

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELEKTRİKLİ TEKERLEKLİ SANDALYENİN AYRIK
ZAMAN MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROLÜ VE
UYGULAMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Selim İLHAN

**Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK – ELEKTRONİK
MÜHENDİSLİĞİ**
Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRİK
Tez Danışmanı : Prof. Dr. Ayhan ÖZDEMİR

Ocak 2021

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELEKTRİKLİ TEKERLEKLİ SANDALYENİN AYRIK
ZAMAN MODEL ÖNGÖRÜLÜ KONTROLÜ VE
UYGULAMASI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Selim İLHAN

**Enstitü Anabilim Dalı : ELEKTRİK – ELEKTRONİK
MÜHENDİSLİĞİ**
Enstitü Bilim Dalı : ELEKTRİK

Bu tez 19 / 02 / 2021 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oybirliği / oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

**Prof. Dr.
Ayhan ÖZDEMİR
Jüri Başkanı**

**Prof. Dr.
Yılmaz UYAROĞLU
Üye**

**Prof. Dr.
İhsan PEHLİVAN
Üye**

BEYAN

Tez içindeki tüm verilerin akademik kurallar çerçevesinde tarafımdan elde edildiğini, görsel ve yazılı tüm bilgi ve sonuçların akademik ve etik kurallara uygun şekilde sunulduğunu, kullanılan verilerde herhangi bir tahrifat yapılmadığını, başkalarının eserlerinden yararlanılması durumunda bilimsel normlara uygun olarak atıfta bulunulduğunu, tezde yer alan verilerin bu üniversite veya başka bir üniversitede herhangi bir tez çalışmasında kullanılmadığını beyan ederim.

Selim İLHAN

19.01.2021

TEŞEKKÜR

Eğitim hayatıma ve bu çalışmanın gelişimine sunduğu katkılardan ötürü danışman hocam sayın Prof. Dr. Ayhan ÖZDEMİR'e teşekkürlerimi sunarım. Akademik ve iş hayatındaki yardımlarından ötürü çalışma arkadaşım Arş. Gör. İbrahim MUCUK'a teşekkür ederim. Ayrıca maddi ve manevi desteklerini eksik etmeyen aileme ve nişanlıma minnettarım.

Her şeyden önemlisi bu çalışmayı var eden, bana ilim veren, işlerimi kolaylaştıran, beni kayıran Allah'a hamd olsun.

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	i
İÇİNDEKİLER.....	ii
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	v
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	vi
TABLOLAR LİSTESİ.....	x
ÖZET.....	xi
SUMMARY.....	xii
BÖLÜM 1.	
GİRİŞ.....	1
1.1. Tezde İzlenen Yol.....	7
BÖLÜM 2.	
ETS GENEL ÖZELLİKLERİ VE SINIFLANDIRMASI.....	9
2.1. ETS’lerde Yaygınlıkla Görülen Fiziksel Donanımlar.....	9
2.2. ETS’lerde Kullanılan Motor Türleri.....	11
2.3. Tekerlek Sayıları ve İtici Yerlerine Göre ETS’ler.....	11
2.4. Otonom Özellikleri Bakımından ETS’ler.....	11
2.5. Kumanda (Kullanıcı Ara Yüzü) Türüne Göre ETS’ler.....	12
2.6. Fonksiyonellik Yetenekleri Bakımından ETS’ler.....	13
BÖLÜM 3.	
ELE ALINAN ETS SİSTEMİNE DAİR BİLGİLER.....	14
BÖLÜM 4.	
ETS SİSTEMİNİN MATEMATİK MODELİ.....	18

4.1. ETS Sisteminin Kinematik İlişkileri.....	19
4.2. ETS Sisteminin Dinamik İlişkileri.....	27
4.2.1. ETS kinetik enerjisi.....	28
4.2.1.1. ETS çizgisel hareketinin kinetik enerjisi.....	32
4.2.1.2. ETS açısal hareketinin kinetik enerjisi.....	32
4.2.1.3. ETS tekerleklerinin milleri etrafındaki açısal hareketinin kinetik enerjisi.....	33
4.2.1.4. ETS tüm kinetik enerjileri toplamı.....	35
4.2.2. ETS potansiyel enerjisi.....	35
4.2.3. ETS yitirgen enerjisi.....	36
4.3. ETS Sisteminin Hareket Denklemi ve Diğer Dinamik Denklemleri.....	37
4.4. ETS Sürekli Zaman Durum Uzay Modeli.....	45
4.5. ETS Ayırık Zaman Durum Uzay Modeli.....	47
4.5.1. Tam ayırıklaştırma ile ayırık zaman durum uzay modeli.....	47
4.5.2. Yaklaşık ayırıklaştırma ile ayırık zaman durum uzay modeli	48
4.6. ETS Sistemine Ait Transfer Fonksiyonu İfadeleri.....	49
4.6.1. ETS sürekli zaman transfer fonksiyonu matrisi.....	51
4.6.2. ETS sürekli zaman transfer fonksiyonu modelleri.....	56
4.6.3. ETS ayırık zaman transfer fonksiyonu modelleri.....	57
 BÖLÜM 5.	
ELE ALINAN KONTROL YÖNTEMLERİ.....	58
5.1. MIMO Modele Yönelik Ele Alınan Kontrol Yaklaşımı.....	58
5.1.1. Ayırık zaman model öngörülü kontrol (MÖK) prosedürü...	58
5.1.2. MÖK prosedürüne dayalı ayırık zaman PID kontrolör.....	71
5.2. SISO Modele Yönelik Ele Alınan Kontrol Yaklaşımı.....	73
5.2.1. Parametrik denklemler ile PID kontrolör tasarımı.....	74
 BÖLÜM 6.	
BENZETİM UYGULAMALARI.....	79
6.1. ETS Modellerinde Kullanılan Sistem Parametreleri.....	79

6.2. Benzetim Ortamında Model Doğrulama.....	80
6.3. Ayrık Zaman MIMO ETS Benzetim Modeli.....	83
6.4. Ayrık Zaman SISO ETS Benzetim Modeli.....	85
6.5. Referans Giriş Filtreleme.....	88
6.6. Ele Alınan Modelleme Yaklaşımlarının Açık Çevrim Davranışları.....	90
6.7. MÖK ve MÖK Tabanlı MIMO PID Kontrolör Tasarımı ve Uygulaması.....	93
6.7.1. MÖK tabanlı PID kontrolör katsayıları.....	98
6.7.2. ETS kapalı çevrim öngörülü kontrol sisteminin bozucuya karşı çıkış cevabı.....	101
6.8. Parametrik Denklemler Yöntemi ile SISO PID Kontrolörlerin Tasarımı ve Uygulaması.....	102
6.8.1. ETS kapalı çevrim PID kontrol sisteminin bozucuya karşı çıkış cevabı.....	105
6.9. ETS Konum Yörüngesi Takibi.....	106
BÖLÜM 7.	
SONUÇLAR.....	110
KAYNAKÇA.....	111
ÖZGEÇMİŞ.....	122

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

DAC	: Dijital analog dönüştürücü
DC	: Doğru akım
ETS	: Elektrikli tekerlekli sandalye
MIMO	: Çok giriş-çok çıkışlı
MÖK	: Model öngörülü kontrol
MTS	: Manüel tekerlekli sandalye
SISO	: Tek giriş-tek çıkışlı
PID	: Oransal integral türevsel
PWM	: Darbe genişlik modülasyonu
ZOH	: Sıfırcı mertebeden tutucu

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 2.1. Örnek ETS, Forcemech Voyager R2 ve örnek MTS, Drive Medical Blue Streak.....	9
Şekil 2.2. Yuki motor jrwd1002 model örnek bir ETS'ye ait fiziksel donanımlar.....	10
Şekil 2.3. Yuki motor jrwd1002 model ETS'ye ait kumanda kolu.....	10
Şekil 3.1. ETS ve fiziksel donanımları.....	14
Şekil 3.2. Elektromanyetik debriyaj-fren ve itki sistemi fotoğrafı ile teknik çizimi.....	15
Şekil 3.3. ETS kumanda kolu donanımı ve ETS'de kullanılan kurşun asit pil türü.....	16
Şekil 3.4. Motor sürücü-kontrol kartı.....	17
Şekil 4.1. ETS'nin düzlemsel kartezyen dünya koordinat sistemindeki pozisyonu.....	20
Şekil 4.2. Dünya koordinatındaki ETS çizgisel hız bileşenlerinin taşıt koordinat sistemi izdüşümleri.....	21
Şekil 4.3. ETS açısal dönme hareketi.....	22
Şekil 4.4. ETS 3 boyutlu sembolik görseli ve farklı renklerde kütlelesel porsiyonları.....	29
Şekil 4.5. ETS üstten görünümü ve ölçülendirilmesi.....	30
Şekil 4.6. ETS 3 boyutlu çiziminde ön ve arka tekerlek açısal hızları.....	33
Şekil 4.7. Sürtünme kaynaklı momentlerin açısal hıza bağlı değişimi grafiği....	36
Şekil 4.8. Sağ itki sistemi.....	40
Şekil 4.9. Sağ motor armatür devresi.....	44
Şekil 4.10. Transfer fonksiyonu gösterimine dayalı ETS blok diyagramı.....	51
Şekil 4.11. Transfer fonksiyonu matrisini oluşturan transfer fonksiyonlarından oluşan ETS blok diyagramı.....	52

Şekil 5.1. Ayırık zaman öngörülü kontrol kapalı çevrim blok diyagramı (asıl sistem ile).....	69
Şekil 5.2. Ayırık zaman öngörülü kontrol kapalı çevrim blok diyagramı (artırılmış sistem ile).....	70
Şekil 5.3. Ayırık zaman öngörülü MIMO PID kontrol kapalı çevrim blok diyagramı.....	73
Şekil 5.4. Ayırık zaman PID kontrolörlü kapalı çevrim kontrol blok diyagramı....	74
Şekil 5.5. Ayırık zaman PID kontrolörlü ETS kapalı çevrim kontrol blok diyagramı.....	77
Şekil 5.6. Kuplaj etkileri ihmal edilmiş ETS kapalı çevrim kontrol blok diyagramı.....	78
Şekil 6.1. Transfer fonksiyonu blokları ile ETS modeli ve PWM sürücülü motor fiziksel modeli benzetimi.....	81
Şekil 6.2. Örnek alınan sistemin motor sürücü devresinden alınan osiloskop görüntüsü.....	82
Şekil 6.3. PWM mantığı ve anahtarlama elemanları sürücüsü benzetim blok diyagramı.....	82
Şekil 6.4. Model doğrulama: matematik model ve PWM sürücülü motor modeli karşılaştırması.....	83
Şekil 6.5. Kuplaj etkisi ihmali için benzetim blok diyagramı.....	87
Şekil 6.6. Kuplaj ihmalinin sağ ve sol tekerlek hızı çıkışları üzerindeki etkisi.....	87
Şekil 6.7. Referans giriş filtreli ve filtresiz benzetim blok diyagramları.....	89
Şekil 6.8. Filtreli ve filtresiz referans girişler ve ilgili kontrol işaretleri değişimleri.....	89
Şekil 6.9. Filtreli ve filtresiz referans giriş durumlarında sistem çıkış işaretleri....	90
Şekil 6.10. Kuplaj ihmali yapılmamış ayırık zaman ETS MIMO model açık çevrim benzetim modelleri.....	91
Şekil 6.11. Kuplaj ihmali yapılmamış farklı ayırık zaman ETS MIMO benzetim modellerinin sağ ve sol çıkışları.....	91
Şekil 6.12. Kuplaj ihmali yapılmış ayırık zaman ETS açık çevrim benzetim modelleri.....	92

Şekil 6.13. Kuplaj ihmalı yapılmış farklı ayırık zaman ETS açık çevrim benzetim modelleri sağ ve sol çıkışları.....	92
Şekil 6.14. Kuplaj ihmalı yapılmış ve yapılmamış ETS modelleri karşılaştırma benzetimi.....	93
Şekil 6.15. Kuplaj ihmalı yapılmış ve yapılmamış ETS modelleri açık çevrim sağ ve sol çıkış cevapları.....	93
Şekil 6.16. MÖK kuralı uygulanan benzetim modeli yaklaşımları.....	97
Şekil 6.17. MÖK kuralı uygulanan benzetim modellerinin basamak giriş için sağ ve sol çıkış cevap eğrileri.....	98
Şekil 6.18. Öngörülü PID kontrol kuralı uygulanan benzetim modeli yaklaşımları.....	99
Şekil 6.19. Öngörülü MIMO PID kontrol kuralı uygulanan benzetim modellerinin sağ ve sol çıkış cevapları.....	99
Şekil 6.20. MÖK ve öngörülü MIMO PID kontrol kuralı benzetim uygulama modelleri.....	100
Şekil 6.21. MÖK ve öngörülü PID kontrol uygulanan ETS'nin sağ ve sol çıkış cevapları.....	100
Şekil 6.22. Öngörülü kontrolörlü ETS'nin bozucuya karşı çıkış cevapları ile kontrol işaretleri.....	101
Şekil 6.23. Parametrik denklemler yöntemi ile tasarlanmış PID kontrolör uygulama blok diyagramı.....	104
Şekil 6.24. PID kontrolörlü kapalı çevrim sağ ve sol sistem çıkışları ile istenen performans.....	104
Şekil 6.25. PID kontrolörlü ETS'nin bozucuya karşı sağ ve sol çıkış cevapları ile kontrol işaretleri.....	105
Şekil 6.26. Yörünge üretimi: güzergâh seçimi ve gidilecek yolu yumuşatma.....	106
Şekil 6.27. ETS kapalı çevrim hız kontrolü ile konum yörüngesi takibi için benzetim şeması.....	106
Şekil 6.28. Referans işaret üretimi ve yörünge üretimi benzetim şeması.....	107
Şekil 6.29. Yol yapısı, eğim ve zemin engeli gibi bozucu girişlere dair benzetim şeması.....	107
Şekil 6.30. İzlenen yörünge çıkışının çizdirilmesine dair benzetim şeması.....	108

Şekil 6.31. Konum yörüngesi referans girişi ve ETS sistemi yörünge takibine dair izlenen konum çıkışı.....	108
Şekil 6.32. Eğim (yokuş yukarı) bozuculu ve yol yapısı (taşlı yol) bozuculu durum için yörünge takibi.....	109
Şekil 6.33. ETS'nin çukura girip çıktığı ve tüm bozucuların etkin durumu için yörünge takibi.....	109



TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 3.1. ETS motor etiket bilgileri.....	15
Tablo 3.2. Anahtarlama elemanı ve sürücü entegrelerin katalog bilgileri.....	17
Tablo 4.1. ETS kütle parçaları.....	30
Tablo 4.2. ETS sistemi mekanik parametreleri.....	31
Tablo 4.3. Lagrange hareket denklemi parametreleri.....	37
Tablo 4.4. ETS iskeletine dair parametreler.....	40
Tablo 4.5. ETS motor tarafı parametreleri.....	45
Tablo 6.1. ETS sistem ve tasarım parametreleri.....	80

ÖZET

Anahtar Kelimeler: Elektrikli Tekerlekli Sandalye (ETS), çok giriş-çok çıkışlı (MIMO) sistem, Modelleme, Hız Kontrolü, Model Öngörülü Kontrol (MÖK), PID, Kontrolör Eşleştirme, Yörünge Takibi, Benzetim

Elektrikli tekerlekli sandalyeler (ETS) engelli bireylerin bağımsız hareket kabiliyetine katkı sağlayan destekleyici teknoloji ürünlerindendir. ETS'ler farklı zemin yapısı ve eğim koşullarında dahi istenen hareket kabiliyetini sağlamak zorundadır. Bunun için uygun kontrol yöntemlerinin geliştirilmesi elzemdir.

Bu çalışmada kumanda kolu ile yönlendirilen ve arka tekerleklerindeki doğru akım (DC) motorları ile yol alan bir ETS ele alınmıştır. Bu ETS kuplaj etkileri bulunan çok giriş-çok çıkışlı (MIMO) bir sisteme örneklik teşkil eder. Sistemin matematiksel modellenmesinde yitirgen enerji ile genişletilmiş Lagrange Formülasyonu kullanılmıştır. Hem durum uzay modeli gösterimi hem de transfer fonksiyonu yaklaşımına dayalı model gösterimi, sürekli ve ayrık zamanda elde edilmiştir. ETS hareketi hız kontrolü yaklaşımı ile denetlenmek istenmiştir. Buna yönelik olarak, durum uzay gösterimine dayalı MIMO ETS modeli kullanılarak Model Öngörülü Kontrol (MÖK) yöntemi ile çok değişkenli optimal PID kontrol tasarımı yapılmıştır. Ayrıca transfer fonksiyonu gösterimine dayalı bağımsız iki adet tek giriş-tek çıkış (SISO) alt sistemden oluşan ve kuplaj etkilerini bozucu kabul eden ETS modeline de parametrik denklemler yöntemi ile birbirinden bağımsız PID kontrolörler tasarlanmıştır. Ele alınan bu kontrol yöntemlerinin başarımları benzetim ortamında kıyaslanmıştır. Ayrıca üretilen bir konum yörüngesi takip edilerek hareketin iki boyutlu animasyonu kaydedilmiştir.

DISCRETE TIME MODEL PREDICTIVE CONTROL AND SIMULATION OF ELECTRIC POWERED WHEELCHAIR

SUMMARY

Keywords: Electric Powered Wheelchair (EPW), multi input-multi output (MIMO) system, Modelling, Speed Control, Model Predictive Control (MPC), PID, Controller Matching, Trajectory Tracking, Simulation

Electric powered wheelchairs (EPW) are among the assistive technology products that contribute to the independent mobility of individuals with disabilities. ETSs have to provide the desired mobility even in different ground structures and slope conditions. For this, it is vital to develop appropriate control methods.

In this study, an ETS guided by a joystick and driven by direct current (DC) motors on its rear wheels has been considered. This ETS sets an example a multiple input-multiple output (MIMO) system with coupling effects. In the mathematical modelling of the system, Lagrange Formulation with dissipative energy has been used. Both state space model representation and model representation based on transfer function approach have been obtained in continuous and discrete time. For this purpose, by using MIMO ETS model based on state space representation, an optimal multivariable PID control design has been made with Model Predictive Control (MPC) method. In addition, independent each other PID controllers have been designed with parametric equations method for the ETS model, which consists of two independent single input-single output (SISO) subsystems based on transfer function representation and accepts coupling effects as disturbances. The performance of these control methods has been compared in a simulation environment. In addition, a two-dimensional animation of the movement has been recorded by following a generated position trajectory.

BÖLÜM 1. GİRİŞ

Küresel nüfusun yaklaşık %10'u çeşitli engelliliklere sahiptir [1]. Fiziksel engellilik halleri sebebiyle insanlar bağımsız hareket kabiliyetinde noksanlıklar yaşamakta ve yaşam kaliteleri etkilenmektedir. Elektrikli tekerlekli sandalyeler (ETS) bahsi geçen fiziksel engellere sahip daha çok 65 yaş üstü bireylerin ve özellikle akut beyin hasarı (cerebral vascular) ve dejeneratif eklem rahatsızlığı (osteoartrit) yaşayan hastaların [2] bağımsız hareket edebilmesini geliştirmek adına önemli rol üstlenmektedir [3]. Modern tedavi yöntemlerinin gelişimi ile beklenen yaşam süresi artmasından ötürü [4], küresel yaşlı nüfus ile toplam nüfus içindeki yaşlı nüfus payının artışına paralel olarak destekleyici teknolojilerin ve özelde ETS'lerin [2] kullanım yaygınlığı artarken [5], engelli bireylerin toplum hayatına daha etkili katılımı için bu alandaki gelişmeler de devam etmek durumundadır [4].

Robotik, sensör teknolojileri ve bilgisayar bilimleri gibi alanlardaki gelişmeler ETS üzerine yapılan duvar takibi, çizgi takibi, otonom güzergâh tayini, çarpmadan sakınma, kapıdan geçme, hedef takibi, güzergahı geri dönme, yörünge takibi, şarj istasyonuna dönme, merdiven-basamak tırmanma gibi uygulamalarda da kendini göstermiş ve engelli bireylerin daha iyi desteklenmesini mümkün kılmıştır. [6], [7] Buna karşın ETS'ler genellikle daha ulaşılabilir maliyetlerde üretilebilmesi nedeniyle genellikle bir kumanda kolu (joystick) ile manuel olarak kumanda edilecek şekilde donatılır. Ancak standart kumanda kolu kullanmada da yetersiz engelli bireyler için ya farklı tip kumanda yöntemleri kullanılır yahut yukarıda bahsi edilen fonksiyonellikleri ihtiva eden paylaşımlı kumanda yaklaşımları ile yarı-otonom ETS'ler üretilir. Özellikle son zamanlarda konu edilen ihtiyaçlar ve tercihler nedeniyle tam-otonom ETS sistemleri de ortaya çıkmıştır [8], [9]. Mobil robotlar üzerinden yapılan farklı kumanda yöntemleri ile navigasyon ve otonomi çalışmaları [10] da ETS'lere uygulanabilir nitelikte ve hızlı prototipleme/gerçekleme için daha makuldür. Aynı

şekilde mobil robotlara uygulanan modelleme ve kontrol çalışmaları [11] ETS'lerin modellenmesi ile yapısal benzerlikler göstermektedir.

ETS'lerde konum kontrolünde X-Y koordinat referansları, hız kontrolünde ise çizgisel ve açısal hız referansları birlikte takip edilmek istenir. Arka sağ ve sol tekerleklerle bağlı bağımsız itki sistemleri eyleyici rolü üstlenir. Bu özellikleriyle ETS'ler çok giriş çok çıkış (MIMO) sistemlere örnek teşkil eden sistemlerdendir. Dolayısıyla MIMO sistemlere yönelik tasarım ve analiz yöntemlerinin irdelenmesine müsaittir. Ayrıca ETS'lerde en yaygın kontrol değişkeninin hız olduğu rapor edilmiştir [12].

1997 yılında yapılan bir çalışmada [7] dahi son yıllarda çokça bilgisayar kontrollü tekerlekli sandalye geliştirildiği raporlanmıştır. Özellikle günümüzde yeni nesil ETS'ler ve tezde ele alınan ETS de mikroişlemci tabanlı tasarlanmış olduğundan ETS sistemlerinde ayırık-zaman/dijital kontrol yöntemlerinin incelenmesi, uygulanması makul olacaktır.

Ele alınan ETS, girişleri ve çıkışları arası ilişkiler yönünden kuplajlı bir sistemdir. Bağımsız bir eyleyiciye uygulanan girişin diğer eyleyiciye ait çıkış üzerinde oluşturduğu etki kuplaj ya da etkileşim şeklinde ifade edilebilir. Bu etkileşim giderilir veya ihmal edilip bozucu olarak düşünülürse; iki giriş-iki çıkış sistem, etkileşimsiz (non-interacting) iki bağımsız tek giriş-tek çıkış (SISO) sisteme dönüşür. Dolayısıyla tek giriş-tek çıkış sistemlere uygulanan yöntemler sisteme uygulanabilir hale gelir [13], [14]. Tasarım ve başarımla eniyileme (tuning) maliyetini düşüren bu yol dağıtılmış (distributed/decentralized) kontrol ve etkileşim/kuplaj giderici (decoupling) kontrol kavramları altında incelenir [15], [16]. Tekerlekli sandalyelerde ağırlık merkezinin yeri kararlılığını etkileyen bir faktör olduğundan [17] arkaya yakın batarya ağırlıklarına rağmen ağırlık merkezinin varsayılan ideal yer olan arka iki tekerleğin aks ortasından daha önde olması durumu gerçek zaman uygulamada etkileşimi (kuplaj) artıracaktır. Ayrıca kuplaj etkisinin kullanıcı ve ETS'den oluşan toplam ağırlık, zemin sürtünmesi gibi parametrelere göre de değişiklik göstermesi analitik tek bir etkileşim giderici tasarlanmasını makul kılmaz. Adaptif yaklaşımlar düşünülebilir yahut kontrolörün integratör içermesi sebebiyle kontrol eforunun artmasına karşın bu

iç bozucuların çıkışta etkisinin görülmeyeceği düşünülebilir. Buna ilaveten dönme ataleti sebebiyle etkileşimi artıran referans işaretlerin ani değişmesinin önüne geçecek ön filtreleme yapıları da kullanılabilir.

ETS'lerin modelleme yaklaşımlarına baktığımızda hareket veya enerji denklemlerinin yazılmasında yüzey eğiminin, sürtünme etkilerinin ve kayma (patinaj) etkisinin ihmal edilip edilmediği gibi farklılıklar öne çıkmaktadır. ETS'lere uygulanan modelleme yaklaşımlarından örnekler uyguladıkları kontrol yaklaşımlarıyla birlikte verilecektir.

Samson bağımsız arka iki tekerlekten sürüş yapan bir mobil robotun matematik modelini zemin yüzeyinin yatay olduğu ve tekerlek kayma etkisinin olmadığını varsayarak enerji denklemleri üzerinden Lagrange Formülasyonunu kullanarak elde edip, tork ve hız kontrolünü durum geri besleme yaklaşımı ekseninde incelemiştir [18]. Campion ve ark. [19] ile Novel ve ark. [20] aynı tip (holonomik olmayan) sistemlerin durum geri besleme kontrolü ile kontrol edilebilirliği ve kararlılığı üzerine çalışmışlardır.

Tashiro ve Murakami [21] çalışmalarında eğimsiz yüzeyde sürtünme etkilerini modeline dahil etmeksizin enerji denklemlerini kullanarak Lagrange Formülasyonu yöntemi ile oldukça anlaşılır sade bir model elde etmiştir. Refakatçi desteğini öngören bir kontrol kuralı kullanılmıştır.

Johnson ve Aylor [22] eğimsiz yüzeyde sürtünme etkilerini de hareket denklemlerine dahil ederek D'Alembert Prensibi ile matematiksel modelini elde etmiş, herhangi bir kontrol yöntemi uygulamamıştır.

Wang ve ark. [23] çalışmasında eğimli ve eğimsiz yüzeyde zemin türüne göre sürtünme etkilerini de modellerine dahil ederek PID kontrol kuralı ile ETS hızı denetlenmiştir.

Onyango ve ark. [24] çalışmalarında eğimli ve düz yüzeylerde çalışıldığı varsayımıyla yerçekimsel, sürtünme ve kayma (patinaj) bozucularını da ekledikleri enerji

denklemlerini kullanarak Lagrange Formülasyonu yöntemi ile matematiksel modelini elde etmiş ve ETS'nin referans lineer hız ve açısal duruşunu takip etmek üzere doğrusal olmayan genelleştirilmiş öngörülü kontrol kuralı kullanılmıştır.

Mohammed ve ark. [25] çalışmasında PMSM tipi motor kullanılan bir ETS için eğimli bir yüzeyde viskoz sürtünmelerini de dikkate alarak Lagrange Formülasyonu ile dinamik model elde edilmiş, ayrıca elde edilen modelin doğrusal olmadığı ve son derece etkileşimli (coupled) olduğunu söylenmiştir. Sisteme konum referansları bir yörünge üretici (Trajectory Generator) ile sağlanmış. ETS sisteminin konum (yer değiştirme) kontrolünde bulanık mantık tabanlı bir kontrolör kullanılmıştır.

Nguyen ve ark. [26] çalışmasında deneysel yaklaşım ile transfer fonksiyonu tabanlı modelleme yapıp; modellerine dekuplatör tasarımı eklenmiştir. İki geribeslemeli çift döngülü bir kontrol yapısı kullanılmış ve iç döngüde hız kontrolü, dış döngüde konum kontrolü ile referans bir yörünge takip edilmiştir. Kontrolörlerinde kayan kip (sliding mode) ve model öngörülü (model predictive) kontrol yaklaşımları tercih edilmiştir.

Saadatzi ve Poshtan [27] çalışmasında ETS transfer fonksiyonu matrisinin köşegen dominant olması yönünde etkileşim giderici tasarlanıp sistemin hız kontrolünü gerçekleştirilmiştir.

Kelouwani ve ark. [28] çalışmasında ETS modeli Newton-Euler denklemi ile elde edilmiştir. Kontrolör olarak Lyapunov tabanlı bir yaklaşım ile adaptif(uyarlamalı) doğrusal olmayan bir kontrolör kullanılmıştır. Yörünge takibi hız kontrolü üzerinden yapılmaya çalışılmıştır.

Cruz ve ark. [29] çalışmasında hız kontrolü için oransal-türevsel (PD) yapıda bir kontrolör kullanılırken; oturma pozisyonundaki değişimlere karşı ağırlık merkezi kayması hesaba katılmış ve buna yönelik konum kontrolünde uyarlamalı bir kontrol kuralı kullanılmıştır.

Zhang ve ark. [30] çalışmasında gürbüz (robust) H_∞ bulanık mantık kontrolör kullanılmıştır.

Nguyen ve ark. [31] ETS modelini ele alırken açısal ivme, çizgisel ivme gibi kullanıcı konforu ile ilgili durum değişkeni ilişkileri tanımlamış ve MÖK yapısında bu durum değişkenleriyle ilgili limitler kullanarak optimal kontrol kuralını belirlemiştir. Kısıtlı optimizasyon problemi için jMPC Toolbox 3.21 yazılımı kullanılmıştır. Sürüş konfor ve güvenliği için fiziksel kısıtlar; en yüksek çizgisel ivme $0,5 \text{ m/s}^2$ (başka bir deneysel çalışmada [32] bu değer $0,75 \text{ m/s}^2$), en yüksek açısal ivme $2,2 \text{ rad/s}^2$ (diğer bir çalışmada [33] bu değer $2,8 \text{ rad/s}^2$) olarak belirlenmiştir. Ayrıca çalışmada konum kontrolü yaklaşımı ile yol/yörünge takibi performansına dair sonuçlar paylaşılmıştır.

ETS'nin iç mekan kullanımında özellikle sürüş konforunu önceleyen bir çalışmada [34] konforlu çizgisel ivme ve açısal ivme sırasıyla $0,1 \text{ m/s}^2$ ve $0,17 \text{ rad/s}^2$ olarak değerlendirilmiştir. Ayrıca örnek olarak İngiltere hükümeti ETS'lerin dış mekanda en yüksek hız değerlerini; sınıf 2 tipi ETS'ler için $1,79 \text{ m/s}$, sınıf 3 tipi ETS'ler için $3,58 \text{ m/s}$ olarak sınırlamıştır [35]. Bu değerler kısıtlı optimizasyon uygulamalarında kısıtları ele almada ve donanımsal gerçekleştirilmede yasal standartlara uymak için elzemdir.

Bardaro ve ark. [36] tarafından 2018'de yapılan çalışmada ETS tek tekerlekli bir araç gibi varsayılarak deneysel gözleme dayalı kuplajsız olduğu söylenmiş ve giriş çıkış verileri arasındaki ilişkiye göre sistemin transfer fonksiyonu matrisi köşegen elemanları (kumanda kolunun ön-arka yönlerdeki pozisyonu ile çizgisel hız arasında bir kazanç ve kumanda kolunun sağ-sol yönlerdeki pozisyonu ile açısal hız arasında bir kazanç olacak şekilde) birer kazanç olarak modellenmiştir. Sistemin hız kontrolü için kontrolör olarak MÖK yapısı kullanılmış ve çizgisel ivme limiti bu çalışmada $0,2 \text{ m/s}^2$ olarak alınmıştır. Ayrıca çalışmada engelden kaçınma ve yörünge takibi gibi navigasyon deneylerine yer verilmiştir.

Bu çalışmada da ele alınan model öngörülü (model predictive) kontrol (MÖK) yaklaşımı literatürde dinamik matris kontrol (Dynamic Matrix Control (DMC)),

genelleştirilmiş öngörülü kontrol (Generalised Predictive Control (GPC)), model tabanlı öngörülü kontrol (Model Based Predictive Control (MBPC)), geri çekilen (kayan) ufuk kontrol (Receding Horizon Control (RHC)) kavramları ile de karşımıza çıkmaktadır. 2018 yılında yapılan bir anketin sonuçlarının ele alındığı çalışmada Samad ve ark. [37] tarafından kontrol alanındaki akademik çalışmaların endüstride karşılık bulması-ihtiyaca cevap vermesi-cezbedici olması incelenmiştir. Gürbüz kontrol, uyarlamalı kontrol, doğrusal olmayan kontrol çalışma alanlarının yanında MÖK mevcut ilgi çekiciliği ve gelecek etkisi yönünden ön plana çıkmıştır. Diğer çok değişkenli kontrol yöntemleri ile kıyaslandığında kavramsal basitliği, sıkı limitleri olan karmaşık sistemleri kolay ve efektif şekilde ele alabilme yeteneği gibi özellikleriyle oldukça başarılı olduğu bir diğer çalışmada da [38] raporlanmıştır. Ancak MÖK’de her bir örnekleme zamanı kadar sürede optimizasyon problemi çözümü gerektiğinden özellikle (saniyenin altındaki) küçük örnekleme zamanı gerektiren uygulamalarda hesap maliyeti, hesaplama süresi gerçek-zaman uygulama için uygun olmayabilmektedir. Bu problemi aşmak için çözümler önerilse de kontrol yapısı kavramsal olarak ve uygulamada karmaşıklaşmaktadır [39].

MÖK hakkında son gelişme ve gelecek beklentilerin tartışıldığı bir çalışmada [38] MÖK ile var olan kontrol kuralları arasındaki bağlantı da ele alınmıştır. Bu anlamda yapılan bir çalışmada [40] bozucu etkileri ve sürekli hal hatasını giderecek şekilde sabit katsayılı bir kontrolör polinom yaklaşımıyla MÖK konsepti kullanılarak türetilmiştir. Bir diğer çalışmada [41] kontrolör eşleştirme yaklaşımı ile durum geri besleme kontrolör ve PID kontrolör gibi bilinen yöntemlerden elde edilen kontrolör kazançlarından MÖK amaç fonksiyonu ağırlık matrisleri elde edilmiş, bilinen kontrol yöntemleri ile MÖK arasında bağlantı kurulmuştur. MIMO öngörülü PID kontrol kuralının yine MÖK yönteminden hareketle türetildiği diğer bir çalışma [42] da dikkat çekmektedir. Bu çalışmada da bu yaklaşımla MÖK tasarım prosedüründen faydalanılarak yaygın olarak kullanılan PID yapısı ve kontrolör katsayıları elde edilecektir.

Yine bu çalışmada ele alınan kontrol yöntemlerinden diğer biri olan ve Özdemir ve Erdem [43] tarafından daha önce çalışılan parametrik denklemler ile PID kontrolör

tasarımı yöntemi, kontrolör katsayılarının belirlenen bir performans ölçütüne göre bulunmasını oldukça kolaylaştırmaktadır.

1.1. Tezde İzlenen Yol

Bu tez çalışmasında literatürde incelenen bahsi geçen çalışmalardan ilhamla bir yol izlenmiş ve bölümlere göre değinilen konular aşağıda verilmiştir.

Bölüm 1.'de bu çalışmada da kullanılacak yöntemleri de ihtiva edecek şekilde literatürde karşılaşılan ETS'ler hakkında genel bilgiler, tanımlamalar, modelleme ve kontrol yöntemleri verilmiştir. Ayrıca bölüm bitiminde tezde yer alan bölümlerde kısaca nelerin ele alındığı sırasıyla aktarılmıştır.

Bölüm 2.'de ETS'lerin genel tanımlamaları ve fiziksel donanımları verilmiş; kullanılan motor türü, iskelet yapısı, otonomi seviyesi, kullanıcı ara yüzü gibi açılardan sınıflandırılabilir özelliklerine değinilmiştir.

Bölüm 3.'te detayları verildiği üzere, bu çalışmada kumanda kolu ile manüel kumanda edilen, itkiyi sağlayan ikisi DC motorlar ile donatılmış dört tekerleği olan bir ETS ele alınmıştır.

Bölüm 4.'de ayrıntılı incelendiği üzere sistemin matematik modellemesinde eğimsiz düz bir zeminde hareket edildiği ve patinajın olmadığı varsayılmış, tekerlek sürtünmeleri ilavesi yapılarak yitirgen enerji ile genişletilmiş Lagrange formülasyonu kullanılmıştır. Kontrol edilecek durumlar tekerlek açısal hızları olmak üzere, ETS sistemi matematik modeli hem MIMO durum uzay gösterimi ile hem de kuplaj etkisinin bozucu olarak kabul edildiği iki bağımsız SISO transfer fonksiyonu gösterimi ile verilmiştir. Her iki gösterimin ayrıklaştırılmasına dair bilgi verilerek kontrol yöntemlerinin ayrık zamanda geliştirilmesine olanak sağlanmıştır.

Bölüm 5.'te verildiği üzere ETS kontrolünde MIMO ayrık zaman durum uzay modeline yönelik olarak model öngörülü kontrol (MÖK) tasarım prosedürü ile elde

edilen optimal çok değişkenli PID kontrolör kullanılmıştır. Buna ilaveten iki bağımsız SISO alt sistemden oluşan ETS ayırık zaman transfer fonksiyonu modeline iki bağımsız PID kontrolör belirlenen performans ölçütlerine göre parametrik denklemler yöntemi ile tasarlanmıştır.

Bölüm 6.'da öncesinde değinilen modelleme ve kontrol yöntemlerinin uygulamasının benzetim ortamında ele alınışı verilmiştir. Burada motor ve motor sürücü parametreleri ile ağırlık, boyut gibi ETS yapısı ile ilgili parametreler gerçek zaman sistem donanımına uygun olarak belirlenerek matematik modeller elde edilmiş ve ele alınan kontrol yöntemleri bu modellere uygulanarak başarımları incelenmiştir. Ayrıca konum yörüngesi üretimi yapıp, bu yörüngeyi takip edecek zamana bağılı hız referansları sisteme uygulanarak hız kontrolü yaklaşımıyla yörünge takibi yapılmıştır. Bu hareket iki boyutlu görselleştirilerek animasyonu kayda alınmıştır.

Bölüm 7.'de ise yapılan çalışmaların performanslarına dair genel yorumlar ve ETS konum yörünge takibinin kapalı çevrim konum kontrolü yaklaşımıyla sağlanması gibi gelecek çalışmalara yönelik düşüncelere yer verilmiştir.

BÖLÜM 2. ETS GENEL ÖZELLİKLERİ VE SINIFLANDIRMASI

Tekerlekli sandalyeler sürüş/itki sistemlerine göre temelde ikiye ayrılabilir. Bunlar; kullanıcı veya refakatçi bireyin sağladığı itki ile hareket eden manüel tekerlekli sandalye (MTS) ve ihtiva ettiği enerji depolama birimi ve motorlar tarafından sağlanan itki ile hareket eden elektrikli tekerlekli sandalyedir [44]. Bu ikisinin yanı sıra hem sürücünün hem eyleyicilerin tekerlekli sandalyenin sürüşüne itki anlamında katkı sağladığı hibrit örnekler de vardır [45]. ETS'lerin ilk basit versiyonunun 2. Dünya Savaşı sırasında yaralıları destek olmak için George Klein tarafından icat edildiği söylenebilir [46]. Günümüze gelirken ETS'lerin yapısal özellikleri, sahip oldukları donanımlar, otonomi seviyesi oldukça gelişmiştir. Katlanabilirlik, yeni nesil motor ve pillerle taşınabilirlik gibi özellikleri ve standart diğer donanımlarıyla yeni nesil bir ETS ile yine güncel bir manüel tekerlekli sandalye (MTS) Şekil 2.1.'de verilmiştir.



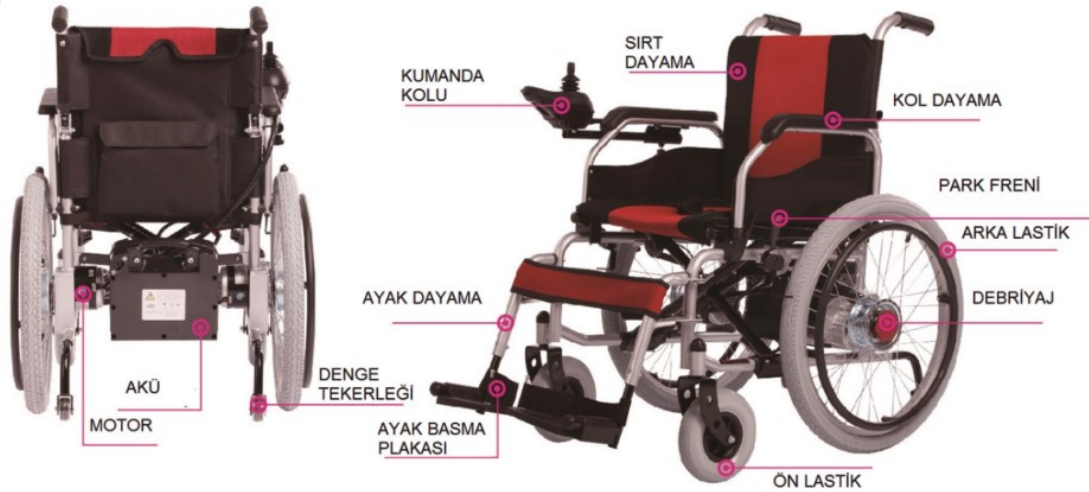
Şekil 2.1. Örnek ETS, Forcemech Voyager R2 [47] (solda); örnek MTS, Drive Medical Blue Streak [48] (sağda)

2.1. ETS'lerde Yaygınlıkla Görülen Fiziksel Donanımlar

Örnek bir ETS üzerinden çoğu ETS'de ortak bulunan donanımlar Şekil 2.2.'de verilmiştir. Burada ön lastik diye isimlendirilen donatı diğer bazı kaynaklarda kastor

tekerlek olarak da isimlendirilmektedir. Verilen donanımlara ilaveten özellikle otonomi seviyesi arttıkça fazladan sensör ve eyleyici yapıları da görülmektedir. Bunlar genellikle mesafe algılamaya yönelik algılayıcılar ve çeşitli engelleri aşmaya yönelik pnömatik vb. eyleyiciler olabilmektedir [49]–[51].

ETS’lerde enerji depolama elemanı olarak genellikle sıvı veya jel aküler tercih edilmesine karşın günümüzde yüksek enerji yoğunlukları ve hızlı şarj edilebilme olanaklarıyla Lityum iyon piller [47] ve yük hücreleri [52] de kullanılmaya başlanmıştır.



Şekil 2.2. Yuki Motor marka JRWD1002 model [53] örnek bir ETS’ye ait fiziksel donanımlar

Şekil 2.3.’te ise ETS’lerde yaygın olarak kullanılan kumanda kolu ve butonlarının fonksiyonları işaretlenmiştir.



Şekil 2.3. Yuki Motor - JRWD1002 ETS’ye ait kumanda kolu [53]

2.2. ETS'lerde Kullanılan Motor Türleri

ETS'lerin itki sistemleri farklılık gösterse de en yaygın olanı arka tekerleklere bağlı elektrik motorları şeklinde karşımıza çıkmaktadır [4]. Eyleyici türüne göre karşımıza farklı çalışmalar (doğru akım (DC) motoru [54], kalıcı mıknatıslı senkron motor (PMSM) [25], fırçasız DA (BLDC) motoru [55], sincap kafesli asenkron motor [56], [57]) çıkmasına karşın en yaygın ETS eyleyicileri DC motorlardır [57]. ETS'lerde eyleyicilerin konumu ve türü gibi yapısal özellik farklılıkları sistemin modelini etkilediği için dikkate alınmak durumundadır.

2.3. Tekerlek Sayıları ve İtke Yerlerine Göre ETS'ler

ETS'lerde genellikle iki ön ve iki arka olmak üzere toplam dört tekerlek vardır. Buna karşın sadece iki tekerlekten oluşanlar ETS'ler [58] ve altı tekerleği de pnömatik bağımsız yüksekliği ayarlanabilen [51] kompleks ETS örnekleri de mevcuttur. Çeşitli engelleri aşmak maksadıyla; paletli, döner tekerlek kümeli, pnömatik olarak konumu değişebilen eklem yapıları tekerleklere sahip vb. ETS türleri [50] de vardır.

Dört tekerlekten itki yapan tüm yönlü (omnidirectional) çeşitler [4] olsa da genellikle ETS'lerin itki sistemleri iki tekerlektendir. Bunlar da kendi içinde önden çekiş, arkadan çekiş, ortadan çekiş şeklinde sınıflandırılabilir. Arkadan çekiş ETS'ler, geniş dönme açısına sahip olmalarının yanı sıra nispeten yüksek hızlarda da kararlı yapıları sebebiyle diğer çeşitlerin yanında ön plana çıkmaktadır [9], [59].

Tekerlek sayıları, bunların hangilerinin itki sistemine sahip olduğu ve bunların ağırlık merkezine göre konumları ve bu konumun değişip değişmediği sistemin matematik modelini etkilediğinden dikkate değerdir.

2.4. Otonom Özellikleri Bakımından ETS'ler

Yarı-otonom kumanda, ETS kumandasının yerleşik bilgisayar ve kullanıcı arasında paylaşıldığı durum iken; otonom kumanda, ETS kumandasının ve karar alma

mekanizmalarının (ön tanımlı göreve/güzergaha göre [60] veya sürücünün fiziksel hareketlerinden bağımsız beyin-bilgisayar ara yüzü (BCI) sayesinde) tamamen yerleşik bilgisayar ile yazılımsal olarak ele alındığı durumdur [9]. Yarı-otonom kumanda özelliğindeki ETS'ler ve bunlara yönelik çalışmalar [3], [61], [62] oldukça yaygındır. Otonom kumanda özelliğindeki ETS'ler ve bunlara yönelik çalışmalar [49], [60], [63] da artma eğilimindedir. ETS'lerde ihtiyaca binaen otonominin artması nedeniyle bu tür tekerlekli sandalyelere robotik tekerlekli sandalye kavramı da kullanılmaktadır [61]. Robot kol manipülatörlerin ETS sistemine entegre edilmesi gibi örnekler de bu kavramı güçlendirmektedir [64], [65].

Destekleyici teknolojilerde asıl trend otonominin artırılması iken [8] herkesçe ulaşılabilir olması daha mümkün olan sürücünün manüel kumandasında ETS türleri daha yaygındır.

2.5. Kumanda (Kullanıcı Ara Yüzü) Türüne Göre ETS'ler

ETS kullanıcılarının engellilik hallerinin türüne göre ihtiyaç duydukları veya kullanabildikleri kumanda yöntemleri farklılaşmaktadır [66].

En yaygın ETS kumanda yöntemi; tek başına veya diğer kumanda yöntemlerinin yanında opsiyonel olarak da görülen ileri-geri, sağ-sol ve bunların bileşkeleri şeklinde dört istikametli hareket eden bir kumanda kolu (joystick) kullanmaktır. Bu durumda sağ ve sol motor için referans işaretler kumanda kolunun pozisyonuna göre belirlenir [67], [68]. Uygulanan kuvveti algılayan izometrik (hareketsiz) kumanda kolu yapıları [69], [70] da vardır. Bunun yanı sıra kumanda kolu kullanamayacak engellilik hallerindeki kullanıcılar için baş hareketleri [71], [72], dil konumu/üfleme/ısıırma gibi ağız hareketlerini [66] algılayan alternatif kumanda yöntemleri de mevcuttur [9], [73]. Verilen baş hareketi komutunun ekrandan kullanıcıya geri besleme olduğu bir kumanda senaryosu [74] da incelenmiştir. Ayrıca EEG/ECOG tabanlı beyin-bilgisayar ara yüzü (BCI) [75]–[78], göz hareketlerini takip eden (eye gaze) [73], ses/konuşma algılayan (voice/speech recognition) [61], [79], [80], gibi daha gelişmiş kumanda yöntemleri de karşımıza çıkmaktadır [3], [81]. Vücudun belli yerlerinin hareketlerine

bağlı olarak elektromiyografi (EMG) temelli kumanda yöntemleri de mevcuttur [7], [64]. Kumanda için dokunmatik ekran ve klavye kullanımına da yaygın olmamakla birlikte rastlanılmaktadır [82]–[84]. İnternet üzerinden takip ve yönlendirmeye imkân tanıyan sunucu bağlantılı kumanda yöntemleri de çalışılmıştır [60], [85]. Vücut dili algılayan (gesture recognition) Microsoft-kinect gibi güncel ZigBee Bluetooth teknolojisine dayalı ETS kumanda yöntemleri de vardır [86]. Mimik (facial expression) algılayan bir kumanda yöntemi de çalışılmıştır [87]. Oturma eğilimine göre basınç haritalama ile kumanda edilen deneysel bir ETS de literatüre girmiştir [88]. Engelli birey için kumanda zahmetini ortadan kaldırmanın basit bir yolu da yan yana yürüyen bir refakatçinin takip edilmesi prensibine dayalı geliştirilen bir kumanda yöntemidir [89]. Fonksiyonel yakın kızılötesi ışın spektroskopisi (fNIRS) ismi verilen beyin aktivitesi gözlemlene prensibine dayalı bir uygulama [90] ETS’lerde kullanılan kumanda yöntemlerin çeşitliliğini ve ETS’lerin sağlık bilimleri ile olan ilişkisini göstermektedir.

2.6. Fonksiyonellik Yetenekleri Bakımından ETS’ler

Birtakım özelliklerle sürüşteki kullanıcı sorumluluğunu azaltan yahut elimine eden ETS’ler genellikle akıllı ETS diye isimlendirilir. Akıllı ETS’ler tipik olarak çarpmadan/engelden sakınma ve navigasyon fonksiyonlarını sağlar [9]. Bunların haricindeki özellikler basamak çıkma, basamak inme, merdiven çıkma, merdiven inme, otonom harita (GPS) tabanlı güzergâh belirleyici, duvar takibi, çizgi takibi, sanal yol/yörünge takibi, hedef takibi, kapıdan geçiş, şarj istasyonunu bulma vb. gibidir. Bu özelliklerin birçoğu sahip olunan sensör ve itki sistemi teknolojileriyle de doğrudan ilişkilidir. Genellikle ETS’nin mesafeyi ve ortamı görme/algılama yeteneğini geliştirmeyi sağlayan bu sensörler kızılötesi, sonar, kontak, lazer, lidar, GPS, jiroskop, ivme sensörü ve kamera şeklinde karşımıza çıkmaktadır [6], [61], [91]. Merdiven çıkma/inme, basamak-kaldırım inme/çıkma gibi ETS’nin yapısal özelliklerine bağlı yetenekler için ise paletli itki sistemleri, konumu değişen tekerlek sayısı artırılmış itki sistemleri, eklem yapılı itki sistemleri yahut ağırlık merkezi yerini değiştirebilen yapılar kullanılmaktadır [50], [51], [59].

BÖLÜM 3. ELE ALINAN ETS SİSTEMİNE DAİR BİLGİLER

İlgilenilen POLATsan PLT-20 model ETS sistemi fiziksel donanımları ile Şekil 3.1.'de verilmiştir. ETS sisteminin manevra yapısını etkileyen tekerlek ve itki sistemleri; önde çerçeveye bağlı olduğu noktalar etrafında serbest dönen iki adet nispeten küçük çaplı castor tekerlek ve arkada itki sistemlerinin moment aktardığı iki adet nispeten büyük tekerlek şeklindedir. Sistemin fiziksel ölçüleri, ağırlığı gibi parametreler model doğruluğu için önemlidir.



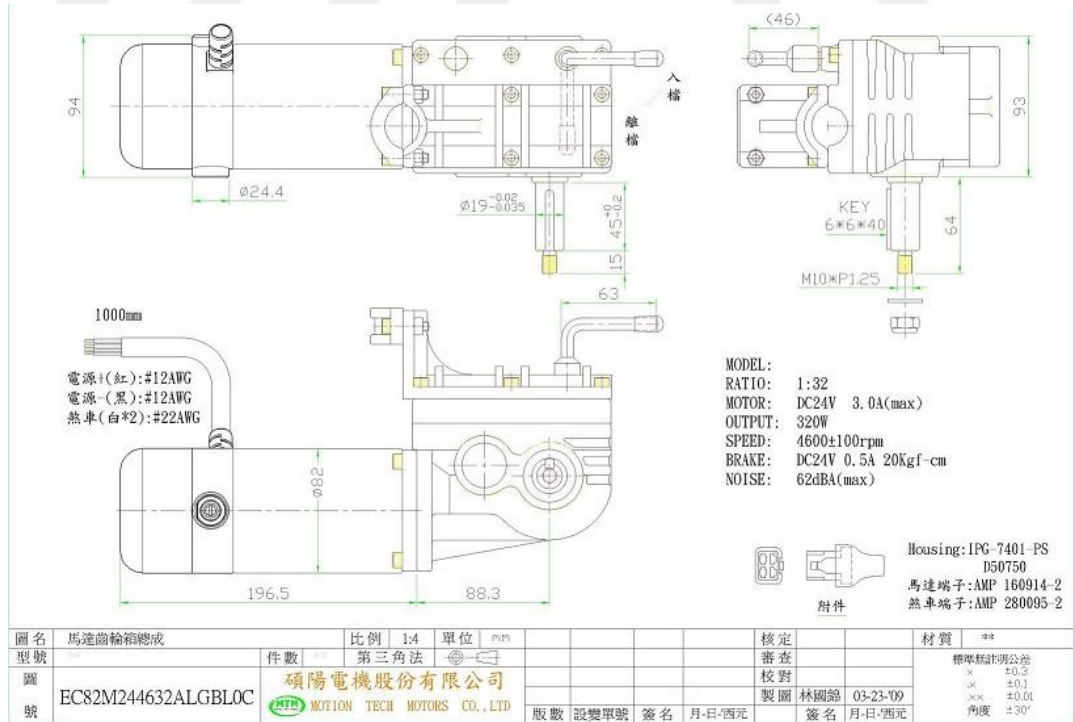
Şekil 3.1. ETS ve fiziksel donanımları [92]

ETS sisteminin itki sistemleri; sağ ve solda aynı tip olup, özdeş kabul edilen, elektromanyetik debriyaj-fren (clutch-brake) ve vites kutusu ile donatılmış kalıcı mıknatıslı doğru akım (PMDC) türü bir motorlardır. Motorun etiket değerleri Tablo 3.1.'de verilmiştir. Bu değerler benzetim modelinin doğrulama geliştirilmesinde önem

ihativa etmektedir. Ayrıca Şekil 3.2.'de kullanılan elektromanyetik debriyaj-frenin (ALS0S2AA) fotoğrafı, itki sisteminin manyetik fren-tekerlek-motorla birlikte bütününün fotoğrafı ve teknik çizimi verilmiştir.

Tablo 3.1. ETS motor etiket bilgileri

Motion Tech Motor EC82M2446320LGBR0K model DC motorun etiket değerleri:	
Vites kutusu dönüşüm oranı:	1:32
Nominal gerilim / maksimum akım:	DC 24 V / 3.0 A (max)
Çıkış gücü:	320 W
Hız:	4600±100 devir/dk. (rpm)



Şekil 3.2. Elektromanyetik debriyaj-fren (üst solda), itki sistemi fotoğrafı (üst sağda) ve teknik çizimi (altta)

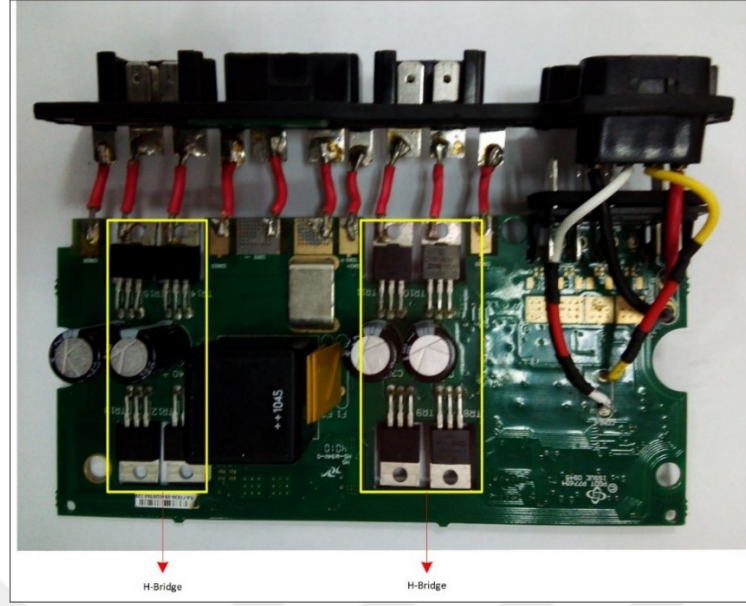
Ele alınan ETS sağ kol dayaması önüne yerleştirilmiş bir kumanda kolu ile sürücü tarafından manüel yönlendirilir. Sistemde otonomi adına herhangi bir algılayıcı donatısı yoktur. Kumanda üzerinde sisteme enerji veren bir buton, en yüksek hızın belirleneceği hız artırma, azaltma butonları ve korna butonu bulunmaktadır. Ayrıca Oturma alanının altında bulunan enerji depolama elemanı bataryalar; kurşun asit türü 12 V iki tane seri bağlı pilden oluşur ve motor sürücü kontrol kartına 24 V DC besleme yaparlar. Bahsi geçen kumanda kolu ve kurşun asit pil Şekil 3.3.'te gösterilmiştir.



Şekil 3.3. ETS kumanda kolu donanımı (solda), ETS'de kullanılan kurşun asit pil türü (sağda)

Motor sürücü-kontrol elektronik kartı ve kumanda kolunun bağlı bulunduğu elektronik kart mikroişlemci tabanlıdır. Dolayısıyla geliştirilecek modelleme ve kontrol yöntemlerinin ayırık zaman olması gerekmektedir. Kullanılan mikro denetleyici Texas Instruments firmasının 32 bit mimarili TMS320F28035 [93] mikro denetleyicisidir. Şekil 3.4.'te motor sürücü kartı görünümü verilmiştir.

Şekil 3.4.'te işaretli H-köprü anahtarlama yapısını oluşturan anahtarlama elemanları (irf1404z) ve sürücü entegreler (ir2184s) ve bunlara ait katalog [94], [95] bilgilerinden alınan önemli tipik bilgiler Tablo 3.2.'de verilmiştir. Bu değerler benzetim modelinin doğrulama geliştirilmesinde önem ihtiva etmektedir.



Şekil 3.4. Motor sürücü-kontrol kartı [92]

Tablo 3.2. Anahtarlama elemanı ve sürücü entegrelerin katalog bilgileri

	ON durumu yükselme zamanı	iletim ve gecikmesi	OFF durumu düşme zamanı	iletim ve gecikmesi	Ölü zaman (Dead-Time) gecikmesi
irf1404z	128 ns	(18+110)	94 ns	(36+58)	-
ir2184s	720 ns	(680+40)	290 ns	(270+20)	500 ns

BÖLÜM 4. ETS SİSTEMİNİN MATEMATİK MODELİ

Kontrol sistemlerinin analiz ve tasarımında en önemli kısımlardan biri sistemin matematik modelinin elde edilmesidir. Sistemin ve alt bileşenlerinin giriş ve çıkışları arasındaki ilişkileri veren transfer fonksiyonu yaklaşımı ve sisteme ait durum değişkenleri ile giriş ve çıkış arasındaki ilişkileri birlikte veren durum-uzay gösterimi iki yaygın matematik model ifade şeklidir. Kontrol sistemleri, diğer isimlendirmesiyle dinamik sistemler, en az bir veya daha fazla mühendislik disiplininin konusu olan alt bileşenlerden meydana gelmektedir. Matematik modelin gerçekçi olarak karakterize edilmesi bu alt bileşenlerin ifade edilmesinde isabetli tanımlamalar ve daha önemlisi uygun varsayım ve yaklaşımlar kullanmayı gerektirmektedir[96].

ETS sistemi, çok girişli-çok çıkışlı (MIMO) bir sistem olup özelde iki girişli-iki çıkışlı bir sistemdir. Mekanik, elektrik ve elektromekanik alt sistemlerden oluşmaktadır. Elektriksel olarak uygulanan her bir giriş elektromekanik olarak kendisiyle ilgili çıkışa ve mekanik olarak da diğer çıkışa etki etmektedir. Bu etki nedeniyle bahsi geçen sistem kuplajlı (coupled) bir sistem olarak karşımıza çıkmaktadır. Durum-uzay gösterimi ile ifade edilen matematiksel model modern kontrol tekniklerinin uygulanmasında elverişli iken, kuplaj (etkileşim) etkilerini görme ve bu etkilerin giderilmesine yönelik uygulanacak yöntemler açısından transfer fonksiyonu matrisi gösterimi şeklinde matematiksel modelleme daha uygundur. Sistem üzerinde bahsi geçen iki şekilde de çalışmalar yapılacağından burada iki modelleme gösterimi de verilecektir.

ETS matematik modelinin eldesinde, eğimsiz bir zeminde hareket edildiği, tekerleklerde kayma(patinaj) olmadığı kabul edilecek ve genel itibariyle daha önceki çalışmalardan [21], [92], [97] hareketle bir yol izlenecek olup, yaklaşım farklılıkları yeri geldiğinde ilave bilgilerle desteklenecektir.

4.1. ETS Sisteminin Kinematik İlişkileri

Kinematik kelimesini, TÜBA Mühendislik Terimleri Sözlüğü [98] “Cisimlerin hareketini, onlara etki eden kuvvetleri göz önüne almaksızın, konum, hız, ivme ve bunlar arasındaki bağıntılarla inceleyen mekanik alt dalı.” olarak tanımlamaktadır.

Burada ETS sisteminin çizgisel-açısal konumu ve hızı ile ETS’nin itki sistemlerinin bağlı bulunduğu arka tekerleklerin açısal konum ve hızları arasındaki ilişki elde edilmek istenmektedir. Daha açık bir ifade ile Denklem (4.1) ve Denklem (4.2)’de verilen X ve θ konum vektörleri ve bunların türevleri olan hız vektörleri $\dot{X}$ ve $\dot{\theta}$ arasındaki ilişkiler elde edilmek istenmektedir.

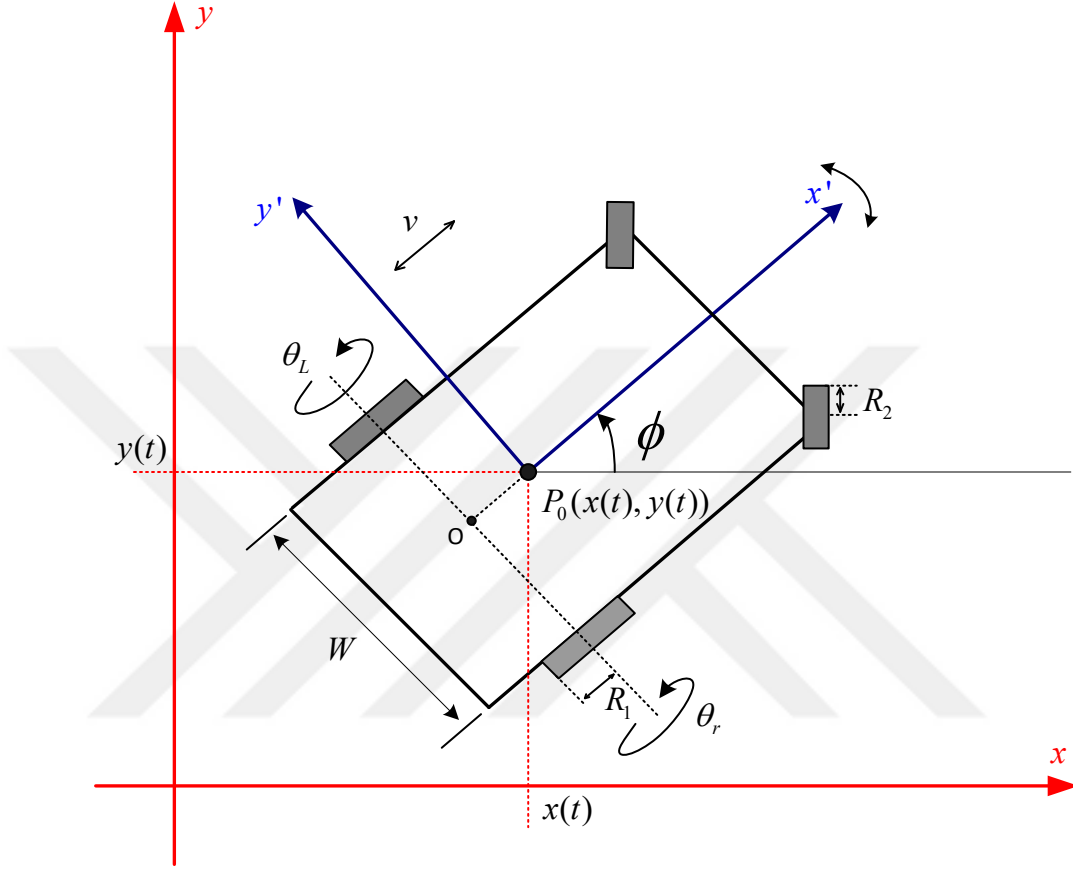
$$X = [x \quad y \quad \phi]^T \quad (4.1)$$

$$\theta = [\theta_r \quad \theta_L]^T \quad (4.2)$$

Denklem (4.1)’de verilen x ve y , dünya koordinatında taşıtın translasyonel (doğrusal) yer değiştirmelerini gösterirken; ϕ , dünya koordinatına göre taşıtın rotasyonel (açısal) yer değiştirmesini/duruşunu veya başka bir ifade ile çizgisel hareket doğrultusunu göstermektedir. Denklem (4.2)’de θ_r ve θ_L sırasıyla sağ ve sol arka tekerlek açısal yer değiştirmeleri /deplasmanlarıdır.

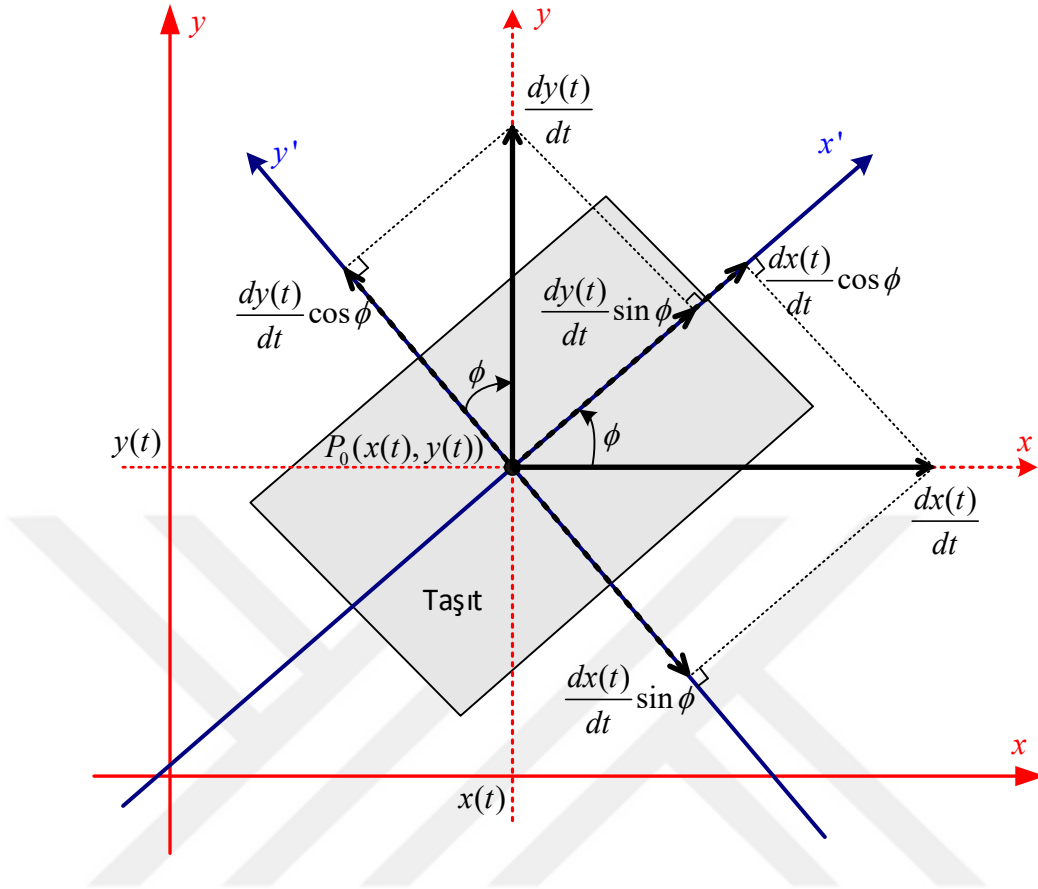
Kinematik ilişkilerde kullanılacak bahsi geçen konum vektörleri (X ve θ) elemanlarının $(x \quad y \quad \phi, \theta_r \quad \theta_L)$ yerleşimi Şekil 4.1.’de görselleştirilmiştir. Burada kırmızı renkli eksen takımı dünya düzlemsel kartezyen koordinat sistemini temsil ederken; mavi renkli eksen takımı ise ETS üzerinde iskeletin sağ ve sol yanlarına eşit mesafede keyfi bir referans P_0 noktasını orijin kabul eden, ETS ile hareket eden, ETS en-boy doğrultularında tanımlı ve ETS’nin hareket doğrultusu x' eksenini olmak üzere kartezyen taşıt koordinat sistemini temsil etmektedir. Adı geçen dünya ve taşıt koordinatı ifadeleri global ve yerel koordinatlar olarak da isimlendirilmektedir. Ayrıca aynı şekilde ölçülendirmeler dikkate alınırsa, R_2 castor tekerlek diye anılacak ön tekerleklerin yarı çapını, R_1 itki sisteminin bağlı olduğu arka tekerlek yarıçapını göstermektedir. O noktası, arka tekerlekler arası W aks mesafesinin ortasında, sağ ve

sol tekerle eş uzaklıktadır. Aynı zamanda bu nokta ETS'nin açısal hareketinin merkezi, dönme noktası olarak kabul edilecektir.



Şekil 4.1. ETS'nin düzlemsel kartezyen dünya koordinat sistemindeki pozisyonu [92]

Dünya koordinatlarında ETS hareketine bağlı hız bileşenlerinin, taşıt koordinat sisteminin eksen takımı üzerindeki vektörel izdüşümlerinin gösterimi Şekil 4.2. gibidir. ETS hareket doğrultusu x' eksenine paralelinde yol alan sabit itki elemanı arka tekerlekler tarafından belirlenir. ETS yapısı gereği bu doğrultuya dik ve ETS'nin kendi aksı boyunca uzanan y' eksenine doğrultusunda hareket edemediği için bu yöndeki hız bileşenlerin vektörel toplamı sıfır olacak, hareket doğrultusundaki hız bileşenleri vektörel olarak toplanarak ETS çizgisel hızı elde edilecektir.



Şekil 4.2. Dünya koordinatındaki ETS çizgisel hız bileşenlerinin taşıt koordinat sistemi izdüşümleri

Sözel olarak ifade edilen kinematik ilişkiler Denklem (4.3) ve Denklem (4.4)'te verilmiştir.

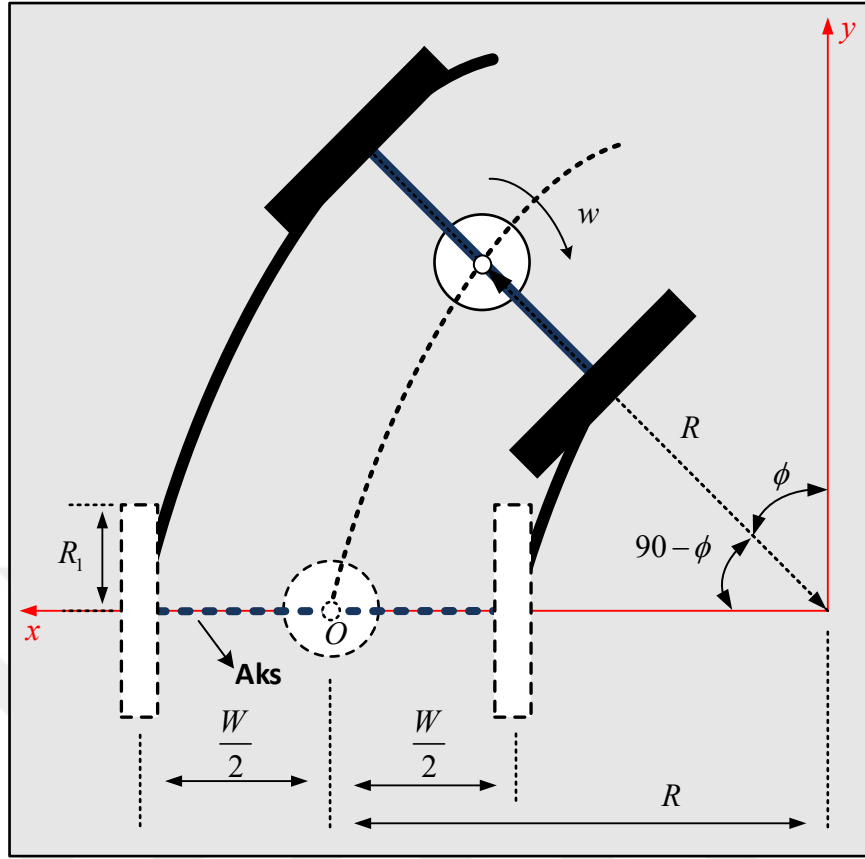
y' eksenini doğrultusundaki vektörel eşitlik,

$$\frac{dx(t)}{dt} \sin \phi - \frac{dy(t)}{dt} \cos \phi = 0 \quad (4.3)$$

x' eksenini doğrultusundaki vektörel eşitlik,

$$\frac{dx(t)}{dt} \cos \phi + \frac{dy(t)}{dt} \sin \phi = v \quad (4.4)$$

şeklinde verilebilir.



Şekil 4.3. ETS açısıl dönme hareketi

ETS çizgisel hızıyla ilgili kinematik ilişkilerin yanı sıra dönme hareketine bağlı açısıl hızıyla ilgili de kinematik ilişkileri çıkarılacaktır. Sağ ve sol bağımsız arka tekerlekler farklı açısıl hızlarda döndüklerinde farklı çizgisel hızlarda yol almakta ve bu sebeple ETS iskeleti aks ortasındaki “O” noktası etrafında “w” açısıl hızıyla dönmektedir. Bu dönme hareketi Şekil 4.3.’te görselleştirilmiştir. Şekilden hareketle keyfi bir dönme hareket yörüngesi için X_O aks orta noktasının aldığı yol olmak üzere sağ tekerleğin aldığı yol (X_r) ve sol tekerleğin aldığı yol (X_L), Denklem (4.5) ve Denklem (4.6)’da verilmiştir. Buradan hareketle sağ ve sol tekerleklerin çizgisel hızları (v_r, v_L) aks ortasının çizgisel hızı (v_O) ile ilişki kurularak Denklem (4.7) ve Denklem (4.8)’de verilmiştir.

Sağ tekerleğin aldığı yol ifadesi,

$$X_r = X_O - \frac{W}{2} (90 - \phi) \quad (4.5)$$

Sol tekerleğin aldığı yol ifadesi,

$$X_L = X_O + \frac{W}{2}(90 - \phi) \quad (4.6)$$

Sağ tekerleğe ait çizgisel hız ifadesi,

$$v_r = v_O - \left(-\frac{W}{2} \frac{d\phi}{dt} \right) = R_1 \frac{d\theta_r(t)}{dt} \quad (4.7)$$

Sol tekerleğe ait çizgisel hız ifadesi,

$$v_L = v_O + \left(-\frac{W}{2} \frac{d\phi}{dt} \right) = R_1 \frac{d\theta_L(t)}{dt} \quad (4.8)$$

Şeklinde. Aks ortasındaki çizgisel hız v_O , daha önce bulunan ETS hareket doğrultusundaki çizgisel hız (v) ile aynı olduğundan Denklem (4.4), Denklem (4.7) ve Denklem (4.8) de kullanılarak sırasıyla Denklem (4.9) ve Denklem (4.10) aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\frac{dx(t)}{dt} \cos \phi + \frac{dy(t)}{dt} \sin \phi + \frac{W}{2} \frac{d\phi(t)}{dt} = R_1 \frac{d\theta_r(t)}{dt} \quad (4.9)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} \cos \phi + \frac{dy(t)}{dt} \sin \phi - \frac{W}{2} \frac{d\phi(t)}{dt} = R_1 \frac{d\theta_L(t)}{dt} \quad (4.10)$$

Denklem (4.3) düzenlenerek Denklem (4.11) aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{dy(t)}{dt} \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \quad (4.11)$$

Denklem (4.11), Denklem (4.9) ve Denklem (4.10)'da yerine konulursa; Denklem (4.12) ve Denklem (4.13) sırasıyla aşağıdaki şekillerde elde edilir.

$$\frac{dy(t)}{dt} \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \cos \phi + \frac{dy(t)}{dt} \sin \phi + \frac{W}{2} \frac{d\phi(t)}{dt} = R_1 \frac{d\theta_r(t)}{dt} \quad (4.12)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} \frac{\cos \phi}{\sin \phi} \cos \phi + \frac{dy(t)}{dt} \sin \phi - \frac{W}{2} \frac{d\phi(t)}{dt} = R_1 \frac{d\theta_L(t)}{dt} \quad (4.13)$$

Denklem (4.12) ve Denklem (4.13) taraf tarafa toplanırrsa Denklem (4.14), o da sadeleştirilirse Denklem (4.15) elde edilir.

$$2 \frac{dy(t)}{dt} \cos^2 \phi + 2 \frac{dy(t)}{dt} \sin^2 \phi = R_1 \sin \phi \frac{d\theta_r(t)}{dt} + R_1 \sin \phi \frac{d\theta_L(t)}{dt} \quad (4.14)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{R_1}{2} \sin \phi \frac{d\theta_r(t)}{dt} + \frac{R_1}{2} \sin \phi \frac{d\theta_L(t)}{dt} \quad (4.15)$$

Denklem (4.3) düzenlenerek Denklem (4.16) aşağıdaki gibi de elde edilebilir.

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \frac{\sin \phi}{\cos \phi} \quad (4.16)$$

Denklem (4.16), Denklem (4.9) ve Denklem (4.10) da yerine konulursa; Denklem (4.17) ve Denklem (4.18) sırasıyla aşağıdaki şekillerde elde edilir.

$$\frac{dx(t)}{dt} \cos \phi + \frac{dx(t)}{dt} \frac{\sin \phi}{\cos \phi} \sin \phi + \frac{W}{2} \frac{d\phi(t)}{dt} = R_1 \frac{d\theta_r(t)}{dt} \quad (4.17)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} \cos \phi + \frac{dx(t)}{dt} \frac{\sin \phi}{\cos \phi} \sin \phi - \frac{W}{2} \frac{d\phi(t)}{dt} = R_1 \frac{d\theta_L(t)}{dt} \quad (4.18)$$

Denklem (4.17) ve Denklem (4.18) taraf tarafa toplanırssa Denklem (4.19), o da sadeleştirilirse Denklem (4.20) elde edilir.

$$2 \frac{dx(t)}{dt} \cos^2 \phi + 2 \frac{dx(t)}{dt} \sin^2 \phi = R_1 \cos \phi \frac{d\theta_r(t)}{dt} + R_1 \cos \phi \frac{d\theta_L(t)}{dt} \quad (4.19)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{R_1}{2} \cos \phi \frac{d\theta_r(t)}{dt} + \frac{R_1}{2} \cos \phi \frac{d\theta_L(t)}{dt} \quad (4.20)$$

Denklem (4.7) ve Denklem (4.8) taraf tarafa çıkarılıp, düzenlenirse; Denklem (4.21) aşağıdaki biçimde elde edilir.

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{R_1}{W} \frac{d\theta_r(t)}{dt} - \frac{R_1}{W} \frac{d\theta_L(t)}{dt} \quad (4.21)$$

Denklem (4.15), Denklem (4.20) ve Denklem (4.21) birlikte kullanılır; vektör-matris formda düzenlenirse taşıt üzerindeki açısal hızlar ve ETS hareket doğrultusundan, dünya koordinatında tanımlı açısal ve çizgisel hızlara doğru kinematik ilişki aşağıda Denklem (4.22)'de verilen biçimde bulunur. Buradaki dönüşüm matrisi Jacobian matrisi diye isimlendirilmektedir.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{dx(t)}{dt} \\ \frac{dy(t)}{dt} \\ \frac{d\phi(t)}{dt} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{R_1}{2} \cos \phi & \frac{R_1}{2} \cos \phi \\ \frac{R_1}{2} \sin \phi & \frac{R_1}{2} \sin \phi \\ \frac{R_1}{W} & -\frac{R_1}{W} \end{bmatrix}}_{\text{Jacobian Matrisi}} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{d\theta_r(t)}{dt} \\ \frac{d\theta_L(t)}{dt} \end{bmatrix}}_{\dot{\boldsymbol{\theta}}} \quad (4.22)$$

Deplasmanların türevleri şeklinde yazılan bu ifade

$$w_r = \frac{d\theta_r(t)}{dt}, w_L = \frac{d\theta_L(t)}{dt} \text{ ve } V_x = \frac{dx(t)}{dt}, V_y = \frac{dy(t)}{dt}, w = \frac{d\phi(t)}{dt}$$

olmak üzere hızlar cinsinden ifade edilirse Denklem (4.23) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} V_x(t) \\ V_y(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{2} \cos \phi & \frac{R_1}{2} \cos \phi \\ \frac{R_1}{2} \sin \phi & \frac{R_1}{2} \sin \phi \\ \frac{R_1}{W} & -\frac{R_1}{W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Benzer şekilde Denklem (4.9) ve Denklem (4.10) birlikte kullanılır; vektör-matris formda düzenlenirse dünya koordinatında tanımlı açısal ve çizgisel hızlar ve ETS

hareket doğrultusundan, taşıt üzerindeki açısal hızlara doğru olan kinematik ilişki de aşağıda Denklem (4.24)'de verilen biçimde bulunur.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\theta_r(t)}{dt} \\ \frac{d\theta_L(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \phi}{R_1} & \frac{\sin \phi}{R_1} & \frac{W}{2R_1} \\ \frac{\cos \phi}{R_1} & \frac{\sin \phi}{R_1} & -\frac{W}{2R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dx(t)}{dt} \\ \frac{dy(t)}{dt} \\ \frac{d\phi(t)}{dt} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Deplasmanların türevleri şeklinde yazılan bu ifade

$w_r = \frac{d\theta_r(t)}{dt}$, $w_L = \frac{d\theta_L(t)}{dt}$ ve $V_x = \frac{dx(t)}{dt}$, $V_y = \frac{dy(t)}{dt}$, $w = \frac{d\phi(t)}{dt}$ olmak üzere hızlar cinsinden ifade edilirse Denklem (4.25) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\cos \phi}{R_1} & \frac{\sin \phi}{R_1} & \frac{W}{2R_1} \\ \frac{\cos \phi}{R_1} & \frac{\sin \phi}{R_1} & -\frac{W}{2R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x(t) \\ V_y(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Verilen bu kinematik ilişkiler ve matrislerinin global koordinatlara bağlı ifadelerden arındırılıp taşıt üzerindeki büyüklüklerle gösterilmesi birtakım uygulamalar için makul olacaktır. Yine $w_r = \frac{d\theta_r(t)}{dt}$, $w_L = \frac{d\theta_L(t)}{dt}$ olmak üzere Denklem (4.7) ve Denklem (4.8) taraf tarafa toplanıp, vektör-matris formda düzenlenirse Denklem (4.26)'da verilen ifade elde edilir.

$$V_O(t) = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{2} & \frac{R_1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Benzer şekilde $w_r = \frac{d\theta_r(t)}{dt}$, $w_L = \frac{d\theta_L(t)}{dt}$ ve $w = \frac{d\phi(t)}{dt}$ olmak üzere Denklem (4.21) vektör-matris formda yeniden düzenlenirse Denklem (4.27)'de verilen ifade elde edilir. Bu ifade yardımıyla tekerlek hızları yani sistem çıkışı bilinirken aks orta noktası etrafındaki açısal hızı bulunabilir. Açısal hızın bulunması sayesinde 2π radyan veya 360 derecede bir kendini sıfırlayan bir döngüsel integratör ile açısal konum (ϕ) yani

ETS duruşu hakkında bilgi sahibi olunabilir. Ayrıca Jacobian matrisleri içindeki $\sin\phi$, $\cos\phi$ gibi açısal konuma bağlı ifadelerin sayısal karşılıkları ve sistem çıkış değerleri kullanılarak global koordinatlardaki çizgisel hız bileşenleri ve yine integratörler vasıtasıyla konum bilgisine ulaşılabilir.

$$w(t) = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{W} & -\frac{R_1}{W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Denklem (4.26) ve Denklem (4.27) ifadeleri birleştirilirse Denklem (4.28) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} V_o(t) \\ w(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_1}{2} & \frac{R_1}{2} \\ \frac{R_1}{W} & -\frac{R_1}{W} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Denklem (4.28) kullanılarak 2x2 boyutlu matris tersi alınarak kinematik ilişki diğer yönüyle Denklem (4.29)'daki gibi de elde edilebilir.

$$\begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & \frac{W}{2R_1} \\ \frac{1}{R_1} & -\frac{W}{2R_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_o(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Bu ifade kumanda kolunun (joystick) sağ-sol ve ileri-geri şeklindeki pozisyonuna bağlı olarak oluşan sırasıyla açısal hız ($w(t)$) ve çizgisel hız ($V_o(t)$) referanslarından tekerlek hız referanslarına geçişte kullanılacaktır.

4.2. ETS Sisteminin Dinamik İlişkileri

Sisteme ait dinamiklerin ele alınması ve matematik modelin elde edilmesinde başlangıç olarak analitik mekanik yaklaşımı dahilinde olan Lagrange Formülasyonu temelinde şekillenmiş yöntemler kullanılacaktır. Bu yöntemler genel itibariyle ele alınan sistemin enerji denklemlerinden yola çıkarak sistem dinamikleri arasında ilişki kurulmasına olanak tanır [99].

Analitik mekanikten faydalanılarak; (enerji) korunumsuz sistemler için kullanılabilen, yitirgen (dissipative) enerji ile genişletilmiş Lagrange-Euler Denklemi [100]–[102] vasıtasıyla ETS hareket denklemi elde edilecektir. Kullanılacak temel ifade Denklem (4.30) da verilmiştir. Denklem (4.31) da verildiği üzere Lagrange fonksiyonu ($\mathcal{L}$) sistemin toplam kinetik enerjisi ile toplam potansiyel enerjisi arasındaki fark ile tanımlanır. Sistemimizde genelleştirilmiş koordinatlar ($\mathbf{q}_k$); tekerleklerle ait açısal deplasmanlardır. Genelleştirilmiş koordinatlar ($\mathbf{q}_k$); $k = r, L$ olmak üzere θ_r ve θ_L olarak alındığından genelleştirilmiş koordinat yönünde uygulanan etki olarak tanımlanan Q_k moment türünde bir etki olacaktır.

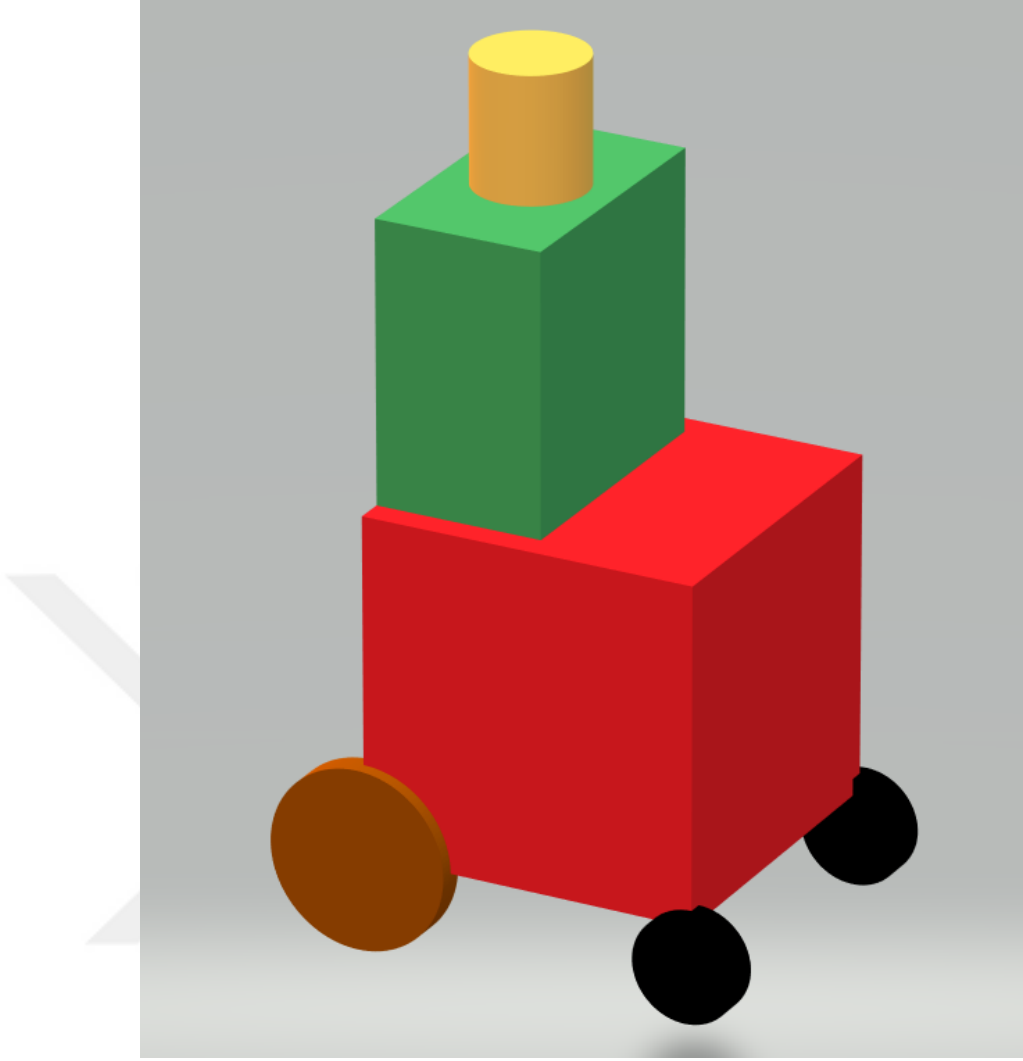
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = Q_k \quad (4.30)$$

$$\mathcal{L} = T - V \quad (4.31)$$

ETS hareket denkleminin elde edilebilmesi için; önce sistemin toplam kinetik, potansiyel ve yitirgen enerji ifadeleri yazılmalı sonrasında sistemimizdeki aktüatör/eyleyiciler olan motorlar tarafından üretilen moment etkisi ile eşitlenmelidir.

4.2.1. ETS kinetik enerjisi

ETS toplam kütlesi çizgisel ve açısal hız bileşenlerini içeren bir manevra yapmaktadır. ETS kinetik enerjisi ele alınırken translasyonel(doğrusal-çizgisel) ve rotasyonel(dönme-açısal) hareketleri dikkate alınacaktır. Ayrıca ön ve arka tekerlekler toplam kütle içerisinde ETS'nin bahsi geçen hareketlerine bağımlı olarak hareket etmekle birlikte ETS toplam kütesinden bağımsız olarak da tekerlek kütlesi ile kendi mili etrafında dönme hareketi yapmaktadır. Toplam kinetik enerji yazılırken tüm kütlelerin ve bağımsız kütle parçalarının sergiledikleri tüm hareket türleri dikkate alınacaktır. Bu sebeple ETS ve kullanıcıdan oluşan toplam kütle ayrı ayrı ataetlerin belli bir referans noktaya göre hesaplanabileceği biçimde farklı hacim ve kütle porsiyonlarına ayrılmıştır. Literatürde de bazı çalışmalarda [103] bu yaklaşımın kullanıldığını görmekteyiz. Kinetik enerji ifadeleri yazılmadan önce bu ifadelerde kullanılacak kütleler ve eylemsizlik momentleri aşağıda bahsi geçen yaklaşım ile sırasıyla incelenecektir.



Şekil 4.4. ETS 3 boyutlu sembolik görseli ve farklı renklerde kütesel porsiyonları

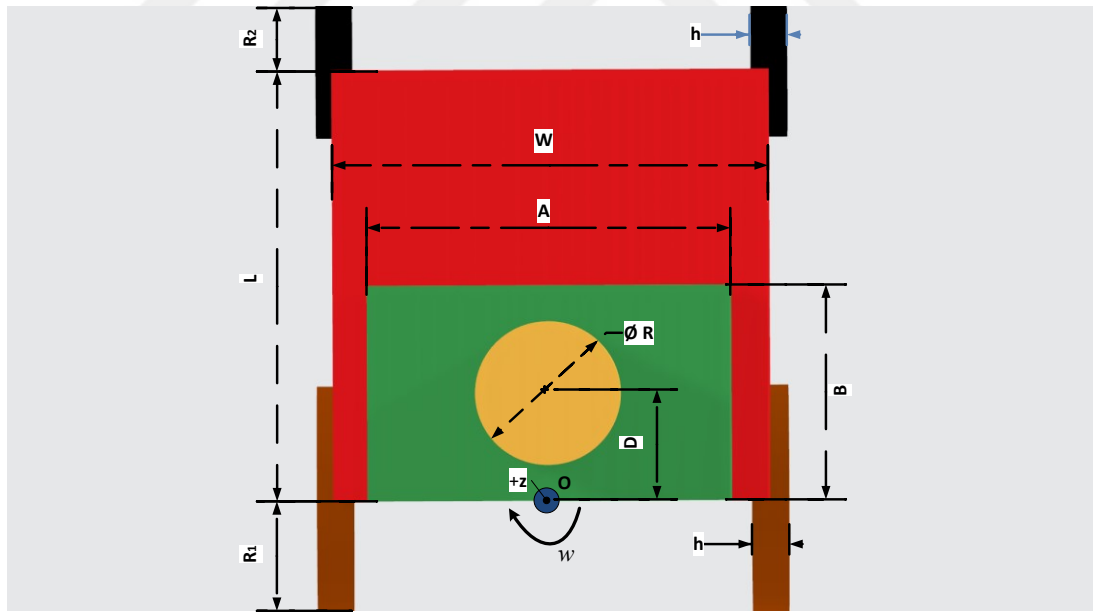
ETS ve kullanıcı bireyden oluşan toplam cismin kütlesi Denklem (4.32)'de verilmiştir. Bu toplam cismin aks orta noktasından geçen hayali düşey eksen etrafındaki dönme hareketine yönelik toplam atalet momenti (J), toplam cismin homojen ağırlık dağılımına sahip düzgün geometrik parçalara ayrılması yaklaşıklığı ile bulunacaktır. Bu parçalar ön (castor) ve arka tekerlekler ile alt, orta, üst gövde olarak sıralanabilir. Şekil 4.4.'te bu parçalar farklı renklerde verilmiş ve ilgilenilen ETS ile uyumlu boyutlarda çizilmiş ve ayrıca Tablo 4.1.'de bu parçalara ait parametreler şekildeki renkleriyle beraber açıklanmıştır. ETS gövdesi ve kullanıcı bireyin kütleleri bu parçalara gerçeğe uygun olarak Denklem (4.33)'te verildiği gibi dağıtılmıştır. Burada ideal ağırlık ve vücut dağılımına sahip bir insanın vücut analiz verileri ile ele alınan ETS ağırlığı ve ağırlık dağılımı dikkate alınmıştır.

$$m = m_{kullanıcı} + m_{ETS} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} m_{castor} &= \%1 * m_{ETS} \\ m_{tekerlek} &= \%4 * m_{ETS} \\ m_{alt} &= \%45 * m_{kullanıcı} + \%80 * m_{ETS} \\ m_{orta} &= \%50 * m_{kullanıcı} + \%10 * m_{ETS} \\ m_{ust} &= \%5 * m_{kullanıcı} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Tablo 4.1. ETS kütle parçaları

Parametre:	Açıklama:
m_{castor}	Ön (castor) tekerlek kütlesi (siyah renkte)
$m_{tekerlek}$	Arka (itici) tekerlek kütlesi (turuncu renkte)
m_{alt}	Alt kısmın kütlesi (kırmızı renkte)
m_{orta}	Orta kısmın kütlesi (yeşil renkte)
m_{ust}	Üst kısmın kütlesi (sarı renkte)
$m_{kullanıcı}$	Kullanıcı bireyin kütlesi
m_{ETS}	ETS iskeleti ve tüm donanımlarının kütlesi
m	ETS ve kullanıcıdan oluşan toplam kütle



Şekil 4.5. ETS üstten görünümü ve ölçülendirilmesi

Kütlesel olarak dağılımları yapılan düzgün geometriye sahip her bir parçanın Şekil 4.5.'te üstten görünüşü verilmiş ve ölçülendirilmesi parametrik olarak yapılmıştır. Şekil 4.5.'te işaretlenen ve Denklem (4.34)'te kullanılan parametrelere dair ayrıntılar Tablo 4.2.'de verilmiştir.

Tablo 4.2. ETS sistemi mekanik parametreleri

Parametre:	Açıklama:
O	Arka (itici) tekerlekler arası aks mesafesinin ortasındaki dönme noktası
$+z$	ETS üstten görünümünde O noktasındaki yüzey normali yönünde tanımlı eksen
J_{castor}	Ön (castor) tekerlek (siyah) kütlelerinin $+z$ eksenine göre dönme atalet momenti
$J_{tekerlek}$	Arka (itici) tekerlek (turuncu) kütlelerinin $+z$ eksenine göre dönme atalet momenti
J_{alt}	Alt kısım (kırmızı) kütlelerinin $+z$ eksenine göre dönme atalet momenti
J_{orta}	Orta kısım (yeşil) kütlelerinin $+z$ eksenine göre dönme atalet momenti
J_{ust}	Üst kısım (sarı) kütlelerinin $+z$ eksenine göre dönme atalet momenti
J	ETS ve kullanıcıdan oluşan toplam kütlelerin $+z$ eksenine göre dönme atalet momenti
R_1	Arka (itici) tekerleklerin yarı çapı
R_2	Ön (castor) tekerleklerin yarı çapı
h	Ön (castor) ve Arka (itici) tekerlekleri ifade eden disk şekillerin genişliği
W	Alt kısmı (kırmızı) ifade eden dikdörtgen prizma şeklin en uzunluğu (aks mesafesi)
L	Alt kısmı (kırmızı) ifade eden dikdörtgen prizma şeklin boy uzunluğu
A	Orta kısmı (yeşil) ifade eden dikdörtgen prizma şeklin en uzunluğu
B	Orta kısmı (yeşil) ifade eden dikdörtgen prizma şeklin boy uzunluğu
D	Üst kısım (sarı) ağırlık merkezinin dönme noktasına olan uzaklığı
R	Üst kısmı (sarı) ifade eden silindir şeklin çap uzunluğu

Verilen ölçüler ile kütleler; disk, dikdörtgen prizma, silindir gibi bilinen geometrik şekillerin atalet momentleri ve Paralel Eksenler Teoremi [104] kullanılarak her bir parçaya ait **O** noktasının yüzey normali olarak düşünülebilecek Şekil 4.5.'te verilen $+z$ dönme eksenine etrafındaki atalet momenti Denklem (4.34)'de hesaplanmıştır. Cismin tümüne dair toplam atalet momenti ise Denklem (4.35)'de elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
 J_{castor} &= \frac{1}{12} m_{castor} (3R_2^2 + h^2) + m_{castor} (L^2 + (W/2)^2) \\
 J_{tekerlek} &= \frac{1}{12} m_{tekerlek} (3R_1^2 + h^2) + m_{tekerlek} (W/2)^2 \\
 J_{alt} &= \frac{1}{12} m_{alt} (W^2 + L^2) + m_{alt} (L/2)^2
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned}
 J_{orta} &= \frac{1}{12} m_{orta} (A^2 + B^2) + m_{orta} (B/2)^2 \\
 J_{ust} &= \frac{1}{2} m_{ust} (R/2)^2 + m_{ust} D^2 \\
 J &= 2(J_{castor} + J_{tekerlek}) + J_{alt} + J_{orta} + J_{ust}
 \end{aligned} \tag{4.35}$$

4.2.1.1. ETS çizgisel hareketinin kinetik enerjisi

ETS toplam kütesinin çizgisel hareketi incelenirken aks orta noktası referans kabul edilir ve bu noktanın çizgisel hızı ETS çizgisel hızı olarak düşünülürse ($V_0 = v$), Denklem (4.26) da dikkate alınarak; arka tekerlek hızlarına bağlı ETS çizgisel hız ifadesi Denklem (4.36)'daki gibi elde edilir.

$$v = \frac{R_1}{2} (w_r + w_L) \quad (4.36)$$

Denklem (4.36)'da verilen çizgisel hız ifadesinden yola çıkılarak, ETS çizgisel(translasyonel) hareketinin kinetik enerjisi Denklem (4.37) şeklinde bulunur.

$$K_{\text{çizgisel}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{R_1}{2} (\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_L) \right)^2 \quad (4.37)$$

4.2.1.2. ETS açısal hareketinin kinetik enerjisi

ETS toplam kütesinin açısal dönme hareketi incelenirken aks orta noktasından yere dik geçen eksen referans dönme eksenini kabul edilir ve daha önceden elde edilen Denklem (4.27) de dikkate alınarak bu nokta etrafında ETS açısal hızı Denklem (4.38) ile verilir.

$$w = \frac{R_1}{W} (w_r - w_L) \quad (4.38)$$

Denklem (4.38) ile verilen açısal hız ifadesi ile ETS açısal (rotasyonel) hareketinin kinetik enerjisi Denklem (4.39) şeklinde bulunur.

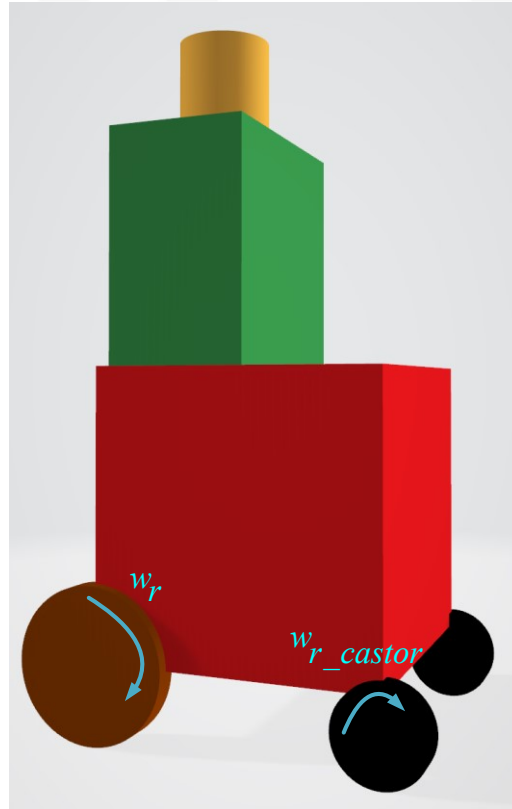
$$K_{\text{açısal}} = \frac{1}{2} J w^2 = \frac{1}{2} J \left(\frac{R_1}{W} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_L) \right)^2 \quad (4.39)$$

4.2.1.3. ETS tekerleklerinin milleri etrafındaki açısai hareketinin kinetik enerjisi

Bu kısımda arka tekerleklerin yanı sıra, castor tekerleklerin de milleri etrafındaki açısai hareketlerine karşı atalet momentleri olduğu yaklaşıımı ile castor tekerleklerin de kinetik enerji ifadeleri incelenecektir. Her ne kadar ETS dönüş hareketlerinde ön (castor) tekerlekler çizgisel olarak arka tekerleklerden daha fazla yol alsalar da [105] karmaşıklıktan kaçınmak için dönme hareketi yapılmıyor düz bir çizgide ilerleniyor gibi bir yaklaşıklık ile ön (castor) tekerleklerin yarıçaplarıyla arka tekerlek yarıçapları arası ilişkiden ön tekerleklerin açısai hızları elde edilecek ve buna bağıli kinetik enerji ifadeleri yazılacaktır. Arka tekerlek açısai hızları ve tekerlek yarıçaplarıyla orantılı olarak sağı ve sol castor tekerlekler için açısai hızlar (w_{r_castor} , w_{L_castor}) sırasıyla Denklem (4.40) ve Denklem (4.41)'de verilmiştir.

$$w_{r_castor} = \frac{\dot{\theta}_r R_1}{R_2} \quad (4.40)$$

$$w_{L_castor} = \frac{\dot{\theta}_L R_1}{R_2} \quad (4.41)$$



Şekil 4.6. ETS 3 boyutlu çiziminde ön ve arka tekerlek açısai hızları

Denklemlerin daha iyi anlaşılabilmesi için Şekil 4.6.'da örnek olarak sağ ön ve arka tekerleklerin açısal hızları yerlerine yazılmış ve görselleştirilmiştir. Castor ve arka tekerleklerin atalet momentleri (J_{castor_mil} , $J_{tekerlek_mil}$), homojen kütle dağılımına sahip bilinen şekillerdeki cisimlerin atalet momentlerinin boyutları ve kütle bilgileri cinsinden hesaplanabileceği fikri ile tekerlekler merkezleri etrafında dönen diskler gibi düşünülerek [104]; Denklem (4.42) ve Denklem (4.43)'te verilmiştir. Bu ifadeler daha önceden verilen, tekerleklerin ETS toplam kütlesi ile birlikte yaptığı dönme hareketine karşın atalet momentleri ile karıştırılmamalıdır. Bu atalet momentleri tekerleklerin kendi milleri etrafında gerçekleştirdikleri dönme hareketine dairdir.

$$J_{castor_mil} = \frac{1}{2} m_{castor} (R_2)^2 \quad (4.42)$$

$$J_{tekerlek_mil} = \frac{1}{2} m_{tekerlek} (R_1)^2 \quad (4.43)$$

Denklem (4.40), Denklem (4.41) ile Denklem (4.42), Denklem (4.43) ifadeleri birlikte kullanılarak castor tekerleklerin milleri etrafındaki açısal hareketlerinin kinetik enerjisi Denklem (4.44)'te; arka tekerleklerin milleri etrafındaki açısal hareketlerinin kinetik enerjisi Denklem (4.45)'te verilmiştir.

$$K_{r_castor} = \frac{1}{2} J_{castor_mil} (w_{r_castor})^2 = \frac{1}{2} J_{castor_mil} \left(\frac{\dot{\theta}_r R_1}{R_2} \right)^2 \quad (4.44)$$

$$K_{L_castor} = \frac{1}{2} J_{castor_mil} (w_{L_castor})^2 = \frac{1}{2} J_{castor_mil} \left(\frac{\dot{\theta}_L R_1}{R_2} \right)^2$$

$$K_{r_tekerlek} = \frac{1}{2} J_{tekerlek_mil} (\dot{\theta}_r)^2 \quad (4.45)$$

$$K_{L_tekerlek} = \frac{1}{2} J_{tekerlek_mil} (\dot{\theta}_L)^2$$

Tekerleklerle ait ayrı ayrı verilen bu kinetik enerjilerin toplamı, tüm tekerleklerin milleri etrafındaki açısal hareketlerine dair kinetik enerjiyi Denklem (4.46)'da ifade edildiği şekilde verecektir.

$$K_{tekerlekler} = K_{r_castor} + K_{L_castor} + K_{r_tekerlek} + K_{L_tekerlek} \quad (4.46)$$

Denklem (4.46); Denklem (4.44) ve Denklem (4.45) kullanılarak Denklem (4.47) gibi tekrar yazılabilir.

$$K_{tekerlekler} = \frac{1}{2} \left[\left(J_{castor_mil} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 + J_{tekerlek_mil} \right) (\dot{\theta}_r)^2 + \left(J_{castor_mil} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 + J_{tekerlek_mil} \right) (\dot{\theta}_L)^2 \right] \quad (4.47)$$

Denklem (4.47); Denklem (4.48)'de verilen ifade kullanılarak daha sade bir hale getirilebilir.

$$J_w = J_{castor_mil} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 + J_{tekerlek_mil} \quad (4.48)$$

Nihayetinde tüm tekerleklerle ait kendi milleri etrafındaki açısal harekete dair toplam kinetik enerji Denklem (4.49)'da verilen biçimde karşımıza çıkar.

$$K_{tekerlekler} = \frac{1}{2} J_w (\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_L^2) \quad (4.49)$$

4.2.1.4. ETS tüm kinetik enerjileri toplamı

ETS toplam kinetik enerjisi, Denklem (4.37), Denklem (4.39) ve Denklem (4.49)'da elde edilen kinetik enerji ifadelerinin toplamından oluşacaktır. Bahsi edilen toplam kinetik enerji Denklem (4.50) ve Denklem (4.51)'de elde edilmiştir.

$$T = K_{çizgisel} + K_{açısal} + K_{tekerlekler} \quad (4.50)$$

$$T = \underbrace{\frac{1}{2} m \left(\frac{R_1}{2} (\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_L) \right)^2}_{çizgisel} + \underbrace{\frac{1}{2} J \left(\frac{R_1}{W} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_L) \right)^2}_{açısal} + \underbrace{\frac{1}{2} J_w (\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_L^2)}_{Açısal} \quad (4.51)$$

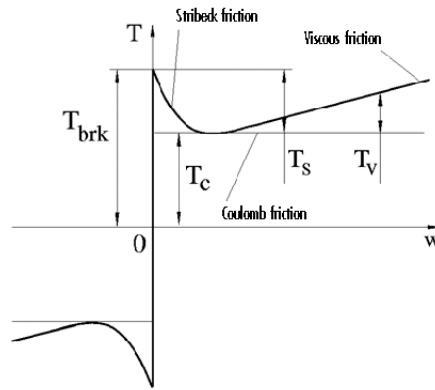
4.2.2. ETS potansiyel enerjisi

Potansiyel enerji bazı modelleme yaklaşımlarında [24] dikkate alınmasına rağmen model basitliği açısından; ETS'nin eğimli olmayan bir yolda hareket ettiği varsayılacak ve bu yüzden potansiyel enerji değişimi olmadığı kabul edilecektir.

Gerçekte eğimin değişikliği tekerlekler üzerinde bir yük momenti oluşturacağından eğim varlığı veya değişimi bir bozucu işaret (moment) olarak değerlendirilerek modele dışardan etki ettiği düşünülecek, modele dahil edilmeyecektir.

4.2.3. ETS yitirgen enerjisi

Yitirgen (dissipative) enerji bileşenleri olan sürtünme, kayma-patinaj(slipping) unsurları ele alınırken model doğruluğu ve basitliği gözetilmiştir. Buna binaen kayma olmadığı varsayımı yapılmıştır. Dönen cisimler hakkındaki sürtünme bileşenlerinden Stribeck etkisinin kalkışta geçici halde etkili olması, Coulomb sürtünmesinin tekerlek dönüş hızından bağımsız sabit bir büyüklükte olması [106] ve bu yüzden bozucu bir moment olarak değerlendirilebilmesi nedenleriyle bu sürtünmeler model dinamiği içerisinde yazılmamıştır. Viskoz (viscous) sürtünme ve buna bağlı yitirgen enerji ifadeleri tekerlek veya motor hızlarına bağlı artan şekilde değiştiğinden [107] (her ne kadar düşük hızlarda Coulomb sürtünmesi yanında küçük kalsa da [24]) model dinamiği içerisinde değerlendirilmiş ve ihmal edilmemiştir. Şekil 4.7.'de dönen cisimlerin etkilendiği sürtünme çeşitleri ve bunların açısal hıza bağlı değişimleri verilmiştir.



Şekil 4.7. Sürtünme kaynaklı momentlerin açısal hıza bağlı değişimi grafiği [108]

Tüm yitirgen enerjinin ön ve arka tekerleklerin viskoz sürtünmeleri olduğu varsayımıyla yitirgen enerji ifadesi Rayleigh Yitirgen Fonksiyonu [109] yardımıyla Denklem (4.52)'deki gibi ifade edilmiştir. Ön ve arka tekerleklerin Denklem (4.40) ve Denklem (4.41)'de verildiği üzere yarıçapları ile orantılı açısal hızlara sahip olduğu ve

gerçek sistem incelenerek ön tekerlek viskoz sürtünme katsayılarının arka tekerleklere göre onda bir oranda küçük olduğu varsayılmıştır. Ayrıca sağ ve sol arka tekerleklere ait viskoz sürtünme katsayıları (B_{wr} , B_{wL}) özdeş kabul edilmiş ve ön ve arka tekerleklere ait viskoz sürtünme katsayısı ifadeleri Denklem (4.53)'te toparlanmıştır.

$$D = \frac{1}{2} \left[\left(0.1 B_{wr} \left(\frac{\dot{\theta}_r R_1}{R_2} \right)^2 + B_{wr} \dot{\theta}_r^2 \right) + \left(0.1 B_{wL} \left(\frac{\dot{\theta}_L R_1}{R_2} \right)^2 + B_{wL} \dot{\theta}_L^2 \right) \right] \quad (4.52)$$

$$0.1 B_{wr} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 + B_{wr} = 0.1 B_{wL} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 + B_{wL} = B_w \quad (4.53)$$

Denklemler birlikte kullanılarak kompakt formda düzenlenirse ETS toplam yitirgen enerjisi Denklem (4.54) da verildiği gibi bulunur.

$$D = \frac{1}{2} B_w \left(\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_L^2 \right) \quad (4.54)$$

4.3. ETS Sisteminin Hareket Denklemi ve Diğer Dinamik Denklemleri

Daha önce de Denklem (4.30)'da verilen ETS hareket denklemi ve Lagrangian ifadesi; Denklem (4.55) ve Denklem (4.56) tekrar verilerek burada yeniden hatırlanmıştır. Bu ifadelerde geçen parametreler ve açıklamaları da Tablo 4.3.'te ayrıca verilmiştir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = Q_k \quad (4.55)$$

$$\mathcal{L} = T - V \quad (4.56)$$

Tablo 4.3. Lagrange hareket denklemi parametreleri

Parametre:	Açıklama:
$\mathcal{L}$	Lagrange fonksiyonu (Lagrangian)
T	Sistemin toplam kinetik enerjisi
V	Sistemin toplam potansiyel enerjisi
D	Sistemin toplam yitirgen enerjisi
k	Genelleştirilmiş koordinata dair indis
q_k	k. genelleştirilmiş koordinat
Q_k	k. genelleştirilmiş koordinat yönünde uygulanan etki

Potansiyel enerji değişimi olmadığı varsayımı ve Denklem (4.51) ile verilen kinetik enerji ifadesi dikkate alınarak; Denklem (4.56)'da verilen Lagrangian ifadesi Denklem (4.57)'deki gibi tekrar yazılabilir.

$$L = \frac{1}{2} m \left(\frac{R_1}{2} (\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_L) \right)^2 + \frac{1}{2} J \left(\frac{R_1}{W} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_L) \right)^2 + \frac{1}{2} J_w (\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_L^2) \quad (4.57)$$

$k = r, L$ olmak üzere genelleştirilmiş koordinatlarımız θ_r ve θ_L ; genelleştirilmiş koordinatlar yönündeki etkiler T_r ve T_L tork/momentleridir. Denklem (4.57)'deki Lagrangian ifadesi ve Denklem (4.54)'deki sistemin toplam yitirgen enerjisi de dikkate alınarak; Denklem (4.55)'te verilen bilgiler ışığında tekrar yazılırsa, sağ ve sol arka tekerlek için sırasıyla Denklem (4.58) ve Denklem (4.59) elde edilir.

$$T_r = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_r} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_r} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_r} \quad (4.58)$$

$$T_r = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_r} \left\{ \frac{1}{2} m \left(\frac{R_1}{2} (\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_L) \right)^2 + \frac{1}{2} J \left(\frac{R_1}{W} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_L) \right)^2 + \frac{1}{2} J_w (\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_L^2) \right\} \right) + \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_r} \left\{ \frac{1}{2} B_w (\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_L^2) \right\}$$

$$T_L = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_L} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_L} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}_L} \quad (4.59)$$

$$T_L = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_L} \left\{ \frac{1}{2} m \left(\frac{R_1}{2} (\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_L) \right)^2 + \frac{1}{2} J \left(\frac{R_1}{W} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_L) \right)^2 + \frac{1}{2} J_w (\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_L^2) \right\} \right) + \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_L} \left\{ \frac{1}{2} B_w (\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_L^2) \right\}$$

Denklem (4.58) ve Denklem (4.59) ile verilen mekanik eşitliklerdeki genelleştirilmiş koordinat türevlerine göre kısmi türevler alınırsa sağ ve sol tekerlekler için sırasıyla Denklem (4.60) ve Denklem (4.61) elde edilir.

$$T_r = \frac{d}{dt} \left(m \frac{R_1^2}{4} (\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_L) + J \frac{R_1^2}{W^2} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_L) + J_w \dot{\theta}_r \right) + B_w \dot{\theta}_r \quad (4.60)$$

$$T_L = \frac{d}{dt} \left(m \frac{R_1^2}{4} (\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_L) - J \frac{R_1^2}{W^2} (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_L) + J_w \dot{\theta}_L \right) + B_w \dot{\theta}_L \quad (4.61)$$

Benzer şekilde Denklem (4.60) ve Denklem (4.61) ile verilen mekanik eşitliklerdeki zamana göre türevler alınırsa sağ ve sol tekerlekler için sırasıyla Denklem (4.62) ve Denklem (4.63) elde edilir.

$$T_r = m \frac{R_1^2}{4} (\ddot{\theta}_r + \ddot{\theta}_L) + J \frac{R_1^2}{W^2} (\ddot{\theta}_r - \ddot{\theta}_L) + J_w \ddot{\theta}_r + B_w \dot{\theta}_r \quad (4.62)$$

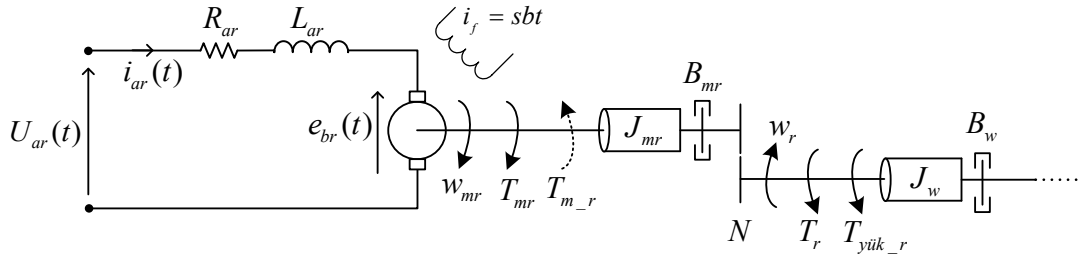
$$T_L = m \frac{R_1^2}{4} (\ddot{\theta}_r + \ddot{\theta}_L) - J \frac{R_1^2}{W^2} (\ddot{\theta}_r - \ddot{\theta}_L) + J_w \ddot{\theta}_L + B_w \dot{\theta}_L \quad (4.63)$$

Denklem (4.62) ve Denklem (4.63)'te verilen ifadeler; tekerlek açısal konumlarının türevleri ($\dot{\theta}_r$ ve $\dot{\theta}_L$) yerine açısal hız ifadeleri (w_r ve w_L) cinsinden ortak parantezlere alınarak sırasıyla Denklem (4.64) ve Denklem (4.65) şeklinde düzenlenebilir. Bunlar tekerlek mili üzerindeki tekerleğe ve ETS sisteminin mekanik yapısına bağlı moment ifadeleridir. Ayrıca tekerlek millerine zemin yapısına ve eğimine bağlı olarak yük momentleri ($T_{yük_r}$, $T_{yük_L}$) de ayrıca etki edecektir.

$$T_r = \left(\frac{mR_1^2}{4} + J_w + \frac{JR_1^2}{W^2} \right) \frac{dw_r}{dt} + B_w w_r + \left(\frac{mR_1^2}{4} - \frac{JR_1^2}{W^2} \right) \frac{dw_L}{dt} \quad (4.64)$$

$$T_L = \left(\frac{mR_1^2}{4} + J_w + \frac{JR_1^2}{W^2} \right) \frac{dw_L}{dt} + B_w w_L + \left(\frac{mR_1^2}{4} - \frac{JR_1^2}{W^2} \right) \frac{dw_r}{dt} \quad (4.65)$$

ETS sisteminin sürülmesi için tekerlek miline gerekli itki DC motor mili üzerinden bir vites kutusu sayesinde aktarılmaktadır. Bu vites kutusunun çevrim oranı N ile ifade edilecektir. DC motorların modellenmesi kontrol alanındaki kaynak eserlerde elektromekanik sistemlere örnek teşkil etmesi yönüyle sıklıkla incelenmektedir [110]. İfadeleri daha önce elde edildiği ve bilindiği için ETS mekaniğinden ayrıştırılmış örnek olarak sağ tekerlek ve motora ait miller ile vites kutusu eşdeğer gösterimi ve motor armatür eşdeğer devresi Şekil 4.8.'de verilmektedir. Şekilden hareketle tekerlek mili tarafında Denklem (4.64) ve Denklem (4.65)'te yazılan moment ifadeleri, motorların ürettiği moment ifadeleri ve yük momentlerinin dahil edildiği mekanik eşitlik motor mili dinamiği de dikkate alınarak sağ ve sol itki sistemi için motor mili tarafında tekerlek hızları yerine motor hızları cinsinden yazılacaktır.



Şekil 4.8. Sağ itki sistemi

Vites kutusu oranı N ve $k = r, L$ olmak üzere tekerlek ve motor mili hızları arasındaki ilişki ve tekerlek mili üzerindeki momentlerin motor mili üzerine yansıtılmasına dair ifade sırasıyla Denklem (4.66) ve Denklem (4.67) ile aşağıda verilmiştir.

$$w_k(t) = N w_{mk}(t) \quad (4.66)$$

$$T_{m_k}(t) = N T_k(t) + N T_{yük_k}(t) \quad (4.67)$$

Buraya kadar tekerlek ve ETS iskeleti tarafına dair dinamik denklemlerin yazılmasında kullanılan parametreler ve açıklamaları Tablo 4.4.'te verilmiştir.

Tablo 4.4. ETS iskeletine dair parametreler

Parametre:	Açıklama: (k=r indisi ve k=L indisi için)
T_{m_k}	Tekerlek mili tarafındaki toplam momentin motor milinde oluşturduğu moment
N	Vites kutusu çevrim oranı
w_k	Tekerlek açısal hızı
T_k	Tekerlek tarafında doğrudan ETS'den kaynaklı moment
$T_{yük_k}$	Zemin yapısı ve eğime bağlı dış bozucu etkiye ait moment
J_w	Tekerlek atalet momenti
B_w	Tekerlek viskoz sürtünme katsayısı
R_1	Arka itki tekerleği yarıçapı
W	Arka tekerlekler arası aks mesafesi
J	Kullanıcı ile ETS sistemine ait atalet momenti
m	Kullanıcı ile ETS sistemi toplam kütlesi

Denklem (4.67) ifadesi, Denklem (4.64) ve Denklem (4.65) kullanılarak tekerlek hızları yerine motor mil hızları cinsinden sağ ve sol taraf için yazılırsa sırasıyla Denklem (4.68) ve Denklem (4.69) elde edilir.

$$T_{m_r} = N \left(\frac{mR_l^2}{4} + J_w + \frac{JR_l^2}{W^2} \right) N \frac{dw_{mr}}{dt} + NB_w N w_{mr} + N \left(\frac{mR_l^2}{4} - \frac{JR_l^2}{W^2} \right) N \frac{dw_{mL}}{dt} + NT_{yük_r} \quad (4.68)$$

$$T_{m_L} = N \left(\frac{mR_l^2}{4} + J_w + \frac{JR_l^2}{W^2} \right) N \frac{dw_{mL}}{dt} + NB_w N w_{mL} + N \left(\frac{mR_l^2}{4} - \frac{JR_l^2}{W^2} \right) N \frac{dw_{mr}}{dt} + NT_{yük_L} \quad (4.69)$$

Denklem (4.68) ve Denklem (4.69); tanımlaması aşağıda yapılan Denklem (4.70) ve Denklem (4.71)'de verilen ifadelerle toparlanırsa Denklem (4.72) ve Denklem (4.73) elde edilir.

$$J_{aa} = N \left(\frac{mR_l^2}{4} + J_w + \frac{JR_l^2}{W^2} \right) \quad (4.70)$$

$$J_{bb} = N \left(\frac{mR_l^2}{4} - \frac{JR_l^2}{W^2} \right) \quad (4.71)$$

$$T_{m_r} = J_{aa} N \frac{dw_{mr}}{dt} + B_w N^2 w_{mr} + J_{bb} N \frac{dw_{mL}}{dt} + T_{yük_r} N \quad (4.72)$$

$$T_{m_L} = J_{aa} N \frac{dw_{mL}}{dt} + B_w N^2 w_{mL} + J_{bb} N \frac{dw_{mr}}{dt} + T_{yük_L} N \quad (4.73)$$

Şekil 4.8.'de motor mili üzerinde görülen momentler kullanılarak mekanik eşitlik sağ ve sol taraf için yazılmak istenirse; Denklem (4.67) ile Denklem (4.72) ve Denklem (4.73) de kullanılarak Denklem (4.74) ve Denklem (4.75) elde edilir.

$$T_{mr} = J_{mr} \frac{dw_{mr}}{dt} + B_{mr} w_{mr} + T_{m_r} \quad (4.74)$$

$$T_{mr} = J_{mr} \frac{dw_{mr}}{dt} + B_{mr} w_{mr} + B_w N^2 w_{mr} + J_{aa} N \frac{dw_{mr}}{dt} + J_{bb} N \frac{dw_{mL}}{dt} + T_{yük_r} N$$

$$T_{mL} = J_{mL} \frac{dw_{mL}}{dt} + B_{mL} w_{mL} + T_{m_L}$$

$$T_{mL} = J_{mL} \frac{dw_{mL}}{dt} + B_{mL} w_{mL} + B_w N^2 w_{mL} + J_{aa} N \frac{dw_{mL}}{dt} + J_{bb} N \frac{dw_{mr}}{dt} + T_{yük_L} N$$
(4.75)

Bu ifadelerdeki tekerlek mili sürtünmelerinin (B_w); vites kutusu çarpanı (N) küçük bir değer olduğu için motor mili tarafında etkisi azalacaktır. Dolayısıyla ihmal edilmesi veya motor mili sürtünmesi içinde kabul edilmesi denklemleri sadeleştirecektir. Bu düşünceyle Denklem (4.74) ve Denklem (4.75)'te ilgili terimler sadeleştirilerek Denklem (4.76) ve Denklem (4.77) elde edilmiştir.

$$T_{mr} = J_{mr} \frac{dw_{mr}}{dt} + B_{mr} w_{mr} + J_{aa} N \frac{dw_{mr}}{dt} + J_{bb} N \frac{dw_{mL}}{dt} + T_{yük_r} N$$
(4.76)

$$T_{mL} = J_{mL} \frac{dw_{mL}}{dt} + B_{mL} w_{mL} + J_{aa} N \frac{dw_{mL}}{dt} + J_{bb} N \frac{dw_{mr}}{dt} + T_{yük_L} N$$
(4.77)

Denklem (4.76) ve Denklem (4.77)'deki mekanik momentler, motorların ürettiği elektriksel momentler ile sağlanacaktır. Buna dair ifadeler Denklem (4.78) ve Denklem (4.79)'da verilmiştir.

$$T_{mr} = T_{er}$$

$$T_{er} = K_{ar} i_{ar}$$
(4.78)

$$K_{ar} i_{ar} = J_{mr} \frac{dw_{mr}}{dt} + B_{mr} w_{mr} + J_{aa} N \frac{dw_{mr}}{dt} + J_{bb} N \frac{dw_{mL}}{dt} + T_{yük_r} N$$

$$T_{mL} = T_{eL}$$

$$T_{eL} = K_{aL} i_{aL}$$
(4.79)

$$K_{aL} i_{aL} = J_{mL} \frac{dw_{mL}}{dt} + B_{mL} w_{mL} + J_{aa} N \frac{dw_{mL}}{dt} + J_{bb} N \frac{dw_{mr}}{dt} + T_{yük_L} N$$

Denklem (4.78) ve Denklem (4.79)'da bulunan son eşitliklerde türev ifadeleri eşitliğin sol tarafında olacak şekilde düzenlenirse Denklem (4.80) ve Denklem (4.81) aşağıdaki gibi bulunur.

$$J_{mr} \frac{dw_{mr}}{dt} + J_{aa} N \frac{dw_{mr}}{dt} + J_{bb} N \frac{dw_{mL}}{dt} = K_{ar} i_{ar} - B_{mr} w_{mr} - T_{yük_r} N \quad (4.80)$$

$$J_{mL} \frac{dw_{mL}}{dt} + J_{aa} N \frac{dw_{mL}}{dt} + J_{bb} N \frac{dw_{mr}}{dt} = K_{aL} i_{aL} - B_{mL} w_{mL} - T_{yük_L} N \quad (4.81)$$

Denklem (4.80) ve Denklem (4.81) bir arada kullanılarak vektör matris formda düzenlenirse; Denklem (4.82)'ye ulaşılır.

$$\begin{bmatrix} J_{mr} + J_{aa}N & J_{bb}N \\ J_{bb}N & J_{mL} + J_{aa}N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dw_{mr}}{dt} \\ \frac{dw_{mL}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_{mr} & K_{ar} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_{mL} & K_{aL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix} - N \begin{bmatrix} T_{yük_r}(t) \\ T_{yük_L}(t) \end{bmatrix} \quad (4.82)$$

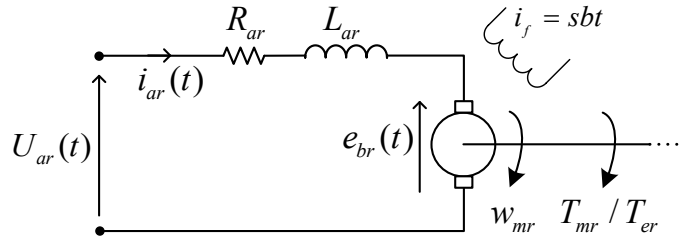
Denklem (4.82), Denklem (4.83)'te verilen matris tanımlaması ile Denklem (4.84)'te verilen biçimde düzenlenebilir.

$$\begin{bmatrix} J_{mr} + J_{aa}N & J_{bb}N \\ J_{bb}N & J_{mL} + J_{aa}N \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} J_{rr} & J_{rL} \\ J_{Lr} & J_{LL} \end{bmatrix} \quad (4.83)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dw_{mr}(t)}{dt} \\ \frac{dw_{mL}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{rr} & J_{rL} \\ J_{Lr} & J_{LL} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} -B_{mr} & K_{ar} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_{mL} & K_{aL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix} - N \begin{bmatrix} T_{yük_r}(t) \\ T_{yük_L}(t) \end{bmatrix} \right\} \quad (4.84)$$

Denklem (4.84)'te matris çarpımları yapılarak Denklem (4.85)'te verilen vektör-matris formdaki dinamik ilişki bulunur.

$$\begin{bmatrix} \frac{dw_{mr}(t)}{dt} \\ \frac{dw_{mL}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_{rr}B_{mr} & J_{rr}K_{ar} & -J_{rL}B_{mL} & J_{rL}K_{aL} \\ -J_{Lr}B_{mr} & J_{Lr}K_{ar} & -J_{LL}B_{mL} & J_{LL}K_{aL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} NJ_{rr} & NJ_{rL} \\ NJ_{Lr} & NJ_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{yük_r}(t) \\ T_{yük_L}(t) \end{bmatrix} \quad (4.85)$$



Şekil 4.9. Sağ motor armatür devresi

Şekil 4.9.'da örnek olarak verilen sağ motor armatür devresi ve benzer şekilde sol motor armatür devresine dair Kirchhoff gerilim kanunu ile devre eşitliği yazılırsa Denklem (4.86) ve Denklem (4.87) elde edilir. Ters elektromotor kuvveti (emf) eşitlikleri ise Denklem (4.88) ve Denklem (4.89)'da verilmiştir. Denklem (4.86) ve Denklem (4.88) birlikte kullanılarak Denklem (4.90) elde edilebilir. Benzer şekilde Denklem (4.87) ve Denklem (4.89) birlikte kullanılarak Denklem (4.91) elde edilebilir.

$$U_{ar}(t) = R_{ar}i_{ar}(t) + L_{ar}\frac{di_{ar}(t)}{dt} + e_{br}(t) \quad (4.86)$$

$$U_{al}(t) = R_{al}i_{al}(t) + L_{al}\frac{di_{al}(t)}{dt} + e_{bl}(t) \quad (4.87)$$

$$e_{br}(t) = K_{br}w_{mr}(t) \quad (4.88)$$

$$e_{bl}(t) = K_{bl}w_{mL}(t) \quad (4.89)$$

$$U_{ar}(t) = R_{ar}i_{ar}(t) + L_{ar}\frac{di_{ar}(t)}{dt} + K_{br}w_{mr}(t) \quad (4.90)$$

$$U_{al}(t) = R_{al}i_{al}(t) + L_{al}\frac{di_{al}(t)}{dt} + K_{bl}w_{mL}(t) \quad (4.91)$$

Denklem (4.90) ve Denklem (4.91) düzenlenirse sırasıyla Denklem (4.92) ve Denklem (4.93) aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\frac{di_{ar}(t)}{dt} = -\frac{R_{ar}}{L_{ar}}i_{ar}(t) - \frac{K_{br}}{L_{ar}}w_{mr}(t) + \frac{1}{L_{ar}}U_{ar}(t) \quad (4.92)$$

$$\frac{di_{al}(t)}{dt} = -\frac{R_{al}}{L_{al}}i_{al}(t) - \frac{K_{bl}}{L_{al}}w_{mL}(t) + \frac{1}{L_{al}}U_{al}(t) \quad (4.93)$$

Denklem (4.92) ve Denklem (4.93)'te verilen ifadeler vektör-matris formda Denklem (4.94)'teki biçimde ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{ar}(t)}{dt} \\ \frac{di_{al}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_{br}}{L_{ar}} & -\frac{R_{ar}}{L_{ar}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K_{bl}}{L_{al}} & -\frac{R_{al}}{L_{al}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{ml}(t) \\ i_{al}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{ar}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{al}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ar}(t) \\ U_{al}(t) \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

Buraya kadar DC motor tarafı dinamik denklemlerin yazılmasında kullanılan parametreler ve açıklamalar Tablo 4.5.'te verilmiştir.

Tablo 4.5. ETS motor tarafı parametreleri

Parametre:	Açıklama: (k=r indisi ve k=L indisi için)
B_{mk}	Motor mili viskoz sürtünme katsayısı
J_{mk}	Motor mili atalet momenti
w_{mk}	Motor mili açısal hızı (rad/s)
T_{mk}	Motor mili mekanik momenti
T_{ek}	Motorun milinde/rotorunda ürettiği elektriksel moment
K_{ak}	Motor akım kazancı – (amper başına üretilen moment)
i_{ak}	Motor armatür akımı – (A)
R_{ak}	Motor armatür eşdeğer direnci – (Ohm)
L_{ak}	Motor armatür eşdeğer endüktansı – (H)
U_{ak}	Motor giriş gerilimi – (V)
e_{bk}	Ters Elektromotor Kuvveti – (V)
K_{bk}	Ters Elektromotor Kuvveti kazancı – (V.s/rad)

4.4. ETS Sürekli Zaman Durum Uzay Modeli

Daha önceden bulunan Denklem (4.85) ile Denklem (4.94) birleştirilirse ETS sürekli zaman durum uzay modeli Denklem (4.95)'teki gibi elde edilir. Burada A sürekli zaman sistem matrisi, B sürekli zaman giriş matrisi, W bozucu giriş matrisidir.

$$\begin{bmatrix} \frac{dw_{mr}(t)}{dt} \\ \frac{di_{ar}(t)}{dt} \\ \frac{dw_{mL}(t)}{dt} \\ \frac{di_{aL}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -J_{rr}B_{mr} & K_{ar}J_{rr} & -J_{rL}B_{mL} & K_{aL}J_{rL} \\ -\frac{K_{br}}{L_{ar}} & -\frac{R_{ar}}{L_{ar}} & 0 & 0 \\ -J_{Lr}B_{mr} & K_{ar}J_{Lr} & -J_{LL}B_{mL} & K_{aL}J_{LL} \\ 0 & 0 & -\frac{K_{bL}}{L_{aL}} & -\frac{R_{aL}}{L_{aL}} \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ L_{ar} & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & L_{aL} \end{bmatrix}}_B \begin{bmatrix} U_{ar}(t) \\ U_{aL}(t) \end{bmatrix} - \underbrace{\begin{bmatrix} NJ_{rr} & NJ_{rL} \\ 0 & 0 \\ NJ_{Lr} & NJ_{LL} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_W \begin{bmatrix} T_{yük_r}(t) \\ T_{yük_L}(t) \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

ETS sistem çıkışı tekerlek hızları olacak şekilde Denklem (4.96)'daki gibi ifade ile verilir. Burada C çıkış matrisidir.

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix} \quad (4.96)$$

Elde edilen sürekli zaman durum uzay modeline bakıldığında, Denklem (4.97) ile verilen bozucu girişin de dahil olduğu formda olduğu görülmektedir. Sistemde bozucu giriş ($d(t)$) yük momentlerinden oluşmaktadır.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Wd(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (4.97)$$

Kontrol yöntemi geliştirilirken bozucu girişler sıfır kabul edilecektir. Bu düşünceyle tasarımda kullanılacak sürekli zaman durum uzay modeli Denklem (4.98) de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \frac{dw_{mr}(t)}{dt} \\ \frac{di_{ar}(t)}{dt} \\ \frac{dw_{mL}(t)}{dt} \\ \frac{di_{aL}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -J_{rr}B_{mr} & K_{ar}J_{rr} & -J_{rL}B_{mL} & K_{aL}J_{rL} \\ -\frac{K_{br}}{L_{ar}} & -\frac{R_{ar}}{L_{ar}} & 0 & 0 \\ -J_{Lr}B_{mr} & K_{ar}J_{Lr} & -J_{LL}B_{mL} & K_{aL}J_{LL} \\ 0 & 0 & -\frac{K_{bL}}{L_{aL}} & -\frac{R_{aL}}{L_{aL}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{ar}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{aL}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ar}(t) \\ U_{aL}(t) \end{bmatrix} \quad (4.98)$$

$$\begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix}$$

4.5. ETS Ayırık Zaman Durum Uzay Modeli

ETS kontrolünde ayırık zaman kontrolörler kullanılacaktır. Dolayısıyla sürekli zaman matematiksel modelden ayırık zaman modele geçilmesi gerekmektedir. Denklem (4.98)'de verilen ETS sürekli zaman durum uzay modelinden sistem girişlerinde sıfırcıncı mertebeden tutucu (ZOH) olduğu varsayılacak şekilde Denklem (4.99)'da verilen biçimde ETS ayırık zaman durum uzay modeli elde edilmek istenmektedir.

$$\begin{aligned} x[k+1] &= Gx[k] + Hu[k] \\ y[k] &= C_d x[k] \end{aligned} \quad (4.99)$$

4.5.1. Tam ayırıklaştırma ile ayırık zaman durum uzay modeli

Denklem (4.99)'da G ayırık zaman sistem matrisi, H ayırık zaman giriş matrisi, C_d ayırık zaman çıkış matrisidir. Bu matrislerin bulunmasında durum geçiş matrisi vasıtasıyla ayırıklaştırma yönteminde [111] yol örnekleme zamanı T olmak üzere Denklem (4.100), Denklem (4.101) ve Denklem (4.102)'deki gibi izlenebilir.

$$G = e^{At} \Big|_{t=T} \quad (4.100)$$

$$H = \left(\int_{\lambda=0}^T e^{A\lambda} d\lambda \right) B \quad (4.101)$$

$$C_d = C \quad (4.102)$$

Burada sürekli zaman durum geçiş matrisi e^{At} , sürekli zaman sistem matrisi A ve ters Laplace dönüşümünden faydalanılarak aşağıda verilen Denklem (4.103) formülü ile bulunur [112].

$$e^{At} = \ell^{-1} \left\{ [sI - A]^{-1} \right\} \quad (4.103)$$

Burada verilen ayrıklaştırma yönteminin sürekli zaman durum uzay modeli matrisleri parametrik iken gerçekleştirilmesi işlem yükü getirdiğinden uygulamada sayısal değerlerden oluşan matrisler kullanılarak ayrıklaştırma yapılacak ve ele alınan örnekleme zamanı T ve diğer sistem parametre değerlerine karşılık gelen ayrık zaman durum uzay modeli orada verilecektir.

4.5.2. Yaklaşık ayrıklaştırma ile ayrık zaman durum uzay modeli

Örnekleme zamanının nispeten küçük olduğu durumlarda doğru sonuç veren bu ayrıklaştırma yöntemi [113] Euler yöntemi olarak da bilinmektedir. Burada kullanılan yaklaşıklık Denklem (4.104)'te verilmiştir.

$$e^{AT} \approx I + AT \quad (4.104)$$

Buna göre ayrık zaman durum uzay modeli matrisleri Denklem (4.105) ve Denklem (4.106)'daki gibi bulunur.

$$G = I + AT \quad (4.105)$$

$$H = TB \quad (4.106)$$

Bu yönteme göre ayrık zaman durum uzay modeli, sürekli zaman matrisler ve örnekleme zamanına bağlı olarak Denklem (4.107)'deki gibidir. İlgili matrisler yerine konulursa ETS ayrık zaman durum uzay modeli Denklem (4.108)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= (I + AT)x(k) + TBu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (4.107)$$

$$\begin{bmatrix} w_{mr}(k+1) \\ i_{ar}(k+1) \\ w_{mL}(k+1) \\ i_{aL}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - J_{rr}B_{mr}T & K_{ar}J_{rr}T & -J_{rL}B_{mL}T & K_{aL}J_{rL}T \\ -\frac{K_{br}}{L_{ar}}T & 1 - \frac{R_{ar}}{L_{ar}}T & 0 & 0 \\ -J_{Lr}B_{mr}T & K_{ar}J_{Lr}T & 1 - J_{LL}B_{mL}T & K_{aL}J_{LL}T \\ 0 & 0 & -\frac{K_{bL}}{L_{aL}}T & 1 - \frac{R_{aL}}{L_{aL}}T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(k) \\ i_{ar}(k) \\ w_{mL}(k) \\ i_{aL}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{ar}}T & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{aL}}T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ar}(k) \\ U_{aL}(k) \end{bmatrix} \quad (4.108)$$

$$\begin{bmatrix} w_r(k) \\ w_L(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(k) \\ i_{ar}(k) \\ w_{mL}(k) \\ i_{aL}(k) \end{bmatrix}$$

Bulunan bu ayrık zaman durum uzay modeli kontrol yöntemi geliştirmede de kullanılacağından sonraki bölümler için oldukça önemlidir.

4.6. ETS Sistemine Ait Transfer Fonksiyonu İfadeleri

Bu kısımda daha önceden elde edilen sisteme ait t-domaininde tanımlı diferansiyel denklem ifadelerinden Laplace dönüşümü ile s-domaininde tanımlı diferansiyel denklemler elde edilecek, bunlar kullanılarak sisteme ait sürekli zaman transfer fonksiyonu ilişkileri verilecektir. Örnek olarak sağ tarafa dair diferansiyel denklemler Denklem (4.90) ve Denklem (4.78)'den yararlanılarak sırasıyla Denklem (4.109) ve Denklem (4.110)'da tekrar yazılmıştır.

$$U_{ar}(t) = R_{ar}i_{ar}(t) + L_{ar}\frac{di_{ar}(t)}{dt} + K_{br}w_{mr}(t) \quad (4.109)$$

$$K_{ar}i_{ar}(t) = J_{mr}\frac{dw_{mr}}{dt} + B_{mr}w_{mr} + J_{aa}N\frac{dw_{mr}}{dt} + J_{bb}N\frac{dw_{mL}}{dt} + T_{yük_r}(t)N \quad (4.110)$$

Denklem (4.109) Laplace dönüşümünden faydalanılarak s-domaininde yazılıp düzenlenirse sağ motor armatür akımı s-domaini ifadesi Denklem (4.111)'de verilen biçimde bulunur.

$$\begin{aligned}
U_{ar}(s) &= (R_{ar} + sL_{ar})i_{ar}(s) + K_{br}w_{mr}(s) \\
i_{ar}(s) &= \frac{U_{ar}(s) - K_{br}w_{mr}(s)}{sL_{ar} + R_{ar}}
\end{aligned} \tag{4.111}$$

Denklem (4.110) Laplace dönüşümünden faydalanılarak s-domeninde yazılıp düzenlenirse sağ motor hızı s-domeni ifadesi Denklem (4.112)'de verilen biçimde bulunur.

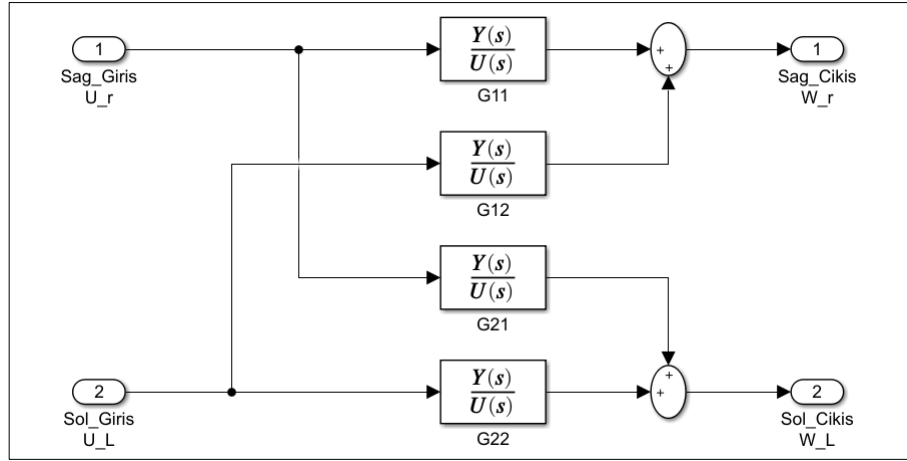
$$\begin{aligned}
K_{ar}i_{ar}(s) &= (J_{mr}s + B_{mr})w_{mr}(s) + J_{aa}Nsw_{mr}(s) + J_{bb}Nsw_{mL}(s) + T_{yük_r}(s)N \\
\frac{K_{ar}i_{ar}(s) - T_{yük_r}(s)N}{J_{mr}s + B_{mr}} &= w_{mr}(s) + \frac{J_{aa}Ns}{J_{mr}s + B_{mr}}w_{mr}(s) + \frac{J_{bb}Ns}{J_{mr}s + B_{mr}}w_{mL}(s) \\
w_{mr}(s) &= \frac{K_{ar}i_{ar}(s) - T_{yük_r}(s)N}{J_{mr}s + B_{mr}} - \frac{J_{aa}s}{J_{mr}s + B_{mr}}Nw_{mr}(s) - \frac{J_{bb}s}{J_{mr}s + B_{mr}}Nw_{mL}(s)
\end{aligned} \tag{4.112}$$

Benzer şekilde sol motora ait s-domeni motor akım ve hız ifadeleri aşağıda Denklem (4.113) ve Denklem (4.114)'te sırasıyla verilmiştir.

$$i_{ar}(s) = \frac{U_{ar}(s) - K_{br}w_{mr}(s)}{sL_{ar} + R_{ar}} \tag{4.113}$$

$$w_{mr}(s) = \frac{K_{ar}i_{ar}(s) - T_{yük_r}(s)N}{J_{mr}s + B_{mr}} - \frac{J_{aa}s}{J_{mr}s + B_{mr}}Nw_{mr}(s) - \frac{J_{bb}s}{J_{mr}s + B_{mr}}Nw_{mL}(s) \tag{4.114}$$

Denklem (4.111), Denklem (4.112), Denklem (4.113) ve Denklem (4.114) birlikte kullanılarak transfer fonksiyonu yaklaşımına dayalı ETS modeli Şekil 4.10.'da verilmiştir.



Şekil 4.11. Transfer fonksiyonu matrisini oluşturan transfer fonksiyonlarından oluşan ETS blok diyagramı

Yine yukarıda verilen Şekil 4.11.'de ulaşılmak istenen transfer fonksiyonları ve bunlar arasındaki blok diyagram ilişkisi verilmiştir. Blok diyagram üzerinden çıkış ifadeleri yazılırsa Denklem (4.116) ve (4.117) elde edilir. Denklemler düzenlenirse Denklem (4.118) ve (4.119) elde edilir.

$$w_r = G_{11}U_r + G_{12}U_L \quad (4.116)$$

$$w_L = G_{21}U_r + G_{22}U_L \quad (4.117)$$

$$\begin{bmatrix} w_r \\ w_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_r \\ U_L \end{bmatrix} \quad (4.118)$$

$$\begin{bmatrix} w_r \\ w_L \end{bmatrix} = M_{tf} \begin{bmatrix} U_r \\ U_L \end{bmatrix} \quad (4.119)$$

Denklem (4.118) ve (4.119)'da bilinmeyenler transfer fonksiyonu matrisi M_{tf} ve bu matrisin elemanları olan transfer fonksiyonlarıdır. Bu transfer fonksiyonlarının ETS sistem parametrelerine bağlı bulunabilmesi için sırasıyla yalnızca bir giriş uygulanarak çıkış ifadeleri yazılacak buradan ilgili transfer fonksiyonları elde edilecektir. Denklem (4.120)'de sağ motor girişinden ve bozuculardan bağımsız olarak sol motor girişine dair çıkış ifadeleri ele alınıyor iken, Denklem (4.121)'de sol motor girişinden ve bozuculardan bağımsız olarak sağ motor girişine dair çıkış ifadeleri ele alınıyor olacak.

$$\left. \begin{array}{l} U_r = 0 \\ U_L \neq 0 \\ D_r = 0 \\ D_L = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} w_r = U_L G_{12} \\ w_L = U_L G_{22} \end{array} \quad (4.120)$$

$$\left. \begin{array}{l} U_r \neq 0 \\ U_L = 0 \\ D_r = 0 \\ D_L = 0 \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} w_r = U_r G_{11} \\ w_L = U_r G_{21} \end{array} \quad (4.121)$$

Denklem (4.120) ve Şekil 4.11.'de verilen blok diyagramda transfer fonksiyonları arası ilişkiler yazılarak G_{12} ve G_{22} elde edilişi aşağıda verilmiştir.

$$\left. \begin{array}{l} w_r = N w_{mr} \\ w_r = N(-K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}w_{mr} - G_{r4}w_r - G_{r3}w_L) \\ w_r \underbrace{(1 + K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2} + NG_{r4})}_a = -NG_{r3}w_L \\ w_r a = -NG_{r3}w_L \end{array} \right\} \quad w_r = \frac{-NG_{r3}}{a} w_L \quad (4.122)$$

$$\left. \begin{array}{l} w_L = N w_{mL} \\ w_L = N(-K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}w_{mL} - G_{L4}w_L - G_{L3}w_r + G_{L1}K_{tL}G_{L2}U_L) \\ w_L \underbrace{(1 + K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2} + NG_{L4})}_b = -NG_{L3}w_r + \underbrace{(NG_{L1}K_{tL}G_{L2})}_c U_L \\ w_L b = -NG_{L3}w_r + cU_L \end{array} \right\} \quad w_L = -\frac{NG_{L3}}{b} w_r + \frac{c}{b} U_L \quad (4.123)$$

Denklem (4.122) ve (4.123) birlikte kullanılır, Denklem (4.120)'de göz önünde bulundurulursa, Denklem (4.124) ve (4.125) elde edilir.

$$\left. \begin{array}{l} w_L = -\frac{NG_{L3}}{b} \frac{-NG_{r3}}{a} w_L + \frac{c}{b} U_L \\ w_L = \frac{\frac{e}{(N^2 G_{r3} G_{L3})}}{ab} w_L + \frac{c}{b} U_L \\ w_L \left(1 - \frac{e}{ab}\right) = \frac{ac}{ab} U_L \\ w_L = \frac{ac}{ab-e} U_L \\ w_L = G_{22} U_L \end{array} \right\} \quad G_{22} = \frac{ac}{ab-e} \quad (4.124)$$

$$\left. \begin{array}{l} w_r = \frac{-NG_{r3}}{a} \frac{ac}{ab-e} U_L \\ w_r = G_{12} U_L \end{array} \right\} \quad G_{12} = -NG_{r3} \frac{c}{ab-e} \quad (4.125)$$

Denklem (4.121) ve Şekil 4.11.'de verilen blok diyagramda transfer fonksiyonları arası ilişkiler kullanılarak G_{11} ve G_{21} elde edilişi aşağıda verilmiştir.

$$\left. \begin{aligned} w_L &= Nw_{mL} \\ w_L &= N(-K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}w_{mL} - G_{L4}w_L - G_{L3}w_r) \\ w_L \underbrace{(1 + K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2} + NG_{L4})}_b &= -NG_{L3}w_r \\ w_L b &= -NG_{L3}w_r \end{aligned} \right\} w_L = \frac{-NG_{L3}}{b}w_r \quad (4.126)$$

$$\left. \begin{aligned} w_r &= Nw_{mr} \\ w_r &= N(-K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}w_{mr} - G_{r4}w_r - G_{r3}w_L + G_{r1}K_{tr}G_{r2}U_r) \\ w_r \underbrace{(1 + K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2} + NG_{r4})}_a &= -NG_{r3}w_L + \underbrace{(NG_{r1}K_{tr}G_{r2})}_d U_r \\ w_r a &= -NG_{r3}w_L + dU_r \end{aligned} \right\} w_r = -\frac{NG_{r3}}{a}w_L + \frac{d}{a}U_r \quad (4.127)$$

Denklem (4.126) ve (4.127) birlikte kullanılır, Denklem (4.121) de göz önünde bulundurulursa, Denklem (4.128) ve (4.129) elde edilir.

$$\left. \begin{aligned} w_r &= -\frac{NG_{r3}}{a} \frac{-NG_{L3}}{b} w_r + \frac{d}{a} U_r \\ w_r &= \frac{\frac{e}{(N^2 G_{r3} G_{L3})}}{ab} w_r + \frac{d}{a} U_r \\ w_r \left(1 - \frac{e}{ab}\right) &= \frac{bd}{ab} U_r \\ w_r &= \frac{bd}{ab-e} U_r \\ w_r &= G_{11} U_r \end{aligned} \right\} G_{11} = \frac{bd}{ab-e} \quad (4.128)$$

$$\left. \begin{aligned} w_L &= \frac{-NG_{L3}}{b} \frac{bd}{ab-e} U_r \\ w_L &= G_{21} U_r \end{aligned} \right\} G_{21} = -NG_{L3} \frac{d}{ab-e} \quad (4.129)$$

Denklem (4.118)'den, Denklem (4.129)'a kadar verilen ifadeler düzenlenirse transfer fonksiyonu matrisi (M_{tf}), Denklem (4.115) de dikkate alınırsa sistemin parametrelerine bağlı olarak Denklem (4.130)'daki gibi elde edilir.

$$\left. \begin{aligned} a &= 1 + K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2} + NG_{r4} \\ b &= 1 + K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2} + NG_{L4} \\ c &= NG_{L1}K_{tL}G_{L2} \\ d &= NG_{r1}K_{tr}G_{r2} \\ e &= N^2 G_{r3} G_{L3} \end{aligned} \right\} M_{tf} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{bd}{ab-e} & -NG_{r3} \frac{c}{ab-e} \\ -NG_{L3} \frac{d}{ab-e} & \frac{ac}{ab-e} \end{bmatrix} \quad (4.130)$$

Ayrıca diğer bir yoldan transfer fonksiyonu matrisinin, sürekli zaman durum uzay gösterimi ve Laplace Dönüşümü özelliklerinden faydalanılarak elde edilişi Denklem (4.131) ve (4.132)'de verilmiştir.

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \right\} \quad Y(s) = M_{tf}U(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D]U(s) \quad (4.131)$$

$$M_{tf} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (4.132)$$

Bir girişin diğer çıkış üzerindeki etkisini/davranışını yani etkileşimi (kuplaj) transfer fonksiyonu matrisinin köşegen haricindeki elemanları olan transfer fonksiyonları verir. Eğer bu elemanlar sıfır ise etkileşim (kuplaj) yok demektir. Etkileşim giderme (decoupling) çok girişli-çok çıkışlı bir sistemi birbirinden bağımsız etkileşimleri giderilmiş (decoupled) tek giriş-tek çıkış alt sistemlere ayırmada kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntem ile bu alt sistemlere yönelik nispeten tasarımı daha kolay olan tek giriş-tek çıkış kontrolör yapıları kullanılabilecektir [114].

Diğer bir ifade ile temel amacı ilgisiz giriş-çıkış ilişkilerini ortadan kaldırmak olan etkileşim Giderici (Dekuplatör) sayesinde her bir giriş-çıkış çifti arasındaki dinamik davranış bağımsız ayarlanabilir ve daha az eforla kontrol edilebilir [13]. Ancak daha önce de belirtildiği gibi kuplaj etkisinin; kullanıcı ve ETS'den oluşan toplam ağırlık, zemin sürtünmesi gibi parametrelere göre de değişiklik göstermesi analitik tek bir etkileşim giderici tasarlanmasını makul kılmaz. Tasarlanacak kontrolörün integratör içermesi sebebiyle kontrol eforunun artmasına karşın bu iç bozucuların çıkışta etkisinin görülmeyecektir. Buna ilaveten dönme ataleti sebebiyle geçici halde de olsa kuplaj etkisinin daha bariz hissedilmesine neden olan hızlı/ani referans işaret değişiminin önüne geçecek ön filtreleme yapıları da kullanılabilir.

Denklem (4.130)'da açıkça görüldüğü üzere bir çıkışın diğer çıkış üzerine doğrudan etkisini ifade eden G_{L3} ve G_{r3} terimleri sadeleşmeyecek şekilde payda polinomlarında da bulunduğundan açık çevrim etkileşim (kuplaj), sistemin kararlılığı, dinamik davranışı gibi esas özelliklerine de etki etmektedir. Bu özelliği ile kuplaj köşegen elemanlar üzerinde ihmal edilmemelidir. Ancak kuplaj etkileri için bir girişin diğer çıkış üzerinde bozucu gibi davrandığı düşünülerek, köşegen harici elemanlarda kuplaj ihmal edilebilir. Yani köşegen elemanlarda kuplaj ihmal edilecek biçimde $e = 0$ denilemez. Ama köşegen olmayan elemanlarda görülen kuplaja dair ifadeler $G_{r3} = 0$ ve $G_{L3} = 0$ olacak şekilde ihmal edilebilir.

4.6.2. ETS sürekli zaman transfer fonksiyonu modelleri

Daha önce verilen transfer fonksiyonu isimlendirmeleri ve değişken tanımlamaları Denklem (4.133)'te verilmiştir.

$$\left. \begin{aligned} G_{r1} &= \frac{1}{L_{ar}s + R_{ar}} \\ G_{L1} &= \frac{1}{L_{aL}s + R_{aL}} \\ G_{r2} &= \frac{1}{J_{mr}s + B_{mr}} \\ G_{L2} &= \frac{1}{J_{mL}s + B_{mL}} \\ G_{r3} &= \frac{J_{bb}s}{J_{mr}s + B_{mr}} \\ G_{L3} &= \frac{J_{bb}s}{J_{mL}s + B_{mL}} \\ G_{r4} &= \frac{J_{aa}s}{J_{mr}s + B_{mr}} \\ G_{L4} &= \frac{J_{aa}s}{J_{mL}s + B_{mL}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a &= 1 + K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2} + NG_{r4} \\ b &= 1 + K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2} + NG_{L4} \\ c &= NG_{L1}K_{tL}G_{L2} \\ d &= NG_{r1}K_{tr}G_{r2} \\ e &= N^2G_{r3}G_{L3} \end{aligned} \quad (4.133)$$

Verilen değişken tanımlamalarına göre sisteme ait giriş-çıkışlar arası ilişki transfer fonksiyonu matrisi ile Denklem (4.134) ile aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} w_r \\ w_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{bd}{ab-e} & -NG_{r3} \frac{c}{ab-e} \\ -NG_{L3} \frac{d}{ab-e} & \frac{ac}{ab-e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_r \\ U_L \end{bmatrix} \quad (4.134)$$

Kuplaj etkileşiminin sistem dinamiği içindeki etkisi ihmal edilmeksizin ($e \neq 0$), girişlerin kendileri ile ilgisiz çıkışlar üzerindeki etkilerinin bozucu olarak kabul edildiği ($G_{r3} = 0$ ve $G_{L3} = 0$) ihmal yapılarak sisteme ait giriş-çıkışlar arası ilişki tekrar yazılırsa; Denklem (4.134)'te verilen ifade, Denklem (4.135) şeklinde güncellenebilir.

$$\begin{bmatrix} w_r \\ w_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{bd}{ab-e} & 0 \\ 0 & \frac{ac}{ab-e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_r \\ U_L \end{bmatrix} \quad (4.135)$$

Kuplaj etkisinden yalıtılmış bu ifade ile ele alınan MIMO ETS sistemi iki birbirinden bağımsız SISO alt sistem olarak ifade edilebilir. Her bir giriş-çıkış ikilisi için değişken tanımlamaları da yerine konularak sürekli zaman transfer fonksiyonu modelleri sağ ve sol taraf için Denklem (4.136) ve Denklem (4.137)'de sırasıyla ifade edilmiştir.

$$G_r(s) = \frac{w_r}{U_r} = \frac{bd}{ab-e} = \frac{(1+K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}+NG_{L4})(NG_{r1}K_{tr}G_{r2})}{(1+K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}+NG_{r4})(1+K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}+NG_{L4})-(N^2G_{r3}G_{L3})} \quad (4.136)$$

$$G_L(s) = \frac{w_L}{U_L} = \frac{ac}{ab-e} = \frac{(1+K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}+NG_{r4})(NG_{L1}K_{tL}G_{L2})}{(1+K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}+NG_{r4})(1+K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}+NG_{L4})-(N^2G_{r3}G_{L3})} \quad (4.137)$$

4.6.3. ETS ayırık zaman transfer fonksiyonu modelleri

Ele alınan ETS sistemi ayırık zaman kontrolörler ile denetleneceğinden fiziksel sistem ile ayırık zamanda çalışan denetleyici arasında dijital analog dönüştürücü (DAC) bulunmak zorundadır. DAC sıfırıncı merteben tutucu (ZOH) ile modellenebilir [110]. Denklem (4.138)'de T örnekleme zamanı olmak üzere ZOH transfer fonksiyonu verilmiştir.

$$G_{ZOH}(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s} \quad (4.138)$$

Daha önceden bulunan ETS sürekli zaman transfer fonksiyonları ayrıklaştırılarak sisteme ait ayırık zaman transfer fonksiyonları elde edilecektir. ZOH'lu transfer fonksiyonları ve bunların s domeninden z domenine Z dönüşümü ile ayrıklaştırılması ile elde edilen ETS ayırık zaman transfer fonksiyonları sağ ve sol taraf için Denklem (4.140) ve Denklem (4.142)'de sırasıyla verilmiştir. Bulunan bu ayırık zaman transfer fonksiyonları kontrol yöntemi geliştirmede kullanılacağından sonraki bölümler için oldukça önemlidir.

$$G_r(z) = Z\{G_{ZOH}(s)G_r(s)\} \quad (4.139)$$

$$G_r(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} \frac{(1+K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}+NG_{L4})(NG_{r1}K_{tr}G_{r2})}{(1+K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}+NG_{r4})(1+K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}+NG_{L4})-(N^2G_{r3}G_{L3})}\right\} \quad (4.140)$$

$$G_L(z) = Z\{G_{ZOH}(s)G_L(s)\} \quad (4.141)$$

$$G_L(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} \frac{(1+K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}+NG_{r4})(NG_{L1}K_{tL}G_{L2})}{(1+K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}+NG_{r4})(1+K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}+NG_{L4})-(N^2G_{r3}G_{L3})}\right\} \quad (4.142)$$

BÖLÜM 5. ELE ALINAN KONTROL YÖNTEMLERİ

Bu bölümde 4. bölümde iki farklı gösterim yaklaşımı ile verilen ayrık zaman ETS matematik modellerine yönelik olarak yine iki farklı kontrol yaklaşımı verilecektir. Durum uzay gösterimi ile verilen ayrık zaman ETS MIMO modeline yönelik olarak Model Öngörülü Kontrol (MÖK) prosedürüne dayalı optimal çok değişkenli PID kontrol yaklaşımı verilecektir. Ayrıca transfer fonksiyonu gösterimi ile verilen birbirinden bağımsız iki SISO alt sistemden oluşan ayrık zaman ETS modeline, birbirinden bağımsız iki PID kontrolör tasarlamaya yönelik olarak da parametrik denklemler yöntemi ile PID katsayılarının bulunması yaklaşımı verilecektir.

5.1. MIMO Modele Yönelik Ele Alınan Kontrol Yaklaşımı

Bu kısımda daha önce elde ettiğimiz ayrık zaman MIMO ETS modeline yönelik olarak ele alınacak ayrık zaman MÖK prosedürü, ilgili [92], [115] çalışmalarından hareketle verilecektir. Daha sonra Moradi'nin [42] çalışmasından hareketle MÖK prosedüründen çok değişkenli optimal PID kontrol katsayılarının elde edilişi verilecektir.

5.1.1. Ayrık zaman model öngörülü kontrol (MÖK) prosedürü

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) \quad (5.1)$$

$$y(k) = C_m x_m(k) + D_m u(k) \quad (5.2)$$

Denklem (5.1) ve Denklem (5.2)'de sistem derecesi n olan ayrık zaman durum uzay gösterimi verilen q girişli ve r çıkışlı bir sistemin integratör gömülü hale getirilmesi için yeni durum $\Delta x_m(k)$ ve kontrol işareti $\Delta u(k)$ tanımlamaları Denklem (5.3) ve Denklem (5.4)'de sırasıyla ifade edilmiştir.

$$\Delta x_m(k) = x_m(k) - x_m(k-1) \quad (5.3)$$

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \quad (5.4)$$

Bu yeni tanımlamalara yönelik yeni durum denklemi Denklem (5.3)'ten hareketle kapalı formda Denklem (5.5)'teki gibi yazılabilir.

$$\Delta x_m(k+1) = x_m(k+1) - x_m(k) \quad (5.5)$$

Bu durum denkleminin daha açık ifade edilebilmesi için Denklem (5.1)'den faydalanılarak Denklem (5.6) yazılabilir. Denklem (5.1) ve Denklem (5.6) da birlikte kullanılırsa Denklem (5.5) durum denklemi ifadesi daha açık bir ifade ile Denklem (5.7)'teki gibi elde edilir.

$$x_m(k) = A_m x_m(k-1) + B_m u(k-1) \quad (5.6)$$

$$\Delta x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) - (A_m x_m(k-1) + B_m u(k-1)) \quad (5.7)$$

Bu ifade de Denklem (5.3) ve Denklem (5.4)'de verilen yeni durum ve kontrol vektör tanımlamaları ile toparlanırsa Denklem (5.8) ile verilen yeni durum denklemi elde edilir.

$$\Delta x_m(k+1) = A_m \Delta x_m(k) + B_m \Delta u(k) \quad (5.8)$$

Bu durum uzay modelindeki durum vektörü çıkış ifadesini de içerecek şekilde artırılırsa/genişletilirse artırılmış durum vektörü Denklem (5.9)'daki gibi yazılabilir.

$$x(k) = [\Delta x_m(k)^T \quad y(k)^T]^T \quad (5.9)$$

Artırılmış durum uzay modeli içinde yer alacak çıkışa ait durum denklemi için $y(k+1)$ ifadesi artırılmış durum vektöründeki durumlar cinsinden yazılmalıdır. Ele alınan sisteme ait Denklem (5.2)'deki çıkış ifadesinden hareketle $D_m = 0$ kabulü için Denklem (5.10) yazılır. Bu ifadeden de Denklem (5.11) elde edilebilir.

$$y(k) = C_m x_m(k) \quad (5.10)$$

$$y(k+1) = C_m x_m(k+1) \quad (5.11)$$

Denklem (5.10) ve Denklem (5.11) taraf tarafa çıkartılarak Denklem (5.12) bulunur.

$$y(k+1) - y(k) = C_m \underbrace{[x_m(k+1) - x_m(k)]}_{\Delta x_m(k+1)} \quad (5.12)$$

İstenen ifade solda yalnız bırakılıp Denklem (5.5)'teki yeni durum denklemi tanımlaması hatırlanırsa Denklem (5.13) bulunur.

$$y(k+1) = C_m \Delta x_m(k+1) + y(k) \quad (5.13)$$

Daha önce Denklem (5.8)'de bulunan yeni durum denklemi ifadesi Denklem (5.13)'te yerine konularak Denklem (5.14) bulunur. Bu ifadenin artırılmış durum vektöründeki durumlar cinsinden yazılmış olduğu görülmektedir.

$$y(k+1) = C_m A_m \Delta x_m(k) + C_m B_m \Delta u(k) + y(k) \quad (5.14)$$

Denklem (5.8) ve Denklem (5.14)'te bulunan ifadeler vektör matris formunda birleştirilirse Denklem (5.15) ve Denklem (5.16) ile tanımlı ayırık zaman integral gömülü artırılmış durum uzay modeli elde edilir.

$$\overbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}^{x(k+1)} = \overbrace{\begin{bmatrix} A_m & 0_m^T \\ C_m A_m & I_{r \times r} \end{bmatrix}}^A \overbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}^{x(k)} + \overbrace{\begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix}}^B \Delta u(k) \quad (5.15)$$

$$y(k) = \overbrace{\begin{bmatrix} 0_m & I_{r \times r} \end{bmatrix}}^C \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Burada 0_m sistem derecesi (n) ve çıkış sayısı (r) ile uyumlu boyutta sıfır matris iken, benzer şekilde $I_{r \times r}$ çıkış sayısı ile uyumlu boyutta birim matristir.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B\Delta u(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (5.17)$$

Denklem (5.15) ve Denklem (5.16) ile verilen durum uzay modeli Denklem (5.17) ile bilinen formda tekrar ifade edilebilir. Bu model kullanılarak devam eden ifadelerde model öngörülü kontrol prosedürü belli bir optimizasyon penceresi için kurgulanacaktır.

Görece şimdi olarak kabul edilen herhangi bir örnekleme anı k_i olmak üzere $x(k_i + m)$ ve $u(k_i + m)$ sırasıyla m örnek sonraki durum değişkenleri vektörünü ve kontrol işaretleri vektörünü ifade edecek şekilde; N_c kontrol ufku (control horizon) kadar gelecek (öngörülen) kontrol işaretleri Denklem (5.18)'de, N_p öngörü ufku (prediction horizon) kadar gelecek (öngörülen) durum değişkenleri Denklem (5.19)'da, gelecek (öngörülen) çıkış değişkenleri de Denklem (5.20)'de yazılmıştır. Buradaki öngörü ufku aynı zamanda optimizasyon pencere uzunluğu olacaktır.

$$\underbrace{u(k_i) \quad u(k_i + 1) \quad \dots \quad u(k_i + m) \quad \dots \quad u(k_i + N_c - 1)}_{N_c} \quad (5.18)$$

$$\underbrace{x(k_i + 1|k_i) \quad x(k_i + 2|k_i) \quad \dots \quad x(k_i + m|k_i) \quad \dots \quad x(k_i + N_p|k_i)}_{N_p} \quad (5.19)$$

$$\underbrace{y(k_i + 1|k_i) \quad y(k_i + 2|k_i) \quad \dots \quad y(k_i + m|k_i) \quad \dots \quad y(k_i + N_p|k_i)}_{N_p} \quad (5.20)$$

Herhangi bir örnekleme anı k_i için Denklem (5.17)'deki durum uzay modelinden hareketle Denklem (5.19)'da verilen gelecek (öngörülen) durum değişkenleri ifadeleri sırasıyla yazılırsa Denklem (5.21), Denklem (5.22), Denklem (5.23) ve Denklem (5.24) elde edilir.

$$x(k_i + 1|k_i) = Ax(k_i) + B\Delta u(k_i) \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} x(k_i + 2|k_i) &= A x(k_i + 1|k_i) + B\Delta u(k_i + 1) \\ x(k_i + 2|k_i) &= A [Ax(k_i) + B\Delta u(k_i)] + B\Delta u(k_i + 1) \\ x(k_i + 2|k_i) &= A^2 x(k_i) + AB\Delta u(k_i) + B\Delta u(k_i + 1) \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned}
x(k_i + 3|k_i) &= A x(k_i + 2|k_i) + B\Delta u(k_i + 2) \\
x(k_i + 3|k_i) &= A [A^2 x(k_i) + AB\Delta u(k_i) + B\Delta u(k_i + 1)] + B\Delta u(k_i + 2) \quad (5.23) \\
x(k_i + 3|k_i) &= A^3 x(k_i) + A^2 B\Delta u(k_i) + AB\Delta u(k_i + 1) + B\Delta u(k_i + 2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\vdots \\
&\vdots \\
&\vdots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x(k_i + N_p|k_i) &= A^{N_p} x(k_i) + A^{N_p-1} B\Delta u(k_i) + A^{N_p-2} B\Delta u(k_i + 1) + \dots + \\
&A^{N_p-N_c} B\Delta u(k_i + N_c - 1) \quad (5.24)
\end{aligned}$$

Dikkat edilirse Denklem (5.24)'de $A^{N_p-N_c} B\Delta u(k_i + N_c - 1)$ ifadesinin daha açık bir ifade ile $A^{N_p-N_c} B\Delta u(k_i + N_p - 1 - (N_p - N_c))$ ifadesinin $B\Delta u(k_i + N_p - 1)$ ifadesine eşit olabilmesi için kontrol ve öngörü ufkunun eşit olması gerektiği görülebilir. Burada $N_p > N_c$ ve $N_p = N_c$ şeklinde her iki durumu da sağlayan genel ifade verilmiştir. Öngörülen durum değişkenleri ifadeleri ve Denklem (5.17)'deki durum uzay modelinden hareketle Denklem (5.20)'de verilen öngörülen çıkış değişkenleri sırasıyla yazılırsa Denklem (5.25), Denklem (5.26), Denklem (5.27) ve Denklem (5.28) elde edilir.

$$y(k_i + 1|k_i) = CAx(k_i) + CB\Delta u(k_i) \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned}
y(k_i + 2|k_i) &= CAx(k_i + 1) + CB\Delta u(k_i + 1) \\
y(k_i + 2|k_i) &= CA[Ax(k_i) + B\Delta u(k_i)] + CB\Delta u(k_i + 1) \quad (5.26) \\
y(k_i + 2|k_i) &= CA^2 x(k_i) + CAB\Delta u(k_i) + CB\Delta u(k_i + 1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y(k_i + 3|k_i) &= CAx(k_i + 2) + CB\Delta u(k_i + 2) \\
y(k_i + 3|k_i) &= CA[A^2 x(k_i) + AB\Delta u(k_i) + B\Delta u(k_i + 1)] + CB\Delta u(k_i + 2) \quad (5.27) \\
y(k_i + 3|k_i) &= CA^3 x(k_i) + CA^2 B\Delta u(k_i) + CAB\Delta u(k_i + 1) + CB\Delta u(k_i + 2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\vdots \\
&\vdots \\
&\vdots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y(k_i + N_p|k_i) &= CA^{N_p} x(k_i) + CA^{N_p-1} B\Delta u(k_i) + CA^{N_p-2} B\Delta u(k_i + 1) + \dots + \\
&CA^{N_p-N_c} B\Delta u(k_i + N_c - 1) \quad (5.28)
\end{aligned}$$

Burada verilen ifadelerin alt alta sayısı öngörü ufkuna dair iken ifadelerin sağa doğru kalın yazı karakteri ile yazılmış bileşenlerinin artması kontrol ufkuna dairdir. Denklem (5.25), Denklem (5.26), Denklem (5.27) ve Denklem (5.28)'de elde edilen ifadelerin vektör-matris formda yeniden yazılması için öngörü ufkuna dair gelecek çıkış

değişkenleri vektörü/matrisi matris boyut indisleriyle Denklem (5.29)'da verilmektedir. Benzer şekilde kontrol ufkuna dair gelecek giriş değişkenleri vektörü/matrisi matris boyut indisleriyle Denklem (5.30)'da verilmiştir. Ayrıca örnekleme anı k_i için durum değişkeni ifadesinin Denklem (5.31)'deki gibi olduğu hatırlanmalıdır.

$$[Y]_{(N_p * r) \times 1} = [y(k_i + 1|k_i)^T \quad y(k_i + 2|k_i)^T \quad \dots \quad y(k_i + N_p|k_i)^T]^T \quad (5.29)$$

$$[\Delta U]_{(N_c * q) \times 1} = [\Delta u(k_i)^T \quad \Delta u(k_i + 1)^T \quad \dots \quad \Delta u(k_i + N_c - 1)^T]^T \quad (5.30)$$

$$x(k_i) = \begin{bmatrix} \Delta x_m(k_i) \\ y(k_i) \end{bmatrix}_{(n+r) \times 1} \quad (5.31)$$

Bu tanımlamalardan hareketle Denklem (5.25), Denklem (5.26), Denklem (5.27) ve Denklem (5.28) ile ifade edilen çıkış öngörüsü ifadelerinin vektör matris formu biçimi Denklem (5.32)'de verilmiştir.

$$Y = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \dots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix} x(k_i) + \begin{bmatrix} CB & 0_{rxq} & 0_{rxq} & \dots & 0_{rxq} \\ CAB & CB & 0_{rxq} & \dots & 0_{rxq} \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0_{rxq} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix} \Delta U \quad (5.32)$$

Verilen vektör matris form ifadesi daha kapalı bir halde Denklem (5.33)'teki gibi verilebilir.

$$Y = Fx(k_i) + \emptyset \Delta U \quad (5.33)$$

Verilen bu ifadede geçen F ve $\emptyset$ matrisleri, matris boyut indisleriyle birlikte aşağıda verilmiştir.

$$[F]_{(N_p * r) \times (n+r)} = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \dots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$[\emptyset]_{(N_p * r) \times (N_c * q)} = \begin{bmatrix} CB & 0_{rxq} & 0_{rxq} & \dots & 0_{rxq} \\ CAB & CB & 0_{rxq} & \dots & 0_{rxq} \\ CA^2 B & CAB & CB & \dots & 0_{rxq} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N_p-1} B & CA^{N_p-2} B & CA^{N_p-3} B & \dots & CA^{N_p-N_c} B \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Denklem (5.33) ile verilen öngörü çıkışları ifadesinin öngörülen bir referans giriş ifadelerini takip edecek şekilde optimal ΔU kontrol işaretleri öngörüsü ΔU^* bulunmak istenirse, geleceğe dair istenen referanslar ile çıkış öngörüsü arasındaki hatayı minimum yapacak maliyet fonksiyonu Denklem (5.36)'daki gibi tanımlanabilir.

$$J = (R_s - Y)^T (R_s - Y) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \quad (5.36)$$

Burada kontrol işaretleri ağırlık matrisi $\bar{R}$ ve gelecek referans değerler vektörü R_s ifadeleri Denklem (5.37) ve Denklem (5.38)'de verilmiştir. Burada verilen örnek ağırlık değerleri ve gelecek referans işaretler, kontrol eforu ile cevap hızı tercihinin yönelik performans ölçütü belirleme ve yörünge planlama gibi amaçlarla farklılaştırılabilir.

$$\bar{R} = r_w I_{(N_c * q) \times (N_c * q)} r_w \geq 0 \quad (5.37)$$

$$[R_s]_{(N_p * r) \times 1} = \left[\begin{array}{c|c|c} \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}}^{N_p * r} & \dots & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right]^T [r(k_i)]_{r \times 1} \quad (5.38)$$

Maliyet fonksiyonu J minimum yapılacak şekilde optimal ΔU kontrol işaretlerinin bulunması için Denklem (5.36) ve Denklem (5.33) birlikte kullanılırsa maliyet fonksiyonu Denklem (5.39)'daki gibi tekrar yazılabilir.

$$\begin{aligned} J &= (R_s - Y)^T (R_s - Y) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \\ J &= (R_s - Fx(k_i) - \emptyset \Delta U)^T (R_s - Fx(k_i) - \emptyset \Delta U) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \\ J &= ([R_s - Fx(k_i)]^T - [\emptyset \Delta U]^T) ([R_s - Fx(k_i)] - [\emptyset \Delta U]) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \end{aligned} \quad (5.39)$$

Elde edilen maliyet fonksiyonu ifadesi tekrar düzenlenirse Denklem (5.40) elde edilir.

$$J = [R_s - Fx(k_i)]^T [R_s - Fx(k_i)] - [R_s - Fx(k_i)]^T [\emptyset \Delta U] - [\emptyset \Delta U]^T [R_s - Fx(k_i)] + [\emptyset \Delta U]^T [\emptyset \Delta U] + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \quad (5.40)$$

Bu ifadedeki tüm çarpım bileşenlerinin sonuçları 1x1 boyutlu matrisler olduğundan simetrik özelliktedir. Bu durum göz önüne alınarak birbirinin devriği olan matrisler (transpose) toparlanırsa Denklem (5.42) elde edilir.

$$[[R_s - Fx(k_i)]^T [\emptyset \Delta U]]_{1 \times 1} = [[R_s - Fx(k_i)]^T [\emptyset \Delta U]]_{1 \times 1}^T \quad (5.41)$$

$$\begin{aligned} J &= [R_s - Fx(k_i)]^T [R_s - Fx(k_i)] - 2\Delta U^T \emptyset^T [R_s - Fx(k_i)] + [\emptyset \Delta U]^T [\emptyset \Delta U] + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \\ J &= [R_s - Fx(k_i)]^T [R_s - Fx(k_i)] - 2\Delta U^T \emptyset^T [R_s - Fx(k_i)] + \Delta U^T (\emptyset^T \emptyset + \bar{R}) \Delta U \end{aligned} \quad (5.42)$$

Elde edilen bu maliyet fonksiyonu ifadesi optimal ΔU kontrol işaretleri öngörüsü ΔU^* için minimum yapılmak istenmektedir. Bu amaçla gerek koşul Denklem (5.43) ile verilir.

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = [\mathbf{0}]_{(N_c * q) \times 1} \quad (5.43)$$

Gerek koşul Denklem (5.42)'de elde edilen maliyet fonksiyonuna uygulanırsa Denklem (5.44) bulunur.

$$-2\emptyset^T [R_s - Fx(k_i)] + 2(\emptyset^T \emptyset + \bar{R})\Delta U^* = [\mathbf{0}] \quad (5.44)$$

Bu ifadede gerek koşulu sağlayan optimal ΔU kontrol işaretleri öngörüsü ΔU^* yalnız bırakılırsa Denklem (5.46) elde edilir.

$$(\emptyset^T \emptyset + \bar{R})\Delta U^* = \emptyset^T [R_s - Fx(k_i)] \quad (5.45)$$

$$\Delta U^* = (\emptyset^T \emptyset + \bar{R})^{-1} \emptyset^T [R_s - Fx(k_i)] \quad (5.46)$$

Burada $(\emptyset^T \emptyset + \bar{R})^{-1}$ matrisinin tersinin var olduğu kabul edilmektedir. J fonksiyonunun minimum olması için yeter koşul ise $\frac{\partial^2 J}{\partial \Delta U^2} = [2(\emptyset^T \emptyset + \bar{R})]^T$

ifadesinin $\Delta U = \Delta U^*$ noktasında pozitif tanımlı olması gerekmektedir. İfade karesel iki teriminden oluştuğundan pozitif tanımlıdır. Dolayısıyla $\Delta U = \Delta U^*$ noktası maliyet fonksiyonunu minimum yapar.

Denklem (5.46)'da elde edilen optimal kontrol işaretleri öngörüsü Denklem (5.47)'de verilmiştir. Bu ifadeden sisteme uygulanacak olan kontrol işareti, geri çekilen (kayan) ufuk kontrol (receding horizon control) prensibine göre optimal kontrol işaretleri öngörüsü dizisinin ilk elemanıdır. Bu $\Delta u^*(k_i)$ elemanı çok girişli sistemler için q boyutlu bir vektördür ve optimal kontrol işaretleri öngörüsü dizisinden Denklem (5.48) ifadesi ile bulunabilir.

$$\Delta U^* = [\Delta u^*(k_i)^T \quad \Delta u^*(k_i + 1)^T \quad \dots \quad \Delta u^*(k_i + N_c - 1)^T]^T \quad (5.47)$$

$$[\Delta u^*(k_i)]_{q \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{q \times q} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{q \times (N_c \cdot q)} \cdot [\Delta U^*]_{(N_c \cdot q) \times 1} \quad (5.48)$$

Buraya kadar verilen Model Öngörülü Kontrol (MÖK) prosedürü kapalı çevrim kontrol şeması şeklinde elde edilmek istenirse bulunan optimal kontrol işareti, referans girişler ve çıkışlar arası hata ifadesi ile çarpılacak kontrolör katsayısı ve durumlar ile çarpılacak geri besleme kontrolör kazancı cinsinden ifade edilebilir. Bunun için optimal kontrol işareti öngörüsü Denklem (5.49)'daki gibi matris boyutları ile yeniden burada yazılabilir.

$$[\Delta U^*]_{(N_c \cdot q) \times 1} = [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T]_{(N_c \cdot q) \times (N_p \cdot r)} [R_s - Fx(k_i)]_{(N_p \cdot r) \times 1} \quad (5.49)$$

Burada F matrisi ve durum vektörü $x(k_i)$ bileşenlerine ayrılarak durum vektöründen artırılmış sisteme ait durum vektörü ve çıkış vektörü elde edilip ifade bunlar cinsinden tekrar yazılabilir. Bunun için Denklem (5.50)'de F matrisi, Denklem (5.51)'de durum vektörü $x(k_i)$ matris boyutlarıyla tekrar ifade edilmiştir.

$$[F]_{(N_p * r) \times (n+r)} = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \dots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_m A_m & \\ C_m A_m^2 + C_m A_m & \\ \vdots & \\ C_m A_m^{N_p} + \dots + C_m A_m & \end{bmatrix}_{(N_p * r) \times n} \begin{bmatrix} I_{r \times r} \\ I_{r \times r} \\ \vdots \\ I_{r \times r} \end{bmatrix}_{(N_p * r) \times r} \quad (5.50)$$

$$[x(k_i)]_{(n+r) \times 1} = \begin{bmatrix} [\Delta x_m(k_i)]_{n \times 1} \\ [y(k_i)]_{r \times 1} \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

Denklem (5.50) ifadesinde yer alan birtakım matrisler yeni tanımlamalarla Denklem (5.52) ve Denklem (5.53)'te verilmiştir.

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} C_m A_m & \\ C_m A_m^2 + C_m A_m & \\ \vdots & \\ C_m A_m^{N_p} + \dots + C_m A_m & \end{bmatrix}_{(N_p * r) \times n} \quad (5.52)$$

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} I_{r \times r} \\ I_{r \times r} \\ \vdots \\ I_{r \times r} \end{bmatrix}_{(N_p * r) \times r} \quad (5.53)$$

Denklem (5.38)'de verilen gelecek referans değerler vektörü Denklem (5.53) kullanılarak tekrar yazılırsa Denklem (5.54) elde edilir.

$$[R_s]_{(N_p * r) \times 1} = \bar{I}[r(k_i)]_{r \times 1} \quad (5.54)$$

Denklem (5.52) ve Denklem (5.53)'te verilen tanımlamalar ile Denklem (5.50) aşağıdaki Denklem (5.55) gibi ifade edilebilir.

$$F = [\bar{F} \quad \bar{I}] \quad (5.55)$$

Denklem (5.51)'de verilen durum vektörü ve Denklem (5.55) kullanılarak Denklem (5.49) tekrar yazılırsa optimal kontrol işaretleri öngörüsü Denklem (5.56) ile ifade edilebilir.

$$[\Delta U^*]_{(N_c * q) \times 1} = [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] [\bar{I}[r(k_i) - y(k_i)] - \bar{F} \Delta x_m(k_i)] \quad (5.56)$$

Kayan ufuk prensibine göre optimal kontrol işaretleri öngörüsü vektöründen sisteme uygulanacak kontrol işareti vektörü Denklem (5.48) hatırlanarak Denklem (5.57)'deki tanımlama ile Denklem (5.58) şeklinde ifade edilebilir.

$$\bar{I}\bar{O} = \begin{bmatrix} I_{q \times q} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{q \times (N_c \times q)} \quad (5.57)$$

$$[\Delta u^*(k_i)]_{q \times 1} = \bar{I}\bar{O}[(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] [\bar{I}[r(k_i) - y(k_i)] - \bar{F} \Delta x_m(k_i)] \quad (5.58)$$

Bu ifadede sisteme uygulanacak kontrol işareti vektörünü oluşturan bileşenler olan, referans ile çıkış arasındaki hata ve hata ile çarpılacak ileri yol kontrolör katsayısı (K_y) ve durumlar ve durumlar ile çarpılacak geri besleme kazancı (K_x) kullanılarak Denklem (5.58) aşağıdaki Denklem (5.59) gibi düzenlenebilir. Ayrıca model öngörülü kontrol (MÖK) için kontrolör katsayılarının bilinen matrislerden elde edilişi Denklem (5.60) ve Denklem (5.61)'de verilmiştir.

$$\Delta u^*(k_i) = K_y[r(k_i) - y(k_i)] - K_x \Delta x_m(k_i) \quad (5.59)$$

$$K_y = \bar{I}\bar{O}[(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] \bar{I} \quad (5.60)$$

$$K_x = \bar{I}\bar{O}[(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] \bar{F} \quad (5.61)$$

Kontrolör katsayıları ile kontrol blok diyagramının oluşturulabilmesi için integral gömülü artırılmış sisteme uygulanacak kontrol işareti değişiminden asıl sisteme uygulanacak kontrol işaretine geçişte önceden yapılan değişken tanımlamaları Denklem (5.62)'de verildiği üzere hatırlanabilir. Buradan hareketle Z dönüşümü kullanılarak asıl sisteme uygulanacak optimal kontrol işareti ile integral gömülü artırılmış sisteme uygulanacak optimal kontrol işareti arasındaki transfer fonksiyonu ifadesi Denklem (5.64)'te elde edilmiştir.

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \quad (5.62)$$

$$\Delta U(z) = U(z) - z^{-1}U(z) = \frac{z-1}{z}U(z) \quad (5.63)$$

$$U(z) = \frac{z}{z-1} \Delta U(z) \quad (5.64)$$

Benzer şekilde asıl sistem durum değişkenlerinden integral ilaveli sistem durum değişkenlerinin elde edilmesinde daha önceden verilen tanımlamalar Denklem (5.65)'te tekrar yazılmıştır. Buradan hareketle Z dönüşümü kullanılarak asıl sistem durum değişkenleri ile integral ilaveli sistem durum değişkenleri arasındaki transfer fonksiyonu ifadesi Denklem (5.67)'de elde edilmiştir.

$$\Delta x_m(k) = x_m(k) - x_m(k-1) \quad (5.65)$$

$$\Delta x_m(z) = x_m(z) - z^{-1}x_m(z) \quad (5.66)$$

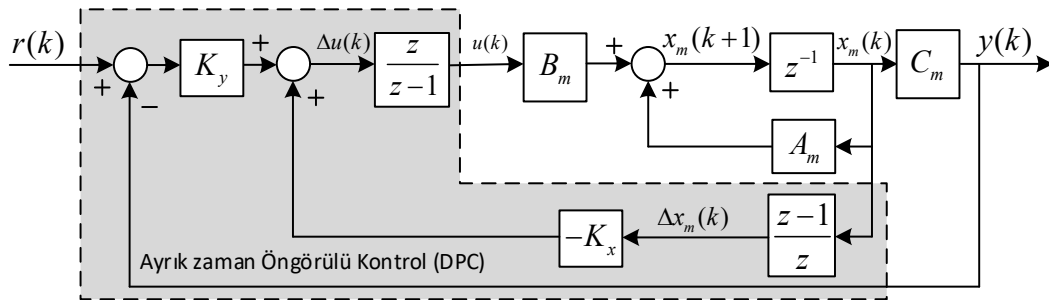
$$\Delta x_m(z) = \frac{z-1}{z} x_m(z) \quad (5.67)$$

Kontrol blok diyagramında kullanılacak sisteme ait durum uzay modeli hatırlatma amacıyla aşağıda Denklem (5.68) ve Denklem (5.69) ile tekrar verilmiştir.

$$x_m(k+1) = A_m x_m(k) + B_m u(k) \quad (5.68)$$

$$y(k) = C_m x_m(k) + D_m u(k) \quad (5.69)$$

Verilen bu bilgiler ışığında kapalı çevrim ayırık zaman model öngörülü kontrol blok diyagramı Şekil 5.1.'de verilmiştir.



Şekil 5.1. Ayrık zaman öngörülü kontrol kapalı çevrim blok diyagramı (asıl sistem ile)

Kontrol blok diyagramında integratör gömülü artırılmış sistemin kullanılması için ilgili sisteme ait durum uzay modeli hatırlatma amacıyla aşağıda Denklem (5.70) ve Denklem (5.71) ile tekrar verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \overbrace{\Delta x_m(k+1)}^{x(k+1)} \\ \overbrace{y(k+1)}^{y(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{A_m}^A & \overbrace{0_m^T}^0 \\ \overbrace{C_m A_m}^C & \overbrace{I_{rxr}}^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overbrace{\Delta x_m(k)}^{x(k)} \\ \overbrace{y(k)}^{y(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \overbrace{B_m}^B \\ \overbrace{C_m B_m}^C \end{bmatrix} \Delta u(k) \quad (5.70)$$

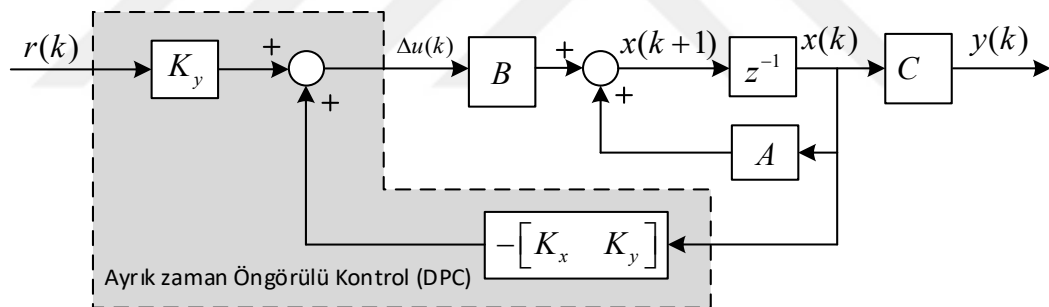
$$y(k) = \begin{bmatrix} \overbrace{0_m}^C & \overbrace{I_{rxr}}^I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overbrace{\Delta x_m(k)}^{x(k)} \\ \overbrace{y(k)}^{y(k)} \end{bmatrix} \quad (5.71)$$

Benzer şekilde ele alınan artırılmış durumlara yönelik kontrolör kazanç matrisleri ile artırılmış sistem modeline uygulanacak kontrol işareti vektörü ifadesi aşağıda Denklem (5.72) ve Denklem (5.73)'te verilmiştir.

$$[\Delta u^*(k_i)]_{q \times 1} = \bar{I}\bar{O}[(\bar{\Phi}^T \bar{\Phi} + \bar{R})^{-1} \bar{\Phi}^T] [\bar{I}r(k_i) - [\bar{F} \quad \bar{I}]x(k_i)] \quad (5.72)$$

$$\Delta u^*(k_i) = K_y r(k_i) - [K_x \quad K_y]x(k_i) \quad (5.73)$$

Verilen bu bilgiler ışığında kapalı çevrim ayrık zaman model öngörülü kontrol blok diyagramı farklı bir biçimde Şekil 5.2.'de tekrar verilmiştir.



Şekil 5.2. Ayrık zaman öngörülü kontrol kapalı çevrim blok diyagramı (artırılmış sistem ile)

Şekil 5.1. ve Şekil 5.2.'de görüldüğü üzere kontrolör yapısı integral ve türev aksiyonlarını içermektedir. Dolayısıyla PID kontrolör yapısı ile benzerlik göstermektedir. Bu düşünceden hareketle aradaki bu benzerlik kullanılarak PID katsayılarının bulunmasında optimal kontrol işaretleri vektörü kullanılacaktır. Daha açık bir ifade ile MÖK optimal kontrol işareti vektörünü veren PID katsayıları bulunacaktır. Bu sayede PID kontrol uygulanan sistem MÖK kontrol ile aynı davranacaktır.

5.1.2. MÖK prosedürüne dayalı ayrık zaman PID kontrolör

Bu kısımda kontrol işaretleri eşitlenmesi ile PID ve MÖK kontrolör yapısı eşleştirilecektir. Bunun için öncelikle Denklem (5.46) hatırlanıp Denklem (5.74)'te tekrar verilir. Sonra Denklem (5.74) ve Denklem (5.33) birlikte kullanılarak MÖK kontrol işareti değişimi öngörü vektörü Denklem (5.75)'teki gibi elde edilir.

$$\Delta U = (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T [R_s - Fx(k_i)] \quad (5.74)$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T [R_s - Fx(k_i) - \Phi \Delta U] + [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \Phi] \Delta U \\ \Delta U &= (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T [R_s - Y] + [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \Phi] \Delta U \end{aligned} \quad (5.75)$$

Bu ifade bir tarafta kontrol işareti değişimi öngörü vektörü diğer tarafta bir katsayı matrisi ve referans girişler ile çıkış öngörülerini arasındaki hata ifadesi yer alacak şekilde düzenlenirse Denklem (5.76)'da verilen sonuca varılır.

$$\Delta U = [I_{(N_c * q) \times (N_c * q)} - (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \Phi]^{-1} [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] [R_s - Y] \quad (5.76)$$

Kayan ufuk (receding horizon) prensibine göre bu kontrol işareti öngörüsü vektöründen Denklem (5.57) tanımlamasından hareketle Denklem (5.77)'de verildiği üzere sisteme uygulanacak kontrol işareti vektörüne geçiş sağlanabilir.

$$\Delta u = \bar{I} \bar{O} [I_{(N_c * q) \times (N_c * q)} - (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \Phi]^{-1} [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] [R_s - Y] \quad (5.77)$$

PID kontrol yapısına ait kontrol işareti değişimi çıkarımı için PID kontrolöre dair fark denklemleri Denklem (5.78) ve Denklem (5.79)'da verilmiştir.

$$u(k) = K_p e(k) + K_i \sum_{n=1}^k e(n) + K_d (e(k) - e(k-1)) \quad (5.78)$$

$$u(k-1) = K_p e(k-1) + K_i \sum_{n=1}^{k-1} e(n) + K_d (e(k-1) - e(k-2)) \quad (5.79)$$

Denklem (5.78) ve Denklem (5.79)'dan hareketle çok giriş çok çıkışlı bir sistem için PID kontrolör ve bu kontrol yapısına ait kontrol işareti değişimi vektörü çıkarımı aşağıda verilmiş ve Denklem (5.82)'de kontrol işareti değişimi elde edilmiştir.

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \quad (5.80)$$

$$\begin{aligned} \Delta u(k) = & K_p e(k) + K_i \sum_{n=1}^k e(n) + K_d (e(k) - e(k-1)) \dots \\ & \dots - [K_p e(k-1) + K_i \sum_{n=1}^{k-1} e(n) + K_d (e(k-1) - e(k-2))] \end{aligned} \quad (5.81)$$

$$\Delta u(k) = K_p (e(k) - e(k-1)) + K_i e(k) + K_d (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)) \quad (5.82)$$

Bu ifade Denklem (5.83)'te verilen hata vektörü tanımlamasıyla Denklem (5.84) şeklinde ifade edilebilir.

$$E(k) = \begin{bmatrix} e(k-2) \\ e(k-1) \\ e(k) \end{bmatrix}_{(3*r) \times 1} \quad (5.83)$$

$$\Delta u(k) = \begin{bmatrix} [K_d]_{q \times r} & [-K_p - 2K_d]_{q \times r} & [K_p + K_i + K_d]_{q \times r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(k-2) \\ e(k-1) \\ e(k) \end{bmatrix}_{(3*r) \times 1} \quad (5.84)$$

Burada PID kontrolör katsayılarını içeren ifade toparlanırsa, Denklem (5.85)'teki kontrolör kazanç matrisi bulunur.

$$K = \begin{bmatrix} [K_d]_{q \times r} & [-K_p - 2K_d]_{q \times r} & [K_p + K_i + K_d]_{q \times r} \end{bmatrix} \quad (5.85)$$

$N_p = 3$ için Denklem (5.74) ve Denklem (5.84) ile Denklem (5.85) birlikte düşünülüp kontrol işareti vektörleri eşitlenirse Denklem (5.86) elde edilir.

$$\Delta u(k) = \bar{I} \bar{O} [I_{(N_c^* q) \times (N_c^* q)} - (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \Phi]^{-1} [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] [R_s - Y] = KE(k) \quad (5.86)$$

Elde edilen ilişkide $E(k) = R_s - Y$ alınarak PID kontrolör katsayı matrisi K , Denklem (5.87) ile verilen eşitlikten daha önce verilen/bilinen matrislerden bulunabilir.

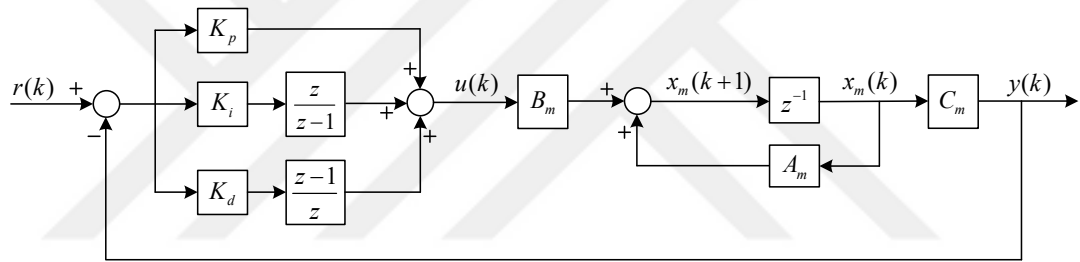
$$K = \bar{I}\bar{O}[I_{(N_c^* q) \times (N_c^* q)} - (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \Phi]^{-1} [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] \quad (5.87)$$

Burada Denklem (5.87)'de verilen matris eşitliğin her iki yanı sağdan Denklem (5.53)'te de daha önceden verilen ifade ile çarpılırsa Denklem (5.88) elde edilir.

$$K\bar{I} = \bar{I}\bar{O}[I_{(N_c^* q) \times (N_c^* q)} - (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \Phi]^{-1} [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] \bar{I} \quad (5.88)$$

Eşitlik düzenlenir, Denklem (5.85) dikkate alınır PID kontrolör integratör katsayı matrisi Denklem (5.89) ile verilir.

$$K_i = \bar{I}\bar{O}[I_{(N_c^* q) \times (N_c^* q)} - (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \Phi]^{-1} [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] \bar{I} \quad (5.89)$$



Şekil 5.3. Ayrık zaman öngörülü MIMO PID kontrol kapalı çevrim blok diyagramı

MIMO PID kontrole dair diğer kontrolör katsayı matrisleri Denklem (5.89)'da olduğu gibi matris eliminasyon yöntemleri ile elde edilebilir. Şekil 5.3.'te MÖK prosedürü ile elde edilmiş optimal MIMO PID kontrolör ve kontrol edilecek sisteme dair ayrık zaman kontrol blok diyagram verilmiştir. Uygulama çalışmaları verilen kontrol blok diyagramlarından faydalanılarak Bölüm 6'da ele alınacaktır.

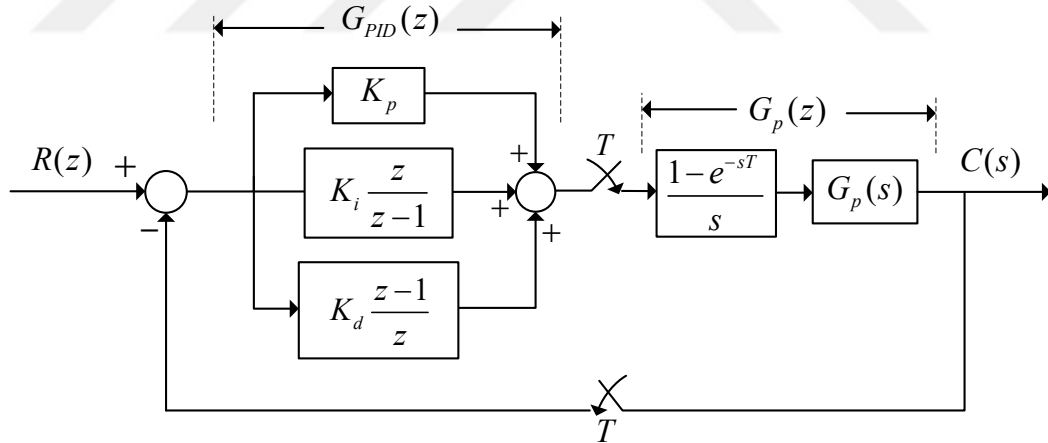
5.2. SISO Modele Yönelik Ele Alınan Kontrol Yaklaşımı

ETS'nin sağ ve sol taraf için alt SISO transfer fonksiyonu modellerine uygulanacak kontrol şeması Şekil 5.4.'teki gibi olacaktır. Bu kontrol şeması sağ ve sol taraf için istenilen performans ölçütlerine göre bağımsız olarak tasarlanabilecektir. Gerçek zaman uygulamada kumanda kolu sağda olduğu için ağırlık merkezi sağa kayma eğilimindedir. ETS'nin sola dönüşlerinde bu durum; merkezkaç kuvveti ve bu

harekette özellikle sağ motorun daha hızlı yol alması gerektiğinden ani hız değişimlerinden de kaynaklı olası devrilmelere yol açabilecektir. Bu yüzden sağ tekerlek kontrolü nispeten daha az agresif belirlenebilir. Bu gibi tasarım esneklikleri kontrolörlerin bağımsız tasarlanabilmesinin avantajlarındandır. MIMO kontrol yöntemlerinde de bu özellik ağırlık matrisleri üzerinden sağ ve sol tekerlek hızlarına ait matris elemanları farklı belirlenerek yakalanabilir. Ancak performans ayarlama daha muğlak olacaktır.

5.2.1. Parametrik denklemler ile PID kontrolör tasarımı

Bu kısımda daha önce elde ettiğimiz ayrık zaman SISO ETS modellerine yönelik olarak ele alınacak parametrik denklemler ile PID kontrolör tasarımı yöntemi Özdemir ve Erdem'in ilgili [43] çalışmasında detaylı olarak anlatılmıştır. Burada da temel olarak tasarım prosedürü verilecektir. Bu yöntem istenen performans ölçütüne göre PID kontrolör tasarımını oldukça kolaylaştırmaktadır.



Şekil 5.4. Ayrık zaman PID kontrolörlü kapalı çevrim kontrol blok diyagramı

Şekil 5.4.'te görebileceğimiz PID kontrolör transfer fonksiyonunda kontrolör katsayıları olarak bulunan K_p , K_i , K_d parametrik olarak hesaplanmak istenmektedir. Burada $G_p(s)$ kontrol edilmek istenen sistemin/alt sistemin sürekli zaman açık çevrim transfer fonksiyonudur. Parametrik denklemler yöntemi ile bahsi geçen kontrolör katsayılarından müteşekkil PID kontrolörün tasarım aşamaları aşağıda sıralanmıştır.

→ Örnekleme zamanı (T) belirlenir ve kontrol edilecek sistemin/alt-sistemin ayrık zaman transfer fonksiyonu Denklem (5.90)'da verilen biçimde sıfırıncı dereceden tutucu (ZOH) transfer fonksiyonu ve belirlenen örnekleme zamanı kullanılarak Z-dönüşümü yardımıyla elde edilir.

$$G_p(z) = Z \left\{ \frac{1-e^{-sT}}{s} G_p(s) \right\} \Big|_T \quad (5.90)$$

$$G_{\text{örnek}}(s) = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\xi w_n s + w_n^2} \quad (5.91)$$

→ Kapalı çevrim sistemin davranması beklenen performans ölçütleri Denklem (5.91)'de verilen 2. dereceden örnek sistemin basamak giriş cevabından parametrik olarak elde edilen ve Denklem (5.92)'de verilen yüzde aşım ($\%Mp$) ve Denklem (5.93)'te verilen %2 kriterine göre yaklaşık yerleşme zamanı (t_s) formülleri kullanılarak doğal açısal frekans (w_n) ve sönüm oranı (ξ) cinsinden belirlenir. Yine 2. Dereceden örnek sistem ele alınarak birim rampa giriş için sürekli hal hatası Denklem (5.94)'te verilen biçimde bulunur. Bu ifade performansı iyileştirmek için tasarım sonrası ince ayar yapmakta kullanılacak olan bir diğer performans ölçütü parametresi k_h ile genişletilebilir. Bu parametrenin başlangıçtaki değeri $k_h = 1$ alınabilir.

$$\%Mp = e^{-\frac{\xi^2}{\sqrt{1-\xi^2}}\pi} * 100 \quad (5.92)$$

$$t_s \approx \frac{4}{\xi w_n} \quad (5.93)$$

$$e_{ss} = \frac{2\xi}{w_n} \rightarrow e_{ss} = k_h \frac{2\xi}{w_n} \quad (5.94)$$

→ İlgili formüller ile hesaplanan ve performans ölçütleri olan doğal açısal frekans (w_n) ve sönüm oranı (ξ) kullanılarak sürekli zaman 2. dereceden örnek sistem payda polinom kökleri Denklem (5.95)'te verilen şekilde elde edilir. Kapalı çevrim sistemin dinamik davranışını belirleyen, karakteristik denklemi sağlayan (sıfır yapan) ayrık zaman kontrol kökleri de örnekleme zamanından hareketle Denklem (5.96)'daki formül ile elde edilir.

$$s_{1,2} = -\xi w_n \pm j w_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (5.95)$$

$$z_{1,2} \triangleq e^{s_{1,2} T} \quad (5.96)$$

→ Bu kontrol köklerinden herhangi birisi dikkate alınarak elde edilen karmaşık sayı üstel formda yazılırsa Denklem (5.97)'de verildiği şekilde genlik ve faz şeklinde iki parametre ile ifade edilebilir.

$$z_1 = e^{s_1 T} = |z_1| e^{j\beta} \quad (5.97)$$

→ Denklem (5.90)'da elde edilen sisteme ait açık çevrim ayrık zaman transfer fonksiyonunda z yerine ele alınan bu kontrol kutbu z_1 konulup üstel formda yazılarak Denklem (5.98)'de verildiği üzere genlik ve faz şeklinde diğer iki parametre elde edilir.

$$G_p(z) \Big|_{z_1} = G_p(z_1) = |G_p(z_1)| e^{j\psi} \quad (5.98)$$

→ Şekil 5.4.'ten hareketle referans işaret ile çıkış arasındaki hata ifadesi Denklem (5.99)'daki gibi yazılabilir. Burada ayrık zaman PID kontrolör transfer fonksiyonu Denklem (5.100)'deki gibidir. Referans giriş rampa işaret olmak üzere Denklem (5.101)'de verilen sürekli hal hatası son değer teoremi yardımıyla bulunmak istenirse, Denklem (5.99) ve Denklem (5.100)'de kullanılarak Denklem (5.102) elde edilir. Bu ifadeden Denklem (5.94) ve Denklem (5.100) de kullanılarak PID kontrolör katsayılarından olan integratör katsayısı K_i Denklem (5.103)'te verilen biçimde (belirlenen performans ölçütleri, örnekleme zamanı, ayrık zaman açık çevrim transfer fonksiyonu pay polinom katsayı toplamı ve payda polinom katsayı toplamı parametreleri cinsinden) parametrik olarak bulunabilir.

$$E(z) = R(z) - C(z) = R(z) \left(1 - \frac{G_{PID}(z)G_P(z)}{1 + G_{PID}(z)G_P(z)} \right) = R(z) \left(\frac{1}{1 + G_{PID}(z)G_P(z)} \right) \quad (5.99)$$

$$G_{PID}(z) = K_p + K_i \frac{z}{z-1} + K_d \frac{z-1}{z} \quad (5.100)$$

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)E(z) \quad (5.101)$$

$$e_{ss} = \frac{T}{\lim_{z \rightarrow 1} (z-1)G_{PID}(z)G_P(z)} \quad (5.102)$$

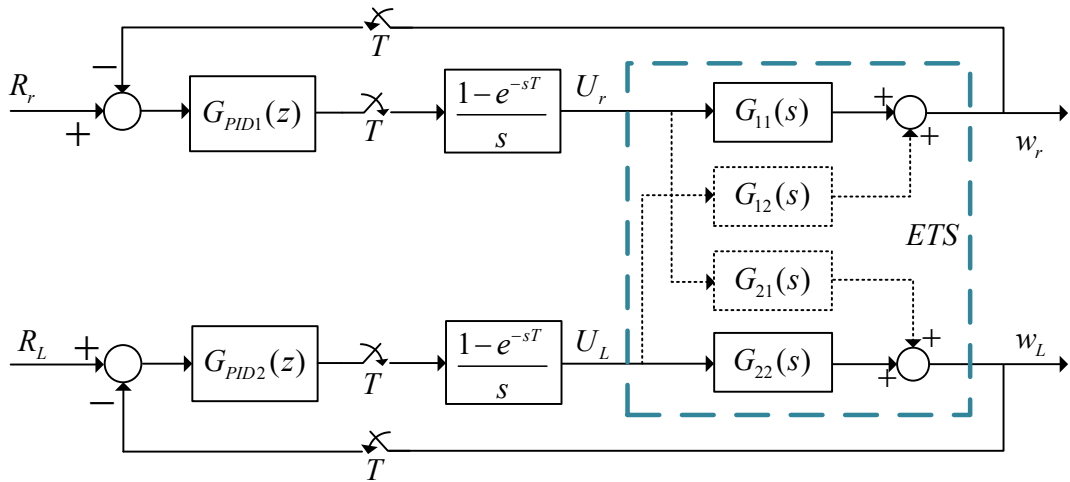
$$K_i = \frac{\frac{T w_n}{k_h 2\xi}}{\lim_{z \rightarrow 1} G_P(z)} \quad (5.103)$$

→ Diğer PID kontrolör katsayıları olan oransal katsayı K_p ve türev katsayısı K_d ise Denklem (5.97) ve Denklem (5.98)'de verilen genlik ve faz parametreleri $|z_1|$, β , $|G_p(z_1)|$, ψ ve Denklem (5.103) de verilen K_i integratör katsayısı ile çıkarım ayrıntıları ilgili kaynakta [43] verilen parametrik denklemler yöntemiyle aşağıda verilen Denklem (5.104) ve Denklem (5.105) deki gibi bulunacaktır.

$$K_p = -\frac{\cos(\psi)}{|G_p(z_1)|} - 2K_i|z_1| \frac{|z_1| - \cos(\beta)}{|z_1|^2 - 2|z_1|\cos(\beta) + 1} + \frac{-|z_1|\sin(\psi) + \cos(\beta)\sin(\psi)}{|G_p(z_1)|\sin(\beta)} \quad (5.104)$$

$$K_d = \frac{|z_1|}{\sin(\beta)} \left(\frac{K_i \sin(\beta)}{|z_1| - 2\cos(\beta) + \frac{1}{|z_1|}} + \frac{\sin(\psi)}{|G_p(z_1)|} \right) \quad (5.105)$$

ETS sisteminin bağımsız iki alt SISO sistemden oluştuğu ve bu alt sistemleri kontrol etmek için iki bağımsız PID kontrolör kullanıldığı senaryoyu betimleyen ETS sistemine ait ayrık zaman kapalı çevrim kontrol blok diyagramı Şekil 5.5. verilmiştir.



Şekil 5.5. Ayrık zaman PID kontrolörlü ETS kapalı çevrim kontrol blok diyagramı

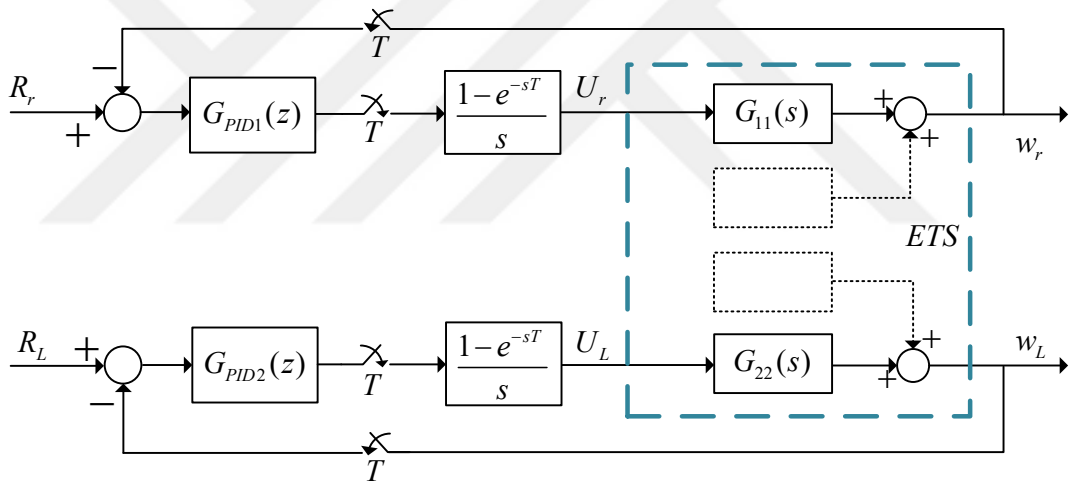
Şekil 5.5.'te noktalı çizgilerle çizilen yollar ve bloklar kuplaj etkisine dairdir. Bu etkiler Bölüm 4.'te ele alındığı üzere çıkışlara etki eden bozucular olarak değerlendirilip, PID kontrolörlerin tasarımında sürekli zaman açık çevrim transfer

fonksiyonu olarak $G_{11}(s)$ ve $G_{22}(s)$ bağımsız olarak ele alınarak iki ayrı kontrolör elde edilecektir. Kontrol edilmek istenen ETS alt sistemleri olarak ele alınacak bu transfer fonksiyonları Denklem (5.106) ve Denklem (5.107)'de verildiği üzere daha önce $G_r(s)$ ve $G_L(s)$ isimlendirmeleriyle Bölüm 4.'te elde edilmişti.

$$G_{11}(s) = G_r(s) = \frac{w_r}{U_r} = \frac{(1+K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}+NG_{L4})(NG_{r1}K_{tr}G_{r2})}{(1+K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}+NG_{r4})(1+K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}+NG_{L4})-(N^2G_{r3}G_{L3})} \quad (5.106)$$

$$G_{22}(s) = G_L(s) = \frac{w_L}{U_L} = \frac{(1+K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}+NG_{r4})(NG_{L1}K_{tL}G_{L2})}{(1+K_{br}G_{r1}K_{tr}G_{r2}+NG_{r4})(1+K_{bL}G_{L1}K_{tL}G_{L2}+NG_{L4})-(N^2G_{r3}G_{L3})} \quad (5.107)$$

Bu ifadeler ve Şekil 5.6.'da verilen kuplaj etkileri ihmal edilmiş kontrol şeması kullanılarak her bir çıkış bağımsız kontrolörler ile denetlenecek ve sonuçları bir sonraki bölümde verilecektir.



Şekil 5.6. Kuplaj etkileri ihmal edilmiş ETS kapalı çevrim kontrol blok diyagramı

BÖLÜM 6. BENZETİM UYGULAMALARI

Bu bölümde daha önceki bölümlerde ele alınan modelleme ve kontrol yaklaşımlarının benzetim ortamında uygulaması yapılarak sonuçları verilecektir. Bunun için öncelikle sistem parametrelerinde kullanılan sayısal değerler belirlenecek, iki farklı yaklaşımla model doğrulama yapılacaktır. Sonra ele alınan sistem parametrelerine karşılık gelen ETS MIMO ve SISO modelleme yaklaşımlarına dair gösterimler sayısal değerleri ile verilecektir. Daha sonra sağ ve sol tekerlek açılma hızlarına yönelik referans giriş işaretlerinin ani değişimine engel olmak için alçak geçiren filtre ile sistem dinamiğini etkilemeyecek ve kullanıcı tarafında hissedilmeyecek biçimde bir giriş filtrelemesi kullanımı verilecektir. Sonrasında kontrol yöntemlerinin uygulanacağı ayrık zaman MIMO ve SISO tabanlı modelleme yaklaşımlarının açık çevrim davranışları birlikte incelenecektir.

Ele alınan kontrol yöntemlerinin uygulanmasında önce MIMO ETS modeline yönelik olarak model öngörülü kontrol (MÖK) tabanlı MIMO PID kontrol yaklaşımına dair benzetim çalışmaları ve sonuçları verilecek, daha sonra SISO ETS modeline yönelik olarak parametrik denklemlerle elde edilmiş PID kontrolörlere dair benzetim çalışmaları ve sonuçları verilecektir.

Son olarak elde edilen kapalı çevrim ETS kontrol sistemlerinin referans bir konum yörüngeyi hız kontrolü yaklaşımıyla takibi iki boyutlu animasyon biçiminde görselleştirilecektir.

6.1. ETS Modellerinde Kullanılan Sistem Parametreleri

ETS modelleme yaklaşımlarında kullanılan ETS sistem ve tasarım parametreleri ve sayısal değerleri Tablo 6.1.'de verilmiştir.

Tablo 6.1. ETS sistem ve tasarım parametreleri

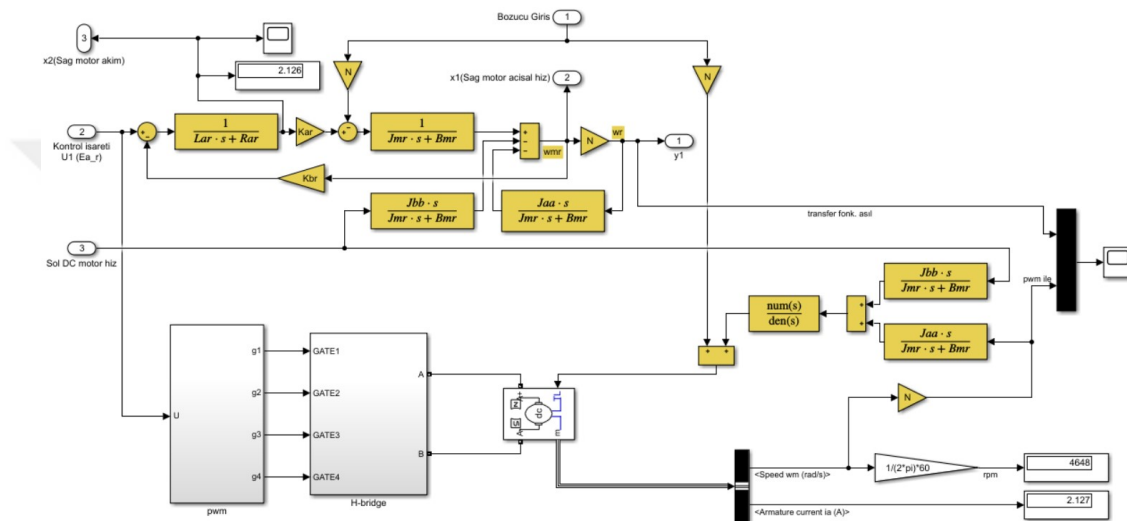
Parametre:	Sayısal Değer:
$m_{kullanıcı}$	70
m_{ETS}	68,5
R_1	0,16
R_2	0,095
h	0,04
W	0,6
L	0,6
A	0,5
B	0,3
D	0,1
R	0,2
N	1/32
J_w	0,0096
B_{mk}	0,0002
J_{mk}	0,0001
K_{ak}	0,046
R_{ak}	0,75
L_{ak}	0,0001
K_{bk}	0,046
T	$4,8485 \cdot 10^{-5}$
τ_{filter}	0,025

Tablo 6.1.'de verilen bu değerler elde edilirken örnek alınan ETS sistemi üzerinden ölçülebilen parametreler ölçülmüş, ölçülemeyenlerin bir kısmı ilgili donanımların teknik çizim ve katalog bilgilerinden faydalanılarak belirlenmiştir. Ölçülemeyen diğer bir kısım parametre ise sistem gerçek zaman itki sistemlerinin etiket bilgilerinde yer alan (en yüksek hız, güç vb.) nominal değerleri baz alınarak gerçeğe uygun belirlenmiştir. Ayrıca sağ ve sol motor için parametreler aynı belirlenmiştir.

6.2. Benzetim Ortamında Model Doğrulama

Örnek alınan sistemdeki DC motorlara yönelik giriş gerilimleri gerçek zamanda motor sürücü entegreler ve H-köprü güç elektroniği anahtarlama devresi vasıtasıyla sisteme uygulanmaktadır. Bu yapıların benzetim modeli ortamına aktarılması ile transfer

fonksiyonu yaklaşımı gibi matematiksel modelleme yöntemlerinde kullanılan parametrelerin ve sistem cevabının gerçek sisteme yakın olması sağlanmıştır. Gerçek sistemde bulunan birtakım detaylar benzetim modeline aktarılıp model çıkış dinamikleri kıyaslanarak ölçülemeyen sistem parametreleri uygun belirlenmiştir. Şekil 6.1.'de transfer fonksiyonu modeli ve darbe genişlik modülasyonu (PWM) tekniğine dayalı sürülen fiziksel DC motor modelinin benzetim ortamında birlikte kullanımı verilmiştir.

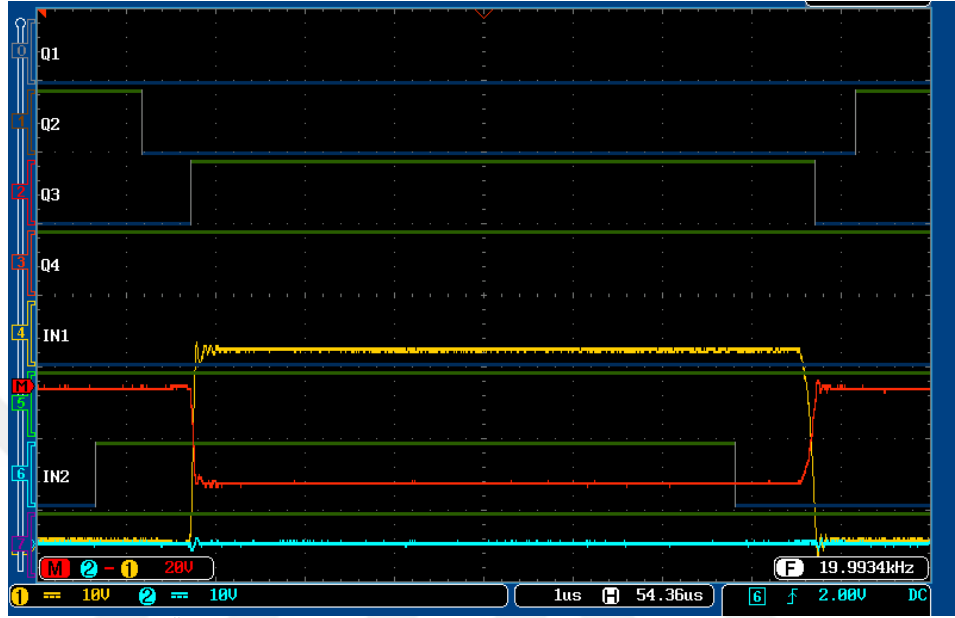


Şekil 6.1. Transfer fonksiyonu blokları ile ETS modeli ve PWM sürücülü motor fiziksel modeli benzetimi

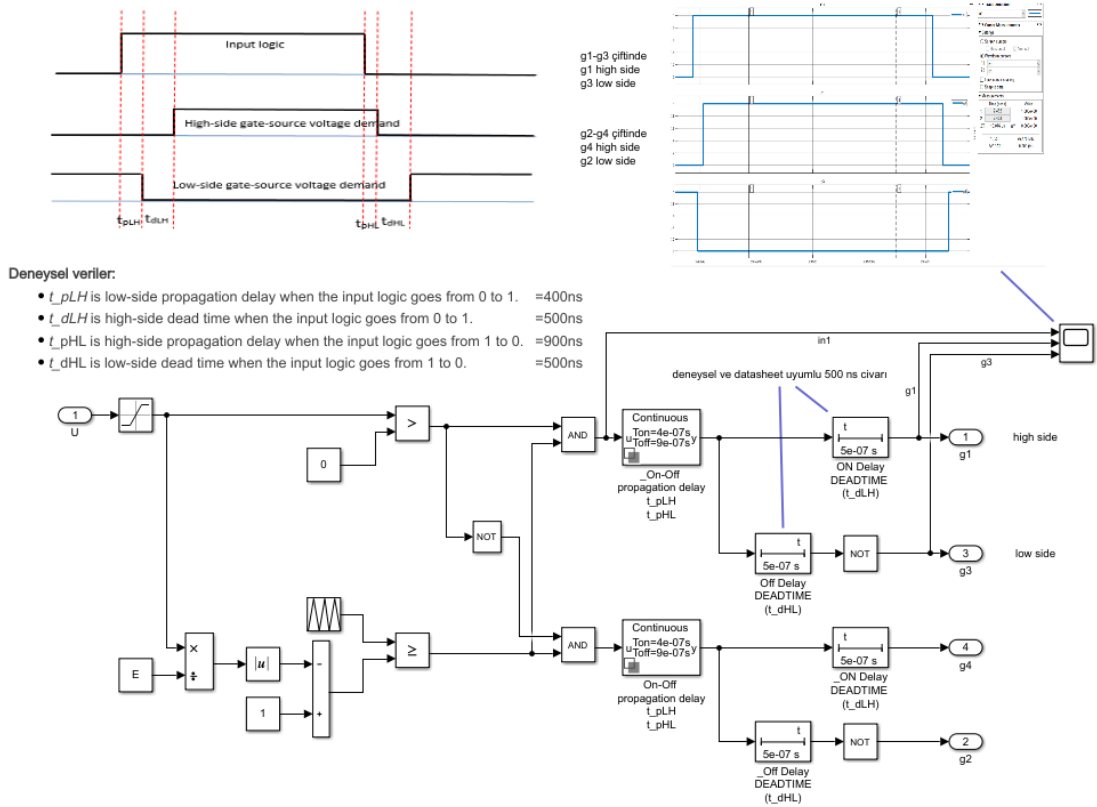
Benzetim çalışmasında verilen motor sürücü donanım bloklarının çalışması gerçek zamanda osiloskop ile incelendiğinde H-köprü (H-bridge) devresinde bulunan anahtarların tetiklenmelerinin belirli tipik iletim gecikmeleri (propagation delay) ve ölü zaman gecikmeleri (dead-time/interlock delay) ile gerçekleştiği görülmüştür. Bu durum Şekil 6.2.'de osiloskop görüntüsü ile verilmiştir. Ekran görüntüsünde kırmızı renk ile çizilen grafik motor giriş gerilimi iken Q1, Q2, Q3 ve Q4 isimli grafikler H-köprü de bulunan anahtarlama elemanlarının tetikleme sinyalleri, IN1 ve IN2 ise tekerleğin ileri ya da geri dönmesini sağlayacak şekilde iki yarı H-köprü sürücüsünün mikroişlemci tarafından gelen PWM sinyallerine ait grafiklerdir.

Model doğrulamada benzetim ortamında hem gerçek zaman sistem üzerinden elde edilen veriler hem de motor sürücü ve anahtarlama elemanları katalog bilgilerinden yararlanılarak gerçeğe en yakın model ve sistem parametreleri yakalanmaya

çalışılmıştır. Edinilen verilerden iletim ve ölü zaman gecikmeleri de uyarlanarak PWM üretici H-köprü sürücü mantığı benzetim ortamında Şekil 6.3.'te verilen biçimde gerçekleştirilmiştir.

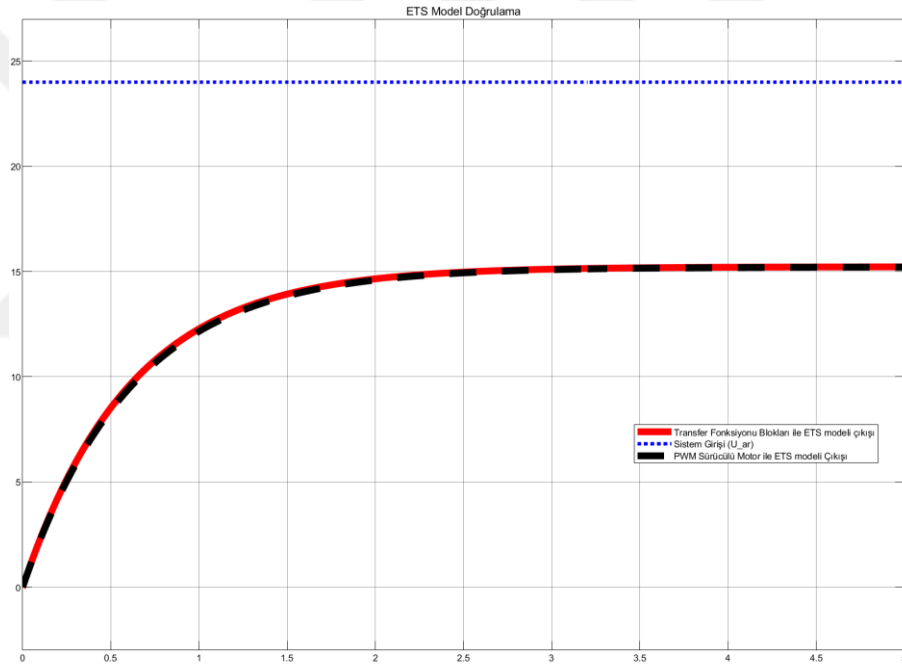


Şekil 6.2. Örnek alınan sistemin motor sürücü devresinden alınan osiloskop görüntüsü



Şekil 6.3. PWM mantığı ve anahtarlama elemanları sürücüsü benzetim blok diyagramı

Model doğrulama amaçlı benzetim ortamında ele alınan transfer fonksiyonu gösterimine dayalı matematiksel model ve darbe genişlik modülasyonu (PWM) mantığıyla güç elektroniği devresi ile sürülen motor benzetim modeli şeklinde iki yaklaşıma ait çıkış grafikleri Şekil 6.4.'te verilmiştir. Görüldüğü üzere iki yaklaşım sonucu da üst üste gitmekte birbirlerini doğrulamaktadır. Ancak bundan sonraki modelleme ve kontrol benzetim çalışmalarında bu modellerden benzetim esnekliği ve hızı itibarıyla transfer fonksiyonu gibi matematiksel temelli olanlar kullanılacaktır. Ayrıca bozucu girişlerin sisteme uygulanmasında kolaylık sağladığı için transfer fonksiyonu açık bloklarından oluşan benzetim modeli ele alınan kontrol yöntemlerinin incelenmesinde de kullanışlı olacaktır.



Şekil 6.4. Model doğrulama: matematik model ve PWM sürücülü motor modeli karşılaştırması

6.3. Ayrık Zaman MIMO ETS Benzetim Modeli

Ayrık zaman MIMO ETS modeli için Bölüm 4.'de ele alındığı üzere sürekli zaman MIMO ETS modeli durum uzay gösterimi ile Denklem (6.1) şeklinde hatırlanabilir.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \frac{dw_{mr}(t)}{dt} \\ \frac{di_{ar}(t)}{dt} \\ \frac{dw_{mL}(t)}{dt} \\ \frac{di_{aL}(t)}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -J_{rr}B_{mr} & K_{ar}J_{rr} & -J_{rL}B_{mL} & K_{aL}J_{rL} \\ -\frac{K_{br}}{L_{ar}} & -\frac{R_{ar}}{L_{ar}} & 0 & 0 \\ -J_{Lr}B_{mr} & K_{ar}J_{Lr} & -J_{LL}B_{mL} & K_{aL}J_{LL} \\ 0 & 0 & -\frac{K_{bL}}{L_{aL}} & -\frac{R_{aL}}{L_{aL}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{L_{ar}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{aL}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ar}(t) \\ U_{aL}(t) \end{bmatrix} \quad (6.1) \\
\begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Bu modelde yer alan sistem parametrelerinin sayısal değerleri yerine konulursa sürekli zaman MIMO ETS durum uzay modeline Denklem (6.2) şeklinde ulaşılır.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \frac{dw_{mr}(t)}{dt} \\ \frac{di_{ar}(t)}{dt} \\ \frac{dw_{mL}(t)}{dt} \\ \frac{di_{aL}(t)}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -0.09653 & 22.2 & -0.01213 & 2.789 \\ -460 & -7500 & 0 & 0 \\ -0.01213 & 2.789 & -0.09653 & 22.2 \\ 0 & 0 & -460 & -7500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 10000 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 10000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ar}(t) \\ U_{aL}(t) \end{bmatrix} \quad (6.2) \\
\begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0.03125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03125 & 0 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Elde edilen sürekli zaman durum uzay modeli tam ayrıklaştırma ile ayrıklaştırılarak ayrık zaman ETS MIMO durum uzay modeline geçilecektir. Bunun için sürekli zaman durum geçiş matrisi hatırlanacağı üzere Denklem (6.3)'teki ifade ile elde edilebilir.

$$e^{At} = \ell^{-1} \left\{ [sI - A]^{-1} \right\} \quad (6.3)$$

Sürekli zaman durum geçiş matrisinden hareketle örnekleme zamanı T sayısal değeri kullanılarak ayrık zaman durum geçiş matrisi ve aynı zamanda ayrık zaman durum

uzay modeli sistem matrisi Denklem (6.4)'teki gibi elde edilir. Ayırık zaman durum uzay modeli giriş matrisi de benzer şekilde sürekli zaman durum geçiş matrisi ve örnekleme zamanı kullanılarak Denklem (6.5)'teki gibi elde edilir. Ayırık zaman çıkış matrisi ise sürekli zaman çıkış matrisi ile aynıdır ve Denklem (6.6)'da verilmiştir.

$$A_m = e^{At} \Big|_{t=T} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0009025 & -1.929 * 10^{-6} & 0.0001134 \\ -0.0187 & 0.6951 & 1.521 * 10^{-8} & -1.188 * 10^{-6} \\ -1.929 * 10^{-6} & 0.0001134 & 1 & 0.0009025 \\ 1.521 * 10^{-8} & -1.188 * 10^{-6} & -0.0187 & 0.6951 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$$B_m = \left(\int_{\lambda=0}^T e^{A\lambda} d\lambda \right) B = \begin{bmatrix} 0.000232 & 2.915 * 10^{-5} \\ 0.4065 & -2.039 * 10^{-7} \\ 2.915 * 10^{-5} & 0.000232 \\ -2.039 * 10^{-7} & 0.4065 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

$$C_m = C = \begin{bmatrix} 0.03125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03125 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

Elde edilen ayırık zaman durum uzay modeline dair matris ifadeleri kullanılarak ayırık zaman MIMO ETS modeli Denklem (6.7) ile verilir.

$$\begin{bmatrix} w_{ar}(k+1) \\ i_{ar}(k+1) \\ w_{al}(k+1) \\ i_{al}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.0009025 & -1.93 * 10^{-6} & 0.0001134 \\ -0.0187 & 0.6951 & 1.521 * 10^{-8} & -1.19 * 10^{-6} \\ -1.93 * 10^{-6} & 0.0001134 & 1 & 0.0009025 \\ 1.521 * 10^{-8} & -1.19 * 10^{-6} & -0.0187 & 0.6951 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{ar}(k) \\ i_{ar}(k) \\ w_{al}(k) \\ i_{al}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000232 & 2.915 * 10^{-5} \\ 0.4065 & -2.04 * 10^{-7} \\ 2.915 * 10^{-5} & 0.000232 \\ -2.04 * 10^{-7} & 0.4065 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ar}(k) \\ U_{al}(k) \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$\begin{bmatrix} w_r(k) \\ w_l(k) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.03125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03125 & 0 \end{bmatrix}}_{C_m} \begin{bmatrix} w_{ar}(k) \\ i_{ar}(k) \\ w_{al}(k) \\ i_{al}(k) \end{bmatrix}$$

6.4. Ayırık Zaman SISO ETS Benzetim Modeli

4. Bölümde ele alındığı üzere ETS sistemine ait sürekli zaman transfer fonksiyonu matrisi tanımlaması Denklem (6.8) şeklindedir. Matris elemanları olan transfer fonksiyonlarının elde edilmesinde Denklem (6.9) ifadesi kullanılabilir.

$$\begin{bmatrix} w_r \\ w_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_r \\ U_L \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

$$M_{tf} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (6.9)$$

ETS sistemine dair sürekli zaman MIMO durum uzay modelinin daha önce verildiği üzere Denklem (6.10) şeklinde olduğu hatırlanabilir.

$$\begin{bmatrix} \frac{dw_{mr}(t)}{dt} \\ \frac{di_{ar}(t)}{dt} \\ \frac{dw_{mL}(t)}{dt} \\ \frac{di_{aL}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.09653 & 22.2 & -0.01213 & 2.789 \\ -460 & -7500 & 0 & 0 \\ -0.01213 & 2.789 & -0.09653 & 22.2 \\ 0 & 0 & -460 & -7500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 10000 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 10000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ar}(t) \\ U_{aL}(t) \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$\begin{bmatrix} w_r(t) \\ w_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.03125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03125 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mr}(t) \\ i_{ar}(t) \\ w_{mL}(t) \\ i_{aL}(t) \end{bmatrix}$$

Verilen bu modelde yer alan sistem, giriş ve çıkış matrisleri Denklem (6.9)'da kullanılırsa ETS sürekli zaman transfer fonksiyonu matrisi elemanı olan transfer fonksiyonları Denklem (6.11), Denklem (6.12), Denklem (6.13) ve Denklem (6.14)'teki biçimde elde edilir.

$$G_{11}(s) = \frac{6938s^2 + 5.204 \cdot 10^7 s + 7.468 \cdot 10^7}{s^4 + 1.5 \cdot 10^4 s^3 + 5.627 \cdot 10^7 s^2 + 1.641 \cdot 10^8 s + 1.177 \cdot 10^8} \quad (6.11)$$

$$G_{12}(s) = \frac{871.7s^2 + 6.538 \cdot 10^6 s - 1.189 \cdot 10^{-5}}{s^4 + 1.5 \cdot 10^4 s^3 + 5.627 \cdot 10^7 s^2 + 1.641 \cdot 10^8 s + 1.177 \cdot 10^8} \quad (6.12)$$

$$G_{21}(s) = \frac{871.7s^2 + 6.538 \cdot 10^6 s - 1.189 \cdot 10^{-5}}{s^4 + 1.5 \cdot 10^4 s^3 + 5.627 \cdot 10^7 s^2 + 1.641 \cdot 10^8 s + 1.177 \cdot 10^8} \quad (6.13)$$

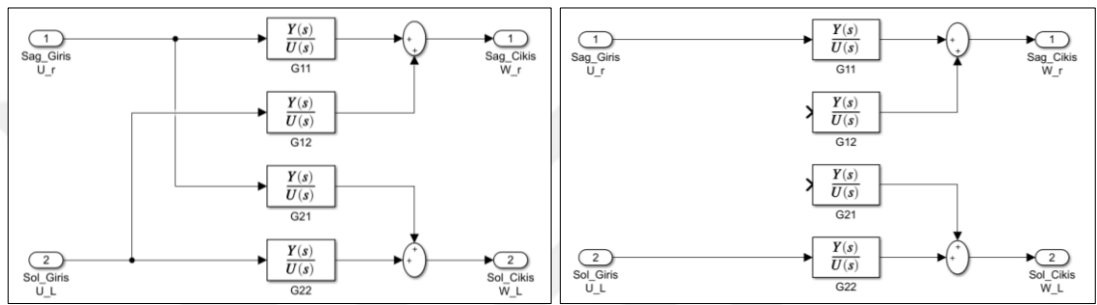
$$G_{22}(s) = \frac{6938s^2 + 5.204 \cdot 10^7 s + 7.468 \cdot 10^7}{s^4 + 1.5 \cdot 10^4 s^3 + 5.627 \cdot 10^7 s^2 + 1.641 \cdot 10^8 s + 1.177 \cdot 10^8} \quad (6.14)$$

Bu transfer fonksiyonlarından transfer fonksiyonu matrisi köşegeni haricindeki $G_{12}(s)$ ve $G_{21}(s)$ elemanları sıfır kabul edilerek ETS sistemindeki kuplaj etkileri sistem üzerinde baskın bir etki oluşturmadıkları için bozucu olarak değerlendirilip ihmal

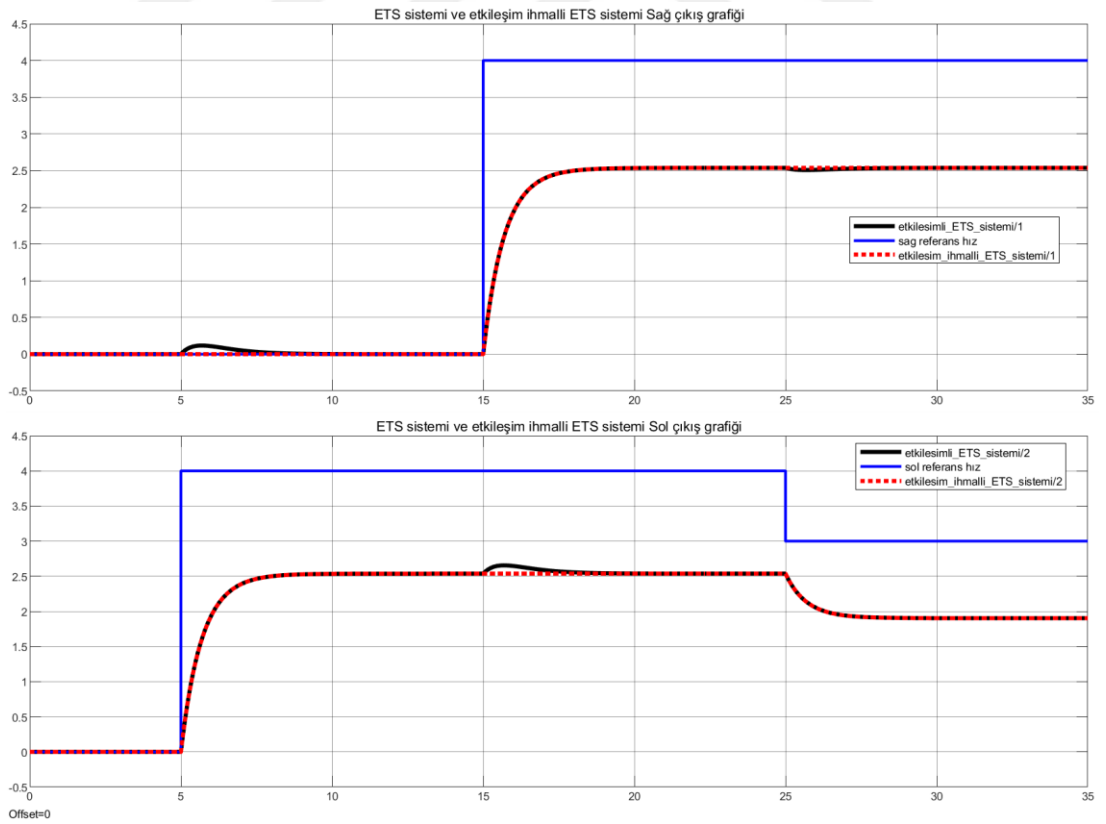
edilebilir. Dolayısıyla ETS sistemi giriş çıkış ilişkisini veren transfer fonksiyonu matrisi Denklem (6.15)'teki gibi verilebilir.

$$\begin{bmatrix} w_r \\ w_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 \\ 0 & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_r \\ U_L \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Şekil 6.5.'te görüldüğü üzere kuplaj etkileşimi olan asıl sistem ile kuplaj etkileşimi ihmal edilmiş sistem benzetim ortamında ele alınmıştır.



Şekil 6.5. Kuplaj etkisi ihmali için benzetim blok diyagramı; kupaşlı (solda), kupaşsız (sağda)



Şekil 6.6. Kuplaj ihmalinin sağ ve sol tekerlek hızı çıkışları üzerindeki etkisi

Şekil 6.5.'te görülen iki yaklaşıma dair sağ ve sol tekerlek hızlarına dair çıkış işaretleri Şekil 6.6.'da verilmiştir. Görüldüğü üzere kuplaj etkileşimleri ilgisiz çıkışlar üzerinde baskın bir etki oluşturmamaktadır. Bu etkiler giriş işaretlerinin ani değişimlere karşı geçici halde etkili olmakta ve kendiliğinden sönümlenip etkisi geçmektedir. Bu etkilerin genlikleri de bozucu olarak nitelendirilebilecek düzeyde kaldığından integral aksiyonu içeren bir kontrolör kullanımında kapalı çevrim çıkış cevap performansı hissedilir ölçüde etkilenmeyecektir.

Kuplaj etkilerinin bozucu olarak değerlendirilmesi sayesinde ETS'nin transfer fonksiyonu gösterimine dayalı modeli MIMO yerine bağımsız iki tane SISO alt sistem olarak ele alınabilecektir. Sırasıyla sağ ve sol alt sistem için örnekleme zamanı T daha önce verildiği üzere ayrık zaman transfer fonksiyonu modelleri Denklem (6.16) ve Denklem (6.17)'de elde edilmiştir.

$$\begin{aligned} G_r(z) &= Z\{G_{ZOH}(s)G_{11}(s)\} \\ G_r(z) &= Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} \frac{6938s^2 + 5.204 \cdot 10^7 s + 7.468 \cdot 10^7}{s^4 + 1.5 \cdot 10^4 s^3 + 5.627 \cdot 10^7 s^2 + 1.641 \cdot 10^8 s + 1.177 \cdot 10^8}\right\} \\ G_r(z) &= \frac{7.2502 \cdot 10^{-6} (z+0.8859)}{(z-1)(z-0.6952)} \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$\begin{aligned} G_L(z) &= Z\{G_{ZOH}(s)G_{22}(s)\} \\ G_L(z) &= Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s} \frac{6938s^2 + 5.204 \cdot 10^7 s + 7.468 \cdot 10^7}{s^4 + 1.5 \cdot 10^4 s^3 + 5.627 \cdot 10^7 s^2 + 1.641 \cdot 10^8 s + 1.177 \cdot 10^8}\right\} \\ G_L(z) &= \frac{7.2502 \cdot 10^{-6} (z+0.8859)}{(z-1)(z-0.6952)} \end{aligned} \quad (6.17)$$

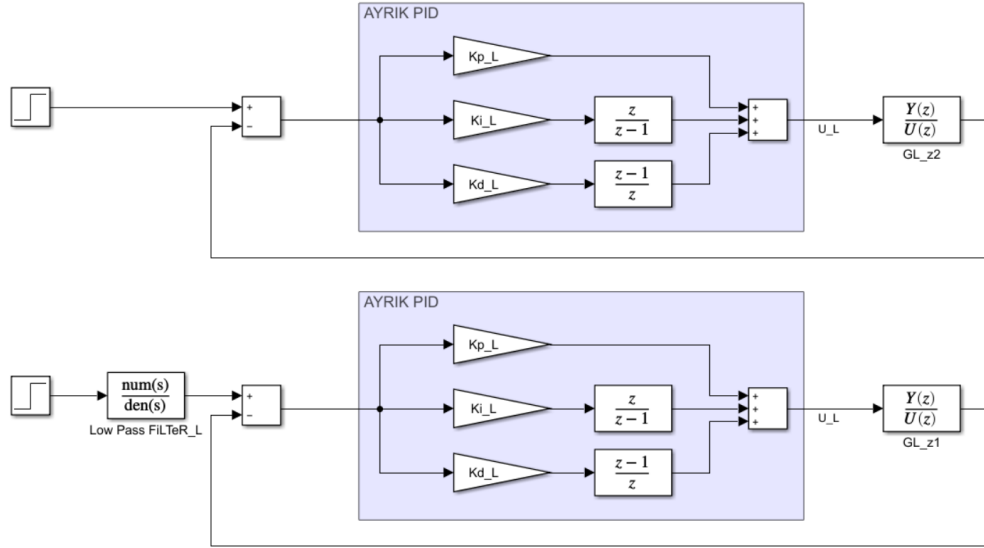
Bu iki transfer fonksiyonu ile ifade edilen modelleme yaklaşımına yönelik birbirinden bağımsız iki kontrolör tasarlanacak, kuplaj etkileri ihmal edilmiş MIMO ETS sistemi SISO temelli bir kontrol yöntemi ile denetlenecektir.

6.5. Referans Giriş Filtreleme

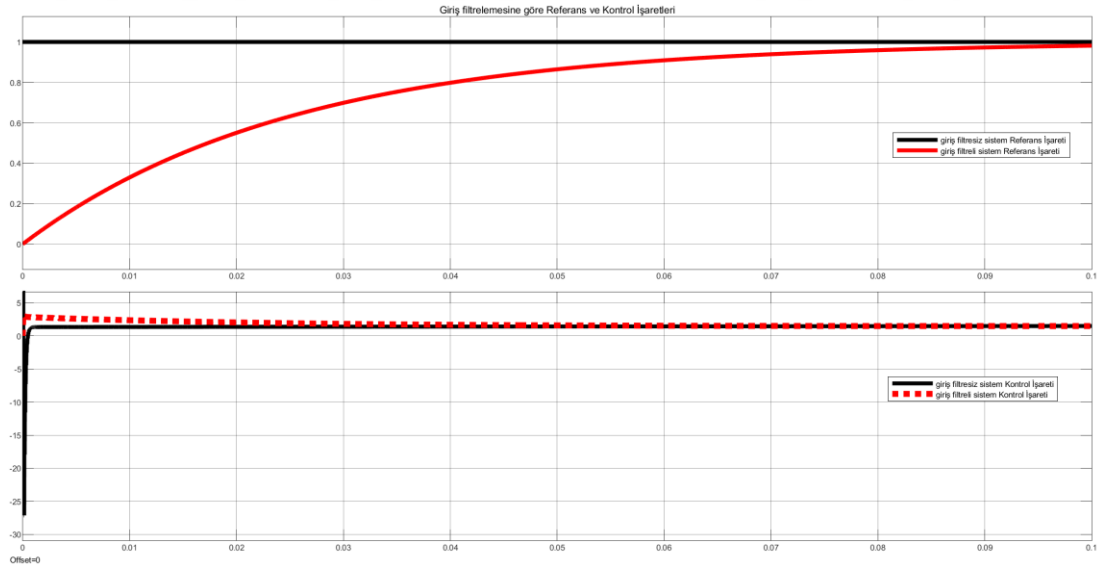
Örnek olarak ETS sol tarafına dair SISO alt sistemine ait ayrık zaman transfer fonksiyonuna tasarlanan PID kontrolörün çıkışındaki kontrol işaretinin zamana bağlı değişimi referans girişte alçak geçiren filtre olup olmadığına göre Şekil 6.7.'de verilen benzetim blok diyagramı ile incelenmiştir. Kullanılan alçak geçiren filtrelerin transfer

fonksiyonu ayrıca Denklem (6.18) verilmiştir. Filtrenin birim kazançlı olduğu görülmektedir. τ_{filter} filtre zaman sabitidir.

$$G_{filter}(s) = \frac{1}{\tau_{filter}s+1} \quad (6.18)$$



Şekil 6.7. Referans giriş filtreli ve filtersız benzetim blok diyagramları

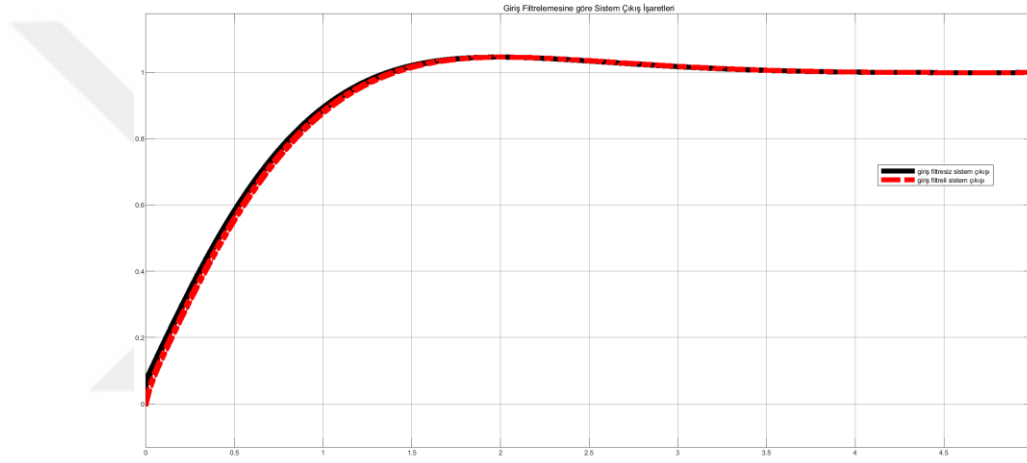


Şekil 6.8. Filtreli (kırmızı) ve filtersız (siyah) referans girişler ve ilgili kontrol işaretleri değişimleri

Referans girişte sistem cevabını etkilemeyecek bir alçak geçiren bir filtre kullanılıp kullanılmamasına dair filtreli ve filtersız referans işaretler ile kontrol işaretleri grafikleri Şekil 6.8.'de verilmiştir. Filtre kullanılmadığı durumda görüldüğü üzere kontrol

yapısında bulunan türev operatörü ve örnekleme zamanının küçüklüğü nedeniyle referans girişin benzetim başlangıcında değerinin sıfırdan bire ani değişimi ile kontrol işareti fiziksel sınırların üzerinde gerçekleşemez değerler almaktadır.

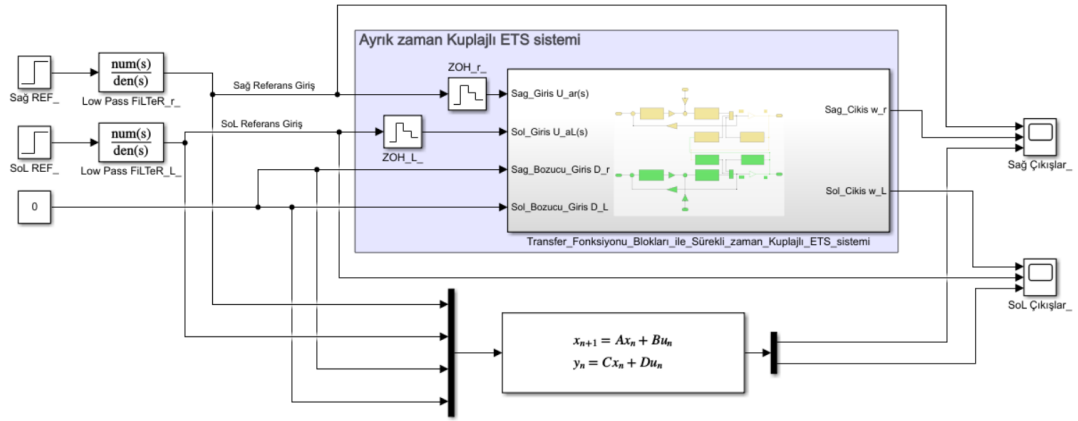
Filtre kullanımı ile referans işaret hissedilmeyecek kadar az zamanda istenilen asıl referans değere ulaşmakta ve türev sebepli darbe (derivative kick) sorununu çözmektedir. Dolayısıyla benzetim çalışmalarımızda kullanılacaktır. Şekil 6.9.'da filtre kullanımı durumunda sistem çıkış dinamiğinin anlamlı ölçüde etkilenmediği her iki durum için çıkışlar üst üste çizdirilerek gösterilmektedir.



Şekil 6.9. Filtreli (kırmızı-kesikli) ve filtersiz (siyah) referans giriş durumlarında sistem çıkış işaretleri

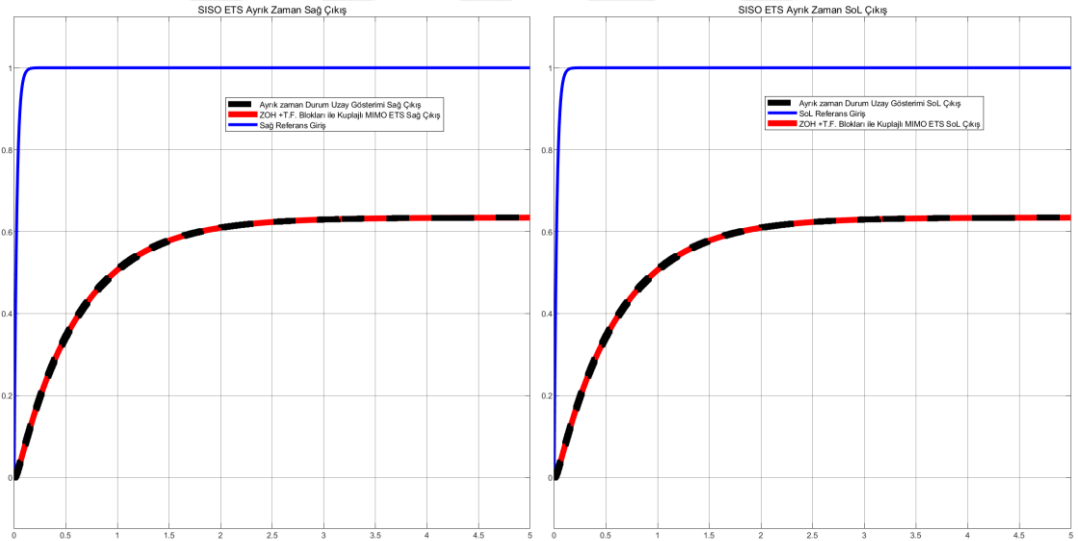
6.6. Ele Alınan Modelleme Yaklaşımlarının Açık Çevrim Davranışları

Bu kısımda aynı ETS sistem parametrelerine dayalı benzetim çalışmalarında oluşturulan bir takım ayrıklaştırılmış model gösterimlerinin açık çevrim basamak giriş davranışları incelenerek benzetim modellerinin birbiriyle aynı davranıp davranmadığı incelenerek doğrulama ve karşılaştırma yapılmıştır. Burada önce kuplaj ihmali yapılmamış ve ayrıntıları Bölüm 4.'te verilen transfer fonksiyonuna dayalı blok diyagramı şeklinde elde edilen çok giriş-çok çıkış (MIMO) ETS modeli ile yine aynı şekilde kuplaj ihmali yapılmamış vektör matris formda elde edilmiş durum uzay gösterimi ile MIMO ETS modeli çıkış cevabı karşılaştırılmıştır. İlgili benzetim blok diyagramı Şekil 6.10.'da verilmiştir.



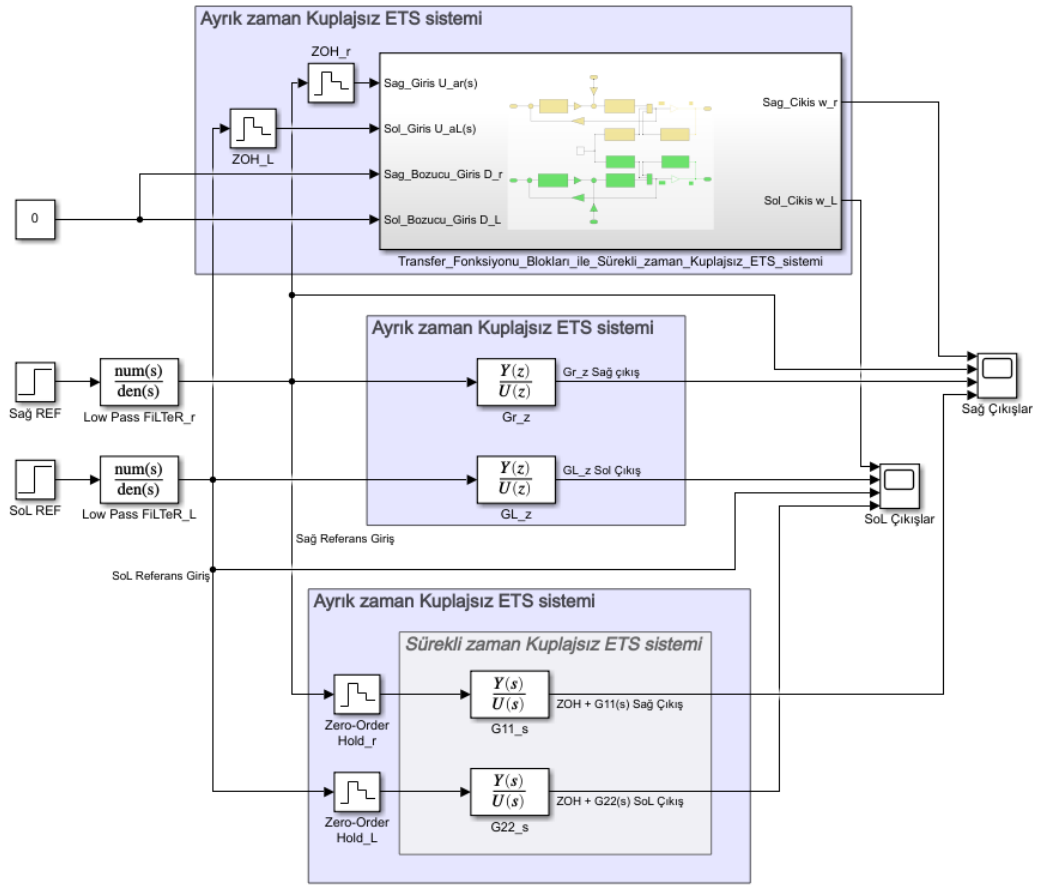
Şekil 6.10. Kuplaj ihmalı yapılmamış ayrık zaman ETS MIMO model açık çevrim benzetim modelleri

Verilen benzetim çalışmasına dair sonuçlar ise Şekil 6.11.'de sırasıyla sağ ve sol çıkış için verilmiştir. Görüldüğü üzere iki gösterime göre de oluşturulan ayrıklaştırılmış açık çevrim benzetim modelleri referans girişlere karşılık aynı çıkış cevap karakterinde davranmaktadır.

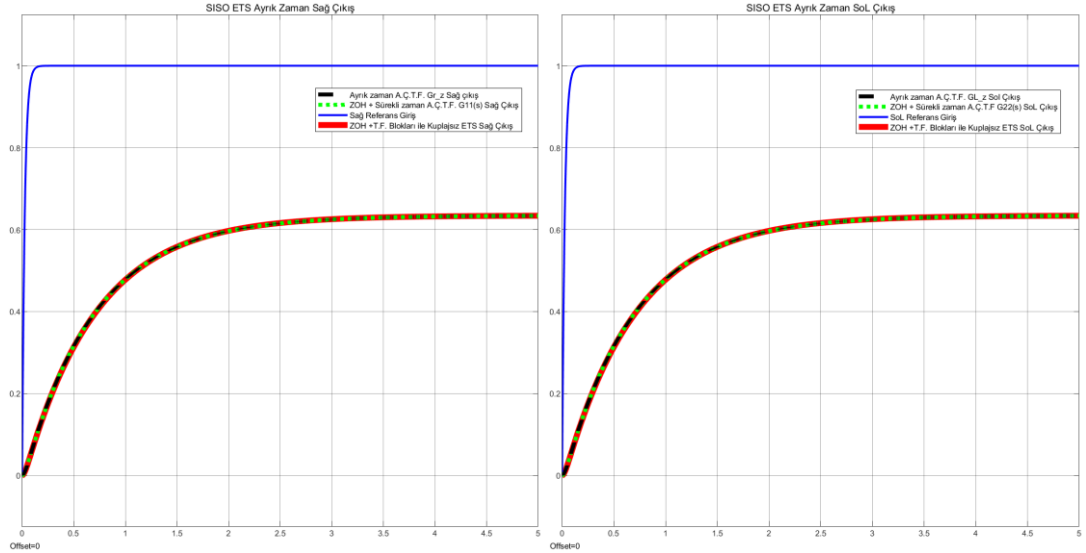


Şekil 6.11. Kuplaj ihmalı yapılmamış farklı ayrık zaman ETS MIMO benzetim modellerinin sağ ve sol çıkışları

Yine Bölüm 4.'te ayrıntıları verilen diğer bir modelleme yaklaşıklığı ise kuplaj etkilerinin ihmal edilmesi ile ETS sisteminin bağımsız tek giriş-tek çıkış (SISO) alt sistemler ile ifade edilmesiydi. Bu modelleme yaklaşımına dair oluşturulan farklı ayrıklaştırılmış kuplajsız ETS benzetim model gösterimleri Şekil 6.12.'de verilmiştir.



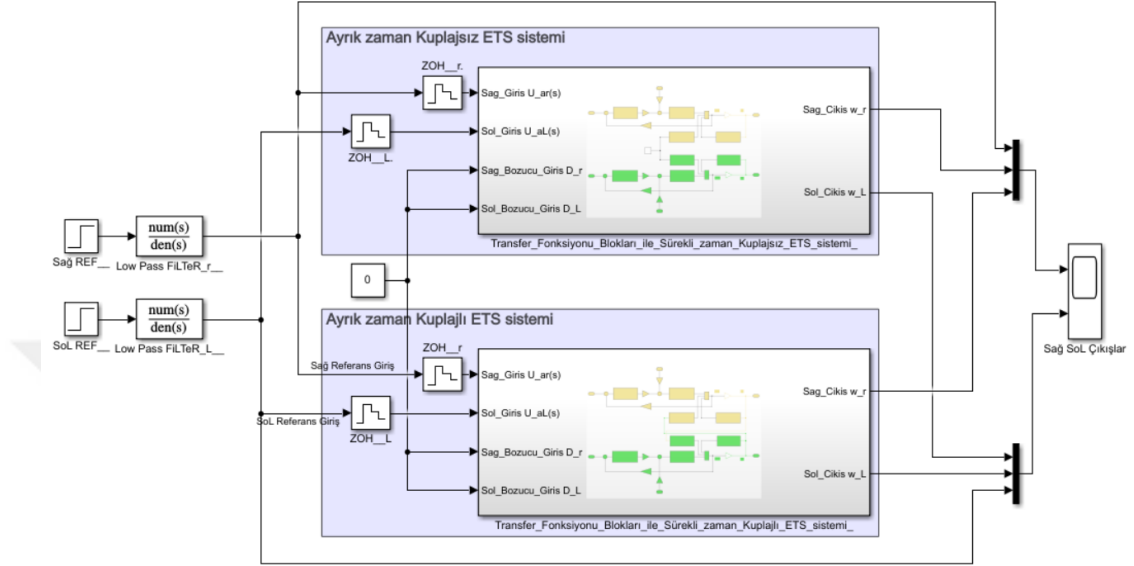
Şekil 6.12. Kuplaj ihmalı yapılmış ayrık zaman ETS açık çevrim benzetim modelleri



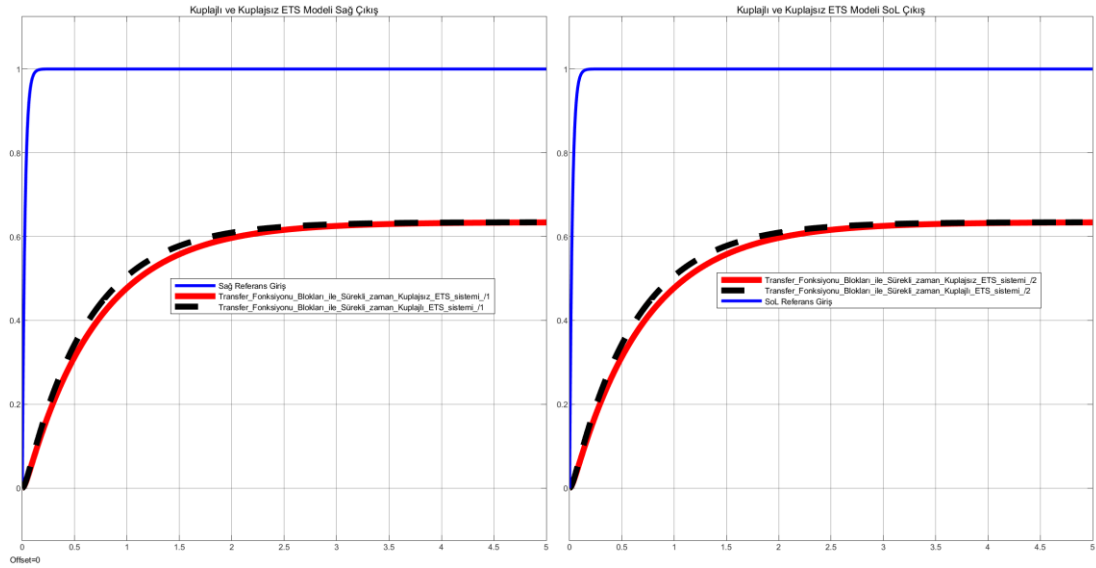
Şekil 6.13. Kuplaj ihmalı yapılmış farklı ayrık zaman ETS açık çevrim benzetim modelleri sağ ve sol çıkışları

Bağımsız iki SISO alt sistemden oluşan yukarıda verilen ayrık zaman ETS benzetim modellerinin basamak giriş için sağ ve sol çıkış cevapları üst üste çizdirilirse Şekil

6.13.'te verilen grafikler elde edilir. Görüldüğü üzere cevap eğrileri birebir üst üste gitmektedir. Dolayısıyla oluşturulan benzetim modellerinin doğruluğu karşılaştırmalı olarak test edilmiştir.



Şekil 6.14. Kuplaj ihmali yapılmış ve yapılmamış ETS modelleri karşılaştırma benzetimi



Şekil 6.15. Kuplaj ihmali yapılmış ve yapılmamış ETS modelleri açık çevrim sağ ve sol çıkış cevapları

6.7. MÖK ve MÖK Tabanlı MIMO PID Kontrolör Tasarımı ve Uygulaması

Denklem (6.7) de bulunan ayrık zaman MIMO ETS modeli hatırlanarak Denklem (6.19) de tekrar verilmiştir. Bu modele dayalı olarak MÖK prosedürü sayısal

değerleriyle elde edilecektir. Bunun için önce integral ve türev aksiyonu ilave edilerek artırılmış model elde edilecektir. MÖK prosedüründe kullanılacak bu modelin elde edilişi ayrıntıları Bölüm 5.'te verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} w_w(k+1) \\ i_w(k+1) \\ w_{al}(k+1) \\ i_{al}(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0.0009025 & -1.93 \cdot 10^{-6} & 0.0001134 \\ -0.0187 & 0.6951 & 1.521 \cdot 10^{-8} & -1.19 \cdot 10^{-6} \\ -1.93 \cdot 10^{-6} & 0.0001134 & 1 & 0.0009025 \\ 1.521 \cdot 10^{-8} & -1.19 \cdot 10^{-6} & -0.0187 & 0.6951 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_w(k) \\ i_w(k) \\ w_{al}(k) \\ i_{al}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.000232 & 2.915 \cdot 10^{-5} \\ 0.4065 & -2.04 \cdot 10^{-7} \\ 2.915 \cdot 10^{-5} & 0.000232 \\ -2.04 \cdot 10^{-7} & 0.4065 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ar}(k) \\ u_{al}(k) \end{bmatrix} \quad (6.19) \\
 \begin{bmatrix} w_i(k) \\ w_l(k) \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0.03125 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03125 & 0 \end{bmatrix}}_{C_m} \begin{bmatrix} w_w(k) \\ i_w(k) \\ w_{al}(k) \\ i_{al}(k) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Verilen ayrık zaman durum uzay formda verilen sistemin derecesi $n = 4$, çıkış sayısı $r = 2$ ve giriş sayısı $q = 2$ olduğu görülmektedir. Bu ifadede türev ve integral aksiyonları eklenerek artırılmış durum uzay formuna geçilmek istenirse daha önce verilen Denklem (6.20) ve Denklem (6.21) hatırlanılabilir.

$$\begin{bmatrix} \Delta x_m(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & 0_m^T \\ C_m A_m & I_{rxr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ C_m B_m \end{bmatrix} \Delta u(k) \quad (6.20)$$

$$y(k) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_m & I_{rxr} \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} \Delta x_m(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Denklem (6.20) ve Denklem (6.21)'de yer alan matris ifadeleri sistemin asıl durum uzay form modelinden de yararlanılarak Denklem (6.22), Denklem (6.23) ve Denklem (6.24)'te verildiği üzere sayısal değerleriyle yazılabilir.

$$A = \begin{bmatrix} 0.99998 & 0.00090245 & -1.9289e-06 & 0.00011338 & 0 & 0 \\ -0.018698 & 0.69513 & 1.5209e-08 & -1.188e-06 & 0 & 0 \\ -1.9289e-06 & 0.00011338 & 0.99998 & 0.00090245 & 0 & 0 \\ 1.5209e-08 & -1.188e-06 & -0.018698 & 0.69513 & 0 & 0 \\ 0.03125 & 2.8202e-05 & -6.0278e-08 & 3.5433e-06 & 1 & 0 \\ -6.0278e-08 & 3.5433e-06 & 0.03125 & 2.8202e-05 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.22)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.00023201 & 2.915e-05 \\ 0.40647 & -2.039e-07 \\ 2.915e-05 & 0.00023201 \\ -2.039e-07 & 0.40647 \\ 7.2502e-06 & 9.1092e-07 \\ 9.1092e-07 & 7.2502e-06 \end{bmatrix} \quad (6.23)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

MÖK optimal kontrol işareti vektörü için maliyet fonksiyonu oluşturmak üzere optimizasyon pencere uzunluğu yahut öngörü ufku $N_p = 3$ ve kontrol ufku $N_c = 1$ alınarak öngörüye dair matrislerin elde edilişleri ve sayısal değerleri Denklem (6.25) ve Denklem (6.26)'da verildiği üzere elde edilir.

$$F = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ \dots \\ CA^{N_p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.03125 & 2.8202e-05 & -6.0278e-08 & 3.5433e-06 & 1 & 0 \\ -6.0278e-08 & 3.5433e-06 & 0.03125 & 2.8202e-05 & 0 & 1 \\ 0.062498 & 7.6007e-05 & -2.4708e-07 & 9.5494e-06 & 1 & 0 \\ -2.4708e-07 & 9.5494e-06 & 0.062498 & 7.6007e-05 & 0 & 1 \\ 0.093745 & 0.00013744 & -6.0646e-07 & 1.7267e-05 & 1 & 0 \\ -6.0646e-07 & 1.7267e-05 & 0.093745 & 0.00013744 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} CB & 0_{rxq} & 0_{rxq} & \dots & 0_{rxq} \\ CAB & CB & 0_{rxq} & \dots & 0_{rxq} \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & 0_{rxq} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{N_p-1}B & CA^{N_p-2}B & CA^{N_p-3}B & \dots & CA^{N_p-N_c}B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.2502e-06 & 9.1092e-07 \\ 9.1092e-07 & 7.2502e-06 \\ 2.5963e-05 & 3.2621e-06 \\ 3.2621e-06 & 2.5963e-05 \\ 5.2645e-05 & 6.6142e-06 \\ 6.6142e-06 & 5.2645e-05 \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

Maliyet fonksiyonunda yer alan bir diğer ifade kontrol işareti ağırlık matrisi ifadesi Denklem (6.27) şeklinde hatırlanabilir.

$$\bar{R} = r_w I_{(N_c*q) \times (N_c*q)} r_w \geq 0 \quad (6.27)$$

Burada $r_w = 1$ alınarak kontrol işareti ağırlık matrisi sayısal değeri Denklem (6.28) olarak alınmıştır.

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

Çıkış öngörüsü ifadesi ve bu ifade ile referans öngörüsü arasındaki fark ile kontrol eforunu ağırlıklı olarak minimum yapan maliyet fonksiyonu aşağıda Denklem (6.29) ve Denklem (6.30) ile hatırlatılmıştır.

$$Y = Fx(k_i) + \emptyset \Delta U \quad (6.29)$$

$$J = (R_s - Y)^T (R_s - Y) + \Delta U^T \bar{R} \Delta U \quad (6.30)$$

Buraya kadar belirlenen ve hesaplanan ifadelerden belli bir öngörü ve kontrol ufku için maliyet fonksiyonunu minimum yapan optimal kontrol işareti öngörüsü Denklem (6.31) ifadesi ile yazılabilir. Bu ifade ve bilinen matrisler sayesinde MÖK kontrol kazanç matrisleri tanımlanıp sayısal değerleri elde edilecektir.

$$[\Delta U^*]_{(N_c * q) \times 1} = [(\emptyset^T \emptyset + \bar{R})^{-1} \emptyset^T]_{(N_c * q) \times (N_p * r)} [R_s - Fx(k_i)]_{(N_p * r) \times 1} \quad (6.31)$$

Denklem (6.25)'den faydalanılarak, Denklem (6.32) ifadesi de hatırlanırsa Denklem (6.33) ve Denklem (6.34) matrisleri bulunabilir. Bu matrisler kontrolör katsayılarını bulurken kullanılması bakımından önemlidir.

$$F = [\bar{F} \quad \bar{I}] \quad (6.32)$$

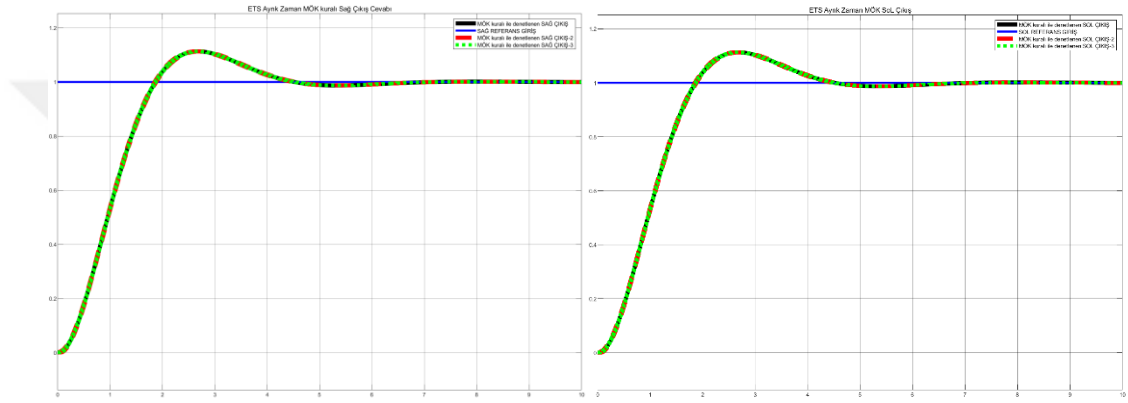
$$\bar{F} = \begin{bmatrix} 0.03125 & 2.8202e-05 & -6.0278e-08 & 3.5433e-06 \\ -6.0278e-08 & 3.5433e-06 & 0.03125 & 2.8202e-05 \\ 0.062498 & 7.6007e-05 & -2.4708e-07 & 9.5494e-06 \\ -2.4708e-07 & 9.5494e-06 & 0.062498 & 7.6007e-05 \\ 0.093745 & 0.00013744 & -6.0646e-07 & 1.7267e-05 \\ -6.0646e-07 & 1.7267e-05 & 0.093745 & 0.00013744 \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

Kayan ufuk prensibine göre kontrol işareti öngörüsünün ilk öngörü elemanı olan kontrol işareti sisteme uygulanacaktır. Bu sebeple yine kontrolör katsayılarının bulunmasında kullanılmak üzere Denklem (6.35) matris ifadesi hatırlanılarak sayısal değeri yazılabilir.

$$\bar{I}\bar{0} = \left[I_{q \times q} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \right]_{q \times (N_c * q)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.35)$$

Her bir benzetim modeli yaklaşımına ait basamak giriş için ETS sisteminin sırasıyla sağ ve sol çıkış cevapları ise Şekil 6.17.'de verilmektedir. Açıkça görüleceği üzere benzetim modellerinin birbirilerini doğrulayacağı biçimde cevap eğrileri üst üste gitmektedir. Ayrıca referans işaretin kabul edilebilir bir performans ile takip edildiği görülmektedir. Burada verilen MÖK prosedürüne dair performansın MÖK tabanlı tasarlanan bir PID kontrolör tarafından da sağlanması için kontrol işareti eşitleme yöntemi kullanılarak elde edilen PID kontrolör katsayıları aynı sisteme uygulanacaktır.



Şekil 6.17. MÖK kuralı uygulanan benzetim modellerinin basamak giriş için sağ ve sol çıkış cevap eğrileri

6.7.1. MÖK tabanlı PID kontrolör katsayıları

Kontrol işaretleri eşitliği kullanılarak MÖK prosedürüne dayalı MIMO PID kontrolör katsayılarının elde edilişi Denklem (6.40) de verilen temel bağıntı yardımıyla bulunabiliyordu. Kontrolör katsayı matrisi daha önce verilen bilinen matrisler ve bu bağıntı kullanılarak sayısal değeriyle Denklem (6.41)'deki gibi bulunabilir.

$$K = \bar{I}\bar{O}[I_{(N_c * q)} x (N_c * q) - (\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T \Phi]^{-1} [(\Phi^T \Phi + \bar{R})^{-1} \Phi^T] \quad (6.40)$$

$$K = \begin{bmatrix} 7.2502e-06 & 9.1092e-07 & 2.5963e-05 & 3.2621e-06 & 5.2645e-05 & 6.6142e-06 \\ 9.1092e-07 & 7.2502e-06 & 3.2621e-06 & 2.5963e-05 & 6.6142e-06 & 5.2645e-05 \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

Verilen Öngörülü MIMO PID kontrolör katsayı matrisi ile oransal, integral, türevsel kontrolör katsayıları arasındaki Denklem (6.42) ile verilen ilişki hatırlanır, gerekli matris işlemleri yapılırsa öngörülü PID kontrolör katsayılarının sayısal değerleri Denklem (6.43), Denklem (6.44) ve Denklem (6.45) şeklinde bulunur.

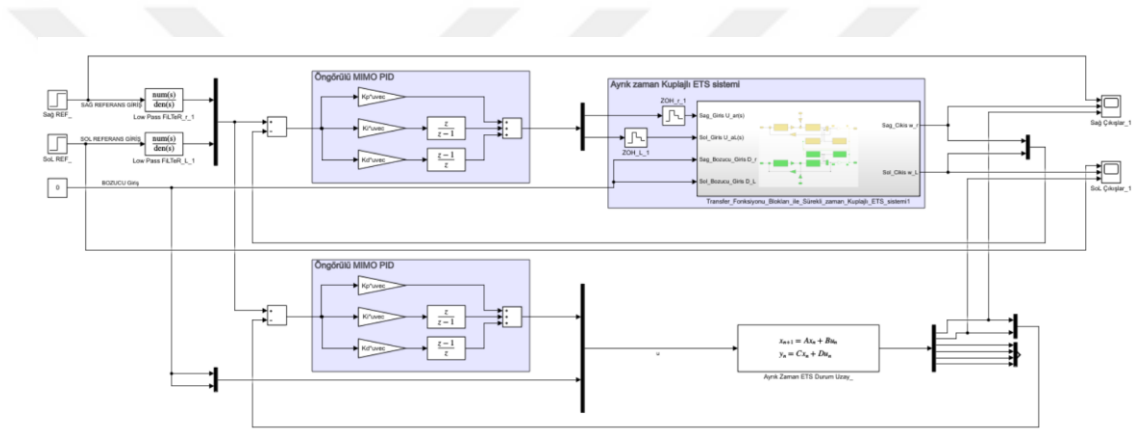
$$K = \begin{bmatrix} [K_d]_{q \times r} & [-K_p - 2K_d]_{q \times r} & [K_p + K_i + K_d]_{q \times r} \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

$$K_d = \begin{bmatrix} 7.2502e-06 & 9.1092e-07 \\ 9.1092e-07 & 7.2502e-06 \end{bmatrix} \quad (6.43)$$

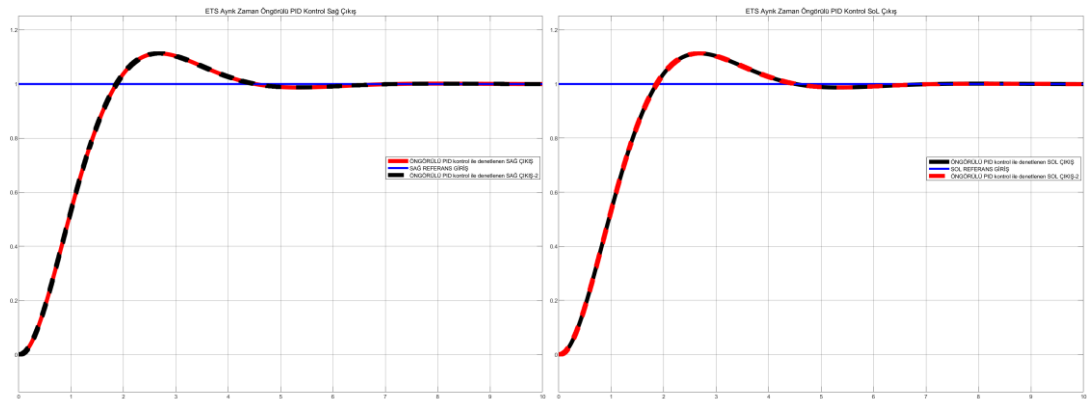
$$K_p = \begin{bmatrix} -4.0464e-05 & -5.0839e-06 \\ -5.0839e-06 & -4.0464e-05 \end{bmatrix} \quad (6.44)$$

$$K_i = \begin{bmatrix} 8.5858e-05 & 1.0787e-05 \\ 1.0787e-05 & 8.5858e-05 \end{bmatrix} \quad (6.45)$$

Elde edilen bu MIMO öngörülü PID kontrol yapısı ve kontrolör katsayıları kullanılarak MÖK ile aynı performans elde edilmek istenmektedir. Buna yönelik olarak oluşturulan farklı iki benzetim modeli Şekil 6.18.'de verilmiştir.



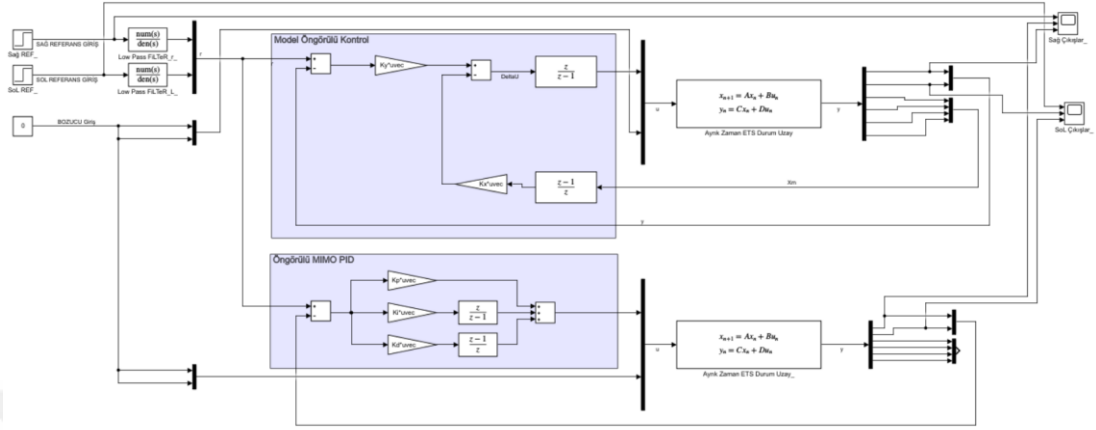
Şekil 6.18. Öngörülü PID kontrol kuralı uygulanan benzetim modeli yaklaşımları



Şekil 6.19. Öngörülü MIMO PID kontrol kuralı uygulanan benzetim modellerinin sağ ve sol çıkış cevapları

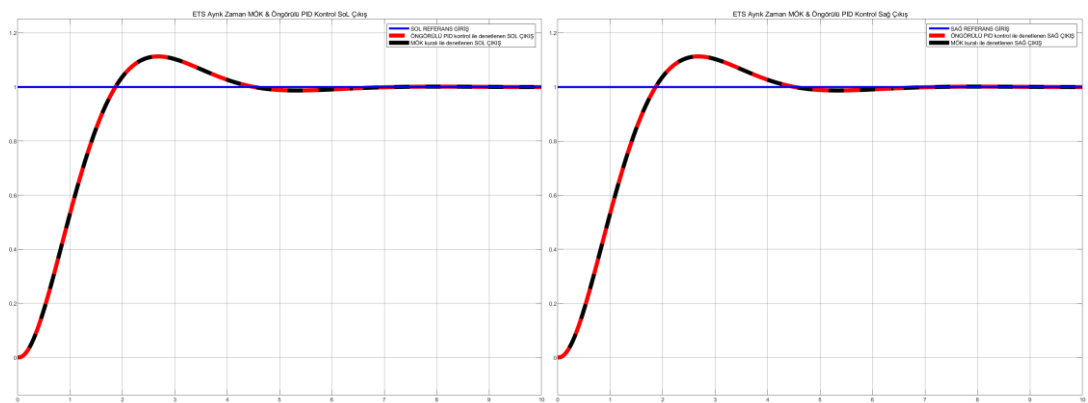
Oluşturulan kapalı çevrim benzetim modellerine dair basamak giriş için ETS sisteminin sırasıyla sağ ve sol çıkış cevapları ise Şekil 6.19.'da verilmiştir. Açıkça görüleceği üzere benzetim modelleri birbirini doğrulayacak şekilde cevap eğrileri üst

üste gitmektedir. Ayrıca ETS sistemi tekerlek hızı çıkışlarının referans giriş hız işaretlerini uygun bir performansta takip ettikleri görülmektedir.



Şekil 6.20. MÖK ve Öngörülü MIMO PID kontrol kuralı benzetim uygulama modelleri

Buraya kadar ele alınan MÖK ve MÖK tabanlı geliştirilmiş öngörülü MIMO PID kontrol yapıları birbirlerinin aynı kontrol işaretleri üretecek şekilde türetildiklerinden bu iki yöntemin uygulandığı ETS sistemi çıkışlarının da aynı olması beklenmektedir. Bunun incelenebilmesi için oluşturulan benzetim çalışması Şekil 6.20.'de verilmiştir. Benzetim çalışmasında aynı sisteme hem MÖK kuralı ile hem de MÖK prosedürü ile geliştirilen öngörülü MIMO PID kontrol kuralı ile kapalı çevrim kontrol uygulanmıştır.



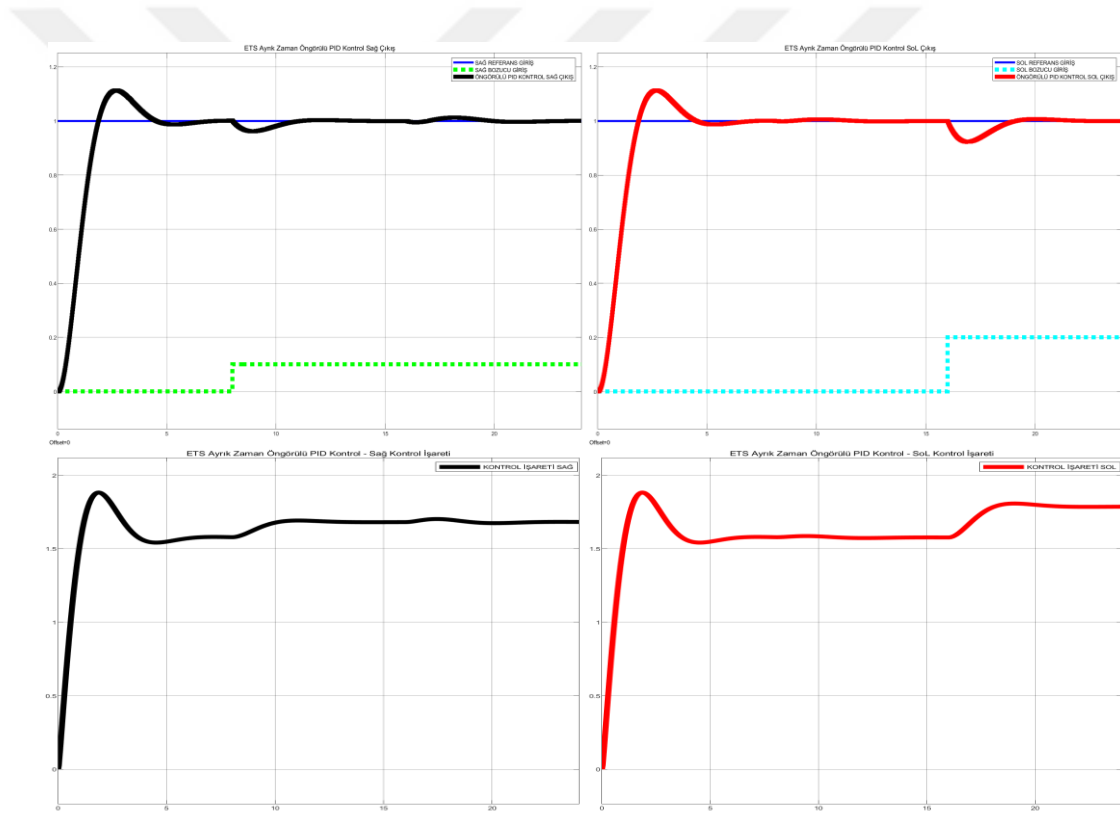
Şekil 6.21. MÖK (siyah) ve Öngörülü PID kontrol (kırmızı) uygulanan ETS'nin sağ ve sol çıkış cevapları

Şekil 6.21.'de verildiği üzere MÖK kuralı ve Öngörülü MIMO PID kontrol kuralı ile denetlenen ETS sisteminin basamak giriş için sağ ve sol çıkış cevapları aynı dinamik performansı verecek biçimde üst üste gitmektedir. Dolayısıyla MÖK prosedürü ile PID

kontrol tasarımı yapılmış ve başarıyla uygulanmıştır. Buradan sonra yapılacak çalışmalarda iki yaklaşım arasından MÖK tabanlı PID kontrol yapısı kullanılarak öngörülü kontrole dair incelemeler devam ettirilecektir.

6.7.2. ETS kapalı çevrim öngörülü kontrol sisteminin bozucuya karşı çıkış cevabı

MÖK tabanlı öngörülü MIMO PID kontrol yapısının ETS sistemine uygulanmasıyla elde edilen kapalı çevrim kontrol sisteminin sağ ve sol tekerlek hızlarına yönelik bozucuya karşı çıkış cevapları ile sağ ve sol giriş için kontrol işaretleri Şekil 6.22.'de verilmiştir.



Şekil 6.22. Öngörülü kontrolörlü ETS'nin bozucuya karşı çıkış cevapları(üstte) ile kontrol işaretleri (altta)

Görüldüğü üzere bozucu etkileri gidermede ve referans işaretleri takip etmede öngörülü kontrol yapısı makul bir performans sergilemiştir. Kontrol işaretlerine bakıldığında fiziksel gerçekleştirilebilir değişimler gösterdikleri ve makul değerler aldıkları söylenebilir. Ancak öngörülü kontrolde, ele alınan diğer kontrol yapısı olan kutup yerleştirmeye dayalı PID kontrole göre bozucuya hassasiyet daha fazladır. Ayrıca maliyet fonksiyonu değiştirilerek sistem cevabı hızlandırılmak istendiğinde

çıkış cevabı daha hızlı osilasyona gitmektedir. Dolayısıyla sistem performansında ince ayar yapmak nispeten daha zordur.

6.8. Parametrik Denklemler Yöntemi ile SISO PID Kontrolörlerin Tasarımı ve Uygulaması

İki bağımsız SISO alt sistemden oluşan kuplaj etkileri ihmal edilmiş ETS sistemine yönelik olarak detayları Bölüm 5.'te verilen parametrik denklemler ile kutup yerleştirme yöntemine dayalı PID kontrolör tasarımına örnek alınan gerçek sistem çalışma yapısına uygun belirlenen bir örnekleme zamanı ve ayrıklaştırma işlemi ile başlanacaktır. Belirlenen örnekleme zamanı Denklem (6.46)'da verilmiştir. Bu örnekleme zamanı ile kontrolör tasarımı yapılacak alt sistemler Denklem (6.47) ve Denklem (6.48)'de ayrıklaştırılmıştır.

$$T = 4.8485e - 05 \quad (6.46)$$

$$G_r(z) = Z\{G_{ZOH}(s)G_{11}(s)\} = \frac{7.2502 \cdot 10^{-6} (z+0.8859)}{(z-1)(z-0.6952)} \quad (6.47)$$

$$G_L(z) = Z\{G_{ZOH}(s)G_{22}(s)\} = \frac{7.2502 \cdot 10^{-6} (z+0.8859)}{(z-1)(z-0.6952)} \quad (6.48)$$

Ayrıklaştırılan bu sağ ve sol iki alt sistemin parametreleri birbirinin aynı alındığından transfer fonksiyonları da aynıdır. Dolayısıyla bir tanesi için yapılan tasarım adımları diğeri ile aynı olmasının yanı sıra aynı belirlenen performans ölçütleri için tasarım sonuçları da aynı olacaktır. Bu nedenle sadece sağ tarafa dair tasarım aşamaları verilecek, sol tarafa dair kontrolör katsayıları doğrudan verilecektir. ETS sağ taraf alt sisteminin PID kontrolü için daha önce ayrıntıları verilen performans ölçütleri Denklem (6.49), Denklem (6.50) ve Denklem (6.51) şeklinde belirlenmiştir.

$$\%M_{p_r} = e^{-\frac{\xi_r^2}{\sqrt{1-\xi_r^2}}\pi} * 100 = 3 \rightarrow \xi_r = 0.7448 \quad (6.49)$$

$$t_{s_r} \approx \frac{4}{\xi_r^2 w_{n_r}} = 3 \rightarrow w_{n_r} = 1.7902 \quad (6.50)$$

$$k_{h_r} = 0.5 \quad (6.51)$$

İstenen performansı temsil eden kontrol kutupları sürekli ve ayrık zaman için sırasıyla Denklem (6.52) ve Denklem (6.53)'te verilmiştir.

$$s_{1,2r} = -\xi_r w_{nr} \pm j w_{nr} \sqrt{1 - \xi_r^2} = -1.333 \pm j1.1946 \quad (6.52)$$

$$z_{1,2r} \triangleq e^{s_{1,2r}T} = 0.99994 \pm j5.7914e - 05 \quad (6.53)$$

Denklem (6.53)'te elde edilen bu ayrık zaman kontrol kutbu ve sağ tarafa dair Denklem (6.47)'de verilen kontrol edilmek istenen alt sistem ayrık zaman transfer fonksiyonundan parametrik denklemler yönteminde kullanılan ilgili parametrelerin elde edilişi Denklem (6.54) ve Denklem (6.55)'te verilmiştir.

$$z_{1r} = e^{s_{1r}T} = |z_{1r}| e^{j\beta_r} = 0.99994 e^{j5.7918e-05} \quad (6.54)$$

$$G_r(z)|_{z_{1r}} = G_r(z_{1r}) = |G_r(z_{1r})| e^{j\psi_r} = 0.75196 e^{-j1.4522} \quad (6.55)$$

Sağ taraf için PID kontrolör katsayılarının parametrik denklemler ile elde edilişi Denklem (6.56), Denklem (6.57) ve Denklem (6.58)'de ifade edilmiştir.

$$K_{i_r} = \frac{\frac{T w_{nr}}{k_{hr} 2 \xi_r}}{\lim_{z \rightarrow 1} G_r(z)} \quad (6.56)$$

$$K_{p_r} = -\frac{\cos(\psi_r)}{|G_r(z_{1r})|} - 2K_{i_r}|z_{1r}| \frac{|z_{1r}| - \cos(\beta_r)}{|z_{1r}|^2 - 2|z_{1r}| \cos(\beta_r) + 1} + \frac{-|z_{1r}| \sin(\psi_r) + \cos(\beta_r) \sin(\psi_r)}{|G_r(z_{1r})| \sin(\beta_r)} \quad (6.57)$$

$$K_{d_r} = \frac{|z_{1r}|}{\sin(\beta_r)} \left(\frac{K_{i_r} \sin(\beta_r)}{|z_{1r}| - 2 \cos(\beta_r) + \frac{1}{|z_{1r}|}} + \frac{\sin(\psi_r)}{|G_r(z_{1r})|} \right) \quad (6.58)$$

Parametreler yerine konularak kontrolör katsayılarının sayısal değerleri Denklem (6.59), Denklem (6.60) ve Denklem (6.61) şeklinde bulunur.

$$K_{i_r} = 0.0001837 \quad (6.59)$$

$$K_{p_r} = 1.5213 \quad (6.60)$$

$$K_{d_r} = 1584.4 \quad (6.61)$$

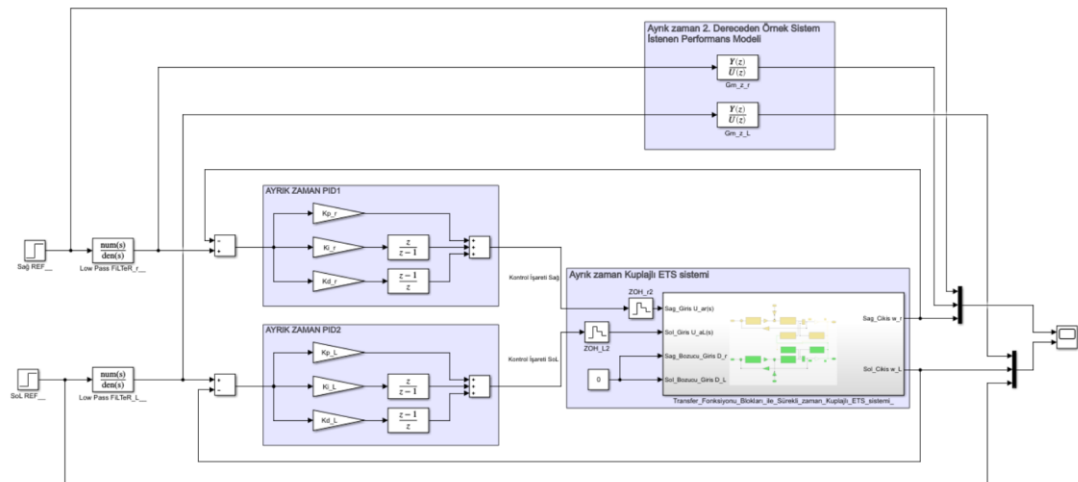
Benzer şekilde sol taraf için de işlemler tekrarlanırsa diğer alt sistem için bir diğer PID kontrolör katsayıları Denklem (6.62), Denklem (6.63) ve Denklem (6.64) şeklinde bulunur.

$$K_{iL} = 0.0001837 \quad (6.62)$$

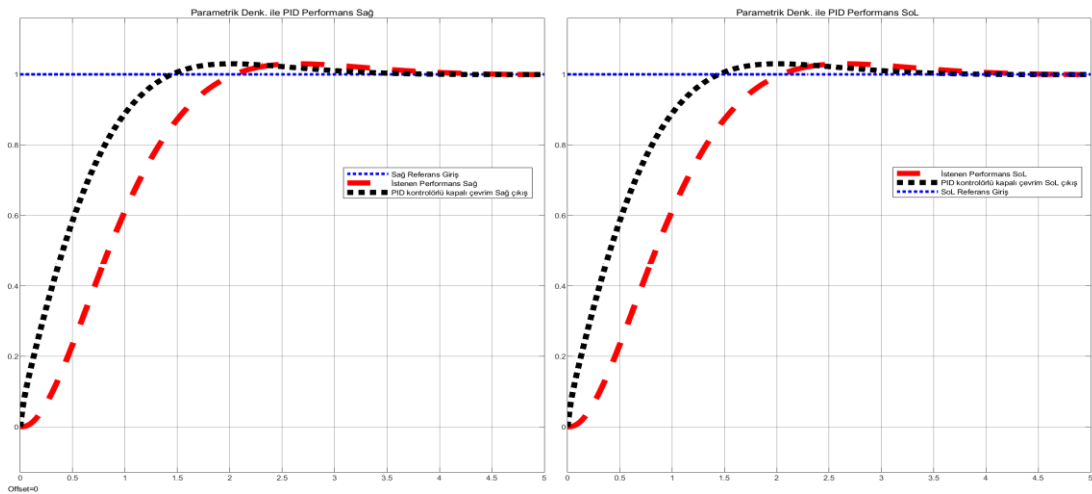
$$K_{pL} = 1.5213 \quad (6.63)$$

$$K_{dL} = 1584.4 \quad (6.64)$$

Elde edilen bu PID kontrolörlerin kontrolör katsayıları ile ETS ayrık zaman kapalı çevrim kontrol yapısı benzetim ortamında Şekil 6.23.'te verilen biçimde oluşturulmuştur.



Şekil 6.23. Parametrik denklemler yöntemi ile tasarlanmış PID kontrolör uygulama blok diyagramı

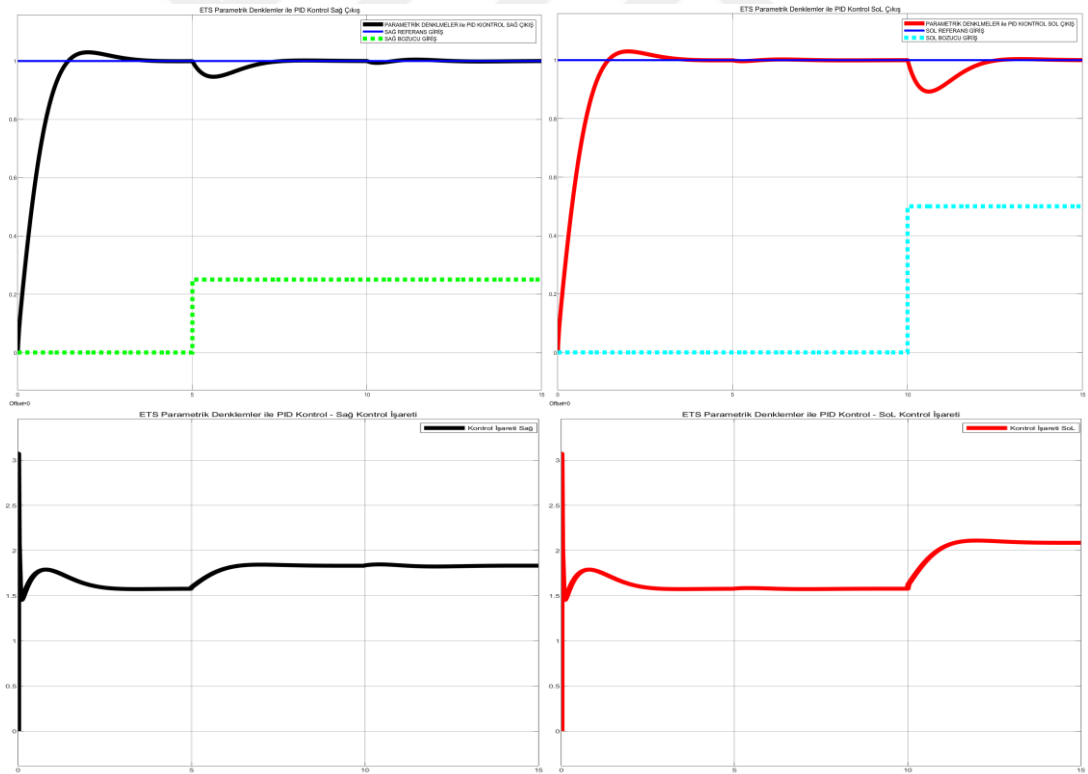


Şekil 6.24. PID kontrolörlü kapalı çevrim sağ ve sol sistem çıktıları (siyah) ile istenen performans (kırmızı)

Oluşturulan benzetim modeli çalıştırılarak istenen performansı temsil eden örnek sistemin basamak girişe yönelik çıkış grafiği ve tasarımı yapılan PID kontrolörlü kapalı çevrim ETS kontrol sisteminin basamak girişe dair çıkış grafiği Şekil 6.24.'te karşılaştırılmıştır. Kapalı çevrim sistemin istenen performansı sağladığı ve oldukça hızlı bir cevap karakteristiği olduğu görülmüştür.

6.8.1. ETS kapalı çevrim PID kontrol sisteminin bozucuya karşı çıkış cevabı

Parametrik denklemler ile kutup yerleştirme yöntemine dayalı geliştirilen PID kontrol yapısının ETS sisteminde kullanılmasıyla ulaşılan kapalı çevrim kontrol sisteminin bozucu girişlere karşı referans işaretleri takibine yönelik benzetim çalışmasının sonuçları sağ ve sol taraf için çıkış ve kontrol işaretleri grafikleri şeklinde Şekil 6.25.'te verilmiştir.



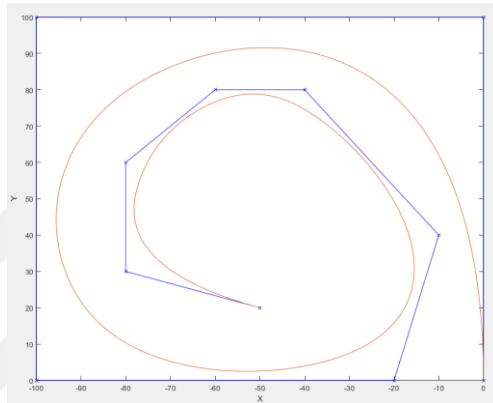
Şekil 6.25. PID kontrolörlü ETS'nin bozucuya karşı sağ ve sol çıkış cevapları(üstte) ile kontrol işaretleri(altta)

Referans takibi ve bozucu etkinin giderilmesinde daha önce yapılan öngörülü kontrol sonuçlarına göre oldukça hızlı bir cevap hızı elde edildiği ancak kontrol işaretinin ani

değişerek nispeten daha yüksek değerler aldığı görülmüştür. Buna binaen daha yüksek bir kontrol eforu ile daha hızlı bir cevap hızı elde edildiği söylenebilir.

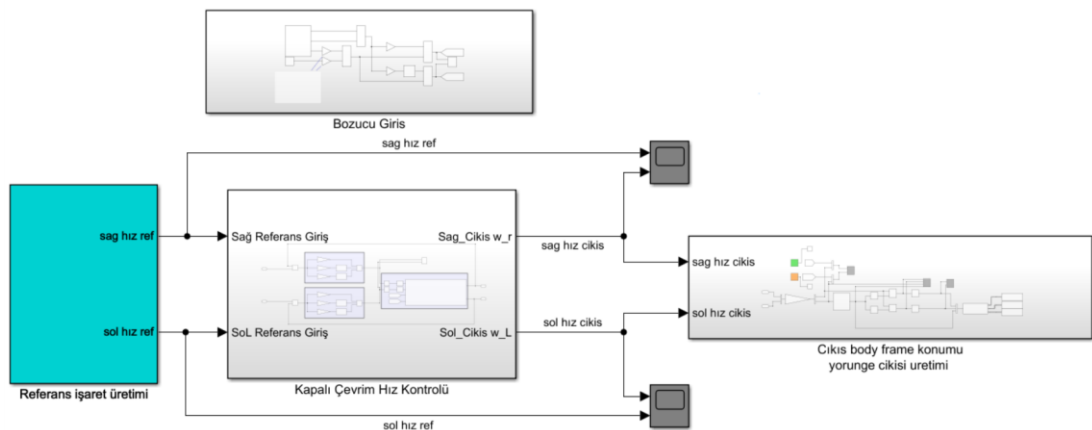
6.9. ETS Konum Yörüngesi Takibi

Bu kısımda ele aldığımız yöntemlerden kutup atama temelli parametrik denklemler yöntemiyle tasarlanmış PID kontrolörlü ayrık zaman kapalı çevrim ETS sisteminin çeşitli bozucu girişlere rağmen belirlenen bir konum yörüngesini takibi verilecektir.



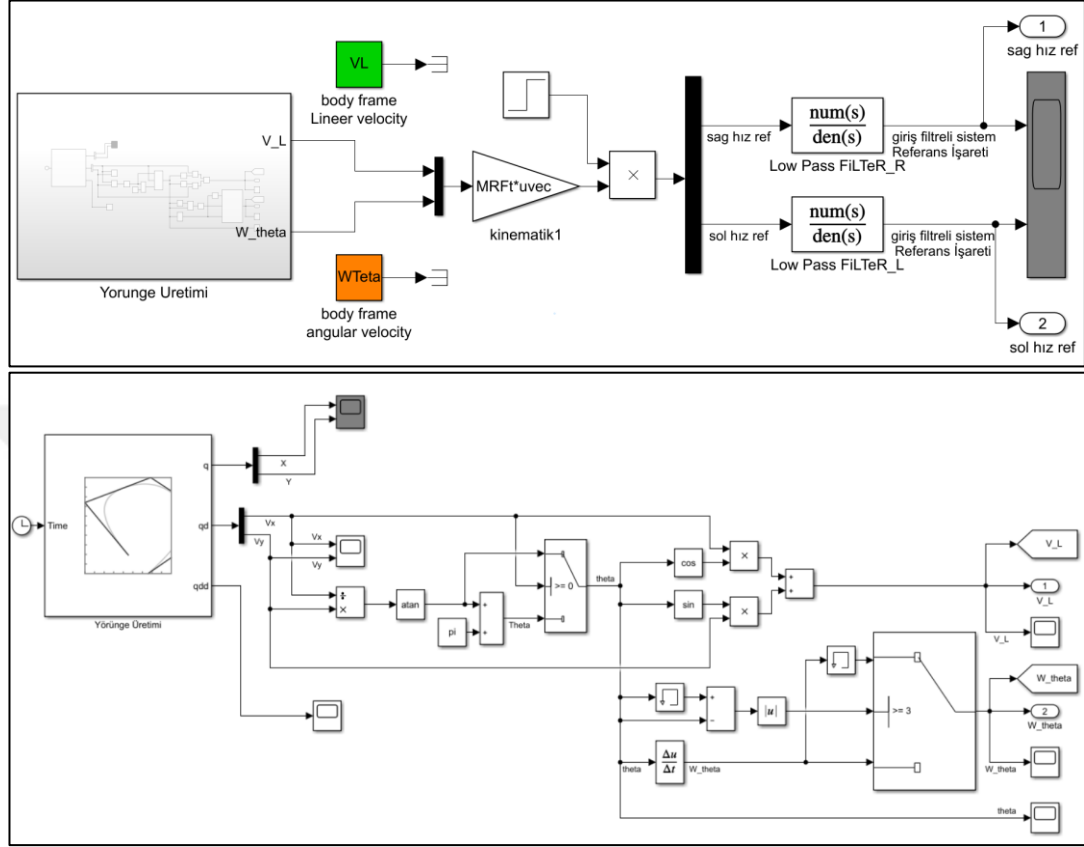
Şekil 6.26. Yörünge üretimi: güzergâh seçimi (mavi) ve gidilecek yolu yumuşatma (turuncu)

Yörünge üretimine dair güzergâh çizimi ve B-spline metodu ile gidilecek yolun yumuşatılmasına dair çalışmanın sonucu Şekil 6.26.'da verilmiştir. Oluşturulan bu konum yörüngesinin takibi için kapalı çevrim hız kontrollü ETS sistemi, referans işaret üretimi, bozucu giriş ve takip edilen çıkış yörüngesi çizme blok diyagramlarından meydana gelen benzetim şeması Şekil 6.27.'de verilmiştir.



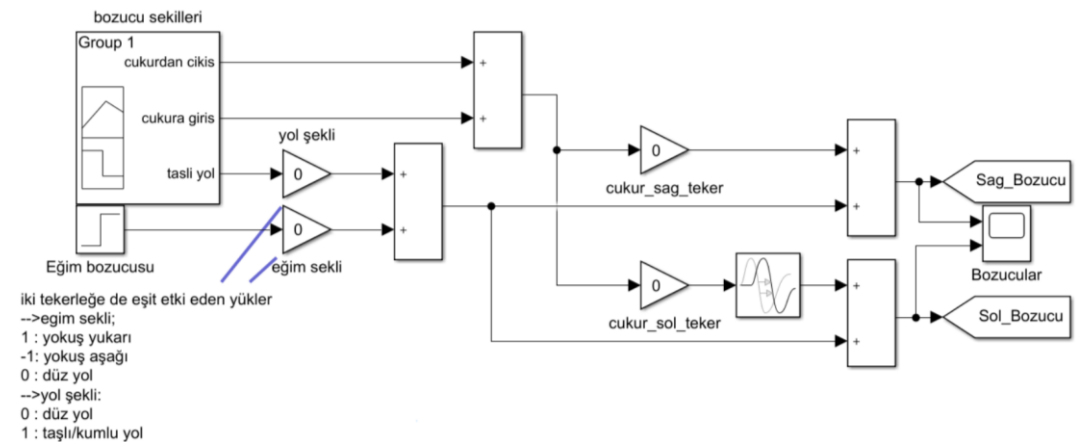
Şekil 6.27. ETS kapalı çevrim hız kontrolü ile konum yörüngesi takibi için benzetim şeması

Benzetim şemasının alt bileşenlerinden referans işaret üretimi ve onun da alt bileşeni olan yörünge üretimi benzetim blokları Şekil 6.28.'de verilmiştir.



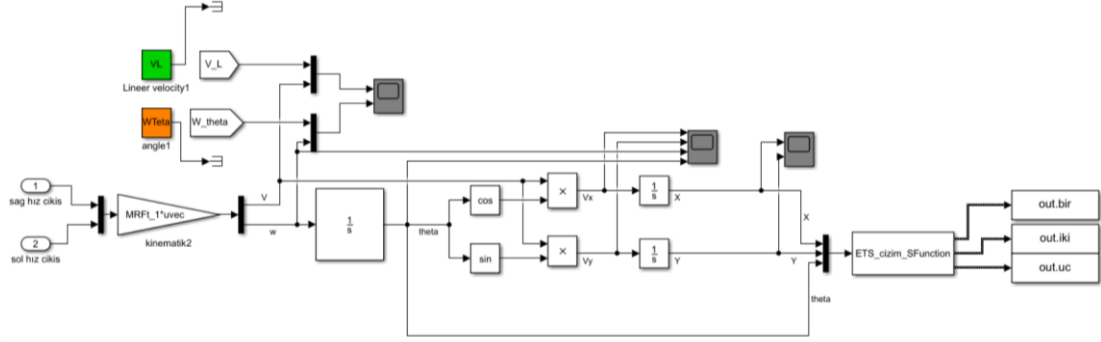
Şekil 6.28. Referans işaret üretimi (üstte) ve yörünge üretimi (altta) benzetim şeması

Eğim, yol yapısı ve çukur şeklinde bozucu çeşitlerine uyumlu oluşturulmuş ve bunların ayrı ayrı ve bir arada kullanımına yönelik benzetim şeması Şekil 6.29.'da verilmiştir.



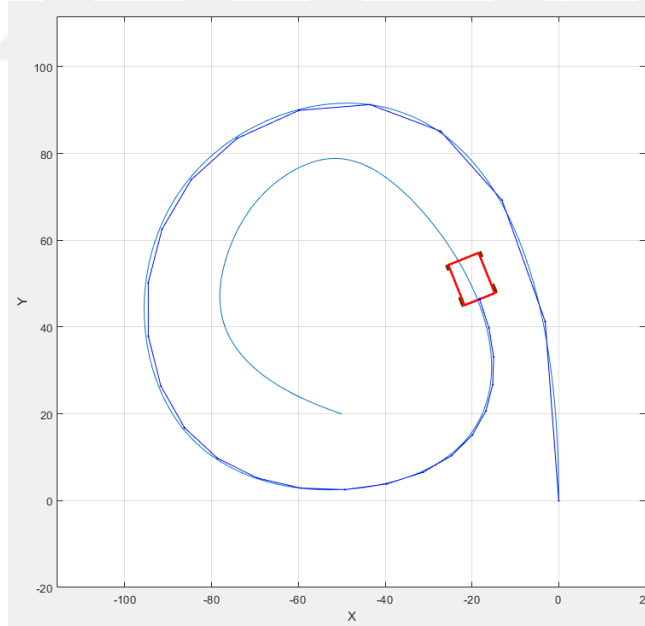
Şekil 6.29. Yol yapısı, eğim ve zemin engeli gibi bozucu girişlere dair benzetim şeması

Verilen referans ve bozucu girişlerin kapalı çevrim sisteme uygulanması ile elde edilen sağ ve sol tekerlek hızlarına ait çıkış işaretlerinden takip edilen yörünge elde edilip çizdirilecek şekilde oluşturulan benzetim şeması Şekil 6.30.'da verilmiştir.



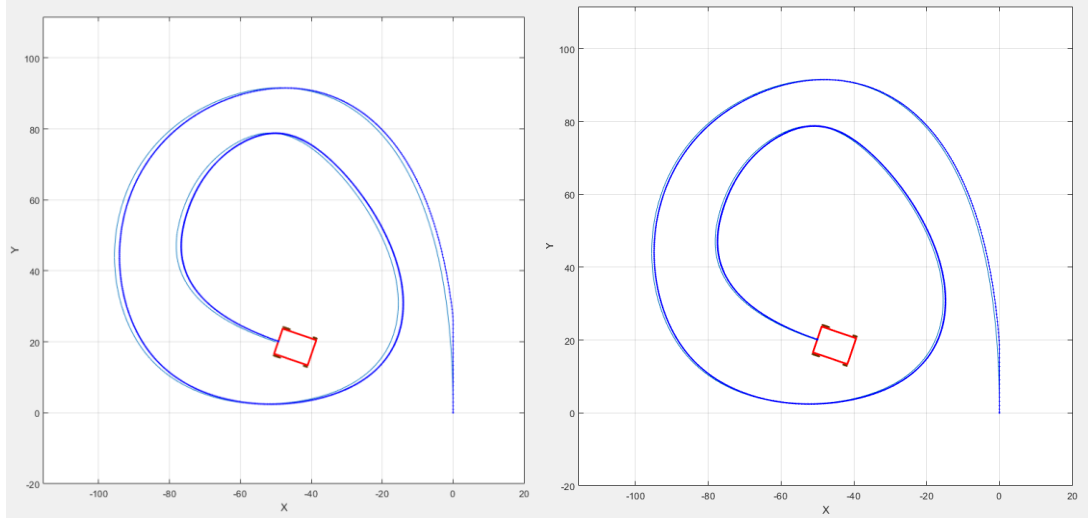
Şekil 6.30. İzlenen yörünge çıkışının çizdirilmesine dair benzetim şeması

Bozucu girişler aktif değilken kapalı çevrim sistemin yörünge takibine dair grafik Şekil 6.31.'de verilmiştir. Görüldüğü üzere hız kontrolü ile konum referansı bozucusuz durumda takip edilebilmiştir.



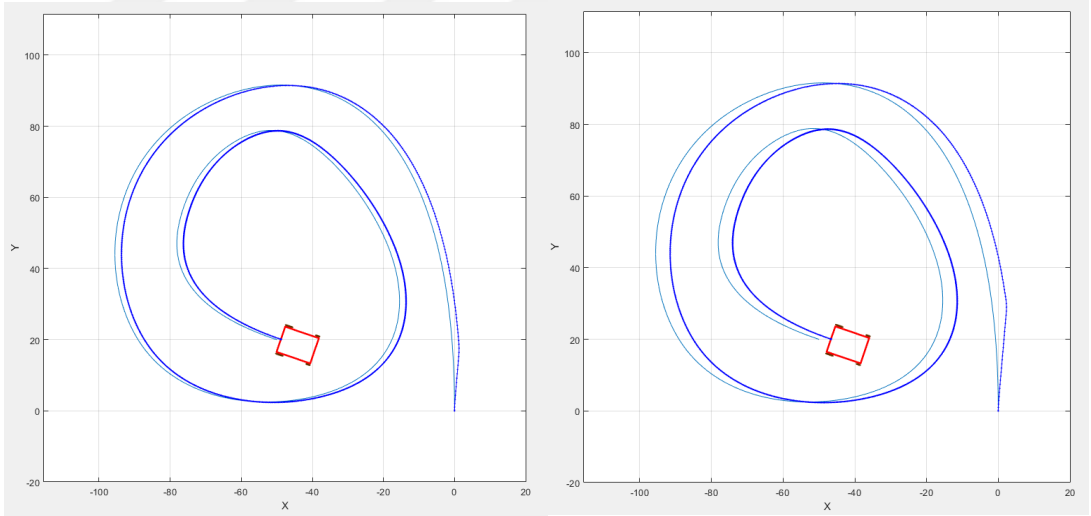
Şekil 6.31. Konum yörüngesi referans girişi ve ETS sistemi yörünge takibine dair izlenen konum çıkışı

Şekil 6.32.'de verilen eğim ve zemin sürtünmesinin artırıldığı durumu temsil eden bozucu girişlerinin aktif edildiği uygulamalarda açıkça görüldüğü üzere konum yörüngesinin hız kontrolü yaklaşımıyla takibinde sürekli hal hatası oluşmaktadır.



Şekil 6.32. Eğim (yokuş yukarı) bozuculu (solda) ve yol yapısı (taşlı yol) bozuculu (sağda) için yörünge takibi

Özellikle sağ ve sol tekerleklerin belli aralıklarla çukura girip çıkma durumunu temsil eden bozucu girişin aktif edildiği ve tüm bozucu çeşitlerinin birlikte aktif edildiği Şekil 6.33.'deki uygulamalarda sürekli hal hatası oluşumu oldukça belirgin biçimde görülmektedir.



Şekil 6.33. ETS'nin çukura girip çıktığı(solda) ve tüm bozucuların etkin durumu(sağda) için yörünge takibi

BÖLÜM 7. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında ETS'nin tekerlek açısız hızlarının kontrolü için iki tür model gösterim yaklaşımı ve iki farklı kontrol tasarım prosedürü verilmiştir. Bunlardan ilki ETS'nin sahip olduğu kuplaj etkilerini ihmal etmeksizin elde edilen ayrık zaman MIMO durum uzay gösterimi şeklinde verilen matematik modeli temel alır. Bu model gösterimine yönelik olarak MÖK ve MÖK prosedürü ile tasarımı yapılan öngörülü MIMO PID kontrol yapıları geliştirilmiştir. Elde edilen öngörülü PID kontrolör MÖK yapısı ile aynı dinamikte davranacak şekilde başarıyla türetilmiştir. Bir diğer model gösterim yaklaşımı ve ele alınan kontrol tasarım prosedürü ise ETS'nin kuplaj etkilerini bozucu kabul ederek ETS sistemini birbirinden bağımsız iki SISO alt sistem ile ifade eden transfer fonksiyonu gösterimine dayalı model ve bu modelde ETS'nin sağ ve sol tekerlek açısız hızlarının kontrolü için bağımsız iki PID kontrolün parametrik denklemler yöntemi ile kutup yerleştirme temelli geliştirilmesidir. Her iki yaklaşımda da oldukça makul cevap hızları ile referans hızların takibi bozucu girişlerin varlığına rağmen sağlanabilmiştir. Ancak Model Öngörülü Kontrol ve bu temelde geliştirilen PID, optimizasyon temelli bir kontrol tasarımı sağladığından ETS kullanıcıları da düşünüldüğünde kontrol eforunun düşüklüğü ve kontrol işaretinin ani değişim göstermemesi özellikleriyle daha makul bir yaklaşımdır.

ETS hız kontrolü yapılmasına karşın belirlenen bir konum yörüngesinin takibi, zamana bağlı oluşturulan referans hız yörüngesi ile sağlanmıştır. Bu kısımda yapılan çalışma ETS konum kontrolü yaklaşımının nasıl gerçekleştirileceği ve karşılaşılabilecek model yapısı ve karmaşıklığı hakkında da bilgi vermesi yönünden önemlidir.

KAYNAKÇA

- [1] World Health Organization, “Fact sheet on wheelchairs,” *World Heal. Organ.*, no. 1, pp. 1–4, 2010.
- [2] J. H. Fetzer and D. Ph, ““ Smoking Guns ’ in the Death of JFK,” no. June, pp. 1–16, 1998.
- [3] *Robotic Assistive Technologies*. 2017.
- [4] A. Kawaguchi, Y. Noda, Y. Sato, Y. Kondo, and K. Terashima, “A mechatronics vision for smart wheelchairs,” *Proc. 4th IASTED Int. Conf. Telehealth Assist. Technol. Telehealth/AT 2008*, pp. 145–150, 2008, doi: 10.5772/8996.
- [5] U. Cortés *et al.*, “Assistive technologies for the disabled and for the new generation of senior citizens: The e-tools architecture,” *AI Commun.*, vol. 16, no. 3, pp. 193–207, 2003.
- [6] S. Desai, S. S. Mantha, and V. M. Phalle, “Advances in smart wheelchair technology,” *2017 Int. Conf. Nascent Technol. Eng. ICNTE 2017 - Proc.*, 2017, doi: 10.1109/ICNTE.2017.7947914.
- [7] V. Kumar, T. Rahman, and V. Krovi, “Assistive Devices for People with Motor Disabilities. Wiley Encyclopedia for Electrical and Electronic Engineers,” *Wiley Encycl. Electr. Electron. Eng.*, 1997.
- [8] R. E. Cowan, B. J. Fregly, M. L. Boninger, L. Chan, M. M. Rodgers, and D. J. Reinkensmeyer, “Recent trends in assistive technology for mobility,” *J. Neuroeng. Rehabil.*, vol. 9, no. 1, p. 1, 2012, doi: 10.1186/1743-0003-9-20.
- [9] E. LoPresti, *Assistive technologies*. 2006.
- [10] X. Perrin, R. Chavarriaga, R. Siegwart, and J. del R. Millán, “Bayesian Controller for a Novel Semi-Autonomous Navigation Concept,” *3rd Eur. Conf. Mob. Robot. {(ECMR 2007)}*, pp. 1–6, 2007, [Online]. Available: <http://ecmr07.informatik.uni-freiburg.de/>.

- [11] C. Samson and K. Ait-Abderrahim, "Mobile robot control. Part 1 : Feedback control of nonholonomic wheeled cart in cartesian space," 1990. [Online]. Available: <http://hal.inria.fr/inria-00075271>.
- [12] B. D. Ding and R. A. Cooper, "By Dan Ding and Rory A. Cooper," no. April, pp. 22–34, 2005.
- [13] T. Williams and P. J. Antsaklis, "Decoupling," in *The Control Systems Handbook: Control System Advanced Methods, Second Edition*, 2010.
- [14] J. Garrido, F. Vázquez, and F. Morilla, "Multivariable PID control by decoupling," *Int. J. Syst. Sci.*, 2016, doi: 10.1080/00207721.2014.911390.
- [15] W. S. Levine, *Control system advanced methods*. 2010.
- [16] *PID Control for Multivariable Processes*, vol. 373. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [17] R. L. Kirby, M. T. Sampson, F. A. V. Thoren, and D. A. MacLeod, "Wheelchair stability: Effect of body position," *J. Rehabil. Res. Dev.*, vol. 32, no. 4, pp. 367–372, 1995.
- [18] C. Samson, "Velocity and torque feedback control of a nonholonomic cart," *Lect. Notes Control Inf. Sci.*, vol. 162, pp. 125–151, 1991, doi: 10.1007/bfb0039269.
- [19] G. Campion, B. d'Andrea-Novet, and G. Bastin, "Controllability and state feedback stabilizability of non holonomic mechanical systems," *Lect. Notes Control Inf. Sci.*, vol. 162, pp. 106–124, 1991, doi: 10.1007/bfb0039268.
- [20] B. d'Andrea-Novet, G. Bastin, and G. Campion, "Modelling and control of non holonomic wheeled mobile robots," *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2, no. May, pp. 1130–1135, 1991, doi: 10.1109/robot.1991.131747.
- [21] S. Tashiro and T. Murakami, "Step Passage Control of a Power-Assisted Wheelchair for a Caregiver," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 4, pp. 1715–1721, Apr. 2008, doi: 10.1109/TIE.2008.917061.
- [22] B. W. Johnson and J. H. Aylor, "Dynamic Modeling of an Electric Wheelchair," *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. IA-21, no. 5, pp. 1284–1293, 1985, doi: 10.1109/TIA.1985.349556.
- [23] H. Wang, B. Salatin, G. G. Grindle, D. Ding, and R. A. Cooper, "Real-time model based electrical powered wheelchair control," *Med. Eng. Phys.*, vol. 31, no. 10, pp. 1244–1254, 2009, doi: 10.1016/j.medengphy.2009.08.002.

- [24] S. O. Onyango, Y. Hamam, K. Djouani, and B. Daachi, "Modeling a powered wheelchair with slipping and gravitational disturbances on inclined and non-inclined surfaces," *Simulation*, vol. 92, no. 4, pp. 337–355, 2016, doi: 10.1177/0037549716638427.
- [25] M. Mohammed, B. Abdelmadjid, and B. Djamila, "A Fuzzy Logic Controller for Electric Powered Wheelchair based on Lagrange Model," *2019 Int. Conf. Adv. Electr. Eng. ICAEE 2019*, 2019, doi: 10.1109/ICAEE47123.2019.9014838.
- [26] T. N. Nguyen, S. W. Su, and H. T. Nguyen, "Robust neuro-sliding mode multivariable control strategy for powered wheelchairs," *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 19, no. 1, pp. 105–111, 2011, doi: 10.1109/TNSRE.2010.2069104.
- [27] M. N. Saadatzi and J. Poshtan, "Multivariable robust controller for linear and angular velocities of electrically-powered wheelchair using characteristic loci method," *Proc. IEEE Int. Conf. Control Appl.*, no. 1, pp. 1246–1250, 2010, doi: 10.1109/CCA.2010.5611180.
- [28] S. Kelouwani, C. Ouellette, and P. Cohen, "Adaptive nonlinear controller design for differential-drive mobile platforms," *IEEE/ASME Int. Conf. Adv. Intell. Mechatronics, AIM*, pp. 1238–1244, 2010, doi: 10.1109/AIM.2010.5695783.
- [29] C. De La Cruz, T. F. Bastos, and R. Carelli, "Adaptive motion control law of a robotic wheelchair," *Control Eng. Pract.*, vol. 19, no. 2, pp. 113–125, 2011, doi: 10.1016/j.conengprac.2010.10.004.
- [30] S. Zhang, F. Cao, C. Li, and Y. Ming, "Robust H_∞ Fuzzy Logic Control of Intelligent Electrically Powered Wheelchair," *Proc. 2019 IEEE 4th Adv. Inf. Technol. Electron. Autom. Control Conf. IAEAC 2019*, no. Iaeac, pp. 2091–2096, 2019, doi: 10.1109/IAEAC47372.2019.8997953.
- [31] V. T. Nguyen, C. Sentouh, P. Pudlo, and J. C. Popieul, "Path Following Controller for Electric Power Wheelchair Using Model Predictive Control and Transverse Feedback Linearization," *Proc. - 2018 IEEE Int. Conf. Syst. Man, Cybern. SMC 2018*, pp. 4319–4325, 2019, doi: 10.1109/SMC.2018.00730.
- [32] H. Seki and S. Tadakuma, "Velocity pattern generation for power assisted wheelchair based on jerk and acceleration limitation," *IECON Proc. (Industrial Electron. Conf.)*, vol. 2005, pp. 457–462, 2005, doi: 10.1109/IECON.2005.1568948.

- [33] J. J. Park and B. Kuipers, “A smooth control law for graceful motion of differential wheeled mobile robots in 2D environment,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, no. May, pp. 4896–4902, 2011, doi: 10.1109/ICRA.2011.5980167.
- [34] Y. Morales, N. Kallakuri, K. Shinozawa, T. Miyashita, and N. Hagita, “Human-comfortable navigation for an autonomous robotic wheelchair,” *IEEE Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, no. November, pp. 2737–2743, 2013, doi: 10.1109/IROS.2013.6696743.
- [35] GOV.UK, “Mobility scooters and powered wheelchairs: the rules.”, 2017, <https://www.gov.uk/mobility-scooters-and-powered-wheelchairs-rules>, Erişim Tarihi: 22.07.2020.
- [36] G. Bardaro, L. Bascetta, E. Ceravolo, M. Farina, M. Gabellone, and M. Matteucci, “MPC-based control architecture of an autonomous wheelchair for indoor environments,” *Control Eng. Pract.*, vol. 78, no. December 2017, pp. 160–174, 2018, doi: 10.1016/j.conengprac.2018.06.020.
- [37] T. Samad *et al.*, “Industry engagement with control research: Perspective and messages,” *Annu. Rev. Control*, vol. 49, no. xxxx, pp. 1–14, 2020, doi: 10.1016/j.arcontrol.2020.03.002.
- [38] D. Q. Mayne, “Model predictive control: Recent developments and future promise,” *Automatica*, vol. 50, no. 12, pp. 2967–2986, 2014, doi: 10.1016/j.automatica.2014.10.128.
- [39] J. Mattingley, “AUTOMATIC GENERATION OF HIGH-SPEED SOLVERS,” no. May, 2011.
- [40] Σ. Χατζηαχιλλέως, “ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ ΕΝΝΟΙΩΝ ΚΑΙ ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΟΙ ΧΑΡΤΕΣNo Title,” no. November, pp. 1–21, 2006.
- [41] S. Di Cairano, A. Bemporad, and S. Member, “Model Predictive Control Tuning by Controller Matching vol. 55, no. 1, pp. 185–190, 2010.
- [42] M. H. Moradi, “State space representation of MIMO predictive PID controller,” *IEEE Conf. Control Appl. - Proc.*, vol. 1, no. 1, pp. 452–457, 2003, doi: 10.1109/cca.2003.1223453.
- [43] A. Ozdemir and Z. Erdem, “A new approach for calculation of PID parameters with model based compact form formulations,” *Elektron. ir Elektrotehnika*, 2014, doi: 10.5755/j01.eee.20.3.4415.

- [44] D. World, "Wheelchairs: Information and Reviews," *Https://Www.Disabled-World.Com/Assistivedevices/Mobility/Wheelchairs/*. 2017 , Erişim Tarihi: 22.07.2020.
- [45] R. A. Cooper *et al.*, "Performance assessment of a pushrim-activated power-assisted wheelchair control system," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, 2002, doi: 10.1109/87.974345.
- [46] D. World, "Electric Wheelchairs - Types and Reviews of Powerchairs," *Disabled World*, 2015. <https://www.disabled-world.com/assistivedevices/mobility/wheelchairs/electric/> , Erişim Tarihi: 22.07.2020.
- [47] "Voyager | ForceMech Electric Wheelchair." https://www.forcemech.com/voyager_r2/ , Erişim Tarihi :22.07.2020.
- [48] "Blue Streak Wheelchair _ Standard Wheelchairs _ Wheelchairs _ Mobility _ Products _ Drive Medical US Site." <https://www.drivemedical.com/us/en/products/mobility/wheelchairs/standard-wheelchairs/blue-streak-wheelchair/p/978-1>, Erişim Tarihi: 22.07.2020.
- [49] R. A. M. Braga, M. Petry, L. P. Reis, and A. P. Moreira, "Intellwheels: Modular development platform for intelligent wheelchairs," *J. Rehabil. Res. Dev.*, vol. 48, no. 9, pp. 1061–1076, 2011, doi: 10.1682/JRRD.2010.08.0139.
- [50] W. Tao, J. Xu, and T. Liu, "Electric-powered wheelchair with stair-climbing ability," *Int. J. Adv. Robot. Syst.*, vol. 14, no. 4, pp. 1–13, 2017, doi: 10.1177/1729881417721436.
- [51] J. L. Candiotti *et al.*, "A Heuristic Approach to Overcome Architectural Barriers Using a Robotic Wheelchair," *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 27, no. 9, pp. 1846–1854, 2019, doi: 10.1109/TNSRE.2019.2934387.
- [52] F. C. Wang and Y. S. Chiang, "Design and control of a PEMFC powered electric wheelchair," *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 37, no. 15, pp. 11299–11307, 2012, doi: 10.1016/j.ijhydene.2012.04.156.
- [53] "Yuki Motor - ELEKTRİKLİ ENGELLİ SANDALYESİ GRUBU Kullanım ve Bakım Klavuzu." .
- [54] R. Velázquez and C. A. Gutiérrez, "Modeling and control techniques for electric powered wheelchairs: An overview," *Proc. 2014 IEEE Cent. Am. Panama Conv. CONCAPAN 2014*, no. Concapan Xxxiv, pp. 6–11, 2014, doi: 10.1109/CONCAPAN.2014.7000435.

- [55] Jun-Uk Chu, In-Hyuk Moon, Gi-Won Choi, Jei-Cheong Ryu, and Mu-Seong Mun, "Design of BLDC motor controller for electric power wheelchair," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics, 2004. ICM '04.*, 2004, pp. 92–97, doi: 10.1109/ICMECH.2004.1364418.
- [56] "ADVANCES IN ELECTRIC WHEELCHAIR PROPULSION SYSTEMS R.M.Iiiigo, K.T.Shafik, F.M.Churillo, J.R.Pence University of Virginia Rehabilitation Engineering Center Charlottesville, VA 22903," pp. 204–220.
- [57] W. R. B. M. Nunes, N. Da Silva, M. R. Covacic, A. P. Leôncio Junior, and R. Gaino, "3ph High Efficiency Induction Motors with IFOC Applied to a Wheelchair by Joystick," *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 14, no. 5, pp. 2041–2051, 2016, doi: 10.1109/TLA.2016.7530393.
- [58] M. Nikpour, L. Huang, and A. M. Al-Jumaily, "Stability and Direction Control of a Two-Wheeled Robotic Wheelchair through a Movable Mechanism," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 45221–45230, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2976503.
- [59] D. Ding and R. A. Cooper, "Electric-Powered Wheelchairs," *IEEE Control Syst.*, vol. 25, no. 2, pp. 22–34, 2005, doi: 10.1109/MCS.2005.1411382.
- [60] G. Pires, N. Honorio, C. Lopes, U. Nunes, and A. T. Almeida, "Autonomous wheelchair for disabled people," *IEEE Int. Symp. Ind. Electron.*, vol. 3, pp. 797–801, 1997, doi: 10.1109/isie.1997.648641.
- [61] B. Katalinic, J. Gonzales, C. Galindo, J. L. Blanco, and A. J. Munoz, "The SENA robotic wheelchair project," *DAAAM Int. Sci. B. 2006*, vol. 2006, pp. 235–250, 2006, doi: 10.2507/daaam.scibook.2006.20.
- [62] D. P. Miller and M. G. Slack, "Design and testing of a low-cost robotic wheelchair prototype," *Auton. Robots*, vol. 2, no. 1, pp. 77–88, 1995, doi: 10.1007/BF00735440.
- [63] B. G. Ferrigno, G. Baroni, F. Casolo, E. De Momi, G. Gini, and M. Matteucci, "Medical Robotics and Computer-Aided Therapy," no. June, pp. 55–61, 2011.
- [64] M. Iskandar, G. Quere, A. Hagenhuber, A. Dietrich, and J. Vogel, "Employing Whole-Body Control in Assistive Robotics," *IEEE Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, pp. 5643–5650, 2019, doi: 10.1109/IROS40897.2019.8967772.
- [65] A. Bonci, S. Longhi, A. Monteriù, and M. Vaccarini, "Motion Control of a Smart Mobile Manipulator."

- [66] K. Arshak, D. Buckley, and K. Kaneswaran, "Review of Assistive Devices for Electric Powered Wheelchairs Navigation," *ITB J.*, vol. 7, no. 13, pp. 13–23, 2006, doi: 10.21427/D7TB37.
- [67] H. M. Shim, J. P. Hong, S. B. Chung, and S. H. Hong, "Master-Slave Control Architecture," no. 1, pp. 1553–1556, 2001.
- [68] J. P. Hong, H. M. Shim, S. B. Jung, E. H. Lee, and S. H. Hong, "A steering algorithm of the MCU based controller for two-wheel drive vehicles," *IEEE Int. Symp. Ind. Electron.*, vol. 3, no. 1, pp. 1887–1890, 2001, doi: 10.1109/isie.2001.931999.
- [69] R. A. Cooper, D. K. Jones, S. Fitzgerald, M. L. Boninger, and S. J. Albright, "Powered Wheelchair Driving," vol. 47, no. 7, pp. 902–910, 2000.
- [70] D. Ding, R. A. Cooper, and D. Spaeth, "Optimized joystick controller," *Annu. Int. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. - Proc.*, vol. 26 VII, pp. 4881–4883, 2004, doi: 10.1109/iembs.2004.1404350.
- [71] R. A. M. Braga, M. Petry, A. P. Moreira, and L. P. Reis, "Concept and design of the intellwheels platform for developing intelligent wheelchairs," *Lect. Notes Electr. Eng.*, vol. 37 LNEE, pp. 191–203, 2009, doi: 10.1007/978-3-642-00271-7_14.
- [72] V. sezer, "KafaHareketleriyle KontroEdilebilen Yari-OtonoElektrikliTekerlekli SandaGeliştirilmesi," *Gazi Üniversitesi Fen Bilim. Derg. Part C Tasarım ve Teknol.*, vol. 6, no. 1, pp. 221–232, 2018, doi: 10.29109/http-gujsc-gazi-edu-tr.335715.
- [73] A. Ghorbel, N. Ben Amor, and M. Jallouli, "A survey on different human-machine interactions used for controlling an electric wheelchair," *Procedia Comput. Sci.*, vol. 159, pp. 398–407, 2019, doi: 10.1016/j.procs.2019.09.194.
- [74] M. Kutbi *et al.*, "Usability studies of an egocentric vision-based robotic wheelchair," *ACM Trans. Human-Robot Interact.*, vol. 10, no. 1, pp. 1–23, 2020, doi: 10.1145/3399434.
- [75] G. Vanacker *et al.*, "Context-based filtering for assisted brain-actuated wheelchair driving," *Comput. Intell. Neurosci.*, vol. 2007, 2007, doi: 10.1155/2007/25130.
- [76] T. Carlson and J. Del R. Millan, "Brain-controlled wheelchairs: A robotic architecture," *IEEE Robot. Autom. Mag.*, vol. 20, no. 1, pp. 65–73, 2013, doi: 10.1109/MRA.2012.2229936.

- [77] R. Zhang *et al.*, “Control of a wheelchair in an indoor environment based on a brain-computer interface and automated navigation,” *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 24, no. 1, pp. 128–139, 2016, doi: 10.1109/TNSRE.2015.2439298.
- [78] Z. T. Al-qaysi, B. B. Zaidan, A. A. Zaidan, and M. S. Suzani, “A review of disability EEG based wheelchair control system: Coherent taxonomy, open challenges and recommendations,” *Comput. Methods Programs Biomed.*, vol. 164, pp. 221–237, 2018, doi: 10.1016/j.cmpb.2018.06.012.
- [79] M. Mazo *et al.*, “Electronic control of a wheelchair guided by voice commands,” *Control Eng. Pract.*, vol. 3, no. 5, pp. 665–674, 1995, doi: 10.1016/0967-0661(95)00042-S.
- [80] R. C. Simpson and S. P. Levine, “Automatic adaptation in the NavChair Assistive Wheelchair Navigation System,” *IEEE Trans. Rehabil. Eng.*, vol. 7, no. 4, pp. 452–463, 1999, doi: 10.1109/86.808949.
- [81] R. K. Parashar and T. Dhiran, “Preamble Review of Autonomous Wheelchair Control Mechanism,” *IOSR J. Comput. Eng.*, vol. 18, no. 3, pp. 52–56, 2016, doi: 10.9790/0661-1803045256.
- [82] M. R. Petry, A. P. Moreira, B. M. Faria, and L. P. Reis, “IntellWheels: Intelligent wheelchair with user-centered design,” *2013 IEEE 15th Int. Conf. e-Health Networking, Appl. Serv. Heal. 2013*, no. Healthcom, pp. 414–418, 2013, doi: 10.1109/HealthCom.2013.6720711.
- [83] P. Boucher *et al.*, “Design and validation of an intelligent wheelchair towards a clinically-functional outcome,” *J. Neuroeng. Rehabil.*, vol. 10, no. 1, pp. 1–16, 2013, doi: 10.1186/1743-0003-10-58.
- [84] Y. Rabhi, M. Mrabet, F. Fnaiech, P. Gorce, I. Miri, and C. Dziri, “Intelligent Touchscreen Joystick for Controlling Electric Wheelchair,” *Irbm*, vol. 39, no. 3, pp. 180–193, 2018, doi: 10.1016/j.irbm.2018.04.003.
- [85] Y. Touati, H. Aoudia, and B. Ali-Cherif, “An embedded control architecture for smart wheelchair navigation via wireless network,” *Proc. 2011 IEEE Int. Conf. Inf. Reuse Integr. IRI 2011*, pp. 492–493, 2011, doi: 10.1109/IRI.2011.6009600.
- [86] C. L. Chang, C. C. Chen, C. Y. Chen, and B. S. Lin, “Kinect-based powered wheelchair control system,” *Proc. - Int. Conf. Intell. Syst. Model. Simulation, ISMS*, pp. 186–189, 2013, doi: 10.1109/ISMS.2013.74.

- [87] Y. Rabhi, M. Mrabet, and F. Fnaiech, “A facial expression controlled wheelchair for people with disabilities,” *Comput. Methods Programs Biomed.*, vol. 165, pp. 89–105, 2018, doi: 10.1016/j.cmpb.2018.08.013.
- [88] J. Hori, H. Ohara, and S. Inayoshi, “Control of speed and direction of electric wheelchair using seat pressure mapping,” *Biocybern. Biomed. Eng.*, vol. 38, no. 3, pp. 624–633, 2018, doi: 10.1016/j.bbe.2018.04.007.
- [89] T. R. Pingali, E. D. Lemaire, and N. Baddour, “Ultrasonic tethering to enable side-by-side following for powered wheelchairs,” *Sensors (Switzerland)*, vol. 19, no. 1, pp. 1–13, 2019, doi: 10.3390/s19010109.
- [90] S. Joshi *et al.*, “Neuroergonomic Assessment of Wheelchair Control Using Mobile fNIRS,” *IEEE Trans. Neural Syst. Rehabil. Eng.*, vol. 28, no. 6, pp. 1488–1496, 2020, doi: 10.1109/TNSRE.2020.2992382.
- [91] J. H. Choi, Y. Chung, and S. Oh, “Motion control of joystick interfaced electric wheelchair for improvement of safety and riding comfort,” *Mechatronics*, vol. 59, no. September 2018, pp. 104–114, 2019, doi: 10.1016/j.mechatronics.2019.03.005.
- [92] I. Usuman, “ELEKTRİKLİ TEKERLEKLİ SANDALYENİN AYRIK-ZAMAN OPTİMAL KONTROLÜ.”
- [93] “TMS320F2803x Piccolo™ Microcontrollers Datasheet,” 2017.
- [94] “International Rectifier,IRF1404Z Datasheet.” 2011.
- [95] “International Rectifier,IR2184S Datasheet.” 2006.
- [96] F. Golnaraghi and B. C. Kuo, *Automatic Control Systems*, 9e. Wiley, 2010.
- [97] A. Özdemir, Z. Erdem, and I. Usuman, “State-space modeling of an EPW in discrete time and an observer design for state variable estimation,” *Acta Phys. Pol. A*, vol. 130, no. 1, pp. 228–232, 2016, doi: 10.12693/APhysPolA.130.228.
- [98] TÜRKİYE BİLİMLER AKADEMİSİ, “TÜBA - Türkçe Bilim Terimleri Sözlüğü.” 2013, <http://www.tubaterim.gov.tr/>, Erişim Tarihi: 22.07.2020.
- [99] V. V. Kozlov, *On the variational principles of mechanics*, 4th ed., vol. 74, no. 5. New York: Dover Publications Inc., 2010.
- [100] E. Minguzzi, “Rayleigh’s dissipation function at work,” *Eur. J. Phys.*, 2015, doi: 10.1088/0143-0807/36/3/035014.

- [101] F. Riewe, “Nonconservative Lagrangian and Hamiltonian mechanics,” *Phys. Rev. E - Stat. Physics, Plasmas, Fluids, Relat. Interdiscip. Top.*, vol. 53, no. 2, pp. 1890–1899, 1996, doi: 10.1103/PhysRevE.53.1890.
- [102] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, 2nd ed. Reading, MA: Addison-Wesley, 1980.
- [103] A. B. Cruz, A. Sousa, and L. P. Reis, “Controller for real and simulated wheelchair with a multimodal interface using gazebo and ROS,” *2020 IEEE Int. Conf. Auton. Robot Syst. Compet. ICARSC 2020*, pp. 164–169, 2020, doi: 10.1109/ICARSC49921.2020.9096195.
- [104] “Eylemsizlik momenti - Vikipedi.” https://tr.wikipedia.org/wiki/Eylemsizlik_momenti, Erişim Tarihi: 21.07.2020.
- [105] F. O. Medola, P. V Dao, J. J. Caspall, and S. Sprigle, “Partitioning Kinetic Energy During Freewheeling Wheelchair Maneuvers,” vol. 22, no. 2, pp. 326–333, 2014.
- [106] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, and C. C. De Wit, “A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction,” *Automatica*, 1994, doi: 10.1016/0005-1098(94)90209-7.
- [107] C. C. de Wit, P. Lischinsky, K. J. Åström, and H. Olsson, “A New Model for Control of Systems with Friction,” *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 40, no. 3, pp. 419–425, 1995, doi: 10.1109/9.376053.
- [108] “Friction in contact between rotating bodies - MATLAB.” <https://www.mathworks.com/help/phymod/simscape/ref/rotationalfriction.html>, Erişim Tarihi: 27.07.2020.
- [109] “Rayleigh dissipation function - Wikipedia.” https://en.wikipedia.org/wiki/Rayleigh_dissipation_function, Erişim Tarihi: 22.07.2020.
- [110] N. S. Nise, “Control system engineering, John Wiley & Sons,” *Inc, New York*, 2011.
- [111] *Ninth Edition Farid Golnaraghi • Benjamin C . Kuo . .*
- [112] K. Ogata, *Modern Control Engineering [Paperback]*. 2009.
- [113] “Discretization - Wikipedia.”, Erişim Tarihi: 22.12.2020.
- [114] *The Control Systems Handbook*. 2018.

- [115] Liuping Wang, *Model Predictive Control: Design and implementation using MATLAB (T-3)*. 2009.



ÖZGEÇMİŞ

yılında da doğan Selim İlhan, ilköğretim eğitimini Bursa'da Yıldırım İlköğretim Okulunda tamamladı. Ardından 2006 yılında yine Bursa'da Gürsu İMKB Anadolu Lisesini kazanıp 2010 yılında mezun oldu. Aynı sene Sakarya Üniversitesi Elektrik – Elektronik Mühendisliği Bölümünü kazanıp mesleki stajlarını Siemens Türkiye firmasında yaparak 2014 yılında fakülte 3.'sü, bölüm 2.'si olarak lisans eğitimini tamamladı. Mezun olduktan sonra Sakarya Teknokent bünyesinde kurulu BAYT ARGE firmasında enerji tasarrufu sağlayan akıllı priz ürünü üzerine çalışmalarda bulundu. 2016 yılında Bursa Teknik Üniversitesi Mekatronik Mühendisliği Bölümünde Araştırma Görevlisi olarak çalışmaya başladı. Buradan İstanbul Teknik Üniversitesi Kontrol ve Otomasyon Bölümüne görevlendirildi. 2017 yılı güz döneminde Sakarya Üniversitesi Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine başladı. Aynı yıldan 2019 yılına kadar Sakarya Üniversitesi Metalurji ve Malzeme Mühendisliği Bölümü bünyesinde yürütülen “315M461, Elektrokimyasal enerji depolamada yeni bir yaklaşım: Çok hücreli lityum hava akış pillerinin geliştirilmesi” projesinde TÜBİTAK 1001 proje bursiyeri olarak görev aldı. Ayrıca 2019 yılında askerlik görevini tamamladı. Aralık 2019'da Sakarya Üniversitesi Elektrik – Elektronik Mühendisliği Bölümüne Araştırma Görevlisi olarak atandı ve halen bu görevini ifa etmektedir.