

**DOĞRUSAL OLMAYAN HEDEF PROGRAMLAMA
İLE PORTFÖY SEÇİMİ**

SİBEL DUMAN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
(İSTATİSTİK)**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

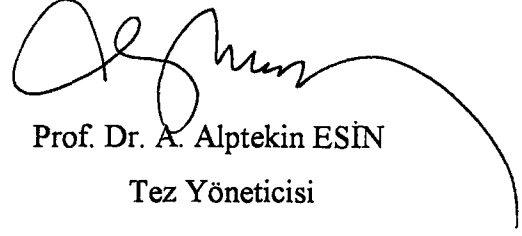
**TE. YÖNERGEKİTİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

125856
125856

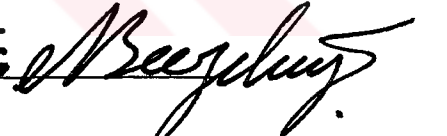
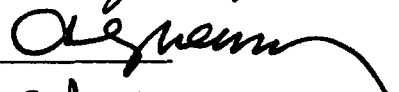
Ocak 2002

ANKARA

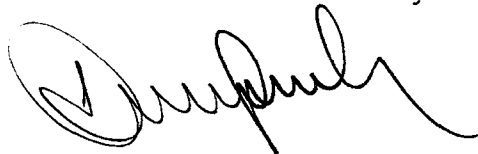
Sibel DUMAN tarafından hazırlanan DOĞRUSAL OLMAYAN HEDEF PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY SEÇİMİ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.


Prof. Dr. A. Alptekin ESİN
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından İstatistik Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : PROF. DR. NİHAT BOZDAĞ 
Üye : PROF. DR. ALPTEKİN ESİN 
Üye : YRD. DOÇ. CELAL AYDIN 
Üye : _____
Üye : _____

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.



İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	iv
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	v
SİMGELER VE KISALTMALAR	vi
1. GİRİŞ	1
2. HEDEF PROGRAMLAMA	4
2.1. Hedef Programlamada Kullanılan Tanım ve Kavramlar	7
2.1.1. Karar değişkenleri	7
2.1.2. Amaç	7
2.1.3. Hedef	8
2.1.4. Model kısıtları	8
2.1.5. Sağ taraf sabitleri	9
2.1.6. Sapma değişkenleri	9
2.1.7. Teknolojik katsayılar	9
2.1.8. Önem derecesini yansıtan öncelik düzeyi	9
2.1.9. Ağırlıklar	10
2.2. Hedef Programlamanın Varsayımları	10
2.3. Hedef Programlama Modelinin Matematiksel Yapısının Oluşturulması Aşamaları	11
2.4. Hedef Programlama Modelinin Matematiksel Gösterimi	13
2.4.1. Amaç fonksiyonu	13
2.4.2. Hedef kısıtları	15
2.4.3. Pozitif kısıtlama	18
2.5. Hedef Programlamanın Çözüm Yöntemleri	18
2.6. Hedef Programlamanın Çeşitleri	19
3. DOĞRUSAL OLMAYAN HEDEF PROGRAMLAMA	22
3.1. Doğrusal Olmayan Hedef Programlamanın Kullanım Alanları	23
3.2. Doğrusal Olmayan Hedef Programlama Modelleri ve Çözüm Teknikleri	24
3.2.1. Simpleks yaklaşımı	24
3.2.1.1. MAP yaklaşımı	25
3.2.1.2. Ayrılabilir Programlama yaklaşımı	35
3.2.1.3. Kareli Programlama yaklaşımı	37
3.2.2. Doğrusal Olmayan Hedef Programlama Problemlerinin Çözümü İçin Direkt Arama Yaklaşımı	38
3.2.2.1. Uyarlanmış (Modified) Pattern Arama Yaklaşımı	39
3.2.2.2. Uyarlanmış (Modified) pattern / gradient arama yaklaşımı	41
3.3. Gradient Tabanlı Yaklaşım	41

3.4. Etkileşimli (İnteraktif) Hedef Programlama Yaklaşımı.....	44
4. PORTFÖY ANALİZİ.....	47
4.1. Portföy Yönetiminde Kullanılan Tanım ve Kavramlar	48
4.1.1. Yatırım	48
4.1.2. Menkul kıymetler	49
4.1.3. Portföy.....	49
4.1.4. Portföy yönetimi	50
4.1.5. Portföyün beklenen getirisi	50
4.1.6. Portföyün riski	50
4.2. Portföyü Oluşturan Yatırım Araçları.....	51
4.3. Portföylerin Getirisi ve Riski	52
4.3.1. Portföyün getiri oranı	54
4.3.2. Portföyün riski	55
4.3.2.1. Sistematiik risk unsurları.....	56
4.3.2.2. Sistematiik olmayan risk unsurları	57
4.3.3. Portföyün getirisi ve riski arasındaki ilişkiler	64
4.3.4. Portföyde çeşitleme ve etkin sınır	65
4.4. Portföy Teorileri	66
4.4.1. Temel analiz	67
4.4.2. Teknik analiz	68
4.4.3. Geleneksel portföy yönetimi	68
4.4.4. Modern portföy yaklaşımı.....	70
4.5. Optimum Portföyün Elde Edilmesi	73
4.6. Portföy Seçim Modelinin Düzenlenmesi	75
5. DOĞRUSAL OLMAYAN HEDEF PROGRAMALAMA TEKNİĞİ İLE PORTFÖY SEÇİM MODELİNİN OLUŞTURULMASI.....	77
5.1. Portföy Yönetimi İle İlgili Modelin Oluşturulması.....	78
5.2. Birinci Modelin Matematiksel Yapısı	81
5.3. İkinci Modelin Matematiksel Yapısı	83
5.4. Modellerin bilgisayar yardımıyla çözümlenmesi	85
6. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	87
KAYNAKLAR	91
EKLER	95
ÖZGEÇMİŞ	106

**DOĞRUSAL OLMAYAN HEDEF PROGRAMLAMA İLE
PORTFÖY SEÇİMİ
(Yüksek Lisans Tezi)**

Sibel DUMAN

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Ocak 2002**

ÖZET

Yöneylem araştırmasında karşılaşılan problemler içerdiği amaç sayısına göre tek amaçlı ve çok amaçlı olmak üzere iki şekilde incelenir. Tek amaçlı problemlerle ilgili modellerde sadece en büyüklemek ya da en küçüklemek şeklinde tek bir amaç söz konusudur. Ancak, gerçekte karşılaşılan problemlerle ilgili doğru kararlar alabilmek için bir çok kriterin aynı anda göz önünde bulundurulması gerekir. Bu durum, çok amaçlı modellerin yöneylem araştırmasında önemli bir yer almasını sağlar. Bununla birlikte, karşılaşılan problemlerin bir çoğu da gerek içerdiği kısıtlayıcılar gerekse amaç fonksiyonları açısından doğrusal olarak ifade edilemez. Bu çeşit problemlerin doğrusallık varsayımı altında tanımlanması ve çözmeye çalışılması sapmalı sonuçlar bulunmasına yol açar. Bu sebeple, bu tür problemlerin doğrusal olmayan yapıda amaç fonksiyonu ya da kısıtlayıcı fonksiyonları içeren yapıda modellenmesi ve doğrusal olmayan programlama çözüm teknikleri ile çözümlenmesi gerekir. Bu çalışmada, hem doğrusal olmayan yapıda kısıtlayıcı fonksiyon içeren hem de birden çok amaca sahip “portföy seçim modeli” oluşturulup bu model için “doğrusal olmayan hedef programlama” tekniği ile optimum çözüm bulunmaya çalışılmıştır.

Bilim Kodu : 406. 01. 01

Anahtar Kelimeler : doğrusal olmayan hedef programlama, portföy seçimi

Sayfa Adedi : 117

Tez Yöneticisi : Prof. Dr. A. Alptekin ESİN

**A NON LINEAR GOAL PROGRAMMING MODEL
FOR PORTFOLIO SELECTION
(M.Sc.Thesis)**

Sibel DUMAN

**GAZI UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
January 2002**

ABSTRACT

The theoretical problems faced in Operations Research, depending upon the number of objective functions, are examined in two ways: single objective and multiple objective models. In the models related to single objective problems, there is only one objective such as maximization and minimization. However, it is necessary that several objectives are taken into consideration simultaneously in order to make right decisions about problems. Thus, multiple objective models constitute a significant part of the Operations Research. On the other hand, the majority of problems cannot be formulated linearly in terms of both included constraints and objective functions. The fact that this kind of problems are defined and solved under the assumption of linearity causes biased outcomes. To this end, it is necessary to formulate these models so as to include non linear objective functions or constraints. Moreover, this kind of problems must be solved by non linear programming techniques. In this study, Non linear Goal Programming technique is employed to find an optimal solution to a Portfolio Selection model which includes non linear constraints and multiple objectives.

Science Code : 406. 01. 01

Key Words : non linear goal programming, portfolio selection

Page number : 117

Adviser : Professor Dr. A. Alptekin ESİN

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım süresince değerli yardım ve katkılarıyla beni yönlendiren, kıymetli zamanını bana ayırıp titizlikle tezi inceleyen tez danışmanım, hocam Prof.Dr.Alptekin ESİN'e, yine kıymetli fikirlerinden yararlandığım değerli hocalarım Doç.Dr.Hasan BAL ve Yrd.Doç.Dr.Celal AYDIN'a teşekkürü bir borç bilirim. Ayrıca çalışmanın uygulama bölümünde desteğini esirgemeyen değerli arkadaşım Arş.Gör.Murat ATAN'a ve Arş.Gör.Cihan TANRIÖVEN'e, arkadaşım Savaş ERİŞEN'e, manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan Gazi Üniversitesi, Ekonometri Bölümü öğretim üyelerine ve aileme teşekkür ederim.



ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 2.1. Hedef Kısıtlarının Çeşitleri.....	16
Çizelge 5.1. Modelde kullanılan karar değişkenleri.....	78
Çizelge 6.1. Model I' in sonuçları.....	88
Çizelge 6.2. Model II' in sonuçları.....	89



ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 4.1. Risk-Getiri Değişimi (Piyasa Doğrusu).....	65



SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
p_i	Pozitif sapma miktarı
n_i	Negatif sapma miktarı
b_i	Kaynak miktarı
P_k	Öncelik düzeyi
W_{ik}	k. öncelikteki i. hedefin ağırlığı
∇	Gradient işlemcisi
E	Beklenen değer işlemcisi
σ^2	Varyans işlemcisi
R	Getiri oranı

Kısaltmalar

İMKB	İstanbul Menkul Kıymetler Borsası
USAŞ	Uçak Sanayi Anonim Şirketi
PD	Piyasa değeri
DD	Defter değeri
F	Fiyat
K	Kazanç
RB	Risk bedeli

1. GİRİŞ

Yöneylem araştırması, belirli kısıtlayıcı koşullar altında karar vericinin belirlediği amacı ya da amaçları en iyilemek için başvurulmuş bir karar mekanizmasıdır. Yöneylem araştırmasında kullanılan optimizasyon tekniklerinin bir kısmı sadece tek bir amaca sahip problemlere çözüm arayan tekniklerdir. Tek amaçlı olma durumu bu tekniklerin kullanımını sınırlar. Gerçekte karşılaşılan problemlerin bir çoğu tek amacı sağlamaya yönelik değil, aynı anda birden fazla amacı sağlamakla ilgilidir. Böyle durumlarda ilgili problemlerin çözümünde karar verici tek amaçlı problemlere çözüm arayan teknikleri kullanarak çözüme ulaşamaz.

Birden çok amaca sahip problemlerde tek bir amacı sağlamak yerine aynı anda birden fazla amacı uzlaşık olarak sağlamak için çözüm aranır. Bu tür problemler literatürde “Çok Amaçlı Karar Verme” problemleri olarak bilinir. Çok amaçlı karar verme, sistem analizinin, hızla gelişen yüksek teknolojinin modern toplumda ortaya çıkardığı karmaşık sorunların çözümünde kullanılır. Bu gelişme bilimde elde edilen başarıların bir sonucu olarak son 40 yılda sağlanmıştır. Özellikle II. Dünya Savaşından sonra hızlı ekonomik büyümenin yarattığı verimlilikteki artış, doğal kaynakların dağılımı, çevre kirliliği, şehirleşme, v.b. problemlere ilgi artmıştır. (Sucu, 1995) Dolayısıyla bu problemlere çözüm getirmek amacıyla çok amaçlı karar verme teknikleri geliştirilmiştir. Bu tekniklerin uygulaması, ilgili çok amaçlı problemin özelliklerine göre değişiklik gösterir. Bu tekniklerden biri olan hedef programlamanın çok amaçlı problemlerin çözümünde önemli bir yeri vardır.

Hedef programlama, temel olarak doğrusal programlamanın özel bir halidir. Ancak doğrusal programlama tek bir amacı sağlamaya çalışırken hedef programlama aksine birden fazla amacı sağlamaya çalışan bir teknik olarak karşımıza çıkar. Bu nedenle hedef programlamanın kullanım sınırları doğrusal programlamaya göre daha geniştir. Hedef programlama; finans, ziraat, mühendislik, eğitim, pazarlama, vb. alanlarda etkin bir şekilde kullanılarak ilgili problemlere ilişkin iyi sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

Hedef programlamanın çok amaca hitap etme özelliğinin sağlanmasının yanı sıra diğer bir elverişli özelliği ise, model içerisinde yer alan amaçların hepsinin aynı yönlü olmasına gerek olmamasıdır. Başka bir ifadeyle, model içerisinde yer alan amaçlar birbiriyle çelişen, zıt yönlü amaçlar da olabilir. Aynı modelde hem en küçükleme hem de aynı anda en büyükmeye çalışılan amaçlar yer alır.

Diğer çözüm teknikleri gibi hedef programlama da hem kısıtlayıcılarının hem de amaç(erişim) fonksiyonunun özelliklerine göre çeşitli sınıflara ayrılır. Bunlardan birisi, gerek kısıtlayıcı (yapısal ya da hedef kısıtları) gerekse amaç fonksiyonunun matematiksel yapısına göre isimlendirilen doğrusal olmayan hedef programlamadır. Doğrusal olmayan hedef programlama, isminden de anlaşılacağı üzere probleme ait modeldeki amaç fonksiyonu ya da kısıtlayıcılardan bazılarının ya da hepsinin doğrusal olmayan yapıda olduğu durumda uygulanan bir yöntemdir. Bu tür problemlerin çözümü için doğrudan doğrusal hedef programlama tekniği uygulanamaz. Bu durumda, çeşitli yöntemlerle doğrusal olmayan yapıdaki problem doğrusallaştırıldıktan sonra doğrusal hedef programlama tekniği ile çözülebilir. Ancak doğrusal olmayan yapıdaki hedef programlama problemlerinin çözümleri karmaşık olduğundan kullanımları doğrusal yapıdaki hedef programlama problemlerine göre daha sınırlıdır.

Bu çalışmada, hedef kısıtı doğrusal olmayan yapıda olan bir portföy seçim modeli oluşturularak doğrusal olmayan hedef programlama tekniği kullanılarak portföyde yer alan yatırım araçlarından hangilerine yatırım yapılacağına karar verilmeye çalışılmıştır.

Tezin birinci bölümünde hedef programlama modeli ve çözüm teknikleri kısaca açıklanmaya çalışılmıştır. Bu bölümde, konu ile ilgili temel tanım ve kavramlar, hedef programlama ile ilgili probleme ilişkin modelin nasıl oluşturulacağı, modelin matematiksel yapısı, hedef programlamanın çeşitleri üzerinde durulmuştur.

Çalışmanın ikinci bölümünde, doğrusal olmayan hedef programlamanın yapısal özellikleri, literatür taraması, kullanım alanları, matematiksel modelleri ve çözüm aşamaları teorik olarak anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde, doğrusal olmayan hedef programlamanın kullanım alanlarından biri olan ve bu çalışmanın uygulama alanını teşkil eden finans alanında önemli yere sahip portföy teorisinin genel özellikleri anlatılmıştır. Portföy teorisinde kullanılan tanım ve kavramlar, portföyün beklenen getirisi ve riski, portföy teorileri üzerinde durulmuştur.

Dördüncü bölümde ise, bu çalışmanın uygulama kısmı yer almaktadır. Bu bölümde öncelikle modelin amaçları ve bu amaçları sağlamak için kullanılan karar değişkenleri açıklanmıştır. İkinci olarak, karar vericinin belirlediği modelin hedef ve yapısal kısıtları anlatılmıştır. Son olarak da, çözüm algoritması geliştirilerek model LINDO paket programı yardımıyla çözümlenmiştir.

Son bölümde uygulama kısmına ait sonuç ve değerlendirmeye ilişkin bilgiler yer almaktadır. Bu bölümde, temel model ve alternatif model çözüm değerleri detaylı olarak ele alınmıştır. Ayrıca modellerin oluşturulması aşamasında karşılaşılan problemler tartışılıp bunların incelenmesine yönelik öneriler geliştirilmiştir.

2. HEDEF PROGRAMLAMA

Bilindiği üzere tek amaçlı optimizasyon modellerinde tek bir amaç fonksiyonunun sadece minimize edilmesi ya da sadece maksimize edilmesi gibi tek yönlü bir yapı söz konusudur. Bu şekilde modelin tek amaçlı olma özelliği kullanım alanlarını sınırlamaktadır. Tek amaçlı modellerin çözümünü sağlayan teknikler, incelenen modelin durumunu belirleyen ve aynı model için belirli bir ağırlıklı öneme sahip olan diğer olası amaçların dikkate alınmasına olanak sağlamaz. Bu eksikliğin bir sonucu olarak, özellikle 1960'lı yılların başlarından itibaren tek amaçlı teknikler yerine birden fazla amaç fonksiyonunun optimizasyonuna dayanan çok amaçlı karar verme teknikleri geliştirilmeye başlanmıştır ve bu tür problemlerin çözümünde önemli bir disiplin haline gelmiştir.

Karar vericilerin çok amaçlı problemleri çözmek için kullandığı çok amaçlı karar verme tekniklerinden birisi de, Hedef Programlama (Goal Programming) tekniğidir. Hedef programlama, kısıtlı optimizasyon tekniği olan doğrusal programlamanın özel bir durumudur. Bu programlama, mümkün olduğunca çok amacı (hedefi) aynı anda sağlayan bir çözüm bulmakla ilgilidir.

Bununla birlikte, hedef programlama model içinde yer alan birden fazla amacı aynı anda sağlamaya çalışan bir teknik olduğu gibi modelde yer alan amaçlar birbiri ile çelişen durumda olduğunda da cevap veren bir karar verme tekniğidir. Örneğin; işletmeci hem karını maksimize etmek istediği gibi aynı anda iş gücünü de minimize etmek isteyebilir. Bu durumda karar vericinin amaçları birbiri ile zıt yönlü (amaçlardan biri en büyükmek iken diğeri en küçükmektir) olduğundan modelin amaçları çelişir. Bu durumda, her iki amacı sağlayan çözümlerin bulunması bu teknik ile mümkündür.

Bu özelliklere sahip amaçların yanı sıra modelde aynı birimle ölçeklendirilemeyen amaçlar da olabilir. Örneğin; karar vericinin amaçlarından birisi üretim maliyetini minimize etmek diğeri de iş gücünü minimize etmek ise, bu problemde üretim

maliyeti TL ile ölçeklendirilirken buna karşılık iş gücü de zaman birimi ile ölçeklendirilir.

Karar verici, çoğu zaman birden fazla amacı aynı anda sağlayan en iyi çözümü bulmak durumundadır. Bu çözümün bulunabilmesi iki yaklaşımla olabilmektedir. Birincisi, amaçlar arasından uygun dönüşümlerle bir fayda fonksiyonu tanımlanarak bu fonksiyon maksimize edilir. İkinci yaklaşım ise, modeldeki amaçlar için belirlenen hedeflerden sapmalar minimize edilmeye çalışılır. Her iki yaklaşımla elde edilen çözümler genellikle birbirine çok yakın ya da aynıdır. Aslında her iki yaklaşımında nihai amacı, sorunlar sisteminin bütününün iyileştirilmesine ilişkin en iyi çözümün bileşiminin elde edilmesidir(Kazan, 1999).

Hedef programlama tekniğinin temel düşüncesi; gerçekte çok amaçlı olan bir problemi tek amaçlı bir probleme dönüştürerek çözüm aramaktır. Bu yöntemde karar vericiden her bir amaç için erişilmesini istediği bir hedef değer belirlemesi istenir. Bu yöneme göre, tercih edilen çözüm bu hedef değerlerden sapmaları minimize eden çözümdür. Hedef programlama ile tüm çelişen amaçları optimum kılan tek bir çözüm bulmak olanaksız olabilir, modeldeki amaçlardan birine ulaşıldığında diğer amaçlara ulaşamama durumu söz konusu olabilir. Bu nedenle, bu tür modellerle ilgili problemlerin hedef programlama ile elde edilen çözüm değerlerine “Etkin Çözüm” adı verilir. Problemin çözümünde elde edilen etkin çözümlerin her zaman optimum çözümler olması beklenmez. Hedef programlama, modelin hedeflerini doğrulayacak bir çözüm bulmaya çalışmaktadır. Bu programlamada sadece amaç fonksiyonunu maksimize veya minimize eden çözümler bulmak yerine asıl amaç; eğer mümkünse tüm hedefleri sağlayan çözümler bulmak ve diğer durumlarda en küçük düzeyde hedefleri ihlal eden çözümler bulmaktır. Bu durum; hedef programlamasını, diğer tekniklerin algoritmaları ile kıyaslandığında daha çekici ve kullanışlı bir yaklaşım haline getirir.

Çok amaçlı matematiksel programlama problemleri ile ilgili tekniklerden biri olan hedef programlamada amaçlardan birine ulaşıldığında diğerine ulaşamama durumu ile karşılaşılabilir. Bu nedenle çok amaçlı karar verme modellerinin hedef

programlama yaklaşımı ile çözümünde modeldeki amaçların karar vericiye göre önem derecelerini yansıtan sıralamalara ihtiyaç vardır. Bu önemlilik sıralamasına göre, belirlenen hedeflere ulaşılmaya çalışılır. Dolayısıyla her amacın önem derecesini temel alan uzlaşık çözümler bulunmaktadır.

Bir çok araştırmacı, doğrusal hedef programlama analizlerinin 1947 yılında G.B. Dantzig'in etkileşimli çözüm algoritması ile uygulanmaya başladığını savunur. Bazı kaynaklarda ise, hedef programlamanın ilk kez 1952 yılında Charnes ve Cooper tarafından önerildiği ve 1961 yılında da aynı yazarlar tarafından tanıtıldığı söylenir (Hallefjord et al.,1988). Dantzig'in doğrusal programlama için tanımladığı çözüm algoritmasının, doğrusal hedef programlama ile ilgili problemlerin çözümünde kullanılan algoritmaların çoğunun tanımlanmasında temel teşkil ettiği düşünülür. Diğer taraftan, bazı araştırmacılar bu çözüm algoritmasının uygun bir çözüm algoritması olabileceğini, ancak bugün bilinen doğrusal hedef programlamanın kendine özgü yapısını tam olarak yansıtmadığını savunur.

1961 yılına kadar hedef programlamanın, çok amaçlı doğrusal programlama problemlerine analitik olarak çözüm arayan bir programlama tekniği olarak işlemediği görülmüştür. Doğrusal hedef programlamanın uygulanmasını teşvik eden bir çok yayının en başında gelen çalışma, Charnes ve Cooper(1961)'in birlikte yayınladıkları çalışmadır. Bu çalışma, doğrusal programlama ile çözülemeyen problemler ile ilgili bir yaklaşım olarak doğrusal hedef programlama kavramını tanıtır ve hedeflere erişim konusunu ve model oluşumunda hedeflerin modele kolaylıkla dahil edilmesine izin veren doğrusal hedef programlamanın önemini yansıtır (Shcniederjans,1984).

1960'lı yıllarda yapılan çalışmalar arasında Y. Ijiri (1965)'ye ait olan bir makale, doğrusal hedef programlamaya uygun modellerin oluşturulmasında önemli bir yere sahiptir. Ijiri; Charnes ve Cooper tarafından oluşturulan doğrusal hedef programlamanın temelini bu çalışması ile daha da geliştirmiştir. Bu çalışmada, birbiriyle çelişen çok amaca sahip modelde, amaçların önemlilik derecelerinin amaç fonksiyonunda önem sıralarına göre nasıl kullanıldığı açıklanır.

Hedef programlama, 1960'lı yılların sonu ve 1970'li yılların ilk yarısında doğrusal çok amaçlı karar verme aracı olarak ses getirmeye ve önem kazanmaya başlamıştır. 1970'li yıllarda yayınlanan başlıca makalelerde modelin yapısına yönelik yaklaşımlar geliştirmekten çok uygulamaya önem verildiği dikkat çekmektedir. Sang M. Lee(1972), yayınında hedef programlamanın kullanımına yönelik sürekli artan ilgi ve gelişimi, ayrıca bu tekniğin kullanım özelliklerini detaylı bir şekilde anlatmıştır.

2.1. Hedef Programlamada Kullanılan Tanım ve Kavramlar

Türkçe' de amaç programlama, gaye programlama gibi isimlerle de adlandırılan hedef programlamanın varsayımları ve algoritmasına geçilmeden önce konu ile ilgili literatürde yer alan bazı tanım ve kavramların açıklamalarına kısaca yer verilmiştir.

2.1.1. Karar değişkenleri

Karar değişkenleri, karar vericinin kontrolünde olan ve problemin matematiksel olarak ifade edilmesi için tanımlanan değişkenlerdir. Bu değişkenler, probleme ilişkin model belirlenirken modelin temel yapı taşlarını oluşturur. Bazı alanlarda özellikle mühendislik alanında “Kontrol Değişkeni” olarak da isimlendirilir. Çünkü karar değişkenlerinin değerleri karar verici tarafından kontrol edilebilir. Ayrıca, karar değişkenleri modelde kullanılan bilinmeyenlerin bir kümesidir. Genel olarak bu değişkenler X_j ile gösterilir.

2.1.2. Amaç

Amaç, karar vericilerin kriterleri arzuları doğrultusunda yönlendirmeleri şeklinde tanımlanır. Model içinde yer alan amaçlar karar vericinin belirlediği durumlardır. Örneğin; karın maksimize edilmesi, iş gücünün minimize edilmesi gibi kriterlerdir.

2.1.3. Hedef

Hedef, karar vericinin kendisinin belirlediği belirli bir değerdeki başarıya erişmesidir. Hedefler, amaçların kesin olarak belirtildiği ifadeler ve amaçların daha da somutlaştırılarak belirli değerlere dönüşmüş şekilleridir. Yani hedef, bir sağ taraf sabit değeri ile bağlantılı amaç fonksiyonu olarak da tanımlanabilir. Kısıtlayıcının sağ tarafında yer alan değer, hedef değeri ya da başarıma düzeyi ile de isimlendirilir. Örneğin; maliyeti minimize etmek bir amaç olmasına karşılık maliyet düzeyini belirli değerle sınırlamak hedef olarak değerlendirilir.

2.1.4. Model kısıtları

Kısıtlayıcılar, karar değişkenlerinin birbirleriyle olan ilişkilerinde sağlanması zorunlu olan durumların matematiksel olarak ifadesidir.

Hedef Programlama modelinde yer alabilecek iki çeşit kısıt vardır. Bunlar;

- a. Yapısal kısıtlar (Real Constraint)
- b. Hedef kısıtları (Goal Constraint)

Yapısal kısıtlar, tamamıyla karar değişkenleri üzerindeki kısıtlamalardır. Modelde yer alan bu kısıtların mutlaka sağlanması gerekir.

Hedef kısıtları ise, karar vericinin hedeflerini belirlediği kısıtlardır. Bu kısıtlar, sağ taraf sabitiyle açıklanan kısıtların kümesidir. Bu kısıtlar, karar vericinin belirlediği önem derecelerine göre sıralanmaktadır. Matematiksel modeli verilen problemde geçerli kaynak miktarlarını ya da sağ taraf hedeflerini açıklayan kısıtların kümesidir.

2.1.5 Sağ taraf sabitleri

Modelde yer alan kısıtlayıcılardaki eşitlik veya eşitsizliklerin sağ tarafında bulunan kaynak miktarlarını tanımlar. Daha önce de değinildiği gibi bu değerler karar vericinin hedeflediği ya da ulaşmaya çalıştığı düzeylerdir. Sağ taraf sabitleri b_i ile gösterilir.

2.1.6. Sapma değişkenleri

Sapma değişkenleri, matematiksel olarak hedef kısıtındaki sağ taraf sabitinden sapma miktarlarını(değişim miktarları) gösteren değişkenlerdir. Literatürde sapmalar pozitif veya negatif sapma şeklinde yer alır. Pozitif sapmalar, p_i veya d_i^+ ile gösterilirken negatif sapmalar ise, n_i veya d_i^- ile gösterilir.

2.1.7. Teknolojik katsayılar

X_j karar değişkeninin oluşumunda b_i kaynak miktarından birim başına kullanım değerini açıklayan sayısal değerlerdir. Hedef programlama probleminin matematiksel modelinde teknolojik katsayılar literatürde genel olarak a_{ij} ile gösterilir.

2.1.8. Önem derecesini yansıtan öncelik düzeyi

Hedef programlamada model kurulurken karar verici eğer belirlediği hedeflerinin kendine göre önem sıralamasını belirlemiş ise, hedeflere bu önem sıralamasına göre ulaşmaya çalışır. Hedeflerin önem derecesini yansıtan değere hedeflerin “öncelik düzeyi” adı verilir. Hedef Programlama modelinde amaç fonksiyonunda k . öncelik düzeyindeki hedef P_k ile gösterilir ve bu gösterim hedefin önem derecesini yansıtır.

2.1.9. Ağırlıklar

Hedef Programlama modelinde yer alan hedefler aynı önem derecesine sahip hedefler olabilir. Bu durumda karar verici, bu hedefleri işleme tabi tutarken kendine göre daha önemli olan hedefin diğerine göre daha önce sağlanması için ağırlıklandırma işlemini kullanır. Amaç fonksiyonunda ağırlıklar w_{ik} ile gösterilir.

2.2. Hedef Programlamanın Varsayımları

Hedef programlama ile uygun bir çözümün ve tutarlı sonuçların elde edilebilmesi için bazı temel varsayımların sağlanması gerekir. Bu varsayımlar aşağıdaki şekilde sıralanabilir:

- Doğrusallık varsayımı

Bu varsayım modeldeki girdiler ve çıktılar arasında aynı yönlü ve doğrusal bir ilişkinin olduğunu göstermektedir. Girdiler artarken veya azalırken buna bağlı olarak aynı oranda çıktılar da artar veya azalır. Bu varsayıma göre, girdi kullanım düzeyinden bağımsız olarak birim girdi karşısında çıktı değişimi sabittir.

- Toplanabilirlik varsayımı

Çeşitli faaliyetler tarafından kullanılan kaynakların toplam kullanımı ve elde edilen toplam katkı, her bir faaliyet tarafından ayrı ayrı kullanılan kaynakların toplamı ve bunların ayrı ayrı yarattıkları katkıların toplamına eşittir. Kısaca toplanabilirlik varsayımı, girdilerin toplamının her bir işlem için ayrı ayrı girdilerin toplamına eşit olduğunu ifade etmektedir.

- Sınırlılık varsayımı

Üretimde kullanılan kaynaklar kısıtlıdır. Bu nedenle üretime giren girdiler ile üretim miktarının kısıtlı olması istenmektedir. Burada amaç, sınırlı kaynakların optimal dağılımını sağlamaktır.

- Negatif olmama varsayımı

Hedef programlama tekniği, doğrusal programlama modellerinde olduğu gibi modelde kullanılan değişkenler pozitif değerli olduğu zaman kullanılabilir. Bu varsayım, modelde yer alan sapma ve karar değişkenlerinin sayısal olarak negatif değerli olmamasını gerektirir. Hedef programlama modelinde yer alan herhangi bir değişken negatif değer alır ise, ilgili değişken ancak negatif olmayan iki değişkenin farkı şeklinde yazıldığında modelde yer alabilir. Modelin çözümü sonucunda çözüm değeri olarak bu farkı oluşturduğu yeni değişken kullanılır. Çözüm sonucunda bulunan değer yerine yazılarak değişkenin gerçek değeri elde edilir.

- Amaçlara öncelik verilmesi varsayımı

Hedef Programlama yönteminde, karar vericinin modelde tanımladığı amaçlarının göreceli önemine ilişkin bir sıralı bilgi vermesi durumu önemlidir. Dolayısıyla çözümleme sırasında da her bir amaç ya da amaç grupları için karar vericinin belirlediği öncelikleri sağlanması istenir. Problemden amaçların önem dereceleri tanımlanmadığı takdirde amaçların veriliş sırasına göre hedefler sıralanır. Hedef programlama modelinde amaçlara verilen öncelikler P_k , ($k = 1, 2, 3, \dots, K$) ile gösterilir ve k . öncelikteki amacın önem derecesini belirtir. Birinci önem derecesindeki amaç P_1 ile gösterilir. Daha sonraki önem derecesindeki amaçlar sırası ile $P_2, P_3, \dots, P_K$ öncelikleri olarak tanımlanır.

2.3. Hedef Programlama Modelinin Matematiksel Yapısının Oluşturulması Aşamaları

Yöneylem Araştırmasında en önemli alanlardan birisi probleme ait modelin belirlenmesi aşamasıdır. Probleme ilişkin model ne kadar doğru ve açıklayıcı bir şekilde belirlenir ise, problemin çözümü de bu oranda doğru ve kolay bir şekilde belirlenir. Model oluşturulurken hem modelin kolay kurulması hem de doğru bir şekilde ifade edilmesi için belli bir sıranın takip edilmesi gerekir. Hedef programlamada model kurulurken izlenen sıra genellikle aşağıda verildiği gibidir:

- Karar değişkenlerinin belirlenmesi

Model oluşturulmasında karar değişkenlerinin belirlenmesi oldukça önemlidir. Karar değişkenlerinin açık ve doğru bir şekilde belirlenmesi modelin oluşturulmasını kolaylaştırır. Hedef programlamada da diğer tekniklerde olduğu gibi karar verici öncelikle modelde kullanacağı karar değişkenlerini belirler. Modelde yer alan bilinmeyen karar değişkenlerinin “neyi” tanımlayacağı açık bir şekilde ifade edilmesi gerekir.

- Hedef kısıtlarının belirlenmesi

Öncelikle sağ taraf sabitleri tanımlanır. Daha sonra kısıtlardaki uygun teknolojik katsayılar ve karar değişkenleri yerleştirilir. Sapma değişkenleri de bu kısıtları eklenerek hedefler belirlenir. Hedefler, tamamen karar vericinin kendi isteklerine göre belirlenir.

- Hedeflerin önem derecesine göre sıralanması (Öncelikleri tanımlama)

Problemin yapısına göre hedeflerin sıralamasına dikkat edilmesi gerekmektedir. Hedeflerin önem sıralaması çoğunlukla karar vericinin bireysel yapısına göre değişir. Eğer problem hedeflerin herhangi bir sıralamasını gerektirmiyor ise, öncelik sıralaması kullanılmayabilir.

- Ağırlıkların tanımlanması

Modelde eğer aynı önem derecesinde hedefler var ise, bu durumda öncelikler belirlendikten sonra hedeflerin ağırlıkları tanımlanır.

- Sapma değişkenleri ve önem sıralaması dikkate alınarak amaç fonksiyonunun belirlenmesi

Amaç fonksiyonları, karar vericinin belirli kısıtlayıcılar altında oluşturulur. Modeldeki hedef kısıtlarını göz önüne alarak amaç fonksiyonunda yer alması gereken sapma değişkenleri belirlenir. Modelde yer alan amaç fonksiyonu hedef

kısıtlarının öncelik sıralamasını da göz önüne alarak sapma değişkenlerini bu sıralamaya göre minimize eder.

- Pozitif kısıtlama

Modelde yer alan tüm değişkenlerin yani, karar değişkenleri ve sapma değişkenlerinin pozitif değer almasını ifade eden kısıtlamadır. Modelde mutlaka yer alması gerekir.

2.4. Hedef Programlama Modelinin Matematiksel Gösterimi

Hedef programlamada öncelikle probleme ilişkin temel model oluşturulur. Daha sonra modele sapma değişkenleri ilave edilerek Hedef programlamanın asıl yapısını yansıtan modele geçilir.

Hedef programlama modelleri matematiksel olarak ifade edilirken üç faktörü içerir. Modelin yapısını oluşturan bu faktörler aşağıdaki gibi sıralanabilir:

- a) Amaç fonksiyonu (Erişim Fonksiyonu)
- b) Hedef kısıtları
- c) Pozitif kısıtlama

2.4.1. Amaç fonksiyonu

Hedef programlama modelinde amaç fonksiyonu sadece sapma değişkenlerinden oluşan bir fonksiyondur. Yani, modelde yer alan amaç fonksiyonu modelin karar değişkenlerini içermemektedir. Amaç fonksiyonunda modelde tanımlanan hedeflere erişmek için bu hedeflerden olan sapma miktarları mümkün olduğunca minimize edilmeye çalışılır. Modelde yer alan hedefler önem derecesine göre işleme tabii tutulur. Dolayısıyla amaç fonksiyonunda yer alan, hedeflere ilişkin sapma değişkenleri de bu önem derecesine göre sıralanır.

Hedef programlamada amaç fonksiyonları karar vericiye bağılı olarak üç farklı şekilde ifade edilebilir :

Hedef programlama modelinin amaç fonksiyonunda, modelde yer alan hedef kısıtlarındaki tüm negatif ve pozitif sapma değişkenlerinin toplamı minimize edilir. Bu yapıdaki bir amaç fonksiyonu, modeldeki sapma değişkenleri öncelik ya da ağırlıklandırma ile ayrıştırılmadığında kullanılan bir yapıdır.

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^m n_i + p_i \quad (2.1)$$

(2.1) eşitliğinde verilen Z fonksiyonu, m tane hedef kısıtındaki tüm negatif ve pozitif sapma değişkenlerinin toplamının minimize edildiği değeri gösterir. Bu amaç fonksiyonu, karar vericinin belirlediği hedefleri önem derecesini yansıtan öncelik düzeylerine göre ayrıştırmadığı problemlerde kullanılır. Yani, daha önce de belirtildiği gibi modelde yer alan hedef kısıtlarının veriliş sırası ne ise, amaç fonksiyonunda bu sıralamaya göre bu kısıtlara ait sapma değişkenleri minimize edilmektedir. Bu tür problemler tüm sağ taraf değerlerinden olan toplam sapmayı minimize eden tek bir amaca sahiptir.

İkinci bir durum da, amaç fonksiyonu hedeflerin P_k öncelik sırasına göre ifade edilen yapısını tanımlayan şekli ile gösterilir. Bu şekilde verilen amaç fonksiyonu modelde yer alan hedefler öncelik sırasına göre verildiğinde kullanılmaktadır. Bu fonksiyonda aynı öncelik düzeyi ile verilen sapma değişkenlerine ilişkin hedefler aynı önem derecesine sahiptir.

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^m P_k (n_i + p_i) \quad (2.2)$$

Eşitlik (2.2)'de verilen amaç fonksiyonu m tane hedefin P_k öncelik sırasına göre işleme tabi tutulan yapısını açıklar. Burada k, öncelik düzeylerinin sayısını ifade

eder. Z fonksiyonu, öncelik düzeylerine göre sağlanmaya çalışılan hedeflerden sapmanın minimize edildiği fonksiyondur.

Son olarak hedef programlamada amaç fonksiyonunun hem öncelik sıralamasını ifade eden önem derecelerini hem de ayrıştırma işlemi olarak bilinen ağırlıklandırma katsayılarını bulunduran yapısı ile karşılaşılabılır.

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^m w_{ki} P_k (n_i + p_i) \quad (2.3)$$

(2.3) eşitliği ile verilen hedef programlamasına ilişkin amaç fonksiyonu hem öncelik sıralamasını ifade eden önem derecelerini hem de ayrıştırma işlemi olarak bilinen ağırlıklandırma katsayılarını içerir. Bu yapıda verilen amaç fonksiyonunda modeldeki hedefler sıralı olup aynı öncelik düzeyi ile verilen hedeflere ilişkin sapma değişkenleri ayrıştırma işlemi olan ağırlıklandırma katsayıları ile farklılaştırılır.

Modelde kullanılan amaç fonksiyonunun yapısı problemin durumuna bağlıdır. Eğer problemde ağırlıklandırma ya da sıralama işlemine ihtiyaç yok ise, (2.2) veya (2.3) eşitliklerindeki yapıyı kullanmaya gerek yoktur.

2.4.2. Hedef kısıtları

Karar verici, ikinci adım olarak hedef fonksiyonlarını belirlemek durumundadır. Bu fonksiyonların belirlenmesi için bazı koşulların göz önüne alınması gerekir. Bu koşullar;

- Karar vericinin istekleri
- Eldeki sınırlı kaynaklar
- Karar değişkenleri üzerine konulan herhangi bir kısıtlama

şeklinde ifade edilir.

Hedef programlamada model oluşturulurken hedef kısıtları problemin veriliş yapısına göre “altı” farklı şekilde ifade edilir. Her bir kısıtlayıcının amacı amaç fonksiyonu ile olan durumuna bağlıdır. Bu durumlar aşağıda oluşturulan Çizelge 2.1’ de gösterilmiştir.

Çizelge 2.1. Hedef Kısıtlarının Çeşitleri

Hedef Kısıtları (Denklemler)	Amaç fonksiyonundaki sapma değişkenleri	Mümkün sapma	Kısıtlanmayan sapma	Sağ taraf sabitinin istenen durumu
$a_{ij}x_j + n_i = b_i$	n_i	Negatif	Hiçbiri	b_i ye eşittir
$a_{ij}x_j - p_i = b_i$	p_i	Pozitif	Hiçbiri	b_i ye eşittir
$a_{ij}x_j + n_i - p_i = b_i$	n_i	Negatif ve Pozitif	Pozitif	b_i ve daha büyük
$a_{ij}x_j + n_i - p_i = b_i$	p_i	Negatif ve Pozitif	Negatif	b_i ve daha az
$a_{ij}x_j + n_i - p_i = b_i$	n_i ve p_i	Negatif ve Pozitif	Hiçbiri	b_i ye eşittir
$a_{ij}x_j - p_i = b_i$	p_i	Hiçbiri	Hiçbiri	kesinlikle b_i

Kaynak: Schniederjans, M.J., 1984, Linear Goal Programming, **Petrocelli Books, Inc.**, New Jersey

Çizelge 2.1 de hedef kısıtlarının ayrı ayrı yapısı verilmektedir. Ayrıca burada hedef kısıtlarının her birinin yapısına göre amaç(erişim) fonksiyonunda ilgili hedef kısıtında tanımlanan hedef değerden sapma miktarlarının nasıl tanımlandığı açık bir şekilde gösterilmiştir.

Modelin herhangi bir sapma değişkeni içermeyen eşitlik kısıtlarına sahip olması da mümkündür. Bu durumda ilgili kısıt yapısal kısıt olarak incelenir ki, bu kısıtlar değinildiği gibi sağ taraf sabitinden hiçbir sapma göstermeyen kesin kısıtlardır. Bu kısıtlar doğrusal eşitlik kısıtları ile aynıdır.

Çizelge 2.1 de birinci satırda tanımlanan denklemde sadece negatif sapma değerinin yer aldığı görülür. Dikkat edilirse bu değer denkleminde toplamsal durumda ifade edildiği açıktır. Bu durum, doğrusal programlamada maksimizasyon problemindeki “ $\leq$ ” kısıtı durumuna benzer. Dolayısıyla, amaç fonksiyonunda eşitsizliği eşitlik durumuna getiren sapma değeri n_i ile tanımlanan negatif sapma değeri minimize edilmeye çalışılır.

Çizelge 2.1 de ikinci satırda yer alan eşitlik birinci satırda tanımlanan eşitliğin tersi durumundadır. Bu durum doğrusal programlamadaki minimizasyon problemlerinde tanımlanan “ $\geq$ ” kısıtına eş değer bir kısıttır. Burada pozitif sapma değeri sol taraf değerinden çıkarılarak denklemin sağ taraf değerine eşitlenmiştir. Bilindiği üzere pozitif sapma değişkeninin değeri, hedef kısıtında kaynak miktarı olarak ifade edilen sol taraf değerinden aşmayı ifade ettiğinden çıkarma işlemi görevini üstlenir. Bu kısıtta da b_i kaynak değerinden aşma olduğundan pozitif sapma değişkeni amaç fonksiyonunda yer almıştır.

Çizelge 2.1 de üçüncü, dördüncü ve beşinci kısıtlarda görüldüğü üzere her iki çeşit sapma değişkeni yer alır. Üçüncü kısıtta amaç fonksiyonunda negatif sapma değişkeni minimize edilir. Dolayısıyla, bu kısıtta istenmeyen sapma negatif sapma değeridir. Bu durumda doğrusal programlamada bu kısıtın karşılığı “ $\geq$ ” kısıtı durumundadır.

Dördüncü kısıtta amaç fonksiyonunda pozitif sapma değerinin minimize edileceği görülür. Bu kısıtın doğrusal programlamada “ $\leq$ ” durumundaki kısıtla aynı olacağı açıktır.

Beşinci kısıtta amaç fonksiyonunda hem negatif hem de pozitif sapma değerinin minimize edileceği söylenir. Dolayısıyla, bu kısıt eşitlik durumunda kısıtı yansıtır. Çünkü burada kaynak miktarının tamamının kullanımı söz konusudur. Bu durumda hem negatif sapma hem de pozitif değeri minimize

Doğrusal hedef programlama kısıtlarının tanımlanan bu altı farklı çeşidi ile herhangi bir doğrusal hedef programlama problemi modellenenir.

2.4.3. Pozitif kısıtlama

Doğrusal programlamada olduğu gibi hedef programlamada da modelde yer alan tüm değışkenlerin pozitif değerli olması istenir. Modelde yer alan pozitif kısıtlama modelde kullanılan sapma ve karar değışkenlerinin sıfır veya sıfırdan büyük değerli olmalarını gerektiren kısıtlamadır. Dolayısıyla hedef programlamanın matematiksel modelinde pozitif kısıtlama şu şekilde yer alır:

$$x_j, n_i, p_i \geq 0$$

2.5. Hedef Programlamanın Çözüm Yöntemleri

Hedef programlama, doğrusal programlamanın özel bir halidir. Dolayısıyla doğrusal programlama problemlerinin çözümünde grafik yöntemi ve simpleks algoritmaları kullanıldığından hedef programlama problemlerinin çözümünde de grafik yöntemi ve simpleks algoritması kullanılır. Ancak hedef programlamada kullanılan simpleks algoritmasının yapısı doğrusal programlamada kullanılan simpleks algoritmasının yapısından biraz farklı olarak işlemektedir. Bu çalışmada çözüm yöntemlerinden kısaca bahsedilecektir.

- Grafik yöntemi

Problemin grafik yöntemle çözülmesi işleminde öncelikle modelde yer alan tüm hedef kısıtlarının denklemleri, bir grafik üzerinde tanımlanır. Hedef denklemlerinin arzu edilen değışme yönlerini gösteren alanlar taranır. Tüm hedefleri sağlayan alan uygun çözüm alanıdır. Eğer tüm hedef denklemlerini sağlayan alan bulunamıyor ise, hedef programlamada modelde yer alan hedefler önem dereceleri ile ifade edilerek bu sorun ortadan kaldırılabılır.

- Çok boyutlu simpleks algoritması

Hedef programlamanın çözümünde doğrusal programlamada olduğu gibi simpleks algoritması kullanılmaktadır. Hedef programlamanın çözümünde kullanılan simpleks algoritmasına “Çok Boyutlu Simpleks Algoritması” denir. Ancak, burada simpleks algoritması doğrusal programlamada kullanılan simpleks algoritmasından biraz daha farklıdır. Bu algoritmada aşamalı olarak önem derecesine göre ifade edilen hedeflerden sapmalar minimize edilmeye çalışılır.

2.6. Hedef Programlamanın Çeşitleri

Hedef programlama modelleri gerek yapısal özellikleri gerekse model varsayımlarındaki değişiklikler nedeniyle çeşitli şekillerde sınıflandırılabilir. Bu sınıflandırma aşağıda verildiği gibidir:

a- Doğrusal hedef programlama:

Amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıların doğrusal olarak incelendiği Hedef programlama çeşididir. Model, grafikte veya çok boyutlu simpleks algoritması ile çözülebilir.

b-Doğrusal olmayan hedef programlama:

Amaç fonksiyonu ve/veya kısıtlayıcılarından bazılarının doğrusal olmadığı durumlarda kullanılan bir hedef programlama çeşididir. Doğrusal hedef programlama modelleri çeşitli dönüşümler ile doğrusal bir yapıya dönüştürüldükten sonra doğrusal hedef programlama ile çözülebilir.

c-Karar değişkenlerinin özelliklerine göre hedef programlama:

Karar değişkenlerinin yapısal özelliklerine göre hedef programlama üç şekilde incelenebilir:

- *Sürekli değerler alabilen hedef programlama:* Karar değişkenlerinin değerleri pozitif olma koşulu altında her değeri alabilir.
- *Tamsayılı hedef programlama:* Modelde yer alan karar değişkenlerinin değerleri sadece sıfırdan büyük olmak üzere tam sayılı değerler olabilir.
- *0-1 Hedef Programlama:* Modeldeki karar değişkenleri sadece sıfır ve bir değerlerini alabildiği durumda Hedef Programlama, 0-1 (binary) Hedef Programlama ismini alır.

d-Katsayıların özelliklerine göre hedef programlama:

Modelde kullanılan karar değişkenlerinin katsayılarının yapılarına göre hedef programlama üç farklı şekilde incelenebilir:

- Deterministik hedef programlama:* Kısıtlayıcılarda yer alan teknolojik katsayıların kesin olarak belirlendiği durumdur.
- Stokastik hedef programlama:* Kısıtlayıcılarda karar değişkenlerinin katsayılarının olasılık şeklinde tanımlandığı durumdur.
- *Belirsiz (bulanık = fuzzy) hedef programlama:* Kısıtlayıcı fonksiyonlarda karar değişkenlerinin katsayılarının kesin olarak ifade edilemediği durumda hedef programlama bulanık hedef programlama ismini almaktadır.

e. Amaç fonksiyonunun durumuna göre hedef programlama:

- *Öncelikli hedef programlama:* Hedef programlamanın karar vericinin hedeflerini kendine göre belirlediği önem derecesine göre ifade ettiği şeklidir.

- *Ağırlıklı öncelikli hedef programlama:* Daha önce de ifade edildiği gibi model içinde aynı önem derecesinde tanımlanan hedeflerin işlem sırasını ifade ederken ağırlıklandırma yöntemi kullanıldığında ağırlıklı hedef programlama'dan bahsedilmektedir.

- *Öncelikli olmayan hedef programlama:* Hedef Programlama modelinde karar verici için hedefler arasında hedeflere erişim yönünden herhangi bir önem farkı yok ise, bu durumda hedeflere model içinde tanımlanan sırada ulaşılmaya çalışılmaktadır. Dolayısıyla, bu tür modeller öncelikli olmayan hedef programlama ile isimlendirilir.



3. DOĞRUSAL OLMAYAN HEDEF PROGRAMLAMA

Hedef programlama ile doğrusal yapıda oluşturulan modellerin yapısal özellikleri ikinci bölümde detaylı olarak anlatılmaya çalışılmıştır. Bu bölümde, hedef programlama modelinin tanıtılması aşamasında modelde yer alan gerek kısıtlayıcı fonksiyonlar gerekse amaç fonksiyonunun yapısının doğrusal olduğu durum göz önüne alınarak özellikler belirtilmiştir. Ancak, uygulamada modelde yer alması gereken fonksiyonların hepsinin doğrusal yapıda açıklanması mümkün olmamaktadır. Maliyet, üretim planlaması, yatırım v.b. gibi durumlarla ilgili fonksiyonlar çoğunlukla karar değişkenlerinin durumuna göre doğrusal yapıda açıklanamayan fonksiyonlardır. Gerçekte, problemlerin küçük bir kısmı doğrusal olarak ifade edilebilir. Dolayısıyla optimizasyon problemlerine ait modelde doğrusal olmayan yapıya sahip amaç fonksiyonu veya kısıtlayıcılarla karşılaşılabilir. Modelin yapısında var olan bu doğrusal olmayan yapıyı modelize edebilmek için bir çok doğrusal olmayan teknikler geliştirilmiştir. Geliştirilen bu teknikler problemin yapısına bağlı olarak uygulanır. Örneğin, bir problem doğrusal olmayan programlama tekniklerden biri olan Geometrik Programlama ile çözülebilirken aynı problem yine doğrusal olmayan yapıdaki problemlere uygulanan Kareli Programlama ile çözülemeyebilir.

Doğrusal olmayan yapıya sahip modeller, her zaman tek amaçlı da olmayabilir. Dolayısıyla birden fazla amaca sahip doğrusal olmayan modellerin çözümü için de teknikler geliştirilmiştir. Bu tekniklerden biri de doğrusal olmayan hedef programlamadır. Hedef programlama modelinde kullanılan amaç fonksiyonu ve / veya kısıtlayıcı fonksiyonlardan herhangi biri veya hepsi doğrusal olmayan yapıda da olabilir. Bu yapıya sahip olan hedef programlama problemleri, doğrusal hedef programlama teknikleri ile doğrudan çözülemez. Eğer bu şekilde bir çözüm aranmaya çalışılır ise, yanlış çözüm sonuçları elde edilir. Dolayısıyla, bu tür problemlerin çözümünü elde etmek için doğrusal olmayan hedef programlama teknikleri kullanılır.

Hedef programlama modelleri oluşturulurken doğrusal olmayan durumların ortaya çıkabileceğini ve bu durumların göz ardı edildiğini Charnes ve Cooper (1961) ve Ijiri (1965) yayınlarında ifade etmişlerdir (Awerbugh, et al, 1976). Doğrusal olmayan hedef programlama modelleri ilk olarak Ignizio tarafından 1963 yılında uygulanmıştır. Doğrusal olmayan hedef programlama, var olan ve uygulanan doğrusal olmayan programlama tekniklerinin çok amaçlı modellere uygulanması temeline dayanır. Ancak doğrusal olmayan hedef programlamanın çözüm algoritmaları doğrusal hedef programlamanın çözüm algoritmasına göre daha karmaşık olduğundan kullanımı sınırlıdır.

3.1. Doğrusal Olmayan Hedef Programlamanın Kullanım Alanları

Doğrusal olmayan hedef programlamanın kullanım alanları doğrusal hedef programlamanın kullanım alanları ile hemen hemen aynıdır. Örneğin; bir üretim planlaması problemi doğrusal olarak ifade edilebildiği gibi doğrusal olmayan yapıda da ifade edilebilir.

Genel olarak Doğrusal olmayan Hedef Programlama modellerinin uygulanabileceği alanlar;

- Mühendislik ve mimarlık
- Enerji
- Üretim planlaması
- Pazarlama
- Finans ve muhasebe
- Ziraat / Zirai planlama
- Kalite kontrol
- Proje seçimi ve genel bütçe planlaması
- Öğrenci başarısının ölçülmesi
- İşgücü planlaması
- Hastanelerde kaynak planlaması

- Ulaştırma
- Akademik kaynak dağılımı
- Medya planlaması

şeklinde verilebilir.

Bu tür uygulamalar, uzun dönemli planlar olabileceği gibi orta ya da kısa dönemli planlar şeklinde de yapılabilmektedir. Planlamanın hangi dönemde yapılacağı araştırma alanının özelliğine ve araştırmanın amacına göre değişiklik gösterebilir. (Atan, 1998)

3.2. Doğrusal Olmayan Hedef Programlama Modelleri ve Çözüm Teknikleri

Doğrusal olmayan problemlerin çözümü için kullanılan bir çok teknik vardır. Herhangi bir teknik, bir problemin çözümünde iyi bir sonuç verirken aynı yapıya sahip diğer bir problemin çözümünde zayıf bir sonuç verebilmektedir. Bu çalışmada, doğrusal olmayan hedef programlama problemlerini çözmek için kullanılan teknikler;

1. Simpleks yaklaşımı
2. Direkt arama yaklaşımı
3. Gradient arama yaklaşımı
4. Etkileşimli (Interaktif) yaklaşım

şeklinde dört temel başlık altında incelenmiştir.

3.2.1. Simpleks yaklaşımı

Simpleks yönteminin Doğrusal olmayan hedef programlama modellerinin çözümünde kullanılabilmesi için üç temel yaklaşım söz konusudur. Bu yaklaşımlar;

1. MAP yaklaşımı (Method of Aproximation Programming)-(Yaklaşıklaştırma Programlaması)
2. Ayrılabilir programlama yaklaşımı
3. Kareli programlama yaklaşımı

3.2.1.1. MAP yaklaşımı

Bu yaklaşım, doğrusal olmayan modellere etkin bir şekilde uygulanabilen bir yaklaşım olup doğrusal olmayan hedef programlama problemlerinin çözümünde de etkin bir şekilde kullanılmaktadır. Bu yaklaşım, ilk kez R.E.Griffith ve R.A.Stewart tarafından tek amaçlı doğrusal olmayan programlama problemlerini çözmek için geliştirilmiştir ve daha sonra Ignizio, doğrusal olmayan hedef programlama problemlerinin çözümünde de kullanmıştır. MAP yaklaşımı aşağıdaki yapıda verilen doğrusal olmayan programlama problemlerinin çözümünde kullanılan bir tekniktir.

$$\begin{aligned}
 &\min : Z \\
 &\quad f_i(x) \quad i = 1, \dots, m \\
 &\quad 0 \leq x_j \leq u_j \quad j = 1, \dots, n
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Model (3.1)'de tanımlanan formülasyonda yer alan Z ve f_i fonksiyonları doğrusal olmayan yapıya sahip diferansiyellenebilir fonksiyonlar ve u_j değerleri de modelde tanımlanan karar değişkenleri için üst sınır değerleridir. MAP yaklaşımı, Taylor serisi açılımını kullanarak uygun herhangi bir x noktasının komşuluğundaki doğrusal fonksiyon yardımıyla doğrusal olmayan $f(x)$ fonksiyonunun yakınsaması temeline dayanan ve daha sonra bu işlemler sonucunda elde edilen doğrusal programlama problemini çözmek için kullanılan bir yaklaşımdır. Doğrusal olmayan hedef programlama problemi, doğrusal olmayan programlama problemlerinin özel bir durumu olduğundan, MAP yaklaşımı doğrusal olmayan programlama problemlerinde olduğu kadar doğrusal olmayan hedef programlama problemlerinin çözümünde de oldukça etkili bir şekilde kullanılan bir yaklaşımdır.

MAP yaklaşımında kullanılan algoritmaya geçmeden önce Griffith ve Stewart'ın doğrusal olmayan programlama modellerine uygun olarak tanımladıkları metotta kullandıkları temel algoritmanın aşamalarını kısaca vermek yerinde olacaktır. Bu algoritmanın temel yapısı aşağıda verildiği gibidir:

Aşama 1: Öncelikle karar modeli matematiksel olarak oluşturulur.

Aşama 2: Uygun bir başlangıç çözüm noktası seçilir.

Aşama 3: Bu başlangıç çözüm noktası yakınında Taylor serisi açılımı yardımı ile küçük bir bölge ya da komşuluk tanımlanır.

Aşama 4: Doğrusal olmayan modelin doğrusal yaklaşımı elde edilir.

Aşama 5: *Aşama 2'* de tanımlanan komşulukta modelin doğrusal yaklaşımının optimizasyonu, ilgili simpleks algoritması yardımıyla elde edilir.

Aşama 6: *Aşama 5'* in sonucu ya iyi yönde bir çözüm ya da hiçbir gelişme göstermeyen bir çözümdür. Birinci durumda *Aşama 3'* e geri dönülür. Daha sonraki durumda ise, işlem durdurulur veya doğrusal yaklaşım daha küçük bir komşulukta incelenir.

3.2.1.1.a. Hedef programlamada doğrusal olmayan bir amaç fonksiyonunun doğrusal yapıya dönüştürülmesi

Daha önce de tanımlandığı gibi çok amaçlı karar verme modellerinde amaç fonksiyonu,

$$G_i = f_i(x) + n_i - p_i = b_i \quad (3.2)$$

şeklinde tanımlanır. Bu amaç fonksiyonunda yer alan $f_i(\bar{x})$ fonksiyonları diferansiyeli olan yani türevi alınabilen fonksiyonlardır.

s. adımda tüm amaçları sağlayan uygun çözüme $\bar{x}_s$ denilirse, tanımlanan fonksiyonlar için uygun doğrusal yaklaşımlar aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$b_i - n_i + p_i = f_i(\bar{x}) \cong f_i(\bar{x}_s) + \sum_{j=1}^J \frac{\partial f_i(\bar{x}_s)}{\partial x_j} (x_j - x_{s,j}) \quad (3.3)$$

Burada, $x_{s,j}$ şimdiki çözüm değeri $\bar{x}_s$ nin bileşenidir.

$$\bar{x}_s = (x_{s,1}, \dots, x_{s,j}) \quad (3.4)$$

x_j , yeni çözümün $(\bar{x})$ bileşenidir.

$$\bar{x} = (x_1, \dots, x_j) \quad (3.5)$$

Amaç fonksiyonu G_i nin doğrusal yaklaşımı $\hat{G}_i$ ile gösterilir ise,

$$\hat{G}_i = f_i(\bar{x}_s) + \sum_{j=1}^J \frac{\partial f_i(\bar{x}_s)}{\partial x_j} (x_j - x_{s,j}) + n_i - p_i = b_i \quad (3.6)$$

yazılır.

Eşitlik (3.6) tanımlanan doğrusal yaklaşım vektör notasyonu ile

$$\hat{G}_i = f_i(\bar{x}_s) + [\nabla f_i(\bar{x}_s)]^T (x_j - x_{s,j}) + n_i - p_i = b_i \quad (3.7)$$

şeklinde yazılabilir.

$(\bar{x} - \bar{x}_s)$ terimi kısaca $\bar{y}$ vektörü yardımıyla tanımlandığında,

$$\bar{y} = \bar{x} - \bar{x}_s \quad (3.8)$$

elde edilir.

Sonuç olarak; $\bar{y}$ şimdiki çözüm noktası $\bar{x}_s$ ile bir sonraki çözüm noktası $\bar{x}$ arasındaki farkı tanımlar. Bunun yanı sıra, $\bar{y}$ nın bileşenleri işaret bakımından açıkça sınırlı değildir ve bu nedenle simpleks algoritmasının uygulanmasında herhangi bir probleme yol açabilir. Dolayısıyla negatif değerli olmayan $\bar{u}$ ve $\bar{v}$ değişkenleri yardımıyla yeniden tanımlanır. Yani,

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \bar{u} - \bar{v} \\ (\bar{u} \geq \bar{0} \text{ ve } \bar{v} \geq \bar{0}) \end{aligned} \quad (3.9)$$

şeklinde ifade edilir. Yukarıda tanımlanan değişkenin yerine karşılığı yazılarak,

$$\hat{G}_i = f_i(\bar{x}_s) + [\bar{\nabla} f_i(\bar{x}_s)]^T (\bar{u} - \bar{v}) + n_i - p_i = b_i \quad (3.10)$$

elde edilir.

Burada T transpoz (devrik) işlemini göstermektedir. $[\bar{\nabla} f_i(\bar{x}_s)]$, $f_i(\bar{x}_s)$ in gradientidir.

Bu gradient vektörü,

$$[\nabla f(\bar{x})] = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_i(\bar{x}_s)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_i(\bar{x}_s)}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_i(\bar{x}_s)}{\partial x_j} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

şeklinde gösterilir.

Yukarıda verilen (3.10) eşitliği herhangi bir amaç fonksiyonunun doğrusal yaklaşımını elde etmek için kullanılır.

Bu işlemlerin aşamalarını gösteren örnek incelensin.

Örnek 3.1:

G_1 , doğrusal olmayan yapıya sahip bir amaç fonksiyonu olmak üzere aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$G_1 = 8x_1^2 - 3x_1x_2^2 + n_1 - p_1 = 18$$

Başlangıç çözüm noktası, $\bar{x}_0 = (1, 1)$ olarak alınsın. Burada s işlem aşamalarını gösteren bir indis olmak üzere başlangıçta $s = 0$ olacağı açıktır.

$$\nabla f_i(\bar{x}_0) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_i(\bar{x}_0)}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_i(\bar{x}_0)}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$

ve

$$\frac{\partial f_i(\bar{x}_0)}{\partial x_1} = 16x_{0,1} - 3x_{0,2}^2 = 15$$

$$\frac{\partial f_i(\bar{x}_0)}{\partial x_2} = -6x_{0,1}x_{0,2} = -6$$

Buradan hareketle,

$$\begin{aligned} [\bar{\nabla} f_i(\bar{x}_0)]^T (\bar{u} - \bar{v}) &= (15 \quad -6) \begin{pmatrix} u_1 - v_1 \\ u_2 - v_2 \end{pmatrix} \\ &= 15(u_1 - v_1) - 6(u_2 - v_2) \end{aligned}$$

elde edilir.

Sonuç olarak, tanımlanan doğrusal olmayan amaç fonksiyonunun doğrusal yaklaşımı şu şekilde elde edilebilir:

$$\hat{G}_1 = 5 + (15)(u_1 - v_1) - 6(u_2 - v_2) + n_1 - p_1 = 18$$

veya

$$\hat{G}_1 = (15)(u_1 - v_1) - 6(u_2 - v_2) + n_1 - p_1 = 18 - 5 = 13$$

Son elde edilen eşitlik G_1 'in $\bar{x}_0$ komşuluğundaki doğrusal yaklaşımıdır.

Bunlara ek olarak doğrusal yaklaşımda dikkate alınması gereken iki önemli durum vardır. Bunlardan ilki, $\bar{x} = (x_1, \dots, x_J)$ vektörünün her bir bileşeni alt değer ve aynı zamanda üst eğer ile sınırlandırılabilir. U_j ; x_j bileşeni için bir üst sınır değeri ise,

$$0 \leq x_j \leq U_j \quad (3.12)$$

yazılır. U_j 'nin belirli değeri genellikle amaç fonksiyonları yardımıyla elde edilir.

İkinci durum ise, doğrusal yaklaşımın sadece $\bar{x}_i$ noktası etrafındaki komşulukta G_i nin en iyi yaklaşım olduğundan kaynaklanır. Bu durumda şu iki soru sorulabilir:

- Tanımlanan komşuluk nedir?
- Bu komşuluk matematiksel olarak nasıl tanımlanır?

Bu soruların cevapları aşağıdaki işlem zinciri içinde verilmiştir.

X_j 'nin hareket edebileceği maksimum uzaklık d_j ile gösterilsin. Buradan d_j değerleri komşuluğun tanımlanmasında yardımcı olan bir değerdir.

$$-d_j \leq y_j \leq d_j, \quad j=1,2,\dots,J \quad (3.13)$$

Yukarıdaki eşitlikte tanımlanan y_j değişkeninin yerine,

$$y_j = u_j - v_j \quad (3.14)$$

yazıldığında,

$$-d_j \leq u_j - v_j \leq d_j, \quad j=1,2,\dots,J \quad (3.15)$$

elde edilir. Ancak, $u_j \geq 0$ ve $v_j \geq 0$ olduğundan yukarıdaki eşitlik

$$\begin{aligned} 0 \leq u_j \leq d_j, \quad j=1,2,\dots,J \\ 0 \leq v_j \leq d_j, \quad j=1,2,\dots,J \end{aligned} \quad (3.16)$$

şekline dönüşür. Buradan,

$$0 \leq x_j \leq U_j, \quad j=1,2,\dots,J \quad (3.17)$$

ve

$$\bar{y} = \bar{x} - \bar{x}_s \quad (3.18)$$

veya

$$y_j = x_j - x_{s,j} \quad , \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (3.19)$$

Yukarıda verilen tüm tanımlayıcı aralıklar birleştirildiğinde,

$$0 \leq u_j \leq \min \{ d_j, U_j - x_{s,j} \} \quad (3.20)$$

$$0 \leq v_j \leq \min \{ d_j, x_{s,j} \} \quad (3.21)$$

oluşturulur.

Sonuç olarak, (3.20) ve (3.21)' de tanımlanan bu aralıklar, ilgili değişkenler için alabilecekleri üst sınırları tanımlayan bir sınırlayıcı kümeyi ifade ederler. Üstün (Superior) amaçlar olarak bilinen bu aralıklar aşağıdaki özellikleri sağlar:

- a. x_j karar değişkenleri tanımlanan herhangi bir üst sınır değerini geçmeyecektir.
- b. G_i nin yaklaşımının tanımlandığı bölge nispeten küçük ve geçerli kalacaktır.

Üstün terimi, özel olarak tanımlanan sınırlı amaçları temsil eder. Üstün bir amaç, daima diğer tanımlanan tüm amaçlarla ilgili düzeyden daha yüksek bir öncelik düzeyinde bir küme olur. Dolayısıyla, herhangi bir üstün amaç diğer tüm birinci öncelikte tanımlanan amaçlardan da önce değerlendirilir. Bazı durumlarda herhangi bir üstün amaç ile diğer tüm amaçlar aynı öncelikte olabilir. Dolayısıyla, bu durum mevcut olduğunda çözüm sonucu sınırlanan amaçların dışında bir değer alır.

Eğer (3.20) ve (3.21) eşitsizlikleri hedef kısıtları şeklinde tanımlanır ise, bu tanımlama şekli çözüm aşamasında işlemlerin uygulanmasında kolaylık sağlar. Bu amaçla, aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\begin{aligned} u_j + n_t - p_t &= \min \{ d_j, U_j - x_{s,j} \} \\ v_j + n_q - p_q &= \min \{ d_j, x_{s,j} \} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Yukarıda tanımlanan eşitlikler üstün amaçlar olduğundan daima p_t ve p_q değerleri modelde yer alan diğer amaçlara göre daha önce minimize edilir. Yani bu sapma değerleri sıfır öncelik düzeyinde (P_0) minimize edilir.

Burada dikkate alınması gereken diğer bir durum d_j değerlerinin belirlenmesi ile durumdur. Cooper ve Steinberg, d_j değerleri için tanım aralığını,

$$U_j / 10 \leq d_j \leq U_j / 5 \quad (3.23)$$

şeklinde tanımlamışlardır. Tanımlanan bu aralık, dönüşüm sonucunda elde edilen doğrusal modelin optimal çözümü gelişim yönünde hareket etmediği takdirde buna bağlı olarak d_j değerlerinin küçültülmesi gerektiğini ifade eder.

3.2.1.1.b. Doğrusal olmayan hedef programlama için simpleks algoritması

Bu aşamaya kadar doğrusal olmayan yapıda verilen bir modelin öncelikle nasıl doğrusal hale dönüştürüleceği üzerinde durulmuştur. Yani doğrusal olmayan hedef programlama probleminin çözümünde öncelikle, oluşturulan modelde yer alan doğrusal olmayan yapıdaki fonksiyonlar doğrusal olarak ifade edilir. Dolayısıyla herhangi bir doğrusal olmayan hedef programlama modelinin çözümünde doğrusal yaklaşımların kullanımı oldukça önemlidir.

Doğrusal olmayan hedef programlama modelinde yer alan doğrusal olmayan yapıdaki fonksiyonlar doğrusallaştırıldıktan sonra problemin çözümünde doğrusal hedef programlamada kullanılan çok boyutlu simpleks algoritması bu modeller için de kullanılabilir. Dolayısıyla doğrusal olmayan yapıdaki hedef programlama çözümünde kullanılan temel algoritma aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

Aşama 1: Öncelikle doğrusal olmayan hedef programlama matematiksel olarak formüle edilir. Bu algoritmanın uygulanmasında işlemlerin tekrarlanma adımlarını ifade eden bir s değeri tanımlanır. Başlangıçta bu değer $s = 0$ olarak alınır.

Aşama 2: Daha sonra karar verici tarafından başlangıç çözüm değeri olarak $\bar{x}_s$ noktası tanımlanır (Burada başlangıç çözüm değerinin iyi seçilmesi algoritmanın daha hızlı bir şekilde işleyerek uygun çözüm noktasına yakınsamasını sağlar). Bu aşamada tanımlanan $\bar{x}_s$ değeri için $\bar{a}_s$ çözüm değeri tanımlanır.

Aşama 3: Bu aşamada eşitlik (3.10)'da tanımlanan doğrusallaştırma yaklaşımı kullanılarak modeldeki her bir G_i amaç fonksiyonunun $\bar{x}_s$ noktası etrafındaki doğrusal yaklaşımı oluşturulur.

Aşama 4: Problemin çözüm alanını sınırlamak için (3.22)'de tanımlanan üstün(superior) amaçlar olarak isimlendirilen denklem sistemi, hedef kısıtları şeklinde modele eklenir.

Aşama 5: Bu aşamada ise, modelin optimal çözüm değeri doğrusal hedef programlama probleminin çözümünde kullanılan simpleks algoritması yardımı ile elde edilir. Bu optimal çözüm değeri $\bar{x}_{s+1}$ ile gösterilir.

Aşama 6: Eğer $\bar{a}_{s+1}$ değeri, $\bar{a}_s$ değerinden istenilen yönde daha iyi bir sonuç ise, yeni nokta değeri $\bar{x}_{s+1}$ tanımlanarak bu nokta yönünde hareket edilir ve $s = s + 1$ alınır, Aşama 3'e dönülür. Diğer durumda ise işlem sona erdirilir.

Aşama 6'da algoritmanın tamamlanması için genel bir açıklama yapılmıştır. Uygulamada işlemlerin devam ettirilme kriteri olarak bir ölçüm değeri kullanılır ve

bu değer $\bar{\epsilon}$ ile gösterilir. Burada, $\bar{a}_{s+1} - \bar{a}_s < \bar{\epsilon}$ ise, yeni çözüm değeri $\bar{x}_{s+1}$ 'e doğru hareket edilir. Eğer $\bar{a}_{s+1} - \bar{a}_s \geq \bar{\epsilon}$ ise, işlem durdurulur ve $\bar{x}_s$ optimal çözüm değeri olarak alınır veya $\bar{x}_s$ yeni çözüm değeri olarak kullanılır ve doğrusal yaklaşımların tanımlandığı bölge küçültülür. Bu durum ancak d_j değerinin küçültülmesiyle elde edilir.

3.2.1.2. Ayrılabilir Programlama yaklaşımı

Ayrılabilir programlama, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcıları ayrılabilir yapıda olan tek amaçlı doğrusal olmayan programlama problemlerinin çözümünde kullanılan bir tekniktir. Ayrılabilir fonksiyonlar, her biri yalnızca bir değişken içeren fonksiyonların toplamı şeklinde açıklanabilen fonksiyonlardır.

Ayrılabilir ve doğrusal olmayan yapıda olan fonksiyonlar parçalı doğrusal fonksiyonlara yakınsaklaştırılıp doğrusal bir yapıya dönüştürülerek düzeltilmiş (modified) simpleks algoritması yardımıyla çözülebilir. G.Reklaitis, A.Ravindran ve K.Ragsdell (1983) birlikte yapmış oldukları çalışmalarında;

“ Bu teknik; geniş bir aralıkta tanımlanan herhangi bir doğrusal olmayan yapıdaki fonksiyonun doğrusal yaklaşımını elde etmek için tanımlanan fonksiyonun aralığını öncelikle alt aralıklara ayırır ve daha sonra her bir alt aralıktaki kısmi doğrusal fonksiyonların geometrik olarak belirtilmesini ister. Bu çözüm yolu fonksiyonun doğrusal yaklaşımının elde edilmesi için iyi bir çözüm yoludur”.

ifadesini kullanmışlardır.

Genel olarak ayrılabilir doğrusal olmayan programlama modeli aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\begin{aligned}
F(x)_{\min} &= F(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m f_i(x_i) \\
\sum_{j=1}^n g_{ij}(x_j) &= b_i \quad i = 1, 2, \dots, m \\
x_j &\geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Modelde yer alan f_i ve g_{ij} fonksiyonları konveks yapıda olan fonksiyonlardır. Konvekslik özelliği, parçalı doğrusal fonksiyonların konveks olduğunu ve yakınsaklaştırılan doğrusal olmayan programlama probleminin global bir optimal çözümünün var olduğunu garanti eder. Doğrusal olmayan hedef programlama modeli ayrılabilir doğrusal olmayan hedef programlama modeli olarak aşağıdaki şekilde verilmektedir:

$$\begin{aligned}
Z_{\min} &= \sum_{k=1}^P P_k \sum_{i=L+1}^m (w_{ik}^- n_i + w_{ik}^+ p_i) \\
R_i(x_j) &= b_i, \quad i = 1, \dots, L \\
g_{i-L}(x_j) + n_i - p_i &= t_{i-L}, \quad i = L+1, \dots, m \\
n_i, p_i &\geq 0, \quad i = 1, \dots, m
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Modelde yer alan R_i ve g_{i-L} ayrılabilir olan fonksiyonların bir kümesidir.

Ayrılabilir doğrusal olmayan hedef programlamada modelde tanımlanan her bir x_j karar değişkeni bir alt sınır (a_j) ve üst sınır (b_j) değerleri ile sınırlandırılır. Ayrılabilir doğrusal olmayan hedef programlama modelinin formülasyon yapısının en genel hali aşağıdaki şekilde verilebilir:

$$\begin{aligned}
Z_{\min} &= \sum_{k=1}^P P_k \sum_{i=L+1}^m (w_{ik}^- n_i + w_{ik}^+ p_i) \\
\sum_{j=1}^n \sum_{r=0}^{v_i} \alpha_{jr} R_i(x_j) &= b_i \quad , \quad i = 1, \dots, L \\
\sum_{j=1}^n \sum_{r=0}^{v_i} \alpha_{jr} g_{i-L}(x_j) + n_i - p_i &= t_{i-L} \quad , \quad i = L+1, \dots, m \\
n_i, p_i &\geq 0 \quad , \quad i = 1, \dots, m
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Ayrılabilir doğrusal olmayan hedef programlama modeli için verilen çözüm algoritması, ayrılabilir programlamada kullanılan temel algoritmanın bir uyarlamasıdır.

Ayrılabilir doğrusal olmayan hedef programlama tekniği, her bir x_j karar değişkeni için gerek duyulan v_j grid (kırılma) noktalarının sayısını tanımlamak için sabit bir tanım aralığını kullanır. Modelin yaklaşımı sadece ayrılabilir fonksiyonlar olarak açıklanan bazı doğrusal olmayan yapıları bulunduran uygulamalarla sınırlıdır.

Ayrılabilir programlama yaklaşımı, literatürde şans kısıtlı doğrusal olmayan hedef programlama modellerini çözmek için etkin bir şekilde kullanılmıştır. Wyne(1978), şans kısıtlı doğrusal olmayan hedef modeli geliştirerek bu modelin çözümünün elde edilmesinde bu yaklaşımı kullanmıştır (Saber et al, 1993).

3.2.1.3. Kareli Programlama yaklaşımı

Kareli Programlama yaklaşımı, karesel olan veya karesel yapıdaki modellere dönüştürülebilen doğrusal olmayan hedef programlama modellerini çözmek için kullanılan bir tekniktir. Kareli hedef programlama modeli, karesel yapıda olan kısıtlayıcılar ve/veya amaç fonksiyonlarında karesel yapıda olan sapma

değişkenlerini içeren bir yapıya sahiptir. Genel olarak kareli hedef programlama modelleri aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\begin{aligned}
 Z_{\min} : \quad & \sum_{k=1}^P P_k \left[\sum_{i=L+1}^m (w_{ik}^- n_i + w_{ik}^+ p_i) + \sum_{i=L+1}^m (n_i + p_i) (w_{ik}^- n_i + w_{ik}^+ p_i) \right] \\
 R_i(x) = b_i \quad & , \quad i = 1, \dots, L \\
 g_{i-L}(x) + n_i - p_i = t_{i-L} \quad & , \quad i = L+1, \dots, m \\
 x, n_i, p_i \geq 0 \quad & , \quad i = 1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Burada yer alan $R_i(x)$ ve $g_{i-L}(x)$ fonksiyonları, her bir i için doğrusal ya da karesel yapıda olan fonksiyonlardır. ($i = 1, \dots, m$) G.Reeves, 1977 yılında yapmış olduğu çalışmasında konveks yapıdaki karesel amaç fonksiyonları ve doğrusal kısıtlayıcı fonksiyonlara sahip Kareli Hedef Programlama problemleri için bir çözüm algoritması tanımlamıştır.

3.2.2. Doğrusal Olmayan Hedef Programlama Problemlerinin Çözümü İçin Direkt Arama Yaklaşımı

Direkt arama yaklaşımı, doğruların birbirine yakınsaması konusunda hiçbir garantisi olmamasına rağmen optimizasyon problemlerinin çözümünde sıkça kullanılan bir yaklaşımdır. Bu durum, bu yaklaşımın algoritmasının basit bir arama mantığının olmasından kaynaklanır. Direkt arama metodlarından birini J.Box, 1965 yılında yaptığı bir çalışmada tek amaçlı kısıtlı optimizasyon problemlerini çözmek için tanımlamıştır. Daha sonra, D.Monarchi(1975), çalışmasında Box'ın karmaşık (kompleks) arama metodunu doğrusal olmayan hedef programlama modelleri için uyarlayarak bu metodun doğrusal olmayan hedef programlama problemlerinin çözümünde kullanımını tanıtmıştır(Saber et al, 1993).

3.2.2.1. Uyarlanmış (Modified) Pattern Arama Yaklaşımı

Bu yaklaşım, bir direkt arama optimizasyon tekniğidir. Bu yaklaşım, uygulaması ve programlanması kolay bir yaklaşımdır. Pattern arama yaklaşımı, (örümcek araması = spider search) bir çok karışık problemlerin çözümünde etkin bir şekilde kullanılan bir yaklaşımdır. Bu yaklaşım, Hooke ve Jeeves tarafından tek amaçlı ve sürekli değişkene sahip kısıtsız optimizasyon problemlerinin çözümü için geliştirilmiştir. Daha sonra, Ignizio bu metodu doğrusal olmayan hedef programlamanın çözümü için uyarlamıştır. Bu çalışmalar sonrasında Hwang ve Masud, 1979 yılında yayınladıkları eserlerinde bu çözüm algoritmasını daha da geliştirmişlerdir. Hwang ve Masud'un uyarladıkları yaklaşımlarında tüm yapısal kısıtlar amaç fonksiyonunda en yüksek önem derecesine sahip olan hedef kısıtlarına dönüştürülmüştür. Daha sonra doğrusal olmayan hedef programlama problemi, her biri farklı öncelik derecesine sahip olan tek amaçlı doğrusal olmayan programlama yapısındaki alt problemlerin bir serisi şeklinde parçalara ayrılmıştır. Her aşamadaki tek amaçlı doğrusal olmayan programlama probleminde,

- a. Öncelikle tek amaçlı fonksiyonla ilgili hedef kısıtları dikkate alınır.
- b. Daha sonraki aşamada bir önceki aşamada erişilen hedefleri sağlayan kısıtlayıcıların bir kümesi modele dahil edilir.

Modified pattern arama tekniği ise, kısıtlı tek amaçlı doğrusal olmayan programlama problemlerinin çözümünde probleme aşamalı olarak çözüm aramaktadır. Her bir aşamada, pattern arama tekniği(kısıtsız optimizasyon tekniği gibi) tek kısıtlı alt problemi çözmek için kullanılır.

Bu yaklaşımı tanımlamak amacıyla (3.2.1)' de incelenen model göz önüne alınsın. Bu modelde yapısal kısıtlayıcılar “birinci öncelikte” ki amaçlar olarak incelenmektedir. Model, yapısal kısıtlayıcılara sapma değişkenleri eklenerek aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\begin{aligned}
Z_{\min} &= P_1 \sum_{i=1}^L (n_i - p_i) + \sum_{k=2}^{P-1} P_k \sum_{i=1}^m (w_{ik}^- n_i + w_{ik} p_i) \\
R_i(x) + n_i - p_i &= b_i, \quad i = 1, \dots, L \\
g_{i-L}(x) + n_i - p_i &= t_{i-L}, \quad i = L+1, \dots, m \\
n_i, p_i &\geq 0
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Yukarıda (3.28)' de tanımlanan model çözüm algoritması dolayısıyla alt problemlere aşağıdaki gibi ayrılır.

Alt problem 1:

$$\begin{aligned}
Z_{1\min} &= \sum_{i=1}^L (n_i - p_i) \\
R_i(x) + n_i - p_i &= b_i, \quad i = 1, \dots, L \\
n_i, p_i &\geq 0
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Alt problem 1'de, L tane hedef kısıtı orijinal gerçek kısıtlayıcı olduğundan, her i için tüm pozitif sapma (p_i) değerleri sıfır olacak şekilde sağlanmalıdır. ($i = 1, \dots, L$) Diğer bir ifadeyle eğer $\min Z_1 > 0$ ise, doğrusal olmayan hedef programlama probleminin uygun çözümü yoktur.

Alt problem 2:

$$\begin{aligned}
Z_{2\min} &= \sum_{i=L+1}^m (w_{i2}^- n_i + w_{i2} p_i) \\
R_i(x) + n_i - p_i &= b_i, \quad i = 1, \dots, L \\
\sum_{i=1}^L (n_i - p_i) &= 0 \\
g_{i-L}(x) + n_i - p_i &= t_{i-L}, \quad i = L+1, \dots, m \\
n_i, p_i &\geq 0
\end{aligned} \tag{3.30}$$

$g_{i-L}(x)$ alt problem 2 için göz önüne alınan hedeflerdir. Burada P_2 önceliğine göre çözüm aranmaktadır. Bu durumda $\min Z_2 = Z_2^*$ ($Z_2^* \geq 0$) olsun.

Alt problem K:

$$\begin{aligned}
 Z_{k \min} &= \sum_{i=L+1}^m (w_{ik}^- n_i + w_{ik}^+ p_i) \\
 R_i(x) + n_i - p_i &= b_i, \quad i = 1, \dots, L \\
 Z_j &= Z_j^*, \quad j = 1, \dots, k-1 \\
 g_{i-L}(x) + n_i - p_i &= t_{i-L}, \quad i = L+1, \dots, m \\
 n_i, p_i &\geq 0
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

$g_{i-L}(x)$ alt problem K için göz önüne alınan hedeflerdir. Bu değerler $P_2, \dots, P_k$ öncelik düzeylerine sahiptir. Herhangi bir alt problemde, bir x noktasına doğru yapılan harekete $\bar{x}$ deki amaç fonksiyon değerinin erişimine göre karar verilmektedir. Amaç fonksiyonu, değerlendirilen alt problemin kısıtlayıcılarının önemi ve sapma değişkenlerinin değerlerini göz önüne alarak tanımlanır.

3.2.2.2. Uyarlanmış (Modified) pattern / gradient arama yaklaşımı

Bu yaklaşımda modified pattern arama ve gradient arama teknikleri birleştirilerek bir çözüm algoritması geliştirilmiştir. Bu yaklaşımda kullanılan algoritma, tamsayı doğrusal hedef programlamada etkin bir şekilde kullanıldığı kadar doğrusal olmayan hedef programlama problemlerinin çözümünde de kullanılır. Bu algoritmanın temel yapısı, grid arama tekniği ile pattern arama yaklaşımlarını kullanarak çözüm aramaya yöneliktir. Grid pattern arama hareket kavramı, istenilen değerde bir p noktası bulununcaya kadar hedef gelişimi doğrultusunda hareket etmeyi ifade etmektedir. Bu p noktası, problemin çözümünün istenilen yönde geliştiği düşünülen bir noktadır.

3.3. Gradient Tabanlı Yaklaşım

Herhangi bir karar probleminde belirsizlik ortamında karar verme durumu ile karşı karşıya kalınabilir. Bu durum ile çok amaçlı ve çelişen amaç içeren karar verme problemlerinde de karşılaşılabılır. Bu belirsizlik durumu, bazen ihlal edilerek

deterministik(kesin) bir durum olduğu varsayılabilir. Oysa ki, bir çok karar verme problemleri çıktıların olasılıklı dağılımının tanımlandığı risk ölçümelerini içerir. Yani bu problemlerde deterministik bir yapı söz konusu değildir. Gradient tabanlı yaklaşım, bu tür deterministik olmayan yapıların çözümünde kullanılır.

Gradient yaklaşımlar, amaç fonksiyonlarının ve kısıtlayıcıların hareket ve araştırma yönünü tanımlamak için bu fonksiyonların birinci dereceden kısmi türevlerini alarak işlem yapmaktadır.

Gradient tabanlı metotların optimal çözüme yakınsama oranı, genellikle diğer metotların yakınsama oranından daha hızlıdır. Bununla birlikte diferansiyeli alınamayan fonksiyonları bulunduran problemler için gradient metotların kullanımı uygun değildir.

Lee ve Olson , şans kısıtlı doğrusal olmayan hedef programlama modelleri için bir Gradient algoritması geliştirmişlerdir. Bu algoritma, doğrusal yapıda olmayan fonksiyonların sürekli ve diferansiyeli alınabilir olmasını ve optimal bir noktayı bulmak için çözüm uzayının konveks olmasını gerektirir. Teknolojik katsayılarıdaki risk gösterimi, doğrusal olmayan modellerin kullanımını gerektirmektedir. Lee ve Olson'a (1985) göre hedef programlama modelleri tek amaçlı modellerin serisi ile ifade edilebilir (Saber et al., 1993). Bu nedenle, şans kısıtlı hedef programlama modelleri doğrusal olmayan programlama tekniklerini kullanarak matematiksel programlama modellerinin bir serisi şeklinde ifade edilerek çözülebilir. Hedef programlama modelinde şans kısıtlarının deterministik eşitlikleri doğrusal olmayan yapıdaki kısıtlayıcılardır. Hedef programlama modelinde tanımlanan herhangi bir i. hedef kısıtı şans kısıtı olarak verildiğinde bu kısıt ;

$$\text{Prob} \left[\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \right] \geq \alpha_i, \quad 0 \leq \alpha_i \leq 1 \quad (3.33)$$

şeklinde olacaktır.

Bu denklemde a_{ij} ve b_i değerleri, rasgele değişkenler olabileceğinden şans kısıtı deterministik yapıya dönüştürülerek yazılabilir. Bu durum aşağıdaki şekilde matematiksel olarak ifade edilir.

Eğer a_{ij} rasgele değişkenleri normal dağılıma sahip ise, i. şans kısıtlı hedef kısıtı aşağıda verilen deterministik doğrusal olmayan hedef kısıtına eşit olacaktır:

$$E\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j\right) + F^{-1}(\beta_i) \left[V \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i\right]^{1/2} \leq E(b_i) \quad (3.34)$$

Bu eşitsizlikte, E göstergesi beklenen değeri ve V göstergesi de varyansı gösterir. F ise,

$$\left[\frac{\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i\right) - E\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i\right)}{V\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - b_i\right)} \right]^{1/2} \quad (3.35)$$

ifadesinin birikimli standart normal olasılık dağılım fonksiyonu göstermektedir. F^{-1} , F fonksiyonunun tersidir.

Yukarıda tanımlanan (3.34) eşitsizliğinde açık şekli verilen hedef kısıtının beklenen değeri alındıktan sonra sapma değişkenleri ilave edilerek oluşturulan şekli aşağıda verilmiştir:

$$\sum_{j=1}^n u_{ij}x_j + D\left\{\sum_{j=1}^n v_{ij}x_j^2\right\} + n_i - p_i = b_i \quad (3.36)$$

Bu denklemde yer alan $u_{ij} = E(a_{ij})$ dir. D, α güven düzeyindeki normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonunu tanımlamaktadır. Ayrıca, $\left(\sum_{j=1}^n v_{ij} x_j^2 \right)$ ifadesi, a_{ij} değişkenlerinin varyans– kovaryans matrisini göstermektedir.

Hedef programlamada şans kısıtları deterministik yapıya dönüştürüldüğünde doğrusal olmayan yapı elde edilir. Bu dönüşümün uygulanmasındaki amaç, yapısal kısıtlayıcılarla sınırlı hedef kısıtları için uygun çözüm noktalarını tanımlamaktır. Dolayısıyla, çözüm algoritmasında uygun yönün belirlenmesi hedef programlama formülasyonunda doğrusal olmayan kısıtların yer almasını sağlar. Ayrılabilir programlama şans kısıtlı hedef programlama tekniğini kullanır, fakat bu yaklaşım, modeli kırılma noktaları içeren modele dönüştürerek çözer. Ancak bu metodun doğruluğu ve güvenilirliği grid noktalarının iyi seçilip seçilmediğine bağlıdır. Başka bir ifadeyle, çözüm grid noktalarına duyarlıdır. Gradient yaklaşım, şans kısıtlı modeller için kullanılabilen ayrılabilir programlamanın bir alternatifi olarak kullanılan uygun bir doğrusal olmayan yaklaşımdır. Bu yaklaşımın kullanımı, şans kısıtlı modellerle sınırlıdır.

3.4. Etkileşimli (Interaktif) hedef programlama Yaklaşımı

Etkileşimli yaklaşımın diğer yaklaşımlara göre üstün olduğu söylenir. Bu üstünlük, karar vericinin çözüm sürecinde önemli bir yerinin olması ve daha iyi bir çözümün karar verici tarafından kabul edilmesine izin verilmesinden kaynaklanır. Burada etkileşimli hedef programlama yöntemlerinden iki tanesi üzerinde durulacaktır. Bu yöntemler;

- Weistroffer's yöntemi
- Masud ve Hwang yöntemi

Weistroffer, doğrusal olmayan çok amaçlı karar verme problemlerinin çözümü için etkileşimli bir hedef programlama yöntemi geliştirmiştir. Geliştirilen bu yöntem,

kısıtlı çok amaçlı problemin kısıtsız tek amaçlı alt problemlerin bir serisi şekline dönüştürülmesi temeline dayanır. Burada her bir alt problem,

- i. Yapısal kısıtların sağ taraf sabitinden sapma miktarlarını
- ii. Hedef kısıtlarının erişim düzeylerinden sapmaların kareleri toplamını minimize etmek

için oluşturulur. Etkileşimli yaklaşımda dönüştürülen problem,

$$F_r(x)_{\min} = \sum_{i=1}^L \max^2[0, (b_i - R_i(x))] + \sum_{i=L+1}^M \max^2[0, (n_{i,r} - p_{i,r})] \quad (3.36)$$

şeklinde yazılır. Bu eşitlikte yer alan,

$(n_{i,r} - p_{i,r}) = t_{i-L} - g_{i-L}(x)$ ve $t_{i-L,r}$ değeri ise, r . aşamada $(i - L)$. hedef kısıtının erişim düzeyi veya hedef değeri olarak tanımlanır. Burada kareler toplamı fonksiyonunun kullanılmasının nedeni, bu fonksiyonun konveks yapıda, diferansiyellenebilir ve kullanımının elverişli olmasıdır. Karar verici, her bir aşamadan önce hedef kısıtı için erişim düzeylerinin kümesini oluşturur. Daha sonra elde edilen kısıtsız tek amaçlı problem çözülmeye başlanır. Burada karar vericinin istediği çözüm, tüm yapısal kısıtları sağlayan ve $F_r(x)$ fonksiyonunun sıfır veya sıfıra yakın bir değerinin elde edilmesini sağlayan bir çözümdür.

Masud ve Hwang ise, çok amaçlı karar verme problemleri için doğrusal ya da doğrusal olmayan Hedef Programlama modellerinin çözümünde etkileşimli bir yöntem önermişlerdir. Masud ve Hwang'ın tanımladıkları bu model,

$$\begin{aligned} \max : & [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)] \\ g_i(x) & \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \quad (3.38)$$

şeklinde ifade edilir. Bu modelde, k tane amacın sağlanmasında herhangi bir öncelik düzeyi veya ağırlıklandırma işlemine yer verilmemiştir. Bununla birlikte yöntem, k tane amaç için alt ve üst sınır değerlerinin tanımlanmasıyla işleme başlar. Daha sonra karar verici, en iyi uzlaşık çözümü elde edinceye kadar her bir aşamada elde edilen çözüm değerini kullanarak işlemleri tekrarlar ve hedefleri sağlamaya çalışır. Karar verici tarafından belirlenen k tane amaç için istenilen hedef (t_i)ler;

$$\underline{f}_i \leq t_i \leq \bar{f}_i \quad (3.39)$$

şeklinde gösterilir. Burada $\underline{f}_i$ ve $\bar{f}_i$ değerleri sırasıyla f_i fonksiyonu için tanımlanan alt ve üst sınır değerleridir. Bir sonraki işlem aşamasında, amaç fonksiyonu değerlerinin (f_i 'ler) alt sınır değerinden daha küçük bir değer almamasını sağlayacak şekilde tek amaçlı optimizasyon problemi çözülür. Bununla beraber, sıralı bir şekilde her bir hedefin sağlanması için alternatif uzlaşık çözümler elde edilir. Karar verici elde edilen herhangi bir çözüm değerini kabul ettiğinde algoritma sona erdirilir. Aksi takdirde, karar verici elde edilen çözümün ışığı altında yeni bir hedef düzeyi $t_{r+1, i}$ oluşturur ve metod yeni belirlenen hedef düzeyi için yeni çözümler geliştirerek devam eder ve işlem aşamaları tekrarlanır.

4. PORTFÖY ANALİZİ

Günlük yaşamda, hemen hemen herkesin gelecekteki yaşamını garanti altına almak amacıyla sahip olduğu varlıklar doğrultusunda yatırım yapma eğilimi vardır. Bir çok seçenekle karşı karşıya kalan insanlar, paralarını ne şekilde değerlendirecekleri konusunda düşünürler. Gerek ülke ekonomisinin durumu gerekse yatırım araçlarının çeşitliliği yatırımcıyı yatırımı ne şekilde yapacağı konusunda etkiler. Bu yatırım araçlarının bir kısmı ev, otomobil gibi reel varlıklar iken diğer bir kısmı hisse senedi, tahvil, banka mevduat hesabı gibi finansal varlıklar olabilir. Reel varlıklar doğrudan maddi değerleri ifade ederken finansal varlıklar ise, dolaylı olarak maddi değerlerle ilgili hakları veya belli yükümlülükleri ifade eder.

Portföy, birden çok reel ve finansal yatırım aracının oluşturduğu bir yatırım paketi olarak düşünülebilir. Bir tüzel kişinin sahibi bulunduğu hisse senedi, tahvil ve diğer değerli kağıtlar bir portföyü oluşturur. Buradan hareketle herhangi bir portföyün oluşturulması aşamasında yapılan işlemler bütünü de “Portföy Analizi” ya da “Portföy Yönetimi” şeklinde ifade edilir. Portföy yönetiminin tanımı ve içeriği, kapsam ve incelenen ayrıntılara bağlı olarak farklılık gösterir. Portföy yönetimi konusuna büyük katkıları olan Sharpe, portföy yönetimini “Paranın yönetilme süreci” olarak tanımlamıştır. Portföy analizinin asıl konusu varlıklar olduğundan insanlığın zenginliği arttıkça portföy oluşturmanın önemi de buna bağlı olarak artar. Özellikle son yıllarda bilgisayar ve iletişim teknolojisindeki gelişmeler, piyasaların globalleşmesi, yeni finansal araçların işlem gördüğü piyasaların oluşturulması ve yeni teorilerin ortaya konulması portföy yönetimine de yeni bir bakış açısı kazandırmıştır.

Markowitz’in 1959 yılında yapmış olduğu çalışmasıyla portföy yönetimi anlayışında çok büyük değişiklikler olmuştur. Daha önceleri portföy analizinde esas ağırlık bireysel varlık seçimi ile ilgili iken, Markowitz’in bu çalışmasından sonra risk - getiri değişimi çerçevesinde portföy içindeki varlıkların birbiri ile olan etkileşimi ortaya konularak çeşitlendirme ve portföyün tümünün değerlendirilmesi ele alınmıştır.

Sermaye pazarı gelişmiş ülkelerde yatırımcılar menkul kıymetlerin getirisi ve riski karşısında bilinçlidir. Diğer bir ifadeyle, risksiz sermaye yatırımlarının, örneğin devlet tahvilinin minimum bir getiri düzeyi bulunmaktadır. Bu düzeyin üzerinde getiri elde etmek isteyen yatırımcılar riske de katlanmak durumundadır. Dolayısıyla portföy analizinde riskin önemle değerlendirilmesi gerekir.

4.1. Portföy Yönetiminde Kullanılan Tanım ve Kavramlar

Portföy yönetimine geçmeden önce portföy yönetim sürecinde karşılaşılan ve kullanılan önemli terimleri açıklamak portföy yönetiminin daha açık bir şekilde anlaşılmasını sağlayacaktır. Portföy yönetiminde kullanılan belli başlı kavramlar aşağıdaki şekilde verilebilir.

4.1.1. Yatırım

Yatırım bir dönem içinde üretim araçları varlığına yapılan eklemeler ve bunu mümkün kılan harcamalar şeklinde tanımlanabilir. Yatırım olayının bir reel, bir de parasal, yani finansal yönü vardır.

Yatırım olayının iki farklı yönü olduğu bilinmektedir. Yatırımın yapısını ifade eden bu durumlar iki şekilde açıklanır:

a. Reel yatırım

Arsa, bina, otomobil, kıymetli maden veya taşlar gibi sabit kıymetlerle, bir iş kurmak için yapılan yatırımlardır. Reel yatırımları temel özelliği, bu yatırımların doğrudan doğruya değer ifade etmeleridir. Yani, bu yatırımlar sahiplerinin varlıklarıdır; fakat başka birinin borcunu ifade etmemektedirler. Reel yatırımların bir kısmı (altın ve pırlanta gibi) gelir getirmezken aksine kazanç yerine zararla da sonuçlanabilir. Reel yatırımların bazıları ise, gelir getiren yatırımlardır. Kira geliri bu yatırım şekline örnek teşkil eder, ancak bütün yatırımlar birey açısından bir önem arz eder.

b. Finansal yatırım

Reel varlıklar veya bunların gelirleri üzerinde tesis edilen “haklar” dan oluşmaktadır. Bu haklar başkalarının borcu niteliğindeki haklardır. Mevduat hesapları tasarrufçunun bankadan alacağını, bankaların tasarrufçuya olan borcunu ifade eder. Kredi ise, bankaların şirketlerden alacağı, şirketlerin ise bankalara borcudur. Şirketlerin bankalara borcunu ifade eden krediler ve bu kredilerin faizleri şirketlerin kazançlarından ödenir. Bu şekilde ödenemediği durumlarda da şirketin varlıkları üzerinde hak ifade ederler. Finansal yatırımların temel özelliği, bu yatırımların bir taraftan tasarrufçuların varlıklarını oluşturması, fakat aynı anda başkalarının borçlarını belirtmesidir.

4.1.2. Menkul kıymetler

Ortaklık veya alacaklık sağlayan, belli bir meblağı temsil eden, yatırım aracı olarak kullanılan, dönemsel gelir getiren, misli nitelikte, seri halinde çıkarılan, ibareleri aynı olan ve şartları Kurul’ca (Sermaye Piyasası Kurulu) belirlenen kıymetli evraktır.

4.1.3. Portföy

Portföy kavramı ile ilgili olarak bir çok kaynakta değişik tanımlara rastlanır. Birden çok yatırım aracından oluşan mal varlığının bütününe “ Portföy ” denir. Başka bir ifade ile portföy, çeşitli menkul kıymetlerden oluşan, özellikle hisse senedi, tahviller, banka mevduat hesapları ve türevlerinden meydana gelen, belirli bir kişi veya grubun sahip olduğu finansal özellikteki kıymetler topluluğu veya birleşimi olarak tanımlanır. Daha geniş bir açıdan bakıldığında zaman kişilerin serveti de bir portföy olarak değerlendirilebilir. Kişilerin servetini reel ve finansal yatırımlar, sahip olduğu iş, hayatı boyunca edindiği yetenekler oluşturur.

4.1.4. Portföy yönetimi

Portföy yönetimi, tek tek menkul kıymetleri inceleyen diğer analiz tekniklerini tamamlayan nitelikteki bir analiz niteliğindedir. Pazardaki hisse senetleri dikkate alındığında bu hisse senetlerinin genel ekonomik şartlardan etkilenmeleri farklı yönlerde ve değişik şiddetlerdedir. Değişik parametreler menkul kıymetleri de farklı etkiler. Bu noktadan hareketle, farklı yönde etkilenme durumundaki menkul kıymetlerden bir karışım yaparak çeşitlendirme yoluyla risk ve geliri etkileyerek yatırımcının faydasını artırma işlemlerine “Portföy yönetim” denir. Portföy yönetiminde, portföyü oluşturan menkul kıymetler tesadüfi seçim yoluyla portföye dahil edilmemektedir. Tesadüfi seçim yönteminde yatırım araçları hiçbir kurala bağlı olmaksızın seçilirken, portföy yönetiminde yatırım araçları arasındaki ilişkiler (korelasyon) incelenerek ilişkinin yönü ve derecesine göre yatırım araçları portföye alınabilir ya da portföyden çıkarılabilir. (Aksoy,1988) Portföy yönetimi, portföylere ait öngörülerin yapılması konusuyla ilgilenen bir çeşitlemedir.

4.1.5. Portföyün beklenen getirisi

Portföyde yer alan yatırım araçlarından sağlanan kazançlara “getiri ” denir. Beklenen getiri ise, bir yatırımdan gerçekleşmesini beklediğimiz getiri oranı ya da olası sonuçların olasılık dağılımının ağırlıklı ortalaması şeklinde tanımlanır. Portföyün beklenen getirisi söz konusu olduğunda portföyün tamamından elde edilmesi beklenen getiri ile ifade edilir.

4.1.6. Portföyün riski

En geniş tanımı ile risk, objektif olasılıkla belirlenebilen kaybetme şansı olarak ifade edilir. Diğer bir deyişle risk, belirsizliğin objektif göstergesidir. Risk kısaca istenmeyen olayların ortaya çıkma şansı olarak ya da beklenen getiriden sapma olasılığı olarak tanımlanır. Portföy teorisi kararların riskli koşullar altında alınması ile ilgilenir. Yatırımlarla ilgili kararlarda risk etkeni büyük bir öneme sahiptir.

Diğer taraftan bazı durumlarda risk ve belirsizlik ifadeleri birbirine karıştırılabilir. Oysa ki, risk ve belirsizlik değişik anlamlara sahip ifadelerdir. Eğer yatırımcı, kararlarını olasılık dağılımlarına göre vermek istiyorsa, riskli bir durumun varlığı söz konusudur. Aksi durumda, belirlilik ya da belirsizlik durumundan söz edilir. Ancak, risk beklenen sonucu elde etmede var olan belirsizlik şeklinde tanımlanabilir. Bu çerçevede yatırım araçlarında söz konusu olan beklenen getiri düzeyinin elde edilmesindeki belirsizliktir. Gelecekteki olaylar tahmin edilemiyor ve bazı olaylar diğerlerine tercih edilebiliyor ise, risk her zaman söz konusudur.

4.2. Portföyü Oluşturan Yatırım Araçları

Türkiye’de son yıllarda kişilerin yatırım konusuna verdikleri önem ve daha bilinçli yatırım yapma çabalarına bağlı olarak çok önemli mali araçlar geliştirilmiştir. 1980 yılına kadar finansal yatırım araçları denilince akla banka mevduatları, hazine bonoları, devlet tahvilleri, özel şirket tahvilleri ve hisse senetleri gelmekteydi. 1980 sonrasında bakıldığında finansal yatırım araçlarında önemli derecede çeşitlenmeler olduğu görülür. Gelir ortaklığı senetleri, menkul kıymet yatırım fonu katılma belgeleri, gayri menkul sertifikaları ve repolar bunların en önemlileri olarak sayılabilir. 1991 yılından günümüze kadar mali piyasalarda gelişen en önemli araçlar varlığa dayalı menkul kıymetlerdir. Ülkemizde en çok kullanılan yatırım araçları;

- Mevduat ve mevduat sertifikaları
- Döviz tevdiat hesapları
- Finansman bonoları, hazine bonoları
- Tahviller
- Yatırım fonları katılma belgeleri
- Hisse senetleri
- Banka garantili bonolar ve repolar
- Gelir katılma sertifikaları
- Metrekare konut sertifikaları
- Varlığa dayalı menkul kıymetler

- Altına dayalı finansal araçlar
- Vadeli işlem araçları

şeklinde sıralanır.

Yukarıda sıralanan finansal yatırım araçları dışında yaygın olarak kullanılan yatırım araçları da mevcuttur. Bu araçların çoğu reel araçlardır. Yatırımların enflasyondan korunması hususunda çekilen sıkıntılar, yatırımcıların bir çoğunu dayanıklı tüketim mallarına yatırım yapmaya yönlendirmiştir.

Finans literatüründe yatırım araçları iki grupta incelenir. Bu yatırım araçları;

- Riskli yatırım araçları
- Risksiz yatırım araçları

şeklinde verilir. Örneğin; hazine bonosuna yapılan yatırımlar risksiz yatırım olarak kabul edilirken hisse senetlerine yapılan yatırımlar belirli bir oranda risk taşıyan yatırımlar olarak ifade edilir.

4.3. Portföylerin Getirisi ve Riski

Portföy oluşturmadaki yatırımcının temel amacı, çeşitlendirme yoluyla en yüksek getiriyi elde etmektir. Ancak, yatırımcı portföyünü oluştururken belli bir riski de göz önüne alarak yatırımını gerçekleştirir. Her yatırımcının riski kabullenme konusundaki davranışı farklılık gösterir. Yatırımcıların getiri ve riske karşı tutum ve davranışlarına ilişkin varsayımları şu şekilde verilebilir:

- Kişiler yatırımlarından getiri elde etmek isterler. Risk düzeyleri aynı olan yatırımlar arasından beklenen getirisi fazla olan tercih edilir.

- Risk istenilmeyen bir olgudur. Kişiler beklenen getirileri aynı düzeyde olan yatırımlar arasından riski az olanı tercih ederler.
- Eğer bir portföy daha az riske ve daha büyük bir getiri oranına sahip ise, bu portföy tercih edilir.

Bu varsayımlara göre şu ifadeler söylenebilir:

- Beklenen getiri iyidir. Diğer değerler eşit olduğunda beklenen getirinin çoğu azına tercih edilir.
- Bir portföyün riski kötüdür. Diğer değerler eşit olduğunda riskin azı çoğuna tercih edilir.

Yatırımlar tek tek ele alındığında bu yatırımların belirli bir getirisi ve riski vardır. Oysa ki, portföy oluşturmak suretiyle getiri ve risk ayarlamaları yapılabilir. Çünkü, portföyün getirisi ve riski portföyü oluşturan yatırımların getiri ve riskinden çok farklı olabilir. Bazı koşullar altında iki ayrı riskli yatırımdan riski sıfırlanmış risksiz bir portföy elde edilebilir. Bir genelleme yapılır ise, her türlü finansal aracın üstlendiği bir riski vardır. Ancak, portföy oluşturarak risk derecesi ayarlanabilir. Riskin ayarlanması, portföy oluşturmak kaydıyla riskin önemli bir kısmının yok edilebilmesi imkanından kaynaklanır.

En iyi portföyün seçilmesi en düşük riske sahip portföyün elde edilmesi anlamına gelmemektedir. Diğer bir deyişle, bir portföyün en iyi olduğunu gösteren kriter sadece ilgili portföyün riskinin minimum olması değildir. En iyi portföy üstlenilen riskin bedelini en yüksek düzeye çıkaran portföydür. Riskin bir bedeli vardır. Riskin bu bedeli karşılanmadan risk üstlenilmez.

4.3.1. Portföyün getiri oranı

Bir portföyün gerçek getiri oranı, yatırım paylarını ağırlıklı olarak kullanarak portföyü oluşturan yatırım araçlarının getiri oranlarının ağırlıklı bir ortalamasıdır. Elton ve Gruber, portföyün getirisini, yatırım araçlarından oluşan portföyün getirisi tek tek yatırım araçlarının getirilerinin ağırlıklı ortalaması şeklinde tanımlamaktadır. Her bir getirinin ağırlığı, portföyde yer alan yatırım araçlarının portföydeki payını göstermektedir. R_p portföye ait gerçek getiri oranı, R_i i. yatırım aracına ait gerçek getiri oranı ve X_i yatırımcının i. yatırım aracına ayırdığı yatırım payı olarak ifade edilirse, buradan portföyün getirisi,

$$R_p = \sum_{i=1}^N X_i R_i \quad (4.1)$$

şeklinde olur.

Bir portföyün yatırım döneminin sonunda sahip olduğu getirisi kesin olarak bilinmemektedir. Çünkü, portföyü oluşturan yatırım araçlarının yatırım dönemi sonundaki getiri değerleri belirsizdir. Bundan dolayı getiri, bir tesadüfi değişken olarak ifade edilebilir.

Portföyün getirisinin beklenen değeri, beklenen getiri veya ortalama getiri anlamındadır. Ayrıca beklenen getiri, bir yatırımdan gerçekleşmesi beklenen getiri oranı veya olası tüm sonuçların olasılık dağılımının ağırlıklı ortalaması olarak ifade edilir. Beklenen getiri,

$$\bar{R}_p = E(R_p) = E\left(\sum_{i=1}^N X_i R_i\right) = \sum_{i=1}^N X_i E(R_i) \quad (4.2)$$

ile hesaplanır. Bu formülde yer alan

$E(R_p)$: Portföyün beklenen getirisi

$E(R_i)$: i yatırım aracının beklenen getirisi

X_i : i yatırım aracının portföydeki oranıdır.

4.3.2. Portföyün riski

Portföy oluşturulurken yatırımcıyı etkileyen en önemli etkenlerden birisi de risk etkenidir. Yatırımcı, en iyi getiriye elde etmek için sahip olduğu varlığı çeşitlendirme yoluyla değişik yatırım araçlarını kullanarak değerlendirir. Dolayısıyla risk, yatırım kararını belirleyen ve karar vericiyi nasıl yatırım yapacağı hususunda etkiler.

Bir yatırımcının portföy oluştururken karşılaşılabileceği iki türlü risk vardır. Bunlar;

- Sistematiik risk
- Sistematiik olmayan risk

şeklinde ifade edilir.

- *Sistematiik risk (Yok edilemeyen risk)*: Yatırım aracına ya da onun ilgili olduğu firmaya dışsal unsurların yapmış olduğu etkiden kaynaklanan ve kaçınılması mümkün olmayan risklerdir. Bütün yatırım araçlarının verimliliklerini etkileyen ekonomik, politik ve diğer çevre şartlarındaki değişmelerin getirdiği risklerdir (Aksoy,1988). Sistematiik risk; ekonomik, politik ve sosyal değişmelerin yatırım araçlarına olan etkisinden kaynaklanır. Ancak buradan her menkul kıymet için sistematiik riskin aynı ağırlıkta olduğu sonucu çıkarılmamalıdır. Her menkul kıymetin veya menkul kıymetin sahip olduğu firmanın sistematiik risk unsurları ile etkileşiminden kaynaklanan farklı risk ağırlığı vardır. Gelişmiş piyasalarda sadece sistematiik risklerin bedeli oluşur.

- *Sistematiik olmayan risk (Yok edilebilen risk)*: Sadece bir endüstriye ya da firmanın kendisine ait olan bir risk çeşidi olup yükselmesi durumunda sistematiik risk kaynaklarında değişme olmayabilir. Menkul kıymetin ya da ilgili firmanın kendine ait özelliklerinden kaynaklanan, dolayısıyla kaçınılması mümkün olan risk çeşididir.

Firmanın yönetim özellikleri, tüketici tercihleri ve hatta iklim koşulları gibi unsurlar sistematik olmayan riskin kaynaklarıdır. Sistematik olmayan risklerin bedeli sıfırdır.

Buradan hareketle, bir menkul kıymetin riski, sistematik risk ile sistematik olmayan riskin toplamına eşittir. Sistematik olmayan risk portföye dahil edilen varlıkların sayısını arttırmak yoluyla azaltılabildiği halde sistematik riskin azaltılması mümkün değildir.

Sistematik ve sistematik olmayan risk unsurları da kendi içinde sınıflara ayrılır.

4.3.2.1. Sistematik risk unsurları

- *Piyasa Riski* : Menkul kıymetin ilgili olduğu firmanın özelliklerinde (gelir, vb.) değişiklik olmasa bile fiyatlar kısa dönemde dalgalanır. Bu durum “Piyasa Riski” olarak tanımlanır. Bu durum, yatırımcıların menkul kıymetlerle ilgili beklenti ve davranışlarındaki değişimlerden kaynaklanır.

- *Faiz Oranı Riski* : Faiz oranı riski, sabit faizle borçlanmaya olanak sağlayan yatırım araçları için esas olan bir risk türüdür. Faiz oranlarındaki değişimler beklenen getirilerin daha iyi ya da daha kötü gerçekleşme olasılıklarını da değiştirir. Gelecek dönemlerde faizin ne olacağı bilinmediğinden faiz riski ortaya çıkar. Faiz oranı riski, ayrıca vadeye bağlı olarak ortaya çıkar. Vade süresi uzadıkça belirsizlik arttığından uzun vadeli yatırımlar faiz oranı riskinden daha çok etkilenir.

- *Satılma Gücü Riski* : Bu risk, enflasyon ya da deflasyonla ilgilidir. Enflasyon, fiyatlar genel düzeyinin sürekli artışını ifade eder. Enflasyon riski, yatırıma ayrılan tasarrufun enflasyonun etkisi ile satın alma gücündeki azalma şeklinde kendini gösterir. Eğer, yatırım ertelenen tüketim olarak tanımlanır ise, enflasyon veya deflasyon oranları yatırımcının gelecekte elde edeceği mal ve hizmetlerin reel tutarını, dolayısıyla cari menkul kıymet fiyatlarını etkileyecektir. Bu nedenle, menkul kıymet yatırımlarının karlılık düzeyini belirleyen en önemli etkenlerden biri olarak

karşımıza çıkar. Buna göre, portföyden elde edilen getirilerin reel satın alma gücünü hesaplayabilmek için aşağıdaki eşitlik kullanılır.

$$X = \frac{1+r}{1+\frac{dP}{P}}$$

Eşitlikte yer alan

- X : Reel satın alma gücü
 r : Faiz geliri
 dP/P : Enflasyon oranını

gösterir.

- *Kur riski*: Yabancı para üzerinden yapılan yatırımlarda yatırımın sahip olduğu kazanç kur riskinin etkisindedir. Kur riski, kurlarla yatırımların getirisi arasındaki ilişkinin dengeden uzaklaşmasından kaynaklanan bir risk çeşididir.
- *Politik risk*: Menkul kıymet getirilerini etkileyen diğer bir risk etkeni de politik risktir. Politik durumlardaki değişiklikler, siyasi ve ekonomik krizler, savaşlar uluslar arası sermaye piyasasındaki dalgalanmalar, kotalar, koruma tedbirleri ve yabancı sermaye yatırımları politik riski ortaya çıkaran durumlar olarak verilebilir.

4.3.2.2. Sistematiik olmayan risk unsurları

- *İş riski*: Firmanın çalıştığı alandan kaynaklanan gelir akımı belirsizliği ile ilgilidir. İş riski firmanın muhtemel faaliyet gelirlerinin zaman içindeki dağılımı ile ölçülür.
- *Finansal Risk*: Yatırılan fonlar ile istenilen getirilerin sağlanabilmesi ile ilgilidir. Firmaların finansal sorumluluklarını yerine getirememesi durumunda veya iflas durumu ile karşılaşıldığında yatırımcıların yatırdığı parayı kaybetme olasılığı olarak ifade edilir. Ayrıca, firma faaliyetlerinin finansman şeklinden kaynaklanır. Eğer bir

firma öz kaynakla finansmanın yanı sıra borçlanma yoluna da giderse belli bir zaman aralığında sabit giderleri üstlenmek zorunda kalacaktır. Bu aralıkta firma yeterli gelir elde edemediği takdirde ortaklara temettü dağıtılamayacağı gibi borçların anaparası ve faizleri de ödenemeyebilir. Bu durum, hem firmanın hisse senedini satın alacak yatırımcılar hem de borç verecekler açısından bir risk unsuru teşkil eder. Faiz ve anapara ödemelerinin vadelerinde karşılanamama olasılıkları finansal riski ortaya çıkarır.

Bir firmanın finansal riski,

- Borçlanma miktarı
- Satışların dalgalanması
- Hammadde fiyatlarındaki değişimler
- İşçilerin greve gitmesi veya pazarlıkta etkin olmaları
- Ürünün modasının geçmesi
- Rakiplerin güçlü olması
- Firmanın likiditesinin zayıflığı
- Yönetimin kapasitesinin sınırlılığı

gibi etkenlere bağlı olarak değişir.

Finansal risk yukarıda sıralanan etkenlere bağlı olarak artar, bu etkenlerin aksine

- Firmanın teknolojiadaki üstünlüğü
- Tekelci haklara sahip olması
- Tüketiciler tarafından kabul görmesi
- Hammadde kaynaklarının kontrol altında tutulması
- Öz kaynaklarla finanslama

gibi yollarla da azalır.

- *Likidite Riski (Vade bozma riski)* : Likidite riski yatırım araçlarının ikinci el piyasası ile ilgilidir. Bir yatırım aracının fazla maliyete katlanmadan her an alınıp satın alma imkanına sahip olması o yatırım aracının likiditesinin yüksek olduğunu gösterir. Eğer bu şart sağlanmıyorsa veya ileride sağlanıp sağlanamayacağı belirsiz ise, yatırımcı likidite riski ile karşı karşıya kalır. Başka bir ifade ile, mevduat hesaplarını vadesinden evvel paraya çevirme durumunda faizleri vadesiz mevduat faizine dönüşür. Tasarrufçu, çeşitli sebeplerden dolayı mevduat yatırımını paraya çevirmek ihtiyacı duyabilir. Böyle bir durumda, mevduat hesaplarının likidite ihtiyacından kaynaklanan riski vardır. Bu tür risk borsası olmayan ve vadeli olan tüm yatırım araçları için geçerlidir.

- *Yönetim Riski*: Firmalar zaman zaman karşılaştıkları fırsatları değerlendirebilecek güçlü ve başarılı bir yönetim kadrosuna sahip değiller ise, beklenen getirilerde önemli derecede azalma söz konusu olabilir. Yönetimin vereceği yanlış ya da uygun olmayan kararlar firmanın kendisi için bir risk teşkil eder. Gelişmiş borsalarda işlem gören hisse senetlerinin ait olduğu firmalarda yönetici değişikliklerinin bir çok durumda hisse senetlerinin fiyatlarını arttırması veya azaltması durumu riskin yatırım araçları üzerindeki etkisini gösterir.

Aynı ekonomik şartlara sahip aynı endüstride faaliyet gösteren firmaların belli bir süre sonra farklı başarılar göstermeleri değişik özelliklere ve niteliklere sahip yönetim kadroları ile yönetilmelerinden kaynaklanan bir sonuçtur.

Bir firmanın yönetim riskinin derecesinin belirlenebilmesi için yönetim kadrosunun analizinin yapılması gerekir. Personel kadrosunun analizi profesyonel bir yaklaşımla mümkün olabilir. Bu analiz yapısı büyük ölçüde subjektif değer yargılarına dayalıdır.

Her yatırımcının riski kabullenme konusundaki tavır ve davranışı farklıdır. Bu bakımdan yatırımcılar,

- Riski sevmeyen, riskten kaçınan
- Riske karşı kayıtsız

- Riski seven, riskten kaçmayan

olmak üzere sınıflara ayrılır .

Riski sevmeyen yatırımcıların kazancı arttıkça bu artışın sağladığı doyum ya da fayda giderek daha az oranda artar. Yatırımcıların riske karşı tavır ve davranışlarını gelirleri, yaşları, yapısal özellikleri, cinsiyetleri, meslekleri, vb etkiler. Ancak, portföy kuramı açısından önemli olan nokta yatırımcıların rasyonel davrandığı, belirli risk düzeyinde en yüksek getiriye, belirli getiri düzeyinde riski en az olan portföyü seçmesidir.

Menkul kıymetlere yatırım yapan bir kimsenin muhtemel tercihlerini birkaç grupta toplamak mümkündür. Bunlar,

- Güvence
- Gelir ve randıman
- Değer artışı
- Likidite

şeklinde verilir. Bu dört tercihin hepsine aynı anda ağırlık vererek hepsini gerçekleştirmek mümkün değildir. Yatırımcının bu seçeneklerden biri için diğerlerinden az yada çok fedakarlık yapması gerekir.

Portföyün beklenen getirisinin hesaplanmasında beklenen değer kullanılırken riskin hesaplanmasında varyanstan yararlanılmaktadır. Portföyün varyansının tanımlanması, beklenen getirinin tanımlanmasından biraz daha zordur. Portföyün varyansı, σ_p^2 ile gösterilir. Portföy varyansı, istatistiksel olarak portföyün ortalama getirisi $\bar{R}_p$ 'den portföyün getirisi R_p 'nin sapmalarının karelerinin beklenen değeri şeklinde tanımlanır. Yani,

$$\sigma_p^2 = E(R_p - \bar{R}_p)^2$$

(4.3)

dir.

İki yatırım aracından oluşan bir portföyde portföyün varyansının hesaplanması gösterilirse,

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= E(R_p - \bar{R}_p)^2 = E[X_1 R_{1j} + X_2 R_{2j} - (X_1 \bar{R}_1 + X_2 \bar{R}_2)]^2 \\ &= E[X_1(R_{1j} - \bar{R}_1) + X_2(R_{2j} - \bar{R}_2)]^2\end{aligned}\quad (4.4)$$

Bu ifadede yer alan,

$\bar{R}_i$: i. yatırım aracının beklenen değeri

R_{ij} : i. yatırım aracının j. beklenen getirisi

dir. Bu durum,

$$(X + Y)^2 = X^2 + 2XY + Y^2 \quad (4.5)$$

özdeşliği kullanılarak yeniden düzenlenirse ,

$$\sigma_p^2 = E[X_1^2 (R_{1j} - \bar{R}_1)^2 + 2X_1 X_2 (R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2) + X_2^2 (R_{2j} - \bar{R}_2)^2] \quad (4.6)$$

elde edilir.

Beklenen değer operatörünün tanımı gereği, getirilerin toplamının beklenen değeri her bir getirinin beklenen değerinin toplamına eşittir. Buradan,

$$\sigma_p^2 = X_1^2 E[(R_{1j} - \bar{R}_1)^2] + 2X_1 X_2 E[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2)] + X_2^2 E[(R_{2j} - \bar{R}_2)^2] \quad (4.7)$$

$$= X_1^2 \sigma_1^2 + 2X_1 X_2 E[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2)] + X_2^2 \sigma_2^2$$

elde edilir. Yukarıdaki eşitlikte yer alan $E[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2)]$ ifadesi, "kovaryans" olarak isimlendirilir ve σ_{12} ile gösterilir. Yukarıdaki formülde $E[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2)]$ yerine σ_{12} sembolü yazıldığında,

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{12} + X_2^2 \sigma_2^2 \quad (4.8)$$

elde edilir. Genel olarak, bir portföyün riski,

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \text{cov}_{ij} \quad (4.9)$$

ya da

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (4.10)$$

ile hesaplanır. Bu eşitliklerde yer alan

σ_p^2 : Portföyün varyansı (Portföy riski)

cov_{ij} : i ve j menkul kıymetlerinin beklenen getirilerinin kovaryansı

X_i : i menkul kıymetinin portföydeki oranı

X_j : j menkul kıymetinin portföydeki oranı

ρ_{ij} : i ve j menkul kıymetlerinin beklenen getirileri arasındaki korelasyon katsayısını

ifade eder.

Bu eşitlik açık bir şekilde şöyle de gösterilebilir:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N X_i X_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (4.11)$$

Portföy yönetiminde herhangi iki yatırım aracından oluşan portföyün riski, hem yatırımların varyanslarına hem de iki yatırım arasındaki kovaryansa bağlıdır. Kovaryans, iki değişkenin ortalamalardan sapmalarının çarpımlarına eşittir. İki yatırım aracının getirileri arasındaki kovaryans yatırım araçlarının ortalamalardan sapmaların çarpımına eşittir. Bu sapmalar sırasıyla birinci yatırım aracı için $(R_{1j} - \bar{R}_1)$ ve ikinci yatırım aracı için ise $(R_{2j} - \bar{R}_2)$ dir. Kovaryans pozitif değer alabildiği gibi negatif değer de alabilir. Kovaryans, getirilerin birlikte portföyü oluşturan yatırım araçlarının birlikte “nasıl” hareket ettiklerini gösteren bir ölçüdür.

Bazı durumlarda kovaryansın standartlaştırılmış şekli kullanılmaktadır. İki yatırım aracı arasındaki kovaryans her bir yatırım aracının standart sapmalarının çarpımına bölüldüğünde kovaryansla aynı özelliklere sahip bir değişken elde edilir. Kovaryansın standartlaştırılmış hali olan bu ölçüme “Korelasyon katsayısı” adı verilir ve ρ_{ij} ile gösterilir. Yatırım aracı i ve yatırım aracı j arasındaki korelasyon katsayısı;

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (4.12)$$

hesaplanır.

Formülde yer alan σ_i ve σ_j değerleri sırasıyla i. yatırım aracının ve j. yatırım aracının getirilerinin standart sapmalarıdır. Standart sapma ise, varyansın pozitif kareköküdür.

Korelasyon katsayısı, -1 ile +1 arasında değer almaktadır. Dolayısıyla yorumlanması ve anlaşılması kovaryansa göre daha kolaydır.

Korelasyon katsayısı, portföy riskinin azaltılabilmesi için portföye hangi menkul kıymetlerin alınması gerektiği konusunda yatırımcıya yardımcı olmaktadır.

Portföyün riski, portföyde yer alan her riskinden daha az olacaktır. Buna, “portföyün etkisi” denir. İki yatırım aracının getirileri arasındaki ilişki yani korelasyon ne kadar küçükse, portföyün etkisi de o kadar kuvvetli olur. (Polat, 1995)

Riskin ayarlanması, portföydeki yatırımlar arasındaki kovaryans (ya da korelasyon) küçük olduğu zaman portföy oluşturulurken uygun yatırım oranlarının bulunmasıyla elde edilir.

Yatırım araçları arasındaki korelasyon +1 olduğunda oluşturulabilecek portföylerin beklenen değer ve standart sapmaları, iki yatırımın beklenen değer ve standart sapmalarını birleştiren doğru üzerinde yer alır(Ertuna, 2000).

Yatırım araçları arasındaki korelasyon katsayısı +1 den daha küçük olduğunda, riskin azaltılması mümkün olabilir.

Korelasyon katsayısı -1 olduğunda hesaplanan bir portföy bileşimi için riskin tamamıyla yok edilmesi mümkündür.

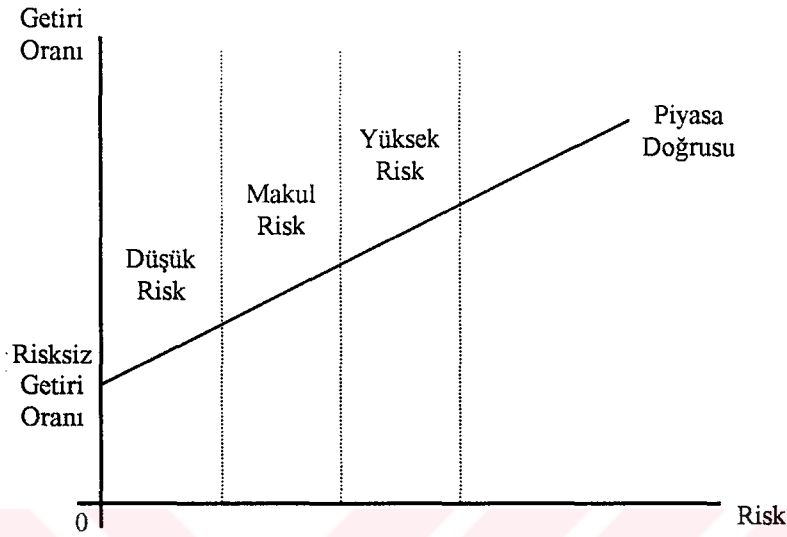
Portföyü oluşturan yatırım araçlarının getirileri arasındaki korelasyon katsayısının sıfıra eşit olması durumu, portföydeki araçların getirilerinin birbirinden bağımsız olarak değişeceğini gösterir. Bu durumda çeşitlendirme yapmak suretiyle portföyün riski azaltılabilir.

Ayrıca, portföy riskinin bir kısmının yok edilmesi portföyde yer alacak olan yatırım aracı sayısını arttırmakla da mümkün olabilir. Riskin portföy oluşturulması ile ortadan kaldırılan bu riskine “ yok edilebilir risk “ adı verilir. Portföy oluşturulması ile oluşan risk, yatırımlar arası kovaryans nedeniyle oluşan risktir.

4.3.3. Portföyün getirisi ve riski arasındaki ilişkiler

Beklenen getirideki belirsizlik arttıkça yatırımların talep edecekleri getiri oranı da buna bağlı olarak artış gösterir. Belirsizliğin artması, küçük oranlarda getiri elde

edilmesine neden olur. Yatırımcı bu riski üstlenmeyi daha yüksek getiri vaadi ile karşılaştığında kabul eder. Risk ve getiri arasındaki açıklanan bu ilişki aşağıda Şekil 4.1’de gösterilmiştir.



Şekil 4.1. Risk-Getiri Değişimi (Piyasa Doğrusu)

Burada tanımlanan piyasa doğrusunun eğimi risk birimi başına talep edilen ek getiriye ifade etmektedir. Bu doğru genel bir risk–getiri ilişkisini açıklayan bir doğrudur. Ancak, her bir yatırımcının riske karşı duyarlılığı farklılık gösterir. Bazı yatırımcılar riskte belli bir orandaki artışı, daha yüksek oranda beklenen getiri artışı karşılığında kabul ederken diğer yatırımcılar bu artışı daha az oranda getiri artışı ile kabul edebilir.

4.3.4. Portföyde çeşitleme ve etkin sınır

Daha sonra tanıtılacak olan Modern Portföy Teorisinden önce portföy yönetiminde riskin, sayısal bir değer olarak tanımlanmadığı söylenir. Bu durumda, portföy analizi yapılırken başarı kriteri olarak daha çok ortalama getirilerin dikkate alınmaktaydı. Markowitz optimum portföy seçiminde, riskin de göz önüne alındığı sistematik bir yaklaşım geliştirmiştir. Bu yaklaşımın temeli, bir yatırımcının aynı beklenen getiri düzeyinde beklenen getirilerinin standart sapması daha küçük olan (daha az riskli) yatırımı tercih etmesine dayanır. Çünkü aynı beklenen getiriye sahip iki yatırım

aracından minimum riske sahip araç değerine göre daha üstündür (üstünlük ilkesi). Diğer taraftan, aynı risk düzeyine sahip iki yatırım aracından beklenen getirisi daha büyük olan yatırım aracı değerine göre daha üstündür.

Buradan hareketle, çeşitli getiri düzeylerinde minimum risk ve çeşitli risk düzeylerinde maksimum getiriye sağlayan portföylere “ Etkin Portföy “ adı verilir. Etkin sınırın bulunması optimal yatırım kararının verilmesi açısından çok önemli bir durumdur.

Risk ve getiri değerlerine göre belirlenen etkin sınır konkav bir eğri durumundadır. Etkin sınırın bu şekilde olması üstünlük ilkesinin sağlanması için gereklidir. Çünkü aksi durumda aynı getiri düzeyinde birden fazla minimum riske ve aynı risk düzeyinde birden fazla maksimum getiriye sahip portföyler elde edilebilir.

Bununla birlikte, riskten korunmanın rasgele yapılacak bir yatırım çeşitlendirmesi ile de mümkün olamayacağı belirtilir. Portföydeki menkul kıymetlerin getirileri arasında pozitif korelasyon arttıkça çeşitlemenin etkisi de menkul kıymetlerin birbirine benzerliğinden dolayı kaybolur.

4.4. Portföy Teorileri

Portföy teorisine ait günümüze kadar geçerliliğini koruyan çok önemli yaklaşımlar geliştirilmiştir. Portföy yönetiminin oluşturulmasında şimdiye kadar geliştirilen ve etkin bir şekilde kullanılan yaklaşımlar,

- Temel Analiz
- Teknik Analiz
- Klasik veya Geleneksel Portföy Yaklaşımı
- Modern Portföy Yaklaşımı
- Etkin Piyasalar Yaklaşımı

olarak beş temel başlık altında incelenir. Bu yaklaşımlar içinde en geniş kapsama sahip ve kullanım açısından en çok tercih edilen yaklaşım, modern portföy teorisi ya da modern portföy yaklaşımıdır.

4.4.1. Temel analiz

Temel analiz, hisse senetlerinin ait oldukları şirketlerin bilançolarının ve finansal durumlarının incelenmesi esasına dayanır. Bu analiz yönteminde öncelikle makro ekonomik bir görüşe sahip olunmalıdır. Temel analizi uygulayanlar, hisse senetlerinin yatırım yapılmaya değer gördüğü fiyatlarını belirleyip bu fiyatları hisse senetlerinin cari fiyatları ile karşılaştırarak yatırım kararlarını verir. Diğer bir ifadeyle, temel analiz yatırım yapılmak istenilen hisse senetlerinin değerini etkileyen çeşitli etkenlerin incelenerek hisse senedinin yatırım yapılmadan önce gerçek değerinin belirlenmesi işlemidir. Hisse senedinin hesaplanan gerçek değeri ise, şirketin gelirlerinin, içinde bulunulan ve gelecekte beklenen ekonomik şartlar altındaki tahmin değerine bağlı olarak değişen bir değerdir (Aksoy, 1988). Temel analizci ayrıca bilanço, gelir tabloları analizleriyle birlikte firmanın sermaye artırımlarını inceler ve bu çalışmalarla F/K, PD/DD, v.b. gibi bazı finansal rasyolara ulaşmaya çalışır. Bütün bu incelemelere dayanarak firmanın şimdiki durumu ve gelecekteki durumuna ilişkin tahminlerde bulunulur.

Herhangi bir firmanın hisse senetlerinin değerini etkileyen çeşitli faktörler vardır. Bunlar şu şekilde verilebilir:

- Genel ekonominin durumu
- Karlılık
- Likidite
- Finansal yapısı
- Yönetimin aldığı kararlar (yönetimin kabiliyeti)
- Diğer işletmelerle olan rekabeti

Temel analiz, ayrıca yukarıda belirtilen unsurların analiz edilmesinden oluşur. Bu analiz, ekonomi-endüstri ve firma analizi olarak da belirtilebilir. Bu analizde öncelikle ülke ekonomisinin içinde bulunduğu durum değerlendirilir. Bu işlemden sonra ekonomik sektörlerinin ne oranda etkilendikleri açıklanıp yatırım yapılacak sektörler belirlendikten sonra sektörde yer alan firmalardan yatırım için avantajlı olanın belirlenmesi için bilanço kalemleri incelenir. Bu işlemlerden sonra yatırım yapılacak şirketlere karar verilir.

4.4.2. Teknik analiz

Teknik analiz, geçmiş fiyat hareketlerinin değişme nedenlerine bakılmaksızın, hisse senetleri fiyatlarındaki değişimlerden yararlanarak yatırım araçlarının incelemesiyle yapılan bir analiz çeşididir. Bu analiz, hisse senetlerinin sadece kazanma beklentilerini değil, bunun yanı sıra görünmeyen piyasa psikolojilerini de yansıtır.

Teknik analiz içerisinde bir çok gösterge yer alır. Bunlardan bazıları; hareketli ortalamalar, medyan fiyat, standart sapma, v.b. dir. Hisse senetlerinin cari fiyatları, geçmiş fiyat hareketlerinden yararlanarak gerek grafik gerekse gösterge değerleri karşılaştırılarak tahmin edilir. Ayrıca teknik analiz de yatırım kararı alınırken gösterge değerlerinden en az-beş ya da altısının değerlendirilmesi gerektiği söylenir.

Teknik analizde pazarın şartları incelenerek menkul kıymetlerin değer kaybetmeye başladığı anda satılması pazarın kuvvetlenme işareti verdiği anda da yatırım yapılmasına çalışılır.

4.4.3. Geleneksel portföy yönetimi

Teknik analiz ve temel analiz, menkul kıymetlerle tek tek ilgilenir. Menkul kıymet yatırımcılarının pazardaki menkul kıymetlerin fiyatlarını değiştirmede hiçbir etkileri olmamakta, pazarın verim ve riskine uygun hareket etmek, pazarın sonuçlarına göre davranmak durumundadır.

Portföy yönetimi, tek tek menkul kıymetleri inceleyen diğer analiz tekniklerini tamamlayan özelliktedir. Hisse senetlerinin genel ekonomik şartlardan etkilenmeleri farklı yönde ve değişik şiddetlerdedir. Değişik değerler menkul kıymetleri de farklı etkiler. Buradan hareketle, farklı yönlerde etkilenme durumundaki menkul kıymetlerden bir karışım yaparak çeşitlendirme yoluyla risk ve getiriye etkileyerek yatırımcının faydasını artırma işlemlerine “Portföy analizi” denir.

Çeşitlendirme düşüncesinden hareketle birden fazla yatırım aracına yatırım yaparak riskin dağıtılmasını amaçlayan bu yaklaşımda yatırım çeşitlendirildiği oranda risk de azalır. Geleneksel Portföy seçiminde yatırım araçlarının birbiriyle ilgisi olmayan alanlardan seçilmesiyle etkin bir çeşitlendirme yapılacağı kabul edilir. Bununla birlikte, aşırı çeşitlendirmenin de bazı önemli sakıncalarının olduğu göz ardı edilemez. Bu sakıncalar;

- Riski küçültmek amacıyla getirisi düşük olan yatırım aracına portföyde yer verilmesi
- Yatırım araçlarının ait olduğu çok sayıdaki şirket hakkında bilgi edinme güçlüğü
- Şirket hakkında bilgi edinme olanağı olsa dahi bunun maliyetinin yüksek olması
- İşlem giderlerinin yüksek olması

şeklinde sıralanır.

Geleneksel Portföy yönetim süreci,

1. Portföy planlaması
2. Yatırım analizi
3. Portföy seçimi
4. Portföy değerlendirilmesi
5. Portföy revizyonu

şeklindeki temel aşamalardan oluşur.

4.4.4. Modern portföy yaklaşımı

Modern Portföy teorisi, Harry Markowitz (1952)'in çalışmasına dayandırılan bir yaklaşımdır. Bu çalışmada Markowitz, en az risk düzeyinde en yüksek getiriye sağlamayı amaçlayan bir yatırım planını ve yatırımcı tipini öngörmüştür. Bu durumun sağlanması için çeşitlendirmenin önemini anlatmıştır. Markowitz, portföy riskinin portföy içindeki yatırım araçlarının riskinden daha az olabileceğini ve sistematik olmayan riskin sıfır yapılabileceğini göstermiştir. Bunun yanı sıra, yatırım aracı seçiminde kullanmak üzere etkin sınırı bulmuş, bu etkin sınırın Kareli Programlama ile elde edilebileceğini göstermiştir.

Modern Portföy teorisi, tüm yatırımcıların aynı risk düzeyinde en yüksek getiriye ve aynı getiri düzeyinde ise en düşük riske sahip olma istekleri üzerine ortaya atılan bir kuramdır.

Modern Portföy teorisinin sahip olduğu bazı varsayımlar vardır. Bu varsayımlar,

- Yatırımcılar kararlarını sadece beklenen getiri ve risk etkenlerine göre alırlar. Yani fayda beklenen getiri ve getirideki değişimin bir fonksiyonudur.
- Sermaye piyasası oldukça etkindir.(Etkin piyasalar hipotezi) Burada “etkinlik” menkul kıymet fiyatlarını etkileyen tüm bilgilerin hızla, tamamen ve doğru bir biçimde menkul kıymet fiyatlarına yansıtacağı yani herhangi bir anda piyasanın dengede olacağı anlamına gelmektedir.
- Tüm yatırımcılar aynı risk düzeyinde daha fazla getiriye tercih ederler, aynı getiri düzeyinde de daha az riski tercih ederler.
- Yatırımcıların hepsi rasyonel düşünürler.

şeklinde sıralanabilir.

Modern Portföy teorisinin kapsadığı dört önemli model bulunur. Bu modeller,

- Markowitz (Ortalama – Varyans) Modeli
- İndeks Modeller
- Sermaye Varlıklarını Fiyatlama Modeli
- Arbitraj Fiyatlama Kuramı

şeklinde verilebilir.

Bu çalışmada yukarıda verilen modellerden sadece Markowitz Modeli üzerinde durulacaktır.

Markowitz Yaklaşımı:

Bahsedildiği üzere, Portföy yönetiminde analizlere yön veren ilk önemli araştırma Harry M. Markowitz'in 1952 yılında yayınlanmış olan bir makalesidir. Markowitz 'in tanımladığı model, hem menkul kıymetlerden oluşan portföylere hem de fiziki yatırımlardan oluşan portföylere uygulanabilir. Markowitz'in bu çalışmasına kadar yatırımcılar portföylerini meydana getiren menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkileri göz önüne almaksızın yalnızca portföyü oluşturan menkul kıymetlerin sayısını arttırmak suretiyle yatırımın riskinin azaltılabileceği görüşüne sahiptir.

Markowitz modelinde (ortalama – varyans modeli) portföyün beklenen getirisi ve riskinin hesaplanması gerekir. Markowitz'in çalışmasında yatırımcının ortalama-varyans (beklenen getiri – varyans) kuralına göre gerçekleştireceği portföy seçimi ile bu yatırımdan beklentisi ve davranışları arasındaki ilişki kurulur. Portföyün beklenen getirisinin hesaplanması için portföy içindeki menkul kıymetlerin ayrı ayrı beklenen getirilerine ihtiyaç vardır. Portföyün beklenen getirisi, portföyü oluşturan tek tek

menkul kıymetlerin ağırlıklı ortalaması alınarak bulunur. Portföydeki yatırımların beklenen getiri oranı R_i ve i . menkul kıymetin portföy içindeki ağırlığı yani portföy içindeki oranı da X_i olmak üzere, N tane menkul kıymetin bir araya getirilmesiyle oluşan portföyün beklenen getirisi aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır:

$$\bar{R}_p = E(R_p) = E\left(\sum_{i=1}^N X_i R_i\right) \quad (4.13)$$

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i E(R_i) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4.14)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (4.15)$$

Eşitlik (4.15)'de verilen $\sum_{i=1}^N X_i = 1$ olma kısıtı, eldeki sermaye ya da paranın tam kapasite yatırım yapılacağını gösterir. Diğer bir ifade ile, portföyde yer alan yatırım araçlarına yapılan yatırım paylarının (yatırım oranlarının) toplamının bir olması gerekir. Eğer $X_i = 0$ ise, portföyde i . yatırım aracı yer almayacaktır.

X değerinin negatif olması durumunda başkalarının çıkarmış olduğu bir yatırım aracına bir sahiplik değil, yatırımcının kendisi tarafından bir yatırım aracının çıkarılması söz konusu olur. Bu ise, yatırımcının durumuna göre mümkün olur ya da olmayabilir.

X değerinin 1'den büyük olması yatırım araçlarına yatırımcının sağladığından daha fazla bir fonun yatırılması gerektiğini gösterir. Bu durum, yatırımcının bir ya da daha fazla yatırım aracı ihraç ederek sağlayacağı ek fon miktarına bağlıdır. Genellikle X_i lerin değerleri 0 ile 1 arasında değişir.

Portföyün riski ise, portföy içindeki menkul kıymetlerin standart sapmaları, varyansları ve korelasyonları ile hesaplanır.

Daha önce de tanımlanan portföyün riskini hesaplamak için gerekli formül aşağıda verilmiştir.

$$V(X) = \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (4.16)$$

Bu ifade de, ρ_{ij} portföy içindeki i. ve j. menkul kıymet arasındaki korelasyon katsayısı, σ_i ve σ_j ise sırasıyla i. ve j. menkul kıymetlerin standart hatalarıdır. Bu durumda, riskin minimize edilip edilmeyeceğine korelasyon katsayısına bakılarak karar verilir.

Markowitz'e göre, menkul kıymetlerin getirileri arasındaki korelasyon ne kadar düşük ise, portföyün etkisi de o kadar kuvvetli olur. Yani, portföye alınacak menkul kıymetlerin birbiri ile ilişkisi minimum düzeyde ya da mümkün olduğunca sıfıra yakın olmalıdır.

4.5. Optimum Portföyün Elde Edilmesi

En uygun getiri ve risk karışımına sahip olan portföye “optimum portföy” adı verilir. Yatırımcı, beklenen getiri ve bu beklenen getiri düzeyinde katlanabileceği risk değerine göre oluşturduğu en iyi portföyü elde etmek ister. Ancak, sadece minimum riske sahip portföyün seçilmesi doğru bir yaklaşım değildir. En iyi portföy, yatırımcının beklentilerini en yüksek düzeye çıkaran, alınacak riske en iyi bedeli ödeyen portföy olarak tanımlanır.

Etkinlik sınırı göz önüne alındığında, etkin sınır üzerindeki her portföy diğer portföylere göre daha üstündür.

Markowitz,

- Belirli bir getiri düzeyinde en düşük riske sahip

- Belirli bir risk düzeyinde en yüksek getiriye sahip

portföyleri etkin portföyler olarak tanımlamıştır.

Optimum portföyün hesaplanması için önemli olan bazı bilgilere ihtiyaç vardır:

- Her bir yatırım aracına yapılan yatırımın beklenen kazancına ihtiyaç vardır. Eğer N adet yatırım aracı var ise, bu N adet bilgi gerektirir.
- Her bir yatırım aracına yapılan yatırımın beklenen kazancının varyansı ya da standart sapmasına ihtiyaç duyulur. Bu ise, N adet yatırım aracı kullanıldığında N adet bilgi eder.
- Yatırım araçları arasındaki kovaryanslar ya da korelasyon katsayılarına gereksinim vardır. N adet yatırım aracı kullanıldığında bu $(N^2 - N) / 2$ bilgi eder.

bilgilerine ihtiyaç vardır. Buradan portföyün hesaplanması için gerekli olan toplam bilgi ihtiyacının,

$$2N + (N^2 - N) / 2$$

adet olduğu görülür.

Ayrıca, riskin bedelinin belirlenmesi de optimum portföy oluşturulurken gerekli bir değerdir. Optimum portföy bulunurken risksiz yatırım aracının getiriyle portföyün beklenen değeri ve standart sapmasını belirleyen noktayı birleştiren doğrunun eğimi en yüksek değerine ulaşır. Bu durum riskin bedelinin en yüksek değerine ulaştırılması anlamına gelir. Riskin bedeli herhangi bir yatırım için,

$$\text{Riskin bedeli}(\text{RB})_i = (R_i - R_g) / \sigma_i \quad (4.17)$$

ve portföy için,

$$\text{Riskin bedeli}(\text{RB})_p = (R_p - R_g) / \sigma_p \quad (4.18)$$

ile hesaplanır. Bu ifadelerde yer alan;

R_i : i. yatırım aracının beklenen getirisini

R_g : Risksiz getiri

σ_i : i. yatırım aracının standart sapmasını

R_p : Portföyün beklenen getirisini

σ_p : Portföyün standart sapması

gösterir. Portföy oluşturulduğunda riskin bedeli, portföyü oluşturan yatırım araçlarının risk bedellerinden daha yüksektir.

4.6. Portföy Seçim Modelinin Düzenlenmesi

Portföy oluşturma problemi , bir optimizasyon problemidir. Buna bağlı olarak portföy analizi bir optimizasyon probleminin çözümünü gerektirir. Portföy seçim modeli genellikle,

- Bir ya da birden fazla karar değişkeni
- Bir ya da birden fazla kısıtlayıcı
- Maksimize ya da minimize edilecek amaç fonksiyonu

içerir.

Bu modelde karar değişkenleri, çeşitli yatırım araçlarına ayrılan yatırım paylarını gösterir. Karar değişkenleri, genellikle X_i ile ifade edilir. Bir portföyde N sayıda yatırım aracı olduğundan modelde N sayıda karar değişkeni olur.

Portföy seçim modelinde X'lere verilecek değerler üzerinde çeşitli kısıtlamalar yapılabilir. Değerlerin toplamı daima “bir” e eşit olmalıdır. Bazı durumlarda değerlerin negatif olmalarına izin verilmez. Diğer taraftan herhangi bir yatırım

aracına ya da yatırım aracı grubuna yapılacak yatırım payı miktarına bir sınır konulabilir. Modelde yer alan kısıtlayıcıların çeşidi ya da sayısı yatırımcının kararlarına bağlı olarak değişir. Her yatırımcının amacı en iyi portföyü seçmektir. Yatırımcı, çoğunlukla en düşük risk düzeyinde en yüksek getiriye sağlayan portföyü seçmektedir.



5. DOĞRUSAL OLMAYAN HEDEF PROGRAMALAMA TEKNİĞİ İLE PORTFÖY SEÇİM MODELİNİN OLUŞTURULMASI

Portföy yönetiminin, bir optimizasyon probleminin çözümü ile gerçekleştirildiği daha önce söylenmişti. Bu çalışmanın asıl amacı, yatırımcının isteklerini ve hedeflerini en yüksek derecede sağlayabilecek bir portföyün seçiminde kullanılan bir model geliştirmektir. Bu bölümde, doğrusal olmayan hedef programlama tekniğinin doğrusal olmayan yapıda ifade edilen portföy yönetimi ile ilgili modelin çözümü için uygulaması yapılmıştır.

Bu çalışmada, oluşturulacak olan portföye alınan yatırım araçları; İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB)'nda 01/01/2001 – 31/06/2001 döneminde işlem gören beş adet hisse senedi, aynı dönemde döviz kuru piyasasında işlem gören Euro ve Amerikan Doları (\$) ve yine aynı dönem için bir aylık, üç aylık ve altı aylık vadeli mevduat hesaplarıdır. Bu çalışma için belirlenen dönemin süresi altı aylık bir süre olduğundan belirtilen yatırım araçları ile ilgili piyasalardaki değişimin izlenmesi açısından yeterli kabul edilmiştir. Ayrıca, borsada işlem gören tüm hisse senetleri arasından bu çalışmada portföyde yer alabilecek olan beş hisse senedi yılbaşı yüzdesi, PD/DD, F/K ve piyasa değeri kriterlerine göre seçilmiştir. Portföye alınacak hisse senetlerinin belirlenmesi aşamasında kullanılan bu kriterler şu şekilde açıklanabilir:

- *Yılbaşı Değeri* : Yatırım aracının değerlendirme (inceleme = analiz) döneminin başındaki değeri ifade eder.

- *Piyasa değeri / Defter Değeri (PD/DD)*: Hisse senedinin piyasa değerinin defter değerine göre kaç kat olduğunu gösterir. Bu değerin düşük çıkması tercih edilir.

- *Fiyat / Kazanç (F/K)*: Hissenin fiyatının kazancının kaç katına satıldığını gösterir. F/K oranının düşük çıkması tercih edilir.

- *Piyasa değeri*: Yatırım aracının işlem gördüğü piyasada arz ve talebe göre oluşan değere denir.

5.1. Portföy Yönetimi İle İlgili Modelin Oluşturulması

-*Karar değişkenlerinin belirlenmesi*:

Bilindiği üzere hedef programlama ile ilgili problemin matematiksel modelinin oluşturulması aşamasında öncelikle karar verici karar değişkenlerini belirler. Bu çalışmada karar değişkenleri portföye alınacak yatırım araçlarıdır. Bu yatırım araçları ve ilgili karar değişkenleri Çizelge 5.1’ de verilmiştir.

Çizelge 5.1. Modelde kullanılan karar değişkenleri

YATIRIM ARAÇLARI	Karar değişkeni	YATIRIM ARAÇLARI	Karar değişkeni
Özfinans factoring	X_1	USA Doları(\$)	X_6
Taç yatırım ortaklığı	X_2	EURO	X_7
Toprak factoring	X_3	Bir aylık vadeli mevduat	X_8
USAŞ	X_4	Üç aylık vadeli mevduat	X_9
Alarko Gayrimenkul	X_5	Altı aylık vadeli mevduat	X_{10}

Çizelge 5.1’ de yer alan karar değişkenleri;

- X_1 : 1. Hisse senedine (Özfinans factoring) ayrılan yatırım payı (yatırım oranı)
 X_2 : 2. Hisse senedine (Taç yatırım ortaklığı) ayrılan yatırım payı (yatırım oranı)
 X_3 : 3. Hisse senedine (Toprak factoring) ayrılan yatırım payı (yatırım oranı)
 X_4 : 4. Hisse senedine (USAŞ) ayrılan yatırım payı (yatırım oranı)
 X_5 : 5. Hisse senedine (Alarko Gayrimenkul) ayrılan yatırım payı (yatırım oranı)

X_6 : USA Dolarına ayrılan yatırım payı (yatırım oranı)

X_7 : EURO' ya ayrılan yatırım payı (yatırım oranı)

X_8 : 1 aylık vadeli mevduata ayrılan yatırım payı (yatırım oranı)

X_9 : 3 aylık vadeli mevduata ayrılan yatırım payı (yatırım oranı)

X_{10} : 6 aylık vadeli mevduata ayrılan yatırım payını (yatırım oranı)

ifade eder.

-Yatırımcının belirlediği hedef kısıtları ve yapısal kısıtlar:

Bilindiği üzere yatırımcının portföy oluşturmadaki amacı, portföyün risk ve getiri düzeylerini dikkate alarak en iyi yatırımı yapmaktır. Bu nedenle, bu çalışmada oluşturulan modelde yatırımcının (karar vericinin) birinci hedefi portföyün riskini minimize ederek yatırımını gerçekleştirmektir. Yatırımcının yatırımı gerçekleştirirken belirli bir riski göze aldığı daha önce belirtilmiştir. Aynı zamanda yatırımcı portföy oluştururken üstlendiği riske bağlı olarak bir bedel ödeyecektir. Yatırımcının ödemeye razı olduğu (katlandığı) bu değer risk bedeli olarak bilinir. Dolayısıyla yatırımcının ikinci hedefi de riskin bedelinin minimize edilmesidir. Ayrıca, mümkün olduğunca düşük riske sahip portföyden sağlanan getirinin yüksek olması da istenilen ve ulaşılmaya çalışılan bir amaçtır. Bu nedenle yatırımcının üçüncü hedefi ise, portföyün getirisinin maksimize edilmesidir. Dolayısıyla tanımlanan hedefler doğrultusunda minimum düzeyde risk ile maksimum getiriyi elde etmek amaçlanmıştır. Bu modelde ayrıca yapısal kısıt olarak ifade edilen ve portföy yönetimi modelinde mutlaka yer alması gereken yatırım araçlarına yapılan yatırım paylarının toplamının 1' e eşit olması kısıtı yer alır.

Yatırımcının amacı kendi isteği doğrultusunda belirlediği öncelik düzeylerine göre sıraladığı hedeflerini sağlayan portföyü oluşturmaktır. Bu çalışmada, portföy seçim modeli için yatırımcının belirlediği hedefler öncelik düzeyi sıralamasına göre aşağıdaki gibidir:

Birinci hedef: Riskin minimize edilmesi

Çalışmada oluşturulacak olan portföyde yer alabilecek yatırım araçları riskli ve risksiz yatırım araçları olmak üzere iki grupta incelenmektedir. Birinci modelde, risk hedefi (sağ taraf sabiti) belirlenirken modelde yer alan yatırım araçlarının bireysel risklerinin ağırlıklı ortalamaları, ikinci modelde ise risksiz getiri ortalamaları kullanılmıştır. Kısıtta yer alan karar değişkenlerinin katsayıları (a_{ij}) ise, riskli ve risksiz yatırım araçlarının varyans-kovaryans matrisinde yer alan varyans ve kovaryanslarına ait sayısal değerleridir.

İkinci hedef: Riskin bedelinin minimize edilmesi

Bu kısıtta da, risksiz yatırım araçlarının etkisi yer almamaktadır. Sadece riskli yatırım araçlarının risk bedelleri hesaplanıp kısıtta karar değişkenlerinin katsayıları olarak kullanılmıştır. Sağ taraf sabiti portföyün risk bedeli ile ifade edilmiştir. Portföy teorisinde, portföyün risk bedeli yatırım araçlarının risk bedellerinden daha büyüktür.

Üçüncü hedef: Getirinin maksimize edilmesi

Yatırımcının portföy oluşturmadaki amacı en yüksek getiriye elde etmektir. Dolayısıyla en az portföyde yer alan tüm yatırım araçlarının getiri toplamı kadar getiri elde etmek ister. Dolayısıyla sağ taraf sabiti 10 adet yatırım aracının hepsinin yer aldığı portföyün getirisi şeklinde ifade edilir. Bu değer, tüm yatırım araçlarının getirisi hesaplanıp bu değerlerin toplamı alınarak bulunmuştur. Bu kısıtta, karar değişkenlerinin katsayıları her bir yatırım aracının altı aylık dönem sonundaki getirisi hesaplanarak elde edilmiştir.

Yapısal kısıt: Yatırım paylarının (yatırım oranlarının) 1'e eşit olması

Bu çalışmada 10 adet yatırım aracı olduğundan bu yatırım araçlarına ayrılan payların toplamı bire eşit olmalıdır.

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 1$$

Pozitif kısıtlama: Ayrıca, modelde kullanılan karar değişkenlerinin değerlerinin de sıfırdan büyük olması istenmektedir. Yani;

$$0 \leq x_i \leq 1, \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

olmalıdır.

5.2. Birinci Modelin Matematiksel Yapısı

Birinci hedef:

$$\sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} a_{ij} x_i x_j \leq 1177,695, \quad i = 1, 2, \dots, 10 \text{ ve } j = 1, 2, \dots, 10$$

Daha önce de ifade edildiği gibi kısıtta yer alan a_{ij} değerleri her bir yatırım aracı ve yatırım araçlarının birlikte sahip olduğu risk değerini gösterir.

İkinci hedef:

$$\sum_{i=1}^{10} c_i x_i \leq 5,025, \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

Bu kısıtta hedef değeri portföyün risk bedeli formülünden 5,025 olarak hesaplanmıştır. Modelde tanımlanan c_i değerleri portföyde yer alabilecek her bir yatırım aracının risk bedelini ifade eder.

Üçüncü hedef:

$$\sum_{i=1}^{10} R_i x_i \geq 1513,391, i = 1,2,\dots,10$$

Üçüncü hedefte yer alan sağ taraf değeri 10 adet yatırım aracının getirileri toplanarak elde edilmiştir. R_i değerleri ise, modeldeki i . yatırım aracının altı aylık dönem sonundaki getiri toplamını ifade eder.

Modele yapısal kısıt,

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 1, i = 1,2,\dots,10$$

eklenmiştir. Ayrıca karar değişkenleri üzerindeki pozitif kısıtlama

$$0 \leq x_i \leq 1, i = 1,2,\dots,10$$

modele eklenmiştir.

- Birinci modelin hedef programlaması modeli şeklinde ifade edilmesi:

Matematiksel olarak ifade edilen birinci modelde tanımlanan hedef kısıtlarına hedef programlama modelindeki sapma değişkenleri (n_i ve p_i) ilave edilerek model hedef programlama modeli şekline dönüştürülür. Daha önce de ifade edildiği gibi hedef programlama modelinde yer alan amaç fonksiyonunda “ $\leq$ ” şeklinde olan eşitsizlikler için pozitif sapma değeri p_i , “ $\geq$ ” şeklinde ifade edilen eşitsizlikler için negatif sapma değeri n_i ve “ $=$ ” şeklindeki amaç fonksiyonu için hem pozitif sapma hem de negatif sapma değerleri aynı zamanda minimize edilmeye çalışılır. Modelde tanımlanan hedefler karar vericinin tanımladığı öncelik sırasına göre sağlanacaktır.

Bu durumda oluşturulan model hedef programlama modeli şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$Z_{1\min} = \{p_1, p_2, n_3\}$$

$$\sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} a_{ij} x_i x_j + n_1 - p_1 \leq 1177,695 \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

$$\sum_{i=1}^7 c_i x_i + n_2 - p_2 \leq 5,025 \quad i = 1, 2, \dots, 7$$

$$\sum_{i=1}^{10} R_i x_i + n_3 - p_3 \geq 1513,391 \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 1 \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

$$n_i \text{ ve } p_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

5.3. İkinci Modelin Matematiksel Yapısı

Alternatif model olarak tanımlanan Model II' de birinci hedef kısıtı

$$\sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} a_{ij} x_i x_j \geq 351,247, \quad i = 1, 2, \dots, 10 \text{ ve } j = 1, 2, \dots, 10$$

şeklinde tanımlanmıştır.

Bu kısıtta sağ taraf değeri olarak risksiz yatırım araçlarının getiri ortalamaları kullanılmıştır. 351, 247 değeri; 1 aylık, 3 aylık ve 6 aylık vadeli mevduat hesaplarının getiri ortalamalarıdır.

Model II için ikinci ve üçüncü hedef kısıtları ile yapısal kısıtlayıcı ve pozitif kısıtlama özellikleri birinci modeldeki gibi alınmıştır.

Model I ve Model II, sırasıyla EK-2 ve EK-3’de açık bir şekilde ifade edilmiştir.

- İkinci modelin hedef programlaması modeli şeklinde ifade edilmesi:

Matematiksel olarak ifade edilen birinci modelde tanımlanan hedef kısıtlarına hedef programlama modelindeki sapma değişkenleri (n_i ve p_i) ilave edilerek model hedef programlama modeli şekline dönüştürülür. Daha önce de ifade edildiği gibi hedef programlama modelinde yer alan amaç fonksiyonunda “ $\leq$ ” şeklinde olan eşitsizlikler için pozitif sapma değeri p_i , “ $\geq$ ” şeklinde ifade edilen eşitsizlikler için negatif sapma değeri n_i ve “ $=$ ” şeklindeki amaç fonksiyonu için hem pozitif sapma hem de negatif sapma değerleri aynı zamanda minimize edilmeye çalışılır. Modelde tanımlanan hedefler karar vericinin tanımladığı öncelik sırasına göre sağlanacaktır. Bu durumda oluşturulan model hedef programlama modeli şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$Z_{2\min} = \{n_1, p_2, n_3\}$$

$$\sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} a_{ij} x_i x_j + n_1 - p_1 \geq 351,247, \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

$$\sum_{i=1}^7 c_i x_i + n_2 - p_2 \leq 5,025 \quad i = 1, 2, \dots, 7$$

$$\sum_{i=1}^{10} R_i x_i + n_3 - p_3 \geq 1513,391 \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 1 \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, 10$$

$$n_i \text{ ve } p_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

5.4. Modellerin bilgisayar yardımıyla çözümlenmesi

Modelin doğrusal olmayan yapıda oluşturulmasından sonra, bilgisayarda hedef programlama tekniği ile çözülebilmesi için doğrusal yapıda ifade edilmesi gerekir. Dolayısıyla üçüncü bölümde bahsedilen değişken değiştirme yönteminin de kullanıldığı MAP Yaklaşımı yardımıyla modelde yer alan hedef ve yapısal kısıtları doğrusal hale dönüştürüldükten sonra modelin çözümüne geçilmiştir.

Daha sonraki aşamada, oluşturulan birinci ve ikinci yapıdaki alternatif modellerine ait çözüm değerleri hedef programlama problemlerinin çözümü için kullanılan LINDO paket programı ile elde edilmeye çalışılmıştır. Bilgisayarda, modellere ilişkin sonuçlar bulunurken çözüm algoritması gereği yeniden oluşturulan modelin çözümünde kullanılan başlangıç noktası değerleri değiştirilerek en iyi sonuç elde edilmeye çalışılmıştır.

Öncelikle birinci model ilgili program yardımıyla çözülerek bu modele ait çözüm sonuçları elde edilmiştir. Hedef programlama modelinin, birinci öncelikteki hedef kısıtından başlayarak problemin çözüm değeri elde edilmeye çalışılmıştır. MAP Yaklaşımında başvuru alan değişken değiştirme yönteminde tanımlanan yeni değişkenlerin tanım aralığını ifade ederken oluşturulan üstün amaçlar, birinci öncelikte tanımlanan hedeften de daha önce sağlanması gerektiği daha önce açıklanmıştır. Dolayısıyla doğrusallaştırma işlemi sırasında kullanılan yaklaşım gereği tanımlanan üstün amaçlar da sıfıncı öncelikte sağlanacak şekilde modele dahil edilmiştir. Bilgisayarda çözüm yapılırken çözüm aşamalarının uygulanması sırasında sıfıncı öncelikte tanımlanan hedefler sağlanmıştır. Bu öncelikte sağlanan hedefin çözüm değeri bir sonraki hedefe geçilirken modele kısıt olarak ilave edilmiştir ve sonuncu öncelikteki hedef sağlanıncaya kadar bu şekilde çözüme devam edilmiştir. Modelde karar vericinin belirlediği amaç(erişim) fonksiyonları birinci ve ikinci model için sırası ile LINDO paket programında;

Model I:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z_0 = & P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 + P_{10} + P_{11} + P_{12} + P_{13} + P_{14} + P_{15} + P_{16} + P_{17} \\ & + P_{18} + P_{19} + P_{20} + P_{21} + P_{22} + P_{23} \end{aligned}$$

$$\text{Min } Z_1 = P_1$$

$$\text{Min } Z_2 = P_2$$

$$\text{Min } Z_3 = N_3$$

Model II:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z_0 = & P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 + P_{10} + P_{11} + P_{12} + P_{13} + P_{14} + P_{15} + P_{16} + P_{17} \\ & + P_{18} + P_{19} + P_{20} + P_{21} + P_{22} + P_{23} \end{aligned}$$

$$\text{Min } Z_1 = N_1$$

$$\text{Min } Z_2 = P_2$$

$$\text{Min } Z_3 = N_3$$

şeklinde tanımlanmıştır.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Uygulamada kullanılan portföy seçim modelinin yapısı ve çözüm aşamalarının yer verildiği beşinci bölümde hedef programlama yapısına uygun iki tane alternatif portföy seçim modeli oluşturulmuş ve daha sonra elde edilen veriler kullanılarak problem çözülmüştür. Bu bölümde, modellere ilişkin çözüm sonuçları değerlendirilip karar verici yani yatırımcı için en iyi çeşitlendirmeyi sağlayan model belirlenmiştir.

Bir önceki bölümde, doğrusal olmayan yapıda oluşturulan hedef programlama modelinin bilgisayar aracılığıyla çözümlenebilmesi için öncelikle modelin doğrusal yapıda ifade edilmesinin gerekliliği ifade edilmişti. Dolayısıyla çalışmada öncelikle modelin oluşturulması aşamasında kullanılan X_i karar değişkenleri yerine U_i ve V_i değişkenleri yardımıyla tanımlanan yeni bir değişken kümesi yazılmıştır. Başlangıçta oluşturulan modeller, bu değişkenler X_i değişkenlerinin yerine teoride ifade edildiği yapıda yazıldıktan sonra yeniden düzenlenmiştir. Dolayısıyla bilgisayar çıktılarında elde edilen değerler X_i değişkenlerinin sayısal değeri olmayıp U_i ve V_i değişkenlerinin sayısal değerleridir. Daha sonra yaklaşımda anlatılan dönüşümler yapılarak X_i karar değişkenlerinin değerleri elde edilmiştir.

Öncelikle Model I için elde edilen çözüm değerleri değerlendirilecektir. Model I' in bilgisayar çıktısında elde edilen çözüm sonuçları EK-5' de verildiği gibidir. Bu değerler yardımıyla X_i karar değişkenlerinin değerleri elde hesaplanarak (MAP yaklaşımı ile) aşağıda verilen Çizelge 6.1'de verildiği gibi bulunmuştur.

Çizelge 6.1. Model I'in sonuçları

Karar değişkenleri	Çözüm değerleri
X_1	0,2
X_2	0,2
X_3	0
X_4	0
X_5	0
X_6	0,2
X_7	0
X_8	0,2
X_9	0,2
X_{10}	0

Model I için karar değişkenlerinin değerlerinin tanımlandığı Çizelge 6.1' de elde edilen çözüm değerleri her bir yatırım aracına yapılacak olan yatırım oranını gösterir. Bu çizelgede görüldüğü üzere birinci, ikinci, altıncı, sekizinci ve dokuzuncu yatırım araçlarına ait karar değişkenlerinin değerleri sıfırdan farklıdır. Bu durum yatırımcıya portföye hangi yatırım araçlarının alınacağı konusunda bilgi verir. Bu sonuçlara göre yatırımcı portföye birinci, ikinci, altıncı, sekizinci ve dokuzuncu yatırım araçlarını alabilir. Bu durumda elde edilen sonuçlara göre yatırımcı; Özfinans factoring hisse senedine toplam bütçesinin % 20' si oranında, Taç yatırım ortaklığı hisse senedine % 20' si oranında, USA Doları yatırım aracına % 20' si oranında, bir aylık vadeli mevduat hesabına % 20' sin oranında ve üç aylık vadeli mevduat hesabına % 20' si oranında yatırım yapacaktır. Bu değerler yardımıyla amaç fonksiyonunun değeri hedeflerden birincisi 625,687 değerinde, ikinci hedef 185,552 değerinde ve üçüncü hedef 21292,258 değerinde bir sapma ile sağlandığından 2103,497 olarak elde edilmiştir. Bu değer sıfırdan farklı olması belirlenen hedeflere istenilen düzeyde ulaşamadığını gösterir. Bu durum ilgili modele ilişkin verilerin elde edildiği dönemde meydana gelen ekonomik krize bağlı olabilir. Ayrıca daha önce de belirtildiği gibi çözümün başlangıç noktasının en iyi şekilde belirlenememesi durumu da bu sapmaya yol açabilir.

Alternatif modelin karar değişkenlerinin hesaplanması için elde edilen bilgisayar sonuçları EK-6' da verilmiştir. Daha sonra, çalışmada alternatif model olarak sunulan Model II için karar değişkenlerinin değerleri hesaplanmıştır. Bu değerler

Çizelge 6.2' de gösterildiği gibi bulunmuştur. Model II için elde edilen karar değişkenlerinin değerleri yine Model I için uygulanan işlemler yardımıyla hesaplanmıştır.

Çizelge 6.2. Model II' in sonuçları

Karar değişkenleri	Çözüm değerleri
X_1	0
X_2	0,2
X_3	0,2
X_4	0
X_5	0
X_6	0
X_7	0
X_8	0,2
X_9	0,2
X_{10}	0,2

Model II' de yer alan değişkenlerin değerlerinin tanımlandığı Çizelge 6.2' de elde edilen çözüm değerleri her bir yatırım aracına yapılacak olan yatırım oranını gösterir. Bu çizelgede görüldüğü üzere ikinci, üçüncü, sekizinci, dokuzuncu ve onuncu yatırım araçlarına ait karar değişkenlerinin değerleri sıfırdan farklıdır. Bu durum yatırımcıya portföye hangi yatırım araçlarının alınacağı konusunda bilgi verir. Bu sonuçlara göre yatırımcı portföye; Taç yatırım ortaklığı, Toprak factoring hisse senetlerini, bir aylık vadeli mevduat hesabı, üç aylık vadeli mevduat hesabı ve altı aylık vadeli mevduat hesabı yatırım araçlarını alabilir. Ayrıca elde edilen sonuçlar yatırımcının, Taç yatırım ortaklığına toplam bütçesinin % 20' sini, Toprak factoring hisse senedi yatırım aracına % 20' sini, bir aylık vadeli mevduat hesabına % 20' sini, üç aylık vadeli mevduat hesabına % 20' sini ve altı aylık vadeli mevduat hesabına da % 20 ' sini ayırabileceğini ifade eder. Bu modelde; elde edilen çözüm sonuçlarına göre birinci hedef için sapma miktarı 691,835; ikinci hedeften sapma miktarı 25,727 ve üçüncü hedeften sapma miktarı da 1298,174 olarak elde edilmiştir. Bu sonuçlar göre toplam sapma miktarı 2015,736 değerinde hesaplanmıştır. Bu durum yine Model I' de olduğu gibi istenilen hedeflere tam olarak ulaşamadığını gösterir. Ancak Model II' de elde edilen toplam sapma miktarı Model I' de elde edilen sapma

miktarına göre daha az olduğundan Model II, Model I'e tercih edilir ve Model II' deki oluşturulan portföye göre yatırım yapılması önerilir.

Ayrıca Çizelge 6.1 ve Çizelge 6.2 incelendiğinde her iki modelde de X_2 , X_8 ve X_9 değişkenlerinin sıfırdan farklı olduğu görülmektedir. Bu durum ikinci, sekizinci ve dokuzuncu yatırım araçlarının portföyde yer alacağını gösterir. Bu yatırım araçları diğer araçlar içinde en yüksek getiriye sahip araçlar olduğundan seçim bu yönde sağlanmıştır. Burada sekiz ve dokuzuncu araçlar risksiz yatırım araçları olup getirileri diğer araçlara göre daha yüksektir. Dolayısıyla modelde risk ve getiri aynı anda düşünülerek en iyi seçim hedef programlama ile çizelgelerde verildiği şekilde yapılmıştır. Bu seçim sonuçları hedef programlamanın yatırım araçları arasında en iyi seçimin yapılması için uygun bir algoritmaya sahip olduğunu gösterir.

Bu çalışmada, doğrusal olmayan yapıda amaç içeren birden fazla amaca sahip bir portföy seçim modeli oluşturularak doğrusal olmayan hedef programlamanın tanıtılması amaçlanmıştır. Çalışma sonucunda portföy oluşturulmasında doğrusal olmayan hedef programlamanın kullanılabileceği gösterilmiştir.

Modelde risk hedefi doğrusal olmayan yapıda olduğundan modelin çözümünün doğrusal hedef programlama ile yapılamayacağı düşünülmüştür. Dolayısıyla model doğrusal olmayan hedef programlama ile çözülmeye çalışılmıştır. Modelin çözümlenmesi aşamasında bir çok sorunla karşılaşmıştır. Özellikle en uygun başlangıç noktasının belirlenmesi aşaması zaman almıştır. Modelin çözümü sonucunda her iki modelde de hedeflere bir miktar sapma miktarı ile ulaşılmıştır. Bu sapma miktarları gerek hisse senetleri piyasasının özelliklerinden gerekse ilgili dönemde ortaya çıkan ekonomik krizden kaynaklanmaktadır. Model için kullanılan ilgili veriler ekonomik krizin yaşandığı dönem dışında bir başka döneme ait olduğunda sapma miktarlarının azalacağı düşünülmektedir. Bu durumu ilgilendiren çalışmalar sürdürülmektedir.

KAYNAKLAR

- Akmut, Ö., 1989, Sermaye piyasası analizleri ve portföy yönetimi, Ankara
- Aksoy, A., 1988, Menkul kıymet yatırımlarının analizi, Gazi Üniversitesi Matbaası, Ankara
- Atan, M., 1998, Hedef Programlama tekniği ile ürün karması probleminin incelenmesi ve Orsan A.Ş.' de bir uygulama, G.Ü., Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, **Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi**, Ankara
- Awerbuch, S., Ecker, J.G., Wallace, W.A., 1976, A note: Hidden nonlinearities in the application of goal programming, **Management Science**, 22 (8)
- Bal, H., 1995, Optimizasyon teknikleri, **Gazi Üniversitesi Matbaası**, Ankara
- Basu, M., Ghosh, D., 1997, Nonlinear goal programming model for the development of metropolitan police patrol units, **Operational Research Society of India**, 34(1)
- Bazaraa M.S., Sherali, H.D., Shetty, C.M., 1993, Nonlinear programming theory and applications, **John Wiley & Sons, Inc.**, Canada
- Bekçioğlu, S., 1988, Portföy teorisi ve sermaye piyasaları, Ankara
- Booth, G.G., Dash, G.H., 1977, Bank portfolio management using nonlinear goal programming, **The Financial Review**, 12, 59-69
- Charnes, A., Cooper, W.W., 1961, Management models and industrial applications of linear programming, **John Wiley & Sons, Inc.**, New York
- Deb, K., 2001, Nonlinear goal programming, **Journal of the Operational Research Society**, 52, 291-302
- Elton, J.E., Gruber, M.J., 1984, Modern portfolio theory and investment analysis, **John Wiley & Sons, Inc.**, Canada
- Esin, A., 1988, Yöneylem araştırmasında yararlanılan karar verme teknikleri, **Gazi Üniversitesi Yayını**, Ankara
- Evren, R. ve Ülengin, F. ,1992, Yönetimde çok amaçlı karar verme, **Teknik Üniversite Matbaası**, İstanbul
- Gregory, G., 1988, Decision analysis, **Plenum Press**, New York

- Hallefjord, A., Jörnsten, K., 1988, Acritical comment on integer goal programming, **Journal of Operational Research Society**, 39 (1), 101-104
- Hillier, F.S., Lieberman, G.J., 1989, Introduction to operations research, **McGraw-Hill, Inc.**, Singapore
- Ignizio, J.P., 1976, Goal programming and extensions, **Lexington Books Co.**, London
- Ignizio, J.P., 1985, Introduction to linear goal programming, **Sage Publications, Inc.**, USA
- Ijiri Y., 1965, Management Goals and Accounting for Control, **Rand Mc Nally**, Chicago
- Kazan, A., 1997, Türkiye ekonomisi için bir ekonometrik model denemesi ve ekonometrik modellerin hedef programlama modelleri ile eşanlı kullanımı, G.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, **Yayınlanmamış Doktora Tezi**, Ankara
- Krishnamurty, S., Turcic, 1992, Optimal synthesis of mechanisms using nonlinear goal programming techniques, **Mechanism and Machine Theory**, 27 (5), 599-612
- Kumar, P., Singh, N., Twari, N.K., 1991, A nonlinear goal programming model for multistage, multiobjective decision problems with application to grouping and loading problem in a flexible manufacturing system, **European Journal of Operational Research**, 53, 166-168
- Lee, S.M., 1972, Goal Programming for Decision Analysis, **Auerback Publishers, Inc.**, Philadelphi
- Lee, S. M., Olson, D.L., 1985, A gradient algorithm for chance constrained nonlinear goal programming, **European Journal of Operational Research**, 22, 359-369
- Murty, K.G., 1988, Linear complementarity, linear and nonlinear programming, **R..E. Krieger Publishing Co., Inc.**, USA
- Onur, C., 1995, Matematiksel portföy analizi ve çözüm teknikleri, YTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Mühendisliği Anabilim Dalı, **Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi**, İstanbul
- Oral, G., 1989, Doğrusal olmayan programlama, **Akademi Matbaası**, Ankara
- Özçam, M., 1997, Varlık fiyatlama modelleri aracılığıyla dinamik portföy yönetimi, **Yayınlanmış Doktora Tezi**, Tisamat Basım Sanayi, Ankara

- Polat, A.F., 1995, Portföy kuramı ve etkin portföy setlerinin oluşturulması, **Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi**, İstanbul
- Ryan, T.M., 1978, Theory of portfolio selection, **The Macmillan Press Ltd.**, London
- Saber, H.M., Ravindran, A., 1993, Nonlinear goal programming theory and practice: A Survey, **Computers Ops. Res.**, 20(3), 275-291
- Schniederjans, M.J., 1984, Linear Goal Programming, **Petrocelli Books, Inc.**, New Jersey
- Şahin, H., 2000, Yatırım projeleri analizi, **Ezgi Kitabevi Yayınları**, Bursa
- Şahin, M., 1992, Borsada Teknik Analiz, **MOM Bilgisayar**, Ankara
- Taha, H.A., 1987, Operations research: An introduction, **Macmillan Publishing Company**, New York
- Taylor, B.W., Moore, L.J., Clayton, E.R., Davis, K.R., Rakes, T.R., 1985, An integer nonlinear goal programming for the deployment of state highway patrol units, **Management Science**, 31 (11)
- Taylor, B., Moor, L., Clayton, E., 1982, R & D project selection and manpower allocation with integer nonlinear goal programming, **Management Science**, 28, 1149-1158
- Üstünel, İ.E., 2000, Durağan portföy analizi ve İMKB verilerine uygulanması, **İMKB yayını**, Ankara
- Wagner, H.M., 1975, Principles of operations research, **Prentice-Hall, Inc.**, USA
- Weir, J.D., Moore, J.T., Stoecker, M.G., 2001, An improved solution methodology for the arsenal exchange model (AEM), **Journal of Operational Research Society**, 52, 48-54
- Weistroffer, H.R., 1983, An interactive Goal Programming method for non-linear multiple- criteria decision – making problems, **Computers & Ops. Res.**, 10 (4)
- Williams, E. E., Findlay III, M.C., 1974, Investment analysis, **Prentice-Hall, Inc.**, ABD
- Zeren, İ.E., 1998, Doğrusal olmayan programlama ve istatistiksel yöntemlerin portföy seçim problemine uygulanması, M.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü,

**Ekonometri Anabilim Dalı, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi,
İstanbul**

**İstanbul Menkul Kıymetler Borsası, Sermaye piyasası ve temel bilgiler kılavuzu,
2000-Mart, Matbaacılık Sanatları Ltd. Şti., İstanbul**





EKLER

EK-1

Yatırım Araçlarının Getirilerine İlişkin Varyans–Kovaryans Matrisi

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
X1	19.074	3.617	4.713	4.087	6.517	1.627	1.626	49.842	15.068	7.222
X2	3.617	25.841	0.699	3.42	4.853	2.189	2.253	42.458	24.571	12.68
X3	4.713	0.699	33.058	6.39	4.732	-7.55	-7.467	71.245	10.92	5.842
X4	4.087	3.42	6.39	14.44	8.787	1.337	0.905	23.737	5.435	4.324
X5	6.517	4.853	4.732	8.787	14.853	1.981	1.681	27.155	6.403	4.252
X6	1.627	2.189	-7.55	1.337	1.981	13.64	13.163	9.257	10.325	7.055
X7	1.626	2.253	-7.467	0.905	1.681	13.163	13.114	2.614	9.083	6.325
X8	49.842	42.458	71.245	23.737	27.155	9.257	2.614	8802.5	2642.1	1580.7
X9	15.068	24.571	10.92	5.435	6.403	10.325	9.083	2642.1	2138.1	1202.9
X10	7.222	12.68	5.842	4.324	4.252	7.055	6.325	1580.7	1202.9	702.33

(Bu matris modelde yer alan yatırım araçlarının ilgili dönem için elde edilen getiri değerleri kullanılarak SPSS Paket Programı yardımıyla hesaplanarak elde edilmiştir).

EK-2

Yatırım araçlarının bireysel risk bedelleri

$$RB_1 = \frac{74,719 - 351,247}{4,367} = -63,322$$

$$RB_2 = \frac{131,188 - 351,247}{5,083} = -43,293$$

$$RB_3 = \frac{60,443 - 351,247}{5,750} = -50,575$$

$$RB_4 = \frac{44,734 - 351,247}{3,800} = -80,661$$

$$RB_5 = \frac{43,996 - 351,247}{3,854} = -79,723$$

$$RB_6 = \frac{72,992 - 351,247}{3,693} = -75,347$$

$$RB_7 = \frac{65,436 - 351,247}{3,621} = -78,932$$

$$RB_8 = \frac{799,2 - 351,247}{93,821} = 4,774$$

$$RB_9 = \frac{196,87 - 351,247}{46,240} = -3,339$$

$$RB_{10} = \frac{57,67 - 351,247}{26,501} = -11,078$$

Portföyün risk bedeli

$$RB_p = \frac{1513,391 - 351,247}{231,277} = 5,025$$



EK-3

Model I:

Model I için birinci hedef:

$$\begin{aligned}
 &19,074X_1^2 + 25,841X_2^2 + 33,058X_3^2 + 14,44X_4^2 + 14,853X_5^2 + 13,64X_6^2 + 13,114X_7^2 \\
 &+ 8802,482X_8^2 + 2138,125X_9^2 + 702,326X_{10}^2 + 3,617X_1X_2 + 4,713X_1X_3 + 4,087X_1X_4 \\
 &+ 6,517X_1X_5 + 1,627X_1X_6 + 1,626X_1X_7 + 49,842X_1X_8 + 15,068X_1X_9 + 7,222X_1X_{10} \\
 &+ 0,699X_2X_3 + 3,420X_2X_4 + 4,853X_2X_5 + 2,189X_2X_6 + 2,253X_2X_7 + 42,458X_2X_8 \\
 &+ 24,571X_2X_9 + 12,680X_2X_{10} + 6,390X_3X_4 + 4,732X_3X_5 - 7,550X_3X_6 - 7,467X_3X_7 \\
 &+ 71,245X_3X_8 + 10,920X_3X_9 + 5,842X_3X_{10} + 8,787X_4X_5 + 1,337X_4X_6 + 0,905X_4X_7 \\
 &+ 23,737X_4X_8 + 5,435X_4X_9 + 4,324X_4X_{10} + 1,981X_5X_6 + 1,681X_5X_7 + 27,155X_5X_8 \\
 &+ 6,403X_5X_9 + 4,252X_5X_{10} + 13,163X_6X_7 + 9,257X_6X_8 + 10,325X_6X_9 + 7,055X_6X_{10} \\
 &+ 2,614X_7X_8 + 9,083X_7X_9 + 6,325X_7X_{10} + 2642,080X_8X_9 + 1580,740X_8X_{10} \\
 &+ 1202,850X_9X_{10} \leq 1177,695
 \end{aligned}$$

Model I için ikinci hedef:

$$\begin{aligned}
 &-63,322X_1 - 43,293X_2 - 50,575X_3 - 80,661X_4 - 79,723X_5 - 75,347X_6 - 78,932X_7 \\
 &+ 4,774X_8 - 03,339X_9 - 11,078X_{10} \leq 5,025
 \end{aligned}$$

Model I için üçüncü hedef:

$$\begin{aligned}
 &74,719X_1 + 131,188X_2 + 60,443X_3 + 44,734X_4 + 43,996X_5 + 72,992X_6 + 65,436X_7 \\
 &+ 799,200X_8 + 196,870X_9 + 57,67X_{10} \geq 1547,248
 \end{aligned}$$

EK-4*İkinci Model**Model II için birinci hedef:*

$$\begin{aligned}
& 19,074X_1^2 + 25,841X_2^2 + 33,058X_3^2 + 14,44X_4^2 + 14,853X_5^2 + 13,64X_6^2 + 13,114X_7^2 \\
& + 8802,482X_8^2 + 2138,125X_9^2 + 702,326X_{10}^2 + 3,617X_1X_2 + 4,713X_1X_3 + 4,087X_1X_4 \\
& + 6,517X_1X_5 + 1,627X_1X_6 + 1,626X_1X_7 + 49,842X_1X_8 + 15,068X_1X_9 + 7,222X_1X_{10} \\
& + 0,699X_2X_3 + 3,420X_2X_4 + 4,853X_2X_5 + 2,189X_2X_6 + 2,253X_2X_7 + 42,458X_2X_8 \\
& + 24,571X_2X_9 + 12,680X_2X_{10} + 6,390X_3X_4 + 4,732X_3X_5 - 7,550X_3X_6 - 7,467X_3X_7 \\
& + 71,245X_3X_8 + 10,920X_3X_9 + 5,842X_3X_{10} + 8,787X_4X_5 + 1,337X_4X_6 + 0,905X_4X_7 \\
& + 23,737X_4X_8 + 5,435X_4X_9 + 4,324X_4X_{10} + 1,981X_5X_6 + 1,681X_5X_7 + 27,155X_5X_8 \\
& + 6,403X_5X_9 + 4,252X_5X_{10} + 13,163X_6X_7 + 9,257X_6X_8 + 10,325X_6X_9 + 7,055X_6X_{10} \\
& + 2,614X_7X_8 + 9,083X_7X_9 + 6,325X_7X_{10} + 2642,080X_8X_9 + 1580,740X_8X_{10} \\
& + 1202,850X_9X_{10} \geq 351,247
\end{aligned}$$

Model II için ikinci hedef

$$\begin{aligned}
& -63,322X_1 - 43,293X_2 - 50,575X_3 - 80,661X_4 - 79,723X_5 - 75,347X_6 - 78,932X_7 \\
& + 4,774X_8 - 03,339X_9 - 11,078X_{10} \leq 5,025
\end{aligned}$$

Model II için üçüncü hedef

$$\begin{aligned}
& 74,719X_1 + 131,188X_2 + 60,443X_3 + 44,734X_4 + 43,996X_5 + 72,992X_6 + 65,436X_7 \\
& + 799,200X_8 + 196,870X_9 + 57,67X_{10} \geq 1547,248
\end{aligned}$$

EK-5

Model I için bilgisayarda elde edilen sonuçlar

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 37

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 1292.255

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
N3	1292.255005	0.000000
U1	0.100000	0.000000
V1	0.000000	1.727005
U2	0.100000	0.000000
V2	0.000000	58.196007
U3	0.000000	12.548996
V3	0.100000	0.000000
U4	0.000000	28.257996
V4	0.100000	0.000000
U5	0.000000	28.995998
V5	0.100000	0.000000
U6	0.100000	0.000000
V6	0.000000	0.000000
U7	0.000000	7.556000
V7	0.100000	0.000000
U8	0.100000	0.000000
V8	0.000000	726.208008
U9	0.100000	0.000000
V9	0.000000	123.877998
U10	0.000000	15.321999
V10	0.100000	0.000000
N1	741.786072	0.000000
P1	0.000000	0.000000
N2	0.000000	0.000000
P2	0.000000	0.000000
P3	0.000000	1.000000

N4	0.000000	1.727005
P4	0.000000	0.000000
N5	0.000000	58.196007
P5	0.000000	0.000000
N6	0.000000	0.000000
P6	0.000000	0.000000
N7	0.000000	0.000000
P7	0.000000	0.000000
N8	0.000000	0.000000
P8	0.000000	0.000000
N9	0.000000	0.000000
P9	0.000000	0.000000
N10	0.100000	0.000000
P10	0.000000	0.000000
N11	0.000000	726.208008
P11	0.000000	0.000000
N12	0.000000	123.878006
P12	0.000000	0.000000
N13	0.000000	0.000000
P13	0.000000	0.000000
N14	0.000000	0.000000
P14	0.000000	0.000000
N15	0.000000	0.000000
P15	0.000000	0.000000
N16	0.000000	12.548996
P16	0.000000	0.000000
N17	0.000000	28.257996
P17	0.000000	0.000000
N18	0.000000	28.995998
P18	0.000000	0.000000
N19	0.000000	0.000000
P19	0.000000	0.000000
N20	0.000000	7.556000
P20	0.000000	0.000000
N21	0.000000	0.000000
P21	0.000000	0.000000
N22	0.000000	0.000000
P22	0.000000	0.000000

N23	0.000000	15.321997
P23	0.000000	0.000000



EK-6

Model II için bilgisayarda elde edilen sonuçlar

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 33

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 1305.589

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
P4	0.000000	1.000000
P5	0.000000	0.000000
P6	0.000000	0.000000
P7	0.000000	1.000000
P8	0.000000	1.000000
P9	0.000000	1.000000
P10	0.000000	1.000000
P11	0.000000	0.000000
P12	0.000000	0.000000
P13	0.000000	0.000000
P14	0.000000	0.000000
P15	0.000000	1.000000
P16	0.000000	1.000000
P17	0.000000	0.000000
P18	0.000000	0.000000
P19	0.000000	0.000000
P20	0.000000	0.000000
P21	0.000000	1.000000
P22	0.000000	1.000000
P23	0.000000	1.000000
N1	7.418741	0.000000
P2	0.000000	1.000000
N3	1298.170044	0.000000
U1	0.000000	2.170304
V1	0.100000	0.000000
U2	0.100000	0.000000
V2	-0.000065	0.000000

U3	0.100000	0.000000
V3	0.000065	0.000000
U4	0.000000	6.992321
V4	0.100000	0.000000
U5	0.000000	6.124853
V5	0.100000	0.000000
U6	0.000000	8.767929
V6	0.100000	0.000000
U7	0.000000	9.872044
V7	0.100000	0.000000
U8	0.100000	0.000000
V8	0.000000	2197.385498
U9	0.100000	0.000000
V9	0.000000	806.127319
U10	0.100000	0.000000
V10	0.000000	408.001678
P1	0.000000	1.000000
3)	0.000000	0.000000
N2	0.000000	0.000000
P3	0.000000	0.010206
N4	0.000000	0.000000
N5	0.000000	0.000000
N6	0.000000	0.000000
N7	0.000000	0.000000
N8	0.000000	0.000000
N9	0.000000	0.000000
N10	0.000000	0.000000
N11	0.000000	2197.385498
N12	0.000000	806.127319
N13	0.000000	408.001678
N14	0.000000	2.170304
N15	0.000000	0.000000
N16	0.000000	0.000000
N17	0.000000	6.992321
N18	0.000000	6.124853
N19	0.000000	8.767929
N20	0.000000	9.872044
N21	0.000000	0.000000

N22	0.000000	0.000000
N23	0.000000	0.000000
END	0.000000	0.000000



ÖZGEÇMİŞ

1975 yılında Ankara' da doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini 1994 yılında Ankara' da tamamladıktan sonra aynı yıl Gazi Üniversitesi, Fen - Edebiyat Fakültesi İstatistik bölümü lisans programını kazandı. 1998 yılında bu programı başarıyla tamamlayıp aynı yıl Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstatistik Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans programını kazandı. 1998-2000 yılları arasında Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı bir ilköğretim okulunda matematik öğretmenliği yaptı. 2000 yılında Gazi Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü'nde Araştırma Görevlisi oldu. Aynı bölümde Araştırma Görevlisi olarak akademik çalışmalarını sürdürmektedir.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ