

T.C.
DOKUZ EYLÜL ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI
EKONOMETRİ PROGRAMI
YÜKSEK LİSANS TEZİ

ELEME TASARIMLARININ OPTİMALİTE
KRİTERLERİ ÜZERİNDEN
KARŞILAŞTIRILMASINA YÖNELİK BİR ÇALIŞMA

Burçin AĞLADIOĞLU

Danışman
Doç.Dr. Murat TANIK

İZMİR - 2019

TEZ ONAY SAYFASI



YEMİN METNİ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Eleme Tasarımlarının Optimalite Kriterleri Üzerinden Karşılaştırılmasına Yönelik Bir Çalışma” adlı çalışmanın, tarafımdan, bilimsel ahlak ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın yazıldığını ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu, bunlara atıf yapılarak yararlanılmış olduğunu belirtir ve bunu onurumla doğrularım.

Tarih

../../....

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Eleme Tasarımlarının Optimalite Kriterleri Üzerinden Karşılaştırılmasına

Yönelik Bir Çalışma

Burçin AĞLADIOĞLU

Dokuz Eylül Üniversitesi

Sosyal Bilimler Enstitüsü

Ekonometri Anabilim Dalı

Ekonometri Programı

İstatistiksel deney tasarımı yöntemi özellikle son yıllarda sanayi, mühendislik, imalat gibi birçok aktif sektörde çok geniş bir kullanım alanına sahip bir kalite geliştirme ve iyileştirme yöntemidir. Deney tasarımı yöntemleri özellikle yeni bir nihai ürünün tasarımı, bu ürünün üretim safhalarının planlanması, iyileştirilmesi ve geliştirilmesi gibi alanlarda çok önemli bir katkı sağlamaktadır.

Günümüzde rekabetçi piyasa koşullarında, firmaların öncelikli amacı düşük giderler ile yüksek kaliteli ürünler üretebilmektir. İstatistiksel deney tasarım yöntemleri bugün günümüzde hemen hemen endüstrinin her alanında geniş bir kullanım sahasına sahiptir.

Bu tez çalışmasının birinci bölümünde deney tasarımının tanımları, tarihsel süreci, dayandığı temel ilkeleri uygulanma alanları ve sektörleri ile sistematik uygulanma sürecine değinilmiştir.

İkinci bölümde, faktöriyel tasarımlara geçilmiş, ilk olarak birinci derece modellerin uyumunda kullanılan tasarım tipleri daha sonra ise ikinci derece modellerin uyumunda kullanılan tasarım tipleri ele alınmıştır.

Üçüncü bölümde Taguchi tipi tasarımlara ve Taguchi'nin ortogonal dizinlerinin elde edilmesine değinilmiştir.

Dördüncü bölümde ise istatistiksel eleme yöntemi olarak kullanılan tasarım tiplerinden bahsedilmiştir. Bu bölümde 2 seviyeli faktöriyel

tasarımlar, Plackett-Burman tasarımları ve tanımlayıcı eleme tasarımları açıklanmıştır.

Son bölümde ise optimal tasarımı seçmek için kullanılan optimalite kriterleri üzerinde durulmuştur. Bu çalışma kapsamında optimallik kriterlerinden A optimalite, D Optimalite ve E Optimalite kriterleri ele alınmıştır. Yine bu bölümde eleme tasarımlarının optimalite kriterleri üzerinden karşılaştırılmasına yönelik bir uygulamaya da yer verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Deney Tasarımı, Faktöriyel Tasarımlar, Taguchi Tasarımları, Eleme Tasarımları, Optimalite Kriterleri.



ABSTRACT
Master's Thesis
A Study on Comparison of Screening Designs on Optimality Criteria
Burçin AĞLADIOĞLU

Dokuz Eylül University
Graduate School of Social Sciences
Department of Econometrics
Econometrics Program

Statistical experimental design method is a quality improvement and improvement method which has wide usage area in many active sectors such as industry, engineering, manufacturing especially in recent years. Experimental design methods make a significant contribution, especially in the design of a new final product, in the planning, improvement and development of the production phases of this product.

In today's competitive market conditions, the primary aim of the companies is to produce high quality products with low expenses. Statistical experimental design methods are widely used in almost every field of industry today.

In the first part of this thesis, the definitions of the experimental design, its historical process, the basic principles on which it is based, its application areas and sectors and its application process are discussed.

In the second chapter, the factorial designs were introduced, firstly the design types used in the first order models and then the second type models.

In the third chapter, Taguchi type designs and the orthogonal arrays of Taguchi are discussed.

In the fourth chapter, the design types used as statistical elimination method are mentioned. In this section, 2-level factorial designs, Plackett-Burman designs and descriptive screening designs are explained.

In the last chapter, the criteria of optimality used to select the optimal design are emphasized. In the scope of this study, one of the optimality criteria, A optimality, D Optimality and E Optimality were discussed. Again in this section, an application for comparison of screening designs over the criteria of optimality is given.

Keywords: Experimental Design, Factorial Designs, Taguchi Designs, Screening Designs, Optimality Criteria.



**ELEME TASARIMLARININ OPTİMALİTE KRİTERLERİ ÜZERİNDEN
KARŞILAŞTIRILMASINA YÖNELİK BİR ÇALIŞMA
İÇİNDEKİLER**

TEZ ONAY SAYFASI	ii
YEMİN METNİ	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT	vi
İÇİNDEKİLER	viii
KISALTMALAR	xi
TABLOLAR LİSTESİ	xii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xiii
EKLER LİSTESİ	xiv

GİRİŞ	1
-------	---

**BİRİNCİ BÖLÜM
DENEY TASARIMI**

1.1. DENEY TASARIMININ FARKLI TANIMLARI	4
1.2. DENEY TASARIMININ TARİHSEL SÜRECİ	5
1.3. DENEY TASARIMININ TEMELLERİ	7
1.4. DENEY TASARIMININ TEMEL İLKELERİ	8
1.4.1. Rassallaştırma	9
1.4.2. Tekrarlama	11
1.4.3. Bloklama	11
1.5. DENEY TASARIMININ KULLANIM ALANLARI	12
1.6. DENEY TASARIMININ SİSTEMATİK SÜRECİ	14
1.6.1. Planlama Aşaması	16
1.6.2. Tasarım Aşaması	19
1.6.3. Uygulama Aşaması	19
1.6.4. Analiz Aşaması	20

İKİNCİ BÖLÜM

FAKTÖRİYEL TASARIMLAR

2.1. BİRİNCİ DERECE MODELLERİN UYUMUNDA KULLANILAN TASARIMLAR	22
2.1.1. 2^k Faktöriyel Tasarım	22
2.1.2. 2^2 Tasarımı	22
2.1.3. 2^3 Tasarımı	27
2.1.4. Kesirli Faktöriyel Tasarımlar	31
2.2. İKİNCİ DERECE MODELLERİN UYUMUNDA KULLANILAN TASARIMLAR	33
2.2.1. 3^k Faktöriyel Tasarımlar	33
2.2.2. Merkezi Birleşik Tasarım	34
2.2.3 Box-Behnken Tasarımı	37

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

TAGUCHİ TİPİ TASARIMLAR

3.1. LATİN KARE TASARIMLAR	40
3.2. GRAECO-LATİN KARE TASARIMLAR	42
3.3. TAGUCHİ'NİN ORTOGONAL DİZİNLERİ	44
3.4. ORTOGONAL DİZİNLERİN ELDE EDİLMESİ	47

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ELEME TASARIMLARI

4.1. İKİ SEVİYELİ KESİRLİ FAKTÖRİYEL TASARIMLAR	54
4.1.1. Kararlılık III Tasarımı	59
4.1.2. Kararlılık IV Tasarımı	60
4.1.3. Kararlılık V Tasarımı	60
4.2. PLACKETT-BURMAN TASARIMI	61

4.3. TANIMLAYICI ELEME TASARIMLARI	63
------------------------------------	----

BEŞİNCİ BÖLÜM

OPTİMALİTE KRİTERLERİ

5.1. KRİTER TÜRLERİ	70
5.1.1. A Optimalite	70
5.1.2. D Optimalite	71
5.1.3.E Optimalite	72
5.2. ELEME TASARIMLARININ OPTİMALİTE KRİTERLERİ	
ÜZERİNDEN KARŞILAŞTIRILMASI	73
5.2.1. Literatür Araştırması	73
5.2.2. Uygulama	75
SONUÇ	78
KAYNAKÇA	81
EKLER	

KISALTMALAR

SSA	A Faktörü için Hata Kareler Toplamı
SSBB	B Faktörü için Hata Kareler Toplamı
SSAB	AB Etkileşim Etkisi için Hata Kareler Toplamı
SSE	Hata Kareler Toplamı
LSD	Latin Kare Tasarım
RLD	İndirgenmiş Latin Kare Tasarım
L_N	Ortogonal Dizin
RSM	Yanıt Yüzey Metodolojisi
CRD	Tam Random Tasarım
DOE	Design of Experiment
DSD	Descriptive Screening Design
P-B	Plackett-Burman Tasarımları

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1: Deney Tasarımında Standart Olarak Uygulanan Sıra ve Etkilerin İşaretleri	s.24
Tablo 2: 2^k tasarımı için ANOVA tablosu	s.26
Tablo 3: B faktörünün A Faktörü Üzerine Etkileri	s.29
Tablo 4: 2^3 Tasarımında İşlem Kombinasyonlarının Yazımları ve Etkilerin İşaretleri	s.30
Tablo 5: 2^7 Tam Eşleştirmeli Bir Deneyde Ana ve Etkileşim Etkileri	s.32
Tablo 6: Merkezi Birleşik Tasarım Deneme Düzeni	s.36
Tablo 7: Üç faktörlü Box-Behnken Deneme Düzenleri	s.38
Tablo 8: 2^3 Faktöriyel Deneyinde Artı ve Eksi İşaretler	s.55
Tablo 9: L8 Kesirli Deneylerinde Faktörlerin Kolonlara Atanması	s.57
Tablo 10: $2^{(4-1)}$ Kesirli Faktöriyel Deneylerde Eşyapı (Alias) Tablosu	s.59
Tablo 11: Kesirli Faktöriyel Deneylerde Kararlılık Sayıları	s.60
Tablo 12: N=8 için 2 seviyeli Plackett-Burman Tasarımı	s.62
Tablo 13: Eleme Tasarımlarının Optimalite Kriterleri Üzerinden Karşılaştırılması	s.77

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1: Bir Sürecin Genel Modeli	s.7
Şekil 2: 2^3 Faktöriyel Tasarım	s.27
Şekil 3: Tasarım Matrisi	s.27
Şekil 4: 2^k Tasarımında Ana Etkiler ve Etkileşimlere Uyan Kontrastların Geometrik Gösterimi	s.29
Şekil 5: Kesirli Faktöriyel, Tam Faktöriyel ve Merkezi Birleşik Tasarım Noktalarının Gösterimi	s.35
Şekil 6: $L_9(3^4)$ Dikey Dizini	s.45
Şekil 7: 3^2 Deney Düzeni	s.46
Şekil 8: Sütun Atamaları	s.46
Şekil 9: Latin Kareler	s.49
Şekil 10: Greko Latin Kare	s.49
Şekil 11: Kodlanmış Greko Latin Kare	s.49
Şekil 12: L_9 Ortogonal Dizini	s.50

EKLER LİSTESİ

Ekler 1: Tasarım Matrisleri

ek s. 1

Ekler 2: Minitab Çıktıları

ek s.31



GİRİŞ

Deneylerin tasarımı; deneyleri planlamak, yürütmek, deneylerden elde edilen verileri analiz etmek ve yorumlamak için kullanılan matematiksel bir metodolojidir. Ölçülen yanıt değişkeni üzerindeki etkilerini araştırmak için girdi değişkenlerinin manipüle edildiği bir sistem, işlem veya ürünün bilimsel çalışmalarını yapmak için kullanılan uygulamalı istatistiklerin bir dalıdır.

Geçen yirmi yıl boyunca, deney tasarımı geleneksel olarak ürün kalitesini ve güvenilirliğini geliştirmek için kullanılan çok faydalı bir araçtır. Deney tasarımının kullanımı, yeni bir ürün geliştirme, üretim süreci ve iyileştirme sürecinde karar alma sürecinin bir parçası olarak birçok endüstride yaygınlaştırılmıştır. Sadece yönetim, pazarlama, hastaneler, ilaç, gıda endüstrisi, enerji ve mimarlık ve mühendislik alanlarında kullanılmaz. Deney tasarımı, fiziksel simülasyonların yanı sıra bilgisayar simülasyon modellerine de uygulanabilir.

Deney tasarımında deneylerin çok büyük bir kısmı araştırma, geliştirme ve sistem optimizasyonu olarak yapılır (Lazic,2004:157).

Rekabet açısından kalitenin giderek değerlendirildiği günümüzde, firmalar için birincil amaç düşük maliyetler ile yüksek kaliteli ürünler üretebilmektir. Bu nedenle kalite geliştirme tekniği olan istatistiksel deney tasarımı yöntemleribugün tüm dünyada endüstrinin birçok alanında kendisine çok geniş bir kullanım alanı edinmiştir.

Deneysel tasarımlarda amaç, geçerli ve objektif sonuçlar elde etmektir. Böylece elde edilen sonuçlar genelleştirilir (Karakoç,2006:1).

Bir ürün geliştirme sürecinde deney tasarımı yöntemlerini kullanmanın öncelikli birincil hedefi, genel olarak bir sürecin sergilediği özellikler üzerine bilgi sahibi olmak ve sürecin arzu edilen nitelikte sonuç verebilmesi için girdilerin süreçte olması gereken seviye miktarını tespit etmektir ve böylece süreç sonunda umulan performans özelliklerinin optimize edilmesi için maksimum faktör düzeyleri saptanmış ve ilgili sürecin kalitesi iyileştirilmiş olur.

Deney tasarımı yöntemleri bir ürünün üretilmesi aşamalarının planlanması, süreç geliştirme, yeni ürün tasarlama ya da piyasada var olan ürünlerin iyileştirilip

geliştirilmesi gibi birçok farklı alanda kullanılan ve oldukça büyük bir öneme sahip araçtır.

Deney tasarımı (DOE), yöntemlerinin kullanılmaya başlanmasıyla birlikte kullanılmakta olan süreç içerisindeki farklılık seviyesi azaltılmakta ve süreçten veya üründen beklenen performans karakteristikleri geliştirilebilmektedir.

Tarihsel süreç içerisinde deney tasarımı yöntemlerinin kullanımına öncülük eden isim 1920'li yıllarda dünyaca ünlü istatistikçi Fisher tarafından tarım sektöründe araştırmalar yaparken bulunan ve geliştirilen deney tasarımı yöntemleri, endüstrinin hemen hemen her alanında etkin biçimde varlığını sürdürmektedir.

Tez çalışmasında, istatistiksel eleme amacıyla gerçekleştirilen deney tasarım tipleri üzerinde durulmuş, optimal tasarımı seçmek için kullanılan optimalite kriterleri ele alınmıştır.

İstatistiksel eleme tasarımları, süreç içinde değişmesi halinde sürecin çıktıları da etkileyen bazı kritik faktörlerin ve bunların mümkün düzeylerinin elde edilmesinde kullanılır. İstatistiksel eleme modelin optimize edildiği değerin hesaplanmasına geçmeden önce deneysel süreçteki ilk adımdır.

İstatistiksel eleme yönteminde, genellikle basit modeller kullanılır. Lineer modeller olarak da adlandırılan basit modeller sadece ana girdi düzeylerinin lineer modeller ya da faktörlerin karışık etkisini de kapsayan doğrusal modeller olabilmektedir. Burada öncelikli amaç minimum sayıda çalışma ile sürecin çıktıları etkileyen değişkenleri belirleyerek, süreç sonunda alınan çıktıları çok fazla etkilemeyen ya da süreç çıktıları üzerindeki etkisinin istatistiksel olarak anlamsız olduğu faktörlerin elenebilmesidir. Ayrıca faktör sayısının azaltılmasıyla, daha az denemenin olduğu bir optimizasyon tasarımına geçilebilmektedir.

Bir deney tasarımı yönteminin seçimi, her zaman yapılacak olan deneyin amacına, deneye ve sürece etki eden faktör sayısına ve bu faktörlerin tipine bağlı olmalıdır. Örneğin araştırmada amaç, sadece faktör sayısını azaltmak ve çıktıları üzerinde etkisi en yüksek olan birkaç faktörü bulmak şeklinde ise, ve araştırmaya konu olan çok fazla sayıda faktör bulunuyorsa, en az sayıda deneme yapılmasına olanak sağlayan, fakat sadece ana faktör etkilerini lineer modeller kurarak

yorumlayan istatistiksel eleme dizaynları tercih edilebilir.

Bu tez çalışmasının birinci bölümünde deney tasarımının farklı tanımları, tarihsel süreci, dayandığı temel ilkeler, uygulama alanları ve uygulama süreci üzerinde durulmuştur.

İkinci bölümde, faktoriyel tasarım yöntemlerine yer verilmiştir. Bu bölümde 2^k faktöriyel tasarım türlerinden ve kesirli faktöriyel tasarımlardan bahsedilmiş ve ikinci derece modellerin uyumunda kullanılan tasarımlar konusu ele alınmıştır. Bu amaçla 3^k faktöriyel tasarımlar, merkezi bileşik tasarımlar ve Box-Behnken tasarımlarının temel presipleri ve uygulaması üzerinde durulmuştur.

Çalışmanın üçüncü bölümünde Taguchi tipi tasarımlardan olan Latin Kare Tasarımlara, Graeco-Latin Kare Tasarımlara ve Taguchi'nin ortogonal dizinlerinin elde edilmesine yer verilmiştir. Bu bölümde orthogonal dizinlerin Latin Kareler aracılığıyla elde edilmesi üzerinde durulmuştur.

Dördüncü bölümde ise istatistiksel eleme yöntemi olarak kullanılan tasarım tiplerine yer verilmiştir. 2 seviyeli kesirli faktöriyel tasarımlar, Plackett-Burman tasarım tipi ve tanımlayıcı eleme tasarımları bu bölümün konusunu oluşturmaktadır.

Son bölümde ise optimal tasarımı seçmek için tercih edilen ve bu araştırmanın da içeriğini belirleyen A, D ve E optimalite kriterleri açıklanmıştır. Eleme tasarımı olarak kullanılan 2 seviyeli kesirli faktöriyel tasarımların, Plackett-Burman tasarımının ve tanımlayıcı eleme tasarımlarının belirli faktör sayıları üzerinden tasarım matrisleri oluşturularak optimalite kriterleri üzerinden karşılaştırılmasına yer verilmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

DENEY TASARIMI

1.1. DENEY TASARIMININ FARKLI TANIMLARI

Deneylerin tasarımı, bir parametrenin veya parametre grubunun değerini kontrol eden faktörleri değerlendirmek için kontrollü testleri planlama, yürütme, analiz etme ve yorumlama ile ilgili uygulamalı istatistiklerin bir dalı olarak tanımlanmaktadır. Deney tasarımı, çeşitli deneysel durumlarda kullanılacak güçlü bir veri toplama ve analiz aracıdır. Deney tasarımı, bir süreç ya da sistemin girdilerinde değişiklik yapılarak çıktılarının gözlemlenmesi ve analiz edilmesidir (Efendioğlu,2013:1).

Deney tasarımı ile faktörler arasındaki ilişkiler ve optimum sonuçlar önceden hesaplanmaya çalışılmaktadır (Uslu,2007:534).

İstatistiksel deney tasarımı herhangi bir ürünün üretim ve tasarım aşamasının performansını geliştirmek ve sürecin kalitesini yükseltmek amacıyla, sürecin çalışmasını etkileyen girdiler üzerinde değişiklikler yaparak, süreç sonunda elde edilen çıktılarının yorumlanması ve sonuçlar elde edilmesidir (Box ve Hunter,1978:298).

Deney tasarımı istatistikte toplanan deneme verilerinden optimum seviyede verinin, efektif bir biçimde belirlenebilmesi için yapılacak olan denemeleri planlama operasyonu olarak da tanımlanmaktadır.

İstatistiksel deney tasarımının amacı minimum zaman, kaynak ve harcama ile maksimum anlamlı verileri toplamaktır (Gökçe ve Taşgetiren,2009:73).

Deneylerin tasarımı, bir süreci etkileyen faktörler ve bu sürecin çıktısı arasındaki ilişkiyi belirlemek için sistematik bir yöntemdir. Başka bir deyişle, sebep-sonuç ilişkilerini bulmak için kullanılır. Bu bilgi, işlemi optimize etmek için proses girişlerini yönetmek için gereklidir (Dekker,1989:3).

Bir deneye dahil olan çoklu faktörlerin tüm şartlar altında incelenmesi ve tanımlanması tekniği deney tasarımı olarak bilinmektedir. Bu teknik literatürde faktöriyel tasarım olarak da yer almaktadır (Roy,2010:30)

Bir diğ er tanıma göre deney tasarımı; bir süreci etkileyen birbirinden farklı değışkenler ile onların süreç sonunda etkilediğı yanıt değışkenleri arasındaki etkileşimi saptamak için kullanılan g   l  ve planlı bir tekniktir.

1.2. DENEY TASARIMININ TARİHSEL S RECI

Deney tasarımı ve analizi yönteminin tarihsel süreç içindeki değışimine bakıldığında ilk olarak John Stuart Mill in modern görüşlü bir deney teorisi ortaya attığı g r lmektedir. Mill'in bu teorisi süreç içerisinde tek defada tek faktörün değıştirilmesine dayanmaktadır. Mill bununla birlikte kontrollü deney ile pasif gözlem arasındaki önemli farka da değışmiştir. Tek defada tek faktörün göz önüne alındığı basit yöntemlerden sonra, 1920'li yıllarda R.D. Fisher tarafından çok sayıda faktörün ele alındığı deney teorisi ortaya atılmıştır ve deney tasarımının gelişim süreci 1920'li yılların başlangıcında Ronald A. Fisher'in tarım alanındaki çalışmaları ile başlamış ve geliştirilmiştir (Yang vd., 1998:123).

Deney tasarımı yöntemlerinin tarihsel süreç içerisindeki ilk uygulamaları tarımsal alanlar ve biyoloji alanlarında gerçekleşmiştir. Deney tasarımının tarım sektörü dışında endüstri sektöründe de uygulamaları elbette mevcuttur. Endüstri sektöründeki kullanımı 1930'lı yıllarda İngiliz tekstil sanayisinde gerçekleşmiştir. Bununla birlikte deney tasarımı yöntemleri kimya sektöründe ve özellikle ilaç sektörlerinde de yoğ n bir biçimde uygulanmıştır. Bu yıllarda kullanılan klasik metodoloji her bir parametre için bir başlangıç noktası ya da temel seviye seçmekle başlar. Seçilen parametre dışındaki diğ er parametreler kendi temel seviyesinde sabit tutulur. Seçilen parametreler kendi aralığı içerisinde değıştirilerek deneye olan etkisi araştırılır ( zensoy, 1982:65).

Ayrıca, Fisher tarafından geliştirilen “varyans analizi” (Anova) yöntemi deney verilerinin analizi için günümüzde klasik bir yöntem olarak güncelliğini korumaktadır.

Kimya endüstrisinde deneysel tasarım yöntemlerinin kullanımı, 1950'lerde, Box ve arkadaşlarının yanıt yüzey tasarımları üzerine yaptığı kapsamlı çalışmalarla teşvik edildi (Box ve Draper, 1987:98).

Son 15 yılda, endüstride deneysel tasarım tekniklerinin uygulanmasında muazzam bir artış olmuştur. Bu, büyük ölçüde kalite iyileştirme vurgusunun artması ve genel olarak istatistiksel yöntemlerin oynadığı önemli rolden ve özellikle Japon endüstrisinde deney tasarımından kaynaklanmaktadır. Japon kalite danışmanı G. Taguchi'nin varyasyon azaltma için sağlam tasarım üzerine yaptığı çalışma, kalite geliştirme için deneysel tasarım tekniklerinin gücünü göstermiştir.

1970'li yıllara bakıldığında özellikle Japonya bölgesinde, verimlilik ve performans niteliklerinin geliştirilmesi veya iyileştirilmesi felsefesi ve teknikleri üzerine çalışmalarından sonra, bu yöntemler Japon istatistikçiler tarafından Japon endüstri sektöründe de kullanılmaya başlanmış ve geliştirilmiştir. Deney tasarımı yöntemlerinin endüstri alanında da kullanılmasıyla düşük maliyetlerde çok daha yüksek kalitede ürün elde etmek mümkün hale gelmiştir (Montgomery,1991:75).

Deney tasarımının Amerika'da kullanımına bakıldığında imalat sektörü göze çarpmaktadır. Amerika 1980'li yılların girişinde, deney tasarımının Japon dünyasındaki başarısını irdelemiş ve bu Japon kalitesinin süreç tasarımında kullanım nedenlerini araştırırken deney tasarımına yeni bir öncü olmaya çalışmıştır. Çünkü aynı tarihlerde deney tasarımı yöntemleri Japonya sanayisinde Taguchi rehberliğinde efektif olarak kullanılmaktaydı. Taguchi deney tasarımı yöntemlerine çok farklı boyutlar kazandırmamıştır. Fakat, imalat sektöründeki kullanımlarda değişiklikler yapmış ve oldukça başarılı olduğundan bu uygulamaların Japonya'da kısa bir süre içerisinde kullanımını teşvik etmiştir (Şirvancı,1997:13).

Robust tasarım, hem ortalama hem de değişkenlikle ilişkili tepki yüzeylerini incelemek ve hem değişkenlik hem de yanlılığın eş zamanlı olarak düşük hale getirilmesi için faktör ayarlarını makul bir şekilde seçmek için tasarlanmış deneyleri kullanır. Değişkenlik, önemli “gürültü” değişkenleri tespit edilerek ve çevrimdışı deneylerde sistematik olarak değiştirilerek incelenir. Robust tasarım fikirleri de sanayide son yıllarda yaygın olarak kullanılmaktadır (Taguchi, 1986; Nair, 1992).

Deney tasarımının tarihsel sürecine bakıldığında en genel yaklaşımla ifade etmek gerekirse; “bir defada bir faktörün değişimi” yönteminden, birden çok faktörlü tasarımlar yolu ile “bir defada birden fazla faktörün değişimi” tekniğine

doğru bir gelişim şeklinde sonuç çıkarılabilir.

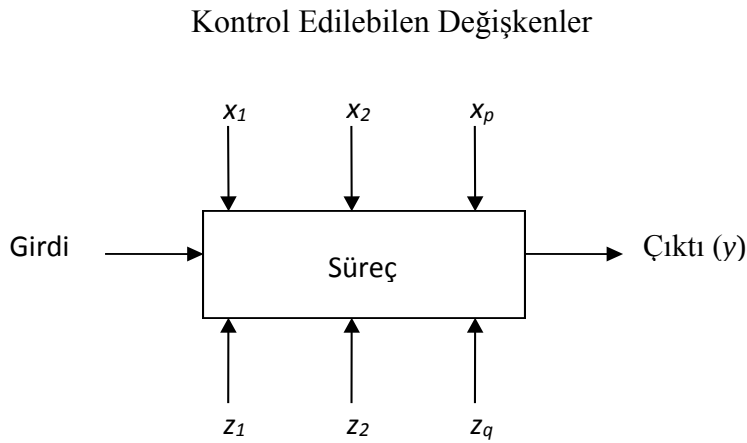
1.3. DENEY TASARIMININ TEMELLERİ

Tasarlanan bir deneyi doğru bir şekilde anlamak için süreci iyi bir şekilde anlamak çok önemlidir. Bir işlem girdilerin çıktılara dönüşümüdür. Üretim bağlamında girdiler faktörler veya süreçlerdir.

İnsanlar, malzemeler, yöntemler, çevre, makineler, prosedürler vs. gibi değişkenler ve çıktılar, bir ürünün performans özellikleri veya kalite özellikleri olabilir. Bazen bir çıktı yanıt olarak da adlandırılabilir.

Tasarlanan bir deneyi gerçekleştirirken, çıktı işleminde karşılık gelen değişiklikleri gözlemlemek için giriş işleminde veya makine değişkenlerinde (veya faktörlerde) bilinçli olarak değişiklikler yapacağız. Düzgün bir şekilde planlanan, gerçekleştirilen ve analiz edilen deneylerden elde edilen bilgiler, ürünlerin işlevsel performansını iyileştirmek, hurda oranını veya yeniden işleme oranını azaltmak, ürün geliştirme döngüsü süresini azaltmak, aşırı değişkenliği azaltmak için kullanılabilir. (Üretim süreçleri, vs.)

Şekil 1: Bir Sürecin Genel Modeli



Kaynak: Montgomery, 1991:58

Gerçek hayatta, bazı süreç değişkenleri veya faktörleri oldukça kolay kontrol edilir olabilirken, bazıları normal üretim veya standart koşullar sırasında kontrol edilmesi zor veya pahalıdır. Yukarıdaki şekil bir işlem veya sistemin genel bir modelini göstermektedir.

Yukarıdaki diyagramda, çıktılar, işlem / ürün performansını değerlendirmek için ölçülen performans özellikleridir. Kontrol edilebilir değişkenler (X'ler ile temsil edilir) bir deney sırasında kolayca değiştirilebilir ve bu değişkenlerin proses karakterizasyonunda oynayacağı kilit bir rol vardır.

Kontrol edilemeyen değişkenlerin (Z ile temsil edilir) bir deney sırasında kontrol edilmesi zordur. Bu değişkenler veya faktörler, ürün performansındaki değişkenlik veya ürün performansı tutarsızlığından sorumludur. Z'lerin etkilerini en aza indirmek için, X'lerin optimum ayarlarını belirlemek önemlidir. Bu robust tasarımın temel stratejisidir.

1.4. DENEY TASARIMININ TEMEL İLKELERİ

Deneylerin tasarımı, deneyi planlama, tasarlama ve analiz etme sürecini ifade eder, böylece geçerli ve nesnel sonuçlar etkili ve verimli bir şekilde çıkarılabilir. Deneyden istatistiksel olarak sağlam sonuçlar çıkarmak için, basit ve güçlü istatistiksel yöntemleri deneysel tasarım metodolojisine dahil etmek gerekir. Endüstriyel olarak tasarlanmış herhangi bir deneyin başarısı, sağlam planlama, uygun tasarım seçimi, verilerin istatistiksel analizi ve ekip çalışması becerilerine bağlıdır.

Endüstride deney tasarımı bağlamında, iki tür proses değişkeni veya faktörü ortaya çıkabilir: kalitatif ve kantitatif faktörler. Kantitatif faktörler için, bir ayar aralığı, deney sırasında nasıl ölçülüp kontrol edileceğine karar verilmelidir. Örneğin, bir enjeksiyon kalıplama işleminde, vida hızı, kalıp sıcaklığı, vb. Nicel faktörlerin örnekleridir.

Niteliksel faktörler ise doğada ayrıktır. Hammadde türü, katalizör türü, tedarikçi türü vb. Nitel faktörlerin örnekleridir. Bir faktör, faktörün nicel veya niteliksel niteliğine bağlı olarak farklı seviyelerde olabilir. Nitel bir faktör genellikle, nicel bir faktöre kıyasla daha fazla seviye gerektirir. Burada “seviye”

terimi, deneyde incelenen faktörün belirli bir değerini veya ayarını ifade eder. Örneğin, deney üç farklı tipte hammadde kullanılarak yapılacaksa, o zaman şu anlama gelebilir ki; malzeme, üç seviyeye sahiptir. DOE terminolojisinde, bir deneme veya çıktı (veya performans özelliği) üzerindeki etkisi ilgi çekici olan faktör seviyelerinin belirli bir kombinasyonudur.

Rassallaştırma, tekrarlama ve bloklama gibi deneysel tasarımın üç prensibi, deney verimliliğini arttırmak için endüstriyel deneylerde kullanılabilir. Bu deneysel tasarım ilkeleri, deneysel önyargıları azaltmak veya hatta kaldırmak için uygulanır. Büyük deneysel önyargıların yanlış optimum ayarlara yol açabileceğini veya bazı durumlarda gerçekten önemli faktörlerin etkisini gizleyebileceğini not etmek önemlidir. Böylece, süreç anlayışını kazanma fırsatı kaybolur ve süreç iyileştirme için birincil unsur göz ardı edilir.

1.4.1. Rassallaştırma

Hepimiz; gürültü faktörlerinin (veya dışsal rahatsızlıkların) yer aldığı durağan olmayan bir dünyada yaşıyoruz. Örneğin, bir metal parçanın imalatı insanları, makineleri, ölçümleri, ortamı vb. İçeren bir işlemdir. Makinenin parçaları sabit parçalar değildir; belli bir süre boyunca aşınırlar ve hassasiyetleri belli bir süre boyunca sabit değildir. Makineleri işleten kişilerin tutumu zaman zaman değişmektedir. Sisteminizin veya sürecinizin kararlı olduğuna inanıyorsanız, deneysel denemeleri rastgele yapmanız gerekmez. Öte yandan, sürecinizin dengesiz olduğuna ve rastlantısallaştırılmadan sonuçların anlamsız ve yanıltıcı olacağına inanıyorsanız, deneysel denemelerin randomizasyonu hakkında düşünmeniz gerekir. Eğer süreç çok dengesizse ve randomizasyon, denemenizi imkansız hale getirirse, deneyi çalıştırmayın. Prosesinizi istatistiksel kontrol durumuna getirmek için proses kontrol yöntemlerine bakmanız gerekebilir.

Deney sonuçlarının analizinde rassallık unsuru, hem istatistiksel analizin bir temeli olarak hem de deneysel hata ve önyargıların giderilmesi noktasında oldukça önemlidir.

Endüstriyel deneyler tasarlanırken, güç dalgalanmaları, operatör hataları, ortam sıcaklığı ve nemindeki dalgalanmalar, hammadde varyasyonları, vb. Gibi

proses çıkış performansını etkileyebilecek faktörler vardır, çünkü bunlar genellikle pahalı veya kontrol edilmesi zordur. Bu gibi faktörler deney sonuçlarını olumsuz etkileyebilir ve bu nedenle deneyden en aza indirilmeli veya çıkartılmalıdır.

Randomizasyon, deneycilerin genellikle deneysel önyargının etkisini azaltmak için güvendiği yöntemlerden biridir. Deneyi uygun şekilde randomize ederek, süreçte mevcut olabilecek gürültü faktörlerinin etkilerinin ortalamasının alınmasına yardımcı oluruz. Başka bir deyişle, randomizasyon, bir faktörün tüm seviyelerinin gürültü faktörlerinden etkilenme konusunda eşit şansa sahip olmasını sağlayabilir. Dorian Shainin, randomizasyonu 'deneycilerin sigorta poliçesi' olarak vurgulamaktadır ve "Deneme koşullarını randomize etmemenin bir deneyin istatistiki geçerliliğini azalttığına" dikkat çekmiştir.

Bazen deneyciler deneysel denemelerin randomize edilmesinin maliyet ve zaman kısıtlamaları nedeniyle gerçekleştirilmesinin zor olduğu durumlarla karşılaşır.

Örneğin, bir kimyasal işlemdeki sıcaklık, değiştirilmesi zor bir faktör olabilir ve bu faktörün tamamen rastlantısallaştırılmasını neredeyse imkansız hale getirir. Bu şartlar altında, sıcaklık faktörü seviyelerinin diğerlerinden daha az değiştirilmesi istenebilir. Bu gibi durumlarda, sınırlı randomizasyon kullanılabilir.

Klasik DOE yaklaşımında, deneysel denemelerin tamamen randomize edilmesinin savunuculuğunu savunurken, Taguchi'nin denemeye yaklaşımında, gürültü faktörlerinin deney düzenine dahil edilmesinin randomizasyon ihtiyacının yerini alacağına dikkat etmek önemlidir.

Aşağıdaki ipuçları deneye randomizasyon stratejisi uygulamaya karar verirken kullanışlıdır.

- Faktör seviyelerinin değişmesi ile ilgili maliyet nedir?
- Deney düzeninde herhangi bir gürültü faktörünü dahil ettik mi?
- Denemeler arasında geçen süre nedir?
- Deneydeki kaç faktörün kontrol edilmesi pahalı veya zordur?
- Düzeylerini bir seviyeden diğerine değiştirmek zor olan faktörleri nereye atarız?

1.4.2. Tekrarlama

Tekrarlama, deneysel denemelerin rastgele sırada çalıştırılması işlemidir. Replikasyon, birden fazla koşul altında, bir deneyin tümünün veya bir bölümünün tekrarı anlamına gelir. Replikasyon iki önemli özelliğe sahiptir. İlk özellik, deneycinin deneysel hatanın bir tahminini elde etmesine izin vermesidir. İkinci özellik, deneycinin faktör / etkileşim etkisinin daha kesin bir tahminini elde etmesine izin vermesidir. Eğer tekrar sayısı bire eşitse, o zaman faktörlerin ya da etkileşimlerin etkisiyle ilgili tatmin edici sonuçlar elde edilemez.

Faktör veya etkileşim etkisi, deneysel hatanın sonucu nedeniyle önemli olabilir. Öte yandan, eğer yeterli sayıda kopyaya sahipsek, faktörlerin etkileşimlerin etkisi hakkında güvenle tatmin edici çıkarımlar yapıyor oluruz.

Çoğaltma, bir denemeyi gerçekleştirme süresinde önemli bir artışa neden olabilir. Üstelik, eğer malzeme pahalıysa, replikasyon aşırı malzeme maliyetlerine yol açabilir. Kurulum değişiklikleriyle ilgili önyargılar veya deneysel hatalar, tekrarlar kullanılarak yapılan deneysel çalışmalar veya denemeler arasında eşit olarak dağıtılır. Replikasyonun gerçek hayatta kullanılması zaman ve maliyet açısından önemlidir.

Birçok deneyci, 'tekrar' ve 'çoğaltma' terimlerini birbirlerinin yerine kullanır. Teknik olarak konuşursak, bu terimler birbirinden farklıdır. Tekrarlamada, bir deneyci deney düzenindeki bir sonraki denemeye geçmeden önce, planlandığı gibi birkaç kez deneysel deneme koşulunu tekrarlayabilir. Bu yaklaşımın avantajı, deneysel kurulum maliyetinin minimum olması gerektirir. Ancak, bir kurulum hatasının tespit edilmesi veya tanımlanması olası değildir.

1.4.3. Bloklama

Deney tasarımında yapılan deneyin daha hassas olarak tamamlanabilmesi ve sonuçların geçerliliğinin artırılması amacıyla deneyin bölümlere ayrılması işlemine bloklama denilmektedir. Deneyin ayrılan her bir bölümüne blok adı verilmektedir. Amacı, deney hatasının en aza indirilmesidir. (Şenoğlu ve Acıtaş, 2010: 5).

Bloklama, gürültü faktörlerinden dolayı yabancı değişkenliğin etkilerini ortadan kaldırmak için kullanılan bir yöntemdir ve böylece deneysel tasarımın etkinliğini artırır. Temel amaç, parti-parti, günlük-gün, vardiya-değişim gibi istenmeyen değişkenlik kaynaklarını ortadan kaldırmaktır. Fikir, benzer deneysel çalışmaların bloklar (veya gruplar) halinde düzenlenmesidir.

Genel olarak, bir blok nispeten bir dizi homojen deneysel koşullardır. Bloklar ham madde grupları, farklı operatörler, farklı satıcılar vb. olabilir. Aynı deneysel koşullar altında toplanan gözlemlerin (yani aynı gün, aynı vardiya vb.) aynı blokta olduğu söylenir. Bloklar arasındaki değişkenlik, deney hatasından elimine edilmelidir, bu da deney hassasiyetinde bir artışa yol açar.

1.5. DENEY TASARIMININ KULLANIM ALANLARI

Büyük gıda endüstrilerindeki bilim insanları veya yöneticiler, gıda üretimindeki bazı süreçleri geliştirmek veya değiştirmek istediklerinde, istenen ürün ya da süreci elde etmek için birçok deneysel ve laboratuvar prosedüründen geçmeli ve sistem ölçeklendirmelidir. Gıda ürünlerinin veya işlemlerinin geliştirilmesi karmaşık, pahalı ve riskli çok aşamalı bir süreçtir ve bu süreçte tüketici talepleri, teknik koşullar ve mevzuat arka planı gibi özel gereksinimler göz önünde bulundurulmalıdır. Ayrıca, bileşenlerin kalitesi, miktarı, fiyatı ve özellikleri formülasyonu da çok önemli bir rol oynamaktadır. Özel ilgi güç ultrason işlemeye odaklanmıştır. Ultrason destekli biyoaktiflerin, yağların ve uçucu yağların çıkarılması, mikroorganizmaların etkisiz hale getirilmesi, enzimler, aromaların, renklerin korunması vb. Gibi çeşitli gıda işlemlerinde kullanılabilir. Sektörler, duyuşal kabul, raf ömrü, beslenme talepleri ve ürünün fizikokimyasal kararlılığı ile ilgili en iyi formülasyonu elde etmek için araştırma departmanlarında yanıt yüzey metodolojisi (RSM) gibi istatistiksel yaklaşımları kullanır. RSM, yeni ürünlerin tasarımı, geliştirilmesi ve formülasyonu ile mevcut ürün tasarımının iyileştirilmesinde önemli bir uygulamaya sahiptir. Bu nedenle, teknolojik birim işlemleri ve sistem kurulumu da optimize edilebilir, böylece deney ve içeriklerin miktarı, zaman, kimyasallar, toplam mali girdi, enerji vb.

Bu nedenle, günümüzde kimyasalları, deneysel materyali, zaman ve enerjiden tasarruf etmek ve çevre dostu prosedür üretmek için deneysel tasarım kullanmak çok önemlidir.

İstatistiklerin uygulanması, kökeninin çok ötesinde, çeşitli araştırma alanlarına yayılmıştır ve bunlardan biri de deneylerin tasarımıdır. Deneylerin tasarımı, en az sayıda analizde maksimum miktarda bilgi toplar. Bir işlemi optimize etmek ve tekrarlanabilirliği sağlamak için, tarama tasarımları gerçekleştirilir. Yaygın olarak Plackett-Burman tarama tasarımı olarak bilinen iki tarama tasarımının iki düzeyli, matematiksel olarak elde edilmiş bir katları bu yazıda ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bu tasarımın, formülasyon geliştirme ve analitik geliştirme gibi çeşitli araştırma alanlarına uygulanması, en küçük tasarımdaki tüm temel etkilerin tarafsız tahminlerinin taranmasındaki potansiyelini araştırmaya odaklanmıştır.

Deney tasarımının uygulanmasındaki odak noktası; tepkiler ve sürecin gelişimi ve gidişatı ile ilgili bilgi sahibi olunabilmektedir. Bu amaçla tasarım yöntemleri ve teknikleri günümüzde çok geniş bir kullanım ağına sahiptir.

Örneğin; istatistiksel deney tasarımı yöntemleri, mühendislikte üretim süreçlerinde kullanılan ürünün tasarım aşamasından sonuç safhasına kadar kritik değerlendirmeler sağlayan önemli bir yöntemdir.

Deney tasarımı yöntemlerinin mühendislik alanındaki kullanımları şu şekildedir:

- Tasarım tekniklerinin geliştirilmesinde ve farklı yöntemlerin birbirleriyle ilişkilendirilmesinde,
- Yeni bir ürün geliştirirken kullanılan girdi opsiyonlarının belirlenmesinde,
- Robust bir ürün üretebilmek için gerekli olan tasarım faktörlerinin tespit edilmesinde,
- Ürünün ve sürecin faktörlerini etkileyen birincil tasarım girdilerinin belirlenmesinde sıklıkla kullanılmaktadır.

Deney tasarımı yöntem ve teknikleri aynı zamanda yeni bir sürecin geliştirilmesi ve iyileştirilmesinde de kullanılmaktadır. İstatistiksel deney tasarımı yöntemlerinin kullanılmasıyla;

- Çıktı seviyesi yükseltilir,
- Süreçteki değişkenlik miktarı azaltılır,
- Bir sürecin gelişimi için harcanan zaman düşürülür,
- Firmaların masrafları azaltılır.

(Montgomery,1991:75)

1.6. DENEY TASARIMININ SİSTEMATİK SÜRECİ

Deney tasarımının uygulanması için beş adım şu şekildedir:

- Problem net bir şekilde tanımlanır ve süreci etkileyen tüm olası faktörler listelenir.
- Uygun değişken sayısı ve her birinin hangi aralıkta olacağı belirlenir.
- Testler için gereken kaynaklar analiz edilir, tasarım matrisi veya faktörlerin olması gereken seviyeler kesin olarak belirlenir ve deney çalıştırılır.
- Etkileri tahmin etmek ve etkiyi çizmek için toplanan veriler analiz edilir.
- Doğrulama deneyleri yeni seviyelerde yapılarak çözüm uygulanır.

Deney tasarımı yöntemine karar verildikten sonra seçilmiş olan deney tasarımına göre deneyler yürütülür ve sonuçlar gözlenir. Deneyin çalıştırılması safhasındaki en dikkat edilmesi gereken adım deneyin planlandığı gibi uygulanıp uygulanmadığının belirlenmesidir. Eğer ki deneyin bu kısmında deney hataları yapılacak olursa deney doğruluğunu kaybedebilir. Tasarımın iyi bir biçimde planlanması ve organize edilmesi deneyin arzu edilen şekilde yürütülmesi açısından oldukça önemli bir noktadır. Eğer bir deney doğru ya uygun bir biçimde planlanırsa, en iyi sonuç için veriler de uygun bir şekilde bir araya getirilmiş olacaktır (Lazic,2004:260).

Genel olarak deneysel tasarım planlandığında araştırmacının amacı deneyden tam sonuç almaktır. Ancak bazı durumlarda deneyler süreçten bağımsız olarak farklı sonuçlar verebilir. Bu değişkenlik sürecin ölçüm işlemlerinin

farklılığından kaynaklanabilir. Deneyin değişkenliği yükseldiğinde ve ilgilenilen farklılıklar deneyin sonucuna göre daha küçük olduğunda deneyin doğruluğu daha önemli olmaktadır (Mead vd.,2012:3).

Deney sonuçları elde edildikten sonra toplanan sonuçlar tarafsız bir biçimde istatistiksel metotlarla yorumlanır. Veri analizi için SAS, SPSS, MINITAB gibi birçok paket program bulunmaktadır. Deneyin sonucunda elde edilen çıktıların değerlendirilmesi için tercih edilen yöntemlerden bir diğeri ise varyans analizidir. Bu analiz ile ilgilenilen girdilerin deneyin sonunda elde edilen çıktı seviyeleri üzerinde anlamlı bir etkisinin varlığı yorumlanabilmektedir.

Eğer sonuçları yorumlamak için doğru bir model seçilmiş ise, varyans analizinin sonuçları da doğru olacaktır. Bu nedenle modelin uygunluğunun test edilmesi gerekir ve bunun için artıkların değerlendirilmesi gereklidir.

Tam faktöriyel deneylerin analizinde Anova (Varyasyon Analizi) ve regresyon analizi yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (Demir,2004:14).

Bu yöntemler ile bir parametrenin deney üzerindeki etkisi hesaplanabilir. Varyasyon ve regresyon analizi teknikleri işlem sırasınca bir değişiklik yapmadan farklılıkların kaynağının belirlenmesine yardımcı olur (Breyfogle,2003:55).

Veri analizi de yapıldıktan sonra araştırmacı tarafından sonuçlar değerlendirilmelidir. Deney sonuçlarını yorumlamak ve değerlendirmeler yapabilmek için grafiksel tekniklerden de yararlanılabilir. Ayrıca uygunluk testleri de deney sonuçlarının geçerliliğini test etmek için kullanılabilir.

Deney tasarımı için yapılan bütün bu uygulama aşamalarının sonunda ise araştırmacı değerlendirilen süreç hakkında detaylı bilgi sahibi olmuş olacaktır.

DOE metodolojisi temel olarak 4 aşamaya ayrılmıştır. Bunlar:

1. Planlama Aşaması
2. Tasarım Aşaması
3. Uygulama Aşaması
4. Analiz Aşaması.

1.6.1. Planlama Aşaması

Planlama aşaması aşağıdaki adımlardan oluşur:

- **Problemin Tanımlanması**

Sorunun açık ve özlü bir ifadesi, yapılması gerekenlerin daha iyi anlaşılmasını sağlayabilir. İfade, şirkete pratik değer kazandırabilecek belirli ve ölçülebilir bir hedef içermelidir. Bazı üretim problemleri deneysel bir yaklaşım kullanılarak ele alınabilir:

Yeni ürünlerin geliştirilmesi; mevcut süreçlerin veya ürünlerin iyileştirilmesi

Müşterilerin ihtiyaç ve taleplerine göre süreç veya ürün performansının iyileştirilmesi.

Mevcut süreç dağılımının azaltılması, bu da yetersiz kapasiteye neden olmaktadır.

Deneyin amacı / hedeflerine karar verdikten sonra bir deneme ekibi oluşturulabilir. Ekip bir DOE uzmanı, proses mühendisi, kalite mühendisi, makine operatörü ve bir yönetim temsilcisi içerebilir.

- **Tepki veya kalite karakteristiğinin seçimi**

Deney için uygun yanıt, herhangi bir endüstriyel tasarımı deneyin başarısı için kritik öneme sahiptir. Tepki, doğada değişken veya nitel bir biçimde olabilir.

Uzunluk, kalınlık, çap, kuvvet vb. değişkenler, genellikle iyi / kötü, başarılı / başarısız veya evet / hayır gibi nitelik tepkilerinden daha fazla bilgi sağlar. Ayrıca, değişken karakteristikler veya yanıtlar, aynı istatistiksel anlamlılık seviyesini elde etmek için gereken niteliklerden daha az örnek gerektirir.

Deneyciler, neyin ölçüleceğini, nerede ölçüleceğini, kimin ölçümlerini yaptığını vb. anlamak için deney yapmadan önce ölçüm sistemini tanımlamalıdır. Ölçüm sisteminin kabiliyetli, sağlam ve çevresel değişikliklere karşı duyarlı olduğundan emin olmak iyidir.

- **Süreç değişkenlerinin veya tasarım parametrelerinin seçimi**

Potansiyel proses değişkenlerini tanımlamanın bazı olası yolları, prosesin mühendislik bilgisinin kullanımı, tarihsel veriler, sebep sonuç analizi ve beyin fırtınasıdır. Bu, deneysel tasarım prosedürünün çok önemli bir adımıdır. Önemli faktörler denemenin dışında bırakılırsa, denemenin sonuçları hiçbir iyileştirme eylemi için doğru ve yararlı olmayacaktır. En önemli tasarım parametrelerini veya proses değişkenlerini tanımlamak için herhangi bir deneysel araştırmanın ilk aşamasında bir eleme tasarımı deneyi yapmak iyi bir uygulamadır.

- **Süreç değişkenlerinin sınıflandırılması**

Proses değişkenlerini tanımladıktan sonra, bir sonraki adım onları kontrol edilebilir ve kontrol edilemez değişkenler olarak sınıflandırmaktır. Kontrol edilebilir değişkenler, üretim ortamında proses mühendisi / üretim mühendisi tarafından kontrol edilebilecek değişkenlerdir. Kontrol edilemeyen değişkenler (veya gürültü değişkenleri), fiili üretim ortamlarında kontrol edilmesi zor veya kontrol edilmesi pahalı olanlardır. Ortam sıcaklığı dalgalanmaları, nem dalgalanmaları, hammadde değişimleri vb. Değişkenler gürültü değişkenlerinin örnekleridir. Bu değişkenler, süreç değişkenliği üzerinde büyük bir etkiye sahip olabilir ve bu nedenle süreçlerimizin daha iyi anlaşılması için ele alınması gerekir. Bu gibi sıkıntı verici değişkenlerin etkisi, bloklama, randomizasyon ve tekrarlama gibi DOE prensiplerinin etkili bir şekilde uygulanmasıyla en aza indirilebilir.

- **Süreç değişkenlerinin seviyelerini belirlemek**

Seviye, bir işlem değişkeninin bir deneyde sahip olduğu değerdir. Örneğin, bir otomobilin gaz kilometresi, lastik basıncı, hız vb. Gibi seviyelerden etkilenir. Seviye sayısı, deney için incelenecek olan işlem değişkeninin niteliğine ve seçilen işlem değişkeninin nitel olup olmamasına bağlıdır (örneğin; malzeme tipi vb.) veya miktarsal (sıcaklık, hız vb.).

Kantitatif proses değişkenleri için, deneyin ilk aşamalarında genellikle iki seviye gerekir. Ancak, nitel değişkenler için ikiden fazla seviye gerekebilir. Deneyci tarafından doğrusal olmayan bir işlev bekleniyorsa, değişkenleri u veya daha fazla seviyede incelemeniz önerilir. Bu, proses değişkeninin cevap fonksiyonu üzerindeki doğrusal olmayan etkisinin ölçülmesinde yardımcı olacaktır.

- **İlgilenilen tüm etkileşimleri listelemek**

Değişkenler arasındaki etkileşim endüstriyel deneylerde oldukça yaygındır. Deneyin sonuçlarını etkili bir şekilde yorumlamak için, iki işlem değişkeni arasındaki etkileşimin iyi bir şekilde anlaşılması oldukça arzu edilir. Etkileşim ile ilişki kurmanın en iyi yolu, bir faktör veya süreç değişken etkisi gibi bir etki olarak görmektir.

Kontrol edebileceğiniz bir girdi olmadığı için, faktörlerin veya işlem değişkenlerinin aksine, etkileşimler deneme koşullarının tanımlarına girmez. DOE bağlamında, genellikle iki dereceli etkileşimleri inceleriz.

Bir deneydeki iki dereceli etkileşimlerin sayısı basit bir denklem kullanılarak kolayca elde edilebilir:

$$N = \frac{Nx(n-1)}{2}$$

Burada n faktörlerin sayısıdır.

Örneğin, bir denemede dört faktör olduğunu düşünüyorsanız, iki sıralı etkileşimlerin sayısı altıya eşit olabilir.

Sorulması gereken sorular arasında, "Denemenin ilk aşamasındaki etkileşimleri incelemeye ihtiyacımız var mı?" Ve "Deneycinin kaç tane iki sıralı etkileşimi ilgilendirdiği?" Deneyin boyutu, çalışılacak faktörlerin sayısına ve deneyci için büyük önem arz eden etkileşimlerin sayısına bağlıdır.

1.6.2. Tasarım Aşaması

Bu aşamada, deney için en uygun tasarım seçilebilir. Deneyler, Sir Ronald Fisher tarafından önerilen klasik yaklaşım, Taguchi tarafından önerilen ortogonal dizi yaklaşımı veya Shainin tarafından desteklenen değişken arama yaklaşımı kullanılarak istatistiksel olarak tasarlanabilir.

Denemenin büyüklüğü, çalışılacak faktörlerin veya etkileşimlerin sayısına, her bir faktörün seviyelerinin sayısına, deneyi gerçekleştirmek için tahsis edilen kaynaklara, vb. bağlıdır.

Tasarımın kafa karıştırıcı yapısını ve çözünürlüğü düşünüldüğünde; deneyi gerçekleştirmeden önce tasarım matrisini ekip için hazır bulundurmak iyi bir uygulamadır. Tasarım matrisi genellikle farklı seviyelerdeki faktörlerin tüm ayarlarını ve belirli bir deneyi çalıştırma sırasını ortaya koymaktadır.

1.6.3. Uygulama Aşaması

Bu, planlanan denemenin gerçekleştirildiği ve sonuçların değerlendirildiği aşamadır. Bir deney yapmadan önce önerildiği gibi birkaç husus dikkate alınmıştır:

Deneyi gerçekleştirmek için uygun yer seçimi. Konumun herhangi bir dış gürültü kaynağından (Örneğin; titreşim, nem vb.) etkilenmemesini sağlamak önemlidir.

Deneyi yapmak için gerekli malzemelerin / parçaların, operatörlerin, makinelerin vs. kontrolünü yapmak

Bir projenin uygulanabilirliğinin parasal terimlerle maliyet etkinliği analizi kullanılarak değerlendirilmesi. Denemenin eldeki problem için mümkün olan tek çözüm olduğunu doğrulamak ve deneyden elde edilecek faydaların deneyin maliyetini aşacağını haklı çıkarmak için basit bir değerlendirme yapılmalıdır.

Deneyin hazırlanan deneysel tasarım matrisine göre deney yapılmasını sağlamak için;

- Denemeden sorumlu olan kişi deney boyunca süreçte bulunmalıdır. Operatörden operatöre değişkenliği azaltmak için, denemenin tamamı için aynı operatörü kullanmak en iyisidir.
- Deneysel denemeler mutlaka izlenmelidir. Bu, deneyi çalıştırırken herhangi bir tutarsızlık bulmak içindir. Herhangi bir tutarsızlık bulunursa deneyi çalıştırmayı bırakmanız önerilir.
- Gözlemlenen yanıt değerlerini hazırlanan veri sayfasına veya doğrudan bilgisayara kaydedin.

1.6.4. Analiz Aşaması

Deneyi gerçekleştirdikten sonra, bir sonraki aşama, geçerli ve sağlam sonuçların elde edilebilmesi için sonuçları analiz etmek ve yorumlamaktır. DOE'de, bu aşamadan elde edilebilecek olası hedefler şunlardır:

- ✓ Ortalama işlem performansını etkileyen tasarım parametrelerini veya işlem değişkenlerini belirleyin.
- ✓ Performans değişkenliğini etkileyen tasarım parametrelerini veya proses değişkenlerini belirleyin.
- ✓ Optimum performans sağlayan tasarım parametresi seviyelerini belirleyin.
- ✓ Daha fazla iyileştirmenin mümkün olup olmadığını belirleyin.

Deneysel sonuçların analizi için aşağıdaki araçlar kullanılabilir.

- ✓ Ana Etkiler Grafiği
- ✓ Etkileşim Etkileri Grafiği
- ✓ Küp Grafikleri
- ✓ Faktör Etkilerinin Pareto Grafiği
- ✓ Faktör Etkilerinin Normal Dağılım Grafiği
- ✓ Artıkların Normal Dağılım Grafiği
- ✓ Yanıt Yüzeyi Grafikleri Ve Regresyon Modelleri

İKİNCİ BÖLÜM

FAKTÖRİYEL TASARIMLAR

İki ve üç seviyeli tam ve kesikli faktöriyel tasarımlar üretim şirketlerinde en çok kullanılan deneysel tasarım tipleridir. Faktöriyel tasarımlar bir yanıt üzerinde faktörlerin veya tasarım parametrelerinin ortak etkisinin uygulanması için bir araştırmacıya olanak tanır. Bir faktöriyel tasarım tam veya kesikli faktöriyel tasarım biçiminde olabilir (Antony,2014:54).

Faktöriyel tasarımın bazı özel türleri süreç geliştirme ve iyileştirme konusunda çok kullanışlıdır. Bunlardan biri k faktöriyel ile birlikte her biri iki seviyede bir faktöriyel tasarımıdır. Bu tasarımlar birden fazla basitleştirilmiş analize sahiptir ve ayrıca diğer birçok yararlı tasarımların temel biçimidir (Montgomery, 2017:564).

Faktöriyel tasarımlar, faktör içeren denemelerde, bir yanıt üzerindeki faktörlerin etkileşimlerini incelemek gerektiğinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Çalışmalarda yaygın olarak kullanıldığından, genel faktöriyel tasarımların birkaç özel durumu oldukça önemlidir (Şenoğlu ve Acıtaş, 2011:3).

Bu özel durumlardan en önemlisi k tane faktöre sahip olan bir denemenin, her birinin iki seviyeye sahip olmasıdır. Bu seviyeler; sıcaklık veya zaman gibi nitel faktörler olabileceği gibi iki makine ya da iki operatör, bir faktörün seviyelerinin düşük ya da yüksek olması veya bir faktörün varlığı ya da yokluğu gibi nicel faktörler de olabilmektedir (Silva, 2013:100).

Faktöriyel deney tasarımları, birden fazla seviye ve birden fazla sayıdaki faktörlerin deney materyali üzerindeki etkilerinin ele alındığı deney tasarımı türüdür. Faktöriyel tasarım, deneylerdeki her bir faktörün tüm seviyelerinin diğer faktörlerin her bir seviyesini içeren, mümkün olan bütün kombinasyonlarının yapılması ile oluşur (Morris, 2011: 143).

Bu yöntem, Fisher ve Yates tarafından önerilmiş olup, ekonomiklik açısından her seferinde bir faktörün etkisini araştıran geleneksel tasarımlara göre çok daha avantajlıdır. Burada amaç, iki ya da daha fazla faktörün ana etkilerini ve etkileşim etkilerini aynı anda incelemektir. Bu tür tasarımlar özellikle mühendislik uygulamalarında sıklıkla kullanılmaktadır. (Şenoğlu ve Acıtaş,

2010: 147).

2.1. BİRİNCİ DERECE MODELLERİN UYUMUNDA KULLANILAN TASARIMLAR

2.1.1. 2^k Faktöriyel Tasarım

k faktörlerinin her biri iki seviyeye sahip olduğundan $2 \times 2 \times \dots \times 2 = 2^k$ tane gözlemin kullanıldığı tam faktöriyel tasarıma 2^k faktöriyel tasarım denilmektedir.

Deneylerde birden çok faktörün etkileri aynı anda incelenir. Tercihler farklı faktörlerin bütün kombinasyonlarını içerir (Cochran,1957:265).

Faktöriyel deneyler, deneysel tasarımların geniş bir çeşitliliğinde hareket eder (Mason vd.,2003:141).

2^k faktöriyel tasarımları araştırılması gereken birçok faktörün olduğu çalışmaların başlangıç aşamalarında özellikle faydalıdır. Bu k adet faktöre sahip olan bir tam faktöriyel tasarım içinde çalışılması gereken faktörlerin en küçük sayısının bulunmasını sağlamaktadır. Deney tasarımında bu tip denemelere “faktör gözlemlene denemeleri” denilmektedir. Burada her bir faktör iki seviyeye sahip olduğundan, yanıtın, seçilen faktör seviyelerinin dağılımına bağlı olarak doğrusal olduğu varsayılır. Bu da birçok faktör gözlemlene denemelerinde, bir işlem ya da sistem çalışması için oldukça makul bir varsayımdır (Esbensen vd, 2002:361).

2.1.2. 2^2 Tasarımı

Örneğin; A ve B gibi iki faktörün iki seviyeye sahip olduğu bir tasarıma 2^2 faktöriyel tasarımı denir. Seviyelerin düşük ve yüksek seviyeler olduğu varsayılın.

Genellikle faktörler, seviyelerin bulunduğu duruma göre küçük harflerle isimlendirilir.

Bununla birlikte bu iki sayısal değer ortalama alınarak bulunacak olan ana etkiler hesaplanacak olursa:

A faktörü için ana etki;

$$A = \frac{1}{2n} \{[ab - b] + [a - (1)]\}$$

$$A = \frac{1}{2n} [ab + a - b - (1)]$$

B faktörü için ana etki;

$$B = \frac{1}{2n} \{[ab - a] + [b - (1)]\}$$

$$B = \frac{1}{2n} [ab + b - a - (1)]$$

şeklinde olmaktadır.

Etkileşim etkisi AB ise B'nin en üst düzeyindeki A etkisi ile B'nin en düşük seviyesindeki A etkisinin ortalaması bulunarak elde edilmektedir.

$$AB = \frac{1}{2n} \{[ab - b] - [a - (1)]\}$$

$$AB = \frac{1}{2n} [ab - b - a + (1)]$$

A, B faktörleri için ana etkiler ve AB etkileşim etkisi için belirlenmiş olan formüller aynı zamanda başka bir yöntem kullanılarak da bulunabilir. A etkisi iki işlem kombinasyonunun ortalama yanıtları arasındaki farklılık olarak da elde edilebilir(Montgomery,2001:427).

$$A = \bar{y}_A^+ - \bar{y}_A^-$$

$$A = \frac{ab + a}{2n} - \frac{b + 1}{2n} \quad A = \frac{1}{2n} [ab + a - b - (1)]$$

B faktörü için ise;

$$B = \bar{y}_B^+ - \bar{y}_B^-$$

$$B = \frac{ab + b}{2n} - \frac{1 + a}{2n}$$

$$B = \frac{1}{2n} [ab + b - a - (1)]$$

şeklinde elde edilir (Montgomery,2001:428)

Son olarak etkileşim etkisi olarak gösterilen AB için;

$$AB = \bar{y}_{AB}^+ - \bar{y}_{AB}^-$$

$$AB = \frac{ab + 1}{2n} - \frac{b + a}{2n}$$

$$AB = \frac{1}{2n} [ab - b - a + (1)]$$

şeklindedir.

Genel anlamda 2^2 tipindeki faktöriyel tasarım, faktör etkilerinin büyüklüğünü, yönünü ve hangi faktör etkisinin daha önemli olduğunu bulmak amacıyla kullanılmaktadır.

A, B ana etkileri ve AB etkileşim etkisi için kareler toplamı düşünüldüğünde.

A tahmin edilirken;

2^2 faktöriyel tasarım için bağıntı katsayıları aşağıdaki gibidir.

Tablo 1: Deney Tasarımında Standart Olarak Uygulanan Sıra Ve Etkilerin İşaretleri

Etkiler	(1)	a	b	ab
A	-1	+1	-1	+1
B	-1	-1	+1	+1
AB	+1	-1	-1	+1

Kaynak: (Efendioğlu,2013:24).

AB etkileşim etkisinin işaretleri iki ana etkinin işaretlerinin çarpılmasıyla elde edilmektedir. Karşıtlık katsayıları genel olarak "+1" ve "-1" şeklindedir ve tabloda görüldüğü üzere, artı ve eksi işaretler tablosu kullanılmaktadır ve bu tablo her işlem kombinasyonunun yapılması sırasında uygun sırada bu işlemlerin devam etmesine yardımcı olmaktadır. Bir etki tahmini için kontrast bulunurken, işlem kombinasyonlarına ait ifadeler, işaretlerini tablodan bulacak şekilde belirlenip, birbirine eklenir.

Örneğin; A'yı tahmin etmek için karşıtlığın $-(1)+a-b+ab$, şeklindedir (Efendioğlu,2013:44)

$$Kontrast_A = ab + a - b - (1)$$

$$Kontrast_B = ab + b - a - (1)$$

$$Kontrast_{AB} = ab + (1) - a - b$$

Bu kontrastlar genel olarak A'nın, B'nin ve AB'nin toplam etkisi şeklinde tanımlanmaktadır. Bu kontrastlardan yararlanarak kareler toplamı elde edilebilir.

Sonuç olarak A,B ve AB karelerin toplamaları için aşağıdaki eşitlikleri kullanılır (Myers ve Montgomery,2002:203).

$$SS_A = \frac{[ab + a - b - (1)]^2}{4n}$$

$$SS_B = \frac{[ab + b - a - (1)]^2}{4n}$$

$$SS_{AB} = \frac{[ab + (1) - a - b]^2}{4n}$$

Karelerin toplamı genel olarak şu şekilde bulunur.

$$SS_T = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{4n}$$

Genel olarak SST; $4n-1$ adet serbestlik derecesine sahiptir.

Hata kareleri toplamı için $4(n-1)$ adet serbestlik derecesi vardır ve aşağıdaki çıkartma işlemi kullanılarak hata için karelerin toplamı elde edilir.

$$SS_E = SS_T - SS_{AB} - SS_A - SS_B$$

Bu durumda;

Tablo 2: 2^k tasarımı için ANOVA tablosu

Değişkenliğin Kaynağı	Karelerin Toplamı	Serbestlik Derecesi
k ana etkisi		
A	SS_A	1
B	SS_B	1
...	...	...
N	SS_N	1
$\binom{k}{2}$ 2 seviyeli etkileşimler		
AB	SS_{AB}	1
AC	SS_{AC}	1
...	...	...
NK	SS_{NK}	1
$\binom{k}{3}$ 3 seviyeli etkileşimler		
ABC	SS_{ABC}	1
ABD	SS_{ABD}	1
...	...	...
IJN	SS_{IJN}	1
...	...	...
$\binom{k}{k}$ 1 seviyeli etkileşimler		
ABC, N	$SS_{AB...N}$	1
Hatalar	SS_E	$2^k(n - 1)$
Toplam Değer	SS_T	$n2^k - 1$

Kaynak: Montgomery,2002:58.

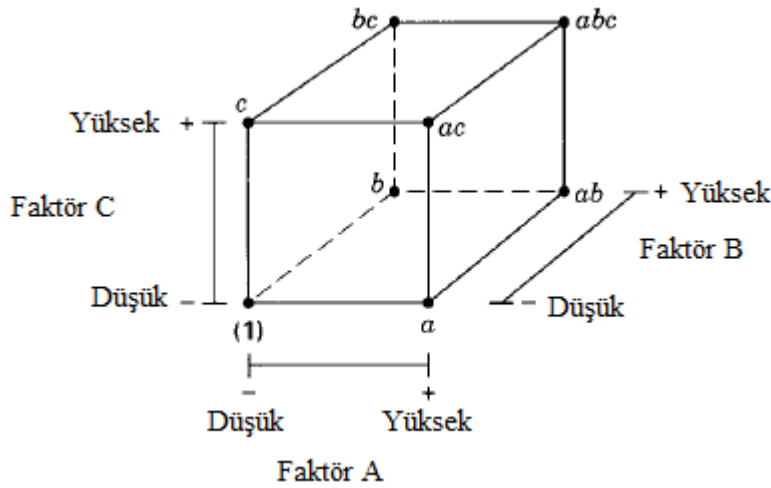
2.1.3. 2^3 Tasarımı

Her biri iki seviyede olan üç faktör ele alınsın. Burada toplam $2^3 = 8$ gözlem bulunur. Faktörlerin, sırasıyla yüksek ve düşük seviyelerini gösteren “+ ve –” kullanılarak, 2^3 tasarımındaki 8 deney elde edilebilir. Buna “tasarım matrisi” adı verilir.

Belirli bir işlem kombinasyonu altında alınan tüm n gözlemlerinin toplamını gösteren sembollerle, bu işlemler;

(1), a, b, ab, c, ac, bc, ve abc olarak yazılır.

Şekil 2: 2^3 Faktöriyel Tasarım



Kaynak: Esbensen, 2002

Şekil 3: Tasarım Matrisi

Yürütme	Faktör		
	A	B	C
1	–	–	–
2	+	–	–
3	–	+	–
4	+	+	–
5	–	–	+
6	+	–	+
7	–	+	+
8	+	+	+

Kaynak: Montgomery, 2001:580

Buradan, tam faktöriyel model denklemi şu biçimde yazılabilir:

$$y = \mu + A + B + C + AB + AC + BC + ABC + \epsilon$$

μ ; tüm ortalamaları, ϵ ; kabul edilmiş rastsal hata terimini, büyük harfler; ana etkileri ve faktör etkileşimlerini temsil eder.

Faktör ana etkileri kolayca tahmin edilebilmektedir.

Küçük harfler (1), a, b, ab, c, ac, bc ve abc tasarım matrisinde 8 deneyin her birinde bütün n tekrar değerlerinin toplamını temsil etmektedir.

Şekil 2 de, yüksek seviyedeki A faktörünün yeri küpün sağ yanındaki dört koşulun ortalaması alınarak, ve A'nın düşük seviyesinin yeri ise küpün sol yanındaki dört koşulun ortalama miktarından çıkararak A'nın ana etkisi tahmin edilebilir.

$$A = \bar{y}_{A^+} - \bar{y}_{A^-} = \frac{1}{4n} [a + ab + ac + abc - b - c - bc - (1)]$$

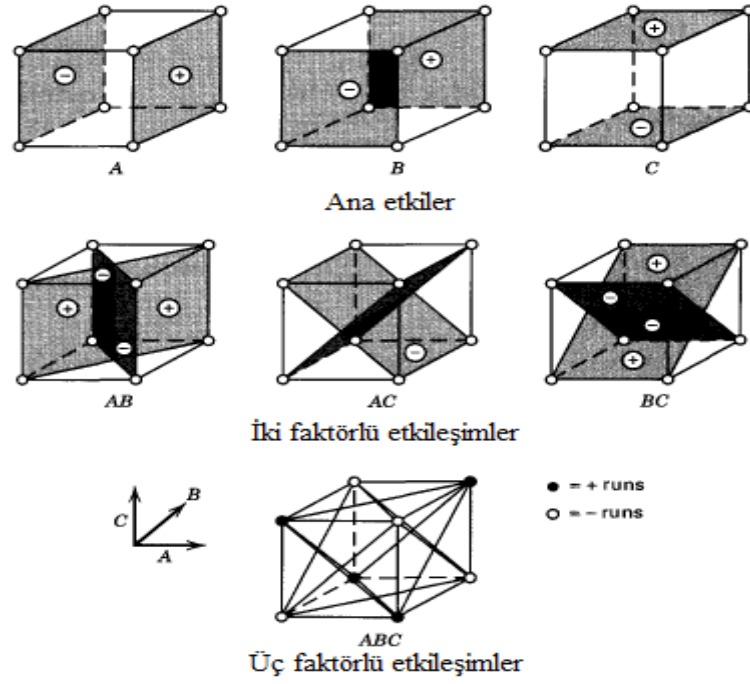
Benzer şekilde, B faktörünün ana etkisi, önde dört ve küpün arka yüzünde dört koşulun ortalama farkıdır.

$$B = \bar{y}_{B^+} - \bar{y}_{B^-} = \frac{1}{4n} [b + ab + bc + abc - a - c - ac - (1)]$$

Ve C faktörünün ana etkisi, altta dört ve küpün üst yüzünde dört koşul arasındaki ortalama farkıdır.

$$C = \bar{y}_{C^+} - \bar{y}_{C^-} = \frac{1}{4n} [c + ac + bc + abc - a - b - ab - (1)]$$

Şekil 4: 2^k Tasarımında Ana Etkiler ve Etkileşimlere Uyan Kontrastların Geometrik Gösterimi



Kaynak: Montgomery,2007:571

Tablo 3: B faktörünün A faktörü üzerine etkileri

B	Ortalama A Etkisi
Yüksek (+)	$\frac{[(abc - bc) + (ab - b)]}{2n}$
Düşük (-)	$\frac{[(ac - c) + (a - (1))]}{2n}$
Fark	$\frac{(abc - bc) + (ab - b) - (ac - c) - (a - (1))}{2n}$

Kaynak:Dean,Hicks,(1982)

AB etkileşim etkisinin bu farkın yarısı olduğu durumda;

$$AB = \frac{(abc - bc) + (ab - b) - (ac - c) - (a - (1))}{4n}$$

olur.

Benzer şekilde AC ve BC etkileşim etkileri;

$$AC = \frac{(abc - bc) + (ac + b) - (ab + c) - (a - (1))}{4n}$$

$$BC = \frac{(abc + bc) - (ac + b) + (a - c) - (ab - (1))}{4n}$$

ABC etkileşim etkisi ise AB etkileşimi ile iki farklı C düzeyi arasındaki fark olarak gösterilebilir.

Buradan;

$$ABC = \frac{(abc - bc) - (ac - b) + (a + c) - (ab + (1))}{4n}$$

elde edilir.

Daha önce ifade edildiği gibi, ABC etkileşim etkisi iki ortalama arasındaki fark şeklinde de elde edilebilir (Montgomery,2001:427).

Tablo 4: 2³ Tasarımında İşlem Kombinasyonlarının Yazımları Ve Etkilerin İşaretleri

Yürütme	A	B	C	Etiketler	A	B	C
1	-	-	-	(1)	0	0	0
2	+	-	-	a	1	0	0
3	-	+	-	b	0	1	0
4	+	+	-	ab	1	1	0
5	-	-	+	c	0	0	1
6	+	-	+	ac	1	0	1
7	-	+	+	bc	0	1	1
8	+	+	+	abc	1	1	1

Kaynak: Myers ve Montgomery, 2002

Tablo 4'ten yararlanarak faktörlerin ana etkilerini hesaplamak için işaret tanımlamaları belirlendikten sonra, ana etkilerin işaretlerinin birbirleriyle çarpımı sonucu kalan sütunlar için işaretler kolaylıkla elde edilmektedir.

Örneğin AB etkileşim etkisini hesaplamak için A ve B faktörlerinin etkilerinin işaretleri birbirleriyle çarpılır ve benzer şekilde herhangi bir etki için kontrastlar, bu tablodan kolaylıkla elde edilebilir.

Ana etkiler hesaplandıktan sonra etkilerin kareleri de rahatlıkla hesaplanabilmektedir.

Örneğin; 2^3 faktöriyel tasarımında n defa tekrarlanmış bir örnek için herhangi bir etkinin kareler toplamı;

$$SS = \frac{(\text{Kontrast})^2}{8n}$$

şeklinde hesaplanabilir (Efendioğlu,2013:49).

2.1.4. Kesirli Faktöriyel Tasarımlar

Deney tasarımı için eldeki kaynaklar yetersiz olduğunda veya yüksek dereceli etkileşimlerin önemli olmadığı farz edildiğinde, araştırmacılar için tam tekrar yapmaktansa, yarı (1/2) tekrar, dörtte bir (1/4) tekrar v.b. yapmak daha kullanışlı olmaktadır.

Bu gibi durumlarda, en uygun teknik denemelerin yalnız bir kısmını kullanan kesirli faktöriyel tasarımlardır (Fractional Factorial Designs).

Kesirli faktöriyel tasarımların kullanılmasıyla, hem ana etkiler ile düşük seviyeli etkileşimler hakkında bilgi sahibi olunur, hem de deneyde kullanılan deney sayısı, dolayısıyla da, toplam harcanan giderler ve zamandan da tasarruf edilmiş olur (Montgomery,2001:510).

Kesirli faktöriyel tasarımlar, özellikle mühendislik alanında çok geniş bir kullanıma sahiptir. Bunun en önemli nedeni, deneyin başlangıç aşamalarında faktöriyel etkiler hakkında önemli bilgiler vermesi, dolayısıyla da, çalışmanın ilerleyen aşamaları için daha sağlıklı kararlar alınabilmesini kolaylaştırmasıdır (Kuehl,2000:85).

2^7 faktöriyel tasarımında toplam 128 tane deneme bulunmaktadır. 128 tane deney birimi içeren bir blok yerine, 64 tane deney birimi içeren iki bloktan rassal bir biçimde birini kullanmak (1/2 tekrar) ya da 32 tane deney birimi içeren dört

bloktan rassal olarak birini kullanmak (1/4 tekrar) birçok yönden tam faktöriyel tasarım kullanmaya göre daha avantajlıdır.

2^7 faktöriyel tasarımında;

$n=2.2.2.2.2.2.2 = 2^7 = 128$ 'dir.

Bu durumda $n-1 = 127$ farklı etki hesaplanabilmektedir. Bu 127 etkinin 7 adedi ana etki, kalan 120 adedi ise etkileşimlerdir.

Etkileşimlerin hesaplanmasında kullanılacak binom katsayısı formülü ise şu biçimdedir:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! (n-k)!}$$

Tablo 5: 2^7 Tam Eşleştirmeli Bir Deneyde Ana ve Etkileşim Etkileri

Kaynağı	Adet
2'li	$\binom{7}{2} = 7! / (2!5!) = 21$
3'lü	$\binom{7}{3} = 7! / (3!4!) = 35$
4'lü	$\binom{7}{4} = 7! / (4!3!) = 35$
5'li	$\binom{7}{5} = 7! / (5!2!) = 21$
6'lı	$\binom{7}{6} = 7! / (6!1!) = 7$
7'li	$\binom{7}{7} = 7! / (7!0!) = 1$
Toplam	120

Kaynak: (Şirvancı, 1997: 56).

Tablo 5 'de görüldüğü gibi 7 faktörlü bir deneyi tam eşlendirmeli olarak tasarladığımızda 128 gözlem bulunmaktadır. Toplam etki sayısı 127 olan bir deneyde, 7 etki ana etki, 120 etki ise etkileşim etkileridir. Bu deneyde harcanan

eforun büyük bölümü etkileşimler için olmaktadır.

Pratik uygulamalarda görülmektedir ki ikili etkileşimlerden daha yüksek dereceli (üçlü, dördü veya daha yüksek) etkileşimlere rastlanmamaktadır. Bu nedenle genellikle ikili etkileşimlerin üzerindeki etkiler ihmal edilebilir. (Şirvancı, 1997: 56).

2.2. İKİNCİ DERECE MODELLERİN UYUMUNDA KULLANILAN TASARIMLAR

$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \epsilon$ modelinin yetersiz kaldığı durumlarda, X_i faktörleri faktör uzayı $a_1 - c_1, a_1, a_1 + c_1$ olmak üzere;

$X_m = (X_m - a_1) / c_1$ eşitliği ile kodlanarak her bir faktör için -1, 0, 1 olacak şekilde 3 seviye elde edilir ve

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{11} X_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \beta_{11} X_i X_j + \epsilon$$

İkinci dereceden modeli kullanılır (Şehirlioğlu, 1987: 19).

İkinci derece modellerin uyumunda kullanılan bazı tasarım tipleri:

- 3^k Faktöriyel Tasarımlar
- Merkezi Bileşik Tasarımlar
- Box-Behnken Tasarımlar

2.2.1. 3^k Faktöriyel Tasarımlar

İkinci dereceden modellemeyi sağlayan ve kullanımı en kolay tasarımlardan biri, 3^k faktöriyel tasarımlarıdır. Aynı zamanda ikinci derecede yani kuadratik modellemede kullanılabilecek merkezi bileşik tasarımlar ve box behnken tasarımlar da oldukça etkilidir. Bu tasarımlar, her biri üç seviyeye sahip k adet değişkene sahiptir.

Yanıt yüzeyi çalışmalarında kullanılacak 3^k tasarımlarında değişken düzeyleri genellikle nicel ve eşit aralıklıdır.

Örneğin: Faktör seviyeleri; düşük seviye (-1), orta seviye (0), yüksek seviye (1) biçiminde isimlendirilebilir (Montgomery, 2002: 203).

Değişken sayısı “k” üzerinde herhangi bir sınırlama olmamasına rağmen,

pratikte k 'nın 2 veya 3 değerlerinin kullanımı tavsiye edilmektedir.

Örneğin, $k=4$ olduğu durumlarda 81 tasarım noktası vardır, halbuki tahmin edilmesi gereken model katsayıları sadece 15'dir. (Sabit terim, 4 adet birinci dereceli katsayılar, 4 adet ikinci dereceli katsayılar ve 6 adet etkileşim terimleri katsayıları).

Ayrıca değişken sayısı ile deneyin toplam maliyeti arasında sıkı bir ilişki vardır. Değişken sayısı arttıkça, tasarım noktalarının sayısı da artış eğilimi göstermektedir.

Pratikte, değişken sayısının 3'ten büyük olduğu durumlarda 3^k tasarımlarının kesirli tekrarları tercih edilebilmektedir.

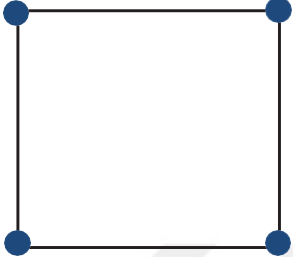
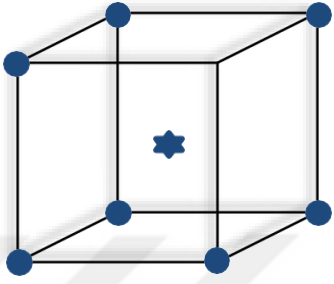
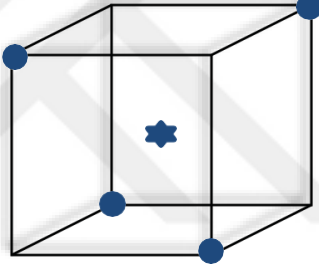
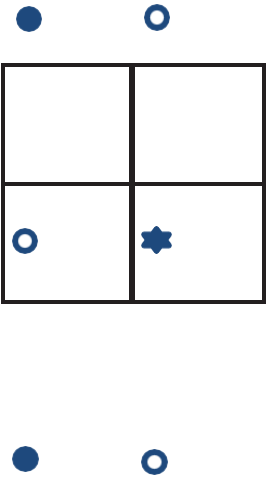
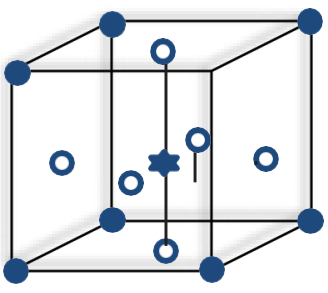
2.2.2. Merkezi Birleşik Tasarım (Central Composite Design)

Merkezi birleşik tasarımlarda gereken toplam gözlem sayısını $3k$ tasarımlara karşılaştırdığımızda, faktörlerin sayısının arttıkça, getirilen değişimleri de görebiliriz.

Merkezi birleşik tasarımlar, noktaların tümünün merkezden eşit olması anlamında döndürülebilir. Döndürülebilir, yanıt fonksiyonunun varyansını belirtir. Dönebilen bir tasarım, tüm noktalar için merkezden sabit bir mesafe olan eşit bir tahmin varyansı olduğunda, 0 vardır. Bu güzel bir özelliktir. Tasarım alanınızın merkezini seçip denemelerinizi gerçekleştirirseniz, merkezden herhangi bir yöne eşit mesafedeki tüm noktaların eşit tahmin değişkenliği vardır.

Aşağıdaki şekilde, küresel ve dönebilen tasarımlar arasındaki varyasyondaki farkın hafif olduğunu ve fazla bir fark yaratmadığını görebilirsiniz. Ancak her iki fikir de, yıldız noktalarının merkezden ne kadar uzakta olması gerektiğine karar vermek için gerekçe sunuyor (Eriksson vd.,2008:103).

Şekil 5: Kesirli Faktöriyel, Tam Faktöriyel Ve Merkezi Birleşik Tasarım Noktalarının Gösterimi

Tasarım tipi	2 faktör	3 faktör	3'ten daha fazla faktör (>3)
Tam Fakt. Dizayn			Hiperküp
Kesirli Fakt. Dizayn			Hiperkübün bir bölümü
Merkezi Birleşik Dizayn			Hiperküp (+) merkez noktaları

Kaynak: Eriksson L, Johansson E, Design of Experiments, 2008:230

Şekil 5’te, kesirli faktöriyel tasarım, tam faktöriyel tasarım ve merkezi birleşik tasarım noktalarının karşılaştırılması şekiller üzerinden ifade edilmiştir. Şekillerdeki her bir nokta gözlem değeri, bir denemeyi göstermektedir. Görüldüğü gibi, tam faktöriyel tasarım istatistiksel eleme amacıyla da kullanılmaktadır ve tam faktöriyel tasarımda sadece köşe noktalarında ve bazı durumlarda merkez noktalarda da denemeler yapılmaktadır. Kısmi faktöriyel tasarım ise sadece eleme amacıyla kullanılır ve tam faktöriyel tasarımdan daha az sayıda merkez ve köşe noktasına sahiptir. Ancak merkezi birleşik tasarım optimizasyon amacıyla kullanılır ve karşılaştırılmalı şekle bakıldığında ise, tam faktöriyeldeki tasarım noktalarına ek olarak, bu tasarım tipinde bir de içi boş yuvarlaklarla gösterilen merkez noktaları da bulunmaktadır (Eriksson vd.,2008:160).

Tablo 6: Merkezi Birleşik Tasarım Deneme Düzeni

x_1	x_2		x_k
□	0		0
□ □	0		0
0	□		0
0	□		0
0	0		□
0	0		□ □

Kaynak: Box,Draper(1986)

Merkezi birleşik tasarım deneme düzeni, ikinci dereceden bir yanıt düzeyi modelinin oluşturulması için en çok kullanılan tekniklerden birisidir. k faktör sayısını ifade etmek üzere merkezi birleşik tasarım 2^k adetde iki düzeyli faktöriyel denemenin, 2^k sayıda eksen nokta ya da yıldız nokta ile kombinasyonundan oluşur. Ayrıca n_c sayıda merkez nokta içerir. Modelde yer alan faktörlerin en az iki düzeyli olması gerekmektedir. Eksen noktalarının deneme düzeni içine yerleştirilişi Şekil 5’de verilmiştir.

Oluşturulacak olan ikinci dereceden modelin ana etkileri ve birinci dereceden interaksiyon etkileri 2^k denemesi aracılığıyla bulunurken, merkez noktalar yardımıyla sistemin eğriselliği test edilir.

Merkez noktalarından faydalanarak modeldeki kuadratik terimlerin tahmin edilmesi sağlanır (Esbensen vd.,2002:361).

2.2.3 Box-Behnken Tasarımı

Merkezi birleşik tasarımın içinde tam veya kısmi faktöriyel tasarımlar yer alabilir. Box-Behnken tasarımda ise, merkezi birleşik tasarımda olduğu gibi tam veya kısmi faktöriyel tasarım yer almaz, Box-Behnken tasarım üç seviyeli bir tasarım tipidir. Bu tasarım tipinde etkisi araştırılan tüm dizayn noktaları, bir küpün köşelerinin merkez noktasında yer almaktadır. Bu tasarımlarda basit modeller veya kuadratik tipteki model katsayılarının tahmini elde edilebilir. Bu tasarımın uygulanabilmesi için gerekli koşul; en azından 3 adet girdinin sayısal veriler olmasıdır. Box-Behnken tasarımı aynı sayıda faktörün yer aldığı durumlarda, merkezi birleşik tasarıma göre daha az nokta içerdiği için daha ekonomik olmaktadır. (Eriksson,2008:130)

Bu tasarım tipi içinde faktöriyel tipinde tasarım yöntemleri yer almadığı için ard arda sıralanmış çalışmalar için uygun bir yöntem değildir. Yani daha önceden elde edilmiş bir faktöriyel tasarımdaki denemelerle birleştirilemez. Bu tasarımda merkezi birleşik tasarımda olduğu gibi eksen noktaları bulunmadığı için faktör düzeylerinin alt ve üst sınır değerlerinin dışına çıkılamaz. Aynı zamanda Box-Behnken tasarımda, bütün girdilerin tüm seviyeleri eşanlı olarak düşük (-) veya yüksek (+) olduğu denemeler yer alamaz. (Montgomery,2002:160)

Tablo 7: Üç faktörlü Box-Behnken Deneme Düzenleri

Sıralama	Box-Behnken Deneme Düzeni		
	A	B	C
1	-1	-1	0
2	1	-1	0
3	-1	1	0
4	1	1	0
5	-1	0	-1
6	1	0	-1
7	-1	0	1
8	1	0	1
9	0	-1	-1
10	0	1	-1
11	0	-1	1
12	0	1	1
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0

Kaynak: Myers ve Montgomery, 2002:160

Box ve Behnken tarafından 1980 yılında ortaya atılan bu deneme düzenleri ikinci dereceden yanıt yüzeylerinin modelini oluşturmak için pratik bir tekniktir. Bu deneme düzenleri dengeli tamamlanmamış blok denemelerinin üzerine çalışılmış bir yöntemdir. Modelde yer alacak faktörlerin en az üç seviyeli olması gerekmektedir.

3 faktörlü bir deneme düzeni yardımıyla denemenin yapısı incelendiğinde Box-Behnken deneme düzeninde faktörlerden birinin değeri merkez değerinde sabitlenirken, diğer faktörlerin tüm düzeylerinin kombinasyonları uygulanır. Deneme düzeninin gösterildiği çizelge incelendiğinde ilk önce C faktörünün seviyesi sabitlenmiş, A ve B faktörlerinin tüm seviyelerinin kombinasyonları uygulanmış, daha sonra ise aynı işlemler sırayla B ve A faktörlerinin seviyeleri merkezde sabitlenerek uygulanmıştır.

Düzen matrisinin en son sütunlarında ise merkez nokta değerlerinin yer aldığı görülmektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

TAGUCHİ TİPİ TASARIMLAR

Ürün tasarımı, süreç geliştirilmesi ve kalitenin iyileştirilmesi alanında Genichi Taguchi en önemli katkıyı yapan Japon makine mühendisidir. Japonya'nın endüstriyel ürün ve süreç geliştirmesinde 1940 yılı sonlarından itibaren aktif olarak yer almıştır. Ağırlıklı olarak istatistiksel kavram ve araçlara, özellikle istatistiksel deney tasarımına dayalı kalite geliştirme için hem felsefe hem de metodoloji ortaya atmıştır.

Taguchi tekniğinin her alanda uygulanmasıyla önemli kalite avantajları elde edilebilir. Her ne kadar bu yöntemler 1980'lerden beri mevcut olsa da, çok tartışma konusudur ve daha iyi bir Taguchi methodu anlayışı için birçok çalışma yapılmıştır (Rahman ve Talib,2008:8)

Her bir parametrenin, her bir seviyesini içeren tüm kombinasyonlar için oldukça fazla deneysel çalışma yapılması gereken durumlarda Taguchi yönteminde ortogonal dizi tablosu kullanılarak çok daha az sayıda deneysel çalışmayla sonuca ulaşmak mümkündür (Yıldırım ve İç,2012:448).

Taguchi'nin deney tasarım yöntemi, farklı parametrelerin, farklı seviyeleri arasından optimum kombinasyonu tespit etmek adına oldukça faydalı bir tekniktir (Güral,2003:35).

Yıllar geçtikçe, çeşitli endüstriler ve şirketler ürünlerin ve işlemlerin performansını iyileştirmek için Taguchi methodunu kullanmışlardır. Yöntem, tasarım veya üretimde ürün ve süreç için sağlamlık sağlar. Araştırmacının daha az zamanda yüksek kaliteli ve düşük maliyetli ürünler üretebilmesini mümkün hale getirir (Wu, 2002:750).

Taguchi metodu, çözümün sadece en az sayıda deneyle elde edilmesini sağlamakla kalmaz, yüksek kalitede proses ve ürün geliştirilmesini her açıdan destekler (Savaşkan vd.,2010:2).

Taguchi'nin kalite metodolojisi 7 maddeyle açıklanabilir:

- Bir ürünün kalitesizliği o ürünün toplumda yol açacağı toplam kayıp olarak nitelendirilir.

- Rekabetçi piyasa koşullarında işletmelerin sürekli olabilmesi için temel ilkeleri; kaliteyi sürekli olarak iyileştirmek ve maliyetlerini sürekli olarak düşürmek olmalıdır.
- Kalite geliştirme programları, ürünün arzu edilen performans özelliklerinin hedeflenen değerlerden sapmalarının azaltılmasını amaç edinmelidir.
- Ürün performansındaki değişim ile birlikte meydana gelen ve müşterilerin hoşnutsuzluk yaşadığı kayıp oranı, performans karakteristiğinin amaç değerden sapmasının karesi ile doğru orantılıdır.
- Üretim aşamasındaki bir ürünün kalitesi ve güvenilirliği önemli ölçüde ürünün ve imalat sürecinin mühendislik aşamaları sayesinde belirnebilmektedir.
- Ürün ve sürecin performans varyansı, ürün ve süreç girdilerinin performans özellikleri üzerindeki eğrisel etkileri düşürülebilir.
- İyi organize edilmiş deney tasarımları performans değişkenliğini düşüren ürün veya süreç değişkenlerinin saptanmasında kullanılabilir.

3.1. LATİN KARE TASARIMLAR

Ünlü istatistikçi Fisher tarafından önerilen Latin karesi tasarımın (Latin Square Design-LSD) kullanımı iki-yönlü Anova’da olduğu gibi bloklama ilkesine dayanmaktadır.

Ancak, iki-yönlü Anova’ dan farklı olarak Latin kare tasarımında satır (row) ve sütun (column) adı verilen iki tane bloklama değişkeni mevcuttur.

Deney birimleri arasındaki heterojenlik bir tane bloklama değişkeni kullanılarak giderilemeyecek kadar çok ise, iki farklı bloklama değişkeni kullanılarak homojenlik sağlanmaya çalışılır, ve böylelikle, deneysel hata azaltılmış olur.

Latin Karesi tasarımında birincil derece öneme sahip olan faktör sayısı, bir-yönlü ve iki-yönlü Anova’da olduğu gibi 1’dir.

Latin karesi tasarım, satır sayısının (r), sütun sayısının (c) ve deneme sayısının (a) birbirine eşit olduğu bir tasarım tipidir.

Satır ve sütunların düzeylerinin kesiştiği her hücrede bir tane deney birimi vardır.

Her deneme (Latin harfleri), her satır ve her sütunda yalnız bir kez gözlenmektedir.

$r = c = a$ olduğu için toplam gözlem sayısı r^2 dir.

Latin karesinin boyutlarını ifade etmek amacıyla, $r \times r$ Latin Karesi ifadesi de kullanılmaktadır.

Latin karesi tasarım; satır-sütun tasarımları içerisinde en kolay, aynı zamanda da en popüler olan tasarım türüdür.

Bununla beraber bazı kısıtlardan dolayı uygulamada yaygın olarak kullanıldığı söylenemez.

Üç farklı denemenin (D1, D2, D3) etkisinin araştırıldığı bir 3×3 Latin Kare tasarımında, her denemenin her satır ve her sütunda yalnız bir kere bulunması koşulunu sağlayan birden fazla Latin Karesi vardır.

Olası 2 farklı Latin Karesi aşağıdaki gibidir:

Sütunlar			Sütunlar		
A	B	C	A	C	B
B	C	A	B	A	C
C	A	B	C	B	A

Soldaki Latin karesinde, dikkat edilirse, birinci satır ve birinci sütundaki Latin harfleri alfabetik sıraya göre dizilmiştir. Bu Latin karesi, indirgenmiş Latin karesi (Reduced Latin Square) olarak adlandırılır.

İndirgenmiş Latin karesi, Latin Karesi tasarımında rasgeleleştirme yapılırken kullanılan önemli bir ifadedir.

Dikkat edilmelidir ki, Latin karesinin boyutuna bağlı olarak indirgenmiş Latin karesi sayısı da birden fazla olabilir.

Örneğin, $r = 2$ veya $r = 3$ iken indirgenmiş Latin karesi sayısı "bir", $r = 4$ iken ise "dört" tür.

rxr Latin Karesi tasarımı rastgeleleştirme işlemi yapılırken, indirgenmiş Latin Kareleri elde edildikten sonra içlerinden bir tanesi rastgele olarak seçilir.

3x3, 4x4, 5x5 Latin kareleri için, indirgenmiş Latin karesinin bütün sütunlarının, ve birinci satır dışındaki bütün satırlarının veya bütün satırlarının ve birinci sütun dışındaki bütün sütunlarının sıraları rasgele olarak değiştirilir ve denemeler rasgele olarak Latin harflerine atanır.

6x6 tipindeki Latin Karesi için bütün satır ve sütunların sıraları rasgele olarak değiştirilir ve denemeler Latin harflerine rasgele olarak atanır.

Daha büyük kareler için, herhangi bir Latin karesinin satırlarının, sütunlarının ve denemelerinin sıraları rasgele olarak değiştirilir.

3.2. GRAECO-LATİN KARE TASARIMLAR

Greko-Latin karesi (Graeco-Latin Square) tasarımı satır, sütun ve Yunan harfleri olarak adlandırılan "üç" farklı bloklama değişkeni ile birincil derecede öneme sahip bir tane faktör bulunmaktadır.

Greko-Latin karesi tasarımı bloklama değişkenleri ile faktöre ait düzey sayısının birbirine eşit olduğu kısıtı vardır. Bir başka kısıt ise faktör düzeylerini gösteren Latin harflerinin (A, B, C, D,) her satır, her sütun ve her Yunan harfinde yalnız bir kez denenmesidir.

Bu kısıtlardan dolayı gerçek hayat problemlerinde oldukça nadiren kullanılan bir tasarım şeklidir.

İsmi, tasarımı kullanılan Yunan ve Latin harflerinden almaktadır. Bu tasarım tipinde de, bloklama değişkenleri ile faktöre ait düzey sayısının (Latin karesi tasarımı olduğu gibi) "r" olduğu varsayılacaktır.

A, B, C, D denemelerinin etkilerinin karşılaştırılmak istendiği bir deneyde, deney birimleri arasındaki heterojenliği kontrol altına almak için her biri dört seviyeye sahip üç farklı bloklama değişkeninin yer aldığı varsayılabilir.

Bu deneme için kullanılabilecek mümkün 4x4 Greko-Latin Karesi tasarımı aşağıdaki gibi olabilir:

A, α	B, γ	C, δ	D, β
C, γ	D, α	A, β	B, δ
D, δ	C, β	B, α	A, γ
B, β	A, δ	D, γ	C, α

Fakat burada dikkat edilmesi gereken nokta, Latin harflerinin ve Yunan harflerinin ayrı ayrı Latin kare olma özelliğini sağlamasıdır (Şenoğlu ve Acıtaş,2011:23).

Latin ve Yunan harflerinden oluşan iki farklı Latin karesi aşağıdaki gibidir.

A	B	C	D	α	γ	δ	β
C	D	A	B	γ	α	β	δ
D	C	B	A	δ	β	α	γ
B	A	D	C	β	δ	γ	α

Dikkat edilirse, iki Latin karesi birleştirildiğinde seviyelerin hiçbir kombinasyonu birlikte birden fazla yer alamaz (Lee,1975). Bu koşulu sağlayan Latin kareleri ‘Ortogonal Latin Kareler’ olarak adlandırılır.

Bu nedenle, Greko Latin Karesi, dik Latin karelerinin birleşimi olarak da ifade edilebilir.

Eğer deneyde heterojenliği kontrol altına almak için bir tane daha bloklama değişkeni kullanmak gerekiyorsa, birbirine dik üç ayrı Latin karesi elde edilir. Daha sonra bu Latin kareleri birleştirilerek oluşturulan tasarım kullanılır. İstenilen her boyutta Greko-Latin karesi oluşturmak her zaman mümkün olmayabilir.

Örneğin; r=2 ve 6 için Greko-Latin karesi oluşturulamaz(Kempthorne,1952).

3.3. TAGUCHİİN ORTOGONAL DİZİNLERİ

Taguchi Yöntemi optimizasyon problemlerinde çözüme, ortogonal diziler yardımıyla daha az sayıda deneyle ulaşılmasını sağlamaktadır. Ayrıca ürünün, üretim sırasındaki farklı değişkenlere ve kontrol edilemeyen faktörlere karşı hassasiyetinin minimum olması, gerekli toleransların en az maliyetle sağlanması yoluyla ürünün toplumda yol açtığı kaybı en aza indirmeye çalışmaktadır. Bütün bunlar da yüksek kalitede ürün ve süreç geliştirilmesini desteklemektedir.

Taguchi, çok sayıda deneysel durumu açıklamak için ortogonal dizileri oluşturmuştur. Ortogonal dizinin en önemli özelliği, birçok faktörün en az sayıda test edilmesi ve faktör seviyelerini eşanlı olarak değiştirmeye olanak vermesidir. Ortogonal diziler problemin özelliğine göre 2 veya 3 kademeli olarak belirlenebilmektedir. Ortogonal dizilere tasarım matrisi de denilmektedir.

Genel olarak kullanılan diziler:

2 seviyeliler için; L4, L8, L16

3 seviyeliler için; L9 ve L27 dizileridir.

Dizilerin seçimi düzey sayısı ve toplam serbestlik derecesine göre yapılmaktadır. Bu toplam serbestlik derecesine veya daha büyük deneme sayısına sahip olan ortogonal dizi uygun dizi olarak seçilmektedir.

Ortogonal dizi, ürün ortalaması ve varyansında etkili olan birçok faktörle aynı anda ve daha kısa sürede çalışmayı sağlamaktadır.

Bir ortogonal dizin, $L_N(s^k)$ ile gösterilir. $L_N(s^k)$ dikey dizini, s tane farklı elemana sahip her bir sütun çiftinde, bütün olası s^2 eleman çiftinin aynı sayıda görüldüğü $N \times k$ boyutlu bir matristir. N ; dikey dizinde yer alan satır sayısı, ve k ; sütun sayısıdır (Taguchi,1987:1021).

Taguchi, 3^k sisteminde ortogonal dizinin elemanlarını göstermek için 1,2 ve 3 gösterimini kullanmıştır (Kacker ve Tsui,1990:10).

Şekil 6: $L_9(3^4)$ Dikey Dizini

	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

Şekil 6'da; $(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)$ eleman çiftleri, her bir sütun çiftinde aynı sıklıkla bir kez ortaya çıktığından ortogonalite şartı sağlanmaktadır. Bu aynı zamanda, her bir sütunda 1,2 ve 3 elemanlarının eşit sayıda 3 kez görüleceği anlamına da gelmektedir.

Ortogonal dizinden yararlanıp deney tasarlanmak istendiğinde satırlar deneme kombinasyonlarını, sütunlar etki ve etkileşimleri oluşturur, örneğin $L_9(3^4)$ ortogonal dizini, 4 sütun ve 9 satır içerdiğinden, bu ortogonal dizinden ancak 9 denemede 4 etkinin hesaplandığı bir tasarım yapılabilir.

3^2 deneyinde 9 deneme vardır ve iki etken 1. ve 2. sütunlara atanarak $L_9(3^4)$ dikey dizini tamamlanmış 3^2 deneyini ifade etmektedir.

Örneğin; A, B gibi iki faktör olduğu varsayalım. Burada her iki etken de üç seviyelidir. Bu durumda deneyde A, B, AB, AB^2 ana etkileri hesaplanacaktır. $L_9(3^4)$, ortogonal dizinde A etkeni birinci sütuna, B etkeni ikinci sütuna, AB etkileşim bileşeni üçüncü sütuna ve AB^2 etkileşim bileşeni dördüncü sütuna atanır. $L_9(3^4)$ 'de, 1. ve 2. sütunlar temel sütunları oluşturmaktadır. Temel sütun dikey dizinde deneme kombinasyonlarını belirleyen sütundur. Bu nedenle ana etkiler öncelikle temel sütunlara atanmalıdır.

Bu durumda tasarım Şekil 7’de olduğu gibidir;

Şekil 7: 3^2 Deney Düzeni

	A	B	AB	AB^2
sütun no:	1	2	3	4

Kaynak: Taguchi (1987)

3^k sistemli dikey dizinlerin her bir sütunu 2 serbestlik derecesine sahiptir. AB etkileşimi, her biri 2 serbestlik seviyesine sahip AB ve AB^2 bileşenlerine ayrılır. Her biri bir sütuna atanır. A, B, C, D gibi 3 seviyeli 4 faktör olsun. Tüm deneme kombinasyonlarını denemek mümkün olmadığından sadece 9 denemeyle etkiler tahmin edilmeye çalışılır. Bu deneyde sadece ana etkileri tahmin etmek mümkündür. Bu durumda tasarım nasıl olmalıdır.

Deney, N satırlı, $L_N(s^k)$ dikey dizinde, her biri 3 seviyeye sahip, k etkenli 3^k tamamlanmış çok etkenli deneyinin, $N/3^k$ kesri olarak değerlendirilebilir. Deney 4 faktörden oluştuğuna göre tam deney 81 deneme kombinasyonu içermektedir. Tanıma göre $9/81 = 1/9$ kesrini uygulamak gerekir. Dolayısıyla seçilen kesirde 9 deneme kombinasyonu olmalıdır.

Bu deney için $L_9(3^4)$ ortogonal dizini uygun olmaktadır. Bu deney 3^{4-2} kesirli çok faktörlü tasarımıdır. Doğrusal grafikler ve üçgensel tablolar aracılığıyla yapılan atamalar Şekil 8’deki gibidir.

Şekil 8: Sütun Atamaları

A	B	C	D
1	2	3	4

Şekil 7 ve Şekil 8 karşılaştırıldığında, $C = AB$ ile $D = AB^2$ ’ye eşdeğer olduğu sonucu çıkabilir. Tanımlayıcı bağıntı yapısı; $I = ABC = AB^2D$ dir. 3^k

çok faktörlü tasarımı her blokta 3^{k-p} gözlem bulunan 3^p blokta, p etki bloklarla karışmak üzere bölünebilir. Tanımlayıcı bağıntı yapısı p bağımsız etkileşim ve $(3^p - 2p - 1)/2$ genelleştirilmiş etkileşimden oluşur(Montgomery,2001:382).

Etkileşim bileşeni veya herhangi ana etkinin eşyapısı, I ve I^2 ile etkinin mod (3)'e göre çarpımından üretilir.

Örnekte 3^4 çok faktörlü tasarımı $3^{4-2}=3^2=9$ gözlem bulunan $3^2=9$ blokta, 2 etki bloklarla karışmak üzere bölünebilir. Tanımlayıcı bağıntısı $p = 2$ etkiden oluşur.

Bunlar $I = ABC = AB^2D$ olabilir. $(3^p - 2p - 1)/2 = (3^2 - 2 \times 2 - 1)/2 = 2$ genelleştirilmiş etkileşim içerir. Bunlar I ve I^2 'den elde edilir.

$$ABC \times AB^2D = A^2B^3CD = A^2CD = AC^2D^2$$

$$ABC \times (AB^2D)^2 = ABC \times A^2B^4D^2 = A^3B^5CD^2 = B^2CD^2 = BC^2D$$

$$I = ABC = AB^2D = AC^2D^2 = BC^2D$$

(Montgomery,2001:380).

Taguchi (1987:1021)'nin kitabında, ortogonal dizinlerin elde edilmesi anlatılmıştır. Ortogonal dizinler latin karelerden oluşmaktadır. Latin Kareler, S satır ve S sütundan oluşan, $S \times S$ boyutlu bir kare matristir.

Taguchi, $L_1, L_2, \dots, L_{s-1}$ ile gösterilen $S \times S$ boyutlu Latin karelerden s^r , ($r = 2, 3, \dots$) büyüklüğünde, $(s^r - 1)/(s - 1)$ sütunlu bir ortogonal dizin oluşturulabileceğini belirtmiştir (Taguchi,1987). (Dey,1985;Taguchi,1987).

Bu yöntemle 3×3 boyutlu Latin karelerden 3^k sisteminin ortogonal dizinleri, 4×4 boyutlu Latin karelerden 4^k sisteminin ortogonal dizinleri, 5×5 boyutlu Latin karelerden ise 5^k sisteminin ortogonal dizinleri elde edilebilir.

3.4. ORTOGONAL DİZİNLERİN ELDE EDİLMESİ

Ortogonal dizinlerin elde edilmesi ile ilgili olarak çok fazla yöntem bulunmaktadır. Galois Alanları, bu yöntemlerin en çok bilinenlerindendir. Pek çok yöntem bu alanların ve sonlu geometrilerin kullanılmasını tavsiye etmektedir. Ayrıca ortogonal diziler ve kodlama teorisi arasında da yakın bir ilişki

bulunmaktadır. Bu nedenle, pek çok ortogonal dizi oluşturma tekniği hata düzeltme kodları temeline dayanmaktadır. Bunun yanında, fark şeması belirli ortogonal dizilerin oluşturulması ile ilgili bilinen eski yöntemlerden biridir. Günümüzde parametre, seviye ve büyüklüğüne göre çok fazla sayıda ortogonal dizi veri tabanları oluşturulmuş ve kullanılmaktadır.

Ortogonal dizinler ayrıca Plackett Burman tasarımlarından ya da Latin Kare tasarımlarından da elde edilebilmektedir.

- Latin Kare Yöntemi Kullanılarak 3^k Sisteminde Ortogonal Dizin Elde Etme

3^k sisteminin ortogonal dizinlerini elde etmeye ilk olarak en kolay ortogonal dizin olan $L_9(3^4)$ dizininin elde edilmesi ile başlansın.

Tanıma göre L_{s-1} tane Latin Karenin kullanılması gerekmektedir.

$s = 3$ olduğundan $L_{s-1} = L_{3-1} = L_2$ yani L_1, L_2 Latin kareleri kullanılacaktır.

L_1 ve L_2 , $s \times s = 3 \times 3$ boyutludur. Ortogonal dizin $s^r = 3^2 = 9$ boyutundadır. Dizinde $(s^r - 1)/(s - 1) = (3^2 - 1)/(3 - 1) = 4$ tane sütun olmalıdır. Eğer ortogonal dizinin tanımı hatırlanırsa, ortogonal dizin istenen faktör ve etkileşim etkilerini hesaplamak için tüm deneme kombinasyonlarını ya da deneme kombinasyonlarının bir kesrini gösteren matristir. Bu tüm deneme kombinasyonlarını gösteren matrisler, 1,2,3 sayılarının deneme kombinasyonlarını gösterdiği küçük boyutlu matrislerden oluşmaktadır. Bu küçük boyutlu matrisler ise Latin karelerdir.

3^k tasarım sisteminin ortogonal dizinlerini oluşturan 1,2,3 sayılarının sıralanışının olası tüm kombinasyonları aşağıdaki gibidir:

1. olası durum 1 2 3
2. olası durum 1 3 2
3. olası durum 2 3 1
4. olası durum 2 1 3
5. olası durum 3 1 2

6. olası durum 3 2 1

Bu 6 olası durumdan 1., 3. ve 5. L_1 'i , 2., 4. ve 6. L_2 'yi oluşturmaktadır. Böylelikle tüm mümkün durumlar 2 matris şeklinde gösterilmiş olmaktadır.

Şekil 9: Latin Kareler

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 & 3 \\ L_1 = & 2 & 3 & 1 \\ L_2 = & 2 & 1 & 3 \\ & 3 & 1 & 2 \\ & 3 & 2 & 1 \end{array}$$

Bu elde edilen 2 Latin Kare matrisleri birleştirildiğinde, 3×3 boyutlu Greko Latin Kare matrisi olan. L_3 elde edilmektedir. L_3 , Şekil 10'da

Şekil 10: Greko Latin Kare

	1	2	3
1	11	23	32
2	22	31	13
3	33	12	21

Şekil 11: Kodlanmış Greko Latin Kare

	1	2	3
1	$X_{11} = 11$	$X_{21} = 23$	$X_{31} = 32$
2	$X_{12} = 22$	$X_{22} = 31$	$X_{32} = 13$
3	$X_{13} = 33$	$X_{23} = 12$	$X_{33} = 21$

Kaynak: Taguchi, System of experimental design(1987)

Şekil 11'de verilen X'lerin sütun indisleri alt alta yazılarak L_9 'un 1.sütunu, satır indisleri alt alta yazılarak L_9 'un 2.sütunu x_{ij} 'lerin eşitlikleri de sırası ile 3. ve 4. sütunu oluşturmuştur. Bu şekilde elde edilen dizin aşağıda verilmiştir. (Dey,1985)

Şekil 12: L_9 Ortogonal Dizini

X sütun x satır

1	1	$X_{11} =$	1	1
1	2	$X_{12} =$	2	2
1	3	$X_{13} =$	3	3
2	1	$X_{21} =$	2	3
2	2	$X_{22} =$	3	1
2	3	$X_{23} =$	1	2
3	1	$X_{31} =$	3	2
3	2	$X_{32} =$	1	3
3	3	$X_{33} =$	2	1

	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

1,2,3 sayılarının kombinasyonları olan Latin Karelerden, Greko Latin Kare oluşturulmuş ve bundan da L_9 ortogonal dizini elde edilmiştir. Diğer 3^k sisteminin ortogonal dizinleri olan $L_{27}(3^{13})$, $L_{81}(3^{40})$, $L_{243}(3^{121})$ ortogonal dizinleri de $L_9(3^4)$ 'den kolaylıkla elde edilebilir.

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

ELEME TASARIMLARI

Birçok proses geliştirme ve üretim uygulamasında, potansiyel proses veya tasarım (faktörler) sayısı yüksektir. Eleme, ürün kalitesini veya işlem performansını etkileyen kilit olanları tanımlayarak proses veya tasarım parametrelerini (veya faktörleri) azaltmak için kullanılır. Bu azalma, kişinin süreç iyileştirme çabalarına gerçekten önemli birkaç faktöre ya da 'hayati önem taşıyan' faktöre odaklanmasına izin vermektedir.

Eleme tasarımları, minimum sayıda deneysel çalışma veya denemede (yani minimum kaynaklar ve bütçe) çok sayıda proses veya tasarım parametresini (veya faktörünü) dikkate almak için etkili bir yol sağlar.

Eleme tasarımlarının amacı, daha fazla araştırma gerektiren faktörleri tanımlamak ve ayırmaktır. Bu bölüm, R.L. Plackett ve J.P. Burman tarafından 1946'da açıklanan eleme tasarımlarına ve dolayısıyla Plackett-Burman tasarımlarına (P-B tasarımları) odaklanmıştır. P-B tasarımları, deneysel çalışmaların veya denemelerin sayısının dördün katı olduğu Hadamard matrislerine dayanır, yani N, denemelerin, sayısıdır.

P-B tasarımlarının ilginç özelliklerinden biri, tüm ana etkilerin aynı hassasiyetle tahmin edilmesidir. Bu, çalışmanın kurulmasında hangi faktörlerin daha önemli olduğunu tahmin etmek zorunda olmadığı anlamına gelir. Eleme tasarımları için, deneyçiler genellikle faktörler arasındaki etkileşimlerin doğasını araştırmakla ilgilenmezler. Amaç, asgari sayıda denemede mümkün olduğunca fazla faktör araştırmak ve etkileşimlerin daha ayrıntılı bir şekilde değerlendirilebileceği daha ileri deney turlarında çalışılması gerekenleri tespit etmektir.

'Eleme Tasarımı' terimi, birçok potansiyel faktörler listesinden birkaç önemli faktörü bulmayı amaçlayan deneysel bir planı ifade eder.

Eleme tasarımları, proses performansı üzerinde önemli bir etkisi olacak en önemli parametreleri tanımlamak için çok sayıda proses veya tasarım parametresini elemek için kullanılır.

Deneysel amaç nihayetinde bir tepki yüzey modeline (RSM analizi) uyacak olsa bile, ilk deney, göz önünde bulundurulması gereken birçok faktör olduğunda bir eleme tasarımı olmalıdır.

Eleme tasarımları, endüstriyel deneylerde en çok kullanılan tasarım tiplerindendir. Genellikle denemenin ilk aşamalarında kullanıldığında, yanıt üzerinde en yüksek etkiye sahip olan faktörleri belirlemek için birçok faktörü incelemektedir.

Tanımlanan faktörler daha hassas tasarımlar kullanılarak da incelenebilir. Eleme tasarımları genellikle diğer tasarımlardan daha az deneysel çalışma gerektirdiğinden, bir süreci iyileştirmeye başlamak için nispeten daha ucuz ve verimli bir yöntemdir.

Deneysel durum için standart bir eleme tasarımı varsa, birkaç standart eleme tasarımından biri seçilebilir. Liste, uygulanabilir olduğunda bloklanan tasarımları içerir.

Deneye etki eden faktörler; iki seviyeli sürekli faktörler, üç seviyeli kategorik faktörler veya yalnızca ayırık değerleri varsayabilecek sürekli faktörler (ayırık sayısal faktörler) olabilir.

Ancak, standart eleme tasarımlarının bulunmadığı durumlar da mevcuttur. Bu durumlarda, planlanan eleme tasarımı, ana etkiler eleme tasarımını oluşturur. Ana etkiler eleme tasarımı ortogonal veya ortogonala yakın bir biçimdedir. İhmal edilebilir etkileşimlerin varlığında ana etkileri tahmin etmeye odaklanır.

Toplam deneysel deneme sayısı, eleme tasarımının seçiminden büyük ölçüde etkilenir. Eleme tasarımı, aktif efektlerin diğer efektlerle tamamen karıştırılıp karıştırılmadığı ve kuadratik efektlerin eleme aşamasında tahmin edilip edilemeyeceği gibi verilerin özelliklerini belirler. Bu bakış açısı, denemenin sonraki aşamalarında kaç tane deneysel çalışmanın gerekli olduğunu etkiler.

Eleme tasarımları tipik olarak III çözünürlüğündedir. Bunun nedeni, çözünürlük III tasarımlarının birçok faktörün etkilerini etkili sayıda çalışma ile keşfetmesine izin vermesidir.

Bazen, çözünürlük IV tasarımları da eleme tasarımı olarak kullanılır. Bu tasarımlarda, ana etkiler, en kötü ihtimalle, üç faktörlü etkileşimler ile karıştırılmaktadır. Bu, kafa karıştırıcı bakış açısından daha iyidir, ancak bu

kararlılıktaki tasarımlar çözünürlük III tipindeki tasarımlardan daha fazla çalışma gerektirir.

Yaygın olarak kullanılan başka bir eleme tasarım ailesi de, Plackett-Burman tasarımlarıdır. Bu tasarımlar kararlılık III çözünürlüğüne sahiptir.

Kısacası, eleme tasarımları, birçok ana etkinin göreceli önemini belirlemeye odaklanan ekonomik deneysel planlardır.

Birçok uygulamada, proses kalitesini potansiyel olarak etkileyen faktörlerin sayısı, tüm faktörleri ayrıntılı olarak incelemek için çok fazladır.

Bir eleme tasarımının genel amacı, proses kalitesini etkileyen en önemli faktörleri belirlemektir. Denemelerin elenmesinden sonra, en önemli faktörler ve cevap değişkenleri arasındaki ilişkiler hakkında daha fazla ayrıntı sağlayan optimizasyon deneyleri yapılabilir.

Aşağıdaki tasarımlar genellikle eleme tasarımı olarak kullanılır:

- Taguchi'nin Ortogonal Dizinleri
- 2 Seviyeli Kesirli Faktoriyel Tasarımlar
- Plackett-Burman Tasarımları
- Tanımlayıcı (Definitive) Eleme Tasarımları

Eleme tasarım olarak kullanılan taguchi tipi tasarımlar ve Taguchi'nin ortogonal dizinleri 3. Bölümde detaylı olarak açıklanmıştır. Burada diğer tasarım tipleri ele alınacaktır.

Kesirli faktöriyel ve Plackett-Burman tasarımları doğrusal terimleri elemek içindir. Tanımlayıcı eleme tasarımları, karesel terimler ve 2 faktörlü etkileşimler hakkında bilgi sağlar.

Çoğunlukla, kesirli faktöriyel ve Plackett-Burman tasarımları, belirli sayıda faktör için tek bir denemede en az sayıda işleme sahiptir. Ancak, bir model ikinci dereceden terimlere ihtiyaç duyuyorsa, kesirli faktörlere ve Plackett-Burman tasarımlarına deneme eklemelisiniz.

Tanımlayıcı eleme tasarımları ise karesel terimleri modellemek için denemelere izin vermektedir. Bir model karesel terimler içerecekse, tanımlayıcı eleme tasarımı deneme başına en az işleme sahip olabilir.

Plackett-Burman tasarımları ve kesirli faktoriyel tasarımlar sürekli faktör başına 2 seviyeye sahip olabilir. Her iki tasarımdaki eğriliği tespit etmek için merkez noktaları eklerseniz, her sürekli faktör 3 seviyeye sahiptir.

Bazen, bu terimleri tahmin etmek için daha fazla deneme eklemeyen önce karesel terimlerin veya etkileşimlerin olup olmadığını kontrol etmek için daha küçük bir tasarımla başlamak daha doğru olur. Kıvrımlar ve eksensel hareketler sıralı deneylerde iki önemli stratejidir.

Bu bölümde eleme tasarımı olarak kullanılan deneysel tasarım tiplerine değinilecektir.

4.1. İKİ SEVİYELİ KESİRLİ FAKTÖRİYEL TASARIMLAR

Deney tasarımında sıklıkla kullanılan deneyler 2 seviyeli deneyler olup, pratik uygulamalarda oldukça yaygındır. 2 seviyeli kesirli deneyler genellikle 3 sınıfta incelenmektedir.

- 2^{k-1} Deneyler (1/2 Kesirli Deneyler)
- 2^{k-2} Deneyler (1/4 Kesirli Deneyler)
- 2^{k-p} Deneyler

k : Faktör Sayısı

2 : Faktör Düzey Sayısı

p : Göz Önüne Alınmayacak Etkileşim Düzeyi

Örneğimizde 2^7 faktör bulunmakta ve tam eşlendirme için 128 gözlem gerekmekte idi. Halbuki 2^{7-1} yarım kesirli tasarladığımızda $2^6 = 64$ gözlem yeterli olacaktır. Çeyrek kesirli deneyde ise $2^{7-2} = 2^5 = 32$ deney yapılması yeterli olacaktır.

Notasyonda 2^{7-1} şeklinde belirtilen deneyler, 7 faktörlü yarım kesirli deneyi ifade etmekte olup 2^6 şeklinde gösterilmezler.

Yarım kesirli bir 2^k deneyinde 2^{k-1} tane deney yapılır. Deney yapılacak faktör düzey kombinasyonlarını belirtmek için tanımlama kontrastı kullanılması gerekir. Tanımlama kontrastları genellikle tahmini ile ilgilenmediğimiz, ihmal edilebilen veya önemsiz görülen yüksek mertebeden bir etkileşimle temsil edilirler.

Örneğin; A, B ve C faktörlü 2^3 faktör tasarımını ve buna bağlı olarak da Tablo 8’de verilen ortogonal kontrast katsayılarını ele aldığımızı düşünelim.

I tanımlama kontrastı (defining contrast) olarak ABC üçlü etkileşimini seçilmiş olsun.

Bu durumda $I = ABC$ olmaktadır.

Bir 2^3 kesirli deneyi için sadece tanımlama bağıntısındaki artı işaretli faktör düzey kombinasyonlarını seçebiliriz. (Montgomery, 2005: 283)

Tablo 8: 2^3 Faktöriyel Deneyinde Artı ve Eksi İşaretler

İşlem Kombinasyonları	Faktöriyel Etkiler							
	<i>I</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>AB</i>	<i>AC</i>	<i>BC</i>	<i>ABC</i>
a	+	+	-	-	-	-	+	+
b	+	-	+	-	-	+	-	+
c	+	-	-	+	+	-	-	+
abc	+	+	+	+	+	+	+	+
ab	+	+	+	-	+	-	-	-
ac	+	+	-	+	-	+	-	-
bc	+	-	+	+	-	-	+	-
(1)	+	-	-	-	+	+	+	-

Kaynak: Montgomery, 2005: 283

Tablo 8’de görüldüğü gibi artı işaretli faktör düzey kombinasyonlarının a,b,c ve abc olduğu görülmektedir. Dolayısı ile burada 4 deney söz konusu olmaktadır.

Alternatif olarak 4 tane eksi işaretli faktör düzey kombinasyonu da seçilebilir. (ab, ac, bc, (1)).

Bu durumda $I = ABC$ olacaktır.

Tanımlama bağıntısındaki artı işaretli kısım temel kesir, diğeri ise alternatif kesir olarak adlandırılır. Bir tam faktöriyel deneyin kesirli tekrarının sakıncası belirli etkilerin ayrı olarak tahmin edilemeyeşidir.

Örnek olarak $I = ABC$ bağıntılı bir 2^{3-1} deneyini ele alalım.

Ana etkiyi tahmin etmek üzere serbestlik derecesi 3 olacak ve a, b, c ve abc olmak üzere 4 deney yapılması gerekecektir. Tablo 8'i kullanarak 8 olası faktör düzey kombinasyonunun 4'ünü kullanarak ana etki tahminlerini aşğıdaki gibi yapmamız mümkün olmaktadır. (Montgomery, 2005:284).

$$A = \frac{1}{2} (a + abc - b - c)$$

$$B = \frac{1}{2} (b + abc - a - c)$$

$$C = \frac{1}{2} (c + abc - a - b)$$

$$AB = \frac{1}{2} (a + abc - b - c)$$

$$AC = \frac{1}{2} (a + abc - b - c)$$

$$BC = \frac{1}{2} (a + abc - b - c)$$

Yukarıdaki bu ifadeler aynı zamanda birleşik faktör etkilerini göstermektedirler.

A ana etkisinin tahminini gösteren faktör düzey kombinasyonlarının birleşimi aynı zamanda BC etkileşimi ile de aynıdır. Bu durumda A ile BC 'nin eşyapılı oldukları söylenir. Kontrast etkisi önemli ise bunun A'dan mı BC'den mi yoksa her ikisinden mi olduğu sonucunu çıkaramayız. Benzer şekilde B ile AC, C ile de AB eşyapılıdır.(Alias Structure)

Bu noktada "eşyapı" kavramını açıklamak gerekmektedir.

Özellikle L8 ve L16 deneylerde Tablo 9’ da görüldüğü gibi matrisin etkileşim kolonuna diğer faktörler atanmaktadır. L8 tasarım matrisi, 3 ile 7 arasındaki sayıda faktör için kullanılabilir. Eğer faktör sayısı 3 ise deney tam eşleştirmeli, 3’ten fazla ise kesirli olmaktadır. (Şirvancı, 1997: 57).

Tablo 9: L8 Kesirli Deneylerinde Faktörlerin Kolonlara Atanması

Faktör Sayısı	Kolon No.						
	1	2	3	4	5	6	7
3	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	AB	AC	BC	ABC
4	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	AB CD	AC BD	AD BC	<u>D</u>
5	<u>A</u> BD CE	<u>B</u> AD	<u>C</u> AE	<u>D</u> AB	<u>E</u> AC	BC DE	BE CD
6	<u>A</u> BD CE	<u>B</u> AD CF	<u>C</u> AE BF	<u>D</u> AB EF	<u>E</u> AC DF	<u>F</u> BC DE	AF BE CD
7	<u>A</u> BD CE FG	<u>B</u> AD CF EG	<u>C</u> AE BF DG	<u>D</u> AB EF CG	<u>E</u> AC BG DF	<u>F</u> AG BC DE	<u>G</u> AF BE CD

Kaynak: Şirvancı, 1997: 58

Eşyapı kavramını incelemek üzere Tablo 9’da bulunan 4 faktörlü bir deneyi inceleyelim. Dördüncü faktör olan D, adı ABC olan kolon 7’ye atanmıştır. Bu durumda kolon 7’nin D ve ABC olmak üzere iki adı vardır.

$$D=ABC$$

Bu eşitliğe tasarım bağıntısı denilmektedir. Bu denklemin her iki tarafında faktörlerin birbiri ile çarpılması ile diğer kolanların eşyapıları bulunmuş olmaktadır.

Tasarım matrisinde :

$A.A = C.C = AB.AB = BC.BC = I$ formülüne göre herhangi bir kolonun kendisi ile çarpımı adına identite kolonu denilen ve tamamını artı işaretlerin oluşturduğu kolona eşit olmaktadır.

Bunun yanında herhangi bir kolonun I ile çarpımı kendisine eşit olmaktadır.

$$A.I = I.A = A \text{ veya } I.BC = BC.I = BC$$

D = ABC formülünde, tasarım bağıntısı denklemi A ile çarpıldığında,

$$A.D = A.ABC = I.BC = BC$$

Formülde $A.A=I$ olduğundan altıncı kolonun eşyapıları $BC = AD$ olmaktadır.

Yine tasarım bağıntısı denklemi B ile çarpıldığında, $B.D = B.ABC = ABBC = A.I.C = AC$ olmakta ve kolon 5 için $AC = BD$ eşyapısı elde edilmektedir. Aynı şekilde tasarım bağıntısı denklemi B ile çarpıldığında,

$C.D = C.ABC = AB.I = A.B$ olmakta ve kolon 4 için $AB = CD$ eşyapısı elde edilmektedir. (Şirvancı, 1997: 59).

Tüm bu verilen etkileşimler Tablo 10'da gösterilmektedir.

Eşyapı hesaplamasının diğer bir yolu ise $A^2=1$ kabul edilerek eşyapıları bulmaktır. Aşağıda örnek olarak yukarıdaki gibi L8 deneyinde 3 faktörlü bir deneyde eşyapıların hesaplanması gösterilmiştir. Burada faktör ve tanımlayıcı formülü 2 modülüne göre çarpılmaktadır. (Şenoğlu ve Acıtaş, 2010: 189).

$$I=ABC \text{ idi, } A \times ABC = A^2 .B.C. = BC \text{ mod2}$$

$$B \times ABC = A.B^2.C. = AC \text{ mod2}$$

$$C \times ABC = A.B. C^2 = AB \text{ mod2}$$

$$AB = ABC = A^2.B^2.C = C \text{ mod2}$$

Görüldüğü gibi A 'nın eşyapısı BC, B'nin eşyapısı AC, C'nin eşyapısı AB olarak bulunmuştur.

Eşyapı kavramı ile ilgili olarak Tablo 10'da $2^{(4-1)}$ kesirli deney için oluşturulan eşyapı tablosu bulunmaktadır.

Tablo 10: $2^{(4-1)}$ Kesirli Faktöriyel Deneylerde Eşyapı (Alias) Tablosu

Etkiler	Eşadlar
A	BCD
B	ACD
C	ABD
D	ABC
AB	CD
AC	BD
BC	CD
AD	BC
BD	AC
CD	AB
ABC	D
ABD	C
ACD	B
BCD	A

Kaynak: Antony, 2003: 75

4.1.1. Kararlılık III Tasarımı

Bu sınıftaki tasarımlarda ana etkiler birbirleri ile karışmamakta fakat iki-faktör etkileşimleri hem birbirleri ile hem de ana etkilerle karışabilmektedir. Bu tasarıma, tanımlayıcı bağıntısının $I=ABC$ olduğu 2^{3-1}_{III} olduğu yarı kesirli faktöriyel tasarım örnek olarak gösterilebilir.

Böyle bir tasarımda bağıntı yapısı

$A=BC$, $B=AC$ ve $C=AB$ şeklindedir.

Ana etkiler sadece ikili ve daha yüksek mertebeden etkileşimlerin olmadığı durumlarda tahmin edilebilirler.

4.1.2. Kararlılık IV Tasarımı

Tablo 11: Kesirli Faktöriyel Deneylerde Kararlılık Sayıları

Kararlılık	Ana Etkiler Eşyapılar İle	2 Faktör Etkileşimleri Eşyapılar İle
III	2-faktör etkileşimleri veya daha yüksek	Ana etkiler ve etkileşimler
IV	3-faktör etkileşimleri veya daha yüksek	2-faktör etkileşimleri veya daha yüksek
V	4-faktör etkileşimleri veya daha yüksek	3-faktör etkileşimleri veya daha yüksek

Kaynak: Dean ve Voss, 1999:488

Bu tasarımlarda iki-faktör etkileşimleri birbirleri ile karışabilmekte fakat hiçbir ana etki ile karışmamaktadır.

Ana etkiler sadece üç faktör veya daha yüksek dereceli etkilerle karışabilmektedir. Bu tasarıma örnek tanımlayıcı bağıntısının $I=ABCD$ olduğu 2^{4-1}_{IV} yarı kesirli faktöriyel tasarımı örnek olarak gösterilebilir.

Dolayısı ile 3 'lü veya daha yüksek mertebeden etkileşimler mevcut olmadığı sürece 2'li etkileşimlerin önemine bakmaksızın ana etkiler tahmin edilebilirler.

Bu tasarım tipinde bağıntı yapısı

$A=BCD$, $B=ACD$, $C=ABD$, $D=ABC$, $AB=CD$, $AC=BD$ ve $AD=BC$ şeklindedir.

4.1.3. Kararlılık V Tasarımı

Bu tasarımlarda ise hiçbir ana etki bir başka ana etki ile ya da iki-faktör etkisi diğer bir iki-faktör etkisi ile karışmamaktadır.

Bu tasarıma örnek tanımlayıcı bağıntısının $I=ABCDE$ olduğu 2^{5-1}_V yarı kesirli faktöriyel tasarımı örnek olarak verilebilir. (Box vd.,1986:305).

Pek çok bilim adamı ve özellikle Taguchi (1987) kararlılığı III olan tasarımların faktör sayısının fazla olması durumunda eleme tasarımı olarak kullanılmasını tavsiye etmişlerdir.

4.2. PLACKETT-BURMAN TASARIMI

Plackett- Burman tasarımları birden fazla faktörden yanıt değişkeninin değerlerine etkisi olan faktörlerin tespit edilmesini ya da olası en az sayıda deneme ile en çok sayıda faktör etkisinin araştırılması gerektiği durumlarda kullanılabilecek deneme düzenleridir.

Plackett-Burman tasarımı, çözünürlük III tasarımların bir türü olup, onlarla aynı amacı taşırlar. Bu amaç, hangi faktörlerin önemli olduğunun tespitidir. Diğer tasarım türlerine göre daha az sayıda deneme gerektirmesi avantajlı yönleri iken, yapılarının kompleksli olması bakımından ise dezavantajlı bir yöntemdir. (Rekab ve Shaikh, 2005:31).

1946 'da Plackett ve Burman tarafından geliştirilen bu tasarım türü, 2 seviyeli kesirli faktöriyel tasarımlar olup, N sayıda deneyde, $k=N-1$ değişken olduğunda ve deney sayısı N 4 'ün katı olduğu durumlarda kullanılmaktadır. Bu tasarımlar, geometrik olmayan tasarımlar olarak adlandırılırlar. (Montgomery, 2005: 319)

Birden fazla faktörün yer aldığı denemelerde bu faktörler arasından önemli olanların belirlenmesi için bir taramaya ihtiyaç vardır. Bu tarama Plackett-Burman deneme düzeni olarak isimlendirilir (Montgomery,2000:170).

Plackett-Burman deneme düzeni dördün katları sayıda gözlem içermektedir (4,8,12, gibi). Plackett-Burman deneme düzenleri faktör sayısının gözlem sayısından 1 eksik oldukları deneme düzenleridir (Montgomery,1998:371).

Bu tasarımlar her biri α adet seviyeye sahip toplam N denemenin var olduğu

$$K = (N-1)/(\alpha-1) \text{ adet faktör sayılı tasarımlardır.}$$

Plackett-Burman tasarımlar, çözünürlük III tasarımlarının bir sınıfı olup, iki seviyeli faktöriyel tasarımlarda genellikle ana etkiler incelenmektedir. Çözünürlük III tasarımlarda, ana etkiler ikili etkileşimler ile etkileşimdedir. Eğer ikili etkileşimlerin etkisini ihmal etmeyi kabul ediyorsak, yalnızca PB tasarımları kullanmalıyız.

- Plackett Burman Tasarım Matrisinin Oluşturulması

Plackett Burman tasarımları, oluşum vektörü (generating vector) kullanılarak elde edilmektedir. Logothesis ve Wynn (1989)'da N=4'den 100'e kadar olan tasarımlar için oluşum vektörlerine yer verilmiştir (Şehirlioğlu,1997:18).

Deneme sayısı N'e göre belirlenen oluşum vektörü tasarım matrisinin birinci sütununu oluşturur. Sonra tasarım matrisinin sütunları bir aşağıya kaydırılır ve en son satırdaki değer ilk satıra yazılarak ikinci sütun elde edilmiş olur. Bu işlem N-2 defa tekrarlanarak, (N-1)x(N-1) boyutlu matris elde edilir ve son olarak -1'lerden oluşan satır en son satıra eklenerek tasarım matrisi elde edilmiş olur.

N=8 için 2 seviyeli Plackett Burman tasarımı için:

Oluşum vektörü: (1,1,1,-1,1,-1,-1)

$k=(8-1)/(2-1)$

Ve elde edilen tasarım matrisi:

Tablo 12: N=8 için 2 seviyeli Plackett-Burman Tasarımı

Sıralama	Plackett-Burman Deneme Düzeni						
	A	B	C	D	E	F	G
1	1	-1	-1	+1	-1	+1	+1
2	1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
3	1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
4	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
5	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1
6	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1
7	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1
8	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

Kaynak: Logothesis ve Wynn, 1989

4.3. TANIMLAYICI ELEME TASARIMLARI

Tanımlayıcı eleme tasarımları, sürekli veya iki seviyeli kategorik faktörlerin herhangi bir kombinasyonuna sahipseniz, faktör eleme için kullanılır. Bu tasarımlar özellikle aktif iki faktörlü etkileşimlerin varlığı araştırılıyorsa ya da sürekli bir faktörün tepkisi üzerindeki etkisinin bir grafiğinin güçlü bir eğrilik gösterebileceği düşünülüyorsa daha kullanışlıdır.

Tanımlayıcı eleme tasarımları küçük tipte tasarımlardır. Altı veya daha fazla faktör için, faktörlerin sadece iki katı kadar faktör bulunmaktadır.

Tanımlayıcı eleme tasarımları, çoğu zaman faktörlerden hangisinin deneyin çıktısı üzerinde etkisi olduğunu belirlemektedir. Özellikle, yanıt üzerinde güçlü doğrusal olmayan etkilere neden olan faktörleri tespit edip tanımlayabilirler.

Her bir sürekli faktörü üç seviyede yükselterek doğrusal olmayan etkilerin nedenlerini saptamaya yardımcı olurlar. Standart eleme tasarımlarında sürekli faktörlerin sadece iki düzeyi mevcuttur. Eleme tasarımlarına merkez noktaları eklenebilir, fakat bu noktalar yalnızca eğrilik varsa kurulabilir. Kuadratik etkilerden sorumlu faktörler aksi durumda belirlenemez.

İkinci derecedeki herhangi bir etki arasındaki karışıklığı önlerler. Sürekli faktörler için, tanımlayıcı eleme tasarımları birbirine dik ve iki-faktör etkileşimleri ve karesel etkiler için ortogonal ana etkilere sahiptir. İki faktörlü etkileşimler birbirleriyle tamamen karıştırılmaz. Karışıklık, benzer sayıda deney ile birçok standart eleme tasarımında ortaya çıkar.

Standart eleme tasarımlarının ilk sonuçlarındaki belirsizliği yok etmek için maliyetli ilave deney ihtiyacından kaçınırlar.

Tanımlayıcı eleme tasarımları çözünürlük IV tipindeki tasarımlardır. Çözünürlük IV tasarımında, ana etkiler için kullanılan terimler 2 seviyeli etkileşimlerle ilişkili değildir. Tanımlayıcı eleme tasarımlarında, 2 yönlü etkileşimler genellikle birbirleriyle ve karesel terimlerle kısmen karıştırılır, ancak yine de bazı 2 yönlü etkileşimleri tahmin edebilirsiniz. Karesel terimler, ana etkiler ile ilişkisizdir, bu nedenle bazı karesel terimleri tahmin edebilirsiniz. Çoğu durumda, denemede herhangi bir 3 faktörü içeren tüm 2 seviyeli etkileşimleri ve karesel terimleri tahmin edebilirsiniz.

Bir tanımlayıcı eleme tasarımı (DSD), nispeten küçük bir deneyde çok sayıda faktörün etkilerini incelememize olanak sağlar. Basit bir ifadeyle, DSD'ler standart eleme tasarımlarında (Plackett-Burman gibi) faktörlerin karışmasını önleyen ve doğrusal olmayan tepkileri de tespit edebilen bir plandır.

Tanımlayıcı eleme tasarımları, 2 seviyeli tasarımlarda bulunmayan çalışmaları içerir, karesel etkilerin tahmininde tanımlayıcı eleme tasarımlarını kullanabiliriz.

Karesel terimler yanıtta eğrilikten sorumludur. Kavisli bir ilişkiye örnek olarak, topraktaki azot miktarı ve bir bitkinin ürettiği meyve miktarı verilebilir. Doğru miktarda azotun eklenmesi meyve üretimini artırır, ancak çok fazla azotun eklenmesi meyve üretimini azaltır.

Tanımlayıcı eleme tasarımlarında, ana etkiler için kullanılan terimlerle karesel terimler ilişkisizdir.

Standart bir eleme tasarımı, yanıt üzerinde yalnızca doğrusal etkileri algılayabilir. Tanımlayıcı eleme tasarımı ise, model ana etkiler ve ikinci dereceden etkiler içerdiğinde ikinci dereceden (eğrisel) etkileri de tahmin edebilir.

Tanımlayıcı eleme tasarımlarının yanı sıra, yaygın olarak kullanılan eleme tasarım türleri Plackett-Burman tasarımları ve çözünürlük III kesirli faktoriyel tasarımlarıdır. Hem Plackett-Burman tasarımları hem de çözünürlük III kesirli faktoriyel tasarımları 2 seviyeli tasarımlardır. 2 seviyeli bir tasarımdan, herhangi bir karesel terim tahmin edilemez.

Plackett-Burman tasarımları ve kesirli faktoriyel tasarımları merkez noktaları içerebilir. Bununla birlikte, bu noktalara merkez noktalarının eklenmesi, tüm ikinci dereceden etkilerin bir arada olmasını sağlar. Orta noktalara sahip bir tasarımdan, en az 1 faktörün etkisinin çıktı ile eğrisel bir ilişkisi olup olmadığını değerlendirebilirsiniz. Ancak, karesel terimlerin hiçbirini birbirinden ayırt edemezsiniz. Tasarımda karesel terimleri dahil etmek için ekstra işlemler kullanmak istediğinizde tanımlayıcı eleme tasarımı kullanılmalıdır.

Faktörler (bağımsız değişkenlerin seviyeleri), başarılı bir DSD için ideal olarak aşağıdaki özelliklere sahip olmalıdır:

- Sürekli faktörler idealdir.
- Kategorik faktörler genelde tercih edilmez.
- En az altı faktörle başlayın. 4 veya 5 faktör için, 6 faktör için bir DSD oluşturun ve son iki sütunu dahil etmeyin.
- Her bireysel faktör, başka herhangi bir faktörle birleşebilmelidir. Herhangi bir kombinasyon mümkün değilse, tasarımın gücünü azaltır.
- Faktörler birbirinden bağımsız olmalıdır. Örneğin, biri artarsa, başka bir faktörün düşmesine neden olmamalıdır.

Geleneksel olarak, çözünürlük III ve IV kesirli faktöriyel tasarımları, erken aşamada eleme deneyi için yaygın olarak kullanılmaktadır.

Çözünürlük III'ün kesirli-faktöriyel eleme tasarımlarının istenmeyen bir özelliği (Box ve Hunter, 1961), faktörlerin temel etkilerini bir veya daha fazla iki faktörlü etkileşimle tamamen karıştırmalarıdır. Eğer karışık bir etki etkinse, deneyci önemli bir belirsizlik bırakmaktadır. Bu belirsizliği gidermek genellikle deneycinin ek deneysel çalışmalar yapmasını gerektirir.

Birkaç aktif iki faktörlü etkileşimin varlığından şüphelenmek için güçlü bir neden varsa, çözünürlük IV kesirli faktöriyel tasarımı standart bir alternatiftir. Bununla birlikte, bu tasarımlar III çözünürlüğünün iki katı kadar çalışma gerektiriyor ve yine sık sık önemli belirsizliklere yol açıyor.

Bir etkileşim kontrastının aktif olarak tanımlanması durumunda, deneycinin, karışık iki yönlü etkileşimler kümesindeki etkileşimlerin hangisinin aktif olduğunu kesin olarak tanımlaması mümkün değildir. Yine, aktif etkileri tanımlamak için takip çalışması gereklidir.

Çözünürlük III ve IV tasarımlarının bir başka sınırlaması, saf kuadratik etkiler nedeniyle eğriliği yakalama kabiliyetine sahip olmamalarıdır. Elbette, genel bir eğrilik değerlendirmesi elde etmek için iki aşamalı eleme tasarımlarına merkez noktaları eklemek gereklidir.

Yine de, bu çalışmalar, her bir faktörün ikinci dereceden etkilerinin ayrı ayrı tahminine izin vermemektedir.

4.3.1. Tanımlayıcı Eleme Tasarımının Özellikleri

- Gerekli olan tekrar sayısı, faktör sayısının sadece iki katından daha fazladır.
- Çözünürlük III tasarımların aksine, ana etkiler tamamen iki faktörlü etkileşimlerden bağımsızdır. Sonuç olarak, ana etkilerin tahminleri, etkileşimlerin modele dahil edilip edilmediğine bakılmaksızın, aktif iki faktörlü etkileşimlerin varlığında önyargılı değildir.
- Çözünürlük IV tasarımlarından farklı olarak, iki faktörlü etkileşimler, diğer iki faktörlü etkileşimlerle tamamen ilişkili değildir, ancak bunlar birbiriyle ilişkilendirilebilir.
- Eklenmiş merkez noktalara sahip III, IV ve V çözünürlüklerinin aksine, tüm kuadratik etkiler, herhangi bir sayıda doğrusal ve kuadratik ana etki teriminden oluşan modellerde tahmin edilebilir.
- Kuadratik etkiler, ana etkilere diktir ve etkileşim etkileriyle tamamen ilişkili değildir (ilişkili olsa da).
- 6 ile (en az) 12 faktörle, tasarımlar, çok yüksek istatistiksel verimlilik seviyelerine sahip üç veya daha az faktörü içeren tüm olası tam ikinci dereceden modelleri tahmin edebiliyor.

“Tanımlayıcı eleme tasarımı” terimini, yukarıdaki 1-5 arasındaki noktalardan dolayı kullanıyoruz. Bunlar, çözünürlük III ve IV faktoriyel tasarımlarının aksine, aktif ana etkilerin, aktif kuadratik etkilerin ve ılımlı etki düzeyinin varlığında, aktif iki yönlü etkileşimlerin net bir şekilde tanımlanmasına izin veren küçük tasarımlardır.

Bu tasarımların diğer bir pratik avantajı, üç seviyenin açıkça kullanılmasıdır. Mühendisler ve bilim adamları 2 nedenden ötürü iki seviyeli tasarımları kullanırken sık sık sorunla karşılaşmışlardır.

İlk olarak, istatistikçiler, her bir faktörün düşük ve yüksek değerleri arasında önemli bir aralık seçerek cesurca deney yapmalarını önerir. Ancak bilimsel eğitimleri, bağımsız ve bağımlı değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkinin, özellikle geniş bir aralıkta genellikle doğrusal olmadığı fikrine dayanır. Bu, iki seviyeli tasarımların kullanımı göz önüne alındığında bazı bilişsel uyumsuzluğa yol açmaktadır.

İkincisi, bir araştırmanın erken aşamalarında bile, araştırmacılar sık sık bir yanıtı optimize etmek için her bir faktörün “en iyi” seviyeleri hakkında bir fikre sahiptir.

DeneySEL bölgeleri daha sonra bu seviyeleri desteklemektedir. Tepki değerleri aralığın her iki ucunda karşılaştırılabilir ancak ortada farklıysa, iki seviyeli bir tasarımın önemli bir faktörü gösterebileceği endişesidir. Merkezin iki seviyeli bir tasarıma eklenmesi çok popüler bir işlemdir, çünkü eğrilik için bir teste izin verir. Bununla birlikte, önemli ölçüde eğrilik olması durumunda, araştırmacı hangi faktörlerin neden olduğunu belirleyemez ve belirsizliği gidermek için takip deneyleri yapmak zorunda kalacaktır. Tanımlayıcı eleme tasarımları ise, herhangi bir eğrilğin kaynağını benzersiz bir şekilde tanımlamayı mümkün kılarak bunu önler.

BEŞİNCİ BÖLÜM

OPTİMALİTE KRİTERLERİ

Deney tasarımı, optimal tasarımlar (veya optimum tasarımlar), bazı istatistiksel kriterler açısından optimal olan deneysel tasarımların bir sınıfıdır. Bu istatistik alanının oluşturulması Danimarkalı istatistikçi Kirstine Smith'e dayanmaktadır.

İstatistiksel modellerin tahmin edilmesine yönelik deneylerin tasarımı, optimal tasarımlar parametrelerin yanlılık olmadan ve minimum değişkenlikle tahmin edilmesini sağlar. Optimal olmayan bir tasarım, parametreleri optimal tasarımla aynı hassasiyetle tahmin etmek için daha fazla sayıda deneysel çalışma gerektirir. Pratik açıdan, optimal deneyler deney maliyetlerini azaltabilir.

Bir tasarımın iyiliği istatistiksel modele bağlıdır ve tahmin edicinin varyans matrisi ile ilgili olan istatistiksel bir kriter açısından değerlendirilir. Uygun bir model belirlemek ve uygun bir kriter fonksiyonu belirlemek hem istatistiksel teori hem de deney tasarımı ile pratik bilgilerin anlaşılmasını gerektirir.

Optimal tasarımlar, diğer deneysel tasarımlara göre 3 avantaj sunar:

- Optimal tasarımlar, istatistiksel modellerin daha az deneysel çalışma ile tahmin edilmesini sağlayarak deney maliyetlerini düşürür.
- Optimal tasarımlar, proses, karışım ve ayrık faktörler gibi birçok faktör tipini barındırabilir.
- Tasarım alanı kısıtlandığında, örneğin matematiksel işlem alanı pratik olarak olanaksız olan faktör ayarları içerdiğinde (örneğin güvenlik endişeleri nedeniyle) tasarımlar optimize edilebilir.

Tepki yüzey metodolojisindeki tasarım optimizasyon kriterlerinin çoğu, homojen varyanslı doğrusal modelin etrafında toplanmıştır. Bu, doğrusal modellerin uygun olduğu endüstriyel ortamlarda tasarım optimizasyonunun geniş bir biçimde kullanılmasına yol açmıştır (Myers ve Montgomery, 1995:445).

Bir optimalite kriteri bir tasarımın ne kadar iyi olduğunu gösteren bir kriterdir. En iyi tasarımla maksimize veya minimize edilir.

Genel anlamda optimal tasarım konusunda yapılan şey, x matrisinin elemanlarının bir fonksiyonunu alıp, bu fonksiyon minimum olacak şekilde x

matrisini seçmektir. Minimize edilecek olan fonksiyon bazen istatistiksel sonuç çıkarımdaki iyilik ölçütünün kendisidir.

Tasarım kriterleri genellikle alfabetik optimallik kriterleri olarak adlandırılır, çünkü harflerle tanımlanmıştır. Bu alfabetik kriterlerin her biri, süreç için belirli bir özellik sağlayan, kendisiyle ilişkili deneysel bir hedefe sahiptir.

Regresyon modelleri için tasarım optimizasyonu Kiefer ve Wolfowitz (1959) D ve E tasarım kriterleri ile başlamış, bu araştırmalar A, F, G ve Q gibi diğer optimallik kriterlerinin gelişmesine yol açmıştır.

Optimal tasarım problemlerinden bir kaç tanesini kısaca ifade edecek olursak:

1) $\underline{\beta}$ vektörünün $\underline{\hat{\beta}}$ tahmin edicisinin hata kareleri ortalaması

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\underline{\hat{\beta}}) &= E \left(\underline{\hat{\beta}} - \underline{\beta} \right)^T \left(\underline{\hat{\beta}} - \underline{\beta} \right) \\ &= \sigma_e^2 \text{tr}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \end{aligned}$$

Olmak üzere,

$$\text{tr}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$$

fonksiyonunu minimize eden $\mathbf{X}$ matrisi,

$\text{MSE}(\underline{\hat{\beta}})$ yı da minimize edecektir. Bu koşula A-Optimalite denilir.

2) $\underline{\hat{\beta}}$ tahmin edicisinin genelleştirilmiş varyansı olarak nitelendirilen

$$\det(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$$

Değerinin minimizasyonu başka bir optimal tasarım problemidir.

Buna D-Optimalite denilir.

3)

$$\max \lambda_{\min}(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) = \min \lambda_{\max}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$$

şeklindedir.

Bu üç tasarım problemi genel olarak aynı optimal $\mathbf{X}$ matrisi ile sonuçlanmamaktadır. Ancak model basit doğrusal model olduğunda bu her üç optimal tasarım problemi de aynı sonucu vermektedir.

5.1. KRİTER TÜRLERİ

Genel anlamda 2 tane optimalite kriteri bulunmaktadır.

- Bilgiye dayalı kriterler (information-based criteria)
- Uzaklığa dayalı kriterler (distance-based criteria)

Doğrudan mevcut olan bilgi tabanlı optimallik kriterleri A ve D optimalliktir. A ve D optimalite kriterleri tasarım için bilgi matrisi ($X^T X$) ile ilgilidir. $X^T X$ bilgi matrisi çok önemlidir. Çünkü modelin doğrusal parametrelerinin EKK tahminleri için varyans-kovaryans matrisinin tersi ile orantılıdır.

Yani, iyi bir tasarım $X^T X$ matrisini maksimize etmelidir.

Yani tasarımın varyansı $(X^T X)^{-1}$ matrisini minimize etmelidir (Triefenbach,2008:15).

A ve D optimallik kriterleri ise $(X^T X)$ veya $(X^T X)^{-1}$ matrisinin ne kadar büyük olduğunu söylemenin farklı yollarıdır.

Uzaklığa dayalı kriterler için ise tasarımlar p-boyutlu Öklid uzayında bir nokta bulutu içerir ve p modeldeki tasarım sayısıdır. Amaç, bu bulutun tüm bulutu olabildiğince homojen olarak (U-optimallik) ya da mümkün olduğu kadar geniş bir şekilde (S-optimallik) kapsayan bir alt kümesini seçmektir.

5.1.1. A Optimalite

Optimal tasarım için bir başka kriter, Chernoff (1953) tarafından geliştirilen A optimalite kriteridir.

A-optimallik, model için tahmin edilen parametrelerin varyanslarının toplamına dayanır. Bu da, $(X^T X)^{-1}$ matrisinin diyagonal elemanlarının veya izinin toplamı ile aynıdır.

$$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = \sum_{i=1}^p c_{ii}$$

Determinant gibi, A-optimallik kriteri de $(X^T X)^{-1}$ boyutunun genel bir ölçüsüdür.

A-optimallik bilgisayar destekli optimal tasarımı için bir kriter olarak D-optimallikten daha az kullanılmaktadır.

A-optimallik tasarım matrisinin tekil olmayan bir şekilde yeniden kodlanması için değişmez değildir. Farklı tasarımlar, farklı kodlamalarla elde edilir.

A-optimallik kriteri, model katsayısı tahminlerinin kovaryans matrisinin izini minimuma indirir. İz, bir matrisin ana çapraz elemanlarının toplamıdır.

A-optimal tasarım, regresyon katsayılarının varyanslarının toplamını en aza indirir.

A Optimalite:

$$\min_{x_i=1,..,n} \text{trace}(X^T X)^{-1}$$

(Tiefenbach,2008:16).

5.1.2. D Optimalite

D-optimal tasarım, tüm olası deneylerin en iyi alt kümesini içeren bilgisayar destekli bir tasarımdır. Seçilen kritere ve verilen sayıda tasarım çalışmasına bağlı olarak en iyi tasarım bir seçim süreci ile oluşturulur.

Bu tür bilgisayar destekli tasarımlar, özellikle klasik tasarımlar uygulanamadığında oldukça yararlıdır. D-optimal tasarımlar, kaynaklar sınırlı olduğunda ya da faktör ayarlarında kısıtlamalar olduğunda çok faydalıdır.

Dizayn matrisi teorik ve pratik olarak mümkün olan her şeyi içeren bir matristir, her satır bir deneyi, her bir sütun ise bir değişkeni temsil eder. Faktöriyel tasarımlar ya da kesirli faktöriyel gibi klasik tasarımların aksine D-optimal tasarım matrisleri genellikle ortogonal değildir ve etki taminleri birbiriyle ilişkilidir.

Standart klasik tasarımlar yerine D-optimal tasarımları kullanmanın nedenleri genellikle iki kategoriye ayrılır:

Standart faktöriyel veya kesirli faktöriyel tasarımlar, deneme için çok fazla zaman ve kaynak gerektirir.

Tasarım alanı sınırlıdır (işlem alanı mümkün olmayan veya çalıştırılması imkansız olan faktör ayarlarını içerir).

D optimallik kriteri modele ait doğrusal parametrelerin EKK tahminleri için varyans kovaryans matrisinin tersi ile aynı olan tasarım için bilgi matrisi ($X^T X$) in determinantına dayanır.

$$\text{Det}(X^T X) = 1/\det((X^T X)^{-1})$$

D optimallik determinant gibi, $(X^T X)^{-1}$ boyutunun da genel bir ölçüsüdür (Triefenbach, 2008:16).

D-optimallik bilgisayarla üretilen optimal tasarımlar için en yaygın kriterdir.

D-Optimallik Kriterinin Özellikleri:

$\text{Det}(X^T X)$ modelin doğrusal parametrelerinin EKK tahminleri için $100(1-\alpha)\%$ güven aralığının boyutu ile ters orantılıdır (Das, 2002:3).

$\det(X^T X)^{1/p}$, $X^T X$ 'in özdeğerlerinin geometrik ortalamasına eşittir. D optimal tasarım, tasarım matrisinin yeniden elde edilebilmesi için değişmezdir.

$$\begin{aligned}\det(X^T X) &= \det(A^T X^T X A) \\ &= \det(A^T A) \det(X^T X) \\ &= \det(A^2) \det(X^T X)\end{aligned}$$

5.1.3. E-Optimalite

E optimalite kriteri ilk olarak Ehrenfeld (1955) tarafından bulunmuş, Heiligers (1996) ile polinom regresyon tasarımlarında geliştirilmiştir. İki parametrelili model sınıfları için E optimal tasarımların uygulanması ise Dette ve Haines (1994) tarafından sunulmuştur.

E Optimalite Kriteri:

$$\max \lambda_{\min}(X^T X) = \min \lambda_{\max}(X^T X)^{-1}$$

E-Optimalite kriterinin amacı, parametre tahminlerinin tüm olası normalize edilmiş doğrusal kombinasyonlarının maksimum varyasyonunu en aza indirmektir.

E optimalite kriteri, en kolay anlatımıyla $(X^T X)^{-1}$ matrisinin minimum özdeğerini maksimize eden kriterdir. (Das, 2002:4).

5.2. ELEME TASARIMLARININ OPTİMALİTE KRİTERLERİ ÜZERİNDEN KARŞILAŞTIRILMASI

Bu bölümde istatistiksel eleme yöntemi olarak kullanılan tasarımların optimalite kriterleri üzerinden karşılaştırılmasına yönelik bir uygulama açıklanacaktır.

İstatistiksel eleme yöntemi olarak en çok kullanılan tasarım yöntemleri 2 seviyeli faktöriyel tasarımlar (Kararlılık III ve kararlılık IV tasarımları), Plackett-Burman tasarımları ve tanımlayıcı eleme tasarımlarıdır.

5.2.1. Literatür Araştırması

İstatistiksel eleme tasarımları üzerine literatürde çok fazla sayıda kaynak yer almaktadır. Bugüne kadar yapılan çalışmalar incelendiğinde O. Kempthorne R. H. Myers, J. S. Hunter, ve G. E.P. Box, F. Yates, R.C. Bose, W. G. Cochran, gibi isimlerin deney tasarım yöntemleri ve teknikleri üzerine teorileri göze çarpmaktadır.

1940'lı yıllarda Sir George Box, istatistiksel metotlardan biri olan proses optimizasyonu üzerindeki çalışmaları esnasında çıktı yüzey metodolojisini geliştirmiştir.

1946 yılında Plackett ve Burman kendi isimleri ile adlandırılan Plackett-Burman tasarım tipini geliştirmişlerdir. Bu deney tasarım metodunda, ana etkiler göz önüne alınmış ve etkileşim etkileri ihmal edilmiştir.

Fisher'in 1960 yılında yayınladığı "Deney Tasarımları" adındaki kitabı deney tasarım yöntemlerine giriş niteliğinde önemli bir kaynaktır.

Box ve Hunter'ın Deneyciler için İstatistik adını verdiği 1978 yılındaki eseri bu konuda çalışmaların başlangıcı niteliğindedir.

Ayrıca optimal tasarımlar için ortogonal dizinleri geliştiren ve özellikle Japonya sanayisindeki başarılarıyla dikkatleri üzerine çeken Genichi Taguchi'nin 1987 yılında yayınladığı kitabı ortogonal dizinlerin elde edilmesi, Taguchi tipi tasarımların kaynağı olmuştur. Yine Roy'un 2001deki çalışması Taguchi yaklaşımının ürün ve süreç geliştirmedeki uygulamasına yöneliktir.

Aynı zamanda literatürde Montgomery, Box gibi isimlerin faktöriyel tasarımları, eleme yöntemleri üzerine yaptığı çalışmalar istatistiksel deney tasarımı üzerine önemli bir kaynak oluşturmıştır.

Montgomery (1991) deney tasarımında tek faktörlü faktöriyel tasarımların uygulanması ve varyans hesaplaması üzerine bir çalışma yapmıştır.

Yang ve arkadaşları (1998), Taguchi yönteminin tasarım optimizasyonunda kullanıma yönelik bir çalışma yapmışlardır.

Wu ve arkadaşlarının 2002 yılındaki çalışması ise faktör sayısının fazla olduğu durumlarda Taguchi yöntemi ile deney optimizasyonuna yönelik önemlidir.

Silva 2013’de Deney Tasarımına giriş ve uygulamalarına örnek nitelikte bir kitap kaleme almıştır.

İlerleyen yıllarda ise Jack Keifer tarafından optimal tasarım metodu ortaya konulmuştur. En iyi tasarımın seçilebilmesi için gerekli olan optimalite kriterleri üzerine yapılan çalışmalara bakıldığında Kiefer’in ‘‘Optimum Tasarımlar’’ adındaki çalışması yol gösterici niteliktedir.

Yine aynı şekilde Pukelsheim’in optimal tasarımlar üzerine kaleme aldığı çalışması optimal tasarımlara bir bakış ve optimalite kriterlerinin detaylı irdelenmesi niteliğindedir.

Das’ın (2002) Optimalite Kriterine Giriş ve Optimal Blok Tasarımı adını verdiği çalışması yine optimal tasarımların elde edilmesine yönelik önemli bir eserdir.

Mason ve arkadaşları (2003) istatistiksel deney tasarımı ve uygulaması üzerine önemli bir çalışma ortaya atmıştır. Mühendislik ve bilimde faktöriyel tasarımların uygulanmasına yönelik bir araştırma yapmışlardır.

F, Triefenbach’in 2008 yılında kaleme aldığı ‘D Optimalite Yaklaşımı’ optimal tasarımın belirlenmesi için önemli bir kaynaktır ve bilgisayar uygulaması ile D optimallik kriterini ele almıştır.

İstatistiksel deney tasarımı ile ilgili literatürde ayrıca pek çok Türkçe yazılmış kaynaklar da mevcuttur. Örneğin, Şirvancı’nın 1997 yılında yayınladığı ‘Kalite İçin Deney Tasarımı’ kitabında Taguchi yaklaşımını ele almıştır. Benzer

olarak Birdal Şenoğlu'nun 'İstatistiksel Deney Tasarımı' adını verdiği kitabı bu alanda referans kaynak niteliğindedir.

Kannan ve arkadaşları (2008), 2^{7-3} kesirli faktöriyel deney optimizasyonu yapmışlardır. Bu çalışma, faktör sayısının fazla olması açısından önemli bir yer teşkil etmektedir.

Yang ve arkadaşları (2009), çok seviyeli faktörler için bölünmüş parsel kesirli faktöriyel deney tasarımı üzerinde çalışmışlardır.

Gunst ve Mason (2009), çalışmalarını kesirli faktöriyel deneyler üzerinde yapmış olup, hedefe ulaşmak için kaynakların ekonomik kullanımı ile kritik faktörlerin belirlenmesi konusuna ağırlık vermişlerdir.

Bell ve arkadaşları (2006), fazla sayıda faktör kullanarak yapılan bir Plackett Burman deney tasarımı olması açısından önemlidir. Toplam on dokuz faktörün yüksek ve düşük düzeyli etkilerini araştırmak üzere Plackett Burman tasarımı uygulamışlardır.

5.2.2. Uygulama

Uygulamada tasarım matrislerinin elde edilmesinde Minitab 19 programından yararlanılmıştır.

Minitab 19 programında; Home → Stat → DOE komutu takip edilerek tasarım matrisleri elde edilmiştir.

Tasarım matrisleri elde edildikten sonra optimalite kriterlerinin elde edilebilmesi için $(X^T X)$ ve $(X^T X)^{-1}$ matrisinin tersinin elde edilmesi gerekmektedir. Bu değerlerin hesaplanmasında yine Minitab19 ve Microsoft Office Excel programından yararlanılmıştır.

Elde edilen tasarım matrisleri, $(X^T X)$ ve $(X^T X)^{-1}$ matrisleri EK-1'de verilmiştir. Tasarım matrislerinin Minitab çıktıları ise EK-2'de gösterilmiştir.

Bu uygulama faktör sayısının 3,7,9,12 ve 15 olduğu durumlar için yapılmıştır.

Yani faktör sayısına k denilirse,

$k = 3, 7, 9, 12$ ve 15 ele alınmıştır.

Her bir faktör sayısı için elde edilen $(X^T X)$ ve $(X^T X)^{-1}$ matrislerine göre optimalite kriterleri hesaplanmıştır. Sonuçlar Tablo 13’de özetlenmiştir.

A Optimalite kriteri parametrelerin varyansının toplamına dayanmaktadır ve bu da $(X^T X)^{-1}$ matrisinin izi ile aynı ifadedir. A Optimalite kriteri $(X^T X)^{-1}$ matrisinin izini minimuma indirir. Her bir faktör sayısı için önce Minitab 19 programı aracılığıyla tasarım matrisi elde edilmiştir ve $\text{trace}(X^T X)^{-1}$ değeri hesaplanmıştır. Bir matrisin izi matrisin köşegen elemanlarının toplamına eşittir.

Faktör sayısı 3, 7 ve 9 iken, minimum $\text{trace}(X^T X)^{-1}$ değeri Plackett-Burman tasarım tipindedir. Yani faktör sayısı 3, 7 veya 9 ise Plackett-Burman Tasarımı A-Optimaldir.

K faktör sayısı 12 veya 15 iken, 2 Seviyeli kesirli faktöriyel tasarım A-Optimaldir.

D Optimalite kriteri ise determinantın bir ölçüsüdür. D optimalite $(X^T X)$ matrisinin determinantına dayanır. Elde edilen determinant değerleri tablo 13’de gösterilmektedir.

Faktör sayısı 3 iken, 2 seviyeli kesirli faktöriyel tasarım D-Optimaldir. Faktör sayısı 7 iken, taguchi tipi tasarım yani L8 ortogonal dizin D Optimaldir. Faktör sayısının arttığı durumlara bakıldığında, k=9 iken kararlılık 3 tipindeki 2 seviyeli kesirli faktöriyel tasarımın D-Optimal olduğu görülmektedir. Faktör sayısı 12 veya 15 iken ise Plackett-Burman tasarımı D-Optimaldir.

E optimalite kriteri ise $(X^T X)$ matrisinin minimum özdeğeridir. Uygulamada $(X^T X)$ matrisinin köşegen elemanı üzerinde yer alan değer özdeğer olmaktadır. Özvektörler ise 1’lerden oluşan matristir.

Faktör sayısı 3, 7 ve 9 iken, $(X^T X)$ matrisinin minimum özdeğeri 2 seviyeli faktöriyel tasarımıdır. Bu durumda 2 seviyeli faktöriyel tasarım E-Optimaldir. Faktör sayısının arttığı durumlara bakıldığında ise, yani k=12 veya k=15 iken tanımlayıcı eleme tasarımının minimum özdeğere sahip olduğu bulunmuştur. Yani faktör sayısının büyüdüğü durumlarda tanımlayıcı eleme tasarımı E-Optimaldir.

Tablo 13: Eleme Tasarımlarının Optimalite Kriterleri Üzerinden Karşılaştırılması

<i>Plackett-Burman Tasarımı</i>			
Faktör Sayısı (k)	A Optimalite	D Optimalite	E Optimalite
3	0,25	1,73E+03	12
7	0,35	1,28E+09	20
9	0,38	2,64E+12	24
12	0,43	2,32E+17	28
15	0,42	2,21E+23	36
<i>2 Seviyeli Faktöriyel Tasarım</i>			
Faktör Sayısı (k)	A Optimalite	D Optimalite	E Optimalite
3	0,75	6,40E+01	4
7	0,88	2,10E+06	8
9	0,57	6,87E+10	16
12	0,38	1,15E+18	32
15	0,24	1,24E+27	64
<i>Tanımlayıcı Eleme Tasarımı</i>			
Faktör Sayısı (k)	A Optimalite	D Optimalite	E Optimalite
3	0,30	1,00E+03	10
7	0,50	1,05E+08	14
9	0,51	1,98E+11	18
12	0,55	1,43E+22	22
15	0,50	1,43E+22	30
<i>Taguchi Tipi Tasarım</i>			
Faktör Sayısı (k)	A Optimalite	D Optimalite	E Optimalite
3	2,04	2,80E+01	10
7	3,01	8,19E+03	20
9	2,70	1,61E+06	30
12	2,76	1,83E+09	40
15	3,45	1,47E+11	40

SONUÇ

Deney tasarımı yöntemi, ürün kalitesini arttırmak için endüstriler tarafından yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu teknik yardımı ile çeşitli değişkenlerin etkisi verimli bir şekilde iyileştirilebilir. Deneyin amacı karşılaştırma yapmaktır.

Deney tasarımı planlanırken, farklı faktörlerin etkileri ve daha sonra her bir faktörün etkisi için en iyi model belirlenir. Bunun arkasındaki amaç, ürün performansındaki farklılığı azaltma ihtiyacının farkındalığını arttırmak ve düşük maliyet ve düşük çevrim süresinde minimum değişkenlikle sürekli yüksek kalitede ürünlerin üretimi ile sonuçlanan süreç optimizasyonuna yönelik kapsamlı ve sistematik bir yaklaşım sunmaktır.

Bu doğrultuda, bu tez çalışmasının ilk bölümünde istatistiksel deney tasarımının literatürde yer alan farklı tanımları, tarihsel süreç içindeki çıkış noktası ve gelişimi, deney tasarımının dayandığı temel ilkeler, ana kullanım alanları, uygulandığı sektörler ve uygulanma sürecine dair bilgilere geniş bir yer verilmiştir.

İkinci bölümde, istatistiksel deney tasarımlarından faktöriyel tasarımlara giriş yapılmıştır. İlk olarak birinci derece modellerin uyumunda kullanılan faktöriyel tasarımlara değinilmiştir. Birinci derece modellerin uyumunda kullanılan tasarımlardan, tam faktöriyel tasarımlara ve kesirli faktöriyel tasarımlara yer verilmiştir. Yine bu bölümde sırasıyla ikinci derece modellerin uyumunda kullanılan tasarım tiplerinden olan 3 faktörlü tasarım, Box Behnken tipi tasarım ve merkezi birleşik tasarım tipleri açıklanmıştır.

Taguchi yöntemleri uygun maliyetli olarak tasarlanmıştır. Taguchi tasarımları, bir ürünün performansını, müşterinin kullanım koşullarındaki değişkenliğini azaltarak iyileştirme yöntemidir. Uluslararası rekabeti karşılamak için kalite, ürün tasarım aşamasından başlamalı ve ayrıca satış sonrası hizmete de taşınmalıdır. Süreç optimizasyonu ile elde edilen kalitenin dünya pazarında rekabetçi bir pozisyon kazanma ve sürdürmede maliyet etkin olduğu bulunmuştur. Taguchi'nin kalite mühendisliği methodu ise tüm bu süreçleri kapsamaktadır.

Taguchi tipi tasarımlara üçüncü bölümde değinilmiştir. Bu bölümde Taguchi tipi tasarımlardan Latin Kare tasarımlar, Greko Latin Kare tasarımlar ve Taguchi'nin ortogonal dizinlerinin elde edilişi bu bölümün konu başlıklarıdır. Bu bölümde Taguchinin ortogonal dizinlerinin Latin Kareler aracılığıyla elde edilmesi de detaylı olarak anlatılmıştır. Bu uygulamada ise Taguchi'nin 2 seviyeli ortogonal dizinlerinden (L_4, L_8, L_{12}, L_{16}) yararlanılmıştır.

Bir denemede başarı şansını en üst düzeye çıkarmak için, iyi bir deneysel tasarıma ihtiyaç vardır. Ancak, benzersiz kısıtlamaların varlığı, deney senaryosunun klasik bir tasarıma eşlenmesini önleyebilir. Bu gibi durumlarda, optimal tasarım kullanılabilir. Optimal tasarım, klasik tasarıma çekici bir alternatif sunan güçlü ve genel amaçlı bir araç ve standart dışı koşullar altında yüksek kaliteli, istatistiksel olarak topraklanmış tasarımlar elde etmek için bir çerçeve sunar. Kısıtlamaları esnek bir şekilde karşılayabilir, istatistiksel ilgi miktarlarıyla bağlantılıdır ve çoğu zaman sezgisel klasik tasarımları taklit eder.

Optimal tasarım, tipik olarak tasarımın varyansı veya diğer istatistiksel olarak alakalı özellikleriyle ilgili olan sayısal bir kriteri optimize eder ve giriş sayısını, faktör sayısını ve olası seviyelerini, blok yapısını (varsa) ve hipotezleştirilmiş formunu girdi olarak kullanır. Tepki ve faktörler arasındaki ilişkidir.

En yaygın kullanılan optimalite kriterleri, A optimalite, D optimalite ve E optimalite kriteridir. Bu çalışmanın da dördüncü bölümünde, optimal tasarımı seçmek için kullanılan optimalite kriterleri açıklanmıştır. Optimalite kriterlerinden A optimalite, D Optimalite ve E-Optimalite kriterleri ele alınmış, bunların dayandığı temel formülasyonlar denklemler yolu ile karşılaştırılmalı olarak açıklanmıştır.

Son bölümde ise eleme tasarımlarının optimalite kriterleri üzerinden karşılaştırılması amacıyla bir uygulama eklenmiştir. Bu çalışmada değinilen eleme tasarımları 2 seviyeli faktöriyel tasarımlar, Plackett-Burman tasarımları, tanımlayıcı eleme tasarımları ve 2 seviyeli Taguchi ortogonal dizinleridir. Uygulama teorik anlamda yapılmıştır.

Eleme tasarımları genel olarak faktör sayısının fazla olduğu durumlarda kullanılsa da optimalite kriterlerinin faktör sayısı arttıkça değişimini göstermek

amacıyla k faktör sayısı 3'den başlatılmıştır. Uygulama faktör sayısının 3,7,9,12 ve 15 olduğu tasarımlar için yapılmıştır.

Her bir tasarım matrisinin elde edilışinde Minitab19 programından yararlanılmıştır. Tasarım matrisleri elde edildikten sonra $(X^T X)$ ve $(X^T X)^{-1}$ matrisleri elde edilmiştir.

Optimalite kriterlerine göre değerdendirme yapabilmek amacıyla bazı matematiksel matris hesaplarına ihtiyaç vardır. Uygulamada bu hesaplamalar için Minitab 19 ve Excel programından faydalanılmıştır. Bir tasarımın optimalite yönünden değerdendirilmesi için birçok optimalite kriteri mevcuttur. Bu çalışmada A, D ve E optimalite kriterleri üzerinde durulmuştur.

Özetlemek gerekirse; A optimalite kriteri $(X^T X)^{-1}$ matrisinin izine dayanmaktadır.

D optimalite kriteri, $(X^T X)$ matrisinin determinantı hesaplanarak elde edilir.

E optimalite kriteri ise $(X^T X)$ matrisinin minimum özdeğeriştir.

Uygulamada ele alınan her bir farklı faktör sayıları için oluşturulan tasarım matrislerinin optimalite değerdeleri elde edilmiş ve sonuçlar yorumlanmıştır. Sonuçları özetlemek gerekirse; k faktör sayısının büyük olduğu durumlarda 2 seviyeli faktöriyel tasarımların ve tanımlayıcı eleme tasarımlarının daha kullanışlı olduğu görölmektedir.

KAYNAKÇA

Antony, J. (2014). *Design of Experiments for Engineers and Scientists*. Elsevier Elsevier Science, Technology Books.

Antony, J. (2014). *Design of Experiments for Engineers and Scientists*. Elsevier.

Box, G. E., Draper, N. R. (1987). *Empirical Model-Building and Response Surfaces*. John Wiley & Sons.

Box, G. E., Hunter, W. G. Ve Hunter, J. S. (1978). *Statistics for Experimenters*.

Breyfogle III, F. W. (2003). *Implementing Six Sigma: Smarter Solutions Using Statistical Methods*. John Wiley & Sons.

Cochran, W. G. (1957). *Analysis of Covariance: Its Nature and Uses*. Biometrics, 13(3), 261-281.

Das, A. (2002, November). An Introduction to Optimality Criteria and Some Results on Optimal Block Design. In *Design Workshop Lecture Notes* (pp. 1-21).

Dean, A. G., Melish, M. E., Hicks, R., Palumbo, N. E. (1982). An Epidemic of Kawasaki Syndrome in Hawaii. *The Journal of Pediatrics*, 100(4), 552-557.

Demir, L. (2004). *İstatistiksel Deney Tasarımı Yöntemi ve Bir Tekstil İşletmesinde Uygulanması* (Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü).

Dey, A. (1985). *Orthogonal Fractional Factorial Designs*. Wiley.

Durakovic, B. (2017). Design of Experiments Application, Concepts, Examples: State of The Art. *Periodicals of Engineering and Natural Sciences*, 5(3).

Efendioğlu, D. (2013). *PEM Yakıt Hücresi Performansının Deney Tasarımı Kullanılarak Optimizasyonu*.(Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi)

Eriksson, L., Johansson, E., Kettaneh-Wold, N., Wikström, C., ve Wold, S. (2000). Design of Experiments. *Principles and Applications*, Learn ways AB, Stockholm.

Esbensen, K. H., Guyot, D., Westad, F., ve Houmoller, L. P. (2002). *Multivariate Data Analysis: In Practice: An Introduction to Multivariate Data Analysis and Experimental Design*. Multivariate Data Analysis.

Gökçe, B., Taşgetiren, S. (2009). *Kalite İçin Deney Tasarımı*. Makine Teknolojileri Elektronik Dergisi, 6(1), 71-83.

Güral, G. (2003). Gazaltı Kaynağında Proses Parametrelerinin Optimizasyonu. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi), *Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Anabilim Dalı, İzmir*.

Hinkelmann, K., Kempthorne, O. (2005). *Advanced experimental design*. Wiley-Interscience.

İç, Y. T. ve Yildirim, S. (2012). *Çok Kriterli Karar Verme Yöntemleriyle Birlikte Taguchi Yöntemini Kullanarak Bir Ürünün Tasarımının Geliştirilmesi*. Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi, 27(2).

Kacker, R. N., Tsui, K. L. (1990). *Interaction graphs: graphical aids for planning experiments*. Journal of Quality Technology, 22(1), 1-14.

Karakoç, Ö. (2006). *Deneylerin Faktöriyel Tasarımı*.(Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi); Marmara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Kempthorne, O. (1952). *The Design and Analysis of Experiments*.

Kuehl, R. O. (2000). *Designs of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis*. Duxbury Press.

Lazic, L., Velasevic, D. (2004). Applying Simulation and Design of Experiments to the Embedded Software Testing Process. *Software Testing, Verification and Reliability*, 14(4), 257-282.

Lazic, Z. R. (2006). *Design of Experiments in Chemical Engineering: A practical Guide*. John Wiley & Sons.

Lee, W. (1975). *Experimental Design and Analysis*.

Mason, R. L., Gunst, R. F., Hess, J. L. (2003). *Statistical Design and Analysis of Experiments: with Applications to Engineering and Science* (Vol. 474). John Wiley & Sons.

Mead, R., Gilmour, S. G., Mead, A. (2012). *Statistical Principles for the Design of Experiments: Applications to Real Experiments* (Vol. 36). Cambridge University Press.

Montgomery, D. C. (1991). Experiments with a Single Factor: The Analysis of Variance. *Design and Analysis of Experiments*, 75-77.

Montgomery, D. C. (2001). *Design and Analysis of Experiments*. ed. John Wiley & Sons, 52, 218-286

Montgomery, D. C. (2007). *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley & Sons.

Montgomery, D. C. (2017). *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons.

Montgomery, D. C., Myers, R. H. (1995). Response Surface Methodology. *Design and Analysis of Experiments*, 445-474.

Nair, V. N., Abraham, B., MacKay, J., Box, G., Kacker, R. N., Lorenzen, T. J., Phadke, M. S. (1992). Taguchi's Parameter Design: A Panel Discussion. *Technometrics*, 34(2), 127-161.

Özensoy, E. (1982). *Teknolojik ve Bilimsel Araştırmalarda Modern Deney Tasarımcılığı ve Optimizasyon Yöntemleri*. Maden Tetkik ve Arama Enstitüsü.

Propst, C. L., Perun, T. J. (Eds.). (1989). *Computer-Aided Drug Design: Methods and Applications*. Marcel Dekker.

Rahman, Z., Talib, F. (2008). A Study of Optimization of Process By Using Taguchi's Parameter Design Approach. *Icfai Journal of Operations Management*, 6-17.

Robinson, T. J., Anderson-Cook, C. M. (2010). A Closer Look at D-optimality For Screening Designs. *Quality Engineering*, 23(1), 1-14.

Roy, R. K. (2001). *Design of Experiments Using the Taguchi Approach: 16 Steps to Product and Process Improvement*. John Wiley & Sons.

Roy, R. K. (2010). *A Primer on the Taguchi Method*. Society of Manufacturing Engineers.

Savaşkan, M., Taptık, Y., Ürgen, M. (2010). *Deney Tasarımı Yöntemi ile Matkap Uçlarında Performans Optimizasyonu*. İTÜDERGİSİ/d, 3(6).

Silva, M. B. (Ed.). (2013). *Design of Experiments: Applications*. Bod-Books on Demand.

Şehirlioğlu, A. K. (1997). *Ürün ve Süreç Kalitesini İyileştirmede Kullanılan İstatistiksel Modelleme Teknikleri Üzerine Bir Araştırma*. (Doktora Tezi)

Şenoğlu, B. ve Acıtaş, Ş. (2011). *İstatistiksel Deney Tasarımı: Sabit Etkili Modeller*. Nobel.

Şirvancı, M. (1997). *Kalite İçin Deney Tasarımı" Taguchi Yaklaşımı"*. Literatür.

Taguchi, G. (1987). *System of Experimental Design; Engineering Methods to Optimize Quality and Minimize Costs* (No. 04; QA279, T3.).

Triefenbach, F. (2008). *Design of Experiments: The D-optimal Approach and Its Implementation As a Computer Algorithm*. Bachelor's Thesis in Information and Communication Technology.

Uslu, T. (2007). *Faktöriyel Tasarım ve Süreç Optimizasyonu*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi); Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.

Wu, F. C. (2002). *Optimisation of Multiple Quality Characteristics Based on Percentage Reduction of Taguchi's Quality Loss*. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 20(10), 749-753.

Yang, W. P., Tarng, Y. S. (1998). *Design optimization of cutting parameters for turning operations based on the Taguchi method*. *Journal of materials processing technology*, 84(1-3), 122-129



EKLER

Ekler 1: Tasarım Matrisleri

Plackett Burman Tasarım

K=3 için:

Tasarım Matrisi:

-1	1	1
1	-1	1
-1	-1	-1
1	-1	1
-1	-1	-1
-1	1	-1
1	-1	-1
-1	1	1
1	1	-1
-1	-1	1
1	1	1
1	1	-1

$(X^T X)$ Matrisi:

12	0	0
0	12	0
0	0	12

$$\text{Det}(X^T X) = 1,73E+03$$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,083	0	0
0	0,083	0
0	0	0,083

$$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,25$$

Min özdeğer: 12

K=7 için:

Tasarım Matrisi:

1	1	-1	-1	-1	-1	1
-1	1	-1	1	1	1	1
1	-1	1	1	1	1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	-1	-1	1	1	-1
-1	1	1	1	1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	-1	1
-1	-1	-1	-1	1	-1	1
1	1	1	-1	-1	1	1
1	1	1	1	-1	-1	1
-1	1	1	-1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	1	-1	1	1
1	1	-1	1	1	-1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	1	1
-1	1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	1	-1	1	-1	1
-1	1	-1	1	-1	1	1

$(X^T X)$ Matrisi:

20	0	0	0	0	0	0
0	20	0	0	0	0	0
0	0	20	0	0	0	0
0	0	0	20	0	0	0
0	0	0	0	20	0	0
0	0	0	0	0	20	0
0	0	0	0	0	0	20

Det $(X^T X) = 1,28E+09$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,05	0	0	0	0	0	0
0	0,05	0	0	0	0	0
0	0	0,05	0	0	0	0
0	0	0	0,05	0	0	0
0	0	0	0	0,05	0	0
0	0	0	0	0	0,05	0
0	0	0	0	0	0	0,05

$$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,35$$

Min özdeğer:20

K=9 için:

Tasarım Matrisi:

-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1
1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1
-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	1	1	1
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1
-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1
-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1
-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1
1	-1	1	-1	1	1	1	1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1
1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1

$(X^T X)$ Matrisi:

24	0	0	0	0	0	0	0	0
0	24	0	0	0	0	0	0	0
0	0	24	0	0	0	0	0	0
0	0	0	24	0	0	0	0	0
0	0	0	0	24	0	0	0	0
0	0	0	0	0	24	0	0	0
0	0	0	0	0	0	24	0	0
0	0	0	0	0	0	0	24	0
0	0	0	0	0	0	0	0	24

$$\text{Det}(X^T X) = 2,64E+12$$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,042	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,042	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,042	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,042	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,042	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,042	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,042	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0,042	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,042

$$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,38$$

Min özdeğer: 24

K=12 için:

Tasarım Matrisi:

-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1
-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1
1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1
-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1
-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	-1
-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1
-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1
1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1
-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1

$(X^T X)$ Matrisi:

28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	28	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	28	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	28	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	28	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	28	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	28	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	28	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	28	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	28

$\text{Det}(X^T X) = 2,32E+17$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,036	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,036	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,036	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,036	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,036	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,036	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,036	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0,036	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,036	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,036	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,036	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,036

$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,43$

Min özdeğer= 28

K=15 için:

Tasarım Matrisi:

1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1
-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1
1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1
1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1
1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1
-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1
1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1
-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1
-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1
-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1
-1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1
-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1

$(X^T X)$ Matrisi:

36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	36	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	36	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	36	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	36

$\text{Det}(X^T X) = 2,21E+23$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,0 28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,0 28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,0 28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,0 28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,0 28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,0 28	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,0 28	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0,0 28	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 28	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 28	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 28	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 28	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 28	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 28	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 28

$$\text{Trace}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} = 0,42$$

Min özdeğer:36

Tanımlayıcı Eleme Tasarımı

K=3 için:

Tasarım Matrisi:

0	0	0
1	-1	-1
-1	1	-1
1	1	-1
-1	1	1
-1	-1	0
1	0	1
0	-1	-1
-1	-1	1
-1	0	-1
1	1	0
1	-1	1
0	1	1

$(\mathbf{X}^T \mathbf{X})$ Matrisi:

10	0	0
0	10	0
0	0	10

$$\text{Det}(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) = 1,00\text{E}+03$$

$(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$ Matrisi:

0,1	0	0
0	0,1	0
0	0	0,1

$$\text{Trace}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} = 0,30$$

Min özdeğer:10

K=7 için:

Tasarım Matrisi:

-1	1	0	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	1	1	0	-1
-1	-1	-1	0	1	-1	1
1	1	-1	1	1	-1	0
1	1	-1	-1	-1	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	-1	1	1	-1	-1	1
-1	-1	1	-1	-1	1	0
1	0	1	-1	1	-1	-1
1	-1	-1	1	0	1	-1
-1	0	-1	1	-1	1	1
1	-1	0	-1	1	1	1
-1	1	1	-1	0	-1	1
0	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	-1	1	-1
-1	1	-1	-1	1	1	-1

$(X^T X)$ Matrisi:

14	0	0	0	0	0	0
0	14	0	0	0	0	0
0	0	14	0	0	0	0
0	0	0	14	0	0	0
0	0	0	0	14	0	0
0	0	0	0	0	14	0
0	0	0	0	0	0	14

$\text{Det}(X^T X) = 1,05E+08$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,072	0	0	0	0	0	0
0	0,072	0	0	0	0	0
0	0	0,072	0	0	0	0
0	0	0	0,072	0	0	0
0	0	0	0	0,072	0	0
0	0	0	0	0	0,072	0
0	0	0	0	0	0	0,072

$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,50$

Min özdeğer: 14

K=9 için:

Tasarım Matrisi:

1	-1	0	-1	1	1	-1	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	0
1	-1	-1	0	-1	1	1	-1	1
-1	1	-1	-1	1	0	1	-1	-1
-1	1	1	0	1	-1	-1	1	-1
-1	-1	-1	1	0	1	1	1	-1
1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	1	-1	-1	0	1
-1	0	1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	1	-1	1	1	1	-1	-1	0
-1	-1	1	-1	1	1	0	-1	1
1	1	1	-1	-1	1	1	0	-1
1	1	1	-1	0	-1	-1	-1	1
1	1	-1	1	-1	-1	0	1	-1
1	-1	1	1	-1	0	-1	1	1
-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1
0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	0	1	-1	-1	1	-1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	-1	-1	1	-1	1	1	1

$(X^T X)$ Matrisi:

18	0	0	0	0	0	0	0	0
0	18	0	0	0	0	0	0	0
0	0	18	0	0	0	0	0	0
0	0	0	18	0	0	0	0	0
0	0	0	0	18	0	0	0	0
0	0	0	0	0	18	0	0	0
0	0	0	0	0	0	18	0	0
0	0	0	0	0	0	0	18	0
0	0	0	0	0	0	0	0	18

Det $(X^T X) = 1,98E+11$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,056	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,056	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,056	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,056	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,056	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,056	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,056	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0,056	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,056

$$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,51$$

Min özdeğer: 18

K=12 için:

Tasarım Matrisi:

-1	1	1	-1	-1	1	0	-1	-1	1	-1	1
-1	-1	1	1	0	-1	1	-1	-1	-1	1	1
-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	0	-1
1	1	0	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
-1	0	1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	1	0	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	0
-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	0	1	-1
1	1	-1	-1	0	1	-1	1	1	1	-1	-1
1	1	1	1	-1	-1	-1	0	1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	1	-1	0	1	1	-1	1	-1
-1	-1	0	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1
1	1	1	-1	-1	0	1	1	-1	-1	1	-1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	0	-1	-1	1
1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	0	-1	1
1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	0	1	1	-1
0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	0
1	1	-1	0	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
1	0	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	1	1	1	0	-1	1	1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	0	1
-1	-1	-1	1	1	0	-1	-1	1	1	-1	1

$(X^T X)$ Matrisi:

22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	22	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	22	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	22	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	22	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	22	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	22	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	22	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22

$\text{Det}(X^T X) = 1.29E+16$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,046	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,046	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,046	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,046	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,046	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,046	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,046	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0,046	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,046	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,046	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,046	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,046

$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,55$

Min özdeğer: 22

K=15 için:

Tasarım Matrisi:

-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	0	-1	-1	1	-1	1
-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	0	-1
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	1	1	1	1	1	1
-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	0
-1	-1	-1	0	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1
1	-1	1	1	0	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	-1	0	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1
1	1	-1	1	1	0	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	0	1
1	1	1	0	-1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	1	1	0	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
-1	1	-1	-1	0	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1
-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	0	-1	-1	1
-1	-1	1	-1	-1	0	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	-1	1	1	0	-1	-1	-1	1	-1	1	1
-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	0	-1	-1
1	1	0	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1
1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	0
-1	1	1	-1	1	-1	-1	0	1	1	1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	1	-1	-1	0	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1
0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	0	1	1	-1	1	-1
-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	0	-1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	0	1	1	-1	1
-1	0	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	0	1	1	-1
1	0	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1

$(X^T X)$ Matrisi:

30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30

$\text{Det}(X^T X) = 1,43E+22$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,0 34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,0 34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,0 34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,0 34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,0 34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,0 34	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,0 34	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0,0 34	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 34	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 34	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 34	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 34	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 34	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 34	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0 34

$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,50$

Min özdeğer: 30

İki Seviyeli Kesirli Faktöriyel

K=3 için:

Tasarım Matrisi:

1	-1	-1
-1	-1	1
-1	1	-1
1	1	1

$(X^T X)$ Matrisi:

4	0	0
0	4	0
0	0	4

$\text{Det}(X^T X) = 6,40E+01$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,25	0	0
0	0,25	0
0	0	0,25

$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,75$

Min özdeğer: 4

K=7 için:

Tasarım Matrisi:

-1	-1	1	1	-1	-1	1
-1	-1	-1	1	1	1	-1
1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	1	-1	1	-1	-1	-1
-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	-1	-1	-1	1	1
1	1	1	1	1	1	1
-1	1	1	-1	-1	1	-1

$(X^T X)$ Matrisi:

8	0	0	0	0	0	0
0	8	0	0	0	0	0
0	0	8	0	0	0	0
0	0	0	8	0	0	0
0	0	0	0	8	0	0
0	0	0	0	0	8	0
0	0	0	0	0	0	8

$$\text{Det}(X^T X) = 2,10E+06$$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,125	0	0	0	0	0	0
0	0,125	0	0	0	0	0
0	0	0,125	0	0	0	0
0	0	0	0,125	0	0	0
0	0	0	0	0,125	0	0
0	0	0	0	0	0,125	0
0	0	0	0	0	0	0,125

$$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,88$$

Min ozdeger: 8

K=9 için:

Tasarım Matrisi:

-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1
1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1
1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1
-1	-1	-1	1	-1	1	1	1	-1
-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1
-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1
-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1

$(X^T X)$ Matrisi:

16	0	0	0	0	0	0	0	0
0	16	0	0	0	0	0	0	0
0	0	16	0	0	0	0	0	0
0	0	0	16	0	0	0	0	0
0	0	0	0	16	0	0	0	0
0	0	0	0	0	16	0	0	0
0	0	0	0	0	0	16	0	0
0	0	0	0	0	0	0	16	0
0	0	0	0	0	0	0	0	16

$\text{Det}(X^T X) = 6,87E+10$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,0625	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,0625	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,0625	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,0625	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,0625	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,0625	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,0625	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0,0625	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,0625

$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,57$

Min özdeğer: 16

K=12 için:

Tasarım Matrisi:

-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1
-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1
1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1
1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1
-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1
-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1
-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1
1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1
1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1
1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1
1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1
-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	1
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1

$(X^T X)$ Matrisi:

32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	32	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	32	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	32	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	32	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	32	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	32	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	32	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	32	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	32

$\text{Det}(X^T X) = 1,15E+18$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,03 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0,032	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,03 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0,03 2	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0,03 2	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0,03 2	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0,03 2	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0,03 2	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0,03 2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,03 2	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,03 2	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,03 2

$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,375$

Min özdeğer: 32

K=15 için:

Tasarım Matrisi:

1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1
1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1
-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1
-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1
-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1
-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1
-1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1
1	-1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1	1	-1
-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1
1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1
1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1
1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1
1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	1	1
1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1
1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1
1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1
1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1
-1	1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1
-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1
1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
1	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1

-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1
-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	1
1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1
1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1
1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1
-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1
1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1
-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	-1
-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1
1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1
-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1
-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1
-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1
1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1
-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1
-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1

$(X^T X)$ Matrisi:

64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	64	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	64	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	64	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	64	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	64	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64

$\text{Det}(X^T X) = 1,24E+27$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	6	0,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	16	0,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	16	0,0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	16	0,0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	16	0,0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	16	0,0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	16	0,0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0,0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0,0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0,0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0,0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16	0,0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	16

$$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 0,24$$

Min özdeğer: 64

Taguchi Tipi Tasarım

K=3 için

Tasarım Matrisi:

1	1	1
1	2	2
2	1	2
2	2	1

$(X^T X)$ Matrisi:

10	9	9
9	10	9
9	9	10

Det $(X^T X) = 2,80E+01$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,678571	-0,32143	-0,32143
-0,32143	0,678571	-0,32143
-0,32143	-0,32143	0,678571

Trace $(X^T X)^{-1} = 2,04$

Min özdeğer: 10

K=7 için:

Tasarım Matrisi:

1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	2	2	2	2
1	2	2	1	1	2	2
1	2	2	2	2	1	1
2	1	2	1	2	1	2
2	1	2	2	1	2	1
2	2	1	1	2	2	1
2	2	1	2	1	1	2

$(X^T X)$ Matrisi:

20	18	18	18	18	18	18
18	20	18	18	18	18	18
18	18	20	18	18	18	18
18	18	18	20	18	18	18
18	18	18	18	20	18	18
18	18	18	18	18	20	18
18	18	18	18	18	18	20

Det $(X^T X) = 8,19E+03$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,429688	-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031
-0,07031	0,429688	-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031
-0,07031	-0,07031	0,429688	-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031
-0,07031	-0,07031	-0,07031	0,429688	-0,07031	-0,07031	-0,07031
-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031	0,429688	-0,07031	-0,07031
-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031	0,429688	-0,07031
-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031	-0,07031	0,429688

$$\text{Trace}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} = 3,01$$

Min özdeğer: 20

K=9 için:

Tasarım Matrisi:

1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	2	2	2	1	1	1	2
1	2	1	2	2	1	2	2	1
1	2	2	1	2	2	1	2	1
1	2	2	2	1	2	2	1	2
2	1	2	2	1	1	2	2	1
2	1	2	1	2	2	2	1	1
2	1	1	2	2	2	1	2	2
2	2	2	1	1	1	1	2	2
2	2	1	2	1	2	1	1	1
2	2	1	1	2	1	2	1	2

$(\mathbf{X}^T \mathbf{X})$ Matrisi:

30	27	27	27	27	27	27	27	27
27	30	27	27	27	27	27	27	27
27	27	30	27	27	27	27	27	27
27	27	27	30	27	27	27	27	27
27	27	27	27	30	27	27	27	27
27	27	27	27	27	30	27	27	27
27	27	27	27	27	27	30	27	27
27	27	27	27	27	27	27	30	27
27	27	27	27	27	27	27	27	30

$$\text{Det}(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) = 1,61\text{E}+06$$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,296748	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659
-0,03659	0,296748	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659
-0,03659	-0,03659	0,296748	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659
-0,03659	-0,03659	-0,03659	0,296748	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659
-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	0,296748	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659
-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	0,296748	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659
-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	0,296748	-0,03659	-0,03659	-0,03659
-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	0,296748	-0,03659	-0,03659
-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	0,296748	-0,03659
-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	-0,03659	0,296748

$$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 2,70$$

Min özdeğer: 30

K=12 için:

Tasarım Matrisi:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2
1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2
1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2
1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1
2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1
2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2
2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2
2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1
2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1
2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2
2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2
2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1

$(X^T X)$ Matrisi:

40	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
36	40	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
36	36	40	36	36	36	36	36	36	36	36	36
36	36	36	40	36	36	36	36	36	36	36	36
36	36	36	36	40	36	36	36	36	36	36	36
36	36	36	36	36	40	36	36	36	36	36	36
36	36	36	36	36	36	40	36	36	36	36	36
36	36	36	36	36	36	36	40	36	36	36	36
36	36	36	36	36	36	36	36	40	36	36	36
36	36	36	36	36	36	36	36	36	40	36	36
36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	40	36
36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	40

$\text{Det}(X^T X) = 1,83E+09$

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23

$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 2,76$

Min özdeğer: 40

K=15 için:

Tasarım Matrisi:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1

($X^T X$) Matrisi:

40	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
36	40	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
36	36	40	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
36	36	36	40	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
36	36	36	36	40	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36
36	36	36	36	36	40	36	36	36	36	36	36	36	36	36
36	36	36	36	36	36	40	36	36	36	36	36	36	36	36
36	36	36	36	36	36	36	40	36	36	36	36	36	36	36
36	36	36	36	36	36	36	36	40	36	36	36	36	36	36
36	36	36	36	36	36	36	36	36	40	36	36	36	36	36
36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	40	36	36	36	36
36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	40	36	36	36
36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	40	36	36
36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	36	40	36

Det ($X^T X$) = 1,47E+11

$(X^T X)^{-1}$ Matrisi:

0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23	-0,02
-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,23

$$\text{Trace}(X^T X)^{-1} = 3,45$$

Min özdeğer: 40

Ekler 2: Minitab Çıktıları

Plackett-Burman Tasarım

K=3 için:

Design Summary

Factors:	3	Replicates:	1
Base runs:	12	Total runs:	12
Base blocks:	1	Total blocks:	1

K=7 için:

Design Summary

Factors:	7	Replicates:	1
Base runs:	20	Total runs:	20
Base blocks:	1	Total blocks:	1

K=9 için:

Design Summary

Factors:	9	Replicates:	1
Base runs:	24	Total runs:	24
Base blocks:	1	Total blocks:	1

K=12 için:

Design Summary

Factors:	12	Replicates:	1
Base runs:	28	Total runs:	28
Base blocks:	1	Total blocks:	1

K=15 için:

Design Summary

Factors:	15	Replicates:	1
Base runs:	36	Total runs:	36
Base blocks:	1	Total blocks:	1

Tanımlayıcı Eleme Tasarımı

K=3 için

Design Summary

Factors:	3	Replicates:	1
Base runs:	13	Total runs:	13
Base blocks:	1	Total blocks:	1
Center points:	1		

K=7 için:

Design Summary

Factors:	7	Replicates:	1
Base runs:	17	Total runs:	17
Base blocks:	1	Total blocks:	1
Center points:	1		

K=9 için:

Design Summary

Factors:	9	Replicates:	1
Base runs:	21	Total runs:	21
Base blocks:	1	Total blocks:	1
Center points:	1		

K=12 için:

Design Summary

Factors:	12	Replicates:	1
Base runs:	25	Total runs:	25
Base blocks:	1	Total blocks:	1
Center points:	1		

K=15 için:

Design Summary

Factors:	15	Replicates:	1
Base runs:	33	Total runs:	33
Base blocks:	1	Total blocks:	1

Center points: 1

2 Seviyeli Kesirli Faktöriyel

K=3 için:

Design Summary

Factors:	3	Base Design:	3; 4	Resolution:	III
Runs:	4	Replicates:	1	Fraction:	1/2
Blocks:	1	Center pts (total):	0		

Design Generators: C = AB

K=7 için:

Design Summary

Factors:	7	Base Design:	7; 8	Resolution:	III
Runs:	8	Replicates:	1	Fraction:	1/16
Blocks:	1	Center pts (total):	0		

Design Generators: D = AB; E = AC; F = BC; G = ABC

K=9 için:

Design Summary

Factors:	9	Base Design:	9; 16	Resolution:	III
Runs:	16	Replicates:	1	Fraction:	1/32
Blocks:	1	Center pts (total):	0		

Design Generators: E = ABC; F = BCD; G = ACD; H = ABD; J = ABCD

K=12 için:

Design Summary

Factors: 12 Base Design: 12; 32 Resolution: IV
Runs: 32 Replicates: 1 Fraction: 1/128
Blocks: 1 Center pts (total): 0

Design Generators: F = ACE; G = ACD; H = ABD; J = ABE; K = CDE; L = ABCDE; M = ADE

K=15 için:

Design Summary

Factors: 15 Base Design: 15; 64 Resolution: IV
Runs: 64 Replicates: 1 Fraction: 1/512
Blocks: 1 Center pts (total): 0

Design Generators: G = ABC; H = ABD; J = ABE; K = BCDE; L = ACF; M = ADF; N = AEF; O = CDEF; P = ABCDEF

Taguchi Tipi Tasarım

K=3 için:

Design Summary

Taguchi Array L4(2³)
Factors: 3
Runs: 4

Columns of L4(2³) array: 1 2 3

K=7 için:

Design Summary

Taguchi Array L8(2⁷)
Factors: 7
Runs: 8

Columns of L8(2⁷) array: 1 2 3 4 5 6 7

K=9 için:

Design Summary

Taguchi Array	L12(2 ⁹)
Factors:	9
Runs:	12

Columns of L12(2¹¹) array: 1 2 3 4 5 6 7 8 9

K=12 için:

Design Summary

Taguchi Array	L16(2 ¹²)
Factors:	12
Runs:	16

Columns of L16(2¹⁵) array: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

K=15 için:

Design Summary

Taguchi Array	L16(2 ¹⁵)
Factors:	15
Runs:	16

Columns of L16(2¹⁵) array: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15