

**DÖKÜM SANAYİNDE HARMANLAMA PROBLEMLERİ İÇİN
OLABİLİRLİK VE OLASILIK TEORİSİ TABANLI MODELLEME VE
ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI**

Ümit Sami SAKALLI

**DOKTORA TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**NİSAN 2010
ANKARA**

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Ümit Sami SAKALLI

Ümit Sami SAKALLI tarafından hazırlanan DÖKÜM SANAYİNDE HARMANLAMA PROBLEMLERİ İÇİN OLABİLİRLİK VE OLASILIK TEORİSİ TABANLI MODELLEME VE ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI adlı bu tezin Doktora tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ

.....

Tez Danışmanı, Endüstri Müh. Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalında Doktora tezi olarak kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Hasan BAL

.....

(İstatistik Anabilim Dalı, Gazi Üni.)

Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ

.....

(Endüstri Müh. Anabilim Dalı, Gazi Üni.)

Prof Dr. Fulya ALTIPARMAK

.....

(Endüstri Müh. Anabilim Dalı, Gazi Üni.)

Doç. Dr. Burak BİRGÖREN

.....

(Endüstri Müh. Anabilim Dalı, Kırıkkale Üni.)

Yrd. Doç. Dr. Feyzan ARIKAN

.....

(Endüstri Müh. Anabilim Dalı, Gazi Üni.)

Tarih: 20/04/2010

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Doktora derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Bilal TOKLU

.....

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

**DÖKÜM SANAYİNDE HARMANLAMA PROBLEMLERİ İÇİN
OLABİLİRLİK VE OLASILIK TEORİSİ TABANLI MODELLEME VE
ÇÖZÜM YAKLAŞIMLARI
(Doktora Tezi)**

Ümit Sami SAKALLI

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Nisan 2010**

ÖZET

Bu çalışmada, pirinç döküm sürecinde karşılaşılan harmanlama problemi, operasyonel seviyede kullanılan tekli ve taktiksel seviyede kullanılan çoklu-harmanlama olarak iki ayrı model kapsamında incelenmiştir. Süreç içerisinde kullanılan hammadde ve malzemeler, her iki model için de modellerin kullanım amaçları dikkate alınarak bileşenlerindeki element oranlarının belirli ve belirsiz olmasına göre bir sınıflandırmaya tabii tutulmuştur. Tekli-harmanlama modelindeki hammadde ve malzeme bileşenlerinin belirsizlikleri olasılık ve olabilirlik dağılımları ile modellenmiştir. Hem olasılıksal hemde olabilirlik belirsizlik içeren tekli-harmanlama modelinin çözümü için olasılıksal belirsizliklerin olabilirlik, olabilirlik belirsizliklerin olasılıksallara dönüşümünü yapan ve herhangi bir dönüşüme ihtiyaç duymayan üç yaklaşım geliştirilmiştir. Çoklu-harmanlama modelinde hem hammadde ve malzeme bileşen belirsizlikleri hem ürün talep parametreleri hem de birim satın alma maliyetleri olabilirlik dağılımları ile modellenmiştir. Çoklu-harmanlama problemi bir bütünleşik üretim planı olarak değerlendirilmiş ve Lai ve Hwang [78, 79]'ın yaklaşımına dayalı olarak modellenip çözülmek istenmiştir. Ancak bu modelleme ve çözüm yaklaşımının ele alınan problemi modellemekte ve çözmekte yetersiz kaldığı gösterilmiştir.

Bu nedenle “ya, ya da” kısıtlarını kullanan daha kapsamlı bir matematiksel model ve bu yeni modelin çözümü için yeni bir algoritma geliştirilmiştir.

Bilim Kodu : 906.1.141
Anahtar Kelimeler : Harmanlama problemi, olasılıksal belirsizlik, olabirlikliksel belirsizlik, eniyileme
Sayfa Adedi : 98
Tez Yöneticisi : Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ

**THE MODELLING AND SOLUTION APPROACHES BASED ON
POSSIBILITY AND PROBABILITY THEORY FOR BLENDING
PROBLEMS IN CASTING INDUSTRY
(Ph. D. Thesis)**

Ümit Sami SAKALLI

**GAZI UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
April 2010**

ABSTRACT

In this thesis, the blending problem in brass casting industry is studied as single-blend and multi-blend models which are used in operational and tactical levels, respectively. The raw materials used in process are classified whether the ingredients' ratios are deterministic or uncertain for each model considering their objectives. The uncertainties in raw materials are modeled by using probability and possibility distributions in the single-blend model. Three new approaches, first of which transforms the probabilistic uncertainties into the possibilistic ones, second of which transforms possibilistic uncertainties into the probabilistic ones and without any transformation are developed for solving single-blend which includes probabilistic and possibilistic parameters. In the multi-blend, each ingredient's uncertainty, demands and unit purchasing costs are modeled by using possibility theory. The multi-blend problem is considered as an aggregate production plan and then struggled to model and solve by using Lai and Hwang's approach [78, 79]. However, it is shown in thesis that this modeling and solution approach has some insufficiencies to model and solve the problem considered.

Therefore, a more comprehensive mathematical model that uses “either or” constraints and a novel algorithm are developed to solve the problem.

Science Code	: 906.1.141
Keywords	: Blending problem, probabilistic uncertainty, possibilistic uncertainty, optimization
Page Number	: 98
Adviser	: Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ

TEŞEKKÜR

Doktora çalışmalarım boyunca bana her zaman yardımcı olan, vakit ayıran, bilimsel katkılarıyla beni yönlendiren ve taşıdığı üstün insani vasıflarıyla bana değer katan kıymetli hocam Prof. Dr. Ömer Faruk BAYKOÇ'a yine tecrübelerinden ve bilgilerinden faydalandığım tez izleme komitesi üyeleri değerli hocalarım Doç. Dr. Burak BİRGÖREN ve Yrd. Doç. Dr. Feyzan ARIKAN'a, ve manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan çok değerli eşim Bedriye SAKALLI'ya ve beni yetiştiren, emeklerini esirgemeyen anneme, babama ve de kardeşime teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET.....	iv
ABSTRACT	vi
TEŞEKKÜR.....	viii
İÇİNDEKİLER	ix
ÇİZELGELERİN LİSTESİ.....	xi
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	xii
RESİMLERİN LİSTESİ	xiv
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	xv
1. GİRİŞ.....	1
2. TEKLİ- HARMANLAMA PROBLEMİ	7
2.1. Pirinç Üretiminde Kullanılan Hammadde ve Malzemeler	10
2.2. Tamamen Stokastik TH Problemi	15
2.2.1. Şans kısıtlarının doğrusallaştırılması	19
2.2.2. Doğrusal olmayan çözücü yazılımı kullanımı.....	20
2.2.3. Model karşılaştırmaları için kısıt güvenlik seviyesi analizleri.....	20
2.2.4. Örnek problem.....	24
2.3. Hem Olasılıksal Hem de Olabilirlik Belirsizlik İçeren TH Problemi.....	29
2.3.1. Olasılık/olabilirlik dönüşümü yaparak tamamen olabilirlik model yaklaşımı.....	34
2.3.2. Olabilirlik/olasılık dönüşümü yaparak tamamen olasılıksal model yaklaşımı.....	38
2.3.3. Herhangi bir dönüşüm yapmadan melez model yaklaşımı	44

Sayfa

2.3.4. Örnek problem.....	47
3. ÇOKLU- HARMANLAMA PROBLEMİ	53
3.1. ÇH BÜP Modelindeki Belirsiz Veriler	59
3.2. Belirsiz Katsayılar İçeren Doğrusal Modelin Çözüm Yolları	62
3.2.1. Lai ve Hwang yaklaşımı.....	62
3.3. Lai ve Hwang Yaklaşımının ÇH BÜP Modeline Uygulanması.....	65
3.3.1. Önerilen yaklaşım	68
3.3.2. Algoritma	72
3.4. Örnek Problem	73
4. SONUÇ ve ÖNERİLER.....	81
KAYNAKLAR	88
EKLER.....	95
EK-1 ÇH örnek problem sonuçları	96
ÖZGEÇMİŞ	98

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 1.1. Ms 58 CuZn39Pb3 içeriği.....	1
Çizelge 1.2. Literatürdeki çalışmalar	6
Çizelge 2.1. Ms 58 CuZn39Pb2 için spesifikasyon sınırları.....	24
Çizelge 2.2 Hammadde ve malzemeler ait ilgili veriler.....	26
Çizelge 2.3. Pratik çözüm için daraltılmış spesifikasyon sınırları	25
Çizelge 2.4. Yaklaşımların hazırlamış oldukları harmanlar.....	27
Çizelge 2.5. Gerçek olasılık değerleri	27
Çizelge 2.6. Malzemelerin grubu, stoktaki miktarları, izin verilen en az ve üst miktarları ve maliyetleri.....	48
Çizelge 2.7. Birinci grup ve birinci alt gruptaki malzemelerin içerikleri	48
Çizelge 2.8. Üçüncü grup ve üçüncü alt gruptaki malzemelerin içerikleri	49
Çizelge 2.9. İkinci alt gruptaki malzemelerin içerikleri.....	49
Çizelge 2.10. Örnek problemin çözümleri	50
Çizelge 3.1. Kısıtların sağ taraf değerleri	68
Çizelge 3.2. Hammadde ve malzemelere ait element oranları.....	76
Çizelge 3.3. Hammadde ve malzemelere ait maliyetler, kullanılabilecek en küçük ve en büyük miktarlar	78
Çizelge 3.4. Ürünlere ait veriler	79
Çizelge 3.5. BÜP örnek problemi için özet sonuç tablosu.....	80

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Hammadde ve malzemelerin sınıflandırılması	10
Şekil 2.2. Hurda pirinç mamulü yığını.....	12
Şekil 2.3. Olasılık dağılımları karışımı	12
Şekil 2.4. Üçgensel olabilirlik dağılımı	15
Şekil 2.5. Kısıtların α seviyesi.....	18
Şekil 2.6. Cu ve Pb elementlerine ait kısıtların α seviyesi	19
Şekil 2.7. Bağlayıcı olmayan kısıtlardaki bolluk	22
Şekil 2.8. Rong ve Lahdelma dönüşümü	35
Şekil 2.9. Dubois ve Prade dönüşümü	35
Şekil 2.10. Dönüşüm yaklaşımlarının karşılaştırması.....	36
Şekil 2.11. Parçalı doğrusal ve doğrusal üçgensel olabilirlik dağılımlarının β kesimi	37
Şekil 2.12. Simetrik üçgensel olabilirlik dağılımının azalan kısmından elde edilen olasılık fonksiyonu	39
Şekil 2.13. Simetrik üçgensel olabilirlik dağılımından elde edilen olasılık fonksiyonu	40
Şekil 2.14. Üçgensel olabilirlik dağılımından elde edilen olasılık fonksiyonu ve yaklaşık normal dağılım fonksiyonu	41
Şekil 2.15. Simetrik olmayan üçgensel olabilirlik dağılımı	43
Şekil 2.16. Asimetrik olabilirlik dağılımından üretilen simetrik olabilirlik dağılımlar	43
Şekil 2.17. Olabilirlik ölçümü	46
Şekil 3.1. Hammadde ve malzemelerin BÜP perspektifinden sınıflandırılması.....	58

Şekil	Sayfa
Şekil 3.2. Planlama periyodunda stoka giren malzemeler	61
Şekil 3.3. Uzun dönemli planlama oluşan belirsizlikler	61
Şekil 3.4. Amaç fonksiyonunun maksimize edilmesi	62
Şekil 3.5. Amaçların üyelik fonksiyonları	65
Şekil 3.6. Cu elementinin çözüm uzayı.....	68
Şekil 3.7. Çeşitli alternatif karşılaştırmalar.....	69
Şekil 3.8. Gevşetilen sıralama konseptine göre oluşan Cu çözüm uzayı.....	70
Şekil 3.9. Toplam maliyet dağılımı.....	74

RESİMLERİN LİSTESİ

Resim	Sayfa
Resim 2.1. Hurda su saati yığını	11
Resim 2.2. Hurda pirinç mamulü yığını.....	12

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
Cu	Bakır
Zn	Çinko
Pb	Kurşun
Sn	Kalay
Sb	Antimuan
Ni	Nikel
Fe	Demir
Al	Alüminyum
i	Hammadde
j	Element
k	Ürün tipi
C_i	<i>i.</i> hammadde kg maliyeti
P_{ij}	<i>i.</i> hammaddedeki <i>j</i> element oranı (Belirli)
R_{ij}	<i>i.</i> hammaddedeki <i>j</i> element oranı (Olasılıksal)
A_{ij}	<i>i.</i> hammaddedeki <i>j</i> element oranı (Olabilirlikssel)
V_i	<i>i.</i> hammadde kayıp oranı
W_j	<i>j.</i> element kayıp oranı
U_{j(k)}	Pirinç ürünü içindeki <i>j.</i> element oranının üst spesifikasyon sınırı (<i>k.</i> ürün)
L_{j(k)}	Pirinç ürünü içindeki <i>j.</i> element oranının alt spesifikasyon sınırı (<i>k.</i> ürün)
E_i	<i>i.</i> hammaddenin stoktaki miktarı
MX_i	<i>i.</i> hammaddeden kullanılabilecek izin verilen üst miktar
MN_i	<i>i.</i> hammaddeden kullanılabilecek izin verilen alt miktar
D_(k)	Ürüne olan talep miktarı (<i>k.</i> ürünün)

Simgeler**Açıklama** $X_{i(k)}$ i hammaddeden kullanılacak miktar (k . üründe) π

Olabilirlik derecesi

 β

Kabul edilebilir olabilirlik değeri

 α

Kabul edilebilir olasılık değeri

Kısaltmalar**Açıklama****TH**

Tekli-harmanlama

ÇH

Çoklu-harmanlama

DP

Doğrusal programlama

KTP

Karışık tamsayılı programlama

MKEK

Makine ve Kimya Endüstrisi Kurumu

1. GİRİŞ

Döküm, metal üretme fırınlarından elde edilen eriyik haldeki metalin kullanım amacına göre gerekli şekil verilerek katılaştırılması olayıdır. Çalışmaya konu olan pirinç, tabii olarak bulunmayıp döküm yoluyla üretilen bakır (Cu) – çinko (Zn) ve gerekli hallerde kurşundan (Pb) oluşan bir alaşımdır.

Pirinç üretiminde, düşük maliyeti nedeniyle farklı elementler içeren hurdalar kullanılır; Cu, Zn ve Pb'nin saf malzeme olarak kullanımı asgari miktarda tutulmaya çalışılır. Dolayısıyla pirincin içinde kalay (Sn), antimuan (Sb), nikel (Ni), demir (Fe), alüminyum (Al) gibi empüriteler de bulunur. Mevcut saf ve hurda malzemeler karıştırılarak ergitme ocaklarına şarj edilip istenilen standartlarda pirinç elde edilir.

Dünya standardı olarak belirlenmiş ve DIN 17660 olarak adlandırılmış ondokuz çeşit pirinç mevcuttur. Bu pirinçler içerdikleri element yüzdelerine göre farklılık gösterir ve isimlendirilir. Çizelge 1.1'de örnek olarak Ms 58 CuZn39Pb3 pirincinin içeriği verilmiştir. Oranlar ağırlık cinsinden yüzde değerleridir.

Çizelge 1.1. Ms 58 CuZn39Pb3 içeriği

	Min	Maks
Cu	57	59
Pb	2,5	3,5
Al	0	0,1
Fe	0	0,5
Ni	0	0,5
Sb	0	0,02
Sn	0	0,4
Diğer	0	0,3
Zn	Geri kalan	

Bu pirinç ortalama olarak % 58 (min ve maks ortalaması) oranında Cu ihtiva ettiği için Ms 58 olarak adlandırılmıştır. Min sütunu, elementlerin alaşımda bulunması gereken en az miktarını, Maks sütunu ise alaşımda bulunması gereken en fazla

miktarı ifade eder. Alaşımdaki element miktarı bu iki sınır arasında da olabilir. Zn için bulunması gereken en az ve en fazla miktar verilmemiştir; çünkü toplam yüze tamamladığı için Zn için kısıt vermeye ihtiyaç yoktur. Diğer satırı ise oranları çok küçük olan ve alaşım için bir önem arz etmeyen empüritelerin toplamını ifade eder. En küçük ve en büyük oranlarının dışına çıkan bir element alaşımın yapısını bozduğu için pirinç hatalı kabul edilir. Pirinç üretimi sırasıyla üç ana süreçten oluşmaktadır; Vezinhane, Dökümhane, Pres-Haddehane.

Vezinhane: Ürünler için gerekli malzemeler (saf ve hurda malzemeler) burada ölçümlendirilir ve depolanır. Ölçümlendirme işlemi ile malzemenin içerisindeki elementler ve oranları tespit edilerek tasnif edilir. Üretilecek ürüne göre gerekli karışım (gerekli malzemelerden gerekli miktarlar) vezinhanede hazırlanır ve şarjlara konularak dökümhaneye gönderilir. Karışım hazırlanılırken ürünün içereceği elementlerin oranları dikkate alınır ve sınırlar arasında kalan bir harman (karışım/şarj) oluşturulur. İhtiyaç halinde dökümhaneye ocaklara konulması için saf malzemeler de gönderilir.

Dökümhane: Vezinhane atölyesinde hazırlanan şarjlar burada ergitme ocaklarına dökülerek eritilir. Erime işlemi tamamlandıktan sonra dinlendirme ocağına alınan şarj çeşitli şekillerde dökme işlemine tabi tutulur. Ergitme ocaklarından her şarjda belli periyotlarla kontrol amaçlı örnek alınarak karışımın içerisindeki element yüzdeleri ölçülür. Herhangi bir elementin oranı az gelmişse standardı sağlamak için o maddeden gerekli miktar ocağa eklenir. Element oranı fazla çıkmışsa öncelikle saf Zn ve Zn'nin eklenmesiyle oranı alt sınır altına (min) inecek elementten gerekli miktar ocağa ilave edilerek oranlar sağlanmaya çalışılır. Eğer ocakta farklı bir ürünün dökümüne geçilecekse, bir önceki ürünün dökümünden belli bir miktar ocakta kaldığı için ocağa saf bakır veya çinko ilave edilir. Yeni ürünün Cu oranı bir öncekinden yüksek ise saf Cu, düşük ise saf Zn ilave edilerek ocaktaki karışımın empürite oranları yeni ürünün seviyesine çekilir. Sürekli, yarı sürekli ve kokil kalıp olmak üzere üç çeşit döküm yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntemler neticesinde farklı uzunluklarda ve çaplarda pirinç takozlar üretilmektedir.

Pres-Haddehane: Dökümhaneden gelen pirinç takozlar burada ısıtma ve pres işlemine tabi tutularak lama haline dönüştürülür. Lamalar ise haddehanede istenilen kalınlığa indirilip şerit levhalar haline getirilir.

Süreç içerisindeki temel problem, hangi hurda ve saf malzemelerin hangi oranlarda karıştırılacağına saptanması şeklinde tanımlanmıştır ve bu haliyle klasik bir harmanlama problemidir.

Harmanlama problemi proses endüstrisi olarak adlandırılan rafineri, gıda sanayi, kimya sanayi ve metal sanayi gibi süreç tipi üretim yapan kurumlarda sıkça karşılaşılan bir sorundur. Harmanlama genel olarak ürüne değer katan girdilerin karıştırılması şeklinde tanımlanabilir. İşletme mevcut kaynaklarını son ürünün şartlarını karşılayacak şekilde karıştırarak üretim sürecini işletmektedir. Örneğin rafineri harmanlama probleminde farklı muhteviyat ve buhar basıncına sahip petroller belli oranlarda karıştırılarak istenen şartları sağlayan benzin elde edilir. Dikkat edilmesi gereken konu bu karışımın en az maliyetle hazırlanmasıdır. Harmanlama problemi bu sorunun çözülmesi için geliştirilmiş özel bir doğrusal modeldir. Stigler'in [1] diyet problemi üzerine yapmış olduğu çalışmadan bu yana literatüre girmiş birçok harmanlama problemi çalışması mevcuttur. Bu çalışmalar genel olarak iki başlık altında toplanabilir: belirli ve belirsiz modeller.

Belirli modellerde, problem parametrelerine ait tüm bilgiler tam ve kesindir. Bu problem türleri için genel olarak doğrusal programlama (DP) ve karışık tamsayılı programlama (KTP) tekniklerinden faydalanılmıştır.

Wilson ve Willis [2], Kim ve Lewis [3], De Cock ve Sinclair [4], Munford [5], Al-Shammari ve Dawood [6], Buehlmann vd. [7], Liu ve Sherali [8] ve Sakalli ve Birgoren [9] çeşitli alanlardaki harmanlama problemlerini DP tekniği kullanarak modellemişlerdir.

Glen [10], Williams [11] ve Ashayeri ve van Eijs [12] ise belirli harmanlama problemi için KTP tekniğini kullanmışlardır.

Ancak her zaman için problem parametreleri belirli-kesin değildir; ürüne değer katan girdilere ait bilgiler belirsiz olabilir. Bliss [13], Lahdelma ve ark. [14] ve Sakallı ve Birgören [15] çalışmalarında belirsizlik içeren harmanlama problemini belirlilik kabulü altında modellemişlerdir. Fakat bu belirsizliklerin yol açacağı uygun olmayan çözümleri önlemek için belirli modelin kısıtlarına güvenlik miktarları eklemek ya da belirsiz parametreler için kötümser değer kullanmak gibi pratik çözüm yolları üretmişlerdir.

Ancak bu pratik çözümler belirsizliği modellemekte yetersiz kalmakta sadece sonuçlar açısından uygun çözüm uzayını daraltarak alt eniyi sonuçlar üretmektedir. Dolayısıyla hammadde ve malzeme içerisindeki belirsizlikler, dikkatli bir şekilde analiz edilip doğru tanımlandıktan sonra yapılarına uygun olarak modellenmelidir. Bu bağlamda belirsizlik içeren harmanlama problemi için stokastik ve/veya bulanık programlama modelleri geliştirmekte mümkündür.

Candler [16], Shih ve Frey [17], Blanchard-Gaillard ve ark. [18], Turunen [19] ve Kumral [20] istatistiksel belirsizlik içeren harmanlama problemleri için stokastik modeller geliştirmişlerdir. Rong ve Lahdelma [21] ise hem istatistiksel hem de bulanık belirsizlikleri içeren harmanlama problemi üzerine çalışmış ve bulanık şans kısıtlı bir yaklaşım önermiştir.

Harmanlama modelleri kullanım amacına göre iki farklı grupta değerlendirilebilir: Tekli ve Çoklu-harmanlama. Tekli-harmanlama (TH) modeli sadece bir harman ya da bir ürün için eniyi karışımı bulmaya hedeflerken, çoklu-harmanlama (ÇH) modeli birden fazla harmanın ya da birden fazla ürünün eş zamanlı olarak en iyilenmesini amaçlar. Yukarıda bahsi geçen çalışmalar kullanım amaçlarına, parametrelerin durumuna ve geliştirilen yaklaşıma göre sınıflandırılarak Çizelge 1.2’de verilmiştir.

Çizelge 1.2’de verilen çalışmalar çeşitli endüstri dallarında karşılaşılan harmanlama problemleri için gerçekleştirilmiştir, ancak pirinç döküm sanayi için yapılmış tek çalışma Sakallı ve Birgören’e [22] aittir. Sakallı ve Birgören [22] bu çalışmalarında,

MKEK Pirinç fabrikasındaki harmanlama probleminin modellenenebilmesi ve çözülebilmesini amaçlayan Excel ara yüzü ve Lingo eniyileme paketi tabanlı bir karar destek sisteminin geliştirilmesi ve gerçekleştirilmesini tartışmışlardır. Fabrika bu problemin çözümü için bu çalışmadan önce doğrusal harmanlama modellerini hiç dikkate almamıştır. Sakallı ve Birgören [22] iki adet belirli DP modeli geliştirmişlerdir. Birincisi, fabrikada operasyonel seviyede kullanılan sadece bir ürünü üretmede gerekli bir ya da bir seri ergitme operasyonu için eniyi harmanı hazırlamaya yönelik bir TH modeldir. İkincisi ise belirli bir planlama periyodu için birden fazla ürünün toplam üretiminde kullanılacak hammadde ve malzeme miktarlarını eniyileyerek hammadde satın alma politikasını belirlemeye yönelik taktiksel seviyede kullanılan ÇH modeldir. Yukarıda bahsi geçtiği üzere her iki modelde belirli olarak modellenmiştir. Ancak her zaman için hammadde ve malzeme içerikleri belirli-kesin olmayabilir. Malzeme içeriklerindeki belirsizlikler yapılan bu çalışma için bir engel oluşturmaktadır. Çünkü belirli modelin çözümü neticesinde elde edilen eniyi harmandaki element oranları bağlayıcı kısıtların birer neticesi olarak alt ya da üst spesifikasyon sınırlarında oluşurlar. Dolayısıyla hammadde ve malzeme içeriklerindeki belirsizlikler harmandaki element oranlarının kolaylıkla spesifikasyon sınırlarının dışına taşmasına neden olabilir. Bu olası ihlallerin düzeltilebilmesi için ise harmanlara saf bakır ya da çinko ilave edilmesi gerekmektedir. Bu şartlarda ise harman maliyeti kayda değer bir şekilde artabilir. Yazarlar bu sorunu pratik çözümler üreterek gidermeye çalışmışlardır.

Bu çalışmanın amacı, pirinç döküm sürecinde karşılaşılan harmanlama problemi için hammadde ve malzeme içeriklerindeki belirsizlikleri tanımlamak ve sınıflandırmak ve de bu belirsizlikleri içeren matematiksel modeller geliştirip çözüm yollarını araştırmaktır.

Çizelge 1.2. Literatürdeki çalışmalar

Çalışma	Tipi	Parametreler	Yaklaşım
Stigler [1945]	TH	Belirli	DP
Wilson ve Willis [1985]	TH	Belirli	DP
De Cock ve Sinclair [1987]	ÇH	Belirli	DP
Kim ve Lewis [1987]	ÇH	Belirli	DP
Glen [1988]	ÇH	Belirli	KTP
Munford [1989]	TH	Belirli	DP
Williams [1989]	ÇH	Belirli	KTP
Candler [1991]	ÇH	Stokastik	DP
Ashayeri ve van Eijs [1994]	TH	Belirli	KTP
Shin ve Frey [1995]	TH	Stokastik	Doğrusal olmayan KTP
Al-Shammari ve Dawood [1997]	ÇH	Belirli	DP
Bliss [1997]	TH	Belirli-Pratik çözüm	DP
Lahdelma [1999]	TH	Belirli-Pratik çözüm	DP
Gaillard [1999]	TH	Stokastik	Sezgisel algoritma
Buehlmann [2000]	TH	Belirli	DP
Liu ve Sherali [2000]	ÇH	Belirli	0-1 KTP
Turunen [2000]	ÇH	Stokastik	Şans kısıtlı programlama
Kumral [2003]	TH	Stokastik	Sezgisel algoritma
Sakallı ve Birgören [2004]	TH	Belirli	DP
Rong ve Lahdelma [2008]	ÇH	Belirsiz - Stokastik ve bulanık	Şans kısıtlı DP
Sakallı ve Birgören [2009]	TH ve ÇH	Belirli - Pratik çözüm	DP

2. TEKLİ- HARMANLAMA PROBLEMİ

TH problemi günlük ya da haftalık pirinç üretimi için operasyonel seviyede kullanılan ve uygun hammaddeler içerisinde istenilen ürün spesifikasyonlarını sağlayacak en ucuz harmanı hazırlamaya yönelik bir modeldir [22]. Modelin genel yapısı şu şekildedir:

Model notasyonu

i hammadde, $i = 1, \dots, n$

j element, $j = 1, \dots, m$

C_i i . hammadde kg maliyeti

P_{ij} i . hammadde içerisindeki j element oranı (Belirli) $i = 1, \dots, h$

R_{ij} i . hammadde içerisindeki j element oranı (Olasılıksal) $i = h+1, \dots, k$

A_{ij} i . hammadde içerisindeki j element oranı (Olabilirliksel) $i = k+1, \dots, n$

V_i i . hammadde kayıp oranı

W_j j . element kayıp oranı

U_j pirinç ürünü içindeki j . element oranının üst spesifikasyon sınırı

L_j pirinç ürünü içindeki j . element oranının alt spesifikasyon sınırı

E_i i . hammaddenin stoktaki miktarı

MX_i i . hammaddeden kullanılabilirlik izin verilen üst miktar

MN_i i . hammaddeden kullanılabilirlik izin verilen alt miktar

D ürüne olan talep miktarı (kg)

Karar değişkeni

X_i i hammaddeden harmanda kullanılacak miktar (kg)

Amaç fonksiyonu

$$\text{Min: } \sum_{i=1}^n (C_i X_i) \quad (2.1)$$

Kısıtlar

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k (V_i W_j R_{ij} X_i) + \sum_{i=k+1}^n (V_i W_j A_{ij} X_i) \leq (U_j D) \quad \forall j \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k (V_i W_j R_{ij} X_i) + \sum_{i=k+1}^n (V_i W_j A_{ij} X_i) \geq (L_j D) \quad \forall j \quad (2.3)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i \geq D \quad (2.4)$$

$$X_i \leq \min\{E_i, MX_i\} \quad \forall i \quad (2.5)$$

$$X_i \geq \max\{0, MN_i\} \quad \forall i \quad (2.6)$$

Bazı hammadde ve malzemeler harmana katılmadan önce parçalanma ya da üzerinde bulunan plastik parçaların ayıklanması gibi işlemlere tabi tutulabilir. Bu nedenle amaç fonksiyonundaki katsayılar, satın alma maliyetinin ve malzemenin harmana hazırlanması sürecinde oluşan maliyetlerin toplamını ifade etmektedir.

Ergitme işlem sırasında malzemenin yapısına ve kullanılan teknolojiye bağlı olarak malzeme kaybı ya da element kaybı oluşabilir. Malzemenin bir kısmının cürufa dönüşmesi ya da elementin buharlaşarak gaz fazına geçmesi bu kayıplara birer örnektir. Malzemeye bağlı kayıplar V_i parametresi ile elemente bağlı kayıplar ise W_j parametresi ile modellenmiştir. Bu parametreler 0 ile 1 arasında değerler alır; 1 hiçbir kaybın olmadığını, 0 ise tamamen kayıp olduğunu ifade eder ve malzemelerin ve elementlerin verimi olarak da görülebilir. Bu konu ile ilgili detaylı tartışma Kim ve Lewis [3]'ün çalışmalarında bulunabilir.

Eş. 2.2 ve Eş. 2.3, ürünlerdeki element oranlarının DIN standartlarına uyması için oluşturulmuş kısıtlardır. Eş. 2.2 ile üst spesifikasyon sınırının, Eş. 2.3 ile de alt spesifikasyon sınırının ihlal edilmemesi sağlanır.

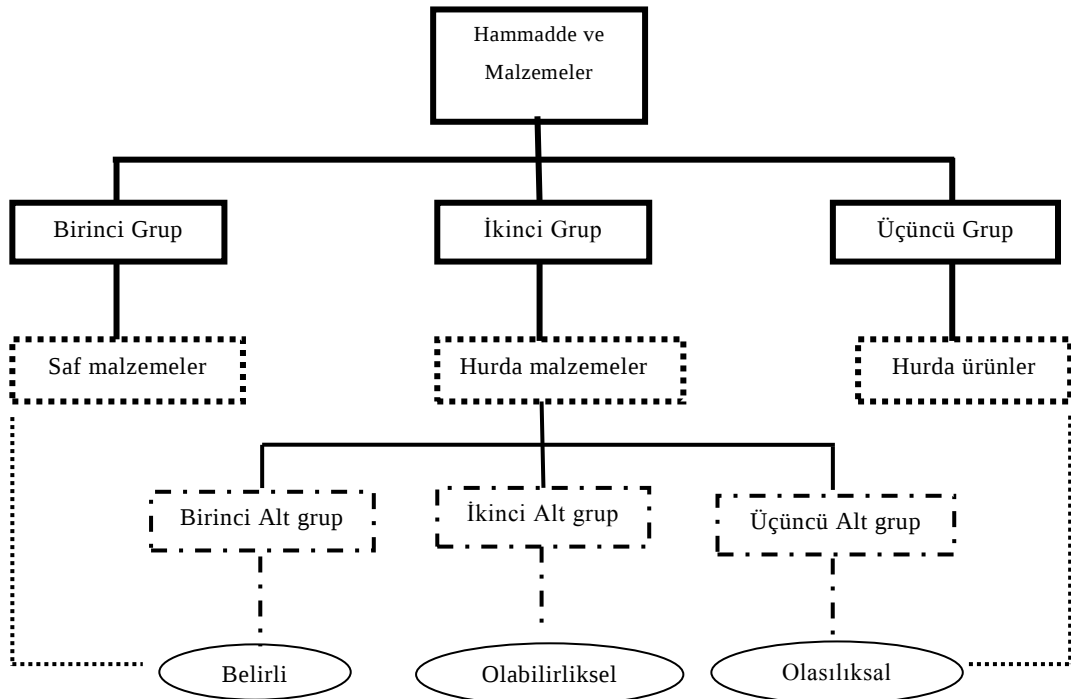
Eş. 2.4, kullanılacak malzeme miktarlarının toplamının talepten küçük olmamasına dair kısıttır.

Eş. 2.5 ve Eş. 2.6 ise sürece özgü geliştirilmiş olup, belli malzemelerin kullanımını zorunlu hale getirmek ve belli malzemelerin kullanımını sınırlamak için modele yerleştirilmiştir. Bu kısıtlara metalürjik nedenlerden dolayı ihtiyaç duyulmuştur. Örneğin, ocaklardaki cüruf kalınlığını azaltmak için belli malzemelerin harmana katılması zorunlu olabilir (harmanda bulunması istenen en az miktar MN_i parametresine atanarak), ya da bazı malzemelerin tek bir harmanda kullanılarak tükenmesi önlemek gerekebilir (harmanda bulunması istenen en çok miktar MX_i parametresine atanarak). Ayrıca MN_i ve MX_i parametrelerine aynı değer atanarak o malzemedan kullanılacak miktar sabitlenebilir. Eğer MN_i ve MX_i parametrelerine herhangi bir değer atanmamışsa, o malzemelerden en fazla stokta bulunan miktar

kadar kullanılabilir. Eş. 2.6 aynı zamanda matematiksel modelin pozitiflik şartını da sağlar.

2.1. Pirinç Üretiminde Kullanılan Hammadde ve Malzemeler

Pirinç üretiminde kullanılan hammadde ve malzemeler, içerdikleri elementlere ait oranların belirli ve belirsiz olmasına göre üç grup altında toplanmıştır ve Şekil 2.1’de gösterilmiştir. Birinci grup saf malzemeleri içermektedir. İkinci grup tedarikçilerden temin edilen hurda parçalardan oluşmaktadır. Üçüncü grup ise fabrika bünyesindeki diğer atölyelerden vezinhane atölyesine dönen atıl kalmış ya da üretim sırasında fireye çıkmış mamul ve yarı mamulleri kapsamaktadır. Birinci gruptaki malzemelerin içeriği belli-kesindir; bu grupta yer alan malzemelere örnek olarak saf Cu, saf Zn ve saf Pb verilebilir. Üçüncü gruptaki malzemelerin içeriğindeki element oranları, döküm sürecinde dinlendirme ocağından alınan numunelerin analizi sonucunda belirlendiği üzere normal dağılıma uymaktadır [23].



Şekil 2.1. Hammadde ve malzemelerin sınıflandırılması

İkinci gruptaki hurda malzemeler ise kendi içinde 3 alt gruba ayrılmaktadır. Birinci alt grupta içeriğindeki element oranlarının kesin olarak bilindiği hurda malzemeler bulunmaktadır. Birinci alt gruba örnek olarak Cu kablolar verilebilir.

Üçüncü alt gruptaki malzemelerin içerisindeki element oranları ise olasılıksal belirsizliğe sahiptir. Resim 2.1’de gösterilen su saati hurdaları bu grup malzemelere örnek olarak verilebilir. Yığının çeşitli bölgelerinden alınan numunelerin analizi sonucu bu yığına ait element oranlarının hurda ürünlerde (Üçüncü grup) olduğu gibi normal dağılıma uyduğu görülmüştür.



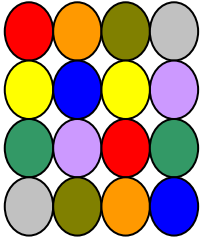
Resim 2.1. Hurda su saati yığını

İkinci alt grup ise benzer fakat aynı olmayan malzemelerin oluşturduğu heterojen yığınları içermektedir. Resim 2.2’de verilen hurda pirinç mamulleri bu gruba bir örnektir. Şekilden de görüleceği üzere yığının içerisinde yüzlerce farklı hurda ürün vardır. Böyle bir yığının tasnif edilmesi ve ölçüm yapılarak içeriğindeki element oranlarına ait tam bilgilerin elde edilmesi zaman ve maliyet açısından çok uygun bir yöntem değildir. Daha da kötüsü bu yığına benzer onlarca farklı yığın olabilir ve herhangi bir zaman dilimi içerisinde fabrika stoklarına giren her bir yığın için benzer işlemler tekrarlanmalıdır.

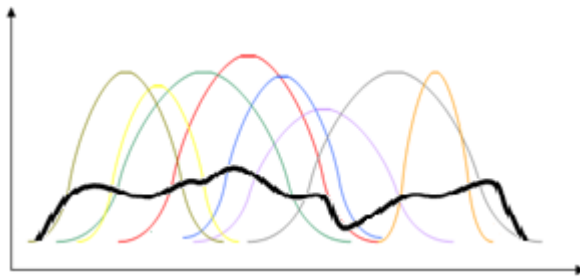


Resim 2.2. Hurda pirinç mamulü yığını

Teorik olarak, yığındaki her bir parça normal dağılıma uyan bir kitleden bu yığına dâhil olan bir örnektir. Dolayısıyla bu yığındaki element oranları bir olasılık dağılımları karışımı ile ifade edilebilir. Bu durum herhangi bir element için Şekil 2.2 ve 2.3’de verilmiştir. Olasılık dağılımları karışımı Şekil 2.3’de siyah çizgi ile gösterilmiştir.



Şekil 2.2. Hurda pirinç mamulü yığını



Şekil 2.3. Olasılık dağılımları karışımı

Matematiksel olarak, yığın içerisinde A, B,...,H ile isimlendirilmiş 8 farklı parça bulunduğu varsayılın. Her bir parça içerisindeki her bir element oranının normal dağılıma uyduğu bilgisiyle, her bir parça için Cu oranı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} A_{Cu} &\sim N\left(\mu_{A_{Cu}}, \sigma_{A_{Cu}}^2\right), & A_{Cu} &\text{1 kg hurda parça A içindeki Bak} \\ B_{Cu} &\sim N\left(\mu_{B_{Cu}}, \sigma_{B_{Cu}}^2\right), & B_{Cu} &\text{1 kg hurda parça B içindeki Bak} \\ &\vdots & & \\ H_{Cu} &\sim N\left(\mu_{H_{Cu}}, \sigma_{H_{Cu}}^2\right), & H_{Cu} &\text{1 kg hurda parça H içindeki Bak} \end{aligned}$$

Eğer yığının içerisindeki herhangi bir yerden 100 kg. bir kitle alınırsa:

$k_A, k_B, \dots, k_H$: Her bir parçanın miktarı

$$k_A + k_B + \dots + k_H = 100 \text{ kg}$$

Bu kitledeki Cu miktarı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$k_A A_{Cu} + k_B B_{Cu} + \dots + k_H H_{Cu} = 100 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} k_A A_{Cu} &\sim N\left(k_A \mu_A, k_A^2 \sigma_A^2\right), \\ k_B B_{Cu} &\sim N\left(k_B \mu_B, k_B^2 \sigma_B^2\right), \\ &\vdots \\ k_H H_{Cu} &\sim N\left(k_H \mu_H, k_H^2 \sigma_H^2\right). \end{aligned}$$

Böylece, 100 kg. kitledeki Cu oranı normal dağılıma uyar ve parametreleri şu şekildedir:

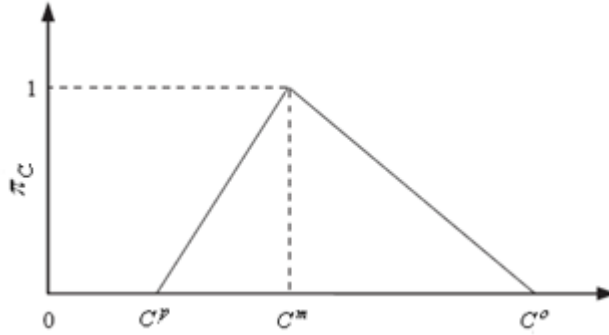
$$N\left(k_A \mu_A + k_B \mu_B + \dots + k_H \mu_H, k_A^2 \sigma_A^2 + k_B^2 \sigma_B^2 + \dots + k_H^2 \sigma_H^2\right)$$

Fakat bu çıkarım sabit k değerleri için geçerlidir. Ancak yığın homojen değildir ve k değerleri her kitleden kitleye farklılık arz eder. Dahası yığının içerisindeki değişik parça sayısı ve her bir parça içerisindeki element oranlarını temsil eden normal dağılım parametreleri kesin olarak bilinmemektedir. Bu noktada böyle bir yığın için element oranlarındaki belirsizlikleri modellemede olabilirlik dağılımları kullanmanın daha basit ve kullanışlı olacağı görülmüştür.

Olabilirlik teorisi ilk olarak Zadeh [24] tarafından geliştirilmiştir. Zadeh [24]'e göre olabilirlik dağılımları doğal dilsel durumlara derecelendirilmiş anlamlar sağlar. Olabilirlik teorisi eksik ya da tam olmayan bilgidен kaynaklanan belirsizlikle ilgilenen en geçerli ya da daha kesin bir ifade ile matematiksel olarak en basit teorilerden biridir [25]. Olabilirlik teorisi, olasılık teorisinin sayısal olmayan versiyonu ya da daha kaba hali olarak ya da belirsiz olasılıklar için daha basit bir yaklaşım olarak görülebilir [25-27]. Olabilirlik dağılımları, bütün olasılık dağılım fonksiyon ailelerini kodlayan bir dağılımdır. Şöyle bir bilgi ile karşılaşılırsa “ x değerinin $[a,b]$ aralığında olduğuna eminim ama büyük olasılıkla bu değer (c) 'dir”, merkezi $\{c\}$ ve destek kümesi $[a,b]$ olan bir üçgensel olabilirlik dağılımı kullanmak en yaygın ve geçerli yollardan biridir. Bu aslında şunu ifade eder; olasılık ailelerinin üçgensel dağılımla kodlanması modu c destek kümesi $[a,b]$ olan bütün olasılık dağılımlarını içerir [28].

Şekil 2.4.'de $\tilde{C} = (C^p, C^m, C^o)$ belirsiz sayısının normalize edilmiş üçgensel olabilirlik dağılımı verilmiştir [29].

Olabilirlik dağılımındaki π_C olayların oluşma derecesini gösterir. Buna göre C^m oluşması en muhtemel olayı (en mümkün), C^p (kötümser) ve C^o (iyimser) oluşması en az muhtemel olayları ifade eder.



Şekil 2.4. Üçgensel olabilirlik dağılımı

TH problemi, R_{ij} ve A_{ij} parametreleri ile ifade edilen olasılık ve olabilirlik türünde belirsizlik içermektedir. Yöneylem araştırmacılar tarafından çok iyi bilinen harmanlama problemi, pirinç döküm sanayinde içerdiği bu belirsizliklerden ötürü karmaşık bir yapıya dönüşmüştür. Bu doktora tezinde, karmaşık TH problemin çözümü için iki çalışma yapılmıştır. İlk çalışmada sadece olasılıksal belirsizlik içeren hammadde ve malzemeler dikkate alınarak tamamen stokastik olan bir model geliştirilmiş ve bu modelin çözüm yolları araştırılmıştır. İkinci çalışmada ise hem olasılıksal hem de olabilirlik belirsizlik içeren model incelenmiştir. Takip eden bölümlerde sırasıyla bu çalışmalar açıklanacaktır.

2.2. Tamamen Stokastik TH Problemi

TH problemi üzerine yapılan bu ilk çalışmada, modelde A_{ij} parametresi ile ifade edilen olabilirlik belirsizlikler ihmal edilerek, sadece olasılıksal belirsizliklerin (R_{ij}) problem üzerindeki etkileri araştırılmıştır. Dolayısıyla modeldeki i indeksinin, amaç fonksiyonunun ve spesifikasyon sınırlarına ait kısıtların aşağıdaki gibi tekrar tanımlanması gerekmektedir.

i hammadde, $i = 1, \dots, k$

$$\text{Min: } \sum_{i=1}^k (C_i X_i) \quad (2.7)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k (V_i W_j R_{ij} X_i) \leq (U_j D) \quad \forall j \quad (2.8)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k (V_i W_j R_{ij} X_i) \geq (L_j D) \quad \forall j \quad (2.9)$$

İkinci bölümde açıklandığı üzere yapılan analizler sonucu olasılıksal belirsizliklerin normal dağılıma uyduğu görülmüştür dolayısıyla elde edilen model stokastiktir. Stokastik programlamadaki ana fikir, istatistiksel belirsizliğin belirli hale dönüştürülmesidir [30]. Charnes ve Cooper [31] tarafından geliştirilen şans kısıtları yaklaşımı stokastik programlama teknikleri içerisinde en çok bilinenidir. Şans kısıt yaklaşımı, bir kısıtın en az belli bir olasılık değeri ile sağlanması mantığına dayanmaktadır. Şans kısıtının genel yapısı Eş. 2.10'da verilmiştir.

$$P \left\{ \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b \right\} \geq \alpha, \quad x_j \geq 0 \quad \text{ve} \quad \alpha \geq 0 \quad (2.10)$$

Eğer a_j parametresi normal dağılıma uyuyorsa, $a_j \sim N(\mu_j, \sigma_j^2)$ şans kısıtı Eş.

2.11'deki yapıya dönüşür:

$$P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n a_i x_i - \sum_{i=1}^n \mu_i x_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 x_i^2}} \leq \frac{b - \sum_{i=1}^n \mu_i x_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_i^2 x_i^2}} \right\} \geq \alpha \quad (2.11)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n a_i x_i - \sum_{i=1}^n \mu_i x_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2}} \quad \text{ortalaması 0, varyasyonu 1 olan standart normal dağılımı ifade}$$

eder. Böylece şans kısıtı Eş. 2.12'ye dönüşür.

$$\Phi \left(\frac{b - \sum_{i=1}^n \mu_i x_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2}} \right) \geq \Phi(K_\alpha) \quad (2.12)$$

$\Phi(K_\alpha) = \alpha$ ve $\Phi(\cdot)$ standart normal dağılımın birikimli dağılım fonksiyonudur. Böylelikle şans kısıtı nihai olarak Eş. 2.13'deki gibi doğrusal olmayan belirli bir kısıt haline dönüşür:

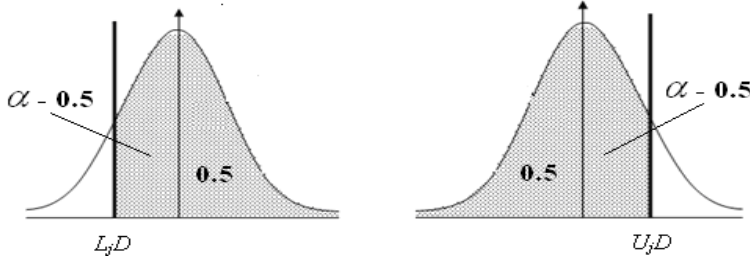
$$\sum_{i=1}^n \mu_i x_i + K_\alpha * \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2} \leq b \quad (2.13)$$

Bu yaklaşım, stokastik TH problemine uygulandığı zaman Eş. 2.8 ve Eş. 2.9'da verilen kısıtlar Eş. 2.14 ve Eş. 2.15'e dönüşür:

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k V_i W_j \mu_{R_{ij}} X_i + K_\alpha * \sqrt{\sum_{i=h+1}^k (V_i^2 W_j^2 \sigma_{R_{ij}}^2 X_i^2)} \leq (U_j D) \quad \forall j \quad (2.14)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k V_i W_j \mu_{R_{ij}} X_i + K_\alpha * \sqrt{\sum_{i=h+1}^k (V_i^2 W_j^2 \sigma_{R_{ij}}^2 X_i^2)} \geq (L_j D) \quad \forall j \quad (2.15)$$

Bu kısıtlardaki olasılıksal belirsizliğin, şans kısıtları yardımı ile modellenmesi Şekil 2.5'de gösterilmiştir ($\alpha > 0.5$).



Şekil 2.5. Kısıtların α seviyesi

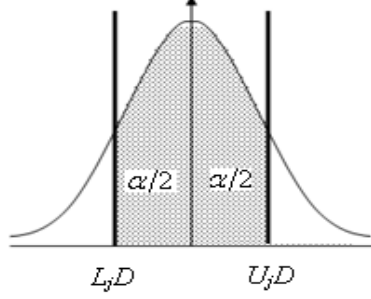
Şekil 2.5’den de görüleceği üzere ortalamadan alt ve üst sapmalar eşit değildir. Bir tarafın olasılığı 0.5 iken diğer tarafın olasılığı $(\alpha - 0.5)$ ’dir. Bu tek taraflı eşitsizliklerin modellenmesi için geçerli bir yoldur. Ancak stokastik TH probleminde Cu ve Pb için hem alt hem de üst spesifikasyon sınırları mevcuttur, dolayısıyla bu elementlere ait kısıt denklemleri çift taraflı eşitsizlik şeklindedir. Geriye kalan elementlerin alt spesifikasyon sınırları 0 olmasından ötürü tek taraflı eşitsizlik tipindedir. Buna göre geriye kalan elementler olarak adlandırılan; Fe, Sn, Sb, Al ve Ni için şans kısıtları Eş. 2.14 yapısındadır. Ancak Cu ve Pb’nin ortalamadan alt ve üst sapmaları eşit olasılıkta olmak zorunda olduğu için bu elementlere ait şans kısıtları Eş. 2.16 ve Eş. 2.17’deki gibidir ve Şekil 2.6.’da gösterilmiştir.

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k V_i W_j \mu_{R_{ij}} X_i + K_{\alpha/2} * \sqrt{\sum_{i=h+1}^k (V_i^2 W_j^2 \sigma_{R_{ij}}^2 X_i^2)} \leq (U_j D), j = Cu, Pb \quad (2.16)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k V_i W_j \mu_{R_{ij}} X_i + K_{\alpha/2} * \sqrt{\sum_{i=h+1}^k (V_i^2 W_j^2 \sigma_{R_{ij}}^2 X_i^2)} \geq (L_j D), j = Cu, Pb \quad (2.17)$$

Böylelikle şans kısıt yaklaşımı stokastik TH problemi tam olarak modellenmiş olmaktadır. Model, Eş. 2.5- Eş. 2.7, Eş. 2.14, Eş. 2.16 ve Eş. 2.17’den oluşmaktadır.

Elde edilen model doğrusal olmayan belirli kısıtlar içermektedir. Doğrusal olmayan modelin çözüm yaklaşımları olarak, kısıtların doğrusallaştırılması, doğrusallaştırmadan çeşitli çözücü yazılımlar kullanımı ya da meta sezgisel algoritmalar geliştirilmesi sayılabilir.



Şekil 2.6. Cu ve Pb'ye ait kısıtların α seviyesi

2.2.1. Şans kısıtlarının doğrusallaştırılması

Doğrusal olmayan modellerin çözümünde en etkin yollardan biri modelin doğrusal hale dönüştürülmesidir. Bu çalışmada kullanılan doğrusallaştırma yaklaşımının matematiksel ifadesi Eş. 2.18'dedir [32].

$$\sqrt{\sum_{i=1}^2 (M_i^2)} \leq \sum_{i=1}^2 (M_i) \Rightarrow \left(\sqrt{\sum_{i=1}^2 (M_i^2)} \right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^2 (M_i) \right)^2 \Rightarrow M_1^2 + M_2^2 \leq (M_1 + M_2)^2 \quad (2.18)$$

$$\Rightarrow M_1^2 + M_2^2 \leq M_1^2 + M_2^2 + 2M_1M_2 \Rightarrow 0 \leq 2M_1M_2$$

Bu yaklaşım en iyiden daha ziyade yaklaşık bir sonuç verir. Ancak sonuç kesinlikle uygun bir çözümdür. Çünkü kısıt eşitsizliklerinin sol tarafında bulunan doğrusal olmayan parametre, kendisinden daha büyük bir değerle yer değiştirir.

Doğrusallaştırma yaklaşımı doğrusal olmayan belirli TH modeline uygulanırsa elde edilen modelin kısıtları şu şekilde olur:

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k V_i W_j \mu_{R_{ij}} X_i + K_{\alpha/2} * \sum_{i=h+1}^k (V_i W_j \sigma_{R_{ij}} X_i) \leq (U_j D) \quad j = Cu \text{ ve } Pb \quad (2.19)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k V_i W_j \mu_{R_{ij}} X_i + K_{\alpha/2} * \sum_{i=h+1}^k (V_i W_j \sigma_{R_{ij}} X_i) \geq (L_j D) \quad j = Cu \text{ ve } Pb \quad (2.20)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k V_i W_j \mu_{R_{ij}} X_i + K_{\alpha} * \sum_{i=h+1}^k (V_i W_j \sigma_{R_{ij}} X_i) \leq (U_j D) \quad j = Fe, \dots, Ni \quad (2.21)$$

Elde edilen doğrusallaştırılmış belirli TH modeli Eş. 2.5, Eş. 2.7, Eş. 2.19 - Eş. 2.21'den oluşmaktadır ve herhangi bir eniyileme yazılımı kullanarak çözülebilecek yapıdadır.

2.2.2. Doğrusal olmayan çözücü yazılımı kullanımı

Geleneksel algoritmalar, doğrusal olmayan modellerin çözümünde eniyi çözüme yakınsamak için belli içbükeylik varsayımlarına ihtiyaç duyar. Fakat, doğrusal olmayan DP ve doğrusal olmayan KTP modellerin global çözümü için kullanılan ve bir GAMS çözücüsü olan Baron, dal sınırın belirli global eniyileme algoritmasını kullanarak global eniyi çözümler sağlama yeteneğine sahiptir [33].

Doğrusal olmayan belirli TH modeli, çözüm uzayının içbükey olmasından ötürü Baron çözücüsü ile çözülebilecek yapıdadır. Bu nedenle doğrusal olmayan bu problem için herhangi bir meta sezgisel algoritma geliştirmeye gerek yoktur.

2.2.3. Model karşılaştırmaları için kısıt güvenlik seviyesi analizleri

Şans kısıtı yaklaşımında, her kısıt için güvenlik seviyesi olarak isimlendirilen ve ayrı ayrı belirlenen birer en az sağlanma olasılığı (α_i) vardır. Ancak bir model ele alındığında bu güvenlik seviyeleri yerine, model bütününe güvenlik seviyesine bakmak daha gerçekçi olacaktır. Model bütününe güvenlik seviyesi, tüm kısıtların aynı anda sağlanma olasılığının alt limitini ifade eder ve alternatif modellerin karşılaştırılması açısından etkin bir yoldur. Model bütününe güvenlik seviyesi Bonferroni eşitsizliği (Eş. 2.22) kullanılarak şu şekilde hesaplanabilir:

$$\text{Model bütününe sağlanma olasılığı } P(F) \geq 1 - \sum_i (1 - \alpha_i) \quad (2.22)$$

Ancak, hem doğrusallaştırılmış hem de doğrusal olmayan modeller için model bütünüünün güvenlik seviyesini hesaplariken başlangıçta belirlenen (α_i) değerlerini kullanmak sonuç açısından yanıltıcı olabilir. Çünkü doğrusallaştırılmış modelde, doğrusal olmayan parametre kendisinden daha büyük bir değer ile yer değiştirir. Dolayısıyla kısıtların başlangıçta belirlenen güvenlik seviyeleri küçük olmalıdır. Ayrıca, hem doğrusallaştırılmış hem de doğrusal olmayan modelde kısıtların güvenlik seviyeleri bağlayıcı kısıt olup olmadıklarına bağlıdır.

Bu tartışmanın daha iyi irdelenebilmesi için Eş. 2.23’de verilmiş ve belirli doğrusal olmayan hale dönüştürülmüş şans kısıtı incelenmesi faydalı olacaktır.

$$\sum_{i=1}^2 \mu_{A_i} X_i + K_1 * \sqrt{\sum_{i=1}^2 (\sigma_{A_i}^2 X_i^2)} \leq T \quad (2.23)$$

Eş. 2.23’de verilen kısıtın doğrusallaştırılmış şekli Eş. 2.24’deki gibidir:

$$\sum_{i=1}^2 \mu_{A_i} X_i + K'_1 * \sum_{i=1}^2 (\sigma_{A_i} X_i) \leq T \quad (2.24)$$

$$\sum_{i=1}^2 (\sigma_{A_i} X_i) \geq \sqrt{\sum_{i=1}^2 (\sigma_{A_i}^2 X_i^2)} \text{ olduğu için } K'_1 \text{ değeri } K_1 \text{ değerinden küçük olmalıdır.}$$

Diğer taraftan, Eş. 2.23 olasılıksal belirsizliğin tam olarak modellendiği bir kısıttır. Dolayısıyla doğrusallaştırılmış modelin her bir kısıtı için modelin çözümünden elde edilen karar değişkenleri, Eş. 2.23’de verilen kısıt denkleminde yerine konarak yeni güvenlik seviyeleri (K_1) hesaplanmalıdır. Bu yeni güvenlik seviyeleri Olson ve Swenseth [1987] tarafından “doğru olasılıklar” olarak adlandırılmaktadır. Doğru olasılıklar Eş. 2.25’de verilen formül ile hesaplanabilir:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^2 \mu_{A_i} X_i + K_1 * \sqrt{\sum_{i=1}^2 (\sigma_{A_i}^2 X_i^2)} &= \sum_{i=1}^2 \mu_{A_i} X_i + K'_1 * \sqrt{\sum_{i=1}^2 (\sigma_{A_i}^2 X_i^2)} \Rightarrow \\
\Rightarrow K_1 &= \frac{K'_1 * \sum_{i=1}^2 (\sigma_{A_i}^2 X_i^2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^2 (\sigma_{A_i}^2 X_i^2)}}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Öyle ki;

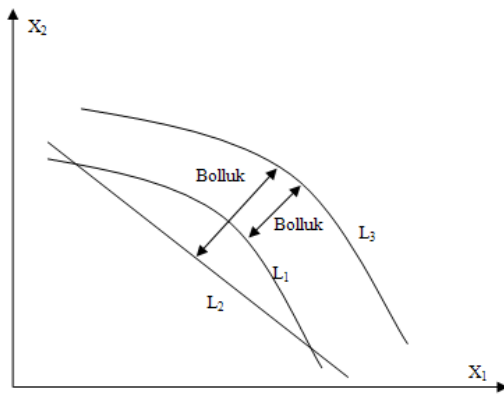
X_i = doğrusallaştırılmış modelin çözümünden elde edilen karar değişkenleri

Ancak, Olson ve Swenseth'in [34] çalışmalarında tek bir şans kısıtı vardır ve bu kısıt bağlayıcıdır. Dolayısıyla Eş. 2.25'de yapılan çıkartım bağlayıcı kısıtlar için geçerlidir. Bağlayıcı olmayan kısıtlar içinde problemin çözümünden sonra yeni güvenlik seviyeleri hesaplanmalıdır. Çünkü bağlayıcı olmayan kısıtlarda denkleminin sol tarafı, sağ taraf değerinden daha küçüktür. Bunun anlamı, kaynakta kullanılmayan bir bolluk (kapasite) vardır. Dolayısıyla güvenlik seviyesi, başlangıçta verilen olasılık değerinden daha büyük olacaktır. Bu durum Şekil 2.7'de verilmiştir.

L_1 = Doğrusal olmayan kısıt (Eş. 2.23),

L_2 = Doğrusallaştırılmış kısıt(Eş. 2.24),

L_3 = Doğrusal olmayan bağlayıcı kısıt, $\sum_{i=1}^2 \mu_{A_i} X_i + K_2 * \sqrt{\sum_{i=1}^2 (\sigma_{A_i}^2 X_i^2)} = T$.



Şekil 2.7. Bağlayıcı olmayan kısıtlardaki bolluk

Yeni güvenlik seviyeleri, her bir kısıt bağlayıcı kısıt yapacak olasılık seviyeleridir ve “gerçek olasılıklar” şeklinde isimlendirilmiştir. Gerçek olasılıklar (K_2) şu şekilde hesaplanabilir:

$$K_2 = \frac{T - \sum_{i=1}^2 \mu_{A_i} X_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^2 \left(\sigma_{A_i}^2 X_i^2 \right)}} \quad (2.26)$$

Öyle ki;

X_i = Doğrusallaştırılmış ya da doğrusal olmayan modelin çözümünden elde edilen karar değişkenleri.

Eğer, kısıt bağlayıcı ise $K_1 = K_2$.

Bu noktaya kadar doğrusallaştırılmış ve doğrusal olmayan yaklaşımlar için güvenlik seviyeleri incelenmiştir. Ancak, Bölüm 1’de bahsi geçtiği üzere belirsizlik içeren modeller için belirlilik kabulü altında daraltılmış spesifikasyon sınırları kullanımı gibi pratik bir çözüm yöntemi de mevcuttur. Pratik çözüm yöntemine ait kısıt denklemi Eş. 2.27’deki gibidir.

$$\sum_{i=1}^2 \mu_{A_i} X_i \leq N \quad (2.27)$$

Öyle ki; $N < T$

Belirlilik kabulü altında daraltılmış spesifikasyon sınırlı model için de, doğrusallaştırılmış ve doğrusal olmayan yaklaşımların güvenlik seviyeleri hesabına benzer mantıkla güvenlik seviyesini belirlemek mümkündür. Bu hesaplama için Eş. 2.26 kullanılır, ancak buradaki karar değişkenleri (X_i) spesifikasyonları daraltılmış modelin çözümünden elde edilen değerlerdir.

Sonuç olarak her üç model için de model bütününe güvenlik seviyesini belirlemek amacıyla modellerin çözümü neticesinde elde edilen sonuçlar Eş. 2.26'da yerine konarak gerçek olasılık değerleri hesaplanmalıdır.

2.2.4. Örnek problem

Tamamen stokastik TH problemi için önerilen doğrusallaştırılmış model, doğrusal olmayan model ve pratik çözüm yaklaşımı, MKEK Pirinç fabrikasından sağlanan veriler ile oluşturulmuş örnek problem üzerinde test edilmiştir. Örnek problemde, spesifikasyon sınırları Çizelge 2.1'de verilen Ms 58 CuZn39Pb2 ürününden 28000 kg üretilmek istenmektedir.

Kullanıma hazır halde bulunan hammadde ve malzemelerin stoktaki miktarlarına, maliyetlerine, izin verilen alt ve üst miktarlarına ve de içeriğindeki element oranlarına ait veriler Çizelge 2.2'de verilmiştir. Çizelge 2.2'de içeriğindeki element oraları belirli olan hammadde ve malzemelere ait standart sapma değerleri sıfırdır. Ayrıca, hammadde ve element kayıp oranlarının ihmal edilecek kadar az olduğu saptanmış ve bu nedenle W_j ile V_i parametresi değerleri 1 olarak alınmıştır.

Çizelge 2.1. Ms 58 CuZn39Pb2 için spesifikasyon sınırları

	Min	Max
Cu	58.5	60
Pb	1.5	2.5
Al	0	0.1
Fe	0	0.4
Ni	0	0.3
Sb	0	0.02
Sn	0	0.2
Zn	Geriye Kalan	

Kısıtların en az sağlanma olasılıkları, doğrusallaştırılmış model için 0.84, doğrusal olmayan model için ise 0.99 olarak belirlenmiştir. Pratik çözüm yöntemi için

daraltılmış spesifikasyon sınırları Çizelge 2.2’de verilmiştir. Her üç modelde 1.8 GHz, 2.00 GB Ram özelliklerinde bir kişisel bilgisayarda GAMS Paket programı kullanılarak birkaç saniye gibi kısa ve kabul edilebilir bir zaman diliminde çözülmüştür. Modellerin çözümünden elde edilen harmanlar Çizelge 2.4’de sunulmuştur.

Bu harmanların maliyetleri; pratik çözüm için 87018, doğrusallaştırılmış model için 87635 ve doğrusal olmayan model için ise 87504 TL’dir. Sadece harman maliyeti dikkate alınacak olursa en etkin yaklaşım pratik çözüm olarak görünmektedir. Ancak, bu şekilde bir sonuç çıkartmak yanlış olacaktır. Çünkü Bölüm 1’de de ifade edildiği gibi herhangi bir elementin, spesifikasyon sınırları dışına çıkması durumunda ocağa yapılacak müdahaleler harman maliyetini kayda değer bir şekilde artıracaktır. Bu nedenle, maliyet ölçütü yerine model bütünlerinin güvenlik düzeylerini değerlendirmek daha gerçekçi olacaktır. Model bütünlerinin güvenlik düzeylerini belirlemek için hesaplanmış gerçek olasılık seviyeleri Çizelge 2.5.’de gösterilmiştir.

Çizelge 2.2. Pratik çözüm için daraltılmış spesifikasyon sınırları

	Min	Max
Cu	58.75	59.75
Sn	0	0.175
Pb	1.75	2.3
Fe	0	0.3
Al	0	0.07
Ni	0	0.25
Sb	0	0.014

Çizelge 2.3 Hammadde ve malzemeler ait ilgili veriler

Hammadde ve malzemeler	Eldeki miktar (kg)	İzin verilen en az (kg)	İzin verilen en çok (kg)	Maliyet (TL/kg)	% Cu		%Zn		%Pb		%Fe		%Sn		%Al		%Sb		%Ni	
					Ort.	Sts.	Ort.	Sts.	Ort.	Sts.	Ort.	Sts.	Ort.	Sts.	Ort.	Sts.	Ort.	Sts.	Ort.	Sts.
Saf Cu	10000	3000	4500	9.48	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Oksitsiz kablo	3000	0	3000	3.4	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cu kablo	20000	0	2000	1.9	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Saf Pb	3450	0	500	3.1	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
İngot Zn	8000	0	3000	2.63	0	0	99	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Bronz talaşı	9500	0	500	2.1	90	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0
Reganya takoz	10000	0	1000	1.8	62	0	25.4	0	2.5	0	2	0	4	0	1.5	0	1	0	1.6	0
Çelikli kovan	4000	0	2000	1.7	70	0.32	29.91	0.395	0	0	0.09	0.02	0	0	0	0	0	0	0	0
Hurda radyatör	20000	0	1200	1	97.5	0	0	0	1.25	0	0	0	1.25	0	0	0	0	0	0	0
Su saati	4500	0	4500	2.12	55.32	0.545	42.03	0.624	1.89	0.286	0.14	0.058	0.21	0.097	0.25	0.108	0.009	0.005	0.155	0.094
Ms 58 Zn40Pb2	3200	0	3200	2.31	58.41	0.436	39.04	0.505	2.09	0.305	0.105	0.043	0.181	0.077	0.02	0.022	0.01	0.008	0.148	0.087
Ms 58 Pb3	3000	0	3000	2.35	58.35	0.411	37.9	0.495	3.15	0.212	0.13	0.065	0.24	0.084	0.065	0.011	0.009	0.006	0.16	0.075
Ms 58 Zn39Pb2	2500	0	2500	2.45	59.37	0.325	38.12	0.488	1.95	0.256	0.19	0.059	0.14	0.032	0.058	0.018	0.012	0.005	0.165	0.071
Ms 60 Pb1.5	1300	0	1300	2.8	60.78	0.42	37.37	0.467	1.44	0.24	0.154	0.05	0.085	0.043	0.017	0.01	0.008	0.005	0.15	0.062
Ms 60 Pb0.5	1600	0	1600	2.75	60.72	0.45	38.3	0.473	0.52	0.15	0.158	0.058	0.09	0.045	0.021	0.012	0.01	0.006	0.18	0.066
Ms 63 Pb1.5	740	0	740	3.85	63.28	0.482	34.42	0.429	1.86	0.31	0.14	0.035	0.081	0.017	0.032	0.009	0.015	0.003	0.176	0.044
Ms 60	1000	0	1000	3.3	60.92	0.364	38.25	0.402	0.26	0.03	0.159	0.024	0.143	0.035	0.038	0.006	0.007	0.001	0.22	0.039
Ms 63 Zn37	800	0	800	4	63.62	0.31	35.95	0.41	0.077	0.016	0.081	0.011	0.065	0.025	0.015	0.008	0.008	0.001	0.187	0.037
Ms 67	550	0	550	4.35	67.42	0.28	32.36	0.38	0.035	0.14	0.036	0.009	0.038	0.009	0.011	0.004	0	0	0.105	0.031
Ms 72	1500	0	1500	4.82	72.06	0.265	27.79	0.367	0.02	0.016	0.02	0.008	0.02	0.01	0.01	0.004	0	0	0.08	0.028

Çizelge 2.4. Yaklaşımların hazırlamış oldukları harmanlar

Hammadde ve malzemeler	Prt. Çöz.	Dğrs.	Dlmy.	Hammadde ve malzemeler	Prt. Çöz.	Dğrs.	Dlmy.
Saf Cu	3000	3000	3000	Ms 58 Zn40Pb2	3200	3200	3200
Cu kablo	780.66	742.2	960.27	Ms 58 Pb3	3000	3000	3000
Saf Pb	261.36	256.5	270.93	Ms 58 Zn39Pb2	2500	2500	2500
İngot Zn	3000	3000	3000	Ms 60 Pb1.5	1300	1300	1300
Reganya takoz	90.6	0	0	Ms 60 Pb0.5	1600	1600	1600
Çelikli kovan	2000	2000	2000	Ms 63 Pb1.5	567.39	740	699.62
Hurda radyatör	1200	1080.5	969.18	Ms 60	1000	1000	1000
Su saati	4500	4500	4500	Ms 63 Zn37	0	80.8	0

Prt. Çöz.: Pratik çözüm, Dğrs.: Doğrusallaştırılmış model, Dlmy.: Doğrusal olmayan model

Çizelge 2.5. Gerçek olasılık değerleri

	Prt. Çöz.	Dğrs.	Dlmy
Cu	0.9803	0.9999	0.9951
Sn	0.8888	0.9809	0.9901
Pb	0.9984	0.9994	0.9951
Fe	0.9999	0.9999	0.9999
Al	0.9808	0.9901	0.9901
Ni	0.9999	0.9999	0.9999
Sb	0.9999	0.9999	0.9999

Doğrusal olmayan model için, model bütünü güvenlik seviyesi şu şekilde hesaplanmıştır:

$$1 - [(1 - 0.9951) + (1 - 0.9901) + (1 - 0.9951) + (1 - 0.9999) + (1 - 0.9901) + (1 - 0.9999) + (1 - 0.9999)] = 0.97$$

Bu değer şunu ifade etmektedir: harman 0.97 olasılıkla kontrol altındadır ve herhangi bir elementin spesifikasyon sınırını ihlal etmesi olasılığı en büyük 0.03'tür.

Gerçek olasılık değerlerine göre hesaplanmış diğer model bütünü güvenlik seviyeleri sırasıyla; pratik çözüm için 0.848 ve doğrusallaştırılmış model için ise 0.97 olarak bulunmuştur.

Bu değerlere göre en az güvenilir model pratik çözüm yaklaşımıdır. Pratik çözümün güvenilirlik düzeyinin düşük olmasının etkisi şöyle bir örnek ile açıklanabilir: farz edilsin ki pratik çözüme göre hazırlanan harmanın içerisindeki Sn oranı gerçekte 0.93 olasılık seviyesinde gerçekleşsin. Bu durumda harmanın içerisinde 57.512 kg Sn elementi bulunacak ve üst spesifikasyon sınırı ihlal edilecektir. Bu element için üst spesifikasyon sınırı % 0.2 olduğundan 57.512 kg Sn'yi barındıracak harman:

$$\frac{57.512}{0.002} = 28756 \text{ kg olmalıdır.}$$

Dolayısıyla, Sn'yi tekrar spesifikasyon sınırı içerisine çekmek için harmana 756 kg saf Zn eklenmelidir. Bu işlemin maliyeti ise $756 \times 2.9 = 2192.4$ TL'dir ve pratik çözümün toplam maliyeti doğrusallaştırılmış ve doğrusal olmayan modellerin harman maliyetlerini geçmektedir. Ayrıca, saf Zn ilavesi neticesinde diğer elementlerin oranları da değişecektir ve onlar için de saf Cu ilavesi gerekebilecektir. Bu durumda maliyet daha da fazla artacaktır. Oysa aynı senaryo doğrusallaştırılmış ve doğrusal olmayan model için düşünüldüğünde Sn spesifikasyon sınırı dışına taşmayacaktır.

Diğer taraftan doğrusallaştırılmış ve doğrusal olmayan modellerin güvenlik düzeyi eşit çıkmıştır. Ancak doğrusallaştırılmış model sonuçlarının global optimum olmadığı bilinmekle beraber bu modelin maliyeti doğrusal olmayan modelin maliyetinden daha fazladır.

Sonuç olarak tamamen stokastik bir TH problemi için en etkin yaklaşım doğrusal olmayan modeldir ve bu modelin global eniyi çözümü GAMS/Baron yazılımı ile hızlı bir şekilde elde edilebilmektedir.

2.3. Hem Olasılıksal Hem de Olabilirlik Belirsizlik İçeren TH Problemi

Belirsizlikler içeren TH problemi için yapılan ikinci çalışmada, olasılıksal belirsizliklere ek olarak olabilirlik dağılımları ile modellenen belirsizliklerde modele dâhil edilmiş ve hem olasılıksal hem de olabilirlik parametrelerine sahip model için çözüm yolları araştırılmıştır.

Olasılıksal ve olabilirlik belirsizlikler birbirine eşit belirsizlikler değildirlerdir. Olasılık teorisinde bilgi tamdır ancak olabilirlik teorisinde eksik bilgi mevcuttur. Bu nedenle hem olabilirlik hem de olasılık türü belirsizlik içeren matematiksel modellerin çözümü yaklaşımı olarak çeşitli dönüşüm teknikleri geliştirilmiştir.

Olasılık verileri neden olabilirlik verilerine dönüştürülür (Olasılık/olabilirlik dönüşümü)?

Böyle bir dönüşüm şu durumlarda faydalı ve etkin olabilir: zayıf bilgi kaynaklarının olasılık verilerini gerçek dışı yaptığı durumlarda, olabilirlik değerlerini hesaplamamanın olasılık değerlerini hesaplamaya oranla çözüm karmaşıklığını azaltabileceği durumlarda [35].

Olabilirlik verileri neden olasılık verilerine dönüştürülür (Olabilirlik/olasılık dönüşümü)?

Çıktı açısından karar verici daha kesin sonuçlar elde etmek istiyorsa böyle bir dönüşüm tercih edilebilir; örneğin karar verici “gelecekte neyin mümkün olacağı” yerine “gelecekte neyin olacağı olası” ile ilgileniyorsa [36].

Bu dönüşümler çeşitli özellikler açısından ayıt edilebilir. Bunlar:

Simetri: Eğer olasılık ve olabilirlik arasında çift taraflı bir dönüşüm mümkünse simetrik denebilir. Yani eğer T olasılık/olabilirlik dönüşüm ise, T^{-1} de olabilirlik/olasılık dönüşümdür.

Asimetri: Eğer olabilirlik/olasılık dönüşüm T^{-1} , den farklı ise asimetriktir.

Tek taraflı dönüşüm: Literatürdeki bazı dönüşümler sadece tek taraflı olarak geliştirilmiştir. Örneğin olabilirlikten olasılığa ya da olasılıktan olabilirliğe dönüşümler.

Birçok araştırmacı dönüşümler için çeşitli prosedürler geliştirmişlerdir. Ancak bu dönüşümler belirli prensiplere dayanarak yapılmıştır. Oussalah [35] çalışmasında bu prensipleri şu şekilde açıklamıştır:

Olabilirlik/olasılık tutarlılık prensibi: İlk olarak Zadeh [24] tarafından açıklanmıştır. Bu prensibe göre bir olay olası olmadan önce olabilir olmalıdır bundan dolayı da olabilirlik derecesi olasılık derecesinden düşük olamaz [37, 38]. Bu da şu gerçek ile tutarlı bir durumu ortaya koymaktadır: Olabilirlik ölçümleri üst olasılıkları kodlar [39, 40].

Yetersiz sebep prensibi: Bu prensip olabilirlik/olasılık dönüşümü için kullanılan bir prensiptir ve çıktılar arasındaki seçim belirsizliğini korumak için ortaya çıkmıştır [41- 43].

En büyük özgüllük prensibi: Bu prensip olasılık/olabilirlik dönüşümünde kullanılır. Olasılık/olabilirlik dönüşümlerinde muhakkak bilgi kaybı olacaktır, dolayısıyla mümkün olduğu kadar fazla bilgiyi koruyan dönüşüm gereklidir [39].

Tercih koruma prensibi: Bu prensibe göre bir olabilirlik dağılımında x elemanı y elemanına tercih ediliyorsa, bu tercih olasılıkta da sağlanmalıdır. Bu bağlamda iki çeşit tercih korumadan söz edilebilir; zayıf ve güçlü tercih koruma.

$$\begin{aligned} \text{Zayıf tercih koruma: } \quad & p(x) = p(y) \Leftrightarrow \pi(x) = \pi(y), \\ & p(x) > p(y) \Leftrightarrow \pi(x) > \pi(y), \\ & p(x) < p(y) \Leftrightarrow \pi(x) < \pi(y). \end{aligned}$$

Güçlü tercih koruma: $p(x) > p(y) \Leftrightarrow \pi(x) > \pi(y)$

Simetri koruma prensibi: Dönüşüm neticesinde elde edilen olabilirlik verisinin şekli olasılık verisinin genel şekli ile aynı olmalıdır, tersi de doğrudur. Örnek olarak bir gaussian olasılık dağılımından elde edilen olabilirlik dağılımının şekli gaussian tipinde olmalıdır. Bu prensip genellikle güçlü tercih koruma prensibi ile sağlanır.

Bilgisizlik koruma prensibi: Herhangi bir yapıdaki bilgi eksikliği dönüşüm neticesinde elde edilen yapıya da taşınmalıdır. Olasılık yapısında bilgi eksikliği düzgün dağılımla ifade edilir, dolayısıyla bu eksiklik olabilirlik dağılımına taşındığında tüm alternatiflerin olabilirlik değerleri eşit ve 1 olmalıdır.

Bazı kesikli dönüşüm formülasyonları

Oran ölçek dönüşümü [44]:

$$T_1 = \pi(s_i) = \frac{p(s_i)}{\max_i [p(s_i)]} \quad T_1^{-1} = p(s_i) = \frac{\pi(s_i)}{\sum_i \pi(s_i)} \quad (2.28)$$

Dubois ve Prade'in simetrik dönüşümü [41, 45]:

$$T_2 = \pi(s_i) = \sum_{j=1}^n [p(s_i), p(s_j)] \quad T_2^{-1} = p(s_i) = \sum_{k=i}^n \frac{1}{k} (\pi(s_k) - \pi(s_{k+1})) \quad (2.29)$$

Klir'in log-scale dönüşümü [46]:

$$T_3 = \pi(s_i) = \beta p(s_i)^\alpha, T_3^{-1} = -\sum_{i=1}^n p(s_i) \log_2 p(s_i) \quad (2.30)$$

Moral [47] ve Lamata [48] dönüşümü:

$$T_4 = \pi(s_i) = \sum_{j \geq 1} p(s_j), \quad T_4^{-1} = p(s_k) = \min_{i=k, \dots, n} \frac{\pi(s_1) - \sum_{j=1}^{k-1} p(s_j)}{i - k + 1} \quad (2.31)$$

Dubois ve Prade'in Asimetrik dönüşümü [43]:

$$T_6 = \pi(s_i) = \sum_{j \geq 1} p(s_j) \quad T_6^{-1} = T_2^{-1} \quad (2.32)$$

Sürekli dağılımlarda dönüşümler

Sürekli yoğunluk fonksiyonuna sahip bir olasılık dağılımından bir olabilirlik dağılımı elde etmek için bu dağılımın nominal değeri ve bu nominal değer etrafındaki güvenlik aralıklarından faydalanılır. Tek şekilli (unimodal) ve simetrik bir olasılık yoğunluk fonksiyonu için nominal değer olarak ortalama parametresi seçilebilir. p tek şekilli (unimodal) bir olasılık yoğunluk olmak üzere ve x^* gerçek değeri tahmin edilen bir nokta (bu nokta olasılık yoğunluk fonksiyonun modu ya da ortalaması olabilir) olmak üzere, bu nokta etrafında bir aralık tanımlanır ve bu aralığın güvenlik seviyesi aralığın gerçek sayıyı kapsaması olasılığıdır. Bir α güvenlik seviyesi için I_α^* ile gösterilen aralık bir güvenlik aralığıdır ve güvenlik seviyesi de $P(I_\alpha^*) = \alpha$ 'dır.

$1 - P(I_\alpha^*)$ ise gerçek sayının bu aralık dışında olma olasılığını gösteren risk seviyesidir. Dubois ve ark. [40, 43] sürekli bir olasılık yoğunluk fonksiyonundan olabilirlik dağılımı elde etmeyi şu şekilde formüle etmişlerdir:

$$\pi(x^*) = \sup \left\{ 1 - P(I_\alpha^*), \quad x \in I_\alpha^* \right\}$$

Bu formülasyonun kapalı formu ise şu şekildedir:

$$\forall x \in [-\infty, x^m], \quad \pi^{xm}(x) = \pi^{xm}(f(x)) = \int_{(-\infty, x^m]} p(y) dy + \int_{(f(x), +\infty]} p(y) dy$$

$$f \text{ şu şekilde tanımlanmıştır: } \forall x \in [-\infty, x^m], \quad f(x) = y \geq x^m.$$

Eğer p simetrik ve modu x^m ise;

$$\pi^{xm}(x) = \pi^{xm}(2x^m - x) = 1 - P[x, 2x^m - x] \quad (2.33)$$

Bu dönüşümün tersi ise yani sürekli bir olabilirlik dağılımından bir olasılık dağılımı elde etmek ise şu şekilde formülüze edilir:

$$\begin{aligned} \forall x \in [-\infty, x^m], \quad \pi'(x) &= p(x) - p(f(x)) f'(x), \\ \forall x \in [-\infty, x^m], \quad g(x) &= y \geq x^m \quad \text{öyle ki } \pi(x) = \pi(y) \quad \text{olmak üzere} \\ \forall x \in [-\infty, x^m], \quad p(x) &= \pi'(x) / (1 - g'(x)), \quad \text{ve} \\ \forall y \in [x^m, +\infty], \quad p(x) &= p(y) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Literatürdeki dönüşüm yaklaşımları içerisinde en iyi dönüşümü tespit etmek olanaksızdır. Çeşitli performans ölçülerine göre yapılacak bir kıyaslama neticesinde bu yaklaşımların birbirlerine olan üstünlük ve eksiklikleri belirlenebilir.

Bu çalışmada, hem olasılıksal hem de olabirliksel belirsizlikler içeren TH probleminin çözüm yöntemleri üç farklı yaklaşım dâhilinde incelenmiştir.

- i) Olasılık/olabilirlik dönüşümü yaparak tamamen olabirliksel model yaklaşımı
- ii) Olabilirlik/olasılık dönüşümü yaparak tamamen olasılıksal model yaklaşımı

iii) Herhangi bir dönüşüm yapmadan melez model yaklaşımı

2.3.1. Olasılık/olabilirlik dönüşümü yaparak tamamen olabilirlik model yaklaşımı

Bu bölümde, R_{ij} ile gösterilen ve normal dağılıma uyan eden olasılıksal parametrelerin A_{ij} ile ifade edilen olabilirlik parametrelere dönüşümü incelenmiştir. Dönüşüm işlemi için literatürde mevcut iki yaklaşım değerlendirilmiştir; bunlar Rong ve Lahdelma [21] dönüşümü ve Dubois [39, 40] dönüşümleridir.

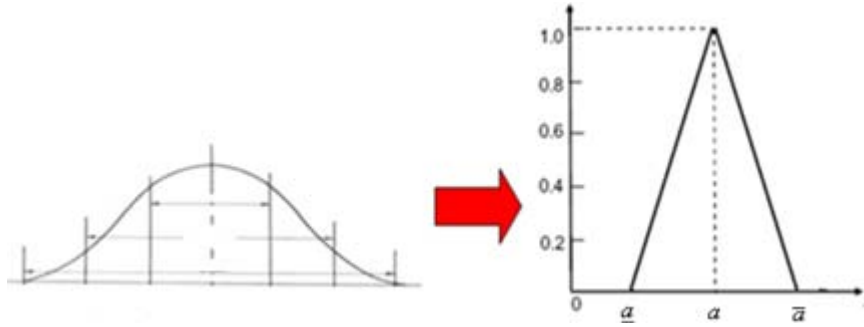
Rong ve Lahdelma [21] çalışmalarında, Canz'ın [49] yaklaşımına benzer bir mantıkla olasılık/olabilirlik dönüşümünü gerçekleştirmişlerdir. Bu yaklaşıma göre ortalaması μ ve standart sapması σ olan bir olasılık dağılımını ($p(x)$), üçgensel bir olabilirlik dağılımına ($A=(a, \underline{a}, \bar{a})$) dönüştürme işlemi şu formülasyona göre yapılmaktadır.

$$\begin{aligned} a &= \mu - \gamma\varepsilon, \quad \underline{a} = a - n_1\sigma, \quad \bar{a} = a + n_2\sigma \\ \varepsilon &: \text{Çarpıklık katsayısı (üçüncü moment)}, \\ n_1, n_2 &: \text{Güvenlik faktörü}, \\ \gamma &: \text{negatif olmayan katsayı}. \end{aligned} \tag{2.35}$$

Bu dönüşüme göre eğer $p(x)$ simetrik bir dağılım ise, örneğin normal dağılım gibi, $\gamma = 0$, $a = \mu$ ve $n_1 = n_2$ 'dir. Dolayısıyla bu yaklaşımı kullanarak elde edilen üçgensel olabilirlik dağılımı doğrusaldır ve Şekil 2.8'de verilmiştir.

Ancak Rong ve Lahdelma'nın [21] bu yaklaşımında en büyük özgüllük ve simetri koruma prensipleri tam olarak karşılanmamaktadır. Bu prensipler tekrar hatırlanacak olursa; En büyük özgüllük prensibine göre olasılıksal bir veriyi olabilirlik model bir veriye dönüştürmek mutlak bir bilgi kaybına neden olacaktır, dolayısıyla mümkün olduğu kadar fazla bilginin korunması gerekmektedir. Diğer taraftan olasılıksal

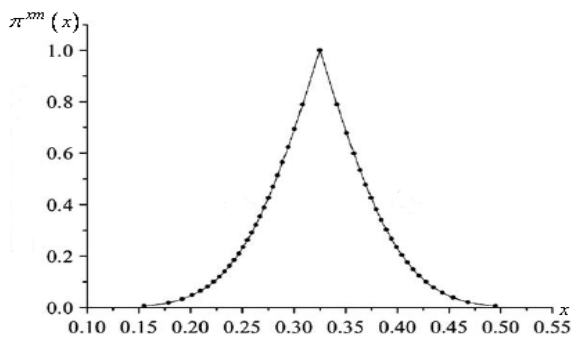
verinin genel şekli olabilirlik haline dönüştüğünde de aynı kalmalıdır. Oysa, Rong ve Lahdelma'nın [21] bu yaklaşımıyla elde edilen üçgensel olabilirlik dağılımı doğrusal olduğu için hem bilgi kaybı fazla olmakta hemde normal dağılımın genel şekli tam olarak korunamamaktadır.



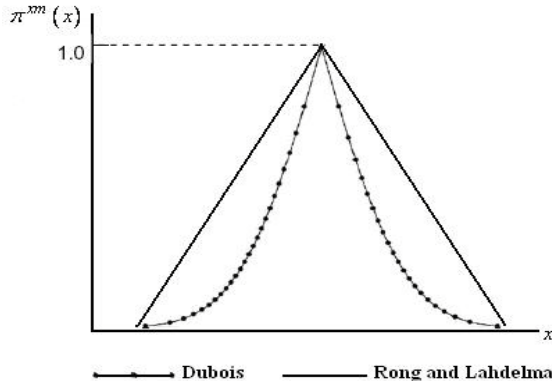
Şekil 2.8. Rong ve Lahdelma dönüşümü

Diğer taraftan, normal dağılıma uyan bir parametrenin Eş. 2.33 [39, 40] kullanılarak olabilirlik dağılımına dönüşümü neticesinde elde edilecek dağılım parçalı doğrusal bir şekil alacaktır. Şekil 2.9'da ortalaması 0.325, standart sapması 0.0625 olan bir normal dağılımdan elde edilen olabilirlik dağılımı verilmiştir:

Bu parçalı doğrusal olabilirlik dağılımı, doğrusal olabilirlik dağılımı ile kıyaslandığında hem daha fazla bilginin korunduğu hemde normal dağılımın genel şeklinin korunduğu rahatlıkla görülecektir. Dönüşümlerin karşılaştırması Şekil 2.10'da verilmiştir.



Şekil 2.9. Dubois dönüşümü



Şekil 2.10. Dönüşüm yaklaşımlarının karşılaştırması

Her iki dönüşüm içinde elde edilen nihai modeller, tamamen olabirliksel belirsizlik içeren bir yapıya dönüşmüştür. Bu yapıya ait spesifikasyon kısıtları şu şekildedir:

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij} X_i) \leq (U_j D) \quad \forall j \quad (2.36)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij} X_i) \geq (L_j D) \quad \forall j \quad (2.37)$$

Eş. 2.36 ve Eş. 2.37'nin sadece sol tarafı olabirliksel belirsizlikler içermektedir. Bu tür bir kısıt denkleminin çözümü için sol tarafın belirli bir yapıya dönüşmesi gerekmektedir.

Eş. 2.36 ve Eş. 2.37 incelendiğinde sol taraf değerlerinin aynı olduğu kolaylıkla görülebilir. Bu nedenle Eş. 2.36 ve Eş. 2.37, Eş. 2.38'de olduğu gibi tek bir denklem haline dönüştürülebilir.

$$(L_j D) \leq \sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij} X_i) \leq (U_j D) \quad \forall j \quad (2.38)$$

Eş. 2.38'nin ortadaki terimi üçgensel (doğrusal ya da parçalı doğrusal) bir olabirlik dağılımına sahip parametreleri içermektedir. Bir olabirlik dağılımı, β kesim

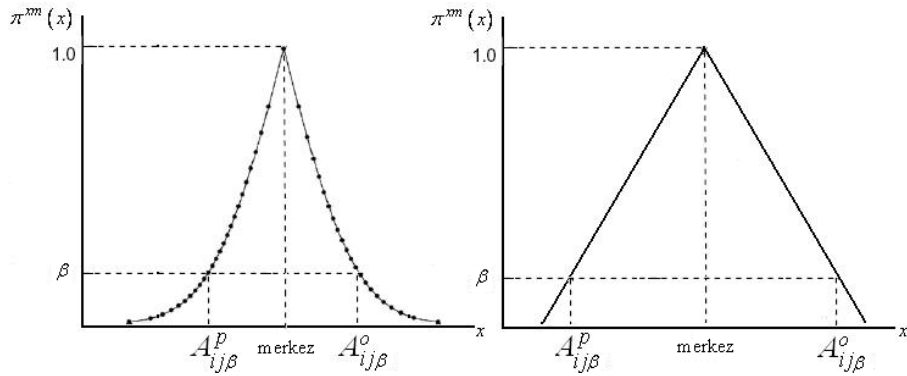
yaklaşımı¹ kullanılarak kapalı bir aralık (belirli) haline dönüştürülebilir. Olabilirlik dağılımları (A_j), belirlenecek bir en az kabul edilebilir olabilirlik derecesi için merkezin solunda ve sağında bulunan ve kapalı aralığın sınırlarını oluşturan birer en küçük ($A_{ij\beta}^p$) ve en büyük ($A_{ij\beta}^o$) değere sahiptirler. Bu durum parçalı doğrusal ve doğrusal üçgensel olabilirlik dağılımları için Şekil 2.11.'de gösterilmiştir.

Her bir en küçük ($A_{ij\beta}^p$) ve en büyük ($A_{ij\beta}^o$) değerlerin toplamaları şu şekilde hesaplanabilir:

$$\sum_{i=h+1}^n V_i W_j A_{ij\beta}^p X_i = A_{j\beta}^p, \quad \sum_{i=h+1}^n V_i W_j A_{ij\beta}^o X_i = A_{j\beta}^o \quad \forall j \quad (2.39)$$

Böylelikle kabul edilebilir bir olabilirlik derecesi için Eş. 2.39, Eş. 2. 40'a dönüşür.

$$(L_j D) \leq [A_{j\beta}^p, A_{j\beta}^o] \leq (U_j D) \quad \forall j \quad (2.40)$$



Şekil 2.11. Parçalı doğrusal ve doğrusal üçgensel olabilirlik dağılımlarının β kesimi

Eş. 2.40 için eğer $A_{j\beta}^p \geq (L_j D) \quad \forall j$ ve $A_{j\beta}^o \leq (U_j D) \quad \forall j$ ise alt ve üst spesifikasyon sınırları sağlanmış olur.

¹ Literatürde α kesim yaklaşımı olarak geçmektedir ancak olasılık değeri ile karıştırılmaması için β olarak verilmiştir.

Sonuç olarak tamamen olabirliksel belirsizlik içeren TH problemi kabul edilebilir bir olabirlik derecesi için belirli doğrusal programlama modeline dönüşür ve şu şekildedir.

$$\text{Min: } \sum_{i=1}^n (C_i X_i) \quad (2.41)$$

Kısıtlar: Eş. 2.4 - Eş. 2.6 ve

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^o X_i) \leq (U_j D) \quad \forall j \quad (2.42)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^p X_i) \geq (L_j D) \quad \forall j \quad (2.43)$$

Bu yapıdaki model herhangi bir eniyileme paket programı ile kolaylıkla çözülebilir durumdadır.

2.3.2. Olabirlik/olasılık dönüşümü yaparak tamamen olasılıksal model yaklaşımı

Bu bölümde A_{ij} ile ifade edilen ve üçgensel dağılımını takip eden olabirliksel parametrelerin, R_{ij} ile gösterilen ve normal dağılıma uyan olasılıksal parametrelere dönüşümü incelenmiştir. Olabirliksel belirsizliklerinin olasılıksal belirsizliklerine dönüştürülmesi ile ilgili olarak Dubois ve Prade'in [41, 45] simetrik dönüşüm yaklaşımından faydalanılmıştır. Çünkü bu dönüşüm neticesinde elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyonu normal dağılıma yaklaşık bir şekil oluşturmaktadır.

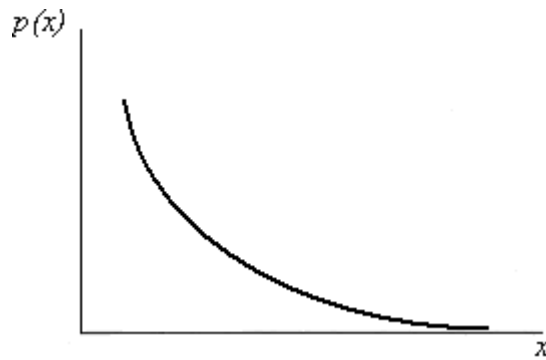
Dubois ve Prade'in [41, 45] simetrik dönüşüm formülasyonu $\frac{1}{2}$ ile çarpılırsa elde edilecek formülasyon Eş. 44 gibi olacak ve olasılıklar toplamı 0.5 olacaktır.

$$T_2^{-1} = p(s_i) = \frac{1}{2} \sum_{k=i}^n \frac{1}{k} (\pi(s_k) - \pi(s_{k+1})) \Rightarrow \sum_{i=1}^n p(s_i) = 0.5 \quad (2.44)$$

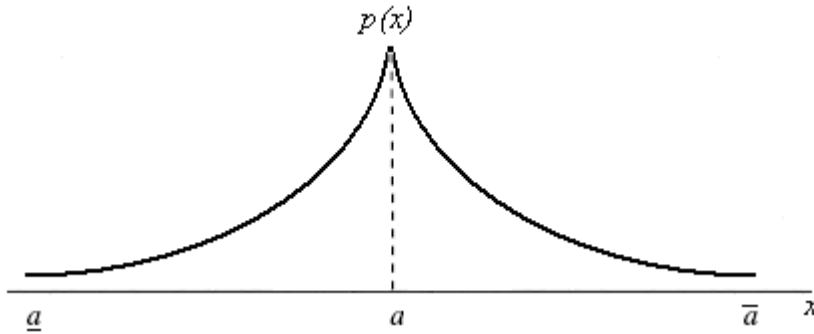
Eş. 2.44 kesikli dağılımlar içindir, ancak sürekli bir dağılım için fonksiyonun tanımlı olduğu aralık çok küçük parçalara bölünerek bu dönüşüm kullanılmaya uygun hale getirilebilir.

TH modelindeki olabilirliksel parametrelerin bir kısmı simetrik üçgensel dağılımı geriye kalan kısmı ise asimetrik üçgensel olabilirlik dağılımını takip etmektedir. Bu parametrelerin dönüşümünde ilk olarak simetrik olanlar dikkate alınmıştır.

Şekil 2.8.'de verilen simetrik üçgensel olabilirlik dağılımının azalan kısmına $(a \leq x \leq \bar{a})$ Eş. 44 uygulanarak elde edilen olasılık fonksiyonu Şekil 2.12.'de verilmiştir. Bu fonksiyon oluşturulurken $[a, \bar{a}]$ aralığı 3000 eşit parçaya bölünmüştür. Şekil 2.12.'de verilen fonksiyonun y eksenine göre simetriği ise simetrik üçgensel olabilirlik dağılımının artan bölümünün $(\underline{a} \leq x \leq a)$ olasılık fonksiyonuna dönüşümünü verecektir. Şekil 2.13.'de simetrik üçgensel olabilirlik dağılımından elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyonu sunulmuştur.



Şekil 2.12. Simetrik üçgensel olabilirlik dağılımının azalan kısmından elde edilen olasılık fonksiyonu



Şekil 2.13. Simetrik üçgensel olabilirlik dağılımından elde edilen olasılık fonksiyonu

Şekil 2.13.'da elde edilen olasılık yoğunluk fonksiyonunun altındaki alan 1'e eşittir ve şekil olarak normal dağılıma benzemektedir. Eğer bu fonksiyonun bir normal dağılım fonksiyonu olduğu varsayılırsa ortalama parametresi belli olmasına karşın standart sapma değeri belli olmayacaktır ve her bir x değeri için değişecektir. Böyle bir sonuçla karşılaşılması son derece normaldir. Çünkü bir olabilirlik dağılımından bir olasılık dağılımı elde etmek istenmektedir, daha basit bir ifadeyle tam olmayan-eksik bilgiden yola çıkılarak tam olan-eksik olmayan bilgiye ulaşmak istenmektedir. Dolayısıyla, sabit bir standart sapma değeri bulmak imkânsızdır. Bu noktada önerilen yaklaşım, karar vericinin bir olabilirlik değeri için belirleyeceği bir olasılık kabul seviyesinden hareketle bir standart sapma değeri bulmak ve bu değeri dağılımın standart sapma değeri olarak kabul etmek olacaktır. Böylelikle “yaklaşık normal” bir dağılım elde edilecektir. Bu yaklaşım şu şekilde formüle edilebilir:

Bir olabilirlik dağılımından $[a, \bar{a}]$ aralığında herhangi bir x değeri için üyelik derecesi, $\pi(x)$, şu şekilde bulunur:

$$\pi(x) = \beta = \frac{\bar{a} - x}{\bar{a} - a} \Rightarrow x = \bar{a} - \beta(\bar{a} - a) \quad (2.45)$$

Eğer bu olabilirlik dağılımının dönüşümünden elde edilen olasılık dağılımının normal dağıldığı varsayılıyorsa, ortalama parametresi $\mu = a$ ve $\frac{x - \mu}{\sigma} = Z$ 'dir.

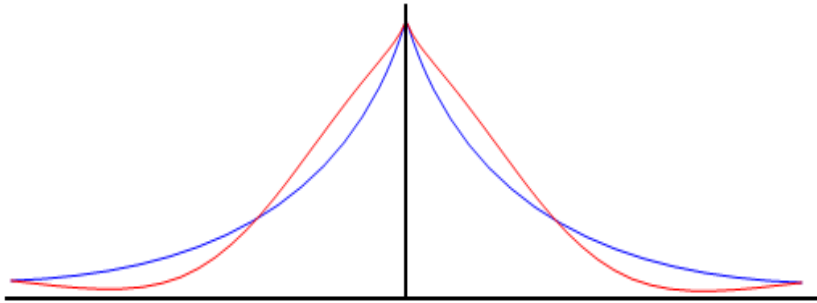
Eş. 2.45’de bulunan x değeri standart normal dağılım formülasyonunda yerine koyulursa;

$$Z = \frac{\bar{a} - \beta(\bar{a} - a) - \mu}{\sigma} = \frac{\bar{a} - \beta(\bar{a} - a) - a}{\sigma} = \frac{(1 - \beta)(\bar{a} - a)}{\sigma} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{(1 - \beta)(\bar{a} - a)}{Z} \quad (2.46)$$

Bu formülasyonda karar verici iki parametreyi belirleyecektir: β ve olasılık değeri. Z değeri, belirlenen olasılık değerine göre standart normal dağılım tablosundan bulunacaktır. Daha açık bir ifade ile karar verici olabilirlik dağılımındaki β üyelik derecesine sahip bir x değerinin, dönüşümden sonra Z ile belirlenen kadar bir olasılık değerini kapsamasını istemektedir. Böylelikle, Eş. 2.46’da β ve Z değerlerinin yerine konmasıyla bir standart sapma değeri elde edilecek ve bu değer normal dağıldığı varsayılan dağılımın standart sapma değeri olacaktır. Yukarıdaki 3000 eşit parçaya bölünmüş örneğe geri dönülecek olursa, eğer karar verici 0.0003 üyelik derecesine sahip x değerinin 0.4993’lük bir olasılık alanını içermesini istiyorsa standart sapma değeri;

$$\sigma = \frac{(1 - 0.0003)(\bar{a} - a)}{3.18} \text{ olacaktır.}$$



Şekil 2.14. Üçgensel olabilirlik dağılımından elde edilen olasılık fonksiyonu ve yaklaşık normal dağılım fonksiyonu

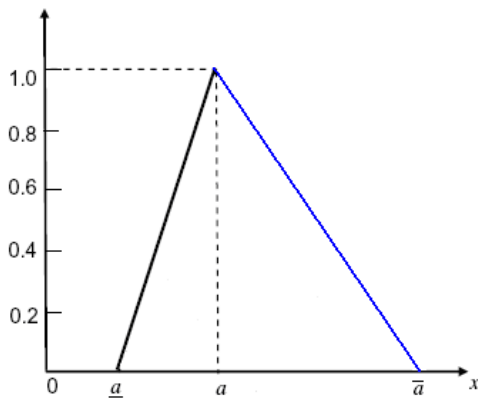
Şekil 2.14’de mavi ile çizilen dağılım simetrik üçgensel olabilirlik dağılımında elde edilen dağılımı, kırmızı ile ifade edilen ise bu dağılımdan elde edilen yaklaşık normal dağılımı göstermektedir. Grafiklerde yaklaşık normal dağılımın üçgensel dağılımdan elde edilen dağılımdan büyük olduğu noktalardaki en büyük ve ortalama farklar sırasıyla 0.0416 ve 0.0248, üçgensel dağılımdan elde edilen dağılımın yaklaşık normal dağılımdan büyük olduğu noktalardaki ise sırasıyla 0.0221 ve 0.0112’dir. Bu farkların olması yukarıda açıklandığı gibi eksik bilgiden tam bilgiye gidilmek istenmesinden dolayı son derece normaldir ve kabul edilebilir düzeydedir.

Geliştirilen dönüşüm yaklaşımında ele alınan üçgensel olabilirlik dağılımı simetrikti ve buna bağlı olarak elde edilen olasılık dağılımının da simetrik olması sağlanarak normal dağılıma yaklaştırılmıştı. Ancak, TH modelindeki bazı olabilirliksek parametreler asimetrik üçgensel dağılımlara sahiptirler. Bu nedenle asimetrik dağılımların dönüşümü için, simetrik üçgensel olabilirlik dağılımlarının dönüşüm yaklaşımına bazı eklemeler yaparak yeni bir yaklaşım geliştirmek gerekmektedir. Şekil 2.15.’de simetrik olmayan $(a - \underline{a} \neq \bar{a} - a)$ bir üçgensel olabilirlik dağılımı verilmiştir.

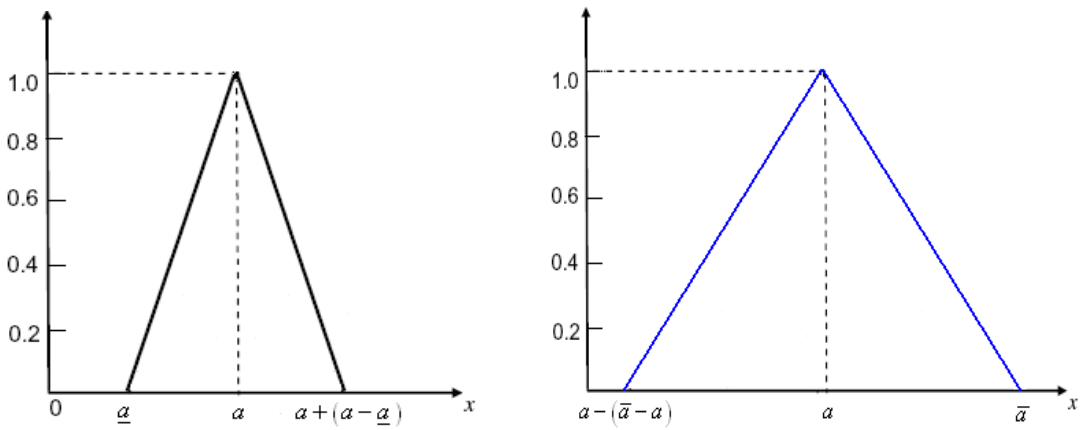
Asimetrik dağılımların dönüşümü için nasıl bir çözüm yaklaşımının geliştirileceği aslında olabilirlik dağılımlarının tanımında gizlidir. Tekrar hatırlanacak olursa olabilirlik dağılımları olasılık dağılımı ailelerinin kodlandığı dağılımlardır. Yani bir olabilirlik dağılımı yardımıyla birden fazla olasılık dağılımı tanımlanmıştır. Dolayısıyla, asimetrik üçgensel olabilirlik dağılımından $[a, \bar{a}]$ ve $[\underline{a}, a]$ aralıkları ayrı ayrı dikkate alınarak iki farklı simetrik üçgensel dağılım üretmek mümkündür. Bu olabilirlik dağılımları Şekil 2.16’da verilmiştir.

Böylelikle, yukarıda açıklanan simetrik bir üçgensel olabilirlik dağılımından yaklaşık normal bir dağılım elde etme yaklaşımı kullanılarak bu iki simetrik üçgensel olabilirlik dağılımından iki adet yaklaşık normal dağılım elde edilebilir. Bu durumda şu tanım yapılabilir; dönüşüm yoluyla elde edilmiş olan iki adet yaklaşık normal dağılım bir dağılım ailesidir ve ilk baştaki asimetrik üçgensel olabilirlik dağılımı bu

aileyi kodlayan bir dağılımdır. Bu noktada şu soru sorabilir; dağılım ailesinin destek kümesi ile asimetrik olabilirlik dağılımının destek kümesi örtüşmemektedir. Bu doğru bir sorudur ve gerçektende örtüşmemektedir. Ancak bu noktada şans kısıtlı stokastik programlama yaklaşımı bu sorunu çözmektedir. Şöyle ki; olabilirliksel belirsizliklerin olasılıksal belirsizliklere dönüştürülmesi ile TH modeli, Bölüm 2.2'deki gibi tamamen stokastik bir yapıya dönüşür ve şans kısıtlı programlama ile modellenip GAMS/Baron yazılımı kullanılarak çözülebilir.



Şekil 2.15. Simetrik olmayan üçgensel olabilirlik dağılımı



Şekil 2.16. Asimetrik olabilirlik dağılımından üretilen simetrik olabilirlik dağılımları

Tamamen stokastik TH modelinin kısıtlarından Eş. 2.14 ortalamalardan üst sapmaları dikkate alarak üst spesifikasyon sınırının ihlal edilmesini, Eş. 2.15 ise ortalamalardan alt sapmaları dikkate alarak alt spesifikasyon sınırının ihlal edilmesi engellemektedir. Dolayısıyla mavi renk ile çizilmiş simetrik üçgensel olabilirlik dağılımından üretilen

yaklaşık normal dağılım Eş. 2.14’de, siyah renk ile çizilmiş simetrik üçgensel olabilirlik dağılımından üretilen yaklaşık normal dağılımda Eş. 2.15’de kullanılır ise ilk baştaki simetrik olmayan üçgensel olabilirlik dağılımının destek kümesi sağlanmış olur.

2.3.3. Herhangi bir dönüşüm yapmadan melez model yaklaşımı

Bundan önceki bölümlerde hem olasılıksal hemde olabirliksel belirsizlikleri içeren modellerin çözüm yolu olarak çeşitli dönüşüm yöntemleri irdelenmiştir. Bu bölümde ise belirsizlik içeren parametreler üzerinde her hangi bir dönüşüm işlemi yapmadan çözüme ulaşmanın yolları araştırılmıştır.

Tamamen olasılıksal belirsizlikler içeren modelin çözümü için şans kısıtı yaklaşımından faydalanılmıştı. Şans kısıt yaklaşımı, bir kısıtın en az belli bir olasılık değeri (α) ile sağlanması mantığına dayanmakta idi. Dolayısıyla, stokastik olan model karar vericinin belirleyeceği bir olasılık değeri için doğrusal olmayan belirli programlama modeline dönüşmekte idi.

Tamamen olabirliksel belirsizlik içeren modelin çözümü için ise olabirlik programlama yaklaşımından faydalanılmıştı. Olabirlik programlama yaklaşımına göre model, karar vericinin belirleyeceği bir kabul edilebilir en az olabirlik değeri (β) için belirli doğrusal programlama modeline dönüştürülerek çözülebilmekteydi.

Her iki çözüm yaklaşımında da karar vericinin belirlemesi gereken birer olasılık ve olabirlik değeri vardır. Dolayısıyla, tamamen olasılıksal modelin ve tamamen olabirliksel modelin çözüm yöntemleri melez edilerek herhangi bir dönüşüme ihtiyaç duymayan yeni bir çözüm yaklaşımı geliştirilebilir. Daha açık bir ifade ile problem, karar vericinin belirleyeceği birer en az olasılık (α) ve olabirlik (β) değerleri kullanılarak doğrusal olmayan belirli bir model haline dönüştürülür.

Ancak olabilirlik ölçümleri, karar vericinin zihninde olasılık ölçümleri kadar anlamlı değildir. Daha açık bir ifade ile 0.1 gibi bir olabilirlik derecesi karar vericide bir ölçüm değeri olarak anlam bulmayabilir. Bu sorunu, karar vericinin belirleyeceği en az olasılık değerinden hareket ederek bir olabilirlik değeri üretecek yaklaşım çözebilir.

Bu yaklaşımı geliştirebilmek için Eş. 2.10'da verilen şans kısıtını Eş. 2.47'deki gibi yazmak gerekmektedir.

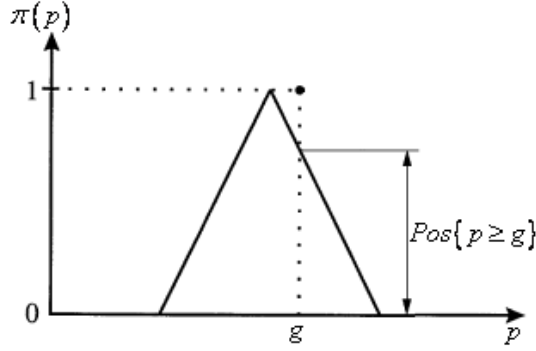
$$P\left\{\sum_{i=1}^n a_i x_i > b\right\} < 1-\alpha, \quad x_i \geq 0 \quad \forall i \quad \text{and} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2.47)$$

Eş. 2.47, Eş. 2.10'da verilen şans kısıtının tümleyenidir. Yani kısıtın sağlanmama olasılığının $1-\alpha$ değerinden küçük olmasını ifade etmektedir. Dönüşümlerde kullanılan tutarlılık prensibi tekrar hatırlanacak olunursa: bir olay olası olmadan önce olabilir olmalıdır bundan dolayı da olabilirlik derecesi olasılık derecesinden düşük olamaz. Bu da şu gerçek ile tutarlı bir durumu ortaya koymaktadır: Olabilirlik ölçümleri üst olasılıkları oluşturur.

Dolayısıyla Eş. 2.47'de verilen şans kısıtının sağ taraf değeri bir üst olasılıktır ve bir olabilirlik ölçümü olarak alınabilir. Bu olabilirlik ölçüm değeri Eş. 2.48'deki gibi formüle edilebilir:

$$Pos\left\{\sum_{i=1}^n a_i x_i > b\right\} < 1-\alpha, \quad x_i \geq 0 \quad \forall i \quad \text{and} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2.48)$$

Inuiguchi ve Ramik [50], g gerçek bir sayı ve p 'de olabilirlik dağılımına sahip bir parametre olmak üzere $Pos\{p \geq g\}$ ölçümünü Şekil 2.17.'deki göstermiştir.



Şekil 2.17. Olabilirlik ölçümü

Böylelikle hem olabilirliksel hem de olasılıksal belirsizlik içeren model, karar vericinin belirleyeceği bir α değeri ve bu olasılık değerinden üretilen $1-\alpha$ olabilirlik değeri kullanılarak belirli doğrusal olmayan bir model haline dönüştürülür. Modelin genel yapısı şu şekildedir:

$$\text{Min: } \sum_{i=1}^n (C_i X_i) \quad (2.49)$$

Kısıtlar: Eş. 2.4 - Eş. 2.6 ve

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k V_i W_j \mu_{R_{ij}} X_i + K_{\alpha} * \sqrt{\sum_{i=h+1}^k (V_i^2 W_j^2 \sigma_{R_{ij}}^2 X_i^2)} + \sum_{i=k+1}^n V_i W_j A_{ij\beta}^o X_i \leq (U_j D) \forall j \quad (2.50)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_i) + \sum_{i=h+1}^k V_i W_j \mu_{R_{ij}} X_i + K_{\alpha} * \sqrt{\sum_{i=h+1}^k (V_i^2 W_j^2 \sigma_{R_{ij}}^2 X_i^2)} + \sum_{i=k+1}^n V_i W_j A_{ij\beta}^p X_i \geq (L_j D) \forall j \quad (2.51)$$

$$\beta = 1 - \alpha \quad (2.52)$$

Doğrusal olmayan bu model, tamamen stokastik TH modelinde olduğu gibi GAMS/Baron paket programı kullanılarak global eniyi olarak çözülebilecek durumdadır.

2.3.4. Örnek problem

Hem olasılıksal hem de olabirliksel belirsizlik içeren TH problemi için önerilen yaklaşımlar, MKEK Pirinç fabrikasından sağlanan veriler ile oluşturulmuş örnek problem üzerinde test edilmiştir. Örnek problemde spesifikasyon sınırları Çizelge 1.1.'de verilen $Ms58\ CuZn39Pb3$ ürününden 20000 kg üretilmek istenmektedir. Bu örnek problem içinde hammadde ve element kayıp oranlarının ihmal edilecek kadar az olduğu saptanmış ve bu nedenle W_j ile V_i parametresi değerleri 1 olarak alınmıştır.

Kullanıma hazır halde bulunan hammadde ve malzemelerin, grupları, stoktaki miktarları, maliyetleri, izin verilen alt ve üst miktarları Çizelge 2.6'da verilmiştir.

Birinci grup ve birinci alt gruptaki malzemelerin içerikleri Çizelge 2.7'de verilmiştir. Çizelge 2.8'de içeriğindeki element oranlarının normal dağılıma uyduğu üçüncü grup ve üçüncü alt gruptaki malzemelere ait parametre bilgileri sunulmuştur. Çizelge 2.9'da ise ikinci alt gruptaki malzemelerin simetrik ve asimetrik üçgensel olabirlik dağılımına sahip içerikleri gösterilmiştir.

Örnek problem, geliştirilen üç yaklaşım için çözülmüş ve sonuçlar Çizelge 2.10'da sunulmuştur. Olasılıksal belirsizliklerin olabirliksel belirsizliklere dönüştürülmesi Rong ve Lahdelma'nın ve Dubois'in dönüşümleri için ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Çözümler için kullanılan olasılık (α) ve olabirlik (β) parametreleri Çizelge 2.10'da verilmiştir.

Olabilirlik/olasılık dönüşümü yaparak tamamen olasılıksal model geliştirilmesinde, yaklaşık normal dağılımın standart sapmasını tespit etmek için β ve olasılık değerleri sırasıyla 0.036 ve 0.999 olarak alınmıştır.

Çizelge 2.6. Malzemelerin grubu, stoktaki miktarları, izin verilen en az ve üst miktarları ve maliyetleri

Hammadde ve Malzemeler	Grubu	Stoktaki miktar (kg)	İzin verilen en az (kg)	İzin verilen en çok (kg)	Maliyet (TL/kg)
		E_i	MN_i	MX_i	C_i
Saf Cu	Birinci grup	10000	0	10000	9.48
Oksitsiz kablo	Birinci grup	2000	0	2000	3.4
Oksitli kablo	Birinci grup	7000	0	7000	2.65
Cu kablo	Birinci grup	20000	0	0	1.9
Saf Pb	Birinci grup	10000	0	10000	3.1
İngot Zn	Birinci grup	10000	0	10000	2.63
Bronz talaşı	Birinci grup	10000	0	10000	2.1
Ankara talaşı	İkinci alt grup	8000	0	4000	4.8
Reganya takoz	Birinci alt grup	10000	0	10000	1.8
Hurda Cu	İkinci alt grup	5000	0	5000	1.4
Hurda radyatör	Birinci alt grup	45000	0	1200	1
Kurşunlu kapçık	İkinci alt grup	25000	0	25000	1.84
Hurda pirinç	İkinci alt grup	1000	0	1000	1.67
Su saati	Üçüncü alt grup	1350	0	1100	2.12
Ms 58 Zn40Pb2	Üçüncü grup	2000	0	1400	2.31
Ms 58 Zn39Pb3	Üçüncü grup	1400	0	1400	2.35
Ms 58 Zn39Pb2	Üçüncü grup	1000	0	1000	2.45
Ms 60 Pb1.5	Üçüncü grup	900	0	900	2.8
Ms 60 Pb0.5	Üçüncü grup	500	0	500	2.75

Çizelge 2.7. Birinci grup ve birinci alt gruptaki malzemelerin içerikleri

Malzemeler	% Cu	% Pb	% Fe	% Sn	% Al	% Sb	% Ni
Saf Cu	100	0	0	0	0	0	0
Oksitsiz kablo	100	0	0	0	0	0	0
Oksitli kablo	99.5	0	0	0	0	0	0
Cu kablo	100	0	0	0	0	0	0
Saf Pb	0	100	0	0	0	0	0
İngot Zn	0	1	0	0	0	0	0
Bronz talaşı	90	0	0	10	0	0	0
Reganya takoz	62	2.5	2	4	1.5	1	1.6
Hurda radyatör	97.5	1.25	0	1.25	0	0	0

Çizelge 2.8. Üçüncü grup ve üçüncü alt gruptaki malzemelerin içerikleri

Malzemeler	% Cu		%Pb		%Fe		%Sn		%Al		%Sb		%Ni	
	Ort.	Std. Spm.	Ort.	Std. Spm.	Ort.	Std. Spm.	Ort.	Std. Spm.	Ort.	Std. Spm.	Ort.	Std. Spm.	Ort.	Std. Spm.
Su saati	55.32	0.545	1.89	0.286	0.14	0.058	0.21	0.097	0.25	0.108	0.009	0.005	0.155	0.094
Ms 58 Zn40Pb2	58.41	0.436	2.09	0.305	0.105	0.0425	0.181	0.077	0.02	0.022	0.01	0.008	0.148	0.087
Ms 58 Zn39Pb3	58.35	0.411	3.15	0.212	0.13	0.065	0.24	0.084	0.065	0.011	0.009	0.006	0.16	0.075
Ms 58 Zn39Pb2	59.37	0.325	1.95	0.256	0.19	0.059	0.14	0.032	0.058	0.018	0.012	0.005	0.165	0.071
Ms 60 Pb1,5	60.78	0.42	1.44	0.24	0.154	0.05	0.085	0.043	0.017	0.01	0.008	0.005	0.15	0.062
Ms 60 Pb0,5	60.72	0.45	0.52	0.15	0.158	0.058	0.09	0.045	0.021	0.012	0.01	0.006	0.18	0.066

Ort: Ortalama, Std. Spm.: Standart sapma

Çizelge 2.9. İkinci alt gruptaki malzemelerin içerikleri

Malzemeler	% Cu	% Pb	% Fe	% Sn	% Al	% Sb	% Ni
Ankara talaşı	(69, 70, 70.8)	(0.0, 0.015, 0.025)	(0.0, 0.025, 0.04)	(0.0, 0.01, 0.03)	(0.0, 0.0, 0.0)	(0.0, 0.0, 0.0)	(0.0, 0.05, 0.15)
Hurda Cu	(86.6, 88, 88.8)	(1.7, 3, 3.2)	(0.0, 0.0, 0.0)	(0.0, 3, 4)	(0.0, 0.08, 0.14)	(0.0, 0.05, 0.1)	(0.0, 0.03, 0.08)
Kurşunlu kapçık	(64.4, 65, 66)	(1.5, 2, 2.7)	(0.0, 0.07, 0.1)	(0.0, 1.4, 2.5)	(0.0, 0.0, 0.0)	(6, 7.3, 8)	(0.0, 0.0, 0.0)
Hurda pirinç	(59.6, 60, 60.4)	(1.5, 2, 2.4)	(0.0, 0.35, 0.65)	(1, 1.5, 2.3)	(0.4, 0.8, 1)	(0.05, 0.09, 0.16)	(0.03, 0.08, 0.12)

Çizelge 2.10. Örnek problemin çözümleri

	Tamamen Olabilirliksel		Tamamen Olasılıksal	Dönüşümsüz
	Rong ve Lahdelma	Dubois		
	$\beta = 0.05$	$\beta = 0.05$	$\alpha = 0.95$	$\alpha = 0.95$
				$\beta = 0.05$
Malzemeler	Miktar	Miktar	Miktar	Miktar
Saf Cu	0	0	0	0
Oksitsiz kablo	0	0	0	0
Oksitli kablo	6412.3	6305.8	5884	6198.43
Cu kablo	0	0	0	0
Saf Pb	328.4	313.7	275.4	299.27
İngot Zn	5624.4	5627.4	5643.8	5648.43
Bronz talaşı	0	0	0	0
Ankara talaşı	0	0	0	0
Reganya takoz	0	0	0	0
Hurda Cu	590	643.9	1077	741.74
Hurda radyatör	1200	1200	1200	1200
Kurşunlu kapçık	7.3	9.2	19.7	12.13
Hurda piring	937.6	1000	976.7	1000
Su saati	1100	1100	1100	1100
Ms 58 Zn40Pb 2	1400	1400	1400	1400
Ms 58 Pb3	1400	1400	1400	1400
Ms 58 Zn39Pb 2	1000	1000	1000	1000
Ms 60 Pb 1.5	0	0	0	0
Ms 60 Pb 0.5	0	0	0	0
Harman maliyeti (TL)	47714	47577.3	47009.9	47445.696

Sonuçlar incelendiğinde görülmektedir ki, bütün yaklaşımlar aynı malzemeleri farklı miktarlarda kullanmıştır. Aynı malzemelerin seçilmesinin nedeni maliyet açısından diğerlerine göre daha ucuz olmalıdır.

Tamamen olabilirliksel model için Rong ve Lahdelma ile Dubois yaklaşımlarını kullanan modeller incelendiğinde Dubois dönüşümünü kullanan modelin maliyeti daha düşük çıkmıştır. Bu beklenen bir sonuçtur. Çünkü en büyük özgüllük prensibine

göre Dubois dönüşümünde olasılıksal parametreye ait daha çok bilgi korunmuştur. Her iki modelde su saati ve Ms 58 gibi üçüncü grup ve üçüncü alt gruba ait malzemeleri izin verilen en çok miktarlarda kullanmıştır. Bu malzemelere ait parametreler olabilirlik dağılımına dönüştürüldüğünde $\beta = 0.05$ değeri için Dubois dönüşümünden elde edilen dağılımların kapalı aralıkları Rong ve Lahdelma'nınkilere göre daha dar olmaktadır. Dolayısıyla, bu durum Dubois dönüşümünü kullanan modele oksitli kablo, hurda Cu ve hurda pirinç gibi maliyeti nispeten düşük malzemelerden daha fazla kullanma imkânı tanımaktadır. Sonuç olarak olasılıksal belirsizliklerin olabirliksele belirsizliklere dönüştürülmesinde Dubois dönüşümünü kullanan model hem maliyet hemde bilginin korunması açısından daha etkin bir çözüm yaklaşımıdır.

Olabilirlik/olasılık dönüşümü yaparak elde edilen tamamen olasılıksal model tüm yaklaşımlar içerisinde en düşük maliyetli harmanı hazırlamıştır. Ancak bu modelin, yaklaşık normal dağılımları kullanmasından ötürü sonuçlarında eniyiden ziyade eniyiye yakın olduğu açıktır. Fakat bu model tamamen olasılıksal olmasından ötürü karar vericiye, çok güçlü bir teori olan olasılık teorisini ve de merkezi limit teoremi gibi araçlarını kullanma imkânını sağlamaktadır.

Olasılık/olabilirlik dönüşümü ve olabilirlik/olasılık dönüşümü çeşitli dezavantajları da beraberinde getirmektedir. Olasılık/olabilirlik dönüşümü tam-kesin olan bilgidan tam-kesin olmayan bilgiye bir geçiştir; dolayısıyla var olan bilginin bir kısmının kaybolması kaçınılmazdır. Bunun aksine olabilirlik/olasılık dönüşümü ise tam-kesin olmayan bilgidan tam-kesin olan bilgiye bir geçiştir ve var olmayan bir bilginin üretilerek tam-kesin olmayan bilgiye eklenmesi söz konusudur. Melez modelde ise bu tür dezavantajlar yoktur. Ancak, maliyet açısından ne tamamen olabilirliksele kadar pahalı nede tamamen olasılıksal kadar ucuz harmanlar hazırlamıştır.

Sonuçlara genel bir perspektiften bakıldığında tamamen olabilirliksele modelden tamamen olasılıksal model gidildikçe maliyet düşmektedir. Daha açık bir ifade ile bilgisizlikten bilgiye gidildikçe maliyet azalmaktadır. Bu durum bilgisizliğin

maliyetini ortaya çıkartmaktadır. Karar vereci konumundaki yöneticiler, bilgi derecesini ve maliyeti birlikte değerlendirerek bu modeller arasında tercih yapabilir.

3. ÇOKLU- HARMANLAMA PROBLEMİ

ÇH problemi Bölüm 1’de belirtildiği üzere birden fazla harmanın ya da birden fazla ürünün eş zamanlı olarak en iyilenmesini amaçlar. ÇH modeli matematiksel olarak TH modeline benzemesine rağmen, kullanılma amacı ve sonuçların yorumu açısından tamamen farklıdır. ÇH modeli belirli bir planlama periyodu için birden fazla ürünün toplam üretiminde kullanılacak hammadde ve malzeme miktarlarını eniyileyerek hammadde satın alma politikasını belirlemeye yönelik taktiksel seviyede kullanılan bir modeldir. Bu özelliğinden ötürü tipik bir Bütünleşik Üretim Planı (BÜP) modelidir.

BÜP, 2 ile 18 ay arasında değişen planlama dönemleri için tahmin edilen talebe bağlı olarak üretim ihtiyaçlarının belirlenmesine yönelik bir çalışmadır.

1950’lerden bu yana birçok BÜP tekniği geliştirilmiştir. Saad [51]’a göre bütün bu teknikler altı başlık altında toplanabilir; (1) doğrusal programlama (DP) [52, 53], (2) doğrusal karar kuralı [54], (3) taşıma metodu [55], (4) yönetim katsayı yaklaşımı [56], (5) arama karar kuralı [57] ve benzetim [58]. Herhangi bir BÜP modelinde model parametreleri ve amaçlar genellikle belirli kabul edilir [59]. Ancak gerçek hayat problemlerinde model girdileri, bazı bilgilerin eksik olmasından ya da elde edilememesinden ötürü kesin/belirli olmayabilir. Zadeh [60] bu kesin olmayan verileri etkin bir şekilde ele alan bulanık küme teorisini önermiştir. Zimmermann [61] ise bulanık küme teorisini geleneksel doğrusal programlamada kullanan ilk araştırmacıdır. Zimmermann [62] çalışmasında doğrusal programlama modelini bulanık amaç ve kısıtlar dâhilinde incelemiştir. Bellman ve Zadeh [63]’in bulanık karar verme çalışmalarını takiben, BÜP modellerini çözmek için birçok bulanık matematiksel programlama modeli geliştirilmiştir [64].

Rinks [65] BÜP problemleri için bulanık üretim ve işgücü algoritması geliştirmiştir. Hintz ve Zimmermann [66] BÜP problemlerinin çözümü için bulanık DP tabanlı bir yaklaşım geliştirmiştir. Lee [67] bulanık küme teorisinin malzeme ihtiyaç planlaması dâhilindeki BÜP ve parti büyüklüğü metotlarına uygulamalarını sunmuştur. Gen ve

ark. [68] bulanık çok amaçlı BÜP problem için interaktif bir çözüm prosedürü sunmuşlardır. Tang vd. [69] bulanık talep ve bulanık kapasitelere sahip çok ürünlü BÜP problemini incelemişlerdir. Wang ve Fang [70], pazar taleplerinin ve birim fason yaptırma maliyetlerinin bulanık olduğu BÜP problemlerinin çözümü için yaklaşım önermişlerdir. Wang ve Fang [71], çok amaçlı BÜP problem için bulanık DP geliştirmişlerdir. Tang ve ark. [72], bulanık talep ve bulanık kapasiteli çok ürünlü BÜP'nın formülasyonu ve benzetim analizi üzerine çalışmışlardır. Fung ve ark. [73] bulanık çok ürünlü bir BÜP modeli önermişlerdir. Dai ve ark. [74], belirsizlik ve kesin olmayan bilgi içeren BÜP uygulamalarını incelemişlerdir. Wang ve Liang [59], bulanık ortamdaki BÜP problemlerinin çözümü için parçalı doğrusal üyelik fonksiyonu ile bulanık çok amaçlı DP modeli önermişlerdir. Jamalnia ve Soukhakian [75], BÜP problemleri için melez (kalitatif ve kantitatif amaçlar içeren) bulanık çok amaçlı doğrusal olmayan bir yaklaşım geliştirmişlerdir.

Zadeh [24] bulanık küme teorisinin uzantısı olarak olabilirlik teorisini sunmuştur. Buckley [76, 77] ise olabilirlik DP problemlerinin çözümü üzerine çalışmıştır. Lai ve Hwang [78, 79] tam-kesin olmayan amaç ve/veya kısıt katsayılarına sahip olabilirlik DP problemlerinin çözümü için çok amaçlı DP yaklaşımı geliştirmişlerdir. Bu gelişmelerin neticesi olarak BÜP problemlerinde olabilirlik teorisinin kullanılması üzerine çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Hsieh ve Wu [80] BÜP problemleri için olabilirlik DP modelleri geliştirmişlerdir. Tang ve ark. [81], olabilirlik içeren kaynak ve olabilirlik içeren amaç fonksiyonu katsayılı olmak üzere iki çeşit olabilirlik DP modeli önermişlerdir. Wang ve Liang [64], tahmini taleplerin, operasyon maliyetlerinin ve kapasitelerin belirsiz olduğu çok ürünlü BÜP problemlerinin çözümü için interaktif olabilirlik DP yaklaşımı geliştirmişlerdir. Liang [29] ise kesin olmayan amaç ve maliyet katsayılarına sahip çok ürünlü ve çok dönemli BÜP problemlerinin çözümü için interaktif olabilirlik DP yaklaşımı sunmuştur. Bu konudaki benzer çalışmalar ise şunlardır: Bilgen [82], Inuiguchi ve Sakawa [83], Tanaka ve ark. [84], ve Jensen ve Maturana [85].

BÜP modelleri orta ya da uzun dönemli kapasite planlama için geliştirildiğinden genel olarak normal ve fazla mesai üretim miktarları, stok seviyeleri, işgücü

seviyeleri, yok satma ve fason üretim miktarları gibi kontrol değişkenleri içerir. Ancak bu değişkenler pirinç üretimi için daha farklıdır. Harmanlama probleminin olduğu süreçte (döküm süreci) ihtiyaç duyulan işgücü miktarı çok azdır ve bu noktada herhangi bir darboğaz yoktur. Döküm süreci sonunda üretilen ürün bir yarı üründür ve nihai ürün olmak üzere takip eden süreçlere gitmektedir. Bu sürecin üretim hızı diğer süreçlerden hızlı olduğu için yok satma ya da fason üretim yaptırma gibi bir sıkıntı meydana gelmemektedir. Sonuç olarak pirinç üretimi için BÜP modelinde normal ve fazla mesai üretim miktarları, işgücü seviyeleri, zaman değişkeni, yok satma ve fason üretim miktarları gibi kontrol değişkenleri mevcut değildir.

ÇH problemi için önerilen BÜP modelinin yapısı şu şekildedir:

Model notasyonu

n hammadde sayısını, m bileşen (element) sayısını, t ürün sayısını ifade etmek üzere

i hammadde tipi, $i = 1, \dots, n$

j bileşen tipi (element), $j = 1, \dots, m$

k ürün tipi, $k = 1, \dots, t$

$\tilde{C}_i$ i . hammaddenin planlama dönemi için kg maliyeti

P_{ij} i . hammadde içindeki j . bileşen oranı (Belirli), $i = 1, \dots, h$

$\tilde{A}_{ij}$ i . hammadde içindeki j . bileşen oranı (Olabilirliksel), $i = h + 1, \dots, n$

V_i i . hammadde kayıp katsayısı

W_j j . bileşen kayıp katsayısı

U_{kj} k . ürün içerisindeki j . bileşen oranının üst sınırı (üst spek)

L_{kj} k . ürün içerisindeki j . bileşen oranının alt sınırı (alt spek)

$\tilde{MX}_i$ i . hammaddeden planlama döneminde kullanılabilecek en büyük miktar

$\tilde{MN}_i$ i . hammaddeden planlama döneminde kullanılabilecek en küçük miktar

$\tilde{D}_k$ k . ürününe olan talep miktarı

Karar değişkeni

X_{ik} k ürününün üretiminde kullanılacak i . hammadde miktarı (kg)

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Min: } \sum_{i=1}^n \left(\tilde{C}_i \sum_{k=1}^t X_{ik} \right) \quad (3.1)$$

Kısıtlar

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j \tilde{A}_{ij} X_{ik}) \leq (U_{kj} \tilde{D}_k), \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j \tilde{A}_{ij} X_{ik}) \geq (L_{kj} \tilde{D}_k), \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.3)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ik} \geq \tilde{D}_k \quad \forall k \quad (3.4)$$

$$\sum_{k=1}^t X_{ik} \leq \tilde{M}X_i \quad \forall i \quad (3.5)$$

$$\sum_{k=1}^t X_{ik} \geq \tilde{M}N_i \quad \forall i \quad (3.6)$$

$$X_{ik} \geq 0 \quad \forall i \quad \forall k \quad (3.7)$$

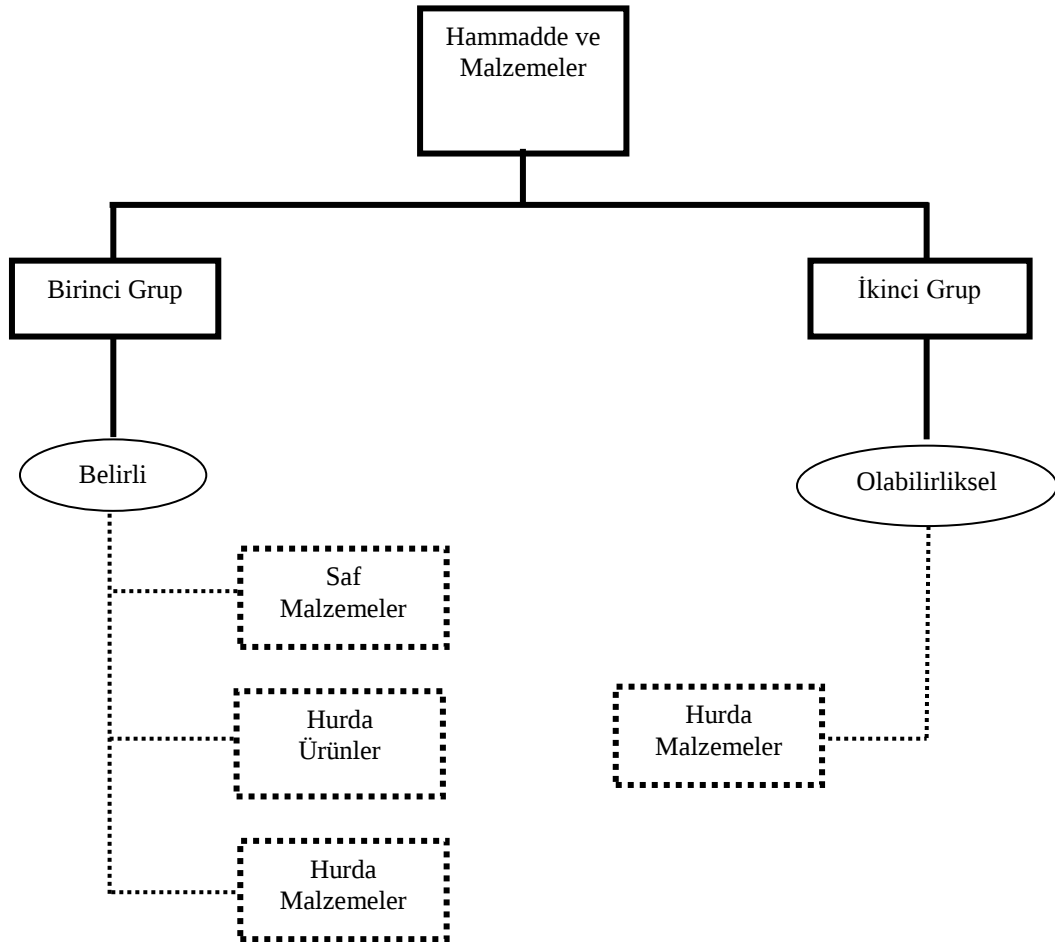
ÇH modelinin TH'den birkaç farklı yönü vardır. Malzemelerin stokta bulunan miktarları (E_i) TH modeli için birer parametre iken, ÇH modelinde zaten bu değerler bulunmayı amaçlandığı için karar değişkenleridir. Ayrıca $\tilde{M}X_i$ ve $\tilde{M}N_i$ 'de TH modelinden farklı yorumlanmaktadır. Şöyle ki, hammadde ve malzemeler piyasadan istenildiği kadar tedarik edilmeyebilir ya da bazılarının tedariki zorunlu olabilir. Bu tür durumlarda tedarik edilebilecek en büyük miktarlar $\tilde{M}X_i$ ve satın alınması zorunlu miktarlar $\tilde{M}N_i$ kullanılarak modele yerleştirilir.

Pirinç döküm sanayinde kullanılan hammadde ve malzemeler Bölüm 2'de 3 ana gruba ve 2. ana gruba kendi içerisinde 3 alt gruba ayrılmıştı. Ancak bu hammadde ve malzemeler, ÇH problemi için BÜP modeli perspektifinden bakıldığı zaman iki gruba değerlendirilmiştir. Bu sınıflandırma Şekil 3.1'de verilmiştir.

Bu sınıflandırmada birinci grup içerik oranları belirli olanları, ikinci grup ise içerik oranları olasılıksal olanları kapsamaktadır. Birinci grup, Şekil 2.1'de verilen saf malzemeleri (birinci grup), hurda ürünleri (üçüncü grup) ve hurda malzemeleri (üçüncü alt grup) kapsamaktadır. TH modelinde hurda ürünlerin (üçüncü grup) ve hurda malzemelerin (üçüncü alt grup) içerikleri olasılıksal olarak belirlenmişti. Fakat bu hammadde ve malzemeler BÜP açısından değerlendirildiğinde içerikleri belirli

olarak modellenmiştir ve P_{ij} ile gösterilmiştir. Bu çıkarım, olasılık teorisindeki “büyük sayılar kanuna” dayanmaktadır. Büyük sayılar kanunu, bir rassal değişkenin uzun-vadeli kararlılığını tanımlayan bir olasılık teoremidir. Bu kanuna göre örnek birim sayısı yetirince büyük olduğunda, örnek ortalamasının ana kütle ortalaması civarında bir değer alma olasılığı oldukça büyür [86]. Dolayısıyla, olasılıksal belirsizlikler içeren hammadde ve malzemelerin bir planlama periyodu içerisinde defalarca kullanımı neticesinde bu belirsizlikler ortalama parametresine yaklaşacaktır.

İkinci grup ise hurda malzemeleri (Şekil 2.1’de verilen birinci ve ikinci alt grup) kapsamaktadır. Bu malzemelerin içerisindeki element oranları bir sonraki bölümde açıklanacağı üzere olabirlik dağılımları ile modellenmişlerdir.



Şekil 3.1. Hammadde ve malzemelerin BÜP perspektifinden sınıflandırılması

3.1. ÇH BÜP Modelindeki Belirsiz Veriler

Çoklu-harmanlama BÜP modelinde, i . hammaddeden alınacak en büyük miktar ($\tilde{MX}_i$), i . hammaddeden alınması zorunlu olan en küçük miktar ($\tilde{MN}_i$), k ürününe olan talep miktarı ($\tilde{D}_k$), i . hammaddenin kg maliyeti ($\tilde{C}_i$) ve ikinci gruptaki hurda malzemelerin içerisindeki element oranları ($\tilde{A}_j$) belirsizdir ve üçgensel olabilirlik dağılımı ile modellenmiştir. Bu parametrelerin belirsiz olma ve üçgensel olabilirlik dağılımı ile modellenme nedenleri aşağıda açıklanmıştır.

Hammadde kg maliyetleri üç grup altında toplanabilir: saf hammaddelerin maliyeti, hurda ürünlerin maliyeti ve hurda malzemelerin maliyeti. Saf hammaddelerin fiyatları Londra Metal borsasına göre belirlenmektedir. Bir planlama dönemi içerisinde saf hammaddelerin fiyatının borsada nasıl değişeceğini belirlemek oldukça zordur. Birçok araştırmacı borsadaki gelecekte oluşacak fiyat seviyeleri için çalışmalar yapmışlardır; bunlar doğrusal ve doğrusal olmayan zaman serileri olarak modellenmeye çalışılmıştır. Ancak zaman serilerinin yapılarıyla ilgili bilgi eksikliğinden ötürü bu kaotik süreçten stokastik bir model elde etmek oldukça güçtür [87]. Dolayısıyla saf maddelerin fiyatlarını tahmin için alternatif bir araç olan olabilirlik teorisini kullanmak oldukça etkin bir yaklaşım olacaktır [88]. Bu nedenle saf hammaddelerin fiyatları üçgensel olabilirlik dağılımları ile modellenmiştir.

Hurda malzemeler ise geniş bir tedarik ağından sağlandığından, satın alınma şartları (satın alma bölümünün stratejisi), satın alınacak miktar ve fiyat iskontoları satın alınma zamanına göre değişiklik göstereceğinden bu tür belirsizlikler içinde en uygun model olarak olabilirlik teorisi belirlenmiştir.

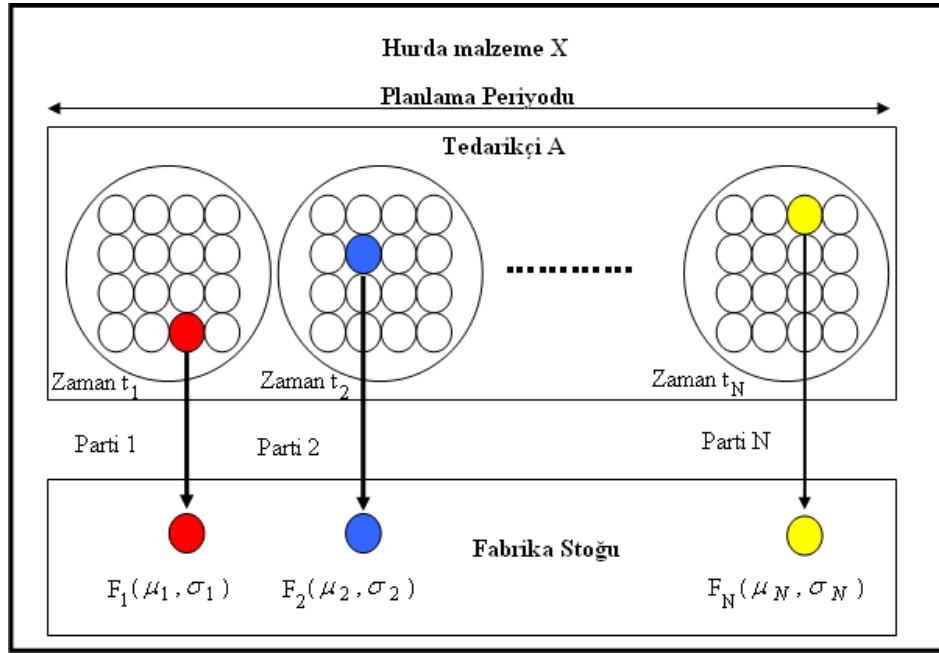
Hurda ürünlerin maliyetlerini belirleyen faktörler ise, o ürün üretilirken hangi malzemelerden ne kadar kullanıldığı ve döküm sürecine hangi süreçten geri döndüğüdür. Dolayısıyla planlama sürecinin başlangıcında bu değişkenleri ne belirli olarak ne de olasılıksal olarak belirleyebilmek mümkün değildir. Bu nedenle bu maliyet kalemi de olabilirlik dağılımları ile modellenmişlerdir.

Bölüm 2’de açıklandığı üzere bazı hurda malzemeler (ikinci alt grup) olabilirliksel belirsizlik içermektedir. Bu malzemeler ÇH BÜP modelinde de üçgensel olabilirlik dağılımı ile modellenmiştir, ancak bu modelde uzun bir planlama dönemi dikkate alındığından bazı farklılıkları vardır.

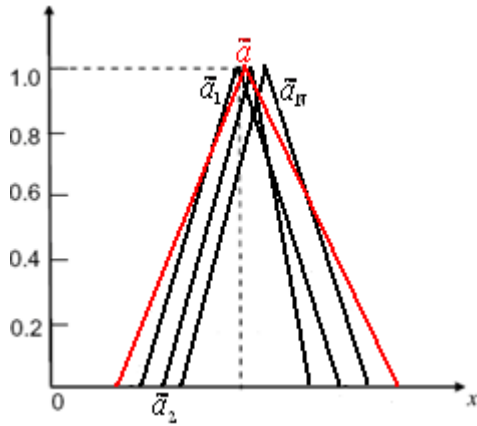
Şekil 3.2’de belli bir planlama periyodu içerisinde fabrika stokuna giren malzemeler ait durum gösterilmiştir. Herhangi bir t zamanında fabrika stokuna giren malzeme yığını (kırmızı, mavi veya sarı renk ile gösterilen çember), Bölüm 2’de verilen hurda pirinç mamulleri gibi bir yığını temsil etmektedir. Dolayısıyla, F_t parametreleri ve kendisi bilinmeyen bir olasılık dağılımını, yani Şekil 2.3’deki siyah renk ile gösterilen olasılık dağılımları karışımını ifade etmektedir. Önceki bölümde bu bilinmeyen dağılımı modellemek için üçgensel olabilirlik dağılımı kullanılmıştı. Bir planlama periyodu göz önüne alındığında ise parametreleri farklı birden fazla (N tane) üçgensel olabilirlik dağılımı, bir başka deyişle üçgensel olabilirlik dağılım ailesi ortaya çıkar. Ancak hangi zaman diliminde hangi tedarikçiden hangi özelliklerde bir malzeme yığını geleceği bilinmediği için bu olabilirlik dağılım ailesi, sağ ve sol açıklıkları daha geniş olan tek bir üçgensel olabilirlik dağılımı ile modellenmiştir. Şekil 3.3.’de $\tilde{a}_t$ bilinmeyen dağılımların modellendiği üçgensel olabilirlik dağılımlarını, $\tilde{a}$ ise bu dağılım ailesinin modellendiği üçgensel olabilirlik dağılımlarını göstermektedir.

Bölüm 2 de birinci alt grupta yer alan malzemelerin içerikleri belirli olarak değerlendirilmişti. Ancak, uzun bir planlama periyodu dâhilinde bakıldığında farklı zaman dilimlerinde farklı tedarikçilerden gelecek malzemelerin içeriğindeki element oranlarının değişkenlik göstermesi kaçınılmazdır. Bu tür malzemelere verilecek en iyi örnek Reganya takozlardır. Reganya takozlar, içeriğindeki element oranlarının kesinlikle bilinmediği ve bir fikir bile yürütülemediği malzemelerin oluşturduğu bir yığındır. Bu yığın, harmanlarda kullanılmak için öncelikle bir ergitme işleminden geçerek takoz halinde dökülmektedir. Ocaklardan sürekli numune alındığı içinde içeriğindeki element oranları kesin olarak bilinir hale dönüşmektedir. Fakat bir planlama periyodu süresince farklı tipte yığınlar fabrika stokuna girebilir.

Dolayısıyla, olasılıksal olarak modellenemeyecek bir belirsizlik oluşur. Bu nedenle birinci alt gruptaki malzemeler çoklu-harmanlama BÜP'nin da üçgensel olasılık dağılımları ile modellenmiştir.



Şekil 3.2. Planlama periyodunda stoka giren malzemeler



Şekil 3.3. Uzun dönemli planlama oluşan belirsizlikler

i . hammadeden alınacak en büyük miktar ($\tilde{MX}_i$) ve alınması zorunlu olan en küçük miktar ($\tilde{MN}_i$) firmanın belirleyeceği politikaları bağlıdır. Firma yapacağı satın alma

anlaşmalarına göre tedarikçi seçiminde ve satın alınacak miktarlar üzerinde çok etkin bir rol oynayacaktır. Bu yönetimsel faaliyetlerin ise belirli olarak ya da olasılıklı olarak belirlenmesi mümkün değildir. Dolayısıyla bu parametreler içinde olabilirlik dağılımları kullanılmıştır.

3.2. Belirsiz Katsayılar İçeren Doğrusal Modelin zm Yolları

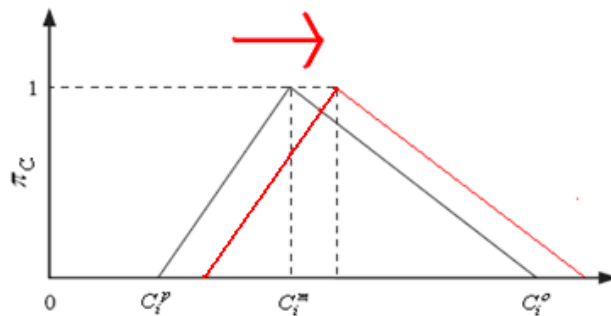
Eř. 3.1- Eř. 3.7’de verilen H BP modeli Eř. 3.8.’de verilen bir yapıdadır.

$$\begin{aligned} & maks \quad \tilde{c}x \\ & s.t. \quad \tilde{A}x \leq \tilde{b}, \text{ and } x \geq 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

$\tilde{A}$, $\tilde{b}$ ve $\tilde{c}$ belirsizdir ve olabilirlik dağılımına sahiptir. Lai ve Hwang [78, 79], bu tip bir modeli özlemek için etkin bir yaklaşım önermiştir.

3.2.1. Lai ve Hwang yaklaşımı

Bu yaklaşımda belirsiz olan katsayılar üçgensel olabilirlik dağılımları ile modellenmiştir. Dolayısıyla amaç fonksiyonu geometrik olarak üç kēe noktasıyla tanımlanmıştır $(C^p, 0)$, $(C^m, 1)$ and $(C^o, 0)$. Lai ve Hwang’a [78] göre bu amaç fonksiyonunu en büyük yapmanın yolu şekil 3.4.’de verildiği üzere, bu üç noktanın sağ tarafa doğru itilmesi ile mümkündür.



şekil 3.4. Amaç fonksiyonunun maksimize edilmesi

Dolayısıyla Eş. 3.8’de verilen modelin amaç fonksiyonu Eş. 3.9’daki yapıya dönüşür.

$$\begin{aligned} \max \quad & (C^m x, C^p x, C^o x) \\ x \in X \end{aligned} \quad (3.9)$$

Lai ve Hwang bu üç amaç fonksiyonun eş zamanlı olarak en büyük yapılması yerine şunu önermiştir: en büyük $C^m x$, en küçük $[C^m x - C^p x]$ ve en büyük $[C^o x - C^m x]$. Bu yeni amaç fonksiyonları şunu ifade etmektedir: en olabilir karı en büyük yapmak, düşük kar elde etme riskini en küçük yapmak ve yüksek kar elde etme durumunu en büyük yapmak. Dolayısıyla bu yeni amaç fonksiyonları Eş. 3.9’u, Eş. 3.10’da verilen çok amaçlı model haline dönüştürür.

$$\begin{aligned} \min \quad & z_1 = (C^m - C^p)x \\ \max \quad & z_2 = C^m x \\ \max \quad & z_3 = (C^o - C^m)x \\ x \in X \end{aligned} \quad (3.10)$$

Bu çok amaçlı modelin çözümü için ise Zimmermann’ın [62] bulanık programlama tekniğinden yararlanılarak amaç fonksiyonu teke indirilir. Öncelikle, her bir amaç tek ele alınarak pozitif ideal ve negatif ideal sonuçlar (PIS ve NIS) bulunur, daha sonra bu değerlere bağlı olarak her bir amaç için tercihe dayalı üyelik fonksiyonları ($f_n(z_n)$) oluşturulur. PIS ve NIS’in elde edildiği modeller Eş. 3.11’de verilmiştir. PIS ve NIS, amaç fonksiyonun alabileceği en büyük ve en küçük değerleri gösterir. Karar vericinin tercihi bu değerler arasında değişir. Örnek olarak z_2 ele alınacak olunursa, PIS z_2 ’nin alabileceği en büyük değeri, NIS ise en küçük değeri ifade eder. z_2 ’nin Eş. 3.10’daki amacı en büyük değeri elde etmek olduğu için karar vericiyi en tatmin edecek sonuç PIS’tir ve bu sonuca tercih derecesi olarak 1 atanır. PIS değerinden uzaklaştıkça karar vericinin tatmin olma seviyesi azalacak ve NIS’ de 0 olacaktır. Tercihe dayalı üyelik fonksiyonlarının formülasyonları Eş. 3.12’de, şekilleri ise Şekil 3.5’de verilmiştir.

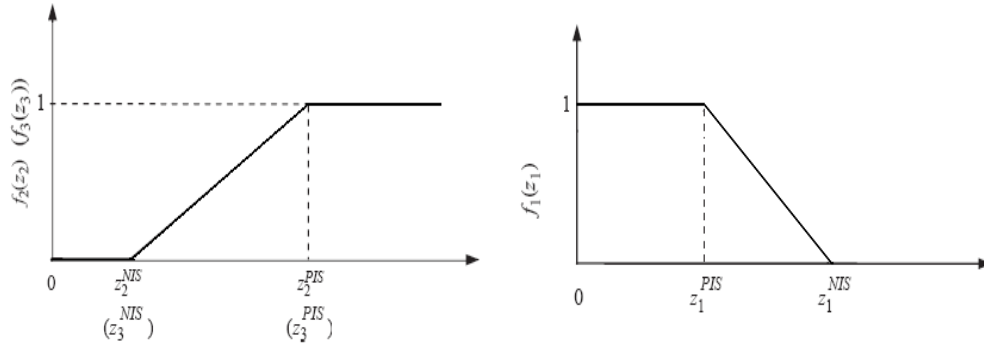
$$\begin{aligned}
z_1^{PIS} &= \min_{x \in X} (C^m - C^p)x, & z_1^{NIS} &= \max_{x \in X} (C^m - C^p)x \\
z_2^{PIS} &= \max_{x \in X} (C^m)x, & z_2^{NIS} &= \min_{x \in X} (C^m)x \\
z_3^{PIS} &= \max_{x \in X} (C^o - C^m)x, & z_3^{NIS} &= \min_{x \in X} (C^o - C^m)x
\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned}
f_1(z_1) &= \begin{cases} 1 & z_1 < z_1^{PIS} \\ \left(z_1^{NIS} - z_1 \right) / \left(z_1^{NIS} - z_1^{PIS} \right) & z_1^{PIS} \leq z_1 \leq z_1^{NIS} \\ 0 & z_1 > z_1^{NIS} \end{cases} \\
f_2(z_2) &= \begin{cases} 1 & z_2 > z_2^{PIS} \\ \left(z_2^{NIS} - z_2 \right) / \left(z_2^{NIS} - z_2^{PIS} \right) & z_2^{NIS} \leq z_2 \leq z_2^{PIS} \\ 0 & z_2 < z_2^{NIS} \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.12}$$

$f_3(z_3)$, $f_2(z_2)$ 'de verilen yapıdadır.

Amaç fonksiyonlarındaki belirsizlik bu şekilde çözüldükten sonra sıra kısıtlardaki belirsizliklerin irdelenmesine gelmiştir. Kısıt denklemlerinin her iki tarafının üçgensel olabilirlik dağılımlarına sahip olduğu durumlar için Lai ve Hwang [79] Eş. 3.13'de verilen sıralama konseptini önermiştir. Bu konseptte göre bir sayının diğerinden büyük kabul edilebilmesi için verilecek bir en küçük kabul seviyesinde, β , o sayının kötümser, en mümkün ve iyimser değerleri sırasıyla diğer sayının kötümser, en mümkün ve iyimser değerlerinden büyük olmalıdır.

$$A_{\beta}^m x \leq b_{\beta}^m, \quad A_{\beta}^p x \leq b_{\beta}^p, \quad A_{\beta}^o x \leq b_{\beta}^o, \quad x \geq 0 \tag{3.13}$$



Şekil 3.5. Amaçların tercihe dayalı üyelik fonksiyonları

Eş. 3.13'ün sağlandığı durumlar için $\tilde{A}x \leq \tilde{b}$ 'dir. Böylelikle Eş. 3.8'de verilen model için elde edilen nihai model aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \max \quad & \gamma \\ \text{Kısıtlar} \quad & f_i(z_i) \geq \gamma, \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$A_\beta^m x \leq b_\beta^m, \quad A_\beta^p x \leq b_\beta^p, \quad A_\beta^o x \leq b_\beta^o, \quad x \geq 0$$

Eğer ilk amaç karın en büyük edilmesi yerine, maliyetin en küçük yapılması olur ise çok amaçlı model Eş. 3.15'deki gibi olur:

$$\begin{aligned} \max \quad & z_1 = (C^m - C^p)x \\ \min \quad & z_2 = C^m x \\ \min \quad & z_3 = (C^o - C^m)x \end{aligned} \quad (3.15)$$

kısıtlar

$$A_\beta^m x \geq b_\beta^m, \quad A_\beta^p x \geq b_\beta^p, \quad A_\beta^o x \geq b_\beta^o$$

$$x \geq 0$$

3.3. Lai ve Hwang Yaklaşımının ÇH BÜP Modeline Uygulanması

Lai ve Hwang'ın [78, 79] yaklaşımı kullanılarak oluşturulan ÇH BÜP modeli Eş. 3.16 – Eş. 3.27' de verilmiştir. Amaç en mümkün maliyeti en küçük, en düşük maliyeti en büyük ve en yüksek maliyet riskini en küçük yapmaktır.

$$\text{Maks } z_1 = (z^m - z^p) = \sum_{i=1}^n \left((c_i^m - c_i^p) \sum_{k=1}^t X_{ik} \right) \quad (3.16)$$

$$\text{Min } z_2 = z^m = \sum_{i=1}^n \left(c_i^m \sum_{k=1}^t X_{ik} \right) \quad (3.17)$$

$$\text{Min } z_3 = (z^o - z^m) = \sum_{i=1}^n \left((c_i^o - c_i^m) \sum_{k=1}^t X_{ik} \right) \quad (3.18)$$

Kısıtlar

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^p X_{ik}) \leq (U_{kj} D_{k\beta}^p), \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.19)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^m X_{ik}) \leq (U_{kj} D_{k\beta}^m), \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.20)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^o X_{ik}) \leq (U_{kj} D_{k\beta}^o), \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.21)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^p X_{ik}) \geq (L_{kj} D_{k\beta}^p), \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.22)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^m X_{ik}) \geq (L_{kj} D_{k\beta}^m), \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.23)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^o X_{ik}) \geq (L_{kj} D_{k\beta}^o), \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.24)$$

Eş. 3.4 – Eş. 3.6’da verilen kısıt denklemlerinin sadece sağ tarafı üçgensel olabilirlik dağılımına sahip olup sol taraf değerleri belirlidir. Dolayısıyla her iki tarafında aynı türden olması için, sağ taraf değerleri, Lai ve Hwang’ın [78, 79] geliştirdiği ağırlıklandırılmış ortalama yöntemi kullanılarak belirli hale getirilir. Bu yaklaşımda üçgensel dağılımı tanımlayan üç nokta çeşitli ağırlık değerleri ile çarpılarak toplanıp belirli hale getirilir.

$$\sum_{i=1}^n X_{ik} \geq w_1 * D_{k\beta}^p + w_2 * D_{k\beta}^m + w_3 * D_{k\beta}^o \quad \forall k \quad (3.25)$$

$$\sum_{k=1}^t X_{ik} \leq w_1 * MX_{i\beta}^p + w_2 * MX_{i\beta}^m + w_3 * MX_{i\beta}^o \quad \forall i \quad (3.26)$$

$$\sum_{k=1}^t X_{ik} \geq w_1 * MN_{i\beta}^p + w_2 * MN_{i\beta}^m + w_3 * MN_{i\beta}^o \quad \forall i \quad (3.27)$$

$w_1 + w_2 + w_3 = 1$. Lai ve Hwang’ın yaklaşımına göre $w_2 = 4/6$ and $w_1 = w_3 = 1/6$. Bu ağırlıklar karar vericinin tecrübe ve bilgisine dayanılarak değiştirilebilir.

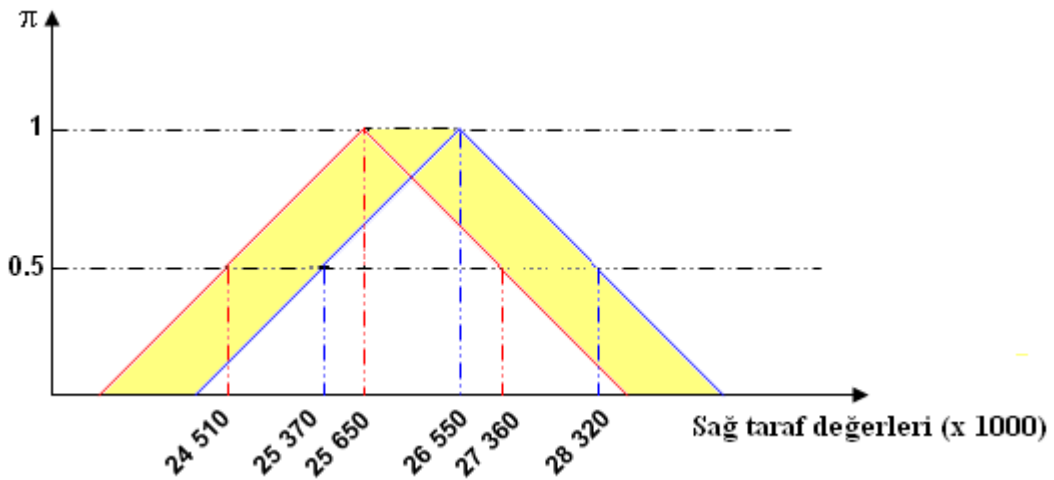
Lai ve Hwang’ın yaklaşımı kullanılarak elde edilen ve Eş. 3.16 – Eş. 3.27’de verilen ÇH BÜP modeli, belirsiz verilerin dağılımına bağlı olarak her zaman için çözülemeyebilir. Çözülememesinin nedeni Eş. 3.19 – Eş. 3.24’ü eş zamanlı olarak sağlayan karar değişkenlerinin bulunamamasıdır.

Bu durumu şöyle bir örnekle açıklanabilir. Farz edilsin ki planlama dönemi içerisinde MS 58-CuZn40Pb2 tipi tek bir ürün üretilecektir ve bu ürüne olan talep miktarı (410 000; 450 000; 510000) parametrelili bir olabilirlik dağılımına sahiptir. Ürünün içerisinde bulunması gereken Cu oranına ait alt ve üst spesifikasyon limitleri sırasıyla 0.57 ve 0.59’dur. En küçük kabul seviyesi 0.5 ve sadece Cu için Eş. 3.19 – Eş. 3.24’ün sağ taraf değerleri Çizelge 3.1’de verildiği gibi olacaktır.

Çizelge 3.1. Kısıtların sağ taraf değerleri

$(L_{1,Cu}D_{1,0.5}^p)$	24 510 000	$(U_{1,Cu}D_{1,0.5}^p)$	25 370 000
$(L_{1,Cu}D_{1,0.5}^m)$	25 650 000	$(U_{1,Cu}D_{1,0.5}^m)$	26 550 000
$(L_{1,Cu}D_{1,0.5}^o)$	27 360 000	$(U_{1,Cu}D_{1,0.5}^o)$	28 320 000

Cu'nun hem alt hem de üst sınır değerleri olduğu için, çözüm uzayı Şekil 3.6'dan da görüleceği üzere iki üçgensel olabilirlik dağılımı tarafından sıkıştırılmış sarı bölgedir. Hem Lai ve Hwang'ın [78, 79] yaklaşımında hemde literatürdeki mevcut çalışmalarda eşitsizlikler tek taraflı olduğu için sıralama konsepti başarılı bir şekilde çalışmaktadır. Ancak pirinç üretimi için bu yaklaşım her zaman çözüm üretmeyebilir. Daha açık bir ifade ile sarı bölgeye düşecek sol taraf değerleri her zaman için bulunamayabilir.



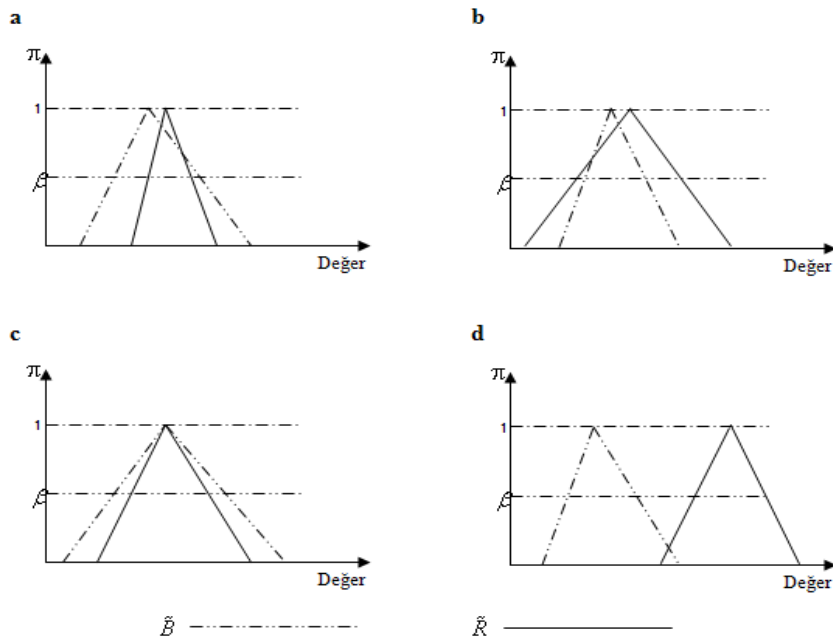
Şekil 3.6. Cu elementinin çözüm uzayı

3.3.1. Önerilen yaklaşım

Gerçek hayatta nesneler çeşitli özelliklerine göre karşılaştırılırlar. Her bir özelliğin karşılaştırılması belli ölçümlere dayanır. Genel kanıya göre, bir nesnenin belli bir özelliği diğer nesnenin aynı özelliğinden daha iyiye o nesne diğerinden daha iyidir. Buna zıt olarak en kötü değerleri de karşılaştırılabilir [89]. Dolayısıyla karşılaştırılan

özellikler ve sayıları istenilen gerçeklik derecesine göre değişir. Örneğin, bir nesnenin en kötü özelliği diğer nesnenin en iyi özelliğinden iyiye o nesne diğerinden kesinlikle daha iyidir denebilir.

Şekil 3.7’de iki üçgensel olabilirlik dağılımına sahip sayı ($\tilde{B}$ ve $\tilde{R}$) verilmiştir. Lai ve Hwang’ın sıralama konseptine göre Şekil 3.7. a, b ve c’ de hangi sayını diğerinden büyük/küçük olduğu belirlenemez. Çünkü karşılaştırılan üç özelliğten sadece ikisi sağlanmaktadır. Bu konseptte göre sadece Şekil 3.7.d için $\tilde{R}$ $\tilde{B}$ ’den büyüktür denebilir. Eğer karşılaştırma için üç özellik değilde iki özellik kullanır ise bu sayılar için tüm durumlarda bir karşılaştırma yapılabilir. Örneğin karşılaştırma için en mümkün ve kötümser değerleri kullanır ise, Şekil 3.7.a, c ve d için $\tilde{R}$ $\tilde{B}$ ’den büyüktür ya da en mümkün ve iyimser değeri kullanırsa Şekil 3.7.b ve d’de $\tilde{R}$ $\tilde{B}$ ’den ve Şekil 3.7.c’de $\tilde{B}$ $\tilde{R}$ ’den büyüktür denebilir.

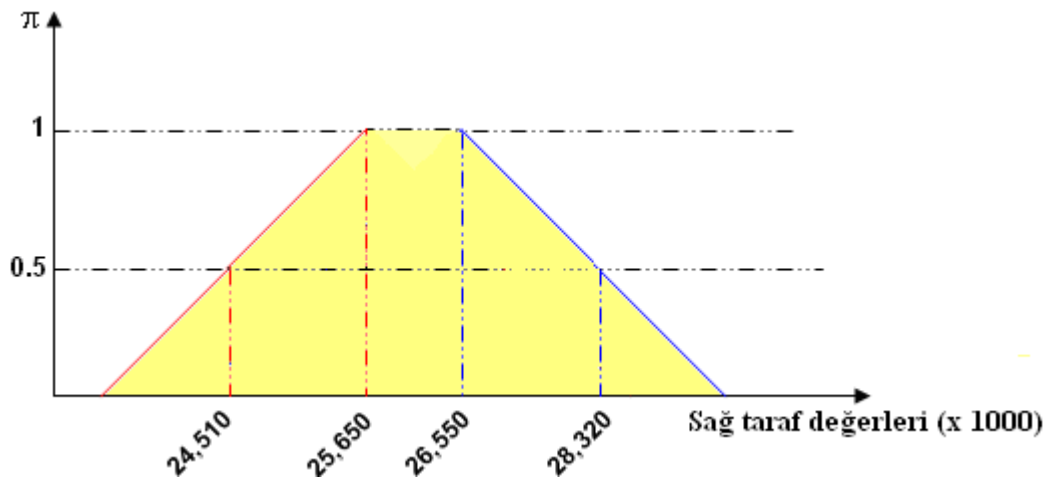


Şekil 3.7. Çeşitli alternatif karşılaştırmalar

Yapılan bu tartışmaya bağlı olarak üç özelliğin karşılaştırıldığı durumlarda uygun çözüm elde edilemiyorsa, özellik sayısı azaltılması yoluyla yapılacak bir gevşetme işlemi ile belirsiz eşitsizlikler belirli eşitsizliklere dönüştürülebilir.

ÇH BÜP modeli sıralama konseptinde yapılacak bu gevşetmeye izin verebilecek bir yapıdadır. Çünkü bu model çözümünden elde edilen sonuçlar direk olarak üretimde kullanılmayacaktır. Yani bu sonuçlara göre harman hazırlanmayacaktır. Dolayısıyla spesifikasyon sınırlarının oluşturduğu kısıtların tam olarak sağlanması zorunlu değildir. Ayrıca içeriği normal dağılıma uyan eden malzemeler, çoklu-harmanlama BÜP modelinde büyük sayılar kanuna göre ortalama parametresine yaklaşacağı kabulüyle belirli olarak modellenmişti. Ancak bu malzemeler içerisindeki olasılıksal belirsizlikler operasyonel seviyedeki günlük ya da haftalık üretim planlarında etkin bir rol oynar. Dolayısıyla dönem sonu itibarıyla toplam malzeme kullanım miktarları, planlama döneminin başlangıcında hesaplanan BÜP sonuçlarından sapabilir. Zaten BÜP'ları esnek modellerdir, sonuçlarının daha gerçekçi olması açısından daha kısa dönemli planlara dönüştürülmeleri gerekmektedir. Bu nedenlerden ötürü ÇH BÜP modelindeki Eş. 3.19 - Eş. 3.21'in ya da Eş. 3.22 - Eş. 3.24'ün aynı anda karşılanması mutlak zorunlu değildir.

Ms 58-CuZn40Pb2 örneğine geri dönülür ve sadece Eş. 3.20 - Eş. 3.23 kullanırsa, Cu elementi için çözüm uzayı Şekil 3.8'deki gibi genişler ve bir çözüm elde edilme olasılığı artar.



Şekil 3.8. Gevşetilen sıralama konseptine göre oluşan Cu çözüm uzayı

Önerilen gevşetme yaklaşımı içeren yeni model Eş. 3.28 - Eş. 3.42’de verilmiştir. Sıralama konseptindeki gevşetme işlemi için “ya ya da” kısıt yapısı kullanılmıştır.

$$\text{Maks } z_1 = (z^m - z^p) = \sum_{i=1}^n \left((c_i^m - c_i^p) \sum_{k=1}^t X_{ik} \right) \quad (3.28)$$

$$\text{Min } z_2 = z^m = \sum_{i=1}^n \left(c_i^m \sum_{k=1}^t X_{ik} \right) \quad (3.29)$$

$$\text{Min } z_3 = (z^o - z^m) = \sum_{i=1}^n \left((c_i^o - c_i^m) \sum_{k=1}^t X_{ik} \right) \quad (3.30)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^p X_{ik}) \leq (U_{kj} D_{k\beta}^p) + (1-Y) * M \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.31)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^m X_{ik}) \leq (U_{kj} D_{k\beta}^m) + (1-Z) * M \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.32)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^o X_{ik}) \leq (U_{kj} D_{k\beta}^o) + (1-K) * M \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.33)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^p X_{ik}) \geq (L_{kj} D_{k\beta}^p) - (1-L) * M \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.34)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^m X_{ik}) \geq (L_{kj} D_{k\beta}^m) - (1-N) * M \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.35)$$

$$\sum_{i=1}^h (V_i W_j P_{ij} X_{ik}) + \sum_{i=h+1}^n (V_i W_j A_{ij\beta}^o X_{ik}) \geq (L_{kj} D_{k\beta}^o) - (1-P) * M \quad \forall k \quad \forall j \quad (3.36)$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ik} \geq w_1 * D_{k\beta}^p + w_2 * D_{k\beta}^m + w_3 * D_{k\beta}^o \quad \forall k \quad (3.37)$$

$$\sum_{k=1}^t X_{ik} \leq w_1 * MX_{i\beta}^p + w_2 * MX_{i\beta}^m + w_3 * MX_{i\beta}^o \quad \forall i \quad (3.38)$$

$$\sum_{k=1}^t X_{ik} \geq w_1 * MN_{i\beta}^p + w_2 * MN_{i\beta}^m + w_3 * MN_{i\beta}^o \quad \forall i \quad (3.39)$$

$$Y + Z + K = A \quad (3.40)$$

$$L + N + P = B \quad (3.41)$$

$$Y, Z, K, L, N, P = 0 \text{ yada } 1 \quad X_{ik} \geq 0 \quad \forall i \quad \forall k \quad (3.42)$$

M büyük bir sayıdır. Eş. 3.40 ve Eş. 3.41'in sağ taraf değerleri, sıralama konseptindeki karşılaştırılacak özellik sayısını belirlemektedir.

3.3.2. Algoritma

Eş. 3.28 - Eş. 3.42'de verilen modelin çözümü için Wang ve Liang [64]'ın önerdiği algoritma geliştirilerek aşağıda verilen yeni bir yapı oluşturulmuştur.

Adım 1. ÇH BÜP modelini oluştur,

Adım 2. Belirsiz katsayıları ve sağ taraf değerlerini üçgensel olabilirlik dağılımları olarak tanımla,

Adım 3. Modeli çok amaçlı DP modeline dönüştür,

Adım 4. Verilen en küçük kabul seviyesi için (β), sıralama konsepti ve ağırlıklandırılmış ortalama yaklaşımlarını kullanarak modeli belirli hale dönüştür,

Adım 5. Eş. 3.40. ve Eş. 3.41'deki sağ taraf değerlerini (A ve B) 3 olarak belirle,

Adım 6. Eğer her bir amaç fonksiyonu için PIS ve NIS değerleri bulunabiliyorsa, her bir amacın üyelik fonksiyonunu oluştur ve bulanık programlama yardımıyla çok amaçlı modeli tek amaçlı model eşitliğine dönüştür (Eş. 3.14) ve Adım 8'e git.

Adım 7. Eğer adım 6'da uygun çözüm bulunamıyorsa adım 5'e geri dön ve sağ taraf değerlerini 1 azalt.

Adım 8. Modeli çöz, eğer karar verici sonuçlardan tatmin olmamışsa modeli modifiye et ve algoritmayı tekrarla.

3.4. Örnek Problem

Önerilen model ve çözüm yaklaşımı önceki bölümlerde olduğu gibi MKEK Pirinç fabrikasından sağlanan veriler ile oluşturulmuş örnek problem üzerinde test edilmiştir. Örnek problemde 10 aylık bir planlama dönemi içerisinde 19 çeşit ürün üretmek için 40 farklı hammadde ve malzemeden hangi miktarlarda tedarik edilmesi araştırılmıştır.

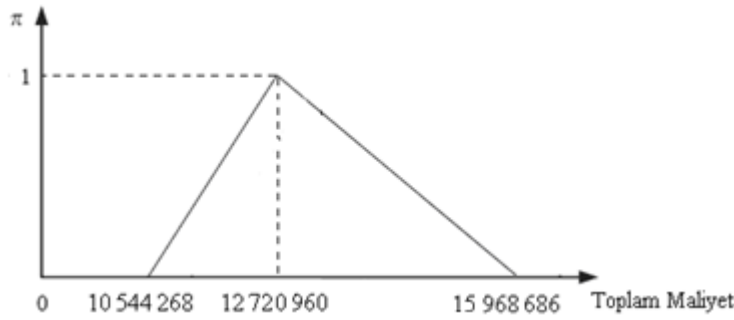
Hammadde ve malzemelere ait içeriklerindeki element oranları, maliyetleri ve planlama döneminde kullanılabilecek en küçük ve en büyük miktarları Çizelge 3.2 ve 3.3'de verilmiştir.

Üretilmesi planlanan ürünlere ait talep miktarları ve ürün içerisinde elementlerin bulunması gereken alt ve üst spesifikasyon limitleri Çizelge 3.4'de sunulmuştur.

Problemin çözümü için en küçük kabul edilebilir olabilirlik değeri 0.5 olarak belirlemiş ve önerilen algoritma çalıştırılmıştır. Birinci iterasyonda her bir amaç fonksiyonu için uygun çözüm bulunamamıştır ve modeldeki A ve B değerleri birer azaltılarak 2 olarak atanmıştır. Bu iterasyonda z_1 , z_2 ve z_3 için PIS ve NIS değerleri

sırasıyla şu şekilde bulunmuştur; (2 585 809; 1 558 942), (10 342 580; 16 312 210) ve (2 602 879; 4 221 418). Daha sonra model tek amaçlı yapıya dönüştürülerek çözülmüş ve eniyi maliyet $\gamma = 0.6158$ tatmin seviyesinde (10 544 268; 12 720 960; 15 968 686) parametrelili bir olabilirlik dağılımı olarak bulunmuştur ve Şekil 3.9.'da gösterilmiştir. Sonuçlar karar verici açısından yeterli bulunmuş ve herhangi bir modifiye yapılmasına gerek görülmemiştir.

z_1 , z_2 ve z_3 için yapılan çözümlerde Y ve P değişkenleri 0 değerini Z , K , L ve N ise 1 değerini almıştır. Daha açık bir ifade ile üst spesifikasyon kısıtlarında Eş. 3.31, alt spesifikasyon sınırlarında Eş. 3.36 kullanılmamıştır.



Şekil 3.9. Toplam maliyet dağılımı

Hangi malzemeden hangi miktarlarda tedarik yapılması gerektiğine dair veriler Çizelge 3.5'de sunulmuştur. Hangi ürünlerin üretiminde hangi malzemelerden hangi miktarlarda temin gerektiğini gösteren ayrıntılı plan ise Ek 1'de verilmiştir.

Çizelge 3.5 incelendiğinde, oksitli kablo ve saf Zn gibi bazı malzemelerin en büyük miktarlarda kullandığı gözlemlenebilir. Bu durum planlama dönemi içerisinde firmanın bir sıkıntı yaşamasına neden olabilir. Bu bağlamda yöneticiler bu malzemelerin temini için ek tedarikçiler bularak olası hammadde ve malzeme yokluğuna karşı pozisyon almalıdırlar.

Katot Cu, Bronz hurdası ve hurda Cu gibi bazı malzemeler ise en büyük miktarlarından daha az kullanılmışlardır. Yöneticiler, bu miktarları dikkate alarak gereğinden fazla alım yapmayarak maliyet artışına engel olabilirler.

Fabrika içerisinden vezinhane atölyesine geri dönen hurda ürünlerin tamamı kullanılmıştır. Kullanılan bu miktarlar imalat sürecindeki fire ve hata oranlarına bağlıdır. Dolayısıyla ilgili mühendisler fire ve hata oranlarının artmaması için gerekli önlemleri almalıdırlar.

Çizelge 3.2. Hammadde ve malzemelere ait element oranları

		j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	j=6	j=7
		% Cu	% Pb	% Fe	% Sn	% Al	% Sb	% Ni
Katot Cu	i=1	100	0	0	0	0	0	0
Oksitsiz kablo	i=2	100	0	0	0	0	0	0
Oksitli kablo	i=3	99.5	0	0	0	0	0	0
Kullanılmamış Cu tel	i=4	100	0	0	0	0	0	0
Kablo Bakır	i=5	100	0	0	0	0	0	0
Bakır Kablo Hurdası	i=6	100	0	0	0	0	0	0
Saf Zn	i=7	0	0	0	0	0	0	0
Saf Pb	i=8	0	100	0	0	0	0	0
Külçe Çinko	i=9	0	(0.5, 1.0, 1.5)	0	0	0	0	0
Külçe Pirinç	i=10	(59.0, 60.0, 61.5)	(1.5, 2.0, 2.3)	(0.1, 0.2, 0.25)	(0.25, 0.4, 0.5)	(0.0, 0.15, 0.25)	(0.0, 0.02, 0.05)	(0.0, 0.05, 0.08)
Bronz Hurdası	i=11	(88.0, 90.0, 91.0)	0	0	(9.0, 10.0, 12.0)	0	0	0
Ankara Talaşı	i=12	(68.7, 70.0, 71.0)	(0.0, 0.015, 0.03)	(0.0, 0.025, 0.04)	(0.0, 0.01, 0.03)	0	0	(0.0, 0.05, 0.15)
Reganya Takoz	i=13	(59.0, 62.0, 64.0)	(1.0, 2.5, 4.0)	(0.125, 2.0, 3.0)	(1.0, 4.0, 8.0)	(0.08, 1.5, 2.0)	(0.06, 1.0, 1.8)	(0.3, 1.6, 3.2)
Hariç Hurda Cu	i=14	(86.0, 88.0, 89.0)	(1.5, 3.0, 3.5)	0	(0.0, 3.0, 4.0)	(0.0, 0.08, 0.14)	(0.0, 0.05, 0.1)	(0.0, 0.03, 0.08)
Hariç Hurda Kapçık	i=15	(69.5, 70.0, 71.0)	(0.0, 0.05, 0.08)	0	0	0	0	0
Demir Çelikli Kovan	i=16	(69.5, 70.0, 71.0)	0	(0.0, 0.09, 0.11)	0	0	0	0
Radyatör Hurdası	i=17	(95.0, 97.5, 98.5)	(0.9, 1.25, 2.5)	0	(0.6, 1.25, 2.5)	0	0	0
Yıkantı	i=18	(63.0, 64.0, 65.4)	(0.0, 0.05, 0.08)	(0.0, 0.01, 0.03)	0	0	0	(0.0, 0.02, 0.05)
Pirinç Bronz Hurdası	i=19	(65.0, 67.0, 68.5)	(1.0, 1.5, 2.5)	(0.0, 1.0, 2.3)	(4.0, 7.0, 9.0)	(0.0, 1.0, 3.0)	(0.0, 0.05, 0.12)	(0.0, 1.0, 1.8)
Kurşunlu Kapçık	i=20	(64.0, 65.0, 66.4)	(1.5, 2.0, 3.0)	(0.0, 0.07, 0.1)	(0.0, 1.4, 2.5)	0	(6.0, 7.8, 8.0)	0
Pirinç Hurdası	i=21	(59.5, 60.0, 60.5)	(1.5, 2.0, 2.4)	(0.0, 0.35, 0.65)	(1.0, 1.5, 2.3)	(0.4, 0.8, 1.0)	(0.05, 0.09, 0.16)	(0.03, 0.08, 0.12)

Çizelge 3.2 (Devam). Hammadde ve malzemelere ait element oranları

		j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	j=6	j=7
Su saati	i=22	55.32	1.85	0.135	0.22	0.264	0.011	0.17
Ms 58 Zn40Pb 2	i=23	58.41	2.09	0.105	0.181	0.07	0.01	0.148
Ms 58 Pb3	i=24	58.35	3.15	0.13	0.24	0.065	0.009	0.16
Ms 58 Zn 39Pb 2	i=25	59.37	1.95	0.19	0.14	0.058	0.012	0.165
Ms 60 Pb 1.5	i=26	60.78	1.44	0.154	0.085	0.017	0.008	0.15
Ms 60 Pb 0.5	i=27	60.72	0.52	1.58	0.09	0.021	0.01	0.18
Cu Zn 36	i=28	60.95	3.05	0.165	0.11	0.033	0.013	0.2
Ms 63 Pb 1.5	i=29	63.28	1.86	0.14	0.081	0.032	0.015	0.176
Ms 63 Pb 0.5	i=30	63.32	0.58	0.161	0.078	0.04	0.016	0.212
Ms 60	i=31	60.92	0.26	0.159	0.143	0.038	0.007	0.22
Ms 63 Zn 37	i=32	63.62	0.077	0.081	0.065	0.002	0.008	0.187
Ms 63 Zn 36	i=33	64.43	0.038	0.032	0.035	0.012	0	0.124
Ms 67	i=34	67.42	0.035	0.036	0.038	0.011	0	0.105
Ms 70	i=35	70.03	0.02	0.02	0.02	0.01	0	0.08
Ms 72	i=36	72.06	0.02	0.02	0.02	0.01	0	0.08
Ms 80	i=37	80.32	0.03	0.024	0.029	0.009	0	0.12
Ms 85	i=38	85.43	0.025	0.018	0.015	0.008	0	0.111
MS 90	i=39	90.5	0.05	0	0	0	0	0
Ms 95	i=40	95	0.05	0	0	0	0	0

Çizelge 3.3. Hammadde ve malzemelere ait maliyetler, kullanılabilecek en küçük ve en büyük miktarlar

		Maliyet	Min (*1000kg)	Max (*1000kg)			Maliyet	Min (*1000kg)	Max (*1000kg)
		$\tilde{C}_i$	$\tilde{MN}_i$	$\tilde{MX}_i$			$\tilde{C}_i$	$\tilde{MN}_i$	$\tilde{MX}_i$
Katot Cu	i=1	(7.6, 9.48, 12.0)	0	(432, 492, 564)	Pirinç hurdası	i=21	(1.4, 1.67, 2.0)	0	(324, 384, 432)
Oksitsiz kablo	i=2	(3.0, 3.4, 4.4)	0	(274, 283, 304)	Su saati	i=22	(1.75, 2.12, 2.71)	(12, 14, 16)	(24, 27, 33)
Oksitli kablo	i=3	(2.15, 2.65, 3.45)	0	(278, 289, 312)	Ms 58 Zn40Pb 2	i=23	(2.0, 2.31, 2.8)	(17, 21, 23)	(26, 41, 47)
Kullanılmamış Cu tel	i=4	(2.2, 2.7, 3.45)	0	(288, 305, 333)	Ms 58 Pb3	i=24	(1.97, 2.35, 2.75)	(16, 19, 20)	(32, 35, 40)
Kablo Bakır	i=5	(1.425, 1.9, 2.475)	0	(324, 336, 354)	Ms 58 Zn 39Pb 2	i=25	(2.0, 2.45, 3.1)	(16, 19, 249)	(33, 38, 44)
Bakır Kablo Hurdası	i=6	(1.51, 1.81, 2.26)	0	(322, 342, 350)	Ms 60 Pb 1.5	i=26	(2.3, 2.8, 3.5)	(8, 11, 12)	(20, 24, 29)
Saf Zn	i=7	(2.4, 2.9, 3.6)	0	(396, 444, 522)	Ms 60 Pb 0.5	i=27	(2.3, 2.75, 3.4)	(10, 12, 16)	(21, 25, 32)
Saf Pb	i=8	(2.5, 3.1, 3.85)	0	(384, 420, 501)	Cu Zn 36	i=28	(2.52, 3.3, 3.95)	(8, 10, 139)	(22, 26, 32)
Külçe Çinko	i=9	(2.25, 2.63, 3.33)	0	(264, 276, 291)	Ms 63 Pb 1.5	i=29	(3.1, 3.85, 4.6)	(5, 7, 9)	(15, 18, 23)
Külçe Pirinç	i=10	(1.6, 1.8, 2.1)	0	(259, 270, 287)	Ms 63 Pb 0.5	i=30	(2.85, 3.7, 4.4)	(5, 6, 7)	(14, 16, 20)
Bronz Hurdası	i=11	(1.85, 2.1, 2.35)	0	(360, 408, 438)	Ms 60	i=31	(2.55, 3.3, 4.0)	(6, 7, 9)	(16, 19, 23)
Ankara Talaşı	i=12	(4.4, 4.8, 6.0)	0	(480, 528, 564)	Ms 63 Zn 37	i=32	(3.4, 4.0, 5.0)	(4, 5, 7)	(13, 15, 19)
Reganya Takoz	i=13	(1.5, 1.8, 2.35)	0	(438, 480, 543)	Ms 63 Zn 36	i=33	(3.65, 4.12, 5.2)	(5, 6, 7)	(12, 14, 18)
Hariç Hurda Cu	i=14	(1.2, 1.4, 1.75)	0	(552, 600, 627)	Ms 67	i=34	(3.6, 4.35, 5.8)	(3, 4, 5)	(9, 10, 13)
Hariç Hurda Kapçık	i=15	(1.65, 2.0, 2.5)	0	(504, 528, 564)	Ms 70	i=35	(3.85, 4.65, 6.05)	(2, 2, 3)	(6, 7, 9)
Demir Çelikli Kovan	i=16	(1.36, 1.7, 2.2)	0	(462, 498, 543)	Ms 72	i=36	(4.1, 4.82, 6.1)	(2, 2, 3)	(6, 7, 8)
Radyatör Hurdası	i=17	(0.85, 1.0, 1.3)	0	(432, 459, 522)	Ms 80	i=37	(4.3, 5.6, 6.6)	(1, 1, 1)	(4, 5, 6)
Yıkantı	i=18	(2.9, 3.2, 3.95)	0	(444, 492, 542)	Ms 85	i=38	(4.5, 5.9, 7.1)	(1, 1, 1)	(3, 4, 5)
Pirinç Bronz Hurdası	i=19	(2.15, 2.7, 3.5)	0	(396, 444, 501)	MS 90	i=39	(4.7, 6.1, 7.6)	(0, 1, 1)	(3, 3, 4)
Kurşunlu Kapçık	i=20	(1.45, 1.84, 2.25)	0	(396, 426, 480)	Ms 95	i=40	(5.0, 6.44, 8.25)	(1, 1, 1)	(3, 3, 4)

Çizelge 3.4. Ürünlere ait veriler

Elementler →		j=1		j=2		j=3		j=4		j=5		j=6		j=7		Talep (*1000 kg)
↓Ürünler		% L_{kl}	% U_{kl}	% L_{kl}	% U_{kl}	% L_{kl}	% U_{kl}	% L_{kl}	% U_{kl}	% L_{kl}	% U_{kl}	% L_{kl}	% U_{kl}	% L_{kl}	% U_{kl}	
k=1	Ms 56	54	56	0	0.5	1	2.5	0	0.5	0	0.4	0	0.5	0	0.02	(280, 305, 340)
k=2	Ms 58Zn40Pb 2	57	59	0	0.4	1.5	2.5	0	0.4	0	0.3	0	0.1	0	0.02	(410, 450, 510)
k=3	Ms 58 Pb3	57	59	0	0.5	2.5	3.5	0	0.5	0	0.4	0	0.1	0	0.02	(370, 410, 440)
k=4	Ms 58 Zn 39Pb 2	58.5	60	0	0.3	1.5	2.5	0	0.4	0	0.2	0	0.1	0	0.02	(380, 420, 470)
k=5	Ms 60 Pb 1,5	59.5	61.5	0	0.3	1	2	0	0.3	0	0.2	0	0.05	0	0.02	(270, 310, 340)
k=6	Ms 60 Pb 0,5	59.5	61.5	0	0.3	0.3	1	0	0.3	0	0.2	0	0.05	0	0.02	(300, 340, 360)
k=7	Cu Zn 36	60	62	0	0.3	2.5	3.5	0	0.3	0	0.2	0	0.05	0	0.02	(259, 314.5, 370)
k=8	Ms 63Pb1,5	62	64	0	0.3	0.7	2.5	0	0.2	0	0.1	0	0.05	0	0.02	(220, 260, 300)
k=9	Ms 63Pb0,5	62	64	0	0.3	0.1	0.7	0	0.2	0	0.1	0	0.05	0	0.02	(190, 225, 270)
k=10	Ms 60	59.5	61.5	0	0.3	0	0.3	0	0.2	0	0.2	0	0.05	0	0.01	(180, 230, 265)
k=11	Ms 63Zn37	62	64	0	0.3	0	0.1	0	0.1	0	0.1	0	0.03	0	0.01	(180, 210, 250)
k=12	Ms 63Zn36	63.5	65	0	0.2	0	0.05	0	0.05	0	0.05	0	0.02	0	0	(190, 210, 240)
k=13	Ms 67	66	68.5	0	0.2	0	0.05	0	0.05	0	0.05	0	0.02	0	0	(176, 190, 200)
k=14	Ms 70	69	71	0	0.2	0	0.05	0	0.05	0	0.05	0	0.02	0	0	(110, 125, 145)
k=15	Ms 72	71	73	0	0.2	0	0.05	0	0.05	0	0.05	0	0.02	0	0	(105, 115, 135)
k=16	Ms 80	79	81	0	0.2	0	0.05	0	0.05	0	0.05	0	0.02	0	0	(95, 105, 120)
k=17	Ms 85	84	86	0	0.2	0	0.05	0	0.05	0	0.05	0	0.02	0	0	(76, 85.5, 90)
k=18	Ms 90	89	91	0	0.2	0	0.05	0	0.05	0	0.05	0	0.02	0	0	(60, 75, 85)
k=19	Ms 95	94	96	0	0.2	0	0.05	0	0.05	0	0.05	0	0.02	0	0	(65, 70, 80)

Çizelge 3.5. BÜP örnek problemi için özet sonuç tablosu

Malzemeler	X_i	MN_i	MX_i	Malzemeler	X_i	MN_i	MX_i
Katot Cu	281.96	0	493	Pirinç hurdası	220.71	0	340.33
Oksitsiz kablo	0	0	283.6	Su saati	27.42	13.96	27.42
Oksitli kablo	290.2	0	290.2	Ms 58Zn40Pb2	40.08	20.38	40.08
Kullanılmamış Cu tel	247.88	0	305.5	Ms 58 Pb3	35.33	18.42	35.33
Kablo Bakır	336.5	0	336.5	Ms 58 Zn 39Pb2	37.75	19.17	37.75
Bakır Kablo Hurdası	57.44	0	340.95	Ms 60 Pb 1.5	23.92	10.67	23.92
Saf Zn	446.5	0	446.5	Ms 60 Pb 0.5	25.41	12.1	25.41
Saf Pb	51.82	0	423.75	Cu Zn 36	26.12	10.45	26.12
Külçe Çinko	276.25	0	276.25	Ms 63Pb1.5	18.15	6.66	18.15
Külçe Pirinç	270.5	0	270.5	Ms 63Pb0.5	16.34	5.75	16.34
Bronz Hurdası	4.68	0	406.5	Ms 60	18.7	7.26	18.7
Ankara Talaşı	33.95	0	527	Ms 63Zn37	15.13	5.45	15.13
Reganya Takoz	0	0	481.75	Ms 63Zn36	14.52	5.75	14.52
Hariç Hurda Cu	69.45	0	598.25	Ms 67	10.08	3.55	10.08
Hariç Hurda Kapçık	529	0	529	Ms 70	7.31	2.22	7.31
Demir Çelikli Kovan	498.75	0	498.75	Ms 72	6.81	2.12	6.81
Radyatör Hurdası	0	0	462	Ms 80	4.84	0.96	4.84
Yıkantı	492.2	0	492.2	Ms 85	3.63	0.77	3.63
Pirinç Bronz Hurdası	4.62	0	444.75	Ms 90	3.43	0.61	3.43
Kurşunlu Kapçık	1.56	0	428	Ms 95	3.23	0.66	3.23

4. SONUÇ ve ÖNERİLER

Pirinç mevcut hammadde ve malzemelerin karıştırılarak ergitme ocaklarına şarj edilip dökülmesi yoluyla üretilen ve çok geniş kullanım alanına sahip olan bir alaşımdır. Süreç içerisindeki ana problem istenilen özelliklerde pirinç elde etmek için hangi hammadde ve malzemelerin hangi miktarlarda karıştırılacağıdır. Bu problem yöneylem araştırmacılar tarafından çok iyi bilinen ve çözüm zorluğu olmayan bir harmanlama problemidir. Literatürde kullanım amacına bağlı olarak iki türlü harmanlama problemi vardır. TH olarak isimlendirilen birinci tür problem, sadece bir harman ya da bir ürün için eniyi karışımı bulmaya hedeflerken, ÇH olarak isimlendirilen ikinci tür problem birden fazla harmanın ya da birden fazla ürünün eş zamanlı olarak en iyilenmesini amaçlar. Her iki türde operasyonel seviyede günlük ya da haftalık üretimi gerçekleştirmek için kullanılacağı gibi, ÇH taktiksel seviyede hammadde ve malzeme satın alma politikasını belirlemeye yönelik olarak da kullanılabilir. Bu çalışmada operasyonel seviye için TH, taktiksel seviye için ise ÇH problemi ele alınmıştır.

Pirinç üretim sürecinde çok çeşitli hammadde ve malzeme kullanma imkânı vardır. Üretimde kullanılabilecek hammadde ve malzeme çeşidinin fazla olması maliyeti düşürmek için iyi bir fırsat olsa da beraberinde bir takım problemleri de getirmektedir. Bu problemlerden en önemlisi bazı hammadde ve malzemelerin içeriğindeki element oranlarının belirsiz olmasıdır. Belirsizlikler problem türüne göre farklılık göstermektedir.

TH problemindeki belirsizlikler, üretilen pirincin istenilen standartların dışına çıkmasına neden olabilir. Çünkü harmanlama probleminin sonuçları çözüm uzayının sınır noktasında çıkar ve herhangi bir belirsizlik ürünün kolaylıkla çözüm uzayının dışına taşmasına sebep olur. Böyle bir durum ile karşılaşıldığında ocağa yapılacak saf malzeme ilaveleri ürünün tekrar standartlar içerisine çekilmesini sağlar. Ancak bu müdahale harman maliyetini ciddi bir şekilde artırabilir. Alternatif olarak, ürün içerisindeki element oranlarının bulunması gereken alt ve üst sınırları daraltılabilir ya

da belirsizlik içeren malzemeler için çok kötümser element oranları kullanılabilir. Fakat bu pratik çözümler belirsizliği modellemeyip sadece sonuçlar açısından alt eniyi çözümler üretir.

ÇH problemi taktiksel seviyede yürütülen bir faaliyete yönelik olduğu için orta ya da uzun vadeli planlamayı gerektirir. Dolayısıyla bu tür problemlerde hammadde ve malzemelerdeki element oranları belirsizliklerine ek olarak talep miktarları ve malzeme maliyetleri de belirsiz olabilir.

Bu çalışmada belirsizlik ortamında TH ve ÇH problemleri için modelleme ve çözüm yaklaşımları araştırılmıştır. Belirsizliğin tam olarak modellenenebilmesi için öncelikle doğru bir şekilde tanımlanması gerekmektedir. Bu bağlamda hammadde ve malzemeler, TH ve ÇH perspektiflerinden ayrı ayrı değerlendirilerek bir sınıflandırılmaya tabi tutulmuştur. TH için hammadde ve malzemeler belirli olanlar, olasılıksal belirsizlik içerenler ve olabilirlik belirsizlik içerenler olmak üzere üç gruba ayrılmışlardır. ÇH için ise bu sınıflandırma belirli olanlar ve olabilirlik belirsizlik içerenler olmak üzere ikiye ayrılmıştır.

Hammadde ve malzeme içeriklerindeki belirsizliklerin tanımlanması ile birlikte TH problemi hem olasılıksal hemde olabilirlik belirsizlik içeren karmaşık bir yapıya dönüşmüştür. Bu karmaşık yapının çözümü için öncelikle olabilirlik belirsizliklerin ihmal edildiği tamamen olasılıksal belirsizlik ihtiva eden stokastik model ile ilgilenilmiştir. Olasılıksal parametrelerin normal dağılıma uymasından ötürü stokastik model şans kısıtı yaklaşımı kullanılarak doğrusal olmayan belirli bir modele dönüştürülmüştür.

Doğrusal olmayan belirli modelin çözümü için doğrusal olmayan parametrelerin doğrusallaştırılması, doğrusal olmayan paket yazılım kullanımı ve meta sezgisel algoritmalar geliştirmek gibi üç farklı yaklaşım ile karşılaşılmıştır.

İlk olarak doğrusallaştırma yaklaşımı kullanarak model belirli doğrusal bir yapıya dönüştürülmüş ve GAMS paket programı ile çözülmüştür. Ancak bu yaklaşımda doğrusal olmayan parametreler gerçek değerinden daha büyük değerler ile yer değiştirilerek doğrusallaştırıldığı için sonuçlar eniyiden ziyade eniyiye yakın çıkmıştır.

İkinci olarak doğrusal olmayan belirli model GAMS/Baron çözücüsü kullanılarak birkaç saniye gibi kısa bir sürede global eniyi olarak çözülmüştür. Bu sayede üçüncü alternatif olan meta sezgisel bir algoritma geliştirmeye gerek kalmamıştır.

Doğrusallaştırılmış ve doğrusal olmayan modele ek olarak spesifikasyon limitlerinin daraltıldığı pratik çözüm yaklaşımında dikkate alınarak aynı örnek problem üzerinde bu üç yaklaşım karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma kriteri olarak model bütünlerinin güvenlik seviyeleri dikkate alınmıştır. Bu karşılaştırma neticesinde doğrusal olmayan modelin GAMS/Baron paket programıyla çözümü en etkin yaklaşım olarak tespit edilmiştir.

Doğrusallaştırma yaklaşımında parametrelerin gerçek değerlerinden daha büyük değerler ile yer değiştirmesi sonucu kısıtların sağlanma olasılıklarında kayıplar oluşmaktadır. Bu noktada olasılık kayıplarını en küçüğe indirmeyi amaçlayan yeni bir doğrusallaştırma yaklaşımı geliştirme, üzerinde çalışma potansiyeli olan bir konu olarak görünmektedir.

Stokastik modelin çözümünden sonra bu modele olabirliksel belirsizlik içeren parametrelerde eklenerek hem olasılıksal hemde olabirliksel belirsizlik içeren karmaşık modelin çözüm yaklaşımları incelenmiştir. Olabirliksel belirsizlikler üçgensel olabirlik dağılımları ile modellenmiştir.

Bu modelin çözüm yaklaşımı olarak olasılıksal ve olabirliksel belirsizliklerinin birbirine dönüştürülmesi değerlendirilmiştir. Literatüre girmiş çeşitli dönüşüm

formülasyonları mevcuttur, ancak bu dönüşümlerin matematiksel modellerde kullanıldığı çalışma sayısı çok azdır.

Dönüşüm alternatiflerinden ilk olarak olasılıksal belirsizliklerin olabilirliksellere dönüştürülmesi ele alınmıştır. Literatürde bu dönüşüm alternatifini kullanan tek çalışma olarak Rong ve Lahdelma [21]'nin alaşım çeliği üretimindeki harmanlama problemini ele alması dikkati çekmiştir. Ancak Rong ve Lahdelma [21]'nin kullandığı dönüşüm formülasyonu neticesinde hem bilgi kaybı fazla olmakta hem de elde edilen olabilirlik dağılımının genel şekli olasılık dağılımının şeklinden farklılaşmaktadır. Bu sebeplerden ötürü Dubois [39, 40]'in geliştirdiği dönüşüm formülasyonu kullanılarak hem bilgi kaybının daha az olduğu hem de olasılık dağılımının genel şeklinin daha iyi korunduğu parçalı doğrusal üçgensel olabilirlik dağılımları elde edilmiştir. Böylelikle model tamamen olabilirliksel bir yapıya kavuşmuştur.

Her iki dönüşüm yaklaşımı için geliştirilen modeller aynı örnek problem üzerinde olabilirlik programlamadan faydalanılarak test edilmiştir. Örnek problem sonuçları Dubois ve Prade'in [39, 40] dönüşümü kullanılarak geliştirilen model ve çözüm yaklaşımının daha etkin olduğunu göstermiştir.

Dönüşüm alternatiflerinden ikinci olarak olabilirlik belirsizliklerin olasılıksallara dönüştürülmesi değerlendirilmiştir. Literatürde bu tür bir dönüşüm alternatifi kullanan matematiksel model ile karşılaşılmamıştır. TH probleminde olabilirliksel parametreler iki tür dağılım kullanılarak modellenmiştir, bunlar: simetrik ve asimetrik üçgensel olabilirlik dağılımlarıdır.

Simetrik üçgensel olabilirlik dağılımları Dubois ve Prade'in [41 ve 45] önerdiği formülasyon kullanılarak olasılık dağılımına dönüştürülmüştür. Dönüşüm neticesinde elde edilen olasılık dağılımının şekli normal dağılıma benzemektedir. Bu benzerlikten yola çıkılarak dönüşümden elde edilen dağılımın normal dağıldığı kabulü yapıp “yaklaşık normal” bir dağılım elde edilmiştir. Ancak yaklaşık normal

dağılımın standart sapma değeri belli değildir. Standart sapma değerinin belirlenebilmesi için karar vericinin sezgisine bağlı bir yaklaşım geliştirilmiştir.

Asimetrik üçgensel olabilirlik dağılımların dönüşümü için ise öncelikle bir türetme mekanizması geliştirilmiştir. Bu türetme mekanizmasında asimetrik üçgensel olabilirlik dağılımının sağ ve sol açıklıkları ayrı ayrı değerlendirilerek iki yeni simetrik üçgensel olabilirlik dağılımı oluşturulmuştur ve önceki yaklaşıma göre iki yaklaşık normal dağılım elde edilmiştir. Böylelikle model tamamen stokastik bir yapıya dönüştürülmüş ve yukarıda bahsi geçtiği üzere GAMS/Baron paket programı kullanılarak çözülmüştür.

Hem olasılıksal hemde olabilirliksel belirsizlik içeren karmaşık modelin çözüm için üçüncü olarak literatürde mevcut olmayan dönüşümsüz bir yaklaşım geliştirilmiştir. Bu yaklaşım tamamen olabilirliksel ve tamamen stokastik çözüm yaklaşımlarının bir melezidir. Bu melez çözüm yaklaşımında karar vericinin birer olasılık ve olabilirlik ölçüm değeri belirlemesi gerekmektedir. Ancak olabilirlik ölçümünün olasılık kadar anlamlı olmadığı düşünülerek olasılık ölçümünden bir olabilirlik ölçümü üretme yaklaşımı geliştirilmiştir. Böylelikle model, karar vericinin belirleyeceği bir olasılık ölçüsü ve bu olasılıktan üretilecek bir olabilirlik ölçüsü ile doğrusal olmayan belirli bir model dönüştürülerek çözülebilmektedir.

Hem olasılıksal hemde olabilirliksel parametreler içeren TH problemi için geliştirilen bu üç yaklaşımda birer çözüm alternatifi olarak değerlendirilebilir. Örnek problem sonuçlarına bakıldığı zaman harman maliyetlerinin birbirine yakın olduğu gözlemlenebilir. Ancak, hem maliyetin düşük olması hemde bilginin kesinlik derecesi açısından olabilirlik belirsizliklerinin olasılıksal belirsizliklere dönüştürülmesi ile elde edilen tamamen stokastik model ön plana çıkmaktadır. Fakat bu yaklaşımda dönüşümden elde edilen dağılımlar normal dağılıma yaklaştırıldığı için sonuçlarında eniyiden ziyade eniye yakın olduğu kesindir. Dolayısıyla gerçek maliyet biraz daha da fazla olabilir. Diğer taraftan olasılık belirsizliklerinin olabilirlik belirsizliklerine dönüştürülmesi ile elde edilen tamamen olabilirliksel model en

yüksek maliyeti harmanı hazırlamış olmasına rağmen, ürünün spesifikasyonlarını sağlama olasılığı diğer yaklaşımlardan daha yüksektir. Sonuç olarak bu yaklaşımlar içerisinde hem maliyet, hem bilginin derecesi hem de spesifikasyon sınırlarını sağlama gibi ölçütler temel alınarak en iyi olanı seçmek pek mümkün değildir. Ele alınan problem bir gerçek hayat problemi olduğu için bu yaklaşımları bir uygulama yaparak test etmek en mantıklı yoldur. Fakat belirsizlik yapılarında herhangi bir dönüşüm yapılmamasından ve sonuçlarının da yukarıda bahsi geçen ölçütler açısından daha orta değerlerde çıkmasından ötürü melez yaklaşım diğerlerine göre bir adım öne çıkmaktadır.

Olabilirlik ve olasılık belirsizliklerinin dönüşümünde, bu çalışmada kullanılan formülasyonlar dışında farklı dönüşüm yapıları kullanmak ya da geliştirmek ileriki çalışmalar için bir fırsat olarak durmaktadır.

ÇH probleminde hammadde ve malzemelerdeki element oranları belirsizlikleri, talep miktarları ve malzeme maliyetleri üçgensel olabilirlik dağılımları ile modellenmiştir. Modelleme ve çözüm için Lai ve Hwang'ın [78, 79] önerdiği yaklaşım kullanılmıştır. Ancak Lai ve Hwang'ın [78, 79] kısıtları belirli hale getirmek için kullandığı sıralama konsepti ÇH için her zaman uygun olmayabilir. Bu çalışmada, Lai ve Hwang'ın [78, 79] sıralama konsepti gevşetilerek probleme çözüm üretilmiştir. Gevşetme işlemi için “ya ya da” kısıtları kullanılmış ve 0-1 karışık tam sayılı yeni bir model geliştirilmiştir. Bu modelin çözümü için Wang and Liang'ın [2005] önerdiği algoritma geliştirilerek yeni bir algoritmik yapı oluşturulmuştur.

Önerilen model ve algoritma hem Lai ve Hwang'ın [78, 79] sıralama konseptini kapsamaması hem de bu konseptin çalışmadığı durumlara çözüm üretmesi açısından oldukça etkindir.

Geliştirilen yeni matematiksel model ve yeni algoritma sayesinde karar vericiye orta ya da uzun vadeli planlama için daha esnek bir yapı içerisinde karar verme yetisi kazandırılmıştır.

ÇH problemi için geliştirilen modelde olabilirliksel parametrelerin tamamı üçgensel olabilirlik dağılımları modellenmiştir. Ancak üçgensel olabilirlik dağılımları bazı durumlarda talep ya da malzeme içeriklerindeki belirsizlikler gibi parametrelerin modellenmesinde yetersiz kalabilir. Gelecekteki çalışmalarda bu tür parametrelerin ikizkenar yamuk (trapezoidal) olabilirlik dağılımları ile modellendiği ÇH problemi üzerinde durulabilir.

TH ve ÇH uygulama açısından değerlendirilecek olunursa, her bir modelin başarımı ve etkinliği diğerine bağlıdır. TH' nin kullanılması ÇH' nin kullanılmasını zorunlu kılacaktır. Çünkü TH' nin kullanmayı tercih ettiği ve etmediği hammadde ve malzemeler firmanın satın alma politikasına yön verecektir. ÇH modeli, taktiksel seviye için kullanılacağından yöneticiler için etkin bir karar destek sistemi olacak ve piyasada oluşabilecek çeşitli senaryolar için firmanın uygun pozisyonu almasına katkı yapacaktır. TH modeli, operasyonel seviyede ustabaşları ve işçilerin görevlerini kolaylaştıracak ve işgücünün diğer işler üzerinde yoğunlaşmasını sağlayarak maliyetlere ve ürün kalitesine ek bir katkı daha yapacaktır. Ancak her iki modelinde hayata geçirilmesi, modellerin etkinliğinin kullanıcılara ispatlanmasına bağlıdır. Çünkü her yenilik mutlak olarak bir direnç ile karşılaşacaktır. Bu direncin kırılması kullanıcıların modelleri anlayıp, etkinliklerini görüp onlara güvenmesi ile aşılabacaktır.

KAYNAKLAR

1. Stigler, G., "The cost of subsistence". *Journal of Farm Economics*, 27(2): 303-314 (1945).
2. Wilson, E., Willis, R., "Microcomputers and linear programming – Feedstock revisited", *European Journal of Operational Research*, 19: 297-304 (1985).
3. Kim, J., Lewis, R. L., "A large scale linear programming application to least cost charging for foundry melting operations", *American Foundrymen's Society Transactions*, 95: 735–744 (1987).
4. De Cock, H.C., Sinclair, M., "Multi-mix feedstock problems on microcomputers", *Operational Research Quarterly*, 38: 585-590 (1987).
5. Munford, A.G., "A microcomputer system of formulating animal diets which may involve liquid raw materials", *European Journal of Operational Research*, 41: 270–276 (1989).
6. Al-Shammari, M., Dawood, I., "Linear programming applied to a production blending problem: A spreadsheet modeling approach", *Production and Inventory Management*, 38: 1-7 (1997).
7. Buehlmann, U., Ragsdale, C. T. And Gfeller B., "A spreadsheet-based decision support system for wood panel manufacturing", *Decision Support Systems*, 29: 207-227 (2000).
8. Liu, C.-M., Sherali, H. D., "A coal shipping and blending problem for an electric utility company", *Omega*, 28: 433-444 (2000).
9. Sakalli, U. S., Birgoren B., "Döküm sanayiinde üretim planlama için bir doğrusal programlama arayüzü", *XXIV. YA/EM Ulusal Kongresi*, Adana, 154-156 (2004).
10. Glen, J.J. "A mixed integer programming model for fertilizer policy evaluation", *European Journal of Operational Research*, 35: 165–171 (1988).
11. Williams, H.P., "Model building in Mathematical Programming", *Wiley*, New York, 10-25 (1989)
12. Ashayeri, J., van Eijs, A.G.M. And Nederstigt, P., "Blending modelling in a process manufacturing: A case study", *European Journal of Operational Research*, 72: 460-468 (1994).
13. Bliss, N.G., "Advances in scrap charge optimization", *American Foundrymen's Society Transactions*, 105: 27–30 (1997).

14. Lahdelma, R., Hakonen, H., Ikäheimo, J., “AMRO – adaptive metallurgical raw material optimization”, *IFORS’99*, Beijing, China, 5-10 (1999).
15. Sakalli, U. S., Birgoren B., “A spreadsheet-based decision support tool for blending problems in brass casting industry”, *Computers & Industrial Engineering*, 56: 724–735 (2009).
16. Candler, W., “Coal blending with acceptance sampling”, *Computers and Operations Research*, 18: 591-596 (1991).
17. Shih, J., Frey, H., “Coal blending optimization under uncertainty”, *European Journal of Operational Research*, 83: 452–465 (1995).
18. Blanchard-Gaillard, D., Yano, C. A., Leung, J.M.Y. And Brown, M. J., “Discrete deterministic and stochastic blending problems with two quality characteristics: aluminum blending”, *IIE Transactions*, 31: 1001-1009 (1999).
19. Turunen, J., “Raw material optimization for copper foundry”. Master Thesis. *Helsinki University of Technology Systems Analysis Laboratory*, Espoo, Finland (In Finnish), 24-51 (2000).
20. Kumral, M., “Application of chance-constrained programming based on multi-objective simulated annealing to solve a mineral blending problem”, *Engineering Optimization*, 35(6): 661–673 (2003).
21. Rong, A., Lahdelma, R., “Fuzzy chance constrained linear programming model for optimizing the scrap charge in steel production”, *European Journal of Operational Research*, 186: 953–964 (2008).
22. Sakalli, U. S., “Pirinç döküm sanayiinde harmanlama problemi için tablola tabanlı doğrusal programlama arayüzü”, Yüksek Lisans Tezi, *Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Kırıkkale, 27-68 (2005).
23. Özel, S., “Çok değişkenli kalite kontrolün döküm sanayiinde uygulaması”, Yüksek Lisans Tezi, *Kırıkkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Kırıkkale, 49-95 (2005).
24. Zadeh, L.A., “Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility”, *Fuzzy Sets and Systems*, 1: 3–28 (1978).
25. Dubois, D., Prade H., “When upper probabilities are possibility measures”, *Fuzzy Sets and Systems*, 49: 65–74 (1992).
26. Spohn, W., “Ordinal conditional functions: a dynamic theory of epistemic states”. *Causation in Decision, Belief Change and Statistics*, 105–134 (1988).

27. Dubois, D., "Possibility theory and statistical reasoning", ***Computational Statistics & Data Analysis***, 51: 47–69 (2006).
28. Baudrit, C., Dubois D., Perrot N., "Representing parametric probabilistic models tainted with imprecision", ***Fuzzy Sets and Systems***, 159: 1913 – 1928 (2008).
29. Liang, T. F., "Application of interactive possibilistic linear programming to aggregate production planning with multiple imprecise objectives", ***Production Planning & Control***, 18(7): 548–560 (2007).
30. Taha, H. A., "Operations Research an introduction", ***Prentice Hall***. 576-595 USA, (2006).
31. Charnes, A., Cooper, W. W., "Chance-constrained programming", ***Management Science***, 6: 73–79 (1959).
32. Ağpak, K., Gökçen, H., "A chance-constrained approach to stochastic line balancing problem", ***European Journal of Operational Research***, 180: 1098–1115 (2007).
33. GAMS Developments Cor., "GAMS A Users Guide", Washington, USA, 137-153 (2005).
34. Olson, D. L., Swenseth, S. R. "A linear approximation for chance-constrained programming", ***The Journal of the Operational Research Society***, 38(3): 261-267 (1987).
35. Oussalah, M., "On the probability/possibility transformations: A comparative analysis", ***International Journal of General Systems***, 29 (5): 671-718 (2000).
36. Gupta. CP., "A note on the transformation of possibilistic information into probabilistic information for investments decision", ***Fuzzy Sets and Systems***, 56: 175- 182 (1993).
37. Delgado, M., Moral, S., "On the concept of possibility-probability consistency", ***Fuzzy Sets and Systems***, 21: 311–318 (1987).
38. Dubois, D., Prade, H., "Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications", ***Academic Press***, New York, 102-130 (1980).
39. Dubois, D., Prade, H. And Sandri, S., "On possibility/probability transformations". In: Lowen, R., Roubens, M. (Eds.), *Fuzzy logic*, ***Kluwer Academic Publishers***, Netherlands, 103–112 (1993).
40. Dubois, D., Foulloy, L., Mauris, G. And Prade, H., "Probability-possibility transformations, triangular fuzzy sets, and probabilistic Inequalities", ***Reliable Computing***, 10: 273–297 (2004).

41. Dubois, D., Prade, H., "On several representation of an uncertain body of evidence". *Fuzzy information and decision processes*, North-Holland Amsterdam, 167-181 (1982).
42. Smets, P., "Constructing the pignistic probability function in a context of uncertainty in: Uncertainty in Artificial Intelligence Vol. 5", edited by M. Henrion et al., *North-Holland*, New York: 29-39 (1990).
43. Dubois, D., Prade H., "Fuzzy sets in approximate reasoning: Part 1, Inference with possibility distributions", *Fuzzy Sets and Systems 25th anniversary memorial volume*, 143–202 (1991).
44. Yager, R. R., "Element selection from a fuzzy subset using the fuzzy integral" *IEEE Trans. Systems, man, and Cybernetics*, 23(2): 467–477 (1993).
45. Dubois, D., Prade, H., "Fuzzy sets and statistical data", *European Journal of Operation Research*, 25: 345-356 (1986).
46. Klir, G.J., Parviz, B. "A probability-possibility transformations: A comparison", *International Journal General Systems*, 21, 291-310 (1992).
47. Moral, S., "Constructing of possibility distribution from a probability distribution", *Fuzzy Sets Theory and Application*, edited by A. Jones, A. Kauffmann and H.J. Zimmermann, D. Reidal, Dordrecht, 51-60 (1986).
48. Lamata, M.L., Moral, S. And Verdegay, J.L., "Transforming fuzzy measures" *Approximate Reasoning Tools for Artificial Intelligence*, Verlag TÜV Rheinland, Köln, 146-158 (1990).
49. Canz, T., "Fuzzy linear programming in DSS for energy system planning. Working paper WP-96-132", *International Institute for Applied System Analysis*, Austria, 42-56 (1996).
50. Inuiguchi, M., Ramik, J., "Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem", *Fuzzy Sets and Systems*, 111: 3-28 (2000).
51. Saad, G., "An overview of production planning model: structure classification and empirical assessment", *International Journal of Production Research*, 20: 105–114 (1982).
52. Charnes, A., Cooper, W.W., "Management models and industrial applications of linear programming", *Wiley*, New York, 29-73 (1961).

53. Singhal, K., Adlakha, V., "Cost and shortage trade-offs in aggregate production Planning". *Decision Sciences*, 20: 158–165 (1989).
54. Holt, C. C., Modigliani, F. And Simon, H. A., "Linear decision rule for production and employment scheduling". *Management Science*, 2: 1–30 (1955).
55. Bowman, E. H., "Production scheduling by the transportation method of linear programming", *Operations Research*, 4: 100–103 (1956).
56. Bowman, E. H., "Consistency and eniyiity in managerial decision making", *Management Science*, 9: 310–321 (1963).
57. Taubert, W. H., "A search decision rule for the aggregate scheduling problem", *Management Science*, 14: 343–359 (1968).
58. Jones, C. H., "Parametric production Planning", *Management Science*, 13: 843–866 (1967).
59. Wang, R.C., Liang, T.F., "Application of fuzzy multiobjective linear programming to aggregate production Planning". *Computers & Industrial Engineering*, 46(1): 17–41 (2004).
60. Zadeh, L. A., "Fuzzy Sets", *Information and Control*, 8: 338–353 (1965).
61. Zimmermann, H.-J., "Description and optimization of fuzzy systems", *International Journal of General Systems*, 2: 209–215 (1976).
62. Zimmermann, H.-J., "Fuzzy programming and linear programming with several objective functions", *Fuzzy Sets and Systems*, 1: 45–55 (1978).
63. Bellman, R.E., Zadeh, L.A., "Decision-making in a fuzzy environment". *Management Science*, 17, 141–164, (1970).
64. Wang R.C., Liang T.F., "Applying possibilistic linear programming to aggregate production Planning", *International Journal of Production Economics*, 98: 328–341 (2005).
65. Rinks, D. B., "The performance of fuzzy algorithm models for aggregate planning and different cost structure", *Approximate reasoning in decision analysis*, 267–278 (1982).
66. Hintz, G. W., Zimmermann, H. J., "A method to control flexible manufacturing Systems". *European Journal of Operational Research*, 41: 321–334 (1989).
67. Lee, Y. Y., "Fuzzy set theory approach to aggregate production planning and inventory control", Ph.D. Thesis. *Department of I.E., Kansas State University*, 41-53 (1990).

68. Gen, M., Tsujimura, Y. And Ida, K., "Method for solving multi objective aggregate production planning problem with fuzzy parameters", ***Computers & Industrial Engineering***, 23: 117–120 (1992).
69. Tang, J., Wang, D. And Fung, R. Y. K., "Fuzzy formulation for multi-product aggregate production planning", ***Production Planning and Control***, 11(7): 670–676 (2000).
70. Wang, R. C., Fang, H. H., "Aggregate production planning in a fuzzy environment". ***International Journal of Industrial Engineering/Theory, Applications and Practice***, 7(1): 5–14, (2000).
71. Wang, R.C., Fang, H.H., "Aggregate production planning with multiple objectives in a fuzzy environment", ***European Journal of Operational Research***, 133: 521–536 (2001).
72. Tang, J., Fung, R.Y.K. And Yung, K.L., "Fuzzy modelling and simulation for aggregate production planning", ***International Journal of Systems Science***, 34(12): 661–673 (2003).
73. Fung, R.Y.K., Tang, J. And Wang, D., "Multiproduct aggregate production planning with fuzzy demands and fuzzy capacities", ***IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part A: Systems and Humans***, 33(3): 302–313 (2003).
74. Dai, L., Fun, L. And Sun, L., "Aggregate production planning utilizing a fuzzy linear programming", ***Journal of Integrated Design & Process Science***, 7(4): 81–95 (2003).
75. Jamalnia A., Soukhakian M. A., "A hybrid fuzzy goal programming approach with different goal priorities to aggregate production planning". ***Computers & Industrial Engineering***, 56(4): 1474–1486 (2009).
76. Buckley, J.J., "Possibilistic linear programming with triangular fuzzy numbers", ***Fuzzy Sets and Systems***, 26: 135–138, (1988).
77. Buckley, J.J., "Solving possibilistic linear programming problems", ***Fuzzy Sets and Systems***, 31: 329–341 (1989).
78. Lai, Y.J., Hwang, C.L., "A new approach to some possibilistic linear programming problems", ***Fuzzy Sets and Systems***, 49: 121–133 (1992).
79. Lai Y.-J., Hwang C.L., "Fuzzy Mathematical programming", ***Springer-Verlag Heidelberg***, Newyork, 165-197 (1992).

80. Hsieh S., Wu M., “Demand and cost forecast error sensitivity analyses in aggregate production planning by possibilistic linear programming models”, *Journal of Intelligent manufacturing*, 11: 355–364 (2000).
81. Tang, J., Wang, D. And Fung, R.Y.K., “Formulation of general possibilistic linear programming problems for complex systems”, *Fuzzy Sets and Systems*, 119: 41–48, (2001).
82. Bilgen B., “Possibilistic Linear Programming in Blending and Transportation Planning Problem”, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer-Verlag Heidelberg, Berlin, 20-27 (2007).
83. Inuiguchi, M., Sakawa, M., “Possible and necessary efficiency in possibilistic multiobjective linear programming problems and possible efficiency test”, *Fuzzy Sets and Systems*, 78: 231–241 (1996).
84. Tanaka H., Guo P. And Zimmermann, H.-J., “Possibility distributions of fuzzy decision variables obtained from possibilistic linear programming problems”, *Fuzzy Sets and Systems*, 113: 323–332 (2000).
85. Jensen, H.A., Maturana, S., “A possibilistics decision support system for imprecise mathematical programming problems”, *International Journal of Production Economics*, 77(2): 145–158 (2002).
86. Kara, İ., “Olasılık”, *Bilim Teknik Yayınevi*, İstanbul, 50-70 (2000).
87. Panas E., “Long memory and chaotic models of prices on the London Metal Exchange”, *Resources Policy*, 27: 235–246 (2001).
88. Arnold B. F., Gröbl I. And Stahlecker P., “Competitive supply behavior when price information is fuzzy”. *Journal of Economics*, 72(1): 45-66 (2000).
89. Hop, N. V., “Solving fuzzy (stochastic) linear programming problems using superiority and inferiority”, *Information Sciences*, 177: 2971–298 (2007).

EKLER

EK-1 ÇH örnek problem sonuçları

Çizelge 1.1. Ayrıntılı plan

X _{ik} (* 1000 kg)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11	k=12	k=13	k=14	k=15	k=16	k=17	k=18	k=19
i=1	0	162.74	0	0	0	0	0	10.63	0	108.59	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=3	0	0	0	0	0	186.17	0	0	0	0	0	0	0	88.64	0	0	15.39	0	0
i=4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	65.9	129.35	0	0	0	52.63	0	0
i=5	138.63	0	0	0	0	0	0	0	68.22	0	0	0	0	0	38.81	37.28	0	53.32	0.25
i=6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	57.44
i=7	0	0	34.35	0	17.69	114.62	0	0	33.77	69.61	17.59	44.45	59.33	34.12	11.81	0	9.15	0	0
i=8	5.5	8.13	10.15	8.89	3.69	2.73	6.34	5.06	0.9	0	0	0.1	0.1	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.03
i=9	108.63	121.84	0	43.79	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
i=10	0	0	168.3	0	51.28	0	50.92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.18	1	0.89	0.61	0.43	0.51	0.37	0.36	0.32
i=12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25.21	0	0	0	8.74
i=13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=14	0	12.89	23.14	0	8.09	9.7	7.22	0	0	6.66	1.75	0	0	0	0	0	0	0	0
i=15	0	0	0	305.65	151.63	0	36.62	0	0	0	0	0	0	0	10.1	25	0	0	0
i=16	0	0	166.23	0	0	0	0	0	0	0	176.31	92.76	0	0	0	42.59	0	20.86	0
i=17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=18	0	94.03	0	0	0	0	86.1	229.58	82.5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=19	4.62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=20	0	0.27	0	0	0.38	0.5	0.26	0	0	0	0.15	0	0	0	0	0	0	0	0

EK-1 (Devam). ÇH örnek problem sonuçları

Çizelge 1.1 (Devam). Ayrıntılı plan

X _{ik} (* 1000 kg)	k=1	k=2	k=3	k=4	k=5	k=6	k=7	k=8	k=9	k=10	k=11	k=12	k=13	k=14	k=15	k=16	k=17	k=18	k=19
i=21	48.46	51.76	6.99	46.17	1.8	18.24	0	14.74	13.03	12.08	7.44	0	0	0	0	0	0	0	0
i=22	0	0	0	0	0	0	0	0	27.42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=23	0	0	0	0	0	0	40.08	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=24	0	0	0	0	0	0	31.69	0	0	3.65	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=25	0	0	0	0	37.75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=26	0	0	0	0	0	0	23.92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25.41	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=28	0	0	0	0	0	0	26.12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=29	0	0	0	0	18.15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=30	0	0	0	16.34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=31	0	0	0	0	18.7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=32	0	0	0	0	0	6.37	0	0	0	1.33	7.42	0	0	0	0	0	0	0	0
i=33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14.52	0	0	0	0
i=34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10.08	0	0	0	0
i=35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.31	0	0
i=36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6.62	0	0	0	0	0.19	0	0
i=37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.84	0	0	0	0
i=38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.63
i=39	0	0	0	0	0	0	3.43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
i=40	0	0	0	0	0	0	1.81	0	0	1.42	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : SAKALLI, Ümit Sami
 Uyuğu : T.C.
 Doğum tarihi ve yeri : 20.03.1979 Kırıkkale
 Medeni hali : Evli
 Telefon : 0 (312) 582 38 50
 Faks : 0 (312) 230 84 34
 e-mail : ssakalli@gazi.edu.tr

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Kırıkkale Üniversitesi / Endüstri Müh.	2005
Lisans	Selçuk Üniversitesi/ Endüstri Müh. Böl.	2002
Lise	Özel Alp Lisesi	1997

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2005-2010	Gazi Üniversitesi	Araştırma Gör.
2002-2005	Kırıkkale Üniversitesi	Araştırma Gör.

Yabancı Dil

İngilizce