



**DNA MOLEKÜLÜNÜN SİMETRİ
OPERASYONLARININ CLIFFORD CEBİRİ
İLE İNCELENMESİ**

Yüksek Lisans Tezi

Hatice GÜNEY

Eskişehir 2024

**DNA MOLEKÜLÜNÜN SİMETRİ OPERASYONLARININ CLIFFORD CEBİRİ
İLE İNCELENMESİ**

Hatice GÜNEY

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Abidin KILIÇ

Eskişehir

Eskişehir Teknik Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Ocak 2024

Bu tez çalışması BAP Komisyonu tarafından kabul edilen 23ADP043 no.lu proje kapsamında desteklenmiştir.

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Hatice GÜNEY'in "DNA Molekülünün Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiri ile İncelenmesi" başlıklı tezi 23/01/2024 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek Eskişehir Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca, Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

Unvanı Adı Soyadı

İmza

Üye

: Prof. Dr. Abidin KILIÇ

Üye

: Doç. Dr. Muhammet Bahadır AYAS

Üye

: Dr. Öğr. Üyesi Özge BAĞLAYAN

Prof. Dr. Semra KURAMA

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

DANIşMAN ONAYI

Danişmanlığını yürüttüğüm Yüksek Lisans ğrencisi Hatice Güney, “*DNA Molekülünün Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiri ile İncelenmesi*” başlıklı tez çalışmasını tamamlamıştır. Hazırlamış olduğu tez tarafımca incelenmiş ve öğrencinin tez savunma sınavına alınması bilimsel ve etik açıdan uygun görülmüştür.

Tez Danişmanı

Prof. Dr. Abidin KILIÇ

ÖZET

DNA MOLEKÜLÜNÜN SİMETRİ OPERASYONLARININ CLIFFORD CEBİRİ İLE İNCELENMESİ

Hatice GÜNEY

Yüksek Enerji ve Plazma Fiziği Anabilim Dalı

Eskişehir Teknik Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Ocak 2024

Danışman: Prof. Dr. Abidin KILIÇ

William Kingdon Clifford da Hamilton ve Grassmann'ın çalışmalarını birleştirerek *Geometrik Cebir*'i tanımladı. Clifford, cebirini 1878'de "Applications of Grassmann's Extensive Algebra" adlı eserinde yayımladı. Bu çalışmanın yayımlanması ile fizikteki bazı büyüklüklerin Clifford Cebiri ile gösterilebileceği ve bu gösterimin de cebirsel işlemlerde kolaylıklar sağlayacağı fark edildi. Özellikle Elektromanyetik Teori ve Kuantum Mekanik'i'ndeki uygulamaları bilim insanlarını heyecanlandırdı. 1980'li yılların ardından özellikle David Hestenes'in çalışmaları bu cebirin gelişi açısından yol gösterici oldu. Bilgisayar yazılımlarındaki sağladığı kolaylıklar da göz ardı edilemez.

Bu çalışmada ise DNA molekülünün farklı dizilim şekillerinde oluşturduğu dodekahedron yapısı, bu molekülün yansıma ve simetri operasyonlarının da Clifford Cebiri ile gösterileceğini ortaya koydu. Tezin amacı da bu önermeyi ispatlamaktır.

Anahtar sözcükler: Clifford cebiri, Platonik katılar, Dodekahedron, DNA.

ABSTRACT
INVESTIGATION OF DNA MOLECULE SYMMETRY OPERATIONS WITH
CLIFFORD ALGEBRA

Hatice GÜNEY

Department of High Energy and Plasma Physics

Eskisehir Technical University, Graduate School of Education, January 2024

Supervisor: Prof. Dr. Abidin KILIÇ

William Kingdon Clifford also combined the work of Hamilton and Grassmann and defined Geometric Algebra. Clifford published his algebra in 1878 in his "Applications of Grassmann's Extensive Algebra". With the publication of this study, it was realized that some quantities in physics could be represented with Clifford Algebra and that this representation would facilitate algebraic operations. Especially its applications in Electromagnetic Theory and Quantum Mechanics excited scientists. After the 1980s, especially the works of David Hestenes were guiding for the development of this algebra. The conveniences provided by computer software cannot be ignored.

In this study, it was revealed that the dodecahedron structure formed by the DNA molecule in different alignment shapes and the reflection and symmetry operations of this molecule will be represented by Clifford Algebra. The aim of the thesis is to prove this proposition.

Keywords: Clifford algebra, Platonic solids, Dodecahedron, DNA.

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans sürecinde atlattığım türlü badireler nihayetinde danışmanım olan, pedagojik yaklaşımıyla öğrenciyle nasıl iletişim kuracağını bilen, bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, çalışmalarımı yönlendiren ve yol gösteren danışman hocam Prof. Dr. Abidin KILIÇ'a teşekkür ederim.

Hatice GÜNEY



ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmanın Eskişehir Teknik Üniversitesi tarafından kullanılan “bilimsel intihal tespit programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

Hatice GÜNEY

İÇİNDEKİLER

Sayfa

BAŞLIK SAYFASI	I
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	II
DANIŞMAN ONAYI	III
ÖZET	IV
ABSTRACT.....	V
TEŞEKKÜR	VI
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	VII
İÇİNDEKİLER.....	VIII
TABLolar DİZİNİ	X
ŞEKİLLER DİZİNİ	XI
GÖRSELLER DİZİNİ	XII
1. GİRİŞ	1
2. CLIFFORD CEBİRİ	3
2.1. Dış Çarpım.....	3
2.2. Öklidyen Düzlemi	4
2.3. Geometrik Çarpım.....	5
2.4. İç Çarpım.....	6
2.5. İz Düşüm ve Dik Bileşen.....	7
3. MOLEKÜLLERİN YANSIMA VE DÖNME OPERASYONLARI.....	9
3.1. Yansima Operasyonu	9
3.2. Dönme Operasyonu	10
4. PLATONİK KATILAR	13
4.1. Tetrahedron.....	15
4.2. Küb.....	16
4.3. Oktahedron.....	17
4.4. İkosahedron	18
4.5. Dodekahedron	19
5. PLATONİK KATILARIN YANSIMA VE DÖNME OPERASYONLARI VE SİMETRİ GRUPLARI.....	20
5.1. Grup	20
5.2. Alt Grup.....	20

5.3. Platonik Katıların Simetri Grubu	20
5.3.1. Tetrahedronun simetri grubu.....	21
5.3.2. Küb ve oktahedronun simetri grubu	21
5.3.3. İkosahedron ve dodekahedronun simetri grubu	23
6. DNA (DEOKSİRİBONÜKLEİK ASİT)	26
6.1. DNA'nın Primer Yapısı.....	26
6.2. DNA'nın Sekonder Yapısı.....	28
6.3. DNA'nın Tersiyer Yapısı.....	29
7. DNA MOLEKÜLÜNÜN SİMETRİ OPERASYONLARININ CLIFFORD CEBİRİ İLE GÖSTERİMİ.....	31
7.1. DNA'nı Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiri ile İncelenmesi	31
7.2. Dodekahedronun Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiri ile İncelenmesi	33
8. SONUÇ VE TARTIŞMA	35
KAYNAKÇA.....	36

TABLÖLAR DİZİNİ

Sayfa

Tablo 4.1. Platonik katıların özellikleri	14
Tablo 4.2. Tetrahedronun köşe koordinatları.....	16
Tablo 4.3. Kübün köşe koordinatları	17
Tablo 4.4. Oktahedronun köşe koordinatları.....	17
Tablo 4.5. İkosahedronun köşe koordinatları.....	18
Tablo 4.6. Dodekahedronun köşe koordinatları.....	20
Tablo 5.1. Tetrahedronun yansıma operasyonları.....	21
Tablo 5.2. Tetrahedronun dönme operasyonları	21
Tablo 5.3. Kübün yansıma operasyonları	22
Tablo 5.4. Kübün dönme operasyonları.....	22
Tablo 5.5. Oktahedronun yansıma operasyonları	23
Tablo 5.6. Oktahedronun dönme operasyonları.....	23
Tablo 5.7. İkosahedronun yansıma operasyonları.....	24
Tablo 5.8. İkosahedronun dönme operasyonları	24
Tablo 5.9. Dodekahedronun yansıma operasyonları.....	25
Tablo 5.10. Dodekahedronun dönme operasyonları	25

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.1. Dış çarpım	3
Şekil 2.2. İç çarpım.....	7
Şekil 4.1. Tetrahedron	15
Şekil 4.2. Küb	16
Şekil 4.3. Oktahedron	17
Şekil 4.4. İkosahedron	18
Şekil 4.5. Dodekahedron	19
Şekil 5.1. Tetrahedronun yansıma ve dönme eksenleri	21
Şekil 5.2. Kübün yansıma ve dönme eksenleri.....	22
Şekil 5.3. Oktahedronun yansıma ve dönme eksenleri.....	23
Şekil 5.4. İkosahedronun yansıma ve dönme eksenleri.....	24
Şekil 5.5. Dodekahedronun yansıma ve dönme eksenleri.....	25
Şekil 6.1. DNA'nın yapısı	26
Şekil 6.2. DNA'nın yapısını oluşturan bazlar	27
Şekil 6.3. DNA'nın bağ yapısı	27
Şekil 6.4. DNA'nın fosfodiester bağ yapısı	28
Şekil 6.5. DNA'nın bazlarının bağ yapısı	28
Şekil 6.6. DNA'nın sarmal yapısı	29
Şekil 6.7. DNA'nın paketlenmesi.....	30
Şekil 7.1. DNA çift heliksinin dodekahedron görünüşü.....	31
Şekil 7.2. DNA çift heliksinin dodekahedron görünüşü.....	32
Şekil 8.1. DNA hedefli ilaçların temsili fotoğrafı	35

GÖRSELLER DİZİNİ

Sayfa

- Görsel 4.1.** Johannes Kepler'in (1571-1630) evrendeki gezegenlerin birbiri içine yerleşmiş platonik katılardan oluştuğu fikrini gösteren bir diyagram 13



1. GİRİŞ

William Rowan Hamilton (1805-1865) kompleks düzlemde döndürme hareketini üç boyutlu uzaya genelleştirmeyi sağlayacak kuaternionları 1843'te icat etmiştir ve 1844'te bu konudaki çalışmasını yayımlamıştır. Aynı tarihlerde Hermann Gunther Grassmann (1809-1877) ise üç boyutlu öklidyen uzaydaki vektörel çarpımın bir genel hali olan dış çarpımı tanımladı. Grassman 1844 yılında *Die Lineale Ausdehnungslehre* adlı kitabında çok boyutlu geometriye sistematik bir yaklaşım getirmiş ve *Extensive Algebra* adını verdiği ve diferansiyel formların gelişimine yol açan bir cebir tanımlamıştır.

William Kingdon Clifford da Hamilton ve Grassmann'ın çalışmalarını birleştirerek *Geometrik Cebir*'i tanımladı. Clifford, cebirini 1878'de "Applications of Grassmann's Extensive Algebra" adlı eserinde yayımladı. Clifford Cebirinin geliştirilmesi, kendi ölümünden sonra da devam etti ve bu alanda önemli ilerlemeler 20. yüzyılın ikinci yarısında gerçekleşti.

Clifford Cebirini 1900'lü yılların ikinci yarısında C. Chevalley, E. Artin , M. Riesz , A. Crumeyrolle ve I. Porteous gibi bilim insanları geliştirmişlerdir.

Özellikle Görelilik Teorisi ve Kuantum Teorisi'ne uygulanması ile Clifford Cebiri yeniden ilgi çekmeye başladı. 1960'larda; David Hestenes, Clifford Cebirinin, matematik, fizik ve mühendislik için birleşik bir dil ve araç olduğunu fark etti ve Clifford Cebirinin geometrik anlamlarını ortaya çıkarmak için çalışmalara başladı. Fizikçi David Hestenes (Riesz'in öğrencisi) Geometri Cebiri olarak adlandırılan ve kendisinin de belirttiği gibi hem metrik hem de metrik olmayan geometrilere birleşik bir yaklaşım sağlayan, gerçek sayılarınkine çok benzeyen (ancak değişmeli olmayan) aksiyomatik bir yaklaşım önerdi. Hestenes kendi geometrik cebirinin geometrik bilgilerle dolu yeni bir dil olduğunu ve teorik fizik için mevcut en iyi matematiksel aracı oluşturduğunu iddia etti. Bu yeni dille Hestenes, rölativistik ve rölativistik olmayan klasik ve kuantum mekaniğinin matematiksel temellerini daha da geliştirmiştir. Hestenes'in çabaları, bilgisayar destekli tasarım, bilgisayar görüşü, robotik ve diğer disiplinlerdeki uygulamalar sayesinde Clifford Cebiri, daha popüler ve yaygın bir hale geldi.

Paul Dirac, 1928'de kendi adını taşıyan Dirac Denklemini geliştirerek fizik ve matematikte devrim yaptı. Bu denklemin önemi, fizikteki spinörler ve parçacıkların davranışlarını açıklamak için kullanılan Clifford Cebirinin temel taşlarından olan; uzay ve zamanın yapısını anlamada kullanılan gama matrislerini ortaya çıkarmasıydı. Dirac'ın bu buluşu, Clifford Cebirinin tarihindeki yerini pekiştirdi ve kuantum mekaniğinde temel

bir araç haline getirdi. Clifford Cebirinin daha önce geometride ve diğer matematik alanlarında kullanılmış olması ile Dirac'ın katkısı, bu cebiri parçacık fiziğinin merkezine yerleştirdi [1-3].

Bu tez çalışmasında DNA'nın dodekahedron yapısı gösterilerek simetri operasyonları Clifford Cebiri ile hesaplanmıştır. İkinci bölümde Clifford Cebiri'nin genel özellikleri anlatılmıştır. Üçüncü bölümde molekül yapısında kullanılacak olan yansıma ve simetri operasyonları gösterilmiştir. Dördüncü bölümde platonik katıların genel özelliklerinden bahsedilip köşe koordinatları belirlendikten sonra beşinci bölümde platonik katıların simetri grupları ele alınmıştır. Altıncı bölümde DNA'nın yapısının genel hatlarına değinilmiş olup yedinci bölümde DNA'nın dodekahedron yapısı ile ilgili hesaplamalar yapılarak Clifford Cebiri ile simetri operasyonları gösterilmiştir.

2. CLIFFORD CEBİRİ

Fizikte kavramların kendi aralarındaki bağıntılarını incelemek gerekir. Bu bağlantılar kurulurken de problemlerin çözümüne en çok katkıyı sağlayacak matematik araçları -yani cebirsel işlemler- kullanılır. Bilinen cebirler içinden problemlerin çözümünü en çok kolaylaştıran cebir de elbette en tercih edilen olur. Clifford Cebiri fiziksel büyüklüklerin aralarındaki bağıntıyı tanımlayan vektörlerin kendi aralarındaki ilişkisi, çarpımı ve geometrik anlamlarını inceler.

2.1. Dış Çarpım

Clifford Cebirinde dış çarpım (veya wedge çarpımı), vektörlerin antisimetrik (simetrik olmayan) bir şekilde çarpılmasını ifade eder.

$\vec{x}$ ve $\vec{y}$ iki vektör olsun. Bu iki vektörün dış çarpımı $\wedge$ (wedge) işareti ile gösterilir; $\vec{x} \wedge \vec{y}$ olarak ifade edilir.

Vektörlerin dış çarpımı sonucu 2 boyutlu düzlemde yönlü bir alan elde edilir ve vektörler yer değiştirdiğinde işaret değişir.

$$\vec{x} \wedge \vec{y} = -\vec{y} \wedge \vec{x} \quad (2.1)$$

Aynı iki vektörün çarpımının sonucu bir alan oluşturmadığı için 0 olur.

$$\vec{x} \wedge \vec{x} = 0 \quad (2.2)$$

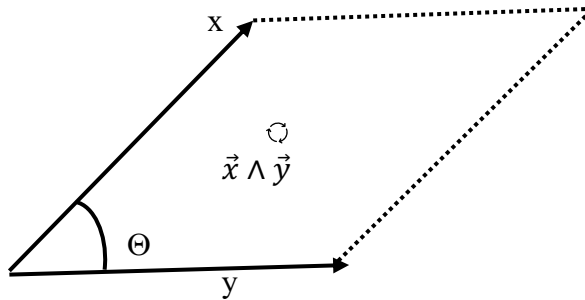
λ gibi bir skaler dış çarpımda yer değiştirme özelliğine sahiptir.

$$(\lambda \vec{x}) \wedge \vec{y} = \lambda (\vec{x} \wedge \vec{y}) \quad (2.3)$$

$$\lambda (\vec{x} \wedge \vec{y}) = (\vec{x} \wedge \vec{y}) \lambda \quad (2.4)$$

Dış çarpımın vektörlerin toplama işlemi üzerine dağılma özelliği vardır.

$$\vec{x} \wedge (\vec{y} + \vec{z}) = (\vec{x} \wedge \vec{y}) + (\vec{x} \wedge \vec{z}) \quad (2.5)$$



Şekil 2.1. Dış çarpım

2.2. Öklidyen Düzlemi

e_1 ve e_2 birim baz vektör, x_1, x_2, y_1, y_2 skaler olmak üzere a ve b iki vektör olsun.

O halde

$$a = (x_1, x_2)$$

$$b = (y_1, y_2)$$

$$\vec{a} = x_1 \cdot e_1 + x_2 \cdot e_2 \quad (2.6)$$

$$\vec{b} = y_1 \cdot e_1 + y_2 \cdot e_2 \quad (2.7)$$

ise a ve b vektörlerinin öklidyen düzlemde dış çarpımları;

$$\begin{aligned} \vec{a} \wedge \vec{b} &= (x_1 \cdot e_1 + x_2 \cdot e_2) \wedge (y_1 \cdot e_1 + y_2 \cdot e_2) \\ &= (x_1 \cdot e_1 \wedge y_1 \cdot e_1) + (x_1 \cdot e_1 \wedge y_2 \cdot e_2) \\ &\quad + (x_2 \cdot e_2 \wedge y_1 \cdot e_1) + (x_2 \cdot e_2 \wedge y_2 \cdot e_2) \\ &= x_1 \cdot y_1 e_1 \wedge e_1 + x_1 \cdot y_2 e_1 \wedge e_2 \\ &\quad + x_2 \cdot y_1 e_2 \wedge e_1 + x_2 \cdot y_2 e_2 \wedge e_2 \\ &= x_1 \cdot y_2 \cdot I + x_2 \cdot y_1 (-I) \\ &= (x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1) I \end{aligned} \quad (2.8)$$

bulunur.

$$e_1 \wedge e_2 = I \quad (2.9)$$

$$e_2 \wedge e_1 = -I \quad (2.10)$$

olarak kabul edilir.

Üç boyutlu uzayda e_1, e_2, e_3 birim baz vektörler olarak kabul edebiliriz.

$$e_1 \wedge e_2 = e_{12} \quad (2.11)$$

$$e_1 \wedge e_3 = e_{13} \quad (2.12)$$

$$e_2 \wedge e_3 = e_{23} \quad (2.13)$$

$\vec{a}$ ve $\vec{b}$ vektör, $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$ skaler olmak üzere;

$$\vec{a} = x_1 \cdot e_1 + x_2 \cdot e_2 + x_3 \cdot e_3 \quad (2.14)$$

$$\vec{b} = y_1 \cdot e_1 + y_2 \cdot e_2 + y_3 \cdot e_3 \quad (2.15)$$

ifade edilirse, dış çarpımları;

$$\begin{aligned} \vec{a} \wedge \vec{b} &= (x_1 \cdot e_1 + x_2 \cdot e_2 + x_3 \cdot e_3) \wedge (y_1 \cdot e_1 + y_2 \cdot e_2 + y_3 \cdot e_3) \\ &= (x_1 y_1 e_1 \wedge e_1) + (x_1 y_2 e_1 \wedge e_2) + (x_1 y_3 e_1 \wedge e_3) + (x_2 y_1 e_2 \wedge e_1) \\ &\quad + (x_2 y_2 e_2 \wedge e_2) + (x_2 y_3 e_2 \wedge e_3) + (x_3 y_1 e_3 \wedge e_1) + (x_3 y_2 e_3 \wedge e_2) \\ &\quad + (x_3 y_3 e_3 \wedge e_3) \\ &= x_1 y_1 e_{11} + x_1 y_2 e_{12} + x_1 y_3 e_{13} + x_2 y_1 e_{21} + x_2 y_2 e_{22} + x_2 y_3 e_{23} + \\ &\quad + x_3 y_1 e_{31} + x_3 y_2 e_{32} + x_3 y_3 e_{33} \\ &= (x_1 y_2 - x_2 y_1) e_{12} + (x_1 y_3 - x_3 y_1) e_{13} + (x_2 y_3 - x_3 y_2) e_{23} \end{aligned} \quad (2.16)$$

bulunur.

2.3. Geometrik Çarpım

Geometrik çarpım, hem iç çarpımı (nokta çarpımı) hem de dış çarpımı (vektörel çarpım) birleştiren bir operasyondur ve bu, Clifford Cebiri'nin temelini oluşturur.

Geometrik çarpım iç çarpım ve dış çarpımın toplamından oluşur.

$$\vec{x} \vec{y} = \vec{x} \cdot \vec{y} + \vec{x} \wedge \vec{y} \quad (2.17)$$

A, B, C çokluvektör; **I** birim vektör; λ skaler olmak üzere;

(AB)C=A(BC) (birleşme özelliği)

$\lambda \mathbf{A} = \mathbf{A} \lambda$ (skalerin yer değiştirme özelliği)

A(B-C)=AB-BC (dağılma özelliği)

$$\mathbf{A} = x_1 + x_2 e_1 + x_3 e_2 + x_4 I$$

$$\mathbf{B} = y_1 + y_2 e_1 + y_3 e_2 + y_4 I$$

A ve **B**'nin geometrik çarpımı;

$$\mathbf{AB} = (x_1 + x_2 e_1 + x_3 e_2 + x_4 I) \mathbf{B}$$

$$= x_1 \mathbf{B} + x_2 e_1 \mathbf{B} + x_3 e_2 \mathbf{B} + x_4 I \mathbf{B}$$

$$\begin{aligned}
&=x_1(y_1+y_2e_1+y_3e_2+y_4I) + x_2e_1(y_1+y_2e_1+y_3e_2+y_4I) + \\
&\quad x_3e_2(y_1+y_2e_1+y_3e_2+y_4I) + x_4I(y_1+y_2e_1+y_3e_2+y_4I) \\
&=x_1y_1+x_1y_2e_1 + x_1y_3e_2+x_1y_4I+x_2e_1y_1+x_2e_1y_2e_1 + x_2e_1y_3e_2 + x_2e_1y_4I + \\
&\quad x_3e_2y_1 + x_3e_2y_2e_1 + x_3e_2y_3e_2 + x_3e_2y_4I+x_4Iy_1+x_4Iy_2e_1 + \\
&\quad x_4Iy_3e_2+x_4Iy_4I \\
&=x_1y_1+x_1y_2e_1 + x_1y_3e_2+x_1y_4I+x_2y_1e_1 + x_2y_2e_1e_1 + \\
&\quad x_2y_3e_1e_2+x_2y_4e_1I+x_3y_1e_2 + x_3y_2e_2e_1+x_3y_3e_2e_2+ \\
&\quad x_3y_4e_2I+x_4y_1I+x_4y_2Ie_1+x_4y_3Ie_2 + x_4y_4II \\
&=x_1y_1 + x_1y_2e_1 + x_1y_3e_2 + x_1y_4I + x_2y_1e_1 + x_2y_2 + x_2y_3I+x_2y_4e_2 + \\
&\quad x_3y_1e_2 - x_3y_2I + x_3y_3-x_3y_4e_1+x_4y_1I-x_4y_2e_2 + x_4y_3e_1 - x_4y_4 \\
&=(x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 - x_4y_4)+(x_1y_2+x_2y_1-x_3y_4 + x_4y_3) e_1 + \\
&\quad (x_1y_3+x_2y_4 + x_3y_1-x_4y_2) e_2+(x_1y_4 + x_2y_3 - x_3y_2 + x_4y_1)I \quad (2.18)
\end{aligned}$$

bulunur.

2.4. İç Çarpım

İç çarpım, iki vektör arasındaki skalere indirgenmiş çarpımdır ve geometrik olarak iki vektör arasındaki "projeksiyon" miktarını ölçer.

İç çarpım simetrik bir operasyondur. Yani;

$$x.y=y.x \text{ 'tır}$$

' $\perp$ ' işareti ile gösterilir.

skaler skaler çarpımı:

$$x \perp y=x.y$$

vektör skaler çarpımı:

$$\vec{x} \perp y=0$$

skaler vektör çarpımı:

$$x \perp \vec{y}=x\vec{y}$$

vektör vektör çarpımı:

$$\vec{x} \perp \vec{y}=x.y$$

vektör multivektör çarpımı:

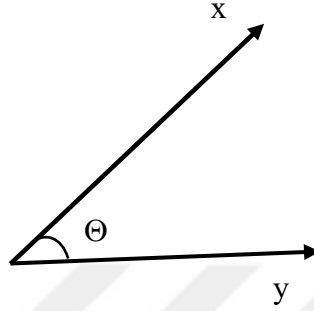
$$\vec{x} \perp (\vec{y} \wedge \vec{z})=(\vec{x} \perp \vec{y}) \wedge \vec{z}-\vec{y} \wedge (\vec{x} \perp \vec{z})$$

dağılıma özelliği:

$$(\vec{x} \cdot \vec{y}) \cdot \vec{z} = \vec{x} \cdot (\vec{y} \cdot \vec{z})$$

$$x, y \in \mathbb{R}^3$$

$$x \cdot y = y \cdot x$$



Şekil 2.2. İç çarpım

2.5. İz Düşüm ve Dik Bileşen

Bir vektörün başka bir vektöre izdüşümü, birinci vektörün ikinci vektör üzerine "düşen" kısmını ifade eder.

$$\vec{x} = \vec{x}_{\parallel Y} + \vec{x}_{\perp Y} \quad (2.19)$$

Y ikivektör ise geometrik çarpımdan;

$$\vec{x}Y = \vec{x} \cdot Y + \vec{x} \quad (2.20)$$

olarak yazabiliriz.

$$\vec{x}_{\perp Y} \cdot Y = 0 \quad (2.21)$$

$$\vec{x}_{\parallel Y} \wedge Y = 0 \quad (2.22)$$

Geometrik çarpımı $\vec{x}_Y$ vektörünün dik ve paralel bileşenlerine de uygulayalım;

$$\vec{x}_{\perp Y} Y = \vec{x}_{\perp Y} \cdot Y + \vec{x}_{\perp Y} \wedge Y$$

$$= 0 + \vec{x}_{\perp Y} \wedge Y$$

$$= \vec{x}_{\perp Y} \wedge Y + 0$$

$$= \vec{x}_{\perp Y} \wedge Y + \vec{x}_{\parallel Y} \wedge Y$$

$$= (\vec{x}_{\perp Y} + \vec{x}_{\parallel Y}) \wedge Y$$

$$=\vec{x} \wedge Y \quad (2.23)$$

bulunur. Her iki tarafı da Y^{-1} ile çarpalım.

$$\vec{x}_{\perp Y} Y Y^{-1} = (\vec{x} \wedge Y) Y^{-1} \quad (2.24)$$

$$\vec{x}_{\perp Y} = (\vec{x} \wedge Y) Y^{-1} \quad (2.25)$$

Şimdi aynı işlemleri $\vec{x}_{\parallel Y}$ için yapalım.

$$\begin{aligned} \vec{x}_{\parallel Y} Y &= \vec{x}_{\parallel Y} \cdot Y + \vec{x}_{\parallel Y} \wedge Y \\ &= \vec{x}_{\parallel Y} \cdot Y + \vec{x}_{\perp Y} \cdot Y \\ &= (\vec{x}_{\parallel Y} + \vec{x}_{\perp Y}) \cdot Y \\ &= \vec{x} \cdot Y \end{aligned} \quad (2.26)$$

Her iki tarafı da Y^{-1} ile çarpalım.

$$\vec{x}_{\parallel Y} Y Y^{-1} = (\vec{x} \cdot Y) Y^{-1} \quad (2.27)$$

$$\vec{x}_{\parallel Y} = (\vec{x} \cdot Y) Y^{-1} \quad (2.28)$$

Bulduğumuz $\vec{x}_{\parallel Y}$ ve $\vec{x}_{\perp Y}$ değerlerini topladığımızda;

$$\begin{aligned} \vec{x}_{\parallel Y} + \vec{x}_{\perp Y} &= (\vec{x} \cdot Y) Y^{-1} + (\vec{x} \wedge Y) Y^{-1} \\ &= (\vec{x} \cdot Y + \vec{x} \wedge Y) Y^{-1} \\ &= \vec{x} Y Y^{-1} \end{aligned} \quad (2.29)$$

elde edilir. Y ile Y^{-1} çarpımının sonucu 1 olacağından;

$$\vec{x}_{\parallel Y} + \vec{x}_{\perp Y} = \vec{x} \quad (2.30)$$

olduğu ispat edilir.[1,2,4]

3. MOLEKÜLLERİN YANSIMA VE DÖNME OPERASYONLARI

Clifford Cebiri'nin moleküler düzeydeki dönme ve yansımaya operasyonları, moleküler simetrileri, yapıları ve dinamiklerini anlamada önemlidir. Bu, kimyasal yapıların daha iyi modellenmesine, moleküler etkileşimlerin daha iyi anlaşılmasına ve olası yeni moleküler tasarımların geliştirilmesini sağlar.

3.1. Yansımaya Operasyonu

Clifford Cebiri içindeki yansımaya operasyonu, genellikle bir vektörün veya diğer geometrik nesnelerin belirli bir eksen veya düzlem etrafında yansıtılmasını, bir düzleme veya daha yüksek boyutlu bir uzaya göre nasıl ters çevrildiğini açıklar.

n birim vektör

$n^2=1$ olmak üzere;

$\vec{x}_{\parallel} : \vec{x}$ 'in n 'ye paralel izdüşümü

$\vec{x}_{\perp} : \vec{x}$ 'in n ' ye dik izdüşümü

$$\begin{aligned}\vec{x} &= n^2 \vec{x} \\ &= n (n \cdot \vec{x} + n \wedge \vec{x}) \\ &= \vec{x}_{\parallel} + \vec{x}_{\perp}\end{aligned}\quad (3.1)$$

$$\vec{x}_{\parallel} = \vec{x} \cdot n \quad \vec{x}_{\perp} = n \wedge \vec{x} \quad (3.2)$$

$$n \cdot \vec{x}_{\perp} = \langle n \wedge \vec{x} \rangle = \langle n \wedge \vec{x} \rangle = 0 \quad (3.3)$$

$\vec{x}$ vektörünü n 'ye dik düzlemde yansıtmanın sonucu;

$$\begin{aligned}\vec{x}' &= \vec{x}_{\perp} - \vec{x}_{\parallel} = n \wedge \vec{x} - \vec{x} \cdot n \\ &= -n \cdot \vec{x} - n \wedge \vec{x} \\ &= -n \vec{x}\end{aligned}\quad (3.4)$$

Bu ifade, yalnızca iç çarpım kullanılarak elde edilebilecek en uygun ifadeye eşdeğerdir.

$$\vec{x}' = \vec{x} - 2 \vec{x} \cdot n \quad (3.5)$$

Yansımanın genel formülü;

$$\vec{x}' = -n \vec{x} \quad (3.6)$$

Yansıma operasyonunun uzunlukları ve açıları koruyup korumadığını doğrulamak için, iki vektörün yansıtıldıktan sonra aralarındaki skaler çarpımın değişmediğini kontrol etmeliyiz. Bu, yansıma formülünün yeniden düzenlenmesiyle basitçe elde edilebilir:

$$(-\vec{n}\vec{x}) (-\vec{n}\vec{y}) = \langle (-\vec{n}\vec{x})(-\vec{n}\vec{y}) \rangle = \langle \vec{n}\vec{x}\vec{y}\vec{n} \rangle = \langle \vec{x}\vec{y}\vec{n}\vec{n} \rangle = \vec{x} \cdot \vec{y} \quad (3.7)$$

3.2. Dönme Operasyonu

Clifford Cebiri'nde bir dönme operasyonu, genellikle bir vektörün bir eksen etrafında döndürülmesi olarak tanımlanır. Bu dönüşümler, özel olarak tanımlanmış Clifford Cebiri elemanları kullanılarak ifade edilir.

İki birim vektör m ve n tarafından oluşturulan düzlemde, bir dönüşümün m ve n 'ye dik hiper düzlemlerdeki ardışık yansımalar yoluyla gerçekleşir. Bu yöntemde, $\vec{x}$ 'in $m \wedge n$ düzlemine dik bileşenleri sabit kalırken, trigonometri, ilk vektör $\vec{x}$ ile son vektör $\vec{z}$ arasındaki açının, m ve n arasındaki açının iki katı olduğunu gösterir. Sonuç olarak, bu ardışık yansıma işlemleri, $m \wedge n$ düzlemi etrafında 2θ açısında bir dönüşüme yol açar, burada $m \cdot n = \cos(\theta)$ bağıntısı geçerlidir.

$\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ vektör birer vektör olmak üzere

m, n birim vektör;

R bivektör;

$\vec{x}'$ döndürülmüş vektördür.

$$\vec{y} = -m \vec{x} m \quad (3.8)$$

$$\vec{z} = -n \vec{y} n = -n (-m \vec{x} m) n = n m \vec{x} m n \quad (3.9)$$

$R = nm$ olarak tanımlanır. R geometrik cebirde "rotor" olarak adlandırılır.

Rotasyonun sonucu olarak;

$$\vec{z} = R \vec{x} R^\dagger \text{ dir.} \quad (3.10)$$

$$R = nm = n \cdot m + n \wedge m = \cos(\theta) + n \wedge m \quad (3.11)$$

$$(n \wedge m)(n \wedge m) = -\sin^2(\theta) \quad (3.12)$$

$\wedge n$ düzleminde birim bivektörü, B ile tanımlarız. Bu bivektör, m ve n birim vektörlerinin dış çarpımı ile oluşturulan, düzlemi temsil eden ve büyüklüğü bu düzleme dik olan bir vektördür.

Birim bivektör B'yi $m \wedge n$ cinsinden tanımlayabiliriz.

$$B = \frac{m \wedge n}{\sin(\theta)} \quad \vec{B}^2 = -1 \quad (3.13)$$

R'yi kutupsal olarak yazdığımızda;

$$R = \cos(\theta) - B \sin(\theta) \text{ dir.} \quad (3.14)$$

R üstel olarak ifade edilirse;

$$R = \exp(-B \theta) \text{ olur} \quad (3.15)$$

Formül 2 θ yerine θ kadar döndürülürse bu defa R;

$$R = \exp(-B \theta / 2) \text{ 'dir.} \quad (3.16)$$

Bunu da B düzlemi üzerinde $\vec{x}$ vektörüne uyguladığımızda;

$$\vec{x} \rightarrow \vec{x}' = \exp(-B \theta / 2) \vec{x} \exp(B \theta / 2) \quad (3.17)$$

ifadesi elde edilir.

R iki vektörün geometrik çarpımı olduğundan;

$$RR^\dagger = nm(nm)^\dagger = nmnmn = 1 = R^\dagger R \quad (3.18)$$

eşitliğini görürüz.

$$\vec{x}' = R \vec{x} R^\dagger \quad (3.19)$$

$$\vec{y}' = R \vec{y} R^\dagger \quad (3.20)$$

olmak üzere;

$$\begin{aligned} \vec{x}' \cdot \vec{y}' &= \frac{1}{2} (R \vec{x} R^\dagger R \vec{y} R^\dagger + R \vec{y} R^\dagger R \vec{x} R^\dagger) \\ &= \frac{1}{2} R (\vec{x} \vec{y} + \vec{y} \vec{x}) R^\dagger \\ &= \vec{x} \cdot \vec{y} R R^\dagger \\ &= \vec{x} \cdot \vec{y} \end{aligned} \quad (3.21)$$

eşitliği sağlanır.

Ters dönüşümün aşağıdaki gibi verildiğini görebiliriz.

$$\vec{x} = R^\dagger \vec{x}' R \quad (3.22)$$

$$R^\dagger \vec{x}' R = R^\dagger R \vec{x} R^\dagger R = \vec{x} \quad (3.23)$$

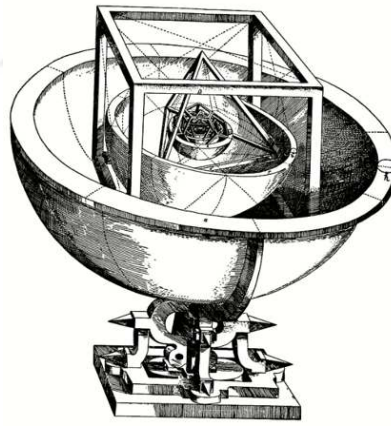
Rotorların kullanımı, vektör ve düzlemler gibi geometrik nesnelerin yanı sıra bunları dönüştüren elemanların, yani rotorların, aynı matematiksel yapı içinde ifade edilebilmesiyle değer kazanır. Rotor $R = \exp(-B \theta / 2)$ olarak tanımlandığında, bir bivektör olan B 'nin etrafında bir açıyla dönme işlemini temsil eder ve bu da bir vektörün uzayda nasıl döndüğünü gösterir [1-7].

4. PLATONİK KATILAR

Platonik katılar, antik zamanlardan itibaren tanınan geometrik şekillerdir. Antik Yunan'da, özellikle Pisagor ve Theaetetus gibi matematikçiler tarafından bu katılar üzerinde çalışmalar yapılmıştır. Platon, bu katıları kendi felsefesinde dört temel elementle ilişkilendirerek, her bir elementi bir Platonik katı ile eşleştirmiştir: Ateş keskin kenarlı tetrahedron ile, hava ise hafif ve pürüzsüz oktahedron ile temsil edilmiştir. Su, akıcı yapısıyla ikosahedronu, toprak ise düzenli ve sağlam yapısıyla kübü simgeler. Platon, dodekahedronu ise daha soyut bir şekilde gök cisimleri ile ilişkilendirirken, küpün öklidyen uzayda düzenli bir şekilde yerleştirilebilmesi, Dünya'nın katılığına işaret etmektedir (<http-1>).

Düzgün katılar ya da düzgün çokyüzlüler olarak da adlandırılan Platonik katılar, uyumlu dışbükey düzgün çokgenlerden oluşan eşdeğer yüzlere sahip çokyüzlülerdir (<http-2>).

Normalize platonik katı, kenarların orta noktasından katının hacim merkezine olan uzaklığının 1 olmasıdır [1,2].



Görsel 4.1. Johannes Kepler'in (1571-1630) evrendeki gezegenlerin birbiri içine yerleşmiş platonik katılardan oluştuğu fikrini gösteren bir diyagram (<http-3>)

“Dünya'nın küresi diğer tüm yörüngelerin ölçüsüdür. Etrafına bir dodekahedron çizin. Onu çevreleyen küre Mars'ınki olacaktır. Mars'ın etrafına bir dört yüzlü çizin. Onu çevreleyen küre Jüpiter'in küresi olacaktır. Jüpiter'in etrafına bir küp çizin. Çevresindeki küre Satürn'ünki olacaktır. Şimdi, Dünya'nın yörüngesinin içine bir ikosahedron yerleştirin. İçine yazılan küre Venüs'ünki olacaktır. Venüs'ün içine bir oktahedron yerleştirin. İçine yazılan küre Merkür'ünki olacaktır. İşte gezegenlerin sayısının temeli.” (Mysterium Cosmographicum)

Tablo 4.1. *Platonik katıların özellikleri [1,2]*

ÇOK YÜZLÜ	Köşe Sayısı-V	Kenar Sayısı-E	Yüz Sayısı-F	Schlaflı Sembolü	Wythoff Sembolü	C&R Sembolü
TETRAHEDRON	4	6	4	{3,3}	3 I 2 3	3 ³
KÜB	8	12	6	{4,3}	3 I 2 4	4 ³
OKTAHEDRON	6	12	8	{3,4}	4 I 2 3	3 ⁴
İKOSAHEDRON	12	30	20	{3,5}	5 I 2 3	3 ⁵
DODEKAHEDRON	20	30	12	{5,3}	3 I 2 5	5 ³

Schlaflı sembolü: {p,q}

p=her yüzdeki kenar sayısı

q=tepe noktasında (vertekte) buluşan yüz sayısı

V=köşe sayısı

E=kenar sayısı

F=yüzey sayısı olmak üzere;

Euler Formülü:

$$V-E+F=2 \quad (4.1)$$

$$\cos \phi = \frac{O_1 O_3}{O_0 O_3} = \frac{R_1}{R_0} = \cos \frac{\pi}{p} \csc \frac{\pi}{q} \quad (4.2)$$

$$\cos \lambda = \frac{O_2 O_3}{O_1 O_3} = \frac{R_2}{R_1} = \cos \frac{\pi}{p} \cos \frac{\pi}{q} \quad (4.3)$$

$$\cos \chi = \frac{O_2 O_3}{O_0 O_3} = \frac{R_2}{R_0} = \cot \frac{\pi}{p} \cot \frac{\pi}{q} \quad (4.4)$$

$$\delta = \pi - 2\psi \quad (4.5)$$

$$R_0 = e \sin \frac{\pi}{q} \csc \frac{\pi}{h} \quad (4.6)$$

$$R_1 = e \cos \frac{\pi}{p} \csc \frac{\pi}{h} \quad (4.7)$$

$$R_2 = e \cot \frac{\pi}{p} \cos \frac{\pi}{q} \csc \frac{\pi}{h} \quad (4.8)$$

$$2N_1 e^2 \cot \frac{\pi}{p} \quad (4.9)$$

$$\frac{2}{3} N_1 e^3 \cot \frac{\pi}{p} \cos \frac{\pi}{q} \csc \frac{\pi}{h} \quad (4.10)$$

Yüzey alanının gösterimi:

$$S = \frac{pq l^2}{4 - (p-2)(q-2)} \cot \frac{\pi}{p} \quad (4.11)$$

Hacmin gösterimi:

$$V = 1/6 \frac{pq l^3}{4 - (p-2)(q-2)} \cot^2 \frac{\pi}{p} \cos \frac{\pi}{p} \csc \frac{\pi}{2} \left(\frac{10-p-q}{p+q+2} \right) \quad (4.12)$$

Bitişik herhangi iki yüzey arasındaki açı:

$$\phi = 2 \arcsin \left(\cos \frac{\pi}{q} \csc \frac{\pi}{p} \right) \quad (4.13)$$

4.1. Tetrahedron

Bir tetrahedron (dört yüzlü), Platonik katıların en basit şekli olan üçgen bir piramittir. Temel özellikleri şunlardır:

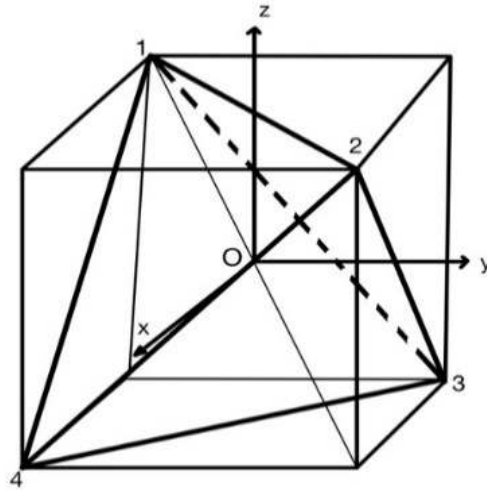
Yüzleri: Tetrahedronun dört yüzü vardır ve her biri eşkenar üçgendir.

Kenarlar: Toplam altı düz kenarı bulunmaktadır.

Köşeler: Dört köşesi vardır ve bu köşeler birbirinden eşit uzaklıktadır.

Simetri: Altı simetri düzlemine sahiptir.

Paralel Yüzler: Diğer Platonik katılardan farklı olarak, tetrahedronun paralel yüzleri yoktur (http-2).



Şekil 4.1. Tetrahedron [1,2]

Normalize edilmiş tetrahedronun kenar uzunluğu $2\sqrt{2}$ 'dir [1,2].

Tablo 4.2. Tetrahedronun köşe koordinatları [1,2]

KÖŞE NUMARASI	KOORDİNATI
1	(-1; -1;1)
2	(1;1;1)
3	(-1;1; -1)
4	(1; -1;-1)

4.2. Küb

Eşit boyutlu kare yüzlerden oluşan düzgün bir çok yüzlüdür.

Bir küp, üç boyutlu geometrik bir şekil olarak şu temel özelliklere sahiptir:

Kenarlar, Yüzler ve Köşeler: Küp, toplam 12 kenara, 6 kare şeklinde yüze ve 8 köşeye sahiptir.

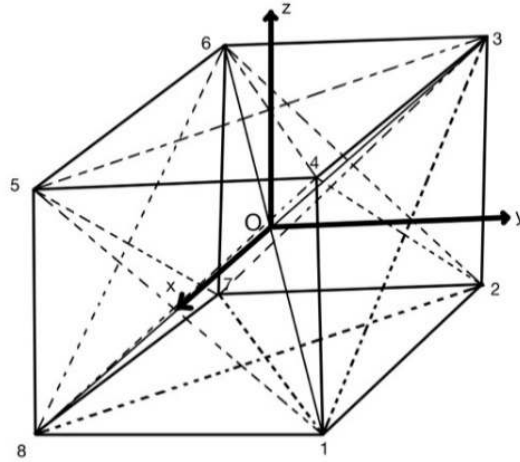
Yüzlerin Özellikleri: Her yüz kare şeklindedir. Bu, küpün her bir boyutunun (uzunluk, genişlik, yükseklik) eşit olduğu anlamına gelir.

Açılar: Her iki yüz arasındaki açılar 90°'dir, bu da yüzlerin dik açılarla birleştiği anlamına gelir.

Paralel Yüzler ve Kenarlar: Karşılıklı yüzler ve kenarlar birbirine paraleldir.

Yüzlerin Buluşma Noktaları: Her yüz, diğer dört yüzle buluşur.

Köşelerin Özellikleri: Her köşe, üç farklı yüzü ve üç farklı kenarı birleştirir (http-2).



Şekil 4.2. Küb [1,2]

Normalize edilmiş küb için a değeri 0,707'dir [1,2].

Tablo 4.3. Kübün köşe koordinatları [1,2]

KÖŞE NUMARASI	KOORDİNATI
1	(a; a;-a)
2	(-a; a; -a)
3	(-a; a; a)
4	(a; a;a)
5	(a; -a;a)
6	(-a; -a; a)
7	(-a; -a; -a)
8	(a; -a; -a)

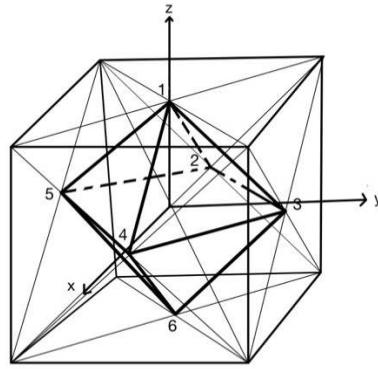
4.3. Oktahedron

Sekiz eşit üçgen yüzden oluşan düzgün çok yüzlüdür. Oktahedron (sekizyüzlü), Platonik katılardan biridir ve belirgin geometrik özelliklere sahiptir:

Köşeler ve Kenarlar: Oktahedron, 6 köşeye sahiptir. Her köşede dört kenar birleşir, bu da oktahedronun simetrik bir yapısını gösterir.

Yüzler: Oktahedronun, düzgün bir oktahedron olması durumunda, her biri eşkenar üçgen şeklinde olan 8 yüzü vardır. Bu yüzler, oktahedronun her bir kenarında birleşir.

Kenarlar: Toplam 12 kenarı bulunur. Bu kenarlar, oktahedronun sekiz yüzünün sınırlarını oluşturur (http-2).



Şekil 4.3. Oktahedron [1,2]

Normalize edilmiş oktahedron için b değeri 1,414'tür [1,2].

Tablo 4.4. Oktahedronun köşe koordinatları [1,2]

KÖŞE NUMARASI	KOORDİNATI
1	(0;0;b)
2	(-b;0;0)
3	(0;b;0)
4	(b;0;0)
5	(0;-b;0)
6	(0;0;-b)

4.4. İkosahedron

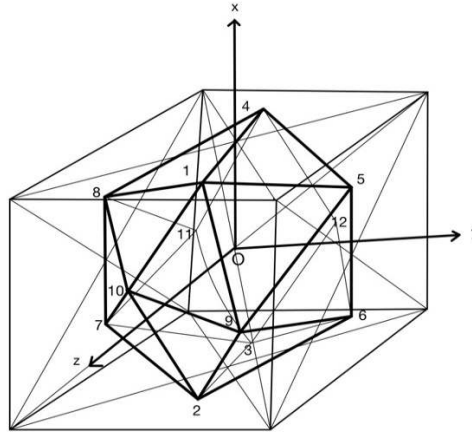
İkosahedron, Platonik katılar arasında özel bir yere sahip olan 20 yüzlü bir çokyüzlüdür. Yunanca kökenli adı, bu katının 20 yüze sahip olduğuna işaret eder. İkosahedronun temel özellikleri şunlardır:

Yüzler, Kenarlar ve Köşeler: İkosahedron, 20 eşkenar üçgen yüze, 30 kenara ve 12 köşeye sahiptir.

Geometrik Yapı: Bu katı, tamamen eşkenar üçgenlerden oluşur, bu da ona yüksek derecede simetri ve dengeli bir yapı kazandırır.

Hacim ve Yüzey Alanı: Platonik katılar içinde, yüzey alanına göre en büyük hacme sahip olanıdır. Bu, ikosahedronun verimli bir şekilde uzayı kapladığını gösterir.

Yüz Sayısı: Platonik katılar arasında en fazla yüz sayısına sahip olanıdır. Bu, onun karmaşık ve detaylı bir yapıya sahip olduğunu gösterir (http-2).



Şekil 4.4. İkosahedron [1,2]

Normalize edilmiş ikosahedron için c değeri 0,618'dir [1,2].

Tablo 4.5. İkosahedronun köşe koordinatları [1,2]

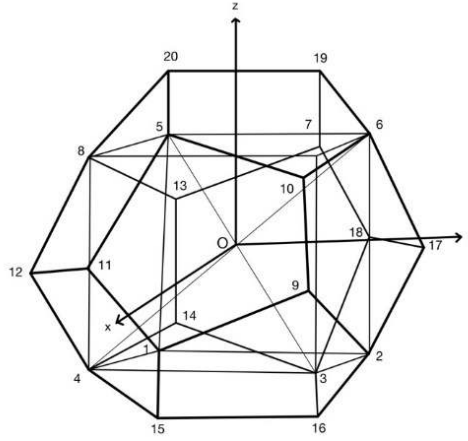
KÖŞE NUMARASI	KOORDİNATI
1	(c;0;1)
2	(c;0;-1)
3	(-c;0; -1)
4	(-c;0;1)
5	(0;1; c)
6	(0;1; -c)
7	(0; -1;-c)
8	(0; -1; c)
9	(1; c;0)
10	(1; -c;0)
11	(-1; -c;0)
12	(-1; c;0)

4.5. Dodekahedron

Dodekahedron aşağıdaki özelliklere sahiptir:

Yüzler, Kenarlar ve Köşeler: Dodekahedron, 12 beşgen yüzden, 30 kenardan ve 20 köşeden oluşur. Her köşede üç kenar bir araya gelir.

Diagonaller: Bu katının toplam 160 köşegeni bulunur. Bu, dodekahedronun karmaşık iç yapısını gösterir (http-2).



Şekil 4.5. Dodekahedron [1,2]

Normalize edilmiş dodekahedronun kenar uzunluğu 0,764'tür [1,2].

Tablo 4.6. Dodekahedronun köşe koordinatları [1,2]

KÖŞE NUMARASI	KOORDİNATI
1	0,618; 0,618; -0,618
2	-0,618; 0,618; -0,618
3	-0,618; -0,618; -0,618
4	0,618; -0,618; -0,618
5	0,618; 0,618; 0,618
6	-0,618; 0,618; 0,618
7	-0,618; -0,618; 0,618
8	0,618; -0,618; 0,618
9	0; 1; -0,382
10	0; 1; 0,382
11	1; 0,382; 0
12	1; -0,382; 0
13	0; -1; 0,382
14	0; -1; -0,382
15	0,382; 0; -1
16	-0,382; 0; -1
17	-1; 0,382; 0
18	-1; -0,382; 0
19	-0,382; 0; 1
20	0,382; 0; 1

5. PLATONİK KATILARIN YANSIMA VE DÖNME OPERASYONLARI VE SİMETRİ GRUPLARI

Platonik katılar tam simetrik geometrik özelliklere sahiptir. Yansıma ve dönme operasyonları da bir grup oluştururlar.

5.1. Grup

Bir grup, aşağıdaki özelliklere sahip bir bileşim yasası ile bir G kümesidir:

a, b, c G kümesinin elemanları olmak üzere,

-birleşme özelliği

$$(ab)c = a(bc)$$

-birim eleman

$$1a = a = a1$$

- G kümesinin her elemanının tersi vardır.

$$ab = 1 = ba$$

5.2. Alt Grup

Bir G grubunun bir H alt kümesi, aşağıdaki özelliklere sahipse G 'nin bir alt grubudur:

-kapalılık özelliği

a, b H nin elemanı ise ab de elemanıdır.

-birim eleman

1 H nin elemanıdır.

-tersinebilirlik

a H nin elemanı ise a^{-1} de elemanıdır [8].

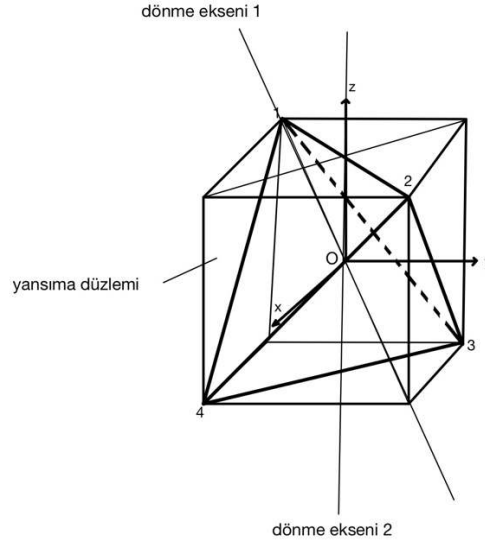
5.3. Platonik Katıların Simetri Grubu

Platonik katıların simetri grupları, bu düzgün çok yüzlülerin simetri özelliklerini tanımlayan matematiksel yapıları ifade eder. Her bir Platonik katı, dönme ve yansıma simetrilerinin bir kombinasyonunu içeren özgün bir simetri grubuna sahiptir. Bu gruplar, katıların geometrisini ve simetri özelliklerini yansıtarak, onların nasıl dönüştürülebileceğini anlamak için kullanılır.

İki Platonik katı birbirinin duali ise aynı simetri gruplarına sahip olurlar.

5.3.1. Tetrahedronun simetri grubu

Tetrahedron A_4 'e izomorfik rotasyonel simetri grubuna ve S_4 'e izomorfik total simetri grubuna sahiptir (http-4).



Şekil 5.1. Tetrahedronun yansıma ve dönme eksenleri [1,2]

Tablo 5.1. Tetrahedronun yansıma operasyonları [1,2]

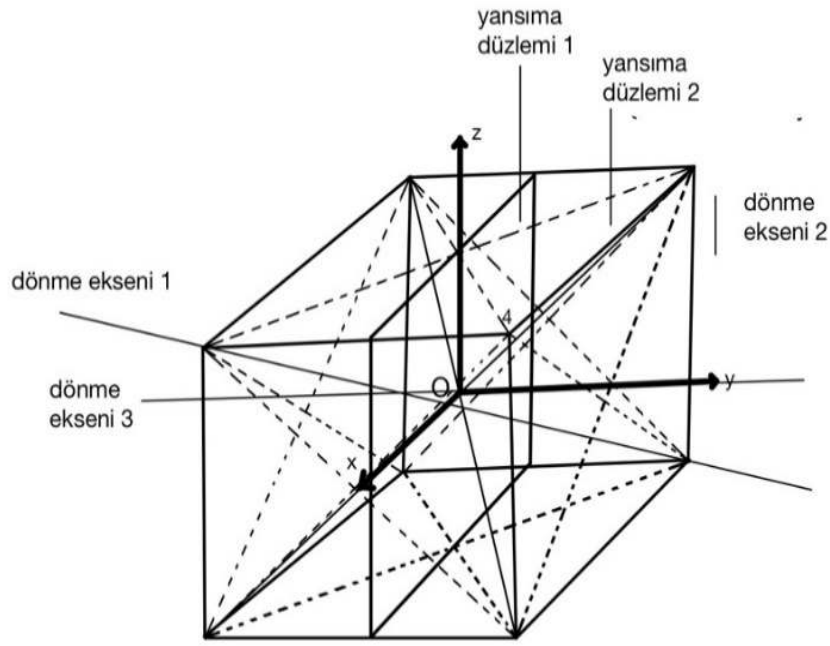
Tetrahedron	Tanımlama	Sayısı
Yansıma	Karşılıklı yüzeyler arasında kenar boyunca	6

Tablo 5.2. Tetrahedronun dönme operasyonları [1,2]

Tetrahedron	Tanımlama	Tanımlamanın uygulanacağı köşe sayısı	Tekrar sayısı
Dönme operasyonu (dönme eksen 1)	Her bir köşeyi, karşısındaki yüzeyin merkezine birleştiren eksen	4	3
Dönme operasyonu (dönme eksen 2)	Bir kenarı orta noktasını, karşı kenarın orta noktasına birleştiren eksen	3	2

5.3.2. Küb ve oktahedronun simetri grubu

Küb ve Oktahedron S_4 izomorfik rotasyonel simetri grubuna ve $S_4 \times Z_2$ 'e izomorfik total simetri grubuna sahiptir (http-4).



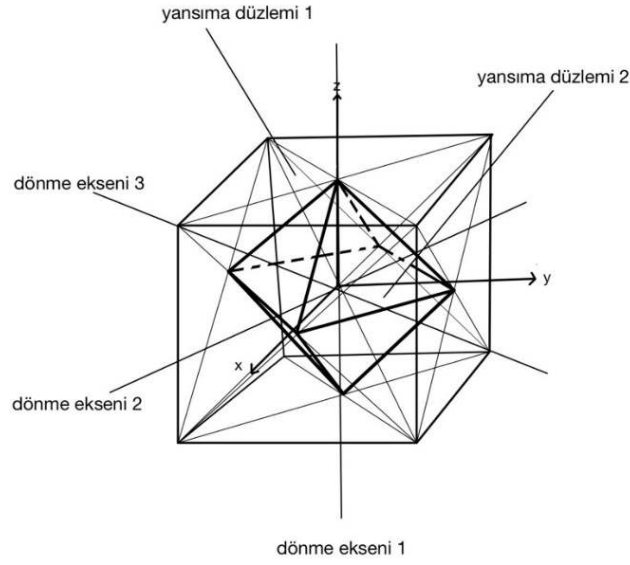
Şekil 5.2. Kübün yansıma ve dönme eksenleri [1,2]

Tablo 5.3. Kübün yansıma operasyonları [1,2]

Küb	Tanımlama	Sayısı
Yansıma (1)	Karşılıklı dört yüzeyin kenarlarının orta noktalarının oluşturduğu yüzeyler	3
Yansıma (2)	Birbirine dik yüzeylerin, komşu olmayan kenarlarını birleştiren yüzeyler	6

Tablo 5.4. Kübün dönme operasyonları [1,2]

Küb	Tanımlama	Tanımlamanın uygulanacağı köşe sayısı	Tekrar sayısı
Dönme operasyonu (yansıma eksen 1)	Karşılıklı köşeleri birleştiren eksen	3	4
Dönme operasyonu (yansıma eksen 2)	Bir kenarın orta noktasını, karşı kenarın orta noktasına birleştiren eksen	6	2
Dönme operasyonu (yansıma eksen 3)	Bir yüzeyin orta noktasını, karşı yüzeyin orta noktasına birleştiren eksen	4	3



Şekil 5.3. Oktahedronun yansıma ve dönme eksenleri [1,2]

Tablo 5.5. Oktahedronun yansıma operasyonları [1,2]

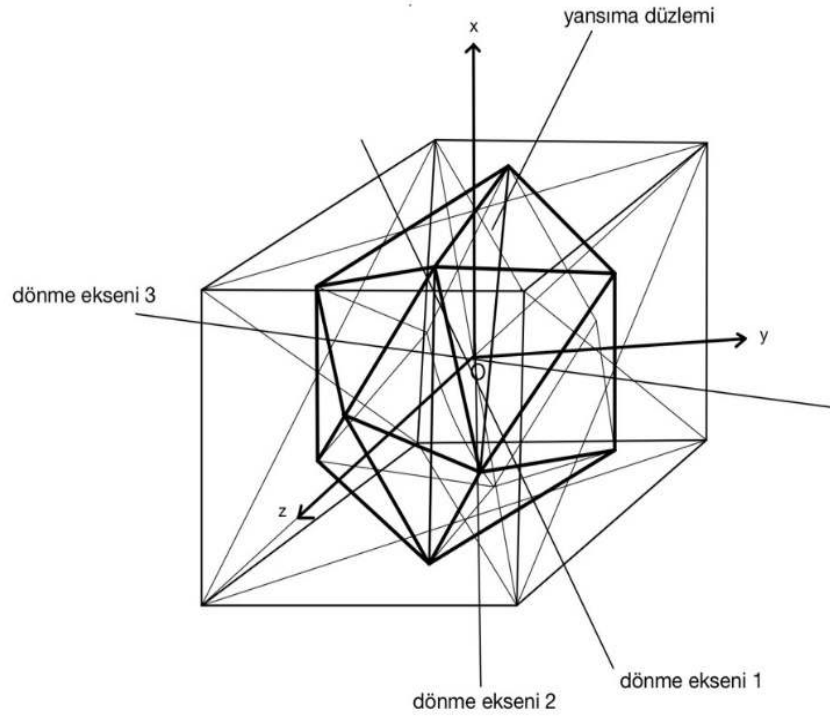
Oktahedron	Tanımlama	Sayısı
Yansıma (1)	Hacim merkezindeki dörtgenlerin oluşturduğu düzlem	3
Yansıma (2)	Karşılıklı dört yüzün alt ve üstteki buluştukları noktalar ile, ortadaki dörtgenin kenar orta noktalarını oluşturdukları düzlem	6

Tablo 5.6. Oktahedronun dönme operasyonları [1,2]

Oktahedron	Tanımlama	Tanımlamanın uygulanacağı köşe sayısı	Tekrar sayısı
Dönme operasyonu (yansıma eksen 1)	Karşılıklı köşeleri birleştiren eksen	3	4
Dönme operasyonu (yansıma eksen 2)	Bir kenarın orta noktasını, karşı kenarın orta noktasına birleştiren eksen	6	2
Dönme operasyonu (yansıma eksen 3)	Bir yüzeyin orta noktasını, karşı yüzeyin orta noktasına birleştiren eksen	4	3

5.3.3. İkosahedron ve dodekahedronun simetri grubu

Dodekahedron ve ikosehedron A_5 'e izomorfik rotasyonel simetri grubuna ve $A_5 \times Z_2$ e izomorfik total simetri grubuna sahiptir (http-4).



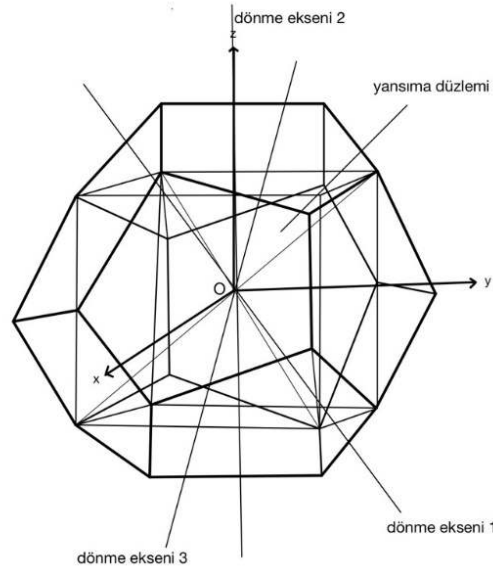
Şekil 5.4. İkosaedronun yansıma ve dönme eksenleri [1,2]

Tablo 5.7. İkosaedronun yansıma operasyonları [1,2]

İkosaedron	Tanımlama	Sayısı
Yansıma (1)	Karşılıklı dört yüzde, komşu iki yüzün ortak kenarının, karşı komşu iki yüzün ortak kenarı arasındaki yüzey	15

Tablo 5.8. İkosaedronun dönme operasyonları [1,2]

İkosaedron	Tanımlama	Tanımlamanın uygulanacağı köşe sayısı	Tekrar sayısı
Dönme operasyonu (yansıma eksen 1)	Karşılıklı köşeleri birleştiren eksen	6	5
Dönme operasyonu (yansıma eksen 2)	Bir kenarın orta noktasını, karşı kenarın orta noktasına birleştiren eksen	15	2
Dönme operasyonu (yansıma eksen 3)	Bir yüzeyin orta noktasını, karşı yüzeyin orta noktasına birleştiren eksen	10	3



Şekil 5.5. Dodekahedronun yansıma ve dönme eksenleri [1,2]

Tablo 5.9. Dodekahedronun yansıma operasyonları [1,2]

Dodekahedron	Tanımlama	Sayısı
Yansıma (1)	Karşılıklı dört yüzde, komşu iki yüzün ortak kenarının, karşı komşu iki yüzün ortak kenarı arasındaki yüzey	15

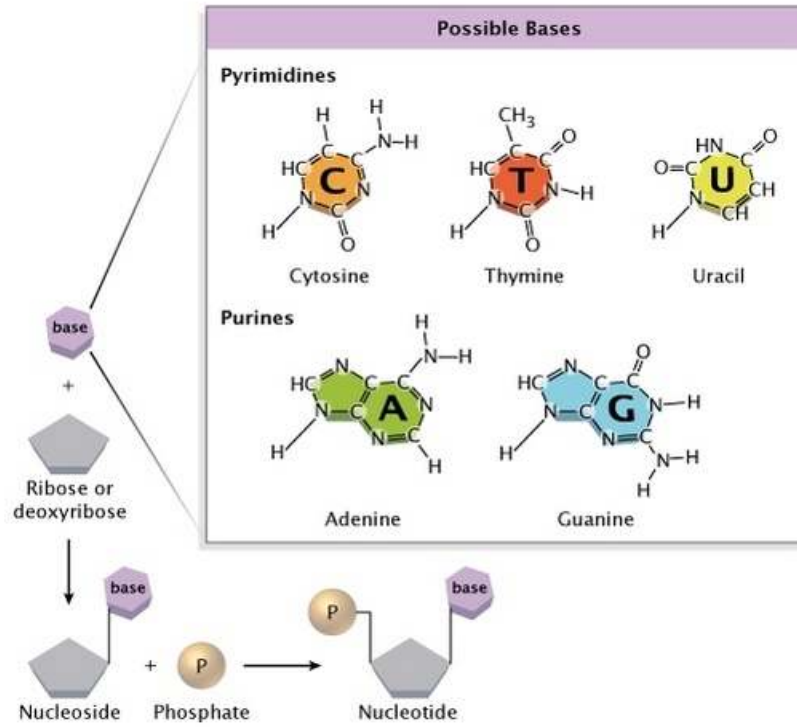
Tablo 5.10. Dodekahedronun dönme operasyonları [1,2]

Dodekahedron	Tanımlama	Tanımlamanın uygulanacağı köşe sayısı	Tekrar sayısı
Dönme operasyonu (yansıma eksen 1)	Karşılıklı köşeleri birleştiren eksen	10	3
Dönme operasyonu (yansıma eksen 2)	Bir kenarın orta noktasını, karşı kenarın orta noktasına birleştiren eksen	15	2
Dönme operasyonu (yansıma eksen 3)	Bir yüzeyin orta noktasını, karşı yüzeyin orta noktasına birleştiren eksen	6	5

6. DNA (DEOKSİRİBONÜKLEİK ASİT)

DNA'nın 1950'lerde İngiliz fizikçi Francis Crick ve Amerikalı biyolog James Watson tarafından keşfedildiği söylenir. Aslında DNA'yı ilk tanımlayan 1869 yılında İsviçreli bir biyokimyacı olan Friedrich Miescher'dir. Daha sonraları Phoebus Levene, Erwin Chargaff olmak üzere birçok bilim insanı bu molekülün kimyasal yapısı üzerinde çalışmıştır.

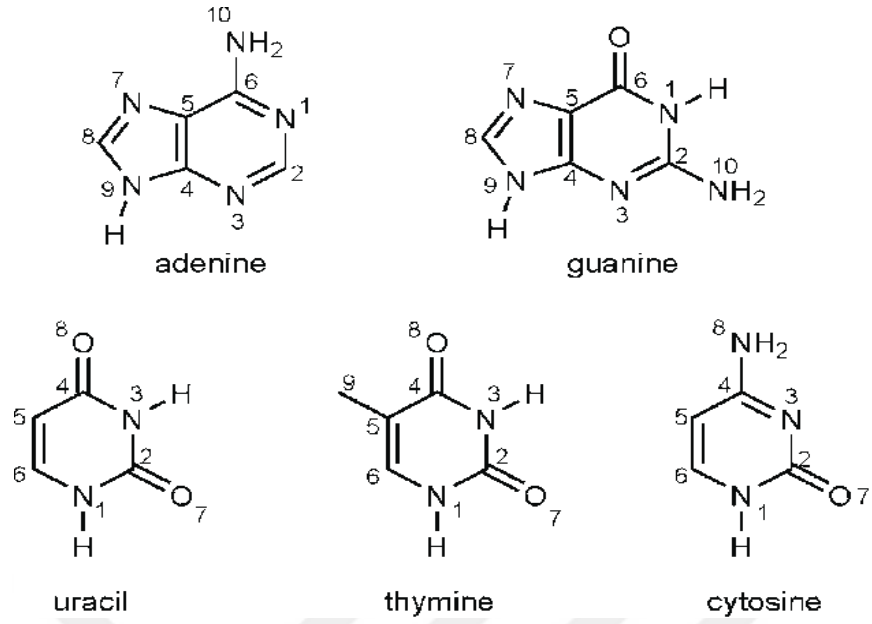
Rosalind Franklin, Maurice Wilkins'in laboratuvarında çalışırken, DNA'nın yapısını çözmek için X-ışını kristalografisi tekniklerini uygulamasından elde edilen veriler, Watson ve Crick'in DNA molekülünün yapısını yap-boz gibi birleştirmelerine olanak sağladı. Bu çalışmaların getirdiği birikimle beraber Watsons ve Crick DNA'nın çift sarmal yapısını keşfetti [9].



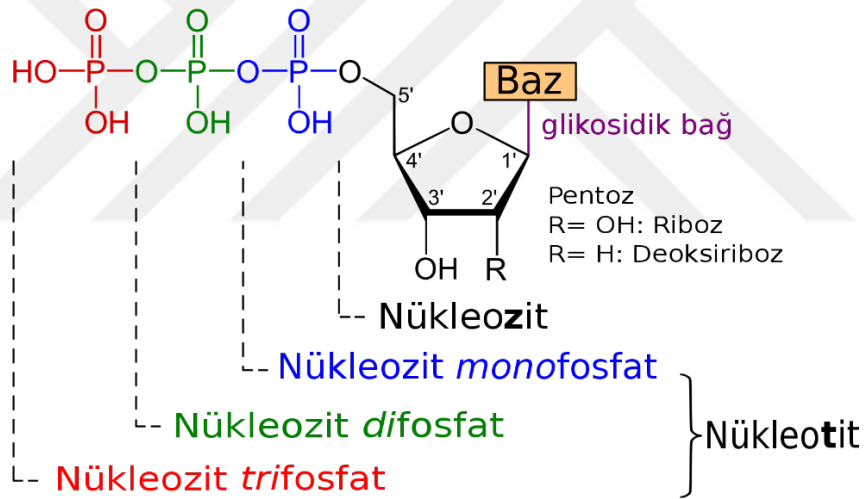
Şekil 6.1. DNA'nın yapısı (<http-5>)

6.1. DNA'nın Primer Yapısı

DNA yaşayan bir organizmanın genetik bilgisini taşıyan en küçük moleküldür. Çift sarmal (double helix) yapıya sahip iki iplikçikten oluşur. Her bir iplikçik en küçük yapısında bir 5 karbonlu şeker (deoksiriboz) molekülü, azotlu bir baz ve fosfat grubu bulunan nükleotidlerden oluşur.

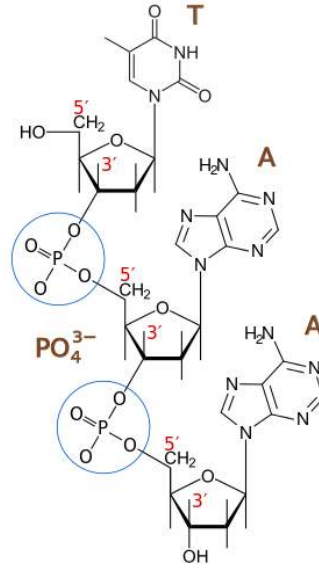


Şekil 6.2. DNA'nın yapısını oluşturan bazlar (<http-6>)



Şekil 6.3. DNA'nın bağ yapısı (<http-7>)

DNA'nın primer yapısında, nükleotitler birbirine fosfodiester bağları ile bağlanır. Afosforik asitteki hidroksil grupları diğer fosforik asitteki hidroksil grupları arasında ester bağı oluşur. Buna fosfodiester bağ denir.



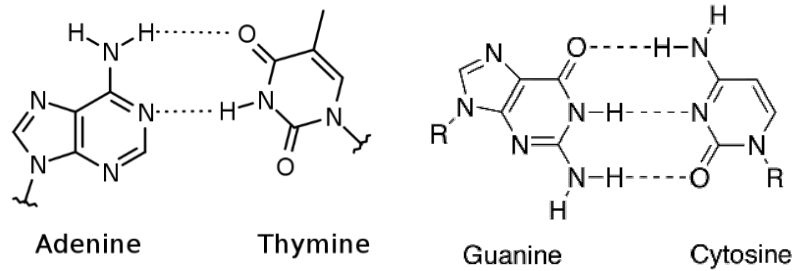
Şekil 6.4. DNA'nın fosfodiester bağ yapısı (<http-8>)

6.2. DNA'nın Sekonder Yapısı

DNA'nın sekonder yapısı ile James Watson ve Francis Crick tarafından 1953'te tanımlanan çift sarmal yapı kast edilmektedir. DNA helikal yapısına neden olan birbirine sarılı iki iplikçikten oluşur.

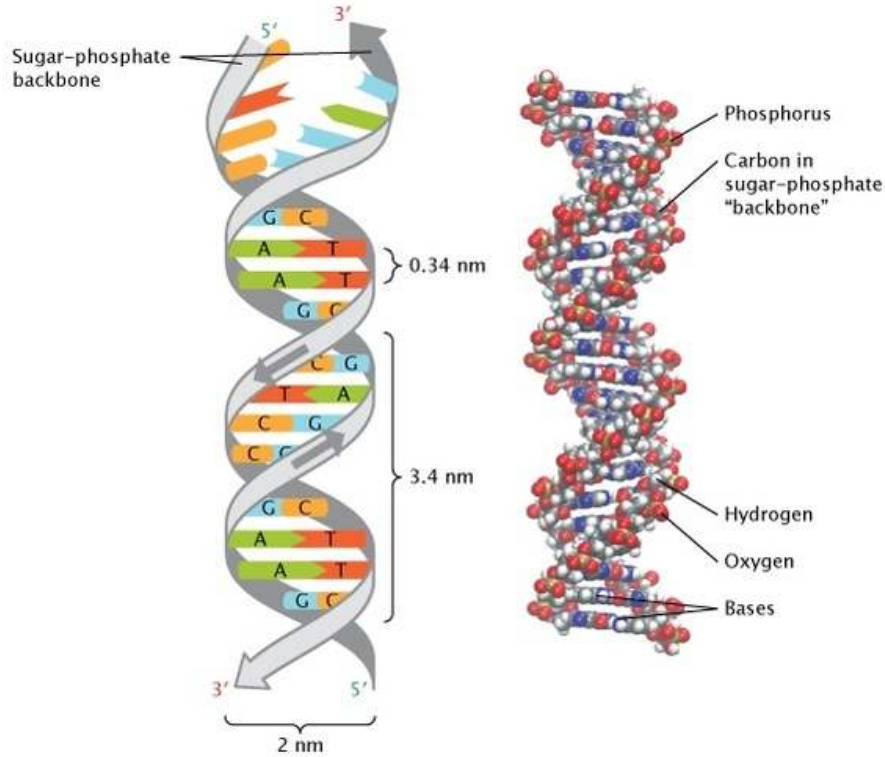
Anti paralel yapıda olan DNA'da iplikçiklerinden biri 5' ten 3'e ilerlerken diğer iplik 3' ten 5' e ilerler. İplikçikler birbirlerine bazlar arasındaki hidrojen bağıyla bağlanır.

Çift halkalı pürin bazları olarak adlandırılan adenin ve guanin; tek halkalı pirimidin bazları olarak adlandırılan sitozin ve timin olmak üzere DNA dört farklı baza sahiptir. Her zaman bir pürin ve bir pirimidin birbirine hidrojen bağıyla bağlanır. Böylelikle çap korunmuş olur. Adenin ve timin kendi arasında ikili hidrojen bağ kurarken, guanin ve sitozin kendi arasında üçlü hidrojen bağ kurar. Adenin (A) miktarına, timin (T) miktarına, guanin(G) miktarına, sitozin(C) miktarına eşittir.



Şekil 6.5. DNA'nın bazlarının bağ yapısı (<http-9>)

DNA sarmalının çapı 2 nanometredir. DNA'daki bitişik bazlar arası mesafe 0,34 nanometredir. Her bir baz çifti, bir önceki baz çiftine göre 36 derece döner. Bu, DNA sarmalının her 10 baz çiftinde bir tam dönüş yapmasını sağlar.

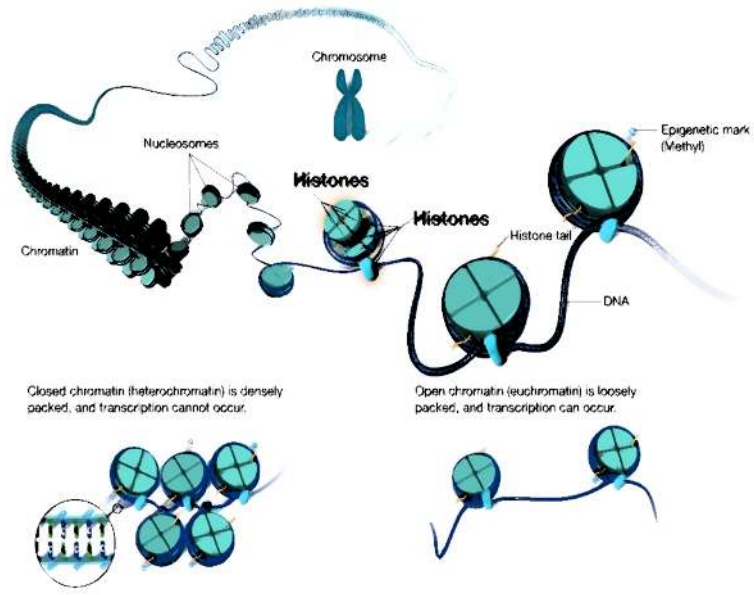


Şekil 6.6. DNA'nın sarmal yapısı (<http-10>)

6.3. DNA'nın Tersiyer Yapısı

DNA'nın tersiyer yapısı, üç boyutlu bir yapı olarak tanımlanabilir. Bu yapı, genellikle DNA'nın hücre içindeki paketlenme şekliyle ilişkilidir.

Ökaryot hücrelerde, DNA'yı sıkı ve düzenli bir şekilde paketlemek için "histon" adında özel proteinler kullanılır. Bu proteinler, DNA'nın etrafına sarılarak, onun daha kompakt bir hale gelmesini sağlar. Böylece DNA, "kromatin" adı verilen yoğun bir yapıya dönüşür. Kromatinin en küçük yapı taşı "nükleozom"dur. Her nükleozom, DNA'nın histon proteinleri etrafında iki kez dolanmış bir bölümünden oluşur. Bu yapı, DNA'nın hem korunmasını sağlar hem de hücrenin genlerini gerektiğinde kullanmasına izin verir. Bu işlem, DNA'nın hücre içinde düzenli ve verimli bir şekilde saklanmasını ve kullanılmasını sağlar [10,11].



Şekil 6.7. DNA'nın paketlenmesi (<http-11>)

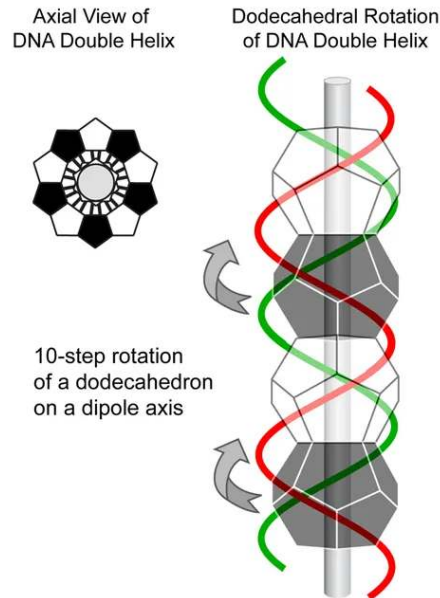
7. DNA MOLEKÜLÜNÜN SİMETRİ OPERASYONLARININ CLIFFORD CEBİRİ İLE GÖSTERİMİ

DNA ve RNA, temel yapıtaşları olan nükleobazlar, nükleositler ve nükleotitler asimetric olmasına karşın, bazların eşleşmesi ve heliks şeklinde düzenlenmesi sayesinde farklı simetri düzeyleri gösterir. Bu moleküller, asimetric bileşenlerin bir araya gelerek baz çiftleri oluşturması ve helikal (sarmal) formlar oluşturmasıyla simetric özellikler kazanır.

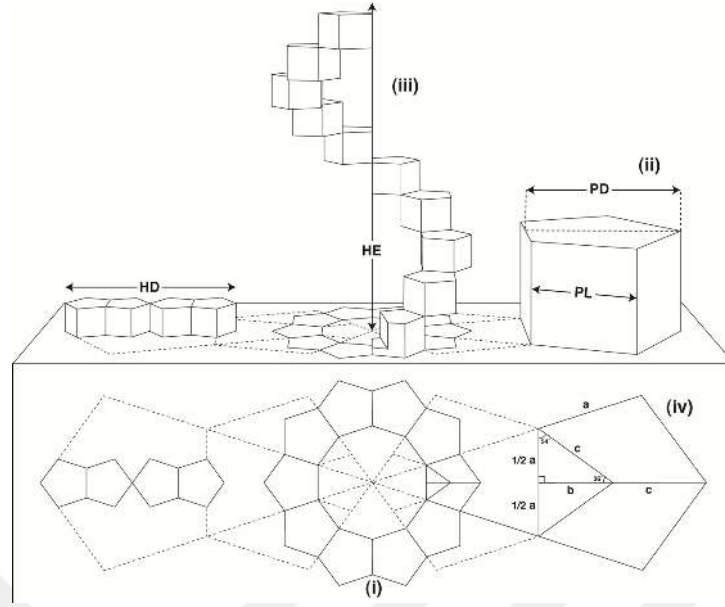
7.1. DNA'nı Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiri ile İncelenmesi

DNA'nın çift sarmalını bir dodekahedronun merkezine yerleştirildiğini düşünelim. Bu modelde, dodekahedronun her yüzü, DNA'daki bir baz çifti ile ilişkilendirilebilir ve DNA'nın sarmal yapısı, bu dodekahedronun merkezinden geçerek beşgen yüzeyler arasında bir yol izler. Dodekahedronun köşeleri, DNA'nın fosfat ve şeker omurgasının köşe noktalarına karşılık gelir. Dodekahedronun kenarları, DNA sarmalındaki fosfat ve şeker omurgasının bileşenleri arasındaki kimyasal bağları temsil eder.

DNA'nın çift sarmal yapısı, dördüncü bir dönme eksenini üzerinde 32 derece eğimle konumlandırılmış bir küpün dodekahedron şekline dönüşmesi ile oluşur. Bu durumda, ardışık beş spiral küpün birleşimi, bir dodekahedrona eşdeğerdir (<http-12>).



Şekil 7.1. DNA çift heliksinin dodekahedron görünüşü (<http-13>)



Şekil 7.2. DNA çift heliksinin dodekahedron görünüşü (<http-12>)

HD:sarmalın çapı

HE:sarmal uzantının yüksekliği

PL:beşgenin uzunluğu

PD:beşgenin yarıçapı

$$1/2a = c \times \sin 36^\circ. \quad (7.1)$$

$$b = c \times \cos 36^\circ \quad (7.2)$$

$$c = 1/2a \div \sin 36^\circ \text{ ya da } b \div \cos 36^\circ \quad (7.3)$$

$$PL = 2 \times 1/2a = a \quad (7.4)$$

$$PD = b + c \quad (7.5)$$

$$HD = 4 \times (b + c) \quad (7.6)$$

$$HE = 10 \times a \quad (7.7)$$

$$PL = 1 \quad (7.8)$$

$$PD = 1,5388417686 \quad (7.9)$$

$$HD = 6,1553670744 \quad (7.10)$$

$$\mathbf{HE}=10 \quad (7.11)$$

$$\mathbf{PL}=\mathbf{PD}\div 1,5388417686 \text{ ya da } \mathbf{HD}\div 6,1553670744 \text{ ya da } \mathbf{HE}\div 10 \quad (7.12)$$

$$\mathbf{PD}=\mathbf{PL}\times 1,5388417686 \text{ ya da } \mathbf{HD}\div 4 \quad (7.13)$$

$$\mathbf{HD}=\mathbf{PL}\times 6,1553670744 \text{ ya da } \mathbf{PD}\times 4 \quad (7.14)$$

$$\mathbf{HE}=\mathbf{PL}\times 10 \quad (7.15)$$

$$\mathbf{PD}=3.4 (\mathbf{PL})\times 1,5388417686=5,23206201324 \text{ \AA} \quad (7.16)$$

$$\mathbf{HD}=3.4 (\mathbf{PL})\times 6,1553670744=20.928248053 \text{ \AA} \quad (7.17)$$

$$\mathbf{HE}=3.4 (\mathbf{PL})\times 10=34\text{\AA} \quad (7.18)$$

(http-12)

7.2. Dodekahedronun Simetri Operasyonlarının Clifford Cebiri ile İncelenmesi

Dodekahedronun yansıma düzlemleri, tipik olarak şeklin köşelerinden geçen veya yüzlerin merkezlerini birleştiren çizgiler boyunca konumlandırılır. Her bir yansıma düzlemi, dodekahedronu iki simetrik parçaya böler ve her yansıma, dodekahedronun köşelerini ve kenarlarını, yansıma düzleminin her iki tarafında da eşit şekilde yer değiştirecek biçimde aynalar.

Yansıma düzleminin Y_d çokluvektörüyle gösterilmesiyle herhangi bir köşenin xz düzlemine yansıması;

$$Y_d=e_{13} \quad (7.19)$$

dir ve Tablo 4.6'dan o köşenin Y_i düzlemindeki yansıması

$$\vec{R}'=Y_i\vec{R}_KY_i^{-1} \quad (7.20)$$

bulunur. Tablo 4.6'dan o köşeyi temsil eden vektör,

$$\vec{R}_K=ae_1+be_2+ce_3 \quad (7.21)$$

şeklinde yazılabilir. Yukarıdaki eşitliklerden

$$\vec{R}'=-be_2+ce_3 \quad (7.22)$$

bulunur. Tablo 4.6 ya bakılarak hangi köşeyi temsil ettiği tespit edilir.

Dodekahedronun herhangi bir köşeden geçen bir dönme eksenini etrafında bir dönme açısıyla dönme operasyonu yaptığı varsayalım. Bu durumda o köşenin yeri konumu araştırılabilir. Köşeyi temsil eden vektör;

$$\vec{R}_K = a\vec{e}_1 + b\vec{e}_2 + c\vec{e}_3 \quad (7.23)$$

dir.

R spinörü;

$$\mathbf{R} = \cos \frac{1}{2}\theta + \sin \frac{1}{2}\theta \vec{R} \quad (7.24)$$

olarak yazılır ve

$$\vec{R} = \frac{R_x}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}} \vec{e}_1 + \frac{R_y}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}} \vec{e}_2 + \frac{R_z}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}} \vec{e}_3 \quad (7.25)$$

şeklinde ifade edilir. Dönme eksenini için $\vec{R}$ ifadesi bulunup

$$\vec{R} = \mathbf{R}(\vec{R}_K) \mathbf{R}^* \quad (7.26)$$

işlemi yapılarak bulunan koordinatlara tablo 4.6'ya bakıp elde edilen vektörün hangi köşe olduğu bulunabilir.

Platonik katıların Clifford cebiriyle tanımlanan simetri operasyonlarının ardışık olma durumunda ise yine aynı yöntem uygulanabilir.

$$\vec{R} = \mathbf{R}_X \mathbf{R}_Y (\vec{R}_K) \mathbf{R}_X^* \mathbf{R}_Y^* \quad (7.27)$$

[1,2]

8. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, DNA'nın moleküler yapısı, Clifford cebiri ve dodekahedronun simetri özellikleri üzerinden incelenmiştir. DNA'nın çift sarmal yapısı, dodekahedronun beşgen yüzeleriyle olan ilişkisi ve bu iki karmaşık yapı arasındaki geometrik benzerlikler, simetri operasyonları açısından tartışılmıştır.

Clifford cebiri, geometrik dönüşümleri ve simetri operasyonlarını ifade etmek için kullanışlı bir matematiksel araçtır. Dodekahedronun beşgen yüzleri üzerinden, DNA'nın çift sarmal yapısının Clifford cebri kullanılarak modellenmesi, biyolojik yapıların matematiksel temsili konusunda yeni ve farklı bir bakış açısı sunmaktadır. Clifford cebirinin bivektörleri, dodekahedronun beşgen yüzelerine paralel yansıma düzlemlerini ifade etmekte ve bu düzlemler, DNA'nın baz çiftleriyle ilişkilendirilebilmektedir.

DNA'nın gerçek dünyadaki yapısal özellikleri ve işlevsel mekanizmaları oldukça karmaşıktır ve bu karmaşıklık yalnızca Clifford Cebiri ve simetri operasyonlarıyla tam olarak açıklamak mümkün olmayabilir.



Şekil 8.1. DNA hedefli ilaçların temsili fotoğrafı (<http-14>)

Adenovirüs kapsidlerinin dodekahedron yapısı 1960'larda keşfedilmiş ve bu yapıya uygun ilaçlar geliştirilmiştir [12]. Kanser tedavisinde kullanılan ilaçlar kanser hücreleri tarafından üretilen proteinleri, kanser hücrelerini besleyen kan damarlarını, kanser hücrelerinin büyüyüp çoğalmasını sağlayan birçok etkeni hedef almaktadır (<http-1>). Bu hücrelerdeki DNA'nın yapısının ve şeklinin belirlenmesi hedefe yönelik daha etkili ilaçlar geliştirilmesini sağlayabilir. Yaptığımız çalışmanın multidisipliner olarak ele alınması ve iletilemesiyle bu alanda faydalı çalışmalar yapılabilir. Sadece farmakoloji alanıyla kalmayıp DNA'nın ya da başka moleküllerin modellenmesinde bu çalışmada kullanılan yaklaşım diğer çalışmalara örnek teşkil edecektir.

KAYNAKÇA

- [1] Kılıç, A. (2021). *Geometrik cebir ile doğanın tam simetrik yapıları*. Ankara: Akademisyen Kitabevi.
- [2] Kılıç, A. (2004). *Platonik katıların ve moleküler simetrinin Clifford Cebiriyle incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi. Eskişehir: Anadolu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- [3] Doran, C. ve Lasenby A. (2003). *Geometric algebra for physicists*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- [4] Kılıç, A., Özdaş, K. ve Tanışlı, M. (2004). An investigation of symmetry operations with clifford algebra. *Acta Physica Slovaca*, 54 (3), 221-232.
- [5] Doran, C.J.L. (1994). *Geometric Algebra and its application to Mathematical physics*.
- [6] Lundholm, D. ve Svensson, L. (2016). *Clifford Algebra, Geometric Algebra, and applications*. Stockholm, Sweden: Department of Mathematics
- [7] Lounesto, P. (2001). *Clifford Algebras and spinors*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- [8] Bellamy, G. (2019). From Platonic Solids to Quivers. www.maths.gla.ac.uk/~gbellamy (Erişim tarihi: 18.12.2023).
- [9] Pray, L. (2008). Discovery of DNA structure and function: Watson and Crick. *Nature Education*, 1 (1), 100.
- [10] Minchin, S. ve Lodge, J. (2019). *Understanding biochemistry: Structure and function of nucleic acids*. Birmingham, UK: Portland Press.
- [11] Molnar, C. ve Gair, J. (2015). *Concepts of biology*. Canada: Pressbooks.
- [12] Besson, S., Vragliau, C., Vassal-Stermann, E. ve Dagher, M. C. (2020). The adenovirus dodecahedron: Beyond the platonic story. *Viruses*, 12, 718.
- http-1:** <https://www.vedantu.com/maths/platonic-solid> (Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-2:** https://www.curtisdna.com/markecurtis_dna_art_geometry/DNA_geometry.html (Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-3:** <https://en.wikipedia.org/wiki/File:Kepler-solar-system-1.png> (Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-4:** <https://sivulka.github.io/symmetry-groups-platonic.pdf> (Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-5:** https://acikders.ankara.edu.tr/pluginfile.php/190655/mod_resource/content/1/ders%2010_compressed.pdf (Erişim tarihi: 15.01.2023)

- http-6:** <https://www.istockphoto.com/tr/vekt%C3%B6r/chemical-structural-formulas-of-nitrogenous-bases-gm483245196-70745193>_(Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-7:** https://tr.m.wikipedia.org/wiki/Dosya:Nucleotide_nucleoside_general-tr.svg_(Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-8:** https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Phosphodiester_Bond_Diagram_gl.svg_(Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-9:** <https://tr.wikipedia.org/wiki/DNA>_(Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-10:** <https://microbiologynote.com/tr/dna-tan%C4%B1m%C4%B1-yap%C4%B1-%C3%B6zellikler-tipler-fonksiyonlar>_(Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-11:** <https://www.genome.gov/genetics-glossary/Nucleosome>_(Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-12:** https://www.curtisdna.com/markecurtis_dna_art_geometry/DNA_geometry.html_(Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-13:** <https://www.cosmic-core.org/free/article-170-genetics-the-geometry-of-dna-part-3-dr-mark-white>_(Erişim tarihi: 15.01.2023)
- http-14:** <https://dnascience.plos.org/2019/10/24/when-the-target-isnt-really-the-target-one-way-cancer-drugs-fall-out-of-clinical-trials>_(Erişim tarihi: 15.01.2023)

ÖZGEÇMİŞ

ORCID ID: 0000-0003-4441-2173

Adı Soyadı: Hatice Güney

Eğitim ve Mesleki Geçmişi:

Yüksek Lisans
2021

Eskişehir Teknik Üniversitesi
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü/ Yüksek Enerji ve
Plazma Fiziği (YL) Tezli

Lisans
2017

İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi/ Fizik Bölümü

Lisans
2016-2020

İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi/Astronomi ve Uzay Bilimleri
Bölümü

Lisans
2008

Hacettepe Üniversitesi
Tıp Fakültesi/ Tıp Pr. (İng.)