

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ**



**ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ SANDVIÇ MİKRO KİRİŞLERİN
EĞİLME ANALİZİ**

Abdul Qadeer MENHAJ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

EKİM 2020

ANTALYA

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ**



**ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ SANDVIÇ MİKRO KİRİŞLERİN
EĞİLME ANALİZİ**

Abdul Qadeer MENHAJ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

EKİM 2020

ANTALYA

T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ SANDVIÇ MİKRO KİRİŞLERİN
EĞİLME ANALİZİ

Abdul Qadeer MENHAJ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

Bu tez 27/10/2020 tarihinde jüri tarafından Oybirliği / Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Dr. Öğr. Üyesi Bekir AKGÖZ
Prof. Dr. Ömer CİVALEK
Doç. Dr. Mehmet AVCAR

ÖZET

ELASTİK ZEMİN ÜZERİNDEKİ SANDVIÇ MİKRO KİRİŞLERİN EĞİLME ANALİZİ

Abdul Qadeer MENHAJ

Yüksek Lisans Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Bekir AKGÖZ

Ekim 2020; 50 sayfa

Sandviç yapılar, yüksek eğilme rijitliği/ağırlık ve yüksek mukavemet/ağırlık oranlarına sahip oldukları için birçok endüstriyel uygulamasında yer almaktadır. Gelişen teknolojiler sayesinde kullanım alanları oldukça genişleyen sandviç yapılar özellikle uçak-uzay, havacılık, inşaat, biyomedikal, elektrik-elektronik teknolojisi ve otomotiv sektörlerinde kullanılmaktadırlar. Kullanım alanları dikkate alındığında, güvenli tasarımlarının yapılabilmesi için mekanik davranış karakteristiklerinin belirlenmesi önemlidir. Son yıllarda nanoteknolojide yaşanan hızlı gelişmeler sonucunda mikron ve daha küçük boyutlardaki yapısal elemanların sensör, aktüatör, rezonatör gibi çeşitli cihazlarda kullanımları artmıştır. Bu tip yapılar üzerinde yapılan pek çok deneysel ve teorik çalışma sonucunda geleneksel teoriler ile yorumlanamayan bir boyut etkisinin varlığı tespit edilmiştir.

Bu tezde elastik zemin üzerindeki tekil ve yayılı yüke maruz kalan mikro boyutlu sandviç kirişlerin boyuta bağlı eğilme analizleri gerçekleştirilmiştir. Modellemede değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ve Bernoulli-Euler kiriş teorisi kullanılmıştır. Mikro kiriş ile elastik zemin arasındaki etkileşim Winkler zemin modeli ile hesaba katılmıştır. Boyuta bağlı yönetici diferansiyel denklemler minimum toplam potansiyel enerji ilkesinin uygulanmasıyla türetilmiştir. Basit mesnetli sandviç mikro kirişlerin çözümü için Navier çözüm yöntemi kullanılmıştır. Elde edilen sonuçlar karşılaştırmalı bir biçimde şekiller ve tablolar halinde sunulmuştur.

ANAHTAR KELİMELER: Değiştirilmiş gerilme çifti teorisi, Eğilme, Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme, Sandviç mikro kiriş.

JÜRİ: Dr. Öğr. Üyesi Bekir AKGÖZ

Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Doç. Dr. Mehmet AVCAR

ABSTRACT

BENDING ANALYSIS OF SANDWICH MICRO BEAMS ON ELASTIC FOUNDATION

Abdul Qadeer MENHAJ

MSc Thesis in Civil Engineering

Supervisor: Asst. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

October 2020; 50 pages

Sandwich structures are found in many industrial applications due to their high flexural rigidity-to-weight and high strength-to-weight ratios. Sandwich structures, whose usage areas have expanded considerably thanks to the developing technologies, are used especially in the aircraft-space, aviation, construction, biomedical, electrical-electronic technology, and automotive sectors. Considering the usage areas, it is important to determine the mechanical behavior characteristics to make safe designs. As a result of the rapid developments in nanotechnology in recent years, the use of micron and smaller structural elements in various devices such as sensors, actuators, and resonators has increased. As a result of many experimental and theoretical studies on such structures, the existence of a size effect that cannot be interpreted by the conventional theories has been determined.

In this thesis, size-dependent bending analysis of micro-sized sandwich beams subjected to point and distributed loads on the elastic foundation is carried out. In the modeling, modified couple stress theory and Bernoulli-Euler beam theory are used. The interaction between micro beam and elastic foundation is considered with Winkler foundation model. The size-dependent governing differential equations are derived by implementing principle of minimum total potential energy. Navier solution method is employed for the solution of simply supported sandwich micro beams. The obtained results are comparatively presented in figures and tables.

KEYWORDS: Bending, Functionally graded material, Modified couple stress theory, Sandwich micro beams

COMMITTEE: Asst. Prof. Dr. Bekir AKGÖZ

Prof. Dr. Ömer CİVALEK

Assoc. Prof. Dr. Mehmet AVCAR

ÖNSÖZ

Kompozit malzemeler, fiziksel ve mekanik özellikleri farklı en az iki malzemenin bir araya getirilmesiyle oluşturulmaktadır. Sandviç yapılar ise bu tür malzemelerin üst ve alt tabakada bulunup iki tabakanın arasına başka bir malzeme (çekirdek) eklenmesi ile oluşturulmaktadır. Bu sayede daha hafif ve daha güçlü mukavemet özelliklerine sahip bir malzeme meydana getirilebilir. Sandviç kompozit kirişlerin, havacılık, uzay, savunma ve otomotiv sanayi gibi birçok mühendislik alanında kullanıldığı ifade edilebilir.

Son yıllarda gelişen nanoteknoloji bilimi ile sandviç yapıların daha farklı kullanım alanları ortaya çıkmıştır. Örneğin; nanosensörler, bilgisayar çipleri, nanorobotlar, nanomotorlar, kendi kendini temizleyebilen yüzeyler, hücrelerden daha küçük bilgisayar şeklinde moleküller, vs. geliştirmiştir. Bu sebeple bu tür yapıların özelliklerinin bilinmesi ve tasarımlarının yapılması önem kazanmıştır ve tasarımları için şekil değişimi esaslı davranışlarının bilinmesi gerekmektedir. Deneysel çalışmalar bu tasarımların klasik elastisite denklemleri ile yapılamayacağını ortaya koymuştur. Boyut etkisine dayanan elastisite teorileri ile bu sorun ortadan kaldırılmaktadır.

Bu tez çalışmasında farklı şekillerde oluşturulmuş ve elastik bir zemine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş mikro sandviç kirişlerin değiştirilmiş gerilme çifti elastisite teorisine dayanan statik analizleri gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçların mikro ölçekli sandviç kirişlerin mekanik davranışlarının anlaşılması için yol göstereceği düşünülmektedir.

Son olarak, bu tez çalışmasının hazırlanmasında büyük yardımlarından dolayı değerli danışman hocam sayın Dr. Öğr. Üyesi Bekir AKGÖZ'e teşekkür ediyorum. Tez yazımı esnasında fikir ve yardımlarından faydalandığım değerli arkadaşlarım Arş. Gör. Hayri Metin NUMANOĞLU'ya (Giresun Üniversitesi İnşaat Müh. Böl.), Vüsal NAZAROV'a ve Akmal DURRANI'ye teşekkür ederim. Hayatımın her aşamasında bana destek olan aileme sonsuz teşekkürlerimi sunuyorum.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
ÖNSÖZ	iii
AKADEMİK BEYAN	v
SİMGELER VE KISALTMALAR	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK TARAMASI.....	4
3. MATERYAL VE METOT.....	8
3.1. Sandviç Kiriş	8
3.1.1. Kuvvet kuralı.....	9
3.1.2. Üstel kuralı.....	10
3.1.3. Sigmoid kuralı.....	10
3.1.4. Mori-Tanaka kuralı.....	11
3.2. Değiştirilmiş Gerilme Çifti Elastisite Teorisi (DGÇ)	12
3.2.1. Euler-Bernoulli kiriş teorisi	13
3.2.2. Yönetici denklemler	14
3.3. Sandviç FD Mikro Kirişlerin Analitik Çözümü	16
3.3.1. FD sandviç mikro kirişler için eğilme problemi	17
4. BULGULAR VE TARTIŞMA.....	19
5. SONUÇLAR.....	46
6. KAYNAKLAR.....	47
ÖZGEÇMİŞ	

AKADEMİK BEYAN

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Elastik Zemin Üzerindeki Sandviç Mikro Kirişlerin Eğilme Analizi” adlı bu çalışmanın, akademik kurallar ve etik değerlere uygun olarak yazıldığını belirtir, bu tez çalışmasında bana ait olmayan tüm bilgilerin kaynağını gösterdiğimi beyan ederim.

27 / 10 /2020

Abdul Qadeer MENHAJ



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

A	: Kesit alanı
e_{ijk}	: Permütasyon sembolü
E_m	: Metal bileşenin elastisite modülü
E_s	: Seramik bileşenin elastisite modülü
ε_{ij}	: Şekil değiştirme tansörü
G	: Kayma modülü
h	: Kirişin kalınlığı
I	: Atalet momenti
k	: Malzeme özelliği değişim indeksi
K	: Hacim modülü
k_w	: Winkler elastik zemin parametresi
K_w	: Boyutsuz Winkler elastik zemin parametresi
l_2	: Malzeme boyut ölçek parametresi
L	: Kirişin uzunluğu
m_{ij}	: Gerilme çifti tansörü
M_x	: Bileşik momenti
q_0	: Düzgün yayılı yükün yoğunluğu
Q_0	: Tekil yükün yoğunluğu
θ	: Dönme vektörü
u	: x in yer değiştirme vektörü
U_n, W_n	: Fourier katsayıları
U	: Şekil değiştirme enerjisi
ν	: Poisson oranı
V	: Hacim oranı

$\bar{w}$	: Boyutsuz deplasman değeri
W	: Dış kuvvetlerin yaptığı işin potansiyeli
χ_{ij}	: Eğrilik tansörü
λ, μ	: Lamé sabitleri
σ_{ij}	: Gerilme tansörü

Kısaltmalar

BMKDKT	: Birinci Mertebeden Kayma Deformasyonlu Kiriş Teorisi
DDY	: Diferansiyel Dönüşüm Yöntemi
DGÇT	: Değiştirilmiş Gerilme Çifti Teorisi
DŞDDT	: Değiştirilmiş Şekil Değiştirme Değişimi Teorisi
EBKT	: Euler–Bernoulli Kiriş Teorisi
FDM	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme
HKDKT	: Hiperbolik Kayma Deformasyonlu Kiriş Teorisi
MEMS	: Mikro Elektro Mekanik Sistemler
NEMS	: Nano Elektro Mekanik Sistemler
PKDKT	: Parabolik Kayma Deformasyonlu Kiriş Teorisi
YDKT	: Yüksek Dereceden Kiriş Teorisi

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Uçak-uzay yapılarında kompozit malzeme kullanımı (Anonim 1)	1
Şekil 1.2. Sandviç kompozitin temel elemanları (Anonim 2).....	2
Şekil 3.1. FD Sandviç mikro kirişlerin geometri ve koordinat sistemi	8
Şekil 3.2. FD Sandviç mikro kiriş (a) Model A (b) Model B (c) Model C.....	9
Şekil 3.3. Düzgün yayılı yüklü basit mesnetli sandviç mikro kirişin geometrisi.....	17
Şekil 3.4. Orta noktasında tekil yüklü basit mesnetli sandviç mikro kirişin geometrisi	17
Şekil 4.1. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik Hacim oranı değişimi, (Kesit tipi: Antisimetrik 1-1-1)	20
Şekil 4.2. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi, (Kesit tipi: Antisimetrik 1-2-1).	20
Şekil 4.3. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik Hacim oranı değişimi, (Kesit tipi: Antisimetrik 2-1-1).....	21
Şekil 4.4. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi, (Kesit tipi: Antisimetrik 2-2-1)... ..	22
Şekil 4.5. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi (Kesit tipi: Simetrik 1-1-1).....	22
Şekil 4.6. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi (Kesit tipi: Simetrik 1-2-1).....	23
Şekil 4.7. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi (Kesit tipi: Simetrik 2-1-1).....	23
Şekil 4.8. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi (Kesit tipi: Simetrik 2-2-1).....	24
Şekil 4.9. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	28
Şekil 4.10. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)....	29
Şekil 4.11. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	29

Şekil 4.12. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	30
Şekil 4.13. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	31
Şekil 4.14. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)....	31
Şekil 4.15. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	32
Şekil 4.16. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	32
Şekil 4.17. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	33
Şekil 4.18. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	33
Şekil 4.19. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	34
Şekil 4.20. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	34
Şekil 4.21. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	35
Şekil 4.22. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	35
Şekil 4.23. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	36
Şekil 4.24. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	36
Şekil 4.25. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	37
Şekil 4.26. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	37

Şekil 4.27. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	38
Şekil 4.28. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	38
Şekil 4.29. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	39
Şekil 4.30. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	39
Şekil 4.31. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	40
Şekil 4.32. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	40
Şekil 4.33. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	41
Şekil 4.34. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	41
Şekil 4.35. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	42
Şekil 4.36. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	42
Şekil 4.37. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	43
Şekil 4.38. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	43
Şekil 4.39. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$).....	44
Şekil 4.40. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$).....	44

ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1. FD sandviç basit mesnetli mikro kirişin maksimum deplasman değerleri (Model C).....	25
Çizelge 4.2. FD sandviç mikro kirişin deplasman değerleri (Model B).....	25
Çizelge 4.3. FD sandviç mikro kirişin basit mesnetli maksimum deplasman Değerlerinin kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi oranına göre değişimi (Model B)	25
Çizelge 4.4. FD sandviç mikro kirişin maksimum deplasman değerlerinin kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi oranına göre değişimi (Model C).....	26
Çizelge 4.5. Winkler zemine oturan FD sandviç mikro kirişin maksimum deplasman değerlerinin kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi oranına göre değişimi (Model B) ($K_W = 100$).....	27
Çizelge 4.6. Winkler zemine oturan FD sandviç mikro kirişin maksimum deplasman değerlerinin kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi oranına göre değişimi (Model C) ($K_W = 100$).....	27

1. GİRİŞ

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme (FDM) hem fiziksel hem de mekaniksel olarak farklı özelliklere sahip en az iki malzemenin kombinasyonundan oluşan nispeten yeni bir kompozit malzeme türüdür. FDM'lerin belirli doğrultu(lar) boyunca değişen özellikleri nedeniyle diğer malzeme yapılarına göre birçok faydaları vardır. Normalde bu özellikler belirli yönler boyunca örneğin kalınlık ve/veya uzunluk doğrultusunda değişir. Genellikle fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler metal ve seramikten oluşur. Metal, ısı gerilmeye maruz kaldığında malzemenin kırılmasını önlerken seramik ise yüksek ısı dayanımı sahip olup aşırı sıcaklıklarda direnç göstermektedir. Bu malzemeler sertlik, yüksek mukavemet, yüksek sıcaklık ve paslanmaya karşı direnç gösterir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler (FDM) fikri ilk olarak 1984 yılında Japonya'daki bir uzay bilim projesi sırasında malzeme bilimciler tarafından önerildi. Geleneksel kompozit malzemelerde, malzeme özelliklerindeki uyumsuzluklar nedeniyle iki farklı bileşen malzeme arasındaki yüzeylerde, bileşen malzemelerin gerilmesindeki belirgin özellik farklılıkları meydana gelebilir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler bu sorunun üstesinden gelerek uçaklarda, taşıtlarda, askeri ve savunma projelerinde, uzay araçlarında, biyomedikal alanlarda, elektronik, enerji ve mühendislik yapılarında uygulanabilir kılınmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin birçok yararı nedeniyle son yıllarda mekanik özellikleri üzerine bilimsel çalışmalar yapılmıştır.

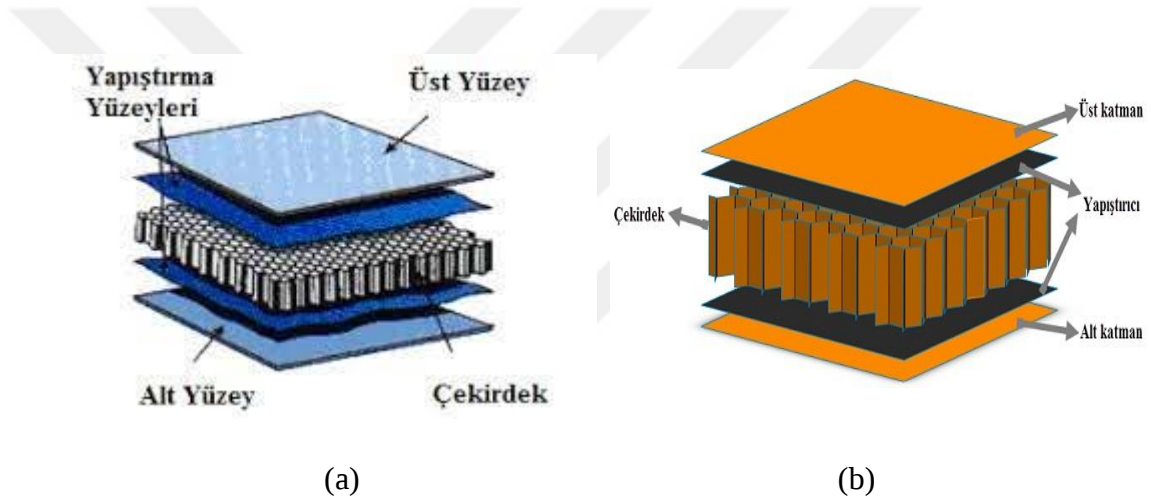


Şekil 1.1. Uçak-uzay yapılarında kompozit malzeme kullanımı (Anonim 1)

“Şekil 1.1’de görüldüğü üzere kompozit malzemeler uçak yapılarında son yıllarda göz önüne çıkmış olsa da 1980’li yıllarda üretilen Airbus A320 uçağının ağırlıkça %15’i kompozitti ve sadece kuyrukta kullanılan kompozitler 800 kg ağırlık tasarrufu sağlıyordu. Daha sonraları, 2005 yılında çıkan dünyanın en büyük yolcu uçağı Airbus A380 ise %20’si kompozitten oluşan bir uçaktır. Sadece kanatların bağlandığı merkez tankta kompozit malzeme (karbon elyaf takviyeli polimer) sayesinde bile 1.5 tona yakın ağırlık tasarrufu sağlanmıştır. Bundan 3 yıl sonra 2008’de ise Boeing 787 ile %50 ve daha fazlası kompozitten oluşan, hafif ve yüksek verimli, uzun menzilli uçaklar iyice piyasada yerini

sağlamlaştırmaya başlamıştır. Bu uçaklardan en son çıkanı 2013 Airbus A350 ise %53 oranında kompozit malzemeden imal edilmiştir”.

Çeşitli konfigürasyonlar arasında, kompozit yapıların önemli formlarından biri sandviç form olarak adlandırılır. Hafif olmalarına kıyasla sağladıkları yüksek mukavemet nedeniyle sandviç yapılar uçak, uzay aracı, denizcilik ve diğer birçok mühendislik uygulamalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Normal sandviç yapılar genellikle sert malzemeden yapılan iki kaplamaya bağlanmış yumuşak bir çekirdekten oluşur. Bu yapılar genellikle farklı bileşen malzemelerin özelliklerinde ani değişikliklere neden olduğu ara bağ yüzeylerinde delaminasyon sorunları gösterir. Bu sorunun üstesinden gelmek için sandviç FD yapısı kullanılmıştır. Sandviç FD yapılarında, çekirdek veya kaplamalar FDM'lerden oluşturulur. Bu durumda, kompozit malzemelerin özellikleri bir yüzeyden diğerine yumuşak bir şekilde değişir, bu nedenle genellikle tabakalı yapılarda karşılaşılan gerilme yığılması probleminden kaçınılır.



Şekil 1.2. Sandviç kompozitin temel elemanları (Anonim 2)

“Sandviç bir yapı üç temel elemandan meydana gelmektedir. Şekil 1.2a’da görüldüğü üzere en dışta alt ve üst yüzeyler, orta kısımda çekirdek olarak adlandırılan malzeme ve bağlantıyı sağlayan yapıştırıcı katmanlardan oluşmaktadır. Her bir parça bir birim olarak kendisine ait olan spesifik fonksiyonunu yerine getirmektedir. Burada amaç malzemeleri maksimum verimlilikte kullanmaktır. Yüzey malzemeleri atalet momentini artırmak için birbirlerinden belirli bir mesafede yerleştirilir ve dolayısıyla eğilme rijitliği artırılmış olur. Sandviç bir kiriş normal bir kiriş ile kıyaslandığında, aynı genişlik ve ağırlıktaki normal kirişe göre yüksek atalet momenti sebebiyle kayda değer derecede yüksek rijitliğe sahiptir. Şekil 1.2b’de bal peteği yapıların ağırlık/mukavemet oranının önemli olduğu yerlerde (otomotiv, demiryolu, hava araçları gibi) kullanılır. Aynı zamanda çarpışmalarda enerji absorbe etmekte kullanılırlar. Örneğin, yüksek hızlı trenlerin ön kısımlarında ve otomobil şaselerinde kullanılan petek yapılar kaza anındaki darbeleri absorbe ederek yaşam hücresi oluşturur, yolcuların ve sürücünün hayatını korumada, yaralanmaların azalmasında pasif güvenlik sistemi olarak kazanın olumsuz yönlerini ortadan kaldırmak için kullanılır”.

FDM'lerden yapılan sandviç yapılar daha sert ve termal direnci ısıya dayanıklılık vb. gibi gelişmiş özellikler gösterir. Bu sebeple FD sandviç malzemeler havacılık, inşaat ve otomotiv endüstrilerinde çok kullanılmaktadır. Daha dayanıklı ve ekonomik açıdan uygun yapıları oluşturmak için FD sandviç yapıların özelliklerini dikkate almak gerekir. Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kiriş son birkaç yıldır büyük ilgi çekmesinden kaynaklanmaktadır. Bu gerçeğe rağmen, fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kiriş özellikleri hakkında çok az araştırma yapılmıştır.

Kinematik açıdan, FD kiriş yapılarının davranışını incelemek için yaygın olarak kullanılan birçok kiriş teorisi vardır. Bunlardan ilki, Euler-Bernoulli kiriş teorisidir (EBKT). Euler-Bernoulli kiriş teorisi eğilmeden önce, tarafsız eksene dik olan düzlem kesitler, eğilmeden sonra da düz ve dik kaldığı varsayılır. Bu varsayımlar kullanılarak enine kayma ve enine normal şekil değiştirme ihmal edilir. Bu etkiyi dâhil etmek için, Timoshenko kiriş teorisi (TKT) veya birinci mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisi (BMKDKT) geliştirilmiştir. Timoshenko kiriş teorisinde, eğilmeden önce tarafsız eksene dik ve düzlem olan kesitler, eğilmeden sonra yine düzlem kalır, ancak tarafsız eksene dik kalmazlar. Kayma gerilmesi dağılımındaki değişikliklerin varsayımıyla ek bir gelişme önerilmiştir. Yüksek dereceden kayma deformasyonlu kiriş teorisi, kesitin eğriliğini hesaba kattıkları ve kirişin üst ve alt serbest yüzeylerinin enine kayma gerilmesini sağladıkları için bu etkiyi dikkate alırlar. Kayma gerilmesi dağılımı varsayımına bağlı olarak çeşitli kiriş teorileri vardır. En yaygın ve bilinen yüksek dereceden kiriş teorileri, parabolik kayma deformasyon kiriş teorisi (PKDKT) Reddy (1984), trigonometrik kayma deformasyon kiriş teorisi (TKDKT) Touratier (1991), hiperbolik kayma deformasyon kiriş teorisi (HKDKT) Soldatos (1992), üstel kayma deformasyon kiriş teorisi (ÜKDKT) (Karma ve Afaq 2003) ve kayma deformasyon kiriş teorisidir (KDKT) (Aydoğdu 2009).

Mikro kirişler, Mikro elektro mekanik sistemlerde (MEMS) ve nano-elektro mekanik sistemlerde (NEMS) en yaygın yapılardır. Dresselhaus vd. (2004) tarafından, mikro ve nano ölçekli alaşımlar, element yapılarını ince film şekil hafızası olarak oluşturmuştur. Elektriksel mikro elektro mekanik sistem cihazları Hong ve Myung (2007) tarafından ve atomik kuvvet mikroskopları ise Mindlin ve Tiersten (1962) tarafında geliştirilmiştir. Bu uygulamalarda boyut etkisi çok önemlidir ve bu nedenle bu küçük ölçekli yapılandırmaların özelliklerini anlamak için çalışmalar yapılmalıdır. Klasik süreklilik teorisi, mikro yapılarda görülen boyut etkilerini hesaba katmaz çünkü bu ölçeğin yapılarını tanımlamak için herhangi bir ek mikro ölçek değerlendirmesi yoktur. Bu nedenle boyut etkili davranışları hesaba katmak için geleneksel elastik teorisini gözden geçirmek gerekir. Son birkaç yılda boyut etkili elastik modelleri geliştirmek için bazı yüksek dereceden süreklilik teorisine çalışılmıştır. Eringen (1972)'de boyut etkisini dikkate alarak sürekliliğin boyut etkili teoriler arasında yer alan yerel olmayan elastik teorisini önermiştir. Son on yılda Eringen teorisi mikro yapıların eğilme, burkulma ve serbest titreşim analizini araştırmak için boyut etkili kirişlerin davranışını incelemek üzere özellikle kullanmıştır.

Bu yüksek lisans tezi kapsamında, elastik zemine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden oluşan enine eğilme yükü etkisi altındaki kirişlerin boyut etkili eğilme analizi gerçekleştirilmiştir. Modelleme aşamasında, değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ve Bernoulli-Euler kiriş teorisi kullanılarak türetilen yönetici denklemler basit mesnetli sandviç mikro kiriş için Navier yöntemi ile analitik olarak çözülmüştür.

2. KAYNAK TARAMASI

Mikro sandviç kirişlerin statik yükler altındaki davranışları birçok araştırmacı tarafından nümerik, analitik ve deneysel olarak araştırılmıştır.

Nguyen vd. (2015) yüksek dereceden kiriş teorisine (YDKT) dayalı sandviç FD kirişinin serbest titreşim ve burkulma analizini araştırmışlardır. Yönetici denklemler Lagrange denklemi yardımıyla elde edilmiştir. Çeşitli sınır koşullarında izotropik ve FD sandviç kirişler için analitik çözümler sunulmuştur. Bu kiriş teorisini kullanarak doğal frekans değerleri ve kritik burkulma yükleri için sayısal sonuçlar elde etmiştir. Sandviç FD kirişinin frekans değeri ve burkulma yükleri üzerindeki birçok farklı parametrenin etkisi incelenmiştir. Bunlar farklı sınır koşulları, en boy oranı, malzeme özellik gradyan indeksi ve farklı kesit şekli (çekirdeğin kaplamaya oranı) gibidir.

Nguyen vd. (2016) yarı-üç boyutlu kayma deformasyonlu kiriş teorisine dayanarak çeşitli sınır koşullarında sandviç FD kiriş yapılarının serbest titreşim ve burkulma analizlerini incelemiştir. Yönetici denklemi ve sınır şartları Lagrange denklemi yardımıyla türetmiştir. Burkulma kritik yüklerini ve doğal frekans değerlerini elde etmek için Ritz tipi analitik yöntemi ile çözmüştür. Sandviç FD kirişinin iki çeşidi vardır: birincisi FD iki yüzü kaplamalı ve seramik çekirdekli, ikincisi FD çekirdekli ve homojen kaplamalıdır.

Vo vd. (2015) sonlu elemanlar modelinde yarı-üç boyutlu kayma deformasyonlu kiriş teorisine dayanan sandviç FD kirişin statik analizini yapmıştır. Tekil yük ve düzgün yayılı yükün etkisi altında FD sandviç kirişin simetrik ve simetrik olmayan birçok farklı kesit şekli vardır. Üç çeşit sandviç FD kirişi I. Tam FD kiriş, II. FD kaplamalı ve seramik çekirdekli ve III. Homojen kaplamalı FD çekirdekli. Sandviç FD kirişinin hareket denklemini ve analitik çözümünü elde etmek için toplam potansiyel enerji ilkesini ve Navier çözümünü kullanmışlardır.

Vo vd. (2014) fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişinin serbest titreşimi ve burkulma analizini sonlu elemanlar modeli ve yüksek dereceden kiriş teorisine (YDKT) ile yapmışlardır. Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kiriş yapısının yüzey kısmı fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme çekirdek kısmı ise seramik ve metaldendir. Yönetici denklemler ve sınır şartları Hamilton ilkesine göre elde edilmiştir.

Yang vd. (2014) sonlu elemanlar metodu ile meshfree sınır-alan integral denklem metoduna dayalı sandviç FD kirişlerinin serbest titreşimini çalışmışlardır. İki tür sandviç FD kirişini geliştirmiştir. Birincisi FD çekirdekli homojen yüzey tabakalı, ikincisi FD yüzey tabakalı ve homojen çekirdekli. Sertlik modülü ve malzemenin yoğunluğu gibi malzeme özellikleri üstel fonksiyon kullanılarak enine doğrultuda yumuşak bir şekilde değişmektedir. Hareket denklemleri ve sınır şartları iki boyutlu elastik teorisine dayanarak türetmişlerdir. FD Sandviç kiriş serbest titreşiminin kuvvet kuralı indeksi, farklı sınır koşulları, yumuşaklık oranı ve kesit tiplerinin etkisini tartışmışlardır.

Tossapanon ve Wattanasakulpong (2016) tarafından, Winkler ve kayma tabaksı yayları dahil olmak üzere iki parametrelili elastik zemin üzerine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) sandviç kirişlerin burkulma ve titreşim problemlerini çözmek için Chebyshev yöntemi kullanılmıştır. Yönetici denklemlerini elde etmek için Timoshenko

kiriş teorisi, kayma deformasyonu teorisini kullanmıştır. Ayrıca katman ve giriş kalınlık oranları, malzeme hacim oranı fonksiyonu indeksi, yay sabitleri vb. ile ilgili birçok önemli parametrik çalışma incelemiştir. Sayısal çalışmalara göre, elastik zemin yay sabitlerinin bu tür girişlerin burkulma ve titreşim sonuçları üzerinde önemli etkisi olduğu ortaya çıkartmıştır.

Al-Shujairi ve Şimşek (2017) Timoshenko giriş teorisi (TKT) kullanılarak sabit hızlarla hareket eden çift hareketli harmonik yüklerin etkisi altında fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç girişlerin eğilme, serbest ve basınçlı titreşim analizini incelemişler. Çeşitli kesit şekilleri ve çeşitli sınır koşullarına sahip üç farklı sandviç giriş modelini dikkate almıştır. Sandviç girişlerin FD kısmında, malzeme özelliklerinin basit kuvvet kuralı formuna göre girişin kalınlığı boyunca sürekli olarak değiştiği varsaymışlardır. Hareket denklemleri, Lagrange denklemleri kullanılarak elde edilip ve Newmark- 'ın örtülü zaman entegrasyon yöntemi yardımıyla çözülmüştür. Bu çalışmada, farklı sandviç giriş modellerinin sınır koşulları, gradyan indeksi, hız, uyarma frekansı ve birbirini izleyen iki harmonik yükün faz açıları ve yükler arasındaki mesafenin sandviç girişlerin mekanik davranışı üzerindeki etkileri tartışılmıştır.

Luan vd. (2016) fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç girişinin serbest titreşim analizini elde etmek için klasik giriş teorisi (KKT), birinci dereceden giriş teorisi (BDKT) ve yüksek dereceden giriş teorisini (YDKT) kullanmışlar. Hamilton prensibine göre yönetici denklemleri, klasik ve klasik olmayan sınır şartlarını elde etmiştir. Ayrıca fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç girişinin doğal frekans değerlerini bulmak için analitik çözümü kullanmışlardır.

Thuc vd. (2015) yarı-üç boyutlu kayma deformasyonlu giriş teorisine dayanan sonlu eleman modeliyle fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç girişinin burkulma ve serbest titreşim analizini incelemişlerdir. Yönetici denklemi ve sınır şartları Hamilton ilkesine göre elde etmişlerdir. Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç girişini iki tip olarak kabul etmişler. Birincisi seramik çekirdekli ve fonksiyonel derecelendirilmiş yüzey tabakalı ikincisi ise FD çekirdekli üst ve alt yüzey tabakası için seramik ve metal malzemelidir. Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç girişinin kuvvet frekans indeksi, farklı sınır koşulları, mod ve kesit şeklinin temel frekansı değerleri ve burkulma yük etkisini incelemişlerdir.

Thai vd. (2015). Boyut etkili fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) sandviç mikro girişlerin eğilme, burkulma, serbest titreşim davranışlarını, değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ve Timoshenko giriş teorisine dayalı olarak incelemiştir. Bir kayma düzeltme faktörünün kullanımından kaçınmak için, enine kayma kuvvetini ve kayma gerilmesini hesaplamak için denge denklemleri kullanılmıştır. İki tip sandviç giriş dikkate alınmıştır. Birincisi homojen çekirdekli ve FD yüzeyli, ikincisi ise FD çekirdekli ve homojen yüzeylidir. FD sandviç girişlerin davranışları üzerindeki küçük ölçekli etkileri göstermek için sayısal sonuçlar sunulmuştur. Sonuçlar, boyut etkilerinin dahil edilmesinin giriş sertliğinde bir artışa yol açtığını ve sonuç olarak deplasman ve gerilmelerin azalmasına, doğal frekanslarda ve kritik burkulma yüklerinde bir artışa yol açtığını ortaya koymaktadır. Bu tür etkiler, giriş derinliği küçük olduğunda daha belirgindir ancak giriş derinliğinin artmasıyla önemsiz hale gelirler.

Reddy (2007) çeşitli kiriş teorilerini yanı Euler-Bernoulli, Timoshenko, Reddy ve yerel olmayan elastik kiriş teorilerini kullanarak burkulma, serbest titreşim ve statik analizini yapmıştır. Hamilton prensibini kullanarak yerel olmayan kiriş teorisinin yönetici denklemlerini ve ona bağlı sınır şartlarını elde etmiştir. Eğilme, kritik burkulma yükü ve doğal frekans değerlerini analitik çözümü ile elde etmiştir.

Şimşek ve Reddy (2013) yerel olmayan elastik kiriş teorisine dayanarak, küçük ölçekli fonksiyonel derecelendirilmiş nano-kirişinin Bernoulli-Euler ve Timoshenko kiriş teorisi ile eğilme ve burkulma analizini yapmışlar. Yönetici denklemleri ve sınır şartlarını türetmek için minimum toplam potansiyel enerji ilkesini kullanmıştır. Navier çözümü ve basit mesnet sınır şartlarını kullanarak fonksiyonel derecelendirilmiş nano kirişin analitik çözümünü elde etmişlerdir. Küçük ölçekli FD nano-kiriş özelliklerinin kalınlık boyunca değişimini göstermek için, kuvvet kanunu kullanmışlardır. Boyut etkili FD nano-kirişin statik ve burkulma davranışları üzerinde etkisi olan pek çok parametreleri incelemişlerdir.

Eltaher vd. (2012) yerel olmayan Eringen elastik teorisine dayanarak, küçük ölçekli fonksiyonel derecelendirilmiş nano-kirişin Euler-Bernoulli teorisini kullanarak serbest titreşim analizini incelemiştir. Karışım yöntem kuralına göre, küçük ölçekli fonksiyonel derecelendirilmiş nano-kiriş malzeme özellikleri kalınlık boyunca düzgün bir şekilde değişir. Yönetici denklemleri ve sınır şartlarını türetmek için Hamilton prensibi kullanmışlar. Denklemleri çözmek için sonlu elemanlar metodunu kullanmışlardır.

Rahmani ve Pedram (2014) yerel olmayan Eringen elastik teorisine dayanan fonksiyonel derecelendirilmiş nano-kirişinin serbest titreşim analizini Timoshenko kiriş teorisini kullanarak sunmuştur. Yönetici denklemler ve sınır şartları Hamilton prensibi ile türetmişlerdir. Karışım yöntemi kuralına göre, malzemenin özellikleri küçük ölçekli fonksiyonel derecelendirilmiş nano-kiriş kalınlığı boyunca düzgün bir şekilde değişebilir ancak Poisson oranı kalınlık boyunca sabittir. Minimum potansiyel enerji ilkesini kullanarak, küçük ölçekli FD nano-kirişin hareki denklemlerini ve sınır şartlarını çözmüşler. Basit mesnetli fonksiyonel derecelendirilmiş nano-kirişin temel frekans üzerine etki eden parametreler (en boy oranı, yerel olmayan parametre ve değişim indeksini) incelemişlerdir.

Ebrahimi ve Salari (2015) termal etkisine maruz kalan küçük ölçekli fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişin yerel olmayan elastik teorisine dayanarak burkulma ve serbest titreşim analizini Timoshenko kiriş teorisini kullanarak incelemiştir. Yönetici denklemleri ve sınır şartlarını çözmek için Navier yaklaşımını kullanmıştır. Karışım kuralına göre, küçük ölçekli FD mikro kirişin sıcaklık değişimi ve malzeme özellikleri kalınlık boyunca kademeli olarak değişmektedir.

Ebrahimi ve Salari (2015) yerel olmayan Eringen elastik teorisine dayanarak, küçük ölçekli fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişin Bernoulli-Euler kiriş teorisini kullanarak serbest titreşimini analiz etmişlerdir. Yönetici denklemleri ve sınır şartlarını türetmek için Hamilton ilkesini kullanmışlardır. Küçük ölçekli fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişin denklemlerini çözmek için Navier çözümünü kullanmışlardır. Malzeme özelliklerini düzgün bir şekilde değiştiğini elde etmek için Mori-Tanaka homojenizasyon kuralını kullanmışlardır. Boyut etkili fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişin doğal frekans değerleri üzerinde etkisi olacak birçok

parametreleri (kalınlık uzunluk oranı, yerel olmayan parametreler, mod sayısı ve farklı sınır şartlarını) incelemişlerdir.

Loja vd. (2013) farklı kayma deformasyonlu kiriş teorilerine dayanan sonlu eleman metodunu kullanarak fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç plak tip yapıların statik ve serbest titreşim davranışlarını incelemişlerdir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin etkili özelliklerini Mori-Tanaka homojenizasyon şemasına göre hesaplamışlardır.

Şimşek vd. (2013) elastik zemin üzerine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) mikro kirişin değiştirilmiş gerilme çift teorisine dayanarak çeşitli kiriş teorilerini içeren yüksek dereceli kiriş teorisi önerilmiştir. Fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişin malzeme özelliklerini incelemek için Mori-Tanaka homojenizasyonu ve klasik karışım kuralını kullanmıştır. Denge denklemlerini ve sınır şartlarını türetmek için minimum toplam potansiyel enerji ilkesini uygulamıştır. Ayrıca analitik çözümü için Navier metodunu kullanmıştır.

Şimşek (2010) Von-Karman'ın doğrusal olmayan şekil değiştirme varsayımı ile Timoshenko kiriş teorisini kullanarak hareketli harmonik bir yük nedeniyle sabit mesnetli bir FD kirişinin doğrusal olmayan dinamik analizini gerçekleştirmiştir.

Ebrahimi ve Salari (2015) küçük ölçekli FD nano-kirişin Euler-Bernoulli kiriş (EBKT) teorisi ile yerel olmayan Eringen esneklik teorisine dayanan sıcaklık değişimi ve serbest titreşim analizini incelemiştir. Yönetici denklemleri ve sınır şartlarını Hamilton prensibinden türetmiştir. Hareket denklemlerini ve çeşitli sınır şartlarını yani iki ucu ankastre ve iki ucu mafsallıyı çözmek için Navier yaklaşımı ile diferansiyel dönüşüm yöntemi (DDY) kullandıklarını belirtmiştir. Sıcaklık değişimi, çeşitli sınır koşulları, gradyan indeksi ve mod sayısının küçük ölçekli FD mikro kirişin üzerindeki etkisini sunmuştur.

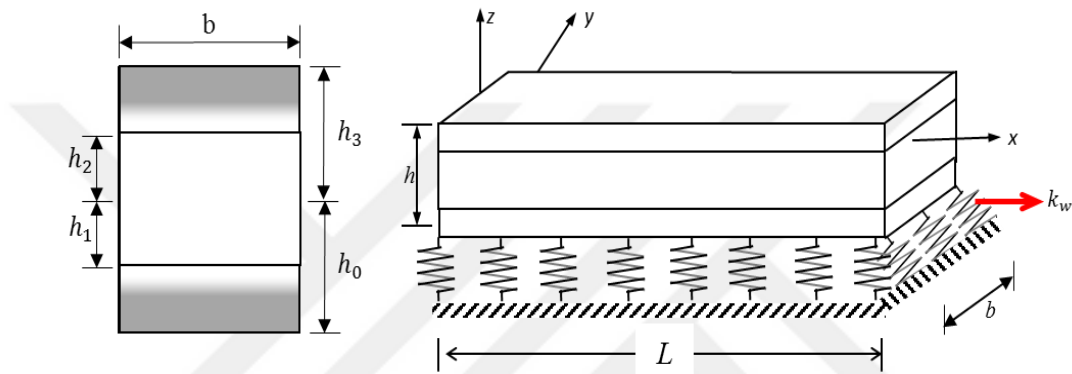
Akgöz ve Civalek (2013) değiştirilmiş şekil değiştirme değişimi teorisine (DŞDDT) dayanarak yüksek mertebeden kiriş teorisi (YMKT) ile statik ve mikro-kirişin serbest titreşimini incelemiştir. Basit mesnetli kirişin, yönetici denklemi ve sınır şartları Hamilton prensibine göre elde etmiştir. Tekil yük, yayılı yük etkisi ve boyut etkili mikro kirişin temel frekans değerleri altında statik dönme analitik çözüm değerini bulmak için Navier yaklaşımı kullanmıştır. Mikro kirişin eğilme ve doğal frekans değerleri üzerinde en boy oranı ve malzeme uzunluk ölçek parametresi gibi çeşitli parametrelerini sunmuştur.

3. MATERİYAL VE METOT

3.1. Sandviç Kiriş

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme bir mikro yapının, bir malzemeden diğer malzemeye geçişi özel bir değişim ile oluşturulur. Bu nedenle fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin özellikleri sürekli değişmektedir. Bu varyasyonlar çeşitli kural özelliklerine göre modellenir. a) Kuvvet kuralı (karışım kuralı), b) Üstel kuralı, c) Sigmoid kuralı, d) Mori-Tanaka kuralı.

Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kiriş için boyutlar ve koordinat eksenleri aşağıdaki şekilde görülmektedir.

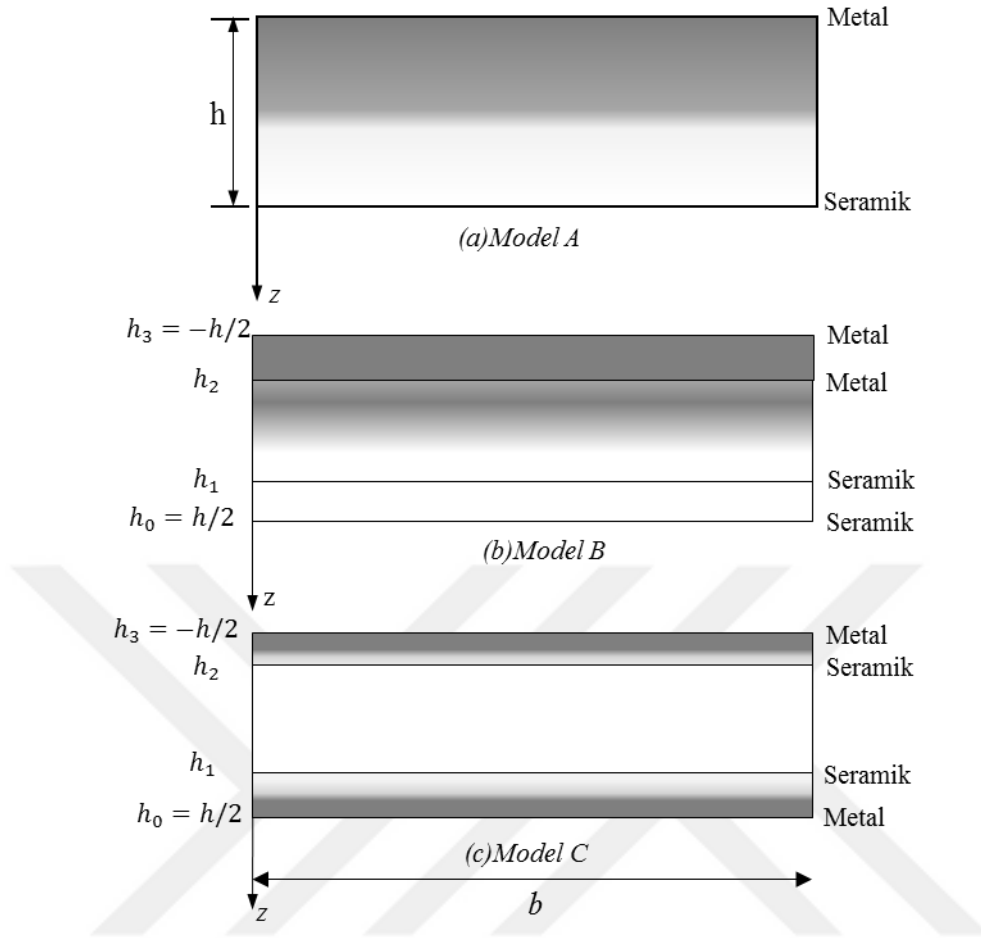


Şekil 3.1. FD sandviç mikro kirişlerin geometri ve koordinat sistemi

Şekil 3.1’de görüldüğü üzere x yönündeki uzunluk L , y doğrultusundaki genişlik b , z yönündeki kalınlık h ve k_w fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin Winkler elastik zemin parametresidir.

Bu çalışmada üç farklı FD sandviç mikro kiriş tabakalanma şeması dikkate alınmıştır.

1. Model A, tek tabakalı fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kiriş
2. Model B, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden yapılmış çekirdeğe sahip mikro kirişi, üst yüzey metal ve alt yüzey seramiktir.
3. Model C, fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kirişin çekirdek kısmı seramikten yapılmıştır ve iki kaplama yüzü fonksiyonel derelenmiş malzemedendir.



Şekil 3.2. Sandviç FD mikro kiriş (a) Model A (b) Model B (c) Model C.

3.1.1. Kuvvet kuralı

Kuvvet kuralı birçok araştırmacı tarafından derecelendirmiş malzeme için yaygın olarak kullanılan en basit tekniktir. Malzeme geçişinin kuvvet kuralı ilk olarak Wakashima vd. (1995) tarafından tanımlanmıştır. Ayrıca bu kural, birçok araştırmacı tarafından FD sandviç kirişlerinin modellenmesi ve analizi için yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu kural, doğrusal karışım kuralını takip eder ve FD kirişinin özellikleri boyutlarına göre değişir.

Kalınlık boyunca FD kirişlerin karışım kuralına göre değişimi

$$E(z) = E_m + (E_s - E_m)V_s(z) \quad (3.1)$$

Burada E_s , seramik bileşenin elastisite modülü, E_m ise metal bileşenin elastisite modülü ve V_s seramik hacim oranıdır.

Model A metal ve seramikten oluşan fonksiyonel derecelendirilmiş homojen mikro kirişidir. alt yüzey seramikten üst yüzeye metala kademalı olarak değişir. Model A için seramik hacim oranı şu şekilde elde edilir.

$$V_s(z) = \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^k \quad z \in \left[-h/2, h/2\right], \quad (0 \leq k \leq \infty) \quad (3.2)$$

Burada k fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirisin kalınlık boyunca değişen malzemeyi gösteren negatif olmayan değişken parametresidir.

Öte yandan, model B için şekil 3.2b’de gösterildiği gibi alt, üst yüzeyler sırasıyla seramik ve metalden ve çekirdek kısmı ise FD malzemeden yapılmıştır. ayrıca bu modelin seramik hacim oranı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$V_s(z) = \begin{cases} 0 & z \in [h_0, h_1] \\ \left(\frac{z - h_1}{h_2 - h_1}\right)^k & z \in [h_1, h_2] \\ 1 & z \in [h_2, h_3] \end{cases} \quad (3.3)$$

Burada h_0, h_1, h_2 ve h_3 şekil 3.1’de tanımlanmıştır.

Son olarak, model C şekil 3.2c’de gösterildiği gibi alt ve üst yüzeyler FD malzemeden ve çekirdek ise seramikten yapılmıştır. Model C için seramik hacim oranı şu şekilde elde edilir.

$$V_s(z) = \begin{cases} \left(\frac{z - h_0}{h_1 - h_0}\right)^k & z \in [h_0, h_1] \\ 1 & z \in [h_1, h_2] \\ \left(\frac{z - h_0}{h_1 - h_0}\right)^k & z \in [h_2, h_3] \end{cases} \quad (3.4)$$

3.1.2. Üstel kuralı

Üstel kuralı FDM kiriş ve plakların (E-FDM) kırılma çalışmalarında daha yaygındır. Kim ve Paulino (2002) tarafından kullanılmıştır. Üstel kuralına göre kalınlık boyunca tek tabakalı FD kirişlerin veya plak özelliklerinin dağılımı şöyledir.

$$E(z) = E_m \exp \left[\log \left(\frac{E_s}{E_m} \right) V_s(z) \right] \quad z \in \left[-h/2, h/2\right], \quad (0 \leq k \leq \infty) \quad (3.5)$$

3.1.3. Sigmoid kuralı

Sigmoid kuralı malzeme özelliklerinin dağılımı ve özellikle çift katmanlı kirişler için kullanılır. Sigmoid fonksiyonu iki kuvvet kuralının fonksiyon bileşenidir. Chung vd. (2001) tarafından kırık yapılarıdaki gerilme yığılma faktörünü azaltmak için bir sigmoid fonksiyonu geliştirmiştir. Basit kuvvet kuralının kullanımı tabakalı fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin ara yüzeydeki gerilmelerin süreksizliğine sebep olur. Bu nedenle katman ara yüzeyde gerilmenin sürekliliğini korumak için malzeme özelliklerinin varyasyonunu temsil etmek üzere iki farklı kuvvet kuralını fonksiyonu kullanılır. Malzeme özellikleri üst yüzeyden tarafsız eksenine ($z = -h/2$ dan 0) kadar birinci kuvvet kuralına göre ve tarafsız eksenin alt yüzeye ($z = 0$ dan $h/2$) kadar ikinci kuvvet kuralına göre değişir. Antisimetrik kuvvet kuralı fonksiyonu aşağıdaki forma sahiptir.

$$E(z) = E_m + (E_s - E_m) \left[1 + \left(\frac{z}{h} - \frac{1}{2} \right)^k \right] \quad z \in \left[-h/2, 0 \right] \quad (3.6)$$

$$E(z) = E_m + (E_s - E_m) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^k \quad z \in \left[0, h/2 \right] \quad (3.7)$$

Simetrik kuvvet kural fonksiyonu aşağıdaki forma sahiptir.

$$E(z) = E_s + (E_m - E_s) \left(\frac{-2z}{h} \right)^2 \quad z \in \left[-h/2, 0 \right] \quad (3.8)$$

$$E(z) = E_s + (E_m - E_s) \left(\frac{2z}{h} \right)^k \quad z \in \left[0, h/2 \right] \quad (3.9)$$

3.1.4. Mori-Tanaka kuralı

Mikro mekanik malzeme geçiş karakterizasyonu için başka bir yaklaşım tekniğidir. Bu teknikte bir FDM'nin etkin elastisite modülü, bileşenlerin hacim oranlarından ve şekillerinden belirlenir. Mori-Tanaka yöntemi, mikro mekanik tekniğin en önemli tasarımıdır. Bu yöntem genel olarak iyi tanımlanmış kademeli mikro yapı bölgelere, sürekli matris fazına ve süreksiz parçacık fazına uygulanabilir. Bu yöntem Mori ve Tanaka (1973) tarafından önerilmiş ve Tanaka vd. (1993) tarafından geliştirilmiştir. Hacim modülü K ve kayma modülü G olarak verilmiştir.

$$K = \frac{V_s(K_s - K_m)}{1 + (1 - V_s) \left(\frac{K_s - K_m}{K_m + \frac{4}{3}G_m} \right)} + K_m \quad (3.10)$$

$$G = \frac{V_s(G_s - G_m)}{1 + V_m \left(\frac{G_s - G_m}{G_m + G_m \left(\frac{9K_m + 8G_m}{6K_m + 12G_m} \right)} \right)} + G_m \quad (3.11)$$

Metal ve seramik hacim oranı ilişkisi aşağıdaki gibidir.

$$V_m(z) + V_s(z) = 1 \quad (3.12)$$

FD sandviç mikro kirişin elastisite modülü, Mori-Tanaka homojenizasyon ilişkisi ile yazılırsa,

$$E(z) = \frac{9KG}{3K + G} \quad (3.13)$$

Ayrıca FD sandviç mikro kirişin Poisson oranı şu şekilde hesaplanır.

$$v(z) = \frac{3K - 2G}{6K + 2G} \quad (3.14)$$

Sandviç FD mikro kirişin yerel etkili malzemeleri metal ve seramiktir ve etkin malzeme özellikleri, Poisson oranı (ν), Young modülü (E), ve kayma modülü (G), bu özellikler kalınlık boyunca düzgün bir şekilde değişmektedir. Bu değişkenlik homojenleştirme tekniği ile bulunur.

3.2. Değiştirilmiş Gerilme Çifti Elastisite Teorisi (DGÇ)

Yüksek mertebeden elastisite teorilerinden klasik gerilme çifti elastisite teorisi birçok araştırmacı tarafından çalışılmıştır (Mindlin ve Tiersten 1962; Mindlin 1964; Toupin 1962; Koiter 1964). Bu teori, iki yüksek dereceden oluşan malzeme ölçek parametresi ve boyut etkisini içeren Lamé sabitleridir. Bu teorisin, şekil değiştirme gradyanı ve yerel olmayan teoriye göre en küçük malzeme ölçek parametrelerine sahip olduğu belirtilmektedir. Değiştirilmiş gerilme çifti elastisite teorisi ilk başta Yang vd. (2000) tarafından nano yapı alanında yapılan çalışmaların doğruluğunu arttırmak için önerilmiştir.

Değiştirilmiş gerilme çifti teorisinde, şekil değiştirme enerjisi hem şekil değiştirme tansörünü hem de eğrilik tansörünü ifade eder. Lineer elastik malzeme için şekil değiştirme enerjisi U şöyledir (Yang vd. 2002).

$$U = \frac{1}{2} \int_v (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij} \chi_{ij}) dv \quad (3.15)$$

Burada σ_{ij} gerilme tansörü, ε_{ij} şekil değiştirme tansörü, m_{ij} gerilme çifti tansörünün deviatorik parçası ve χ_{ij} eğrilik simetrik tansörüdür.

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.16)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3.17)$$

$$m_{ij} = 2\mu l_2^2 \chi_{ij} \quad (3.18)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2} (\theta_{i,j} + \theta_{j,i}) \quad (3.19)$$

λ ve μ Lamé sabitleri, l_2 malzeme boyut ölçek parametresi, u yer değiştirme vektörü, χ simetrik dönme değişimi tansörü, θ dönme vektörüdür. Ayrıca denklem (3.12)'de bulunan boyut ölçek parametresinin karesi l_2^2 kayma modülünü eğrilik oranıdır.

$$\theta_i = \frac{1}{2} e_{ijk} u_{k,j} \quad (3.20)$$

e_{ijk} permütasyon sembolü olarak bilinir. Bunun özelliği ise

$$e_{ijk} = \begin{cases} 1 & (ijk) = (1,2,3); (2,3,1); (3,1,2) \\ -1 & (ijk) = (1,3,2); (2,1,3); (3,2,1) \\ 0 & (i=j); (i=k); (j=k) \end{cases} \quad (3.21)$$

bu şekildedir.

3.2.1. Euler-Bernoulli kiriş teorisi

Euler-Bernoulli kiriş teorisi veya diğer adıyla klasik kiriş teorisi, düzgün izotropik bir kirişin elastikliğinin basitleştirilmiş bir ifadesidir. Euler-Bernoulli kirişinin yer değiştirme bileşenleri bu şekilde ifade edilir.

$$u_1 = u - z\varphi(x), \quad u_2 = 0, \quad u_3 = w(x) \quad (3.22)$$

u_1, u_2, u_3 sırasıyla x, y, z doğrultusundaki yer değiştirme bileşenleri, φ kirişin merkez ekseninin dönme açısıdır.

$$\varphi = \frac{dw(x)}{dx} \quad (3.23)$$

Denklem (3.17), (3.22) ve (3.23)'ten

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du}{dx} - z \frac{d^2w(x)}{dx^2}, \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \quad (3.24)$$

elde edilir. Denklem (3.20), (3.21), (3.22) ve (3.23)'ten

$$\begin{aligned} \theta_x = \theta_1 &= \frac{1}{2}(u_{3,2} - u_{2,3}) = 0, \\ \theta_y = \theta_2 &= \frac{1}{2}(-u_{3,1} + u_{1,3}) = -\frac{\partial w}{\partial x}, \\ \theta_z = \theta_3 &= \frac{1}{2}(u_{2,1} - u_{1,2}) = 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

ulaşılır. Denklem (3.19)'da (3.25) denklemini kullanarak

$$\chi_{xy} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi_{zz} = \chi_{yz} = \chi_{zx} = 0 \quad (3.26)$$

Denklem (3.24), denklem (3.16)'da yazılırsa

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(\frac{du}{dx} - z \frac{d^2w(x)}{dx^2} \right), \\ \sigma_{yy} = \sigma_{zz} &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left(\frac{du}{dx} - z \frac{d^2w(x)}{dx^2} \right), \end{aligned}$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0 \quad (3.27)$$

Burada E Young modülü, ν Poisson oranıdır ve Lamé sabitleri μ ve λ ilişkilidir.

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.28)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.29)$$

En/boy oranı yüksek olan kirişlerde Poisson etkisi ihmal edilebilir. $\nu = 0$ alınmasıyla denklem (3.27)

$$\sigma_{xx} = E \left(\frac{du}{dx} - z \frac{d^2w(x)}{dx^2} \right) \quad (3.30)$$

halini alır. Aynı şekilde denklem (3.26)'nın denklem (3.18)'de kullanılmasıyla gerilme çift momenti

$$\begin{aligned} m_{xy} &= -\mu l^2 z \frac{d^2w(x)}{dx^2} \\ m_{xx} &= m_{yy} = m_{zz} = m_{yz} = m_{zx} = 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

3.2.2. Yönetici denklemler

Yönetici denklemleri, minimum potansiyel enerji ilkesi prensibini kullanarak elde edilir (Şimşek ve Reddy 2013).

$$\delta(U_s + U_e - W) = 0 \quad (3.32)$$

Burada U_s şekil değiştirme enerjisi, U_e elastik zemin nedeniyle cisimde biriken şekil değiştirme enerjisi ve W dış kuvvetlerin yaptığı iş belirtmektir. Şekil değiştirme enerjisinin birinci varyasyonu şu şekilde ifade edilir.

$$\delta U = \int_v (\sigma_{xx} \delta \varepsilon_{xx} + 2m_{xy} \delta \chi_{xy}) dv \quad (3.33)$$

Sandviç mikro kirişlerin gerilme sonuçları aşağıdaki gibi yazılır.

$$N = \int_A \sigma_{xx} dA = A_{xx} \frac{du}{dx} - B_{xx} \frac{d^2w}{dx^2} \quad (3.34a)$$

$$M_c = \int_A z \sigma_{xx} dA = B_{xx} \frac{du}{dx} - D_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.34b)$$

$$Y = \int_A m_{xy} dA = \int_A 2\mu(z) l^2 \chi_{xy} dA = -A_{xz} l^2 \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.34c)$$

Denklem (3.33)'ü denklem (3.34)'te yazılıp ve matematiksel işlem yapılırsa şekil değiştirme enerjisinin birinci varyasyonu şu şekilde ifade edilir.

$$\delta U = \int_0^L \left(N \frac{d\delta u}{dx} - (M_c + Y) \frac{d^2 \delta w}{dx^2} \right) dx \quad (3.35)$$

burada

$$(A_{xx}, B_{xx}, D_{xx}) = \int_A E(z) (1, z, z^2) dA \quad (3.36a)$$

$$(A_{xz}) = \int_A \mu(z) dA = \int_A \frac{E(z)}{2[1 + \nu(z)]} dA \quad (3.36b)$$

Ayrıca elastik zemin şekil değiştirme enerjisi şu şekilde verilmiştir.

$$\delta U_e = \int_0^L k_w w \delta w dx \quad (3.37)$$

Burada k_w Winkler elastik zemin parametresidir.

Ayrıca dış kuvvetlerin yaptığı işin birinci varyasyonun aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$\delta W = \int_0^L (f \delta u + q \delta w) dx \quad (3.38)$$

Burada f ve q , sırasıyla x ve z bileşenlerin eksenel birim uzunluk kuvvetidir. Denklem (3.35), (3.37) ve (3.38)'i denklem (3.32)'de kullanılıp, kısmi integral uygulanarak ve δu , δw katsayıları sıfıra eşitleyerek yönetici denklemlerini şu şekilde elde edilir.

$$\frac{dN}{dx} + f = 0 \quad (3.39)$$

$$\frac{d^2 M_c}{dx^2} + \frac{d^2 Y}{dx^2} + q = 0 \quad (3.40)$$

Denklem (3.34a)- (3.34b) ve (3.39)- (3.40) kullanarak, FD sandviç mikro kirişin yer değiştirmelerini aşağıdaki gibi elde edilir (Şimşek ve Reddy 2013).

$$A_{xx} \frac{d^2 u}{dx^2} - B_{xx} \frac{d^3 w}{dx^3} = 0 \quad (3.41)$$

$$-B_{xx} \frac{d^3 u}{dx^3} + (D_{xx} + A_{xz} l^2) \frac{d^4 w}{dx^4} + k_w w = 0 \quad (3.42)$$

3.3. Sandviç FD Mikro Kirişlerin Analitik Çözümü

Bu kısımda, yönetici denklemler basit mesnetli FD sandviç mikro kirişin eğilme analizi analitik olarak çözülmüştür. Basit mesnetli sandviç mikro kirişin sınır şartları şu şekilde ifade edilmiştir.

$$N = A_{xx} \frac{du}{dx} - B_{xx} \frac{d^2 w}{dx^2} = 0 \quad (3.43)$$

$$w = 0 \quad (3.44)$$

$$M_c + Y = B_{xx} \frac{du}{dx} - (D_{xx} + A_{xz} l^2) \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.45)$$

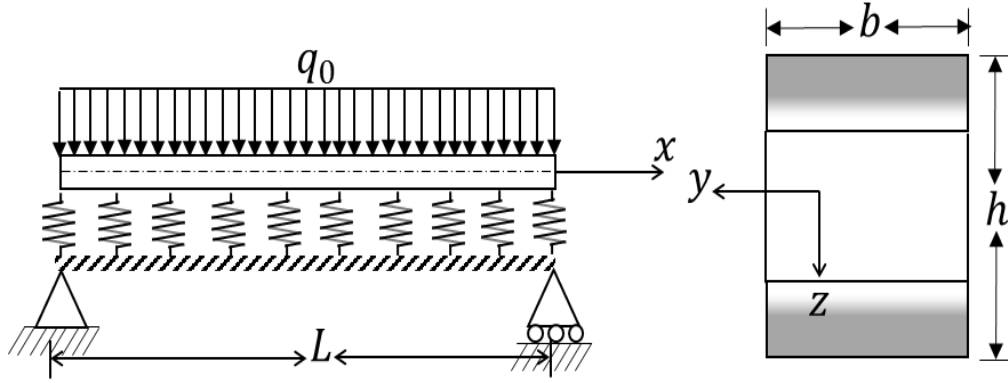
Basit mesnetli bir sandviç mikro kirişin analitik çözümlerini bulmak için Naiver çözüm yaklaşımı kullanılmıştır. Mikro kirişin yer değiştirme serileri aşağıdaki gibidir.

$$u(x) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \cos \alpha x \quad (3.46)$$

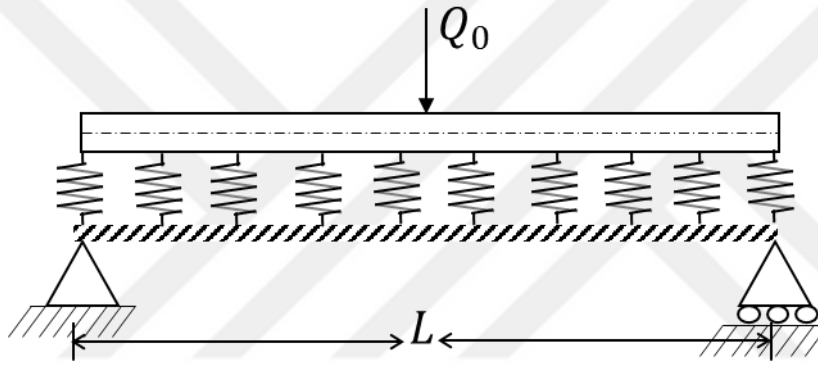
$$w(x) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n \sin \alpha x \quad (3.47)$$

U_n ve W_n Fourier serisinin bilinmeyen katsayılarıdır, ve $\alpha = \frac{n\pi}{L}$ dır.

3.3.1. FD sandviç mikro kirişler için eğilme problemi



Şekil 3.3. Düzgün yayılı yüklü basit mesnetli sandviç mikro kirişin geometrisi



Şekil 3.4. Orta noktasında tekil yüklü basit mesnetli sandviç mikro kirişin geometrisi

Uygulanan yayılı yük q , Fourier seri açılımı şu şekilde geliştirilmiştir.

$$q(x) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \sin \alpha x \quad (3.48)$$

$$Q_n = \frac{2}{L} \int_0^L q(x) \sin \alpha x \, dx \quad (3.49)$$

Burada Q_n yayılı ve tekil yükün Fourier seri katsıysıdır (Şimşek ve Reddy 2013).

$$q(x) = q_0, \quad Q_n = \frac{4q_0}{n\pi} \quad (3.50)$$

$$q(x) = Q_0, \quad Q_n = \frac{2Q_0}{L} \sin \frac{n\pi}{2} \quad (3.51)$$

Burada q_0 ve Q_0 , sırasıyla yayılı ve tekil yükün yoğunluğudur.

Denklem (3.46) ve (3.47)'nin denklem (3.41) ve (3.42)'nin yerine yazılmasıyla, aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_n \\ W_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ Q_n \end{Bmatrix} \quad (3.52a)$$

Burada

$$\begin{aligned} K_{11} &= \alpha^2 A_{xx}, \quad K_{12} = K_{21} = -\alpha^3 B_{xx}, \\ K_{22} &= \alpha^4 (D_{xx} + A_{xz} l^2) + (k_w w) \end{aligned} \quad (3.52b)$$

Denklem (3.52a)'nın çözümü ile fourier katsayıları U_n ve W_n şu şekilde yazılır.

$$U_n = \frac{\alpha B_{xx} Q_n}{\alpha^4 [(A_{xx} D_{xx} + A_{xx} A_{xz} l^2 - B_{xx}^2)] + A_{xx} (k_w w)} \quad (3.53)$$

$$W_n = \frac{A_{xx} Q_n}{\alpha^4 [(A_{xx} D_{xx} + A_{xx} A_{xz} l^2 - B_{xx}^2)] + A_{xx} (k_w w)} \quad (3.54)$$

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde sandviç mikro kirişin çeşitli kesit hacim oranı fonksiyonu, çeşitli yüklemeler için eğilme analizlerinin sonuçları verilmiştir. Sandviç mikro kiriş için kullanılan malzeme özellikleri Al: $E_m = 70 \text{ GPa}$, $\nu_m = 0.3$ ve Seramik (Al_2O_3): $E_s = 380 \text{ GPa}$, $\nu_s = 0$. $l_2 = 15 \mu\text{m}$ bu şekildedir.

Sandviç mikro kirişin eğilme analizi elde edilip ve referans ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca FD malzemesi bulunan çeşitli kesit tipi simetrik ve antisimetrik sandviç kirişlerin yayılı yük ve tekil yük altında maruz kalan sandviç mikro kirişin Navier yaklaşım çözümü ve kuvvet kuralı ile çözülmüştür. Sonuçlarda kullanılan bazı boyutsuz değerler aşağıdaki gibidir:

Tekil yük için boyutsuz deplasman değeri

$$\bar{w} = 100w \frac{E_m h^3}{Q_0 L^3} \quad (4.1)$$

Düzgün yayılı yük için boyutsuz deplasman değeri

$$\bar{w} = 100w \frac{E_m h^3}{q_0 L^4} \quad (4.2)$$

Boyutsuz Winkler elastik zemin parametresi

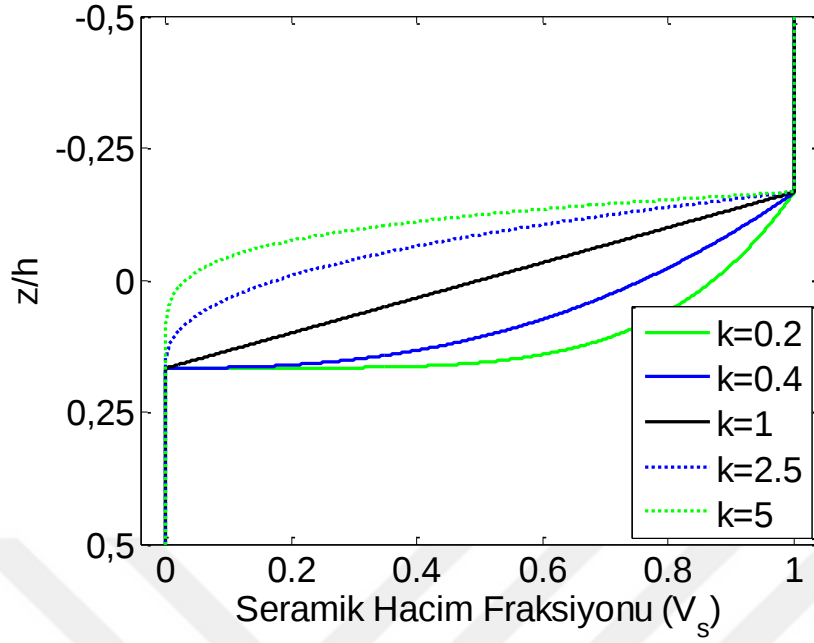
$$K_w = \frac{k_w L^4}{E_m I} \quad (4.3)$$

Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kirişlerin çekirdek ve yüzey bölgeleri kalınlık oranları (1-1-1), (1-2-1), (2-1-1), (2-2-1) şeklinde çeşitli kesit tip şekilleri kabul edilebilir. Fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kirişin kesitleri (1-1-1), (1-2-1), (2-1-1) ve (2-2-1) kalınlık oranı alt yüzeyden üst yüze sırasıyla ($z = h_0 = h/2$) ve ($z = h_3 = -h/2$) şeklindedir.

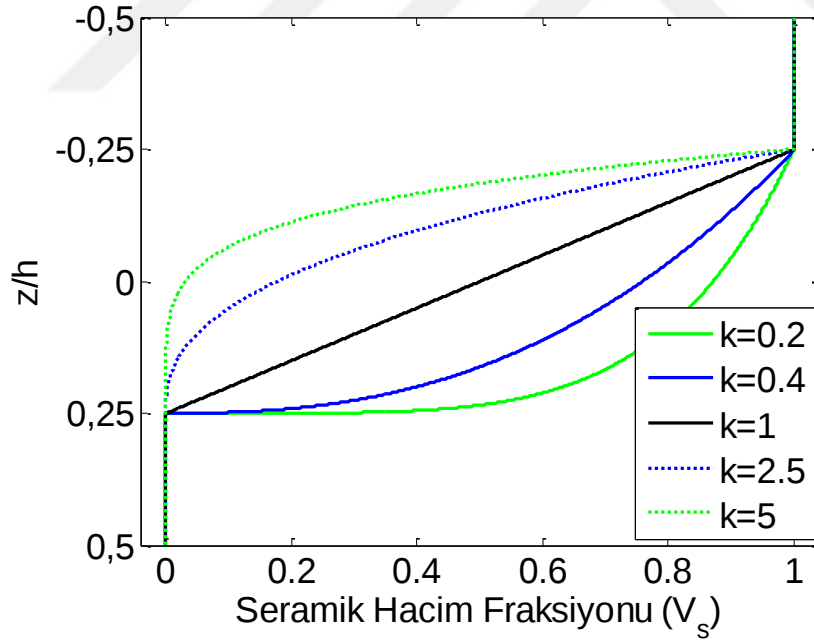
Kesit (1-1-1)'de $h_1 = h/6$, $h_2 = -h/6$ FD sandviç mikro kirişin çekirdek ve yüzey kısmında aynı kalınlığına sahiptir.

Kesit (1-2-1)'de $h_1 = h/4$, $h_2 = -h/4$ FD sandviç mikro kirişin, çekirdek kalınlığı yüzey kalınlığını iki katıdır.

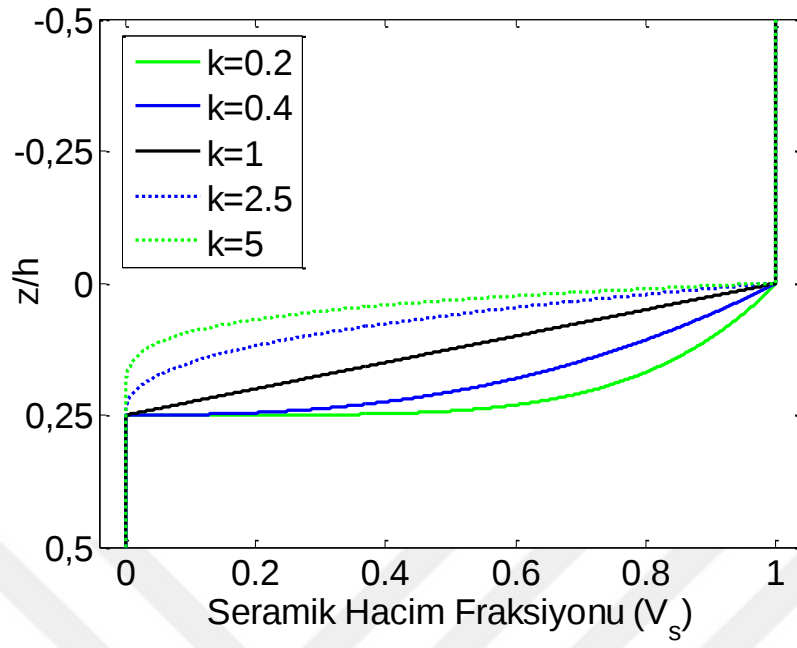
Kesit (2-2-1)'de, $h_1 = h/10$, $h_2 = -h/10$ çekirdek kalınlığı sandviç FD mikro kirişin yüzey kalınlığının yarısıdır.



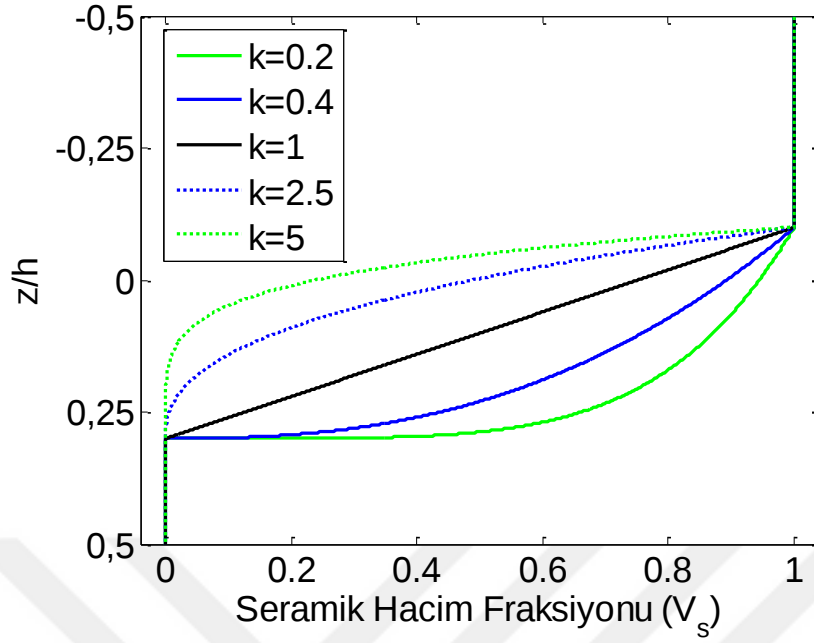
Şekil 4.1. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi, (Kesit tipi: Antisimetrik 1-1-1)



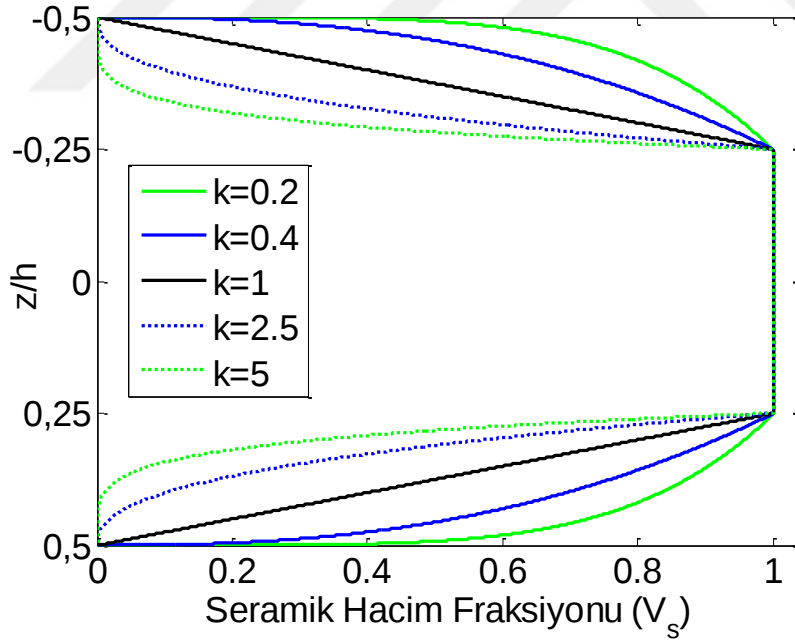
Şekil 4.2. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi, (Kesit tipi: Antisimetrik 1-2-1)



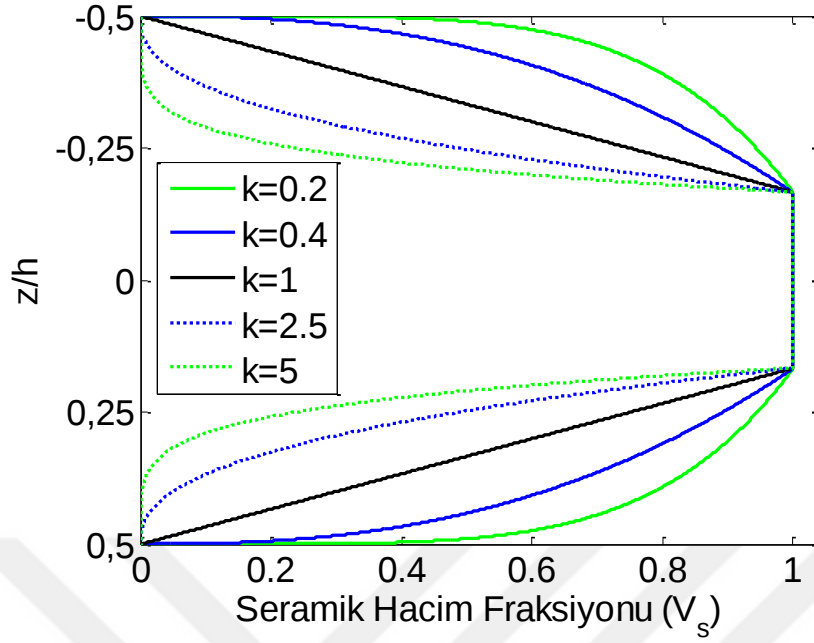
Şekil 4.3. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi, (Kesit tipi: Antisimetrik 2-1-1)



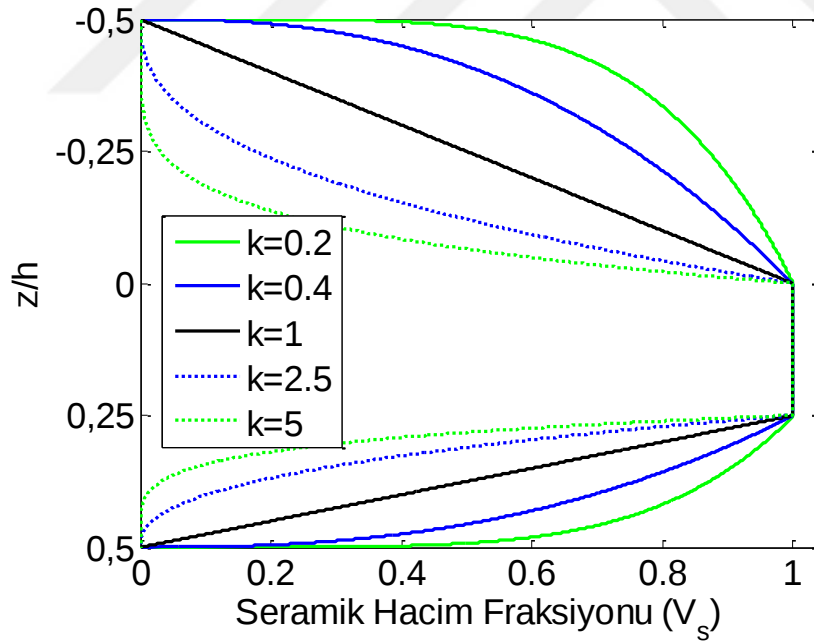
Şekil 4.4. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi, (Kesit tipi: Antisimetrik 2-2-1)



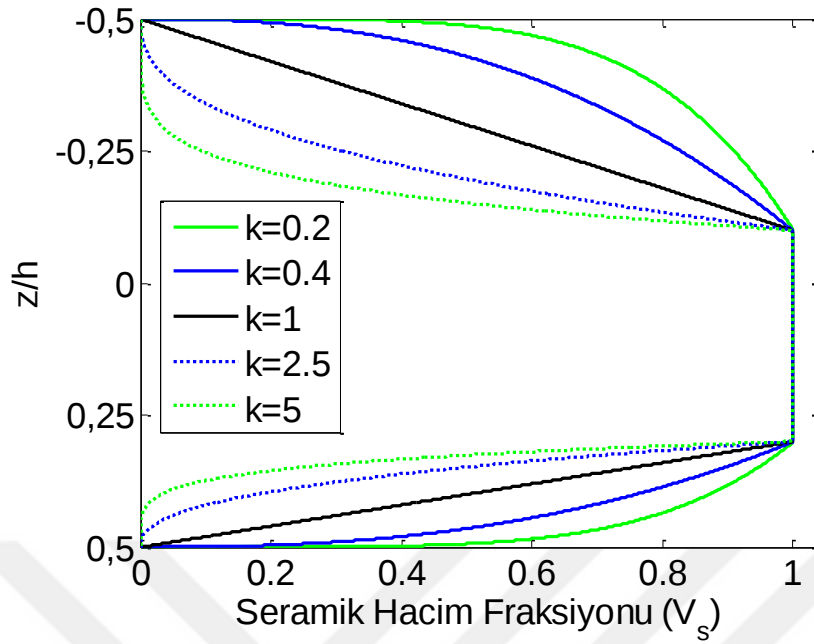
Şekil 4.5. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi (Kesit tipi: Simetrik 1-1-1)



Şekil 4.6. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi (Kesit tipi: Simetrik 1-2-1)



Şekil 4.7. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi (Kesit tipi: Simetrik 2-1-1)



Şekil 4.8. Farklı (k) indeksine sahip FD mikro kirişinin kalınlık boyunca seramik hacim oranı değişimi (Kesit tipi: Simetrik 2-2-1)

Şekil 4.1-4'te Model B ile verilmiş olan sandviç fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişinin farklı fonksiyonel derecelenme indeksleri için kesit koordinatına bağlı olarak seramik hacim oranı (V_s) parametresinin değişimleri farklı kesit tipleri için ayrı ayrı sunulmaktadır. Buna göre grafiklerin düz olarak görünen bölgelerinde soldaki kısım, metal hacim oranı olarak $V_m = 1$ kısmını temsil etmektedir ve bu nedenle burada seramik hacim oranı fonksiyonu sıfıra eşittir. Sağdaki düz kısımda ise tam tersi bir durum söz konusu olmaktadır. Model B için çekirdek yani fonksiyonel derecelendirilmiş kısımda denklem (3.3) ile tanımlanmış olan kuvvet kuralı kullanılmıştır ve seramik hacim oran değişimi çekirdek için verilmiştir.

Model C ile verilmiş olan fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişlerin farklı fonksiyonel derecelenme indeksleri için kesit koordinatına bağlı olarak seramik hacim oranı fonksiyonu (V_s) parametresinin değişimleri farklı kesit tipleri için Şekil 4.5-8'de ayrı ayrı çizdirilmiştir. Alt ve üst yüzlerde fonksiyonel derecelendirilme göz önünde bulundurulduğundan dolayı Şekil 4.4'e göre kuvvet kuralının getirdiği değişimler görülmektedir. Bu modele göre, fonksiyonel derecelendirilmiş yüzlerin dışı metal ile modellendiğinden dolayı çekirdek kısım seramik olmalıdır. Buna istinaden, çekirdek kısımda hacim oranı sabit ve bire eşittir.

Çizelge 4.1. FD sandviç basit mesnetli mikro kirişin maksimum deplasman değerleri (Model C)

Kesitler	Yöntem	k				
		0	1	2	5	10
(1-1-1)	Bu çalışma	2.8783	5.9181	8.0074	10.8116	12.1322
	Vo vd. (2015)	2.8783	5.9181	8.0074	10.8117	12.1322
(1-2-1)	Bu çalışma	2.8783	5.0798	6.4056	8.1409	9.0232
	Vo vd. (2015)	2.8783	5.0798	6.4056	8.1409	9.0232
(2-1-1)	Bu çalışma	2.8783	6.1746	8.4746	11.3489	12.4963
	Vo vd. (2015)	2.8783	6.1746	8.4744	11.3485	12.4957
(2-2-1)	Bu çalışma	2.8783	5.4945	7.1848	9.3867	10.4266
	Vo vd. (2015)	2.8783	5.4944	7.1846	9.3867	10.4262

Çizelge 4.1’de Model C ile verilmiş olan fonksiyonel derecelendirilmiş ve basit mesnetli düzgün yayılı yüklü mikro kirişlerin orta noktasındaki boyutsuzlaştırılmış çökme değerleri verilmektedir. Buna göre, genel olarak fonksiyonel derecelenme indeksi çökme değerlerini artırmaktadır. $k = 0$ durumunda kuvvet kuralına göre kiriş tamamen seramikle modellenmiş olduğu için (çünkü seramik hacim oran fonksiyonu bire eşittir) kesit tipi sonuçları değiştirmemektedir. Ayrıca en yüksek çökme değerleri (2-1-1) sandviç kiriş tipi ile elde edilmektedir. En düşük çökme değerleri ise (1-2-1) sandviç kiriş tipi ile elde edilmiştir. Buradan, fonksiyonel derecelenmeye ait kısmın kalınlığının artışı ile çökmelerin daha fazla olduğu sonucu elde edilmektedir.

Çizelge 4.2. FD sandviç mikro kirişin deplasman değerleri (Model B)

Yöntem	k				
	0	1	2	5	10
Bu Çalışma	3.6744	6.2343	7.3695	8.0991	8.2882
Navier (Vo vd. 2015)	3.6744	6.2343	7.3695	8.0992	8.2882
SEM (Vo vd. 2015)	3.6744	6.2336	7.3684	8.0980	8.2871

Çizelge 4.3. FD sandviç basit mesnetli mikro kirişin maksimum deplasman değerlerinin kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi oranına göre değişimi (Model B)

Antisimetrik kesit	h/l	k				
		0	1	2	5	10
(1-1-1)	1	0.7511	0.9197	0.9921	1.0743	1.1150
	3	3.4056	4.1099	4.3752	4.6269	4.7290
	10	5.6951	6.7883	7.1475	7.4172	7.4908
	Klasik	6.1007	7.2559	7.6254	7.8876	7.9500
(1-2-1)	1	0.6806	0.9144	1.0276	1.1658	1.2387
	3	2.9884	4.0051	4.4238	4.8167	4.9706

Çizelge 4.3'ün devamı

(2-1-1)	10	4.8648	6.5068	7.0886	7.4819	7.5621
	Klasik	5.1869	6.9353	7.5377	7.9151	7.9732
	1	0.6806	0.7870	0.8294	0.8754	0.8973
	3	2.9884	3.5547	3.7768	4.0004	4.0964
(2-2-1)	10	4.8648	5.9246	6.3391	6.7356	6.8914
	Klasik	5.1869	6.3429	6.7950	7.2241	7.3900
	1	0.6423	0.8073	0.8804	0.9641	1.0056
	3	2.7457	3.5905	3.9506	4.3091	4.4541
	10	4.3759	5.9072	6.5481	7.1187	7.3032
	Klasik	4.6489	6.3099	7.0035	7.6093	7.7964

Çizelge 4.4. FD sandviç basit mesnetli mikro kirişin maksimum deplasman değerlerinin kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi oranına göre değişimi (Model C)

Simetrik kesit	h/l	k				
		0	1	2	5	10
(1-1-1)	1	0.5126	0.7483	0.8718	1.0317	1.1197
	3	1.9026	3.3479	4.1937	5.2656	5.7969
	10	2.7513	5.5356	7.4016	9.8755	11.0457
	Klasik	2.8783	5.9181	8.0074	10.8116	12.1322
(1-2-1)	1	0.5126	0.6787	0.7555	0.8465	0.8931
	3	1.9026	2.9526	3.4985	4.1589	4.4858
	10	2.7513	4.7705	5.9599	7.4950	8.2703
	Klasik	2.8783	5.0798	6.4056	8.1408	9.0232
(2-1-1)	1	0.5126	0.7844	0.9368	1.1441	1.2632
	3	1.9026	3.5012	4.4744	5.6999	6.2857
	10	2.7513	5.7776	7.8435	10.4190	11.4758
	Klasik	2.8783	6.1746	8.4750	11.3489	12.4963
(2-2-1)	1	0.5126	0.7178	0.8200	0.9469	1.0143
	3	1.9026	3.1589	3.8580	4.7164	5.1336
	10	2.7513	5.1517	6.6673	8.6188	9.5412
	Klasik	2.8783	5.4945	7.1846	9.3869	10.4266

Model B ile verilmiş fonksiyonel derecelendirilmiş basit mesnetli düzgün yayılı yüklü mikro kirişlerin orta noktasındaki boyutsuz çökme değerlerinin bu çalışmada ve ilgili referans (Vo vd. 2015) tarafından yapılmış iki farklı hesaplama için karşılaştırmaları Çizelge 4.2'de sunulmuştur. Buna göre bu çalışmada elde edilen boyutsuz çökme değerleri referans çalışma ile gayet uyumludur. Genel olarak elde edilen değerler referans çalışma tarafından verilen seri yani Navier çözümüne daha yakın olarak hesaplanmıştır.

Çizelge 4.3 ve 4.4'te, basit mesnetli sandviç mikro kirişlerin boyutsuz çökme değerleri, kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi ve fonksiyonel derecelenme gradyanına göre sırayla Model B ve Model C için sunulmuştur. İlk olarak $k = 0$ olması durumunda Model C tip sandviç FD kirişin deplasmanları daha düşük elde edilmiştir çünkü kiriş Model C'de tamamen seramiktir ancak Model B için gradyan sıfıra eşit olursa

kirişin bir kısmı metal iken bir kısmı seramiktir. k değeri arttıkça iki model arasında hesaplanmış olan boyutsuz çökmelerin farkı azalmakta ve bu değerin yüksek olduğu durumda Model B'nin çökmeleri Model C'den daha fazla olarak hesaplanmaktadır. Ayrıca kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi oranı arttıkça iki model arasındaki çökme farkı da artmaktadır.

Çizelge 4.5 ve 4.6'da bu sefer Winkler zeminine oturan basit mesnetli mikro kirişlerin boyutsuz çökme değerleri, kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi ve fonksiyonel derecelenme gradyanına göre sırayla Model B ve Model C için verilmiştir. Doğal olarak Winkler zemini çökme değerlerini düşürmüştür. Winkler zemini, yüksek k değeri ile modellenmiş FD sandviç kirişlerde daha etkilidir. Tabi bu etki klasik teoride daha belirgindir.

Çizelge 4.5. Winkler zemine oturan FD sandviç mikro kirişin maksimum deplasman değerlerinin kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi oranına göre değişimi (Model B) ($K_W = 100$)

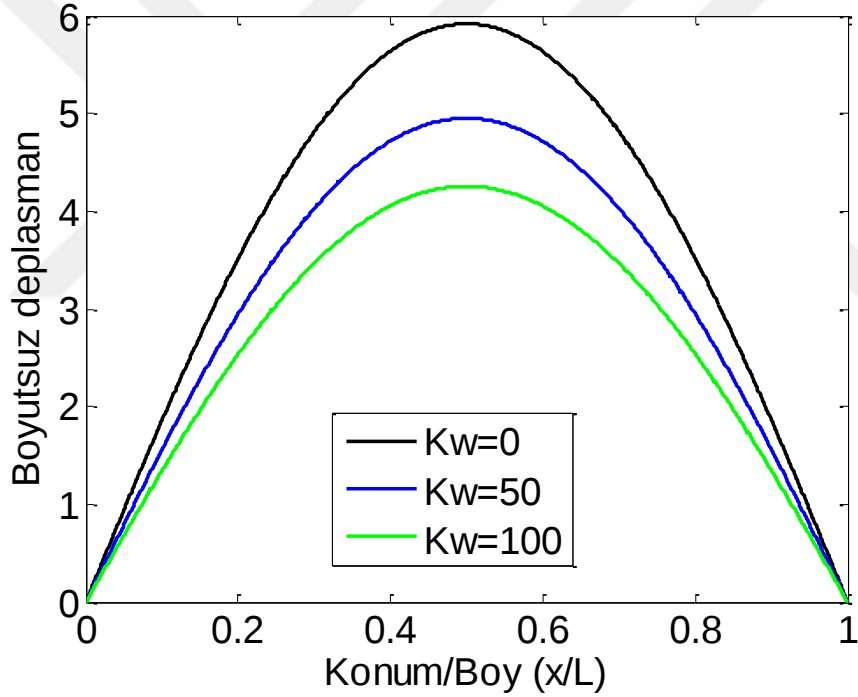
Antisimetrik kesit	h/l	k				
		0	1	2	5	10
(1-1-1)	1	0.7156	0.8671	0.9312	1.0032	1.0386
	3	2.7805	3.2328	3.3946	3.5441	3.6037
	10	4.1385	4.6866	4.8549	4.9777	5.0107
	Klasik	4.3485	4.9046	5.0706	5.1851	5.2119
(1-2-1)	1	0.6514	0.8624	0.9624	1.0826	1.1451
	3	2.4961	3.1675	3.4238	3.6544	3.7423
	10	3.6820	4.5508	4.8278	5.0068	5.0425
	Klasik	3.8635	4.7561	5.0317	5.1969	5.2219
(2-1-1)	1	0.6514	0.7482	0.7864	0.8276	0.8471
	3	2.4961	2.8791	3.0231	3.1646	3.2244
	10	3.6820	4.2583	4.4681	4.6614	4.7355
	Klasik	3.8635	4.4700	4.6898	4.8901	4.9655
(2-2-1)	1	0.6162	0.7665	0.8321	0.9064	0.9430
	3	2.3245	2.9026	3.1334	3.3547	3.4419
	10	3.3950	4.2493	4.5709	4.8416	4.9262
	Klasik	3.5570	4.4536	4.7881	5.0635	5.1455

Çizelge 4.6. Winkler zemine oturan FD sandviç mikro kirişin maksimum deplasman değerlerinin kesit yüksekliği/boyut ölçek parametresi oranına göre değişimi (Model C) ($K_W = 100$)

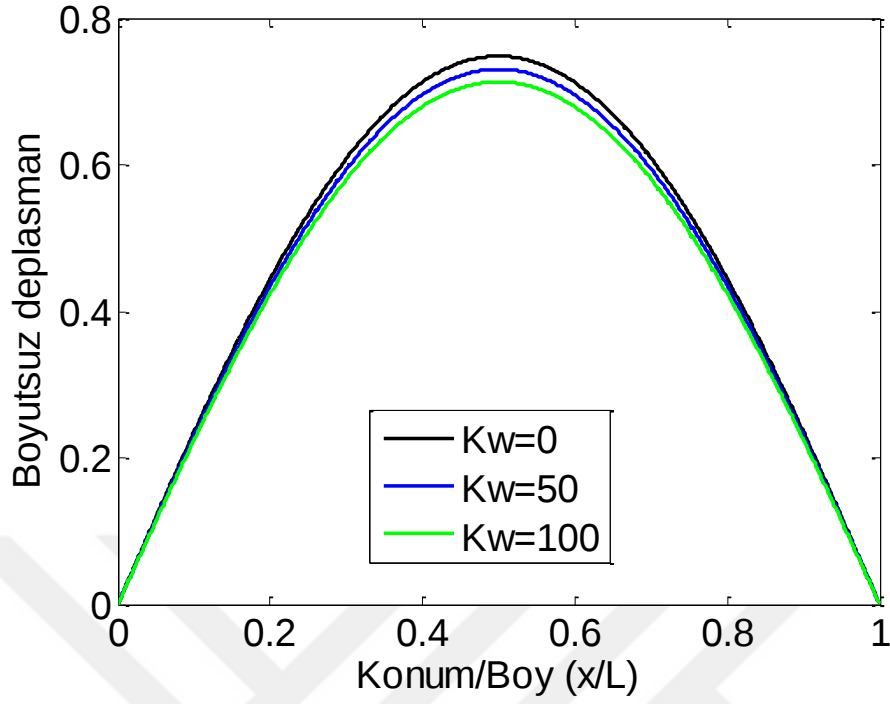
Simetrik kesit	h/l	k				
		0	1	2	5	10
(1-1-1)	1	0.4958	0.7131	0.8244	0.9659	1.0426
	3	1.6904	2.7419	3.2843	3.9070	4.1919
	10	2.3285	4.0537	4.9707	5.9748	6.3831
	Klasik	2.4188	4.2549	5.2365	6.3044	6.7307

Çizelge 4.6'nın devamı

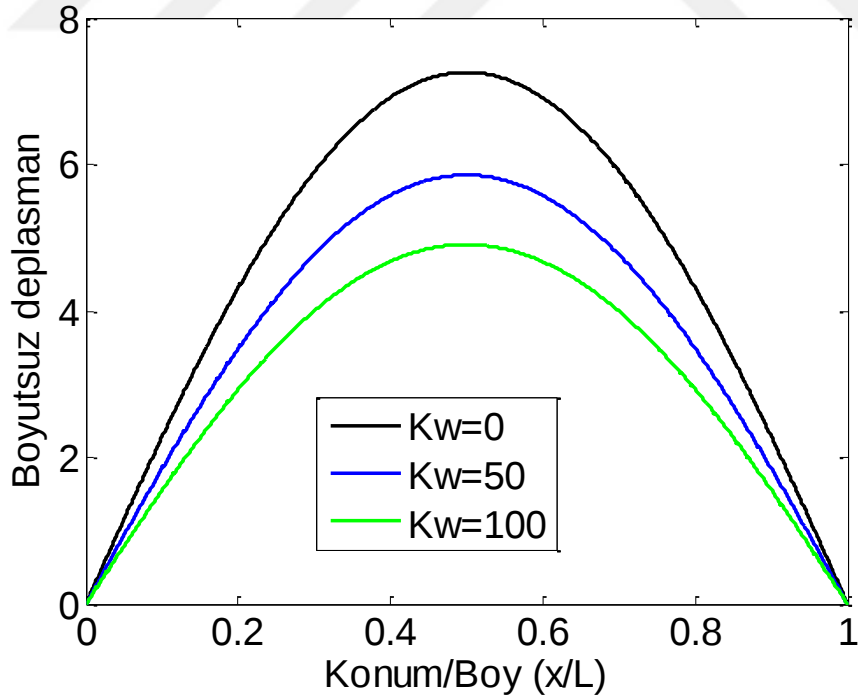
(1-2-1)	1	0.4958	0.6496	0.7197	0.8018	0.843
	3	1.6904	2.4710	2.8422	3.2630	3.4608
	10	2.3285	3.6278	4.2765	5.0126	5.3476
	Klasik	2.4188	3.8038	4.5010	5.2932	5.6522
(2-1-1)	1	0.4958	0.7458	0.8823	1.0638	1.1660
	3	1.6904	2.8439	3.4540	4.1410	4.4416
	10	2.3285	4.1818	5.1660	6.1692	6.5241
	Klasik	2.4188	4.385	5.4321	6.4830	6.8410
(2-2-1)	1	0.4958	0.6854	0.7780	0.8913	0.9507
	3	1.6904	2.6140	3.0748	3.5964	3.8339
	10	2.3285	3.8440	4.6286	5.4909	5.8509
	Klasik	2.4188	4.0316	4.8720	5.7926	6.1717



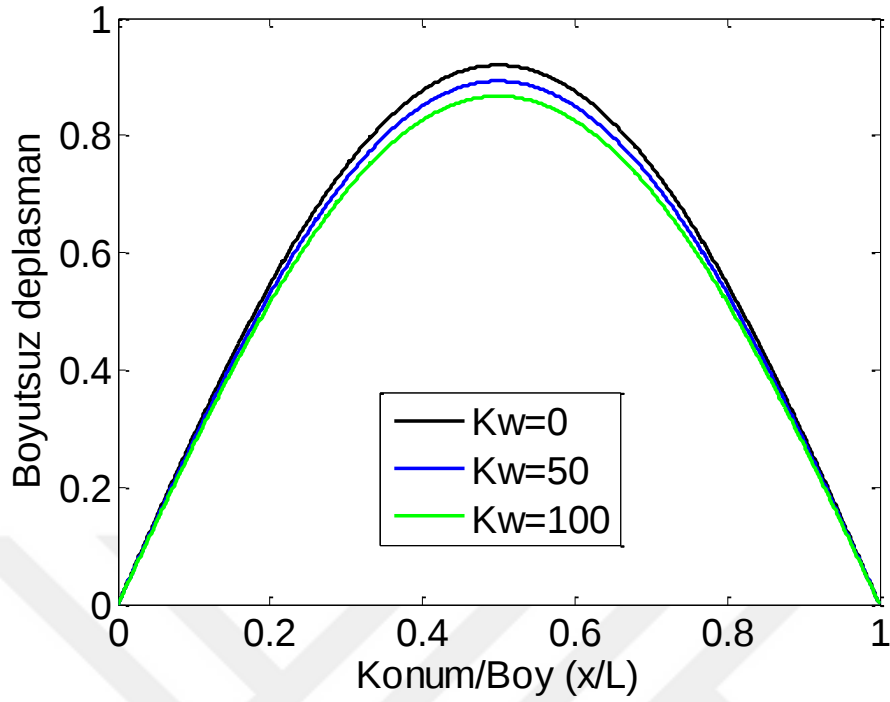
Şekil 4.9. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



Şekil 4.10. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



Şekil 4.11. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)

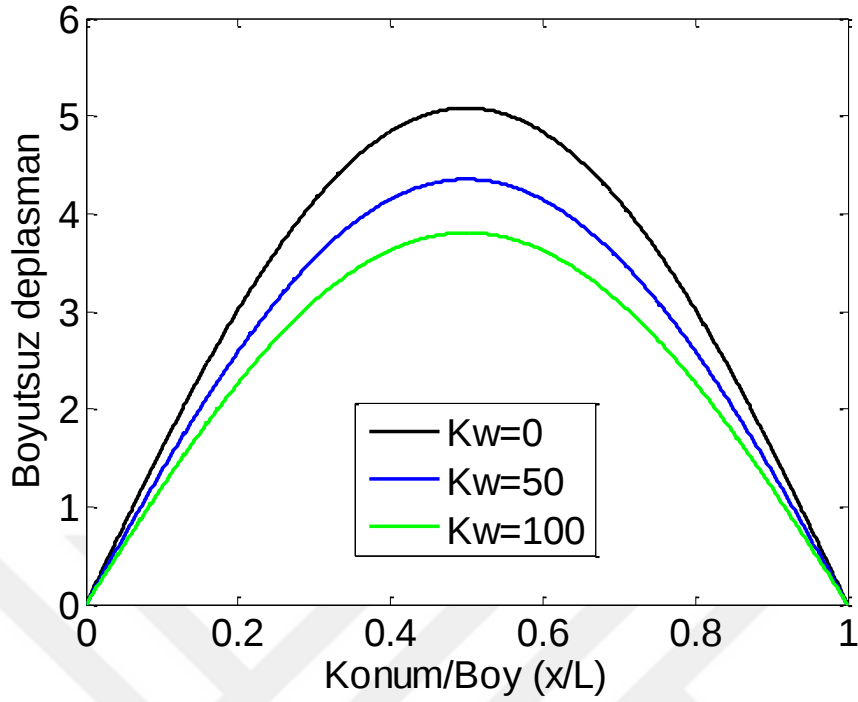


Şekil 4.12. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model B, Antisimetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)

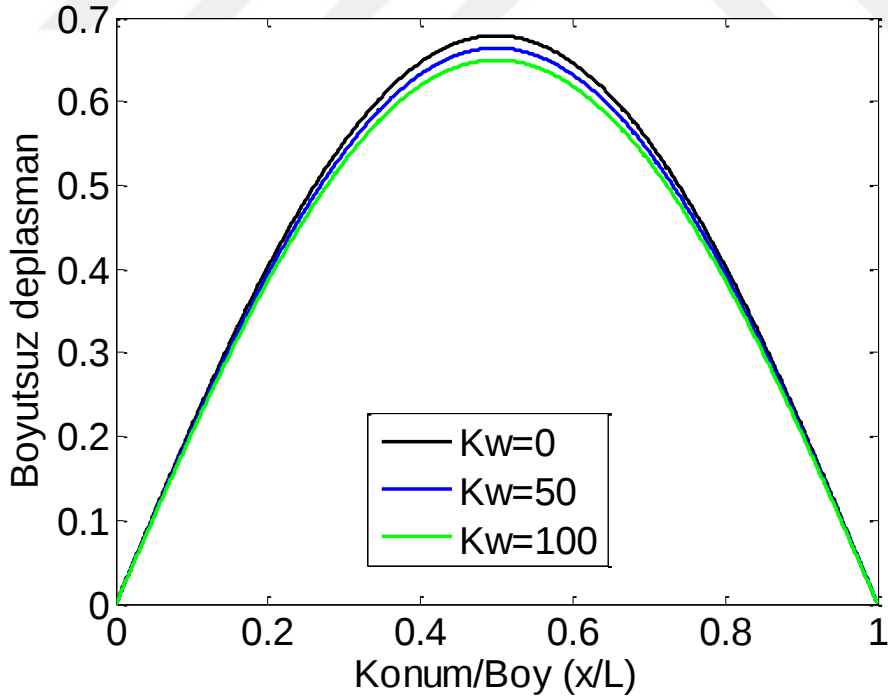
Şekil 4.9-12’de düzgün yayılı yük altındaki (1-1-1) kesit tipi için iki farklı sandviç FD mikro kiriş modelinin farklı Winkler zemin parametresi değerleri altında çökme eğrileri klasik elastisite ve boyut etkisi için ayrı ayrı verilmiştir. Yapılabilecek en temel yoruma göre Winkler zemini deplasmanları azaltmaktadır. Fakat bu parametre daha çok arttıkça deplasmanları düşürme etkisi azalmaktadır. Öte yandan bu zemin parametresi klasik elastisite durumunda daha etkili olmaktadır. Model B’nin deplasmanları Model C’den daha fazladır. Boyut ölçek parametresi Model B üzerinde daha etkilidir. Son olarak, boyut etkisinin deplasmanları oldukça düşürdüğü eklenebilir.

Şekil 4.13-16’da ise, (1-2-1) kesit tipi için iki farklı sandviç FD mikro kiriş modelinin farklı Winkler zemin parametresi değerleri altında çökme eğrileri klasik elastisite ve boyut etkisi için sunulmaktadır. Genel olarak bir önceki paragrafta verilen tartışmaların aynısı bu analizler için de belirtilebilir. Ancak (1-1-1) kesitinin deplasmanları (1-2-1) kesitinden daha fazladır.

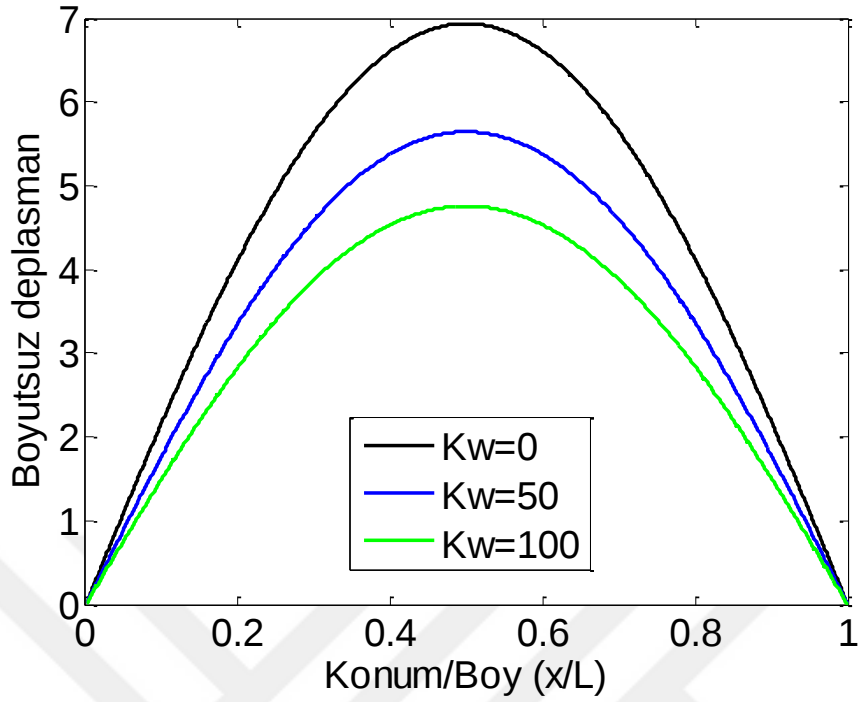
Şekil 4.17-20’de, (2-1-1) kesit tipi için iki farklı sandviç FD mikro kiriş modelinin farklı Winkler zemin parametresi değerleri altında çökme eğrileri klasik elastisite ve boyut etkisi için sunulmaktadır. Model B’nin çökmelerinin Model C’den çok az farkı olduğu görülmektedir. (2-1-1) kesitinin deplasmanları (1-2-1) kesitinden daha fazladır. Bunun haricinde boyut ölçek parametresi ve Winkler zeminin etkisi için önceki yorumlarda belirtilen benzer etkiler bu analizlerden de anlaşılmaktadır. Düzgün yayılı yüklü sandviç FD mikro kirişler için son olarak (2-2-1) kesiti göz önüne alınarak eğilme analizlerine dair elastik eğriler Şekil 4.21-24’te çizdirilmiştir. Buna göre önceden yapılmış olan yorumlar bu grafikler için de belirtilebilir. (2-1-1) kesitinin deplasmanlarının (2-2-1) kesit tipine göre daha fazla olduğu söylenebilir.



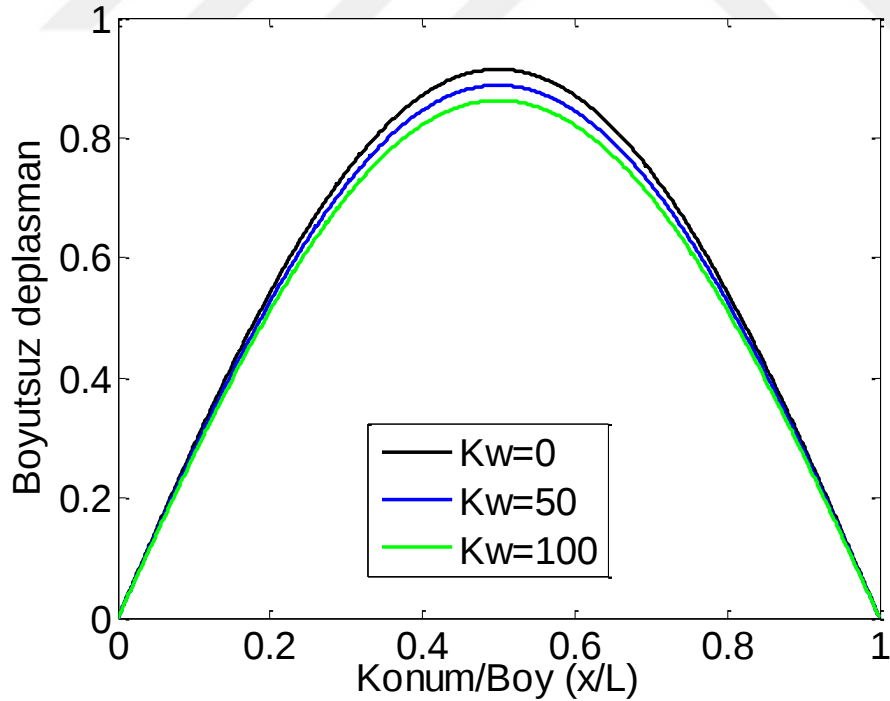
Şekil 4.13. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



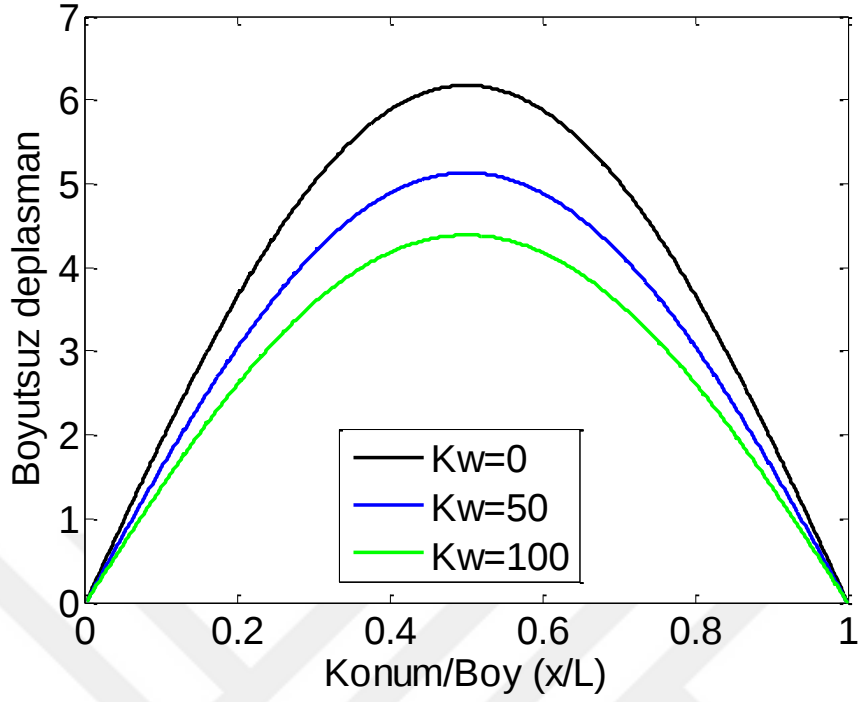
Şekil 4.14. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğrileri (Model C, Simetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



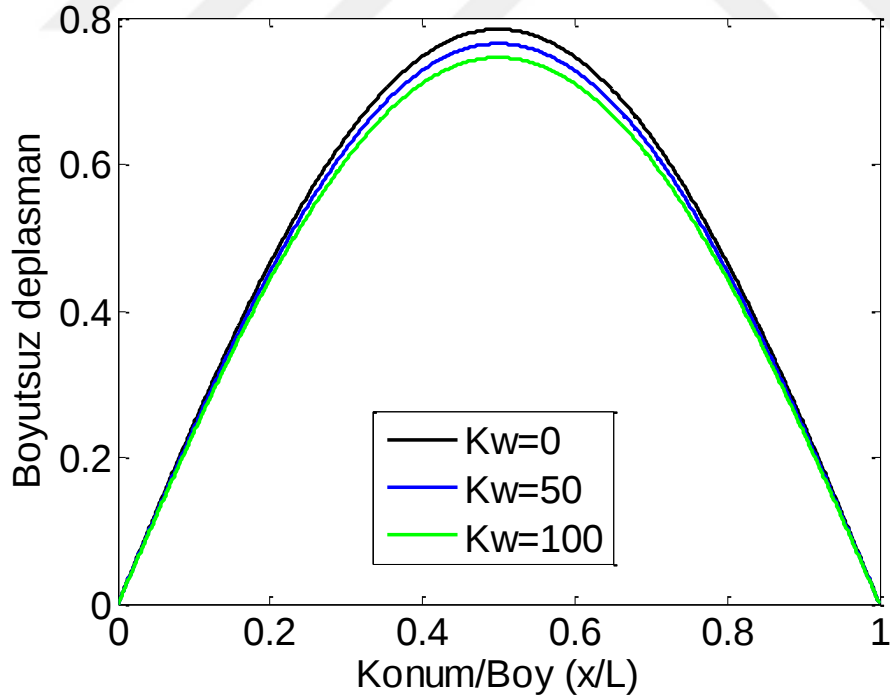
Şekil 4.15. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



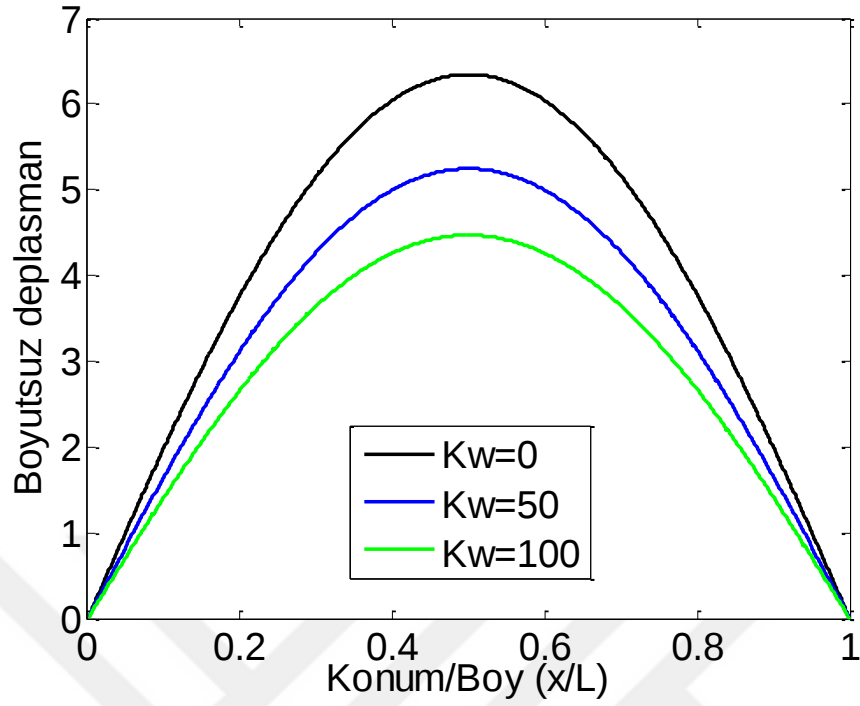
Şekil 4.16. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



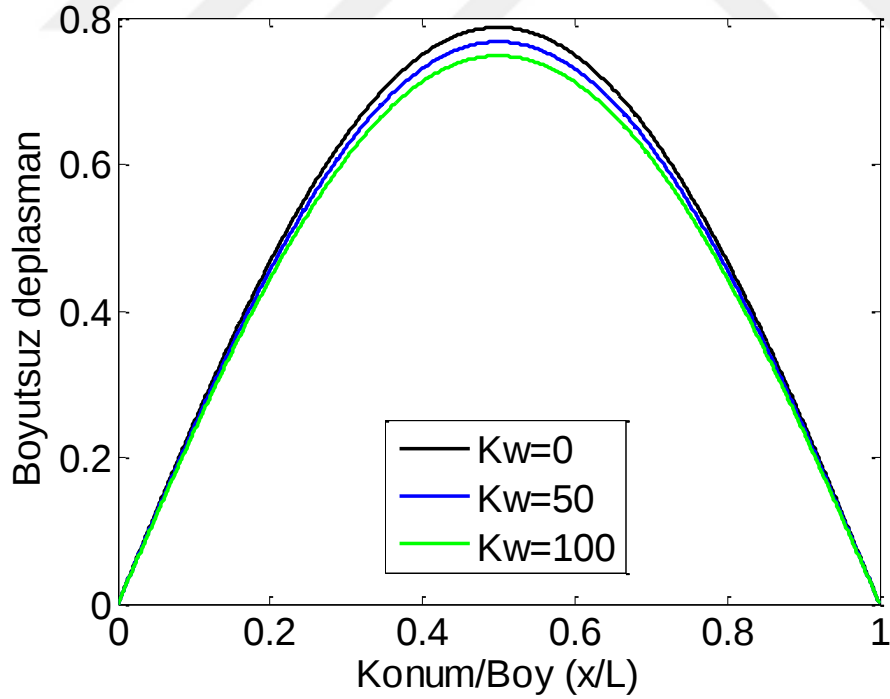
Şekil 4.17. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



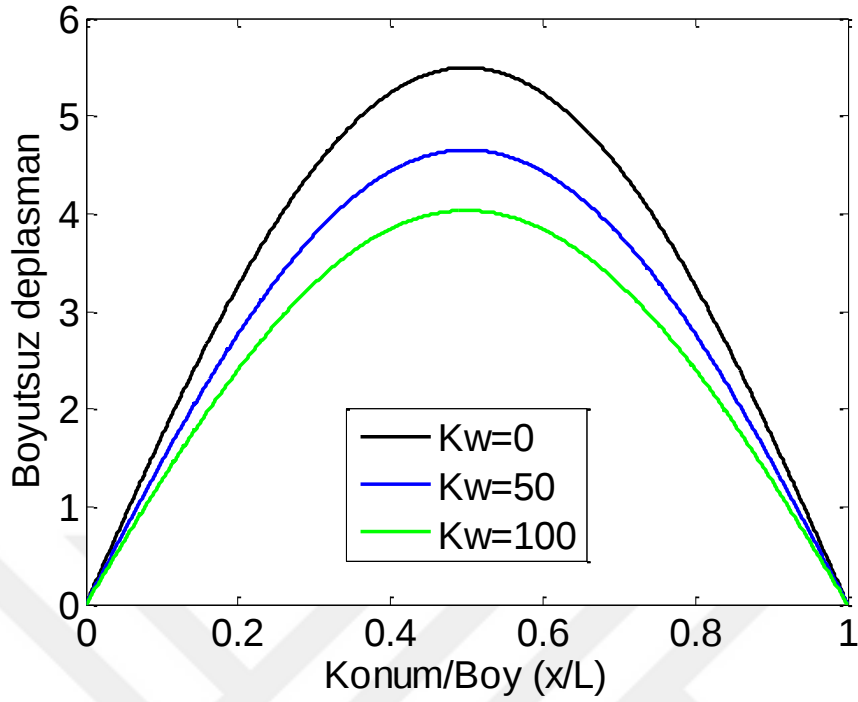
Şekil 4.18. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



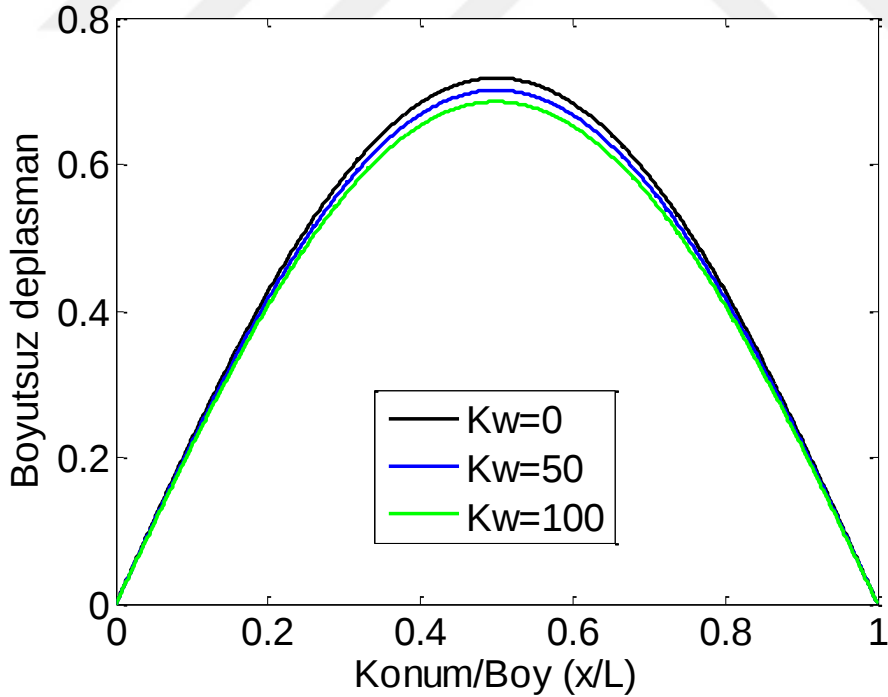
Şekil 4.19. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



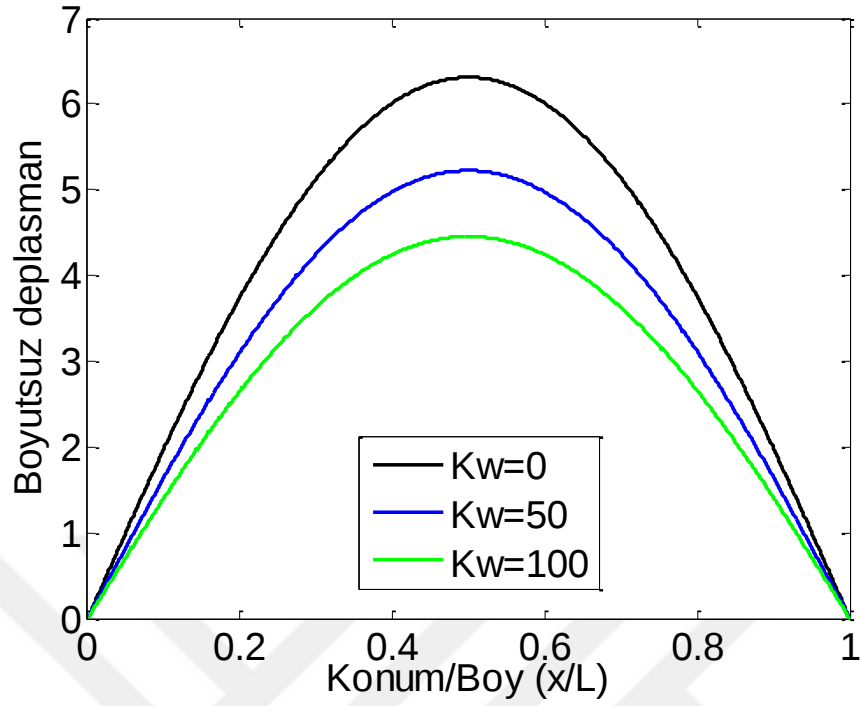
Şekil 4.20. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



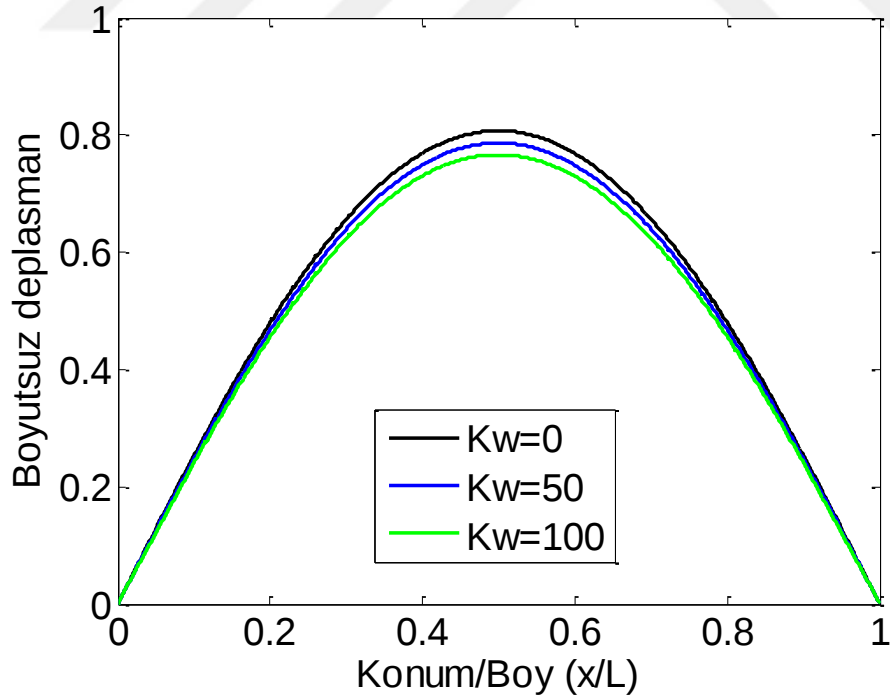
Şekil 4.21. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



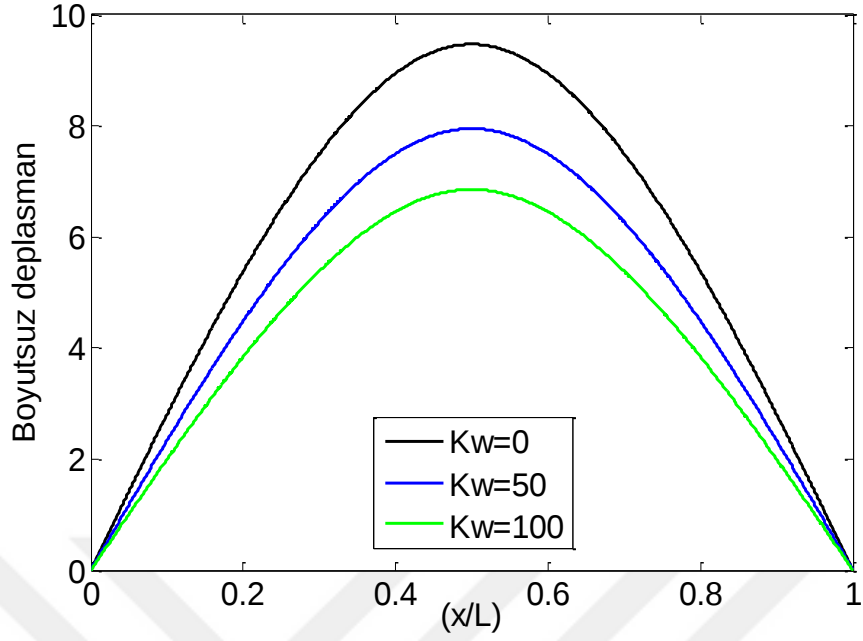
Şekil 4.22. Yayılı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



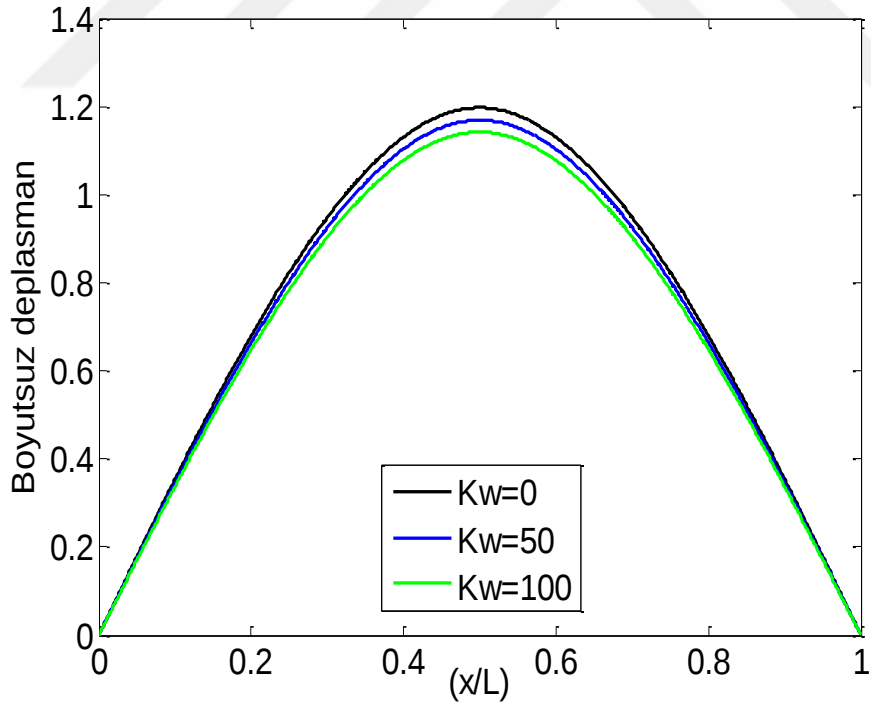
Şekil 4.23. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



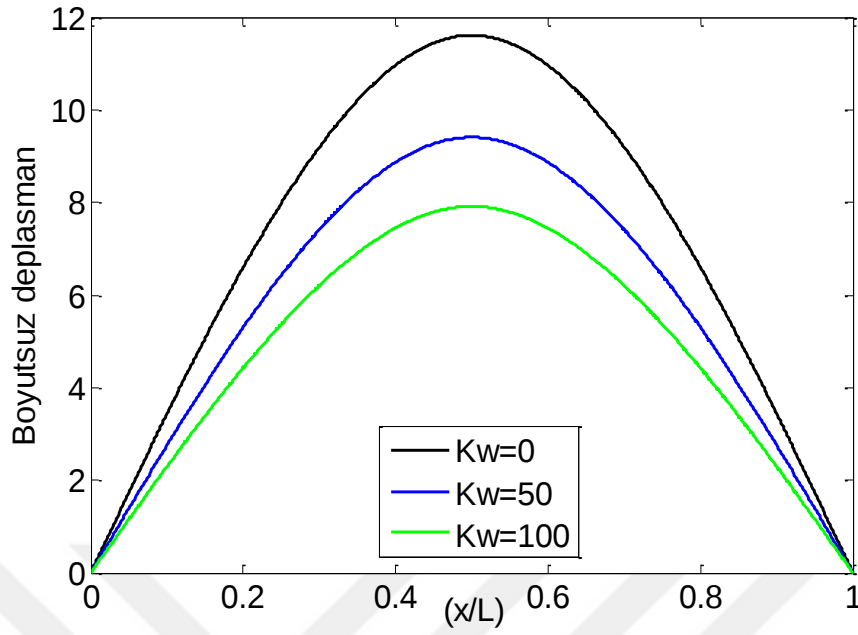
Şekil 4.24. Yayıllı yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



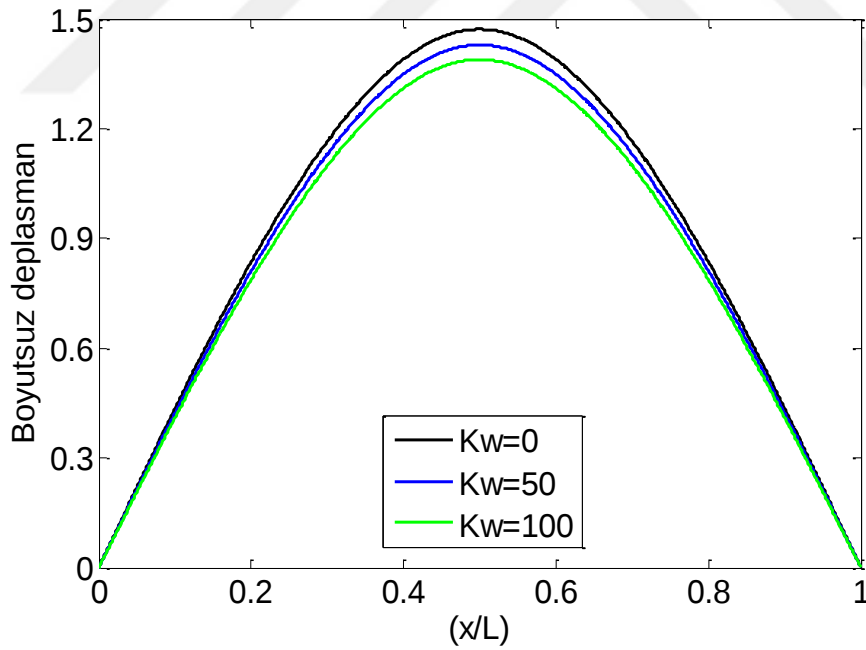
Şekil 4.25. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



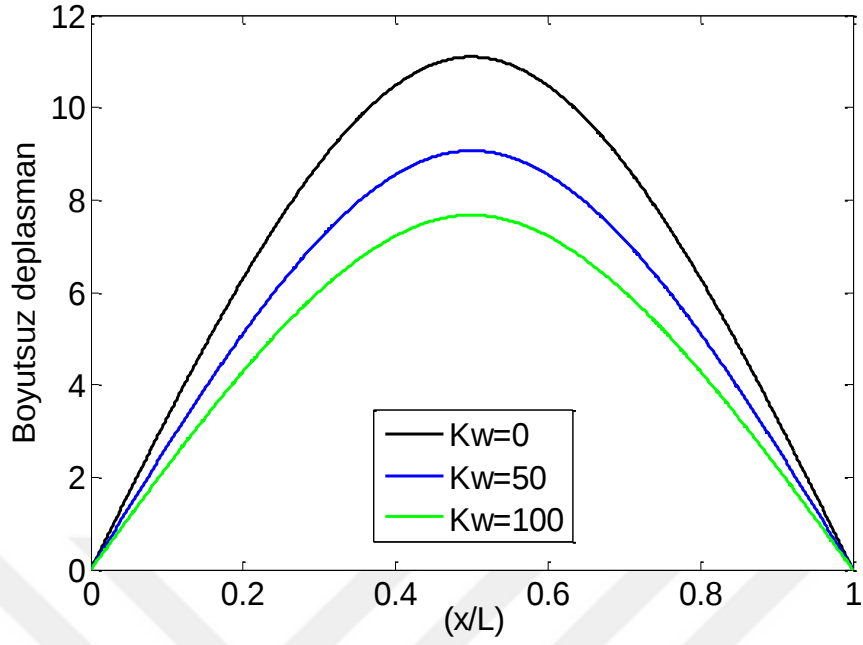
Şekil 4.26. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



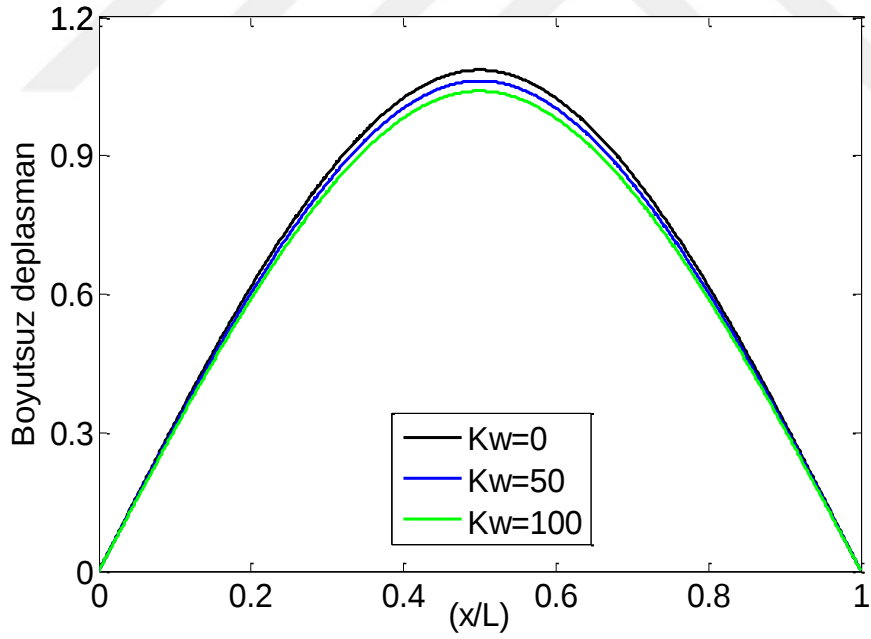
Şekil 4.27. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



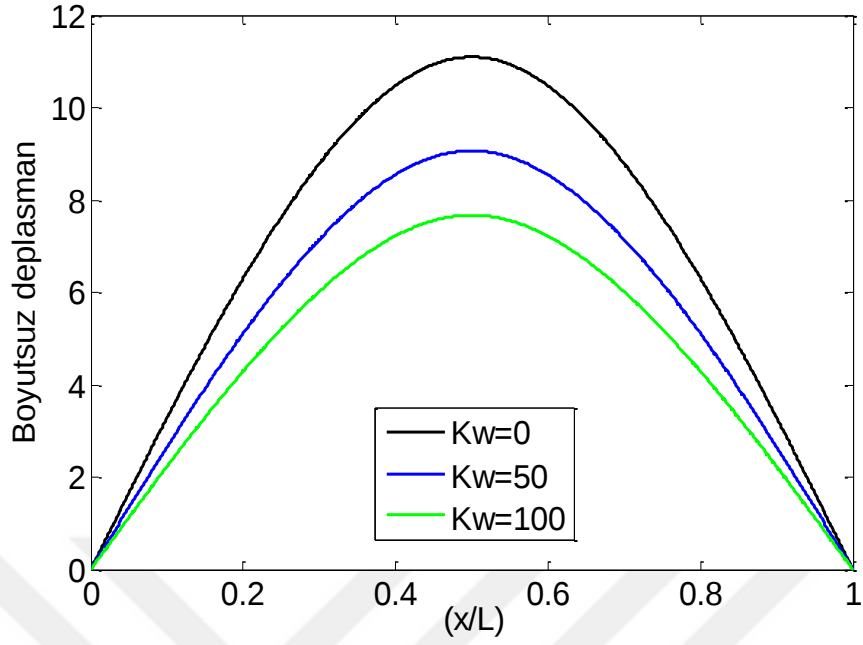
Şekil 4.28. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 1-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



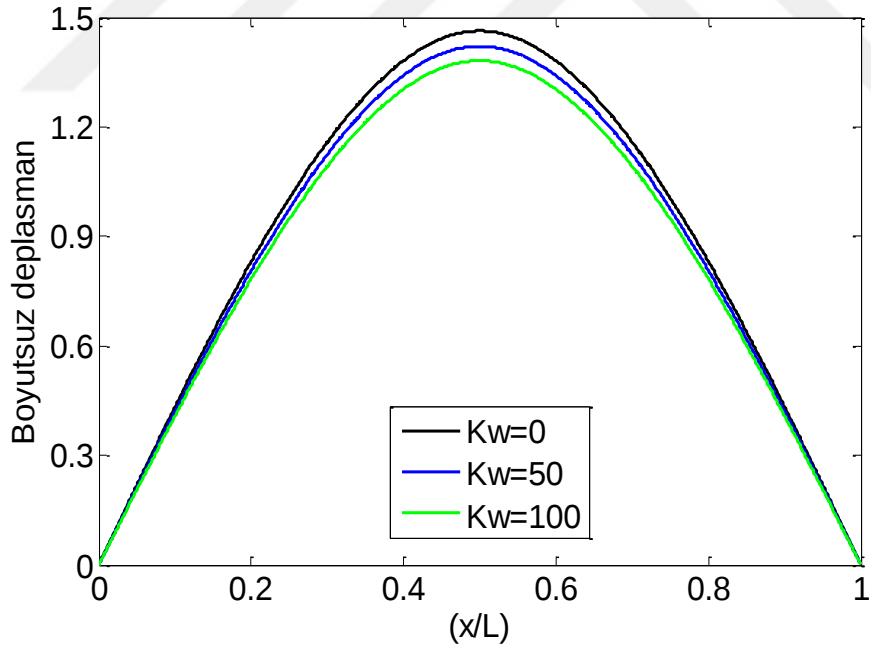
Şekil 4.29. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



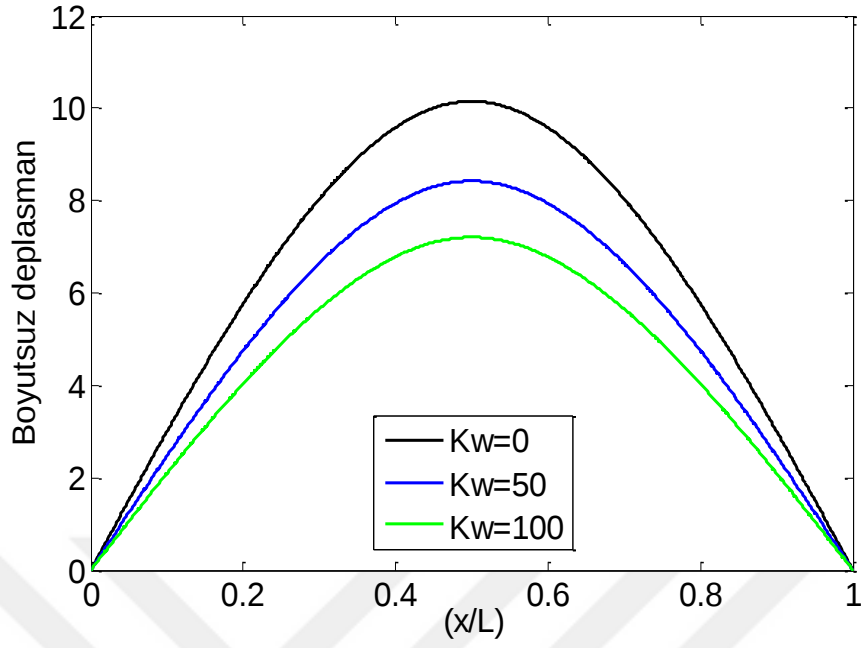
Şekil 4.30. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



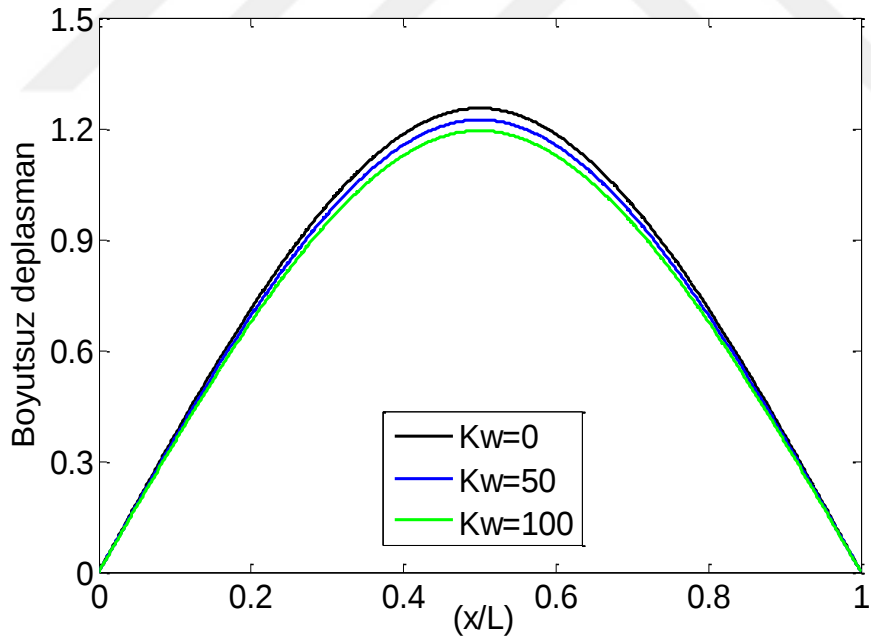
Şekil 4.31. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



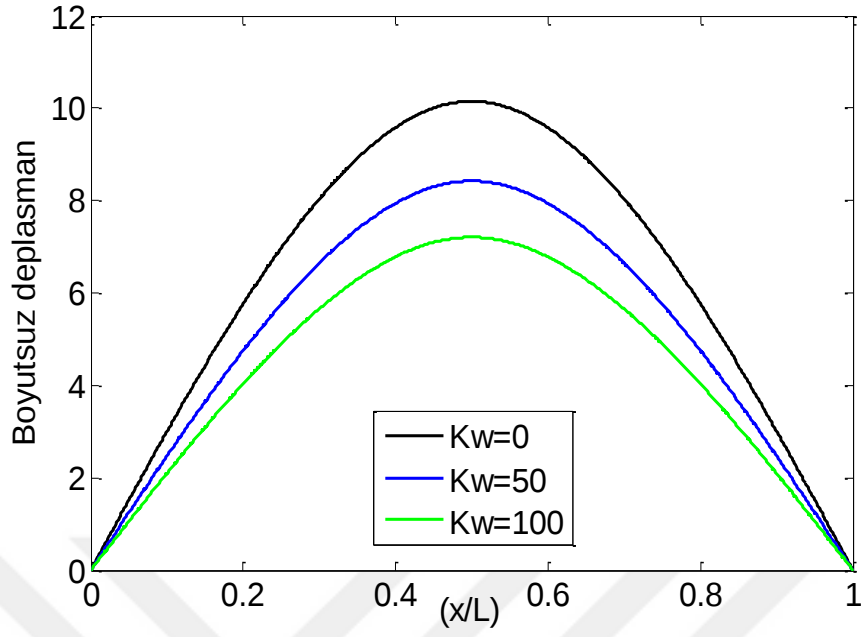
Şekil 4.32. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 1-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



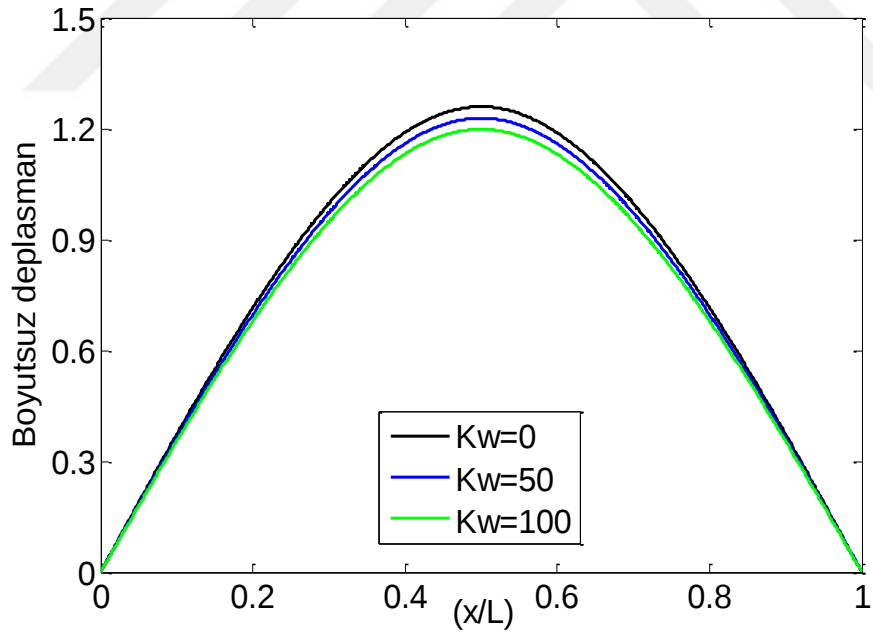
Şekil 4.33. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



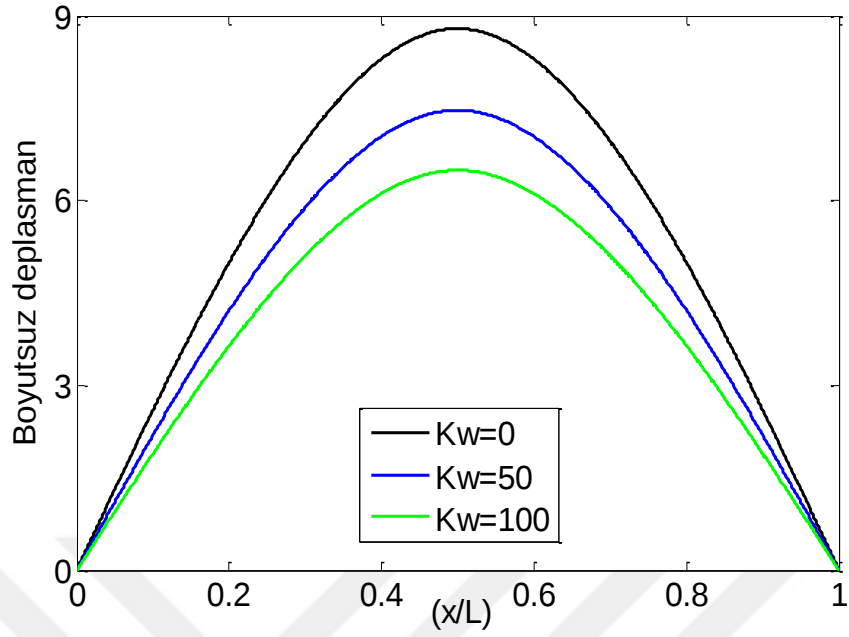
Şekil 4.34. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



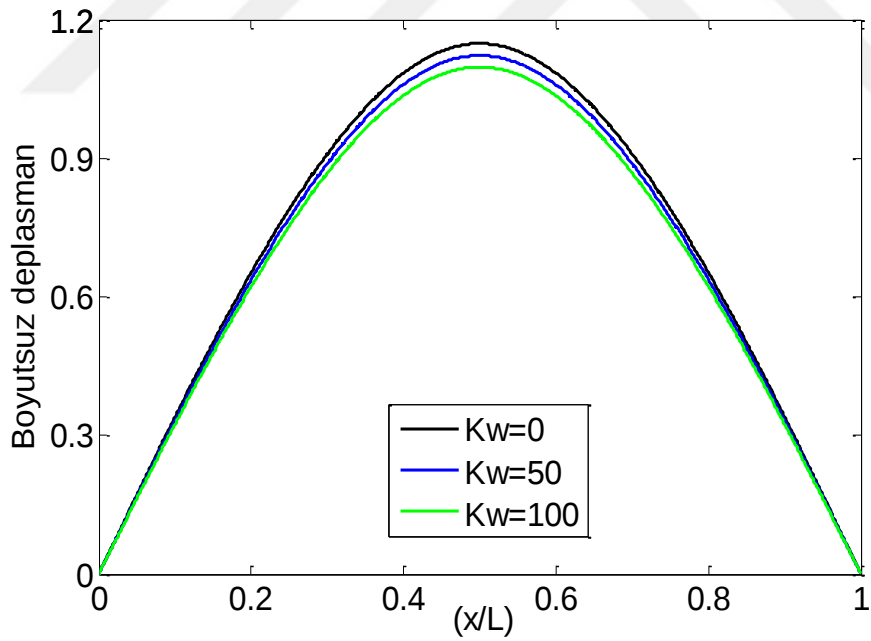
Şekil 4.35. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



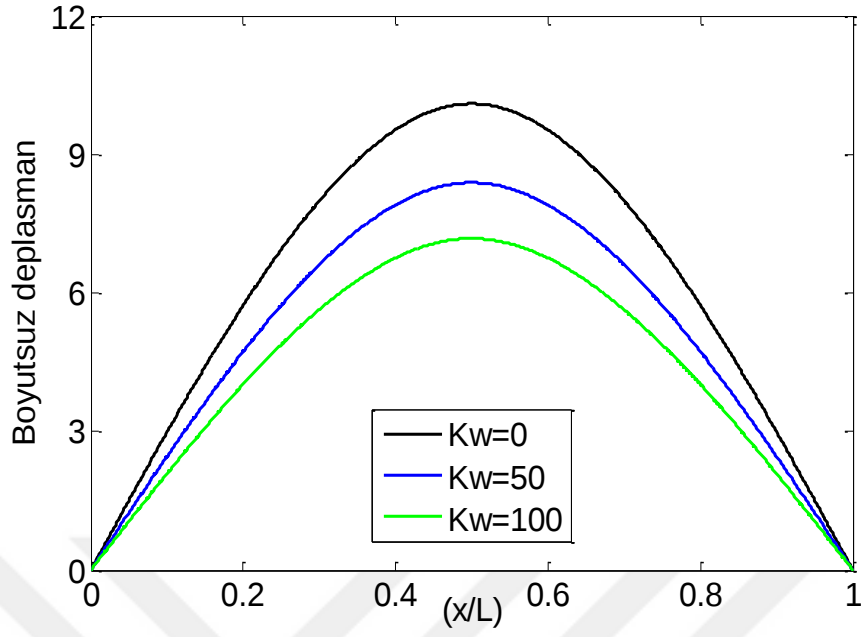
Şekil 4.36. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 2-1-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



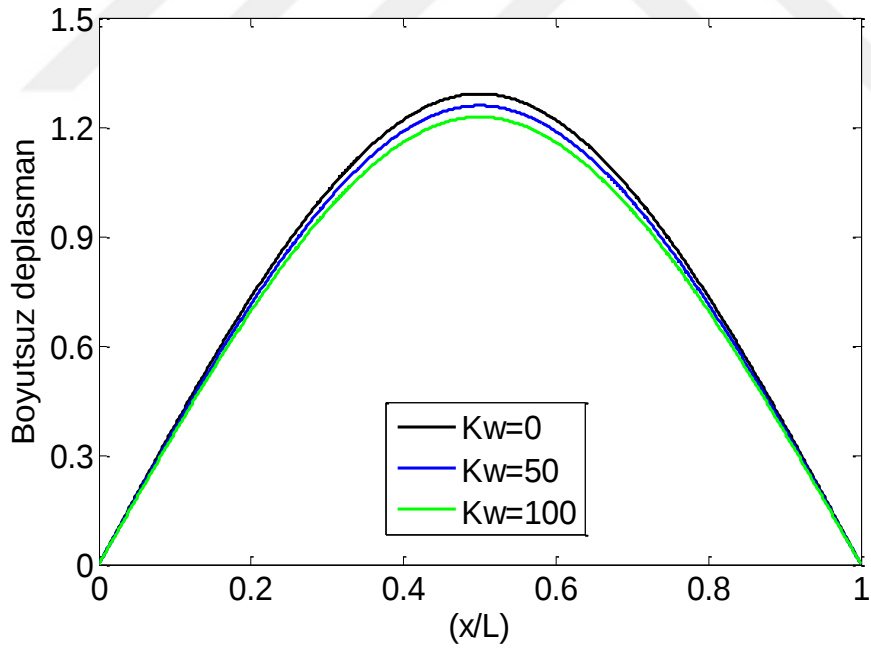
Şekil 4.37. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



Şekil 4.38. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model C, Simetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)



Şekil 4.39. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 0$)



Şekil 4.40. Tekil yüklü FD sandviç mikro kirişin farklı Winkler zemin parametreleri altında elastik eğirileri (Model B, Antisimetrik 2-2-1, $k = 1$, $l_2 = 15\mu m$)

Şekil 4.25-28’de, açıklık ortasında tekil yüklü (1-1-1) kesit tipi için iki farklı sandviç FD mikro kiriş modelinin farklı Winkler zemin parametresi değerleri altında çökme eğrileri klasik elastisite ve boyut etkisi için çizdirilmiştir. Yayılı yük için yapılmış analizlere benzer şekilde, yine Model B için elde edilen çökmeler Model C’den daha fazladır. Winkler zemininin Model B’nin çökme değerleri üzerinde daha fazla etkili olduğu görülmektedir. Ayrıca boyut ölçek parametresi, Model C’nin çökmelerini Model B’ye göre biraz daha fazla düşürmüştür. Boyut etkili durumda Winkler zemininin etkisinde belirgin bir düşüş olduğu söylenebilir. Son olarak tekil yüklü kirişlerin çökme değerleri düzgün yayılı kirişlerden daha fazladır.

Şekil 4.29-32’de, açıklık ortasında tekil yüklü (1-2-1) kesit tipi için iki farklı sandviç FD mikro kiriş modelinin farklı Winkler zemin parametresi değerleri altında çökme eğrileri klasik elastisite ve boyut etkisi için verilmiştir. Önceki paragrafta yapılan yorumlara benzer çıkarımlar bu analizler için verilebilir. Bunların haricinde (1-2-1) kesit tipinin deplasmanlarının (1-1-1) kesit tipi ile verilen deplasmanlardan daha düşük olduğu vurgulanabilir. Boyut ölçek parametresinin (1-2-1) kesit tipi üzerindeki etkisi (1-1-1) kesit tipinden daha fazla olarak görünmektedir.

Şekil 4.33-36’da açıklık ortasında tekil yüklü (2-1-1) kesit tipi için iki farklı sandviç FD mikro kiriş modelinin farklı Winkler zemin parametresi değerleri altında çökme eğrileri klasik elastisite ve boyut etkisi için verilmiştir. Yine Model B’nin deplasmanlarının Model C’den daha fazla olduğu vurgulanabilir. Ancak Şekil 4.25-28’de yapılan yorumların aksine, bu sefer boyut ölçek parametresinin etkisinin Model B’de boyut ölçek parametresinin etkisinin biraz daha fazla olduğu görülmektedir. Ayrıca, yine Winkler zemininin daha fazla etkili olduğu vurgulanabilir. Son olarak (2-1-1) kesit tipiyle elde edilen deplasmanların (1-2-1) kesit tipiyle elde edilen deplasmanlardan daha fazla olduğu anlaşılmaktadır.

Şekil 4.37-40’da açıklık ortasından tekil yüklü (2-2-1) kesit tipi için iki farklı sandviç FD mikro kiriş modelinin farklı Winkler zemin parametresi değerleri altında çökme eğrileri klasik elastisite ve boyut etkisi için verilmiştir. Bu sefer Model B ve C’nin deplasmanlarının arasında klasik elastisite için çok az farkı olduğu söylenebilir. Ancak boyut etkili durumda Model B’nin deplasmanları Model C’den daha fazla olduğu görünebilir. Buradan boyut ölçek parametresinin Model C üzerinde daha fazla etkili olduğu sonucuna varılabilir. Ayrıca (2-1-1) kesit tipinin deplasmanları (2-2-1)’den daha fazla olarak elde edilmiştir.

5. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında, elastik zemine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kirişlerin düzgün yayılı ve tekil yük altında değiştirilmiş gerilme çifti (DGÇ) teorisine dayalı eğilme analizi gerçekleştirilmiştir. Üç farklı fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç mikro kiriş modeli dikkate alınmıştır. Bunlar,

- Alt ve üst yüzeyleri farklı malzemeden yapılmış ve malzeme özelliği kiriş yüksekliği boyunca devamlı değişen tek tabakalı fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kiriş (Model A)
- Altta ve üstte homojen malzeme özelliğine sahip tabakalar arasında fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden yapılmış çekirdeğe sahip sandviç mikro kiriş (Model B)
- Altta ve üstte fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden yapılmış tabakalar arasında seramikten imal edilmiş homojen malzeme özelliğine sahip çekirdek bulunan sandviç mikro kiriş (Model C)

Ayrıca, fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden yapılmış kısımlar için malzeme özellikleri kuvvet kuralına göre bulunmuştur. Modelleme aşamasında, değiştirilmiş gerilme çifti teorisi (DGÇT) ve Bernoulli-Euler kiriş teorisi kullanmış olup türetilen yönetici denklemler basit mesnetli sandviç mikro kiriş için Navier çözüm yöntemi ile analitik olarak çözülmüştür.

Sandviç mikro kirişlerin deplasman değerleri üzerindeki boyut ölçek parametresinin, kesit tipinin, kiriş modelinin (Model B ve Model C), Winkler zemin parametresinin ve yükleme çeşidinin etkileri kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Elde edilen önemli sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Winkler zemin parametresinin artması ile sandviç mikro kirişin deplasman değerleri azalmaktadır.
- Malzeme özelliği değişim indeksi değeri arttıkça deplasman değerlerinin de buna bağlı olarak yükseldiği gözlemlenmiştir.
- Model B ile verilmiş FD sandviç mikro kirişlerin çökmeleri, Model C ile verilen mikro kirişlerin çökmelerinden daha fazladır. Bunun nedeninin, yukarıda da belirtildiği gibi Model C’de seramikten yapılmış (daha yüksek elastisite modülü) homojen malzeme özelliğine sahip çekirdek bulunması olduğu söylenebilir.
- Boyut etkili deplasmanlar klasik teoriye dayalı deplasmanlardan daha küçük çıkmıştır. Klasik deplasmanlarla boyut etkili deplasmanlar arasında özellikle h/l oranının küçük olduğu durumlarda bariz bir fark görülmektedir. Bu oranın artmasına bağlı olarak sonuçların giderek birbirine yaklaştığı rahatlıkla vurgulanabilir.

Sonraki çalışmalarda farklı zemin modelleri, termal ve manyetik etkiler, boşluklu yapı, farklı sınır koşulları ve yükleme durumları dikkate alınabilir. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar karşılaştırma amacıyla sonraki çalışmalarda kullanılabilir.

6. KAYNAKLAR

- Akgöz, B. and Civalek, Ö. 2013. A size-dependent shear deformation beam model based on the strain gradient elasticity theory. *International Journal of Engineering Science*, 70: 1–14
- Al Shujairi, M. and. Şimşek, M. 2017. Static, free and forced vibration of functionally graded (FG) sandwich beam excited by two successive moving harmonic loads. *Composites Part-B*, 108: 18-34.
- Anonim 1: <https://malzemebilimi.net/kompozit-malzemelerin-ucaklarda-avantaj-ve-dezavantajlari.html> [Son erişim tarihi: 15.08.2020].
- Anonim 2: <https://teknolojirojeleri.com/teknik/honeycomb-bal-petegi-yapisi> [Son erişim tarihi: 15.08.2020].
- Aydogdu, M. 2009. A new shear deformation theory for laminated composite plates. *Composite Structure*, 89(1): 94–101.
- Chung, Y.L. and Chi, S.H. 2001. The residual stress of functionally graded materials. *J. Chiri. Inst. Civil Hydraul. Eng*, 12: 1–9.
- Dresselhaus, S. Dresselhaus, G., Charlier, C. ve Hernandez, E., 2004. Electronic, thermal and mechanical properties of carbon nanotubes. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 362(1823): 2065–2098.
- Ebrahimi, F. and Salari, E. 2015. Size-dependent free flexural vibrational behavior of functionally graded nanobeams using semi-analytical differential transform method. *Composites Part B*, 79: 156-169.
- Ebrahimi, F. and Salari, E. 2015. Thermal buckling and free vibration analysis of size dependent Timoshenko FG nanobeams in thermal environments. *Composite Structures*, 128: 363–380.
- Ebrahimi, F. and Salari, E. 2015. Thermo-mechanical vibration analysis of nonlocal temperature dependent FG nanobeams with various boundary conditions. *Composites Part B*, 78: 272-290.
- Eltaher, M. Emam, S. and Mahmoud, F. 2012. Free vibration analysis of functionally graded size-dependent nanobeams. *Applied Mathematics and Computation*, 218(14): 7406–7420.
- Eringen, A.C. 1972. Nonlocal polar elastic continua, *International Journal of Engineering Science*, 10: 1–16.
- Fleck, N.A., Muller, G.M., Ashby, M.F. ve Hutchinson, J.W. 1994. Strain gradient plasticity: theory and experiment. *Acta Metallurgica et Materialia*, 42 (2): 475–487.
- Hong, S. and Myung, S. 2007. Nanotube Electronics: A flexible approach to mobility. *Nature Nanotechnology*, 2: 207–208.
- Huu-Tai, T., Thuc, V., Trung-Kien, N. and Jaehong, L. 2015. Size-dependent behavior of functionally graded sandwich microbeams based on the modified couple stress theory. *Composite Structures*, 123: 337–349.

- Iijima, S., Brabec, C., Maiti, A. ve Bernholc, J. 1996. Structural flexibility of carbon nanotubes. *J. Chemical Phys*, 104: 2089–2092.
- Kara, E. 2012. Çeşitli elyaf dizilimleriyle oluşturulmuş metal köpük çekirdekli sandviç kompozitlerin mekanik davranışlarının incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Hitit Üniversitesi, Çorum, 106 s.
- Karama, M. Afaq, K.S. ve Mistou, S. 2003. Mechanical behavior of laminated composite beam by the new multi-layered laminated composite structures model with transverse shear stress continuity. *International Journal Solids Structure*, 40(6): 1525–1546.
- Kim, J., and Paulino, G.H. 2020. Finite element evaluation of mixed mode stress intensity factors in functionally graded materials. *Int. J. Numer. Methods Eng*, 53(8): 1903–1935,
- Koiter, W.T. 1964. Couple stresses in the theory of elasticity, *I and II. Proc. K. Ned.Akad. Wet. (B)*, 67: 17–44.
- Lam, D.C.C., Yang, F., Chong, A.C.M., Wang, J. ve Tong, P. 2003. Experiments and theory in strain gradient elasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, 51(8): 1477–1508.
- Loja, M. A. R., Mota Soares, M.C., Barbosa, J.I. 2013. Analysis of functionally graded sandwich plate structures with piezoelectric skins, using B-spline finite strip method. *Composite Structures*, 96: 606–615.
- Luan, T., Thuc, V., Adelaja, O. and Jaehong, L. 2016. Fundamental frequency analysis of functionally graded sandwich beams based on the state space approach. *Composite Structures*, 156: 263–275.
- Mindlin, R. D. 1965. Second gradient of strain and surface tension in linear elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 1(4): 417–438.
- Mindlin, R.D. 1963. Influence of couple-stresses on stress concentrations. *Experimental Mechanics*, 3: 1-7.
- Mindlin, R.D. ve Tiersten, H. F., 1962. Effects of couple-stresses in linear elasticity. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 11(1): 415–488.
- Mori, T. and Tanaka, K. 1973. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metall*, 21(5): 1–4
- Nguyen, T.K., Nguyen, T.T.P. ve Vo, T.P. 2015. Vibration and buckling analysis of functionally graded sandwich beams by a new higher-order shear deformation theory. *Composites Part- B*, 76: 273-285.
- Nguyen, T.K., Vo, T.P., Nguyen, B.D. ve Lee, J. 2016. An analytical solution for buckling and vibration analysis of functionally graded sandwich beams using a quasi-3D shear deformation theory. *Composite Structures*, 156: 238–252.
- Rahmani, O. and Pedram, O. 2014. Analysis and modeling the size effect on vibration of functionally graded nanobeams based on nonlocal Timoshenko beam theory. *International Journal of Engineering Science*, 77: 55–70.
- Reddy, J.N. 1984. A simple higher-order theory for laminated composite plates. *ASMEJ Applied Mechanical*, 51(4): 745–752.

- Reddy, J.N. 2007. Nonlocal theories for bending, buckling and vibration of beams. *International Journal of Engineering Science*, 45: 288–307.
- Soldatos, K.P. 1992. A transverse shear deformation theory for homogeneous monoclinic plates. *Acta Mechanica*, 94: 195–220.
- Şimsek, M. 2010. Non-linear vibration analysis of a functionally graded Timoshenko beam under action of a moving harmonic load. *Composite Structures*, 92(10): 2532–2546.
- Şimsek, M., Kocatürk, T., Akbas, S. D. 2013. Static bending of a functionally graded microscale Timoshenko beam based on the modified couple stress theory. *Composite Structures*, 95:740–747.
- Şimsek, M., Reddy, J. N. 2013. A unified higher order beam theory for buckling of a functionally graded micro-beam embedded in elastic medium using modified couple stress theory. *Composite Structures*, 101:47–58.
- Tanaka, K., Tanaka, Y., Watanabe, H., Poterasu, V.F. and Sugano, Y. 1993. An improved solution to thermo elastic material design in functionally gradient materials: scheme to reduce thermal stresses. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng*, 109(3-4): 377–389.
- Thai, H.T, Vo, T., Nguyen, T.K. and Lee, J. 2014. Size-dependent behavior of functionally graded sandwich microbeams based on the modified couple stress theory. *Composite Structures*, 123: 337-349
- Thai, H.T, Vo, T., Nguyen, T.K., Inam, F. and Lee, J. 2015. A quasi-3D theory for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams. *Composite Structures*, 119: 1–12.
- Tossapanon, P. ve Wattanasakulpong, N. 2016. Stability and free vibration of functionally graded sandwich beams resting on two-parameter elastic foundation. *Composite Structures*, 142: 215–225.
- Toupin, R.A. 1962. Elastic materials with couple stresses. *Arch. Ration. Mech. Anal* 11: 385–414.
- Touratier, M. 1991. An efficient standard plate theory. *International Journal of Engineering Science*, 29(8): 901–916.
- Ulaş, A.Ö. 2020. Hava ve Uzay yapılarında kompozit Malzeme Kullanımı. <https://medium.com/@omerulas2339/hava-uzay-yapilarinda-kompozit-malzeme-kullan> [Son erişim tarihi: 10.07.2020].
- Vo, T.P., Thai, H.T., Nguyen, T.K., Inam, F. and Lee, J. 2015. Static behaviour of functionally graded sandwich beams using a quasi-3D theory. *Composites Part-B*, 68: 59-74.
- Vo, T.P., Thai, H.T., Nguyen, T.K., Maheri, A. ve Lee, J. 2014. Finite element model for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams based on a refined shear deformation theory. *Engineering Structures*, 64: 12–22.
- Wakashima, K., Hirano, T. and Niino, M. 1990. Functionally gradient materials (FGM) architecture: a new type of ceramic/metal assemblage designed for hot structural

- components. In: Space Applications of Advanced Structural Materials, Noordwijk, The Netherlands, pp. 97-102
- Yang, F., Chong, A.C.M., Lam, D.C.C., Tong, P. 2002. Couple stress-based strain gradient theory for elasticity. *International Journal of Solids and Structures*, 39(10): 2731–2743.
- Yang, Y., Lam, C.C., Kou, K.P. ve Lu, V.P. 2014. Free vibration analysis of the functionally graded sandwich beams by a meshfree boundary-domain integral equation method. *Composite Structures*, 117(1): 32–39.



ÖZGEÇMİŞ

Abdul Qadeer MENHAJ

menhaj98@gmail.com



ÖĞRENİM BİLGİLERİ

Yüksek Lisans 2017-2020	Akdeniz Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü, İnşaat Mühendislik Bölümü, Antalya
Lisans 2013-2017	Gaziantep Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendislik Bölümü, Gaziantep