



T.C.

TOKAT GAZİOSMANPAŞA ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ

HARİTA MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

**ELİPSOİDAL YÜKSEKLİKLERDEN ORTOMETRİK
YÜKSEKLİKLERİN ELDE EDİLMESİNDE FARKLI
ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN KULLANILMASI VE
UYGUN YÜKSEKLİK MODELİNİN BELİRLENMESİ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Osman GÜNGÖR

Danışman: Prof. Dr. Ömer YILDIRIM

TOKAT- 2022

ETİK SÖZLEŞME

Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre, Prof. Dr. Ömer YILDIRIM danışmanlığında hazırlamış olduğum “Elipsoidal Yüksekliklerden Ortometrik Yüksekliklerin Elde Edilmesinde Farklı Enterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılması ve Uygun Yükseklik Modelinin Belirlenmesi” adlı Yüksek Lisans tezinin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

29/08/2022

Osman GÜNGÖR

JÜRİ KABUL VE ONAY

Osman GÜNGÖR tarafından hazırlanan “**Elipsoidal Yüksekliklerden Ortometrik Yüksekliklerin Elde Edilmesinde Farklı Enterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılması ve Uygun Yükseklik Modelinin Belirlenmesi**” adlı tez çalışmasının savunma sınavı 29.08.2022 tarihinde yapılmış olup aşağıda verilen Jüri tarafından Oy Birliği ile Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim Dalı ’nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri (Unvanı, Adı Soyadı)

İmzası

Üye (Başkan) : Prof. Dr. Ersoy ARSLAN

Üye (Danışman): Prof. Dr. Ömer YILDIRIM

Üye : Dr. Öğr. Üyesi Fuat BAŞÇİFTÇİ

ONAY

...../...../.....

Prof. Dr. Mehmet GÜNEŞ
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖZET

ELİPSOİDAL YÜKSEKLİKLERDEN ORTOMETRİK YÜKSEKLİKLERİN ELDE EDİLMESİNDE FARKLI ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİNİN KULLANILMASI VE UYGUN YÜKSEKLİK MODELİNİN BELİRLENMESİ

Güngör, Osman

Yüksek Lisans, Harita Mühendisliği Anabilim Dalı

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Ömer Yıldırım

Ağustos 2022, xi + 123 sayfa

GNSS ile belirlenen yükseklikler elipsoidal yüksekliklerdir. Ancak harita ve mühendislik uygulamalarında ortometrik yükseklikler kullanılmaktadır. Bu nedenle elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliğe dönüştürülmesi gerekir. GNSS-Nivelman tekniğinin uygulanmasında birçok enterpolasyon yöntemi kullanılmaktadır. Bu tez çalışmasında, polinomlarla ve kriging enterpolasyon yöntemleri ve alt varyasyonları kullanılmıştır. GNSS-Nivelmanı ile elde edilen jeoit yükseklikleri ile hesaplanan TG-03 jeoit yükseklikleri arasındaki farklar bulunmuştur. Bu farklarla yüzey modelleri oluşturulmuş ve uygun yüzey modeli belirlenmeye çalışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Ortometrik yükseklik, elipsoidal yükseklik, jeoit, enterpolasyon, Kriging

ABSTRACT
**USING DIFFERENT INTERPOLATION METHODS IN DETERMINING
ORTHOMETRIC HEIGHTS FROM ELLIPSOIDAL HEIGHTS AND SELECTING
THE APPROPRIATE HEIGHT MODEL**

Güngör, Osman
Master's Thesis, Division of Survey Engineering
Advisor: Prof. Dr. Ömer Yıldırım
August 2022, xi + 123 pages

Heights determined by GNSS are ellipsoidal heights. However, orthometric heights are used in surveying and engineering applications. Therefore, ellipsoidal heights need to be transformed to orthometric heights. Many interpolation methods are used in the application of GNSS-Leveling technique. In this thesis, we used polynomial regression and kriging interpolation methods and their subvariations. The differences between the geoid heights obtained by GNSS-Leveling and the computed TG-03 geoid heights were calculated. With these differences, surface models were created and the appropriate surface model was tried to be determined.

Keywords: Orthometric height, ellipsoidal height, geoid, interpolation, Kriging

ÖN SÖZ

Çalışma bölgesinin verilerinin temini için Tapu ve Kadastro Genel Müdürlüğüne, Laica Geo Office v8.4 yazılımıyla processlerin gerçekleştirilmesinde SEBAT Projeye teşekkür ederiz.



TEŞEKKÜR

Yüksek lisans döneminde bilgi ve tecrübelerinden çok fazla yararlandığım ve bana sağladığı dönütlerle ve katkılarla birlikte yapmış olduğum tez çalışmasında yol gösteren çok kıymetli tez danışmanım Prof. Dr. Ömer YILDIRIM'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Tez dönemindeki yardımlarından dolayı Yüksek Harita Mühendisi Rüştü ÇALLI'ya ve Öğr. El. Yüksek Harita Mühendisi Alparslan ACAR'a çok teşekkür ederim.

Hayatım boyunca maddi manevi yanımda olan ve beni destekleyen çok değerli aileme sonsuz teşekkürler.



İÇİNDEKİLER

1.GİRİŞ	1
2. YÜKSEKLİK VE YÜKSEKLİK SİSTEMLERİ	2
2.1 Jeopotansiyel Yükseklik (Geopotansiyel Sayı)	5
2.2 Dinamik Yükseklik	9
2.2.1 Dinamik düzeltme.....	9
2.3 Ortometrik Yükseklik	11
2.3.1 Ortometrik düzeltme	13
2.4 Normal Yükseklik	15
2.4.1 Normal düzeltme.....	19
2.5 Normal Ortometrik Yükseklik	19
2.5.1 Normal Ortometrik Düzeltme	21
2.6 Elipsoidal Yükseklik	21
2.7 Farklı Yükseklik Sistemlerinin Karşılaştırılması.....	22
3. JEOİD BELİRLEME YÖNTEMLERİ	24
3.1 GNSS / Nivelman Yöntemine Göre Jeoit Belirleme	27
4. ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ	31
4.1 Ağırlıklı Ortalama Yöntemi ile Enterpolasyon.....	34
4.2 Polinomlarla Enterpolasyon.....	38
4.2.1 Ortogonal polinomlarla enterpolasyon	39
4.2.2 Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon.....	42
4.2.3 En uygun yüzey polinomunun belirlenmesi	44
4.3 Multiküadratik Enterpolasyon Yöntemi	48
4.4 Kriging Enterpolasyon Yöntemi	52
4.4.1 Ordinary Kriging yöntemi	55
5-JEOİSTATİSTİK.....	59
5.1 Variogram Analizi	60
5.2 Deneysel Yarıvariogram	61
5.2.1 Yarıvariogram fonksiyonunun özellikleri.....	66
5.2.3 Deneysel Yarıvariogram Modeli ve Parametreleri	66
5.3 Teorik Yarıvariogram	68
5.4 Çapraz Değerlendirme (Cross-Validation) Tekniği.....	72
6- SAYISAL UYGULAMA	74
6.1 Çalışma Bölgesi ve Çalışmanın Amacı	74

6.2 Materyal ve Metot.....	75
6.3 RINEX Veri Formatı	76
6.4 RINEX Verilerinin Leica Geo Office (LGO) Programında Değerlendirilmesi ...	79
6.5 Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması.....	93
6.5.1 Kriging enterpolasyon yönteminin uygulanması	94
6.5.1 Polinomlarla enterpolasyon yönteminin uygulanması.....	99
7- SONUÇ.....	115
Kaynakça	116



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler	Açıklamalar
W_0	Jeoidin Potansiyeli
Dw	İki Nivo Yüzeyi Arasındaki Potansiyel Fark
Dh	Diferansiyel Anlamda Yükseklik Farkı
g	Gravite Değeri
$\bar{g}$	Ortalama Gravite
γ	Normal Gravite
$\bar{\gamma}$	Ortalama Normal Gravite
γ_{ekv}	Ekvatorda Normal Gravite
C	Jeopotansiyel Yükseklik (Geopotansiyel Sayı)
N	Jeoit Yüksekliği
H	Ortometrik Yükseklik
H^D	Dinamik Yükseklik
H^N	Normal Yükseklik
H^{NO}	Normal Ortometrik Yükseklik
W	Gerçek Gravite Potansiyeli
U	Normal Gravite Potansiyeli
T	Bozucu Potansiyel
h	Elipsoidal Yükseklik
Φ, Λ	Astronomik Enlem ve Boylam
ϕ, λ	Jeodezik Enlem ve Boylam
Δg	Gravite Anamolisi
η, ξ	Çekül Sapması Bileşenleri

f	Basıklık
ω	Yerin Açısal Dönme Hızı
a	Nivo Elipsoidinin Büyük Yarı Ekseni
b	Nivo Elipsoidinin Küçük Yarı Ekseni
kM	Newton Çekim Sabiti ile Yerin Kütlesinin Çarpımı
GM	Yermerkezli Çekim Sabiti
e	1. Dış Merkezlik
e'^2	2. Dış Merkezlik
ζ	Yükseklik Anomalisi
m_0	Karesel Ortalama Hata Değeri
m_0^2	Birim Ölçünün Soncul Varyansı
δ	Geometrik Parametre
N, τ, t	Sırasıyla Normal, Tau ve Student Dağılımları
cm	Santimetre
m	Metre
km	Kilometre

Kısaltmalar

BÖHHBÜY	Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği
CBS	Coğrafi Bilgi Sistemi
GNSS	Küresel Navigasyon Uydu Sistemi
GPS	Küresel Konum Belirleme Sistemi
GRS80	Jeodezi Referans Sistemi 1980
RINEX	Alıcı Bağımsız Değişim Biçimi
WGS84	Dünya Jeodezi Sistemi 1984
EKKY	En Küçük Kareler Yöntemi

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2. 1. Seviye yüzeyleri ve çekül eğrileri	2
Şekil 2. 2. Nivelmanın yola bağımlılığı	3
Şekil 2. 3. Jeopotansiyel sayı ve dinamik yükseklik	7
Şekil 2. 4. Jeopotansiyel yükseklikler	7
Şekil 2. 5. Ortometrik ve dinamik düzeltme	13
Şekil 2. 6. Normal yükseklik	17
Şekil 2. 7. Normal – ortometrik yükseklik	20
Şekil 2. 8. Elipsoidal yükseklik	21
Şekil 3. 1. GNSS / Nivelman	29
Şekil 3. 2. Ortometrik, elipsoidal ve jeoit yüksekliklerinin farkı arasındaki ilişki	29
Şekil 4. 1. Enterpolasyonda dayanak uzayı ve gözlem uzayı	32
Şekil 4. 2. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyonda dayanak ve enterpolasyon noktaları	34
Şekil 4. 3. Farklı k değerlerine göre ağırlık mesafe ilişkisi (Ters ağırlık)	36
Şekil 4. 4. Farklı k değerlerine göre ağırlık mesafe ilişkisi (Gauss)	36
Şekil 4. 5. Kritik daire ve kritik dikdörtgen	37
Şekil 4. 6. Delunay üçgenlemesi ve ağırlıklı ortalama	38
Şekil 4. 7. Kriging kestirimi	54
Şekil 5. 1. Deneysel yarıvariogramın oluşturulması	62
Şekil 5. 2. Yön bağımlı yarıvariogram hesaplamada kullanılan açı ve toleransı	63
Şekil 5. 3. Rastgele dağılımlı nokta kümesi	64
Şekil 5. 4. Uzaklığa ve yöne göre açı ve toleransları	65
Şekil 5. 5. Yarıvariogram modeli ve parametreleri	66
Şekil 5. 6. Küresel model	69
Şekil 5. 7. Gauss modeli	70
Şekil 5. 8. Üssel model	70
Şekil 5. 9. Lineer (doğrusal) yarıvariogram modeli	71
Şekil 6. 1. Çalışma bölgesi, topografyası ve uygulamada kullanılan noktalar	74
Şekil 6. 2. RINEX dosya isimlendirilmesi	77
Şekil 6. 3. RINEX gözlem dosyası başlık bölümü	78
Şekil 6. 4. RINEX gözlem dosyası veri kayıt bölümü	79
Şekil 6. 5. Leica Geo Office proje dosyasının oluşturulması	80
Şekil 6. 6. LGO koordinat sistemlerinin oluşturulması	80
Şekil 6. 7. Leica Geo Office proje dosyasının oluşturulması	81
Şekil 6. 8. Projeye rinex verilerinin yüklenmesi	81
Şekil 6. 9. Projeye GNSS alıcılarının anten kalibrasyon değerlerinin yüklenmesi	82
Şekil 6. 10. GPS ve GLONASS uydularına ait hassas yörünge bilgileri indirme ekranı	82
Şekil 6. 11. Hassas efemeris dosyalarının yüklenmesi	83
Şekil 6. 12. LGO – Tools - Precise Ephemeris Management ekranı	83
Şekil 6. 13. Kontrol noktasının oluşturulması	84
Şekil 6. 14. GPS – PROC Processing Parametres komutu	84
Şekil 6. 15. GPS – PROC parametrelerini düzenleme ekranı	85
Şekil 6. 16. Process işlemi	85
Şekil 6. 17. Process – Stone işlemi	86

Şekil 6. 18. Points menüsü ayarları.....	87
Şekil 6. 19. Epok kaydırma hesabı	89
Şekil 6. 20. Uyuşum testi için oluşturulan proje ekranları.....	90
Şekil 6. 21. GNSS Nivelman ağı grafiği.....	91
Şekil 6. 22. 2 numaralı güzergaha ait Excel görüntüsü	92
Şekil 6. 23. Girdi dosyasının Surfer Programına aktarılması	93
Şekil 6. 24. Surfer programında girdi dosyasının ayarlarının yapılması	94
Şekil 6. 25. Surfer programında kriging enterpolasyon yönteminin ve variogram modelinin seçilmesi	96
Şekil 6. 26. HTG03 ile HGNSS/Nivelman arasındaki fark grafiği	97
Şekil 6. 27. Kriging enterpolasyonu ile elde edilen farklara ait yüzey modeli.....	98
Şekil 6. 28. Surfer programında 1. dereceden yüzey polinomun seçilmesi.....	100
Şekil 6. 29. HTG03 ile HGNSS/Nivelman arasındaki fark grafiği	101
Şekil 6. 30. Birinci derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen farklara ait yüzey modeli.....	102
Şekil 6. 31. Surfer programında 2. dereceden yüzey polinomun seçilmesi.....	103
Şekil 6. 32. HTG03 ile HGNSS/Nivelman arasındaki fark grafiği	104
Şekil 6. 33. İkinci derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen farklara ait yüzey modeli.....	106
Şekil 6. 34. Surfer programında 3. dereceden yüzey polinomun seçilmesi.....	107
Şekil 6. 35. HTG03 ile HGNSS/Nivelman arasındaki fark grafiği.....	108
Şekil 6. 36. Üçüncü derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen farklara ait yüzey modeli.....	110
Şekil 6. 37. Surfer programında Bilineer polinomun seçilmesi.....	111
Şekil 6. 38. HTG03 ile HGNSS/Nivelman arasındaki fark grafiği.....	112
Şekil 6. 39. Bilineer polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen farklara ait yüzey modeli.....	113
Şekil 6. 40. Enterpolasyon yöntemlerinin karesel ortalama hataları	114

TABLO LİSTESİ

Tablo 3. 1. Jeoid belirlemede veri türleri ve gözlem büyüklükleri (Üstün, 2001).....	25
Tablo 3. 2. Jeoit yöntemlerinin doğruluk değerleri (Kuru, 2018).....	27
Tablo 4. 1. Ortogonal polinom denklemleri, derecesi, yüzey adı ve eleman sayısı	40
Tablo 4. 2. Ortogonal olmayan polinom denklemi, derecesi, yüzey adı ve eleman sayısı	43
Tablo 4. 3. Uyuşumsuz ölçülerin geleneksel çözüm yöntemleri	48
Tablo 6. 1. Noktalara ait standart sapma değerleri	88
Tablo 6. 2. GNSS/Nivelman güzergah bilgisi	92
Tablo 6. 3. Kriging modelinde kullanılan parametre değerleri.....	96
Tablo 6. 4 Kriging enterpolasyonuna göre elde edilen H_{TG03} ait veriler	97
Tablo 6. 5. Birinci dereceden polinomlarla enterpolasyonda kullanılan parametre değerleri	100
Tablo 6. 6. Birinci derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen değerler	101
Tablo 6. 7. İkinci dereceden polinomlarla enterpolasyonda kullanılan parametre değerleri	104
Tablo 6. 8. İkinci derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen değerler	105
Tablo 6. 9. Üçüncü dereceden polinomlarla enterpolasyonda kullanılan parametre değerleri	108
Tablo 6. 10. Üçüncü derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen değerler	109
Tablo 6. 11. Bilineer polinomlarla enterpolasyonda kullanılan parametre değerleri ...	112
Tablo 6. 12. Bilineer polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen değerler.....	112
Tablo 6. 13. H_{TG03} ortometrik yükseklik değerlerine ait istatistiksel bilgiler.....	114
Tablo 6. 14. $H_{TG03} - H_{GNSS/Nivelman}$ arasındaki fark değerlerine ilişkin istatistikler	114

1.GİRİŞ

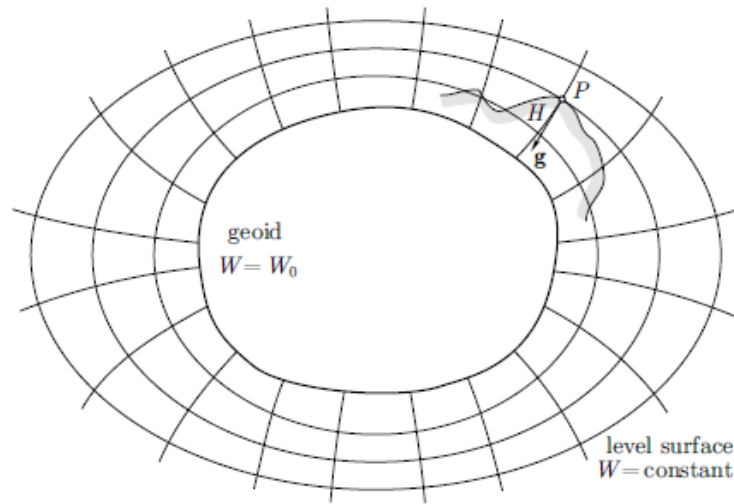
GNSS (Global Navigation Satellite Systems) ile bir noktanın WGS84 referans elipsoidine göre elipsoidal enlem, boylam ve yükseklik (ϕ , λ , h) değerleri yüksek doğrulukla elde edilir. Elipsoidal yükseklikler belirli bir elipsoidten olan yüksekliklerdir ve geometrik anlamlıdır. Bu yüzden doğal durumu yansıtmazlar ve yüksekliklerle ilgili hassas pratik ihtiyaçları tam karşılamazlar. Harita ve mühendislik uygulamalarında elipsoidal yükseklikler yerine fiziksel anlamlı olan ortometrik yükseklikler kullanılmaktadır. Çünkü ortometrik yükseklikler yeryuvarının gerçek şekli olarak kabul edilen jeoitten olan yüksekliklerdir ve doğal durumu yansıtır. Ortometrik yükseklikler genellikle geometrik nivelmanla elde edilir. Ancak nivelman ölçmeleri zaman ve işgücü gerektiren, ekonomik olmayan, uygulanması zor olan bir işlemdir. Elipsoidal yükseklikler GNSS ile hızlı, duyarlı ve ekonomik bir şekilde kolayca belirlenir. Bu nedenlerle elipsoidal yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi gerekmektedir. Jeoit yüksekliğinin bilinmesi ile elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yükseklikler kolayca hesaplanmaktadır. GNSS-Nivelman yöntemi jeoit yüksekliklerinin belirlenmesinde kullanılan en yaygın yöntemdir.

Bu tez çalışmasında elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerin hesaplanmasında polinomlarla enterpolasyon ve Kriging enterpolasyon yöntemleri ve bunların alt varyasyonları kullanılmıştır. GNSS/Nivelmanı ile elde edilen jeoit yükseklikleri ve TG-03 jeoidinden hesaplanan jeoit yükseklikleri arasındaki farklar hesaplanmıştır. Bu farklardan yüzey modelleri oluşturulmuş ve uygun olan yüzey modeli belirlenmeye çalışılmıştır.

2. YÜKSEKLİK VE YÜKSEKLİK SİSTEMLERİ

Dünya yüzeyindeki sıvı ve katı kitlesinin atmosferle oluşturduğu sınır yeryüzünün şekli olarak tanımlanır. Bu katı kısım, girinti ve çıkıntılardan meydana geldiği için düzgün bir yüzey oluşturmaz. Yüzeyler genellikle normalleri vasıtasıyla incelenebilir. Ağırlık kuvveti doğrultusunda olan yeryüzü normalleri uygulamada çekül doğrultusuyla gösterilir (Erkaya, 2006). Gravite alanının kuvvet çizgilerine çekül eğrisi adı verilir. Gravite alanının en büyük eğim doğrultusu çekül doğrultusudur. Her noktasında çekül eğrisini 90 derecelik açı ile kesen yüzeyler seviye (nivo) yüzeyi olarak tanımlanır (Kalaycı, 1997).

Yeryüzündeki noktaların yükseklikleri, referans (başlangıç) yüzeyi aynı zamanda bu yüzeye dik doğrultuların belirlenmesi ile tanımlanabilir. Çekül doğrultuları yeryüzünde en kolay şekilde belirlenebilen doğrultulardır. Denge halindeki deniz yüzeyi çekül doğrultusuna diktir. Aynı şekilde her noktada çekül doğrultuları da durgun deniz yüzeyini dik açılarla kesmektedir. Karaların altından da devam ettiği varsayılan durgun deniz yüzeyi referans yüzeyi olarak kabul edilebilir ve sıfır yükseltili yüzey olarak da bilinen bu yüzey jeoit olarak isimlendirilir. Bu bilgiler ışığında yükseklik, yeryüzü noktalarının çekül eğrisi boyunca referans yüzeyine olan uzaklığıdır (Erkaya, 2006).



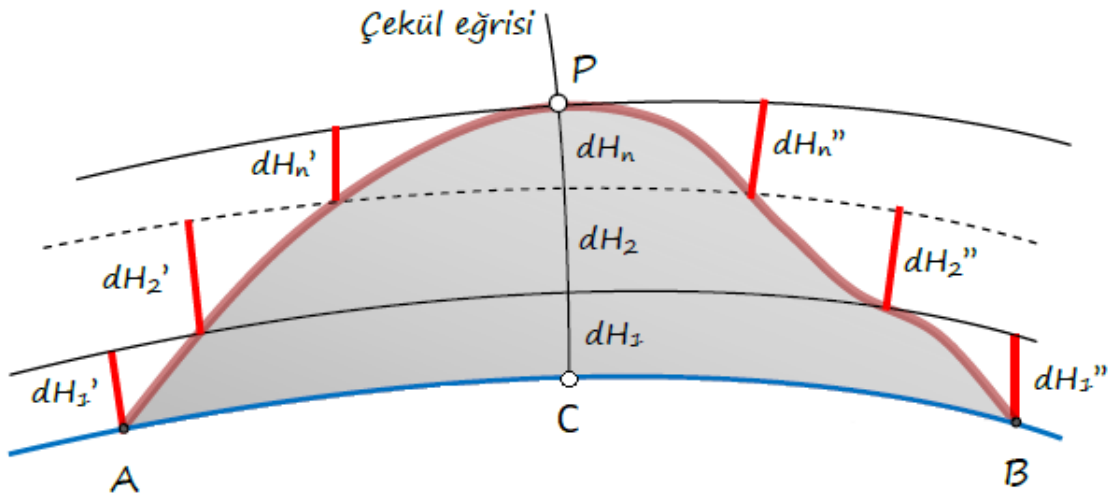
Şekil 2. 1. Seviye yüzeyleri ve çekül eğrileri (Hofmann-Wellenhof ve Moritz, 2005)

Yükseklikler için farklı yüzeyler referans yüzeyi olarak tanımlanabilir. Ancak bunlardan en önemli yüzeyi jeoit oluşturmaktadır (Solmaz, 2019). Jeoit, yerin kitlesinin kendi eksenini etrafında dönmesine bağlı olarak oluşan gerçek gravite alanının eşpotansiyelli yüzeylerinden özel bir tanesini temsil etmektedir. Yerin temel şeklini ifade eder. Jeoidin matematiksel gösterimi imkansız olmasına karşın fiziksel olarak gösterilebildiğinden jeodezinin temel yüzeyi olarak kabul edilir. Bu yüzey üzerinde matematiksel işlemler yapılamaz. Bu sebeple hesap yüzeyi olarak kullanılamamaktadır (Berber, 2005).

Noktalar arasındaki yükseklik farklarının ölçülmesine nivelman denir (Erkaya, 2006). Nivo yüzeyleri arasındaki uzaklık(dH) ve potansiyel farkı(dW);

$$\frac{dW}{dH} = -g \quad (2.1)$$

bağıntısıyla ifade edilir (Kalaycı, 1997).



Şekil 2. 2. Nivelmanın yola bağımlılığı (Aydın C. , 2014)

Jeoit başlangıç olmak üzere, bir noktanın yüksekliği farklı yollar kullanılarak nivelmanla belirlenmek istenirse sonuçların aynı olmadığı görülür (Erkaya, 2006). Şekil 2.2 incelendiğinde A ve B noktalarından aynı nivo (eşpotansiyel, seviye) yüzeyi geçmektedir. Yukarıda belirtildiği üzere, yeryüzündeki P noktası ile söz konusu seviye yüzeyi arasındaki çekül eğrisinin boyu P noktasının yüksekliği olarak tanımlanır. Farklı

yollar kullanıldığında P noktasına ilişkin farklı yükseklik değerleri elde edilir. Bu farklılığın temel nedeni nivo yüzeylerinin birbirine paralel olmamasıdır. Matematiksel gösterimi,

$$\sum_A^P dH_i' \neq \sum_C^P dH_i \neq \sum_B^P dH_i'' \quad (2.2)$$

şeklindedir. Farklı güzergâhlar kullanılarak gidildiğinde yükseklik farkları arasındaki değerlerin aynı olmadığı görülmektedir. Bu farklılık nivelmanın yola bağımlı olduğunu gösterir. Nivo yüzeyleri arasındaki gravite potansiyeli farkının ölçülmesi ile geometrik nivelman yöntemi yoldan bağımsız hale gelir. (2.1) bağıntısından, mira tutulan A ve B gibi iki nokta arasındaki gravite potansiyeli farkı,

$$dW = -gdH \quad (2.3)$$

eşitliğine göre, nivelman ölçüleriyle birlikte nivelman noktalarında ayrıca gravite ölçüleri de yapılmalıdır. İki nokta arasındaki gravite potansiyeli farkı,

$$W_A - W_P = W_B - W_P = \sum_{i=1}^n g_i' dH_i' = \sum_{i=1}^n g_i dH_i = \sum_{i=1}^n g_i'' dH_i'' \quad (2.4)$$

şeklinde hesaplanır. Böylece gravite potansiyeli farkından hareketle nivelman yoldan bağımsız(tek anlamlı) hale dönüşür (Abbak, 2019).

Yükseklikler, ya ölçülen yükseklik farklarına düzeltme getirilerek elde edilir ya da potansiyel değerlerden dönüştürülür (Erkaya, 2006).

Aşağıdaki iki temel özelliğin bir yükseklik sisteminde sağlanması istenir.

1. Geometrik nivelman sonuçlarının seviye yüzeylerinin paralel olmamasından kaynaklı yola bağımlılık durumunun yok edilebilme özelliği
2. Ölçülen yükseklik farklarına getirilen düzeltmelerin küçük derecede olma özelliğidir (Yiğit, 2003).

Ağırlık kuvveti ve onun potansiyeli ile jeoidin denklemi açıklanabilir. Jeoidi belirleyen en önemli unsur yeryuvarındaki kitlelerin yoğunluğudur (Üstün, 2001). Jeoidin eğriliğinin sürekli olması kitle yoğunluğunun sürekli olmasına bağlıdır. Jeoidin eğriliği,

yoğunluğun ani olarak değiştiği yerlerde süreksizlik gösterir (Yılmaz, 2005). Jeoidin kitleler arasındaki çekim ve merkezkaç kuvvetlerinin etkisinde kalmasından dolayı yeryüzü noktalarına göre konumunun kesinliği bilinmemektedir. Bu nedenle farklı kabullere göre çeşitli yükseklikler tanımlanmıştır (Yurt, 2006). Bunlar;

- Jeopotansiyel Yükseklik
- Dinamik Yükseklik
- Normal Yükseklik
- Ortometrik Yükseklik
- Elipsoidal Yükseklik

2.1 Jeopotansiyel Yükseklik (Geopotansiyel Sayı) (C)

Fiziksel yeryüzündeki her noktadan bir seviye yüzeyi geçer. Bu nedenle potansiyel farkların (dW) ölçülmesi noktaların yüksekliklerinin belirlenmesinde en güvenilir yöntemdir (Üstün, 2002). Nivo yüzeyleri arasındaki yükseklik farkı dH ve aynı yerin gravite değeri g ölçülürse,

$$dW = -g \cdot dH \quad (2.5)$$

iki seviye yüzeyi arasındaki potansiyel fark belirlenebilir. Denklemdaki negatif işaret gravitenin yüksekliğe bağlı olarak azalacağı, potansiyel farkın yüksekliğin artmasına bağlı olarak artacağı anlamına gelir (Arslan, 2017).

Yeryüzündeki herhangi bir P noktasından geçen seviye yüzeyinin sahip olduğu W_P potansiyeli ile başlangıç yüzeyi olan geoidin W_0 potansiyeli arasındaki farka o noktanın jeopotansiyel sayısı (yüksekliği, kotu) denir (Üstün, 2006). Şekil 2.3’de jeoidin jeopotansiyel sayısının sıfıra eşit olduğu görünmektedir. P noktasının jeopotansiyel yüksekliği (C_P) (1.1) eşitliğinden;

$$\int_0^P dW = - \int_0^P g \cdot dH \quad (2.6)$$

$$C_P = W_0 - W_P = - \int_0^P dW = \int_0^P g \cdot dH \quad (2.7)$$

eşitliği ile ifade edilir. Burada;

W_0 : Jeoidin potansiyeli

W_P : P noktasından geçen nivo yüzeyinin potansiyeli

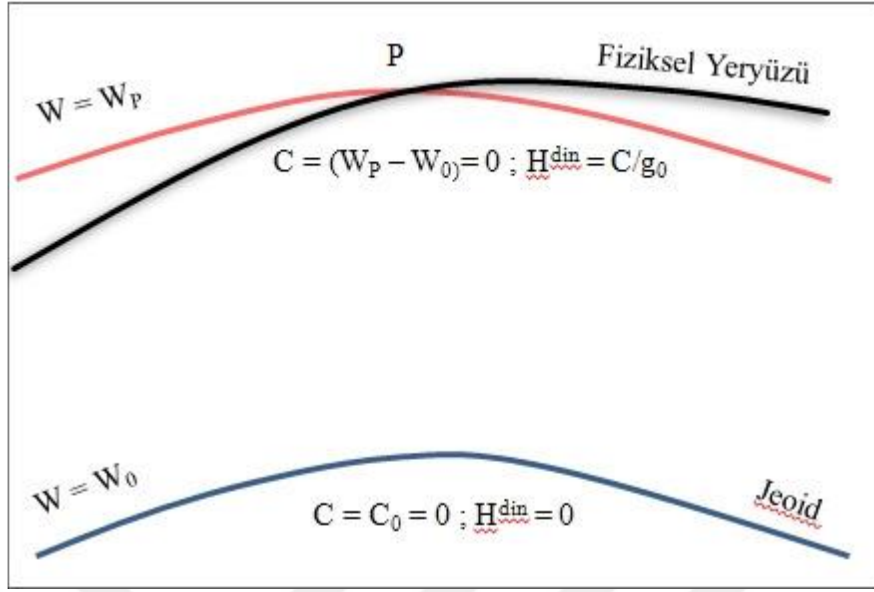
dW : Birbirine diferansiyel anlamda yakın iki nivo yüzeyi arasındaki potansiyel farkı

dH : Diferansiyel anlamda yükseklik farkı

g : Diferansiyel anlamda yükseklik farkına karşılık yeryüzünde ölçülebilen gravite değeri

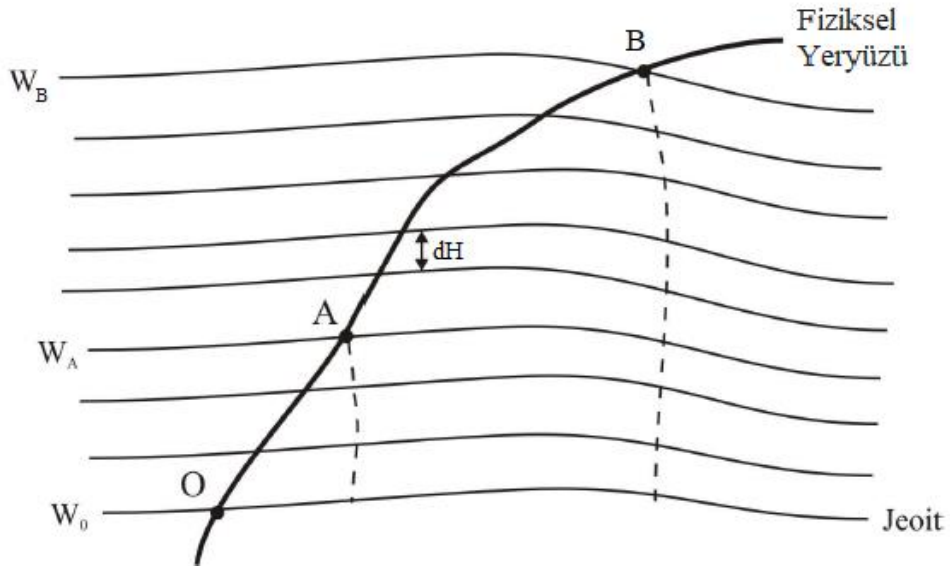
C_P : P noktasının jeopotansiyel yüksekliğidir.

Jeopotansiyel sayı g.p.u (geo-potential units) birimindedir. Avrupa nivelman ağı için jeopotansiyel sayıların, 1955 yılında Uluslararası Jeodezi Komisyonu'nun yapmış olduğu toplantıda Potsdam sistemine dayalı olarak kgalmetre biriminde (g.p.u.) hesaplanması kararlaştırılmıştır (Akiz, 2007). $1 \text{ g.p.u} = 1 \text{ kgal} \cdot \text{metre} = 10 \text{ m}^2 \cdot \text{sn}^2 = 1000 \text{ gal} \cdot \text{metre} = 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{sn}^2$ 'dir. Ortalama ağırlık gravitesinin $g \approx 0.98 \text{ kgal}$ olduğu kabul edildiğinden, $C \approx gH \approx 0.98H$ yazılabilir. Jeopotansiyel sayılar kilokal*metre ile tanımlanarak metre cinsinden deniz yüzeyinden olan yüksekliğe hemen hemen eşit olurlar. $H = 1000 \text{ m}$ için $C = 980$ olur. Bu nedenle jeopotansiyel sayının metrik kusur taşıdığı ayrıca nivelman ölçüleri ile doğrudan karşılaştırılamayacağı sonucuna varılır (Kalaycı, 1997; Berber, 2005). Jeopotansiyel sayıların geometrik anlamı yoktur ve fiziksel bir büyüklüğü ifade eder. Bu nedenle jeopotansiyel sayılar yükseklik kavramı için kullanılması gereken uzunluk birimi ile çelişir. Bu nedenle 1 kgal'e bölünerek sayısal değeri değişmeyen metre biriminde bir büyüklük elde edilir. Bu işlem jeopotansiyel sayının fiziksel niteliğini etkilemez (Üstün, 2006; Erkaya, 2006).



Şekil 2. 3. Jeopotansiyel sayı ve dinamik yükseklik (Bolat, 2013)

Sabit bir gravite potansiyeline sahip olan nivo yüzeyleri kapalı ve sürekli yüzeylerdir (Arslan, 2017). Seviye yüzeylerinden her biri jeopotansiyel yüksekliklerin bir tek sayısal değerine karşılık gelir (Erkaya, 2006). Yani bir nivo yüzeyi üzerindeki tüm noktaların jeopotansiyel sayıları aynıdır (Yılmaz N. , 2011). Ölçülen gravite ve yükseklik farkları değerleri ile jeopotansiyel yükseklikler doğruya çok yakın bir incelikte elde edilebilirler (Akiz, 2007).



Şekil 2. 4. Jeopotansiyel yükseklikler (Yiğit, 2003)

(2.7) eşitliğinde g (gravite) değerinin nivelman güzergahı boyunca sabit olduğu varsayılırsa;

$$C = \int_0^P g dH = g \int_0^P dH \cong g \cdot H \quad (2.8)$$

olur. Bu eşitlikte;

H : P noktasının geometrik nivelman ile bulunan yüksekliği

g : P noktasının gravite değeridir.

A ve B noktalarının jeopotansiyel yükseklikleri arasındaki fark ΔC_{AB} , bu iki nokta arasındaki geometrik nivelmanla bulunan yükseklik farkı ΔH ve bu iki noktada ölçülen gravite değerlerinin ortalaması $\bar{g}$ olmak üzere

$$C_B - C_A = \Delta C_{AB} = W_A - W_B = \int_A^B g dH \cong \sum_A^B \bar{g} \Delta H \quad (2.9)$$

eşitliğiyle belirtilir. Jeopotansiyel yüksekliği bilinen bir noktadan başlanarak tüm diğer noktaların jeopotansiyel yükseklikleri,

$$C_B = C_A + \Delta C_{AB} = C_A + \sum_A^B \bar{g} \Delta H \quad (2.10)$$

elde edilir (Yanar, 1999).

Jeopotansiyel yükseklik uzunluk boyutuna tam anlamıyla sahip olmasa da nivelman yolundan bağımsız ve yükseklikler için doğal bir ölçüttür (Heiskanen ve Moritz, 1967). Yükseklik (H), C jeopotansiyel sayısının uygun bir G gravite (ağırlık) değerine oranı şeklinde ifade edilir.

$$H = \frac{C}{G} \quad (2.11)$$

(2.11) genel formülü ile gösterilir. (Aydın C. , 2014) G yerine $\bar{g}$, γ_0 , $\bar{\gamma}$, ... gibi değerler kullanılarak farklı yükseklikler tanımlanır (Erkaya, 2006).

2.2 Dinamik Yükseklik (H^D)

Jeopotansiyel yükseklik değeri C ‘nin keyfi olarak belirlenen sabit bir gravite değerine bölünmesi ile dinamik yükseklik elde edilir. Böylece dinamik yüksekliğin uzunluk birimi metre cinsinden elde edilmiş olur. Burada belirtilen sabit gravite değeri Helmert’in önerisine göre 45° enlemindeki elipsoit yüzeyindeki normal gravite değeridir. Bu değer GRS80 nivo elipsoidi için $\gamma_0^{45^\circ}=980.6199203$ gal ya da Uluslararası elipsoid (1909-Hayford) için $\gamma_0^{45^\circ}=980.6294$ gal dir (Üstün, 2006; Yılmaz N. , 2011).

Dinamik yükseklik,

$$H^D = \frac{C}{\gamma_0^{45^\circ}} \quad (2.12)$$

şeklinde gösterilir. Dinamik yükseklikler jeopotansiyel yüksekliklerden sadece belirli bir miktar kadar farklıdır (Berber, 2005). Bu sebeple jeopotansiyel yükseklik ile dinamik yükseklik aynı fiziksel karakterdedir (Üstün, 2006). Dinamik yüksekliğin en önemli eksikliği, (2.12) eşitliğinden anlaşılaacağı üzere dinamik yüksekliğin sonucu sadece bir oranı temsil eder. Yani geometrik bir uzunluğu tanımlamaz dolayısıyla geometrik anlamı yoktur (Abbak, 2019).

Dinamik yüksekliklerde de jeopotansiyel yüksekliklerde olduğu gibi jeoidin dinamik yüksekliği sıfıra eşittir. Her bir seviye yüzeyin yalnız bir dinamik yükseklik değerine karşılık gelmektedir. Bu durumda her iki seviye yüzeyi üzerindeki noktalar arasında bulunan dinamik yükseklik farkları eşittir. Diğer yükseklikler dinamik yüksekliklerin bilinmesi ile kolayca hesaplanabilir (Tuşat, 2000).

2.2.1 Dinamik düzeltme

Yeryüzündeki herhangi A ve B gibi iki noktanın dinamik yükseklikleri (2.12) eşitliğinden;

$$H_A^D = \frac{C_A}{\gamma_0^{45^\circ}} \quad , \quad H_B^D = \frac{C_B}{\gamma_0^{45^\circ}} \quad (2.13)$$

olarak elde edilir. A ve B noktaları arasındaki yükseklik farkı;

$$\Delta H_{AB}^{\text{Din}} = H_B^{\text{Din}} - H_A^{\text{Din}} = \frac{1}{\gamma_0} (C_B - C_A) = \frac{\Delta C_{AB}}{\gamma_0} \quad (2.14)$$

$$= \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B g dH \quad (2.15)$$

$$= \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B (g + \gamma_0 - \gamma_0) dH \quad (2.16)$$

$$= \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B \gamma_0 dH + \frac{1}{\gamma_0} \int_A^B (g - \gamma_0) dH \quad (2.17)$$

$$= \int_A^B dH + \int_A^B \left(\frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \right) dH \quad (2.18)$$

$$= \Delta H_{AB_{\text{niv}}} + DC_{AB} \quad (2.19)$$

$$= \Delta H_{AB_{\text{niv}}} + \sum_A^B \left(\frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \right) \Delta H_{\text{niv}} \quad (2.20)$$

elde edilir. Dinamik yükseklikleri (2.14) ve (2.15) bağıntılarıyla elde etmek için jeopotansiyel yüksekliklerin veya bunların yükseklik farklarının belirlenmiş olması gerekir. Yukarıdaki eşitlikler yardımıyla dinamik yüksekliği bilinen A noktasından, nivelmanla B noktasına dinamik yükseklik taşınmış olur. (2.19) eşitliğindeki birinci terim ΔH_{AB} geometrik nivelmanla elde edilen yükseklik farkını, ikinci terim de,

$$DC_{AB} = \int_A^B \left(\frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \right) dH = \sum_A^B \left(\frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \right) \Delta H_{\text{niv}} \quad (2.21)$$

dinamik düzeltmesini ifade eder. Sonuç olarak A ve B noktaları arasındaki $\Delta H_{AB_{\text{niv}}}$ nivelman yükseklik farkına DC_{AB} dinamik düzeltmesi getirilerek $\Delta H_{AB}^{\text{Din}}$ dinamik

yükseklik farkı elde edilir. Ülke ölçmelerinde genellikle geometrik nivelman yöntemiyle elde edilen sonuçlar dinamik düzeltme terimi ile dinamik yükseklik farkına dönüştürülür (Tuşat, 2000; Abbak, 2019).

Ekvator'dan kutuplara doğru normal gravite değeri (ağırlık ivmesi : g) 5 gal büyüklüğünde bir değişim gösterir. Bundan dolayı yükseklik düzeltmeleri de büyük olabilir. Özellikle dağlık bölgelerde büyük değerlere ulaşmaktadır. Dinamik yüksekliklerdeki dinamik düzeltme değerinin büyük olması, dinamik yüksekliklerin pratikteki önemini azaltmaktadır (Tuşat, 2000; Erkaya, 2006).

2.3 Ortometrik Yükseklik (H)

Yeryüzündeki bir P noktası ile jeoid arasındaki çekül eğrisi boyunca hesaplanan doğrusal mesafe ortometrik yükseklik olarak tanımlanır. Bu tanım deniz seviyesi üstündeki yükseklikler anlayışına karşılık gelir (Torge, 2001). Eğrinin jeoidi kestiği noktanın yüksekliği sıfırdır. Ortometrik yükseklik fiziksel anlamlıdır ve coğrafi enleme dolayısıyla graviteye bağlıdır. Geometrik nivelman yöntemiyle belirlenen yükseklik farkları ortometrik yükseklikleri verir. Aynı seviye yüzeyi üzerinde bulunan birbirinden farklı iki noktanın ortometrik yükseklik değerleri farklıdır (Tuşat, 2000).

P noktasının jeopotansiyel sayısı C, jeoidi kestiği nokta P_0 olmak üzere çekül eğrisinin P- P_0 arasındaki parçasının uzunluğundan ortometrik yükseklik H,

$$C = W_0 - W = \int_0^H g dH \quad (2.22)$$

belirlenir. Eşitlik düzenlenirse

$$C = \int_0^H g dH = H \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (2.23)$$

ve

$$C = \bar{g}H \quad (2.24)$$

olur. Buradan;

$$\bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g dH \quad (2.25)$$

elde edilir. Burada $\bar{g}$, yeryüzündeki P noktası ile jeoit üzerindeki P_0 noktası arasındaki çekül eğrisi boyunca gravitenin ortalamasıdır. Ortalama gravite $\bar{g}$ bilinmek şartıyla otometrik yükseklik H,

$$H = \frac{C}{\bar{g}} \quad (2.26)$$

hesaplanabilir (Heiskanen ve Moritz, 1967; Torge, 2001). İdeal koşullarda yükseklik farklarının ve gravite ölçülerinin çekül eğrisi boyunca yapılması gerekmektedir. Ancak gravite değeri sadece yeryüzündeki noktada ölçülebilmektedir. Yeryüzündeki bir noktanın ortometrik yüksekliği doğrudan hesaplanamaz. Bunun nedeni jeoidin kıtalar altındaki gidişinin bilinmemesi ve çekül eğrisi boyunca ölçü yapmanın imkansız olmasıdır. Yani kütle içinde ağırlık ölçmek mümkün olmadığından ortalama gravite değerleri ölçülerek belirlenemez. Dolayısıyla gerçek ortometrik yükseklik değerleri hesaplanamaz. Yaklaşık olarak topografik kitlelerin yoğunluğu bilinmektedir ve $\bar{g}$ değerine belirli varsayımlarla yaklaşılabılır. (Tuşat, 2000; Berber, 2005; Üstün, 2006)

Yeryüzündeki P noktasında ölçülen gravite değeri g olmak üzere, ölçülen gravite poicare ve prey yöntemiyle indirgenirse $\bar{g}$ değeri,

$$\bar{g} = g + 0.0424H \quad (2.27)$$

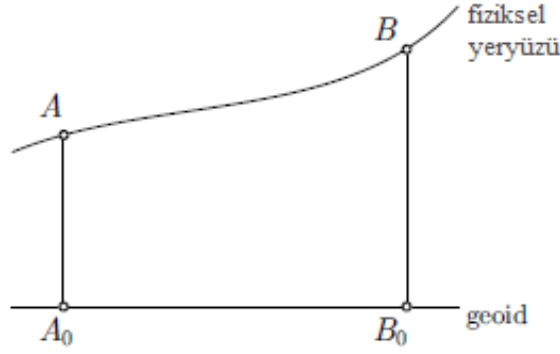
elde edilir. Eşitlik topografik kitlelerin sabit yoğunluklu olduğu varsayımına dayanır. Fakat gerçekte yoğunluk sabit olmayıp bölgeden bölgeye değişmektedir. Bu durum ortometrik yüksekliğin zayıf yönüdür. (2.27) eşitliği (2.26) formülünde yerine yazılırsa,

$$H = \frac{C}{g + 0.0424H} \quad (2.28)$$

olur. Bu eşitliğe Helmert ortomertik yüksekliği denir. C, g.p.u; g, gal ve H, km birimindedir (Heiskanen ve Moritz, 1967; Abbak, 2019).

2.3.1 Ortometrik düzeltme

Yeryüzündeki A ve B noktaları arasındaki geometrik nivelman yöntemiyle bulunan yükseklik farkını ortometrik yükseklik farkına dönüştürmek için geometrik yükseklik farkına eklenen düzeltmeye ortometrik düzeltme adı verilir (Berber, 2005).



Şekil 2. 5. Ortometrik ve dinamik düzeltme

Şekil 2.5 'deki A ve B noktaları arasındaki ortometrik yükseklik farkı;

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A \quad (2.29)$$

olmak üzere, A ve B noktalarının dinamik yükseklik farkı eklenip çıkarılarak;

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A + (H_B^{Din} - H_A^{Din}) - (H_B^{Din} - H_A^{Din}) \quad (2.30)$$

$$\Delta H_{AB} = H_B - H_A - H_B^{Din} + H_A^{Din} + (H_B^{Din} - H_A^{Din}) \quad (2.31)$$

$$\Delta H_{AB} = \Delta H_{AB}^{Din} + (H_B - H_B^{Din}) - (H_A - H_A^{Din}) \quad (2.32)$$

elde edilir.

$(H_A - H_A^{Din})$ ve $(H_B - H_B^{Din})$ ortometrik ve dinamik yükseklikler arasındaki farklar olmak üzere, Şekil 2.5 'e göre fiziksel yeryüzündeki A noktası ile bu noktanın jeoid yüzeyindeki ayağı A_0 arasında çekül eğrisi boyunca bir nivelman yolu olduğu varsayılırsa, ölçülen yükseklik farkının H_A 'nın kendisi olacağı ($\Delta H_{A_0A} = H_A$) açıktır. Bu sonuç denklem 2.19 'dan

$$\Delta H_{AB}^{\text{Din}} = \Delta H_{AB_{\text{niv}}} + DC_{AB} \quad (2.33)$$

eşitliğine uygulanırsa;

$$DC_{A_0A} = \Delta H_{A_0A}^{\text{Din}} - \Delta H_{A_0A} = H_A^{\text{Din}} - H_A \quad (2.34)$$

ve

$$H_A - H_A^{\text{Din}} = -DC_{A_0A} \quad (2.35)$$

$$H_B - H_B^{\text{Din}} = -DC_{B_0B} \quad (2.36)$$

olur.(3.33),(3.35) ve (3.36) eşitlikleri (2.30) eşitliğinde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} \Delta H_{AB} &= \Delta H_{AB_{\text{niv}}} + DC_{AB} + DC_{A_0A} - DC_{B_0B} \\ \Delta H_{AB} &= \Delta H_{AB_{\text{niv}}} + DC_{AB} + DC_{A_0A} - DC_{B_0B} \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\Delta H_{AB} = \Delta H_{AB_{\text{niv}}} + OC_{AB} \quad (2.38)$$

ΔH_{AB} ortometrik yükseklik farkı bulunur. Birinci terim $\Delta H_{AB_{\text{niv}}}$, geometrik nivelmanla ölçülen yükseklik farkıdır. İkinci terim OC_{AB} ,

$$OC_{AB} = DC_{AB} + DC_{A_0A} - DC_{B_0B} \quad (2.39)$$

ortometrik düzeltmedir. Bu, ortometrik ve dinamik düzeltmeler arasında dikkate değer bir bağıntıdır. (2.21)'den

$$DC_{AB} = \int_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dH = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \Delta H_{\text{niv}} \quad (2.40)$$

$$DC_{A_0A} = \int_{A_0}^A \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dH = \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A \quad (2.41)$$

$$DC_{B_0B} = \int_{B_0}^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} dH = \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B \quad (2.42)$$

bulunur. Böylece (2.39)'daki ortometrik düzeltme

$$OC_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \Delta H_{niv} + \frac{\bar{g}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A - \frac{\bar{g}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B \quad (2.43)$$

biçiminde yazılır. Buradaki

g : A ve B boyunca ölçülen gravite,

$\bar{g}_A$: A ve A_0 'dan geçen çekül eğrisi boyunca ortalama gravite,

$\bar{g}_B$: B ve B_0 'dan geçen çekül eğrisi boyunca ortalama gravite değeridir.

$\bar{g}_A$ ve $\bar{g}_B$ ortalama gravite değerleri (2.27) bağıntısına göre hesaplanır. γ_0 , genellikle 45° enlemindeki normal gravite gibi keyfi olarak seçilen bir sabittir. Sonuç olarak A ve B noktaları arasındaki nivelmanla elde edilen $\Delta H_{AB_{niv}}$ yükseklik farkına OC_{AB} ortometrik düzeltme getirilerek ΔH_{AB} ortometrik yükseklik farkı elde edilir (Heiskanen ve Moritz, 1967).

2.4 Normal Yükseklik (H^N)

$W(x, y, z)$ potansiyel fonksiyonunun bilinmesi ile yeryuvarının gerçek gravite alanının kesin bir matematiksel ifadesinin yapılabilmesi mümkün hale gelir. Ancak potansiyel fonksiyonunun bilinmesi için çok sayıda ölçü yapılması gerekmektedir ve bu pratikte mümkün değildir. Bu nedenle gerçek gravite alanına benzer bir yaklaşımla matematiksel bir gravite alanı tanımlanır. Bu alan normal gravite alanı olarak adlandırılır. (Kartal, 1998).

Elipsoit, yeryuvarının temel şekli olarak ifade edilen jeoide en yakın başlangıç yüzeylerinden birisidir. Elipsoidin gravite alanı normal gravite alanı olarak kabul edilmektedir. Yeryuvarının gerçek gravite alanı ile normal gravite alanı arasında bir miktar farklılık bulunmaktadır. Söz konusu bu fark bozucu gravite alanı olarak tanımlanır (Yılmaz N. , 2011).

U normal gravite potansiyeli, W gerçek gravite potansiyeli ve T bozucu potansiyel olmak üzere, $W=U$, $g=\gamma$, $T=0$ varsayımına göre ortometrik yüksekliklere normal yükseklik adı verilir. Bu varsayımda yeryuvarının gerçek gravite alanının normal gravite alanı olduğu kabul edilir. Normal yükseklik H^N ile gösterilir. Böylece (2.22)'den (2.25)'e kadar olan eşitlikler

$$C_P = W_0 - W_P = \int_0^{H^N} \gamma dH^N \quad (2.44)$$

$$H^N = \int_0^C \frac{dC_P}{\gamma} \quad (2.45)$$

$$C_P = \bar{\gamma} \cdot H^N \quad (2.46)$$

olur (Heiskanen ve Moritz, 1967). $\bar{\gamma}$ çekül eğrisi boyunca ortalama normal gravitedir ve $\bar{\gamma}$ elipsoidal bir dünya modelinin normal gravite alanında hesaplanabilir (Torge, 2001).

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{H^N} \int_0^{H^N} \gamma dH^N \quad (2.47)$$

$$\bar{\gamma} = \gamma \left[1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H^N}{a} + \frac{H^{N^2}}{a^2} \right] \quad (2.48)$$

$$\gamma = \gamma_{ekv} \frac{1 + k \sin^2 \varphi}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (2.49)$$

$$m = \frac{\omega^2 a^2 b}{kM} \quad (2.50)$$

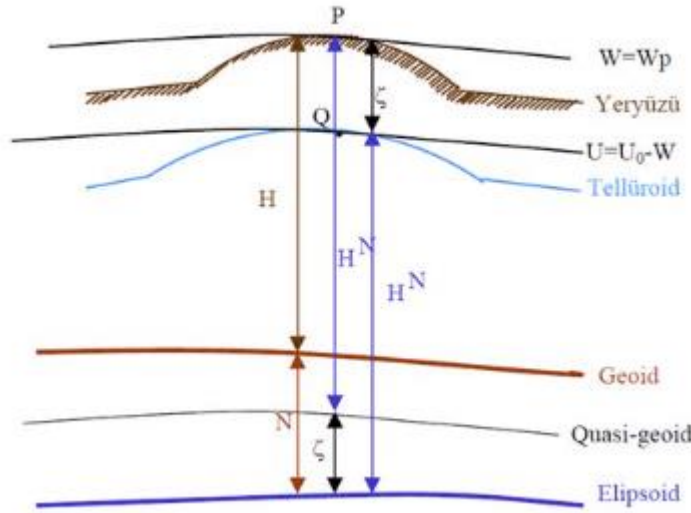
$$\gamma_{ekv} = \frac{GM}{ab} \left(1 - \frac{3}{2} m - \frac{3}{14} e'^2 m \right) \quad (2.51)$$

elde edilir (Heiskanen ve Moritz, 1967). Burada C_P P noktasının jeopotansiyel yüksekliği, W_0 jeoidin potansiyeli, γ elipsoit yüzeyinde normal gravite, f basıklık, nivo elipsoidinin

büyük yarı eksen a , küçük yarı eksen b , m boyutsuz büyüklük, ω yerin açısal dönme hızı, kM Newton çekim sabiti ile yerin kitlesinin çarpımı, GM yermerkezli çekim sabiti, γ_{ekv} ekvatorda normal gravite, e 1. dış merkezlik, e'^2 2. dış merkezlik olarak adlandırılır.

Fiziksel yeryüzündeki herhangi bir P noktasının W_P gerçek ve U_P normal potansiyeli vardır. Genellikle $W_P \neq U_P$ 'dir. Aynı zamanda söz konusu P noktasından geçen çekül eğrisi üzerinde U_Q normal potansiyeli ile P 'deki W_P gerçek potansiyeli eşit olan bir Q noktası vardır. Yani bu Q noktasında $U_Q = W_P$ 'dir (Heiskanen ve Moritz, 1967).

Normal yükseklik, normal ağırlık alanının çekül eğrisinin boyunca Q noktası ile elipsoid arasındaki mesafesidir. Her noktasında $U_Q = W_P$ eşitliğini sağlayan noktaların oluşturduğu yüzeye Tellüroid yüzeyi denir (Şekil 2.6). Tellüroid bir nivo yüzeyi değildir (Kartal, 1998). Fiziksel yeryüzüne benzeyen ve fiziksel yeryüzünün normal gravite alanındaki karşılığı olan kuramsal bir yüzeydir (Kalaycı, 1997).



Şekil 2. 6. Normal yükseklik

Tellüroid, yeryüzünün ilk yaklaşık yüzeyidir ve astronomik koordinatlardan yararlanılarak belirlenebilir. Yükseklik anomalisi (ζ), elipsoidden yeryüzüne ve elipsoidden tellüroide olan düşey uzaklıkların arasındaki farktır.

$$\zeta = h - H^N \quad (2.52)$$

Elipsoidal yükseklik ve ortometrik yükseklik arasındaki fark $N = h - H$ jeoid ondülasyonunu ifade eder. Bu ilişkiden yararlanarak;

$$H + N = H^N + \zeta \quad (2.53)$$

$$H - H^N = \zeta - N \quad (2.54)$$

eşitlikleri yazılabilir ve $(\zeta - N)$ şu şekilde gösterilebilir:

$$(\zeta - N) = \frac{-\Delta g_B}{\bar{\gamma}} H \quad (2.55)$$

Burada Δg_B yaklaşık olarak Bouguer anomalisine eşittir (Kartal, 1998).

Normal yükseklikler için referans yüzeyi, jeoide yakın olan ancak eşpotansiyel yüzey olmayan kuasijeoid (quasi-geoid)'dir. Bu yüzey Molodenski tarafından adlandırılmıştır. Kuasijeoid, okyanuslarda $\zeta = N$ olup jeoid ile çakışmaktadır ve yüksekliğin az olduğu yerlerde (alçak kotlarda) mm-cm düzeyinde jeoidden sapar ve yüksek dağlık yerlerde bir metre sapmaya ulaşabilir (Torge, 2001). Kuasijeoidin hiçbir fiziksel anlamı yoktur. Şekil 2.5 'ten görüldüğü üzere yeryüzündeki bir P noktasının normal çekül eğrisi boyunca kuasijeoide olan uzaklığı normal yükseklik, gerçek çekül eğrisi boyunca jeoide olan uzaklığı ortometrik yüksekliktir. Ortometrik yükseklikler yeryuvarının kitle yoğunluğu ile ilgili bazı varsayımlara dayanmaktadır. Ancak normal yükseklikler herhangi bir varsayım olmaksızın hesaplanabilir (Erkaya, 2006). Ortometrik yüksekliklerde belirsizliklerin ortaya çıkmasının nedeni ortometrik yükseklik hesabı için gerekli g değerleri sadece hipotezler yardımıyla elde edilebilmektedir. Ancak normal yükseklik hesabında γ değerleri kesin olarak hesaplanabildiğinden bu belirsizlik tamamen ortadan kalkmaktadır (Kalaycı, 1997).

Netice itibarıyla normal yükseklikler; geometrik, tek anlamlı ve seviye yüzeyleri tanımlamayan bir yükseklik sistemidir (Abbak, 2019)

2.4.1 Normal düzeltme

Dinamik ve ortometrik düzeltmelere benzer şekilde, normal yüksekliklerde de ölçülen yükseklik farkları için bir normal düzeltme NC söz konusudur. (2.43) eşitliğinde $\bar{g}$ yerine γ ve H yerine H^N yazılırsa

$$NC_{AB} = \sum_A^B \frac{g - \gamma_0}{\gamma_0} \Delta H_{niv} + \frac{\bar{\gamma}_A - \gamma_0}{\gamma_0} H_A^N - \frac{\bar{\gamma}_B - \gamma_0}{\gamma_0} H_B^N \quad (2.56)$$

elde edilir. Buradan (2.19) ve (2.37) eşitlikleri

$$\Delta H_{AB}^N = \Delta H_{AB_{niv}} + NC_{AB} \quad (2.57)$$

olur. Böylece A noktası ve B noktası arasındaki normal yükseklik farkı ΔH_{AB}^N , nivelman sonucunda elde edilen $\Delta H_{AB_{niv}}$ yükseklik farkına NC_{AB} normal düzeltme eklenerek elde edilir (Heiskanen ve Moritz, 1967).

2.5 Normal Ortometrik Yükseklik (H^{NO})

Gerçek gravitenin (g) bilinmemesi halinde gerçek gravite değerinin yerine normal gravite (γ) kullanılırsa,

$$C'_P = \int_0^P \gamma dH \quad (2.58)$$

normal-jeopotansiyel yükseklik elde edilir. Buradan normal-ortometrik yükseklik,

$$H^{NO} = \frac{C'_P}{G} \quad (2.59)$$

eşitliğiyle elde edilir. Burada G normal gravite olmak üzere;

$$G = \gamma_P - 0.3086 \left(\frac{H^{NO}}{2} \right) \quad (2.60)$$

formülü yardımıyla hesaplanır. γ_P Gal biriminde P noktasına ait normal graviteyi, H^{NO} km biriminde normal-ortometrik yüksekliği ifade eder. Aynı zamanda gerçek gravite

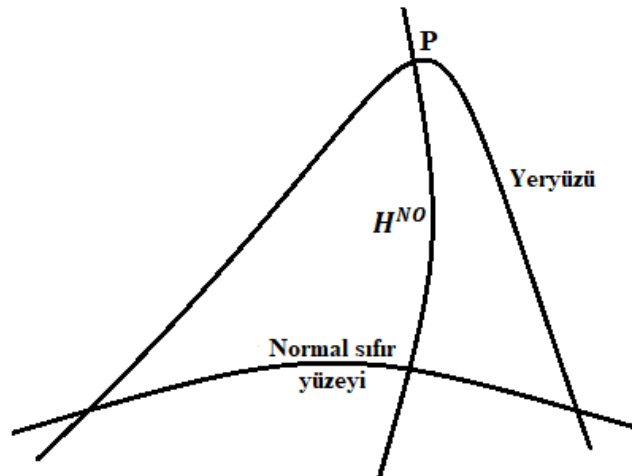
değerinin ortalamasına $\bar{g}$ karşılık olarak ortalama normal gravite $\bar{\gamma}$ kullanılırsa (2.9) eşitliğine göre iki nokta arasındaki jeopotansiyel yükseklik farkından

$$\Delta C' = \sum \bar{\gamma} \Delta H_{niv} \quad (2.61)$$

normal-jeopotansiyel yükseklik farkı hesaplanabilir. Buradan normal-jeopotansiyel yükseklik C'_p bulunur. Aynı şekilde (2.59) ve (2.60) bağıntıları yardımıyla normal ortometrik yükseklik elde edilir.

Normal-jeopotansiyel yüksekliklerin geometrik anlamı yoktur. Yer gravite alanına bağlı olmadığı için normal-jeopotansiyel yükseklikler tek anlamlı ve tam diferansiyel değildirler. Yani bir lüpe (halkayı) oluşturan normal jeopotansiyel yükseklik farklarının toplamı sıfır değildir. Bu durum bir yükseklik sisteminden olması istenilen temel özelliği sağlamamaktadır.

Normal-ortometrik yükseklik ‘‘normal sıfır (NN)’’ yüksekliği olarak da adlandırılır. Fiziksel yeryüzünden H^{NO} kadar inildiğinde NN yüzeyine ulaşılır (Şekil 2.7). Normal sıfır yüksekliğinin başlangıç yüzeyi bir elipsoit yüzeyidir. Normal gravite etkisinin dikkate alındığı bir NOC normal-ortometrik düzeltmesiyle normal sıfır yüksekliği belirlenerek normal sıfır yüzeyi elde edilir (Erkaya, 2006; Abbak, 2019).



Şekil 2. 7. Normal – ortometrik yükseklik (Abbak, 2019)

2.5.1 Normal Ortometrik Düzeltme

Normal-ortometrik düzeltme

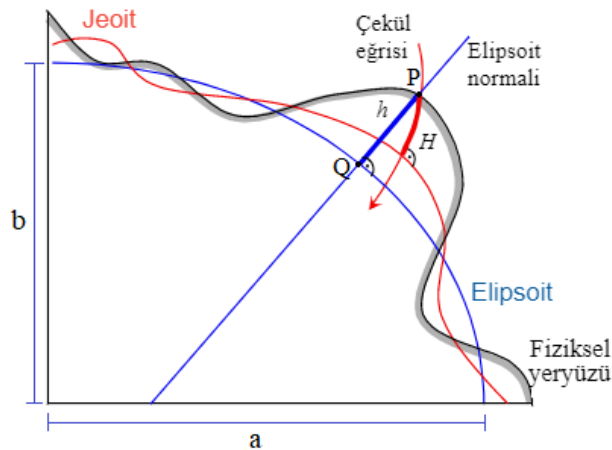
$$NOC = 2\bar{H}^{NO} \cdot a \cdot \sin 2\bar{\varphi} \left[1 + \left(a \cdot \frac{2\beta}{a} \right) \cos 2\bar{\varphi} \right] \Delta\varphi \quad (2.62)$$

eşitliği ile hesaplanır. Böylece normal-ortometrik yükseklik farkı ΔH^{NO} , ölçülen geometrik yükseklik farklarına normal gravitenin dikkate alınarak normal-ortometrik düzeltme değerinin eklenmesiyle elde edilir (Erkaya, 2006; Abbak, 2019).

$$\Delta H^{NO} = \Delta H_{niv} + NOC \quad (2.63)$$

2.6 Elipsoidal Yükseklik (h)

Tümüyle geometrik esaslara göre belirlenen, gravite alanı ile ilişkili olmayan yükseklik türü genellikle GNSS ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerdir (Üstün, 2006). Fiziksel yeryüzündeki herhangi bir P noktasının belirlenen referans elipsoidine göre elipsoit üzerindeki izdüşümü Q ile arasındaki elipsoit normalinin uzunluğu elipsoidal yükseklik kavramını ifade eder. Elipsoidal yükseklik h ile gösterilir. Elipsoidal yükseklik, ortometrik yükseklikten jeoit ondülasyonu kadar farklıdır. Şekil 2. 8 ‘deki a, elipsoidin büyük yarı eksenini ve b, elipsoidin küçük yarı eksenini göstermektedir. Elipsoidal yükseklik, elipsoidin boyutları ve datum tanımı ile bağlantılıdır. Elipsoidal yükseklik geometrik anlamlıdır. Yeryuvarının gerçek gravite alanıyla bağlantılı olmadığından fiziksel anlamlı değildir. (Kartal, 1998; Yiğit, 2003; Berber, 2005).



Şekil 2. 8. Elipsoidal yükseklik (h) (Üstün, 2002)

Elipsoidal yükseklik elde edilen mevcut büyüklüklere göre iki yöntemle elde edilebilir.

1) Doğal büyüklükler yöntemi

Bu yöntemde elipsoidal yükseklik, jeoit yüksekliği(jeoit ondülasyonu) N ve ortometrik yüksekliği H olmak üzere

$$h \cong H + N \quad (2.64)$$

eşitliğinden elde edilebilir.

2) Standart büyüklükler yöntemi

Bu yöntemde elipsoidal yükseklik, yükseklik anamolisi ζ ve normal yükseklik H^N olmak üzere

$$h \cong H^N + \zeta \quad (2.65)$$

eşitliğinden elde edilebilir (Yanar, 1999).

2.7 Farklı Yükseklik Sistemlerinin Karşılaştırılması

Jeopotansiyel sayı,

$$C = W_0 - W = \int_{\text{jeoid}}^{\text{nokta}} g dH \quad (2.66)$$

olmak üzere, farklı yükseklik kavramları en temel şekilde,

$$\text{Yükseklik} = \frac{C}{G} \quad (2.67)$$

ifade edilebilir ve yükseklik sistemleri gravite değerinin (G) veya jeopotansiyel sayının (C) seçimine göre birbirlerinden farklılık gösterirler. Buna göre;

- dinamik yükseklik: $\frac{C}{\gamma_0^{45}}$ ($G = \gamma_0^{45} = \text{sabit}$)
- ortometrik yükseklik: $\frac{C}{\bar{g}}$ ($G = \bar{g}$)
- normal yükseklik: $\frac{C}{\bar{\gamma}}$ ($G = \bar{\gamma}$)
- normal-ortometrik yükseklik: $\frac{C'}{\gamma'}$ ($G = \gamma', C = C'$)

farklı yükseklik sistemleri elde edilir. Seçilen her farklı gravite değerine ve jeopotansiyel sayıya göre yeni yükseklik sistemi söz konusudur.

Farklı yükseklik sistemleri ile ilgili şu çıkarımlar yapılabilir:

- ♦ Jeopotansiyel sayı nivelmanın en dolaysız sonucu olup, önemli bir bilimsel değerdir. Ancak buna karşın geometrik ya da pratik özellikte bir yükseklik olduğu söylenemez.
- ♦ Dinamik yüksekliğin bir yükseklik boyutu vardır ancak geometrik anlamı değildir. Aynı nivo yüzeyi üzerinde bulunan noktaların dinamik yüksekliklerinin eşit olması sistemin üstünlüğüdür. Bu durum yatay hareket edildiğinde aynı yükseklikte bulunduğu anlayışına karşılık gelir. Dinamik düzeltme çok büyük değerlere ulaşabilir. Bundan dolayı dinamik yükseklikler pratik yükseklikler olarak uygun değildir ve bilimsel amaçlar için jeopotansiyel sayılar tercih edilir.
- ♦ Ortometrik yükseklikler “deniz düzeyinden olan doğal yüksekliklerdir”, yani jeoid yüzeyinden olan yüksekliklerdir. Bu nedenle ideal bir yükseklik sistemini tanımlar. Ortometrik düzeltme çok küçük olsa da ortometrik yükseklikler yerkabuğunun yoğunluğuna ilişkin ayrıntılı bilgi olmayışından etkilenir.
- ♦ Normal yüksekliklerin fiziksel ve geometrik anlamı daha az açık olup yükseklik değeri kullanılan referans elipsoidine bağlıdır. Normal yükseklikler, ortometrik yüksekliklerle karşılaştırıldığında biraz yapay karakterli oldukları görülür. Ortometrik düzeltme gibi normal düzeltme de oldukça küçüktür. Ancak normal yüksekliğin belirlenmesi, fiziksel yeryüzündeki noktalarda yer gravite değerlerine gereksinim olmadığından daha kolaydır (Heiskanen ve Moritz, 1967).
- ♦ Normal-ortometrik yükseklik normal gravite değerine bağlıdır. Bu nedenle modern jeodezinin gereksinimlerini karşılamamaktadır (Abbak, 2019).

3. JEOİD BELİRLEME YÖNTEMLERİ

Yükseklik sistemlerinde başlangıç yüzeyi olarak kullanılacak bir jeoide güncel uydu teknolojilerini kullanan herkes ihtiyaç duymaktadır. Uydu tekniklerinin rasyonel kullanılmasında jeoit önemli bir altyapıdır çünkü jeoit, uydularla elde edilen konumlar ile yüksek prezisyonlu jeodezik koordinatlar arasındaki doğal bağıdır (Yılmaz M., 2005).

Jeodezide uydu teknolojilerinin sivil kullanımda yaygınlaşmasıyla, jeoit belirlemenin önemi daha da artmış aynı zamanda jeoit belirleme önemli bir problem haline gelmiştir. GNSS nivelman yönteminin klasik nivelman tekniğine alternatif oluşturmamasından dolayı günümüzde jeoit belirleme probleminden oldukça fazla söz edilmektedir (Üstün, 2006). Uydularla yapılan jeodezik ölçmelerde, yeryuvarının şekline ve büyüklüğüne büyük ölçüde yakınsayan bir elipsoit üzerinde, noktaların jeodezik koordinatlarının hesabı yapılabilir. Ölçme aletleri ile yeryüzünde yapılan ölçmeler jeoit ile ilgilidir. Jeoit ve elipsoit arasındaki fark jeoit yüksekliği (jeoit ondülasyonu) olarak isimlendirilir ve N ile ifade edilir (Yaprak, 2007).

Jeoit belirleme, yatay konumu bilinen bir noktada, jeoit yüksekliğinin sayısal ve analog olarak belirlenmesini sağlayacak şekilde verilerin modellenmesi olarak tanımlanır (Yılmaz M., 2005). Jeoit, yoğunluğun ve kütle dağılımının bir oluşumudur. Dolayısıyla jeoidin elde edilmesinde kullanılan veriler de yeryuvarı içerisindeki kütle yoğunluğunun dağılımı hakkında bilgi verir. Belirtilen bu yoğunluk dağılımını en iyi temsil eden büyüklük gravitedir. Jeoidi modellendirmede temel yaklaşım, yeryuvarının gravite alanı parametreleriyle elipsoidal normal gravite alanı parametrelerinin karşılaştırılmasıdır (Üstün, 2001).

Uygulamada jeoidin belirlenmesi, gerçek gravite alanına ait büyüklükler [gravite potansiyeli(W), ortometrik yükseklik(H), gravite(g), astronomik enlem ve boylam(Φ, Λ)] ile referans elipsoidine ait büyüklüklerin [normal potansiyel(U), elipsoidal yükseklik(h), normal gravite(γ), jeodezik enlem ve boylam(ϕ, λ)] karşılıklı farkından oluşan bozucu potansiyel (T), jeoit yüksekliği (N), gravite anomolisi (Δg), çekül sapması bileşenleri (η, ξ) değerlerinin hesaplanması ile olabilmektedir. Genellikle, jeoidin belirlenmesi jeoit yükseklikleri yardımıyla yapılır (Yanar, 1999).

Belirtilen ölçüm teknikleri yardımıyla elde edilmiş ölçüler kullanılarak, jeoit yükseklikleri hesabında;

- ♦ Astrojeodezik yöntemler,
- ♦ Gravite alanı modelleri,
- ♦ Global Jeopotansiyel modeller,
- ♦ Yerel (geometrik) modeller,
- ♦ Kombine yöntemler (GNSS-Nivelman, GNSS-Gravimetrik vb.)

en sık kullanılan tekniklerdir (Yanar, 1999).

Nokta, profil veya sürekli bir yüzey şeklinde jeoidin belirlenmesi mümkündür. Jeoid belirleme teknikleri Tablo 2.1'deki veri kaynakları ile gözlem büyüklüklerinin bir veya birkaçına dayanır.

Tablo 3. 1. Jeoid belirlemede veri türleri ve gözlem büyüklükleri (Üstün, 2001)

Veri Türleri	Kaynak
Uydu yörünge analizleri	• Dinamik • Geometrik
Küresel harmonik katsayılar	• Jeopotansiyel model
Gravite anomalileri	• Yersel gravite ölçmelerinden (karalar için) • Altimetre verilerinden (denizler için) • Jeopotansiyel model katsayılarından (eksik bölgeler için)
Topoğrafik yükseklik bilgileri	• Sayısal Arazi Modeli (SAM) veya Sayısal Yükseklik Modeli (SYM)
Topoğrafik kitlelerin yoğunluk değişimi, kabuk-manto sınırında yoğunluk sıçraması (Mohorovicic süreksizliği)	• Kitle yoğunluk modelleri • Yeryuvarının gravite alanı bilgisine dayalı ters gravimetrik çözüm
Nokta kitle modeli	• GPS/Nivelman jeoit yükseklikleri ($N_{GPS/Niv}$) • Gravite anomalileri • Global jeopotansiyel model • Sayısal arazi modeli
Yersel jeodezik ölçmeler	• Astrojeodezik veriler ($\Phi, \Lambda, A, \eta, \xi$) • Geometrik nivelman • Presizyonlu trigonometrik nivelman
Uydu konum belirleme teknikleriyle türetilen 3B konum bilgileri (φ, λ, h)	• SLR • GPS • DOPPLER

Uygulanabilirlik, yöntem, veri, datum, seçilen elipsoid, ve doğruluk bakımından jeoid modelleri birbirleriyle farklılık göstermektedir. Farklı verilerden ve farklı hesaplama yöntemlerinden jeoit yükseklikleri ayrı ayrı bulunabilir. Ayrıca uygun veri ve yöntemlerin birlikte değerlendirilmesiyle de bulunabilir (Yılmaz N., 2011).

Jeoid yükseklikleri, boyutları ortalama yer elipsoidinin boyutlarına eşit ve bununla birlikte referans koordinat eksenleri doğal koordinat eksenleri ile özdeş bir referans elipsoidine ait veriler yardımıyla hesaplanıyorsa ‘‘mutlak’’, diğer durumda ‘‘rölatif’’ olurlar. Bir başka ifade ile jeoit belirlemede kullanılan veriler GRS80’e referanslanırsa mutlak jeoit, rölatif bir datuma referanslanırsa rölatif jeoit olarak tanımlanır. Nokta nokta ya da sürekli belirlenebilen jeoid yerin tamamına ait ise ‘‘global’’, bir ülkeye ya da kıtaya ait ise ‘‘ bölgesel’’ jeoid olarak tanımlanır. Gelecekte tüm ülkeleri birleştirecek olan mutlak global jeoidin iyileştirilmesi ve tamamlanması, çalışmaların mutlak jeoidi destekler nitelikte olmasına bağlıdır (Yılmaz M., 2005; Yılmaz N., 2011).

Kullanılan verilere ve bu verilerin değerlendirilmesinde kullanılan hesap modelleri göz önünde tutularak jeoit belirleme yöntemleri aşağıda sıralanmıştır (Yılmaz M., 2005).

- 1-Astro-Jeodezik Yöntemle Jeoit Belirleme
- 2- Gravite Değerlerine Göre Jeoit Belirleme
- 3-Sayısal Yoğunluk Yöntemine Göre Jeoit Belirleme
- 4-Jeopotansiyel Model Yaklaşımı ile Jeoit Belirleme
- 5-Kombine Yöntemle Jeoit Belirleme (Remove – Restore)
- 6-GNSS / Nivelman Yöntemine Göre Jeoit Belirleme
 - a- Polinomlarla modelleme
 - b- Bulanık mantık ile modelleme
 - c- Sonlu elemanlarla modelleme
 - d- Kolokasyonla modelleme
 - e- Enterpolasyon yöntemleriyle modelleme

Söz konusu yöntemlerin bazılarına ait doğruluk değerleri Tablo 3.2 ’de verilmiştir.

Tablo 3. 2. Jeoit yöntemlerinin doğruluk değerleri (Kuru, 2018)

YÖNTEM	DOĞRULUK	
	Rölatif	Mutlak
Astrojeodezik	30-50 cm	70-100 cm
Gravimetrik	40-70 cm	1-1,5 m
Jeopotansiyel	-----	1-2 m
GNSS/Nivelman	10-20 mm	8-12 cm

3.1 GNSS / Nivelman Yöntemine Göre Jeoit Belirleme

Fiziksel yeryüzündeki bir noktanın yatay koordinatları ve üçüncü koordinat bileşeni olan yüksekliğinin bilinmesi ile uzaydaki konumu tam olarak belirlenebilmektedir. GNSS ile uydulardan alınan sinyaller vasıtasıyla noktaların konumları yüksek doğrulukta belirlenebilmektedir. GNSS birçok alanda olduğu gibi yüksekliklerin belirlenmesinde de güncel bir teknik olmuştur (Saka, 2018).

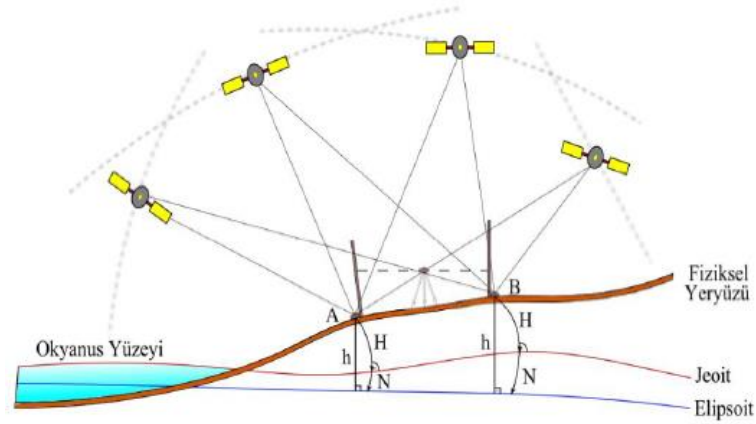
Uydu teknolojisindeki gelişmelere paralel olarak Global Konum Belirlemenin (GPS) jeodezi alanındaki etkisi de büyük olmuştur. Yersel ölçme yöntemlerinin çoğundan daha duyarlı, daha hızlı, daha ekonomik olması, her türlü hava şartlarında kullanılması ve bunun gibi birçok etmenden dolayı GPS, üç boyutlu konum belirlemede günümüzün en pratik ve en hızlı tekniği olmuştur. Ayrıca GNSS tekniği sayesinde daha geniş alanlara uzanan kontrol noktaları tesis etmek mümkün hale gelmiştir. Geçmişte bir noktanın koordinatını elde etmek için bu noktayı gören noktalara klasik yöntemlerle çok yorucu ve zaman alıcı olan açı ve kenar ölçmeleri yapılırken GNSS yardımıyla koordinatların elde edilmesinde noktaların birbirini görme zorunluluğu ortadan kalkmıştır. Aynı zamanda nirengi ağlarının kurulması daha kolay ve esnek hale gelmiştir (Yılmaz ve Arslan, 2006; Yurt ve Gökalp, 2009).

Yeryüzündeki herhangi bir noktanın GNSS tekniği ile üç boyutlu kartezyen koordinatları (X, Y, Z) ve elipsoidal koordinatları (ϕ elipsoidal enlem, λ elipsoidal boylam ve h elipsoidal yükseklik) yer merkezli bir koordinat sistemine bağlı olarak yüksek doğrulukla belirlenebilir (Karaali ve Yıldırım, 1996; Erol ve Çelik, 2005). GNSS ile elde edilen elipsoidal yükseklikler, düşey plaka hareketlerinin izlenmesi, şehir alanları ve binalardaki çökmelerin belirlenmesi, madencilik faaliyetleri sonucu oluşacak olası çökmelerin izlenmesi ve belirlenmesi gibi yüksekliklerdeki değişimlerin doğrudan

belirlenmesinde kullanılmaktadır. Bu ve benzeri durumlarda yükseklik bilgisinin hangi yükseklik sisteminde olduğunun önemi yoktur. Ancak harita üretimi, mühendislik ve CBS (Coğrafi Bilgi Sistemleri) uygulamalarında genellikle su ve diğer sıvıların taşınmasında ve drenaj çalışmalarında, özellikle uzun hatlar boyunca projelendirilen tünel, kanalizasyon, demiryolu, karayolu, doğalgaz ve petrol hattı gibi mühendislik yapılarının oluşumunda ortometrik yükseklikler kullanılmaktadır (Kahveci ve Yıldız, 2018; Abbak, 2019).

Mühendislik uygulamalarında GNSS yardımıyla belirlenen yatay koordinatlardan bir dereceye kadar doğrudan yararlanılabilirken düşey koordinatı ifade eden elipsoidal yükseklikler doğrudan kullanılamamaktadır (Çorumluoğlu ve ark., 2005; Kılıçoğlu ve Orhan, 2003). Söz konusu bu durum GNSS teknolojisinin 3 boyutta koordinat belirleme imkânından tam olarak yararlanılamaması demektir (Kılıçoğlu ve Orhan, 2003). Bundan dolayı GNSS ile elde edilen elipsoidal yüksekliklerin uygun jeoit modeli kullanılarak ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi gerekmektedir (Kahveci ve ark., 2019). Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliğine (BÖHHBÜY) göre elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklere dönüşümde aşağıdaki yöntemler belirtilmiştir. Bunlar;

1. TG-03 jeoit modelinin doğrudan kullanılması,
2. TG-03 jeoit modelinin yerel GPS/Nivelman ölçüleriyle güncelleştirilerek kullanılması,
3. Baz vektörlerinde elipsoit ve TG-03 jeoit yükseklik farklarından elde edilen ortometrik yükseklik farklarının bir nivelman ağı şeklinde dengelenmesi,
4. TG-03 jeoit modelini kullanmadan yerel GPS/Nivelman noktalarına dayanan bir yerel GPS/Nivelman jeoid modelinin oluşturulması ve doğrudan kullanılmasıdır (Ceylan ve ark., 2011). (Daha fazla bilgi için bakınız BÖHHBÜY)

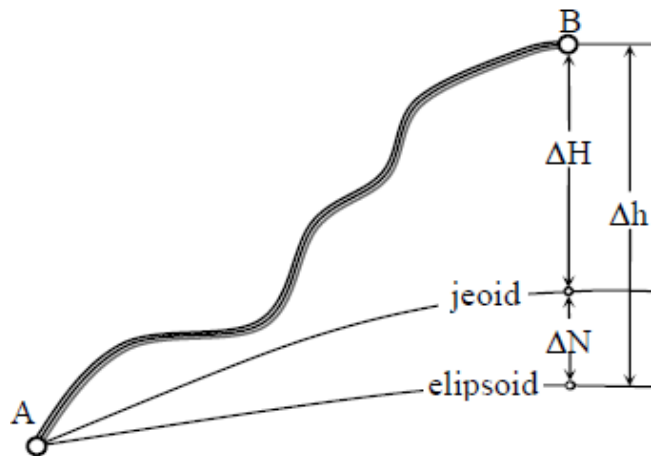


Şekil 3. 1. GNSS / Nivelman (Gürses, 2011)

GNSS verilerinden yeryuvarının basit bir elipsoit modeline göre kolaylıkla elde edilen h elipsoidal yükseklikler, jeoide göre belirlenen H ortometrik yüksekliklerden farklı bir yükseklik sistemindedir. Bu iki yükseklik sistemi arasındaki ilişki;

$$N = h - H \quad (3.1)$$

eşitliği ile ifade edilir. Bu eşitlik yardımıyla bilinen iki yükseklik sisteminden bilinmeyen yükseklik sistemi kolaylıkla hesaplanabilir (Yılmaz M., 2005). Yaprak, 2007 ‘ye göre 3.1 eşitliği GNSS/Nivelman yöntemine göre jeoid belirlemenin temel eşitliğini ifade eder (Şekil 3.1).



Şekil 3. 2. Ortometrik, elipsoidal ve jeoit yüksekliklerinin farkı arasındaki ilişki

Şekil 3.2 'de jeoit ve elipsoidin A noktasında çakışık olduğu varsayılırsa;

$$\Delta N = \Delta h - \Delta H \quad (3.2)$$

eşitliği yazılabilir. Bağlı GNSS ölçmeleri ile A ve B noktaları arasındaki elipsoidal yükseklik farkı Δh yeterli doğrulukla belirlenebilir. Ortometrik yükseklik farkı ΔH da, klasik yöntemlerle (nivelmanla) ölçülebilmektedir. Böylece jeoid yükseklik farkı ΔN , (3.2) eşitliği yardımıyla kolayca hesaplanabilir. Ortometrik yükseklik farkının doğruluğu ve elipsoidal yükseklik farkının doğruluğu, bu şekilde hesaplanan jeoit yükseklik farkının doğruluğunu etkilemektedir (Soycan, 2002).

4. ENTERPOLASYON YÖNTEMLERİ

Jeoit yüksekliklerini belirleme yöntemleri arasında yer alan ve en yaygın kullanılan, bölgede otometrik ve elipsoidal yüksekliklerin her ikisinin de bilindiği ayrıca jeoidi en doğru şekilde temsil eden noktalardan hareketle analitik bir yüzey geçirmektir. Ara noktaların jeoit yükseklik değerleri yüzey geçirilerek bulunan matematiksel model sayesinde belirlenmektedir. Geçirilen yüzey modeli yarımıyla yalnızca elipsoidal yükseklikleri bilinen ara noktalardaki jeoit yükseklik değerleri elde edilmektedir. Böylece hesap edilen bu jeoit yükseklik değerlerinden yararlanılarak ara noktaların ortometrik yükseklikleri elde edilir (Yiğit, 2003). Modelleme, seçilen bölgede bulunan homojen dağılımlı olan noktalarda yapılan ölçülerin referans noktası seçilerek sayısal bir hesap yüzeyi oluşturulması yöntemidir (Akçın, 2001).

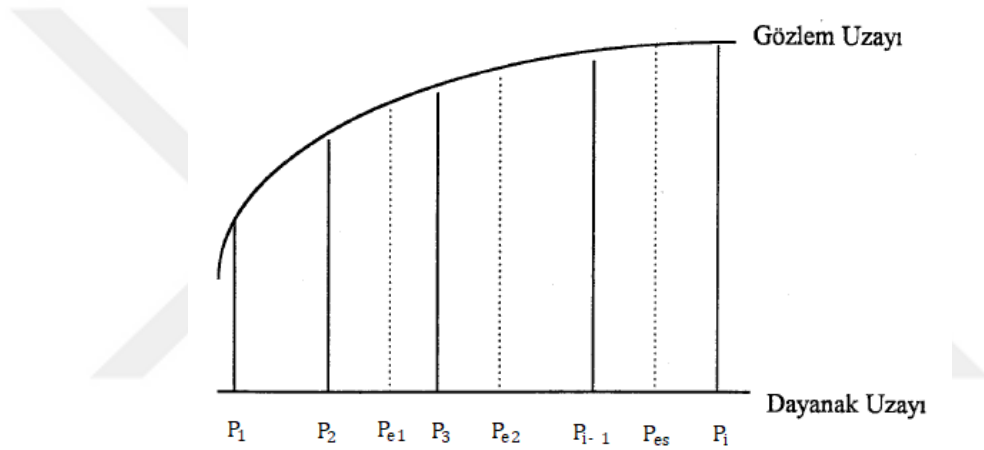
Arazi üzerine dağılmış ve koordinatları bilinen noktalara dayanak noktası (referans noktası, kontrol noktası, örnekleme noktası) adı verilir (Yanalak, 2002b; Taktak, 2005). Jeoit gibi düzgün olmayan yüzeylerin $N = h - H$ eşitliğinden hareketle matematiksel olarak belirtilmesi için sonsuz sayıda nokta bilgisi gerekmektedir. Pratikte bu durumun imkânsız olması enterpolasyon yöntemleriyle ara değer üretilmesini zorunlu kılmaktadır. Bir bölgede enterpolasyon yöntemlerinden herhangi biri uygulanmak istendiğinde, söz konusu bölgede ortometrik yükseklikleri ve elipsoidal yükseklikleri belirlenmiş dayanak noktalarının uygun dağılımda seçilmesi gerekmektedir (Şentürk ve İnce, 2015).

Topografyanın yapısına dayalı olarak belirlenen dayanak noktaları yüzey modelinin doğruluğunu büyük ölçüde etkilemektedir. (Ceylan, 2009).

Enterpolasyon, dayanak nokta kümesi (x_i, y_i, z_i) ile verilmiş olan bir bölge içinde veya bir alt kümesi ile sınırlanan bölge içindeki herhangi bir (x, y) konumunda olan noktanın yükseklik (z) değerinin elde edilmesidir (Yener, 1993). Başka bir ifade ile enterpolasyon; bilinmeyen fonksiyonel bağımlılık değerinin çevresindeki bilinen bağımlılık değerlerinden elde edilmesi olarak tanımlanır. Yani ölçme yapılmamış noktalardaki olası ölçme büyüklüklerinin, ölçme noktalarındaki ölçme büyüklükleri yardımıyla kestirimidir (Yanalak, 1997).

Yukarıdaki tanımlara ek olarak (Güler, Sayısal Arazi Modellerinde İnterpolasyon Yöntemleri , 1978)' e göre enterpolasyon; n boyutlu P_i noktalarındaki m boyutlu vektörleri kullanarak n boyutlu P_k noktalarındaki m boyutlu bilinmeyen vektörlerin

bulunması olarak ifade edilir. Bilinen P_i noktalarına dayanak noktası adı verilir. n boyutlu P_i noktaları dayanak uzayını, m boyutlu vektörler de gözlem uzayını oluşturur (Şekil 4.1) (Bayrak, 1996). Noktaların yatay konumlarını belirleyen x ve y koordinatları, dayanak uzayının iki boyutunu ($n=2$) oluşturur. Noktaların yüksekliklerini belirleyen z değeri ise vektörlerin bir boyutunu ($m=1$) oluşturur. Dayanak uzayındaki düzlem dik koordinatları bilinen $P_i(x_i, y_i)$ noktalarındaki bilinen z_i yüksekliklerinden, düzlem dik koordinatları bilinen $P_k(x_k, y_k)$ noktalarındaki olası z_k yükseklikleri elde edilir. Bu şekliyle gerçekleştirilen enterpolasyon gerçekte bir yüzey uydurma problemidir (Güler, 1978; Yanalak, 1997; Bayrak, 1996).



Şekil 4. 1. Enterpolasyonda dayanak uzayı ve gözlem uzayı

$P_1, P_2, \dots, P_i$:Dayanak Noktaları

$P_{e1}, P_{e2}, \dots, P_{es}$:Enterpole Edilecek Noktalar

Referans noktalarını yeterince iyi temsil eden bir yüzeyin tanımlanabilmesi için enterpolasyon parametrelerinin hesaplanması gerekir. Konum koordinatları bilinen tahmin noktasındaki kestirim değeri, yüzeyin söz konusu noktadaki yüksekliğine eşittir (Yanalak, 1997). Daha açık bir şekilde ifade etmek gerekirse; uygun dağılımda x, y koordinatları bilinen bir noktadaki jeoit yüksekliğinin hesabı için birbirinden farklı ve çok çeşitli enterpolasyon teknikleri kullanılabilir. Bu tekniklerin bir bölümünde dayanak noktalarındaki yükseklikler hatasız kabul edilir, bir kısmında ise dengeleme veya düzensiz hataların filtrelemesi yapılır. Bölge için tercih edilen enterpolasyon yönteminin uygunluğuna göre jeoit yüksekliğinin hesaplanan değeri ile gerçek değeri arasındaki fark

az olur. Enterpolasyonla hesaplanan değerlerin, gerçek değerlere eşit olması istenir. Matematiksel olarak $E(N_{\text{hesap}}) = N_{\text{gerçek}}$ şeklinde ifade edilir. Ancak istenilen bu durumun pratikte gerçekleşmesi çok zor bir olasılıktır (Yener, 1993; İnal ve ark., 2002). Bir bölgedeki gerçek değere en çok yaklaştıran yöntem en uygun enterpolasyondur (Yurt, 2006).

Enterpolasyon probleminin çözümü için;

- Noktasal
- Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla
- Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonla

enterpolasyon olarak başlıca üç farklı yaklaşım söz konusudur (Güler, 1978).

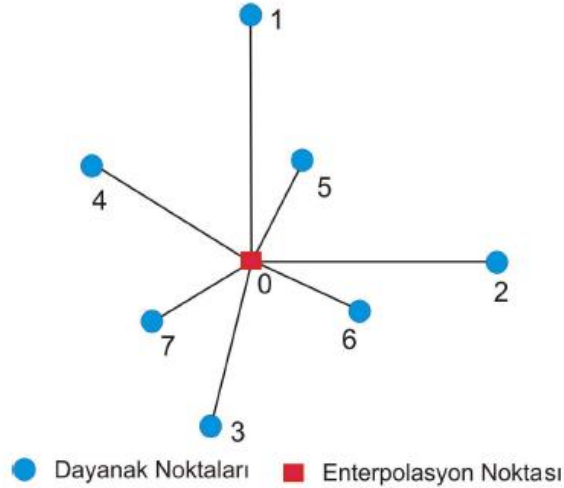
Noktasal enterpolasyonda, yüksekliği bulunacak noktayı çevreleyen tanımlı bir daire, kare veya elips içine düşen dayanak noktalarından yararlanılarak çözüm üretilir. Her bir yeni nokta kullanılan daire, kare veya elips içinde kalan referans noktalarına göre enterpole edildiğinden enterpolasyon fonksiyonunun katsayıları noktadan noktaya değişkenlik gösterir. Bu durum daha fazla hesap gerektirmesine rağmen esnekliği arttırmaktadır (Güler, 1978; İnal ve ark., 2002).

Tüm bölgeyi kapsayan tek bir fonksiyonla enterpolasyonda, bölgedeki bütün referans noktaları aynı anda kullanılarak bölgenin tamamını temsil eden tek bir fonksiyon tanımlanır (Güler, 1978).

Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla enterpolasyonda, bölge küçük parçalara bölünür. Bölünen parçaların her biri seçilen bir fonksiyonla ifade edilir. Bu nedenle parçaların sınırları boyunca çatlaklar ve süreksizlikler meydana gelebilir. Bu durumdan kaçınmak için parçalardaki fonksiyonları sınırları boyunca çakıştırmak amacıyla birleştirme fonksiyonları kullanılır (Güler, 1978).

4.1 Ağırlıklı Ortalama Yöntemi ile Enterpolasyon

Ağırlıklı ortalama yöntemi noktasal bir enterpolasyon yöntemidir. Basit bir algoritmaya sahip olması, programlama tekniği açısından uygun olması ve diğer noktasal enterpolasyon yöntemlerine göre kullanımının kolay olmasından dolayı noktasal yöntemler arasında en sık kullanılanıdır. Ayrıca basit bir yöntem olmasının yanında birçok uygulamada etkin sonuç elde edilmektedir (Zhan-ji, 1998; Yiğit, 2003; Şentürk ve İnce, 2015). Bu yöntemde göre bir tahmin noktasının yüksekliği, çevresindeki referans noktalarının yüksekliklerinden ağırlıklı ortalama ile belirlenir. Her bir referans noktasının ağırlık değeri, referans noktasının tahmin noktasına olan uzaklığının bir fonksiyonudur (Yanalak ve Orhan, 2001). Ağırlıklar, her tahmin noktası için farklılık gösterebilir (Yurt, 2006). Şekil 4.2 ağırlıklı ortalama ile enterpolasyonu genel anlamda göstermektedir (Yiğit, 2003).



Şekil 4. 2. Ağırlıklı ortalama ile enterpolasyonda dayanak ve enterpolasyon noktaları

Bir bölgedeki jeoit yükseklik değerlerini hesaplamak için gözlemlenen jeoit yüksekliklerine sahip n tane dayanak noktası olduğunu varsayalım. Jeoit yüksekliği belirlenecek olan yeni noktanın jeoit yükseklik değeri (N_e) çevresindeki referans noktalarından m tanesinden yararlanılarak ağırlıklı ortalama yöntemine göre

$$N_e = \frac{\sum_{i=1}^m N_i \cdot P_i}{\sum_{i=1}^m P_i} \quad (4.1)$$

eşitliği ile hesaplanır (Zhan-Ji, 1998). Burada;

N_e : (x_e, y_e) interpolasyon noktasının jeoit yükseklik değerini

N_i : interpolasyon noktası çevresindeki (x_i, y_i) referans noktalarının jeoit yükseklik değerlerini

P_i : hesaplamada kullanılacak olan referans noktalarına atanacak ağırlık değerlerini

m : interpolasyonda kullanılacak referans nokta sayısını

ifade etmektedir.

Tahmin (interpolasyon) noktası ile çevresindeki referans noktaları arasındaki uzaklığın bir fonksiyonu olarak P_i ağırlık değerleri;

$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i=1,2, \dots, m \quad k=1,2,3,4 \quad (4.2)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Ayrıca,

$$P_i = \frac{1}{e^{(d_i^2/k^2)}} \quad i=1,2, \dots, m \quad k=3,4,5 \quad (4.3)$$

şeklindeki Gauss fonksiyonundan da hesaplanabilir (Güler, 1978; Yanalak, 1997).

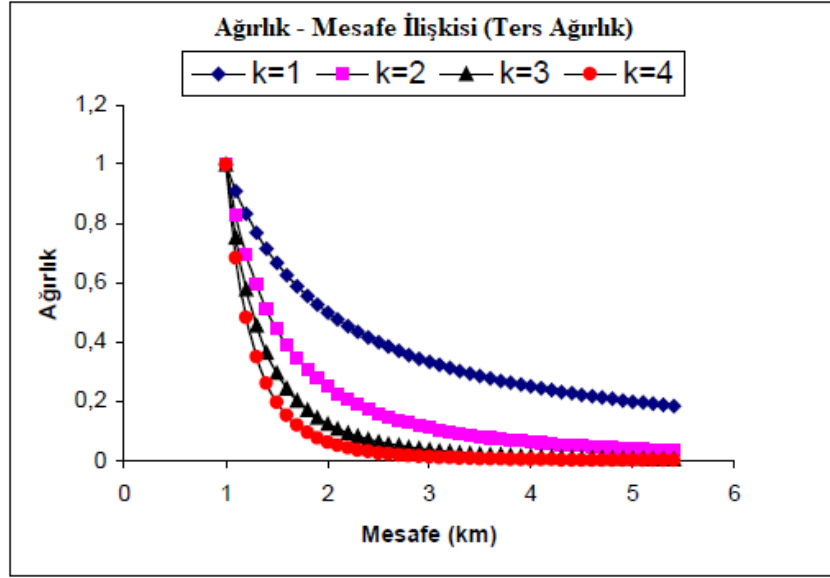
(x_i, y_i) herhangi bir referans noktasının, (x_e, y_e) jeoit yüksekliği belirlenecek olan interpolasyon noktasının konum koordinatları olmak üzere interpolasyon noktası ile referans noktaları arasındaki yatay mesafe d_i ;

$$d_i = \sqrt{(x_i - x_e)^2 + (y_i - y_e)^2} \quad (4.4)$$

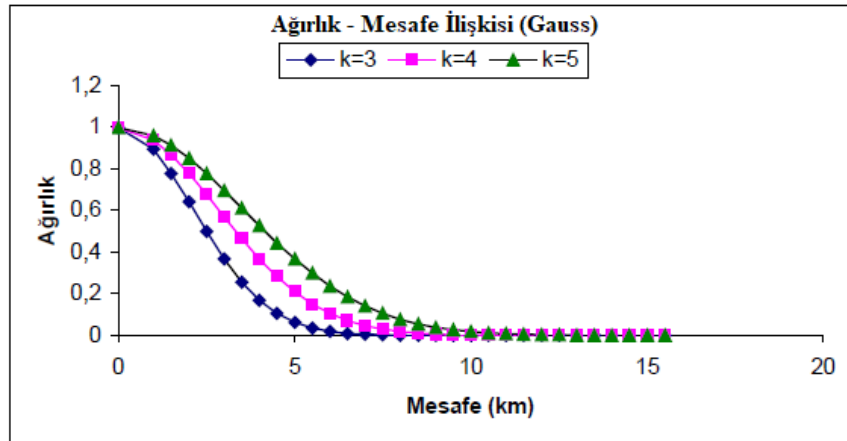
eşitliği ile hesaplanır (Yanalak, 2002a).

Ağırlık fonksiyonu olarak (4.2) eşitliğinin kullanılması durumunda k tam sayı değerinin seçimi önem kazanacaktır. Bu yöntemle göre ağırlık ile uzaklık ters orantılıdır. k tam sayı sabitinin değerinin artması uzaktaki noktaların jeoit yükseklik değerlerinin interpolasyon noktasına olan etkisini azaltacaktır. Bu durum aynı zamanda interpolasyon noktasına yakın dayanak noktalarının ağırlıklarının büyük olması demektir. Yani k değeri büyüdükçe interpolasyon noktasındaki jeoit yüksekliği değeri komşu dayanak noktaların jeoit yükseklik değerlerinden daha fazla etkilenir. Büyük bir bölgede çok fazla referans noktası içermesi durumunda uzaktaki noktaların etkisini azaltmak için k tam sayı değeri

minimum 3 alınmalıdır. k değeri arttıkça yaklaşık aynı sonuçlar elde edilir. Bu durumda ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon en yakın komşuluklu enterpolasyon problemine dönüşür (İnal ve ark., 2002; Yiğit, 2003). Şekil 4.3 ve Şekil 4.4’de k değerlerinin seçimine göre ağırlık-mesafe ilişkisi grafik olarak gösterilmiştir.



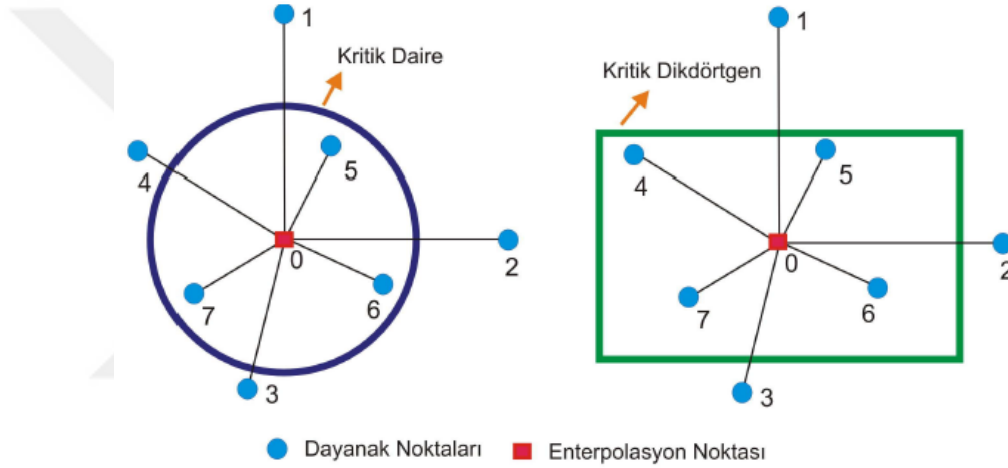
Şekil 4. 3. Farklı k değerlerine göre ağırlık mesafe ilişkisi (Ters ağırlık)



Şekil 4. 4. Farklı k değerlerine göre ağırlık mesafe ilişkisi (Gauss)

Dayanak nokta sayısının artması, her bir tahmin noktası için yapılacak işlem sayısının artacağı anlamına gelir. Ayrıca büyük bölgelerde tahmin noktasından uzakta bulunan referans noktalarının enterpolasyon işleminde kullanılması sonuçları gerçek değerden uzaklaştırdığı için olumsuz etkileyecektir. Bu nedenlerden dolayı ağırlıklı

ortalama yöntemine göre tahmin noktaları için çalışma bölgesindeki n tane olan tüm referans noktalarını kullanmak yerine tahmin noktası etrafındaki m tane referans noktasının kullanılması önerilmektedir. Kullanılacak referans noktalarının seçimi için genelde tahmin noktası merkez alınarak çizilen bir kritik daire, kare veya dikdörtgenden yararlanılır. Şekil 4.5 interpolasyon noktasının yüksekliği hesaplanırken daire dışında kalan dayanak noktaları hesaba katılmaz sadece interpolasyon noktasının çevresine çizilen daire içindeki dayanak noktalarının yükseklik değerleri kullanılır. Bu nedenle kritik dairenin boyutlarının belirlenmesi önem arz etmektedir. Yöntemin uygulanacağı bölgeye göre farklı boyutlarda seçilebilir (Yanalak, 1997; Yanalak, 2002a).

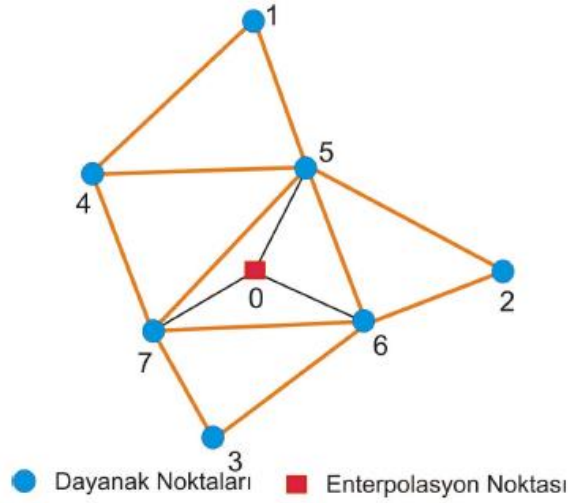


Şekil 4. 5. Kritik daire ve kritik dikdörtgen (Yiğit, 2003)

Çözüm için kullanılabilecek alternatif bir düşünce de tahmin noktasının doğal komşularını kullanmaktır. Delaunay üçgenlemesi, düzlemde yer alan bir nokta kümesinin Delaunay kriterine göre üçgenlenmesiyle elde edilir. Delaunay üçgenlemesi doğal komşuların birleştirilmesiyle oluşan bir üçgenlemedir.

Bir tahmin noktası referans noktalarıyla Delaunay kriterine göre üçgenlenirse tahmin noktası ile birleşerek üçgen kenarı oluşturan bütün referans noktaları tahmin noktasının doğal komşusu olurlar. Bu sebeple ağırlıklı ortalama ile interpolasyon işlemi sadece bu referans noktaları kullanılarak yapılabilir. Doğal komşuların kullanılması kritik daire veya dikdörtgenin boyutunun belirlenmesi problemini de ortadan kalkacaktır. Şekil 4.6 'da 0 ile numaralandırılmış interpolasyon noktasının jeoit yüksekliği(aranan değeri)

ağırlıklı ortalama yöntemiyle delunay kriterine göre köşegen elemanları 5,6,7 numaralı dayanak noktaları kullanılarak belirlenmektedir (Yanalak, 2002a; Yiğit, 2003).



Şekil 4. 6. Delunay üçgenlemesi ve ağırlıklı ortalama

4.2 Polinomlarla Enterpolasyon

Polinomlarla enterpolasyon yöntemi, yüzey modellemede en yaygın kullanılan yöntemlerden biridir. Bu yöntemin temel amacı çalışma bölgesinin yüzeyini tek bir fonksiyonla temsil etmektir. Bu yöntemin esas özelliği; yüzey modelini oluşturacak verileri, referans noktalarından faydalanarak sabit katsayılar üretmektir. Bu sabit katsayılarla yeni noktaların bilinen değerlerini kullanarak bilinmeyen değerlerini belirlemektir (Başçiftçi ve İnal, 2008; Yanalak ve Orhan, 2001).

Polinomlar, farklı enterpolasyon yöntemlerinin (multiquadratik, kollokasyon, kriging vb.) uygulanmasında trend yüzeyi olarak da kullanılmaktadır (Yiğit, 2003).

Yüzey genellikle iki değişkenli yüksek dereceden polinomlarla temsil edilir (İnal ve ark., 2002). Polinomlarla enterpolasyon, ortogonal ve ortogonal olmayan polinomlar olarak iki başlık altında değerlendirilebilir (İnal ve Yiğit, 2004).

4.2.1 Ortogonal polinomlarla enterpolasyon

Ortogonal polinomun genel ifadesi:

$$N(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{j=k-i \\ i=0}}^k a_{ij} x^i y^j \quad (4.5)$$

şeklindedir. Burada

a_{ij} :Polinomun katsayıları

n : polinomun derecesi

x, y : noktaların düzlem koordinatları

i, j : (x, y) koordinatlarının üssü olan pozitif tam sayı değerleridir (Pertie ve Kennie, 1987).

Polinomun derecesi, yüzeye dair fikir verir. Bir yüzey polinomun derecesini içerisindeki en büyük dereceli terim belirler. (Yiğit, 2003) Yüzey derecesindeki artış daha çok dayanak noktası gerektirir (Yanalak ve Orhan, 2001). Gereksinim duyulan dayanak noktalarının yeterince olmaması halinde büyük hatalarla karşılaşılır. Polinom derecesinin artması modelden elde edilecek doğruluğun aratacağı anlamına gelmez. Nitekim derecenin artmasıyla yüzeyde gereksiz salınımlar meydana gelir. Yüzeyde oluşan ani iniş çıkışlar arazi yüzeyinde gerçeği yansıtmayan yükseklik değişimlerine sebep olur. (Yanalak, 1997) Polinomun derecesine göre terim sayısı değişir. Tablo 4.1 'de yüzey temsili için genel polinom denklemleri, polinomların derecesine göre yüzey isimleri ve terim sayıları gösterilmektedir (Pertie ve Kennie, 1987; Yurt, 2006).

Tablo 4. 1. Ortogonal polinom denklemleri, derecesi, yüzey adı ve eleman sayısı

Polinom Denklemi	Polinomun Derecesi(n)	Yüzey Adı	Terim Sayısı
$N(x,y) = a_{00}$	Sıfır	Düzlem	1
$+a_{01}y + a_{10}x$	Birinci	Lineer	3
$+a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2$	İkinci	Kuadratik	6
$+a_{03}y^3 + a_{12}xy^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3$	Üçüncü	Kübik	10
$+a_{04}y^4 + a_{13}xy^3 + a_{22}x^2y^2 + a_{31}x^3y + a_{40}x^4$	Dördüncü	Kuartik	15
$+a_{05}y^5 + a_{14}xy^4 + a_{23}x^2y^3 + a_{32}x^3y^2 + a_{41}x^4y + a_{50}x^5$	Beşinci	Kuintik	21
...	...	...	...

n. dereceden polinomun bilinmeyen katsayılarının sayısı u :

$$u = \frac{1}{2} (2 + n)(1 + n) \quad (4.6)$$

eşitliği ile ifade edilir. Aynı zamanda bu eşitlik istenen derecede ortogonal polinomlarla yüzey oluşturabilmek için bölgede en az bulunması gereken referans nokta sayısını da ifade etmektedir. Bir bölgede jeoit ondülasyonu bilinen referans nokta sayısına bağlı olarak oluşturulabilecek ortogonal polinomun maksimum derecesi :

$$n = \frac{-3\sqrt{1 + 8u}}{2} \quad (4.7)$$

formülüne göre bulunur (Yiğit, 2003; Yurt, 2006).

Ortogonal polinomlarda polinomun derecesi Tablo 4.1 'de görüldüğü üzere n=1 seçildiğinde yüzey lineer, n=2 seçildiğinde yüzey kuadratik, n=3 seçildiğinde yüzey kübik olarak isimlendirilir (Başçıftçi ve İnal, 2008). Ortogonal polinomlarla enterpolasyonda yüzeyin derecesi 1 olduğunda en az 3, yüzeyin derecesi 2 olduğunda en az 6, yüzeyin derecesi 3 olduğunda en az 10 referans noktasına ihtiyaç vardır (İnal ve ark., 2002). Her bir yüzey için ihtiyacı karşılayan dayanak noktaları yardımıyla yüzey temsil edilebilir. Oluşturulacak yüzey dayanak noktalarından geçecektir. s, dayanak nokta

sayısı olmak üzere lineer yüzey için $s>3$, kuadratik yüzey için $s>6$ ve kübik yüzey için $s>10$ olması durumunda yani dayanak noktalarının sayısı bilinmeyen sayısından fazla ise bilinmeyen katsayılar (a_{ij}) EKKY göre elde edilir. Bu durumda yüzey dayanak noktalarından geçmez (Yanalak ve Orhan, 2001; Yiğit, 2003).

A katsayılar matrisi, X polinomun bilinmeyen katsayıları vektörü, L dayanak noktalarındaki jeoid yüksekliklerini gösteren ölçü vektörü olmak üzere matris çözümü;

$$N(x,y) = AX \quad (4.8)$$

normal denklem matrisi,

$$N = A^T A \quad (4.9)$$

$$n = A^T L \quad (4.10)$$

bilinmeyenler içeren matris

$$X = N^{-1}n \quad (4.11)$$

elde edilir. (Yiğit, 2003) Bu bilgiler ışığında ikinci derece bir yüzey polinomunun oluşturulması için (4.5) formülünde $n=2$ alındığında k ve i,j çifti sırasıyla,

$k=0$ için $(i=0, j=0)$

$k=1$ için $(i=0, j=1)$ $(i=1, j=0)$ (4.12)

$k=2$ için $(i=2, j=0)$ $(i=1, j=1)$ $(i=0, j=2)$

değerlerini alır ve ikinci dereceden bir polinomun denklemi

$$N(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2 \quad (4.13)$$

elde edilir. Buradan

$$X = \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{01} \\ a_{10} \\ a_{02} \\ a_{11} \\ a_{20} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & y_1^2 & x_1 y_1 & x_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & y_2^2 & x_2 y_2 & x_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_s & x_s & y_s^2 & x_s y_s & x_s^2 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_s \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

matrisleri yazılır. Bu matrisler (4.8) (4.11) eşitlikleri kullanılarak polinomun bilinmeyen katsayıları hesaplanır ve jeoit ondülasyonu hesaplanacak noktanın x,y değerleri 2. dereceden polinom eşitliğinde yerine getirilerek enterpolasyon noktasının jeoit yüksekliği elde edilir (Yanalak, 1997; Yılmaz N., 2011). Bu işlem istenilen her derece için tekrarlanır.

4.2.2 Ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyon

Ortogonal olmayan polinomun genel ifadesi

$$N(x,y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (4.15)$$

şeklindedir. Burada;

a_{ij} :Polinomun katsayıları

n : polinomun derecesi

x,y : noktaların düzlem koordinatları

i,j : (x,y) koordinatlarının üssü olan pozitif tam sayı değerleridir.

Polinomun derecesine göre terim sayısı değişir. Tablo 4.2 'de yüzey temsili için genel polinom denklemleri, polinomların derecesine göre yüzey isimleri ve terim sayıları gösterilmektedir (Pertie ve Kennie, 1987; Yurt, 2006).

Tablo 4. 2. Ortogonal olmayan polinom denklemi, derecesi, yüzey adı ve eleman sayısı

Polinom Denklemi	Polinomun Derecesi (n)	Yüzey Adı	Terim Sayısı
$N(x,y) = a_{00}$	Sıfır	Düzlem	1
$+a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy$	Birinci	Bi-Lineer	4
$+a_{02}y^2 + a_{12}xy^2 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{22}x^2y^2$	İkinci	Bi-Kuadratik	9
$+a_{03}y^3 + a_{13}xy^3 + a_{23}x^2y^3 + a_{30}x^3 + a_{31}x^3y + a_{32}x^3y^2 + a_{33}x^3y^3$	Üçüncü	Bi-Kübik	16
...	...	...	...

n. dereceden polinomun bilinmeyen katsayılarının sayısı u ;

$$u = (n + 1)^2 \quad (4.16)$$

eşitliği ile ifade edilir. Aynı zamanda bu eşitlik istenen derecede ortogonal olmayan polinomlarla yüzey oluşturabilmek için bölgede en az bulunması gereken referans nokta sayısını da ifade etmektedir. Bir bölgede jeoit ondülasyonu bilinen referans nokta sayısına bağlı olarak oluşturulabilecek ortogonal olmayan polinomun maksimum derecesi;

$$n = \sqrt{u} - 1 \quad (4.17)$$

formülüne göre bulunur (Yiğit, 2003; Yurt, 2006).

Ortogonal olmayan polinomlarda polinomun derecesi tablo 4.2 'de görüldüğü üzere n=1 seçildiğinde yüzey bi-lineer, n=2 seçildiğinde yüzey bi-kuadratik, n=3 seçildiğinde yüzey bi-kübik olarak isimlendirilir. Bu yöntemle enterpolasyonda yüzeyin derecesi 1 olduğunda en az 4, yüzeyin derecesi 2 olduğunda en az 9, yüzeyin derecesi 3 olduğunda en az 16 referans noktasına ihtiyaç vardır (İnal, 1996).

s; dayanak nokta sayısı olmak üzere bi-lineer yüzey için $s > 4$, bi-kuadratik yüzey için $s > 10$ ve bi-kübik yüzey için $s > 16$ olması durumunda yani dayanak noktalarının

sayısı bilinmeyen sayısından fazla ise bilinmeyen katsayılar (a_{ij}) EKKY göre dengeleme ile elde edilir (İnal, 1996).

Ortogonal olmayan polinomların çözümü için formül 4.15 'den hareketle istenilen derecede polinom elde edilir. Örneğin ikinci derece bir yüzey polinomunun oluşturulması için 4.15 formülünden

$$N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy + a_{02}y^2 + a_{12}xy^2 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{22}x^2y^2 \quad (4.18)$$

elde edilir. Buradan

A katsayılar matrisi, X polinomun bilinmeyen katsayıları vektörü, L dayanak noktalarındaki jeoid yüksekliklerini gösteren ölçü vektörü olmak üzere

$$X = \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{01} \\ a_{10} \\ a_{11} \\ a_{02} \\ a_{12} \\ a_{20} \\ a_{21} \\ a_{22} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1y_1^2 & x_1^2 & x_1^2y_1 & x_1^2y_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2y_2^2 & x_2^2 & x_2^2y_2 & x_2^2y_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_s & x_s & x_sy_s & y_s^2 & x_sy_s^2 & x_s^2 & x_s^2y_s & x_s^2y_s^2 \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_s \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

matrisler oluşturulur. Elde edilen bu matrisler; sırasıyla (4.8), (4.9), (4.10), (4.11) denklemleri kullanılarak ortogonal olmayan polinomlar için bilinmeyen katsayı değerleri bulunur ve jeoit ondülasyonu elde edilecek noktanın x,y değerleri polinom denkleminde yerine getirilerek enterpolasyon noktasının jeoit yüksekliği hesaplanır (Yurt, 2006).

4.2.3 En uygun yüzey polinomunun belirlenmesi

Çalışma alanında kaçınıcı dereceden bir yüzey polinomunun kullanılacağı ilk etapta öngörülemez. Bu durumun belirlenebilmesi için yüzey polinomunun derecesi birinci dereceden başlatılmak üzere dengeleme sonuçlarının istatistiksel analizleri yardımıyla uygun yüzey polinomu tespit edilebilir. Polinomun derecesi arttıkça soncul varyans değeri küçülür. En uygun polinom derecesi, soncul varyansın büyümeye başladığı

polinom derecesinin bir eksiği kabul edilir. Polinom derecesinin çok büyük olması, bilinmeyen sayısının artmasına ayrıca yüzeyin de duyarsızlaşmasına yani yüzeyde gerçeği yansıtmayan yükseklik değişimlerine sebep olabilir.

EKKY göre dengelemede fonksiyonel modeli oluşturan bilinmeyenlerin en uygun değerleri, normal dağılımda olduğu varsayılan ölçülerin hatalarının kareleri toplamının minimum olması koşuluna göre belirlenir. Normal dağılımlı olduğu varsayılan ölçülerle kestirilen parametreler test edilmelidir. Uygulanabilir temel istatistiksel testler şunlardır:

- Model testi
- Kestirilen parametreler için anlamlılık testi
- Uyuşumsuz ölçüler testi (Üstün, 2001; Yiğit, 2003)

Model testi

Dengeleme hesabının matematik modelinin ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkilere uygun olup olmadığı, ölçülerin duyarlılıklarını ve aralarındaki korelasyonları yeterince yansıtıp yansıtmadığı model hipotezinin testi ile denetlenir (Teke ve Yalçınkaya, 2005). Jeoit yükseklikleri $N_i(x, y)$, ölçü olmak üzere; model testi, n sayıda ölçünün dengelenmesi sonucunda elde edilen birim ölçünün ölçünün soncul varyansı (m_0^2) ile dengeleme öncesinde kestirilen öncül varyansın (σ_0^2) karşılaştırılmasına dayanır ve model sıfır hipotezi (tek yönlü);

$$H_0: \hat{\sigma}_0^2 > \sigma_0^2$$

$$H_0: \hat{\sigma}_0^2 < \sigma_0^2$$

olarak kurulur. χ^2 dağılımlı

$$T = \frac{(n-u)m_0^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2$$

test büyüklüğü oluşturulur. Burada u, bilinmeyen parametre sayısını ifade eder. T test büyüklüğü ile anlamlılık düzeyi α ve serbestlik derecesi (fazla ölçü sayısı) $f=n-u$ 'ya bağlı $\chi_{f,1-\alpha}^2$ sınır değeri arasında

$T < \chi^2_{f,1-\alpha}$ eşitsizliği geçerli olduğunda hipotez kabul edilir. Bu durum modelin uygun olduğu, model hatası olmadığı anlamına gelir.

$T < \chi^2_{f,1-\alpha}$ eşitsizliği geçerli değil ise öngörülen hipotez reddedilir. Bu durumda kurulan modelin hatalı olduğuna karar verilir.

Hata, ölçüler ile bilinmeyenler arasındaki ilişkiyi tanımlayan fonksiyonel model veya ölçülerin varyans kovaryanslarını tanımlayan stokastik model eksikliğinden kaynaklanabilir. Model hataları, parametreler için anlamlılık testi ve uyumsuz ölçü testi yapılarak araştırılır (Üstün, 2001; Yurt, 2006).

Parametreler için anlamlılık testi

Kestirilen bir parametre $\hat{x}_i$ ve standart sapması $\sigma_{\hat{x}_i}$ olmak üzere parametrenin ümit değerinin (beklenen değerinin) sıfır kabul edilip edilmeyeceğine karar vermek için sıfır hipotezi

$$H_0: E(\hat{x}_i) = 0$$

ve seçenek hipotezi

$$H_s: E(\hat{x}_i) \neq 0$$

oluşturulur. Sıfır hipotezi seçenek hipotezi karşısında test edilir. Test büyüklüğü,

$$T = \frac{|\hat{x}_i|}{\sigma_{\hat{x}_i}} \quad (4.20)$$

eşitliği ile hesaplanır ve t dağılımlıdır. Test büyüklüğü, t dağılımının serbestlik derecesi f ve anlamlılık düzeyi α olmak üzere; $t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}$ güven sınır değeri ile karşılaştırılır. $T < t_{f,1-\frac{\alpha}{2}}$ test büyüklüğü sınır değerinden küçük çıkarsa sıfır hipotezi kabul edilir ve ilgili parametre polinomdan atılır. Seçenek hipotezinin geçerli olması durumunda ise kestirim değerinin anlamlı olduğu kabul edilir (Yiğit, 2003; Teke ve Yalçınkaya, 2005).

Uyuşumsuz ölçüler testi

Çeşitli amaçlar için yapılan ölçülerde kaba veya uyuşumsuz ölçülerin oluşması sıkça karşılaşılan bir durumdur. Ölçüler arasında ölçü kümesinin dağılımına uymayan ölçüler uyuşumsuz ölçü olarak tanımlanır. Kaba hatalar dengeleme modelinin düzeltme denklemleri kurulurken belirlenip ayıklanabilir ancak uyuşumsuz ölçüler için bu durum söz konusu değildir. Rastgele ölçü hatalarına çok yakın büyüklükteki hataları içeren uyuşumsuz ölçüler, ancak dengeleme hesabı tamamlandıktan sonra uyuşumsuz ölçüler testi yardımıyla (tespit edilerek) belirlenerek ayıklanabilirler.

Ölçülerin değerlendirilmesinde kaba hataların ve uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi güvenilirlik ve kalite açısından büyük öneme sahiptir. Uyuşumsuz ölçülerin tespit edilmesi için bugüne kadar çeşitli yaklaşımlar kullanılmıştır. Uzun yıllardır jeodezik çalışmalarda genellikle EKKY ile çözüme dayalı geleneksel uyuşumsuz ölçüler testi kullanılmaktadır. Parametrik bir yöntem olan EKKY ile geleneksel çözüm yöntemleri, kolay uygulanabilir olması, basit olması ve kurulan matematik modelin başlangıçtan sona kadar değişmez olması nedeniyle (gibi nedenlerden dolayı) uygulamalı bilimlerde de yaygın olarak tercih edilmektedir.

Geleneksel çözüm yöntemlerinde uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesinde her işlem adımında yalnız bir uyuşumsuz ölçü tespit edilebilir. Ölçü kümesinden düzeltmesi en büyük ölçü çıkarılır ve dengeleme işlemi yeniden yapılır. Dengeleme sonucunda ölçülerde kaba hata olup olmadığı sıfır ve seçenek hipotezi kurularak analizi edilir. Hipotez testi analizi için ölçülerin düzeltme değerlerinden $\bar{v}$ yararlanarak her ölçü için test değeri bulunur. Hesaplanan test değeri ölçülerin dağılımının uyduğu tablodan f serbestlik derecesine göre belirlenen sınır değeri ile kıyaslanır. Test değerleri sınır değerinin üstündeyse bu değerlerin en büyüğüne sahip olan ölçü uyuşumsuz olarak belirlenir ve ölçü grubundan atılır. Yeni ölçü grubu ile dengeleme hesabı ve uyuşumsuz ölçü analizi işlemlerine test değerlerinin tümü sınır değerinin altında kalıncaya kadar devam edilir.

Geleneksel çözüm yöntemlerinde üç farklı yaklaşım kullanılmaktadır. Bunlar; Data-Snooping (Baarda), Tau ve t (student) testidir. Bu yöntemlerin üçü de aynı ilkelere göre çözüm yapmaktadır. Bu üç yöntemin farklılıkları ise çözümde kullandıkları varyans değerleri ve bu değerlere bağlı olarak ölçülerin dağılım tablolarıdır. Tablo 4.3'te; α

anlamlılık, f serbestlik derecesi, N, τ , t sırasıyla normal, tau ve student dağılımlarını göstermektedir (Şişman, 2005; Şişman ve ark., 2009).

Tablo 4. 3. Uyuşumsuz ölçülerin geleneksel çözüm yöntemleri

Kullanılan Yöntem	Varyans Değeri	Test Büyüklüğü		Test Dağılımı	Sınır Değer
W-Testi Data-Snooping	σ_0^2	$W_i = \frac{ V_i }{\sigma_{V_i}}$	$W_i = \frac{ V_i }{\sigma_0 \sqrt{q_{V_i V_i}}}$	$\sim N(0, 1)$	$N_{1-\alpha_0/2} = \sqrt{F_{1,\infty,1-\alpha_0}}$
Tau-Testi	$m_0^2 = \frac{\Omega_0}{f}$	$T_i = \frac{ V_i }{m_{V_i}}$	$T_i = \frac{ V_i }{m_0 \sqrt{q_{V_i V_i}}}$	$\sim \tau_{f-1,\alpha_0/2}$	$\tau_{f-1,\alpha_0/2} = \sqrt{\frac{f t_{f-1,1-\alpha_0/2}^2}{f-1+t_{f-1,1-\alpha_0/2}^2}}$
t-Testi	$m_{01}^2 = \frac{\Omega_0 - R}{f-1}$	$t_i = \frac{ V_i }{m_{V_i}}$	$t_i = \frac{ V_i }{m_{01} \sqrt{q_{V_i V_i}}}$	$\sim t_{f-1,1-\alpha_0/2}$	$t_{f-1,1-\alpha_0/2} = \sqrt{F_{1,f-1,1-\alpha_0}}$

4.3 Multiküadratik Enterpolasyon Yöntemi

Jeodezik ve fotogrametrik birçok problemin çözümünde kullanılan yöntem 1971 senesinde Rolland L. Hardy tarafından önerilmiştir. Analitik bir çözümleme tekniğidir. Multiküadratik enterpolasyon yönteminin amacı çalışma bölgesindeki bilinen tüm referans noktalarını aynı anda kullanarak tek bir fonksiyon ile yüzeyi tanımlamaktır. Yöntemin uygulanabilmesi için ilk olarak m sayıdaki referans noktasından yararlanarak bir trend yüzeyi geçirilir. Bunun için birinci ya da ikinci dereceden polinom kullanmak uygundur (Yanalak, 1997; Şanlıoğlu ve ark., 2002). Trend yüzeyi olarak n. dereceden bir polinom seçilmesi durumunda polinomun bilinmeyen katsayıları referans noktalarının N_i değerlerine göre EKKY ile hesaplanır ve referans noktalarındaki ΔN_i artık jeoit yükseklik değerleri,

$$\Delta N_i = N_i - N(x_i, y_i) = N_i - N_{\text{trend}} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (4.21)$$

eşitliği ile hesaplanır. Düzlem koordinatları (x_e, y_e) olan enterpolasyon noktasındaki ΔN_e artık ondülasyon değeri ise,

$$\Delta N_e = N_e - N(x_e, y_e) = N_e - N_{\text{trend}} \quad (4.22)$$

eşitliğine göre hesaplanır. Ancak bu eşitlikte ΔN_e ve N_e bilinmeyen değerlerdir. Bu değerlerden biri çözümlendiğinde diğeri bulunur. Multiküadratik tekniğine göre ΔN_e elde edildiğinde N_e değeri de bulunmuş olur (Yiğit, 2003). Ayrıca jeoit yükseklik değerleri Hardy'nin "Multiküadratik Yüzey" diye ifade ettiği katsayıları tanımlanmış ikinci dereceden yüzey denklemlerinin toplamı olarak belirlenmektedir (Yurt, 2006). Multiküadratik yüzey genel olarak;

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i Q(x, y; x_i, y_i) \quad (4.23)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada;

m : dayanak nokta sayısıdır.

C_i : dayanak noktalarının bilinen ΔN_i değerlerinden hesap edilecek bilinmeyen katsayılarıdır. Bu katsayılar küadratik (ikinci dereceden) terimin işaretini ve eğimini belirler.

$Q(x, y; x_i, y_i)$: Kernel fonksiyonudur (Hardy R. , 1971; Zhan-Ji, 1998; Güler, 1985).

Kernel fonksiyonunun birçok formu vardır.

1. Kernel fonksiyonu olarak iki yapraklı dairesel hiperboloid

$$Q(x, y; x_i, y_i) = [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2]^{1/2} \quad (4.24)$$

denklem 4.23 'de yazılırsa multiküadratik yüzey iki yapraklı dairesel hiperboloid serilerinin toplamı,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2]^{1/2} \quad (4.25)$$

2. Kernel fonksiyonu olarak dairesel paraboloid

$$Q(x, y; x_i, y_i) = [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2] \quad (4.26)$$

denklem 4.23 'de yazılırsa multiküadratik yüzey dairesel paraboloid serilerinin toplamı,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2] \quad (4.27)$$

şeklinde ifade edilir. Bu eşitliklerdeki δ^2 sabit bir katsayıdır. Burada δ iki yapraklı hiperboloid formunu biçimlendirir. Büyük değerler geniş yüzey özelliği gösteren düz yüzey görünümü verirken, küçük değerler bir zirve görünümü verir. δ geometrik parametre olarak adlandırılır (Hardy R. , 1971; Zhan-Ji, 1998; Yiğit, 2003).

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]^2}{m(m-1)} \quad (4.28)$$

bağıntısı ile ifade edilir (Hardy R. , 1971; Zhan-Ji, 1998; Hardy R. , 1990; Yiğit, 2003).

4.25 eşitliğinde $\delta = 0$ alınırsa multikvadrik yüzey,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]^{1/2} \quad (4.29)$$

dairesel dik koniklerin toplamı şeklinde elde edilir. Multikvadratik enterpolasyon yönteminde $\delta^2 = 0$ için yüzey modeli referans noktalarından geçer (İnal ve Yiğit, 2004). Multikvadrik yüzey olarak dairesel dik koniklerin seçilmesi durumunda C_i katsayılarının belirlenmesinde m sayıda referans noktalarının bilinen x, y , ΔN değerleri kullanılarak,

$$\Delta N_j = \sum_{i=1}^m C_i [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} \quad (4.30)$$

$$a_{ij} = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{1/2} \quad i, j=1, 2, \dots, m \quad (4.31)$$

olmak üzere aşağıdaki şekilde m tane lineer denklem sistemi oluşturulur.

$$\begin{aligned} \Delta N_1 &= C_1 a_{11} + C_2 a_{12} + \dots + C_m a_{1m} \\ \Delta N_2 &= C_1 a_{21} + C_2 a_{22} + \dots + C_m a_{2m} \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \Delta N_m &= C_1 a_{m1} + C_2 a_{m2} + \dots + C_m a_{mm} \end{aligned} \quad (4.32)$$

4.32 denklem sistemine göre;

$$\Delta N = \begin{bmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \vdots \\ \Delta N_m \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_m \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

A(mxmxm) katsayılar matrisini, C(mx1) bilinmeyenler matrisini ve ΔN(mx1) dayanak noktalarındaki artık ondülasyon değerlerinin oluşturduğu matrisi göstermektedir. Elde edilen matrislerle,

$$A.C = \Delta N \quad (4.34)$$

ifadesi yazılabilir. Bilinmeyen C_i katsayıları,

$$C = A^{-1} \Delta N \quad (4.35)$$

eşitliği ile belirlenir. C_i katsayılarının belirlenmesi multikvadrik yüzeyin oluşması anlamına gelir. (x_e, y_e) koordinatları bilinen herhangi bir enterpolasyon noktasının N_e jeoit yükseklik değeri,

$$N_e = N_{\text{trend}} + \sum_{i=1}^m C_i [(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2]^{1/2} \quad (4.36)$$

eşitliği yardımıyla elde edilir (Yanalak, 1997).

Dayanak noktalarının sayısı arttıkça hesap yükü de artar. Bunun nedeni çalışma bölgesindeki dayanak noktalarının sayısı arttıkça A matrisinin boyutlarının artmasıdır. Bu durum C_i katsayıları belirlenirken alınacak invers işlemini zorlaştırır (Yanalak, 1997; Şanlıoğlu ve ark., 2002). Multikvadratik yöntemin avantajları aşağıdaki gibi sıralanabilir.

- ♦ Referans noktaları çalışma bölgesinde az sayıda ve homojen dağılmamış olsalar bile enterpolasyon sonuçları bu durumdan çok az miktarda etkilenmektedir.
- ♦ Referans noktalarının enterpolasyon noktasına olan uzaklığının artması durumunda yüzey modeline olan katkısı azalır.
- ♦ Referans noktaları ile enterpolasyon noktaları arasındaki komşuluk ilişkileri korunmaktadır.

- ♦ Referans noktaları için hiçbir çakıştırma artığı kalmamaktadır (Uluğtekin, 1993; İnal ve ark., 2002).

4.4 Kriging Enterpolasyon Yöntemi

Jeoistatistiksel bir enterpolasyon yöntemi olan Kriging, Günay Afrikalı maden mühendisi D. G. Krige'den adını almaktadır (Wollenhaupt ve ark., 1997). Kriging, konumsal kestirim için jeoistatistiksel bir metoddur. Matematiksel jeodezide kollokasyon olarak bilinen en iyi lineer yansız kestirici (BLUP: best linear unbiased predictor) ya da en iyi lineer yansız tahmin edici (BLUE: best linear unbiased estimator) olarak ifade edilir (Boogaart ve Schaeben, 2002).

Kriging, birçok alanda kullanışlı ve popüler olduğunu kanıtlamış jeoistatistiksel bir enterpolasyon yöntemidir (Golden Software). Bilim insanları ve yazılım üreticileri tarafından çok fazla ilgi görmektedir. ArcInfo (ESRI) ve Surfer (Golden Software) gibi yazılımların kriging ile ilgili çok iyi modülleri bulunmaktadır (Martensson, 2002).

Optimal bir interpolatör (kestirici) olarak kriging yönteminin temeli bölgesel değişkenler teorisine dayanır. Yükseklikler ile temsil edilen olaylarda konumsal değişimin yüzey boyunca istatistiksel olarak homojen olduğu varsayılır. Yüzey üç ana bileşenin toplamı olarak tanımlanır; sabit bir ortalama ya da eğilime (trende) sahip yapısal bir bileşen, rastgele fakat konumsal olarak korelasyonlu bir bileşen ve konumsal olarak korelasyonsuz bir kalıntı hata terimi (Martensson, 2002).

Kriging, değerleri bilinen yakın noktaların verilerinden hareketle değerleri bilinmeyen noktalardaki verilerin en uygun şekilde kestirimini sağlayan bir enterpolasyon yöntemidir. Kriging önceden tanımlanmış bir kovaryans modelinden hesap varyansını minimize eden doğrusal regresyon setidir. Bu tekniğe göre bir bölgede kestirimi yapılacak olan büyüklüklerin bölgesel bir değişken olduğu varsayılır. Birbirine yakın noktalardaki veri değerlerinin daha korelasyonlu olması için bölgesel değişken konumsal olarak sürekli bir çeşitlilik gösterir (İnal ve ark., 2002).

Kriging yöntemi, ağırlıklı ortalama yöntemindeki gibi enterpolasyon değerlerinde noktanın en yakınında bulunan referans noktalarından daha fazla etkilenmesini sağlayan bir ağırlık modeli kullanır (İnal ve ark., 2002). Kriging yönteminde optimal ağırlıkları

bulmak, ölçü noktaları arasındaki konumsal bağımlılık hakkında bilgi sahibi olmayı gerektirir. Bu konumsal bağımlılık bir kovaryans fonksiyonu veya bir yarıvariogram kullanılarak ifade edilebilir. Her iki yaklaşım da eşdeğerdir (Barton ve ark., 1999; Yiğit, 2003).

Kriging yönteminin genel denklemi;

$$Z_P = \sum_{i=1}^n W_i Z_i \quad (4.37)$$

şeklinde ifade edilir. Burada;

Z_P : P noktasının aranan jeoit yükseklik değerini,

W_i : Z_P 'nin hesabında kullanılan her bir Z_i 'ye atanacak ağırlık değerlerini,

Z_i : Z_P 'nin hesabında kullanılan noktaların jeoit yükseklik değerlerini

n : Z_P 'nin hesabında kullanılan nokta sayısını göstermektedir (İnal ve Yiğit, 2004).

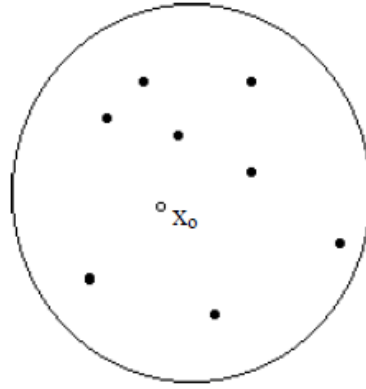
Kriging enterpolasyon yönteminin 4.37 genel denklemi incelendiğinde en temel sorunun W_i ağırlıklarının belirlenmesi olduğu görülür. Bu yöntemde W_i ağırlıkları variogram modelinin doğrudan fonksiyonudur. Kriging ağırlıkları enterpolasyon değerini doğrudan etkilemektedir. Dolayısıyla enterpolasyon değerinin iyi olması ağırlıkların yansız olmasına bağlıdır. Kriging yöntemi, en iyi lineer yansız tahmin edici (BLEU) olarak adlandırılır. Bir diğer ifadeyle tahmin hatasının minimum olması koşuluna bağlı olarak ağırlıkların belirlenmesidir. Söz konusu bu durum kriging yöntemini diğer enterpolasyon yöntemlerinden farklı kılan en büyük özelliklerden biridir (Yiğit, 2003). Kriging yönteminin başka bir üstünlüğü ise kriging varyansı ile kestirim hatasının büyüklüğünü değerlendirecek bir imkân sunmasıdır (Yaprak ve Arslan, 2008). Ağırlık fonksiyonu W_i aşağıdaki iki kritere göre belirlenir:

- I. Tahmin yanlılığının sıfırlanması yani yansızlık için $E[Z_P - Z_i] = 0$ olmalıdır. Bunun için denklem 4.37 'de W ağırlıklarının toplamı 1 ile sınırlandırılır. Bu durumda $\sum_{i=1}^n W_i = 1$ olur. (Z_i , gerçek fakat bilinmeyen değeri ve Z_P , kestirim değerini ifade etmektedir.)
- II. Tahmin varyansının en aza indirgenmesi yani minimum varyans(kriging varyansı) için $E[Z_P - Z_i] = \text{minimum}$ olmalıdır (Ali ve ark., 1999; Yaprak, 2007).

Bugün yaygın bir şekilde kriging yöntemleri pek çok sayıda çeşitli alanlarda kullanılmaktadır. Bunlar:

- Simple Kriging
- Ordinary(Punctual) Kriging
- Universal Kriging
- Block Kriging
- Indicator Kriging
- Disjunctive Kriging
- Cokriging

yöntemleridir (Yiğit, 2003).



Şekil 4. 7. Kriging kestirimi

Kriging enterpolasyon yöntemi kestirimi yapılacak x_0 noktasına üç şekilde uygulanabilir. Örneğin;

1. Bir bölgenin x_0 noktasındaki değerin kestirimi noktasal kriging,
2. x_0 noktası merkez olan bir alanın ortalama değerinin kestirimi alansal kriging ve
3. x_0 noktası merkez olan bir bloğun ortalama değerinin kestirimi hacimsel kriging olarak adlandırılır (Yaprak, 2007).

Kriging enterpolasyon yönteminin doğruluğu veya geçerliliği aşağıdaki etkenlere bağlıdır:

- Referans noktalarının sayısı ve ölçü kalitesi,
- Referans noktalarının alan içerisindeki konumları; dayanak noktalarının topografyayı temsil edebilme özelliği,
- Referans noktaları ile kestirimi yapılacak noktaların arasındaki mesafe; kestirimi yapılacak nokta veya blokların dayanak noktalarına yakın olması daha doğru sonuçlar elde edilmesini sağlayacaktır (Yaprak, 2007).

4.4.1 Ordinary Kriging yöntemi

Ordinary Kriging, tahmin edilen (enterpolasyon) değer ile bilinen (ölçülmüş) değer arasındaki farkı minimuma indiren doğrusal tahmin yöntemidir (Erel, 2011). Ordinary Kriging yönteminin ilk aşaması kestirimi yapılacak noktalar kümesinden variogram oluşturmaktır. Variogram deneysel ve teorik (model) variogram olarak iki kısımdan meydana gelir. Her bir noktanın varyansının belirlenmesi ile deneysel variogram elde edilir. İkinci aşama olarak teorik variogram belirlenir. Teorik variogram deneysel variogramdaki trendi modelleyen basit bir matematiksel fonksiyondur. Teorik variogramlar 4.38 eşitliği ile hesaplanan deneysel variogramlardan elde edilir (Yaprak, 2007).

$$\gamma(s) = \frac{1}{2n(s)} \sum_{s_{ij}}^{n(s)} (N(x_i y_i) - N(x_j y_j))^2 \quad (4.38)$$

$$s_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (4.39)$$

şeklindedir. Burada;

s_{ij} : i ve j noktaları arasındaki yatay mesafe,

$n(s)$: s uzunluğundaki nokta çiftleri sayısı,

$\gamma(s)$: s uzunluğundaki yarıvaryans değeri,

N_i : i noktasındaki jeoit yüksekliğidir.

Ordinary Kriging yöntemi bölgesel değişkenlerin durağan ve ortalamasının sabit olduğunu varsayar. Bu varsayıma göre bilinmeyen değerlerin tahminini gerçekleştirir (Yiğit, 2003). Bütün noktalarda ortalama ve varyans sabittir. Bu yöntemde ilgilenilen durum sadece veriler arasındaki mesafedir. Bir noktanın kestirim değeri, söz konusu noktanın gözlemlenen noktalarla arasındaki uzaklığına bağlıdır (Aydın, 2013).

Ordinary Kriging yönteminde tahmin ağırlıkları yarıvariogram modellerine dayanır. Bu yöntemin amacı tahmin değerleri ile mevcut gerçek değerler arasındaki ortalama farkın sifıra eşit olmasıdır. Bununla birlikte bu işlemi tahmin hatalarının varyansını minimum seviyede tutmaya çalışarak yerine getirir. Böylece en iyi tahmini sağlamış olur (Aydın, 2014).

Variogram fonksiyonundan ağırlıkların belirlenmesinde aşağıdaki yol izlenir. Ağırlıklar, $\text{Var}[\widehat{N}_p - N_p] = \min$ olması koşuluna göre türetilen

$$\begin{aligned} W_1\gamma(s_{11}) + W_2\gamma(s_{12}) + \dots + W_n\gamma(s_{1n}) &= \gamma(s_{1p}) \\ W_1\gamma(s_{21}) + W_2\gamma(s_{22}) + \dots + W_n\gamma(s_{2n}) &= \gamma(s_{2p}) \\ \vdots & \\ W_1\gamma(s_{n1}) + W_1\gamma(s_{n2}) + \dots + W_n\gamma(s_{nn}) &= \gamma(s_{np}) \end{aligned} \quad (4.40)$$

lineer denklem sistemine göre çözümlenir. Matris gösterimi

$$\gamma * W = \gamma_0 \quad (4.41)$$

ifade edilir. Burada;

γ : Referans noktaları arasındaki olası tüm çiftlerin variogram değerlerinin oluşturduğu $(n*n)$ boyutlu kare matris

W : $(n*1)$ boyutlu bilinmeyen ağırlıklar matrisi

γ_0 : Kestirimi yapılacak nokta ile referans noktaları arasındaki variogram değerlerinin oluşturduğu $(n*1)$ boyutlu matrisdir.

Enterpolasyonun yansız olması için;

$$\sum_{i=1}^n W_i = 1 \quad (4.42)$$

toplam ağırlıkların 1 olması şartına göre 4.40'da verilen denklem sistemi;

$$\begin{aligned} W_1\gamma(s_{11}) + W_2\gamma(s_{12}) + \dots + W_n\gamma(s_{1n}) &= \gamma(s_{1p}) \\ W_1\gamma(s_{21}) + W_2\gamma(s_{22}) + \dots + W_n\gamma(s_{2n}) &= \gamma(s_{2p}) \\ \vdots & \\ W_1\gamma(s_{n1}) + W_1\gamma(s_{n2}) + \dots + W_n\gamma(s_{nn}) &= \gamma(s_{np}) \\ W_1 + W_2 + \dots + W_n &= 1 \end{aligned} \quad (4.43)$$

şeklini alır.

4.43 'teki lineer denklem sisteminde n tane bilinmeyen ve (n+1) tane denklem söz konusudur. Çözümün yansız olması amacıyla (λ) lagrange çarpanı dahil edilir. Denklem sayısı bilinmeyen sayısına lagrange çarpanı yardımıyla eşitlenmiş olur. Lagrange çarpanı; bilinmeyen sayısını denklem sayısına eşitlemek için gözlemleri ve şartları içeren lineer bir denklem sistemine bilinmeyen olarak dahil edilen bir miktardır. Lagrange çarpanı kararsız çarpan olarak da isimlendirilir. 4.43 denklem sistemi lagrange çarpanının eklenmesiyle;

$$\begin{aligned} W_1\gamma(s_{11}) + W_2\gamma(s_{12}) + \dots + W_n\gamma(s_{1n}) + \lambda &= \gamma(s_{1p}) \\ W_1\gamma(s_{21}) + W_2\gamma(s_{22}) + \dots + W_n\gamma(s_{2n}) + \lambda &= \gamma(s_{2p}) \\ \vdots & \\ W_1\gamma(s_{n1}) + W_1\gamma(s_{n2}) + \dots + W_n\gamma(s_{nn}) + \lambda &= \gamma(s_{np}) \\ W_1 + W_2 + \dots + W_n &= 1 \end{aligned} \quad (4.44)$$

şeklini alır. Buradan 4.41 matris eşitliğinden

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma(s_{11}) & \gamma(s_{12}) & \dots & \gamma(s_{1n}) & 1 \\ \gamma(s_{21}) & \gamma(s_{22}) & \dots & \gamma(s_{2n}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(s_{n1}) & \gamma(s_{n2}) & \dots & \gamma(s_{nn}) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_p \\ \lambda \end{bmatrix} \quad \gamma_0 = \begin{bmatrix} \gamma(s_{1p}) \\ \gamma(s_{2p}) \\ \vdots \\ \gamma(s_{np}) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

W bilinmeyenler matrisi;

$$W = \gamma^{-1} * \gamma_0 \quad (4.46)$$

denklem sistemine göre çözümlenerek ağırlıklar hesaplanır. Tahmin noktasının Kriging varyansı;

$$\sigma^2 = W^T * \gamma_0 \quad (4.47)$$

eşitliği ile elde edilir (Yiğit, 2003). Burada;

W^T : Ağırlık matrisinin transpozunu,

σ^2 : Kriging varyansını belirtir.

Ağırlıkların elde edilmesiyle 4.38 Kriging genel denkleminde çalışma bölgesindeki bir noktanın enterpolasyon değeri

$$N_P = P_1 N_1 + P_2 N_2 + \dots + P_n N_n \quad (4.48)$$

formülüne göre bulunur. Burada;

N_P : Aranacak enterpolasyon değeri,

N_i : N'in hesabında kullanılan enterpolasyon değerleri,

P_i : N'in hesabında kullanılan her N_i değerine karşılık ağırlık değerleri,

n = modeli oluşturan nokta sayısıdır (Yaprak, 2007).

Ağırlıklar, kovaryans ya da variogram fonksiyonlarıyla elde edilebilir. Çalışma bölgesinde enterpolasyon değeri bilinmeyen herhangi bir P noktasının enterpolasyonunda kullanılan dayanak noktalarının sayısı hesaplanacak ağırlıkların sayısını etkilemektedir. Her bir dayanak noktası için bir ağırlık değeri hesaplanmaktadır. Farklı konumlarda olan ve aynı noktaları dayanak noktası olarak kullanan noktalarda ağırlık aynı olmayacaktır. Bu durum her farklı nokta için Kriging algoritmasında ağırlıkların tekrarlı olarak hesaplanmasını ifade eder (İnal ve Yiğit, 2004).

5-JEOİSTATİSTİK

Uygulamalı istatistiğin bir dalı olan jeoistatistik, Fransa’da George Matheron tarafından geliştirilmiştir (Uyar, 2005). Öncelikle yerbilimlerinde karşılaşılan kestirim problemlerinin çözümüne yönelik olarak ortaya çıkmıştır (Yaprak, 2007). Geoistatistiğin temeli Tobler’in coğrafyanın ilk yasası kabul edilen “ her şey her şeyle ilgilidir fakat yakın şeyler uzak şeylerden daha ilgilidir” teorisine dayanmaktadır (Tobler, 1970; Yılmaz ve Güllü, 2012).

İstatistiksel yöntemler, incelenen değişkenler arasında bir ilişkinin olmadığını kabul eder. Ancak jeoistatistiksel yöntemlerde değişkenler birbirleriyle bağlantılıdır (Uyar, 2005). Geoistatistik, örnekler arasındaki konumsal bağımlılığın uzaklığın bir fonksiyonu olduğu düşüncesiyle geliştirilmiştir. Birbirine yakın aralıklarla alınan örnekler, birbirine daha uzak aralıklarla alınan örneklerden daha çok benzerlik gösterirler. Örnek noktaları arasındaki mesafe arttıkça örnekler arasındaki benzerlik azalma gösterecek ve belli bir noktadan sonra konumsal bağımlılık kalmayacaktır (Başkan, 2005).

Jeoistatistik temel olarak, örnekler arasındaki değerlerin uzaysal mesafe ve yöne göre nasıl değiştiğini istatistiksel olarak ifade eder. Hata miktarının belirli güven aralığında belirlenebilmesine olanak sağlar (Erel, 2011).

Jeoistatistiksel yöntem örneklenmiş noktalarda belirli bir bölgeye özgü değişimleri hesaba katarak, diğer noktalardaki değerleri kestirmeye yarayan bir yöntemdir (Uyar, 2005). Klasik istatistiksel yöntemlerden ayrı olarak örnekler arası ilişkiyi örneklerin alındıkları konumlarla birlikte değerlendirerek ele alır (Alkan, 2007). Geoistatistiksel yöntemle gözlemlerin yapıldığı noktaların konumları ve gözlemler arası korelasyon bağlı olarak yansız ve minimum varyanslı kestirimler yapılabilmektedir (Yaprak ve Arslan, 2008).

Jeoistatistik, parametreler arasındaki ilişkilerden yararlanarak arazi özelliklerini genelleştirmeye imkân veren bir yöntemdir. Bölgesel değişkenlerin almış olduğu değerler sadece örneklenmiş noktalarda bellidir. Bu durumda örneklenmemiş noktalardaki bilinmeyenlerin belirlenmesi lazımdır. Bilinmeyenlerin örneklenmiş noktalardaki değerler yardımıyla elde edilmesine kestirim adı verilir (Yaprak, 2007).

Jeoistatistiksel yöntemlerle yapılan bir analizi dört ana gruba ayırabiliriz. Bunlar;

- I. Bölgesel değişkenin değerleri arasındaki farkların, uzaklığa bağlı değişimlerini belirlemeye yarayan yarıvariogram(variogram) modellerinin belirlenmesi,
- II. Yarıvariogram modellerinin test edilmesi,
- III. Kriging tahmin tekniği ile noktasal, alansal veya bir hacmi temsil eden tahminlerin yapılması,
- IV. Yapılan tahmin hatalarının belirlenmesi

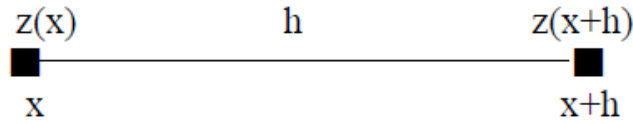
Jeoistatistiksel bir çalışmada yukarıda ifade edilen unsurların her birinin sistematik olarak yerine getirilmesi gerekir (Alkan, 2007).

Jeoistatistiksel çalışmaların temelini, gözlem verilerinin deneysel variogram yapısının elde edilmesi ve sonrasında bu yapıya uygun teorik bir modelin seçilmesi oluşturur (Yaprak ve Arslan, 2008).

5.1 Variogram Analizi

Jeoistatistiğin temelini, üzerinde çalışılan değişkenin yersel bağımlılık yapısı ve bu bağımlılığın bir ölçüsü olan yarıvariogram modelinin belirlenmesi oluşturur (Yaprak, 2007).

Jeoistatistikte bölgesel değişkenin değerleri arasındaki farkın uzaklığa bağlı değişimleri variogram fonksiyonu ile belirtilir. Variogram fonksiyonu, birbirinden h uzaklığıyla ayrılmış iki rastlantı değişkeni arasındaki farkın varyansıdır (Başkan, 2005).



x noktasındaki örnek değeri $z(x)$, bundan h kadar mesafedeki $x+h$ noktasındaki örnek değeri ise $z(x+h)$ ile gösterilsin. Buna göre varyans;

$$2\gamma(h) = \text{Var}[N(x) - N(x + h)] \quad (5.1)$$

şeklinde yazılabilir. Variogram fonksiyonu beklenen değer cinsinden

$$2\gamma(h) = E[N(x) - N(x + h)]^2 \quad (5.2)$$

şeklinde yazılabilir.

Variogram fonksiyonu farklı noktalarda bulunan değişkenler arasındaki var olan bağımlılığı karakterize eder (Yiğit, 2003). Bu fonksiyon sayesinde incelenen değişkenin homojenlik ve izotropluk dereceleri, düzenliliği ve bir örneğin etki mesafesi sayısal olarak elde edilebilir (Uyar, 2005).

Variogram analizine genellikle ortalama variogramla başlamak gerekir. Çeşitli yönlerdeki variogramların bir ortalaması, ortalama variogram olarak ifade edilir (Yaprak, 2007). Ancak uzaklığa bağlı değişkenlerin bütün yönlerde aynı olduğu söylenemez. Ortalama variogram/yarıvariogram, deneysel yarıvariogramların (semivariogramların) elde edilmesinde gerekli olan parametrelerin tespit edilmesine yardımcı olur (Güneri Tosunoğlu, 2007).

5.2 Deneysel Yarıvariogram

Bölgesel değişkenler teorisi yüzey üzerinde bulunan noktalar arasındaki bağıllığın derecesini sunmak için semivaryans olarak isimlendirilen bir özellikten yararlanır. Sabit mesafe bölümlerine ayrılmış var olan tüm noktalar arasındaki farkların varyanslarının yarısı semivaryans olarak ifade edilir (Yiğit, 2003).

Semivaryans tek boyutta,

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{h_{ij}}^{N(h)} [Z(x) - Z(x + h)]^2 \quad (5.3)$$

iki boyutta ise;

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{h_{ij}}^{N(h)} [Z(x_i, y_i) - Z(x_j, y_j)]^2 \quad (5.4)$$

eşitliği yardımıyla elde edilir. Burada;

$$h_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (5.5)$$

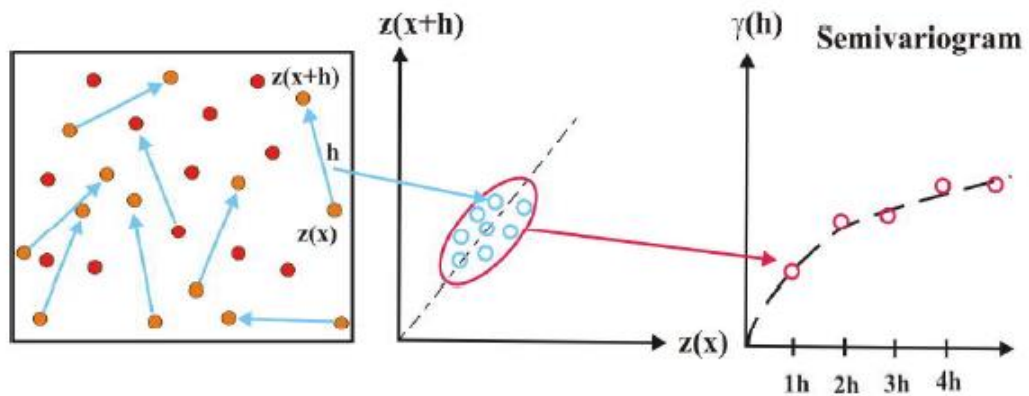
h_{ij} : i ve j noktaları arasındaki yatay mesafe

$\gamma(h)$: h uzunluğundaki semivaryans değeri

$N(h)$: h vektörü uzunluğundaki nokta çiftlerinin sayısı (ya da bölge içerisindeki h vektörü sayısı)

$Z(x_i, y_i), Z(x_j, y_j)$: i ve j konumundaki değişken değeridir (yeryüzü yükseklikleri vb.).

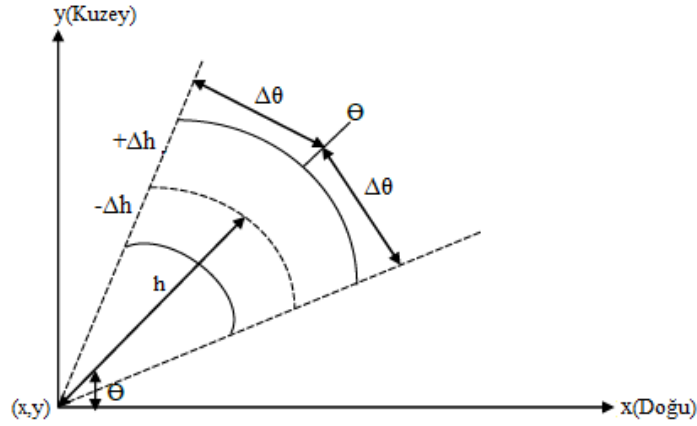
Semivaryans, değişkenler arasındaki konumsal ilişkinin derecesini ölçmek için bir araçtır. Noktalar arasındaki semivaryansın büyüklüğü noktalar arasındaki uzaklığa (h) bağlıdır (Yiğit, 2003). Bölgesel değişkenin değerleri arasındaki farklar ($Z(x_i, y_i) - Z(x_j, y_j)$), değişkenlerin benzerlik derecesini belirtir. Bu nedenle uzaklığa bağlı ilişkiyi incelemede önemlidir. Bu farkların kareleri yarısının $\frac{1}{2}(Z(x_i, y_i) - Z(x_j, y_j))^2$, farkların alındığı uzaklığa karşılık grafiğe çizilmesi ile variogram bulutu elde edilir (Yaprak, 2007). Yarivariogram bulutunun yarivaryans değerlerinin belirli adım mesafesine (lag distance) ayrılıp, her bir mesafeye düşen yarivaryans değerlerinin ortalamasının alınmasıyla deneysel yarivariogram elde edilir (Aydın O. , 2014). Yani belirli bir yöndeki semivaryans değerleri h mesafe değerlerine karşı grafiği çizilerek gösterilir (Şekil 5.1). Bu şekilde elde edilen grafiğe semivariogram ya da deneysel variogram denir. Semivariogram, h uzaklığı bulunan veri noktaları arasındaki varyansın uzaklık ile ilişkisini verir (Zengin Kazancı, 2014).



Şekil 5. 1. Deneysel yarivariogramın oluşturulması (Yiğit, 2003)

Yarıvariogram, yönün ve uzunluğun bir fonksiyonudur (Yiğit, 2003). Bu nedenle bölgesel değişkenlerin belirlenmesinde kullanılan yarıvariogram, iki değişken arasındaki uzaklık ve yön ile değişir (Erel, 2011).

Aralarında h mesafesi olan örneklemeler yön dikkate alınmaksızın 5.4 denklemine göre elde edilirse bu tip yarıvariogramlar yön bağımsız yarıvariogramlar olarak ifade edilir. Bu durumda bölge içerisinde olası bütün h uzunluğundaki nokta çiftleri hesaba katılır. Herhangi bir θ yöndeki h uzunluğundaki vektör çiftleri dikkate alınarak yarıvariogram hesaplanırsa bunlar yön bağımlı (yönsel) yarıvariogram olarak isimlendirilir. θ değeri X ana yönünde olan açı ve $\Delta\theta$ tolerans miktarı olmak üzere $(\theta - \Delta\theta < \theta < \theta + \Delta\theta)$ şeklinde tanımlanabilir (Şekil 5.2) (Yiğit, 2003).



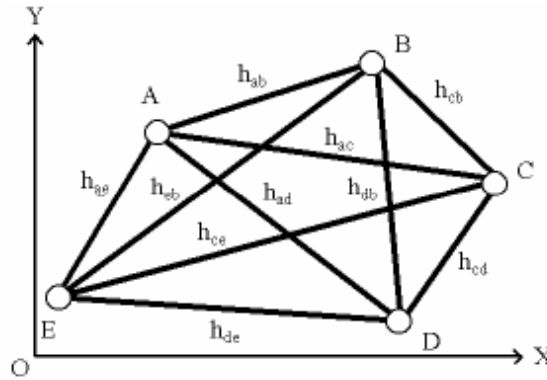
Şekil 5. 2. Yön bağımlı yarıvariogram hesaplamada kullanılan açı ve toleransı

Yarıvariogramlar genel olarak dört ana yöne göre hesaplanırlar. Bunlar N/S, E/W, NW/SE ve NE/SW'dir (N: Kuzey, S: Güney, E: Batı, W: Doğu). Eğer bu dört yönde yarıvariogramlar aynı ise bölgesel değişken izotropik, değil ise anizotropik olarak ifade edilir. Anizotropinin olduğu durumlarda aynı tepe değerine karşılık farklı uzaklık değerleri varsa anizotropi, geometrik anizotropi olarak adlandırılır (Uyar, 2005).

Yön bağımlı yarıvariogram kullanılacak ise açı toleransının minimum seçilmesi gerekir. Fakat açı toleransı çok küçük olduğu durumda yarıvariogramdaki değişken çifti sayısı azalacağından yön bağımlı yarıvariogram anlamsız bir yapı gösterebilir. Bunun için en doğru yaklaşım, birkaç açı toleransı denemek ve en iyi sonuçları veren değeri kullanmaktır (Güneri Tosunoğlu, 2007).

Açı toleransı($\Delta\theta$) $\pm 90^\circ$ olduğunda olası tüm veri çiftleri deneysel yarıvariogram belirlenmesinde kullanılacak ve yine yönsüz yarıvariogram şeklini alacaktır (Yaprak, 2007). Yön bağımsız yarıvariogramlar oluşturmak için $\Delta\theta=90^\circ$ alınır (Yiğit, 2003).

Pratikte kullanılan dayanak noktalarının aralarındaki uzaklığın her zaman eşit olması beklenemez. Noktaların rastgele dağılımlı olması durumunda 5.4 eşitliğindeki uzunluk vektörü h artık kesin bir uzunluk değil, $(h-\Delta h < h < h+\Delta h)$ şeklinde bir aralık içerisindeki değerler kümesinin ortalaması olarak düşünülür. Uzunluk toleransı olarak genellikle ilk seçilen h (lag mesafesi, gecikme uzaklığı) uzunluk miktarının yarısı alınır ($\Delta h=h/2$) (Yiğit, 2003; Zengin Kazancı, 2014).



Şekil 5. 3. Rastgele dağılımlı nokta kümesi

5.4 eşitliği;

$$\gamma(h_{ort}) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{h_{ij}}^{N(h)} [Z(x_i, y_i) - Z(x_j, y_j)]^2 \quad (5.6)$$

şeklini alır. Burada;

$N(h)$: uzunluk vektörü h için verilen Δh aralık ve $\Delta\theta$ açı tolerans miktarı ile tanımlanan θ yönündeki şartları sağlayan vektör sayısı,

h_{ort} : $N(h)$ 'daki şartları sağlayan vektörlerin modül değerlerinin ortalaması olmak üzere;

$$h_{ort} = \frac{\sum_{i=1}^{N(h)} h_{ij}}{n} \quad (5.7)$$

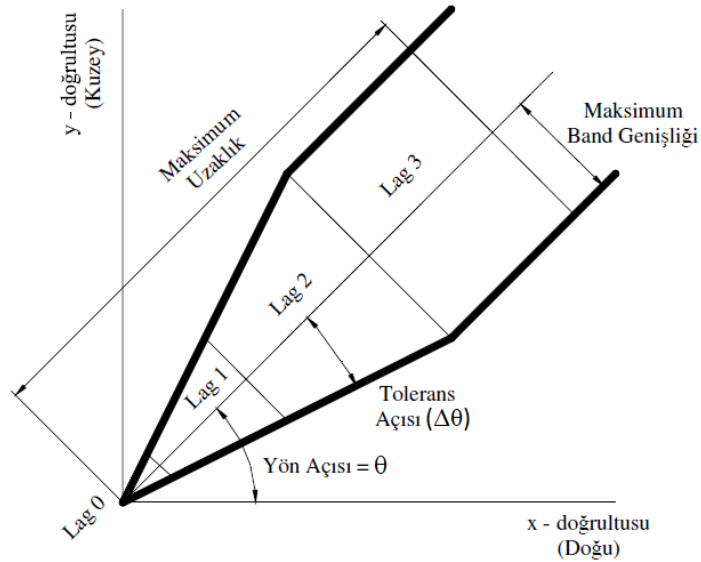
eşitliği ile elde edilir.

θ yönündeki vektörlerin sayısı ise;

$$\theta_{ij} = \tan^{-1}[(y_j - y_i)/(x_j - x_i)] \quad (5.8)$$

eşitliği ile elde edilir.

Eğer gözlem çiftleri oluşturulurken yön ve uzaklık dikkate alınmışsa deneysel yarıvariogramın hesaplanması özel teknikler gerektirir. Bunun için veriler uzaklığa ve yöne göre uzaklık ve açı toleransları içerisinde gruplandırılır. Açı ve tolerans açısı ($\theta \pm \Delta\theta$) Şekil 5.4'te gösterildiği gibi bir koni tanımlar. Belirlenen uzaklık parametresi, lag ya da gecikme uzaklığı olarak adlandırılır ve bu koni üzerinde sektörler meydana getirir. Bu şekilde yön ve uzaklık sınıflamaları ile elde edilen sektörler içinde kalan veri çiftleri yönlü deneysel yarıvariogramların elde edilmesinde kullanılır. Bu yüzden lag mesafesi ve tolerans açısı büyük olduğunda veri çifti sayısı da artacaktır (Alkan, 2007).



Şekil 5. 4. Uzaklığa ve yöne göre açı ve toleransları (Alkan, 2007)

Konumsal analiz için ve teorik variogram modeli ya da parametre değerlerinin tespit edilmesi amacıyla yeterli h uzunluğunun katları ($h, 2h, 3h, \dots$) için de semivaryans değerlerinin hesaplanması gerekmektedir. Bundan dolayı literatürde maximum lag mesafesi olarak ifade edilen bir $h_{\max}$ değeri söz konusudur (Yiğit, 2003).

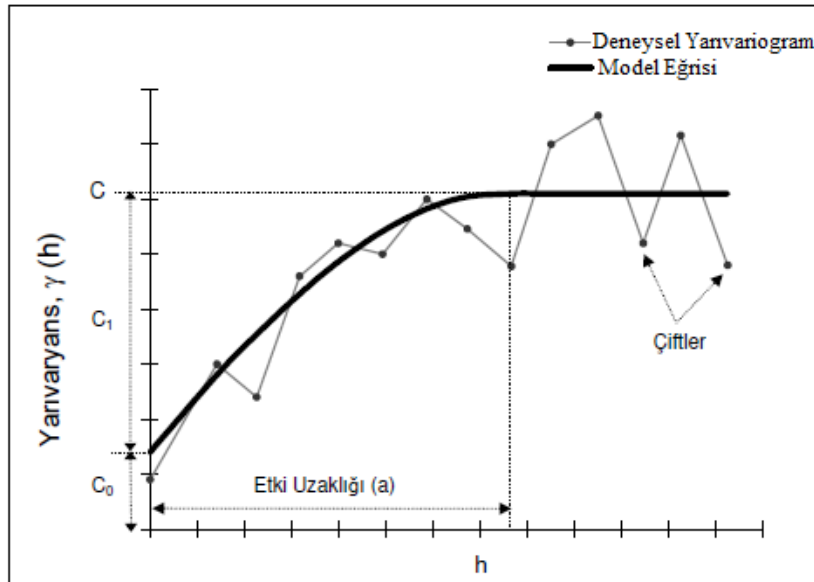
5.2.1 Yarıvariogram fonksiyonunun özellikleri

Yarıvariogram fonksiyonunun özellikleri maddeler halinde aşağıda sunulmuştur (Uyar, 2005).

- Yarıvariogramın $h=0$ uzaklığındaki değeri sıfıra eşittir. $\gamma(h) = 0$
- Yarıvariogram iki rastlantı değişkeni arasındaki farkın varyansı olarak tanımlandığı için hiçbir zaman negatif değer alamaz. $\gamma(h) \geq 0$
- Yarıvariogram simetrik özellik gösteren bir fonksiyondur. $\gamma(h) = \gamma(-h)$

5.2.3 Deneysel Yarıvariogram Modeli ve Parametreleri

Bir yarıvariogram grafiği şekil xyz'deki gibi eşik değer veya tepe varyans (sill), etki uzaklığı(range), kontrolsüz etki(nugget) parametreleri ile ifade edilmektedir.



Şekil 5. 5. Yarıvariogram modeli ve parametreleri (Alkan, 2007)

Külçe Etkisi (Nugget) (C_0) : Yarıvariogram grafiğinde yarıvariogram eğrisinin düşey (y) eksenini kestiği nokta ile orijin arası kontrolsüz etki (kontrolsüz varyans, külçe etkisi) olarak ifade edilir. Yarıvariogramın $h=0$ m uzaklıkta aldığı değerdir (Özdemir, 2013). Teorik olarak $h=0$ olduğunda variogramın değeri sıfıra eşittir ($\gamma_{(0)} = 0$). Bununla beraber, uzaklığa bağlı değişimin verilerden belirlenebileceği sınır bir uzaklık değeri vardır. Bu sınır uzaklık, bütün örnekler içinde birbirine en yakın iki örnek arasındaki uzaklıktır. Pratikte bu uzaklıktan daha küçük uzaklıklarda değerler arasındaki farkın değişimi veri olmadığı için belirlenemez ve bu durum variogramın orijininde bir süreksizliğe sebep olur. Bu süreksizlik variogramın orijininde sıfırdan farklı pozitif bir değer alması demektir. Orijindeki süreksizliğin başka bir sebebi de örnekleme ve analiz hatalarıdır. Süreksizliğe sebep olan bu iki kaynağı birbirinden ayırt etmek olanaksızdır ve variogramda bu durum kontrolsüz etki varyansı (nugget variance) “ C_0 ” şeklinde ortaya çıkar (Başkan, 2005). Çalışma alanının homojenliğini ifade eden kısımdır (Şişman ve Elevli, 2018). Kestirim değerini etkilemez. Ancak kriging varyansında değişime neden olur (Yaprak, 2007).

Eşik Değeri (Sill, C) ($C_1 + C_0$) : Yarıvariogram fonksiyonunun belirli bir h uzaklığında ulaştığı yarıvaryans değeridir. Yarıvariogramın toplam düşey ölçek değeridir (Yiğit, 2003). Bölgesel değişken geçişli bir yapı gösteriyorsa yarıvariogram belirli bir uzaklıktan sonra artışını durdurur ve belirli bir değerde sabit kalır (Uyar, 2005). Değişimin bittiği veya sabit olarak gittiği noktanın düşey (y) eksenini kestiği yer sill (eşik değer, tepe varyansı) “C” olarak adlandırılır (Erel, 2011). Pratikte sill, yarıvariogramı elde etmek için yararlanılan tüm örneklerin varyansına karşılık gelir (Yaprak, 2007). Yani maksimum varyanstır (Şişman ve Elevli, 2018). Kestirim değerini etkilemez ancak kriging varyansında değişime neden olur (Alkanalka, 2005).

Variogramlar genelde silli (tepe değeri olan) ve sillsiz (tepe değeri olmayan) modeller olarak ikiye(gruba) ayrılmaktadır. Örneğin lineer model sillsiz bir modeldir. Küresel model, üssel model, gauss modeli ve külçe etki modeli ise silli modellerdir (Yiğit, 2003; Uyar, 2005).

Yarıvariogramın tepe değerine ulaştığı nokta ile C_0 (nugget) arasında kalan varyans yapısal varyans (C_1) olarak adlandırılır ve veri dağılışının bir ölçüsüdür (Erel, 2011).

Etki Mesafesi (Range) (a) : Konumsal bağıllığın mesafesidir (Şişman ve Elevli, 2018). Bölgesel değişken geçişli bir yapı sergilediğinde yarıvariogram belli bir uzaklıktan sonra artışını durdurur ve eşik değeri “C” etrafında değerler almaya başlar. Yarıvariogramın eşik değerine ulaştığı uzaklık range (yapısal uzaklık, etki alanı) olarak adlandırılır ve fiziksel olarak bir örneğin etki alanı kavramına karşılık gelir (Başkan, 2005). Yapısal uzaklıktan daha büyük uzaklıklarda değişkenlerin birbiri üzerinde hiçbir etkisi yoktur yani konumsal bağımlılık sone ermiştir (Başkan, 2005). Diğer bir ifadeyle gözlemler arası uzaklık $h > a$ olduğunda korelasyon sıfırdır. Yani bu uzunluktan sonra veriler artık birbirleri ile korelasyonsuzdur (Yaprak, 2007). Yarıvariogram değerleri bu uzunluktan sonra sabit kalır (Güneri Tosunoğlu, 2007). Bu uzunluktan sonra veriler arasında konumsal bir korelasyonun olmadığı rastgele değişim gösterdiği düşünülür (Zengin Kazancı, 2014).

h: Örneklem arası ya da enterpolasyon noktası ile örneklem noktaları arası yatay uzunluktur (Yiğit, 2003; Yaprak, 2007).

5.3 Teorik Yarıvariogram

Deneyisel yarıvariogramlarda yarıvariogram değerleri belirli uzunluklarda hesaplanmaktadır ve bunların dışındaki uzaklıklarda variogram değerleri bilinmemektedir. Bölgesel değişkenin özelliklerinin belirlenmesinde ve örneklenmemiş noktalardaki değerlerin tahmin edilmesinde yarıvariogram değerini bütün uzunluklarda bilmek gerekir. Bu durum ise deneyisel yarıvariogram değerlerine bir fonksiyon uyarlamayı gerektirir. Teorik yarıvariogram modelleri pozitif tanımlı fonksiyonlardır (Alkanalka, 2005).

Teorik olarak, oluşturulan deneyisel yarıvariogram yapısını temsil eden yarıvariogram modelinin belirlenmesi gerekmektedir. Öncelikle bunun için ilk olarak teorik yarıvariogram modelleri ve parametreleri iyi bilinmeli daha sonra en uygun model ve parametreler belirlenerek ortalama yarıvariogram modeli fonksiyonel olarak elde edilmelidir. Elde edilen bu eğriden hareketle, incelenen değişkenin bölgesel değişimi hakkında önemli bilgi sahibi olunulabilir (Alkan, 2007).

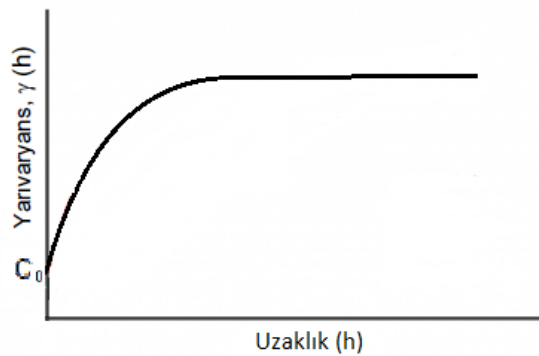
Jeoistatistik çalışmanın en önemli kısmını teorik yarıvariogram modeli oluşturmaktadır. Bu yarıvariogram matematik modeli temel alır ve deneysel yarıvariograma uygun şekilde uygulanarak belirlenir. Kısaca özetlemek gerekirse, gözlem değerleri ile elde edilen yarıvariogram deneysel yarıvariogram, deneysel yarıvariograma matematiksel bir fonksiyonun uydurulmasıyla elde edilen yarıvariogram modeline teorik yarıvariogram adı verilir (Aydın O. , 2014). Geoistatistikte kullanılan en yaygın teorik yarıvariogram modelleri aşağıda verilmiştir.

Küresel (Spherical) Model: Bu model yarıvariogram modelleri içinde en yaygın kullanılan modeldir. Matheron modeli olarak da adlandırılır. Küresel yarıvariogram, orijinden başlayarak artan h uzaklığı ile yapısal uzaklığa gelinceye kadar artar. Bu uzaklıkta (a), yarıvariogramın değeri eşik değerine eşittir yani $\gamma(h) = C$ olur. Bu modelin eşitliği;

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= C_0 + C_1 \left(\left(\frac{3h}{2a} \right) - \left(\frac{h^3}{2a^3} \right) \right) & (0 \leq h \leq a) \\ \gamma(h) &= C_0 + C_1 & (h \geq a) \end{aligned} \quad (5.9)$$

ile ifade edilir.

Burada; C_0 nugget etkisini, C yarıvariogramın eşik değerini, a yapısal uzaklığı, h örnek çiftleri arası mesafeyi ve $\gamma(h)$ h mesafesindeki yarıvariogram değerini göstermektedir (Clark, 1979; Uyar, 2005).

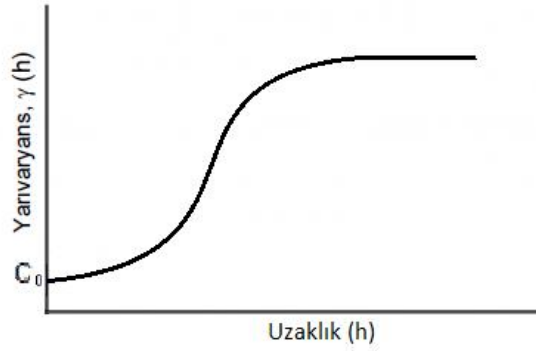


Şekil 5. 6. Küresel model

Gauss Modeli: Yarıvariogram fonksiyonu kısa mesafelerde parabolik davranış gösterirken uzun mesafelerde düzgün özellik gösterir. Uzaklık arttıkça eşik değere asimtotik olarak yaklaşır. Bu model orijinde parabolik davranış gösteren tek yarıvariogram modelidir. Gauss modelinin matematiksel ifadesi;

$$\gamma(h) = C_0 + C(1 - e^{(-3h^2/a^2)}) \quad (5.10)$$

şeklindedir (Pekin, 1999; Clark, 1979; Uyar, 2005; Yaprak, 2007).

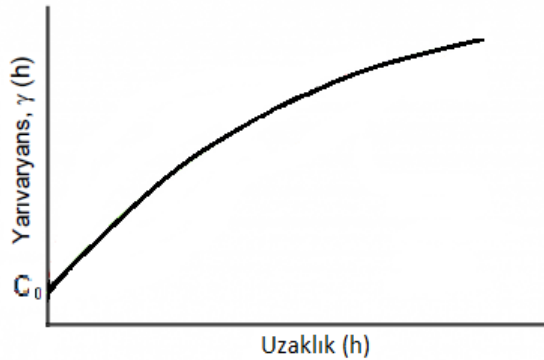


Şekil 5. 7. Gauss modeli

Üssel (Exponential) Model: Bu model için çizilen yarıvariogram bir etki uzaklığına sahip değildir fakat eğri asimtotik olarak eşik değerine ulaşır. Bu model;

$$\gamma(h) = C_0 + C_1(1 - e^{-(h/a)}) \quad (5.11)$$

eşitliği ile ifade edilir (Clark, 1979; Alkan, 2007).

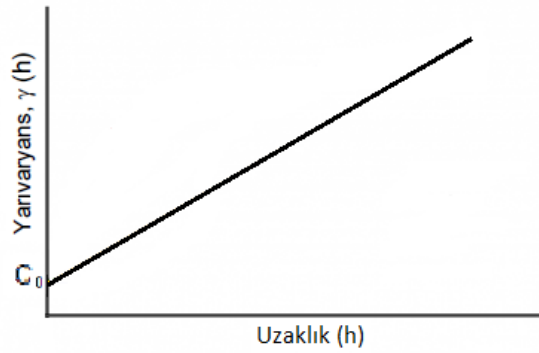


Şekil 5. 8. Üssel model

Doğrusal (Lineer) Model: Bu model silsiz modeller içerisinde en çok kullanılan modeldir. Orijinden geçen düz bir doğru ile temsil edilir. Bu modelin grafiği doğrusal bir eğilim gösterir. Tepe varyansı (C) doğrunun eğimini gösterir. Örnek değerlerinde süreklilik söz konusudur. Yarıvariogram artan h uzaklığı ile doğru orantılı olarak artış gösterir.

$$\gamma(h) = C_0 + C_1(h/a) \quad (5.12)$$

fonksiyonu ile ifade edilir (Yaprak, 2007; Alkan, 2007).



Şekil 5. 9. Lineer (doğrusal) yarıvariogram modeli

Külçe Etki (Nugget Effect) Modeli: Bir değişkenden diğerine ani olarak değişen bölgesel bir değişkenin davranışını temsil eder. Bu model;

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= 0 & (h=0) \\ \gamma(h) &= C_0 & (h>0) \end{aligned} \quad (5.13)$$

eşitlikleri ile ifade edilir (Clark, 1979; Yaprak, 2007).

Hole Effect Model: Mineralleşmede periyodikliğin bir göstergesi ya da örnek aralıklarını yansıtan bir modeldir.

$$\gamma(h) = C_0 + C(1 - e^{-\eta \cos \theta}) \quad (5.14)$$

eşitliği ile gösterilir. Yarıvariogram grafiklerinin kısa uzaklıklardaki davranışı, bölgesel değişkenin homojenlik derecesi hakkında bilgi verir (Alkan, 2007; Yaprak, 2007).

Logaritmik Model:

$$\gamma(h) = C_0 + C_1 \cdot \log(h) \quad (h>0) \quad (5.15)$$

eşitliği ile ifade edilir (Yiğit, 2003).

Yukarıdaki yarıvariogram modellerinin dışında Genelleştirilmiş doğrusal model, Paddington karışık modeli, De Wijsian modeli, Parabolik model, Quadritik model, Rasyonel Quadritik model, dalga modeli, Mátern modeli, Hole modeli, Nested modeli gibi çeşitli teorik modeller de bulunmaktadır (Alkanalka, 2004; Alkan, 2007; Pekin, 1999; Aydın, 2014).

Teorik yarıvariogramlar hesap edilen deneysel yarıvariogramlar ile belirlenir ya da kriging ile yarıvariogram arasında çapraz doğrulama tekniği kullanılarak belirlenir. Deneysel yarıvariogram modelinden teorik yarıvariogram modelinin belirlenmesi için;

- ♦ Göz ile (Tecrübeye dayanarak kestirim)
- ♦ Ağırlıklı en küçük kareler yöntemi
- ♦ Maximum olabilirlik
- ♦ Robust

gibi yaklaşımlar vardır. İlk yaklaşım istatistiksel olarak bir anlam taşımadığından farklı kişiler aynı modeli farklı parametrelerle elde edeceklerdir (Yiğit, 2003; Yaprak, 2007).

5.4 Çapraz Değerlendirme (Cross-Validation) Tekniği

Çapraz değerlendirme yöntemi yarıvariogram model parametrelerinin tespit edilmesine ilişkin sıklıkla kullanılan tekniklerden biridir (Alkan, 2007). Jeostatistiksel çalışmaların temelini gözlem verilerinin deneysel yarıvariogram yapısının belirlenmesi ve elde edilen bu yarıvariogram yapısına teorik bir modelin uydurulması oluşturmaktadır. Bu yüzden öncelikle yarıvariogram uygun sayıdaki verilerle hassas bir ölçekte doğru bir şekilde tahmin edilmeli daha sonra uygun olarak modellenmelidir (Başkan, 2004).

Çapraz doğrulama yöntemi, teorik yarıvariogram parametrelerinin çalışma sahasını yansıtıp yansıtmayacağının tespit edilmesinde bir ölçüt olarak kullanılmaktadır. Çapraz doğrulama tekniği kriging yöntemi içerisindeki ölçüm noktalarındaki değerleri

çevresindeki değerlere göre kestirimini yaparak, gerçek değerle kestirim değerlerini karşılaştıran, seçilen modelin güvenilirliğini test eden bir metoddur (Başkan, 2004). Çapraz değerlendirme yönteminde ilk olarak gerçek yarıvariogram fonksiyonuna ilişkin bir model ve bu modele ilişkin parametreler seçilir. Daha sonra veri setinden gerçek değeri bilinen bir örnek uzaklaştırılır ve bu noktadaki değerin gerçek değeri bilinmiyormuş gibi, seçilen yarıvariogram model parametrelerinden ve geriye kalan verilerden yararlanarak noktasal kriging kestirim tekniği ile tahmin edilir. Kestirimi yapılan noktanın gerçek değeriyle kestirim değeri arasındaki fark (tahmin hatası, kestirim hatası) elde edilir. Bu işlem diğer tüm veriler için tekrarlanır. Daha sonra elde edilen kestirim hataları her bir kestirime ait kriging standart sapma değerine bölünür ve indirgenmiş hatalar hesaplanır. İndirgenmiş hataların ortalamasına ve varyansına (karelerinin ortalamasına) bakılır. Bu istatistiki parametrelere ilişkin istenilen kriterleri sağlayan yarıvariogram model ve parametreleri gerekli model ve parametrelerdir. İstenilen bu kriterlerden bazıları aşağıda sıralanmıştır (Alkan, 2007).

Tahmin Hataları, $\epsilon_i = [Z_i^* - Z_i]$

İndirgenmiş Hatalar, $x_i = \left[\frac{Z_i^* - Z_i}{\sigma_{\epsilon,i}} \right]$

İndirgenmiş Hatalar Ortalaması, $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

İndirgenmiş Hatalar Varyansı, $S_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$

- İndirgenmiş hataların beklenen değerlerinin 0'a ve varyansları da 1'e yakın olup olmadığına veya $1 \pm 2\sqrt{\frac{2}{N}}$ sınırları arasında kalıp kalmadığına bakılmalıdır.
- Diğer bir karar verme tekniği ise, gerçek değerlerin kestirilen değerler üzerindeki doğrusal regrasyonu orijinden geçen 45°eğimli bir doğru olmasıdır. Bu koşul **lu** yansızlık olarak bilinir.
- Tahmin hatalarının kareler ortalaması, kriging varyanslarının ortalamasına eşit ya da küçük olmalıdır (Yaprak, 2007).

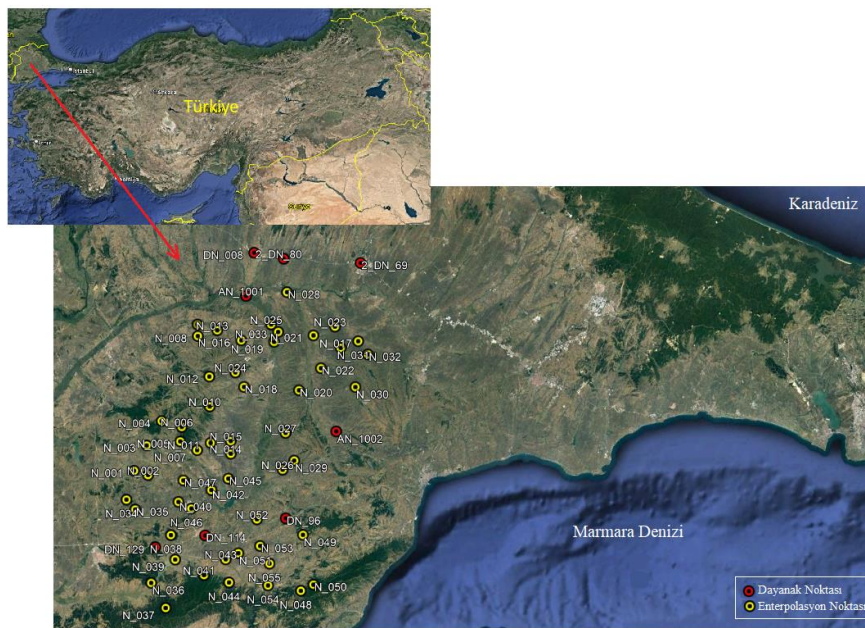
6- SAYISAL UYYGULAMA

6.1 Çalışma Bölgesi ve Çalışmanın Amacı

GNSS ile elde edilen yükseklikler elipsoidal yükseklerdir. Harita ve mühendislik projelerinde ve uygulamalarında nivelmanla yükseklik farklarından hareketle belirlenen ortometrik yükseklikler kullanılmaktadır. Ortometrik yükseklik, elipsoidal yüksekliğin ve jeoit ondülasyonunun bilinmesi ile belirlenebilir. Jeoit ondülasyonu, GNSS/Nivelmanı yöntemi ile her iki yükseklik sisteminde belirlenen büyüklükler aracılığıyla elde edilebilir.

Bu çalışmanın amacı; elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yüksekliklerin elde edilmesinde gerekli olan jeoit ondülasyonlarının polinomlarla ve kriging enterpolasyon yöntemleri ile belirlenerek elde edilen sonuçların karşılaştırılması ile en uygun yöntemin belirlenmesidir.

Bu çalışma Türkiye'nin Trakya bölgesindeki $40^{\circ} 44' 45.94357''$ – $41^{\circ} 26' 10.58220''$ kuzey enlemleri ile $26^{\circ} 43' 0.70508''$ – $27^{\circ} 21' 56.99173''$ doğu boylamları arasındaki bölgede gerçekleştirilmiştir. Çalışma alanı yaklaşık 3000 km^2 'dir. 8+55 C3 dereceli noktanın hem ortometrik yüksekliği hem de elipsoidal yüksekliği bilinmektedir. Bu noktalardan 51 nokta dayanak noktası olarak seçilmiştir. 122 tane enterpolasyon noktası kullanılmıştır.



Şekil 6. 1. Çalışma bölgesi, topografyası ve uygulamada kullanılan noktalar

6.2 Materyal ve Metot

Bu tez çalışmasında dayanak noktaları yardımıyla ara noktaların jeoit ondülasyon değerlerinin tahmin edilmesinde kriging ve polinomlarla enterpolasyon yöntemleri kullanılmıştır. Öncelikle Leica Geo Office programı ile tek nokta dengelemesi yapılarak noktaların ölçüm günündeki koordinatları elde edilmiştir. Daha sonra Microsoft EXCEL programında her bir güzergah için gerekli sayısal işlemler ve düzeltmeler yapılmıştır. Golden Sotfware Surfer 8 yazılımı ile farklı enterpolasyon yöntemleri kullanılarak yüzey modelleri elde edilmiştir.

Trakya bölgesinde homojen dağılmış elipsoidal yüksekliği bilinen 55 noktanın proje alanına homojen dağılmış Türkiye Ulusal Düşey Datumuna (TUDKA) bağlı 8 RS noktası ölçülere dâhil edilmiştir. Noktalar arasında birbirleriyle bağlantıyı sağlayacak şekilde minimum 2+2 saatlik GNSS/Nivelman ölçüleri yapılmıştır. Burada yapılan bu ölçülerden anten yükseklikleri birinci oturum ve ikinci oturum arasında ± 10 cm değiştirilerek kullanılmıştır. Daha sonra bu noktalar ilk başlangıçtan itibaren baz vektörleri Δh belirlenecek şekilde çözümlenerek tek nokta dengelemesi yapılmıştır. N_046 numaralı noktanın ölçü epoğundaki koordinatları sabit alınarak ağ serbest dengelenmiştir ve baz çözümleri gerçekleştirilmiştir. Noktalara ait standart sapmalar elde edilmiştir. Elde edilen değerlerin BÖHHBÜY göre uygun olduğu görülmüştür.

TG-03 ile GNSS/Nivelman jeoidinin birleştirilmesi, GNSS/Nivelman jeoid yüksekliği bilinen noktalarda, TG-03 jeoid yükseklikleri ile GNSS/Nivelman jeoid yükseklikleri arasındaki farkların hesaplanarak bu farkların modellendirilmesi ve herhangi bir noktada farkların enterpolasyonu esasına dayanmaktadır. Bu amaçla GNSS/Nivelman jeoid yüksekliği bilinen noktalarda, noktaların TG-03 jeoid yükseklikleri (N_{TG-03}); TG-03 grid kütüğünden kestirilmiştir ve

$$\delta N = N_{TG-03} - N_{GNSS}$$

ile ortak noktalardaki jeoid yükseklik farkları δN elde edilmiştir (Yıldırım, 2020).

GNSS ile bulunan elipsoidal yüksekliklerden Helmert ortometrik yüksekliklere dönüşüm için Türkiye Jeoidi (TG03) verileri kullanılmıştır. Helmert ortometrik ve elipsoidal yüksekliği bilinen dayanak noktalarında; $N = h - H$ eşitliği ile hesaplanan jeoit yükseklikleri ile TG03 jeoit yükseklikleri arasındaki farklar polinom yüzeyleriyle ve kriging enterpolasyon yöntemi kullanılarak modellenmiştir.

6.3 RINEX Veri Formatı

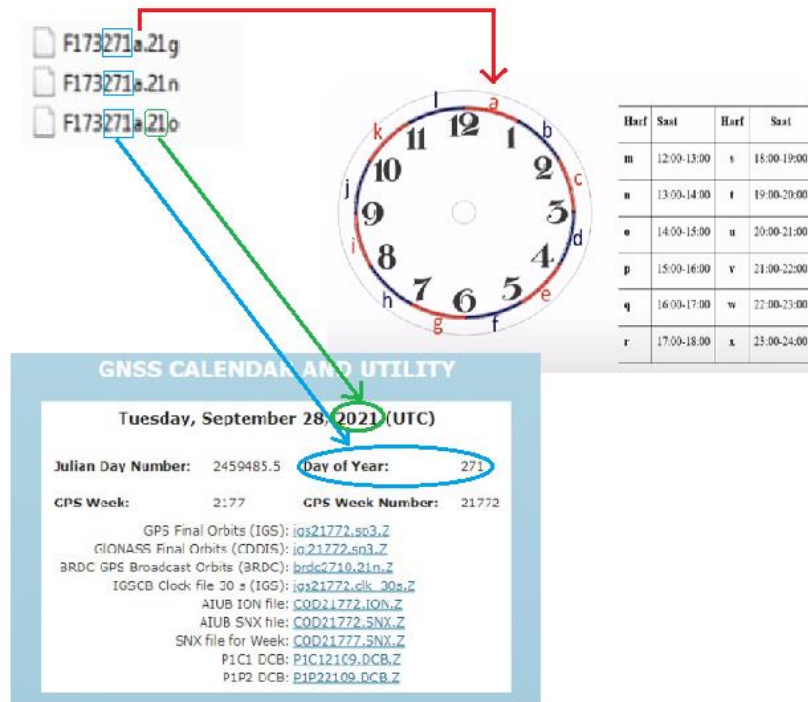
GNSS ölçmelerinde gözlenen tüm veriler ‘‘binary’’ formatta alıcı markasına göre alıcı hafızasına kaydedilmektedirler. Binary formattaki bu veriler daha sonra bilgisayara ASCII formatında aktarılmaktadır. GNSS alıcısı üreten firmalar aynı zamanda kendi özel veri tabanı sistemlerini oluşturmuşlardır. Alıcı üreten firmalar toplanan GNSS verilerini oluşturdukları veri tabanı sistemine göre kendi özel değerlendirme yazılımlarının kullanılarak hesaplanmasını tavsiye etmektedirler. Binary formattaki veriler alıcı markasına bağımlı olduğundan farklılık göstermektedir. Bu verilerin başka yazılım kullanılarak doğrudan değerlendirilmesi mümkün değildir. Bundan dolayı çok noktalı GNSS kampanyalarında ölçülerin tek tip yazılımla değerlendirilmesi, tüm ölçüleri tek tip alıcı kullanılarak yapılmasıyla mümkündür. Bu durum farklı alıcılarla toplanmış GNSS verilerinin değerlendirilmesi için verilerin alıcıdan bağımsız formata dönüştürülmesini gerektirmektedir. Bu sayede GNSS verileri farklı alıcılarla toplanmış olsalar bile alıcıdan bağımsız formata dönüştürülerek farklı yazılımlarla değerlendirilme imkânına sahip olabileceklerdir.

Alıcıdan Bağımsız Değişim Formatı (RINEX: Receiver Independent Exchange Format) 1989 yılında Las Cruces’de düzenlenen Beşinci Uluslararası Uydularla Konum Belirleme Jeodezi Sempozyumu’nda alınan kararla uluslararası standart veri değişimi formatı olarak belirlenmiştir. Böylelikle günümüzde GNSS kullanıcıları, farklı alıcılarla yapılmış GNSS ölçülerini RINEX formatını girdi olarak kabul eden tek bir yazılımla değerlendirme olanağına sahiptirler (Kahveci ve Yıldız, 2018).

RINEX dosya formatları bilgisine Uluslararası GNSS Servisi (IGS: International GNSS Service)’nin internet sitesinden ulaşılabilir. (<https://igs.org/wg/rinex/#documents-formats>) Veriler RINEX olarak, ham data olarak

veya kullanılan cihazın dosya uzantısına göre kendi dosya tipinde kaydedilebilir. Verilerin hangi RINEX dosya tipinde kaydedileceği veya hangi RINEX dosyasına dönüştüreceği IGS'nin sitesinde yer alan RINEX dosya formatlarına göre belirlenmektedir.

Ham veriden RINEX formatına dönüşüm sonrasında uzantıları farklı üç dosya elde edilir. Şekil 6.1'deki F173 nokta adını, 271 yılın gününü (DOY: Day of Year), a harfi ölçümün saat 00:00-01:00 arasında yapıldığını, 21 ölçümün gerçekleştiği yılı ifade eder. o (observation) gözlem dosyası, n (navigation) GNSS uydularından elde edilen verilerin olduğu navigasyon dosyası, g GLONASS uydularından elde edilen verilerin oluşturduğu navigasyon dosyasıdır.



Şekil 6. 2. RINEX dosya isimlendirilmesi

Ölçüm gününden sonra gelen rakam veya harf değeri ölçüm zamanını ifade etmektedir. Bu değer 0 (sıfır) ise ölçümün günlük yani 24 saat olduğunu gösterir. Eğer değer bir harf ise UTC saat dilimine göre gün içindeki ölçüm zamanını göstermektedir (Şekil 6.2).

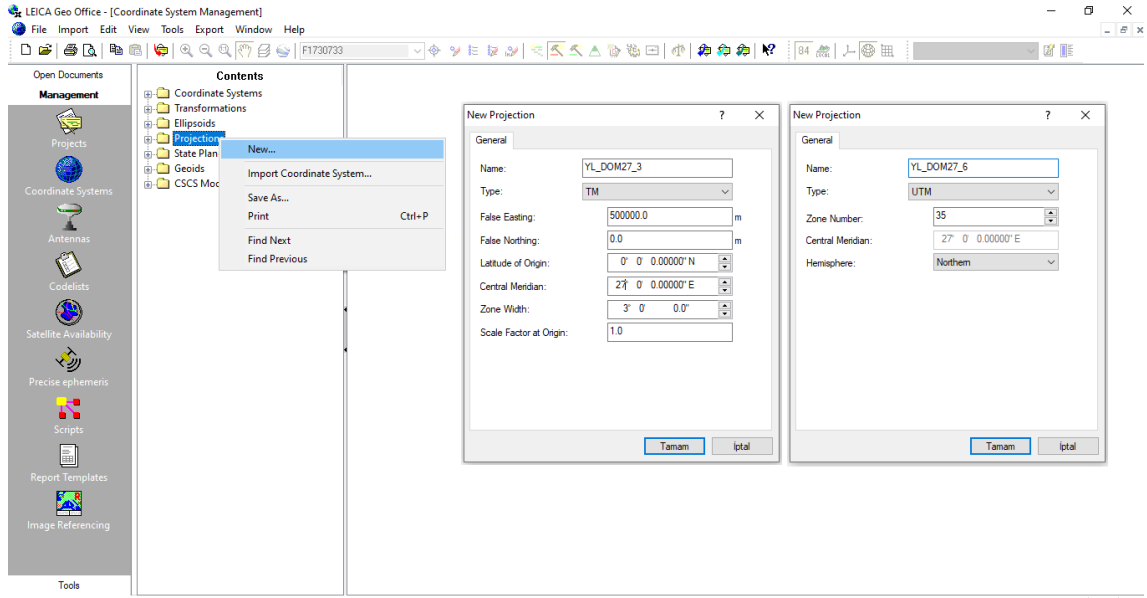
3.02	OBSERVATION DATA	M: MIXED	RINEX VERSION / TYPE
LEICA GEO OFFICE 8.4		20211114 170209 UTC	PGM / RUN BY / DATE
F1730709			MARKER NAME
F1730709			MARKER NUMBER
GEODETTIC			MARKER TYPE
			OBSERVER / AGENCY
1513505	LEICA GS15	8.00	REC # / TYPE / VERS
	LEIGS15		ANT # / TYPE
4303966.7010	2168435.8500	4164043.8565	APPROX POSITION XYZ
1.0040	0.0000	0.0000	ANTENNA: DELTA H/E/N
L1 0.0000	0.0000	0.1999	ANTENNA: PHASECENTER
L2 0.0000	0.0000	0.1983	ANTENNA: PHASECENTER
12 C1C L1C D1C 51C C2W L2W D2W C5Q L5Q D5Q S5Q			SYS / # / OBS TYPES
8 C1C L1C D1C 51C C2P L2P D2P S2P			SYS / # / OBS TYPES
00HZ			SIGNAL STRENGTH UNIT
5.000			INTERVAL
2021 09 28	09 06 30.00000000	GPS	TIME OF FIRST OBS
2021 09 28	11 45 50.00000000	GPS	TIME OF LAST OBS
Yıl Ay Gün			RCV CLOCK OFFS APPL
			SYS / PHASE SHIFT
			SYS / PHASE SHIFT
			SYS / PHASE SHIFT
12 C1C L1C D1C 51C C2W L2W D2W S2W C5QCOMMENT			
L5Q D5Q S5Q			
G01 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1915 1916 1916PRN / # OF OBS			
1916 1916 1916			
G03 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916PRN / # OF OBS			
1916 1916 1916			
G04 1774 1774 1774 1774 1771 1771 1771 1771 1766PRN / # OF OBS			
1766 1766 1766			
G06 290 289 290 290 289 289 289 289 288PRN / # OF OBS			
288 288 288			
G08 733 733 733 733 733 733 733 733 724PRN / # OF OBS			
724 724 724			
G09 779 778 779 779 777 777 777 777 760PRN / # OF OBS			
760 760 760			
G17 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 0PRN / # OF OBS			
0 0 0			
G19 1186 1186 1186 1186 1184 1184 1184 1184 0PRN / # OF OBS			
0 0 0			
G21 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 0PRN / # OF OBS			
0 0 0			
G22 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 0PRN / # OF OBS			
0 0 0			
G27 131 131 131 131 131 131 131 131 121PRN / # OF OBS			
121 121 121			
G31 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 0PRN / # OF OBS			
0 0 0			
G32 981 981 981 981 981 981 981 981 934PRN / # OF OBS			
934 934 934			
8 C1C L1C D1C 51C C2P L2P D2P S2PCOMMENT			
R02 851 851 851 851 851 851 851 851 PRN / # OF OBS			
R03 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 PRN / # OF OBS			
R04 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 1916 PRN / # OF OBS			
R05 974 974 974 974 973 973 973 973 PRN / # OF OBS			
R12 799 799 799 799 799 799 799 799 PRN / # OF OBS			
R13 462 462 462 462 462 462 462 462 PRN / # OF OBS			
R14 510 510 510 510 510 509 510 510 PRN / # OF OBS			
R17 830 830 830 830 830 830 830 830 PRN / # OF OBS			
R18 1833 1833 1833 1833 1833 1833 1833 1833 PRN / # OF OBS			
R19 1656 1656 1656 1656 1656 1656 1656 1656 PRN / # OF OBS			
R20 562 562 562 562 562 562 562 562 PRN / # OF OBS			
18 18 2185	7		LEAP SECONDS
			END OF HEADER

78

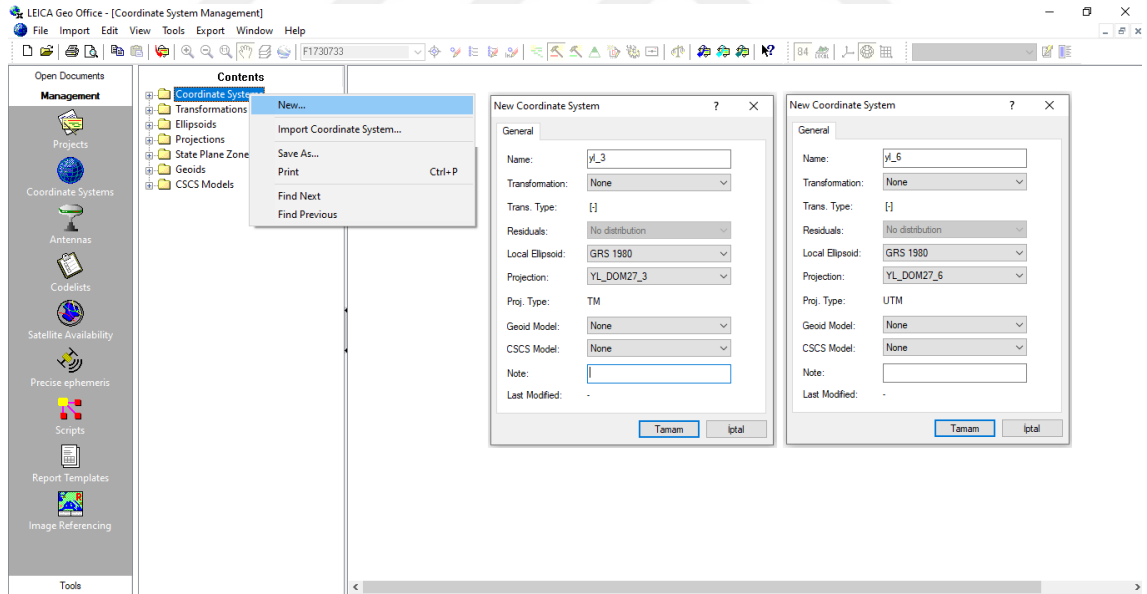
Şekil 6. 4. RINEX gözlem dosyası veri kayıt bölümü

ŞEHİR VE İL KURULUŞU GÖZETİMİNDEN GÖRÜŞÜ ALINMIŞTIR.

Bu tez çalışmasında rinex formata dönüştürülmüş uygulama verilerinin değerlendirilmesi için Leica Geo Office 8.4 yazılımı kullanıldı. Öncelikle işlemlerin gerçekleştirilebilmesi için projeksiyonların ve koordinat sistemlerinin uygulama bölgesine göre tanımlı olması gerekir. Projeksiyon oluşturmak için LGO – Management menüsünden Coordinate Systems – Projections – sağ tuş – New komutları verilir. 3 derecelik ve 6 derecelik projeksiyon ayarları Şekil 6.5 ‘teki gibi oluşturulur. Koordinat sistemleri Management menüsünden Coordinate System – Coordinate system – sağ tuş – New komutları ile oluşturulan projeksiyonlara göre tanımlanır (Şekil 6.6).

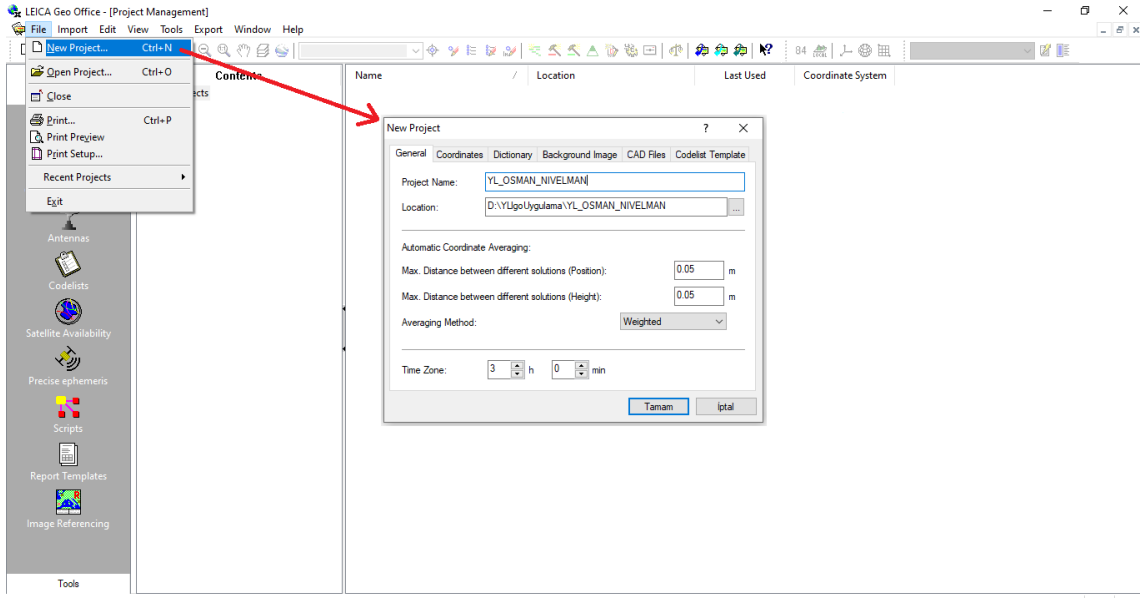


Şekil 6. 5. Leica Geo Office proje dosyasının oluşturulması



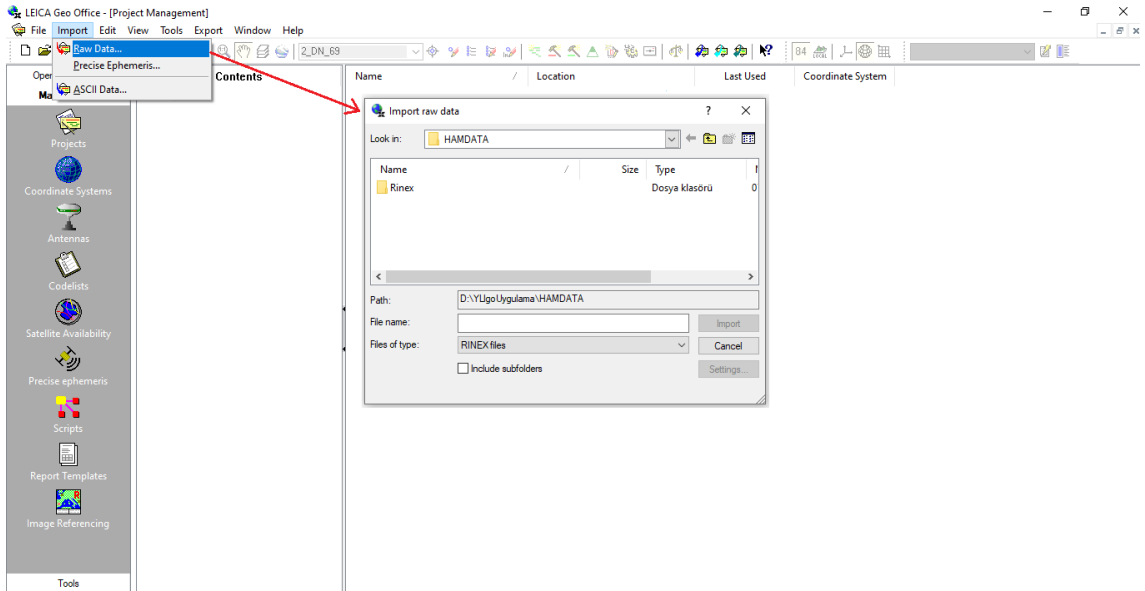
Şekil 6. 6. LGO koordinat sistemlerinin oluşturulması

Daha sonra Projects – New Project veya File – New Project komutları ile General sekmesi altında proje ismi verilir ve projenin bulunduğu konum belirtilir. Coordinates sekmesinden koordinat sistemi WGS 1984 seçilir. Tamam komutu ile proje dosyası oluşturulur (Şekil 6.7).



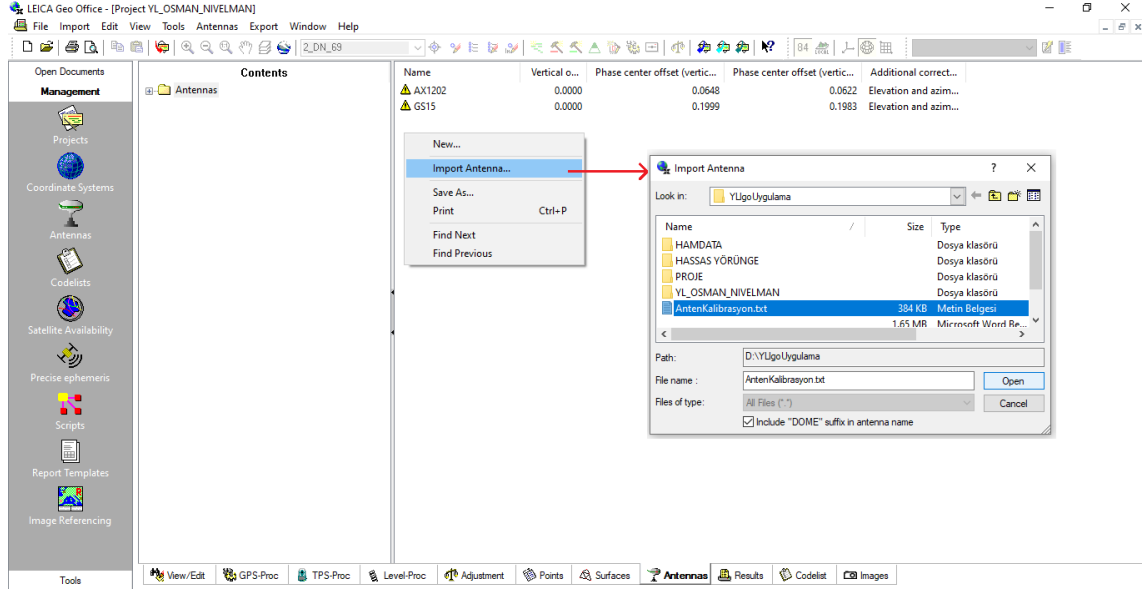
Şekil 6. 7. Leica Geo Office proje dosyasının oluşturulması

Oluşturulan proje dosyasına rinex verileri, İmport – Raw Data komutu ile yüklenir. Açılan pencereden rinex dosyalarının bulunduğu klasör seçilir ve rinex dosyaları seçilerek import komutu verilir. Daha sonra oluşturulan proje dosyası ile ilişkilendirilir ve assign komutu verilir (Şekil 6.8).



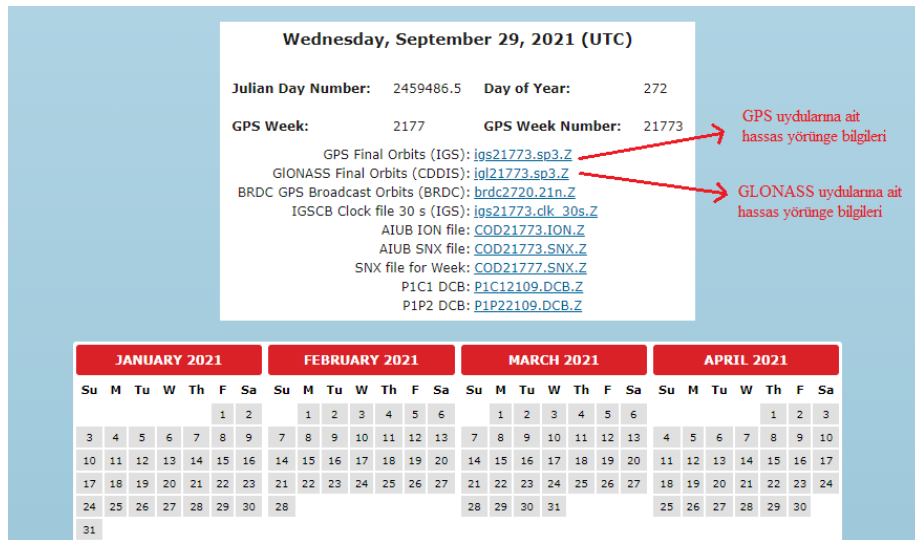
Şekil 6. 8. Projeye rinex verilerinin yüklenmesi

GNSS alıcılarının anten bilgilerinin eksik olma ihtimaline karşı anten kalibrasyon dosyası <https://www.ngs.noaa.gov/ANTCAL/#> sitesinden indirilerek “.txt” uzantılı olarak kaydedilir. Antennas ekranında Import Antenna komutu ile .txt uzantılı anten dosyası seçilerek open komutu verilir (Şekil 6.9).



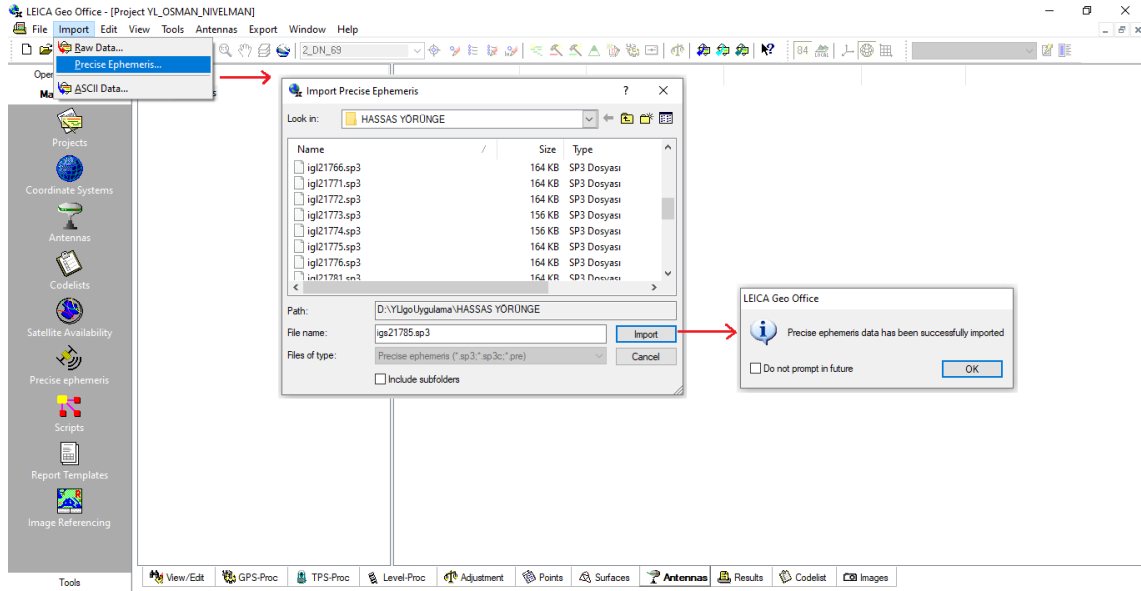
Şekil 6. 9. Projeye GNSS alıcılarının anten kalibrasyon değerlerinin yüklenmesi

Ölçümlerin gerçekleştiği tarihler <http://www.gnsscalendar.com> internet sayfasından seçilerek “.sp3” uzantılı GPS ve GLONASS uydularına ait hassas yörünge bilgileri indirilir (Şekil 6.10).



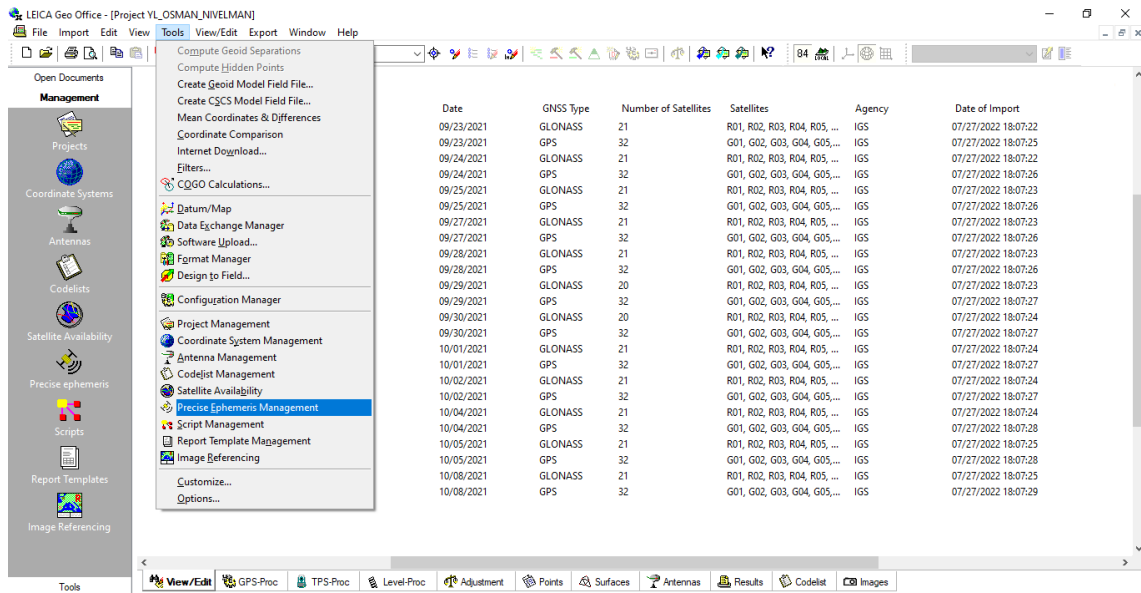
Şekil 6. 10. GPS ve GLONASS uydularına ait hassas yörünge bilgileri indirme ekranı

Hassas efemeris bilgilerini LGO - Import – Precise Ephemeris komutu ile indirilen “.sp3” uzantılı dosyalar seçilerek yüklenir. Yükleme başarılı onayı geldiğinde tamam komutu verilir (Şekil 6.11).



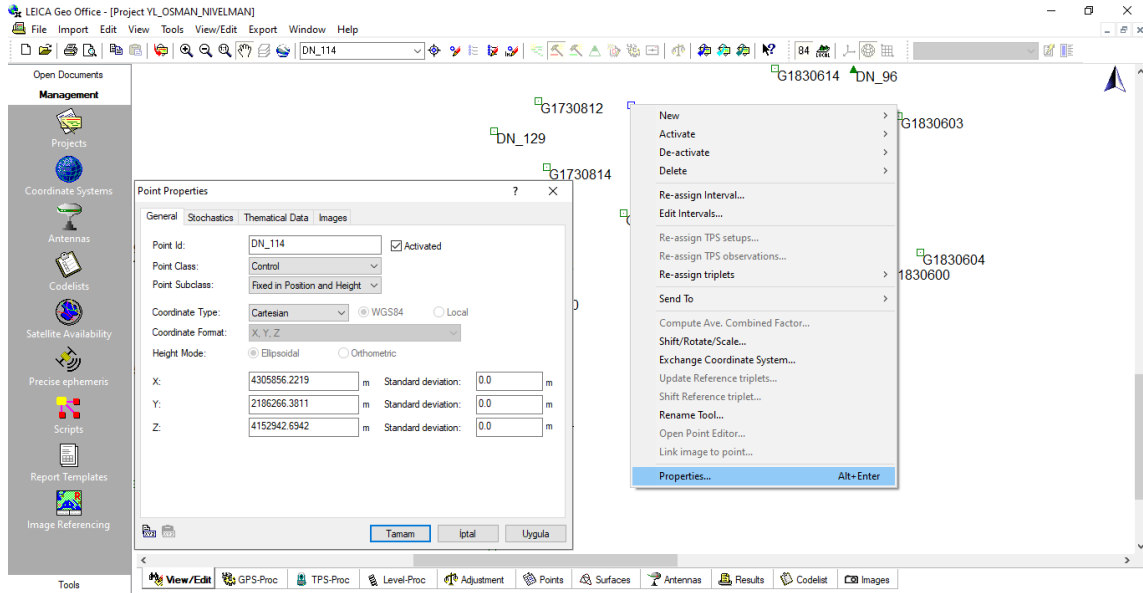
Şekil 6. 11. Hassas efemeris dosyalarının yüklenmesi

LGO – Tools – Precise Ephemeris Management komutu ile hassas yörünge bilgilerinin yüklendiği kontrol edilebilir (Şekil 6.12).



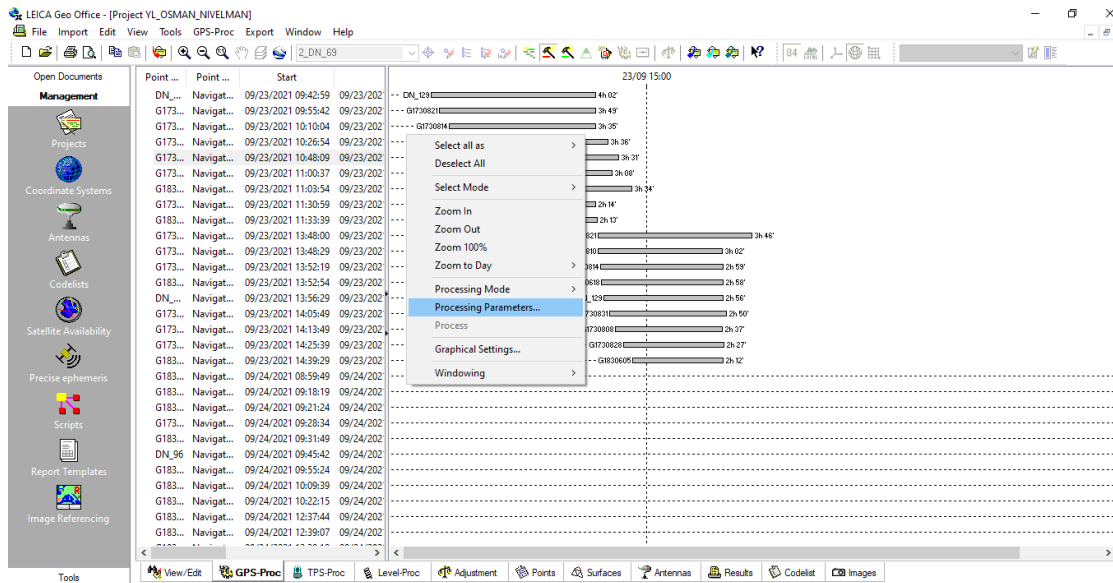
Şekil 6. 12. LGO – Tools - Precise Ephemeris Management ekranı

Kontrol noktasını oluşturmak için noktanın üzerine gelip sağ tuş komutu ile Properties komutu verilir. Açılan ekrandan Point Class = Control, Coordinate Type = Cartesian seçilerek Tamam komutu ile çıkılır (Şekil 6.13).

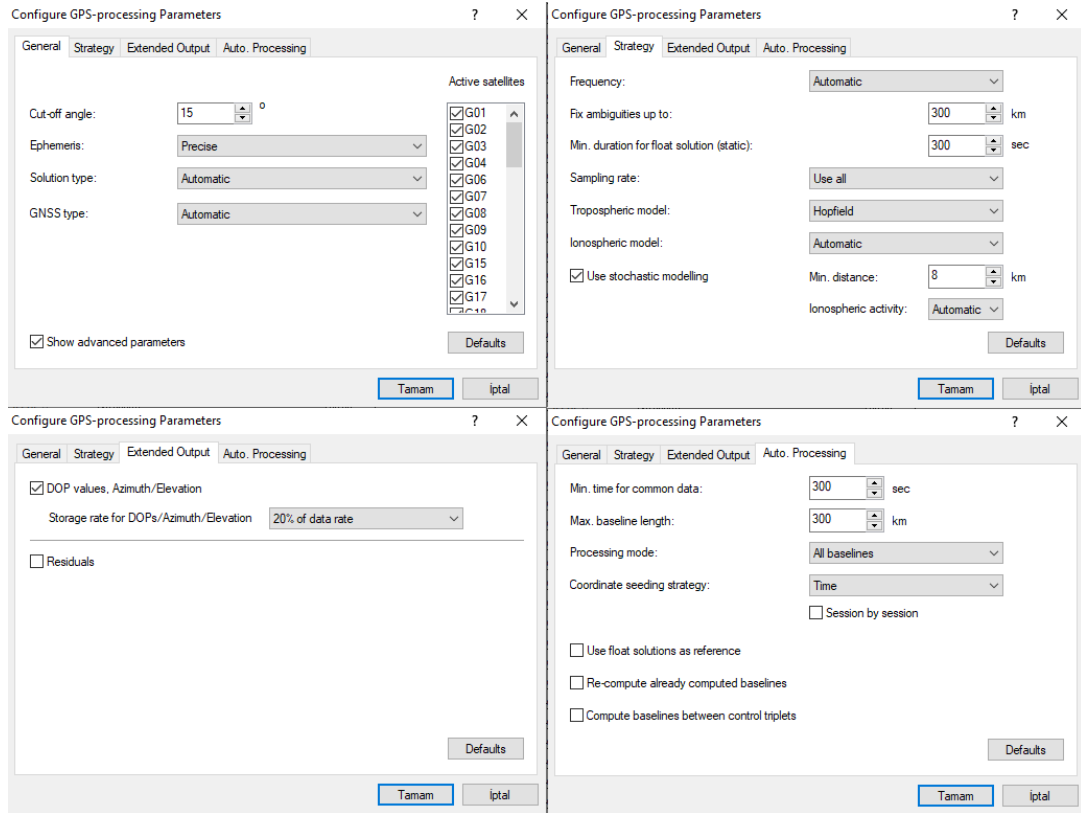


Şekil 6. 13. Kontrol noktasının oluşturulması

Proses işlemine başlamak için önce GPS – PROC menüsünde boş bir yere sağ tuş yapıp Proccessing Parametres komutu ile proses işlemi parametrelerinin özellikleri düzenlenir (Şekil 6.14 ve Şekil 6.15).

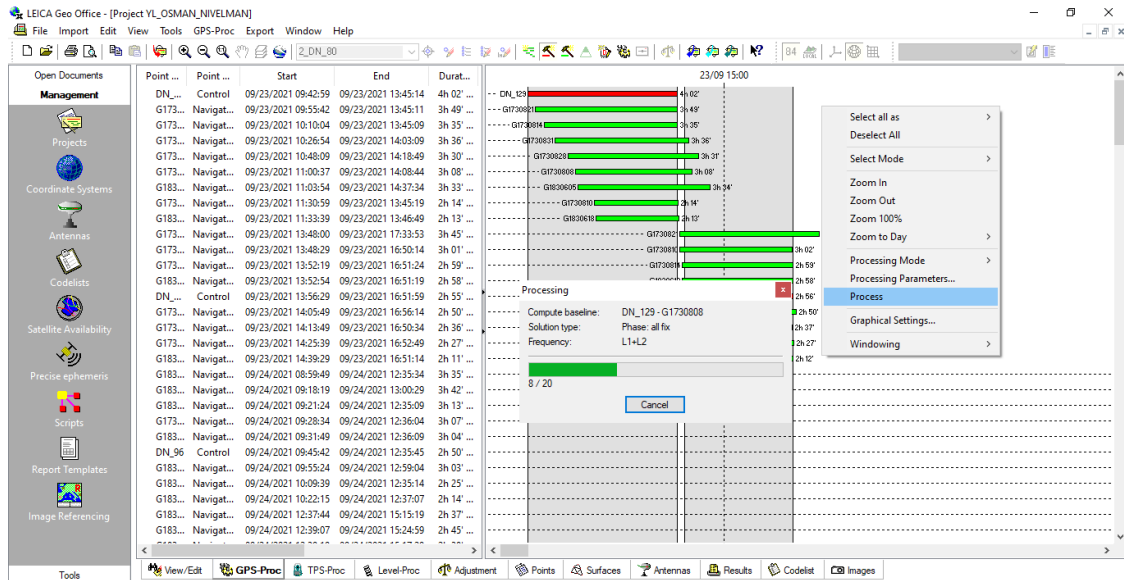


Şekil 6. 14. GPS – PROC Proccessing Parametres komutu

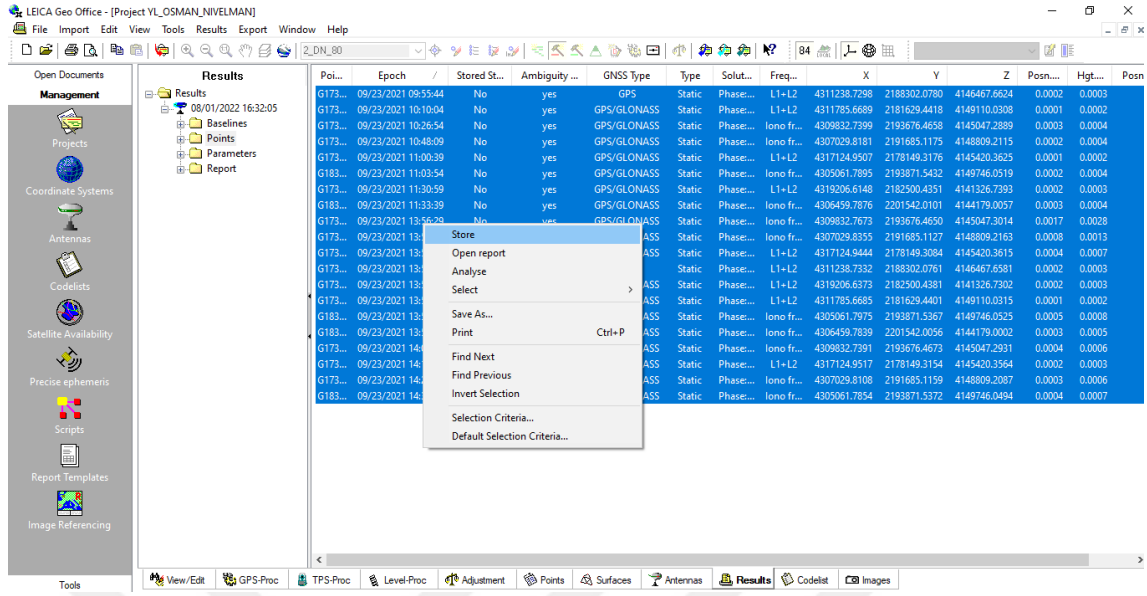


Şekil 6. 15. GPS – PROC parametrelerini düzenleme ekranı

Proses işlemi için GPS – PROC menüsünde “Select mode” – “Referance” komutu ile kontrol (kırmızı), “Select mode” – “Rover” komutu ile gezici noktalar (yeşil) işaretlenir. Daha sonra sağ tuş – “Process” komutu verilir. Açılan pencerede sağ tuş – “Store” komutu verilerek işlem kaydedilir (Şekil 6.16 ve Şekil 6.17).



Şekil 6. 16. Process işlemi

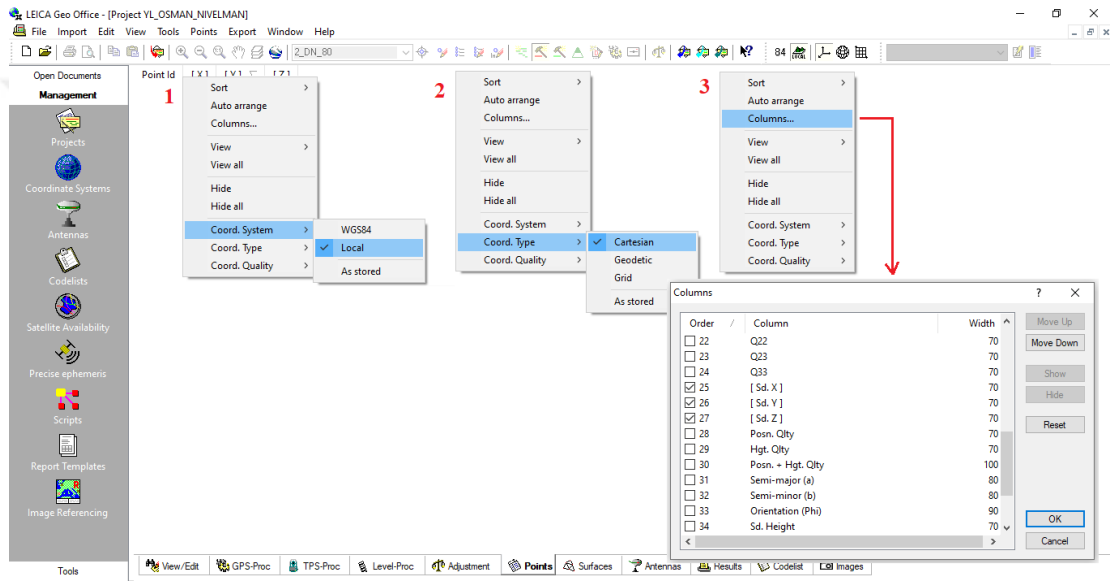


Şekil 6. 17. Process – Stone işlemi

Hatalı baz oluşması durumunda View / Edit ekranında hatalı oluşan baza ait nokta, etrafındaki kare çerçeveden anlaşılır. Hatalı noktaya sağ tuş veya çift sol tuş yapılarak “Properties” komutu verilir. Açılan pencerede “Mean” menüsündeki hatalı bazın “Data/Time” bakılır ve hatalı baz seçilerek sağ tuş ile “Delete” komutu verilir. Böylece hatalı baz silinmiş ve baza ait noktanın etrafındaki kare kalkmış olur. Bazların hatalı olmasının nedeni proje başlangıcında belirtilen farklı çözüm arasındaki maksimum konum ve yükseklik farkı değerlerini aşmış olmasıdır. Hatalı noktaya ait bazların silinmesi gerçekleştirilirken minimum 3 adet baz bırakılmış olmalıdır. Tüm hatalı olan bazlar silindiğinde diğer günler için de aynı işlem adımları uygulanır. Gps – Proc menüsündeki ekranda sağ tuş – “Deselect All” komutu verilir ve sırasıyla diğer günlerdeki kontrol noktaları “Reference” ve ölçüm noktaları “Rover” komutu ile seçilerek sağ tuş – “Process” komutu verilir. İşlem sonucunda “Stone” komutu verilir varsa hatalı bazlar temizlenerek işlem adımları tamamlanır.

Serbest dengeleme için öncelikle “Point” modülündeki noktaların jeodezik koordinatları (ϕ : jeodezik enlem, λ : jeodezik boylam ve h : elipsoidal yükseklik) yerine dönüşüm için gerekli olan kartezyen koordinatları (X, Y, Z) değerleri gerekmektedir. Bunun için ilk olarak Point menüsünde sağ tuş – Coord. System – Local seçimi yapılır. İkinci olarak sağ tuş – Coord. Type – Cartesian seçimi yapılır. Daha sonra standart sapma

yönündeki X, Y, Z değerleri sağ tuş – Columns – Sd. X, Sd. Y, Sd. Z seçimleri yapılarak görünür hale getirilir (Şekil 6.18). Elde edilen standart sapmalara ait değerler tablo 6.1 ‘de verilmiştir. ‘Adjustment’ modünde iken ekranın boş bir yerine sağ tuş – Pre analysis (Ön analiz) işlemi gerçekleştirilir ve daha sonra sağ tuş – Result (Sonuçlar) – Pre analysis ile ön analiz sonuçları elde edilir. Sağ tuş – Compute Network işlemi ile ağ dengelemesi yapılarak sağ tuş – Result – Network ile ağ dengelemesi sonuçları elde edilir. Üçgen kapanması için de sağ tuş – Compute Loops işlemi gerçekleştirilerek sağ tuş – Result – Loops ile üçgen kapanması sonuçları elde edilir.



Şekil 6. 18. Points menüsü ayarları

Tablo 6. 1. Noktalara ait standart sapma değerleri

Nokta No	Sd.x (cm)	Sd.y (cm)	Sd.z (cm)	Nokta No	Sd.x (cm)	Sd.y (cm)	Sd.z (cm)	Nokta No	Sd.x (cm)	Sd.y (cm)	Sd.z (cm)
2_DN_69	1.76	1.15	1.68	N_14	0.44	0.29	0.41	N_35	0.41	0.27	0.40
2_DN_80	1.18	0.73	1.03	N_15	0.41	0.27	0.39	N_36	0.81	0.52	0.71
AN_1001	0.78	0.53	0.76	N_16	0.65	0.43	0.62	N_37	0.95	0.59	0.83
AN_1002	0.77	0.52	0.73	N_17	0.95	0.63	0.88	N_38	0.32	0.21	0.31
DN_008	1.72	0.94	1.33	N_18	0.55	0.37	0.53	N_39	0.66	0.42	0.61
DN_96	0.76	0.51	0.72	N_19	0.62	0.42	0.60	N_40	0.32	0.21	0.31
DN_114	0.46	0.31	0.44	N_20	0.73	0.50	0.70	N_41	0.68	0.44	0.62
DN_129	0.63	0.40	0.59	N_21	0.72	0.49	0.69	N_42	0.33	0.22	0.32
N_01	0.50	0.33	0.48	N_22	0.73	0.50	0.70	N_43	0.53	0.36	0.52
N_02	0.36	0.23	0.34	N_23	0.73	0.50	0.70	N_44	0.66	0.43	0.61
N_03	0.62	0.43	0.58	N_24	0.57	0.38	0.54	N_45	0.31	0.20	0.30
N_04	0.52	0.35	0.49	N_25	0.63	0.42	0.60	N_46	0.26	0.17	0.26
N_05	0.39	0.26	0.37	N_26	0.74	0.51	0.71	N_47	0.26	0.17	0.25
N_06	0.46	0.31	0.44	N_27	0.75	0.50	0.71	N_48	0.74	0.49	0.71
N_07	0.39	0.26	0.37	N_28	0.72	0.48	0.69	N_49	0.66	0.44	0.64
N_08	0.79	0.50	0.75	N_29	0.70	0.48	0.67	N_50	0.92	0.58	0.87
N_09	0.82	0.52	0.79	N_30	0.80	0.54	0.76	N_51	0.46	0.32	0.46
N_10	0.47	0.31	0.44	N_31	0.86	0.58	0.80	N_52	0.55	0.37	0.54
N_11	0.45	0.30	0.43	N_32	0.87	0.59	0.82	N_53	0.52	0.35	0.51
N_12	0.53	0.35	0.50	N_33	0.69	0.46	0.66	N_54	0.58	0.39	0.56
N_13	0.63	0.42	0.61	N_34	0.41	0.27	0.40	N_55	0.67	0.45	0.64

Yer istasyon noktalarının 2005.00 epoğundaki koordinatları ölçünün yapıldığı zamana hız vektörleri yardımıyla kaydırılarak yeni koordinatları hesaplanır. Bunun için ölçü yapılan zamana ait GNSS yılı bilgisine ihtiyaç vardır. Ölçümler 23.09.2021 ile 08.10.2021 tarihleri arasındadır. Ortalama ölçüm zamanı 29.09.2021 alınmıştır. Epok kaydırma işlemi,

$$\begin{bmatrix} X(T) \\ Y(T) \\ Z(T) \end{bmatrix}_{TUTGA} = \begin{bmatrix} X(T_0) \\ Y(T_0) \\ Z(T_0) \end{bmatrix}_{TUTGA} + (T-T_0) \cdot \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix}_{TUTGA} \quad (6.1)$$

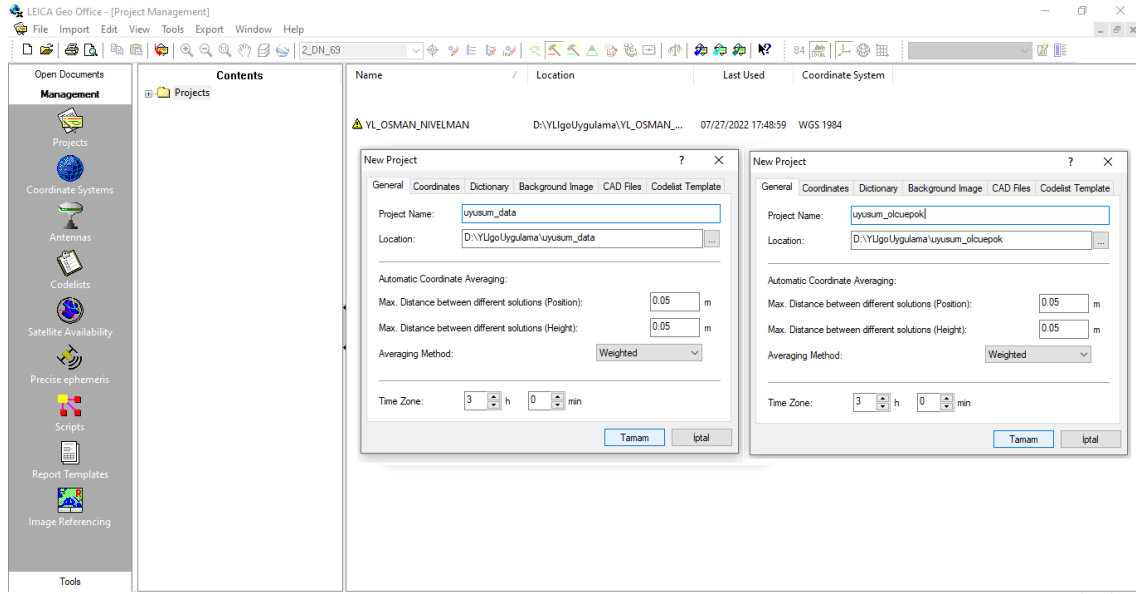
eşitliği yardımıyla gerçekleştirilir. Noktanın ölçüm günündeki koordinat değerleri, 2005.00 epoğundaki koordinat değerlerinin bulunan ölçüm zamanı ile referans epoğu

arasındaki farkın hız vektörleri ile çarpımının toplamı sonucunda elde edilir. Bu işlemler Excel programında yapılmıştır (Şekil 6.19). Hesaplanan ölçüm gününe ait koordinatlar “.txt” formatında kaydedilir.

ReferansNoktalarıEpokKaydırmaHe							
Dosya	Giriş	Ekle	Sayfa Düzeni	Formüller	Veri	Gözden Geçir	Görünüm
Ne yapmak is							
C20							
A	B	C	D	E	F	G	H
1	Referans Noktaları Epok Kaydırma Hesabı						
2							
3	Ortalama Çalışma Tarihi	29.09.2021		Tarih	GNSS Günü		
4		272		23.09.2021	266		
5	Yılın Yüzdesi	272/365		24.09.2021	267		
6		0,745205479		25.09.2021	268		
7	Ölçü Epoğu	2021+0,74520548		27.09.2021	270		
8		2021,745205		28.09.2021	271		
9	Kayma Miktarı	2021,745205-2005		29.09.2021	272		
10		16,74520548		30.09.2021	273		
11				1.10.2021	274		
12				2.10.2021	275		
13				4.10.2021	277		
14				5.10.2021	278		
15				8.10.2021	281		
16							
17		Noktaların 2005.00 Epoğundaki Kartezyen			Hız Vektörleri		
18		Koordinatları					
19	Nokta Adı	X(To)	Y(To)	Z(To)	Vx (m/y)	Vy (m/y)	Vy (m/y)

Şekil 6. 19. Epok kaydırma hesabı

Üç boyutlu uyuşum testi için LGO Management – Projects- sağ tuş – New komutları ile uyusum_data ve uyusum_olcuepok olarak iki farklı proje oluşturulur (Şekil 6.19). “uyuşum_olcuepok” projesindeki tüm nokta ve bazlar seçilerek Delete – Yes All komutları ile silinir. Daha sonra Import – ASCII Data komutu ile .txt formatlı koordinat dosyası seçilir ve Coordinate system: Local ve Height mode: Elipsoidal şeklinde ayarlanarak Import komutu verilir. Açılan ekranlardaki gerekli işlemler yapılır. Coordinate type: Cartesian, Linear units: Meters, Default coord. class: Control olarak seçilir. “uyuşum_olcuepok” projesi seçilir ve “Assign” komutu verilir. “uyusum_data ve uyusum_olcuepok” projelerine sağ tuş – Properties komutu verilir ve “Coordinates” menüsünden “Coordinate system” kısmına daha önce uygulama için oluşturulan koordinat sistemi tanımlaması yapılır.



Şekil 6. 20. Uyuşum testi için oluşturulan proje ekranları

Aynı noktalara ait bu iki projeden ‘uyusum_data’ projesindeki kontrol noktaları 2005.00 epogundaki koordinatlarda, ‘uyusum_olcuepok’ projesindeki kontrol noktaları ölçüm günü epogundadır. Bu iki projedeki ortak noktalar sayesinde koordinat dönüşümü yapılarak dönüşüm sonucunda koordinatı bilinmeyen noktaların koordinatları bulunur. LGO – Tools menüsünden Datum/Map komutu verilir. İlk pencereden ‘uyusum_data’ ikinci pencereden ‘uyusum_olcuepok’ seçilir. Seçim yapıldıktan sonra ‘Match’ (eşleştir) modülünde ekranın boş bir yerine sağ tuş – Auto Match komutu verilir. Burada dikkat edilmesi gereken her iki projede de nokta isimleri aynı olmalıdır. Daha sonra ‘Results’ menüsünde boş ekrana sağ tuş – Store komutu ile dönüşüm işlemi gerçekleştirilir. Böylece her iki sistemde koordinatları olan noktalar yardımıyla dönüşüm yapılarak diğer noktaların koordinatları bulunmuş olur. ‘Auto Match’ işlemi sonrasında ‘Report’ menüsünden rapor dosyası alınır.

Projemizdeki her biri dengelenmiş olan noktalar için sağ tuş – Properties komutu ile açılan pencerede Points Class: Control, Coordinate Type: Cartesian seçilir ve X, Y, Z değerleri epok kaydırılmış yani ölçüm günündeki koordinatlar ile değiştirilir. Her bir X, Y, Z koordinatlarının ‘Standard deviation’ değerleri 0 (sıfır) yapılır.



Ozetle ifade etmek gerekirse, proje alanındaki noktalar arasında $z+z$ esasina gore

91

bağlı olarak dengelenmiştir ve noktaların ortometrik yükseklikleri elde edilmiştir. Bütün güzergahlar için bu işlem adımları tekrarlanmıştır.

ADRT (BAZ)	BAZLAR	İp03 İH	BAZ (m)	HATA DAĞILIMI
1	DN_129 N_035	36.477	9249	36.475
2	N_035 N_034	77.246	2908	77.246
3	N_034 N_036	16.211	19000	16.208
4	N_036 N_037	-219.135	6322	-219.136
5	N_037 N_039	226.017	10787	226.015
6	N_039 N_041	-185.885	7195	-185.886
7	N_041 N_044	33.394	5734	33.393
8	N_044 N_054	135.907	8601	135.905
9	N_054 N_048	-148.086	7298	-148.087
10	N_048 N_050	-166.293	3076	-166.294
11	N_050 N_049	108.656	11098	108.653
12	N_049 N_055	187.769	9672	187.767
13	N_055 N_053	-44.017	4362	-44.018
14	N_053 N_052	38.293	5859	38.291
15	N_052 N_045	-16.073	10877	-16.075
16	N_045 N_042	-25.321	4483	-25.322
17	N_042 N_047	-81.820	6515	-81.822
18	N_047 N_046	118.790	6378	118.788
19	N_046 N_051	-29.087	14215	-29.090
20	N_051 N_043	36.587	3087	36.587
21	N_043 N_038	-122.910	13174	-122.913
22	N_038 DN_114	66.871	7537	66.869
TOPLAM		43.589	177523	-32.4
RS farkları				43.589

TECVİZ (mm)	ÖLÇÜ TOPLAMINDA BULUNAN HATA (mm)	ÖLÇÜ BAŞINA AĞIRLIKLI HATA (mm)
159.8853844	-32.4	-0.000183

Şekil 6. 22. 2 numaralı güzergaha ait Excel görüntüsü

Her iki ucunda da GNSS ölçüsü yapılmış ve söz konusu noktalar arasındaki elipsoid yükseklik farkları Δh_{ij} ve TG-03 jeoit yükseklik farkları ΔN_{ij} yardımıyla her bir baz vektörü için $\Delta H_{ij} = \Delta h_{ij} - \Delta N_{ij}$ eşitliğinden hareketle noktaların ortometrik yükseklik farkları elde edilmiştir. Bir nivelman ağ dengelenmesinde; elde edilen ortometrik yükseklik farkları ölçü, geometrik nivelman ile bulunan GNSS/Nivelman noktalarının ortometrik yükseklikleri bilinen olarak kabul edilir (Yıldırım, 2020). Ölçü olarak alınan ortometrik yükseklik farkları, ortometrik yüksekliği bilinen noktalara dayalı olarak dengelenmiştir. Böylece noktaların ortometrik yükseklikleri hesaplanmıştır. Uygulamada 8 nokta bilinen (dayanak noktası) ve 55 noktanın ortometrik yükseklik değerleri dayanak noktaları yardımıyla belirlenmiştir.

Tablo 6. 2. GNSS/Nivelman güzergah bilgisi

Güzergah	[S] (km)	(ΔH - dH) (mm)	Tecviz miktarı ($12 * [S_{km}]^{1/2}$)(mm)	Tecviz Dahilinde
1	134.953	5	123.523	✓
2	177.523	-32.4	159.885	✓
3	140.827	-55	142.405	✓
4	105.958	5	123.523	✓

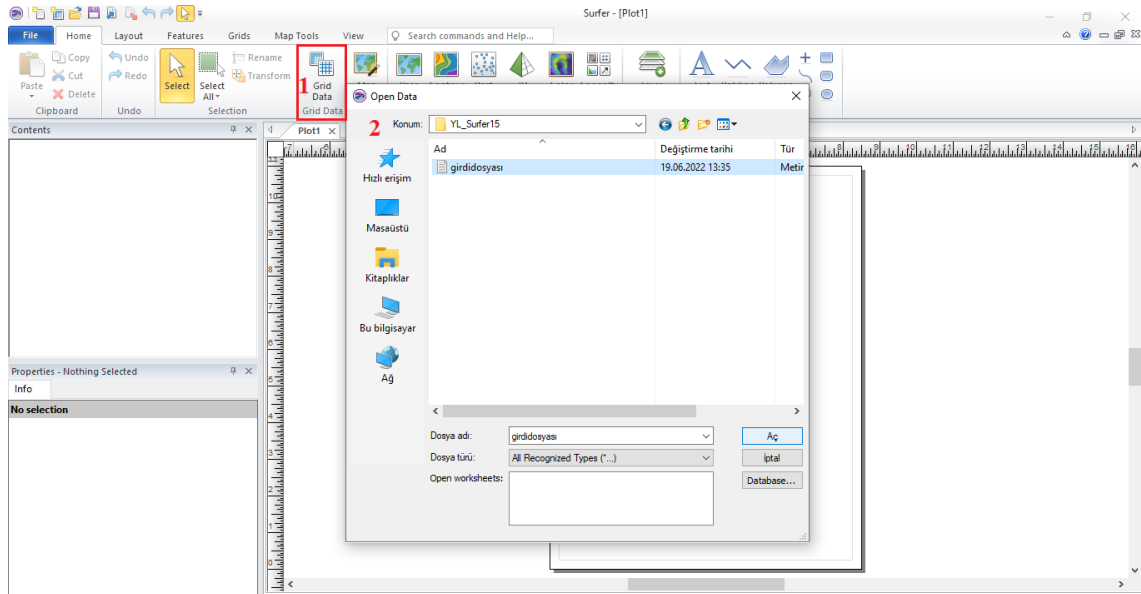
6.5 Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması

TG-03 ile GNSS/Nivelman jeoidinin birleştirilmesi, GNSS/Nivelman jeoit yüksekliği bilinen noktalarda, TG-03 jeoit yükseklikleri ile GNSS/Nivelman jeoit yükseklikleri arasındaki farkların hesaplanarak bu farkların modellenilmesi ve herhangi bir noktada farkların enterpolasyonu esasına dayanmaktadır. Bu amaçla GNSS/Nivelman jeoit yüksekliği bilinen noktalarda, noktaların TG-03 jeoit yükseklikleri (N_{TG-03}); TG-03 grid kütüğünden kestirilir ve

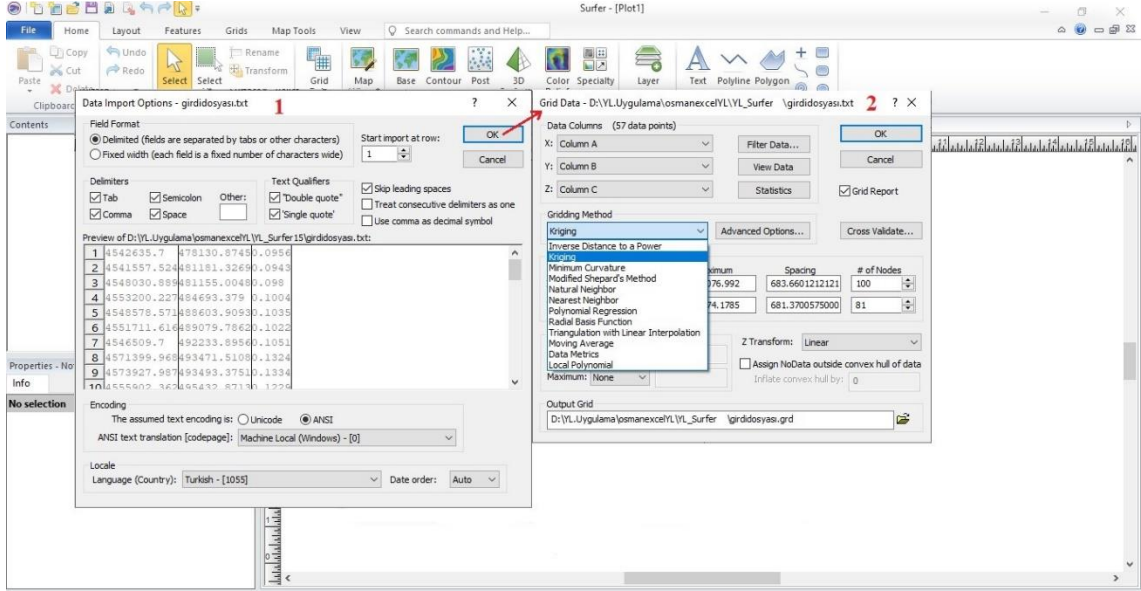
$$\delta N = N_{TG-03} - N_{GNSS} \quad (6.2)$$

ile ortak noktalardaki jeoit yükseklik farkları δN hesaplanır.

Surfer programına aktarılabacak olan noktalara ait sağa ve yukarı değerler ve jeoit yüksekliği farkı verilerinin oluşturduğu girdi dosyası “.txt” formatında kaydedilir. Bu tez çalışmasında Surfer 8 programı kullanılmıştır (GOLDEN SOFTWARE, 1999). Enterpolasyon yöntemlerinde kullanılacak katsayı parametre değerlerini elde etmek için “.txt” formatlı girdi dosyası Surfer programına “Grid Data” modülü yardımıyla tanıtılır (Şekil 6.23). Açılan pencereden kontroller sağlanarak “Tamam” komutu verilir. X, Y, Z değerleri oluşturulan girdi dosyasına göre programa tanıtılır. Gridding Method kısmından kullanılacak enterpolasyon yöntemi seçilir (Şekil 6.24).



Şekil 6. 23. Girdi dosyasının Surfer Programına aktarılması



Şekil 6. 24. Surfer programında girdi dosyasının ayarlarının yapılması

6.5.1 Kriging enterpolasyon yönteminin uygulanması

Surfer – Grid Data – Gridding Method – Kriging seçimi yapılır. Daha sonra Advanced Options – Add komutları ile variogram modeli Linear seçilerek Tamam komutu verilir ve Grid Data ekranında OK komutu ile işlemler tamamlanır (Şekil 6.25). Elde edilen rapor kaydedilir. Rapordaki kriging fonksiyonuna ait parametre değerleri alınarak Excel programına aktarılır (Tablo 6.3). Her bir noktanın sağa (Y) ve yukarı (X) değerleri kriging parametre sabitleri ile fonksiyona göre uygulanarak trend değerleri (t_i) hesaplanır. Her noktada hesaplanan trend değerleri fark ölçülerinden çıkarılmıştır ve

$$dN_i = \delta N_i - t_i \quad (6.3)$$

eşitliği ile artık ölçüler (dN) hesaplanmıştır. Artık ölçüler bir yüzey geçirilerek modellenmiştir. Her bir noktanın ortometrik yükseklik değeri; TG-03 ortometrik yüksekliği trend değeri ve artık ölçü toplanarak aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$N_{TG03} = N_{GNSS/Niv.} + t + dN \quad (6.4)$$

Sonuç olarak, TG-03, GNSS yöntemi ile hesaplanan elipsoid yüksekliklerinden ortometrik yüksekliklerin hesaplanması için aşağıdaki eşitlikte doğrudan kullanılabilir (Yıldırım, 2013).

$$H_{ORT} = h - N_{TG03} \quad (6.5)$$

Noktaların elipsoidal yükseklikleri ve N_{TG03} jeoit ondülasyonları yardımıyla elde edilen H_{TG03} ortometrik yükseklik değerlerine hesaplanan düzeltme değerleri (t_i) eklenir. Elde edilen bu H_{TG03} ortometrik yükseklik değerleri ile $H_{GNSS/Nivelman}$ ortometrik yükseklik değerleri arasındaki farklar hesaplanır. Elde edilen farklardan karesel ortalama hata;

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[VV]}{n - u}} \quad (6.6)$$

formülüne göre hesaplanır. Burada

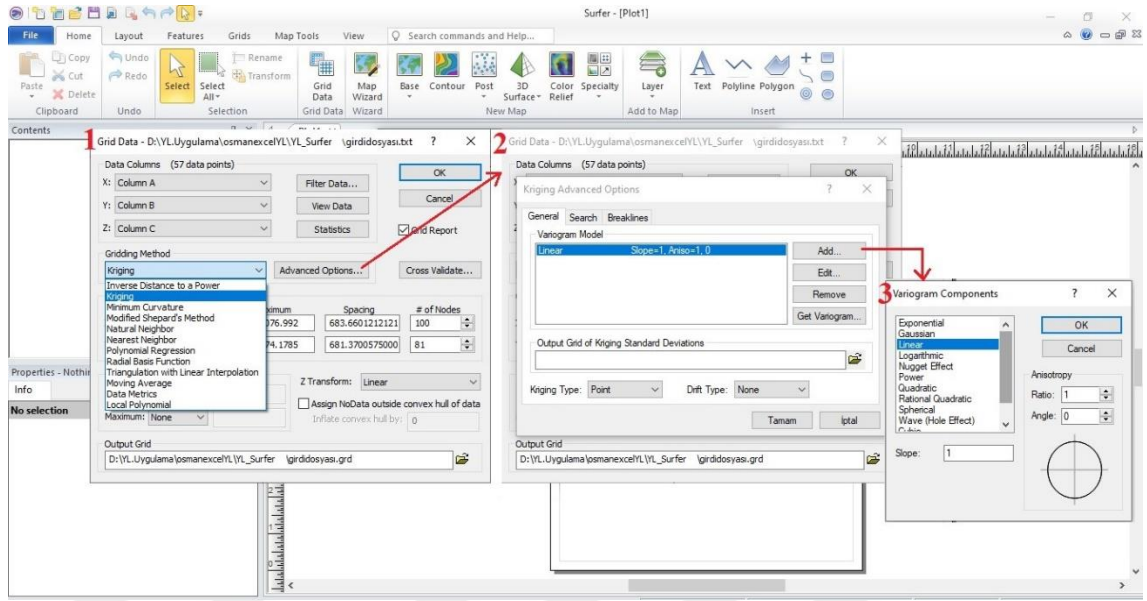
m_0 : Karesel ortalama hata değeri

$[VV]$: Fark çarpımlarının toplamı,

n : ölçü sayısı,

u : bilinmeyen sayısıdır.

Kriging enterpolasyon yöntemine göre işlemler yapıldığında karesel ortalama hata değeri $m_0 = \pm 1.27$ cm bulunmuştur.

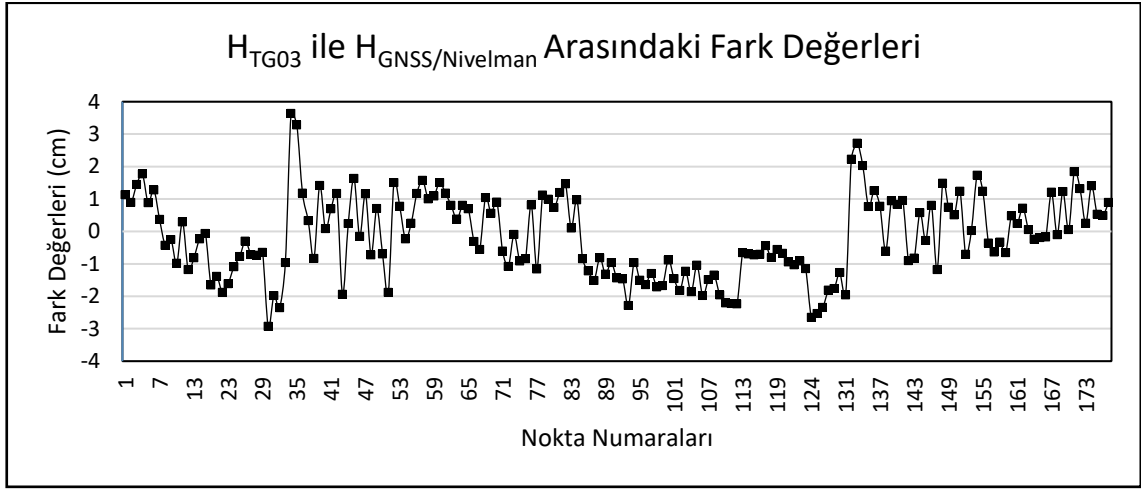


Şekil 6. 25. Surfer programında kriging enterpolasyon yönteminin ve variogram modelinin seçilmesi

Tablo 6. 3. Kriging modelinde kullanılan parametre değerleri

SABİTLER	KULLANILAN MODEL (Kriging)
	$Z(x,y) = AX+BY+C$
A	0.00000123
B	-0.00000043
C	-5.28141898

Ortometrik yükseklik değerleri karşılaştırılarak elde edilen farkların %95 güven aralığında istatistiksel analizi yapılmıştır. Bu analiz neticesinde herhangi bir uyuşumsuz ölçü olmadığı görülmüştür.



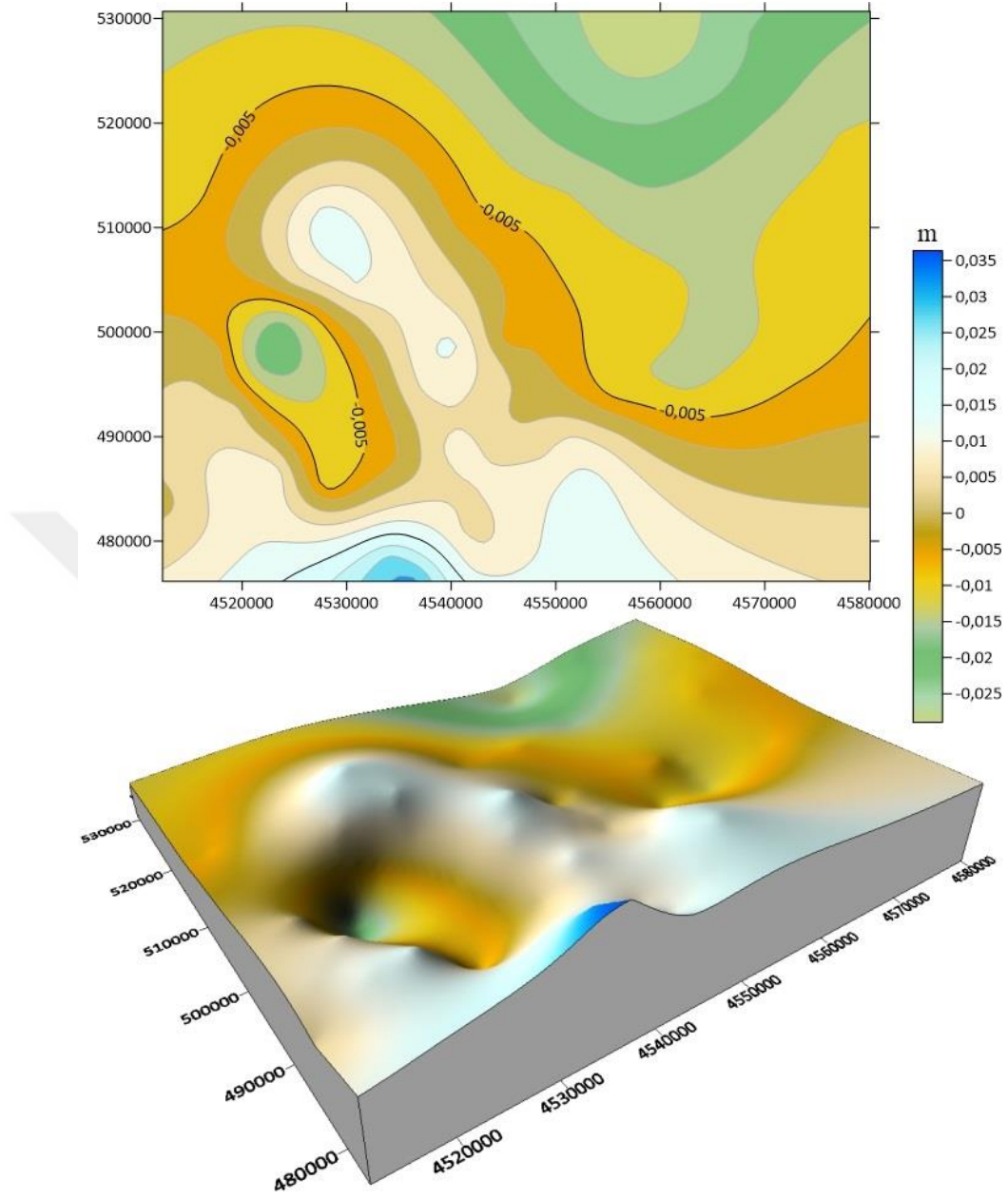
Şekil 6. 26. HTG03 ile HGNSS/Nivelman arasındaki fark grafiği

Şekil 6.26 ‘da gösterilen H_{TG03} ile $H_{GNSS-Niv.}$ arasındaki farklara göre minimum fark değeri -2.92 cm (N_030), maksimum fark değeri 3.64 cm (N_034) ve ortalama fark değeri -0.18 cm olarak bulunmuştur. Kriging modelinin kullanılması ile hesaplanan H_{TG03} ortometrik yüksekliğinin minimum değeri 33.1806 m (N_115), maksimum değeri 409.478 m (N_050) ve ortalama yüksekliği 148.187 m olarak bulunmuştur (Tablo 6.4).

Tablo 6. 4 Kriging enterpolasyonuna göre elde edilen H_{TG03} ait veriler

	H_{TG03} (m)	$H_{GNSS/Niv.}$ (m)	FARK ($H_{TG03}-H_{GNSS/Niv.}$) (cm)
Minimum	33.181	33.188	-2.92
Maksimum	409.478	409.485	3.64
Ortalama	148.187	148.189	-0.18

Kriging enterpolasyon yönteminde 51 nokta dayanak noktası ve 122 nokta enterpolasyon noktası olarak alınmıştır. Surfer programı yardımıyla bu noktaların elde edilen fark değerlerinden yüzey modeli oluşturulmuştur (Şekil 6.27).



Şekil 6. 27. Kriging enterpolasyonu ile elde edilen farklara ait yüzey modeli

6.5.1 Polinomlarla enterpolasyon yönteminin uygulanması

1. dereceden polinomlarla enterpolasyon uygulaması

Denklem 6.2 ile hesaplanan farklar 1. dereceden iki boyutlu polinom ile modellendirilir.

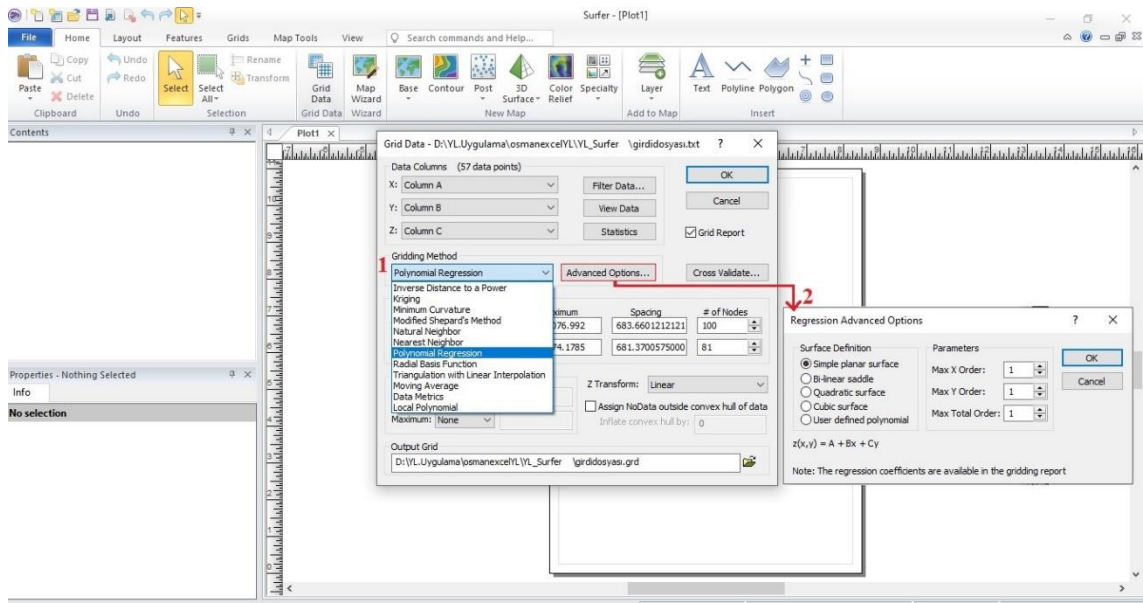
$$t_i = a_{00} + a_{01}Y + a_{10}X \quad (6.7)$$

Burada;

t_i : i noktasındaki trend değerini

a_{ij} : bilinmeyen parametreleri ifade etmektedir.

Surfer – Grid Data – Gridding Method – Polynomial Regression seçimi yapılır. Daha sonra 1. dereceden yüzey polinomu ile enterpolasyon için Advanced Options – Simple planar surface komutları verilir (Şekil 6.28). İşlemler sonucunda elde edilen rapor kaydedilir. Rapordaki 1. dereceden yüzey polinomu fonksiyonuna ait parametre değerleri alınarak Excel programına aktarılır (Tablo 6.5). Her bir noktanın sağa (Y) ve yukarı (X) değerleri, parametre sabitleri ile denklem 6.7 ‘ye göre uygulanarak düzeltme miktarları hesaplanır. Daha sonra noktaların elipsoid yükseklikleri ve N_{TG03} jeoit ondülasyonları yardımıyla elde edilen H_{TG03} ortometrik yükseklik değerlerine hesaplanan düzeltme değerleri eklenir. Elde edilen bu H_{TG03} ortometrik yükseklik değerleri ile $H_{GNSS/Nivelman}$ ortometrik yükseklik değerleri arasındaki farklar hesaplanır. 1. dereceden polinomlarla enterpolasyon yöntemine göre elde edilen farklardan karesel ortalama hata değeri denklem 6.6 ‘dan $m_0 = \pm 1.27$ cm olarak bulunmuştur.

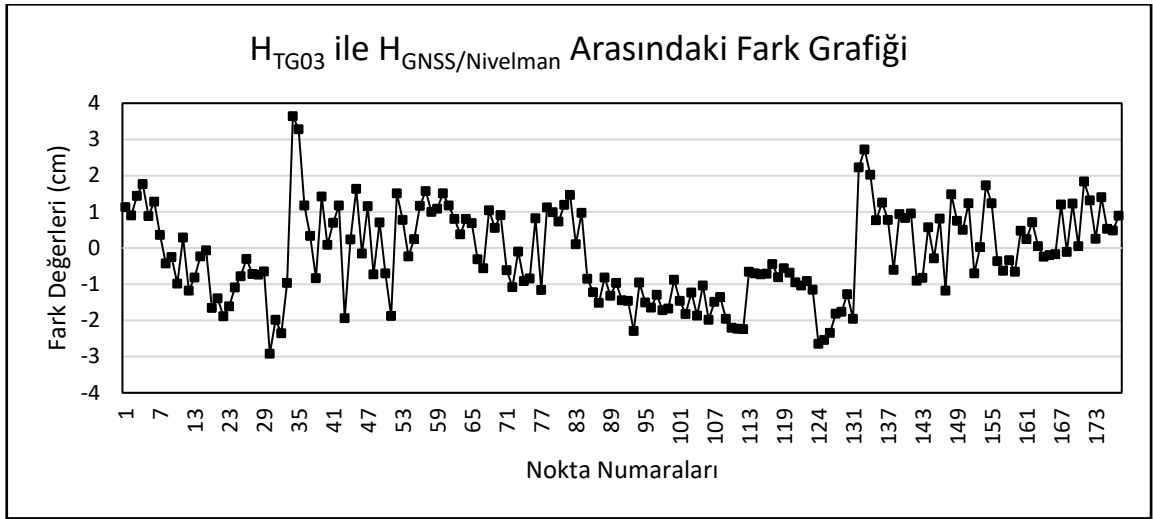


Şekil 6. 28. Surfer programında 1. dereceden yüzey polinomun seçilmesi

Tablo 6. 5. Birinci dereceden polinomlarla enterpolasyonda kullanılan parametre değerleri

SABİTLER	KULLANILAN MODEL (Birinci derece polinomlar)
	$Z(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x$
a_{00}	-5.281418979245700
a_{01}	-0.000000425086198
a_{10}	0.000001228989122

Ortometrik yükseklik değerleri karşılaştırılarak elde edilen farkların %95 güven aralığında istatistiksel analizi yapılmıştır. Bu analiz neticesinde herhangi bir uyuşumsuz ölçü olmadığı görülmüştür.



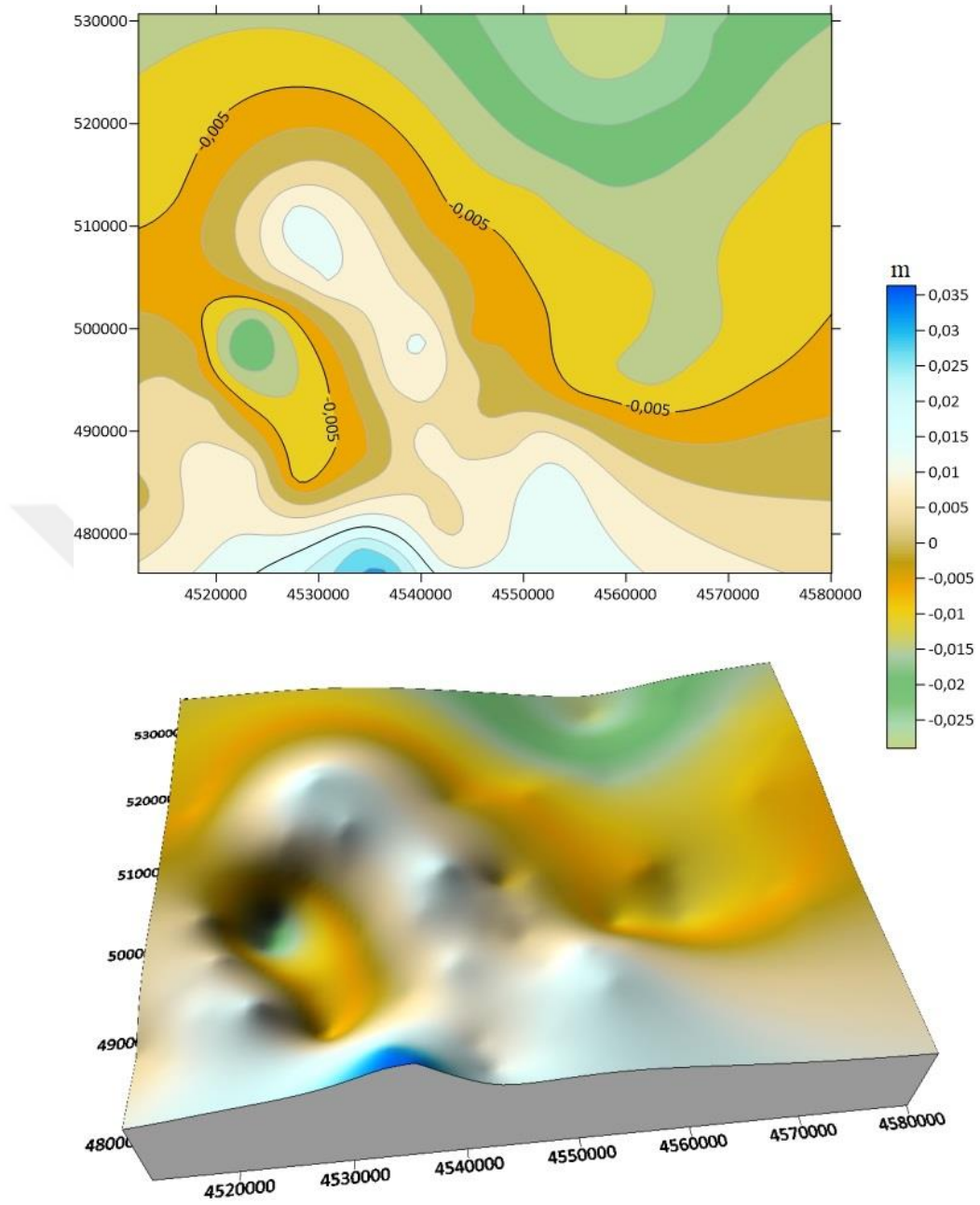
Şekil 6. 29. H_{TG03} ile $H_{GNSS/Nivelman}$ arasındaki fark grafiği

Şekil 6.29 'da gösterilen H_{TG03} ile $H_{GNSS-Niv.}$ arasındaki farklara göre minimum fark değeri -2.92 cm (N_030), maksimum fark değeri 3.64 cm (N_034) ve ortalama fark değeri -0.18 cm olarak bulunmuştur. 1. dereceden polinom (linear=düzlem) modelinin kullanılması ile hesaplanan H_{TG03} ortometrik yüksekliğinin minimum değeri 33.181 m (N_115), maksimum değeri 409.478 m (N_050) ve ortalama yüksekliği 148.187 m olarak bulunmuştur (Tablo 6.6).

Tablo 6. 6. Birinci derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen değerler

	H_{TG03} (m)	$H_{GNSS/Niv.}$ (m)	Fark ($H_{TG03}-H_{GNSS/Niv.}$) (cm)
Minimum	33.181	33.188	-2.92
Maksimum	409.478	409.485	3,64
Ortalama	148.187	148.189	-0.18

1. dereceden polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen noktalara ait $H_{TG03}-H_{GNSS/Niv.}$ fark değerleri kullanılarak Surfer programı yardımıyla yüzey modeli oluşturulmuştur (Şekil 6.30).



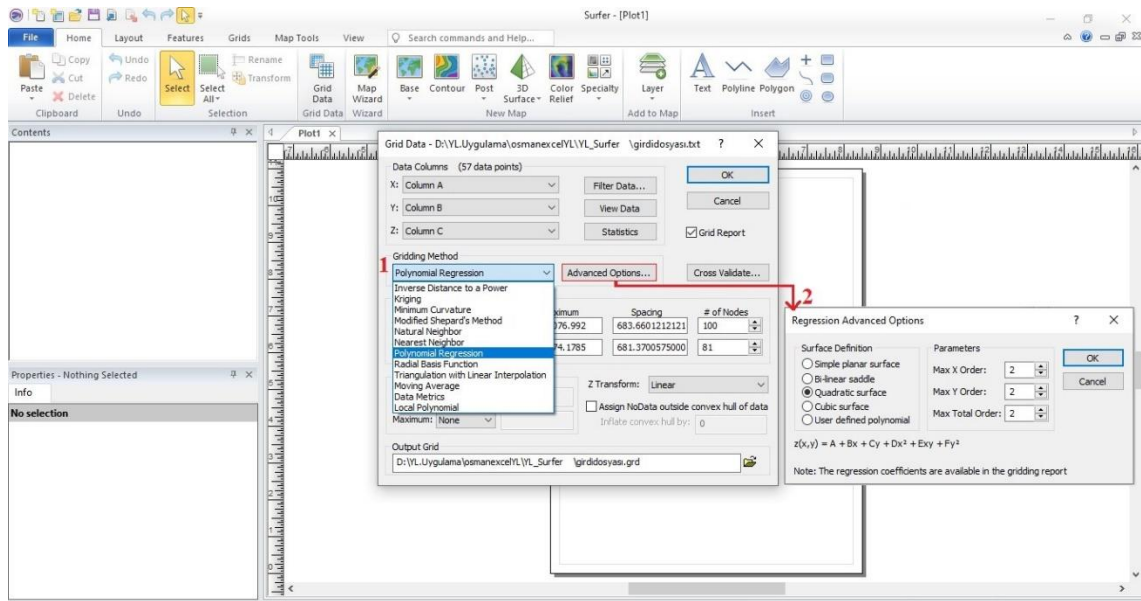
Şekil 6. 30. Birinci derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen farklara ait yüzey modeli

2. dereceden polinomlarla enterpolasyon uygulaması

Denklem 6.2 ile hesaplanan farklar 2. dereceden iki boyutlu polinom (6 parametrelili) ile modellendirilir.

$$t_i = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2 \quad (6.8)$$

Surfer – Grid Data – Gridding Method – Polynomial Regression seçimi yapılır. Daha sonra 2. dereceden yüzey polinomu ile enterpolasyon için Advanced Options – Quadratic surface komutları verilir (Şekil 6.31). İşlemler sonucunda elde edilen rapor kaydedilir. Rapordaki 2. dereceden yüzey polinomu fonksiyonuna ait parametre değerleri alınarak Excel programına aktarılır (Tablo 6.7). Her bir noktanın sağa (Y) ve yukarı (X) değerleri, parametre sabitleri ile denklem 6.8’ e göre uygulanarak düzeltme miktarları hesaplanır. Daha sonra noktaların elipsoidal yükseklikleri ve N_{TG03} jeoit ondülasyonları yardımıyla elde edilen H_{TG03} ortometrik yükseklik değerlerine hesaplanan düzeltme değerleri eklenir. Elde edilen bu H_{TG03} ortometrik yükseklik değerleri ile $H_{GNSS/Nivelman}$ ortometrik yükseklik değerleri arasındaki farklar hesaplanır. 2. dereceden polinomlarla enterpolasyon yöntemine göre elde edilen farklardan karesel ortalama hata değeri denklem 6.6 ‘dan $m_0 = \pm 1.50$ cm olarak bulunur.

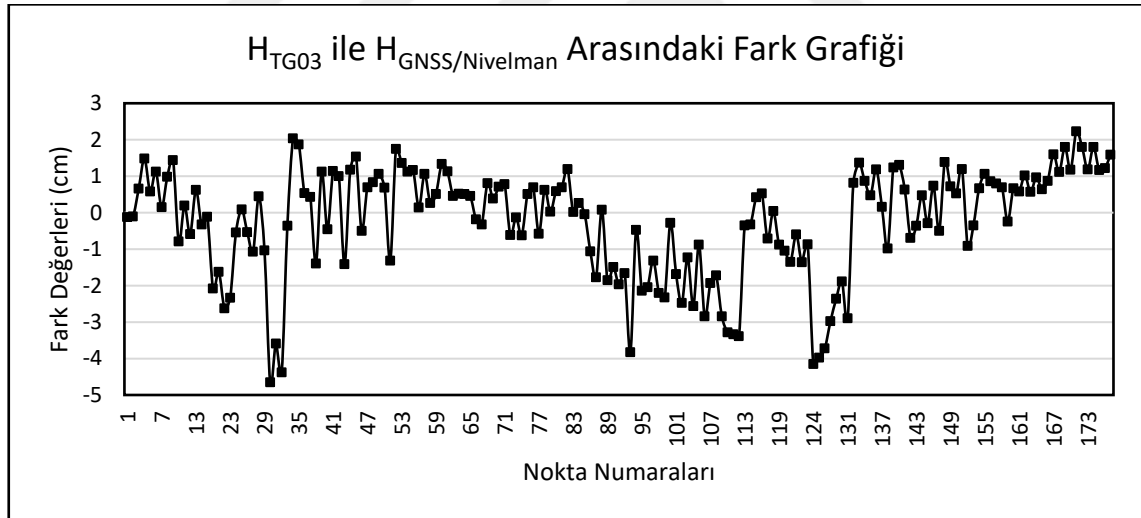


Şekil 6. 31. Surfer programında 2. dereceden yüzey polinomun seçilmesi

Tablo 6. 7. İkinci dereceden polinomlarla enterpolasyonda kullanılan parametre değerleri

SABİTLER	KULLANILAN MODEL (İkinci derece polinomlar)
	$Z(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2$
a_{00}	306.747915718060000
a_{01}	0.000089369535655
a_{02}	-0.000000000020726
a_{10}	-0.000146023186164
a_{11}	-0.000000000015188
a_{20}	0.000000000017042

Ortometrik yükseklik değerleri karşılaştırılarak elde edilen farkların %95 güven aralığında istatistiksel analizi yapılmıştır. Bu analiz neticesinde herhangi bir uyuşumsuz ölçü olmadığı görülmüştür.



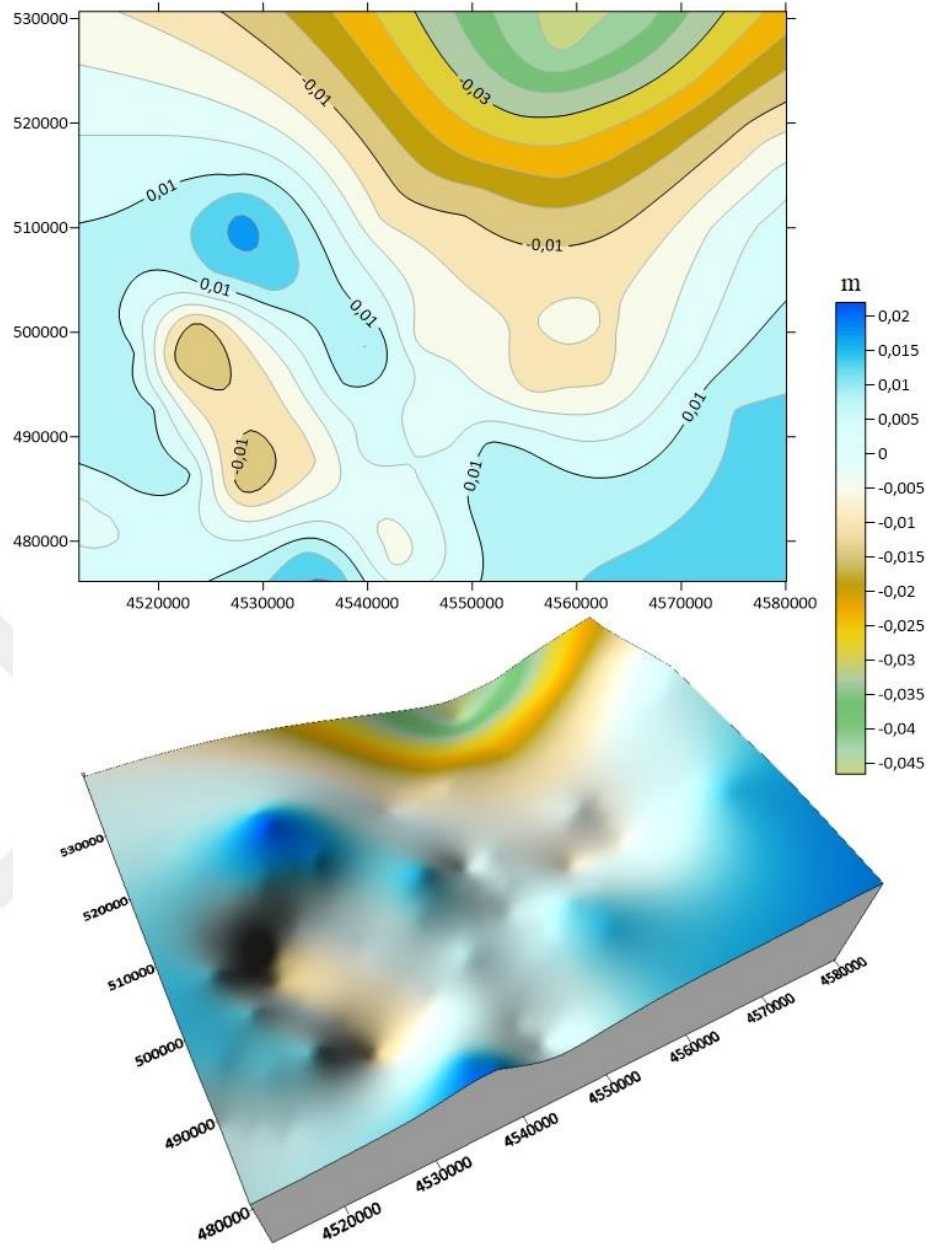
Şekil 6. 32. H_{TG03} ile $H_{GNSS/Nivelman}$ arasındaki fark grafiği

Şekil 6.32 'de gösterilen H_{TG03} ile $H_{GNSS-Niv.}$ arasındaki farklara göre minimum fark değeri -4.66 cm (N_171), maksimum fark değeri 2.23 cm (N_030) ve ortalama fark değeri -0.23 cm olarak bulunmuştur. 2. dereceden polinom (kuadratik) modelinin kullanılması ile hesaplanan H_{TG03} ortometrik yüksekliğinin minimum değeri 33.192 m (N_115), maksimum değeri 409.492 m (N_050) ve ortalama yüksekliği 148.187 m olarak bulunmuştur (Tablo 6.8).

Tablo 6. 8. İkinci derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen değerler

	H_{TG03} (m)	$H_{GNSS/Niv.}$ (m)	FARK ($H_{TG03}-H_{GNSS/Niv.}$) (cm)
Minimum	33.192	33.189	-4.66
Maksimum	409.492	409.485	2.23
Ortalama	148.187	148.189	-0.23

2. dereceden polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen noktalara ait $H_{TG03}-H_{GNSS/Niv.}$ fark değerleri kullanılarak Surfer programı yardımıyla yüzey modeli oluşturulmuştur (Şekil 6.33).



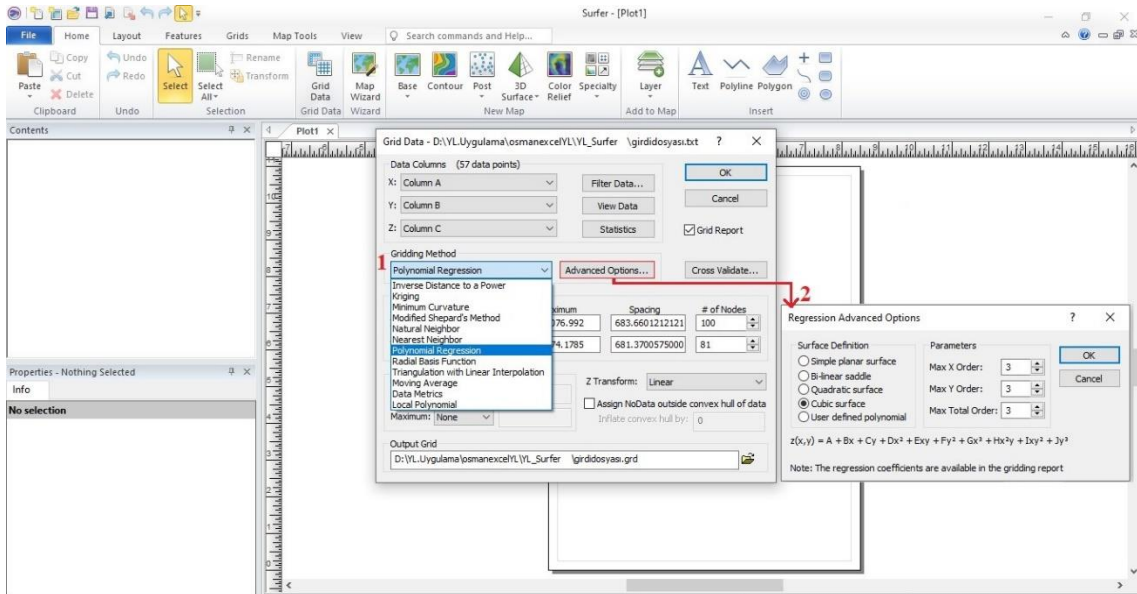
Şekil 6. 33. İkinci derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen farklara ait yüzey modeli

3. dereceden polinomlarla enterpolasyon uygulaması

Denklem 6.2 ile hesaplanan farklar 3. dereceden iki boyutlu polinom (10 parametrelili) ile modellendirilir.

$$t_i = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{03}y^3 + a_{12}xy^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3 \quad (6.9)$$

Surfer – Grid Data – Gridding Method – Polynomial Regression seçimi yapılır. Daha sonra 3. dereceden yüzey polinomu ile enterpolasyon için Advanced Options – Cubic surface komutları verilir (Şekil 6.34). İşlemler sonucunda elde edilen rapor kaydedilir. Rapordaki 3. dereceden yüzey polinomu fonksiyonuna ait parametre değerleri alınarak Excel programına aktarılır (Tablo 6.9). Her bir noktanın sağa (Y) ve yukarı (X) değerleri, parametre sabitleri ile denklem 6.9'a göre uygulanarak düzeltme miktarları hesaplanır. Daha sonra noktaların elipsoidallik yükseklikleri ve N_{TG03} jeoit ondülasyonları yardımıyla elde edilen H_{TG03} ortometrik yükseklik değerlerine hesaplanan düzeltme değerleri eklenir. Elde edilen bu H_{TG03} ortometrik yükseklik değerleri ile $H_{GNSS/Nivelman}$ ortometrik yükseklik değerleri arasındaki farklar hesaplanır. 3. dereceden polinomlarla enterpolasyon yöntemine göre elde edilen farklardan karesel ortalama hata değeri denklem 6.6 'dan $m_0 = \pm 1.63$ cm olarak bulunur.

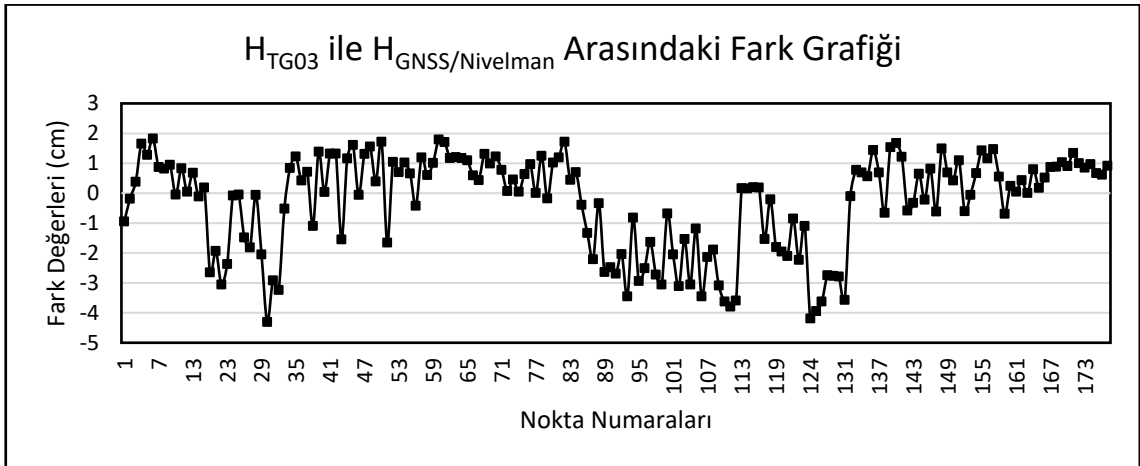


Şekil 6. 34. Surfer programında 3. dereceden yüzey polinomun seçilmesi

Tablo 6. 9. Üçüncü dereceden polinomlarla enterpolasyonda kullanılan parametre değerleri

SABİTLER	KULLANILAN MODEL (Üçüncü derece polinomlar)
	$Z(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{02}y^2 + a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{03}y^3 + a_{12}xy^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3$
a_{00}	34565.695700171
a_{01}	0.017938196422594
a_{02}	0.000000003361703
a_{03}	0.000000000000002
a_{10}	-0.024728947717731
a_{11}	-0.000000008619704
a_{12}	-0.000000000000001
a_{20}	0.000000005900752
a_{21}	0.000000000000001
a_{30}	0.000000000000000

Ortometrik yükseklik değerleri karşılaştırılarak elde edilen farkların %95 güven aralığında istatistiksel analizi yapılmıştır. Bu analiz neticesinde herhangi bir uyuşumsuz ölçü olmadığı görülmüştür.



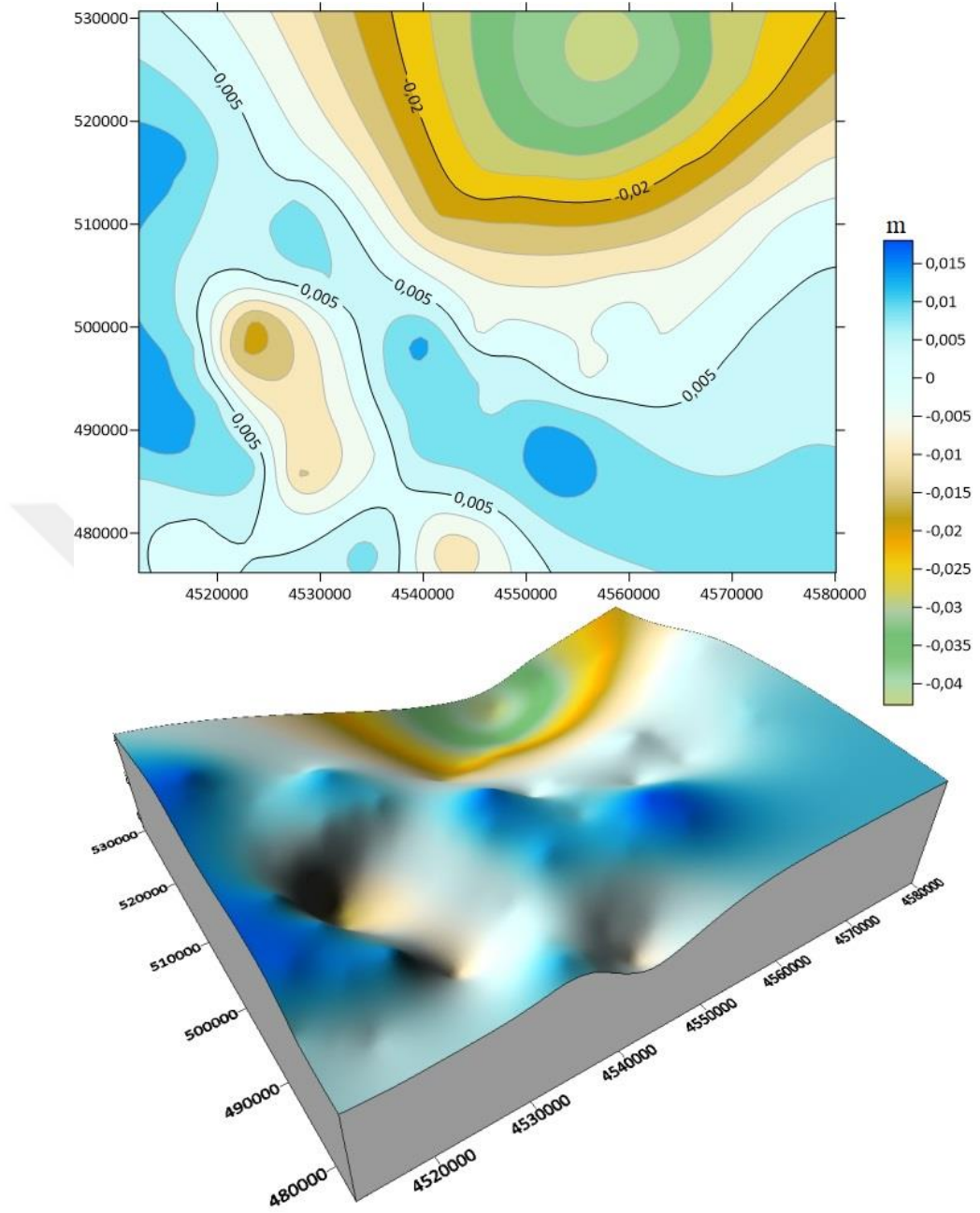
Şekil 6. 35. H_{TG03} ile $H_{GNSS/Nivelman}$ arasındaki fark grafiği

Şekil 6.35 'te gösterilen H_{TG03} ile $H_{GNSS-Niv.}$ arasındaki farklara göre minimum fark değeri -4.30 cm (N_030), maksimum fark değeri 1.82 cm (N_006) ve ortalama fark değeri -0.30 cm olarak bulunmuştur. 3. derece polinom (kübik) modelinin kullanılması ile hesaplanan H_{TG03} ortometrik yüksekliğinin minimum değeri 33.190 m (N_115), maksimum değeri 409.502 m (N_050) ve ortalama yüksekliği 148.186 m olarak bulunmuştur (Tablo 6.10).

Tablo 6. 10. Üçüncü derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen değerler

	H_{TG03} (m)	$H_{GNSS/Niv.}$ (m)	FARK ($H_{TG03}-H_{GNSS/Niv.}$) (cm)
Minimum	33.190	33.188	-4.30
Maksimum	409.502	409.485	1.82
Ortalama	148.186	148.189	-0.30

3. dereceden polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen noktalara ait $H_{TG03}-H_{GNSS/Niv.}$ fark değerleri kullanılarak Surfer programı yardımıyla yüzey modeli oluşturulmuştur (Şekil 6.36).



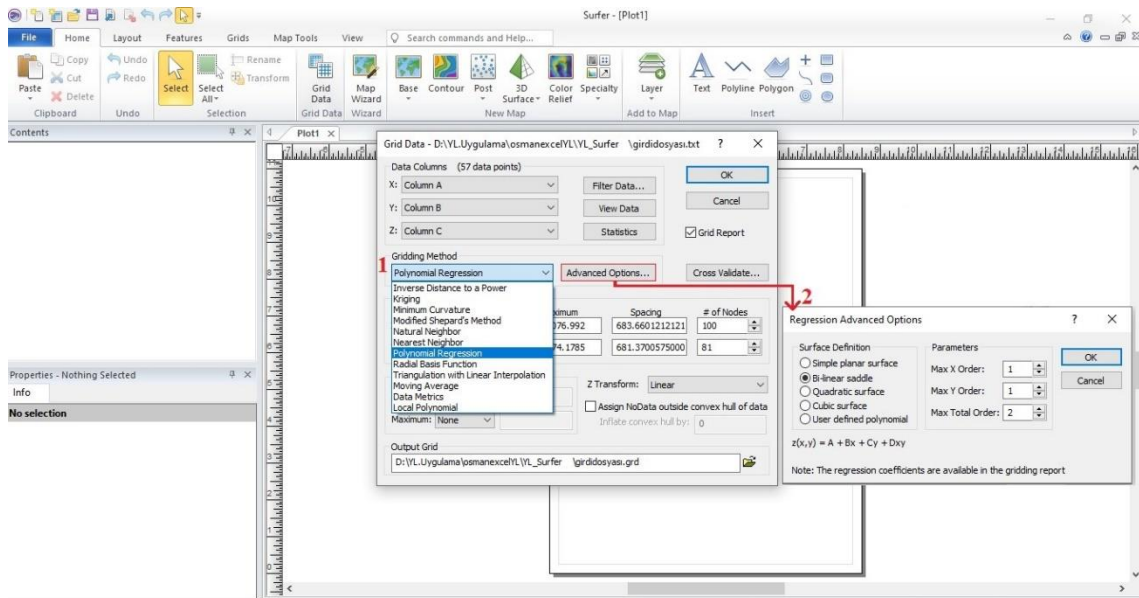
Şekil 6. 36. Üçüncü derece polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen farklara ait yüzey modeli

Bilineer polinomlarla enterpolasyon uygulaması

Denklem 6.2 ile hesaplanan farklar iki boyutlu bilinear polinom (4 parametrelili) ile modellendirilir.

$$t_i = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy \quad (6.10)$$

Surfer – Grid Data – Gridding Method – Polynomial Regression seçimi yapılır. Daha sonra Bilineer polinomlarla enterpolasyon için Advanced Options – Bi linear saddle komutları verilir (Şekil 6.37). İşlemler sonucunda elde edilen rapor kaydedilir. Rapordaki Bilineer yüzey polinomu fonksiyonuna ait parametre değerleri alınarak Excel programına aktarılır (Tablo 6.11). Her bir noktanın sağa (Y) ve yukarı (X) değerleri, parametre sabitleri ile denklem 6.10’ a göre uygulanarak düzeltme miktarları hesaplanır. Daha sonra noktaların elipsoidal yükseklikleri ve N_{TG03} jeoit ondülasyonları yardımıyla elde edilen H_{TG03} ortometrik yükseklik değerlerine hesaplanan düzeltme değerleri eklenir. Elde edilen bu H_{TG03} ortometrik yükseklik değerleri ile $H_{GNSS/Nivelman}$ ortometrik yükseklik değerleri arasındaki farklar hesaplanır. Bilineer polinomlarla enterpolasyon yöntemine göre elde edilen farklardan karesel ortalama hata değeri denklem 6.6 ‘dan $m_0 = \pm 1.43$ cm olarak bulunur.

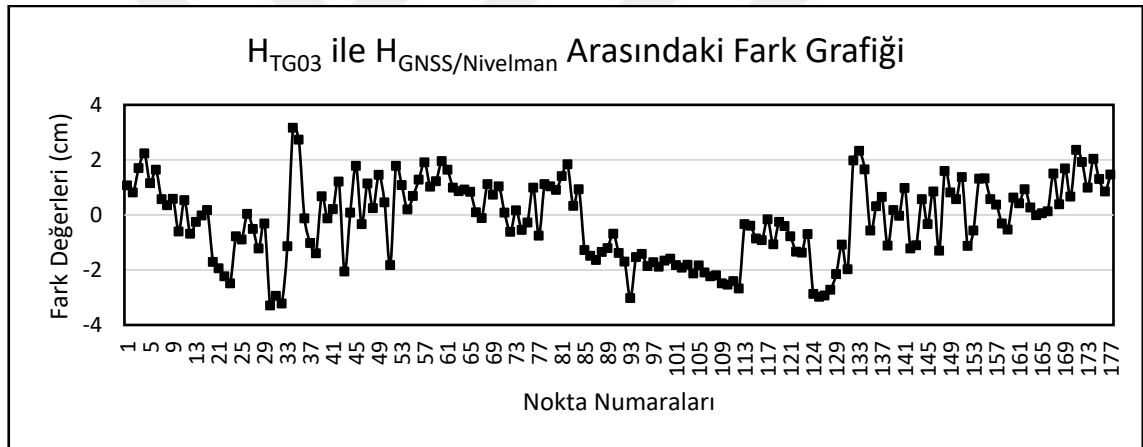


Şekil 6. 37. Surfer programında Bilineer polinomun seçilmesi

Tablo 6. 11. Bilineer polinomlarla enterpolasyonda kullanılan parametre değerleri

SABİTLER	KULLANILAN MODEL (Bilineer polinomlar)
	$Z(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy$
a_{00}	-57.102661442593000
a_{01}	0.000102468277804
a_{10}	0.000012624627959
a_{11}	-0.000000000022626

Ortometrik yükseklik değerleri karşılaştırılarak elde edilen farkların %95 güven aralığında istatistiksel analizi yapılmıştır. Bu analiz neticesinde herhangi bir uyuşumsuz ölçü olmadığı görülmüştür.



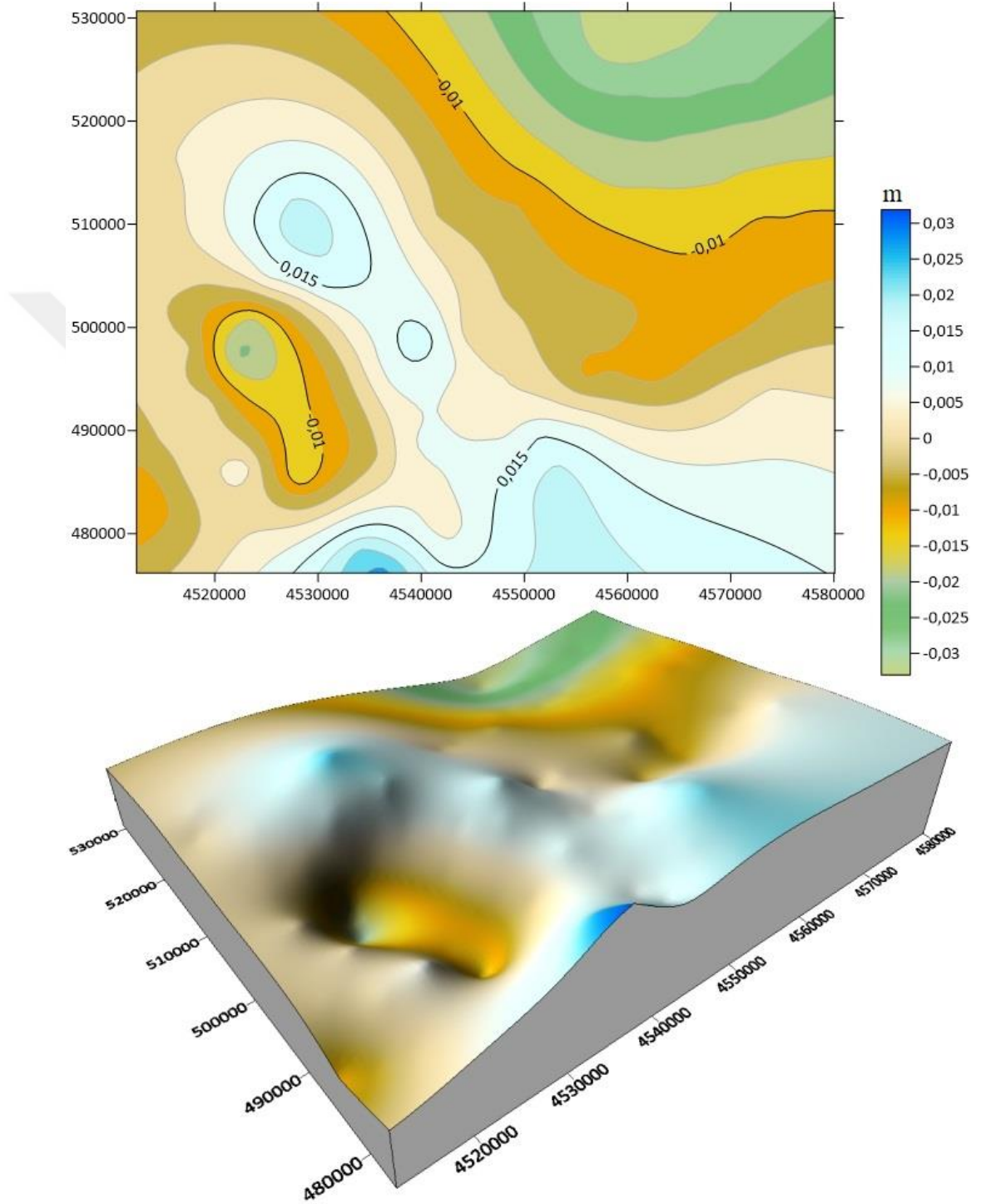
Şekil 6. 38. H_{TG03} ile $H_{GNSS/Nivelman}$ arasındaki fark grafiği

Şekil 6.33 'te gösterilen H_{TG03} ile $H_{GNSS-Niv.}$ arasındaki farklara göre minimum fark değeri -3.29 cm (N_030), maksimum fark değeri 3.17 cm (N_006) ve ortalama fark değeri -0.18 cm olarak bulunmuştur. Ortogonal olmayan Bilineer modelinin kullanılması ile hesaplanan H_{TG03} ortometrik yüksekliğinin minimum değeri 33.179 m (N_115), maksimum değeri 409.489 m (N_050) ve ortalama yüksekliği 148.187 m olarak bulunmuştur (Tablo 6.12).

Tablo 6. 12. Bilineer polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen değerler

	H_{TG03} (m)	$H_{GNSS/Niv.}$ (m)	FARK ($H_{TG03}-H_{GNSS/Niv.}$) (cm)
Minimum	33.179	33.188	-3.29
Maksimum	409.489	409.485	3.17
Ortalama	148.187	148.189	-0.18

Bilineer polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen noktalara ait $H_{TG03}-H_{GNSS/Niv.}$ fark değerleri kullanılarak Surfer programı yardımıyla yüzey modeli oluşturulmuştur (Şekil 6.39).



Şekil 6. 39. Bilineer polinomlarla enterpolasyon sonucunda elde edilen farklara ait yüzey modeli

Bu tez çalışmasında kullanılan enterpolasyon yöntemleri sonucunda elde edilen değerlere ilişkin istatistiksel sonuçlar Tablo 6.13 ve Tablo 6.14’ te gösterilmiştir.

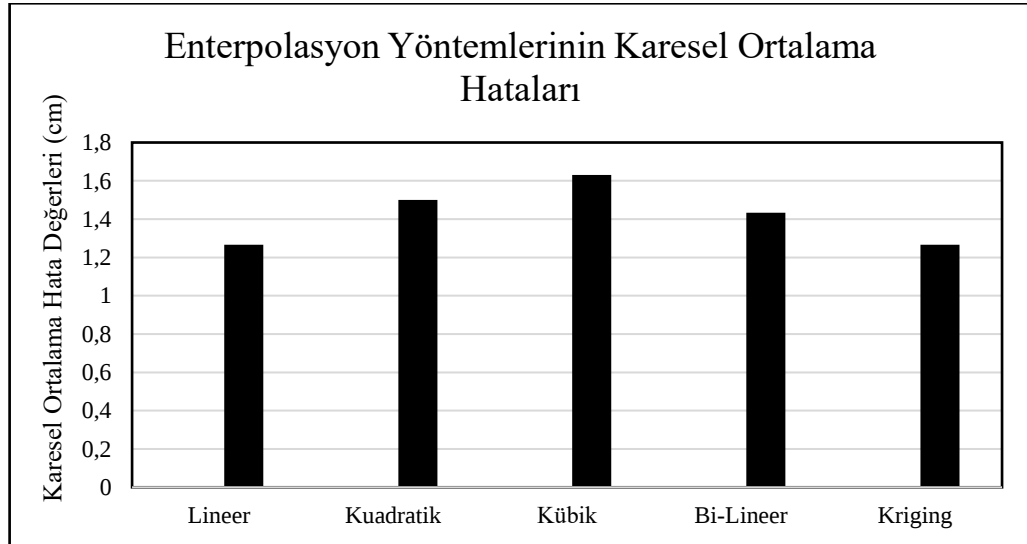
Tablo 6. 13. H_{TG03} ortometrik yükseklik değerlerine ait istatistiksel bilgiler

H_{TG03} (metre)	Ortogonal Polinomlar			Ortogonal Olmayan Polinomlar	Kriging
	1. Derece	2. Derece	3. Derece	Bi-lineer	
Minimum	33.181	33.192	33.190	33.179	33.181
Maksimum	409.478	409.492	409.502	409.489	409.478
Ortalama	148.187	148.187	148.186	148.187	148.187

Tablo 6. 14. $H_{TG03} - H_{GNSS/Nivelman}$ arasındaki fark değerlerine ilişkin istatistikler (cm)

Fark (cm) ($H_{TG03} - H_{GNSS/Niv.}$)	Ortogonal Polinomlar			Ortogonal Olmayan Polinomlar	Kriging
	1. Derece	2. Derece	3. Derece	Bi-lineer	
Minimum	-2.92	-4.66	-4.30	-3.29	-2.92
Maksimum	3.64	2.23	1.82	3.17	3.64
Ortalama	-0.18	-0.23	-0.30	-0.18	-0.18

Kullanılan enterpolasyon yöntemlerinin karesel ortalama hataları Şekil 6.40’ da gösterilmiştir.



Şekil 6. 40. Enterpolasyon yöntemlerinin karesel ortalama hataları

7- SONUÇ

GNSS yöntemi ile noktaların konum ve yükseklikleri hızlı bir şekilde belirlenebilmektedir. GNSS yöntemine göre elde edilen yatay konum değerleri doğrudan kullanılabilirken elipsoidal yükseklik değerleri doğrudan kullanılamamaktadır. Harita ve mühendislik uygulamalarında yeryüzünü en iyi temsil eden jeoitten olan ortometrik yükseklikler kullanılmaktadır. Ancak her noktada nivelmanla ortometrik yüksekliklerin belirlenmesi imkânsızdır. GNSS/Nivelmanı yöntemi kullanılarak elipsoidal yüksekliklerden ortometrik yükseklikler hesaplanabilmektedir. Bu tez çalışmasında dayanak noktalarının bilinen yükseklik değerlerinden bilinmeyen noktaların yükseklik değerleri ortogonal polinomlardan 1.derece (lineer), 2. derece (kuadratik), 3. Derece (kübik) polinomlarla, ortogonal olmayan bi-lineer polinomlarla ve kriging enterpolasyon yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. TG-03 jeoidine göre hesaplanan ortometrik yükseklik değerleri ile GNSS-Nivelmanıya elde edilen jeoit yükseklik değerleri arasındaki farklar bulunmuştur. Her bir yöntem için istatiksel analiz yapılarak uyumlu ölçülerle işlemlere devam edilmiştir. $H_{TG03} - H_{GNSS/Nivelman}$ farklarından hareketle her bir enterpolasyon yönteminin karesel ortalama hatası hesaplanmıştır. Kullanılan enterpolasyon yöntemleri içerisinde minimum fark değeri -4.66 cm ile 2. derece polinomlar, maksimum 3.64 ile 1. derece polinomlar ve kriging enterpolasyon yöntemi olduğu görülmüştür. Hesaplanan H_{TG03} ortometrik yüksekliğinin minimum değeri 33.179 m ile bi-lineer polinomlar, maksimum değeri ise 409.502 ile 3. derece polinomlar olduğu görülmüştür. Bu tez çalışmasında kullanılan enterpolasyon yöntemleri içerisinde minimum karesel ortalama hata değeri 1.27 cm ile 1. derece polinomlar ve kriging enterpolasyon yöntemi, maksimum karesel ortalama hata değerinin ise 1.63 cm 3. derece polinomların olduğu görülmüştür. Ayrıca noktaların elde edilen $H_{TG03} - H_{GNSS/Nivelman}$ farkları ile model haritaları oluşturulmuştur. Bu tez çalışmasında yapılan tüm işlemler ve değerlendirmeler neticesinde karesel ortalama hatası en düşük olan 1. derece polinomlarla enterpolasyon ve kriging enterpolasyon yönteminin kullanılması ile daha iyi sonuçların elde edildiği görülmüştür.

Kaynakça

- Abbak, R. A. (2019). *Fiziksel Jeodezi: Teori & Uygulama*. Konya: Atlas Akademi.
- Akçın, H. (2001). Jeoit Kavramı ve Belirleme Teknikleri Üzerine Bir İnceleme . *Niğde Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 4(1), 37-50.
- Akiz, E. (2007). *Jeoit Kullanarak Elipsoit Yüksekliklerinden Ortometrik Yükseklik Belirleme Yöntemlerinin Doğruluk Araştırması*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Ali, A., Abtew, W., Van Horn, S., & Khanal, N. (1999). *Frequency and Spatial Analyses for Monthly Rainfall in Central and South Florida*. Technical Publication WRE #371.
- Alkan, B. (2007). *Jeoistatistik ve Bulanık Yaklaşımlar ile Adana Çimento Hammadde Sahasının Değerlendirilmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Alkanalka, E. (2005). *Kestirim Metodlarının Sayısal Yükseklik Modeli Üzerindeki Uygulamaları*. Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Arslan, M. (2017). *Türkiye Ulusal Düşey Kontrol Ağı (TUDKA99) Datumuna İlişkin Jeopotansiyel Hesabı ve Yükseklik Sistemlerinin Birleştirilmesinde Yer Gravite Alanı Uydu Misyonlarının Katkıları*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Aydın, C. (2014). *Fiziksel Jeodezi*, Lisans Ders Notu. İstanbul: Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü.
- Aydın, O. (2013). *Kriging Metamodelleme Tekniği ve Bir Uygulaması*. Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Aydın, O. (2014). *Türkiye'de Yıllık Ortalama Toplam Yağışın Kriging Yöntemiyle Belirlenmesi*. Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- Barton, J., Buchberger, S., & Lange, M. (1999). Estimation of Error and Compliance in Surveys By Kriging. *Journal Of Surveying Engineering*, 125, 87-108.
- Başçıftçi, F., & İnal, C. (2008). A Calculation Program for Geoid Undulations Using Orthogonal Polynomials. *FIG Working Week 2008-Integrating Generations*. Stockholm, Sweden.
- Başkan, O. (2005). *Gölbaşı Yöresi Topraklarının Mühendislik-Fiziksel Özellik İlişkilerinde Jeostatistik Uygulaması*. Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

- Bayrak, T. (1996). *Sayısal Yükseklik Modellerinde İnterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması*. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Berber, N. (2005). *Farklı Jeodezik Yüksekliklerin İncelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Bolat, S. (2013). *Lokal Jeoid Belirleme Yöntemleri: Samsun İli Örneği*. Yüksek Lisans, Ondokuz Mayıs Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- Boogaart, K., & Schaeben, H. (2002). Kriging of Regionalized Directions, Axes and Orientations I. Directions and Axes. *Mathematical Geology*, 34(5), 479-503.
- Ceylan, A. (2009). Modern Yükseklik Belirleme Teknikleri: Geometrik Nivelman Tarihi mi Oluyor? 12. *Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası*. Ankara.
- Ceylan, A., Üstün, A., Doğanalp, S., & Gürses, H. B. (18-22 Nisan 2011). Karayolu ve Demiryolu Projelerinde Ortometrik Yükseklik Hesabı: En Küçük Kareler İle Kollokasyon. 13. *Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası*. Ankara.
- Clark. (1979). *Practical Geostatistics*. Applied Science Publishers, London.
- Çorumluoğlu, Ö., Özbay, Y., Kalaycı, İ., & Şanlıoğlu, İ. (2005). GPS Yüksekliklerinden Ortometrik Yüksekliklerin Elde Edilmesinde Yapay Sinir Ağı (YSA) Tekniğinin Kullanımı. 2. *Mühendislik Ölçmeleri Sempozyumu, Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası*, (s. 552-560). İstanbul.
- Erel, Z. (2011). *Balya (Balıkesir) Polimetallik Maden Yatağı Rezervinin Jeostatistik Yöntemle Analizi*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Erkaya, H. (2006). *Yükseklik Ölçmeleri Ders Notları*. İstanbul.
- Erol, B., & Çelik, R. (2005). Prezisyonlu Lokal Geoit Modeli Belirlemesinde Örnek Bir İnceleme - GPS Nivelman ve Geoit Yüksekliklerinin Entegrasyonu. 10. *Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası*. Ankara.
- GOLDEN SOFTWARE. (1999). *Surfer 8, User's Guide : Contouring and 3D Surface Mapping For Scientist and Engineers*. Colorado, USA.
- Güler, A. (1978). Sayısal Arazi Modellerinde İnterpolasyon Yöntemleri . *Harita Dergisi*(85), 53-71.
- Güler, A. (1985). Sayısal Arazi Modellerinde İki Enterpolasyon Yöntemi İle Denemeler. *HKMO Dergisi*, 52(53), 98-118.

- Güneri Tosunoğlu, N. (2007). *Mekansal İstatistikte Bulanık Uyarlamalı Ağ Yaklaşımı ile Depremi Oluşturan Yerkabuğu Hareket Hızlarının Kestirimi*. Doktora Tezi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gürses, H. B. (2011). *Şeritvari Projelerde Ortometrik Yükseklik Hesabı İçin Bir Yaklaşım*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Hardy, R. (1971, March 10). Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular Surface. *Journal Of Geophysical Research*, 76(8), 1905-1915.
- Hardy, R. (1990). Theory and Applications Of The Multiquadric-Biharmonic Method: 20 Years Of Discovery 1968-1988. *Computes Math. Applic.*, 19(8/9), 163-208.
- Heiskanen, W. A., & Moritz, H. (1967). *Physical Geodesy*. San Francisco: W.H. Freeman and Company.
- Hofmann-Wellenhof, B., & Moritz, H. (2005). *Physical Geodesy*. SpringerWienNewYork.
- İnal, C. (1996). Yerel Jeoid Geçirilerek GPS Sonuçlarından Yükseklik Belirlemesi. *Selçuk Üniversitesi Mühendislik - Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 11(2), 15-21.
- İnal, C., & Yiğit, C. Ö. (2004). Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Enterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılabilirliği. *Selçuk Üniversitesi Mühendislik - Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 19(1).
- İnal, C., & Yiğit, C. Ö. (2004). Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Enterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılabilirliği. *Selçuk Üniversitesi Mühendislik - Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 19(1), 73-84.
- İnal, C., Turgut, B., & Yiğit, C. Ö. (2002, Ekim 16-18). Lokal Alanlarda Jeoit Ondülasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması. *Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu*. Konya.
- Kahveci, M., & Yıldız, F. (2018). *GNSS Uydularla Konum Belirleme Sistemleri Teori - Uygulama*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Kahveci, M., Tuşat, E., Yıldız, F., Sarı, F., & Mikailsoy, F. (2019). Ankara-Yozgat Hattında Mühendislik ve CBS Amaçlı Yaklaşık Jeoit Hesabı. *Geomatik Dergisi*, 4(2), 92-100.
- Kalaycı, İ. (1997). *GPS İle Ortometrik Yüksekliklerin Belirlenmesi Üzerine Bir Çalışma*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Karaali, C., & Yıldırım, Ö. (1996). Global Konum Belirleme Sistemi (GPS). *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 2(2), 103-108.

- Kartal, A. (1998). *GPS Yöntemi İle Yükseklik Belirlenirken İnterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılması*. Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Kılıçoğlu, A., & Orhan, F. (2003). Büyük Ölçekli Harita Üretiminde GPS ile Ortometrik Yükseklik Belirlemeye Yönelik Jeoid Modelleme ve Uygulama. *TUJK Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı*, (s. 27-34). Ankara.
- Kuru, B. (2018). *Lokal Jeoid Belirlemede Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması*. Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Martensson, S. G. (2002). Height Determination by GPS Accuracy with Respect to Different Geoid Models in Sweden. *FIG XXII International Congress*. Washington, D.C. USA, April 19-26 .
- Özdemir, A. C. (2013). *Yüzey Modelleme Teknikleri ve Kömür Yatağına Uygulaması*. Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Adana.
- Pekin, A. (1999). *Açık İşletme Basamak Tenörlerinin Kriging Tahminlerinde İstatistiksel Dağılım Modellerinin Etkileri*. Doktora Tezi, Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- Pertie, G., & Kennie, T. (1987). Terrain Modeling in Surveying and Civil Engineering. *Comuter-Aided Design*, 19(4), 171-187.
- Saka, K. (2018). *Jeoid Yüksekliklerinin Belirlenmesinde Konumsal Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması: Trabzon ve Gümüşhane İlleri Örneği*. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Tranzon.
- Solmaz, M. (2019). *GNSS/Nivelman Verisi İle Yerel Jeoid Profilinin Farklı Enterpolasyon Yöntemleriyle Çıkarılması*. Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Soycan, M. (2002). *Jeoid Yüksekliklerinin GPS ve Hassas Trigonometrik Nivelman Ölçüleri ile Belirlenmesi*. Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Şanlıoğlu, İ., Ceylan, A., İnal, C., Çorumluoğlu, Ö., & Kalaycı, İ. (2002). Konya Bölgesi İçin GPS İle Elde Edilen Elipsoidal Yüksekliklerden Ortometrik Yüksekliklerin Hesaplanması. *Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu*, (s. 210-217). Konya.
- Şentürk, E., & İnce, C. D. (2015). Kocaeli İlinde Yerel Jeoidin Enterpolasyon Yaklaşımıyla Belirlenmesi. T. H. Odası (Dü.), *15. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*. içinde Ankara.
- Şentürk, E., & İnce, C. D. (2015). Kocaeli İlinde Yerel Jeoidin Enterpolasyon Yaklaşımıyla Belirlenmesi. *TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası, 15. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*. Ankara.

- Şişman, Y. (2005). Uyuşumsuz Ölçü Gruplarının Belirlenmesi Yöntemleri. *Harita Dergisi*, 72(133), 74-89.
- Şişman, Y., & Elevli, B. (2018). En Küçük Kareler Kollokasyon ve Kriging Yöntemleri ile Lokal Jeoid Belirleme. *Karadeniz Fen Bilimleri Dergisi*, 106-118. doi:10.31466/kfbd.447658
- Şişman, Y., Bektaş, S., & Yıldırım, Ö. (11-15 Mayıs 2009). Uyuşumsuz Ölçü Analizinde Robust Kestirim ve L1-Norm Yöntemleri. *12. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası*. Ankara.
- Taktak, F. (2005). *Afyonkarahisar'da GPS Gözlemleri ve Nivelman Ölçüleri Yardımıyla Yerel Jeoid Profilinin Çıkarılması*. Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Teke, K., & Yalçinkaya, M. (2005). Yerel Jeoid Yüzeyinin Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri. *TUJK 2005 Yılı Bilimsel Toplantısı, Jeoid ve Düşey Datum Çalıştayı*, (s. 304-313). Trabzon.
- Tobler, W. R. (1970). A Computer Movie Simulating Urban Growth in the Detroit Region. *Economic Geography*, 46, 234-240.
- Torge, W. (2001). *Geodesy*. New York: Walter de Gruyter.
- Tuşat, E. (2000). *GPS Gözlemleri ve Yersel Gözlemler Yardımıyla Jeoid Profilinin Çıkarılması*. Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- Uluğtekin, N. (1993). *Kadastro Paftalarının Geometrik Niteliğinin Yükselttilmesinde ve Yenilenmesinde Homojenleştirme Algoritmaları*. Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Uyar, H. (2005). *Jeovar3: Jeostatistiksel Variogram Analizleri ve Kriging Teknikleri Bilgisayar Yazılımı*. Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Üstün, A. (2001). GPS Nivelmanı Yardımıyla Ortometrik Yüksekliklerin Elde Edilmesine Yönelik Jeoit Belirleme Yöntemleri. *Yıldız Teknik Üniversitesi Dergisi*, 62-82.
- Üstün, A. (2001). GPS Nivelmanı Yardımıyla Ortometrik Yüksekliklerin Elde Edilmesine Yönelik Jeoit Belirleme Yöntemleri. *Yıldız Teknik Üniversitesi Dergisi*, 62-82.
- Üstün, A. (2002). *Bölgesel ve Global Yükseklik Sistemlerinin Oluşturulmasında GPS'nin Katkısı Üzerine Bir İnceleme: Antalya-Samsun Mareograf İstasyonları Arasında GPS Nivelman Örneği*. Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

- Üstün, A. (2006). *Fiziksel Jeodezi, Lisans Ders Notları*. Konya: Selçuk Üniversitesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü.
- Wollenhaupt, N. C., Mulla, D. J., & Gotway Crawford, C. A. (1997). Soil Sampling And Interpolation Techniques For Mapping Spatial Variability Of Soil Properties. *The Site-Specific Management for Agricultural Systems*. ASA, CSSA, SSSA, Madison , (s. 19-55). USA.
- Yanalak, M. (1997). *Sayısal Arazi Modellerinden Hacim Hesaplarında En Uygun Enterpolasyon Yönteminin Araştırılması*. Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yanalak, M. (2002a). Yön ve Ters Uzaklık Ağırlıklı Ortalama İle Enterpolasyon. *Harita Dergisi*, 127, 2-9.
- Yanalak, M. (2002b). Sayısal Arazi Modellerinde Yükseklik Enterpolasyonu. *Harita Dergisi*, 128, 44-58.
- Yanalak, M., & Orhan, B. (2001). Transformation Of Ellipsoid Heights To Local Leveling Heights. *Journal Of Surveying Engineering*(127), 90-103.
- Yanar, R. (1999). *Jeodezik Yükseklik Sistemleri Üzerine Bir Araştırma*. Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yaprak, S. (2007). *Kriging Yönteminin Geoit Yüzeyi Modellemesinde Kullanılabilirliğinin Araştırılması ve Varolan Yöntemlerle Karşılaştırılması*. İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Yaprak, S., & Arslan, E. (2008, Haziran). Kriging Yönteminin Geoit Modellemesinde Kullanılabilirliğinin Araştırılması. *İTÜ Dergisi*, 7(3), 51-62.
- Yener, H. (1993). *Sayısal Arazi Modelleri*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yiğit, C. Ö. (2003). *Elipsoid Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması*. Konya: Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Yıldırım, Ö. (2013). Result From A Comprehensive GPS Network: Natural Gas Pipeline GPS Network. *International of Digital Earth*, 6(2), 67-80.
- Yıldırım, Ö. (2020). Regularised Computation Of 3D Coordinates And Orthometric Heights For Northern Cyprus: New Network Computations For Northern Cyprus. *Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata*, 61(2), 233-248.
- Yılmaz, M. (2005). *İstanbul Metropolitan Alanında Geoit Araştırması*. Doktora Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Yılmaz, M., & Arslan, E. (2006). İstanbul Metropolitan Alanında Geoit Araştırması. *İTÜ Dergisi*, 5(3), 107-114.

- Yılmaz, M., & Güllü, M. (2012). Yapay Sinir Ağları ile Jeodezik Nokta Hız Kestirimi. *Harita Teknolojileri Elektronik Dergisi*, 4(2), 42-50.
- Yılmaz, N. (2011). *Türkiye için Farklı Yöntem ve Verilerle Belirlenen Jeoidlerin Karşılaştırılması*. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Yurt, K. (2006). *Geometrik ve Gravimetrik Metodlarla Lokal Jeoid Belirleme ve Modelleme: Trabzon İli Örneği*. Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Yurt, K., & Gökalp, E. (2009). Geometrik ve Gravimetrik (Gel-Gitten Bağımsız) Jeoid Modellerinin Karşılaştırılması: Trabzon Örneği. *Harita Teknolojileri Elektronik Dergisi*, 1(1), 23-31.
- Zengin Kazancı, S. (2014). *Konumsal Enterpolasyon Yöntemlerinin Uygulanması: Karadeniz Bölgesi Günlük Ortalama Sıcaklık Verileri Örneği*. Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Zhan-Ji, Y. (1998). *Precise Determination Of Local Geoid and Its Geophysical Interpretation*. Hong Kong: Hong Kong Polytechnic University.
- Zhan-ji, Y. (1998). *Precise Determination Of Local Geoid And Its Geophysical Interpretation*. Department of Land Surveying and Geo-Informatics, The Hong Kong Polytecnic University , Hong Kong.

ÖZGEÇMİŞ

