

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DÖRT NOKTASINDAN MESNETLİ DİKDÖRTGEN
PLAĞIN KARARLI TİTREŞİM DURUMUNUN
İNCELENMESİ ve PASİF KONTROL UYGULAMALARI

Makine Müh. Sait Burak İZMİRLİ

FBE Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Makine Teorisi ve Kontrol Programında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Cihan DEMİR

İSTANBUL, 2007

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ.....	vi
ŞEKİL LİSTESİ.....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ	ix
ÖNSÖZ	x
ÖZET	xi
ABSTRACT	xii
1. GİRİŞ	1
1.1 Titreşim Üzerine Çalışmalar	1
1.2 Plaklar	2
1.2.1 Plaklar üzerine çalışmaların tarihsel gelişimi.....	3
1.2.2 İnce plaklar üzerine çalışmalar	6
1.3 Tezin Amacı ve Kapsamı	7
2. PLAK TEORİSİ	8
3. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ	10
3.1 ANSYS sonlu elemanlar yazılımı.....	10
3.1.1 Ön işlemci modülü.....	11
3.1.2 Çözümleme modülü.....	11
3.1.3 Son işlemci modülü	11
3.1.4 Yardımcı modüller.....	11
3.1.5 Shell 63 sonlu eleman	11
3.2 Verilen sınır koşullarına göre plak modellemesi.....	12
4. MODAL ANALİZ.....	17
4.1 Nokta mesnetli dikdörtgen plağın modal analizi.....	18
4.2 Elastik nokta mesnetli plakların modal analizi.....	22
4.3 Viskoelastik mesnetli plakların modal analizi.....	23
5. HARMONİK ANALİZ.....	25
5.1 Nokta mesnetli dikdörtgen plağın harmonik analizi.....	26
5.2 Elastik nokta mesnetli dikdörtgen plakların harmonik analizi.....	27
5.3 Viskoelastik mesnetli dikdörtgen plakların harmonik analizi.....	29
6. DENEYSEL ÇALIŞMALAR	32

6.1	Kullanılan deney teçhizatı.....	32
6.1.1	İvme ölçer.....	33
6.1.2	Etki çekici.....	34
6.1.3	Sinyal şartlandırıcı.....	36
6.1.4	Sinyal işleme yazılımı.....	37
6.2	Doğal frekansların ve mod şekillerinin bulunması.....	38
6.2.1	Deneysel ölçüm sonucunda doğal frekansların bulunması.....	38
6.2.2	Plağın ANSYS'te modellenmesi ve modal analizi.....	40
6.2.3	Titreşim biçimlerine göre plağın mod şekillerinin çıkartılması.....	42
6.2.4	Mesnetleme için açılan cıvata deliği çaplarına göre doğal frekans değişimi.....	45
6.2.5	Plak üzerine kütle eklenmesi ve çeşitli konumları için doğal frekans analizi.....	46
6.2.6	Yay mesnetli plağın doğal frekanslarının bulunması.....	52
6.2.7	Viskoelastik mesnetli plağın doğal frekanslarının ve sönüm oranının bulunması.....	54
7.	SONUÇLAR	59
	KAYNAKLAR.....	61
	ÖZGEÇMİŞ.....	64
	EKLER.....	65
	Ek 1 Bölüm 4.1'de incelenen nokta mesnetli dikdörtgen plağın ANSYS'te modelini oluşturan macro dosyası	66

SİMGE LİSTESİ

a	Plağın x yönündeki uzunluğu
b	Plağın y yönündeki uzunluğu
c	Sönüm oranı
c_{kr}	Kritik sönüm oranı
$[C]$	Yapısal sönüm matrisi
d_t	Yay teli çapı
d_y	Ortalama yay çapı
D	Eğilme rijitliği
E	Young elastisite modülü
f	Frekans
f_n	n. doğal frekans
$\{F\}$	Uygulanan kuvvet vektörü
G	Yay için malzeme katsayısı
h	Plak kalınlığı
i	Yay sarım sayısı
k	Yay katsayısı
$[K]$	Yapısal rijitlik matrisi
L	Yayıllı yük
$[M]$	Yapısal kütle matrisi
$\bar{m}$	Plağın birim alan başına düşen ağırlığı
n_x	n normal vektörünün x bileşeni
n_y	n normal vektörünün y bileşeni
$\bar{n}_x$	s düzlem arası vektörünün x bileşeni
$\bar{n}_y$	s düzlem arası vektörünün y bileşeni
P	Plağa uygulanan yük
q_{max}	Maksimum nodal yer değiştirme
$\{q\}$	Nodal yer değiştirme vektörü
$\{\dot{q}\}$	Nodal hız vektörü
$\{\ddot{q}\}$	Nodal ivme vektörü
t	Zaman
u	Plağın orta tabakasındaki bir noktanın x yönündeki yer değişimi
u_1	Plak üzerinde herhangi bir noktanın (x,y,z) yönündeki yer değişimi
v	Plağın orta tabakasındaki bir noktanın y yönündeki yer değişimi
w	Plağın orta tabakasındaki bir noktanın z yönündeki yer değişimi
x, y, z	Kartezyen koordinatlar
X_1	Sistem sönüme geçtiğinde oluşan ilk tepenin genliği
X_2	Sistem sönüme geçtiğinde oluşan ikinci tepenin genliği
X_{max}	Maksimum genlik
ε_{xz}	Plağın x eksenine boyunca z yönündeki kesme gerilmesi
ε_{yz}	Plağın y eksenine boyunca z yönündeki kesme gerilmesi
ε_z	z yönündeki normal gerilme
K	Boyutsuz yay katsayısı

γ	Boyutsuz sönüm oranı
ν	Poisson oranı
ω	Dairesel frekans
ω_n	n. dairese! doğal frekans
λ	Plak özdeğeri
ξ	Sönümün kritik sönüme oranı
ϕ	Yer değışim faz farkı
ψ	Uygulanan kuvvetin faz farkı
ρ	Plak malzemesinin özgül ağırlığı

KISALTMA LİSTESİ

AA	Antisimetrik-Antisimetrik mod
APS	Auto Power Spectrum
AS	Antisimetrik-Simetrik mod
A/D	Analog to Digital converter
DAC	Digital-Analog Converter
DFT	Discrete Fourier Transform
D/A	Digital to Analog converter
FFT	Fast Fourier Transform
FRF	Frequency Response Function
FT	Fourier Transformasyonu
FTF	Frekans Tepki Fonksiyonu
HFEM	Hierarchical Finite Element Method
SA	Simetrik-Antisimetrik mod
SEY	Sonlu Elemanlar Yöntemi
SS	Simetrik-Simetrik mod
TEDS	Transducer Electronic Data Sheet

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1 Shell 63 elemanın geometrisi [44]	12
Şekil 3.2 İki kenarı boyunca mesnetlenmiş plak [36].....	13
Şekil 3.3 İki kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın 1. SS modu ve 1.SA modu	14
Şekil 3.4 İki kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın 1. AS modu ve 1. AA modu	14
Şekil 3.5 Dört kenarı boyunca mesnetlenmiş plak [36].....	15
Şekil 3.6 Dört kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın 1. SS modu ve 1. SA modu.....	16
Şekil 3.7 Dört kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın 1. AS modu ve 2. SS modu.....	16
Şekil 4.1 Nokta mesnetli plağın 1. SS modu ve 1. SA modu.....	21
Şekil 4.2 Nokta mesnetli plağın 1. AS modu ve 2.SS modu.....	21
Şekil 4.3 Nokta mesnetli plağın 1. AA modu ve 3. SS modu	21
Şekil 4.4 Nokta mesnetli plağın 2. SA modu ve 2.AS modu	21
Şekil 4.5 Nokta mesnetli plağın 2. AA modu ve 3.SA modu.....	22
Şekil 4.6 Nokta mesnetli plağın 3. AS modu ve 4. SS modu.....	22
Şekil 5.1 Nokta mesnetli plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişim-frekans grafiği	26
Şekil 5.2 $K=10$ rijitlik katsayısına sahip elastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği.....	27
Şekil 5.3 $K=100$ rijitlik katsayısına sahip elastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği	28
Şekil 5.4 $K=1000$ rijitlik katsayısına sahip elastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği	28
Şekil 5.5 $K=100$, $\gamma=1$ rijitlik ve sönüm katsayısına sahip viskoelastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği.....	30
Şekil 5.6 $K=100$, $\gamma=10$ rijitlik ve sönüm katsayısına sahip viskoelastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği.....	30
Şekil 5.7 $K=100$, $\gamma=2000$ rijitlik ve sönüm katsayısına sahip viskoelastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği	31
Şekil 6.1 Deney teçhizatı.....	32
Şekil 6.2 İvme ölçer	34
Şekil 6.3 Etki çekici ve ivme ölçer	35
Şekil 6.4 Sinyal şartlandırıcı.....	36
Şekil 6.5 Kullanılan bilgisayar ve sinyal şartlandırıcı	37
Şekil 6.6 Nokta mesnetli plak için cevabın otospektrumu	39
Şekil 6.7 Nokta mesnetli plağın tutarlılık-frekans diyagramı	39
Şekil 6.8 Dört köşesinden mesnetli plağın ANSYS'te oluşturulan modeli	40
Şekil 6.9 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 1. ve 2. modları	41
Şekil 6.10 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 3. ve 4. modları	41
Şekil 6.11 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 5. ve 6. modları	41
Şekil 6.12 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 7. ve 8. modları	41
Şekil 6.13 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 9. ve 10. modları	41
Şekil 6.14 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 11. ve 12. modları.....	42
Şekil 6.15 Nokta mesnetli plağın MATLAB'de ve ANSYS'te belirlenen 1. modu.....	42
Şekil 6.16 Nokta mesnetli plağın MATLAB'de ve ANSYS'te belirlenen 2. modu.....	43
Şekil 6.17 Nokta mesnetli plağın MATLAB'de ve ANSYS'te belirlenen 3. modu.....	43
Şekil 6.18 Nokta mesnetli plağın MATLAB'de ve ANSYS'te belirlenen 4. modu.....	44
Şekil 6.19 Nokta mesnetli plağın MATLAB'de ve ANSYS'te belirlenen 5. modu.....	44
Şekil 6.20 1. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli	46
Şekil 6.21 1. durumda cevabın otospektrumu	46
Şekil 6.22 2. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli	47
Şekil 6.23 2. durumda cevabın otospektrumu	47

Şekil 6.24 3. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli	48
Şekil 6.25 3. durumda cevabın otospektrumu	48
Şekil 6.26 4. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli	49
Şekil 6.27 4. durumda cevabın otospektrumu	49
Şekil 6.28 5. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli	50
Şekil 6.29 5. durumda cevabın otospektrumu	50
Şekil 6.30 6. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli	51
Şekil 6.31 6. durumda cevabın otospektrumu	51
Şekil 6.32 Yay mesnetli plak için cevabın otospektrumu	53
Şekil 6.33 Viskoelastik mesnetli plak sistemi	54
Şekil 6.34 Viskoelastik mesnetli plak için cevabın otospektrumu	55
Şekil 6.35 Viskoelastik mesnetli plağın yer değiştirme-zaman grafiği	56

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 3.1 İki kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın dairesel doğal frekansları	14
Çizelge 3.2 Dört kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın dairesel doğal frekansları.....	15
Çizelge 4.1 Nokta mesnetli plağın kullanılan eleman sayısına göre simetrik modları.....	19
Çizelge 4.2 Nokta mesnetli plağın eleman boyuna göre dairesel doğal frekansları.....	20
Çizelge 4.3 Değişik mesnet rijitliğindeki plakların dairesel doğal frekansları	23
Çizelge 4.4 Viskoelastik mesnetli plakların dairesel doğal frekansları	24
Çizelge 5.1 Nokta mesnetli dikdörtgen plağın modal ve harmonik analizle bulunan doğal frekans değerleri.....	27
Çizelge 5.2 Farklı rijitlik katsayılarına sahip dikdörtgen plakların modal ve harmonik analizle bulunan doğal frekansları	29
Çizelge 5.3 Farklı sönüm katsayılarına sahip viskoelastik mesnetli dikdörtgen plakların modal ve harmonik analizle bulunan SS ve AS modları	31
Çizelge 6.1 Nokta mesnetli plağın deneyde ve ANSYS'te bulunan doğal frekans değerleri ..	40
Çizelge 6.2 Plağın, değişen cıvata deliği çaplarına göre bulunan doğal frekansları	45
Çizelge 6.3 Değişen kütle ekleme koşullarına göre deneyde bulunan doğal frekans değerleri	52
Çizelge 6.4 Değişen kütle ekleme koşullarına göre ANSYS'te bulunan doğal frekans değerleri	52
Çizelge 6.5 Yay mesnetli plağın deneyde ve ANSYS'te bulunan doğal frekans değerleri	54
Çizelge 6.6 Viskoelastik mesnetli plağın deneyde ve ANSYS'te bulunan doğal frekans değerleri.....	58

ÖNSÖZ

Bu çalışma, dört noktasından mesnetli dikdörtgen plağın titreşim analizini ve pasif kontrol uygulamalarını konu almaktadır. Analizi yapılan plak, çeşitli sınır şartlarında incelenmiştir.

Çalışmalarım sırasında maddi ve manevi desteğini esirgemeyen ve önemli zamanını ayıran değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Cihan DEMİR'e teşekkürü bir borç bilirim.

S. Burak İZMİRLİ

ÖZET

Bu çalışmada dikdörtgen plağın titreşim durumu çeşitli sınır şartları ve yük durumları için incelenmiştir. Teorik ve deneysel analizler nokta mesnet, yay mesnet, viskoelastik mesnet ve kütle eklenmesi durumları için yapılmıştır. Doğal frekans analizi ve harmonik kuvvet analizi yapılmıştır. Teorik yöntemde sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Deneysel çalışmalarda sistemin FTF (frekans tepki fonksiyonu) ve APS (kuvvet ve cevabın otospektrumu) grafikleri çizdirilmiştir. Sonuçlar incelenerek deneysel ve saha çalışmaları için öneriler yapılmıştır.

Anahtar kelimeler: Doğal frekans, sonlu elemanlar yöntemi, deneysel modal analiz, titreşim.

ABSTRACT

In this study vibration of rectangular plate has been investigated for various boundary and load conditions. Theoretical and experimental analyses are made for point supported, spring supported, viscoelastic supported and load applied situations. Natural frequency analysis and harmonic force analysis are made. Finite element method was used in theoretical process. During the experimental studies, FRF (frequency response function) and APS (auto power spectrum) diagrams are drawn. The results are investigated, and suggestions for experimental studies are made.

Keywords: Natural frequency, finite element method, experimental modal analysis, vibration.

1. GİRİŞ

Yapı ve makine gibi mekanik sistemlerde titreşim analizi, titreşimin önlenmesi ve kontrolü önemli bir dizayn unsurudur. Hareket eden makine parçaları belli şartlar altında titreşime neden olurlar. Bu titreşimlerin genlikleri çok büyük değerlere ulaşabilir ve ciddi hasara sebebiyet verebilir. Buna karşın, titreşimler önceden düşünülmüş biçimde sisteme sunulursa istenen genlikler ve frekanslar elde edilebilir.

Genellikle iki çeşit titreşimden söz edilebilir, serbest ve zorlanmış titreşim. Bir sistem denge konumundan ötelenir ve serbest bırakılırsa serbest titreşim oluşur. Bu titreşimin frekansı sistemin kütle sine ve katılığına bağıdır. Bu titreşimler enerji kayıplarından dolayı zamanla azalır, ki buna sönüm denir.

Sisteme dışarıdan enerji verecek bir etki olduğunda zorlanmış titreşim meydana gelir. Genellikle bu tip titreşimlerin genliği, tahrik kuvvetinin bileşenleri kadar sistemin doğal frekansına ve sönümüne de bağıdır. Eğer tahrik kuvvetinin frekansı sistemin doğal frekanslarından birine yaklaşırsa, zorlanmış titreşimin genliği çok büyük değerlere ulaşır. Bu duruma rezonans denir. Oluşan gerilmeler sistemde yapısal hatalara neden olabilir.

Bir yapının titreşim karakteristiğı, onun doğal frekansı, mod şekilleri ve sönüm oranlarıdır. Bu bilgilere modal analiz sayesinde ulaşabiliriz. Bu çalışmada, plağın doğal frekansları ve mod şekilleri, sonlu elemanlar yöntemi ve deneysel ölçüm ile belirlenmektedir.

1.1 Titreşim Üzerine Çalışmalar

Yapının titreşim karakteristiğı, yani doğal frekansları, mod şekilleri ve sönüm oranları ilk olarak 1970'lerde yıkıcı olmayan hasar tespitinde kullanılmıştır. Di Benedetto [11], ilk kez, yorulmadan kaynaklanan kırılmayı, kompozit malzemenin hasardan önceki ve sonraki doğal frekanslarını mukayese ederek belirlemiştir. Cole [9], “Değişken Azalma Yöntemi” denen bir teknik geliştirmiştir. Bu yöntemdeki tek gereksinim dinamik cevabın ölçülmesidir ve tahrik girişine gerek yoktur. Bu yöntem daha sonra Yang [6], Dagalkis ve yardımcıları tarafından deniz yapılarını inceleme yöntemi olarak geliştirilmiştir. Adams, Kenley, Doods ve Gudmundson'ın [15] çalışmaları, farklı hasar biçimlerinin titreşim karakteristiğinde ölçülebilir değişimler oluşturduğunu ispatlamaktadır. Cawley ve Adams [1], bir yapının ömrünün iki ya da daha fazla safhasında doğal frekanslarını ölçmenin, hasarın oluşacağı bölgeyi ve boyutunu belirleme şansını artırdığını ortaya koymuşlardır. Bu bakımdan, doğal frekans, mod şekilleri ve sönüm oranlarının ölçülmesi yapılarda oluşacak hasarın tespiti

açısından temel oluşturmaktadır.

Chen [7], iki boyutlu kirişlerin hasar tespiti üzerine çalışmıştır. Bunlar Timoshenko kirişi olarak modellenmiştir. Mahajan [28], sonlu elemanlar formülasyonunu kullanarak sınır koşullarını daha az denklemlerle çözmeye çalışmıştır. Vila [40], hassasiyet problemini çözmek için iki teori geliştirmiştir.

Bu çalışmaların ana hedefi, sistemde rezonans oluşturan frekanslarda, yapıda oluşacak hasarları incelemek ve yerini tayin etmektir. Ancak hiçbir mod şekillerindeki değişimi ölçülebilir bilgi olarak ele almamıştır.

Bu metodların ele aldığı, mod şekilleri veya titreşim modelleri gibi bazı dinamik özellikler başarılı şekilde modellenememiştir. Bunun nedeni, mod şekillerini ivme ölçer kullanarak hassas bir şekilde belirlemenin zorluğudur. Looser, modal analizin, sistemi lineer varsaydığını ortaya koymuş, eğer yapıda nonlineerlik olursa etkinin genliğinin mod şekillerinde hataya sebep olacağını belirtmiştir. Öte yandan, eğer tahrik kuvveti değişken veya sinüzoidal ise mod şekillerinin kesin olarak belirlenebilmesi için hassas olarak kalibre edilmiş ivme ölçerlerin analizciye birçok kanaldan bağlanması gerekir. Yapının dinamik özellikleri aynı zamanda, eklenen kütle ve temas yüzeyindeki artış ile de değişmektedir.

1.2 Plaklar

Plaklar düz yüzeye sahip, kalınlıkları diğer boyutlarına göre daha küçük olan yapılardır. Geometrik olarak düz veya kıvrık çizgilerle sınırlandırılmışlardır. Statik olarak plakların serbest, basit tutturulmuş ve sabitlenmiş (sıkı mesnetlenmiş) sınır koşulları vardır.

Plakların iki boyutlu yapısı daha hafif yapılara yol açar ve dolayısıyla sayısız ekonomik avantajlar sunar. Bu durum, mühendisliğin her alanında plakların kullanılmasına etkindir.

Duvar gerektiren birçok yapıda, eklenecek herhangi bir kaplama olmaksızın plaklar kullanılabilir. İnce kabuk yapılar da yukarıda belirtilen avantajları, hatta daha fazla oranda sağlasalar da plak yüzeyleri gerektiren sayısız yapısal eleman vardır.

Sağladıkları avantajlardan dolayı plaklar, bütün mühendislik alanlarında yaygın olarak kullanılırlar. Mimari yapılar, köprüler, hidrolik yapılar, konteynırlar, uçaklar, füzeler, gemiler, çeşitli aygıtlar, makine parçaları vb. yerlerde plaklar kullanılır.

Yapısal durumlarına göre plaklar aşağıdaki gibi ana kategorilere ayrılabilir:

1- Katı Plaklar

İnce plaklardır. Burkulmaya karşı rijittirler. İki boyutlu yük taşırlar. Çoğunlukla iç (eğilme ve burulma) momentleri ile ve kesme kuvvetleri ile kabuklara benzerler. Pratikteki mühendislik uygulamalarında, aksi söylenmediği takdirde plak denince akla katı plak gelir.

2- Membranlar (Zarlar)

Burkulmaya karşı rijitliği olmayan ince plaklardır. Yanal güçleri eksenel ve merkezi kesme kuvvetleri ile taşırlar. Böyle yük taşımaları, aşırı incelikleri ve moment taşıma güçlerinin ihmal edilebilir olmasından dolayı gergin kablo ağlarına benzetilebilirler.

3- Esnek Plaklar

Katı plaklar ve zarların bileşimi gibidir. Bunlar dış yükleri, iç momentlerin, merkezi kesme kuvvetlerinin ve eksenel kuvvetlerin birleşik hareketi ile taşırlar. Uygun ağırlık-yük taşıma oranından dolayı bu tip plaklar, uzay endüstrisinde yaygın olarak kullanılırlar.

4- Kalın Plaklar

Bu plakların iç gerilim özellikleri üç boyutlu elemanlara benzer. Tüm yapısal teoriler, küçük sapmalı ve büyük sapmalı yapılar arasında keskin biçimde ayrılır. İlki için süperpozisyon kuralı genellikle uygulanabilirken, diğeri için ikinci dereceden yapısal teoriler uygulanmalıdır. Bu durum plaklar için de geçerlidir. Küçük sapmalı ve büyük sapmalı plak teorileri arasında bir ayrım yapılacaktır. Genel mühendislik uygulamalarında çoğu zaman, büyük sapmaya sahip plaklardan kaçınılır, çünkü kullanımında olduğu gibi analizlerinde de birçok probleme yol açarlar. Ancak çok düşük ağırlıkların istendiği uzay endüstrisinde bu dezavantajlar daha az önemsendir.

Plak teorileri gerilim-gerinim ilişkilerine göre de sınıflandırılabilir. Elastik plak teorileri, gerilim-gerinimin doğru orantılı olduğunu varsayar ve Hooke kanununa dayanır. Buna karşın, nonlinear elastiklik, plastiklik ve viskoelastiklik daha karmaşık gerilim-gerinim ilişkilerini göz önüne alır. Viskoelastiklik dışındaki bütün bu teoriler, dış yüklerin statik veya dinamik karakterli oluşuna göre, plakların statığı ve dinamiğı olarak ikiye ayrılabilir.

1.2.1 Plaklar üzerine çalışmaların tarihsel gelişimi

Yapısal mekaniğin gelişimi sırasında plaklar üzerine ilk analitik ve deneysel çalışmalar çoğunlukla serbest titreşimi konu almıştır.

Plakların membran teorisi ile ilgili ilk matematiksel yaklaşım 1766'da Euler [12] tarafından formüle edilmiştir. Bu çalışmada dairesel ve dikdörtgen membranların serbest titreşim problemini birbirine dik iki gergin tel sistemi kullanarak çözmüştür. Euler'in öğrencisi olan

J.Bernoulli,Jr. [4] tellerden oluşan bir şebeke sistemi kullanarak Euler'in sistemini geliştirmiştir. Plakların burulma direnci hareket denklemine dahil edilmediği için teori ile deneysel sonuçlar arasında sadece benzerlik bulabilmiş fakat genel bir kabule ulaşamamıştır.

Alman fizikçi, Chaldni [38], serbest titreşimin farklı modlarını keşfetmiştir. Yatay plaklar üzerine yaptığı deneylerde plağın üstüne homojen şekilde toz yaymış ve bu tozlar, titreşim uygulandıktan sonra düzgün örnekler oluşturmuştur. Toz, hiç dikey titreşimi olmayan nodal çizgiler boyunca toplanmıştır.

Fransız matematikçi, Sophie Germain, değişimleri hesaplayarak plak titreşimleri için bir diferansiyel denklem elde etmiştir. Bununla beraber, gerilim enerjisi ifadesinde, orta yüzeyin eğrilmesi sırasında yapılan işi ihmal etmiştir. Paris Akademisi tarafından 1816'da bir ödüle layık görülse de kurul çalışmanın sonuçlarından tam tatmin olmamıştır.

Kurul üyelerinden biri olan Lagrange, daha sonra eksik olan terimi ekleyerek plakların serbest titreşiminin diferansiyel denklemini doğru uygulayan ilk kişi olmuştur.

Büyük bir mühendis ve köprü mimarı olan Navier, modern elastisite teorisinin yaratıcısı olarak kabul edilir. Sayısız bilimsel çalışması, çeşitli plak problemlerinin çözümünü de içeriyordu. Navier, eğilme direncine sahip dikdörtgen plakların doğru diferansiyel denklemini elde etmiştir. Belirli sınır şartlarındaki problemler için diferansiyel denklemi cebirsel denkleme dönüştürecek kesin metodu bulmuştur. Navier'in metodu, aynı dereceden Fourier trigonometrik serilerine dayanıyordu. Poisson, 1829'da Navier tarafından bulunan plak denkleminin kullanımını genişletmiş ve dairesel plakların yanal titreşimine uygulamıştır. Buna karşın, Poisson tarafından formüle edilen problemin sınır koşulları sadece kalın plaklar için uygulanabilirdi.

'Matematiksel Fizik Üzerine Konferanslar' kitabındaki çalışmasıyla Kirchhoff [21], genişletilmiş plak teorisinin mucidi olarak kabul edilir. Bu teori eğilme ve gerilmeyi birlikte ele alır. Plakların büyük sapmalarını analiz ederken nonlinear terimlerin ihmal edilemeyeceğini görmüştür. Kirchhoff'un önemli diğer katkıları, plakların frekans denkleminin bulunması ve plak problemlerinin çözümünde hakiki yer değiştirme metoduna giriştir. Love [27], Kirchhoff'un çalışmasını kalın plaklara uygulamıştır.

Yeni yüzyılla birlikte, gemi inşaatçıları konstrüksiyon yöntemlerini değiştirmiş, tahtanın yerini çelik almıştır. Yapısal malzemelerdeki bu değişim çeşitli plak teorilerinin gelişimi açısından çok faydalı olmuştur. Rus bilim adamları katı matematik modeller oluşturarak gemi

inşaatına önemli katkılar sağlamıştır. Özellikle, Krylov [25] ve öğrencisi Boobnov [5], burulma ve öteleme rijitliğine sahip ince plak teorisine geniş katkılarda bulunmuşlardır. Lisan sorunundan dolayı, batı dünyası bu gelişmelerden geç yararlanabilmiştir. Timoshenko'nun çabaları sonucunda batılı bilim adamları, dikkatlerini Rusların elastisite teorisi konusundaki araştırmalarına yöneltmişlerdir. Timoshenko'nun [37] sayısız katkısı arasında, büyük sapmalara sahip dairesel plakların çözümü ve elastik stabilite problemlerinin formülasyonu vardır.

Föppl [14], 1907'de yayımlanan mühendislik mekaniği kitabında, plakların nonlinear teorisini uygulamıştır. Buna karşın, yüksek sapma teorisinin diferansiyel denkleminin son biçimi von Karman tarafından geliştirilmiştir. Daha sonraki çalışmalarında, von Karman [42], etkili genişlik problemi ve plakların bükülme davranışı konularını araştırmıştır.

Nadai'nin kitabı, plak teorisinin geniş bir şekilde ele alındığı ilk eserler arasındadır. Westergaard ve Schleicher, plaklarla ilgili problemleri elastisite temelinde incelemişlerdir. Prescott, kitabında, ara yüzeyin gerilimini göz önüne alarak, plakların eğilmesiyle ilgili teoriyi sunmuştur.

Modern havayolu endüstrisinin gelişimi, plak problemlerinin analitik incelemelerinin daha titizlikle yapılması konusunda güçlü bir etki yapmıştır. Plaklar konusunda araştırma yapan birçok bilim adamı olmuştur. İki dünya savaşı arasındaki dönemde araştırmalarıyla öne çıkan isimler, Wagner, Levy, Bleich ve Federhofer'dir.

Polonyalı bilim adamı, Huber [18], ortotropik plakları ve simetrik olmayan yayılı yüklere ve kenar momentlerine sahip dairesel plakları incelemiştir. Reissner [35], yatay kesme kuvvetlerinin oluşturduğu deformasyonu konu alan, daha kesin bir plak teorisini sunmuştur. Sovyetler Birliği'nde, Volmir [41] ve Panov nonlinear problemler üzerine çalışırken, Oniashvili ve Gontkevitch plakların serbest ve zorlanmış titreşimini incelemiştir. Johansen, plakların statik analizine, kırılma çizgilerinin olası yerini tespit etmeye dayalı yeni bir yaklaşım getirmiştir. Johansen'in [19] çökme çizgisi analizi, plak problemlerinin çözümünde klasik elastisite teorisinden ilk dönüş olarak kabul edilir.

Bilgisayar teknolojisindeki hızlı gelişim, plakların statik ve dinamik analizini de olumlu etkilemiştir. 1941'de Hrennikoff [17], karmaşık plak probleminin çözümü için denk bir şebeke sistemi geliştirdiyse de, yüksek hızlı bilgisayar sistemlerinin yokluğundan dolayı, ayrıştırma ile ilgili temel çalışması tam olarak kullanılamamıştır. 1956'da Turner, Clough, Martin ve Topp [39], karmaşık plak problemlerine pratik yolla sayısal çözüm bulma imkanı

veren sonlu elemanlar yöntemini sundular. Buna karşın, sonlu elemanlar yönteminin uygulanması, yüksek hızlı bilgisayarlar gerektiriyordu. Bu alanda Argyris ve Zienkiewicz'in sayısız katkıları olmuştur. Plakların statik ve dinamik analizi için, geliştirilmiş sonlu farklar tekniklerine dayanan bilgisayar destekli bir başka yöntem Stüssi ve Collatz tarafından sunulmuştur.

Plak teorilerinin gelişimindeki yeni eğilim, yüksek hızlı bilgisayarlarla desteklenme ve daha kesin sonuç veren teorilerin sunulması olarak nitelendirilebilir.

1.2.2 İnce plaklar üzerine çalışmalar

İnce plaklar için genellikle von Karman'ın teorisine dayanan modeller kullanılır. Bu modeller iyi bir yaklaşım sağlar.

Çoğunlukla, parçayı uzaysal alanda elemanlara ayırtırmak için sonlu elemanlar yönteminin h-metodu kullanılır. Çözümdeki zamana bağlı değişim Fourier serileri ile açıklanır ve harmonik denge yöntemi uygulanır. Lau [26], yüzey yer değiştirmeleri için bir üçgen eleman geliştirerek, serbest ve zorlanmış titreşimi analiz etmiş ve içerde oluşan rezonansı gözlemlemiştir. Mei ve Decha-Umpai [29], harmonik yüke maruz kalmış plaklar için gerinim enerjisini lineer hale getiren bir sonlu elemanlar yöntemi sunmuşlardır. Bir harmonik kuvvet matrisi kullanılarak, hareket denklemi bir özdeğer problemine dönüştürülmüştür. Rao [33], plakların serbest titreşimi için bir izoparametrik eleman uygulamıştır. Bu uygulamada orta yüzeyin deformasyonu ve atalet hesaplanmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi uygulamak yerine, Benomar [3], gerinim enerjisini ve kinetik enerjiyi elde etmek için, yatay yer değiştirmeleri sonlu fonksiyon serileri formuna açmıştır. Ara yüzey yer değiştirmeleri ihmal edilmiştir. Aynı araştırmacılar, sıkı mesnetlenmiş plakların dinamik cevabını ortaya çıkaran deneyleri sunmuşlardır. Bu deneyler sonucunda, mesnetlerin yakınındaki mod şeklinin eğiminin ve titreşiminin frekansının, titreşim genliği ile birlikte arttığı belirlenmiştir.

Nonlinear denklemlere sahip sistemlerin çözümü, sürekli tekrarlanan yöntemlerin uygulanmasıyla elde edilir. Her tekrarda, nonlinear matrisler tekrar formüle edilir. Bu nedenle, serbestlik derecesi, modeli çözmek için gerekli olan zamanın belirlenmesinde büyük öneme sahiptir. Han ve Petyt [16], geometrik olarak nonlinear olan izotropik ve lamine plakların serbest titreşimini incelemek için, p_metod olarak da adlandırılan, hiyerarşik sonlu elemanlar yöntemini (HFEM) uygulamışlardır. Çok yüksek dereceli polinomlardan oluşan şekil fonksiyonlarının kullanımı tüm plağın tek elemanla modellenmesini mümkün kılmıştır.

Reddy ve Chao [34], von Karman'ın lamine plaklar için nonlinear membran terimleri ile birlikte birinci dereceden kesme deformasyonuna dayanan bir eleman sunmuşlardır. Chiang [8], 24 serbestlik dereceli bir dikdörtgen eleman (her nodda 6 serbestlik derecesi) geliştirmiştir. Linear hale getirilen yenilenmiş mod, harmonik olarak zorlanmış titreşimin incelenmesinde kullanılmıştır. Düzlem içi yer değiştirmeler formülasyona katılmış olsa da düzlem içi yer değiştirme şekil fonksiyonları için sadece bilinear fonksiyonlar uygulanmıştır.

1.3 Tezin Amacı ve Kapsamı

n serbestlik dereceli bir sistemin n tane doğal frekansı ve her doğal frekans için bir mod şekli vardır. Bu mod şekli, genel koordinatlara göre o moddaki genlikleri belirtir.

Bir yapıyı tanımlarken, o yapının test edilmiş ve etkiye karşı cevabının ölçülmüş olması gerekir. Buna sistem cevabı denir. Sistem cevabını elde edebilmek için yapının bir analitik modelinin oluşturulması gereklidir. Analitik modeller genellikle düşük dereceli modları daha kolay modelleyebilirler. Yüksek dereceli modların çok isabetli bir şekilde modellenmesi nadir rastlanan bir durumdur. Ölçülen her frekans bir denklem oluşturduğundan, bilinmeyenlerin sayısı kullanılabilir denklemlerden daha fazla olur ve sistem net tanımlanamaz.

Bir katıyı analiz etmek için klasik yaklaşım, denge konumunun diferansiyel denklemlerini sağlayan gerilim ve yer değiştirme fonksiyonlarını, gerilim-gerinim ilişkisini ve her noktada tutarlı koşullar bulmayı gerektirir. Bu gereksinimler çok kısıtlayıcı olduğundan dolayı çok az klasik yöntem geliştirilebilmiştir.

Bu tezde dinamik etkiye maruz kalmış dikdörtgen plağın doğal frekanslarını ortaya koyacak ve bunlara karşı gelen mod şekillerini çizdirecek bir sonlu elemanlar modellemesi geliştirilmeye çalışılmıştır. Daha sonra bu frekanslar ve mod şekilleri deneysel yöntemle elde edilmiş olanlarla karşılaştırılmıştır. Plağın sınır koşulları değiştirilmiş, plağa kütleler eklenmiş ve değişen koşullarda doğal frekansların ve mod şekillerinin değişimi hakkında bir kanıya varılmaya çalışılmıştır.

2. PLAK TEORİSİ

Uygulamalar sırasında ince plaklar kullanılmıştır. Kirchoff plak teorisi olarak da bilinen, klasik ince plak teorisi, plak yüzeyine çekilen dikin genişleyemez ve düz olduğunu ve deforme olan yüzeyin teğetine dik kalacak şekilde dönme hareketi yaptığını varsayar. Buna göre:

$$\varepsilon_z = 0, \varepsilon_{yz} = 0, \varepsilon_{xz} = 0 \text{ dir.}$$

Teoriye göre yer değiştirme denklemleri şöyledir:

$$u_1(x, y, z, t) = u - z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad (2.1)$$

$$u_2(x, y, z, t) = v - z \frac{\partial w}{\partial y}, \quad (2.2)$$

$$u_3(x, y, z, t) = w(x, y, t). \quad (2.3)$$

Burada, (u_1, u_2, u_3) herhangi bir noktanın (x, y, z) yönündeki yer değişimi, (u, v, w) ise orta tabakadaki bir noktanın $(x, y, 0)$, t anında (x, y, z) yönündeki yer değişimini ifade eder. Plâğın hareket denklemi virtüel yer değişimi prensibi kullanılarak elde edilebilir. İnce plakların dördüncü dereceden kısmi türevli, diferansiyel denklemi:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{P(x, y)}{D} \quad (2.4)$$

Burada D eğilme rijitliği olup, denklemi şöyledir:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.5)$$

Sabit mesnetli plâğın sınır koşulları şöyledir:

$$w=0;$$

$$\frac{\partial w}{\partial n} = n_x \frac{\partial w}{\partial x} + n_y \frac{\partial w}{\partial y} = 0; \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} = \bar{n}_x \frac{\partial w}{\partial x} - \bar{n}_y \frac{\partial w}{\partial y} = 0. \quad (2.7)$$

n_x, n_y, n normal vektörünün x ve y eksenlerindeki bileşenleridir. $\bar{n}_x, \bar{n}_y$ ise, s düzlem arası vektörünün x ve y eksenlerindeki bileşenleridir. Yukarıdaki diferansiyel denklemin çözümü, sadeleştirilmiş plak eğilmesi için dahi tek bir çözüm oluşturmaz. Sonlu elemanlar yöntemi, plağın titreşim cevabını modellemek için etkili bir araç olarak kullanılır. Bu yöntemde, özdeğer/özvektör problemi olarak çözülen denklemler sistemi oluşturulur. Bilgisayar çözümü için ANSYS programı kullanılmıştır.

3. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Sonlu elemanlar yöntemi, kısmi diferansiyel denklemlerle ifade edilen veya fonksiyonel minimizasyonu olarak formüle edilebilen problemleri çözmek için kullanılan nümerik bir tekniktir. Sonlu elemanlardaki yaklaşık fonksiyonlar, araştırılan fiziksel alanın nodal değer terimlerinde belirlenmektedir. Sürekli fiziksel problem, bilinmeyen nodal değerli kesikli sonlu eleman problemine dönüştürülmektedir. Bu yöntemin uygulanması için basit yaklaşım fonksiyonları oluşturulmalıdır.

Sonlu Elemanlar Yöntemi, katı mekaniği, sıvı mekaniği, akustik, elektromanyetizma, biyomekanik, ısı transferi gibi alanlarda karşıya çıkan,

- karmaşık sınır koşullarına sahip sistemlere,
- düzgün olmayan geometriye sahip sistemlere,
- kararlı hal, zamana bağlı ve özdeğer problemlerine,
- lineer ve lineer olmayan problemlere uygulanabilir.

Bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler metodun yaygın olarak kullanılmasını sağlamıştır. Geliştirilen paket programlar ile veri hazırlanması, çözümleme ve sonuçların değerlendirilmesi kolaylıkla gerçekleştirilmektedir.

Bu çalışmada ANSYS sonlu elemanlar yazılımı kullanılmıştır. Aşağıda bu yazılım hakkında bilgi verilmektedir.

3.1 ANSYS sonlu elemanlar yazılımı

ANSYS dünya çapında yaygın olarak kullanılan genel amaçlı sonlu elemanlar analiz programıdır. ANSYS programı 1970 yılında Swanson Analiz Sistemleri Şirketi tarafından geliştirilmiş ve piyasaya sunulmuştur. Program, bilgisayar teknolojisindeki gelişmeye bağlı olarak sürekli yenilenmiştir.

Program statik yapısal analiz, dinamik yapısal analiz, ısı transferi analizi, akışkanlar mekaniği ve akustik analizi, magnetik analiz ve piezoelektrik analiz gruplarına giren çeşitli problemleri çözebilmektedir. Bu analizlerde malzeme özellikleri sıcaklığın bir fonksiyonu olabilir. Farklı disiplinlerin beraber ele alınmasını gerektiren problemlerin çözümü de imkan dahilindedir.

Program üç ana modülden oluşmuştur. Bu modüller ön işlemci, çözümleyici ve son işlemcidir.

3.1.1 Ön işlemci modülü

Ön işlemci modülü problem geometrisinin, malzeme özelliklerinin, analize esas eleman tipinin ve opsiyonel katsayıların, sonlu elemanlar ağı için konfigürasyonun (eleman ağındaki eleman sayısı, şekil ve yoğunluğu) tayin edildiği ve sonlu elemanlar ağının oluşturulduğu modüldür.

3.1.2 Çözümleme modülü

Bu modülde, sonlu elemanlar modeline sınır şartları tatbik edilir. Sınır şartlarının tatbik edilmesinden sonra model çözüme hazırdır. Tek bir komutla çözümleme yapılır. Seçilen eleman tipine ve opsiyonlarına göre çözüm işlemi gerçekleşir. Çözüm neticeleri son işlemcide değerlendirilmek üzere ilgili dosyalarda saklanır.

3.1.3 Son işlemci modülü

Son işlemcide, çözümleyiciden gelen nümerik bilgiler kullanılarak anlaşılması ve değerlendirilmesi daha kolay olan grafikler elde edilir. Bu grafiklerle modelin tatbik edilen sınır şartları neticesinde deformasyonu ve gerilme bileşenleri incelenebilir.

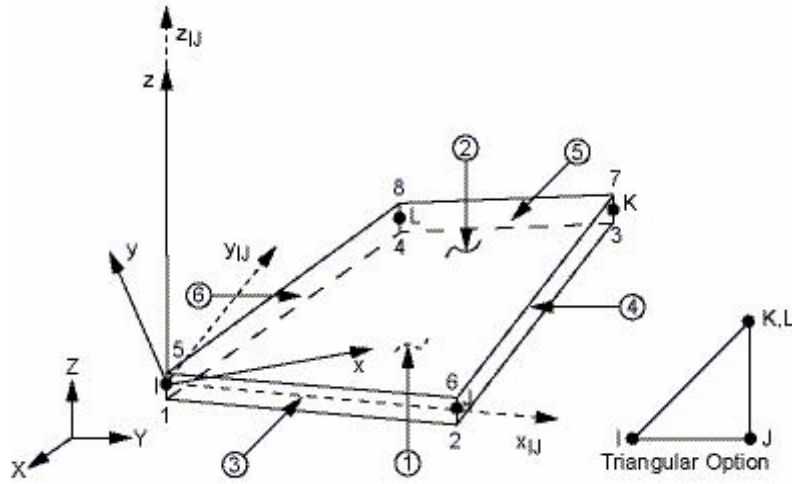
3.1.4 Yardımcı modüller

Yardımcı modüller kullanıcıya modelin elde edilmesi ve sınır şartlarının tatbikinde kolaylıklar sağlar. Grafiklerin elde edilmesinde renklerin ayarları, kamera (modele yakından veya uzaktan bakma), koordinat sistemleri, modelin istenen bölgesindeki elemanları (düğüm noktaları, sonlu elemanlar, katı modelin her seviyeden bileşenleri) seçmek gibi işlemler yapılabilir. Ayrıca grafikler yazıcı çıkışı için uygun dosyalara yazdırılır.

3.1.5 Shell 63 sonlu eleman

Yapacağımız plak modellemesinde kullanılacak sonlu eleman tipinin shell63 olması uygun görülmüştür. Shell 63 hem eğilme elemanı hem de membran eleman özelliklerine sahiptir. Düzlem arası ve normal yük taşıyabilir. Elemanın her nodda altı serbestlik derecesi vardır: x,y ve z yönlerinde öteleme ve x,y ve z eksenlerinde dönme. İstenilen şekil değiştirme seçeneği tercih edilebilir. Bu çalışmada yalnız eğilme elemanı özelliği kullanılmıştır. Nodlara z yönünde öteleme, x ve y eksenlerinde dönme serbestliği verilmiştir.

Eleman dört nod, dört kalınlık, bir elastik katılık ve ortotropik malzeme özelliği ile tanımlanır. Ortotropik malzeme yönleri, eleman koordinat yönleri ile uyumludur. Elemanın x eksenini teta açısı ile döndürülebilir.



Şekil 3.1 Shell 63 elemanın geometrisi [44]

Dört noddaki kalınlık girilir ve kalınlığın eleman alanı boyunca düzgün biçimde değiştiği varsayılır. Eğer elemanın kalınlığı sabitse sadece bir değer girilmesi yeterlidir, aksi takdirde dört kalınlığın girilmesi gerekir.

Elastik temel katılığı, birim normal sapma oluşturmak için gerekli basınç olarak tanımlanır. Katılık sıfıra eşit veya daha düşükse elastik yapı özelliği ihmal edilir.

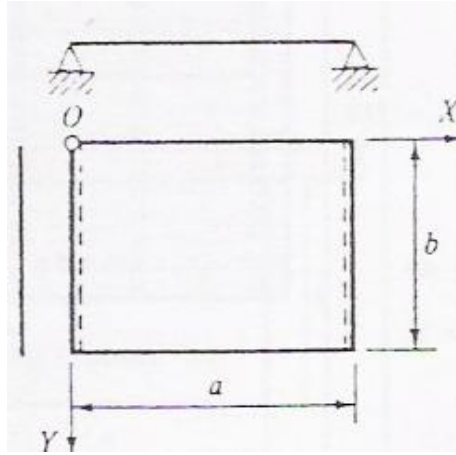
Bazı homojen olmayan veya iki parçadan oluşan kabuk uygulamaları için şu değerler belirlenmelidir: girilen kalınlıktan hesaplanan eğilme momenti, gerilme hesaplamaları için kullanılan orta yüzeyden uç noktaya olan mesafe. Eğer gerilmeler giriş olarak verilmemişse, girilen kalınlık değerlerine bağlı olarak bulunur.

Basınç, eleman üzerinde yüzey yükü olarak girilebilir. Pozitif basınçlar elemanın içine doğru etki eder. Kenar basınçları, birim uzunluk başına düşen kuvvet olarak girilir. Yanal basınçlar, nodlara etki eden eşdeğer eleman yükü veya eleman yüzeyine yayılan yük olarak uygulanabilir. Gerçekte olmayan bazı eğilme gerilmelerini ortadan kaldıracağı için, kavisli yüzeyleri temsil eden yassı elemanlarda ve elastik temele mesnetlenmiş elemanlarda, eşdeğer eleman yükü daha uygun sonuçlar verir.

3.2 Verilen sınır koşullarına göre plak modellemesi

Tezin ilk uygulamaları, Szilard R.[36] deki sınır koşullarını ANSYS programında modellenen plak üzerine uyarlayarak yapılan modal analiz olmuştur.

- İlk olarak Szilard R.[36] 148 numaralı çalışmasında plağa iki kenarı sabitlenmiş sınır koşulunu uygulamıştır. Kapalı çözümle boyutsuz doğal frekansları elde etmiştir.



Şekil 3.2 İki kenarı boyunca mesnetlenmiş plak [36]

Bu örnekteki plak için Ansys kütüphanesinde bulunan Shell 63 kabuk elemanı membran özelliği kaldırılarak eğilme elemanı olarak kullanılmış, sınır koşulu olarak, plak iki kenarı boyunca mesnetlenmiştir.

Yukarıda özellikleri verilen shell63 eleman için aşağıdaki boyutlandırma ve malzeme özellikleri uygulanmıştır.

$$a = 1m, b = 1m$$

$$\rho = 8000kg/m^3$$

$$h = 0,01m$$

$$\bar{m} = \rho.h \quad (3.1)$$

$$= 80kg/m^2$$

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3.2)$$

$$E = 2,1.10^5$$

$$\nu = 0,3$$

$$D = \frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,01^3}{12(1 - 0,3^2)} = 19230,77$$

kabul edilmiştir.

$$\omega_{mn} = \frac{\lambda_{mn}}{a^2} \sqrt{\frac{D}{m}} \quad (3.3)$$

[36] tablo 148de a/b=1 için:

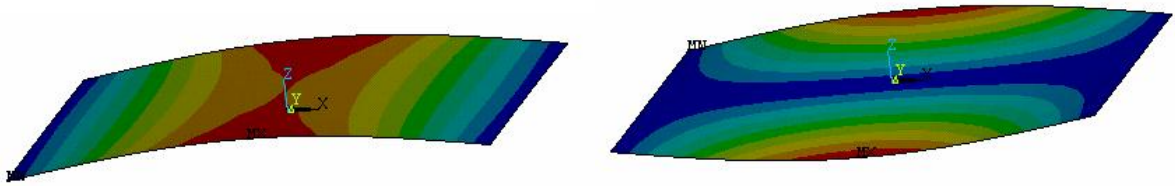
$$\lambda_{11} = 9,87 \quad \lambda_{12} = 16,13 \quad \lambda_{21} = 39,48 \quad \lambda_{22} = 46,73 \text{ verilmiştir.}$$

(3.3) numaralı formül uygulandığında aşağıdaki tablodaki değerler bulunmuştur:

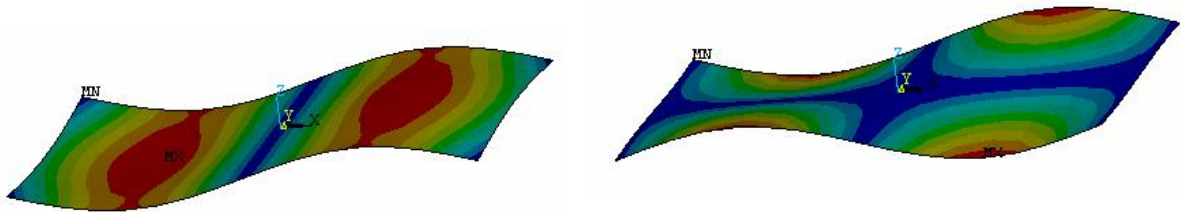
Çizelge 3.1 İki kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın dairesel doğal frekansları

Doğal frekans numaraları	ω_{11} (rad/s)	ω_{12} (rad/s)	ω_{21} (rad/s)	ω_{22} (rad/s)
Szillard R.[36]de sunulan değerler	24,3551	39,8023	97,4206	115,311
ANSYS'te bulunan değerler	23,449	39,786	88,773	113,95

Mod Şekilleri:

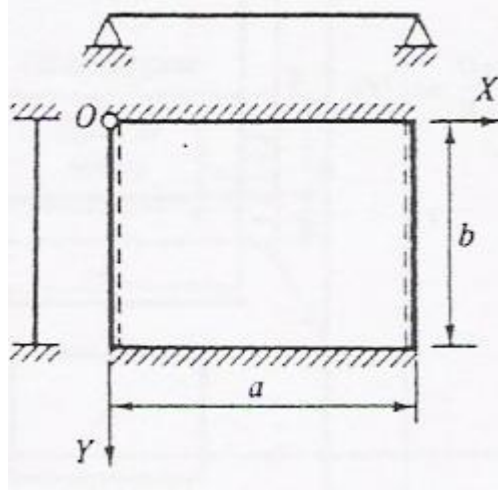


Şekil 3.3 İki kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın 1. SS modu ve 1.SA modu



Şekil 3.4 İki kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın 1. AS modu ve 1. AA modu

- İkinci uygulama Szilard R.[36] 150 numaralı çalışmasında plağa dört kenarı sabitlenmiş sınır koşulunu uygulamıştır. Kapalı çözümle boyutsuz doğal frekansları elde etmiştir.



Şekil 3.5 Dört kenarı boyunca mesnetlenmiş plak [36]

Bu örnekteki plak için Ansys kütüphanesinde bulunan Shell 63 kabuk elemanı membran özelliği kaldırılarak eğilme elemanı olarak kullanılmış, sınır koşulu olarak, plak dört kenarı boyunca mesnetlenmiştir.

[36] tablo 150de $a/b=1$ için:

$\lambda_{11} = 28,9$ $\lambda_{21} = 54,8$ $\lambda_{12} = 69,2$ $\lambda_{13} = 129,1$ verilmiştir.

(3.3) numaralı formül uygulandığında bulunan sonuçları tablo halinde verirsek:

Çizelge 3.2 Dört kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın dairesel doğal frekansları

Doğal frekans numaraları	ω_{11} (rad/s)	ω_{21} (rad/s)	ω_{12} (rad/s)	ω_{13} (rad/s)
Szilard R.[36]de sunulan değerler	71,31343	135,2241	170,7574	318,5662
ANSYS'te bulunan değerler	71,385	134,92	170,88	318,06

Mod Şekilleri:



Şekil 3.6 Dört kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın 1. SS modu ve 1. SA modu



Şekil 3.7 Dört kenarı boyunca mesnetlenmiş plağın 1. AS modu ve 2. SS modu

Çıkan sonuçlardan ANSYS'teki değerlerin Szilard R.[36]deki değerlerle büyük yakınlık gösterdiği görülmüştür. Bu sonuç, ileriki çalışmalar için sınır koşulları doğru girildiği takdirde alınacak sonuçların kabul edilebilirliği açısından bir dayanak olmuştur. Ayrıca plak modellemesi açısından tezdeki ilk çalışmalardır.

4. MODAL ANALİZ

Modal analiz, titreşim halinde olan yapıların dinamik özellikleri ile ilgilenen bir çalışmadır. Yapısal mekanikte modal analizin amacı, bir cisim veya yapının serbest titreşim esnasında mod şekillerini ve doğal frekanslarını belirlemektir.

Karmaşık şekilli cisimlerin analizinde dahi uygun sonuçlar elde etmeye imkan verdiğinden dolayı, modal analizde sonlu elemanlar yöntemi sıkça kullanılır.

Genellikle sinyallerin analizi Fourier serilerine dayanır. Sonuçta ortaya çıkan transfer fonksiyonları rezonans noktalarını belirler.

Sonlu elemanlar yöntemine göre plak sisteminin genel hareket denklemi şu şekilde verilmiştir:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F\} \quad (4.1)$$

Sönümsüz serbest titreşim için hareket denklemi şu şekle dönüşür:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \quad (4.2)$$

Bu denklem, plak sisteminin mod şekillerini, özvektörlerini ve doğal frekanslarını belirlemek için kullanılır. Uygulanan mod belirleme yöntemi ANSYS'teki Block Lanczos'dur. Lewis tarafından geliştirilen bir algoritma, özdeğer çözümünün teorik temelini oluşturur. Bu yöntemde, istenen özdeğerlerin elde edilmesi için otomatikleştirilmiş bir dönüşüm stratejisi uygulanır. Block Lanczos yöntemi, Lanczos tekrarlamalarının bir vektörler bloğu kullanılarak uygulandığı, klasik bir Lanczos algoritması türüdür.

Sönüm olması durumunda faz farkının oluşacağı bilinmektedir. Bundan dolayı, yer değişimi şu şekilde tanımlanabilir:

$$\{q\} = \{q_{\max} e^{i\phi}\} e^{i\omega t} = \{q_{\max} e^{i(\omega t + \phi)}\} \quad (4.3)$$

Burada,

$$\omega = 2\pi \cdot f \quad (4.4)$$

$q_{\max}$ ve f , her serbestlik derecesinde farklı olabilir.

(4.3) numaralı denklemin türevini alırsak:

$$\{\dot{q}\} = \{q_{\max} i\omega e^{i(\omega t + \phi)}\} \quad (4.5)$$

$$\{\ddot{q}\} = \{q_{\max} i^2 \omega^2 e^{i(\omega t + \phi)}\} \quad (4.6)$$

(4.3), (4.6) numaralı denklemleri (4.2) numaralı denklemde yerine koyarsak şu denklemi ele ederiz:

$$[M]\{q_{\max} i^2 \omega^2 e^{i(\omega t + \phi)}\} + [K]\{q_{\max} e^{i(\omega t + \phi)}\} = 0 \quad (4.7)$$

$$\{q_{\max} e^{i(\omega t + \phi)}\}([K] - \omega^2 [M]) = 0 \quad (4.8)$$

$$\{q_{\max} e^{i(\omega t + \phi)}\} \neq 0 \quad (4.9)$$

$$\det[K - \omega^2 M] = 0 \quad (4.10)$$

4.1 Nokta mesnetli dikdörtgen plağın modal analizi

Bu çalışmada, dört noktasından mesnetli dikdörtgen plağın simetrik modları bulunmuş ve sonuçlar daha önceki araştırmacıların bulduğu sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Çalışma, değişik sayıda dikdörtgen eleman kullanarak yapılmış ve çıkan sonuçlar göstermiştir ki kullanılan sonlu eleman sayısı arttıkça alınan sonuçlar diğer araştırmacıların sonuçlarına daha fazla yakınsamaktadır.

$$K = \frac{k a^3}{b D} \quad (4.11)$$

$$\gamma = \frac{ca}{b\sqrt{\rho h D}} \quad (4.12)$$

$$\lambda^2 = \frac{\rho h \omega^2 a^4}{D} \quad (4.13)$$

formülleri uygulanarak boyutsuzlaştırma yapılmıştır.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (4.14)$$

formülüne göre $D = 1 \text{ Nm}$ eşitliğini sağlamak amacıyla şu değerler kabul edilmiştir:

$$h = 0,01 \text{ m}$$

$$\nu = 0,3$$

$$E = 1,092.10^7 \text{ N/ m}^2$$

Buna göre,

$$D = \frac{1,092.10^7 \text{ N/ m}^2 . 0,01^3 \text{ m}^3}{12.(1 - 0,3^2)} = 1 \text{ Nm}$$

$$a = 1 \text{ m}, b = 1 \text{ m}$$

$$\rho = 100 \text{ kg/ m}^3 \text{ ise,}$$

$$K = \frac{k a^3}{b D} = \frac{k.1^3}{1.1} \Rightarrow K = k \quad (4.15)$$

$$\gamma = \frac{ca}{b\sqrt{\rho h D}} = \frac{c.1}{1.\sqrt{100.0,01.1}} \Rightarrow \gamma = c \quad (4.16)$$

$$\lambda^2 = \frac{\rho h \omega^2 a^4}{D} = \frac{100.0,01.\omega^2.1^4}{1} \Rightarrow \lambda^2 = \omega^2 \Rightarrow \lambda = \omega \quad (4.17)$$

eşitlikleri sağlanır.

Buna göre çıkan sonuçları bir tablo halinde yazarsak,

Çizelge 4.1 Nokta mesnetli plağın kullanılan eleman sayısına göre simetrik modları

4*4=16 eleman için (rad/s)	7,390911	19,63747	44,45793
8*8=64 eleman için	7,192362	19,61359	44,38819
12*12=144 eleman için	7,14838	19,60542	44,38065
16*16=256 eleman için	7,132044	19,60165	44,37374
32*32=1024 eleman için	7,116336	19,59725	44,37185
36*36=1296 eleman için	7,115707	19,59725	44,37123
Kocatürk ve İlhan'ın çalışması	7,11088	19,5961	44,3696
Narita'nın çalışması	7,11089	19,5961	44,3696
Venkateswara Rao'nun çalışması	7,11088	19,5961	-----

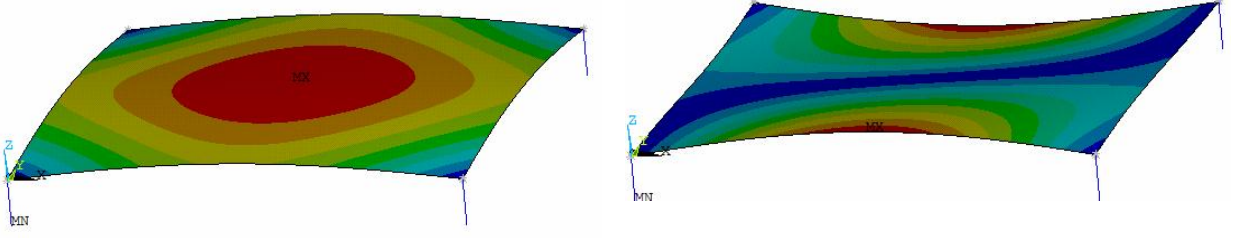
Ayrıca, kenar boyu 0,1 0,05 0,02 0,01 ve 0,005 m olan kare biçimli sonlu elemanlar kullanılmış ve bulunan doğal frekans değerleri Kocatürk T., İlhan N.[22] araştırma makalesinde yayınlanan değerlerle karşılaştırılmıştır. Ortaya çıkan sonuçlar tablo halinde aşağıda verilmiştir.

Çizelge 4.2 Nokta mesnetli plağın eleman boyuna göre dairesel doğal frekansları

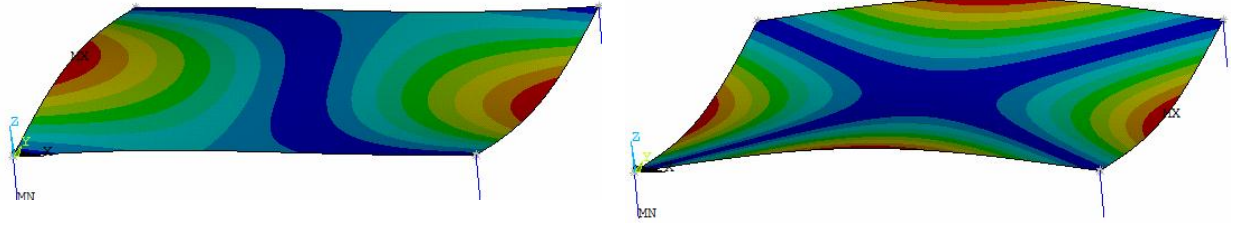
Eleman boyutu	0,1 m	0,05 m	0,02 m	0,01 m	0,005 m	Kocatürk T., İlhan N.'nın yayınladığı bildirideki değerler
Dairesel doğal frekans numaraları						
ω_1 (rad/s)	7,164515	7,12485	7,113158	7,111455	7,111027	SS1 7,1109
ω_2 (rad/s)	15,85921	15,79371	15,77408	15,7712	15,77048	SA1 15,7702
ω_3 (rad/s)	15,85921	15,79371	15,77408	15,7712	15,77048	AS1 15,7702
ω_4 (rad/s)	19,60853	19,59966	19,59672	19,59628	19,59617	SS2 19,5961
ω_5 (rad/s)	39,00519	38,59374	38,45878	38,43842	38,43327	AA1 38,4316
ω_6 (rad/s)	44,3835	44,37464	44,37058	44,36986	44,36967	SS3 44,3696
ω_7 (rad/s)	50,92708	50,53321	50,40295	50,38327	50,37829	SA2 50,3767
ω_8 (rad/s)	50,92708	50,53321	50,40295	50,38327	50,37829	AS2 50,3767
ω_9 (rad/s)	69,86979	69,43293	69,29313	69,27237	69,26715	AA2 69,2654
ω_{10} (rad/s)	80,4462	80,39917	80,3685	80,36284	80,36134	SA3 80,3609
ω_{11} (rad/s)	80,4462	80,39918	80,36851	80,36285	80,36135	AS3 80,3609
ω_{12} (rad/s)	94,21901	92,79078	92,25409	92,16971	92,14819	

Tablo incelendiğinde, ANSYS'te 0,005 m boyutlu eleman kullanılarak gerçekleştirilen çözüm sonucunda ortaya çıkan değerlerin bildirideki değerlerle çok büyük yakınlık gösterdiği görülmüştür. Buna göre 0,005 m kenar uzunluğu kullanılacak eleman için ideal boy olarak kararlaştırılmıştır.

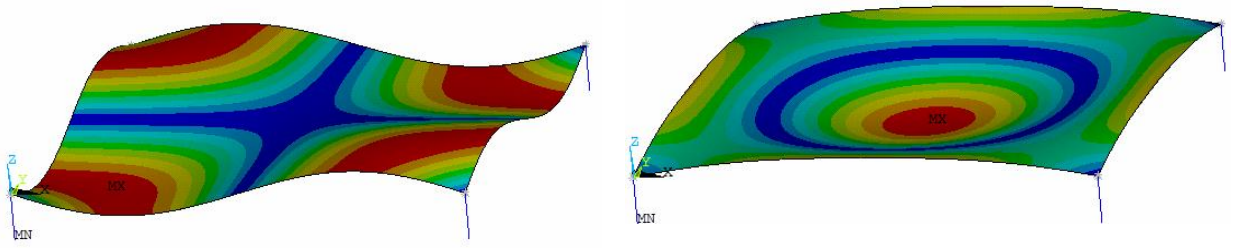
Bu eleman boyu için yapılan analiz sonucunda ortaya çıkan mod şekilleri şöyledir:



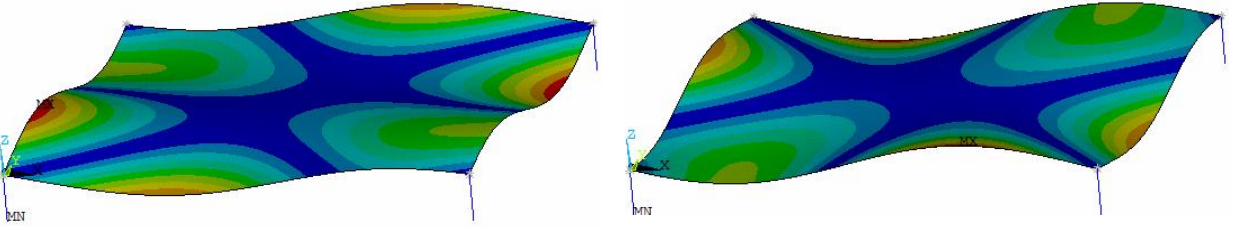
Şekil 4.1 Nokta mesnetli plağın 1. SS modu ve 1. SA modu



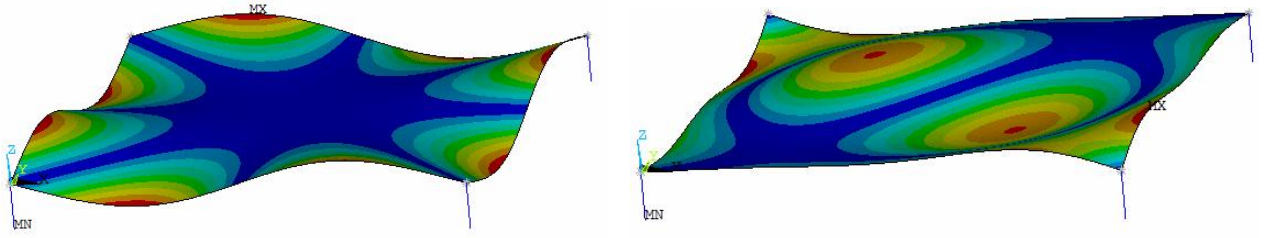
Şekil 4.2 Nokta mesnetli plağın 1. AS modu ve 2.SS modu



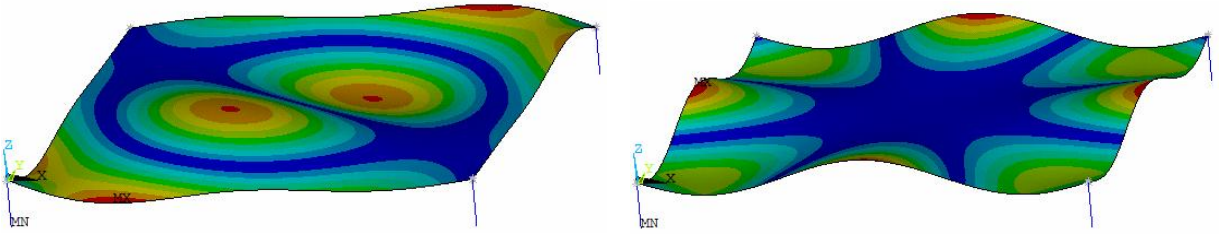
Şekil 4.3 Nokta mesnetli plağın 1. AA modu ve 3. SS modu



Şekil 4.4 Nokta mesnetli plağın 2. SA modu ve 2.AS modu



Şekil 4.5 Nokta mesnetli plağın 2. AA modu ve 3.SA modu



Şekil 4.6 Nokta mesnetli plağın 3. AS modu ve 4. SS modu

4.2 Elastik nokta mesnetli plakların modal analizi

Kocatürk T., İlhan N.[22] elastik nokta mesnetli plakların serbest titreşimini konu alan çalışmalarında, değişik mesnet rijitlik parametreleri ve plak malzemesi ortotropi parametreleri için plakların SS, SA, AS ve AA modlarına ait özdeğerleri belirlemişlerdir. Bu çalışmanın ortaya koyduğu değerler referans alınarak, aynı özelliklerdeki plakların doğal frekansları ANSYS programında bulunmuş ve çıkan sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu tez izotropik plakları konu aldığından dolayı, ortotropi oranı 1 alınmıştır. Daha önceki çalışmada, ANSYS programında yapılan analiz için 0,005 m kenar uzunluklu dikdörtgen elemanın gerekli yakınsamayı sağladığı belirlenmiş ve ideal boy olarak saptanmıştı. Bu çalışmada yapılan analiz için de 0,005 m kenar uzunluklu eleman kullanılmıştır.

Ortaya çıkan sonuçları tablo halinde verirsek:

Çizelge 4.3 Değişik mesnet rijitliğindeki plakların dairesel doğal frekansları

yay katsayısı	K =10	K =100		K =1000	
		Kocatürk T., İlhan N.'nin yayınladığı bildirideki değerler		Kocatürk T., İlhan N.'nin yayınladığı bildirideki değerler	
ω_1 (rad/s)	4,767318	SS1	4,7673	6,723623	SS1 7,0694
ω_2 (rad/s)	9,155279	SA1	9,1552	14,5174	SA1 15,6336
ω_3 (rad/s)	9,155279	AS1	9,1552	14,5174	AS1 15,6336
ω_4 (rad/s)	19,59617	SS2	19,5961	19,59617	SS2 19,5961
ω_5 (rad/s)	20,62005	AA1	20,6198	33,37032	AA1 37,8253
ω_6 (rad/s)	29,61804	SS3	29,6181	40,61976	SS3 43,9561
ω_7 (rad/s)	38,6128	SA2	38,6122	47,59727	SA2 50,0894
ω_8 (rad/s)	38,6128	AS2	38,6122	47,59728	AS2 50,0894
ω_9 (rad/s)	62,78086	SA3	62,7807	69,26715	AA2 69,2654
ω_{10} (rad/s)	62,78086	AS3	62,7807	72,41892	SA3 79,336
ω_{11} (rad/s)	66,42131			72,41892	AS3 79,336
ω_{12} (rad/s)	69,26715	AA2	69,2654	80,41221	90,59772

4.3 Viskoelastik mesnetli plakların modal analizi

Kocatürk T., Demir C., Sezer S., İlhan N.[23],[24], orta noktasında sinüzoidal olarak değişen kuvvet uygulanan, viskoelastik mesnetli plakların serbest titreşimini ve kararlı durum cevabını konu alan çalışmalarında, değişik sönüm katsayıları ve plak malzemesi ortotropi parametreleri için plakların kuvvet iletiminin maksimum olduğu özdeğerleri belirlemişlerdir. Bu çalışmanın ortaya koyduğu değerler referans alınarak, aynı özelliklerdeki plakların doğal frekansları ANSYS programında bulunmuş ve çıkan sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu tez izotropik plakları konu aldığından dolayı, ortotropi oranı 1 alınmıştır. Bu çalışmada yapılan analiz için de daha önce belirlenen 0,005 m kenar uzunluklu Shell 63 sonlu eleman kullanılmıştır.

Çizelge 4.4 Viskoelastik mesnetli plakların dairesel doğal frekansları

	ANSYS'te bulunan doğal frekanslar (rad/s)	Kocatürk T.[23],[24]'de sunulan doğal frekanslar (rad/s)
K =100, γ =0		
SS-1	6,72	6,72
AS-1	14,52	14,52
SS-3	40,62	40,62
AS-2	47,60	47,60
K =100, γ =1		
SS-1	6,72	6,78
AS-1	14,53	15,18
SS-3	40,76	43,35
AS-2	47,75	48,68
K =100, γ =10		
SS-1	6,78	6,83
AS-1	15,18	15,35
SS-3	43,35	44,17
AS-2	48,68	50,36
K =100, γ =2000		
SS-1	7,64	7,11
AS-1	18,01	15,77
SS-3	49,88	44,38
AS-2	54,64	50,38

5. HARMONİK ANALİZ

Kompleks bir datanın hangi frekanslarda salınımlar içerdiğinin incelenerek spektrumunun elde edilmesi işlemine harmonik analiz ya da Fourier analizi adı verilir.

Harmonik analiz dört kategoride sınıflandırılabilir:

1- $y(t)$ matematiksel olarak tanımlanabiliyorsa, denklemlerde matematiksel ifade integre edilmek suretiyle FT bulunur.

2- $y(t)$ analog bir sinyal ise elektronik spektrum analizi yapan aygıtlar kullanılabilir.

3- $y(t)$ analog bir sinyal ise bu sinyal dijitalize edilerek bilgisayar ortamına aktarılabilir (Δt zaman aralıkları ile kesikli sinyal) ve Fourier transformasyonu hesaplanabilir.

4- $y(t)$ grafiksel olarak biliniyorsa (örn: osiloskop ekranından alınan görüntü) Δt zaman aralıkları ile, grafik üzerinden okunacak datalar vasıtasıyla seriye açarak FT bulunabilir.

3. ve 4. maddelerde söz edilen datanın Fourier Transformasyonunu bulmak için; Analog sinyal üzerinden Δt zaman aralıkları ile yapılan örnekleme neticesinde,

$y(\Delta t), y(2\Delta t), y(3\Delta t), \dots, y(N\Delta t)=y(tr)$ bilinmektedir.

Örneklenen sinyalin gerçek sinyalin içerdiği tüm frekansları kapsayabilmesi için datalar arasındaki Δt zaman aralığı ve data alma süresi ($N\Delta t$) önem taşır.

Yüksek frekanslardaki değişimlerin örneklenen data içerisinde yer alabilmesi için, örnekleme frekansının ($1/\Delta t$) yüksek tutulması; düşük frekansları kapsamaları için de düşük frekanstaki salınım periyodunun tamamlanabilmesi açısından data alma süresinin yeterince uzun olması gerekir.

Δf frekans artımlarına DFTnin frekans çözünürlüğü denir. Analog sinyalden DFT ile elde edilen spektrumda analog sinyalde F_0 frekansında gerçekleşen salınım $\pm \Delta f/2$ belirsizlikle hesaplanabilir.

Harmonik analizde sistemin hareket denklemi şöyledir.

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = [F] \quad (5.1)$$

$$x = X_{\max} e^{i\phi} e^{i\omega t} \quad (5.2)$$

$$x = (x_1 + ix_2)e^{i\omega t} \quad (5.3)$$

$$F = F_{\max} e^{i\omega t} e^{i\omega t} \quad (5.4)$$

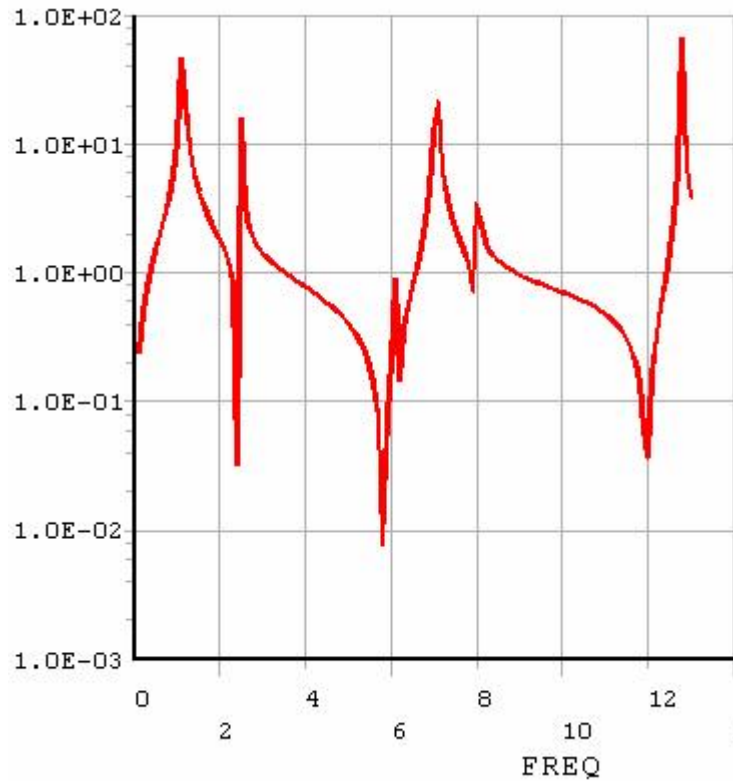
$$F = F_{\max} (\cos \psi + i \sin \psi) e^{i\omega t} \quad (5.5)$$

$$(-\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K])(x_1 + ix_2)e^{i\omega t} = (F_1 + iF_2)e^{i\omega t} \quad (5.6)$$

$$([K] - \omega^2 [M] + i\omega [C])x_1 + ix_2 = F_1 + iF_2 \quad (5.7)$$

5.1 Nokta mesnetli dikdörtgen plağın harmonik analizi

Daha önce modal analizi yapılan dikdörtgen plağın harmonik analizi yapılmıştır. Ölçülen frekans adımı olarak 0,1 Hz belirlenmiştir. Harmonik analizde nodların z yönündeki yer değişim genliklerinin frekansa bağlı değişimi ölçülmüştür. Elde edilen grafik bir nokta için olduğundan, o noktanın genliğini maksimum yapan modlar belirlenmiştir.



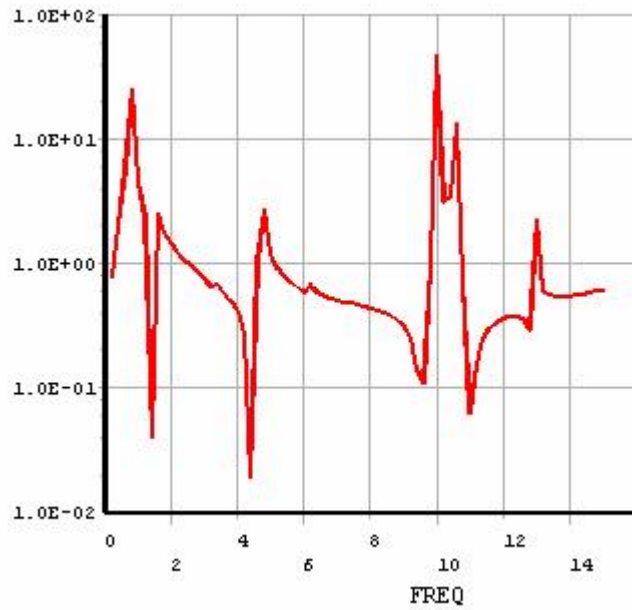
Şekil 5.1 Nokta mesnetli plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişim-frekans grafiği

Çizelge 5.1 Nokta mesnetli dikdörtgen plağın modal ve harmonik analizle bulunan doğal frekans değerleri

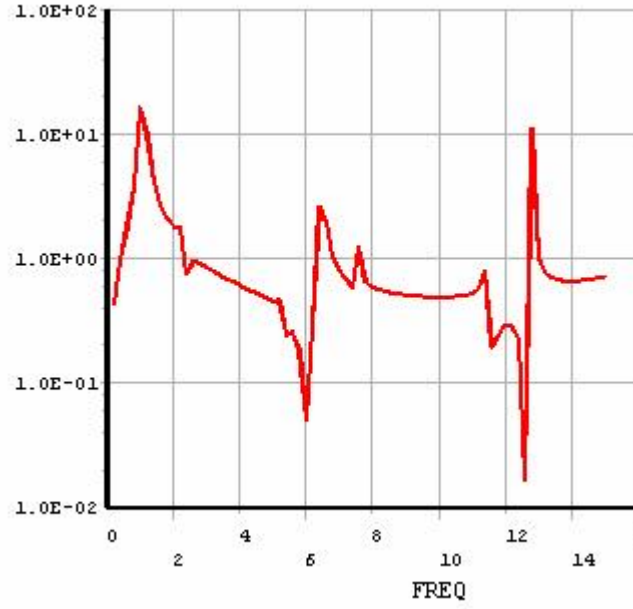
Modal analizle bulunan doğal frekanslar (Hz)	Harmonik analizle bulunan doğal frekanslar (Hz)
1,1318	1,1
2,5101	2,5
2,5101	
3,1188	
6,1177	6,1
7,0617	7,1
8,0187	8,0
8,0187	
11,0250	
12,7900	12,8

5.2 Elastik nokta mesnetli dikdörtgen plakların harmonik analizi

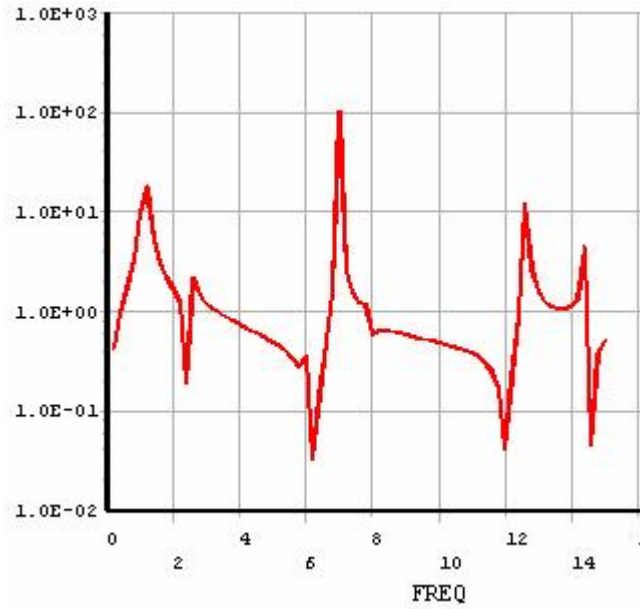
Daha önce modal analizi yapılan, farklı rijitlik katsayılarına sahip dikdörtgen plakların harmonik analizi yapılmıştır. Ölçülen frekans adımı olarak 0,2 Hz belirlenmiştir. Ölçülen noktaya bağlı olarak belirlenen modlar, modal analizle belirlenen değerlerle birlikte tablo olarak sunulmuştur.



Şekil 5.2 $K=10$ rijitlik katsayısına sahip elastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği



Şekil 5.3 $K=100$ rijitlik katsayısına sahip elastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği



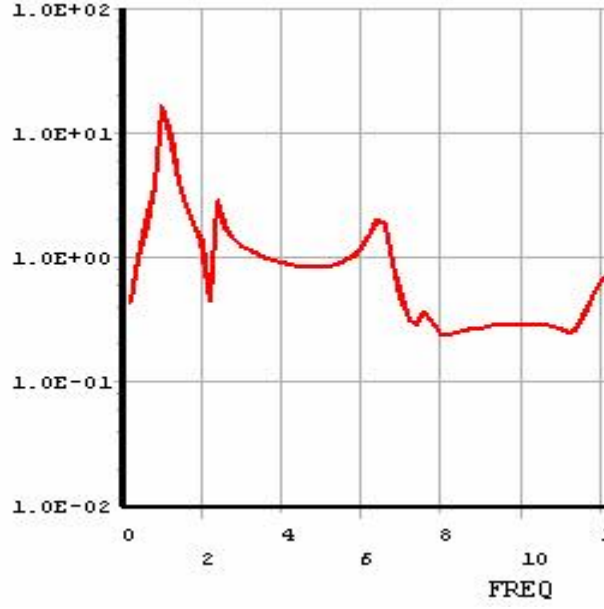
Şekil 5.4 $K=1000$ rijitlik katsayısına sahip elastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği

Çizelge 5.2 Farklı rijitlik katsayılarına sahip dikdörtgen plakların modal ve harmonik analizle bulunan doğal frekansları

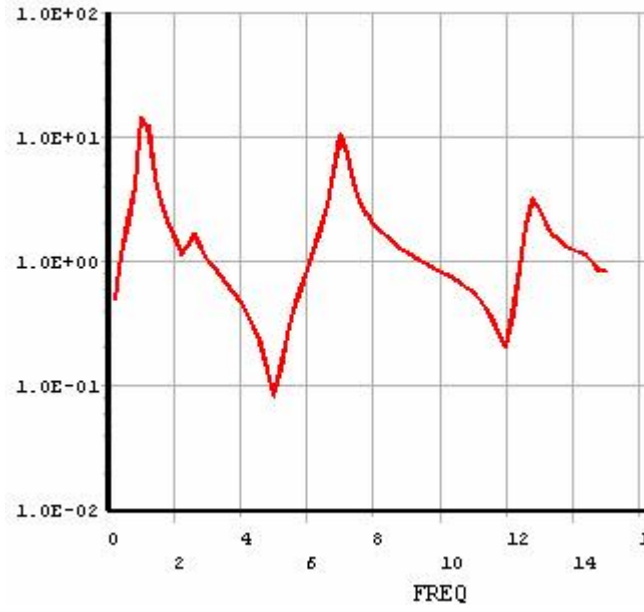
K =10		K =100		K =1000	
Modal analizle bulunan doğal frekanslar (Hz)	Harmonik analizle bulunan doğal frekanslar (Hz)	Modal analizle bulunan doğal frekanslar (Hz)	Harmonik analizle bulunan doğal frekanslar (Hz)	Modal analizle bulunan doğal frekanslar (Hz)	Harmonik analizle bulunan doğal frekanslar (Hz)
0,758742	0,8	1,070098	1,0	1,125152	1,2
1,457108	1,6	2,310516	2,2	2,488209	2,6
1,457108		2,310516		2,488209	
3,118827		3,118827		3,118827	
3,281783	3,4	5,311051	5,2	6,020349	6,0
4,713857	4,8	6,464836	6,4	6,995831	7,0
6,145418	6,2	7,575341	7,6	7,972229	7,8
6,145418		7,575342		7,972229	
9,991884	10,0	11,02421		11,02421	
9,991884		11,52583	11,4	12,62678	12,6
10,57128	10,6	11,52583		12,62678	
11,02421		12,798	12,8	14,41907	14,4

5.3 Viskoelastik mesnetli dikdörtgen plakların harmonik analizi

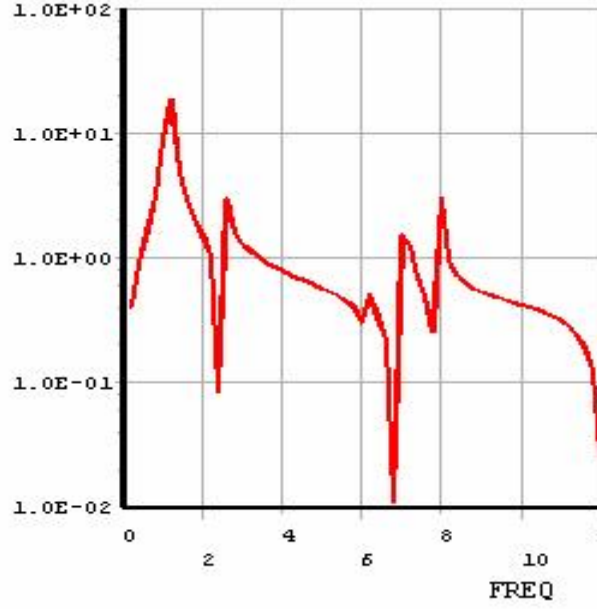
Modal analizi yapılmış olan, $\kappa=100$ rijitlik katsayısına sahip viskoelastik mesnetli dikdörtgen plakların $\gamma=1, 10, 2000$ sönüm oranları için harmonik analiz yapılmıştır. Ölçülen frekans aralığı olarak 0,2 Hz belirlenmiştir. Buna göre plakların ilk iki SS ve AS modları çıkarılmış ve modal analizle elde edilen değerlerle birlikte tablo olarak sunulmuştur.



Şekil 5.5 $K=100$, $\gamma=1$ rijitlik ve sönüm katsayısına sahip viskoelastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği



Şekil 5.6 $K=100$, $\gamma=10$ rijitlik ve sönüm katsayısına sahip viskoelastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği



Şekil 5.7 $K = 100$, $\gamma = 2000$ rijitlik ve sönüm katsayısına sahip viskoelastik mesnetli dikdörtgen plak üzerindeki noktanın z yönündeki yer değişimi-frekans grafiği

Çizelge 5.3 Farklı sönüm katsayılarına sahip viskoelastik mesnetli dikdörtgen plakların modal ve harmonik analizle bulunan SS ve AS modları

K =100, $\gamma =1$		K =100, $\gamma =10$		K =100, $\gamma = 2000$	
Modal analizle SS ve AS modları (Hz)	Harmonik analizle bulunan SS ve AS modları (Hz)	Modal analizle SS ve AS modları (Hz)	Harmonik analizle bulunan SS ve AS modları (Hz)	Modal analizle SS ve AS modları (Hz)	Harmonik analizle bulunan SS ve AS modları (Hz)
1,069521	1,0	1,079071	1,0	1,215944	1,2
2,312521	2,4	2,415972	2,6	2,866381	2,6
6,487155	6,4	6,899367	7,0	7,938649	8,0
7,599649	7,6	7,747663		8,696226	

6. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

Yapılan deneysel çalışmalarda 1,5 mm kalınlığında, yay çeliğinden yapılmış plak dört köşesinden metal ayaklara sabitlenerek nokta mesnetli sistem oluşturulmuştur. Plagın üzeri çizilerek, kenar uzunlukları eşit olacak biçimde dikdörtgen elemanlara bölünmüştür. Oluşan noktalar üzerine etki çekici vasıtasıyla vurularak titreşim meydana getirilmiştir. Titreşimler, ivme ölçer ile ölçülmüştür. Çekicinin yaptığı etki kuvveti, çekiç üzerindeki kuvvet transdüserinin gönderdiği sinyal sayesinde belirlenmiştir. Ölçülen etki kuvveti ve malzemenin cevabı belirlenerek, aradaki transfer fonksiyonu (FTF) elde edilmiştir. İvme ölçerin ve etki çekicinin vurma noktasının yeri değiştirilerek, sistemin doğal frekansları ölçülmüş ve mod şekilleri çıkarılmıştır. Plagın üzerine kütleler eklenerek ve bu kütlelerin yerleri değiştirilerek, titreşim karakteristiğinde meydana gelen değişim gözlenmiştir. Daha sonra, sisteme yay ve sönüm elemanları eklenmiştir. Değişen sınır koşullarında sistem cevabı ölçülmüş ve ortaya çıkan sonuçlar bilgisayar modelinden elde edilenlerle karşılaştırılmıştır.

6.1 Kullanılan deney teçhizatı

Test sistemleri pek çok endüstriyel bileşenin başarılı bir şekilde seçilip, entegre edilmesi sonucunda oluşmaktadır. Algılayıcılar, sinyal şartlandırıcılar, veri toplama sistemleri, analiz yazılımları bir test ve ölçüm sisteminin başlıca bileşenleridir.



Şekil 6.1 Deney teçhizatı

Bilgisayar yazılım ve donanım teknolojileri günümüzde kolay erişilebilir, hesaplı, ve güvenilir bir seviyeye gelmiştir. İşlemciler ve bilgi ağları çok hızlanmıştır. Eskiden test ve enstrümantasyon için tasarlanan özel veri yolları, hantal ve yüksek maliyetli donanımlar, kullanıcıyı tek bir ölçme ya da analiz yeteneği ile sınırlandırıyordu. Üreticinin hazırladığı yazılım güncellense bile donanım kısıtladığı için farklı işlevler için yenilenemiyordu. Bugün artık veri toplama donanımları standart hale gelmiştir. Bilgisayarın içindeki PCI/ISA yuvalara takılan kartlar ya da ethernet portuna takılan bağımsız veri toplama üniteleri yazılım geliştirme ortamları tarafından tekrar programlanmakta ve farklı ölçüm ve analiz görevlerini yerine getirmektedirler.

Bu sistemler kolaylıkla çok farklı test senaryoları için yazılım geliştirme ortamlarında programlanabilmektedir. Böylece test ve ölçüm maliyetleri kayda değer oranlarda düşmektedir.

Ölçüm sistemleri için ekipmanları sıralayacak olursak,

- Sensör ve transdüserler
- Sinyal şartlandırıcılar
- DAC dijital analog çeviriciler
- Veri toplama ve sinyal işleme yazılımları

6.1.1 İvme ölçer

İvme ölçerler, geniş frekans ve dinamik aralığa sahip ve nispeten ufak yapıda olması sebebiyle en genel amaçlı transdüserdir. Hız probu, çoğunlukla orta frekans bölgesini içeren izleme sistemlerinde kullanılmaktadır. Deplasman probu, özellikle düşük frekanslı deplasman ölçümünün gerektiği shaft titreşimi, eksen kaçıklığı gibi ölçümlerde faydalı olmaktadır. Titreşim ölçüm cihazları ortalama değer hesaplayabilen veya sadece anlık değer ölçebilen olmak üzere iki gruba ayrılmaktadır. Ayrıntılı titreşim analizi isteniyorsa, frekans analizi yapabilen modeller tercih edilir.

Yapılacak ölçümün gereksinimlerine göre ivme ölçer seçilir. Ortogonal ölçüm eksen sayısına, hassaslığa, dinamik aralığa, frekans aralığına, elektrik çıkışına, sıcaklık aralığına ve ağırlığa göre bir ivme ölçer tipi belirlenir. Uygulamaya bağlı olarak, genel amaç, yapısal ve modal analiz, yüksek sıcaklık, yüksek hassasiyet, yüksek frekans, küçüklük veya insan titreşimi gibi farklı özellikler aranabilir. Kullanılacak kablolar, montaj aşaması ve çevrenin özellikleri, ivme ölçer seçiminde göze alınacak diğer unsurlardır.

Titreşim ölçümü için dünya genelinde en yaygın olarak kullanılan transdüser, piezoelektrik ivme ölçerdir. Genel titreşim karakteristiklerini diğer transdüserlere göre daha iyi sergiler. Çok geniş frekans aralığına ve dinamik aralığa sahiptir, ayrıca bu aralıkta iyi bir doğrusallık sağlar. Sağlam ve güvenilir olduğundan dolayı uzun süre boyunca, sabit karakteristik özellikler gösterir.



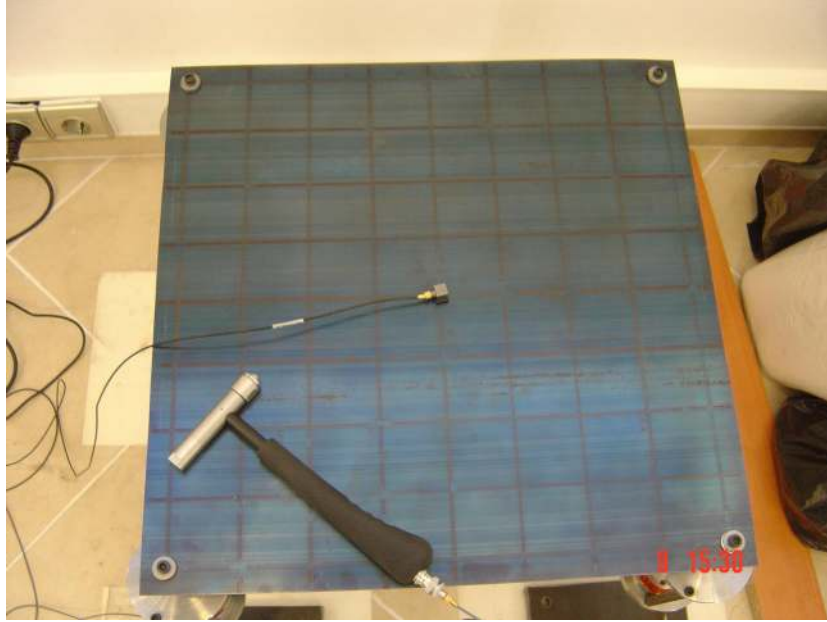
Şekil 6.2 İvme ölçer

Bunlara ilaveten, piezoelektrik ivme ölçerler kendinden beslemeli olduklarından dolayı, ayrı bir güç kaynağı gerektirmezler. Hareketli parçaların ivmesine karşı gelen çıkış integre edilerek, hız ve yer değişimi belirten sinyaller elde edilebilir.

Piezoelektrik ivme ölçerin kalbi, ince piezoelektrik malzemedir. Bu malzeme, genellikle yapay olarak polarize edilmiş ferroelektrik seramikten yapılır. Germe, sıkıştırma veya kesme gibi mekanik zorlamalara maruz kaldığı zaman, uygulanan kuvvetle orantılı bir elektrik şarjı oluşturur.

6.1.2 Etki çekici

Modal analizde en yaygın olarak uygulanan tahrik metodu, darbe ya da çekiç ile tahriktir. Darbe sonucunda oluşan dalga biçimi, geçici (kısa süreli) enerji transferidir. Oluşan dalga sürekli değildir. 0 Hz’de maksimum genliğe sahiptir ve frekans arttıkça genlik azalır. Oluşan dalganın periyodik bir yapısı vardır. Faydalı frekans aralığı, 0 Hz’den genliğin 10 ila 20 dB arasındaki değere düştüğü frekansa kadar olan kısımdır. Bir darbenin oluşturduğu dalganın devam süresi ve buna bağlı olarak dalga şekli, hem darbeyi yapan cismin hem de darbeye maruz kalan yapının kütlesine ve katılığına bağlıdır. Sert bir yapı üzerine ufak bir çekiçle etki ediliyorsa, çekiç ucunun sertliği oluşacak dalgayı belirler. Çekiç ucu mekanik filtre olarak rol oynar. Seçilen uç, hangi frekansa kadar ölçüm yapılacağını belirler.



Şekil 6.3 Etki çekici ve ivme ölçer

Etki çekiçleri, bir çekice kuvvet transdüseri ekleyerek ve transdüserin ucuna sertliği belirleyecek bir eleman koyarak imal edilir.

Ölçülen kuvvet, kuvvet transdüserinin piezoelektrik diskinin arkasındaki kütle ile ivmenin çarpımına eşittir. Yapıyı tahrik eden gerçek kuvvet, darbeyi oluşturan cismin toplam kütesinin (kuvvet transdüseri ve çekicin ucu da dahil olmak üzere), darbenin ivmesi ile çarpımına eşittir. Gerçek kuvvet, ölçülen kuvvetin, toplam kütlelerin transdüser piezoelektriğinin arkasındaki kütleyle oranı ile çarpılmasıyla elde edilir.

Çekiçler, birkaç gramdan tonlarca ağırlığa, 0-5000 Hz frekans aralığından 0-10 Hz frekans aralığına kadar imal edilirler.

Çekiç ile ölçüm yapmanın avantajları şunlardır:

- Hız (Sadece birkaç ortalama almak yeterlidir.)
- Ayrıntılı donanım gerektirmez.
- Yapıya kütle eklemesi olmaz. Eklenen kütlelerin modal frekansları değiştirmesinden dolayı, özellikle hafif yapılarda bu bir avantaj oluşturur.
- Kolay taşınabilir olmasından dolayı, farklı bir alanda yapılacak ölçümler için uygundur.
- Nispeten ucuzdur.

Bununla beraber, göze alınması gereken bazı dezavantajları da vardır:

- Tepe faktöründen dolayı nonlinear sistemlerin ölçümüne uygun değildir.

- Büyük bir yapıya yeterli enerjinin verilebilmesi için çok yüksek değerlerde kuvvet gerekli olabilir. Bu, kuvvet uygulanan bölgenin hasar görmesine sebep olabilir.
- Sinyal önemli ölçüde belirleyicidir ve uygulanması gereken minimum yük seviyesi ile aşırı yük seviyesi arasında uygulanan kuvvetin farkı çok azdır.
- Sinyalin belirleyici yapısından dolayı, tutarlılık fonksiyonu nonlineer davranış sergileyemez.
- Dalga ancak en yüksek frekans sınırında kontrol edilebilir. Bundan dolayı, yakın analiz için uygun değildir.

6.1.3 Sinyal şartlandırıcı

Sinyal şartlandırıcılar, endüstrinin her alanında, transdüserlerden veya sensörlerden alınan işaretlerin standart veya özel akım ve gerilim işaretine çevrilerek ölçü ve kontrol cihazlarına iletilmesinde kullanılmaktadır. Kullanılan farklı seviyedeki voltaj değerlerini, çıkışta alınması istenen akım değerine dönüştürürler.



Şekil 6.4 Sinyal şartlandırıcı

Şartlandırıcılar temel olarak belirli bir aralıkta her değeri alabilecek olan bir voltaj değerini, birler ve sıfırlarla ifade edilen dijital bir ifadeye dönüştürür, bu değeri belirli zaman aralığında tekrarlarlar. Bu tekrarlama işlemine örnekleme denir. A/D ve D/A şartlandırıcılar, değişken voltaj aralıkları ve örnekleme hızlarına sahiptirler. Eğer çeviri aralıkları ve örnekleme hızları aynı ya da yeterince yakın olan iki şartlandırıcı kullanılırsa başlangıçtaki dijital sinyale ulaşılır. Aksi durumda veri kaybı olur.

Çoğu ölçüm sistemi için sinyal şartlandırıcı donanım çok önemli bir bileşendir. Normal bir sistemde, işlenmemiş sinyalleri ve transdüserin çıkışını, ölçüm yapan veya data kaydeden cihaza ileten bir sinyal şartlandırıcı bulunur. Sinyal amplifikasyonu, izolasyon, filtreleme, transdüserleri güçlendirme, fazla yükleme denetimi, TEDS desteği gibi fonksiyonları sayesinde, şartlandırıcılar, ölçüm sistemlerinin performansını ve alınan sonuçların tutarlılığını artırır.

6.1.4 Sinyal işleme yazılımı



Şekil 6.5 Kullanılan bilgisayar ve sinyal şartlandırıcı

Sinyal işleme yazılımı olarak bir FFT analizcisi kullanılmıştır. Bir FFT analizcisinin çalışma prensipleri şöyledir:

Analog giriş sinyalleri, filtrelenerek, örneklenerek ve sayısallaştırılarak, dijital seriler halinde sonuç elde edilir. Belli bir süre için bu sonuçlar, sinyallerin geçmişini ifade eder. Örnekleme oranı ve kayıt süresi, analizin frekans aralığını belirler.

Elde edilen her sonuç belli bir pencere fonksiyonu ile çarpılabilir. Buna ağırlıklama da denebilir. Bu, her kaydın başındaki ve sonundaki bilgiyi blok analizi için daha uygun hale getirir.

Ağırlıklanan sonuç, Fourier Dönüşümü uygulanarak, frekans tabanına dönüştürülür. Bu, tersinir bir süreçtir ve karşı dönüşüm uygulandığında orijinal sonuç bulunur. Gürültünün etkisini ortadan kaldırmak ve daha güvenilir istatistiksel sonuçlar elde etmek için bazı

ortalama alma yöntemleri kullanılması gerekir.

Otospektrum, bir spektrumun kompleks bileşeni ile çarpılması ve bir takım ayrı çarpımlarla ortalaması alınması sonucunda hesaplanır.

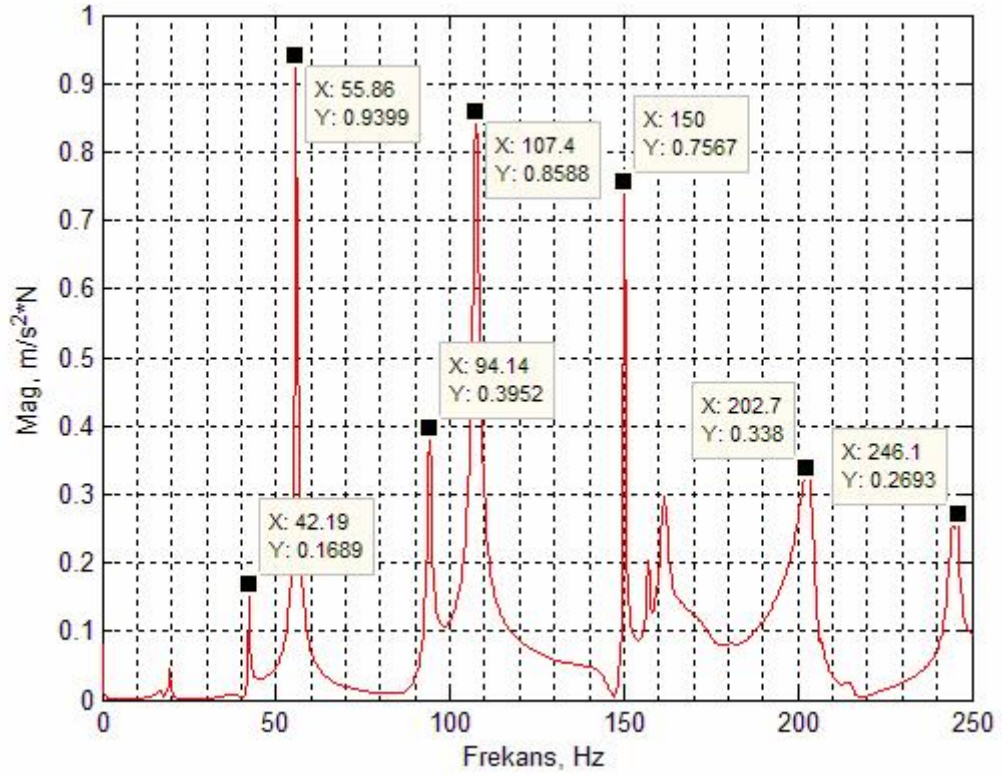
Bir spektrumun kompleks bileşenini başka bir spektrum ile çarptığımızda, çapraz spektrum elde ederiz. Çapraz spektrum giriş ve çıkış arasındaki faz değişimini gösterir. Kuvvet ve cevabın otospektrumu, çapraz spektrum ile birlikte, FTF ve kararlılık hesabı için gerekli olan değerlerdir.

6.2 Doğal frekansların ve mod şekillerinin bulunması

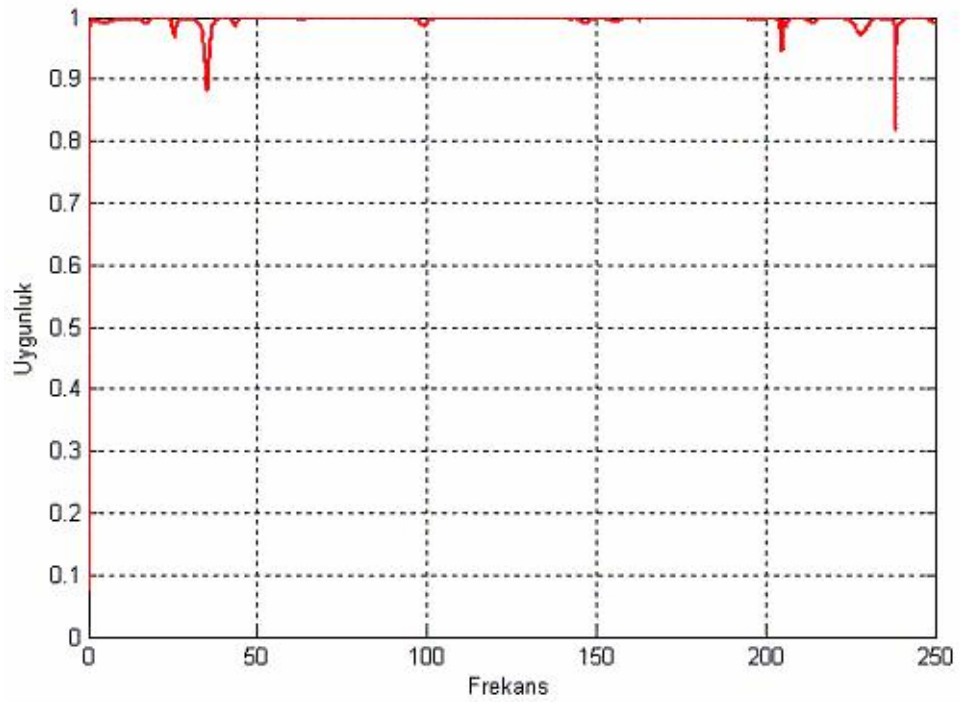
6.2.1 Deneysel ölçüm sonucunda doğal frekansların bulunması

Etki çekici ile farklı noktalara darbe vurulmuş ve ivme ölçerin yeri değiştirilerek farklı noktaların tepkisi ölçülmüştür. Yapılan ölçümler sonucunda ivme ölçeri plağın köşegeni üstüne yerleştirilerek, plak üstünde yapılan çizim sonucu oluşturulan noktaların her birine etki çekici ile vurmak suretiyle doğal frekansları belirlemeye karar verilmiştir. Her noktada aynı doğal frekans değerleri ölçülmesine karşın, darbenin gerçekleştiği noktaya göre farklı doğal frekansların daha ağırlıklı olarak ortaya çıktığı gözlenmiştir.

Aşağıdaki otospektrum diyagramında, her bir tepe noktası bir doğal frekansı ifade etmektedir. Tutarlılık (uygunluk)-frekans diyagramındaki değerlerin 0,8-1 aralığında olması deneyin doğruluğunu göstermektedir.



Şekil 6.6 Nokta mesnetli plak için cevabın otospektrumu



Şekil 6.7 Nokta mesnetli plağın tutarlılık-frekans diyagramı

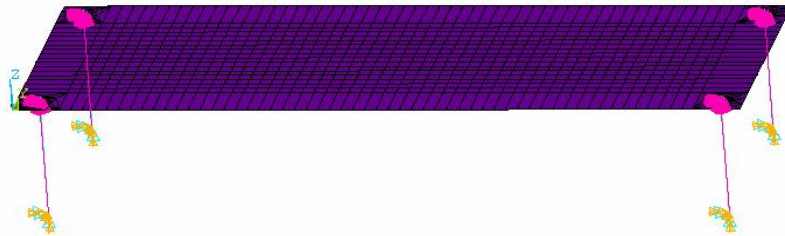
6.2.2 Plagın ANSYS’te modellenmesi ve modal analizi

Deneysel ölçümler sonucunda bulunan doğal frekans değerlerini kıyaslamak amacıyla, ANSYS programında plak modellenmiş ve modal analizi yapılmıştır. Analiz sonucunda ortaya çıkan sonuçlar, deney sonuçlarıyla birlikte bir tablo halinde verilmiştir.

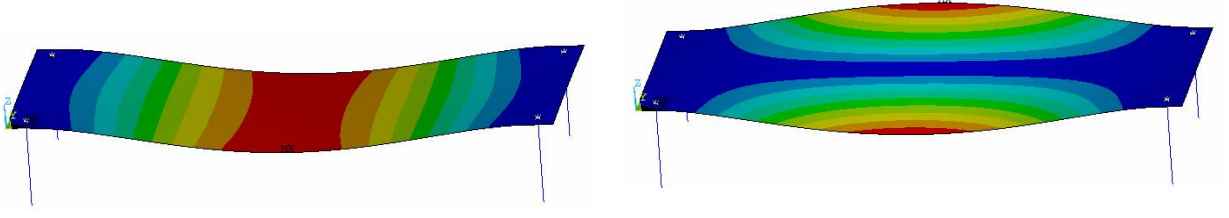
Çizelge 6.1 Nokta mesnetli plagın deneyde ve ANSYS’te bulunan doğal frekans değerleri

Doğal frekanslar	ANSYS’te bulunan değerler (Hz)	Deneyde bulunan değerler (Hz)	% hata
f_1	20,00	19,92	0,40
f_2	42,13	42,19	0,14
f_3	56,00	55,86	0,25
f_4	93,57	94,14	0,61
f_5	107,90	107,42	0,45
f_6	153,51	150,00	2,34
f_7	159,71	157,03	1,71
f_8	159,81	161,72	1,18
f_9	202,12	202,73	0,30
f_{10}	207,19	205,86	0,65
f_{11}	242,39	244,53	0,88
f_{12}	246,86	246,10	0,31

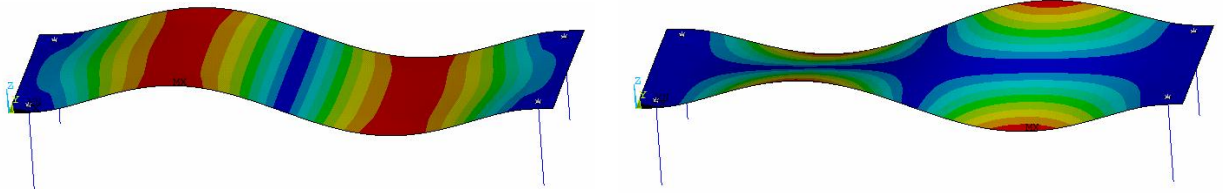
Analiz için oluşturulan plak modeli ve sonucunda ortaya çıkan mod şekilleri aşağıda sunulmaktadır.



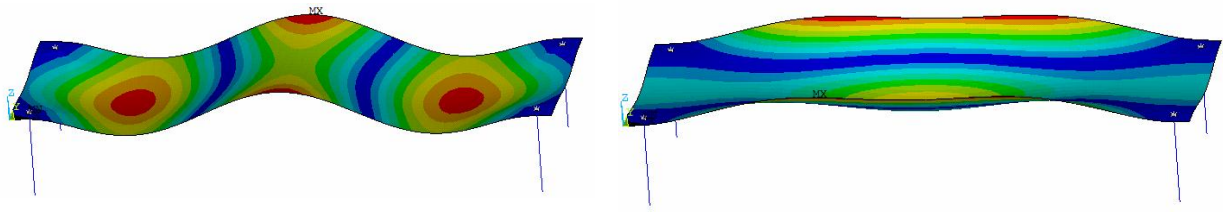
Şekil 6.8 Dört köşesinden mesnetli plagın ANSYS’te oluşturulan modeli



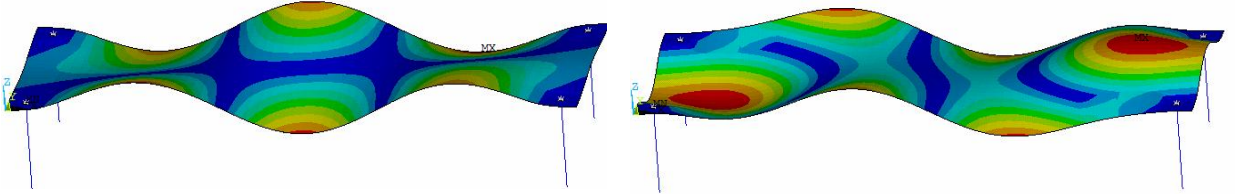
Şekil 6.9 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 1. ve 2. modları



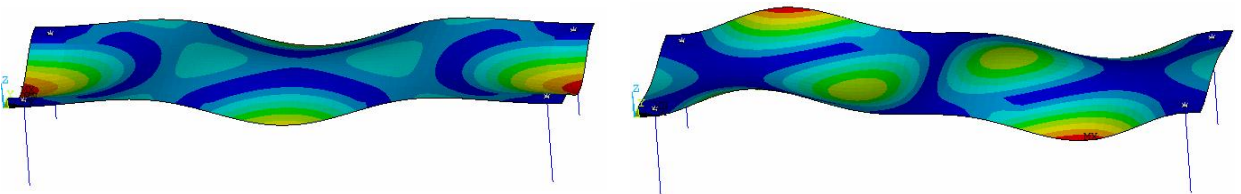
Şekil 6.10 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 3. ve 4. modları



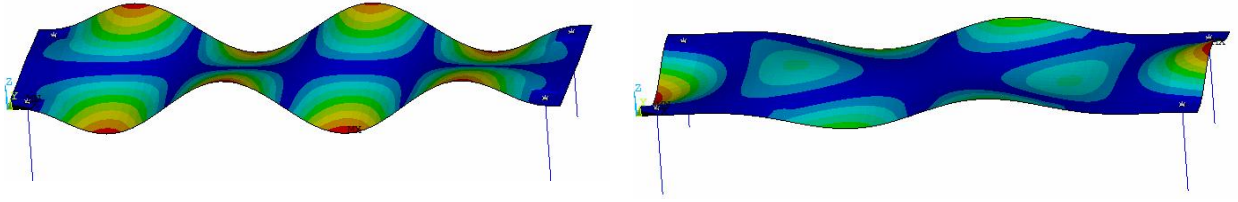
Şekil 6.11 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 5. ve 6. modları



Şekil 6.12 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 7. ve 8. modları



Şekil 6.13 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 9. ve 10. modları

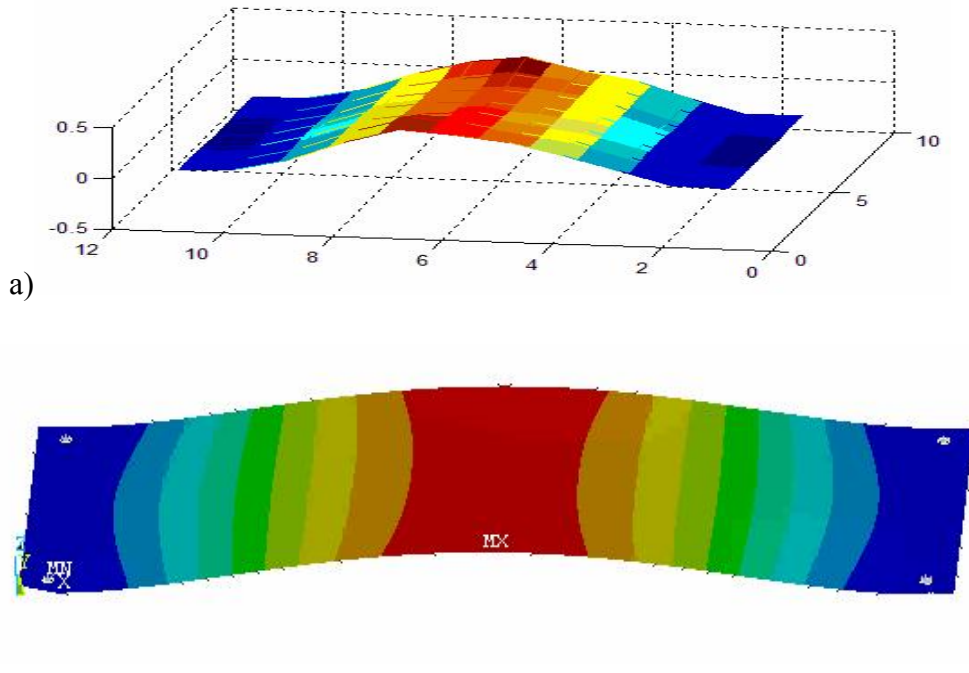


Şekil 6.14 Dört köşesinden nokta mesnetli plağın 11. ve 12. modları

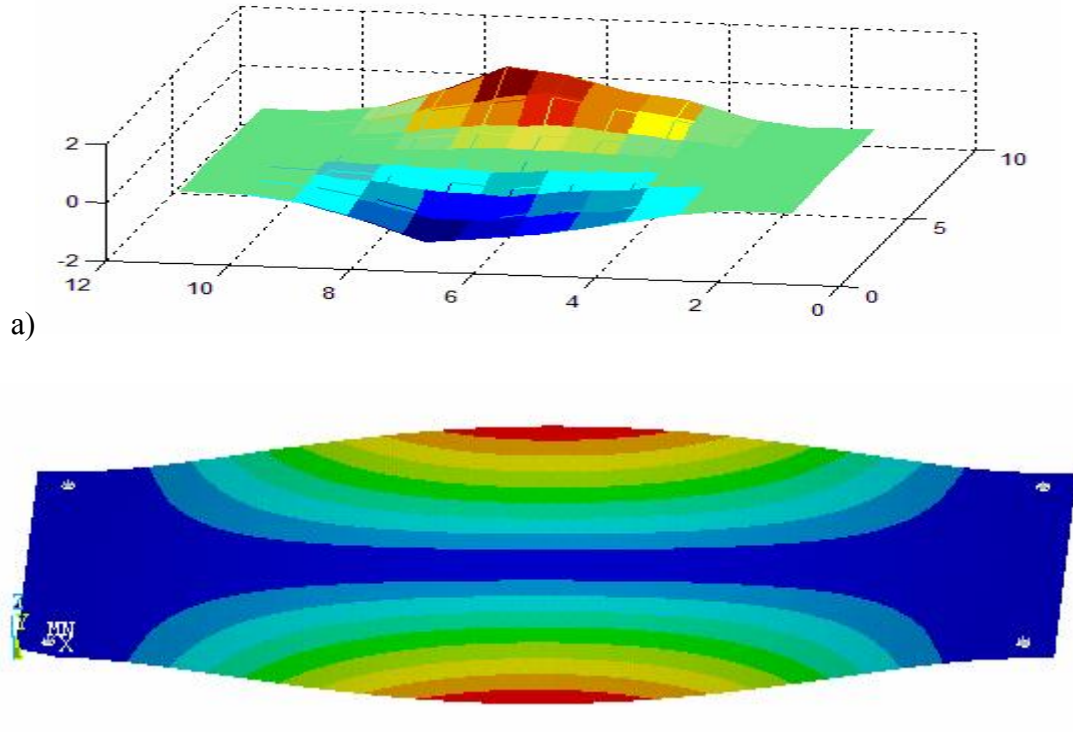
6.2.3 Titreşim biçimlerine göre plağın mod şekillerinin çıkartılması

Plağın mod şekilleri deneysel yöntemle çıkartılırken, bir noktadan yapılan darbeye karşı plağın verdiği tepkiyi her noktadan ölçmek gerekmektedir. Ancak bunun için, oluşturulan nokta sayısında ivme ölçeri aynı anda plağa bağlamak ve o kadar çok kanaldan alınan sinyali aynı anda analizciye iletmek gerekmektedir. Pratikte bu mümkün değildir. Analizci, bir noktadan yapılan etkiye karşı diğer noktadan alınan tepkiyi, darbenin transfer fonksiyonu şeklinde vermektedir. Değişik noktalardan darbe yapılarak bir noktadan ölçüm alınmış ve bulunan transfer fonksiyonları sayesinde plağın mod şekilleri belirlenebilmiştir.

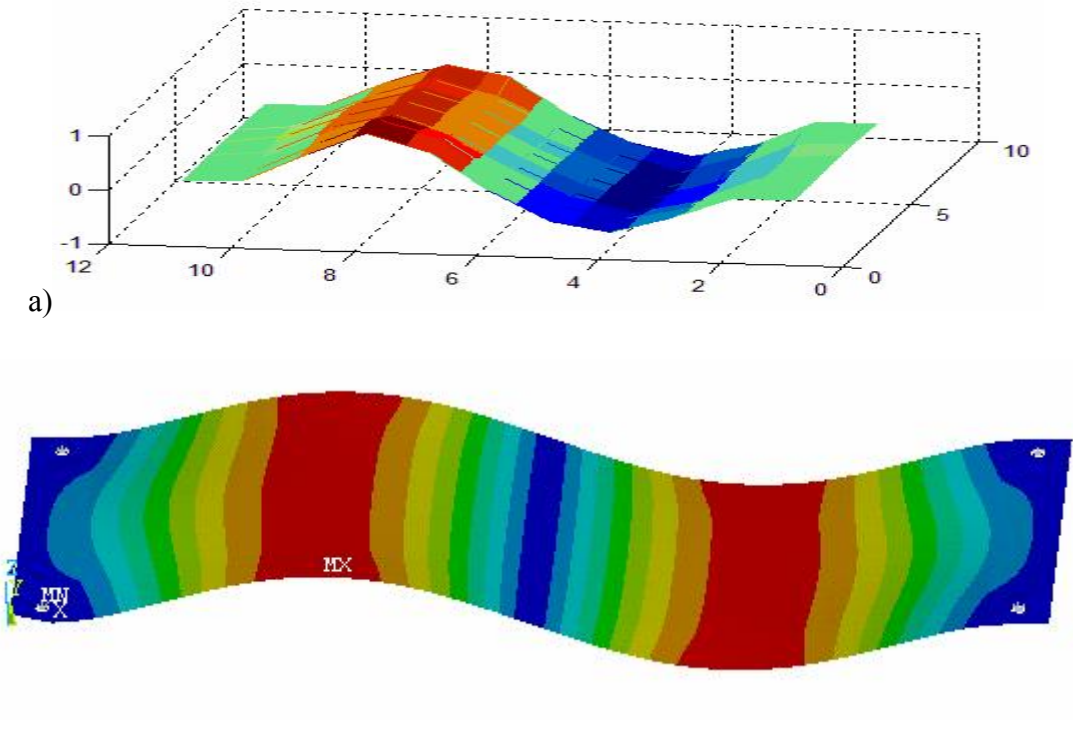
Analizcide ölçülen değerlerin imajiner bileşenlerinin katsayıları matris formunda yazılmış, MATLAB programındaki “mesh” komutu kullanılarak ağ yapısı oluşturulmuş ve mod şekilleri belirlenmiştir. Bu şekiller ANSYS programında birebir modellenen plağın modal analizi ile elde edilen mod şekilleri ile karşılaştırılmıştır.



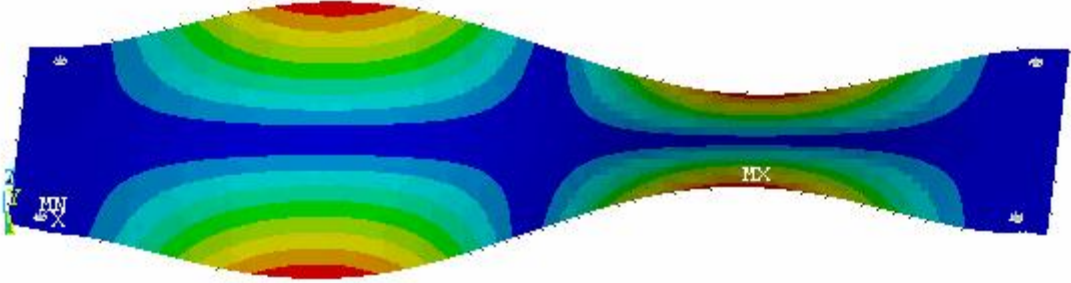
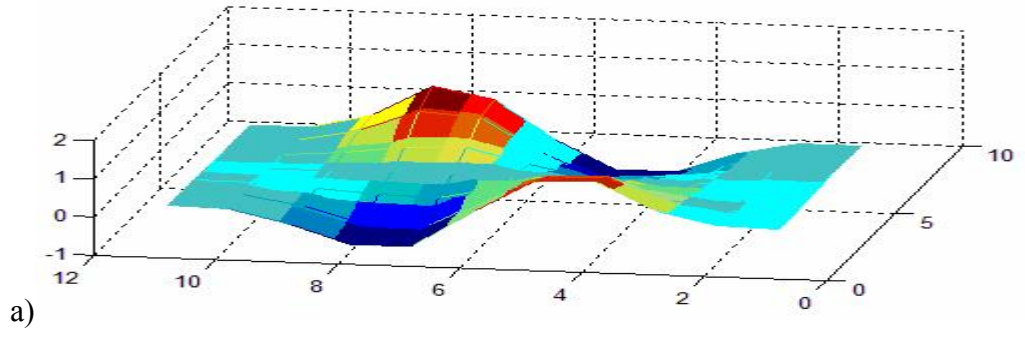
Şekil 6.15 Nokta mesnetli plağın MATLAB’de ve ANSYS’te belirlenen 1. modu



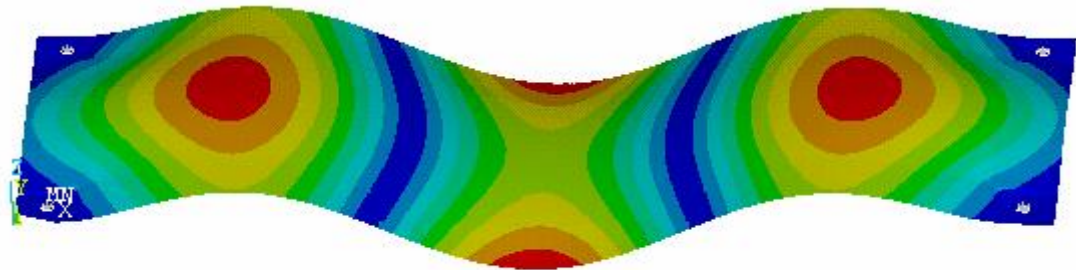
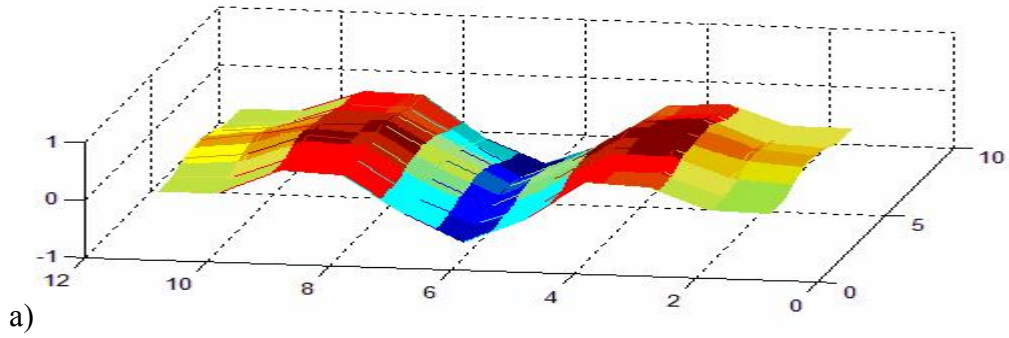
Şekil 6.16 Nokta mesnetli plağın MATLAB’de ve ANSYS’te belirlenen 2. modu



Şekil 6.17 Nokta mesnetli plağın MATLAB’de ve ANSYS’te belirlenen 3. modu



Şekil 6.18 Nokta mesnetli plağın MATLAB’de ve ANSYS’te belirlenen 4. modu



Şekil 6.19 Nokta mesnetli plağın MATLAB’de ve ANSYS’te belirlenen 5. modu

6.2.4 Mesnetleme için açılan cıvata deliği çaplarına göre doğal frekans değişimi

Deneyde kullanılan plak, ANSYS'te modellenirken, plağa açılan cıvata delikleri hesaba katılmadığında alınan sonuçların deneyde ölçülen sonuçlarla büyük farklar gösterdiği belirlenmiştir. Daha sonra, 6,8 mm çapındaki delikler modele eklenerek ve bu deliklerin olduğu bölgelerde, kullanılan cıvata başının ölçüsü olan 9,8 mm çapında rijit bölge oluşturularak, gerçek değerlere çok yakın değerlere ulaşılabilmiştir. Böyle bir detayın sonuca önemli derecede etki ettiğinin görülmesinden dolayı, farklı delik çaplarında sistem modellenmiş ve değişen çapla birlikte, doğal frekanslarda meydana gelen değişim tabloda sunulmuştur.

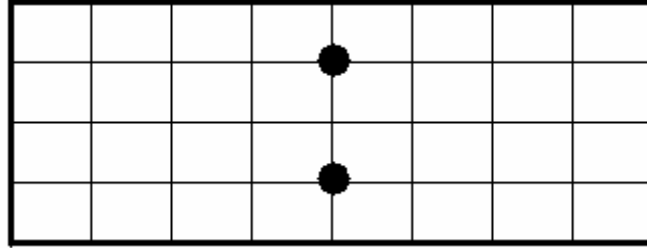
Çizelge 6.2 Plagın, değişen cıvata deliği çaplarına göre bulunan doğal frekansları

Modlar	Değişen cıvata deliği çapları için ortaya çıkan doğal frekanslar (Hz)					ANSYS'te bulunan değerler (Hz)	Deneyde bulunan değerler (Hz)
	0	3	6	9	12		
1. mod	9,80	18,36	18,55	18,66	18,99	20,00	19,92
2. mod	35,30	40,66	40,78	40,87	41,12	42,13	42,19
3. mod	39,20	52,23	52,60	52,85	53,55	56,00	55,86
4. mod	78,80	90,06	90,32	90,52	91,12	93,57	94,14
5. mod	83,68	101,18	101,82	102,24	103,36	107,90	107,42
6. mod	109,30	146,66	148,47	149,31	151,42	153,51	150,00
7. mod	116,90	149,55	150,28	150,59	151,50	159,71	157,03
8. mod	136,05	153,44	153,86	154,20	155,22	159,81	161,72
9. mod	165,97	185,54	187,61	188,55	191,16	202,12	202,73
10. mod	167,14	198,65	199,71	200,28	202,03	207,19	205,86
11. mod	209,80	232,72	233,27	233,76	235,26	242,39	244,53
12. mod	221,07	233,89	235,23	235,88	237,73	246,86	246,10

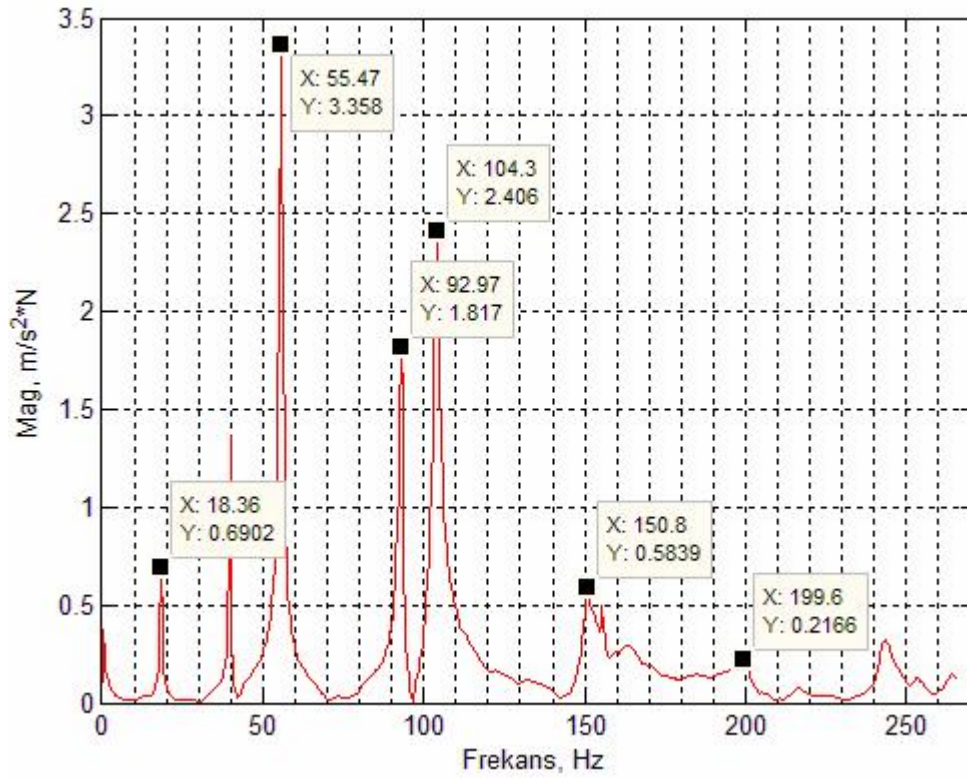
6.2.5 Plak üzerine kütle eklenmesi ve çeşitli konumları için doğal frekans analizi

72 gr ağırlığındaki metal bilyalar plağın farklı bölgelerine, farklı sayıda yerleştirilerek doğal frekanslardaki değişim ölçülmüştür.

- 1. Durum

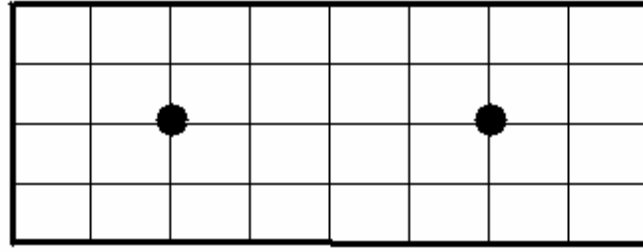


Şekil 6.20 1. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli

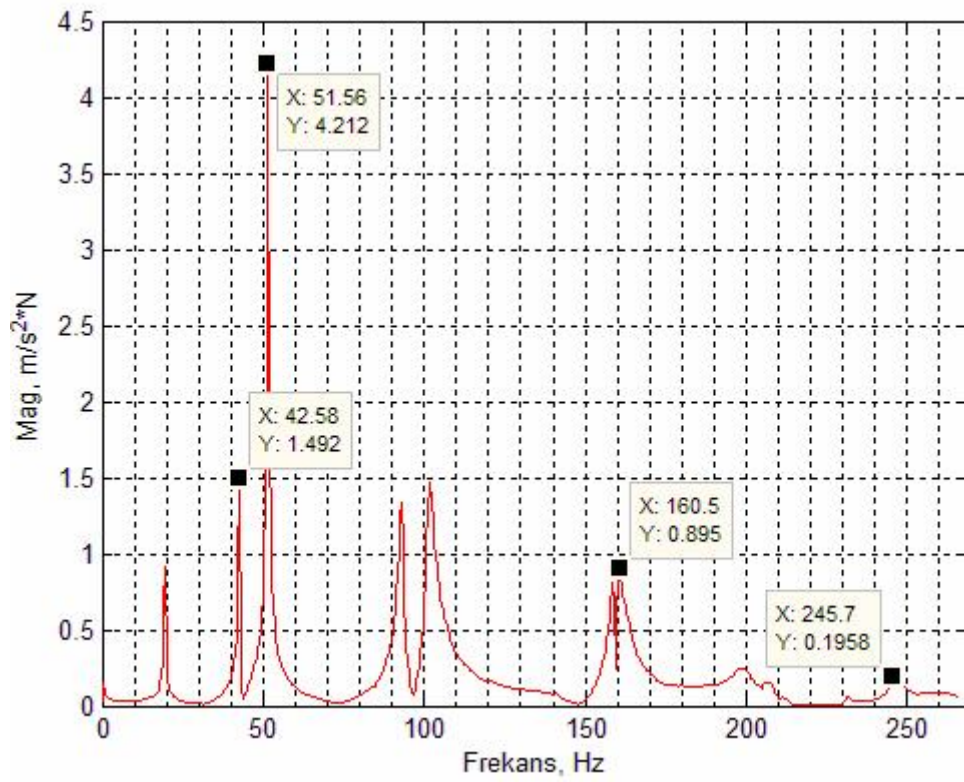


Şekil 6.21 1. durumda cevabın otospektrumu

- 2.Durum

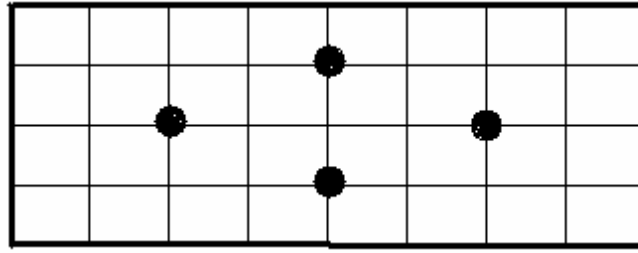


Şekil 6.22 2. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli

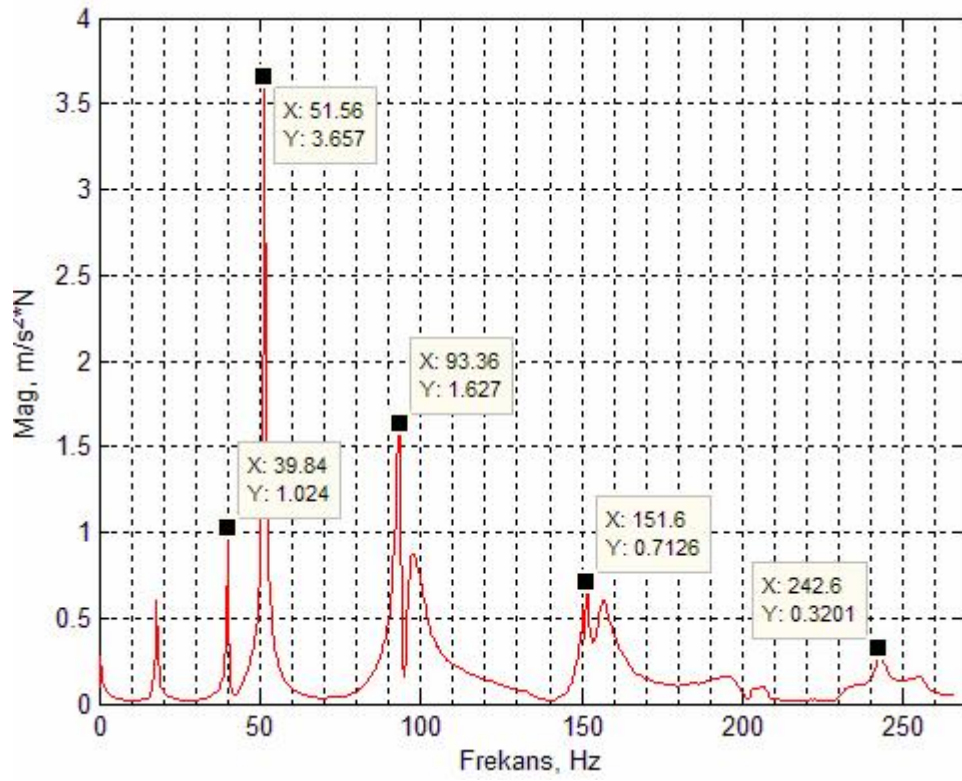


Şekil 6.23 2. durumda cevabın otospektrumu

- 3.Durum

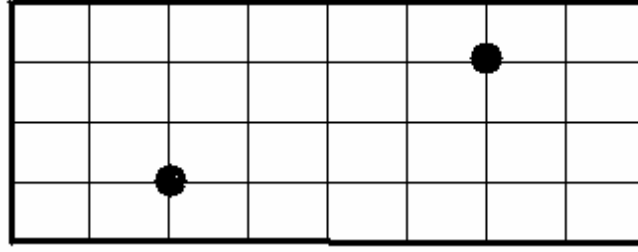


Şekil 6.24 3. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli

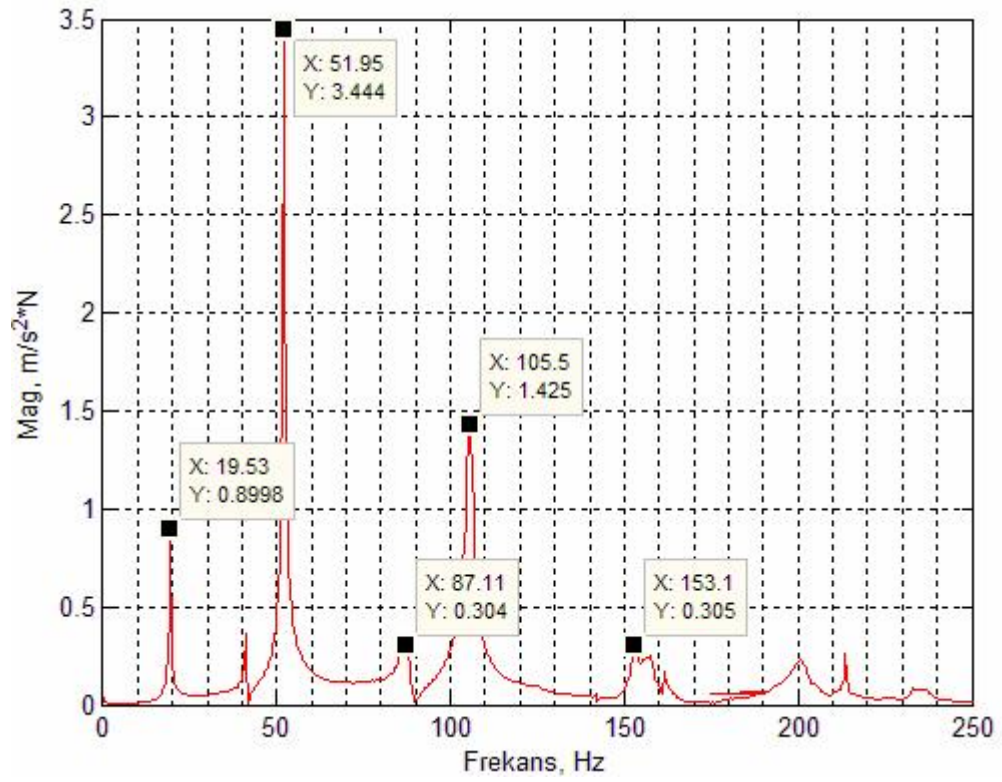


Şekil 6.25 3. durumda cevabın otospektrumu

- 4. Durum

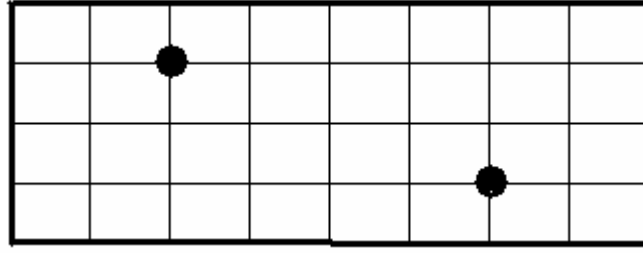


Şekil 6.26 4. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli

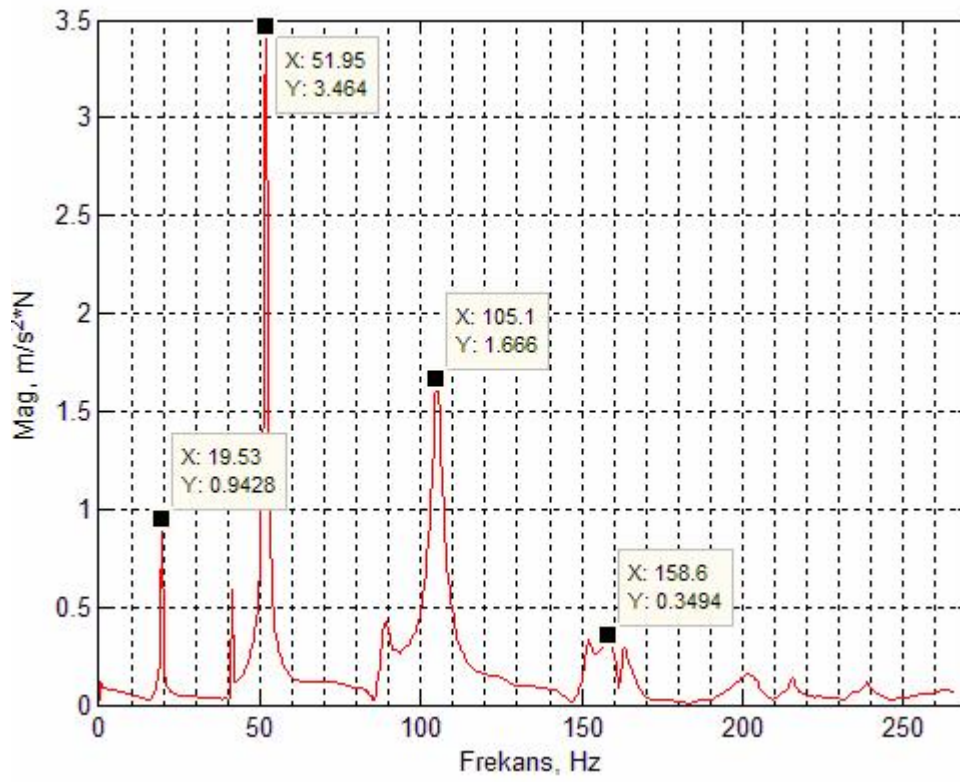


Şekil 6.27 4. durumda cevabın otospektrumu

- 5. Durum

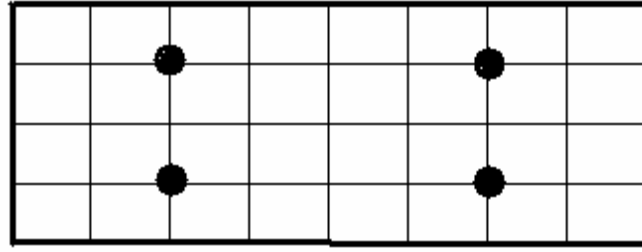


Şekil 6.28 5. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli

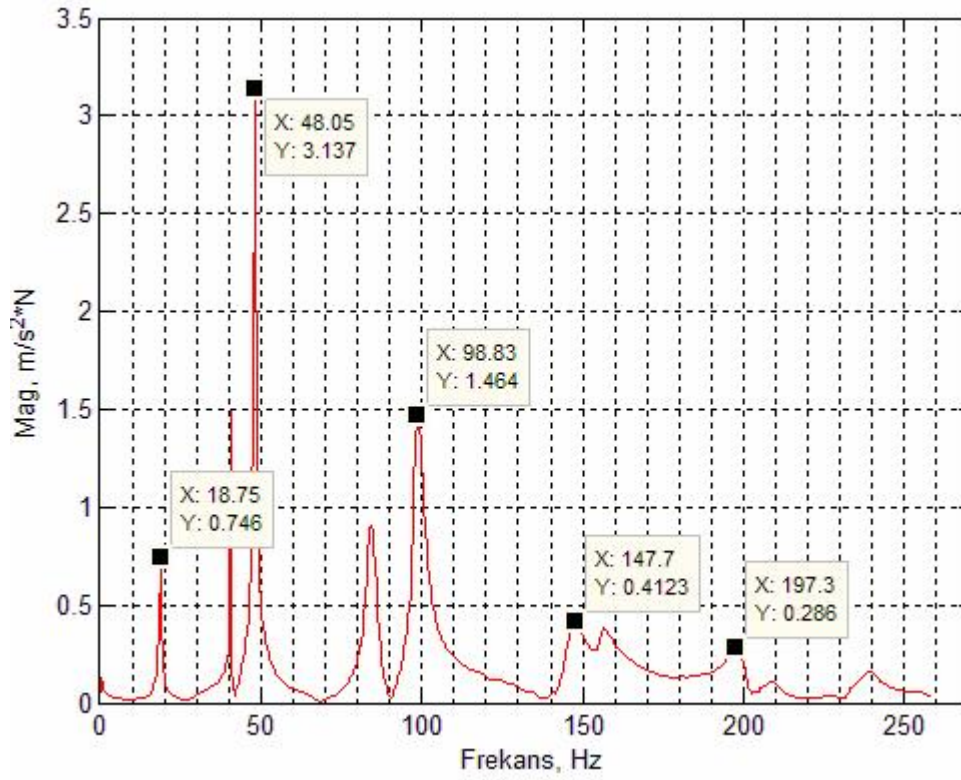


Şekil 6.29 5. durumda cevabın otospektrumu

- 6. Durum



Şekil 6.30 6. durumda bilyaların plak üzerine yerleştirilme şekli



Şekil 6.31 6. durumda cevabın otospektrumu

Kütlenin eklendiği yere göre, farklı doğal frekanslarda değişim olmuştur. Örnek vermek gerekirse, plağın simetri eksenine kütle eklendiği, birinci ve üçüncü durumlarda, simetrik modların frekansları daha çok etkilenmiştir. Gözlenen diğer sonuç, yüksek numaralı modların Frekans Tepki Fonksiyonu grafiğinde genliklerinin azaldığıdır.

Aşağıda, deney sonucunda elde edilen frekans değerleri tablo halinde verilmiştir.

Çizelge 6.3 Değişen kütle ekleme koşullarına göre deneyde bulunan doğal frekans değerleri

Kütle Eklenmemiş Durum (Hz)	1. Durum (Hz)	2. Durum (Hz)	3. Durum (Hz)	4. Durum (Hz)	5. Durum (Hz)	6. Durum (Hz)
19,92	18,36	19,53	17,97	19,53	19,53	18,75
42,19	39,84	42,58	39,84	41,02	41,41	40,63
55,86	55,47	51,56	51,56	51,95	51,95	48,05
94,14	92,97	92,97	93,36	87,11	89,06	84,38
107,42	104,30	101,95	97,66	105,47	105,08	98,83
150,00	150,78		150,39	153,13	152,34	147,66
157,03	155,47	158,59	151,56	157,42	158,59	156,64
161,72	163,28	160,55	156,64	161,33	163,28	
202,73	199,61	198,44	194,53	200,78	202,34	197,27
205,86	216,80	207,03	206,25	213,67	215,62	208,59
244,53	243,36	231,64	242,58	233,20	238,67	239,45
246,10	253,13	245,70	255,47	236,72	262,89	253,52

Aynı koşulları ANSYS'te modellediğimiz durumda ortaya çıkan değerler aşağıdaki tabloda görülmektedir.

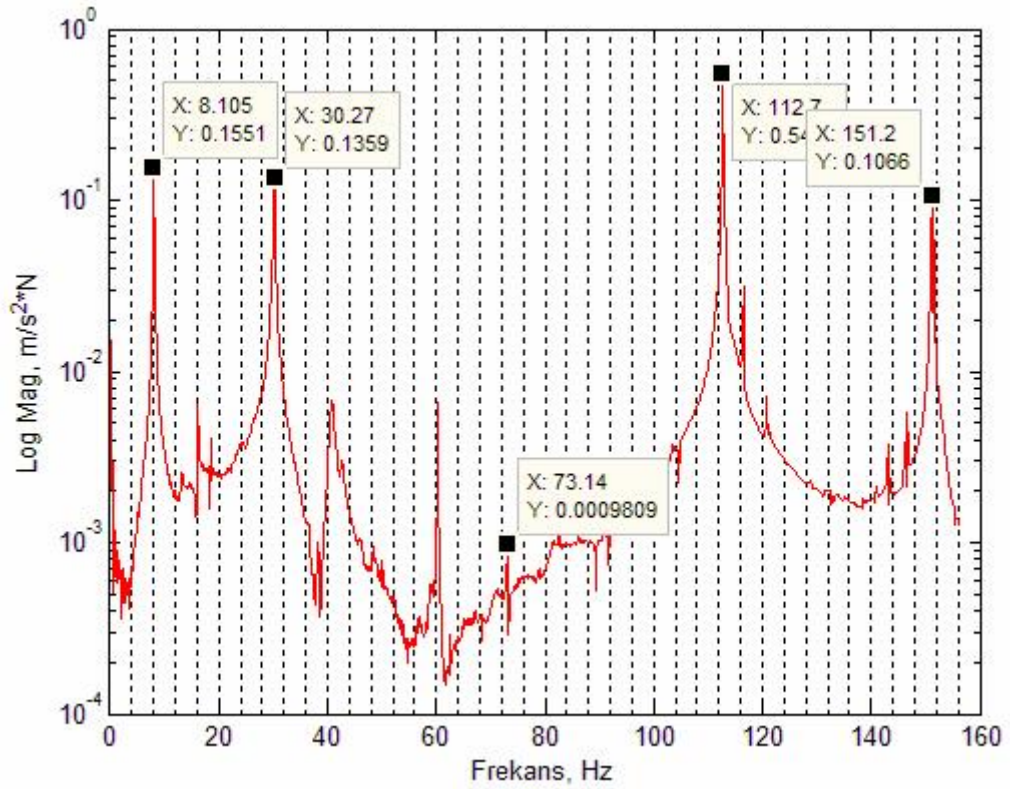
Çizelge 6.4 Değişen kütle ekleme koşullarına göre ANSYS'te bulunan doğal frekans değerleri

Kütle Eklenmemiş Durum (Hz)	1. Durum (Hz)	2. Durum (Hz)	3. Durum (Hz)	4. Durum (Hz)	5. Durum (Hz)	6. Durum (Hz)
20,00	18,24	19,25	17,68	19,27	19,25	18,60
42,13	39,81	42,00	39,75	41,14	40,73	40,22
55,99	55,73	51,61	51,38	52,04	52,07	48,22
93,57	93,23	92,93	92,63	88,12	88,23	84,71
107,90	102,93	101,21	95,76	104,27	103,31	98,35
153,51	145,09	149,43	141,63	149,32	151,25	143,85
159,71	153,48	156,51	152,86	155,19	156,64	154,55
159,81	159,53	159,49	157,01	159,78	157,27	156,6
202,12	200,25	193,57	191,01	193,83	200,5	193,23
207,19	205,15	202,43	201,00	204,15	206,38	202,26
242,39	239,39	236,11	234,67	236,59	237,65	235,96
246,86	246,40	242,16	240,29	243,66	242,55	236,89

6.2.6 Yay mesnetli plağın doğal frekanslarının bulunması

Daha önce nokta mesnetli olarak ölçtüğümüz plağın bağlandığı ayaklara yay elemanları eklenerek, sistem yay mesnetli hale getirilmiştir.

Yapılan ölçümler sonucunda elde edilen cevabın otospektrumu aşağıda verilmiştir.



Şekil 6.32 Yay mesnetli plak için cevabın otospektrumu

Deneyde ölçümü yapılan plak sistemi ANSYS programında modellenerek, modal analizi yapılmıştır. Bu analiz sonucunda elde edilen doğal frekans değerleri, deneysel modal analizde ölçülen değerlerle birlikte aşağıdaki tabloda sunulmaktadır.

Sistem modellenirken yay katsayısını hesaplamak için şu formül kullanılmıştır:

$$k = \frac{Gd_t^4}{8d_y^3 i} \quad (6.1)$$

G =çelik için 80000 N/ mm²

d_t =1 mm

d_y =10,5 mm

i =3

(6.1) numaralı formülde değerler yerine konulursa k şu şekilde bulunur:

$$k = \frac{80000.1^4}{8.10,5^3.3} = 2,88 \text{ N/mm}$$

$$k = 2880 \text{ N/m}$$

Çizelge 6.5 Yay mesnetli plağın deneyde ve ANSYS'te bulunan doğal frekans değerleri

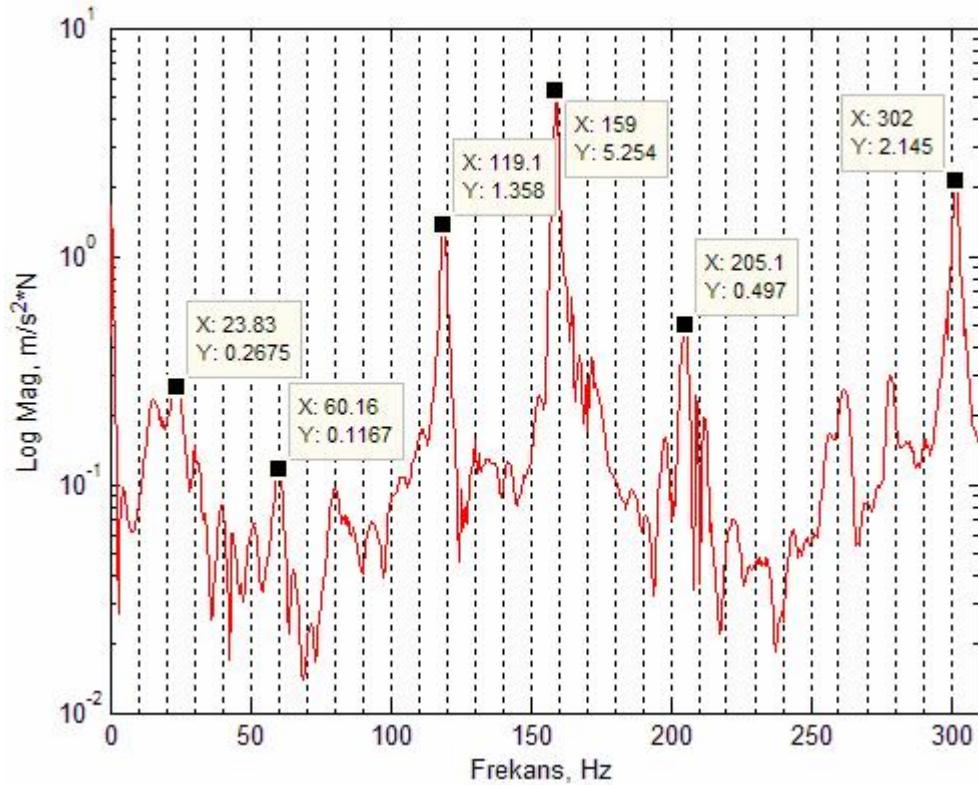
Deneyde bulunan doğal frekans değerleri (Hz)	ANSYS'te bulunan doğal frekans değerleri (Hz)
8,105	8,037
16,211	16,774
18,555	19,196
30,273	30,161
40,723	40,495
57,129	57,296
60,352	
73,142	72,427
103,516	106,61
112,695	114,15
116,504	
120,801	
143,066	138,85
146,68	
151,172	149,97

6.2.7 Viskoelastik mesnetli plağın doğal frekanslarının ve sönüm oranının bulunması
Yay elemanları eklediğimiz sistemde amortisörlere yağ doldurularak, sistem viskoelastik mesnetli hale getirilmiştir.



Şekil 6.33 Viskoelastik mesnetli plak sistemi

Yapılan ölçümler sonucunda elde edilen cevabın otospektrumu aşağıda verilmiştir.



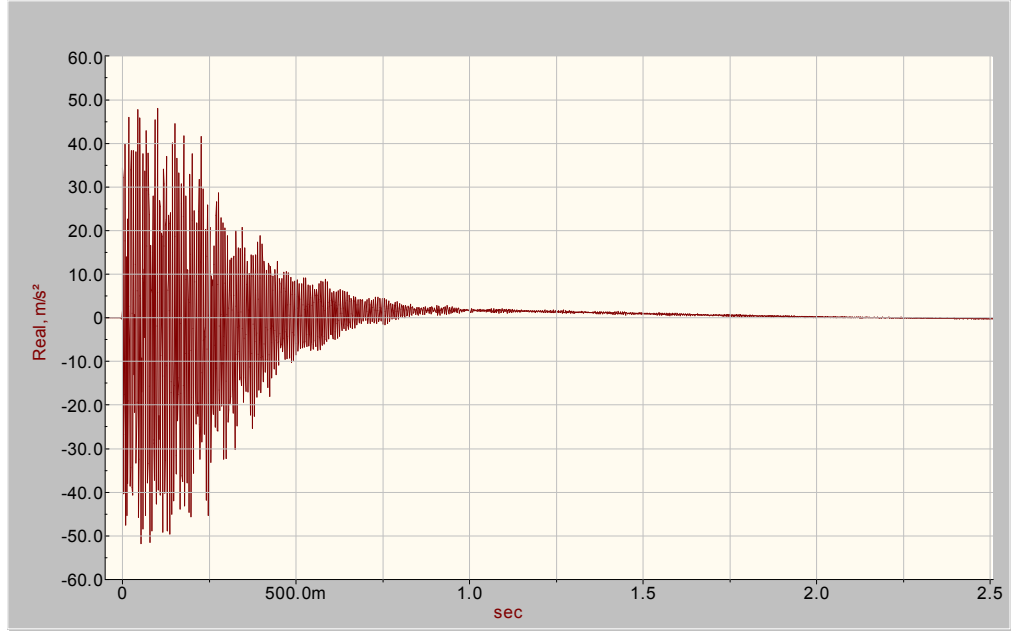
Şekil 6.34 Viskoelastik mesnetli plak için cevabın otospektrumu

Sistemin sönüm oranını bulmak için şu formüller kullanılmıştır:

$$\ln\left(\frac{X_1}{X_2}\right) = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (6.2)$$

$$\xi = \frac{c}{c_{kr}} \quad (6.3)$$

$$c_{kr} = 2\sqrt{km} \quad (6.4)$$



Şekil 6.35 Viskoelastik mesnetli plağın yer değiştirme-zaman grafiği

(6.2) numaralı denklemde $\frac{\ln\left(\frac{X_1}{X_2}\right)}{2\pi} = A$ dönüşümü uygulanırsa, formül şöyle olur:

$$A = \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (6.5)$$

Eşitliğin her iki tarafının karelerini alırsak.

$$A^2 = \frac{\xi^2}{1-\xi^2} \Rightarrow A^2 - A^2\xi^2 = \xi^2 \quad (6.6)$$

$$A^2 = A^2\xi^2 + \xi^2 \Rightarrow A^2 = (A^2 + 1)\xi^2 \Rightarrow \xi^2 = \frac{A^2}{A^2 + 1} \quad (6.7)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{A^2}{A^2 + 1}} \quad (6.8)$$

$X_1=15,849$, $X_2=13,277$ ölçüldü.

$$\ln\left(\frac{X_1}{X_2}\right) = 0,177073$$

$$A = \frac{\ln\left(\frac{X_1}{X_2}\right)}{2\pi} = 0,278146$$

$$\xi = \sqrt{\frac{A^2}{A^2 + 1}} = 0,267973$$

$$c_{kr} = 2\sqrt{km}$$

$m=1,782 \text{ kg}$ ölçülmüştü.

$$k = \frac{80000 \cdot 2,5^4}{8,39^3 \cdot 15} = 0,439011 \text{ N/ mm}$$

$$k=439,011 \text{ N/ m}$$

$$c_{kr} = 55,94129 \text{ Ns/ m}$$

$$\xi = \frac{c}{c_{kr}} \Rightarrow c = \xi c_{kr} = 0,267973 \cdot 55,94129$$

$$c = 14,991 \text{ Ns/ m}$$

Deneyde ölçümü yapılan plak sistemi ANSYS programında modellenerek, modal analizi yapılmıştır. Bu analiz sonucunda elde edilen doğal frekans değerleri, deneysel modal analizle ölçülen değerlerle birlikte aşağıdaki tabloda sunulmaktadır.

Çizelge 6.6 Viskoelastik mesnetli plağın deneyde ve ANSYS'te bulunan doğal frekans değerleri

Deneyde Ölçülen Doğal Frekanslar (Hz)	ANSYS'te Bulunan Doğal Frekanslar (Hz)
4,688	4,6793
15,625	10,867
23,828	
30,078	30,169
39,844	35,203
43,750	
51,563	
60,156	57,500
65,625	
71,875	
80,078	78,599
93,359	87,635
119,141	
130,078	132,78
142,188	139,48
158,984	153,82
164,844	194,10
198,047	198,48
205,078	
208,984	
212,109	218,00
223,047	
243,750	248,12
262,109	
278,516	284,04
301,953	303,89

7. SONUÇLAR

Plak üzerine teorik olarak çeşitli sınır şartları için çalışma sayısı oldukça çoktur. Yöntem olarak çeşitli sayısal yöntemler mevcutken kapalı çözüm belirli sınır şartları için yapılabilmektedir. Bu çalışmada, sayısal yöntemlerden biri olan ‘Sonlu Elemanlar Yöntemi’ kullanılmıştır.

Çeşitli sınır şartları için kapalı yöntem ve nokta mesnetli plağın sayısal yöntemlerden ‘Rayleigh Yöntemi’yle çözümünden elde edilen sonuçlar ‘Sonlu Elemanlar Yöntemi’nde kullanılacak eleman boyutunun belirlenmesinde hassasiyet analizi (convergence analysis) kapsamında, karşılaştırma amaçlı kullanılmıştır. Sonuç itibarıyla Çizelge 4.1 ve 4.2’de görüldüğü üzere SEY’de yapılacak yapısal analizlerde uygun eleman boyutu kullanılmaması sonuçları değiştirecektir. Tablo incelendiğinde, ANSYS’te yapacağımız plak analizleri için 0,005 m boyutunda eleman kullanılması uygun bulunmuştur.

ANSYS’te modal analiz ve harmonik analiz yöntemleriyle elastik mesnetli, viskoelastik mesnetli plak için işlemler gerçekleştirilmiş olup literatürde bulunan yayınlarla karşılaştırma yapılmıştır.

Teorik sonuçlarda gerçekleşen yakınsamalar deneysel ortamda elde edilmeye çalışılmıştır.

Bu amaçla deneyde kullanılan plağın SEY modeli oluşturulmuştur. ANSYS’te nokta mesnetli plağın mod şekilleri deneysel çalışmalarla elde edilen mod şekilleri (Şekil 6.15, Şekil 6.16, Şekil 6.17, Şekil 6.18, Şekil 6.19) karşılaştırılarak birebir aynı şekillerin olduğu görülmüştür. ANSYS’te oluşturulan modelden elde edilen doğal frekans değerleri deneysel yöntemle elde edilen değerlerle karşılaştırılmış, sonuçlar hata yüzdesi ile Çizelge 6.1’de sunulmuştur. Literatürde plağın modellemesi sırasında nokta mesnetli, elastik mesnetli ve viskoelastik mesnetli sınır şartları için plakla temas durumları sonsuz küçük alınmaktadır. Deneyler sırasında, hatta günlük kullanımda plak mesnet durumlarının cıvata ve kaynakla sağlandığı düşünülürse, temas durumunun sonsuz küçük olamayacağı dolayısıyla cıvata delik çapları ve baskı yüzeyleri göz önüne alınmadığında sonuçların yanlış olacağı görülmüştür. Delik çaplarının etkisi Çizelge 6.2’de görülmektedir. Delik çapının, elde edilen doğal frekansın gerçek değerlere yakınsamasındaki etkisinin 1.SS modunda en fazla olduğu görülmüştür, zira delik çapının ve cıvata basma yüzeyinin ihmal edildiği modelde, bu modun doğal frekansı deneyde ortaya çıkan değerle %50,80 oranında farklı olmuştur. Bu model için, SS-1 modundan sonra delik çapının ihmalinden en çok etkilenen modların 3.,6. ve 7. modlar olan AS-1, SS-3, SA-2 modları olduğu gözlenmiştir.

Nokta mesnetli plağın doğal frekanslarının değiştirilmesinde kütle eklemenin etkisini ölçmek amacıyla 72 gr ağırlığındaki rulman bilyaları, deney plağının üzerine, çeşitli sayılarda ve konumlarda, balmumu ile tutturulmuştur. Kütle olarak bilya kullanılmasının sebebi, yüzeye olan teması mümkün olduğu kadar aza indirmek istenmesidir. Değişen kütle ekleme durumlarında, deneysel yöntemle belirlenen doğal frekans değişimi Çizelge 6.3’de, ANSYS’te yapılan analizle belirlenen doğal frekans değişimi Çizelge 6.4 de sunulmuştur. Kütlenin plak üzerindeki konumunun, hangi modun bu yüklemeden daha fazla etkileneceğini belirlediği kanısına varılmıştır. Örnek vermek gerekirse, plağın simetri eksenine kütle eklendiği, birinci ve üçüncü durumlarda, simetrik modların frekansları daha çok etkilenmiştir. Gözlenen diğer sonuç, yüksek numaralı modların Frekans Tepki Fonksiyonu grafiğinde genliklerinin azaldığıdır.

Plak mesnetlerine yay elemanı eklenerek sınır koşulları değiştirilmiştir. Yayın ortalama çapı, kullanılan tel çapı ve sarım sayısından yay katsayısı belirlenmiş ve ANSYS’te oluşturulan modelde uygulanmıştır. Yayın plağa tek noktadan etki ettiği varsayılan ANSYS modelinde elde edilen sonuçların deneydeki sonuçlarla kıyaslanmasında hata oranının beklenenden yüksek olduğu gözlenmiştir. Yayın, rijitlik katsayısı gerçekteki değerin 1/4’ü olan dört yay elemanının paralel olarak, plak üzerinde yayla aynı çapta bir dairenin üzerine etki edecek şekilde modellenmesiyle Çizelge 6.5’deki sonuçlara ulaşılmıştır. Elde edilen sonuçların deney sonuçlarıyla yakınsandığı görülmüştür.

Plağa eklenen yaylar, yağlı amortisör sisteminin pistonunun üzerine yerleştirilerek viskoelastik mesnet oluşturulmuştur. Plağın salınım grafiğindeki genlik değerleri kullanılarak sistemin sönüm oranı belirlenmiştir. Bu değerlerle yapılan plak modellemesi ile deneyde elde edilen doğal frekans değerleri Çizelge 6.6’da karşılaştırılmıştır. Birçok frekansta yakınsama sağlanmasına karşın, ANSYS’te bulunmayan bazı değerlerin deneysel ölçümde karşımıza çıkmasının, deney düzeneğinin mesnetlenmesindeki sorunlardan kaynaklandığı düşünülmüştür.

KAYNAKLAR

- [1]Adams R. D., Cawley P., Pye C. J., Stone B. J., (1978), “A Vibration Technique for Nondestructively Assessing the Integrity of Structures”, *Journal of Mechanical Engineering Science* 20:93–100
- [2]Aydoğdu M., Tımarcı T., (2004), “Düzlem-İçi Yüklenmiş Basit Destekli Simetrik Katmanlı Dikdörtgen Kompozit İnce Plakların Burkulma ve Titreşimi”, *Trakya Üniv J Sci*, 5(2):167-177
- [3]Benamar R, Bennouna MMK, White RG., (1994), “The Effects of Large Vibration Amplitudes on the Mode Shapes and Natural Frequencies of Thin Elastic Structures”, *Journal of Sound Vibration* 175(3):377-395
- [4]Bernoulli J., (1789), “Essai Theorique sur les Vibrations de Plaques Elastiques Rectangulaires et Libres”, *Nova Acta Acad. Petropolit.* 5:197-219
- [5]Boobnov I. G., (1902), “On the Stresses in Ships’ Bottom Plating due to Water Pressure”, *Trans. Inst. Naval Architects* 44:15-47
- [6]Chao R. M., Yang J. M., Lay S. R., (1997), “Interfacial Toughness for the Shipboard Aluminum/Steel Structural Transition Joint”, *Marine Structures* 10 (5): 353-362
- [7]Chen J. C., Garba J. A., (1988), “On-Orbit Damage Assessment for Large Space Structures”, *AIAA Journal* 26(9):1119–1126
- [8]Chiang C. K., Mei C., Gray C. E. Jr, (1991), “Finite Element Large-Amplitude Free and Forced Vibrations of Rectangular Thin Composite Plates”, *Trans. ASME, J. Y&r. Acoustics* 113:309-315
- [9]Cole H. A., (1968), “On-the-line Analysis of Random Vibrations”, *AIAA/ASME Structures, StructuralDynamics and Materials Conference*, Palm Springs 68-288
- [10]Cook R. D., (1995), “Finite Element Modeling for Stress Analysis”, *John Wiley & Sons*, New York.
- [11]Di Benedetto H., (2003), “Deformation Characteristics of Geomaterials”, *Routledge*, London
- [12]Euler L., (1766), “De Motu Vibratorio Tympanorum”, *Novi Commentari Acad. Petropolit.* 243-260
- [13]Fetvacı C., (2001), “Düz Dişli Çarkların Sonlu Elemanlar Metodu ile Modellenmesi ve Gerilmelerin İncelenmesi”, *İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi*, İstanbul.
- [14]Föppl A., (1923), “Vorlesungen über Technische Mechanik”, *B. G. Teubner*, Leipzig.
- [15]Gudmundson P., (1982), “Eigenfrequency Changes of Structures due to Cracks, Notches, or Other Geometrical Changes”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 30(5):339–353
- [16]Han W., Petyt M., (1997), “Geometrically Nonlinear Vibration Analysis of Thin, Rectangular Plates Using the Hierarchial Finite Element Method-1: The Fundamental Mode of Isotropic Plates”, *Institute of Sound and Vibration Research*, University of Southampton, Southampton.

- [17]Hrennikoff A., (1941), “Solutions of Problems of Elasticity by the Framework Method”, Trans. ASME, J. Y&r. Acoustics A169-A175
- [18]Huber M. T., (1923), “Die Theorie der Kreuzweise Bewehrten Eisenbetonplatten”, Der Bauingenieur 4:254-392
- [19]Johansen K. W., (1943), “Brudlinieteorier”, J. Gjelerup, Copenhagen.
- [20]Karami G., Malekzadeh P., (2003), “An Efficient Differential Quadrature Methodolgy for Free Vibrational Analysis of Arbitrary Straight-Sided Quadrilateral Thin Plates”, Journal of Sound and Vibration 263:415-442
- [21]Kirchhoff G., (1876) “Vorlesungen über Mathematische Physik”, B. G. Teubner, Leipzig.
- [22]Kocatürk T., İlhan N., (2003), “Free Vibration Analysis of Elastically Point Supported Orthotropic Plates”, Yıldız Üniversitesi Yayınları, İstanbul.
- [23]Kocatürk T., Demir C., Sezer S., İlhan N., (2004) “Determination of the Steadt State Response of Viscoelastically Corner Point-Supported Rectangular Specially Orthotropic Plates Under the Effect of Sinusoidally Varying Moment”, Journal of Sound and Vibration 275:317-330
- [24]Kocatürk T., Sezer S., Demir C., (2004), “Determination of the Steady State Response of Viscoelastically Point-Supported Rectangular Specially Orthotropic Plates with Added Concentrated Masses”, Journal of Sound and Vibration 278:789-806
- [25]Krylov A., (1898), “On Stresses Experienced by a Ship in a Sea Way”, Trans. Inst. Naval Arhitects 40:197-209
- [26]Lau SL, Cheung YK, Wu SY., (1983), “Nonlinear Vibration of Thin Elastic Plates”, Journal of Applied Mechanics 51:837-885
- [27]Love A. E. H., (1944), “Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity”, Dover Publications, Inc., New York.
- [28]Mahajan P., Nayak D., Bhatnagar N., (2005), “Machining Studies of UD-FRP COomposites Part 2: Finite Element Analysis”, Machining Science and Technology 9(4):503-528
- [29]Mei C, Decha-Umphai K. A, (1985), “Finite Element Method for Non-linear Forced Vibrations of Rectangular Plates” 23(7):1104-1110
- [30]Petyt M., (1990), “Introduction to Finite Element Vibration Analysis”, Cambridge University Press, Cambridge.
- [31]Petyt M., Ribeiro P., (1999), “Nonlinear Vibration of Plates by the Hierarchical Finite Element and Continuation Methods”, International Journal of Mechanical Sciences 41:437-459
- [32]Ranjan V., Ghosh M. K., (2005), “Forced Vibration of Thin Plate with Attached Discrete Dynamic Absorbers”, Thin-Walled Structures 43:1513-1533
- [33]Rao S, Sheikh A, Mukhopadhyay M., (1993), “Large-Amplitude Finite Element Flexural Vibration of Plates/Stiffened Plates”, Journal of Acoustical Society America 93:3250-3257

- [34]Reddy J. N., Chao W. C., (1981), “Large-Deflection and Large-Amplitude Free Vibrations of Laminated Composite-Material Plates”, Computers and Structures 13:341-347
- [35]Reissner E., (1954), “The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates”, J. Appl. Mech. A69-A77
- [36]Szilard R., (1974), “Theory and Analysis of Plates”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- [37]Timoshenko S.P., (1915), “On Large Deflections of Circular Plates”, Mem. Inst. Ways Commun. 89
- [38]Todhunter I., Pearson K., (1960), “A History of the Theory of Elasticity”, Dover Publications, Inc., New York.
- [39]Turner M. J., Clough R. W., Martin G. C., Topp L.J., (1956), “Stiffness and Deflections Analysis of Complex Structures”, J. Aeron Sci. 23:805-823
- [40]Vila J.P., (1994), “Convergence and Error Estimate in Finite Volume Schemes for General Multidimensional Conservation Laws, I. Explicit Monotone Schemes”, Model. Math. Anal. Numer. 28(3):267-285
- [41]Volmir A. S., (1956), “Flexible Plates and Shells”, Gos. Izdvo Technico-Teoret Lyt-ry, Moscow.
- [42]Von Karman Th., Sechler E. E., Donnel L. H., (1932), “The Strength of Thin Plates in Compression”, Trans. ASME 54:53-57
- [43]Zhao Y. B., Wei G. W., Xiang Y., (2002), “Plate Vibration Under Irregular Internal Supports”, International Journal of Solids and Structures 39:1361-1383
- [44] ANSYS Tutorials for Revision 9.0, ANSYS, Inc., (2004)

INTERNET KAYNAKLARI

- [45] en.wikipedia.org
- [46] www.sciencedirect.com

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 04.07.1980

Doğum yeri İstanbul

Lise 1990-1997 Kadıköy Anadolu Lisesi

Lisans 1997-2004 Yıldız Teknik Üniversitesi Mühendislik Fak.
Makine Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2004- Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
Makine Müh. ABD, Makine Teorisi ve Kontrol Programı

EKLER

Ek 1 Bu çalışmada Bölüm 4.1’de incelenen nokta mesnetli dikdörtgen plağın ANSYS’te modelini oluşturan macro dosyası.

Ek 1 Bölüm 4.1’de incelenen nokta mesnetli dikdörtgen plağın ANSYS’te modelini oluşturan macro dosyası

```

/prep7
!Malzeme özellikleri
MP,Ex,1,1.092e7
MP,NUXY,1,0.3
MP,DENS,1,100
!eleman tipleri
ET,1,SHELL63,2 , , , , , , ,
ET,2,combin14,,3,,
ET,3,mass21,0,0,2,
!plak için
R,1,.01,.01 ,.01 ,.01, , , , , , , , , , ,
!yay ve sönüm elemanı katsayıları
R,2,10e8,,
!Nodlarda kütle oluşturulması
R,3,0
!keypointler ve nodlar giriliyor
K,1,0,0,0
K,2,0,1,0,
K,3,1,1,0
K,4,1,0,0
N,1,0,0,0
N,2,0,1,0,
N,3,1,1,0
N,4,1,0,0
N,5,0,0,-0.1
N,6,0,1,-0.1
N,7,1,1,-0.1
N,8,1,0,-0.1

```

!yay ve sönüm elemanı oluşturulması

TYPE,2

REAL,2

E,1,5

TYPE,2

REAL,2

E,2,6

TYPE,2

REAL,2

E,3,7

TYPE,2

REAL,2

E,4,8

TYPE,3

REAL,3

E,1

E,2

E,3

E,4

!Plak alanı oluşturulması

A,1,2,3,4

!sonlu elemanlar ağ yapısının oluşturulması

aesize,1,0.005

AATT,1,1,1, ,

AMesh,1,,,

nummrg,node

nummrg,kp

D,5,all,,,,,,,,, !displacement

D,6,all,,,,,,,,,

D,7,all,,,,,,,,,

D,8,all,,,,,,,,,

```

/SOLU
ANTYPE,MODAL      ! Modal Analiz
MODEOPT,LANB,12
SOLVE
*GET,FREQ1,MODE,1,FREQ
*GET,FREQ2,MODE,2,FREQ
*GET,FREQ3,MODE,3,FREQ
*GET,FREQ4,MODE,4,FREQ
*GET,FREQ5,MODE,5,FREQ
*GET,FREQ6,MODE,6,FREQ
*GET,FREQ7,MODE,7,FREQ
*GET,FREQ8,MODE,8,FREQ
*GET,FREQ9,MODE,9,FREQ
*GET,FREQ10,MODE,10,FREQ
*GET,FREQ11,MODE,11,FREQ
*GET,FREQ12,MODE,12,FREQ
PI=4*ATAN(1)
w1=2*PI*FREQ1
w2=2*PI*FREQ2
w3=2*PI*FREQ3
w4=2*PI*FREQ4
w5=2*PI*FREQ5
w6=2*PI*FREQ6
w7=2*PI*FREQ7
w8=2*PI*FREQ8
w9=2*PI*FREQ9
w10=2*PI*FREQ10
w11=2*PI*FREQ11
w12=2*PI*FREQ12

```