındaki düşey deplasmanın maksimum değerlerinin, C noktasındaki maksimum değere göre oldukça azaldığı gözlenmektedir. Bunun yanında, dalganın çukur kenarını dolanması nedeni ile A ve B noktalarının harekete geçmesi gecikmektedir.

Dikdörtgen çukur, çeşitli rijitlikteki dolgu malzemeleri ile doldurup, A noktasındaki düşey ve yatay deplasmanların zamanla değişimi hesaplanarak Şekil 4.55-56 da verilmektedir. Dolgu malzemesinin rijitliği ile titreşim izolasyonu arasında bir ilişki gözlenememektedir.

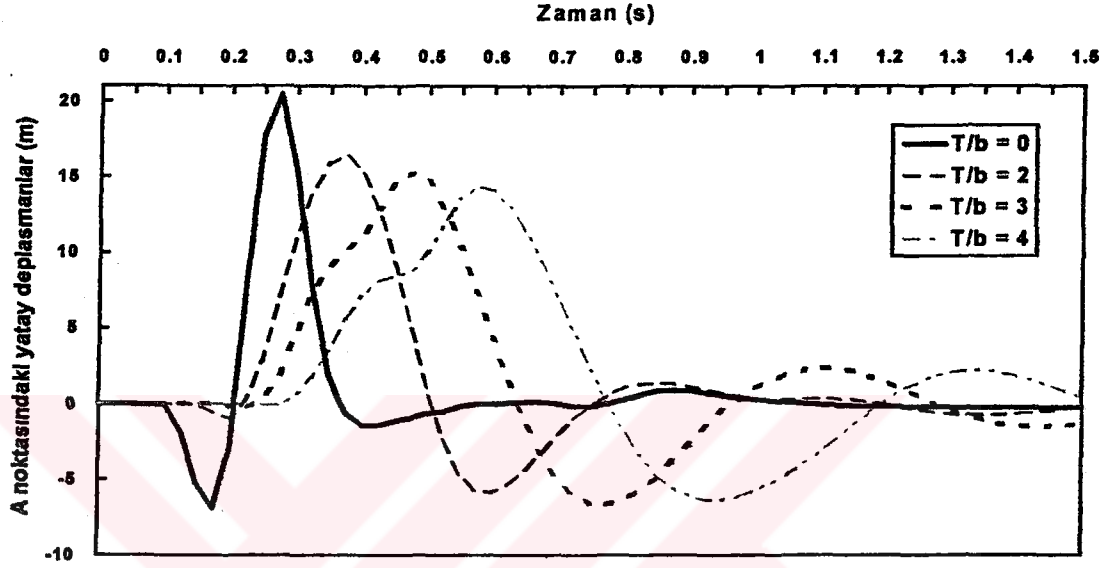


Şekil 4.55 A noktasındaki yatay deplasmanın zamanla değişimi (T/b=3).

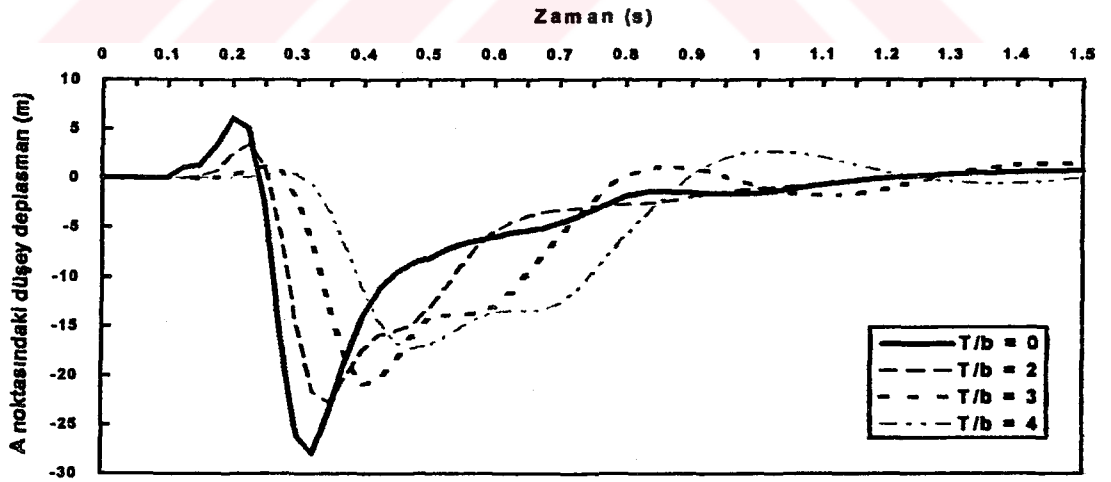


Şekil 4.56 A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişimi (T/b=3).

Çukur derinlikleri değiştirilerek hesaplanan A noktasında yatay ve düşey deplasmanların zamanla değişimi Şekil 4.57-58 de verilmektedir. Çukur derinliği arttıkça deplasmanların maksimum değerleri azalmaktadır. Ayrıca, dalga çukur çevresini dolandığından A noktasına erişme zamanı artmaktadır.



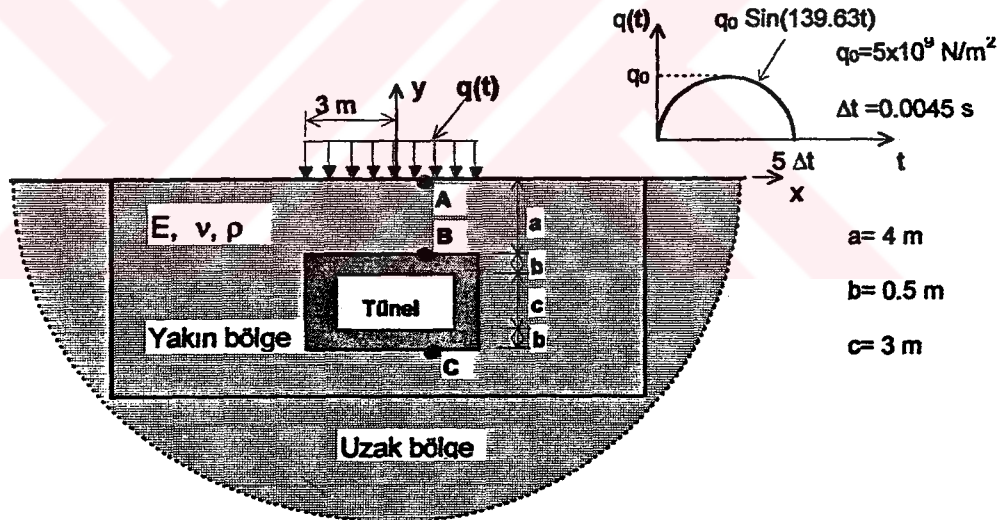
Şekil 4.57 A noktasındaki yatay deplasmanların zamanla değişimi



Şekil 4.58 A noktasındaki düşey deplasmanların zamanla değişimi

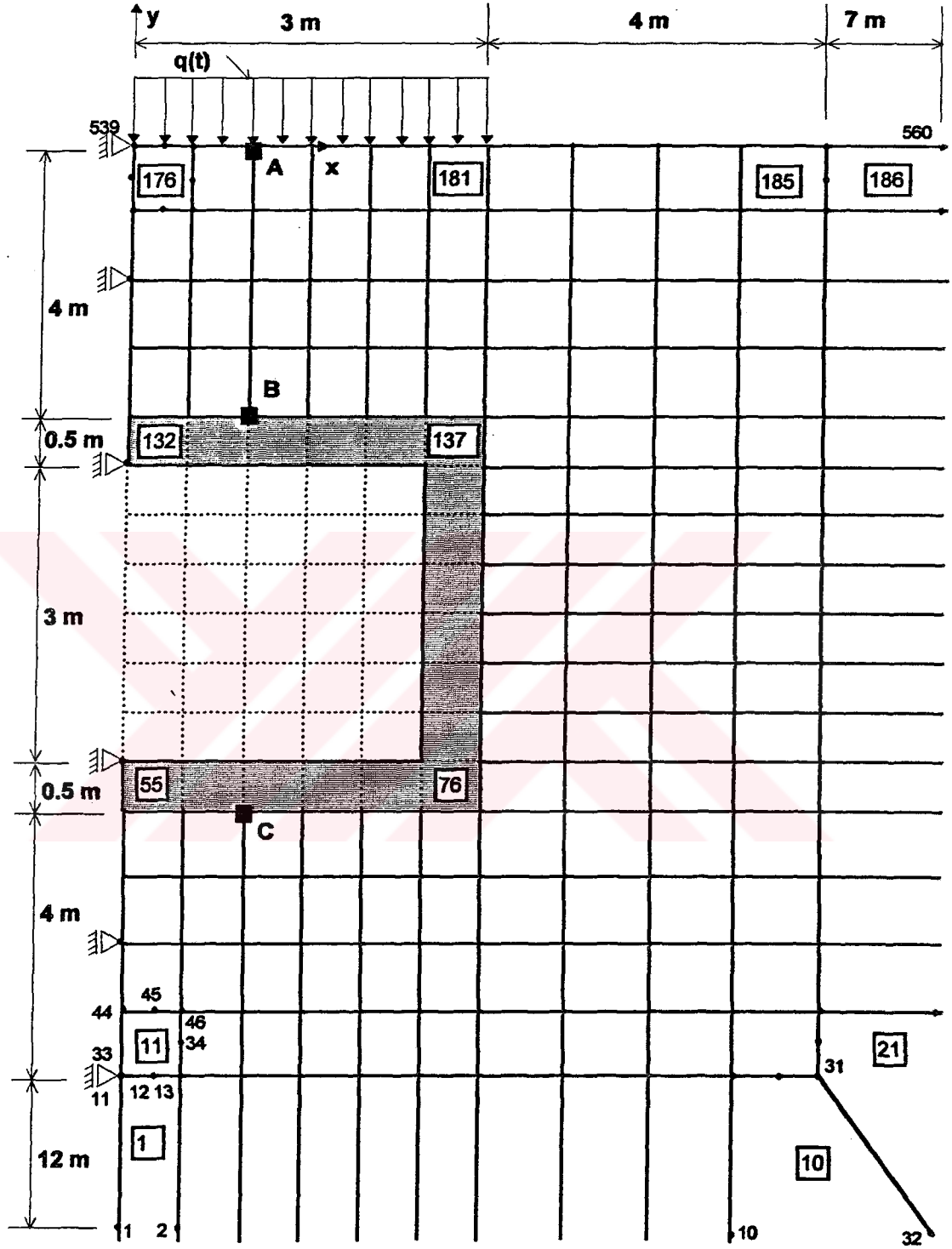
4.3.5. Yarı Sonsuz Zemin Üzerindeki İmpulsif Yük Nedeni İle Dikdörtgen Bir Tünelin Dinamik Davranışı

Elastik yarı sonsuz zemin içinde dikdörtgen bir tünel açılmıştır. Zeminin yüzeyinde sinüzoidal impulsif üniform yayılı bir yük bulunmaktadır (Şekil 4.59). Yükün altında ve tünelin alt ve üst yüzeylerinde verilen noktalarda düşey deplasmanların zamanla değişimi hesaplanmaktadır. Bu örnek, bir düzlem şekil değiştirme problemidir. Elastik zemin malzemesi, $E_z=2.66 \times 10^8 \text{ N/m}^2$, $\nu_z=1/3$, $\rho_z=2000 \text{ kg/m}^3$ dır. Buna göre, $\lambda_z=1.995 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ ve $G_z=9.975 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ olup, zemin içindeki dalga hızları, $c_s=223.33 \text{ m/s}$ ve $c_p=446.65 \text{ m/s}$ bulunur. Tünel çevresinde beton bir zarf bulunmakta olup, Poisson oranı ve kütleli yoğunluğu zemin malzemesi ile aynıdır. Tünel zarf betonu malzemesi için çeşitli rijitlikler ($E_t=0, 6 \times 10^9 \text{ N/m}^2, 30 \times 10^9 \text{ N/m}^2$) alınarak ve ayrıca tünelin mevcut olup olmamasına göre, A, B ve C noktalarındaki düşey deplasmanlar incelenmektedir.



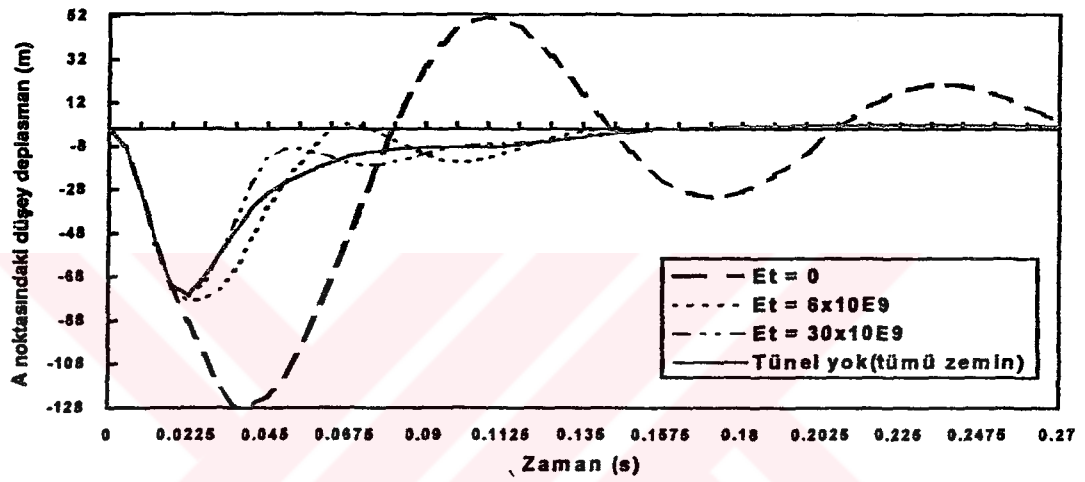
Şekil 4.59 Yarı sonsuz zemin içinde dikdörtgen tünel

Şekil 4.60 da görülen sonlu-sonsuz eleman ağı kullanılarak, DUZSD programı ile yapılan çözümlerde, $\alpha=0.69$, $aT=6$. ve Laplace parametresi sayısı $N=2^6$ alınmaktadır

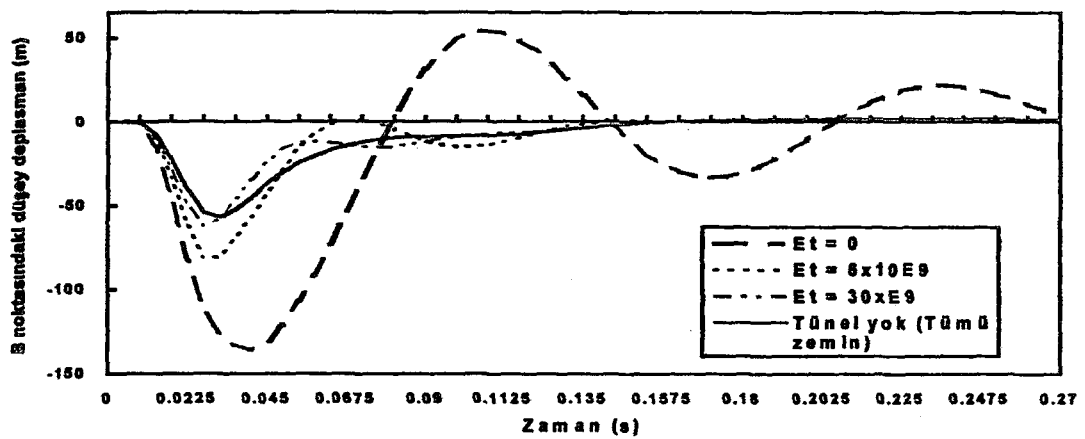


Şekil 4.60 Yarı sonsuz zemin ve dikdörtgen tünelin sonlu-sonsuz eleman ağı

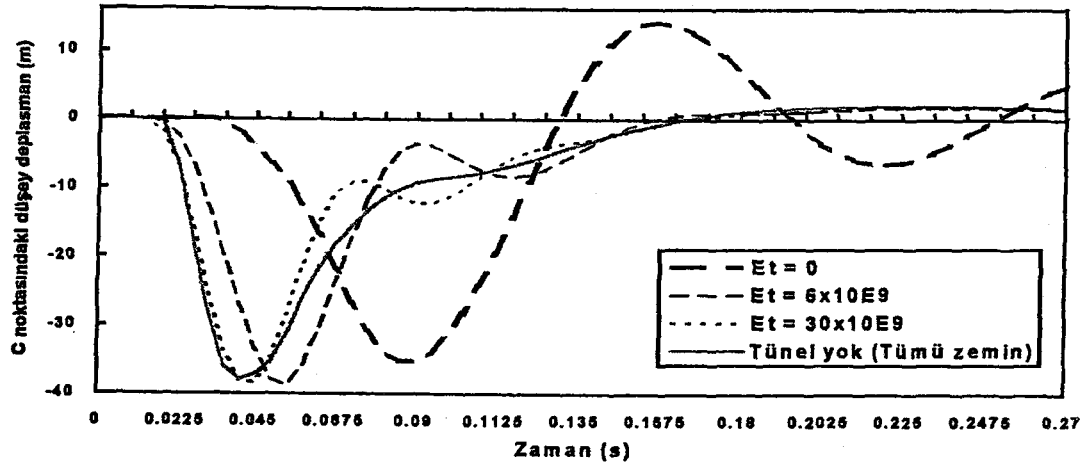
Tünel zarf betonu malzemesi rijitlikleri artırılarak ve tünel boşluğunun mevcut olup olmamasına göre, A, B ve C noktalarındaki düşey deplasmanların zamanla değişimleri Şekil 4.61-63 da verilmektedir. Şekil 4.61 den, tünel çevresine zarf betonu yapıldığında zemin yüzeyindeki düşey deplasmanın azaldığı görülmektedir. Ayrıca, Şekil 4.62-63 den, dalganın tünel çevresini dolaşması nedeniyle, tünel alt yüzündeki C noktasına erişim süresinin üst yüzdeki B noktasına göre arttığı gözlenmektedir.



Şekil 4.61 A noktasında düşey deplasmanın zamanla değişimi

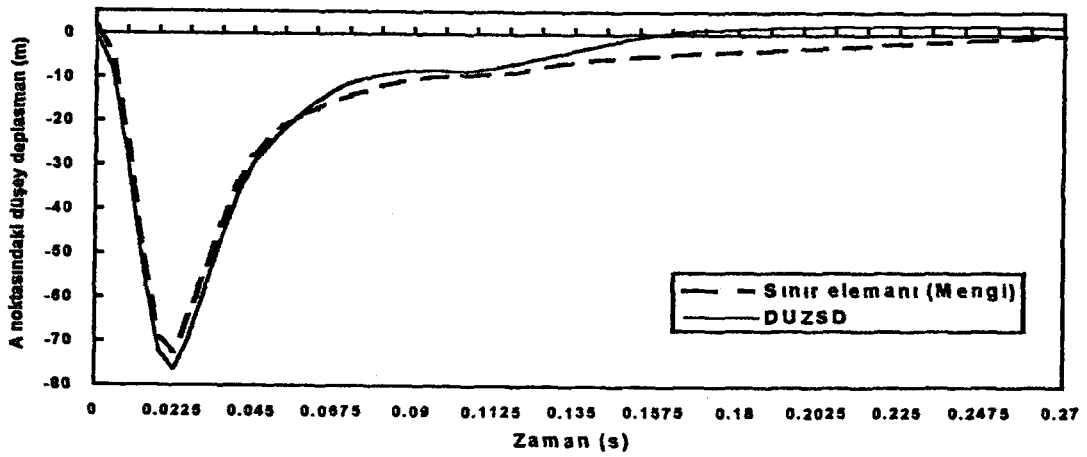


Şekil 4.62 B noktasında düşey deplasmanın zamanla değişimi



Şekil 4.63 C noktasında düşey deplasmanın zamanla değişimi

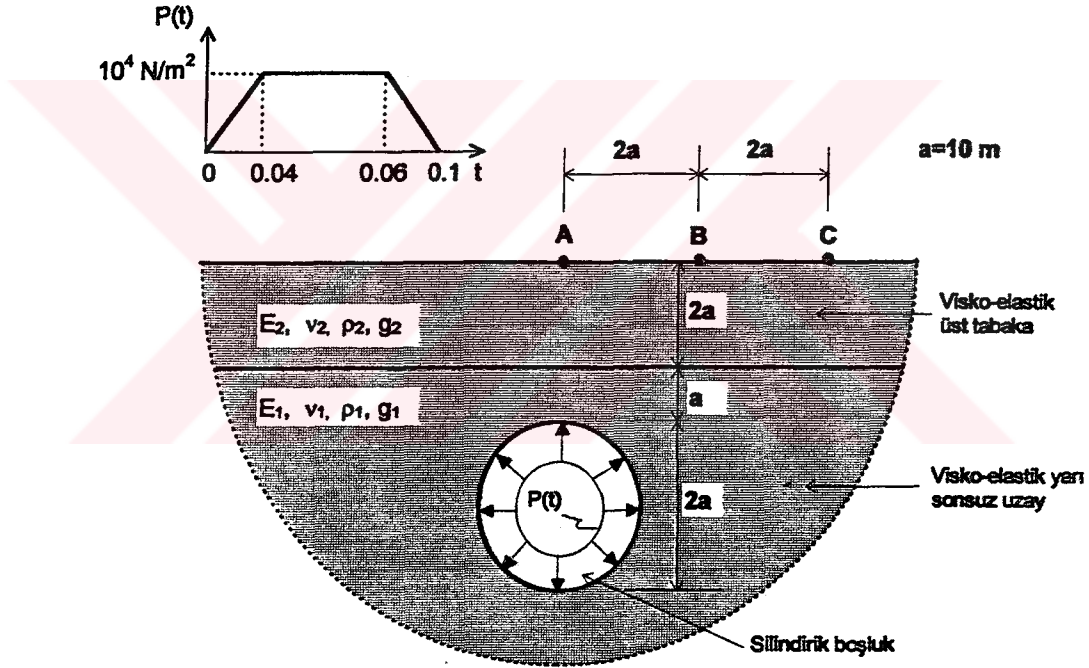
Kısmi bir kontrol amacıyla , tünel olmaması hali , (Mengi, H.Tannkulu ve K.Tannkulu, 1994) da verilen sınır eleman yöntemine dayalı program ile ayrıca çözümlenerek sonuçlar Şekil 4.64 de gösterilmektedir. Sonuçların yakın olduğu söylenebilir.



Şekil 4.64 Tünel dolu iken A noktasında düşey deplasmanın zamanla değişimi

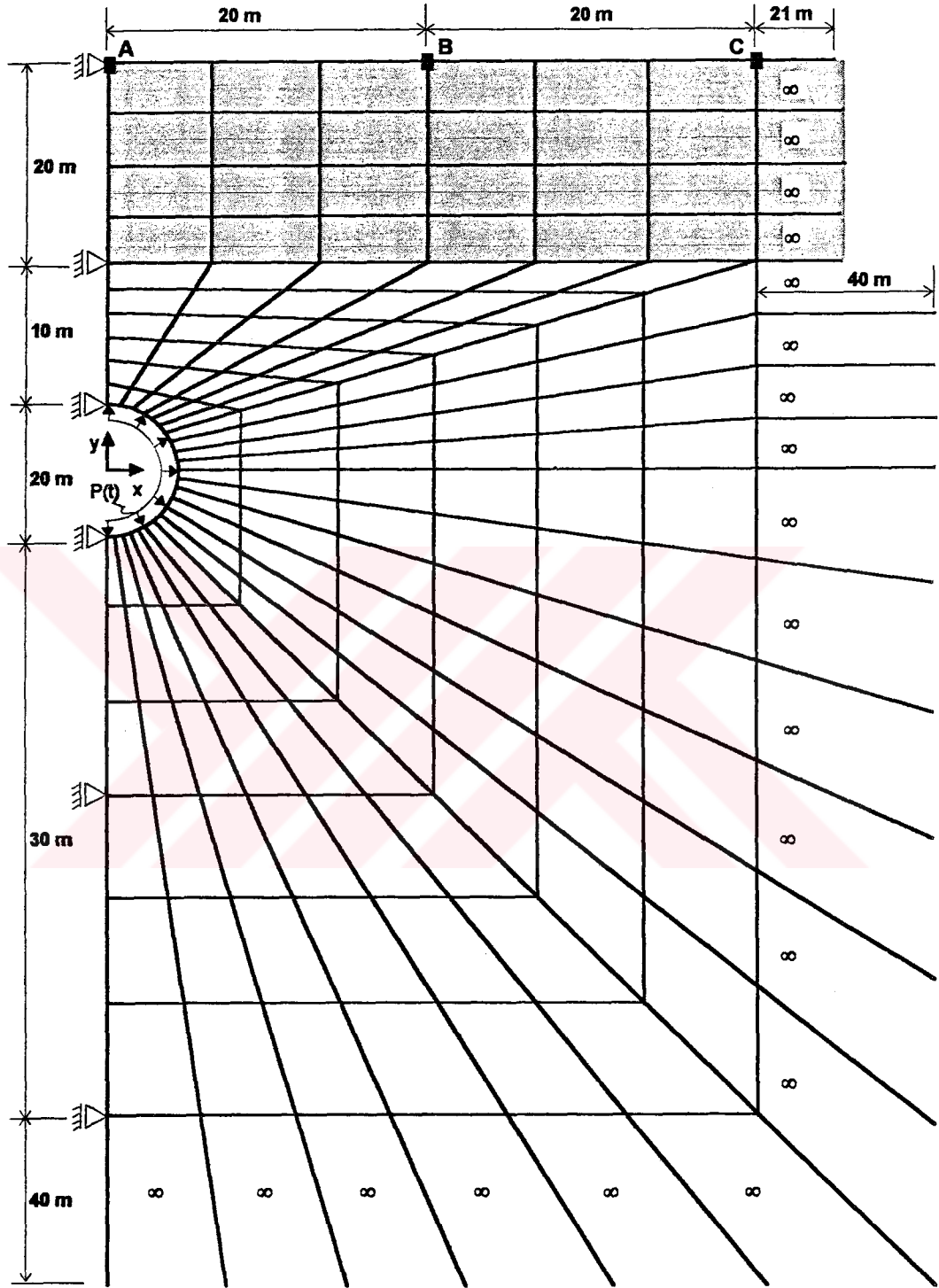
4.3.6. Tabakalı Yarı Sonsuz Visko-Elastik Zeminde Silindirik Boşluk İçinde Patlama

İki tabakalı yarı sonsuz visko-elastik zemin içinde silindirik bir boşluk bulunmaktadır. Silindir iç yüzeyine impulsif bir basınç etkimektedir (Şekil 4.65). Bu örnek, bir düzlem şekil değiştirme problemi olarak ele alınmaktadır. Visko-elastik yarı sonsuz alt tabaka malzemesi için, $E_1 = 5.17699 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\nu_1 = 0.3$, $\rho_1 = 2850 \text{ kg/m}^3$ ve viskoz sönüm oranı $g_1 = 0.0015$ dir. Visko-elastik üst tabaka malzemesi, $E_2 = 1.74744 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\nu_2 = 0.35$, $\rho_2 = 3250 \text{ kg/m}^3$ ve viskoz sönüm oranı $g_2 = 0.0025$ alınmaktadır.



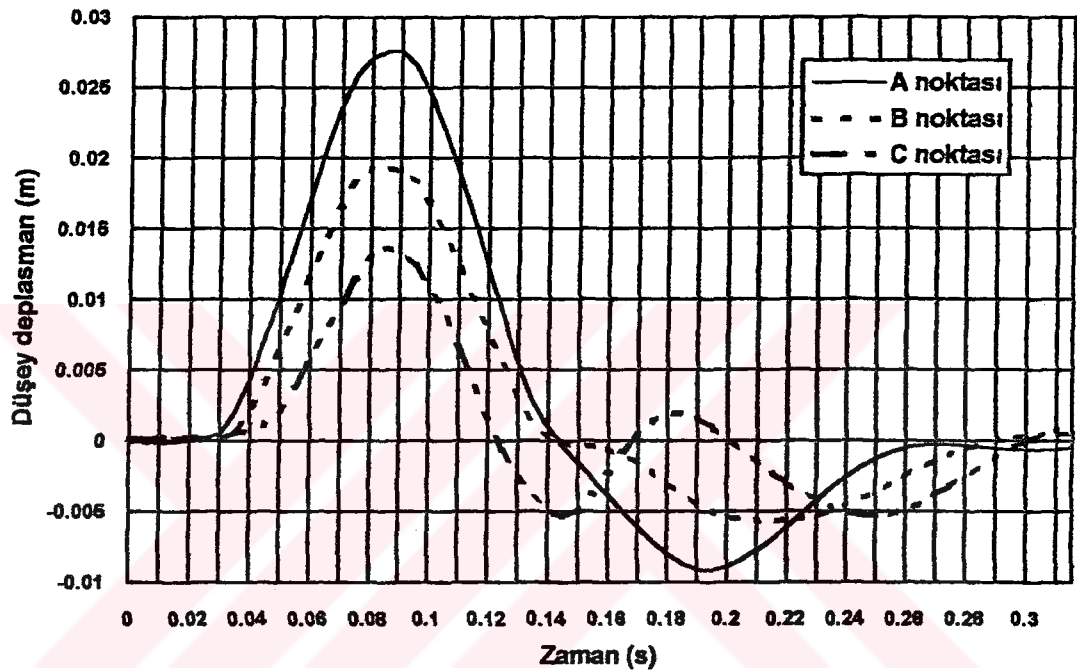
Şekil 4.65 İki tabakalı visko-elastik zemin içinde silindirik bir boşlukta patlama

Yarı sonsuz alt tabaka 108 adet sonlu ve 12 adet sonsuz eleman ile üst tabaka 24 adet sonlu ve 4 adet sonsuz eleman alınarak ağ teşkil edilmektedir (Şekil 4.66). Yükleme ve geometrideki simetri nedeni ile bölgenin yarısı göz önüne alınmaktadır.



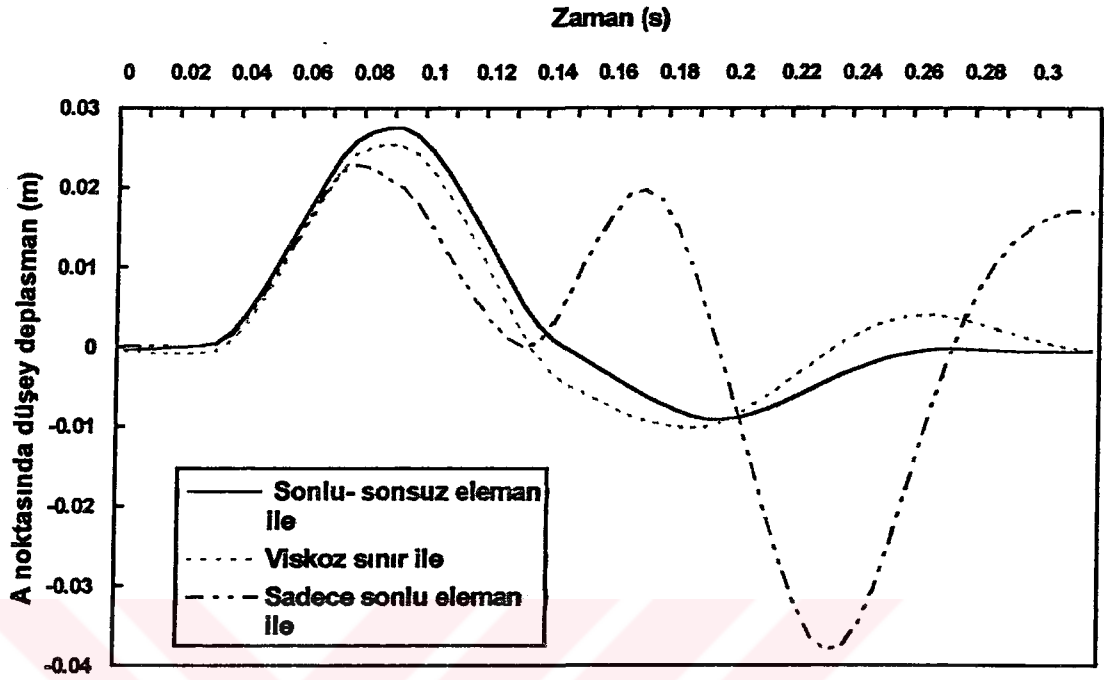
Şekil 4.66 İki tabakalı zeminin sonlu-sonsuz eleman ağı

Şimdi, DUZSD programı ile , A, B ve C noktalarındaki deplasmanların zamanla değişimleri hesaplanarak düşey bileşenleri Şekil 4.67 de verilmektedir. Beklendiği gibi, noktalar patlamanın bulunduğu yerden uzaklaştıkça genlikler küçülmektedir. Ayrıca, basınç dalgasının iki tabakadan geçerek, A noktasına erişme zamanı, $10./1564 + 20/ 929 = 0.028$ saniye olup, grafikte uyum göstermektedir.



Şekil 4.67 Silindir içindeki impulsif yükleme nedeni ile A, B ve C noktalarında düşey deplasmanların zamanla değişimi

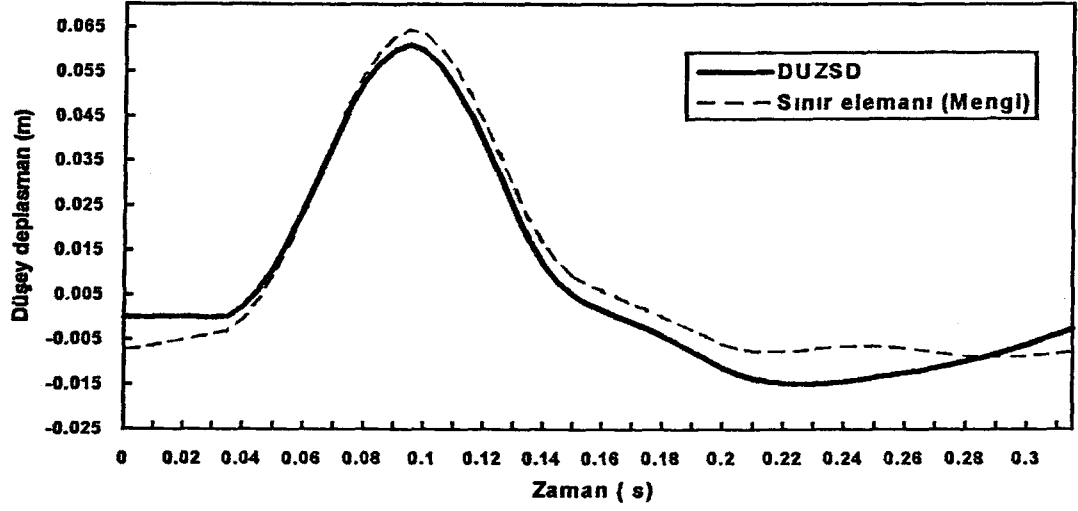
Karşılaştırma amacıyla bu örnek, sonsuz elemanların başladığı yerden kesilerek bir kere viskoz sınır şartları ile bir kere de sadece sonlu elemanlar alıp sınırları tutularak çözülmüştür. Sonuçlar Şekil 4.68 de görülmektedir. Viskoz sınır şartları ve sonlu-sonsuz model ile çözüm sonuçlarının uyumlu oldukları söylenebilir. Sadece sonlu eleman kullanılması halinde dalgaların sınıra çarparak yansımaları nedeniyle belli bir süreden sonra davranışın karakteri bozulmaktadır.



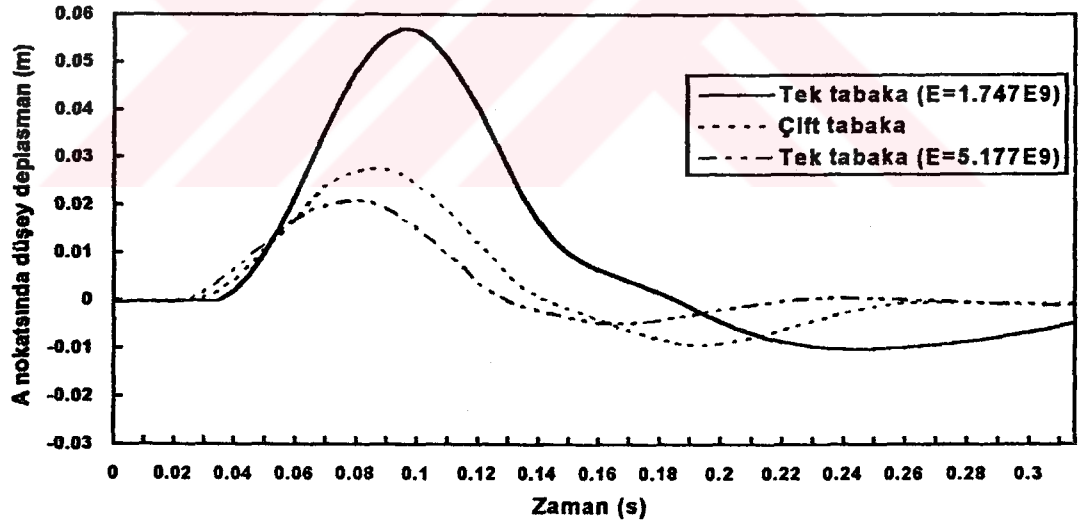
Şekil 4.68 Sonlu-sonsuz, viskoz sınır ve sadece sonlu eleman ile A noktasında düşey deplasmanın zamanla değişimi

Aynı örnek kısmi bir kontrol amacıyla, tek tabaka ve elastik malzeme ($E=1.747 \times 10^9 \text{ N/m}^2$) kabulü ile (Mengi, H. Tannkulu ve K. Tannkulu, 1994) de verilen sınır elemanı yöntemi kullanılarak tekrar çözülmüştür (Şekil 4.69). Sonuçların yakın olduğu görülmektedir.

Son olarak, bu örnek tek tabaka hali için bir kere üst tabaka malzemesi bir kere de alt tabaka malzemesi seçilerek ele alınmıştır. İki tabakalı hal ile karşılaştırmak amacıyla sonuçlar Şekil 4.70 de verilmektedir.



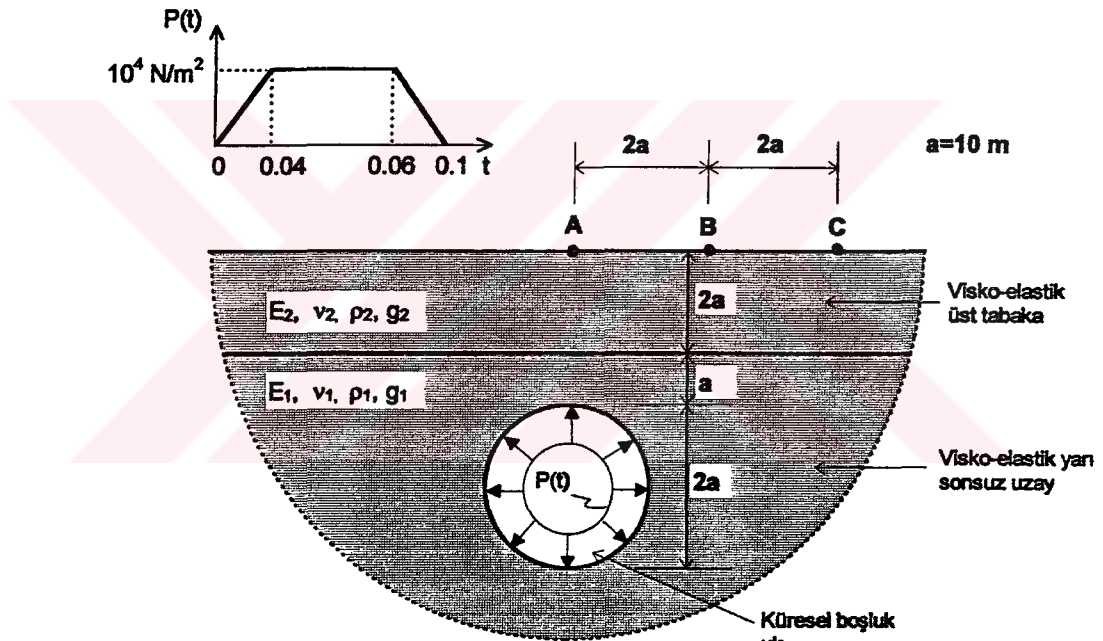
Şekil 4.69 Tek tabaka halinde A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması



Şekil 4.70 Tek ve çift tabaka halinde A noktasındaki düşey deplasmanın zamanla değişiminin karşılaştırılması

4.3.7. Tabakalı Yarı Sonsuz Visko-Elastik Zeminde Küresel Boşluk İçinde Patlama

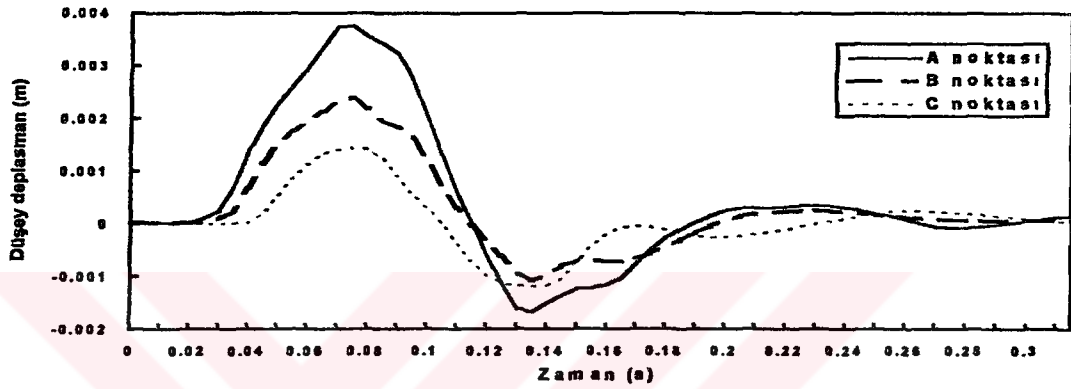
İki tabakalı yarı sonsuz visko-elastik zemin içinde küresel bir boşluk bulunmaktadır. Küresel boşluğun içinde impulsif bir basınç etkimektedir (Şekil 4.71). Bu örnek, eksenel dönele simetrik bir problemdir. Visko-elastik yarı sonsuz alt tabaka malzemesi için, $E_1 = 5.17699 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\nu_1 = 0.3$, $\rho_1 = 2850 \text{ kg/m}^3$ ve viskoz sönüm oranı $g_1 = 0.0015$ alınmaktadır. Visko-elastik üst tabaka malzemesi, $E_2 = 1.74744 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\nu_2 = 0.35$, $\rho_2 = 3250 \text{ kg/m}^3$ ve viskoz sönüm oranı $g_2 = 0.0025$ dir.



Şekil 4.71 İki tabakalı visko-elastik zeminde küresel bir boşluk içinde patlama

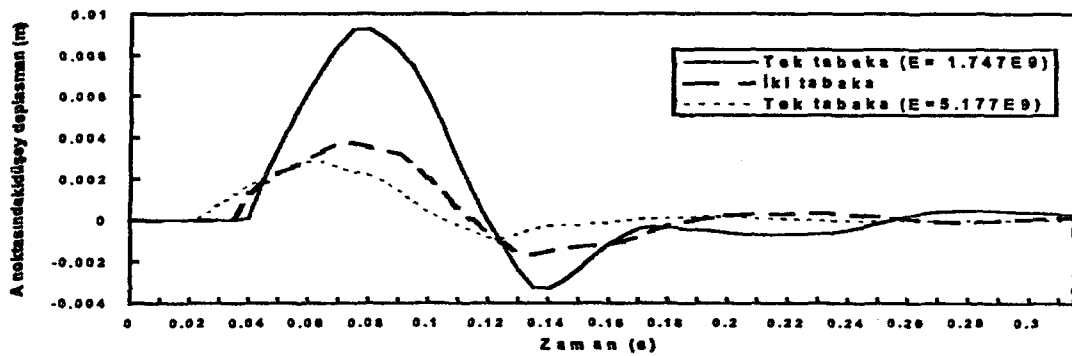
Yarı sonsuz alt tabaka 108 adet sonlu ve 12 adet sonsuz eleman ile üst tabaka 24 adet sonlu ve 4 adet sonsuz eleman alınarak ağ teşkil edilmektedir. Bu problemin sonlu- sonsuz eleman ağı Şekil 4.66 da olduğu gibidir.

DUZSD programı ile A, B ve C noktalarındaki deplasmanların zamanla değişimleri hesaplanarak düşey bileşenleri Şekil 4.72 de verilmektedir. Noktalar patlamanın bulunduğu yerden uzaklaştıkça genliklerin küçüldüğü gözlenmektedir. Silindirik boşlukta patlama halindeki sonuçlarla (Şekil 4.67) karşılaştırıldığında, küresel boşlukta patlama sonucunda bulunan deplasmanların çok daha küçük olduğu görülmektedir.



Şekil 4.72 A, B ve C noktalarındaki düşey deplasmanların zamanla değişimleri

Bu örnek tek tabaka olarak da, bir kere üst tabaka malzemesi, bir kere de alt tabaka malzemesi seçilerek ele alınmıştır. İki tabakalı hal ile karşılaştırmak amacıyla sonuçlar Şekil 4.73 de verilmektedir.



Şekil 4.73 Tek ve iki tabakalı ortamlarda düşey deplasmanların karşılaştırılması

5. ARAŞTIRMA BULGULARI VE TARTIŞMA

Statik halde, sonsuza uzanan bölgeler sadece sonlu eleman kullanılarak ayrıklaştırılabilmektedir. Fakat bu durumda, bilinmeyen sayısı oldukça artmaktadır. Yükleme yakın bölgelerde sonlu eleman uzak bölgelerde ise, sonsuz eleman kullanılmasının uygun olduğu görülmektedir. Sonsuz eleman modelleri arasında, tasvir edilebilen sonsuz eleman, azalan fonksiyonlu sonsuz elemana göre daha iyi sonuç vermektedir. Bunun yanında, sadece sonsuz eleman kullanılması yerine sonlu-sonsuz elemanlarının birlikte kullanılması uygun olmaktadır.

Dinamik halde, sadece sonlu elemanlar kullanılması ile kaynaktan uzak bölgelerde, yapay sınırlar oluşturulmakta ve dalganın yansiyarak geri dönmesine sebep olmaktadır. Bu durum, sonsuza uzanan bölgelerde dalganın gerçek davranışına uymamaktadır.

Sonsuz eleman halinde sonsuz yönde tipik bir integral ifadesi (3.66)

şeklindedir. Euler formülüne göre bu ifade
$$\int_{\xi=0}^{\infty} f(\xi) e^{-2\alpha\xi} [\cos(2\beta\xi) - i \sin(2\beta\xi)] d\xi$$

olur. β nın değerleri büyüdükçe integralin içi çok sık salınım yapmaktadır. Bu nedenle integralin hesabında titizlik gösterilmelidir. Modifiye Gauss-Laguerre integral yönteminin uygun olduğu gösterilmiştir. $f(\xi)$ nın polinom olması halinde Newton-Cotes integral fomülünün de iyi olduğu görülmüştür.

Dinamik halde, yükten uzak bölgelerde sonlu elemanlarla kesim yaparak viskoz sınır şartları ile alternatif çözümler yapılabilir. Dalgaların bölge içinde, karmaşık bir şekilde dağılması nedeni ile sınırlarda tam bir geçirimsizlik sağlanamamaktadır. Viskoz sınırların uzakta seçilmesi ile daha iyi sonuçlar alınabildiği görülmüştür.

Üst yapının çevresinde çukurlar açılarak, pasif bir titreşim izolasyonu sağlanabilmektedir. Çukur derinliği arttıkça izolasyonun iyileştiği görülmektedir. Çukur içine konulan dolgu malzemesinin rijitliği ile izolasyonun iyiliği arasında bir ilişki gözlenmemektedir.

Sonsuza uzanan ortamlarda, sonlu-sonsuz eleman kullanımı, viskoz sınırlar ile çözüme göre daha etkin olmaktadır. Bunun yanında, standart sonlu eleman formülasyonu uygulanmakta, ayrıca, sistem matrisleri bant ve simetri özelliklerini korumaktadır. Bunlara ilave olarak, sonlu-sonsuz eleman formülasyonu ile homojen olamayan ortamlar kolaylıkla ele alınabilmektedir.

Sonsuza uzanan bölgelerde, kaynağa yakın bölgeler standart sonlu elemanlarla, uzak bölgeler de sonsuz elemanlarla ayrıklaştırılmaktadır. Harmonik ve keyfi yükleme hallerinde, yakın bölgeye ait sonlu elemanların eleman rijitlik ve kütle matrisleri, frekans veya dönüşüm parametresinden bağımsız olmaktadır. Bu nedenle yakın bölgeye ait sistem matrislerinin bir kere hesaplanması yeterli olmaktadır. Bu özellik çözüm süresini önemli ölçüde azaltmaktadır.

ÖZET

Yer yüzünde meydana gelen titreşimden dolayı yer altı yapılarında titreşim düzeyinin tahmini önemli bir mühendislik problemini oluşturmaktadır. Benzer şekilde, yeraltında oluşan patlamalar da yer yüzünde mevcut üst yapıları etkilemektedir.

Yapı-zemin etkileşimi problemlerinde esas olarak iki önemli bileşen vardır, sonlu bir boyuta sahip olan üst yapı ve yarı sonsuz zemin. Sonlu boyuttaki sistemlerde, sonlu eleman yönteminin etkinliği, özellikle, homojen olmayan malzeme ve/veya lineer olmayan etkiler için bilinen bir gerçektir.

Statik halde, sadece sonlu eleman kullanılarak, yeterli uzaklıkta sınırlarla bölgenin ayrıklaştırılması oldukça iyi sonuçlar vermektedir. Ne varki, bu durumda bilinmeyen sayısı da oldukça artmaktadır. Dinamik halde ise, yapay sınırlarda, dalgalar geri yansımakta ve bölge içinde dalga enerjisi hapsedildiği için sistemin davranışı hatalı olarak hesaplanmaktadır.

Sonsuz ortamın dinamik davranışına uyum sağlayan özel sınırlar geliştirilmiştir. Bu sınırlarda birbirine dik sönüm kutuları yerleştirilerek dalgaların geri yansımaları belli bir ölçüde önlenmektedir. Geliştirilen yapay sınırlar, dalga geçirimsizliği bakımından mükemmel olmamakla birlikte yeterli bir çözüm sağlamaktadır.

Bu tezde, dinamik yapı-zemin etkileşimi problemlerinde, sonsuza uzanan zemin halinde, kaynağa yakın bölgeler standart sonlu elemanlarla, uzak bölgeler de sonsuz elemanlarla ayrıklaştırılmaktadır. Böylece, bilinen sonlu eleman formülasyonu uygulanmakta, ayrıca, sistem matrisleri bant ve simetri özelliklerini korumaktadır.

Yapı ile zemin malzemesi, lineer elastik ve izotrop olarak ele alınmaktadır. Düzlem gerilme/şekil değiştirme ve eksenel dönel simetrik halde keyfi yükleme için sonlu ve sonsuz eleman matrisleri ve yük vektörleri elde edilmektedir. Statik, harmonik ve keyfi yükleme halleri ayrı ayrı ele alınmaktadır. Sonlu elemanlar için (sekiz düğümlü kuadratik eleman) standart Gauss-Legendre sayısal integral yöntemi uygulanmaktadır. Sonsuz eleman için ise, sonlu yönde standart Gauss-Legendre yöntemi

kullanılmakta, fakat sonsuza uzanan yönde Gauss-Laguerre yöntemi modifiye edilerek uygulanmaktadır.

Keyfi yükleme halinde, sonsuz elemana ait şekil fonksiyonları frekans (Laplace parametresi) içerdiğinden ve ayrıca elastik-viskoelastik anolojisi kullanıldığından, formülasyon Laplace dönüşüm uzayında yapılmaktadır.

Statik, harmonik ve keyfi yükleme halleri için FORTRAN dilinde, ayrı ayrı bilgisayar programları hazırlanmıştır. Programlar, düzlem gerilme/şekil değiştirme ve eksenel dönel simetrik halleri birlikte içermektedir. Ayrıca, dinamik halde, sonlu eleman ve viskoz sınır şartları kullanılarak alternatif programlar hazırlanmıştır. Geliştirilen yöntemin kontrolü amacıyla, analitik çözümleri yada alternatif yöntemlerle sonuçları bilinen örnekler ele alınmaktadır. Ayrıca, mümkün olan hallerde, sınır eleman yöntemi ile çözümler yapılarak karşılaştırma imkanları kullanılmıştır.

SUMMARY

The prediction of vibration level on the under-ground structures due to impulsive loading on the surface of the earth is an important engineering problem. Similarly, blasts occurred under the earth affect the structures located on the surface.

There are two main components in the soil-structure interaction problems; the structure with finite dimension and the earth extending to infinity. It is a well-established fact that, the finite element method for a system of finite dimension is very effective, especially for non homogeneous material and/or non linear actions.

Under static loading, discretization of the domain far enough from the source provides reasonably good results. However, this produces very large number of unknowns. In the case of dynamic loading, propagating waves are reflected from these artificial boundaries and the behaviour of the system is calculated incorrectly since the wave energy is trapped in the discretized finite region.

In the far region, transmitting boundaries are devised in such a manner that mutually perpendicular dash-pots are placed at the boundaries so that wave reflections are prevented to some extent. Even though these artificial viscous boundaries are not perfect, they still provide an effective solution.

Here, in the dynamic soil-structure interaction problems, the region close to source (near field) is modelled by the standard finite elements and the far field is modelled by the infinite elements. Therefore, conventional finite element formulation is employed and, in addition to this, banded form and symmetric properties of the system matrices are maintained.

The material of the soil and the structure is assumed to be linearly elastic and isotropic. For the plane stress/strain and axially symmetric cases, finite and infinite element stiffnesses and mass matrices and load vectors are determined. Static, harmonic and arbitrary loadings are considered separately. In the calculation of

element matrices, standard Gauss-Legendre numerical integration method is used for the case of finite elements. In the case of infinite elements, again standard Gauss-Legendre method is used in the finite direction, however, a modified Gauss-Laguerre method is employed in the infinite direction.

In the case of arbitrary loading, since the shape functions associated with the finite elements involve Laplace transform parameter and since the elastic and visco-elastic analogy is used for the visco-elastic materials, derivations are performed in the Laplace transform domain.

Separate computer programs coded in FORTRAN 77 are prepared for the static, harmonic and arbitrary loading cases and they cover plane stress/strain together with the axially symmetric problems. Alternative computer programs based on the finite elements and the viscous boundaries are also developed. For the assessment of the derivations presented in the thesis, sample examples for which analytical solutions are available in the literature, and those which are solved by an alternative numerical procedure are considered. As far as possible, alternative solutions based on the boundary element method are also used for additional verifications.

EKLER

Bilineer, modifiye ve Scordelis dikdörtgen elemanları için malzeme sabitleri:

Düzlem gerilme halinde

$$d11=E*\nu/(1-\nu^2)$$

$$d22=d11$$

$$d12=d11*\nu$$

$$d21=d12$$

$$d33=d11*(1-\nu)/2.$$

Düzlem şekil değiştirme halinde

$$akat=E*\nu/(1+\nu)/(1-2*\nu)$$

$$d11=akat*(1-\nu)$$

$$d22=d11$$

$$d12=akat*\nu$$

$$d21=d12$$

$$d33=akat*(1-2*\nu)/2.$$

EK 2.A. Bilineer Dikdörtgen Elemana ait Eleman Matrisleri**Eleman Rijitlik Matrisi**

$$DK(1,1)=-2*a*d33/(3*b) + (b**2*d11 + 3*a**2*d33)/(3*a*b)$$

$$DK(1,2)=(d12 + d33)/4$$

$$DK(1,3)=-(b*d11)/(3*a) + a*d33/(6*b)$$

$$DK(1,4)=-d33/2 + (d12 + d33)/4$$

$$DK(1,5)=-(b*d11)/(6*a) - a*d33/(6*b)$$

$$DK(1,6)=-d33/2 + (-d12 + d33)/4$$

$$DK(1,7)=2*a*d33/(3*b) + (b**2*d11 - 6*a**2*d33)/(6*a*b)$$

$$DK(1,8)=(d12 - d33)/4 + (-d12 + d33)/2$$

$$DK(2,2)=-2*a*d22/(3*b) + (3*a**2*d22 + b**2*d33)/(3*a*b)$$

$$DK(2,3)=-d21/2 + (d21 + d33)/4$$

$$DK(2,4)=a*d22/(6*b) - b*d33/(3*a)$$

$$DK(2,5)=-d21/2 + (d21 - d33)/4$$

$$DK(2,6)=-(a*d22)/(6*b) - b*d33/(6*a)$$

$$DK(2,7)=(d21 - d33)/2 + (-d21 + d33)/4$$

$$DK(2,8)=2*a*d22/(3*b) + (-6*a**2*d22 + b**2*d33)/(6*a*b)$$

$$DK(3,3)=b*d11/(3*a) + a*d33/(3*b)$$

$$DK(3,4)=(d12 + d33)/4$$

$$DK(3,5)=b*d11/(6*a) - a*d33/(3*b)$$

$$DK(3,6)=(d12 - d33)/4$$

$$DK(3,7)=-(b*d11)/(6*a) - a*d33/(6*b)$$

$$DK(3,8)=d12/2 + (-d12 + d33)/4$$

$$DK(4,4)=a*d22/(3*b) + b*d33/(3*a)$$

$$DK(4,5)=(-d21 + d33)/4$$

$$DK(4,6)=-(a*d22)/(3*b) + b*d33/(6*a)$$

$$DK(4,7)=(d21 - d33)/4 + d33/2$$

$$DK(4,8)=-(a*d22)/(6*b) - b*d33/(6*a)$$

$$DK(5,5)=b*d11/(3*a) + a*d33/(3*b)$$

$$DK(5,6)=(d12 + d33)/4$$

$$DK(5,7)=-(b*d11)/(3*a) + a*d33/(6*b)$$

$$DK(5,8)=d12/2 - (d12 + d33)/4$$

$$DK(6,6)=a*d22/(3*b) + b*d33/(3*a)$$

$$DK(6,7)=d33/2 - (d21 + d33)/4$$

$$DK(6,8)=a*d22/(6*b) - b*d33/(3*a)$$

$$DK(7,7)=-2*a*d33/(3*b) + (b**2*d11 + 3*a**2*d33)/(3*a*b)$$

$$DK(7,8)=(-d12 + d33)/4$$

$$DK(8,8)=-2*a*d22/(3*b) + (3*a**2*d22 + b**2*d33)/(3*a*b)$$

Eleman Ktle Matrisi

$DM(1,1)=a*b*ro*t/9$
 $DM(1,2)=0$
 $DM(1,3)=a*b*ro*t/18$
 $DM(1,4)=0$
 $DM(1,5)=a*b*ro*t/36$
 $DM(1,6)=0$
 $DM(1,7)=a*b*ro*t/18$
 $DM(1,8)=0$
 $DM(2,2)=a*b*ro*t/9$
 $DM(2,3)=0$
 $DM(2,4)=a*b*ro*t/18$
 $DM(2,5)=0$
 $DM(2,6)=a*b*ro*t/36$
 $DM(2,7)=0$
 $DM(2,8)=a*b*ro*t/18$
 $DM(3,3)=a*b*ro*t/9$
 $DM(3,4)=0$
 $DM(3,5)=a*b*ro*t/18$
 $DM(3,6)=0$
 $DM(3,7)=a*b*ro*t/36$
 $DM(3,8)=0$
 $DM(4,4)=a*b*ro*t/9$
 $DM(4,5)=0$
 $DM(4,6)=a*b*ro*t/18$
 $DM(4,7)=0$
 $DM(4,8)=a*b*ro*t/36$
 $DM(5,5)=a*b*ro*t/9$
 $DM(5,6)=0$
 $DM(5,7)=a*b*ro*t/18$
 $DM(5,8)=0$
 $DM(6,6)=a*b*ro*t/9$
 $DM(6,7)=0$
 $DM(6,8)=a*b*ro*t/18$
 $DM(7,7)=a*b*ro*t/9$
 $DM(7,8)=0$
 $DM(8,8)=a*b*ro*t/9$

Eleman Gerilme Matrisi

$DG(1,1)=-(d11/a)$
 $DG(1,2)=-(d12/b)$
 $DG(1,3)=d11/a$
 $DG(1,4)=0$
 $DG(1,5)=0$
 $DG(1,6)=0$

$DG(1,7)=0$
 $DG(1,8)=d12/b$
 $DG(2,1)=-(d21/a)$
 $DG(2,2)=-(d22/b)$
 $DG(2,3)=d21/a$
 $DG(2,4)=0$
 $DG(2,5)=0$
 $DG(2,6)=0$
 $DG(2,7)=0$
 $DG(2,8)=d22/b$
 $DG(3,1)=-(d33/b)$
 $DG(3,2)=-(d33/a)$
 $DG(3,3)=0$
 $DG(3,4)=d33/a$
 $DG(3,5)=0$
 $DG(3,6)=0$
 $DG(3,7)=d33/b$
 $DG(3,8)=0$
 $DG(4,1)=-(d11/a)$
 $DG(4,2)=0$
 $DG(4,3)=d11/a$
 $DG(4,4)=-(d12/b)$
 $DG(4,5)=0$
 $DG(4,6)=d12/b$
 $DG(4,7)=0$
 $DG(4,8)=0$
 $DG(5,1)=-(d21/a)$
 $DG(5,2)=0$
 $DG(5,3)=d21/a$
 $DG(5,4)=-(d22/b)$
 $DG(5,5)=0$
 $DG(5,6)=d22/b$
 $DG(5,7)=0$
 $DG(5,8)=0$
 $DG(6,1)=0$
 $DG(6,2)=-(d33/a)$
 $DG(6,3)=-(d33/b)$
 $DG(6,4)=d33/a$
 $DG(6,5)=d33/b$
 $DG(6,6)=0$
 $DG(6,7)=0$
 $DG(6,8)=0$
 $DG(7,1)=0$
 $DG(7,2)=0$
 $DG(7,3)=0$
 $DG(7,4)=-(d12/b)$

$DG(7,5)=d11/a$
 $DG(7,6)=d12/b$
 $DG(7,7)=-(d11/a)$
 $DG(7,8)=0$
 $DG(8,1)=0$
 $DG(8,2)=0$
 $DG(8,3)=0$
 $DG(8,4)=-(d22/b)$
 $DG(8,5)=d21/a$
 $DG(8,6)=d22/b$
 $DG(8,7)=-(d21/a)$
 $DG(8,8)=0$
 $DG(9,1)=0$
 $DG(9,2)=0$
 $DG(9,3)=-(d33/b)$
 $DG(9,4)=0$
 $DG(9,5)=d33/b$
 $DG(9,6)=d33/a$
 $DG(9,7)=0$
 $DG(9,8)=-(d33/a)$
 $DG(10,1)=0$
 $DG(10,2)=-(d12/b)$
 $DG(10,3)=0$
 $DG(10,4)=0$
 $DG(10,5)=d11/a$
 $DG(10,6)=0$
 $DG(10,7)=-(d11/a)$
 $DG(10,8)=d12/b$
 $DG(11,1)=0$
 $DG(11,2)=-(d22/b)$
 $DG(11,3)=0$
 $DG(11,4)=0$
 $DG(11,5)=d21/a$
 $DG(11,6)=0$
 $DG(11,7)=-(d21/a)$
 $DG(11,8)=d22/b$
 $DG(12,1)=-(d33/b)$
 $DG(12,2)=0$
 $DG(12,3)=0$
 $DG(12,4)=0$
 $DG(12,5)=0$
 $DG(12,6)=d33/a$
 $DG(12,7)=d33/b$
 $DG(12,8)=-(d33/a)$

EK 2.B Modifiye Dikdörtgen Elemana ait Eleman Matrisleri

Eleman Rijitlik Matrisi

$$\begin{aligned}
 DK(1,1) &= (4*b^{**2}*d11 + 3*a^{**2}*d33 - b^{**2}*d12*nu - b^{**2}*d21*nu + \\
 &\# \quad b^{**2}*d22*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(1,2) &= (d12 + d33)/4 \\
 DK(1,3) &= (-4*b^{**2}*d11 + 3*a^{**2}*d33 + b^{**2}*d12*nu + b^{**2}*d21*nu - \\
 &\# \quad b^{**2}*d22*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(1,4) &= (d12 - d33)/4 \\
 DK(1,5) &= (-2*b^{**2}*d11 - 3*a^{**2}*d33 - b^{**2}*d12*nu - b^{**2}*d21*nu + \\
 &\# \quad b^{**2}*d22*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(1,6) &= -(d12 + d33)/4 \\
 DK(1,7) &= (2*b^{**2}*d11 - 3*a^{**2}*d33 + b^{**2}*d12*nu + b^{**2}*d21*nu - \\
 &\# \quad b^{**2}*d22*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(1,8) &= (-d12 + d33)/4 \\
 DK(2,2) &= (4*a^{**2}*d22 + 3*b^{**2}*d33 - a^{**2}*d12*nu - a^{**2}*d21*nu + \\
 &\# \quad a^{**2}*d11*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(2,3) &= (-d21 + d33)/4 \\
 DK(2,4) &= (2*a^{**2}*d22 - 3*b^{**2}*d33 + a^{**2}*d12*nu + a^{**2}*d21*nu - \\
 &\# \quad a^{**2}*d11*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(2,5) &= -(d21 + d33)/4 \\
 DK(2,6) &= (-2*a^{**2}*d22 - 3*b^{**2}*d33 - a^{**2}*d12*nu - a^{**2}*d21*nu + \\
 &\# \quad a^{**2}*d11*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(2,7) &= (d21 - d33)/4 \\
 DK(2,8) &= (-4*a^{**2}*d22 + 3*b^{**2}*d33 + a^{**2}*d12*nu + a^{**2}*d21*nu - \\
 &\# \quad a^{**2}*d11*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(3,3) &= (4*b^{**2}*d11 + 3*a^{**2}*d33 - b^{**2}*d12*nu - b^{**2}*d21*nu + \\
 &\# \quad b^{**2}*d22*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(3,4) &= -(d12 + d33)/4 \\
 DK(3,5) &= (2*b^{**2}*d11 - 3*a^{**2}*d33 + b^{**2}*d12*nu + b^{**2}*d21*nu - \\
 &\# \quad b^{**2}*d22*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(3,6) &= (d12 - d33)/4 \\
 DK(3,7) &= (-2*b^{**2}*d11 - 3*a^{**2}*d33 - b^{**2}*d12*nu - b^{**2}*d21*nu + \\
 &\# \quad b^{**2}*d22*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(3,8) &= (d12 + d33)/4 \\
 DK(4,4) &= (4*a^{**2}*d22 + 3*b^{**2}*d33 - a^{**2}*d12*nu - a^{**2}*d21*nu + \\
 &\# \quad a^{**2}*d11*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(4,5) &= (-d21 + d33)/4 \\
 DK(4,6) &= (-4*a^{**2}*d22 + 3*b^{**2}*d33 + a^{**2}*d12*nu + a^{**2}*d21*nu - \\
 &\# \quad a^{**2}*d11*nu^{**2})/(12*a*b) \\
 DK(4,7) &= (d21 + d33)/4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DK(4,8) &= (-2*a^{**2}*d22 - 3*b^{**2}*d33 - a^{**2}*d12*nu - a^{**2}*d21*nu + \\
&\# \quad a^{**2}*d11*nu^{**2})/(12*a*b) \\
DK(5,5) &= (4*b^{**2}*d11 + 3*a^{**2}*d33 - b^{**2}*d12*nu - b^{**2}*d21*nu + \\
&\# \quad b^{**2}*d22*nu^{**2})/(12*a*b) \\
DK(5,6) &= (d12 + d33)/4 \\
DK(5,7) &= (-4*b^{**2}*d11 + 3*a^{**2}*d33 + b^{**2}*d12*nu + b^{**2}*d21*nu - \\
&\# \quad b^{**2}*d22*nu^{**2})/(12*a*b) \\
DK(5,8) &= (d12 - d33)/4 \\
DK(6,6) &= (4*a^{**2}*d22 + 3*b^{**2}*d33 - a^{**2}*d12*nu - a^{**2}*d21*nu + \\
&\# \quad a^{**2}*d11*nu^{**2})/(12*a*b) \\
DK(6,7) &= (-d21 + d33)/4 \\
DK(6,8) &= (2*a^{**2}*d22 - 3*b^{**2}*d33 + a^{**2}*d12*nu + a^{**2}*d21*nu - \\
&\# \quad a^{**2}*d11*nu^{**2})/(12*a*b) \\
DK(7,7) &= (4*b^{**2}*d11 + 3*a^{**2}*d33 - b^{**2}*d12*nu - b^{**2}*d21*nu + \\
&\# \quad b^{**2}*d22*nu^{**2})/(12*a*b) \\
DK(7,8) &= -(d12 + d33)/4 \\
DK(8,8) &= (4*a^{**2}*d22 + 3*b^{**2}*d33 - a^{**2}*d12*nu - a^{**2}*d21*nu + \\
&\# \quad a^{**2}*d11*nu^{**2})/(12*a*b)
\end{aligned}$$

Eleman Kütle Matrisi

$$\begin{aligned}
DM(1,1) &= (3*a^{**4} + 40*a^{**2}*b^{**2} + 5*a^{**2}*b^{**2}*nu + 3*b^{**4}*nu^{**2})/ \\
&\# \quad (360*a*b) \\
DM(1,2) &= (a^{**2} + b^{**2})*(1 + nu)/48 \\
DM(1,3) &= (-3*a^{**4} + 20*a^{**2}*b^{**2} - 5*a^{**2}*b^{**2}*nu - 3*b^{**4}*nu^{**2})/ \\
&\# \quad (360*a*b) \\
DM(1,4) &= (-a + b)*(a + b)*(-1 + nu)/48 \\
DM(1,5) &= (3*a^{**4} + 10*a^{**2}*b^{**2} + 5*a^{**2}*b^{**2}*nu + 3*b^{**4}*nu^{**2})/ \\
&\# \quad (360*a*b) \\
DM(1,6) &= (a^{**2} + b^{**2})*(1 + nu)/48 \\
DM(1,7) &= (-3*a^{**4} + 20*a^{**2}*b^{**2} - 5*a^{**2}*b^{**2}*nu - 3*b^{**4}*nu^{**2})/ \\
&\# \quad (360*a*b) \\
DM(1,8) &= (-a + b)*(a + b)*(-1 + nu)/48 \\
DM(2,2) &= (40*a^{**2}*b^{**2} + 3*b^{**4} + 5*a^{**2}*b^{**2}*nu + 3*a^{**4}*nu^{**2})/ \\
&\# \quad (360*a*b) \\
DM(2,3) &= (a - b)*(a + b)*(-1 + nu)/48 \\
DM(2,4) &= (20*a^{**2}*b^{**2} - 3*b^{**4} - 5*a^{**2}*b^{**2}*nu - 3*a^{**4}*nu^{**2})/ \\
&\# \quad (360*a*b) \\
DM(2,5) &= (a^{**2} + b^{**2})*(1 + nu)/48 \\
DM(2,6) &= (10*a^{**2}*b^{**2} + 3*b^{**4} + 5*a^{**2}*b^{**2}*nu + 3*a^{**4}*nu^{**2})/ \\
&\# \quad (360*a*b)
\end{aligned}$$

$DM(2,7)=(a-b)*(a+b)*(-1+nu)/48$
 $DM(2,8)=(20*a^{**2}*b^{**2}-3*b^{**4}-5*a^{**2}*b^{**2}*nu-3*a^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(3,3)=(3*a^{**4}+40*a^{**2}*b^{**2}+5*a^{**2}*b^{**2}*nu+3*b^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(3,4)=-((a^{**2}+b^{**2})*(1+nu))/48$
 $DM(3,5)=(-3*a^{**4}+20*a^{**2}*b^{**2}-5*a^{**2}*b^{**2}*nu-3*b^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(3,6)=(a-b)*(a+b)*(-1+nu)/48$
 $DM(3,7)=(3*a^{**4}+10*a^{**2}*b^{**2}+5*a^{**2}*b^{**2}*nu+3*b^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(3,8)=-((a^{**2}+b^{**2})*(1+nu))/48$
 $DM(4,4)=(40*a^{**2}*b^{**2}+3*b^{**4}+5*a^{**2}*b^{**2}*nu+3*a^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(4,5)=(-a+b)*(a+b)*(-1+nu)/48$
 $DM(4,6)=(20*a^{**2}*b^{**2}-3*b^{**4}-5*a^{**2}*b^{**2}*nu-3*a^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(4,7)=-((a^{**2}+b^{**2})*(1+nu))/48$
 $DM(4,8)=(10*a^{**2}*b^{**2}+3*b^{**4}+5*a^{**2}*b^{**2}*nu+3*a^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(5,5)=(3*a^{**4}+40*a^{**2}*b^{**2}+5*a^{**2}*b^{**2}*nu+3*b^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(5,6)=(a^{**2}+b^{**2})*(1+nu)/48$
 $DM(5,7)=(-3*a^{**4}+20*a^{**2}*b^{**2}-5*a^{**2}*b^{**2}*nu-3*b^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(5,8)=(-a+b)*(a+b)*(-1+nu)/48$
 $DM(6,6)=(40*a^{**2}*b^{**2}+3*b^{**4}+5*a^{**2}*b^{**2}*nu+3*a^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(6,7)=(a-b)*(a+b)*(-1+nu)/48$
 $DM(6,8)=(20*a^{**2}*b^{**2}-3*b^{**4}-5*a^{**2}*b^{**2}*nu-3*a^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(7,7)=(3*a^{**4}+40*a^{**2}*b^{**2}+5*a^{**2}*b^{**2}*nu+3*b^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$
 $DM(7,8)=-((a^{**2}+b^{**2})*(1+nu))/48$
 $DM(8,8)=(40*a^{**2}*b^{**2}+3*b^{**4}+5*a^{**2}*b^{**2}*nu+3*a^{**4}*nu^{**2})/$
 $\# \quad (360*a*b)$

Kütle matrisinin elemanları $ro*t$ ile çarpılacak

Eleman Gerilme Matrisi

$$\begin{aligned}
DG(1,1) &= (-2*d11 + d12*nu)/(2*a) \\
DG(1,2) &= (-2*d12 + d11*nu)/(2*b) \\
DG(1,3) &= (2*d11 - d12*nu)/(2*a) \\
DG(1,4) &= -(d11*nu)/(2*b) \\
DG(1,5) &= d12*nu/(2*a) \\
DG(1,6) &= d11*nu/(2*b) \\
DG(1,7) &= -(d12*nu)/(2*a) \\
DG(1,8) &= (2*d12 - d11*nu)/(2*b) \\
DG(2,1) &= (-2*d21 + d22*nu)/(2*a) \\
DG(2,2) &= (-2*d22 + d21*nu)/(2*b) \\
DG(2,3) &= (2*d21 - d22*nu)/(2*a) \\
DG(2,4) &= -(d21*nu)/(2*b) \\
DG(2,5) &= d22*nu/(2*a) \\
DG(2,6) &= d21*nu/(2*b) \\
DG(2,7) &= -(d22*nu)/(2*a) \\
DG(2,8) &= (2*d22 - d21*nu)/(2*b) \\
DG(3,1) &= -d33/(2*b) \\
DG(3,2) &= -d33/(2*a) \\
DG(3,3) &= -d33/(2*b) \\
DG(3,4) &= d33/(2*a) \\
DG(3,5) &= d33/(2*b) \\
DG(3,6) &= d33/(2*a) \\
DG(3,7) &= d33/(2*b) \\
DG(3,8) &= -d33/(2*a) \\
DG(4,1) &= (-2*d11 + d12*nu)/(2*a) \\
DG(4,2) &= -(d11*nu)/(2*b) \\
DG(4,3) &= (2*d11 - d12*nu)/(2*a) \\
DG(4,4) &= (-2*d12 + d11*nu)/(2*b) \\
DG(4,5) &= d12*nu/(2*a) \\
DG(4,6) &= (2*d12 - d11*nu)/(2*b) \\
DG(4,7) &= -(d12*nu)/(2*a) \\
DG(4,8) &= d11*nu/(2*b) \\
DG(5,1) &= (-2*d21 + d22*nu)/(2*a) \\
DG(5,2) &= -(d21*nu)/(2*b) \\
DG(5,3) &= (2*d21 - d22*nu)/(2*a) \\
DG(5,4) &= (-2*d22 + d21*nu)/(2*b) \\
DG(5,5) &= d22*nu/(2*a) \\
DG(5,6) &= (2*d22 - d21*nu)/(2*b) \\
DG(5,7) &= -(d22*nu)/(2*a) \\
DG(5,8) &= d21*nu/(2*b) \\
DG(6,1) &= -d33/(2*b) \\
DG(6,2) &= -d33/(2*a) \\
DG(6,3) &= -d33/(2*b) \\
DG(6,4) &= d33/(2*a) \\
DG(6,5) &= d33/(2*b) \\
DG(6,6) &= d33/(2*a) \\
DG(6,7) &= d33/(2*b) \\
DG(6,8) &= -d33/(2*a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DG(7,1) &= -(d12*nu)/(2*a) \\
DG(7,2) &= -(d11*nu)/(2*b) \\
DG(7,3) &= d12*nu/(2*a) \\
DG(7,4) &= (-2*d12 + d11*nu)/(2*b) \\
DG(7,5) &= (2*d11 - d12*nu)/(2*a) \\
DG(7,6) &= (2*d12 - d11*nu)/(2*b) \\
DG(7,7) &= (-2*d11 + d12*nu)/(2*a) \\
DG(7,8) &= d11*nu/(2*b) \\
DG(8,1) &= -(d22*nu)/(2*a) \\
DG(8,2) &= -(d21*nu)/(2*b) \\
DG(8,3) &= d22*nu/(2*a) \\
DG(8,4) &= (-2*d22 + d21*nu)/(2*b) \\
DG(8,5) &= (2*d21 - d22*nu)/(2*a) \\
DG(8,6) &= (2*d22 - d21*nu)/(2*b) \\
DG(8,7) &= (-2*d21 + d22*nu)/(2*a) \\
DG(8,8) &= d21*nu/(2*b) \\
DG(9,1) &= -d33/(2*b) \\
DG(9,2) &= -d33/(2*a) \\
DG(9,3) &= -d33/(2*b) \\
DG(9,4) &= d33/(2*a) \\
DG(9,5) &= d33/(2*b) \\
DG(9,6) &= d33/(2*a) \\
DG(9,7) &= d33/(2*b) \\
DG(9,8) &= -d33/(2*a) \\
DG(10,1) &= -(d12*nu)/(2*a) \\
DG(10,2) &= (-2*d12 + d11*nu)/(2*b) \\
DG(10,3) &= d12*nu/(2*a) \\
DG(10,4) &= -(d11*nu)/(2*b) \\
DG(10,5) &= (2*d11 - d12*nu)/(2*a) \\
DG(10,6) &= d11*nu/(2*b) \\
DG(10,7) &= (-2*d11 + d12*nu)/(2*a) \\
DG(10,8) &= (2*d12 - d11*nu)/(2*b) \\
DG(11,1) &= -(d22*nu)/(2*a) \\
DG(11,2) &= (-2*d22 + d21*nu)/(2*b) \\
DG(11,3) &= d22*nu/(2*a) \\
DG(11,4) &= -(d21*nu)/(2*b) \\
DG(11,5) &= (2*d21 - d22*nu)/(2*a) \\
DG(11,6) &= d21*nu/(2*b) \\
DG(11,7) &= (-2*d21 + d22*nu)/(2*a) \\
DG(11,8) &= (2*d22 - d21*nu)/(2*b) \\
DG(12,1) &= -d33/(2*b) \\
DG(12,2) &= -d33/(2*a) \\
DG(12,3) &= -d33/(2*b) \\
DG(12,4) &= d33/(2*a) \\
DG(12,5) &= d33/(2*b) \\
DG(12,6) &= d33/(2*a) \\
DG(12,7) &= d33/(2*b) \\
DG(12,8) &= -d33/(2*a)
\end{aligned}$$

EK 2.C Scordelis Dikdörtgen Elemanına ait Eleman Matrisleri
Eleman Rijitlik Matrisi (düzlem gerilme hali için)

$$\begin{aligned}
 DK(1,1) &= 41 \cdot (2a^{**2} + 3b^{**2} - 2a^{**2} \cdot nu) / (350 \cdot a \cdot b) \\
 DK(1,2) &= (9 + 11 \cdot nu) / 80 \\
 DK(1,3) &= (-393 \cdot a^{**2} - 432 \cdot b^{**2} + 743 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
 DK(1,4) &= 3 \cdot (19 \cdot a^{**2} - 164 \cdot b^{**2} - 19 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (1400 \cdot a \cdot b) \\
 DK(1,5) &= (-9 + 29 \cdot nu) / 80 \\
 DK(1,6) &= (183 \cdot a^{**2} + 432 \cdot b^{**2} - 533 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
 DK(1,7) &= (-57 \cdot a^{**2} - 208 \cdot b^{**2} + 57 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (1400 \cdot a \cdot b) \\
 DK(1,8) &= -(9 + 11 \cdot nu) / 80 \\
 DK(1,9) &= (183 \cdot a^{**2} - 268 \cdot b^{**2} + 167 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
 DK(1,10) &= (-41 \cdot a^{**2} + 26 \cdot b^{**2} + 41 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (175 \cdot a \cdot b) \\
 DK(1,11) &= (9 - 29 \cdot nu) / 80 \\
 DK(1,12) &= (-393 \cdot a^{**2} + 268 \cdot b^{**2} + 43 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
 DK(2,2) &= 41 \cdot (3a^{**2} + 2b^{**2} - 2b^{**2} \cdot nu) / (350 \cdot a \cdot b) \\
 DK(2,3) &= (432 \cdot a^{**2} + 393 \cdot b^{**2} - 743 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
 DK(2,4) &= (9 - 29 \cdot nu) / 80 \\
 DK(2,5) &= (26 \cdot a^{**2} - 41 \cdot b^{**2} + 41 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (175 \cdot a \cdot b) \\
 DK(2,6) &= (-268 \cdot a^{**2} + 393 \cdot b^{**2} - 43 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
 DK(2,7) &= -(9 + 11 \cdot nu) / 80 \\
 DK(2,8) &= (-208 \cdot a^{**2} - 57 \cdot b^{**2} + 57 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (1400 \cdot a \cdot b) \\
 DK(2,9) &= (268 \cdot a^{**2} - 183 \cdot b^{**2} - 167 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
 DK(2,10) &= (-9 + 29 \cdot nu) / 80 \\
 DK(2,11) &= 3 \cdot (-164 \cdot a^{**2} + 19 \cdot b^{**2} - 19 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (1400 \cdot a \cdot b) \\
 DK(2,12) &= (-432 \cdot a^{**2} - 183 \cdot b^{**2} + 533 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
 DK(3,3) &= 2 \cdot a^{**3} / (175 \cdot b) + 83 \cdot a \cdot b / 2100 + 2 \cdot b^{**3} / (175 \cdot a) - 5 \cdot a \cdot b \cdot nu / 84 \\
 DK(3,4) &= (183 \cdot a^{**2} + 432 \cdot b^{**2} - 533 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
 DK(3,5) &= (268 \cdot a^{**2} - 393 \cdot b^{**2} + 43 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
 DK(3,6) &= (-9 \cdot a^{**4} + 13 \cdot a^{**2} \cdot b^{**2} - 12 \cdot b^{**4} + 8 \cdot a^{**2} \cdot b^{**2} \cdot nu) / (1050 \cdot a \cdot b) \\
 DK(3,7) &= (-183 \cdot a^{**2} + 268 \cdot b^{**2} - 167 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
 DK(3,8) &= (-268 \cdot a^{**2} + 183 \cdot b^{**2} + 167 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
 DK(3,9) &= 3 \cdot a^{**3} / (350 \cdot b) - a \cdot b / 70 + 3 \cdot b^{**3} / (350 \cdot a) - a \cdot b \cdot nu / 175 \\
 DK(3,10) &= (393 \cdot a^{**2} - 268 \cdot b^{**2} - 43 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
 DK(3,11) &= (-432 \cdot a^{**2} - 183 \cdot b^{**2} + 533 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
 DK(3,12) &= (-12 \cdot a^{**4} + 13 \cdot a^{**2} \cdot b^{**2} - 9 \cdot b^{**4} + 8 \cdot a^{**2} \cdot b^{**2} \cdot nu) / (1050 \cdot a \cdot b) \\
 DK(4,4) &= 41 \cdot (2a^{**2} + 3b^{**2} - 2a^{**2} \cdot nu) / (350 \cdot a \cdot b) \\
 DK(4,5) &= -(9 + 11 \cdot nu) / 80 \\
 DK(4,6) &= (-393 \cdot a^{**2} - 432 \cdot b^{**2} + 743 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
 DK(4,7) &= (-41 \cdot a^{**2} + 26 \cdot b^{**2} + 41 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (175 \cdot a \cdot b) \\
 DK(4,8) &= (-9 + 29 \cdot nu) / 80 \\
 DK(4,9) &= (-393 \cdot a^{**2} + 268 \cdot b^{**2} + 43 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
 DK(4,10) &= (-57 \cdot a^{**2} - 208 \cdot b^{**2} + 57 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (1400 \cdot a \cdot b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
DK(4,11) &= (9 + 11 \cdot nu) / 80 \\
DK(4,12) &= (183 \cdot a^{**2} - 268 \cdot b^{**2} + 167 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
DK(5,5) &= 41 \cdot (3 \cdot a^{**2} + 2 \cdot b^{**2} - 2 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (350 \cdot a \cdot b) \\
DK(5,6) &= (-432 \cdot a^{**2} - 393 \cdot b^{**2} + 743 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
DK(5,7) &= (9 - 29 \cdot nu) / 80 \\
DK(5,8) &= 3 \cdot (-164 \cdot a^{**2} + 19 \cdot b^{**2} - 19 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (1400 \cdot a \cdot b) \\
DK(5,9) &= (432 \cdot a^{**2} + 183 \cdot b^{**2} - 533 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
DK(5,10) &= (9 + 11 \cdot nu) / 80 \\
DK(5,11) &= (-208 \cdot a^{**2} - 57 \cdot b^{**2} + 57 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (1400 \cdot a \cdot b) \\
DK(5,12) &= (-268 \cdot a^{**2} + 183 \cdot b^{**2} + 167 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
DK(6,6) &= 2 \cdot a^{**3} / (175 \cdot b) + 83 \cdot a \cdot b / 2100 + 2 \cdot b^{**3} / (175 \cdot a) - 5 \cdot a \cdot b \cdot nu / 84 \\
DK(6,7) &= (393 \cdot a^{**2} - 268 \cdot b^{**2} - 43 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
DK(6,8) &= (432 \cdot a^{**2} + 183 \cdot b^{**2} - 533 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
DK(6,9) &= (-12 \cdot a^{**4} + 13 \cdot a^{**2} \cdot b^{**2} - 9 \cdot b^{**4} + 8 \cdot a^{**2} \cdot b^{**2} \cdot nu) / (1050 \cdot a \cdot b) \\
DK(6,10) &= (-183 \cdot a^{**2} + 268 \cdot b^{**2} - 167 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
DK(6,11) &= (268 \cdot a^{**2} - 183 \cdot b^{**2} - 167 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
DK(6,12) &= 3 \cdot a^{**3} / (350 \cdot b) - a \cdot b / 70 + 3 \cdot b^{**3} / (350 \cdot a) - a \cdot b \cdot nu / 175 \\
DK(7,7) &= 41 \cdot (2 \cdot a^{**2} + 3 \cdot b^{**2} - 2 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (350 \cdot a \cdot b) \\
DK(7,8) &= (9 + 11 \cdot nu) / 80 \\
DK(7,9) &= (393 \cdot a^{**2} + 432 \cdot b^{**2} - 743 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
DK(7,10) &= 3 \cdot (19 \cdot a^{**2} - 164 \cdot b^{**2} - 19 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (1400 \cdot a \cdot b) \\
DK(7,11) &= (-9 + 29 \cdot nu) / 80 \\
DK(7,12) &= (-183 \cdot a^{**2} - 432 \cdot b^{**2} + 533 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
DK(8,8) &= 41 \cdot (3 \cdot a^{**2} + 2 \cdot b^{**2} - 2 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (350 \cdot a \cdot b) \\
DK(8,9) &= (-432 \cdot a^{**2} - 393 \cdot b^{**2} + 743 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
DK(8,10) &= (9 - 29 \cdot nu) / 80 \\
DK(8,11) &= (26 \cdot a^{**2} - 41 \cdot b^{**2} + 41 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (175 \cdot a \cdot b) \\
DK(8,12) &= (268 \cdot a^{**2} - 393 \cdot b^{**2} + 43 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
DK(9,9) &= 2 \cdot a^{**3} / (175 \cdot b) + 83 \cdot a \cdot b / 2100 + 2 \cdot b^{**3} / (175 \cdot a) - 5 \cdot a \cdot b \cdot nu / 84 \\
DK(9,10) &= (-183 \cdot a^{**2} - 432 \cdot b^{**2} + 533 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
DK(9,11) &= (-268 \cdot a^{**2} + 393 \cdot b^{**2} - 43 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
DK(9,12) &= (-9 \cdot a^{**4} + 13 \cdot a^{**2} \cdot b^{**2} - 12 \cdot b^{**4} + 8 \cdot a^{**2} \cdot b^{**2} \cdot nu) / (1050 \cdot a \cdot b) \\
DK(10,10) &= 41 \cdot (2 \cdot a^{**2} + 3 \cdot b^{**2} - 2 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (350 \cdot a \cdot b) \\
DK(10,11) &= (-9 + 11 \cdot nu) / 80 \\
DK(10,12) &= (393 \cdot a^{**2} + 432 \cdot b^{**2} - 743 \cdot a^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot a) \\
DK(11,11) &= 41 \cdot (3 \cdot a^{**2} + 2 \cdot b^{**2} - 2 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (350 \cdot a \cdot b) \\
DK(11,12) &= (432 \cdot a^{**2} + 393 \cdot b^{**2} - 743 \cdot b^{**2} \cdot nu) / (8400 \cdot b) \\
DK(12,12) &= 2 \cdot a^{**3} / (175 \cdot b) + 83 \cdot a \cdot b / 2100 + 2 \cdot b^{**3} / (175 \cdot a) - 5 \cdot a \cdot b \cdot nu / 84
\end{aligned}$$

Rijitlik matrisinin elemanları $E^*u(1-nu^{**2})$ ile çarpılacak.

Eleman Kütle Matrisi

$$\begin{aligned}
DM(1,1) &= a*(13314 + 420*a^{**2} + 20707*b^{**2})/(176400*b) \\
DM(1,2) &= -(231 + 43*a^{**2} + 43*b^{**2})/3360 \\
DM(1,3) &= -(a*(301 + 280*a^{**2} + 2110*b^{**2}))/117600 \\
DM(1,4) &= a*(10941 - 315*a^{**2} + 10268*b^{**2})/(176400*b) \\
DM(1,5) &= (231 - 27*a^{**2} + 43*b^{**2})/3360 \\
DM(1,6) &= a*(-1169 + 210*a^{**2} - 900*b^{**2})/117600 \\
DM(1,7) &= a*(-10941 + 315*a^{**2} + 4432*b^{**2})/(176400*b) \\
DM(1,8) &= (77 - 9*a^{**2} - 9*b^{**2})/1120 \\
DM(1,9) &= a*(-1169 + 210*a^{**2} + 570*b^{**2})/117600 \\
DM(1,10) &= a*(-13314 - 420*a^{**2} + 8693*b^{**2})/(176400*b) \\
DM(1,11) &= (-231 - 43*a^{**2} + 27*b^{**2})/3360 \\
DM(1,12) &= a*(-301 - 280*a^{**2} + 1320*b^{**2})/117600 \\
DM(2,2) &= b*(13314 + 20707*a^{**2} + 420*b^{**2})/(176400*a) \\
DM(2,3) &= b*(301 + 2110*a^{**2} + 280*b^{**2})/117600 \\
DM(2,4) &= (-231 + 27*a^{**2} - 43*b^{**2})/3360 \\
DM(2,5) &= b*(-13314 + 8693*a^{**2} - 420*b^{**2})/(176400*a) \\
DM(2,6) &= b*(301 - 1320*a^{**2} + 280*b^{**2})/117600 \\
DM(2,7) &= (77 - 9*a^{**2} - 9*b^{**2})/1120 \\
DM(2,8) &= b*(-10941 + 4432*a^{**2} + 315*b^{**2})/(176400*a) \\
DM(2,9) &= b*(1169 - 570*a^{**2} - 210*b^{**2})/117600 \\
DM(2,10) &= (231 + 43*a^{**2} - 27*b^{**2})/3360 \\
DM(2,11) &= b*(10941 + 10268*a^{**2} - 315*b^{**2})/(176400*a) \\
DM(2,12) &= b*(1169 + 900*a^{**2} - 210*b^{**2})/117600 \\
DM(3,3) &= a*b*(875 + 104*a^{**2} + 104*b^{**2})/29400 \\
DM(3,4) &= a*(-1169 + 210*a^{**2} - 900*b^{**2})/117600 \\
DM(3,5) &= b*(-301 + 1320*a^{**2} - 280*b^{**2})/117600 \\
DM(3,6) &= a*b*(-56 - 39*a^{**2} + 18*b^{**2})/14700 \\
DM(3,7) &= a*(1169 - 210*a^{**2} - 570*b^{**2})/117600 \\
DM(3,8) &= b*(-1169 + 570*a^{**2} + 210*b^{**2})/117600 \\
DM(3,9) &= a*b*(28 - 9*a^{**2} - 9*b^{**2})/9800 \\
DM(3,10) &= a*(301 + 280*a^{**2} - 1320*b^{**2})/117600 \\
DM(3,11) &= b*(1169 + 900*a^{**2} - 210*b^{**2})/117600 \\
DM(3,12) &= a*b*(-56 + 18*a^{**2} - 39*b^{**2})/14700 \\
DM(4,4) &= a*(13314 + 420*a^{**2} + 20707*b^{**2})/(176400*b) \\
DM(4,5) &= (231 + 43*a^{**2} + 43*b^{**2})/3360 \\
DM(4,6) &= -(a*(301 + 280*a^{**2} + 2110*b^{**2}))/117600 \\
DM(4,7) &= a*(-13314 - 420*a^{**2} + 8693*b^{**2})/(176400*b) \\
DM(4,8) &= (231 + 43*a^{**2} - 27*b^{**2})/3360 \\
DM(4,9) &= a*(-301 - 280*a^{**2} + 1320*b^{**2})/117600 \\
DM(4,10) &= a*(-10941 + 315*a^{**2} + 4432*b^{**2})/(176400*b) \\
DM(4,11) &= (-77 + 9*a^{**2} + 9*b^{**2})/1120
\end{aligned}$$

$DM(4,12)=a*(-1169 + 210*a^{**2} + 570*b^{**2})/117600$
 $DM(5,5)=b*(13314 + 20707*a^{**2} + 420*b^{**2})/(176400*a)$
 $DM(5,6)=-(b*(301 + 2110*a^{**2} + 280*b^{**2}))/117600$
 $DM(5,7)=(-231 - 43*a^{**2} + 27*b^{**2})/3360$
 $DM(5,8)=b*(10941 + 10268*a^{**2} - 315*b^{**2})/(176400*a)$
 $DM(5,9)=b*(-1169 - 900*a^{**2} + 210*b^{**2})/117600$
 $DM(5,10)=(-77 + 9*a^{**2} + 9*b^{**2})/1120$
 $DM(5,11)=b*(-10941 + 4432*a^{**2} + 315*b^{**2})/(176400*a)$
 $DM(5,12)=b*(-1169 + 570*a^{**2} + 210*b^{**2})/117600$
 $DM(6,6)=a*b*(875 + 104*a^{**2} + 104*b^{**2})/29400$
 $DM(6,7)=a*(301 + 280*a^{**2} - 1320*b^{**2})/117600$
 $DM(6,8)=b*(-1169 - 900*a^{**2} + 210*b^{**2})/117600$
 $DM(6,9)=a*b*(-56 + 18*a^{**2} - 39*b^{**2})/14700$
 $DM(6,10)=a*(1169 - 210*a^{**2} - 570*b^{**2})/117600$
 $DM(6,11)=b*(1169 - 570*a^{**2} - 210*b^{**2})/117600$
 $DM(6,12)=a*b*(28 - 9*a^{**2} - 9*b^{**2})/9800$
 $DM(7,7)=a*(13314 + 420*a^{**2} + 20707*b^{**2})/(176400*b)$
 $DM(7,8)=(-231 + 43*a^{**2} + 43*b^{**2})/3360$
 $DM(7,9)=a*(301 + 280*a^{**2} + 2110*b^{**2})/117600$
 $DM(7,10)=a*(10941 - 315*a^{**2} + 10268*b^{**2})/(176400*b)$
 $DM(7,11)=(231 - 27*a^{**2} + 43*b^{**2})/3360$
 $DM(7,12)=a*(1169 - 210*a^{**2} + 900*b^{**2})/117600$
 $DM(8,8)=b*(13314 + 20707*a^{**2} + 420*b^{**2})/(176400*a)$
 $DM(8,9)=-(b*(301 + 2110*a^{**2} + 280*b^{**2}))/117600$
 $DM(8,10)=(-231 + 27*a^{**2} - 43*b^{**2})/3360$
 $DM(8,11)=b*(-13314 + 8693*a^{**2} - 420*b^{**2})/(176400*a)$
 $DM(8,12)=b*(-301 + 1320*a^{**2} - 280*b^{**2})/117600$
 $DM(9,9)=a*b*(875 + 104*a^{**2} + 104*b^{**2})/29400$
 $DM(9,10)=a*(1169 - 210*a^{**2} + 900*b^{**2})/117600$
 $DM(9,11)=b*(301 - 1320*a^{**2} + 280*b^{**2})/117600$
 $DM(9,12)=a*b*(-56 - 39*a^{**2} + 18*b^{**2})/14700$
 $DM(10,10)=a*(13314 + 420*a^{**2} + 20707*b^{**2})/(176400*b)$
 $DM(10,11)=(231 + 43*a^{**2} + 43*b^{**2})/3360$
 $DM(10,12)=a*(301 + 280*a^{**2} + 2110*b^{**2})/117600$
 $DM(11,11)=b*(13314 + 20707*a^{**2} + 420*b^{**2})/(176400*a)$
 $DM(11,12)=b*(301 + 2110*a^{**2} + 280*b^{**2})/117600$
 $DM(12,12)=a*b*(875 + 104*a^{**2} + 104*b^{**2})/29400$

Kütle matrisinin elemanları ro^*t ile çarpılacak.

Eleman Gerilme Matrisi

$DG(1,1) = -(d11/a)$
 $DG(1,2) = -(d12/b)$
 $DG(1,3) = 0$
 $DG(1,4) = d11/a$
 $DG(1,5) = 0$
 $DG(1,6) = 0$
 $DG(1,7) = 0$
 $DG(1,8) = 0$
 $DG(1,9) = 0$
 $DG(1,10) = 0$
 $DG(1,11) = d12/b$
 $DG(1,12) = 0$
 $DG(2,1) = -(d21/a)$
 $DG(2,2) = -(d22/b)$
 $DG(2,3) = 0$
 $DG(2,4) = d21/a$
 $DG(2,5) = 0$
 $DG(2,6) = 0$
 $DG(2,7) = 0$
 $DG(2,8) = 0$
 $DG(2,9) = 0$
 $DG(2,10) = 0$
 $DG(2,11) = d22/b$
 $DG(2,12) = 0$
 $DG(3,1) = -(d33/b)$
 $DG(3,2) = -(d33/a)$
 $DG(3,3) = 0$
 $DG(3,4) = 0$
 $DG(3,5) = d33/a$
 $DG(3,6) = 0$
 $DG(3,7) = 0$
 $DG(3,8) = 0$
 $DG(3,9) = 0$
 $DG(3,10) = d33/b$
 $DG(3,11) = 0$
 $DG(3,12) = 0$
 $DG(4,1) = -(d11/a)$
 $DG(4,2) = 0$
 $DG(4,3) = 0$

$DG(4,4) = d11/a$
 $DG(4,5) = -(d12/b)$
 $DG(4,6) = 0$
 $DG(4,7) = 0$
 $DG(4,8) = d12/b$
 $DG(4,9) = 0$
 $DG(4,10) = 0$
 $DG(4,11) = 0$
 $DG(4,12) = 0$
 $DG(5,1) = -(d21/a)$
 $DG(5,2) = 0$
 $DG(5,3) = 0$
 $DG(5,4) = d21/a$
 $DG(5,5) = -(d22/b)$
 $DG(5,6) = 0$
 $DG(5,7) = 0$
 $DG(5,8) = d22/b$
 $DG(5,9) = 0$
 $DG(5,10) = 0$
 $DG(5,11) = 0$
 $DG(5,12) = 0$
 $DG(6,1) = 0$
 $DG(6,2) = -(d33/a)$
 $DG(6,3) = 0$
 $DG(6,4) = -(d33/b)$
 $DG(6,5) = d33/a$
 $DG(6,6) = 0$
 $DG(6,7) = d33/b$
 $DG(6,8) = 0$
 $DG(6,9) = 0$
 $DG(6,10) = 0$
 $DG(6,11) = 0$
 $DG(6,12) = 0$
 $DG(7,1) = 0$
 $DG(7,2) = 0$
 $DG(7,3) = 0$
 $DG(7,4) = 0$
 $DG(7,5) = -(d12/b)$
 $DG(7,6) = 0$
 $DG(7,7) = d11/a$

$DG(7,8)=d_{12}/b$
 $DG(7,9)=0$
 $DG(7,10)=-(d_{11}/a)$
 $DG(7,11)=0$
 $DG(7,12)=0$
 $DG(8,1)=0$
 $DG(8,2)=0$
 $DG(8,3)=0$
 $DG(8,4)=0$
 $DG(8,5)=-(d_{22}/b)$
 $DG(8,6)=0$
 $DG(8,7)=d_{21}/a$
 $DG(8,8)=d_{22}/b$
 $DG(8,9)=0$
 $DG(8,10)=-(d_{21}/a)$
 $DG(8,11)=0$
 $DG(8,12)=0$
 $DG(9,1)=0$
 $DG(9,2)=0$
 $DG(9,3)=0$
 $DG(9,4)=-(d_{33}/b)$
 $DG(9,5)=0$
 $DG(9,6)=0$
 $DG(9,7)=d_{33}/b$
 $DG(9,8)=d_{33}/a$
 $DG(9,9)=0$
 $DG(9,10)=0$
 $DG(9,11)=-(d_{33}/a)$
 $DG(9,12)=0$
 $DG(10,1)=0$
 $DG(10,2)=-(d_{12}/b)$
 $DG(10,3)=0$
 $DG(10,4)=0$

$DG(10,5)=0$
 $DG(10,6)=0$
 $DG(10,7)=d_{11}/a$
 $DG(10,8)=0$
 $DG(10,9)=0$
 $DG(10,10)=-(d_{11}/a)$
 $DG(10,11)=d_{12}/b$
 $DG(10,12)=0$
 $DG(11,1)=0$
 $DG(11,2)=-(d_{22}/b)$
 $DG(11,3)=0$
 $DG(11,4)=0$
 $DG(11,5)=0$
 $DG(11,6)=0$
 $DG(11,7)=d_{21}/a$
 $DG(11,8)=0$
 $DG(11,9)=0$
 $DG(11,10)=-(d_{21}/a)$
 $DG(11,11)=d_{22}/b$
 $DG(11,12)=0$
 $DG(12,1)=-(d_{33}/b)$
 $DG(12,2)=0$
 $DG(12,3)=0$
 $DG(12,4)=0$
 $DG(12,5)=0$
 $DG(12,6)=0$
 $DG(12,7)=0$
 $DG(12,8)=d_{33}/a$
 $DG(12,9)=0$
 $DG(12,10)=d_{33}/b$
 $DG(12,11)=-(d_{33}/a)$
 $DG(12,12)=0$

EK 4.A VERİ DOSYASI HAZIRLAMA KILAVUZLARI

Statik, harmonik ve keyfi yükleme halleri için FORTRAN dilinde, ayrı ayrı bilgisayar programları hazırlanmıştır. Programlar, düzlem gerilme/şekil değiştirme ve eksenel dönel simetrik halleri birlikte içermektedir. Her üç hal için sonlu ve sonsuz elemanlara ait rijitlik ve kütle matrisleri ve yük vektörleri oluşturulmakta ve kodlama tekniği ile bant tipinde sistem matrisleri teşkil edilmektedir. Veri dosyalarından bilgiler serbest formatla okutulmakta ve programlarda, tüm işlemler çift hassasiyetle yapılmaktadır.

Statik halde, sonlu elemanlar için sekiz düğümlü kuadratik model ile sonsuz elemanlar için tasvir edilebilen (Kısım 3.2.1.2.) ve azalan fonksiyonlu sonsuz eleman (Kısım 3.2.1.3.) modelleri kullanılarak, **DUZSS1** ve **DUZSS2** isimli bilgisayar programları hazırlanmıştır. Sonsuz elemanda rijitlik matrisi için ihtiyaç duyulan integrallerin hesabı, **DUZSS1** programında, Gauss-Legendre ve **DUZSS2** programında, modifiye Gauss-Legendre yöntemi ile yapılmaktadır.

Harmonik yükleme halinde, sonlu elemanlar için sekiz düğümlü kuadratik model ile sonsuz elemanlar için azalan fonksiyonlu eleman modelleri (3.36-37) kullanılarak, **DUZSH** isimli bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Sonsuz elemanda rijitlik ve kütle matrisleri için ihtiyaç duyulan belirsiz integrallerin hesabı modifiye Gauss-Laguerre yöntemi ile yapılmaktadır. Visko-elastik zemin olması halinde malzeme sabitleri için (3.42) eşitliği kullanılmaktadır.

Keyfi yükleme halinde, sonlu elemanlar için sekiz düğümlü kuadratik izoparametrik eleman, sonsuz elemanlar için azalan fonksiyonlu eleman modelleri (3.46-47) kullanılmaktadır. Çözümler, Laplace dönüşüm uzayında yapılmakta ve zaman uzayına geçiş için modifiye Durbin sayısal ters Laplace dönüşüm yöntemi kullanılmaktadır. Bunun için, **DUZSD** isimli bir bilgisayar programı hazırlanmıştır. Sonsuz elemanda rijitlik ve kütle matrisleri için ihtiyaç duyulan belirsiz integrallerin hesabı, modifiye Gauss-Laguerre yöntemi ile yapılmaktadır. Visko-elastik zemin olması halinde dinamik rijitlik matrisi için, (3.92) eşitliği kullanılmaktadır.

Her üç programa da ayrıca, üst yapı problemlerini çözebilmek amacıyla çubuk elemanı ilave edilmiştir.

EK 4.A.1 DUZSS1 ve DUZSS2 PROGRAMLARI İÇİN VERİ HAZIRLAMA KILAVUZU

DATA BÖLÜMÜ NO: 1

İSİM

Çıktı dosyasında problemi tanıtmak içindir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 2 Kontrol bilgileri

NELC NELP NSEL IDS IPSN

NELC: Çubuk elemanı sayısı

NELP: Toplam sonlu ve sonsuz eleman sayısı

NSEL: Sonsuz eleman sayısı

IDS : Toplam düğüm sayısı

IPSN = 0, Eksenel dönel simetrik hal için

= 1, Düzlem gerilme hali için

= 2, Düzlem şekil değiştirme hali için olarak verilmelidir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 3 Malzeme bilgileri

MCS

ID ELAS(ID) RO(ID) ANU(ID) TP(ID) (ID =1,MCS)

MCS : Malzeme çeşidi sayısı

ID : Malzeme çeşidi no

ELAS(ID) : Elastisite modülü

RO(ID) : Kütleli yoğunluk

ANU(ID) : Poisson oranı

TP(ID) : Kalınlık

Not : Yukarıdaki bilgiler malzeme çeşidi sayısı kadar alt alta verilmelidir!

DATA BÖLÜMÜ NO: 4 Sınır şartları

ILK IU IV IT (Sınır şartları tek tek tanımlanacaksa)

ve/veya

ILK ISON IART IU IV IT (Türetme yapılacaksa)

:

ILK : İlk düğüm no

ISON : Son düğüm no

IART : Düğüm nolan artım miktarı

IU : Yatay yer değiştirme (Serbest ise, IU=1, tutuluyor ise, IU=0)

IV : Düşey yer değiştirme (Serbest ise, IV=1, tutuluyor ise, IV=0)

IT : Dönme (Serbest ise, IT=1, tutuluyor ise, IT=0)

: : Yukarıdaki bilgiler sınır şartları bitinceye kadar tekrarlanmalı ve

bittikten sonra da bir alt satırın başına, ":" konmalıdır!

Not : Önce bütün düğümlerde deplasmanlar serbestmiş gibi tanımlanmalı ve sonra da tutulan düğümler tarif edilmelidir. Zemin problemlerinde, tüm dönmeler, IT=0 alınmalıdır!.

Önemli Not: DUZSS2 programı için veri dosyası hazırlarken, (3.28) nedeni ile, sonsuz elemanlarda, 4 ve 5 nolu düğümlerin (Şekil 3.3 a) deplasmanları tutuluyormuş gibi tanımlanmalıdır!

DATA BÖLÜMÜ NO: 5 Eşleştirme bilgileri (Eşleştirme gerekmiyorsa bu satırı atlayınız!)

ILK IDU IDV IDT (Eşleştirmeler tek tek tarif edilecekse)

ve/veya

ILK ISON IART IDU IDV IDT (Türetme yapılacaksa)

:

ILK : İlk düğüm no

ISON : Son düğüm no

IART : Düğüm nolan artım miktarı

IDU : Yatay yer değiştirme için eşleştirilmek istenen düğüm no

- IDV** : Düşey yer değiştirme için eşleştirilmek istenen düğüm no
- IDT** : Dönme için eşleştirilmek istenen düğüm no
- :** : Yukandaki satır, eşleştirme bilgileri bitinceye kadar tekrarlanmalı ve
bittikten sonra da bir alt satırın başına, ":" konmalıdır!
- Not** : Eşleştirilmesi gerekmeyen doğrultudaki deplasmana 0 (sıfır) yazılmalıdır!

DATA BÖLÜMÜ NO: 6 Çubuk bilgileri (NELC=0 ise, bu satırı atlayınız!)

MGC

MT **XA(MT)** **XI(MT)** **XL(MT)** **XACI(MT)** (MT=1,MGC)
NK **I** **J** **ML** **MG** (Tek tek tarif yapılacaksa)

ve/veya

NK **I** **J** **ML** **MG** **NT** **IEA** **IA** **JA** (Türetme yapılacaksa)

:

MGC : Çubuk geometri çeşidi sayısı

MT : Çubuk geometri çeşidi no

XA(MT) : Çubuk kesit alanı

XI(MT) : Çubuk atalet momenti

XL(MT) : Çubuk uzunluğu

XACI(MT) : Çubuğun x- eksenine ile yaptığı açı

Not : Yukandaki bilgiler (MT, XA, XI, XL ve XACI) çubuk geometrisi çeşidi
sayısı kadar alt alta yazılmalıdır!

NK : İlk çubuk elemanı no

I : İlk çubuk elemanın birinci düğümü no

J : İlk çubuk elemanın ikinci düğümü no

ML : İlk çubuk elemanın malzeme çeşidi no

MG : İlk çubuk elemanın geometri çeşidi no

NT : İlk çubuk elemanından başka türetilen çubuk sayısı

IEA : Türetilen çubuk nolan artımı

IA : İlk ucun artımı

JA : İkinci ucun artımı
: : Çubuk tarifleri ile ilgili bilgiler bitinceye kadar yukarıdaki satır
 tekrarlanmalı ve bittikten sonra da bir alt satırın başına, ":" konmalıdır!

DATA BÖLÜMÜ NO: 7 SONLU eleman bilgileri (NELP=0 ise, bu satırı atlayınız!)

ISOL ISAG

SONLU elemanların tarifleri (bir satırda bulunan bilgi sayısına göre):

a) Mevcut satırda 14 bilgi varsa (türetme yapılacaksa):

ILK NBS N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 NBX NBY ML MG

b) Mevcut satırda 6 bilgi varsa (malzemesi geometrisi farklı olan bölge için türetme):

ILK NBS NBX NBY ML MG

c) Mevcut satırda 11 bilgi varsa (sonlu elemanlar tek tek tanımlanacaksa):

ILK N1 N2 N3 N4 N5 N6 N7 N8 ML MG

:

şeklinde yapılmalıdır.

ISOL : Bölgenin sol tarafında sonsuz eleman varsa ISOL=1, yoksa ISOL=0 dir.

ISAG : Bölgenin sağ tarafında sonsuz eleman varsa ISAG=1, yoksa ISAG=0 dir.

ILK : Bölgedeki ilk eleman no

NBS : Bölgedeki son eleman no

N1,...,N8 : Sonlu eleman tarifi (Şekil 2.7a veya Şekil 2.12).

NBX : x- yönünde bölme sayısı

NBY : y- yönünde bölme sayısı

ML : Malzeme çeşidi no

MG : Geometri no (Sonlu elemanlarda, MG, 1-9 arasında verilmelidir. MG=-1 verilirse boşluklar çıkarılmış veya boşlukların sistem matrisine katkısı yapılmamış olur. Boşluk içinde olan bölgedeki düğümlerin deplasmanları da tutulmalıdır!)

: : Sonlu elemanların tarifleri ile ilgili bilgiler bitinceye kadar yukarıdaki satırlar
 (a, b ve c nin sırası değişebilir) tekrarlanmalı ve bittikten sonra da bir
 alt satırın başına, ":" konmalıdır!

DATA BÖLÜMÜ NO: 8 SONSUZ eleman bilgileri (NSEL=0 ise, bu satırı atlayınız!)

SONSUZ elemanların tarifleri (bir satırda bulunan bilgi sayısına göre):

a) Mevcut satırda 11 bilgi varsa (türetme yapılacaksa):

ILK NBS M1 M2 M3 M4 M5 NBX NBY ML MG

b) Mevcut satırda 6 bilgi varsa (farklı malzeme ve geometriler olması halinde):

ILK NBS NBX NBY ML MG

c) Mevcut satırda 8 bilgi varsa (sonsuz elemanlar tek tek tanımlanacaksa):

ILK M1 M2 M3 M4 M5 ML MG

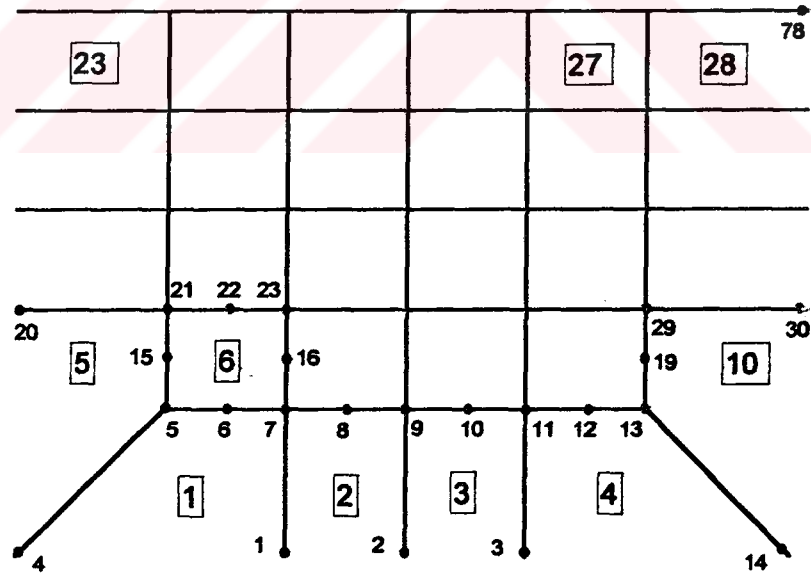
:

M1,...,M5 : Sonsuz eleman tarifi (Şekil 3.2a veya Şekil 3.3a)

MG : Geometri no (sonsuz elemanlarda, $MG \geq 10$ verilmelidir)

: : Sonsuz elemanların tarifleri ile ilgili bilgiler bitinceye kadar yukarıdaki satırlar (a,b ve c sırası değişebilir) tekrarlanmalı ve bittikten sonra da bir alt satırın başına, ":" konmalıdır !

DATA BÖLÜMÜ NO:7 ve 8 e ait Örnek



Şekil a Tipik bir sonlu-sonsuz eleman ağı

Şekil a ya göre:

[illegible]

sonlu-sonsuz eleman tarifleri bu şekilde yapılmaktadır.

DATA BÖLÜMÜ NO: 9 Koordinat satırı

NDAIRE NDOGRU

9 a) Eğer NDAIRE=0 ise, bu kısmı atlayınız!

Dairesel bir bölge üzerinde türetme ile koordinat rarifi:

ILK NBS NBX NBY XAI YAI XAS YAS XUS YUS XUI YUI

Dairesel bir çizgi üzerinde koordinat tarifi (tek tek yada türetme ile):

I	X	Y	
I	X	Y	KR
:			

9 b) Eğer NDOGRU=0 ise, bu kısmı atlayınız!

Dikdörtgen bir bölge üzerinde türetme ile koordinat tarifi:

ILK NBS NBX NBY XAI YAI XAS YAS XUS YUS XUI YUI

Doğrusal bir çizgi üzerinde koordinat tanımı (tek tek yada türetme ile):

I	X	Y	
I	X	Y	KR
:			

NDAIRE : Dairesel koordinat tarifi yapılıncaksa NDAIRE=1, yapılmayacaksa,
NDAIRE=0 yazılmalı

NDUGRU : Doğrusal koordinat tarifi yapılıncaksa NDUGRU=1, yapılmayacaksa,
NDUGRU=0 yazılmalı

Dairesel veya doğrusal bölgede koordinat türetimi için değişkenler:

ILK : Türetme yapılacak bölgede ilk elemanın no (bölge içinde sol alt köşede)
NBS : Türetme yapılacak bölgede son elemanın no (bölge içinde sağ üst köşede)
NBX : Sağa doğru bölme sayısı
NBY : İleriye doğru bölme sayısı
XAI : Bölgede sol alt köşenin x- koordinatı
YAI : Bölgede sol alt köşenin y- koordinatı
XAS : Bölgede sağ alt köşenin x- koordinatı
YAS : Bölgede sağ alt köşenin y- koordinatı
XUS : Bölgede sağ üst köşenin x- koordinatı
YUS : Bölgede sağ üst köşenin y- koordinatı
XUI : Bölgede sol üst köşenin x- koordinatı
YUI : Bölgede sol üst köşenin y- koordinatı

Çizgisel türetme halinde koordinat tarifi için değişkenler:

I : Düşüm no
X : Düşümün x- koordinatı
Y : Düşümün y- koordinatı
KR : Türetme olması halinde düşüm no artım miktarı
Not : Türetme yapılması halinde KR değişkeni bulunmayan satır ilk düşüm nosunu, diğeri son düşüm nosunu göstermektedir.
: : Koordinat tarifleri ile ilgili bilgiler bitinceye kadar yukarıdaki satırlar (sırası değişebilir) tekrarlanmalı ve bittikten sonra da bir alt satırın başına, ":" konmalıdır !

DATA BÖLÜMÜ NO: 10 Arananlar ile ilgili bilgiler**ILKDN ISONDN IDART****IELN ISONEL IEART IG**

Aranan deplasmanlar ile ilgili değişkenler:

ILKDN : İlk düğüm no**ISONDN** : Son düğüm no**IDART** : Düğüm noları artım miktarı

Aranan gerilmeler ile ilgili değişkenler:

IELN : İlk eleman no**ISONEL** : Son eleman no**IEART** : Eleman noları artım miktarı**IG** : Gerilmeler, elemanların düğüm noktalarında hesaplanacaksa IG=1,
Gauss noktalarında hesaplanacaksa IG=0 yazılmalıdır.**DATA BÖLÜMÜ NO: 11** Yükleme bilgileri**NTYS NYYES NYPS**

NTYS =0 ise, bu satırı atlayınız!

ITYDN(I) XFX(I) XFY(I) XFM(I) (I=1,NTYS)

NYYES =0 ise, bu satırı atlayınız!

IYYEN(I) XQ(I) (I=1,NYYES)

NYPS =0 ise, bu satırı atlayınız!

IYPN(ID) IKN(ID) FN(ID,1) FN(ID,2) FN(ID,3) FN(ID,4) FN(ID,5) FN(ID,6)

(ID=1,NYPS)

NTYS : Tekil yük bulunan düğüm sayısı**NYYES** : Yayılı yük bulunan çubuk elemanı sayısı**NYPS** : Kenarında yayılı yük bulunan sonlu eleman sayısı

Düğümlere etkiyen tekil yük durumu:

ITYDN(I) : Tekil yük bulunan düğüm no**XFX(I)** : Tekil yükün yatay bileşeni**XFY(I)** : Tekil yükün düşey bileşeni

XFM(I) : Tekil moment

Çubuklara etkiyen yayılı yük durumu:

IYYEN(I) : Yayılı yük bulunan cubuk elemanı no

XQ(I) : Yayılı yük şiddeti (yük çubuk elemanına basınç olarak etkiyorsa "-" alınız)

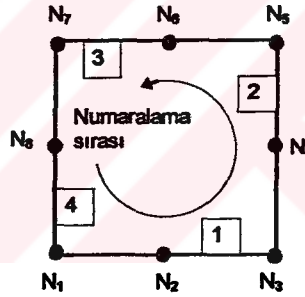
Sonlu eleman kenarlarındaki yayılı yük durumu:

IYPN(ID) : Kenarında yayılı yük bulunan sonlu eleman no

IKN(ID) : Yayılı yük bulunan sonlu elemanın kenar numarası

FN(ID,1) FN(ID,2) FN(ID,3) : Elemanda yayılı yük bulunan kenara ait düğümlerdeki yükün normal bileşenleridir. Bunlar, saat akrebi tersi yönünde bir sıra ile tarif edilmeli ve yük normal bileşenlerinin etkiye yönü eleman kenarına doğru ise, "+" alınmalıdır.

FN(ID,4) FN(ID,5) FN(ID,6) : Elemanda yayılı yük bulunan kenara ait düğümlerdeki yükün teğetsel bileşenleridir. Bunlar, saat akrebi tersi yönünde bir sıra ile tarif edilmeli ve yük teğetsel bileşenlerinin etkiye yönü eleman numaralama yönünde ise, işareti "+" alınmalıdır.



Şekil c Sonlu elemanda kenar noları ve eleman tarifi

Sonlu eleman kenarlarındaki yayılı yükleme için örnek

Şekil b deki 13,14,15 ve 16 nolu elemanların yüklemesi:

0	0	4						
13	3	1.	1.	1.	0.	0.	0.	
14	3	1.	1.	1.	0.	0.	0.	
15	3	1.	1.	1.	0.	0.	0.	
16	3	1.	1.	1.	0.	0.	0.	

EK 4.A.2. DUZSH PROGRAMI İÇİN VERİ HAZIRLAMA KILAVUZU

Bu kısımda, DUZSS1 programı veri dosyası hazırlama kılavuzundan farklı olan data satırları yeniden verilecektir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 3 Malzeme bilgileri

MCS

ID ELAS(ID) RO(ID) ANU(ID) TP(ID) SONUM(ID) ALFA(ID)

(ID =1,MCS)

AILK ASON AART

MCS : Malzeme çeşidi sayısı

ID : Malzeme çeşidi no

ELAS(ID) : Elastisite modülü

RO(ID) : Kütleli yoğunluk

ANU(ID) : Poisson oranı

TP(ID) : Kalınlık

SONUM(ID) : Histeretik sönüm oranı

ALFA(ID) : α , azaltma parametresi

Not : Yukarıdaki bilgiler malzeme çeşidi sayısı kadar alt alta yazılmalıdır!

AILK : Hesaplanması istenilen boyutsuz frekansın başlangıç değeri

ASON : Hesaplanması istenilen boyutsuz frekansın son değeri

AART : Hesaplanması istenilen boyutsuz frekansın aralığı

Not : Her bir probleme ait boyutsuz frekanslar program içinde değiştirilmelidir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 11 Yükleme bilgileri

NTKS

NTKS=0 ise, bu satırı atlayınız!

ITKDN(I) XMK(I) (I=1,NTKS)

NTKS : Tekil kütle sayısı

ITKS(I) : Tekil kütle bulunan düğüm no

XMK(I) : Tekil kütlenin değeri

NTYS NYYES NYPS

Buradan sonrası, DUZSS1 programında olduğu gibidir.

EK 4.A.3. DUZSD PROGRAMI İÇİN VERİ HAZIRLAMA KILAVUZU

Bu kısımda, DUZSS1 programı veri dosyası hazırlama kılavuzundan farklı olan data satırları yeniden verilecektir.

DATA BÖLÜMÜ NO: 3 Malzeme bilgileri

MCS

ID ELAS(ID) RO(ID) ANU(ID) TP(ID) SV(ID) ALFA(ID)

(ID =1,MCS)

MCS : Malzeme çeşidi sayısı

ID : Malzeme çeşidi no

ELAS(ID) : Elastisite modülü

RO(ID) : Kütleli yoğunluk

ANU(ID) : Poisson oranı

TP(ID) : Kalınlık

SV(ID) : Viskoz sönüm oranı

ALFA(ID) : α , azaltma parametresi

Not : Yukarıdaki bilgiler malzeme çeşidi sayısı kadar alt alta yazılmalıdır!

DATA BÖLÜMÜ NO: 10 Arananlar ile ilgili bilgiler

NCDS

IDN

IPSAY NUC IG

IELP(IP) KUC(IP,I) (IP=1,IPSAY), (I=1,NUC)

NCDS : Çıktı deplasmanları için düğüm sayısı

IDN : Düğüm no/noları, alt alta yazılmalı!

IPSAY : Gerilme hesabı için sonlu eleman sayısı

NUC : Her bir elemanda hesaplanması istenilen gerilme bileşkesi sayısı

IG : Gerilmeler, elemanların düğüm noktalarında hesaplanacaksa IG=1, Gauss noktalarında hesaplanacaksa IG=0 yazılmalıdır.

IELP(IP) : Gerilme hesabı istenilen eleman no/noları

KUC(IP,I): ilgili elemanda gerilme bileşkesi noları

Şekil c ye göre gerilme bileşkesi noları düğümlerde şu sıradadır:

	Düzlem gerilme/şekil değiştirme			Eksenel dönöl simetrik hal			
Düğüm no:	σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_x	σ_y	σ_θ	τ_{xy}
N ₁	1	2	3	1	2	3	4
N ₆	4	5	6	5	6	7	8
N ₇	7	8	9	9	10	11	12
N ₂	10	11	12	13	14	15	16
Orta	13	14	15	17	18	19	20
N ₆	16	17	18	21	22	23	24
N ₃	19	20	21	25	26	27	28
N ₄	22	23	24	29	30	31	32
N ₅	25	26	27	33	34	35	36

DATA BÖLÜMÜ NO: 11 Yükleme bilgileri

NTKS

NTKS=0 ise, bu satırı atlayınız!

ITKDN(I) XMK(I)

(I=1,NTKS)

NTYS NYYES NYPS

NTYS =0 ise, bu satırı atlayınız!

ITYDN(I) XFX(I) XFY(I) XFM(I) (I=1,NTYS)

NYYES =0 ise, bu satırı atlayınız!

IYYEN(I) XQ(I) (I=1,NYYES)

NYPS =0 ise, bu satırı atlayınız!

IYPN(ID) IKN(ID) FN(ID,1) FN(ID,2) FN(ID,3) FN(ID,4) FN(ID,5) FN(ID,6)
(ID=1,NYPS)

Buraya kadar olan değişkenler önceki kısımda açıklanmıştı. Bunlara ilave olarak:

IYUKT

IYUKT=1-5 aralığında ise, aşağıdaki değişkenleri yazınız veya IYUKT=7 ise, bu satırı atlayınız!

TSUR TSON

IYUKT=7 ise, aşağıdaki değişkenleri yazınız veya IYUKT=1-5 aralığında ise, bu satırları atlayınız!

NG

T(I) F(I) (I=1,NG)

MT aT

Değişkenlerin tanımları şöyledir:

IYUKT : Yükleme tipleri, IYUKT=1-5 aralığı için Tablo 3.3 de ilk 5 satırdaki yüklemeler ve IYUKT=7 olması halinde iki zaman aralığında doğrusal değişen yüklemedir.

TSUR : İmpulsif şeklinde değişen yüklemelerde, impulsif yükün bittiği zamandır.

TSON : Toplam işlem süresi

NG : Toplam işlem süresi içinde, doğrusal değişen yükleme nokta sayısı

T(I) F(I): İlgili zaman ve bu zamana karşılık gelen yükün değeridir. Bu satır NG sayısı kadar alt alta yazılmalıdır!

MT : Terim sayısı, 2^M ifadesindeki M dir.

aT : Ters Laplace dönüşümü için, $3 \leq aT \leq 10$. aralığında bir parametredir.

KAYNAKLAR

- AHMAD, S.**, Linear and Nonlinear Dynamic Analysis by Boundary Element Method, Ph.D. Thesis, State University of New York at Buffalo (1986).
- AHMAD, S. and BANERJEE, P. K.**, Multi-Domain BEM for Two-Dimensional Problems of Elastodynamics, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 26, 891-911 (1988).
- BETTES, P.**, Infinite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, 53-64 (1977).
- BETTES, P. and BETTES, J. A.**, Infinite Elements for Static Problems, Engineering Computation., Vol. 1, 4-15 (1984).
- BETTES, P. and ZIENKIEWICZ, O. C.**, Diffraction and Refraction of Surface Waves Using Finite and Infinite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 11, 1271-1290 (1977).
- BOLEY, B.A. and WEINER, J.H.**, Theory of Thermal Stresses, Robert E. Krieger Publishing Company Malabar, Florida (1985).
- BYCROFT, G. N.**, Forced Vibrations of a Rigid Circular Footing on a Semi-Infinite Elastic Space and on an Elastic Stratum, Philosoph. Trans. Roy. Soc. London, 248, Series A, 327-368 (1956).
- CANAT, A.**, The Numerical Inversion of Laplace Transform with the Application to Dynamic Response of Elastic Rods, M.Sc. Thesis, METU (1975).
- CHONGBIN, Z. and VALLIAPPAN, S.**, A Dynamic Infinite Element for Three-Dimensional Infinite-Domain Wave Problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 36, 2567-2580 (1993).
- CHOW, Y. K. and SMITH, I. M.**, Static and Periodic Infinite Solid Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, 503-526 (1981).
- CHUHAN, Z. and CHONGBIN, Z.**, Coupling Method of Finite and Infinite Elements for Strip Foundation Wave Problems, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 15., 839-851 (1987).

- COOLEY, J. W., LEWIS, P. A. W. and WELCH, P. D.**, The Fast Fourier Transform Algorithm: Programming Considerations in the Calculation of Sine, Cosine and Laplace Transforms, *J. Sound Vib.*, 12., 315-337 (1970).
- DUBNER, H. and ABATE, J.**, Numerical Inversion of Laplace Transforms by Relating Them to the Finite Fourier Cosine Transform, *Journal of the Association for Computing Machinery*, Vol. 15, No. 1, 115-123 (1968).
- DURBIN, F.**, Numerical Inversion of Laplace Transforms: An Efficient Improvement to Dubner and Abate's Method, *The Computer Journal*, Vol. 17, No. 4, 371-376 (1974).
- ESTORFF, O. V. and KAUSEL, E.**, Coupling of Boundary and Finite Elements for Soil-Structure Interaction Problems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 18, 1065-1075 (1989).
- GIRKMANN, K.**, Yüzeysel Taşıyıcı Sistemler, Cilt I, Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul (1964).
- GUTIERREZ, J. A. and CHOPRA, K.**, A Substructure Method for Earthquake Analysis of Structures Including Structure-Soil Interaction, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 6., 51-69 (1978).
- ISRAIL, A. S. M. and BANERJEE, P. K.**, Advanced Time-Domain Formulation of BEM for Two-Dimensional Transient Elastodynamics, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 29, 1421-1440 (1990).
- KRYLOV, V.I. and SKOBLYA, N.S.**, Handbook of Numerical Inversion of Laplace Transforms, IPST, Wiener Bindery Ltd., Jerusalem (1969).
- KUMAR, P.**, Static Infinite Element Formulation, *Journal of Structural Engineering*, Vol.111, No. 11, ASCE, 2355-2371 (1985).
- LITTLE, R.W.**, Elasticity, Printice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey (1973).
- LUCO, J. E.**, Impedance Functions for A Rigid Foundation on A Layered Medium, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 31, 204-217 (1974).
- LUCO, J. E. and WESTMAN, R. A.**, Dynamic Response of Circular Footings, *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 97, No. M5, 1381-395 (1971).

- LUCO, J. E. and WESTMAN, R. A.**, Dynamic Response of a Rigid Footing Bounded to an Elastic Half Space, *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 39, No. 2, 527-534 (1972).
- LYSMER, J. and KUHLEMEYER, R. L.**, Finite Dynamic Model for Infinite Media, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 95, No. EM4, 859-877 (1969).
- MANSUR, W. J.**, A Time-Stepping Technique to Solve Wave Propagation Problems Using the Boundary Element Method, Ph.D. Thesis, University of Southampton (1983).
- MEDINA, F. and PENZIEN, J.**, Infinite Elements for Elastodynamics, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, 699-709 (1982).
- MEDINA, F. and TAYLOR, R. L.**, Finite Element Techniques for Problems of Unbounded Domains, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, 1209-1226 (1983).
- MENGİ, Y.**, Boundary Element Method Ders Notları, Ç.Ü. İnşaat Mühendisliği (1995).
- MENGİ, Y. and TANRIKULU, A. K.**, Absorbing Boundary Conditions in Soil-Structure Interaction Analysis, *Developments in Dynamic Soil-Structure Interaction*, 111-146 (1993).
- MENGİ, Y., TANRIKULU, A.H. and TANRIKULU, A.K.**, Boundary Element Method for Elastic Media An Introduction, ODTÜ Basım İşliği, Ankara (1994).
- NARAYANAN, G. V.**, Numerical Operational Methods in Structural Dynamics, Ph.D. Thesis, Univ. of Minnesota, Minneapolis, Minnesota (1979).
- NARAYANAN, G. V. and BESKOS, D. E.**, Numerical Operational Methods for Time-Dependent Linear Problems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 18, 1829-1854 (1982).
- ÖZKAN, G.**, A Boundary Element Method for Axisymmetric Elastodynamic Analysis, Ph.D. Thesis, METU (1995).
- PISSANETZKY, S.**, An Infinite Element and A Formula for Numerical Quadrature Over An Infinite Interval, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, 913-927 (1983).

- REDDY, J. N.**, An Introduction to the Finite Element Method, McGraw-Hill, Inc., New York (1993).
- SCORDELIS, A. C.**, Analysis of Continuous Box Girder Bridges, College of Engineering Office of Research Services, Univ. of California, Berkeley, California (1967).
- STROUD, A. H. and SECREST, D.**, Gaussian Quadrature Formulas, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey (1966).
- THOMSON, W. T. and KOBORI, T.**, Dynamic Compliance of Rectangular Foundation on an Elastic Half-Space, Journal of Applied Mechanics, Vol. 30, No. 2, 579-584 (1963).
- TIMOSHENKO, S. ve GOODIER, J.N.**, Elastisite Teorisi, An Kitabevi Matbaası, Istanbul (1969)
- TSENG, M. N. and ROBINSON, A. R.**, A Transmitting Boundary for Finite Difference Analysis of Wave Propagation in Solids, Project No. NR 064-183, University of Illinois, Urbana (1975).
- YANG, S. C. and YUN, C. B.**, Axisymmetric Infinite Elements for Soil-Structure Interaction Analysis, Engineering Structure, Vol. 14, No. 6, 361-370 (1992).
- WHITE, W., VALLIAPPAN, S. and LEE, I. K.**, Unified Boundary for Finite Dynamic Models, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. EM5, 949-964 (1977).
- WOLF, J. P.**, Soil-Structure Interaction Analysis in Time Domain, Printice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey (1988).
- VELETSOS, A. S. and VERBIC, B.**, Vibration of Viskoelastic Foundations, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 2, 87-102 (1973).

TEŞEKKÜR

Doktora tez çalışmalarımın yürütülmesi sırasında, çalışmalarına büyük ilgi ve anlayış ile yön veren, bu süreç içerisinde değerli yardım ve katkılarını esirgemeyerek bana gerekli olan her türlü moral desteğini sağlayan saygıdeğer hocam, Prof. Dr. Erhan KIRAL'a teşekkür ederim.

İleri Sayısal Analiz, Yapı Dinamiği, Yapı-Zemin Etkileşimi ve Sınır Eleman Yöntemi kurslarını açarak bizleri aydınlatan, Prof. Dr. Yalçın MENGLİ'ye ve fikirleri ile destek olan, Doç. Dr. Ahmed Kamil TANRIKULU'ya teşekkür ederim.

Ayrıca, tez yazım ve kontrolleri sırasında yardımcı olan, Yrd. Doç. Dr. Mustafa LAMAN'a, Araştırma Görevlisi arkadaşlarım, Ali Hamza TANRIKULU, Hüseyin AKILLI ve Hüseyin Rızkullah YERLİ'ye teşekkür ederim.

Gerek tez çalışmalarım ve gerekse diğer konularda göstermiş olduğu büyük anlayışı ve fedakarlığından dolayı aileme de minnettarım.

ÖZGEÇMİŞ

1964 yılında Adana'nın Karaisali ilçesi, Maraşlı Köyü'nde doğdu. İlk ve orta öğrenimini Adana'da tamamladı. 1983 yılında Ç.Ü. Mühendislik-Mimarlık Fakültesi'nde Lisans öğrenimine başladı ve 1987 yılında inşaat mühendisi olarak mezun oldu. Aynı yıl Ç.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü'nde Yüksek Lisans öğrenimine başladı. 1988 yılında Ç.Ü. İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde Araştırma Görevlisi olarak görev aldı. 1990 yılında Yüksek Lisansını tamamladı ve aynı yıl Doktora öğrenimine başladı. Halen Araştırma Görevlisi olarak çalışmaktadır.

Evli ve iki çocuk babasıdır.

