

TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

DOĞRUSAL OLMAYAN ARDL YAKLAŞIMI İLE EŞBÜTÜNLEŞME VE BİR
UYGULAMA



Hüseyin İÇEN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ADANA / 2018

**TÜRKİYE CUMHURİYETİ
ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANA BİLİM DALI**

**DOĞRUSAL OLMAYAN ARDL YAKLAŞIMI İLE EŞBÜTÜNLEŞME VE BİR
UYGULAMA**

Hüseyin İÇEN

Danışman:Doç. Dr. Kenan LOPCU

Danışman:Prof. Dr. Burak GÜRİŞ

Danışman:Doç. Dr. Sanlı ATEŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

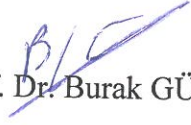
ADANA / 2018

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Müdürlüğüne;

Bu çalışma, jürimiz tarafından Ekonometri Ana Bilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.



Başkan: Doç. Dr. Kenan LOPCU
(Danışman)


Üye: Prof. Dr. Burak GÜRIŞ



Üye: Doç. Dr. Sanlı ATEŞ

ONAY

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim elemanlarına ait olduklarını onaylarım.

12/03/2018

Prof. Dr. H. Mahir FİSUNOĞLU

Enstitü Müdürü

NOT: Bu tezde kullanılan ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge, şekil ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunu'ndaki hükümlere tabidir.

ETİK BEYANI

Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmada;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
 - Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik ve ahlak kurallarına uygun olarak sunduğumu,
 - Tez çalışmada yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
 - Kullanılan verilerde ve ortaya çıkan sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
 - Bu tezde sunduğum çalışmanın özgün olduğunu,
- bildirir, aksi bir durumda aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim. / / 20...

Hüseyin İÇEN

ÖZET

DOĞRUSAL OLMAYAN ARDL YAKLAŞIMI İLE EŞBÜTÜNLEŞME VE BİR UYGULAMA

Hüseyin İÇEN

Yüksek Lisans Tezi, Ekonometri Ana Bilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Kenan LOPCU

Mart 2018, 86 sayfa

Doğrusal birim kök ve eşbütünleşme testleri ekonometri literatüründe yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak iktisadi değişkenleri modellemede doğrusal modeller her zaman yeterli olmamaktadır. Değişkenlerin asimetrik davranışlarının araştırılmasında doğrusal olmayan yöntemlerin kullanılması daha uygun olmaktadır.

Bu tezde araştırma konusunun amacı ve öneminin ele alındığı giriş bölümünden hemen sonra, ikinci bölümde doğrusal birim kök ve eşbütünleşme testleri ele alınmaktadır. Üçüncü bölümde ise öncelikle doğrusal – doğrusal olmama kavramları tanıtılmakta ve doğrusal olmama için ön testler açıklanmaktadır. Daha sonra literatürde yaygın olarak kullanılan doğrusal olmayan birim kök ve eşbütünleşme testleri ele alınmaktadır. Doğrusal olmayan eşbütünleşme testleri arasında sınıflandırılan doğrusal olmayan ARDL (NARDL) yaklaşımı doğrusal ARDL modelinin üstünlüklerine ek olarak kısa ve uzun dönem asimetrik etkileri de dikkate almaktadır. Çalışmanın dördüncü bölümünde ise literatüre yeni kazandırılmış olan NARDL yaklaşımı ile Türkiye’de Fisher Hipotezi’nin geçerli olup olmadığı araştırılmıştır. Çalışmada karşılaştırma amacıyla doğrusal ve doğrusal olmayan ARDL modelleri ile analiz yapılmaktadır. Her iki yaklaşımda da nominal faiz oranları ve enflasyon oranları arasında uzun dönemli bir ilişki bulunmuştur. Doğrusal ARDL yaklaşımı enflasyon oranındaki pozitif ve negatif değişimlere nominal faiz oranlarının kısa ve uzun dönemde aynı tepkiyi vereceği varsayılırken doğrusal olmayan ARDL yaklaşımı ile yapılan analiz sonucunda ise enflasyondaki pozitif ve negatif değişimlere nominal faiz oranlarının farklı tepki verdiği sonucuna ulaşılmaktadır.

Anahtar kelimeler: NARDL, Asimetrik eşbütünleşme, Doğrusal olmama, Fisher Hipotezi

ABSTRACT**COINTEGRATION WITH NONLINEAR ARDL APPROACH AND AN
APPLICATION****Hüseyin İÇEN****Master / Thesis, Department of Econometrics****Supervisor: Kenan LOPCU, Ph.D, Associate Professor****March 2018, 86 pages**

Linear unit root and cointegration tests are widely used in the literature of econometrics. However, linear models are not always sufficient in modelling economic variable. It is more appropriate to use nonlinear methods to investigate the asymmetric behavior of variables.

In this thesis the aim and theme of the research topic are addressed in the introduction chapter. The linear unit root and cointegration tests are discussed in chapter two, right after introduction. In chapter three, the concepts of nonlinearity and linearity are introduced firstly, and preliminary tests are explained for nonlinearity. Next, nonlinear unit root and cointegration tests commonly used in the literature are discussed. The NARDL approach, which is classified as nonlinear cointegration tests, takes into account the short and long term asymmetric effects in addition to the advantages of the linear ARDL model. In the fourth chapter of the thesis, the validity of Fisher Hypothesis in Turkey is tested with the NARDL approach which has been newly introduced in literature. In the study, both the linear and nonlinear ARDL models are analyzed for comparison purposes. Both approaches find a long-run relationship between nominal interest rates and inflation rates. The linear ARDL approach assumes that response of nominal interest rates with positive and negative changes in the inflation rate will be the same in the short and long run. But, the analysis with the NARDL approach shows that nominal interest rates react differently to the positive and negative changes in inflation.

Keywords: NARDL, Asymmetric cointegration, Nonlinearity, Fisher Hypothesis

ÖNSÖZ

Bu tezi danışmanım olmasından onur ve gurur duyduğum, bir akademisyen olma yolunda kendisini örnek aldığım Doç. Dr. Kenan Lopcu'ya armağan ediyorum. Tezimin tüm süreçlerinde her türlü kolaylığı sağlayan beni destekleyen ve güvenen Prof. Dr. Nilgün ÇİL'e, yüksek lisans sürecimde beni destekleyen, motive eden Yrd. Doç. Dr. Tezcan ABASIZ'a, tezimin her aşamasında bilgisini ve tecrübelerini benimle paylaşan Prof. Dr. Burak Güriş'e, değerli katkı ve önerilerinden dolayı Prof. Dr. Ferda YERDELEN TATOĞLU'ya, Prof. Dr. Seda ŞENGÜL'e, Doç. Dr. Melek AKDOĞAN GEDİK'e, Doç. Dr. Gülsen KIRAL'a, tez sürecimde bana destek olan çalışma arkadaşım Arş. Gör. N. Melis ESENYEL'e teşekkürü borç bilirim. Burada ismini sayamadığım tanıdığım, dersini aldığım tüm Çukurova Üniversitesi ve İstanbul Üniversitesi Ekonometri bölümü hocalarıma teşekkür ederim. Hayatımın her aşamasında varlığını ve desteğini hissettiğim babam, annem ve kardeşlerime, Hayırlı & Hakkı DURMAYÜKSEL ailesine, Hacı İbrahim ŞİMŞEK'e ve Burhan Ürkmez'e ayrıca teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ETİK BEYANI	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
ÖNSÖZ	vi
KISALTMALAR	x
TABLolar LİSTESİ	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiii

BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Durağanlık, Birim Kök, Eşbütünleşme, ARDL ve NARDL Modelleri-----	1
1.2. Araştırmanın Amacı -----	2
1.3. Araştırmanın Önemi-----	2

BÖLÜM II

DOĞRUSAL YAKLAŞIMLAR

2.1. Doğrusal Birim Kök Testleri-----	4
2.1.1. ADF Birim Kök Testi -----	5
2.1.2. Phillips – Perron (PP) Birim Kök Testi -----	7
2.1.3. Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (KPSS) Birim Kök Testi -----	8
2.1.4. Ng – Perron Birim Kök Testi-----	9
2.2. Doğrusal Eşbütünleşme Testleri-----	12
2.2.1. Engle – Granger Eşbütünleşme Testi-----	13
2.2.2. Johansen Eşbütünleşme Testi -----	15
2.2.3. ARDL Yaklaşımı ve Sınır Testi-----	17

BÖLÜM III

DOĞRUSAL OLMAYAN YAKLAŞIMLAR

3.1. Doğrusal ve Doğrusal Olmama Kavramları -----	23
3.2. Doğrusal Olmayan Modeller -----	24
3.2.1. Çift Doğrusal (Bilinear) Model -----	24
3.2.2. Eşik Değerli Otoregresif Model (TAR) -----	25
3.2.3. Yumuşak Geçişli Eşik Değerli Otoregresif Model (STAR) -----	26
3.3. Doğrusal Olmama için Ön Testler -----	27
3.3.1. ACF ve McLeod – Li Testi -----	27
3.3.2. RESET Testi -----	28
3.2.3. Harvey – Leybourne Testi -----	29
3.2.4. Harvey, Leybourne ve Xiao Testi -----	31
3.4. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri -----	36
3.4.1. Enders – Granger Birim Kök Testi -----	37
3.4.2. Caner – Hansen Birim Kök Testi -----	40
3.4.3. Kapetanios, Shin ve Snell Birim Kök Testi -----	42
3.4.4. Sollis Birim Kök Testi -----	44
3.5. Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri -----	47
3.5.1. Balke – Fomby Eşbütünleşme Testi -----	47
3.5.2. Enders – Siklos Eşbütünleşme Testi -----	49
3.5.3. Hansen – Seo Eşbütünleşme Testi -----	52
3.5.4. Kapetanios, Shin ve Snell Eşbütünleşme Testi -----	56
3.5.5. Doğrusal Olmayan Asimetrik Eşbütünleşme Testi -----	59
3.5.5.1. Doğrusal Olmayan ARDL Modeli -----	61
3.5.5.2. Asimetrik Uzun Dönem İlişkisine Sınır Testi Yaklaşımı -----	64
3.5.5.3. Asimetrik Dinamik Çarpanlar -----	64

BÖLÜM IV

TÜRKİYE’DE FISHER HİPOTEZİNİN GEÇERLİLİĞİNİN DOĞRUSAL OLMAYAN ARDL YAKLAŞIMI İLE SINANMASI

4.1. Fisher Hipotezi -----	66
4.2. Literatür Taraması -----	67

4.3. Veri ve Analitik Yöntem	70
4.4. Tahmin Sonuçları ve Değerlendirme	73

BÖLÜM V

SONUÇ	78
5.1. Sonuç	78
KAYNAKÇA	80



KISALTMALAR

ACF	: Otokorelasyon Fonksiyonu (Autocorrelation Function)
ADF	: Genişletilmiş Dickey-Fuller (Augmented Dickey Fuller)
AECM	: Asimetrik Hata Düzeltme Modeli
AESTAR	: Asimetrik Üstel Yumuşak Geçişli Otoregresif Model (Asymmetric Exponential Smooth Transition Autoregressive Model)
AIC	: Akaike Bilgi Kriteri
AR	: Otoregresif (Autoregressive)
ARDL	: Otoregresif Dağıtılmış Gecikmeli Model
ARMA	: Otoregresif Hareketli Ortalama (Autoregressive Moving Average)
BIC	: Bayesyen Bilgi Kriteri
DF	: Dickey-Fuller
DOLS	: Dinamik En Küçük Kareler (Dinamic Least Squared)
ECM	: Hata Düzeltme Modeli (Error Correction Model)
EKK	: En Küçük Kareler
ESTAR	: Üstel Yumuşak Geçişli Otoregresif Model (Exponential Smooth Transition Autoregressive Model) (ESTR)
GARCH	: Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modeli (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedacity Model)
GH	: Gregory-Hansen
GLS	: Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (Generalized Least Squared)
IID	: Bağımsız ve Özdeş Dağılan (independent and identically distributed)
KPSS	: Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin
KSS	: Kapetanios, Shin, Snell
LM	: Lagrange Multiple (Lagrange Çarpanı)
LSTAR	: Lojistik Yumuşak Geçişli Otoregresif Model (Logistic Smooth Transition Autoregressive Model)
MA	: Hareketli Ortalama (Moving Average)
MLE	: En Çok Olabilirlik (Maximum Likelihood)
MTAR	: Momentum Eşik Değerli Otoregresif Model (Momentum Threshold Autoregressive Model)
NARDL	: Doğrusal Olmayan Otoregresif Dağıtılmış Gecikmeli Model
PP	: Phillips-Perron

SETAR	: Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Model (Self-Exciting Autoregressive Model)
SSR	: Kalıntı Kareler Toplamı (Sum Squared Residuals)
STAR	: Yumuşak Geçişli Otoregresif Model (Smooth Transition Autoregressive Model)
TAR	: Eşik Değerli Otoregresif Model (Threshold Autoregressive Model)
TCMB	:Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası
TEFE	Toptan Eşya Fiyat Endeksi
TÜFE	:Tüketici Fiyat Endeksi
VAR	: Vektör Otoregresif Model (Vector Autoregressive Model)
VECM	: Vektör Hata Düzeltme Modeli (Vector Error Correction Model)

TABLÖLAR LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 1. Fisher Hipotezinin geçerliliğini test eden çalışmalar.....	69
Tablo 2. Birim Kök Testi Sonuçları.....	73
Tablo 3. ARDL Sınır Testi ve Uzun Dönem Katsayıları.....	74
Tablo 4. Hata Düzeltme Modeli.....	75
Tablo 5. NARDL Sınır Testi ve Uzun Dönem Katsayıları	76
Tablo 6. Uzun Dönem Katsayılarla İlişkin Güven Aralıkları	77



ŞEKİLLER LİSTESİ**Sayfa**

Şekil 1. Durağanlık ve doğrusallık arasındaki karşılıklı ilişki.....	37
---	----



BÖLÜM I

GİRİŞ

1.1. Durağanlık, Birim Kök, Eşbütünleşme, ARDL ve NARDL Modelleri

Ekonometri literatüründe durağanlık, birim kök ve eşbütünleşme analizleri geniş bir yer kaplamaktadır. Durağan olmayan serilerle yapılan analizlerin sahte ilişkileri yansıtabileceğinin ortaya çıkmasının ardından Engle – Granger (1987) ile birlikte eşbütünleşme kavramı literatüre girmiştir. Daha sonra çoklu eşbütünleşme vektörlerinin ayrıştırılmasına izin veren Johansen (1988, 1995) yaklaşımı geliştirilmiştir. Bu yaklaşımlar modelde yer alan değişkenlerin birinci dereceden bütünsel, $I(1)$ olmalarını gerektirmektedir.

ARDL yaklaşımı, geleneksel eşbütünleşme yöntemlerinin aksine modelde yer alan değişkenlerin $I(0)$ ve $I(1)$ olmalarına olanak tanımaktadır. Ayrıca bu yaklaşım küçük örneklerde güçlü sonuçlar vermektedir. Bunun yanı sıra kısa ve uzun dönem dinamiklerin eşanlı olarak tahmin edilmesine olanak sağlamaktadır.

Doğrusal eşbütünleşme testlerinin uygulanmasının ve yorumlanmasının kolay olmasından dolayı oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Ancak doğrusal yaklaşımlar iktisadi ilişkileri modellemede her zaman yeterli olmamaktadır. Eşik değerli modellerin (TAR) ortaya çıkışıyla birlikte doğrusal olmayan modeller önemli bir uygulama alanı bulmuştur. TAR modellerinin birim kök ve eşbütünleşme süreçlerine dahil edilmesiyle birlikte alternatif doğrusal modellere göre daha iyi boyut ve güç özellikleri elde edilmektedir.

Bu çalışmada öncelikle doğrusal birim kök ve eşbütünleşme testlerinden bahsedilmektedir. Üçüncü bölümde ise öncelikle doğrusal – doğrusal olmama kavramları tanıtılmakta ve doğrusal olmama için ön testler açıklanmaktadır. Daha sonra literatürde yaygın olarak kullanılan doğrusal olmayan birim kök ve eşbütünleşme testleri ele alınmaktadır. Doğrusal olmayan eşbütünleşme testleri arasında sınıflandırılan NARDL yaklaşımı doğrusal ARDL modelinin üstünlüklerine ek olarak kısa ve uzun dönem asimetrik etkileri de dikkate almaktadır. Çalışmanın dördüncü bölümünde ise literatüre yeni kazandırılmış olan NARDL yaklaşımı ile Türkiye’de Fisher Hipotezi’nin geçerli olup olmadığı araştırılmıştır. Çalışmada karşılaştırma amacıyla doğrusal ve doğrusal olmayan ARDL modellerinin her ikisi ile de analiz yapılmaktadır. Her iki yaklaşımda da nominal faiz oranları ve enflasyon oranları arasında uzun dönemli bir

ilişki bulunmuştur. Doğrusal ARDL yaklaşımı enflasyon oranındaki pozitif ve negatif değişimlere nominal faiz oranlarının kısa ve uzun dönemde aynı tepkiyi vereceğini varsaymaktadır. Doğrusal olmayan ARDL yaklaşımı ile yapılan analiz sonucunda ise enflasyondaki pozitif ve negatif değişimlere nominal faiz oranlarının farklı tepki verdiği sonucuna ulaşılmıştır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada literatürde yaygın olarak kullanılan doğrusal birim kök ve eşbütünleşme testleri açıklanmıştır. Doğrusal yöntemlerin uygulanmasının pratik ve yorumlanmasının kolay olmasından dolayı ekonometri literatüründe yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Ancak doğrusal olmayan yöntemlerin iktisadi değişkenlerin altındaki doğrusal olmayan yapıyı açıklamakta yetersiz kalmasından dolayı doğrusal olmayan yöntemler oldukça ilgi çekici olmaktadır. Çalışmanın ilerleyen bölümünde doğrusal olmayan birim kök ve eşbütünleşme yöntemleri açıklanmaktadır. Araştırmanın uygulama kısmında doğrusal olmayan eşbütünleşme testlerinden NARDL yöntemi kullanılmıştır. Çalışmada doğrusal ve doğrusal olmayan ARDL modelinin bir karşılaştırması yapılarak NARDL yönteminin üstün yönleri vurgulanmaktadır.

1.3. Araştırmanın Önemi

Bu çalışmada doğrusal – doğrusal olmayan birim kök ve eşbütünleşme testleri açıklanmaktadır. Çalışmanın uygulama bölümünde kullanılan NARDL yaklaşımı değişkenler arasındaki saklı eşbütünleşmenin ortaya çıkarılmasına izin vermektedir. Ayrıca hem ARDL hem NARDL yaklaşımları kısa ve uzun dönem dinamiklerinin birlikte modellenmesine ve modelde kullanılan değişkenlerin $I(0)$ ve $I(1)$ olmalarına izin vermektedir. Bütün bunlara ek olarak NARDL yaklaşımı değişkenlerin kısa ve uzun dönem asimetrik etkilerine izin vermektedir. Dolayısıyla NARDL yaklaşımı, geleneksel ARDL yaklaşımın avantajlarının yanı sıra değişkenlerin asimetrik davranışını da dikkate almaktadır.

Gelişmekte olan her ülkede olduğu gibi, Türkiye’de de enflasyon her zaman istendiği gibi düşük düzeylerde seyretmemektedir. Bu durum, Fisher Hipotezi dikkate alındığında faizin belirlenmesi konusunda Merkez Bankasının uyguladığı para politikasının, enflasyon düzeyine göre ne derece etkin olabileceğini tartışmak açısından büyük önem arz etmektedir.

Çalışmanın uygulama kısmında son zamanlarda geliştirilen NARDL yaklaşımı ile Fisher hipotezinin geçerliliği sınanmaktadır. Doğrusal ARDL modeli ile yapılan analizde nominal faiz oranlarının enflasyondaki pozitif ve negatif değişimlere simetrik tepki verdiği varsayılmaktadır ve enflasyondaki % 1’lik bir yükseliş (düşüş) nominal faiz oranlarını % 0.88 oranında yükseltmektedir. Ancak NARDL yöntemiyle yapılan analiz sonucunda enflasyondaki %1’lik bir yükseliş nominal faiz oranlarında % 0.92 yükselişe neden olurken, enflasyondaki %1’lik bir düşüş nominal faiz oranlarında % 0.38’lik bir düşüşe neden olmaktadır. Dolayısıyla enflasyon ile nominal faiz oranları arasında uzun dönemde asimetrik bir ilişki söz konusudur. Hem kullanılan yöntem hem de iktisadi olarak bakıldığında çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.



BÖLÜM II

DOĞRUSAL YAKLAŞIMLAR

2.1. Doğrusal Birim Kök Testleri

Zaman serilerinde bir analize başlamadan önce serilerin durağanlığının araştırılması gerekmektedir. Bir $\{y_t\}$ zaman serisi durağan ise ortalaması, varyansı ve otokorelasyonları uzun bir zaman dönemi boyunca tek bir değere yakınsamaktadır (Enders, 2015, s.52). Durağanlık kavramı zayıf ve güçlü durağanlık olarak ele alınmaktadır. Burada bahsedilen zayıf durağanlıktır. Stokastik bir sürecin durağanlığı için varyans ve otokovaryansların sonlu ve zamandan bağımsız olması gerekmektedir. (Verbeek, 2012, s.462). Matematiksel ifadelerle;

$$E(y_t) = E(y_{t-s}) = \mu \quad (2.1)$$

$$E[(y_t - \mu)^2] = E[(y_{t-s} - \mu)^2] = \sigma_y^2 \quad (2.2)$$

$$E[(y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)] = E[(y_{t-j} - \mu)(y_{t-j-s} - \mu)] = \gamma_s \quad (2.3)$$

olarak gösterilmektedir. μ , σ_y^2 ve γ_s 'lerin tamamı sabittir (Enders, 2015, s.52). Durağanlık zaman serisi analizinde önemli bir yere sahiptir. Klasik regresyon modelinde serilerin durağan oldukları varsayılmaktadır. Ancak iktisadi zaman serilerinin pek çoğu durağan değildir. Granger ve Newbold (1974) durağan olmayan serilerin sahte¹ (spurious) regresyona yol açabileceğini ifade etmektedirler. Zaman serisi regresyon denkleminin yüksek belirginlik katsayısına, istatistiksel olarak anlamlı katsayılar ve oldukça düşük Durbin – Watson istatistiğine sahip olması durumunda sahte olabileceği düşünülmektedir. Dolayısıyla analize başlarken serilerin durağanlığının incelenmesi gerekmektedir. Durağanlık serilerin korelogramlarına bakılarak ve birim kök testleri ile incelenmektedir. Korelogramlar görsel olarak serinin durağanlığı hakkında önsel bilgi sahibi olmaya yarayan çizimlerdir. Teorik otokorelasyon fonksiyonlarının tahmin edilen örneklem otokorelasyonları hızlıca sıfıra yaklaşıyorsa serinin durağan olma olasılığı da artmaktadır. Korelogramlar yaklaşık

¹ Sahte regresyon olgusu ilk kez Yule (1926) tarafından ele alınmıştır.

birim kök durumunda çok kullanışlı olmadığından durağanlığın araştırılmasında genellikle birim kök testlerinden yararlanılmaktadır. Aşağıda literatürde yaygın olarak kullanılan birim kök testleri ele alınmaktadır.

2.1.1. ADF Birim Kök Testi

Dickey ve Fuller (1979) tarafından geliştirilen birim kök testi En Küçük Kareler (EKK) yöntemiyle parametrelerin tahmin edilmesine dayanmaktadır. Temel hipotez serinin birim köke sahip olduğunu ifade etmektedir. Dolayısıyla seri birim kök içeriyorsa durağan değildir. Aşağıda verilen AR(1) modeli² için birim kök araştırma süreci şu şekildedir:

$$y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.4)$$

Birim kökün araştırılması ϕ parametresinin 1'e eşit olup olmadığının test edilmesi yoluyla yapılmaktadır. Aynı zamanda Denklem (2.4)'ün her iki tarafından y_{t-1} çıkartılmasıyla aşağıda fark işlemcisi ile ifade edilen Denklem (2.5) elde edilmektedir. Burada ϕ parametresinin 1'e eşit olup olmadığının test edilmesi ile φ parametresinin sıfıra eşit olup olmadığının test edilmesi matematiksel olarak birbirine denktir (Enders, 2015, s.206).

$$\Delta y_t = \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

Burada $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$, $\varphi = (\phi - 1)$ ve ε_t bağımsız ve özdeş dağılımı (IID) ifade etmektedir. İlgilenilen seride sabit terimin ve/veya trendin bulunmasına göre üç farklı model yardımıyla test gerçekleştirilmektedir. Burada temel hipotez rassal yürüyüş sürecini ifade etmekte olup serinin birim köke sahip olduğunu, alternatif hipotez ise sabit ve/veya trend bileşenlerinin eklenmesine göre durağanlığı ifade etmektedir. Aşağıda test sürecinde kullanılan denklemler verilmiştir:

$$\Delta y_t = \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

² Dickey-Fuller testi daha p. dereceden otoregresif süreçlere de uygulanabilmektedir.

$$\Delta y_t = \mu + \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.7)$$

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.8)$$

Denklem (2.6) sabitsiz ve trendsiz modeli ifade etmektedir. Modele sabit terimin eklenmesiyle Denklem (2.7); sabit terim ve deterministik trendin eklenmesiyle ise Denklem (2.8) elde edilmektedir. Test istatistiği standart t tablosuyla karşılaştırılamayacağından Dickey- Fuller tarafından oluşturulan τ (tao) tablosu ile karşılaştırılmaktadır. İlgilenilen model EKK yöntemiyle tahmin edilmektedir ve φ parametresinin 0'a eşit olup olmadığı test edilerek birim kökün varlığı araştırılmaktadır. Sırasıyla hipotezlerin test edilmesinde kullanılan test istatistikleri τ, τ_μ ve τ_τ 'dur. Kullanılan temel ve alternatif hipotez aşağıdaki gibi kurulmaktadır:

$$H_0: \varphi = 0 \quad (2.9)$$

$$H_1: \varphi < 0 \quad (2.10)$$

Burada temel hipotez birim kökün var olduğunu ifade etmektedir. Dolayısıyla seri durağan değildir. Temel hipotezin reddedilmesi ise durağanlığı göstermektedir. Ancak gerekli hesaplamalar yapıldığında bu durağanlığın gerçekte asimptotik durağanlığı ifade ettiği unutulmamalıdır (Sevüktekin ve Çınar, 2017, s.328).

Dickey-Fuller testi yüksek dereceden otoregresif süreçlere de uygulanabilmektedir. AR(p) sürecini ele alınarak yüksek dereceden süreçlere uygulanışı şu şekilde örneklendirilebilir. p . dereceden bir otoregresif AR(p) süreci şu şekilde ifade edildiğinde:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.11)$$

Bu otoregresif süreç aşağıdaki gibi bir AR(1) süreci olarak modellendiğinde:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.12)$$

Denklem (2.12)'nin hata terimi $\varepsilon_t = \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + v_t$ biçiminde otokorelasyonlu olacaktır. Otokorelasyon probleminin giderilebilmesi için modele değişkenin gecikmeli değerlerinin eklenmesi gerekmektedir. Modele bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin eklenmesi ile Dickey-Fuller testinde kullanılan denklemler genişletilmiş olmaktadır. Bu şekilde elde edilen birim kök testine Genişletilmiş Dickey-Fuller testi adı verilmektedir. Burada temel sorun gecikme sayısının belirlenmesidir. Gecikme uzunluğu olması gerekenden az belirlenmesi durumunda otokorelasyon giderilemeyecek, gerekenden çok belirlenmesi durumunda ise daha fazla parametre tahmini yapılması serbestlik derecesi kaybına yol açacaktır.

Gecikme uzunluğunun tespiti için, doğrusal zaman serilerindeki gibi en çok olabilirliğe dayanan Akaike Bilgi Kriteri (*AIC*) ve Bayesian Bilgi Kriteri (*BIC*) gibi bilgi kriterleri ile Hall (1994) tarafından önerilen genelden özele yaklaşımı kullanılmaktadır (Yavuz, 2015, s.301). Genişletilmiş Dickey-Fuller denklemleri şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.13)$$

$$\Delta y_t = \mu + \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.14)$$

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \phi y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \phi \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.15)$$

Denklem (2.13) sabitsiz ve trendsiz modeli; Denklem (2.14) sabitli modeli; Denklem (2.15) ise sabitli ve trendli modeli ifade etmektedir. Temel ve alternatif hipotez Denklem (2.9) ve (2.10) ile aynı olup hesaplanan $t_{\hat{\phi}}$ değeri Dickey-Fuller veya MacKinnon³ kritik değerleriyle karşılaştırılmaktadır. Eğer hesaplanan test istatistiği tablo kritik değerinden daha küçük ise temel hipotez reddedilmekte ve serinin durağan olduğuna karar verilmektedir.

2.1.2. Phillips – Perron (PP) Birim Kök Testi

Dickey-Fuller testi hata terimlerinin dağılımının istatistiksel olarak bağımsız ve sabit varyansa sahip olduğu varsayımına dayanmaktadır. Dolayısıyla bu varsayımların sağlandığından emin olunması ve daha sonra testin gerçekleştirilmesi gerekmektedir.

³ MacKinnon (1991) tarafından kritik değerler yeniden düzenlenmiştir.

Phillips ve Perron (1988) bunun yerine hata terimlerinin dağılımı varsayımları konusunda daha esnek parametrik olmayan bir test geliştirmişlerdir. Bu test hata terimlerindeki otokorelasyonu gidermek için bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin modele ilave edilmesini ifade eden ADF testi yerine, önerilen denklemdeki ilgili parametrenin t istatistiğinin *Newey-West* tahmincisi yoluyla düzeltilmesine dayanmaktadır. Tahmin edilecek model, y_t ile ifade edilen *AR(1)* veri yaratma sürecinden hareketle şu şekilde temsil edilmektedir:

$$y_t = ay_{t-1} + u_t \quad (t = 1, 2, \dots) \quad (2.16)$$

Denklem (2.16) için başlangıç koşulları $t = 0$ 'da başlamaktadır. y_0 , dağılımı T örneklem boyutundan bağımsız ve sabit içeren herhangi bir rassal değişken olabilir. $t = 1, 2, \dots$ değerleri için $E(u_t) = 0$ 'dır. Denklem (2.16) için test edilecek olan temel hipotez $H_0: a = 1$ şeklindedir. Test sürecinde aşağıdaki iki regresyon kullanılmaktadır:

$$y_t = \hat{\mu} + \hat{a}y_{t-1} + \hat{u}_t \quad (2.17)$$

$$y_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta} \left(1 - \frac{1}{2}T\right) + \tilde{a}y_{t-1} + \tilde{u}_t \quad (2.18)$$

Sırasıyla $(\hat{\mu}, \hat{a})$ ve $(\tilde{\mu}, \tilde{\beta}, \tilde{a})$ EKK tahminleridir. Denklem (2.17) ve (2.18)'in regresyon katsayılarının sınırlı dağılımları ve a katsayısının t istatistikleri ile ilgilenilmektedir. Bu testte tablo kritik değerleri tıpkı ADF testinde olduğu gibi sabitsiz ve trendsiz; sabitli ve trendsiz; sabitli ve trendli modeller için farklıdır. Ancak burada Phillips – Perron için kullanılan testlere dönüşüm yapılmaktadır ve bu istatistikler Z ile gösterilmektedir. Bu test istatistiklerinin dağılımı Dickey-Fuller istatistiklerinin dağılımı ile aynı olduğu için aynı tablo kritik değerleri kullanılmaktadır.

2.1.3. Kwiatkowski, Phillips, Schmidt ve Shin (KPSS) Birim Kök Testi

Kwiatkowski, Phillips, Schmidt & Shin (1992) çalışmasında gözlenebilir bir serinin deterministik bir trend etrafında durağan olduğu temel hipotezinin test edilmesine yönelik bir test geliştirmişlerdir. Burada seri deterministik trend, rassal yürüyüş ve durağan hataların toplamı olarak ifade edilmektedir. Bu test LM tipi bir

testtir. Diğer birim kök testlerinden farklı olarak bu testin temel hipotezi durağanlığı ifade etmektedir.

Durağanlığı test etmek için serinin deterministik trend, rassal yürüyüş ve durağan hatalara ayrılabilirdiği varsayılarak aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$y_t = \xi t + r_t + \varepsilon_t \quad (2.19)$$

Burada r_t rassal yürüyüş sürecidir:

$$r_t = r_{t-1} + u_t \quad u_t \sim IID(0, \sigma_u^2) \quad (2.20)$$

Başlangıç değeri r_0 sabit terim işlevi görmektedir. Durağanlık hipotezi $\sigma_u^2 = 0$ olarak ifade edilmektedir. ε_t 'nin durağan olduğu varsayıldığında temel hipotez altında y_t trend durağandır. Denklem (2.20)'nin özel bir durumu olarak temel hipotez altında $\xi = 0$ olarak ele alındığında, y_t 'nin bir trend etrafında değil belli bir düzey değeri (r_0) etrafında durağan olduğu ifade edilmektedir

Test sürecinde öncelikle Denklem (2.20)'den elde edilen kalıntıların kısmi toplamları şu şekilde elde edilmektedir:

$$S_t = \sum_{i=1}^t e_i \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (2.21)$$

Burada yapılan hesaplamalar test istatistiğinin elde edilmesinde kullanılmaktadır:

$$LM = \sum_{t=1}^T S_t^2 / \hat{\sigma}_\varepsilon^2 \quad (2.22)$$

Hesaplanan LM test istatistiği KPSS (1992) çalışmasında belirtilen tablo kritik değerleri ile karşılaştırılarak serinin durağanlığına karar verilmektedir.

2.1.4. Ng – Perron Birim Kök Testi

Ng-Perron birim kök testi, özellikle PP testlerinde ortaya çıkan hata teriminin hacmindeki boyut dağılımındaki bozulmayı (size distortion) düzeltmek için *M-testleri*

olarak geliştirilen birim kök testidir (Sevüktekin ve Çınar, 2017, s.380). Pek çok birim kök testinde yakın birim kök olması durumunda boyut çarpıklığı sorunuyla karşılaşilmektedir. Özellikle yaygın olarak kullanılan PP testinde negatif MA yapısının var olması boyut çarpıklığına neden olmaktadır. Perron ve Ng (1996) çalışmasında PP testindeki boyut çarpıklığının kaynağını araştırmış ve spektral yoğunluk tahmincisinin seçimiyle olan ilişkisini açıklamıştır.

Ng-Perron birim kök testi MZ_a , MZ_t , MSB ve MPT test istatistikleri ile yapılan dört farklı birim kök testinden oluşmaktadır. Aşağıdaki veri yaratma sürecinden hareketle şu şekilde test süreci açıklanabilir:

$$y_t = ay_{t-1} + u_t \quad (2.23)$$

Burada $u_t \sim IID(0, \sigma_u^2)$ olup, White (1958)'de gösterildiği üzere normalleştirilmiş en küçük kareler istatistiği $T(\hat{a} - 1)$ ve $\hat{a}$ için t istatistiği $s_u^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2$ olmak üzere $t_{\hat{a}} = (\hat{a} - 1) / [s_u (\sum_{t=1}^T y_{t-1}^2)^{-1/2}]$ olarak ifade edilmektedir.

Ng-Perron testi trendden arındırılmış Genelleştirilmiş En Kareler (GLS) temelli dört test içermektedir. Bu testler; Phillips-Perron Z_a testinin modifiyesi, Bhargava istatistiğinin modifiyesi, Phillips-Perron Z_t testi ve ERS Point Optimal testleridir. Bu testler Ng ve Perron tarafından ileri sürülen M-testleri olarak bilinmektedirler. (Akay ve Nargeleçekenler, 2006, s.17).

Phillips (1987) ve Phillips & Perron (1988) çalışmalarında önermiş oldukları Z_a istatistiğinin modifikasyonu ile Ng-Perron yeni bir birim kök testi önermektedir. Önerilen MZ_a istatistiği aşağıda verilmiştir:

$$MZ_a = Z_a + (T/2)(\hat{a} - 1)^2 \quad (2.24)$$

Denklem (2.24)'te yer alan terim⁴ “düzeltme faktörü” olarak adlandırılmaktadır. Standart varsayımlar altında, $\hat{a}$ 'nın 1'e yaklaşması durumunda Z_a ve MZ_a asimptotik olarak eşit olmaktadır. İkinci olarak MSB testi için test istatistiği aşağıdaki gibidir:

⁴ $\left(\frac{T}{2}\right)(\hat{a} - 1)^2$

$$MSB = (T^{-2} \sum_{t=1}^T y_{t-1}^2 / s^2)^{1/2} \quad (2.25)$$

MSB test istatistiği temel hipotezi etkili bir biçimde test etmektedir. Alternatif hipotez altında test istatistiği sıfıra doğru gitmektedir. Dolayısıyla MSB istatistiği uygun kritik değerden küçük olduğunda, birim kökü ifade eden hipotez reddedilmektedir ve serinin durağan olduğuna karar verilmektedir. MSB ve PP testi arasında şu şekilde bir ilişki vardır:

$$Z_t = MSB \times Z_\alpha \quad (2.26)$$

Bu durumda düzeltilmiş PP testi $MZ_t = MSB \times MZ_\alpha$ ilişkisinden şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$MZ_t = Z_t + (1/2) \left(\frac{\sum_{t=1}^T y_{t-1}^2}{s^2} \right)^{\frac{1}{2}} (\hat{\alpha} - 1)^2 \quad (2.27)$$

Üzerinde durulması gereken bir nokta da test istatistiğinin oluşturulması σ^2 veya örneklem tahmincisi s^2 'nin ne şekilde belirleneceğidir. s^2 için otoregresif spektral yoğunluk tahmincileri hata terimi için sıfır frekanslı olarak kullanılmaktadır. (Sevüktekin ve Çınar, 2017, s382). Otoregresif spektral yoğunluk tahmincisi:

$$s_{AR}^2 = s_{ek}^2 / (1 - \hat{b}(1))^2 \quad (2.28)$$

olarak ifade edilmektedir. Burada $s_{ek}^2 = T^{-1} \sum_{t=k+1}^T \hat{e}_{tk}^2$, $\hat{b}(1) = \sum_{j=1}^k \hat{b}_j$ 'dir. $\hat{b}_j$ ve $\{\hat{e}_{tk}\}$ aşağıdaki otoregresif denklemden elde edilmektedir:

$$\Delta y_t = b_0 y_{t-1} + \sum_{j=1}^k b_j \Delta y_{t-j} + e_{tk} \quad (2.29)$$

Ng-Perron birim kök testinde kullanılan dördüncü test ADF-GLS testinin modifiye edilmesiyle elde edilen MPT test istatistiğidir ve iki farklı durum için hesaplanmaktadır. Seride sabit terim varsa test istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$MPT = [\bar{c}T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{Y}_{t-1}^2 - \bar{c}T^{-1} \tilde{Y}_T^2] / s_{AR}^2 \quad (2.30)$$

Seride hem sabit terim hem de trend olması durumunda MPT test istatistiği ise şu şekilde ifade edilmektedir:

$$MPT = [\bar{c}T^{-2} \sum_{t=1}^T \tilde{Y}_{t-1}^2 + (1 - \bar{c})T^{-1} \tilde{Y}_T^2] / s_{AR}^2 \quad (2.31)$$

Burada dikkat edilmesi gereken nokta MSB ve MPT testlerinin temel hipotezi durağanlığı, MZ_a ve MZ_t testleri ise durağan olmamayı ifade etmektedir.

2.2. Doğrusal Eşbütünleşme Testleri

Klasik doğrusal regresyon modelinde yapılan tahmin sonuçları modelde yer alan değişkenlerin durağan olması durumunda geçerli olmaktadır. Bir stokastik süreç sonlu bir ortalama ve varyansa sahip ise sürecin kovaryans durağan olduğu söylenmektedir (Enders, 2015, s.52).

Makroekonomistler ekonometrik analizde kullanılan iktisadi zaman serilerinin pek çoğunun düzey değerlerinde durağan olmadığını ve pek çok zaman serisinin birinci farkını almanın yeterli olduğunu fark etmişlerdir. Zaman serisinde böyle değişkenler $I(1)$ olarak gösterilmekte ve birinci dereceden bütünselik olarak ifade edilmektedir (Dickey, Jansen, ve Thornton, 1991, s.58).

Granger ve Newbold (1974) rassal yürüyüşe veya yakın rassal yürüyüşe sahip olan değişkenlerle yaptıkları simülasyona dayanarak, düşük Durbin – Watson (d) istatistiğiyle birlikte yüksek bir R^2 ya da $\bar{R}^2$ değerine sahip regresyonun doğru bir ilişkiyi göstermeyeceğini ifade etmişlerdir. Dolayısıyla durağan olmayan değişkenler sahte regresyona yol açabilmektedir (Harris ve Sollis, 2003, s.26). Bu şekilde kurulan bir regresyondan elde edilen parametreler –değişkenler eşbütünleşik olmadığı süreç-tutarsız olacaktır. Eşbütünleşme, seriler bireysel olarak durağan olmasalar bile bu değişkenlerin bir veya daha fazla doğrusal kombinasyonunun durağan olması anlamına gelmektedir (Dickey vd., 1991). Eşbütünleşme ilişkisinin araştırılmasında yaygın olarak kullanılan testler aşağıda ele alınmıştır.

2.2.1. Engle – Granger Eşbütünleşme Testi

Birinci dereceden bütünleşik seriler arasındaki eşbütünleşme ilişkisinin araştırılmasında Engle ve Granger (1987) tarafından geliştirilen iki aşamalı eşbütünleşme testi kullanılmaktadır. İlk aşamada değişkenler düzey değerinde tahmin edilmekte ve kalıntılar üzerine birim kök testi uygulanmaktadır. İkinci aşamada bu denklemden elde edilen kalıntılar hata düzeltme modelinde kullanılmaktadır. (Sevüktekin ve Çınar, 2017, s.562)

Aşağıdaki basit regresyon denkleminde hareketle eşbütünleşme hakkında bazı sonuçlar verilmektedir:

$$y_t = a_0 + a_1 z_t + e_t \quad (2.32)$$

Klasik regresyon modelinde $\{y_t\}$ ve $\{z_t\}$ 'nin durağan oldukları ve e_t ile ifade edilen hata teriminin sıfır ortalama ve sonlu bir varyansa sahip olduğu varsayılmaktadır (Enders, 2015, s.195). Denklem (2.32)'ten hareketle dört farklı durum söz konusudur:

Durum 1:

$\{y_t\}$ ve $\{z_t\}$ her ikisi de durağandır. Her ikisi de durağan olduğunda klasik regresyon modeli geçerlidir.

Durum 2:

$\{y_t\}$ ve $\{z_t\}$ serilerinin bütünleşme dereceleri farklıdır. Bu serilerle kurulan regresyon anlamsızdır.

Durum 3:

Durağan olmayan $\{y_t\}$ ve $\{z_t\}$ serilerinin bütünleşme dereceleri aynıdır ve kalıntı serisi stokastik trend içermektedir. Bu durumda regresyon sahtedir ve genellikle regresyon denkleminin birinci farklarının tahmin edilmesi önerilmektedir.

Durum 4:

Durağan olmayan $\{y_t\}$ ve $\{z_t\}$ serileri aynı dereceden bütünleşiktir ve kalıntı serisi durağandır. Bu durumda, $\{y_t\}$ ve $\{z_t\}$ eşbütünleşiktir.

Engle-Granger eşbütünleşme test süreci aşağıdaki şekilde açıklanmaktadır:

$$y_t = a_0 + a_1 z_t + e_t \quad (2.33)$$

Denklem (2.33) EKK yöntemi ile tahmininden kalıntılar elde edilmektedir. Burada kalıntılar dengeden sapmayı ifade etmektedir:

$$\hat{e}_t = y_t - a_0 - a_1 z_t \quad (2.34)$$

Denklemin sol kısmında yer alan kalıntı serinin durağan olması durumunda y_t ve z_t serilerinin doğrusal kombinasyonu olarak ifade edilen sağ kısım da durağan olmaktadır. Dolayısıyla kalıntıların durağanlığı araştırılması eşbütünleşmenin araştırılması anlamına gelmektedir. Aşağıda kalıntıların durağanlığını test etmek için DF ve ADF tipi denklemler verilmiştir:

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + v_t \quad (2.35)$$

$$\Delta \hat{e}_t = \delta \hat{e}_{t-1} + \sum_{i=1}^p \delta_k \Delta \hat{e}_{t-i} + v_t \quad (2.36)$$

Denklem (2.35) $v_t \sim \text{IID}(0, \sigma^2)$ olması durumunda; Denklem (2.36), v_t 'nin otokorelasyonlu olması durumunda kullanılmaktadır. Uygun gecikme sayısı AIC, BIC bilgi kriterleri yardımıyla belirlenmektedir.

Burada $H_0: \delta = 0$ şeklindeki temel hipotezin test edilmesinde MacKinnon (2010) tarafından oluşturulan kritik değerler kullanılmaktadır. MacKinnon (2010) çalışmasında⁵; Engle & Granger (1987), Engle ve Yoo (1987), Phillips ve Ouliaris (1990) tarafından Engle Granger testinin farklı versiyonları için 10000 tekrarlı olarak hesaplanan tablo değerlerinin doğru olmadığını (inaccurate) ifade etmiştir. MacKinnon (2010)'un örneklem hacmine göre oluşturduğu tablo kritik değeri hesaplanan test istatistiği ile karşılaştırılarak kalıntıların durağan olup olmadığına karar verilmektedir. Temel hipotezin reddedilmesi kalıntı serisinin durağan olduğunu ve eşbütünleşmenin var olduğunu ifade etmektedir.

⁵ Bu makalenin orijinal hali 1990'da *University of California San Diego*'da çalışma makalesi (working paper) olarak yayınlanmış, ancak siteden kaldırılmıştır. MacKinnon (2010) çalışması ise bu çalışmanın genişletilmiş bir versiyonudur.

2.2.2. Johansen Eşbütünleşme Testi

Engle - Granger (1987) prosedürü kolaylıkla uygulanmasına karşılık zayıf yönleri vardır. İki değişkenli bir sistemde değişkenin birine ait eşitlikte eşbütünleşme ilişkisine rastlanırken, diğer değişkene ait eşitlikte böyle bir ilişki görülmeyebilir. Eşbütünleşmenin normalleştirilen değişkene göre değişmemesi gerekirken bu durumun ortaya çıkması testin zayıf yönünü göstermektedir. Ayrıca modelde değişken sayısının artması durumunda birden fazla uzun dönem ilişkisi ortaya çıkabilmesine karşılık Engle Granger testi çoklu eşbütünleşme vektörlerini ayırtıramamaktadır.

Engle – Granger yönteminin bir diğer kusuru da iki aşamalı bir tahmin yöntemine dayanmasıdır. Burada ilk aşamada araştırmacı tarafından yapılacak bir hata ikinci aşamaya da taşınmaktadır. Bu problemlerden kaçınmak için pek çok yöntem geliştirilmiştir (Enders, 2015, s.373).

Johansen (1988) ve Johansen ve Juselius (1990) çalışmalarında VAR modeline dayanan ve birden fazla eşbütünleşme ilişkisinin araştırılmasına olanak sağlayan bir eşbütünleşme testi geliştirmiştir.

Johansen (1988, 1995) yaklaşımını açıklamak için tek denklemlili hata düzeltme modelinden çok denklemlili modele geçiş yapmak gerekmektedir. (Sevüktekin ve Çınar, 2017, s.581). Johansen (1988)'de, X_t süreci şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$X_t = \Pi_1 X_{t-1} + \dots + \Pi_k X_{t-k} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (2.37)$$

Burada sıfır ortalama ve Λ varyans matrisi ile $\varepsilon_t \sim IID$ olan p -boyutlu normal dağılıma sahip rassal değişkenler olarak tanımlanmaktadır. Polinom matrisi ise şu şekildedir:

$$A(z) = I - \Pi_1 z - \dots - \Pi_k z^k \quad (2.38)$$

ve $Z = 1$ olduğu durumuyla ilgilenilmektedir. X_t 'nin $I(1)$, dolayısıyla ΔX_t 'nin durağan olması durumunda etki matrisi;

$$A(z)|_{z=1} = \Pi = I - \Pi_1 - \dots - \Pi_k \quad (2.39)$$

şeklindedir ve $\Pi = \alpha\beta'$ katsayılar matrisidir. Burada Π matrisinin rankı eşbütünleşme vektörlerinin sayısını vermektedir. Eşbütünleşme testi aşağıdaki VAR modelinden hareketle şu şekilde ifade edilir:

$$X_t = \Pi_1 X_{t-1} + \dots + \Pi_k X_{t-k} + \mu + \Phi D_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (2.40)$$

Johansen ve Juselius (1990) genellikle iktisadi zaman serilerinin durağan olmayan süreçler olduğunu ve Denklem (2.41)'deki gibi VAR sistemlerinin birinci farklarının alınarak ifade edilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Birinci farkları alınmış VAR modeli şu şekildedir:

$$\Delta X_t = \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \dots + \Gamma_{k-1} \Delta X_{t-k+1} + \Pi X_{t-1} + \mu + \Phi D_t + \varepsilon_t \quad (2.41)$$

$$\Gamma_i = -(I - \Pi_1 - \dots - \Pi_i), \quad i = 1, \dots, k-1,$$

$$\Pi = -(I - \Pi_1 - \dots - \Pi_k)$$

Burada, $\Delta = 1 - L$ olup, L ise gecikme operatörünü ifade etmektedir. $\Pi = \alpha\beta'$ katsayılar matrisinde α , uyarılma hızını β ise uzun dönem katsayılar matrisini ifade etmektedir. X_t ise durağan olmayan $I(1)$ değişkenler vektörü olduğu varsayılmaktadır. O halde ΔX_{t-i} içeren Denklem (2.41)'deki tüm terimler $I(0)$ olduğunda, $\varepsilon_t \sim I(0)$ beyaz gürültü olması için ΠX_{t-k} 'nin de durağan olması gerekmektedir. Burada üç durum söz konusu olmaktadır:

- i. $Rank(\Pi) = p$ ise, Π matrisi tam ranka sahip olup, X_t vektörünün durağan olduğunu ifade etmektedir.
- ii. $Rank(\Pi) = 0$ ise, Π matrisi sıfırlardan oluşan bir matristir ve fark alınmış vektör zaman serisi modeliyle çalışılması uygundur.
- iii. $0 < Rank(\Pi) = r < p$ ise $p \times r$ boyutunda bir eşbütünleşme vektörü olduğuna işaret etmektedir.

Eşbütünleşme vektörlerinin sayısı, Π matrisinin karakteristik köklerinin önemliliğinin kontrol edilmesi yoluyla elde edilmektedir. Karakteristik köklerin sayısını test etmek için aşağıda verilen iki test istatistiği kullanılmaktadır:

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^n \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (2.42)$$

$$\lambda_{max}(r, r + 1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (2.43)$$

Burada $\hat{\lambda}_i$ tahmin edilen Π matrisinden elde edilen karakteristik köklerin tahminini, T ise kullanılabilir gözlem sayısını ifade etmektedir.

İz (trace) testinde alternatif hipoteze karşı r 'ye eşit ya da daha az sayıda eşbütünleşme vektörünün olduğunu ifade eden temel hipotez değerlendirilmektedir. Bütün $\lambda_i = 0$ olduğunda λ_{trace} sifıra eşit olacaktır. (...) Maksimum özdeğer (max eigenvalue) testi $r + 1$ eşbütünleşme vektörünü ifade eden alternatife karşı r tane eşbütünleşme vektör sayısını veren temel hipotezi ifade etmektedir. Tekrar, karakteristik köklerin tahmin edilen değeri sifıra yakın ise λ_{max} küçük olacaktır. λ_{trace} ve λ_{max} istatistiklerinin kritik değerleri Monte Carlo yaklaşımı kullanılarak elde edilmektedir (Enders, 2015, s.379).

Araştırılan modeldeki deterministik bileşenlerdeki tek bir farklılık olduğunda Johansen yaklaşımından elde edilen sonuçlar oldukça farklı olmaktadır (Ahking, 2002, s.52). Ayrıca değişkenlerin $I(0)$ ve $I(1)$ olması durumunda Johansen yaklaşımı kullanılmamaktadır. Bu durumda seriler arasındaki eşbütünleşme ilişkisinin araştırılmasında ARDL yaklaşımı kullanılmaktadır.

2.2.3. ARDL Yaklaşımı ve Sınır Testi

Bir iktisadi teoremin test edilmesinde ve iktisadi ilişkilerin ortaya koyulmasında problemin dinamik boyutunun dikkate alınmaması tanımlama hatasına neden olabilmektedir. Dinamik modeller ise, otoregresif ve gecikmesi dağıtılmış modeller ile ifade edilebilmektedir.

Gecikmesi dağıtılmış modellerde bağımlı değişken, yalnızca bağımsız değişkenlerin gecikmeli değerleri tarafından açıklanmaktadır. Genel olarak gecikmesi dağıtılmış bir model aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir:

$$y_t = a + \beta_0 x_t + \beta_1 x_{t-1} + \beta_2 x_{t-2} + \dots + \beta_s x_{t-s} + u_t \quad (2.44)$$

Bu şekilde oluşturulan modeller EKK ile tahmin edilebilmektedir. Ancak burada bağımsız değişkenler kendi gecikmeli değerlerinden oluştuğu için çoklu doğrusal bağlantı probleminin ortaya çıkması muhtemeldir. Ayrıca gecikme uzunluğuna bağlı olarak tahmin edilecek modelde gözlem kaybının olması gibi çeşitli sorunlarla karşılaşilmektedir. Bu tür dinamik modellerin tahmininde bazı varsayımlara dayanan farklı tahmin yöntemleri⁶ geliştirilmiştir.

Bağımlı değişkenin ve açıklayıcı değişkenlerin her ikisinin de gecikmeli değerlerinin modelde açıklayıcı değişken olarak yer alması durumu otoregresif dağıtılmış gecikmeli modeller (ARDL) olarak adlandırılmaktadır. Aşağıda genel bir ARDL gösterimi yer almaktadır:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^n a_i y_{t-i} + \sum_{i=0}^m \gamma_i x_{t-i} + u_t \quad (2.45)$$

Denklem (2.45) açık formda şu şekilde de ifade edilebilir:

$$y_t = \mu + a_1 y_{t-1} + \dots + a_n y_{t-n} + \gamma_0 x_t + \gamma_1 x_{t-1} + \dots + \gamma_m x_{t-m} + u_t \quad (2.46)$$

y_t ve x_t 'nin durağan-durum düzeyleri y^* ve x^* ile ifade edilmektedir:

$$y^* = \beta_0 + \beta_1 x^* \quad (2.47)$$

Burada $x^* = x_t = x_{t-1} = \dots x_{t-m}$ 'dir. Modelin uzun dönem çözümünü elde etmek için, bu koşul Denklem (2.46)'da yerine koyularak Denklem (2.48) elde edilmektedir:

$$y^* = \frac{\mu}{1-\sum a_i} + \frac{\sum \gamma_i}{1-\sum a_i} x^* \quad (2.48)$$

⁶ Bu modellerin tahmininde Koyck ve Almon yaklaşımı örnek verilebilir.

Denklem (2.48) daha açık formda şu şekilde ifade edilebilir:

$$y^* = \frac{\mu}{1-a_1-a_2-\dots-a_n} + \frac{(\gamma_1+\gamma_2+\dots+\gamma_m)}{1-a_1-a_2-\dots-a_n} x^* \quad (2.49)$$

ya da;

$$y^* = B_0 + B_1 x^* \quad (2.50)$$

t zamanında x 'in sabit değerlerine koşullu y^* şu şekilde tanımlanabilir:

$$y^* = B_0 + B_1 x_t \quad (2.51)$$

Burada uzun dönem çözümünün yapılabilmesi $\sum_{i=1}^n a_i < 1$ olmasına bağlıdır. (Sevüktekin, 2017, s.576). Kalıntıları elde etmek için Denklem (2.50) tahmin edilmekte ve eşbütünleşmenin araştırılmasında Engle – Granger (1987) prosedürü uygulanmaktadır.

Değişkenlerin bütünleşme derecelerinin aynı olmasını gerektiren geleneksel eşbütünleşme testlerinin aksine (Pesaran, Shin, & Smith, 2001); $I(0)$ ve $I(1)$ olan değişkenler arasındaki eşbütünleşme ilişkisinin araştırılmasına olanak tanıyan sınır testi yaklaşımını geliştirmiştir. Bu yaklaşımın dayandığı istatistik koşullu bir kısıtsız denge düzeltme modeli (*ECM*) ele alınarak değişkenlerin gecikmeleri alınmış düzeylerinin önemini test etmede kullanılan genelleştirilmiş Dickey – Fuller tipi bir regresyondaki F ya da *Wald* istatistiğine benzerdir. Değişkenlerin yalnızca $I(0)$ ya da $I(1)$ olup olmaması dikkate alınmadığı için temel hipotez altında bu istatistiklerin asimptotik dağılımları standart değildir. Asimptotik kritik değerler bir tarafta tüm değişkenlerin $I(0)$ diğer tarafta $I(1)$ olduğu varsayımıyla iki kutuplu bir durum için oluşturulmuşlardır.

ARDL sınır testinde öncelikle değişkenlerin bütünleşme derecelerine bakılmaksızın aralarındaki uzun dönem ilişki araştırılmaktadır. Eşbütünleşme ilişkisinin araştırıldığı kısıtsız hata düzeltme modeli aşağıdaki gibidir:

$$\Delta y_t = c_0 + c_1 t + \pi_{yy} y_{t-1} + \pi_{yx.x} x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \psi'_i \Delta z_{t-i} + \omega' \Delta x_t + \quad (2.52)$$

$$u_t$$

Burada yer alan Δy_t ve Δx_t 'nin cari ve gecikmeli değerleri kısa dönem dinamiklerini, π_{yy} ve $\pi_{yx.x}$ uzun dönem parametrelerini, t trend değişkenini ve c_0 otonom parametreyi ifade etmekte olup $c_0 = -(\pi_{yy}, \pi_{yx.x})\mu + [\gamma_{y.x} + (\pi_{yy}, \pi_{yx.x})]\gamma$, $c_1 = (\pi_{yy}, \pi_{yx.x})\gamma$ ve $\pi_{yx.x} \equiv \pi_{yx} - \omega' \Pi_{xx}$ olarak tanımlanmaktadır. Bu modelde deterministik bileşenlerin tanımlanmasına bağlı olarak Denklem (2.52) beş farklı durumda ele alınmaktadır.

Durum 1 (sabitsiz; trendsiz) $c_0 = 0$ ve $c_1 = 0$ olduğunda;

$$\Delta y_t = \pi_{yy}y_{t-1} + \pi_{yx.x}x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \psi'_i \Delta z_{t-i} + \omega' \Delta x_t + u_t \quad (2.53)$$

Durum 2 (kısıtlı sabitli; trendsiz) $c_0 = -(\pi_{yy}, \pi_{yx.x})\mu$ ve $c_1 = 0$ olduğunda;

$$\Delta y_t = \pi_{yy}(y_{t-1} - \mu_y) + \pi_{yx.x}(x_{t-1} - \mu_x) + \sum_{i=1}^{p-1} \psi'_i \Delta z_{t-i} + \omega' \Delta x_t + u_t \quad (2.54)$$

Durum 3 (kısıtsız sabitli; trendsiz) $c_0 \neq 0$ ve $c_1 = 0$ olduğunda;

$$\Delta y_t = c_0 + \pi_{yy}y_{t-1} + \pi_{yx.x}x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \psi'_i \Delta z_{t-i} + \omega' \Delta x_t + u_t \quad (2.55)$$

Durum 4 (kısıtsız sabitli; kısıtlı trendli) olduğunda;

$$\Delta y_t = c_0 + \pi_{yy}(y_{t-1} - \gamma_y t) + \pi_{yx.x}(x_{t-1} - \gamma_x t) + \sum_{i=1}^{p-1} \psi'_i \Delta z_{t-i} + \omega' \Delta x_t + u_t \quad (2.56)$$

Durum 5 (kısıtsız sabitli; kısıtsız trendli) olduğunda;

$$\Delta y_t = c_0 + c_1 t + \pi_{yy}y_{t-1} + \pi_{yx.x}x_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \psi'_i \Delta z_{t-i} + \omega' \Delta x_t + u_t \quad (2.57)$$

şeklini alacaktır.

y_t ve x_t arasındaki düzeydeki ilişkinin araştırılması Denklem (2.53) - (2.56)'deki gecikmesi alınmış düzey değişkenleri y_{t-1} ve x_{t-1} 'in dışlanmasıyla test edilmektedir. Sonuç olarak, temel hipotezi $H_0^{\pi_{yy}}: \pi_{yy} = 0$, $H_0^{\pi_{yx.x}}: \pi_{yx.x} = 0'$ ve alternatif hipotezler $H_1^{\pi_{yy}}: \pi_{yy} \neq 0$, $H_1^{\pi_{yx.x}}: \pi_{yx.x} \neq 0'$ şeklinde tanımlanmaktadır. Buradan Denklem (2.53) - (2.56)'de ilgilenilen ortak temel hipotez ve alternatifi aşağıdaki gibidir:

$$H_0: H_0^{\pi_{yy}} \cap H_0^{\pi_{yx.x}} \quad (2.58)$$

$$H_1: H_1^{\pi_{yy}} \cup H_1^{\pi_{yx.x}} \quad (2.59)$$

Denklem (2.59) ile belirtilen alternatif hipotez $\pi_{yy} \neq 0$ ve $\pi_{yx.x} \neq 0'$ 'deki ilgilenilen durumu ve aynı zamanda $\pi_{yy} \neq 0$, $\pi_{yx.x} = 0'$ ve $\pi_{yy} = 0$, $\pi_{yx.x} = 0'$ durumunu da kapsamaktadır. Yani y_t ve x_t arasındaki düzeydeki ilişkilerinin bozulma olasılığına Denklem (2.59)'daki alternatif hipotez altında izin verilmektedir. Denklem (2.53) - (2.56) ile ifade edilen modellerin Denklem (2.58) temel hipotezinin test edilmesinde F test istatistiğinden faydalanılmaktadır. Yukarıda bahsedilen beş durum için çeşitli anlamlılık düzeylerinde asimptotik kritik değerler 40000 tekrarlı simülasyondan elde edilmiştir.

Herhangi bir anlam düzeyi için F istatistiği eğer alt ve üst sınırlardan oluşan kritik sınır değerlerinin dışına düşerse; o zaman bağımsız değişkenin bütünleşme derecesini hesaba katmaksızın kesin bir yorum yapılabilir. Örneğin F istatistiği; eğer kritik üst sınır değerinden daha büyükse, o zaman eşbütünleşme ilişkisi bulunmadığını ifade eden H_0 hipotezi reddedilmektedir. Buna karşılık eğer F istatistiği kritik alt sınır değerinden daha küçükse, bu durumda uzun dönem ilişkisi bulunmadığını ifade eden H_0 hipotezi kabul edilmektedir. F istatistiğinin kritik sınırların arasına düşmesi durumunda ise herhangi bir sonuç çıkarılmadan önce, bağımsız değişkenlerin bütünleşme derecelerinin bilinmesi gerekmektedir (Şimşek ve Kadılar, 2004, s.30).

Sınır testinin yapılmasında kullanılan model aracılığı ile değişkenler arasındaki kısa ve uzun dönem esnekliklerini hesaplamak mümkündür. Kısa dönem esneklikleri; doğrusal regresyon modellerinde kullanılan klasik esneklik hesaplama yöntemiyle hesaplanabilirken, uzun dönem esneklikleri ise Pesaran ve Shin (1999)'in önerdiği

şekilde, bağımsız değişkenlerin 1 gecikmeli değerlerinin katsayısının bağımlı değişkenin 1 gecikmesine ait katsayıya bölünüp negatif işaretle çarpılması ile hesaplanabilmektedir (Çağlayan, Güriş ve Öskönbayeva, 2012, s.114).

ARDL sınır testi yaklaşımının uygulanmasında takip edilen aşamalar aşağıdaki gibidir:

- i. Öncelikle VAR modelinden hareketle bilgi kriterleri dikkate alınarak uygun gecikme uzunluğu belirlenmektedir.
- ii. Seçilen gecikme uzunluğunda otokorelasyon, değişen varyans problemi olmadığından emin olunmalıdır.
- iii. Belirlenen gecikme uzunluğu sabit tutularak ARDL modeli tahmin edilmektedir.
- iv. Eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını ifade eden temel hipoteze karşı eşbütünleşme ilişkisinin varlığını ifade eden alternatif hipotez F testi yardımıyla test edilmektedir. Hesaplanan F istatistiği Pesaran (2001) uygun tablo kritik değerleriyle karşılaştırılmaktadır.
- v. Hesaplanan F istatistiği üst kritik değerden büyük ise eşbütünleşmenin varlığından bahsedilmektedir. Eşbütünleşme ilişkisinin varlığı halinde gecikme uzunlukları serbest bırakılarak kısa ve uzun dönem katsayıları tahmin edilmektedir.
- vi. Kısa dönem ilişki hata düzeltme modeli yardımıyla tahmin edilmektedir. Burada hesaplanan hata düzeltme terimi uzun dönem modelinden elde edilmektedir. Hata düzeltme terimi, uzun dönemde dengeden bir sapmanın bir dönem sonra yüzde kaçının ortadan kalkacağını ifade etmektedir.

BÖLÜM III

DOĞRUSAL OLMAYAN YAKLAŞIMLAR

Ekonometrik tahmin yöntemlerinin uygulanmasında bazı kısıtlamalar ve varsayımlar bulunmaktadır. Bu varsayım ve kısıtlamalar uygulanan yöntemi daha kullanışlı hale getirebilmektedir. Ancak bu durum daha kesin ve etkin tahminler yapılmasına engel olabilmektedir. Klasik doğrusal regresyon modelinin varsayımlarından bir tanesi de tahmin edilecek olan parametrelerin doğrusal olmasıdır. Doğrusal modeller oldukça kullanışlı ve uygulanabilir olmasına karşın gerçek durumu yansıtmada başarısız olabilmektedir. Ekonometrik analizlerde kullanılan zaman serilerinin pek çoğu doğrusal olmayan hareketler sergilemektedirler. Seriler almış oldukları pozitif ve negatif şoklar karşısında farklı tepkiler verebilmektedirler. Ya da ekonominin genişleme ve daralma dönemlerinde serinin şoka verdiği tepki farklı olabilmektedir. Dolayısıyla yapılan parametre tahminlerinde doğrusallık varsayımı araştırmacıyı gerçek durumdan uzaklaştırabilecektir. Bu noktada, doğrusal olmayan yaklaşımlarla gerçek duruma daha yakın sonuçların elde edilmesi mümkün olabilmektedir.

3.1. Doğrusal ve Doğrusal Olmama Kavramları

İktisadi ve finansal zaman serilerinin doğrusal olmaması durumuna serinin iki temel bileşenine bakılarak karar verilmektedir. İlki serinin ortalamada, ikincisi ise varyansta doğrusal olmamasıyla ilgilidir. Tek değişkenli basit bir stokastik zaman serisi aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i a_{t-i} \quad (3.1)$$

Burada μ sabit terimi, ψ_i reel sayıları ($\psi_0 = 1$), ve $\{a_t\}$ bağımsız ve özdeş dağılıma sahip (IID) rassal değişkenler dizisidir. x_t , a_t 'nin cari ve geçmiş dönemdeki şoklarından oluşmakta olup bağımsız ve özdeş dağılan bir dizinin fonksiyonudur. Matematiksel olarak:

$$x_t = f(a_t, a_{t-1}, \dots) \quad (3.2)$$

Denklem (3.2)'deki doğrusal model $f(.)$ 'in kendi bileşenlerinin doğrusal bir fonksiyonu olduğunu ifade etmektedir. Dolayısıyla $f(.)$ doğrusal değilse model de doğrusal olmamaktadır. Doğrusal olmayan bu model pek çok parametre içerdiği için doğrudan uygulanabilir değildir. Ancak x_t koşullu momentleri cinsinden yazılabilmektedir. F_{t-1} , $\{x_{t-1}, x_{t-2} \dots\}$ ve $\{a_{t-1}, a_{t-2} \dots\}$ 'daki bileşenlerin doğrusal kombinasyonlarının toplamı olarak ifade edilmektedir. Dolayısıyla F_{t-1} verildiğinde x_t 'nin koşullu ortalama ve varyansı şu şekildedir:

$$\mu_t = E(x_t|F_{t-1}) \equiv g(F_{t-1}), \quad \sigma_t^2 = Var(x_t|F_{t-1}) \equiv h(F_{t-1}) \quad (3.3)$$

Burada $g(.)$ ve $h(.)$ tam tanımlanmış fonksiyonlardır ve $h(.) > 0$ 'dır. Model aşağıdaki şekilde yeniden tanımlandığında

$$x_t = g(F_{t-1}) + \sqrt{h(F_{t-1})}\varepsilon_t \quad (3.4)$$

Burada $\varepsilon_t = a_t/\sigma_t$ standartlaştırılmış şoku ifade etmektedir. Denklem (3.3)'teki x_t serisi F_{t-1} ve $h(.) = \sigma_a^2$ 'nin bileşenlerinin doğrusal bir fonksiyonudur. Doğrusal olmayan modellerin geliştirilmesi Denklem (3.3)'teki iki denklemin genişletilmesiyle oluşmaktadır. Eğer $g(.)$ doğrusal değilse, x_t 'nin ortalamada doğrusal olmadığı söylenmektedir. $h(.)$ zamanla değişiyorsa, x_t varyansta doğrusal değildir (Tsay, 2010, 175-176).

3.2. Doğrusal Olmayan Modeller

İktisadi ve finansal zaman serilerine uygulanabilen pek çok doğrusal olmayan model vardır. Çift doğrusal (bilinear) model, eşik değerli otoregresif model (TAR), yumuşak geçişli eşik değerli otoregresif model (STAR) doğrusal olmayan modeller arasında yer almaktadır. Bu modeller aşağıda açıklanmaktadır.

3.2.1. Çift Doğrusal (Bilinear) Model

Çift doğrusal modeller doğrusal olmamayı hesaba katmak için AR ve MA yapılarının çapraz çarpımlarının eklendiği bir ARMA modelidir. Eklenen bu çapraz çarpımların sıfıra eşit olması durumunda süreç ARMA(p,q)'a eşit olmaktadır. Bu modeller Granger ve Andersen (1978) ile tanıtılmış ve kapsamlı bir şekilde

araştırılmıştır (Tsay, 2010, s.187). Çift doğrusal modelin genel formu şu şekilde ifade edilebilmektedir:

$$x_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i x_{t-i} - \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-j} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^s \beta_{ij} x_{t-i} a_{t-j} + a_t \quad (3.5)$$

Burada p , q , m ve s negatif olmayan tamsayılardır. Bu denklemin özel bir hali koşullu değişen varyans durumunu ifade eden şu denklemle gösterilmektedir:

$$x_t = \mu + \sum_{i=1}^s \beta_i a_{t-i} a_t + a_t \quad (3.6)$$

Burada ise a_t beyaz gürültü olup x_t 'nin ilk iki koşullu momenti şu şekilde ifade edilmektedir:

$$E(x_t | F_{t-1}) = \mu \quad \text{Var}(x_t | F_{t-1}) = (1 + \sum_{i=1}^s \beta_i a_{t-i})^2 \sigma_a^2 \quad (3.7)$$

3.2.2. Eşik Değerli Otoregresif Model (TAR)

Literatürde kullanılan doğrusal olmayan modellerin bir örneği eşik değerli otoregresif (TAR) modellerdir. İlk olarak Tong (1978) tarafından önerilmiş ve Tong ve Lim (1980); Tong (1990)'da detaylı bir şekilde tartışılmıştır.

TAR modelleri 'zaman' uzayında meydana gelen model değişimlerine izin veren geleneksel parçalı doğrusal modellerin aksine eşik uzayını kullanmaktadır (Tsay, 2010, s.179). Basit bir TAR modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$y_t = \begin{cases} a_1 y_{t-1} + \varepsilon_{1t}, & q_t > c \\ a_2 y_{t-1} + \varepsilon_{2t}, & q_t \leq c \end{cases} \quad (3.8)$$

TAR modeli, c ile gösterilen bir eşik değere göre q_t 'nin değeri tarafından rejimin belirlendiğini varsaymaktadır. Rejim değişkeni q_t zaman serisinin kendi gecikmeli değerini aldığı, yani $q_t = y_{t-d}$; $d > 0$, özel bir durum vardır. Bu durumda rejim zaman serisinin kendisi tarafından belirlendiğinden model *Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Model (SETAR)* olarak adlandırılmaktadır (Franses ve Dijk, 2000, s.72).

Denklem (3.8)'de yer alan $q_t = y_{t-1}$ eşik değeri değişkeni olarak ifade edilmektedir. Eşik değerin bir tarafında farklı bir otoregresif süreç diğer tarafında farklı bir otoregresif süreç yer almaktadır. $\{y_t\}$ serisi her rejimde doğrusal olmasına karşılık, rejimde değişim olasılığı tüm $\{y_t\}$ serisinin doğrusal olmadığı anlamına gelmektedir.

TAR modelinin yaygın diğer bir türünde iki hata terimi varyansının eşit olduğu $[var(\varepsilon_{1t}) = var(\varepsilon_{2t})]$ varsayılmaktadır (Enders, 2015, s.421). Bu durumda denklem şu şekilde ifade edilmektedir:

$$y_t = a_1 I_t y_{t-1} + a_2 (1 - I_t) y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.9)$$

Burada $y_{t-1} > 0$ olması durumunda $I_t = 1$; $y_{t-1} \leq 0$ olması durumunda $I_t = 0$ değerini almaktadır. Diğer bir deyişle I_t , y_{t-1} eşik değerin üzerinde ise '1', diğer durumlarda '0' değerini alan bir gösterge fonksiyonudur.

3.2.3. Yumuşak Geçişli Eşik Değerli Otoregresif Model (STAR)

Eşik değerli modellerde serilerin her zaman ani değişimler yoluyla rejim değiştireceği varsayımı oldukça katıdır. Çünkü rejimler arası geçişlerin yavaş bir şekilde gerçekleşmesi mümkündür. Dolayısıyla bu tür değişimlerin modellenmesi farklı olmaktadır. Yumuşak geçişli eşik değerli otoregresif model (STAR) modeller otoregresif parametrede yavaşça değişmeye izin vermektedir.

Doğrusal olmayan zaman serilerinde STAR modelleri ilk kez Chan ve Tong (1986); Terasvirta (1994) çalışmalarında kullanılmıştır. Doğrusal olmayan otoregresif bir denklemden hareketle yumuşak geçişli eşik değerli modeli şu şekilde ifade edilmektedir:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \beta_1 y_{t-1} f(y_{t-1}) + \varepsilon_t \quad (3.10)$$

$f(.)$ bir yumuşak geçiş fonksiyonu olduğu kabul edildiğinde otoregresif katsayılar $a_1 + \beta_1$, y_{t-1} değeriyle birlikte yumuşak bir şekilde değişecektir. Denklem (3.10)'un daha açık bir formu şu şekilde gösterilebilmektedir:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \dots + a_p y_{t-p} + \theta [\beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \dots + \beta_p y_{t-p}] + \varepsilon_t \quad (3.11)$$

Teräsvirta (1994)'de süreç doğrusal değil ise STAR modeli olduğunu söylemektedir ve STAR modelinin iki farklı formunun olduğunu ifade etmektedir: lojistik STAR (LSTAR) ve üstel STAR (ESTAR). Otoregresif katsayısının lojistik fonksiyon olduğu LSTAR modeli aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\theta = [1 + \exp(-\gamma(y_{t-1} - c))]^{-1} \quad (3.12)$$

Burada γ yumuşaklık (smoothness) parametresini ifade etmektedir. Modelin üstel formu ise ESTAR olarak adlandırılır ve şu şekildedir:

$$\theta = 1 - \exp[-\gamma(y_{t-1} - c)^2] \quad \gamma > 0 \quad (3.13)$$

Denklem (3.12) ile verilen lojistik fonksiyonun ve Denklem (3.13) ile verilen üstel fonksiyonun Denklem (3.11)'de yerine koyulmasıyla LSTAR ve ESTAR modelleri elde edilmektedir.

LSTAR modeli farklı rejimler arasında yumuşak geçişe izin vererek rejimlerin farklı dinamiklere sahip olduğunu, ESTAR modeli ise farklı rejimlerdeki dinamiklerin aynı fakat geçiş noktalarının farklı dinamiklere sahip olduğunu ifade etmektedir. Dolayısıyla ESTAR ve LSTAR modellerinin farklı ekonomik yapıyı açıklamakta kullanılabilmektedir (Güriş, 2008, s.26).

3.3. Doğrusal Olmama için Ön Testler

3.3.1. ACF ve McLeod – Li Testi

Otokorelasyon fonksiyonu, bir ARMA modelini tahmin ederken p ve q 'yu belirlemede kullanılmaktadır ve kalıntıların otokorelasyon fonksiyonu (ACF) önemli bir diagnostik araçtır. Ancak doğrusal modellerde kullanılan ACF doğrusal olmayan modellerde yanıltıcı bir sonuca götürebilmektedir. Bunun nedeni otokorelasyon katsayısının y_t ve y_{t-1} arasındaki doğrusal ilişkinin derecesini ölçmesidir. Bu yüzden

ACF verideki doğrusal olmayan önemli ilişkileri saptamada başarısız olmaktadır (Enders, 2015, s.434).

Modelin yeterliliğini kontrol etmek için Mcleod ve Li (1983)'de bir ARMA(p,q) sürecinin kareleri alınmış kalıntılarına dayanan Ljung – Box istatistisiğini uygulamışlardır. Test istatistiği;

$$Q(m) = T(T + 2) \sum_{i=1}^m \frac{\hat{\rho}_i^2(a_t^2)}{T-i} \quad (3.14)$$

şeklinde. Burada T örneklem boyutunu, m testte kullanılan uygun otokorelasyon sayısını, a_t kalıntı serisini ve $\hat{\rho}_i^2(a_t^2)$, a_t^2 'nin i . ACF'sini ifade etmektedir. Eğer ele alınan doğrusal model yeterliyse; $Q(m)$, $m - p - q$ serbestlik dereceli asimptotik olarak χ^2 dağılan rassal bir değişkendir (Tsay, 2010, s.207).

3.3.2. RESET Testi

Ramsey (1969)'in geliştirmiş olduğu RESET testi, doğrusal en küçük kareler regresyon analizi için bir spesifikasyon (specification) testidir. Ancak doğrusallık hakkında da bilgi verici bir yöntemdir. Temel hipotez doğrusallığı ifade etmektedir. Doğrusal modelden elde edilen kalıntıların bağımsız olması ise tahminde kullanılan açıklayıcı değişkenlerle ya da uydurulmuş değerlerle ilişkisiz olması gerektiği F istatistiği yardımıyla test edilmektedir. Doğrusal bir AR(p) modelini ele alındığında:

$$x_t = \phi X'_{t-1} + a_t \quad (3.15)$$

Burada $X'_{t-1} = (1, x_{t-1}, \dots, x_{t-p})'$ ve $\phi = (\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_p)'$ olmak üzere RESET testinin aşamaları şu şekildedir:

- i. Denklem (3.15)'nin EKK tahmininden $\hat{\phi}$ 'ler elde edilmekte ve daha sonra bağımlı değişkenin tahmin değerleri ($\hat{x}_t = \phi X'_{t-1}$) ve kalıntılar ($\hat{a}_t = x_t - \hat{x}_t$) hesaplanmaktadır. Burada ise Kalıntı kareler toplamı $SSR_0 = \sum_{t=p+1}^T \hat{a}_t^2$ olarak elde edilmektedir
- ii. Aşağıdaki doğrusal regresyon modeli tahmin edilmektedir:

$$\hat{a}_t = X'_{t-1}a_1 + M'_{t-1}a_2 + v_t \quad (3.16)$$

Burada $M_{t-1} = (\hat{x}_t, \dots, \hat{x}_t^{s+1})$, $s \geq 1$ 'dir ve EKK kalıntıları ($v_t = \hat{a}_t - X'_{t-1}a_1 - M'_{t-1}a_2$) hesaplanmaktadır. Bu denklemin de kalıntı kareler toplamı elde edilmektedir: $SSR_1 = \sum_{t=p+1}^T \hat{v}_t^2$. *RESET* testi Denklem (3.15)'daki doğrusal AR(p) modeli yeterliyse, Denklem (3.16)'daki parametre tahminlerinin sıfıra eşit olması gerektiği mantığına dayanır ve bu durum ksıtlı F testi kullanarak sınanabilmektedir. F istatistiği aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/g}{SSR_1/(T-p-g)} \quad (3.17)$$

Burada $g = s + p + 1$ 'dir. Normallik ve doğrusallık varsayımları altında g ve $T - p - g$ serbestlik derecesiyle F dağılımına uymaktadır. Hesaplanan F istatistiğinin uygun tablo kritik değerinden büyük olması doğrusallığı ifade eden temel hipotezin reddedilmesi anlamına gelmektedir.

3.2.3. Harvey – Leybourne Testi

Harvey ve Leybourne (2007) bir zaman serisinde doğrusallık temel hipotezine karşı doğrusal olmama alternatif hipotezini test eden bir prosedür geliştirmişlerdir. Bu test serilerin $I(0)$ ya da $I(1)$ sürecinden üretilmiş olmasına izin verdiğinden diğer doğrusallık testlerinden ayrılmaktadır. Doğrusallık ve doğrusal olmamanın araştırılması ESTAR ve LSTAR çerçevesinde ele alınmaktadır. Doğrusal olmayan durağan bir AR(1) modeli:

$$y_t = \mu + v_t \quad (3.18)$$

$$v_t = \rho v_{t-1} + \delta f(v_{t-1}, \theta) v_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.19)$$

Aynı şekilde durağan olmayan seri için doğrusal olmayan bir $AR(1)$ modeli:

$$y_t = \mu + v_t$$

$$\Delta v_t = \rho \Delta v_{t-1} + \delta f(\Delta v_{t-1}, \theta) v_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.20)$$

şeklinde ifade edilmektedir ve $f(., \theta)$ için ESTAR ve LSTAR gösterimi aşağıdaki gibidir:

$$\text{ESTAR: } f(v_{t-1}, \theta) = 1 - \exp[-\theta(v_{t-1} - c)^2] \quad (3.21)$$

$$\text{LSTAR: } f(v_{t-1}, \theta) = \frac{2}{1 + \exp[-\theta(v_{t-1} - c)]} - 1 \quad (3.22)$$

Burada Δv_t 'nin global durağan olacak şekilde ϕ, λ ve $f(., \theta)$ fonksiyonu seçilmektedir. İkinci dereceden Taylor açılımı ile model tekrar yazıldığında:

$$v_t = \delta_0 v_{t-1} + \delta_1 v_{t-1}^2 + \delta_2 v_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (3.23)$$

$$\Delta v_t = \lambda_0 \Delta v_{t-1} + \lambda_1 (\Delta v_{t-1})^2 + \lambda_2 (\Delta v_{t-1})^3 + \varepsilon_t \quad (3.24)$$

$I(0)$ ve $I(1)$ olmasına olanak sağlayan veri yaratma süreci ise Denklem (3.23) ve (3.24)'in birleştirilmesiyle elde edilmektedir:

$$y_t = \mu + v_t$$

$$\Delta v_t = \delta_0 v_{t-1} + \delta_1 v_{t-1}^2 + \delta_2 v_{t-1}^3 + \lambda_0 \Delta v_{t-1} + \lambda_1 (\Delta v_{t-1})^2 + \lambda_2 (\Delta v_{t-1})^3 + \varepsilon_t \quad (3.25)$$

Modelde $\delta_1 = \delta_2 = \lambda_1 = \lambda_2 = 0$ ise doğrusal olduğu ifade edilmektedir. Temel hipotezde doğrusallığı test etmek için Denklem (3.25)'teki veri yaratma süreci uygun biçimde gözlenen y_t 'ler cinsinden regresyon modeli olarak yeniden yazıldığında:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-1}^2 + \beta_3 y_{t-1}^3 + \beta_4 \Delta y_{t-1} + \beta_5 (\Delta y_{t-1})^2 + \beta_6 (\Delta y_{t-1})^3 + \varepsilon_t \quad (3.26)$$

Burada $\beta_0 = \mu(1 - \delta_0 + \delta_1\mu - \delta_2\mu^2)$, $\beta_1 = \delta_0 - 2\delta_1\mu + 3\delta_2\mu^2$, $\beta_2 = \delta_1 - 3\delta_2\mu$, $\beta_3 = \delta_2$, $\beta_4 = \lambda_0$, $\beta_5 = \lambda_1$, $\beta_6 = \lambda_2$ 'dir.

Denklem (3.26)'da y_t 'nin doğrusal $I(0)$ ya da $I(1)$ olup olmadığına bakılmaksızın temel hipotezi şu şekilde ifade edilebilir:

$$H_0: \beta_2, \beta_3, \beta_5, \beta_6 = 0 \quad (3.27)$$

Doğrusal olmama alternatif hipotezi:

$$H_1: \beta_2, \beta_3, \beta_5, \beta_6 \neq 0 \text{ (En az bir tanesi sıfırdan farklı)} \quad (3.28)$$

Kısıtlanmış RSS_0 ve kısıtlanmamış RSS_1 regresyon kalıntıları kullanılarak oluşturulan Wald istatistiği:

$$W_T: \frac{RSS_1 - RSS_0}{RSS_0/T} \quad (3.29)$$

ile doğrusal olmama alternatif hipotezine karşı doğrusallığı ifade eden temel hipotez test edilir.

3.2.4. Harvey, Leybourne ve Xiao Testi

Harvey, Leybourne ve Xiao (2008) verinin bütünleşme derecesi bilinmediği uygulamalarda, doğrusallığı ifade eden temel hipoteze karşı doğrusal olmama alternatif hipotezinin test edilmesi konusunu ele almaktadır. Harvey ve Leybourne (2007) tarafından önerilen test ile W_λ , hem $I(0)$ hem de $I(1)$ serisi için bütünleşme derecesi bilinmediği varsayılan test ile asimptotik olarak aynı sonuçları vermektedir. Monte Carlo simülasyon sonuçları bu testin oldukça ilgi çekici boyut özelliklerine sahip olduğunu göstermektedir. Dahası bu test Harvey – Leybourne (2007)'nin önermiş oldukları dirençli teste göre daha güçlü ve sonlu örneklem özelliklerine sahiptir.

Model ve standart doğrusallık testini açıklamak için y_t zaman serisinin $I(0)$ olduğu AR(1) sürecini ele alalım:

$$y_t = \mu + v_t$$

$$v_t = \rho v_{t-1} + \delta f(v_{t-1}, \theta) v_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.30)$$

Burada ε_t sıfır ortalamalı bağımsız ve özdeş dağılıma sahiptir. v_t global durağan olacak şekilde ρ , δ ve $f(\cdot, \theta)$ seçilmektedir. $f(\cdot, \theta)$ fonksiyonu $\theta = 0$ etrafında ikinci dereceden Taylor açılımı uygulanmasıyla model şu şekilde ifade edilmektedir:

$$v_t = \delta_1 v_{t-1} + \delta_2 v_{t-1}^2 + \delta_3 v_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (3.31)$$

$f(\cdot, \theta)$ tipik olarak ESTAR ve LSTAR modelleri ile ifade edilmektedir:

$$\text{ESTAR: } f(v_{t-1}, \theta) = 1 - \exp[-\theta(v_{t-1} - c)^2] \quad (3.32)$$

$$\text{LSTAR: } f(v_{t-1}, \theta) = \frac{2}{1 + \exp[-\theta(v_{t-1} - c)]} - 1 \quad (3.33)$$

Denklem (3.31)'de verilen ikinci sıra Taylor açılımının ESTAR ve LSTAR gibi modellerin veri yapısındaki doğrusal olmayan özellikleri yakalamakta yeterli olduğu düşünülmektedir.

Bu çerçevede doğrusallık temel hipotezine karşı doğrusal olmama alternatif hipotezi şu şekilde ifade edilebilir:

$$H_{0,0}: \delta_2 = \delta_3 = 0 \quad (3.34)$$

$$H_{1,0}: \delta_2 \neq 0 \text{ ve/veya } \delta_3 \neq 0 \quad (3.35)$$

$H_{0,0}$, y_t 'nin $I(0)$ olduğunu ifade etmektedir. Testin gerçekleştirilmesi amacıyla (3.31)'deki veri yaratma süreci gözlemlenen y_t türünden bir regresyon modeli olarak şu şekilde yazılabilir:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-1}^2 + \beta_3 y_{t-1}^3 + \varepsilon_t \quad (3.36)$$

Burada $\beta_0 = \mu(1 - \delta_1 + \delta_2\mu - \delta_3\mu^2)$, $\beta_1 = \delta_1 - 2\delta_2\mu + 3\delta_3\mu^2$, $\beta_2 = \delta_2 - 3\delta_3\mu$, $\beta_3 = \delta_3$ ifade etmekte olup Denklem (3.36) türünden hipotezler aşağıdaki şekilde kurulmaktadır:

$$H_{0,0}: \beta_2 = \beta_3 = 0 \quad (3.37)$$

$$H_{1,0}: \beta_2 \neq 0 \text{ ve/veya } \beta_3 \neq 0 \quad (3.38)$$

Bu kısıtları test etmek için Wald istatistiği şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$W_0 = T \left(\frac{RSS_0^r}{RSS_0^u} - 1 \right) \quad (3.39)$$

Denklem (3.37)'deki kısıtsız EKK regresyonundan elde edilen kalıntı kareler toplamı RSS_0^u ile, $\beta_2 = \beta_3 = 0$ kısıtıyla EKK tahminlerinden elde edilen kalıntı kareler toplamı RSS_0^r ile ifade edilmektedir. Kısıtlı regresyon modeli aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} \quad (3.40)$$

Standart büyük örnek teorisine göre W_0 temel hipotez altında asimptotik olarak $\chi^2(2)$ dağılımına uymaktadır.

Aynı şekilde y_t serisinin $I(1)$ olduğu $AR(1)$ modeli ele alındığında veri yaratma süreci şu şekilde ifade edilmektedir:

$$y_t = \mu + v_t$$

$$\Delta v_t = \phi \Delta v_{t-1} + \lambda f(\Delta v_{t-1}, \theta) \Delta v_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.41)$$

Burada yine ρ , δ ve $f(., \theta)$ fonksiyonu Δv_t global durağan olacak şekilde seçilmektedir. Denklem (3.41) ikinci derece Taylor açılımıyla yeniden düzenlenirse:

$$y_t = \mu + v_t$$

$$\Delta v_t = \lambda_1 \Delta v_{t-1} + \lambda_2 (\Delta v_{t-1})^2 + \lambda_3 (\Delta v_{t-1})^3 + \varepsilon_t \quad (3.42)$$

Doğrusallık temel hipotezi ve doğrusal olmama alternatif hipotezi aşağıdaki gibi kurulmaktadır:

$$H_{0,1}: \lambda_2 = \lambda_3 = 0 \quad (3.43)$$

$$H_{1,1}: \lambda_2 \neq 0 \text{ ve/veya } \lambda_3 \neq 0 \quad (3.44)$$

$H_{1,1}$, bu kez y_t 'nin $I(1)$ olduğu varsayımına dayanan hipotezi temsil etmektedir. Denklem (3.42)'teki veri yaratma süreci regresyon denklemi olarak yeniden düzenlendiğinde:

$$\Delta y_t = \lambda_1 \Delta y_{t-1} + \lambda_2 (\Delta y_{t-1})^2 + \lambda_3 (\Delta y_{t-1})^3 + \varepsilon_t \quad (3.45)$$

$\Delta y_t = \Delta v_t$ eşit⁷ olduğundan Denklem (3.45) ve (3.42) temelde birbirine eşittir. Bu yüzden temel ve alternatif hipotez sırasıyla $H_{0,1}$ ve $H_{1,1}$ ile verildiği şekilde olup Wald istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$W_1 = T \left(\frac{RSS_1^r}{RSS_1^u} - 1 \right) \quad (3.46)$$

Burada RSS_1^r ve RSS_1^u sırasıyla kısıtlı ve kısıtsız EKK regresyonundan elde edilen kalıntı kareler toplamını ifade etmektedir. W_1 temel hipotez altında asimptotik olarak $\chi^2(2)$ dağılımına uymaktadır.

⁷ $y_t = \mu + v_t$ ve $y_{t-1} = \mu + v_{t-1}$ olsun. İkinci denklemden ilk denklemin çıkartılmasıyla $y_t - y_{t-1} = \mu - \mu + v_t - v_{t-1}$ elde edilir. Diğer bir ifade ile $\Delta y_t = \Delta v_t$ olmaktadır.

Uygulamada W_0 ve W_1 gibi testleri oluştururken daha genel otoregresif yapıların var olabileceğini de dikkate almak gerekmektedir. Buna göre söz konusu denklemlere uygun gecikmeli değerlerin eklenmesi genelden özele yaklaşımıyla yapılmaktadır. p gecikme uzunluğunu belirtmek üzere $p_{max} = [8 \left(\frac{T}{100} \right)]^{1/4}$ ile hesaplanmakta olup en yakın tam sayı değeri seçilmelidir (Harvey vd, 2008, s.2-5).

Harvey vd, (2008) çalışmalarında, zaman serisinin durağanlık özellikleri kesin olarak bilinmediğinde, bu iki test istatistiği kullanılarak $[W_0$ ve $W_1]$ hesaplanacak aşağıdaki test istatistiğini önermiştir (Güriş, Tıraşoğlu ve Tıraşoğlu, 2016, s.37).

$$W_\lambda = \{1 - \lambda\}W_0 + \lambda W_1 \quad (3.47)$$

Burada λ , seri $I(0)$ olduğunda 0'a, $I(1)$ olduğunda 1'e yakınsayan bir fonksiyondur. λ 'nın fonksiyonel formu şu şekilde ifade edilmiştir.

$$\lambda(U, S) = \exp - g \left(\frac{U}{S} \right)^2 \quad (3.48)$$

Burada g^8 pozitif bir tam sayıyı, u birim kökü ve s durağanlığı ifade etmekte olup seri durağan olduğunda bu oran ıraksayarak λ 'nın sıfıra, birim köklü olduğunda ise oran sıfıra dolayısıyla λ 'nın bire yakınsamasına neden olmaktadır. Testin amacına uygun olarak u standart Dickey Fuller birim kök istatistiği, s ise parametrik olmayan durağanlık istatistiği kullanılmaktadır. ADF istatistiği aşağıdaki regresyonda $\pi_1 = 0$ 'nin test edilmesiyle yapılmaktadır.

$$\Delta y_t = \pi_0 + \pi_1 y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t \quad (3.49)$$

S istatistiği ise:

$$S = \frac{T^{-1/2} \sum_{t=k+1}^T \tilde{y}_t \tilde{y}_{t-k}}{\hat{\omega} \{ \tilde{y}_t \tilde{y}_{t-k} \}} \quad (3.50)$$

⁸ Harvey vd. (2008)'de $g=0.01$ olarak alınmasını önermektedirler.

ile hesaplanmaktadır. Burada $\tilde{y}_t$, y_t 'nin ortalamadan sapmasını; $\hat{\omega}^2\{a_{t,k}\}$ ise $a_{1,k}, \dots, a_{T,k}$ değişkenlerinin Bartlett – Kernel'e dayanan uzun dönem varyans tahminidir ve şu şekilde tanımlanır:

$$\hat{\omega}\{\tilde{y}_t\tilde{y}_{t-k}\}^2 = \hat{\gamma}_0\{a_{t,k}\} + 2 \sum_{j=1}^l \left(1 - \frac{j}{l}\right) \hat{\gamma}_j\{a_{t,k}\} \quad (3.51)$$

Burada $\hat{\gamma}_j\{a_{t,k}\} = T^{-1} \sum_{t=j+k+1}^T a_{t,k} a_{t-j,k}$ ve $a_{t,k} = \tilde{y}_t \tilde{y}_{t-k}$ 'dir. S'nin hesaplanmasında, $k = (2T)^{1/2}$ ve $l = 12(T/100)^{1/4}$ 'ya en yakın tam sayı değerleri olacak şekilde k ve l seçilmektedir.

W_λ , seri ister $I(0)$ ister $I(1)$ olsun, etkin bir testtir ve asimptotik olarak $\chi^2(2)$ dağılımı göstermektedir.

3.4. Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri

Zaman serisi literatüründe doğrusal olmayan tekniklerin kullanımı hızla artmaktadır. Gerek birim kök gerek eşbütünleşme testlerinde doğrusal olmayan modellemelerin yaygınlaşması konuyla ilgili farklı yaklaşımların geliştirilmesine yol açmıştır. Perron (1989) makalesiyle yapısal kırılmaların dikkate alınması ve sonrasında geliştirilen testler⁹ verinin zaman uzayında meydana gelen değişimlerin dikkate alınarak analiz yapılmasına öncülük etmektedir. TAR modellerinin ortaya çıkışıyla yapısal kırılma literatürü farklı bir boyut kazanmıştır. Burada doğrusal olarak zamanın farklı dönemlerinde serinin farklı yapısal değişiklikler izlemesinin aksine zamanın her noktasında belli bir eşik değerin altında ya da üzerinde hareketine göre modelleme yapılmaktadır.

Doğrusal olmayan bir serinin doğrusal birim kök testleriyle sınanması araştırmacıyı yanlış sonuçlara götürebilecektir. Dolayısıyla verideki doğrusal olmayan yapının dikkate alınarak analizlerin yapılması gerekmektedir. Durağan olup olmama ve doğrusal olup olmama arasındaki karşılıklı ilişki Granger (1998) tarafından şu şekilde görselleştirilmiştir:

⁹Geliştirilen diğer yapısal kırılmalı birim kök testlerine Zivot-Andrews (1992), Lumsdaine-Papell (1997), Lee-Strazicich (2003) örnek olarak verilebilir.

Doğrusal değil		
Doğrusal		
	Durağan	Durağan değil

Şekil 1. Durağanlık ve doğrusallık arasındaki karşılıklı ilişki

Şekil 1’de görüldüğü üzere durağan olmama ve doğrusal olmama durumlarının payı en yüksektir. Durağan olup doğrusal olmanın payı ise en küçüktür. Dolayısıyla doğrusallık varsayımıyla yapılan durağanlık analizlerinin aksine doğrusal olmamanın dikkate alınması önemlidir. Aşağıda yaygın olarak kullanılan doğrusal olmayan birim kök testleri verilmiştir.

3.4.1. Enders – Granger Birim Kök Testi

İktisadi değişkenlerin pek çoğu asimetrik davranışlar sergilemektedirler. Firmaların yukarı yönlü fiyat değişimlerine aşağı yönlü değişimlerden daha çok istekli olması, fiyat ve ücret katılıkları, beklenen ve beklenmeyen; ani ve aşamalı politikaların farklı etkilere sahip olması, negatif ve pozitif şokların varlığı serilerin asimetrik davranışının sebeplerinden yalnızca birkaç tanesidir. Doğrusal olmayan bir modeli doğrusal modellerle açıklamaya çalışmak araştırmacıyı yanlış sonuçlara yönlendirebilecektir. Dolayısıyla değişkenlerin sahip olduğu asimetrik yapı doğrusal olmayan modellerle daha sağlıklı sonuçlar verebilecektir.

Enders ve Granger (1998) çalışmasında asimetrik düzeltmenin varlığında birim kök testi olarak kullanılabilen bir model türü ortaya koymuşlardır. Simetrik düzeltmeye izin veren ve modelin doğrusal olduğu varsayılan DF denkleminde hareketle modelin asimetrik düzeltmeye izin veren TAR modeline geçişi şu şekilde ifade edilebilmektedir:

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.52)$$

Burada ε_t beyaz gürültü sürecidir. Standart prosedür tahmin edilen ρ parametresinin uygun kritik değerler yoluyla $-2 < \rho < 0$ test edilmesidir. Bu denklemin bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin eklenmesi, yapısal kırılmalara izin verilmesi, hata teriminin zayıf bağımlı ve heterojen dağılmasına izin verilmesi yoluyla pek çok şekilde uyarlanması mümkündür. Ancak asimetrik düzeltmenin varlığında bu testlerin kullanımı hatalı bir spesifikasyona neden olabilecektir. TAR modelleri aracılığıyla önerilen alternatif bir spesifikasyon şu şekilde ifade edilebilmektedir:

$$\Delta y_t = \begin{cases} \rho_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, & y_{t-1} \geq 0 \\ \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t, & y_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (3.53)$$

Burada $\{y_t\}$ 'nin durağanlığı için yeter koşul $-2 < (\rho_1, \rho_2) < 0$ 'dir. Alternatif bir gösterim birim basamak fonksiyonu¹⁰ yardımıyla şu şekilde gösterilebilmektedir:

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 y_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.54)$$

I_t gösterge fonksiyonu olup eşik değişkenine göre iki farklı değer alabilmektedir:

$$I_t = \begin{cases} 1, & y_{t-1} \geq 0 \\ 0, & y_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (3.55)$$

Eğer sistem yakınsak ise, $y_t = 0$ serinin uzun dönem denge değeridir. y_{t-1} uzun dönem denge değerinin üzerinde ise düzeltme $\rho_1 y_{t-1}$, altında ise düzeltme $\rho_2 y_{t-1}$ olacaktır. $\rho_1 = \rho_2$ olması durumunda düzeltme simetrik olacaktır. TAR model bir serideki derinliğin boyutunu yakalayabilmektedir. Örneğin $-1 < \rho_1 < \rho_2 < 0$ ise, o halde $\{y_t\}$ serisinin negatif durumları pozitif durumlarından daha kalıcı olmaya eğilimli olacaktır (Enders ve Granger, 1998, s.305).

$y_t = a_0$ etrafında bir uzun dönem dengesinde olduğu durumda ise Denklem (3.56)'daki gibi olmaktadır:

¹⁰ Heaviside fonksiyonu olarak da ifade edilen birim basamak fonksiyonu sıçramalı süreksizliğe sahip bir tür fonksiyondur.

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 [y_{t-1} - a_0] + (1 - I_t) \rho_2 [y_{t-1} - a_0] + \varepsilon_t \quad (3.56)$$

Gösterge fonksiyonu ise aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır:

$$I_t = \begin{cases} 1, & y_{t-1} \geq a_0 \\ 0, & y_{t-1} < a_0 \end{cases} \quad (3.57)$$

Burada $-2 < (\rho_1, \rho_2) < 0$ ise eşik değişkeni (attractor) $y_t = a_0$ noktasında uzun dönem dengesinde olacaktır. Bir diğer durum ise trend doğrusu $y_t = a_0 + a_1 t$, $\{y_t\}$ serisinin trend durağan olduğu bir eşik değişkenidir. Bu durumda Denklem (3.54) şu şekilde yazılabilir:

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 [y_{t-1} - a_0 - a_1(t-1)] + (1 - I_t) \rho_2 [y_{t-1} - a_0 - a_1(t-1)] + \varepsilon_t \quad (3.58)$$

Gösterge fonksiyonu ise;

$$I_t = \begin{cases} 1, & y_{t-1} \geq a_0 + a_1(t-1) \\ 0, & y_{t-1} < a_0 + a_1(t-1) \end{cases} \quad (3.59)$$

haline gelmektedir. Alternatif bir düzeltme spesifikasyonu ise Momentum TAR (MTAR) modelidir. MTAR modeli için gösterge fonksiyonu aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$I_t = \begin{cases} 1, & \Delta y_{t-1} \geq 0 \\ 0, & \Delta y_{t-1} < 0 \end{cases} \quad (3.60)$$

Denklem (3.60)'de ifade edilen gösterge fonksiyonunun Denklem (3.54)'te yerine koyulması ile MTAR modeli elde edilmektedir. Burada $|\rho_1| < |\rho_2|$ olması durumunda, MTAR modeli pozitif Δy_{t-1} için küçük bozulmalar sergilerken negatif Δy_{t-1} için önemli bozulmalar gösterecektir. Yani artışlar kalıcı olma eğiliminde olurken, azalışlar eşik değişkenine doğru hızla dönme eğilimindedir. Böylece momentum model Sichel (1993)'teki keskinlik kavramını temsil etmekte kullanılabilmektedir (Enders ve Granger, 1998, s.306).

Enders ve Granger (1998)'de yapmış oldukları Monte Carlo simülasyonları sonucunda modelin temel hipotezde birim köke karşılık alternatif hipotezde *TAR* veya *MTAR* modeline uyum sağlayıp sağlamadığını göstermek için kritik değerler üretmişlerdir. Burada hem *TAR* hem de *MTAR* modeli için üç farklı duruma göre hesaplamalar yapılmaktadır.¹¹

3.4.2. Caner – Hansen Birim Kök Testi

Doğrusal olmayan yöntemlerin uygulanmasının zaman serileri literatüründe hızla artması göz önüne alındığında doğrusal olmama ve durağanlığın birlikte değerlendirilmesini beklemek çok şaşırtıcı değildir. Birim kök içeren otoregresif doğrusal bir otoregresif sürecin temel hipotezini asimetric düzeltmeye izin veren eşik değerli otoregresif (*TAR*) süreci ifade eden alternatif hipotezine karşı test edilmesi yukarıda da bahsedilen önceki çalışmalarda yer almaktadır. Daha önceki yapılan çalışmalarda verinin durağan, ergodik ve birim köke sahip olmadığı şeklinde önemli bir varsayım yapılmaktadır. Bu durumda durağan olmamayı doğrusal olmamadan ayırmak mümkün değildir. (Caner ve Hansen, 2001, s.1555).

Caner ve Hansen (2001) çalışmasında durağan olmama ve/veya doğrusal olmamanın durumlarının her ikisini de eşanlı olarak izin veren bir yaklaşım geliştirmişlerdir. Testin süreci eşik değerli otoregresif denklemden hareketle şu şekilde açıklanmaktadır:

$$\Delta y_t = \theta'_1 x_{t-1} 1_{\{Z_{t-1} < \lambda\}} + \theta'_2 x_{t-1} 1_{\{Z_{t-1} \geq \lambda\}} + e_t \quad t = 1, \dots, T \quad (3.61)$$

Burada $x_{t-1} = (y_{t-1} r'_t \Delta y_{t-1} \dots \Delta y_{t-k})'$, $1_{\{\cdot\}}$ gösterge fonksiyonu, e_t bağımsız ve özdeş dağılımlı (*IID*) hata terimi, $Z_t = y_t - y_{t-m}$; $m \geq 1$ olmak üzere eşik değişkeni, ve r_t olası bir doğrusal zaman trendi ve sabit içeren deterministik bileşenler vektörüdür. Eşik değer bilinmemektedir ve $P(Z_t \leq \lambda_1) = \pi_1 > 0$; $P(Z_t \leq \lambda_2) = \pi_2 < 1$ olarak belirlenen λ_1 ve λ_2 değerleri $\lambda \in [\lambda_1, \lambda_2]$ aralığında değer almaktadır. Denklem (3.61)'deki $\theta'_{(\cdot)}$ vektörleri şu şekilde genişletilebilir:

¹¹ Deterministik bileşenlerin olmadığı duruma, tahmin edilen bir sabite göre ve tahmin edilen bir trende göre oluşturulan modeller için kritik değerler hesaplanmıştır.

$$\theta_1 = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} \quad \theta_2 = \begin{pmatrix} \rho_2 \\ \beta_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

Burada ρ_1 ve ρ_2 skaler olup y_{t-1} 'in eğim katsayılarını, β_1 ve β_2 deterministik bileşenlerin eğimini, α_1 ve α_2 ise söz konusu iki rejimdeki $(\Delta y_{t-1}, \dots, \Delta y_{t-k})$ 'nın eğimini ifade etmektedir.

Denklem (3.61)'deki *TAR* modeli her $\lambda \in \Lambda$ için EKK ile tahmin edilmektedir:

$$\Delta y_t = \hat{\theta}_1(\lambda)' x_{t-1} 1_{\{z_{t-1} < \hat{\lambda}\}} + \hat{\theta}_2(\lambda)' x_{t-1} 1_{\{z_{t-1} \geq \hat{\lambda}\}} + \hat{e}_t(\lambda) \quad (3.63)$$

ve σ 'nın EKK ile tahmini $\hat{\sigma}^2(\lambda) = T^{-1} \sum_1^T \hat{e}_t(\lambda)^2$ şeklindedir. Eşik değeri λ 'nın EKK tahmini $\sigma^2(\lambda)$ minimize edilmesi ile hesaplanmaktadır ve şu şekilde gösterilmektedir:

$$\hat{\lambda} = \operatorname{argmin}_{\lambda \in \Lambda} \hat{\sigma}^2(\lambda) \quad (3.64)$$

Eşik değeri ve diğer parametrelerin tahmin edilmesiyle elde edilen model şu şekilde ifade edilebilir:

$$\Delta y_t = \hat{\theta}_1' x_{t-1} 1_{\{z_{t-1} < \hat{\lambda}\}} + \hat{\theta}_2' x_{t-1} 1_{\{z_{t-1} \geq \hat{\lambda}\}} + \hat{e}_t \quad (3.65)$$

Denklem (3.65)'in tahmininden elde edilen kalıntılar ve varyans sırasıyla $\hat{e}_t$ ve $\hat{\sigma}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t^2$ olarak hesaplanmaktadır. Eşik değeri etkisinin test edilmesi için oluşturulacak temel ve alternatif hipotezler aşağıdaki gibidir:

$$H_0: \theta_1 = \theta_2 \quad (3.66)$$

$$H_1: \theta_1 \neq \theta_2 \quad (3.67)$$

şeklindedir. Denklem (3.66) ile verilen bu kısıt için standart Wald istatistiği W_T aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$W_T = T \left(\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}^2} - 1 \right) \quad (3.68)$$

Burada T gözlem sayısını, $\hat{\sigma}^2$ Denklem (3.65)'te hesaplanan varyansı, $\hat{\sigma}_0^2$ ise temel hipotez altında ifade edilen doğrusal modelin EKK tahminlerinden elde edilen kalıntı varyansıdır. Denklem (3.63)'teki regresyonda sabit λ değerleri için $H_0: \theta_1 = \theta_2$ hipotezinin test edilmesi Denklem (3.69)'da verilen Wald istatistiği¹² ile mümkündür:

$$W_T = W_T(\hat{\lambda}) = T \left(\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\hat{\sigma}^2(\hat{\lambda})} - 1 \right) \quad (3.69)$$

Caner ve Hansen (2001) eşik değerli birim kök sürecinde kısmi ve tam durağanlık durumlarına göre alternatif hipotezi çeşitlendirmiştir. Seri iki rejimde de durağan ise tam durağanlık, bir rejimde durağan diğesinde değilse kısmi durağanlık durumu söz konusudur (Özcan, 2015, s.594).

3.4.3. Kapetanios, Shin ve Snell Birim Kök Testi

Kapetanios, Shin ve Snell (2003) çalışmalarında durağan olmamaya karşı doğrusal olmayan ancak global durağan olan üstel yumuşak geçiş sürecine (ESTAR) uyan bir test prosedürü önermişlerdir. Yumuşak geçişli otoregresif sürece (STAR) dayanan ve doğrusal ADF testinin doğrusal olmayan bir versiyonu olan KSS (2003) testi, doğrusal olmayan durağanlığı test etmek için kullanılmaktadır (Bahmani-Oskooee ve Hegerty, 2009, s.644). Birim kök temel hipotezine karşı global durağan ESTAR sürecini ifade eden alternatif hipotezi test etmek için birinci dereceden STAR modelinden hareketle süreç aşağıdaki gibidir:

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1} \Theta(\theta; y_{t-d}) + \varepsilon_t \quad t = 1, \dots, T \quad (3.70)$$

Burada $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ olup β ile γ bilinmeyen parametrelerdir ve y_t 'nin sıfır ortalamalı bir stokastik süreç olduğu varsayılmaktadır. STAR modeli aşağıdaki geçiş fonksiyonu ile üstel formda yazılmaktadır:

$$\Theta(\theta; y_{t-d}) = 1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2) \quad (3.71)$$

¹² $W_T(\lambda)$, $\hat{\sigma}^2(\hat{\lambda})$ 'nın azalan bir fonksiyonu olduğu için temel hipotez sıklıkla "Sup-wald" olarak adlandırılmaktadır.

Burada $d \geq 1$ olan gecikme parametresidir ve $\theta \geq 0$ olduğu varsayılmaktadır. Üstel geçiş fonksiyonu 0 ve 1 ile sınırlandırılmıştır. ESTAR modelin Denklem (3.70)'da yerine koyulması ile:

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1}[1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2)] + \varepsilon_t \quad (3.72)$$

elde edilmektedir. Test formatına uygun olarak parametrelerin yeniden düzenlenmesi ile Denklem (3.72) şu şekilde ifade edilebilmektedir:

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \gamma y_{t-1}[1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2)] + \varepsilon_t \quad (3.73)$$

Burada $\phi = \beta - 1$ 'dir. θ 'nın pozitif olması durumunda ortalamaya dönüş hızı etkin bir şekilde belirlenmektedir. Denklem (3.73), $\phi = 0$ ve $\theta = 0$ kısıtlarının uygulanması ile modelin özel bir hali olarak doğrusal birim kök temel hipotezine dönüşmektedir. Alternatif hipotez altında ($\phi = 0$ ancak $\theta > 0$) ise y_t , $-2 < \gamma < 0$ sağlayan doğrusal olmayan ancak global durağan olan bir süreci takip edecektir.

Gecikme parametresi $d = 1$ özel durumu için Denklem (3.73)'ye $\phi = 0$ kısıtı altındaki ESTAR çerçevesindeki model şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1}[1 - \exp(-\theta y_{t-1}^2)] + \varepsilon_t \quad (3.74)$$

Kapetanios, vd. (2003) doğru sürecin durağan ancak doğrusal olmadığına standart ADF testinin çok güçlü olmadığını ifade ederek temel hipotezde sıfır, alternatif hipotezde pozitif değer alan özel bir parametreye (θ) odaklanmışlar ve hipotezleri şu şekilde oluşturmuşlardır:

$$H_0: \theta = 0 \quad (3.75)$$

$$H_0: \theta > 0 \quad (3.76)$$

Ancak γ parametresi temel hipotezde tanımlanmadığı için temel hipotezin test edilmesi, ESTAR modeline birinci sıra Taylor açılımı ile yapılmaktadır. Bu şekilde oluşturulan yardımcı regresyon aşağıdaki gibidir:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1}^3 + \text{hata terimi} \quad (3.77)$$

Burada $\delta < 0$ 'a karşı $\delta = 0$ 'ı test etmek için t -istatistiği elde edilmektedir. Test istatistiği $t_{NL} = \hat{\delta}/s.e.(\hat{\delta})$ olarak hesaplanmaktadır. Burada $\hat{\delta}$, Denklem (3.77)'deki δ 'nın EKK tahminini ve $s.e.(\hat{\delta})$, $\hat{\delta}$ 'nın standart hatasını ifade etmektedir. Durağan süreçler için doğrusallığa karşı doğrusal olmamanın test edilmesinde kullanılan testin aksine t_{NL} testi standart bir asimptotik normal dağılıma sahip değildir (Kapetanios, vd., 2003, p.363-364). t_{NL} istatistiğinin asimptotik kritik değerleri $T = 1000$ ve 50000 tekrarlı stokastik simülasyon yardımıyla ham, ortalamadan arındırılmış ve trendden arındırılmış veri (Case 1, Case 2, Case 3) için KSS (2003) tarafından oluşturulmuştur.

3.4.4. Sollis Birim Kök Testi

Sollis (2009) çalışmasında birim kök hipotezini test etmek için birim kök temel hipotezine karşı alternatif hipotez altında simetrik ya da asimetrik doğrusal olmayan düzeltmeye izin veren genişletilmiş bir ESTAR model tipi kullanılmasını önermiştir.

$$\Delta y_t = G_t(\gamma_1, y_{t-1})\{S_t(\gamma_2, y_{t-1})\rho_1 + (1 - S_t(\gamma_2, y_{t-1}))\rho_2\}y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.78)$$

$$G_t(\gamma_1, y_{t-1}) = 1 - \exp(-\gamma_1(y_{t-1}^2)), \quad \gamma_1 \geq 0 \quad (3.79)$$

$$S_t(\gamma_2, y_{t-1}) = [1 - \exp(-\gamma_2 y_{t-1})]^{-1} \quad \gamma_2 \geq 0 \quad (3.80)$$

Burada $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$ 'dir. Sollis vd. (2002), Kapetanios vd. (2003) ve Park ve Shintani (2005) daha yüksek derece dinamiklere izin verilmeyen yapı Denklem (3.78)'nin genişletilmesi ile şu şekilde ifade edilmiştir:

$$\Delta y_t = G_t(\gamma_1, y_{t-1})\{S_t(\gamma_2, y_{t-1})\rho_1 + (1 - S_t(\gamma_2, y_{t-1}))\rho_2\}y_{t-1} + \sum_{i=1}^k k_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3.81)$$

Birim kök hipotezi global durağan simetrik ya da asimetrik ESTAR (AESTAR) karşı test edilmesi Denklem (3.81)'deki γ_1 parametresinin sıfıra eşitliğinin sınanması ile yapılmaktadır:

$$H_0: \gamma_1 = 0 \quad (3.82)$$

Ancak temel hipotez altında tanımlanmayan parametreler (γ_2 , ρ_1 ve ρ_2 tanımlanmamıştır) olduğundan geleneksel yöntemlerin kullanılması mümkün değildir. Testin gerçekleştirilebilmesi için bir yardımcı regresyondan yararlanılmaktadır. Yardımcı regresyon $\gamma = 0$ etrafındaki orijinal modelde üstel fonksiyonun Taylor açılımı ile elde edilmektedir. Denklem (3.81)'de $k = 0$ varsayımı altında birinci sıra Taylor açılımı ile:

$$\Delta y_t = \rho_1 \gamma_1 y_{t-1}^3 S_t(\gamma_2, y_{t-1}) + \rho_2 \gamma_1 y_{t-1}^3 (1 - S_t(\gamma_2, y_{t-1})) + \eta_t \quad (3.83)$$

şeklinde ifade edilmektedir. Burada $\eta_t = \varepsilon_t + R_t$ olup, R_t Taylor açılımından geriye kalanları ifade etmektedir. Temel hipotez ($H_0: \gamma_1 = 0$) altında γ_2 tanımlanmamaktadır. (ρ_1 ve ρ_2 'de tanımlanmamıştır. Ancak bu durum γ_2 tanımlanmaması kadar sorun değildir). Bu sorun Denklem (3.81)'de lojistik fonksiyonun Taylor açılımı yapılması yoluyla çözüm getirilmiştir. İlk olarak testin amacına uygun olarak $S_t(\gamma_2, y_{t-1})$ yerine $S_t^*(\gamma_2, y_{t-1})$ yazılmaktadır. Burada $S_t^*(\gamma_2, y_{t-1}) = S_t(\gamma_2, y_{t-1}) - 0.5$ 'dir. Bu dönüşümün uygulanması ile Denklem (3.81) şu şekilde yeniden ifade edilmektedir:

$$\Delta y_t = \rho_1^* \gamma_1 y_{t-1}^3 S_t^*(\gamma_2, y_{t-1}) + \rho_2^* \gamma_1 y_{t-1}^3 (1 - S_t^*(\gamma_2, y_{t-1})) + \eta_t \quad (3.84)$$

Burada ρ_1^* ve ρ_2^* , ρ_1 ve ρ_2 'nin doğrusal fonksiyonlarıdır. $\gamma_2 = 0$ etrafında Denklem (3.81)'in $S_t^*(\gamma_2, y_{t-1})$ 'e göre Taylor açılımıyla aşağıdaki model elde edilmektedir:

$$\Delta y_t = a(\rho_2^* - \rho_1^*) \gamma_1 \gamma_2 y_{t-1}^4 + \rho_2^* \gamma_1 y_{t-1}^3 + \eta_t \quad (3.85)$$

$a = 1/4$ için denklem yeniden yazıldığında:

$$\Delta y_t = \phi_1 y_{t-1}^3 + \phi_2 y_{t-1}^4 + \eta_t \quad (3.86)$$

Burada $\phi_1 = \rho_2^* \gamma_1$ ve $\phi_2 = a(\rho_2^* - \rho_1^*) \gamma_1 \gamma_2$ 'dir. Genişletilmiş versiyonu ise:

$$\Delta y_t = \phi_1 y_{t-1}^3 + \phi_2 y_{t-1}^4 + \sum_{i=1}^k k_i \Delta y_{t-i} + \eta_t \quad (3.87)$$

şeklindedir. Bu durumda Denklem (3.80)'deki temel hipotezin ($H_0: \gamma_1 = 0$), Denklem (3.87)'deki yardımcı regresyondaki karşılığı ise:

$$H_0: \phi_1 = \phi_2 = 0 \quad (3.88)$$

olmaktadır. Burada sıfır olmayan ortalama ve deterministik trend içeren yardımcı model ve temel hipotezi sırasıyla Denklem (3.87) ve (3.88) aynı forma sahip olup, y_t yerine $y_t^* = y_t - \hat{\mu}$ ya da $y_t^* = y_t - \hat{a}_1 - \hat{a}_2 t$ koyulmasıyla elde edilmektedir.

AESTAR modelinde birim kök temel hipotezine karşı durağan simetrik (ya da asimetrik) doğrusal olmayan ESTAR modelinin reddedilmesi durumunda ikinci bir test daha yapılmaktadır. İkinci aşamada Denklem (3.87)'deki yardımcı regresyon kullanılarak temel hipotezde doğrusal olmayan simetrik ESTAR modeli doğrusal olmayan asimetrik ESTAR modeline karşı standart bir F testi (t ya da LM testi de kullanılabilir) ile test edilmektedir. Burada hipotezler şu şekilde ifade edilmektedir:

$$H_0: \phi_2 = 0 \quad (3.89)$$

$$H_1: \phi_2 \neq 0 \quad (3.90)$$

Kullanılacak olan F testleri sıfır ortalama, sıfır olmayan ortalama ve deterministik trend durumları için sırasıyla F_{as} , $F_{as,\mu}$ ve $F_{as,t}$ olarak ifade edilmektedir. Birim kök temel hipotezinin test edilmesinde standart kritik değerler kullanılmamaktadır. Sollis (2009) çalışmasında uygun kritik değerleri 10000 tekrarlı simülasyon yardımıyla her üç durum için oluşturmuştur. Genel olarak F test istatistiği şu şekilde hesaplanmaktadır:

$$F = (R\hat{\beta} - r)'[\hat{\sigma}^2 R\{\sum_t x_t x_t'\}^{-1} R']^{-1} (R\hat{\beta} - r)/m \quad (3.91)$$

Buradan hesaplanan test istatistiğinin uygun tablo değeriyle karşılaştırılarak serinin birim kök mü simetrik (veya asimetrik) doğrusal olmayan durağan süreç mi izlediğine karar verilmektedir.

3.5. Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri

3.5.1. Balke – Fomby Eşbütünleşme Testi

Durağan olmayan değişkenlerin uzun dönemde birlikte hareket etme eğiliminde olması eşbütünleşme kavramıyla açıklanmaktadır. İktisadi pek çok değişken durağan olmayıp eşbütünleşik olabilmektedir. Enflasyon ve faiz oranları arasındaki ilişkiyi ifade eden Fisher hipotezi (Şimşek ve Kadılar, 2006) ya da satın alma gücü paritesinden sapmaların nedenini, ticarete konu olan ve ticarete konu olmayan sektörler arasındaki verimlilik farklılığına dayandıran Balassa ve Samuelson hipotezinin test edilmesinde (Lopcu, Burgaç ve Dülger, 2012) eşbütünleşme testleri kullanılmaktadır. Seriler arasında bir eşbütünleşme ilişkisinin olması durumunda ise bir hata düzeltme modeli (*HDM*) kurulabilmektedir. *Granger Temsil Teoremi*'ne göre iki değişken eşbütünleşikse, aralarındaki ilişki *HDM* olarak ifade edilebilmektedir (Gujarati, 2004, s.825).

Eşbütünleşme ve bununla ilgili olarak hata düzeltme modelinde değişkenlerin uzun dönem dengesine zaman içerisinde hareket etme eğiliminde olduğu varsayılmaktadır. Ancak uzun dönem dengesine zamanın her döneminde hareket etmesi gerekmeyebilir. Örneğin, düzeltmenin maliyetlerinin olması iktisadi aktörlere engel olabilmektedir. Dengeden sapmanın kritik bir eşik değeri aşması durumunda düzeltmenin faydası maliyetleri aşacak ve iktisadi aktörler sistemin dengeye hareket etmesi için harekete geçecektir. Bu tür ayrı düzeltme süreçleri; stoklar, para balansları, dayanıklı tüketim malları, fiyatlar ve istihdam gibi iktisadi olayları açıklamakta kullanılmaktadır (Balke ve Fomby, 1997, 627-628).

Balke ve Fomby (1997) çalışmasında eşbütünleşik ilişkinin belirli bir aralık içinde aktif olmayan ve dengeden çok uzakta olduğunda aktif hale gelen durumu araştırmışlardır. Yani sistem belli bir eşik değeri aştığında, eşbütünleşme aktif olmaktadır.

Eşik değer eşbütünleşmenin test edilmesinde iki adımlı süreç izlenmektedir. İlk aşamada doğrusal zaman serisi modellerinde eşbütünleşme olup olmadığı Engle-

Granger yaklaşımı ile belirlenmektedir. İkinci aşamada ise zaman serisinde eşik değer davranışının varlığı belirlenmektedir.

Geleneksel eşbütünleşme ilişkisindeki iktisadi bir denge şu şekilde ifade edilmektedir:

$$y_t + ax_t = z_t, \quad \text{burada } z_t = \rho^{(i)}z_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.92)$$

$$y_t + Bx_t = B_t, \quad \text{burada } B_t = B_{t-1} + \eta_t \quad (3.93)$$

Basitlik açısından, $\varepsilon_t \sim \text{IID}$ ve $\eta_t \sim \text{IID}$ sıfır ortalamaya sahip rassal değişkenlerdir. Denklem (3.92) y_t ve x_t arasındaki denge ilişkisini, z_t ise dengeden sapmayı ifade etmekte olup eşbütünleşme vektörü $(1, a)$ 'dir. B_t ise, y_t ve x_t 'nin ortak stokastik trendini temsil etmektedir. Değişkenlerin eşbütünleşme durumu z_t otoregresif sürecine bağlıdır. ρ , $\{1\}$ 'e yaklaştıkça dengeden sapmalar seriyi durağan olmamaya götürecektir, dolayısıyla y_t ve x_t değişkenleri eşbütünleşik olmayacaktır.

Balke ve Fomby (1997)'de geleneksel eşbütünleşmenin aksine eşik değerli bir otoregresyondan hareketle dengeden sapmaları şu şekilde ifade etmektedir:

$$\rho^{(i)} = 1, \quad |z_{t-1}| \leq \theta \text{ ise} \quad (3.94)$$

$$= \rho, \quad |\rho| < 1 \text{ olmak üzere} \quad |z_{t-1}| > \theta \text{ ise} \quad (3.95)$$

Burada θ kritik bir eşik değerdir. $|z_{t-1}| \leq \theta$ olduğu sürece z_t birim köke sahipmiş gibi hareket edecek ve sistem dengeye doğru dönme eğiliminde olmayacaktır. $|z_{t-1}| > \theta$ olduğunda ise z_t zamanla sabit bir ortalamaya yaklaşacaktır. Böylece denge hatası eşik değerden küçük ise bir dengeye dönme eğilimi olmadığından y_t ve x_t eşbütünleşik olmayacaktır. Eğer denge hatası eşik değerden büyük ise y_t ve x_t belli bir dengeye doğru hareket etme eğiliminde olacaktır. Yerel olarak z_t birim köke sahip olabilirken, küresel olarak bu seri durağan olacaktır (Balke ve Fomby, 1997, s.629).

Alternatif olarak eşik değer eşbütünleşme HDM biçiminde şu şekilde ifade edilmiştir:

$$\Delta y_t = \gamma_1^{(i)} z_{t-1} + v_{1t} \quad (3.96)$$

$$\Delta x_t = \gamma_2^{(i)} z_{t-1} + v_{2t} \quad (3.97)$$

Burada $\gamma_1^{(i)} = -(1 - \rho^{(i)})\beta/(\beta - a)$, $\gamma_2^{(i)} = -(1 - \rho^{(i)})/(\beta - a)$, $v_{1t} = [\beta/(\beta - a)]\varepsilon_t - [a/(\beta - a)]\eta_t$, $v_{2t} = [1/(\beta - a)](\eta_t - \varepsilon_t)$ ve $z_{t-1} = y_{t-1} + ax_{t-1}$. Hata düzeltme terimi z_{t-1} 'dir. Denge koşulundan sapmalar eşik değerden büyük olmadığı sürece hata düzeltme parametreleri $\gamma_1^{(i)}$ ve $\gamma_2^{(i)}$ sıfır olacaktır. Bu durumda y_t ve x_t denge koşulundan sapmalara tepki vermeyecektir. Sapmalar ancak eşik değeri aşarsa, $\gamma_1^{(i)}$ ve $\gamma_2^{(i)}$ sıfırdan farklı olup y_t ve x_t dengeden sapmalara tepki verecektir. Balke ve Fomby (1997)'de eşbütünleşmeyi zaman serisinin küresel, eşik değer rejimlerin ise yerel bir özelliği olduğu ifade etmektedir. Buna göre temel hipoteze karşılık 3 alternatif söz konusu olmaktadır:

$$H_0 : \text{Doğrusal, eşbütünleşik değil} \quad (3.98)$$

$$H_{1,1} : \text{Doğrusal değil, eşbütünleşik değil} \quad (3.99)$$

$$H_{1,2} : \text{Doğrusal, eşbütünleşik} \quad (3.100)$$

$$H_{1,3} : \text{Doğrusal değil, eşbütünleşik} \quad (3.101)$$

Burada ilgilenilen durum, eşik değerli eşbütünleşmeyi ifade eden üçüncü durumdur. Dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta eşik değer etkisinin test edilmesidir. Tsay eşik değer otoregresif sürecin modellenme ve eşik değer etkisini test edilmesi için bir yaklaşım geliştirmiştir. Balke ve Fomby hata düzeltme teriminin otoregresif modelleri ve eşbütünleşme ilişkilerini temsil eden hata düzeltme modelleri arasındaki ilişkiye dikkat çekmiş ve eşbütünleşme çerçevesine eşik değerli otoregresif modelleri dahil etmiştir (Goodwin ve Holt, 1999, s.631).

3.5.2. Enders – Siklos Eşbütünleşme Testi

Geleneksel eşbütünleşme testleri Engle ve Granger (1987), Johansen (1988, 1995) doğrusal düzeltme mekanizmasına sahiptir. Asimetrik düzeltmeye izin veren MTAR modellerinin Enders ve Granger (1998) tarafından geliştirilmesiyle birlikte birim kök ve eşbütünleşme literatürüne önemli bir katkı sağlanmıştır. Enders ve Siklos (2001) çalışmalarında Engle-Granger eşbütünleşme testinin MTAR modelleri ile modifikasyonu ile simetrik düzeltmeye karşı daha iyi boyut ve güç özellikleri elde etmişlerdir.

Pek çok eşbütünleşme testinde kullanılan basit doğrusal ilişki matris formatında şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\Delta x_t = \pi x_{t-1} + v_t \quad (3.102)$$

Burada x_t tamamı $I(1)$ olan değişkenler $(n \times 1)$ boyutlu değişken vektörü; π , $(n \times n)$ boyutlu bir matris ve v_t $(n \times 1)$ boyutlu normal dağılılan hataları ifade etmektedir. Burada Johansen (1988) yaklaşımı π 'nin tahmini ve rankının bulunması yoluyla gerçekleştirilmektedir.

Engle ve Granger (1987) testinde ise uzun dönem ilişki şu şekilde tahmin edilmektedir:

$$x_{1t} = \beta_0 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \dots + \beta_n x_{nt} + e_t \quad (3.103)$$

Burada e_t serisel korelasyonlu olabilen hata terimleridir ve ikinci aşamada regresyon denkleminde ρ 'nun EKK tahmini elde edilir:

$$\Delta e_t = \rho e_{t-1} + \epsilon_t \quad (3.104)$$

Burada ϵ_t beyaz gürültüdür ve Denklem (3.103)'den elde edilen kalıntılar Denklem (3.104)'ü tahmin etmekte kullanılmaktadır. Eşbütünleşmenin olmadığını ifade eden temel hipotezin reddedilmesi durumunda Denklem (3.103)'ün kalıntıları sıfır ortalama ile durağandır. $\rho \neq 0$ ise *Granger Temsil Teoremi* gereği bir hata düzeltme modelinin varlığından söz edilebilmektedir:

$$\Delta x_{it} = a_i(x_{1t-1} - \beta_0 - \beta_2 x_{2t-1} - \dots - \beta_{ni} x_{nt-1}) + \dots + v_{it} \quad (3.105)$$

Düzeltilmenin asimetric olması durumunda bu eşbütünleşme testleri hatalı tanımlanmış olacaktır. Eşik değerli otoregresif model ile alternatif bir spesifikasyon¹³ aşağıdaki şekilde yazılmaktadır:

¹³ ADF sürecine benzer şekilde daha yüksek süreçler için bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinin denkleme eklenmesi mümkündür.

$$\Delta e_t = I_t \rho_1 e_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 e_{t-1} + \epsilon_t \quad (3.106)$$

Denklem (3.106)'te I_t gösterge fonksiyonu olup şu şekilde ifade edilmektedir:

$$I_t = \begin{cases} 1, & \epsilon_{t-1} \geq \tau \\ 0, & \epsilon_{t-1} < \tau \end{cases} \quad (3.107)$$

Burada τ bilinmeyen eşik değeri olup ρ_1 ve ρ_2 ile birlikte tahmin edilmesi gerekmektedir. Uygulamada genellikle eşik değeri sıfır olarak alınmaktadır. Denklem (3.103)'ten hareketle tek bir eşbütünleşme vektörünün varlığında herhangi bir x_{it} için hata düzeltme modeli ise aşağıdaki gibidir:

$$\Delta x_{it} = \rho_{1,i} I_t e_{t-1} + \rho_{2,i} (1 - I_t) e_{t-1} + \dots + v_{it} \quad (3.108)$$

Burada $\rho_{1,i}$ ve $\rho_{2,i}$ düzeltme hızını veren katsayılarıdır. Düzeltme hızı her bir Δx_{it} için ayrı olduğu için $\rho_{1,1} = \rho_{1,2}$ ya da $\rho_{2,1} = \rho_{2,2}$ olmak zorunda değildir.

Bir başka alternatif düzeltme spesifikasyonu ise eşik değeri ϵ_t 'nin bir önceki döneme göre değişimin belirlenmesidir. Bu durumda Enders ve Granger (1998) çalışmasında MTAR¹⁴ modeline göre ifade edilen gösterge fonksiyonu kullanılmaktadır:

$$M_t = \begin{cases} 1, & \Delta \epsilon_{t-1} \geq \tau \\ 0, & \Delta \epsilon_{t-1} < \tau \end{cases} \quad (3.109)$$

Enders ve Siklos (2001)'de eşbütünleşmenin olmadığını ifade eden temel hipoteze karşı eşik değerli (TAR veya MTAR) eşbütünleşme alternatifini test etmek için Monte Carlo simülasyonu oluşturmuşlardır. Testlerden ilkinde eşik değeri sıfır kabul edilirken, ikincisinde eşik değeri bilinmemektedir.

Durum 1: Eşik değeri sıfıra eşittir. ($\tau = 0$): Enders ve Siklos (2001) yapmış oldukları 50000 tekrarlı simülasyondan elde edilen her bir seriyi Denklem (3.103), (3.106) ve (3.107) ile verilen TAR modelinde $\tau = 0$ olarak tahmin etmişlerdir. Her tahmin edilen denklemde birleşik hipotez $\rho_1 = \rho_2$ için F istatistiği ile birlikte $\rho_1 = 0$ ve

¹⁴ Momentum model bir serideki meydana gelen asimetrik keskin değişimleri yakalayabilmektedir.

$\rho_2 = 0$ temel hipotezleri için test istatistikleri kaydedilmiştir. Hesaplanan her bir t istatistiğinin en büyük değeri t_{max} , en küçük değeri t_{min} ve F istatistiği Φ olarak adlandırılmıştır.¹⁵ Bu kritik değerler birim kök sürecini ifade eden temel hipoteze karşı TAR modelini ifade eden alternatif modeli test etmek için kullanılmaktadır.

Durum 2: Eşik değer bilinmemektedir: Uygulamaların pek çoğunda eşik değer bilinmemektedir. Bu durumda eşik değer ρ_1 ve ρ_2 'nin değeriyle birlikte tahmin edilmesi gerekmektedir. Chan (1993)'te tahmin edilen kalıntıların küçükten büyüğe doğru sıralayıp en küçük ve en büyük %15'lik kısmı kırpmıştır. Potansiyel eşik değer geriye kalan %70'lik kısımda olduğu düşünülmektedir. Denklem (3.106) ve Denklem (3.107) kullanılarak mümkün olan eşik değerlerin her biri için bir denklem tahmin edilmektedir. Kalıntı karelerin toplamının en küçük olduğu eşik değer tahmininin uygun eşik değer tahmini olduğu kabul edilmektedir. t_{max} ve Φ istatistiğine benzer şekilde hesaplanan istatistikler t_{max}^* ve Φ^* olarak adlandırılmaktadır (Enders ve Siklos, 2001, ss. 167-172).

Uygun eşik değer tahmin edilmesinden sonra eşbütünleşmenin olmadığını ifade eden temel hipotez ($\rho_1 = \rho_2 = 0$) F testi ile gerçekleştirilmektedir. Eşbütünleşmenin varlığı halinde $\rho_1 = \rho_2$ 'nin eşitliği test edilerek asimetrik düzeltmenin varlığı araştırılmaktadır.

3.5.3. Hansen – Seo Eşbütünleşme Testi

Balke ve Fomby (1997) uzun dönem dengesine asimetrik düzeltmeye izin veren bir eşik değerli eşbütünleşme ve hata düzeltme modeli önermiştir. Ancak bu modelin eşbütünleşme vektörünün bilindiği durum için geçerli olduğu kabul edilmektedir. Balke ve Fomby eşbütünleşme vektörünün tahmin edildiği durum için bir teori sağlamamaktadır. Hansen ve Seo (2002) eşbütünleşme vektörünün bilinmediği durumu araştırmışlardır. Tek değişkenli tahmin ve test yöntemine dayanan Balke ve Fomby'nin aksine Hansen ve Seo çok değişkenli duruma odaklanmışlardır. Ayrıca eşik değerli modelin tahmini için *En Çok Olabilirlik Tahmincisi (MLE)* kullanmışlar ve eşik değer etkisinin varlığını test etmek için bir test geliştirmişlerdir. Önerilen bu test LM ilkesine dayanmaktadır.

Aşağıda Hansen ve Seo (2002)'de önerilen eşik değerli eşbütünleşme testi açıklanmaktadır. Öncelikle doğrusal bir eşbütünleşme ilişkisi şu şekilde ifade edilmiştir:

¹⁵ Benzer durum MTAR modeli kullanılarak $\Phi(M)$ ve $t_{max}(M)$ hesaplanmıştır.

x_t , $p \times 1$ boyutlu β eşbütünleşme vektörüyle eşbütünleşik p boyutlu $I(1)$ zaman serisi değişkenini ve $w_t(\beta) = \beta' x_t$ durağan hata düzeltme terimini göstermek üzere $l + 1$ dereceden vektör hata düzeltme modeli (VECM) Denklem (3.110) ile verilmektedir:

$$\Delta x_t = A' X_{t-1}(\beta) + u_t \quad (3.110)$$

Burada $X_{t-1}(\beta)$, $k \times 1$ boyutlu vektörü; A , $k \times p$ boyutlu katsayılar matrisi ($k = pl + 2$); u_t , sonlu kovaryans matrisi ($\Sigma = E(u_t u_t')$)'dir.

$$X_{t-1}(\beta) = \begin{pmatrix} 1 \\ w_{t-1}(\beta) \\ \Delta X_{t-1} \\ \Delta X_{t-2} \\ \vdots \\ \Delta X_{t-l} \end{pmatrix} \quad (3.111)$$

$w_{t-1}(\beta)$ ve $X_{t-1}(\beta)$ notasyon, değişkenlerin β 'nin genel değerleriyle ifade edilmiş halidir. Eşbütünleştirici vektör doğru değerlerinde ele alındığında değişkenler w_{t-1} ve X_{t-1} olarak gösterilmektedir. Parametreler (β, A, Σ) hata terimlerinin ($u_t \sim IID$) Gaussian olduğu varsayımı altında MLE yöntemi ile tahmin edilmektedir. Tahmin edilen parametreler $(\tilde{\beta}, \tilde{A}, \tilde{\Sigma})$ şeklindedir. Kalıntı vektörü ise $u_t = \Delta X_t - \tilde{A}' X_{t-1}(\tilde{\beta})$ olarak hesaplanmaktadır (Hansen ve Seo, 2002, s.295).

Denklem (3.110)'un iki rejimli eşik değerli eşbütünleşme modeli şu şekilde genişletilmektedir:

$$\Delta x_t = \begin{cases} A_1' X_{t-1}(\beta) + u_t, & w_{t-1}(\beta) \leq \gamma \\ A_2' X_{t-1}(\beta) + u_t, & w_{t-1}(\beta) > \gamma \end{cases} \quad (3.112)$$

Burada γ eşik değer parametresidir. Denklem (3.112)'nin alternatif bir gösterimi şu şekildedir:

$$\Delta x_t = A_1' X_{t-1}(\beta) d_{1t}(\beta, \gamma) + A_2' X_{t-1}(\beta) d_{2t}(\beta, \gamma) + u_t \quad (3.113)$$

Denklem (3.113)'teki $I(.)$ gösterge fonksiyonu $d_{1t}(\beta, \gamma) = I(w_{t-1}(\beta) \leq \gamma)$ ve $d_{2t}(\beta, \gamma) = I(w_{t-1}(\beta) > \gamma)$ şeklinde ifade edilmektedir.

Burada hata düzeltme teriminin değeriyle tanımlanan eşik değerli regresyon iki rejimden oluşmaktadır. Bu rejimler arasındaki dinamikler A_1 ve A_2 katsayı matrisleriyle temsil edilmektedir. Model (3.113) tüm katsayıların bu iki rejim arasındaki değişmesine izin vermektedir. Eşik değeri etkisi yalnızca $0 < P(w_{t-1}(\beta) \leq \gamma) < 1$ aralığında tanımlıdır. Aksi halde model doğrusal eşbütünleşme modeli olarak ifade edilmektedir. Bu kısıt $\pi_0 > 0$ olmak üzere kırpma parametresi¹⁶ ile şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\pi_0 < P(w_{t-1}(\beta) \leq \gamma) < 1 - \pi_0 \quad (3.114)$$

Hata terimlerinin normal dağıldığı varsayımı ile Denklem (3.113)'ün *En Çok Olabilirlik* yöntemi ile tahmin edilmektedir. Benzerlik fonksiyonu, $L_n(A_1, A_2, \Sigma, \beta, \gamma)$, aşağıdaki şekildedir:

$$-\frac{n}{2} \log |\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n u_t(A_1, A_2, \Sigma, \beta, \gamma)' \Sigma^{-1} u_t(A_1, A_2, \Sigma, \beta, \gamma) \quad (3.115)$$

Burada hata terimi:

$$u_t(A_1, A_2, \Sigma, \beta, \gamma) = \Delta x_t - A_1' X_{t-1}(\beta) d_{1t}(\beta, \gamma) - A_2' X_{t-1}(\beta) d_{2t}(\beta, \gamma) \quad (3.116)$$

MLE tahmincileri benzerlik fonksiyonunu maksimize etmektedir. (β, γ) 'nın sabit tutulması ile elde edilecek kısıtlı MLE tahmincileri:

$$\hat{A}_1(\beta, \gamma) = \left(\sum_{t=1}^n X_{t-1}(\beta) X_{t-1}(\beta)' d_{1t}(\beta, \gamma) \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^n X_{t-1}(\beta) \Delta x_t(\beta)' d_{1t}(\beta, \gamma) \right) \quad (3.117)$$

$$\hat{A}_2(\beta, \gamma) = \left(\sum_{t=1}^n X_{t-1}(\beta) X_{t-1}(\beta)' d_{2t}(\beta, \gamma) \right)^{-1} \left(\sum_{t=1}^n X_{t-1}(\beta) \Delta x_t(\beta)' d_{2t}(\beta, \gamma) \right) \quad (3.118)$$

$$\hat{\Sigma}(\beta, \gamma) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{u}_t(\beta, \gamma) \hat{u}_t(\beta, \gamma)' \quad (3.119)$$

¹⁶ Kırpma parametresi (trimming parameter) uygulamada $\pi_0 = 0.05$ olarak alınmaktadır.

Burada $\hat{A}_1(\beta, \gamma)$ ve $\hat{A}_2(\beta, \gamma)$; $w_{t-1}(\beta) \leq \gamma$ ve $w_{t-1}(\beta) > \gamma$ alt örneklemeleri için Δx_t 'nin EKK regresyonudur. Denklem (3.110) ve (3.113) birbiri içine yuvalanmış modellerdir. $A_1 = A_2$ olması durumunda Denklem (3.113)'teki eşik değerli model Denklem (3.110)'daki doğrusal eşbütünleşme modeline dönüşmektedir.

Eşik değerin test edilmesinde aşağıdaki hipotezler kullanılmaktadır:

$$H_0: \text{Doğrusal eşbütünleşme} \quad (3.120)$$

$$H_1: \text{İki rejimli eşik değerli eşbütünleşme} \quad (3.121)$$

Hansen ve Seo (2002)'de bu hipotezlerin test edilmesinde LM istatistiğinin kullanılmasını önermişlerdir. LM tipi testler kolay uygulanabilir. Ayrıca olabilirlik oranı (LR) veya Wald tipi testlerin kısıtsız modelin parametrelerinin tahmininde bir dağılım teorisi gerektirmektedir.¹⁷

Eşbütünleşmenin var olup olmadığı test etmek için iki farklı LM testi önerilmiştir. İlk test istatistiği doğru eşbütünleşme vektörünün önsel olarak bilindiği durum için şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\sup LM^0 = \sup_{\gamma_L \leq \gamma \leq \gamma_U} LM(\beta_0, \gamma) \quad (3.122)$$

Burada β_0 bilinen değeriyle, β sabit bir değere dönüşmektedir. Denklem (3.122)'de belirli alt ve üst sınırlar arasında, β_0 ile birlikte test istatistiğinin alabileceği en büyük değer ifade edilmektedir. Eşbütünleşme vektörünün bilinmediği durumda ise test istatistiği aşağıdaki gibidir:

$$\sup LM = \sup_{\gamma_L \leq \gamma \leq \gamma_U} LM(\tilde{\beta}, \gamma) \quad (3.123)$$

Burada önemli bir nokta π_0 parametresi sıfıra yakın olmamalıdır. Andrew (1993) bu durumda testin gücünün azalacağını göstermiş ve π_0 'ın 0.05 ve 0.15 aralığında seçilmesini önermiştir. Son olarak Hansen ve Seo (2002) tarafından önerilen bootstrap yöntemi ile asimptotik kritik değerleri 3000 tekrarlı simülasyon sonucu hesaplanmıştır (Hu ve Lin, 2008, s.2349).

¹⁷ Bu dağılımlar bilinmemektedir. Ancak kanıtlanmamakla birlikte bu testlerin asimptotik olarak LM testine eşit olacağı düşünülmektedir.

3.5.4. Kapetonios, Shin ve Snell Eşbütünleşme Testi

Kapetonios, Shin ve Snell (2006) eşbütünleştirici hataların durağan ve yumuşak geçiş sürecini izlediği bir eşbütünleşme testi türetmişlerdir. Geliştirilen testin iki işlevsel versiyonu mevcuttur. Birincisi doğrusal olmayan hata düzeltme modeline dayanmaktadır. İkincisi ise doğrusal modellerde eşbütünleşme ilişkisinin aranmasında kullanılan kalıntı temelli testin doğrusal olmayan bir versiyonudur.

KSS (2006)'da doğrusal olmayan hata düzeltme modelini aşağıdaki gibi ifade etmektedir:

$$\Delta z_t = a\beta' z_{t-1} + g(\beta' z_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \Gamma_i \Delta z_{t-i} + \varepsilon_i \quad t = 1, \dots, T \quad (3.124)$$

Burada $a(n \times r)$, $\beta(n \times r)$, ve $\Gamma_i(n \times n)$ olan parametre matrisleridir. $g(.)$ ise doğrusal olmayan fonksiyonu temsil etmektedir. Bu fonksiyon sıfıra eşit olduğunda Denklem (3.124) geleneksel doğrusal hata düzeltme modeline dönüşecektir. $z_t = (y_t, x_t')'$ şeklinde ayrıştırıldığında Denklem (3.124) şu şekilde yazılabilmektedir:

$$\Delta z_t = au_{t-1} + g(u_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \Gamma_i \Delta z_{t-i} + \varepsilon_i \quad t = 1, \dots, T \quad (3.125)$$

Burada düzeltme parametresi vektörü $a(n \times 1)$ ve eşbütünleştirici vektör $\beta_x(k \times 1)$ olmak üzere:

$$u_t = y_t - \beta_x' x_t \quad (3.126)$$

şeklindedir. Burada bazı varsayımlar yapılmaktadır:

- i. Doğrusal olmayan $g(.)$ fonksiyonu üstel yumuşak geçiş fonksiyonu (ESTR) ile aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$g(u_{t-1}) = -\varphi u_{t-1} e^{-\theta(u_{t-1}-c)^2} \quad (3.127)$$

Burada $\theta \geq 0$ olarak varsayılmaktadır ve c bir geçiş parametresidir.

- ii. $z_t = (y_t, x_t')'$ ile benzer şekilde $a = (\xi, a_x')'$ ve $\varphi = (\gamma, \varphi_x')'$ olarak ayrılabilir. O halde, $a_x = \varphi_x = 0$ 'dır.
- iii. x_t , I(1) değişkenler (k boyutlu) vektörü arasında eşbütünleşme yoktur.
- iv. $\xi < 0$

Uygulamada hata düzeltme mekanizmasında doğrusal olmayan düzeltmenin varlığına izin veren farklı $g(\cdot)$ fonksiyonel biçimler bulunabilir. Ancak burada ESTR modeline odaklanılmaktadır (Kapetanios, Shin ve Snell, 2006, s.283).

Bir sonraki aşamada z_t gibi hata terimleri de $\varepsilon_t = (\varepsilon_{yt}, \varepsilon_{xt}')'$ olarak ayrıştırılmaktadır ve varyans matrisi $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{yy} & \sigma_{yx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{xx} \end{pmatrix}$ şeklindedir. ε_{yt} ise aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\varepsilon_{yt} = \sigma_{yx} \Sigma_{xx}^{-1} \varepsilon_{xt} + e_t \quad (3.128)$$

Burada $e_t \sim IID(0, \sigma_e^2)$, $\sigma_e^2 = \sigma_{yy} - \sigma_{yx} \Sigma_{xx}^{-1} \sigma_{xy}$ ve e_t, ε_{xt} ile korelasyonsuzdur. Denklem (3.128) ve (3.127)'nin Denklem (3.125)'te yerine koyulması ve yukarıda verilen varsayımlar altında Δy_t için koşullu üstel yumuşak geçişli hata düzeltme modeli ve Δx_t için marjinal vektör otoregresif (VAR) modeli aşağıdaki gibidir:

$$\Delta y_t = \phi u_{t-1} + \gamma u_{t-1} (1 - e^{-\theta(u_{t-1}-c)^2}) + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \psi_i' \Delta z_{t-i} + e_t \quad (3.129)$$

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^p \Gamma_{xi} \Delta z_{t-i} + \varepsilon_{xt} \quad (3.130)$$

Burada $\phi = \xi - \gamma$, $\omega \equiv \Sigma_{xx}^{-1} \sigma_{xy}$ ve $\psi_i' \equiv \gamma_{yi} - \omega' \Gamma_{xi}$, ve $\Gamma_i = (\gamma_{yi}', \Gamma_{xi}')'$ ve $i = 1, \dots, p$ 'dir. Denklem (3.129) ile verilen çerçevede doğrusal olmayan yumuşak geçişli hata düzeltme modeli ile farklı eşbütünleşme testleri uygulanabilmektedir. Engle – Granger (1987)'de verilen iki aşamalı kalıntıların durağanlığına dayanan eşbütünleşme bunlardan biridir. Bu yaklaşıma göre ilk aşamada β_x 'in EKK tahmini olan $\hat{\beta}_x$ ile birlikte kalıntılar ($\hat{u}_t = y_t - \hat{\beta}_x' x_t$) hesaplanmaktadır. İkinci aşamada Denklem (3.129)'de γ 'nın temel hipotezde tanımlanmamasından dolayı birinci dereceden Taylor açılımıyla (alternatif hipotez altında $\phi \neq 0$ olmasına izin verilir) yardımcı regresyon denklemi oluşturulur:

$$\Delta y_t = \delta_1 \hat{u}_{t-1} + \delta_2 \hat{u}_{t-1}^2 + \delta_3 \hat{u}_{t-1}^3 + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \psi_i' \Delta z_{t-i} + hata \quad (3.131)$$

Bu model için F testi aşağıdaki gibidir:

$$F_{NEC} = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/3}{SSR_0/(T-4-p)} \quad (3.132)$$

Burada SSR_0 Denklem (3.131)'un kalıntı kareler toplamı ve SSR_1 , $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$ kısıtının uygulanmasıyla elde edilen denklemin kalıntı kareler toplamıdır.

Değişme noktası (c)'nin sıfır olduğuna dair teorik açıklamalardan dolayı yardımcı test regresyonuna kısıt getirilebilmektedir. Kısıtlanmış yardımcı regresyon modeli aşağıdaki gibidir:

$$\Delta y_t = \delta_1 \hat{u}_{t-1} + \delta_2 \hat{u}_{t-1}^3 + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \psi_i' \Delta z_{t-i} + hata \quad (3.133)$$

Uygun F istatistiği ise;

$$F_{NEC}^* = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/2}{SSR_0/(T-3-p)} \quad (3.134)$$

şeklinde olacaktır. Kalıntı kareler toplamı kısıtsız ve kısıtlı model için sırasıyla SSR_0 ve SSR_1 olacaktır. Son olarak $\phi = 0$ varsayımı altında Denklem (3.129) şu şekilde ifade edilir:

$$\Delta y_t = \delta \hat{u}_{t-1}^3 + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \psi_i' \Delta z_{t-i} + hata \quad (3.135)$$

Bu modelde eşbütünleşmenin olmadığını ifade eden temel hipoteze ($\delta = 0$) karşı ESTR eşbütünleşmeyi ifade eden alternatif hipotez t testi ile yapılmaktadır.

Denklem (3.126) deterministik bileşenleri içerecek şekilde bir sabit veya sabit ve doğrusal zaman trendi eklenerek genişletilebilmektedir:

$$y_t = a_0 + \beta_x' x_t + u_t \quad (3.136)$$

$$y_t = a_0 + a_1 t + \beta_x' x_t + u_t \quad (3.137)$$

Denklem (3.137) ve (3.138), ortalamadan ve trendten arındırılmış olarak sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$y_t^* = \beta'_x x_t^* + u_t^* \quad (3.138)$$

$$y_t^+ = \beta'_x x_t^+ + u_t^+ \quad (3.139)$$

Burada sırasıyla F_{NEC} , F_{NEC}^* , t_{NEC} ve t_{NEC} uygun istatistikler elde edilir. İlk olarak uygun kalıntılar Denklem (3.138) veya (3.139)'dan elde edilir. Daha sonra ilgili regresyon oluşturulur. Buna göre aşağıda ortalamadan; ortalama ve trendten arındırılmış modeller şu şekildedir:

$$\Delta y_t^* = \delta_1 \hat{u}_{t-1}^* + \delta_2 \hat{u}_{t-1}^{*2} + \delta_3 \hat{u}_{t-1}^{*3} + \omega' \Delta x_t^* + \sum_{i=1}^{p-1} \psi_i' \Delta z_{t-i}^* + hata \quad (3.140)$$

$$\Delta y_t^+ = \delta_1 \hat{u}_{t-1}^+ + \delta_2 \hat{u}_{t-1}^{+2} + \delta_3 \hat{u}_{t-1}^{+3} + \omega' \Delta x_t^+ + \sum_{i=1}^{p-1} \psi_i' \Delta z_{t-i}^+ + hata \quad (3.141)$$

Burada $\hat{u}_t^* = y_t^* - \beta'_x x_t^*$ ve $\hat{u}_t^+ = y_t^+ - \beta'_x x_t^+$ olarak ifade edilir. F_{NEC} istatistikleri Denklem (3.140) ve (3.141)'e $\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$ kısıtlarının uygulanması ile elde edilecek kısıtlı ve kısıtsız regresyondan hesaplanan F değerleridir.

F_{NEC} , F_{NEC}^* , t_{NEC} ve t_{NEC} istatistiklerinin asimptotik kritik değerler ham veri, ortalamadan arındırılmış ve trendten arındırılmış veri için 50000 tekrarlı simülasyon yardımıyla hesaplanmıştır.

3.5.5. Doğrusal Olmayan Asimetrik Eşbütünleşme Testi

İktisadi olarak, iki değişken arasında bir uzun dönem dengesi ya da ilişkisi varsa bu değişkenler eşbütünleşiktir (Gujarati, 2004, s.822). Eşbütünleşme, iktisadi verilerin ortak stokastik trendlere sahip olmasından oluşmaktadır. Eşbütünleşik zaman serilerinde en azından bir ortak trend bulunmaktadır (Stock ve Watson, 1988, s.1097).

İktisadi veriler şoklara birlikte tepki verdiğinde eşbütünleşik olduğu söylenir. Ancak, bu veriler şokların belirli bir türüne birlikte tepki veriyorsa ne olur? Örneğin bazı serilerin aşağı yönlü rijit olduğu bilinmektedir. Dolayısıyla bu seriler pozitif şoklara diğerleriyle birlikte tepki verirken negatif şoklara farklı tepkiler verebilmektedir (Granger ve Yoon, 2002, s.4).

Serilerin durağan olmayan bileşenleri arasındaki eşbütünleşme ilişkisini açıklamak için Grange ve Yoon (2002)'de aşağıdaki iki rassal yürüyüş modelini ele almıştır:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t = X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i \quad t=1,2,\dots, \quad (3.142)$$

$$Y_t = Y_{t-1} + \eta_t = Y_0 + \sum_{i=1}^t \eta_i \quad t=1,2,\dots, \quad (3.143)$$

Burada X_0 ve Y_0 başlangıç değerlerini, ε_i ve η_i sıfır ortalama ile beyaz gürültü sürecini ifade etmektedir. Denklem (3.142) ve (3.143)'teki hata terimleri, d bir eşik değeri göstermek üzere aşağıdaki şekilde yeniden düzenlenmektedir:

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^{\wedge} + \varepsilon_i^{\vee} - d \quad (3.144)$$

$$\eta_i = \eta_i^{\wedge} + \eta_i^{\vee} - d \quad (3.145)$$

$\varepsilon_i^{\vee} = \max(\varepsilon_i, d)$ ve $\varepsilon_i^{\wedge} = \min(\varepsilon_i, d)$ olarak tanımlanmaktadır¹⁸. $\eta_i^{\wedge}$ ve $\eta_i^{\vee}$ benzer şekildedir. $\sum_{i=1}^t \varepsilon_i^{\wedge}$, $\sum_{i=1}^t \varepsilon_i^{\vee}$, $\sum_{i=1}^t \eta_i^{\wedge}$ ve $\sum_{i=1}^t \eta_i^{\vee}$ tamamının $I(1)$ olduğu varsayılmaktadır. Denklem (3.142) ve (3.143)'e yeni hata terimlerinin eklenmesi ile:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t = X_0 + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^{\wedge} + \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^{\vee} - dt \quad (3.146)$$

$$Y_t = Y_{t-1} + \eta_t = Y_0 + \sum_{i=1}^t \eta_i^{\wedge} + \sum_{i=1}^t \eta_i^{\vee} - dt \quad (3.147)$$

elde edilmektedir. $d = 0$ olara kabul edilir ve X_0 bir sabit olmak üzere $X_t = X_0 + X_t^+ + X_t^-$ tanımlanmaktadır. Burada $X_t^+ = \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^+$ ve $X_t^- = \sum_{i=1}^t \varepsilon_i^-$; $\Delta X_t^+ = \varepsilon_t^+$ ve $\Delta X_t^- = \varepsilon_t^-$ eşit olmaktadır. Pozitif ve negatif şokların toplamı ise:

$$\{\sum_{i=1}^t \varepsilon_i^+ \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^+\} = \{X_t^+ \quad Y_t^+\} \quad (3.148)$$

$$\{\sum_{i=1}^t \varepsilon_i^- \quad \sum_{i=1}^t \eta_i^-\} = \{X_t^- \quad Y_t^-\} \quad (3.149)$$

olarak ifade edilmektedir.

¹⁸ Genellikle $\varepsilon_i^+ = \max(\varepsilon_i, 0)$ ve $\varepsilon_i^- = \min(\varepsilon_i, 0)$ olarak alınmaktadır.

X ve Y'nin bileşenleri arasında bir eşbütünleşme ilişkisi varsa bu ilişki saklı eşbütünleşme (hidden cointegration) olarak ifade edilmektedir (Granger ve Yoon, 2002, s.8).

3.5.5.1. Doğrusal Olmayan ARDL Modeli

Doğrusal olmayan ARDL model (NARDL) diğer modelleme tekniklerine¹⁹ kıyasla asimetrik ilişkileri ve eşbütünleşme ilişkilerini modellemede önemli avantajlar sağlamaktadır (Apergis, 2015, s.952). Bu yöntemle küçük örneklerde eşbütünleşme testlerinin performansları daha yüksek olmalarının yanı sıra hata düzeltme mekanizmasının varsayımlarının genişletilerek daha fazla esneklik sağlanmaktadır. NARDL modeline temel oluşturan asimetrik bir uzun dönem eşbütünleşme modeli şu şekilde gösterilebilir:

$$y_t = \beta^+ x_t^+ + \beta^- x_t^- + u_t \quad (3.150)$$

Burada y_t ve x_t , $I(1)$ olan değişkenlerdir. β^+ ve β^- asimetrik uzun dönem parametrelerdir. x_t^+ ve x_t^- pozitif ve negatif değişmelerin kısmi toplam süreçleri olmak üzere x_t aşağıdaki şekilde ayrıştırılabilmektedir:

$$x_t = x_0 + x_t^+ + x_t^- \quad (3.151)$$

Pozitif ve negatif değişmelerin kısmi toplamaları:

$$x_t^+ = \sum_{j=1}^t \Delta x_j^+ = \sum_{j=1}^t \max(\Delta x_j, 0) \quad (3.152)$$

$$x_t^- = \sum_{j=1}^t \Delta x_j^- = \sum_{j=1}^t \min(\Delta x_j, 0) \quad (3.153)$$

olarak hesaplanmaktadır. Kısmi toplamaların ayrıştırılmasına dayanarak asimetrik eşbütünleşmeyi modelleyen bu basit yaklaşım doğrusal olmayan ilişkiyi ortaya koymaktadır.

¹⁹ Hata düzeltme modeli (HDM), eşik değerli HDM, Markow-switching HDM ve yumuşak geçişli HDM vb.

Schorderet (2003) doğrusal olarak eşbütünleşik olmayan iki serinin bileşenlerinin arasındaki doğrusal bir kombinasyonu şu şekilde ifade etmektedir:

$$z_t = \beta_0^+ y_t^+ + \beta_0^- y_t^- + \beta_1^+ x_t^+ + \beta_1^- x_t^- \quad (3.154)$$

z_t geleneksel eşbütünleşme teorisine göre *denge hatası* olarak adlandırılmaktadır. x_t ve y_t durağan olmayan serileri, $\beta \neq 0$ olmak üzere bir $\beta' = (\beta_0^+, \beta_0^-, \beta_1^+, \beta_1^-)$ vektörü var ise asimetric olarak eşbütünleşiktir ve Denklem (3.154)'deki $\{z_t\}$ durağan bir süreçtir (Schorderet, 2003, s.3). $\beta_0^+ = \beta_0^-$ ve $\beta_1^+ = \beta_1^-$ olması durumunda Denklem (3.154)'ün özel bir hali olarak geleneksel doğrusal (simetrik) eşbütünleşme denklemi elde edilmektedir (Shin, Yu ve Nimmo, 2014, s.286).

Asimetrik eşbütünleşme modelinden hareketle $NARDL(p, q)$ modeli aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$y_t = \sum_{j=1}^p \phi_j y_{t-j} + \sum_{j=0}^q (\theta_j^+ x_{t-j}^+ + \theta_j^- x_{t-j}^-) + \varepsilon_t \quad (3.155)$$

Burada $x_t = x_0 + x_t^+ + x_t^-$ olarak tanımlanan $(k \times 1)$ boyutunda açıklayıcı değişkenler vektörü, ϕ_j otoregresif parametre, θ_j^+ ve θ_j^- asimetrik dağıtılmış gecikme parametreleri ve $\varepsilon_t \sim \text{IID}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ göstermektedir.

Denklem (3.155)'te verilen $NARDL(p, q)$ modeli hata düzeltme formunda yeniden şu şekilde yazılmaktadır:

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= \rho y_{t-1} + \theta^+ x_{t-1}^+ + \theta^- x_{t-1}^- + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta y_{t-j} + \sum_{j=1}^{q-1} (\varphi_j^+ \Delta x_{t-j}^+ + \\ &\quad \varphi_j^- \Delta x_{t-j}^-) + \varepsilon_t \\ &= \rho \xi_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta y_{t-j} + \sum_{j=1}^{q-1} (\varphi_j^+ \Delta x_{t-j}^+ + \varphi_j^- \Delta x_{t-j}^-) + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (3.156)$$

Burada yer alan parametreler açık formda şu şekildedir:

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_{j=1}^p \phi_j - 1, \\ j &= 1, \dots, p-1 \text{ için } \gamma_j = -\sum_{i=j+1}^p \phi_i, \\ \theta^+ &= \sum_{j=0}^q \theta_j^+, \theta^- = \sum_{j=0}^q \theta_j^-, \\ \varphi_0^+ &= \theta_0^+, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
j = 1, \dots, q + 1 \text{ için } \varphi_j^+ &= -\sum_{i=j+1}^q \theta_i^+, \\
\varphi_0^- &= \theta_0^-, \\
\varphi_j^- &= -\sum_{i=j+1}^q \theta_i^- \quad j = 1, \dots, q - 1, \\
\xi_t &= y_t - \beta^{+'} x_t^+ - \beta^{-'} x_t^- \quad (\text{doğrusal olmayan hata düzeltme terimi}) \\
\beta^+ &= -\theta^+ / \rho, \quad \beta^- = -\theta^- / \rho \quad (\text{asimetrik uzun dönem parametreleri})
\end{aligned}$$

Denklem (3.156)'daki kalıntılar ve açıklayıcı değişkenler arasında sıfırdan farklı eş zamanlı korelasyon olma ihtimaline karşı Δx_t için veri yaratma süreci şu şekilde ifade edilmektedir:

$$\Delta x_t = \sum_{j=1}^{q-1} \Lambda_j \Delta x_{t-j} + v_t \quad (3.157)$$

Burada Σ_v ($k \times k$) boyutlu pozitif tanımlı kovaryans matrisi olmak üzere $v_t \sim IID(0, \Sigma_v)$ 'dir. ε_t ise v_t cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\varepsilon_t = \omega' v_t + e_t = \omega' (\Delta x_t - \sum_{j=1}^{q-1} \Lambda_j \Delta x_{t-j}) + e_t \quad (3.158)$$

Denklem (3.158)'de e_t , oluşturulan v_t ile korelasyonsuzdur. Denklem (3.158)'in Denklem (3.156)'da yerine koyulup yeniden düzenlenmesiyle aşağıdaki doğrusal olmayan hata düzeltme modeli elde edilmektedir:

$$\Delta y_t = \rho \xi_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta y_{t-j} + \sum_{j=1}^{q-1} (\pi_j^{+'} \Delta x_{t-j}^+ + \pi_j^{-'} \Delta x_{t-j}^-) + e_t \quad (3.159)$$

Burada $\pi_0^+ = \theta_0^+ + \omega$, $\pi_0^- = \theta_0^- + \omega$ ve $j = 1, \dots, q - 1$ için $\pi_j^+ = \varphi_j^+ - \omega' \Lambda_j$, $\pi_j^- = \varphi_j^- - \omega' \Lambda_j$ 'dir. Denklem (3.159), uygun gecikme uzunluğunun seçilmesiyle modelin kalıntıları otokorelasyondan arındırılacak ve durağan olmayan açıklayıcı değişkenlerin zayıf içsellliği için iyi bir düzeltme sağlayacaktır. Modeldeki tüm parametreler doğrusal olduğu için Denklem (3.159) EKK yöntemi ile tahmin edilebilmektedir.

3.5.5.2. Asimetrik Uzun Dönem İlişkisine Sınır Testi Yaklaşımı

Shin vd. (2014) NARDL hata düzeltme modeline dayanan asimetrik uzun dönem ilişkilerinin varlığını test etmek için iki test prosedürü önermektedir. Denklem (3.159), $\rho = 0$ olması durumunda yalnızca ilk farkları içeren bir regresyona indirgenmektedir. Bu durum y_t ile x_t^+ ve x_t^- 'nin düzey değerleri arasında bir uzun dönem ilişkisi olmadığını göstermektedir. Test sürecinde ilk olarak (Banerjee, Dolado ve Mestre, (1998) önermiş olduğu prosedüre göre Denklem (3.159)'da $\rho = 0$, $\rho < 0$ 'a karşı test edilmesi t istatistiği (t_{BDM}) ile mümkündür. İkinci yol ise Pesaran vd, (2001) tarafından önerilen prosedürü takip ederek Denklem (3.159)'da $\rho = \theta^+ = \theta^- = 0$ kısıtı F testi (F_{PSS}) ile sınanmaktadır.

Pesaran vd, (2001) sınır testi yaklaşımını kullanarak F_{PSS} için Denklem (3.159)'un beş farklı durumu ele alınmaktadır:

- i. Sabitsiz ve (doğrusal) trendsiz model
- ii. Kısıtlı sabitli model
- iii. Kısıtsız sabitli ve trendsiz model
- iv. Kısıtsız sabitli ve kısıtlı doğrusal trendli model
- v. Kısıtsız sabitli ve kısıtsız doğrusal trendli model

Benzer şekilde t_{BDM} için durum (i), (iii) ve (v) modelleri bulunmaktadır. Bu durumların her biri için uzun dönem ilişkisi içersindeki açıklayıcı değişken sayısına (k) göre kritik değer sınırları tablolastırılmıştır.

3.5.5.3. Asimetrik Dinamik Çarpanlar

x_t^+ ve x_t^- 'deki birim değişimiyle ilgili asimetrik dinamik çarpanların türetilmesi için aşağıda verilen ARDL modeli ele alınmıştır:

$$\phi(L)y_t = \theta^+(L)x_t^+ + \theta^-(L)x_t^- + e_t \quad (3.160)$$

Burada $\phi(L) = 1 - \sum_{i=1}^{p-1} \phi_i L^i$, $\theta^+(L) = \sum_{i=0}^q \theta_i^+ L^i$ ve $\theta^-(L) = \sum_{i=0}^q \theta_i^- L^i$ dir. $\phi(L)$ 'nin tersiyle Denklem (3.160)'ın soldan çarpılmasıyla aşağıdaki regresyon denklemi elde edilmektedir.

$$y_t = \lambda^+(L)x_t^+ + \lambda^-(L)x_t^- + [\phi(L)]^{-1}e_t \quad (3.161)$$

Burada $\lambda^+(L) = (\sum_{j=0}^{\infty} \lambda_j^+) = \phi(L)^{-1}\theta^+(L)$ ve $\lambda^-(L) = (\sum_{j=0}^{\infty} \lambda_j^-) = \phi(L)^{-1}\theta^-(L)$ 'dir. y_t üzerine x_t^+ ve x_t^- 'nin kümülatif dinamik çarpanları ise aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır:

$$m_h^+ = \sum_{j=0}^h \frac{\partial y_{t+j}}{\partial x_t^+} = \sum_{j=0}^h \lambda_j^+ \quad h = 0,1,2 \dots \quad (3.162)$$

$$m_h^- = \sum_{j=0}^h \frac{\partial y_{t+j}}{\partial x_t^-} = \sum_{j=0}^h \lambda_j^- \quad h = 0,1,2 \dots \quad (3.163)$$

Asimetrik dinamik çarpanlarla ilgili fark edilmesi gereken bir nokta, $\beta^+ = -\theta^+/\rho$, $\beta^- = -\theta^-/\rho$ asimetrik uzun dönem katsayıları olmak üzere $h \rightarrow \infty$ giderken $m_h^+ \rightarrow \beta^+$ ve $m_h^- \rightarrow \beta^-$ yaklaşacaktır.

BÖLÜM IV

TÜRKİYE’DE FİŞER HİPOTEZİNİN GEÇERLİLİĞİNİN DOĞRUSAL OLMAYAN ARDL YAKLAŞIMI İLE SINANMASI

Enflasyon ile faiz oranı arasındaki ilişkiyi ifade eden Fisher hipotezinin geçerliliğinin sınanması çok fazla uygulama alanı bulan bir konudur. Çalışmada 1973 - 2016 dönemi arasında Türkiye ekonomisinde Fisher hipotezinin geçerli olup olmadığı doğrusal ve doğrusal olmayan ARDL yaklaşımı ile test edilmektedir. Bu bölümde öncelikle Fisher hipotezinin teorik çerçevesinden bahsedilecek ve ardından ampirik bir uygulama ile Türkiye için Fisher hipotezi test edilecektir..

4.1. Fisher Hipotezi

Fisher (1930) hipotezi beklenen enflasyon oranı ve reel faiz oranının toplamının nominal faiz oranına eşit olduğunu ifade etmektedir. Fisher, reel faiz oranının enflasyondan bağımsız olduğunu beklenen enflasyon ve faiz oranı arasında birebir ilişki olduğunu söylemektedir (Cooray, 2002, s.3). Fisher’a göre, uzun dönemde milli gelir tam istihdam seviyesinde olacak ve böylece enflasyon oranındaki bir artış tamamen nominal faiz oranına yansıtacaktır (Turgutlu, 2004, s.55). Fisher hipotezinin araştırılmasında kullanılan nominal faiz oranları ve enflasyon arasındaki ilişki şu şekilde ifade edilmektedir:

$$i_t = a + \beta \pi_t^e \quad (4.1)$$

Burada i_t nominal faiz oranı, π_t^e t zamanında beklenen enflasyonu ifade etmektedir. β parametresinin bire eşit olması Fisher hipotezinin güçlü formda geçerli olduğu anlamına gelmektedir. Tobin (1965)’te -sermayenin tek kaynağının para ve sermaye olsun- yüksek enflasyon olması durumunda para tutmanın alternatif maliyeti artacağından, iktisadi birimler tutulan para miktarını azaltacak ve sermaye stoklarını artıracaktır. Bu durumda ölçeğe göre azalan getiri varsayımı altında sermayenin marjinal verimliliği daha düşük seviyeye gelmesiyle faiz oranları düşecektir. Dolayısıyla Tobin’in deyişiyle, β parametresi pozitif ve birden küçük olmalıdır. Bu durum zayıf Fisher hipotezini ifade etmektedir (Berument & Jelassi, 2002, p.1646).

Fisher hipotezinin geçerli olması durumunda reel faiz oranları herhangi bir parasal şok ve enflasyondaki değişimden bağımsız olmaktadır. Başka bir deyişle, Fisher hipotezinin destekleyen kanıtların bulunması para politikasının nötr olduğunu, yani para politikalarının etkinsizliğini göstermektedir. Aynı zamanda sabit bir faiz oranı, varlık fiyatları, tasarruf ve yatırımlar üzerindeki etkisinden dolayı finansal piyasalardaki yatırımcılar için oldukça önemlidir (Özcan ve Ari, 2015, p.271).

Ayrıca Coşkun, (2013) Fisher etkisinin varlığının, bir şok nedeniyle hedeflenen enflasyondan sapmalar olduğunda, uygulanan politikaların sürdürülebilirliği açısından ve Türkiye gibi fiyat istikrarını hedefleyen ülkelerde, nominal faiz oranı, uzun dönem enflasyon hedeflemesinde araç olarak kullanılması bakımından önemli olduğunu ifade etmektedir.

4.2. Literatür Taraması

Literatürde Fisher Hipotezinin Türkiye’de geçerliliği farklı zaman dönemi ve farklı tahmin yöntemleriyle sınayan pek çok çalışma bulunmaktadır.

Çakmak, Aksu ve Başar (2002) Engle –Granger eşbütünleşme analiziyle Fisher hipotezini Türkiye için analiz etmişlerdir. Elde ettikleri bulgular sonucunda Fisher etkisinin geçerli olmadığı sonucuna varmışlardır.

Turgutlu, (2004) farklı yöntem ve veri kullanıldığında farklı sonuçlar elde edilebileceğini göstermek amacıyla Fisher Hipotezi’ni Engle Granger ve parçalı eşbütünleşme testlerini kullanmıştır. Bağımlı değişken olarak üç aylık vadeli mevduat faiz oranını hem TÜFE²⁰ hem de TEFİ’den elde edilen enflasyon oranıyla her iki testi de uyguladığında oldukça farklı sonuçlar elde etmiştir. TÜFE’ye dayalı enflasyonu kullanarak Engle granger testi sonuçlarına göre Fisher hipotezi geçersizken, parçalı eşbütünleşme testinde geçerli bulunmaktadır. TEFİ’ye dayalı enflasyon kullanıldığında ise her iki testte de Fisher Hipotezi desteklenmektedir.

Şimşek ve Kadılar (2006), Johansen eşbütünleşme testi ile yapmış oldukları çalışmasında vergi öncesi nominal faiz oranları ve enflasyonun eşbütünleşik olduğuna dair bulgular elde etmişlerdir Ayrıca ARDL sınır testi ile de aynı bulguları elde etmişler ve uzun dönemli faiz oranları ile enflasyon arasında güçlü bir ilişki bulunduğunu ifade etmişlerdir.

²⁰ Çalışmada TÜFE’nin kullanıldığı veri dönemi 1978:04 – 2003:04, TEFİ’nin kullanıldığı kısımda ise 1984:04 – 2003:4 dönemi ele alınmıştır.

Berument, Ceylan ve Olgun (2007), 45 gelişmekte olan ekonomi ve G7 lkeleri için Fisher hipotezini bir tür GARCH spesifikasyonu ile test etmişlerdir. Türkiye ve diğeri gelişmekte olan tüm ülkeler için Fisher hipotezinin zayıf formda geçerli olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Gul ve Acikalin (2008), Johansen Eşbütünleşme yöntemi ile Fisher hipotezinin varlığını araştırdıkları çalışmasında uzun dönemli bir ilişki bulmuşlar ancak birebir bir ilişki elde edememişlerdir.

Yılcı (2009), hem doğrusal eşbütünleşme testlerinden Engle – Granger, hem de doğrusal olmayan yöntemlerden biri olan KSS eşbütünleşme yaklaşımını kullanarak Fisher hipotezinin geçerliliğini test etmiştir. Her iki test sonucunda da eşbütünleşme ilişkisi bulunamamıştır.

Bayat (2011), Türkiye'nin yaşamış olduğu 2001 krizi sonrası dönem için aylık verilerle Fisher hipotezini doğrusal olmayan eşbütünleşme yöntemiyle analiz etmiştir. Analiz sonucunda nominal vadeli mevduat faiz oranları ile enflasyon arasında uzun dönemli doğrusal ilişkiye dair bir bulgu elde edememiştir.

Kose, Emirmahmutoglu ve Aksoy (2012), iki değişkenli üç farklı model ile tek kırılma ile eşbütünleşme rankının test edilmesine olanak sağlayan bir yöntem ile Türkiye'de Fisher hipotezinin geçerliliğini test etmişlerdir. Yapılan analiz sonucunda para politikasının enflasyon beklentilerine bağlı olduğunu, uzun dönem faiz oranlarının para politikasından etkilendiğini ve zayıf formda Fisher hipotezinin geçerli olduğunu bulmuşlardır.

Arısoy (2013), 1987:1 – 2010:3 dönemine ait çeyreklik verilerle Fisher hipotezini yapısal kırılmalı eşbütünleşme (Gregory – Hansen) ve zamanla değişen parametreler (*Time Varying Parameters*) yöntemleriyle incelemiş ve zayıf formda geçerli olduğunu sonucuna varmıştır.

Mercan (2013), ARDL sınır testi ile yapmış olduğu çalışmasında enflasyon oranının nominal faiz oranlarını kısmen etkilediği ancak birebir bir ilişki olmadığı sonucuna varmışlardır.

Lopcu, Coşkun ve Değirmen (2013), ARDL sınır testi ve Gregory – Hansen (GH) eşbütünleşme testi ile geleneksel Fisher ve vergi uyarlamalı Fisher hipotezini Türkiye için 1990:01 – 2011:11 dönemini kapsayan verilerle test etmişlerdir. ARDL yöntemiyle elde ettikleri bulgular her iki hipotezi de desteklemekte ancak vergi uyarlamalı Fisher etkisinde enflasyonun katsayısı azalma eğilimi göstermektedir. GH

eşbütünleşme bulgularına göre ise nominal faiz oranları ve beklenen enflasyon arasındaki güçlü bir ilişki saptanmıştır.

Kıran (2013), doğrusal eşbütünleşme olarak Engle – Granger ve parçalı eşbütünleşme olarak Robinson testini kullanarak Fisher hipotezini analiz etmiş, her iki yöntemle de Fisher hipotezinin geçerli olduğuna dair kanıt bulmuştur.

Güriş, Güriş, ve Ün (2016), eşik değerli eşbütünleşme ile ARDL yöntemi kullanarak Türkiye için yapmış oldukları çalışmalarında Fisher hipotezini destekleyen bulgular elde etmişlerdir.

Akıncı ve Yılmaz (2016), Dinamik En Küçük Kareler (DOLS) yöntemiyle yapmış oldukları analizde Türkiye için Fisher Hipotezi bağlamında enflasyon, faiz oranı, cari denge, dış borç servisi, Gayri Safi Yurtiçi Tasarruf, döviz kuruve ekonomik büyüme değişkenlerini kullanmış ve genelleştirilmiş Fisher hipotezinin geçerli olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Küçükaksoy ve Akalın (2017), OECD ülkeleri için dinamik panel veri yöntemleriyle yapmış oldukları çalışmada zayıf formda Fisher etkisinin geçerli olduğu sonucuna varmışlardır. Ele aldıkları ülkeler arasında tam Fisher etkisinin sağlandığı tek ülke İtalya olarak bulunmuştur.

Literatürde Fisher hipotezinin geçerliliğini test eden çalışmalar Tablo 1’de özetlenmektedir:

Tablo 1:

Fisher Hipotezinin geçerliliğini test eden çalışmalar

Yazarlar	Yöntem	Zaman Aralığı	Bulgu
Çakmak vd., (2002)	Engle - Granger	1989:01 – 2001:07	Fisher Hipotezi Geçerli Değil
Turgutlu, (2004)	Engle – Granger, Parçalı Eşbütünleşme	1978:04 – 2003:04 1984:04 – 2003:4	EG (geçersiz) Parçalı Eşbütünleşme (geçerli)
Şimşek ve Kadılar (2006)	Johansen Eşbütünleşme, ARDL sınır testi	1987:01 – 2004:04	Fisher Hipotezi güçlü formda geçerli
Berument vd, (2007)	GARCH	1969:01 – 2004:08 1985:09 – 2004:07	Zayıf Formda geçerli

Gul ve Acikalin (2008)	Johansen Eşbütünleşme	1990 – 2003	Zayıf Formda geçerli
Yılancı, (2009)	Engle – Granger, KSS Eşbütünleşme	1989:01- 2008:01	Fisher Hipotezi Geçerli Değil
Bayat, (2011)	Hansen Seo	2002:01 – 2011:05	Fisher Hipotezi geçerli değil
Kose vd, (2012)	Inoue Eşbütünleşme Testi	2002 – 2009	Zayıf Formda Fisher Hipotezi geçerli
Arısoy, (2013)	Engle – Granger, Gregory – Hansen, TVP	1987:01 – 2010:03	Zayıf formda geçerli
Mercan (2013)	ARDL sınır testi	1992:01 – 2013:01	Zayıf Formda geçerli
Lopcu vd, (2013)	ARDL sınır testi, Gregory Hansen	1990:01 – 2011:11	Fisher Hipotezi geçerli
Kıran, (2013)	Engle – Granger, Parçalı Eşbütünleşme	1990:01 – 2010:03	Fisher Hipotezi geçerli
Güriş vd., (2016)	Eşik değerli Eşbütünleşme	2003:01 – 2012:12	Fisher Hipotezi geçerli
Akıncı ve Yılmaz, (2016)	DOLS, Johansen Eşbütünleşme	1980 – 2012	Genelleştirilmiş Fisher Hipotezi Geçerli
Küçükaksoy ve Akalın (2017)	Durbin Hausman Eşbütünleşme Testi	1995:01 – 2014:04	Zayıf Formda geçerli

4.3. Veri ve Analitik Yöntem

Çalışmada doğrusal olmayan ARDL modelinden elde edilen tahminlerin geleneksel ARDL yöntemiyle elde edilenden farkına dikkat çekmek için öncelikle doğrusal ARDL yöntemiyle bir uygulama yapılmaktadır. Uygulamada, nominal faiz oranı ile enflasyon arasındaki ilişkiyi ifade eden Fisher etkisinin varlığı araştırılmaktadır. Rasyonel beklentiler hipotezinin doğru olduğu varsayımı altında Fisher hipotezinin geçerliliğinin test edilmesi için beklenen enflasyonun yerine

genellikle gözlemlenen enflasyon serisi kullanılmaktadır (Rushdi, Kim, & Silvapulle, 2012, s.536). Nominal faiz oranı olarak yıllık mevduat faiz oranı (%), enflasyon oranı olarak tüketici fiyat endeksinin bir önceki yıla göre yüzde değişim oranı alınmaktadır. Her iki veri de Dünya Bankası'nın veri tabanından (World Development Indicators) alınmış olup yıllık bazdadır.

Pesaran vd. (2001) çerçevesinde eşbütünleşme ilişkisinin araştırıldığı kısıtsız hata düzeltme modeli aşağıdaki gibidir:

$$\Delta faiz_t = c_0 + c_1 t + \pi_{yy} faiz_{t-1} + \pi_{yx.x} enf_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \psi'_i \Delta z_{t-i} + \omega' \Delta x_t + u_t \quad (4.2)$$

Burada z_t deterministik bileşenleri, $u_t \sim IID$ olan bir stokastik süreci ifade etmektedir. Modelde Schwarz bilgi kriteri dikkate alınarak hata terimlerinin otokorelasyonsuz olduğu gecikme uzunluğu seçilmektedir. Eşbütünleşme ilişkisinin sınanmasında kullanılan hipotezler Denklem (2.58) ve Denklem (2.59)'daki kısıtların uygulanmasıyla kurulmaktadır. Buradan hesaplanan test istatistiğinin dağılımı standart olmadığından standart F dağılımıyla karşılaştırılmamaktadır. Kritik değerler Pesaran vd. (2001) tarafından hesaplanmıştır. Kritik sınır değerleri açıklayıcı değişkenlerin tamamının $I(0)$, $I(1)$ ya da karşılıklı eşbütünleşik olmasına göre mevcuttur. Hesaplanan istatistiği kritik sınırların dışına düşerse açıklayıcı değişkenlerin bütünleşme dereceleri bilinmeksizin eşbütünleşme hakkında bir karara varılabilmektedir. Eğer F istatistiği kritik üst sınırdan daha yüksekse eşbütünleşme olmadığını ifade eden temel hipotez reddedilmektedir. Eğer kritik alt sınırdan daha küçükse temel hipotez reddedilememektedir (Narayan ve Smyth, 2005, s.469).

Eşbütünleşme ilişkisinin varlığının saptanması halinde ARDL modelindeki değişkenlerin farklı gecikme uzunluğuna sahip olmasına izin verilmektedir ve model kısa ve uzun dönem ilişkiyi belirlemek için yeniden tahmin edilmektedir (Lopcu, Coşkun ve Değirmen, 2013, s.8).

Son aşamada uzun dönem ilişkiyi ifade eden modelden elde edilen hata terimleri yardımıyla hata düzeltme modeli elde edilmektedir. Hata düzeltme modelinin negatif ve anlamlı olması gerekmektedir. Hata düzeltme modelinde verilen farkı alınmış değişkenler kısa dönem dinamikler olarak ele alınmaktadır.

Son zamanlarda geliştirilen asimetrik ARDL modeli iktisadi değişkenler arasındaki kısa ve uzun dönem asimetrilere odaklanarak doğrusal olmayan yapıyı saptayan yeni bir yöntemdir (Katrakilidis ve Trachanas, 2012, s.1066). Bu çalışmada kullanılan modele uygun olarak asimetrik eşbütünleşme regresyonu aşağıdaki gibidir:

$$faiz_t = \beta^+ enf_t^+ + \beta^- enf_t^- + u_t \quad (4.3)$$

Burada β^+ ve β^- uzun dönem parametrelerdir.

$$enf_t = enf_0 + enf_t^+ + enf_t^- \quad (4.4)$$

olmak üzere enf_t^+ ve enf_t^- , enf_t 'deki pozitif ve negatif kısmi toplam süreçlerini ifade etmektedir aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$enf_t^+ = \sum_{j=1}^t \Delta enf_j^+ = \sum_{j=1}^t \max(\Delta enf_j, 0) \quad (4.5)$$

$$enf_t^- = \sum_{j=1}^t \Delta enf_j^- = \sum_{j=1}^t \min(\Delta enf_j, 0) \quad (4.6)$$

Denklem (4.2)'den hareketle oluşturulan asimetrik hata düzeltme modeli:

$$\begin{aligned} \Delta faiz_t = & \rho faiz_{t-1} + \theta^+ enf_{t-1}^+ + \theta^- enf_{t-1}^- + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta faiz_{t-j} + \\ & \sum_{j=1}^{q-1} (\varphi_j^+ \Delta enf_{t-j}^+ + \varphi_j^- \Delta enf_{t-j}^-) + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (4.7)$$

Denklem (4.7)'de yer alan $\theta^+ = -\rho\beta^+$ ve $\theta^- = -\rho\beta^-$ olup buradan uzun dönem parametreler hesaplanabilmektedir. Analizde öncelikle Denklem (4.7) EKK yöntemi ile tahmin edilmektedir. İkinci aşamada değişkenler arasındaki uzun dönem ilişkisi araştırmak için Pesaran vd. (2001) tarafından önerilen F_{PSS} testi uygulanmaktadır. Burada temel hipotez $\rho = \theta^+ = \theta^- = 0$ şeklindedir. Temel hipotezin reddedilmesi eşbütünleşmenin varlığına işaret etmektedir. Alternatif olarak, (Banerjee et al., 1998) tarafından oluşturulan t_{BDM} testi, temel hipotezde eşbütünleşmenin olmadığını ifade etmektedir. Burada oluşturulan temel hipotez $\rho = 0$ (eşbütünleşme yoktur) karşı $\rho < 0$ şeklindedir. t_{BDM} testinde alt ve üst sınır olmak üzere iki kritik sınır

değer bulunmaktadır. Eğer t_{BDM} istatistiğinin ampirik değeri üst sınırı aşarsa temel hipotez reddedilmekte, alt sınırın altında ise reddedilememekte, sınırların arasında ise bir sonuca varılamamaktadır (Fousekis, Katrakilidis, & Trachanas, 2016, s.500). Eşbütünleşme ilişkisinin bulunmasından sonra üçüncü aşamada tahmin edilen parametrelerden uzun dönem katsayılar hesaplanmaktadır. Hesaplanan negatif ve pozitif uzun dönem katsayılarının birbirine eşit olup olmadığı test edilerek asimetric eşbütünleşmenin varlığı araştırılmaktadır. Aynı şekilde tahmin edilen kısa dönem katsayılarının da birbirine eşitliği test edilerek kısa dönem asimetric etkiye bakılmaktadır. Son aşamada ise asimetric kümülatif dinamik çarpanlar hesaplanmaktadır.

4.4. Tahmin Sonuçları ve Değerlendirme

Pesaran vd. (2001) geliştirmiş olduğu ARDL ile sınır testi yaklaşımı modelde yer alan değişkenlerin $I(0)$ ve $I(1)$ olmaları veya her ikisinin de $I(1)$ olması durumunda uygulanabilmektedir. Ancak bu yöntemin uygulanabilmesi için modeldeki değişkenlerin $I(2)$ olmamaları gerekmektedir. Dolayısıyla modelde yer alan değişkenlerin $I(2)$ olup olmadığından emin olmak için birim kök testleriyle durağanlık derecelerinin araştırılması gerekmektedir (Ouattara, 2004, s.4) Aşağıda yaygın olarak kullanılan birim kök testlerinden Genişletilmiş Dickey Fuller (ADF) ve Phillips Perron (PP) testleri sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 2.

Birim Kök Testi Sonuçları

	<u>ADF Birim Kök Testi</u>			<u>PP Birim Kök Testi</u>		
	<u>Sabitli & Trendsiz</u>	<u>Sabitli</u>	<u>Sabitli & Trendli</u>	<u>Sabitli & Trendsiz</u>	<u>Sabitli</u>	<u>Sabitli & Trendli</u>
<i>enf</i>	-1.1796 (0)	-1.9586 (0)	-2.3954 (0)	-1.0323	-1.8721	-2.2426
Δenf	-7.7791* (0)	-7.6847* (0)	-3.3277* (4)	-7.9703*	-7.8677*	-8.5430*
<i>faiz</i>	-0.7303 (0)	-1.5198 (0)	-1.1642 (1)	-0.7184	-1.5727	-1.3458
$\Delta faiz$	-7.9524* (0)	-7.8588* (0)	-8.2656* (0)	-7.7899*	-7.7111*	-8.1273*

*, ** ve *** sırasıyla %1, %5 ve %10 düzeyinde anlamlılığı ifade etmektedir. $d(enf)$, enf değişkeninin birinci farkını göstermektedir. Parantez içindeki değerler AIC bilgi kriterine göre belirlenen gecikme uzunluğudur. Burada trend ve sabitin anlamlılığı sırasıyla ϕ_3 ve ϕ_1 testleri ile bakılmış ve her ikisi de anlamlı bulunamamıştır.

ADF birim kök testi bulgularına göre değişkenlerin düzey değerinde durağan olmadığı görülmektedir. Birinci farkı alındığında ise değişkenler durağan hale gelmektedir. Benzer sonuçlar PP testi ile de desteklenmektedir. Dolayısıyla her iki seri de I(2) olmadığı için Pesaran vd. (2001) tarafından önerilen sınır testi yaklaşımıyla eşbütünleşme ilişkisi araştırılabilmektedir. Bu çerçevede oluşturulan kısıtsız hata düzeltme modeli aşağıdaki gibidir:

$$\Delta faiz_t = c_0 + \rho faiz_{t-1} + \theta enflasyon_{t-1} + \gamma z_t + \sum_{i=1}^{p-1} c_i \Delta faiz_{t-i} + \sum_{i=0}^{q-1} \pi_i \Delta enflasyon_{t-i} + e_t \quad (4.8)$$

Burada z_t deterministik bileşenleri, $e_t \sim IID$ olan bir stokastik süreci ifade etmektedir. Modelde AIC ve BIC bilgi kriteri dikkate alınarak hata terimlerinin otokorelasyonsuz olduğu gecikme uzunluğu seçilmektedir. VAR modelinde hareketle gecikme uzunlukları Akaike Bilgi Kriteri (AIC) yardımıyla belirlenmiştir. Uygun gecikme uzunluğu 1 olarak seçilmiş ve gecikmeler sabit tutularak eşbütünleşme ilişkisi Pesaran vd. (2001)'in önermiş olduğu F testi ile araştırılmıştır. Tablo 3a'da hesaplanan F istatistiği ve alt ve üst sınıra ait tablo kritik değerleri verilmektedir:

Tablo 3.

ARDL Sınır Testi ve Uzun Dönem Katsayıları

a

<u>k</u>	<u>F istatistiği</u>	<u>Alt Sınır I(0)</u>			<u>Üst Sınır I(1)</u>		
1	3.7841	%10	%5	%1	%10	%5	%1
		3.19	3.87	5.61	3.73	4.46	6.19

b

<u>Değişken</u>	<u>Katsayı</u>	<u>Standart Hata</u>	<u>t- istatistiği [olasılık değeri]</u>
<i>enf</i>	0.8864	0.2450	3.6168 [0.0009]
<i>c</i>	2.4048	11.8360	0.2031 [0.8401]

c

$\chi^2_{LM}(1)$	0.0543 [0.8178]
$\chi^2_{LM}(2)$	0.4611 [0.8198]
$\chi^2_{JB}(2)$	1.9347 [0.3800]
$\chi^2_{BPG}(3)$	5.0124 [0.1709]

Tabloda sınır testi için verilen değerler sonlu örneklem özellikleri dikkate alınarak 43 gözleme göre hesaplanan kritik alt ve üst sınır değerleridir. Tablonun c panelinde 1. ve 2. dereceden LM otokorelasyon testine, JB normallik testine ve Breusch Pagan Godfrey değişen varyans testine bakılmış ve herhangi bir ekonometrik soruna rastlanmamıştır.

Tablo 3a’da verilen F istatistiği % 5 kritik üst sınırın altında olduğu için eşbütünleşmenin olmadığını ifade eden temel hipotez reddedilememektedir. Ancak % 10 anlamlılık düzeyi dikkate alındığında eşbütünleşme ilişkisi bulunmaktadır. Eşbütünleşme ilişkisinin saptanmasının ardından gecikme uzunlukları serbest bırakılarak model yeniden tahmin edilmektedir. Uzun dönemli model Tablo 3b’de verilmiştir. Pozitif ve negatif uzun dönem katsayılarını eşit kabul eden doğrusal ARDL modelinde enflasyon değişkenine ait tahmin değeri 0.8864’dır. Burada enflasyondaki %1’lik artış (azalış) karşısında nominal faiz oranları % 0.88 artmaktadır (azalmaktadır). Görüldüğü üzere doğrusal ARDL ile yapılan tahmin sonuçlarında enflasyondaki artış ve azalışa karşılık nominal faiz oranları simetrik bir şekilde tepki vereceği ifade edilmektedir. Uzun dönem katsayısı Fisher hipotezinin belirtildiği üzere birebir ilişkiyi yansıtmamaktadır. ²¹Mundell, (1963) enflasyonun refah etkisini azaltarak tasarrufları etkileyeceğini ve bundan dolayı nominal faizlerle enflasyon arasındaki ilişkinin daha zayıf çıkmasına neden olabileceğini ifade etmektedir. Sonuç olarak ele alınan dönemde Türkiye için doğrusal ARDL sonuçları Fisher Hipotezi geçerliliğini desteklememektedir²². Ancak uzun dönemde enflasyon oranındaki bir puanlık artışın faiz oranlarında 0.88 puanlık bir artışa neden olması beklenmektedir. Kısa dönem dinamikleri ise aşağıdaki hata düzeltme yardımıyla incelenmektedir:

Tablo 4.

Hata Düzeltme Modeli

<u>Değişken</u>	<u>Katsayı</u>	<u>Standart Hata</u>	<u>t- istatistiği [olasılık değeri]</u>
$\Delta faiz_{t-1}$	-0.2012	0.1338	-1.5032 [0.1410]
ecm_{t-1}	-0.2312	0.0635	-3.6399 [0.008]

Hata düzeltme katsayısının istatistiksel olarak anlamlı ve işaretinin negatif olması sistemin dengeye yaklaşacağı anlamına gelmektedir. Burada hata düzeltme katsayısına bakılarak dengeden sapmanın bir dönem sonra yaklaşık % 23,12 azaldığı, şokun yarı dönem ömrünün ise yaklaşık 3 olduğu sonucuna ulaşılmaktadır.

Doğrusal olmayan birim kök ve eşbütünleşme yöntemleri doğrusal yöntemlere göre daha az sınırlayıcıdır. Dolayısıyla literatürde doğrusal olmayan yöntemlerin

²¹ Katsayının istatistiksel olarak 1’e eşitliği test edilmiş ancak anlamlı bulunamamıştır.

²² Zayıf formda Fisher hipotezinin geçerli olduğu söylenebilmektedir.

kullanılması hızla artmaktadır. Çalışmanın bu bölümünde Türkiye’de Fisher hipotezinin geçerliliği hem uzun hem kısa dönem doğrusal olmamanın eşanlı olarak analizine izin veren NARDL yöntemi ile test edilmektedir. Burada enflasyondaki pozitif ve negatif değişimlerin nominal faiz oranları üzerindeki asimetrik ilişki araştırılmaktadır. Geleneksel yöntemlerin aksine asimetrik etkileri dikkate alan bu yöntem son zamanlarda oldukça ilgi çekici olmaktadır.

Shin vd (2014) çerçevesinde Fisher Hipotezinin analizi için tahmin edilen asimetrik hata düzeltme modeli tahmin edilmiş ve uzun dönem katsayılar hesaplanmıştır. Değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisinin test edilmesinde kullanılan t_{BDM} ve F_{PSS} test istatistikleri ve katsayılara ilişkin tahmin sonuçları Tablo 5’te özetlenmektedir:

Tablo 5.

NARDL Sınır Testi ve Uzun Dönem Katsayıları

a			
<u>Değişken</u>	<u>Katsayı</u>	<u>Standart Hata</u>	<u>t- istatistiği [olasılık değeri]</u>
$faiz_{t-1}$	-0.7778	0.1507	-5.1589 [0.000]
enf_{t-1}^+	0.7175	0.1565	4.5840 [0.000]
enf_{t-1}^-	0.2975	0.1131	2.6292 [0.013]
trend	-1.9788	0.6519	-3.0352 [0.005]
$Denf_t^-$	0.5141	0.1686	3.0492 [0.005]
$\Delta faiz_{t-2}$	0.2744	0.1353	2.0283 [0.050]
$\Delta faiz_{t-3}$	0.3185	0.1393	2.2867 [0.029]
c	3.9050	4.3340	0.9010 [0.374]
b			
$L_{enf^+} = 0.9224$ $L_{enf^-} = 0.3824$			
s.h. (0.0782) (0.1274)			
c			
$R^2 = 0.5056$	$\bar{R}^2 = 0.3975$	χ_{LM}^2	1.8060 [0.1887]
$t_{BDM} = -5.1589$ [0.0000]		$\chi_{JB}^2(2)$	1.6296 [0.4427]
$F_{PSS} = 9.0064$ [0.0002]		$\chi_{HET}^2(3)$	0.7900 [0.6009]
$W_{LR} = 24.1009$ [0.0000]			

Burada, "Δ" ilgili değişkenin ilk farkını; [.] olasılık değerini; L_{enf^+} ve L_{enf^-} uzun dönem katsayıları; χ_{LM}^2 , χ_{JB}^2 ve χ_{HET}^2 sırasıyla otokorelasyon, normallik ve değişen varyans testleri için test istatistiğini ifade etmektedir.

Tablo 5c incelendiğinde temel hipotezde eşbütünleşme olmadığını ifade eden t_{BDM} ve F_{PSS} testlerinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiği görülmektedir. Dolayısıyla her iki teste göre asimetrik eşbütünleşme ilişkisi bulunmaktadır. Asimetrik eşbütünleşmenin varlığının bulunmasının ardından pozitif ve negatif uzun dönem parametrelerinin birbirine eşit olup olmadığı Wald testi ile sınanmaktadır. Burada temel hipotez $L_{enf+} = L_{enf-}$ şeklindedir. Hesaplanan W_{LR} istatistiği %1 anlamlılık düzeyinde reddedilmektedir. Tablo 5b ‘de asimetrik hata düzeltme modelinden elde edilen pozitif ve negatif uzun dönem katsayıları ise sırasıyla 0.9224 ve 0.3824 olarak hesaplanmıştır. Bu durumda enflasyondaki %1 artışa karşılık nominal faiz oranları % 0.92 artarken, enflasyondaki %1 azalışa karşılık % 0.38 azalmaktadır. Uzun dönem katsayılarının standart hatalar hesaplanmış ve güven aralıkları oluşturulmuştur. Uzun dönem katsayılara ilişkin %95 güven düzeyinde oluşturulan güven aralıkları Tablo 6 ile verilmektedir:

Tablo 6.

Uzun Dönem Katsayılara İlişkin Güven Aralıkları

	<u>Alt sınır</u>	<u>Üst Sınır</u>
L_{enf+}	0.7753	1.0806
L_{enf-}	0.1249	0.6401

Tablo 6’da enflasyondaki pozitif değişimin uzun dönem parametresine ait %95’lik güven aralığına bakıldığında alt sınır ve üst sınır değerleri arasında “1” değerinin içerildiği görülmektedir. Dolayısıyla enflasyondaki pozitif değişimlerin nominal faiz oranlarını birebir etkilediği % 95 güven düzeyinde söylenebilmektedir. Ancak enflasyondaki negatif değişime bakıldığında “1” değeri içerilmemektedir. Klasik görüş dikkate alındığında paranın süper yansızlığı çerçevesinde hane halkı tüketiminin reel servetten etkilenmemesi gerekmektedir. Ancak reel balans etkisinden dolayı enflasyondaki düşüşün reel para balanslarını artırması sonucu tüketimin artarak IS eğrisinin sağa kaymasına ve sonuç olarak reel faiz oranlarının artmasına neden olacaktır. Dolayısıyla enflasyondaki negatif değişimin nominal faiz oranlarında pozitif değişimlerden daha az düşmesinin sebebi reel balans etkisinin varlığından kaynaklanıyor olabileceği düşünülmektedir.

BÖLÜM V

SONUÇ

5.1. Sonuç

İktisadi teorilerin modellenmesi ve test edilmesinde her geçen gün yeni ekonometrik teknikler kullanılmaktadır. Bu teknikleri kullanarak iktisadi analizlerin yapılmasıyla daha gerçekçi sonuçlar elde edilmektedir.

İktisat teorisinde pek çok iktisadi değişkenin asimetrik davranışlar sergilemesi beklenen bir durumdur. Dolayısıyla iktisadi değişkenler arasındaki ilişkilerin doğru bir şekilde modellenmesi doğrusal olmayan yöntemlerin kullanılmasıyla mümkün olacağı düşünülmektedir.

Bu çalışmada doğrusal ve doğrusal olmayan birim kök ve eşbütünleşme yöntemleri açıklanmaya çalışılmıştır. Doğrusal olmayan yöntemler arasında NARDL yöntemi kısa ve uzun dönem asimetrik davranışın modellenmesine izin vermesi, değişkenlerin aynı dereceden bütünleşik olmasına gerek olmaması gibi avantajları bulunmaktadır. Çalışmanın son kısmında Türkiye için Fisher hipotezi geçerliliği NARDL yöntemi ile test edilmiştir. Elde edilen bulgular sonucunda Fisher hipotezinin geçerli olduğu fakat teoride bahsedildiği üzere beklenen enflasyon ve nominal faiz oranları arasındaki tahmin edilen katsayı 1'e eşit çıkmamıştır. Ancak güven aralıkları hesaplandığında doğrusal ARDL modelinde %95 güven düzeyinde enflasyonun katsayısının güven sınırları içerisinde 1 değerinin içerildiği görülmektedir. Doğrusal olmayan ARDL modeline ait uzun dönem katsayılarına ilişkin güven aralıklarında ise enflasyondaki pozitif değişimlere ait güven sınırlarında 1 değeri içerilirken enflasyondaki negatif değişimlerde içerilmemektedir. Bu sonuç enflasyon pozitif yönde değişirken Fisher Hipotezi geçerliyken, negatif yönde değişirken geçerli olmadığı anlamına gelmektedir.

İktisadi büyüme, istihdam ve fiyat istikrarının sağlanması için TCMB para politikası araçlarını kullanarak bir takım kararlar almaktadır. Alınan kararlar ve uygulanan para politikaları enflasyon hedeflerine ulaşmakta önemli bir unsurdur. Dolayısıyla uygulanan politikaların etkinliğinin bilinmesi ve ölçülmesi ve buna göre hareket edilmesi gerekmektedir.

Beklenen enflasyon ile nominal faiz oranları arasındaki uzun dönemde birebir ilişkiyi ifade eden Fisher hipotezi geçerli ise para politikası reel faiz oranları üzerinde

herhangi bir etkiye sahip olmayacaktır. Bu durumda, beklenen enflasyonda meydana gelecek herhangi bir değişiklik, reel faiz oranını değiştirmeden nominal faiz oranındaki bir değişiklik ile dengelenmektedir (Nusair, 2008, s.282).

Sonuç olarak enflasyon oranındaki pozitif değişmeler nominal faiz oranını negatif değişmelerden daha etkili olmaktadır. Elde edilen bulgulara göre Türkiye’de Fisher hipotezi enflasyondaki pozitif değişimlere bakıldığında güçlü, negatif değişimlere bakıldığında zayıf formda geçerlidir. Dolayısıyla doğrusal olmayan ARDL modeli geleneksel modellerin simetri varsayımına karşılık enflasyondaki asimetrik davranışın ortaya koyulmasında kullanılmıştır. Bu bağlamda iktisadi değişkenlerin ekonometrik olarak modellenmesinde hem dinamik ilişkileri hem de asimetrik davranışları dikkate alan NARDL yönteminin kullanılması önerilmektedir.



KAYNAKÇA

- Ahking, F. W. (2002). Model Mis-specification and Johansen's Co-integration Analysis: An Application to the US Money Demand. *Journal of Macroeconomics*, 24(1), 51–66.
- Akay, H. K., & Nargeleçekenler, M. (2006). Finansal Piyasa Volatilitesi ve Ekonomi. *Ankara Üniversitesi SBF Dergisi*, 61(4), 5–36.
- Akıncı, M., & Yılmaz, Ö. (2016). Enflasyon-Faiz Oranı Takası: Fisher Hipotezi Bağlamında Türkiye Ekonomisi için Dinamik En Küçük Kareler Yöntemi. *Sosyoekonomi*, 24(27), 33–55.
- Arısoy, I. (2013). Testing for the Fisher Hypothesis Under Regime Shifts in Turkey : New Evidence from Time-Varying Parameters. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 3(2), 496–502.
- Bahmani-Oskooee, M., & Hegerty, S. W. (2009). Purchasing Power Parity in Less-Developed and Transition Economies: A Review Paper. *Journal of Economic Surveys*, 23(4), 617–658.
- Balke, N. S., & Fomby, T. B. (1997). Threshold Cointegration. *International Economics Reviews*, 38(3), 627–645.
- Banerjee, A., Dolado, J., & Mestre, R. (1998). Error Correction Mechanism Tests for Cointegration in a Single Equation Framework. *Journal of Time Series Analysis*, 19(3), 267–283.
- Bayat, T. (2011). Türkiye’de Fisher Etkisinin Geçerliliği: Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Yaklaşımı. *Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 38(Haziran-Aralık), 47–60.
- Berument, H., Ceylan, N. B., & Olgun, H. (2007). Inflation Uncertainty and Interest Rates: Is the Fisher Relation Universal? *Applied Economics*, 39(1), 53–68.
- Berument, H., & Jelassi, M. M. (2002). The Fisher Hypothesis: A Multi-Country Analysis. *Applied Economics*, 34(13), 1645–1655.
- Caner, M., & Hansen, B. E. (2001). Threshold autoregression with a unit root. *Econometrica*, 69(6), 1555–1596.
- Chan, K. S., & Tong, H. (1986). on Estimating Thresholds in Autoregressive Models. *Journal of Time Series Analysis*, 7(3), 179–190.

- Cooray, A. (2002). *The Fisher effect: A review of the literature*. Retrieved from http://www.businessandconomics.mq.edu.au/intranet/our_departments/Economics/research8/2002/6-2002Cooray.PDF
- Coşkun, N. (2013). *Vergi Uyarlamalı Fisher Etkisi: Ekonometrik Bir Uygulama*. Mersin Üniversitesi Yüksek Lisans Tezi.
- Çağlayan, E., Güriş, B., & Öskönbayeva, Z. (2012). Turizme Dayalı Büyüme Hipotezinin Kuzey Kıbrıs Türk Cumhuriyeti için Geçerliliğinin Analizi. *Trakya Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 14(2), 105–121.
- Çakmak, E., Aksu, H., & Başar, S. (2002). Fisher Hipotezi'nin Türkiye Açısından Değerlendirilmesi: 1989-2001. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 16(3–4), 31–40.
- Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427–431.
- Dickey, D. A., Jansen, D. W., & Thornton, D. L. (1991). A Primer On Cointegration with an Application to Money and Income. *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 73(2), 58–78.
- Enders, W. (2015). *Applied Econometric Time Series* (Fourth Edi). John Wiley & Sons.
- Enders, W., & Granger, C. W. J. (1998). Unit-Root Tests and Asymmetric Adjustment With an Example Using the Term Structure of Interest Rates. *Journal of Business & Economic Statistics*, 16(3), 304–311.
- Enders, W., & Siklos, P. L. (2001). Cointegration and Threshold Adjustment. *Journal of Business & Economic Statistics*, 19(2), 166–176.
- Engle, R. F., & Granger, C. W. J. (1987). Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing. *Econometrica*, 55(2), 251–276.
- Engle, R. F., & Yoo, B. S. (1987). Forecasting and Testing in Co-integrated Systems. *Journal of Econometrics*, 35(1), 143–159.
- Fousekis, P., Katrakilidis, C., & Trachanas, E. (2016). Vertical Price Transmission in The US Beef Sector: Evidence From the Nonlinear Ardl Model. *Economic Modelling*, 52, 499–506.
- Franses, P. H., & Dijk, V. D. (2000). *Non-Linear Time Series Models in Empirical Finance*. Cambridge University Press.

- Goodwin, B. K., & Holt, M. T. (1999). Price Transmission and Asymmetric Adjustment in the US Beef Sector. *American Journal of Agricultural Economics*, 81(August), 630–637.
- Granger, C. W. J. (1998). Overview of Nonlinear Time Series Specifications in Economics. Berkeley-NSF Symposia. Retrieved from <https://eml.berkeley.edu/symposia/nsf98/granger.ps>
- Granger, C. W. J., & Newbold, P. (1974). Spurious Regressions in Econometrics. *Journal of Econometrics*, 2, 111–120.
- Granger, C. W. J., & Yoon, G. (2002). *Hidden Cointegration*. University of California San Diego.
- Gujarati, D. N. (2004). *Basic Econometrics* (Fourth Edi). New York: The McGraw–Hill Companies.
- Gul, E., & Acikalin, S. (2008). An Examination of the Fisher Hypothesis: The Case of Turkey. *Applied Economics*, 40(24), 3227–3231.
- Güriş, B. (2008). *Çok Rejimli Eşik Değerli Hata Düzeltme Modelleri İle Türkiye Ekonomisinde Bütçe Açıklarının Analizi*. İstanbul Üniversitesi.
- Güriş, B., Tıraşoğlu Yıldırım, B., & Tıraşoğlu, M. (2016). Türkiye’ de Satın alma Gücü Paritesi Geçerli mi?: Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri. *Social Sciences Research Journal*, 5(4), 30–42.
- Güriş, S., Güriş, B., & Ün, T. (2016). Interest Rates, Fisher Effect and Economic Development in Turkey. *Revista Galega de Economía*, 25(2), 79–84.
- Hall, A. (1994). Testing for a Unit Root in Time Series with Pretest Data-Based Model Selection. *Journal of Business & Economic Statistics*, 12(4), 461–470.
- Hansen, B. E., & Seo, B. (2002). Testing for Two-Regime Threshold Cointegration in Vector Error-Correction Models. *Journal of Econometrics*, 110(2), 293–318.
- Harris, R., & Sollis, R. (2003). *Applied Time Series Modelling and Forecasting*. John Wiley & Sons.
- Harvey, D. I., & Leybourne, S. J. (2007). Testing for Time Series Linearity. *Econometrics Journal*, 10(1), 149–165.
- Harvey, D. I., Leybourne, S. J., & Xiao, B. (2008). A Powerful Test for Linearity When the Order of Integration is Unknown. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 12(3).

- Hu, J. L., & Lin, C. H. (2008). Disaggregated Energy Consumption and GDP in Taiwan: A threshold co-integration analysis. *Energy Economics*, 30(5), 2342–235
- Johansen, S. (1988). Statistical Analysis of Cointegration Vectors. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2–3), 231–254.
- Johansen, S. (1995). *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*. New York: Oxford University Press.
- Johansen, S., & Juselius, K. (1990). Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration - With Appucations To the Demand for Money. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52(2), 169–210.
- Kapetanios, G., Shin, Y., & Snell, A. (2003). Testing for a Unit Root in the Nonlinear STAR Framework. *Journal of Econometrics*, 112(2), 359–379.
- Kapetanios, G., Shin, Y., & Snell, A. (2006). Testing for Cointegration in Nonlinear Smooth Transition Error Correction Models. *Econometric Theory*, 22(2), 279–303.
- Katrakilidis, C., & Trachanas, E. (2012). What Drives Housing Price Dynamics İn Greece: New Evidence From Asymmetric ARDL Cointegration. *Economic Modelling*, 29(4), 1064–1069.
- Kıran, B. (2013). A Fractional Cointegration Analysis Of Fisher Hypothesis: Evidence From Turkey. *Quality and Quantity*, 47(2), 1077–1084.
- Kose, N., Emirmahmutoglu, F., & Aksoy, S. (2012). The Interest Rate–Inflation Relationship Under An Inflation Targeting Regime: The Case of Turkey. *Journal of Asian Economics*, 23(4), 476–485.
- Küçükaksoy, İ., & Akalın, G. (2017). Fisher Hipotezi'nin Panel Veri Analizi ile Test Edilmesi: OECD Ülkeleri Uygulaması. *Hacettepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 35(1), 19–40.
- Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P., & Shin, Y. (1992). Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root How sure are we that economic time series have a unit root ?*. *Journal of Econometrics*, 54(1–3), 159–178.
- Lopcu, K., Burgaç, A., & Dülger, F. (2012). Balassa Samuelson Hipotezi: Türkiye Ekonomisi İçin Bir Sınama. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12(4).

- Lopcu, K., Coşkun, N., & Değirmen, S. (2013). Do Tax Implications Change the Fisher Effect for the Turkish Economy? *Topics in Middle Eastern and North African Economies*, 15, 0–21.
- Mcleod, I., & Li, W. K. (1983). Diagnostic Checking ARMA Time Series Models Using Squared-Residual Autocorrelation. *Journal of Time Series Analysis*, 4(4), 269–273.
- Mercan, M. (2013). Enflasyon ve Nominal Faiz Oranları Arasındaki Uzun Dönem İlişkinin Fisher Hipotezi Çerçevesinde Test Edilmesi. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 27(4), 368–384.
- Mundell, R. A. (1963). Inflation and Real Interest. *Journal of Political Economy*, 71(3), 280–283.
- Narayan, P. K., & Smyth, R. (2005). The Residential Demand for electricity in Australia: An Application of the Bounds Testing approach to Cointegration. *Energy Policy*, 33(4), 467–474.
- Nusair, S. A. (2008). Testing for the Fisher Hypothesis Under Regime Shifts: An Application to Asian Countries. *International Economic Journal*, 22(2), 273–284.
- Ouattara, B. (2004). The Impact of Project Aid and Programme Aid Inflows on Domestic Savings: a Case Study of Côte d'Ivoire. *Centre for the Study of African Economies Conference on Growth, Poverty Reduction and Human Development in Africa*, 44.
- Ozcan, B., & Ari, A. (2015). Does the Fisher Hypothesis Hold for the G7 countries? Evidence From the Panel Cointegration Test. *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 28(1), 271–283.
- Özcan, M. (2015). Nonlinear Dynamics in Financial Time Series And Unit Root Tests: Case Of Borsa Istanbul Sectoral Price-Earnings Ratios. *Journal of Economics, Finance and Accounting*, 2(4), 584–584.
- Perron, P., & NG, S. (1996). Useful Modifications to some Unit Root Tests with Dependent Errors and their Local Asymptotic Properties. *Review of Economic Studies*, (63), 435–463.
- Pesaran, M. H., Shin, Y., & Smith, R. J. (2001). Bounds Testing Approaches to the Analysis of Level Relationships. *Journal of Applied Econometrics*, 16(3), 289–326.

- Phillips, A. P. C. B., & Ouliaris, S. (1990). Asymptotic Properties of Residual Based Tests for Cointegration. *Econometrica*, 58(1), 165–193.
- Phillips, P. C. B. (1987). Time Series Regression with a Unit Root. *Econometrica*, 55(2), 277.
- Phillips, P. C. B., & Perron, P. (1988). PhillipsPerron1988.pdf. *Biometrika*, 75(2), 335–346.
- Ramsey, J. B. (1969). Tests for Specification Errors in Classical Linear Least-Squares Regression Analysis. *Journal of the Royal Statistical Society*, 31(2), 350–371.
- Rushdi, M., Kim, J. H., & Silvapulle, P. (2012). ARDL Bounds Tests and Robust Inference for the Long Run Relationship Between Real Stock Returns and Inflation in Australia. *Economic Modelling*, 29(3), 535–543.
- Schorderet, Y. (2003). *Asymmetric Cointegration*. Université de Genève/Faculté des sciences économiques et sociales.
- Shin, Y., Yu, B., & Greenwood-Nimmo, M. (2014). Modelling Asymmetric Cointegration and Dynamic Multipliers in a Nonlinear ARDL Framework. In *Festschrift in Honor of Peter Schmidt* (pp. 281–314). Springer.
- Sichel, D. E. (1993). Business Cycle Asymmetry: A Deeper Look. *Economic Inquiry*, 31(2), 224–236.
- Stock, J. H., & Watson, M. W. (1988). Testing for Common Trends. *Journal of the American Statistical Association*, 83(404), 1097–1107.
- Şimşek, M., & Kadılar, C. (2004). Türkiye'nin İthalat Talebi Fonksiyonunun Sınır Testi Yaklaşımı ile Eşbütünleşme Analizi: 1970-2002. *Doğuş Üniversitesi Dergisi*, 5(1), 27–34.
- Şimşek, M., & Kadılar, C. (2006). Fisher Etkisinin Türkiye Verileri ile Testi. *Doğuş Üniversitesi Dergisi*, 7(1), 99–111.
- Teräsvirta, T. (1994). Estimation, and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models. *Journal of the American Statistical Association*, 89(425), 208–218.
- Teräsvirta, T. (1994). Specification, Estimation, and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models. *Journal of the American Statistical Association*, 89(425), 208–218.
- Tong, B. H., & Lim, K. S. (1980). Threshold Autoregression, Limit Cycles and Cyclical Data. *Journal of the Royal Statistical Society*, 42(3), 245–292.
- Tong, H. (1978). *On a Threshold Model*. Sijthoff & Noordhoff.
- Tong, H. (1990). Non-linear time series. *A Dynamical System Approach*.

- Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series Third Edition*. John Wiley & Sons.
- Turgutlu, E. (2004). Fisher Hipotezinin Tutarlılığının Testi: Parçalı Durağanlık ve Parçalı Koentegrasyon Analizi. *D.E.Ü.İ.İ.B.F.Dergisi*, 19(2), 55–74.
- Verbeek, M. (2012). *A Guide to Modern Econometrics* (Fourth Edi). John Wiley & Sons.
- White, J. S. (1958). The Limiting Distribution of the Serial Correlation Coefficient in the Explosive Case. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1188–1197.
- Yılandı, V. (2009). Fisher Hipotezinin Türkiye için Sınanması: Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Analizi. *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 23, 205–213.