



**DOĞRUSALLIK YANILSAMASI: MATEMATİK
ÖĞRETMENİ ADAYLARININ ALAN
BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ**

Şule TURHAN

Yüksek Lisans Tezi

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi

Ana Bilim Dalı

Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK

2024

(Her Hakkı Saklıdır)

T.C.
BAYBURT ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANA BİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

DOĞRUSALLIK YANILSAMASI: MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ
ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Şule TURHAN

Danışman: Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK

BAYBURT - 2024

KABUL VE ONAY

Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK danışmanlığında, Şule TURHAN tarafından hazırlanan “Doğrusallık Yanılsaması: Matematik Öğretmeni Adaylarının Alan Bilgilerinin İncelenmesi” başlıklı bu çalışma, 13.12.2024 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oy birliği ile başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Dr. Öğr. Üyesi Nilgün KAYA

Üye : Doç. Dr. Betül KÜÇÜK DEMİR

Üye : Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK

Bu tezin kabulü Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun/...../20... tarih ve 20...../.....-..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Doç. Dr. Bünyamin ALIM
Enstitü Müdürü

BEYANNAME

Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK danışmanlığında hazırlamış olduğum “Doğrusallık Yanılsaması: Matematik Öğretmeni Adaylarının Alan Bilgilerinin İncelenmesi” başlıklı yüksek lisans tezimin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

29.10.2024

Şule TURHAN



ÖN SÖZ

Tez çalışmam boyunca bana yol gösteren, akademik birikimini ve deneyimini benimle paylaşan danışman hocam Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK' e minnettarım.

Her zaman beni sabırla destekleyen, motivasyonumu korumam için maddi ve manevi yanımda duran sevgili babam Muhammet TURHAN, annem Nursen TURHAN ve ablam Esmanur TURHAN EROĞLU' na teşekkür ediyorum. Ancak, en içten teşekkürlerimi vefat eden ablam avukat Hüsna TURHAN'a sunmak istiyorum. Hayatımda her zaman ilham kaynağım olmuş, yüksek lisansa başlamam için bana destek ve cesaret vermiştir. Eğitime olan sevgimin ve hedeflerime ulaşma konusundaki kararlılığımın temelinde, onun bana kattığı değerler ve yaşamımdaki anlamlı rehberliği bulunmaktadır.

Desteklerinden dolayı kıymetli arkadaşım Berna YAZICI ve yüksek lisans eğitimi sırasında tanıştığım arkadaşlarım Samed ALBAYRAK, Mervenur TAY, Ümit AYDIN ve Merve DOĞAN'a çok teşekkür ederim.

Şule TURHAN

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DOĞRUSALLIK YANILSAMASI: MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ ALAN BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

Şule TURHAN

Bayburt Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Mesut ÖZTÜRK

Bayburt-2024, Sayfa: 91

Doğrusallık yanılsaması, matematiksel ilişkileri veya problemleri her zaman doğrusal algılama eğilimi olarak tanımlanmıştır. Bu yanılsama, özellikle matematik eğitimi sürecinde kavramların öğrenilmesi ve öğretilmesinde önemli bir engel teşkil etmektedir. Matematik öğretmeni adaylarının, yanılsamanın farkında olmaları ve yanılsamaya düşmeden bilgilerini doğru olarak öğrencilere aktarabilmeleri, öğretim sürecinin verimliliğini ve öğrencilerin matematiksel anlayışlarını geliştirmek açısından önemlidir.

Bu araştırmada, matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılsamasına yönelik alan bilgileri incelenmiştir. Nitel araştırma desenlerinden fenomenoloji (olgubilim) modeli kullanılmıştır. Araştırmaya Türkiye’de yer alan bir ildeki 14’ü erkek 27’si kadın olmak üzere toplam 41 ilköğretim matematik öğretmenliği son sınıf öğrencisi katılmıştır. Örneklem grubu ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Doğrusallık yanılsamasına sahip 10 matematik öğretmeni adayı belirlenmiş ve bu adaylarla bireysel görüşmelerle veriler toplanmıştır. Elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının fonksiyon ve orantı konularında doğrusallık yanılsamasına sahip olduklarını göstermektedir. Bu yanılsamalar, fonksiyon konusunda sekiz alt kategoriye ve orantısal durum konusunda ise bir alt kategoriye ayrılmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Doğrusallık yanılsaması, fonksiyon, oran.

ABSTRACT

M. SC. THESIS

THE ILLUSION OF LINEARITY: AN EXAMINATION OF THE CONTENT KNOWLEDGE OF MATHEMATICS TEACHER CANDIDATES

Şule TURHAN

Bayburt University

Institute of Graduate Studies

Department of Mathematics and Science Education

Thesis Advisor: Assoc. Prof. Dr. MesutÖZTÜRK

Bayburt-2024, Pages: 91

The illusion of linearity has been defined as the tendency to perceive mathematical relationships or problems as always linear. This illusion constitutes a significant obstacle in learning and teaching concepts, especially in the mathematics education process. It is important for prospective mathematics teachers to be aware of illusions and to be able to convey their knowledge to students accurately without falling into illusions in order to improve the efficiency of the teaching process and students' mathematical understanding.

In this study, prospective mathematics teachers' field knowledge regarding the illusion of linearity was examined. The phenomenology model, one of the qualitative research designs, was used. A total of 41 primary school mathematics teaching senior students, 14 of whom were male and 27 of whom were female, participated in the research in a province in Turkey. The sample group was determined by the criterion sampling method. 10 mathematics teacher candidates who had the illusion of linearity were identified and data were collected through individual interviews with these candidates. The findings show that prospective teachers have the illusion of linearity in function and proportion. These illusions are divided into eight subcategories regarding function and one subcategory regarding proportionality.

Keywords: Illusion of linearity, function, ratio.

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY	II
BEYANNAME	III
ÖN SÖZ.....	IV
ÖZET.....	V
ABSTRACT	VI
İÇİNDEKİLER	III
TABLOLAR.....	V
ŞEKİLLER.....	VI
KISALTMALAR	VII
SİMGELER.....	VII
GİRİŞ	1
Araştırmanın Konusu ve Problemi	3
Araştırmanın Amacı.....	4
Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi.....	4
Araştırmanın Sınırlılıkları	6
Varsayımlar	6
Terim ve Tanımları	6
BİRİNCİ BÖLÜM	8
1. KURAMSAL ÇERÇEVE.....	8
1.1. DOĞRUSALLIK.....	8
1.2. DOĞRUSALLIK YANILSAMASI	9
1.3. MATEMATİK ALAN BİLGİSİ	10
1.4. DOĞRUSALLIK YANILSAMASI İLE ORANTISALLIK ARASINDAKİ İLİŞKİ ...	11
1.5. DOĞRUSALLIK YANILSAMASI İLE FONKSİYON ARASINDAKİ İLİŞKİ	13
1.6. ALAN YAZIN SENTEZİ.....	14
2. YÖNTEM.....	1
2.1. ARAŞTIRMA MODELİ	1
2.2. ÇALIŞMA GRUBU	1
2.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI.....	1
2.3.1. Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi.....	22
2.3.2. Sesli Düşünme Protokolü	25
2.4. ARAŞTIRMA SÜRECİ.....	25
2.5. VERİ ANALİZİ	26
2.6. GEÇERLİK VE GÜVENİRLİK	27
2.7. ARAŞTIRMACININ ROLÜ	27

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	28
3. BULGULAR	28
3.1. MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ FONKSİYON DOĞRUSALLIK YANILSAMALARI	28
3.1.1. Grafiğin Başlangıç Noktasını Orjin Olarak Düşünme	28
3.1.2. Grafikte Ölçeklendirme İle İlgili Yanılsamalar	29
3.1.3. Grafiğin Doğrusal İlerlediğini Düşünme	31
3.1.4. Grafik Türünü Belirleyememe	33
3.1.5. Genel Terimini Oluşturamama	33
3.1.6. İmgelemeden Kaynaklı Yanılsamalar	36
3.1.7. Üstel Olan Fonksiyonları Doğrusal Düşünme	37
3.1.8. Fonksiyonun Başlangıç Noktasını Belirleyememe	38
3.2. MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ ORANTISAL DURUM DOĞRUSALLIK YANILSAMALARI	39
3.2.1. Toplamsal İle Çarpımsal İlişkiyi Karıştırma	39
SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER	42
Sonuç	42
Tartışma	42
Öneriler	44
KAYNAKÇA	46
EKLER	50
Ek 1: Etik Kurul Onay Belgesi	50
Ek 2: Yanılsama Testi	51
Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü	71
ÖZ GEÇMİŞ	91

TABLÖLAR

Tablo 1: Bölümler Bazında Alan Yazınla Mevcut Çalışmanın Karşılaştırılması.....	20
Tablo 2: Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testinde Kullanılan Sorular, Soruların Konuları ve Sorulma Gerekçeleri	23
Tablo 3: Doğrusallık Yanılsaması İçin Kullanılan Kodlar ve Katılımcıların Sözlü İfadelerinden Açıklamalar.....	26
Tablo 4: Grafiğin Başlangıç Noktasını Orjin Olarak Düşünen Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları	28
Tablo 5: Grafikte Ölçeklendirme ile İlgili Yanılsamalara Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları	30
Tablo 6: Grafiğin Doğrusal İlerlediğini Düşünen Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları	32
Tablo 7: Grafik Türünü Belirleyememeye Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları	33
Tablo 8: Genel Terimini Oluşturamamaya Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları	34
Tablo 9: İmgelemeden Kaynaklı Olarak Doğrusallık Yanılsaması Yapan Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları.....	36
Tablo 10: Üstel olan Fonksiyonları Doğrusal Düşünmeye Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları	37
Tablo 11: Fonksiyonun Başlangıç Noktasını Belirleyememeyen Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları	38
Tablo 12: Toplamsal ile Çarpımsal İlişkiyi Karıştırmaya Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları	40

ŞEKİLLER

Şekil 1: $y = 2x$ Grafiği	12
Şekil 2: $y = 2x + 4$ Grafiği	12



KISALTMALAR

NTCM	: Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Derneği
CCSSM	: Common Core State Standards for School Mathematics
MEB	: Milli Eğitim Bakanlığı

SİMGELER

m	: metre
km²	: kilometrekare



GİRİŞ

İnsan zihni, çoğu şeyi doğrusal bir şekilde algılamaya eğilimlidir. Bu nedenle doğrusallık kavramı öğrencilerin zihinlerinde kolaylıkla şekillenebilmektedir. Ancak bu durum öğrencilerin aşırı genelleme yapmasına neden olmaktadır. Çünkü doğrusallık çok sayıda günlük yaşam durumunu, matematik ve bilimdeki birçok sorunu anlamak için yararlıdır (Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens ve Verschaffel, 2004).

Çocuklar, çok erken yaşlardan itibaren doğrusal ve orantısal ilişkileri inceleyerek bu ilişkilerin basitliğini fark ederler. İlk ve ortaöğretim matematiğinde bu ilişkiler, en önemli konulardan biri olarak ele alınmaktadır. Ancak öğrenciler her ilişkiyi orantılı bir şekilde ölçülebilir olduğu yönünde yanlış bir inanç geliştirebilmektedirler (Van Dooren, De Bock, Hessels vd., 2004). Bu durum, doğrusal ve orantısal ilişkilerin günlük yaşamda, matematikte ve diğer bilim dallarında birçok problemi açıklayan temel bir model olmasından kaynaklanmaktadır (De Bock vd., 1998; Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens ve Verschaffel, 2003; Van Dooren, De Bock, Hessels vd., 2004). Bu ilişkilerin her sınıf seviyesinde sıkça vurgulanması, öğrencilerin bu tür ilişkiler içeren problemlerle sürekli olarak karşı karşıya kaldıklarını göstermektedir. Aslında, öğrencilerin doğrusal ve orantısal ilişkiler içeren durumlarla karşılaşmaları, okul öncesi dönemlerine kadar uzanmaktadır. Örneğin, bir kova dört avuç kumla dolduğunda, üç kovayı doldurmak için 12 avuç kuma ihtiyaç vardır; ayrıca bir oyuncak arabanın dört tekerleği olduğunda, iki oyuncak arabanın sekiz tekerleği olur (Van Den Brink ve Streefland, 1979). Çocuklar daha sonra ilkokula başladıklarında, çarpma işlemini öğrenmeye başlarlar ve bu süreçte "Bir paket çikolata 2 TL ise üç paket çikolata kaç TL'dir?" gibi basit sözel problemleri çözmeyi öğrenirler. Bu noktada, doğrusal akıl yürütme matematik eğitiminde giderek daha fazla önem kazanmaya başlar (Van Dooren, De Bock, Janssens ve Verschaffel, 2008). İlerleyen sınıflarda oran ve orantı kavramları öğrencilere öğretilmeye başlanır ve bu süreçten sonra öğrenciler sıklıkla orantısal problemlerle karşılaşır. Karşılaşılan bu problemler genellikle bilinmeyen değer problemleri olarak adlandırılır (Kaput ve West, 1994).

Alanyazında, "10 kalem 7 TL ise 30 kalem kaç TL'dir?" şeklinde üç değer verilerek dördüncü değer bulunması istenen problemler, bilinmeyen değer (Cramer, Post ve Currier, 1993) veya üç kuralı problemleri (Vergnaud, 1983) olarak adlandırılır. İlköğretimin son yıllarında orantısal düşünmeyle tanışan öğrenciler, ortaöğretim yıllarında hem matematikte hem de fizik ve kimya gibi diğer derslerde çeşitli orantısal ilişkilerle karşılaşmaya devam ederler. Bu yüzden, Ebersbach ve Wilkening (2007) çalışmaları, resmi eğitim almamış bazı 7 yaşındaki okul çocuklarının bile doğrusal olmamaya dair temel, sezgisel bir anlayışa sahip

olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, araştırmalar, doğrusal düşünme yanılığının sadece ilköğretim ve ortaöğretim öğrencileri arasında değil, aynı zamanda üniversite öğrencileri arasında da yaygın olduğunu göstermektedir. Çeşitli araştırmalar da lise ve üniversite öğrencilerinin bu yanılsamaya sahip olma eğiliminde olduğunu göstermiştir (Van Dooren, De Bock vd., 2003). Bu durum özellikle oran, alan, hacim ve üstel fonksiyonlar gibi konuların anlaşılmasında ortaya çıkar. Eğer doğrusal olmayan düşünme kavramı daha erken bir yaşta mevcut olsaydı, öğrencilerin eğitimleri sırasında hem doğrusal hem de doğrusal olmayan modelleri öğrenmeleri ve uygun olan modeli seçme konusunda daha başarılı olmaları beklenirdi. Doğrusallık yanılsaması, öğrencilerin zihninde yerleşmiş "doğrusal düşünce" eğiliminden kaynaklanır. Öğrenciler eğitim süreçlerinde pek çok probleme doğrusal bir çerçeveden yaklaşarak değişkenler arasındaki ilişkileri sıklıkla lineer olarak kabul ederler. Bu doğrusal düşünce alışkanlığı, özellikle lise döneminde kazanıldıktan sonra üniversite düzeyinde karşılaşılan daha karmaşık matematiksel ve bilimsel ilişkilerin anlaşılmasını zorlaştırabilir.

Doğrusallık yanılsaması, öğrencilerin doğrusal olmayan problemleri doğrusal olarak düşünmeleri veya doğrusal olan problemleri doğrusal değilmiş gibi çözmeye çalışmalarıyla ortaya çıkar. Matematik eğitiminde, doğrusal yöntemlerin öğrencilerin muhakemesinde aşırı genelleştirilmesi pek çok araştırmacı tarafından belgelenmiş ve tartışılmıştır. Doğrusal olmayan problemleri doğrusal muhakemeye çözüme eğilimi; aritmetik, cebir ve olasılık gibi birçok matematik alanında tanımlanmıştır (Gagatsis ve Kyriakides, 2000; Verschaffel, Greer ve De Corte, 2000). Ancak bu yanlış kullanımın en belirgin örneklerini geometri ve ölçme alanında, büyütülmüş veya küçültülmüş şekillerin uzunluk, alan ve hacimleri arasındaki ilişkileri içeren problemlerle ilgilidir.

Doğrusallık yanılsaması, öğrencilerin günlük hayatta sıkça karşılaştıkları ve birçok matematiksel ilişkiyi veya problemi doğrusal bir bakış açısıyla ele alma eğilimlerini ifade eder. Örneğin bir büyüklüğün iki katına çıkmasının sonucunda diğer büyüklüğün de iki kat artacağı düşüncesi doğrusal bir yaklaşımı yansıtır, ancak birçok durumda bu doğru olmayabilir. Bu yanılsama, öğrencilerin genellikle orantısal düşünmeyi daha karmaşık matematiksel yapılar yerine tercih etmelerinden kaynaklanır.

Platon'un "Mağara Alegorisi" (Allegory of the Cave) bu yanılsamayı açıklamak için güçlü bir örnek olabilir. Platon'un alegorisinde mağaradaki insanlar, sadece duvarda gördükleri gölgeleri gerçeklik olarak kabul ederler ve dış dünyada başka bir gerçeklik olduğunu bilmezler. Gerçekliğin yalnızca gölgelerle sınırlı olduğunu düşündükleri için, yanılsama içinde yaşarlar. Bu durumda mağaradakiler, bildikleri dünyayı sorgulamadıkları

sürece tam anlamıyla gerçekliğe erişemezler.

Benzer şekilde, doğrusal düşünmeye saplanmış öğrenciler, doğrusal ilişkilerin ötesinde farklı matematiksel ilişkiler olduğunu fark edemedikçe yanılsama içinde kalırlar. Örneğin, "Bir arabanın hızı iki kat artarsa, aynı sürede iki kat mesafe alır" düşüncesi doğrusal bir ilişki varsayımına dayanır; ancak birçok durumda bu doğru değildir.

Doğrusallık yanılsamasını Mağara Alegorisi gibi bir hikâyeye açıklamak, öğrencilere bu tür düşünme hatalarının farkına varmalarında ve daha derin bir matematiksel anlayış geliştirmelerinde yardımcı olabilir. Soyut bir kavramı hikâye ile somutlaştırmak, özellikle nitel araştırmalar veya eğitim süreçlerinde etkili bir yaklaşım sunar.

Araştırmalar, matematik öğretmen adaylarının doğrusallık yanılsamasına eğilimli olduklarını ve doğrusal olmayan konularda erken dönemde sezgisel bir anlayış geliştirdiklerini ortaya koymaktadır.

Alanyazın incelendiğinde, doğrusallık yanılsamasıyla ilgili matematik öğretmeni adaylarının alan bilgilerini inceleyen çalışmaların sınırlı olduğu görülmektedir. Doğrusallık yanılsaması, yalnızca ilk ve ortaöğretim öğrencileri arasında değil, aynı zamanda matematik öğretmeni adayları arasında da rastlanabilen bir yanılsamadır. Örneğin Cramer, Post ve Currier'in (1993) yaptığı bir araştırmada, matematik öğretmenlerine toplamsal ilişki gerektiren bir problem sorulmuş; ancak bazı öğretmenler bu problemi orantısal bir bakış açısıyla ele almışlardır. Benzer bir eğilim doğrusallık konusunda da gözlemlenebilir. Son dönem araştırmaları, öğretmenlerin problem çözme ve düşünme becerilerinin öğrencilere yansıdığını gösteren ampirik veriler ortaya koymaktadır (Saadati ve Felmer, 2021). Bu çerçevede, öğretmenlerdeki doğrusallık yanılsamasının belirlenmesi, hizmet içi eğitim ihtiyaçlarının saptanmasına katkı sunabilir. Bu nedenle, araştırma öğretmenlerin yanı sıra öğrencilerdeki doğrusallık yanılsamasını anlamaya da ışık tutması açısından önem taşımaktadır.

Araştırmanın Konusu ve Problemi

Doğrusallık ve doğrusallık yanılsaması, hem günlük yaşamda hem de matematiğin birçok alanında kendine yer bulabilir. Doğrusallık, pek çok günlük durumu ve bilimsel matematiksel problemi anlamak için faydalı bir kavramdır; ancak öğrenciler, ilkokuldan üniversiteye kadar sayısal ilişkileri doğrusal olarak görme eğilimi taşırlar. Matematik eğitimcileri, bu aşırı genelleme eğilimini doğrusallık yanılsaması olarak adlandırmakta ve ilgiyle incelemektedir. Matematik eğitiminde istenen temel hedeflerden biri, bu yanılsamanın önüne geçerek öğrencilerin doğru kavramalar geliştirmesini sağlamaktır.

Araştırmanın Amacı

Bu çalışma ile doğrusallık yanılsaması konusunda gelecekte yapılacak araştırmalara yol göstermek, farklı bakış açıları kazandırmak ve matematik eğitimi ile doğrusallık yanılsamasının önemine dair farkındalık oluşturmak hedeflenmiştir. Doğrusallık yanılsaması matematik eğitimcilerinin ilgi duyduğu konulardan biridir (Dragone, Temperman ve de Lievre, 2022; Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens ve Verschaffel, 2003). Ancak araştırmacılar tek bir konu alanına odaklanmıştır. Örneğin Van Dooren vd. (2003) olasılıksal akıl yürütme, Cramer, Post ve Currier (1993) orantısal akıl yürütme, Vlahović-Štetić, Pavlin-Bernardić ve Rajter (2010) geometri alanında doğrusallık yanılsamasını irdelemiştir. Ayrıca yapılan araştırmaların genellikle öğrencilerle yürütüldüğü (De Bock vd., 1998; Van Dooren vd., 2003), öğretmenlerle yapılan araştırmaların ise sınırlı sayıda olduğu anlaşılmaktadır (Dragone vd., 2022). Bu bağlamda araştırma matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılsaması konusundaki alan bilgilerini incelemek amacıyla yürütülmüştür. Matematik öğretmen adaylarının doğrusallık yanılsaması ile ilgili alan bilgilerinin incelenmesi için yapılmıştır. Yapılan araştırmada aşağıdaki sorulara yanıt aranmıştır:

1. Matematik öğretmeni adaylarının fonksiyon konusundaki doğrusallık yanılsamaları nelerdir?
2. Matematik öğretmeni adaylarının orantı konusundaki doğrusallık yanılsamaları nelerdir?

Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi

Orantısal düşünme, özellikle ilköğretim ve ortaokul matematik konularında merkezi bir yer tutmakta olup, fen bilimleri ve günlük yaşam olaylarını anlamada da önemli bir role sahiptir (Cramer ve Post, 1993). Bu önemin matematik müfredatlarına da yansıdığı görülmektedir. Örneğin, Amerikan Matematik Standartları'nda orantısal düşünme, dört anahtar alandan biri olarak ele alınmaktadır (Common Core State Standards for School Mathematics, 2010). Benzer şekilde, Türk Ortaokul Matematik öğretim programının da bu konuya oldukça fazla süre ayrılması dikkat çekmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013). Orantısal düşünmenin önemine ve ayrılan zamana rağmen, ulusal ve uluslararası araştırmalar, öğrencilerin bu konuda düşük başarı gösterdiklerini ve zorluklarla karşılaştıklarını ortaya koymuştur (Kaplan, İşleyen ve Öztürk, 2011; Lobato ve Thanheiser, 2002; Modestou ve Gagatsis, 2007; Thompson ve Preston, 1994). Öğrencilerin başarı düzeylerindeki düşüklüğün ve yaşadıkları zorlukların temel nedeni olarak, konuya dair sahip oldukları bilgi düzeyinin sınırlı ve yüzeysel olması gösterilmektedir. İlköğretim ve ortaöğretim öğrencilerinin bu alanda düşük başarı göstermelerinin başlıca nedenlerinden biri, öğretmenler ve öğretmen

adaylarının da bu konuda yeterli bilgiye sahip olmamalarıdır. Örneğin, orantısal düşünme genellikle yalnızca verilmeyeni bulma sorunlarını çözmek olarak algılanmakta, ancak matematik eğitimi literatürü bu algının yanlış olduğunu, verilmeyeni bulmanın orantısal düşünmenin göstergesi sayılamayacağını vurgulamaktadır (Cramer ve Post, 1993; Post vd., 1988).

Öğretimde işlemsel becerilere odaklanması, öğrencilerin orantısal düşünme problemlerinde farklı stratejiler geliştirme yeteneğini sınırlayabilmektedir. Bu tür yaklaşımlar sonucunda, öğrenciler orantısal olmayan durumlarda dahi orantısal çözüm stratejilerini kullanma alışkanlığı geliştirebilmektedir (Freudenthal, 1983). Doğrusal olmayan problemleri doğrusal gibi algılama eğilimi gösteren öğrencilerin, öğretmenlerinin yönlendirmesiyle bu yanılsamaları aşmaları ve matematiğe karşı daha olumlu bir tutum sergilemeleri sağlanabilir.

Türkiye’de matematik eğitimi literatüründe henüz detaylı olarak ele alınmamış olan bu yaygın ve dirençli yanılsamanın derinlemesine incelenmesinin, matematik öğretmenlerinin mesleki gelişimlerine katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Bunun yanı sıra, bu çalışmanın içeriği, matematik eğitimi araştırmacıları için öğretmen adaylarına yanılsama konusunu aktarmada ve bu konuyu kendi araştırma gündemlerine dâhil etmede faydalı bir kaynak olabilir. Özellikle, öğretmen adaylarıyla yürütülen bu tür araştırmaların, doğrusallık yanılsamasını daha iyi anlamaya da katkı sunması beklenmektedir. Diğer yandan, öğrencilerin geometri ve ölçme alanındaki orantısal düşünme problemleriyle ilgili kullandıkları stratejiler ve karşılaştıkları zorluklar farklılık gösterebilir. Öğretmen adaylarının orantısal düşünme konusundaki strateji ve zorluklarının araştırılması konusunda bazı çalışmalar yapılmış olsa da, uzunluk, çevre, alan ve hacim gibi doğrusal ve doğrusal olmayan problemlerle ilgili araştırmaların yetersiz oluşu, bu çalışmanın önemini daha da artırmaktadır.

Araştırmacılar genellikle bu yanılsamayı tek bir konu alanı üzerinden ele almıştır. Örneğin, Van Dooren ve arkadaşları (2003) olasılıksal akıl yürütme, Cramer, Post ve Currier (1993) orantısal akıl yürütme, Vlahović-Štetić, Pavlin-Bernardić ve Rajter (2010) ise geometri alanında doğrusallık yanılsamasını incelemişlerdir. Ayrıca, araştırmaların çoğunlukla öğrencilerle yapıldığı (De Bock vd., 1998; Van Dooren vd., 2003) ve öğretmen adayları ile gerçekleştirilen çalışmaların sınırlı sayıda olduğu görülmektedir. Bu araştırma, matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılsamasına dair bilgi düzeylerini inceleyerek bu alanda katkı sağlamayı hedeflemektedir.

Öğretmen yetiştirme, eğitim sisteminin temel unsurlarından biri olarak Türkiye’de uzun zamandır önemsenen bir konu olmuştur; zira eğitim sisteminin başarısı büyük ölçüde, bu sistemi uygulayacak öğretmenlerin niteliğine bağlıdır. Bu bağlamda, matematik

öğretmenlerinin doğrusallık yanılsaması hakkındaki bilgi düzeylerini geliştirmek, onlarda farkındalık oluşturarak yanılsamaları önlemeye yönelik çalışmalara katkıda bulunabilir. Aynı zamanda, öğretmen adaylarına, bir problemi farklı bir açıdan görmeleri, daha derin bir kavrayış geliştirmeleri ve yeterli bir problem şeması oluşturmaları için, doğrusal modelin uygun olmadığı durumlarda modelin kullanılmasını engelleyen sorunlar tasarlama fikrini kazandırabilir.

Sonuç olarak, matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının doğrusallık yanılsaması konusundaki bilgi ve farkındalıklarının artırılmasının öneminin altını çizen bu çalışma, alan yazında bu doğrultudaki eksikliği gidermeyi amaçlamaktadır.

Araştırmanın Sınırlılıkları

Öğretmen adaylarının fonksiyon ve orantısal durumlardaki doğrusallık yanılsamalarının analizi Doğrusallık yanılsaması tarama testinde yer alan sorularla sınırlıdır. Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testinde sorulan sorular öğretmen adaylarının doğrusallık yanılsaması alan bilgilerini incelenmek üzeri hazırlanmıştır.

Çalışma Bayburt Üniversitesi Eğitim Fakültesi'nde okuyan dördüncü sınıf ilköğretim matematik öğretmen adayları ile yürütülmüştür.

Varsayımlar

Araştırmanın varsayımları aşağıdaki şekilde belirlenmiştir;

1. Doğrusallık yanılsaması tarama testinde sorulan önermelerin veri toplama açısından uygun olduğu varsayılmıştır.
2. Çalışma kullanılan testi cevaplayan katılımcıların kendi yanılsamalarını yansıtacak şekilde testi cevapladıkları kabul edilmiştir.
3. Sesli düşünme protokolü katılan 10 öğretmen adayının düşüncelerini samimi bir şekilde ifade ettikleri varsayılmıştır.

Terim ve Tanımları

Orantı: Orantı, genellikle $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ şeklinde ifade edilen iki oranın birbirine eşit olması durumu olarak tanımlanır.

Orantısal Düşünme: Orantısal düşünme, çokluklar arasında çarpımsal kıyaslamalar yapabilme (Wright, 2005) ve bu ilişkileri farklı şekillerde kullanabilme yetisi olarak tanımlanmaktadır (Cheng, Star ve Chapin, 2013). Bu çalışmada orantısal düşünme ayrıca,

toplamsal ve çarpımsal ilişkileri ayırt edebilme ile orantısal ve orantısal olmayan durumları birbirinden ayırma becerisi olarak ele alınmaktadır.

Doğrusallık: Doğrusallık, matematiksel olarak bir fonksiyonun homojen ve toplamsal olma özelliklerine sahip olmasıdır; yani $f(ax) = a \cdot f(x)$ (tüm a değerleri için) ve $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ koşullarını sağlaması gerekir. Bu özellikleri sağlayan $f(x) = ax$, ($a \neq 0$) fonksiyonu, doğrusal fonksiyon veya doğrusallığı temsil eder. Ayrıca, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ gibi bir orantı ifadesi, iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi tanımlamak için de kullanılabilir (Freudenthal, 1983).

Fonksiyon: Fonksiyon, A ve B boş olmayan iki küme ve f , A'dan B'ye bir bağıntı olsun. Eğer f bağıntısı A kümesindeki her elemanı B kümesinde bir ve yalnız bir elemana eşliyorsa bu bağıntıya A'dan B'ye bir fonksiyon denir. Fonksiyonlar, matematikte çeşitli türlerde ilişki ve yapıları tanımlamak için kullanılan temel yapılardır ve özellikle orantısal düşünme, doğrusal ilişkiler gibi konularda geniş uygulama alanı bulur.

Doğrusallık Yanılsaması (Illusion of Linearity): Doğrusallık yanılsaması öğrencilerin doğrusal stratejileri doğrusal olmayan durumlarda da kullanması olarak tanımlanmıştır (De Bock, Verschaffel ve Janssens, 2002). Bu yanılsama, bireylerin karmaşık ilişkileri basit doğrusal modellere indirgemeleri sonucunda ortaya çıkar ve yanlış sonuçlara yol açabilir.

BİRİNCİ BÖLÜM

1. KURAMSAL ÇERÇEVE

Doğrusallık, öğrenci ve öğretmen adayları tarafından genelleştirildiğinde doğrusallık yanılsamasıyla karşılaşılabilir. Bundan dolayı son yıllarda doğrusallık yanılsaması konusuyla ilgili araştırmalar yürütülmüştür. Çalışmanın bu bölümünde araştırmanın kuramsal çerçevesi; doğrusallık, doğrusallık yanılsaması, matematik alan bilgisi, doğrusallık yanılsaması ile orantısallık arasındaki ilişki ve doğrusallık yanılsaması ile fonksiyon arasındaki ilişki hakkında bilgi verilmiştir. Ayrıca araştırmanın kuramsal çerçevesi ile ilgili olarak alan yazın derlemeye ve bazı çalışmalara yer verilmiştir.

1.1. DOĞRUSALLIK

Grafiksel düz bir çizgi olarak gösterilebilen matematiksel bir ilişkinin (fonksiyonun) özelliğidir. Doğrusallık, öğrencilere doğrusal kavramını öğretmek amacıyla düz doğru kavramı ön plana çıkarılarak şu şekilde açıklanmıştır. Freudenthal (2002), öğrencilere doğrusal kavramını öğretirken düz doğru kavramını merkeze almış ve bu durumu şöyle açıklamıştır: Öğrencinin kollarını açmasını isteyerek, açık kolları arasında bir ilişki kurması sağlandığında, öğrenci yatay ya da dikey tüm doğrusal durumları düz bir doğru olarak algılar.

De Bock vd. (2002) bir doğrusal fonksiyonun grafiğini orijinden geçen düz bir çizgi olarak ifade etmişlerdir. Freudenthal (1983) ise iki değişken arasındaki doğrusallık ilişkisine bakıldığında bunun bir oran olarakta görülebileceğini vurgulamıştır.

Matematiksel olarak doğrusallık bir fonksiyonun homojen ve toplamsal olması, yani $f(ax) = a \cdot f(x)$ (tüm a 'lar için) ve $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ olmasıdır. $f(x)=ax$, ($a \neq 0$) bu iki özelliği sağladığı için doğrusal ya da doğrusallığı temsil etmektedir ve $y=mx+b$ formundaki b doğru deklemini en temel doğrusal fonksiyon örneğidir; burada eğim m ve b ise y - eksenini kestiği noktayı temsil eder. Diğer bir taraftan, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısı iki değişken arasındaki doğrusal ilişki olarak tanımlanabilir, bu değişkenler arasındaki ilişkinin sabit bir oranla değiştiği anlamına gelir (Freudenthal, 1983). Doğrusallık, cebir ve analiz alanlarında, değişkenler arasında basit ve öngörülebilir ilişkileri ifade eder.

Doğrusallık, cebir ve analiz gibi alanlarda önemli bir rol oynamaktadır. Bu alanlarda, değişkenler arasındaki basit ve öngörülebilir ilişkileri ifade eder. Doğrusal ilişkiler, matematiksel problemlerin çözümünde sıklıkla kullanılır ve birçok uygulamada kolaylık sağlar. Örneğin, dört kişilik bir yemek tarifini altı kişi için ayarlamak istediğimizde gereken malzeme miktarını hesaplama sürecinde kullandığımız mantık; bir çemberin çapı ile çevresi

arasındaki ilişki; fizikte yol, hız ve zaman arasındaki bağlantı; kimyada basınç, sıcaklık ve hacim arasındaki ilişki gibi birçok problem doğrusal ve orantısal modellerle açıklanabilir.

Doğrusallık hem çok sayıda günlük yaşam durumunu, hem de matematik ve bilimdeki birçok sorunu anlamak için yararlıdır (Van Dooren, De Bock, vd., 2004). Örneğin bir aracın kullandığı benzin ile gittiği yol arasındaki, ders çalışma saati ile başarı arasındaki veya kullanılan dut miktarı ile oluşan pekmez miktarı arasındaki ilişki günlük yaşamda sıkça karşılaşılabilecek doğrusal ilişkili niceliklerdir. Korelasyon veya regresyon ile çözülebilecek birçok problem ve basit doğrusal regresyon denklemlerinin kurulması da matematikte karşılaşılabilecek doğrusal ilişki örnekleridir.

Doğrusallığın önemi matematiğin doğasına da yansır. Rouche (1992), doğrusal akıl yürütmenin tüm matematiksel yapılarla ilişkili olduğunu ve temelden ileri seviyeye kadar çok çeşitli bilimsel problemleri anlamak, çözmek ve hatta formüle etmek için gerekli olduğunu vurgulamıştır. Doğrusallık, insanların gerçek dünya olaylarını yorumlaması için önemli bir araçtır. Bu, olguların doğrusal olmadığı, ancak olgulara doğrusallıkla yaklaşılabileceği durumlarla ilgilidir (Van Dooren ve Greer, 2010). Örneğin orantısal durumların anlaşılmasında ilk zamanlarda doğrusallık kavramı etkili olabilir. Ancak ilerleyen yaşlarda doğrusallığın aşırı genellenmesi öğrencilerin orantısal durumları tamamen doğrusal görmelerine neden olabilir.

1.2. DOĞRUSALLIK YANILSAMASI

Yanılsama; Koçalan (2018)'a göre iki boyutta üç boyut etkisi ve görünenin olduğundan farklı şekilde algılanması durumudur. Bir algının yanlış veya hatalı bir şekilde yorumlanmasına yanılsama denir. Beynimiz tarafından gerçekte olduğundan farklı algılanması sonucu ortaya çıkar. Örneğin bir nesnenin hareket ediyormuş gibi görünmesi ama aslında hareketsiz olması gibi durumlarla açıklanır. Yanılsamalar genellikle görme, işitme, dokunma gibi duyularla ilişkilidir ve beyin eksik ya da yanıltıcı bilgiyi tamamlamaya çalışırken ortaya çıkar. Örneğin, bir çizginin eğri olduğu halde düz gibi görünmesi ya da iki şekil aynı boyutta iken farklı boyutlarda algılanması gibi durumlar yanılsamadır.

Matematiksel olarak bakacak olursak doğrusallık yanılsaması doğrusal stratejileri doğrusal olmayan durumlarda da kullanması olarak tanımlanmıştır (De Bock, Verschaffel ve Janssens, 2002). Bir matematiksel ifadenin şeklin veya işlemin algılanan görünümü ile gerçek matematiksel durumu arasında bir fark olduğunda ortaya çıkar. Bu yanılsamalar genellikle geometri, olasılık ve sayı teorisi gibi alanlarda görülür ve genellikle insanların sezgisel olarak yanlış yorumladıkları durumları içerir.

Stavy ve Tirosh (1996) sezgilerin öğrencilerin matematik ve fen alanlarındaki düşünme süreçlerinde ve bu alanlardaki sorulara verdikleri cevaplarda önemli ölçüde etkileri olduğunun yaygın olarak kabul edildiğini belirtmişlerdir. Tirosh ve Stavy (1999a, 1999b) tarafından geliştirilen sezgisel kurallar teorisi öğrencilerin doğrusallığı aşırı genelleme ile ilgili uygulamalarının açıklamasında kullandıklarını ifade etmişlerdir.

1.3. MATEMATİK ALAN BİLGİSİ

Eğitim araştırmaları ışığında 1980’li yıllarda alan eğitimi bilgisi önem kazanmaya başladı. Matematik bir bilim olarak kabul edilmesine karşın, matematik eğitimi ülkemizde ancak son yıllarda bir bilim olarak kabul edilmektedir (Türnüklü, 2005). Bu doğrultuda, matematik eğitime verilen önem artmakta ve matematiğin ne olduğu, ne ölçüde ve nasıl öğretilmesi gerektiği konularında önemli düşünce değişiklikleri ve yenilikleri olmaktadır (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Bu değişiklikler ve yeniliklerle birlikte, matematik eğitiminin temel amacı, öğretmenlerin öğrencilere mevcut bilgiyi aktarmaktan çok, bilgiye ulaşma yollarını kazandırmak olarak değişmiştir. Bu kapsamda, karşılaştığı problemleri çözebilen ve öğrendiği bilgiyi günlük hayatında kullanabilen bireylerin yetiştirilmesi amaçlanmaktadır. Bu becerilerin kazandırılması da etkili bir matematik öğretimiyle olur (Baki, 2008).

Kazanımlar incelendiğinde doğrusal ilişkilerin doğru denklemleri çatısı altında ele alındığı ve grafik temsilleri kullanılarak analitik geometri için temel oluşturulduğu anlaşılmaktadır. Doğrusal ilişkiler kavramının öğrenilmesi için denklemlerin öğrenilmesi ön koşul öğrenme olarak değerlendirilebilir. Bununla birlikte cebirin tümünde başlangıç için önerilen örüntüler konusu doğrusal ilişkiler için de önerilebilir. Örneğin örüntünün terim sayısı ile terime karşılık gelen sayı arasındaki ilişki incelenerek doğrusal ilişkiye giriş yapılabilir. Ortaokul matematik programında aralarındaki farkın eşit olduğu genişleyen örüntülere yer verilmektedir. Böylece öğrencilerin elde edeceği genel terimler doğrusal denklemde olacaktır. Bu nedenle terim sayısı ile terime karşılık gelen sayı arasında doğrusal ilişki kurulacaktır.

Örüntüler, doğrusal ilişkiler ve fonksiyonlar birlikte ele alınması gereken önemli ölçüde bağlantılı konulardır. Örüntüler doğrusal ilişkiler ve fonksiyonların öncüsü konumunda bulunmaktadır. Bir örüntüde belli adımlar verilir ve bu adımlara karşılık gelen sayı veya geometrik şekil sunulabilir. Aslında bir bağımsız ve bir bağımlı değişken bulunmakta ve bu bağımsız değişkenin aldığı farklı değerler için bağımlı değişken farklı değerler almaktadır. Doğrusal ilişkiler içinde benzer bir durum oluşturulabilir. Yine bağımsız değişken biliniyorken bağımlı değişkenin alacağı farklı değerler için bağımlı değişkenler elde

edilebilir. Ancak bağımsız değişkenin de sabit olmayıp değişebilir olduğu durumları göz önüne alırsak örüntüden ayırmış oluruz.

Doğrusal ilişkinin oluşturulmasında gerek örüntüler gerekse başka konulardan yararlanılsın tablo kullanımı öğrencinin ilişki kurmasını ve doğrusal ilişkiyi anlamasını kolaylaştırabilir. Doğrusal ilişki kavramı hissettirildikten sonra eğim kavramı ve eğimin işareti fark ettirilerek grafikler üzerinde gösterimi yapılabilir. Böylece öğrencinin doğrusal denklem ile eğim arasında bağlantıyı kurması sağlanabilir. Nitekim doğru denklemindeki değişkenin katsayısının eğim olduğu öğrenciye fark ettirilebilir. NCTM'de (2000) öğrencilerin doğrusal ilişkileri temsil etmek için $y = mx + n$ denklemleri kullanabilmeleri ve eğim (m) ve sabit (n) değerlerinin doğrunun y-eksenini kestiği noktayı nasıl etkilediğini bilmelerinin önemine vurgu yapmıştır.

Doğrusal ilişkiler konusu günlük yaşamda karşılığı olması ve önemi nedeniyle matematik eğitiminde sıklıkla ele alınmış ve matematik öğretim programlarında da önemli yer edinmesini sağlamıştır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; Amerikan Ulusal Matematik Öğretmenleri Derneği [NCTM], 2000).

1.4. DOĞRUSALLIK YANILSAMASI İLE ORANTISALLIK ARASINDAKİ İLİŞKİ

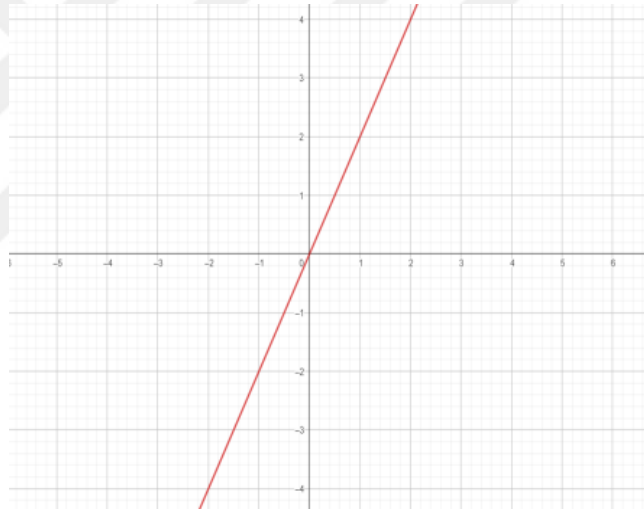
Çocuklar zaten çok küçük yaşta doğrusal/orantılı ilişkilerin geniş çapta uygulanabilirliğini ve kendine özgü basitliğini deneyimlerler. İlk ve ortaöğretim matematik eğitiminde de bu tür ilişkilere oldukça önem verilmektedir. Öğrenciler her ilişkinin orantılı olarak ölçülebileceğine dair yanlış inanç geliştirirler. Öğrenciler örneğin bir dairenin çapı ile çevresi arasında, bir miktar sıvının ağırlığı ile hacmi arasında, zaman ile sabit hızla kat edilen mesafe arasında orantılı bir ilişki olduğunu öğrenirler. Eğitim boyunca doğrusallık kavramı, ilkokuldaki eski moda "üç kuralı (orantı kuralı)" ndan, ortaöğretim düzeyinde matematik ve istatistikteki doğrusal modeller ve yaklaşımlar olarak karşımıza çıkıyor. "Doğrusallık, ilişkilerin o kadar düşündürücü bir özelliğidir ki, kişi kolayca bu modele teslim olur. Her sayısal ilişkiyi sanki doğrusalmış gibi ele almaya yönelik bir baştan çıkarmadır" (Freudenthal, 1983).

Orantısallık düşünme konusuna okullarda çokça zaman ve önem verilmesine rağmen orantısallık düşünme konusunda yaşanan zorluklar sayesinde öğrencilerin başarısının düştüğü görülmektedir (Kaplan, İşleyen ve Öztürk, 2011; Lobato ve Thanheiser, 2002; Modestou ve Gagatsis, 2007; Thompson ve Preston, 1994). Başarısızlığın nedeni olarak öğrencilerin bu konuda yeterli bilgiye sahip olmamaları gösterilebilir. Öyle ki orantısallık düşünme birçok kişi tarafından verilmeyeni bulma problemlerini çözmek olarak algılanmaktadır (Post, Behr ve

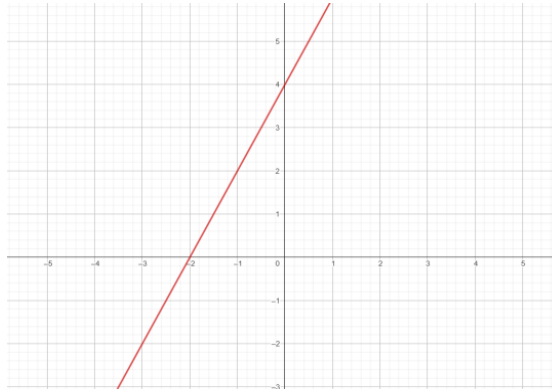
Lesh, 1988). Fakat, matematik eğitimi literatüründe bunun doğru olmadığına ve verilmeyeni bulma problemlerini çözebilmenin orantısal düşünmenin bir göstergesi olamayacağına vurgu yapılmaktadır (Cramer ve Post, 1993; Post vd., 1988).

Öğrencilerin ilkokuldan üniversiteye kadar doğrusal ve orantısal modellerle uğraşmaları; bu modellerin evrensel bir uygulanabilirliği olduğunu düşünme ve gördükleri her sayısal ilişkiyi doğrusal ve orantısal ilişki gibi görme eğilimine sebep olmaktadır (De Bock vd., 1998; De Bock, Verschaffel vd., 2002; Freudenthal, 1983; Van Dooren, De Bock, Hessels vd., 2004).

İki değişkenden biri artarken diğeri de artıyor veya azalıyorsa ya da biri azalırken diğeri de azalıyor veya artıyorsa bu değişkenler arasında ilişki vardır denir. Eğer değişkenler arasındaki birlikte değişim ilişkisi doğrusal olarak ilerliyorsa bu değişkenler arasında doğrusal ilişki vardır denir. Bir değişkendeki artış sabit bir oranla diğeri etkilediğinde bu ilişki doğrusal olur. Doğrusal ilişkiyi analitik olarak açıklayalım.



Şekil 1: $y = 2x$ Grafiği



Şekil 2: $y = 2x + 4$ Grafiği

Bir doğrunun orijinden geçmesi, onun doğrusal ve aynı zamanda orantısallık bir ilişkiyi temsil ettiği anlamına gelir. Orantısallık ilişkilerde, değişkenler arasında sabit bir oran vardır, yani bir değişkenin değeri diğerine sabit bir kat olarak değişir. Bu tür doğrular, grafik üzerinde orijinden geçerek her iki değişkenin sıfır olduğunda da sabit oranı koruduklarını gösterir. Ancak orijinden geçmeyen doğrular yalnızca doğrusal bir ilişkiyi temsil eder, orantısallık değildir; çünkü bu durumda iki değişken arasındaki ilişki sabit bir oran belirtmez.

Doğrusallık yanılsaması, bireylerin her doğrusal ilişkinin orantılı olduğunu veya iki değişken arasındaki ilişkinin her zaman sabit bir orana sahip olduğunu düşünmesiyle ortaya çıkar. Bu yanılgı, öğrencilerin doğrusal ilişkilerin her zaman orantılı olarak değerlendirilmesi gerektiğini düşünmelerine yol açabilir; ancak bir doğrusal ilişkinin orantılı sayılabilmesi için grafiğinin orijinden geçmesi gerekir. Bu ayrımın farkında olmamak, doğrusal ilişkileri anlamada ve uygulamada yanıltıcı sonuçlar doğurabilir.

1.5. DOĞRUSALLIK YANILSAMASI İLE FONKSİYON ARASINDAKİ İLİŞKİ

Öğrencilerin doğrusallık yanılsamasının gözlemlendiği diğer bir konu da fonksiyon konusudur. Leinhardt vd. (1990) öğrencilerin grafik çizme konusundaki kavram yanılgılarını sınıflandırmışlardır ve bu sınıflandırmalardan birini de doğrusallık olarak nitelendirmişlerdir. Aynı zamanda Hadjimetriou ve Williams (2002) matematik öğretmenlerinin de öğrenciler gibi bir kişinin doğumundan 30'lu yaşlarına kadar olan boy uzunluğunun grafiğini çizme görevinde ağırlıklı olarak orijinden geçen ve doğrulardan oluşan grafikleri çizdiklerini vurgulamıştır.

Fonksiyon bir değişkenin diğer bir değişkene bağlı olduğunu gösteren matematiksel ilişkidir. Fonksiyonlar doğrusal olabileceği gibi doğrusal olmayan (üstel, logaritmik, polinom vb.) durumlarda da olabilir. Örneğin $y = x^2$ fonksiyonu biri artarken diğer değişken sabit olmayan bir şekilde artıp azalabilir.

Doğrusal olmayan fonksiyon türlerinin önemli bir ortak özelliği vardır: Artan veya azalan bir değişim oranı sergilerler. Bu nedenle eğri grafikleriyle gösterilebilirler. Aksine doğrusal fonksiyonlar, grafiksel olarak düz bir çizgi olarak gösterilebilen sabit bir değişim oranı sergiler.

Günlük yaşamın büyük bir bölümünde değişkenler arası ilişkiler karşımıza çıkmaktadır. Değişkenler arası ilişkilerin farklı formları olabilir. Örneğin bileşik faiz bir dönem sonunda hesaplanan faiz miktarı, bir sonraki dönemde anaparanın yanı sıra faize tabi olur ve bu süreç her dönem tekrarlanır yani anapara üzerindeki büyüme katlanarak artar. Her yıl sabit miktarda artacağı düşünülerek doğrusal olarak algılanabilir.

Van Dooren vd. (2008) öğrencilerin doğrusal olmayan durumları temsil etmede doğrusal ve orijinden geçen doğrular ile ilgili kavram yanlışlarına yönelik olarak, öğrencilerin nicelikler arasındaki herhangi bir ilişkinin tipik bir temsili olarak doğrular çizdiğini belirlemiştir.

1.6. ALAN YAZIN SENTEZİ

Alanyazın incelendiğinde doğrusallık yanılsamasının matematik eğitimcileri için son yıllarda önemli bir araştırma konusu olduğu görülmektedir. Matematik eğitiminde, öğrencilerin doğrusal olmayan fonksiyonları doğrusal olarak modelleme eğilimi, literatürde 'doğrusallık yanılsaması' olarak yer almaktadır (De Bock vd., 1998; De Bock, Verschaffel vd., 2002; Van Dooren, De Bock, Hessels vd., 2004). Bunun yanında öğrencilerin bu eğiliminin alanyazında doğrusallık kavram yanılgısı, doğrusal engel, doğrusal tuzak, doğrusal yanılsama veya sözde-orantısallık hatası olarak da isimlendirildiği görülmektedir (De Bock vd., 1998; Freudenthal, 1983; Modestou ve Gagatsis, 2007). De Bock vd. (1998) bu terimler arasında bazı küçük farklar olmasına rağmen bu terimlerin sıklıkla birbirlerinin yerine kullanıldığını belirtmişlerdir. Bu eğilimin isimlendirilmesinde kullanılan terimlerden de anlaşılacağı üzere bu konu ile ilgili çalışma yapan araştırmacıların öğrencilerin bu eğilimini hata (De Bock vd., 1998; De Bock, Verschaffel vd., 2002), kavram yanılgısı (Van Dooren, De Bock, Hessels vd., 2004) ve olgu (De Bock, Verschaffel vd., 2002; Freudenthal, 1983; Van Dooren vd., 2003) gibi terimleri kullanarak isimlendirdiği ve aynı şekilde bu terimleri de birbirlerinin yerine kullandığı görülmüştür.

Yapılan araştırmalar öğrencilerin geometri, olasılık, sayılar ve cebirde doğrusal olmayan problemlerle karşılaştıklarında doğrusallık yanılsaması yaşadıklarını, başka bir ifadeyle doğrusal gibi düşünme eğiliminde olduklarını göstermiştir (Vlahović-Štetić, Pavlin-Bernardić ve Rajter, 2010).

Stacey (1989), öğrencilerin merdiven problemlerine verdikleri yanıtlarda, her bir basamağın oluşturulmasında üç kibrit çöpü gerektiğini belirttiklerini vurgulamıştır. Stacey, öğrencilerin bu tür matematiksel konuları, doğru orantı, doğrusal ve afin fonksiyonlar arasındaki ilişkilerle ilgili formal bir eğitim almadan önce, bu ilişkilerin belli başlı özelliklerini aşırı genelleyerek bir anlayış geliştirdiklerini belirtmiştir. Öğrenciler, doğrusal olmayan ilişkileri doğrusal bir şekilde çözmeye eğilimli olmuşlar ve bu yanlış, onların problem çözme süreçlerini etkileyerek yanlış sonuçlara ulaşmalarına neden olmuştur. Stacey'nin çalışması, öğrencilerin matematiksel ilişkileri anlamada sezgisel ve aşırı genellemeye dayalı yaklaşımını incelemektedir.

Leinhardt vd. (1990), öğrencilerin grafik çizme sürecinde karşılaştıkları kavram yanılgılarını detaylı bir şekilde inceleyerek bu yanılgıları sınıflandırmışlardır. Bu sınıflandırmalar arasında, öğrencilerin grafiklerde doğrusal bir ilişki varsayma eğilimleri önemli bir yer tutmaktadır. Araştırmada, öğrencilerin grafik çizerken doğrusal olmayan ilişkileri bile doğrusal bir modelle temsil etmeye çalıştıkları, bu durumun özellikle grafik okuma ve yorumlama becerilerini olumsuz etkilediği belirtilmiştir. Çalışma, öğrencilerin grafiklerde doğrusallık yanılsamasına düşmesinin, hem matematiksel düşünme süreçlerini hem de problem çözme yetilerini sınırladığına dikkat çekmektedir.

Cramer vd. (1993), öğrencilerin toplamsal ve çarpımsal ilişkileri birbirine karıştırarak doğrusal model kullanma eğiliminde olduklarını göstermiştir. Bu çalışmalar, bireylerin problemi çözmek için öncelikle doğrusal bir model seçtiklerini ve daha karmaşık ilişkilere yönelmekten kaçındıklarını ortaya koymaktadır. Örneğin, "Julie 15 tur tamamladığında Sue kaç tur koşmuş olur?" sorusunda öğrencilerin farkın sabit olduğu durumu göz ardı ederek doğru orantı kurdukları gözlemlenmiştir.

Verschaffel ve De Corte (1997), çalışmasında doğrusal yanılsamanın, öğrencilerin günlük yaşantılarında sıkça karşılaştıkları doğrusal ilişkilerin (örneğin, market alışverişlerinde fiyat-hacim oranları) matematik eğitimine taşınmasından kaynaklandığını belirtmiştir. Bu çalışmalarda, öğrencilerin bu alışkanlıklarını farklı türdeki problemlere yanlış bir şekilde uyguladığı gözlemlenmiştir.

De Bock, Lieven Verschaffel ve Dirk Janssens (1998) tarafından yapılan çalışmada, öğrencilerin doğrusal (orantılı) akıl yürütmeyi geometrik olarak benzer şekillerin alanlarını hesaplamak gibi doğrusal olmayan problemlere sıklıkla nasıl yanlış uyguladıklarını araştırmaktadır. Araştırmacılar, bu yanlış anlamamanın yaygın olduğunu ve düzeltilmesinin zor olduğunu, çünkü öğrencilerin uygun olmadıkları durumlarda bile sıklıkla doğrusal modellere başvurduklarını bulmuşlardır. Çalışmasında farklı şekillerdeki benzer düzlem şekillerin uzunluk ve alanlarını içeren sözel problemler üzerinde çalışan 12-13 ve 15-16 yaş grubundaki öğrenciler incelenmiştir. Çalışma, doğrusal modellerin uygunsuz kullanımına dair gözlemler yapmanın yanı sıra, çizimlerin bu yanılgıyı kırmadaki etkisini de araştırmıştır. Genel olarak, sonuçlar, ortaöğretim öğrencilerinin bu tür ölçme problemlerinde doğrusal model kullanımının yaygın ve baskın olduğuna dair güçlü kanıtlar sunmaktadır.

Van Dooren, De Bock vd. (2002), öğrencilerin doğrusal ilişkileri anlama yetenekleri ile olasılıksal kavramlardaki yanlış anlamaları arasındaki bağlantıları incelemişlerdir. Araştırma, doğrusallık yanılsamasının, öğrencilerin olasılık teorisi üzerindeki etkilerini nasıl şekillendirdiğini ortaya koymayı amaçlanmıştır. Doğrusal yanılsamanın kapsamını

genişleterek, olasılıksal düşünmeyi geliştirmek için eğitimsel uygulamalara katkıda bulunmayı amaçlamıştır. Öğrencilerin matematiksel kavramlarla ilgili yanlış anlamalarını düzeltmek için etkili yöntemler geliştirilmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Van Dooren, De Bock, Depaepe, Janssens, Verschaffel (2003), çalışmada ilk olarak, şans kavramı detaylı bir şekilde incelenmiş ve doğrusal modellerin olasılık bağlamında neden aşırı genelleştirilebileceği konusunda bazı argümanlar sunulmuştur. Ardından, hem yaygın hem de daha az bilinen bir dizi olasılıkçı yanlış anlamının tanımlanıp analiz edilmesiyle, bu yanlış anlamaların ortak bir dikkate değer özellik taşıdığı gösterilmiştir: bunlar, doğrusal ilişkilerin uygunsuz bir şekilde uygulanması olarak yorumlanabilir. 10. ve 12. sınıf öğrencilerinin iki binom olasılık durumunu karşılaştırma yeteneklerini değerlendirmeyi amaçlayan deneysel bir araştırma sunulmuştur. Olasılık konusundaki eğitimden önce, öğrencilerin iki olayı nitel olarak karşılaştırma konusunda iyi bir yetkinliğe sahip oldukları, ancak aynı zamanda bu nitel içgörüyü, problemdeki değişkenler arasındaki ilişkinin doğrusal olduğu varsayımıyla yanlış bir şekilde nicelleştirdikleri görülmüştür. Bu hataların olasılık eğitiminden sonra da devam ettiği tespit edilmiştir. Çalışma, olasılığın öğretimi ve öğreniminde iyileştirme potansiyelini ve daha fazla araştırma için önerileri tartışmaktadır.

Van Dooren, De Bock, Hessels (2004), doğrusal yanılgıyı azaltmada kavramsal değişim odaklı bir öğretim programının etkili olduğunu ve doğrusal olmayan düşünme becerilerini geliştirmede önemli bir katkı sağladığını göstermişlerdir. 8. sınıf öğrencilerinde yaygın olan bu kavram yanılgısını gidermeye yönelik bir öğretim deneyi anlatılmakta ve sonuçları tartışılmaktadır. Bu kavramsal değişimi sağlamak için 10 deneysel ders hazırlanmış ve öğrenme sonuçları, deney-kontrol gruplu ön test-son test ve kalıcılık testi ile değerlendirilmiştir. Kontrol grubundaki öğrencilerin problem çözme yaklaşımlarında bir değişiklik görülmezken, deney grubu öğrencilerinde müdahale başarılı olmuştur; orantısız geometri problemlerine otomatik olarak orantısal stratejiler uygulama eğilimi büyük ölçüde azalmıştır. Ancak bazı öğrenciler hala her tür problemde orantısal düşünmeyi sürdürmüş, bazıları ise orantısal olmayan stratejileri yanlışlıkla orantısal problemlere uygulamaya başlamıştır. Çoğu öğrenci doğrusallık yanılsamasını aşsa da, bu her zaman orantılı ve orantısız durumları derinlemesine anlamaya yol açmamıştır.

Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens, Verschaffel (2004), çeşitli yaş gruplarındaki öğrencilerin matematiğin farklı alanlarında, özellikle geometri ve olasılıkta, orantılılığa aşırı güvenme eğilimleri üzerine yapılan önceki araştırmalara dayanarak, ilkökul öğrencilerinin eksik değerli sözel problemlerle karşılaştıklarında, orantılı çözüm stratejileri kullanma eğiliminde olduklarını ve bu stratejilerin geçerli olmadığı durumlarda bile bu

eğilimi sürdürdüklerini ortaya koymuşlardır. Ayrıca, orantılılığa aşırı güvenmenin gelişimi de incelenmiş ve bu durumun 2. sınıfta ortaya çıkmaya başladığı, ancak 5. sınıfa kadar önemli ölçüde arttığı gözlemlenmiştir.

Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens, Verschaffel (2005), öğrencilerin doğrusal olmayan problemlerde doğrusal ilişki kullanma eğilimlerini de incelemişlerdir. Çalışmada, öğrencilerin hem doğru hem de yanlış örüntüleri analiz ederek doğrusal olmayan problemlerde daha iyi yanıtlar verebilmeleri amaçlanmıştır. Öğrencilerin yaşı ve eğitim deneyimleri arttıkça, orantısal akıl yürütmenin yanlış uygulanmasının gelişimi araştırılmaktadır. Eksik değer yapısına sahip çeşitli orantısal ve orantısal olmayan aritmetik problemlerden oluşan bir kâğıt kalem testi, 2. sınıftan 8. sınıfa kadar 1.062 öğrenciye verilmiştir. Öğrenciler orantısal yöntemlerin açıkça uygulanamayacağı durumlarda bu yöntemleri kullanma eğilimindediler. 2. sınıfta bazı aşırı uygulama hataları yapılmış olmasına rağmen, bu hataların sayısı, öğrencilerin artan orantısal akıl yürütme kapasitesiyle paralel olarak 5. sınıfa kadar önemli ölçüde artmıştır.

Ebersbach ve Wilkening (2007), çocukların doğrusal olmayan süreçlere dair sezgisel anlayışlarının gelişimiyle ilgilenmişlerdir. 7, 9, 11 ve 13 yaşlarındaki çocuklar ile yetişkinlerin doğrusal ve üstel büyümeyi tahmin etme becerileri incelenmiştir. Doğrusal büyüme, tüm yaş gruplarında doğru bir şekilde değerlendirilirken, üstel büyümenin tahminleri yalnızca 13 yaşındaki çocuklar ve yetişkinlerde matematiksel olarak doğru değerlerle uyumlu olmuştur. Ancak, 9 yaşındaki çocuklar üstel büyümenin sonucunu doğrusal büyümeye göre önemli ölçüde daha yüksek olarak değerlendirmiştir ve hatta 7 yaşındaki çocukların önemli bir kısmı bu iki fonksiyon türü arasında böyle bir ayırım yapabilmıştır. Sonuçlar, bu tür fonksiyonlar okulda öğretilmeden çok önce, doğrusal olmayan büyümenin özellikleri hakkında erken dönem sezgisel bir bilginin mevcut olduğunu göstermiştir.

Van Dooren, Janssens, De Bock ve Verschaffel (2008), öğrencilerin doğrusal yöntemleri geçerlilik alanlarının ötesinde kullanma eğilimlerine dair bir genel bakış ve kavramsal bir analiz sunmuşlardır. Öncelikle, doğrusalık kavramı ve bu kavramın özellikleri ile temsillerinin analiziyle başlanmıştır. Bu özelliklerin ve temsillerin çeşitli matematiksel içerik alanlarındaki gerekçesiz uygulamalarının bir özeti ve tartışmasını içermiştir. Böylece benzerlikleri ve farklılıkları açığa çıkarmıştır. Bunun ardından, doğrusallığa aşırı bağımlılığın ortaya çıkışı ve sürdürülmesinde rol oynayan faktörler üzerinde spekülasyon yapılmıştır. Eğitimsel sonuçlar tartışılmış ve ileri araştırmalar için perspektifler önerilmiştir.

Vlahovic-Stetic, Pavlin-Bernardic ve Rajter (2010), yaş, cinsiyet ve çözüm durumu açısından doğrusal olmayan problemler üzerindeki performansta bir fark olup olmadığını ve

çoktan seçmeli cevap formatının öğrencilerin düşünme biçimlerini etkileyip etkilemediğini incelemektir. 15-16 ve 18-19 yaş aralığında toplam 112 öğrenciden, orantılı çözümlerin uygun olduğu problemleri ve bunların uygun olmadığı problemleri çözmeleri istenmiştir. Problemler çoktan seçmeli formatta sunulmuştur. Bir grup öğrenci, sunulan beş cevap arasında yanlış bir doğrusal çözümü içeren doğrusal olmayan problemleri çözerken, diğer grup, sunulan cevaplar arasında doğrusal bir çözüm bulunmayan doğrusal olmayan problemleri çözmüştür. Her iki grup da doğrusal problemleri çözmüştür. Tüm öğrenciler doğrusal problemleri oldukça başarılı bir şekilde çözmüştür. Daha büyük yaş grubundaki öğrencilerin doğrusal olmayan problemler üzerindeki performansı, daha küçük yaş grubundakilere göre daha iyidir ve yaş ile çözüm durumu arasındaki etkileşim de anlamlı bulunmuştur. Cinsiyet açısından bir fark tespit edilmemiştir. Çözüm durumunun etkisi de anlamlıdır. Doğrusal bir çözüm sunulmayan öğrenciler, sunulan doğrusal çözümü olan öğrencilere göre çoktan seçmeli maddelerde daha başarılı olmuştur. Öğrencilerin yanlış cevaplarındaki çözüm yöntemleri ve problemleri çözerken ne kadar çizim kullandıkları da analiz edilmiştir.

Paić-Antunović ve Vlahović-Štetić (2011) lise öğrencilerinin benzer şekilde küçültülmüş veya büyütülmüş şekillerin çevre ve alanla ilgili geometrik problemlerini çözmelerindeki doğrusallık yanılsamasını incelemektedir. Çalışmalarına lise üçüncü sınıf öğrencileri katılmıştır. İki kez 6 doğrusal ve 6 doğrusal olmayan maddeden oluşan bir sınava girdiler. İlk sınavdaki sonuçlar, öğrencilerin doğrusal problemleri çözmede çok başarılı olduklarını, ancak doğrusal olmayan problemleri çözmede belirgin bir şekilde başarısız olduklarını göstermiştir. İkinci sınavı uygulamadan önce öğrencilerin yarısına birinci sınavdaki performansları hakkında geri bildirim verildi ve bazı soruları tekrar çözme fırsatı verildi. İkinci sınavda bu öğrenciler, kontrol grubundaki öğrencilere göre daha fazla doğrusal olmayan problemi doğru çözdüler, ancak buna paralel olarak, yapılan müdahaleye dâhil olmayan öğrencilere kıyasla doğrusal problemlerde daha zayıf sonuçlar elde ettiler.

Ayan (2014), Çalışma üç ana amacı kapsamaktadır. İlk olarak, altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin uzunluk, çevre, alan ve hacim konularında doğrusal ve doğrusal olmayan problem çözme başarı düzeylerinin incelenmesi hedeflenmiştir. İkinci olarak, öğrencilerin bu problemlerde kullandıkları çözüm stratejilerinin tespit edilmesi amaçlanmıştır. Üçüncü amaç ise, öğrencilerin yanlış cevaplarının nedenlerinin araştırılmasıdır. Araştırma verileri, 2012-2013 eğitim yılı bahar döneminde Ankara'nın Yenimahalle ilçesindeki devlet okullarında öğrenim gören 935 altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf öğrencisinden toplanmıştır. Katılımcılara, 10 açık uçlu sorudan oluşan bir başarı testi uygulanmış ve her sınıf

seviyesinden 12 öğrenci ile testteki yanıtlarını açıklamalarına yönelik birebir görüşmeler yapılmıştır.

Barut (2022), derleme çalışmasının amacı, doğrusallık yanılsamasına dair literatürü inceleyerek bu olgunun tanımını, ortaya çıkış süreçlerini, örneklerini ve nedenlerini açıklamak, yanı sıra bu yanılsamayla baş etme yollarına dair öneriler sunarak ulusal yazına katkı sağlamıştır. Doğrusallık yanılsaması üzerine yapılan araştırmalar, bu eğilimin özellikle geometri gibi farklı konu alanlarında ve çeşitli yaş gruplarındaki öğrencilerde yaygın olarak görüldüğünü göstermiştir. Araştırma sonuçları, öğrencilerin bu yanılsamaya yönelik eğilimlerinin oldukça güçlü olduğunu ve bu yanılsamayı aşmanın oldukça zorlayıcı olduğunu ortaya koymuştur. Ayrıca, araştırmacılar bu yanılsammanın başlıca nedeni olarak, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirirken sıkça karşılaştıkları ve tekrar eden bilinmeyen değer problem yapılarına dikkat çekmiştir.

Araştırmalar, öğretmen adaylarının matematiksel kavramlar üzerindeki anlayışlarının, gelecekteki öğrencilerin öğrenme süreçlerini doğrudan etkilediğini göstermektedir. Dolayısıyla, öğretmen adaylarının doğrusallık yanılgıları ile ilgili bilgi seviyelerinin değerlendirilmesi, öğretim yöntemlerinin ve müfredatın geliştirilmesi açısından büyük önem taşımaktadır. Bu bağlamda, bu çalışmanın amacı, öğretmen adaylarının doğrusallık konusundaki alan bilgilerini inceleyerek, yanılgıların kökenlerini ve düzeltme yollarını belirlemektir.

Literatürde, öğretmen adaylarının sahip olduğu matematik bilgisi ile öğrencilerin başarısı arasında doğrudan bir ilişki olduğu vurgulanmaktadır (Shulman, 1986). Bu nedenle, matematik öğretimi ile ilgili uygulamalarda öğretmenlerin, doğrusallık gibi temel kavramları derinlemesine anlamaları gerekmektedir. Araştırmalar, öğretmenlerin bu kavramları açıklama ve öğrencilerdeki yanlış anlamaları düzeltme yeteneklerinin, öğretim süreçlerini olumlu yönde etkilediğini göstermektedir.

Sonuç olarak, matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılgılarıyla ilgili alan bilgilerinin incelenmesi, hem öğretmen eğitimi hem de öğrenci başarısı açısından kritik bir konudur. Bu çalışma, öğretmen adaylarının doğrusallık konusundaki bilgi düzeylerini değerlendirmeyi ve bu bağlamda potansiyel yanılgıların üstesinden gelmek için öneriler sunmayı amaçlamaktadır.

Yukarıda açıklanan alan yazın doğrultusunda yapılan çalışmaların genel özelliklerinden yararlanarak mevcut çalışmanın alan yazınla karşılaştırılması Tablo 1' de sunulmuştur.

Tablo 1: Bölümler Bazında Alan Yazınla Mevcut Çalışmanın Karşılaştırılması

Bölüm	Alan Yazın	Mevcut Çalışma
Yöntem	Alan yazında yapılan çalışmalarda nitel ve nicel yöntemler kullanılarak genellikle karma araştırma yöntemi kullanılmıştır.	Bu çalışmada sadece nitel yöntem kullanılmıştır.
Örneklem	Alanyazında çalışmaların daha çok sadece öğrencilerle yürütülmüştür.	Bu çalışma örneklem bakımından da diğer çalışmalardan ayrılmaktadır. Çalışmanın katılımcıları sadece öğretmen adaylarıdır. Öğretmen adaylarıyla bu konuda çalışma yapmak, gelecekteki öğretmenlerin daha iyi bir matematik eğitimi verebilmeleri için oldukça önemlidir.
Konu Seçimi	Alan yazındaki araştırma konuları incelendiğinde genellikle sadece bir alana yoğunlaştığı belirlenmiştir.	Bu çalışma fonksiyon ve orantı alanlarını içinde barındırması bakımından diğer çalışmalardan ayrılmaktadır. Çalışmada geometri ve olasılık alanlarından sorular da kullanılmıştır.

İKİNCİ BÖLÜM

2. YÖNTEM

Çalışmanın bu bölümünde araştırma modeli, çalışma grubu, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve süreç ve veri analizi hakkında bilgi verilecektir.

2.1. ARAŞTIRMA MODELİ

Bu araştırmada nitel araştırma desenlerinden fenomenoloji (olgubilim) modeli kullanılmıştır. Fenomenoloji bir grubun bir kavram veya olayla ilgili deneyimlerinin ortak adıdır (Creswell, 2013). Bu yaklaşımın temel amacı, fenomenin ya da gerçeğin bir yönünü deneyimleme, anlama veya kavramsallaştırmaktır (Çepni, 2010). Bu araştırmada matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılsamalarının detaylı incelenmesi amaçlandığından bu model kullanılmıştır. Bu çalışmadaki fenomen, doğrusallık yanılsaması olarak belirlenmiş ve bu yanılsamaya sahip olan matematik öğretmeni adaylarının düşünceleri incelenmiştir.

2.2. ÇALIŞMA GRUBU

Bu araştırmaya 2023-2024 akademik yılında Türkiye'nin kuzeydoğusundaki bir ilde öğrenim gören ilköğretim matematik öğretmeni adayları katılmıştır. Çalışmaya doğrusallık yanılsamasına sahip olduğu belirlenen 10 matematik öğretmeni adayı katılmıştır. Çalışmanın katılımcıları ölçüt örnekleme yöntemiyle seçilmiştir. Ölçüt örnekleme yöntemi önceden belirlenmiş bir dizi ölçütü karşılayan tüm durumların incelenmesidir; ölçütler araştırmacı tarafından oluşturulabileceği gibi, daha önce hazırlanmış ölçütler listesi de kullanılabilir (Marshall ve Rossman, 2014). Bu yönteme uygun olarak öncelikle 41 matematik öğretmeni adayına (14'ü erkek, 27'si kadın) doğrusallık yanılsaması ile ilgili tarama testi uygulanmıştır. Tarama testi sonucunda doğrusallık yanılsaması olduğu belirlenen 10 matematik öğretmeni adayı (üçü erkek, yedisi kadın) belirlenmiş ve bu öğretmen adaylarıyla araştırma yürütülmüştür. Çalışmaya katılan matematik öğretmeni adayları, matematik öğretmenliği son sınıfında öğrenim görmektedir. Katılımcıların tümü çalışmaya gönüllü olarak katılmıştır ve tamamı Türk'tür.

2.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Çalışmada veri toplama aracı olarak yanılsama testi ve sesli düşünme protokolü kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan veri toplama araçları aşağıda açıklanmıştır.

2.3.1. Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi

Doğrusallık yanılsaması olan matematik öğretmeni adaylarını belirlemek amacıyla doğrusallık yanılsaması tarama testi kullanılmıştır. Araştırmacı tarafından geometri, olasılık, fonksiyon ve orantı konularında doğrusallık yanılsamasına yönelik 12 soru hazırlanmıştır. Hazırlanan 12 soru danışman öğretim üyesine sunulmuş ve danışman öğretim üyesinin görüşleri doğrultusunda sorulardan üç tanesi amaçla örtüşmediği için çıkarılmıştır. Sorulardan birinde ise sorunun güçlüğü artırarak düzenleme yapılmıştır. Ardından 9 sorudan oluşan yanılsama testi tekrar danışman öğretim üyesine sunulmuştur. İki soru ile ilgili düzenleme yapılmış bir soru içinde amaca uygun olmadığı için değiştirilmesi söylenmiştir. Gerekli değişiklikler yapıldıktan sonra form beş uzmanın (matematik eğitimi alanında bir profesör, dört doçent) görüşüne sunulmuştur. Uzmanlardan alınan görüşler doğrultusunda soruların uygun olduğu belirlenmiştir. Ardından form pilot olarak 13 matematik öğretmenine sunuldu ve soruları çözmeleri istendi. Öğretmenlerin çözümleri sesli yapmaları ve sorularda anlaşılır olmayan hususları söylemeleri istendi. Öğretmenlerin soruları anlaşılır bulduğu belirlenmiştir.

Matematik öğretmen adaylarının doğrusallık yanılsamasını incelerken, bir olayın gerçekleşme olasılığını değerlendirme yeteneği olarak tanımlanan olasılıksal akıl yürütme (Fast, 1999) alanına odaklanılmıştır. Bu alan, birçok kavram yanılgısını içinde barındırmaktadır (Van Dooren vd., 2008). Hawkins ve Kapadia (1984), olasılık tarihinde yanılsama yapan matematikçilerin sayısının azımsanamayacak düzeyde olduğunu vurgulamıştır. Bu nedenle, araştırmada doğrusallık yanılsamasını anlamak amacıyla olasılık konusuna yönelik sorular tasarlanmıştır.

Matematik öğretmen adaylarında doğrusallık yanılsamasının sıkça karşılaşıldığı bir diğer alan fonksiyonlar konusudur. Fonksiyonlar, matematiğin temel yapı taşlarından biri olup, öğrenciler arasında da en fazla yanılsamanın görüldüğü konular arasında yer almaktadır. (Stacey, 1989). Öğretmenlerin bu yanılsamaya sahip olup olmadığını belirlemek ve öğrencilerdeki yanılsamaları düzeltmek için öğretmen adaylarının fonksiyonlar konusundaki yanılsamalarını incelemeye yönelik sorular hazırlanmıştır.

Çalışmada kullanılan sorular, soruların ilişkili olduğu konular ve sorulma gerekçeleri Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2: Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testinde Kullanılan Sorular, Soruların Konuları ve Sorulma Gerekçeleri

Sorular	Konuları	Sorulma Gerekçeleri
1. Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?	Oran – orantı ve orantısal akıl yürütme	Bu soru toplamsal akıl yürütme gerektirmektedir. Alanyazında öğrencilerin ve öğretmenlerin toplamsal akıl yürütme gerektiren durumları çarpımsal olarak düşündükleri ifade edilmiştir. Öğretmenlerin çarpımsal ilişkileri toplamsal olarak düşünebileceği göz önüne alınarak bu soru sorulmuştur.
2. 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?	Oran – orantı ve orantısal akıl yürütme	Bu soru günlük yaşamda akıl yürütme sorusu olarak sıklıkla kullanılmaktadır. Buna rağmen bu soruda tekerleme gibi olması nedeniyle çok fazla hata yapılmaktadır. Bu nedenle bu soru seçilmiştir.
3. Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.	Geometri	Matematik öğretmeni adaylarının hacim konusunda yaptıkları birçok hata alanyazında ifade edilmiştir. Bu nedenle bu çalışmada özellikle yarıçap ile hacim arasındaki bağlantıyı ortaya koyması bakımından bu soru seçilmiştir.
4. Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?	Geometri	Matematik öğretmeni adaylarının alan konusunda yaptıkları birçok hata alanyazında ifade edilmiştir. Bu nedenle bu çalışmada özellikle kenar uzunluğu ile alan arasındaki bağlantıyı ortaya koyması bakımından bu soru seçilmiştir.

5. Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?	Olasılık	Yapılan araştırmalar öğretmen adaylarının tekrar eden durumlarda olasılık değerinin değiştiğini düşündüklerini göstermiştir. Bazı araştırmalarda öğretmen adaylarının ayırık olayı anlamlandıramadığını göstermiştir. Bu nedenle iki ayrı olayın olma olasılığına yönelik doğrusallık yanılması için bu soru tercih edilmiştir.
6. 3 bozuk parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız.($<$, $>$, $=$)	Olasılık	Yapılan araştırmalar öğretmen adaylarının deneysel olasılık kavramlarında oransal gibi görünen sayılar arasındaki ilişkilerin doğrusal olarak ilerlediğini göstermektedir. Bunu tespit edebilmek için orantı içeren sayılar verilip olasılık değerlerini karşılaştırmaları istenmiştir.
7. Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.	Fonksiyon	Yapılan araştırmalar öğretmen adaylarının eğitim kavramını yanlış anlama veya tablo-grafik arasındaki ilişkiyi kuramadıkları tespit edilir. Bu nedenle tablo-grafik ilişkisi için bu soru tercih edilmiştir.
8. 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı, 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?	Fonksiyon	Yapılan araştırmalarda öğretmen adaylarının ve öğrencilerin zihinlerinde farklı canlandırmalarından (imgelemeden) kaynaklı olarak doğrusal fonksiyonları farklı yapılandırdıkları belirlenmiştir. Bunu belirleyebilmek amacıyla bu soru sorulmuştur.
9. Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?	Fonksiyon	Mevcut alanyazın öğretmen adaylarının üstel fonksiyonlardaki değişimleri doğrusal olarak algıladıklarını göstermektedir. Öğretmen adaylarının üstel fonksiyonlardaki değişimi anlamalarını değerlendirmek için bu soru tercih edilmiştir.

2.3.2. Sesli Düşünme Protokolü

Matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılsamasını belirlemek amacıyla sesli düşünme protokolü kullanılmıştır. Sesli düşünme protokolü bilişsel süreçlerin incelenmesi ve anlaşılması için yararlı görülmektedir. Sesli düşünme protokolü, bilişsel süreçleri oluşum zamanlarıyla eş zamanlı olarak değerlendirme imkânı sunduğundan bireylerin gerçek düşüncelerinin içeriğini incelemeye uygundur. Sesli düşünme protokolünde katılımcılara bir görev verilerek görevi gerçekleştirirken düşüncelerini sözlü olarak ifade etmelerini sağlar (Davison, Vogel, & Coffman, 1997). Bu çalışmada matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılsamalarının belirlenmesi amaçlandığından sesli düşünme protokolü kullanılmıştır.

Bu çalışmada doğrusallık yanılsaması teşhis testi uygulandıktan sonra katılımcıların teste verdikleri cevapların derinlemesine incelenmesi, kullandıkları çözüm stratejileri ve yanlış cevapların nedenleri incelenmiştir. Geometri ve olasılık alanlarında yanılsama yapmadıkları tespit edilen öğretmen adayları, sesli düşünme protokolüne dahil edilmedi. Bunun için katılımcılara doğrusallık yanılsaması teşhis testinde doğrusallık yanılsaması yaptıkları sorular verilerek tekrar sesli düşünerek çözmeleri istenmiştir. Bu süreçte katılımcılara “Bu sonuca nasıl ulaştın?”, “Neden böyle düşündün?”, “Bu soruyu nasıl yaptın?” gibi sorular sorulmuştur.

2.4. ARAŞTIRMA SÜRECİ

Çalışma sürecinde ilk olarak etik izin ve araştırma izni alınmıştır. Ardından katılımcılar ile bireysel görüşmeler yaparak araştırmanın amacı anlatılmıştır. İlköğretim Matematik Öğretmenliği son sınıfında öğrenim gören 52 matematik öğretmeni adayı ile görüşülmüştür. Öğretmen adaylarından 11’i çalışmaya katılmaya istekli olmadığını ifade etmiştir. Bu nedenle çalışma örnekleminden çıkarılmıştır. Geri kalan matematik öğretmeni adaylarından gönüllü olur formunu doldurmaları istenmiş ve örnekleme dahil edilmiştir. Ardından katılımcılara doğrusallık yanılsaması tarama testi uygulanmıştır. Bu testin uygulanmasında öğrenciler 20-50 dakika arasında süre kullanmıştır. Öğretmen adaylarına formu doldurma sürecinde süre sınırı konulmamış tüm öğrenciler formu dolduruncaya kadar beklenmiştir. Tarama testi uygulandıktan bir gün sonra doğrusallık yanılsaması yapan matematik öğretmeni adayları ile sesli düşünme protokolü gerçekleştirildi. Sesli düşünme protokolünün uygulanması ortalama 20 dk sürmüştür.

2.5. VERİ ANALİZİ

Çalışmada sesli düşünme protokolünde toplanan verilerin analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Bunun için ilk olarak sesli düşünme protokolünün ses kayıtları araştırmacı tarafından transkript edilmiştir. Ardından katılımcıların ifadelerinde kodlamalar yapılmıştır. Kodlamaların yapılmasında öğrencilerin doğrusallık yanılsamaları dikkate alınmıştır. Tablo 3’de kodlar ve açıklamalarından örnekler sunulmuştur.

Tablo 3: Doğrusallık Yanılsaması İçin Kullanılan Kodlar ve Katılımcıların Sözlü İfadelerinden Açıklamalar

Kodlar	Kodların tanımları
Fonksiyonlar ile ilgili yanılsama – Grafiğin başlangıç noktasını orijin olarak düşünme	• Doğrusal grafiklerin başlangıç noktası orijin olmasa da başlangıç noktasını orijin olarak belirler.
Fonksiyonlar ile ilgili yanılsama – Grafikte ölçeklendirme ile ilgili yanılsamalar	• Grafik çizerken boy ve yığın aynı oranda arttığını düşünür
Fonksiyonlar ile ilgili yanılsama – Grafiğin doğrusal ilerlediğini düşünme	• Grafiğin değişiminin doğrusal olarak ilerlediğini vurgular.
Fonksiyonlar ile ilgili yanılsama – Grafik türünü belirleyememe	• Değişimi gösterirken kırık çizgi grafiği kullanması gerekirken farklı grafik türlerini kullanır.
Fonksiyonlar ile ilgili yanılsama – Genel terimini oluşturamama	• Doğrusal ilişkiyi kuramadığı için genel terimi oluşturamaz.
Fonksiyonlar ile ilgili yanılsama – İmgelemeden kaynaklı yanılsamalar	• Doğru imgeleme yapamadığı için doğrusal olmayan durumları doğrusal gibi düşünür.
Fonksiyonlar ile ilgili yanılsama – Üstel olan fonksiyonları doğrusal düşünme	• Üstel ve logaritmik fonksiyonlar arasında ilişki kurulamadı; üstel durumlar, içinde kat anlamı barındırdığı varsayılarak doğrusal bir bakış açısıyla değerlendirildi.

Fonksiyonlar ile ilgili yanılsama –	• Logaritmik fonksiyonu da doğrusal bir artış veya azalış gösteren bir fonksiyon olarak düşünme eğilimi. Bu durum, başlangıç noktasını doğru belirlemelerine engel olmuştur.
Fonksiyonun başlangıç noktasını belirleyememe	
Orantısal durum ile ilgili yanılsama –	• Orantısal yöntemlere güçlü bir eğilim duyduklarından, çözümü orantısal olmayan, toplamsal akıl yürütme gerektiren durumlarda dahi orantısal yaklaşımları tercih etmişlerdir.
Toplamsal ile çarpımsal ilişkiyi karıştırma	

Tablo 3'deki kodlar ve açıklamaları hazırlanıp bu çerçeveye göre kodlamalar yapıldıktan sonra tablo ve kodlamalar danışman öğretim üyesine sunulmuştur. Danışman öğretim üyesi kodlamaların uygunluğunu Tablo 1'e göre değerlendirmiştir. Yapılan değerlendirme sonucunda kodlamalar arası uyum Miles ve Huberman'ın (1994) kodlayıcılar arası uyum formülü kullanılarak hesaplanmış ve .82 olarak uyum bulunmuştur. Danışman öğretim üyesinin uygun olmadığını belirttiği tüm kodlar çıkarılmıştır. Kalan kodlar ortak özelliklerine göre bir araya getirilerek kategoriler oluşturulmuştur. Kod ve kategorilerin uygunluğu da danışman öğretim üyesine sunularak kontrol edilmiştir. Tüm kod – kategori ilişkilerinin uygun olduğu belirlenmiştir.

2.6. GEÇERLİK VE GÜVENİRLİK

Araştırmanın geçerliğini sağlamak için araştırmanın tüm süreci danışman öğretim üyesinin kontrolünde yürütülmüştür. Danışman öğretim üyesi doğrusallık yanılsaması tarama testinin uygulanma sürecine eşlik etmiş ve sesli düşünme protokolünün uygulanmasında bir katılımcı ile yapılan prokole eşlik etmiştir. Bununla beraber kodlama ve kategori oluşturma sürecine de aktif katılım sağlamıştır.

Çalışmanın güvenilirliğini sağlamak için katılımcı ifadelerinden doğrudan alıntılar sunulmuştur. Ayrıca katılımcıların yaptıkları çözümlerin ekran görüntüleri konulmuştur.

2.7. ARAŞTIRMACININ ROLÜ

Çalışmada araştırmacı katılımcı gözlemci rolündedir. Sesli düşünme protokolünün uygulanmasında katılımcılardan gelen cevaplara göre katılımcılara sorular yöneltilmiştir. Ancak bu sorular sadece düşünme sürecini detaylı ortaya çıkarmak amacıyla yapılmış olup katılımcılara herhangi bir yönlendirmede bulunulmamıştır.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

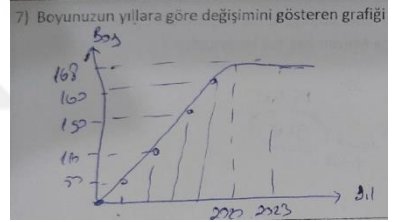
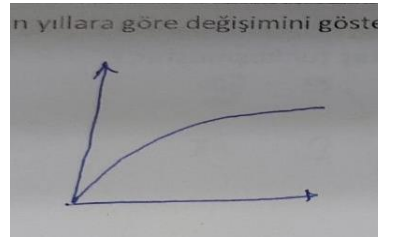
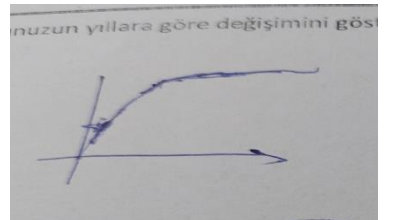
3. BULGULAR

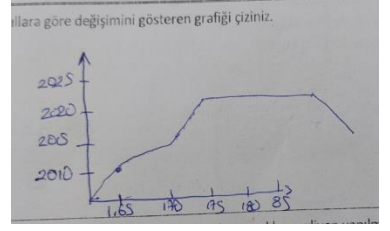
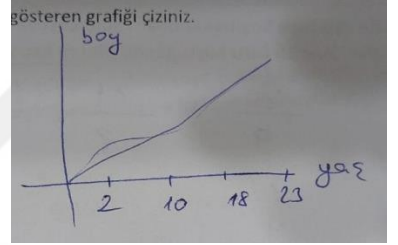
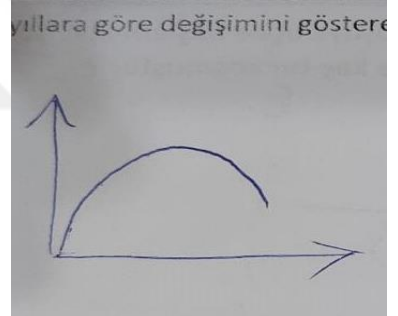
3.1. MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ FONKSİYON DOĞRUSALLIK YANILSAMALARI

3.1.1. Grafiğin Başlangıç Noktasını Orjin Olarak Düşünme

Sesli düşünme protokolündeki görevde sorulan “Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.” sorusunda katılımcı matematik öğretmeni adaylarının bazılarının doğduklarında boylarını sıfır olarak düşündükleri, bu nedenle grafiği orijinden başlattıkları belirlenmiştir. Tablo 4’te grafiğin başlangıç noktasını orjin olarak düşünen öğretmen adaylarının ifadeleri ve çözümlerinin görseli sunulmuştur.

Tablo 4: Grafiğin Başlangıç Noktasını Orjin Olarak Düşünen Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları

Öğretmen Adayı	İfadesi	Çözümü
Ö ₁	Boyumuzun yıllara göre değişimini gösteren grafik. Bura da grafik çizdim yatay çizgiye yılları yazdım dikey çizgiye boy uzunluklarını yazdım. Grafiği sıfırdan başlattım. Çünkü başlangıç noktası sıfır olmaktadır.	
Ö ₂	Boyum belli bir yere kadar artıp sonra azaldığını düşündüm o yüzden bu şekilde çizdim. Grafiği orjin noktasından başlattım. Çünkü doğduğumuz da herhangi bir boya sahip olmayız. Yaş ilerledikçe boyumuz artar.	
Ö ₃	Doğduğumuz zaman hızlı büyüyörüz ergenlikten sonra duruyor. Yeni doğduğumuzda boyumuz orjinde olur.	

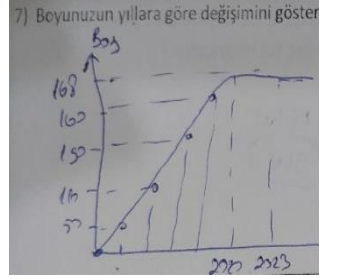
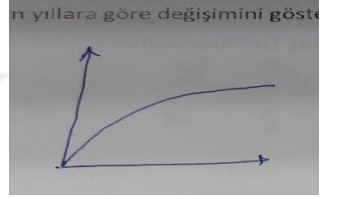
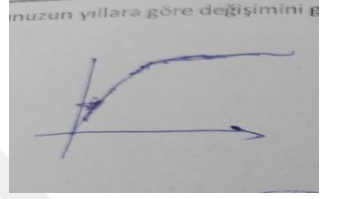
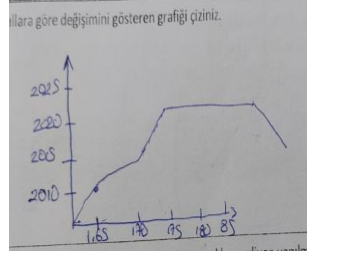
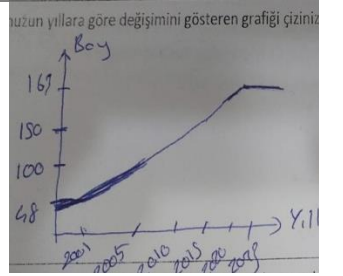
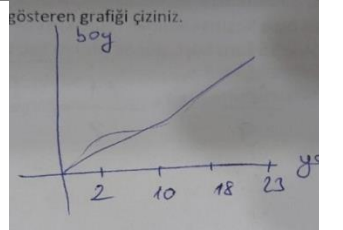
Ö ₄	Başlangıç noktasından sürekli artarak devam eder. Doğduğumuz zaman boyumuz orjinde olmaktadır.	
Ö ₉	2001 doğumluyum 2001'i sıfır olarak kabul ettim. Başlangıç sıfırdan başlar.	
Ö ₆	Orjinden başlatarak doğrusal bir grafik çizdim. Çünkü doğum her şeyin başlangıcıdır.	
Ö ₇	Zigottan alarak başlangıç noktasını orjin olarak kabul ettim.	

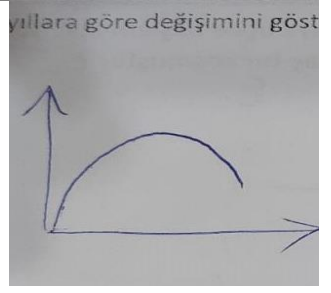
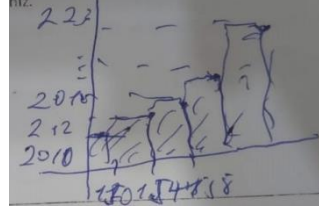
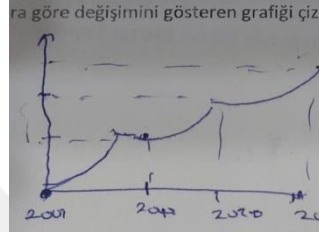
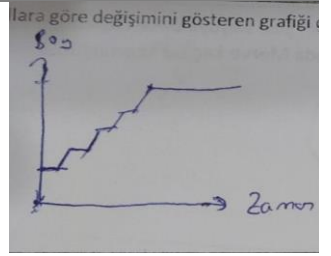
Tablo 4 incelendiğinde öğretmen adaylarının grafiği orijinden başlatmalarının nedeninin doğduklarında boylarını sıfır olarak düşünmeleri olduğunu göstermektedir.

3.1.2. Grafikte Ölçeklendirme İle İlgili Yanılsamalar

Sesli düşünme protokolündeki görevde sorulan “Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.” Sorusunda matematik öğretmeni adaylarının bazılarının grafikteki değerler arasındaki mesafeleri orantısız çizdiği bazılarının ise grafik çiziminde eksenlere hiç değer yazmadığı belirlenmiştir. Bu nedenle boy uzunluğundaki değişimler grafikte doğrusal olarak gösterilmiştir. Tablo 5’de grafikte ölçeklendirme ile ilgili yanılsama yapan öğretmen adaylarının ifadeleri ve çözümlerinin görseli sunulmuştur.

Tablo 5: Grafikte Ölçeklendirme İle İlgili Yanılsamalara Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları

Öğretmen Adayı	İfadesi	Çözümü
Ö ₁	Boyumuzun yıllara göre değişimini gösteren grafik burada grafik çizdim yatay çizgiye yılları yazdım dikey çizgiye boy uzunluklarını yazdım. Şu anki boyum 168 160 kafama göre değerler verdim 2023'te 168'deyim 3 senedir falan boyum uzamıyor. Boyumu 5 cm yıllarında 3 sene şeklinde devam ettirdim.	
Ö ₂	Boyum belli bir yere kadar artıp sonra azaldığını düşündüm o yüzden bu şekilde çizdim. Belli bir yaştan sonra boyumuz sabit kalır.	
Ö ₃	Doğduğumuz zaman hızlı büyüyörüz ergenlikten sonra duruyor. Boyumuzun yıllara göre değişimi aynı oranda devam etmektedir.	
Ö ₄	Tek tek yılları yazmak yerine yılları 5'er yıl aralıklarla yazdım. Boylarıda yuvarlayarak yazdım. Başlangıç noktasından sürekli artarak devam eder. Belirli bir süre sonra boyumuz azalmaya başlar. 165, 170 şeklinde boyumu yine aynı oranla 2010, 2015 şeklinde 5'er yılda yılları arttırarak oran kurdum.	
Ö ₅	2001 doğumluyum kaç santimetre doğduğumu bilmiyordum onu kafama göre yazdım 48 olarak grafiği rastgele yıllar olarak ilerlettim bir tarafına yılları diğer tarafına boy kısmını yazdım doğduğumda bir boyum olduğu için biraz yukarıdan başladım ve sürekli arttırarak devam ettim	
Ö ₆	Bir tarafa yaş bir tarafa boy dedim. Yaşları kendi kafama göre verdim. Oranlayarak artış olduğunu gösterdim.	

Ö ₇	Biyolojik olarak belirli bir yaşa kadar büyüdüğümüz için büyümemiz sürekli hızlı bir şekilde artarken bir yerde durup ardından azalmaya başlayabilir.	
Ö ₈	Geçen sene istatistik dersinde gördüm ve yılları rastgele yazdım 12 yaştan başlattım. 2010,2012,2014... 2023'e kadar diğer tarafa yaşlarımı yazdım 2'şer arttırdım.11 yaşında iken 150cm idim her iki senede 4cm uzamış oldum. Sürekli arttım. Sonra grafiği artan bir şekilde çizdim. Noktaları belirledikten sonra artan bir şekilde ilerledim.	
Ö ₉	2001 doğumluyum 2001'i sıfır olarak kabul ettim. 2010,2020,2023 de son olduğu için onu yazdım ilk 10 yılın gelişimi fazla olduğu için daha artan bir grafik çizdim. 2020 den sonra çok uzama yok yine artan bir grafik ama ilk 10 yıla göre hızlı artan bir grafik değil.	
Ö ₁₀	Bir tarafa boy bir tarafa zaman dedim ilk doğduğumuzda boyumuz sıfır dedim ama şuan düşündüğüm var boyumuz var sonra sabit ve zamanla artıyor ama sürekli artmıyor her gün uzamıyoruz o yüzden dedimki duruyor. Belli bir yaşa geldikten sonra sabit devam ediyor.	

Tablo 5 incelendiğinde öğretmen adaylarının grafikte ölçeklendirme hatası nedenleri bazılarının grafik bilgisinin eksikliğinden kaynaklı bazı öğretmen adaylarının ise grafikte boy ile yıl arasında bir oran olduğunu düşünerek çizimlerinden kaynaklıdır.

3.1.3. Grafiğin Doğrusal İlerlediğini Düşünme

Sesli düşünme protokolündeki görevde sorulan “Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.” Sorusunda matematik öğretmeni adaylarının bazılarının grafiğin doğrusal olarak arttığını düşünmektedir. Bu bağlamda, matematik öğretmeni adaylarının

boyumuzun yıllara göre artışını grafikte ifade ederken doğrusallığa eğilimi olduğu belirlenmiştir. Bu nedenle grafiğin doğrusal ilerlediği gösterilmiştir.

Tablo 6: Grafiğin Doğrusal İlerlediğini Düşünen Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları

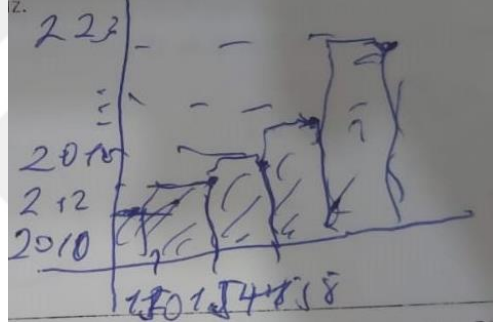
Öğretmen Adayı	İfadesi	Çözümü
Ö ₁	Doğrusal bir şekilde devam ettirdim doğrusal bir şekilde ilerletip sabite getirdim. Bir süre sonra azaldığını göreceğiz. Yaşlandıkça boyumuz kısalıyormuş	
Ö ₂	Doğrusal bir şekilde boyum arttı daha sonra sabit kaldı. Grafik bundan sonra sabit kalır ilerleyen zamanlarda azalabilir.	
Ö ₃	Doğduğumuz zaman grafik doğrusal bir şekilde artış gösterir ardından ergenlikten sonra büyümemiz duruyor. Grafikte ilerleyen zamanlarda herhangi bir değişiklik olmaz her zaman sabit ilerler.	
Ö ₅	Boyumu sürekli arttırarak devam ettim çizerken en baştan beri artış yaptım. 2021 yılından sonra 163 santimetreye gelip sabit kaldım. Yaşlanınca boyumuz azalır ve ilerleyen zamanlardq grafik aşağıya doğru azalış göstermekte olacaktır.	
Ö ₆	Boyumuz yaşıımız ilerledikçe sürekli artış göstermektedir. Bu artış doğrusal bir şekilde olacaktır. Ve sürekli boyumuz artarak devam edecektir.	

Tablo 6 incelendiğinde öğretmen adaylarının grafiği doğrusal bir şekilde yorumlamalarının sebebi, yıllar ilerledikçe boyun da aynı oranda artacağı varsayımına dayanmaktadır. Bu durum, boy artışını doğrudan doğrusal bir ilişki olarak algıladıklarını göstermektedir.

3.1.4. Grafik Türünü Belirleyememe

Sesli düşünme protokolündeki görevde sorulan “Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.” Sorusunda matematik öğretmeni adaylarının bazılarının grafiğin tipini belirleyemediğini görülmüştür. Matematiksel olarak düşünüldüğünde boyumuzun yıllara göre değişimi gösteren grafik sütun grafiği oluşturmamaktadır. Bu bağlamda boyumuzun yıllara göre artışının sütun grafiği olarak düşünüldüğünü göstermiştir. Tablo 7’de grafik türünü belirleyemeyen öğretmen adayının ifadeleri ve çözümlerinin görseli sunulmuştur.

Tablo 7: Grafik Türünü Belirleyememeye Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları

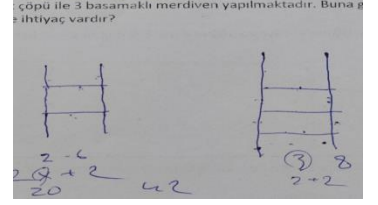
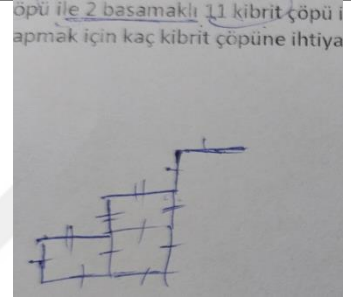
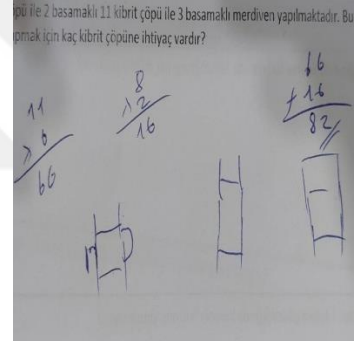
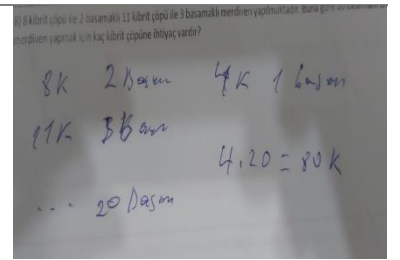
Öğretmen Adayı	İfadesi	Çözümü
Ö ₈	Sürekli arttım. Sonra grafiği artan bir şekilde çizdim. Noktaları belirledikten sonra artan bir şekilde ilerledim. Bebek iken boyum 60 cm olsa, ordan başlatıp ilerlettim. Gittikçe azalıyor ondan dolayı. Sütun grafiği ile gösterdim.	

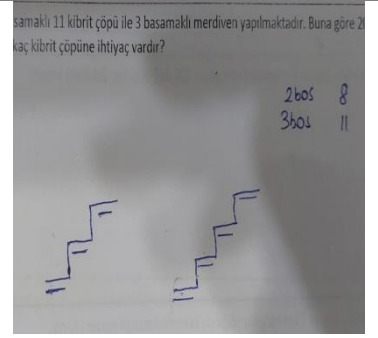
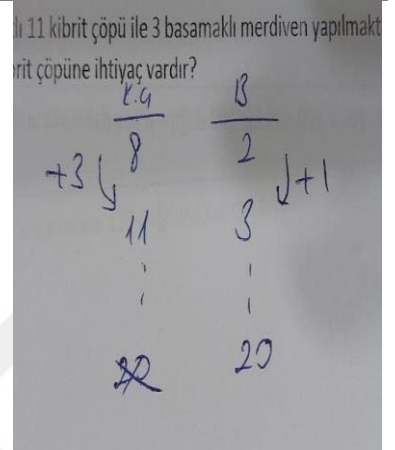
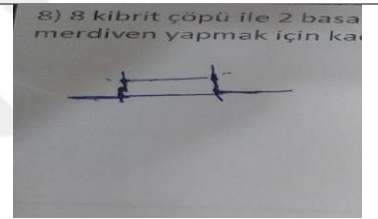
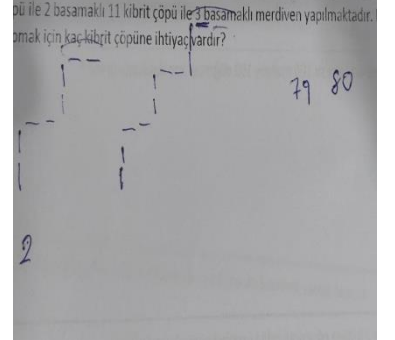
Tablo 7 incelendiğinde sütun grafiği, genellikle kesikli ve kategorik değişkenlerin görselleştirilmesinde tercih edilen bir grafik türüdür. Öğretmen adayının bu grafik türünü seçememesi, boy ve yıl değişkenlerini sürekli değişken olarak değerlendirmedikini göstermektedir.

3.1.5. Genel Terimini Oluşturamama

Sesli düşünme protokolündeki görevde sorulan “8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?” Sorusunda matematik öğretmeni adaylarının bazıları oluşturmaları gereken fonksiyonu oluşturamamışlardır. Matematiksel olarak düşünüldüğünde kibrit çöpü sayısı = 3 x basamak sayısı + 2 şeklindeki fonksiyon ilişkisini belirlemeleri gerekmektedir. Kibrit çöpü sayısı ve basamak sayısı arasında doğrusal bir ilişki kurarak gösterilmiştir. Tablo 8’de genel terimi oluşturamayan öğretmen adaylarının ifadeleri ve çözümlerinin görseli sunulmuştur.

Tablo 8: Genel Terimini Oluşturamamaya Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları

Öğretmen Adayı	İfadesi	Çözümü
Ö ₄	Kibrit çöpleri ile basamak sayısı arasında alaka kuramadım. Bir örüntü bulacağım sanırım. Kısaca örüntüyü bulup x yerine 20 koyacağız. 2 ile çarpıp 2 ekleceğiz. $2x+2$ olursa x yerine 20 koyarsak cevabımız 42 olur.	
Ö ₃	8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı 20 kibrit çöpünü soruyor burada doğru orantı yok. Örneğin 8 de 16 olduğunda olsaydı orantı kurabilirdim. Merdiveni çizip oluşturmaya çalıştım ama aralarında doğru bir orantı kuramadım.	
Ö ₇	Öncelikle tek ve çift sayıların toplamı çift sayıyı bulmak lazım 15'le 2 nin toplamı 17 tek ile çiftin toplamı tek olur. En yakın çift sayıyı bulmasının isterdim. 8 kibrit çöpü ile 2 basamak yapılıyor. En yakın çift sayıya yuvarlarım. 3'ü ne ile çarparsak 20 ye yakın en yakın çift sayıyı bulayım oda 18 olur. 18'i 6 ile çarparsak 66 geriye 2 basamak kalıyor 8 çarpı 2 16 66+16=82 olarak düşünürdüm.	
Ö ₈	8 kibrit çöpüne 2 basamak ise 11 kibrit çöpüne 3 basamak. 20 basamak için şöyle düşündüm. Bir basamak 4 kibrit o yüzden $20:4=5$ doğru orantı kullanarak 1 de 4 ise 20 de 80 dir dedim.	

Ö ₂	2 basamaklı çizdim ve 5 tane kibrit çöpü olacak şekilde yaptım. Sonra üç basamaklıyıda sayarak 11 kibrit çöpü ile yaptım. Önce orantı denedim 2 basamak için 8 tane dedim 3 basamak için 11 tane dedim ve arasındaki ilişkiye bakınca pek bir şey bulamadım ondan dolayı deneme yanılma yoluyla yaptım.	
Ö ₆	Genel bir mantıkla çözdüm. 8 kibrit çöpüyle 2 basamak oluşuyorsa 11 kibrit çöpü ile 3 basamak oluşuyorsa burada da doğrusal aradım 3 kibrit çöpü artınca bir basamak elde etmişim. Buradan yola çıkarak basamak 20 ye geldiğinde kibrit çöpüne x dedim. Sonra aklıma fonksiyon kullanıyoruz dedim buradan bir doğrusal fonksiyon bulabilir miyiz düşündüm ve fonksiyonu kuramadım.	
Ö ₉	2 basamaklı merdiven çizemedim. 6 kibrit çöpü ile oluşturabiliyorum merdiveni.	
Ö ₁₀	1. Adımda 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı yaptık ama 7 kibrit çöpü ilede yapabildik bunu, hem 2 tane kullanabildik hem bir tane eksikte kullanabiliriz. 4 katı 80 de olabailir yada iksiini de doldurmayız 79 da olabilir. Orantı kullanarak 20'nin 4 katı olarak yaptım.	

Tablo 8 incelendiğinde basamak sayısı ile kibrit çöpü sayısı arasında doğrusal bir ilişki olduğunu varsayarak doğrusallık yanılışmasına sahip öğretmen adaylarının, bu yanılışmalarının temelinde alan bilgisi eksiklikleri ve fonksiyonlar arasındaki ilişkilerin belirli özelliklerini aşırı genelleme yaptıklarını göstermektedir.

3.1.6. İmgelemeden Kaynaklı Yanılsamalar

Sesli düşünme protokolündeki görevde sorulan “8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?” Sorusunda matematik öğretmeni adaylarının bazıları merdivenin şeklini zihinlerinde canlandıramamışlardır. Tablo 9’da imgelemeden kaynaklı yanılsamalara sahip düşünen öğretmen adaylarının ifadeleri ve çözümlerinin görseli sunulmuştur.

Tablo 9: İmgelemeden Kaynaklı Olarak Doğrusallık Yanılsaması Yapan Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları

Öğretmen Adayı	İfadesi	Çözümü
Ö ₃	Merdiveni basamaklı şekilde çizip oluşturmaya çalıştım ama aralarında doğru bir orantı oluşturamadım. Sırayla yerleştirince 2 basamaklı için 10 kibrit çöpü ile oluşturuluyur.	
Ö ₂	Önce orantı denedim olmadı basamaklı merdiveni çizerek uste çıkan yerlere iki kibrit çöpü tabanlara bir tane koydum sonra basamakların altaltırında ekledim olmadı deneme yanılma yoluyla yaptım.	
Ö ₁₀	8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı ise 20 basamaklı içinde 4 katı 80 olabilir. İki tabana ikide üstüne dik olarak kibritleri yerleştirip basamaklı merdiveni çizdim.	

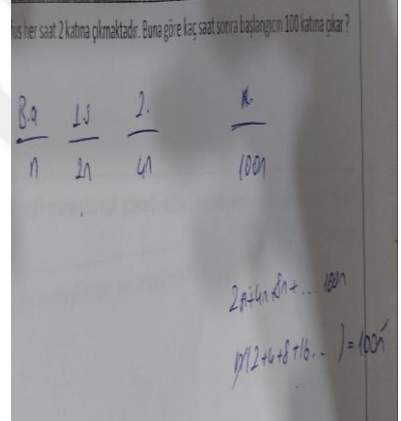
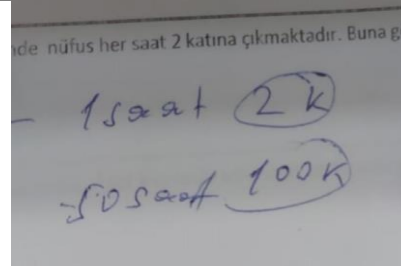
Tablo 9 incelendiğinde basamak sayısı ile kibrit çöpü sayısı arasında doğrusal bir ilişki olduğunu düşünen öğretmen adaylarının, zihinsel olarak merdiveni günlük hayatta karşılaşılan

merdiven çizimleriyle bağdaştırdıklarını ve bu nedenle çizimlerinde yanlış bir model oluşturduklarını göstermektedir.

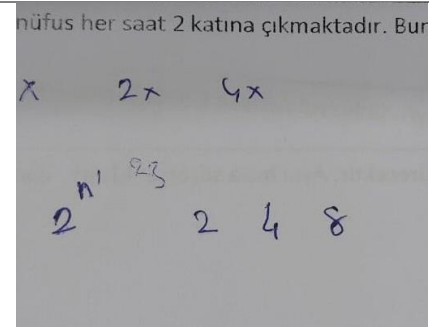
3.1.7. Üstel Olan Fonksiyonları Doğrusal Düşünme

Sesli düşünme protokolündeki görevde sorulan “Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar ? “Sorusunda matematik öğretmeni adaylarının bazıları oluşturulması gereken fonksiyonun üstel bir fonksiyon olduğunu doğru bir şekilde tanımlayamamışlardır. Matematiksel açıdan değerlendirildiğinde, zaman ile bakteri nüfusu arasındaki ilişkinin üstel veya logaritmik bir fonksiyon ile ifade edilmesi gerekmektedir. Tablo 10’da üstel fonksiyonları doğrusal düşünen öğretmen adaylarının ifadeleri ve çözümlerinin görseli sunulmuştur.

Tablo 10: Üstel Olan Fonksiyonları Doğrusal Düşünmeye Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları

Öğretmen Adayı	İfadesi	Çözümü
Ö ₆	Başlangıcım n olsun dedim bir saat sonra 2n 2. Saatte 4n oluyor kaç saat sonra 100n olacak diye baktım. Ardından bunları toplamaya çalışırdım $2n+4n+8n...$ burada terimler toplamı formülünü düşündüm uygulayabilir miyiz? Yani 2’nin kuvvetleri şeklinde düşündüm n parantezine aldım n’ler birbirini götürünce olmadı.	
Ö ₈	Orantı kullandım 1 saatte 100 katı ise 2 saatte 50 olur dedim.	

Ö₁₀ 2 katı artıyor mu çıkıyor mu onu pek anlamadım yani ama 2x,4x şeklinde gidince 100 e kadar gidince çıkmadı. Sonra 2x,3x olarak düşündüm yani belli bir oranda arttığının düşündüm.



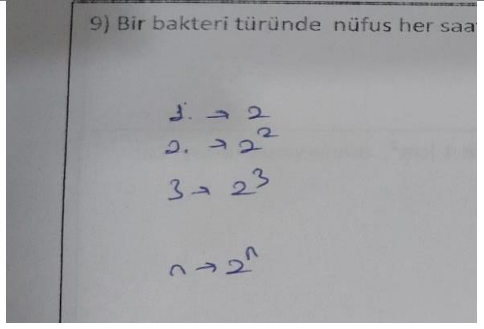
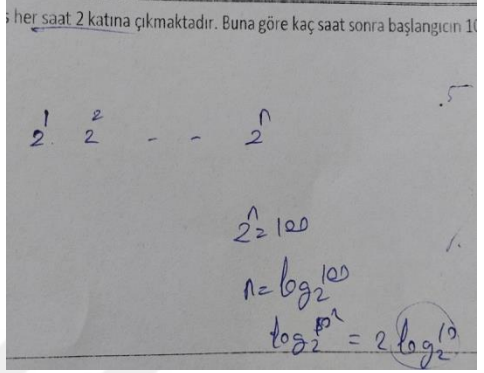
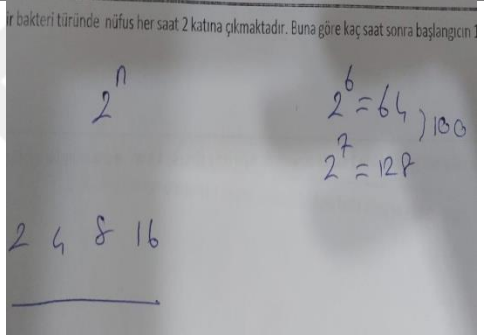
Tablo 10 incelendiğinde öğretmen adaylarının fonksiyonu doğrusal düşünmesinin nedeni üstel fonksiyon hakkındaki alan bilgilerinin eksikliğinden kaynaklıdır.

3.1.8. Fonksiyonun Başlangıç Noktasını Belirleyememe

Sesli düşünme protokolündeki görevde sorulan “Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar ? “ Sorusunda matematik öğretmeni adaylarının bazıları oluşturmaları gereken fonksiyonun başlangıç noktasını iki bakteri olarak belirlemişlerdir. Matematiksel olarak düşünüldüğünde ilk saat ortamda bir bakteri vardır aradan bir saat geçtikten sonra bakteri sayısı iki katına çıkmaktadır. Başlangıç noktasını iki olarak belirlemek doğrusallık yanılsamasını göstermektedir. Tablo 11’de fonksiyonun başlangıç noktasını belirleyemeyen öğretmen adaylarının ifadeleri ve çözümlerinin görseli sunulmuştur.

Tablo 11: Fonksiyonun Başlangıç Noktasını Belirleyememeyen Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları

Öğretmen Adayı	İfadesi	Çözümü
Ö ₇	2 üzeri kaç 100 eder ama 2’nin bir kuvveti 100 etmez. Yarım saatte de yarısının yarısı eder. Öncelikle hangi sayılar arasında olduğunu bu şekilde hangi kuvvetler arasında olduğunu bulurdum. 1 dk 2 tane artacaksa diğer dk iki katına çıkar. 1 saatte yarısı olur.	

Ö ₁	Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır Buna göre kaç saat sonra başlangıcın üst katına çıkar demiş 1 saat 2, 2 saat 2 ² , 3 saat 2 ³ , o zaman n. saatte 2 ⁿ katına çıkmaktadır.	
Ö ₃	her saat 2 katına çıkıyor, n saatte iki katına çıkıyor. Yani ikinin kuvvetleri şeklinde ilerliyor. Logaritmadan ikinin katları şeklinde ilerlendi. İşlemleri yaptığımda 2log ₂ 10, 2 den fazla olur ama bunu hesaplayamadım.	
Ö ₅	Ben bu soruya direkt 2 ⁿ , 2 4 8 16 böyle gidiyordur 2 ⁶ = 64 , 2 ⁷ = 128 bunu burada bıraktım Çünkü 100 katı 64 ile 128 arasında kalıyor	

Tablo 11 incelendiğinde başlangıç noktasının iki olduğunu düşünerek doğrusallık yanılması yapan öğretmen adaylarının başlangıç noktasını belirleyememesinin nedeni bakterinin ilk anda ortamda bir tane olduğunu düşünememlerinden kaynaklıdır.

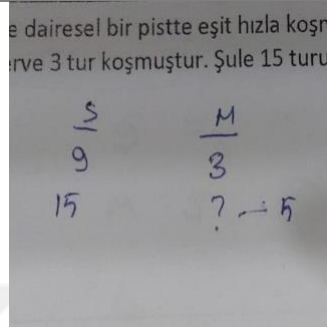
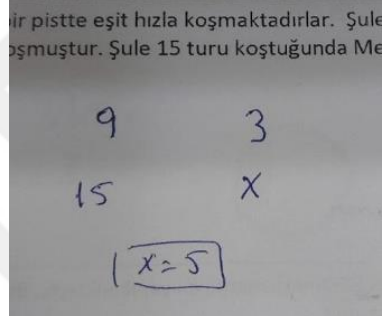
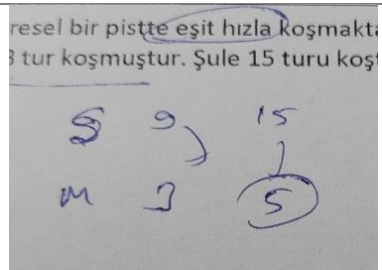
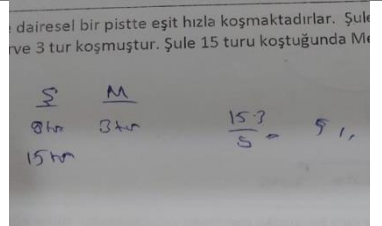
3.2. MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ ORANTISAL DURUM DOĞRUSALLIK YANILSAMALARI

3.2.1. Toplamsal İle Çarpımsal İlişkiyi Karıştırma

Sesli düşünme protokolündeki görevde “Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur ? “Sorusunda matematik öğretmeni adaylarının bazıları orantısal yöntemleri kullanmak için kuvvetli bir eğilim duydukları için çözümünde doğru orantı kullanılmıştır. Toplamsal akıl yürütme gerektiren problemlerde de orantısal durumu kullanmışlardır. Matematiksel olarak toplamsal niceliklerin arasındaki fark

sabit olacağından çarpımsal değil toplamsal ilişki kullanılmalıdır. Bu tür problemlerde orantısal ilişki kurmak doğrusallık yanılsamasının bir örneğidir.

Tablo 12: Toplamsal ile Çarpımsal İlişkiyi Karıştırmaya Sahip Matematik Öğretmeni Adaylarının İfadeleri ve Dokümanları

Öğretmen Adayı	İfadesi	Çözümü
Ö ₂	Şule'nin 9 turunda Merve 3 tur koşuyor Şule 15 tur koştuğunda Merve'nin ki ne olacak dedim ve içler dışlar çarpımı yaptım buradan cevabı 5 olarak buldum doğru orantı kurarak cevabı 5 olarak buldum. Orantı kullanarak çözümü yaptım.	
Ö ₁₀	Oran orantı ile yaptım. Şule 9 tur koştuğunda Merve kaç tur koşmuş Şule 15 tur koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur dedim Şule'nin 9 turunda Merve 3 tur koşuyor Şule 15 tur koştuğunda doğru orantı kurarak 5 buldum.	
Ö ₃	Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Yani 9'un 3 katı olmuştur. Şule 15 tur koştuğunda Merve'de onun 3 ile bölümünden 5 tur koşmuştur. Yani doğru orantı bularak 5 cevabını buldum.	
Ö ₉	Şule ile Merveyi karşılaştırdım. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 tur koştuğunda doğru orantıdan 5 olarak bulundu.	

Ö ₅	Şule 15 tur koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur dedim Şule'nin 9 turunda Merve 3 tur koşuyor Şule 15 tur koştuğunda Merve'nin ki ne olacak dedim ve içler dışlar çarpımı yaptım buradan cevabı 5 olarak buldum doğru orantı kurarak cevabı 5 olarak buldum.	pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule 15 turu koştuğunda $\begin{array}{r} \text{Ş} \\ 9 \\ 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{M} \\ 3 \\ \times \end{array}$ $\frac{45}{9} = 5 //$
Ö ₆	Oran orantı ile yaptım. Şule 9 tur koştuğunda Merve kaç tur koşmuş Şule 15 tur koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur dedim Şule'nin 9 turunda Merve 3 tur koşuyor Şule 15 tur koştuğunda oran orantı kurdum ama ters orantı yaptım yani içler dışlar çarpımı bu şekilde yaparak 5 buldum.	hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 turu 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur? $\begin{array}{r} \text{Ş} \\ 9 \\ 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{M} \\ 3 \end{array} \quad \frac{15 \cdot 3}{9} = 5$

Tablo 12 incelendiğinde toplamsal olan ilişkiyi çarpımsal olduğunu düşünerek doğrusallık yanılması öğretmen adaylarının bazı problem türlerinde de doğrusal model kullanma eğilimlerinin olduğu kanıtlanmıştır. Öğretmen adaylarının toplamsal ilişki almadığının nedenlerinden bazıları gerçek yaşam durumlarını dikkate almadan doğrusal model kullanarak çözmelerinden kaynaklıdır.

SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Sonuç

Matematik öğretmeni adaylarının fonksiyonlar ve orantı konusundaki doğrusallık yanılsamalarını tespit etmek amacıyla yapılan bu araştırmada elde edilen sonuçlar alanyazını genellikle desteklemekle birlikte alan yazına bazı özgün sonuçlarda kazandırmıştır. Bu araştırmada, matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılsaması ile ilgili alan bilgileri incelenmiştir. Grafiğin başlangıç noktasını orijin olarak düşünme, grafikte ölçeklendirme, grafiğin doğrusal ilerlediğini düşünme, genel terimi oluşturmama, üstel fonksiyonları doğrusal olarak düşünme ve toplamsal – çarpımsal ilişkiyi karıştırmaya yönelik yanılsamalar alanyazını desteklemektedir. Grafik türünü belirleyememe, imgelemeden kaynaklı yanılsamalar ve fonksiyonun başlangıç noktasını belirleyememe ise çalışmanın özgün sonuçlarıdır.

Tartışma

Çalışmada ulaşılan sonuçlar matematik öğretmeni adaylarının grafiğin başlangıç noktasını orijin olarak düşünmekten kaynaklı yanılsama yaptıklarını göstermiştir. Hadjidemetriou ve Williams (2002) yaptıkları çalışmada matematik öğretmenlerinin boy uzunluğu grafiğini çizerken orijinden geçen grafik çizdiklerini tespit etmiştir. Bu bağlamda elde edilen bulgunun alanyazını desteklediği söylenebilir. Öğretmen adaylarının bu yanılsamayı yapmalarının nedeni, grafiklerin bağlamını yeterince oluşturmamaları olabilir. Hadjidemetriou ve Williams (2002), bir kişinin doğumundan 30’lu yaşlarına kadar olan boy uzunluğunu temsil eden grafikleri çizerken genellikle orijinden geçen ve doğrusal şekillerden oluşan grafikler kullandıklarını belirtmiştir. Bu durum öğretmen adaylarının boy grafiğinin de orijinden başlaması gerektiğini düşünmelerine neden olabilir.

Çalışmaya katılan matematik öğretmeni adaylarının grafikte ölçeklendirme ile ilgili yanılsamalar yaptıkları belirlenmiştir. Van Dooren vd. (2008) öğrencilerin doğrusal olmayan durumları ifade ederken sıklıkla doğrusal ilişkiler veya orijinden geçen doğruları kullandıklarını belirlemiştir. Bu bağlamda grafikte ölçeklendirme ile ilgili doğrusallık yanılsamasının alanyazını desteklediği söylenebilir. Öğretmen adaylarının grafikte ölçeklendirme ile ilgili doğrusallık yanılsaması yapmasının nedeni, öğretmen adaylarının daha önceki öğrenme süreçlerinde genellikle doğrusal durumlarla karşılaşmış olmaları veya görselleştirmeden kaynaklanan eksenleri yorumlama ile ilgili hataları olabilir.

Çalışmaya katılan matematik öğretmeni adayları, grafiğin doğrusal bir biçimde

ilerlediğini belirlenmiştir. Bu durum alan yazını desteklemektedir. Leinhardt vd. (1990), öğrencilerin grafik çizme sürecindeki yanılsamaları sınıflandırmış ve bu sınıflamalardan birini doğrusallık olarak tanımlamışlardır. İncelemelerinde, öğrencilerin grafik çizerken doğrusallığa yatkın olduklarını vurgulamışlardır. Benzer şekilde, öğretmen adaylarının da bu yanılsamayı taşıyarak yıllar arttıkça boyun aynı oranda artacağını düşünmeleri ve doğru orantıya dayalı çözüm yöntemleri kullanmaları olabilir.

Çalışmada elde edilen bulgular, matematik öğretmeni adaylarının sahip olduğu yanılsamanın, grafik türünü doğru bir şekilde belirleyememelerinden kaynaklandığını göstermektedir. Öğretmen adaylarının, boy ve yıl değişkenlerini sürekli bir değişken olarak algılaması, bu yanılsamaya yol açmış olabilir. Bu yanılsama alanyazına özgün olarak kazandırılmıştır.

Çalışmaya katılan matematik öğretmeni adaylarının, fonksiyonlarda genel terimi belirlemede yetersiz kaldıkları görülmektedir. Bu durum alan yazını desteklemektedir. Stacey'nin (1989) yaşları 9 ile 13 arasında değişen öğrencilerle yaptığı çalışmada, $f(n)=an+b$ ($b \neq 0$) formundaki örüntüleri genelleme sürecini değerlendirmek için merdiven problemi kullanılmıştır. Bu problemde, öğrencilerin istenen basamak sayısı için gerekli kibrit çöpü miktarını hesaplarken sıklıkla doğrusal yöntemleri hatalı kullandıkları gözlemlenmiştir. Örneğin, kibrit çöpü sayısını $3x$ basamak sayısı + 2 şeklindeki ilişkiye göre belirlemek yerine, kibrit çöpü sayısı ile basamak sayısı arasında doğrusal bir ilişki kurarak 20 basamak için 60 kibrit çöpü, 1000 basamak için 3000 kibrit çöpü gibi yanlış sonuçlar verdikleri görülmüştür. Stacey (1989), bu tür hataların, öğrencilerin küçük yaşlardan itibaren doğru orantılı ilişkilere sezgisel olarak aşına olmaları ve bu ilişkileri aşırı genellemelerinden kaynaklandığını ifade etmiştir. Ayrıca, formal bir eğitim almadan önce öğrencilerin doğru orantı ve doğrusal fonksiyonlar arasındaki ilişkilere dair özellikleri aşırı genelleyerek kendilerine özgü bir anlayış geliştirdiklerini belirtmiştir. Benzer şekilde, matematik öğretmeni adaylarının bu alandaki kavramsal bilgidaki eksiklikleri ve fonksiyonlar arasındaki ilişkileri aşırı genelleme eğilimleri, benzer yanılsamalara yol açmaktadır.

Çalışmaya katılan matematik öğretmeni adaylarına, 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı ve 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı bir merdiven yapılabileceği bilgisi verilerek, 20 basamaklı bir merdiven için kaç kibrit çöpü gerektiğini hesaplamaları istenmiştir. Ancak, bazı öğretmen adaylarının merdivenin yapısını zihinsel olarak yanlış tasvir ettikleri ve bu nedenle imgeleme kaynaklı yanılsamalar yaşadıkları görülmüştür. Öğretmen adaylarında gözlemlenen bu yanılsama, alanyazına özgün olarak ortaya çıkmaktadır.

Çalışmaya katılan matematik öğretmeni adaylarının, üstel fonksiyonları doğrusal

olarak algıladıkları ve bu nedenle yanılsamalara düştükleri tespit edilmiştir. Bu durum alan yazını desteklemektedir. Esteley vd. (2010), 18-20 yaş aralığındaki üniversite öğrencilerinin doğrusal modelleri aşırı genelleme eğilimlerini inceledikleri uzun vadeli bir çalışmada, ağaç problemi adı verilen bir sorudan faydalanmışlardır. Bu problemde, uzunluk ile zaman arasındaki logaritmik ilişki net bir şekilde sunulmuş olmasına rağmen, öğrencilerin %10'u bu ilişkiyi doğrusal yöntemlerle çözmeye çalışmıştır. Sorunun ilk maddesini denklemi kullanarak doğru bir şekilde çözen öğrenciler, ikinci maddede ise ilk cevabı referans alarak problemi bir bilinmeyen değer problemi gibi ele almış ve doğru orantı kurarak hatalı sonuçlara ulaşmışlardır. Benzer şekilde, çalışmaya katılan öğretmen adaylarının, fonksiyonun orantılı bir şekilde arttığını varsayarak doğrusallık yanılsaması yaptıkları belirlenmiş ve bu süreçteki görüşme ifadeleri ile etkinlik kartı analizleri de bu durumu desteklemiştir. Öğretmen adaylarının üstel fonksiyonları doğrusal olarak düşünmelerinin temel nedeninin, üstel fonksiyonlar hakkındaki alan bilgisi eksikliklerinden kaynaklandığı sonucuna ulaşılmıştır.

Çalışmaya katılan matematik öğretmeni adaylarının, fonksiyonun başlangıç noktasını doğru bir şekilde belirleyememeleri nedeniyle yanılsamalar yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu durumun temel sebebi, öğretmen adaylarının bakterinin başlangıçta ortamda yalnızca bir tane bulunduğunu varsaymakta zorlanmalarıdır. Matematik öğretmeni adaylarının bu tür yanılsamaları alanyazına özgü kazandırılmıştır.

Çalışmaya katılan matematik öğretmeni adaylarının, toplamsal ve çarpımsal ilişkileri birbirine karıştırdıkları gözlemlenmiştir. Bu durum alanyazını desteklemektedir. Cramer vd. (1993), matematik öğretmeni adaylarına şu problemi yöneltmiştir: "*Sue ve Julie bir koşu parkurunda eşit hızla koşmaktadır. Sue koşuya önce başlamıştır. Sue 9 tur koştuğunda Julie 3 tur koşmuştur. Julie 15 tur tamamladığında Sue kaç tur koşmuş olur?*" Çalışmaya katılan 33 öğretmen adayından 32'si, problemde nicelikler arasındaki fark sabit olmasına rağmen doğru orantı kullanarak çözüm üretmiş ve $9/3 = x/15$ dolayısıyla $x=45$ şeklinde hatalı bir sonuca ulaşmıştır. Matematik öğretmeni adaylarının, bazı problem türlerinde doğrusal model kullanma eğilimlerinin olduğu kanıtlanmıştır. Toplamsal ilişkiyi göz önünde bulunduramamalarının temel nedenlerinden biri, gerçek yaşam durumlarını dikkate almadan doğrudan doğrusal model kullanarak çözüm üretmeye çalışmalarıdır.

Öneriler

Nitel araştırma desenlerinden olgubilim deseninde yürütülen çalışma, tarama niteliğinde bir araştırma olup matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılsaması ile ilgili mevcut durumunu ortaya koymuştur. Çalışmada ulaşılan sonuçlar matematik öğretmeni adaylarının fonksiyonlar ve orantısal ilişkiler konusunda doğrusallık yanılsaması yaptıklarını

göstermiştir. Yapılan çalışmalar matematik öğretmenlerinin bilişsel ve duyuşsal özelliklerinin öğrencilerine de yansıdığını göstermiştir (Öztürk ve Kaplan, 2022). Bu nedenle matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılsamaları da öğrencilerine yansıyabilir. Bunu önlemek için matematik öğretmeni adaylarına hizmet öncesi dönemde doğrusal durumlarla birlikte doğrusal olmayan durumların da gösterilmesi gerekir.

Alanyazındaki çalışmalar doğrusallık yanılsamasının genellikle geometri konularında olduğunu göstermiştir. Bu araştırma, doğrusallık yanılsamasının yalnızca geometri ile sınırlı olmadığını, fonksiyon ve orantı konularında da ortaya çıkabileceğini göstermiştir. Bu nedenle, öğretmen adaylarına fonksiyonlar ve orantısal ilişkiler konularında derinlemesine eğitim verilmesi gerekmektedir. Özellikle, doğrusallık yanılsamasına yol açan kavramsal zorluklar üzerinde durularak adayların bu konulardaki bilgi düzeylerinin artırılması sağlanabilir.

Bu çalışma matematik öğretmeni adaylarının doğrusallık yanılsaması konusundaki alan bilgisindeki hatalarının farkına varmasını, adayların gelecekteki öğretim süreçlerine olumlu katkılar sağlayabileceğini göstermektedir. Matematik eğitiminde yanılsamalara dayalı hataların önüne geçmek ve öğrencilerin kavramsal anlamalarını desteklemek için öğretmen adaylarının bu konudaki bilgilerini derinleştiren eğitim programları oluşturulması önem arz etmektedir.

KAYNAKÇA

- Ayan, R. (2014). *Ortaokul öğrencilerinin doğrusal ve doğrusal olmayan problemlerdeki başarı düzeyleri, çözüm stratejileri ve yanlış cevaplarının nedenleri* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No: 377902).
- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Barut, B. (2022). Tüm İlişkiler Doğrusal ya da Orantısal mıdır? Doğrusal akıl yürütmenin aşırı genellemesi: Doğrusallık yanılgısı ile ilgili bir derleme çalışması. *Van YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi (YYU Journal of Education Faculty)*, 2022(Şubat Özel Sayı), 240-270.
- Behr, M., Hare, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 17–43). New York: Simon & Schuster Macmillan.
- Chapin, S. H., & Johnson, A. (2000). *Math matters grades K-6: Understanding the math you teach*. Sausalito, CA: Math Solutions.
- Chappell, M. F., & Thompson, D. R. (1999). Perimeter or area? Which measure is it? *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(1), 20–23.
- Cheng, D., Star, J. R., & Chapin, S. (2013). Middle school students' steepness and proportional reasoning. *New Waves-Educational Research & Development*, 16(1), 22–45.
- Clements, M. A., & Ellerton, N. F. (1996). *Mathematics education research: Past, present and future*. Bangkok, Thailand: UNESCO.
- Cramer, K., & Post, T. (1993). Connecting research to teaching: Proportional reasoning. *The Mathematics Teacher*, 86, 404–407.
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. In D. T. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom: Middle grades mathematics* (pp. 159–178). New York, NY: Macmillan.
- De Bock, D., Verschaffel, L., & Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students' solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 65–83.
- De Bock, D., Verschaffel, L., & Janssens, D. (1999). Some reflections on the illusion of linearity. In *Proceedings of the 3rd European Summer University on History and Epistemology in Mathematical Education (Vol. 1, pp. 153–167)*. Leuven/Louvain-la-Neuve, Belgium.
- De Bock, D., Verschaffel, L., & Janssens, D. (2002). The effects of different problem presentations and formulations on the illusion of linearity in secondary school students. *Mathematical Thinking and Learning*, 4(1), 65–89.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2002). Improper use of linear reasoning: An in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors. *Educational Studies in Mathematics*, 50, 311–314.
- De Bock, D., Verschaffel, L., Janssens, D., Van Dooren, W., & Claes, K. (2003). Do realistic contexts and graphical representations always have a beneficial impact on students'

- performance? Negative evidence from a study on modelling non-linear geometry problems. *Learning and Instruction*, 13, 441–463.
- De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2007). In search of empirical evidence. In D. De Bock, W. Van Dooren, D. Janssens, & L. Verschaffel (Eds.), *The illusion of linearity*. Springer. New York, NY.
- Dragone, L., Temperman, G., & de Lievre, B. (2022). Teaching proportionality: Teachers' conceptions and reported practices. *Annals of the University of Craiova Series Psychology, Pedagogy*, 44(2), 7–20.
- Esteley, C. B., Villarreal, M. E., & Alagia, H. R. (2010). The overgeneralization of linear models among university students' mathematical productions: A long-term study. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(1), 86–108.
- Fast, G. R. (1999). Analogies and reconstruction of probability knowledge. *School Science and Mathematics*, 99(5), 230–240.
- Fischbein, E., & Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics*, 15, 1–24. <https://www.jstor.org/stable/3482454> adresinden edinilmiştir.
- Fischbein, E., & Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28, 96–105.
- Fischbein, E. (1999). Intuitions and schemata in mathematical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 11–50.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Reidel. Dordrecht.
- Greer, B. (1997). Modeling reality in the mathematics classroom: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7, 293–307.
- Hadjidemetriou, C., & Williams, J. S. (2002). Teachers' pedagogical content knowledge: Graphs, from a cognitivist to a situated perspective. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 57–64). Norwich, United Kingdom.
- Hawkins, A. S., & Kapadia, R. (1984). Children's conceptions of probability: A psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15(4), 349–377.
- Kaplan, A., İşleyen, T., & Öztürk, M. (2011). 6. sınıf oran orantı konusundaki kavram yanılgıları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(3), 953–968.
- Kaput, J. J., & West, M. M. (1994). Missing-value proportional reasoning problems: Factors affecting informal reasoning patterns. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 235–287). New York: State University of New York Press.
- Korkmaz, A. (2005). Olasılık kuramının doğuşu. *Ankara Üniversitesi SF Dergisi*, 60(2), 171–193. <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ausbf/issue/3218/44806> adresinden edinilmiştir.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs, and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, 60(1), 1–64.

- Markovits, Z., Eylon, B., & Bruckheimer, M. (1986). Functions today and yesterday. *For the Learning of Mathematics*, 6(2), 18-28.
- McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2014). *Research in education: Evidence-based inquiry*. Pearson.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Sage Publications.
- NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Pać-Antunović, J., & Vlahović-Štetić, V. (2011). The effect of feedback on the intensity of the illusion of linearity in high-school students' solving of geometry problems. *Review of Psychology*, 18(1), 23-32.
- Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1988). Proportionality and the development of pre-algebra understanding. In *The ideas of algebra, K-12* (pp. 78-90).
- Putarek, V., & Vlahović-Štetić, V. (2019). Metacognitive feelings, conflict detection and illusion of linearity. *Psiholgijske teme*, 28(1), 171-192.
- Öztürk, M., & Kaplan, A. (2022). Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik ispat yapma süreci: Bir durum çalışması. *Eurasian Journal of Teacher Education*, 3(1), 39-54.
- Resnick, L., & Singer, J. (1993). Protoquantitative origins of ratio reasoning. In T. Carpenter, E. Fennema, & T. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 107-130). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Rozas, L. W., & Klein, W. C. (2010). The value and purpose of the traditional qualitative literature review. *Journal of Evidence-Based Social Work*, 7(5), 387-399.
- Saadati, F., & Felmer, P. (2021). Assessing impact of a teacher professional development program on student problem-solving performance. *ZDM-Mathematics Education*, 53, 799-816.
- Stavy, R., & Tirosh, D. (1996). Intuitive rules in science and mathematics: The case of "more of A – more of B." *International Journal of Science Education*, 18, 653-667.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164.
- T.C. Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Milli Eğitim Bakanlığı.
- Türnüklü, E. (2005). *Matematik eğitimi bir bilim dalı mı?* Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 28, 169-176.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Depaepe, F., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2003). The illusion of linearity: Expanding the evidence towards probabilistic reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 53(2), 113-138.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2004). Remediating secondary school students' illusion of linearity: A teaching experiment aiming at conceptual change. *Learning and Instruction*, 14(5), 485-501.

- Van Dooren, W., De Bock, D., Weyers, D., & Verschaffel, L. (2004). The predictive power of intuitive rules: A critical analysis of the impact of “More A – more B” and “Same A – same B.” *Educational Studies in Mathematics*, 56(2-3), 179-207.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. *Cognition*, 96(3), 227-256.
- Van Dooren, W., & Greer, B. (2010). Students' behavior in linear and nonlinear situations. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(1), 1-3.
- Vlahović-Štetić, V., Pavlin-Bernardić, N., & Rajter, M. (2010). Illusion of linearity in geometry: Effect in multiple-choice problems. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(1), 54-67.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). New York: Academic Press.
- Verschaffel, L., De Corte, E., & Lasure, S. (1994). Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic problems. *Learning and Instruction*, 4, 273–294.
- Wright, V. (2005). Proportional reasoning: Some rational thoughts. In J. Mousley, L. Bragg, & C. Campbell (Eds.), *Mathematics: Celebrating achievement* (pp. 363-375). Melbourne: Mathematical Association of Victoria.

EKLER

Ek 1: Etik Kurul Onay Belgesi

Evrak Tarih ve Sayısı: 29.05.2023-135069



T.C.
BAYBURT ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
ETİK KURULU
KARARI



Karar Tarihi
26.05.2023

Karar Sayısı
209

Oturum Sayısı
9

Üniversitemiz Etik Kurulu tarafından, Bayburt Üniversitesi Rektörlüğü Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürlüğü'nün 17.05.2023 tarihli ve E-83542712-050.99-133409 sayılı yazısı gereği, Bayburt Üniversitesi Rektörlüğü Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı 212234026 numaralı Şule TURHAN'ın yüksek lisans tezi olarak yürüttüğü "Doğrusallık Yanılması: Matematik Öğretmeni Adaylarının Alan Bilgilerinin İncelenmesi" başlıklı araştırma önerisi üniversitemiz etik kurulu tarafından incelenmiş olup, araştırma önerisinin etik ilkelere uygun olduğuna toplantıya katılan üyelerin oy birliğiyle karar verilmiştir.

Prof.Dr. Ali Savaş BÜLBÜL
Başkan
BELGENİN ASLI ELEKTRONİK İMZALIDIR

Mevcut Elektronik İmzalar

Prof.Dr. ALİ SAVAŞ BÜLBÜL (Etik Kurulu - Başkan) 29.05.2023 10:20

Ayrıntılı bilgi için iribet: Nur TURAN



Tel :

E-Posta :

Faks :

Elektronik ağı

Bu belge, 5070 sayılı Elektronik İmza Kanununun 5. Maddesi gereğince güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Ek 2: Yanılsama Testi

Ö₁ Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi Cevapları

Sınıf: 5. Sınıf

Cinsiyet: Kadın ☒ Erkek ☐

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?



Eşit hız

Şule 9 tur → 15 tur

Merve 3 tur → 8 tur

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

Makine ile düğme

$$\begin{array}{r} 5 \times 5 = 5 \\ 100 \times 100 = x \end{array}$$

$$5, 100, x = 100, 5, 5$$

$$x = 5$$

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.



r → 2r

$$\begin{array}{l} \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow (1) \\ \frac{4}{3} \pi (2r)^3 \rightarrow (2) \end{array}$$

8 katı

4) Samet 1 km² alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km² alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

$$\begin{array}{r} 1 \text{ km}^2 \rightarrow 1 \text{ saat} \\ 4 \text{ km}^2 \rightarrow 4 \text{ saat} \end{array}$$

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

$$\frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{6}$$

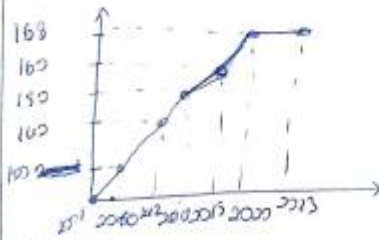
Çoktur.

Ek 2: Yanılsama Testi

6) 3 kibrit parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız (<, >, =)

Bütün olasılıklar aynıdır.

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

2 bas. 3 çöp
20 bas. 60 çöp

9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar ?

✓ 2

2. 2^2

3. 2^3

4. 2^4

$$2^x \approx 2.100$$

$$4.25$$

$$x=3$$

$$2^4 < 25 < 2^5$$

$$x-3=7$$

$$x=7 \text{ } \bigcirc \text{ } x=8$$

7. saat dedikten sonra

Ek 2: Yanılsama Testi

Ö₂ Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi Cevapları

Sınıfı: 4

Cinsiyet: Kadın ☒ Erkek ☐

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz. Ö₂

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

Şule	Merve
9	3
15	5

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

5 makine	5 dakika	5 düğme
100 makine		100 düğme

5 dk'da üretilir.

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$1. \rightarrow \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$2. \rightarrow \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (2r)^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 8r^3$$

} 8 kat artar.

4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

1 km^2	1 saat
4 km^2	?

? = 4 saatte.

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

Hayır daha yüksek değildir. Bu iki olay birbirinden bağımsızdır. Etkilemez.

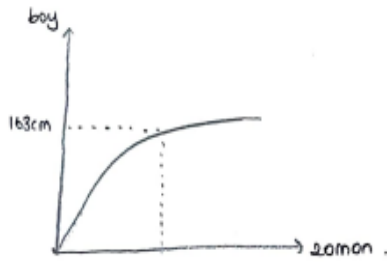
Ek 2: Yanılsama Testi

6) 3 bozuk parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız. { <, >, = }

$$\left. \begin{array}{l} TTT \\ TTY \\ TYT \\ YTT \end{array} \right\} \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$$

3kere attığımızda en az iki kere tura gelmesi > 300 atışta 200 kere tura gelmesi
 $\frac{1}{2} > \frac{2}{3}$

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

$$\left. \begin{array}{l} 2bas \quad 8 \\ 3bas \quad 11 \end{array} \right\} 3$$



9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar ?

$$\left. \begin{array}{l} \text{başlangıç} = a \\ 1. \text{ saat} = 2^1 \cdot a \\ 2. \text{ saat} = 2^2 \cdot a \\ 3. \text{ saat} = 2^3 \cdot a \\ \vdots \\ n. \text{ saat} = 2^n \cdot a \end{array} \right\} = \frac{2^n \cdot a}{a} = 100$$

$$2^n = 100$$

$$\boxed{\log_2 100 = n}$$

✓ saat.

Ek 2: Yanılsama Testi

Ö3 Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi Cevapları

Sınıf: 6. Sınıf

Cinsiyet: Kadın ☒ Erkek ☐

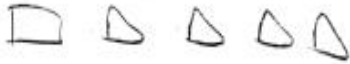
Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

Ö3

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

$$\begin{array}{ccc} 9 & 3 \\ 15 & \rightarrow 5 & 5 \text{ tur} \end{array}$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

5 makine  $\frac{100 \cdot 5}{100} = 5 \text{ dk}$

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (2^3 = 8 \text{ kat})$$

4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

$$1 \text{ km}^2 \quad 1 \text{ Saat}$$

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

$$\text{Hayır, yine } \frac{1}{6}$$

Ek 2: Yanılsama Testi

6) 3 bozuk parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız. (<, >, =)

$\begin{array}{c} -444 \\ -111 \\ -777 \\ -141 \\ -477 \end{array}$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{200}{300} = \frac{2}{3}$$

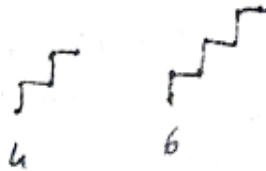
$$\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

$$\frac{200}{300}$$

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?



9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar ?

Bakiye	1 saat	2 saat	3 saat	n. saat
1	2x	4x	8x	

$$2^n = 100$$

$$\log_2 100 = n$$

Ek 2: Yanılsama Testi

Ö₄ Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi Cevapları

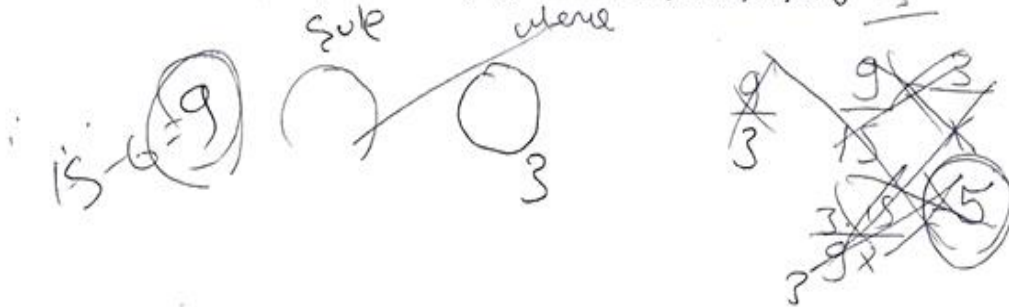
ilköğretici mat 2. Sınıf

Содержит: ☐ Да ☒ Нет

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra iştinlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

$$\dot{O}_4$$

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

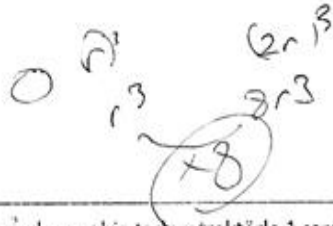


2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

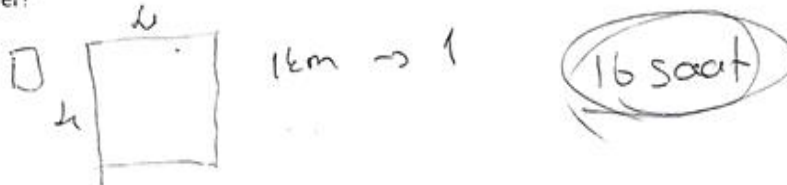
$$\frac{5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2}{100 \cdot 20} = 100 \cdot x$$

$$1 = 80x \quad x = \frac{1}{80}$$

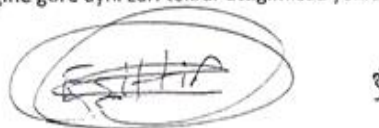
3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.



4) Samet 1 km² alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km² alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?



5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

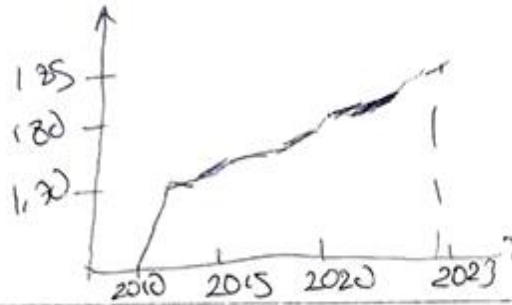


Ek 2: Yanılsama Testi

e) 3 büyük parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız { $<$, $>$, $=$ }

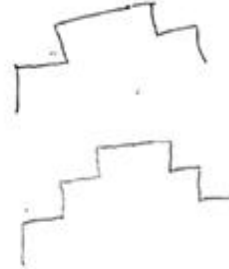
1 olacağı için denumlar eşittir
2

7) Beynunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

8 → 2
11 → 3



9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?

$$2^x = 100$$
$$2^{x \cdot 3} = 100^3$$

Ek 2: Yanılsama Testi

Ö5 Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi Cevapları

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz. **Ö5**

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

$$\begin{array}{r} 9 \quad 3 \\ 15 \quad \times \\ \hline x = \frac{45}{9} = 5 // \end{array}$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

$$\frac{1}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{100 \cdot 100 \cdot x}$$

$$1 = \frac{1}{80} x$$

$$x = \frac{1}{80} \text{ dk}$$

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi r^3$$

↓ 8 katına çıkmıştır.

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi 8r^3$$

4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

$$\begin{aligned} x &= v \cdot t \\ 1 &= v \cdot 1 \\ v &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 &= 1 \cdot t \\ &\downarrow \\ &4 \text{ Saatte} \end{aligned}$$

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

Hayır, Olasılık değişmez. Yine $\frac{1}{6}$ dir.

Ek 2: Yanılsama Testi

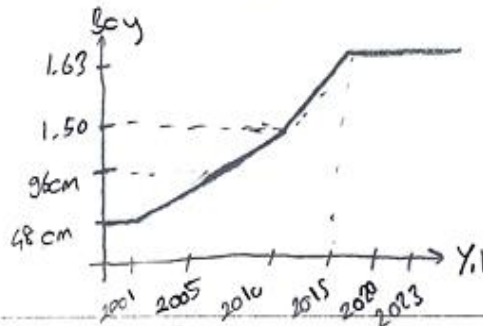
6) 3 büyük parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız. ($<$, $>$, $=$)

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$$

$$\frac{1}{2^3} > \frac{1}{2^{300}}$$

$$200 \text{ kere} \rightarrow \frac{1}{2^{300}} =$$

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



2001 = doğum

8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

5	basamak
8 kibrit	2 basamak
11 kibrit	3 basamak
14 kibrit	4 basamak

$$3n + 2$$

$$3n + 2 = 20$$

$$3n = 18$$

$$n = 18 / 3$$

20 basamak

9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?

$$2^n = 100$$

$$2^5 = 32$$

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

Ek 2: Yanılsama Testi

Ö₆ Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi Cevapları

Sınıf: 4. Sınıf

Cinsiyet: Kadın ☒ Erkek ☐

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

$$\begin{array}{r} 9 \\ 3 \\ 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 1 \\ ? \end{array}$$

$$Merve = \frac{15}{3} = 5 \text{ tur}$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

$$\begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{Düğme} \\ 5 \\ 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 100 \text{ dakika} \end{array}$$

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

$$H = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (r^3) \quad 8 \text{ katına çıkar}$$

4) Samet 1 km² alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km² alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

$$\begin{array}{l} 1 \text{ km}^2 \rightarrow 1 \text{ saatte} \\ 4 \text{ km}^2 \rightarrow 4 \text{ saatte} \end{array}$$

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

$$\text{Bir 20' ile atıldığında 3 gelme O.} \rightarrow \frac{1}{6}$$

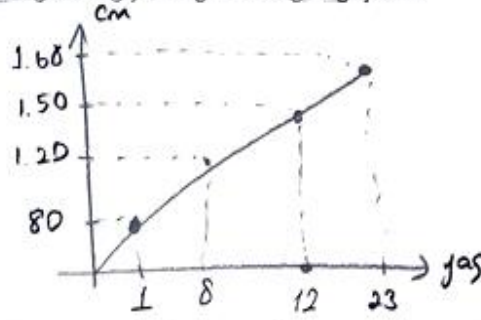
Aynı 20' yeniden atıldığında

Ek 2: Yanılsama Testi

6) 3 küçük parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız (<, >, =)

$$3 \text{ küçük parayı} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı, 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

$$\begin{aligned} 8 \text{ kib} &\rightarrow 2 \text{ basamaklı} \\ 11 \text{ kib} &\rightarrow 3 \text{ basamaklı} \\ 20 \text{ kib} &\rightarrow 6 \text{ basamaklı} \end{aligned}$$

$\rightarrow 20 \text{ basamaklı}$

$$n = \frac{18}{3}$$

9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcını 100 katına çıkar ?

$$\begin{array}{ccc} \frac{\text{Başlangıçta}}{n} & \frac{1 \text{ saat sonra}}{2n} & \frac{2 \text{ saat sonra}}{4n} \\ & & \\ n + 2n + 4n + 8n + \dots & = & 100n. \end{array}$$

Ek 2: Yanılsama Testi

Ö7 Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi Cevapları

Sınıfı: 4. Sınıf

Cinsiyet: Kadın ☐ Erkek ☒

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

Ö7

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

Şule'nin 9 tur önce başlaması
Merve 9 tur koşmuş olur

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

5 dk

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

$$\frac{4\pi r^3}{3} \cdot 8 = \frac{4\pi 8r^3}{3} = 8 \text{ katına çıkar}$$

4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

4 saat

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

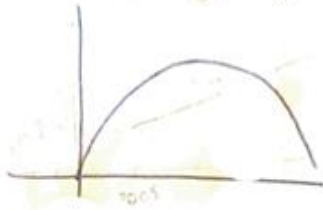
Hayır eşittir

Ek 2: Yanılsama Testi

6) 1 Lüzük parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kez tura gelme olasılığı oranındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklarız (> , < , =)

Herşeyi ez!

7) Beynunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

8 → 2 basamak

11 → 3 basamak

20 → 60

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 6 \\ \hline 66 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 66 \\ + 16 \\ \hline 82 \end{array}$$

9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıçtan 100 katına çıkar?

2 4 8 16 32 64 128

5

Ek 2: Yanılsama Testi

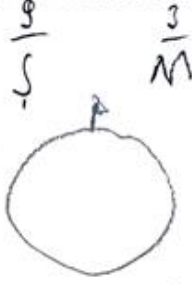
Ö8 Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi Cevapları

Sınıfı: 4

Cinsiyet: Kadın ☐ Erkek ☒

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?



$$\frac{9}{S} = \frac{3}{M}$$

6 tur fazla koştuğunda
Şule 15 tur koştuğunda
Merve 9 tur koşmuş
olur

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

5 m 5 dk 5 @
100 m x 100 @

60 dk 60 düğme

x 100 düğme

100 dk. 100 düğme olur

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.



4) Samet 1 km² alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km² alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

1 — 1000 m — 1 saat
4 — 4000 m — 4 saat

4 saat

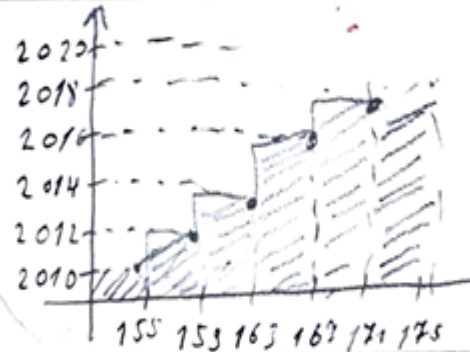
5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

1. durum 2. durum daha az olasıdır
1 1
2 2
3 3
4 4
5 5
6 6

Ek 2: Yanılsama Testi

6) 1 bozuk parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişki / büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız { <, >, = }

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

8 K	2 basamaklı	4K ~ 1 basamaklı
11 K	3 basamaklı	
:	:	
X	20 basamaklı	80K 20 basamaklı

$20 : 4 = 80$

9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar ?

1. 15 saat - 2K

50 Saat - 100K

Ek 2: Yanılsama Testi

Öğ Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi Cevapları

Sınıf:

Cinsiyet: Kadın ☒ Erkek ☐

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

$$\frac{5}{9 \text{ tur}} = \frac{N}{3 \text{ tur}} \quad x = \frac{15 \cdot 3}{9} = 5$$

15 tur x

- Doğrusal orantı

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

$$\begin{array}{ccc} 5 \text{ makine} & 5 \text{ dk} & 5 \text{ düğme} \\ 100 \text{ makine} & x & 100 \text{ düğme} \end{array} \quad x = 1 \text{ dk}$$
$$\begin{array}{ccc} 1 \text{ makine} & 1 \text{ dk} & 1 \text{ düğme} \\ 100 \text{ makine} & 100 \text{ dk} & 100 \text{ düğme} \end{array}$$

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

$$\begin{array}{l} r \text{ yarıçaplı kürenin hacmi} = \frac{4}{3} \pi r^3 \\ 2r \text{ yarıçaplı kürenin hacmi} = \frac{4}{3} \pi (2r)^3 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} 2 \text{ katına çıktığında} \\ 8 \text{ katına çıkar} \end{array} \right\}$$

4) Samet 1 km² alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km² alanı sahip tarlayı kaç saatte sürer?

$$\begin{array}{l} 1 \text{ km}^2 \rightarrow 1 \text{ saatte} \\ 4 \text{ km}^2 \rightarrow 4 \text{ saatte sürer.} \end{array}$$

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

Aynıdır, yüksek değildir.

Ek 2: Yanılsama Testi

6) 3 Liruk parayı havaya atığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız. (<, >, =)

$$3 \text{ Liruk} = 2 \text{ TL} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} = 1$$

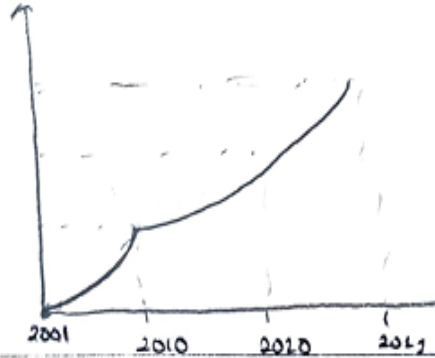
$$2 \text{ Liruk} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$3 \text{ Liruk} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

300 atış 200 kere tura gelme de

3 Liruk para eşit

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

$$8 \text{ kibrit çöpü} = 2 \text{ basamaklı}$$

$$11 \text{ kibrit çöpü} = 3 \text{ basamaklı}$$

$$20 \text{ basamaklı}$$

9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?

$$1 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad 16 \quad \dots \quad 2^7 \quad 2^8$$

$$2^n = 100$$

Ek 2: Yanılsama Testi

Ö₁₀ Doğrusallık Yanılsaması Tarama Testi Cevapları

Sınıfı: 4

Cinsiyet: Kadın ☒ Erkek ☐

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

Ö₁₀

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

$$\begin{array}{r} 3 \quad 9 \\ \times \quad \times \\ 15 \end{array}$$
$$\boxed{x=5} \text{ Tur}$$

$3 \cdot x = 3 \cdot 5$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

Her biri 5 dakikada 1 düğme üretir.

100 makine de 100 düğme 5dk'da üretir.

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.


$$\begin{aligned} 4\pi r^2 & \text{ hacmi} \\ 4\pi r^3 & \rightarrow 1 \text{ küre} \\ 4\pi (2r)^3 & \rightarrow 32\pi r^3 \\ \hline & 8 \text{ katına} \end{aligned}$$

4) Samet 1 km² alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km² alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

$$\begin{array}{r} 1 \text{ km} \quad 1 \text{ saat} \\ 4 \text{ km} \quad x \text{ saat} \\ \hline \boxed{4=x} \end{array}$$

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

Hayır değildir. $\frac{1}{6}$ 'dır.

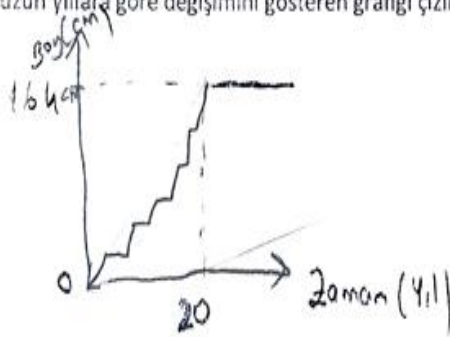
Ek 2: Yanılsama Testi

6) 3 bozuk parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi: büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız. ($<$, $>$, $=$)

(Y, T, T) (T, T, T)

Satışta en az 300 atışta 200 gelmesi
2 kere
gelmesi

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?



$$20 \times 4 = 80$$

79 veya 80

9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?

X 2x 4x 8x 16x 32x 64x 128x
1. 2. 3. 4.

X 3x 9x 27x 81x

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

Ö₁ Sesli Düşünme Protokolü Cevapları

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

Ö₁

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?



Şule 3 tur → 15 tur
Merve 3 tur → 6 tur

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

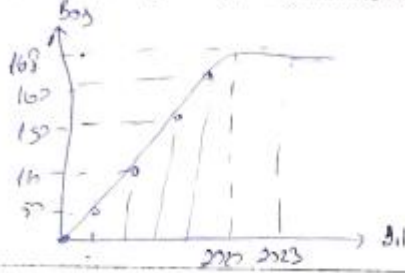
4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

6) 3 kibrit çöpü havaya atıldığında en az ikisinin tura gelme olasılığı 100 atışta en az 200 kez tura gelme olasılığı arasındaki farkın büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız { =, >, < }

7) Beynüzün yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

$$\begin{aligned} 5k &\rightarrow 1 \\ 8k &\rightarrow 2 \\ 11k &\rightarrow 3 \end{aligned}$$

2020

$$\begin{aligned} 3n+5 &= 20 \\ 3n &= 15 \\ n &= 5 \end{aligned}$$

9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıçta 100 katına çıkar?

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow 2 \\ 2 &\rightarrow 2^2 \\ 3 &\rightarrow 2^3 \end{aligned}$$

$$n \rightarrow 2^n$$

$$2^n = 2 \cdot 100$$

$$4 \cdot 25$$

$$2^n = 2^3 \cdot 5^2$$

$$2^{n-3} = 5^2$$

$$2^4 < 2^{n-3} < 2^5$$

$$7; \text{---}, 8$$

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

Ö₂ Sesli Düşünme Protokolü Cevapları

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz. 

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur ?

$$\begin{array}{r} \underline{S} \\ 9 \\ 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{M} \\ 3 \\ ? = 5 \end{array}$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

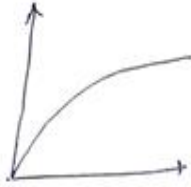
4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

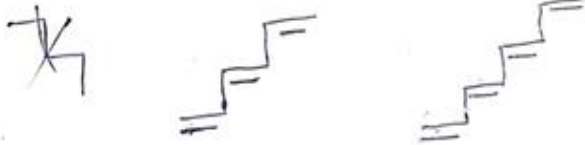
6) 3 bozuk parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız ($<$, $>$, $=$)

7) Beynunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

2 bas 8
3 bas 11



9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?

başlangıç = a

1. $2^1 \cdot a$

2. $2^2 \cdot a$

...

n . saat $2^n \cdot a$

$$\frac{2^n \cdot a}{a} = 100$$

$$2^n = 100 \quad b_1, 7$$

$$\log_2 100 = n$$

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

Ö₃ Sesli Düşünme Protokolü Cevapları

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

Ö₃

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur ?

Ş 9, 15
M 3, 5

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

4) Sarnet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

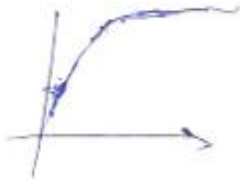
Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

4) 1000 kişi bir yarışta 1000 kişiye karşı yarışıyor. Yarışın sonunda 1000 kişiye karşı yarışan kişiye ödül veriliyor. Yarışın sonunda 1000 kişiye karşı yarışan kişiye ödül veriliyor. Yarışın sonunda 1000 kişiye karşı yarışan kişiye ödül veriliyor.

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{200}{100} = \frac{2}{1}$$

7) Beynunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?



9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?

$$2^1 \quad 2^2 \quad \dots \quad 2^n$$

$$2^n = 100$$

$$n = \log_2 100$$

$$\log_2 100 = 2 \log_2 10$$

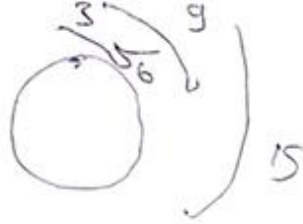
Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

Ö₄ Sesli Düşünme Protokolü Cevapları

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

Ö₄

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?



$$15 - 9 = 6$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

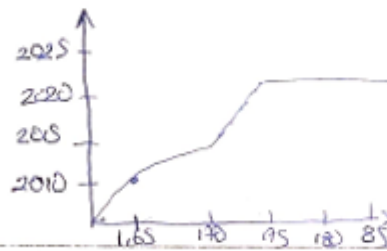
4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre nasıl değişir?

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

6) 11 kibrit çöpü baraya atıldığında en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasında ki farkı büyüdük, küçüldük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız { <, >, = }

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?



9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra haslangıcın 100 katına çıkar ?

1 2 4 8 ...

$2^x = 100$

4



Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

Ö5 Sesli Düşünme Protokolü Cevapları

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

Ö5

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

$$\begin{array}{r} \frac{9}{15} = \frac{3}{x} \\ \frac{45}{9} = 5 \end{array}$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

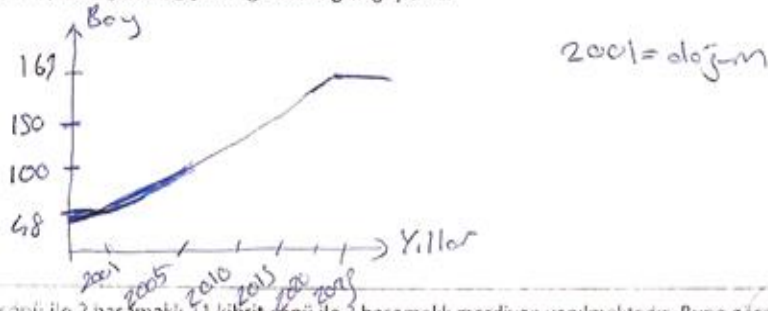
Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

6) 11 büyük parayla havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 tura gelme olasılığı ile aynıdır. İşlemleri büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız { <, >, = }

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2^3}$$

$$\frac{1}{2^{300}}$$

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 2 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

1 bas.	5 kibrit
2 basamaklı	8 kibrit
3 bas.	11 kib.
4 bas	14 kib.

$$\begin{array}{r} 3n+2 = 20 \\ \downarrow \\ 20 \end{array}$$

62

9) Bir baktırdırında nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?

$$2^n$$

$$\begin{array}{l} 2^6 = 64 < 100 \\ 2^7 = 128 > 100 \end{array}$$

2 4 8 16



Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

Ö₆ Sesli Düşünme Protokolü Cevapları

Öğrenci: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra istenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

$$\begin{array}{r} S \\ 9 \\ 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} M \\ 3 \end{array} \quad \frac{15 \cdot 3}{9} = 5$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

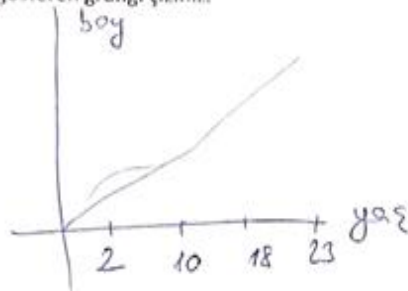
4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

6) Uçucuk kartıya havaya atıldığında en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi düşündük. İçeriklik ve çeşitlilik uetleri ile açıklıyoruz { +, -, = }

7) Beynunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

$$\begin{array}{r}
 \text{B.a} \\
 8 \\
 +3 \downarrow \\
 \hline
 11 \\
 \vdots \\
 20
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \text{B} \\
 2 \\
 3 \downarrow +1 \\
 \hline
 20
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 11 \\
 \hline
 11
 \end{array}$$

9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?

$$\begin{array}{r}
 \text{B.a} \\
 n \\
 \hline
 2n \\
 \hline
 4n \\
 \hline
 \dots \\
 100n
 \end{array}$$

$$2n + 4n + 8n + \dots + 100n$$

$$n(2 + 4 + 8 + 16 + \dots) = 100n$$

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

Ö₇ Sesli Düşünme Protokolü Cevapları

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?



$$\begin{array}{r} 15 \\ - 6 \\ \hline 9 \end{array}$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

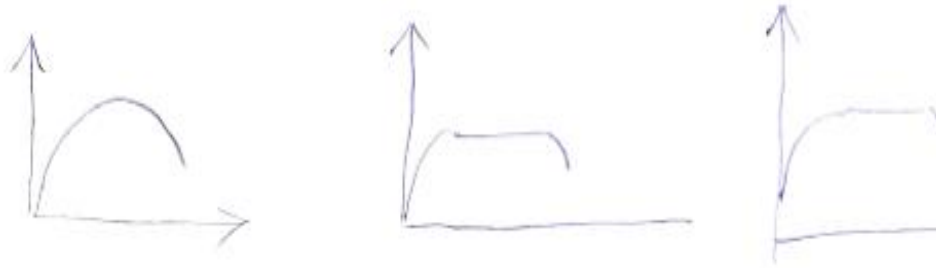
4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

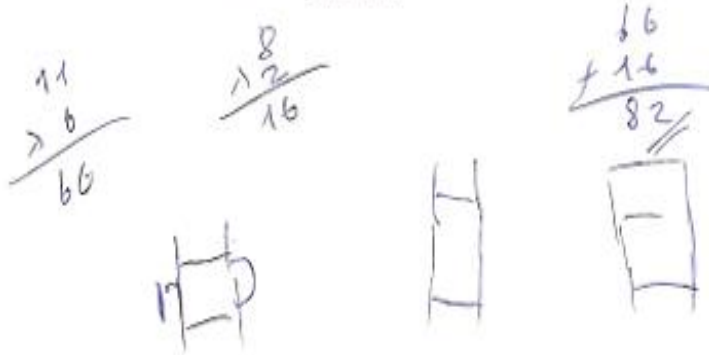
Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

6) 3 basamaklı bir sayının üç katı, 5 çarpanıyla çarpıldığında 1000 ile bölünebilir. 2000 ile bölünebilir. Bu sayı kaçtır? (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100)

7) Beyniniz, on yıllara göre değişimin gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?



Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcı 100 katına çıkar?

2 4 8 16 32 64 128

5

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

Ö8 Sesli Düşünme Protokolü Cevapları

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

S

M
3



$$15 : 3 = 5$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

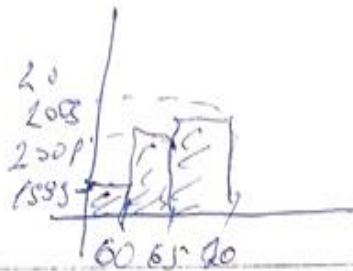
4) Samet 1 km² alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km² alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

5) Bir zar atıldığında 2 gelme olasılığına göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 2 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

6) Hangi partiye baskın atıldığında en az ikisinin tura gelme olasılığı 500 atışta en az 2004 kez tura gelme olasılığı en az 0.01'dir. Bu yüzden, buçukluk ve çiftlik iyaretleri ile açıklıyoruz (1, 2, 3, 4)

7) Beynunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?

8K 2 Basamak 4K 1 Basamak
11K 3 Basamak
... 20 Basamak
 $4 \cdot 20 = 80K$

Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?

→ 1 saat 2K
50 saat 100K

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

Ö9 Sesli Düşünme Protokolü Cevapları

Yönerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli okuduktan sonra içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz.

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

$$\begin{array}{cc} \underline{S} & \underline{M} \\ 9 \text{ tur} & 3 \text{ tur} \\ 15 \text{ tur} & \end{array} \quad \frac{15 \cdot 3}{9} = 5$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

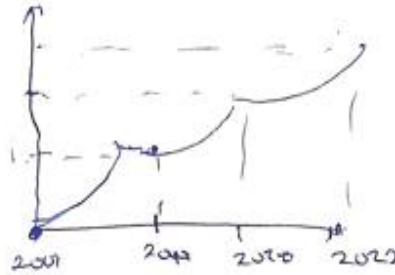
4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

6) 3 bozuk parayı havaya attığımızda en az ikisinin tura gelme olasılığı 300 atışta en az 200 kere tura gelme olasılığı arasındaki ilişkiyi büyüklük, küçüklük ve eşitlik işaretleri ile açıklayınız ($>$, $<$, $=$)

7) Boyunuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?



9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar?

1 2 4
3 - - -

$$2^n = 100$$

$$n = \log_2 100$$

6. - - -

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

Ö₁₀ Sesli Düşünme Protokolü Cevapları

Önerge: Bu testte toplam 9 soru bulunmaktadır. Lütfen soruları dikkatli ve hızlıca okuyunuz. Sorulara içtenlikle cevaplayınız. Bu test sadece araştırma amacıyla kullanılacaktır. Çalışmada vereceğiniz cevaplarla matematik eğitimi alan yazınına önemli katkı sağlamış olacaksınız. Katılımınız için teşekkür ederiz. ^uÖ₁₀

1) Şule ile Merve dairesel bir pistte eşit hızla koşmaktadırlar. Şule koşuya önce başlamıştır. Şule 9 tur koştuğunda Merve 3 tur koşmuştur. Şule 15 turu koştuğunda Merve kaç tur koşmuştur?

$$\begin{array}{cc} 9 & 3 \\ 15 & x \\ \hline x = 5 \end{array}$$

2) 5 makine 5 dakikada 5 düğme üretiyorsa 100 makine 100 düğmeyi kaç dakikada üretir?

3) Yarıçapı r olan kürenin yarıçapı 2 katına çıkarıldığında kürenin hacmini yorumlayınız.

4) Samet 1 km^2 alana sahip tarlayı traktörle 1 saatte sürecektir. Aynı hızla sürerse 4 km^2 alana sahip tarlayı kaç saatte sürer?

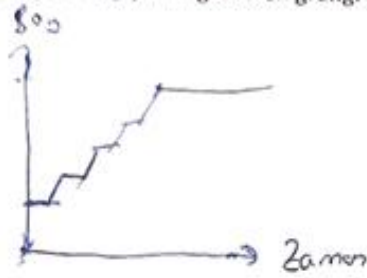
5) Bir zar atıldığında 3 geldiği bilindiğine göre aynı zarı tekrar attığımızda yeniden 3 gelme olasılığı ilk duruma göre daha yüksek midir?

Ek 3: Sesli Düşünme Protokolü

... en az düşme olasılığı 100 atışta en az 200 kere düşme olasılığı
atastandaki değişim boyutluk, küçüklik ve cümlük işaretleri ile atıldaymız { +, -, = }

4TT TTT

7) Bcynuzun yıllara göre değişimini gösteren grafiği çiziniz.



8) 8 kibrit çöpü ile 2 basamaklı 11 kibrit çöpü ile 3 basamaklı merdiven yapılmaktadır. Buna göre 20 basamaklı bir merdiven yapmak için kaç kibrit çöpüne ihtiyaç vardır?



9) Bir bakteri türünde nüfus her saat 2 katına çıkmaktadır. Buna göre kaç saat sonra başlangıcın 100 katına çıkar ?

x $2x$ $4x$

2^{n-1} 2 4 8

ÖZ GEÇMİŞ

Üniversitesinde lisans eğitimini tamamladı. 2022 yılında Bayburt Üniversitesinde Matematik Eğitimi alanında yüksek lisans eğitimine başladı.