

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ**



EĞRİ EKSENLİ MİKRO KİRİŞ VE KEMER SİSTEMLERİN ANALİZİ

Mustafa ŞEKER

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

MAYIS 2025

ANTALYA

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ**



EĞRİ EKSENLİ MİKRO KİRİŞ VE KEMER SİSTEMLERİN ANALİZİ

Mustafa ŞEKER

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

DOKTORA TEZİ

MAYIS 2025

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EĞRİ EKSENLİ MİKRO KİRİŞ VE KEMER SİSTEMLERİN ANALİZİ

Mustafa ŞEKER
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
DOKTORA TEZİ

MAYIS 2025

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EĞRİ EKSENLİ MİKRO KİRİŞ VE KEMER SİSTEMLERİN ANALİZİ

Mustafa ŞEKER
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
DOKTORA TEZİ

Bu tez 21/05/2025 tarihinde jüri tarafından Oybirliği ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ömer CİVALEK (Danışman)
Prof. Dr. Hakan ERSOY
Prof. Dr. Mehmet AVCAR
Prof. Dr. Mustafa Özgür YAYLI
Doç. Dr. Bekir AKGÖZ

ÖZET

EĞRİ EKSENLİ MİKRO KİRİŞ VE KEMER SİSTEMLERİN ANALİZİ

Mustafa ŞEKER

Doktora Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Mayıs 2025; 154 sayfa

İnşaat Mühendisliğinde mekanik bilim dalında birçok çalışmalar yapılmıştır. Bu çalışmalardan esinlenilerek Eğri Eksenli Mikro Kiriş ve Kemer Sistemlerin analizi tezi ortaya çıkarılmıştır. Bu tez kapsamında öncelikli olarak kemerin tanımı ve kemer yapıların tarihçesi üzerinde durulmuştur. İkinci olarak kabuklar üzerine vurgu yapılmıştır. Kemerler ve kabuklardan bahsedildikten sonra kavisli kirişlerin özellikleri ve matematiksel ifadeleri anlatılmıştır. Son olarak da elastite teorisinin özellikleri ve matematiksel ifadeleri ile nano ölçekli halkaların düzlem içi titreşimleri özellikleri vurgulanarak matematiksel denklemlerle açıklanmasına çalışılmıştır.

Yukarıdaki anlatılanlardan faydalanılarak eğri eksenli mikro kiriş ve kemer sistemlerin analizi bilgisayar programları aracılığıyla sayısal uygulamalar yapılarak mekanik bilim dalına katkı sağlaması düşünülerek çalışma yapılmıştır. Bu sayısal uygulamalar şekilsel ve tablolar şeklinde de gösterilmesine çalışılmıştır.

ANAHTAR KELİMELEER: Eğri eksenli kiriş, Halkalar, Kabuklar, Kemer sistemler.

JÜRİ: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Prof. Dr. Hakan ERSOY

Prof. Dr. Mehmet AVCAR

Prof. Dr. Mustafa Özgür YAYLI

Doç. Dr. Bekir AKGÖZ

ABSTRACT

ANALYSIS OF CURVE AXIS MICRO BEAM AND ARCH SYSTEMS

Mustafa ŞEKER

PhD Thesis in Civil Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

May 2025; 154 pages

Many studies have been carried out in the field of mechanical science in Civil Engineering. Inspired by these studies, the thesis of analysis of Curved Microbeam and Arch Systems was revealed. Within the scope of this thesis, primarily the definition of the arch and the history of arch structures are emphasized. Secondly, emphasis was placed on shells. After mentioning arches and shells, the properties and mathematical expressions of curved beams are explained. Finally, the properties and mathematical expressions of the theory in elasticity and the in-plane vibrations of nanoscale rings are emphasized and explained with mathematical equations.

By making use of the above explanations, the analysis of curved axis micro beams and arch systems has been carried out with the aim of contributing to the branch of mechanics by making numerical applications through computer programs. These numerical applications have been tried to be shown in the form of figures and tables.

KEYWORDS: Arch systems Curved axis beam, Rings, Shells.

COMMITTEE: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Prof. Dr. Hakan ERSOY

Prof. Dr. Mehmet AVCAR

Prof. Dr. Mustafa Özgür YAYLI

Assoc. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

ÖNSÖZ

Günümüzde teknolojik ilerlemelerin etkisi İnşaat Mühendisliği üzerinde görülmektedir. Bu tez kapsamında yapılan çalışma teknolojik ilerlemeye ayak uydurularak yapılmasına çalışılmıştır. Yapılan bu çalışmanın İnşaat Mühendisliği'nde zaman ve ekonomik açıdan kolaylık getirmesi amacıyla yapılmıştır. Yapılan bu tez çalışmasında hesaplamalar bilgisayar programları aracılığıyla elde edilmiştir.

Tez çalışmamın ortaya çıkmasında yardımcı olan danışman hocam Prof. Dr. Ömer CİVALEK'e, Prof. Dr. Mustafa Özgür YAYLI'ya, Prof. Dr. Mehmet AVCAR'a, Prof. Dr. Hakan ERSOY'a ve Doç. Dr. Bekir AKGÖZ'e ve son olarak doktora çalışması yaptığım süreçte her zaman beni destekleyen aileme teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
ÖNSÖZ	iii
AKADEMİK BEYAN	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xi
ÇİZELGELER DİZİNİ	xvii
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK TARAMASI.....	3
2.1. Kemerler.....	3
2.1.1. Kemerin Tanımı ve Kemer Yapıların Tarihçesi.....	3
2.1.2. Kemer Çeşitleri	33
2.1.3. Kemerli Köprüler ve Diğer Kemerli Yapılar	47
2.1.4. Modern Kemerler ve Uygulamaları	54
2.2. Kabuklar	58
2.2.1. Çift Eğrilik Kabukları	63
2.2.2. Asma, Pnömatik ve Membran Yapılar	69
2.3. Daha Önce Gerçekleştirilen Çalışmalar	75
3. MATERYAL VE METOT	86
3.1. Kavisli Kirişler.....	86
3.1.1. İnce Kirişlerin Temel Teorisi.....	87
3.1.2. Orta Kalınlıkta Kirişlerin Temel Teorisi.....	93
3.1.3. Basitçe Desteklenen Kirişler ve Kapalı Halkalar.....	98
3.2. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi	106
3.3. Nano Ölçekli Halkaların Düzlem İçi Titreşimi.....	107
3.3.1. Hareket Denklemi	108
3.3.2. Analitik Çözüm	111
3.4. Kayma Deformasyonlu Halkaların Düzlem İçi Titreşimi.....	111

4. BULGULAR ve TARTIşMA.....	114
5. SONUÇLAR	143
6. KAYNAKLAR	145
ÖZGEÇMİş	



AKADEMİK BEYAN

Doktora Tezi olarak sunduğum “**Eğri Eksenli Mikro Kiriş ve Kemer Sistemlerin Analizi**” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

21/05/2025

Mustafa ŞEKER



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler:

α	: Lamine kavisli bir kirişin kutupsal koordinat ile tanımlanan orta yüzeyiyle karakterize edilmesi
R	: Kirişin eğrilik yarıçapı
$\alpha - z$	: Kiriş düzlemi
θ	: Kiriş yarıçapı ile ekseni arasındaki açı
ε_0	: Orta yüzey gerilimi
k	: Eğrilik değişimi
ε	: Keyfi noktada gerilme
u_0, w_0	: Kirişin orta yüzeyinin α ve z yönlerinde yer değiştirmeleri
σ	: Normal gerilme bileşeni
Q_{11}	: Elastik sertlik malzeme katsayısı
N	: Normal Kuvvet
M	: Eğilme Momenti
b	: Kirişin genişliği
n	: Katman kirişlerinin sayısı
A_{11}, B_{11}, D_{11}	: Parçalı entegrasyondan kaynaklanan sertlik katsayıları
A_{55}	: Parçalı entegrasyondan kaynaklanan sertlik katsayısı
z	: Orta yüzeyden en büyük z koordinatına sahip olan k numaralı tabakasının yüzeyine olan mesafe
h	: Kirişin kalınlığı
$\partial\alpha$	: Orta yüzey uzunluğu
Q	: Kesme Kuvveti
p_α	: Kiriş orta yüzeyine teğet dış kuvvet bileşeni
p_n	: Kiriş orta yüzeyine normal dış kuvvet bileşeni

U	: Elastik deformasyon sırasında bir kiriş içinde depolanan gerilme enerjisi
V	: Hacim
W	: Dağıtılmış dış kuvvet bileşenleri p_α 'nın teğetsel yönde kullanılması ve normal yönde p_n dış kuvvetler tarafından yapılan işin kirişteki yer değiştirmeleri
T_k	: Kinetik enerji
$\rho^{(k)}$	: Birim hacim başına düşen lamina yoğunluğu
t	: Zaman
I_1	: Birim uzunluk başına düşen kirişin ortalama kütle yoğunluğu
$(T - U + W)$	: Lagrangian enerji fonksiyonu
k_u, k_w	: Translasyonel yay sertlikleri
k_ψ	: Dönme yayı sertliği
γ	: Nötr ekseninde kayma gerilmesi
ψ	: Başlangıçta çizgi elemanının uzunlamasına yöne dik, düzlem dışı yöne doğru dönmesi
$\bar{I}_2$	: Kuplaj ataleti
A_m, C_m	: Tahkim koşulları
Ω	: Frekans parametresi
A	: Kesitsel alan
I	: Atalet momenti
h/R	: Kalınlık oranı
C, D	: Bilinmeyen katsayılar
ξ	: Boyutsal olmayan koordinat
α_i, γ_i	: Keyfi katsayılar
i_0, l_0, j_0, m_0	: Çeşitli sınır koşulları için Ritz Yönteminde gerekli olan değerler
$L = T - U$	: Serbest titreşim analizi
u	: Teğetsel yer değiştirme

σ_{ij}	: Yerel olmayan gerilme tansörü
ε_{ij}	: Şekil değiştirme tansörü
x'	: Referans noktası
x	: Konum
U_i, u_j	: Deplasman bileşenleri
x_i, x_j	: Türev bileşenleri
σ_{ij}^c	: Klasik gerilme tansörü
δ_{ij}	: Kronecker sembolü
λ, μ	: Lamé sabitleri
E	: Elastisite modülü
ν	: Poisson oranı
G	: Kayma Modülü
ζ	: Yerel olmayan parametre
e_0	: Deneysel olarak belirlenen bir malzeme sabiti
K_0	: Modifiye edilmiş Bessel Fonksiyonu
L_0	: Doğrusal diferansiyel operatörünü
$u(x, z, t)$	: Radyal koordinatlar
$w(x, z, t)$	: Teğetsel koordinatlar
f	: Radyal dış tahriki
q	: Enine dış tahriki
ρ	: Birim hacim kütlesi
k_m	: Halkanın gömülü olduğu elastik ortamın rijitliği
I_y	: Eğilme eksenine göre (y -ekseni) atalet momenti
ω	: Titreşim frekansı
ϕ	: Faz açısı

W_n	: Bilinmeyen katsayı
ψ	: Kayma deformasyonsuz halka kesitinin dönmesi
β	: Kayma deformasyonunun sebep olduğu ekstra dönme

Bu tezde ondalık ayıraç olarak nokta işareti (.) kullanılmıştır.

Kısaltmalar:

3D	: Üç Boyutlu
Akt	: Aktaran
C2	: Tamamen Kenetlenmiş Sınır Koşulları
CBT	: Klasik Kiriş Teorisi
CFST	: Beton Dolgulu Çelik Boru
CNIT	: Yeni Endüstriler ve Teknolojiler Merkezi
DOF	: Hem U hem de W fonksiyonlarında altı terim kullanılarak elde edilen sonuçlar
F1	: Tamamen Serbest Sınır Koşulları
HYPAR	: Hiperbolik Paraboloid
mm	: Milimetre (Uzunluk Birimi)
MÖ	: Milattan Önce
NEMS	: Nano Elektro Mekanik Sistemler
Pa	: Pascal (Basınç Birimi)
S1	: Basit Destek İçin Sınır Koşulları
S2,F2,C1	: Sınır Koşulları
SDBT	: Kalın Kiriş Teorisi

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. a) Mezopotomya Tonozu b) Miken Toloz	3
Şekil 2.2. Bir Kemerde yük aktarım şeması	6
Şekil 2.3. İki katlı bir yapıda taşıyıcı kemerler	6
Şekil 2.4. Taş Hafifletme Kemer Şehzade İmaret, İstanbul	7
Şekil 2.5. Kemerin Bölümleri	7
Şekil 2.6. Falerii Novi Kemer	9
Şekil 2.7. Roma Su Kemer- Pont du Gard	11
Şekil 2.8. Roma Amfitiyatrosu-Kolezyum	13
Şekil 2.9. Fr. Derands'ın kuralı	16
Şekil 2.10. Hooke'un Asma Zinciri	17
Şekil 2.11. Fabri'nin Kemer İtme Modeli	18
Şekil 2.12. Bir Kemerin Voussoirlerinin Büyüklüğünü Belirlemek İçin Hire'in Yapımı	19
Şekil 2.13. Yarı Dairesel Kemerin Mekanizması	19
Şekil 2.14. Kemerin Statiği	20
Şekil 2.15. Belidor'un de la Hire Yönteminin Varyantı	21
Şekil 2.16. Belidor'un Modeli	22
Şekil 2.17. Couplet'in Voussoir Büyüklüğü ve İtme Tayini	23
Şekil 2.18. Bir kemerin çökme mekanizması hipotezi	23
Şekil 2.19. Londra Kemer	24
Şekil 2.20. Perce Kayası	25
Şekil 2.21. Durdle-Door	25
Şekil 2.22. Azure Eye	26
Şekil 2.23. Gök Kuşağı Köprüsü	26
Şekil 2.24. El Hakim Camii	27

Şekil 2.25. Tolunoğlu Camii	27
Şekil 2.26. Beni Hammad Kalesi	28
Şekil 2.27. Bursa Yıldırım Camii	28
Şekil 2.28. Yeşil Camii	29
Şekil 2.29. Şahuban Camii	29
Şekil 2.30. Fatih Camii	30
Şekil 2.31. Edirne Selimiye Camii	30
Şekil 2.32. Ring Mountain	31
Şekil 2.33. Diana'nın Mağarası	31
Şekil 2.34. Altın Kapı	32
Şekil 2.35. Basık Kemer	33
Şekil 2.36. Kırkgöz Kemerı	33
Şekil 2.37. Sivri Kemer Çeşitleri	34
Şekil 2.38. Worcester Katedrali	34
Şekil 2.39. Bir düz kemer ve hafifletme kemeriyle desteklenmiş başka bir düz kemer örneği.....	35
Şekil 2.40. Nalkemer.....	35
Şekil 2.41. Bóveda Santa Eulalia.....	36
Şekil 2.42. San Juan de Baños Kilisesi.....	36
Şekil 2.43. Uqba Camisi	36
Şekil 2.44. Santa Maria de Quintanilla de las Vinas	37
Şekil 2.45. Bindirme Kemer	37
Şekil 2.46. Spean Praptos.....	37
Şekil 2.47. Palenque Sarayı	38
Şekil 2.48. Angkor Thom	38
Şekil 2.49. Adhai Din Ka Jhonpara Camii	38

Şekil 2.50. Kaş Kemer	39
Şekil 2.51. Kaş Kemer Örneği	39
Şekil 2.52. İstanbul Yeni Camii	39
Şekil 2.53. İstanbul Ayasofya Hamamı	40
Şekil 2.54. Kuvvet-ül İslam Camisi	40
Şekil 2.55. Dilaver Kağan Camii	40
Şekil 2.56. Küçük Mustafa Paşa Hamamı	41
Şekil 2.57. Cem Sultan Türbesi	41
Şekil 2.58. Muradiye Külliyesi	42
Şekil 2.59. Topkapı Sarayı, III.Murad Köşkü Selsebili	42
Şekil 2.60. Bozdoğan Kemerli	43
Şekil 2.61. Kairouan Camisi	43
Şekil 2.62. Greenknowe Kulesi	44
Şekil 2.63. Notre Dame Katedrali	44
Şekil 2.64. Speyer Katedrali	45
Şekil 2.65. Orihuela Katedrali	45
Şekil 2.66. Aziz Yuhanna Kilisesi	45
Şekil 2.67. 14 Baş Kemerli Klise Santa Maria de Sigena Manastırı	46
Şekil 2.68. Sahagun Klisesi Dış Cephesindeki Kör Kemerler	46
Şekil 2.69. İtalyan Betonarme Köprüler a) Cantanzaro'daki Bisantis Köprüsü b) Potenza'daki Musmeci Köprüsü	48
Şekil 2.70. Betonarme Kemerler a) Krk Köprüsü b) Infante Don Henrique Köprüsü	49
Şekil 2.71. CFST Wushan Yangtze Nehri Köprüsü	50
Şekil 2.72. Glulam ile Yapılmış Geniş Açıklıklı Kemerler a) Richmond Olimpik Oval b) Keystone Wye Kemer Köprüsü	51
Şekil 2.73. Severn Nehri Üzerindeki Coalbrookdale'deki Yol Köprüsü	51

Şekil 2.74. Pontcysyllte Su Kemerı	52
Şekil 2.75. Dublin'deki Liffey Köprüsü	52
Şekil 2.76. Paris'teki Bibliothèque Sainte-Geneviève'nin Okuma Odası	53
Şekil 2.77. Londra'daki Krystal Saray Büyük Sergi Evi İnşası	53
Şekil 2.78. a) Eyfel Kulesi Genel Görünümü b) Eyfel Kulesi Süslü Dökme Demir Örneğinin İlk Seviyesindeki Kemer c) Eyfel Kulesi'nin Bağlantılarından Birisi İçin Ayrıntılı Çizim Örneği	54
Şekil 2.79. St. Louis Geçidi Kemerı	55
Şekil 2.80. Barselona'daki Mila Evindeki Diyafram Kemerlerinin Tasarımı	56
Şekil 2.81. Salginatobel Köprüsü.....	56
Şekil 2.82. Modern Kemerlerdeki Menteşesiz Katı Kaburga Kemerı	57
Şekil 2.83. Modern Kemerlerdeki Bağlı Katı Kaburga Kemerı	57
Şekil 2.84. Modern Kemerlerdeki Spandrel Destekli Kemer	58
Şekil 2.85. Modern Kemerlerdeki İki Menteşeli Desteklenmiş Bir Kaburga Kemerı	58
Şekil 2.86. Kendi Ağırlığı Altında Yarım Küre Kabuk Örneği.....	59
Şekil 2.87. Kabuğun Bir Elemanının Meridyenler ve Paraleller olarak tanımlanması...	60
Şekil 2.88. Küçük Bir Kabuk Elemanının Dengesi	60
Şekil 2.89. Yarı Küresel Bir Kabuk Denge Sistemi.....	61
Şekil 2.90. Tonozlar ve kubbeler: kavisli ağ sistemlerinin ana şemaları.....	61
Şekil 2.91. Washington'da Tacoma Kubbesi a) İnşaat Sırasındaki Aşamalar b) Mevcut Dış Görünüm.....	62
Şekil 2.92. Katlanmış kabuklu tonozlar ve kubbeler a) Yarı-düz b) tonozlu çatı sistemleri	62
Şekil 2.93. Fransa Orly'deki Hangar. (a) Dış görünüm, (b) İnşaat Safhası	63
Şekil 2.94. Tonozlar ve Kubbeler: Çift Kıvrımlı Kabukların Ana Şemaları	63
Şekil 2.95. Mimarlar Robert Camelot, Jean de Mailly, Bernard Zehrfuss ve Jean Prouvé tarafından inşa edilen Paris'te CNIT a) Dış Görünümler b) İç Görünümler	64
Şekil 2.96. Felix Candela'nın ana eserleri a) Los Manantiales Restoranı b) Valencia Akvaryumu'ndaki Yapı c) Nuestra Señora de la Soledad Şapeli	65

Şekil 2.97. Heinz Isler'ın Ana Eserleri a) Bern-Zürich Otoyolundaki Benzin İstasyonu b) İsviçre'nin Brugg Kentindeki Kapalı Yüzme Havuzu	66
Şekil 2.98. Eeron Saarinen Tarafından Tasarlanan Kresge Oditoryumu	66
Şekil 2.99. Eduardo Torroja'nın Fronton Recoletos'un Aksonometrik Görünümü	67
Şekil 2.100. Eduardo Torroja'nın Zarzuela Hipodromu	67
Şekil 2.101. Pier Luigi Nervi'nin Ana Eserleri a) Orbetello'daki İtalyan Hava Kuvvetleri Hangarı İnşaat Aşaması b) Torino Sergi Salonu.....	68
Şekil 2.102. Pier Luigi Nervi'nin Palazzetto dello Sport a) Dışsal İnşaat Bahçesinin Fotoğrafı ve b) İç Görünüm	69
Şekil 2.103. Sidney'deki Opera Binası Jorn Utzon İstifa Etmiş ve Ove Nyquist Arup Tarafından İnşa Edilen Yapı Mühendisliğindeki Öngerilmeli Beton Nervürlü Kabuk Örneği	70
Şekil 2.104. Barselona'daki Palau Blaugrana a) Nervürlü Kubbenin Dış b) İç Görünümleri	70
Şekil 2.105. Çubukların İnce Kapağı Olduğu İçin Kısa Dayanıklılık Gösteren RC Kabukları ve Betonun Sıkıştırılması Zor Olan Brezilya Pampulha'da Bulunan Assisi Francis Kilisesi Yapısı	71
Şekil 2.106. Saint Louis Lambert Uluslararası Havaalanı TI a) Batı Perspektifi b) İç Görünüm	71
Şekil 2.107. Tonozlar ve Kubbeler: Asma Yapıların Şematik Görünümleri	72
Şekil 2.108. Raleigh, Kuzey Carolina'daki Dorton Arena a) Batı Yakası b) İç Görünüm	72
Şekil 2.109. New York'taki Madison Square Garden Arena a) Yapım Aşaması ve b) İç Görünüm	73
Şekil 2.110. Muna Dökme Çatısı a) İnşaat Aşaması b) Dış Manzara	73
Şekil 2.111. Tonozlar ve Kubbeler: Pnömatik ve Şişirilmiş Yapıların Şematik Görünümleri	74
Şekil 2.112. Tonozlar ve Kubbeler: Gergi Membranı Yapılarının Şematik Görünümleri	74
Şekil 2.113. Frei Otto'nun ana eserleri a) Montreal'deki Expo 1967'deki Batı Alman Pavyonu b) Münih Olimpiyat Stadyumu	75
Şekil 3.1. Lamine kavisli kirişler için kullanılan parametreler.....	88
Şekil 3.2. Diferansiyel Kavisli Kiriş Elemanı.....	90

Şekil 3.3. a) Elastik ortama gömülü nanohalka b) Serbest cisim diyagramı	108
Şekil 4.1. Temel frekans parametreleri $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ kirişler, CBT ve SDBT kullanarak $\alpha/R = 1.0$, $G_{12}/E_2 = G_{13}/E_3 = 0.5$	117
Şekil 4.2. İkinci en düşük frekans parametreleri $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ kirişler, CBT ve SDBT kullanarak $\alpha/R = 1.0$, $G_{12}/E_2 = G_{13}/E_3 = 0.5$	118
Şekil 4.3. Eğriliğin frekans parametreleri üzerindeki etkisi $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ kavisli bir kirişin çeşitli sınırları için, $\alpha/h = 100$; $E_1/E_2 = 1$	124
Şekil 4.4. Nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının boyutsuz atomik parametreye göre değişimi	133
Şekil 4.5. Nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının halka çapına göre değişimi a) 2. Mod b) 3. Mod	134
Şekil 4.6. Nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının çap/kalınlık oranına göre değişimi a) 2. Mod b) 3. Mod	135
Şekil 4.7. Farklı elastik ortam rijitliği değerleri altında gömülü nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının boyutsuz atomik parametreye göre değişimi a) 1. Mod b) 2. Mod c) 3. Mod	136-137
Şekil 4.8. Elastik ortama gömülü nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının elastik ortam rijitliğine göre değişimi a) $e_0a/R = 0$ b) $e_0a/R = 0.2$	138
Şekil 4.9. Elastik ortama gömülü nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının elastik ortam rijitliği ve halka çapı değerlerine göre değişimi a) 2. Mod b) 3. Mod	139
Şekil 4.10. Elastik ortama gömülü nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının elastik ortam rijitliği ve çap/kalınlık oranı değerlerine göre değişimi a) 2. Mod b) 3. Mod	140
Şekil 4.11. Nanohalkaların doğal titreşim frekansları üzerinde kayma etkisinin halka çapına göre değişimi	141
Şekil 4.12. Nanohalkaların doğal titreşim frekansları üzerinde kayma etkisinin çap/kalınlık oranına göre değişimi	142

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 3.1. $\xi = 0$ ve $\xi = 1$ de Çeşitli Sınır Koşulları İçin Ritz Yönteminde Gerekli Olan i_0, l_0, j_0, m_0 Değerleri	102
Çizelge 4.1. $[0^\circ, 90^\circ]$ kavisli kirişlerin A_{11}, B_{11} ve D_{11} katsayıları için yaklaşık ve doğru denklemler arasında bir karşılaştırma	114
Çizelge 4.2. Tam frekans parametreleri $\Omega = \omega\alpha^2\sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ laminat derin ve sığ kiriş teorileri kullanarak kavisli ince kirişler, $\alpha/h = 100$	115
Çizelge 4.3. Tam frekans parametreleri $\Omega = \omega\alpha^2\sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ laminat kavisli ince ve orta kalınlıkta kirişler, $\alpha/R = 1.0, G_{12}/E_2 = G_{13}/E_3 = 0.5$	116
Çizelge 4.5. Frekans parametrelerinin yakınsaması $\Omega = \omega\alpha^2\sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamina kavisli kiriş , $\alpha/R = 0.5, \alpha/h = 100$	119
Çizelge 4.6. Frekans parametrelerinin yakınsaması $\Omega = \omega\alpha^2\sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ kelepçeli için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamine kavisli kemer kirişler , $\alpha/R = 0.2, \alpha/h = 100$	120
Çizelge 4.7. Eğriliğin frekans parametreleri üzerindeki etkisi $\Omega = \omega\alpha^2\sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamine kavisli kirişler, $\alpha/h = 100$; <i>S1 sınır koşulları</i>	121
Çizelge 4.8. Eğriliğin frekans parametreleri üzerindeki etkisi $\Omega = \omega\alpha^2\sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamine kavisli kiriş, $\alpha/h = 100$; <i>S2 sınır koşulları</i>	123
Çizelge 4.9. Eğriliğin frekans parametreleri üzerindeki etkisi $\Omega = \omega\alpha^2\sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ kelepçeli için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamine kavisli kiriş , $\alpha/h = 100$; <i>C1 sınır koşulları</i>	123
Çizelge 4.10. Eğriliğin frekans parametreleri üzerindeki etkisi $\Omega = \omega\alpha^2\sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ kelepçeli için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamine kavisli kiriş , $\alpha/h = 100$; <i>C2 sınır koşulları</i>	124
Çizelge 4.11. Nanohalkanın farklı boyutsuz atomik parametre değerleri için ilk on mod serbest titreşim doğal frekansları	125
Çizelge 4.12. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı elastik zemin rijitliği ve boyutsuz atomik parametre değerleri için ilk beş mod serbest titreşim doğal frekansları.....	126
Çizelge 4.13. Nanohalkanın farklı halka çapı ve boyutsuz atomik parametre değerleri için ilk beş mod doğal titreşim frekansları	126

Çizelge 4.14. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı halka çapı değerleri ilk beş mod klasik doğal titreşim frekansları	127
Çizelge 4.15. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı halka çapı değerleri ilk beş mod yerel olmayan doğal titreşim frekansları ($\alpha = 0.2$)	127
Çizelge 4.16. Nanohalkanın farklı kesit kalınlığı ve boyutsuz atomik parametre değerleri için ilk beş mod doğal titreşim frekansları.....	128
Çizelge 4.17. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı kesit kalınlığı değerleri için ilk beş mod klasik doğal titreşim frekansları	128
Çizelge 4.18. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı kesit kalınlığı değerleri için ilk beş mod yerel olmayan doğal titreşim frekansları ($\alpha = 0.2$)	129
Çizelge 4.19. Nanohalkanın farklı kesit kalınlığıve çap/kalınlık oranı değerleri için ikinci mod doğal titreşim frekansları	129
Çizelge 4.20. Nanohalkanın farklı kesit kalınlığıve çap/kalınlık oranı değerleri için üçüncü mod doğal titreşim frekansları	130
Çizelge 4.21. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı kesit kalınlığı ve çap/kalınlık oranı değerleri için ikinci mod doğal titreşim frekansları ($k_M = 100 \text{ nN/nm}^2$)	130
Çizelge 4.22. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı kesit kalınlığı ve çap/kalınlık oranı değerleri için üçüncü mod doğal titreşim frekansları ($k_M = 100 \text{ nN/nm}^2$)	131
Çizelge 4.23. Kayma deformasyonlu nanohalkaların farklı kesit kalınlığı değerleri için ilk on mod serbest titreşim doğal frekansları	131
Çizelge 4.24. Kayma deformasyonlu nanohalkaların farklı halka çapı değerleri için ilk on mod serbest titreşim doğal frekansları	132
Çizelge 4.25. Kayma deformasyonlu nanohalkaların farklı kesit kalınlığı ve çap/kalınlık oranı değerleri için ilk beş mod doğal titreşim frekansları.....	133

1. GİRİŞ

Eğri eksenli mikro kiriş ve kemer sitemlerin analizi İnşaat Mühendisliği uygulamaları için karşılaşılan problemlerin çözümünde yardımcı olacak bir çalışmadır. Bu uygulamaları yaparken birçok matematiksel ifadelerden yararlanılmıştır. İlk zamanlarda manuel olarak yapılan bu matematiksel hesaplamalar zamanla bilgisayar programları üzerinde kolay bir şekilde yapılmaya başlanılmıştır. Bu uygulamaları yaparken bilgisayar programlarından faydalanılmaktadır. Yaralanılan bilgisayar programları genel olarak MATLAB, SAP2000, STA4CAD ve benzeri programlardır. Kullanılan bu bilgisayar programları inşaat uygulamalarında zaman açısından sürenin kısaltılmasında yardımcı olmaktadır.

Eğri eksenli mikro kiriş ve kemer sistem uygulamaları betonarme, çelik yapılarda ve köprülerde karşılaşılmaktadır. Bu uygulamaların örneklerini ülkemiz ve Dünya'nın çeşitli ülkelerinde görmek mümkündür. Örnek verecek olursak ülkemizde Topkapı Sarayı'nda geniş kemerli portal tonozu ve geçme kilitli kemerler uygulaması görülmektedir. Başka ülkelerden örnek verecek olursak Tunus Kayravan Büyük Camii'nde nalkemerler uygulaması görülmektedir.

Eğri eksenli mikro kiriş ve kemer uygulamaları yapıların sağlamlığı açısından çok önemlidir. Çok şiddetli yıkıcı deprem olsa bile bu uygulamaların yapılmasıyla yapının sağlamlığı artırılmış olacaktır. Bu uygulamanın yapılmadığı bir yapıda deprem yükü yapının çok önemli bir miktarda hasar almasına neden olabilmektedir.

Ülkemiz bir deprem kuşağı içerisindeyiz. Ülkemizde deprem kuşağını biraz açacak olursak Kuzey Anadolu Fayı Kuşağı, Doğu Anadolu Fayı Kuşağı ve Batı Anadolu Fayı Kuşağı bulunmaktadır. Önümüzdeki yıllar için ülkemizde uzman görüşlerine göre çok şiddetli depremlerin görüleceği söylenmektedir. Özellikle Marmara Bölgesi'nde çok büyük deprem olacağı belirtilmektedir. Yeni yapılacak yapılar ve güçlendirilmesi gereken yapılarda yapılacak bu uygulamaların analizinin yapılması karşılaşılabilecek büyük depremlere karşı koyması düşünülmektedir. Ülkemizde geçmiş yıllara bakıldığında zaman çok şiddetli depremlerin olduğu görülmektedir. Bu depremler çok sayıda can ve mal kaybına neden olduğu görülmektedir. Bu can ve mal kaybının azaltılması açısından yapılarda eğri eksenli mikro kiriş ve kemer sistemlerinin analizinin yardımcı olacağı düşünüldükten sonra bu çalışma yapılmaktadır.

Kemer sistemlerin üzerinde eskiden beridir önemli çalışmalar yapılmaktadır. Eski Çağ tarihinden itibaren kemerlerden yararlanılmıştır. Kemerler bir yapıda sağlamlık açısından önemli bir yere sahiptir.

Günlük yaşamımızda kemer uygulamalarını görmek mümkündür. Barajların yapımında, köprülerin yapımında, camii, kilise gibi yapıların yapımında, uçak ve uzay teknolojilerin yapımında, nükleer enerji reaktörlerin yapımında görülmektedir.

Örnek olarak Osmanlı'da Mimar Sinan yapmış olduğu çıraklık dönemi eseri Şehzade Cami, kalfalık dönemi eseri Süleymaniye Cami, ustalık dönemi eseri Süleymaniye Cami yapımında çok özellikli tekniklerden yararlanarak bu camileri inşa etmiştir. Burada yararlandığı tekniklerden bir tanesi kemerlerin üzerindeki yapmış olduğu çalışmalardır. Bu sayede aradan uzun yıllar geçmesine rağmen birçok deprem

doğal afet olmasına rağmen bu yapılar sağlam kaldığı görülmüştür. Kemerler üzerindeki etkili çalışması sayesinde bu yapılar halen sağlamlığını korumaktadır. Birçok bilim adamı halen Mimar Sinan'ın kemerler üzerinde yapmış olduğu çalışmalardaki önemli sırrı çözemediğini görmekteyiz.

Eğri Eksenli Mikro Kiriş ve Kemer Sistemlerin Analizi çalışmasında kemer sistemlerin tarihçesinden başlanarak, günümüze kadar yapılan çalışmalardan ve uygulamalarından bahsedilmiştir. Bazı kemer yapıların özellikleri vurgulanarak detaylı bir şekilde ifade edilmiştir. Kemer yapı örnekleri resimlerle gösterilmiştir. Burada bazı bilim adamlarının kemerler üzerine yapmış olduğu çalışmalar ifade edilmiştir. Burada bilim insanlarının yapmış oldukları çalışmalarından bazıları resimlerle ifade edilmiştir. Bu bilgilerin ışığında Eğri Eksenli Mikro Kiriş ve Kemer Sistemlerinin Analizi çalışmasının özellikle İnşaat Mühendisliği mesleği açısından çok büyük yararı olacağı düşünülerek bu çalışma ortaya konulmuştur. Tonoz yapılar tarihçesinden bahsedilerek resimlerle ifade edilmiştir. Kemerlerin yapılarda ne şekilde çalıştığı resimlerle ifade edilerek anlatılmıştır. Aynı zamanda kemerlerin bölümleri resimde gösterilerek ifade edilmiştir. Buradan yola çıkılarak kemer uygulamalarında yaygın olarak görülen kemer çeşitleri ifade edilerek resimlerle örnekleri gösterilmiştir.

2. KAYNAK TARAMASI

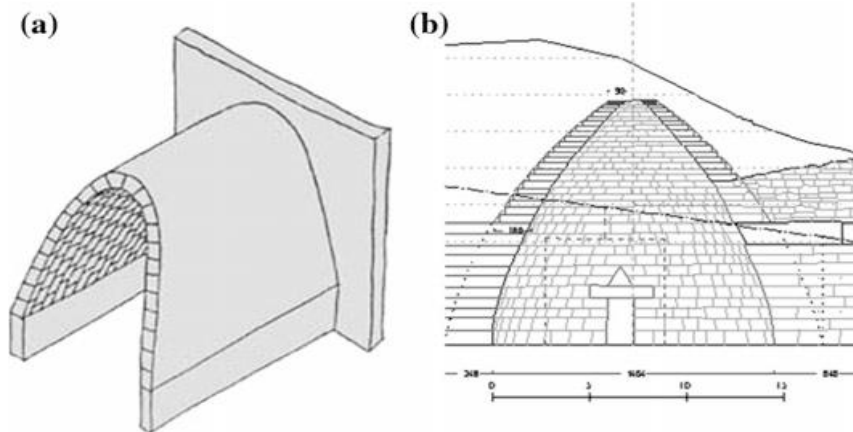
2.1. Kemerler

2.1.1. Kemerin Tanımı ve Kemer Yapıların Tarihçesi

Kemer, yapılarda iki sütun veya ayağı birbirine üstten yarım çember, basık eğri, yonca yaprağı şekillerinde bağlantısını kuran ve üstüne gelen duvar yüklerini, iki taraftaki ayaklara aktaran tonoz bağlantısı olarak tanımlanmaktadır (Anonim 1, Akt: Anonim 2).

Tonozlar, yığma şeklindeki yapılar olarak karşımıza çıkmaktadırlar. Duvar tonozları tarihsel ve önemli özellikler içermektedir.

Duvar tonozları kökeni 19.yüzyıldan bu yana mimarlık tarihinde ortaya çıkmıştır. Birçoğu zaman içinde yok olmuştur, fakat birçoğu hayatta kalmıştır. Çoğu zaman tarihsel mirasların olağanüstü örneklerini temsil etmektedir. Yığma tonozlar geometrilerine göre, yığma dayanımlarına, yapılarına göre farklı statik davranışlar sergilemektedirler. Geniş bir yığma tonoz sınıfının stabilitesi, yerçekimi ve sürtünme ile bir arada tutulan taş elemanlara bağlı olmaktadır. Çoğu tonoz bu kategoriye girer ve statik davranışları düşük gerilme mukavemeti ile güçlü bir şekilde koşullandırılmaktadır. İlk zamanlarda tonozlar aslında gerilme gerilmelerini sürdürebilen katı yapılar gibi davranmaktadırlar. Onlar için membran çözeltisi oldukça statik ve doğru bir tanım sağlamaktadırlar. Çatlamalar oluştuktan sonra ortaya çıkan durum gerilimsiz duvar malzemeleri içerisinde modellenmişlerdir. Tonozlarda, önce kalın bir destek duvarı dikilmiş ve sonra eğimli tuğlalar inşa edilmiştir. Böylelikle merkezleme ihtiyacından kaçınılmıştır. Bu yapım tekniği, mümkün olan açıklıklar oldukça sınırlı olmasına rağmen, uzun genişliklerin kaplanmasına izin vermiştir. Bu yapım tekniğine örnek olarak Mezopotomya Tonoz'u Şekil 2.1(a)'da gösterilmiştir (Como, 2016).



Şekil 2.1. a) Mezopotomya Tonozu b) Miken Toloz (Como, 2016).

Kubbeli yapılar da M.Ö. 4.binyıla kadar eski kökenlere sahiptir. Bir dizi ilkel konutun kalıntıları kil kubbelerle kaplıydılar. Khirakitia'nın evleri gibi moloz ve kilden yapılmış dairesel duvarlara dayanmaktadır. Uygun taş işçiliğiyle inşa edilen ilk kubbeler

geç dönemlere kadar uzanmaktadırlar. Şekil 2.1(b)'de gösterilen Miken Toloz'u bunun en iyi örneklerinden bir tanesi olmaktadır. Daha sonraları duvar kütlesini hafifletmek için daha karmaşık teknikler kullanılmıştır. 5. Yüzyıldan itibaren İtalya'nın Ravenna şehrindeki San Vitale'nin kubbesinde olduğu gibi betona eş merkezli daireler halinde dikey olarak yerleştirilmiş içi boş pişmiş toprak tüpler biri diğerinin yanında olduğu gibidir. Daha sonraları Orta Çağ'da finansal kısıtlamalar inşaatçıları daha hafif inşa edilebilecek yapıları yapmaya zorlamıştır. Daha az pahalı tonozlar, daha küçük tuğlalar ve taş küllüklerinin kullanılmasına neden olmuşlardır. Böylece o dönemde inşa edilen tonozlar; kalın, sağlam, ağır Roma tasarımını takip etmemiştir. Fakat sert temeller yerine sık toprak yerleşimlerine uyum sağlaması açısından esnek temeller tercih edilmiştir. Burada kullanılan esnek temeller genel olarak çok daha hafif olmuştur. Çift namlulu veya kasık tonozları olarak da bilinen çapraz tonozlar, Orta Çağ'da en görkemli örnekleri Roma'ya kadar uzanmaktadır. Orta Çağ'da sivri kemerli çapraz tonozlar estetik kaliteyi temsil eden mimari bir unsur haline gelmiştir. Katedral neflerini kapsayan büyük tonozlar, itme kuvvetleri büyük dış kuvvetlere ileten payandaları dışsal olarak birbirine bağlamıştır. Daha sonra 15. yüzyılda Roma mimarisi yeniden keşfedilmiştir. Uzun süredir terk edilmiş olan segmental ve nervürlü tonozlar hem dini hem de sivil yapılarda bir kez daha inşa edilmiştir. Kullanılan teknikler eski Romalılardan oldukça farklıydılar. Tonozlar, tuğladan yapılmışlardır. Ayrıca ağır dolguyu değiştirerek hafifletmişlerdir. Burada tonozlar daha çok iç aydınlatmayı sağlamak için yapılmışlardır. Sonraları barok dönemde eliptik planlı kubbeler ve ayrıntılı fenerler de inşa edilmişlerdir. Bunlara örnekler verecek olursak; Guarani'nin çapraz kemerli tonozları, Londra Aziz Paul Katedrali, Wren tarafından tasarlanan çift kapaklı kubbe, Suflot'un kubbesindeki üçlü kapak, Paris'teki Sainte-Genève ve son olarak Antonelli'nin cesur tonozları temsil etmektedir. Bu yapılar çelik ve betonarme yeni malzemelerin ortaya çıkmasıyla elde edilen en muhteşem eserlerden bazılarıdır. Sonraki dönemlerde Valensiyalı mühendis Gustavino 19. yüzyılda ABD'de çalışırken tasarım ve bina için asırlık Katalan yöntemlerine dayalı patent teknikli tonozlar ortaya çıkarmıştır. Bu sistemin adını Uyumlu Yapı olarak ifade etmiştir. Bu sistemin sağlam inşa edilmesi, kendinden kemerli ve tonoz destekleyen birbirine kenetlenmiş pişmiş toprak karolar ve harç tabakaları, mukavemeti ince bir cilt oluşturmak için küçük bileşenleri arasındaki güçlü uyuma bağlıdır. Tekniği açıklayacak olursak, bir timbrel cilt için fayanslar genellikle ince Portland Çimentosu tabakalarından oluşan bir sandviç ile üç balıksırtı desenli yerlere yerleştirilir. Daha ağır taş yapılarından farklı olarak, bu kiremit tonozları merkezlenmeden inşa edilebilmektedir. Her kiremit açık alanın üzerinde konsollu olmuşlardır (Como, 2016).

Hafifliği ve yüksek gerilme mukavemeti nedeniyle bu karo sistemi, geleneksel duvar kemerleri ve tonozlarla imkânsız olan çözümleri sağlamıştır. Bu yüzden bu sistemin statik davranışı esas olarak elastiktir ve bundan dolayı gerilimsiz model değildir. Sınırlı olmasına rağmen bu tonoz sınıfının statikini incelenmesi açısından geçerli olmaktadır (Ochsendorf, 2009).

Ne yazık ki, o zamanlar, kalifiye ustaların giderek kötüleşen eksikliği ve ucuz çeliğin kolay bulunabilirliği, Guastavino'nun işini çok düşük maliyetli hale getirdi; bu, mimari açıdan olağanüstü ve verimli 'Guastavino fayansları' sistemini de bir araya getiren iki faktör geçmişte kalmıştır (Como, 2016).

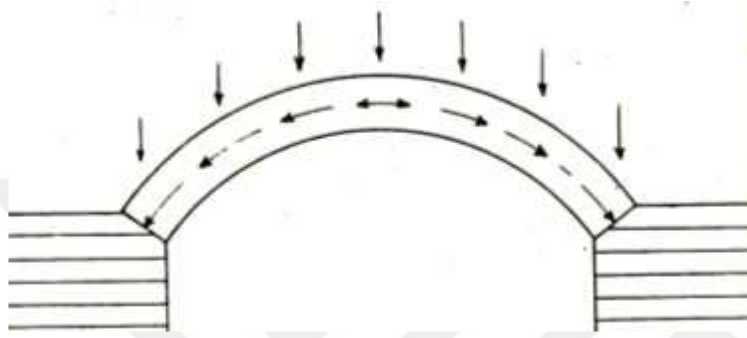
Duvar tonozları geometrilerine bağlı olarak farklı statik davranışlar göstermektedirler. Duvarcılığın gücü, yapımında kullanılan teknikler gibi örnekler verilebilir. Antik çağlardan beri inşa edilmiş geniş bir duvar tonoz sınıfı yerçekimi tarafından bir arada tutulan elementlere bağlıdır. Dünya tarihi açısından tonozların çoğu bu kategoride yer almaktadırlar. Bu tür tonozlar için kurucu elemanlar, tuğla veya taş bloklar basınç gerilmeleri ile bir arada tutulmaktadır. Neredeyse tüm geleneksel duvarlarda olduğu gibi yapılar duvarcılığın zayıf gerilme dayanımının statikleri üzerine etkisi ihmal edilebilmektedirler. Burada çatlaklar esas olarak bu tonozların deformasyonunu belirlemektedirler. Duvar kemerinde, taşlarla harç arasındaki kuvvet gerilmeler zayıf yapışmayı aştığında çatlaklar oluşur. Sıkıştırma kuvvetleri ve makaslar devam etmektedirler. Oluşan menteşelere yayılmak ve sürtünmeye karşı çıkmamak çatlakların oluşmasına neden olmaktadır. Kuvvet duvar tonozlarında sürtünme gerilimlerini arttırmaktadır. Çember gerilmeleri duvar gerilimine ulaştığında bir devrim kubbesinde mukavemet, çatlaklar gelişir ve meridyen boyunca ilerler. Kubbeyi kırdıktan sonra genişler ve dairesel hareketler birbiri üzerinde kayar. Meridyen sıkıştırmanın ürettiği sürtünme kuvveti bu kaymaya karşıdır. Böylece, duvarın gerilme mukavemeti aslında meridyen sıkıştırması ile artar. Genellikle duvarın içine yavaşça nüfuz eden nem, harcı zayıflatır ve bu sürtünme kuvvetini azaltır. Dinamik eylemler gibi diğer nedenler deprem veya temelin çökmesi, çatlama hızlandırabilir. Bu hususlar, çatlakların neden genellikle bir tonozun yapımından sadece yıllar sonra, özellikle kubbelerde meydana geldiğini açıklamaktadır. Birçok ünlü tonoz ve kubbenin çatlama tarihi bunu gözler önüne seriyor. Örneğin hem Roma'daki Aziz Petrus kubbeleri hem de Floransa'daki Santa Maria del Fiore, tamamlandıktan 50 yıl veya daha uzun bir süre sonra çatlama başlamıştır. Bu çatlama gecikme, yaşamlarının ilk aşamalarında tonozların şu şekilde davrandığını ima eder. Çekme gerilmelerine dayanabilen katı yapılar, sözde membran çözeltisi ilgili stres durumlarının makul derecede doğru tanımlarını sağlayabilmektedir. Sonraki zamanlarda, çekme kuvvetlerinin nerede hareket ettiğinin incelenmesi yapılarak çatlama düzeninin bir taslağı elde edilmiştir. Buradan yararlanılarak tonozların gerçek davranışlarını tanımlayabilen gerilim modelleri oluşturulmuştur (Como, 2016).

Kemerler, düşey ve yatay yükleri belli noktalara yönlendiren taşıyıcı yapı unsurlarıdır. Kemerler taşıdığı yükler üzengiler yardımıyla ayaklara iletilmektedir. Bundan dolayı üzengilerde yatay mesnet tepkileri meydana gelmektedir. Burada oluşan tepkiler genel olarak gergi demirleri ile karşılanmaktadır. Fakat gergi demirlerinin korozyona uğraması veya işlevini kaybetmesi durumunda üzengilerde hasarlar oluşmaktadır. Gergi çubuklarının kullanılmadığı durumlarda ise kemerin kesinlikle kuvvetli duvarlara oturtulmuş olması ya da ağırlık kuleleriyle kemerlerin kuvvetlendirilmesi gerekmektedir (Çakır vd. 2015).

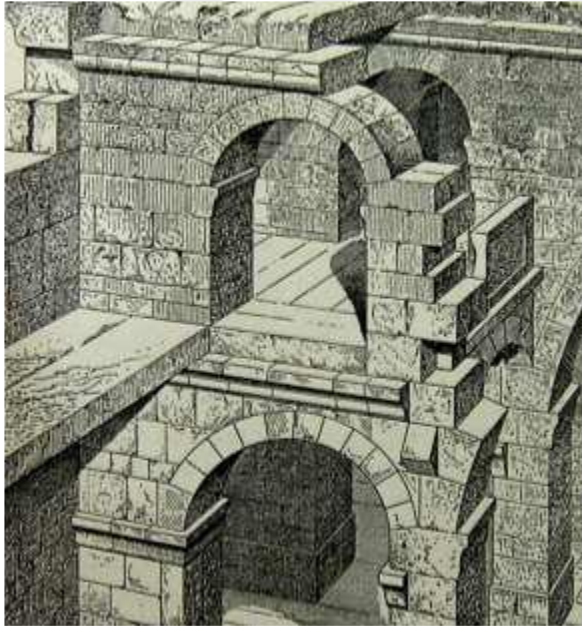
Kemer sistemleri enkesit ölçüleri uzunluklarına göre az olan eğri eksenli taşıyıcılar olarak tanımlanabilmektedir. Kemerlerin eğri eksenli kirişten en önemli ayırt edici özelliği hiperstatik olarak mesnetli şekilde olmasıdır. İzostatik sistemler olarak nitelendirilen eğri eksenli kirişlerde üç mesnet tepkisi oluşurken hiperstatik sistemler olarak nitelendirilen kemerlerde dört mesnet tepkisi oluşmaktadır. Kemerin enkesit özellikleri kullanılan malzemeye göre değişmektedir ve kargir malzeme, çelik, ahşaba göre daha büyük enkesit özellikler gerektirmektedir. Geçmişte kemerler peşi sıra birleşik olarak yapıldıklarında Tonoz Çatı olarak isimlendirilmiştir ve hacimlerin

yüzeysel kaplaması olarak uygulaması yapılmıştır. Eski uygulamalarda kemerler kargir olarak kabul edilmiş bunlar üstündeki duvar ağırlıkları ile yüklü olmuşlardır (Atabey, 2020).

Mimaride herhangi bir açıklığı geçmenin iki yolu vardır: Birincisi lento denilen düz yatay atkı ya da kiriş yapmak, ikincisi ise eğrisel bir yapı elemanını yani ‘‘kemer’’ inşa etmektir. Kemerin yapı içerisindeki davranış özelliğinden dolayı üzerindeki yükleri aşağıya aktarmada düz atkıdan daha emniyetli ve uzun ömürlü olarak yapı için daha fazla fayda sağlamaktadır. Bundan dolayı, yükün güvenli bir şekilde zemine aktarımında önemli bir rolü olan bir taşıyıcı elemandır (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).



Şekil 2.2. Bir Kemerde yük aktarım şeması (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).



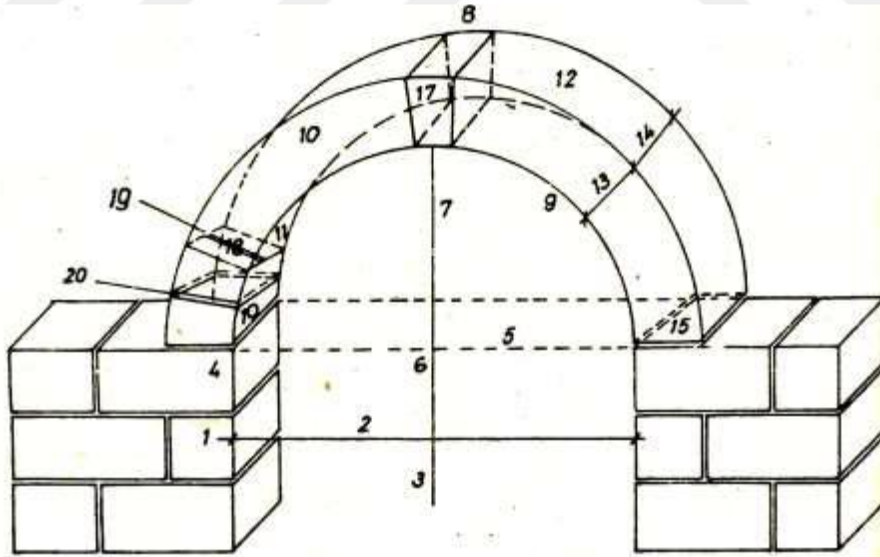
Şekil 2.3. İki katlı bir yapıda taşıyıcı kemerler (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).

Bazı tarihi yapılarda, pencere ve kapı açıklıklarında yer alan lentonun üzerine bir de kemer inşa edildiği görülmektedir. Örneği Şekil 2.4’te gösterilen kemere hafifletme kemeri ya da boşaltma kemeri denilmektedir. Bu kemerin işlevi lento üzerine etki edecek düşey yükü iki yana dağıtarak azaltmak ve böylelikle lentoda meydana gelebilecek bir kırılmayı ya da çatlamayı önlemektir (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).



Şekil 2.4. Taş Hafifletme Kemer Şehzade İmareti, İstanbul (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).

Bir kemerin iki kolunun oturduğu ve eğrisel kısmın başladığı seviyeye üzengi, burada yer alan ve yatay olarak yerleştirilen iki taş da üzengi taşı adı verilmektedir. Kemerin orta aksı hizasında, tepe noktasında yer alan taş ise kilit taşı denilmektedir. Kemerin bölümleri Şekil 2.5'te gösterilmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).



Şekil 2.5. Kemerin Bölümleri (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).

Şekil 2.5'te görüldüğü gibi kemerin bölümleri rakamlarla gösterilmiştir. Bu rakamların ne olduğunu açıklayacak olursak; 1 numaralı yer kemerin ayakları, 2 numaralı yer kemerin açıklığı, 3 numaralı yer kemer eksen, 4 numaralı yer üzengi noktası, 5 numaralı yer üzengi seviyesi, 6 numaralı yer kemer yayının merkezi, 7 numaralı yer kemer yüksekliği, 8 numaralı yer takeye ya da tepe noktası, 9 numaralı yer

kemer kenarları, 10 numaralı yer kemer alını, 11 numaralı yer kemer karnı, 12 numaralı yer kemer sırtı, 13 numaralı yer kemer kalınlığı, 14 numaralı yer kemer genişliği, 15 numaralı yer üzengi yatağı, 16 numaralı yer üzengi taşı, 17 numaralı yer kilit taşı, 18 numaralı yer kemer taşları olarak gösterilmiştir (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013).

Kemer en eski mimari yapılardan bir tanesidir. Taş mimarisinin gelişmesiyle kemerler her yerde bulunmuşlardır ve birçok yapı çeşidinin parçası olmuştur (Anonim 3).

Kemerler ilk olarak MÖ 2. binyılda Mezopotomya mimarisinde görülmüş, sistematik kullanımı ise bu tekniği çeşitli mimari yapılara ilk kez uygulayan Romalılarla başlamıştır (Robertson, 1943 ; Akt: Anonim 2).

Kemerler ilk olarak en ilkel biçimi olarak kullanan medeniyetleri ifade edersek Mezopotomya, Pers ve Mısırlılar olarak açıklanmıştır. Eskiden inşaat işiyle uğraşanlar günümüzde yaygın olarak kullanılan lento adıyla bilinen trabe tarzı arşitravlar tarafından kapıları ve geçitleri yaratma zorluğunu başarmışlardır. Üst elemanların ağırlığını abutmentlere aktararak taşıyan tural eleman ya da iskeleler yatay bir yapıdır. Bu ayarla birlikte mevcut en uzun giriş açıklık boyutunu sınırlandırmıştır. Hatta taş arşitravlar doğada basit bir şekilde görünmesine rağmen zamanla çürümeye maruz kalan ahşap çerçeve antik çağın ilerlemesi olarak kabul edilmiştir. Statik bir bakış açısından bu sistem ağırlığı dikey yönde aktaran tüm yapısal konstrüksiyonları içermektedir. Dikey elemanlar pilastarlar gibi kolonlar ve dayanaklar basınç gerilmelerine maruz kalırken yatay olan lento veya giriş gibi her iki basınç ve çekme gerilmelerine tabi tutulmaktadırlar (Acocella, 2006).

Konsollu ya da sahte kemerlerde, uygulamalarını yürütme açısından geniş bir alana yayılabilen Arşitrav yapıların açılımını çözmek son derece zahmetli bir teknik gerektirmekteydi. Gelecekteki gelişmeleri başlatan hazır büyük taş elemanların bulunmaması sebebiyle gerilme gerilimine dayanıklı olmayan sert malzemenin daha gerçekçi kullanımı yeni yapısal yapılandırma olarak kabul edilmiştir. Önceki örnekler şu şekildeydi, çapraz itme yoluyla duvar dayanaklarına yüklenen birbirine çapraz olarak yerleştirilmiş iki taş levhadan oluşuyordu, bu da uygulanan taşı aktarması şeklindeydi. Bu ifadeden yola çıkarak diyagonal itme yeterli dayanakların yokluğunda yapı kendisini genişletme eğilimindedir. Bu yapısal çözüm sahte kemer olarak adlandırılmıştır. Konsollu kemeri olan çıkma bütünüdür ve konsolun biraz ötesine çıkıntı yapmaktadır. Buna göre bir üçgenin tepesini oluşturmak için üstte buluşan adımlar iki eğik taş kümesini oluşturmuşlardır. Bu iş yükü konfigürasyonu olduğunu dışa doğru herhangi bir itme olmadan aşağıda kalan iskelelere sıkıştırarak dikey olarak aktarılır ve her iki taraftaki payandaların atlanmasını sağlamaktadır. Konsollu kemerleri önemli ölçüde kalınlaşmış duvarlar ve yerçekiminin etkilerine karşı koymak için abutmentler gerektiriyordu (Thandavamoothy, 2011). Konsollu kemer, eski Mısır'da mimari olarak yaygın olarak kullanılmıştır. Konsol tonoz odaları ve tünellerinin en erken uygulaması Mısır piramitlerinde görülmektedir. Ayrıca Antik Yunan yapılarının kalıntıları, giriş kapısı yapıları ve köprüler için konsol tonoz ve kemerlerin kullanıldığını göstermektedir. Eski inşaatçılar yapısal malzemelerin mukavemeti ile güvenli boyutlarını belirlemek için gerekli bilgilere değer vermişlerdir. Mısırlıların bazıları hala var olan büyük anıtlar, tapınaklar, piramitler ve dikilitaşlar inşa ettikleri yapılar için bazı ampirik kuralları var olduğunu ifade etmişlerdir. Mezopotomya uygarlığı teknik

potansiyellerinin daha derin anlaşıldığını gösteren çok sayıdaki bina için konsollu kemer ve tonozla büyük önem vermiştir. Antik Çağ'da kabul edilen sahte kemer bir bakıma arşitrav yapıları ile yaygın olarak gerçek kemer olarak adlandırılan daha sofistike kemerli sistem arasında bir geçiş aşaması olmuştur (Acocella, 2006).

Yunanlılar ve Romalılar zamanında, kemerin teknik analizine, sembolik ve mekansal uygulamasına yönelik inisiyatifin gözlemlendiği M.Ö son yüzyıllara kadar kemerin herhangi bir teknik gelişiminin uzun süredir yokluğu vardı. Yunanlılar denge üzerine statik teoriler geliştirdiler ve bu da malzemelerin mekanizmadaki ilerlemelerine yardımcı olduğu görülmüştür. Arşimet, bir kolun denge koşullarını türetmiş ve cisimlerin ağırlık merkezlerini belirleme yöntemlerini özetlemiştir (Sonavane, 2014).

Yunan uygarlığında kemer yapılara uygulanan yükler artık dikey yönde değil, eğik olarak dışa doğru yönlendirilmişlerdir. Sonuç olarak, kemer yapısı aktarılan itişiyi absorbe edebilen bitişik iskelelere ihtiyaç duyuyordu. Bu nedenle, dışa itmeye direnen güvenli ve ağır yapılar inşa etme eğilimi vardı (Sonavane, 2014).



Şekil 2.6. Falerii Novi Kemerli (Sonavane, 2014).

Şekil 2.6'da gösterilen Falerii Novis kemerli sistemi, büyük ölçüde gelişmiş Roma kemer sisteminin başlangıcını işaret etmiştir. M.Ö. üçüncü ve dördüncü yüzyıllar çeşitli kemer biçimlerinin önünü açmıştır. M.Ö. ikinci yüzyıldan itibaren şehir kapılarında kemer uygulaması yapılmıştır. Roma mimarisinde kullanılan kemer, taşların elastik olmayan özelliklerinin anlaşılmasını yeniden sağladı, bu da daha fazla basınç

dayanımı ile sonuçlandı ve küçük duvar ünitesi kullanılarak daha geniş açıklıklar sağladı. Bu, kavisli sistemin Roma mekansal mimarisinde geniş çapta uygulanmasında temel bir rol oynamıştır (Acocella, 2006).

Gerçek kemer olarak da bilinen kemerli kemer, uygulanan dikey yükleri desteklemek için abutmentlerde yatay dışa doğru itme gelişimine önemli ölçüde bağlı olan bir yapı olarak tanımlanabilir. Tek tek parçalar kesik takozlar şeklindedir ve karşılıklı basınçla konumlarını koruyacak şekilde kavisli bir çizgi üzerinde düzenlenirler. Bir kemerin eğrisini oluşturan tek tek taşlara veya tuğlalara voussoirs denir. En düşük voussoirs springers denir ve merkezi voussoir keystone denir. Voussoir'in alt veya içbükey tarafına intrados ve üst veya dışbükey tarafı, kemerin ekstradosları denir. Yükle, kemerde transfer için son destekler iskele veya destek denilen vardır. Bir kemerin açıklığı, uygun yaylar arasındaki mesafedir. Bir kemerin yükselişi, springer'ı birbirine bağlayan çizginin üzerindeki en yüksek noktasının yüksekliğidir. Ekstradosun en yüksek noktasına kemerin tacı denir (Thandavamoothy, 2011). Gerçek bir kemer, ağırlığı yalnızca kendi üzerine taşımak yerine, dışa ve sonra aşağıya doğru yere aktarır. Roma uygarlığındaki mühendisler, bir dizi arka arkaya gerçek kemer inşa ederek tünel görevi gören tonozlar inşa edebildiler. Geçitlerin oluşturulmasına ek olarak, kemer bir üst yapıyı desteklemenin güçlü ve etkili bir yoluydu. Yatay reaksiyon bileşeni, gerçek bir kemer ile kornişli bir kemer arasındaki temel farktı (Sonavane, 2014).

Romalılar hızla büyüyen ordularını sağlamak için köprüler kurma yeteneğini geliştirdiler. Yarı dairesel gerçek duvar kemerini geliştirdiler ve hem köprülerde hem de su kemerlerinde yaygın olarak kullandılar. Romalı inşaatçılar, kemerlerin güvenli boyutlarını belirlemek için hiçbir teori geliştirilmediğinden, yalnızca ampirik kurallarla yönlendirildi. Romalı inşaatçıların becerileri o kadar gelişmiştir ki, yapılarının bir kısmı bugüne kadar bozulmadan kalmakta ve kullandıkları orantıları ve yapım yöntemlerini yeniden gözden geçirmektedir. Romalıların dikkat ettiği önemli bir husus malzeme seçimi idi. Romalılar da daha fazla malzeme ekonomisi için beton icat etmişlerdir. Duvar köprüleri çoğunlukla yarı dairesel kemerlere veya segmental dairesel kemerlere dayanıyordu (Thandavamoothy, 2011).

Kemer kavramı zaten var olmasına rağmen, Roma mimarı muazzam gelişiminden sorumluydu. Tekil kullanımın ötesinde kemerler uygulamasını denediler, bu da kompozisyon potansiyelini daha belirgin bir ölçekte geliştirdi. Tek kemeri, artan boyuttaki sıralı düzenlemelere dönüştürdüler ve bu da su kemerleri için anıtsal kemerler dizisiyle sonuçlandı. Bu düzenlemede, kemerler karşılıklı destek sağlamak için konumlandırılmış bitişik kemerlerin statik denge prensibini etkin bir şekilde kullanmışlardır. Bu itme dağılımı, diziyi açıp kapatan eleman üzerinde aşırı strese neden olmuştur ve sonuç olarak yapısal olarak yapının en ayrıntılı parçası olmuştur. Köprülerin destekleyen iskeleler arasında yayılma alanını genişletmek amacıyla Roma mühendisleri radyal taş konfigürasyonu ile kemer inşaatı sınırlarını itmiştir. Bu zorluk özellikle alt tarafta çok önemli rol oynayanlar olmak üzere giderek artan açıklıklara sahip bir dizi cesur kemerli yapı inşa edilmesiyle karşılanmıştır (Acocella, 2006).



Şekil 2.7. Roma Su Kemerleri- Pont du Gard (Anonim 32).

Romalılar tarafından inşa edilen su kemerlerinden bazıları mimari dengeleri ve teknik yetenekleri bakımından eşsiz bir altyapı çalışması olarak kabul edilmektedir. Böyle bir örnek, Şekil 2.7'de gösterilen Pont du Gard'tır; burada köprünün yapısal bölümü yükseldikçe daha ince hale gelir ve üst üste bindirilmiş iki büyük dairesel kemer düzenine sahiptir; bunun üstünde, su kemerinin gerçek kanalını destekleyen daha sıkı sıkıya bağlı bir dizi küçük kemer bulunur. Roma yapıları; yenilikçi yapı yöntemlerini, çimento esaslı tekniği ve çoklu kemerlere dayalı yeni kompozisyon tasarımını yeniden hayata geçirdi. Köprü inşaatının sürekli artan talebi ile dairesel kemer, düşme kemeri üzerinde kasıtlı bir seçimdi, bu da daha fazla dışa itmeye neden oldu ve önemli bir açıklık varlığında sorun yarattı (Acocella, 2006).

Kavisli kagir duvarların konstrüksiyonu, yapılan deney çeşitlerini Roma yapı tiplerine genişleten eğrisel kemerler ve tonozlarla birleştirilmiştir. Örneklerden bazıları geleneksel Roma tiyatrolarında ve amfityatrolarında bulunur. Yenilik, kıvrımlı duvar duvarları ve kemerlerden oluşuyordu ve tiyatronun iç tonozlarının ve terasının itişini emen iki veya üç sıra kemerin birbiri üzerine döşenmesinden oluşuyordu. Roma amfi tiyatrosunun tipolojisini sınıflandırmak ve Şekil 2.8'de gösterilen Kolezyum gibi benzersiz modeller elde etmek neredeyse iki yüzyıl sürdü. Bu at nalı şeklindeki oditoryum , gelen ve giden seyirciler için basamak basamaklarını birleştirebilen bir dizi radyal tonozlu yapı ile desteklenmektedir .Binanın kütlesi, dişli voussoirs ve düzgün bölünmüş kemerli lentolarla bir dizi ritmik kemer ile üç seviyede delinmiştir (Acocella, 2006).

Kolezyum yapısı tarihsel olarak önemli yapılardan birisi olması ve çok kapsamlı özellikler içermesi nedeniyle detaylı bir şekilde ele alınmıştır.

İnşa edildiği toprak çoğunlukla sert deniz killlerinden oluşmaktadır. Çakıllar ve tüfler Tiber Nehri'nin eski bir kolunun yumuşak alüvyon çökeltilerinden oluşan bir örtü ile kaplıdır (Sciotti, 2004).

Amfityatro inşaatından önce Nero'nun vadiye kanalizasyon yaptırdığı suları boşaltmak ve yapay gölü oluşturmak için bir ön hidrolik değerlendirmeye bölgenin ihtiyacı olmuştur. Göl boşaltıldıktan sonra büyük bir beton eliptik halka inşa edilmiş moloz ve harç karışımı ile elde edilen sıradan bir duvar olarak inşa edilmiştir. Enine kesiti yaklaşık olarak 50 metre genişliğinde ve 13 metre yüksekliğindedir. Daha sonra dolgularla bu ağır halka Kolezyum'un dış yapısının inşa edildiği temel olmuştur.

Kolezyum'un iç kısmında çeşitli olayların gerçekleştiği arena yatmaktadır. Arenanın planı da eliptik bir şekle sahiptir, ana ve küçük eksenleri sırasıyla 75x44 m'dir. Opus Latericium'dan inşa edilen ve mermer kaplı podyum, arenayı çevrelemiştir (Como, 2016).

Kolezyum'da imparatorun koltuğu, senato ve mahkeme üyeleri kürsünün geri kalanını işgal ederken suggestum adı verilen podyumun ortasına yerleştirilmiştir. Arena sarı kumla kaplı ahşap bir döşemeye sahiptir. Arena kelimesi Latince zemin kaplayan kumu ifade eden kelimeden türemiştir (La Regina, 2001).

Opus Spicatum'da 75 m uzunluğunda ve 4,30 m genişliğindeki büyük orta koridor sarı ve kırmızımsı tuğlalarla döşenmiştir. Koridor duvarları sadece arenanın ahşap döşemesini desteklemekle kalmamıştır ve aynı zamanda olaylar sırasında kullanılan vinçler için temel yapılar olarak da hizmet etmişlerdir. Kolezyum'da cephe, bir entablatur ile kaplanmış atticus olarak bilinen bir üst kornişe sahiptir ve arşitrav, friz ve kornişten oluşmaktadır. Friz desteğinde sağlam kornişler bulunmaktadır. Kolezyum dış cephede 48,5 m yüksekliğinde olup dört katlıdır; ilk üç kat yuvarlak kemerlere sahipken, çatı katında kırk dikdörtgen pencere bulunmaktadır (Como, 2016).

Kolezyum genel olarak ortaya çıkarılmış, ancak yağmur durumu olası halinde manevra yapılan ve velarium adı verilen devasa bir tente ile çevrelenmiş, Ravenna ve Cape Misenum filolarından iki denizci ekibi tarafından yerine sabitlenmiştir (La Regina, 2001).

Bu amaçla çatı katı iskeleler arasındaki her açıklık için üç, toplam 240 olmak üzere bir dizi braketle donatılmıştır. Her braketin, velariumu yukarıda tutan eşit sayıda dikey dikmeyi tutacak bir desteği vardır. Dikmeler kornişte sıkılmış deliklerden geçirilmiş ve braket desteklerine yerleştirilmiştir. Üst korniş, iç tarafı kalın beton örtü ile sıvanmış traverten bloklarla inşa edilmiştir. Bu yapının içinde somut beşik tonoz ile örtülü radyal duvarlar tarafından kurulmuştur. Her biri 5 oturma bölümüne ayrılmıştır. Dış mimariye karşılık gelen 5 giriş yolundan birine bağlıdır. Taş, radyal duvarları inşa etmek için kullanılan ana malzemeydi. İç moloz ve harç dolgulu iki dış tabakadan oluşan küllerdir. Radyal duvarların yüksekliği en içteki en fazla 23 m arasında değişmiştir. Çevre halkası duvarı mağaranın iç kenarına doğru en az 14 m'dir. Üçüncü kat ve iç kısmında daha stabil çapraz tonoz kullanılmıştır. Duvarın iç kısmında kalan izler, en üstteki tonozlar çatı katını oluşturmuştur. Mağarayı çevreleyen kilit taşında halka duvarlar yaklaşık 0,80 m kalınlığındadır (Como, 2016).

Roma Masonları, tonozları inşa ederken yaylılardan başlayarak ve yavaş yavaş kemeri kilit taşına kadar doldurarak kereste merkezleme üzerine yatay tabakalar halinde harç ve tuf molozları yerleştirmişlerdir. Geçici merkezleme görevi görmüş olabilecek bazı tuğla yüzlü beton tonozlar vardır. Kolezyum'da temel halkasının inşası sırasında betonun Roma tarihinde görülmemiş miktarlarda kullanılmıştır (Como, 2016).

Tuğlalar ayrıca podyumun duvarlarını, hipogeumun radyal duvarlarını ve çevresel geçitlerin intradozlarını dikmek ve kemerin intradolarının iki ayaklı tuğlalardan yapıldığı ve sıva ile süslendiği imparatorluk kapısının yan duvarlarını bitirmek için yaygın olarak kullanılmıştır. Dahası, ikinci dereceden yukarı doğru, tuğla duvarlar ayrıca dış traverten destek iskelelerini birbirine bağlayarak tüm yapının üst kısımlara

doğru kademeli olarak daha hafif olmasını sağlar. Amfiteyatronun şantiyesi geçici ahşap iskele gerektiriyordu, planlama aşamalarında özenle hazırlanmış olan inanılmaz derecede ağır kaldırılması yerden onlarca metre uzaktaki traverten bloklar öyle bir operasyon değildi ki şansa bırakılsın. Roma marangozları, ikinci mertebeden çatı tonozlarının ve mağaranın henüz olmadığı üst katlarda normal iskeleler inşa ettiler. Mağaranın yerdeki yürüyüş yolunu kestiği sarkan iskeleler seviyeli olarak inşa edilmiştir. Bu prosedür, dış cephe için açıkça gereksizdi; iskele serbestçe eklenebilir. Üçüncü katın geçidi, hala bir iskelelerin iç cephesinden yaklaşık 30 cm çıkıntı yapan bir dizi braket, bunlar sarkan iskeleyi desteklemek için kullanılmıştır. Bina bittiğinde birçok Roma binasında normal uygulamada olduğu gibi bırakılmıştır (Como,2016).

Kısacası Kolezyum hem tarihi olarak hem de yapısal açıdan çok önemli özelliklere sahip olduğu açıktır. Kolezyum bu özellikleri sayesinde dünyada herkes tarafından bilinmektedir. Kolezyum yapısının her tarafında yapısal açıdan çok çeşitli özellikler barındırdığı görülmektedir. İtalya’da gezilecek yerler arasında akla gelen en önemli yerlerden birisidir. Kolezyum, günümüzde halen turistler tarafından çok sayıda ziyaretler gerçekleştirilmektedir. Kolezyum’da düzenlenen kültürel etkinlikler nedeniyle çok sayıda turistin akınına uğramaktadır. Bu yüzden Kolezyum’da düzenlenen etkinlikler esnasında bazı günlerde çok sayıda insan bulunabilmektedir.



Şekil 2.8. Roma Amfiteyatrosu-Kolezyum (Anonim 33).

Ortaçağ Dönemi’nde Sivri Gotik Kemer uygulaması görülmüştür. Roma yarım daire kemerini, başlangıçta İslami sivri kemerden türetilen sivri Gotik kemer izlemiştir. Sivri Gotik kemer merkez çizgisi basınç kuvvetini daha yakından takip etti ve bu nedenle daha güçlü bir geometrik forma sahip olmuştur. Gotik yüksek katlı kemer ve itişini absorbe etmek için gerekli payandalar, tarihi mimari tasarımdaki önemli bir noktaya sahiptir. Kemerin yüksek yükselmesi itişini azalttı ve ying payandalarını hafifletmiştir. Gotik bir katedral kavisli bir çerçeve elemanlarının bulunduğu çerçeveli bir bina ile karşılaştırılabilir. Gotik katedraller 100 metreye kadar uzanıyordu ve sivri kemerden yararlanarak yüzlerce metre kareyi kapladığı görülmüştür (Salvadori ve Heller, 1986).

Ortaçağ Dönemi’nde Arap Kemerlerin oluşumu yarım daire şeklindeki kemerlere dayanmaktadır. Ancak alt uçları birleşmeye başlayınca kadar dairenin etrafında daha da uzatılmıştır. İspanyol Vizigot mimarisinde, İslam mimarisinde ve

Mudejar mimarisinde kullanılmıştır. Oldukça zor olan estetik amaçla kullanılmıştır (Thandavamoothy, 2011).

Yarım daire biçimli bir kemerin kullanımı yüzyıllarca devam etmiş ve Doğu Roma İmparatorluğu'nun Bizans mimarisinin ve daha sonra Batı Avrupa'nın Romanesk mimarisinin tipik bir özelliği olarak temsil edilmiştir. Yuvarlak kemer, uzun bir eğrisel yapılar dizisindeki temel unsurdur ve geometrik şekli sonraki gelişmeleri de beraberinde getirdi. Yuvarlak kemerde yapılan indirgemeler, transpozisyonlar ve küçük varyasyonlar dahil olmak üzere modi katyonları çeşitli tarihsel dönemleri karakterize etmiştir (Sonavane, 2014).

Kemerin orijinal sıkıştırma mekanizması göz önünde bulundurularak, eğrisel formlar ailesini genişleten geometrik varyasyonlar yapılmıştır. Ortaçağda sivri kemerin, Rönesans ve Barok dönemlerinde eliptik ve karışık kemerlerin ve on dokuzuncu yüzyılın sonları ile yirminci yüzyılın başları arasında parabolik kemerin gelişmesine yol açmıştır (Acocella, 2006).

Tapınağın ve katedral mimarisinin ana elemanı olarak karşımıza çıkan kemerler sanat tarihinde önemli bir yer tutmaktadır. Kemerlerin destekleyici yapılar olarak kullanılması çağımızın başında evrenseldi ve kemerli yapıların planlanması 10. Yüzyıldan 15. Yüzyıla kadar kanonikti ve mimari tarzların ilerlemesini daha evvel belirlemiştir. Tüm binanın yükünü kemerler üzerinde tek başına aktarabilmek, Gotik Katedralleri yapımında ve gelişiminde çok büyük rol oynamıştır ve vitray görünüşüne önemli faydası olmuştur. Kemerli açıklık, köprü binası yapımında önemli bir yere sahip olmakla beraber bunun sayesinde çok sayıda geçiş yapılmıştır (Anonim 3).

Antik Yunan taş mimarisinde, dikey sütunlar ve yatay kirişler arşitrav uygulaması ile ilk örnekleri görmek mümkündür. Etrüskler uygarlığı ilk kemer uygulamalarını geliştirdikleri zaman köprüler ve su kemerleri gibi geniş örme duvar yapılarının yapımı uygulanabilir hale gelmiştir. Romalılar kazandıkları savaşları kutlamak için kemeri anıtsal geçit olarak kullanmışlardır. Asırlar geçtikçe kemer uygulamaları çeşitli şekillerde karşımıza çıkmıştır (Anonim 4).

Gotik sitili sivri kemerle üç yapraklı yonca kemeri, Mağribilerin atnalı tarzındaki çok dilimli kemeri ve Barok eliptik kemerler bu uygulamalara örnek olarak verilebilir (Anonim 4).

En dikkat çeken ilerleme 19. Yüzyılda İspanyol mimar Antoni Gaudí'nin tasarlamış olduğu parabolik ve zincir kemerleridir. Bu kemer çeşitlerinin ikisi de payanda veya öteki destek elemanlarını kullanmaksızın bütün yükü zemine aktaracak tarzda planlanmıştır (Anonim 4).

Tarih boyunca kemer şeklinin belirlenmesi mühendisler için çok zor olmuştur. Mühendisler kemer şekline ulaşabilmek için çeşitli denemeler yapmış ve farklı kemer sistemleri üzerinde çalışmışlardır. Kemerlerin yapısal davranışını daha iyi analiz etmek için kemeri oluşturan malzeme özelliklerinin ve geometrik şekillerinin doğru bir şekilde belirlenmesi önemlidir. Bu nedenle matematikçiler ve mühendisler kemerlerde ideal geometrik şekli belirlemek amacıyla uzun yıllar kemerlerin şekillerini ve davranışlarını

incelemişlerdir. Kemerlerin geometrik tasarımları için farklı metotlar geliştirmişlerdir (Çakır vd. 2015).

Kemerlere benzer yapı örnekleri Mezopotomya mimarlığında görülmektedir. Babil’de yalana kemer adı verilen bir kemer türü kullanılmıştır. Burada kullanılan malzeme ağırlıklı olarak taş bloklardır ve bu taşlar her sırada bir alttakinden içe doğru taşacak şekilde monte edilmiştir. Buna istinaden kemer yükseldikçe iki taraf birbirine yaklaştırılarak son taşlarla kapatılır ve açıklığın üstünü örtmektedir (Anonim 5).

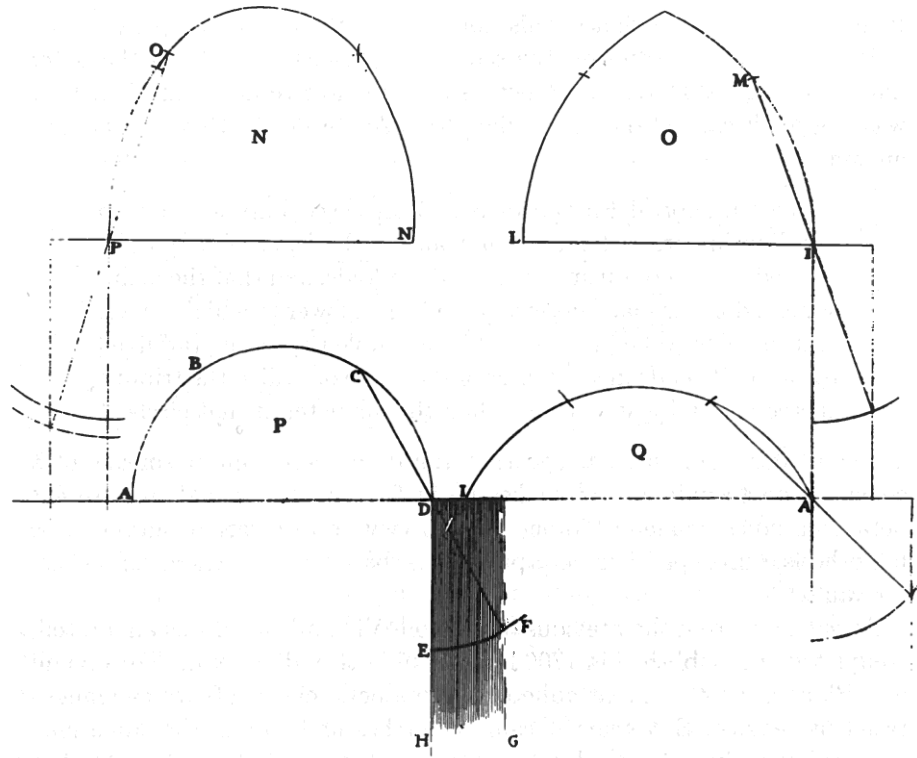
Malzemenin özelliğine, kullanılış durumuna göre ortaya çıkan teknik gereklilikler, en açık ifadeyle gösterimlerinden bir tanesini kemerlerin şeklinde ve detayında bulmuştur. Roma Antik döneminde belirgin bir şekilde kullanılan beşik kemer, roman döneminde de kullanılmaya devam edilmiştir ve klasik ve yeni klasik çağlarda yeniden ortaya çıkmıştır. Çok eski dönemlerden beri uygulanan sivri kemer, gotik stilin en belirgin şekilde kullanıldığı kemer çeşididir. Gotik dönemin son safhasında kemerleri basıklaştırma yönelimi Tudor kemeri olarak ortaya çıkmıştır. Rönesans Dönemi’nde sepetkulpu kemer çok yaygınlaşmıştır. At nalı kemer çeşidi Suriye’de, İspanya’da ve Mağrib’de ve İslam yapılarında daha sık görülmektedir (Anonim 5).

Dünya eski tarihi incelendiği zaman, duvar kemer uygulamalarının üzerinde çalışmalar yapıldığı görülmektedir. Duvar kemerleri üzerinde bazı bilim adamları uygulamalar gerçekleştirmiştir. Duvar kemerleri üzerinde bu çalışmaları yapan bilim adamları ve teorilerinden bazıları vurgulanacaktır.

Da Vinci, doğada kemeri insanın üstesinden gelmeye çalıştığı bir sanat olarak görmüştür. Yapısal uygulamalar için kemere sadece güzel bir sanat eseri olarak değil aynı zamanda yararlı bir araç olarak ilgi duymuştur. Duvar kemerleri konusunda bazı geliştirilecek fikirlere işaret etmiştir. 300 yıl sonra iç kemer itme, yatay iskele itme ve kendi yarattığı kama teorisini vurgulamış ve ortaya çıkarmıştır (Georg, 2014).

Leonardo Da Vinci, halatlar, kasnaklar ve takozlar da dahil olmak üzere kemeri makinelerden oluşan bir sistem olarak öngörmüştür. Kemerli voussoirlerle eşleşen kama şeklindeki ayırık elemanlara bölmüştür. Kama teoremi, kemer dengesine ve statik analize ilk idealize yaklaşımı olmuştur (Benvenuto, 1991).

Da Vinci, geometri kontrollü tasarımında yalnız değildir, 1692 yılında Vincenzo Viviani herhangi bir normal kemerin oluşumu ve büyüklüğü hakkında bir veri yayınlamıştır (Benvenuto, 1991). Viviani’nin ana odak noktası panel tonoz ve Roma şekilli tonoz ile ilgili olmuştur. Duvar kemerinden sapmasına rağmen geometri ve izleme tasarımının tek temeli olmaya devam etmiştir. Viviani, kubbeli tonozun şeklini yerleştirilen bir yumurta kabuğunun gözlemine bağlamaktadır. Bir kez daha odak noktası malzeme özelliklerine değil, yapının şekline odaklanmaktadır (Georg, 2014).



Şekil 2.9. Fr. Derands'ın kuralı, (Derand, 1743) (Uyarlayan (Benvenuto, 1991)).

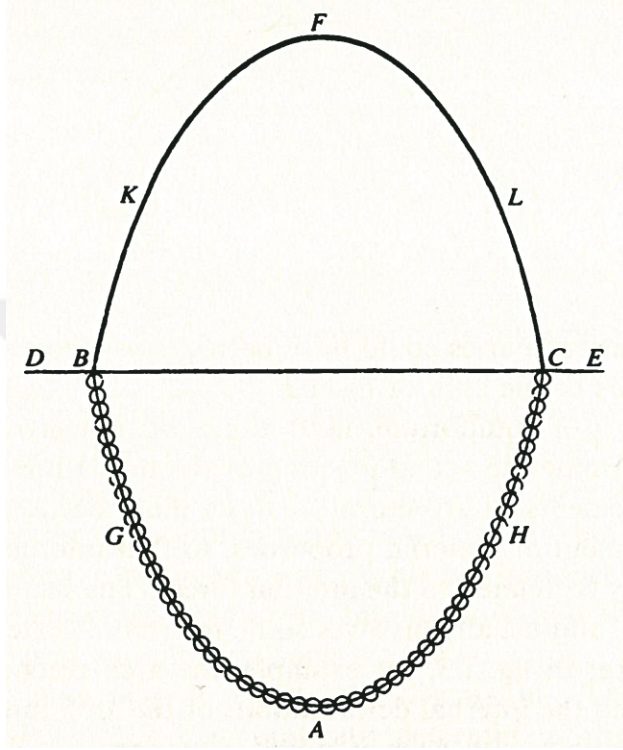
Jesuit François Derand, 17.yüzyılın kemer tasarımına sadece geometrik izlerin dışında dayanan son vizyonerlerden birisidir. Abutment kalınlığını belirlemek için kendi kuralını geliştirmiştir ve bunu ilk teori statüğünü kullanmayarak geliştirmiştir. Bunun yerine geometriye ve izlemeye yoğun bir şekilde güvenmiştir. Bu metod Şekil 2.9'da gösterilmektedir. Dairesel kemer P, ABCD'nin üçte birine bölünebilmektedir. C ve D noktaları arasında bir çizgi çizilir ve D'nin ötesine uzatılır. A noktasından bir çizgi geçer ve D'nin merkezi ile birlikte CD mesafesini ortaya çıkarmaktadır. Yeni ortaya çıkan kemerin bulunduğu yere dikey çizgi çizilebilmektedir ve genişletilmiş CDF hattıyla kesişmektedir. D'ye yerleştirilmesi abutmentin dış duvarını iç kısmı ile temsil etmektedir. Yöntemin doğruluğu tecrübe ve pratiğe dayandırılmış ve kabul edilebilir görülmüştür. Bu yöntem statüğün ilerlemesi ile değişmiştir. Şekil 2.9'daki gibi Leonardo Da Vinci, Vincenzo Viviani, and Jesuit François Derand tarafından belirlenen orijinal kemer tasarımı büyük ölçüde geometriye ve izlemeye dayanmaktadır. Bu durum, Robert Hooke'un çalışmaları ile 17.yüzyılın başlarına kadar devam etmiştir (Georg, 2014).

Robert Hooke Royal Society'de Küratör olarak çalışmıştır. Bu süre zarfında matematiksel analiz kullanılmadan model kemerler üzerinde deneyler yapılmıştır. 1675 yılında Robert Hooke bir kemerin mükemmel şeklini belirleyerek geometri teorisine yardımcı olan bir kitap yayınlamıştır. Bu şekil bir katener veya asılı zincir şekli olarak isimlendirilebilmektedir (Kurrer, 2012).

Yaklaşık 20 yıl sonra 1697'de David Gregory, Robert Hooke'un teorisini genişletmiştir. Düşüncesini sadece katener şeklindeki kemerle sınırlamadı, aynı

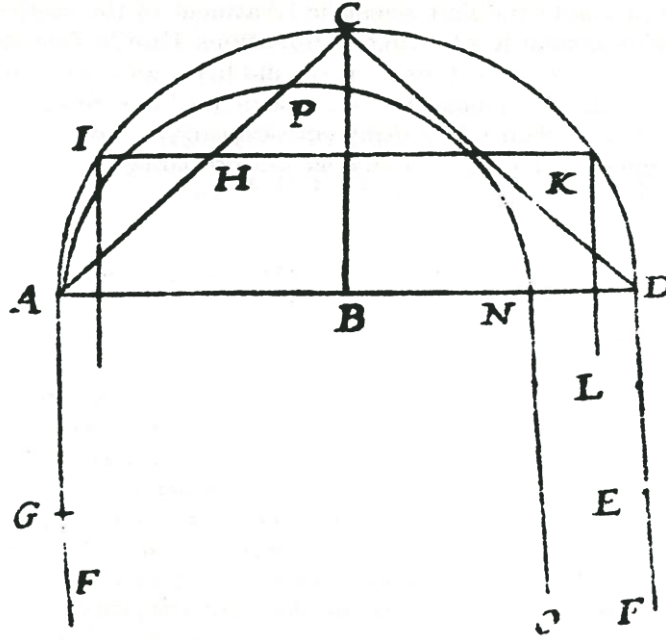
zamanda kemerin içine katener şekli tutma kavramını ekleyerek çalışmalara önemli katkılarda bulunmuştur (Heyman, 1998).

Jakob Bernoulli çalışmayı daha da ilerleterek katenerin eğriliğini hesaplayarak hipotez ortaya koymuştur. 1600'lerin sonunda geometri, bilimkurgu ve matematiksel statik teorisi zemin kaybetmeye başlamıştır. (Georg, 2014).



Şekil 2.10. Hooke'un Asma Zinciri (Heyman, 1997).

Honore Fabri geometrik analizinden itme çizgisine geçişi başlatmıştır. Fabri, yarım daire biçimli bir kemer, itme çizgilerinin yaydan tepeye doğru düz çizgiler olduğunu varsayarak C'ye yüklenen 3 pinli bir sistem olarak analiz etmiştir. İtme çizgisi tamamen kemerin içinde yatarsa, kemer sabit kalmıştır. Fabri modeli, itme hattının teğetinde yarım daire biçimli bir kemer çevreleyerek kemer ve abutment kalınlığını geometrik olarak belirlemek için kullanmıştır. Şekil 2.11'de bu durum şekille gösterilmiştir (Georg, 2014).

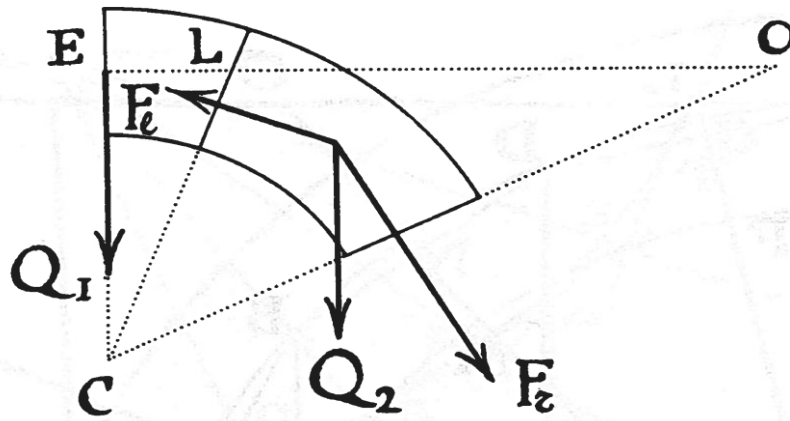


Şekil 2.11. Fabri'nin Kemer İtme Modeli (Benvenuto, 1991).

Hesaplanan kuvvetlerin elastik teori ile hesaplanandan yaklaşık yüzde 5 daha yüksek olduğu bulunmuştur. Fabri'nin geometrik analizi, kemer ve abutment kalınlığının hesaplanmasında kontrollü bir yaklaşım olmuştur. Fabri hala geometrik analizinden yararlanmasına rağmen itme çizgisi kavramını kemer ve abutment tasarımına tanımlayan ilk teorisyenlerden birisi olmuştur (Georg, 2014).

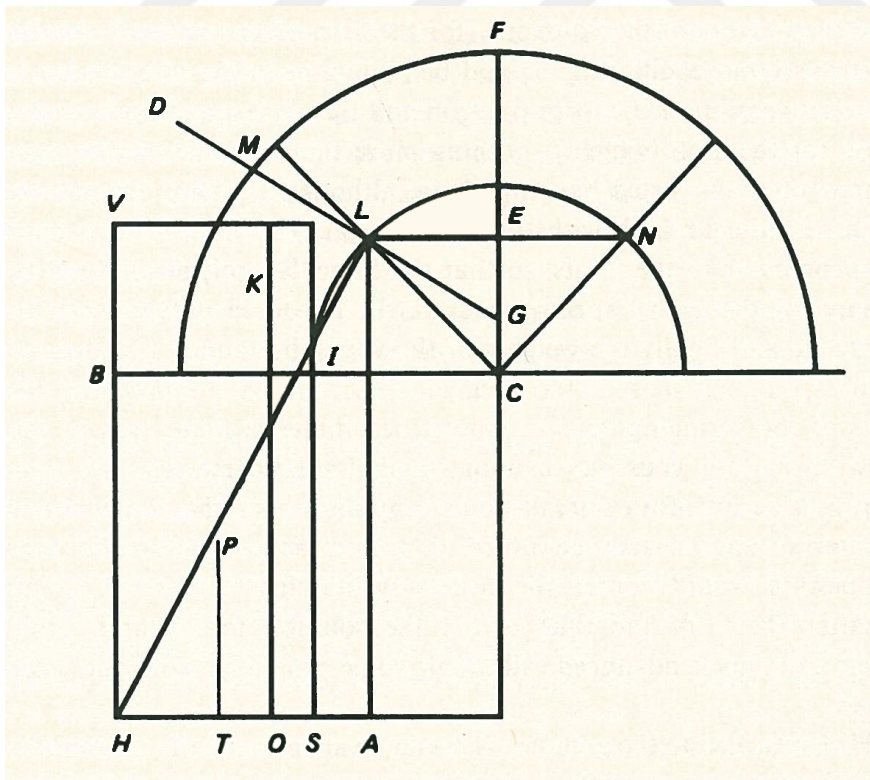
Duvar kemerlerinde kama teorisi ya da çöküş analizi çalışmaları olmuştur. Önceki eski metotlardan yararlanılarak bu çalışmaları elde edilmiştir. Burada bazı bilim adamlarının önemli çalışmaları göz ardı edilemez. Duvar kemerleri üzerinde kama teorisi ya da çöküş analizi çalışmaları yapan bilim adamları ve teorilerinden bazıları vurgulanacaktır.

Philippe de la Hire'in çalışmaları dünya çapında kabul gören ilk bilim adamıdır ve aynı zamanda bir kemerin statik analizi olarak kabul görmektedir. 1695 'te Academic Royale des Sciences Paris üyesinden birisidir (Benvenuto, 1991). Onun kemer teorisi duvar kemer tasarımına olan ihtiyacından gelişmiştir. Hire, önceden belirlenmiş ağırlıklara sahip voussoirs'ten toplanan yarım daire şeklindeki bir kemerini incelemiştir. Voussoirs, itme çizgisinin hareket etmesi gerektiğini ima eden sürtünme olmadan eklemlere dik olacak şekilde net olarak kabul edilmiştir. Kilit taşı, komşu takozlara dayanan bir kama olarak kabul edilmiştir ve kilit taşının ağırlığının eklemlere dik kuvvetlerle desteklendiğini ifade etmiştir. Hire, her bir voussoir içindeki kuvvetlerin kuvvete dik bir üçgenin kenarlarıyla orantılı olduğunu belirlemiştir. Örnek verecek olursak, Şekil 2.12'deki kilit taşının yanındaki voussoir'e bakılabilir (Georg, 2014).

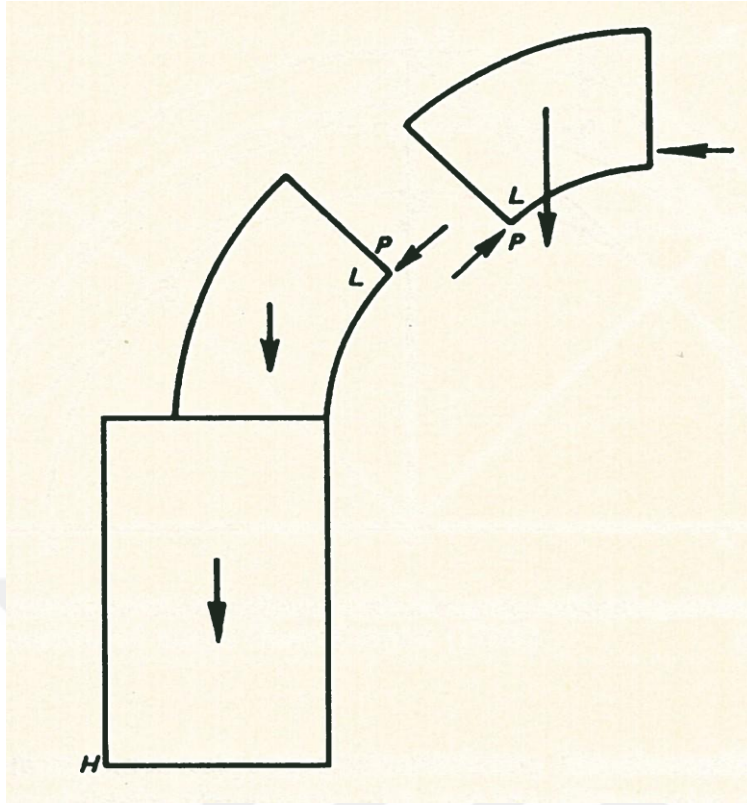


Şekil 2.12. Bir Kemerin Voussoirlerinin Büyüklüğünü Belirlemek İçin Hire'in Yapımı (de la Hire, 1679) (Uyarlayan (Benvenuto, 1991))

Bu yöntem, yayda bulunan sonuncusu hariç tüm voussoirs için gerçekleştirilebilir. Teoriye göre, ortaya çıkan ağırlık ve itme kuvvetleri, kuvvet üçgeninin karşılık gelen taraflarıyla paralel olduğundan, yaylanma sırasındaki ağırlık sonlu olacaktır. Sorun, yalnızca son derece düzgün voussoirs varsayımından kaynaklanmaktadır (Georg, 2014).



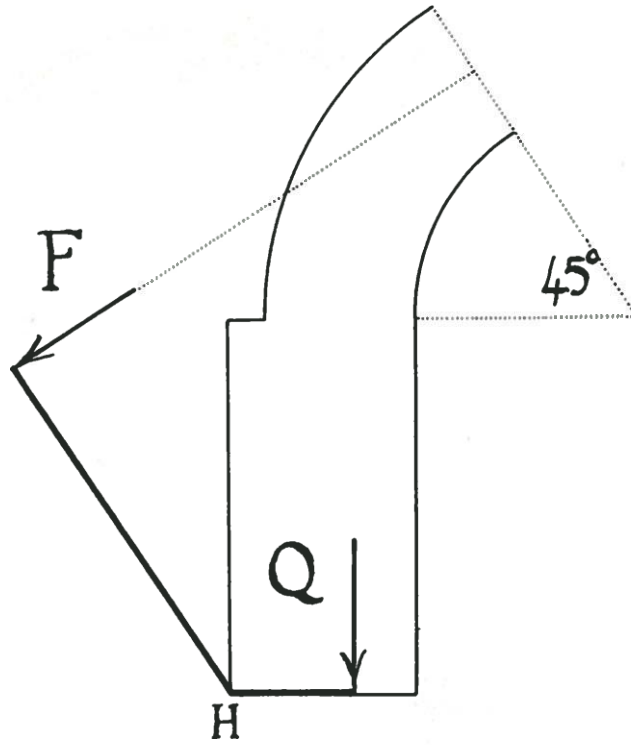
Şekil 2.13. Yarı Dairesel Kemerin Mekanizması, (de la Hire, 1712) (Uyarlayan (Heyman, 1998)).



Şekil 2.14. Kemerin Statiği, (de la Hire, 1712) (Uyarlayan (Heyman, 1998)).

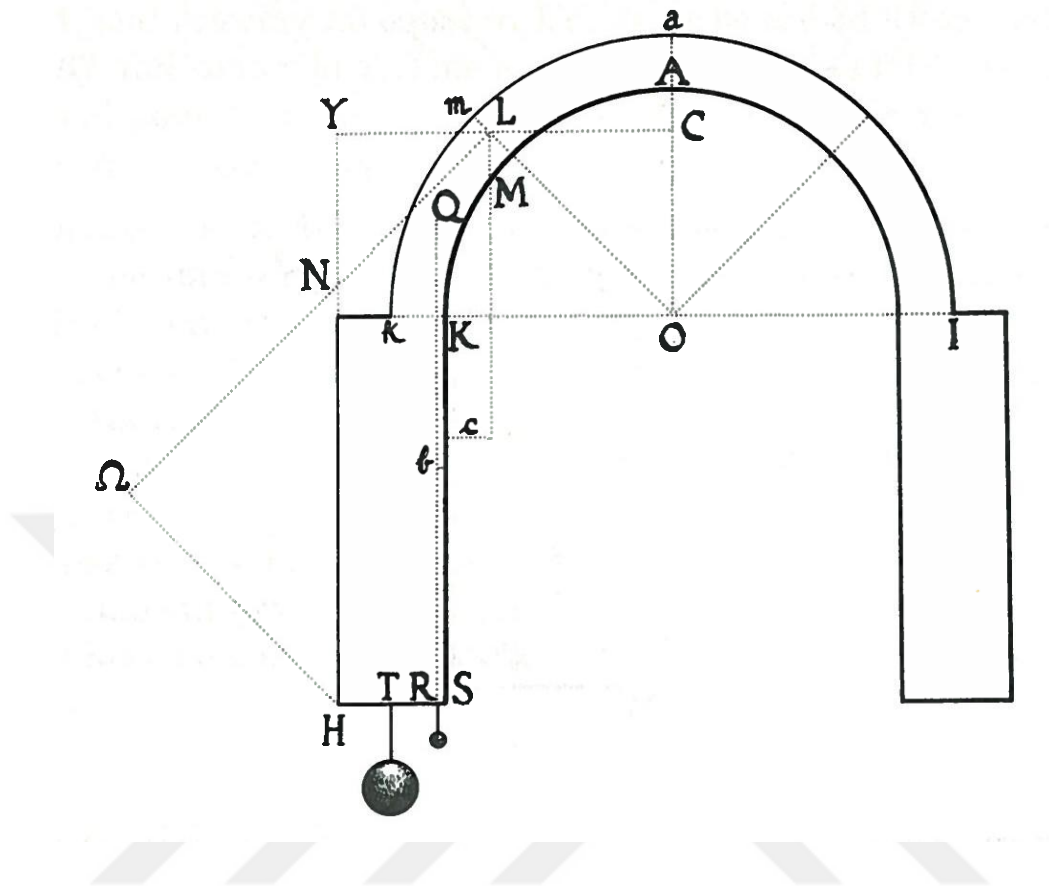
De la Hire kemerler üzerinde tekrar çalışmalar yaparak voussoirlerin artık sürtünmesiz olmadığını, aksine sürtünmenin o kadar büyük sayıldığını ve kayma başarısızlığının gerçekleşmeyeceğini belirlemiştir. Bu durum itme çizgilerinin artık eklemlerde dik olarak sabitlenmediği anlamına gelmektedir. Ayrıca kama ve kolu kemerin statik davranışına sokmuştur. Yeni parametreler, mekanik ve grafiksel analiz kullanılarak abutment tasarımı için kemer itişini belirlemek için kullanılmıştır. De la Hire, yuvarlak bir kemerin analizi ile ilgili üç fikir öneren nihai bir yük teorisi geliştirdi. Birinci olarak bir kemer impost ile kemer taşı arasındaki bir ara bölümde yaklaşık olarak 45 derecede kırılmaktadır. Yeni oluşan kama, ağırlığı nedeniyle düşer, dayanakları iter ve dönmeye neden olur. İkinci olarak voussoir'ların kopukluklarıyla sınırlanan üç bölge o kadar kararlı ki tek bir beden oluşturmaktadırlar. Üçüncü olarak menteşedeki itişin intradoları teğet olarak hareket ettiği belirlenmiştir. Kemerin üst kısmının ağırlığını bilerek, ortaya çıkan itme belirlenebilmektedir. (Georg, 2014).

İtme bileşeni D, kol koluna dik olarak hareket etmiştir, Şekil 2.13'teki LH, daha sonra abutment genişliğini belirleyen abutmentin tabanına kadar izlenmiştir. Dayanağın ve tabanın ağırlığı, kol kolunun diğer ucunda, T'ye etki eden Q ile temsil edilmiştir. Geometriye odaklanmak yerine, odak bu dengeleyici parçaların ağırlığına yerleştirilir. İlk grafiksel analiz sayesinde de la Hire, gerekli abutment genişliğini belirlemek için matematiksel bir kanıt ve denklem geliştirmiştir. Şekil 2.13'teki gibi ilişki ortaya çıkarılmıştır (Georg, 2014).



Şekil 2.15. Belidor'un de la Hire Yönteminin Varyantı, (Benvenuto, 1991).

1729'da Bernard Forest de Belidor, kritik menteşe noktasını 45 dereceye değiştirmek dışında de la Hire'a benzer bir yaklaşım benimsemiştir ve bir itme gücü hesaplamıştır. Şekil 2.15'te görüldüğü gibi itişin yerini, intrados yerine eklemin merkezine dik olarak hareket edecek şekilde değiştirdiği görülmüştür. Daha kolay belirlenen itme değerini birleştirerek yeni teori üzerine abutment genişliği için bir denklem geliştirmiştir. Şekil 2.15'teki çalışmayı geliştirerek kendi modelini ortaya çıkarmıştır. Bu model Şekil 2.16'da gösterilmektedir (Georg, 2014).

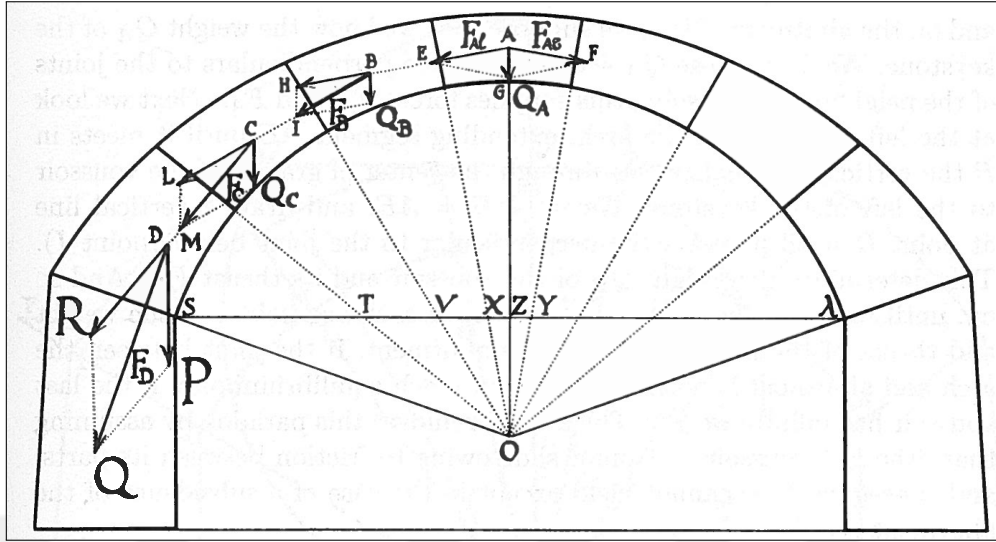


Şekil 2.16. Belidor'un Modeli, (Benvenuto, 1991).

De La Hire'a benzer şekilde, Belidors kama teorisi sürtünmeyi ihmal etmiştir. Ancak Belidor, harç veya bir bağın gerekli olacağı sonucuna varmıştır. La Hire ve Belidor teorisi, 18. yüzyılın geri kalanında kıta Avrupası'nda neredeyse hiç sorgulanmadan kabul edilmiştir (Kurrer, 2012).

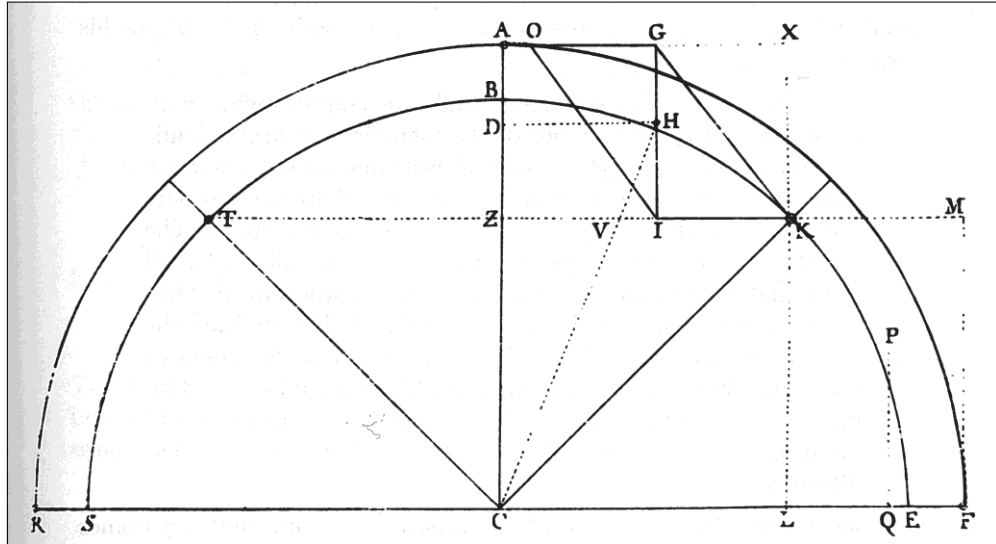
Claude Antoine Couplet (Couplet, 1731) ve (Couplet, 1732) çalışmaları gelecekteki kemer analizinin temelini atmıştır. Couplet, duvarcılık davranışıyla ilgili üç temel önermeyi belirlemiştir. İlk olarak, duvarın çekme mukavemeti yoktur. İkincisi, duvarcılık sonlu basınç dayanımına sahiptir. Üçüncüsü, kayma hatası oluşmaz (Heyman, 1998).

Denge (statik) ve deformasyon (mekanik) kullanılarak, Couplet ilk olarak voussoirların büyüklüğünü ve itişini belirlemek için teknikler geliştirmiştir. Bilinen bir kilit taşı ağırlığı ile söz konusu kilit taşı, bitişik voussoirlerin derzlerine dik eşdeğer kuvvetlere ayrılabilir. Eşdeğer kuvvetler komşu voussoir'in ağırlık merkezine uzatılmıştır. Daha sonra eşdeğer kuvvetten voussoir'in dik kuvvetine dikey bir çizgi çizilebilir. Dikey bileşen kamanın ağırlığını, dik olanı ve bileşen itişini belirlemiştir. Bu Şekil 2.17'de gösterilmiştir (Georg, 2014).



Şekil 2.17. Couplet'in Voussoir Büyüklüğü ve İtme Tayini (Couplet, 1731'den uyarlayan Benvenuto, 1991).

Couplet'in en büyük başarısı, sadece kendi ağırlığını taşıyan yarım daire şeklindeki bir kemerin en az kalınlığını belirlemek için kemer yarıçapına bağlı bir oranın geliştirilmesi olmuştur. Çökme mekanizmasını, özellikle dört çubuklu zinciri kullanarak kemeri 45 derecede dört parçaya ayırmıştır. Dönme noktaları, itişin geçmesi gereken menteşeler olarak kabul edilmiştir. Bu durum Şekil 2.18'de gösterilmiştir (Georg, 2014).



Şekil 2.18. Bir kemerin çökme mekanizması hipotezi (Couplet, 1732'den uyarlayan Benvenuto, 1991).

Dünyada kemerlerin birçok örneğini görebiliriz. Bunlardan bazılarını ifade edersek bazıları yerden yüzlerce metre yükselir, bazılarının zar zor şekil aldığı

görülürken, ortak noktalarının kemerler tarafından birleştirilmesidir. Tüm bu güzel doğal oluşumların benzersiz kemer formları mevcuttur. Güney Avustralya kıyılarındaki Londra Kemer, güney Çin’de yer alan Fil Gövde Dağı, doğu Kanada’daki Quebec’teki Perce Kayası, doğu İngilteredeki kuzey kıyısında bir çıkıntı olan Durdle-Door, Malta Adaları’nın batı kıyısındaki Azure Eye, ABD’nin Utah eyaletinde, ulusal kemer parkının olduğu yerde Gökkuşuğı Köprüsü ve Zarif Kemer vb. olarak örneklendirilebilir (Anonim 3).



Şekil 2.19. Londra Kemer (Anonim 6).



Şekil 2.20. Perce Kayası (Anonim 7).



Şekil 2.21. Durdle-Door (Anonim 8).



Şekil 2.22. Azure Eye (Anonymous 1).



Şekil 2.23. Gök Kuşağı Köprüsü (Anonim 9).

İslam mimarisinde, Endülüs Emevileri’nde at nalı kemer sıklıkla kullanılmıştır. Abbasiler döneminde belirgin bir şekilde görülen kırık ve sivri kemerler, Türklerin Mezopotomya’ya gelip yerleşmelerinden sonraki zamanlarda ortaya çıkmasından dolayı bu çeşitteki kemerlerin Türkler’den geldiği düşünülmektedir. Fatımiler döneminde Camiülezher’de kırık kemerler yaygın şekilde görülmektedir. El Hâkim Camisi’nin kırık kemerleri de Tolunoğlu Camisi’ndeki yapıya benzemektedir. Bu çeşitteki kemerlere Kalat Beni Hammad Kalesi’nde ve 12.yüzyıldan kalma Sicilya yapılarında da görülmektedir. Hint-Türk İmparatorluğu zamanında Hint-İslam mimarlığında, Kuzey Afrika ve Suriye yapılarında en çok karşılaşılan dilimli kemerlere rastlanılmaktadır (Anonim 5).



Şekil 2.24. El Hakim Camii (Anonim 10).



Şekil 2.25. Tolunoğlu Camii (Anonim 11).

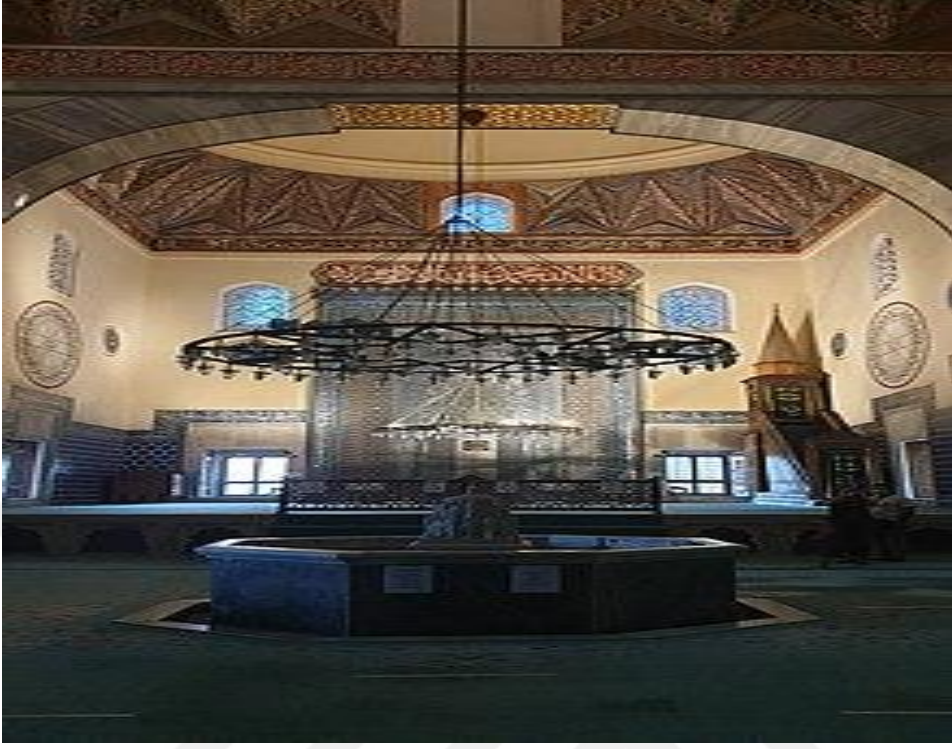


Şekil 2.26. Beni Hammad Kalesi (Akbaytürk, 2018).

Selçuklulardan sonra Osmanlılar zamanında gelişen kemer uygulamaları, Türk mimarisinin esas özelliklerinden birisi olmuştur. Türk mimarisinde, ağırlıklı olarak sivri ya da basık kemerler uygulandığı görülmektedir. İstanbul'dan önceki zamanda erken Osmanlı mimarisinde görülen Bursa Kemerli taşınma gücü yüksek olmadığından daha çok süs olarak kullanıldığı görülmüştür. Bursa Kemerinin uygulamasının görüldüğü birkaç yapıyı ifade edecek olursak; Bursa Yıldırım Camisi, Yeşil Cami, Gölarmara Şahuban Cami vb.dir. Fatih Camisi, Taçkapıların üst kemerleri her zaman sivri kemer şeklinde iken içindeki küçük kapılar basık kemerlidir. Edirne Selimiye Camisi ve Fatih Camisi vb. yapılarda kapı kemerleri genellikle yalındır; sadece kilittaşlarının ortasına güçleler ve kabaralar işlenmiştir. Anıtsal yapılarda kemerler almaşık düzende iki renk taşlardan örüldüğü görülmektedir (Anonim 5).



Şekil 2.27. Bursa Yıldırım Camii (Anonim 12).



Şekil 2.28. Yeşil Camii (Anonim 13).



Şekil 2.29. Şahuban Camii (Anonim 14).



Şekil 2.30. Fatih Camii (Anonim 15).



Şekil 2.31. Edirne Selimiye Camii (Anonim 16).

Günümüzde en büyük kemerin Çin’de olduğu iddia edilmektedir. Bu kemerin adı açıklığı 120 metre olan Fay Köprüsü’dür (Anonim 3).

Doğa tarafından oluşturulan kemerlerden örnek verecek olursak; Ring Mountain, Diana'nın mağarası, Steller Kemer, Altın Kapı kayası şeklinde örneklendirilebilir (Anonim 3).



Şekil 2.32. Ring Mountain (Anonymus 2).



Şekil 2.33. Diana'nın Mağarası (Anonim 17).



Şekil 2.34. Altın Kapı (Anonim 18).

Günlük yaşantımızda kemer görünüş olarak zerafeti ön plana çıkaran ve nesnenin anıtsallığını vurgulayan popüler bir dekoratif eleman olarak karşımıza çıkmakla beraber endüstriyel yapılarda kendisine yaygın bir şekilde yer edinmiş ve birçok binaların ayrılmaz bir elemanı olarak karşımıza çıkmıştır (Anonim 3).

Günümüzde kemer uygulamaları halen devam etmektedir ve geniş açıklıklı çelik köprülerde ve camilerde yaygın şekilde kullanılmaktadır. Mimaride kemerlerin taşıyıcı olduğu kadar dekoratif özelliklerinden de faydalanılmaktadır (Anonim 4).

Endüstriyel, tarımsal ve kamu binaları için 12 -100 metre arası değişen bir kaplama oluşturmak kolay olmaktadır. Bunlara örnek verecek olursak hangarlar, depolar, spor ve alışveriş kompleksleri, çeşitli çatı sistemleri olarak örneklendirilebilir. Kemer çeşitleri hedefleri ve bulunduğu yapı umulmayan bir çeşitliliğe ulaşmakla beraber tarih boyunca var olmuş gelişme anının zirvesine geldiği görülmüştür (Anonim 3).

Günümüzde kemer uygulamalarında ahşap, çelik ve betonarme malzemeler kullanılmaktadır. Salonlarda ahşap kemerler 100 metreye kadar açıklıklarda kullanılırken betonarme yapılardaki kemerlerde 50 metreye kadar açıklıklarda kullanıldığı görülmektedir. Kemer köprüler uygulamalarında 400 metreye kadar açıklıklarda uygulaması yapıldığı görülmektedir. Kemer köprü uygulamalarında aktarılan yükler ağırlıklı olarak yatay bir yüzeyi etkilemektedir. Kemer uygulamalarında sık olarak basınç gerilmelerinin hâkim olduğu bir sistem olarak bilinmektedir. Kemer uygulamalarında yalnız olarak basınç gerilmelerinin oluşması için basınç kemeri olarak isimlendirilen kemer şeklinin yüklemeye uygun olarak tercih edilmesi gerekmektedir. Buna göre her yükleme durumuna göre belirli bir basınç çizgisi olmaktadır (Atabey, 2020).

Düzgün yayılı yüklemelerde 2. Derece parabol olan basınç çizgisi ip eğrisi olarak tanımlanmaktadır. Tekil yüklemelerde yük durumu adedine göre üçgen, yamuk, çokgen olan basınç çizgileri ip çokgeni olarak isimlendirilmektedir. Kemer ekseninin basınç çizgilerinden sapması durumunda ek eğilme gerilmeleri meydana gelmektedir. Bunun sebebi kemer yalnızca sabit yüklemelerde olduğu düşünüldüğünde basınç kemeri olarak tercih edilse bile hareketli yükler etkidiğinde kemerde yeniden eğilme momenti oluşma

ihtimali bulunmaktadır. Bu durumlardan dolayı kemerler, basınca ve eğilmeye çalışan taşıyıcı sistemler olarak nitelendirilirler (Atabey, 2020).

Binalarımızda Rijit kemerlerin uygulamasını ağırlıklı olarak görülmektedir. Kemer sistemlerinin 3 mafsallı, 2 mafsallı, ankastre kemer çeşitleri uygulamalarda görülmektedir. Mesnet oturumlarının meydana geldiği yapı zeminlerinde 3 mafsallı kemerler kullanılmaktadır. Çünkü üç mafsallı kemerlerin izostatik olduklarından dolayıdır. Üç mafsallı kemerler hiçbir şekilde sıcaklık değişiminden ve temel oturumlarından etkilenmemektedir. Kemerlerdeki yatay mesnet tepkisi kemer itkisi olarak isimlendirilmektedir. Kemer itkisi, kemer açıklığının karesi ve q yükü ile orantılı olarak artarken, kemer yüksekliği arttıkça azaldığı görülmektedir (Atabey, 2020).

2.1.2. Kemer Çeşitleri

İnşaat Mühendisliğinde kemer uygulamalarına bakıldığında zaman karşımıza birçok çeşit kemerlerin karşımıza çıktığı görülmektedir. Kemerlerin uygulamalarının yapı elemanları için kritik rol oynadığı görülmektedir. Geçmişten günümüze kadar birçok yapıda görülen kemerler birçok bilim adamının araştırması neticesinde ortaya çıkarılmıştır. Buna göre yapılarda en yaygın şekilde uygulanan kemer çeşitlerini ifade bu alt başlıkta ifade edilmektedir.

1- Basık Kemer: Yüksekliği açıklığının yarısından az olan kemer olarak ifade edilmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).



Şekil 2.35. Basık Kemer (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).

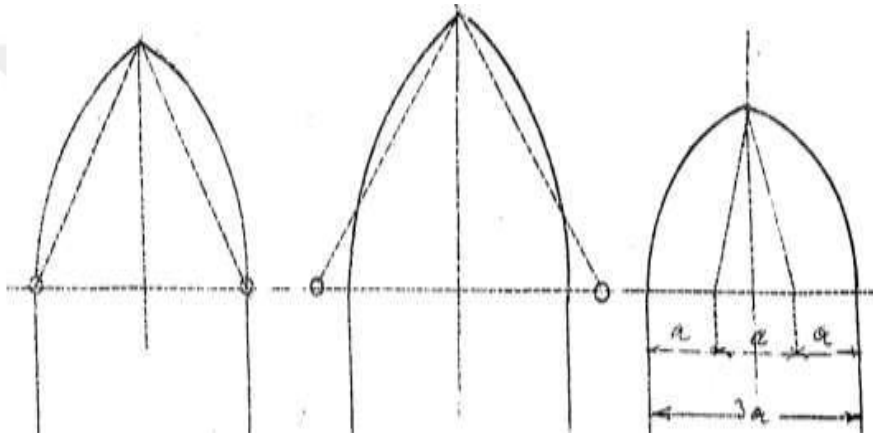


Şekil 2.36. Kırkgöz Kemer (Anonim 19).

Kırkgöz Kemerli Basık Kemerlere örnek olarak gösterilebilir. Kırkgöz Kemerli Şekil 2.36' da gösterilmiştir.

2- Sivri Kemer: Basık kemer ifadesinin tam tersi olarak yüksekliği açıklığının yarısından fazla olan ve tepe noktasında birleşen iki daire yayının oluşturduğu kemer olarak ifade edilmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013). İlk olarak Hindistan'da Sivri kemer uygulamaları görülmüştür. İslami mimaride yaygın bir biçimde kullanılmıştır. Gotik mimari bakımından İngiltere ve Fransa için çok önem taşımaktadır. Buralarda yapılan Gotik kliselerin ağtonozları Sivri kemerler sayesinde yapılmışlardır (Anonim 20).

Sivri Kemer uygulamasının yapıldığı esere örnek verecek olursak Worcester Katedralini gösterebiliriz. Worcester Katedrali'nin ağtonozları Sivri Kemerler ile yapılmıştır (Anonim 20).

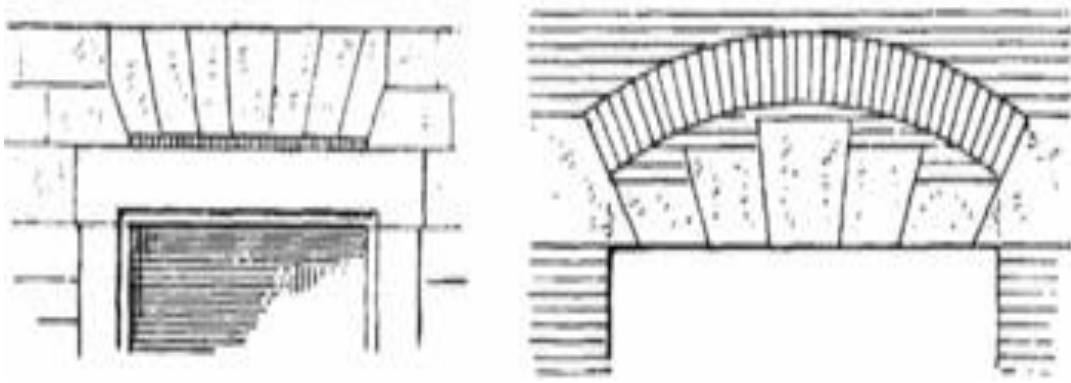


Şekil 2.37. Sivri Kemer Çeşitleri (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).



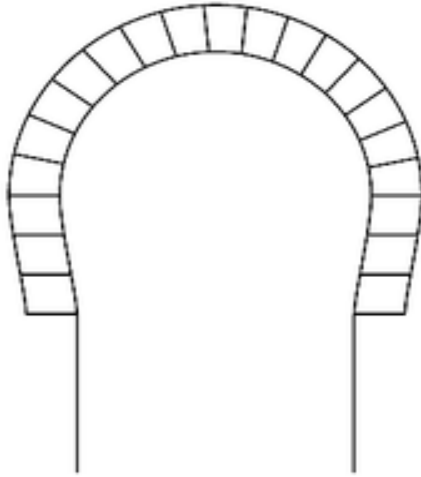
Şekil 2.38. Worcester Katedrali (Anonim 20).

3- Düz Kemer: Mimarlıkta konik taşlardan faydalanılarak düzenlenen lentolar olarak ifade edilmektedir. Düz kemerin diğer kemerlerden en önemli ayırt edici özelliği dairesel bir şekile haiz olmamasıdır (Anonim 21).



Şekil 2.39. Bir düz kemer ve hafifletme kemeriyle desteklenmiş başka bir düz kemer örneği (Anonim 21).

4- At Nalı Kemer: At Nalı Kemer, İslami eserlerde yaygın bir şekilde karşılaşılan sivri ya da yuvarlak şeklinde isimlendirilen bir kemer çeşididir. Ürdün, Suriye, Lübnan'da, İspanya'da ve Kuzey Afrika'da nalkemerler uygulamalarını yaygın bir şekilde görmek mümkündür (Anonim 22).



Şekil 2.40. Nalkemer (Anonim 22).

At nalı kemer uygulamalarına bazı örnekler verecek olursak; Bóveda Santa Eulalia, San Juan de Baños Kilisesi, Uqba Camisi, Santa Maria de Quintanilla de las Vinas yapılarıdır.



Şekil 2.41. Bóveda Santa Eulalia (Anonim 22).



Şekil 2.42. San Juan de Baños Kilisesi (Anonim 22).

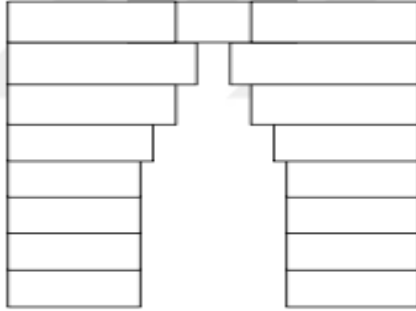


Şekil 2.43. Uqba Camisi (Anonim 22).



Şekil 2.44. Santa Maria de Quintanilla de las Vinas (Anonim 22).

5- Bindirme Kemer: Bindirme Kemer, yatay bir şekilde konumlandırılan taşların birbirinin üzerine binen basamak basamak ileriye çıkartılan ve bu nedenle ortasında bir açıklık bırakılması suretiyle meydana gelen kemere benzeyen bir kemer çeşididir. Bu kemer çeşidi genel olarak üçgen bir şekil görünümü özelliğindedir (Anonim 23).



Şekil 2.45. Bindirme Kemer (Anonim 23).

Bindirme Kemer uygulamalarına bazı örnekler verecek olursak; Spean Praptos, Palenque Sarayı, Angkor Thom, Adhai Din Ka Jhonpara Camii yapılarıdır.



Şekil 2.46. Spean Praptos (Anonim 23).



Şekil 2.47. Palenque Sarayı (Anonim 23).



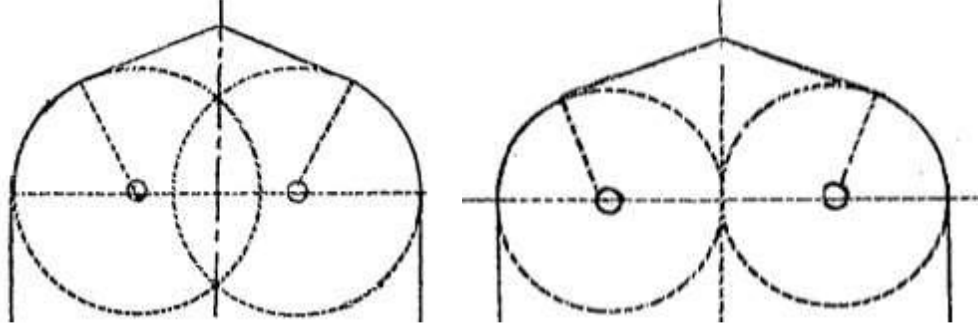
Şekil 2.48. Angkor Thom (Anonim 23).



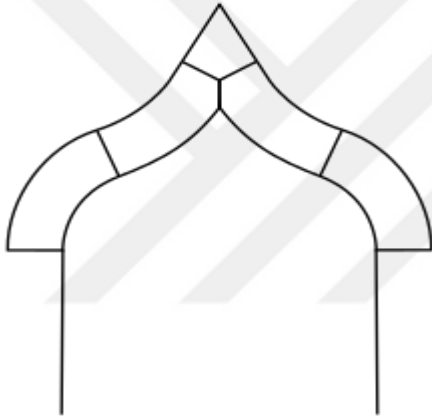
Şekil 2.49. Adhai Din Ka Jhonpara Camii (Anonim 23).

6- Kaş Kemer: İki daire yayının merkezi kemerin içerisinde, iki daire yayının da merkezi kemerin dışında olan dört tane ayrı daire yayından oluşan kemerler olarak tanımlanmaktadır. Ayrıca dört merkezli kemer olarak isimlendirilmektedirler. Kemerin

sağ ve sol kollarında iç bükey ve dış bükey olmak üzere ikişer yay bulunmaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013). Kaş kemer eşeksirtı kemer de denilmektedir. Bir başka deyişle kaş kemer, en üst noktasında sivri şekilde yukarıya bakan iç kısma doğru oval bir şekilde kapanan eğrilerinden ikisi iç bükey ikisi dış bükey olan bir kemer çeşidi olarak da tanımlanır (Anonim 24).



Şekil 2.50. Kaş Kemer (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).



Şekil 2.51. Kaş Kemer Örneği (Anonim 24).

Kaş Kemer uygulamalarına bazı örnekler verecek olursak; İstanbul Yeni Camii, İstanbul Ayasofya Hamamı, Kuvvet-ül İslam Camii, Dilaver Kağan Camii yapılarıdır.



Şekil 2.52. İstanbul Yeni Camii (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).



Şekil 2.53. İstanbul Ayasofya Hamamı (Millî Eğitim Bakanlığı, 2013).



Şekil 2.54. Kuvvet-ül İslam Camisi (Anonim 24).



Şekil 2.55. Dilaver Kağan Camii (Anonim 24).

7- Bursa Kemerî: Bursa Kemerî, mimari bir yapıda yukarı bölümünde yatay doğru şeklinde monte edilen iki tane çeyrek daireden oluşan ve yüksek miktarda taşıma

gücü olmadığından dolayı ağırlıklı olarak süsleme işlerinde yararlanılan kemer çeşidi olarak tanımlanmaktadır (Anonim 25).

Bursa Kemerli uygulamalarına bazı örnekler verecek olursak; Küçük Mustafa Paşa Hamamı, Cem Sultan Türbesi, Muradiye Külliyesi, Topkapı Sarayı III. Murad Köşkü Selsebili yapılarıdır.



Şekil 2.56. Küçük Mustafa Paşa Hamamı (Milli Eğitim Bakanlığı, 2013).



Şekil 2.57. Cem Sultan Türbesi (Anonim 26)



Şekil 2.58. Muradiye Külliyesi (Anonim 27).



Şekil 2.59. Topkapı Sarayı, III. Murad Köşkü Selsebili (Anonim 25).

8- Su Kemer: Su Kemer, su yolu üstünde mevcut olan köprü şeklindeki kemer çeşididir (Anonim 1, Akt: Anonim 28). Günümüz mühendislik uygulamalarında faydalanılan kemer çeşitlerinden bir tanesidir. Su kemer uygulamasına örnek verecek olursak Bozdoğan Kemer gösterilmektedir.



Şekil 2.60. Bozdoğan Kemer (Anonim 28).

9- Tahfif Kemer: Tahfif Kemer, bir yapıda arşitrav veya kapı, pencere lentolarının üstüne yapılan, üst taraftan gelen yükleri karşılayan sağır kemerler olarak ifade edilmektedir (Chisholm, 1911; Akt: Anonim 29). Tahfif kemer uygulamalarına örnek verecek olursak; Kairouan Camisi, Greenknowe Kulesi yapılarıdır.



Şekil 2.61. Kairouan Camisi (Anonim 29).



Şekil 2.62. Greenknowe Kulesi (Anonim 29).

10- Baş Kemer: Baş Kemer, kemerin alt tarafındaki eğrisel kısımda var olan süsleyici eleman, taşıyıcı kemerle birleşen dekoratif kemerbent olarak tanımlanmaktadır (Anonymus 3, Wiley vd. 1995; Akt: Anonim 30). Baş Kemerlerin süsleyici olmayan uygulamaları da bulunmaktadır. Baş Kemerler dörtgen açıklıklarla kıyaslandırıldıklarında arşitrava karşılık gelmektedirler. Romanesk ve Gotik yapı uygulamalarında geleneksel olarak kemer içinde peşi sıra birbirini takip eden aylamaların bütünü olarak tanımlanmaktadır (Anonim 30). Baş Kemer uygulamalarına örnek verecek olursak; Notre Dame Katedrali, Speyer Katedrali, Orihuela Katedrali, Aziz Yuhanna Klisesi, 14 Baş Kemerli Klise Santa Maria de Sigena Manastırı yapılarıdır.



Şekil 2.63. Notre Dame Katedrali (Anonim 30).



Şekil 2.64. Speyer Katedrali (Anonim 30).



Şekil 2.65. Orihuela Katedrali (Anonim 30).



Şekil 2.66. Aziz Yuhanna Kilisesi (Anonim 30).



Şekil 2.67. 14 Baş Kemerli Klise Santa Maria de Sigüenza Manastırı (Anonim 30).

11- Sağır Kemer: Duvara benzer şekilde doldurulmuş ve bu nedenle içinden yürüyerek geçmenin imkansız olduğu süsleme kemer olarak tanımlanmaktadır. Bunların kapı ve pencere olarak kullanılması imkansızdır (Fleming vd. 1966; Akt: Anonim 31). Bu kemer çeşitleri sonraki zamanlarda tuğlalar ve taşlarla doldurulmuş olabileme ihtimali yüksektir (Anonim 31). Sağır Kemerlerin diğer ismi Kör Kemerler olarak adlandırılmaktadır. Sağır Kemer uygulamalarına örnek verecek olursak; Sahagun Klisesi dış cephesindeki Kör Kemerler yapısı örnek verilebilir.



Şekil 2.68. Sahagun Klisesi Dış Cephesindeki Kör Kemerler (Anonim 31).

2.1.3. Kemerli Köprüler ve Diğer Kemerli Yapılar

Tonozlu biçimlerin avantajlarından yararlanılarak, 18. yüzyılın yarısından itibaren birçok geniş açıklıklı köprülerin beton ve çelikten yapıldığı görülmektedir. Kemer köprülerin tarihini açıklamak için seçilebilecek üç ana tipoloji şunlar olabilmektedir (Roca vd. 2019).

1- Güverte Kemer Köprüsü: Bu türdeki köprüler, güverte kemerin tamamen üzerinde olacak şekilde bulunan kemerlerden oluşmaktadır. Yığma köprülere dönüş spandrelin sağlam olduğu yerlerde (yani kapalı spandrel güverte köprüsü), beton ve çelik köprüler için güverte dikey kemerden yükselen sütunlar (yani açık spandrel güverte kemeri) bir dizi tarafından desteklenmektedir (Roca vd. 2019).

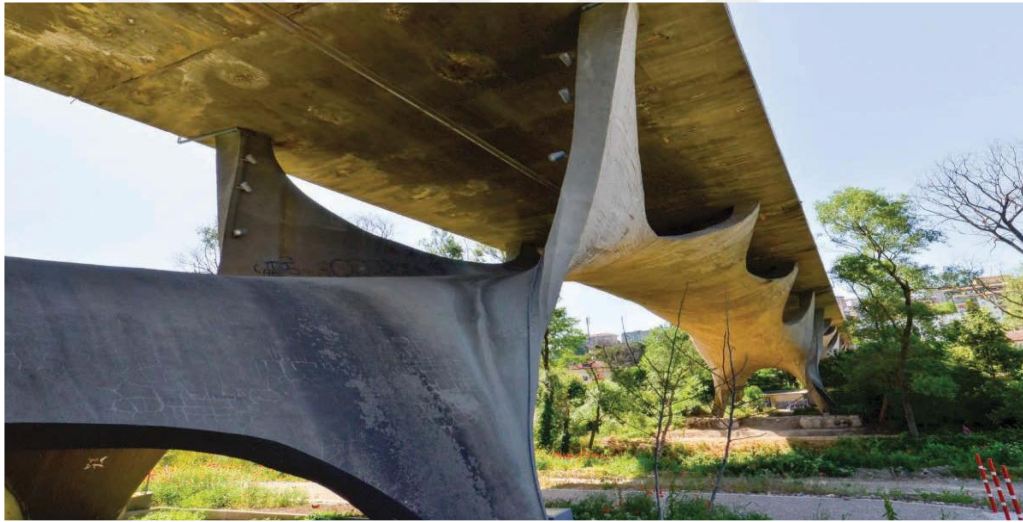
2- Bağlı Kemerli Köprü (Yaylı Kemer): Bu tip kemerler şunları içermektedir. Kemerin iki zıt ucu arasındaki bir bağı içermektedir. Bağlı kemerli köprülerde güverte normalde askıya alınmaktadır. Normal abutmentlerde genellikle kravat şeklinde yatay itme kuvvetlerine dayanabilen güverte kemerler olarak ifade edilmektedir (Roca vd. 2019).

3- Kemer Köprüsü: Köprü bu türden bir tabanı olan güvertenin altında bir kemer vardır. Fakat tepesi üzerinde yükselmektedir, bu nedenle kravat biçiminde çalışabilen kemerden güverte geçmektedir. Orta kısmı güverte, süspansiyon kabloları veya bağlantı çubukları aracılığıyla kemer tarafından desteklenmektedir. Köprünün uçları olduğu gibi aşağıdan desteklenebilmektedir. Aşağıdan desteklenen kemerden herhangi bir parça kapalı veya açık spandreller özelliğine sahip olabilirler (Roca vd. 2019).

İlk olarak güverte kemerli köprüler ifade edilecektir. Şekil 2.69'da iki etkileyici örneği gösterilmektedir. Bu etkileyici kemerler 1960'larda İtalyan Mühendisler tarafından tasarlanmıştır. İtalya'da Catanzaro'daki Bisantis Köprüsü isimli güverte kemerli köprü 1958'de Riccardo Morandi tarafından tasarlanmış ve 1962 yılında açılmıştır (Roca vd. 2019).



(a)



(b)

Şekil 2.69. İtalyan Betonarme Köprüler **a)** Cantanzaro'daki Bisantis Köprüsü **b)** Potenza'daki Musmeci Köprüsü (Roca vd. 2019).

Kemer 231 metrelik bir açıklığa ve 66 metre yüksekliğe sahiptir. O zamanlarda beton köprüler arasında dünyanın en yükseğiydi, yayılma açısından sadece ikinci olanıydı, en alt kısmından yaklaşık 120 metre yüksekliğindeki maliyetli bir kalıp ile yapılmıştır (Roca vd. 2019).

Şekil 2.69(b) Potenza'daki Musmeci Köprüsü'nü göstermektedir. Bu köprü 1967 yılında Sergio Musmeci tarafından tasarlanmış ve 1971-1976 yılları arasında inşa edilmiştir. Bir güverte kemerli köprünün seminal fikrini takiben sadece bir tanesinden yapılmıştır. Şekil 2.69'daki (a) Cantanzaro'daki Bisantis Köprüsü ve (b) Potenza'daki Musmeci Köprüsü 174 Tarihi Yapı ve Koruma betonarme membran olarak gösterilen

yaklaşık 30 cm kalınlığında oluşturmak için kalıplanmış dört bitişik kemerin toplam uzunluğu 560 metre'dir. Beton levha parmak benzeri bir yapıya göre şekil almaktadır. Burada tasarımcıya göre en iyisi tüm köprüyü destekleyen kuvvetleri iletmek için oluşturulmuştur. Bu yapı aynı zamanda yaya geçidi olarak kullanılmaktadır (Roca vd. 2019).

Güverte kemerli köprüler söz konusu olduğunda, başka bir ayrım olabilir, çizilebilir: Sert kemer/ ince güverte ve laminar (ince) kemer/ sert güverte şeklinde düşünülmektedir. Eski ve en çok kullanılan sistemle alakalı olarak, Şekil 2.70(a) 1980 yılında Sveti Marko ve Krk Adaları arasında inşa edilen Hırvatistan'daki Krk Köprüsü'nü göstermektedir. İki açıklık 390 ve 244 metre iken, kemerlerin yüksekliği 67 metredir. Öte yandan, Şekil 2.70(b) bunun tam tersi bir örnek sunmaktadır. Burada 2002 yılında Portekiz Porto'da Douro Nehri üzerine inşa edilen Infante Don Henrique Köprüsü'dür. Kemer açıklığı 280 metre iken, yüksekliği 25 metre'dir (Roca vd. 2019).



(a)



(b)

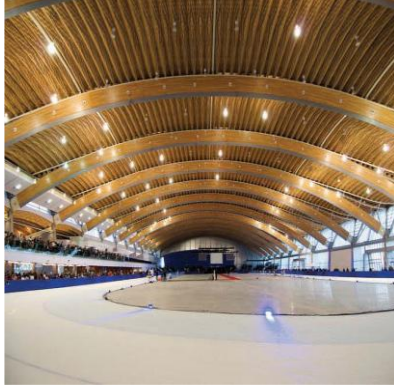
Şekil 2.70. Betonarme Kemerler **a)** Krk Köprüsü **b)** Infante Don Henrique Köprüsü (Roca vd. 2019).



Şekil 2.71. CFST Wushan Yangtze Nehri Köprüsü (Roca vd. 2019).

Son olarak, tipik bir kemerli köprü örneği Şekil 2.71’de gösterilmiştir. Bu dünyanın en büyük köprülerinden biri olan Wushan Yangtze Nehir Köprüsü’nü göstermektedir. Bu köprü beton dolgulu çelik borulardan (CFST) yapılmıştır ve ana kemer 460 metre’dir. CFST’lik bir açıklığa izin veren bir 3D kafesten oluşmaktadır. 1990’dan beri Çin’deki geniş açıklıklı köprülerde yaygın olarak uygulanmaktadır ve 33 metreden daha büyük bir açıklığa sahip 200 metre CFST kemerli köprülerden daha fazlası 2007 yılına kadar Çin’de inşa edilmiştir (Roca vd. 2019).

Kısa açıklıklarla ilgili olarak çelik ve betonun yanı sıra, ince kemerli köprüler inşa etmek için glulam da kullanılmaktadır. Glulam’ı açıklayacak olursak; yapıştırılmış lamine kereste, aynı zamanda glulam olarak da isimlendirilmektedir, bir tür yapısal mühendisliktir. Birkaç kat boyutlandırılmış kereste içeren ahşap ürün dayanıklı ve neme dayanıklı yapısal yapıştırıcılarla birlikte yapıştırılmıştır. Buna göre, tek büyük yapısal elemanlar için farklı şekillerle biçimlendirilmiş daha küçük lamine kereste parçaları dikey sütunlar, yatay kirişler veya kavisli kirişler gibi. Bu arada, glulam eski büyümeye bağlı katı biçilmiş kütüklere güvenmeden büyük ahşap elemanların sağlamlığını ve çok yönlülüğünü sağlamaktadır. Katı biçilmiş kerestelerle karşılaştırıldığında kullanılan ahşabın düğümlerin ve diğer kusurların olumsuz etkisi, daha homojen bir malzeme olmasını sağlar ve aynı zamanda toplam miktarı azaltmaktadır. Şekil 2.72(a) Kanada’da bulunan 100 metre açıklıklı Richmond Olimpik Oval’i; Şekil 2.72(b) üç menteşeli Amerika Birleşik Devletleri’nde bulunan Keystone Wye kemer köprüsünü göstermektedir. 47 metre açıklığındadır (Roca vd. 2019).



(a)



(b)

Şekil 2.72. Glulam ile Yapılmış Geniş Açıklıklı Kemerler **a)** Richmond Olimpik Oval **b)** Keystone Wye Kemer Köprüsü (Roca vd. 2019).

Kemerli yapıların sıra dışı örneklerinden bazıları vardır. Şekil 2.73 İngilterede’ki Coalbrookdale’deki Severn Nehri üzerindeki yol köprüsüdür. Bu köprü 1779 yılında inşa edilmiştir. Bu köprü’nün en önemli özelliği dünyada alçıdan yapılmış ilk kemer köprü olması özelliğidir. Demir, metal konstrüksiyon döneminin başlangıcını işaret etmektedir. Thomas Farnolls Pritchard ve Abraham Darby III tarafından tasarlanmıştır. Bir taşın ve bir kerestenin ana hatlarını takip ettiği görülmektedir. Bu köprü’nün özelliği tonozlu köprü olması, 60 metre uzunluğunda, tek açıklığı 30.5 metre ve ağırlığının yaklaşık olarak 378,5 ton olmasıdır (Roca vd. 2019).

Şekil 2.74’te gösterilen nehir vadisi üzerinde gösterilen Pontcysyllte su kemerini göstermektedir. Bu su kemeri kuzeydoğu Galler’deki Dee Nehri üzerine yapılmıştır ve Britanya’daki en uzun, en yüksek su kemerini temsil etmektedir. Bu kemer Thomas Telford ve William Jessop tarafından 1805 yılında inşa edilmiştir. 307 metre uzunluğunda, 3.7 metre genişliğinde ve 1.60 metre derinliğindedir. Bir dökme demir oluktan oluşmaktadır. 18 oyuk tarafından taşınan 38 demir kemerli kaburgalar üzerinde desteklenir. Her açıklık 16 metre uzunluğundadır (Roca vd. 2019).

Şekil 2.75’te Dublin’deki Liffey köprüsünün resmi gösterilmiştir. 1816’da inşa edilmiş ve 3.35 metrelik bir artışla 43 metreyi kapsayan ahşap güverteli bir yaya köprüsüdür. Bu köprü İrlanda’da inşa edilmiştir (Roca vd. 2019).



Şekil 2.73. Severn Nehri Üzerindeki Coalbrookdale'deki Yol Köprüsü (Roca vd. 2019).



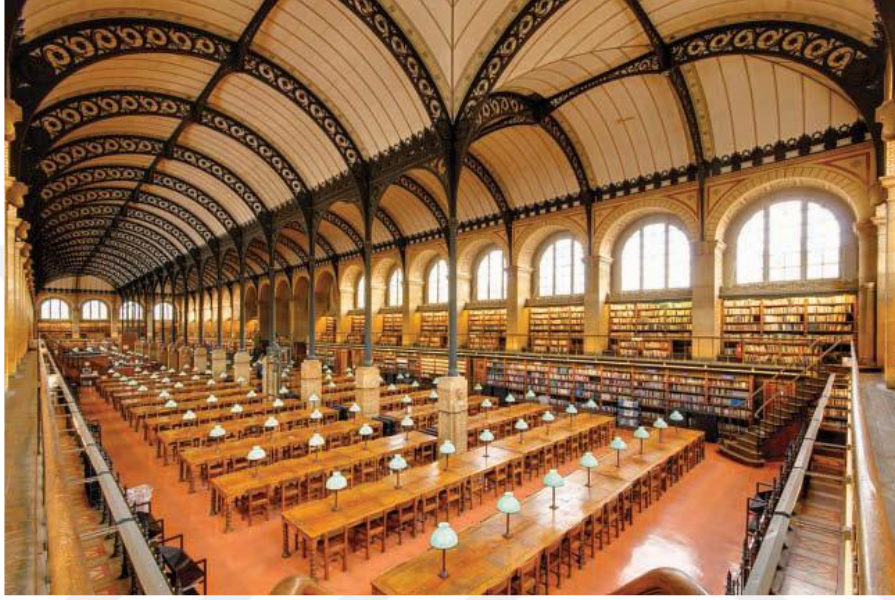
Şekil 2.74. Pontcysyllte Su Kemerli (Roca vd. 2019).



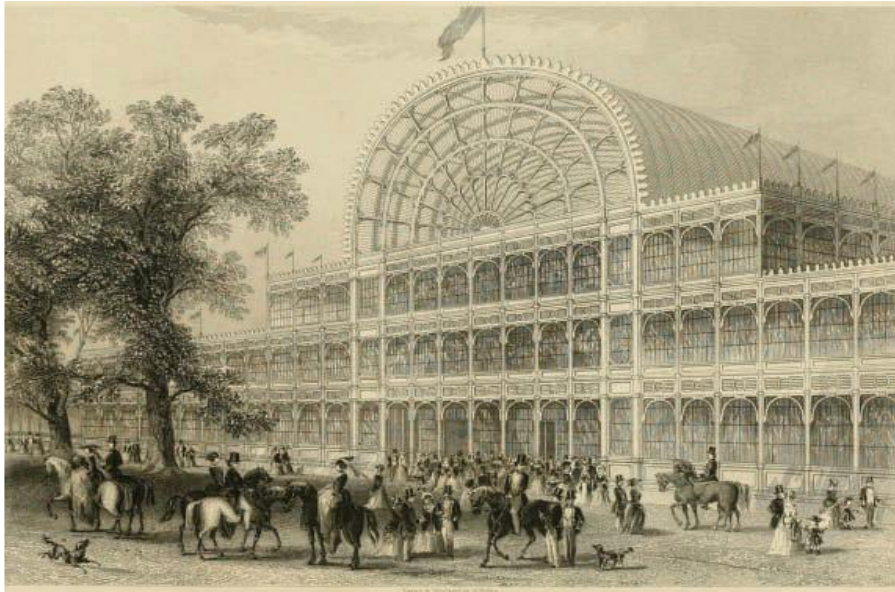
Şekil 2.75. Dublin'deki Liffey Köprüsü (Roca vd. 2019).

Kemerli üstün dökme demir yapıların örnekleri Şekiller 2.76 ve 2.77'de gösterilmiştir. Şekil 2.76 Bibliothèque Sainte-Geneviève'nin okuma odasını göstermektedir. Paris'te yapılmıştır. Mimar Henri Labrouste yönetimi altında tasarlanmış ve inşa edilmiştir. Bu yapı ince bir omurgadan oluşmaktadır. Alanı ikiz koridorlara bölen ve süslenmiş kemerli üstün dökme demir yapılarıdır (Roca vd. 2019).

Şekil 2.77 kemerli üstün dökme demir yapıların en önemli örneğini göstermektedir. 19. Yüzyıl'da Sir Joseph Paxton tarafından inşa edilen Londra'daki Krystal Saray, 1851'deki Büyük sergiye ev sahipliği yapmıştır. Bu bina yapılırken en büyük alana sahip olan yapı özelliğine sahip olması, bir binada görülen camdan berrak duvarlarıyla ziyaretçileri şaşırtan ve tavanları İngiliz inovasyonunun ruhunu tam olarak somutlaştıran Büyük serginin kutlanması amaçlanarak yapılmıştır. Bu binanın iç kısmı 564 metre uzunluğundadır, toplam 92.000 metrekare kapalı alana sahiptir ve 39 metre yüksekliğindedir (Roca vd. 2019).



Şekil 2.76. Paris'teki Bibliothèque Sainte-Geneviève'nin Okuma Odası (Roca vd. 2019).



Şekil 2.77. Londra'daki Krystal Saray Büyük Sergi Evi İnşası (Roca vd. 2019).

Diğer kemerli yapılardan en önemlilerinden birisi de Eyfel kulesidir. Paris'teki 1889 Dünya Sergisi için Gustave Eyfel şunları tasarlamıştır. Onun adını taşıyan ünlü

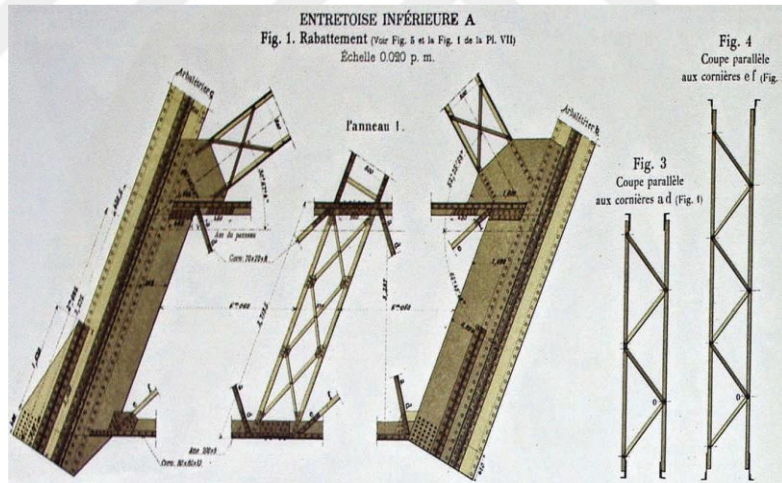
kafes kulesi Şekil 2.78’te gösterilmiştir. Takviyeli tarafından desteklenen beton temel, Eyfel Kulesi 300.65 m yüksekliğinde ve 7000 ton ağırlığındadır. Şekil 2.78(b) dökme demirdenyapılmış kemerin birinci kattaki süslemelerini göstermektedir. İnşaat 18.000 farklı parça talep etmiştir ve yaklaşık 2.500.000 perçin, bunların 1.050.846’sı yerinde yerleştirilmiştir. Bağlantı için ayrıntılı çizimler Şekil 2.78(c) ‘de gösterilmiştir. Bu yapı inşa edilirken çok büyük vasıflı insan gücünden yararlanılmıştır (Roca vd. 2019).



(a)



(b)



(c)

Şekil 2.78. a) Eyfel Kulesi Genel Görünümü b) Eyfel Kulesi Süslü Dökme Demir Örneğinin İlk Seviyesindeki Kemer c) Eyfel Kulesi’nin Bağlantılarından Birisi İçin Ayrıntılı Çizim Örneği (Roca vd. 2019).

2.1.4. Modern Kemerler ve Uygulamaları

18. ve 19. Yüzyıl dönemi yapı mühendisliğinin altın çağı olarak kabul edilir, çünkü bu dönemde günümüzdeki malzeme mekaniği ve yapısal analiz teorilerinin çoğu geliştirilmiştir. Bu gelişmelere inşaat teknikleri ve yapı malzemelerindeki gelişmeler eşlik etmiştir. Çelik ve betonarme, ahşap ve taştan çok daha iyi elastik özellikler

sergilediğinden, gelişleri 20. yüzyılın başlarına doğru duvar kemerlerinin popülaritesini azaltmıştır. Yapısal biçimlerdeki yeni gelişme, çeşitli yapılaşmaların uzun açıklıklı kemerli köprülerinin mükemmelliğini içeriyordu (West, 1989).

Modern kemerlerin geometrik şekillerini açıklayacak olursak; Modern kemerlerde en yaygın olarak kullanılan iki önemli durum vardır; bunlar parabolik ve dairesel kemerlerdir. Yarım daire şeklindeki kemerler Roma döneminden itibaren kullanılmış ve değişerek ilerlemeler kaydetmiştir. Tarih boyunca parabolik şeklindeki kemerler daire şeklindeki kemerlere göre sayıca daha az sayıda bulunmaktadır. Parabolik kemerlerin simgesel örneklerinden biri Şekil 2.79’da gösterilen St. Louis Geçidi Kemeridir. 19. Yüzyılın sonlarında ve 20. Yüzyılın başlarında parabolik kemer uygulamalarının bir kısmı deneysel yaklaşımlar kullanılarak elde edilmiştir (Sonavane, 2014).



Şekil 2.79. St. Louis Geçidi Kemeridir (Sonavane, 2014).

Antonio Gaudis parabolik kemerleri mimari tasarıma uygunlukları ile özgünlük ve bağımsızlık göstermektedir. Antonio Gaudis kemerin denge problemini asılı kablonun davranış biçimiyle kıyaslama yaparak çözmüştür. Buradaki zorluk, direktriği ile ekstrados arasındaki dikey mesafeyle orantılı bir yükü destekleyen bir kablonun şeklini bulmaktır. Asimetrik yükü desteklemek simetrik bir katener kullanmak için Gaudi’nin yinelemeli grafik yöntemini kullandığı dönüşümdür. Bunu yaparken önce bir kabloyu asmıştır ve kabloyu kendi ağırlığı altında kablo boyunca çeşitli noktaların dikey mesafelerini ölçmüştür. Bu kabloya kablonun şekil değiştirmesine neden olan zeminin karşılık gelen ağırlığını eklemiştir. Dikey mesafeler tekrar ölçülmüş ve buna göre kendi ağırlığı değiştirilmiştir. Bu yüklerin altındaki kablo matematiksel şekle çok yakın bir şekil almıştır. Bu yöntemin uygulanması Şekil 2.80’de gösterilen Barselona’daki Mila evindeki diyafram kemerlerinin tasarımında görülmektedir (Huerta, 2006).



Şekil 2.80. Barselona'daki Mila Evindeki Diyafram Kemerlerinin Tasarımı (Sonavane, 2014).

Modern kemer tipleri, 19. yüzyıldan itibaren koğuşlarda esneklik teorisi, kemerlerin analizi için yaygın olarak kullanılmış ve gereksinimler, sınırlamalar temelinde tasarım uygulamasına belirli tipte kemerler konulmuştur. Yapı malzemesine göre kemerler çelik, beton, kereste, tuğla, taş olarak sınıflandırılmaktadır. Destek koşulları ve yapısal davranış açısından bunları şu şekilde açıklanabilir; taç ve abutmentte üç menteşeli menteşeler, sadece abutmentlerde iki menteşeli menteşeler, hiçbirinde menteşesi olmayanlar olarak açıklanabilir (Sonavane, 2014).

Üç Menteşeli Kemerlerde, destek reaksiyonu ve gerilmeler statik olarak üretilebilir ve bu nedenle analiz için elastik teoremin uygulanması gereksizdir. Şekil 2.81'de gösterilen Rober Malliart tarafından İsviçre'nin Schiers kentinde bulunan Salginatobel Köprüsü, üç menteşeli kemerli içi boş kutu betonarme köprüdür. Statik olarak belirleyicidir ve bu nedenle bükülmenin analizi daha kolaydır. Üç menteşeli bir kemer kabiliyeti sebebiyle uygun bir tasarım çözümüdür. Hareket veya sıcaklık değişimlerinden kaynaklanan stresleri en aza indiren bitişik dağın hafif hareketinin özelliklerini taşımaktadır (West, 1989).



Şekil 2.81. Salginatobel Köprüsü (Sonavane, 2014).

İki Menteşeli Kemerleri ve Menteşesiz Kemerleri ifade edersek; bu iki kemer sınıfı, kemerdeki dış kuvvetler ile iç gerilmeler arasındaki denge kısmen biçim değişikliğine bağlı olduğundan, gerilmeleri tek başına sıradan statik yöntemle

hesaplanamayan yapı sınıflarına aittir. Niagara Şelaleleri'ndeki 950 feet uzunluğundaki gökkuşağı Kemerı menteşesiz bir kemerdir. Gökkuşağı kemerinin ön çalışması amacıyla iki menteşeli bir kemer tasarımı düşünülmüş ve kaburganın deformasyonunun, gerçekte dikilmiş olan menteşesiz kemere kıyasla kritik konumdaki gerilimi yaklaşık dört kat arttırdığı bulunmuştur. Bu nedenle uzun açıklıklı kemerlerde avantaj menteşenin daha az kemerinin daha fazla sertliği farklı olmasıdır (Kinney, 1957).

Modern Kemerlerin diğer sınıflarını ifade edecek olursak; kemer kaburgasının şekline ve yapısal düzenine göre çeşitli kemer tipleri mevcuttur. Kapalı kemer olarak da bilinen sağlam bir kemer, Şekil 2.82'de gösterildiği gibi yükü alan ile kaburga arasındaki boşluğun yerleştirildiği bir kemer türüdür. Bu kemerler ya menteşesizdir ya da iki menteşelidir. Katı nervürlü betonarme kemerler ağırlıklı olarak menteşesizdir ve uzun açıklıklar için kullanılır, burada katı nervürlü çelik kemerler genel olarak daha kısa açıklıklar (500-600 feet) için kullanıldığında iki menteşelidir ve daha uzun açıklıklar için kullanıldığında menteşesiz olmaktadır. Uygulanan yük altında bir kemerde geliştirilen yatay itme, kemer için mükemmel temel veya dayanaklar gerektiren önemli bir tasarım bileşenidir. Saha koşulları gerekli dayanaklara izin vermediğinde, yatay itme destekler arasında bir bağ sağlanarak direnilir. Bu tip kemere Şekil 2.83'te gösterilen bağlı kemer denir (Sonavane, 2014).

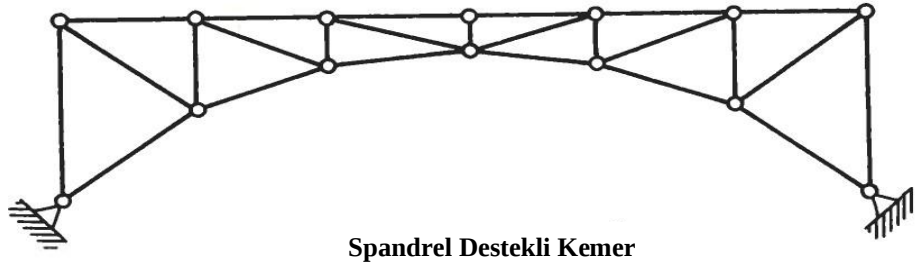


Şekil 2.82. Modern Kemerlerdeki Menteşesiz Katı Kaburga Kemerı (Sonavane, 2014).

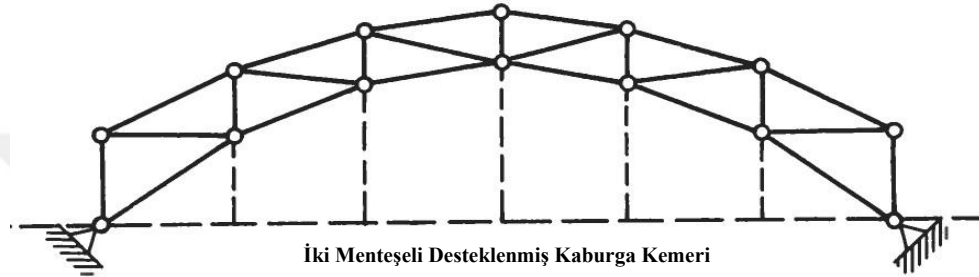


Şekil 2.83. Modern Kemerlerdeki Bağlı Katı Kaburga Kemerı (Sonavane, 2014).

Şekil 2.84'te gösterilen spandrel destekli kemer, açık kemer olarak da adlandırılır, yükü alan ile kaburga arasındaki boşluğun aydınlatılmadığı bir kemer türüdür. Esasen, iki uçta geliştirilen yatay itme gücüne sahip bir güverte kafesidir. Şekil 2.85'te gösterilen iki menteşeli desteklenmiş bir kaburga kemerı, güvertenin kemer şeklinde asıldığı bir tür spandrelbraced kemerdir. Bu tip veya kemer, güverte altındaki alanla ilgili herhangi bir sınırlamanın olmadığı yerlerde kullanılır (Sonavane, 2014).



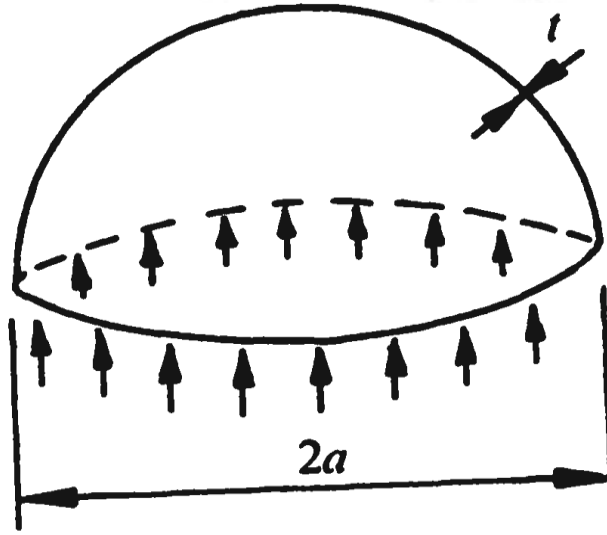
Şekil 2.84. Modern Kemerlerdeki Spandrel Destekli Kemer (Sonavane, 2014).



Şekil 2.85. Modern Kemerlerdeki İki Menteşeli Desteklenmiş Bir Kaburga Kemer (Sonavane, 2014)

2.2. Kabuklar

Kabuklar, kabuklu yapının boyutuna kıyasla küçük bir kalınlığa sahip kavisli bir yüzey veya plaka olarak kabul edilmektedir. Kabuğun iç kuvvetleri kendi ağırlığına ve dış yüklerle karşı dayanıklıdır ve çok çeşitli yükleri taşıyabilmektedirler. Kabuğun taşıma kapasitesinin en büyük endişesi bir kemerde olduğu gibi kalınlıkla değil, sadece yerel sıkıştırma burkulmasıyla yatmaktadır. Bununla birlikte daha önce kemerlerde tartışıldığı gibi duvarcılık son derece yüksek bir basınç dayanımına sahiptir ve yerel burkulma tehlikesi oluşturmaz. Duvar kemerine benzer şekilde duvar kubbesi düşük basınç gerilmeleri sergilemektedir. Şekil 2.86’da kendi ağırlığı altında yarım küre kabuk örneği gösterilmiştir. Burada kabuk tabanında düzgün bir basınç gerilmesi ile desteklenmektedir (Georg, 2014).

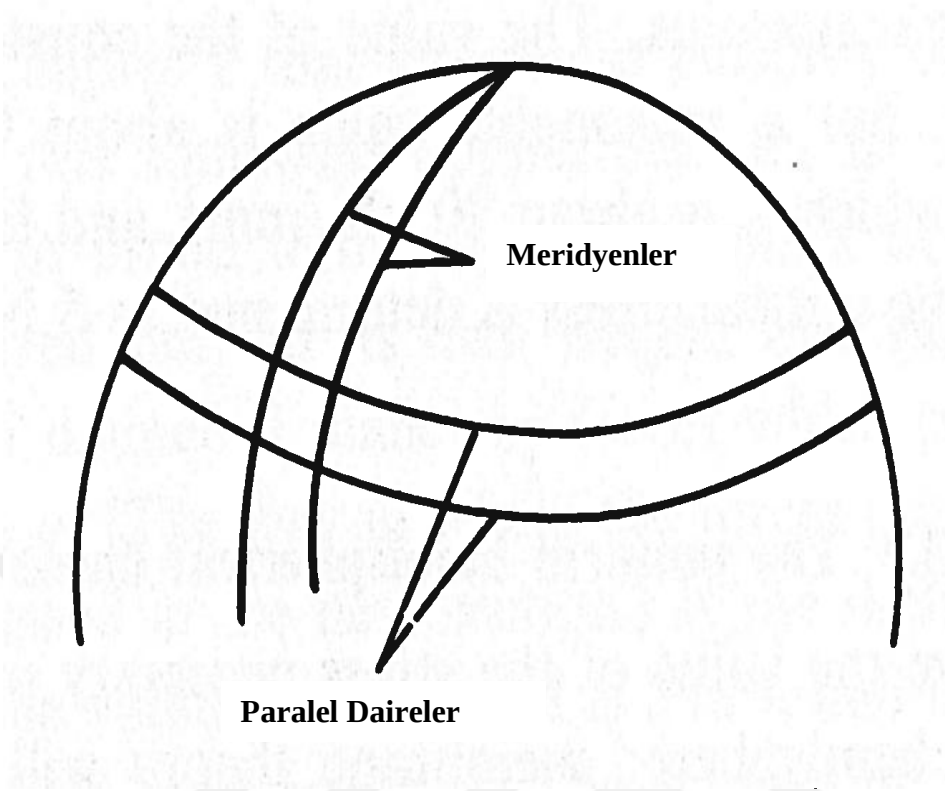


Şekil 2.86. Kendi Ağırlığı Altında Yarım Küre Kabuk Örneği (Heyman, 1997).

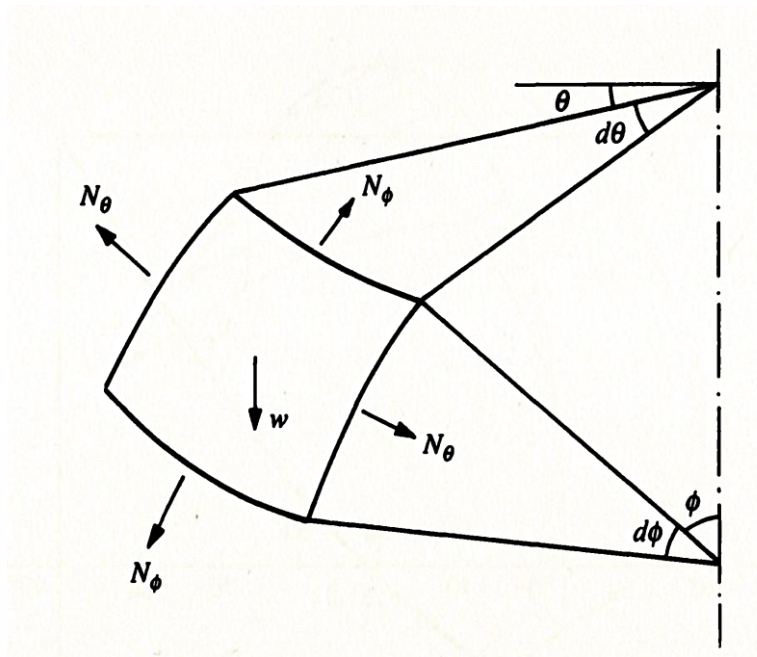
Kemerin yapısal teorisini kubbe ile karşılaştıran bir başka benzersiz özellik ise kilit taşıyla olandır. Duvarcılık kemeri, kilit taşının taç olarak nerede durmasını gerektirmektedir ve kubbe için gerekli değildir. Bu durum stresin çok yönlü dağılımından kaynaklanmaktadır. Çemberden gelen gerilmeler her zaman sıkıştırma halindedir, kubbenin etrafındaki tam bir daire kendisini desteklemek için yeterlidir. Bu segmental kubbe büyük çan kuleleri ve kulelerin yanı sıra açılıştaki kubbeden bir oculus (çatı penceresi) genişletmesine izin vermiştir (Georg, 2014).

Kubbe analizinin tanınmış yöntemlerinden bir tanesi de membran teorisidir. Membran teorisi, yüzeyin bükülmeye karşı dayanıksız olduğunu, bu nedenle kuvvetlerin kabukta tamamen gerilme veya sıkıştırmaya neden olduğunu anlatmaktadır (Heyman,1997).

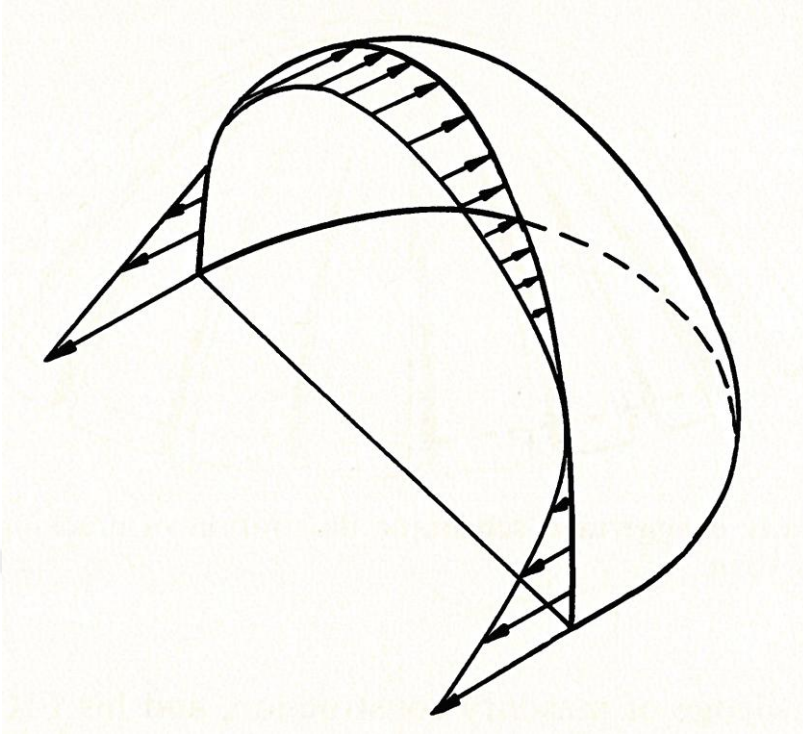
Duvarcılıkta beri çekme özelliği yoktur, sadece sıkıştırma dikkate alınmaktadır. Kabuktan tabana doğru gerilmeler teori iletimi analiz etmektedir. Diferansiyel denklemlerin kullanılması ve en az küçük bir kabuktan kesilen eleman, kubbe içindeki gerilme sonucu ortaya çıkan maddeler bulunabilir. Bu durum Şekiller 2.87 ve 2.88’de gösterilmiştir (Georg, 2014).



Şekil 2.87. Kabuğun Bir Elemanının Meridyenler ve Paraleller olarak tanımlanması (Heyman,1997).

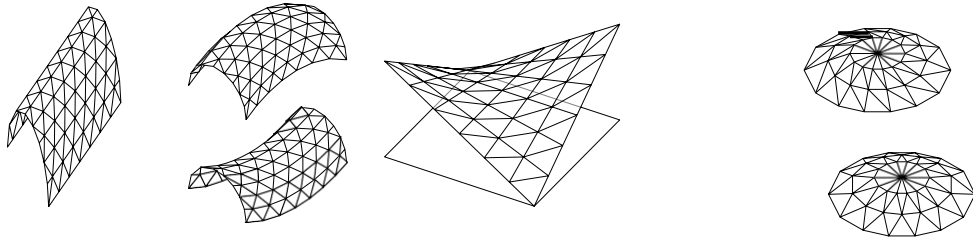


Şekil 2.88. Küçük Bir Kabuk Elemanının Dengesi (Heyman, 1997).



Şekil 2.89. Yarı Küresel Bir Kabuk Denge Sistemi (Heyman,1997).

Şekil 2.90’da kavisli ağ sistemleri vasıtasıyla kabukların inşası için ana şemaları göstermektedir (Roca vd. 2019).

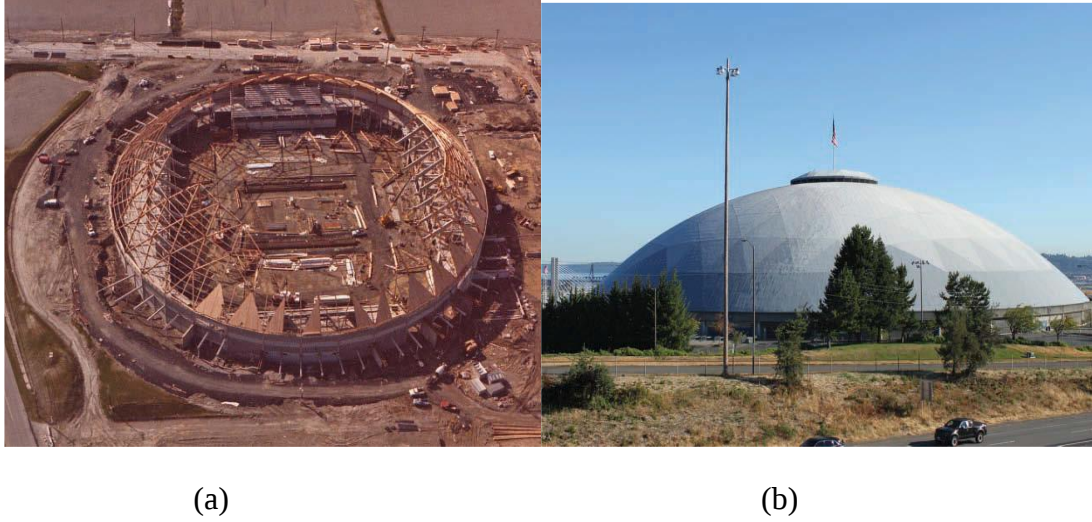


Küresel Şekil

Hiperbolik Paraboloid (HYPAR)

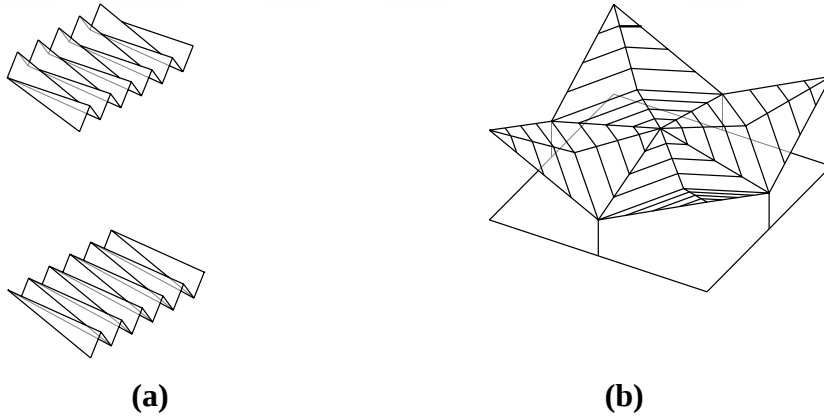
Şekil 2.90. Tonozlar ve kubbeler: kavisli ağ sistemlerinin ana şemaları

Şekil 2.91’de 1983 yılında glulam elemanları ile inşa edilen Washington'daki Tacoma Kubbesi tarafından temsil edilmektedir. 161,5 m çapa sahiptir ve ahşap kubbeli dünyanın en büyük ikinci arenasıdır. En büyüğü, içindeki Marquette’de bulunan Üstün Kubbedir. 163,4 m çapındadır (Roca vd. 2019).

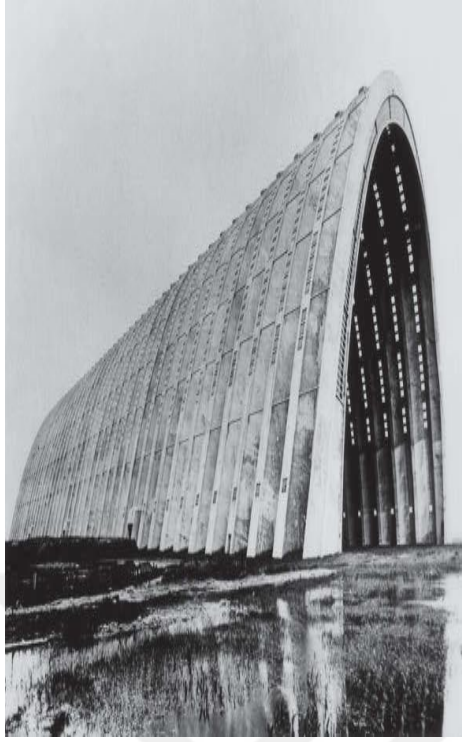


Şekil 2.91. Washington’da Tacoma Kubbesi **a)** İnşaat Sırasındaki Aşamalar **b)** Mevcut Dış Görünüm (Roca vd. 2019).

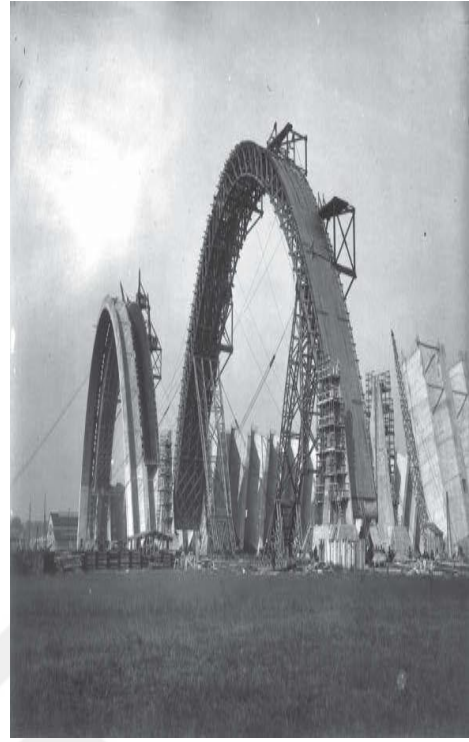
Şekil 2.92’de katlanmış kabuklarla ilgili olarak kuasiflatın ana şemalarını ve tonozlu çatı sistemlerini göstermektedir. Bu bağlamda Orly’deki Hangar Fransada’ki, Eugene Freyssinet tarafından tasarlanan yapıda beton yapılarda ön gerilme örneği Şekil 2.93’te gösterilmektedir. Şekil 2.93(b)’de kesit kemerlerden hareketli bir iskele ile inşa edilmiş ince bir kabuk yapıdır (Roca vd. 2019).



Şekil 2.92. Katlanmış kabuklu tonozlar ve kubbeler: **(a)** Yarı-düz ve **(b)** tonozlu çatı sistemleri (Roca vd. 2019).



(a)

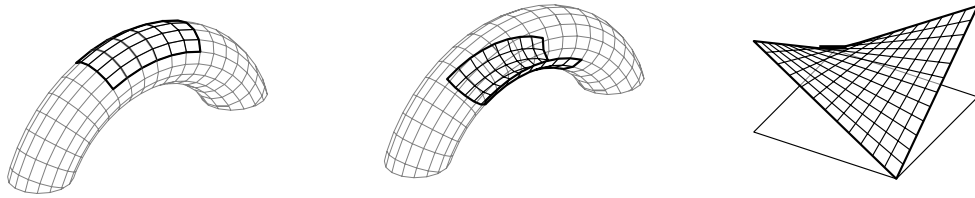


(b)

Şekil 2.93. Fransa Orly'deki Hangar **a)** Dış görünüm **b)** İnşaat Safhası (Roca vd. 2019).

2.2.1. Çift Eğrilik Kabukları

Şekil 2.94'te kullanılan çift eğrilik kabukları için ana şemaları gösterilmektedir. 20. yüzyıldan başlayarak mühendisler ve mimarlar tarafından etkileyici yapılar yapılmıştır. Bu yapılar denilince aklımıza Nicolas Esquillan, Felix Candela, Heinz Isler, Eron Saarinen, Pier Luigi Nervi, Eduardo Torroja, Jorn Utzon ve Oscar Niemeyer gelmektedir (Roca vd. 2019).



Şekil 2.94. Tonozlar ve Kubbeler: Çift Kıvrımlı Kabukların Ana Şemaları (Roca vd. 2019).

Şekil 2.95'te gösterilen Paris'teki Centre des Nouvelles Industries et Technologies (CNIT) kare görüntüleri bakımından dünyanın en büyük betonarme kabuğu destek başına kapsanan alandır. 1956 ve 1958 yılları arasında inşa edilen Esquillan'ın projesinin temeli, toplam 22.500 m² kapalı alana sahip, 46,3 m yükseklik ve 218 m destekler arasındaki mesafe bulunmaktadır (Roca vd. 2019)



(a)



(b)

Şekil 2.95. Mimarlar Robert Camelot, Jean de Mailly, Bernard Zehruss ve Jean Prouvé tarafından inşa edilen Paris'te CNIT **a)** Dış Görünümler **b)** İç Görünümler (Roca vd. 2019).

Félix Candela'nın üç eseri Şekil 2.96'da gösterilmiştir. İçinde Meksika'daki Los Manantiales Restoranı, Candela bir bina istedi su üzerinde yüzen bir nilüfer çiçeği gibi bahçelere entegre edilmiştir. Bu sonuç, kavşak tarafından oluşturulan zambak benzeri dairesel bir kubbenin tasarımı olmuştur. Dört hiperbolik paraboloidden sekiz segmentten (yüzeye benzer bir eyer atı). Dış çap maksimum 42 m'dir. 8,25 m yüksekliğe indirgenen içerisi 5,90 m.'ye çok benzer bir yapıdır, neredeyse bir kopyası, çelik elyaf takviyeli beton ince kabuklarla inşa edilmiştir. 2001 yılında Valencia Akvaryumu için Şekil 2.96(b)'de gösterilmektedir. Şekil 2.96(c)'de Meksika'da Nuestra Señora de la Soledad Şapeli, bir eşkenar dörtgen ile bitki beton düz kenarlı hiperbolik paraboloid ile kaplıdır, burada daha uzun kenarlara giden uçlar kaldırılmaktadır (Roca vd. 2019).



(a)



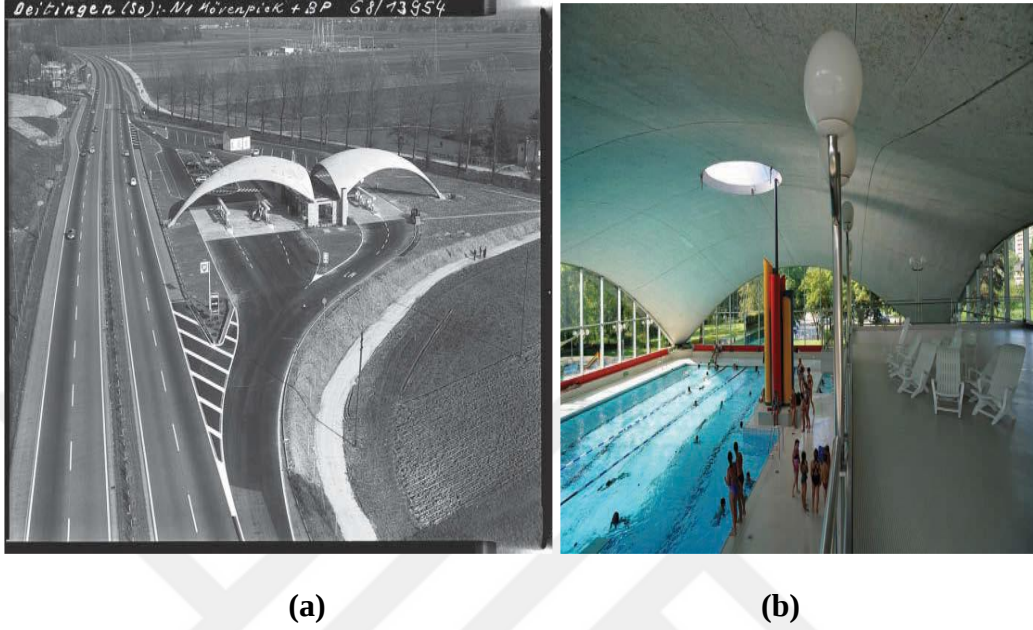
(b)



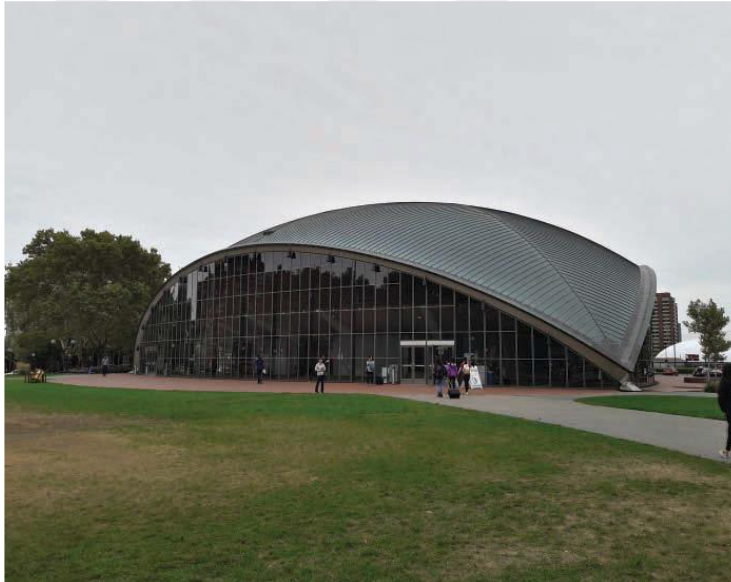
(c)

Şekil 2.96. Felix Candela'nın ana eserleri **a)** Los Manantiales Restoranı **b)** Valencia Akvaryumu'ndaki Yapı **c)** Nuestra Señora de la Soledad Şapeli (Roca vd. 2019).

Heinz Isler'in ana eserleri Şekil 2.97'de gösterilmiştir. Özellikle Bern-Zürich otoyolundaki benzin istasyonu ve Brugg'deki kapalı yüzme havuzu ikisi de İsviçre'de bulunmaktadır. Kresge Oditoryumu Eeron Saarinen tarafından Massachusetts Teknoloji Enstitüsü'nde tasarlanmıştır. Şekil 2.98'de gösterilmiştir (Roca vd. 2019).



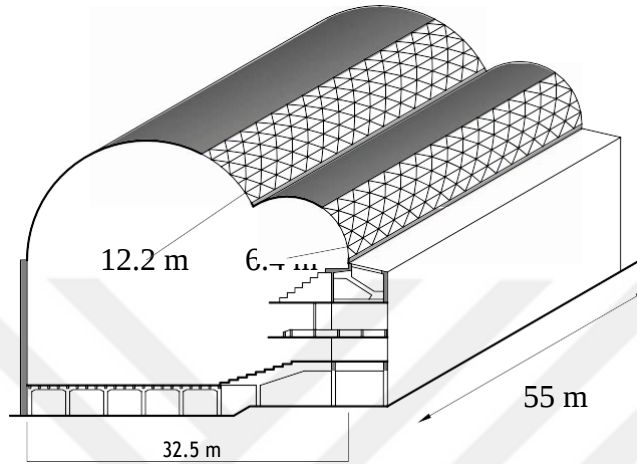
Şekil 2.97. Heinz Isler'in Ana Eserleri **a)** Bern-Zürich Otoyolundaki Benzin İstasyonu ve **b)** İsviçre'nin Brugg Kentindeki Kapalı Yüzme Havuzu (Roca vd. 2019).



Şekil 2.98. Eeron Saarinen Tarafından Tasarlanan Kresge Oditoryumu (Roca vd. 2019).

Eduardo Torroja ve Pier Luigi Nervi Modern İnşaat tarihinde önemli bir rol oynamıştır. Modern İnşaat üzerinde deneysel faaliyetlerle desteklenen derin beton bilgisi ölçekli veya tam ölçekli prototipler, iki mühendisin başyapıtlar oluşturmalarına izin vermiştir. Torroja'nın en önemli eserlerinden birisi Frontón Recoletos'tur. Ne yazık

ki 1939'daki iç savaş nedeniyle İspanyollar tarafından tahrip edilmiştir. Şekil 2.99'da gösterilmiştir. Çatı eşsiz bir-iki loblu ince şeklindedir. 55×32 m²lik bir yüzeyi kaplayan kabuk yarıçapı 12.2 ve 6.4 m; çatı pencerelerine ihtiyaç duyulan alanlarda kabuk değiştirilmiştir. Cam bölmelerin yerleştirilmesi için üçgen bir yapı tasarlanmıştır. Bu kabuğun kalınlığı aralarındaki bağlantı haricinde sadece 8 cm dir. Silindirik sektörler 30 cm'ye yükseltilmiştir. Bu nedenle enine eğilme momentleri ve donatıyı yeterince örtmek için orada parmaklıklar bulunmuştur (Roca vd. 2019).



Şekil 2.99. Eduardo Torroja'nın Fronton Recoletos'un Aksonometrik Görünümü (Roca vd. 2019).



Şekil 2.100. Eduardo Torroja'nın Zarzuela Hipodromu (Roca vd. 2019).

Eduardo Torroja'nın bir başka etkileyici çatısı da Zarzuela Hipodromu çatısı'dır. Hipodrom 1935'te başlamıştır. Şekil 2.100'de gösterilmiştir. Kavramsal olarak birleştirmek için mimari estetik ile en uygun yapısal çözüm Torroja değişken kalınlıkta bir hiperboloit elde edilene kadar basit bir düz çatı şekli almıştır. Bu nedenle betonarme

kabuk kalınlığı 65 cm civarında değişmektedir. Direklerin bölgesi konsolların uçlarında kaburgasız ama bağlantı kirişi ile 5 cm'ye kadar değişmektedir. Konsol 12.8 m yi 1.50 m derinliği etkili bir şekilde ölçmektedir (Roca vd. 2019).

Torroja'ya benzer şekilde Nervi, statikten ilham alan önemli projeler ve yapıcı formlar önermiştir. Diğerlerinin yanı sıra İtalyan Hava Kuvvetleri Hangarı Orbetello'da Nervi tarafından inşa edilmiştir. Şekil 2.101(a)'da gösterilmiştir. Daha sonra 1944 yılının başlarında geri çekildikleri sırada Alman ordusu tarafından havaya uçurulmuştur. Bu hangar çatısı yerçekimine daha iyi uyum sağlamak için parabolik bir şekle sahip olmuştur. Yükler ve bu şekil düşük miktarda çelik takviyeye yol açmıştır. Yapıyı hafifletmek için kaburgalar prekast kafes elemanlarından yapılmıştır. Yerde bir vinç yardımıyla kaldırılmış ve yerine dökülen bir bağlantı ile birleştirilmiştir. Burada birkaç kemer sürekli bir kenar makası ile birlikte sisteme ilave sağlam stabilite sağlaması için dökülmüştür. Bu destekler daha hafif çatı ayrıca altı izole büyüklükteki basit bir destek sistemine de olanak sağlamıştır. Çatı toplam yüksekliği yaklaşık 25 m olan 36x100 m² lik bir alanı kaplamıştır (Roca vd. 2019).



(a)

(b)

Şekil 2.101. Pier Luigi Nervi'nin Ana Eserleri **a)** Orbetello'daki İtalyan Hava Kuvvetleri Hangarı İnşaat Aşaması **b)** Torino Sergi Salonu (Roca vd. 2019).

Prekast Betonla inşa edilen İtalyan Hava Kuvvetleri Hangarı yenilikçi bir tekniği temsil etmiş olsa da Şekil 2.101(b)'de gösterilen Torino Sergi Salonu sözde ferro-çimentonun etkileyici bir teknik örneği olmuştur (Roca vd. 2019).

Fransa'da 1840'larda ortaya çıkan kompozit bir malzemedir. Yüksek kaliteli harç veya sıvadan çok sayıda çelik hasır tabakası üzerine uygulanmaktadır. Buna göre herhangi bir şeklin ince, sünek, çatlamaya dayanıklı ve güçlü yüzeyleri nispeten inşa etmek mümkündür. Neredeyse kare planlı iki yan galeri ve yarım daire biçimli bir apsis olan 200 m² lik salonu yaklaşık olarak kapsamaktadır. Özellikle 96x75 m² lik büyük bir

salonda bir dizi ferro-çimento bileşeninden yapılmış ince oluklu tonozlu çatı yapısal olarak birbirine bağlıdır. Kurulum özel bir cihaz kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Sırtlar ve vadiler boyunca betonarme kaburgalı iskele çatı bölümünü oluşturmaktadır. Dalga şeklindeki elemanların uzunluğu 4.40 m ve kalınlığı 4 cm dir (Roca vd. 2019).

Nervi'nin yaratıcılığının bir başka örneği de Palazetto dello Sport yapısıdır. Roma'da düzenlenen Yaz Olimpiyat Oyunları için inşa edilmiştir. Şekil 2.102'de gösterilmiştir. Arena nervürlü bir beton kubbesi ile inşa edilmiştir. 61 m uçan payandalarla desteklenmiştir. Çoktan beri yapı prefabriktir ve kubbe 40 gün içerisinde inşa edilmiştir (Roca vd. 2019).



(a)



(b)

Şekil 2.102. Pier Luigi Nervi'nin Palazzetto dello Sport a) Dışsal İnşaat Bahçesinin Fotoğrafı b) İç Görünüm (Roca vd. 2019).

2.2.2. Asma, Pnömatik ve Membran Yapılar

Şekil 2.103'ten 2.106'ya kadar kavisli çatının diğer iyi bilinen yapı örnekleri gösterilmiştir (Roca vd. 2019).



Şekil 2.103. Sidney’deki Opera Binası Jorn Utzon İstifa Etmiş ve Ove Nyquist Arup Tarafından İnşa Edilen Yapı Mühendisliğindeki Öngerilmeli Beton Nervürlü Kabuk Örneği (Roca vd. 2019).



(a)



(b)

Şekil 2.104. Barselona'daki Palau Blaugrana **a)** Nervürlü Kubbenin Dış **b)** İç Görünümleri (Roca vd. 2019).



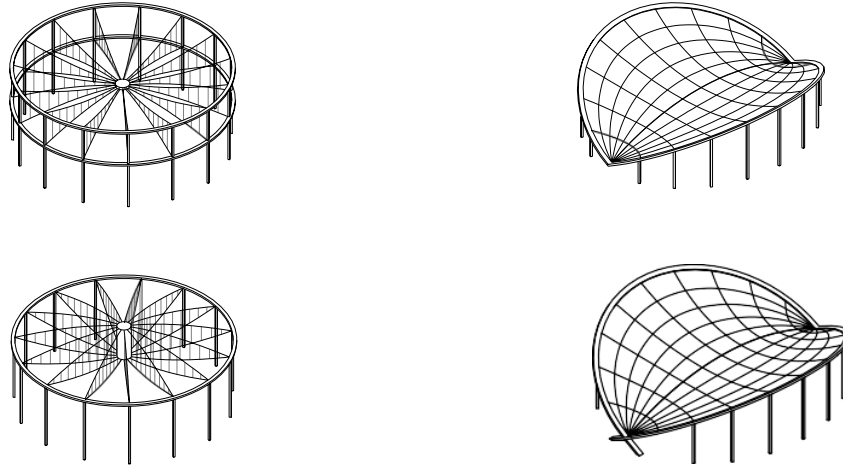
Şekil 2.105. Çubukların İnce Kapağı Olduğu İçin Kısa Dayanıklılık Gösteren RC Kabukları ve Betonun Sıkıştırılması Zor Olan Brezilya Pampulha’da Bulunan Assisi Francis Kilisesi Yapısı (Roca vd. 2019).



(a)

(b)

Şekil 2.106. Saint Louis Lambert Uluslararası Havaalanı TI a) Batı Perspektifi b) İç Görünüm (Roca vd. 2019).



Şekil 2.107. Tonozlar ve Kubbeler: Asma Yapıların Şematik Görünümleri (Roca vd. 2019).

Şekil 2.103’de asma tarafından yapılan kubbeler ve tonozlar için ana şemaları göstermektedir. Yapılar, soldaki çizimler tipik durumları temsil eder. Çift kablolar, iç bükey veya dış bükey bir konfigürasyonda uygulanır. Öngerilmeli kablolar olmak, ilk durumda, iç dikey elemanlar sıkıştırılır (dickmeler), ikinci durumda ise gerilir (bağı). Sırayla, doğru Haritayı çatı sistemleri düzenleri bir temel yapının genel çift eğriliğine sahip tek kablodur. Kablolar sadece gerginlikte çalıştığından, dış halka (bağı oldukları) temelde sıkıştırılır. (Roca vd. 2019).

Şekil 2.108’de Dortonun dış ve iç görünümü gösterilmektedir. Arena, dünyada kablo destekli çatı kullanan ilk yapıdır. Bunun tasarım, gerginlikte çelik kablo destekli eyer şeklindeki bir çatıya sahiptir. Sıkıştırmada parabolik beton kemerlerle yukarıya doğru kemerler yaklaşık 6 m çapraz yer seviyesinin üstünde ve kemerlerin uçlarının bulunduğu yeraltında devam etmektedir ve gerginlikte daha fazla çelik kablo ile bir arada tutulur (Roca vd. 2019).



(a)

(b)

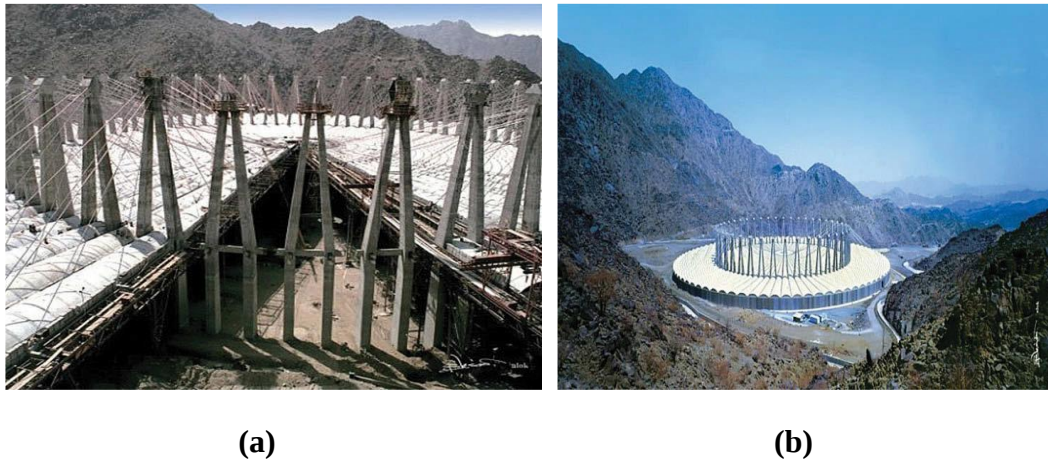
Şekil 2.108. Raleigh, Kuzey Carolina'daki Dorton Arena **a)** Batı Yakası **b)** İç Görünüm (Roca vd. 2019).

Madison Square Garden Arena'nın görüntüleri Şekil 2.109'da gösterilmiştir. Ayrıca bu durumda, çatı, sırayla destekleyen asma kablolarla desteklenir. Motor odaları ile birlikte ısıtma / soğutma sistemi vardır. Etkileyici 51.4 m yarıçapı onu dünyanın en çarpıcı arenalarından biri yapmaktadır (Roca vd. 2019).



Şekil 2.109. New York'taki Madison Square Garden Arena **a)** Yapım Aşaması **b)** İç Görünüm (Roca vd. 2019).

Kablolar bir büyük açıklıkları kaplamak için şekle göre dirençli konfigürasyon (yani funiküler yüzey), kablolar beton veya çelik levhalar için tendon olarak da kullanılabilir. Bu teknoloji, asma köprüler için yaygın olarak 19. yüzyılın sonlarında benimsenmiştir. Kubbelerle ilgili olarak, Suudi Arabistan'daki Muna Dökme Çatısı Şekil 2.110'te gösterilen kablolu betonarme çatı örneğidir. 340 m çapında, yaklaşık dairesel bir dökme depolama haznesini kaplayan 1 milyon metreküp su kapasitesine sahiptir (Roca vd. 2019).

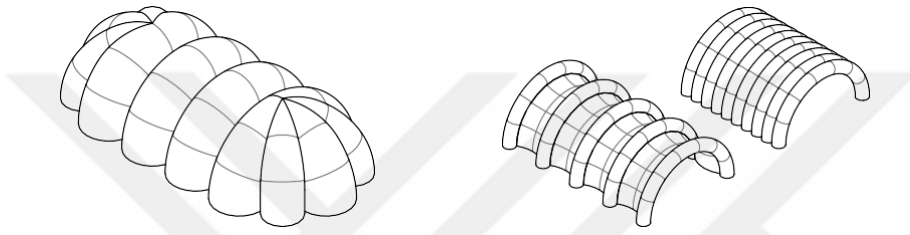


Şekil 2.110. Muna Dökme Çatısı **a)** İnşaat Aşaması **b)** Dış Manzara (Roca vd. 2019).

Şekil 2.111 pnömatik ile yapılan kubbe ve tonozların ana şemalarını göstermektedir. Birincisi ile ilgili olarak, iç basınç izin verir. Rüzgâra karşı ayakta

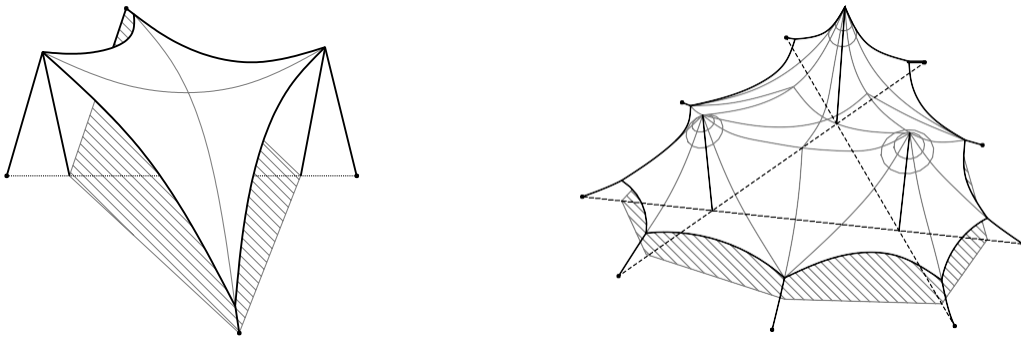
durabilen ve direnebilen dış zarf (kubbe şeklinde) ve kar yükleridir. Özellikle, yüklere göre değişebilmesine rağmen, iç ortalama hava basıncı genellikle dış basınçtan yaklaşık 250 Pa daha yüksektir. Basınç (yani 1 Atm'nin %0.25'i), tüm erişim noktalarındaki hava kilitleriyle sabitlenir. Sonuç olarak, yapının zemine güvenli bir şekilde sabitlenmesi ve geniş açıklıklı yapılar için, ankraj ve stabilizasyon için kablolar gereklidir (Roca vd. 2019).

Şişirilmiş yapılar, ince membrandan yapılmış tüplere dayanır. Daha az 1 mm'den fazla şişirildikten sonra sert yapısal elemanlar haline gelir. Kendi kendine yeten ve çok geniş açıklıkların kaplanmasına izin veren Pnömatik yapılarla ilgili temel fark bu tür yapılar, binanın işgal edilen iç kısmının basıncı normal atmosfer basıncına eşittir. Bu nedenle hava kilidi yoktur. Gerekli ankraj ve stabilizasyon hala gerekli olmaktadır (Roca vd. 2019).



Şekil 2.111. Tonozlar ve Kubbeler: Pnömatik ve Şişirilmiş Yapıların Şematik Görünümleri (Roca vd. 2019).

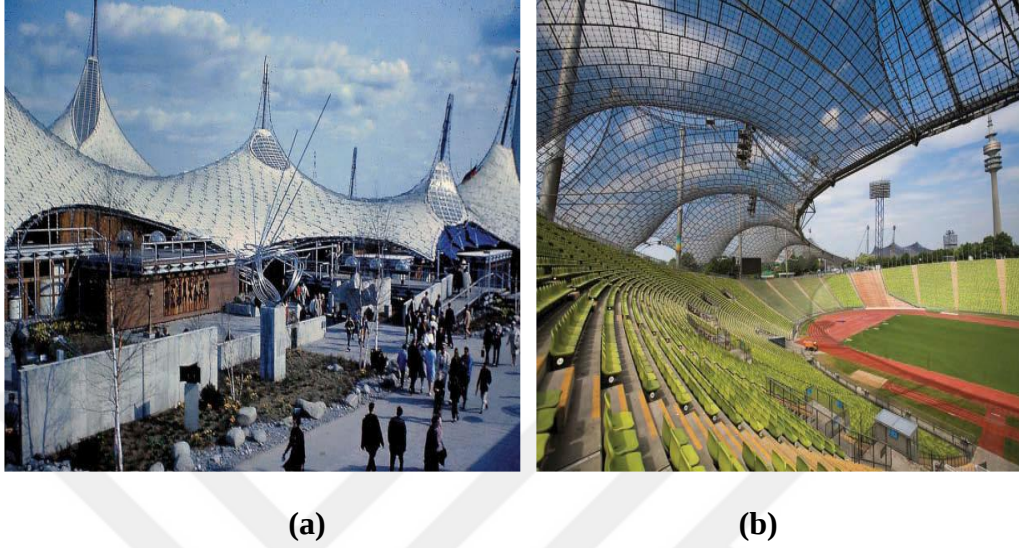
Şekil 2.112'de gergi membranları yapıları için ana şemaları göstermektedir. Bu tip yapılar sadece gerilim taşıyan elemanlarla tanımlanır. Burada sıkıştırma ve bükme yoktur. Genellikle ince kabuklar bir çift negatif eğrilik (sol taraf), ancak harici kablo sistemi daha basit şekillere yol açar (sağ taraf). Her iki durumda da direkler, sıkıştırma halkaları veya kirişler; membran yapıları aşağıdaki gibi bazı sıkıştırma veya bükme elemanları tarafından desteklenir (Roca vd. 2019).



Şekil 2.112. Tonozlar ve Kubbeler: Gergi Membranı Yapılarının Şematik Görünümleri

Rus mühendis Vladimir Shukhov'un mirasını takiben sadece yeni yapısal formlar geliştirmemiştir (örneğin çekme, hiperboloid ve ızgara yapıları) değil, aynı zamanda analizleri için matematik, 1960'lı yıllardan itibaren Alman mimarın eserleri ile başlayan ve mühendis Frei Otto, çekme yapıları yaygın olarak benimsenmiştir. Otto'nun

bu konseptin ilk kullanımı, Montreal'deki Expo için 1967'e kadar uzanmaktadır ve Şekil 2.113(a) ile gösterilmiştir. Aynı fikir Alman mimar tarafından Münih'teki 1972 Yaz Olimpiyatları için Olimpiyat Stadyumunun Çatısı yapılmıştır ve Şekil 2.114(b) ile gösterilmiştir (Roca vd. 2019).



Şekil 2.113. Frei Otto'nun ana eserleri **a)** Montreal'deki Expo 1967'deki Batı Alman Pavyonu **b)** Münih Olimpiyat Stadyumu (Roca vd. 2019).

2.3. Daha Önce Gerçekleştirilen Çalışmalar

Birçok bilim adamı eğri eksenli mikro kiriş ve kemer sistemleri ile ilgili çalışmalar yapmışlardır. Bu alt başlıkta bilim insanlarının yapmış oldukları çalışmalar anlatılacaktır.

Karnovsky (2012) çeşitli kemerli yapıların mukavemeti, stabilitesi, titreşimi ve klasik yapısal analizin analitik yöntemleri ile ilgili çalışmalar yapmıştır. Modern mühendislikte inşaatın temeli olarak kemerler, çok çeşitli uygulamalı özelliklere sahip olduğunu ifade etmiştir. Kemer teorisinin yoğun gelişiminin çoğunlukla 1940'lardan 1960'lara kadar meydana geldiğini anlatmıştır. Çoğu durumda kemerlerin mukavemet, stabilite ve titreşim problemlerinin çözümleri, mühendisliğe kolayca uygulanabilen temel formüllere ayrıldığını ifade etmiştir.

Brockenbrough ve Meritt (2006), Schodek (1980) üç menteşeli kemerler, iki menteşeli ve menteşesiz kemerlerden daha az sertliğe sahip olduğunu ifade etmişlerdir. Bir menteşe üzerindeki elastik eğrideki kopmaların hareketli yükün mevcut olduğu durumda, yapının zayıf toprak üzerine inşa edildiği durumlarda, üç kanatlı ek gerilmelere neden olduğu için menteşesiz kemerlere tercih edildiğini ifade etmişlerdir.

Kiselev (1960) kemerler eğrisel çubuklarla temsil edildiğinden analizleri, eğrisel çubukların teorisi kullanılarak yapılması gerektiğini açıklamıştır. İnşaatta kullanılan kemerlerin eğriliğinin küçük olmasından dolayı kemerlerin eğriliği ihmal edilebileceğini ve kemerin sapmalarının olabileceğini, düz çubuklar için olduğu gibi hesaplandığını varsayarak ifade etmiştir. Bükme moment diyagramı ve kemerin rasyonel eksenini üçüncü dereceden polinomla karakterize edileceğini açıklamıştır. Bir

yük durumunda kemerin rasyonel ekseninin denklemi kemerin şekline bağlı olarak diferansiyel denkleme uyacağını açıklamıştır. İki menteşeli simetrik kemerler için çalışma yapmıştır.

Timoshenko (1953) seçkin bilim adamları araştırmalarını yer değiştirmelerin hesaplama sorununa adadıklarını açıklamıştır. Bunlar arasında Bernoulli, Euler, Clapeyron, Castigliano, Maxwell, Mohr gibi seçkin bilim insanlarının olduğunu ifade etmiştir.

Craig (2000) bükme sistemleri için doğrusal hesaplamada Castigliano teoreminden faydalanmıştır. Bir kirişin alt ve üst kısımları plastik durumdayken kesitin orta kısmının elastik durumda olduğu anlamına geldiğini açıklamıştır.

Rabinovich (1960) kesit yüksekliği içindeki sıcaklık ve yer değiştirmelerin dağılımı üzerinde çalışmalar yapmıştır. Grafik çarpma yöntemi, yer değiştirme (doğrusal, açısız, karşılıklı vb.) bükme yapıları, özellikle çerçevesiz yapıların herhangi birinin hesaplanması için en etkili yolu sunduğunu ifade etmiştir. Grafik çarpma yönteminin avantajı, entegrasyon prosedürünün Maxwell- Mohr'a göre integral, temel cebirsel ifadelerle değiştirildiğini açıklamıştır. Ayrıca üç menteşeli kemer tabi tutulursa destekten ölçülen dikey bir yük ve kemerin dikey ordinatlarının eğilme momentine karşılık gelen ordinatları ile orantılı olduğunu açıklamıştır. Elastik merkezin konumunun nasıl hesaplanabileceğini ifade etmiştir. Desteklerin elastik özelliklerini dikkate alarak yüklenen yer değiştirmelerin olacağını açıklamıştır.

Rabinovich (1954a) eğilme momentleri, eksenel indükler deformasyonlar, eksenel kuvvetlerin eğrisel çubuklarda bükülmeye neden olduğunu açıklamıştır. Bükme momentler, eksenel kuvvetler tarafından ek işlerin yapılmasına yol açtığını ifade etmiştir. Simetrik olmayan üç menteşeli kemerlerden yer değiştirmenin hesaplanması yapılırken etkili bir metod var olduğunu açıklamıştır. Bu metodu makaslama ve eksenel kuvvetleri, Maxwell-Mohr'a karşılık gelen terimlerinin hesaplanması olarak ifade etmiştir. Bağlamalı iki menteşeli kemerin rasyonel ekseninin sadece bağ deforme olmazsa kesme ve eksenel kuvvetlerin kemerin sapması göz ardı edilerek yapılacağını söylemiştir.

Karnovsky ve Lebed (2010) hayali yapının eğilme momenti diyagramının gerçek yapının dikey yer değiştirme diyagramı ile orantılı olacağını açıklamıştır. W yüklerine elastik yükler olarak kabul edilmiştir, bu yüklerin hayali yükler olduğunu belirtmiştir. Bu nedenle bükülme hayali yapının moment diyagramı ile çakıştığını ifade etmiştir. Yer değiştirmelerin hesaplanması grafik çarpımı yöntemi kullanılarak gerçekleştirilebileceğini açıklamıştır. Çerçevesiz yapı için kesme kuvvetlerinin kolayca hesaplanabileceğini ifade etmiştir. Buna istinaden çerçevesiz yapının derzlerinin dengesi dikkate alınarak kesme kuvveti diyagramı temelinde hesaplanacağını açıklamıştır. Kemerler için stabilite problemlerinin çözmenin yaklaşık yöntemlerinden birisi yer değiştirme yöntemi olduğunu ifade etmiştir. Yapılar için serbestlik dereceleri kavramının statikteki temel farkı ve farklı deformasyonlar için serbestlik derecelerinin hesaplanması tartışılmıştır. Kinematik zincir kavramının stabilite problemleri için de uygulanabileceğini söylemişlerdir. Bir yapının plastik analizinin temel kavramı doğrudan yöntemi kullanılarak açıkça sunulabileceğini belirtmiştir.

Rzhanitsun (1982) düzlemsel kemerlerde bazı iç kuvvetlerin ortaya çıktığını ifade etmiştir. Bu iç kuvvetleri eğilme momenti (M), kesme kuvveti (Q) ve eksenel kuvvet (N) olarak açıklamıştır. Bu iç kuvvetler arasında ilişki kurarak çalışma yapmıştır. Belli bir sabit yüke maruz kalan kemerin şeklini rasyonel olarak kabul etmiştir. Kemerin eğilme momentleri sıfıra eşit olduğunu ifade etmiştir. Örnek bir rasyonel kemer tek düze olarak yüklenen dairesel bir kemer şeklinde olabileceğini açıklamıştır.

Rekach (1973) ve Rzhanitsun (1955) üniformaya maruz kalan sabit bir kesitin dairesel bir çubuğunu düşünerek radyal yükü (q) kabul etmiştir. Buna göre eksenel yönde çubuk deforme olmadığını ifade etmiştir. Bu durumda denge denklemlerinin altında bir mertebeden adi diferansiyel denklemde birleştirilebileceğini açıklamıştır. Sabit katsayılı denklemler, teğetsel yer değiştirmelere göre (u) açı olarak kabul etmiştir ve noktanın biçimlendirilemez çubuk eksenini üzerindeki konumunu belirlediğini açıklamıştır.

Birger ve Panovko (1968); Umansky (1973); Roark (1975) uçak içi ve uçak dışı yükleme durumları için iç kuvvetlerin hesaplanması ve dairesel tekdüze kemerlerin yer değiştirmeleri için çok sayıda tablolananmış veri içerdiğini açıklamışlardır.

Timoshenko (1972) tek bir kuvvete maruz kalan tek tip iki menteşeli dairesel kemerin detaylı analizini yapmıştır.

Roark (1975), Young (1989); Birger ve Panovko (1968) farklı yüklere maruz kalan halkalar, dairesel ve eliptik ile ilgili çok sayıda referans veri olduğunu ifade etmişlerdir.

Bresse (1859), Kirchhoff (1876) ve Timoshenko (1953) kemerlerin statik analizi alanında temel araştırmalar yapmışlardır.

Goldshtein ve Solomeshch (1980) optimal üç menteşeli ve yedekli tekdüze kemerlerin en basit problemlerini sunmuştur. Bu problemlerde hacmini en aza indiren kemer şeklinin bulunması gerektiğini açıklamıştır. Farklı yükleme türlerinin göz önünde bulundurulmasını söylemiştir. Bu farklı yükleme türlerinin sabit, hareketli ve rüzgâr yükleri olduğunu vurgulamıştır. Optimize etme ile ilgili birkaç statik sorun kemerin şekli ilgili çalışmalar bulunmaktadır.

Umansky (1973) üç menteşeli kemerin iç kuvvetleri için etki çizgilerinin özel tipe tabi tutulan hayali giriş eğilme momenti diyagramı yüklemesi yapılarak inşa edilebileceğini ifade etmiştir. Kemer yumuşak olduğunda şekli ve yük tipi kritik yükün değerini önemli ölçüde etkilemeyeceğini belirtmiştir. Antisimetrik olarak keyfi şeklin sığ iki menteşeli kemerinin atlama orta açıklıkta düğüm noktası ile stabilite kaybının şeklini açıklamıştır. Tek bir kemerin uzamsal stabilitesi, desteklerin türüne bağlı olmadığını ifade etmiştir. İki menteşeli ve menteşesiz dairesel kemerler üniform düzlem içi titreşimin serbest bükülme frekansları için yaklaşık formüller elde etmiştir. Radyal titreşimler, kemerin ekseninin uzunluğundaki değişiklik nedeniyle meydana geldiğini ifade etmiştir. Dairesel düzgün kemerin radyal titreşiminin frekansı üzerine çalışmalar yapmıştır. Dağıtılmış yüklere maruz kalan tekdüze düzlem içi yükleme dairesel çubuğun iç kuvvetleri ve yer değiştirmelerini şekillerle ifade etmişlerdir.

Darkov (1989) kemerin eksenel kuvvetin etki çizgisi bir sıçramaya sahip olduğunu ifade etmiştir. Bu etki çizgisine istinaden ek etki alanlarının ortaya çıktığını açıklamıştır. Bu ekin ordinatlarının etki alanları küçük ve ihmal edilebileceğini ifade etmiştir. Elastik merkez kavramının fiziksel anlamını, yüklerin ağırlık merkezinin elastik merkezi temsil edeceği şeklinde ifade etmiştir. Etki çizgilerinin sayısal inşası için elastik yükler yönteminin nasıl olabileceğini açıklamıştır.

Klein (1980) ve Darkov (1989) değişken kesitli bir kemer durumunda eğilme eğilimindeki bir azalmayı tanımlamışlardır. Kemerin desteklerinin yakınında eğilme momentlerine maruz kalan düzgün dağıtılmış bir yük olduğunu açıklamışlardır.

Kiselev (1960) ve Snitko (1966) menteşesiz simetrik kemerler için başlangıç noktası kemerin en yüksek noktasına yerleştirildiği durumlar için varsayımlarda bulunmuşlardır.

Melan ve Gesteschi (1931), Strassner (1927) ve Richardson (1999) kesitin atalet momentlerinin değişimi üzerine çalışmalar yapmışlardır.

Darkov (1989) ve Brockenbrough (2006) elastik merkez birincil bilinmeyenlerin bir sistem olacak şekilde yerleştirilmesi gereken özel bir nokta olduğunu vurgulamışlardır. Bağımsız denklemler kuvvet yönteminin bağlı kanonik denklemlerin üçü olarak sunulacağını ifade etmişlerdir.

Brockenbrough ve Merritt (2006) herhangi bir simetrik menteşesiz tek biçimli olmayan kemerler üzerine çalışma yapmıştır. Keyfi şeklin simetrik durumunda ve anın herhangi bir yasası ile kesitin atalet momenti ve elastik merkezin koordinatının nasıl belirlenebileceğini ifade etmiştir.

Birger ve Panovko (1968) kemer boyunca eğilme momentleri sabit olduğunu açıklamıştır. Kapalı bir uniform halka durumunda uçağa maruz kaldığının bilindiğini söylemiştir. Düzgün radyal basınç, eğilme gerilmelerini oluşturmayacağını açıklamıştır.

Roark (1975) ve Young (1989) kemerler için tablolanmış verilerin simetrik olmayan sınır koşulları ile bulunabileceğini söylemişlerdir.

Snitko (1966) keyfi merkez açığa sahip menteşesiz düzgün dairesel kemer için radyal uniform yükün etkisine maruz kalan sonuçları ifade etmiştir. Bu sonuçların Bussinesk'in denklemi temelinde elde edileceğini açıklamıştır. Kemerler için stabilite problemlerini çözmenin yaklaşık yöntemlerinden birisi, üç momentli denklemlerle kemerin çerçevesi bir yapı ile yaklaştırılarak analizine devam edilmesiyle yapılacağını ifade etmiştir.

Birger ve Panovko (1968), Roark (1975), Young (1989) eğrilik düzlemine ortogonal olarak yüklenen kemerler için çok sayıda formül sunmuşlardır.

Kirchhoff (1876) tarafından kemerlerin stabilite teorisinin matematiksel temeli ilk olarak uygulanmıştır. Kemerlerin tireşim teorisinin matematiksel temeli Kirchhoff (1876) tarafından atılmıştır.

Bryan (1888) tarafından dengenin ilk sistematik analizi gerçekleştirilmiştir.

Southwell (1913) elastik cisimlerin dengesinin genel stabilite teorisinin incelemesini yapmıştır.

Nikolaee (1918) tarafından temel halkaların ve dairesel kemerlerin stabilitesi üzerine araştırmalar yapmıştır.

Timoshenko ve Gere (1961), Timoshenko (1972), Federhofer (1934), Lokshin (1934), Shtaerman (1935), Morgaevsky (1939), Morgaevsky (1940), Morgaevsky (1961), Dinnik (1946), Pflüger (1964), Chudnovsky (1952) kemerlerin stabilite probleminin çözümüne önemli katkılarda bulunmuşlardır.

Smirnov vd. (1984) ve Pi vd. (2002) kemerlerde sayısal kararlılık analizi yöntemleri çalışmaları yapmışlardır.

Gaber (1934), Dinnik (1946), Pavlenko ve Vol'per (1966) kemerlerde sayısal kararlılık analizi yöntemleri üzerinde deneysel çalışmalarla katkıda bulunmuşlardır.

Dinnik (1946) Euler anlamında niteliksel olarak yeni bitişik denge biçimleri stabilite kaybına karşılık geleceğini ifade etmiştir. Kemerlerin stabilitesi ile ilgili birçok önemli çözüm önermiştir. Yükleme sırasında yükün izlendiğini varsayarak bir kemerin düzlem içi bükülme ile stabilitesini kendi denklemiyle ifade etmiştir. Değişken çapraz kemerlerin farklı şekilleri için düzlem stabilite problemleri kesit, farklı yükleme ve buna karşılık gelen kritik yükler için düzlem içi ve düzlem dışı diferansiyel denklemlerin bir listesinin var olduğunu belirtmiştir.

Godoy (2000) yapılarda elastik stabilite problemlerinde genel duyarlılık teorisini detaylı olarak ele almıştır.

Morgaevsky (1939) ve Rzhantsun (1955) genel durumda düzlemsel eğrisel çubuğun stabilite denkleminin olduğunu vurgulamışlardır.

Smirnov vd. (1984) kemerin eksenel çizgisinin keyfi denklemlerinin genel durumlarında Smirnov'un matris yönteminin en etkili olduğunu belirtmiştir. Smirnov matris metodunda radyal yer değiştirmelerin hesaplanmasının yükün neden olduğu hayali eğilme momentlerinin hesaplanması ile değiştirilerek yapıldığını ifade etmiştir.

Rzhantsun (1955) çok sığ kemerlerin analizinde Bubnov-Galerkin yönteminin tercih edilerek kullanıldığını açıklamıştır. Stabilite kaybının simetrik formunun tarif edilebileceğini varsayarak çalışma yapmıştır. Kemerin radyal yer değiştirmesine bir yaklaşımda bulunarak çalışma yapmıştır.

Kiselev (1980) ve Rzhantsun (1955) iki menteşeli kemer için eksenel kritik kuvvetin nasıl hesaplandığını göstermişlerdir.

Kiselev (1980) iki menteşeli kemerde en olası stabilite kaybı antisimetrik bir formda meydana geldiğini ifade etmiştir.

Pavlenko ve Volper (1966) , Morgaevsky (1940) hesaplamalar ve deneyler neticesinde en küçük kritik yük, simetrik stabilite kaybına karşılık geldiğini ifade etmiştir.

Klein vd. (1972) pratik mühendislikte elastik desteklerin sertlik katsayısının k olmadığını ve açık bir değer olarak verildiğini söylemiştir. Bununla birlikte özel durumlarda bir kemerin bitişik bölümlerinin analizini yapmıştır.

Karnovsky ve Lebed (2001) kemerin radyal yer değiştirmesi ile ilgili çalışmalar yapmışlardır.

Klein vd. (1972) ve Dinnik (1946) çok sığ bir kemer olması durumunda kemerin uzunluğundaki değişimin hesaba katılması gerektiğini ifade etmişlerdir.

Kazakevich (2009) sığ kemerleri doğrusal olmayan yapı olarak nitelendirmiştir. Kemerlerin dinamik stabilitesi ile ilgili ayrıntılı stabilite taraması kendisi tarafından sunulmuştur.

Lokshin (1934) ve Klein vd. (1972) düzlem eğrisel çubuk için stabilite genel denkleminin Lokshin'in denklemine dayandığını belirtmişlerdir.

Morgaevsky (1973) izleme yüküne maruz kalmanın yanı sıra üniform kemerler için yerçekimi yükünü sunmuştur.

Prokofiev ve Smirnov (1948) parabolik üniform kemerler, kritik yükler için yaklaşık formüller sunmuşlardır. Kısmi eşit dağıtılmış yükleme ve tepede konsantre kuvvet ile yükleme yapıldığını belirtmişlerdir. Bu formülleri türetmek için elastik yükler yöntemi uygulandığını açıklamışlardır. Değiştirme kemerin bir çerçeve ile kemer frekansı ile karşılaştırıldığında temel frekansta bir azalmaya yol açtığını tespit etmiştir.

Shtaerman (1935) ve Klein vd. (1972) parabolik kemer için bükülmenin diferansiyel denklemini Shtaerman denklemi ile açıklamışlardır.

Klein vd. (1972) , Pavlenko ve Morgaevsky (1951) bir bağdaki eksenel yükün azaltılması kemerde eksenel sıkıştırma kuvvetinin azalmasına yol açtığını ifade etmiştir.

Morgaevsky (1939) yüklü ve bükülmüş düzlem içi kemerler durumunda, kesitin yüksekliği genellikle genişliğinden daha fazladır. Kesitlerin atalet momentleri birbirinden önemli ölçüde farklıysa daha sonra kemer üzerindeki yükte kademeli bir artış düz bir şekle yol açar. Böylelikle kemerin bükülmesi kararsız hale geldiğini belirtmiştir.

Smirnov (1947) ve Smirnov vd. (1984) Smirnov'un matris yöntemi kemeri bir dizi olarak görmektedir. Buna istinaden her biri ilgili bölümle çakışan eğrisel kemerli segmentler olduğunu ifade etmiştir. Stabilite problemlerinde mukavemet problemlerinin aksine eğilme momenti diyagramı tasarım diyagramının genel profili olmadığını açıklamıştır. Bu yüzden stabilite problemlerinde eğilme momentine; diyagram, düz çizgi segmentleri veya bir dizi kuadratik ile yaklaştırılacağını söylemiştir. Düzgün radyal yüke maruz kalan iki menteşeli dairesel bir kemer durumunda hangi matris prosedürlerinin uygulanacağını açıklamıştır.

Smirnov (1947) simetrik menteşesiz kemer durumunda eşdeğer yarım kemer ile değiştirilebileceğini söylemiştir. Bununla birlikte iki menteşeli kemerin aksine yarım kemer yedekli bir yapıya dönüştüğünü ifade etmiştir. Bu durumun Smirnov'un prosedürüne ek özellikler getirmektedir. Menteşesiz simetrik kemerin stabilite analizi

için kullanılan teoremi şu şekilde açıklamıştır. Birim yükün neden olduğu gerçek yapıda eğilme momenti diyagramı k noktasındaki eylemler, karşılık gelen hayali yük faktörünün etki çizgisi ile çakıştığını söylemiştir. Burada hayali (eşlenik) yapı için aynı noktanın k olduğunu belirtmiştir.

Smirnov (1947), Morgaevsky (1961) ve Smirnov vd. (1984) kemerlerin daha fazla stabilite problemleri ile ilgili çalışmalar yapmışlardır. Bunlardan bazılarını elastik desteklerle ve aşırı kavisli yapı, düzlem dışı stabilite vb. olarak sunmuşlardır.

Karnovsky (2012) bir kemerin belirli özellikleri varsa (örneğin simetrik olmayan veya çarpık kemer), o zaman en kolay stabilite analizi yaklaşımı kemerin çerçeveye göre değiştirilmesine dayanmakta olduğunu ifade etmiştir. Bu kemerin kare kemerin akorlarından inşa edildiğini ifade etmiştir. Bu ikame yapının stabilite analizinin herhangi bir klasik yöntemle, özellikle yer değiştirme yöntemiyle gerçekleştirilebileceğini ifade etmiştir. Bu ifadeleri Karnovsky ve Lebed (2010), Umansky (1973) kanonik biçimde ve Snitko (1966) genişletilmiş formda açıklamışlardır.

Rabinovich (1954b) ve Rabinovich vd. (1958) bir parabolik kemerin açıklığının eşit bir kümeye bölünebileceğini belirtmişlerdir. Bunu uzunlukları bölümlere ayırarak yapmışlardır. Bu durumda parabolik zincir kavramının kullanılabileceğini ifade etmişlerdir.

Rayleigh (1877) tarafından deforme olabilen titreşimin temel incelenmesi yapılar yapılmıştır. Love (1920) ve Weaver vd. (1990) uygulamaları geliştirerek çalışmalar yapmışlardır.

Duhamel (1843) elastik cisimlerin zorlanmış titreşimini analiz etmek için genel bir yöntem vermiştir.

Morgaevsky (1940), Demidovich (1949), Rabinovich (1951), Rabinovich (1958), Chudnovsky (1952), Pratusovich (1952), Bolotin (1978), Bolotin (1984), Prokofiev ve Smirnov (1948), Laura ve Maurizi (1987a), Laura vd. (1987), Laura vd. (1988a), Laura vd. (1988c) kemerlerin titreşim problemlerine önemli katkılarda bulunmuşlardır ve kemerlerden sayısal dinamik analiz yöntemlerinin geliştirilmesi için önemli miktarda çalışmalarda bulunmuşlardır.

Chudnovsky (1952) ve Rekach (1973) genel durumda kemerin enine titreşimleri karmaşık bir şekilde tarif edildiğini söylemektedir. Kemerin enine titreşimlerini denklemin özel modifikasyonu kısmi diferansiyel denklem ile ifade etmişlerdir.

Terenin (1954) ve Kiselev (1980) elastik bağlantılara sahip bir kemer için bir dizi sert akor ile yaklaşılması kesinlikle mümkün olduğunu ifade etmişlerdir.

Rabinovich vd. (1958) kemerlerin titreşimlerinin bazı özelliklere sahip olduğunu ifade etmiştir. Kemerde, kirişin aksine farklı kütleler paralel olmayan yönlerde yer değiştirdiğini söylemiştir.

Klein vd. (1972), Karnovsky ve Lebed (2001), Karnovsky ve Lebed (2004), Karnovsky ve Lebed (2010) çerçeveli yapıların serbest titreşimlerinin analizi yer değiştirme yöntemi üzerine çalışmalar yapmışlardır.

Vol'mir (1967) dairesel düzgün kemerlerin titreşimi üzerine çalışmalar yapmıştır. Buna istinaden düzlem içi bükülme titreşiminin frekanslarını belirlemiştir. Bu çalışmayı yaparken iki metoddan faydalanmıştır. Yararlandığı metodlardan birincisi, Lamb'in diferansiyel denkleminin çözümüne, ikinci metod ise Bubnov-Galerkin yönteminin uygulanmasına dayanmaktadır.

Rabinovich (1951), Rabinovich (1954b) ve Rabinovich vd. (1958) dairesel kemerler için serbest titreşimin en düşük frekansı, parabolik olanlara gelince, antisimetrik titreşim moduna karşılık geldiğini ifade etmişlerdir.

Bolotin (1964) topaklanmış kütle M ile iki menteşeli düzgün dairesel kemer durumunda taç, serbest antisimetrik titreşimin en düşük frekansı ile elde edilebileceğini kendisinin yaklaşık formülüyle ifade etmiştir.

Henrich (1981), Tüfekci ve Arpacı (1998) dairesel kemerlerin serbest titreşim frekanslarının hesaplamasını yaparken; sönümleme, kesme kuvvetleri vb. etkileri hesaba katarak çalışmalar yapmışlardır.

Love (1920) radyal frekansların titreşiminin bükme titreşiminin frekanslarından önemli ölçüde daha yüksek olduğunu ifade etmiştir. Radyal titreşim frekanslarının uyarılmasının zor olacağını ifade etmiştir.

Thomson (1981) kemerlerde Rayleigh-Ritz metodunu kullanarak titreşim frekansının hesaplanabileceğini ifade etmiştir.

Maurizi vd. (1990) keyfi sınır koşullarına sahip dairesel tekdüze bir kemer düşünerek kemerin bükülme titreşimi için gerilme ve kinetik enerji ifadelerini tanımlamışlardır. Tek biçimli olmayan kemer durumunda gerilme ve kinetik enerji için ifadeleri kullanarak kemerin bükülme titreşimini ifade etmiştir.

Grinev ve Flippov (1979), Olhoff (1977) kemerlerin optimal tasarımı problemleri üzerinde çalışmalar yapmışlardır.

Laura (1987a,b), Laura(1988a,b), Romanelli ve Laura (1972), Filipich ve Laura (1988), Filipich ve Rosales (1990), Rossi vd. (1989), Lee ve Wilson (1989), De Rosa (1991), Chang ve Volterra (1969), Den Hartog (1928), Sakiyama (1985), Volterra ve Morell (1960), Volterra ve Morell (1961a,b), Wang (1972), Wang ve Moore (1973), Wang (1975), Wasserman (1978), Wolf (1971) farklı şekillerdeki kemerler, sürekli ve süreksiz olarak değişen kesitli, simetrik olmayan kemerler, dağıtılmış ve topaklı kütleli kemerler, elastik destekli kemerler vb. yanı sıra ikincil etkileri dikkate alarak kemerlerin doğal frekanslarını belirlememize yardımcı olan sayısal yöntemlerin önemini vurgulamışlardır.

Clough ve Penzien (1975) depremler nedeniyle sismik yükler ortaya çıkar. Sismik varlığın nedeni bir yapı üzerindeki yük bir yapının hızlanmasından kaynaklanan desteklerin hızlanması olarak açıklamıştır. Hızlanma desteklerin yapının tek tek parçalarının hızlanmasına yol açar ve sonuç olarak atalet kuvvetleri bu kısımlara etki edeceğini açıklamıştır. Bu tür rahatsızlıklara kinematik rahatsızlık olarak tanımlamıştır. Meydana gelen sismik kuvvetlerin yer ivmesine, kütlenin yapı elemanları içindeki dağılımına, yapının bireysel unsurlarına, türüne ve miktarına bağlı olduğunu ifade etmiştir.

Bolotin (1984) eğer yapı üzerinde hareket eden güçler kesinlikle karakterize olduğunu belirterek o parametrelere karşılık gelen titreşimlere belirleyici titreşimler olarak tanımlamıştır. Eksikliği ile karakterize edilen bir dizi dinamik yük var olduğunu söylemiştir. Bu durum rüzgâr tarafından oluşturulan yükler, araba köprülerindeki güvertenin düzensizlikleri, sismik yükler vb. nedeniyle ortaya çıktığını açıklamıştır. Bu durumlarda, bu yüklere olgusal parametreler ayarlamak imkânsız olduğunu belirtmiştir. Bu tür oluşumları belirsiz ve karşılık gelen titreşimler olarak nitelendirmiştir.

Rabinovich vd. (1958), Snitko (1966) dinamik eğilme momenti diyagramını oluşturmak için kullanılacak prosedürleri belirlemişlerdir.

Birger ve Panovko (1968), Craig (2000) plastik analiz için tipik diyagramı idealize edilmiş diyagram ile değiştirerek mühendislik uygulamalarında farklı idealleştirilmiş diyagramlar ele alınacağını ifade etmişlerdir.

Timoshenko (1953), Bernshtein (1957) uzatılmış köşegenlerin uçları orjinallerinden çıkarılırken kuvvetler tüm yapı içinde direnebilecek bir unsur olarak konumlandırır ve iç kuvvetler çalışmayı durduracağını ifade etmişlerdir. Buna istinaden ahşap diyagonalların sadece iç sıkıştırmaya dayanabileceğini gösterdiğini açıklamıştır.

Newland (1989) elastik bir yapının dinamik stabilitesi sorununu şu şekilde açıklamıştır, yapı sertliği değişecek yüklenir. Bu nedenle böyle bir yükleme ve bir bütün olarak problem genellikle parametrik uyarma olarak adlandırmıştır.

Morgaevsky (1961) kemerlerin dinamik stabilitesi kendisi tarafından araştırılmıştır.

Chudnovsky (1952), Birger ve Panovko (1968), Bolotin (1964) titreşimin teğetsel yer değiştirmesine göre yönetim denklemi kemerin eksenindeki noktalar dinamik stabilite denklemi olduğunu ifade etmiştir.

Morgaevsky (1959) ve Morgaevsky (1960) dairesel bir kemerin sabit titreşimi hareketli dikey atalet yükü Morgaevsky kendi denklemiyle açıklamıştır.

Morgaevsky (1961), Kolesnik (1977), Karnovsky (1970), Filippov (1970) hareketli yüklerin sürekli gibi farklı yapılar üzerindeki dinamik etkisini kirişler, kemerler, kombine kemerli yapılar, plakalar ve kabuklar şeklinde sunmuşlardır.

Karnovsky (1989) titreşimin optimal parametrik baskılanması atalet hareket eden yüklere maruz kalan kabukların üzerine çalışma yapmıştır.

Vlasov (1940), Feodosiev (1970), Urban (1955), Tatur (1966) düz çubukların çözümlü burulmasının teorisini geliştirerek ayrıntılı çalışmalar yapmışlardır.

Haug ve Arora (1979); Armand (1972), Gil vd.(1981), Rozvany (1976), Troitsky ve Petukhov (1982), Grinev ve Flippov (1979) bazı deforme olabilen nesnelerin matematiksel optimizasyonu ile ilgili ciddi çalışmalarda bulunmuşlardır.

Clough ve Penzien (1975), Rzhantsun (1982), Bolotin (1984) yapıları istatistiklere göre analiz etme yöntemleri, yapıları tasarlamaları önemli hale

gelmektedir, olasılıksal bir bileşeni rüzgâr, kar, depremler vb. yüklemeye maruz kalmaktadır. Bu konuda önemli çaba ve ilerleme kaydetmişlerdir.

Athans ve Falb (1966), Komkov (1972), Pontryagin vd. (1962), Luzin ve Kuznetsov (1951) kemerlerin titreşim koruması problemini çözmek için olasılıksal yaklaşımdan faydalanmışlardır. Bu olasılıksal çalışmayı kullanarak temel çalışmalar yapmışlardır.

Lee ve Wilson (1989) açıklık ve kemer yükselmesi açısından nötr çizginin denklemini şekillerle ifade etmişlerdir.

Romanelli ve Laura (1972) kemerlerin nötr çizgisinin farklı denklemleriyle geometrik ilişkilerinin olduğunu ifade etmiştir.

Roark (1975) ve Young (1989) düzgün düzlem dışı yükleme sabit dairesel çubuğun iç kuvvetleri ve yer değiştirmeleri şekillerle ifade etmişlerdir. Roark (1975), Young (1989), Umansky (1972-1973) menteşesiz dairesel düzgün kemerler için iç kuvvetler eğrilik düzlemine normal yüklemeleri şekillerle ifade etmişlerdir.

Bolotin (1964), Smirnov vd. (1984), Karnovsky ve Lebed (2010) sıkıştırılmış yüke maruz kalan düzgün kirişlerin tepkimeleri ve destek birim yerleşimi ile elastik eğri ilişkisi üzerine çalışmalar yapmışlardır.

Smirnov (1947), Bolotin (1964) stabilite analizi için özel fonksiyonları tablo şeklinde göstererek ifade etmişlerdir.

Chidamparam ve Leissa (1993), Markus ve Nanasi (1981), Laura ve Maurizi (1987) kavisli kirişlerin titreşim analizi üzerinde çalışmalar yapmışlardır.

Kao ve Ross (1968) kompozit kirişlerde düzlem içi ve düzlemsel titreşimler üzerine çalışmalar yapmışlardır.

Ahmed (1971,1972) kavisli kirişlerde sandviçin dinamik etkisini incelemek için sonlu elemanlar yöntemini kullanmıştır. Ahmed (1971) üç, dört,beş dereceye sahip elemanların düğüm başına bağımsız analizini yapmıştır. Ahmed (1972) kesme deformasyonu ve dönme ataletin doğal frekansları üzerindeki etkilerini incelemiştir.

Di Taranto (1973) bağımsız ve üç katmanlı sönümlü bir halkanın zorlanmış titreşimlerini araştırmıştır.

Lu (1976) ve Nelson (1977) bağımsız ve üç katmanlı sönümlü bir halkanın zorlanmış titreşimlerini analitik formülasyon kullanarak çözüm yapmışlardır.

Sagartz (1977) tarafından üç katmanlı halkalar için geçici yanıt analizi yapılmıştır.

Tatemichi vd. (1980) sönümleme özellikleri viskoelastik tabakalı kavisli sandviç kirişleri incelemiştir.

Qatu (1992) tarafından hafif kavisli lamine kirişler için tutarlı bir dizi denklemler geliştirmiştir. Hafif kavisli kirişlerin denklemlerini kullanarak desteklenen kirişler üzerinde çalışmalar yapmıştır.

Qatu (1993) tarafından titreşim analizinde lamine kavisli kirişler için ince ve kalın teoriler sunulmuş ve kullanılmıştır.

Vinson ve Sierakowski (1986) kavisli kirişlerde kuvvet ve moment sonuçlarıyla ilgili olarak serbest yüzeylerde poisson oranının etkilerini dikkate alan farklı bir sabitin kullanılacağını ifade etmişlerdir. Buna istinaden kirişlerin silindirik bükülmesi için denklemlerle yaklaşımlarda bulunmuşlardır.

Qatu (2004) lamine kompozit malzemeler, kirişler, plakalar veya kabuklar gibi bileşenler oluşturmak için kullanılacağını ifade etmiştir. Lamine kirişlerin çeşitli uygulamalar arasında sıklıkla karşılaşılan bir uygulama olduğunu söylemiştir. Aynı yapısal bileşenin bir kiriş, bir çubuk, bir sütun veya bir şaft olarak adlandırılabilceğini ifade etmiştir. Adın bir işlev olduğunu belirtmiştir. Bu bileşen tarafından karşılaşılan yüklemde gerilim altındayken bir çubuk, sıkıştırma altındayken bir sütun, burulma yükleri altındayken bir şaft olduğunu söylemiştir. Kirişlerin düz ve kavisli olabileceğini ifade etmiştir. Kavisli kirişlerin derin ve sığ eğriliğe sahip olabileceğini ve açık ya da kapalı olabileceğini anlatmıştır. Kapalı kirişleri genellikle halkalar ve açık kavisli kirişler olarak tanımlamıştır. Bunları genel olarak kemerler olarak isimlendirmiştir. Lamine kavisli titreşim üzerine çalışmalar yapmıştır. Kirişlerin eğrilik düzleminde titreşim yaptığını ve deforme olduğunu ifade etmiştir. Düz ve kavisli kirişlerin titreşimi arasındaki farkları belirterek çalışmalar yapmıştır.

3. MATERYAL VE METOT

Bu bölümde kavisli kirişlerin ve halkaların özellikleri ve matematiksel denklemlerle ifadelerinden bahsedilecektir. İlk olarak, kavisli kirişlerde ince kirişlerin temel teorisi bölümünü ele alınacaktır. Burada kinematik ilişkiler, kuvvet ve moment sonuçları, hareket denklemleri, enerji fonksiyonları, sınır koşulları sırasıyla anlatılacaktır. İkinci olarak, orta kalınlıkta kirişlerin temel teorisi bölümü ele alınacaktır. Burada kinematik ilişkiler, kuvvet ve moment sonuçları, hareket denklemleri, enerji fonksiyonları, sınır koşulları sırasıyla anlatılacaktır. Üçüncü olarak, basitçe desteklenen kirişler ve kapalı halkalar ele alınacaktır. Burada ince kirişler, orta kalınlıkta kirişler, kapalı halkalar, sayısal sonuçlar tablolar şeklinde karşılaştırılması yapılarak anlatılacaktır. Dördüncü olarak, keyfi sınırlara sahip lamine kavisli ince kirişler ele alınacaktır. Burada ince kirişler için kesin çözümler, Ritz yöntemini kullanarak kavisli kirişlerin titreşimi denklemlerle ifade edilerek anlatılması, yakınsama çalışmaları, sayısal sonuçlar tablolar şeklinde karşılaştırılması yapılarak anlatılacaktır. Son olarak, yerel olmayan elastisite teorisi, nano ölçekli halkaların düzlem içi titreşimi, kayma deformasyonlu halkaların düzlem içi titreşimi ele alınacaktır. Burada sırasıyla alt başlık olarak nano ölçekli halkaların düzlem içi titreşiminde hareket denklemi ve analitik çözümleri denklemsel olarak ifade edilecektir.

Genel olarak kavisli kirişlerin yapılarıdaki davranışlarının özellikleri denklemlerle ifade edilerek karşılaştırılması yapılacaktır. Buralardan elde edilecek sonuçlar tablolar şeklinde özel durumlar belirtilerek gösterilmiştir. Kavisli kirişler bölümünde yapılan çalışmaların günümüzde yapılacak olan kavisli kirişler yapısının uygulamasında büyük avantaj sağlayacağı düşünülmektedir. Bu çalışmaların geçmişte yapılan kavisli kiriş uygulamalarında büyük yarar sağladığı görülmüştür.

Geçmiş zamanlarda bilim insanları kavisli kirişler üzerine çok büyük zamanlar harcayarak bu matematiksel denklemleri elde etmişlerdir. Bu matematiksel denklemler zamanla geliştirilerek günümüze kadar geliştirilerek elde edilmiştir. Kavisli kirişlerin çeşitlenmesi dolayısıyla zamanla artarak bu denklemler özel hale getirilmiştir. Sonra da bu denklemlerden faydalanılarak belirli parametreler için sayısal sonuçlar elde edilmiştir. Bu denklemlerde birçok matematiksel ifade kullanıldığı görülmektedir. Bu matematiksel ifadeler birçok sembolle gösterilmiştir. Bu sembollerin çeşitliliği oldukça fazla olduğu görülmüştür.

Kavisli kirişlerdeki matematiksel ifadeleri geliştirilerek ilerleyen bölümlerde çalışmalar yapılması düşünülmektedir. Bundan dolayı materyal ve metot bölümünde kavisli kirişlerde ilk olarak bu matematiksel ifadeler gösterilerek anlatılması planlanmıştır. Bu denklemlerden yararlanılarak kavisli kirişlerde geliştirilerek yeni bir uygulama çalışması yapılması düşünülmektedir.

3.1. Kavisli Kirişler

Lamine kompozit malzemeler, kirişler, plakalar, kabuklar gibi bileşenler oluşturmak için kullanılmaktadır. Çeşitli uygulamalar arasında sıklıkla karşılaşılan lamine kirişler olmuştur. Aynı yapısal bileşen bir kiriş, bir çubuk, bir sütun ya da bir shaft olarak belirtilebilir. Bu bileşen tarafından karşılaşılan yüklemde ad bir işlevdir. Gerilim altında bulunurken bir çubuk, sıkıştırma altında iken bir sütun, burulma yükleri

altında iken bir şaft olmaktadır. Kiriş desteğinde esas olarak bükme ve kesme yükleri önemli bir noktaya sahiptir ve bükme de dahil olmak üzere kombine yük altında olduğu durumlar bulunmaktadır. Burada bulunan yapısal bileşenler kirişler olarak isimlendirilebilmektedir (Qatu, 2004).

Kirişler düz veya kavisli olabilmektedir. Kavisli kirişler derin ve sığ eğrilığe sahip olabilme özelliği bulunmaktadır. Kavisli kirişler açık veya kapalı olabilmektedir. Kapalı kirişlere genellikle halkalar ve açık kavisli kirişler olarak ifade edilmektedir. Bundan dolayı genellikle kemerler olarak adlandırılmaktadır. Burada lamine kavisli kirişler ve halkalar titreşimi ele alınacaktır. Burada hem ince hem de kalın kirişleri içermektedir (Qatu, 2004).

Kirişler eğrilik düzeyinde titreşir veya deforme olmaktadır. Bu durum kirişlerin bazı davranışlarına ve eğrilğin kiriş titreşimi üzerindeki etkisine dair önemli bilgiler vermesine yardımcı olacaktır. Düz ve kavisli kirişlerin titreşimi arasındaki fark, düz plakalar ve kabuklar arasındaki bir fark oluşturması açısından fikir vermektedir. Lamine kirişlerin düzlem dışı titreşimi bu konu kapsamı dışındadır (Qatu, 2004).

Burada temel denklemlerin geliştirilmesi ilgilidir ve mühendisler; lamine kompozit kavisli kirişler ve kapalı halkalar için enerji fonksiyonları, mevcut tasarım için yararlı olabilecek hem kesin hem de yaklaşık çözümleri kullanarak elde etmişlerdir. Düz kiriş için denklemler eğrilği sifıra ayarlayarak türetilmektedir. Örneğin, eğrilik yarıçapı sonsuza gider. Lamine kavisli kirişler için iki teori geliştirilmiştir. Birinci teoride, kesme deformasyonunun etkilerinin incelendiği ince kirişler ve döner atalet ihmal edilmiştir. Bu teori, ince kiriş teorisi ya da klasik kiriş teorisi (CBT) olarak adlandırılmıştır. İkinci teoride, düşünülen kesme deformasyonu ve döner atalet etkileri şunlardır. Bu kiriş teorisi (SDBT) kalın kiriş teorisi veya kayma deformasyonu olarak adlandırılacaktır. Kinematik ilişkiler, kuvvet ve moment sonuçları denklemleri hareket ve sınır koşulu türetilmektedir. Bundan yararlanılarak her iki teori için de tutarlı olduğu gösterilmektedir. Hem eğrilik hem de simetrik olmayan laminasyon nedeniyle gerdirme-bükme bağlantısı ayırt edilmiştir. Basitçe desteklenen açık kavisli kirişler için doğal frekanslar kapalı halkalarda tam ve yaklaşık yöntemlerle sunulmuştur. Kesme deformasyonu ve döner atalet kalınlık, ortotropi oranları ve laminasyon sırasının etkilerinin yanı sıra doğal frekanslar üzerinde çalışılmıştır (Qatu, 2004).

3.1.1. İnce Kirişlerin Temel Teorisi

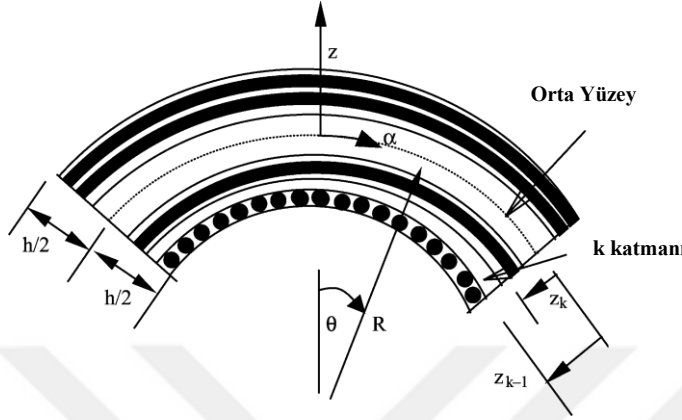
Burada ince kirişleri iyi duruma getirmek için bir klasik kiriş teorisi (CBT) geliştirilecektir. Şekil 3.1’de lamine kavisli bir kiriş kutupsal koordinat α ile tanımlanan orta yüzeyi ile karakterize edilmektedir (Qatu, 2004). Burada,

$$\alpha = R\theta \quad (3.1)$$

Şekil 3.1’de sabit R, kirişin eğrilik yarıçapını tanımlamaktadır. Denklem derin kabuklar için daha önce türetilmiş olanlar hepsini silerek kavisli kirişler olanlar için daha spesifik hale getirilmiştir. Buna istinaden düzlem dışı eksene göre türevler ve yer değiştirmeyi içeren tüm terimler uçak dışı yönü göstermektedir. Burada türetilen denklemler, aşağıdakilere maruz kalan kavisli kirişler içindir. $\alpha - z$ düzleminde düzlem içi yükleme ve titreşim içindir (Qatu, 2004).

Kinematik İlişkiler:

Orta yüzey gerilimi ve eğrilik değişimi elde edilmektedir. Bu sabit Lamé parametrelerini tanıtarak ve düzlem dışı bileşenleri göz ardı ederek yapılmaktadır (Qatu, 2004).



Şekil 3.1. Lamine kavisli kirişler için kullanılan parametreler (Qatu, 2004).

Burada orta yüzey gerilimi ve eğrilik değişimi için aşağıdaki denklemlerle sonuçlanmaktadır: (Qatu, 2004).

$$\varepsilon_0 = \frac{\partial u_0}{\partial \alpha} + \frac{w_0}{R}, \quad k = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_0}{\partial \alpha} \quad (3.2)$$

Keyfi bir noktada gerilme aşağıdakilerden bulunabilir (Qatu, 2004).

$$\varepsilon = (\varepsilon_0 + zk) \quad (3.3)$$

Bu denklemde sırasıyla u_0 ve w_0 , kirişin orta yüzeyinin α ve z yönlerinde yer değiştirmeleridir. z/R teriminin birlik ile kıyaslandığında küçük olduğunu ve aşağıdakiler için ihmal edildiğini unutulmaması önemli bir noktadır. İnce kirişlerde Kirchhoff hipotezi orta yüzeye normaller kalmaktadır. Deformasyon sırasında düz ve normal kullanılmıştır (Qatu, 2004).

Kuvvet ve Moment Sonuçları:

Kompozit malzeme laminalarından oluşan lamine kavisli bir kiriş düşünülürse tıpkı bir katmanın lifleri, kiriş denklemlerinin bulunduğu koordinata paralel olmayabileceği görülmektedir. Burada kiriş denklemlerinin bulunduğu koordinat α koordinatı olarak ifade edilmektedir. Bir element için gerilme-gerinim denklemleri k th laminadaki materyal şu şekilde yazılabilmektedir (Qatu, 2004).

$$\sigma = Q_{11}\varepsilon \quad (3.4)$$

Burada σ normal gerilme bileşenidir. Q_{11} sabiti elastik sertlik malzeme katsayısıdır. Q_{11} ifadesindeki alt simgedeki (11) ihmal edilebilmektedir, burada korunur

kabuk denklemleri ile doğrudan kullanım ve karşılaştırma yapılması durumunda ihmal edilebilmektedir (Qatu, 2004).

Kuvvet ve moment sonuçları kiriş kalınlıkları üzerindeki gerilmelerin integralleri olmaktadır (Qatu, 2004).

$$[N, M] = b \int_{-h/2}^{h/2} [1, z] \sigma dz \quad (3.5)$$

Burada b kirişin kalınlığıdır. n sayıda katmanın kirişlerinin olduğu kabul edilirse o zaman yukarıdaki denklem yeniden yazılabilmektedir (Qatu, 2004).

$$[N, M] = b \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [1, z] \sigma dz \quad (3.6)$$

(3.4) denkleminin içerisine (3.6) ve (3.3) denklemleri uyarlamaları yapılarak entegrasyonun gerçekleştirilmesi kalınlık boyunca parça parça katmandan katmana verimler elde edilmektedir. Bunu matematiksel olarak ifadesi aşağıdaki gibidir (Qatu, 2004).

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & B_{11} \\ B_{11} & D_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \kappa \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Burada A_{11} , B_{11} ve D_{11} parçalı entegrasyonundan kaynaklanan sertlik katsayılarıdır (Qatu, 2004).

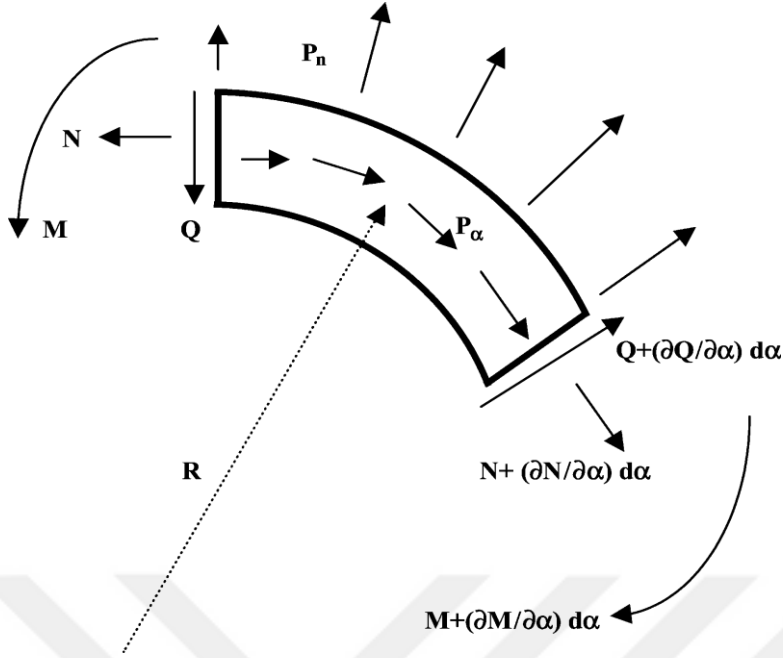
$$[A_{11}, B_{11}, D_{11}] = \sum_{k=1}^N b Q_{11}^{(k)} \left[(z_k - z_{k-1}), \frac{1}{2} (z_k^2 - z_{k-1}^2), \frac{1}{3} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \right] \quad (3.8)$$

Burada z , orta yüzeyden en büyük z koordinatına sahip olan k . tabakasının yüzeyine olan mesafe olmaktadır. Yukarıdaki denklemler kirişlerin silindirik bükülmesi için geçerli olmaktadır. Serbest gerilimli yüzeylere sahip kirişler için yukarıdaki denklemler değiştirilebilir (Qatu, 2004).

Hareket Denklemleri:

Hareket denklemleri, bir kirişin diferansiyel elemanı alınarak elde edilebilmektedir. Şekil 3.2’de gösterildiği gibi h kalınlığına ve $\partial\alpha$ orta yüzey uzunluğuna sahip olduğu kabul edilirse α ve z doğrultularındaki dış ve iç kuvvetlerin toplamı düzlem dışı yöndeki iç momentler sıfır olmalıdır. Hareket denklemlerinden yararlanılarak ince kabuk denklemleri aşağıdaki denklemsel ifadelerden elde edilebilmektedir (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial \alpha} + \frac{Q}{R} &= I_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - p_\alpha \\ -\frac{N}{R} + \frac{\partial Q}{\partial \alpha} &= I_1 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - p_n \\ \frac{\partial M}{\partial \alpha} - Q &= 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$



Şekil 3.2. Diferansiyel Kavisli Kiriş Elemanı.

Burada $I_1 = \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \rho^{(k)} dz = \sum_{k=1}^N b \rho^{(k)} (h_k - h_{k-1})$; N , Q ve M sırasıyla normal kuvvet, kesme kuvveti ve eğilme momentidir. p_α ve p_n sırasıyla kiriş orta yüzeyine teğet ve normal olan dış kuvvet bileşenleridir. Q için (3.9) denklemindeki üçüncü denklemini çözerek bunu ikinci denkleme dönüştürülerek elde edilen hareket denklemini (3.10) da ifade edildiği gibidir (Qatu, 2004).

$$\frac{\partial N}{\partial \alpha} + \frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial \alpha} = I_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - p_\alpha, \quad -\frac{N}{R} + \frac{\partial^2 M}{\partial \alpha^2} = I_1 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - p_n \quad (3.10)$$

(3.10) denkleminin sonuncusunun çarpımı 21'e kadar; (3.10) denkleminin içerisine (3.2) ve (3.7) denklemleri kullanılarak matris formunda yer değiştirmeler hareket denklemleri orta yüzey açısından ifade edilebilir (Qatu, 2004).

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ w_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -I_1 & 0 \\ 0 & I_1 \end{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{bmatrix} u_0 \\ w_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_\alpha \\ +p_n \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Burada L_{11} , L_{22} , L_{12} , L_{21} terimleri aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{aligned} L_{11} &= A_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + 2 \frac{B_{11}}{R} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{D_{11}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} \\ L_{22} &= D_{11} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} - 2 \frac{B_{11}}{R} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{A_{11}}{R^2} \\ L_{12} = L_{21} &= -B_{11} \frac{\partial^3}{\partial \alpha^3} + \frac{A_{11}}{R} \frac{\partial}{\partial \alpha} - \frac{D_{11}}{R} \frac{\partial^3}{\partial \alpha^3} + \frac{B_{11}}{R^2} \frac{\partial}{\partial \alpha} \end{aligned}$$

Simetrik olarak lamine edilmiş kirişler için B_{11} içeren tüm terimler kaybolmaktadır. Kavisli kiriş simetrik olarak lamine edildiğinde bile düzlem içi ve enine yer değiştirmeler arasında bir bağlantı olmuştur. Sadece kiriş düz ve simetrik olarak lamine edilmişse düzlem içi ve enine yer değiştirmeler birbirinden ayrılmaktadır. (Qatu, 2004).

Enerji Fonksiyonları:

Elastik deformasyon sırasında bir kiriş içinde depolanan gerilme enerjisi şu şekilde ifade edilir (Qatu, 2004).

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma \epsilon) dV = \frac{1}{2} \int (N \epsilon_0 + M \kappa) d\alpha \quad (3.12)$$

Burada V hacimdir. k th lamina için fonksiyonel gerilme enerjisinin yazılması ve n laminant sayısı için toplanması durumunda aşağıdaki denklem elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$U = \frac{1}{2} \int_L [A_{11}(\epsilon_0)^2 + 2B_{11}\epsilon_0\kappa + D_{11}\kappa^2] d\alpha \quad (3.13)$$

Yukarıdaki denklemler (3.12) denkleminin içine (3.7) denklemi yazılarak doğrudan elde edilmektedir. (3.13) denkleminin içerisine (3.2) denklemleri yazılarak gerilme-yer değiştirme ve eğrilik-yer değiştirmenin değiştirilmesi deplasman açısından gerilme enerjisini bulmamıza yardımcı olmaktadır (Qatu, 2004).

$$U = \frac{1}{2} \int_L \left(A_{11} \left(\frac{\partial u_0}{\partial \alpha} + \frac{w_0}{R} \right)^2 + D_{11} \left(-\frac{\partial^2 w_0}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_0}{\partial \alpha} \right)^2 + 2B_{11} \left(\frac{\partial u_0}{\partial \alpha} + \frac{w_0}{R} \right) \left(-\frac{\partial^2 w_0}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial u_0}{\partial \alpha} \right) \right) d\alpha \quad (3.14)$$

Dağıtılmış dış kuvvet bileşenleri p_α 'nın teğetsel yönde kullanılması ve normal yönde p_n dış kuvvetler tarafından yapılan işin kirişteki yer değiştirmeleri şu şekilde ifade edilmektedir (Qatu, 2004).

$$W = \int_L (p_\alpha u_0 + p_n w_0) d\alpha \quad (3.15)$$

Her lamina için kinetik enerjinin matematiksel olarak ifadesi aşağıdaki gibidir (Qatu, 2004).

$$T_k = \frac{1}{2} b \rho^{(k)} \int_{L_k} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 \right] d\alpha \quad (3.16)$$

Burada $\rho^{(k)}$ birim hacim başına düşen lamina yoğunluğudur ve t zaman olmaktadır. Tüm kirişte döner atalet terimlerini ihmal ederek cismin kinetik enerjisi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Qatu, 2004).

$$T = \sum_{k=1}^N T_k = \frac{I_1}{2} \int \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 \right] d\alpha \quad (3.17)$$

Burada I_1 birim uzunluk başına düşen kirişin ortalama kütle yoğunluğu olmaktadır (Qatu, 2004).

Hamilton'un hareket, gerilme-yer değiştirme ilişkileri ve sınır koşulları prensipleri ile yukarıdaki enerji denklemlerinin ifadelerinin tutarlı olduğu görülmektedir. Bu durum Lagrangian enerjisinin işlevsel varyasyonunu almayı gerektirir. Lagrangian enerji fonksiyonu ($T - U + W$), zamanı t olarak ifade edersek aşağıdaki matematiksel denklem ortaya çıkmaktadır (Qatu, 2004).

$$\delta(T - U + W) = \int \left(-N\delta\varepsilon_0 - M\delta\kappa + I_1 \frac{\partial u_0}{\partial t} \delta \frac{\partial u_0}{\partial t} + I_1 \frac{\partial w_0}{\partial t} \delta \frac{\partial w_0}{\partial t} + p_\alpha \delta u_0 + p_n \delta w_0 \right) d\alpha - \left(\left(N + \frac{M}{R} \right) \delta u_0 \Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} + \frac{\partial M}{\partial \alpha} \delta w_0 \Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} - M \delta \left(\frac{\partial w_0}{\partial \alpha} \right) \Big|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \right) + \text{sınır koşulları} \quad (3.18)$$

Hamilton prensibi δu ve δw katsayılarının bağımsız olarak kaybolmasını gerektirmektedir. (3.10) denkleminde bulunan hareket denklemleri çarpılan terimler sırasıyla u_0 ve w_0 varyasyonu ile ayrılarak elde edilebilmektedir (Qatu, 2004).

Sınır Koşulları:

Sınır koşulları, varyasyon denkleminin son terimlerinden elde edilebilmektedir. Her sınırda üç koşul belirtilmelidir (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned} u_0 &= 0 \text{ ya da } N + \frac{M}{R} = 0 \\ w_0 &= 0 \text{ ya da } Q = 0 \\ \frac{\partial w_0}{\partial \alpha} &= 0 \text{ ya da } M = 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

İlk sınır koşulunda $\frac{M}{R}$ ek bir terim olduğu unutulmamalıdır. Bu terim düz veya hafif kavisli kirişler için mevcut değildir (Qatu, 1992). Sınırlar ayrıca elastik olarak sınırlandırılabilir, kısıtlamalar kiriş kenarlarında translasyonel ve dönme yayları olarak temsil edilmektedir. Bu gibi durumlarda sınır koşulları genelleştirilmektedir (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned} k_u u_0 + \left(N + \frac{M}{R} \right) &= 0 \\ k_w w_0 + Q &= 0 \\ k_\psi \frac{\partial w_0}{\partial \alpha} - M &= 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Kenarda $\alpha = -\alpha/2$, burada k_u ve k_w translasyonel yay sertlikleri ve k_ψ dönme yayı sertliğidir. Yukarıdaki denklemlerin N , M ve Q işaretleri kenarda $\alpha = \alpha/2$ olarak değişmektedir (Qatu, 2004).

Yukarıdaki denklemler aşağıdakiler için eksiksiz ve tutarlı bir denklem kümesi oluşturmaktadır. Lamine kompozit kavisli ince kirişlerin statik ve dinamik analizleri hareket denklemlerine sertlik ve kinematik ilişkiler getirilerek yer değiştirmeler açısından ifade edilmiştir. Varsayılan yer değiştirme fonksiyonları yeterli sürekliliğe sahip uyumluluk denklemleri aynı şekilde karşılanmaktadır (Qatu, 2004).

3.1.2. Orta Kalınlıkta Kirişlerin Temel Teorisi

Kalın kirişleri iyi duruma getirmek için burada bir SDBT geliştirilecektir. Orta kalınlıkta kiriş için türetilen denklemler, ince kirişler için türetilenlerden farklı olmaktadır. Orta kalınlıktaki kiriş teorisinde deformasyon ve döner atalet dahil edilmektedir. Kalın kirişlerin gerilme sonuçları için z/R terimi dahil doğru bir formülasyon yapılmaktadır (Qatu, 2004).

Kinematik İlişkiler:

Kalın kabuklar için denklemlerin özel hale getirilmesiyle oluşan denklemler ince kirişler için daha önce tarif edilene benzer şekilde orta yüzey gerilimini ve eğrilik değişimini takiben ortaya çıkmıştır (Qatu, 2004).

$$\varepsilon_0 = \frac{\partial u_0}{\partial \alpha} + \frac{w_0}{R}, \quad \kappa = \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \quad (3.21)$$

$$\gamma = \frac{\partial w_0}{\partial \alpha} + \psi - \frac{u_0}{R} \quad (3.22)$$

Burada γ nötr ekseninde kayma gerilmesidir ve ψ başlangıçta çizgi elemanın uzunlamasına yöne dik, düzlem dışı yöne doğru dönüşüdür (Qatu, 2004).

Keyfi bir noktada normal gerilme aşağıdakilerden bulunabilmektedir (Qatu, 2004).

$$\varepsilon = \frac{1}{(1+z/R)} (\varepsilon_0 + z\kappa) \quad (3.23)$$

Kuvvet ve Moment Sonuçları:

Kuvvet ve moment sonuçları, kiriş kalınlığı üzerindeki gerilmelerin integralleri olmaktadır. Kiriş kalınlığı h ile gösterilmektedir (Qatu, 2004).

$$[N, M, Q] = b \int_{-h/2}^{h/2} [\sigma, \sigma z, \tau] dz \quad (3.24)$$

Burada b kirişin genişliğidir. n sayıda katmana sahip lamine bir kiriş için yukarıdaki denklemler şu şekilde yeniden yazılabilir (Qatu, 2004).

$$[N, M, Q] = b \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} [\sigma, \sigma z, \tau] dz \quad (3.25)$$

(3.25) denkleminin içerisine (3.21) ve (3.23) denklemleri kullanılarak kalınlık verimleri üzerindeki entegrasyonun gerçekleştirilmesi üzerine aşağıdaki ifade elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$\begin{bmatrix} N \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & B_{11} & 0 \\ B_{11} & D_{11} & 0 \\ 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \kappa \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Burada A_{11} , B_{11} , D_{11} ve A_{55} entegrasyondan kaynaklanan sertlik katsayıları olmaktadır. Entegrasyon tam olarak, denklem (3.23) teki z/R terimi ile gerçekleştirilmektedir (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned} A_{11} &= R \sum_{k=1}^N bQ_{11}^{(k)} \ln \left(\frac{R+h_k}{R+h_{k-1}} \right) \\ B_{11} &= R \sum_{k=1}^N bQ_{11}^{(k)} \left((h_k - h_{k-1}) - R \ln \left(\frac{R+h_k}{R+h_{k-1}} \right) \right) \\ D_{11} &= R \sum_{k=1}^N bQ_{11}^{(k)} \left(\frac{1}{2} ([R+h_k]^2 - [R+h_{k-1}]^2) - 2R(h_k - h_{k-1}) \right. \\ &\quad \left. + R^2 \ln \left(\frac{R+h_k}{R+h_{k-1}} \right) \right) \\ A_{55} &= \frac{5}{4} \sum_{k=1}^N bQ_{11}^{(k)} \left[(h_k - h_{k-1}) - \frac{4}{3h^2} (h_k^3 - h_{k-1}^3) \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

Hareket Denklemleri:

Döner atalet momentleri göz önüne alındığında hareket denklemleri aşağıdaki gibidir (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial \alpha} + \frac{Q}{R} &= \bar{I}_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \bar{I}_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - p_\alpha \\ -\frac{N}{R} + \frac{\partial Q}{\partial \alpha} &= \bar{I}_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - p_n \\ \frac{\partial M}{\partial \alpha} - Q &= \bar{I}_2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \bar{I}_3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Burada

$$\begin{aligned} (\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3) &= \left(I_1 + \frac{I_2}{R} + \frac{I_3}{R}, I_2 + \frac{I_3}{R}, I_3 \right) \\ [I_1, I_2, I_3] &= \sum_{k=1}^N \int_{h_{k-1}}^{h_k} \rho^{(k)} [1, z, z^2] dz \end{aligned} \quad (3.29)$$

ya da

$$[I_1, I_2, I_3] = \sum_{k=1}^N b\rho^{(k)} \left((h_k - h_{k-1}), \frac{1}{2}(h_k^2 - h_{k-1}^2), \frac{1}{3}(h_k^3 - h_{k-1}^3) \right)$$

$\bar{I}_2$ bu terim özellikle ilgi çekici özelliğe sahiptir. Kuplaj ataleti olarak ismlendirilmektedir ve sadece malzeme yoğunluğu orta yüzeyde simetrik olmadığı durumlarda ortaya çıkmaktadır. Bu durum çok nadir olarak görülmektedir. Bu terim simetrik levha yok ve simetrik olmasa bile kullanılan malzeme aynı ise lamine plakalarda lif yönüne bakılmamaktadır (Qatu, 2004).

Yukarıdaki denklemlerin enerji fonksiyonelleriyle tutarlı olduğu görülmektedir. (3.28) denklemindeki ikinci denklemin çarpımı (3.22) ve (3.26) denklemleri kullanılarak -1 ile hareket denklemlerinin değiştirilmesi neticesinde hareket denklemleri matris formundaki orta yüzey yer değiştirmeleri ve eğim açısından şu şekilde ifade edilebilmektedir (Qatu, 2004).

$$\begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ w_0 \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{I}_1 & 0 & \bar{I}_2 \\ 0 & -\bar{I}_1 & 0 \\ \bar{I}_2 & 0 & \bar{I}_3 \end{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{bmatrix} u_0 \\ w_0 \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_\alpha \\ +p_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Burada,

$$L_{11} = A_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - \frac{A_{55}}{R^2}$$

$$L_{12} = L_{21} = \left(\frac{A_{11}}{R} + \frac{A_{55}}{R} \right) \frac{\partial}{\partial \alpha}$$

$$L_{13} = L_{31} = B_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \frac{A_{55}}{R^2}$$

$$L_{22} = \frac{A_{11}}{R^2} - A_{55} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2}$$

$$L_{23} = L_{32} = B_{11} \frac{\partial}{\partial \alpha} - A_{55} \frac{\partial}{\partial \alpha}$$

$$L_{33} = D_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + A_{55}$$

Simetrik olarak lamine edilmiş kirişler için B_{11} içeren tüm terimler kaybolur. CBT'ye benzer şekilde hem eğrilik hem de simetrik olmayan laminasyon teğetsel ve enine deformasyon arasındaki bağlantının ortaya çıkmasına neden olmaktadır (Qatu, 2004).

Enerji Fonksiyonları:

Elastik deformasyon sırasında bir kiriş içinde depolanan gerilme enerjisi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Qatu, 2004).

$$U = \frac{1}{2} \int \left(N \varepsilon_0 + M \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} + Q \gamma \right) d\alpha \quad (3.31)$$

k th lamina için fonksiyonel gerilme enerjisinin yazılması ve n katman sayısı için toplanması durumunda aşağıdaki ifade elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$U = \frac{1}{2} \int_L [A_{11}(\varepsilon_0)^2 + B_{11}\varepsilon_0\kappa + D_{11}\kappa^2 + A_{55}\gamma^2] d\alpha \quad (3.32)$$

Yukarıdaki denklemler (3.31) denkleminin içerisine (3.26) denklemi kullanılarak da doğrudan türetilenmektedir. Yukarıdaki enerji ifadesi içerisinde (3.21) ve (3.22) denklemleri değiştirilerek eğim ve yer değiştirmeler açısından işlevsel olan gerilme enerjisi elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$U = \frac{1}{2} \int_L \left(A_{11} \left(\frac{\partial u_0}{\partial \alpha} + \frac{w_0}{R} \right)^2 + D_{11} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \right)^2 + 2B_{11} \left(\frac{\partial u_0}{\partial \alpha} + \frac{w_0}{R} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} + A_{55} \left(\frac{\partial w_0}{\partial \alpha} + \psi - \frac{u_0}{R} \right)^2 \right) d\alpha \quad (3.33)$$

Dış kuvvet bileşenleri tarafından yapılan iş teğetsel (kutupsal) yönde p_α ve normal yönde p_n giriş yer değiştirirken aşağıdaki denklem elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$W = \int_L (p_\alpha u_0 + p_n w_0) d\alpha \quad (3.34)$$

Tüm giriş için döner atalet dahil kinetik enerji ifadesi aşağıdaki gibidir (Qatu, 2004).

$$T = \frac{b}{2} \int_{l_k} \int \rho \left[\left(\left(1 + \frac{z}{R} \right) \frac{\partial u_0}{\partial t} + z \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 \right] dz d\alpha$$

$$= \frac{b}{2} \int_L \int \rho \left[\left(\left(1 + \frac{z}{R} \right) \frac{\partial u_0}{\partial t} \right)^2 + 2 \left(1 + \frac{z}{R} \right) z \frac{\partial u_0}{\partial t} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \left(z \frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 \right] dz d\alpha$$

z üzerinden entegrasyon ve N katman sayısı için toplama yapılırsa aşağıdaki denklem elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$T = \sum_{k=1}^N T_k = \frac{b}{2} \int_L \left[\bar{I}_1 \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} \right)^2 + \bar{I}_1 \left(\frac{\partial w_0}{\partial t} \right)^2 + 2\bar{I}_2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \frac{\partial u_0}{\partial t} \right) + \bar{I}_3 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 \right] d\alpha \quad (3.35)$$

Hamilton prensibi hareket denklemleri ve kinematik ilişkilerle tutarlı yukarıdaki enerji fonksiyonellerinin olduğunu göstermek için tekrar kullanılmaktadır. Bu durum Lagrangian enerjisinin işlevsel varyasyonunu almayı gerektirmektedir. Enerji fonksiyonu $(T - U + W)$ ve zaman t ile gösterilirse aşağıdaki ifade elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned}
\delta(T - U + W) = & - \int (N\delta\varepsilon_0 + M\delta\kappa + Q\delta\gamma - \bar{I}_1\delta\frac{\partial u_0}{\partial t}\frac{\partial u_0}{\partial t} - \bar{I}_1\delta\frac{\partial w_0}{\partial t}\frac{\partial w_0}{\partial t} \\
& - \bar{I}_2\frac{\partial\psi}{\partial t}\delta\frac{\partial u_0}{\partial t} - \bar{I}_2\frac{\partial u_0}{\partial t}\delta\frac{\partial\psi}{\partial t} - \bar{I}_3\frac{\partial\psi}{\partial t}\delta\frac{\partial\psi}{\partial t} \\
& - p_\alpha\delta u_0 - p_n\delta w_0)d\alpha \\
= & \int \left(\frac{\partial N}{\partial\alpha}\delta u_0 - \frac{N}{R}\delta w_0 + \frac{\partial M}{\partial\alpha}\delta\psi + \frac{\partial Q}{\partial\alpha}\delta w_0 - Q\delta\psi + \frac{Q}{R}\delta u_0 \right. \\
& + p_\alpha\delta u_0 + p_n\delta w_0 - \bar{I}_1\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}\delta u_0 - \bar{I}_1\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}\delta w_0 \\
& \left. - \bar{I}_2\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\delta u_0 - \bar{I}_2\frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2}\delta\psi - \bar{I}_3\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\delta\psi \right) d\alpha \\
& - (N\delta u_0|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} + Q\delta w_0|_{-\alpha/2}^{\alpha/2} - M\delta\psi|_{-\alpha/2}^{\alpha/2}) + \text{başlangıç şartları}
\end{aligned} \tag{3.36}$$

Yeniden hareket denklemleri çarpılan terimleri ayırarak elde edilebilmektedir. Sırasıyla u yani δu_0 , w_0 ve ψ varyasyonlarıdır (Qatu, 2004).

Sınır Koşulları:

Varyasyon denkleminin son terimlerinden tutarlı sınır koşulları elde edilebilmektedir. Her sınırda üç koşul belirtilmelidir (Qatu, 2004).

$$u = 0 \text{ ya da } N = 0$$

$$w = 0 \text{ ya da } Q = 0 \tag{3.37}$$

$$\psi = 0 \text{ ya da } M = 0$$

Orta derecede kalın kavisli kirişler için yukarıdaki denklemlerin ilkinde $\frac{M}{R}$ teriminin düştüğünü belirtmek gerekmektedir. Bu varyasyonel türetme olmadan bulmak oldukça zor olmaktadır. Elastik olarak kısıtlanmış sınırlar, kısıtlamalar kiriş kenarlarında translasyonel ve dönme yayları olarak temsil edilirken sınır koşulları genelleştirilmektedir (Qatu, 2004).

$$k_u u_0 + N = 0$$

$$k_w w_0 + Q = 0 \tag{3.38}$$

$$k_\psi \psi - M = 0$$

Kenarda $\alpha = -\alpha/2$ dir. Yukarıdaki denklemlerin N , M ve Q işaretleri kenarda $\alpha = \alpha/2$ olarak değişmektedir (Qatu, 2004).

Basit destek sınır koşulları, bir sınırdaki kavisli kirişler için iki form alabilmektedir (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned} S1: w_0 = N = M = 0 \quad \text{üzerinde} \quad \alpha = -\alpha/2, \alpha/2 \\ S2: w_0 = u_0 = M = 0 \quad \text{üzerinde} \quad \alpha = -\alpha/2, \alpha/2 \end{aligned} \quad (3.39a)$$

Benzer şekilde serbest sınır koşulları aşağıdaki formları alabilmektedir (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned} F1: Q = N = M = 0 \quad (\text{tamamen serbest}) \\ F2: Q = u_0 = M = 0 \end{aligned} \quad (3.39b)$$

Kenetlenmiş sınır koşulları aşağıdaki formları alabilmektedir (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned} C1: w_0 = N = \psi = 0 \\ C2: w_0 = u_0 = \psi = 0 \quad (\text{tamamen kenetlenmiş}) \end{aligned} \quad (3.39c)$$

Lamine kompozit orta kalınlıkta kavisli kirişlerin analizi için denklem setini tamamlamaktadır. Kabul edilen yer değiştirme fonksiyonlarının ince kirişlerinkinden daha az olan yeterli sürekliliğe sahip olması durumunda uyumluluk denklemleri aynı şekilde karşılanmaktadır (Qatu, 2004).

3.1.3. Basitçe Desteklenen Kirişler ve Kapalı Halkalar

Basitçe desteklenen S1 koşulu ile incelenecek olursa bu tür kirişler için basit ve kesin bir çözüm olarak kullanılabilir. Önce ince kirişler için titreşim analizi, sonrasında kalın kirişler için titreşim analizi dikkate alınarak çalışma yapılacaktır (Qatu, 2004).

İnce Kirişler:

Yukarıdaki S1 sınır koşulları her iki uçta da tam olarak karşılanmaktadır. $\alpha = -\alpha/2$ ve $\alpha = \alpha/2$ seçersek işlem aşağıdaki gibi olmaktadır (Qatu, 2004).

$$[u_0, w_0] = \sum_{m=1}^m [A_m \sin(\alpha_m \alpha), C_m \cos(\alpha_m \alpha)] \sin(\omega t) \quad (3.40)$$

Burada, $\alpha_m = m\pi/\alpha$, m düzgün tamsayı ve A_m ve C_m tahkim koşullarıdır (Qatu, 2004).

Statik ve dinamik analizlerde önemli olan dış kuvvetler bir α Fourier serisinde genişletilebilir (Qatu, 2004).

$$[p_\alpha, p_z] = \sum_{m=1}^m [p_{\alpha m} \sin(\alpha_m \alpha), p_{zm} \cos(\alpha_m \alpha)] \sin(\omega t) \quad (3.41)$$

burada $p_{\alpha m} = \frac{2}{\alpha} \int p_{\alpha} \sin(\alpha_m \alpha) d\alpha$ ve $p_{zm} = \frac{2}{\alpha} \int p_z \cos(\alpha_m \alpha) d\alpha$ olmaktadır (Qatu, 2004).

Yer değiştirme açısından yazılan hareket denklemlerinin içerisinde (3.40) ve (3.41) denklemleri değiştirilerek elde edilen matematiksel ifade şu şekildedir (Qatu, 2004).

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m \\ C_m \end{bmatrix} + \omega^2 \begin{bmatrix} \rho & 0 \\ 0 & -\rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m \\ C_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{\alpha m} \\ -p_{zm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Burada,

$$C_{11} = -\alpha_m^2 [A_{11} + 2 B_{11}/R + D_{11}/R^2]$$

$$C_{22} = +(D_{11}\alpha_m^4) + 2(B_{11}/R)\alpha_m^2 + (A_{11}/R^2)$$

$$C_{21} = -C_{12} = [B_{11}\alpha_m^3] + \alpha_m[(A_{11}/R) + (B_{11}/R^2)] + D_{11}/R$$

olmaktadır (Qatu, 2004).

Denklem (3.42) zorlanmış titreşim problemleri için geçerlidir. Frekans sıfır olarak ayarlandığında statik sorun sonuçlanmıştır. Serbest titreşim sorunu basıncın ayarlanmasıyla ortaya çıkmaktadır ve terimler sıfıra eşittir. Denklem (3.40) da bu durum varsayılırsa $u_0 = \cos(\alpha_m \alpha) \sin(\omega t)$; $w_0 = \sin(\alpha_m \alpha) \sin(\omega t)$, daha sonra dikey menteşe desteklerine sahip lamine kavisli kirişler sorunu $u_0 = \partial w_0 / \partial \alpha = Q = 0$ olarak çözülmüştür. Bu durum bir frekans belirleyicisi verecektir. Sadece desteklenen kirişlerle aynı ve sonuç olarak ilginç bir şekilde aynı doğal frekansları verecektir (Qatu, 2004).

Orta Kalınlıkta Kirişler:

İnce kirişlere benzer şekilde kalın kirişler için basit destek S1 için sınır koşulları $\alpha = -\alpha/2$ ve $\alpha = \alpha/2$ seçersek işlem aşağıdaki gibi olmaktadır (Qatu, 2004).

$$S1: w_0 = N_{\alpha} = \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{üzerinde} \quad \alpha = -\alpha/2, \alpha/2 \quad (3.43)$$

Yukarıdaki S1 sınır koşulları seçilerek tam olarak karşılanır. Buna istinaden aşağıdaki matematiksel ifade elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$[u_0, w_0, \psi] = \sum_{m=1}^m [A_m u_{0m}, C_m w_{0m}, B_m \psi_m] \sin(\omega t) \quad (3.44)$$

Burada, $u_{0m} = \sin(\alpha_m \alpha)$, $w_{0m} = \cos(\alpha_m \alpha)$, $\psi_m = \sin(\alpha_m \alpha)$ ve $\alpha_m = m\pi/\alpha$ olmaktadır (Qatu, 2004).

Dış kuvvetler denklem (3.41) de olduğu gibi bir Fourier serisinde genişletilebilir. Yer değiştirme açısından yazılan hareket denklemlerinin içerisinde (3.43) ve (3.44) denklemleri değiştirilerek orta kalınlıktaki kirişler için (3.30) denklemi kullanılarak elde edilen matematiksel ifade aşağıdaki gibidir (Qatu, 2004).

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m \\ C_m \\ B_m \end{bmatrix} + \omega^2 \begin{bmatrix} \bar{I}_1 & 0 & \bar{I}_2 \\ 0 & -\bar{I}_1 & 0 \\ \bar{I}_2 & 0 & \bar{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m \\ C_m \\ B_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{\alpha m} \\ -p_{zm} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Burada,

$$C_{11} = -\alpha_m^2 A_{11} - A_{55}/R^2$$

$$C_{22} = A_{11}/R^2 + A_{55}\alpha_m^2$$

$$C_{33} = -D_{11}\alpha_m^2 - A_{55}$$

$$C_{21} = -C_{12} = \alpha_m[(A_{11}/R) + (A_{55}/R)]$$

$$C_{31} = C_{13} = -B_{11}\alpha_m^2 + (A_{55}/R)$$

$$C_{23} = -C_{32} = \alpha_m[(B_{11}/R) - A_{55}]$$

Denklem (3.45) aslında zorlanmış titreşim problemleri için geçerli olmaktadır. Statik sorun sonuçlar frekans sıfır olarak ayarlandığında ve serbest titreşim sorunu ortaya çıktığında basınç şartları sıfır olmaktadır. İnce kirişlere benzer şekilde denklem (3.44) de bu durum varsayılırsa $u_{0m} = \cos(\alpha_m \alpha)$; $w_{0m} = \sin(\alpha_m \alpha)$ ve $\psi_m = \cos(\alpha_m \alpha)$, daha sonra dikey menteşe desteklerine sahip lamine kavisli kiriş problemi $u_0 = \psi = Q = 0$ olarak çözülmüştür (Qatu, 2004).

Yukarıdaki kesin çözümlerin aşağıdakilere göre kesin olduğu belirtilmektedir. Teori burada sunulmuştur. Fakat elastikiyet teorisine göre kesin değildirler (Qatu, 2004).

Kapalı Halkalar:

Denklem (3.40)'ta kapalı halkaların analizi $u_0 = \sin(m\theta)$, $w_0 = \cos(m\theta)$ varsayılarak gerçekleştirilebilmektedir ve denklem (3.1) de α yerine θ üzerinden entegrasyon yapılmaktadır. Bunun neticesinde ince halkalar için determinant denklem (3.42) deki gibi bir sonuç vermektedir. Orta derecede kalın halkalar için daha fazla varsayımlar yaparak benzeri iyileştirmeler aşağıdakiler için yapılmaktadır. $\psi_m = \sin(m\theta)$, (3.45) denkleminde benzer bir üçüncü mertebeden determinant verecektir (Qatu, 2004).

Keyfi Sınırlara Sahip Lamine Kavisli İnce Kirişler:

3.1.3 bölümünde basitçe desteklenen sınır koşullarına sahip lamine kavisli kirişler için kesin çözümler sunulmuştur. Bu bölümde diğer sınır koşulları incelenecek ve bu bileşenlerin yapısal davranışları üzerindeki etkileri incelenecektir. Bu bölümde sadece ince kavisli kirişler dikkate alınacaktır (Qatu, 2004).

Keyfi sınır koşulları ile sınır değer problemi için kesin çözümler bulunmaktadır. Frekansları elde etmek için bir çözüm prosedürü vardır. Ritz yöntemi, keyfi sınırlara başvurmanın zor olmasıyla bilinen fakat keyfi sınır için kullanılabilecek genel ama basit

bir şekilde sunulmuştur. Bu durum sayısal prosedür ve bilgisayar programı kullanılarak yapılmaktadır. Bu yöntem plakalar ve kabuklar için de kullanılabilir (Qatu, 2004).

İnce Kirişler İçin Kesin Çözümler:

Her iki hareket denklemleri ifade eden kesin çözüm yani çözümleri ve sınır koşulları belli olan lamine kavisli kirişler için mümkün olmaktadır. Keyfi sınır koşullar için hareket denklemlerindeki yer değiştirmeler şu şekilde gösterilebilmektedir (Qatu, 2004).

$$u_0(x, t) = C e^{s\alpha} \sin \omega t, w_0(x, t) = D e^{s\alpha} \sin \omega t \quad (3.46)$$

Denklem (3.46) içerisinde değişiklikler yapılırsa hareket denklemlerinden iki denklem ve bilinmeyen katsayılar C ve D elde edilmektedir. $C = D = 0$ önemli olmayan çözümünden kaçınmak için determinant 0 olarak ayarlanmalıdır. Buna göre aşağıdaki matematiksel denklem elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$F s^6 + \left[\frac{2F}{R^2} + \rho \omega^2 D_{11} \right] s^4 + \left[- \left[A_{11} + \frac{4}{R} B_{11} + \frac{1}{R^2} D_{11} \right] \rho \omega^2 + \frac{F}{R^2} \right] s^2 + \rho \omega^2 \frac{1}{R} A_{11} - (\rho \omega^2)^2 = 0 \quad (3.47)$$

Burada, $F = A_{11} D_{11} - B_{11}^2$ olmaktadır. Bu kökleri bulunan s^2 'deki üçüncü dereceden bir denklemdir. Bu köklerin sayısal denemeleri hepsinin gerçek olduğunu göstermiştir ve tipik olarak bunlardan $(-v_1^2)$ ifadesi negatiftir. Burada v_1 pozitif ve geriye kalan iki pozitif terimler (v_2^2, v_3^2) olmaktadır. Bu kökler aşağıdaki genel çözümü vermektedir (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned} u_0(\alpha) &= C_1 \sin(v_1 \alpha) + C_2 \cos(v_1 \alpha) + C_3 \sinh(v_2 \alpha) + C_4 \cosh(v_2 \alpha) + \\ &\quad C_5 \sinh(v_3 \alpha) + C_6 \cosh(v_3 \alpha) \\ w_0(\alpha) &= D_1 \sin(v_1 \alpha) + D_2 \cos(v_1 \alpha) + D_3 \sinh(v_2 \alpha) + D_4 \cosh(v_2 \alpha) \\ &\quad + D_5 \sinh(v_3 \alpha) + D_6 \cosh(v_3 \alpha) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Hareket denklemleri oranlarını belirlemek için (C_i/D_i) oranı tekrar kullanılabilir. Denklem (3.48) her kenarda üç adet olması koşuluyla altı sınır kullanılarak çözülen bağımsız altı düğüm noktası içermektedir. Ortaya çıkan altı denklem yazılır ve determinant frekans parametrelerini sıfır olarak veren alınmaktadır. Çözüm kökleri $(-v_1^2, v_2^2, v_3^2)$ kontrol edilerek doğrulanmıştır. Bu kökler varsayılan olarak bulunmazsa diğer çözüm yolları kullanılmalıdır (Qatu, 2004).

Yukarıdaki prosedür tam frekansları vermektedir. Buradan yararlanılarak belirleyici kökleri bulabilmek için önemli miktarda çalışma ve ardından programlama yapılması gerekmektedir. Ancak bu çözümün her frekans için doğrulanması gerekmektedir. Her kenar desteği grubu için frekans farklı belirleyici olacağı görülecektir. Bu durum özellikle simetrik matematiksel hesaplamalarda görülecektir (Qatu, 2004).

Yukarıdaki zorluklar yaklaşık makul derecede çözüm için doğru bir araştırma yapılmasını ortaya çıkarmaktadır. Bu zorlukların aşılmasında Ritz yönteminden yararlanılmaktadır (Qatu, 2004).

Ritz Yöntemi Kullanılarak Kavisli Kirişlerin Titreşimi:

Deformasyonun zamanla sinüzoidal olduğu varsayılmaktadır. Bu nedenle yer değiştirmeler aşağıdaki denklemler gibi kabul edilmektedir (Qatu, 2004).

$$u_0(\alpha, t) = U_0(\alpha) \sin \omega t, w_0(\alpha, t) = W_0(\alpha) \sin \omega t \quad (3.49)$$

U_0 ve W_0 gibi çeşitli fonksiyonlar kullanılabilir. En çok kullanılan fonksiyonlar arasında trigonometrik fonksiyonlar, kiriş fonksiyonları ve cebir polinom fonksiyonları vardır. Kiriş fonksiyonları aslında düz kirişlerin analizinde elde edilen mod şekilleri olmaktadır. Bunlar yaygın bir şekilde kullanılmazlar. Çünkü eksiksiz bir fonksiyon seti oluşturmazlar ve bu nedenle tam çözüme yakınsamayı garanti edemezler (Qatu, 2004).

Cebir polinomal deneme fonksiyonları analiz için kullanılmaktadır. Çünkü kullanılan terim sayısı arttıkça tam çözüme yakınlığı garanti eden bir dizi fonksiyonu matematiksel olarak tamamlamaktadır. Ayrıca cebirsel manipülasyon ve bilgisayar programlaması için göreceli olarak daha kolay kullanılmaktadır ve daha sonra gerekli olanı farklılaştırıp gereken enerji fonksiyonlarına tam olarak entegre edilebilmektedirler. Cebir polinomal fonksiyonları kullanılarak bu kirişler için olası tüm sınır koşulları kombinasyonları çözülebilmektedir. Böylece yer değiştirme fonksiyonları U_0 ve W_0 , boyutsal olmayan koordinat ξ olarak ifade edilerek aşağıdaki denklemler elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$U_0(\xi) = \sum_{i=i_0}^I \alpha_i \xi^{i_0} (1 - \xi)^{j_0} \quad (3.50)$$

$$W_0(\xi) = \sum_{l=l_0}^L \gamma_l \xi^{l_0} (1 - \xi)^{m_0} \quad (3.51)$$

Burada, $\xi = \alpha/\alpha$ ve α_i ve γ_l daha sonra belirlenecek keyfi katsayılardır. Ritz yöntemi yalnızca geometrik koşulların zorlanmış sınırının memnuniyetini gerektirmektedir. Bu nedenle i_0 ve l_0 herhangi bir sınır için çözüm koşulları $\xi = 0$ ve uygun bir seçimle j_0 ve m_0 diğer uçta herhangi bir sınır koşuluna çözüm olabilmektedir (i.e., $\xi = 1$) (Qatu, 2004).

Çizelge 3.1. $\xi = 0$ ve $\xi = 1$ de Çeşitli Sınır Koşulları İçin Ritz Yönteminde Gerekli Olan i_0, l_0, j_0, m_0 Değerleri (Qatu, 2004).

Sınır Koşulları	$\xi = 0$ 'da		$\xi = 1$ 'de	
	i_0	l_0	j_0	m_0
F1 (tamamen serbest)	0	0	0	0
F2	1	0	1	0
S1	0	1	0	1
S2	1	1	1	1
C1	0	2	0	2
C2 (tamamen kenetlenmiş)	1	2	1	2

Örneğin, bir tanesi kenarın bulunduğu manivela sınır koşulları $\xi = 0$ sıkışmaktadır ve $\xi = 1$ serbest olmaktadır. Bu durumdan bir taraf memnun kalmaktadır. Memnun kalan tarafı denklemsel olarak $\xi = 0$ da $u_0 = w_0 = \frac{dw_0}{da} = 0$ ifade edilmektedir. Bu işlem i_0 1 olarak tatmin edici bir sayı olarak kabul edilirse $u_0 = 0$ ve $l_0 = 2$ durumunda denklemsel olarak $u_0 = w_0 = \frac{dw_0}{da} = 0$ ifade edilmektedir. Geometrik sınır koşullarına uyulmadığı durumda $\xi = 1$, j_0 ve m_0 0 olarak seçimle sonuçlanmıştır. Tablo 5.4'te kenar başına altı olasılıklı sınır koşulu için bu değerler gösterilmektedir (Qatu, 2004).

Daha sonra yapılan bilgisayar ve analiz programlamasını kolaylaştırması açısından $(1 - \xi)^{j_0}$ ve $(1 - \xi)^{m_0}$ kullanılarak genişletilen aşağıdaki matematiksel denklemler elde edilmektedir (Qatu, 2004).

$$(1 - \xi)^{j_0} = f_1 - f_2\xi, \quad (1 - \xi)^{m_0} = f_3 - 2f_4\xi + f_5\xi^2, \\ j_0 = 0 \text{ ya da } 1 \text{ ve } m_0 = 0, 1 \text{ ya da } 2 \quad (3.52)$$

Örneğin, eğer j_0 0 iken $f_1 = 1$ ve $f_2 = 0$; eğer m_0 0 iken $f_3 = 1$, $f_4 = 1$, $f_5 = 1$ vb. şekilde açıklanabilmektedir (Qatu, 2004).

Ritz metodu işlevselliğin en aza indirilmesini gerektirmektedir. $L = T - U$ serbest titreşim analizi, burada U ve T sırasıyla maksimum gerinim ve kinetik enerjilerdir. Bundan faydalanılarak matematiksel olarak türevleri alınarak aşağıdaki ifadeler elde edilebilmektedir (Qatu, 2004).

$$\frac{\partial L_m}{\partial \alpha_p} = 0, \quad p = i_0, i_0 + 1, \dots, I \\ \frac{\partial L_m}{\partial \gamma_q} = 0, \quad q = l_0, l_0 + 1, \dots, L \quad (3.53)$$

Bu denklemlerden eşit sayıda düğümlenmiş düğüm noktasından eş zamanlı doğrusal denklemler oluşturmaktadır. α_p ve γ_q ile ifade edilerek aşağıdaki denklemler oluşturulmaktadır (Qatu, 2004).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_m}{\partial \alpha_p} = & \sum_{i=i_0}^I \frac{\alpha_i}{2} (2s_1 a^{(i+p+1)}) \left(\frac{f_1^2 i p}{i+p-1} - \frac{f_1 f_2 p(i+1)}{i+p} - \frac{f_1 f_2 i(p+i)}{i+p} \right. \\
& \left. + \frac{f_2^2 (i+1)(p+1)}{i+p+1} \right) \\
& - 2\omega^2 I_1 a^{(i+q+3)} \left(\frac{f_1^2}{i+p+1} - \frac{2f_1 f_2}{p+i+2} + \frac{f_2^2}{i+p+3} \right) \\
& + \sum_{l=l_0}^L \frac{\gamma_l}{2} \left(s_2 a^{(p+l+3)} \left(\frac{f_1 f_3 p}{p+l} - \frac{2f_1 f_4 p}{l+p+1} + \frac{f_1 f_5 p}{p+l+2} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{f_2 f_3 (p+1)}{p+l+1} + 2 \frac{f_2 f_4 (p+1)}{p+l+2} - \frac{f_2 f_5 (p+1)}{p+l+3} \right) \right. \\
& + s_3 a^{(l+p+1)} \left(\frac{f_1 f_3 p l (l-1)}{p+l-2} - 2 \frac{f_1 f_4 p l (l+1)}{p+l-1} + \frac{f_1 f_5 p (l+2)(l+1)}{l+p} \right. \\
& \left. \left. - \frac{f_3 f_2 l (p+1)(l-1)}{l+p-1} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{2f_2 f_4 l (p+1)(l+1)}{l+p} - \frac{f_2 f_5 (l+2)(p+1)(l+1)}{l+p+1} \right) \right)
\end{aligned}
\tag{3.54}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_m}{\partial \gamma_q} = & \sum_{i=i_0}^l \frac{\alpha_i}{2} \left(s_2 a^{(i+q+3)} \left(\frac{f_1 f_3 i}{i+q} - \frac{2f_1 f_4 i}{i+q+1} + \frac{f_1 f_5 i}{i+q+2} - \frac{f_2 f_3 (i+1)}{i+q+1} + 2 \frac{f_2 f_4 (i+1)}{i+q+2} \right. \right. \\
& - \left. \frac{f_2 f_5 (i+1)}{i+q+3} \right) \\
& + s_3 a^{(i+q+1)} \left(\frac{f_1 f_3 i q (q-1)}{i+q-2} - \frac{2f_1 f_4 i q (q+1)}{i+q-1} + \frac{f_1 f_5 i (q+2)(q+1)}{q+i} \right. \\
& - \frac{f_3 f_2 q (i+1)(q-1)}{q+i-1} + \frac{2f_2 f_4 q (i+1)(q+1)}{q+1} \\
& \left. \left. - \frac{f_2 f_5 (q+2)(i+1)(q+1)}{q+i+1} \right) \right) \\
& + \sum_{l=l_0}^L \frac{\gamma_1}{2} \left(s_4 a^{(l+q+3)} \left(\frac{f_3^2 l (l-1)}{q+l-1} - \frac{2f_3 f_4 l (l+1)}{q+l} + \frac{f_3 f_5 (l+2)(l+1)}{l+q+1} \right. \right. \\
& - \frac{2f_3 f_4 l (l-1)}{l+q} + \frac{4f_4^2 l (l+1)}{q+l+1} - \frac{2f_4 f_5 (l+2)(l+1)}{q+l+2} + \frac{f_3 f_5 l (l-1)}{q+l+1} \\
& - \frac{2f_4 f_5 (l+1)l}{q+l+2} + \frac{f_5^2 (l+2)(l+1)}{q+l+3} + \frac{f_3^2 q (q-1)}{q+l-1} - \frac{2f_3 f_4 q (q+1)}{q+l} \\
& + \frac{f_3 f_5 (q+2)(q+1)}{l+q+1} - \frac{2f_3 f_4 q (q-1)}{q+l} + \frac{4f_4^2 q (q+1)}{q+l+1} \\
& - \frac{2f_4 f_5 (q+2)(q+1)}{q+l+2} + \frac{f_3 f_5 q (q-1)}{q+l+1} - \frac{2f_4 f_5 (q+1)l}{q+l+2} \\
& + \frac{f_5^2 (q+2)(q+1)}{q+l+3} \left. \right) + 2s_5 a^{(l+q+1)} \left(\frac{f_3^2 q (q-1)l (l-1)}{q+l-3} \right. \\
& - \frac{2f_3 f_4 q (q+1)l (l-1)}{q+l-2} + \frac{f_3 f_5 l (l-1)(q+2)(q+1)}{l+q-1} \\
& - \frac{2f_3 f_4 q (q-1)l (l+1)}{l+q-2} + \frac{4f_4^2 q (q+1)l (l+1)}{q+l-1} \\
& - \frac{2f_4 f_5 q (q+1)(q+2)l (l+1)}{q+l} \\
& + \frac{f_3 f_5 q (q-1)(l+2)(l+1)}{q+l-1} - \frac{2f_4 f_5 q (q+1)(l+1)(l+2)}{q+l} \\
& \left. \left. + \frac{f_5^2 (q+1)(q+2)(l+1)(l+2)}{q+l+1} \right) \right) \\
& + 2s_6 a^{(l+q+5)} \left(\frac{f_3^2}{q+l+1} - \frac{4f_3 f_4}{q+l+2} + \frac{2f_3 f_5}{q+l+3} + \frac{4f_4^2}{q+l+3} \right. \\
& - \frac{4f_4 f_5}{q+l+4} + \frac{f_5^2}{q+l+5} \left. \right) \\
& - 2\omega^2 I_1 a^{(l+q+5)} \left(\frac{f_3^2}{q+l+1} - \frac{4f_4 f_5}{q+l+2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{2f_3 f_5}{q+l+3} + \frac{4f_4^2}{q+l+3} - \frac{4f_4 f_5}{q+l+4} + \frac{f_5^2}{q+l+5} \right) \right)
\end{aligned}
\tag{3.55}$$

Burada,

$$\begin{aligned} s_1 &= A_{11} + \frac{2B_{11}}{R} + \frac{D_{11}}{R^2}, \quad s_2 = \frac{2A_{11}}{R} + \frac{2B_{11}}{R^2}, \quad s_3 = -\frac{2D_{11}}{R} - 2B_{11}, \\ s_4 &= -\frac{2B_{11}}{R} s_5 = D_{11}, \quad s_6 = \frac{A_{11}}{R^2} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Yukarıdaki denklemler aşağıdaki matematiksel ifadelerle gösterilmektedir (Qatu, 2004).

$$(K - \Omega^2 M)A = 0 \quad (3.57)$$

Burada K ve M sırasıyla sertlik ve kütle matrisidir. Ω sıklık parametresidir ve A parametresi bilinmeyen katsayıların vektörüdür (Qatu, 2004).

Katsayı matrisinin determinantı sıfıra eşit olarak ayarlanır ve bu da bir dizi özdeğer vermektedir. Her bir özdeğeri tekrar denklem (3.50) ve (3.51) sonucunda özvektör yani genlik oranlarının karşılık geldiği görülmektedir. Denklem (3.50) ve (3.51) ile ilgili mod şekli her frekans, özvektör tekrar yerine getirilerek belirlenebilmektedir (Qatu, 2004).

3.2. Yerel Olmayan Elastisite Teorisi

Deneysel çalışmalar sonucunda nano ölçekli yapıların mekanik davranışlarının klasik elastisite teorisinin mekanik davranışlarıyla örtüşmediği tespit edilmiştir. Bu durumun nedeninin atomik yapının üzerine etkiyen dış zorların atomik yapının iç karakteristik uzunluklarıyla ilişkisiyle açıklanmaktadır. Zamanla yapılan çalışmaların neticesinde klasik elastisite teorisi nano ölçek etkisine bağlı olacak şekilde geliştirilmiştir ve geliştirilerek elde edilen yeni teorilerden nano ölçekli yapıların mekanik davranışları kolaylıkla anlaşılabilir hale getirilmiştir. Bu yapılan çalışmalar yüksek mertebeden sürekli ortam teorileri olarak isimlendirilmektedir. Yüksek mertebeden sürekli ortam teorilerinin bu alanda yapılan çalışmaların literatürde formülasyon bakımından en geniş kapsamlısı olduğu vurgulanmaktadır. Nano yapı üzerinde etkili olan kuvvetlerin cisimde meydana getirdiği ek gerilmeden dolayı şekil değiştirme enerjisinin sonsuzda bir değer alması durumunun yerel olmayan elastisite teorisinin kullanılmasıyla kaldırıldığı görülebilmektedir (Numanoğlu 2019). Yerel olmayan elastisite teorisinin temel denklemleri aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir (Eringen 1983):

$$\sigma_{ij} = \int_V \alpha(|x - x'|, \xi) \sigma_{ij}^c dV(x') \quad (3.58)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.59)$$

$$\sigma_{ij}^c = \lambda \varepsilon_{rr} \delta_{ij} + \mu \varepsilon_{ij} \quad (3.60)$$

Burada σ_{ij} yerel olmayan gerilme tansörünü, ε_{ij} şekil değiştirme tansörünü, α yerel olmayan modülü, x' referans noktayı, x konumu, V atomik cisim hacmini tanımlar. u_i ve

u_j deplasman bileşenleri, x_i ve x_j türev bileşenleridir. σ_{ij}^c klasik gerilme tansörünü ifade eder. Ayrıca δ_{ij} Kronecker sembolüdür. Son olarak λ ve μ Lamé sabitlerdir ve aşağıdaki gibi verilir:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.61)$$

Burada, E , ν ve μ sırayla elastisite modülü, Poisson oranı ve kayma modülünü ifade eder. Ayrıca Denklem (3.58)'de görülmekte olan ξ yerel olmayan parametredir:

$$\xi = \frac{e_0 a}{L} \quad (3.62)$$

Burada, e_0 deneysel olarak belirlenen bir malzeme sabitidir. a atomik yapının iç karakteristik uzunluğudur ve L yapının uzunluğunu ifade eder. Ayrıca, yerel olmayan modül aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\alpha(|x|, \xi) = (2\pi(e_0 a)^2)^{-1} K_0 \left(\frac{\sqrt{\vec{x} \cdot \vec{x}}}{\xi} \right) \quad (3.63)$$

Burada yerel olmayan modül yukarıdaki gibi iki boyutlu formda ifade edilmektedir. K_0 modifiye edilmiş Bessel Fonksiyonu olarak bilinir. Yerel olmayan modülün aşağıdaki ifadeyi sağlaması gerekir:

$$L_0 \alpha(|x - x'|, \xi) = \delta(|x - x'|) \quad (3.64)$$

Burada L_0 doğrusal diferansiyel operatörünü ve sigma Dirac- δ fonksiyonunu tanımlamaktadır. Bu denklem başka bir formda şu şekilde yazılabilmektedir:

$$L_0 \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^c \quad (3.65)$$

Ayrıca doğrusal diferansiyel operatörü aşağıdaki gibi yazılabilmektedir:

$$L_0(\dots) = 1 - L^2 \xi^2 \nabla^2 = 1 - L^2 \xi^2 \frac{\partial^2(\dots)}{\partial x^2} \quad (3.66)$$

Denklemler (3.60), (3.62) ve (3.66) Denklem (3.65)'te kullanılarak, yerel olmayan elastisite teorisinin kurucu denklemini ortaya çıkarmaktadır:

$$\left(1 - (e_0 a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) \sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{rr} \delta_{ij} + \mu \varepsilon_{ij} \quad (3.67)$$

3.3. Nano Ölçekli Halkaların Düzlem İçi Titreşimi

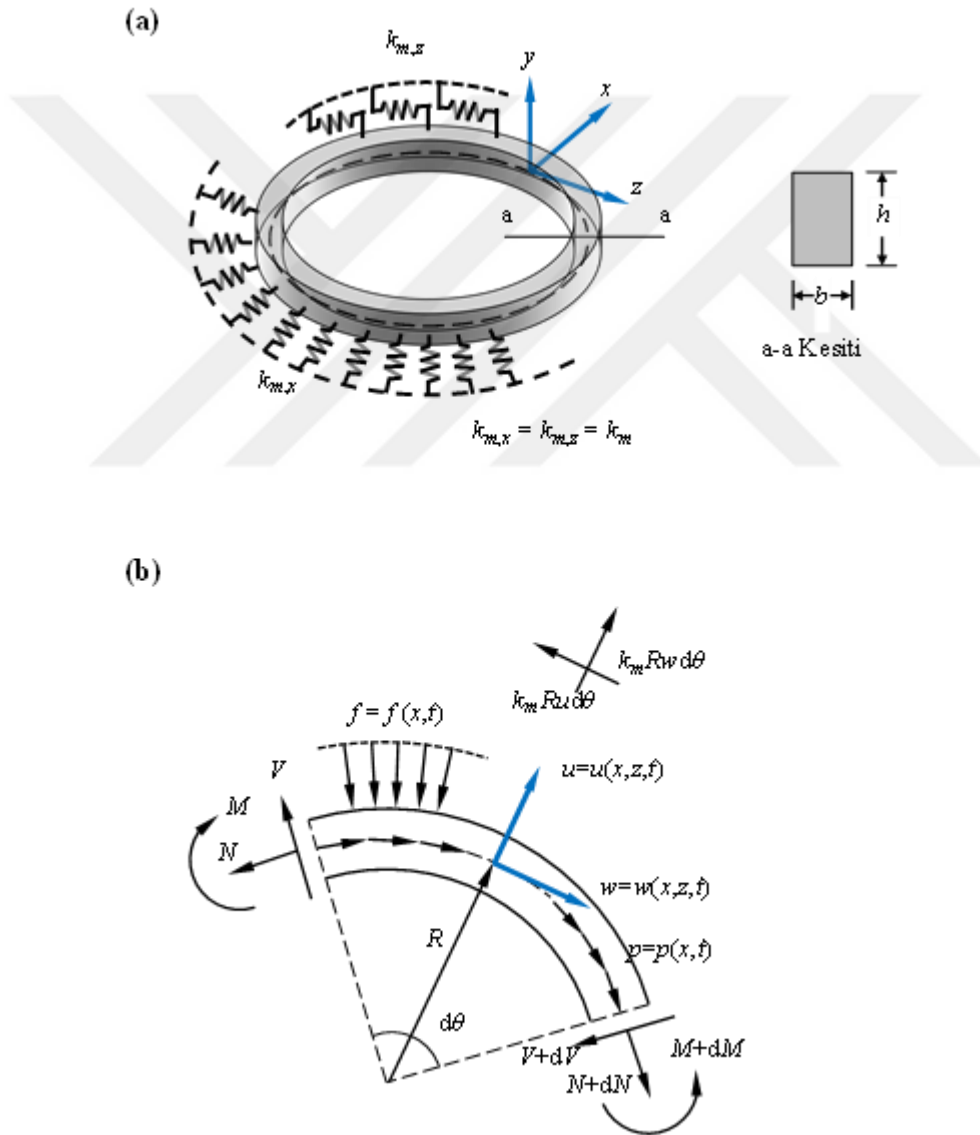
Dairesel halkalar çoklu anlamda kısaca uçak gövdelerinde, makine parçalarında, dönel hareket yapan makinelerde, elektrik makinelerinde, halka takviyeli silindirik yapılarda kullanılabilmektedir. Bu çeşit halkalardaki dinamik tepki üzerindeki araştırmalar bakımından titreşim çözümü yapılmaktadır. Nano ve mikro ölçekte ise nano-elektro-mekanik sistemlerde farklı uygulamaların görüldüğü ifade edilmektedir.

NEMS yapılarında ağırlıklı olarak görülebilen halka yapıların mekanik karakteristiklerinin tespit edilebilmesi fikriyle, lineer elastik ortama gömülü dairesel

nano halkaların yerel olmayan elastisite teorisine dayalı (düzlemiçi) serbest titreşimi ifade edilecektir.

3.3.1. Hareket Denklemi

Şekil 3.3'te gösterilen lineer elastik ortama gömülü tam gömülü nanohalka (Şekil 3.3a) ve nanohalkadan çıkarılmış $Rd\theta$ uzunluklu diferansiyel yay elemanın serbest cisim diyagramı (Şekil 3.3b) olarak kabul edilirse R halka yarıçapını ve $d\theta$ diferansiyel yay elemanının merkez açısını ifade etmektedir. Ayrıca nanohalkanın bulunduğu xz -düzleminde radyal ve teğetsel hareketler sırasıyla $u = u(x, z, t)$ ve $w = w(x, z, t)$ ile tanımlanmaktadır. Burada x ve z sırasıyla radyal ve teğetsel koordinatlarıdır. t zamanı belirtmektedir.



Şekil 3.3. a) Elastik ortama gömülü nanohalka b) Serbest cisim diyagramı.

Nanohalkanın yerel olmayan titreşimi için temel denklemler aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} + N + fR - k_m Ru = \rho AR \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.68)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \theta} - V + qR - k_m Rw = \rho AR \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.69)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} + VR = 0 \quad (3.70)$$

$$M = \int_A \sigma_{zz} x dA \quad (3.71)$$

$$\frac{\partial w}{\partial \theta} = u \quad (3.72)$$

Burada sırasıyla denklem (3.68) ve (3.69), nanohalka yapısının radyal ve teğetsel denge denklemlerini ifade etmektedir. Bu ifadeler göre, V kesme kuvveti ve N normal kuvveti göstermektedir. f ve q sembolleri sırayla radyal ve enine dış tahrikleri ifade etmektedir. ρ ve A sembolleri sırasıyla birim hacim kütlesi ve halka kesit alanını ifade etmektedir. k_m halkanın gömülü olduğu elastik ortamın rijitliğini anlatmaktadır. Denklem (3.70) düzlem içi kuvvet çifti denge denklemini ifade etmektedir ve burada M düzlem içi yerel olmayan eğilme momentini ifade etmektedir ve denklem (3.71) ile hesaplaması yapılmaktadır. Aynı bir şekilde ifade edilirse halkanın düzlem kinematığında esnememezlik şartı gereğince denklem (3.72) ile anlatılabilmektedir (Rao 2007). Diğer taraftan klasik eğilme momenti aşağıdaki gibi formülize edilmektedir:

$$M_c = \int_A s_{zz} x dA = \frac{EI_y}{R^2} \left(u + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) \quad (3.73)$$

Burada I_y , eğilme eksenine göre (y -ekseni) atalet momentini ifade etmektedir. Yerel olmayan gerilme denkleminin düzenlenebilmesi için önce türev koordinatının değiştirilmesi durumunun oluşması zorunlu hale gelmektedir. Buna göre Denklem (3.67)'deki türev koordinatı için $R\partial\theta = \partial x$ şeklinde gösterilebilmektedir. Bu ifade denklem (3.67)'de yerine yazıldıktan sonra denklem her iki tarafından eğilme koordinatı tarafından integre edilirse aşağıdaki denklem ortaya çıkmaktadır:

$$\left(1 - \alpha^2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) M = \frac{EI_y}{R^2} \left(u + \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \right) \quad (3.74)$$

Denklem (3.74)'te α halkanın boyutsuz yerel olmayan parametresi olarak ifade edilmektedir:

$$\alpha = \frac{e_0 a}{R} \quad (3.75)$$

Denklem (3.69) ve (3.72) kullanılarak birkaç matematiksel işlemten sonra aşağıdaki matematiksel ifade ortaya çıkmaktadır:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^3 M}{\partial \theta^3} + \frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial \theta} = R \frac{\partial f}{\partial \theta} - Rq - k_m R \frac{\partial u}{\partial \theta} + k_m R w - \rho AR \frac{\partial^3 u}{\partial \theta \partial t^2} + \rho AR \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.76)$$

İlave olarak, denklem (3.74)'ün aç koordinatına göre bir kez türevi alınırsa aşağıdaki matematiksel ifade ortaya çıkmaktadır:

$$-\alpha^2 \frac{\partial^3 M}{\partial \theta^3} + \frac{\partial M}{\partial \theta} = \frac{EI_y}{R^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{EI_y}{R^2} \frac{\partial^3 u}{\partial \theta^3} \quad (3.77)$$

Denklem (3.76) ve denklem (3.77) ortak çözümünden elde edilen momentin açığa göre türevi aşağıdaki matematiksel ifade olmaktadır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial \theta} = & \frac{\alpha^2 R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{\alpha^2 R}{1 + \alpha^2} q - \frac{\alpha^2 R^2 k_M}{1 + \alpha^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\alpha^2 R^2 k_M}{1 + \alpha^2} w - \frac{\alpha^2 \rho A R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^3 u}{\partial \theta \partial t^2} \\ & + \frac{\alpha^2 \rho A R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{EI_y}{R^2(1 + \alpha^2)} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{EI_y}{R^2(1 + \alpha^2)} \frac{\partial^3 u}{\partial \theta^3} \end{aligned} \quad (3.78)$$

Denklem (3.74)'ün her iki taraftan açığa göre bir kez türevi alındıktan sonra denklem (3.78) kullanılırsa elastik zemine gömülü nanohalkanın yerel olmayan şekilde titreşimi için hareket denklemi aşağıdaki matematiksel ifadeyle gösterilmektedir:

$$\begin{aligned} \frac{R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{k_m R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\rho A R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} - \frac{R^2}{1 + \alpha^2} q + \frac{k_m R^2}{1 + \alpha^2} w + \frac{\rho A R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ - \frac{EI_y}{R^2(1 + \alpha^2)} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{EI_y}{R^2(1 + \alpha^2)} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} - \frac{\alpha^2 R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^3 f}{\partial \theta^3} + \frac{\alpha^2 k_m R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \\ + \frac{\alpha^2 \rho A R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^6 w}{\partial \theta^4 \partial t^2} + \frac{\alpha^2 R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^2 q}{\partial \theta^2} - \frac{\alpha^2 k_m R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\alpha^2 \rho A R^2}{1 + \alpha^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} \\ + \frac{\alpha^2 EI_y}{R^2(1 + \alpha^2)} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \frac{\alpha^2 EI_y}{R^2(1 + \alpha^2)} \frac{\partial^6 w}{\partial \theta^6} - \frac{EI_y}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} - \frac{EI_y}{R^2} \frac{\partial^6 w}{\partial \theta^6} = 0 \end{aligned} \quad (3.79)$$

Serbest titreşim analizi için $f=q=0$ alınmalıdır. Bu duruma ilaveten aşağıdaki değişkenlerine ayırma yöntemi ile denklemsel çözüm aranabilir:

$$w(\theta, t) = W(\theta, t) \sin(\omega t + \phi) \quad (3.80)$$

Burada W mod şekli, ω titreşim frekansı ve ϕ faz açısını ifade etmektedir. Denklem (3.80), Denklem (3.79)'de yerine yazılırsa aşağıdaki adi ve homojen diferansiyel denklem ifadesi ortaya çıkmaktadır.

$$C_1 \frac{d^6 W}{d\theta^6} + C_2 \frac{d^4 W}{d\theta^4} + C_3 \frac{d^2 W}{d\theta^2} + C_4 W = 0 \quad (3.81)$$

Burada

$$\begin{aligned} C_1 = & -\frac{EI_y}{R^2(1 + \alpha^2)}, C_2 = -\frac{2EI_y}{R^2(1 + \alpha^2)} + \frac{\alpha^2 k_m R^2}{1 + \alpha^2} - \frac{\alpha^2 \rho A R^2}{1 + \alpha^2} \omega^2, \\ C_3 = & -\frac{EI_y}{R^2(1 + \alpha^2)} - k_m R^2 + \rho A R^2 \omega^2, C_4 = \frac{k_m R^2}{1 + \alpha^2} - \frac{\rho A R^2}{1 + \alpha^2} \omega^2 \end{aligned} \quad (3.82)$$

3.3.2. Analitik Çözüm

Denklem (3.81)'in çözümü için aşağıdaki seri açılımı kullanılabilir:

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} W_n \sin n \theta \quad (3.83)$$

Burada W_n bilinmeyen bir katsayıyı ifade etmektedir. Denklem (3.83), Denklem (3.81)'de kullanıldıktan sonra çözümün karakteristik denklemi aşağıdaki gibi matematiksel olarak ifade edilir:

$$-C_1 n^6 + C_2 n^4 - C_3 n^2 + C_4 = 0 \quad (3.84)$$

Denklem (3.82), denklem (3.84)'de kullanıldığında nanohalkanın boyutsuz frekans denklemi aşağıdaki gibi ortaya çıkmaktadır:

$$\omega = \sqrt{\frac{EI_y(n^6 - 2n^4 + n^2) + k_m R^4(\alpha^2 n^4 + n^2 + \alpha^2 n^2 + 1)}{\rho A R^4(\alpha^2 n^4 + n^2 + \alpha^2 n^2 + 1)}} \quad (3.85)$$

Burada $n = 1, 2, 3, \dots$ tamsayıdır. Ayrıca $\alpha = 0$ alınırsa klasik titreşim frekansları elde edilmektedir.

3.4. Kayma Deformasyonlu Halkaların Düzlem İçi Titreşimi

Bölüm 3.3'te kayma deformasyonsuz nanohalkaların yerel olmayan serbest titreşimi incelenmiştir. Denklemler (3.68)-(3.72)'e dayanan temel titreşim denklemleri halkada kayma deformasyonunun ihmal edilmesi neticesinde ortaya çıkmıştır. Genelleştirilecek olursa sürekli sistemler kayma etkisinin ele alınıp alınmaması durumuna göre karakterize edilmektedir. Bu duruma örnek verilecek olursa eğilme elemanı yani kirişlerde kayma etkilerini ihmal eden formülasyon Euler-Bernoulli kiriş teorisi iken temel kayma etkilerini formüle eden yaklaşım Timoshenko kiriş teorisi olmaktadır. Kayma deformasyonsuz halkaların serbest titreşim analizi Euler-Bernoulli kiriş teorisiyle büyük benzerlikler göstermektedir. Bu bölümde temel kayma deformasyonuna sahip halkaların yalnızca klasik serbest titreşimine ait hareket denklemi elde edilmesine çalışılacaktır. Burada yerel olmayan parametre ve elastik ortam düşünülmeden hesaplamalar yapılacaktır ve ihmal edilen durumlar ilerleyen çalışmalarda değerlendirilecektir. Temel kayma deformasyonlu halka kesitindeki toplam dönme aşağıdaki matematiksel denklem ile ifade edilmektedir:

$$\psi = \phi + \beta \quad (3.86)$$

Burada ψ kayma deformasyonsuz halka kesitinin dönmesi, β kayma deformasyonundan sebep olan ekstra dönmeyi açıklamaktadır. Halkanın kinematiği durumuna göre toplam dönme aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\psi = \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R} \quad (3.87)$$

Denklem (3.87), denklem (3.86)'da yerine yazılarak kayma deformasyonu nedeni ile dönme aşağıdaki gibi matematiksel olarak ifade edilmektedir:

$$\beta = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} + w - R\phi \right) \quad (3.88)$$

Halkadaki kesme kuvveti V ve eğilme momenti M olarak ifade edilirse;

$$V = kGA\beta \quad (3.89)$$

$$M = \frac{EI_y}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \quad (3.90)$$

Burada k kesme düzeltme katsayısı, G kayma modülü ve A kesit alanını ifade etmektedir. Kayma deformasyonsuz halkada dönme dengesini ifade eden matematiksel denklem (3.70) burada aşağıdaki gibi düzenlenmektedir:

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} + VR = \rho I_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (3.91)$$

Halkanın teğetsel ve radyal dengeleri sırasıyla denklem (3.92) ve denklem (3.93) ile aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\frac{\partial V}{\partial \theta} + N + fR = \rho AR \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.92)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \theta} - V + qR = \rho AR \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.93)$$

Burada denklem takımında teğetsel kuvvet yok edilecek olursa aşağıdaki matematiksel ifade elde edilmektedir:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + V = \rho AR \left(\frac{\partial^3 u}{\partial \theta \partial t^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right) + R \left(q - \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \quad (3.94)$$

Denklemler (3.72), (3.89)-(3.91) ve (3.94) kullanılarak aşağıdaki hareket denklemini elde edilmektedir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^6 w}{\partial \theta^6} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{(kG + E)\rho R^2}{kEG} \frac{\partial^6 w}{\partial \theta^4 \partial t^2} - \left(\frac{(2kG - E)\rho R^2}{kEG} - \frac{\rho AR^4}{EI_y} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} \\ - \left(\frac{\rho R^2}{E} + \frac{\rho AR^4}{EI_y} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - \frac{\rho^2 R^4}{kEG} \frac{\partial^4 w}{\partial t^4} + \frac{\rho^2 R^2}{kEG} \frac{\partial^6 w}{\partial \theta^2 \partial t^4} + \frac{\rho R^4}{kEGA} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} \\ - \frac{\rho R^4}{kEGA} \frac{\partial^3 f}{\partial t^3} + \left(\frac{R^4}{EI_y} - \frac{R^2}{kGA} \right) q - \left(\frac{R^4}{EI_y} - \frac{R^2}{kGA} \right) \frac{\partial f}{\partial \theta} = 0 \end{aligned} \quad (3.95)$$

Serbest titreşim analizinde $q = f = 0$ alınmaktadır ve denklem (3.80)'de kullanılırsa aşağıdaki matematiksel denklem elde edilir:

$$D_1 \frac{d^6 w}{d\theta^6} + D_2 \frac{d^4 w}{d\theta^4} + D_3 \frac{d^2 w}{d\theta^2} + D_4 w = 0 \quad (3.96)$$

Bu denklemde aşağıdaki tanımlar geçerli olmaktadır:

$$D_1 = 1, D_2 = 2 + \frac{(kG+E)\rho R^2}{kEG} \omega^2 + \frac{\rho^2 R^2}{kEG} \omega^4, D_3 = \left(\frac{(2kG-E)\rho R^2}{kEG} - \frac{\rho AR^4}{EI_y} \right) \omega^2,$$

$$D_4 = \left(-1 + \frac{\rho R^2}{E} + \frac{\rho AR^4}{EI_y} \right) \omega^2 + \left(-\frac{\rho^2 R^4}{kEG} \right) \omega^4 \quad (3.97)$$

Denklem (3.83) ile verilen seri açılımının Denklem (3.96)'da kullanılmasıyla aşağıdaki ifade elde edilmektedir:

$$-D_1 n^6 + D_2 n^4 - D_3 n^2 + D_4 = 0 \quad (3.98)$$

Elde edilen denklemsel ifadenin kökleri doğal frekans değerini vermektedir.

4. BULGULAR ve TARTIŞMA

Bu bölümde çeşitli kavisli kiriş ve halka yapılarının doğal frekansları çizelgeler ve şekillerle sunulacak olup, sonuçlar detaylıca tartışılacaktır. İlk olarak, Çizelge 4.1 denklem (3.27) ve denklem (3.8) her iki denklem kullanıldığında yukarıdaki terimler arasındaki karşılaştırmayı göstermektedir. Denklem (3.27) ince kavisli kiriş teorisinde kullanılan kurucu ilişkilerin sınırlandırılmasına ilişkin karşılaştırılmalı ve doğru bir şekilde ipucu vermelidir. Ortotropi oranı arttıkça fark artmaktadır. Bu fark, aşağıdakiler için yaklaşık olarak % 8' e ulaşmaktadır. Ortotropi oranı 15 ve 40 olan kirişler ve kalınlık oranı $h/R = 0.2$ olan kirişler, kalın kiriş teorilerinin sınırı olarak alınmaktadır. Bu durum aynı zamanda kabuk denklemlerinin sınırlamalarının kurulması için bir kriter olmalıdır. Genel olarak kalın kirişler veya kabuklar için doğru denklemler elde etmek için z/R terimi dahil edilmelidir (Qatu, 2004).

Çizelge 4.1. $[0^\circ, 90^\circ]$ kavisli kirişlerin A_{11} , B_{11} ve D_{11} katsayıları için yaklaşık ve doğru denklemler arasında bir karşılaştırma (Qatu, 2004).

h/R	Yaklaşık Denklemler (3.8)			Doğru Denklemler (3.27)		
	A_{11}/E_2bR	B_{11}/E_2bR^2	D_{11}/E_2bR^3	A_{11}/E_2bR	B_{11}/E_2bR^2	D_{11}/E_2bR^3
$E_1/E_2 = 1$ (tek katman)						
0.01	0.01	0	0.00000008	0.01000008	-0.00000008	0.00000008
0.02	0.02	0	0.00000067	0.02000067	-0.00000008	0.00000067
0.05	0.05	0	0.00001042	0.05001004	-0.00001042	0.00001042
0.10	0.10	0	0.00008333	0.10008346	-0.00008346	0.00008346
0.20	0.20	0	0.00066667	0.20067070	-0.00067070	0.00067070
Δ^*	-%0.3	—	-%0.6			
$E_1/E_2 = 15$						
0.01	0.08	0.000175	0.00000067	0.07982566	0.00017434	0.00000066
0.02	0.16	0.000700	0.00000533	0.15930530	0.00069470	0.00000530
0.05	0.40	0.004375	0.00008333	0.39570700	0.00429300	0.00008200
0.10	0.80	0.017500	0.00066667	0.78314576	0.01685424	0.00064576
0.20	1.60	0.070000	0.00533333	1.53501321	0.06498679	0.00501321
Δ^*	%4.2	%7.7	%6.4			
$E_1/E_2 = 40$						
0.01	0.205	0.0004875	0.00000171	0.20451420	0.00048579	0.00000170
0.02	0.410	0.0019500	0.00001367	0.40806357	0.00193643	0.00001357
0.05	1.025	0.0121875	0.00021354	1.01302231	0.01197769	0.00020981
0.10	2.050	0.0487500	0.00170833	2.00289986	0.04710014	0.00164986
0.20	4.100	0.1950000	0.01366667	3.91776771	0.18223229	0.01276771
Δ^*	%4.7	%7.0	%7.0			

* Hesaplamalar arasındaki yüzde farkı (3.8) ve (3.27) için $h/R = 0.2$ (Qatu, 2004).

Çizelge 4.2. Tam frekans parametreleri $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ laminat derin ve sığ kiriş teorileri kullanarak kavisli ince kirişler, $\alpha/h = 100$ (Qatu, 2004).

a/R	Derin kiriş teorisi (Denk. (3.42))				Sığ kiriş teorisi (Qatu 1992)			
	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4
$E_{11}/E_{22} = 1$ (tek katmanlı)								
0.0	9.8702	39.491	88.892	158.12	9.8702	39.477	88.826	157.91
0.1	9.8549	39.475	88.876	158.11	9.8642	39.473	88.820	157.91
0.2	9.8102	39.431	88.830	158.06	9.8493	39.460	88.807	157.89
0.3	9.7364	39.356	88.757	157.99	9.8249	39.434	88.781	157.87
0.5	9.4993	39.116	88.516	157.75	9.7490	39.352	88.702	157.79
0.8	8.9473	38.538	87.935	157.16	9.5683	39.162	88.510	157.59
1.0	8.4516	38.000	87.335	156.42	9.4024	38.987	88.330	157.42
$E_{11}/E_{22} = 15$								
0.0	4.7037	18.810	42.320	75.222	4.7037	18.810	42.320	75.222
0.1	4.6936	18.795	42.295	75.181	4.6987	18.805	42.307	75.202
0.2	4.6707	18.767	42.255	75.131	4.6911	18.792	42.291	75.179
0.3	4.6348	18.721	42.198	75.059	4.6783	18.777	42.271	75.151
0.5	4.5176	18.593	42.049	74.881	4.6400	18.731	42.214	75.082
0.8	4.2483	18.296	41.721	74.509	4.5491	18.629	42.094	74.940
1.0	4.0115	18.030	41.431	74.188	4.4725	18.539	41.992	74.823
$E_{11}/E_{22} = 40$								
0.0	4.0072	16.024	36.040	64.061	4.0072	16.024	36.040	64.061
0.1	3.9938	16.011	36.017	64.021	4.0027	16.015	36.032	64.043
0.2	3.9758	15.980	35.985	63.976	3.9938	16.006	36.013	64.021
0.3	3.9442	15.944	35.933	63.918	3.9848	15.989	35.997	63.994
0.5	3.8432	15.831	35.805	63.757	3.9533	15.953	35.945	63.936
0.8	3.6179	15.576	35.521	63.433	3.8710	15.863	35.845	63.811
1.0	3.4153	15.349	35.271	63.156	3.8105	15.786	35.753	63.708

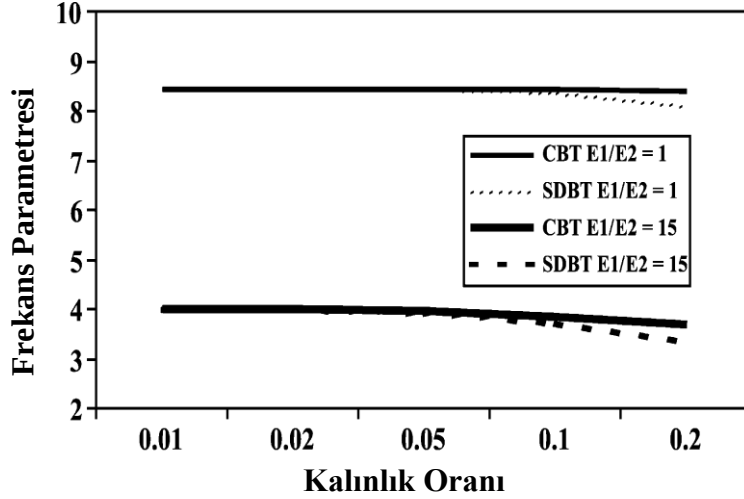
Çizelge 4.2'de hafif eğri kiriş denklemleri (Qatu 1992) veya sığ alan kullanılarak basit bir şekilde desteklenen kirişler için elde edilen ilk dört doğal frekansın karşılaştırılması gösterilmektedir (Qatu, 2004).

Çizelge 4.3. Tam frekans parametreleri $\Omega = \omega\alpha^2\sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ laminat kavisli ince ve orta kalınlıkta kirişler, $\alpha/R = 1.0, G_{12}/E_2 = G_{13}/E_3 = 0.5$ (Qatu, 2004).

h/a	Klasik Kiriş Teorisi (3.42)				Kayma Deformasyon Kiriş Teorisi (3.45)			
	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$
$E_1/E_2 = 1$ (tek katmanlı)								
0.01	8.4520	38.001	87.335	156.41	8.4508	37.980	87.229	156.07
0.02	8.4520	37.998	87.331	156.41	8.4478	37.919	86.909	155.06
0.05	8.4488	37.985	87.300	156.35	8.4270	37.504	84.790	148.58
0.10	8.4401	37.938	87.183	156.12	8.3546	36.153	78.546	131.57
0.20	8.4047	37.730	86.558	154.40	8.0874	32.122	63.760	98.806
$E_1/E_2 = 15$								
0.01	4.0116	18.031	41.432	74.190	4.0094	18.000	41.286	73.738
0.02	3.9960	17.949	41.227	73.786	3.9885	17.839	40.681	72.095
0.05	3.9471	17.690	40.526	72.278	3.9109	17.089	37.667	64.041
0.10	3.8656	17.212	39.083	68.854	3.7419	15.329	31.300	49.452
0.20	3.7015	16.118	35.403	59.676	3.3312	11.808	21.481	31.295
$E_1/E_2 = 40$								
0.01	3.4145	15.349	35.270	63.157	3.4108	15.298	35.034	62.438
0.02	3.4014	15.274	35.081	62.778	3.3871	15.093	35.220	60.178
0.05	3.3559	15.034	34.424	61.355	3.2932	14.111	30.283	50.017
0.10	3.2809	14.591	33.077	58.157	3.0814	11.964	23.180	35.118
0.20	3.1315	13.592	29.743	49.981	2.5935	8.3979	14.446	20.425

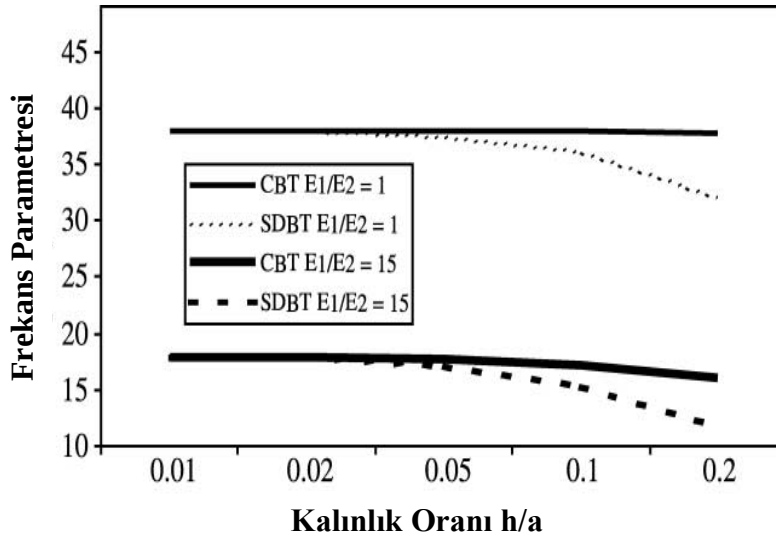
Kirişler ve burada derin eğrilige sahip ince kirişler için sunulanlar gösterilmiştir. Boyutsuz frekans parametresi $\Omega = \omega\alpha^2\sqrt{12I_1/E_{11}h^2} = \omega\alpha^2\sqrt{I_1A/E_{11}I}$ ile hesaplanır, burada A kesitsel alandır ve I atalet momentidir. Sonuç olarak, sığ kiriş denklemleri derin kiriş denklemlerinden daha yüksek frekanslar verdiği görülmektedir. Eğrilik arttıkça her iki teori arasındaki fark sığ kiriş denklemlerinin sınırı olarak alınan α/R oranı 1'e ulaştığında temel frekans için yaklaşık % 10 artar ve maksimuma ulaştığı görülmektedir. Bu fark yüksek frekanslar için azalır, çünkü daha yüksek frekanslarla ilişkili mod şekilleri, kirişi her biri orijinal kirişlerden daha sığ olan yarım dalga boyu yarıçap oranı açısından bölümlere ayırmaktadır (Qatu, 2004).

Çizelge 4.3 klasik ve kayma deformasyonu kavisli kiriş denklemleri kullanılarak elde edilen sonuçlar arasında bir karşılaştırmayı göstermektedir. Aynı frekans parametresi kullanılır. Kalınlık oranı h/R orta kalınlıktaki kiriş denklemlerinin sınırı olarak alınan 0.01 ile 0.2 arasında değişmektedir. Bu denklemlerin üç boyutlu elastisite teorisi karşılaştırılmasında bize yol göstermektedir. Sonuçlar ince kiriş teorisinin sınırı belirleme kriterlerini göstermektedir. Ortotropi oranı arttıkça kesme deformasyonunun ve dönme ataletinin etkisi artar (Qatu, 2004).



Şekil 4.1. Temel frekans parametreleri $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ kirişler, CBT ve SDBT kullanarak $\alpha/R = 1.0, G_{12}/E_2 = G_{13}/E_3 = 0.5$ (Qatu, 2004).

Maksimum fark dördüncü frekansta ince kiriş denklemleriyle elde edilen frekanslar ile orta kalınlıkta kiriş arasında denklemler 0,05 kalınlık oranı ve tek katmanlı kirişler için %5,2; bu fark ortotropi oranı 15 olan $[0^\circ, 90^\circ]$ çapraz katlı kirişler için bu fark %12,9 ve ortotropi oranı 40 olan için bu fark %22,7 olmaktadır. Her iki teori arasındaki fark ince kiriş teorisinin sınırı olarak alınan kalınlık oranı 0,05'i aştığında temel frekanslar için bile büyük olmaktadır. Sonuçlar birinci ve ikinci modlar için Şekil 5.3 ve Şekil 5.4'te grafiksel olarak gösterilmektedir. Heri iki ortotropi oranı 1 ve 15 her şekilde gösterilmiştir. Rakamlar CBT ve SDBT arasındaki farkın daha yüksek kalınlık oranı ve daha yüksek modlarla nasıl arttığını göstermektedir (Qatu, 2004). Bu sonuçlar kabuk teorilerinin ve kabuk sınırlarının belirlenmesinde kullanılabilir. Ritz ve sonlu elemanlar yöntemi gibi yaklaşık yöntemleri kullanma konusunda gelecekte yapılacak olan çalışmalar için kriter olarak da kullanılabilirler (Qatu, 2004).



Şekil 4.2. İkinci en düşük frekans parametreleri $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ kirişler, CBT ve SDBT kullanarak $\alpha/R = 1.0, G_{12}/E_2 = G_{13}/E_3 = 0.5$ (Qatu, 2004).

Çizelge 4.5’te tipik eğrilik oranına sahip lamine eğimli kirişlerin ilk altı frekans parametresi için yapılan yakınsama çalışmaları gösterilmektedir. α/R oranı 0,5 ve çeşitli ortotropik her iki kenarda S1 ve S2 sınır koşulları için oranlamaktadır. Oran α/h 100 değerinde sabit tutulmaktadır ve iki ortotropik oran kullanılmaktadır. Çizelge 4.6’da C1 ve C2 sınır koşulları için benzer bir yakınsama çalışması gösterilmektedir. Hem U hem de W fonksiyonlarında altı terim kullanılarak elde edilen sonuçları göstermektedir. Bu toplam $2 \times 6 = 12$ DOF elde edilmektedir (Qatu, 2004).

Yakınsama çalışmaları $2 \times 6 = 12$ terimle başlar. Bu terimler kullanılarak elde edilen frekans parametreleri ilk üç için iyidir. S1 ve C1 destekleri durumunda son üç için iyi değildir. S2 ve C2 destekleri için daha iyi bir yakınsama gözlenmektedir. 2×11 terim düzeyine ulaşılan kadar hem α hem de z yönlerinde terim sayısı artırılır. Yakınsama oldukça iyidir ve frekanslar bu sonuçlarda sunulan parametrelerin neredeyse hepsinde altıncı frekans rakamı hariç ilk üç önemli rakamla birleşmiştir. 20 ve 22 terimli çözümler arasındaki maksimum fark tüm durumlarda altıncı frekans hariç % 1 den azdır. Yukarıdaki analizden tüm sonuçlar için $2 \times 10 = 20$ terimle yakınsamaya ulaşıldığı görülmektedir. Ardından aşağıdaki analizlerde 20 terim kullanılacaktır. Yalnızca ilk beş frekans parametreleri raporlanmaktadır (Qatu, 2004).

Çizelge 4.5. Frekans parametrelerinin yakınsaması $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamina kavisli kiriş, $\alpha/R = 0.5, \alpha/h = 100$ (Qatu, 2004).

DOF	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$
<i>S1 sınır koşulları, $E1/E2 = 1$ (tek katman)</i>						
2×6	9.5004	40.982	93.003	215.81	523.25	869.78
2×7	9.5003	39.116	92.911	167.76	304.65	868.46
2×8	9.5000	39.116	88.531	164.82	270.11	430.04
2×9	9.5000	39.105	88.527	157.91	256.49	406.57
2×10	9.5000	39.105	88.452	157.79	247.77	368.90
2×11	9.5000	39.105	88.452	157.54	246.96	359.41
<i>E1/E2 = 15</i>						
2×6	4.5177	19.365	45.859	155.77	258.14	529.58
2×7	4.5174	18.604	44.578	81.859	231.48	418.65
2×8	4.5173	18.598	42.121	81.203	130.60	326.60
2×9	4.5173	18.593	42.097	75.150	130.58	195.28
2×10	4.5173	18.593	42.050	75.119	117.93	194.45
2×11	4.5173	18.593	42.050	74.884	117.92	194.40
<i>S2 sınır koşulları, $E1/E2 = 1$ (tek katman)</i>						
2×6	38.871	83.269	167.448	168.07	509.64	865.70
2×7	38.861	82.334	163.895	165.58	273.72	856.14
2×8	38.860	82.296	157.651	165.45	270.22	406.09
2×9	38.860	82.284	157.497	165.25	251.26	402.71
2×10	38.860	82.284	157.292	165.25	250.97	359.11
2×11	38.860	82.283	157.290	165.25	249.83	358.67
<i>E1/E2 = 15</i>						
2×6	18.445	38.332	81.389	116.14	273.16	396.87
2×7	18.434	37.974	77.631	103.68	157.91	386.67
2×8	18.434	37.940	74.809	102.25	155.00	193.68
2×9	18.434	37.935	74.645	100.08	144.55	190.00
2×10	18.434	37.935	74.551	99.985	144.17	170.16
2×11	18.434	37.935	74.549	99.888	143.10	169.68

Çizelge 4.6. Frekans parametrelerinin yakınsaması $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ kelepçeli için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamine kavisli kemer kirişler, $\alpha/R = 0.2, \alpha/h = 100$ (Qatu, 2004).

DOF	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$
<i>C1 sınır koşulları, $E1/E2 = 1$ (tek katman)</i>						
2×6	21.976	70.713	134.05	254.86	383.38	551.70
2×7	21.976	61.401	133.98	215.97	341.87	550.87
2×8	21.967	61.400	120.89	215.82	318.18	456.75
2×9	21.967	61.300	120.89	200.41	315.93	443.95
2×10	21.967	61.300	120.51	200.40	299.96	436.27
2×11	21.967	61.299	120.51	199.50	299.91	420.06
<i>E1/E2 = 15</i>						
2×6	10.449	33.262	66.208	243.233	335.78	464.84
2×7	10.449	29.200	66.200	112.473	312.84	446.17
2×8	10.445	29.200	57.588	112.470	173.96	393.14
2×9	10.445	29.145	57.588	95.882	173.93	252.84
2×10	10.445	29.145	57.291	95.882	144.65	252.57
2×11	10.445	29.145	57.291	94.837	144.65	244.85
<i>C2 sınır koşulları, $E1/E2 = 1$ (tek katman)</i>						
2×6	61.124	103.12	169.22	215.52	363.12	549.70
2×7	61.025	103.10	168.97	200.81	321.78	535.05
2×8	61.025	102.96	168.41	200.02	307.39	443.36
2×9	61.025	102.96	168.40	199.14	303.68	430.01
2×10	61.025	102.96	168.39	199.12	302.07	420.95
2×11	61.025	102.96	168.39	199.10	301.96	417.32
<i>E1/E2 = 15</i>						
2×6	29.069	51.552	112.18	114.26	180.60	445.51
2×7	29.016	51.506	95.736	114.21	180.10	257.36
2×8	29.015	51.350	95.697	111.84	152.19	252.40
2×9	29.015	51.350	94.664	111.83	152.18	204.85
2×10	29.015	51.348	94.663	111.64	149.21	204.60
2×11	29.015	51.348	94.637	111.64	149.21	198.58

Çizelge 4.7. Eğriliğin frekans parametreleri üzerindeki etkisi $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamine kavisli kirişler, α/h 100; S1 sınır koşulları (Qatu, 2004).

a/R	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5
<i>C1 sınır koşulları, E1/E2 = 1 (i.e., tek katman)</i>					
-	9.8696	39.478	88.827	157.92	247.86
0.01	9.8695	39.478	88.826	157.92	247.86
0.05	9.8659	39.475	88.823	157.92	247.86
0.10	9.8546	39.463	88.812	157.91	247.86
0.20	9.8097	39.418	88.767	157.90	247.85
0.50	9.5000	39.105	88.452	157.79	247.77
0.80	8.9441	38.527	87.870	157.52	247.63
1.00	8.4517	38.000	87.336	157.21	247.48
2.00	4.9512	33.805	82.978	153.76	245.73
π	-	26.480	74.904	146.06	240.74
<i>E1/E2 = 15</i>					
-	4.7031	18.811	42.320	75.283	118.05
0.01	4.7028	18.810	42.318	75.283	118.04
0.05	4.7003	18.805	42.309	75.280	118.02
0.10	4.6939	18.796	42.294	75.274	118.00
0.20	4.6705	18.766	42.254	75.255	117.96
0.50	4.5173	18.593	42.050	75.119	117.93
0.80	4.2481	18.295	41.720	74.856	117.95
1.00	4.0115	18.030	41.432	74.608	117.98
2.00	2.3449	15.982	39.210	72.531	117.60
π	-	12.482	35.258	68.616	115.10

Çizelge 4.7’de S1 tipi basit şekilde desteklenen kemerler için elde edilen ilk beş frekans parametresi üzerindeki eğriliğin etkisi gösterilmektedir. Çalışmada bulunan eğrilik oranları 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 0.8, 1.0, 2.0 ve π dir. Eğri kirişin kırılma açısı θ , kavis oranı da α/R dir. Bu 2.0’lık eğrilik oranının 114.6° lik bir açılma açısına karşılık geldiği anlamına gelmektedir. π ’nin son eğrilik oranı, kapalı dairenin yarısı olan eğrilik kirişine karşılık gelmektedir. Çizelgeler 4.8-4.10 sırasıyla S2, C1, C2 sınır koşulları için benzer çalışmaları göstermektedir (Qatu, 2004).

İlk önemli gözlem olarak kısıtlamanın teğet yer değiştirme üzerindeki etkisinin bir sonucudur. Eğriliği hafif artırma düzlem içi yer değiştirmenin üzerinde kısıtlama olmayan eğri kirişler için çok sınırlı etkiye sahiptir. Burada bahsedilen S1 ve C1 sınırları için olan durumdur. Bu kirişler eğrilik olarak derinleştğinde etki büyümeye başlamaktadır. Bu durum $\alpha/R > 1$ olarak da ifade edilmektedir (Qatu, 2004).

Teğetsel yer değiştirme u ’daki sınırlandırma uygulandığında örneğin S2 ve C2 sınırları için eğrilik etkileri çok büyük olduğu görülmektedir. Bu kirişler için çok hafif eğrilik veya düzlük sapması frekans parametrelerinde belirgin bir artışa neden olmaktadır. Bu sapma, bu etkiyi göstermek için kirişin kalınlığı kadar küçük olabilir. Eğrilik oranının 0’ dan yani düz kirişin 0.5’e yani orta derecede derin kavisli kirişe yükseltilmesi S2 desteklerinin temel frekansını üçlünden fazla, C2 desteklerinde ise iki kattan fazla arttırmıştır. Bu durum Şekil 4.3’te görülmektedir (Qatu, 2004).

İlk doğal frekanslar ilk simetrik moda karşılık gelmektedir. İkinci frekans birinci antisimetrik moda karşılık gelmektedir. Eğriliğin etkisi simetrik modlar için çok

büyüktür. Bu modlar için normal kuvvet (N) sınırlandırmalar normal yer değiştirmeye empoze edildiklerinde eğrilik arttıkça hızlı bir şekilde gelişmektedir. Bu normal kuvvet çekmedir ve bunun etkisi frekansları arttırmaktır. Birinci antisimetrik moda karşılık gelen ikinci frekans için eğrilik etkisi sınırlıdır. Bu, diğer simetrik ve antisimetrik modlar için de geçerlidir (Qatu, 2004).

Eğrilik arttıkça simetrik modlara karşılık gelen frekanslardaki hızlı artış bunların antisimetrik modlara karşılık gelen frekansları aşmasını sağlamaktadır. S2 sınırlarına sahip tek katmanlı kirişlerde eğrilik oranı 0.10'dan 0.20'ye değiştiği için ilk simetrik moda karşılık gelen frekans temel frekans olmaktan ikinci frekans olarak değişmektedir. İkinci ve üçüncü simetrik modlar yani üçüncü ve beşinci frekanslar için benzer gözlemler yapılabilmektedir. Eğrilik oranı artar, daha yüksek frekanslar haline gelmektedir. Daha yüksek eğrilik değerlerinde değişirler çünkü bu daha yüksek modlarda kavisli kirişin her biri orijinal kemer yerine her yarım sinüs dalgası için daha sığ olan bölümlere bölünmektedir (Qatu, 2004).

Bu mod için üst üste binme olayı 15 ortotropik orana sahip $[0^\circ, 90^\circ]$ laminantlar için daha erken gerçekleşmektedir. Eğrilik 0.05'ten 0.10'a değiştikçe birinci frekans ikinci frekans olmaktadır. Benzer gözlemler C2 sınırlarına sahip kirişler için yapılmaktadır. Bu sınırlar için bu mod örtüşmesi daha yüksek eğrilik oranında gerçekleşmektedir (Qatu, 2004).

Normal yer değiştirmedeki sınırlandırmalar için α/R oranı arttığında doğal frekanslar maksimum değere ulaşma eğiliminde olmaktadır. Bu durumu S2 ve C2 için örnek olarak verilebilmektedir. Maksimum temel frekans parametresi S2 sınır koşulu için $\alpha/R = 0.1$ ve C2 sınır koşulu için 0.3 olduğunda elde edilmiştir. Daha yüksek frekans parametreleri için daha yüksek α/R oranları için maksimum değerler elde edilmektedir. Açılma açısı 180° olduğunda temel frekansın sert gövde modunu temsil eden sıfır olduğu belirtilmelidir (Qatu, 2004).

Sonuç olarak lamine ince ve kalın kompozit kavisli kirişlerin titreşimi anlatılmıştır. Kesin çözümlerin mümkün olmadığı tespit edilmiştir. Alternatif olarak Ritz yöntemi CBT kullanarak rastgele sınır koşulları için doğru sayısal frekanslar elde edilmesinde kullanılmaktadır. Eğrilik, düzlem içi kısıtlamaların frekans parametreleri üzerindeki etkileri açık bir şekilde görülmektedir. Kalın eğri kirişler için benzer bir şekilde analizi yapılabilmektedir (Qatu, 2004).

Çizelge 4.8. Eğriliğin frekans parametreleri üzerindeki etkisi $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ sadece desteklenen için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamine kavisli kiriş, $\alpha/h = 100$; *S2 sınır koşulları* (Qatu, 2004).

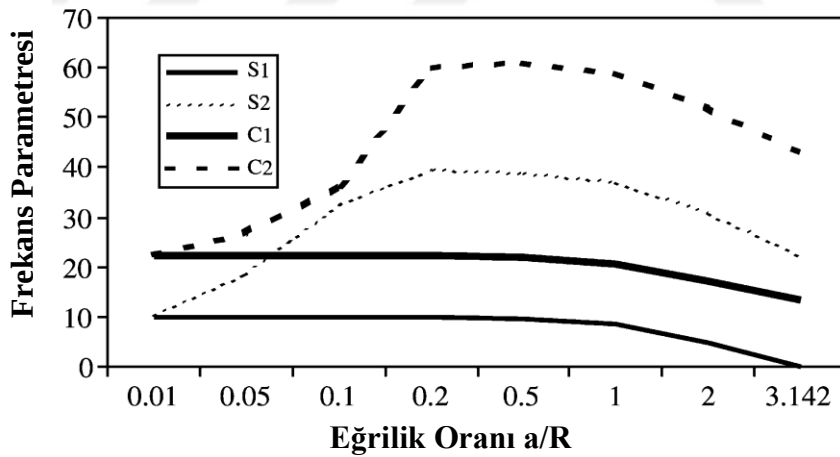
a/R	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5
<i>E₁/E₂ = 1 (tek katman)</i>					
-	9.8696	39.478	88.827	157.92	247.86
0.01	10.351	39.478	88.832	157.92	247.86
0.05	18.430	39.472	88.979	157.91	247.87
0.10	32.467	39.453	89.501	157.89	247.92
0.20	39.378	60.147	93.095	157.82	248.13
0.50	38.860	82.284	157.29	165.25	250.97
0.80	37.925	82.627	156.34	229.93	283.00
1.00	37.092	82.184	155.48	237.09	340.00
2.00	31.058	77.298	148.91	235.50	355.68
π	22.367	68.288	137.92	225.81	349.87
<i>E1/E2 = 15</i>					
-	6.4291	18.807	44.533	75.166	120.44
0.01	7.9180	18.806	44.781	75.160	120.53
0.05	14.722	18.796	46.079	75.131	120.93
0.10	18.779	22.703	48.751	75.089	121.54
0.20	18.727	32.625	59.743	74.988	123.36
0.50	18.434	37.935	74.551	99.985	144.17
0.80	17.948	38.389	73.925	109.50	169.95
1.00	17.529	38.288	73.410	110.82	169.84
2.00	14.602	36.125	69.880	109.93	169.13
π	10.493	31.874	64.415	105.17	166.52

Çizelge 4.9. Eğriliğin frekans parametreleri üzerindeki etkisi $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ kelepçeli için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamine kavisli kiriş, $\alpha/h = 100$; *C1 sınır koşulları* (Qatu, 2004).

a/R	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5
<i>E₁/E₂ = 1 (tek katman)</i>					
-	22.373	61.673	120.90	199.86	298.75
0.01	22.373	61.677	120.90	199.86	298.74
0.05	22.369	61.669	120.90	199.87	298.76
0.10	22.357	61.658	120.89	199.89	298.80
0.20	22.307	61.613	120.84	199.96	298.95
0.50	21.967	61.300	120.51	200.40	299.96
0.80	31.362	60.724	119.90	200.93	301.51
1.00	20.833	60.199	119.35	201.17	302.64
2.00	17.303	56.068	114.87	199.95	306.18
π	13.358	49.077	106.79	194.01	303.25
<i>E1/E2 = 15</i>					
-	10.661	29.386	57.601	95.567	143.58
0.01	10.660	29.385	57.599	95.576	143.61
0.05	10.657	29.378	57.587	95.611	143.70
0.10	10.649	29.366	57.569	95.653	143.82
0.20	10.621	39.332	57.522	95.731	144.05
0.50	10.445	28.145	57.291	95.882	144.65
0.80	10.146	28.835	56.928	95.881	145.07
1.00	9.8882	28.562	56.616	95.789	145.23
2.00	8.1941	28.505	54.275	94.248	144.72
π	6.3218	23.130	50.264	90.249	141.92

Çizelge 4.10. Eğriliğin frekans parametreleri üzerindeki etkisi $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ kelepçeli için $[0^\circ, 90^\circ]$ lamine kavisli kiriş, $\alpha/h = 100$; C2 sınır koşulları (Qatu, 2004).

a/R	m = 1	m = 2	m = 3	m = 4	m = 5
$E_1/E_2 = 1$ (tek katman)					
-	22.373	61.673	120.90	199.86	298.74
0.01	22.558	61.673	120.91	199.86	298.74
0.05	26.589	61.666	121.07	199.85	298.77
0.10	36.306	61.647	121.58	199.83	298.84
0.20	60.164	61.568	124.16	199.74	299.13
0.50	61.025	102.96	168.39	199.12	302.07
0.80	60.040	107.57	197.99	241.26	316.50
1.00	59.159	107.85	196.98	268.54	349.40
2.00	52.691	103.87	189.29	280.19	428.09
π	43.258	95.119	176.46	271.24	417.50
$E_1/E_2 = 15$					
-	10.661	29.386	57.601	95.208	142.27
0.01	10.866	29.384	57.606	95.204	142.27
0.05	14.941	29.376	57.777	95.185	142.27
0.10	23.265	29.361	58.411	95.155	142.33
0.20	29.311	39.735	62.683	95.074	142.67
0.50	29.015	51.348	94.663	111.64	149.21
0.80	28.513	51.741	94.011	132.79	193.62
1.00	28.074	51.558	93.451	134.45	205.54
2.00	28.936	49.179	89.422	133.17	202.31
π	20.441	44.834	82.723	128.09	173.12



Şekil 4.3. Eğriliğin frekans parametreleri üzerindeki etkisi $\Omega = \omega \alpha^2 \sqrt{12I_1/E_{11}h^2}$ kavisli bir kirişin çeşitli sınırları için, $\alpha/h = 100$; $E_1/E_2 = 1$ (Qatu, 2004).

Bu bölümde elastik bir ortama gömülü ve dikdörtgen kesitli nano ölçekli halkaların yerel olmayan elastisite teorisine dayalı serbest titreşim frekansları, yerel olmayan parametre, mod numarası, elastik ortam rijitliği, halka çapı, kesit uzunluğu gibi farklı parametreler altında hesaplanmış olup tablo ve grafiklerle sunulmuştur. Elde edilen doğal frekans değerlerinin analizlerde kullanılan parametreler altında detaylı

tartışmaları gerçekleştirilmiştir ve nanohalkaların atomik boyut etkisine bağlı mekanik davranışları araştırılmıştır.

Serbest titreşim frekanslarının hesaplanmasında, nanohalkanın yapıldığı malzemenin elastisite modülünün $E=0.45$ TPa, birim hacim ağırlığının $\rho = 3210 \text{ kg/m}^3$ ve Poisson oranının $\nu = 0.27$ olduğu kabul edilmiştir (Cangir 2021). Ayrıca aksi belirtilmedikçe halka çapı $R=20$ nm, kesit kalınlığı ve yüksekliği $b = 1$ nm ve $h = 2$ nm olarak alınmıştır. Denklemler (3.85) ve (3.98) kullanılarak elde edilen doğal frekanslar GHz birimi ile verilmektedir.

İlk olarak nanohalkaların farklı boyutsuz atomik parametre değerlerine göre ilk on titreşim modunun doğal frekansları Çizelge 4.11’de verilmektedir. $\alpha = 0$ için verilen sonuçlar klasik elastisite teorisine göre serbest titreşim çözümüne aittir. Böylece yerel olmayan elastisite parametresi altında frekansların azalmakta olduğu ifade edilebilir. Yerel olmayan parametreyle ilgili diğer yorumlara geçmeden önce temel modda titreşim frekansı bulunmadığı dikkat çeken bir sonuçtur. Yani nanohalka temel modda düzlem içi titreşim hareketi göstermez. Ayrıca mod sayısı arttıkça frekanslar yükselmektedir. Öte yandan, yerel olmayan parametrenin büyüklüğü arttıkça doğal frekanslardaki azalma daha da yükselir. Ayrıca yerel olmayan parametrenin etkisi mod sayısı yükseldikçe daha belirgin bir hal alır. Anlaşılmaktadır ki atomik parametre, yapının rijitliğini düşüren bir etmen olduğundan mekanik analizde mutlaka göz önüne alınmalıdır.

Çizelge 4.11. Nanohalkanın farklı boyutsuz atomik parametre değerleri için ilk on mod serbest titreşim doğal frekansları

Mod Sayısı	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.2$
1	0.0000	0.0000	0.0000
2	3.6491	3.5783	3.3881
3	10.3213	9.8860	8.8504
4	19.7902	18.3747	15.4535
5	32.0050	28.6261	22.6310
6	46.9507	40.2599	30.0571
7	64.6216	52.9401	37.5605
8	85.0153	66.3858	45.0580
9	108.1307	80.3729	52.5129
10	133.9670	94.7290	59.9119

Çizelge 4.12’de elastik ortamda (veya zemin) bulunan nanohalkanın yerel olmayan ilk beş mod titreşim frekansları farklı elastik ortam rijitliği değerlerine göre hesaplanmıştır. Buna göre elastik ortamın frekansları artırdığı anlaşılmaktadır. Çizelge 4.11’de 0 olarak görülen temel mod frekansları elastik zemin etkisinde 0’dan farklı bir değer almaktadır. Mod sayısı arttıkça elastik zemin rijitliğinin frekansları yükseltmedeki etkisi azalmaktadır. Yerel olmayan elastisite sonuçlarına bakıldığı zaman, elastik zemine gömülü nanohalkaların 0’dan farklı hesaplanan temel mod frekansları atomik parametre artışından etkilenmemektedir. Ayrıca elastik zemin rijitliği yükseldikçe, atomik parametrenin frekanslar üzerindeki düşürme etkisi azalmaktadır.

Çizelge 4.12. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı elastik zemin rijitliği ve boyutsuz atomik parametre değerleri için ilk beş mod serbest titreşim doğal frekansları

k_M (nN/nm ²)	Mod Sayısı	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.2$
1	1	1.9863	1.9863	1.9863
	2	4.1547	4.0926	3.9275
	3	10.5107	10.0836	9.0706
	4	19.8896	18.4818	15.5807
	5	32.0666	28.6950	22.7180
10	1	6.2813	6.2813	6.2813
	2	7.2644	7.2291	7.1369
	3	12.0824	11.7128	10.8529
	4	20.7631	19.4187	16.6813
	5	32.6156	29.3072	23.4865
100	1	19.8634	19.8634	19.8634
	2	20.1958	20.1831	20.1502
	3	22.3849	22.1875	21.7459
	4	28.0393	27.0589	25.1667
	5	37.6679	34.8426	30.1117

Farklı halka çapına sahip nanohalkaların ilk beş mod doğal titreşim frekansları farklı atomik parametre değerlerine göre Çizelge 4.13'te verilmektedir. Analizlerde elastik ortam gözetilmemiştir. Halka çapı arttıkça frekansların genel olarak azaldığı ifade edilmelidir. Bunun sebebi yapının kütesinin artması ve rijitliğinin düşmesidir. Düşük çaplı halkalarda yerel olmayan parametre frekansları daha fazla düşürmektedir. O halde, yapı ölçülerinin makro boyuttan giderek uzaklaştığı ve nano boyuta yaklaştığı yapılarda yerel olmayan elastisite teorisi anlam kazanmaktadır.

Çizelge 4.13. Nanohalkanın farklı halka çapı ve boyutsuz atomik parametre değerleri için ilk beş mod doğal titreşim frekansları

α	Mod Sayısı	$R = 5$ nm	$R = 10$ nm	$R = 100$ nm
0	1	0.0000	0.0000	0.0000
	2	58.3861	14.5965	0.1460
	3	165.1408	41.2852	0.4129
	4	316.6431	79.1608	0.7916
	5	512.0800	128.0200	1.2802
0.1	1	0.0000	0.0000	0.0000
	2	57.2523	14.3131	0.1431
	3	158.1762	39.5441	0.3954
	4	293.9957	73.4989	0.7350
	5	458.0183	114.5046	1.1450
0.2	1	0.0000	0.0000	0.0000
	2	54.2101	13.5525	0.1355
	3	141.6071	35.4018	0.3540
	4	247.2567	61.8142	0.6181
	5	362.0952	90.5238	0.9052

Çizelge 4.14. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı halka çapı değerleri ilk beş mod klasik doğal titreşim frekansları

k_M (nN/nm ²)	Mod Sayısı	$R = 5$ nm	$R = 10$ nm	$R = 100$ nm
1	1	1.9863	1.9863	1.9863
	2	58.4199	14.7311	1.9917
	3	165.1528	41.3330	2.0288
	4	316.6493	79.1857	2.1383
	5	512.0839	128.0354	2.3631
10	1	6.2813	6.2813	6.2813
	2	58.7230	15.8907	6.2830
	3	165.2603	41.7603	6.2949
	4	316.7054	79.4096	6.3310
	5	512.1185	128.1740	6.4105
100	1	19.8634	19.8634	19.8634
	2	61.6724	24.6498	19.8639
	3	166.3311	45.8151	19.8676
	4	317.2655	81.6148	19.8791
	5	512.4651	129.5518	19.9046

Çizelge 4.15. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı halka çapı değerleri ilk beş mod yerel olmayan doğal titreşim frekansları ($\alpha = 0.2$)

k_M (nN/nm ²)	Mod Sayısı	$R = 5$ nm	$R = 10$ nm	$R = 100$ nm
1	1	1.9863	1.9863	1.9863
	2	54.2465	13.6973	1.9910
	3	141.6210	35.4575	2.0176
	4	247.2647	61.8461	2.0803
	5	362.1007	90.5456	2.1829
10	1	6.2813	6.2813	6.2813
	2	54.5728	14.9374	6.2828
	3	141.7463	35.9547	6.2913
	4	247.3365	62.1325	6.3117
	5	362.1497	90.7415	6.3462
100	1	19.8634	19.8634	19.8634
	2	57.7347	24.0463	19.8638
	3	142.9934	40.5936	19.8665
	4	248.0533	64.9272	19.8730
	5	362.6396	92.6775	19.8840

Elastik zemine gömülü nanohalkaların farklı elastik zemin rijitliği ve halka çapı değerleri altında elde edilen doğal frekans değerleri yerel ve yerel olmayan ($\alpha = 0.2$) serbest titreşim için sırayla Çizelgeler 4.14 ve 4.15'te verilmiştir. Halka çapı ve yerel olmayan parametre temel modda frekans değeri üzerinde herhangi bir etkiye sahip değildir. Yüksek çaplı halkaların frekans değerleri üzerinde yerel olmayan parametre ve elastik zemin rijitliğinin etkisi oldukça düşüktür. Ayrıca, düşük elastik zemin rijitliği değerinde halka çapı değişiminin frekanslar üzerinde bir miktar daha fazla etkili olduğu ifade edilebilir.

Çizelge 4.16. Nanohalkanın farklı kesit kalınlığı ve boyutsuz atomik parametre değerleri için ilk beş mod doğal titreşim frekansları

α	Mod Sayısı	$b = 0.1$ nm	$b = 1$ nm	$b = 5$ nm
0	1	0.0000	0.0000	0.0000
	2	0.3649	3.6491	18.2457
	3	1.0321	10.3213	51.6065
	4	1.9790	19.7902	98.9510
	5	3.2005	32.0050	160.0250
0.1	1	0.0000	0.0000	0.0000
	2	0.3578	3.5783	17.8913
	3	0.9886	9.8860	49.4301
	4	1.8375	18.3747	91.8737
	5	2.8626	28.6261	143.1307
0.2	1	0.0000	0.0000	0.0000
	2	0.3388	3.3881	16.9407
	3	0.8850	8.8504	44.2522
	4	1.5454	15.4535	77.2677
	5	2.2631	22.6310	113.1548

Çizelge 4.16’da farklı kesit kalınlığına sahip nanohalkaların doğal frekansları üzerinde yerel olmayan parametrenin etkisi incelenmiştir. Genel olarak kalınlık arttığında frekanslar artmaktadır çünkü rijitlik özelliği olan kesit atalet momenti ve kütleden daha fazla artış göstermektedir. Kesit kalınlığı yüksek olan halkalarda yerel olmayan elastisite parametresinin frekansları daha fazla düşürdüğü söylenebilir. Ek olarak, düşük yerel olmayan parametre değerlerinde kesit kalınlığının artışı özellikle yüksek modların frekanslarını daha fazla yükseltmektedir.

Çizelge 4.17. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı kesit kalınlığı değerleri için ilk beş mod klasik doğal titreşim frekansları

k_M	Mod Sayısı	$b = 0.1$ nm	$b = 1$ nm	$b = 5$ nm
1	1	6.2813	1.9863	0.8883
	2	6.2919	4.1547	18.2673
	3	6.3656	10.5107	51.6142
	4	6.5857	19.8896	98.9550
	5	7.0497	32.0666	160.0275
10	1	19.8634	6.2813	2.8091
	2	19.8667	7.2644	18.4606
	3	19.8902	12.0824	51.6829
	4	19.9617	20.7631	98.9908
	5	20.1195	32.6156	160.0497
100	1	62.8134	19.8634	8.8832
	2	62.8145	20.1958	20.2932
	3	62.8219	22.3849	52.3655
	4	62.8446	28.0393	99.3489
	5	62.8949	37.6679	160.2714

Çizelge 4.18. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı kesit kalınlığı değerleri için ilk beş mod yerel olmayan doğal titreşim frekansları ($\alpha = 0.2$)

k_M	Mod Sayısı	$b = 0.1$ nm	$b = 1$ nm	$b = 5$ nm
1	1	6.2813	1.9863	0.8883
	2	6.2905	3.9275	16.9639
	3	6.3434	9.0706	44.2611
	4	6.4686	15.5807	77.2728
	5	6.6766	22.7180	113.1582
10	1	19.8634	6.2813	2.8091
	2	19.8662	7.1369	17.1720
	3	19.8831	10.8529	44.3413
	4	19.9234	16.6813	77.3188
	5	19.9919	23.4865	113.1896
100	1	62.8134	19.8634	8.8832
	2	62.8144	20.1502	19.1284
	3	62.8197	21.7459	45.1350
	4	62.8325	25.1667	77.7767
	5	62.8542	30.1117	113.5029

Farklı kesit kalınlığına sahip nanohalkaların ilk beş mod doğal frekansları farklı elastik zemin parametresi değerlerine göre klasik ve yerel olmayan elastisite teorisi ($\alpha = 0.2$) için sırayla Çizelgeler 4.17 ve 4.18’de hesaplanmaktadır. Özellikle düşük kalınlıklı nanohalkalarda yüksek zemin parametresi değerleri için yerel olmayan parametre frekansların azalmasında fazla etkili değildir. Yüksek kalınlıklı halkalarda yerel olmayan parametrenin frekanslar üzerindeki etkisinin daha yüksek olduğu da eklenmelidir.

Çizelge 4.19. Nanohalkanın farklı kesit kalınlığı ve çap/kalınlık oranı değerleri için ikinci mod doğal titreşim frekansları

b (nm)	R/b	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.2$
0.1	5	583.8610	572.5228	542.1014
	10	145.9653	143.1307	135.5253
	20	36.4913	35.7827	33.8813
	40	9.1228	8.9457	8.4703
	100	1.4597	1.4313	1.3553
1	5	58.3861	57.2523	54.2101
	10	14.5965	14.3131	13.5525
	20	3.6491	3.5783	3.3881
	40	0.9123	0.8946	0.8470
	100	0.1460	0.1431	0.1355
5	5	11.6772	11.4505	10.8420
	10	2.9193	2.8626	2.7105
	20	0.7298	0.7157	0.6776
	40	0.1825	0.1789	0.1694
	100	0.0292	0.0286	0.0271

Çizelge 4.20. Nanohalkanın farklı kesit kalınlığı ve çap/kalınlık oranı değerleri için üçüncü mod doğal titreşim frekansları

b (nm)	R/b	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.2$
0.1	5	1651.4084	1581.7623	1416.0710
	10	412.8521	395.4406	354.0177
	20	103.2130	98.8601	88.5044
	40	25.8033	24.7150	22.1261
	100	4.1285	3.9544	3.5402
1	5	165.1408	158.1762	141.6071
	10	41.2852	39.5441	35.4018
	20	10.3213	9.8860	8.8504
	40	2.5803	2.4715	2.2126
	100	0.4129	0.3954	0.3540
5	5	33.0282	31.6352	28.3214
	10	8.2570	7.9088	7.0804
	20	2.0643	1.9772	1.7701
	40	0.5161	0.4943	0.4425
	100	0.0826	0.0791	0.0708

Farklı kesit kalınlığı ve çap/kalınlık oranı değerleri için nanohalkaların ikinci ve üçüncü mod titreşim frekansları sırayla Çizelgeler 4.19 ve 4.20’de verilmektedir. Hesaplamalarda elastik zemin etkisi göz önüne alınmamıştır. Genel olarak kalınlık arttığında frekanslar azalmıştır. Çünkü bu sefer kalınlığın artmasıyla çap da artmıştır ve böyle bir durumda kütle artışı atalet artışından çok daha fazladır. Öte yandan, yerel olmayan parametrenin üçüncü mod frekanslarını daha fazla düşürdüğü rahatlıkla ifade edilebilir. Düşük kalınlık ve düşük çap/kalınlık değerlerinde yerel olmayan parametrenin etkinliğinin daha fazla olması, boyutları nano ölçeğe yakın yapılar üzerinde yerel olmayan elastisitenin önemini gözler önüne sermektedir. Her kalınlık değerinde kalınlık/çap artışı frekansları düşürür çünkü atalet momenti değişmezken kütle artış göstermektedir.

Çizelge 4.21. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı kesit kalınlığı ve çap/kalınlık oranı değerleri için ikinci mod doğal titreşim frekansları ($k_M = 100 \text{ nN/nm}^2$)

b (nm)	R/b	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.2$
0.1	5	587.2301	575.9583	545.7283
	10	158.9068	156.3072	149.3742
	20	72.6440	72.2906	71.3686
	40	63.4725	63.4473	63.3820
	100	62.8304	62.8298	62.8281
1	5	61.6724	60.6001	57.7347
	10	24.6498	24.4830	24.0463
	20	20.1958	20.1831	20.1502
	40	19.8843	19.8835	19.8814
	100	19.8639	19.8639	19.8638
5	5	14.6720	14.4922	14.0164
	10	9.3506	9.3330	9.2875
	20	8.9131	8.9119	8.9090
	40	8.8850	8.8850	8.8848
	100	8.8832	8.8832	8.8832

Çizelge 4.22. Elastik zemine gömülü nanohalkanın farklı kesit kalınlığı ve çap/kalınlık oranı değerleri için üçüncü mod doğal titreşim frekansları ($k_M = 100 \text{ nN/nm}^2$)

$b \text{ (nm)}$	R/b	$\alpha = 0$	$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.2$
0.1	5	1652.6025	1583.0091	1417.4634
	10	417.6031	400.3983	359.5471
	20	120.8241	117.1275	108.5291
	40	67.9068	67.5008	66.5965
	100	62.9490	62.9378	62.9131
1	5	166.3311	159.4186	142.9934
	10	45.8151	44.2525	40.5936
	20	22.3849	22.1875	21.7459
	40	20.0303	20.0165	19.9862
	100	19.8676	19.8673	19.8665
5	5	34.2019	32.8588	29.6819
	10	12.1280	11.8937	11.3597
	20	9.1199	9.1005	9.0578
	40	8.8981	8.8969	8.8942
	100	8.8835	8.8835	8.8834

Elastik zemine gömülü nanohalkaların farklı kalınlık ve çap/kalınlık oranı değerleri için yerel olmayan ikinci ve üçüncü mod frekans değerleri sırayla Çizelgeler 4.21 ve 4.22’de verilmektedir. Çizelgeler 6.9 ve 6.10 için elde edilen sonuçların tartışmaları düşünüldüğünde, öncelikle elastik zeminin düşük modların frekanslarını daha fazla yükselttiği sonucuna ulaşılır. Ayrıca, yerel olmayan parametre üçüncü modun frekanslarını daha fazla düşürmektedir. Elastik zemin durumunda, yüksek çap ve kalınlık değerinde yerel olmayan parametrenin frekanslar üzerindeki öneminin elastik zeminsiz duruma göre daha da azaldığı ifade edilmelidir.

Çizelge 4.23. Kayma deformasyonlu nanohalkaların farklı kesit kalınlığı değerleri için ilk on mod serbest titreşim doğal frekansları

Mod Sayısı	$b = 0.1 \text{ nm}$	$b = 1 \text{ nm}$	$b = 5 \text{ nm}$
1	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.3649	3.6438	17.6197
3	1.0321	10.2852	47.6666
4	1.9789	19.6639	86.4683
5	3.2002	31.6832	131.4799
6	4.6944	46.2707	180.8220
7	6.4608	63.3536	233.1421
8	8.4993	82.8533	287.4875
9	10.8094	104.6851	343.1936
10	13.3911	128.7590	399.7974

Buradan itibaren kayma deformasyonlu nanohalkaların klasik titreşimine dair elde edilen sonuçlar ve tartışmaları sunulacaktır. Elastik ortam rijitliği ve yerel olmayan parametre ihmal edilmiş olup elastik ortama gömülü nanohalkaların yerel olmayan elastisite teorisine göre serbest titreşiminin bu tez sonrasındaki bilimsel makale çalışmalarında ele alınması hedeflenmektedir. İlk olarak, kayma deformasyonuna sahip nanohalkaların üç farklı kesit kalınlığı değerine göre ilk 10 mod doğal titreşim frekansları Çizelge 4.23’te listelenmektedir. Öncelikle, Çizelge 4.16’da klasik elastisite için verilen sayısal değerler göz önüne alındığında kayma deformasyonunun frekansları

düşüren bir etmen olduğu, bu nedenle nano ölçekli yapıların mekanik davranışlarının araştırılmasında göz önüne alınması gerektiği mutlaka belirtilmelidir. Mod sayısı yükseldikçe frekans değerleri üzerinde kayma etkisi belirginleşir. Bu etki, yüksek kalınlık değerine sahip nanohalkalarda daha belirgin bir vaziyettedir. O halde nanohalkaların düzlem içi titreşiminde kalınlık arttıkça kayma etkisinin önem kazandığı kesinlikle vurgulanmalıdır. Bu arada, temel modda halkanın frekans değeri olmadığı da kayma deformasyonsuz nanohalkada olduğu gibi kayma deformasyonlu nanohalkalar için de geçerlidir.

Çizelge 4.24. Kayma deformasyonlu nanohalkaların farklı halka çapı değerleri için ilk on mod serbest titreşim doğal frekansları

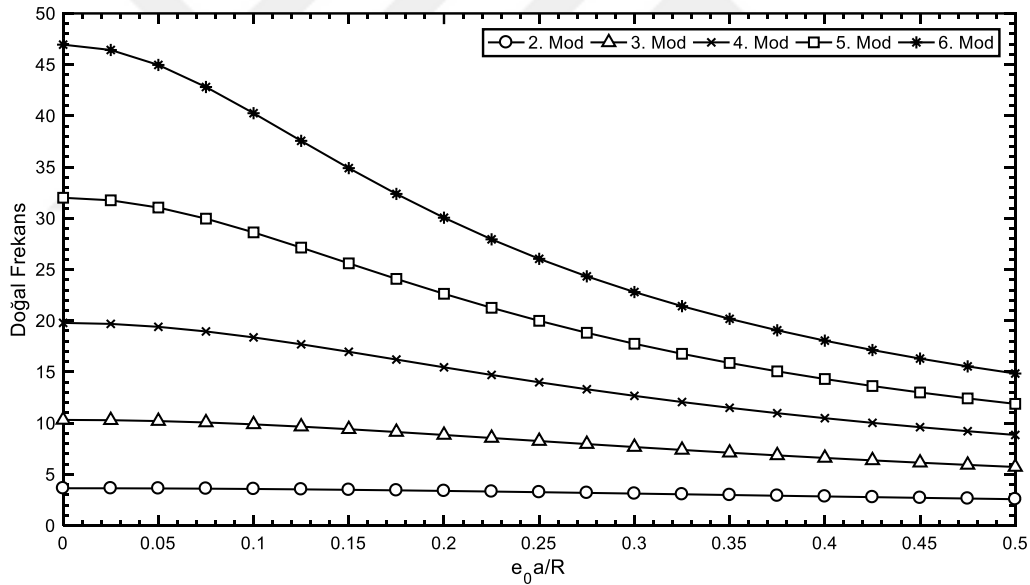
Mod Sayısı	$R = 5 \text{ nm}$	$R = 10 \text{ nm}$	$R = 100 \text{ nm}$
1	0.0000	0.0000	0.0000
2	57.0767	14.5123	0.1460
3	156.6730	40.7176	0.4128
4	288.9694	77.2073	0.7914
5	446.7985	123.1373	1.2797
6	624.2235	177.7132	1.8769
7	816.4468	240.1294	2.5828
8	1019.7185	309.5832	3.3970
9	1231.1709	385.2970	4.3194
10	1448.6366	466.5373	5.3497

Çizelge 4.24'te farklı çaplara sahip kayma deformasyonlu nanohalkaların ilk 10 modu için doğal titreşim frekansları hesaplanmıştır. Karşılaştırma açısından Çizelge 4.13'te klasik elstisite teorisine göre hesaplanan değerler göz önüne alınmalıdır. Genel olarak düşük çaplı nanohalkalar üzerinde kayma deformasyonunun etkisinin daha yüksek olduğu anlaşılmaktadır. Bilindiği üzere kayma deformasyonu, doğrusal eksenli sürekli sistemlerden, eğilme çubuğu olarak da bilinen kirişlerde açıklığın kısa olması ve eğilme doğrultusundaki uzunluğun (yükseklik) yüksek olması gibi durumlarda daha bariz olmaktadır. Çizelgeler 4.23 ve 4.24'te gerçekleştirilen tartışmaların sonucunda, kayma deformasyonlu nanokiriş ve nanohalka arasında bu analojinin kurulabileceği anlaşılmaktadır. Bunların haricinde çapın genel olarak frekansları düşüren bir parametre olduğu, düşük çaplı nanohalkalarda mod sayısının yükselmesinin halkanın frekansını daha fazla artırdığı da elde edilen diğer sonuçlar arasındadır.

Farklı kalınlık ve çap/kalınlık oranı değerlerine göre kayma deformasyonlu nanohalkaların dört farklı modu için serbest titreşim frekansları Çizelge 4.25'te verilmektedir. Genel olarak düşük kalınlığa ve düşük çaplara sahip nanohalkaların frekans değerleri daha yüksektir ve mod sayısının artışı durumunda frekanslardaki artış daha da yükselir. Çizelgeler 4.19 ve 4.20'de sırayla ikinci ve üçüncü modlar ve klasik elastisite için verilen frekans değerleri göz önüne alındığında kayma etkisinin üçüncü moddaki frekansları daha fazla düşürdüğü görülmektedir.

Çizelge 4.25. Kayma deformasyonlu nanohalkaların farklı kesit kalınlığı ve çap/kalınlık oranı değerleri için ilk beş mod doğal titreşim frekansları

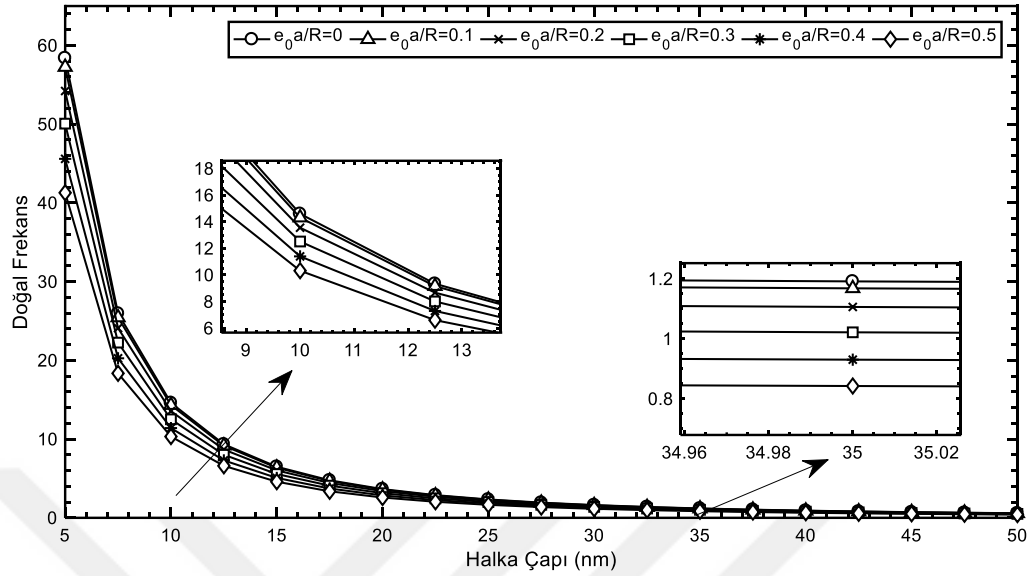
b (nm)	R/b	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
0.1	5	570.7674	1566.7295	2889.6945	4467.9853
	10	145.1227	407.1760	772.0732	1231.3732
	20	36.4383	102.8516	196.6387	316.8317
	40	9.1195	25.7806	49.3958	79.8085
	100	1.4596	4.1279	7.9140	12.7968
1	5	57.0767	156.6730	288.9694	446.7985
	10	14.5123	40.7176	77.2073	123.1373
	20	3.6438	10.2852	19.6639	31.6832
	40	0.9120	2.5781	4.9396	7.9809
	100	0.1460	0.4128	0.7914	1.2797
5	5	11.4153	31.3346	57.7939	89.3597
	10	2.9025	8.1435	15.4415	24.6275
	20	0.7288	2.0570	3.9328	6.3366
	40	0.1824	0.5156	0.9879	1.5962
	100	0.0292	0.0826	0.1583	0.2559



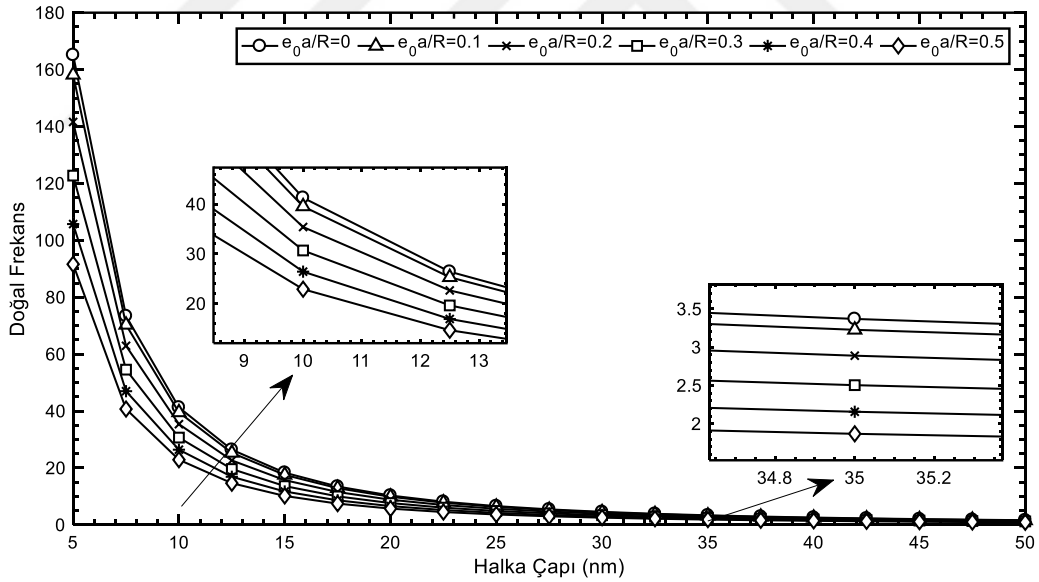
Şekil 4.4. Nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının boyutsuz atomik parametreye göre değişimi.

Grafiklerde, ilk olarak kayma deformasyonunun ihmal edildiği nanohalkaların doğal frekans sonuçları hakkında tartışmalar gerçekleştirilmektedir. Buna göre, ilk olarak nanohalkaların beş farklı mod doğal titreşim frekanslarının boyutsuz atomik parametre değerinin artışına karşılık değişimleri Şekil 4.4'te çizdirilmektedir. Görüldüğü üzere boyutsuz atomik parametredeki artışa karşılık nanohalkanın frekansındaki azalış şiddetlenmektedir. Bu belirtilen, mod sayısı yükseldikçe daha da belirgin bir vaziyet almaktadır. Atomik parametre altında nanohalkanın frekanslarındaki azalmadan dolayı yerel olmayan elastisitenin atomik ölçekli yapıların mekanik

analizinde muhakkak gözetilmesi gerektiği kesinlikle vurgulanmalıdır.



(a)

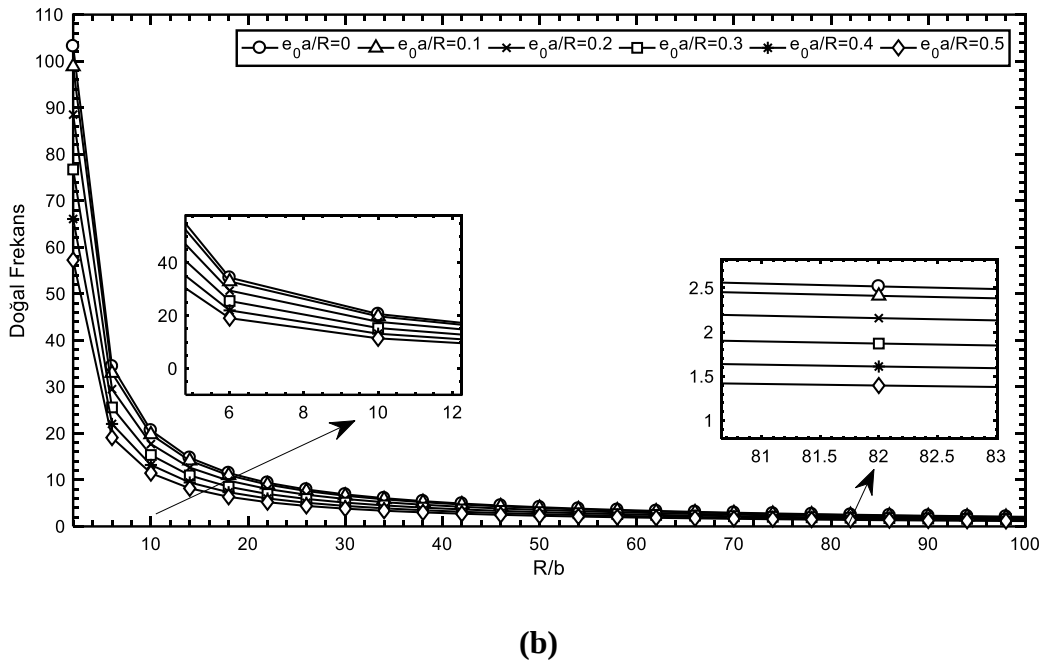
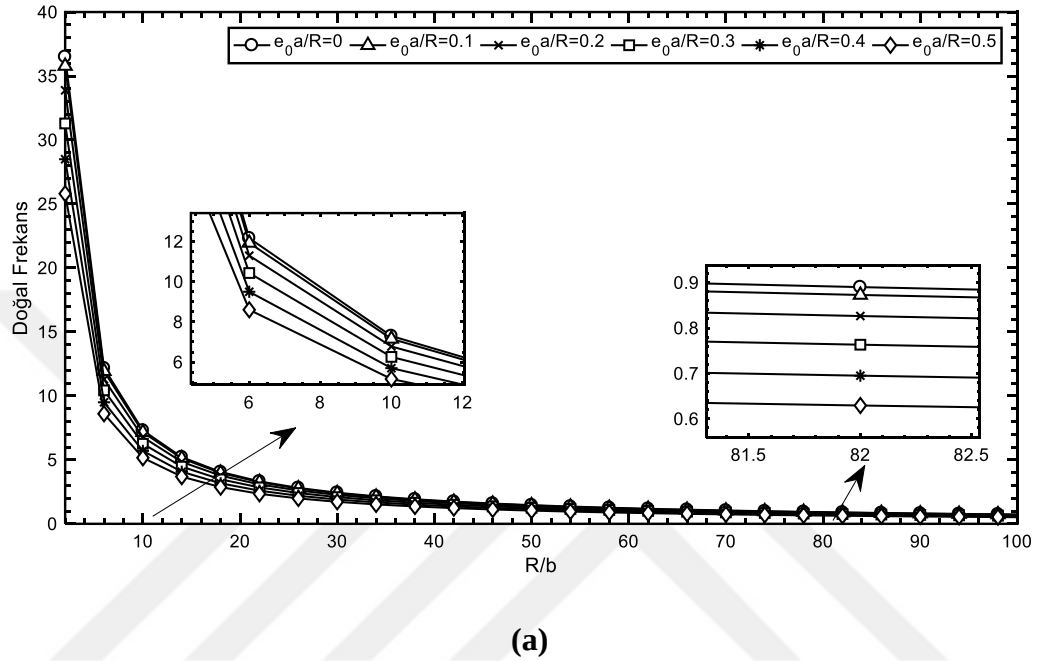


(b)

Şekil 4.5. Nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının halka çapına göre değişimi **a)** 2. Mod **b)** 3. Mod.

Nanohalkaların ikinci ve üçüncü modlarının yerel olmayan frekanslarındaki değişimler, halka çapı artışına göre Şekil 4.5’de sunulmuştur. Buna göre halka çapı arttıkça frekanslar azalmaktadır. Düşük çap değerine sahip halkalarda çapın artışı ile frekanslar daha çok azalır. Ancak bunlardan daha önemli bir sonuca göre, grafikte

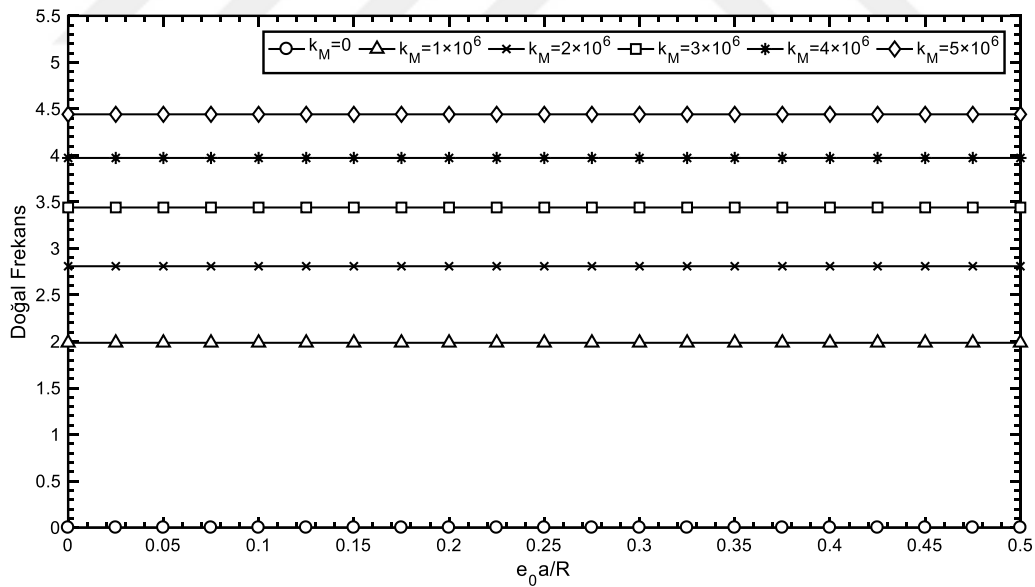
yakınlaştırılan kısımlar da göz önüne alınarak ifade edilebilir ki, yerel olmayan parametrenin artışı düşük çaplı halkalar üzerinde daha etkin olmaktadır. Bu nedenle ölçüleri makro düzeyden nano düzeye yakın yapılarda yerel olmayan etkinin önemi bir kez daha ortaya çıkmaktadır. Bu arada, çap değerinin artışı ikinci mod frekanslarının azalmasında daha fazla etkiliyken yerel olmayan parametrenin etkisi üçüncü modda daha yüksektir.



Şekil 4.6. Nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının çap/kalınlık oranına göre değişimi **a)** 2. Mod **b)** 3. Mod.

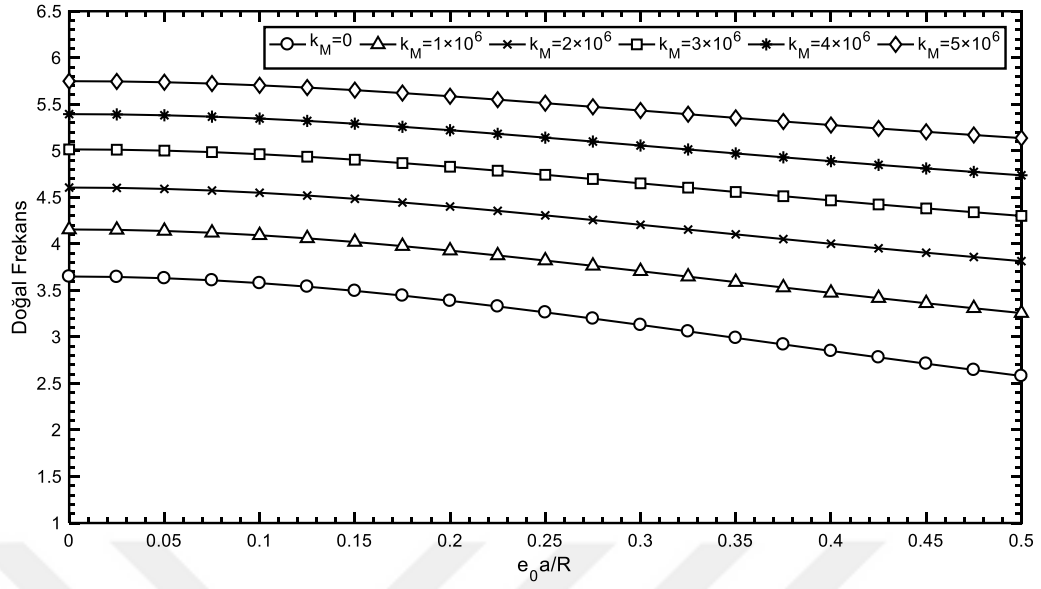
Nanohalkaların ikinci ve üçüncü modlarının yerel olmayan doğal frekanslarının değişimleri üzerinde çap/kalınlık oranının etkisi Şekil 4.6’da verilmektedir. Analizlerde eleman geometrisi için çap sabit değer olarak seçildiğinden değişken parametre kalınlıktır. Dolayısıyla çap sabit olduğundan oranın artışı kalınlığın azalmasını ifade eder. Kalınlığın azalması durumunda rijitlik özelliği olan atalet momenti azaldığından doğal frekanslar düşüş göstermektedir. Grafiklerde yaklaşılmış bölgeler dikkate alındığında, ilgili oranın düşük mod sayısında daha etkili olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca kalınlık arttıkça yerel olmayan parametrenin frekanslar üzerinde etkisi az da olsa azaldığından küçük boyutlarda yerel olmayan elastisitenin önemli olduğu tekrardan ortaya çıkar.

Elastik zemine gömülü nanohalkaların ilk üç mod doğal titreşim frekanslarının yerel olmayan atomik parametreye göre değişimleri Şekil 4.7’de verilmektedir. Öncelikle, elastik zemin etkisinin ihmal edildiği durumda 0 olarak hesaplanan temel mod titreşim frekansları elastik zemin durumunda 0’dan farklı bir değer olarak hesaplanmakta, ancak atomik parametrede bir değişimin frekans değerini etkilemediği kesinlikle ifade edilmelidir. Temel modda elastik zemin rijitliğindeki artış, frekansları sürekli artırır ancak artış hızı elastik zemin rijitliği arttıkça düşmektedir. Bu durum mod sayısı yükseldikçe daha da öne çıkmaktadır. Elastik zemin mod sayısı yükseldikçe frekansları daha az yükseltmektedir. Öte yandan, yüksek modlarda, elastik zemin parametresi arttıkça atomik parametrenin doğal frekansları daha az indirgediği de gözlemlenmektedir. O halde elastik zemine oturan nanoyapılarda atomik parametrenin önemi azalmaktadır.

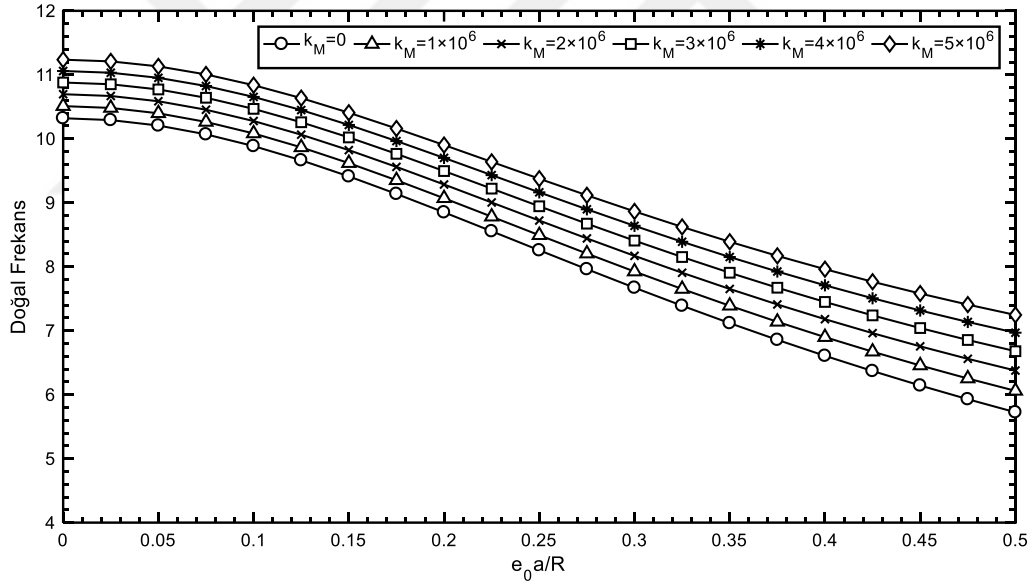


(a)

Şekil 4.7. Farklı elastik ortam rijitliği değerleri altında gömülü nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının boyutsuz atomik parametreye göre değişimi **a) 1. Mod. (Devamı Arkada)**

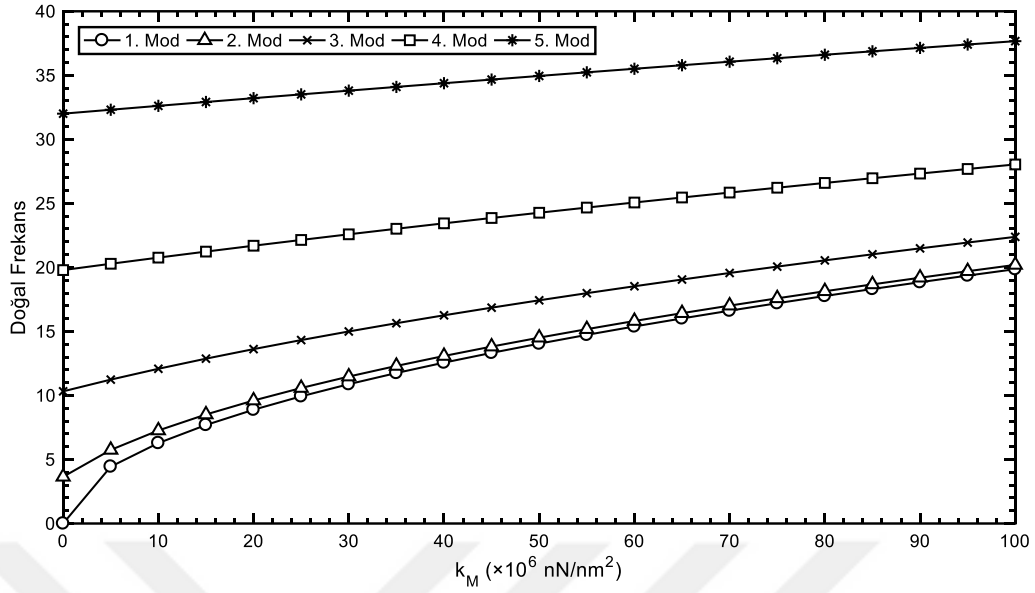


(b)

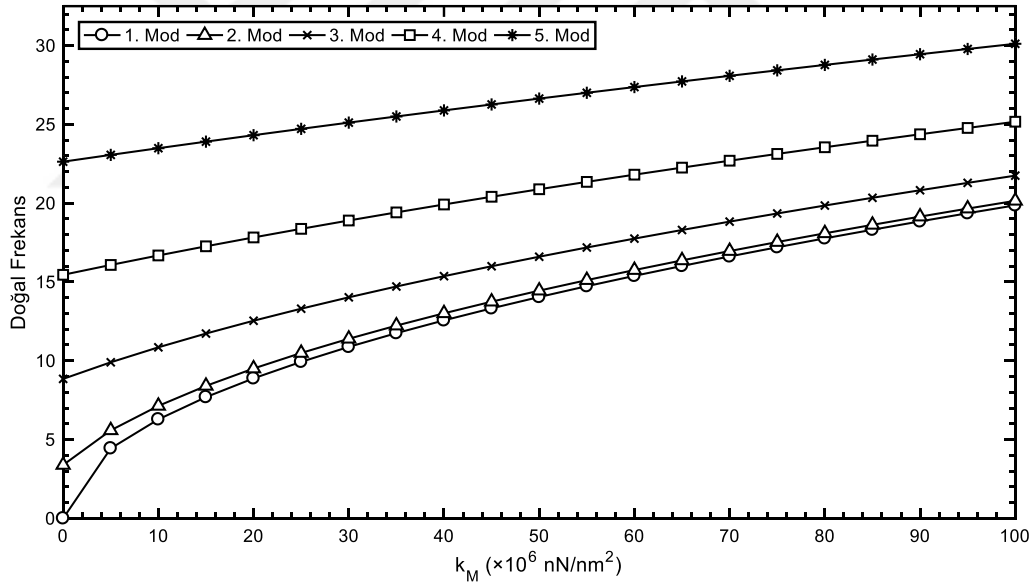


(c)

Şekil 4.7. Farklı elastik ortam rijitliği değerleri altında gömülü nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının boyutsuz atomik parametreye göre değişimi **a)** 1. Mod **b)** 2. Mod **c)** 3. Mod.



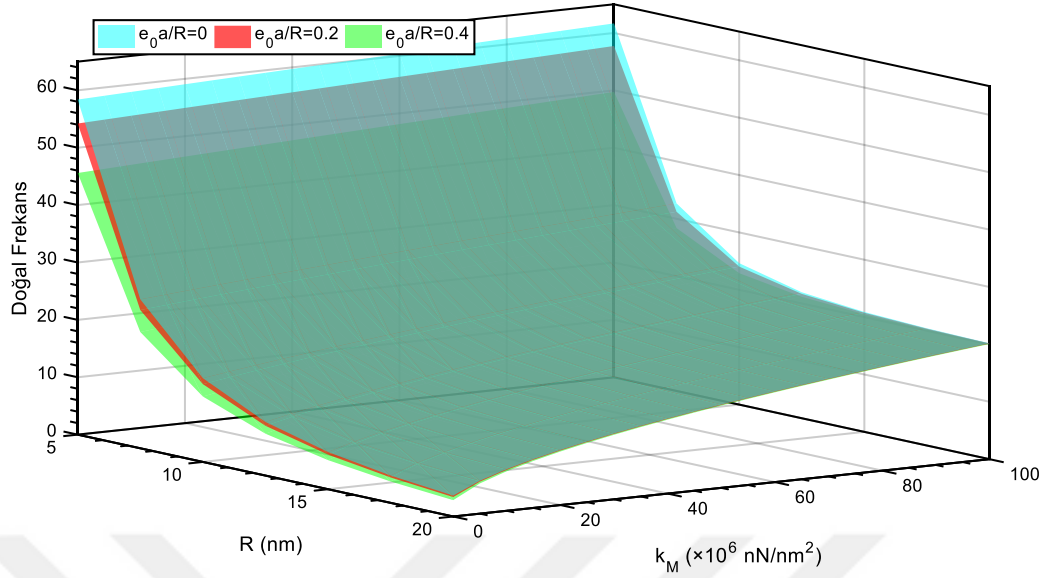
(a)



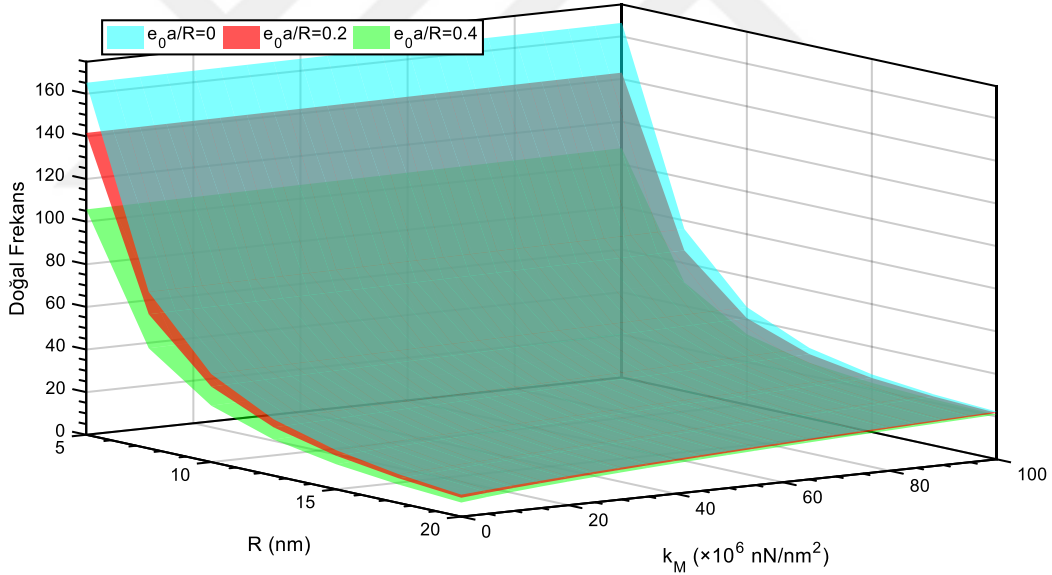
(b)

Şekil 4.8. Elastik ortama gömülü nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının elastik ortam rijitliğine göre değişimi **a)** $e_0a/R = 0$ **b)** $e_0a/R = 0.2$.

Şekil 4.8’de elastik ortama gömülü nanohalkaların ilk beş mod doğal frekansları üzerinde elastik zemin artışının etkisi klasik ve yerel olmayan elastisite için ayrı ayrı betimlenmektedir. Elastik zemin parametresinin yüksek değerlerinde mod sayısının artışı ile frekanslar daha az yükselir ve bu durum temel moddan ikinci moda geçişte daha açık olduğu gibi yerel olmayan elastisite ile analizde de daha açık bir şekilde karşımıza çıkmaktadır.



(a)

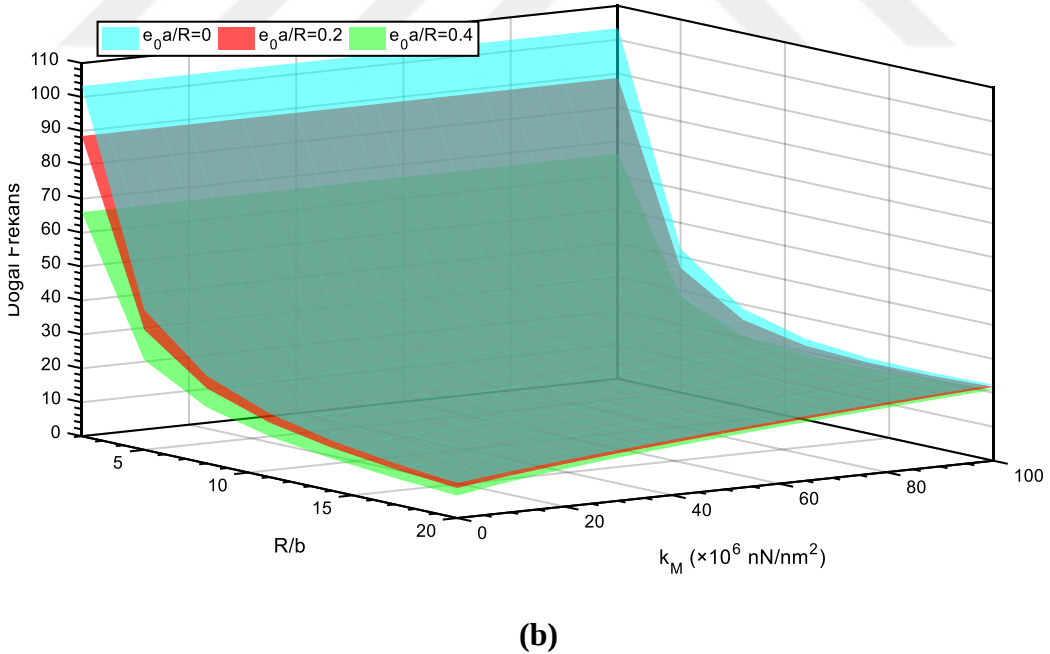
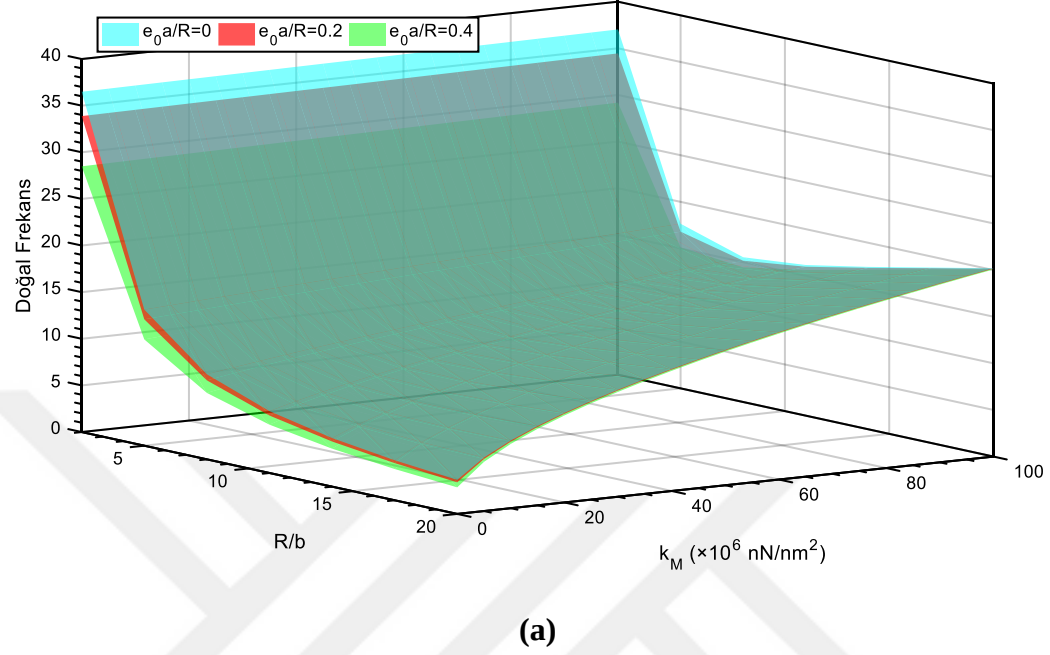


(b)

Şekil 4.9. Elastik ortama gömülü nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının elastik ortam rijitliği ve halka çapı değerlerine göre değişimi **a)** 2. Mod **b)** 3. Mod.

Elastik ortama gömülü nanohalkaların iki farklı mod doğal titreşim frekansları üzerinde halka çapı ve elastik ortam rijitliği değerlerinin artışının etkileri Şekil 4.9'da betimlenmektedir. Düşük mod sayısında, atomik parametrenin genel olarak frekanslar üzerinde daha etkili olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca, yüksek modda elastik ortam parametresinin frekansların yükselmesinde daha az etkili olduğu görülmektedir. Yine yüksek mod sayısında, halka çapının artışının frekansların azalması üzerinde daha etkili

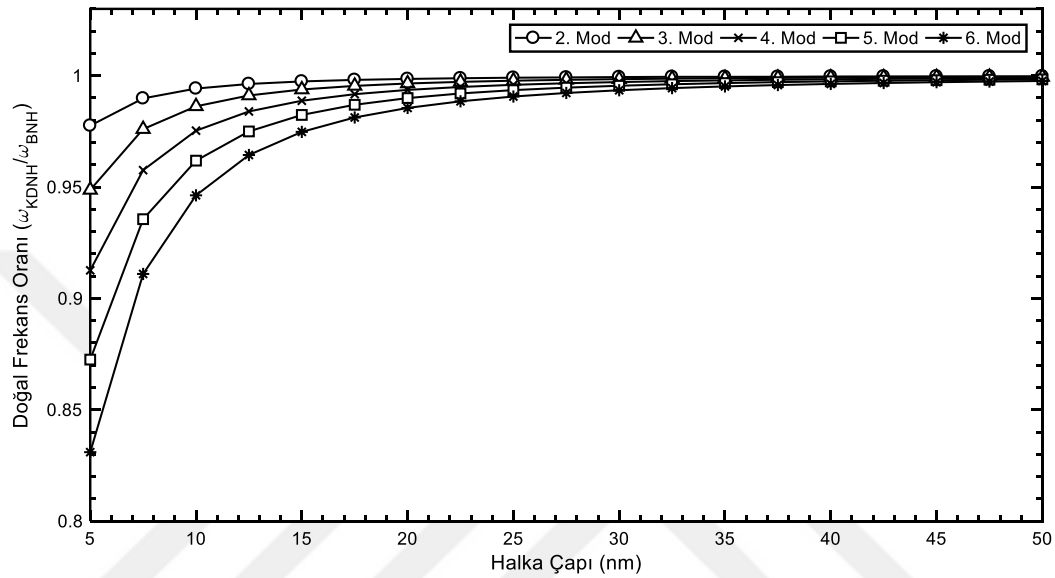
olduğu bu grafikler hakkındaki tartışmalardan çıkarılabilecek diğer sonuçtur. Ayrıca elastik ortam yüksek χ değerine sahip halkalarda daha etkilidir. Zira χ yükseldikçe yerel olmayan elastisitenin etkisi azalır.



Şekil 4.10. Elastik ortama gömülü nanohalkaların doğal titreşim frekanslarının elastik ortam rijitliği ve χ değerlerine göre değişimi **a)** 2. Mod **b)** 3. Mod.

Şekil 4.10’da elastik ortama gömülü nanohalkaların iki farklı mod doğal titreşim frekanslarının χ ve elastik ortam rijitliği değerlerine göre değişimleri

sunulmaktadır. Nanohalka çapı sabit olduğundan kesit kalınlığı değişkendir. Şekil 4.9'daki grafikler de göz önüne alındığı zaman kalınlık değeri arttığında (ilgili oran parametresi azaldığında) frekansların çap artışına göre daha fazla arttığı özellikle düşük mod sayısındaki analizlerden anlaşılmaktadır. Dahası, kalınlığın yüksek olduğu durumda elastik zemin rijitliği frekansların yükselmesinde çap artışına kıyasla daha etkilidir. Bu sefer yüksek mod sonuçları incelendiğinde, kalınlık artışı durumunda yerel olmayan parametrenin frekansların azalmasında daha etkili olduğu anlaşılmaktadır.

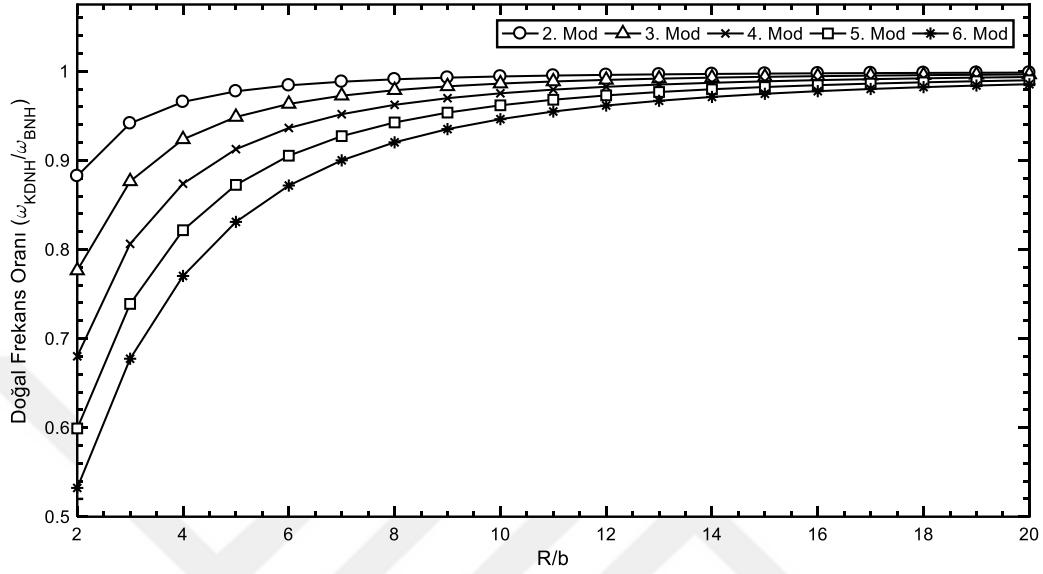


Şekil 4.11. Nanohalkaların doğal titreşim frekansları üzerinde kayma etkisinin halka çapına göre değişimi.

Sayısal sonuçlar ve tartışmalarında kalan kısım nanohalkaların klasik titreşimi üzerinde kayma etkisinin araştırılmasına ayrılmıştır. Buna göre Şekil 4.11'de halka çapının artışına karşılık beş farklı moddoğal frekanslarına ait frekans oranı parametrelerinin değişimleri çizdirilmektedir. Burada frekans oranı, grafiğin dikey ekseninde görülmekte olan Kayma Deformasyonlu Nanohalka (KDNH) yapısının frekanslarının Basit (Kayma Deformasyonsuz) Nanohalka (BNH) yapısının doğal frekanslarına oranını tanımlamaktadır. Kayma etkisi, nanohalkanın frekanslarını azaltan bir faktör olduğundan grafikte elde edilen sonuçlar 1 değerinin altındadır. Bilindiği üzere, kayma etkisi, sürekli sistemler üzerinde tek doğrultulu yapılarda uzunluğun oldukça düşük değerlerinde büyük önem kazanmaktadır. Benzer vaziyet nanohalka yapısında da gözlemlenmiştir. Buna göre halka çapının düşük değerlerinde frekans oranı oldukça düşük iken halka çapının artmasıyla bu oran artmaktadır. Oranın 1 değerine çok yaklaşması artık kayma etkisinin ortadan kaybolduğunu ifade etmektedir. Öte yandan, kayma etkisinin mod sayısı yükseldikçe daha yüksek olduğu ulaşılan bir diğer sonuçtur. Tabi modlar arasındaki bu kıyaslama halka çapı arttıkça önemini yitirmektedir.

Son olarak çap/kalınlık oranı arttıkça frekans oranının farklı mod sayıları için değişimleri Şekil 4.12'da belirtilmektedir. Şekil 4.11 göz önüne alınarak elde edilen en önemli sonucun aynı kayma deformasyonsuz halkalarda olduğu gibi halka kalınlığının halka çapına göre frekanslar üzerinde daha etkin olduğunun kayma deformasyonu

durumunda da gözlemlenmesi olduğu söylenebilir. Özellikle halka çapının düşük değerinden bir artış olması durumunda, 6. modda %83'ten %91'e yükselen frekans oranı, kalınlık değerinin yüksek değerinden düşük değerine bir artış olması durumunda %51'den %68'e yükselir ve böylece daha büyük bir değişim gerçekleştirebilir.



Şekil 4.12. Nanohalkaların doğal titreşim frekansları üzerinde kayma etkisinin çap/kalınlık oranına göre değişimi.

5. SONUÇLAR

Günümüz teknolojisinin oldukça ilerlemiş olmasının bir sebebi de nanoteknolojik araştırmalar üzerinde yoğunlaşmış ve çalışmaların neticesinde insanlığımız için önemli bulguların elde edilmiş olmasıdır. Tabi nanoteknoloji kullanılarak üretilen nano-elektro-mekanik sistemlerin tasarımlarını yürüten süreçlerin oldukça sağlıklı bir şekilde yürütülebiliyor olması gerekmektedir. Nano-elektro-mekanik sistemlerin tasarım süreçlerinde mekanik davranışların bilinmesi büyük önem taşır. Daha önceki bölümlerde de belirtildiği üzere nanoölçekte mekanik davranışın deneysel yöntemlerle belirlenmesinden kaynaklanan zorluklardan dolayı analitik yaklaşımlarla mekanik davranışın araştırılması literatürde geniş bir yer bulmuştur. Bu analitik yaklaşımlardan birisi de yerel olmayan elastisite teorisidir.

Yerel olmayan elastisite teorisi kullanılarak nano ölçekteki malzeme ve sistemlerin, kiriş, çubuk, plak ve kabuk modelleri kurularak mekanik davranışı yaklaşık son 20 yılda yoğun bir şekilde araştırılmıştır. Ancak çembersel vaziyette olan nano ölçekli elemanlar üzerindeki çalışmaların diğer sürekli mekanik yapı modellerine kıyasla neredeyse hiç var olmamış derecede oldukça kısıtlı olduğu görülmektedir. Bu nedenle bu yüksek lisans tez çalışması nano ölçekli halka yapısının yerel olmayan elastisite teorisine dayanan serbest titreşimini ele almıştır. Halka yapısının dış ortamla etkileşimini daha gerçekçi modelleyebilmek düşüncesiyle halkanın elastik bir ortama gömülü olduğu da varsayılmıştır. Kayma deformasyonsuz halkalarda yerel olmayan elastisite ve elastik ortam etkisi düşünülmüş olup temel kayma deformasyonlu halkalar sadece klasik elastisite teorisine göre incelenmiştir. Temel kayma deformasyonlu halkalar üzerinde yerel olmayan elastisite teorisi ve elastik ortam etkilerini gözetten serbest titreşim analizi hakkındaki çalışmalar tez yazarınca araştırılmakta olup bu konuda önemli bir mesafe katedilmiştir. Çalışmalar sonuçlanınca uluslararası indeksli makale çalışmalarına odaklanılarak bilimsel literatürde eksik olan bu noktanın kapatılmasına uğraşılacaktır.

Tez çalışmasında geliştirilen serbest titreşim hareket denkleminin çözümünü ifade eden doğal frekans denkleminin çeşitli parametreler için verdiği sonuçlar bir önceki bölümde tablo ve grafikler halinde verilmiştir ve detaylı tartışmaları yapılmıştır. Yapılan tartışmaların değerlendirilmesi ile aşağıdaki sonuçlara erişilmiştir:

- Elastik ortamın etki etmediği nanohalkalar temel modda titreşim hareketi göstermez, yani temel modda doğal frekans değeri 0'dır.
- Yerel olmayan parametre doğal frekans değerini düşürdüğünden nanohalkaların klasik teori ile analizi geçerli değildir. Tabi yerel olmayan elastisite parametresi 0 olarak hesaplanan temel mod frekansını değiştirmez.
- Yerel olmayan parametrenin etkinliği yüksek modlarda daha belirgindir.
- Elastik zemin nanohalkaların frekansını artırır.
- Elastik zemine oturan nanohalkaların temel mod frekansı 0'dan farklıdır. Ancak yerel olmayan parametre yine temel mod frekansını değiştirmez.

- Elastik zemin rijitliği arttıkça frekanslar daha az yükselir ve yerel olmayan elastisitenin etkisi düşer.
- Nanohalka çapı arttıkça frekanslar düşer.
- Nanohalka kesit kalınlığı arttıkça frekanslar artar. Kesit yüksekliğinin artışı ise frekansı etkilemez.
- Halka çapı düşük iken yerel olmayan parametre daha etkilidir. Bu sonuç, ölçüleri nano düzeye yakın yapılarda yerel olmayan elastisitenin mutlaka önemini ortaya koyar.
- Kayma deformasyonu nanohalkaların frekansları üzerinde düşürücü bir etkiye sahiptir.
- Halka kalınlığının azalması, halka çapının artışına göre frekansların azalmasında daha etkilidir.

Elde edilen bu sonuçlar ile halka olarak modellenen nanomalzemelerin görev aldığı nano-elektro-mekanik sistemlerde mekanik davranışın daha gerçeğe yakın anlaşılabilceğı ve böylece tasarım süreçlerinin hızlanabileceğı düşünülmektedir.

6. KAYNAKLAR

- A Dictionary of Architecture; Fleming, John; Honour, Hugh & Pevsner, Nikolaus 1966
- A Visual Dictionary of Architecture. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1995.
- Acocella, A. 2006. Stone architecture: Ancient and Modern Construction Skills, New York.
- Ahmed, K.M. 1971. Free vibrations of curved sandwich beams by the method of Finite elements. *Journal of Sound and Vibration*, 18(1): 61–74.
- Ahmed, K.M. 1972. Dynamic analysis of sandwich beams. *Journal of Sound and Vibration*, 21(3): 263–276.
- Akbaytürk S. 2018. Beni Hammad Kalesi: Kalıntılar, Ortaçağda Cezayirli Müslüman Bir Hanedanın Düşlerine Tanıklık Ediyor. Alınan yer: <https://nereye.com.tr/beni-hammad-kalesi-kalintilar-ortacagda-cezayirli-musulman-bir-hanedanin-duslerine-taniklik-ediyor>
- Anonim 1: TDK Güncel Türkçe Sözlük. [Son erişim tarihi: 19.12.2009]. Aktaran: Anonim 2: [https://tr.wikipedia.org/wiki/Kemer_\(mimarlık\)](https://tr.wikipedia.org/wiki/Kemer_(mimarlık)) [Son erişim tarihi: 16.01.2022].
- Anonim 10: <https://www.sanatinyolculugu.com/el-hakim-camii> [Son erişim tarihi: 16.01.2022].
- Anonim 11: https://tr.wikipedia.org/wiki/Tolunoğlu_Camii [Son erişim tarihi: 16.01.2022].
- Anonim 12: [https://tr.wikipedia.org/wiki/Bursa_kemer#media/Dosya:Bayezid_I_Mosque_-_Yıldırım_Camii_\(6\).jpg](https://tr.wikipedia.org/wiki/Bursa_kemer#media/Dosya:Bayezid_I_Mosque_-_Yıldırım_Camii_(6).jpg) [Son erişim tarihi: 30/01/2022].
- Anonim 13: [https://tr.wikipedia.org/wiki/Yeşil_Cami_\(Bursa\)#media/Dosya:Yeşil_Cami_iç_mekan.jpg](https://tr.wikipedia.org/wiki/Yeşil_Cami_(Bursa)#media/Dosya:Yeşil_Cami_iç_mekan.jpg) [Son erişim tarihi : 30/01/2022].
- Anonim 14: <https://manisa.ktb.gov.tr/TR-278438/sahuban-camii-golmarmara.html> [Son erişim tarihi 16/01/2022].
- Anonim 15: https://tr.wikipedia.org/wiki/Fatih_Camii [Son erişim tarihi : 16/01/2022].
- Anonim 16: https://tr.wikipedia.org/wiki/Selimiye_Camii [Son erişim tarihi: 30/01/2022].
- Anonim 17: <https://tr.depositphotos.com/stock-photos/diana-grotto.html> [Son erişim tarihi: 16/01/2022].
- Anonim 18: <https://www.gezi-yorum.net/etiket/altinkapi> [Son erişim tarihi: 16/01/2022]
- Anonim 19: https://tr.wikipedia.org/wiki/Basık_kemer [Son erişim tarihi: 22/01/2022]
- Anonim 20: https://tr.wikipedia.org/wiki/Sivri_kemer [Son erişim tarihi: 22/01/2022]
- Anonim 21: https://tr.wikipedia.org/wiki/Düz_kemer [Son erişim tarihi: 22/01/2022]
- Anonim 22: https://tr.wikipedia.org/wiki/At_nalı_kemer [Son erişim tarihi: 22/01/2022]
- Anonim 23: https://tr.wikipedia.org/wiki/Bindirme_kemer

- Anonim 24: https://tr.wikipedia.org/wiki/Kaş_kemer [Son erişim tarihi :22/01/2022]
- Anonim 25: https://tr.wikipedia.org/wiki/Bursa_kemer [Son erişim tarihi: 23/01/2022]
- Anonim 26: https://tr.wikipedia.org/wiki/Cem_Sultan_Türbesi [Son erişim tarihi: 23/01/2022]
- Anonim 27: https://tr.wikipedia.org/wiki/Muradiye_Külliyesi [Son erişim tarihi: 23/01/2022]
- Anonim 28: https://tr.wikipedia.org/wiki/Su_kemer [Son erişim tarihi: 23/01/2022]
- Anonim 29: https://tr.wikipedia.org/wiki/Tahfif_kemer [Son erişim tarihi: 23/01/2022].
- Anonim 3: <https://ablock.ru/tr/the-construction-of-an-arch-of-brick.html> [Son erişim tarihi: 16.01.2022].
- Anonim 30: <https://tr.wikipedia.org/wiki/Başkemer> [Son erişim tarihi: 23/01/2022].
- Anonim 31: https://tr.wikipedia.org/wiki/Sağır_kemer [Son erişim tarihi: 23/01/2022].
- Anonim 32: https://tr.wikipedia.org/wiki/Pont_du_Gard [Son erişim tarihi: 13/03/2022].
- Anonim 33: <https://tr.wikipedia.org/wiki/Kolezyum> [Son erişim tarihi: 13/03/2022].
- Anonim 4: <https://mimariterim.com/kemer> [Son erişim tarihi: 16.01.2022].
- Anonim 5: <https://www.onlinezeka.com/kemer-yapilari-nedir-nasildir-kemerler-hakkinda-her-sey/> [Son erişim tarihi 13.11.2021].
- Anonim 6: https://stringfixer.com/tr/London_Arch [Son erişim tarihi 16.01.2022].
- Anonim 7: <https://www.istockphoto.com/tr/fotoğraflar/perce-kayası> [Son erişim tarihi: 16.01.2022].
- Anonim 8: https://tr.m.wikipedia.org/wiki/Dosya:Durdle_Door_Overview.jpg [Son erişim tarihi: 16.01.2022].
- Anonim 9: https://tr.wikipedia.org/wiki/Do%C4%9Fal_kemer#/media/Dosya:Utah_Rainbow_Arch.jpg [Son erişim tarihi 30/01/2022].
- Anonymus 1: <https://www.dreamstime.com/photos-images/azure-rock-eye-malta.html> [Son erişim tarihi 16.01.2022].
- Anonymus 2: <https://www.myputnik.com/catalog/items/3-catalog/91-stavropolskij-kraj/588-koltso-gora> [Son erişim tarihi: 16/01/2022].
- Anonymus 3: Archivolt. Buffalo as an Architectural Museum. buffaloah.com [Son erişim tarihi: 12 Ağustos 2016].
- Armand. J.-L.P.: Application of the theory of optimal control of distributed –parameter systems to structural optimization. NASA CR-2044 (1972)
- Atabey, V. 2020. Kemer Sistemler Hakkında Temel Bilgiler. Alınan yer: <https://volkanatabey.com.tr/kemer-sistemler-hakkinda-temel-bilgiler> [Son erişim tarihi: 16.01.2022].
- Athans, M. and Falb, P.I. 1966. Optimal Control: An Introduction to the Theory and its Applications. McGraw-Hill, New York.

- Benvenuto, E. 1991. An introduction to the history of structural mechanics; Part II: Vaulted structures and elastic systems. Springer-Verlag.
- Bernshtein, S.A. 1957. Бернштейн С.А. Очерки по истории строительной механики. Госстройиздат.
- Birger, I.A. and Panovko, J.G. 1968 (Биргер ИА, Пановко ЯГ, Ред. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. М.: Машиностроение, 1968)
- Bolotin, V.V. 1964. The Dynamic Stability of Elastic Systems. Holden-Day, San Francisco.
- Bolotin, V.V. 1978. Болотин ВВ, Ред. Вибрации в технике. Справочник в шеститомках; Том1, Колебания линейных систем. Машиностроение.
- Bolotin, V.V. 1984. Random Vibrations of Elastic Systems. Martinus Nijhoff, The Hague.
- Bresse, J.A.C. 1859. Cours de Mécanique Appliquée, t. I-III. Paris.
- Brockenbrough, R.L. and Merritt, F.S. 2006. Structural Steel Engineers' Handbook. McGraw-Hill, New York
- Bryan, G.H. 1888. On the stability of elastic systems. Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Cambridge
- Çakır F., Özkal F.M. and Uysal H. 2015. Sonlu elemanlar yöntemi ile farklı yükleme durumları altındaki yığma kemerlerin yapısal başarımlarının incelenmesi. Tarihi Eserlerin Güçlendirilmesi ve Geleceğe Güvenle Devredilmesi Sempozyumu, 215-226, 1-3 Ekim 2015, Erzurum.
- Chang, T.C. and Volterra, E. 1969. Upper and lower bounds or frequencies of elastic arcs. *Journal of the Acoustical Society of America*, 46(5).
- Chidamparam, P. and Leissa, A.W. 1993. Vibrations of planar curved beams, rings and arches. *Applied Mechanics Reviews*, 46(9): 467–482.
- Chisholm, H. 1911. Discharging Arch. Encyclopædia Britannica. Cambridge University Press, Chisholm.
- Chudnovsky, V.G. 1952. Чудновский ВГ. Методы расчета колебаний и устойчивости стержневых систем. Киев, Изд-во АН УССР.
- Clough, R.W. and Penzien, J. 1975. Dynamics of Structures. McGraw-Hill, New York.
- Como, M. 2016. Statics of Historic Masonry Constructions, Springer Series in Solid and Structural Mechanics 5, DOI 10.1007/978-3-319-24569-0_8.
- Couplet, C. 1731. De la poussee des voutes. Memoires de l'academie Royale des Sciences.
- Couplet, C. 1732. Seconde partie de l'examen des voutes. memoires de l'academie Royale des Sciences.
- Craig, R.R. 2000. Mechanics of Materials. Wiley, New York.
- Darkov, A.V. 1989. Structural Mechanics, 6th edn. Mir Publishers, Moscow.

- de la Hire, P. 1679. Nouveaux elements des sections coniques, les lieux geometriques. Chez Andre Prallard, Paris.
- de la Hire, P. 1712. Sur la construction des voutes dans les edifices. memoires de l'academie Royale des Sciences.
- De Rosa, M.A. 1991. The influence of the support flexibilities on the vibration frequencies of arches. *Journal of Sound and Vibration*, 146(1).
- Demidovich, B.P. 1949. Демидович БП. Колебания стержня, изогнутого подуге круга. Инженерный сборник, Том V, вып 2. М-Л.: Изд-во АН СССР, ОН.
- Den Hartog, J.P. 1928. The lowest natural frequencies of circular arcs. *Philosophical Magazine Series*, 75.
- Derand, F. 1743. L'architecture des voutes, ou l'art des traits, et coupes de voutes. Chez Andre Cailleau, Paris.
- Dinnik, A.N. 1946. Динник АН. Устойчивость арок. М-Л.: ОГИЗ ГОСТЕХИЗДАТ.
- DiTaranto, R.A. 1973 Free and forced response of a laminated ring. *Journal of the Acoustical Society of America*. 53(3): 748–757.
- Duhamel, J.M.C. 1843. J. e'cole polytech, cahier 25, Paris.
- Eringen, A.C. 1983. On differential equations of non local elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves. *Journal of Applied Physics*, 54: 4703.
- Federhofer, K. 1934. Ueber die Eigenschwingungen und Knicklasten des Bogens. Wien.
- Feodosiev, V.I. 1970. Феодосьев ВИ. Соппротивление материалов, изд.5. М.:Наука.
- Filipich, C.P. and Laura, P.A.A. 1988. First and second natural frequencies of hinged and clamped circular arcs: a discussion of a classical paper. *Journal of Sound and Vibration*, 125
- Filipich, C.P. and Rosales, M.B. 1990. In-plane vibration of symmetrically supported circumferential rings. *Journal of Sound and Vibration*, 136(2).
- Filiprov, A.P. 1970. Филиппов АП. Колебания деформируемых систем. М.:Машиностроение.
- Gaber, E. 1934. Knicksicherheit vollwandiger Bogen. Bautechnik.
- Georg, R., 2014. Historical Analysis of Arches and Modern Shells, in Degree of Master of Science, Faculty of the Graduate School of the University of Colorado, Boulder, Colorado.
- Gill, P.E., Murray, W. and Wright, M.H. 1981. Practical Optimization. Academic, London.
- Godoy, L.A. 2000. Theory of Elastic Stability: Analysis and Sensitivity. Taylor and Francis, Philadelphia.
- Goldshtein Ju, B. and Solomeshch, M.A. 1980. Гольдштейн ЮБ, Соломешч МА. Вариационные задачи статики оптимальных стержневых систем. Л.: Изд-во ЛГУ.

- Grinev, V.B. and Filippov, A.P. 1979. Гринев ВБ, Филиппов АП. Оптимизация стержней по спектру собственных значений. Киев: Наукова Думка.
- Haug, E.J. and Arora, J.S. 1979. Applied Optimal Design. Mechanical and Structural Systems. Wiley, New York.
- Henrich, J. 1981. The Dynamics of Arches and Frames. Elsevier, Amsterdam.
- Heyman, J. 1997. The Stone Skeleton: Structural Engineering of Masonry Architecture. Cambridge University Press.
- Heyman, J. 1998. Structural analysis; A historical approach. Cambridge University Press.
- Huerta, S. 2006. Structural design in the work of Gaudi. *Architectural Science Review*, 49: 324-339.
- Kao, J. and Ross, R.J. 1968. Bending of multilayered sandwich beams. *AIAA Journal*, 6(8): 1583–1585.
- Karnovsky, I.A. 1970. Карновский ИА. Колебания пластин и оболочек несущих подвижную нагрузку. Автореф. дисс. на соиск.уч. степ. канд.техн. наук, Дн-ск: Инж-строит. институт.
- Karnovsky, I.A. and Lebed, O. 2001. Formulas for Structural Dynamics. Tables, Graphs and Solutions. McGraw-Hill, New York.
- Karnovsky, I.A. and Lebed, O. 2004. Non-Classical Vibrations of Arches and Beams. Eigenvalues and Eigenfunctions. McGraw-Hill Engineering Reference, New York.
- Karnovsky, I.A. and Lebed, O. 2010. Advanced Methods of Structural Analysis. Springer, New York.
- Karnovsky, I.A. 1989. Оптимальная виброзащита деформируемых элементов конструкций, машин и приборов, Автореф. дисс. на соиск.уч. степ. докт. техн. наук, Тбилиси: Груз. политехн. Институт.
- Karnovsky, I.A. 2012. Theory of arched structures: strength, stability, vibration. New York, Springer.
- Kazakevich, M.I. 2009. Казакевич МИ. Избранное. Днепропетровск.
- Kinney, S. 1957. Indeterminate Structural Analysis. Addison-Wesley Publishing Company, Inc, Reading, Massachusetts.
- Kirchhoff, G.R. 1876. Vorlesungen über mathematische Physic. Mechanik, Leipzig.
- Kiselev, V.A. 1960. Киселев ВА. Строительная механика. М.: Стройиздат.
- Kiselev, V.A. 1980. Киселев ВА. Специальный курс: Динамика и устойчивость сооружений, изд. 3. М.: Стройиздат.
- Klein, G.K. 1980. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики: Статика стержневых систем, изд. 4. М.: Высшая школа.
- Klein, G.K., Rekach, V.G. and Rozenblat, G.I. 1972. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики. Специальный курс. Основы

теории устойчивости, динамики сооружений и расчета пространственных систем, изд. 2. М.: Высшая школа.

- Kolesnik, I.A. 1977. Колесник ИА. Колебания комбинированных арочных систем под действием подвижных нагрузок. Киев: Вища школа.
- Komkov, V. 1972. Optimal control theory for the damping of vibrations of simple elastic systems. Lecture Notes in Mathematics. Springer, Berlin and New York.
- Kurrer, K. 2012. The History of the Theory of Structures: From Arch Analysis to Computational Mechanics. John Wiley & Sons.
- La Regina, A. 2001. Sangue e Arena. Milan, Electa.
- Laura, P.A.A. and Maurizi, J.A. 1987. Recent research on vibrations of arch-type structures. *Shock and Vibration Digest*, 19(1): 6–9.
- Laura, P.A.A. and Verniere De Irassar, P.L. 1988. A note on in-plane vibrations of a archtype structures of non-uniform cross-section: the case of linearly varying thickness. *Journal of Sound and Vibration*, 124: 1–12.
- Laura, P.A.A. and Verniere De Irassar, P.L., Carnicer, R., Bertero, R. 1988(a). A note on vibrations of a circumferential arch with thickness varying in a discontinuous fashion. *Journal of Sound and Vibration*, 120(1).
- Laura, P.A.A., Bambill, E., Filipich, C.P. and Rossi, R.E. 1988(b). A note on free flexural vibrations of a non-uniform elliptical ring in its plane. *Journal of Sound and Vibration*, 126(2).
- Laura, P.A.A., Filipich, C.P. and Cortinez, V.H. 1987. In-plane vibrations of an elastically cantilevered circular arc with a tip mass. *Journal of Sound and Vibration*, 115(3).
- Lee, B.K. and Wilson, J.F. 1989. Free vibrations of arches with variable curvature. *Journal of Sound and Vibration*, 136(1): 75–89.
- Lokshin, A.S. 1934. Локшин АС, Об устойчивости стержня с криволинейной осью. Прикладная математика и механика, том 2(1).
- Love, A.E.H. 1920. A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, 3rd edn. The University Press, Cambridge.
- Lu, Y.B. 1976 An analytical formulation of the forced responses of damped rings. *Journal of Sound and Vibration*, 48(1): 27–33.
- Luzin, N.N. and Kuznetsov, P.I. 1951. (Лузин НН, Кузнецов ПИ. К абсолютной инвариантности и инвариантности до ϵ в теории дифференциальных уравнений, ДАН СССР, т. 80 (3).
- Markus, S. and Nanasi, T. 1981. Vibrations of curved beams. *Shock and Vibration Digest*, 7(4): 3–14.
- Maurizi, M.J., Rossi, R.E. and Belles, P.M. 1990. Lowest natural frequency of clamped circular arcs of linearly tapered width. *Journal of Sound and Vibration*, 144(2).
- Melan, J. and Gesteschi, T. 1931. Bogenbrücken, Handbuch für Eisenbetonbau, 11.
- Milli Eğitim Bakanlığı, 2013. Taşın Mimaride Kullanımı. İnşaat Teknolojisi. Ankara.

- Morgaevsky, A.B. 1973. Моргаевский АБ. Устойчивость линейно упругих колец и арок. В книге: Справочник проектировщика, ред. А.А. Уманский, раздел 17.12. М.: том 2, изд-во лит.по строительству, 1973.
- Morgaevsky, A.B. 1939. Моргаевский АБ. Устойчивость арок при неплоской деформации. Прикладная математика и механика, т.II (3).
- Morgaevsky, A.B. 1940. Моргаевский АБ. Колебания параболических арок. Днепропетровск: Труды ДМЕТИ, вып.IV.
- Morgaevsky, A.B. 1960. Моргаевский АБ. О колебаниях арок под действием подвижной нагрузки. Строительная механика и расчет сооружений, вып. 2. Научно-техн. журнал Акад. стр-ва и архит.
- Morgaevsky, A.B. 1961. Моргаевский АБ. Колебания, статическая и динамическая устойчивость арок. Дисс. на соиск.уч. степ. докт. техн. наук. М.: МИСИ.
- Nelson, F.C. 1977. The forced vibration of a three-layer damped circular ring. ASME, 77-DET-154.
- Newland, D.E. 1989. Mechanical Vibration Analysis and Computation. Longman Scientific & Technical, New York.
- Nikolaee, E.L. 1918. Николаи ЕЛ. Об устойчивости кругового кольца и арки. Petrograd: Изв. Политехн. Института, т. XXVII.
- Numanoğlu, H.M. 2019. Nano ölçeği sürekli ve ayrık sistemlerin yerel olmayan sonlu elemanlar formülasyonu (NL-FEM) ile dinamik analizi. Yüksek Lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, Antalya, 251 s.
- Ochsendorf, J. 2009. Guastavino vaulting: The art of structural tile. New York: Princeton Architectural Press.
- Olhoff, N. 1977. Maximizing higher order eigenfrequencies of beams with constraints on the design geometry. *Journal of Structural Mechanics*,. 5(2).
- Pavlenko, G.L. and Morgaevsky, A.B. 1951. Павленко ГЛ, Моргаевский АБ. Устойчивость упругой параболической арки с затяжкой. Сб. Исследования по теории сооружений, том 5. М.: Госстройиздат.
- Pavlenko, G.L. and Vol'per, D.B. 1966. Testing the stability of parabolic ferroconcrete arches. *International Applied Mechanics*, 2(8)
- Pflüger, A. 1964. Stabilitätsprobleme der elastostatic. Springer, Berlin.
- Pi, Y.L., Bradford, M.A. and Uy, B. 2002. In-plane stability of arches. *International Journal of Solids and Structures*, 39(1).
- Pontryagin, L.S., Boltyanskii, V.G., Gamkrelidze, R.V. and Mishchenko, E.F. 1962. The Mathematical Theory of Optimal Processes. Wiley, New York.
- Pratusevich, J.A. 1952. Пратусевич ЯА. О колебаниях упругих арок. Труды МИИТ, вып.76. М.: Трансжелдориздат.
- Prokofiev, I.P. and Smirnov, A.F. 1948. Прокофьев ИП, Смирнов АФ. Теория сооружений, ч.3. М.: Трансжелдориздат.

- Qatu, M.S. 1992. Inplane vibration of slightly curved laminated composite beams. *Journal of Sound and Vibration*, 159: 327–338.
- Qatu, M.S. 1993. Theories and analyses of thin and moderately thick laminated composite curved beams. *International Journal of Solids and Structures*, 30(20): 2743-2756.
- Qatu, M.S. 2004. *Vibration of Laminated Shells and Plates*. Amsterdam, Elsevier Academic Press.
- Rabinovich, I.M. 1951. Рабинович ИМ. Приближенный способ определения частот и форм собственных колебаний параболических и других арок. Исследования по теории сооружений, вып. 5. М.: Госстройиздат.
- Rabinovich, I.M. 1954(a). Рабинович ИМ. Курс строительной механики стержневых систем, Часть 2, 2 изд. М.: Госстройиздат.
- Rabinovich, I.M. 1954(b). Рабинович ИМ. Частоты и формы обратносимметричных собственных колебаний двухшарнирных параболических арок. Исследования по теории сооружений, вып. 6, М.: Госстройиздат.
- Rabinovich, I.M. 1960. Рабинович ИМ. Основы строительной механики стержневых систем, 3 изд. М.: Госстройиздат.
- Rabinovich, I.M., Sinitcun, A.P., Terenin, B.M. 1958. Рабинович ИМ, Синицын АП, Теренин БМ. Расчет сооружений на действие кратковременных и мгновенных сил., М.: Военно-инженерная Академия им. Куйбышева, Часть.
- Rao, S.S. 2007. *Vibration of Continuous Systems*, Wiley.
- Rayleigh, J.W.S. 1877. *The theory of sound*. Macmillan, London.
- Rekach, V.G. 1973. Рекач ВГ. Руководство к решению задач прикладной теории упругости, М.: Высшая школа.
- Richardson, G.S. 1999. Arch bridges. In: Brockenbrough, R.L., Merritt, F.S. (eds.) *Structural Steel Designers' Handbook*, McGraw-Hill, New York.
- Roark, R.J. 1975. *Formulas for Stress and Strain*, 5th edn. McGraw-Hill, New York.
- Robertson, D.S. 1943. *Greek and Roman Architecture* (İngilizce). Cambridge. s. 231. Aktaran: Anonim 2: [https://tr.wikipedia.org/wiki/Kemer_\(mimarlık\)](https://tr.wikipedia.org/wiki/Kemer_(mimarlık)) [Son erişim tarihi: 16.01.2022].
- Roca, P., Laurenço, P.B. and Gaetani, A., 2019. *Historic Construction and Conservation Materials, Systems and Damage*. Routledge, New York.
- Romanelli, E. and Laura, P.A. 1972. Fundamental frequencies of non-circular, elastic hinged arch. *Journal of Sound and Vibration*, 24(1).
- Rossi, R.E., Laura, P.A.A. v Verniere De Irassar, P.L. 1989. In-plane vibrations of cantilevered non- circular arcs of non-uniform cross-section with a tip mass. *Journal of Sound and Vibration*, 129(2).
- Rozvany, G.I.N. 1976. *Optimal Design of Flexural Systems: Beams, Grillages, Slabs, Plates and Shells*. Pergamon, Oxford.

- Rzhanitsun, A.R. 1955. Ржаницын АР. Устойчивость равновесия упругих систем. М.: ГОСИЗДАТ.
- Rzhanitsun, A.R. 1982. Ржаницын АР. Строительная механика, М.: Высшая школа, 1982.
- Sagartz, M.J. 1977. Transient response of three-layered rings. *Journal of Applied Mechanics*, 44(2): 299–304.
- Sakiyama, T. 1985. Free vibrations of arches with variable cross section and non-symmetrical axis. *Journal of Sound and Vibration*, 102: 448–452.
- Salvadori, M., and Heller, R., 1986. Structural in Architecture- The Building of Building. Prentice-Hall.
- Schodek, D.L. 1980. Structures, Pearson Education, New Jersey.
- Sciotti, M. 2004. Ricostruzione schematica dei terreni di fondazione del Colosseo, da il Colosseo Electa, Rome.
- Shtaerman, I.J. 1935. Штаерман ИЯ. Загальна теорія стійкості арок. Сб. Стійкість арок, Київ, 1935.
- Smirnov, A.F. 1947. Смирнов АФ. Статическая и динамическая устойчивость сооружений. М.: Трансжелдориздат.
- Smirnov, A.F., Aleksandrov, A.V., Lashchennikov, B.J. and Shaposhnikov, N.N. 1984. Смирнов АФ и др. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. М.: Стройиздат.
- Snitko, N.K. 1966. Снитко НК. Строительная механика, М.: Высшая школа.
- Sonavane, T., 2014. Analysis of Arches, in Degree of Master of Science, Faculty of the Graduate School of the University of Colorado, Boulder, Colorado.
- Southwell, R.H. 1913. On the general theory of elastic stability. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 213: 501.
- Strassner, A. 1927. Der Bogen und das Brückengewölbe, Berlin.
- Tatemichi, A., Okazaki, A. and Hikyama, M. 1980. Damping properties of curved sandwich beams with viscoelastic layer. *Bulletin of the Nagoya Institute of Technology*, 29:309–317.
- Tatur, G.K. 1966. Татур ГК. Курс сопротивления материалов, ч.3. Минск: Высшая школа, 1966.
- Terenin, B.M. 1954. Теренин БМ. Колебания круговых арок. М.: Военно-инженерная Академия им. Куйбышева.
- Thandavamoorthy, T. 2011. Structural Analysis. OXFORD University Press, YMCA Library Building, New Delhi, India,
- Thomson, W.T. 1981. Theory of Vibration with Applications. Prentice-Hall, New Jersey.
- Timoshenko, S.P. 1953. History of Strength of Materials. McGraw-Hill, New York.

- Timoshenko, S.P. 1972. Тимошенко СП. Курс теории упругости. Киев: Наукова думка.
- Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. 1961. *Theory of Elastic Stability*. McGraw-Hill, New York.
- Troitskiy, V.A. and Petukhov, L.V. 1982. Троицкий ВА и Петухов ЛВ. Оптимизация формы упругих тел. М.: Наука.
- Tüfekci, E. and Arpacı, A. 1998. Exact solution of in-plane vibrations of circular arches with account taken of axial extension, transverse shear and rotary inertia effects. *Journal of Sound and Vibration*, 209(5).
- Umansky, A.A. 1973. Уманский АА. Ред. Справочник проектировщика, изд.2. М.: Стройиздат, т.
- Urban, I.V. 1955. Урбан ИВ. Теория расчета стержневых тонкостенных конструкций. М.: Трансжелдориздат.
- Vinson, J.R. and Sierakowski, R.L. 1986. The behavior of structures composed of composite materials. *Composite Materials*, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Springer.
- Vlasov, V.Z. 1940. Власов ВЗ. Тонкостенные упругие стержни, М.: Физматлит.
- Vol'mir, A.S. 1967. Вольмир АС. Устойчивость деформируемых систем, изд. 2. М.: Наука.
- Volterra, E. and Morell, J.D. 1960. A note on the lowest natural frequencies of elastic arcs. *Journal of Applied Mechanics*, 27: 744–746
- Volterra, E. and Morell, J.D. 1961a. Lowest natural frequencies of elastic hinged arcs. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 33(12).
- Volterra, E. and Morell, J.D. 1961b. Lowest natural frequencies of elastic arcs outside the plane of initial curvature. *Journal of Applied Mechanics*, 28(4): 624–627.
- Wang, T.M. 1972. Lowest natural frequencies of clamped parabolic arcs. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 98: 407–411.
- Wang, T.M. 1975. Effect of variable curvature on fundamental frequency of clamped parabolic arcs. *Journal of Sound and Vibration*. 41: 247–251.
- Wang, T.M., Moore, J.A. 1973. Lowest natural extensional frequency of clamped elliptic arcs. *Journal of Sound and Vibration*, 30: 1–7
- Wasserman, Y. 1978. Spatial symmetrical vibrations and stability of circular arches with flexibly supported ends. *Journal of Sound and Vibration*, 59: 181–194.
- Weaver, W., Timoshenko, S.P. and Young, D.H. 1990. *Vibration Problems in Engineering*. Wiley, New York.
- West, H. 1989. *Analysis of Structures*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Wolf, J.A. 1971. Natural frequencies of circular arches. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, 97(9): 2337–2350.
- Young, W.C. 1989. *Roark's Formulas for Stress and Strain*, McGraw-Hill, New York.

ÖZGEÇMİŞ

Mustafa ŞEKER

ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Doktora 2021-Devam Ediyor	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Antalya
Yüksek Lisans 2012-2015	Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Denizli
Lisans 2007-2011	Balıkesir Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Balıkesir

MESLEKİ VE İDARİ GÖREVLER

-	-
---	---

ESERLER

Uluslararası hakemli dergilerde yayımlanan makaleler

- 1- Cıvlek Ö., Şeker M., Numanoğlu H.M. (2025). In-plane free vibration analysis of nonlocal nanorings embedded in elastic medium. Applied Physics A, 131, 69. Doi: <https://doi.org/10.1007/s00339-024-08204-0>
- 2- Şeker M., Cıvlek Ö. (2023). A simple inspection of arches, curved beams, and shells. International Journal of Engineering and Applied Sciences, 15(2), 75-85. Doi: <https://doi.org/10.24107/ijeas.1289553>