

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DİSKLİ FREN SİSTEMİNDE DİSK ÜZERİNDEKİ SICAKLIĞIN
ANALİTİK OLARAK HESAPLANMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Gökhan KESKİN

**Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Isı-Akışkan Programı**

OCAK 2015

**DİSKLİ FREN SİSTEMİNDE DİSK ÜZERİNDEKİ SICAKLIĞIN
ANALİTİK OLARAK HESAPLANMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Gökhan KESKİN
(503111111)**

**Makine Mühendisliği Anabilim Dalı
Isı-Akışkan Programı**

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mustafa ÖZDEMİR

OCAK 2015

İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü'nün 503111111 numaralı Yüksek Lisans öğrencisi **Gökhan KESKİN**, ilgili yönetmeliklerin belirlediği gerekli tüm şartları yerine getirdikten sonra hazırladığı “**DİSKLİ FREN SİSTEMİNDE DİSK ÜZERİNDEKİ SICAKLIĞIN ANALİTİK OLARAK HESAPLANMASI**” başlıklı tezini aşağıda imzaları olan jüri önünde başarı ile sunmuştur.

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Mustafa ÖZDEMİR
İstanbul Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri: **Prof. Dr. Mustafa ÖZDEMİR**
İstanbul Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. A. Feridun ÖZGÜÇ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Ş. ÖZGÜR ATAYILMAZ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Teslim Tarihi : 15 Aralık 2014
Savunma Tarihi : 17 Ocak 2015

ÖNSÖZ

Yüksek lisans tez çalışmamda bilgi birikimi ve emeğini hiçbir zaman esirgemeyen değerli hocam Sayın Prof. Dr. Mustafa ÖZDEMİR'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca tez çalışmam süresince her zaman yanımda olan ailem ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Aralık 2014

Gökhan KESKİN
Makine Mühendisi

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖNSÖZ.....	v
İÇİNDEKİLER.....	vii
KISALTMALAR.....	ix
ÇİZELGE LİSTESİ.....	xi
ŞEKİL LİSTESİ.....	xiii
ÖZET.....	xv
SUMMARY.....	xvii
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Tezin Amacı	1
1.2 Literatür Araştırması	2
2. DİSKLİ FREN SİSTEMLERİ VE ÇALIŞMASI.....	5
3. OTOMOBİL FRENLEME DİNAMİĞİ.....	9
3.1 Fren Diskine Etki Eden Bileşke Kuvvetin Bulunması	10
3.2 Serbest Cisim Diyagramlarının ve Denklemlerin Çıkarılması	12
3.2.1 Tüm aracın serbest cisim diyagramı	12
3.2.2 Aracın parçalarının serbest cisim diyagramları ve ilgili denklemler	13
3.3 Denklemlerin Çözümü	16
3.4 Dinamik Parametrelerin Mertebeleri	21
4. FREN DİSKİNİN ISI GEÇİŞİ MODELİ.....	25
4.1 Fren Diskinin Matematik Modeli	25
4.2 Bir Boyutlu Isıl Enerji Korunumu	28
4.3 Denklemlerin Genel Çözümü	30
4.4 Denklemlerin Özel Çözümleri İçin Algoritma	31
4.5 İki Boyutlu Model.....	32
4.6 Isıl Parametrelerin Mertebeleri	37
5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA.....	39
KAYNAKLAR.....	47
EKLER.....	49
ÖZGEÇMİŞ	57

KISALTMALAR

a	: ivme
c_p	: özgül ısı
F	: kuvvet
F_x	: kuvvetin yatay bileşeni
F_y	: kuvvetin dikey bileşeni
g	: yer çekimi ivmesi
h₀	: diskin üst kısmının taşınım katsayısı
h₁	: diskin alt kısmının taşınım katsayısı
h₂	: tekerleğin merkezi ile ağırlık merkezi arasındaki dikey mesafe
k	: ısı iletim katsayısı
l₂	: arka tekerleğin merkezi ile ağırlık merkezi arasındaki yatay mesafe
l₃	: ön tekerleğin merkezi ile ağırlık merkezi arasındaki yatay mesafe
m	: tekerlek çiftinin kütlesi
M	: aracın kütlesi
N	: dikey yönde kuvvet
P	: basınç
Q	: ısı
r	: yarıçap
r_f	: disk üzerindeki bileşke kuvvetin tekerlek merkezine uzaklığı
t	: zaman
t_s	: durma süresi
T	: sıcaklık
T_∞	: çevre sıcaklığı
V	: hız
V₀	: ilk hız
α	: ısı yayılım katsayısı
γ	: üretilen ısıнын geçme oranı
δ	: disk kalınlığı
θ	: sıcaklığın çevre sıcaklığından farkı
μ	: sürtünme katsayısı
ρ	: yoğunluk
φ	: açısal konum
τ	: tork
ω	: açısal hız
ω₀	: ilk açısal hız

Dinamik hesaplarda kullanılan indisler

- 1** : ön tekerlek
- 2** : arka tekerlek
- a** : tekerlekle aks arasındaki etkileşim
- s** : tekerlekle yol arasındaki sürtünme

Isıl analizde kullanılan indisler

- c** : taşınım
- g** : üretilen
- s** : depolanan

Disk balata ikilisi için indisler

- d** : disk
- p** : balata

Disk çapı ile ilgili indisler

- 0** : iç
- 1** : dış
- a** : ortalama

ÇİZELGE LİSTESİ

	<u>Sayfa</u>
Çizelge 3.1: Farklı Araçların Kütleleri [14][15][16]	22
Çizelge 5.1: Frenlemedeki Parametreler [7]	39
Çizelge 5.2: Isıl Parametreler [7]	40

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1: Kampanalı Fren [8].....	5
Şekil 2.2: Diskli Fren [8]	6
Şekil 2.3: Hidrolik Diskli Fren Sistemi. [9]	6
Şekil 2.4: Fren Diskindeki Hava Kanalları [10].....	7
Şekil 2.5: Delikli Fren Diski [11].....	7
Şekil 2.6: Yarıklı Fren Diski [12].....	8
Şekil 3.1: Kuvvet Hesaplanırken Kullanılan Diferansiyel Eleman.....	10
Şekil 3.2: Fren Diski Üzerine Etki Eden Bileşke Kuvvet.....	12
Şekil 3.3: Tüm Aracın Serbest Cisim Diyagramı [13]	12
Şekil 3.4: Parçaların Gerçek Serbest Cisim Diyagramı [13]	13
Şekil 3.5: Şasi ve Gövde İçin Kullanılan Serbest Cisim Diyagramı	14
Şekil 3.6: Ön Tekerler Serbest Cisim Diyagramı.....	15
Şekil 3.7: Arka Tekerlek Serbest Cisim Diyagramı	15
Şekil 3.8: 1965 Model Ford Mustang için Boyutlar [13]	22
Şekil 4.1: Isıl Analizde Kullanılan Diferansiyel Eleman	27
Şekil 4.2: İki Boyutlu Analizde Kullanılan Diferansiyel Eleman.....	33
Şekil 5.1: Algoritma ile Çizdirilen Grafik	41
Şekil 5.2: Makalede Elde Edilen Grafik [7]	41
Şekil 5.3: Farklı Isı Taşınım Katsayılarında Fren Sıcaklığı.....	42
Şekil 5.4: Farklı Isı Taşınım Katsayılarında Tüm Konumlar	43
Şekil 5.5: Farklı Radyal Mesafelerdeki Yüzey Sıcaklıkları [7]	44
Şekil 5.6: Kamyon İçin Hesaplanan Sıcaklık Değerleri	44

DİSKLİ FREN SİSTEMİNDE DİSK ÜZERİNDEKİ SICAKLIĞIN ANALİTİK OLARAK HESAPLANMASI

ÖZET

Otomotiv tarihinin başlangıcından itibaren frenler de var olmuştur. Çünkü elde edilen hareketin istendiği zaman durdurulabilmesi de gerekmektedir. Aracı durdurma işlemi yüzeylerin birbirine sürtünmesi ile yapılmaktadır. Bu işlem bazı uygulamalarda balataların tekerlekle birlikte dönen, dışındaki bir kampanaya temas etmesiyle bazı uygulamalarda ise bir balatanın tekerlekle birlikte dönen bir diske temas ettirilmesiyle yapılmaktadır.

Frenleme sırasında aracın kinetik enerjisi sürtünen yüzeyler arasında oluşan ısıya dönüşür. Bu durumda fren sisteminin parçalarının yüksek sıcaklara çıkması ısı streslere neden olur ve bu da diskli sistemlerde disk üzerinde çatlakların oluşmasına yol açar.

Bu tez çalışmasında birtakım kabullerle diskli fren sistemlerinde disklerin ulaşabileceği sıcaklıkların hesaplanabileceği tek boyutlu bir model oluşturulmaya çalışılmıştır.

Çalışmada öncelikli olarak tezin amacından ve bu konuda yapılmış çalışmalardan bahsedilmiş, literatürde konuyla ilgili bulunanlar kısaca aktarılmıştır.

Halihazırda literatürde olan bilgi birikiminden bahsedildikten sonra kısaca fren sistemlerinden ve diskli fren sisteminin yaygınlaşmasından bahsedilmiştir. Bu aşamada diskli fren sisteminin çalışma şekli de anlatılmış, hidrolik sistemlerde kaçak olma ihtimaline karşı alınan önleme değinilmiş ve sürtünme sonucu açığa çıkan ısının atılması için oluşturulan tasarımlar anlatılmıştır.

Frenleme esnasında balata ile diskin birbirine uyguladığı kuvvetler aracın bütünü göz önüne alındığında iç kuvvet olarak kalmaktadır. Bu nedenle fren balatasının diske uyguladığı basınç sonucu ortaya çıkan sürtünme kuvveti ile aracın ivmesi arasında doğrudan bir bağlantı kurulamaz. Bu nedenle balatanın diske uyguladığı basınç ile aracın ivmesi arasında bir bağlantı kurulması için otomobilde frenleme dinamiği üzerine bir model kurulmuştur. Bu model kullanılarak diske uygulanan basınç ile ivme arasında bir ilişki kurulmuştur.

Fren diskinin ısı analizi için yine birtakım kabuller altında bir model oluşturulmuş ve bu modeli oluşturan denklemler çözülerek fren sıcaklığı zamana bağlı olarak bulunmuştur. Bu modelde ısı geçişi tek boyutta modellenmiş, iletim ihmal edilmiş ve diske uygulanan basınç düzgün dağılımlı, balata ile disk arasındaki sürtünme katsayısı sabit kabul edilmiştir.

Son olarak elde edilen bulgular literatürdekilerle karşılaştırılmış ve modelin doğrulaması yapılmıştır. Doğrulamanın ardından izlenen yaklaşım gerçek hayattaki

şartlar için kullanılmış ve disk sıcaklıklarının yüksek sıcaklıklara çıkabileceği, bu nedenle farklı tasarımlar yapılmasının gerekliliği gösterilmiştir.

THE CALCULATION OF THE TEMPERATURE ON A DISC OF A DISC BRAKE SYSTEM ANALYTICALLY

SUMMARY

The brakes have been existed since the beginning of the automotive history as it is required to stop the motion of the vehicle whenever it is needed. The braking operation, in other words stopping the vehicle is done by friction created by pushing a material against the other. This operation is done by pushing the shoes against a drum which rotates with wheels and cover the shoes in some applications and by pushing the pads against a disk rotates with the wheel in most of the other applications.

During a braking the kinetic energy of the vehicle is converted to heat created by the friction of the pad and disc surfaces. Therefore the temperatures of the discs and pads reach very high levels and this leads to thermal stresses. Thermal stresses may cause cracks on the disc surfaces.

In this thesis it was aimed to derivate a one dimensional model with some assumptions to calculate the maximum temperatures the discs can reach in disc brake systems.

In the early chapters the aim of the thesis has been explained briefly and the studies about the subject has been summarised.

After the summary of the literature about the subject the variety of the brake systems used in the vehicles have been illustrated and it has been explained how the disc brake systems became widespread. Then the working principles of disc brakes have been explained, the precaution actions against the possibility of a leakage in hydraulic systems have been mentioned and the different design methods to be able to dissipate the heat generated from the disc and the pad to the air has been illustrated. The advantages and the disadvantages of drilled discs and slotted discs against each other has been explained. The materials used for pads and discs have been stated.

The forces exerted by the pad to the disc and exerted by the disc to the pad are internal forces when the whole vehicle is considered as the free body. Therefore a direct relation between the pressure exerted by the pad to the disc and the deceleration of the vehicle cannot be created. It can be seen that the external forces those lead to stop the vehicle are the frictional forces acting on the contact point of the wheels to the ground. Hence, to be able to relate the deceleration of the vehicle to the pressure applied by the pads a model has been established on the braking dynamics on a vehicle. In the model the vehicle body without the wheels, the front wheels and the rear wheels have been chosen as three separate free body diagrams. In total nine independent equations have been obtained and solved. The model also has provided the conditions to keep the wheels rotating without slipping during a braking process.

After the numeric value ranges in the real life for the dynamic parameters have been introduced a thermal model has been established.

The thermal analysis part of the thesis has some assumptions as the dynamic model. First of all the heat transfer via conduction has been ignored and the problem has been modelled as a one dimensional model. The temperatures in the linear and radial directions have been considered as identical. Secondly the coefficient of friction between the pad and the disc has been considered as constant although it can vary regarding the speed and the temperature. Another assumption has been that the pressure applied by the pad to the disc is uniform.

Another assumption can be considered the choice of the heat convection coefficient. It has been assumed that the heat convection coefficient is constant during the process. As many articles in the literature use the same approach it has been considered the use of an average heat convection coefficient would be more suitable to be able to compare the results with the data of the other articles. Also the effects of the vents have been represented in the heat convection coefficient.

The one dimensional conservation of energy equations has been formed specific for the problem. The approach while solving the equation has been the control mass method. A differential area has been defined and the equations for the time interval while the differential area is under the pad and for the time interval while the differential area is not under the pad have been solved separately. As the time increases the valid equation may change a software has been required so that the initial conditions for different time intervals can be assigned.

The solution algorithm includes two different steps running repeatedly one after the other. Firstly the general solution for the time interval which the differential area is under the pad is solved by using the initial condition. The temperature at the time which the differential area is at the end of the pad becomes the initial condition of the second equation, the equation valid for the time interval which the differential area is not under the pad. The temperature value of the equation at the end of this time interval becomes the initial condition for the first equation again as the differential area gets under the pad again. By calculating the temperature values against different time values a chart can be drawn which shows the temperature against time.

The software has been used to calculate the temperatures for different applications which were defined in one of the articles. After the calculation the charts have been drawn and the charts have been compared with the ones in the article.

As the real life applications include the effect of the design and the influence of the vents and the method used in the thesis represents these effects in the heat convection coefficient the results have been shown with also suitable overall heat convection coefficients which fit the real life conditions.

As the final result of the comparisons it has been seen that the analytically calculated temperatures are between the maximum and the minimum temperatures of the numerically calculated results.

After the analytical method was validated with the data obtained from the articles the method has been used to see the situation in the real life cases. The investigation shows that for the worse applications the design must be changed as it will provide more heat convection.

In the appendix section the MATLAB code used to calculate the temperatures is given. The code includes the calculation algorithm and the parts which avoid the calculation for the complex time values.

1. GİRİŞ

Araçların hareketi ve hareketin kontrolünü sağlayan sistemleri kadar önemli olan bir sistemi de fren sistemidir. Fren sistemi kabaca iki malzemenin birbirine bastırılması sonucu sürtünme kuvveti oluşturarak hareketin durdurulmasını sağlar. Günümüz otomotiv sektöründe genel olarak kampanalı ve diskli frenler kullanılmakla birlikte bu tezde diskli fren sistemi üzerinde durulmuştur.

Diskli fren sistemlerinde sürtünen kısımlardan birisi balata diğeri disk olarak adlandırılmaktadır. Bu iki parçanın birbirine teması sonucu oluşan sürtünme kuvveti aracın hareketini durdururken bir yandan da ısı üretimine sebep olur. Sonuçta aracın kinetik enerjisi ısıya dönüşmüş olur.

Frenleme esnasında üretilen ısıнын bir kısmı dışarı atılırken bir kısmı balata ve diskte depolanarak bunların sıcaklıklarını artırır. Yüksek sıcaklıkların etkileri genellikle balata üzerinde görülmekle birlikte diskte de ısı gerilmelere ve bunun sonucunda da çatlaklara neden olabilir. Bu nedenle ısıyı dışarı atmada daha başarılı tasarımların oluşturulması önemlidir.

1.1 Tezin Amacı

Bu tez çalışmasında fren diski üzerindeki sıcaklığın hesaplanması için bir model oluşturulmaya çalışılmış ve bu model kullanılarak farklı büyüklükteki taşınım etkilerinin sıcaklığa etkisinin gözlemlenmesi amaçlanmıştır.

İlk olarak dinamik bir model kurularak fren diski ile balata arasındaki basıncın aracın ivmesine etkisi ortaya çıkarılmıştır.

Dinamik model sonucu fren diski ile balata arasındaki basıncın ivmeye etkisi bulunduğundan sonra bu parametreleri de içeren ısı model kurulmuş ve bu ısı modelin çözümüne yönelik bir algoritma geliştirilmiştir.

Oluşturulan algoritma MATLAB isimli program kullanılarak koda dökülmüş ve bu sayede farklı durumlar için hesaplama yapabilme olanağı elde edilmiştir.

Son aşamada oluşturulan yazılımla bir başka makalede belirtilen şartlarda sıcaklıklar hesaplanmış ve bulunan sonuçlar makalede edilen bulgularla karşılaştırılarak metodun doğrulaması yapılmıştır.

Doğrulamanın ardından yaklaşım farklı şartlar için kullanılmış ve sıcaklıkların yüksek seviyelere çıkabileceği de gösterilmiştir.

1.2 Literatür Araştırması

Otomotiv sektöründe ilk kullanılan frenler kampanalı frenler olmuştur. Fakat otomotiv sektörünün gelişmesiyle birlikte araçların ulaştıkları hızlar artmış ve fren sistemlerinde oluşan ısı önem kazanmaya başlamıştır. Bunun üzerine diskli fren sistemleri bir seçenek olarak ortaya çıkmış ve 1950’li yıllarda İngiliz ve Fransız otomotiv üreticileri araçlarında bu sistemi sunmaya başlamıştır[1].

Fren sistemlerindeki ısının atılması hala önemli bir konudur ve literatürde yapılacak bir araştırmayla bu konudaki çalışmaların bir kısmı kolayca bulunabilir.

A.D. McPhee ve D.A. Johnson tarafından yapılan deneysel bir çalışmada fren içerisindeki kanalların ısı taşınımına etkisi araştırılmıştır. Üç farklı disk devrinde yapılan deneylerle kanallardan oluşan ısı geçişi incelenmiş ve burada gerçekleşen ısı geçişinin toplam ısı geçişinin ne kadarını oluşturduğu araştırılmıştır[2].

Ali Belhocine ve Mostefa Bouchetara tarafından yapılan çalışmalarda nümerik analiz yöntemleri kullanılarak kanallı ve kanalsız fren diskleri üzerindeki sıcaklık dağılımları elde edilmiştir. Bu çalışmada ANSYS CFX isimli program kullanılarak sonlu elemanlar yöntemi uygulanmıştır. Çalışmada fren sıcaklığının 350 Celcius derece seviyelerine çıkabileceği gösterilmiştir. Yazılan makalede ayrıca farklı yüzeyler için farklı zamanlardaki ısı taşınım katsayısını gösteren grafiklere de yer verilmiştir[3].

Mumbai Üniversitesi’nde yapılan çalışmada yine ANSYS CFX isimli program kullanılarak fren diski üzerinde analizler yapılmıştır. Analizler dökme demir ve paslanmaz çelik için ayrı ayrı uygulanmış ve her iki malzeme için de sıcaklık, deformasyon ve gerilmeler gösterilmiştir[4].

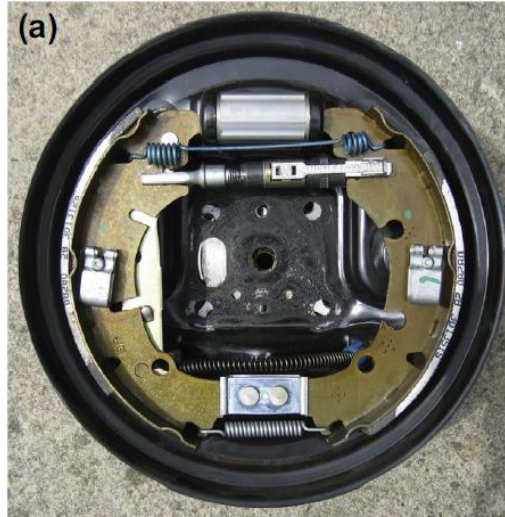
Otomobil frenleriyle benzer şekilde çalışan tren üzerindeki frenlerin diskleri üzerine bir çalışma Tahran Üniversitesi tarafından yapılmıştır. Yine nümerik analiz kullanılan çalışmada sıcaklık dağılımı elde edilmiştir[5].

Adam Adamowicz ve Piotr Grzes tarafından yapılan çalışmada da sonlu elemanlar metodu kullanılarak fren diski üzerindeki sıcaklık dağılımı araştırılmıştır. Araştırma sonucunda diskin farklı yarıçap uzaklıkları için sıcaklıklar zamana bağlı bir fonksiyon grafiği olarak elde edilmiştir. Dört farklı ilk hız için elde edilen sonuçlar sonuç olarak verilmiştir[6].

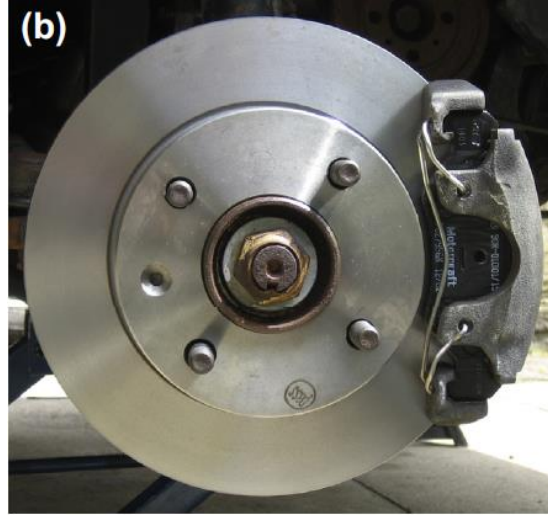
Faramarz Talati ve Salman Jalalifar tarafından yapılan çalışma da Adam Adamowicz ve Piotr Grzes tarafından yapılan çalışmaya benzerdir ve o çalışmaya da referans olmuştur. Bu çalışmada sıcaklıklar farklı yarıçap mesafeleri dışında farklı derinlikler için de yapılmıştır. Ayrıca bu çalışma fren diski dışında fren balatasının ısı analizini de içermektedir. Bu makalede elde edilen bulgular bu tezde elde edilen sonuçların doğrulanmasında da kullanılmıştır[7].

2. DİSKLİ FREN SİSTEMLERİ VE ÇALIŞMASI

Otomotiv sektörünün ilk dönemlerinde araçları durdurmak için kampanalı frenler (Şekil 2.1) kullanılmıştır. Bu sistemde tekerleklerle birlikte dönen bir kampananın içerisinde bulunan balataların dış çeperleri frenleme yapılmak istendiğinde, içinde bulunduğu kampananın iç çeperlerine dokundurulmuştur. Geniş bir alanda sürtünme sağlayan bu sistemlerde frenleme işlemi sadece ayakla uygulanan kuvvetle sağlanabilmiştir. Araçların ulaşabilecekleri hızların artmasıyla ortaya çıkan ısıнын atılması sorun teşkil etmeye başlamıştır. Bu nedenle, uygun hava akımı sağlayabilen diskli frenlerin kullanılması düşünüldüyse de aracı durdurmak için gereken kuvvetin iletilmesinde yeterli olmadıkları için ilk aşamada diskli frenler yaygınlaşmamıştır. Daha sonra hidrolik fren sistemlerinin geliştirilmesiyle ayak ile fren pedalına uygulanan kuvvetin uygun şekilde iletilmesi sağlanmış ve diskli fren sistemleri (Şekil 2.2) kampanalı fren sistemlerinin yerini almaya başlamıştır. 1950’li yıllarda İngiliz ve Fransız otomotiv üreticileri diskli fren sistemine sahip araçlar sunmaya başlamıştır[1].

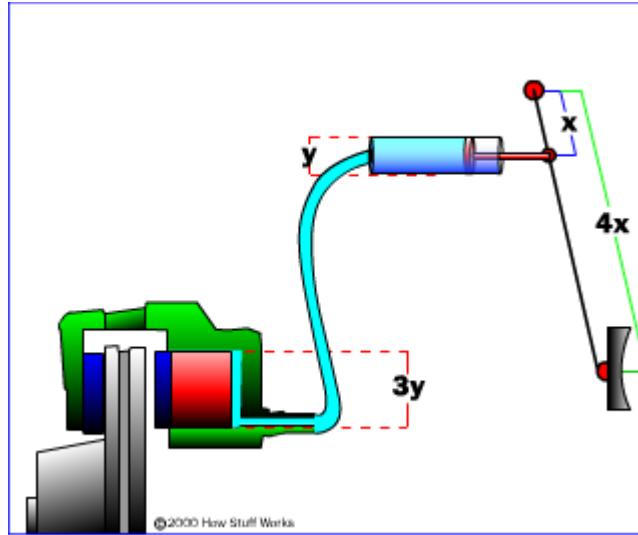


Şekil 2.1: Kampanalı Fren [8]



Şekil 2.2: Diskli Fren [8]

Otomobillerde kullanılan diskli fren sistemleri kabaca pedal, hidrolik sistem ve fren olmak üzere üç kısmı ayrılabilir.



Şekil 2.3: Hidrolik Diskli Fren Sistemi. [9]

HowStuffWorks isimli siteden [9] alınan yukarıdaki resimde (Şekil 2.3) fren sistemlerinin kısımları görülebilir. Görüldüğü gibi iletilen kuvvet ilk önce kaldıraç sistemi benzeri bir mekanizmayla büyütülür. Örnek resimde pedalın uygulama noktasının mesnete uzaklığı pistonun mesnete uzaklığının dört katı olarak gösterilmiştir. Daha sonra uygulanan kuvvet hidrolik olarak tekrar büyütülür. Örnek resimde hidrolik oran üç olarak gösterilmiştir. Yine örnek üzerinden gidilecek olursa balatanın diske uyguladığı kuvvet pedala uygulanan kuvvetin on iki katı olacaktır.

Hidrolik olarak çalışan fren sistemlerinde hidrolik devrede bir kaçak olması durumunda bunun sorun oluşturması kuvvetle muhtemeldir. Bu nedenle günümüz araçlarında hidrolik sistem iki farklı devre ile uygulanan kuvveti disklerle iletir. Bu sayede bir devrede kaçak olması durumunda diğerk devrenin frenleme işlevini gerçekleştirmesi sağlanır.

Diskli fren sistemlerinde sürtünme sonucunda açığa çıkan ısının atılması için genellikle disk içinde kanallar bulunur. şekil 2.4'te görülen bu kanallar sayesinde hava akışı oluşur ve böylece taşınımla ısının atılması sağlanır.



şekil 2.4: Fren Diskindeki Hava Kanalları [10]

Yüksek performanslı araçlarda ısının atılması için şekil 2.5 ve şekil 2.6'da örnekleri gösterilen delikli ve yarıklı tasarımlar da kullanılmaktadır. Ayrıca bu tasarımlar disklerin üzerine gelebilecek suyun da atılmasını sağlamaktadır.



şekil 2.5: Delikli Fren Diski [11]

Delikli fren diskleri ısının ve suyun atılmasında başarılı olmalarına rağmen oluşturdıkları çentik etkileri nedeniyle mukavemetleri düşüktür.



Şekil 2.6: Yarıklı Fren Diski [12]

Yarıklı fren disklerinde çentik etkisi delikli fren disklerine göre daha düşüktür. Bu nedenle yarıklı fren disklerinin mukavemeti delikli fren disklerine göre daha yüksektir. Fakat yarıklı fren disklerinin balataları aşındırma eğilimi delikli fren disklerine göre daha fazladır. Bu da yarıklı fren disklerinin dezavantajıdır.

Diskli frenlerde disk malzemesi olarak genellikle dökme demir kullanılmaktadır, balata malzemesi olarak ise reçineyle birleştirilmiş kompozit malzemelerin kullanımı yaygındır. Formula araçları gibi yüksek performans gerektiren araçlarda balata malzemesi olarak çok yüksek sıcaklıklara dayanıklı karbon fiber de kullanılmaktadır.

3. OTOMOBİL FRENLEME DİNAMİĞİ

Enerji korunumu denkleminin çözümü balatayla disk üzerine uygulanan basınçla ve aracın durma süresine bağlıdır. Bu iki parametre birbirine bağlı olduğu için keyfi olarak iki ayrı değer seçilemez. Bu nedenle disk üzerine uygulanan basınçla aracın durma süresini birbirine bağlayan bir çözüm bulunması gerekmektedir. Bu amaçla bu bölümde frenleme sürecinde bir aracın dinamik modeli kurulmuştur.

Kurulan dinamik model sayesinde disk üzerine uygulanan basınçla ivmenin, dolayısıyla da aracın durma süresinin birbirine bağlanması dışında aracın kaymadan frenleme yapabilmesi için uygulanabilecek maksimum basınç da bulunmaktadır.

Dinamik Modelde Yapılan Kabuller

Günümüzde araçların birçoğunda dört tekerleğin hepsi birden aynı anda frenlenmektedir. Kilitlenmeyen frenleme sistemi ya da kısaca ABS (Anti-lock Braking System) ismi verilen sistem sayesinde farklı tekerleklere farklı kuvvetler uygulanabilmekte, aracın kaymadan frenleme yapması sağlanabilmektedir. Fakat bu modelde frenleme kuvvetlerinin dağılımını bulmaya çalışmanın sistemi belirsiz yapması nedeniyle frenlemenin sadece öndeki iki tekerlekte yapıldığı varsayılmıştır.

Bir başka kabul ise tekerleklerin ideal rulmanlar üzerinde serbestçe dönebildikleri varsayımdır. Bu durumda akslardan tekerleklere sadece kuvvet iletilmekte, herhangi bir tork iletilmemektedir.

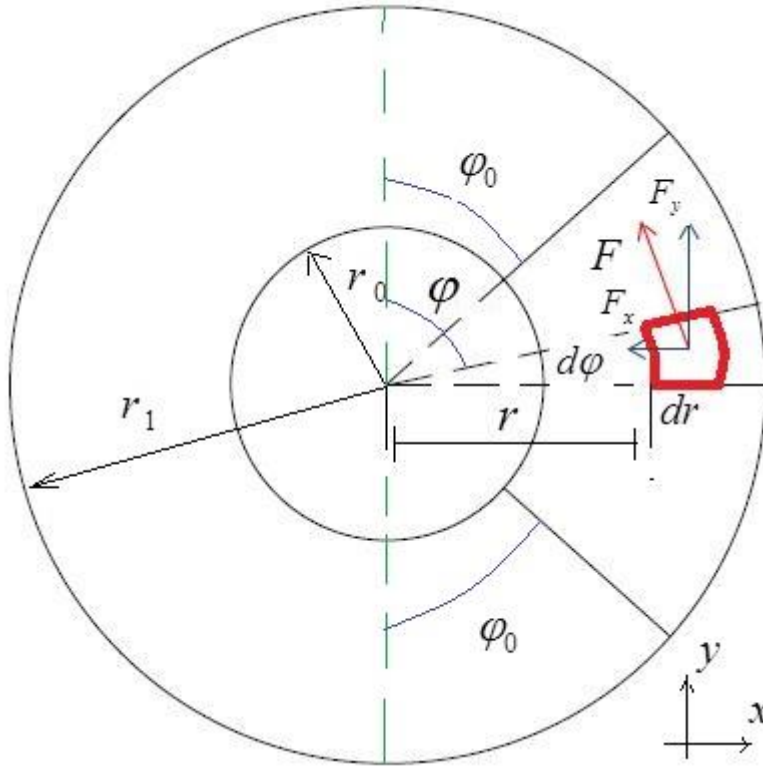
Ayrıca modelde rüzgar direnci de ihmal edilmektedir. Aracı durduran kuvvetlerin sadece tekerlekler ile yol arasındaki sürtünme kuvvetleri ve deformasyon dirençleri olduğu kabul edilmiştir.

Dinamik modelde tüm faktörler parametrik olarak ifade edilmişse de görsel olarak 1965 model bir Ford Mustang kullanılmıştır.

3.1 Fren Diskine Etki Eden Bileşke Kuvvetin Bulunması

Şekil 3.1’de balata ve üzerinde hareket ettiği disk görülmektedir. Basitlik açısından balatanın belirli bir açıya sahip silindirik bir yapıda olduğu kabul edilmektedir. Frenleme sırasında balata ile disk arasında etki eden kuvvetin aracın hareketine bağlanması gereklidir.

Şekilde, modelde kullanılan diferansiyel eleman kırmızı olarak gösterilmiştir ve bu diferansiyel eleman $d\varphi$ kadarlık açıyı görmekte, radyal yönde dr ve eksenel yönde δ uzunluğuna sahiptir. Balatanın diske dik olarak uyguladığı kuvvet sonucunda diferansiyel elemanın çizgisel hızına teğet ve ters yönde bir sürtünme kuvveti oluşacaktır. Şekil üzerinde bu kuvvetin yatay ve dikey bileşenleri de gösterilmiştir.



Şekil 3.1: Kuvvet Hesaplanırken Kullanılan Diferansiyel Eleman

Balata ile disk arasındaki sürtünme kuvveti dik gelen kuvvetin sürtünme katsayısına çarpımı olarak ifade edilmektedir. Buna göre şekilde görülen $rdrd\varphi$ alanına uygulanan kuvvet $Pdrd\varphi$ olmaktadır. Burada P balatayla disk arasında frenleme sistemi sayesinde oluşturulan basıncı göstermektedir. Bu normal kuvvetin (disk üzerine normal doğrultuda uygulanan kuvvet) sürtünme katsayısı ile çarpımı disk ile balata arasındaki sürtünme kuvvetini gösterir. Bu kuvvet $\mu Pdrd\varphi$ Şekil 3.1’de

görülen ve dönüş hareketine paralel olan kuvvettir. Aracın doğrusal hareketine göre seçilen x-y eksen takımında balata ile disk arasında oluşan toplam sürtünme kuvvetinin bileşenlerinin belirlenmesine ihtiyaç vardır. Bu kuvvetin x doğrultusundaki bileşeni

$$F_x = \int_{\varphi=\varphi_0}^{\pi-\varphi_0} \int_{r=r_0}^{r_1} \mu P \cos \varphi r dr d\varphi \quad (3.1)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem 3.1'in integrasyonu yapılırsa,

$$F_x = \mu P \frac{r_1^2 - r_0^2}{2} (\sin \varphi_0 - \sin \varphi_0) = 0 \quad (3.2)$$

elde edilir. y-doğrultusundaki bileşen ise benzer şekilde

$$F_y = \int_{\varphi=\varphi_0}^{\pi-\varphi_0} \int_{r=r_0}^{r_1} \mu P \sin \varphi r dr d\varphi \quad (3.3)$$

$$F_y = \mu P \frac{r_1^2 - r_0^2}{2} (\cos \varphi_0 + \cos \varphi_0) = \mu P (r_1^2 - r_0^2) \cos \varphi_0 \quad (3.4)$$

olarak bulunur. Sonrasında bu bileşke kuvvetin uygulama noktası bulunmalıdır. Bunun için sürtünme sonucu oluşan yayılı kuvvetin diskin merkezine uyguladığı moment bulunup bileşke kuvvetin de aynı momenti oluşturacak noktadan etki ettiği söylenebilir. Diskin merkezinde oluşan moment integrasyon ile bulunabilir:

$$\tau = \int_{\varphi=\varphi_0}^{\pi-\varphi_0} \int_{r=r_0}^{r_1} \mu P r^2 dr d\varphi \quad (3.5)$$

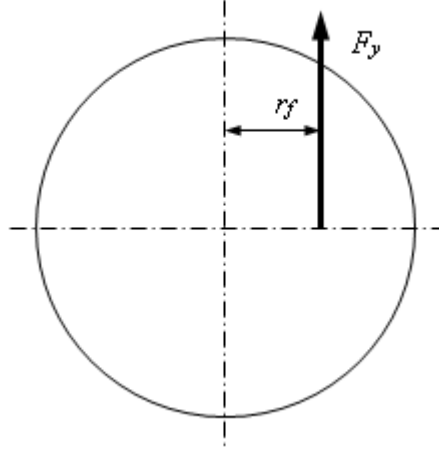
$$\tau = \mu P \frac{(r_1^3 - r_0^3)}{3} (\pi - 2\varphi_0) \quad (3.6)$$

Bulunan moment ile bileşke kuvvetin oluşturacağı momentin eşit olması gerektiğinden hareketle bir efektif yarıçap tanımlanabilir:

$$r_f \mu P (r_1^2 - r_0^2) \cos \varphi_0 = \mu P \frac{(r_1^3 - r_0^3)}{3} (\pi - 2\varphi_0) \quad (3.7)$$

$$r_f = \frac{1}{3} \frac{r_1^3 - r_0^3}{r_1^2 - r_0^2} \frac{(\pi - 2\varphi_0)}{\cos \varphi_0} \quad (3.8)$$

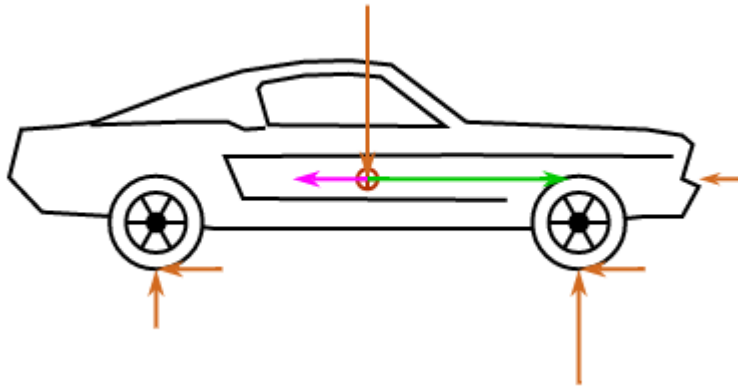
Böylece Şekil 3.2’de görüldüğü gibi disk üzerine etki eden bileşke kuvvet merkezden bu r_f mesafesi kadar uzaktadır.



Şekil 3.2: Fren Diski Üzerine Etki Eden Bileşke Kuvvet

3.2 Serbest Cisim Diyagramlarının ve Denklemlerin Çıkarılması

3.2.1 Tüm aracın serbest cisim diyagramı



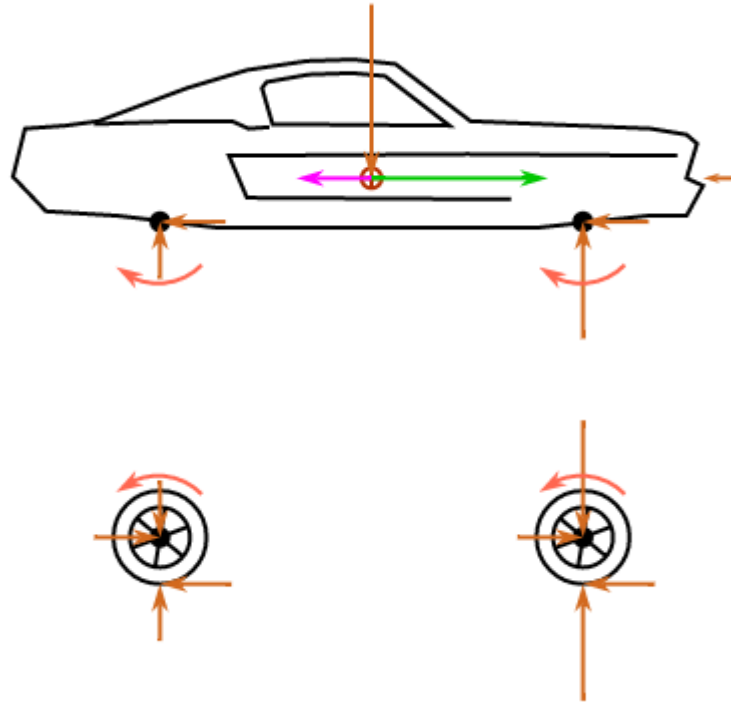
Şekil 3.3: Tüm Aracın Serbest Cisim Diyagramı [13]

Illnois Üniversitesi’ne ait bir ders sayfasından [13] alınan yukarıdaki serbest cisim diyagramı aracın üzerine etki eden kuvvetleri aracın ağırlık merkezine uygulanan ağırlık, tekerleklerle etki eden tepki kuvvetleri, tekerleklerle etki eden sürtünme kuvvetleri ve rüzgar direnci olarak göstermektedir. Ön tekerleklerin ve arka tekerleklerin kendi aralarında aynı kuvvetlere maruz kaldığı düşünüldüğünden

dinamik analizin sadece iki tekerlek ile yapılabileceği düşünülmüştür. Şekilde görülen pembe ve yeşil oklar ise sırasıyla frenleme esnasında aracın ağırlık merkezinin ivmesi ve hızıdır.

Görüldüğü gibi fren diski üzerine etki eden kuvvet iç kuvvet olarak kalmıştır ve serbest cisim diyagramında görünmemektedir. Bu nedenle aracın parçalarının ayrı ayrı serbest cisim diyagramlarını inceleme ihtiyacı doğmaktadır.

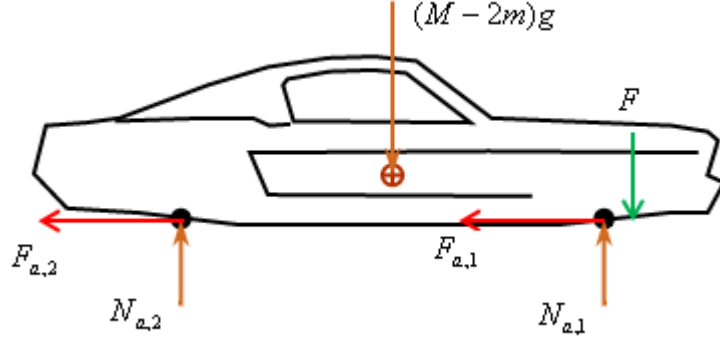
3.2.2 Aracın parçalarının serbest cisim diyagramları ve ilgili denklemler



Şekil 3.4: Parçaların Gerçek Serbest Cisim Diyagramı [13]

Illnois Üniversitesi'ne ait aynı ders sayfasından [13] alınan serbest cisim diyagramlarında araç ön tekerlek, arka tekerlek ve tekerlekler dışındaki kısım olarak üçe ayrılmıştır. Tekerlekler dışındaki kısma rüzgar direncinin etki ettiği görülmektedir, tezde kullanılacak modelde bu kuvvet ihmal edilmiştir. Ayrıca yukardaki diyagramlarda frenlemenin tüm tekerleklerde yapıldığı kabul edilmiştir. Tezde kullanılan modelde ise frenlemenin sadece ön tekerleklerde yapıldığı kabul edilmektedir. Illnois Üniversitesi'nin sayfasından alınan modelle tezde kullanılacak

olan model arasındaki bir başka fark da balatanın diske etki etme şeklidir. Tezde kullanılan modelde balata diske tekerleğin merkezinde tork da oluşturan bir kuvvet uygulamakta ancak Şekil 3.4'te sadece tork etkisi görülmektedir.



Şekil 3.5: Şasi ve Gövde İçin Kullanılan Serbest Cisim Diyagramı

Tezde kullanılan modelde tekerlekler dışındaki kısım için yukarıdaki serbest cisim diyagramı kullanılmaktadır. Tekerlekler dışındaki kısma etki eden kuvvetler tekerleklerden akslara etki eden kuvvetler, aracın tekerlekler dışındaki ağırlığı ve fren diskinin balataya uyguladığı kuvvettir.

Dikey yönde araç statik dengede olacağından aşağıdaki denklem geçerli olur:

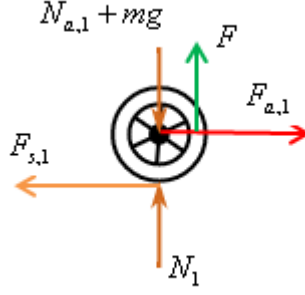
$$N_{a,1} + N_{a,2} = (M - 2m)g + F \quad (3.9)$$

Yatay olarak aracın a büyüklüğünde bir ivme ile yavaşlaması durumunda aşağıdaki denklem geçerlidir:

$$F_{a,1} + F_{a,2} - (M - 2m)a = 0 \quad (3.10)$$

Aracın merkezine göre herhangi bir dönmenin olmaması da üçüncü bir denklem verir:

$$F_{a,1}h_2 + F_{a,2}h_2 + N_{a,2}l_2 - N_{a,1}l_3 = -F(r_f + l_3) \quad (3.11)$$



Şekil 3.6: Ön Tekerler Serbest Cisim Diyagramı

Ön tekerlek için kullanılacak serbest cisim diyagramında aksın tekerleğe uyguladığı kuvvetler, yerin tekerleğe uyguladığı tepki kuvveti, yolla tekerlek arasındaki sürtünme kuvveti ve balatanın diske uyguladığı kuvvet görülmektedir.

Dikey yönde tekerlek statik dengede olduğu için aşağıdaki denklem yazılabilir:

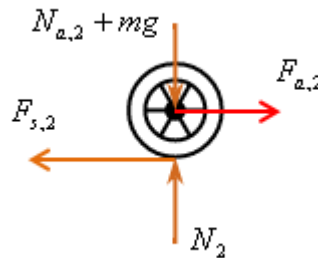
$$N_1 - N_{a,1} = mg - F \quad (3.12)$$

Yatay yönde tekerleklerin merkezinin de aracın ağırlık merkezi ile aynı ivmeye sahip olacağı düşünüldüğünde aşağıdaki denklem elde edilir:

$$F_{s,1} - F_{a,1} - ma = 0 \quad (3.13)$$

Tekerleğin merkezine göre açısal ivmeye bağlı olarak da aşağıdaki denklem elde edilir:

$$F_{s,1}r + \frac{1}{2}mra = Fr_f \quad (3.14)$$



Şekil 3.7: Arka Tekerlek Serbest Cisim Diyagramı

Arka tekerlek için kullanılacak serbest cisim diyagramında da zeminin tekerleğe uyguladığı tepki kuvveti, zeminle tekerlek arasındaki sürtünme kuvveti ve aksların tekerleğe uyguladığı kuvvetler görülmektedir.

Dikey yönde tekerlerk statik dengede olduğu için aşağıdaki denklem yazılabilir:

$$N_2 - N_{a,2} = mg \quad (3.15)$$

Yatay yönde tekerleklerin merkezinin de aracın ağırlık merkezi ile aynı ivmeye sahip olacağı düşünüldüğünde aşağıdaki denklem elde edilir:

$$F_{s,2} - F_{a,2} - ma = 0 \quad (3.16)$$

Tekerleğin merkezine göre açısal ivmeye bağlı olarak da aşağıdaki denklem elde edilir:

$$F_{s,2}r + \frac{1}{2}mra = 0 \quad (3.17)$$

3.3 Denklemlerin Çözümü

Serbest cisim diyagramları sonucunda dokuz bilinmeyen ve dokuz bağımsız denklem elde edilmiştir. Bilinmeyenler $F_{s,1}, F_{s,2}, F_{a,1}, F_{a,2}, N_1, N_2, N_{a,1}, N_{a,2}$ ve a 'dır. Bu denklem sistemi Gauss-Eliminasyon yöntemi ile çözülebilir:

Denklem	$F_{s,1}$	$F_{s,2}$	$F_{a,1}$	$F_{a,2}$	N_1	N_2	$N_{a,1}$	$N_{a,2}$	a	Sabit
5	1	0	-1	0	0	0	0	0	$-m$	0
8	0	1	0	-1	0	0	0	0	$-m$	0
2	0	0	1	1	0	0	0	0	$-(M - 2m)$	0
4	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	$mg - F$
7	0	0	0	0	0	1	0	-1	0	mg
1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	$(M - 2m)g + F$
6	r	0	0	0	0	0	0	0	$mr/2$	$F.r_f$
9	0	r	0	0	0	0	0	0	$mr/2$	0
3	0	0	h_2	h_2	0	0	$-l_3$	l_2	0	$-F(r_f + l_3)$

Birinci satır $-r$ ile çarpılır ve yedinci satır ile toplanırsa:

$F_{s,1}$	$F_{s,2}$	$F_{a,1}$	$F_{a,2}$	N_1	N_2	$N_{a,1}$	$N_{a,2}$	a	Sabit
1	0	-1	0	0	0	0	0	$-m$	0
0	1	0	-1	0	0	0	0	$-m$	0
0	0	1	1	0	0	0	0	$-(M-2m)$	0
0	0	0	0	1	0	-1	0	0	$mg-F$
0	0	0	0	0	1	0	-1	0	mg
0	0	0	0	0	0	1	1	0	$(M-2m)g+F$
0	0	r	0	0	0	0	0	$\frac{3mr}{2}$	$F.r_f$
0	r	0	0	0	0	0	0	$\frac{mr}{2}$	0
0	0	h_2	h_2	0	0	$-l_3$	l_2	0	$-F(r_f+l_3)$

İkinci satır $-r$ ile çarpılır ve sekizinci satır ile toplanırsa:

$F_{s,1}$	$F_{s,2}$	$F_{a,1}$	$F_{a,2}$	N_1	N_2	$N_{a,1}$	$N_{a,2}$	a	Sabit
1	0	-1	0	0	0	0	0	$-m$	0
0	1	0	-1	0	0	0	0	$-m$	0
0	0	1	1	0	0	0	0	$-(M-2m)$	0
0	0	0	0	1	0	-1	0	0	$mg-F$
0	0	0	0	0	1	0	-1	0	mg
0	0	0	0	0	0	1	1	0	$(M-2m)g+F$
0	0	r	0	0	0	0	0	$\frac{3mr}{2}$	$F.r_f$
0	0	0	r	0	0	0	0	$\frac{3mr}{2}$	0
0	0	h_2	h_2	0	0	$-l_3$	l_2	0	$-F(r_f+l_3)$

Üçüncü satır $-r$ ile çarpılıp yedinci satıra eklenir ve üçüncü satır $-h_2$ ile çarpılıp dokuzuncu satıra eklenirse:

$F_{s,1}$	$F_{s,2}$	$F_{a,1}$	$F_{a,2}$	N_1	N_2	$N_{a,1}$	$N_{a,2}$	a	Sabit
1	0	-1	0	0	0	0	0	$-m$	0
0	1	0	-1	0	0	0	0	$-m$	0
0	0	1	1	0	0	0	0	$-(M-2m)$	0
0	0	0	0	1	0	-1	0	0	$mg-F$
0	0	0	0	0	1	0	-1	0	mg
0	0	0	0	0	0	1	1	0	$(M-2m)g+F$
0	0	0	$-r$	0	0	0	0	$(M-\frac{m}{2})r$	$F.r_f$
0	0	0	r	0	0	0	0	$\frac{3mr}{2}$	0
0	0	0	0	0	0	$-l_3$	l_2	$(M-2m)h_2$	$-F(r_f+l_3)$

Dördüncü satır ile sekizinci satırların yerleri değiştirilirse:

$F_{s,1}$	$F_{s,2}$	$F_{a,1}$	$F_{a,2}$	N_1	N_2	$N_{a,1}$	$N_{a,2}$	a	Sabit
1	0	-1	0	0	0	0	0	$-m$	0
0	1	0	-1	0	0	0	0	$-m$	0
0	0	1	1	0	0	0	0	$-(M-2m)$	0
0	0	0	r	0	0	0	0	$\frac{3mr}{2}$	0
0	0	0	0	0	1	0	-1	0	mg
0	0	0	0	0	0	1	1	0	$(M-2m)g + F$
0	0	0	$-r$	0	0	0	0	$(M-\frac{m}{2})r$	$F.r_f$
0	0	0	0	1	0	-1	0	0	$mg - F$
0	0	0	0	0	0	$-l_3$	l_2	$(M-2m)h_2$	$-F(r_f + l_3)$

Dördüncü satır r 'ye bölünürse:

$F_{s,1}$	$F_{s,2}$	$F_{a,1}$	$F_{a,2}$	N_1	N_2	$N_{a,1}$	$N_{a,2}$	a	Sabit
1	0	-1	0	0	0	0	0	$-m$	0
0	1	0	-1	0	0	0	0	$-m$	0
0	0	1	1	0	0	0	0	$-(M-2m)$	0
0	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{3m}{2}$	0
0	0	0	0	0	1	0	-1	0	mg
0	0	0	0	0	0	1	1	0	$(M-2m)g + F$
0	0	0	$-r$	0	0	0	0	$(M-\frac{m}{2})r$	$F.r_f$
0	0	0	0	1	0	-1	0	0	$mg - F$
0	0	0	0	0	0	$-l_3$	l_2	$(M-2m)h_2$	$-F(r_f + l_3)$

Dördüncü satır r ile çarpılıp yedinci satıra eklenirse:

$F_{s,1}$	$F_{s,2}$	$F_{a,1}$	$F_{a,2}$	N_1	N_2	$N_{a,1}$	$N_{a,2}$	a	Sabit
1	0	-1	0	0	0	0	0	$-m$	0
0	1	0	-1	0	0	0	0	$-m$	0
0	0	1	1	0	0	0	0	$-(M-2m)$	0
0	0	0	1	0	0	0	0	$\frac{3m}{2}$	0
0	0	0	0	0	1	0	-1	0	mg
0	0	0	0	0	0	1	1	0	$(M-2m)g + F$
0	0	0	0	0	0	0	0	$(M+m)r$	$F.r_f$
0	0	0	0	1	0	-1	0	0	$mg - F$
0	0	0	0	0	0	$-l_3$	l_2	$(M-2m)h_2$	$-F(r_f + l_3)$

Daha sonra sekizinci satır beşinci satıra, beşinci satır altıncı satıra, altıncı satır yedinci satıra, yedinci satır dokuzuncu satıra ve dokuzuncu satır sekizinci satıra gelecek şekilde düzenleme yapılırsa:

$$\begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{cccccccccc}
 F_{s,1} & F_{s,2} & F_{a,1} & F_{a,2} & N_1 & N_2 & N_{a,1} & N_{a,2} & a & Sabit \\
 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -m & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -m & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(M-2m) & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3m/2 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & mg-F \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & mg \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & (M-2m)g+F \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -l_3 & l_2 & (M-2m)h_2 & -F(r_f+l_3) \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (M+m)r & F.r_f
 \end{array} \right|
 \end{array}$$

Yedinci satır l_3 ile çarpılıp sekizinci satıra eklenirse:

$$\begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{cccccccccc}
 F_{s,1} & F_{s,2} & F_{a,1} & F_{a,2} & N_1 & N_2 & N_{a,1} & N_{a,2} & a & Sabit \\
 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -m & 0 \\
 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -m & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(M-2m) & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3m/2 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & mg-F \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & mg \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & (M-2m)g+F \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_2+l_3 & (M-2m)h_2 & (M-2m)gl_3-F.r_f \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (M+m)r & F.r_f
 \end{array} \right|
 \end{array}$$

Sonrasında tüm bilinmeyenler bulunabilir. İlk olarak en alttaki satırdan ivme kolaylıkla elde edilebilir.

$$a = \frac{Fr_f}{(M+m)r} \quad (3.18)$$

Bir üstteki satırdan elde edilen denklemde a yerine Denklem 3.18’de elde edilen değer yazılarak arka aksın tekerleğe uyguladığı dikey kuvvet bulunur:

$$(l_2 + l_3)N_{a,2} + (M - 2m)h_2 \frac{Fr_f}{(M + m)r} = (M - 2m)gl_3 - Fr_f$$

$$N_{a,2} = \frac{(M - 2m)(gl_3 - h_2 \frac{Fr_f}{(M + m)r}) - Fr_f}{(l_2 + l_3)} \quad (3.19)$$

Bir satır üstte görünen denklem ise aksların tekerleklerle uyguladığı kuvvetleri birbirine bağlamaktadır. Denklem 3.19’da bulunan değer yerine konulduğunda aksların ön tekerleğe uyguladığı kuvvet bulunur:

$$N_{a,1} + N_{a,2} = (M - 2m)g + F$$

$$N_{a,1} = \frac{(M - 2m)(gl_2 + h_2 \frac{Fr_f}{(M + m)r}) + Fr_f}{(l_2 + l_3)} + F \quad (3.20)$$

Bir satır daha yukarı çıkıldığında denklemde bilinmeyen olarak sadece zeminin arka tekerleğe uyguladığı dikey kuvvet ile aksların arka tekerleğe uyguladığı dikey kuvvetin olduğu görülür. Denklem 3.19’da bulunan değer yerine konularak zeminin arka tekerleğe uyguladığı dikey kuvvet bulunabilir.

$$N_2 = N_{a,2} + mg = \frac{(M - 2m)(gl_3 - h_2 \frac{F.r_f}{(M + m)r}) - Fr_f}{(l_2 + l_3)} + mg \quad (3.21)$$

Bir satır yukarıdaki denklem de benzer şekilde bilinmeyen olarak sadece zeminin tekerleğe uyguladığı dikey kuvveti ve aksın tekerleğe uyguladığı dikey kuvveti içermektedir. Bu sefer söz konusu olan ön tekerlektir. Denklem 3.20’deki denklikten yararlanılırsa zeminin ön tekerleğe uyguladığı dikey kuvvet bulunur.

$$N_1 = \frac{(M - 2m)(gl_2 + h_2 \frac{F.r_f}{(M + m)r}) + Fr_f}{(l_2 + l_3)} + mg \quad (3.22)$$

Bir satır daha yukarı çıkıldığında elde edilen denklemden arka aksın tekerleğe uyguladığı yatay kuvvetin ivmeye bağlı olarak ifade edildiği görülebilir. Denklem 3.18’de elde edilen ivme değeri yerine konulduğunda aksın arka tekerleğe uyguladığı yatay kuvvet de bulunmuş olur.

$$F_{a,2} = -\frac{3m}{2}a = -\frac{3m}{2} \frac{Fr_f}{(M + m)r} \quad (3.23)$$

Bir üst satır olan üçüncü satıra geçildiğinde aksların tekerleklerle uyguladığı yatay kuvvetlerin ve ivmenin içerisinde bulunduğu bir denklem görülür. Denklem 3.18'den ivme Denklem 3.23'ten de arka aksın tekerleğe uyguladığı yatay kuvvet değeri alınıp yerine konursa ön aksın tekerleğe uyguladığı yatay kuvvet bulunur.

$$F_{a,1} = (M - 2m)a - F_{a,2} = (M - \frac{m}{2}) \frac{Fr_f}{(M + m)r} \quad (3.24)$$

İkinci satırda görülen denklemde arka tekerleğe zeminin ve aksın uyguladığı yatay kuvvetler ve ivme bulunmaktadır. Denklem 3.23'ten arka aksın tekerleğe uyguladığı yatay kuvvetin değeri Denklem 3.18'den ivmenin değeri alınıp yerine konularak zeminin arka tekerleğe uyguladığı yatay kuvvet, yani sürtünme kuvveti bulunur.

$$F_{s,2} = ma + F_{a,2} = -\frac{m}{2} \frac{Fr_f}{(M + m)r} \quad (3.25)$$

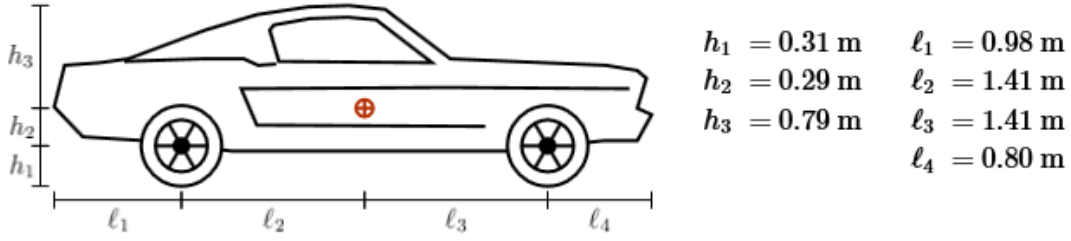
En üst satırda görülen denklemde ön tekerleğe zeminin ve aksın uyguladığı yatay kuvvetler ve ivme bulunmaktadır. Denklem 3.24'ten ön aksın tekerleğe uyguladığı yatay kuvvetin değeri ve Denklem 3.18'den ivmenin değeri alınıp yerine konularak zeminin ön tekerleğe uyguladığı yatay kuvvet, yani sürtünme kuvveti bulunur.

$$F_{s,1} = ma + F_{a,1} = (M + \frac{m}{2}) \frac{Fr_f}{(M + m)r} \quad (3.26)$$

Yol ile tekerlekler arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_w olarak ifade edilirse tekerleklerdeki sürtünme kuvvetinin $Mg\mu_w$ değerini geçmesi durumunda kayma gerçekleşecektir.

3.4 Dinamik Parametrelerin Mertebeleri

Aracın kaymaması için gerekli olan şart diske uygulanan basıncın tekerleklerle gelebilecek maksimum sürtünme kuvvetinden fazlasını gerektirmemesidir. Tekerlekten yere etki eden dikey kuvvet sürtünmeyi belirler. Dikey kuvvetlerin büyüklüğü ise aracın boyutlarına bağlıdır. Bu nedenle mertebe olarak fikir vermesi açısından 1965 model bir Ford Mustang'ın boyutları aşağıda şekil 3.8'de gösterilmiştir.



Şekil 3.8: 1965 Model Ford Mustang için Boyutlar [13]

Araçların tekerlek çapları yukarıdaki şekilde de görüldüğü gibi yaklaşık olarak 60 cm civarındadır.

Otomobilin ağırlığı ise hemen hemen tüm araç dinamiğini etkilemektedir. Bu nedenle bu parametrenin mertebelerinin bilinmesi de önemlidir. Otomotiv üreticilerinin sitelerinde yapılan araştırmalarla farklı araçların kütlelerini gösteren aşağıdaki tablo hazırlanmıştır.

Araç Modeli	Kütle (kg)
Ford Focus 1.6L EcoBoost (4 kapı)	1340
Ford Mondeo 1.6L EcoBoost (4 kapı)	1498
Volkswagen Golf 1,4 lt TSI ACT BMT	1290
Volkswagen Passat 1,6 lt. TDI 105 PS	1505
Fiat Punto 1.2 69 HP	1030
Fiat Linea Classic 1.4 FIRE 77 HP	1160

Çizelge 3.1: Farklı Araçların Kütleleri [14][15][16]

Boyutları verilmiş olan 1965 model Ford Mustang otomobilin ağırlığı da 1180 kg'dır. Araçların tekerlek ağırlıkları da genellikle 20 kg civarındadır.

Karşılaştırma yapılan makalelerde fren diskine uygulanan basınç 1-4 MPa seviyelerindedir. Normal bir aracın frenleme zamanındaki ivmelenmesi ise 6-8 m/s² mertebelerindedir.

Fren diski için kullanılan boyutlara bakıldığında makalelerde genel olarak kalınlık için 5-30 mm arasındaki değerlerin kullanıldığı, iç çap olarak 60-70 mm dış çap olarak 100-250 mm mertebelerinde değerlerin seçildiği görülmüştür.

Tekerlekler ile yol arasındaki sürtünme katsayısı günümüz araçlarında 0,85 mertebelerine kadar çıkabilmektedir, bu oran ıslak zeminde 0,3'e buzlu zeminlerde 0,2'ye kadar düşebilmektedir[8]. Fakat bu araştırmada uygun yol koşulları baz alınmıştır

4. FREN DİSKİNİN ISI GEÇİŞİ MODELİ

Bu çalışmada sürtünme sonucu açığa çıkan ısıнын etkisiyle diskin ulaştığı sıcaklıkların hesaplanması için bir ısıl model kurulmaktadır. Isıl modelde kullanılan yaklaşım kontrol kütlesi yaklaşımıdır. Enerji korunum denkleminin probleme uyarlanan şeklinin çözümünde silindirik koordinatlar kullanılmıştır. Diferansiyel küçüklükte açığa sahip bir dilim seçilmiş ve bu dilimin zamana göre sıcaklıklarını veren bir fonksiyon elde edilmiştir.

Yukarıda özetle bahsedilen işlemlerin yapılması için birtakım aşamalardan geçilmiştir. İlk olarak fren diskinin matematik modeli kurulmuştur. Bu modelde balta ile diskin sürtünmesi sonucu açığa çıkan ısıнын diske geçen kısmı, depolanın ısı ve taşınımıyla çevreye atılan ısı yer almaktadır. Bu verilerle ısıl enerjinin korunumu denklemleri yazılmıştır. Bu denklemler için genel çözüm elde edilmiş ve son olarak da bu denklemlerin özel çözümü için bir algoritma oluşturulmuştur.

4.1 Fren Diskinin Matematik Modeli

Frenleme kuvvetine bağlı olarak ivmeli hareket eden fren diski balataya sürtünerek aracın durmasını sağlar. Balata ile disk arasında oluşan sürtünme sebebiyle hem disk hem de balata ısınır. Ortaya çıkan bu ısıl enerji disk ve balatanın malzemesinin ısıl özelliklerine bağlı olarak paylaşılır. Burada yalnız disk üzerindeki sıcaklık dağılımı göz önüne alınmaktadır.

Disk üzerindeki korunum denklemini üç boyutlu ifade etmek için $\delta r d\varphi dr$ diferansiyel elemanı alınmıştır.

Bu diferensiyel elemanda eksenel, radyal ve açısal yönlerde giren ve çıkan ısılar aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\dot{Q}_{\varphi, g} = \dot{m}h + q''_{\varphi} dr dz$$

$$\dot{Q}_{\varphi, \zeta} = \dot{m}h + \dot{m}c_p \frac{dT}{d\varphi} d\varphi + \left(q''_{\varphi} + \frac{\partial q''_{\varphi}}{\partial \varphi} d\varphi \right) dr dz$$

$$\dot{Q}_{z, g} = q''_z r d\varphi dr$$

$$\dot{Q}_{z,\zeta} = \left(q_z'' + \frac{\partial q_z''}{\partial z} dz \right) r d\varphi dr$$

$$\dot{Q}_{r,g} = q_r'' r d\varphi dz$$

$$\dot{Q}_{z,\zeta} = q_r'' r d\varphi dz + \frac{\partial(q_r'' r d\varphi dz)}{\partial r} dr = q_r'' r d\varphi dz + \frac{\partial(q_r'' r)}{\partial r} d\varphi dz dr$$

Bu denkelemler bir araya getirildiğinde üç boyutlu korunum denklemi türetilmiş olur.

$$\rho_d V c_p \frac{dT}{d\varphi} = k \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + kr \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + k \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{V}{r} \frac{dT}{d\varphi} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

Sınır şartları diskin yüzeylerinde taşınım ve balatanın olduğu bölgede ısı akısıdır. Diskin dış yüzeyindeki sınır şartı da çevre hava ile taşınım olmasıdır. Diskin balatanın altındaki kısmı için sınır şartları aşağıdaki gibidir.

$$-k \frac{\partial T(r,0)}{\partial z} = \mu PV = \mu PV_0 \left(1 - \frac{t}{t_s} \right)$$

$$-k \frac{\partial T(r,\delta)}{\partial z} = h_0 [T(r,\delta) - T_\infty]$$

$$-k \frac{\partial T(r_0,z)}{\partial z} = -k_i \frac{\partial T(r_0,z)}{\partial z}$$

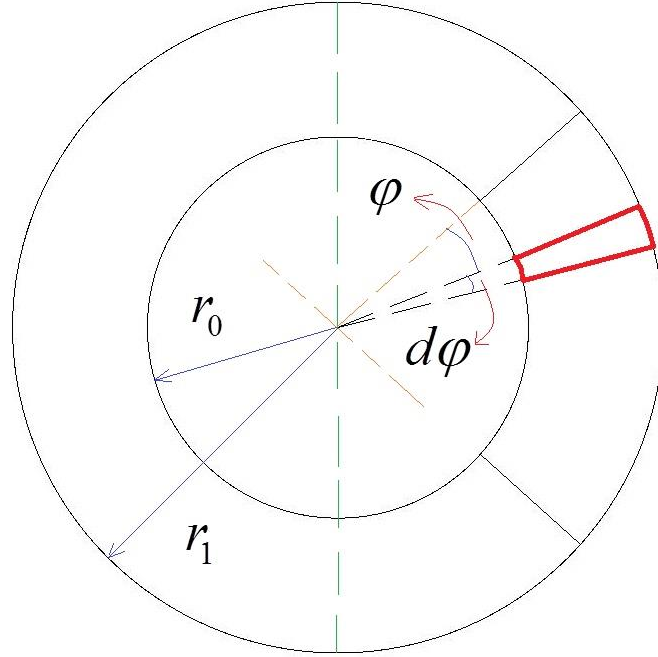
$$-k \frac{\partial T(r_1,\delta)}{\partial z} = h [T(r_1,\delta) - T_\infty]$$

Disk in balatanın altında olmadığı kısmı için sadece aşağıdaki sınır şartı değişikliği olacaktır.

$$-k \frac{\partial T(r,0)}{\partial z} = h_1 [T(r,\delta) - T_\infty]$$

Bazı kabuller altında oluşturulan tek boyutlu korunum denklemleri ise disk üzerindeki $\rho_r \delta (r_1 - r_0) d\varphi$ diferansiyel kütlesi için yazılmaktadır. Şekil 4.2’de

görülen bu diferansiyel eleman belirli aralıklarla balata altından geçer. Balata altında kalan bölge açısally olarak $\varphi_o-(\pi-\varphi_o)$ aralığında bulunmaktadırdır.



Şekil 4.1: Isıl Analizde Kullanılan Diferansiyel Eleman

Yapılan Kabuller

- Açısally doğrultuda iletimle ısı geçışı ihmal edilebilir.
- Kontrol kütleli olarak $\rho r_o \delta (r_1 - r_o) d\varphi$ diferansiyel eleman alındığından radyal ve eksenel doğrultuda sıcaklık değışıimi olmadığı kabul edilmektedir. Bu sebeple sıcaklık değışıimi yalnız açısally doğrultuyla olmaktadır.
- Balata bölgesindeki ısı akısı üniform olarak dağılmaktadır.
- Diferansiyel disk elemanından çevreye taşınımlla ısı geçmektedir. Yüksek sıcaklıklarda oluşan ışıınımlla ısı geçışı efektif ısı taşınım katsayısı içinde gözönüne alınmaktadır.
- Disk, ortası delik düzgün bir halka olarak kabul edilmektedir. Gerçek diskte olan hava kanalları ve kanat yapıları ihmal edilmektedir. Bu kanal ve yapıların etkileri ilerde ortalama ısı geçış katsayısı ile modele dahil edilebilir.
- Sürtünme katsayısı sabittir. Bu katsayının sıcaklıkla değışıimi ihmal edilmektedir.

4.2 Bir Boyutlu Isıl Enerji Korunumu

$\rho r_o \delta(r_1 - r_o) d\varphi$ kütlesi için Termodinamiğin Birinci yasası

$$[\rho r_o \delta(r_1 - r_o) d\varphi] c \frac{dT}{dt} = \delta\dot{Q} = \delta\dot{Q}_{g,d} - \delta\dot{Q}_c \quad (4.1)$$

şeklinde yazılabilir. Burada sağ taraftaki terim sisteme giren toplam ısıyı göstermektedir. Diferansiyel kontrol kütlesi açısından iki farklı durum söz konusudur. Çünkü balatanın altından geçerken ısı akısına maruz kalmakta iken diğer bölgede bu ısı akısı uygulanmamaktadır. Taşınım ile sistemden giden ısı enerjisi

$$\delta\dot{Q}_c = \frac{1}{2} (r_1^2 - r_0^2) h_0 (T - T_\infty) d\varphi \quad (4.2)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Burada h_0 diskin balataya sürtünmediği taraftaki ısı taşınım katsayısıdır. Diferansiyel kontrol kütlelerinin balata bölgesi dışında olduğu bölgede diğer yüzeyden de h_1 ısı taşınım katsayısı ile ısı geçişi meydana gelir.

Sürtünme ile açığa çıkan enerji ifadesini bulmak için balata bölgesinde $r dr d\varphi$ diferansiyel elemanını göz önüne alalım. Bu eleman üzerinde sürtünme kuvveti ile oluşan ısı enerjisi $\mu P v(t) r dr d\varphi$ olup $v(t)$ çevresel hızdır. Isıl modelde gözönüne alınan diferansiyel eleman için bunun radyal doğrultuda integrasyonuna ihtiyaç vardır. Hızın $r\omega$ şeklinde açısal hızla yazılacağı da göz önüne alınarak sürtünme ısı enerjisi

$$\delta\dot{Q}_g = \frac{1}{3} \mu P \omega(t) (r_1^3 - r_0^3) d\varphi \quad (4.3)$$

elde edilir. Diskin dönüş hareketine bağlı olarak ortalama teğetsel hız $V(t) = \omega r_a$ şeklinde tanımlanırsa ortalama yarıçap

$$r_a = \frac{2(r_1^3 - r_0^3)}{3(r_1^2 - r_0^2)} \quad (4.4)$$

şeklinde bulunur. Buradan

$$\delta\dot{Q}_g = \mu P V(t) \frac{1}{2} (r_1^2 - r_0^2) d\varphi \quad (4.5)$$

Durma süresi t_s ve diskin ilk ortalama hızı V_0 olarak tanımlanırsa ortalama hız aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$V(t) = V_0 \left(1 - \frac{t}{t_s}\right) \quad (4.6)$$

Sürtünme sonucunda açığa çıkan ısıнын bir kısmı balataya bir kısmı diske geçecektir. Diske geçen ısı için oran γ_d olarak tanımlanırsa aşağıdaki ifadeye eşittir[6].

$$\gamma_d = \frac{1}{1 + \varepsilon_d} \quad (4.7)$$

Bu ifadede yer alan ε_d fren ve diskin ısı iletim katsayıları ve ısı yayılım katsayıları cinsinden şu şekilde tanımlanmıştır[6].

$$\varepsilon_d = \frac{\alpha_p \sqrt{k_d}}{\alpha_d \sqrt{k_p}} \quad (4.8)$$

Bu durumda sürtünmeyle açığa çıkan ısıнын diske geçen kısmı aşağıdaki gibidir:

$$\delta \dot{Q}_{g,d} = \gamma_d \mu P V_0 \left(1 - \frac{t}{t_s}\right) \frac{1}{2} (r_1^2 - r_o^2) d\varphi \quad (4.9)$$

Diferansiyel elemanın balatanın altında bulunduğu zaman aralığında ısı enerjisinin korunumunu veren denklem Denklem 4.2 ve Denklem 4.9'un Denklem 4.1'de yerine yazılmasıyla

$$\rho_d \delta c_p \frac{dT}{dt} = \gamma_d \mu P V_0 \left(1 - \frac{t}{t_s}\right) - h_0 (T - T_\infty) \quad (4.10)$$

şeklinde elde edilir.

Diğer taraftan diferansiyel elemanın balata bölgesi dışında kalan zaman aralığındaki ısı enerjisi korunumunun ise kolayca

$$\rho_d \delta c_p \frac{dT}{dt} = -(h_0 + h_1)(T - T_\infty) \quad (4.11)$$

olduğu bulunur.

4.3 Denklemlerin Genel Çözümü

Diferansiyel elemanın balatanın altında bulunduğu zaman aralığında geçerli olan Denklem 4.10 $\theta = T - T_\infty$ dönüşümü ile aşağıdaki hale gelir.

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\gamma_d \mu PV_0}{\rho_d \delta c_p} \left(1 - \frac{t}{t_s}\right) - \frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} \theta \quad (4.12)$$

Bu denklemin homojen kısmının çözümü için

$$\frac{d\theta_h}{\theta_h} = \frac{-h_0 dt}{\rho_d \delta c_p} \quad (4.13)$$

denklemini yazılırsa homojen çözüm aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$\theta_h = C e^{-\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t} \quad (4.14)$$

Devamında homojen kısım için bulunan çözümde integrasyon sabitinin değişken olması gözönüne alınarak türevi alınır;

$$\frac{d\theta}{dt} = -C(t) \frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} e^{-\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t} + C'(t) e^{-\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t}$$

elde edilir.

Denklem 4.12 ve Denklem 4.14'ten yararlanılırsa;

$$\frac{\gamma_d \mu PV_0}{\rho_d \delta c_p} \left(1 - \frac{t}{t_s}\right) = C'(t) e^{-\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t} \quad (4.15)$$

Denklem 4.15'te her iki tarafın da integrali alınır;

$$C(t) = \int \frac{\gamma_d \mu PV_0}{\rho_d \delta c_p} e^{\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t} dt - \int \frac{\gamma_d \mu PV_0}{\rho_d \delta c_p} \frac{t}{t_s} e^{\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t} dt \quad (4.16)$$

Sağdaki ilk terimin integrali kolayca alınabilir:

$$C(t) = \frac{\gamma_d \mu PV_0}{h_0} e^{\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t} - \int \frac{\gamma_d \mu PV_0}{\rho_d \delta c_p} \frac{t}{t_s} e^{\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t} dt \quad (4.17)$$

Sağdaki ikinci terimin hesaplanması için kısmi integrasyon gereklidir. Bu yapıldığında aşağıdaki denklem elde edilir.

$$C(t) = \frac{\gamma_d \mu PV_0}{h_0} \left[e^{\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t} - \frac{t}{t_s} e^{\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t} + \frac{\rho_d \delta c_p}{h_0 t_s} e^{\frac{h_0}{\rho_d \delta c_p} t} \right] + C_1 \quad (4.18)$$

Son olarak bulunan C fonksiyonu θ fonksiyonunda yerine konursa:

$$\theta(t) = \frac{\gamma_d \mu PV_0}{h_0} \left(1 - \frac{t}{t_s} \right) + \frac{\gamma_d \mu PV_0}{t_s} \frac{\rho_d \delta c_p}{h_0^2} + C_1 e^{\frac{-h_0}{\rho_d \delta c_p} t} \quad (4.19)$$

Diferansiyel elemanın balatanın altında olmadığı zaman aralığı için geçerli olan Denklem 4.11 $\theta = (T - T_\infty)$ dönüşümü yapıldığında aşağıdaki hale gelir.

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{(h_0 + h_1)}{\rho_d \delta c_p} \theta \quad (4.20)$$

Bu denklemin çözümü her iki tarafın da integrali alınarak kolayca bulunabilir.

$$\theta = C_2 e^{-\frac{(h_0 + h_1)}{\rho_d \delta c_p} t} \quad (4.21)$$

4.4 Denklemlerin Özel Çözümleri İçin Algoritma

Seçilen diferansiyel eleman ilk olarak balatanın altındaki kısmın başlangıcında olacaktır. Başlangıç koşulu elemanın sıcaklığının çevre sıcaklığı ile aynı olmasıdır. Bu durumda $\theta = 0$ değeri kullanılır. Bu değer kullanılarak ilk denklemdeki C_1 katsayısı bulunmalıdır. Fakat ilk denklem sadece diferansiyel elemanın balatanın altında olduğu zaman aralığı için geçerlidir. Bu nedenle öncelikle bu zaman aralığı net bir şekilde belirlenmelidir.

Hesaplamalar silindirik koordinatlar kullanılarak yapılacağı için hız olarak çizgisel hız yerine açısal hız kullanılmalıdır. Diskin açısal hızı bilinmektedir. Açısal hız fonksiyonunun integrali alınarak açısal yer değiştirme bulunabilir:

$$\varphi(t) = \int \omega_0 \left(1 - \frac{t}{t_s} \right) dt$$

$$\varphi(t) = \omega_0 t - \omega_0 \frac{t^2}{2t_s} + C \quad (4.21)$$

İlk durumdaki hızın sıfıra eşit olmasından yararlanılarak C 'nin 0'a eşit olduğu bulunabilir. Bu denklem belli bir zamanda açısal yer değiştirmenin ne kadar olacağını göstermektedir. Belli bir açısal yer değiştirmenin hangi zamanda gerçekleşeceğini görebilmek için denklem zamana göre düzenlenmelidir. Bunun yapılması iki farklı çözüm ortaya çıkarır. Bu çözümler aşağıdaki denklemde görülmektedir.

$$t = t_s \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{2}{t_s} \frac{\varphi}{\omega_0}} \right) \quad (4.22)$$

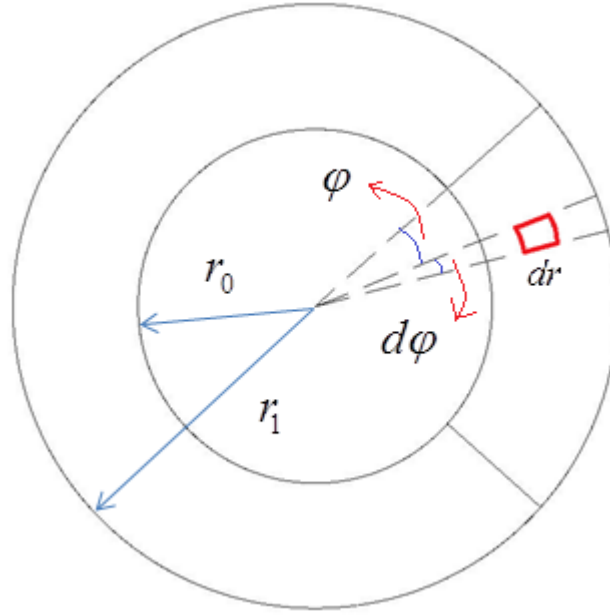
Denklem 4.22'de t_s ile çarpılan terimin her zaman birden küçük olması gerektiği görülebilir. Aksi takdirde incelenen zaman aralığı aracın durduğu sürenin de ötesine geçmelidir bu nedenle kullanılacak olan eşitlik aşağıdakidir:

$$t = t_s \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2}{t_s} \frac{\varphi}{\omega_0}} \right) \quad (4.23)$$

Bu eşitlik kullanılarak diferansiyel elemanın balatanın altında kaldığı zaman aralığı bulunabilir. Elemanın balatanın altındaki alanın sonunda olduğu zamanki θ değeri ikinci denklem için başlangıç koşulu oluşturacaktır. Bu koşulla da ikinci denklemdeki C_2 katsayısı bulunabilir. Fakat bu denklem de diferansiyel eleman tekrar balatanın altına girene kadar geçerlidir. Yine Denklem 4.23'ten diferansiyel elemanın balataya tekrar gireceği zaman hesaplanmalıdır. Bu noktadaki θ değeri diferansiyel elemanın ikinci kez balata altında kaldığı zaman aralığı için başlangıç koşulu olacaktır. Geçerli denklem yine ilk denklemdir. Bu işlemler zaman durma süresine ulaşılan kadar tekrarlanarak tüm zaman aralığı için sıcaklık değerleri bulunabilir. Ekte bu işlemleri yapacak bir MATLAB kodu verilmiştir.

4.5 İki Boyutlu Model

Problem zaman ve radyal doğrultudaki değişimler göz önüne alınarak iki boyutlu olarak da incelenmiştir. Bu analiz için Şekil 4.2'de gösterilen diferansiyel eleman kullanılmıştır.



Şekil 4.2: İki Boyutlu Analizde Kullanılan Diferansiyel Eleman

Bu incelemede basitlik için sürtünme ile açığa çıkan ısı akısının her an ve her radyal mesafe için eşit olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda bahsedilen ısı akısı aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\dot{q}'' = \frac{\int_{r=r_0}^{r_1} \int_{t=0}^{t_s} \gamma_d \mu P \omega_0 r^2 \phi dr dt}{t_s \phi (r_1^2 - r_0^2)} \quad (4.24)$$

Bu kabul altında ısı korum denklemi $\theta = T - T_\infty$ dönüşümüyle altta görülen Denklem 4.25 şeklinde bulunur.

$$\frac{1}{\alpha_d} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) - \frac{h_0}{\delta k_p} \theta + \frac{\dot{q}''}{\delta k_p} \quad (4.25)$$

Bu denklemin çözümünde diskin iç kısmında sıcaklığın çevre sıcaklığı ile aynı olduğu, dış kısımdan ısı geçişi olmadığı ve ilk anda tüm disk sıcaklığının çevre sıcaklığı ile aynı olduğu varsayılırsa aşağıdaki sınır ve başlangıç koşulları elde edilir.

$$\theta(r_0, t) = 0 \quad \frac{\partial \theta(r_1, t)}{\partial r} = 0 \quad \theta(r, 0) = 0$$

Bu diferansiyel denklemde diferansiyel eleman her bölge değiştirdiğinde başlangıç şartı da değişecektir. Bu nedenle bu koşulun aşağıdaki gibi ifade edilmesi daha kullanışlıdır.

$$\theta(r, t_i) = \theta_{A,i}$$

Diferansiyel denklemdeki θ fonksiyonu için süper pozisyon uygulanırsa aşağıdaki gibi bir ifade kullanılabilir.

$$\theta(r, t) = \psi(r, t) + \varphi(r) \quad (4.26)$$

Bu durumda Denklem 4.25'ten

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) - \frac{h_0}{\delta k_p} \varphi + \frac{\dot{q}''}{\delta k_p} = 0 \quad (4.27)$$

$$\frac{1}{\alpha_d} \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{h_0}{\delta k_p} \psi \quad (4.28)$$

denklemleri elde edilir.

Sınır şartları bu iki denkleme dağıtıldığında Denklem 4.27 ve Denklem 4.28 için aşağıdaki sınır şartları elde edilir:

$$\begin{aligned} \varphi(r_0) &= 0 & \psi(r_0, t) &= 0 \\ \frac{d\varphi(r_1)}{dt} &= 0 & \frac{\partial \psi(r_1, t)}{\partial t} &= 0 \end{aligned}$$

Denklem 4.28'in çözümü için $\psi(r, t) = R(r)\tau(t)$ dönüşümü ile değişkenlere ayırma yöntemi uygulanırsa

$$\frac{1}{\alpha_d \tau(t)} \frac{\partial \tau(t)}{\partial t} + \frac{h_0}{\delta k_p} = -\lambda^2 \quad (4.29)$$

$$\frac{1}{rR(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) = -\lambda^2 \quad (4.30)$$

denklemleri elde edilir.

Denklem 4.29'un çözümü

$$\tau(t) = Ce^{-\alpha \left(\frac{h_0}{\delta k} + \lambda^2 \right) t} \quad (4.31)$$

olarak bulunur.

Denklem 4.30'un çözümü de

$$R(r) = C_1 J_0(\lambda r) + C_2 Y_0(\lambda r) \quad (4.32)$$

olarak bulunur. Denklem 4.32'deki fonksiyonun türevi de aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$R'(r) = -C_1 \lambda J_1(\lambda r) - C_2 \lambda Y_1(\lambda r) \quad (4.33)$$

Sınır şartlarından $R(r_0) = 0$ kullanıldığında C_2 aşağıdaki gibi bulunur.

$$C_2 = -C_1 \frac{J_0(\lambda r_0)}{Y_0(\lambda r_0)}$$

Diğer sınır şartı olan $R'(r_0) = 0$ kullanıldığında da alttaki denklem elde edilir.

$$J_0(\lambda r_0) Y_1(\lambda r_1) = J_1(\lambda r_1) Y_0(\lambda r_0) \quad (4.34)$$

Bu durumda $R(r)$ fonksiyonu

$$R(r) = C_1 \left[J_0(\lambda r) - \frac{J_0(\lambda r_0)}{Y_0(\lambda r_0)} Y_0(\lambda r) \right] \quad (4.35)$$

olarak bulunur. Denklem 4.31 ve Denklem 4.35'te bulunanların $\psi(r, t) = R(r)\tau(t)$ dönüşümünde yerine konmasıyla da $\psi(r, t)$ fonksiyonu bulunur.

$$\psi(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\alpha(\frac{h_0}{\delta k} + \lambda_n^2)t} \frac{J_0(\lambda_n r) Y_0(\lambda_n r_0) - J_0(\lambda_n r_0) Y_0(\lambda_n r)}{Y_0(\lambda_n r_0)} \quad (4.36)$$

$\phi(r)$ fonksiyonunu bulmak için Denklem 4.27 çözülmelidir. Burada aşağıdaki gibi bir fonksiyon tanımlanabilir.

$$\Phi(r) = \frac{h_0}{\delta k_d} \phi(r) - \frac{\dot{q}''}{\delta k_p} \quad (4.37)$$

Bu durumda Denklem 4.27 aşağıdaki şekle dönüşecektir.

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Phi}{dr} \right) - \frac{h_0}{\delta k_d} \Phi(r) = 0 \quad (4.38)$$

Bu diferansiyel denklemin çözümü sonucunda çözüm

$$\phi(r) = C_1 I_0 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r \right) + C_2 K_0 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r \right) + \frac{\dot{q}''}{h_0} \quad (4.39)$$

olarak bulunur. $\varphi(r)$ fonksiyonunun türevi de

$$\varphi'(r) = C_1 \sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} I_1 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r \right) - C_2 \sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} K_1 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r \right) + \frac{\dot{q}''}{h_0} \quad (4.40)$$

olarak ifade edilir. Sınır şartları yerine konduğunda katsayılar olan C_1 ve C_2 aşağıdaki gibi bulunur.

$$C_1 = -\frac{\dot{q}''}{h_0} \frac{K_1 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r_1 \right)}{I_0 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r_0 \right) K_1 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r_1 \right) + I_1 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r_1 \right) K_0 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r_0 \right)} \quad (4.41)$$

$$C_2 = -\frac{\dot{q}''}{h_0} \frac{I_1 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r_1 \right)}{I_0 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r_0 \right) K_1 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r_1 \right) + I_1 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r_1 \right) K_0 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r_0 \right)} \quad (4.42)$$

Böylece $\theta(r,t)$ fonksiyonunu oluşturan iki fonksiyon da bulunur. Bundan sonraki aşama Denklem 4.36'daki toplama işleminin yapılmasıdır. Burada kullanılacak olan λ değerleri Denklem 4.34'ten bulunur. a_n değerlerinin bulunmasında da aynı λ değerleri kullanılmakla birlikte başlangıç sınır şartı kullanılmalıdır. Bu durumda a_n 'nin bulunması için alttaki denklem kullanılmalıdır.

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left[e^{-\alpha \left(\frac{h_0}{\delta k} + \lambda_n^2 \right) t} J_0(\lambda_n r) - \frac{J_0(\lambda_n r_0)}{Y_0(\lambda_n r_0)} Y_0(\lambda_n r) \right] \\ & = \theta_{A,i} - C_1 I_0 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r \right) - C_2 K_0 \left(\sqrt{\frac{h_0}{\delta k_d}} r \right) - \frac{\dot{q}''}{h_0} \end{aligned} \quad (4.43)$$

Benzer işlemlerle balata bölgesi dışındaki bölgeler için de aşağıdaki çözüm bulunur.

$$\theta(r,t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\alpha \left(\frac{h_0+h_1}{\delta k} + \lambda_n^2 \right) t} \frac{J_0(\lambda_n r) Y_0(\lambda_n r_0) - J_0(\lambda_n r_0) Y_0(\lambda_n r)}{Y_0(\lambda_n r_0)} \quad (4.44)$$

Bu çözümün sonuçlarının hesaplanabilmesi için sayısal yöntemlerden yararlanılması gerekmektedir. Bu nedenle hesaplamalar tek boyutlu model üzerinden yürütülmüştür.

4.6 Isıl Parametrelerin Mertebeleri

Fren disklerinde ve balatalarında kullanılan malzemelerin özelliklerinin mertebelerinin belirlenmesi için literatür araştırması yapılmıştır. Literatürde görüldüğü kadarıyla fren disklerinin yoğunluğu $7000-8000 \text{ kg/m}^3$ mertebelerindedir.

Denklemlerde kullanılan bir başka parametre olan özgül ısı için makalelerde kullanılan değerler fren diski için $450 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$ civarındadır.

Isı yayılım ve ısı iletim katsayıları ısının diskle balata arasındaki dağılımını belirlerken kullanılmıştır. Isı iletim katsayısı fren diski için $40-60 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$, balata için $5-15 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ mertebelerindedir.

Disk ile balata arasındaki sürtünme katsayısı da literatürde genel olarak 0,2 ile 0,6 aralarında kabul edilmiştir.

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Dinamik model sonucu elde edilen denklemlerle balatanın diske uyguladığı basınca bağlı olarak ivme bulunabilmektedir. Bu veri ile ısı modelde kullanılan denklemlerde yer alan durma süresi de hesaplanabilmektedir.

Isıl modelde elde edilen denklem çiftinin çözümü için geliştirilen algoritma sayesinde kanallı olmayan, tam fren diski diye anılan diskler için sıcaklıklar hesaplanabilmektedir.

Geliştirilen algoritmanın doğrulanması için Faramarz Talati ve Salman Jalalifar tarafından yapılan çalışmada[7] elde edilen verilerle karşılaştırma yapılmıştır.

Öncelikle karşılaştırmada kullanılan makalede kullanılan veriler algoritmaya yerleştirilmiştir. Makalede kullanılan veriler aşağıda Çizelge 5.1 ve Çizelge 5.2’de verilmiştir.

Çizelge 5.1: Frenlemedeki Parametreler [7]

Disk iç çapı:	132 mm
Disk dış çapı:	227 mm
Disk kalınlığı:	11 mm
İlk hız	100 km/h
Frenleme süresi:	3,96 s
İvme:	-7 m/s ²
Toplam enerji:	165 kJ
Ortalama kayma yarıçapı:	94,5 mm
Kayma uzunluğu:	37 mm

Çizelge 5.2: Isıl Parametreler [7]

	Disk	Balata
Isı iletim katsayısı ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	43,5	12
Yoğunluk (kg m^{-3})	7850	2500
Özgül ısı ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	445	900
Isı taşınım katsayısı ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$): 60		

Diskin iç çapı ve dış çapı doğrudan bu verilerden alınmıştır. Disk kalınlığının yarısı alınarak hesaplama yapılmıştır. Çünkü karşılaştırmada kullanılan makalede de normal şartlarda iki balatanın diskin iki tarafından basınç uygulayacağı düşünülerek 11 mm değeri verilmiş fakat orada da diskin eksenel doğrultuda simetrik olacağı varsayımıyla analiz sadece diskin 5,5 mm kalınlığındaki kısmı için yapılmıştır.

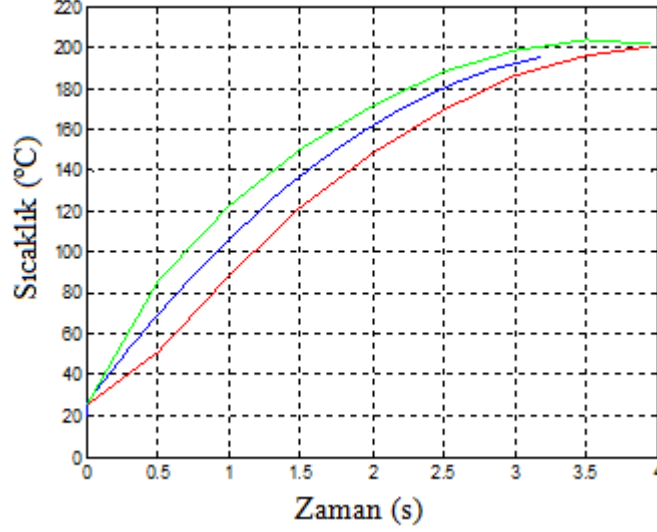
Makalede aracın kütlesi verilmemiştir. Fakat aracın ilk hızı ve bir balatanın sürtünmesi sonucu açığa çıkan enerji verilmiştir. Aracın tüm kinetik enerjisinin ısıl enerjiye dönüşeceğinden hareketle aracın kütlesi hesaplanmış ve algoritmada yerine konmuştur.

Algoritmada gerekli olan bir başka değer de balatanın kapladığı açıdır. Makalede ortalama kayma yarıçapı ve kayma uzunluğu verilmiştir. Balatanın üzerinde bulunduğu açı da bu verilerden yararlanılarak bulunmuştur.

Algoritmada gerekli olan bir başka veri de balatanın diske uyguladığı basınçtır. Bu değeri bulmak için de makaledeki ivme değeri kullanılmıştır.

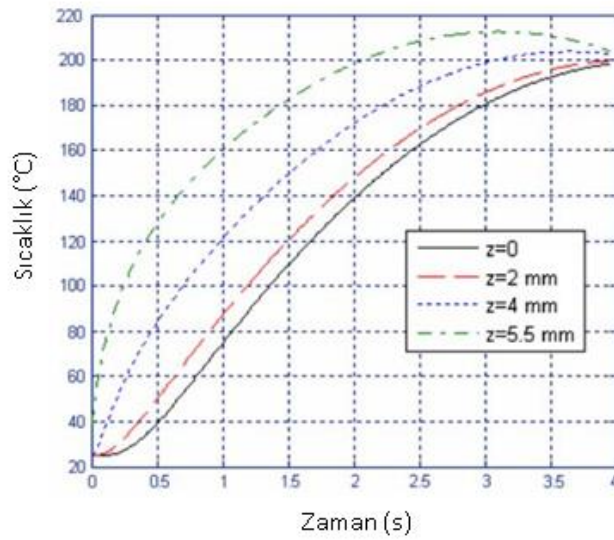
Tüm gerekli veriler gerekli yerlere yazıldıktan sonra algoritma çalıştırılmıştır. Yazılımın doğru çalışıp çalışmadığını gözlemlemek amacıyla yerleştirilen bir değişken açığa çıkan toplam ısı ile aracın başlangıçtaki kinetik enerjisini karşılaştırmaktadır. Bu değişkene bakılarak tüm kinetik enerjinin ısıya dönüştüğü görülmüştür.

Algoritma kullanılarak makaledeki verilerle hesaplama yapıldığında Şekil 5.1’de görülen grafik elde edilmiştir. Grafikte yatay eksen saniye cinsinden zamanı dikey eksen Celcius derece cinsinden sıcaklığı ifade etmektedir. Grafikte ayrıca karşılaştırılan makalede aksenel yönde 2 mm ve 4 mm mesafeler için verilmiş olan eğriler de sırasıyla kırmızı ve yeşil renkli olarak gösterilmiştir.



Şekil 5.1: Algoritma ile Çizdirilen Grafik

Karşılaştırılma yapılacak makalede ortalama yarıçap için farklı aksenel uzaklıklarda grafikler çizdirilmiştir. Bu grafikler Şekil 5.2’de görülmektedir. Bu şekilde de yatay eksen saniye cinsinden zamanı dikey eksen Celcius derece cinsinden sıcaklığı ifade etmektedir.



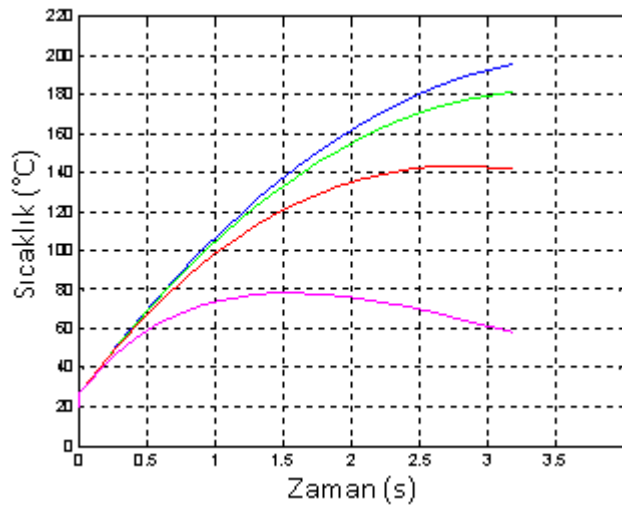
Şekil 5.2: Makalede Elde Edilen Grafik [7]

Makalede elde edilen grafik ile bu tez çalışmasında elde edilen grafik karşılaştırmanın kolay olması bakımından aynı ölçekte gösterilmektedir. Karşılaştırma yapıldığında elde edilen grafiğin eksenel yönde ortalama uzaklıklarda makaledeki grafik ile benzeştiği görülmektedir. Böylelikle oluşturulan algoritmanın doğrulaması yapılmıştır.

Oluşturulan algoritma sadece tam fren diskleri için geçerlidir. Kanallı tasarımların etkisi ancak taşınım katsayısına katılabilir. Tasarımda oluşturulacak farklılıkların etkisini görebilmek için öncelikle literatürde kanallı bir tasarımın toplam ısı taşınım katsayısına etkisinin hangi mertebelerde olduğu araştırılmıştır.

Songklanakarın Journal of Science and Technology dergisinde yayınlanan bir makalede [17] kanallı iki farklı fren disk için toplam ısı taşınım katsayıları bulunmaktadır. Yapılan deneylerde iki farklı fren diskinden birindeki toplam ısı taşınım katsayıları farklı hız ve başlangıç sıcaklıklarına göre 828 ile 2143 W m⁻² K⁻¹ arasındadır. İncelenen bir diğer diskte bu değerler 828 ile 2143 W m⁻² K⁻¹ arasında bulunmaktadır.

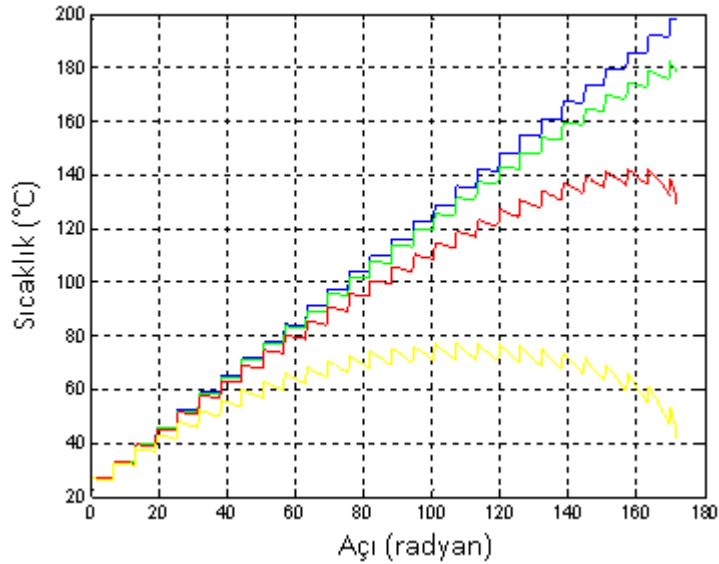
Bahsi geçen makaledeki [17] mertebelere göre farklı ısı taşınım katsayıları seçilerek bu değerler için diferansiyel elemanın her turda maksimum sıcaklığa ulaştığı noktalar çizdirilmiştir. Isı taşınım katsayısı değeri olarak W m⁻² K⁻¹ cinsinden 60, 500, 2000 ve 10000 değerleri kullanılmıştır. Bu değerlerle çizdirilen grafikler altta yer alan Şekil 5.3'te sırasıyla mavi, yeşil, kırmızı ve pembe renkte görülmektedir. Grafikte yatay eksen zamanı dikey eksen ise sıcaklığı temsil etmektedir.



Şekil 5.3: Farklı Isı Taşınım Katsayılarında Fren Sıcaklığı

Farklı toplam ısı taşınım katsayıları kanal tasarımlarındaki farklılıklarla elde edilmektedir. Dolayısıyla Şekil 5.3 aslında farklı tasarımların sıcaklık üzerine etkisini göstermektedir.

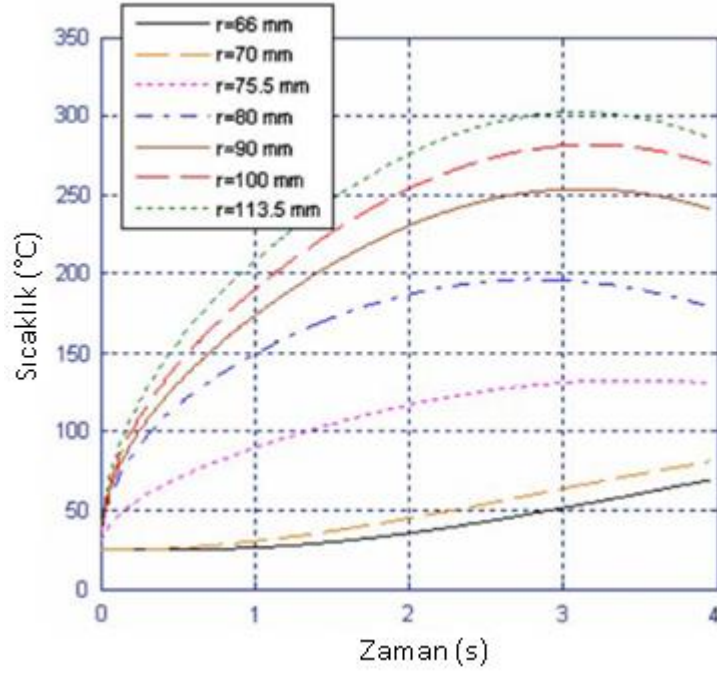
Şekil 5.1 ve Şekil 5.3 sadece diferansiyel elemanın balata altında kalan alanın çıkışındaki sıcaklıklarını göstermektedir. Tüm konumlar için çizdirilen grafik aşağıda yer alan Şekil 5.4'te gösterilmektedir. Yine bu grafikte de yatay eksen zamanı, dikey eksen sıcaklığı temsil etmektedir. Şekil 5.3'teki gibi burada da ısı taşınım katsayısı değeri olarak $W m^{-2} K^{-1}$ cinsinden 60, 500, 2000 ve 10000 değerleri kullanılmıştır. Bu değerlerle çizdirilen eğriler Şekil 5.4'te sırasıyla mavi, yeşil, kırmızı ve sarı renkte görülmektedir.



Şekil 5.4: Farklı ısı taşınım katsayılarında tüm konumlar

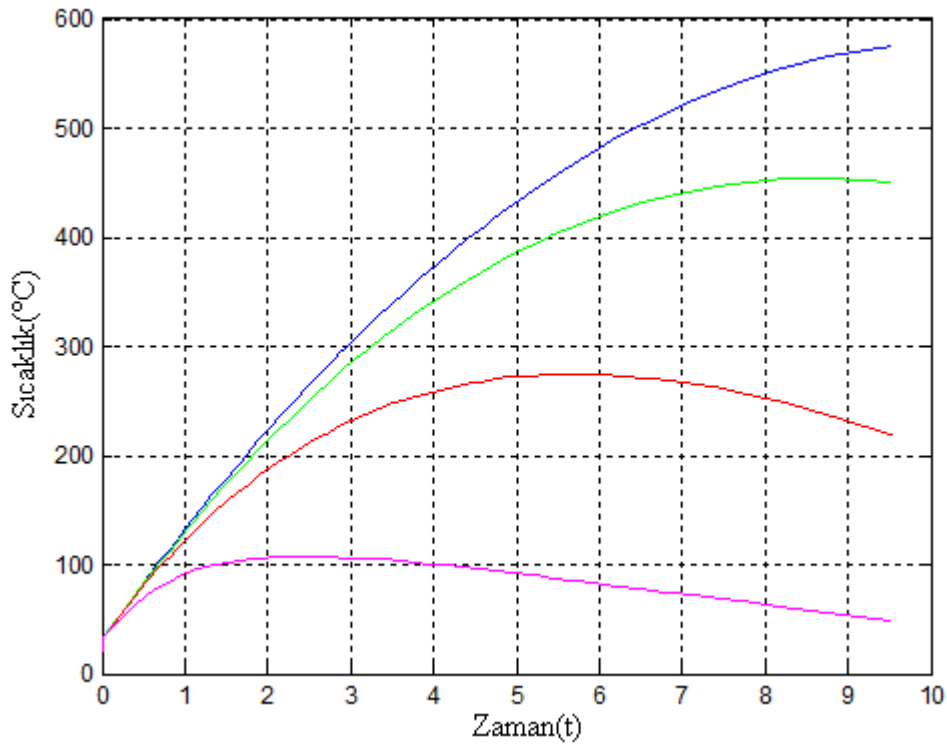
Faramarz Talati ve Salman Jalalifar tarafından yazılan makale [7] ile karşılaştırma yapılırken, bu tez çalışmasında sıcaklıklar radyal doğrultuda sabit kabul edildiğinden sadece ortalama yarıçap üzerindeki sıcaklıklara göre karşılaştırma yapılmıştır. Fakat adı geçen makalede[7] farklı radial mesafelerdeki sıcaklıklar da hesaplanmış ve grafiğe dökülmüştür. Bu grafik aşağıda bulunan Şekil 5.5'te görülmektedir. Yine bu grafikte de yatay eksen zamanı, dikey eksen sıcaklığı ifade etmektedir.

Ortalama yarıçap mesafesi için yapılan hesaplamalarda sıcaklığın 200 Celcius derece seviyelerine çıktığı görülmektedir, fakat merkezden daha uzak noktalarda yüzey sıcaklığı daha yüksek seviyelere çıkabilmektedir.



Şekil 5.5: Farklı Radyal Mesafelerdeki Yüzey Sıcaklıkları [7]

Şekil 5.5'te yüzey sıcaklığının kenarlarda 300 Celcius derece seviyesini aştığı görülmektedir. Fren diskinde yüksek sıcaklıklara çıkan bölgelerin varlığı farklı tasarımların önemini göstermektedir.



Şekil 5.6: Kamyon İçin Hesaplanan Sıcaklık Değerleri

Doğrulanmış olan algoritma bir kamyon için hesaplama yapmada kullanılırsa sıcaklığın çok daha yüksek seviyelere çıkabileceği ve farklı tasarımlar sonucu oluşturulabilecek farklı ısı geçiş katsayılarının sıcaklıklara etkisi daha iyi görülebilir. Yukarıda, Şekil 5.6'da görülen grafik böyle bir durumu göstermektedir. Yine burada da ısı taşınım katsayısı değeri olarak $W m^{-2} K^{-1}$ cinsinden 60, 500, 2000 ve 10000 değerleri kullanılmıştır. Bu değerlerle çizdirilen eğriler Şekil 5.4'te sırasıyla mavi, yeşil, kırmızı ve pembe renkte görülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] **Richard, S., & Ball, J. K.** (2004). *Automotive Engineering Fundamentals*. Warrendale: SAE International
- [2] **McPhee, A. D., & Johnson, D. A.** (2007). Experimental heat transfer and flow analysis of a vented brake rotor. *International Journal of Thermal Sciences*, 47 (2008), 458–467
- [3] **Belhocine, A., & Bouchetara, M.** (2011). Thermal analysis of a solid brake disc. *Applied Thermal Engineering*, 32 (2012), 59-67
- [4] **Parab1, V., Naik, K., & Dhale, A. D.** (2014). Structural and Thermal Analysis of Brake Disc. *International Journal of Engineering Development and Research*, 2(2014), 1398-1403.
- [5] **Ghadimi, B., Kowsary, F., & Khorami, M.** (2012). Thermal analysis of locomotive wheel-mounted brake disc. *Applied Thermal Engineering*, 51(2013), 948-952.
- [6] **Adamowicz, A., & Grzes, P.** (2010). Analysis of disc brake temperature distribution during single braking under non-axisymmetric load. *Applied Thermal Engineering*, 31(2011), 1003-1012.
- [7] **Talati, F., & Jalalifar, S.** (2009). Analysis of heat conduction in a disk brake system. *Heat Mass Transfer*, 45(2009), 1047-1059.
- [8] **Day, A. J** (2014). *Braking of Road Vehicles*. Oxford: Elsevierl
- [9] **Url-1** <<http://auto.howstuffworks.com> >, alındığı tarih: 05.10.2014
- [10] **Url-2** < <http://www.flyingspares.com> >, alındığı tarih: 05.10.2014
- [11] **Url-3** < [http:// www.vertexauto.com](http://www.vertexauto.com) >, alındığı tarih: 05.10.2014
- [12] **Url-4** < [http:// www.redline360.com](http://www.redline360.com) >, alındığı tarih: 05.10.2014
- [13] **Url-5** < <https://courses.engr.illinois.edu> >, alındığı tarih: 01.11.2014
- [14] **Url-6** < <http://www.ford.com.tr> >, alındığı tarih: 17.11.2014
- [15] **Url-7** < <http://www.fiat.com.tr> >, alındığı tarih: 17.11.2014
- [16] **Url-8** < <http://binekarac.vw.com.tr> >, alındığı tarih: 17.11.2014
- [17] **Lakkam, S., Suwantaroj, K., Puangcharoenchai1, P., Mongkonlerdmanee1, S., & Koetniyom, S.** (2013). Study of heat transfer on front– and back-vented brake discs. *Songklanakarin Journal of Science and Technology*, 35(6), 471-481

EKLER

EK A: Hesaplama İçin Kullanılan MATLAB Kodu

EK A

```
clc;
clear all;
close all;

phi=(pi-0.3913)/2;

density=7850;
density_p=2500;
thickness=0.0055;
cp=445;
cp_p=900;
k=43;
k_p=12;
alpha=k/(density*cp);
alpha_p=k_p/(density_p*cp_p);

epsilon=(alpha_p*sqrt(k))/(alpha*sqrt(k_p));
gama=1/(1+epsilon);

r0=0.066;
r1=0.1135;
rw=0.314;
r_avg=(2/3)*(r1^3-r0^3)/(r1^2-r0^2);

M=1670;
m=40;

friction=0.5;
pressure=12800000;
F=4*friction*pressure*(r1^2-r0^2)*cos(phi);
rf=(1/3)*((r1^3-r0^3)/(r1^2-r0^2))*((pi-2*phi)/(cos(phi)));
a=(F*rf)/((M+m)*rw);
```

```

V0_kmh=100;
V0_ms=V0_kmh/3.6;
w0=V0_ms/rw;
V0=w0*r_avg;

ts=V0_ms/a;

Tatm=20;
Theta=0;

temp1=density*thickness*cp;
temp2=gama*friction*pressure*V0;

padratio=2*pi/(pi-2*phi);
t=0;
cycle=1;

angle_cycle_prev=2*pi*(cycle-1);
angle_cycle=2*pi*cycle;
angle_pad=2*pi*(cycle-1)+2*pi/padratio;

t_cycle_prev=0;
t_cycle=ts*(1-sqrt(1-(2*angle_cycle)/(ts*w0)));
t_pad=ts*(1-sqrt(1-(2*angle_pad)/(ts*w0)));

kinetic_energy=(1/2)*(M+m)*V0_ms^2;
heat_gen=4*temp2/gama*(pi*(r1^2-r0^2)/padratio)*(ts/2);
total_energy_check=1-abs((kinetic_energy-heat_gen)/kinetic_energy);

t_incr=0.001;
T=[0 Tatm];

h0=0;
h1=0;

```

```

eA=-h0/temp1;
eB=-(h0+h1)/temp1;
C1=(Theta-((temp2/h0)*(1-
t_cycle_prev/ts)+(temp2/ts)*(temp1/h0^2)))/exp(eA*t_cycle_prev);

for h0=[60 500 2000 10000]
    h1=h0;

Tatm=20;
Theta=0;

temp1=density*thickness*cp;
temp2=gama*friction*pressure*V0;

eA=-h0/temp1;
eB=-(h0+h1)/temp1;
C1=(Theta-((temp2/h0)*(1-
t_cycle_prev/ts)+(temp2/ts)*(temp1/h0^2)))/exp(eA*t_cycle_prev);

while(t<=ts)
    if (t<=t_pad)
        Ttemp=(temp2/h0)*(1-t/ts)+(temp2/ts)*(temp1/h0^2)+C1*exp(eA*t)+Tatm;
        der_theta=-temp2/(h0*ts)+C1*eA*exp(eA*t);
        qA_st=temp1*der_theta;
        qA_gen=temp2*(1-(t/ts));
        qA_conv=h0*(Ttemp-Tatm);
        qA_check=qA_st-qA_gen+qA_conv;
        if(t==t_pad)
            Tmatrix=[t Ttemp];
            T=[T;Tmatrix];
            Theta=Ttemp-Tatm;
            C2=Theta/exp(eB*t_pad);
        end
    end
end

```

```

        if (isreal(t_pad)&&(t_pad-t)<t_incr && t~=t_pad)
            t=t_pad;
        elseif ((ts-t)<t_incr && t~=ts)
            t=ts;
        else
            t=t+t_incr;
        end

        elseif (t>t_pad && t<=t_cycle)
            Ttemp=C2*exp(eB*t)+Tatm;
            der_theta=C2*eB*exp(eB*t);
            qB_st=temp1*der_theta;
            qB_conv=(h0+h1)*(Ttemp-Tatm);
            qB_check=qB_st+qB_conv;

            if (isreal(t_cycle)&&(t_cycle-t)<t_incr && t~=t_cycle)
                t=t_cycle;
            elseif ((ts-t)<t_incr && t~=ts)
                t=ts;
            else
                t=t+t_incr;
            end

            if(t==t_cycle)
                cycle=cycle+1;
                angle_cycle_prev=2*pi*(cycle-1);
                angle_cycle=2*pi*cycle;
                angle_pad=2*pi*(cycle-1)+2*pi/padratio;
                t_cycle_prev=t_cycle;
                t_cycle=ts*(1-sqrt(1-(2*angle_cycle)/(ts*w0)));
                t_pad=ts*(1-sqrt(1-(2*angle_pad)/(ts*w0)));
                Theta=Ttemp-Tatm;
                C1=(Theta-((temp2/h0)*(1-
t_cycle_prev/ts)+(temp2/ts)*(temp1/h0^2)))/exp(eA*t_cycle_prev);

```

```

end
end
end

if (h0==60)
plot (T(:,1),T(:,2));
elseif(h0==500)
plot (T(:,1),T(:,2),'g');
elseif(h0==2000)
plot (T(:,1),T(:,2),'r');
elseif(h0==10000)
plot (T(:,1),T(:,2),'m');
end
axis([0,4,0,220]);
grid on;
hold on;
T=[0 Tatm];

t=0;
cycle=1;

angle_cycle_prev=2*pi*(cycle-1);
angle_cycle=2*pi*cycle;
angle_pad=2*pi*(cycle-1)+2*pi/padratio;

t_cycle_prev=0;
t_cycle=ts*(1-sqrt(1-(2*angle_cycle)/(ts*w0)));
t_pad=ts*(1-sqrt(1-(2*angle_pad)/(ts*w0)));
end

```


ÖZGEÇMİŞ

Ad Soyad: Gökhan KESKİN

Doğum Yeri ve Tarihi: Gediz / 25.03.1989

Adres: Dikilitaş mah. Tuğrul sokak No:10/12 Beşiktaş-İSTANBUL

E-Posta: g.keskin@hotmail.com

Lisans: İstanbul Teknik Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü

Mesleki Deneyim: 2,5 yıl Ford Otasan'da Ar-Ge Mühendisi