

T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

**DOĞRUSAL OLMAYAN EŞBÜTÜNLEŞME
TESTLERİ İLE TÜRKİYE EKONOMİSİNDE HİSSE
SENEDİ FİYATI VE SEÇİLEN EKONOMİK
DEĞİŞKENLER ARASINDAKİ İLİŞKİNİN
ANALİZİ**

Elaheh RAHMANİ
2502150609

TEZ DANIŞMANI
Prof. Dr. Burak Güriş

İSTANBUL – 2020

ÖZ

DOĞRUSAL OLMAYAN EŞBÜTÜNLEŞME TESTLERİ İLE TÜRKİYE EKONOMİSİNDE HİSSE SENEDİ FİYATI VE SEÇİLEN EKONOMİK DEĞİŞKENLER ARASINDAKİ İLİŞKİNİN ANALİZİ

Elaheh-RAHMANİ

Bu çalışmada eşik değerli otoregresif modeller, ortalamada doğrusal olmayan modeller ailesinden olarak incelenmiştir. Zaman serileri analizinde doğrusal olmayan yöntemleri kullanmadan önce serinin doğrusal olmadığını belirlemek gerekmektedir. Dolayısıyla çalışmada doğrusallık testlerinin incelenmesi yer almaktadır. Birim kök kavramı, yapısal kırılmalı birim kök testleri ve doğrusal olmayan birim kök testleri vurgulanmıştır. Ekonometri literatüründe daha az rastlanmış olan doğrusal olmayan eşbütünleşme testleri incelenmiştir. Türkiye ekonomisinde, hisse senedi fiyatı ile ekonomik değişkenler arasındaki ilişki KSS (2006), Siklos (2001), Maki (2010) eşbütünleşme testleri ve ESTAR hata düzeltme modeli kullanarak incelenmiştir. Elde edilen sonuçlara göre, hisse senedi fiyatı ile döviz kuru, altın fiyatı, enflasyon oranı ve faiz oranı arasında ESTAR düzeltmeler ile eşbütünleşme bulunmaktadır. Faiz oranı hariç, hisse senedi ile diğer değişkenler arasında uzun dönem neensellik söz konusu olabilir.

Anahtar Kelimeler: Eşik değerli otoregresif modelleri, Doğrusal olmayan eşbütünleşme testi, Doğrusal olmayan birim kök testi, Hisse senedi fiyatı.

ABSTRACT

THE ANALYSIS OF RELATIONSHIP BETWEEN STOCK PRICES AND SELECTED ECONOMIC VARIABLES IN TURKISH ECONOMY BY NONLINEAR COINTEGRATION TESTS

Elaheh-Rahmani

In this study, threshold autoregressive models were examined as a family of nonlinear models in mean. Before using nonlinear methods in time series analysis, it is necessary to determine that the series is not linear. Therefore, the study includes the examination of linearity tests. The concept of unit root, unit root tests with structural break and nonlinear unit root tests are emphasized. Nonlinear cointegration tests, which are less seen in the econometrics literature, have been examined. In Turkish economy, the relationship between the stock price and economic variables, were investigated by using KSS (2006), Enders-Siklos (2001), Maki (2010) cointegration tests and ESTAR error correction model. According to the results, there is a cointegration with ESTAR adjustment between stock price and exchange rate, gold price, inflation rate and interest rate. Except the interest rate, there is a long-term causality between the stock price and the other variables.

Keywords: Threshold autoregressive models, Nonlinear cointegration test, Nonlinear unit root test, Stock price.

ÖNSÖZ

Doğrusal olmayan modeller, ortalamada doğrusal olmayan ve varyansta doğrusal olmayan modeller olarak, ikiye ayrılmaktadır. Eşik değerli otoregresif modeller, ortalamada doğrusal olmayan modeller olarak geçiş fonksiyonuna göre, farklı modellerden oluşmaktadır.

Son yıllarda zaman serileri analizinde eşik değerli otoregresif modeller kullanımı yoğunluk kazanmıştır. Zaman serilerin yapısı doğrusal olmadığında, doğrusal modeller kullanımı yanıltıcı sonuçlara neden olabilir. Bu yüzden doğrusal olmayan modeller popüler bir hale gelmişler. Literatüre baktığımızda, eşik değerli otoregresif modellere dayanan birim kök ve eşbütünleşme testlerin gelişimi dikkat çekicidir. Bu çalışmada eşik değerli otoregresif düzeltmeler ile birim kök ve eşbütünleşme testleri ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır ve uygulama kısmında kullanılmıştır.

Bu çalışmada, Türkiye ekonomisinde hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı, döviz kuru, faiz oranı ve enflasyon arasındaki doğrusal olmayan koentegre ilişkisi araştırılmıştır. Çalışma amacı, eşik değerli otoregresif düzeltmeler özellikle, yumuşak geçişli otoregresif (STAR) düzeltmeler ile uzun dönem denge ilişkisinin sınamasıdır. Bu çalışmada Maki (2010) STAR düzeltmeler ile eşbütünleşme testi, literatürde daha az rastlanmış bir yöntem olarak kullanılmıştır. Burada Maki (2010) eşbütünleşme testi iki geçiş fonksiyon türü içermektedir. Bu testler üç farklı model için uygulanmıştır. Bu testin hazır program kodları olmadığı nedeniyle kendi yazdığım kodlarla uygulama yapılmıştır.

Bir ekonomide borsa, altın, döviz kuru piyasası birbirleriyle ilişkilidir ve faiz oranı bir para politika aracı olarak bu piyasaları kontrol etmek amacıyla kullanılmaktadır. Para otoriteleri faiz oranı kullanarak enflasyon, yatırım seviyesi ve döviz kuru dalgalanmaları

ile doğrudan bağlantısı olan altın fiyatını göz önüne almaktadırlar. Dolayısıyla bu değişkenler seçilerek, hisse senedi fiyatı ile aralarındaki ilişki incelenmiştir. Burada uzun dönem denge ilişkisi eşik değerli otoregresif düzeltmeler ile sınanarak uygun düzeltme fonksiyonu ve bu denge ilişkilerin düzeltme hızı belirlenmiştir.

Elahehe RAHMANİ

İSTANBUL, 2020

İÇİNDEKİLER

ÖZ.....	ii
ABSTRACT	iii
ÖNSÖZ	iv
TABLolar LİSTESİ.....	ix
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	x
KISITLAMALAR LİSTESİ.....	xi
GİRİŞ.....	13

1. BÖLÜM

ORTALAMADA DOĞRUSAL OLMAYAN MODELLER

1.1.Ortalamada Doğrusal Olmayan Modeller.....	15
1.1.1. Eşik Değerli Otoregresif Modeli (TAR)	15
1.1.2. Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Otoregresif Modeli (SETAR)	16
1.1.3. Yumuşak Geçişli Eşik Değerli Otoregresif Model (STAR)	19
1.1.4. Momentum TAR Modeli (MTAR)	24
1.1.5. Bilinear Modeli	25
1.1.6. Markov Switching Otoregresif Modeli	26
1.2. Doğrusallık Testleri	27
1.2.1. Tsay (1986) Doğrusallık Testi	27
1.2.2. Luukkonen, Saikkonen, Teräsvirta (1988) Doğrusallık Testi.....	28
1.2.3. Hansen (1999) Doğrusallık Testi	29
1.2.4. Harvey (2008) Doğrusallık Testi	30

2. BÖLÜM

DOĞRUSAL OLMAYAN BİRİM KÖK TESTLERİ

2.1. Durağanlık Kavramı.....	34
2.2. Birim Kök Testleri	35
2.3. Yapısal Kırılmalı Birim Kök Testleri	39
2.4 Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri	44
2.4.1 STAR Tipi Birim Kök Testleri	44
2.4.1.1 Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) Birim Kök Testi.....	44
2.4.1.2 Harvey ve Mills (2002) Birim Kök Testi.....	46
2.4.1.3. Kapetanios, Shin ve Snell (2003) Birim Kök Testi.....	48
2.4.1.4 Sollis (2004) Birim Kök Testi.....	51
2.4.1.5 Park ve Shintani (2005) Birim Kök Testi.....	54
2.4.1.6 Pascalau (2006) Birim Kök Testi.....	56
2.4.1.7 Pascalau (2007) Birim Kök Testi.....	58
2.4.1.8 Sollis (2009) Birim Kök Testi	60
2.4.1.9 Kurse (2011) Birim Kök Testi.....	63
2.4.1.10 Kılıç (2011) Birim Kök Testi.....	65
2.4.1.11 Cuestas ve Ordonez (2014) Birim Kök Testi.....	67
2.4.1.12 Park ve Shintani (2016) Birim Kök Testi.....	69
2.4.2. SETAR Tipi Birim Kök Testi	71
2.4.3. MTAR Tipi Birim Kök Testi	74
2.4.4. Markov Switching Birim Kök Testi.....	76

3.BÖLÜM

DOĞRUSAL OLMAYAN EŞBÜTÜNLEŞME TESTLERİ

3.1. Eşbütünleşme kavramı	79
3.2. Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri.....	83

3.2.1. SETAR Tipi Eşbütünleşme Testleri	84
3.2.2. MTAR Tipi Eşbütünleşme Testi	88
3.2.3. STAR Tipi eşbütünleşme	90
3.2.3.1. Kapetanios, Shin ve Shell (2006) eşbütünleşme Test	90
3.2.3.2. Daiki Maki (2010) Eşbütünleşme Testi	93
3.2.3.3. Daiki Maki (2015) Eşbütünleşme Testi	96

4. BÖLÜM

TÜRKİYE EKONOMİSİNDE HİSSE SENEDİ FİYATI İLE SEÇİLEN MAKRO EKONOMİK DEĞİŞKENLER

4.1. Türkiye’de Borsa, Döviz ve Altın Piyasası	100
4.2. Literatür	104
4.3. Veriler	106
4.4. Birim Kök Testleri	106
4.5. Eşbütünleşme Testleri	110
 SONUÇ.....	 118
KAYNAKÇA.....	121
ÖZGEÇMİŞ.....	130

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1: Birim Kök Test Sonuçları	107
Tablo 2: Değişkenlerin Birinci Fark, Birim Kök Test Sonuçları.....	108
Tablo 3: Doğrusalık Test Sonuçları.....	108
Tablo 4: Doğrusal Olmayan Birim Kök Test Sonuçları	109
Tablo 5: Değişkenlerin Birinci Fark, Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi.....	110
Tablo 6: Enders-Siklos (2001) Asimetrik Eşbütünleşme Testi.....	111
Tablo 7: KSS (2006) Eşbütünleşme Test Sonuçları	112
Tablo 8: ESTAR Eşbütünleşme Test Sonuçları.....	113
Tablo 9: ESTAR-c Eşbütünleşme Test Sonuçları.....	114
Tablo 10: ESTAR Hata Düzeltme Modeli.....	117

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: LSTAR ve ESTAR Eğrisi	21
--------------------------------------	----



KISALTMALAR LİSTESİ

EG	: Engle-Granger testi
KSS	: Kapetanios, Shin ve Snell testi
LNV	: Leybourne, Newbold ve Vougas testi
MTAR	: Momentum eşik değerli otoregresif model
SETAR	: Kendinden uyarımlı eşik değerli otoregresif model
STAR	: Yumuşak geçişli eşik değerli otoregresif model
LSTAR	: Lojistik dağılım fonksiyonlu yumuşak geçişli otoregresif model
ESTAR	: Üstel yumuşak geçişli otoregresif model
IID	: Bağımsız ve eş dağılım
LM	: Lagrange Çarpanı

GİRİŞ

Ekonometri literatürüne bakıldığında, doğrusal yöntemler daha yoğun bir şekilde kullanılmıştır. Bu yöntemler ile yanıltıcı sonuçlar elde edilebilir. Dolayısıyla, son yıllarda bu yöntemler popülerliklerini kaybederek, doğrusal olmayan yöntemler daha yoğunluk kazanmışlardır.

Zamana bağlı olan değişimler, doğrusal modellerin, doğrusal olmayan modeller özelliklerinin taşınmasına sebep olabilirler. Doğrusal modellerdeki yapısal değişiklikler eşik değerli otoregresif modeller ile açıklanabilir. Bu çalışmada, doğrusal olmayan modeller ailesinden olan eşik değerli otoregresif modeller dikkate alınmıştır.

Bu çalışmada, doğrusal olmayan birim kök ve eşbütünleşme testleri dikkate alınmıştır. Burada doğrusal olmayan KSS (2003) birim kök testi, KSS (2006), Enders-Siklos (2001), Maki (2010) eşbütünleşme testleri ve ESTAR hata düzeltme modeli kullanılmıştır. Doğrusal olmayan Maki (2010) eşbütünleşme testi, yumuşak geçişli eşik değerli otoregresif modellerine dayanmaktadır. Bu çalışmanın üstünlüğü, Maki (2010) eşbütünleşme testinin literatürde çok az raslanmasıdır.

Bu çalışma toplam 4 bölümden oluşmaktadır. Birinci bölüm doğrusal olmayan modeller olarak, ortalamada doğrusal olmayan modeller ile başlayarak, sonra doğrusallık testleri yer almıştır. Doğrusal olmayan modelleri kullanmadan önce verilerin doğrusal olup olmamalarını test etmek gerekir. Böylece bu bölümde doğrusallık testleri açıklanmıştır.

İkinci bölüm ise, “doğrusal olmayan birim kök testleri” adını taşımaktadır. Bu bölümde, ilk önce durağanlık kavramı ve ardından geleneksel ve yapısal kırılmalı birim kök testleri kısa bir şekilde açıklanarak doğrusal olmayan birim kök testleri yer almıştır.

Doğrusal olmayan birim kök testleri eşik değerli otoregresif modelleri tipine göre ayrılarak net bir şekilde açıklanmıştır.

“Doğrusal olmayan eşbütünleşme testleri” adlı olan üçüncü bölümde, eşbütünleşmenin temel kavramları ve yapısal kırılmalı eşbütünleşme testleri yer almaktadır. Bu açıklamaların ardından eşik değerli eşbütünleşme testleri, eşik değerli modellerin çeşitlerini dikkate alarak ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

Çalışmanın son bölümü uygulama olarak, Türkiye ekonomisinde hisse senedi fiyatı ile bazı ekonomik değişkenler arasındaki ilişki değerlendirilmiştir. Seçilen değişkenler döviz kuru, altın fiyatı, faiz oranı ve enflasyon oranıdır. Değişkenlerin entegre derecelerini belirlemek amacıyla, doğrusal olmayan birim kök testleri kullanılmıştır. Değişkenlerin entegre dereceleri aynı olduğuna göre, doğrusal olmayan eşbütünleşme testi uygulanmıştır. Burada STAR modeline dayanan iki farklı geçiş fonksiyonu ele alınarak üç farklı model için koentegre ilişkisi incelenmiştir.

Sonuç kısmında da, hisse senedi fiyatı ile diğer makro ekonomik değişkenler arasındaki uzun dönem denge ilişkisi değerlendirerek yorumlanmıştır.

1. BÖLÜM

ORTALAMADA DOĞRUSAL OLMAYAN MODELLER

1.1.Ortalamada Doğrusal Olmayan Modeller

Doğrusal modellerin, asimetrik yapıdaki değişkenleri temsil etmedeki yetersizliği, ekonometristleri doğrusal olmayan modeller ve doğrusal olmayan tahmin yöntemleri geliştirmeye teşvik etmiştir.

Bu modeller arasında en bilinenleri, Eşik Değerli Otoregresif Model (Threshold Autoregressive Model):TAR (Tong,1978), Momentum TAR Modeli (Momentum Threshold Autoregressive): MTAR (Enders ve Granger,1998), Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Otoregresif Modeli (Self-Exciting Threshold AutoRegressive): SETAR (Tong, 1978), Markov Değişim Modeli (Markov Switching Model): MS (Hamilton,1989) ve Yumuşak Geçişli Otoregresif Model (Smooth Transition Autoregressive Model):STAR (Teräsvirta,1994) modelleridir.

1.1.1. Eşik Değerli Otoregresif Modeli (TAR)

Doğrusal olmayan modellerin bir popüler grubu eşik değerli otoregresif (TAR) modellerdir. Bu modeller ilk olarak Tong (1978) tarafından önerilmiş ve Tong (1990) 'da ayrıntılı olarak tartışılmıştır. TAR modeli basit ve anlaşılması kolay bir modeldir. Ancak bu modelden karmaşık doğrusal olmayan modeller üretilebilmektedir. Böylece bu modelleri tahmin etmek için birçok parametrenin tahmin etmesi gerekir.

TAR modelinde değişkenin davranışı sistem koşullarına göre değişmektedir. Bir Değişkenin geçmiş değerleri arasındaki ilişki, değişkenin geçmiş değerlerinin davranışındaki değişime göre ifade edilir. Önemli olan, geçmiş değerlerin davranışlarının değiştirilmesi için, bir eşik noktasının tanımlanması gerekmektedir.

Bir AR(1) modeli için eşik değeri sıfır olan TAR modeli, aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$y_t = a_1 I_t y_{t-1} + a_2 (1 - I_t) y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\begin{cases} I_t = 1 & y_{t-1} > 0 \\ I_t = 0 & y_{t-1} \leq 0 \end{cases}$$

Burada I_t gösterge fonksiyonudur. Eğer $y_{t-1} > 0$ ise, $I_t = 1$ ve $1 - I_t = 0$ olacak, böylece $y_t = a_1 I_t y_{t-1} + \varepsilon_t$ olur. Eğer $y_{t-1} \leq 0$ ise, o zaman $y_t = a_2 (1 - I_t) y_{t-1} + \varepsilon_t$ olacak. Bir serinin eşik değerini elde etmek için chan (1993) makalesindeki yöntem kullanılabilir. Bu yöntemde veriler artan veya azalan bir şekilde sıralanır sonra verilerin sayısına göre yüzde 10 ve 15 arası verilerden yukarıdan ve aşağıdan bırakılır ve eşik değer yüzde 70 veya 80 kalan veriler arasında aranır. En küçük kalıntı karelerin toplamına sahip olan model, uygun model olarak seçilir¹.

1.1.2. Kendinden Uyarımlı Eşik Değerli Otoregresif Modeli (SETAR)

TAR tipi modellerini belirleyen faktör geçiş fonksiyonlarıdır. Geçiş fonksiyonlarına göre farklı modeller ortaya çıkmaktadır. TAR tipi modellerinden biri kendinden uyarımlı eşik değerli otoregresif (SETAR) modelidir. Bu modelde eşik değer bağımlı değişkenin gecikmeli değerlerinden oluşmaktadır. Tong (1978) tarafından tanıtilen iki rejimli SETAR modeli

¹ Walter Enders, **Applied Econometric Time Series**, Second Edition, John Wiley and Sons, 2004, pp.394,398.

$$Y_t = \begin{cases} \alpha_{10} + \sum_{i=1}^p \alpha_{1i} Y_{t-i} + \varepsilon_t & Y_{t-d} \leq \tau \\ \alpha_{20} + \sum_{i=1}^r \alpha_{2i} Y_{t-i} + \varepsilon_t & Y_{t-d} > \tau \end{cases}$$

Şeklinde ifade edilir. Bu model SETAR(2,p,r) ile gösterilmektedir.

Burada τ , eşik değeri göstermektedir. Modelin hata terimi sıfır ortalama ve sabit varyans ile normal ve bağımsız dağılır. Gecikme uzunluğu d ve AR modelinin mertebeleri p ve r ile ifade edilmektedir. Gözlenen değerler eşik değerden daha az veya daha büyük değer olarak iki rejimde yer almaktadır. Her rejim ayrı bir şekilde AR modeli ile ifade edilir. TAR modellerini tahmin etmek için önce τ ve d değerini tahmin etmek gerekir.

SETAR modelinin tahmini için farklı yöntemler kullanılır. Aşağıda bu yöntemler kısa bir şekilde anlatılmıştır.

Tahmin, bütün olası eşik değerleri üzerinden gerçekleştirilir. Her aday eşik değeri için yukarıdaki regresyon tahmin edilir. Kalıntıların varyansını minimize eden τ değeri uygun eşik değeri olarak seçilir².

Bir SETAR modelinin parametrelerini tahmin etmek için, normal bir prosedür ile τ ve d değerleri aranır. Her bir çift (τ, d) için, maksimum olasılık tahmini kullanarak, diğer parametreler elde edilir. Log-olasılığını maksimize eden çift, maksimum olasılık tahmini olarak bilinir. Gecikme ve eşik parametreleri belirlendikten sonra, örneklem iki kümeye ayrılabilir ve her rejime ait gözlemler için, ayrı ayrı EKK yöntemi ile regresyon tahmin

² Stephen Norman, "Systematic small sample bias in two regime SETAR model estimation", Economics Letters, 99, 2008, p. 134–138, pp.134.

edilir. SETAR modelindeki otoregresif modelin gecikme sayısını belirlemek için AIC ve BIC gibi bilgi kriterleri uygulanabilir³.

Her d ve τ değerleri için, AR modelleri tahmin edilir, her modelin mertebesi AIC kriterlerine göre seçilir. İkinci aşamada, d değeri sabit kalması durumunda eşik değer farklı değerler alabilir. AR modellerinin ayrı bir şekilde yeniden tahmin edilmesi, eşik değer parametresinin belirlenmesini sağlar. Üçüncü aşamada, d değerini aramak için, hem birinci ve hem ikinci aşamalar tekrarlanır. Yine de, d değeri AIC kriterlerine göre seçilir⁴.

Üç rejimli SETAR modeli :

$$Y_t = \begin{cases} \alpha_{10} + \sum_{i=1}^p \alpha_{1i} Y_{t-i} + \varepsilon_t & Y_{t-d} \leq \tau_1 \\ \alpha_{20} + \sum_{i=1}^r \alpha_{2i} Y_{t-i} + \varepsilon_t & \tau_1 < Y_{t-d} \leq \tau_2 \\ \alpha_{30} + \sum_{i=1}^q \alpha_{3i} Y_{t-i} + \varepsilon_t & Y_{t-d} > \tau_2 \end{cases}$$

Burada τ_1 ve τ_2 eşik değerleridir⁵.

³ Emmanuel Gabreyhannes, “A nonlinear approach to modelling the residential electricity consumption in Ethiopia”, Energy Economics, 32, 2010, p. 515–523, pp.516.

⁴ Gianna Boero, Emanuela Marrocu, “The performance of SETAR models: a regime conditional evaluation of point, interval and density forecasts”, International Journal of Forecasting, 20, 2004, p. 305–320, pp.309.

⁵ Boero, Marrocu, a.g.e., pp.310.

1.1.3. Yumuşak Geçişli Eşik Değerli Otoregresif Model (STAR)

Eşik değerli otoregresif modellerde rejim değişiklikleri, eşik değeri aşıldığında hemen gerçekleşir. Rejim değişiklikleri yumuşak bir şekilde gerçekleşir. Böylece, doğrusal olan bir rejimden diğer bir doğrusal rejime geçişin yumuşak olduğu modellere “Yumuşak Geçişli Otoregresif Modeller” (STAR) denir⁶.

Tek değişkenli yumuşak geçişli otoregresif model

$$y_t = \beta \omega_{t-1} + \alpha \omega_{t-1} T(\theta; y_{t-d}; c) + \varepsilon_t$$

Şeklinde gösterilmektedir. Burada $\varepsilon_t \sim i.i.d.(0, \sigma^2)$, α ve c modelin parametreleridir. $\omega_{t-1} = (y_{t-1}, \dots, y_{t-p})$, $d \geq 0$ gecikme uzunluğunu ifade etmektedir. $T(\theta; y_{t-d}; c)$ geçiş fonksiyonudur ve 0 ile 1 arasında değişir. θ geçişin yumuşaklığını ve hızını temsil eder ve c de iki rejim arasında eşik değeri olarak yorumlanabilir⁷.

Bir gecikme uzunluğu ve iki rejimli STAR modeli şu şekilde

$$y_t = (\alpha_{0,1} + \alpha_{1,1}y_{t-1})(1 - T(y_{t-1})) + (\alpha_{0,2} + \alpha_{1,2}y_{t-1})T(y_{t-1}) + \varepsilon_t$$

yazılabilir. Daha önce belirtildiği gibi geçiş fonksiyonu 0 ile 1 arasında değeri alır. Eğer $T(\theta; y_{t-d}; c) = 0$ ise, $y_t = \alpha_{0,1} + \alpha_{1,1}y_{t-1}$ (birinci rejim) ve eğer

⁶ Terasvirta, T, “Specification, Estimation, and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models”, Journal of American Statistical Association, Vol.89, No.425, March, 1994, p.208-218. pp.2010.

⁷ Walter Enders, Razvan Pascualu, “Pretesting for multi-step-ahead exchange rate forecasts with STAR models”, International Journal of Forecasting, 31, 2015, p. 473–487, pp.474.

$T(\theta; y_{t-d}; c) = 1$ ise, $y_t = \alpha_{0,2} + \alpha_{1,2}y_{t-1}$ (ikinci rejim) olacaktır. Bu nedenle, geçiş fonksiyonu iki rejime verilen ağırlıklar olarak görülebilir⁸.

Yumuşak geçiş fonksiyonunun genel bir spesifikasyonu

$$T(\theta; y_{t-d}; c) = \{1 + \exp[-\theta/\sigma_{yt}^k \prod_k (y_t - c_k)^k]\}^{-1}$$

Şeklinde ifade edilebilir. Ekonomide, yumuşak geçişli eşik değerli modelleri açıklayan geçiş fonksiyonları en yaygın olarak, lojistik fonksiyon ve üstel fonksiyonlardır. Geçiş fonksiyonu lojistik ise, STAR modeli, LSTAR model olarak adlandırılır. $K=1$ ise, lojistik fonksiyon, genel geçiş fonksiyonundan elde edilebilir ve şu şekilde

$$L(\theta; y_{t-d}; c) = \{1 + \exp[-\theta/\sigma_{yt}(y_t - c)]\}^{-1}$$

yazılır. Geçiş fonksiyonu üstel olarak şu şekilde

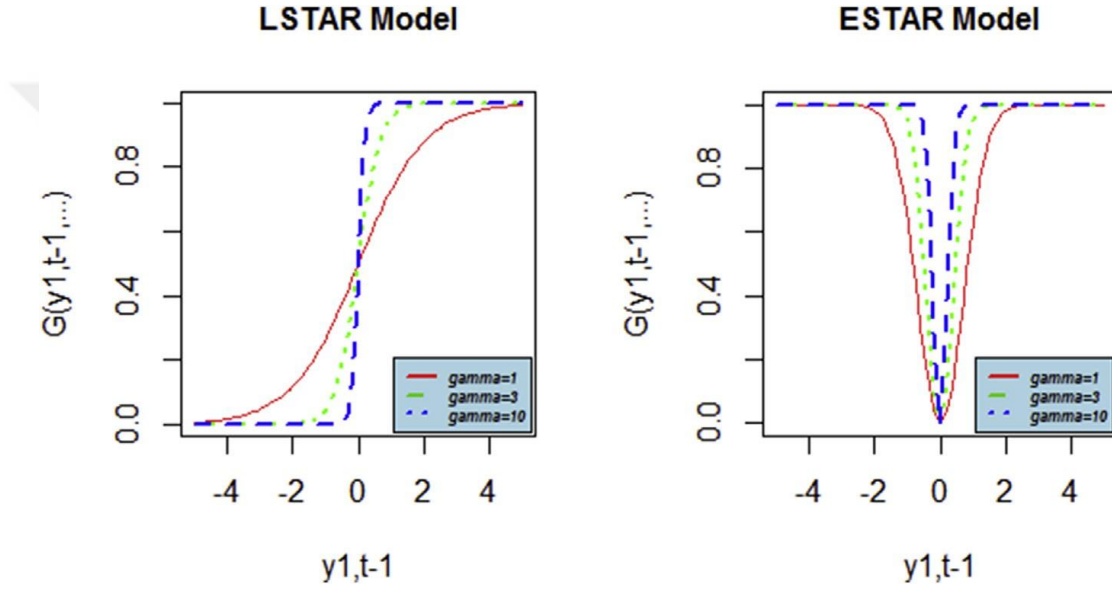
$$E(\theta; y_{t-d}; c) = \{1 - \exp[-\theta/\sigma_{yt}^2(y_t - c)^2]\}$$

gösterilir. Böylece STAR modeli, ESTAR modeli olarak bilinir. Burada θ sıfırdan büyük olmalıdır. Eğer θ büyük değer alırsa hem lojistik ve hem üstel geçiş fonksiyonları 0 ile 1 arasında daha hızlı değişir ve bunun tersi yani θ küçük değer aldığında da doğrudur⁹.

⁸ Stelios D. Bekiros, “A robust algorithm for parameter estimation in smooth transition autoregressive models”, Economics Letters, 103, 2009, p. 36–38, pp.36.

⁹ Usman M. Umer, Tuba Sevil, Güven Sevil, “Forecasting performance of smooth transition autoregressive (STAR) model on travel and leisure stock index”, The Journal of Finance and Data Science, 4, 2018, p.90-100, pp.92.

ESTAR ve LSTAR modellerinin eğrileri aşağıda gösterilmektedir. $y_t < c$ için, $L(\theta; y_{t-d}; c) < 0.5$ ve $y_t > c$ için, $L(\theta; y_{t-d}; c) > 0.5$ 'dir. $y_t = c$ ve $E(\theta; y_{t-d}; c) = 0$ ise, seri doğrusal bir seri olarak belirlenir.



Şekil 1: LSTAR ve ESTAR Eğrisi¹⁰.

Doğrusal olmayan zaman serisi modellerinin tahmini için, izlenecek yöntem, STAR modelleri için de geçerlidir¹¹.

Yöntem aşağıdaki altı adımdan oluşur:

1. Uygun bir AR(p) modelin AIC' kriterine göre belirlenmesi.

¹⁰ Gabriel Rodriguez, Michael J. Sloboda, "Modeling nonlinearities and asymmetries in quarterly revenues of the US telecommunications industry", Structural Change and Economic Dynamics, 16, 2005, p. 137–158, pp.141.

¹¹ Gabriel, Michael, a.g.e., pp.141.

2. Doğrusallığı ifade eden temel hipotez, doğrusal olmayan alternatif hipotezine (STAR) karşın test edilmesi, doğrusallık reddedilirse, uygun geçiş değişkeni seçilip, geçiş fonksiyonunun (LSTAR veya ESTAR) elde edilmesi.
3. Seçilen STAR modelin parametrelerinin tahmin edilmesi
4. Tanılama testi kullanarak modelin değerlendirmesi
5. Gerekirse modelin değiştirilmesi ve yeniden tahmin edilmesi.
6. Elde edilen modelin öngörü için kullanması

Brinci aşamada asıl amaç, gecikme uzunluğunun seçilmesidir, burada sıklıkla kullanılan bilgi kriterleri Akaike (AIC) ve Schwarz (BIC) gibi kriterler kullanılır¹².

İkinci adımda ise, seçilen AR (p) modeli doğrusallık testinin sıfır hipotezi olarak dikkate alınır. Doğrusallık testi genellikle bir modelin kullanılmasına yönelik ilk adımlardandır. STAR modelleri de dahil olmak üzere doğrusal olmayan modeller, yalnızca doğrusallığı ifade eden sıfır hipotez reddedilirse kullanılmalıdır. Aksi takdirde, verilerin modellenmesi için bir doğrusal model uygun olacaktır. STAR-tipi doğrusal olmayan modellere karşın doğrusallığı test ederken, sıfır hipotez $H_0 : \alpha = 0$ şeklinde gösterilir. Yani temel hipotez iki rejimdeki parametrelerin aynı olmasını ifade etmektedir. Burada θ ve c parametreleri temel hipotez altında tanımlı olmadıkları için, herhangi bir değer alabilirler. Bu sorunu hafifletmek için, yardımcı regresyon kullanılabilir. Böylece, genişletilmiş Taylor serisi ile LSTAR modeli şu şekilde belirlenebilir.

$$y_t = \beta \omega_{t-1} + \sum_{i=1}^3 \alpha_i \omega_{t-1} s_t^i + \varepsilon_t$$

$\alpha_i = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ yardımcı regresyon parametrelerini göstermektedir. Doğrusallığı test ederken yukarıdaki doğrusal olmayan STAR modelinde sıfır hipotez şu şekilde

¹²Gabriel, Michael, a.g.e., pp.142.

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

yazılabilir. Burada, uygun istatistik, ki-kare asimptotik dağılımlı bir LM-tipi test istatistiğidir¹³.

Bir zaman dizisinin doğrusal olmadığını doğruladıktan sonra, modelin tahmin edilmesi için doğrusal olmayan model tipini belirlenmek gerekir. STAR modelinin spesifikasyonu, bir dizi hipotez testine dayanarak belirlenebilir.

$$H_{01} : \alpha_3 = 0$$

$$H_{02} : \alpha_2 = 0 \mid \alpha_3 = 0$$

$$H_{03} : \alpha_1 = 0 \mid \alpha_2 = \alpha_3 = 0$$

LSTAR modeline karşın doğrusallık testi, H_{01} ve H_{02} hipotezlerinin test edilmesi ile eşdeğerdir. Alternatif olarak ESTAR modeline karşın yapılan test, H_{03} hipotezine dayanır. H_{01} reddedilirse, LSTAR modeli seçilir. Öte yandan, H_{01} kabul edilirse ve H_{02} reddedilirse, ESTAR modeli daha uygun model olarak belirlenir.

Alternatif olarak, eğer H_{01} ve H_{02} kabul edilirse, fakat H_{03} reddedilirse, LSTAR modeli desteklenir. Uygun model seçildiğinde model doğrusal olmayan en küçük kareler (NLS) yöntemi kullanarak tahmin edilebilir¹⁴.

¹³ Mohsen Alimia, c. Ahmed Rhif, Abdelwaheb Rebai, “Nonlinear dynamic of the renewable energy cycle transition in Tunisia: Evidence from smooth transition autoregressive models”, international journal of hydrogen energy, 42, 2017, p. 8670-8679, pp.8676.

¹⁴ Umer, Sevil, Güven Sevil, a. g.e. , pp.93.

1.1.4. Momentum TAR Modeli (MTAR)

Eşik değeri otoregresif modellerden biri Momentum TAR (MTAR) modelidir. Enders and Granger (1998) tarafından ortaya çıkan bu model şu şekilde

$$y_t = \begin{cases} \rho_1 y_{t-1} + e_t & \vartheta_{t-1} \geq 0 \\ \rho_2 y_{t-1} + e_t & \vartheta_{t-1} < 0 \end{cases}$$

ifade edilir. Burada e_t hata serisi olarak bağımsız ve aynı şekilde dağılmaktadır. Eğer $\vartheta_{t-1} = y_{t-1}$ ise yukarıdaki denklem SETAR modelini ve eğer $\vartheta_{t-1} = \Delta y_{t-1}$ ise o denklem MTAR modelini göstermektedir. Böylece MTAR modeli, TAR modelinden farklıdır çünkü TAR modelinin gösterge fonksiyonunda y_{t-1} değerleri ve MTAR modelinde Δy_{t-1} değerleri yer almaktadır¹⁵.

MTAR modeli bir serinin hem keskin hareketlerini hem de aniden azalış ve artışlarını iyi bir şekilde modellerken TAR modeli ise yavaş bir şekilde azalış ve artış gösteren serileri modellemek için kullanılır. MTAR modelinde eğer $|\rho_1| < |\rho_2|$ ise, Δy_{t-1} 'nin pozitif değerleri Δy_{t-1} 'nin negatif değerlerine göre daha az, azalış göstermektedir.

MTAR modelinin durağanlık koşulu $-2 < (\rho_1, \rho_2) < 0$ 'dır. Bu modelde eğer $-2 < \rho_1 < \rho_2 < 0$ ise, serinin negatif kısmı pozitif kısmına göre daha fazla durağan kalma eğilimindedir¹⁶.

¹⁵ Oesook Lee, Dong Wan Shin, "A note on stationarity of the MTAR process on the boundary of the stationarity region", Economics Letters, 73, 2001, p.263–268, pp. 264.

¹⁶ W. Enders, C.W.J., Granger, Unit root tests and asymmetric adjustment with an example using the term structure of interest rates. Journal of Business and Economic Statistics, 16, 1998, p.304–311, pp. 306.

Kısmı birim kök koşulu da aşağıdaki küme ile gösterilir.

$$A = \{(\rho_1, \rho_2): (\rho_1 = 1, |\rho_2| < 1) \text{ or } (\rho_2 = 1, |\rho_1| < 1)\}$$

$\rho_1 = \rho_2 = 1$ ise, seri rassal yürüyüş bir süreçtir¹⁷.

1.1.5. Bilinear Modeli

Granger, Andersen (1978), Subba Rao ve Gabr (1984) tarafından önerilen doğrusal olmayan zaman serisi modellerinden biri Bilinear modelidir. Bir zaman serisi y_t için bilinear modeli aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$y_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^r \beta_{ij} y_{t-i} \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t$$

Burada ε_t hata serisi olarak bağımsız ve aynı şekilde dağılmaktadır. Bu model BL (p; q; m; r) şeklinde gösterilebilir. Bu modelin özel bir örneği BL (p; 0; p; 1) 'dir. Bir BL (p; 0; p; 1) modeli

$$y_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_{i1} y_{t-i} \varepsilon_{t-1}$$

Bir BL (p; 0; p; 1) iki AR parçasından oluşmaktadır, bir parçası ε_t ile çarpılıdır. Bu modelin formülü yumuşak geçişli otoregresif modellere benzer ve ε_{t-1} geçiş fonksiyon rolünü oynamaktadır¹⁸.

¹⁷ Oesook Lee, Dong Wan Shin, a. g. e., pp. 265.

1.1.6. Markov Switching Otoregresif Modeli

Eğer basit AR (p) modelindeki parametreler s_t gibi gizli bir değişkene bağımlı olursa, şu model

$$y_t = \mu_{st} + \alpha_{1st}y_{t-1} + \alpha_{2st}y_{t-2} + \dots + \alpha_{pst}y_{t-p} + \sigma_{st}\varepsilon_t$$

oluşur. μ_{st} aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\mu_{st} = \mu_1 + \sum_{j=1}^k \mu_j I_{jt}, \quad \mu_j > 0$$

Burada I_{jt} bir gösterge değişkeni olarak $s_t \geq j$ olduğunda bir'e eşittir. Mertebe sayısı da k ile gösterilir. Gizli değişkenin sınırlı bir sayıda k -rejimli ergodik Markov zincirini izler ve geçiş olasılıkları ile tanımlanır.

$$\Pr(S_t = j | S_{t-1} = i) = p_{ij}, \quad \sum_{j=1}^k p_{ij} = 1, \quad \forall i, j \in [1, \dots, k]$$

Markov Switching AR (p) modeli genellikle MSAR modeli olarak adlandırılır. Markov Switching zaman serisi modelleri olağanüstü bir şekilde gelişmiştir ve ekonomik ve finansal zaman serilerini modellemek için son derece popüler bir hale gelmiştir¹⁹.

¹⁸ Amiri, "Forecasting daily river flows using nonlinear time series models", Journal of Hydrology, 527, 2015, p.1054–1072, p p.1056.

¹⁹ Amiri, a. g. e., pp.1057.

1.2. Doğrusallık Testleri

Ekonometrik çalışmalarda, bir seriyi incelemekten önce, yapısal özelliklerini belirlemek gerekmektedir. Böylece, yapısal özelliklerine göre uygun yöntem seçilerek analiz yapılır. Bu yüzden serilerin doğrusal olup olmadıklarını belirlemek önemlidir. Burada bazı doğrusallık testleri açıklanmıştır.

1.2.1. Tsay (1986) Doğrusallık Testi

Doğrusallığı test eden Tsay (1986) testinin aşamaları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- 1- bir zaman serisi olarak y_t ile kendi gecikmeli değerleri arasında bir regresyon kurularak hata terimleri elde edilir.
- 2- Burada z_t vektörü y_t gözlemlerinin çarpaz elemanlarından elde edilir. z_t aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$z_t^T = V (U_t^T U_t)$$
$$U_t = (y_{t-1}, \dots, y_{t-M})$$

- 3- İkinci aşamada elde edilen kalıntılar X_t ile birinci aşamada elde edilen $\hat{e}_t$ arasında aşağıdaki şekilde regresyon oluşturulur.

$$\hat{e}_t = \hat{X}_t \beta + \varepsilon_t$$

- 4- Test istatistiği aşağıdaki şekilde yazılır.

$$F = \frac{\frac{(\sum \hat{X}_t \hat{e}_t)(\sum \hat{X}_t^T \hat{X}_t)^{-1}(\sum \hat{X}_t^T \hat{e}_t)}{m}}{(\sum \hat{e}_t^2) / (n - M - m - 1)}$$

Burada temel hipotez $\beta = 0$ ile ifade edilir²⁰.

1.2.2. Luukkonen, Saikkonen, Teräsvirta (1988) Doğrusallık Testi

y_t bir zaman serisi için STAR modeli şu şekilde

$$y_t + \pi_0 + w_t \pi' + (\theta_0 + \theta' w_t) F(z_t) = \varepsilon_t$$

yazılabilir. $z_t = \gamma(\alpha' w_t - c)$ şeklinde ifade edilir. Burada hipotezler aşağıdaki gibi

$$H_0: \theta_0 = 0, \theta = 0$$

$$H_1: \theta_0 \neq 0 \text{ veya } \theta \neq 0$$

gösterilir. γ , α ve c tanımlı olmayan parametrelerdir. Tanımlı olmayan parametreler sorununu bertaraf etmek için, $F(\cdot)$ 'i uygun bir doğrusal yaklaşımla değiştirilmiştir. Böylece kullanılan model şu şekilde

$$y_t + \alpha_0 + w_t \alpha' + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \phi_{ij} y_{t-i} y_{t-j} = \eta_t$$

ifade edilir. Ayrıca hipotezler yeniden aşağıdaki şekilde yazılır.

$$H'_0: \phi_{ij} = 0$$

$$H'_1: \phi_{ij} \neq 0$$

²⁰ Tsay, Ruey S. , “Nonlinearity Tests for Time Series”. Biometrika, 73, 2, 1986, pp461-466, p.462.

Burada χ^2 dağılımına dayanan test istatistiği

$$S_1 = T (SEE_0 - SEE_1) / SEE_0$$

Şeklinde gösterilir. $SEE_0 = \sum \hat{\epsilon}_t^2$, $SEE_1 = \sum \hat{\eta}_t^2$ dir²¹.

1.2.3. Hansen (1999) Doğrusallık Testi

Y_t , tek değişkenli bir zaman serisi olarak, $X_{t-1} = (1 Y_{t-1} Y_{t-2} \dots Y_{t-p})'$, bir $k \times 1$ vektör ile SETAR modeli aşağıdaki gibi

$$Y_t = \alpha'_1 X_{t-1} I_{1t}(\gamma, d) + \dots + \alpha'_m X_{t-1} I_{mt}(\gamma, d) + e_t$$

Yazılır. Burada $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{m-1})$, $I_{jt}(\gamma, d) = I(\gamma_{j-1} < Y_{d-t} \leq \gamma_j)$ ve $I(.)$ gösterge fonksiyonudur. γ_j , eşik değer parametresi ve d de gecikme parametresidir. e_t hata terimi olarak sıfır ortalama ve $Ee_t^2 < \infty$ varyans ile tanımlanır.

Bir SETAR(m) modelinde rejim sayısı m 'dir. $I_{jt}(\gamma, d) = 1$ olduğunda, j . rejim meydana gelir. Hansen'nin bu çalışmasında bir SETAR modelinin hem rejim sayısı belirlenir hem de doğrusallık testi yapılır.

SETAR (1) modeli, bir doğrusal otoregresif model olarak şu şekilde

²¹ Ritva Luukkonen, Pentti Saikkonen ve Timo Teräsvirta, "Testing Linearity Against Smooth Transition Autoregressive Models", Biometrika, 75, 3, 1988, pp. 491-499, p.493.

$$Y_t = \alpha_1' X_{t-1} + e_t$$

yazılır. Doğrusallığı test ederken kullanılan temel hipotez SETAR(1) ve alternatif hipotez ise, SETAR(m), $m > 1$, şeklinde ifade edilir. Benzer şekilde, SETAR (2) model sıfır hipotez olarak SETAR(m), $m > 2$, alternatif hipotez karşısında test edilir. Burada α_j vektörü üzerinde, herhangi bir ek kısıtlama yoktur.

SETAR(m) denklemindeki parametreler birarada olurken $\theta = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, \gamma, d)$ şeklinde yazılır. En küçük kareler yöntemi ile tahmin edilen θ aşağıdaki şekilde

$$\hat{\theta} = \text{argmin} \sum_{i=1}^n (Y_t - \alpha_1' X_{t-1} I_{1t}(\gamma, d) - \dots - \alpha_m' X_{t-1} I_{mt}(\gamma, d))^2$$

gösterilir. Hata terimleri bağımsız olduğu zaman, SETAR(j) modeli SETAR(k) ($k > j$) modeline karşın test etmek için kullanılan test istatistiği

$$F_{jk} = n \left(\frac{S_j - S_k}{S_k} \right)$$

şeklinde dir. S kalıntı karelerin toplamını göstermektedir. Her rejimde yer alan gözlem sayısı en az $n_j = \sum_{i=1}^n I_{jt}(\gamma, d)$ olmalıdır²².

1.2.4. Harvey (2008) Doğrusallık Testi

Harvey (2008) çalışmasında, doğrusal olmayan ve durağan bir AR(1) modeli ele alınmıştır.

$$y_t = \mu + u_t$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + \delta f(u_{t-1}, \theta) u_{t-1} + e_t$$

²² Bruce E. Hansen, "Testing For Linearity", Journal of Economic Surveys, 1999, 13, 5, p.1-26, pp. 3-4.

e_t , sıfır ortalamayla beyaz gürültüdür. Yardımcı regresyon modeli aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$u_t = \delta_1 u_{t-1} + \delta_2 u_{t-1}^2 + \delta_3 u_{t-1}^3 + e_t$$

$f(.,\theta)$ fonksiyonu ESTAR ve LSTAR modelleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$\text{ESTAR: } f(u_{t-1}, \theta) = 1 - \exp[-\theta(u_{t-1} - c)^2]$$

$$\text{LSTAR: } f(u_{t-1}, \theta) = \frac{2}{1 + \exp[-\theta(u_{t-1} - c)]} - 1$$

Bu çalışmada doğrusallığı ifade eden temel hipotez, doğrusal olmamayı gösteren alternatif hipotezine karşı test edilir. Hipotezler şu şekilde

$$H_0 = \delta_2 = \delta_3 = 0$$

$$H_1 = \delta_2 \neq 0 \text{ ve } \delta_3 \neq 0$$

gösterilir. Alternatif hipotez altında, y_t , $I(0)$ sayılır. Böylece regresyon aşağıdaki gibi

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-1}^2 + \beta_3 y_{t-1}^3 + e_t$$

yeniden yazılır. Bu durumda, temel ve alternatif hipotez şu şekilde

$$H_{00} = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_{10} = \beta_2 \neq 0 \text{ ve } \beta_3 \neq 0$$

yazılır. Bu kısıtlamalar altında, standart Wald istatistikleri aşağıdaki gibidir:

$$W_0 = T \left(\frac{RSS_0^r}{RSS_0^u} - 1 \right)$$

RSS_0^u , kısıtsız regresyonundan EKK yöntemi ile elde edilen kalıntı karelerin toplamını gösterirken ve RSS_0^r ise, kısıtlı modelin kalıntı karelerin toplamıdır. $\beta_2 = \beta_3 = 0$, kısıtlaması regresyona empoze edildiğinde elde edilen regresyon

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Şeklinde gösterilir. W_0 temel hipotez altında χ^2 dağılımını izler. Bir durağan ve doğrusal olmayan AR(1) modelinin birinci farkı alınarak y_t ,

$$y_t = \mu + u_t$$

$$\Delta u_t = \phi \Delta u_{t-1} + \lambda f(\Delta u_{t-1}, \theta) \Delta u_{t-1} + \varepsilon_t$$

şeklinde gösterilir.

$$\Delta u_t = \lambda_1 \Delta u_{t-1} + \lambda_2 (\Delta u_{t-1})^2 + \lambda_3 (\Delta u_{t-1})^3 + \varepsilon_t$$

Bu modele göre doğrusalılığı ifade eden temel hipotez ve doğrusal olmamayı gösteren alternatif hipotez aşağıdaki gibi

$$H_{01} = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$$

$$H_{11} = \lambda_2 \neq 0 \text{ ve } \lambda_3 \neq 0$$

yazılır. y_t 'nin birinci dereceden entegre olduğu koşuluyla y_t şu şekilde

$$\Delta y_t = \lambda_1 \Delta y_{t-1} + \lambda_2 (\Delta y_{t-1})^2 + \lambda_3 (\Delta y_{t-1})^3 + \varepsilon_t$$

gösterilir. Böylece yukarıdaki denkleme göre, Wald istatistiği aşağıdaki gibi

$$W_1 = T \left(\frac{RSS_1^r}{RSS_1^u} - 1 \right)$$

yazılır. RSS_1^u kısıtsız regresyonun kalıntı karelerin toplamını ve RSS_1^r ise, kısıtlı regresyonun kalıntı karelerin toplamını ifade etmektedir. Temel hipotez altında W_1 asimptotik χ^2 dağılımına sahiptir²³.

Harvey (2008) tarafından önerilen test istatistiği W_0 ve W_1 'in ağırlıklı ortalamasıdır. W_λ test istatistiği olarak şu şekilde

$$W_\lambda = (1 - \lambda)W_0 + W_1$$

gösterili. Bu test istatistiği de asimptotik χ^2 dağılımlıdır. Harvey ve diğ. (2008) Monte Carlo simülasyonu kullanarak bu doğrusallık testin sonlu örneklem özelliğini ve güç davranışını araştırmışlar ve bu testin, sonlu örneklem özelliklerine sahip olduğunu göstermişlerdir²⁴.

²³ David I. Harvey ve diğ., “A Powerful Test for Linearity when the Order of Integration is Unknown”, Granger Centre Discussion Paper, 6, 2008, p. 1-24, p. 3-5.

²⁴ Selahattin GÜRİŞ ve diğ., “Do military expenditures converge in NATO countries? Linear and nonlinear unit root test evidence”, Theoretical and Applied Economics, 2, 611, 2017, pp. 237-248, p. 7.

2. BÖLÜM

DOĞRUSAL OLMAYAN BİRİM KÖK TESTLERİ

Zaman serileri analizinde ilk aşama zaman serilerin durağan olup olmadıklarının belirlenmesidir. Çünkü durağan olmayan yani, birim köke sahip olan serilerle çalışmak yanıltıcı sonuçlar verebilirler. Durağanlık kavramı aşağıdaki kısımda daha net bir şekilde açıklanacaktır. Zaman serilerinin durağanlığı birim kök testleri ile sınanır. Bu çalışmada önce geleneksel ve sonra yapısal kırılmalı birim kök testleri kısa bir şekilde açıklanacak ve ardından da doğrusal olmayan birim kök testleri incelenecek.

2.1. Durağanlık Kavramı

Zaman serilerin ortalaması ve varyansı zamandan bağımsız olması durağanlık anlamına gelir. Yani, durağan bir seri zaman boyunca sabit bir yapıya sahiptir. Böylece durağan bir serinin geçmiş değerleri kullanılıp analiz yapılabilir.

Genel olarak ortalamasıyla varyansı zaman içinde değişmeyen ve iki dönem arasındaki kovaryans ve bu kovaryansın hesaplandığı döneme değil de sadece iki dönem arasındaki uzaklığa bağlı olan bir süreç durağandır denir. Bu süreç aşağıdaki şekilde ifade edilir²⁵.

Ortalama: $E(Y_t) = \mu$

Varyans: $Var(Y_t) = \sigma_y^2$

Kovaryans: $Cov(Y_t, Y_{t+k}) = \gamma_k$

²⁵ Damodar N. Gujarati, Down C.Porter, **Temel Ekonometri**, Çevirenler: Ümit Şenesen , Gülay Günlük Şenesen Beşinci Baskı,Literatür Yayıncılık, İstanbul, 2012, s.740.

Bu sürece zayıf durağan veya kovaryans durağan da denilir.

Zayıf durağanlık özelliğini taşıyan bir sürecin dağılımı zaman içinde değişmemesi halinde süreç güçlü durağan olarak adlandırılır.

Kesin durağanlık, bir sürecin ortak dağılım fonksiyonun zamandan bağımsız olduğunu ifade etmektedir. Bu ifade şu şekilde yazılır²⁶.

$$f(Y_{t1}, Y_{t2}, \dots, Y_{tn}) = f(Y_{t1+k}, Y_{t2+k}, \dots, Y_{tn+k})$$

2.2. Birim Kök Testleri

Dickey ve Fuller (1979) zaman serilerinde durağanlığı sınamak için ilk birim kök testini önermişler. Bu testte birinci dereceden otoregresif süreç AR(1) şu şekilde

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

ele alınmıştır. Bu denklemde eğer $|\rho| = 1$ ise, seri durağan değil. Serinin durağan olmadığını ifade eden temel hipotez altında tahmin edilen parametreler eğilimli olacak, bu yüzden aşağıdaki denklem kullanılarak durağanlık analiz edilir.

$$\Delta Y_t = (1 - \rho)Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = \theta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

²⁶Sevüktekin, Nargeleçekenler, a.g.e., s. 59.

Böylece hipotezler şu şekilde

$H_0 : \theta = 0$ süreç birim köklüdür.

$H_1 : \theta < 0$ süreç durağandır.

yazılır. Dicky-Fuller testinde üç farklı model kullanılmaktadır.

$$\Delta Y_t = \theta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = \mu + \theta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\Delta Y_t = \mu + \beta t + \theta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Gecikme uzunluğu birden fazla olduğu zaman hata terimleri otokorelasyonlu olacak. Bu sorunu bertaraf etmek için yukarıdaki modellere bağımlı değişkenin gecikmeli değerleri eklenmiştir. Burada kullanılan test istatistiği Dickey-Fuller dağılımına sahip olan τ istatistiğidir.

$$\tau = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})}$$

Bu istatistik Mac Kinnon tarafından geliştirilen kritik değerler ile karşılaştırılarak birim kökün var olup olmadığına karar verilir²⁷.

²⁷ D. A., Dickey, W. A. Fuller, “Distribution Of The Estimators For Autoregressive Time Series With A Unit Root”, Journal of the American Statistical Association, 74, 366, 1979, pp. 427-431.

Burada bazı birim kök testleri kısa bir şekilde anlatılmıştır. Birim kök testlerinden biri de Phillips – Perron testidir. Phillips ve Perron testi parametrik olmayan bir test olarak hata terimlerin zayıf bağımlı ve heterojen dağılımlı olan zaman serilerinin birim köklü olup olmadığını test etmektedir²⁸.

Phillips ve Perron (1988), testinde aşağıdaki regresyon denklemleri kullanılmıştır.

$$y_t = \hat{\mu} + \hat{\alpha} y_{t-1} + \hat{u}_t$$

$$y_t = \tilde{\mu} + \tilde{\beta} + (t - \frac{1}{2}T) + \tilde{\alpha} y_{t-1} + \tilde{u}_t$$

$\hat{\mu}$, $\hat{\alpha}$, $\tilde{\mu}$, $\tilde{\beta}$ ve $\tilde{\alpha}$ tahmin edilen parametreleri göstermektedir. T gözlem sayısıdır. Bu testte kullanılan test istatistiği aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$Z_t = \left(\frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{\lambda}^2} \right)^{1/2}$$

$$Z_Y = T_{\hat{\gamma}} - \frac{1}{2} \frac{T^2 - SE(\hat{\gamma})}{\hat{\sigma}^2} (\hat{\lambda}^2 - \hat{\sigma}^2)^2$$

Burada

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} \sum_{t=1}^T E(u_t^2)$$

$$\lambda^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^T E(T^{-1} S_T^2)$$

$$S_T^2 = \sum_{t=1}^T u_t$$

²⁸ Sevüktekin, Nargeleşkenler, a.g.e., s.362.

Şeklinde gösterilmektedir²⁹. Phillips-Perron (1988) testinde kullanılan kiritik değerler, ADF testindeki kritik değerler ile aynıdır. Burada temel hipotez birim kökü ve alternatif hipotezi ise, durağanlığı ifade etmektedir³⁰.

Burada Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin (1992) testinden de söz edilebilir. KPSS testinin hipotezleri diğer testlerin hipotezlerinden farklıdır. KPSS testinde amaç gözlenen serideki deterministik trendin arındırılması ve serinin durağanlaştırılmasıdır. Bu testte, sıfır hipotez serinin durağanlığını ve alternatif hipotez ise, serinin birim köklü olduğunu ifade etmektedir³¹.

KPSS testinde kullanılan modeller aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$Y_t = \beta t + \mu_t + \varepsilon_t$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t$$

μ_t rassal yürüyüş bir modeli ve $u_t \sim \text{iid}(0, \sigma_u^2)$ olarak hata terimlerini ifade etmektedir. $\sigma_u^2 = 0$ temel hipotezi yani, durağanlığı göstermektedir³². Burada kullanılan LM tipi test istatistiği şu şekilde

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{S^2(\ell)}$$

²⁹ Peter C. B. Phillips , Pierre Perron, "Testing For A Unit Root in Time Series Regression", Biometrika, Vol. 75, No. 2., pp. 335, p.345.

³⁰ Sevüktekin, Nargeleşkenler, a.g.e., s.364.

³¹ Phillips, Perron ,a. g. e., s.362.

³² G. S. Maddala, I.M. Kim, Unit Root Coentegration Test and Structural Change,1998, Cambridge University Press, UK.pp.121.

Yazılır. $S^2(\ell)$, σ^2 'nin tahmincisi olarak aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$S^2(\ell) = T^{-1} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 + 2T^{-1} \sum_{s=1}^{\ell} w(s, \ell) \sum_{t=s+1}^T \varepsilon_t \varepsilon_{t-s}$$

Burada $w(s, \ell)$ opsiyonel ağırlıklandırılmış fonksiyonu olarak

$$w(s, \ell) = \frac{1-s}{\ell+1}$$

şeklinde yazılabilir³³.

2.3. Yapısal Kırılmalı Birim Kök Testleri

Perron (1989) çalışmasında, Nelson ve Plosser (1982) çalışmasındaki değişkenleri analiz ederek standart birim kök testleri yapısal kırılma olduğunda eğilimli sonuçların neden olduğuna ulaşmıştır. Yani, birim kök analizi yaparken kırılmalar dikkate alınmazsa durağan bir seri durağan değilmiş gibi görünür. Bu noktadan hareketle Perron(1989) yapısal kırılmalı birim kök testini önermiştir.

Perron (1989) çalışmasında dışsal olarak tek bir kırılmayla üç farklı model geliştirmiştir. Bu modeller için temel ve alternatif hipotezler aşağıdaki şekilde gösterilir³⁴.

³³ Maddala, Kim, a.g.e., s.122.

³⁴ Pierre Perron, "The Great Crash, The Oil Price Shock, And The Unit Root Hypothesis", *Econometrica*, Vol. 57, No. 6, 1989, pp. 1361-1401, pp.1362.

Temel hipotezler:

$$Y_t = \mu + \alpha Y_{t-1} + \delta_1 D(TB)_t + \varepsilon_t$$

$$Y_t = \mu + \alpha Y_{t-1} + \delta_2 DU_t + \varepsilon_t$$

$$Y_t = \mu + \alpha Y_{t-1} + \delta_1 D(TB)_t + \delta_2 DU_t + \varepsilon_t$$

$$D(TB)_t = \begin{cases} 1 & t = TB + 1 \\ 0 & t \neq TB + 1 \end{cases}$$

$$DU_t = \begin{cases} 1 & t > TB \\ 0 & t \leq TB \end{cases}$$

Alternatif hipotezler:

$$Y_t = \mu + \beta t + \delta_2 DU_t + \varepsilon_t$$

$$Y_t = \mu + \beta t + \delta_3 DT_t^* + \varepsilon_t$$

$$Y_t = \mu + \beta t + \delta_2 DU_t + \delta_3 DT_t + \varepsilon_t$$

$$DT_t = \begin{cases} t & t > TB \\ 0 & t \leq TB \end{cases}$$

$$DT_t^* = \begin{cases} t - TB & t > TB \\ 0 & t \leq TB \end{cases}$$

Perron (1989) birim kök testinin aşamaları:

1- Model tahmin ederek trendden arındırılmış kalıntılar şu şekilde elde edilir.

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_2 t + \mu_2 D_L + \hat{y}_t$$

2- $\hat{y}_t = \alpha_1 \hat{y}_{t-1} + \varepsilon_t$ denklem temel hipotez altında tahmin edilir. Hata terimi iid olduğu zaman α_1 'in dağılımı $\lambda = \frac{\tau}{T}$ 'ye bağlıdır. λ kırılma tarihinin oranıdır.

3- Eğer ikinci aşamadaki hata terimleri otokorelasyonlu ise, genişletilmiş regresyon aşağıdaki gibi kullanılır.

$$\hat{y}_t = \alpha_1 \hat{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \beta_i \Delta \hat{y}_{t-i} + \varepsilon_t$$

4- $\alpha_1 = 1$ (temel hipotez) hipotezi altında t istatistiği hesaplanarak, kritik değerler ile karşılaştırarak bir kırılma ile birim kökün olup olmadığına karar verilir³⁵.

Zivot ve Andrews (1992) çalışmasında Perron (1989) birim kök testini eliptirerek içsel bir kırılmaya izin veren yeni bir test üretmiştir. Bu testin hipotezleri Perron (1989) testin hipotezleri ile aynıdır. Yani, temel hipotez altında kırılma söz konusu değil ancak içsel olarak hesaplanır.

Zivot ve Andrews (1992) testinde kullanılan modeller³⁶:

$$\Delta y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + \beta t + \theta_1 D U_t(\lambda) + \sum_{j=1}^k d_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

³⁵ Walter ,a.g.e.,s.pp.203,204.

³⁶ Nilgün Çil Yavuz, “Türkiye’de Turizm Gelirlerinin Ekonomik Büyümeye Etkisinin Testi”, Doğu Üniversitesi Dergisi, 7, 2006, s.166.

$$\Delta y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + \beta t + \gamma_1 DT_t(\lambda) + \sum_{j=1}^k d_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + \beta t + \theta_1 DU_t(\lambda) + \gamma_1 DT_t(\lambda) + \sum_{j=1}^k d_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$DU_t(\lambda) = \begin{cases} 1 & t > TB \\ 0 & t \leq TB \end{cases} \quad DT_t(\lambda) = \begin{cases} t - TB & t > TB \\ 0 & t \leq TB \end{cases}$$

Bu arada y_{t-1} katsayısı α , 1'e eşit olup olmadığı t istatistiği ile sınıanır. T istatistiği zivot-Andrews tarafından hesaplanan kritik değerler ile karşılaştırılır. Burada kırılma tarihi içsel olarak minimum t -istatistiğine denk gelen tarih olarak tanımlanmaktadır³⁷.

Lumsdaine ve Papell (LP) (1997) çalışmasında iki kırılmalı bir birim kök testi geliştirmiştir. Bu test bir kırılmalı birim kök testlerinden daha güçlüdür.

Lumsdaine ve Papell (1997) hem trend hem de ortalamada iki kırılmaya izin veren üç farklı model oluşturmuştur.

$$\Delta y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + \beta t + \theta_1 DU_{1t} + \theta_2 DU_{2t} + \sum_{j=1}^k d_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + \beta t + \theta_1 DU_{1t} + \theta_2 DU_{2t} + \gamma_1 DT_{1t} + \sum_{j=1}^k d_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$\Delta y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + \beta t + \theta_1 DU_{1t} + \theta_2 DU_{2t} + \gamma_1 DT_{1t} + \gamma_2 DT_{2t} + \sum_{j=1}^k d_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

$$DU_{1t} = \begin{cases} 1 & t > TB1 \\ 0 & t \leq TB1 \end{cases} \quad DU_{2t} = \begin{cases} 1 & t > TB2 \\ 0 & t \leq TB2 \end{cases}$$

³⁷ Zivot, Andrews, a.g.e., pp.255

$$DT_{1t} \begin{cases} t - TB1 & t > TB1 \\ 0 & t \leq TB1 \end{cases} \quad DT_{2t} \begin{cases} t - TB2 & t > TB2 \\ 0 & t \leq TB2 \end{cases}$$

DU_{1t} ve DU_{2t} serinin ortalamasındaki kırılmaları, DT_{1t} ve DT_{2t} ise, serinin eğiminde gerçekleşen kırılmaları göstermektedir.

Burada minimum t-istatistiğine karşı gelen nokta kırılma noktası olarak belirlenir. Bu testte de diğer testler gibi temel hipotez altında kırılma dikkate alınmamaktadır³⁸.

Lee ve Strazicich (2004) çalışmalarında, hem temel ve hem alternatif hipotezler altında içsel olarak iki kırılmaya izin veren yeni bir birim kök testi geliştirmişlerdir. Bu çalışmada aşağıdaki model kullanılmıştır.

$$\Delta y_t = \delta' \Delta Z_t + \phi \tilde{\delta}_{t-1} + u_t$$

$$\tilde{S}_t = y_t - \tilde{\psi}_x - Z_t \tilde{\delta}$$

Temel hipotez $\phi = 0$ şeklinde ifade edilir. LM test istatistiği şu şekilde

$$LM_{\tau} = \inf \tilde{\tau}(\lambda)$$

yazılır³⁹.

³⁸ R. L. Lumsdaine, David H. Papell, "Multiple Trend Breaks and The Unit Root Hypothesis", The Review of Economics and Statistics, Vol. 79, No. 2, 1997, pp. 212-218.pp.213.

³⁹ Junsoo Lee, M.C. Strazicich, "Minimum LM Unit Root Test With One Structural Breaks", Manuscript, Department of Economics, Appalachian State University, NC., 2004, pp.4.

2.4 Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleri

Doğrusal olmayan bir yapıya sahip olan bir zaman serisinin durağan olup olmadığını belirlemek için doğrusal olmayan birim kök testleri kullanılmalıdır. Burada dört farklı STAR, SETAR, MTAR, Markov Switching tipi birim kök testleri açıklanmıştır.

2.4.1 STAR Tipi Birim Kök Testleri

STAR tipi birim kök testleri, birim kök varlığını ifade eden temel hipotezi, yumuşak geçişli otoregresif modelin durağanlığına karşın test etmektedir.

2.4.1.1 Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) Birim Kök Testi

Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) çalışmasında, yumuşak geçiş modellerine dayanan yeni bir doğrusal olmayan birim kök testi üretilmiştir. Bu çalışmada üç farklı lojistik yumuşak geçişli fonksiyon kullanılmıştır. Modeller aşağıdaki şekilde sıralanmaktadır.

$$\text{Model 1 : } y_t = \theta_1 + \theta_2 S_t(\gamma, \tau) + v_t$$

$$\text{Model 2 : } y_t = \theta_1 + \beta_1 t + \theta_2 S_t(\gamma, \tau) + v_t$$

$$\text{Model 3 : } y_t = \theta_1 + \beta_1 t + \theta_2 S_t(\gamma, \tau) + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + v_t$$

Burada hata terimi durağan bir süreçtir. $S_t(\gamma, \tau)$ yumuşak geçiş fonksiyonu olarak şu şekilde

$$S_t(\gamma, \tau) = (1 + \exp\{-\gamma(t - \tau T)\})^{-1}$$

İfade edilir⁴⁰. Bu geçiş fonksiyonu doğrusal olmayan bir bileşen olarak sırasıyla trend etkisini taşıyan bir serinin ortalamasına, trendden arındırılmış bir serinin de, ortalamasına ve trendden arındırılmış bir serinin hem ortalamasına hem de eğimine eklenmiştir⁴¹.

γ parametresi geçiş hızını göstermektedir. Pozitif γ parametresi için $S_{-\infty}(\gamma, \tau) = 0$, $S_{+\infty}(\gamma, \tau) = 1$ ve $S_{\tau T}(\gamma, \tau) = 0.5$ durumları ortaya çıkabilir. Eğer γ küçük değer alırsa, $S_t(\gamma, \tau)$ 'nin sıfır ile bir arasında geçmesi uzun zaman alır ve aksi takdirde, γ yüksek bir değer alırsa, $S_t(\gamma, \tau)$ sıfır ile bir arasında hızlı bir şekilde değişir.

LNV (1998) birim kök testinde kullanılan hipotezler aşağıda

Temel hipotez: $y_t = \mu_t$, $\mu_t = \mu_{t-1} + \varepsilon_t$, $\mu_0 = \omega$

Alternatif hipotez: Model 1, Model 2, Model 3

Temel hipotez: $y_t = \mu_t$, $\mu_t = k + \mu_{t-1} + \varepsilon_t$, $\mu_0 = \omega$

Alternatif hipotez: Model 2 veya Model 3

gösterilmiştir. ε_t ve v_t' nin sıfır ortalamayla durağan oldukları varsayılmaktadır. Bu testte temel hipotez birim kökü ifade ederken, alternatif hipotez ise, doğrusal eğilimde, yumuşak bir geçiş etrafında durağanlığı göstermektedir. Test istatistikleri iki aşamalı bir prosedür izleyerek hesaplanır. Aşamalar aşağıdaki şekilde sıralanır.

- 1- Doğrusal olmayan en küçük kareler yöntemiyle model tahmin edilerek, kalıntılar aşağıdaki gibi elde edilir.

⁴⁰ S. Leybourne, P. Newbold ve D. Vougas, "Unit Roots and Smooth Transitions", Journal of Time Series Analysis, 19, 1, 1998, p. 83–97, pp. 84-85.

⁴¹ Seymur Ağazade, "Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleriyle Rusya için Satın Alma Gücü Paritesi Hipotezinin İncelenmesi", Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 7, 2014, s. 14-25, ss.21.

$$\text{Model 1 : } \hat{v}_t = y_t - \hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau})$$

$$\text{Model 2 : } \hat{v}_t = y_t - \hat{\theta}_1 - \hat{\beta}_1 t - \hat{\theta}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau})$$

$$\text{Model 3 : } \hat{v}_t = y_t - \hat{\theta}_1 - \hat{\beta}_1 t - \hat{\theta}_2 S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau}) - \hat{\beta}_2 t S_t(\hat{\gamma}, \hat{\tau})$$

2- Elde edilen hata terimleri kullanarak, ADF test istatistiği, aşağıdaki denklemde yer alan $\hat{\rho}$ için hesaplanır.

$$\Delta \hat{v}_t = \hat{\rho} \hat{v}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{\delta}_i \Delta \hat{v}_{t-i} + \hat{\eta}_t$$

ADF istatistiği Model 1 için s_{θ} , Model 2 için $s_{\theta(\beta)}$ ve Model 3 için $s_{\theta\beta}$ ile gösterilmiştir. Burada ρ 'nun anlamlı olup olmadığı test edilmiştir. Leybourne, Newbold, Vougas (1998) çalışmasında her üç yumuşak geçişli model için kritik değerler hesaplanmıştır⁴².

Bir serinin yapısı doğrusal olduğunda, bu testler doğal olarak geleneksel testlerden daha düşük güce sahip oldukları belirlenmiştir⁴³.

2.4.1.2 Harvey ve Mills (2002) Birim Kök Testi

Son yıllarda, durağanlığı doğrusal trendde yumuşak bir geçiş etrafında sınıyan bir kaç birim kök testleri ortaya çıkmıştır. Harvey ve Mills (2002) birim kök testi, serilerin durağanlığını doğrusal trendde iki yumuşak geçiş olduğunda test etmekte yani, bu test birden fazla yapısal değişikliği dikkate almaktadır⁴⁴.

⁴² Leybourne, Newbold ve Vougas, a.g.e., pp. 85-86.

⁴³ A. g. e. , pp.96.

⁴⁴ D. I. Harvey, T. C. Mills, "Unit Roots and Double Smooth Transitions", Journal of Applied Statistics, 29, 5, 2002, p. 675-683, pp.675.

Bu çalışmada doğrusal trendde iki anlık olmayan değişime izin veren alternatif hipotezler, LNV (1998) çalışmasında olduğu gibi, aşağıda üç farklı model ile ifade edilmiştir.

$$\text{Model 1 : } y_t = \theta_1 + \theta_2 S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \theta_3 S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + v_t$$

$$\text{Model 2 : } y_t = \theta_1 + \beta_1 t + \theta_2 S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \theta_3 S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + v_t$$

$$\text{Model3: } y_t = \theta_1 + \beta_1 t + \theta_2 S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \beta_2 t S_{1t}(\gamma_1, \tau_1) + \beta_3 t S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + \theta_3 S_{2t}(\gamma_2, \tau_2) + v_t$$

v_t , hata terimi olarak sıfır ortalamayla durağan bir süreçtir. Her model, doğrusal trendde iki yumuşak geçiş etrafında durağanlığı temsil etmektedir. Birinci model yalnızca ortalamada iki geçişe izin verirken ikinci model ise, sabit trend ile ortalamada iki geçiş olduğunu ve üçüncü model, hem trendde hem de ortalamada iki geçiş olduğunu göstermektedir. $S_{it}(\gamma_i, \tau_i)$ geçiş fonksiyonu olarak lojistik yumuşak geçiş fonksiyonudur. Bu geçiş fonksiyonu

$$S_{it}(\gamma_i, \tau_i) = [1 + \exp \{ -\gamma_i(t - \tau_i T) \}]^{-1}$$

Şeklinde ifade edilir. γ_i , geçiş hızını ve $\tau_i T$, geçişin orta noktasını gösterir. Birim kök hipotezi yukarıdaki modellerden birine karşın test etmek için, LNV (1998) uyguladığı iki aşamalı prosedür kullanılır.

- 1- İlk olarak, yukarıdaki üç model EKK ile tahmin edilir.
- 2- Elde edilen kalıntılar için genişletilmiş Dickey-Fuller regresyonu aşağıdaki gibi

$$\Delta \hat{v}_t = \rho \hat{v}_{t-1} + \sum_{i=1}^k \delta_i \Delta \hat{v}_{t-i} + \eta_t$$

yazılır. Burada ρ parametresi için t testi uygulanır. Model 1, model 2 ve model 3 için hesaplanan t istatistikleri sırasıyla $s_{2\theta}$, $s_{2\theta(\beta)}$ ve $s_{2\theta\beta}$ ile belirlenir⁴⁵.

Her üç test için, kritik değerler üç farklı anlamlılık düzeyinde, Monte Carlo simülasyonu ile elde edilmiştir.

Çift geçişli birim kök testlerin gücünü araştırmak için Leybourne-Newbold-Vougas tek geçişli testleri ile karşılaştırması faydalıdır. Çift geçiş yaklaşımı, en fazla bir geçişi olan serilerde güç kaybına yol açsa da, gerçek veri oluşturma süreci doğrusal eğilimde iki yumuşak geçiş etrafında durağan olduğunda güç kazanmasına sebep olur⁴⁶.

2.4.1.3 Kapetanios, Shin ve Snell (2003) Birim Kök Testi

Kapetanios, Shin ve Snell (2003) çalışmasında yeni bir birim kök testi geliştirilmiştir. Temel hipotez altında yer alan birim köke karşın doğrusal olmayan ama durağan olan yumuşak geçişli otoregresif süreç sınanmaktadır⁴⁷. Burada tek değişkenli STAR(1) model aşağıdaki şekilde

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1} \theta (\theta; y_{t-d}) + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, T$$

ele alınır. Bu modelin hatası $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$, β ve γ bilinmeyen parametrelerdir. STAR modelindeki geçiş fonksiyonu üstel bir yapıyla şu şekilde

$$\theta (\theta; y_{t-d}) = 1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2)$$

⁴⁵ Harvey, Mills, a.g.e., pp. 676-677.

⁴⁶ Harvey, Mills, a.g.e., pp.678.

⁴⁷ Dilem Yıldırım, “Empirical investigation of purchasing power parity for Turkey: Evidence from recent nonlinear unit root tests”, Central Bank Review, 17, 2017, pp.39-45, p. 40.

tanımlanır. Gecikme parametresi $d \geq 1$ ve $\theta \geq 0$ olduğu varsayılmaktadır. Gecikme fonksiyonu sıfır ile bir arasında sınırlanmaktadır. Böylece bu fonksiyonun özellikleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\theta(0) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \theta(x) = 1$$

simetrik olarak sıfır civarında U şeklindedir. Yukarıdaki geçiş fonksiyonu STAR modeline yerleştirildiğinde ESTAR modeli elde edilir:

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1} [1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2)] + \varepsilon_t$$

Bu denklem aşağıdaki gibi de yazılabilir:

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \gamma y_{t-1} [1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2)] + \varepsilon_t$$

Burada, $\phi = \beta - 1$ dir. θ parametresi pozitif olduğunda, ortalamaya dönüş hızını göstermektedir. Modelde $\phi \geq 0$ olduğunda, $\gamma < 0$, $\phi + \gamma < 0$ durumda süreç durağandır. Bu koşullar altında, y_{t-d}^2 küçük değer aldığı anda, model birim kök veya patlayan bir süreç izleyebilir. Ancak y_{t-d}^2 büyük olduğunda, süreç durağan dinamiklere sahiptir⁴⁸.

Bu çalışmada $\phi = 0$ olduğu varsayılmıştır. Böylece temel hipotez doğrusal birim kökün özel bir halı olan $\phi = 0$, $\theta = 0$ ve alternatif hipotez ise, $\phi = 0$, $\theta > 0$ şeklinde oluşturulur. Alternatif hipotez altında, $-2 < \gamma < 0$ koşuluyla y_t doğrusal olmayan ancak durağan olan bir süreçtir.

⁴⁸ Kapetanios, G., Shin, Y., Snell, A., “Testing for a unit root in the Nonlinear STAR Framework”, J. Econ, 112, 2003, pp.359-379, p.361-362.

$\emptyset = 0$ ve gecikme parametresi $d = 1$ olduğunda özel bir ESTAR modeli aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} [1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2)] + \varepsilon_t$$

Burada durağanlığı sınamak için ADF standart testi kullanılamaz çünkü ADF testi ile doğrusal olmayan süreçlerin durağanlığını sınarken yanıltıcı sonuçlar elde edilebilir. Bu yüzden yeni bir test geliştirilerek, θ parametresine odaklanılmıştır. Böylece hipotezler şu şekilde

$$H_0 : \theta = 0$$

$$H_1 : \theta < 0$$

ifade edilir. Temel hipotezi doğrudan test etmek mümkün değildir, çünkü temel hipotez altında γ parametresi tanımlanmamıştır. Hem bu sorunu çözmek için hem de t-tipi test istatistiği türetmek için, ESTAR modele birinci derece Taylor serisi yaklaşımı uygulanarak aşağıdaki gibi yardımcı regresyon elde edilir⁴⁹.

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1}^3 + \varepsilon_t$$

Burada hipotezler δ parametresi üzerine kurulur. $H_0 : \delta = 0$ temel hipotez olarak, $H_1 : \delta < 0$ alternatif hipoteze karşın test edilir. Kapetanios ve diğ. (2003) çalışmasında $\delta = 0$ karşısında $\delta < 0$ sınamak için kullanılan t-istatistiği bir asimptotik standart normal dağılıma sahip değil. Böylece asimptotik kritik değerler simülasyon ile elde edilerek tablolastırılmıştır⁵⁰.

⁴⁹ Kapetanios, Shin, Snell, , a.g.e., pp.363.

⁵⁰ Deniz İlalan, “Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi ile BIST 100 Endeksi Üzerine Amprik bir Çalışma”, Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi, 14, 3, 2018, p. 1-8, p.3.

Bu çalışmada test istatistiği

$$t_{NL} = \frac{\hat{\delta}}{s.e.(\hat{\delta})}$$

şeklinde gösterilmektedir. Burada $\hat{\delta}$, δ parametresinin EKK tahminidir ve $s.e.(\hat{\delta})$, $\hat{\delta}$ parametresinin standart hatasıdır.

Gecikme parametresi birden fazla olduğu durumda modeldeki hatalar otokorelasyonlu olarak bağımlı olacak, bu yüzden düzeltmeler yapılarak, şu model

$$\Delta y_t = \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta y_{t-j} + \gamma y_{t-1} [1 - \exp(-\theta y_{t-d}^2)] + \varepsilon_t$$

elde edilir. Burada $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$ dir. Birim kökü ($\theta = 0$) test etmek için kullanılan yardımcı regresyon p gecikme ile aşağıdaki şekilde

$$\Delta y_t = \sum_{j=1}^p \rho_j \Delta y_{t-j} + \delta y_{t-1}^3 + \varepsilon_t$$

yazılır. Bu durumda da hipotezler $d=1$ olduğu gibi $H_0 : \delta = 0$ ve $H_1 : \delta < 0$ biçimde gösterilir.

2.4.1.4 Sollis (2004) Birim Kök Testi

Sollis (2004) çalışmasında, Enders ve Granger (1998) ve Leybourne, Newbold ve Vougas (1998) birim kök testlerini birleştirerek, yeni bir birim kök testi geliştirilmiştir. Bu testin alternatif hipotezi altında, deterministik doğrusal eğilimler etrafında yumuşak bir geçişe izin verilmiştir.

EG (1998) çalışmasında TAR (1) modeli aşağıdaki şekilde

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 (y_{t-1} - a_0) + (1 - I_t) \rho_2 (y_{t-1} - a_0) + \varepsilon_t$$

ele alınmıştır. Hata terimi i.i.d. olarak sıfır ortalamaya sahiptir. I_t gösterge fonksiyonudur. $y_{t-1} \geq a_0$ olduğunda $I_t = 1$ ve $y_{t-1} < a_0$ ise, $I_t = 0$ 'dır. Petrucelli ve Woolford (1984), y_t 'nin gerekli ve yeterli durağanlık koşulunu herhangi bir a_0 değeri için şu şekilde

$$\rho_1 < 0, \rho_2 < 0 \quad \text{ve} \quad (1 + \rho_1)(1 + \rho_2) < 1$$

göstermişler. Yukarıdaki denklemden elde edilen kalıntılar, v_t 'dir. y_t 'nin asimetrik düzeltmeler ile birim köklü olup olmadığı, v_t 'nin birim köklü olup olmadığına eşittir. Kalıntıların TAR (1) modeli aşağıdaki gibi

$$\Delta v_t = I_t \rho_1 v_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 v_{t-1} + \eta_t$$

yazılır. Burada test istatistiğini hesaplarken, kalıntılar arasındaki otokorelasyonu bertaraf etmek için modele kalıntıların gecikmeli değerleri eklenmiştir. Böylece Sollis (2004) testinde, asimetrik düzeltmeleri dikkate almak amacıyla, kullanılan regresyon şu şekilde

$$\Delta v_t = I_t \rho_1 v_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 v_{t-1} + \sum_{i=1}^k \varphi_i \Delta v_{t-i} + \eta_t$$

ifade edilmiştir. Fakat Sollis (2004) testinde y_t , LNV (1998) tarafından önerilen üç farklı modeller ile elde edilen kalıntılar için yukarıdaki regresyon kurulur. LNV(1998) testinde kullanılan modeller:

$$y_t = \theta_1 + \theta_2 S_t(\gamma, \tau) + v_t$$

$$y_t = \theta_1 + \beta_1 t + \theta_2 S_t(\gamma, \tau) + v_t$$

$$y_t = \theta_1 + \beta_1 t + \theta_2 S_t(\gamma, \tau) + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + v_t$$

Burada $S_t(\gamma, \tau)$, lojistik fonksiyonudur. Eğer $\rho_1 = \rho_2 = 0$ ise, v_t ve dolayısıyla, y_t birim köklüdür ve eğer $\rho_1 = \rho_2 < 0$ ise, y_t simetrik düzeltmeler ile durağandır. $\rho_1 < 0$, $\rho_2 < 0$ ve $\rho_1 \neq \rho_2$ durumunda y_t asimetrik düzeltmeler ile durağandır. Birim kök varlığını ifade eden temel hipotez $\rho_1 = \rho_2 = 0$ için, F istatistiği ve $\rho_1 = 0$, $\rho_2 = 0$ hipotezi için de daha anlamlı olan t istatistiği kullanılmıştır. Birinci model kullanıldığında, t ve F istatistikleri, ts_θ ve F_θ ile, ikinci modelde, $ts_{\theta(\beta)}$ ve $F_{\theta(\beta)}$ ile ve üçüncü modelde ise, $ts_{\theta\beta}$ ve $F_{\theta\beta}$ ile gösterilir. Burada t ve F istatistiklerini hesaplamak amacıyla LNV tarafından tercih edilen iki aşamalı yaklaşımın kullanılması daha uygun görünmektedir. Yani, ilk önce deterministik bileşenler tahmin edildiler ve sonra kalıntıların birim köklü olup olmadığı test edilir.

Kritik değerler, Monte Carlo simülasyon yöntemiyle EG testindeki modelleri simüle ederek elde edilmiştir. Sollis (2004) çalışmasında, simüle edilmiş kritik değerler farklı örnek boyutları için tablolastırılmıştır.

Eğer veri oluşturma süreci (DGP) doğrusal ise, doğrusal olmayan bir model ile tahmin edilmesi sonucunda, ortaya çıkabilecek herhangi bir güç kaybının farkında olmak önemlidir. Bu testin gücü, veri oluşturma süreci doğrusal olduğunda, ADF testi ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, veri doğrusal ise, ADF testi birleştirilmiş teste göre, daha güçlüdür⁵¹.

⁵¹ Robert Sollis, “Asymmetric Adjustment and Smooth Transitions: A Combination of Some Unit Root Tests”, Journal of Time Series Analysis, 25, 3, 2004, p. 409–417, pp. 410- 411.

2.4.1.5 Park ve Shintani (2005) Birim Kök Testi

Park ve Shintani (2005) çalışmasında, birim kök geçişli otoregresif modellerine karşın test edilmektedir. Bu çalışmanın çerçevesinde çeşitli eşik değerli otoregresif modeller kullanılmıştır. Burada iki rejim arasındaki geçişi modellemek için AR modeli kullanılmıştır. Durağan olmayan rejim aşağıdaki şekilde

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$$

yazılarak, ortalamaya geri dönen rejim ise,

$$\Delta y_t = \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Şekilde gösterilir. $\lambda < 0$ ile, ε_t sıfır ortalamayla hata terimini ifade etmektedir. Tipik olarak, birim kök rejimi hiçbir düzeltme hareketini temsil etmezken, ortalamaya geri dönen rejim uzun dönemli dengeye dönmeyi, doğrusal bir düzeltme ile temsil etmektedir. Bununla birlikte, doğrusal olmayan AR model, doğrusal olmayan ortalamaya geri dönen bir model ve uygun bir geçiş fonksiyonu ile aşağıdaki gibi modellenmiştir.

$$y_t = [1 - \pi(y_{t-d}, \theta)]y_{t-1} + \pi(y_{t-d}, \theta)(1 + \lambda)y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Kısa olarak model şu şekilde

$$\Delta y_t = \lambda y_{t-1} \pi(y_{t-d}, \theta) + \varepsilon_t$$

yazılır. $\pi(y_{t-d}, \theta)$ ikinci rejimde bir ağırlık olarak, geçiş fonksiyonudur. d gecikme uzunluğunu ve θ geçiş parametresini göstermektedir. Yukarıdaki model, geçiş fonksiyonunun çeşitli seçimleriyle birlikte, çok geniş bir doğrusal olmayan otoregresif

modellerini temsil edebilir. Bu yüzden aşağıda $\pi(y_{t-d}, \theta)$ fonksiyonu için, seçilebilecek bazı geçiş fonksiyonları yer almaktadır.

TAR Model:	$\pi(y, \theta) = 1\{y \leq \mu\}$	geçiş parametresi: μ
LSTAR Model:	$\pi(y, \theta) = [1 + e^{k(y-\mu)}]^{-1}$	geçiş parametresi: μ, k
ESTAR Model:	$\pi(y, \theta) = 1 - e^{-x^2 k^2}$	geçiş parametresi: k
D-TAR Model:	$\pi(y, \theta) = 1\{y \leq \mu_1\} + \{y \geq \mu_2\}$	geçiş parametresi: μ_1, μ_2
D-LSTAR Model:	$\pi(y, \theta) = [1 + e^{k_1(y-\mu_1)}]^{-1} + [1 + e^{-k_2(y-\mu_2)}]^{-1}$	geçiş parametresi: μ_1, μ_2, k_1, k_2

$\lambda = 0$ olduğu, birim kök olduğunu yani, uzun dönemli dengeye yönelik bir düzeltme olmadığını ifade etmektedir. Böylece bu testin hipotezleri şu şekilde

$$H_0: \lambda = 0$$

$$H_1: \lambda < 0$$

gösterilir⁵². Bu hipotezleri test etmek için yukarıdaki denkleme y_t 'nin gecikmeli değerleri otokorelasyonu kaldırmak amacıyla eklenmiştir. Park ve Shintani (2005) testinde Kullanılan regresyon daha açık bir şekilde aşağıdaki gibi

$$\Delta y_t = \hat{\lambda}_n(\theta) w_t(\theta) + \sum_{i=1}^p \hat{\alpha}_{ni}(\theta) \Delta y_{t-i} + \hat{\varepsilon}_t(\theta)$$

$$w_t(\theta) = y_{t-1} \pi(y_{t-d}, \theta)$$

Yazılır. λ parametresi ait t istatistiği

⁵² J.Y Park, M. Shintani, "Testing for a unit root against transitional autoregressive models", Vanderbilt University, Department of Economics, Working Paper No. 05-W10, 2005, p.1-50, pp. 3-4.

$$T_n(\theta) = \frac{\hat{\lambda}_{n(\theta)}}{s(\hat{\lambda}_{n(\theta)})}$$

ve inf-t istatistiği

$$T_n = \inf T_n(\theta) \quad \theta \in \Theta_n$$

şeklinde gösterilir⁵³. Test, iyi bir boyut özelliğine sahiptir. Aynı zamanda sonlu örneklemelerde de oldukça, tatmin edici olarak güçlüdür. Halbuki güç performansı, örnek boyutu küçük olduğunda parametre aralığına bağlıdır. Genellikle inf-t testi normal ADF testinden, önemli ölçüde daha güçlüdür⁵⁴.

2.4.1.6 Pascalau (2006) Birim Kök Testi

Dickey – Fuller tipi t testi ile birim kök hipotezi bir yumuşak geçiş (STR) fonksiyonuna dayanan doğrusal olmayan eğilim etrafında eğilim durağanlığına karşın test edilir. Aslında bu çalışmada, LNV tipi birim kök testleri için daha net kritik değerler hesaplar⁵⁵.

Yeni kritik değerler, sıfır ile başlayarak, sahte normal rastgele yürüyüşler simüle ederek, ortaya çıkan kalıntılar serisine basit bir Dickey-Fuller testi uygulanarak elde edilir⁵⁶.

Daha önce de belirtildiği gibi, LNV (1998) birim kök testinde üç farklı model kullanılmıştır.

⁵³ Park, Shintani, a.g.e., pp. 12-13.

⁵⁴ Park, Shintani, a.g.e., pp. 27.

⁵⁵ D. V. Vougas, “On Unit Root Testing With Smooth Transitions”, Computational statistics & data analysis, 51, 2, 2006, p. 797-800, pp. 797.

⁵⁶ Vougas, a.g.e., pp. 799.

$$\text{Model 1 : } y_t = \theta_1 + \theta_2 S_t(\gamma, \tau) + v_{1t}$$

$$\text{Model 2 : } y_t = \theta_1 + \beta_1 t + \theta_2 S_t(\gamma, \tau) + v_{2t}$$

$$\text{Model 3 : } y_t = \theta_1 + \beta_1 t + (\theta_2 + \beta_2 t) S_t(\gamma, \tau) + v_{3t}$$

Pascalau (2006) çalışmasında, yukarıdaki modellere ek olarak aşağıdaki iki model de kullanılmıştır.

$$\text{Model 4 : } y_t = \theta_1 + \beta_2 t S_t(\gamma, \tau) + v_{4t}$$

$$\text{Model 5 : } y_t = \theta_1 + (\theta_2 + \beta_2 t) S_t(\gamma, \tau) + v_{5t}$$

Bu modellerden elde edilen kalıntılara v_{it} , Dickey – Fuller tipi birim kök testi uygulanmıştır. Kalıntılar bir AR süreci izleyerek şu şekilde

$$v_{it} = \phi_{i1} v_{it-1} + \phi_{i2} v_{it-2} + \dots + \phi_{ip_i} v_{it-p_i} + \varepsilon_{it}$$

ifade edilir. $p_i > 1$ olduğunda, şu model aşağıdaki şekilde

$$\Delta v_{it} = \phi \omega_i v_{it-1} + \sum_{j=1}^{l_i} \delta_{ij} \Delta v_{it-j} + \varepsilon_{it}'$$

$$\omega_i = (\sum_{k=1}^{p_i} \phi_{ik}) - 1 \text{ ve } \delta_{ij} = -\sum_{k=j+1}^{p_i} \phi_{ik}, j=1, \dots, l_i \text{ için}$$

yazılır. Böylece, $\omega_i = 0$ birim kökü ifade eden temel hipotezi test etmek için τ_i ile gösterilen t testi kullanılmıştır⁵⁷.

⁵⁷ Vougas, a.g.e., pp. 798.

2.4.1.7 Pascalau (2007) Birim Kök Testi

Pascalau (2007) birim kök testinin prosedürü Kapetanios (2003) birim kök testine benzemektedir. Alternatif hipotez durağan bir LSTAR süreci ifade etmektedir. Ayrıca, bu testte alternatif hipotez altında hem simetrik hem de asimetrik düzeltmeler dikkate alınmıştır.

Bu çalışmada kullanılan model lojistik STAR (LSTAR) modeli olarak şu şekilde

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \beta y_{t-1} [1 + \exp(-\theta(y_{t-d} - c))]^{-1} + \varepsilon_t$$

gösterilmiştir. KSS (2003) testinde olduğu gibi, yukarıdaki regresyon şu şekilde yeniden parametrelendirilebilir.

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \beta y_{t-1} [1 + \exp(-\theta(y_{t-d} - c))]^{-1} + \varepsilon_t$$

Burada $\delta = \alpha - 1$ 'dir. $\theta = 0$ ise, geçiş fonksiyonu $G(\theta, y_{t-d}, c) = 1/2$ olur, dolayısıyla LSTAR modeli bir doğrusal model olacak. Burada temel hipotez $\delta = \beta = \theta = 0$, doğrusal birim kökü ifade ederken, alternatif hipotez $\delta = 0$, $\theta > 0$ ve $-2 < \beta < 0$, doğrusal olmayan durağanlığı göstermektedir. Literatürde gecikme uzunluğu $d = 1$ en sık kullanılır ve bu görüş burada da benimsenmiştir. Gecikme uzunluğu $d=1$ ise, LSTAR modeli şu şekilde

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \beta y_{t-1} [1 + \exp(-\theta(y_{t-1} - c))]^{-1} + \varepsilon_t$$

ifade edilir. Bu modele göre temel ve alternatif hipotez aşağıdaki şekilde

$$H_0: \delta = \beta = \theta = 0$$

$$H_1: \delta + \beta < 0, \theta > 0$$

Belirtilir. KSS (2003) birim kök testinde uygulandığı gibi, $\delta = 0$ varsayılmıştır. Bu varsayım altında kullanılan model ve hipotezler sırasıyla şu şekilde

$$\Delta y_t = \beta y_{t-1} [1 + \exp(-\theta(y_{t-1} - c))]^{-1} + \varepsilon_t$$

$$H_0: \beta = \theta = 0$$

$$H_1: \beta < 0, \theta > 0$$

yazılır. Yukarıdaki hipotezleri sınamak için, tanımlı olmayan parametrelerden dolayı, üçüncü mertebeden Taylor yaklaşımı kullanarak aşağıdaki şekilde yardımcı regresyon elde edilmiştir.

$$\Delta y_t = \gamma_1 y_{t-1}^2 + \gamma_2 y_{t-1}^3 + \gamma_3 y_{t-1}^4 + \varepsilon_t$$

Böylece F testi ile aşağıdaki hipotezler sınanmıştır.

$$H_0: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$$

$$H_1: \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 < 0$$

Burada kullanılan F testi, asimptotik bir standart dağılıma sahip değil ve F_{NL} ile gösterilir. F_{NL} testinin asimptotik kritik değerleri her üç model için, hesaplanarak tablolastırılmıştır⁵⁸.

⁵⁸ R. Pascalau, “Testing for a unit root in the asymmetric nonlinear smooth transition framework”, Department of Economics, Finance and Legal Studies University of Alabama Unpublished Manuscript, 2007, p. 1-28, pp. 4-6.

2.4.1.8 Sollis (2009) Birim Kök Testi

ESTAR modeline dayanan mevcut birim kök testlerinde, temel hipotez birim kökü ve alternatif hipotez ise, ESTAR modeli tipi simetrik düzeltmeler ile durağanlığı ifade etmektedir. Sollis (2009) birim kök testi de ESTAR tipi bir birim kök testi olarak, temel hipotez birim kökü ifade ederken, alternatif hipotez simetrik veya asimetrik düzeltmeler ile durağanlığı test etmektedir. Birim kök hipotezinin reddedilmesi durumunda, simetrik özelliği, asimetrik ESTAR modeline karşın basit bir test ile sınanmaktadır.

Sollis (2009) çalışmasında, ESTAR modelinin genişletilmiş bir versiyonunu kullanarak alternatif hipotez altında simetrik veya asimetrik düzeltmelere izin veren yeni bir birim kök testi üretmiştir. Burada asimetrik ESTAR (AESTAR), genişletilmiş ESTAR modeli olarak, hem üstel hem de lojistik fonksiyonu aşağıdaki şekilde

$$\Delta y_t = G_t(\gamma_1, y_{t-1})\{s_t(\gamma_2, y_{t-1})\rho_1 + (1 - s_t(\gamma_2, y_{t-1}))\rho_2\}y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$G_t(\gamma_1, y_{t-1}) = 1 - \exp(-\gamma_1(y_{t-1}^2))$$

$$s_t(\gamma_2, y_{t-1}) = [1 + \exp(-\gamma_2 y_{t-1})]^{-1}$$

gösterilmiştir. ε_t , hata terimi olarak İİD $(0, \sigma^2)$ dağılımlıdır. $\gamma_1 > 0$ ve $\gamma_2 \rightarrow \infty$ olduğunda, y_{t-1} sıfırdan $-\infty$ 'a doğru hareket eder. Böylece $s_t(\gamma_2, y_{t-1}) \rightarrow 0$ olacak ve ESTAR geçişili merkezi rejim modeli

$$\Delta y_t = \varepsilon_t$$

ile dış rejim modeli

$$\Delta y_t = \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

arasında gerçekleşir. γ_1 , geçiş hızını belirlemektedir. y_{t-1} sıfırdan ∞ 'a doğru ilerlerken, $s_t(\gamma_2, y_{t-1}) \rightarrow 1$ olacak ve ESTAR geçişi merkezi rejim modeli

$$\Delta y_t = \varepsilon_t$$

ile dış rejim modeli

$$\Delta y_t = \rho_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

arasında gerçekleşir. Burada da, γ_1 , geçiş hızını göstermektedir. Durağanlık şu $\rho_1 < 0$, $\rho_2 < 0$ ve $\gamma_1 > 0$ koşulunu gerektirir⁵⁹. Eğer $\rho_1 \neq \rho_2$ ise, otoregresif düzeltmeler asimetriktir. $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ simetrik yapıyı göstermektedir. Bu test regresiyonunda yer alan ρ_1 , ρ_2 ve γ_1 parametreleri tanımlı olmadığında dolayı Taylor yaklaşımı kullanılmıştır⁶⁰.

Sollis (2009) testinde temel hipotez $\gamma_1 = 0$ 'ken alternatif hipotez ise, simetrik veya asimetrik düzeltmeler ile durağanlığı ifade ederek, $\gamma_1 > 0$ şeklinde gösterilmiştir. Temel hipotez altında tanımlı olmayan parametreler nedeniyle, geleneksel yöntemler kullanılamaz. Bu yüzden sollis (2009) bu sorunu bertaraf etmek için, KSS (2003) testinde uygulandığı gibi, $\gamma_1 = 0$ etrafında birinci mertebeden Taylor yaklaşımını kullanarak aşağıdaki yardımcı regresyon modeli ile birim kök hipotezini sınamıştır.

$$\Delta y_t = \delta_1 y_{t-1}^3 + \delta_2 y_{t-1}^4 + \eta_t$$

⁵⁹R. Sollis, "A Simple Unit Root Test Against Asymmetric STAR Nonlinearity with an Application to Real Exchange Rates in Nordic Countries", *Economic Modelling*, 26, 2009, p. 118-125, pp. 119.

⁶⁰ Ömer Yalçınkaya, "Türkiye Ekonomisinde Dış Borçların Sürdürülebilirliğinin Analizi: Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Birim Kök Testlerinden Kanıtlar (1970-2018)", *Maliye Dergisi*, Ocak-Haziran, 176, 2019, s. 27-51, ss. 41.

Bu denkleme göre, $\gamma_1 = 0$ olan temel hipotez şu şekilde $H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$ yazılır. $\delta_1 \neq \delta_2 \neq 0$ alternatif hipotez olarak simetrik veya asimetrik düzeltmeler ile durağanlı gösterir. Ayrıca yukardaki denkleme y_t 'nin gecikmeli değerleri ekleyerek otokorelasyon sorunu ortadan kaldırılabilir. Burada kullanılan test istatistiği F istatistiğidir. Fakat bu istatistiğin, dağılımı standard F dağılımı olmadığına göre, standard kritik değerler kullanılamaz. Dolayısıyla Sollis (2009) çalışmasında kritik değerler üç farklı model için hesaplanmıştır.

Önerilen AESTAR modelinin bir özelliği, eğer birim kök hipotezi simetrik veya asimetrik ESTAR durağanlığı karşısında reddedilirse, yukarıdaki yardımcı model kullanılarak doğrusal olmayan simetrik ESTAR doğrusal olmayan asimetrik ESTAR karşısında test etmesidir. Burada kullanılan hipotezler şu şekilde

$$H_0: \delta_2 = 0$$

$$H_1: \delta_2 \neq 0$$

yazılır. Bu hipotezler standart F testi ile sınanır. Bu yüzden standart F testine ait kritik değerler kullanılabilir. Fakat δ_1 negatif değer aldığıında, standart F kritik değerleri bu test için geçerlidir⁶¹.

Sollis (2009) testinde elde edilen F istatistiği kritik değerden küçükse, birim kökü ifade eden temel hipotez reddedilmemektedir. Eğer F istatistiği kritik değerden büyükse, temel hipotez reddedilir ve simetrik veya asimetrik ESTAR durağanlığı geçerlidir⁶².

Önerilen testin sonlu örneklem özellikleri Monte Carlo simülasyonları ile araştırılmıştır. Bu araştırma sonucunda, Sollis (2009) birim kök testi KSS (2003) birim

⁶¹ Sollis (2009), a.g.e., pp. 120-121.

⁶² Aycan Hepsağ, Burçay Yaşar Akçalı, “Zayıf Formda Piyasa Etkinliğinin Asimetrik Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi ile Analizi: G-7 ve E-7 Ülkeleri Örneği”, BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar, 9, 2, 2015, p.73-90, pp.79.

kök testinden, özellikle veri üretim süreci (DGP) asimetrik ESTAR modeli olduğunda, daha güçlü olduğu ortaya çıkmıştır⁶³.

2.4.1.9 Kruse (2011) Birim Kök Testi

KSS (2003) testi ile ilgili sorunlardan biri, eşik değer parametresinin sıfır varsayılmasıdır. Sıfır olmayan bir eşik değer parametresine sahip olan test sorgulanabilir hale gelir. Birçok çalışma, eşik değer parametresinin önemli tahminlerini ortaya koymuştur. Bu nedenle, Kruse (2011) doğrusal olmayan birim kök testlerinde yaygın olan sıfır konum parametrelerinin güçlü varsayımını gevşetmiştir ve yeni bir test geliştirmiştir. Ayrıca, Kruse (2011) bu testin genellikle KSS testine göre güç bakımından üstün olduğunu göstermiştir. Bu tetste kullanılan model ESTAR modeli olarak şu şekilde

$$y_t = \beta y_{t-1} + \gamma y_{t-1} F(\theta, y_{t-d}) + \varepsilon_t$$

yazılır. F(.) gösterge fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi

$$F(\theta, y_{t-d}) = (1 - \exp(-\theta y_{t-d} - c))^2$$

ifade edilir⁶⁴. Böylece kruse (2011) testinde sıfır olmayan eşik değer parametresi ile kullanılan regresyon şu şekilde gösterilir.

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} [1 - \exp(-\theta y_{t-d} - c)] + \varepsilon_t$$

⁶³ Sollis (2009), a.g.e., pp. 124.

⁶⁴ Sakiru Adebola Solarin , Hooi Hooi Lean, “Are fluctuations in oil consumption permanent or transitory? Evidence From linear and nonlinear unit root tests” , Energy Policy, 88, 2016, pp.262–270, p.264.

Burada KSS (2003) testi gibi birinci dereceden Taylor yaklaşımı $\theta = 0$ etrafında

$F(\theta, y_{t-d}) = (1 - \exp(-\theta y_{t-d} - c))^2$ için uygulanır. Yardımcı regresyon

$$\Delta y_t = \beta_1 y_{t-1}^3 + \beta_2 y_{t-1}^2 + \beta_3 y_{t-1} + u_t$$

şeklinde yazılır. Bu testin gücünü artmak amacıyla $\beta_3 = 0$ varsayılır. Bu durumda regresyon testi $\Delta y_t = \beta_1 y_{t-1}^3 + \beta_2 y_{t-1}^2 + u_t$ şeklinde ifade edilir. Bu testte hipotezler aşağıdaki şekilde

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$$

$$H_1 : \beta_1 < 0, \beta_2 \neq 0$$

gösterilir. Temel hipotez birim kökü ifade ederken alternatif hipotez ise, durağanlığı göstermektedir. Bu testin sorunu standart olmamasıdır. Bu da alternatif hipotezin tek taraflı ve temel hipotezin iki taraflı olduğundan kaynaklanmaktadır. Böylece standart Wald testinin uygun olmadığından dolayı Abadir and Distaso (2007) yöntemi kullanılmıştır. Kurse (2011) çalışmasında modifiye edilmiş Wald istatistiği, τ istatistiği olarak önermiştir. τ istatistiği şu şekilde yazılır⁶⁵.

$$\tau = t_{\frac{1}{\beta_2=0}}^2 + 1(\hat{\beta}_1 < 0)t_{\beta_1=0}^2$$

⁶⁵ Robinson Kruse, “A new unit root test against ESTAR based on a class of modified statistics”, Leibniz Universität Hannover, 398, 2011, pp.1-15, p.4-5.

Burada $t_{\beta_2=0}^2$, $\beta_2^{\frac{1}{2}} = 0$ hipotezine ait t-istatistiğinin karesini göstermekte, $\beta_2^{\frac{1}{2}}$, β_2 'nin dönüştürülmüş halidir. $t_{\beta_1=0}^2$ ise, $\beta_1 = 0$ 'ın t-istatistiğinin karesidir. $1(\hat{\beta}_1 < 0)$ gösterge fonksiyonu olarak β_1 parametresinin alternatif hipotez altında tek taraflı oluşunu göstermektedir. τ istatistiği standart olmayan asimtotik bir dağılıma sahiptir. Kurse (2011) çalışmasında, bu testin asimtotik kritik değerlerini hesaplanmıştır⁶⁶.

2.4.1.10 Kılıç (2011) Birim Kök Testi

Kılıç (2011) makalesinde, doğrusal birim kökü bir üstel yumuşak geçişli otoregresif modeline karşın test etmek amacıyla yeni bir test istatistiği üretilmiştir. Kılıç (2011) birim kök testi ile Kapetanios ve diğ. (2003) birim kök testi arasındaki fark; Kılıç (2011) testinde alternatif hipotez altında seviye değişkeni yerine durağan gecikmeli fark terimi bir geçiş değişkeni olarak kullanması ve tanımlı olmayan parametrelerin sorununu bertaraf etmek için izleyen yöntemdir.

Kılıç (2011), Kapetanios ve diğ. (2003) birim kök testindeki modeli kullanmıştır, fakat geçiş fonksiyonunda y_{t-1} yerine Δy_{t-1} yer almaktadır. Böylece bu testte kullanılan regresyon şu şekilde

$$\Delta y_t = \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta y_{t-i} + \phi y_{t-1} (1 - \exp(-\gamma \Delta y_{t-d}^2)) + u_t$$

yazılır⁶⁷. Eğer d- period gecikmeli büyüme hızı veya bağımlı değişkendeki değişiklik çok küçükse veya düzeltme hızı sıfıra yakınsa, y_t yaklaşık olarak bir birim köklü süreç gibi davranır. Öte yandan, bağımlı değişkendeki gecikmeli değişiklikler hem pozitif hem

⁶⁶ Dilem Yıldırım, “Empirical investigation of purchasing power parity for Turkey: Evidence from recent nonlinear unit root tests”, Central Bank Review, 17, 2017, pp.39-45, p. 41.

⁶⁷Rehim Kılıç, “Testing for a unit root in a stationary ESTAR process”, Forthcoming in Econometric Reviews, 2011, p.1-41, pp. 2.

de negatif yönlerde büyük olduğu, ϕ 'nin sıfırdan küçük olmasını gerektirir ve süreç giderek ortalamaya geri döner. Bu bulgulardan hareketle, Kılıç (2011) birim kök testinin temel ve alternatif hipotezleri

$$H_0: \phi = 0$$

$$H_1: \phi < 0$$

şeklinde ifade edilir. Bu testte de KSS (2003) testinde olduğu gibi, test istatistiği hesaplanırken tanımlı olmayan parametreler problemi ortaya çıkmıştır. Temel hipotez altında düzeltme hızını gösteren γ parametresi tanımlı değil. Kılıç (2011) bu sorunun üstesinden gelmek için mümkün olan en düşük t değerini kullanmıştır. Böylece Kılıç (2011) birim kök testinde kullanılan istatistik şu şekilde

$$t_{ESTAR} = \inf_{\gamma \in \Gamma_T} \hat{t}_{\phi=0}(\gamma) = \inf \frac{\hat{\phi}(\gamma)}{\widehat{se}\hat{\phi}(\gamma)}$$

$$\Gamma_T = [\underline{\gamma}_T, \bar{\gamma}_T] = \left[\frac{1}{100\Delta y_{t-d}T}, \frac{100}{s\Delta y_{t-d}T} \right] \in R$$

yazılır. Burada $s\Delta y_{t-d}$, Δy_{t-d} 'inin standart sapmasını ve $\widehat{se}\hat{\phi}(\gamma)$, $\hat{\phi}(\gamma)$ parametresinin standart hatasını göstermektedir. Bu test istatistiğinin asimptotik kritik değerleri standart olmayan asimptotik dağılıma sahiptir, bu nedenle t-test istatistiği Monte Carlo simülasyonu ile elde edilmiştir⁶⁸.

⁶⁸ Abdullah Gülcü, "Investigation of Smooth Breaks and Nonlinear Mean Reversion in Real Interest Parity: Evidence From Asian Countries", The Department Economics, 2017, pp. 19.

2.4.1.11 Cuestas ve Ordóñez (2014) Birim Kök Testi

Cuestas ve Ordóñez (2014) çalışmasının amacı, ortalamaya geri dönüşün asimmetrik hızını ve yapısal değişikliklerin kaynağını dikkate almaktır. Ortalamaya geri dönüşün asimmetrik hızı üstel yumuşak geçişli otoregresyon (ESTAR) fonksiyonu ile modellenmiştir⁶⁹.

Bu testi geliştirmek için, önce aşağıdaki model

$$y_t = g(t) + \epsilon_t$$

ele alınmıştır. $\epsilon_t \sim NIID(0, \sigma^2)$ ve $g(t)$ bir zaman fonksiyonudur.

$$g(t) = g_1 + g_2 t + g_3 L_t(\gamma) + g_4 t L_t(\gamma)$$

$L_t(\gamma)$ lojistik yumuşak geçiş fonksiyonu olarak aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır.

$$L_t(\gamma) = \frac{1}{1 + e^{-\gamma t}}$$

Bu fonksiyonun, ortalamada ve eğimde aniden ziyade yumuşak olan değişimlere izin vermektedir. Bu değişim ortalamada g_1 ile $g_1 + g_3$ arasında ve eğimde g_2 ile $g_2 + g_4$ arasında olacaktır. Geçiş düzeltmelerin hızı γ parametresi tarafından kontrol edilmektedir. Bu parametre ne kadar büyük olursa, düzeltme o kadar hızlı gerçekleşir. Örnek olarak, $\gamma = 0$ olduğunda, $L_t(\gamma) = 0.5$ olacak ve bu durumda her hangi bir yapısal değişiklik olmayacaktır. Öte yandan, bu parametrenin daha büyük değerleri için, değişim neredeyse anlık olarak gerçekleşir.

⁶⁹ Juan Carlos Cuestas ve Javier Ordóñez, “Smooth transitions, asymmetric adjustment and unit roots”, Applied Economics Letters, 21, 14, 2014, p.969-972, pp. 969.

Deterministik bileşenlerin bu yapısı altında, aşağıdaki birim kök hipotezi sınanmaktadır.

$$H_0: \epsilon_t = \mu_t, \mu_t = \mu_{t-1} + \epsilon_t$$

ϵ_t ' nin sıfır ortalamayla durağan bir süreç olduğu varsayılmaktadır. Bu test iki aşamalı bir prosedür içerir. Bu aşamalar aşağıda sıralanmıştır.

- 1- İlk olarak yukarıdaki denklem doğrusal olmayan en küçük kareler (NLLS) ile tahmin edilir.
- 2- KSS birim kök testi kalıntılara uygulanır. $\epsilon_t = y_t - g(t)$ şeklinde kalıntıları ifade etmektedir. Böylece KSS testinde kullanılan denklem şu şekilde

$$\Delta \hat{\epsilon}_t = \delta \hat{\epsilon}_{t-1}^3 + \eta_t$$

ifade edilir. Burada η_t hata terimini ifade etmektedir. Temel ve alternatif hipotezler aşağıdaki şekilde

$$H_0 : \delta = 0$$

$$H_1 : \delta < 0$$

yazılır. Önerilen test istatistiği $\hat{t}_{SNL}$ ile gösterilir. Cuestas ve Ordóñez (2014) testi t-student dağılımını takip etmemektedir. Bu nedenle, yeni kritik değerlerin hesaplanması gerekir. KSS (2003) testlerinde önerilen kritik değerler, bu test için geçerli değil. Çünkü bu testteki deterministik bileşenlerin yaklaşımı, KSS testinde kullanılan yaklaşımdan farklıdır. Böylece bu çalışmada farklı örnek boyutları için kritik değerler hesaplanarak tablolastırılmıştır.

Daha önce de söz edildiği gibi, bu birim kök testi hem doğrusal olmayan deterministik eğilimleri hem de asimetrik düzeltmeleri dikkate almıştır. Monte Carlo yöntemi ile testin gücü araştırılmıştır. Bu araştırma sonucunda, bu testin KSS testinden daha güçlü olduğu, özellikle otoregresif parameter, birliğe yakın olduğunda ortaya çıkmıştır⁷⁰.

2.4.1.12 Park ve Shintani (2016) Birim Kök Testi

Park ve Shintani (2016) çalışmasında birim kökü ifade eden temel hipotez durağan geçişli modele karşı test edilir. Bu testin geçiş fonksiyonunun spesifikasyonu açısından esnek bir test olarak mevcut tüm testlerden daha güçlüdür.

Çalışmada kullanılan temel stratejiyi göstermek için öncelikle, geçişli bir AR modeli ele alınmıştır.

$$y_t = \rho_1 y_{t-1} \pi(y_{t-d}, \theta) + \rho_2 y_{t-1} \{1 - \pi(y_{t-d}, \theta)\} + \varepsilon_t$$

Burada $\pi(y_{t-d}, \theta) \in [0,1]$ geçiş fonksiyonu ve d gecikme uzunluğudur. θ geçiş parametrelerini ve ε_t beyaz gürültülü hata terimlerini ifade etmektedir. ρ_1 ve ρ_2 sırasıyla, dış rejim ve iç rejimdeki düzeltme hızını temsil eder. $0 < \rho_1 < 1$ ve $\rho_2 = 1$ varsayımı, ampirik literatürde yaygın olarak kullanılan bu varsayım iç rejimde bir düzeltme olmadığını yansıtır.

Park ve Shintani (2016) çalışması, geniş bir geçişli AR modelleri sınıfını içermektedir. Dolayısıyla bu testte genelleştirilmiş regresyon aşağıdaki şekilde

$$\Delta y_t = \lambda w_t(\theta) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$

⁷⁰ Cuestas ve Ordóñez, a. g. e. , pp. 970-971.

yazılır. Temel ve alternatif hipotez şu şekilde

$$H_0: \lambda = 0$$

$$H_1: \lambda < 0$$

gösterilir. Böylece test istatistiği infimum-t olarak

$$T_n(\theta) = \frac{\hat{\lambda}_n(\theta)}{s(\hat{\lambda}_n(\theta))}$$

$$T_n = \inf_{\theta \in \Theta_n} T_n(\theta)$$

şeklinde ifade edilebilir⁷¹. $\theta \in \Theta_n$, θ 'nin aldığı tüm değerleri gösterir. θ geçiş parametreleri olarak geçiş fonksiyonuna göre, farklı parametreler ve farklı değerler alabilir. Örnek olarak, eğer geçiş fonksiyonu ESTAR ise, $\theta = k$ ve k 'nin aldığı değerler aşağıdaki şekilde

$$\Theta_n = [10^{-2}p_n, 10^2p_n]$$

$$p_n = (\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2 / n)^{-1/2}$$

tanımlanır⁷². Park ve Shintani (2016) çalışmasında, inf-t testinin asimptotik kritik değerleri geçiş fonksiyonuna ve geçiş parametrelerin aralığına bağlı olarak hesaplanmıştır⁷³.

⁷¹ JOON Y. Park ve Motosugu Shintani, "Testing for a unit root against transitional autoregressive models", International Economic Review, 57,2, 2016, p. 635-665, pp. 640-641.

⁷² Park, Shintani, a.g.e., pp. 639.

⁷³ Park, Shintani, a.g.e., pp.650.

2.4.2. SETAR Tipi Birim Kök Testi

SETAR tipinden bir birim kök testi Caner-Hansen (2001) testidir. Bu çalışmada durağan olmama ve doğrusal olmama aynı zamanda test edilmektedir.

İki rejimli eşik değerli otoregresif model ile başlayan bu test aşağıdaki yöntemler izleyerek açıklanabilir.

$$\Delta y_t = \theta_1' x_{t-1} I\{z_{t-1} < \gamma\} + \theta_2' x_{t-1} I\{z_{t-1} \geq \gamma\} + e_t \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Burada $x_t = (y_{t-1} r_t' \Delta y_{t-1} \dots \Delta y_{t-k})'$, $I\{\cdot\}$ gösterge fonksiyonu ve hata terimlerini ifade eden $e_t \sim i.i.d.$ olduğu varsayılmaktadır. Gecikme parametresi $d > 1$ için $z_t = y_t - y_{t-d-1}$ dir. r_t deterministik bileşenler vektörüdür. z_t daha önceden belirlenmiş ve durağandır⁷⁴. Eşik değeri γ bilinmemekte ve $\gamma \in \Lambda = [\gamma_1, \gamma_2]$ aralığında yer alır. γ_1 ve γ_2 için $P(z_t \leq \gamma_1) = \pi_1 > 0$ ve $P(z_t \leq \gamma_2) = \pi_2 < 1$ olasılıklar belirlenmiştir. $\pi_1 = 0.15$ ve $\pi_2 = 0.85$ değerler almaktadırlar.

Denklemden yer alan θ_1 ve θ_2 bileşenleri aşağıdaki vektörlerle gösterilmektedir⁷⁵.

$$\theta_1 = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \beta_1 \\ \rho_1 \end{pmatrix} \quad \theta_2 = \begin{pmatrix} \mu_2 \\ \beta_2 \\ \rho_2 \end{pmatrix}$$

Burada $\mu_1, \mu_2, \beta_1, \beta_2$ sayısal ve ρ_1, ρ_2 bir $K \times 1$ vektördür. (μ_1, μ_2) , y_{t-1} 'in eğim parametresi, (β_1, β_2) deterministik bileşenlerin eğim parametresi ve (ρ_1, ρ_2) , $(\Delta y_{t-1} \dots \Delta y_{t-k})$ 'in eğim parametresidir.

⁷⁴Sofiane H. Sekioua, "Nonlinear adjustment in the forward premium: evidence from a threshold unit root test", International Review of Economics and Finance, 15, 2006, pp.164–183, p.170.

⁷⁵Mehmet Caner, Bruce Hansen, "Threshold Autoregression with Unit Root", Econometrica, vol:69, No:6 november 2001, pp:1-35, p.6.

Her bir $\gamma \in \Lambda$ için EKK yöntemi ile tahmin edilen TAR modeli şu şekilde yazılır⁷⁶.

$$\Delta y_t = \hat{\theta}_1(\gamma)'x_{t-1}I\{z_{t-1} < \gamma\} + \hat{\theta}_2(\gamma)'x_{t-1}I\{z_{t-1} \geq \gamma\} + e_t(\gamma)$$

Eşik değer parametresine göre EKK ile elde edilen varyans yer almaktadır.

$$\hat{\sigma}^2(\gamma) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{e}_t(\gamma)^2$$

Eşik değer parametresinin varyansını minimize eden parametre, eşik değer parametresinin tahmini olarak aşağıdaki gibi

$$\hat{\gamma} = \arg \min_{\gamma \in \Lambda} \hat{\sigma}^2(\gamma)$$

elde edilmektedir. Uygun eşik değer bulunduktan sonra diğer parametreler de tahmin edilir. Bu noktadan hareketle Wald istatistiği kullanılır ve modelde eşik etkisinin olup olmadığı yani, doğrusal olup olmadığı test edilir. Böylece eşik etkisi aşağıdaki bileşik hipotez ile test edilir.⁷⁷

$$H_0 : \theta_1 = \theta_2$$

Burada temel hipotez modelin doğrusal olduğunu yani, eşik etkisinin olmadığını ifade ederken alternatif hipotez ise, modelde eşik etkisinin olduğunu göstermektedir. Eğer boş hipotez reddedilmezse, eşik etkisi yoktur ve bu durumda θ vektörlerinde yer alan parametreler iki rejimde aynıdır⁷⁸.

⁷⁶ Nilgun Cil Yavuz, Burak Guris, Veli Yilanci, “Searching threshold effects in the interest rate: An application to Turkey case”, Physica A, 379, 2007, pp.621–627, p.623.

⁷⁷ Mehmet Caner, Bruce Hansen, a.g.e., p.5.

⁷⁸ Nilgun Cil Yavuz ve diğ., a.g.e., p.624.

Bu hipotezi sınamak için standart Wald istatistiği şu şekilde

$$\sup_{\gamma \in \Lambda} W_t(\gamma) = \sup_{\gamma \in \Lambda} T(\hat{\sigma}_0^2 / \hat{\sigma}^2(\hat{\gamma}) - 1)$$

gösterilir. Bu denklemde $\hat{\sigma}_0^2$ ve $\hat{\sigma}^2$ doğrusal model ve eşik değerli modelin hata terimi varyansını sırasıyla ifade etmektedir. Hipotezler şu şekilde gösterilebilir.

$$H_0 : \rho_1 = \rho_2 = 0$$

$$H_1 : \rho_1 < 0, \rho_2 < 0$$

Eğer $(1+\rho_1)(1+\rho_2) < 1$ ise, TAR model durağandır ve eğer temel hipotez reddedilmezse, süreç durağan değil, böylece birinci farkı alınarak süreç durağanlaştırılır.⁷⁹ H_0 ve H_1 arasında diğer bir durumda orta durum olarak, kısmi birim kök hipotezi şu şekilde

$$H_2 : \begin{cases} \rho_1 < 0 & \text{ve} & \rho_2 = 0 \\ \rho_1 = 0 & \text{ve} & \rho_2 < 0 \end{cases}$$

yazılır. H_2 hipotezinin kabul edilmesi halinde, süreç durağan değil ve geleneksel birim köke de sahip değil. Bu durumda, süreç bir rejimde durağan ve diğer rejimde birim köklüdür. Caner ve Hansen (2001), temel hipotezi kısıtsız alternatif hipoteze ($\rho_1 \neq 0$ ve $\rho_2 \neq 0$) karşı sınamak için Wald istatistiği kullanmışlar.⁸⁰ Alternatif hipotezler H_1 ve H_2 'nin tek taraflı olduğu için, iki taraflı istatistikler bir taraflı istatistiklere göre daha düşük bir güce sahip olabilirler, bu yüzden tek taraflı Wald istatistiği kullanılmıştır. H_1 hipotezi için tek taraflı Wald istatistiği

⁷⁹Sofiane H. Sekioua, a.g.e. , p.171.

⁸⁰ Nilgun Cil Yavuz ve diğ, a.g.e., p.624.

$$R_{1T} = t_1^2 I_{\{\hat{\rho}_1 < 0\}} + t_2^2 I_{\{\hat{\rho}_2 < 0\}}$$

ve H_2 hipotezi için de kullanılan test istatistiği

$$R_{2T} = t_1^2 + t_2^2$$

şeklinde yazılır. Burada, eğer R_{1T} ve R_{2T} istatistiksel olarak anlamlı ise, sürecin birim köke sahip olması reddedilebilir ama durağanlık veya kısmi birim kök durumunu açıklamak için bireysel t-istatistiğini yani, t_1 ve t_2 istatistiklerini incelemek gerekiyor. t_1 ve t_2 istatistikleri TAR modelinden EKK ile elde edilen $\hat{\rho}_1$ ve $\hat{\rho}_2$ parametresine ait t istatistikleridir. Bu çalışmada Caner ve Hansen olasılık değerlerini Bootstrap simülasyon ile elde etmişler. Böylece olasılık değerler kullanıp hipotezler sınanır.⁸¹

2.4.3. MTAR Tipi Birim Kök Testi

Doğrusal olmayan birim kök testlerinden biri Enders ve Granger (1998) birim kök testidir.

Enders ve Granger (1998) asimetrik birim kök testini iki şekilde, eşik değerli otoregresif (TAR) ve momentum eşik değerli otoregresif (TAR) modelleri ile önermiştir. MTAR, TAR testinden önemli ölçüde daha büyük bir güçte sahip olduğu ortaya çıkmıştır⁸². Burada momentum eşik değerli otoregresif (MTAR) modeline dayanan birim kök testi açıklanır. Bu noktadan hareketle MTAR modeli

$$\Delta y_t = I_t \rho_1 y_{t-1} + (1 + I_t) \rho_2 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, T$$

⁸¹ Sekioua, a.g.e. , p.171.

⁸² Steven Cook, “A momentum-threshold autoregressive unit root test with increased power”, Statistics & probability Letters, 67, 2004, pp.307–310, p.307.

şekilde ele alınır. I_t gösterge fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi

$$I_t = \begin{cases} 1 & \Delta y_t \geq 0 \\ 0 & \Delta y_t < 0 \end{cases}$$

yazılır. Burada birim kökü ifade eden temel hipotez $(\rho_1 = \rho_2 = 0)$ durağanlığı gösteren alternatif hipoteze $(\rho_1 \neq \rho_2 \neq 0)$ karşın sınanmaktadır⁸³.

Enders ve Granger (1998), doğrusal olmayan birim kökü test etmek için aşağıdaki üç aşamalı prosedürü önermişler.

1 - y_t serisi bir sabit terim ile bir regresyon oluşturarak kalıntılar elde edilir. Bu kalıntıların negatif ve pozitif olduğuna göre bir gösterge fonksiyonu yazılır sonra yukarıdaki MTAR modeli tahmin edilir ve temel hipotezi $(\rho_1 = \rho_2 = 0)$ test etmek için F istatistiği hesaplanarak, Enders ve Granger (1998) çalışmasında tabloleştirilmiş olan kritik değerler ile karşılaştırılır. Tahmin edilen modele göre, (TAR veya MTAR) kritik değerler farklıdır.

2 – Eğer alternatif hipotez kabul edilirse, ρ_1 ve ρ_2 'nin ortak dağılımı çok değişkenli bir normal dağılıma yaklaştığından, simetrik düzeltmeler asimetric düzeltmelere karşın test edilebilir. Dolayısıyla, düzeltmelerin simetrik olması yani, boş hipotez şu şekilde $(\rho_1 = \rho_2 = 0)$ olarak, F-istatistiği kullanılarak test edilebilir.

3 – Bu aşamada kalıntıların kontrol etmesi gerekiyor. Kalıntıların beyaz gürültü özelliklerini taşıyıp taşımadıkları sınanır. Bu yüzden, eğer kalıntılar arasında otokorelasyon varsa ikinci aşamaya dönüp aşağıdaki model tahmin edilir.

83 Burak Gürış, “Çok Rejimli Esik Degerli Hata Düzeltme Modelleri ile Türkiye Ekonomisinde Bütçe Açıklarının Analizi”, Yayınlanmamış Doktora tezi, 2008, İstanbul Üniversitesi, p. 43.

$$\Delta \hat{y}_t = I_t \rho_1 \hat{y}_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \hat{y}_{t-1} + \gamma_1 \Delta \hat{y}_{t-1} \dots + \Delta \hat{y}_{t-p} + \varepsilon_t$$

Gecikme uzunluğu Akaike (AIC) ve Schwarz (BIC) gibi bilgi kriterleri kullanarak belirlenir⁸⁴.

Son araştırmalarda, Enders ve Granger'ın (1998) momentum eşik değerli otoregresif (MTAR) birim kök testi, Dickey-Fuller testlerinden daha az güce sahip olduğu için elıştırılmıştır⁸⁵.

2.4.4. Markov Switching Birim Kök Testi

Hall (1999) çalışmasında, aşağıdaki regresyon kullanılarak Markov Switching birim kök testi ortaya çıkmıştır.

$$\Delta y_t = \rho y_{t-1} + c_{st} + bt + \sum_{j=1}^k \gamma_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

$\varepsilon_t \sim iiN(0, \sigma^2)$ olarak hata terimidir⁸⁶. s_t , t zamanında ekonomi durumunun bir göstergesi olarak tanımlandığı varsayılmakta ve $s_t = (0,1)$ olarak iki değer almaktadır. Birinci dereceden Markov zincirine göre, geçiş olasılıkları aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$P(s_t = 0 | s_{t-1} = 0) = \pi_{00}$$

$$P(s_t = 1 | s_{t-1} = 0) = \pi_{01}$$

$$P(s_t = 0 | s_{t-1} = 1) = \pi_{10}$$

$$P(s_t = 1 | s_{t-1} = 1) = \pi_{11}$$

⁸⁴ Walter Enders, “Improved Critical Values for the Enders Granger Unit Root Test”, Applied Economics Letters, 8, 2001, pp. 258.

⁸⁵ Cook, a.g.e., p.307.

⁸⁶ Maximo Camacho, “Markov-switching models and the unit root hypothesis in real US GDP”, Economics Letters, 112, 2011, pp.161–164, p.161.

Burada π_{ij} , markov zincirinin t-1 zamanında i durumundan t zamanında j durumuna geçiş koşullu olasılığını göstermektedir. Geçiş olasılıkları $\pi_{ii} + \pi_{ij} = 1$ kısıtlamasını sağlamalıdır⁸⁷. Daha önce söz edildiği gibi, s_t rejim durumunu t zamanında göstermektedir.

Bu nedenle, zaman serileri, ya $s_t = 0$ iken durağan (sürdürülebilir) ya da $s_t = 1$ olduğunda durağan olmayan (sürdürülemez) bir rejim tarafından yönetilmesine izin veren bir model sağlamaktadır⁸⁸.

Birim kök testini yaparken, daha net bir şekilde yani, durum değişkeni modelde yer aldığına kullanılan model

$$\Delta y_t = \rho(s_t)y_{t-1} + c(s_t) + b(s_t)t + \sum_{j=1}^k \gamma_j(s_t)\Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$$

şu şekilde yazılır. Birim kökü sınamak için, $\rho = 0$, t-istatistiği hesaplanır. Burada hesaplanan t-istatistiği geliştirilmiş Dikey-Fuller birim kök testindeki gibi temel hipotez altında standart bir dağılıma sahip değil. Hall (1999), boş hipotez altında modeli simüle ederek bu testin ampirik p-değerlerini hesaplamıştır. Simülasyon aşamaları aşağıdaki gibidir:

- 1- Maksimum olabilirlik yöntemi ile parametreler tahmin edildikten sonra temel hipotez ($\rho(s_t = 0) = 0$, $\rho(s_t = 1) = 0$) altında kalıntılar elde edilir.

⁸⁷ Mark J. Holmes , Nabil Maghrebi, “Is there a connection between monetary unification and real economic integration? Evidence from regime-switching stationarity tests”, Journal of International Money and Finance, 27, 2008, pp.958–970, p.963.

⁸⁸ Fumihide Takeuchi, “US external debt sustainability revisited: Bayesian analysis of extended Markov switching unit root test”, Japan and the World Economy ,22, 2010, pp.98–106, p.101.

- 2- Nispeten büyük sayıda B bozukluğu ile yeni bir örneklem oluşturulur. Bu örneklem büyüklüğü, Bootstrap veri üretme yöntemi ile elde edilen kalıntılar sayısına eşittir.
- 3- Geçiş olasılıkları kullanılarak iki durumlu bir değişken üretilir.
- 4- Bozukluklar ve tahmin edilen parametreler kullanılarak y_t serisi oluşturulur.
- 5- Elde edilen y_t serisi için birinci aşama yeniden uygulanır ve böylece simüle edilmiş t-istatistiği ve p-dağeri hesaplanmış olur⁸⁹.

⁸⁹ Camacho, a.g., p.162.

3.BÖLÜM

Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri

İktisadi zaman serileri analizinde çok kullanılan ekonometrik yöntemlerden biri de eşbütünleşmedir. Son yıllarda, bu yöntem daha çok doğrusal olarak kullanılmıştır. Doğrusal olmayan zaman serilerine uygulanan doğrusal eşbütünleşme, yanıltıcı sonuçlara sebep olabilir. Bu noktadan hareketle, doğrusal olmayan eşbütünleşme ortaya çıkmıştır. Bu bölümde ilk olarak doğrusal ve sonra doğrusal olmayan zaman serileri için eşbütünleşme kavramı açıklanacaktır.

3.1. Eşbütünleşme kavramı

Zaman serileri düzey değerleri ile çoğu zaman durağan değildir. Durağan olmayan zaman serileri arasında kurulan regresyon sahte bir regresyon olarak ortaya çıkabilir. Böylece durağan olmayan zaman serilerini durağan hale getirmek için fark alma işlemi yapılır. Bu durum da bilgi kayıplarına sebep olabilir. Bu nedenle eşbütünleşme kavramı ortaya çıkmıştır.

Engel ve Granger (1987) tarafından önerilen eşbütünleşme testi, iki değişken X_t ve Y_t gibi ele alınarak açıklanır. Durağan olmayan X_t ve Y_t değişkeni fark alarak durağanlaştırılır. Durağan olmayan serileri durağan hale gelinceye kadar kaç defa farkının alınması gerektiği o serinin koentegre derecesi olarak bilinir. $X_t \sim I(d)$ ve $Y_t \sim I(d)$ iki değişkenin d dereceden koentegre olduğunu ifade etmektedir. X_t ve Y_t 'ye ait d aynı ise, iki seri koentegre olabilir. X_t ve Y_t arasında kurulan regresyon şu şekilde

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t$$

yazılır. Bu denklemden elde edilen hata terimi ε_t durağan ise, iki seri arasında uzun dönem ilişki söz konusu olabilir. Böylece Engel-Granger eşbütünleşme testi yaparken değişkenler arasında kurulan regresyondan elde edilen kalıntılara ADF birim kök testi uygulanarak eşbütünleşme ilişkisinin var olup olmadığına karar verilir⁹⁰.

Engel Granger eşbütünleşme testi eşbütünleşme analiz yöntemlerinde yaygın olarak, kullanılan yöntemdir ancak bu yöntemin dezavantajlarından dolayı bazı eşbütünleşme testleri de ortaya çıkmıştır. Johansen ve sınır testinden söz edilebilir.

Ekonometrik analizlerde, yapısal kırılmaların göz ardı edilmesi yanıltıcı sorunlara sebep olabilir. Böylece eşbütünleşme ilişkisini sınarken yapısal kırılmalar da dikkate alınabilir. Gregory-Hansen (1996) , Hatemi-J (2008) ve Maki (2012) yapısal kırılmaları dikkate alan eşbütünleşme testlerindendir.

Gregory-Hansen (1996) içsel olarak tek kırılmaya izin veren bir yapısal kırılmalı eşbütünleşme testi üretmişlerdir. Bu çalışmada üç farklı model önerilmiştir. Model 1: Sabitte kırılma (C), Model 2: Trendli sabitte kırılma (C/T) ve Model 3: Rejim değişikliği (C/S) şeklinde tanımlanır. Modeller aşağıdaki gibi yazılır.

$$\text{Model1: } y_t = \mu_1 + \mu_2 \varphi_{t\tau} + \alpha^T X_t + e_t$$

$$\text{Model2: } y_t = \mu_1 + \mu_2 \varphi_{t\tau} + \beta t + \alpha^T X_t + e_t$$

$$\text{Model3: } y_t = \mu_1 + \mu_2 \varphi_{t\tau} + \beta t + \alpha^T X_t + \alpha_2^T X_t \varphi_{t\tau} + e_t$$

Burada $\varphi_{t\tau}$ kırılma değişkeni olarak şu şekilde

⁹⁰ Damador N. Gujarati, **Basic Econometrics**, Forth Edition; McGraw Hill, 2004, pp.556.

$$\varphi_{t\tau} = \begin{cases} 0 & t \leq \tau \\ 1 & t > \tau \end{cases}$$

ifade edilir. Bu testte kullanılan istatistikler aşağıdaki şekilde yazılır.

$$Z_{\alpha}^* = \inf_{\tau \in T} Z_{\alpha}(\tau)$$

$$Z_t^* = \inf_{\tau \in T} Z_t(\tau)$$

$$ADF^* = \inf_{\tau \in T} ADF(\tau)$$

Gregory ve Hansen (1996) çalışmasında belirlenen kritik değerler kullanarak eşbütünleşme ilişkisi olmadığını ifade eden temel hipotez, bir yapısal kırılmayla eşbütünleşme ilişkisinin olduğunu gösteren alternatif hipoteze karşın sınanır⁹¹.

Hatemi-J (2008) çalışmasında, iki kırılmaya izin veren yeni bir eşbütünleşme testi önerilmiştir. Bu testte kullanılan denklem aşağıdaki gibi

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_{1t} + \alpha_2 D_{2t} + \beta_0 X_t + \beta_1 D_{1t} X_t + \beta_2 D_{2t} X_t + u_t$$

yazılır. D_{1t} ve D_{2t} kukla değişken olarak aşağıdaki şekilde

$$D_{1t} = \begin{cases} 0 & t \leq T_1 \\ 1 & t > T_1 \end{cases} \quad D_{2t} = \begin{cases} 0 & t \leq T_2 \\ 1 & t > T_2 \end{cases}$$

ifade edilir. Burada kalıntılara dayanan üç farklı test istatistiği kullanılmaktadır.

⁹¹ Sajal Ghosh, Kakali Kanjilal, “Co-movement of international crude oil price and Indian stock market: Evidences from nonlinear cointegration tests”, Energy Economics, 53, 2016, p. 111–117, pp.114.

$$Z_{\alpha}^* = \inf_{(T_1, T_2) \in T} Z_{\alpha}(T_1, T_2)$$

$$Z_t^* = \inf_{(T_1, T_2) \in T} Z_t(T_1, T_2)$$

$$ADF^* = \inf_{(T_1, T_2) \in T} ADF(T_1, T_2)$$

Hatemi-j (2008) çalışmasında eşbütünleşme olmadığını ifade eden temel hipotez, iki kırılmayla eşbütünleşme ilişkisini gösteren alternatif hipoteze karşın sınanmıştır⁹².

Gergory ve Hansen (1996) ve Hatemi-J (2008) testleri kırılma sayısı ikiden fazla olduğu zaman kullanılamaz. Maki (2012) ikiden fazla kırılmayla bir eşbütünleşme testi geliştirmiştir. Bu testin hipotezleri diğer yapısal kırılmalı eşbütünleşme test hipotezleri ile aynıdır fakat kırılma sayısı farklıdır.

Maki (2012) çalışmasında aşağıdaki regresyonlar kullanılarak kırılmalı eşbütünleşme ilişkisinin olup olmadığına karar verilir.

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^k \mu_i D_{it} + \beta' X_t + u_t$$

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^k \mu_i D_{it} + \beta' X_t + \sum_{i=1}^k \beta'_i X_t D_{it} + u_t$$

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^k \mu_i D_{it} + \gamma t + \beta' X_t + \sum_{i=1}^k \beta'_i X_t D_{it} + u_t$$

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^k \mu_i D_{it} + \gamma t + \sum_{i=1}^k \gamma_i t D_{it} + \beta' X_t + \sum_{i=1}^k \beta'_i X_t D_{it} + u_t$$

⁹²Abdulnasser Hatemi-J, “Tests for cointegration with two unknown regime shifts with an application to financial market integration”, springer, 35, 2008, p.497-505, pp.499-500

Bu denklemde D_{it} bir kukla değişkeni olarak aşağıdaki şekilde

$$D_{it} = \begin{cases} 0 & t \leq T \\ 1 & t > T \end{cases}$$

gösterilmektedir. Burada infimum tipi test istatistiği kullanılarak yapısal kırılmalı koentegre ilişkisi, test edilir⁹³.

3.2. Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Testleri

Doğrusal olmayan eşbütünleşme kavramı ilk kez Balke ve Fomby (1997) tarafından doğrusal olmamayı ve eşbütünleşmeyi birleştirerek ortaya çıktı. Değişkenlerin koentegre olduğu sistemde, değişkenlerin dengeden sapmalara nasıl tepki verdiği bir hata düzeltme modeli (ECM) ile ifade edilebilir. Böylece, ECM, uzun dönemli dengenin düzeltme işlemi olarak düşünülebilir ama bu düzeltme mekanizması sürekli değildir. Geleneksel yaklaşım, uzun dönemli dengeye doğru hareket etme eğiliminin, doğrusal olduğunu varsayar⁹⁴.

⁹³ Daiki Maki, “Tests for cointegration allowing for an unknown number of breaks”, *Economic Modelling*, 29, 2012, p.2011–2015, pp.2012-2013.

⁹⁴ Vicente Esteve, Cecilio Tamarit, “Threshold cointegration and nonlinear adjustment between CO2 and income: The Environmental Kuznets Curve in Spain, 1857–2007”, *Energy Economics*, 34, 2012, pp: 2148–2156, p.2151.

3.2.1. SETAR Tipi Eşbütünleşme Testleri

Balke ve Fomby (1997) eşik değerli eşbütünleşmeyi açıklamak için, Engle ve Granger (1987) 'ye benzer bir şekilde basit iki değişkenli bir sistem (y_t, x_t) dikkate almışlar:

$$y_t + \alpha x_t = z_t \quad , \quad z_t = \rho^i z_{t-1} + \varepsilon_t$$

Bu denklem y_t ve x_t arasındaki koentegre ilişkisini temsil ederken z_t dengeden sapmayı ifade etmektedir. $(1, \alpha)$ eşbütünleşme vektörünü gösterir.

Bu denklemde, Engle ve Granger (1987) çalışmasındaki sabit parametrelili doğrusal eşbütünleşme yerine, dengeden sapma z_t , bir eşik otoregresif model izlediği varsayılmaktadır.

$$\rho^i = 1 \quad |z_{t-1}| \leq \theta$$

$$\rho^i = \rho \quad , \quad |\rho| < 1 \quad |z_{t-1}| > \theta$$

Burada θ , bir eşik değerdir. $|z_{t-1}| \leq \theta$ olduğunda, z_t birim kök varmış gibi davranır ve sistemin denge ilişkisine doğru geri dönme eğilimi yoktur. $|z_{t-1}| > \theta$ ise, z_t durağan otoregresif bir modeldir ve sabit bir ortalamaya geri dönme eğilimine sahiptir. Bu nedenle, eğer denge hatası eşik değerinden küçük ise, y_t ve x_t 'nin dengeye dönme eğilimi yoktur, yani, değişkenler arasında eşbütünleşme ilişkisi söz konusu değil. Eğer denge hatası eşik değerden büyükse, o zaman y_t ve x_t dengeye doğru dönme eğilimindedir. Böylece y_t ve x_t arasında eşbütünleşme ilişkisi vardır⁹⁵.

⁹⁵ Nathan S. Balke and Thomas B. Fomby, "Threshold Cointegration", International Economic Review, 38, 3, 1997, pp. 627-645.

Kısaca, eşik değerli eşbütünleşmeun var olup olmadığı denge hatasının (dengeden sapma) büyüklüğüne bağlıdır⁹⁶.

X_t , bir p boyutlu I (1) zaman serileri olarak bir $p \times 1$ eşbütünleşme vektörü β ile koentegre olduğu varsayılır. Doğrusal bir hata düzeltme modeli aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\Delta x_t = A' X_{t-1}(\beta) + u_t$$

$$X_{t-1}(\beta) = \begin{pmatrix} 1 \\ W_{t-1}(\beta) \\ \Delta x_{t-1} \\ \Delta x_{t-2} \\ \vdots \\ \Delta x_{t-l} \end{pmatrix}$$

$W_{t-1}(\beta)$ hata düzeltme terimidir. iki rejimli eşik değerli eşbütünleşme modeli şu şekilde gösterilir.

$$\Delta x_t = \begin{cases} A'_1 X_{t-1}(\beta) + u_t & W_{t-1}(\beta) \leq \gamma \\ A'_2 X_{t-1}(\beta) + u_t & W_{t-1}(\beta) > \gamma \end{cases}$$

Eşik değerli eşbütünleşme modeli, gösterge fonksiyonu ile şu şekilde yazılabilir.

$$\Delta x_t = A'_1 X_{t-1}(\beta) d_{1t}(\beta, \gamma) + A'_2 X_{t-1}(\beta) d_{2t}(\beta, \gamma)$$

Böylece gösterge fonksiyonu aşağıdaki şekildedir:

⁹⁶ Esteve, Tamarit, a.g.e., p.2151.

$$d_{1t}(\beta, \gamma) = I(W_{t-1}(\beta) \leq \gamma)$$

$$d_{2t}(\beta, \gamma) = I(W_{t-1}(\beta) > \gamma)$$

γ eşik değerdir⁹⁷. A_1 ve A_2 matrisi iki rejimdeki katsayıları ifade etmektedir. Eşik etkisi sadece $0 < P(W_{t-1} \leq \gamma) < 1$ olduğunda söz konusu olabilir, aksi halde, doğrusal eşbütünleşmeden söz edilebilir. Böylece eşik etkisini sağlamak için aşağıdaki kısıtlama dikkate alınır.

$$\pi_0 < P(W_{t-1} \leq \gamma) \leq 1 - \pi_0$$

π_0 sıfırdan büyük olmalıdır. Ampirik uygulamalar için $\pi_0 = 0.05$ olarak ele alınır⁹⁸.

Hansen ve Seo hata terimlerin (u_t) iid varsayımı altında eşik değerli eşbütünleşme modelinin tahmini için aşağıdaki benzerlik fonksiyonunu kullanmışlardır.

$$L_n(A_1, A_2, \Sigma, \beta, \gamma) = -\frac{n}{2} \log |\Sigma| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n u_t(A_1, A_2, \beta, \gamma)' \Sigma^{-1} u_t(A_1, A_2, \beta, \gamma)$$

$$u_t(A_1, A_2, \beta, \gamma) = \Delta x_t - A_1' X_{t-1}(\beta) d_{1t}(\beta, \gamma) - A_2' X_{t-1}(\beta) d_{2t}(\beta, \gamma)$$

$L_n(A_1, A_2, \Sigma, \beta, \gamma)$ maksimize ederek maksimum benzerlik tahmincileri (MLE) elde edilir. Bu yüzden (β, γ) sabit tutularak kısıtlanmış maksimum benzerlik tahmincisi elde edilir. EKK ile aşağıdaki şekilde gösterilir⁹⁹.

⁹⁷ Bruce E. Hansen, Byeongseon Seo, “Testing for two-regime threshold cointegration in vector error-correction models”, Journal of Econometrics, 110,2002, p. 293 – 318, p.295-296.

⁹⁸ Maddalena Cavicchioli, Barbara Pistoiesi, “Testing threshold cointegration in Wagner’s Law: The role of military spending”, Economic Modelling, 59,2016,p. 23–31,p.25.

$$A_1^{\wedge}(\beta, \gamma) = (\sum_{t=1}^n X_{t-1}(\beta)X_{t-1}(\beta)'d_{1t}(\beta, \gamma))^{-1}(\sum_{t=1}^n X_{t-1}(\beta)\Delta x_t'd_{1t}(\beta, \gamma))$$

$$A_2^{\wedge}(\beta, \gamma) = (\sum_{t=1}^n X_{t-1}(\beta)X_{t-1}(\beta)'d_{2t}(\beta, \gamma))^{-1}(\sum_{t=1}^n X_{t-1}(\beta)\Delta x_t'd_{2t}(\beta, \gamma))$$

$$u_t^{\wedge}(\beta, \gamma) = u_t(A_1^{\wedge}(\beta, \gamma), A_2^{\wedge}(\beta, \gamma), \beta, \gamma)$$

$$\Sigma^{\wedge}(\beta, \gamma) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n u_t^{\wedge}(\beta, \gamma)u_t^{\wedge}(\beta, \gamma)'$$

Hansen ve Seo (2002) eşik değerli eşbütünleşmeu sınamak için iki LM test istatistiği önermişlerdir. Bu testte temel hipotez doğrusal eşbütünleşmeu (eşik değer etkisi yoktur) ve alternatif hipotez ise, eşik değerli eşbütünleşmeu ifade etmektedir.

İlk test istatistiği, eşbütünleşme vektörünün bilinmesi durumunda kullanılır.

$$\text{SupLM} = \sup_{\gamma L < \gamma < \gamma U} LM(\beta_0, \gamma)$$

β_0 , β 'nın bilinen değeridir. İkinci test istatistiği ise, eşbütünleşme vektörünün bilinmemesi durumunda kullanılır.

$$\text{SupLM} = \sup_{\gamma L < \gamma < \gamma U} LM(\beta^{\sim}, \gamma)$$

$\beta^{\sim}$, β 'nın temel hipotez altında tahmin edilmiş değeridir. $[\gamma L, \gamma U]$ arama bölgesi olarak bilinir. Böylece γL hata düzeltme teriminin $(w_{t-1}) \% \pi_0$ ve γU ise, $\%(1-\pi_0)$ 'ıdır.

⁹⁹ Hansena, Seo, a.g.e., p.296.

Andrews (1993) π_0 'ın 0.05 ile 0.15 arasında olmasını önermiştir. Bootstrap yöntemi kullanarak asimptotik kritik değerler ve p değerleri elde edilmiştir¹⁰⁰.

3.2.2. MTAR Tipi Eşbütünleşme Testi

Enders ve Siklos (2001) tarafından tanıtılan eşik değerli eşbütünleşme testi, MTAR modeline dayanarak ortaya çıkmıştır.

$\{x_{it}\}_1^T$ birinci mertebeden durağan olan tesadüfi değişkenleri göstermektedir. Bu değişkenler arasındaki ilişkisi şu şekilde:

$$x_{1t} = \beta_0 + \beta_2 x_{2t} + \dots + \beta_n x_{nt} + \mu_t$$

yazılır. Burada uzun dönem ilişkisinin olması, μ_t 'nin durağan olmasını gerektirir. μ_t 'nin durağanlığı, yukarıdaki denklemi EKK yöntemi kullanılarak tahmin ettikten sonra araştırılır. Durağanlığı araştırmak aşağıdaki şekilde yapılır:

$$\Delta\mu_t = \rho\mu_{t-1} + \varepsilon_t$$

Burada ε_t beyaz gürültü özelliğine sahiptir. Eğer $-2 < \rho < 0$ ise, denge ilişkisi simetrik düzeltmelerle kabul edilmektedir. Eğer düzeltme işlemi asimetrikse, bu prosedür yanlıştır. Bu nedenle Enders ve Siklos (2001), asimetrik düzeltmelere izin veren bir eşik otoregresif (TAR) modeli önermişlerdir. Model aşağıdaki şekilde

$$\Delta\mu_t = I_t \rho_1 \mu_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \mu_{t-1} + \varepsilon_t$$

¹⁰⁰ Ahmad Hassan Ahmad , Olalekan Bashir Aworinde , Christopher Martin, “Threshold cointegration and the short-run dynamics of twin deficit hypothesis in African countries”, The Journal of Economic Asymmetries, 12, 2015, p.80–91, p.85.

kullanılmıştır¹⁰¹. ρ_1 ve ρ_2 sırasıyla pozitif ve negatif şoklar için düzeltme katsayısıdır. Yani, bu şoklar düzeltme hızını gösterir. Eğer $\rho_1 = \rho_2$ ise, simetrik düzeltme söz konusudur¹⁰². Gösterge fonksiyonu

$$\begin{cases} 1 & \mu_{t-1} \geq \tau \\ 0 & \mu_{t-1} < \tau \end{cases}$$

şeklinde yazılır. τ eşik değeri ifade etmektedir. Doğrusal olmamanın net bir şekilde bilinmediğinden, μ_{t-1} yerine $\Delta\mu_{t-1}$ kullanılır.

$$\begin{cases} 1 & \Delta\mu_{t-1} \geq \tau \\ 0 & \Delta\mu_{t-1} < \tau \end{cases}$$

Bu modele momentum eşik değerli otoregresif (MTAR) denir. MTAR modeli serideki asimetrik hareketleri yakalar. $\Delta\mu_{t-1} \geq \tau$, pozitif sapmaların eşik değere eşit veya büyük olduğunu ifade eder ve $\Delta\mu_{t-1} < \tau$ ise, negatif sapmaların, tahmin edilen eşik değerden küçük olduğunu gösterir¹⁰³. Burada μ_t durağanlığın gerekli ve yeterli koşullarını yerine getirmek için, $\rho_1 < 0$, $\rho_2 < 0$ ve $(1 + \rho_1)(1 + \rho_2) < 1$ olması lazım. Enders ve Siklos (2001) çalışmasında eşik değer sıfır olarak alınmıştır. Modelde otokorelasyonun olması durumunda ve bu otokorelasyonu ortadan kaldırmak için model aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\Delta\mu_t = I_t\rho_1\mu_{t-1} + (1 - I_t)\rho_2\mu_{t-1} + \sum_{i=1}^p \gamma_i\Delta\mu_{t-p} \varepsilon_t$$

¹⁰¹ Antonio Paradiso, Saten Kumar, “Marcella Lucchetta, Investigating the US consumer credit determinants using linear and non-linear cointegration techniques”, Economic Modelling, 42, 2014,p. 20–28.

¹⁰² Walter Enders, Pierre L. Siklos, “Cointegration and Threshold Adjustment”, Economic Staff Paper Series, 10, 1998,p.4.

¹⁰³ Athanasios Tsagkanos , CostasSiriopoulos, “Stock markets and industrial production in north and south of Euro-zone: Asymmetric effects via threshold cointegration approach”, The JournalofEconomicAsymmetries,12, 2015, p.162–172, p.165.

P optimal gecikme uzunluğu olarak Akaike bilgi kriteri kullanarak elde edilir. Eşik değeri eşbütünleşmeyi test etmek için Enders ve Siklos (2001), Φ test istatistiğini önermişler. Φ test istatistiği, F test istatistiği kullanarak hesaplanır. $\rho_1 = \rho_2 = 0$ temel hipotez olarak MTAR spesifikasyonu kullanılarak, F istatistiği ile sınırlanır¹⁰⁴. Bu testin hipotezleri:

H_0 : $\rho_1 = \rho_2 = 0$, eşbütünleşme yok

H_1 : MTAR düzeltme modeli ile eşbütünleşme var

şeklinde ifade edilir¹⁰⁵. Test istatistiğinin dağılımı standart olmadığı için Enders ve Siklos'un (2001) kritik değerleri ile karşılaştırılır. Bu kritik değerler Enders ve Siklos (2001) çalışmasında tablolandırılmıştır¹⁰⁶.

3.2.3. STAR Tipi Eşbütünleşme

STAR tipi eşbütünleşme testleri, STAR düzeltmeler ile değişkenler arasındaki eşbütünleşme ilişkisini sınamaktadır. Böylece, eşbütünleşme olmadığını gösteren temel hipotez STAR düzeltmeler ile eşbütünleşme olduğunu ifade eden alternatif hipoteze karşı test edilir.

3.2.3.1. Kapetanios, Shin ve Shell (2006) Eşbütünleşme Test

Kapetanios, Shin ve Shell, (KSS, 2006) çalışmasında eşbütünleşme testi, yumuşak geçişli otoregresif (STAR) düzeltmeler ile sınırlanmıştır. Bu testte alternatif hipotez altında

¹⁰⁴ Paradiso, Kumar , Lucchetta, a.g.e., p.24.

¹⁰⁵ Enders, Siklos, a.g.e., p.8.

¹⁰⁶ Emmanuel Asane-Otoo , JanSchneider, “Retail fuel price adjustment in Germany: A threshold cointegration approach”, Energy Policy, 78,2015, p.1–10, p.5.

kalıntıların yumuşak geçişli otoregresif bir yapıyla durağan olup olmadıkları sınanmaktadır.

KSS (2006) hata düzeltme modeli yumuşak geçişli otoregresif modelle aşağıdaki gibidir.

$$\Delta y_t = \phi u_{t-1} + \gamma u_{t-1} T(\theta; u_{t-d}; c) + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^{p-1} \phi'_i \Delta z_{t-1} + \varepsilon_t$$

Burada T(.) geçiş fonksiyonudur ve sıfır ile bir arasında yer almaktadır. Buradaki geçiş fonksiyonu üssel olması durumunda hata düzeltme modeli aşağıdaki şekilde yazılır¹⁰⁷.

$$\Delta y_t = \phi u_{t-1} + \gamma u_{t-1} [1 - \exp(-\theta u_{t-1}^2)] + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^{p-1} \phi'_i \Delta z_{t-1} + \varepsilon_t$$

KSS (2006) çalışmasında, y_t ve x_t arasındaki eşbütünleşme ilişkisini incelemek için, ESTAR hata düzeltme modeli kullanılmıştır. Burada $z_t = (y_t, (x_t)')'$ dir¹⁰⁸.

$\theta = 0$ temel hipotez olarak, eşbütünleşme olmadığını ifade etmektedir. Tanımlı olmayan parametrelerden dolayı birinci mertebeden Taylor yaklaşımı kullanılmıştır. Böylece $\phi \neq 0$ varsayımı ile elde edilen yardımcı regresyon şu şekilde

$$\Delta y_t = \delta_1 \hat{u}_{t-1} + \delta_2 \hat{u}_{t-1}^2 + \delta_3 \hat{u}_{t-1}^3 + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^{p-1} \phi'_i \Delta z_{t-1} + \varepsilon_t$$

ifade edilir. $\phi = 0$ varsayımı altında, model aşağıdaki gibi

$$\Delta y_t = \delta \hat{u}_{t-1}^3 + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^{p-1} \phi'_i \Delta z_{t-1} + \varepsilon_t$$

¹⁰⁷ Veli YILANCI, “Fisher Hipotezinin Türkiye için Sınanması: Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Analizi”, Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi, 23, 2009, p.205-213, p.209.

¹⁰⁸ Ay, senAraç, A.YaseminYalta, “Testing the expectations hypothesis for the Eurozone: A nonlinear cointegration analysis”, France Research Letter, 15, 2015, p.41-48, p.43.

yazılır. Burada hipotezler

$$H_0: \delta = 0$$

$$H_1: \delta > 0$$

şeklinde gösterilir. Temel hipotez eşbütünleşme olmadığını ve alternatif hipotez ise, ESTAR düzeltme ile eşbütünleşme olduğunu ifade etmektedir. Bu hipotezler t_{NEG} testi ile sınanır.

Engle-Granger doğrusal eşbütünleşme testine dayanan diğer bir test t_{NEG} testi olarak, aşağıdaki regresyona göre hesaplanır.

$$\Delta u_t = \delta \hat{u}_{t-1}^3 + \sum_{i=1}^{p(T)} \varphi_i \Delta \hat{u}_{t-i} + \varepsilon_{t,p(T)}$$

$$\varepsilon_{t,p(T)} = \xi_t + \sum_{i=1+p(T)}^{\infty} \varphi_i \Delta \hat{u}_{t-i}$$

Burada $\xi_t = \varphi(L) \Delta \hat{u}_t$, $\Delta \hat{u}_t'$ in bir otoregresif modelinin hata terimidir¹⁰⁹.

KSS (2006) dikkate alınan modeller aşağıdaki şekilde yazılır:

$$y_t^+ = \alpha_1' x_t^+ + u_t^+$$

$$y_t^* = \alpha_1' x_t^* + u_t^*$$

Burada * üst indisi ile gösterilen değişkenler ortalamadan arındırılmış, + üst indisi ile gösterilen değişkenler ise, hem ortalama hem de trendden arındırılmış veriyi göstermektedir. Yukarıdaki denklemden hata terimleri elde edilerek ve Taylor yaklaşımı kullanılarak aşağıdaki denklemler oluşturulur¹¹⁰:

¹⁰⁹ George Kapetanios, Yongcheol Shin, Andy Snell, "Testing for Cointegration in Nonlinear STAR Error Correction Models", Queen Mary, University of London, 497, 2006, p.1-24, p.9.

¹¹⁰ Kapetanios, Shin, Snell, a.g.e., pp.10.

$$\Delta y_t^* = \phi \hat{u}_{t-1}^* + \omega' \Delta X_t^* + \sum_{i=1}^{p-1} \phi_i' \Delta Z_{t-i}^* + error$$

$$\Delta y_t^+ = \phi \hat{u}_{t-1}^+ + \omega' \Delta X_t^+ + \sum_{i=1}^{p-1} \phi_i' \Delta Z_{t-i}^+ + error$$

Yukarıdaki denklemler için t_{NEC} ve t_{NEG} istatistikleri hesaplanır. KSS (2006) çalışmasında t testleri için asimptotik kritik değerler yer almaktadır. Bu testin doğrusal eşbütünleşme testinden daha güçlü olduğu belirlenmiştir.

3.2.3.2. Daiki Maki (2010) Eşbütünleşme Testi

Maki (2010) çalışmasında STAR modeli üzerine eşbütünleşme testi yapmak için aşağıdaki regresyon modelini kullanmıştır.

$$y_t = \beta' X_t + u_t \quad t = 1, 2, \dots, T$$

y_t ve x_t' I(1) olan değişkenleri ifade etmektedir. $\beta' = (\beta_1, \dots, \beta_m)$ tahmin edilen parametrelerdir. u_t denge hatasıdır. z_t , $(n \times 1)$ bir vektörü olarak, $z_t = (y_t, x_t')' = z_{t-1} + \varepsilon_t$ şeklinde üretildiği varsayılır. ε_t sıfır ortalamayla i.i.d'dir. Denge hatası da aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$u_t = \phi_1 u_{t-1} + \phi_2 u_{t-1} F(.) + e_t$$

$F(.)$, u_{t-1} 'in yumuşak geçişli fonksiyondur. Burada $\phi_1 = 1$ varsayılmaktadır. Çünkü bu durumda, eğer $F(\cdot) = 0$ ise, u_t birim köke sahiptir ve dengeye geri dönmez ve böylece bu varsayım ekonomik uygulamalar için daha mantıklıdır. Bu çalışmada kullanılan geçiş fonksiyonları aşağıdaki şekildedir.

$$F(u_{t-1}; \gamma) = 1 - \exp\{-\gamma u_{t-1}^2\}$$

$$F(u_{t-1}; \gamma, c) = 1 - \exp\{-\gamma(u_{t-1} - c)^2\}$$

$$F(u_{t-1}; \gamma, c_1, c_2) = (1 + \exp\{-\gamma(u_{t-1} - c_1)(u_{t-1} - c_2)\})^{-1}$$

γ , fonksiyonların yumuşaklığını belirleyen bir parametredir. c, c_1 ve c_2 rejimler arasındaki eşik değerlerdir. $\gamma > 0$ ve $c_1 > c_2$ olmalıdır. Birinci ve ikinci denklem üstel yumuşak geçişli otoregresif (ESTAR) fonksiyonunu ifade etmektedir. İkinci modelde, $u_{t-1} = c$ olduğunda $F(\cdot)$ sifıra eşit olur. Üçüncü denklem ise, çift lojistik geçiş fonksiyon modelini göstermektedir. Bu modelde c_1 ve c_2 eşik değerleridir¹¹¹.

STAR modellerinde eşbütünleşme testi yapmak için kalıntılar kullanılarak, aşağıdaki regresyon göz önüne alınır:

$$\hat{u}_t = y_t - \hat{\beta}'x_t$$

$$\Delta \hat{u}_t = \rho u_{t-1} F(\cdot) + \sum_{j=1}^p \Psi_j \Delta \hat{u}_{t-j} + \varepsilon_t$$

Burada ε_t , sıfır ortalamayla durağandır. Hipotezler aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$H_0: \rho = 0$ eşbütünleşme ilişkisi yok.

$H_1: \rho < 0$ STAR düzeltmeler ile eşbütünleşme ilişkisi var.

Temel hipotez altında, $F(\cdot)$ tanımlı olmayan parametrelere sahiptir. ESTAR modelinde, γ , ESTAR-c modelinde (γ, c) ve D-LSTAR modelinde (γ, c_1, c_2) tanımlı olmayan parametrelerdir. Bu parametreler sadece alternatif hipotez altında belirlenir. Kapetanios ve diğ (2006) bu sorunun üstesinden gelmek için birinci dereceden Taylor

¹¹¹Daiki Maki, "An alternative procedure to test for cointegration in STAR models", Mathematics and Computers in Simulation, 80, 2010, p. 999–1006, pp.1000.

yaklaşımını kullanmışlardır. Bu çalışmada olası her tanımlı olmayan parametreler için ρ' ye ait t-istatistiği hesaplanır. Tüm olası tanımlı olmayan parametreler için hesaplanan t-istatistiklerinde, minimum değeri alan istatistik dikkate alınır. Böylece infimum tipi bir test istatistiği kullanılmıştır. Farklı geçiş fonksiyonlarına göre, test istatistikleri aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$\inf_{\gamma \in \Gamma_T} t_T(\gamma) = \inf_{\gamma \in \Gamma_T} \frac{\hat{\rho}}{s.e.(\hat{\rho})}$$

$$\inf_{(\gamma, c) \in \Gamma_T \times c_T} t_T(\gamma, c) = \inf_{(\gamma, c) \in \Gamma_T \times c_T} \frac{\hat{\rho}}{s.e.(\hat{\rho})}$$

$$\inf_{(\gamma, c_1, c_2) \in \Gamma_T \times c_{1T} \times c_{2T}} t_T(\gamma, c_1, c_2) = \inf_{(\gamma, c_1, c_2) \in \Gamma_T \times c_{1T} \times c_{2T}} \frac{\hat{\rho}}{s.e.(\hat{\rho})}$$

yazılır. $\hat{\rho}$, ρ' ’nun tahminidir. s.e., $\hat{\rho}$ ’ın standart hatasıdır. Γ_T, c_T, c_{1T} ve c_{2T} , $(\hat{u}_1, \dots, \hat{u}_T)$ fonksiyonuyla verilen tesadüfi parametrelerdir.

Bu çalışmada kritik değerleri elde etmek için üç model dikkate alınmıştır. Kritik değerler değişken sayısına bağlıdır. Model 0, deterministik terimler içermez Model 1 ise, bir sabit terim içermektedir. Model 2, hem sabit hem de trend içermektedir.

$$\text{Model 0: } \hat{u}_t = y_t - \hat{\beta}'x_t$$

$$\text{Model 1: } \hat{u}_t = y_t - \hat{\mu} - \hat{\beta}'x_t$$

$$\text{Model 2: } \hat{u}_t = y_t - \hat{\mu} - \hat{\delta}t - \hat{\beta}'x_t$$

Monte Carlo simülasyonu ile, önerilen yaklaşımın diğer testlere göre, daha iyi bir güce sahip olduğu belirlenmiştir¹¹².

Ekonomik değişkenler arasındaki denge ilişkisi genellikle doğrusal olmayan düzeltmelerle karakterize edilir. Bu tür doğrusal olmayan düzeltmeler, yumuşak geçişli otoregressif (STAR) ve eşik otoregressif (TAR) süreçler ile modellenenebilir. Bu makalede sunulan yöntemin en önemli avantajı, geçiş fonksiyonlarının tipi ne olursa olsun, basit ve tek taraflı t-testlerin kullanılmasıdır¹¹³.

3.2.3.3. Daiki Maki (2015) Eşbütünleşme Testi

Daiki Maki (2015) çalışmasında üstel yumuşak geçişli otoregresif (ESTAR) hata düzeltme modelini kullanan (ECM) bir eşbütünleşme testi önermiştir.

$z_t = (y_t - x_t')'$, I (1) değişkenlerin $n \times 1$ vektörünü ifade etmektedir. Burada $X_t = (x_{1t}, \dots, x_{mt})'$ bir $m \times 1$ vektörüdür. Bu test y_t ve x_t' arasındaki eşbütünleşme ilişkisini sınamaktadır. Önerilen test, aşağıdaki ECM'ye ve ΔX_t 'nin vektör otoregresif (VAR) modeline dayanmaktadır:

$$\Delta y_t = \rho u_{t-1}(1 - \exp\{-\gamma u_{t-1}^2\}) + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \Psi_i' \Delta z_{t-i} + e_t$$

$$\Delta X_t = \sum_{i=1}^p \Gamma_{xi} \Delta z_{t-i} + \eta_t$$

e_t ve η_t sıfır-ortalamayla hata terimidir. ω , Ψ_i ve Γ_{xi} sırasıyla bir $m \times 1$ vektörü, $n \times 1$ vektörü ve $m \times n$ matrisidir. z_t vektörünün üretildiği şu şekilde

$$z_t = (y_t - x_t')' = z_{t-1} + \varepsilon_t$$

¹¹² Maki, a.g.e., pp.1001-1002.

¹¹³ Maki, a.g.e. pp.999-1000.

varsayılır. Burada ε_t sıfır ortalama ve pozitif, belirli varyans-kovaryans matrisiyle i.i.d.dir. Geçiş fonksiyonu $(1 - \exp\{-\gamma u_{t-1}^2\})$ yumuşak geçiş fonksiyonudur. γ sıfırdan büyük olmalı. Geçiş fonksiyonunun değeri sıfır ile bir arasında sınırlandığı kabul edilir. γu_{t-1}^2 , büyük bir değer aldığında, $(1 - \exp\{-\gamma u_{t-1}^2\})$ fonksiyonu bir'e yakın değer alır ve γu_{t-1}^2 küçük değer aldıkça, geçiş fonksiyonu sıfıra yaklaşır. Hata düzeltme mekanizması $\rho < 0$ ve $(1 - \exp\{-\gamma u_{t-1}^2\}) > 0$ olduğunda çalışır, ancak $\rho = 0$ veya $(1 - \exp\{-\gamma u_{t-1}^2\}) = 0$ olduğunda çalışmaz. Geçiş değişkeni, genellikle önceden belirlenmiş değildir. Alternatif olarak, $\hat{u}_{t-1} = y_{t-1} - \hat{\beta}'x_{t-1}$ kullanılmıştır. Burada $\hat{\beta}$ EKK yöntemiyle elde edilir.

Temel hipotezde eşbütünleşme ilişkisi yokken alternatif hipotezde ise, ESTAR-ECM'e dayanan bir eşbütünleşme ilişkisi söz konusudur. Bu testin hipotezleri aşağıdaki şekilde yazılır.

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho < 0$$

γ parametresi sabit olduğunda, ρ için t testi kullanılır, ama eğer γ temel hipotez altında bilinmeyen bir parametre ise, sadece alternatif hipotez altında tanımlanırsa, infimum tipi test istatistiği kullanılır. Mümkün olan her bir γ için ρ 'ye ait t- istatistiği hesaplanır ve minimum değere sahip olan istatistik, yukarıdaki hipotezleri sınamak için kullanılır. Böylece test istatistiği şu şekilde yazılır.

$$t_E = \inf_{\gamma \in (\gamma_{min}, \gamma_{max})} \frac{\hat{\rho}}{s.e.(\hat{\rho})}$$

$\hat{\rho}$, ρ 'nun tahminidir. s.e., $\hat{\rho}$ 'in standard hatasıdır. γ_{min} ve γ_{max} değerleri $\gamma_{min} = 10^{-1}V_T$, $\gamma_{max} = 10^3V_T$ olarak ayarlanmıştır. Burada $V_T = (\sum_{t=1}^T \frac{\hat{u}_t^2}{T})^{1/2}$ şeklinde elde edilir.

Bu çalışmada da, Daiki Maki (2010) çalışması gibi kritik değerleri elde etmek için üç farklı model kullanılmıştır. Birinci model, deterministik terimler içermez. İkinci model, bir sabit terim ve üçüncü model ise, hem sabit hem de trend içerir. Kritik değerlerin hesaplanmasında değişken sayısı önemlidir.

Şimdi bootstrap ile bu testin uygulamasındaki aşamalar aşağıdaki gibi açıklanabilir:

1 - İlk önce ESTAR-ECM denklemini tahmin edilir, sonra ρ 'ye ait t-istatistiğini minimum eden kalıntılar elde edilir. Temel hipotez altında eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını ifade eden yeni bir süreç şu şekilde

$$\Delta y_t^* = \hat{\omega}' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \hat{\Psi}_i' \Delta z_{t-i} + e_t^*$$

yazılır. Burada $e_t^* = \varepsilon_t \hat{e}_t$ ve $E(\varepsilon_t) = 0$ ve $E(\varepsilon_t^2) = 1$.

2- Bootstrap örneğine göre hata düzeltme terimi aşağıdaki gibi

$$\hat{u}_t^* = y_t^* - \hat{\beta}_b' X_t$$

yazılır. $\hat{\beta}_b'$, bootstrap örneğinde eşbütünleşme vektörünün tahminidir.

3- Bu bootstrap testi aşağıdaki denkleme dayanır.

$$\Delta y_t^* = \rho_b \hat{u}_{t-1}^* (1 - \exp\{-\gamma_b \hat{u}_{t-1}^{*2}\}) + \omega_b' \Delta x_t + \sum_{i=1}^p \hat{\Psi}_{bi}' \Delta z_{t-i} + v_t$$

Temel ve alternatif hipotezler sırasıyla

$$H_0: \rho_b = 0$$

$$H_1: \rho_b < 0$$

ve test istatistiği şu şekilde

$$t_{Eb} = \inf_{\gamma_b \in (\gamma_{min}, \gamma_{max})} \frac{\hat{\rho}_b}{s.e.(\hat{\rho}_b)}$$

yazılır. $\hat{\rho}_b$, ρ_b 'nin tahminidir. $s.e.(\hat{\rho}_b)$, $\hat{\rho}$ 'ın standart hatasıdır. $\gamma_{b\ min}$ ve $\gamma_{b\ max}$ değerleri $\gamma_{b\ min} = 10^{-1}V_T$, $\gamma_{b\ max} = 10^3V_T$ olarak ayarlanmıştır. Burada $V_T^* = (\sum_{t=1}^T \frac{\hat{u}_t^{*2}}{T})^{1/2}$ şeklinde elde edilir.

4- Son olarak, bootstrap p değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$P_b(t_E) = \frac{1}{B} \sum_{j=1}^B I(t_{bE} < t_E)$$

Burada B, bootstrap tekralanmasının sayısını ifade etmektedir. $I(.)$ bir gösterge fonksiyonudur. Bu gösterge fonksiyonu aşağıdaki şekilde

$$I(t_{bE} < t_E) = \begin{cases} 1 & t_{bE} < t_E \\ 0 & t_{bE} \geq t_E \end{cases}$$

yazılır¹¹⁴.

¹¹⁴ Daiki Maki, “Wild bootstrap testing for cointegration in an ESTAR error correction model”, Economic modelling, 47, 2015, p. 292–298, pp.293.

4. BÖLÜM

TÜRKİYE EKONOMİSİNDE HİSSE SENEDİ FİYATI İLE SEÇİLEN MAKRO EKONOMİK DEĞİŞKENLER

Bu bölümde Türkiye ekonomisinde hisse senedi fiyatı ile bazı makro ekonomik değişkenler arasındaki ilişki eşik değerli eşbütünleşme testleri ile sınanacaktır. Burada öncelikle, Türkiye'nin borsa, altın ve döviz piyasası kısa bir şekilde açıklanacak ve ardından gerçek veriler ile uygulama yapılacaktır.

4.1. Türkiye’de Borsa, Döviz ve Altın Piyasası

1980 yılından bu yana, Türkiye, ekonomiyi serbestleştirmek, küresel ve açık ekonomiye katılmak amacıyla reformlar yapmaya başlamıştır. Dalgalı döviz kuru politikasında reform yapmak, ithalat liberalizasyon yasaları, ihracatı arttırmak, dış yatırımları teşvik etmek, serbest ticaret bölgeleri kurmak, para piyasalarının hükümet gözetimini ortadan kaldırmak ve ekonomik kurumları özelleştirmekten söz edebiliriz. Bu yüzden Türkiye yabancı ve yerli yatırımcılar arasında ayırım yapmadan serbest yabancı yatırım kanunları oluşturdu ve bu ekonomik reformlar sonucunda, istikrarlı ve hızlı bir ekonomik büyüme ortaya çıktı. Böylece bu gelişmeler Türk sermaye piyasasının büyümesine sebep oldu¹¹⁵.

Gelişmekte olan pek çok piyasada olduğu gibi, Türk finans piyasası da birkaç reform nedeniyle hızla büyümüştür. Bu iç reformlar ve olumlu küresel finansal koşullarla birleşerek oluşan etki ülkenin yabancı sermaye giriş hacminde artışa yol açmıştır.

115 Asuman Oktayer, “Türkiye’de Finansal Serbestleşme ve Derinleşme Süreci Üzerine Nitel Bir İnceleme”, Akademik İncelemeler, 2009, 4, 1, s. 73-100, ss.74-75.

Bu küreselleşmenin neticesinde, Türk döviz piyasası daha oynak ve dış koşullara duyarlı hale gelmiştir. Reel döviz kuru oynaklığının daha yüksek olması, yatırım riskini artırmakta ve Türk Lirası hareketlerinin borsa üzerindeki etkisiyle ilgili endişeleri artırmaktadır. Bununla birlikte, borsa ve döviz piyasaları yurtiçi makroekonomik performansı üzerine çok etkilidir.

Teorik olarak, hisse senedi ve döviz piyasaları arasındaki dinamik bağlantıları açıklamak için iki yaklaşım geliştirilmiştir. İlk yaklaşım Dornbusch ve Fisher (1980) tarafından önerilmiştir. Bu yaklaşım, döviz kuru değişikliklerinin hemen ihracata yönelik firmaların hisse senedi fiyatları üzerindeki etkilerini açıklamaktadır. Yerel paranın değer kazanması ülkenin ihracat rekabetçiliğini olumsuz etkilemekte ve ihracata yönelik firmaların hisse senedi fiyatlarını düşürmektedir. Bu yaklaşıma göre, hisse senedi fiyatı ile döviz kurunun değer düşüşü arasındaki ilişki pozitifdir.

Bununla birlikte, yerli imalat firmasının üretimi için ara girdinin büyük oranda ithal edildiği Türkiye gibi ithalata yönelik bir ülkede, yerel paranın değer kaybetmesinden kaynaklanan yüksek üretim maliyeti göz önüne alındığında hisse senedi fiyatları düşmektedir. Bu yüzden ters etki beklenmektedir.

Frankel (1983) tarafından geliştirilen portföy yaklaşım teorisi, ikinci yaklaşım olarak, hisse senedi fiyatlarının döviz kuru üzerindeki etkisini açıklamaktadır. Bu teori, döviz kurunun belirlenmesinde, servetin (gelirin) önemli rolünü vurgulamaktadır. yüksek hisse senedi fiyatları servetin (gelirin) artırma eğilimindedir ve bu artışın yerel para talebi ve faiz oranları üzerinde olumlu bir etkisi olabilir. Faiz oranının artması, ülkeyi yabancı yatırımcılar için daha cazip hale getirir ve bu yerel para talebini artırarak yerel paranın değer kazanmasına sebep olur. Bu yaklaşıma göre, hisse senedi fiyatları ile döviz kuru arasında negatif bir ilişki bulunmaktadır¹¹⁶.

¹¹⁶ Yacouba Kassouri, Halil Altıntaş, “Threshold cointegration, nonlinearity, and frequency domain causality relationship between stock price and Turkish Lira”, Research in International Business and Finance, 52, 2020, p. 1-18, p. 1-2.

Türkiye dünyanın dördüncü altın tüketicisi olarak, küresel altın talebi yaklaşık % 6'dır. Türk hanelerinde fiziksel olarak en az 3500 ton (145,3 milyar ABD doları) altın biriktirildiği ve depolandığı tahmin edilmektedir. Türk halkı kültürel ve geleneksel olarak altınla ilişkilidir. Hem dini nedenlerle ve hem de enflasyon ve para biriminin değer kaybetmesine karşı korunma için de altın talep edilmektedir. Türkiye'de altın talebi fiyat ve gelir değişikliklerine duyarlıdır. Tüketiciler altın fiyatlarındaki değişikliklere hızlı tepki veriyorlar. Yüksek büyüme döneminde altın talebi artıyor çünkü insanlar yükselen gelirlerinin bir kısmını altın tasarruf etmeyi tercih ediyorlar.

Türkiye, 2018 yılında dünyanın en büyük ikinci altın takı ihracatçısı olmuştur. İlk başta, ihracat pazarı Orta Doğu olmakla birlikte, ABD, Almanya, Rusya ve diğer Bağımsız Devletler Topluluğu ülkeleridir. Bu mücevher ihracatının, Türkiye'nin cari işlemler dengesi üzerinde olumlu etkisi olmuştur.

Altın, finans sistemi merkezindeki Türk Merkez Bankası politikasının bir parçasıdır. Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası (TCMB), rezerv opsiyon mekanizmasını (ROM) bir para politikası olarak uygulamaktadır. ROM, ticari bankaların yerli para rezervlerinin bir kısmını altın veya yabancı para olarak tutmalarına izin vermektedir. Döviz kurundaki dalgalanmaların sınırlamasını amaçlayan ROM mekanizması bankaları yabancı para ve altın biriktirmeye teşvik etmektedir. Altının bu politika çerçevesine dahil edilmesi altın rezervlerini artırmıştır ve Türkiye'nin altın stokunu harekete geçirmiştir. Uluslararası altın fiyatlarındaki dalgalanmalar, borsa ve diğer makroekonomik değişkenler üzerinde etkilidir¹¹⁷.

Para politikası araçları ekonomiyi istikrara kavuşturmak için kullanılmaktadır. Faiz oranı, önemli bir para politikası aracı olarak, para otoriteleri tarafından kullanılarak enflasyon, yatırım seviyesi ve döviz kuru dalgalanmaları ile doğrudan bağlantısı olan altın fiyatını göz önüne almaktadır. Para otoriteleri, bu dalgalanmalara faiz oranındaki

¹¹⁷ Ugur Akkoca, Irfan Cıvcır, “Dynamic linkages between strategic commodities and stock market in Turkey: Evidence from SVAR-DCC-GARCH model”, *Resources Policy*, 62, 2019, p. 231-239, p.231-232.

değişikliklerle cevap vermek zorundadır. Para politika yapıcılar için döviz kurunun değişiklikleri iç piyasada önemli olduğu kadar altın fiyatının değişiklikleri de önemlidir. Dolayısıyla, para otoritelerin faiz oranını değiştirerek döviz kurundaki ve altın fiyatlarındaki bu dalgalanmaları kontrol ederek borsa üzerinde bir etkiye sahip oldukları belirlenmiştir. Böylece yerli altın fiyatı, hisse senedi fiyatları, döviz kuru ve faiz oranı hem politika yapıcılar için hem de portföy yöneticileri için önemli değişkenlerdirler¹¹⁸.

Küreselleşme sonucunda, dünyadaki tüm piyasalar rekabet alanı olarak ekonomik etkileşimler daha güçlü bir şekilde ortaya çıkabilmektedir. Makroekonomik faktörlerin birbirine bağımlılığı uzun süredir ekonomistlerin, politika yapıcılarının ve yatırımcıların dikkatini çekmiştir. Borsa ve makroekonomik faktörler arasındaki karşılıklı ilişkilerin bilgisi, sadece endüstri oyuncuları için değil, aynı zamanda makroekonomik politika yapıcılar için de kritik öneme sahiptir.

Borsa piyasası, hem ulusal hem de uluslararası ekonomik olaylardan etkilenebilir. Hisse senedi fiyatları, bir ülkenin finansal statüsünün ve sosyal eğiliminin bir göstergesi olarak düşünülebilir¹¹⁹. Ekonomistler, politika yapıcılar ve hatta yatırımcılar için hisse senedi fiyatlarının davranışını ve hangi faktörlerle etkilendiğini bilmek önemlidir. Yatırımcılar yatırım yaparken sadece yatırım yapılan enstrümanın özellikleri değil aynı zamanda onu etkileyen faktörleri de dikkate alıyorlar.

¹¹⁸ Muhammad Akbar ve Sair, “Bayesian analysis of dynamic linkages among gold price, stock prices, exchange rate and interest rate in Pakistan”, *Resources Policy*, 62, 2019, p. 154-164, p. 155.

¹¹⁹ Muhammad Ramzan Mehar ve sair, “Relationship of Economic and Financial variables with behavior of Stock Prices: A case of Pakistan Stock Exchange”, *Pyrex Journal of Business and Finance Management Research*, 4 (5), 2018, p. 38-47, p.39.

4.2. Literatür

Farklı ekonomiler için hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı, döviz kurları ve diğer makroekonomik değişkenler arasındaki ilişkileri analiz eden birçok çalışma vardır. Burada söz edilen ilişkileri doğrusal olmayan modeller ile değerlendiren çalışmalar dikkate alınmıştır.

Maria A. Prats ve Vicente Esteve (2010), Hansen ve Seo (2002) eşik değerli eşbütünleşme testi ile ABD piyasasına ait hisse senedi fiyatı ile makro ekonomik değişkenler arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. Bu ilişkinin doğrusal olmadığı belirlenmiştir. Burada doğrusal denge ilişkisini ifade eden temel hipotez reddedilmiş ve denge ilişkisinin doğrusal olmadığı ortaya çıkmıştır.

Metin Coşkun, Kiracı, Muhammad küresel (2016) finans krizinden sonraki dönem için hisse senedi fiyatı ile seçilen ekonomik değişkenler arasındaki ilişkiyi değerlendirmişler. Kullanılan yöntemler; ARDL eşbütünleşme testi, Engel-Granger testi ve etki-tepki fonksiyonudur. Sonuç olarak, hisse senedi fiyatı ile sanayi üretim endeksi, ithalat ve ihracat miktarı arasında tek yönlü bir ilişki söz konusudur.

Muhammad Ramzan Mehar, Nazeer ve Arshad (2018), Pakistan ekonomisine ait ekonomik değişkenler ile hisse senedi fiyatları arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. Uzun dönem denge ilişkisi ARDL modeli ve bu ilişkilerin yönü Granger nedensellik testi kullanarak değerlendirilmiştir. Bu çalışma, ekonomik ve finansal değişkenlerin borsa ile tek yönlü, anlamlı ve pozitif bir ilişkiye sahip olduğunu bulmuştur.

Turgut Tursoy ve Faisal Faisal (2018) Türkiye ekonomisi için, altın ve petrol fiyatı ile hisse senedi fiyatları arasındaki ilişkiyi değerlendirmişler. Bu çalışmada the autoregressive distributed lag (ARDL) model ve FMOLS, DOLS ve CCR eşbütünleşme

denklemleri kullanılarak uzun ve kısa dönem ilişkileri sınanmıştır. Bu testlerin sonucunda hem kısa ve hem uzun dönem ilişkilerinde, petrol fiyatı ile hisse senedi fiyatı arasındaki ilişki pozitif ve altın fiyatı ile hisse senedi fiyatı arasındaki ilişki negatiftir.

Ugur Akkoc ve Irfan Cıvcir (2019) çalışmasında petrol ve altın fiyatları ile hisse senedi getirisi arasındaki ilişkiyi incelenmiştir. Burada BİST endeks hareketleri ile uluslararası altın ve petrol fiyatları arasındaki ilişki SVAR-DCC-GARCH model ile değerlendirilmiştir. Sonuç olarak, BİST endeksinde volatilitenin yüksek olduğu ve altın fiyatı bu volatilitayı petrol fiyatına göre daha güçlü bir şekilde etkilediği ortaya çıkmıştır. Sonuç olarak, Türkiye'nin küresel krizden sonra oynaklığın yayılma etkilerini yönetmek için dinamik makroekonomik politikalara ihtiyaç duyduğu görülmektedir.

Muhammad Akbar, Iqbal ve Noor (2019) Pakistan ekonomisi için, hisse senedi fiyatı, altın fiyatı, döviz kuru ve faiz oranı değişkenleri arasındaki ilişkiyi sınamışlardır. Burada üç farklı eşbütünleşme testi JJ (yapısal kırılmayı dikkate almadan), GH ve HJ (yapısal kırılmayı dikkate alarak) kullanarak değişkenler arasında uzun dönem denge ilişkisinin olmadığı belirlenmiştir. Böylece Bayesian VAR modeli ve etki-tepki fonksiyonu kullanılmıştır. Altın fiyatı ile hisse senedi fiyatı ve döviz kuru arasındaki ilişki ters ve iki taraflı'yken, hisse senedi fiyatı ile döviz kuru arasındaki ilişki ise, pozitif ve iki taraflıdır. Bu nedenle, altın sadece güvenli bir sığınak olarak görülüyor, aynı zamanda hisse senedi ve döviz piyasalarındaki olumsuz dalgalanmalar sırasında alternatif bir yatırım olarak kabul edilmektedir. Pakistan'daki para politikası yapanlar hem hisse senedi fiyatlarındaki ve hem rupi değerindeki değişimlere olumsuz yönde tepki vermektedir, ancak altın fiyatlarındaki değişiklikler para otoriteleri tarafından dikkate alınmamaktadır.

Shelly Singhal, Choudhary ve Chandra Biswal (2019) Meksika ekonomisi için, hisse senedi fiyatı, altın ve petrol fiyatı değişkenleri arasındaki ilişkiyi ARDL modeline dayanarak eşbütünleşme testi ile sınamışlardır. Çalışmanın bulgularına göre, altın fiyatı

Meksika'nın hisse senedi fiyatını olumlu etkilerken, petrol fiyatı onları olumsuz etkilemektedir.

Yacouba Kassouri ve Halil Altıntaş (2020) hisse senedi fiyatı ve döviz kuru arasındaki doğrusal olmayan ilişkiyi araştırmışlar. Bu çalışmada asimetrik eşik değerli Enders ve Granger (1998) ve doğrusal olmayan ARDL eşbütünleşme testi kullanılmıştır. Burada değişkenlerin ilişkili olduğu ortaya çıkmıştır. Böylece, asimetrinin (doğrusal olmama) Türkiye'nin ekonomisinde özellikle finansal piyasasında önemli olduğu iddia edilmiştir

4.3. Veriler

Bu bölümde Türkiye ekonomisinde hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı, döviz kuru, faiz oranı ve enflasyon arasındaki uzun dönem denge ilişkisi araştırılmıştır. Burada kullanılan veriler hisse senedi fiyatı, altın fiyatı, döviz kuru, bankalar arası faiz oranı ve enflasyon'dur . Bu çalışma 2000-2019 aylık verileri kapsamaktadır. Hisse senedi fiyatı verileri, OECD veritabanından ve enflasyon verileri Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankasından, diğer veriler ise, IMF'ten (Uluslararası Para Fonu) temin edilmiştir. Burada verilerin logaritması alınarak analiz yapılmıştır.

4.4. Birim Kök Testleri

Öncelikle değişkenlerin birim kök özellikleri, doğrusal birim kök testleri ile sınanmıştır. Genişletilmiş Dickey-Fuller (ADF), Philips-Perron ve KPSS testleri kullanılmıştır. Bu birim kök testlerin sonuçları tablo 1' de özetlenmiştir.

Tablo 1: Birim Kök Test Sonuçları

Değişkenler	ADF		KPSS		PP	
	Sbit	Trendli	Sabit	Trendli	Sabit	Trendli
lalt	-1.45 (0.55)	-0.58 (0.97)	1.77	0.43	-1.41(0.57)	-0.69(0.97)
lkur	-0.80(0.81)	-1.75(0.72)	1.65	0.41	-0.85(0.80)	-1.82(0.68)
lhf	-0.80(0.81)	-2.37(0.39)	1.82	0.25	-0.83(0.80)	-2.38(0.38)
lenf	-1.92(0.32)	-1.98(0.60)	0.99	0.38	-1.95(0.30)	-1.98(0.60)
lfz	-1.14(0.69)	-2.80(0.19)	1.96	0.09	-2.16(0.21)	-8.7(0.00)

-Parantez içerisindeki değerler olasılık değerlerini göstermektedir.

Tablo 1’deki ADF test sonuçları %1 anlamlılık düzeyinde Mac Kinnon kritik değeri ile karşılaştırıldığında, bütün değişkenler için birim kök temel hipotezi reddedilemez. Böylece değişkenler düzey değerleri ile durağan olmayan değişkenlerdir. KPSS durağanlık testine göre de değişkenler birim köklüdür. Sadece Phillips-Perron testi sonuçlarına göre faiz oranı değişkeni trendli olduğu halde durağandır.

Tablo 2’de serilerin birinci farkı alınarak birim kök test sonuçları gösterilmiştir. ADF ve PP birim kök ve KPSS durağanlık test sonuçlarına göre tüm değişkenler durağandır. Kısacası seriler birinci dereceden durağandır. Böylece serilerin entegrasyon dereceleri ($I(1)$) bir’dir.

Tablo 2: Birinci Fark, Birim Kök Test Sonuçları

Değişkenler	ADF		KPSS		PP	
	Sabit	Trendli	Sabit	Trendli	Sabit	Trendli
dlalt	-12.88(0.00)	-12.90(0.00)	0.34	0.13	-12.90(0.00)	-12.69(0.00)
dlkur	-10.19(0.00)	-10.17(0.00)	0.17	0.17	-10.31(0.00)	-10.29(0.00)
dlhf	-10.86(0.00)	-10.84(0.00)	0.08	0.08	-13.01(0.00)	-12.98(0.00)
dlenf	-14.38(0.00)	-14.37(0.00)	0.09	0.04	-14.37(0.00)	-14.36(0.00)
dlfz	-3.97(0.00)	-3.97(0.01)	0.30	0.13	-54.24(0.00)	-57.41(0.00)

-Parantez içerisindeki değerler olasılık değerlerini göstermektedir.

Serilerin doğrusal olup olmadığına karar vermek için Tsay (1996) ve Luukkonen , Saikkonen ve Trasvirta (1988)'in birinci testi kullanılmıştır. Tablo 3'teki doğrusallık test sonuçları , serilerin doğrusal olmadığını göstermektedir. Olasılık değerlerine göre, temel hipotezi ifade eden doğrusallık reddedilir.

Tablo 3: Doğrusallık Test Sonuçları

	lalt	lkur	lhf	lenf	lfz
LST Testi	2.34(0.00)	4.59(0.00)	1.77(0.04)	3.33(0.00)	2.60(0.00)
Tsay Testi	2.44(0.00)	4.28(0.00)	1.39(0.1)	3.85(0.00)	3.50(0.00)

-Parantez içerisindeki değerler olasılık değerlerini göstermektedir.

Serilerin doğrusal olmadığına göre, doğrusal olmayan modellere dayanarak değerlendirme yapabiliriz. Burada hisse senedi fiyatı ile diğer değişkenler arasındaki ilişkiyi araştırmak için eşik değerli otoregresif modeller kullanılmıştır

İlk olarak doğrusal olmayan serilerin durağan olup olmadığını test etmek için doğrusal olmayan birim kök testleri kullanılmıştır. Burada STAR tipi Kapetanios, Shin ve Snell (KSS, 2003) testi uygulanmıştır.

KSS (2003) testinde, temel hipotez birim kökü ifade ederken, alternatif hipotez ise, STAR modeli ile durağanlığı göstermektedir.

Tablo 4'te gösterilen istatistik değerler KSS (2003) kritik değerleri ile karşılaştırıldığında serilerin düzey seviyede birim köklü olup olmadığına karar verilmiştir. Test istatistik değerlerin kritik değerlerden büyük olduğuna göre, seriler düzey seviyede birim köklüdürler. Faiz oranı serisi iki durumda birim köklü ve ortalamadan arındırılmış durumunda durağandır. Geleneksel birim kök testleri sonucunda seri birim köklüymüş. Böylece serinin doğrusal olmayan birim köke sahip olduğuna karar verilmiştir.

Tablo 4: Doğrusal Olmayan Birim Kök Test Sonuçları

Değişkenler	Ham veri	KSS	
		Ortalamadan arındırılmış	Ortalamadan ve trendden arındırılmış
lalt	1.82 (1)	-1.13(1)	-1.25(1)
lkur	1.17(2)	-1.38(1)	-3.13(1)
lhf	0.73(1)	-1.82(1)	-3.46(1)
lenf	-1.74(12)	-1.38(12)	-1.25(12)
lfz	-1.97(12)	-4.44(12)	-3.35(12)

Parantez içerisindeki değerler gecikme uzunluğunu göstermektedir.

Tablo 5 incelendiğinde, serilerin birinci fark değerlerinin durağan olduğu görülmektedir. Böylece hisse senedi fiyatı ile diğer ekonomik değişkenler arasındaki ilişkiyi analiz etmek için doğrusal olmayan eşbütünleşme testi kullanabiliriz.

Tablo 5: Değişkenlerin Birinci Fark, Doğrusal Olmayan Birim Kök Test Sonuçları

Değişkenler	KSS		
	Ham veri	Ortalamadan arındırılmış	Ortalamadan ve trendden arındırılmış
dlalt	-5.32 (3)***	-5.19(3)***	-5.04(3)***
dlkur	-3.61(2)***	-3.58(2)***	-3.59(2)**
dlhf	-4.77(4)***	-4.75(4)***	-4.75(4)***
dlenf	-4.89(12)***	-4.89(12)***	-4.81(12)***
dlfz	-10.53(12)***	-10.55(12)***	-10.59(12)***

. *, ** ve ***, %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeyini ifade etmektedir.

4.5. Eşbütünleşme Testleri

Bu bulgulardan hareketle, hisse senedi fiyatı ile diğer ekonomik değişkenler arasındaki koentegre ilişkisi, MTAR ve STAR tipi eşbütünleşme testi ile sınanmıştır. Böylece bu eşbütünleşme testlerinde denge ilişkisi doğrusal olmayan düzeltme ile karakterize edilmiştir.

Enders ve Siklos (2001) asimetric eşbütünleşme testi MTAR modelini dikkate alarak eşbütünleşme ilişkisini ve bu ilişkinin simetrik veya asimetric olduğunu sınanmıştır. Kullanılan regresyon şu şekilde

$$\Delta \varepsilon_t = I_t \rho_1 \varepsilon_{t-1} + (1 - I_t) \rho_2 \varepsilon_{t-1} + u_t$$

$$\begin{cases} 1 & \varepsilon_{t-1} \geq \tau \\ 0 & \varepsilon_{t-1} < \tau \end{cases}$$

yazılır. $H_0^1: \rho_1 = \rho_2 = 0$ hipotezi koentegre ilişkisinin olmadığını ifade ederek, doğrusal olmayan eşbütünleşme karşın sınanır. Temel hipotez reddedildiğinde, doğrusal olmayan eşbütünleşme ilişkisinin asimetric olup olmadığı $H_0^2: \rho_1 = \rho_2$ ile test edilir.

Burada MTAR düzeltmeler göz önüne alarak doğrusal olmayan eşbütünleşme ilişkisi sınanmıştır. Tablo 6’da yer alan test istatistikleri Enders ve Siklos (2001) makalesinde tablolaştırılan kritik değerler ile karşılaştırarak, alternatif hipotez reddedilir, böylece MTAR düzeltme ile eşbütünleşme ilişkisinin olmadığı sonucu elde edilmiştir. Doğrusal olmayan eşbütünleşme olmadığı nedeniyle, simetrik veya asimetric düzeltmeler, sınamasının bir anlamı yoktur.

Tablo 6: Enders-Siklos (2001) Asimetric Eşbütünleşme Testi

	lalt-lhf	lkur-lhf	lenf-lhf	lfz-lhf
$H_0^1: \rho_1 = \rho_2 = 0$	3.10(1)	1.5(1)	3.06(1)	2.08(1)

Parantez içerisindeki değerler gecikme uzunluğunu göstermektedir.

KSS (2006) eşbütünleşme testi bir yumuşak geçişli otoregresif düzeltmeler ile eşbütünleşme ilişkisini sınamaktadır. Bu testte temel hipotez eşbütünleşme olmadığını ve alternatif hipotez ise, ESTAR düzeltmeler ile koentegrasyonu ifade etmektedir.

Tablo 7’de KSS (2006) eşbütünleşme test sonuçları gösterilmiştir. Burada KSS (2006) testi üç farklı model (ham veri, ortalamadan arındırılmış ve trendden arındırılmış) için uygulanmıştır. Tabloda yer alan test istatistikleri KSS (2006) çalışmasındaki kritik

değerler ile karşılaştırarak eşbütünleşmeun olup olmadığına karar verilmiştir. Hisse senedi fiyatı ile döviz kuru ve faiz oranı için sadece ham veri modelde ESTAR düzeltme ile koentegre ilişkisi ortaya çıkmıştır. Hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı arasında da fakat trendden arındırılmış durumda doğrusal olmayan eşbütünleşme ilişkisi söz konusudur. Hisse senedi fiyatı ile inflasyon arasında uzun dönem denge ilişkisi yoktur.

Tablo 7: KSS (2006) Eşbütünleşme Test Sonuçları

Değişkenler	KSS (2006) Eşbütünleşme		
	Ham veri	Ortalamadan arındırılmış	trendden arındırılmış
lalt-lhf	-2.31(2)	-2.50(2)	-3.06(2)**
lkur-lhf	-2.80(3)*	-2.33(3)	-3.12(1)
lenf-lhf	-1.96(1)	-1.16(1)	-3.40(2)
lfz-lhf	-4.18(3)***	-0.49(6)	-2.42(1)

Parantez içerisindeki değerler gecikme uzunluğunu göstermektedir. *, ** ve ***, %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeyini ifade etmektedir.

Maki (2010) testinde, STAR tipi üç farklı geçiş fonksiyonları kullanılmıştır. ESTAR modeli, γ , ESTAR-c modeli (γ, c) ve D-LSTAR modeli (γ, c_1, c_2) parametrelerini içermektedir. Bu testin istatistiği, geçiş fonksiyonu ne olursa olsun, basit ve tek taraflı t-testi ile hesaplanmıştır. Her geçiş fonksiyonu için sabitsiz, sabitli ve trendli üç farklı model ele alınmıştır. Burada temel hipotez eşbütünleşme ilişkisinin olmadığını ve alternatif hipotez ise, STAR düzeltme ile denge ilişkisini ifade etmektedir.

Tablo 8’da ESTAR modeline dayanan eşbütünleşme test sonuçları sunulmuştur. Burada γ parametresi geçiş fonksiyonun yumuşaklığını ifade etmektedir. Uzun dönem denge ilişkisi, hisse senedi fiyatı ile diğer değişkenler arasında bulunmaktadır.

Burada geçiş fonksiyonu, ESTAR olduğuna göre, rejimler arasındaki eşik değer, yani c sıfırdır. γ geçiş yumuşaklığı olarak, geçiş fonksiyonunun 0 ile 1 arasında değişme hızını göstermektedir. Yani, γ büyük değer alırsa, geçiş hızı daha yüksek olacaktır.

Geçiş fonksiyonu u_{t-1} değişkeni içindir. u_{t-1} eşik değere eşit olduğunda geçiş fonksiyonu sıfır olacak böylece ESTAR modeli birim köklüdür, yani uzun dönem denge ilişkisi söz konusu olmayacak, eğer u_{t-1} eşik değerden daha yüksek bir sapmaya sahipse, u_t dengeye dönme eğilimindedir.

Hisse senedi fiyatı ile faiz oranı arasındaki uzun dönem denge ilişkisinin düzeltme fonksiyonu ESTAR olduğunda, düzeltme hızının yüksek ve hisse senedi fiyatı ile enflasyon arasındaki denge ilişkisine ait düzeltme hızının düşük olduğu belirlenmiştir.

Tablo 8: ESTAR Eşbütünleşme Test Sonuçları

Değişkenler	Maki(2010)		
	Sabitsiz	Sabitli	Sabit ve Trendli
lalt-lhf	-3.30 (25,12)**	-3.30 (26,12)*	-3.60 (1034,12)
lkur-lhf	-4.16 (13,11)***	-4.16 (13,11)***	-4.20 (14,11)*
lenf-lhf	-4.20 (3,12)***	-4.43 (3,12)***	-4.24 (3,11)
lfz-lhf	-3.03 (820,12)**	-3.06 (245,12)	-3.21 (4,12)

Parantez içerisindeki değerler, gamma ve p değerlerini sırasıyla göstermektedir. *, ** ve ***, %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeyini ifade etmektedir.

Tablo 9’da ESTAR-c düzeltme ile denge ilişki test sonuçları gösterilmiştir. Bu tablo’da gamma, c ve gecikme uzunluğu değerleri yer almaktadır. γ geçiş yumuşaklığını ve c regimler arasındaki eşik değeri ifade etmektedir. Doğrusal olmayan uzun dönem ilişki her üç modelde bulunmaktadır. Hisse senedi fiyatı ile döviz kuru ve enflasyon arasındaki ilişki diğer ilişkilere göre daha güçlüdür. Böylece hem ESTAR hem de ESTAR-c modelinde hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı, döviz kuru, enflasyon oranı ve faiz oranı arasında uzun dönem ilişki görülmektedir.

Hisse senedi fiyatı ile enflasyon arasındaki uzun dönem denge ilişkisi ESTAR-c düzeltmeler durumunda, daha yüksek bir geçiş hızına sahipken, altın fiyatı ile hisse senedi fiyatı arasındaki denge ilişkisinin geçiş hızı düşüktür.

Tablo 9: ESTAR-c Eşbütünleşme Test Sonuçları

Değişkenler	Maki(2010)		
	Sabitsiz	Sabitli	Sabit ve Trendli
lalt-lhf	-3.55 (1,-5,12)**	-3.55 (1,-5,12)**	-3.96 (1,-5,12)*
lkur-lhf	-5.77 (2,-3,10)***	-5.79 (2,-3,10)***	-4.90 (4,0,12)***
lenf-lhf	-3.72 (967,1,12)***	-3.75 (1054,1,12)**	-3.72 (1053,1,12)*
lfz-lhf	-3.37 (683,1,11)**	-3.43 (350,1,11)*	-3.51 (1039,1,12)

Parantez içerisindeki değerler, gamma, c ve p değerlerini sırasıyla göstermektedir. . *, ** ve ***, %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeyini ifade etmektedir.

Yukarıdaki eşbütünleşme test sonuçlarına göre, Türkiye ekonomisinde hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı, döviz kuru, faiz oranı ve enflasyon arasında STAR düzeltmeler ile uzun dönem denge ilişkisinin bulunduğu belirlenmiştir. STAR modelinde, geçişin hızı da belirlenmiştir.. Hisse senedi fiyatı ile enflasyon arasındaki uzun dönem denge ilişkisinin geçiş fonksiyonu ESTAR-c olduğunda, geçiş hızının yüksek ve hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı arasındaki denge ilişkisinin geçiş hızının düşük olduğu belirlenmiştir. Geçiş hızı düşük olduğunda dengeye dönme çok zaman alır. yani, hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı arasındaki koentegre ilişkisinin düzeltilmesi çok zaman alır. Kısa bir şekilde, en güçlü olan koentegre ilişkisi döviz kuru ile hisse senedi fiyatı arasındaki ilişkiye aittir.

KSS (2006) testinde koentegre ilişkisinin düzeltme modeli, ESTAR modelidir. Bu testte fakat, hisse senedi fiyatı ile enflasyon arasında ESTAR düzeltmeler ile eşbütünleşme yoktur.

Maki (2010) eşbütünleşme testinde kullanılan regresyon aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\Delta \hat{u}_t = \rho u_{t-1} F(.) + \sum_{j=1}^p \psi_j \Delta \hat{u}_{t-j} + \varepsilon_t$$

Burada F(.) STAR tipi geçiş fonksiyonudur. Regresyonda tanımlı olmayan parametreler yer almaktadır. Bu parametreler sadece alternatif hipotez altında tanımlanır. Bu yüzden, Maki (2010) testinde, bu sorunu bertaraf etmek için ifimum tipi test istatistiği kullanılmıştır. Bu testte, test istatistiği hesaplarken tüm olası eşik değerler ve geçiş parametreleri dikkate alınmıştır. Böylece, minimum t-istatistiğine göre, uygun eşik değer ve geçiş parametreleri elde edilir. Bu testin temel avantajı, geçiş fonksiyonun tipi ne olursa olsun, basit ve tek taraflı t testlerinin kullanılmasıdır.

KSS (2006) eşbütünleşme testinde kullanılan regresyonlarda tanımlı olmayan parametreler sorununu bertaraf etmek için birinci dereceen Taylor yaklaşımı kullanılmıştır. Böylece test istatistiği geçiş fonksiyonun parametreleri dahil etmeden hesaplanmıştır.

Uygulama sonuçlarına bakıldığında, bu iki test sonuçları arasındaki farkın bir nedeni tanımlı olmayan parametrelerin sorununu bertaraf etme yöntemi olabilir.

Tablo 10’da ESTAR Hata Düzeltme Modelinin tahmini gösterilmiştir. ESTAR hata düzeltme modeli aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\Delta y_t = \delta \hat{u}_{t-1}^3 + \omega' \Delta x_t + \sum_{i=1}^{p-1} \phi_i' \Delta z_{t-1} + \varepsilon_t$$

Burada δ hata düzeltme terimlerini göstermektedir. Hata düzeltme parametresinin anlamlılığı ve büyüklüğü önemlidir. Altın fiyatı ile hisse senedi fiyatı değişkenlerine ait hata düzeltme parametresi anlamlıdır. İlgili parametrenin tahmin edilen değeri -0.17’dir. Böylece hata düzeltme mekanizması çalışmakta ve bir dönemde, dengedeki bozukluğun %17’sinin düzeltilebilmesi beklenmektedir. Döviz kuru ile hisse senedi fiyatı ve enflasyon ile hisse senedi fiyatı ile ilgili hata düzeltme parametresi anlamlıdır, yani hata düzeltme mekanizması çalışmaktadır. İlgili parametrelerin tahmin edilen değeri -0.01’dir. Dolayısıyla, bir dönemde denge bozukluğunun % 1’i düzeltilebilecektir. Elde edilen sonuçlara göre, faiz oranı ile hisse senedi fiyatı ile ilgili hata düzeltme parametresi anlamsızdır. Böylece bu durumda hata düzeltme mekenizması işlememekte ve bu değişkenler arasında uzun dönem nedensellik söz konusu olmayacaktır. Hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı, döviz kuru ve enflasyon oranı aralarında, uzun dönem nedenselliğin bulunduğu belirlenmiştir.

Tablo 10 : ESTAR Hata Düzeltme Modeli

Değişkenler	δ	ω	φ_{1x}	φ_{2x}	φ_{1y}	φ_{2y}
lalt-lhf	-0.17(0.03)*	0.17(0.20)	0.09(0.47)	0.11(0.38)	0.18(0.00)***	-0.09(0.15)
lkur-lhf	-0.01(0.01)*	-0.87(0.00)***	0.44(0.00)***	-0.04(0.69)	0.19(0.00)***	0.03(0.61)
lenf-lhf	-0.01(0.04)*	-0.07(0.12)	0.008(0.87)	0.05(0.24)	0.18(0.00)***	-0.09(0.13)
lfz-lhf	-0.004(0.70)	-0.10(0.00)***	-0.04(0.04)*	-0.01(0.61)	0.22(0.00)***	-0.17(0.00)***

Parantez içerisindeki değerler olasılık değerlerini göstermektedir. . *, ** ve ***, %1, %5 ve %10 anlamlılık düzeyini ifade etmektedir.

SONUÇ

Ekonometri alanında doğrusal modeller, tahmin ve yorum kolaylığından dolayı daha tercih edilen modellerdir. Son yıllarda, Doğrusal yöntemler, verilerin doğrusal olmayan modeller özelliklerini taşıdığı zaman, yanıltıcı sonuçlar verebileceği nedeniyle, daha az bir şekilde kullanılmaktadır. Böylece, doğrusal olmayan modeller kullanımı yoğunluk kazanmaktadır.

Doğrusal olmayan modeller, ortalamada doğrusal olmayan ve varyansta doğrusal olmayan modeller olarak dikkate alınır. Eşik değerli otoregresif modeller doğrusal olmayan modeller ailesinden olarak, ortalamada doğrusal olmayan modellerdir. Bu modeller dört farklı tipe sahiptir.

Eşik değerli otoregresif modeller, doğrusal bir kaç parçadan oluşmaktadır. Bu parçalar rejim olarak adlandırılır. Bu rejimlerin ortaya çıkma nedenleri, yapısal değişikliklerdir. Bu değişikliklerin gerçekleşme noktaları eşik değer olarak bilinir. Bir rejimden diğer rejime geçiş türleri; sert, yumuşak ve olasılıklı olabileceğinden dolayı, farklı modeller ortaya çıkmıştır. Ekonometrik araştırmalarda, eşik değerli otoregresif modeller arasında yumuşak geçişli eşik değerli otoregresif (STAR) modeller daha popüler bir hale gelmiştir. Yumuşak geçişli modeller, lojestik yumuşak geçişli (LSTAR) ve üstel yumuşak geçişli model (ESTAR) olarak, iki türe ayrılmaktadır.

Yumuşak geçişli modellerin geçiş fonksiyonlarında geçiş ve eşik değer parametresi yer almaktadır. Geçiş parametresi geçiş hızını ve eşik değer parametresi ise, geçiş noktasını göstermektedir. Bir rejimden diğer rejime geçiş parametresi yüksekse, geçiş hızı yüksektir. Yani, geçişin gerçekleşmesi çok zaman almaz.

Zaman serileri analizinde, ilk adım serilerin durağanlığını test etmektir. Bu çalışmada serilerin durağanlık özellikleri önce geleneksel ve sonra doğrusal olmayan

birim kök testleri ile araştırılmıştır. Koentegre ilişkisini sınamak için serilerin aynı dereceden durağan olmaları gerekiyor. Doğrusal olmayan eşbütünleşme testlerini uygulamak amacıyla, serilerin doğrusal olmayan yapıya sahip olmaları ve doğrusal birim kök test sonucunda aynı dereceden durağan olmaları gerekmektedir.

Bu çalışmada Türkiye ekonomisi için, hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı, döviz kuru, faiz oranı ve enflasyon arasındaki eşbütünleşme ilişkisi, 2000-2019 .06 aylık veriler ele alarak sınanmıştır. Borsa piyasası ile döviz kuru ve altın piyasasının birbirleriyle ilişkili olduğu ve politikacılar için bu ilişkinin daha net bir şekilde anlamasının önemli olduğu, değişkenlerin seçme nedenidir. Burada verilerin doğrusal olmadıkları belirlendikten sonra, doğrusal olmayan birim kök testleri kullanarak koentegre dereceleri elde edilmiştir. Serilerin zaman içerisinde aynı trendde hareket edip etmemeleri doğrusal olmayan eşbütünleşme testleri ile sınanmıştır. STAR ve MTAR tipi eşbütünleşme testleri ve STAR tipi hata düzeltme modeli kullanılmıştır. Maki (2010) eşbütünleşme testi, STAR tipi bir eşbütünleşme testi olarak, literatürde çok az rastlanmış ve burada kendi yazdığım kodla uygulanmıştır.

Son bölümde, hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı, döviz kuru, faiz oranı ve enflasyon arasındaki uzun dönem denge ilişkisi, eşik değerli otoregresif düzeltmeler ile sınanmıştır. MTAR düzeltmeler ile her hangi bir koentegre ilişkisi bulunmamaktadır. STAR düzeltmeler ile iki eşbütünleşme testi, KSS (2006) ve Maki (2010) uygulanmıştır. KSS (2006) eşbütünleşme testine göre, hisse senedi fiyatı ile diğer değişkenler arasında enflasyon haric, uzun dönem denge ilişkisi STAR düzeltmeler ile bulunmuştur. Maki (2010) eşbütünleşme testinin uygulaması sonucunda, hisse senedi fiyat ile diğer değişkenler arasında koentegre ilişkisinin bulunduğu belirlenmiştir. Burada STAR modeline dayanarak düzeltme hızı da tahmin edilmiştir. Düzeltme hızı, dengeden sapma büyüklüğüne bağlıdır. Değişkenler arasında uzun dönem denge ilişkisi olduğu zaman, dengeden sapma olursa ekonomik baskılar dengeye dönmeyi sağlar. Hisse senedi fiyatı ile enflasyon arasındaki ilişkinin düzeltme modeli ESTAR-c olduğunda, düzeltme hızı yani, dengeye dönme hızı yüksektir. Böylece, dengede bir sapma olursa, bu ilişkinin

düzeltilmesi çok zaman almaz. Ancak, hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı arasındaki ilişkinin düzeltilmesi zaman alır. ESTAR-c modelinde c, eşik değeri olarak içsel olarak belirlenmiştir. Bu yüzden ESTAR-c modeli, eşbütünleşme düzeltmeleri için daha uygun bir model olarak belirlenebilir. Çünkü ESTAR-c modelinde diğer modeldeki tüm kısıtlar kaldırılmıştır, yani parametreler alabilecek tüm değerlerle analiz ederek tahmin işlemi gerçekleştirilir.

STAR hata düzeltme modelin tahmini sonucunda, hisse senedi fiyatı ile faiz oranı hariç diğer değişkenler için hata düzeltme mekanizması çalışmaktadır. Böylece hisse senedi fiyatı ile altın fiyatı, döviz kuru ve enflasyon arasında uzun dönem nedensellik söz konusu olabilir.

Maki (2010) eşbütünleşme testinin önemli bir avantajı tanımlı olmayan parametrelerin sorununun bertaraf etme yöntemidir. Bu testte tüm olası eşik değeri ve geçiş parametreleri dikkate alınarak, test istatistiği hesaplanmıştır. Böylece geçiş fonksiyonun parametreleri kısıt yapılmadan hesaplanmıştır. Ancak KSS (2006) testinde, tanımlı olmayan parametrelerin sorunu Taylor yaklaşımı kullanarak ortadan kaldırılmıştır.

KAYNAKÇA

- Alimia Mohsen,:
Rhif c. Ahmed,
Rebai Abdelwaheb,
“Nonlinear dynamic of the renewable energy cycle transition in Tunisia: Evidence from smooth transition autoregressive models”, international journal of hydrogen energy, 42, 2017, p. 8670-8679.
- Ağazade Seymur,:
“Doğrusal Olmayan Birim Kök Testleriyle Rusya için Satın Alma Gücü Paritesi Hipotezinin İncelenmesi”, Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 7, 2014, s. 14-25.
- Akbar Muhammad
ve Sair,:
“Bayesian analysis of dynamic linkages among gold price, stock prices, exchange rate and interest rate in Pakistan”, Resources Policy, 62, 2019, p. 154–164.
- Akkoca Ugur,:
Civcir Irfan,
“Dynamic linkages between strategic commodities and stock market in Turkey: Evidence from SVAR-DCC-GARCH model”, Resources Policy, 62, 2019, p. 231-239.
- Amiri Esmail,:
“Forecasting daily river flows using nonlinear time series models”, Journal of Hydrology, 527, 2015, p.1054–1072.
- Araç Aysen, A.:
YaltainYasem,
“Testing the expectations hypothesis for the Eurozone: Anonlinear cointegration analysis”, France Research Letter, 15, 2015, p.41-48.
- Asane-Otoo:
Emmanuel,
Schneider Jan,
“Retail fuel price adjustment in Germany: A threshold cointegration approach”, Energy Policy, 78,2015, p.1–10.

- Balke Nathan S.,:
Fomby Thomas B., "Threshold Cointegration", International Economic Review, Vol. 38 No. 3, 1997.
- Bekiros Stelios D.,: "A robust algorithm for parameter estimation in smooth transition autoregressive models", Economics Letters, 103, 2009, p. 36–38.
- Boero Gianna,:
Marrocu Emanuela, "The performance of SETAR models: a regime conditional evaluation of point, interval and density forecasts", International Journal of Forecasting, 20, 2004, p. 305–320.
- Chan K. S.,: "Consistency and limiting Distribution of the Least Square Estimator of a Threshold Autoregressive Model", The Annals of Statistics, 21, 1993, P. 520-533.
- Caner Mehmet,:
Hansen Bruce, "Threshold Autoregression with Unit Root", Econometrica, vol:69, No:6 november 2001, pp:1-35.
- Cavicchioli:
Maddalena,
Pistoresi Barbara, "Testing threshold cointegration in Wagner's Law: The role of military spending", Economic Modelling, 59,2016, p. 23–31.
- Cook Steven,: "A momentum-threshold autoregressive unit root test with increased power", Statistics & probability Letters, 67, 2004, pp.307–310.
- Coşkun Metin,:
Kıracı Kasım ve
Muhammad
Usman, "Seçilmiş Makroekonomik Değişkenlerle Hisse Senedi Fiyatları Arasındaki İlişki: Türkiye Üzerine Ampirik Bir İnceleme" , Finans Politik & Ekonomik Yorumlar, 53, 2016, p.61-75.

- Çil Yavuz Nilgün,: “Türkiye’de Turizm Gelirlerinin Ekonomik Büyümeye Etkisinin Testi”, Doğu Üniversitesi Dergisi, 7, 2006.
- Deniz İlanan,: “Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi ile BIST 100 Endeksi Üzerine Amprik bir Çalışma”, Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi, 14, 3, 2018, p. 1-8, p.3.
- Dickey D. A.,: “Distribution Of The Estimators ForAutoregressive Time Series With A Unit Root”, Journal of the American Statistical Association, 74, 366, 1979, pp. 427-431
- Fuller W. A.
- Emmanuel: “A nonlinear approach to modelling the residential electricity consumption in Ethiopia”, Energy Economics, 32, 2010, p. 515–523.
- Gabreyohannes,
- Enderse W.,: Appliec Econometrics Time Series, 2004, John Wiley and Sons, Inc.
- Enders W., “Unit root tests and asymmetric adjustment with an example using the term structure of interest rates”, Journal of Business and Economic Statistics,16, 1998, p.304– 311.
- Granger: C.W.J. ,
- Enders Walter,: “Pretesting for multi-step-ahead exchange rate forecasts with STAR models”, International Journal of Forecasting, 31, 2015, p. 473–487.
- Pascalau Razvan,
- Enders Walter,: “Cointegration and Threshold Adjustment”, Economic Staff Papper Series, 10, 1998.
- Siklos Pierre L.,
- Esteve Vicente,: “Threshold cointegration and nonlinear adjustment between stock prices and dividends”, Documento de Trabajo/Working Paper Serie Economía, 3, 2010, p. 1-13.
- Prats Maria A. ,

- Esteve Vicente,:
Tamarit Cecilio,
“Threshold cointegration and nonlinear adjustment between CO2 and income:The Environmental Kuznets Curve in Spain, 1857–2007”, Energy Economics, 34,2, .
- Gujarati Damodar:
N., Porter Down C.,
Temel Ekonometri, Çevirenler: Ümit Şenesen , Gülay Günlük Şenesen Beşinci Baskı,Literatür Yayıncılık, İstanbul,2017.
- Gülcü Abdullah,:
“Investigation of Smooth Breaks and Nonlinear Mean Reversion in Real Intrest Parity: EvidenceFrom Asian Countries”, the Department Economics, 2017.
- GÜRİŞ Selahattin,:
GÜRİŞ Burak ve
TIRAŞOĞLU
Muhammed
“Do military expenditures converge in NATO countries? Linear and nonlinear unit root test evidence”, Theoretical and Applied Economics, XXIV, 2(611), 2017, pp. 237-248.
- Hansen Bruce E.,:
Seo Byeongseon,
“Testing for two-regime threshold cointegration in vector error-correction models”, Journal of Econometrics, 110, 2002, p. 293 – 318.
- Harvey David I.,:
Leybourne Stephen
J. ve Xiao Bin ,
“A Powerful Test for Linearity when the Order of Integration is Unknown”, Granger Centre Discussion Paper, 6, 2008, p. 1-24.
- Harvey D. I., Mills:
T. C.,
“Unit Roots and Double Smooth Transitions”, Journal of Applied Statistics, 29, 5, 2002, p. 675-683.
- Hassan Ahmad:
Ahmad, Aworinde
Olalekan Bashir,
“Thresholdcointegration and the short-run dynamics of twin deficit hypothesis in African countries”, The JournalofEconomicAsymmetries, 12, 2015, p.80–91.

- Hepsağ Aycan,:
Yaşar Akçalı
Burçay,
“Zayıf Formda Piyasa Etkinliğinin Asimetrik Doğrusal Olmayan Birim Kök Testi ile Analizi: G-7 ve E-7 Ülkeleri Örneği”, BDDK Bankacılık ve Finansal Piyasalar, 9, 2, 2015, p.73-90.
- Kapetanios G., Shin
Y., A. Snell,:
“Testing for a unit root in the Nonlinear STAR Framework”, J. Econ, 112, 2003, pp.359-379.
- Kapetanios George,
Shin Yongcheol,
Sne Andy,:
“Testing for Cointegration in Nonlinear STAR ErrorCorrection Models”, Queen Mary, University of London, 497, 2006, p.1-24.
- Kassouri Yacouba,:
Altıntaş Halil,
“Threshold cointegration, nonlinearity, and frequency domain causality relationship between stock price and Turkish Lira”, Research in International Business and Finance, 52, 2020, p. 1-18.
- Kılıç Rehim,:
“Testing for a unit root in a stationary ESTAR process”, Forthcoming in Econometric Reviews, 2011, p.1-41.
- Kruse, R.:
“A new unit root test against ESTAR based on a class of modified statistics”, Statistical Papers, 2011, p. 71–85.
- Lee Junsoo,:
Strazicich M.C.,
“Minimum LM Unit Root Test With One Structural Breaks”, Manuscript, Department of Economics, Appalachian State University, NC., 2004.
- Leybourne S.,:
Newbold P. ve
Vougas D.,
“Unit Roots and Smooth Transitions”, Journal of Time Series Analysis, 19, 1, 1998, p. 83–97.

- Lumsdaine R. L.,: “Multiple Trend Breaks and The Unit Root Hypothesis”, The Review of Economics and Statistics, 79, 2, 1997, pp. 212-218.
- Papel David H.
- Maddala G. S., Kim I.M.,: Unit Root Cointegration Test and Structural Change, 1998, Cambridge University Press, UK.
- Mehar Muhammad: “Relationship of Economic and Financial variables with behavior of Stock Prices: A case of Pakistan Stock Exchange”, Pyrex Journal of Business and Finance Management Research, 4,5, 2018, p. 38-47.
- , Naeem Mariam, Nazeer Mariam ve Arshad Sana,
- Norman Stephen,: “Systematic small sample bias in two regime SETAR model estimation”, Economics Letters, 99, 2008, p. 134–138.
- Oesook Lee , Dong: “A note on stationarity of the MTAR process on the boundary of the stationarity region”, Economics Letters, 73 ,2001, p.263–268.
- Wan Shin,
- Oktayer Asuman,: “Türkiye’de Finansal Serbestleşme ve Derinleşme Süreci Üzerine Nitel Bir İnceleme”, Akademik İncelemeler, 2009, 4, 1, s. 73-100.
- Paradiso Antonio,: “Marcella Lucchetta, Investigating the US consumer credit determinants using linear and non-linear cointegration techniques”, Economic Modelling, 42, 2014.
- Kumar Saten,
- Park J.Y, Shintani: “Testing for a unit root against transitional autoregressive models”, Vanderbilt University, Department of Economics, Working Paper, 5,10, 2005, p.1-50.
- M.,

- Park JOON Y. :
Shintani Motosugu, “Testing for a unit root against transitional autoregressive models”, *International Economic Review*, 57,2, 2016, p. 635-665.
- Pascalau R.,: “Testing for a unit root in the asymmetric nonlinear smooth transition framework”, Department of Economics, Finance and Legal Studies University of Alabama Unpublished Manuscript, 2007, p. 1-28.
- Pathan Rubina ,:
Masih Mansur, “Relationship between macroeconomic variables and stock market index: evidence from India”, Munich Personal RePEc Archive, 10, 2013, p. 1-25.
- Perron Pierre,: (1989), “The Great Crash, The Oil Price Shock, And The Unit Root Hypothesis”, *Econometrica*, 57, 6, pp. 1361-1401.
- Phillips Peter C. B.,
Perron Pierre,: “Testing For A Unit Root in Time Series Regression”, *Biometrika*, 75, 2, pp. 335.
- Rodriguez Gabriel,:
Sloboda Michael J., “Modeling nonlinearities and asymmetries in quarterly revenues of the US telecommunications industry”, *Structural Change and Economic Dynamics*, 16, 2005, p. 137–158.
- Sekioua Sofiane
H.,: “Nonlinear adjustment in the forward premium: evidence from a threshold unit root test”, *International Review of Economics and Finance*, 15, 2006, pp.164–183.
- Singhal Shelly,:
Choudhary Sangita
ve Biswalc Pratap
Chandra, “Return and volatility linkages among International crude oil price, gold price, exchange rate and stock markets: Evidence from Mexico”, *Resources Policy*, 60, 2019, p. 255-261.

- Sollis R.,: “A Simple Unit Root Test Against Asymmetric STAR Nonlinearity with an Application to Real Exchange Rates in Nordic Countries”, *Economic Modelling*, 26, 2009, p. 118-125.
- Sollis Robert,: “Asymmetric Adjustment and Smooth Transitions: A Combination of Some Unit Root Tests”, *Journal of Time Series Analysis*, 25, 3, 2004, p. 409–417
- Tsagkanos:
Athanasios,
Siriopoulos Costas, “Stock markets and industrial production in north and south of Euro-zone: Asymmetric effects via threshold cointegration approach”, *The Journal of Economic Asymmetries*, 12, 2015, p.162–172.
- Tong H.,: “Threshold Models in Non-Linear Time Series Analysis”, Springer, 1983, New York.
- Umer Usman M.,
Sevil Tuba, Sevil
Güven,: “Forecasting performance of smooth transition autoregressive (STAR) model on travel and leisure stock index”, *The Journal of Finance and Data Science*, 4, 2018, p.90-100.
- Vougas D. V.,: “On Unit Root Testing With Smooth Transitions”, *Computational statistics & data analysis*, 51, 2, 2006, p. 797-800.
- Yalçinkaya Ömer,: “Türkiye Ekonomisinde Dış Borçların Sürdürülebilirliğinin Analizi: Doğrusal ve Doğrusal Olmayan Birim Kök Testlerinden Kanıtlar (1970-2018)”, *Maliye Dergisi*, Ocak-Haziran, 176, 2019, s. 27-51.
- Yılandı Veli,: “Fisher Hipotezinin Türkiye için Sınanması: Doğrusal Olmayan Eşbütünleşme Analizi”, *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 23, 2009, p.205-213.

Yıldırım Dilem,:

“Empirical investigation of purchasing power parity for Turkey: Evidence from recent nonlinear unit root tests”,
Central Bank Review, 17, 2017, pp.39-45.



ÖZGEÇMİŞ

Orta ve lise dereceli eğitimini Şiraz'da tamamladı. 2010 yılında Şiraz Üniversitesinde istatistik bölümünde lisans eğitimini bitirdi. İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalında Yüksek Lisans eğitimini tamamlayan Elaheh Rahmani, 2016 yılında İstanbul Üniversitesi Ekonometri bölümünde doktora eğitimini başladı.