

Akdeniz Üniversitesi
Rektörlüğü Kütüphanesi
Deminbaş No. 4948

T.C
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

X

DÜZLEM KAFES SİSTEMLERİN
OPTİMUM TASARIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş.Müh.Mehmet KÖSE

T144/1-1

Tezin Enstitüye verildiği Tarih : 25.01.1989

Tezin Savunulduğu Tarih : 20.02.1989

Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr.Ömer DEMİR

Diğer Juri Üy.: Yrd.Doç.Dr.Fikret TÜRKER

Yrd.Doç.Dr.Adnan KUYUCULAR

OCAK - 1989

ÖNSÖZ

İnşaat Mühendisliğinde sistem tasarımı ve analizi konusunda bilgisayar kullanımına başlanılan son 50 yılda hızlı bir ilerleme sağlanmıştır.

Bilgisayarda sağlanan bu ilerleme yeni metodların hızla geliştirilmesine yol açmıştır. Bilgisayara dayalı tasarım metodlarından biride optimizasyon teknikleridir.

Bu çalışmada lineer programlama, düzlem kafes sistemlere uygulanmış, minimum ağırlıklı optimum tasarımlar elde edilmiştir. Bu tasarımda minimum ağırlıklı yapı amaçlanırken aynı zamanda nümerik çözümlerde kesme ve yuvarlatma hatalarından meydana gelen yakınsama zorlukları giderilmeye çalışılmıştır.

Çalışmalarım esnasında yardımlarını esirgemeyen Saygıdeğer Hocam Sayın Yrd.Doç.Dr.Ömer DEMİR'e, eğitimim için gerekli izni ve yardımlarını esirgemeyen Değerli Bölge Müdürüm Sayın Altan AYAĞ'a ve beni sürekli destekleyen Eşim Hikmet KÖSE'ye teşekkürlerimi sunarım.

ISPARTA

Ocak,1989

Mehmet KÖSE

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖNSÖZ.....	II
İÇİNDEKİLER.....	III
SEMBOLLER.....	V
ŞEKİLLER.....	VII
TABLolar.....	VIII
ÖZET.....	IX
SUMMARY.....	X
BÖLÜM I. YAPISAL OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ	
1.1 GİRİŞ.....	1
1.2 OPTİMİZASYON PROBLEMİ.....	1
1.2.1 Amaç Fonksiyonu.....	2
1.2.2 Sınırlayıcılar.....	2
1.3 YAPI OPTİMİZASYONU.....	3
1.4 YAPISAL OPTİMİZASYONDA KULLANILAN METOTLAR.....	4
1.4.1 Matematik Programlama Teknikleri.....	4
1.4.1.1 Direk Arama Metotları.....	4
1.4.1.1.1 Doğrusal Programlama Teknikleri.....	4
1.4.1.1.2 Doğrusal Olmayan Programlama Teknikleri.....	5
1.4.1.2 Dolaylı Metotlar (Arama Metotları)...	5
1.5 YAYINLARDAN ELDE EDİLEN SONUÇLAR.....	5
1.6 ÇALIŞMANIN AMACI.....	6
BÖLÜM II. DÜZLEM KAFES SİSTEMLERİN OPTİMUM TASARIMI.....	
2.1 GİRİŞ.....	7
2.2 MATEMATİK MODEL.....	7
2.3 SINIRLAYICILAR.....	8
2.3.1 Rijitlik Sınırlayıcıları.....	9
2.3.2 Gerilme Sınırlayıcıları.....	11
2.3.3 Burkulma Sınırlayıcıları.....	12
2.3.4 Deplasman Sınırlayıcıları.....	13
2.4 YAKLAŞIK PROGRAMLAMA.....	14
2.4.1 Gradyan Vektörlerinin Hesabı.....	19
2.4.2 RHS Matrisinin Hesabı.....	19
2.4.3 Değişim Sınırları.....	20
2.4.4 Simpleks Yöntemi.....	20
2.5 OPTİMUM TASARIM ALGORİTMASI.....	28

BÖLÜM III. BİLGİSAYAR PROGRAMLAMASI

3.1 GİRİŞ.....	30
3.2 ANA PROGRAM.....	30
3.3 SIMP ALT PROGRAMI.....	36

BÖLÜM IV. SAYISAL ÖRNEKLER

4.1 GİRİŞ.....	40
4.2 OPTİMUM TASARIM.....	40
4.2.1 İki Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı.....	40
4.2.2 On Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı.....	52
4.2.3 Onbeş Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı...	52
4.2.4 Yirmiüç Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı..	54
SONUÇLAR.....	58
EKLER.....	59
KAYNAKLAR.....	62
ÖZGEÇMİŞ.....	64

S E M B O L L E R

A_i	i Elemanın kesit alanı
$\{A\}$	Alan değişkenleri vektörü
A_k	k grubuna ait alanın kesit alanı
B, C, D, F, G, H	Düzlem kafes sistemi elemanının sistem rijitlik matrisine katkı terimleri
a	Sabit
C(A)	Burkulma gerilmesi bağıntısı
[B]	Gerilme bağıntısında değişkenlerin katsayıları matrisi
b	Sabit
E	Sabit
f (X)	Amaç fonksiyonu
e_j	X_j deplasmanlarına uygulanan sınır
F_i	i çubuğundaki kuvvet
[G]	lineerleştirilebilen problemdeki değişken katsayıları matrisi
g_k	$\leq$ tipindeki eşitsizlik sınırlayıcısı
$[K_i]$	Eleman rijitlik matrisi
h_j	Eşitlik sınırlayıcısı
[K]	Sistem rijitlik matrisi
$[K_{FF}], [K_{FR}], [K_{RF}], [K_{RR}]$	Elemanın birinci ve ikinci ucuna ait rijitlik alt matrisi
[K(A)]	Sistem rijitlik katsayıları matrisi
k	Eleman alanı grup numarası
$[K_{11}], [K_{12}], [K_{21}], [K_{22}]$	Elemanın sistem rijitlik matrisine olan katkısının birinci ve ikinci ucundaki alt matrisleri
L_i, l_i	i çubuğunun boyu
m, m'	Adım boyu
NG	Toplam grup sayısı
NJ	Sistemdeki toplam eleman sayısı
n	Emniyet faktörü
{P}	Yük vektörü
{RHS}	Lineerleştirilen problemdeki sınırlayıcıların sağ

	tarafındaki sabitler vektörü
r_i	i çubuğunun atalet yarıçapı
r_k	Tepki faktörü
$S_i (A, X_d)$	Rijitlik sınırlayıcıları
S_1	$\geq$ tipindeki eşitsizlik sınırlayıcısı
$\{S\}$	Doğrultu vektörü
V	Sistemin hacmi
V_t, V_c	Sistemdeki çekme ve basınç çubuklarının toplam hacmi
$\{V\}$	Boyutlandırma değişkenleri vektörü
$W (A)$	Amaç fonksiyonu olarak alınan sistem hacmi
$\{X_d\}$	Düğüm noktaları deplasmanları vektörü
X_i	i inci değişken
X_{n+k}	k inci gevşek değişken
X_{n+r+1}	r+1 inci artık değişken
X_f, y_f, X_r, y_r	Çubuk elemanının birinci ve ikinci uç düğüm noktaları koordinatları
X_{dj}, y_{dj}	j düğüm noktasının koordinat eksenleri yönlerindeki deplasmanları
X_{ci}	i düğüm noktasının X eksenindeki koordinatı
m_l, m_u	Alanlara uygulanan alt ve üst sınırlar
δ_j	X_j deplasmanının yerini alan yeni değişken
ϵ	Yakınsama kriteri sabiti
ν	Adım numarası
ρ	Birim hacim ağırlığı
$\sigma(X_d)$	Gerilme sınırlayıcısı
$\sigma_b (A, X_d)$	Burkulma sınırlayıcıları
σ_t, σ_c	Çekme ve basınç emniyet gerilmeleri
σ_{bi}	i çubuğunun burkulma gerilmesi
σ_p	çubuğun emniyet gerilmesi
σ_i	i çubuğundaki gerilme
$\{\Delta\}$	İzin verilen deplasman sınırları vektörü
Δ_j	X_j deplasman sınırı
f, r	i elemanının uç düğüm noktası numaraları
$S_i (V)$	i inci rijitlik sınırlayıcısı
λ^i	lagranj çarpanı
λ	Narinlik derecesi
NM	Sistemdeki toplam eleman sayısı

ŞEKİLLER

Sayfa

Sekil No

2.1	Çubuk Uç Koordinatları.....	10
2.2	Değişim Sınırları.....	17
2.3	Optimum Boyutlandırma Algoritması.....	29
3.1	Ana Program Akış Diyagramı.....	31
3.2	Simp Alt Programı Akış Diyagramı.....	38
3.3	Simp Alt Programı Akış Diyagramı (Devam).....	39
4.1	İki Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı	41
4.2	On Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı.....	50
4.3	Onbeş Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı.....	53
4.4	Yirmilüç Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı.....	55

TABLolar

Sayfa

Tablo No

2.1	(2.55) Probleminin Simpleks Yöntemiyle Çözümü..	27
3.1	Giriş Bilgileri.....	32
4.1	İki Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı.....	49
4.2	On Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı.....	51
4.3	Onbeş Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı.....	54
4.4	Yirmiüç Çubuklu Düzle Kafes Sistem Tasarımı.....	56
E.1	Boru Kesit Özellikleri.....	60
E.2	a ve b nin değerleri.....	61

ÖZET

Bu çalışmada, düzlem kafes sistemlerin ağırlığı minimum olan optimum dizayn belirleyen algoritmik yeni bir yaklaşım geliştirilmiştir.

Optimum tasarım probleminde çubuk kesit alanları ve düğüm noktası deplasmanları değişken olarak alınmıştır. Optimum dizayn problemi matris deplasman yöntemiyle formüle edilmiştir. Rijitlik, gerilme, burkulma ve deplasman değerleri optimizasyon problemlerinde sınırlayıcılar olarak gözönüne alınmış ve problem nonlinear fonksiyonlardan meydana gelmiştir. Optimizasyon probleminin çözümünde yapısal optimizasyonda etkin bir biçimde kullanılan yaklaşık programlama uygulanmıştır. Bu yöntem, Taylor serisi yardımıyla lineer olmayan programlama problemini, lineer programlama problemine dönüştürmektedir. Lineerleştirme hatalarının kontrolü için gerekli değişim sınırlarının uygulanmasından sonra, elde edilen lineer programlama problemi simpleks yöntemiyle çözülmüştür. Optimizasyon probleminin katsayılar matrisinin elemanlarının değeri 10^{-3} ile 10^2 arasında değişmekte, kesme ve yuvarlatma hataları meydana gelmektedir. Bu da yakınsamayı zorlaştırmaktadır.

Bu çalışmada optimum dizayn problemi yeni bir yaklaşımla ele alınmış, yukarıda anlatılan sakıncalar ortadan kaldırılmış ve daha ekonomik tasarımlar elde edilmiştir.

SUMMARY

In this study, an algorithmic approach for the optimum design of plane truss systems, which have minimum weight, is, developed.

For the optimum design problem, the bar cross-sections and the joint displacements are considered as design variables. In the formulation of design problem the rigorous matrix displacement method is used. For the optimum design problem the minimum weight of the structure is taken as an objective function and the stiffness, stress, buckling and displacement are taken into consideration as the constraints. Thus, the design problem turns out to be a nonlinear programming problem. The method of approximation programming is effectively employed to obtain the solutions of the structural optimization problems. In this method, the linearization is achieved by expanding the nonlinear functions in Taylor series and taking the first two terms of the series into account. After having applied the variation which is necessary to control the errors in the linearization, the design problem is analyzed by the well-known simplex method. For the optimization problem the values of elements of coefficients matrix are varied from 10^{-3} to 10^2 ; truncation and roundoff errors occur and it is therefore the steps to the solution are increased.

In our research the problem was studied by new approach, the difficulties mentioned above are eliminated and more economical solutions were obtained.

BÖLÜM I

YAPISAL OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ

1.1 GİRİŞ

Bilgisayar 20.yüzyıl teknolojisine yeni bir boyut kazandırmıştır. Özellikle son 35 yıl içerisinde bilgisayarların endüstride uygulanması ve matematiksel metotlardaki gelişmeler inşaat mühendisliğinde sistem tasarımı ve analizi sahalarına hızlı bir ilerleme getirmiştir.

Önceleri inşaat mühendisliği yapılarının tasarımı ve analizi deneme yoluyla yapılmaktaydı. Yapı elemanlarının boyutları mevcut bilgi ve tecrübelerle göre gerilmelerin belirli sınırlar içerisinde kalması şartı ile boyutlandırılmaktaydı. Sistemin çözümünün neticesine göre sistem tasarımı sırasında yapılan kabullerin doğru olup olmadığı kontrol edilmekte, eğer yapı elemanları boyutları yeterli değilse analiz işlemleri tekrarlanmaktaydı.

Elle yapılması zorunlu olan bu metodun optimal veya optimal çözüme yaklaşık sonuçları verebilmesi için gerekli tekrarlamalı işlemleri yapmak mümkün olmadığı gibi; sistemin tümü bir bütün olarak alınamadığından gerçek optimal çözüme ulaşması da imkânsızdı. (DANTZIG, 1963), (MAJID, 1974), (DEMİR, 1985), (DEMİR, 1985).

1.2 OPTİMİZASYON PROBLEMİ

Belli sayıda eşitlik ve/veya eşitsizlik sınırlayıcılarını sağlayacak şekilde bir (veya birden fazla) amaç fonksiyonunu ekstremize eden değişkenler dizisinin hesabı, bir optimizasyon problemini meydana getirir. Matematiksel olarak

$$z = f(x)$$

(1.1)

$$\begin{aligned}
g_j(x) &= 0 \quad (j = 1, 2, \dots, r) \\
h_k(x) &\leq 0 \quad (k = 1, 2, \dots, s) \\
p_l(x) &\geq 0 \quad (l = 1, 2, \dots, t)
\end{aligned} \tag{1.2}$$

şeklinde sınırlayıcılarla ifade edilebilir.

n boyutlu tasarım uzayı içinde, sınırlayıcı yüzeyler ile sınırlanmış alana uygun bölge, bu bölge içindeki herhangi bir çözümde uygun çözüm adı verilir.

Amaç fonksiyonu ve sınırlayıcılar, x değişkenleri cinsinden doğrusal olarak ifade edilebiliyorsa; doğrusal optimizasyon problemi, edilemiyorsa; doğrusal olmayan (nonlinear) optimizasyon problemi meydana gelir.

1.2.1 Amaç Fonksiyonu

Alternatif tasarımların bir tanesinin seçimi için temel teşkil eden en büyük/en küçük değeri veren fonksiyona amaç fonksiyonu denir. Amaç fonksiyonu

$$Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n \tag{1.3}$$

şeklinde gösterilir. Problemin amacı doğrusal fonksiyon olan Z 'yi maksimum veya minimum yapan $X_1, X_2, \dots, X_n$ değerlerini bulmaktır. Amaç fonksiyonu, kârı veya faydayı ifade ediyorsa Z 'yi maksimum, masrafları veya maliyeti gösteriyorsa Z 'yi minimum yapan $X_1, X_2, \dots, X_n$ değerleri aranır. Amaç fonksiyonunda $X_1, X_2, \dots, X_n$ karar değişkenleri, $C_1, C_2, \dots, C_n$ kâr veya maliyet sabit katsayılarıdır.

1.2.2 Sınırlayıcılar

Optimizasyon probleminin çözümünde bazı şartların yerine getirilmesi gerekir. Bu şartlara sınırlayıcılar denir. Yapısal optimizasyonda sınırlayıcılar, yan ve davranış sınırlayıcıları olarak ikiye ayrılabilir.

Yan sınırlayıcılar, yapı sisteminin boyutları veya bu boyutlar arasındaki ilişkiler ile ilgilidir.

Davranış sınırlayıcıları, gerilmeler, deplasmanlar, titreşim frekansları özellikleri üzerinde yapılan sınırlamalardır.

1.3 YAPI OPTİMİZASYONU

Yapısal optimizasyon problemi; matris yerdeğiştirme (deplasman) veya matris kuvvet metodlarından biri ile formüle edilebilir. Bilgisayar programlamasına daha uygun olması medeni ile, daha çok matris deplasman metodu ile yaklaşımlara rastlanmaktadır.

En ekonomik yapı sisteminin seçimi ve boyutlandırılmasını amaçlayan optimizasyon probleminde; yapı maliyeti, malzeme, kalıp-işçilik, bakım-onarım masrafları gibi çeşitli faktörleri ihtiva etmesine rağmen, yapı optimizasyonunda çoğu zaman maliyet fonksiyonu olarak yapı ağırlığı veya yapı hacmini almak iyi bir sonuç verir. Buna göre yapısal optimizasyon problemi, minimize edilecek yapı ağırlığı fonksiyonu ile yapı sisteminin davranışı ve yönetmeliklerle ilgili kısıtlayıcıları sağlayan bir programlama problemi meydana getirir.

Bir yapı tasarımı için sırasıyla: Yapının tipi, topolojisi, malzemesi, elemanların geometrik düzeni, eleman boyutları, düğüm noktaları ve mesnet şartları belirlenmelidir. Bu sebepten yapı optimizasyonu genel olarak üç grupta verilebilir. (MAJID, 1974), (SAĞLAM, 1982).

- 1) Eleman optimizasyonu
- 2) Boyut "
- 3) Şekil "

Yapısal optimizasyon problemlerinde sınırlayıcılar yapının davranışı ve şartnamelerde belirtilen sınırlardır. Bunlar:

- a) Gerilme sınırlayıcıları
- b) Deplasman "
- c) Rijitlik veya denge sınırlayıcıları
- d) Mimarı sınırlayıcıları
- e) Yapımsal "
- f) Stabilite "
- g) Titreşim "

Yapı optimizasyonu probleminin niteliğine göre, bu sınırlayıcıların

hepsi veya bir kısmının sağlanması istenebilir.

1.4 YAPISAL OPTİMİZASYONDA KULLANILAN METOTLAR

Yapı problemlerinde kullanılan optimizasyon teknikleri genel olarak üç ana grupta toplanabilir.

- 1) Matematik programlama teknikleri
- 2) Optimumluk kriteri metotları
- 3) Optimum kontrol teorileri metotları

1.4.1 Matematik Programlama Teknikleri

Optimizasyon problemini matematiksel olarak çözümleyen genel metotlardır. Bu metotlar iki gruba ayrılırlar.

- a) Direkt arama metotları
- b) Dolaylı arama metotları

1.4.1.1 Direkt Arama Metotları

Optimizasyon probleminin çözümüne doğrudan yaklaşan metotlardır. Problemin özelliğine göre; Doğrusal programlama ve doğrusal olmayan programlama metotları olmak üzere iki sınıfı ayrılır. (DANTZIG, 1963), (KESKİNEL, 1983).

1.4.1.1.1 Doğrusal (Lineer) Programlama Teknikleri

Amaç fonksiyonu ve sınırlayıcılardaki değişkenlerin katsayıları sabitse doğrusal programlama problemi meydana gelir. Lineer programlama değişkenlere ve sınırlayıcılara bağlı olarak amaç fonksiyonunu en uygun (maksimum veya minimum) yapmaya çalışır.

Buna göre lineer programlama değişkenlere ve sınırlayıcı şartlara bağlı kalacak amaca en iyi ulaşma tekniğidir. Lineer programlama ilk olarak 1939 yılında Kantorovich tarafından ele alınmıştır. (DANTZIG, 1963), (MAJID, 1974), (GÜLAY, 1985).

Optimizasyonu yapılması istenen sistemin matematiksel modeli genel-

likle doğrusal olmayan (nonlinear) bir karakter göstermesine rağmen sistemin çözümünde lineer programlama metotları kullanılmıştır. Bunun başlıca sebepleri, doğrusal programlama tekniğinin gelişmiş olması, ayrıca kullanıcının kolayca kullanabileceği bilgisayar programlarının bulunmasıdır.

Doğrusal programlama metotlarının başlıcaları: Grafik metot, Analitik metot, Simpleks metot, Integer programlama, Gradient metot ve simpleks metodun özel bir şekli olan tamsayılı programlama metotlarıdır.

1.4.1.1.2 Doğrusal Olmayan (Nonlinear) Programlama Teknikleri

Problemde iki veya daha yüksek dereceden değişkenler veya; iki veya daha fazla değişkenlerin çarpımı söz konusu olduğu zaman nonlinear problem meydana gelir. Nonlinear programlama problemleri gerçeğe daha uygun olduklarından lineer programlama problemlerinden önemlidirler.

Yaklaşık bir sayı alınarak nonlinear problem basitleştirilip lineer tarzda formüle edilir. Bu yaklaşım gerçek problemin bazı özelliklerini yansıtmaz.

Doğrusal olmayan programlama metotları içinde literatürde en çok rastlanılanları şunlardır:

Ardısıra kısıtlamasız minimizasyon teknikleri, Ardısıra doğrusal programlama teknikleri, Geometrik programlama, Gradyan metot ve uygun yön metotlarıdır. (MAJID, 1974), (DEMİR, 1987), (GÜLAY, 1985).

1.4.1.2 Dolaylı Metotlar (Arama Metotları)

Bu metotlarda problemin çözümü doğrudan olmayıp bir kriterden faydalanılarak ve sayısal arama metodu ile optimum çözüme adım adım yaklaşılır.

1.5 YAYINLARDAN ELDE EDİLEN SONUÇLAR

Çelik yapıların; deplasman, gerilme, burkulma sınırlayıcılarının sağlandığı ve ağırlığın (malzeme maliyetinin) minimum olduğu optimum boyutlandırılması başarı ile yapılabilmektedir.

Matematik programlama geneldir. Bu nedenle; yapısal optimizasyon

problemi ise; matris deplasman ve matris kuvvet metotlarından biri kullanılarak formüle edilmiştir.

Son yıllardaki araştırmalarda; rijitlik, deplasman, burkulma sınırlayıcıları için optimumluk şartı çıkarılmıştır. Bu şarta göre lineer olmayan denklemler elde edilmektedir. Bazı basitleştirici kabuller yaparak, bunların çözümü için yaklaşık algoritmalar geliştirilmektedir.

Son yıllarda, yapı eleman boyutlarının optimum yapılmasına ek olarak, sistem şeklinin de optimizasyonu üzerindeki araştırmalar önem kazanmaktadır.

1.6 ÇALIŞMANIN AMACI

Bu çalışmada bilgisayar ile düzlem kafes sistemlerinin optimum tasarımı amaçlanmıştır. Daha evvel bu konuyla ilgili olarak birçok araştırmacının yaptığı çalışmalar, gözden geçirilmiştir. (DANTZIG, 1963), (SAKA, 1975), (MAJID, 1974), (KARIHALOO, 1988), (GÜLAY, 1985).

Yapılan çalışmalarda sınırlayıcıları ve amaç fonksiyonunun katsayılarını gösteren katsayılar matrisi elemanların değerleri 10^{-3} ile 10^2 arasında değişmekte olduğu gözlenmiştir. Buda düzlem kafes sistemlerin optimum tasarım problemlerinin ara işlemlerinde kesme ve yuvarlatma hataları meydana getirmekte, yakınsamayı zorlaştırmaktadır.

Bu çalışmada bilgisayar ile düzlem kafes sistemlere optimizasyon uygulanmış, yukarıdaki sakıncaları ortadan kaldırarak düzlem kafeslerin optimum tasarımında daha ekonomik çözüm elde etmek amaçlanmıştır.

BÖLÜM II

DÜZLEM KAFES SİSTEMLERİN OPTİMUM TASARIMI

2.1 G İ R İ Ş

Yapı problemlerinde tasarım değişkenlerinin çeşitliliği ve çok sayıda olması, ayrıca eleman sayısı arttıkça sınırlayıcıların çoğalması ve de optimizasyon probleminin, genellikle yüksek dereceden doğrusal olmayan ifadeler ihtiva etmesi sebebiyle optimizasyon probleminin çözümünde çeşitli güçlüklerle karşılaşilmektedir. 1.Bölümde de sunulduğu gibi araştırmacılar yapı problemlerinin optimizasyonu için çeşitli metotlar uygulamışlar ve her metodun bazı avantajları yanında, yapı tipleri ve yükleme durumlarına bağlı olarak, yakınsama güçlükleri, doğrusallaştırma hataları vb. çeşitli problemler ile karşılaşmışlardır.

Sunulan çalışmada optimizasyon problemi; matris deplasman metodu ile formüle edilerek, doğrusal olmayan programlama tekniklerinden yaklaşık programlama metodu (ardısıra doğrusal programlama) ile çözülmüştür.

2.2 MATEMATİK MODEL

Düzlem kafes sistemlerin optimum boyutlandırılması problemini, matematik programlama problemi olarak formüle ederken, öncelikle; amaç fonksiyonunun ve sınırlayıcıların belirlenmesi gerekir.

Yapılan çalışmalarda geliştirilen algoritmaların büyük çoğunluğunun yapı ağırlığını minimum yapmayı amaç edindikleri gözlenmiştir. Bu bölümde, düzlem kafes sistemlerin toplam ağırlığı veya toplam malzeme maliyeti, minimum yapılmak istenen amaç fonksiyonu olarak alınmıştır. Bu fonksiyon

$$W = \sum_{i=1}^{NM} \rho A_i L_i \quad (2.1)$$

şeklindedir. Burada ρ malzeme yoğunluğu, A_i ve L_i kafes sisteminin i

çubuğunun kesit alanı ve boyudur. NM ise sistemdeki çubuk sayısıdır. Kafes sistemlerde yaklaşık çubukların gruplandırılması durumunda:

$$W = \sum_{k=1}^{NG} \rho A_k L_k \quad (2.2)$$

şeklini alır. Burada A_k ve L_k sırasıyla k grubunun alanı ve bu gruptaki elemanların toplam uzunluğudur. NG ise sistemdeki farklı grupların toplam sayısıdır.

Boyutlandırılan her yapıdan beklenen, etkiyen yükler altındaki davranışının kabul edilebilir olmasıdır. Bu husus elastik teori kullanıldığında, etkiyen dış yükler altında sistemde oluşan gerilme ve deplasmanların şartnamelerce belirtilen sınırlardan büyük olmaması anlamına gelir. Boyutlandırma probleminin formüle edilişinde, etkin bilgisayar programlaması sağlayan matris deplasman metodunun kullanılması durumunda ise, sınırlayıcılara ek olarak rijitlik eşitliklerinin sağlanması gerekmektedir. (SAKA, 1975), (SAKA, 1977), (SAKA, 1977). Bu bölümde eleman kesit alanları ve düğüm noktaları deplasmanları bağımsız değişken olarak alındığından optimum boyutlandırma problemi aşağıda genel görünümü ile verilen matematik programlama problemine dönüşmektedir.

$$\text{Min. } W = W(\underline{A})$$

Sınırlayıcılar

$$\text{Rijitlik } K_i(\underline{A}) \{X_d\} - P_i = 0 \quad i = 1, \dots, NS$$

$$\text{Gerilme } \sigma_j(\underline{A}, \underline{X}_d) - \sigma_p \leq 0 \quad j = NS+1, \dots, NS+NM$$

$$\text{Deplasman } \{X_d\} - \{\Delta\} \leq 0$$

$$\{A\} \geq 0 \quad (2.3)$$

Burada $\{A\}$ ve $\{X_d\}$ boyutlandırma değişkenleri olup; $\{A\}$ bilinmeyen alanlar vektörü, $\{X_d\}$ düğüm noktaları deplasmanları vektörüdür. $K_i(\underline{A})$, sistem rijitlik matrisinin i 'inci satırıdır. σ_p ve Δ gerilme ve deplasman sınır değerleridir. NS rijitlik denklemlerinin, NM kafesteki çubukların toplam sayısıdır. P_i , etkimekte olan dış yük bileşenidir. (MAJID, 1974) (ÇAKIROĞLU, 1974), (TEZCAN, 1970), (COATES, 1972), (BRAY, 1976).

2.3 SINIRLAYICILAR

Yukarıda genel görünümü verilen rijitlik, gerilme ve deplasman sınır-

layıcılarının matris deplasman yöntemi ile elde edilişleri aşağıda açıklanmıştır.

2.3.1 Rijitlik Sınırlayıcıları

Kafes sistemin optimum boyutlandırma problemi matris deplasman yöntemi ile formüle edildiğinde, sistemin $[K]$ rijitliği, etkimekte olan dış yükleri güvenle taşıyacak şekilde belirlenmelidir. Bu sınırlayıcılar

$$[K_s] \{X_d\} = \{P\} \quad (2.4)$$

şeklindedir. Burada $[K_s]$ sistem rijitlik matrisi, $\{X_d\}$ düğüm noktaları deplasmanları $\{P\}$ düğüm noktalarına etkiyen dış yük vektörleridir.

Genel olarak, herhangi bir düzlem kafes sistemde Şekil 2.1'de gösterilen F ve R düğüm noktalarını birleştiren $\bar{I}$ çubuğunun, rijitlik matrisine katkısı aşağıdaki gibidir (DEMİR, 1985), (KARİHALOO, 1988).

$$[K_i] = A_k \begin{bmatrix} [K_{FF}] & [K_{FR}] \\ [K_{RF}] & [K_{RR}] \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

F ucunda

B_i	C_i
C_i	F_i
$-B_i$	$-C_i$
$-C_i$	$-F_i$

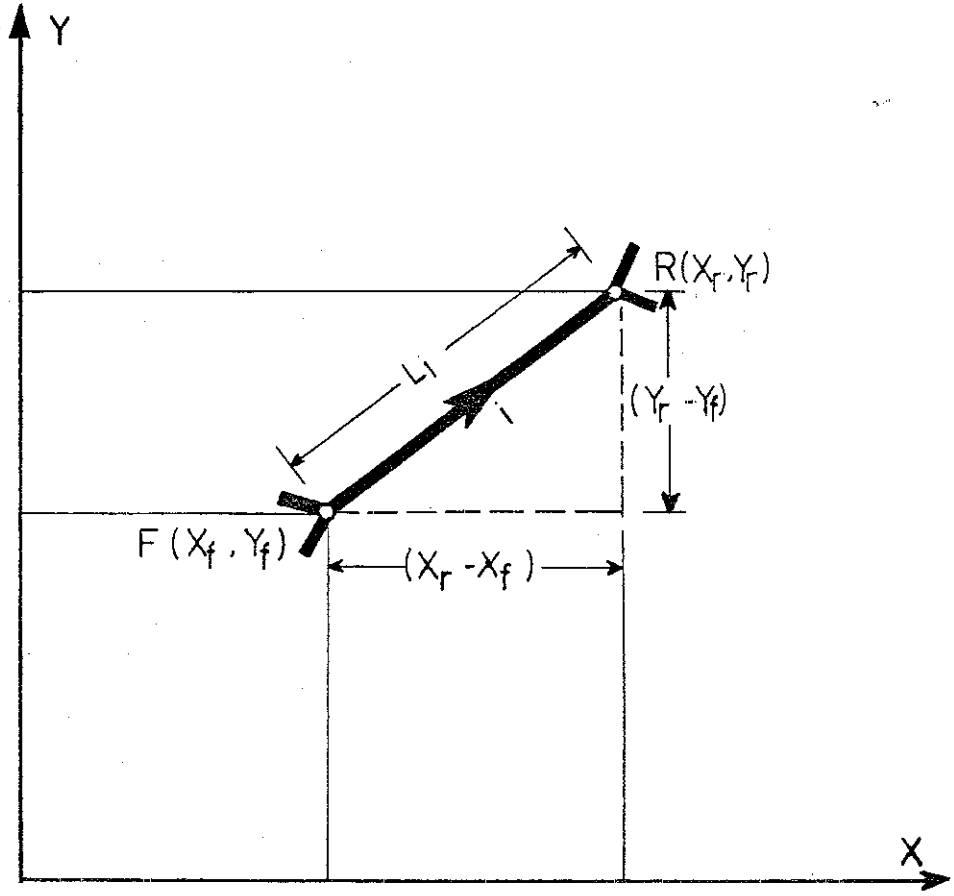
R ucunda

$-B_i$	$-C_i$
$-C_i$	$-F_i$
B_i	C_i
C_i	F_i

Burada,

$$B_i = \frac{E}{L_i} \cos^2 \alpha, \quad C_i = \frac{E}{L_i} \cos \alpha \cos \beta, \quad F_i = \frac{E}{L_i} \cos^2 \beta \quad (2.6)$$

şeklindedir. Bu ifadelerde A_k , L_i , E sırasıyla k grubuna ait $\bar{I}$ çubuğunun kesit alanı, boyu ve malzeme elastisite modülüdür.



$$\cos \alpha = \frac{X_r - X_f}{L_i}$$

$$\cos \beta = \frac{Y_r - Y_f}{L_i}$$

Şekil 2.1 Çubuk Uç Koordinatları

Kafes sistemin rijitlik matrisi ise, her düğüm noktasında, o noktada birleşen çubuklara ait (2.5) ifadesindeki katkı matrisinin eklenmesiyle elde edilir.

2.3.2 Gerilme Sınırlayıcıları

Kafes sistemin Şekil 2.1'de gösterilen k grubuna ait i çubuğunun kesit alanı A_k , çubuktaki kuvvet F_i ise, bu çubuktaki σ_i gerilmesinin aşğıdaki eşitsizliği sağlaması gerekmektedir.

$$\sigma_i = |F_i / A_k| \leq \sigma_{ti} \text{ veya } \sigma_{ci}$$

bu da

(2.7)

$$F_i / A_k \leq \sigma_{ti}, \quad -F_i / A_k \leq \sigma_{ci}$$

şeklinde yazılabilir. Burada σ_{ti} ve σ_{ci} çekme ve basınç emniyet gerilmeleridir. Bilindiği gibi, i çubuğundaki F_i kuvveti çubuk uç düğüm noktası deplasmanları cinsinden (MAJID, 1974), (ÇAKIROĞLU, 1974), (BRAY, 1976)

$$F_i = A_k [B_i] \{X_{di}\} \quad (2.8)$$

şeklinde ifade edilir. Burada

$$\begin{aligned} & \begin{array}{cc} F \text{ ucunda} & r \text{ ucunda} \\ [B_i] = [-U_i - v_i \dots & U_i \quad v_i] \end{array} \\ & \{X_{di}\} = \{X_{df} \quad y_{df} \dots \quad X_{dr} \quad y_{dr}\} \\ & U_i = \frac{E}{L_i} \cos \alpha, \quad v_i = \frac{E}{L_i} \cos \beta \end{aligned} \quad (2.9)$$

şeklinde (2.7) ve (2.8) bağıntılarından i çubuğundaki gerilme

$$\sigma_i = |[B_i] \{X_{di}\}| \leq \sigma_{ti} \text{ veya } \sigma_{ci} \quad (2.10)$$

olarak ifade edilir. Buda sabit σ_t ve σ_c durumunda gerilme sınırlayıcılarının, yalnız düğüm noktaları deplasmanlarının fonksiyonu olduğunu göstermektedir. (2.10) bağıntısı, her çubuk için iki gerilme sınırlayıcısı verir. Çubuğun çekme veya basınca çalışmasına göre, bunlardan

yalnız biri programlama probleminde aktif olmaktadır. Bir çubuk eleman için yapılan yukarıdaki işlem düzlem kafes sistemi meydana getiren tüm elemanlar için tekrarlanır.

2.3.3 Burkulma Sınırlayıcıları

Basınca çalışan i çubuğu için narinlik

$$\lambda = \frac{L_i}{r_i} \quad (2.11)$$

şeklindedir. Burada L_i çubuk elemanının boyu, r_i atalet yarıçapıdır. λ 'nın aldığı değere göre burkulma ya elastik bölgede veya plastik bölgede meydana gelir.

$$\lambda > \lambda_p \quad (2.12)$$

değeri için burkulma elastik bölgede meydana gelir. Burada λ_p elastik bölge ile plastik bölgeyi ayıran sınır narinlik derecesidir.

Elastik bölgede çalışan i çubuğu için Euler burkulma gerilmesi

$$\sigma_{bi} = \pi^2 E r_i^2 / n L_i^2 \quad (2.13)$$

olarak verilmektedir. E elastisite modülü, n emniyet katsayısıdır. (2.13) bağıntısı burkulma gerilmesinin seçilen kesitin özelliklerine bağlılığını göstermektedir. Boyutlandırma probleminde kesit alanlarının değişken olarak alınması nedeniyle, kesit atalet yarıçapını, alan değişkeni cinsinden ifade etmek gerekir.

Bu bağıntı genel olarak

$$r = a A^b \quad (2.14)$$

şeklindedir. Burada A , çubuk kesit alanı; a ve b ise kesit şekline bağlı sabitlerdir.

Vanderplaats ve Moses (DEMİR, 1987), ortalama çapının et kalınlığına oranı 10 olan boru kesitler için a ve b nin değeri sırasıyla 0,602 ve 0,500 olarak bulmuşlardır. Buna göre burkulma gerilmesini yalnız kesit alanı cinsinden

$$\sigma_{bi} = (100.01 E A_k) / 8 L_i^2 \quad (2.15)$$

bağıntısıyla ifade etmişlerdir. Daha genel olarak boru kesitler için yukarıdaki işlem yapıldığında a ve b nin değeri: 0,5508 ve 0,9195 olarak bulunmaktadır. Bu ise

$$\sigma_{bi} = 0,121 \pi^2 E A_k^{1.839} / L_i^2 \quad (2.16)$$

burkulma gerilmesi ifadesini vermektedir. Burada $n = 2.5$ alınmıştır.

Plastik bölgede, iki ucu mafsallı bağlı çubuklarda burkulma gerilmesi

$$\sigma_{bi} = [2400 - (L_i/r_k)^2 / 15] / n \text{ (kg/cm}^2\text{)} \quad (2.17)$$

bağıntısıyla verilmektedir. Boru kesitler için belirlenen (2.14) bağıntısı (2.17) de yerine yazılıp, $a = 0,5508$ ve $b = 0,9195$ değerleri yerine konursa

$$\sigma_{bi} = (1600 - 0,1465 L_i^2 A_k^{-1.839}) \quad (2.18)$$

şeklini alır. (2.17) bağıntısında $n = 1.5$ alınmıştır.

Görüldüğü gibi gerek Euler ve gerekse parabolik formül kullanıldığında, burkulma gerilmesi (2.14) bağıntısı yardımıyla tasarım değişkeni olan kesit alanları cinsinden ifade edilebilmektedir. Basınç çubukları için, (2.10) bağıntısıyla verilen gerilme sınırlayıcılarındaki σ_{ci} nin σ_{bi} ile değiştirilmesiyle, burkulma sınırlayıcısı elde edilir.

$$|[B_i] \{x_{di}\}| \leq \sigma_{bi} \quad (2.19)$$

2.3.4 Deplasman Sınırlayıcıları

Çelik yapılarda, deplasmanlar şartnamelerce sınırlandırılmıştır. Düğüm noktaları deplasmanları, tasarım değişkeni olarak alındığından, deplasman sınırlayıcıları sadece " üst sınır " sınırlayıcılarına dönüşürler.

$$\{x_d\} \leq \{\Delta\} \quad (2.20)$$

Burada $\{\Delta\}$ izin verilen deplasmanlar vektörüdür. Düğüm noktası deplasmanları pozitif veya negatif değer alabilirler. Oysa, matematik program-

lama teknikleri yalnız pozitif değer alan değişkenlerle işlem yapabilmektedirler. Bu durum, değişken sayısını arttırmadan aşağıdaki değişken dönüşümünün yapılmasıyla giderilebilir.

$$x_j = \delta_j - e_j \quad (2.21)$$

Burada δ_j , x_j nin yerine gelen daima pozitif değer alan yeni değişken, e_j ise, x_j nin alabileceği en büyük negatif değere eşit olan bir sabittir.

Bu bağıntıda, yeni boyutlandırma değişkeninin alacağı pozitif veya negatif değer alabilmektedir.

Eğer x_j deplasmanı, Δ_j ile sınırlandırılmışsa, bu deplasman için gözönüne alınan sınırlayıcı

$$\delta_j - e_j \leq \Delta_j \quad (2.22)$$

$$\delta_j \leq \Delta_j + e_j$$

şeklini alın. x_j nin alabileceği negatif ve pozitif en büyük değerlerin birbirine eşit olması durumunda, (2.22) sınırlayıcısı

$$\delta_j \leq 2\Delta_j \quad (2.23)$$

eşitsizliğine dönüşür. Deplasmanlara uygulanan sınırlar şartnamelerden elde edilebilir.

2.4 YAKLAŞIK PROGRAMLAMA

Bu metot Taylor serisinin ilk iki terimi kullanılarak non-lineer fonksiyonların ilk lineerizasyonu ile non-lineer programlama problemlerinin çözümünde kullanılır. (SAKA, 1975), (MAJID, 1974) Buna göre $\{x\} = \{x^0\}$ noktasındaki $f(x^0)$ değeri bilinen "n" değişkenli $f(x)$ fonksiyonunun $\{x\} = \{x^1\}$ noktasında $f(x^1)$ değeri, Taylor açılımı ile ilk iki terimi alınarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$f(x^1) = f(x^0) + \nabla f(x^0) [\{x^1\} - \{x^0\}] \quad (2.24)$$

Burada $\nabla f(x^0)$ satır vektörü gradyan vektörü olarak adlandırılır ve

$$\nabla f(\underline{x}^0) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1^0}, \frac{\partial f}{\partial x_2^0}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n^0} \right] \quad (2.25)$$

şeklinde $f(\underline{x})$ fonksiyonunun değişkenlere göre alınan birinci türevlerinden oluşur. Buna göre optimum boyutlandırma problemi yeniden düzenlenirse

$$\text{Min. } W = W(\underline{A})$$

Sınırlayıcılar

$$\text{Rijitlik } S_i(\underline{V}) = [K_i(\underline{A})] \{X_d\} - P_i = 0 \quad i = 1, \dots, NS$$

$$\text{Gerilme } \sigma_j(\underline{V}) = \sigma_j(\underline{A}, \underline{X}_d) - \sigma_p \leq 0 \quad j = NS + 1, \dots, NS + NM$$

$$\begin{aligned} \text{Deplasman } \{X_d\} - \{\Delta\} &\leq 0 \\ \{A\} &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.26)$$

lineer olmayan programlama problemi elde edilir. Burada boyutlandırma vektörü $\{V\} = \{A, X_d\}$ şeklinde olup, alt matris $\{A\} = \{A_1, A_2, \dots, A_{NG}\}$, NG grupta toplanan çubukların kesit alanlarından ve alt matris $\{X_d\} = \{X_{d1}, y_{d1}, \dots, X_{dn}, y_{dn}\}$, N düğüm noktasının deplasmanlarından oluşmaktadır. Bu problemde lineer olmayan rijitlik ve gerilme sınırlayıcıları (yalnız basınç çubuklarına ait alanlar) (2.24) bağıntısı ile lineerleştirilirse

$$\text{Min. } W = W(\underline{A})$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} S_i(\underline{V}^0) + \nabla S_i(\underline{V}^0) [\underline{V} - \underline{V}^0] &= 0 \\ \sigma_j(\underline{V}^0) + \nabla \sigma_j(\underline{V}^0) [\underline{V} - \underline{V}^0] &\leq 0 \\ \{X_d\} - \{\Delta\} &\leq 0 \\ \{A\} &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.27)$$

şeklinde lineer programlama problemi elde edilir. Burada $\{V^0\} = \{A^0, X_d^0\}$ alan ve deplasman değişkenleri için seçilen başlangıç değerleridir.

Rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarının gradyan vektörleri

$$\nabla S_i(\underline{V}^0) = \left[\frac{\partial S_i}{\partial A^0}, \dots, \frac{\partial S_i}{\partial A^0}, \dots, \frac{\partial S_i}{\partial X_{d1}^0}, \dots, \frac{\partial S_i}{\partial y_{dn}^0} \right]$$

$$\nabla \sigma_i(\underline{V}^0) = \left[\frac{\partial \sigma_i}{\partial A^0} \dots \frac{\partial \sigma_i}{\partial A_{NG}^0} \frac{\partial \sigma_i}{\partial x_{dl}^0} \dots \frac{\partial \sigma_i}{\partial y_{dN}^0} \right] \quad (2.28)$$

şeklindedir. Bu şekilde lineerleştirilen, boyutlandırma problemi lineer programlama ve yöntemlerinden simpleks yöntemi (MAJID, 1974), (AŞAN, 1977), (GÜREL, 1966) ile çözülebilir. Problemin çözümünde, gerçek optimum çözüme yaklaşıklığını koruyabilmesi için "değişim sınırları" adı verilen sınırların gözönüne alınması gerekir.

Şekil 2.2 de gösterildiği gibi, lineerleştirilmiş problemin optimum çözümü bu sınırların belirlediği bölge içinde yer alır Değişim sınırları

$$(1-m) \{A^0\} \leq \{A\} \leq (1+m) \{A^0\} \quad (2.29)$$

şeklinde teşkil edilir. Burada m önceden seçilen bir sabittir. ($0 \leq m \leq 1$) Değişim sınırlarının (2.27) problemine eklenip, fonksiyonları $\{V^0\}$ başlangıç noktasındaki bilinen değerleri sağ tarafta toplanırsa

$$\text{Min } W = W(\underline{A})$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} \nabla S_i(\underline{V}^0) \{V\} &= \nabla S_i(\underline{V}^0) \{V^0\} - S_i(\underline{V}^0) \\ \nabla \sigma_j(\underline{V}^0) \{V\} &\leq \nabla \sigma_j(\underline{V}^0) \{V^0\} - \sigma_j(\underline{V}^0) \\ \{x_d\} &\leq \{\Delta\} \\ \{A\} &\leq (1+m) \{A^0\} \\ \{A\} &\geq (1-m) \{A^0\} \end{aligned} \quad (2.30)$$

lineer programlama problemi elde edilmiş olur.

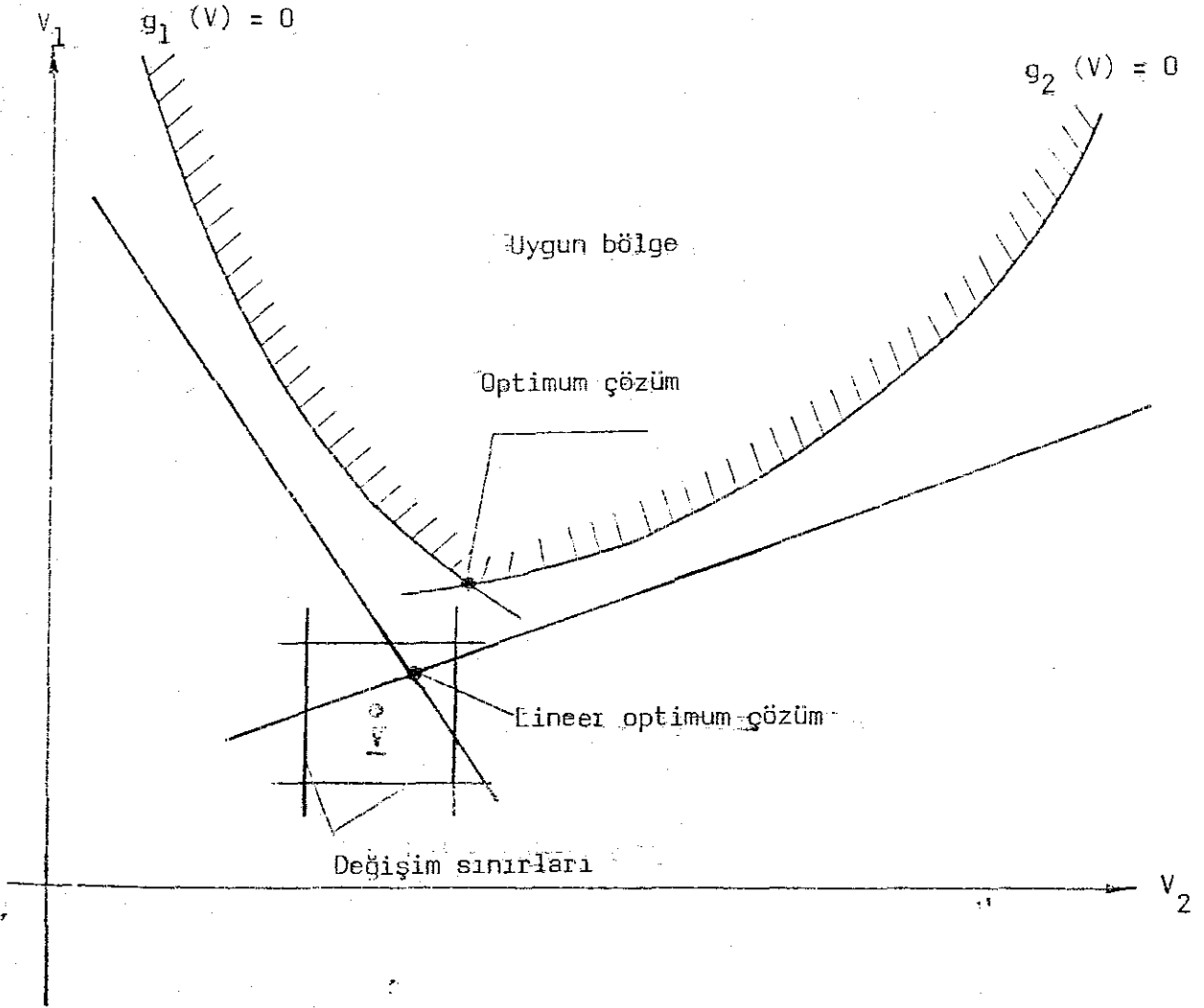
Bu problemde

$$\text{Min } W = W(A)$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} [G] \{V\} &\leq \{RHS\} \\ \{V\} &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

şeklinde yazılabilir. Burada



Şekil 2.2- Değişim Sınırları

$$[G] = \begin{bmatrix} \nabla S_i (V^0) \\ \nabla G_j (V^0) \\ [I] \\ [I] \\ [I] \end{bmatrix}, \{RHS\} = \begin{bmatrix} \nabla S_i (V^0) \{V^0\} - S_i (V^0) \\ \nabla G_j (V^0) \{V^0\} - G_j (V^0) \\ \{\Delta\} \\ (1+m) \{A^0\} \\ (1-m) \{A^0\} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

şeklinde dir. $[G]$ katsayılar matrisi ve $\{RHS\}$ sağ taraf sabitleri içeren vektör olup,

$$[H] = [G] , \{RHS\}$$

şeklinde $[H]$ katsayılar matrisine aktarılır. $[H]$ katsayılar matrisinin elemanları 10^{-3} ile 10^2 arasında değişmektedir. Bu durum, gerek yaklaşık programlama uygulanmasından meydana gelen hata, gerekse $[H]$ katsayılar matrisi elemanlarının çok farklı mertebede olmaları kesme ve yuvarlatma hatalarına neden olmaktadır. Bu da optimum tasarım probleminin çözümünü zorlaştırmakta, hatta olanaksız kılmaktadır. Optimum tasarım problemindeki bu zorluğu yenmek, yakınsamayı hızlandırmak için $[H]$ katsayılar matrisine aşağıdaki dengeleme işlemi uygulanır.

$$[H] = H_{i,j} \text{ ROW}_j \text{ COL}_i \quad (2.33)$$

$$i = 1, \dots, M \quad j = 1, \dots, N$$

Burada H (MN) boyutlu katsayılar matrisi, ROW (M) boyutlu satır vektörü, COL (N) boyutlu sütun vektörüdür. Dengeleme işlemi yapıldıktan sonra optimum tasarım problemi simpleks iki faz yöntemiyle çözülür. Elde edilen yeni tasarım değişkenleri dengeleme işleminden dolayı gerçek değerler değildir. Tasarım değişkenlerine

$$\underline{V} = V_i \text{ COL}_i / \text{COL}_k$$

$$k = 1, \dots, N$$

işlemi uygulanarak gerçek tasarım değişkenleri elde edilir. Burada N tasarım değişkenleri sayısıdır. (DEMİR, 1987), (DEMİR, 1985), (KARİHALOO, 1988). Yukarıdaki işlem yakınsama sağlanıncaya kadar tekrarlanır.

2.4.1 Gradyan Vektörlerinin Hesabı

Nonlinear optimum boyutlandırma probleminin lineerleştirilmesinde rijitlik ve gerilme (burkulma) sınırlayıcıların gradyan vektörlerinin hesabı gerekir. Bu vektörler yukarıdaki sınırlayıcıların sırasıyla boyutlandırma değişkenlerine göre birinci türevlerinin hesaplanmasıyla teşkil edilir. Nonlinear sınırlayıcılar bu değişkenlerin polinomları şeklinde olduğundan bu türevleri doğrudan hesaplamak mümkün olmaktadır. Buna göre herhangi bir i inci rijitlik sınırlayıcısının genel görünümü

$$S_i(\underline{V}) = [K_i(\underline{A})] \{X_d\} - P_i = 0 \quad (2.34)$$

şeklinde dir. Sınırlayıcı, alan ve deplasman değişkenlerinin fonksiyonudur. Burada $K_i(\underline{A})$ sistem rijitlik matrisinin i inci satırıdır. Bu sınırlayıcının alan ve deplasman sınırlayıcılarına göre türevleri sırasıyla

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_i(\underline{V})}{\partial A_k} &= \left[\frac{\partial K_i(\underline{A})}{\partial A_k} \right] \{X_d\} \\ \frac{\partial S_i(\underline{V})}{\partial X_{dj}} &= k_{ij}(\underline{A}) \end{aligned} \quad (2.35)$$

şeklinde olur. Burada $k_{ij}(\underline{A})$, $[K]$ sistem rijitlik matrisinin (i,j) inci elemanıdır.

Rijitlik sınırlayıcılarının bu türevleri sistem rijitlik matrisini kurduktan sonra hesaplanabileceği gibi, sistemdeki her çubuğun rijitlik matrisine olan katkıların türevlerini alarak da daha kısa bir şekilde hesaplanabilir.

2.4.2 RHS Matrisinin Hesabı

Lineerleştirilmiş rijitlik ve burkulma sınırlayıcılarının sağ taraflarının hesabı (2.30) da gösterildiği gibi yapılır. Buna göre i inci rijitlik sınırlayıcısının lineerleştirme sonunda sağ tarafı

$$RHS_i = \nabla S_i(V^0) \{V^0\} - S_i(V^0), i = 1, \dots, 2N \quad (2.36)$$

şeklinde ifade edilir.

Burada $\nabla S_i(V^0)$, i inci rijitlik sınırlayıcısının $\{V^0\}$ başlangıç noktasında hesaplanan gradyan vektörü ve $S_i(V^0)$ bu sınırlayıcının aynı noktadaki değeridir.

Burkulma sınırlayıcılarında ise

$$RHS_j = \nabla \sigma_{bj}(V^0) \{V^0\} - \sigma_{bj}(V^0) \quad j = 1, \dots, NC \quad (2.37)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada NC, sistemdeki basınç çubuklarının sayısıdır.

2.4.3 Değişim Sınırları

Lineer olmayan rijitlik ve burkulma sınırlayıcıların seçilen bir $\{V^0\}$ başlangıç noktasında lineerleştirilmesiyle, boyutlandırma problemi lineer programlama problemine dönüştürülür.

Bu şekilde nonlinear esas problemin, lineerleştirilmesiyle probleme sokulan hata, boyutlandırma değişkenleri ve değişim sınırları olarak adlandırılan bazı sınırlarla kontrol edilir. (SAKA, 1975) Bunlar her ne kadar rastgele seçilirse de, genellikle boyutlandırma değişkenlerinin, o adımdaki değerlerinin belirli bir yüzdesi olarak alınırlar. Değişim sınırlarının seçimi için, problemin davranışına bağlı olmaları nedeniyle, genel bir kural vermek zordur.

2.4.4 Simpleks Yöntemi

Dantzig (DANTZIG, 1954), (MAJID, 1974) 1947 yılında simpleks metodu buldu ve 1939 yılında Kantorovich'in bulduğu lineer programlamayı geliştirdi. Simpleks yöntemi mevcutların içinde en etkin olanıdır. Bu bakımdan lineer programlama problemlerinin çözümünde tercih edilmektedir. Simpleks yönteminde, ilk olarak n değişkenli ve m sınırlayıcılı lineer programlama problemindeki

$$\text{Maks. } Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n &\leq b_1 \\ a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n &\leq b_m \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$X_1, X_2, \dots, X_n \geq 0$$

eşitsizlikler yeni değişkenler kullanılarak eşitliklere dönüştürülür.

Bunun için (2.38) deki her eşitsizliğe daima pozitif değer alan ve gevşek değişken olarak adlandırılan değişkenler eklenir.

Böylece (2.38) problemi

$$\text{Maks. } Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n + S_1 &= b_1 \\ a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n + S_2 &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n + S_m &= b_m \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$X_1, X_2, \dots, X_n \geq 0$$

$$S_1, S_2, \dots, S_m \geq 0$$

$(m + n)$ değişkenli ve m eşitlikli denklem sistemine dönüşür. Denklem sayısı değişken sayısına eşit olmayan bu sistemdeki, n adet esas değişkene sıfır değeri verilirse, geriye değişken ve denklem sayısı m olan sistem kalır. Bu sistemin çözümüyle gevşek değişkenlerin değerleri elde edilir ve bu çözüme temel uygun çözüm adı verilir.

Temel uygun çözümde yer alan değişkenler temel değişkenler, diğerleri ise temel olmayan değişkenler olarak adlandırılır. Buna göre başlangıç temel uygun çözümde, gevşek değişkenler temel değişken, esas değişkenler temel olmayan değişkenlerdir. Simpleks metodu bu çözümden başlayarak, her adımda amaç fonksiyonunun değerini geliştirecek şekilde esas

değişkenleri temel uygun çözüme sokmaya çalışır. Başlangıç temel uygun çözümü

Temel olmayan çözüm

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$$

$$Z = 0$$

Temel çözüm

$$s_1 = b_1, s_2 = b_2, \dots, s_m = b_m$$

$$(2.40)$$

şeklinde olup, amaç fonksiyonunun değeri sıfırdır. Bu çözümü izleyen amaç fonksiyonu değeri mümkün olduğunca arttırılmak istenir. Bu da amaç fonksiyonundaki katsayı pozitif en büyük olan değişkenin temel çözüme sokulmasıyla sağlanır. Böylece temel çözüme girecek olan x_r değişkeni

$$\text{Maks. } (c_j), \quad j = 1, 2, \dots, n \text{ ve } c_j > 0 \quad (2.41)$$

kuralını sağlayan $j = r$ alınarak belirlenir. Temel çözüme giren bu değişkenin alabileceği en büyük değer ise (2.38) deki sınırlayıcılarda x_r dışındaki değişkenlere sıfır koyarak elde edilir. Böylece x_r en fazla

$$\text{Min } \left(\frac{b_i}{a_{ir}} \right), \quad i = 1, 2, \dots, m \text{ ve } a_{ir} > 0 \quad (2.42)$$

değerini alabilir. Bu kurala göre bulunan $i = P$ sınırlayıcısındaki s_P temel değişkeni sıfır değer alır. Böylece temel çözümden çıkarılarak yerine x_r değişkeni getirilir. Katsayılar matrisindeki r' inci kolon ile P' inci satırın kesiştiği adresteki a_{rp} terimine pivot denir. Bundan sonra Gauss eliminasyon yöntemi uygulanarak s_P temel çözümünden çıkarılıp, x_r temel çözümü sokulur. Bunun sonucu pivotun bulunduğu satır ve kolonun dışındaki terimlerin yeni değerleri

$$a_{ij} = a_{ij} - a_{ir} \left(\frac{a_{pj}}{a_{pr}} \right), \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ j = 1, 2, \dots, n \\ i \neq P, j \neq r \end{array} \quad (2.43)$$

bağıntısından elde edilir.

Simpleks yönteminin kurallarına göre mevcut bir tablodan bir diğere geçmek için;

1) Amaç satırındaki pozitif sayıların en büyük olanı seçilir. Buna

karşı gelen kolon pivotal kolondur.

2) b kolonu ile pivotal kolon bölünerek pozitif en küçük oranı veren satır belirlenir. Bu pivotal satırdır.

3) Pivotal satır ile kolonun ortak terimi pivottur. Pivot sıfır ve negatif olamaz

4) Yeni tablodaki pivotal satır, önceki tablodaki aynı satırın pivotta bölünmesiyle elde edilir.

5) Yeni tablodaki pivotal kolon, önceki tablodaki aynı kolonun pivotta bölünüp işaretinin değiştirilmesiyle elde edilir.

6) Pivotun tersi alınır.

7) Diğer bütün terimler (2.43) bağıntısıyla hesaplanır. 5.7. adımdaki işlemler amaç satırında uygulanır.

Bu şekilde devam ederek bir tablodan diğerine geçilir ve işleme amaç satırında pozitif terim kalmayınca kadar devam edilir.

Lineer programlama probleminde amaç fonksiyonun minimumu aranırsa, simpleks kurulları aynen uygulanabilir. Yapılması gereken değişiklik

$$\text{Min. } f(X) = \text{Maks. } (-f(X)) \quad (2.44)$$

bağıntısını gözönüne alarak, başlangıç simpleks tablosuna amaç tablosuna fonksiyonunu -1 ile çarpıldıktan sonra yerleştirmektir. Bundan sonraki işlemler yukarıda açıklandığı gibi yapılır.

Sınırlayıcılar arasında eşitliklerin veya ($\geq$) tipinde eşitsizliklerin yer alması durumunda, Dantzig ve Orden (DANTZIG, 1954), (MAJID, 1974) tarafından geliştirilen ve iki faz yöntemi olarak adlandırılan simpleks algoritmasının diğer bir türü uygulanır. Bu yöntem ($\geq$) tipindeki herhangi bir i eşitsizliğinden

$$a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n \geq b_i \quad (2.45)$$

daima pozitif değer alan x_{n+1} artık değişkenini çıkararak bu eşitsizliği eşitliğe dönüştürür.

$$a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n - x_{n+1} = b_i \quad (2.46)$$

Bundan sonra temel uygun çözümü bulmak için, artık değişkenler negatif değer aldığından yeni değişkenlere gerek olduğu görülür. Böylece sınırlayıcılar arasındaki eşitliklere ve eşitliklere dönüştürülmüş ($\geq$)

tipindeki eşitsizliklere suni değişkenler eklenir. Buna göre (2.46) sınırlayıcısına x_{s1} suni değişkeni eklenince

$$a_{i1} x_1 + a_{i2} x_2 + \dots + a_{in} x_n - x_{n+1} + x_{s1} = b_i \quad (2.47)$$

eşitliği elde edilir. Suni değişkenin eklenmesiyle (2.46) eşitliği bozulmuş olur. Bu nedenle temel uygun çözümde bu suni değişkenlerin yer almaması gerekir. Bunu sağlamak kaydıyla suni değişkenlerin geçici olarak sınırlayıcılarda yer almasına izin verilir.

II. faz yöntemi, I.fazda probleme sokulan suni değişkenlerin değerini sıfır yaparak temel uygun çözümü elde etmeye çalışır. Bunu başardığı takdirde, II.faza geçerek normal simpleks yöntemini uygular. Birinci fazda temel çözümde yer alan suni değişkenleri temel olmayan çözüme aktarabilmek için yeni bir amaç fonksiyonu tanımlar.

$$Z_s = x_{s1} + x_{s2} + \dots + x_{sk} \quad (2.49)$$

burada k suni değişken gerekiren sınırlayıcıların toplam sayısıdır. Örnek olarak

$$\text{Min. } Z = C_1 x_1 + C_2 x_2 + C_3 x_3$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 &= b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 &\geq b_2 \\ a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + a_{33} x_3 &\geq b_3 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

lineer programlama problemi gözönüne alınırsa, artık ve suni değişkenlerin sınırlayıcılara uygulanmasıyla

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + x_{s1} &= b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 - x_4 + x_{s2} &= b_2 \\ a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + a_{33} x_3 - x_5 + x_{s3} &= b_3 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2.51)$$

sistemi elde edilir. Yeni amaç fonksiyonu ise

$$Z_s = x_{s1} + x_{s2} + x_{s3} \quad (2.52)$$

olup, x_{s1} , x_{s2} ve x_{s3} ün (2.51) deki denklemlerden çekilerek (2.52) de yerine yazılmasıyla $Z_s = b_1 + b_2 + b_3 - (a_{11} + a_{21} + a_{31}) x_1 - (a_{12} + a_{22} + a_{32}) x_2 - (a_{13} + a_{23} + a_{33}) x_3 + x_4 + x_5$ (2.53)

şeklini alır. Böylece yeni amaç fonksiyonunun, simpleks tablosuna eklenen yeni satıra yazılmasıyla I.fazın ilk tablosu

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
a_{11}	a_{12}	a_{13}	0	0	b_1	x_{s1}
a_{21}	a_{22}	a_{23}	-1	0	b_2	x_{s2}
a_{31}	a_{32}	a_{33}	0	-1	b_3	x_{s3}
$-c_1$	$-c_2$	$-c_3$	0	0	0	$-Z$
$\leq a_{i1}$	$\leq a_{i2}$	$\leq a_{i3}$	-1	-1	b_i	Z_s

şeklini alır. Görüldüğü gibi yeni amaç satırı, suni değişkenlerin eklen-
diği sınırlayıcılardaki değişkenlerin katsayılarının toplamından oluş-
maktadır. Bu yeni satır amaç satırı alınarak, yukarıki tabloya bu satır-
da pozitif sayı kalmayıncaya kadar normal simplek algoritması uygulanır.
Böylece ulaşılan I.fazın sonunda üç durumla karşılaşılabilir.

- 1) Bütün suni değişkenler çözümü terkederler.
- 2) Bir veya daha fazla suni değişken sıfır değer alarak temel çözüm-
de kalırlar.
- 3) Bir veya daha fazla suni değişken pozitif değer alarak temel çö-
zümde kalırlar.

1. Durumda problemin temel çözümü bulunmuş olup, II.faza başlanabi-
lir. Bunun için de esas amaç fonksiyonu alınarak, normal simpleks yön-
temi uygulanır.

2. Durumda ise yozlaşmış temel uygun çözüme varılmıştır. Bu da bir
veya daha fazla sınırlayıcının gereksiz olduğu anlamına gelebilir. Suni

değişkenlerin bundan sonraki simpleks tablolarında da sıfır değerini korumaları kaydıyla, bu çözüm temel uygun çözüm olarak alınıp II. faza başlanabilir.

3. Durumda ise, problemin uygun çözümü yoktur. II.faz yönteminin uygulaması aşağıda gözönüne alınan lineer programlama probleminde yapılmıştır.

$$\text{Min } Z = 2X_1 - 3X_2 + X_3$$

Sınırlayıcılar

$$3X_1 - 2X_2 + X_3 \leq 5$$

$$X_1 + 3X_2 - 4X_3 \leq 9$$

$$X_2 + 5X_3 \geq 1$$

(2.54)

$$X_1 + X_2 + X_3 = 6$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

probleminde başlangıç tablosunu teşkil edebilmek için birinci ve ikinci sınırlayıcılara S_1 ve S_2 gevşek değişkeni eklenmiş, üçüncü sınırlayıcıdan S_3 gevşek değişkeni çıkarılmış, X_{s1} suni değişkeni ilave edilmiş, dördüncü sınırlayıcıya X_{s2} suni değişkeni ilave edilerek aşağıda verilmiştir.

$$\text{Min } Z = 2X_1 - 3X_2 + X_3$$

Sınırlayıcılar

$$3X_1 - 2X_2 + X_3 + S_1 = 5$$

$$X_1 + 3X_2 - 4X_3 + S_2 = 9$$

$$X_2 + 5X_3 - S_3 + X_{s1} = 1$$

(2.55)

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_{s2} = 6$$

$$X_1, X_2, X_3, S_1, S_2, X_{s1}, X_{s2} \geq 0$$

Elde edilen sistemin simpleks tablosu kurulur.

Kurulan tablo 2.1 de verilmiştir.

Başlangıç simpleks tablosundaki Z_s satırı X_{s1} ve X_{s2} suni değişkenlerine ait üçüncü ve dördüncü satırdaki türevlerin toplanmasıyla bulunmuştur. Amaç fonksiyonunun minimumu arandığından bu fonksiyon -1 ile

Tablo 2.1 (2.55) Probleminin Simpleks Yöntemiyle Çözümü

x_1	x_2	x_3	s_3	b	
3	-2	1	0	5	s_1
1	3	-4	0	9	s_2
0	1	5	-1	1	x_{s1}
1	1	1	0	6	x_{s2}
-2	3	-1	0	0	-Z
1	2	6	-1	7	Z_s
x_1	x_2	x_{s1}	s_3	b	
3	-11/5	/	1/5	24/5	s_1
1	-19/5	/	-4/5	49/5	s_2
0	1/5	/	-1/5	1/5	x_3
1	4/5	/	1/5	29/5	x_{s2}
2	16/5	/	-1/5	1/5	-Z
1	4/5	/	1/5	29/5	Z_s
s_1	x_2	/	s_3	b	
1/3	-11/5	/	1/15	8/5	x_1
-1/3	68/15	/	-13/15	41/5	s_2
0	1/5	/	-1/5	1/5	x_3
-1/3	23/15	/	2/15	21/5	x_{s2}
2/3	26/15	/	-1/15	17/5	-Z
-1/3	23/15	/	2/15	21/5	Z_s
s_1	x_3	/	s_3	b	
1/3	11/3	/	-2/3	7/3	x_1
-1/3	-68/3	/	11/3	11/3	s_2
0	5	/	-1	1	x_2
-1/3	-23/3	/	5/3	8/3	x_{s2}
2/3	-26/3	/	5/3	8/3	-Z
-1/3	-23/3	/	5/3	8/3	Z_s
s_1	x_3	/	s_2	b	
3/11	-5/11	/	2/11	3	x_1
-1/11	-68/11	/	3/11	1	s_3
-1/11	-13/11	/	3/11	2	x_2
-2/11	29/11	/	-5/11	1	x_{s2}
9/11	18/11	/	-5/11	0	-Z
-2/11	28/11	/	-5/11	1	Z_s
s_1	x_{s2}	/	s_2	b	
7/29	/	/	3/29	92/29	x_1
-15/29	/	/	-23/29	97/29	s_3
-5/29	/	/	2/29	71/29	x_2
-2/29	/	/	-5/29	11/29	x_3
27/29	/	/	-5/29	-18/19	-Z
x_1	/	/	s_2	b	
29/7	/	/	3/7	92/7	s_1
15/7	/	/	-4/7	71/7	s_3
5/7	/	/	1/7	33/7	x_2
2/7	/	/	-1/7	9/7	x_3
-27/7	/	/	-4/7	-90/7	-Z

I.Fazın Sonu

II.Fazın Sonu

I.Fazın sonu: $x_1 = 92/29$, $x_2 = 71/29$, $x_3 = 11/29$, $Z = 18/29$ II.Fazın Sonu : $x_1 = 0$, $x_2 = 33/7$, $x_3 = 9/7$, $Z = 90/7$

çarpılarak amaç satırına yerleştirilmiştir. Z_s satırı ile yeni amaç satırı alınarak normal simpleks kuralları uygulandığında, beş tablo sonra her iki suni değişkenin temel çözümü terk ettiği görülür. Tablolarda temel çözümü terkeden suni değişkenin yeniden temel çözüme dönüşünü önlemek için bu değişkene ait kolon daha sonraki tablolarda işlemlere sokulmaz.

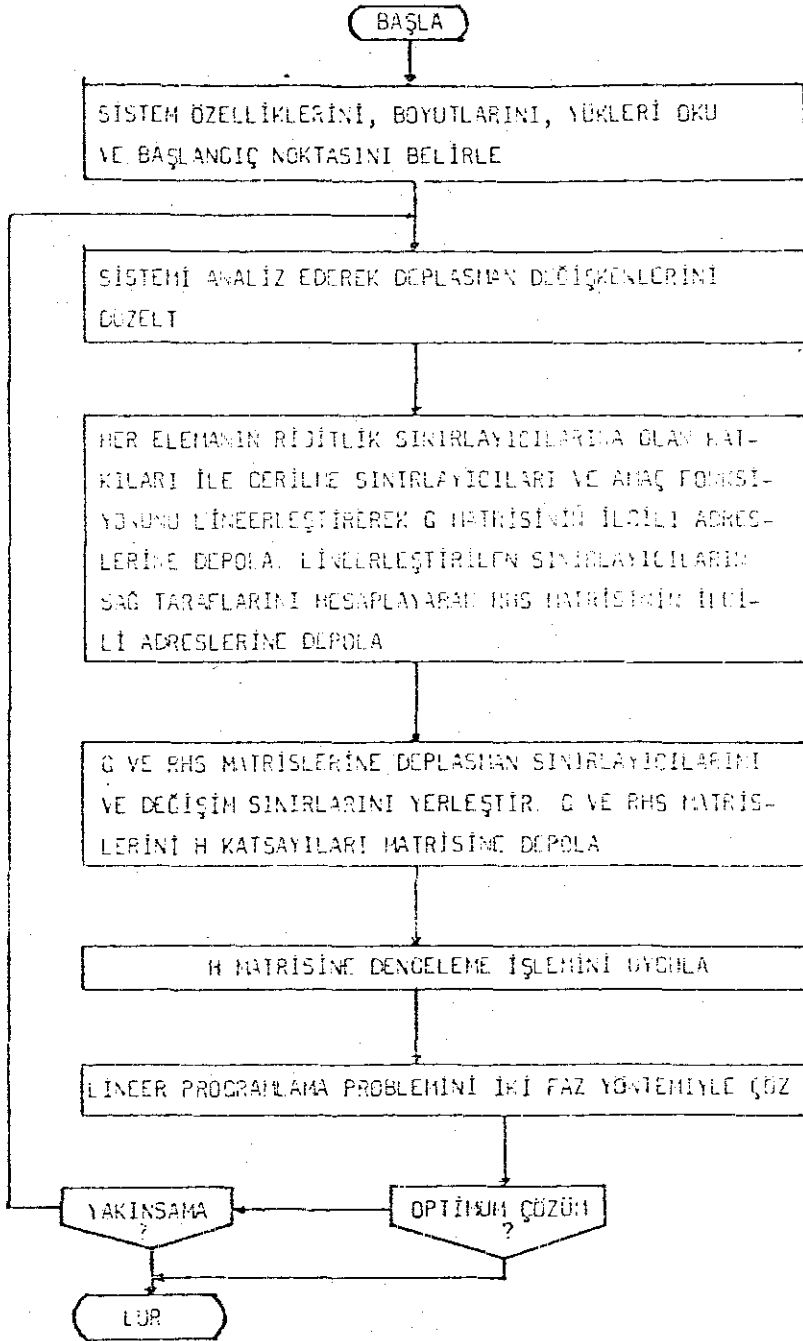
Böylece beş simpleks adımı sonra I.faz tamamlanarak temel uygun çözüm belirlenmiş olur. Bundan sonra, esas amaç satırı alınarak normal simpleks kuralları tekrarlanırsa, bir tablo sonra amaç satırında pozitif terimin kalmadığı görülür. Böylece optimum çözüm $X_1 = 0$, $X_2 = 33/7$, $X_3 = 9/7$ ve $Z = 90/7$ olarak elde edilmiş olur.

2.5 OPTİMUM TASARIM ALGORİTMASI

Düzlem kafes sistemlerin optimum tasarımı yapan algoritmanın genel akış diyagramı Şekil 2.3 de verilmiştir. Buna göre ilk olarak boyutları ve yükleme durumu verilen sistemin lineer olmayan tasarım probleminin lineerleştirilebilmesi için gerekli olan başlangıç noktası belirlenir. Bu da alan değişkenlerine değerler seçerek, bu değerler için sistem analiz edilip, deplasman değerlerinin belirlenmesinden ibarettir. Alt bölüm 2.4.1 de belirtildiği gibi rijitlik ve burkulma sınırlayıcıları lineerleştirilerek, $[G]$ matrisinin uygun adreslerine yerleştirilir, problem çözülür. optimum çözümün elde edilmesi durumunda, değişkenlerin bu yeni değerleri, başlangıç değerleri ile değiştirilerek alt bölüm 2.4.1 de anlatıldığı gibi lineerleştirme yapılır. Deplasman ve değişim sınırlarının gözönüne alınmasıyla yeni bir lineer programlama problemi elde edilir. Bu problemin çözümüyle değişkenlerin o adımdaki yeni değerleri elde edilir. Bu adımlara yakınsaklık sağlanıncaya kadar devam edilir. Yakınsaklık kriteri olarak aşağıdaki bağıntı kullanılmıştır:

$$W(X^{i+1}) - W(X^i) / W(X^i) \leq \epsilon \quad (2.56)$$

Burada $W(X^i)$ amaç fonksiyonunun i . adımdaki değeri ve $W(X^{i+1})$ ise bir sonraki adımda elde edilen değerdir. Çözülen örneklerde ϵ nin değeri % 0,1 alınmıştır.



Şekil 2.3 Optimum Boyutlandırma Algoritması

BÖLÜM III

BİLGİSAYAR PROGRAMLAMASI

3.1 GİRİŞ

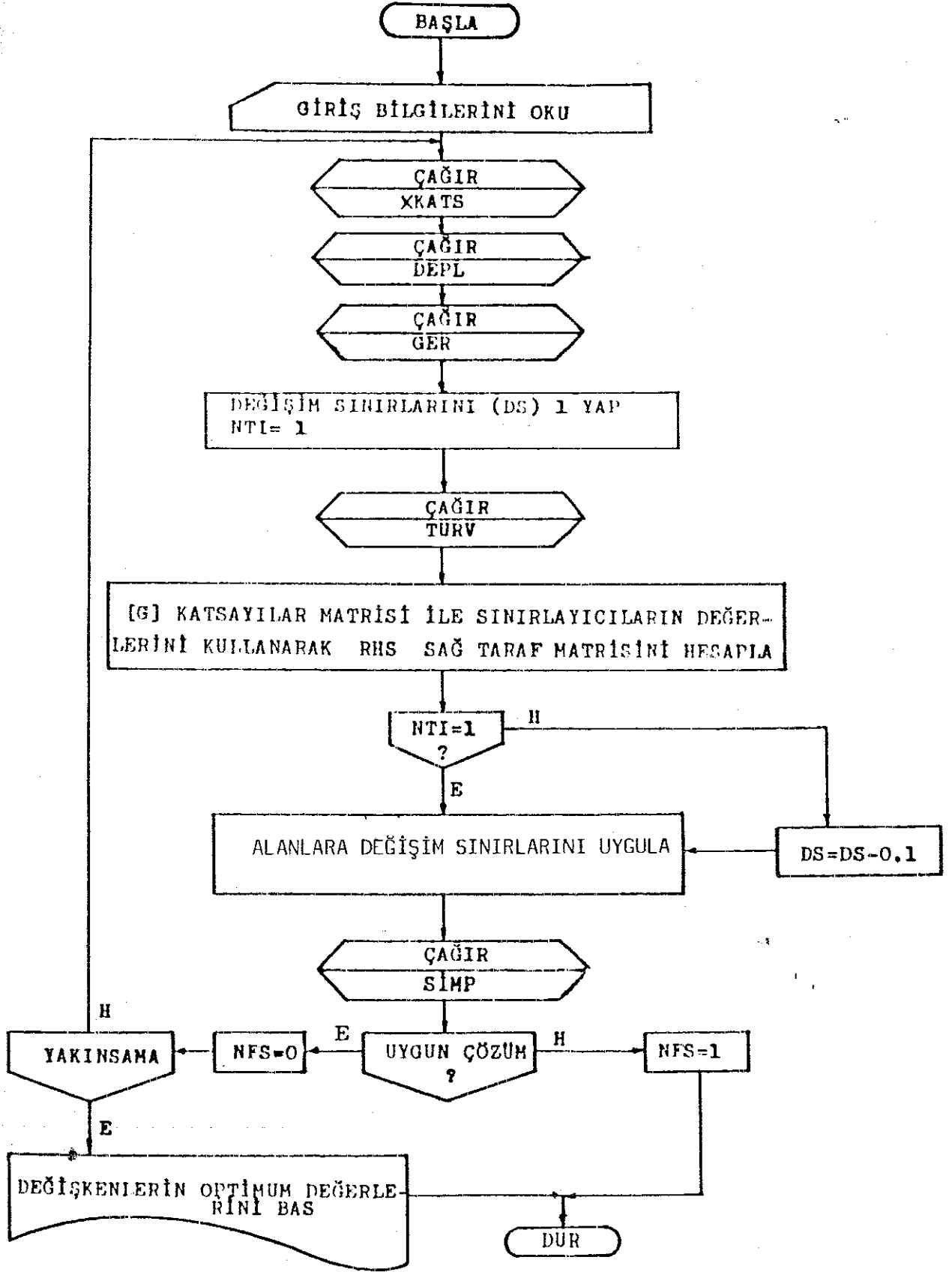
Bu çalışmada geliştirilen, bölüm 2 de açıklanan, düzlem kafes sistemlerin optimum tasarımı kapsayan algoritmanın, sayısal örneklerle uygulanabilmesi için bir bilgisayar programı hazırlanarak FORTRAN IV dilinde kodlanmıştır. Programın geliştirilmesi ve uygulaması Akdeniz Üniversitesi Isparta Mühendislik Fakültesi Bilgi İşlem Merkezindeki IBM PC XT bilgisayarında yapılmıştır.

Geliştirilen program düzlem kafes sistemlerin verilen bir yükleme altında optimum tasarımını yapabilmektedir. Hazırlanan program beş temel alt program ile bunların çağırıldığı bir ana programdan oluşmaktadır. Beş alt programın adları ve görevleri şöyledir:

- SUBROUTINE XKATS : Sistem rijitlik matrisini kurarak, tek boyutlu SM dizisine yerleştirir.
- SUBROUTINE DEPL : Kafes sistemin analizini yaparak deplasmanları hesaplar.
- SUBROUTINE TURV : Boyutlandırma değişkenlerinin çağırıldığı adımdaki değerini kullanarak, bu değişkenlerin lineerleştirilmiş rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarındaki katsayılarını kapsayan $[G]$ matrisini kurar ve aynı sınırlayıcıların değerlerini hesaplar.
- SUBROUTINE SİMP : Lineer programlama problemini simpleks yönteminin iki faz türü ile çözer.

3.2 ANA PROGRAM

Görevleri yukarıda açıklanan beş temel programın çağırıldığı ana programın akış diyagramı Şekil 3.1'de gösterilmiştir. Bu diyagramdan görüldüğü gibi ana programda ilk olarak giriş bilgileri okunmaktadır. Bu bilgiler Tablo 3.1 de sıralandığı gibi, seçilen düzlem kafesin sistem özellikleri ile adımlara başlangıç noktasını içeren bilgilerdir. Buna göre sisteme ait genel bilgiler ilk karttan okunmakta, boyutlandırma değişkeni olarak deplasman ve kesit alanlarını esas almaktadır. Daha sonraki kart-



Şekil 3.1 ANA Program Akış Diyagramı

Tablo 3.1 Giriş Bilgileri

PROGRAM SEMBOU	DEĞİŞKENLERİN TANIMI
IT	Kontrol kartı
NJ	Toplam düğüm noktası sayısı
NM	Toplam çubuk sayısı
NS	Toplam mesnet sayısı
NG	Toplam grup sayısı
FS	İlk mesnet numarası
E	Elastisite modülü
PC	Basınç emniyet gerilmesi
PT	Çekme emniyet gerilmesi
M1	Birinci uç düğüm nokta numarası
M2	İkinci düğüm nokta numarası
GP	Grup numarası
UH	x eksenı doğrultusu deplasmanı için " e " değeri
UV	y eksenı doğrultusu deplasmanı için " e " değeri
DH	x eksenı doğrultusu deplasmanı üst sınırı
DV	y eksenı doğrultusu deplasmanı üst sınırı
XV	Tasarım değışkenleri
LV	Yük vektörü

larda ise, elemanlara ait bilgiler Tablo 3.1'de sembolleri gösterilen dizilerle okunmaktadır. Buna göre ikinci karttan sistemi oluşturan çubuk elemanların birinci ve ikinci uç numaraları, grup numaraları ve gerilmeleri okunmaktadır. Bu dizinin boyutları NM dir. Burada NM sistemdeki toplam eleman sayısından üçüncü karttan ise düğüm noktalarına ait bilgiler okunmaktadır. Bunlar; düğüm noktalarındaki deplasmanlara uygulanan üst sınırlar, maksimum deplasmanlar ve bu noktalara uygulanan yüklerdir.

Dördüncü karttan elemanların gruplarına ait kesit alanları okunmaktadır. Beşinci karttan ise düğüm noktaları koordinatları okunmaktadır.

Giriş bilgileri bu şekilde programa verildikten sonra, değişkenlerin lineerleştirilmiş boyutlandırma problemindeki katsayılarını kapsayan $[G]$ matrisi ile problemin sağ tarafındaki terimler kapsayan $\{RHS\}$ matrisinin boyutları hesaplanır. $[G]$ matrisinin kolon sayısı, $ND = NG + 2(NJ)$ dir.

Burada değişkenler sırasıyla NG sistemdeki grup sayısını, NJ toplam düğüm noktası sayısını göstermektedir. Aynı matrisin satır sayısı $M = 2(NJ) + NM + 2(NJ) + 2(NG)$ kadardır. Burada ilk $2(NJ)$ rijitlik sınırlayıcılarının sayısını, NM elemanlara ait gerilme sınırlayıcıları sayısını, $2(NJ)$ deplasmanlara karşı gelen üst sınırların sayısını, $2(NG)$ alan değişkenlerine uygulanan değişim sınırlarını göstermektedir. $\{RHS\}$ sağ taraf matrisinin boyutu ise M dir.

XKATS alt programı, sistem rijitlik matrisini kurarak, tek boyutlu SM dizisine yerleştirir. SM dizisinin boyutu ise ana programda hesaplanır. Bunun için her düğüm noktası sırasıyla alınarak, o düğüm noktasına bağlı en küçük numaralı düğüm noktası belirlenir. Herhangi bir r düğüm noktası için numara f ise $[K_{rf}]$ alt matrisini depolamak için $6(f-r)$ kadar yere ihtiyaç vardır. Burada $[K_{rf}]$, $f = 1, \dots, s-1$ olmak üzere (2×2) boyutunda köşegen dışındaki alt matrislerdir. Buna köşegen üzerindeki $[K_{rr}]$ alt matrisinin 4 terimi eklenerek, N düğüm noktalı bir kafes sistem için rijitlik matrisinin toplam boyutu

$$NC = 4N + \sum_{s=1}^N 6(r-f) \quad (3.1)$$

ifadesiyle hesaplanır. Köşegen üzerindeki terimlerin yerlerinin adreslerini depolamak için ek olarak $2N$ kadar lokasyona ihtiyaç vardır. Bu yolla, bilgisayar belleğine önemli kazanç sağlanmaktadır.

Lineerleştirme hatalarının minimumda tutulabilmesi ve lineer programlama problemine optimum çözüm elde edebilmesi için, boyutlandırma değişkenlerinin seçilen başlangıç değerlerinin rijitlik eşitliklerini sağlaması gerekmektedir. Tablo 3.1'de gösterildiği gibi, başlangıç noktasında yalnız eleman kesit alanları için değerler seçilir. Bu değerler kullanılarak rijitlik eşitlikleri çözülür. Düşüm noktaları deplasmanları bulunur. Bu, XKATS ve DEPL alt programlarının çağrılmasıyla sağlanır. Böylece boyutlandırma büyüklüklerinin başlangıç değerleri belirlenmiş olur. Daha sonra ana programda sistemdeki çubukların kuvvetlerini ve gerilmelerini hesaplayan GER alt programı ve onu takiben TURV alt programı çağrılır. TURV alt programı her elemanı sırasıyla alarak değişkenlerin lineerleştirilmiş rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarındaki katsayılarını, ayrıca bu sınırlayıcıların başlangıç noktasındaki değerlerini hesaplar. Böylece $[G]$ matrisinin $NU = NT + NM$ satırı belirlenmiş olur. Burada $NT = 2 \times NJ$ olarak verilmiştir. Bu matris kullanılarak bölüm 2 de açıklandığı gibi rijitlik sınırlayıcılarının sağ tarafları $K = ND$ alınarak

$$RHS_i = \sum_{j=1}^K (G)_{ij} (XV)_j - (RHS_i - LV_i) \quad i = 1, 2, \dots, NT \quad (3.2)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $(G)_{ij}$, $[G]$ katsayılar matrisinin (i, j) inci terimidir. RHS_i , i inci rijitlik sınırlayıcısının, $\{XV\}$ boyutlandırma değişkenlerinin o adımdaki değerini kullanarak TURV alt programında hesaplanan değeri, LV_i i inci yük bileşeninin ve $(XV)_j$ j inci boyutlandırma değişkeninin değeridir.

Gerilme sınırlayıcılarının sağ tarafları ise

$$RHS_i = \sum_{j=1}^K (G)_{ij} (XV)_j - (RHS_i) \quad i = NT + 1, \dots, NU \quad (3.3)$$

matris işlemiyle elde edilir. Burada $NU = NT + NM$ olarak verilmektedir. RHS_i i inci gerilme sınırlayıcısının $\{XV\}$ boyutlandırma vektörü değişkenlerinin o adımdaki değerleri için TURV alt programında hesaplanan değeridir. (3.2) ve (3.3) bağıntılarıyla hesaplanan sağ taraf matrisinin elemanlarının pozitif olması gerekir. Simpleks yöntemi sağ tarafları pozitif olan lineer programlama problemlerini çözmektedir. Bu nedenle, elde edilen elemanlarda negatif olanlar varsa, bu elemana karşı gelen sınırlayıcının her iki tarafının -1 ile çarpılması gerekir. Bu işlem $\leq$ tipindeki gerilme sınırlayıcısını ($\geq$) tipine dönüştürür.

Öte yandan simpleks yöntemi uygulanırken sınırlayıcıların türlerinin bilinmesi gerekir. Bu nedenle ana programda boyutu M olan ID dizisi alınarak, bu dizinin her elemanı sınırlayıcıların tipine göre -1, 0, + 1 sayılarından birine eşitlenir. Burada 0 eşitlik sınırlayıcısını, -1, ($\leq$) tipindeki sınırlayıcıyı, + 1 ise ($\geq$) tipindeki sınırlayıcıyı göstermektedir. Boyutlandırma probleminin ilk NT sınırlayıcısı rijitlik eşitlikleri olduğundan, ID'nin ilk NT elemanı 0 olarak alınır. Bu dizinin gerilme sınırlayıcılarına karşı gelen (NT + 1) den (NT + NM) ye kadar olan terimleri {RHS} matrisinin aynı yerdeki terimlerinin işaretine bağlı olarak -1 veya + 1 değerini alır.

Lineer olmayan rijitlik ve gerilme sınırlayıcılarının lineerleştirilerek [G] ve {RHS} dizilerine yerleştirilmesinden sonra, lineer olan sınırlayıcılardaki değişkenlerin katsayıları da bu dizilere yerleştirilir. Buna göre, deplasman değişkenlerine karşı gelen yeni değişkenlere uygulanan üst sınırlar.

$$\left. \begin{array}{l} G_{i,j} = 1.0 \\ RHS_i = 2(US) \end{array} \right\} \begin{array}{l} i = NU + 1, \dots, NA \\ j = NG + 1, \dots, NG+NT \end{array} \quad (3.4)$$

şeklindedir. Burada (US) düğüm noktası deplasmanlarına uygulanan üst sınırdır. NA = NU+NT dir. i ve j aynı zamanda arttırılır.

Deplasman üst sınırlarından sonra eleman kesit alanlarına uygulanan değişim sınırları [G] ve {RHS} dizilerine yerleştirilir. Bunlarda sırasıyla alt ve üst sınırlar :

$$\left. \begin{array}{l} G_{i,j} = 1.0 \\ G_{i,j+1} = 1.0 \\ RHS_i = (1+m) (XV)_j \\ RHS_{i+1} = (1-m) (XV)_j \end{array} \right\} \begin{array}{l} i = NA + 1, NA + 2, \dots, NB \\ j = 1, 2, \dots, NG \end{array} \quad (3.5)$$

şeklindedir. Burada NB = NA+2 (NG) olarak verilmektedir.

Böylece lineer olmayan boyutlandırma probleminin, lineer yaklaşımı elde edilmiş olur. Daha sonra SIMP alt programı çağırılarak bu lineer programlama problemi simpleks yöntemiyle çözülür.

3.3 SIMP ALT PROGRAMI

SIMP alt programı, lineer programlama problemine dönüştürülmüş olan lineerleştirilmiş boyutlandırma problemini çözer. Bunun için alt bölüm 2.4.4 de açıklanan iki-faz yöntemini kullanır. Programın akış diyagramı Şekil 3.2 ve Şekil 3.3'de gösterilmiştir. Buna göre, ilk olarak problemin boyutu belirlenir. Akış diyagramındaki m ve n sırasıyla problemdeki sınırlayıcıların toplam sayısı ile değişkenlerin toplam sayısını göstermektedir. Buna göre m alt bölüm 3.2 de hesaplanan M ye eşittir. n ise, boyutlandırma değişkenlerinin toplam sayısı olan K ya, artık değişkenlerin toplam sayısını ekleyerek bulunur. Bunun için, programda ilk olarak $(\geq)$ tipindeki eşitsizliklerden çıkarılan artık değişken sayısı, ID dizisinin $+1$ olan terimlerinin sayılmasıyla belirlenir. Bu sayının NT olması durumunda $n = K + NT$ olur. Böylece $\{RHS\}$ dizisi, $[G]$ dizisinin $(n+1)$ inci kolonuna yerleştirilir. Daha sonra, artık değişkenlerin katsayıları, $[G]$ dizisinin $(K+1)$ inci kolondan başlayarak $(\geq)$ tipindeki eşitsizliklerin bulunduğu satırlara sırasıyla -1 koyularak yerleştirilir. Simpleks kuralları uygulanmaya başlandığında, temel çözüme giren ve çıkan değişkenleri tanımak için $[G]$ dizisinin $(n+2)$ inci kolonu 1 den başlayarak m ye kadar ve $(m+3)$ üncü satırı $(m+1)$ den başlayarak $m+n$ e kadar numaralanır. Suni değişkenlerin katsayılarının toplanmasıyla elde edilen yeni amaç satırı, $[G]$ dizisinin $(m+2)$ nci satırında depolanır.

Bundan sonra 1.faz uygulanmaya başlanır. IZ değişkeninin 1 ve 0 oluşu, temel çözümde suni değişkenin yer aldığını veya hiç suni değişken kalmadığını gösterir. Böylece IZ nin 1 olması 1.fazın bitmediğinin, IZ nin sıfır olması bittiğinin göstergesidir. Buna göre, amaç satırı olarak, $IZ = 0$ için $m+2$ nci satırdaki yeni amaç fonksiyonu, $IZ = 0$ için $m+1$ inci satırdaki esas amaç fonksiyonu alınır. Bundan sonraki işlemler simpleks kurallarının uygulanmasından ibaret olup, Şekil 3.2 ve Şekil 3.3 deki akış diyagramında gösterilmiştir. Bir simpkels adımı, pivotun bulunduğu kolonun, amaç satırındaki en büyük katsayılı elemanın belirlenip bulunmasıyla başlar ve pivotun elde edilip, yeni tablonun oluşturulmasıyla devam eder ve temel çözüme giren ve çıkan değişkenlerin numaralarının değiştirilmesi ile son bulur. Bundan sonra yeniden başa dönülerek, 1.faz bitirilinceye kadar aynı işlemler tekrarlanır. Temel çözümdeki suni değişkenlerin çözümü terketmesiyle 1.faz sona erer. $(m+2)$ satırdaki terimlerin tümünün negatif olmasına rağmen, temel çözümde suni değişkenler yer alıyorsa problemin uygun olmayan çözümü olduğu yazdırılarak ANA programa dönülür. Temel çözümde suni değişken kalmamışsa, o zaman $(m+1)$

inci satırdaki amaç fonksiyonu alınarak simpleks adımlarına devam edilir. Bu satırdaki terimlerin tümünün negatif olması durumunda optimum çözüm elde edilmiş olur. Bu çözümün yazdırılmasıyla ANA programa dönlür. Gözönüne alınan boyutlandırma probleminde rastlanmamakla beraber bazı lineer programlama problemlerinde pivotal kolondaki terimler sıfır veya sıfırdan küçük olabilir. Bu durum problemin " sınırlanmış çözümü " olduğu anlamına gelir. Şekil 3.2 de gösterildiği gibi, bu husus yazılan alt programda gözönüne alınmış ve bunu belirten bir mesaj yazdırarak ANA programa dönülmesi sağlanmıştır.

SUBROUTINE SIMP

$i=1,2,\dots,m$ İÇİN ID 0 OLAN SINIRLAYICILARIN SAYISINI BELİRLE, NT OLSUN

[G] DİZİSİNİN $(k+NT+1)$ KOLONUNDA $i=1,2,\dots,m$ ALARAK RHS DİZİSİNİ YERLEŞTİR

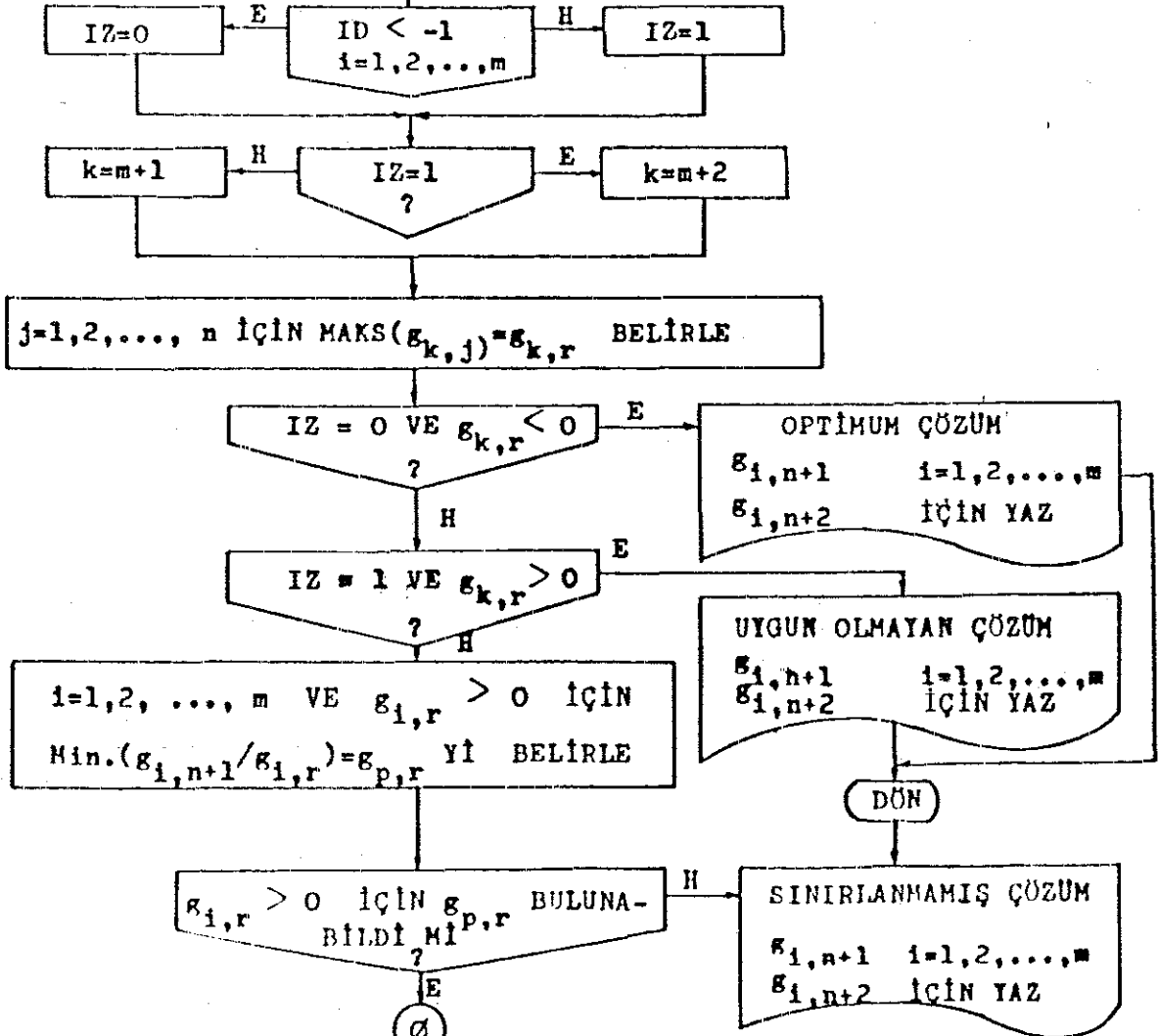
ARTIK DEĞİŞKENLERİN -1 OLAN KATSAYILARINI [G] DİZİSİNE YERLEŞTİR

$g_{i,n+2} = 1, \quad i=1,2,\dots,m$

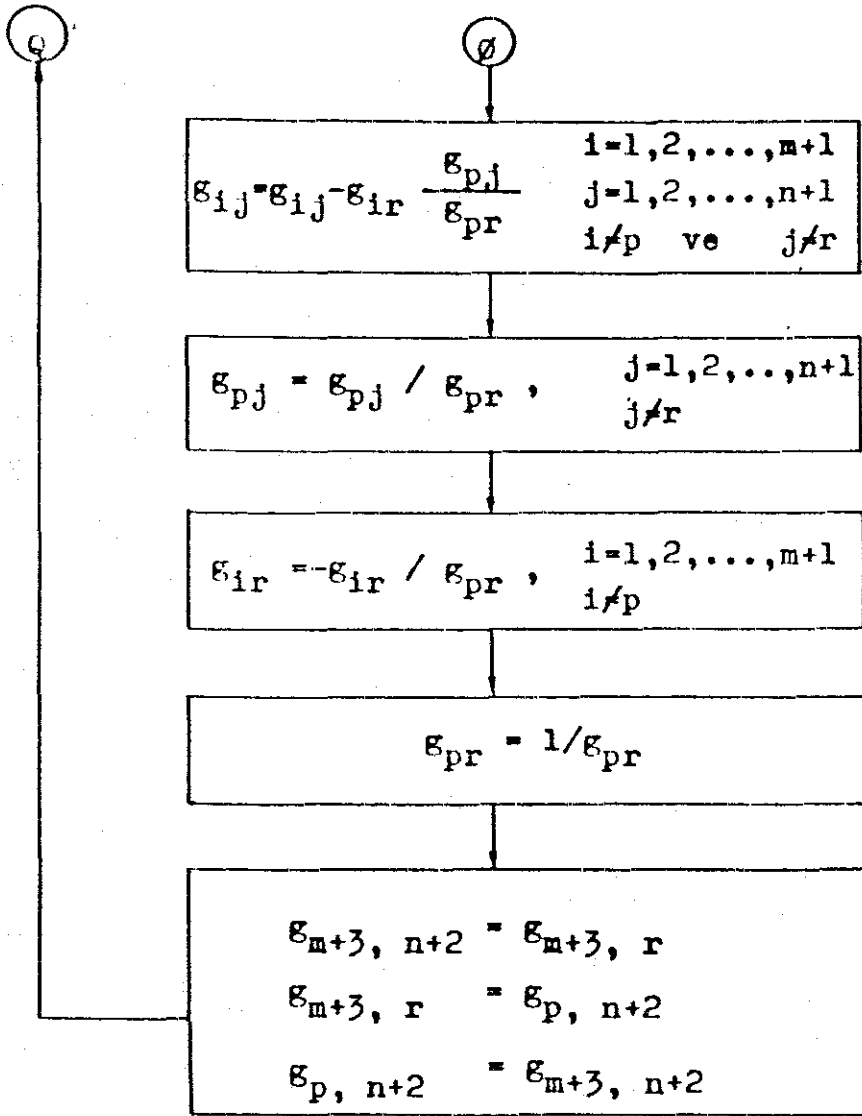
$g_{m+3,j} = m+j, \quad j=1,2,\dots,n$

HER KOLONDA SUNİ DEĞİŞKEN GEREKTİREN SINIRLAYICILARDAKİ DEĞİŞKENLERİN KATSAYILARINI TOPLA

$ID_i > 0$ İÇİN $g_{m+2,j} = g_{m+2,j} + g_{i,j} \quad \begin{matrix} j=1,2,\dots,n \\ i=1,2,\dots,m \end{matrix}$



Şekil 3.2 SIMP Alt Programı Akış Diyagramı



Şekil 3.3 SIMP Alt Programı Akış Diyagramı (Devam)

BÖLÜM IV

SAYISAL ÖRNEKLER

4.1 G İ R İ Ş

Bu çalışmada geliştirilen, düzlem kafes sistemlerin optimum boyutlandırmasını sağlayan algoritmanın uygulamasını yapmak üzere bundan sonraki alt bölümlerde sayısal örnekler çözülmüştür. Algoritmanın çalışma biçimini açık olarak gösterebilmek amacıyla problemdeki değişken ve sınırlayıcı sayısının az olduğu, iki çubuklu basit bir düzlem kafes sistemi seçilmiştir. Böylece, bu örneklerle ait lineer olmayan boyutlandırma problemlerinin formülasyonunun, genel görünümü ve lineerleştirme adımlarının açık olarak gösterilmesi mümkün olmuştur. Aynı örnekler bilgisayar programının kontrolü için de kullanılmıştır.

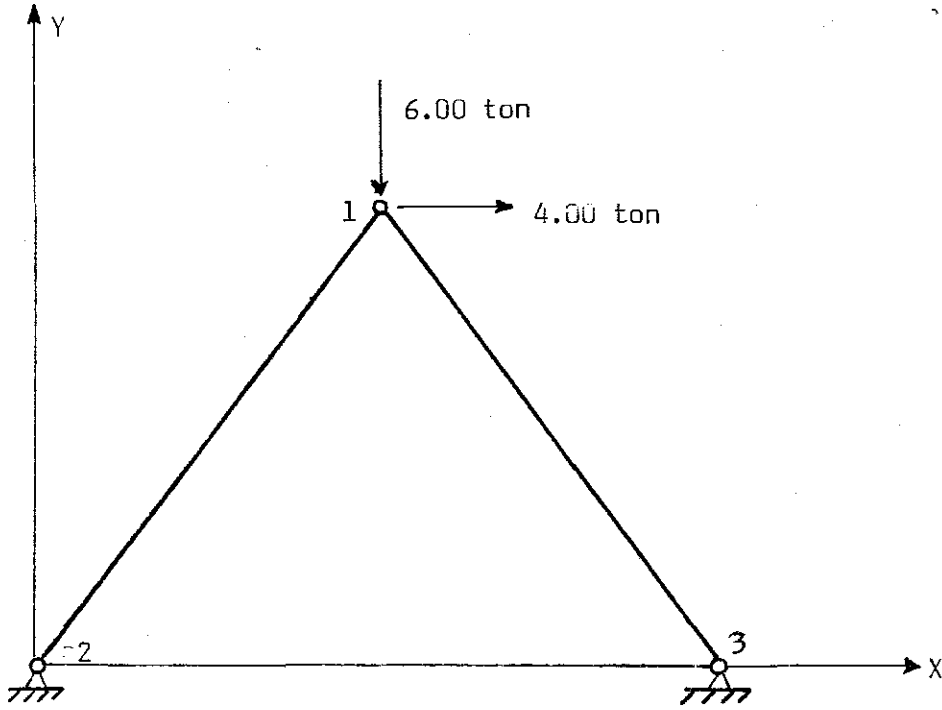
Çözülen örneklerde, uzunluklar cm, kuvvet ton, alanlar cm^2 , hacimler cm^3 olarak alınmıştır. Elastisite modülü 2100.00 t/cm^2 , çekme emniyet gerilmesi 1.40 t/cm^2 , olarak alınmış olup, çözülen örneklerde elemanlar boru kesitli olarak gözönüne alınmıştır. Çubuk kesitlerin korniyer veya başka tür olması durumunda (2.14) bağıntısındaki a ve b sabitlerinin gözönüne alınan kesit türüne ait değerleri kullanılır.

4.2 OPTİMUM TASARIM

Bu alt bölümde düzlem kafes sistemlerin optimum boyutlandırılmasına ait örnekler çözülmüştür.

4.2.1 İki Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı

Boyutları Şekil 4.1 de verilen basit düzlem kafes sistemin 1 düğüm noktasına X ekseninde 4 ton, y ekseninde ise -6 ton yüklenmiştir. Bu noktanın her iki eksen yönünde deplasmanları 1.00 cm olarak sınırlandırılmıştır. Sistemin iki çubuğunda bir grupta alınmıştır. Gözönüne alınan sistemin boyutlandırma probleminde üç değişken olup, boyutlandırma değişkenleri vektörü $\{V\} = [A, X_{d1}, Y_{d1}]^T$ şeklindedir. Bunlar sırasıyla çubukların kesit alanı ve 1 düğüm noktasının deplasmanlarıdır.



Ç.N	B.U	İ.U	G
1	1	2	1
2	1	3	1

Ç.N: Çubuk No

B.U: Birinci uç

İ.U: İkinci uç

G : Grup No

1(300, 400)

2(0, 0)

3(600, 0)

Şekil 4.1 İki Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı

Boyutlandırma probleminde amaç fonksiyonu, (2.2) bağıntısı yardımıyla

$$\text{Min. } W = \rho A (L_1 + L_2) \quad (4.1)$$

şeklinde elde edilir. Burada L_1, L_2 elemanların boylarıdır. A ise elemanların ait olduğu grup kesit alanıdır.

Çubuk boyları hesaplanıp yerine yazılırsa

$$\text{Min. } W = \rho A (500+500) \quad (4.2)$$

olarak elde edilir. Malzeme ρ yoğunluğunun çelik cinsinden bağımsız olduğu gözönüne alınırsa, sistemin ağırlığı yerine hacmini minimum yapmak yeterli olur. Böylece, boyutlandırma problemindeki amaç fonksiyonu

$$\text{Min. } W = 1000 A \quad (4.3)$$

şeklinde alan değişkeninin lineer fonksiyonu olur.

Rijitlik sınırlayıcılarını teşkil etmek için önce her elemanın rijitlik matrisine olan katkısı belirlenir. Şekil 4.1 de gösterildiği gibi, elemanların ikinci uçları mesnet olduğundan, sistem rijitlik matrisine yalnız birinci uçlarından katkı gelecektir. Böylece (2.5) matrisi

$$K = \begin{bmatrix} B & C \\ C & F \end{bmatrix} A \quad (4.4)$$

şeklini alır. Elemanların doğrultu kosinüsleri sırasıyla

Eleman No	$\cos \alpha$	$\cos \beta$
1	-0,6	-0,8
2	0,6	-0,8

(4.5)

olup, bu değerler elastisite modülü ve eleman uzunlukları ile birlikte (4.4) deki matrisin terimlerinin (2.6) da verilen ifadelerinde yerine yazılırsa, her elemanın katkı matrisi sırasıyla

$$[K_1] = \begin{bmatrix} 1,512 & 2,016 \\ 2,016 & 2,688 \end{bmatrix} A, [K_2] = \begin{bmatrix} 1,512 & -2,016 \\ 2,016 & 2,688 \end{bmatrix} A \quad (4.6)$$

şeklini alır. Sistem rijitlik matrisi, elemanların bu matrisé olan kat-kılarının toplanmasıyla elde edileceğine göre

$$[K_s] = [K_1] + [K_2]$$

ve

$$[K_s] = \begin{bmatrix} 3.024A & 0 \\ 0 & 5,376A \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

elde edilir. Kafes sistemin yük vektörü $\{P\} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \end{bmatrix}^T$ olduğuna göre (4.7) matrisi (2.4) de yerine yazılırsa rijitlik sınırlayıcıları

$$\begin{bmatrix} 3.024A & 0 \\ 0 & 5,376A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{d1} \\ Y_{d1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.00 \\ -6.00 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

olarak bulunur.

Düzlem kafes sitemdeki çubuklara ait gerilme sınırlayıcıları (2.7), (2.8) ve (2.9) bağıntılarıyla hesaplanır. Her iki elemanında ikinci uçlarında mesnet olduğu gözönüne alınırsa, elemanlarda meydana gelen gerilmeler:

$$\sigma_i = \begin{bmatrix} -U_i & -V_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{d1} \\ Y_{d1} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

bağıntısından elde edilir. (4.9) ifadesinin terimleri (2.9) ifadeleri kullanılarak her eleman için hesaplanırsa

Eleman No	U_i	V_i
1	- 2,52	- 3,36
2	2,52	- 3,36

(4.10)

olarak bulunur. Böylece elemanlardaki gerilme ifadeleri sırasıyla

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} 2,52 & 3,36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{d1} \\ Y_{d1} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\sigma_2 = \begin{bmatrix} -2,52 & -3,36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{d1} \\ Y_{d1} \end{bmatrix}$$

şeklini alır. Sistemin her iki çubuğuda ileride anlatılacağı üzere basınca çalışmaktadır. Bu çubuklar için (2.10) ifadesiyle verilen burkulma sınırlayıcıları yazılır. Bu bilgiler ışığı altında elde edilen amaç fonksiyonu ile sınırlayıcılar toplam olarak yazılırsa, Şekil 4.1 deki düzlem kafes sistemin boyutlandırma problemi

$$\text{Min } W = 1000 A$$

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned} 3.024A x_{d1} &= 4.00 \\ 5.376A y_{d1} &= -6.00 \\ 0.010A + 2.52 x_{d1} + 3.36 y_{d1} &\leq 1.60 \\ 0.010A - 2.52 x_{d1} + 3.36 y_{d1} &\leq 1.60 \\ x_{d1} &\leq 1.00 \\ y_{d1} &\leq 1.00 \\ A &\geq 0 \end{aligned} \quad (4.12)$$

şeklinde lineer olmayan programlama problemine dönüşür.

Yukarıda elde edilen programlama probleminin çözümü, bölüm II de açıklanan yaklaşık programlama ile yapılacaktır. Bunun için seçilen bir başlangıç boyutlandırma noktasında (4.12) de gösterilen problem lineerleştirilerek, elde edilen programlama problemi simpleks yöntemiyle çözülecektir.

Lineerleştirme işlemine başlangıç noktasının seçimiyle başlanır. Bunun için alanın başlangıç değerleri seçilerek rijitlik denklemleri çözülür. Elde edilen deplasman değerleri ile alanın seçilen değeri başlangıç noktasını oluşturur. Gözönüne alınan örnekte, alan 10.00 cm^2 olarak seçilip bu değer kullanılarak (4.8) deki rijitlik eşitlikleri çözülürse $x_{d1} = 0.1323$, $y_{d1} = -0.1116$ olarak bulunur. Böylece boyutlandırma vektörü

$$\{V\} = \{10.00 \quad 0.1323 \quad -0.1116\} \quad (4.13)$$

şeklinde bulunur. Başlangıç değerleri bu şekilde belirlendikten sonra (4.12) deki değerler kullanılarak (2.27) de verilen lineerleştirilmiş değişkenlerin amaç fonksiyonu ve sınırlayıcıların katsayılar matrisi

kurulur.

Amaç fonksiyonuna, lineer olması dolayısıyla lineerleştirme işlemi uygulanmaz ve lineerleştirilmiş boyutlandırma probleminde

$$\text{Min.} W = 1000 A \quad (4.14)$$

olarak yer alır.

Sınırlayıcıların lineerleştirilmesine geçilmeden önce bölüm II de açıklandığı gibi, deplasman değişkenleri için, bunlara uygulanan üst sınırları gözönüne alarak, aşağıdaki değişken dönüşümünün yapılması gerekir.

$$x_{d1} = \delta_1 - 1.0, \quad y_{d1} = \delta_2 - 1.0 \quad (4.15)$$

Bu dönüşüm bölüm II de gösterildiği gibi sınırlayıcıların gradyan vektörlerinin hesabında alan ve deplasman değişkenlerine göre alınan türevlerini etkilemez.

Lineerleştirilmiş rijitlik sınırlayıcılarında alan değişkenlerinin katsayıları, katsayılar matrisi $[G]$ 'nin birinci kolonunda yer alırlar. Bu kolondaki değerler ise (2.5) bağıntısıyla verilen her çubuğa göre türevi

$$\begin{bmatrix} G & (1,1) \\ G & (2,1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 & C_1 \\ C_1 & F_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_2 & C_2 \\ C_2 & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{d1} \\ y_{d1} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

olarak bulunur. Buradaki katsayılar (2.6) bağıntısından hesaplanır, daha evvelki deplasman değerleri yerine konursa

$$\begin{bmatrix} G & (1,1) \\ G & (2,1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,512 & 2,016 \\ 2,016 & 2,688 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1323 \\ -0,1116 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1,512 - 2,016 \\ -2,016 & 2,688 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1323 \\ -0,1116 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4001 \\ -0,6000 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

şeklinde hesaplanmış olur.

Daha önce hesaplanan matris elemanlarıyla seçilen alan değerleri çarpılıp her bir eleman için yazılıp toplanacak olursa

elde edilir. Her iki elemanın boyu 500 er cm dir. Burada a ve b alanı atalet momentine bağlayan katsalar olup $a = 0,5508$, $b = 0,9195$ alınmıştır. Buna göre

$$\lambda_i = \frac{500}{0,5508 \cdot (10)^{0,9195}} = 109,26 \quad (4.24)$$

değerleri elde edilir. Buna göre $\lambda > 102$ olup, burkulma elastik bölgede meydana gelmektedir.

Elastik bölgede meydana gelen burkulma (2.16) bağıntısıyla

$$\sigma_{bi} = 0,121 \pi^2 E A^{1,839} / L_i^2 \quad (4.25)$$

şeklinde alınmıştır. Bu bağıntı 1 ve 2 çubuğu için burkulma gerilmesi değerini

$$\sigma_{b1} = 0,121 \cdot \pi^2 \cdot 2100 \cdot (10)^{1,839} / 500^2 = 0,6924 \text{ t/cm}^2 \quad (4.26)$$

olarak verir. Yukarıdaki işlem ikinci çubuk için aynı burkulma gerilmesini verir.

(4.25) bağıntısının alan değişkenine göre türevi, (2.14) ün (2.13) de yerine konup A_k alan değişkenine göre türevi olup:

$$\frac{d\sigma_1}{dA_k} = 2 \cdot E \cdot b \cdot \pi^2 \cdot a^2 A_k^{2b-1} / (n \cdot L_i^2) \quad (4.27)$$

şeklindedir. Burada $a = 0,5508$, $b = 0,9195$ ve $n = 2,5$ alınırsa :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_1}{dA_k} &= 2 \cdot 2100 \cdot \pi^2 \cdot 0,9195 \cdot 0,5508^2 \cdot (10)^{(2 \cdot 0,9195 - 1)} / (2,5 \cdot 500^2) \\ &= 0,1277 \end{aligned} \quad (4.28)$$

olarak bulunur. İkinci çubuk için de aynı değer bulunur.

Bu değerler [G] matrisinin ilgili adreslerine yerleştirilirse

$$\begin{bmatrix} G(3.1) \\ G(4.1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1277 \\ -0,1277 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

olur. Burkulma sınırlayıcılarının deplasmanlara göre türevi hesaplanır, $[G]$ matrisine yerleştirilirse

$$\begin{bmatrix} G(3.2) \\ G(4.2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_1 - V_1 \\ -U_2 - V_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} G(3.2) \\ G(4.2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,52 & -3,36 \\ 2,52 & -3,36 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

şeklinde bulunur. Burada (4.28) değeri ve (4.34) değeri basınç çubuklarına ait olduğu için (-1) ile çarpılarak $[G]$ matrisine yerleştirilmiştir.

Burkulma sınırlayıcılarının başlangıç noktasındaki değerleri

$$\text{Rhs}(3) = -\sigma_1 - \sigma_{b_1} = 0,416 - 0,6924 = -0,6508 \quad (4.31)$$

$$\text{Rhs}(4) = -\sigma_2 - \sigma_{b_2} = 0,7084 - 0,6924 = 0,0160$$

olarak hesaplanır.

Buradan lineerleştirilmiş burkulma sınırlayıcılarının sağ tarafları ise (2.37) bağıntısıyardımıyla

$$\begin{bmatrix} \text{RHS}(3) \\ \text{RHS}(4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,1277 & -2,52 & -3,36 \\ -0,1277 & 2,52 & -3,36 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10,00 \\ 1,1323 \\ 0,8884 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0,6508 \\ 0,0160 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6,4646 \\ -1,4246 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

olarak elde edilir. Böylece, boyutlandırma problemindeki lineer olmayan sınırlayıcılar lineerleştirilerek, lineer programlamaya dönüştürülen (2.31) problemindeki $[G]$ ve $\{\text{RHS}\}$ matrisleri elde edilmiş olur. Gözönüne alınan örnekte gösterildiği gibi, lineer olmayan boyutlandırma problemindeki rijitlik ve burkulma (gerilme) sınırlayıcıların lineerleştirilmiş ifadeleri, lineer olmayan boyutlandırma problemini kullanmadan, her elemanın sırasıyla alınmasıyla doğrudan elde edilebilmektedir.

Şekil 4.1 deki sistemin lineerleştirilmiş boyutlandırma problemi

Min W = 1000 A

Sınırlayıcılar

$$\begin{aligned}
 30,24 \delta_1 &= 38 \\
 53,76 \delta_2 &= 41,7604 \\
 0,1277 A + 2,52 \delta_1 + 3,36 \delta_2 &\geq 6,4646 \\
 0,1277 A - 2,52 \delta_1 + 3,36 \delta_2 &\geq 1,4246 \\
 \delta_1 &\leq 2,00 \\
 \delta_2 &\leq 2,00 \\
 A &\leq 15,60 \\
 A &\geq 4,40
 \end{aligned} \tag{4.33}$$

Lineer programlama problemine dönüşmektedir. Buradaki son iki sınırlayıcı, değişim sınırlarına $m = 0,56$ değeri seçerek (2,29) ifadesinde gösterildiği gibi elde edilmiştir. (4.33) deki lineer programlama problemi simpleks-iki faz yöntemiyle çözüldüğünde, iki simpleks tablosu sonunda optimum çözüm

$$\{V\} = \begin{bmatrix} A & \delta_1 & \delta_2 \\ 10.070 & 1,131 & 0.889 \end{bmatrix}^T \tag{4.34}$$

olarak elde edilir. (4.15) bağıntılarıyla 1 düğüm noktası deplasmanları

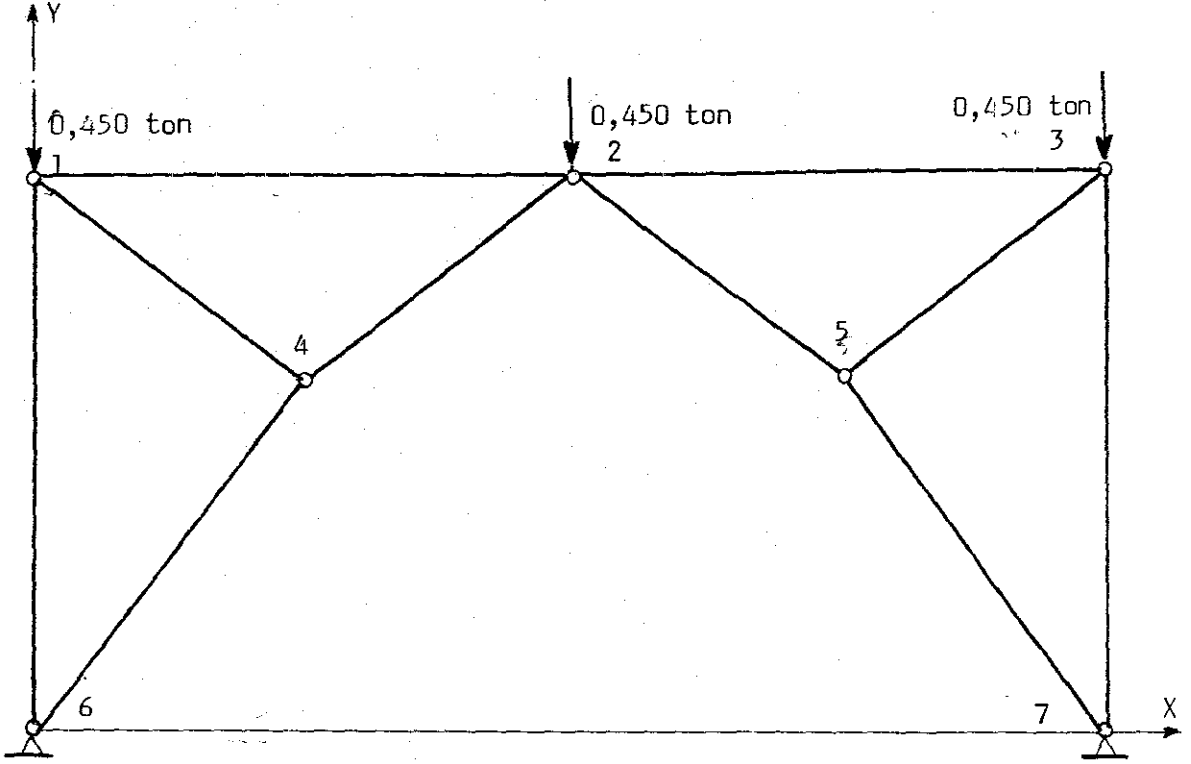
$$x_{d1} = 0.131 \text{ cm} , y_{d1} = -0,111 \tag{4.35}$$

bulunur.

Tablo 4.1 İki çubuklu düzlem kafes sistem tasarımı

ADIM NO		0	1	2
ALAN	A	10.000	10.070	10.070
Deplasman	x_{d1}	0,323	0,131	0,131
	y_{d1}	-0,112	-0,111	-0,111
HACİM	cm^3	10000.00	10070.04	10070.08

Buna göre, gözönüne alınan örnekte optimum çözüme, iki lineerleştirme adımıyla varılmıştır. Değişkenlerin her adımda elde edilen değerleri Tablo 4.1 de gösterilmiştir. Buna göre alan değişkeninin optimum değeri



Ç.N	B.U.	İ.U	G
1	1	2	1
2	1	4	2
3	1	6	1
4	2	4	3
5	2	5	4
6	2	3	3
7	4	6	3
8	5	7	4
9	3	5	4
10	3	7	2

1 (0,750)

2 (720,750)

3 (1440,750)

4 (360,480)

5 (1080,480)

6 (0, 0)

7 (1440, 0)

Ç.N : Çubuk No

B.U : Birinci Uç

İ.U : İkinci Uç

G : Grup No

Şekil 4.2 On Çubuklu Düzlem Kâfes Sistem Tasarımı

Tablo 4.2 On Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı

ADIM NO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
ALANLAR	A ₁	56.00	24.64	13.306	8.516	6.302	5.293	4.976	4.812	4.813	4.813	4.813
	A ₂	56.00	24.64	13.306	8.516	6.302	5.293	4.976	4.812	4.813	4.813	4.813
	A ₃	56.00	24.64	13.306	8.516	6.302	5.293	4.976	4.677	4.397	4.113	4.009
	A ₄	56.00	24.64	13.306	8.516	6.302	5.293	4.976	4.677	4.397	4.113	4.009
DEPLASMANLAR	X ₁	-0.001	-0.001	-0.001	-0.003	-0.004	-0.005	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006
	Y ₁	-0.003	-0.004	-0.008	-0.014	-0.020	-0.025	-0.028	-0.029	-0.029	-0.029	-0.029
	X ₂	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001
	Y ₂	-0.005	-0.008	-0.017	-0.029	-0.042	-0.052	-0.056	-0.060	-0.064	-0.069	-0.071
	X ₃	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006	0.006	0.007	0.007	0.008
	Y ₃	-0.003	-0.004	-0.008	-0.014	-0.020	-0.025	-0.028	-0.029	-0.029	-0.029	-0.029
	X ₄	-0.001	-0.001	0.002	-0.003	-0.005	-0.006	-0.006	-0.007	-0.008	-0.008	-0.009
	Y ₄	-0.002	-0.003	-0.006	-0.011	-0.016	-0.019	-0.021	-0.022	-0.023	-0.025	-0.025
	X ₅	0.001	0.001	0.002	0.003	0.005	0.006	0.006	0.007	0.009	0.010	0.011
	Y ₅	-0.002	-0.003	-0.006	0.011	-0.016	0.019	-0.021	-0.022	-0.023	-0.023	-0.024
HACİM (cm ³)		146361.60	79035.25	50582.56	37431.09	31442.12	29555.59	28142.92	27226.13	26363.56	25958.37	25959.14

Akdeniz Üniversitesi
Rektörlüğü Kütüphanesi
Demirbaş No. 4948

10.070 cm² bulunmuştur. Sistemin optimum hacmi 10070.08 cm³ ve ağırlığı 0,027 ton bulunmuştur.

Sistemde gerilmeler hakim olup, ikinci çubukta gerilme üst sınıra yaklaşmıştır.

4.2.2 On Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı

Optimum tasarım algoritmasıyla boyutlandırılan ikinci örnek olarak, Şekil 4.2 de verilen kafes sistem gözönüne alındı. Sistemin yükleme durumu şekilde verilmiştir. Sistemi oluşturan çubukların numaraları, uç numaraları ve grup numaraları şekilde belirtilmiştir. Boyutlandırılması yapılan düzlem kafes sistemin deplasman üst sınırları x ve y eksenleri yönlerinde 1cm olarak alınmıştır.

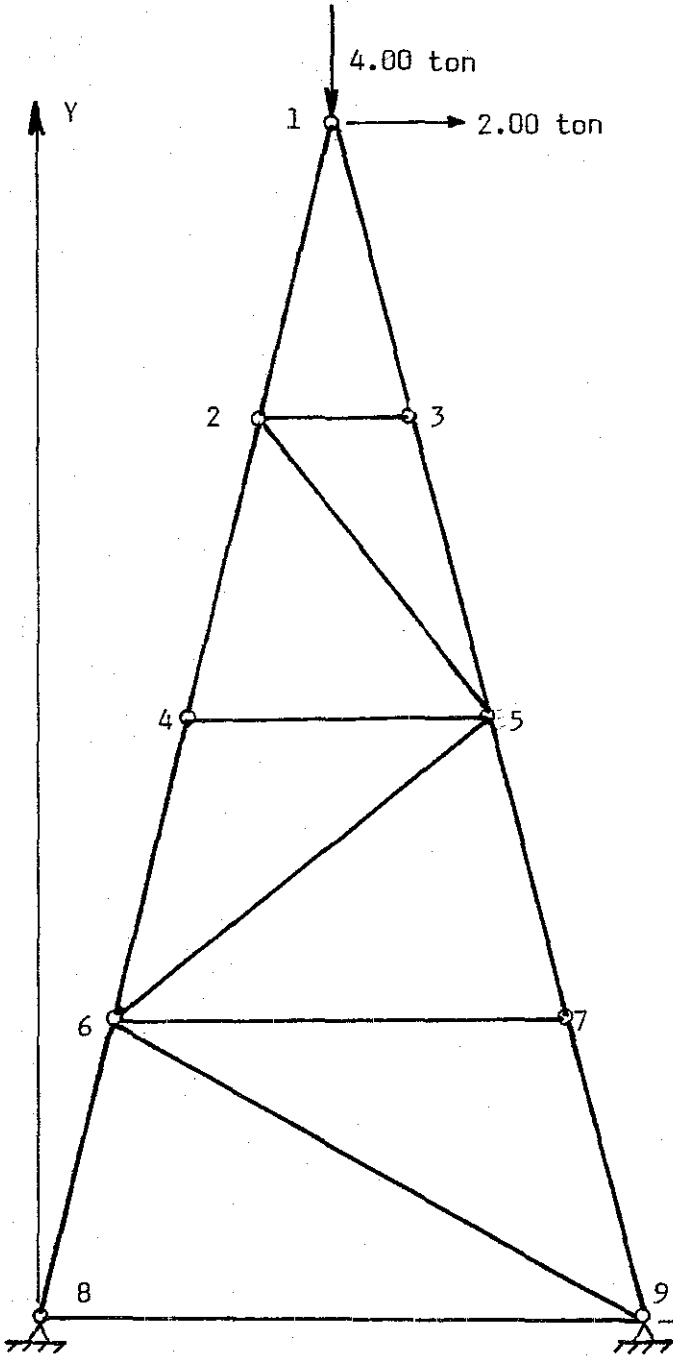
Kafes sistemin boyutlandırılması probleminde dört alan grubu ve on tane düğüm noktaları deplasmanları olmak üzere on dört değişken ve sırasıyla 10 rijitlik, 10 gerilme, 10 deplasman ve 8 i alanlara uygulanan değişim sınırı olmak üzere 38 sınırlayıcı yer almaktadır. Tablo 4.2 de görüldüğü gibi yakınsama 11 adım sonra elde edilmiştir. Sistemin optimum hacmi 25959 cm³ (0,071 ton) bulunmuştur.

Boyutlandırma değişkenlerinin her optimizasyon adımında aldığı değerler Tablo 4.2 de gösterilmiştir. Tablodan görüleceği üzere düğüm noktası deplasmanlarının aldığı değerler optimum tasarım probleminde aktif rol oynamamaktadır.

4.2.3 Onbeş Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı

Düzlem kafes sistemlerin optimum tasarımına üçüncü örnek olarak Şekil 4.3 deki onbeş çubuklu düzlem kafes sistem alınmıştır. Sistemi oluşturan çubukların numaraları, çubukların uç numaraları, grupları ve yükleme durumu Şekil 4.3 de verilmiştir. Gözönüne alınan sistemin düğüm noktalarının deplasmanlarının üst sınırları X ve Y eksen yönünde 1cm alınmıştır.

Sistemin boyutlandırma probleminde 18 değişken ve 51 sınırlayıcı vardır. Değişkenlerin ilk dördü grup alanları geri kalan 14'ü düğüm noktası deplasmanlarıdır. Sınırlayıcıların ilk 14 tanesi rijitlik sınırlayıcılarını 15'i gerilme sınırlayıcılarını, 14'ü deplasman ve 8 tanesi



Ç.N	B.U	İ.U	G
1	1	2	1
2	1	3	2
3	2	3	4
4	2	4	3
5	3	5	1
6	2	5	2
7	4	5	2
8	4	6	3
9	5	7	1
10	5	6	2
11	6	7	4
12	6	9	3
13	6	8	1
14	7	9	4
15	8	9	4

Ç.N : Çubuk No

B.U : Birinci Uç

İ.U : İkinci Uç

G : Grup No

1 (100,400)

2 (75,300)

3 (125,300)

4 (50,200)

5 (150,200)

6 (25,100)

7 (175,100)

8 (0 , 0)

9 (200,0)

Şekil 4.3 Onbeş Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı

Tablo 4.3 Onbeş Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı

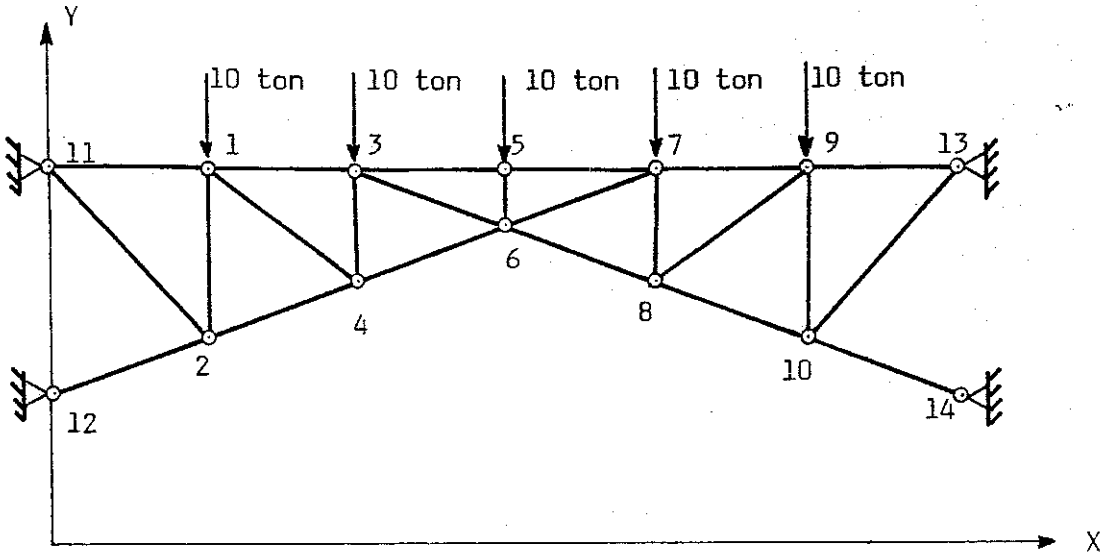
ADIM NO		0	1	2	3	4	5	6
ALANLAR	A ₁	86.00	20.64	7.018	3.088	2.478	2.609	2.617
	A ₂	86.00	12.04	2.890	3.753	4.118	4.159	4.160
	A ₃	86.00	12.04	2.890	1.999	2.231	2.208	2.209
	A ₄	86.00	12.04	2.890	2.546	2.586	2.585	2.586
DEPLASMANLAR	X ₁	0.032	0.058	0.325	0.821	1.000	1.000	1.000
	Y ₁	-0.001	-0.002	-0.012	0.000	-0.001	-0.001	0.001
	X ₂	0.014	0.025	0.139	0.377	0.456	0.457	0.457
	Y ₂	0.002	0.004	0.026	0.088	0.095	0.097	0.097
	X ₃	0.014	0.025	0.142	0.386	0.466	0.466	0.466
	Y ₃	-0.002	-0.003	-0.012	-0.033	-0.059	-0.057	-0.057
	X ₄	0.006	0.010	0.050	0.132	0.181	0.179	0.179
	Y ₄	0.003	0.005	0.025	0.079	0.095	0.096	0.096
	X ₅	0.006	0.010	0.050	0.132	0.181	0.179	0.179
	Y ₅	-0.003	-0.005	-0.027	-0.073	-0.090	-0.089	-0.089
	X ₆	0.001	0.003	0.012	0.035	0.050	0.050	0.050
	Y ₆	0.002	0.003	0.012	0.032	0.058	0.057	0.057
	X ₇	0.001	0.003	0.012	0.035	0.050	0.050	0.050
	Y ₇	-0.002	-0.003	-0.022	-0.059	-0.055	-0.055	-0.055
HACİM (cm ³)			25353.39	6935.82	5201.42	5242.62	5306.71	5311.17

alanlara uygulanan değişim sınırlarıdır. Tablo 4.3 den görüleceği üzere yakınsama altıncı adımda elde edilmektedir. Sistemin optimum hacmi 5311 cm³ (0,015 ton) olarak bulunmaktadır. Sistemde 2, 4, 9, 13, 14 numaralı çubuklarda gerilmeler sınır değere ulaşmaktadır. 7,11 ve 15 numaralı çubuk kesit alanları sıfıra yaklaşmakta, sistemden çıkarılmasının gözönüne alınan yüklemenin taşınması açısından bir sakınca doğurmaktadır.

Böylece elde edilen yeni sistemin topolojisi banlangıçtakinden farklıdır.

4.2.4 Yirmiüç Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı

Dördüncü örnek olarak Şekil 4.4 de verilen kafes sistem gözönüne alınmıştır. Sistemin yükleme durumu şekilde verilmiştir. Boyutlandırılması yapılan düzlem kafes sistemin deplasman üst sınırları X ve Y eksenleri yönlerinde 1 cm alınmıştır.



Ç.N	B.U	İ.U	G
1	11	1	1
2	11	2	3
3	12	2	2
4	1	2	4
5	1	4	3
6	1	3	1
7	2	4	2
8	3	4	4
9	4	6	2
10	3	6	4
11	3	5	1
12	5	7	1
13	5	6	5
14	6	8	2
15	6	7	4
16	7	9	1
17	7	8	4
18	8	9	3
19	8	10	2
20	9	10	4
21	9	13	1
22	10	13	3
23	10	14	2

- 1 (400,1000)
- 2 (400,550)
- 3 (800,1000)
- 4 (800,700)
- 5 (1200,1000)
- 6 (1200, 850)
- 7 (1600,1000)
- 8 (1600,700)
- 9 (2000,1000)
- 10 (2000,550)
- 11 (0,1000)
- 12 (0,400)
- 13 (2400,1000)
- 14 (2400, 400)

Ç.N : Çubuk No
 B.U : Birinci Uç
 İ.U : İkinci Uç
 G : Grup No

Şekil 4.4 Yirmiüç Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı

Tablo 4.4 Yirmiüç Çubuklu Düzlem Kafes Sistem Tasarımı

ADIM NO		0	1	2	3	4	5	6	7	8
ALANLAR	A ₁	56.00	24.64	13.306	8.516	6.302	7.310	6.871	6.740	6.746
	A ₂	56.00	24.64	35.974	47.227	48.503	48.572	48.473	48.241	48.175
	A ₃	56.00	24.64	17.731	11.348	14.298	16.586	17.581	18.636	17.778
	A ₄	56.00	24.64	35.974	23.024	17.038	14.639	14.696	13.925	14.760
	A ₅	56.00	24.64	35.974	23.024	17.037	14.311	15.170	16.080	17.045
DEPLASMANLAR	X ₁	0.032	0.050	0.088	0.089	0.122	0.114	0.123	0.127	0.126
	Y ₁	-0.247	-0.386	-0.453	-0.593	-0.599	-0.611	-0.606	-0.604	-0.602
	X ₂	-0.058	-0.091	-0.032	0.012	-0.011	-0.022	-0.26	-0.032	-0.028
	Y ₂	-0.177	-0.277	-0.377	-0.463	-0.412	-0.382	-0.372	-0.358	-0.371
	X ₃	0.027	0.042	0.063	0.021	0.020	0.024	0.024	0.027	0.026
	Y ₃	-0.467	-0.729	-0.839	-0.976	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000
	X ₄	-0.036	-0.056	0.011	0.068	0.068	0.063	0.061	0.059	0.060
	Y ₄	-0.436	-0.680	-0.810	-0.927	-0.930	-0.914	-0.913	-0.908	-0.913
	X ₅	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	Y ₅	-0.622	-0.970	-1.000	-1.000	-0.994	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000
	X ₆	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	Y ₆	-0.609	-0.950	-0.984	-0.973	-0.955	-0.951	-0.953	-0.955	-0.958
	X ₇	-0.027	-0.042	-0.063	-0.021	-0.020	-0.024	-0.024	-0.027	-0.026
	Y ₇	-0.467	-0.729	-0.840	-0.976	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000
	X ₈	0.036	0.056	-0.011	-0.069	-0.068	-0.063	-0.061	-0.059	-0.060
	Y ₈	-0.436	-0.680	-0.810	-0.927	-0.930	-0.914	-0.913	-0.908	-0.913
	X ₉	-0.032	-0.050	-0.088	-0.089	-0.122	-0.144	-0.123	-0.127	-0.126
	Y ₉	-0.247	-0.386	-0.453	-0.593	-0.599	-0.611	-0.606	-0.604	-0.602
	X ₁₀	0.058	0.091	0.032	-0.012	0.011	0.022	0.026	0.032	0.028
	Y ₁₀	-0.177	-0.277	-0.377	-0.463	-0.412	-0.382	-0.372	-0.358	-0.371
HACİM (cm ³)		238312	253319	224161	213632	215213	216364	216101	216166	

Kafes sistemin boyutlandırılması probleminde beş alan grubu ve yirmi tane düğüm noktaları deplasmanları olmak üzere yirmibeş değişken ve sırasıyla 20 rijitlik, 23 gerilme, 20 si deplasman ve 10'u alanlara uygulanan değişim sınırı olmak üzere 73 sınırlayıcı yer almaktadır. Tablo 4.4 de görüldüğü gibi yakınsama 8 adım sonra elde edilmiştir. Yakınsamanın elde edildiği son adımda sistemin hacmi 216165 cm^3 (0,589 ton) bulunmuştur.

Tablodan görüleceği gibi optimum tasarım probleminde deplasman sınırlayıcıları olup ; 3, 5, 7 düğüm noktalarının y deplasmanları üst sınır değerine ulaşmıştır.

S O N U Ç L A R

Düzlem kafes sistemlerin optimum tasarımı yapan bir yöntem geliştirmek için yapılan bu çalışmada varılan sonuçlar aşağıda verilmiştir.

1- Bu çalışmanın birinci bölümünü oluşturan yayın taraması, günümüze kadar İnşaat Mühendisinin yaptığı yapısal tasarımın optimizasyon teknikleri ve bilgisayar yardımıyla yapılabileceğini göstermiştir. Optimum tasarım ile sistemin ağırlığında önemli tasarruf sağlanabileceği, çözülen örneklerden görülmüştür.

2- Bu tür sistemlerin optimum tasarım problemi, toplam ağırlığı minimum yapacak şekilde, sınırlayıcıları gözönüne alarak formüle edildiğinde, matematik programlama problemine dönüşmektedir. Optimum tasarım probleminde çubuk kesit alanları ve düğüm noktası deplasmanları değişken olarak alınmıştır. Yapısal tasarım problemi matris deplasman yöntemiyle formüle edilmiştir. Bu şekilde optimum tasarım problemi lineer olmayan programlama problemine dönüşmektedir. Problemin çözümünde yaklaşık programlama kullanılmış ve daha önceki çalışmalarda olduğu gibi başarılı bulunmuştur. Bu yöntemle, yakınsamanın sağlanması için değişim sınırları uygulamasına ilave olarak yakınsama zorluklarını gideren ve optimum çözümü hızlandıran algoritma geliştirilerek daha az adımda optimum çözüme varılması amaçlanmıştır.

3- Geliştirilen yöntem geneldir. Düzlem kafes sistemlerin optimum tasarımı yapabilmektedir.

4- Çok elemanlı düzlem kafes sistemlerde geliştirilen algoritma etkili bulunmuştur.

5- Geliştirilen algoritma ile çözülen örneklerde kesme ve yuvarlatma hatalarından meydana gelen yakınsama zorlukları giderilmiş ve yakınsama adımları minimuma indirilmiştir.

6- Bilgisayar programlaması kolay olan optimum tasarım yöntemi, optimum çözüme diğer tekniklere nazaran daha az sayıda adımla ulaşmaktadır.

EK - 1

KESİT ÖZELLİKLERİNİN BİRBİRİNE BAĞLANMASI

Alt bölüm 2.3.3 de konu edilen çubukların kesit alanlarını atalet yarıçaplarına bağlayan bağıntı, bu çalışmada en küçük kareler yöntemi (DORN, 1972) kullanılarak elde edilmiştir. Bu yöntem verilen karşılıklı X_i ve Y_i gibi m değeri en az hata ile sağladıkları doğrunun denklemini belirtmektedir. XY eksen takımında bu denklem

$$Y = a_1 X + a_0 \quad (E.1)$$

şeklinde verilmektedir. Burada a_1 ve a_0 sabitleri

$$a_1 = \frac{m \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{m \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (E.2)$$

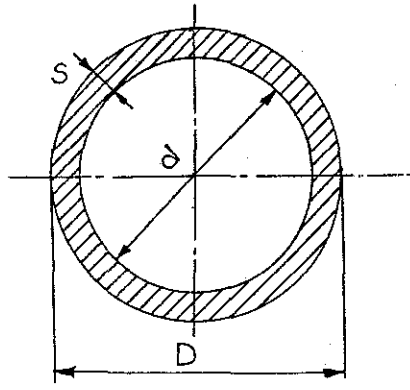
$$a_0 = \frac{\sum Y_i \sum X_i^2 - \sum X_i \sum X_i Y_i}{m \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

bağıntılarıyla hesaplanır. Bu ifadeler yardımıyla kesit özellikleri arasında bağıntı kurmak mümkündür. Örneğin Tablo(E.1)'de kesit özelliklerinin değerleri verilen yuvarlak boruyu gözönüne alalım. Bu tablodaki değerlerin logaritmalarına (E.2) ve (E.1) denklemleri uygulanarak, kesit özellikleri aranmakta olan bağıntı elde edilebilir. Kesitin A alanları r atalet yarıçapları birbirine bağlanmak istenirse, Tablo(E.1)'deki altıncı ve yedinci kolonlardaki sayıların logaritmaları alınarak, (E.2) ifadelerindeki

$$X_i = \log (A_i) , Y_i = \log (r_i) \quad (E.3)$$

yazılır. Bunun sonucu $a_1 = 0.9195$ ve $a_0 = 0.2591$ bulunur. Bu değerler (E.1) de yerine yazılırsa

$$\log r = 0.9195 \log A - 0.2591 \quad (E.4)$$



Tablo E.1 Boru Kesit Özellikleri

D cm	s cm	d cm	J cm ⁴	W cm ³	F cm ³	r cm
10.16	1.00	8.16	305	60.10	28.8	3.26
10.80	1.00	8.8	373	69.2	30.8	3.48
11.43	1.00	9.43	450	78.7	32.8	3.70
12.10	1.00	10.10	541	89.50	34.9	3.94
12.7	1.00	10.70	634	99.8	36.8	4.15
13.3	1.00	11.30	736	111	38.6	4.36
13.97	1.00	11.97	862	123	40.7	4.6
14.6	1.00	12.60	993	136	42.7	4.82
15.2	1.00	13.24	1140	150	44.7	5.05
15.9	1.00	13.9	1305	164	46.8	5.28
16.51	1.00	14.51	1471	178	48.7	5.49
16.83	1.00	14.83	1564	186	49.7	5.61
17.1	1.00	15.10	1645	192	50.6	5.70
17.78	1.00	15.78	1862	209	52.7	5.94
19.10	1.00	16.9	2529	265	62.20	6.41
19.37	1.00	17.37	2442	252	57.7	6.50
21.6	1.00	19.60	3441	319	64.7	7.29
21.91	1.00	19.91	3598	328	65.7	7.40
24.1	1.00	22.1	4850	402	72.60	8.17
24.45	1.00	22.45	5073	415	73.7	8.30

bulunur ve buradan

$$r = 0.5508 A^{0.9195} \quad (E.5)$$

bağıntısı elde edilir. Profil kesit alanı ile atalet yarıçapı arasında aşağıdaki bağıntı kurulmuş olur.

$$r = a A^b \quad (E.6)$$

Çeşitli profiller için a ve b değerleri Tablo (E.2) de verilmiştir.

Tablo E.2 a ve b nin değerleri

	Γ	$\neg$	$\bigcirc$	$\top$
a	0.4353	0.4107	0.9195	0.6156
b	0.539	0.535	0.5508	0.4009

K A Y N A K L A R

- DANTZIG, G.B., 1963, Linear Programming and Extentions, Princeton University, Press, Princeton , No.1.
- DANTZIG, G.B., ORDEN, A., 1954, WOLFE, P., Generalized Simplex Inequality Restraints, Rand Report, RM - 1264.
- SAKA, M.P., 1975, Optimum Design of Structures, Ph.D.Thesis, Univ.of Aston, Birmingham, u.K.
- SAKA, M.P., 1977, Çerçevelerin Optimum Boyutlandırılması, Sakarya D. M.M. Akademisi Dergisi.
- SAKA, M.P., 1977, Yapısal Değişim Teoremlerinin Optimum Yapı Tayininde Kullanılması, TÜBİTAK VI.Bilim Kongresi.
- MAJID, K. I., 1974 Optimum Design of Structures, Butterworths.
- ÇAKIROĞLU, A., ÜZDEN, E. ve ÜZMEN, G., 1974, Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Metodları ve Elektronik Hesap Makinası Programları, Cilt I-II, İTÜ.
- TEZCAN, S., 1970, Çubuk Sistemlerin Elektronik Hesap Makinaları İle Çözümü, İTÜ. E.H.B.E. Yayınları, Sayı 12.
- COATES, R.C., COUTIE, M.G. ve KONG, F.K., 1972, Structural Analysis, Nelson Pub. Com.
- BRAY, K.H.M., CROXTON, P.C.L. ve MARTIN, L.H., 1976, Matrix Analysis of Structures, Edward Arnold 1 td.
- ÖZBEK, T., 1980, Mukavemet, Üçer Matbaacılık, İstanbul.
- KESKİNEL, F ve ATREK, E., 1978, Yapısal Optimizasyon, İTÜ. Mimarlık Fakültesi, Rapor No: 8.
- AŞAN, S., 1977, Simpleks Yöntemi, İİTİA. Dergisi, Sayı 1.

GÜREL, O., 1966, Lineer Programlama ve Dinamik Programlamaya Giriş,
İTÜ. Kütüphanesi, Sayı 4

SAĞLAM, M.R., 1982, Çelik Kafes Çubuk Sistemlerinin Geometrik Optimizasyon, BÜ, Doçentlik Tezi.

KESKİNEL, F., ATREK, E., 1983, Doğrusal Programlama ve Yapı Optimizasyonuna Uygulanması, İTÜ.

DEMİR, Ö., 1987, Nonlineer Sistemlerin Yaklaşık Programlama ile Çözümü, A.Ü. Isparta Müh.Fak.Seksiyonu.

DEMİR Ö., 1985, Kafes Sistemlerin Yaklaşık Programlama ile Çözümü, Doğa Dergisi, Seri B.

KARİHALOO, B.L. ve KANAGASUNDARAM, S., 1988, Optimum Structures Under Strength and Stiffness, Computer and Structures, Vol. 28, No: 5.

GÜLAY, F.G., 1985, Merkezsel ve Dışmerkezsel Çapraz Elemanlı Çerçeve Yapıların Statik ve Deprem Yüküne Göre Optimum Tasarımı, İTÜ, Doktora Tezi.

DORN, S.W., 1972, Numerical Methods With Fortran IV Case Studies, John Wiley and Sons.

ÖZGEÇMİŞ

Mehmet KÖSE 1965 yılında Trabzon'un Vakfıkebir ilçesine bağlı Çarşıbaşı bucağında doğmuştur. Çarşıbaşı Merkez İlkokulu ve Çarşıbaşı Ortaokulu'ndan sonra 1982 yılında Çarşıbaşı Lisesi'nden mezun olmuştur. 1982-1983 öğretim yılında Akdeniz Üniversitesi Isparta Mühendislik Fakültesinde İnşaat Mühendisliği eğitime başlayıp, Karayolları Genel Müdürlüğü'nden burs alarak, Lisans eğitimini İnşaat Mühendisliği Bölümü birincisi olarak 1986 yılında tamamlamıştır. Ekim 1986 tarihinde Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü'nde İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Bölümünde Yüksek Lisans Eğitime başlamıştır. Eylül 1986 tarihinden bu yana Karayolları 13. Bölge Müdürlüğü'nde (Antalya) İnşaat Mühendisi olarak görev yapmaktadır.

Akdeniz Üniversitesi
Rektörlüğü Kütüphanesi
Demirbaş No. 4948

₺ 15.000 TL