

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ENVANTER TAHSİSİNDE ARZ VE TALEBİN
DENGELENMESİNDEKİ FARKLI STRATEJİLERE YÖNELİK
STOKASTİK MODEL YAKLAŞIMI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Furkan Kemal DİNÇER

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Mühendislik Yönetimi Bilim Dalı

ŞUBAT 2025

**T.C.
SAKARYA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ENVANTER TAHSİSİNDE ARZ VE TALEBİN
DENGELENMESİNDEKİ FARKLI STRATEJİLERE YÖNELİK
STOKASTİK MODEL YAKLAŞIMI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

FURKAN KEMAL DİNÇER

Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı

Mühendislik Yönetimi Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Safiye TURGAY

ŞUBAT 2025

Furkan Kemal Dinçer tarafından hazırlanan “ENVANTER TAHSİSİNDE ARZ VE TALEBİN DENGELENMESİNDEKİ FARKLI STRATEJİLERE YÖNELİK STOKASTİK MODEL YAKLAŞIMI” adlı tez çalışması 28.02.2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği/oy çokluğu ile Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı Mühendislik Yönetimi Bilim Dalı’nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

Jüri Başkanı :	Dr. Öğr. Üyesi Mümtaz İpek Sakarya Üniversitesi	
Jüri Üyesi :	Doç. Dr. Safiye Turgay (Danışman) Sakarya Üniversitesi	
Jüri Üyesi :	Dr. Öğr. Üyesi Fatih Varçın Sakarya Uygulamalı Bilimler Üniversitesi	



ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Lisansüstü Eğitim-Öğretim Yönetmeliğine ve Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesine uygun olarak hazırlamış olduğum “ENVANTER TAHSİSİNDE ARZ VE TALEBİN DENGELENMESİNDEKİ FARKLI STRATEJİLERE YÖNELİK STOKASTİK MODEL YAKLAŞIMI” başlıklı tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın tüm aşamalarında yukarıda belirtilen yönetmelik ve yönergeye uygun davrandığımı, tezin içerdiği yenilik ve sonuçları başka bir yerden almadığımı, tezde kullandığım eserleri usulüne göre kaynak olarak gösterdiğimi, bu tezi başka bir bilim kuruluna akademik amaç ve unvan almak amacıyla vermediğimi ve 20.04.2016 tarihli Resmi Gazete’de yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince Sakarya Üniversitesi’nin abonesi olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Enstitü tarafından belirlenmiş ölçütlere uygun rapor alındığını, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun ortaya çıkması halinde doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi beyan ederim.

(28/02/2025)

(imza)

Furkan Kemal Dinçer





Eşime ve aileme,



TEŐEKKÖR

Yüksek Lisans tezimin her aşamasında yanımda olan ve desteğini her daim hissettiren sevgili aileme, tezimin her aşamasında bana yol gösteren saygıdeğer danışman hocam Doç. Dr. Safiye Turgay’a ve tez çalışmam boyunca fikirlerini ve yardımlarını esirgemeyen değerli eşim Ezgi Gül Dinçer’e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Furkan Kemal Dinçer



İÇİNDEKİLER

Sayfa

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ	v
TEŞEKKÜR	ix
İÇİNDEKİLER	xi
KISALTMALAR	xiii
TABLO LİSTESİ	xv
ŞEKİL LİSTESİ	xvii
ÖZET	xix
SUMMARY	xxi
1. GİRİŞ	1
2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI	5
3. METODOLOJİ	9
3.1. Fiyat Modeli	11
3.2. Gelir Modeli	12
3.3. Kontrol Modeli	13
3.4. Arz ve Talep Modeli	15
3.5. Stok Modeli	16
3.6. Maliyet Modeli	18
3.6.1. İki Aşamalı Stokastik Fiyat Modeli	20
3.6.2. İki Aşamalı Stokastik Gelir Modeli	22
3.6.3. İki Aşamalı Stokastik Arz ve Talep Modeli	25
3.6.4. İki Aşamalı Stokastik Stok Modeli	27
3.6.5. İki Aşamalı Stokastik Maliyet Modeli	32
4. UYGULAMA	41
4.1. Fiyat Modeli Uygulaması	41
4.2. Gelir Modeli Uygulaması	52
4.3. Arz Ve Talep Modeli Uygulaması	62
4.4. Stok Modeli Uygulaması	72
4.5. Maliyet Modeli Uygulaması	84
5. SONUÇ	93
KAYNAKLAR	95
ÖZGEÇMİŞ	99



KISALTMALAR

D	: Talep Oranı
EOQ	: Ekonomik sipariş miktarı
FMCG	: Hızlı Tüketim Malları
LT	: Teslim Süresi
Q	: Optimum sipariş miktarı
ROP	: Yeniden Sipariş Noktası
SOC	: Beklenen stok tükenme maliyeti,
SS	: Emniyet Stoğu
TC	: Toplam Maliyet
σLT	: Tedarik Süresi Boyunca Talebin Standart Sapması



TABLO LİSTESİ

Tablo 2.1. Literatür araştırması özeti.	6
Tablo 3.1. Matematiksel model notasyon ve açıklamaları.	10
Tablo 4.1. Her bir senaryonun yeniden düzenlenmesi.	45
Tablo 4.2. Sonuçların özeti.....	47
Tablo 4.3. Örnek sonuçlar.	49
Tablo 4.4. Veriler.	73
Tablo 4.5. Talep senaryoları.	73
Tablo 4.6. Birinci aşama kararları.	74
Tablo 4.7. İkinci aşama ayarlamaları.	75
Tablo 4.8. Maliyet ve stok parametreleri.....	76
Tablo 4.9. Talep senaryoları.	76
Tablo 4.10 Senaryo 1: Düşük talep.	77
Tablo 4.11 Senaryo 2: Ortalama talep.....	77
Tablo 4.12 Senaryo 3: Yüksek talep.	77
Tablo 4.13 Adım 1: Her senaryo için maliyet programlama.....	78
Tablo 4.14 Çıktı örneği	79
Tablo 4.15. 100 iterasyon için simülasyon analiz sonuçları.....	80
Tablo 4.16. Son 5 tekrar.	81
Tablo 4.17. Çıkış örneği.	83



ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 3.1. Önerilen stokastik envanter kontrol modeli	9
Şekil 3.2. Fiyat modeli.	12
Şekil 3.3. Gelir modeli.	13
Şekil 3.4. Kontrol modeli.	14
Şekil 3.5. Arz talep modeli.	15
Şekil 3.6. Arz talep modelinin dinamik davranış yapısı.	16
Şekil 3.7. Stok modeli.	17
Şekil 3.8. Stok modelinin dinamik davranış yapısı.	18
Şekil 3.9. Maliyet modeli.	19
Şekil 3.10. İki aşamalı stokastik fiyat modeli.	22
Şekil 3.11. İki aşamalı stokastik gelir modeli.	24
Şekil 3.12. İki aşamalı stokastik arz ve talep modeli.	27
Şekil 3.13. İki aşamalı stokastik stok modeli.	32
Şekil 3.14. İki aşamalı stokastik maliyet modeli.	36
Şekil 4.1. Python çıktıları.	49
Şekil 4.2. Beklenen kar.	52
Şekil 4.3. Talep senaryosu çıktısı.	62
Şekil 4.4. Toplam maliyet.	72



ENVANTER TAHSİSİNDE ARZ VE TALEBİN DENGELENMESİNDEKİ FARKLI STRATEJİLERE YÖNELİK STOKASTİK MODEL YAKLAŞIMI

ÖZET

Rekabetçi pazarlarda fiyatlandırma stratejileri, kârlılık, pazar payı ve müşteri memnuniyeti üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Bu tez, belirsizlik altında fiyat optimizasyonunu ele almak için iki aşamalı stokastik bir model kullanarak matematiksel programlama çerçevesi geliştirmektedir. Model, talep dalgalanmalarını, maliyet değişimlerini ve dış pazar koşullarını içerecek şekilde tasarlanmış olup, dinamik fiyatlandırma senaryolarında sağlam bir karar verme aracı sunmaktadır. Teorik ve pratik unsurları birleştirerek, bu araştırma karmaşık ve belirsiz piyasa ortamlarında karar verme verimliliğini artırmayı hedeflemektedir.

Bu araştırmanın temel amacı, stokastik talep modellemesi, esnek karar verme ve iki aşamalı yapı unsurlarını entegre eden bir matematiksel çerçeve oluşturarak doğrulamaktır. Stokastik talep modellemesi, talep dalgalanmalarını olasılıksal yöntemlerle yakalamayı amaçlarken, esnek karar verme süreci, belirsizlik altında uyarlanabilir stratejiler geliştirilmesine odaklanmaktadır. İki aşamalı yapı ise stratejik (uzun vadeli) kararların, taktiksel (kısa vadeli) ayarlamalardan ayrılmasını sağlayarak daha etkin bir fiyatlandırma süreci sunmaktadır. Bu araştırma, teorik fiyatlandırma modelleri ile pratik uygulamalar arasındaki boşluğu doldurarak, firmalara belirsiz piyasa dinamiklerinden kaynaklanan riskleri azaltırken kârlılığı artıran uygulanabilir stratejiler sunmaktadır.

Yöntem olarak, gelişmiş stokastik programlama prensiplerinden yararlanılmış ve önerilen iki aşamalı stokastik model belirli adımlarla yapılandırılmıştır. Birinci aşamada, beklenen piyasa koşullarına dayalı olarak başlangıç fiyatlandırma stratejileri belirlenmiş, senaryo oluşturmak için geçmiş veriler ve uzman görüşleri dikkate alınmıştır. İkinci aşamada ise, talep değişimleri veya maliyet dalgalanmaları gibi belirsiz faktörler ortaya çıktıktan sonra fiyat kararları yeniden ayarlanmış, değişkenlik ve belirsizlikle başa çıkmak için senaryoya dayalı analizler kullanılmıştır. Modelin amaç fonksiyonu, risk ve operasyonel kısıtlamaları dengelerken beklenen geliri maksimize etmeye yöneliktir. Kısıtlamalar ise üretim sınırları, bütçe gereksinimleri ve müşteri tercihlerini dikkate alarak belirlenmiştir. Ayrıca, Monte Carlo simülasyonları ve geçmiş veri trendleri gibi olasılıksal modelleme teknikleri kullanılarak senaryo oluşturma süreci desteklenmiştir.

Model, perakende sektöründen elde edilen gerçek verilerle doğrulanmış ve önemli bulgular ortaya koymuştur. Modelin uygulanması, statik fiyatlandırma stratejilerine kıyasla ortalama %12'lik bir gelir artışı sağlamış, özellikle düşük talep senaryolarında aşağı yönlü riskleri %20 oranında azaltarak risk yönetimine katkı sunmuştur. Ayrıca, senaryo analizi ve duyarlılık testleri sayesinde belirsizlik altında karar verme süreçleri daha etkin bir hâle gelmiştir. Bulgular, stokastik unsurların fiyatlandırma çerçevelerine dahil edilmesinin avantajlarını vurgulamakta olup, özellikle geleneksel yöntemlerin

hızlı piyasa değışikliklerini hesaba katmada yetersiz kaldığı dalgalı sektörlerde bu yaklaşımın daha etkin olduğunu göstermektedir.

Bu tez, operasyonel araştırma ve fiyatlandırma stratejileri alanına önemli katkılar sağlamaktadır. Fiyat optimizasyonu için özel olarak tasarlanmış ölçeklenebilir bir iki aşamalı stokastik model sunarak, akademik araştırmalar ile gerçek dünya uygulamaları arasındaki boşluğu doldurmaktadır. Aynı zamanda, firmalara kârlılığı artırırken riski yönetme konusunda stratejik içgörüler sunmakta ve çeşitli piyasa koşullarına uyulanabilir esnek bir karar verme çerçevesi geliştirmektedir.

Stokastik modellemenin fiyatlandırma kararlarına entegrasyonu birçok fayda sağlamaktadır. Firmalar, bu modeli doğrudan gerçek dünyadaki fiyatlandırma senaryolarına uygulayarak hem kısa hem de uzun vadeli sonuçlarını iyileştirebilir. Model, işletmelerin piyasa değışimlerine dinamik olarak yanıt vermelerini sağlayarak rekabet avantajı elde etmelerine yardımcı olur. Bunun yanı sıra, araştırma bulguları, piyasa istikrarını ve tüketici memnuniyetini teşvik eden çerçeveler geliştirmede politika yapıcılara rehberlik edebilir.

Sonuç olarak, stokastik modelleme ile fiyatlandırma kararlarının entegrasyonu, belirsizlikle başa çıkmada güçlü bir araç sunmaktadır. Esnek ve uyulanabilir stratejiler geliştirmeyi mümkün kılan model, dinamik piyasalardaki zorlukları etkili bir şekilde ele almaktadır. Bu araştırma, ileri düzey matematiksel programlama tekniklerinin iş dünyası karar verme süreçlerine dahil edilmesinin önemini vurgulamaktadır.

Gelecekteki çalışmalar, bu çerçeveyi daha da geliştirmek amacıyla ek pazar faktörlerini, özellikle rakip hareketleri veya düzenleyici değışiklikleri, modelin içine dahil edebilir. Bunun yanı sıra, modelin uygulanabilirliği teknoloji ve üretim gibi diğer sektörlerde genişletilebilir. Ayrıca, senaryo oluşturma ve gerçek zamanlı karar verme süreçlerine makine öğrenimi tekniklerinin entegrasyonu üzerine çalışmalar yapılabilir. Bu tez, belirsiz bir ortamda fiyatlandırma stratejilerini optimize etmeye çalışan firmalara önemli içgörüler sunmakta ve fiyat optimizasyonu alanında daha fazla araştırma ve pratik gelişmeler için bir temel oluşturmaktadır.

STOCHASTIC MODEL APPROACH TO DIFFERENT STRATEGIES FOR BALANCING SUPPLY AND DEMAND IN INVENTORY ALLOCATION

SUMMARY

Pricing strategies in competitive markets significantly influence profitability, market share, and customer satisfaction. This thesis develops a mathematical programming framework using a two-stage stochastic model to address pricing optimization under uncertainty. Designed to account for demand fluctuations, cost variations, and external market conditions, the model provides a robust decision-making tool for dynamic pricing scenarios. By integrating theoretical and practical elements, this research aims to enhance decision-making efficiency in complex and uncertain market environments.

The primary objective of this study is to validate a mathematical framework that integrates stochastic demand modeling, flexible decision-making, and a two-stage structure. Stochastic demand modeling captures demand fluctuations using probabilistic methods, while flexible decision-making emphasizes adaptive strategies under uncertainty. The two-stage structure enables the separation of strategic (long-term) and tactical (short-term) decisions, offering a more effective pricing process. By bridging the gap between theoretical pricing models and practical applications, this research presents actionable strategies for firms to mitigate risks arising from market uncertainties while enhancing profitability.

The methodological approach relies on advanced stochastic programming principles, systematically structuring the proposed two-stage stochastic model. In the first stage, initial pricing strategies are determined based on expected market conditions, incorporating historical data and expert opinions for scenario generation. In the second stage, price decisions are adjusted as uncertain factors, such as demand changes or cost fluctuations, materialize. Scenario-based analysis is applied to manage variability and uncertainty. The model's objective function aims to maximize expected revenue while balancing risks and operational constraints. Constraints are formulated to reflect production limits, budget requirements, and customer preferences. Furthermore, probabilistic modeling techniques, including Monte Carlo simulations and historical trend analysis, support the scenario generation process.

A comprehensive evaluation of the proposed model was performed using both deterministic and stochastic scenarios to measure its effectiveness. Scenario optimization enabled the identification of pricing strategies that yield the highest expected profits while mitigating the downside risks. Comparative analysis with traditional pricing methods demonstrated the superior performance of the stochastic model in adapting to dynamic market conditions. Sensitivity analyses were conducted to examine the impact of key variables, such as price elasticity of demand and cost fluctuations, on model outcomes.

The study's findings indicate that implementing the two-stage stochastic model can lead to substantial revenue improvements. Empirical validation using real-world data from the retail sector showed an average revenue increase of 12% compared to static pricing strategies. Furthermore, the model effectively reduced downside risks by 20% in low-demand scenarios and improved operational efficiency by providing more accurate price adjustments based on market responses. These results highlight the advantages of incorporating stochastic elements into pricing frameworks, particularly in volatile sectors where traditional approaches fail to capture rapid market changes.

In addition to the quantitative benefits, the model offers qualitative advantages for decision-makers. It provides a transparent and adaptable decision-making framework, facilitating the alignment of pricing strategies with broader business goals. Companies can enhance their competitive advantage by using the model to navigate uncertain market environments, respond proactively to demand shifts, and optimize resource allocation. Additionally, the scenario-based approach encourages continuous learning and improvement by refining pricing strategies based on market feedback.

This thesis makes notable contributions to the fields of operations research and pricing strategies. By introducing a scalable two-stage stochastic model specifically designed for pricing optimization, it bridges the gap between academic research and real-world applications. It offers firms actionable insights for managing risks while maximizing profitability under various market conditions. Additionally, it establishes a flexible decision-making framework adaptable to different industry settings. This model can be tailored to diverse market environments by adjusting the input parameters to reflect sector-specific demand patterns, cost structures, and competitive landscapes.

Integrating stochastic modeling into pricing decisions presents several benefits. Firms can directly apply this model to real-world pricing scenarios, enhancing both short-term and long-term outcomes. The model facilitates dynamic responses to market changes, supporting firms in maintaining a competitive advantage. Furthermore, the findings can guide policymakers in developing frameworks that promote market stability and consumer satisfaction. Through scenario analysis, decision-makers can explore a range of possible outcomes, allowing for proactive responses to emerging market trends.

Moreover, the flexibility of the two-stage stochastic model offers practical advantages in resource allocation, inventory management, and supply chain coordination. By incorporating uncertainty into the decision-making process, firms can optimize their resource utilization and reduce unnecessary operational expenses. Additionally, the model's ability to simulate various market conditions provides valuable insights into pricing resilience under adverse scenarios.

In addition to its primary contributions, this research highlights the significance of sensitivity analysis in understanding the relationship between model parameters and pricing outcomes. Decision-makers are empowered to test different assumptions and explore worst-case scenarios, leading to more informed pricing strategies. Furthermore, the adaptability of the model enables firms to adjust their pricing decisions in real-time as new market data becomes available, increasing responsiveness and agility.

Collaboration with stakeholders, including supply chain partners and financial analysts, can enhance the effectiveness of the pricing model. Sharing market insights and aligning pricing strategies across the value chain can lead to synchronized decisions and better financial performance. Additionally, the incorporation of external

data sources, such as macroeconomic indicators and competitor pricing data, can further improve the accuracy and reliability of model predictions.

Furthermore, the ethical implications of pricing optimization are considered. By ensuring transparency and fairness in pricing decisions, companies can build stronger customer trust and brand loyalty. Ethical considerations also involve avoiding price discrimination practices that may harm certain consumer groups. Regulatory compliance remains essential to prevent unethical pricing behaviors, making the implementation of transparent pricing algorithms crucial. This study underscores the importance of integrating ethical considerations into algorithmic decision-making, encouraging companies to adopt socially responsible pricing strategies.

Future studies may further develop this framework by incorporating additional market factors, such as competitor actions or regulatory changes. The applicability of the model can also be extended to other sectors, including technology and manufacturing. Additionally, further research could explore the integration of machine learning techniques into scenario generation and real-time decision-making. Enhanced predictive analytics may provide even greater accuracy in demand forecasting, leading to more effective pricing adjustments. Moreover, an exploration of model generalizability across international markets could yield valuable insights into cross-border pricing strategies. This expanded understanding could offer firms enhanced adaptability and resilience in managing global market dynamics.

This thesis provides valuable insights for firms seeking to optimize pricing strategies in uncertain environments and serves as a foundation for continued advancements in pricing optimization research and practice.



1. GİRİŞ

Günümüzün hızla değişen ve rekabetçi iş ortamında, hızlı hareket eden tüketim malları (FMCG) sektörü, sürekli olarak değişen tüketici taleplerini karşılamak ve envanterlerini verimli bir şekilde yönetmek konusunda önemli zorluklarla karşı karşıya kalmaktadır. FMCG sektörü, kısa raf ömrü, yüksek ciro ve geniş ürün çeşitliliği ile tanınan, yiyecek ve içecekler, kişisel bakım ürünleri, ev ihtiyaçları gibi çok çeşitli ürünleri kapsar. Bu ürünlerin tüketici talepleri hızla değiştiği ve pazar dinamikleri sürekli evrim geçirdiği için, etkili envanter yönetimi, bu sektör için kritik öneme sahiptir. Bu bağlamda, envanter tahsisi, FMCG işletmelerinin başarılı olabilmesi için gereken temel stratejik süreçlerden birini oluşturur. Tüketici talepleri, mevsimsel dalgalanmalar, ekonomik faktörler ve pazarın diğer belirsizlikleri, doğru envanter seviyelerinin belirlenmesini zorlaştırır. Bu nedenle, envanterin doğru bir şekilde tahsis edilmesi, şirketlerin operasyonel verimliliklerini artırmalarını, maliyetleri optimize etmelerini ve müşteri memnuniyetini sağlamalarını mümkün kılar.

Envanter tahsisi, özellikle FMCG sektöründe, bir dengeyi sağlama sürecidir. Yeterli stok seviyelerini koruyarak, şirketler müşteri taleplerini karşılayabilmeli ve aynı zamanda aşırı stoklardan kaçınarak israfı ve yüksek taşıma maliyetlerini engelleyebilmelidir. Yetersiz stok seviyeleri, ürün tükenmelerine yol açarak kayıplara, satış fırsatlarının kaçırılmasına ve müşteri memnuniyetsizliğine neden olabilir. Buna karşılık, aşırı envanter, işletmeleri fazladan taşıma ve depolama maliyetlerine, eskime riski ve düşük nakit akışına sokar, bu da şirketin karlılığını olumsuz etkiler. Bu noktada, optimum envanter tahsisi sağlamak, FMCG sektöründeki işletmelerin sürdürülebilir başarılarını güvence altına alabilmelerinin anahtarıdır. Etkili envanter yönetimi yalnızca operasyonel verimliliği artırmakla kalmaz, aynı zamanda şirketlerin maliyetlerini azaltmalarına, tedarik zincirlerini optimize etmelerine ve rekabet avantajı kazanmalarına olanak tanır.

FMCG işletmeleri, envanter tahsisinde çeşitli yöntem ve teknikleri kullanmaktadır. Bu yöntemler, ürünlerin doğru zaman ve yerde tüketicilere ulaşmasını sağlarken,

işletmelerin aynı zamanda maliyetleri kontrol etmelerine ve israfı önlemelerine yardımcı olur. Bu süreç, özellikle talep tahminleri ve stok yönetimi yaklaşımları ile yönlendirilir. Talep tahmini, müşteri ihtiyaçlarının doğru bir şekilde tahmin edilmesi için kritik bir faktördür. Ancak talep, birçok faktöre bağılı olarak değışkenlik gösterdiğinden, doğru tahminler yapmak oldukça zordur. Bu sebeple, FMCG şirketleri genellikle stok seviyelerini optimize etmek için gelişmiş stok yönetimi teknikleri kullanmaktadır. Bu teknikler arasında emniyet stok yönetimi, ekonomik sipariş miktarı (EOQ) hesaplamaları, tam zamanında (JIT) stok yönetimi, mevsimsel stok yönetimi gibi yöntemler yer alır. Bu stratejiler, FMCG şirketlerinin tedarik zincirlerini optimize etmelerini, operasyonel verimliliklerini artırmalarını ve müşteri memnuniyetini sağlamalarını destekler.

Ancak, geleneksel deterministik envanter modelleri, talep ve teslim sürelerindeki belirsizlikleri ve dalgalanmaları dikkate almakta yetersiz kalmaktadır. Bu modeller, genellikle sabit talep ve teslim süreleri varsayımı üzerine kuruludur, ancak FMCG sektöründe talep ve teslim sürelerindeki belirsizlikler, doğru envanter tahsisi kararlarının alınmasında zorluklar yaratabilir. Bu noktada, stokastik modelleme, FMCG sektöründeki envanter yönetimini iyileştirmek için güçlü bir yaklaşım olarak ön plana çıkmaktadır. Deterministik modellerin aksine, stokastik modeller, talep ve teslim sürelerinin belirsizliğini ve değışkenliğini olasılıksal bir biçimde ele alır. Bu tür bir modelleme, işletmelere daha gerçekçi ve doğru tahminler yapma imkânı tanır, böylece şirketler talep dalgalanmalarını ve teslim süresi belirsizliklerini daha etkin bir şekilde yönetebilir. Bu yaklaşım, FMCG şirketlerinin optimum envanter seviyelerini belirlemelerine, emniyet stoklarını hesaplamalarına ve yeniden sipariş noktalarını optimize etmelerine yardımcı olur.

Bu çalışma, FMCG sektöründe optimum envanter tahsisini elde etmek için stokastik modelleme yaklaşımının kullanımını araştırmayı amaçlamaktadır. Stokastik modeller, talep dalgalanmaları ve teslim süresi belirsizlikleri göz önünde bulundurularak, FMCG işletmelerine daha sağlam, veri odaklı ve bilgiye dayalı kararlar almayı sağlar. Bu çalışma kapsamında, tarihsel talep ve teslim süresi verilerinden faydalanarak, şirketlerin daha doğru emniyet stok seviyeleri ve yeniden sipariş noktaları belirlemeleri sağlanacaktır. Bu, FMCG şirketlerinin gerçek dünya koşullarına uygun envanter yönetimi kararları almalarına ve pazarın dinamik koşullarına uyum sağlamalarına olanak tanır.

Çalışma, beş ana bölümden oluşmaktadır. İkinci bölümde, FMCG sektöründe stokastik ortamda envanter yönetimine dair literatür taraması sunulacak, bu alandaki mevcut yaklaşımlar ve modeller tartışılacaktır. Üçüncü bölümde, bu çalışmada geliştirilen matematiksel model ve kullanılan metodoloji ayrıntılı bir şekilde açıklanacaktır. Dördüncü bölümde, vaka çalışması üzerinden modelin uygulamaları ve elde edilen analiz sonuçları değerlendirilecektir. Son bölümde ise, çalışmanın bulguları ışığında elde edilen sonuçlar ve gelecekteki uygulamalar hakkında değerlendirmeler yapılacaktır. Bu çalışma, FMCG sektöründeki işletmelere, envanter yönetimi stratejilerini geliştirmeleri ve tedarik zincirlerini optimize etmeleri için değerli bilgiler sunmayı amaçlamaktadır. Optimum envanter tahsisini sağlamak, yalnızca bir operasyonel zorunluluk değil, aynı zamanda FMCG işletmelerinin sürdürülebilir başarıya ulaşmak için kullanabilecekleri bir stratejik avantajdır.



2. LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Genel olarak, stokastik modeller kullanılarak hızlı hareket eden tüketim malları için optimum envanter tahsisi üzerine literatür, talep ve teslim süresindeki belirsizlik ve değişkenliğin dikkate alınmasının önemini vurgulamaktadır. Stokastik modelleme, FMCG şirketlerinin daha bilgili ve veri odaklı envanter tahsis kararları almasını sağlayarak, dinamik FMCG pazarında tedarik zinciri verimliliğinin, müşteri memnuniyetinin ve rekabet gücünün artmasına yol açmaktadır. Aşağıdaki literatür araştırması, FMCG envanter yönetiminde stokastik modellerin kullanımıyla ilgili temel araştırma çalışmalarına genel bir bakış sunmaktadır:

Kumar ve Mishra, hızlı hareket eden tüketim malları (FMCG) sektöründe envanter modellerinin uygulanmasına ilişkin kapsamlı bir genel bakış sunmaktadır [1]. Çalışma, modellerde kullanılan çeşitli olasılıklı talep ve teslim süresi dağılımlarını ele almakta ve optimum envanter tahsisini elde etmek için farklı optimizasyon tekniklerini araştırmaktadır. Valbuena (2022) talep tahminine odaklanmış ve FMCG ürünlerinde stokastik talep tahmini için makine öğrenimine dayalı bir yaklaşım önermiştir, bu araştırma çalışması [2]. Hussein ve diğerleri. Tedarik zinciri, yönetim ve endüstriyel kümeler arasındaki ilişkileri incelemiş ve içsel korelasyon yapısına sahip iki hedefli bir kademeli tedarik modeli önermiştir [3]. Dong vd., temel envanter kontrol yapısını dikkate alarak firmaların ulaşım optimizasyonu için uygun stratejiler önermiştir [4]. Kchaou-Boujelben vd., iki aşamalı bir stokastik program kullanmış ve tedarik zinciri yönetiminde ϵ -kısıtlı stokastik modeli dikkate almıştır [5]. Asharizadeh vd., FMCG şirketlerinin COVID-19 salgını sırasında stokastik modeller kullanarak envanter tahsis stratejilerini nasıl uyarladıklarını araştırmıştır [6]. Araştırma, tedarik kesintilerinin ve talep dalgalanmalarının envanter performansı üzerindeki etkisini analiz etmektedir. Çalışma, tedarik zinciri kesintilerinde gezinmede stokastik modellerin dayanıklılığı ve tepkiselliği hakkında değerli bilgiler sunmaktadır. Pratap vd., kapasiteyi, zaman aralıklarını ve kapasite durumlarını dikkate alan bozulabilir gıda ürünleri için entegre bir üretim envanter modeli geliştirmiştir [7]. Ürün dağıtımının depolara ve ürün teslimatının müşterilere senkronizasyon yapısını dikkate almışlardır. Wang vd. belirsiz

müşteri talebini tahmin etmek için zaman pencereli iki aşamalı bir konum sorununu göz önünde bulundurarak sezgisel algoritmalar kullandı [8]. Govindan ve diğerleri, bozulabilir gıda tedarik zinciri yönetiminde zaman parametrelili konum yönlendirme sorununu inceledi [9]. Escalona ve diğerleri, farklı envanter politikaları ve çeşitli talep durumları ile ürün bulunabilirliğini içeren verimli bir dağıtım ağı modelleme sürecini inceledi [10]. Zhu ve diğerleri, çevrimiçi süpermarketlerdeki müşteri talebini inceledi ve minimum sipariş bölme yapısını elde eden bir modelde depolar ve marketler arasındaki sipariş yapısını hesaba katan bir model geliştirdi [11]. Zanjani ve diğerleri, gıda tedarik zincirlerindeki ürünler üzerindeki çevresel etkilerin olumsuz etkilerini inceledi ve iki amaçlı stokastik programlama yaklaşımı kullanarak üretimden dağıtıma üç aşamalı envanter planlamasını araştırdı [12]. Asghari ve diğerleri, kapalı devre tedarik zinciri yönetiminde fiyatlandırma ve reklam kararlarında müşteri davranışını inceledi [13]. Nasiri ve diğerleri, ekonomik parti boyutunu belirlemede tedarik ağını ve fiyatlandırma politikalarını hesaba katan envanter kontrol kararları için bir model tasarladı [14]. Önal ve diğerleri, ürün talep oranını verimli bir şekilde tahmin ederek tüm ürünlerin satış fiyatlarını ve envanter seviyelerini raf alanı ve depolama kapasitesiyle eş zamanlı olarak yönetmeyi amaçladılar [15]. Sahling ve Hahn, sınırlı raf ömrüne sahip ürünler için verimli envanter seviyelerinin belirlenmesini incelediler [16]. Duan ve Liao, bozulabilir ürünlerin tedarik zinciri yönetiminde belirsiz envanter yönetimi durumunu simülasyon yoluyla analiz ettiler [17].

Tablo 2.1’de literatür özeti sunulmuştur.

Tablo 2.1. Literatür araştırması özeti.

Yazar(lar)	Yıl	Uygulama Alanı (Sektör)	Çalışma Başlığı
Kumar, S. ve Mishra, A.	2019	FMCG Sektörü	A Comprehensive Overview of Inventory Models in FMCG Sector
Valbuena, S.	2022	FMCG Sektörü	Stochastic Demand Forecasting for FMCG Products Using Machine Learning Approaches
Husseini, S. ve Diğerleri	2021	Tedarik Zinciri	Multi-Objective Stochastic Supply Chain Model with Correlated Structure
Dong, J. ve Diğerleri	2020	Tedarik Zinciri	Optimal Transportation Strategies for FMCG Firms Considering Inventory Control
Kchaou-Boujelben, S. ve Diğerleri	2021	Tedarik Zinciri	Stochastic Programming in Supply Chain Management: ε -Constrained Model for FMCG

Tablo 2.1.(Devamı) Literatür araştırması özeti.

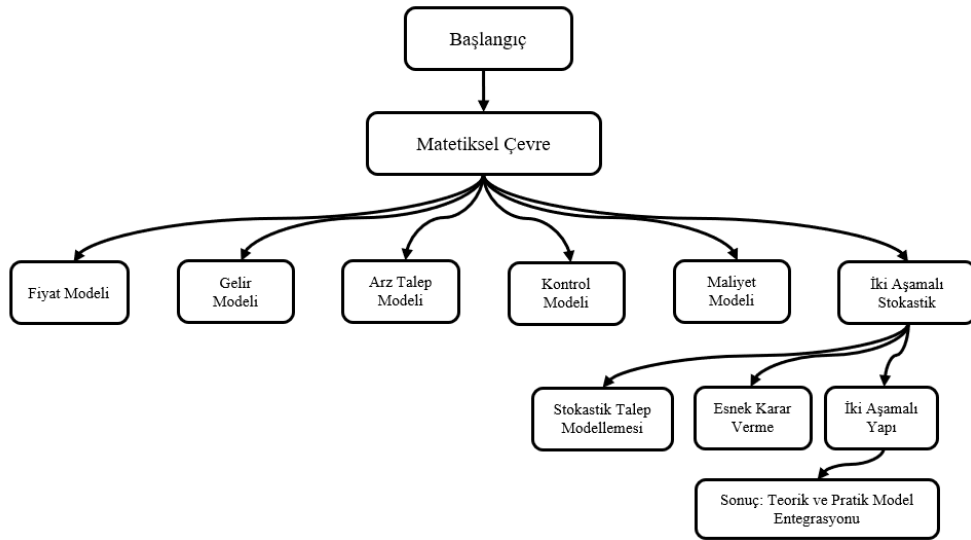
Yazar(lar)	Yıl	Uygulama Alanı (Sektör)	Çalışma Başlığı
Asharizadeh, A. ve Diğerleri	2022	FMCG Sektörü	Adapting Inventory Allocation Strategies During Supply Chain Disruptions in FMCG Firms
Pratap, S. ve Diğerleri	2021	FMCG Sektörü	Integrated Production-Inventory Model for Perishable Food Products in FMCG
Wang, L. ve Diğerleri	2021	FMCG Sektörü	Forecasting Uncertain Customer Demand with Time-Slot Based Heuristic Algorithms in FMCG
Govindan, K. ve Diğerleri	2019	FMCG Sektörü	Location-Routing Problems in Perishable Goods Supply Chains for FMCG
Escalona, J. ve Diğerleri	2020	FMCG Sektörü	Efficient Distribution Network Modeling Considering Different Inventory Policies for FMCG
Zhu, H. ve Diğerleri	2021	FMCG Sektörü	Inventory Allocation Between Warehouses and Supermarkets in Online Grocery Retail
Zanjani, M. ve Diğerleri	2021	Gıda Sektörü	Three-Stage Inventory Planning in Food Supply Chains with Environmental Impact Considerations
Asghari, S. ve Diğerleri	2020	Tedarik Zinciri	Pricing and Promotion Decisions in Closed-Loop Supply Chains Considering Customer Behavior in FMCG
Nasiri, H. ve Diğerleri	2022	FMCG Sektörü	Inventory Control Models Considering Supply Network and Pricing Policies for Economic Lot Size Determination
Önal, E. ve Diğerleri	2019	FMCG Sektörü	Efficient Inventory Management with Simultaneous Sales Price and Storage Capacity Management in FMCG
Sahling, T. ve Hahn, W.	2020	FMCG Sektörü	Inventory Level Optimization for Products with Limited Shelf Life in FMCG
Duan, L. ve Liao, Z.	2020	Gıda Sektörü	Uncertainty in Inventory Management for Perishable Products in FMCG: A Simulation Approach



3. METODOLOJİ

Hızlı tüketim malları (FMCG) için envanter tahsisinin optimizasyonu genellikle dalgalanan talep, teslim süreleri ve malların bozulabilirliği gibi belirsizlikler içerir. Stokastik modelleme yaklaşımı, maliyetleri en aza indirmeyi, hizmet seviyelerini en üst düzeye çıkarmayı ve israfı azaltmayı amaçlayarak bu belirsizlikleri karar verme sürecine dahil eder.

Şekil 3.1’de temel envanter modeli ile stokastik envanter modeli kapsamlı olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Önerilen stokastik envanter kontrol modeli.

Hızlı hareket eden tüketim mallarının (FMCG) optimum envanter tahsisi için stokastik bir model formüle etmek için, talep ve teslim süresi belirsizliklerini dahil etmek üzere olasılıkçı bir yaklaşım kullanabiliriz. Bu modelde, stokastik talep ve stokastik teslim süresine sahip tek ürünlü bir envanter sistemini ele alınmıştır.

Tablo 3.1’de verilen notasyonlar ve modelin temel varsayımları aşağıda listelenmiştir:

- 1) Talep bilinen bir olasılık dağılımını (örneğin, normal, Poisson) takip eder.
- 2) Teslim süresi bilinen bir olasılık dağılımını (örneğin, normal, üstel) takip eder.
- 3) Yenileme siparişi, teslim süresinin sonunda anında alınır.

- 4) Kıtlıklara izin verilmez (yani, geri siparişlere izin verilmez).
- 5) Teslim süresi talebi bağımsızdır ve aynı şekilde dağıtılır (i.i.d).
- 6) Yenileme siparişleri sabit aralıklarla (gözden geçirme süresi) verilir.

Tablo 3.1. Matematiksel model notasyon ve açıklamaları.

Q	Sipariş miktarı (sipariş edilecek birim sayısı)
D	Talep dağılımı, talebin olasılık dağılımını temsil eder
P	(Satış Fiyatı): Ürünün satış fiyatı.
C	Birim maliyet
Co	Stok tükenmesinin (kıtlığın) maliyeti
Cu	(Fazla Arz Maliyeti): Satılmayan her bir arz birimi için katlanılan maliyet.
S	Birim satış fiyatı (sipariş edilen miktara göre değişiklik gösterebilir)
H	Birim başına tutma (stok taşıma) maliyeti
T	Satış sezonu uzunluğu
SL	İstenilen hizmet düzeyi (genellikle yüzde olarak ifade edilir)
Io	(Başlangıç Stok Seviyesi): Satış sezonunun başlangıcındaki başlangıç envanteri veya stok seviyesi.
PD	Talep edilen ürün fiyatı
PS	Ürün satış fiyatı
D(q)	(Sipariş Miktarının Fonksiyonu Olarak Talep): Ürüne olan talep, sipariş miktarına bağlı olarak değişebilir.
R(q)	(Sipariş Miktarının Fonksiyonu Olarak Gelir): Ürünün satışından elde edilen gelir, sipariş miktarı q'nun bir fonksiyonu olabilir.
P(q)	(Sipariş Miktarının Fonksiyonu Olarak Satış Fiyatı): Ürünün satıldığı fiyat,
L(I)	(İlk Envanter): Satış sezonunun başlangıcındaki ilk envanter seviyesi
A	Hizmet düzeyi (örneğin %95, %99)
Z _a :	İstenilen hizmet düzeyi a'ya karşılık gelen Z puanı (standart normal dağılımdan)

Talep ve teslim süresi için olasılık dağılımlarının seçiminin, analiz edilen FMCG ürünlerinin geçmiş verilerine ve özelliklerine bağlı olacağını unutmamak önemlidir. Ek olarak, minimum sipariş miktarları, üretim kapasitesi ve tedarikçi kısıtlamaları gibi gerçek dünya hususlarının, modeli daha pratik ve belirli iş senaryolarına uygulanabilir hale getirmek için modele dahil edilmiştir.

Bu çalışmada, fiyat modeli, gelir model, arz talep modeli, kontrol modeli ve maliyet modeli kapsamlı olarak ele alınarak iki aşamalı stokastik program modeli tasarlanmıştır.

3.1. Fiyat Modeli

Belirsiz talebi göz önünde bulundurarak beklenen karı veya beklenen faydayı en üst düzeye çıkaran optimum sipariş miktarını belirlemek için matematiksel programlama problemi olarak ele alınmıştır. Ek olarak, model fiyatlandırma kararlarını da içerir. Fiyatlandırma hususlarıyla model aşağıda verilmiştir.

Amaç beklenen karı maksimize etmektir.

$$\text{Maksimizasyon } E[\pi] \quad (3.1)$$

Burada π beklenen karı temsil eder ve şu şekilde hesaplanır.

$$C \min(Q,D) - h \max(Q-D,0) - c_0 \max(D-Q,0) \quad (3.2)$$

Kısıtlar aşağıda gösterilmektedir.

Talep Kısıtı

$$E[D] \leq Q \leq T.E[D] \quad (3.3)$$

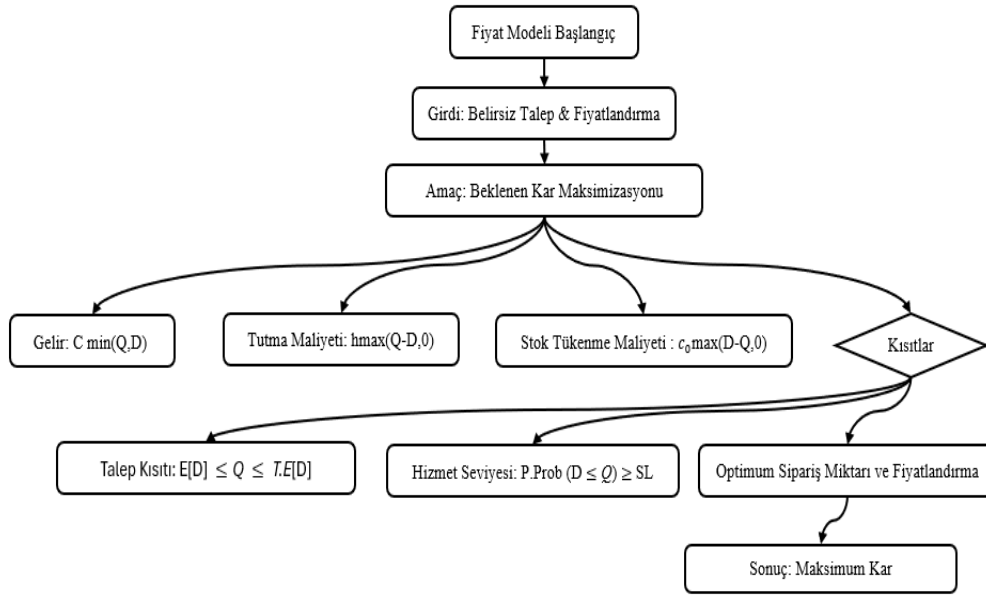
Q Sipariş miktarının satış sezonunda beklenen talep ile mümkün olan maksimum talep arasında olmasını sağlar.

Hizmet Seviyesi Kısıtı

$$P.\text{Prob}(D \leq Q) \geq SL \quad (3.4)$$

Uygulamada, Tek Dönemli (Gazete Satıcısı) Modelini fiyatlandırmayla çözmek genellikle ve değerleri arasında yineleme yaparak ve kısıtları dikkate alan hedef fonksiyonunu (beklenen kar veya beklenen fayda) maksimize eden modeli içerir.

Fiyat modeli Şekil 3.2’de gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Fiyat modeli.

3.2. Gelir Modeli

Hem belirsiz talebi hem de değişken geliri dikkate alır. Bu durumda, amaç elde tutma maliyetlerini, stok tükenme maliyetlerini ve satışlardan elde edilen geliri dengelemektir.

Amaç,

$$E[\pi] = \sum_{d=0}^{\infty} [(R(d) - c) \cdot \min(Q, d) - h \cdot \max(Q - d, 0)] \cdot D_D(d) \quad (3.5)$$

Bu amaç fonksiyonunda, gelirin sipariş miktarı q 'ya bağlı olarak değişebileceğini düşünüyoruz ve beklenen karı hesaplamak için talep dağılımını kullanıyoruz.

Beklenen Kar Maksimizasyonu: Amaç beklenen karı maksimize etmektir.

Değişken fiyatlandırmayı, maliyeti ve talebi hesaba katmak için sipariş miktarı

$$E[\pi] = \int_0^Q [P(q) - C(q)] \cdot D(q) dq - h \int_Q^{\infty} (q - Q) \cdot D(q) dq \quad (3.6)$$

üzerinden entegre ediyoruz.

İlk integral geliri temsil ederken, ikinci integral elde tutma maliyetlerini temsil eder.

Kısıtlar aşağıda gösterilmektedir.

Servis Seviyesi Kısıtı: İstenen hizmet seviyesinin karşılandığından emin olun:

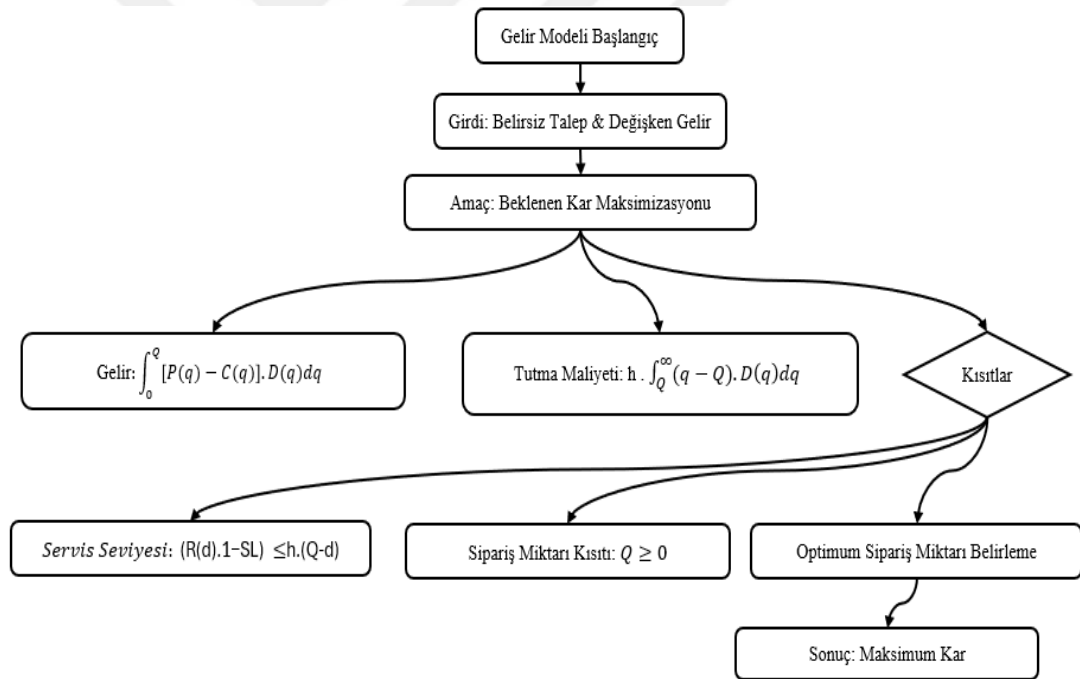
$$(R(d).1-SL) \leq h.(Q-d) \quad (3.7)$$

$$\int_0^Q D(q) dq \geq SL \quad (3.8)$$

Sipariş Miktarı Kısıtı: Sipariş miktarı (Q) negatif olmamalıdır: $Q \geq 0$

Hedef, hem değişken gelir hem de belirsiz talep göz önünde bulundurularak beklenen karı maksimize eden sipariş miktarını (Q) belirlemektir. Hizmet seviyesi kısıtı, her olası talep seviyesi için istenen hizmet seviyesinin karşılanmasını sağlar ve sipariş miktarı kısıtı, sipariş miktarının negatif olmamasını sağlar.

Gelir modeli şekil 3’de gösterilmiştir.

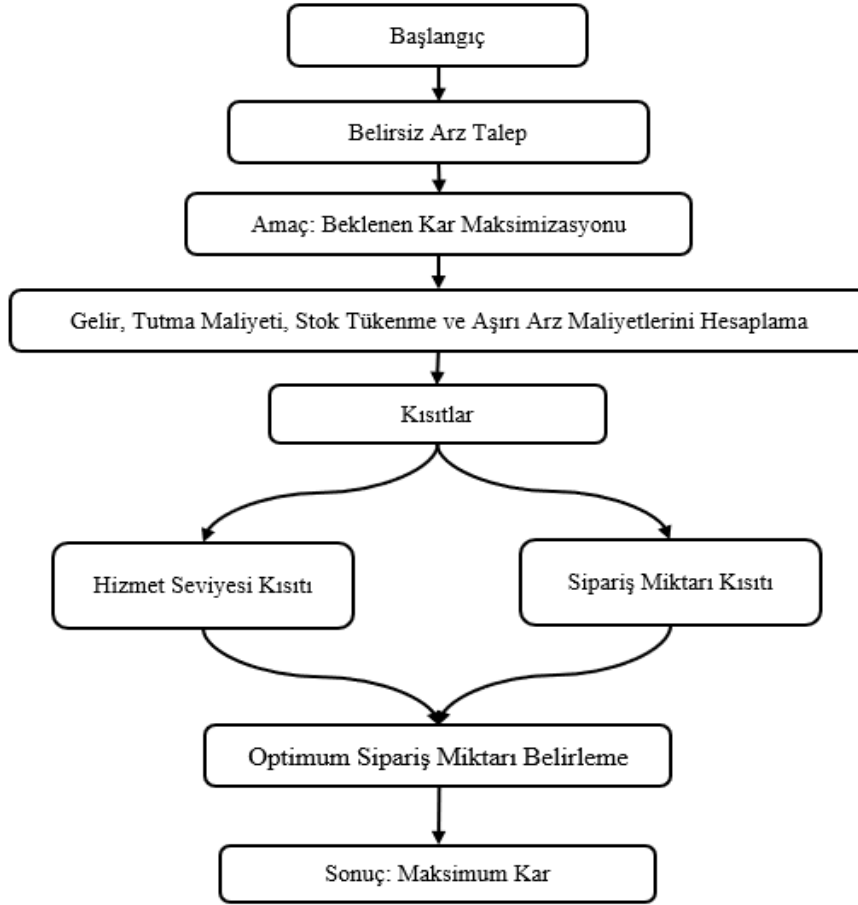


Şekil 3.3. Gelir modeli.

3.3. Kontrol Modeli

Bu model hem belirsiz arzı hem de belirsiz talebi dikkate alır ve bu belirsizlikleri hesaba katarak beklenen karı maksimize eden optimum sipariş miktarını bulmayı amaçlar.

Kontrol modeli Şekil 3.4’de gösterilmiştir



Şekil 3.4. Kontrol modeli.

Amaç fonksiyonu,

$$E[\pi] = \sum_s \sum_d [(p - c) \cdot \min(Q, D, s) - h \cdot \max(Q - d, s, 0) - c_0 \cdot \max(d - Q - s, 0) - c_s \cdot \max(d - Q, 0)] \cdot P_D(d) \cdot P_S(s) \quad (3.9)$$

Hem arzın hem de talebin rastgele değişkenler olduğunu düşünüyoruz ve arz ve talep değerlerinin tüm olası kombinasyonlarını topluyoruz. Terimler satışlardan elde edilen geliri, elde tutma maliyetlerini, stok tükenme maliyetlerini ve aşırı arz maliyetlerini temsil eder.

Hizmet seviyesi kısıtı, talep ve arzın birleşik olasılıklarına göre istenen hizmet seviyesinin karşılanmasını sağlar.

Hizmet Seviyesi Kısıtı: İstenen hizmet seviyesinin karşılanmasını sağlar

$$\sum_d \sum_s \min(Q, D, s) \cdot P_D(d) \cdot P_S(s) \geq SL \quad (3.10)$$

Sipariş Miktarı Kısıtı: Sipariş miktarı (Q) negatif olmamalıdır $Q \geq 0$

3.4. Arz ve Talep Modeli

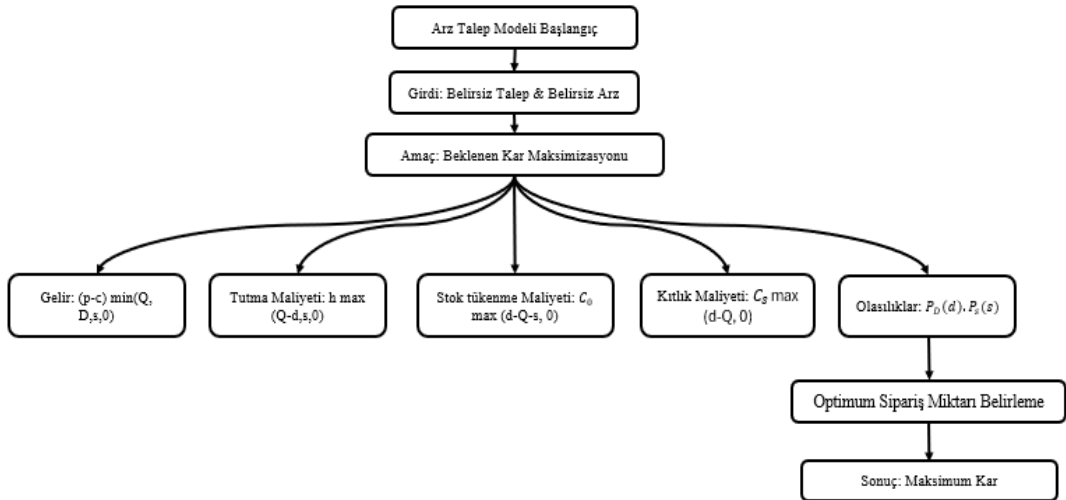
Hem arz hem de talep belirsizliklerini göz önünde bulundurarak beklenen kârı en üst düzeye çıkaran optimum sipariş miktarını bulur. Bu model, hem arz hem de talepteki belirsizlik koşulları altında envanter kararları almaya yardımcı olur.

Amaç,

$$E[\pi] = \sum_s \sum_d [(p - c) \cdot \min(Q, D, s) - h \cdot \max(Q - d, s, 0) - C_0 \cdot \max(d - Q - s, 0) - c_s \cdot \max(d - Q, 0)] \cdot P_D(d) \cdot P_S(s) \quad (3.11)$$

Beklenen kârı hesaplamak için talebin ($P_D(d)$) ve arzın ($P_S(s)$) birleşik olasılıklarını dikkate alırız. Amaç, geliri, elde tutma maliyetlerini, stok tükenme maliyetlerini ve kıtlık maliyetlerini dengeler.

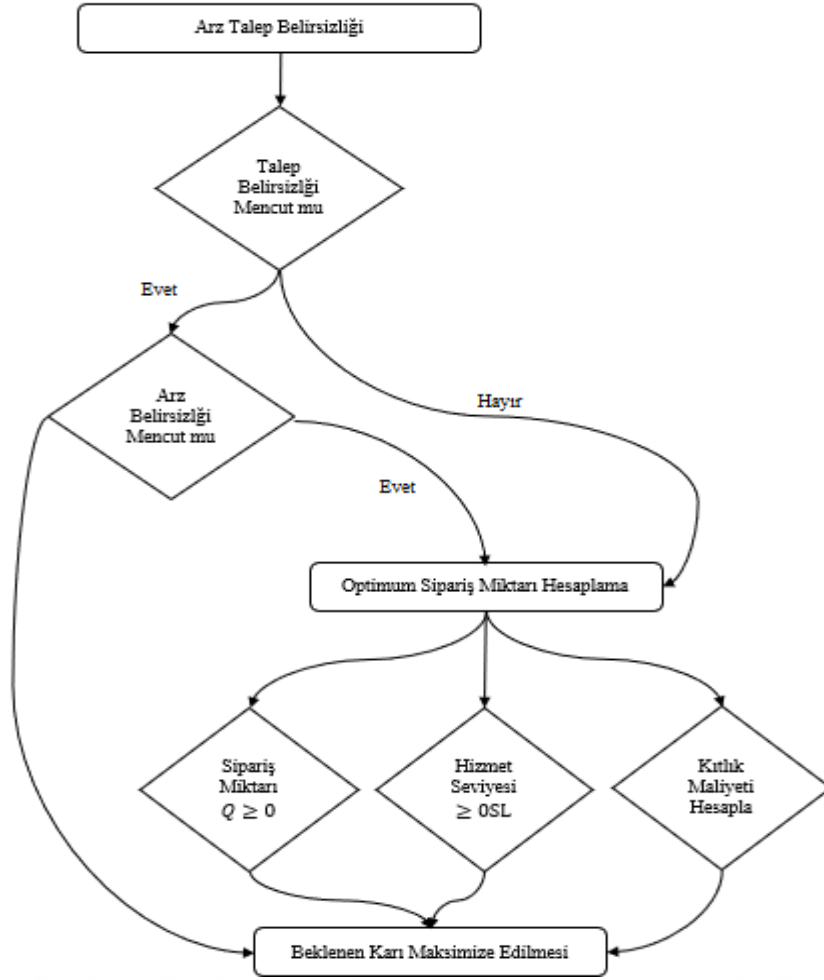
Arz talep modeli Şekil 3.5’de gösterilmiştir.



Şekil 3.5. Arz talep modeli.

Arz talep belirsizliği analizinde optimum satış miktarının hesaplaması oldukça önemlidir. Burada sipariş miktarı, hizmet seviyesi ve kritik maliyet hesaplaması önemli bir faktör olarak gözlemlenir.

Sistemin dinamik yapısı Şekil 3.6’da gösterilmiştir.



Şekil 3.6. Arz talep modelinin dinamik davranış yapısı.

3.5. Stok Modeli

Talep belirsizliğini ve stok tükenme maliyetlerini hesaba katarak beklenen kârı en üst düzeye çıkaran optimum sipariş miktarını belirler.

Amaç,

$$E[\pi] = \sum_d [(p - c) \cdot \min(Q, d + 1) - h \cdot \max(Q - d, -l, 0) - C_0 \cdot \max(d + l - Q - 0)] \cdot P_D(d) \quad (3.12)$$

Beklenen kârı hesaplamak için talep dağılımı. Amaç, geliri, tutma maliyetlerini ve stok tükenme maliyetlerini dengeler.

$$E[\pi] = \sum_d [(p - c) \cdot \min(Q + l_0, d) - h \cdot \max(Q + l_0 - d, 0) - C_0 \cdot \max(d - Q - l_0, 0)] \cdot P_D(d) \quad (3.13)$$

Amaç, beklenen kârı maksimize etmektir.

Kısıtlar aşağıda gösterilmektedir.

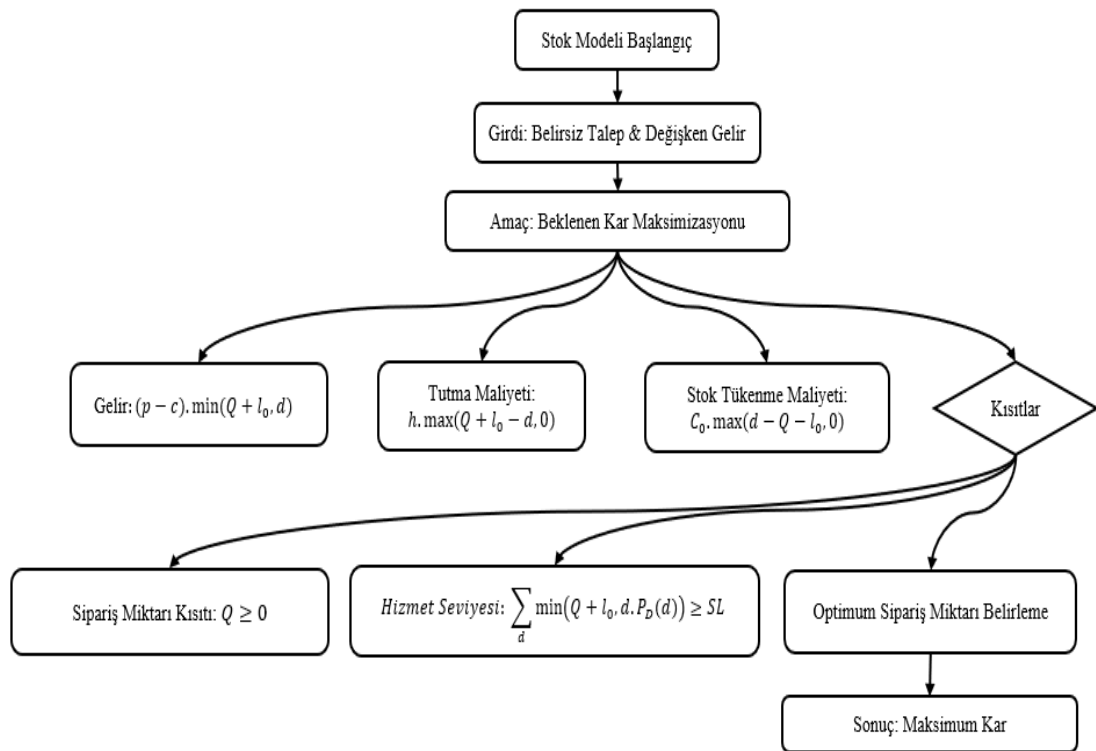
Sipariş Miktarı Kısıtı: Sipariş miktarı (Q) negatif olmamalıdır.

Bu formülasyonda amaç, talep belirsizliği ve envanter tutma maliyetlerini göz önünde bulundurarak beklenen kârı maksimize eden sipariş miktarını (Q) belirlemektir. Kısıt, sipariş miktarının negatif olmamasını sağlar.

Hizmet Seviyesi Kısıtı: İstenen hizmet seviyesinin karşılandığından emin olun.

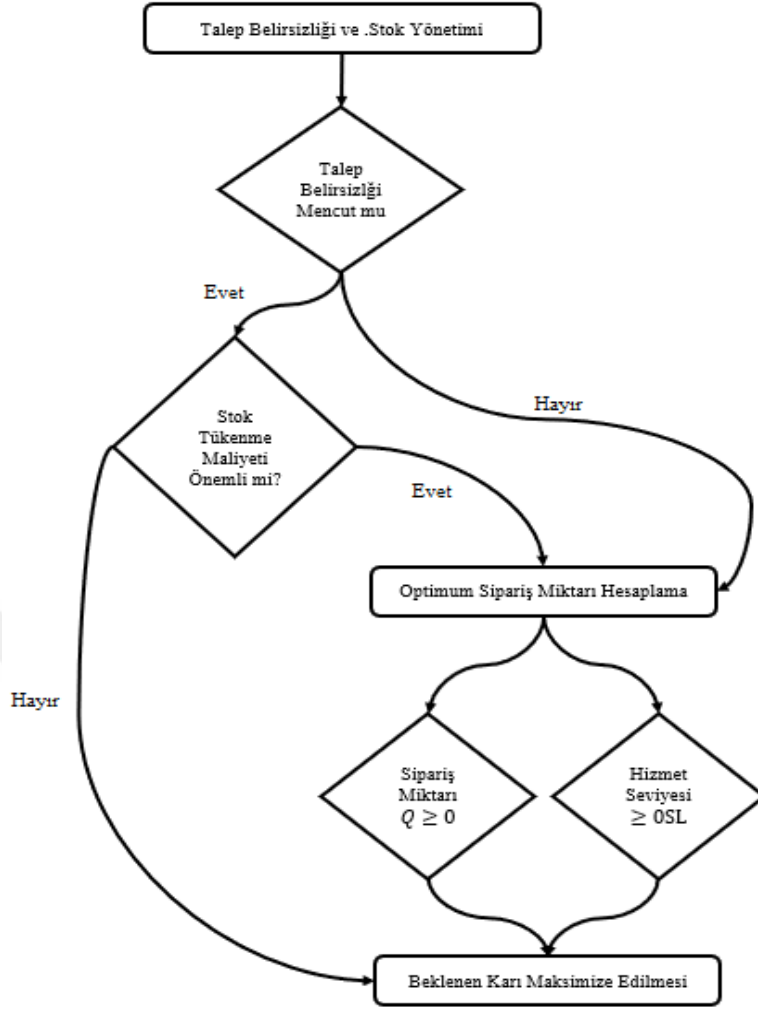
$$\sum_d \min(Q + l_0, d, P_D(d)) \geq SL \quad (3.14)$$

Stok modeli Şekil 3.7’de gösterilmiştir.



Şekil 3.7. Stok modeli.

Stok modelinin dinamik yapısı Şekil 3.8’de gösterilmektedir. Bu yapı içerisinde sipariş miktarı ve hizmet seviyesinin birlikte değerlendirilmesi ile beklenen karın maksimize edilmesi hedeflenmektedir.



Şekil 3.8. Stok modelinin dinamik davranış yapısı.

3.6. Maliyet Modeli

Bu model, belirsiz talep ve maliyet parametrelerini hesaba katarak beklenen kârı maksimize eden optimum sipariş miktarını belirlemeye yardımcı olur.

Amaç Fonksiyonu: Amaç, beklenen kârı maksimize etmektir:

$$E[\pi] = \sum_d \sum_c [(p - c) \cdot \min(Q, d) - h \cdot \max(Q - d, 0) - C_0 \cdot \max(d - Q, 0)] \cdot P_D(d) \cdot P_C(c) \quad (3.15)$$

Bu amaç fonksiyonunda, beklenen kârı hesaplamak için hem talebin olasılık dağılımını hem de birim başına maliyetin olasılık dağılımını dikkate alırız. Amaç, belirsiz talebi ve maliyet parametrelerini göz önünde bulundurarak geliri, elde tutma maliyetlerini ve stok tükenme maliyetlerini dengelemeyi amaçlar.

Kısıtlar aşağıda gösterilmektedir.

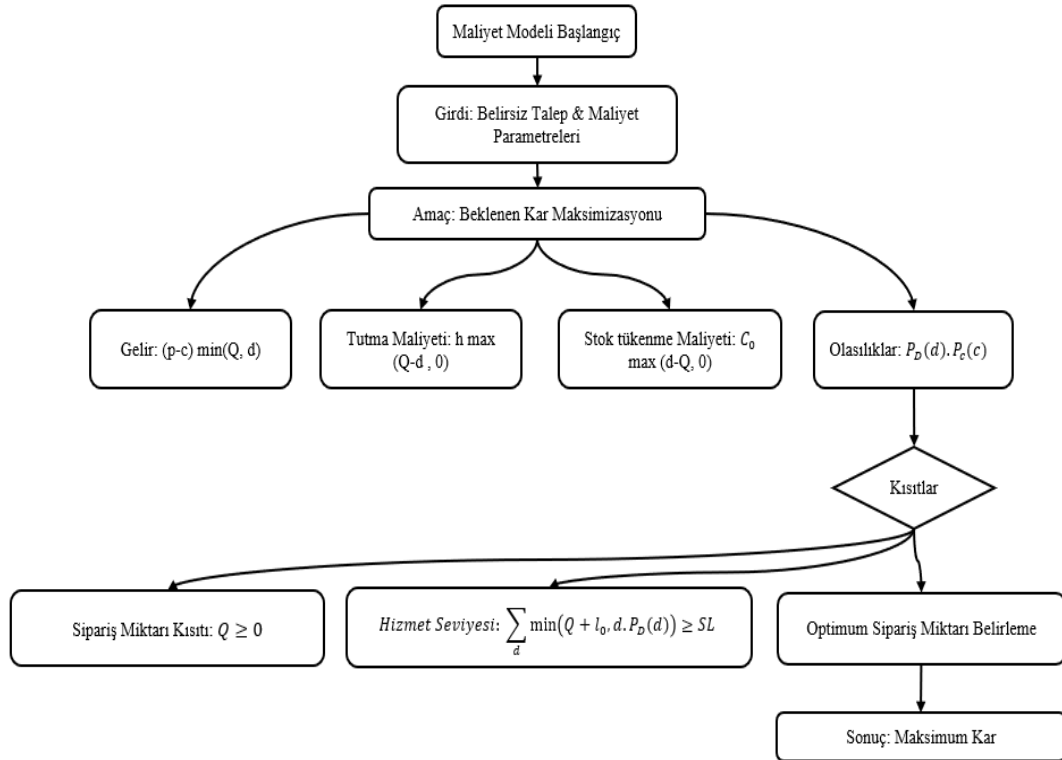
Hizmet Seviyesi Kısıtı: İstenilen hizmet seviyesinin karşılandığından emin olun:

$$\sum_d \min(Q, d) \cdot P_D(d) \geq SL \quad (3.16)$$

Sipariş Miktarı Kısıtı: Sipariş miktarı (Q) negatif olmamalıdır:

Bu formülasyonda amaç, hem talep belirsizliğini hem de maliyet belirsizliğini göz önünde bulundurarak beklenen kar maksimize eden sipariş miktarı (Q). Hizmet seviyesi kısıtı, istenen hizmet seviyesinin talebin olasılık dağılımına göre karşılanmasını sağlar.

Maliyet modeli Şekil 3.9’da gösterilmiştir.



Şekil 3.9. Maliyet modeli.

Hızlı hareket eden tüketim malları (FMCG) için talep belirsizliği karşısında optimum envanter tahsisi elde etmek için stokastik envanter modeli kullanılabilir. Stokastik modeller, talebin ve teslim sürelerinin rastgele değişkenliğini hesaba katarak işletmelerin FMCG sektöründeki içsel belirsizlikleri göz önünde bulunduran bilinçli kararlar almasını sağlar. Stokastik envanter modeli, FMCG şirketlerinin talep

belirsizliği ve teslim süresi değişkenliği varlığında optimum envanter tahsis kararları almaları için sağlam bir çerçeve sağlar. İşletmeler, talebin ve teslim sürelerinin rastgele doğasını hesaba katarak stok tükenmesi riskini azaltabilir, tutma maliyetlerini en aza indirebilir ve genel tedarik zinciri performansını iyileştirebilir. Modeli gerçek dünya verilerine ve talep kalıplarına göre düzenli olarak güncellemek, sürekli iyileştirme ve değişen piyasa koşullarına uyum sağlamayı garanti eder.

3.6.1. İki aşamalı stokastik fiyat modeli

Matematiksel programlama çerçevesinde, iki aşamalı stokastik fiyat optimizasyon modeli, karar değişkenleri, amaç fonksiyonları ve açıkça tanımlanmış kısıtlarla formüle edilir. Aşağıda adım adım bir taslak ve formülasyon bulunmaktadır.

Karar değişkenleri,

- Aşama 1 Değişkenler : P_i : i Ürünü için ilk fiyat .
- Aşama 2 Değişkenler : ΔP_i^s s Senaryo kapsamında i ürünü fiyatının ayarlanması.

Belirsizlik temsili,

- D_i^s : s Senaryodaki i ürüne olan talep.
- Senaryolar $s = 1, 2, \dots, S$: Olası gelecekteki durumlarını temsil eder (örneğin talep seviyeleri, rakip fiyatlandırması).

Parametreler,

- c_i : i Ürünün birim maliyeti.
- v_i : i Ürün için izin verilen azami fiyat ayarlaması.
- π^s : s Senaryonun olasılığı.
- $f(P_i^s)$: Talep fonksiyonu, potansiyel olarak şunlara bağlıdır $P_i^s = P_i + \Delta P_i^s$:

Amaç fonksiyonu,

$$\max_{P, \Delta P^s} \sum_{s=1}^S \pi^s \left(\sum_{i=1}^n P_i^s D_i^s - c_i D_i^s \right) \quad (3.17)$$

- $P_i^s = P_i + \Delta P_i^s$: s Senaryoya göre ayarlanmış fiyat.

- $D_i^s = f(P_i^s) + \epsilon^s$: Stokastik talep bağımlıdır P_i^s .

Kısıtlar

1. Fiyat Kısıtı:

$$P_{\min} \leq P_i^s \leq P_{\max} \quad \forall i, \forall s \quad (3.18)$$

2. Ayarlama Kısıtları:

$$|\Delta P_i^s| \leq v_i \quad \forall i, \forall s \quad (3.19)$$

3. Stok Kısıtı:

$$\sum_{i=1}^n D_i^s \leq \text{Envanter Kapasitesi} \quad \forall s \quad (3.20)$$

4. Negatif Olmayan Talep:

$$D_i^s \geq 0 \quad \forall i, \forall s \quad (3.21)$$

Basitleştirmek adına doğrusal bir talep fonksiyonu varsayalım:

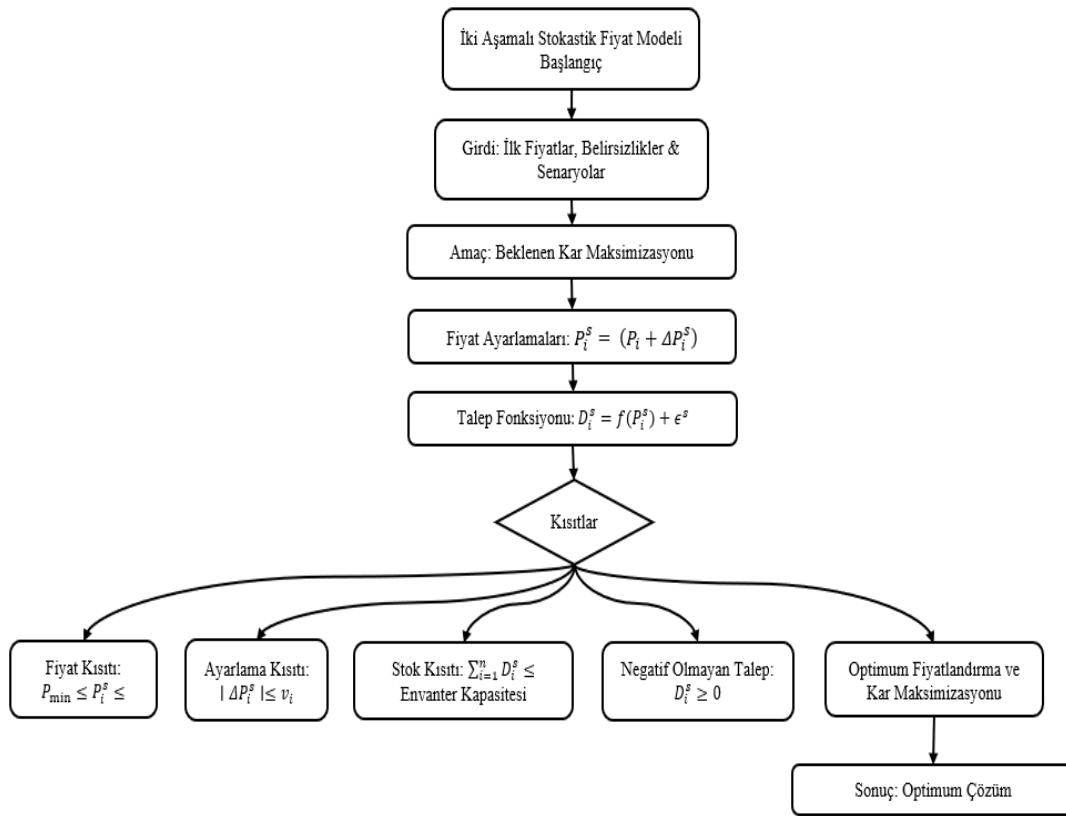
$$D_i^s = \alpha_i - \beta_i P_i^s + \epsilon^s \quad (3.22)$$

- α_i : i Ürüne yönelik temel talep.
- β_i : i Ürüne olan talebin fiyat esnekliği.
- ϵ^s : s Senaryosu için talep edilen rastgele gürültü.

Stokastik optimizasyon problemi şu hale gelir:

$$\max_{P, \Delta P^s} \sum_{s=1}^S \pi^s \left[\sum_{i=1}^n (P_i + \Delta P_i^s) (\alpha_i - \beta_i (P_i + \Delta P_i^s) + \epsilon^s) - c_i (\alpha_i - \beta_i (P_i + \Delta P_i^s) + \epsilon^s) \right] \quad (3.23)$$

İki aşamalı stokastik fiyat modeli Şekil 3.10'da gösterilmiştir.



Şekil 3.10. İki aşamalı stokastik fiyat modeli.

3.6.2. İki aşamalı stokastik gelir modeli

İki Aşamalı Stokastik Model genellikle belirsizlik altında alınması gereken kararları içerir. İlk aşama belirsizlik çözülmeden önce alınan kararları içerirken, ikinci aşama belirsizlik ortaya çıktıktan sonra (yani, rastgele değişkenin sonucu bilindikten sonra) alınan kararları içerir. Bu model gelir optimizasyonunda, fiyatlandırma stratejilerinde ve envanter yönetiminde yaygın olarak kullanılır.

Gelir optimizasyonu bağlamında, belirsiz talebe göre sipariş edilecek fiyatlara veya miktarlara karar vermek için iki aşamalı stokastik bir model kullanılabilir. İlk aşama, talebi bilmeden önce fiyatları veya siparişleri belirlemeyi içerebilir ve ikinci aşama, talep gerçekleştiğinde bu kararları ayarlamayı içerebilir.

Ana Değişkenler:

Birinci Aşama Değişkenler (Kararlar) önce belirsizlik çözüldü) :

- p_1 : Ürün 1 için fiyat veya sipariş miktarı
- p_2 : Ürün 2 için fiyat veya sipariş miktarı

İkinci Aşama Değişkenler (Kararlar) sonrasında belirsizlik çözüldü) :

- x_1 : Ürün 1'in satışları veya talebi (belirsizlik sonrasında ortaya çıkar)
- x_2 : Ürün 2'nin satışları veya talebi (belirsizlik sonrasında ortaya çıkar)

Hasılat Fonksiyonlar :

- Birinci Aşama Geliri (Talep Bilinmeden Önce):

$$R_1 = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 \quad (3.24)$$

- İkinci Aşama Gelir (Talep Gerçekleştikten Sonra):

$$R_2 = p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 \quad (3.25)$$

x_1 ve x_2 stokastik değişkenleri farklı senaryolarla temsil edilirler.

- Senaryo Seti (Talepteki Belirsizlik): Birden fazla senaryo (örneğin, yüksek talep, orta talep, düşük talep) olduğunu ve her birinin kendi gerçekleşme olasılığı olduğunu varsayalım.
- Maliyet Yapı: Her bir ürünle ilişkili maliyetler de dikkate alınabilir. c_1 Ürün 1 ve ürün 2'nin birim maliyetleri sırasıyla ve olsun. c_2
- Amaç: The amaç maksimize etmek beklenen hasılat ile optimum fiyatların seçilmesi Birinci sahne, göz önünde bulundurularak olası talep gerçekleştirmeleri ikinci sahne.

Matematiksel Formülasyon:

- Birinci Aşama Kararları: Karar değişkenlerinin ilk aşama için fiyatlar veya sipariş miktarları olduğunu varsayalım:

$$\text{Maximize } \mathbb{E}[R_1] = p_1 \cdot \mathbb{E}[x_1] + p_2 \cdot \mathbb{E}[x_2] \quad (3.26)$$

Burada $\mathbb{E}[x_1]$ ve $\mathbb{E}[x_2]$ sırasıyla ürün 1 ve ürün 2 için beklenen talep değerleridir.

- İkinci Aşama Başvuru Kararları: Belirsizlik ortaya çıktıktan sonra gerçekleşen talebe göre ayarlamalar yapma kararları alıyoruz:

$$\text{Maximize } \mathbb{E}[R_2] = \sum_{s \in S} \pi_s (p_1 \cdot x_1(s) + p_2 \cdot x_2(s)) \quad (3.27)$$

Burada;

- π_s s Senaryosunun olasılığıdır,
- $x_1(s)$ ve $x_2(s)$ s senaryosundaki 1 ve 2 numaralı ürünlere olan taleplerdir.

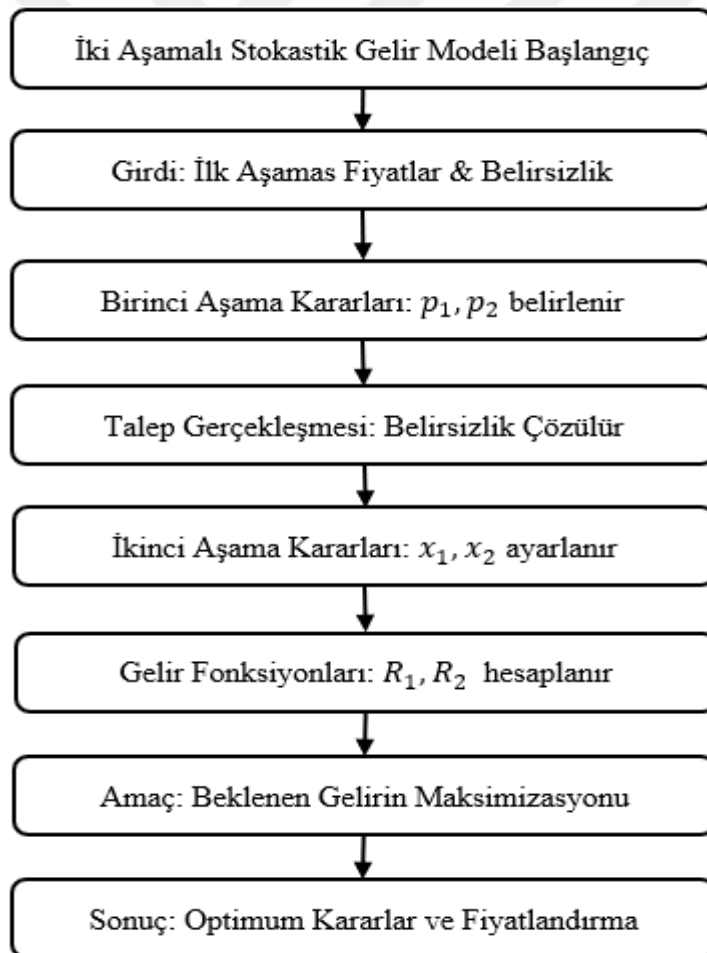
Genel stokastik program;

$$\text{Maximize } \mathbb{E}[R] = \sum_{s \in S} \pi_s (p_1 \cdot x_1(s) + p_2 \cdot x_2(s)) \quad (3.28)$$

Burada;

- Birinci aşama karar değişkenleri: p_1, p_2
- Başvuru kararları: $x_1(s), x_2(s)$ talep gerçekleştikten sonra
- Her senaryodaki talep belirsizliği bir olasılık dağılımı ile modellenmiştir.

İki aşamalı stokastik gelir modeli Şekil 3.11’de gösterilmiştir.



Şekil 3.11. İki aşamalı stokastik gelir modeli.

3.6.3. İki Aşamalı Stokastik Arz ve Talep Modeli

İki Aşamalı Stokastik Model, arz ve talepteki belirsizliği ele almak için operasyon araştırmasında ve tedarik zinciri yönetiminde kullanılan bir yöntemdir. Bu modelde, iki karar alma aşaması vardır:

- Birinci Aşama : karar verildi önce , belirsizliğin gerçekleşmesi . tipik olarak içerir kararlar ne kadar hakkında ile sipariş , ne kadar envanter ile tutun veya nasıl tahsis etmek kaynaklar .
- İkinci Aşama : Sonra belirsizlik (örneğin , gerçek tedarik ve talep) gerçekleştirilir , düzeltici eylemler vardır alındı . Bu sahne ayarlar , ilk kararlar dayalı olarak gerçekleştirilmiş senaryolar (örneğin , talep) veya tedarik seviyeleri).

Bir şirketin birden fazla ürün için envanter yönetmesi gerektiğini, ancak bu ürünlere yönelik arz ve talebin belirsiz olduğunu varsayalım. Belirsizlik altında sipariş, stoklama ve fiyatlandırma kararlarını optimize etmek için iki aşamalı stokastik programlama modelini kullanabiliriz.

Ana değişkenler;

- x_1 : Birinci aşama karar değişkeni (örneğin sipariş miktarı veya stok tahsisi).
- y_1 : İkinci aşama karar değişkenleri (örneğin gerçekleşen talebe dayalı satış, sevkiyat veya ayarlama kararları).
- z : Genellikle maksimize etmek veya minimize etmek istediğimiz beklenen kar veya maliyeti ifade eden amaç fonksiyonu.
- ξ : Talep, arz mevcudiyeti veya teslim süreleri gibi belirsizliği temsil eden rastgele değişken.
- π_s : Senaryonun olasılığı (stokastik yapı için kullanılır).

Matematiksel formülasyon aşamalarıyla aşağıda gösterilmektedir.

Birinci Aşama : İçinde, Birinci sahne, şirket yapar kararlar olmadan bilmek , bire bir aynı talep etmek veya tedarik etmek . amaç , en aza indirmektir beklenen envanter maliyeti tedarik , dikkate alınarak , beklenen farklı talep senaryolar.

$$\text{Minimize } \mathbb{E}[\text{maliyet}] = \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot c(x_1) + \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot \text{elde tutma maliyeti} \cdot y_1 \quad (3.29)$$

- $c(x_1)$ İlk envanter siparişiyle ilişkili maliyettir, örneğin tedarik maliyeti.
- y_1 Talep gerçekleşmesi nedeniyle yapılan ayarlama sonrası ikinci aşamadaki stok seviyesidir.

İkinci Aşama : Sonra , talep (veya tedarik) gerçekleştirme gözlemlendiğinde, şirket optimum üretim, sevkiyat veya satış stratejisini belirleyerek operasyonlarını ayarlar. İkinci için hedef fonksiyonu sahne maksimize edilebilir karı en aza indirmek maliyetler veya Belirli bir hizmet düzeyine ulaşmak .

$$\text{Maximize/Minimize: } \mathbb{E}[z] = \sum_{s=1}^S \pi_s \cdot (p_1 \cdot y_1 - c_2 \cdot y_2) \quad (3.30)$$

- p_1 : Ürünün fiyatıdır.
- c_2 : Aşırı envanterin veya kaybedilen satışların maliyetidir.
- y_2 : Gerçekleşen senaryoya dayalı karar değişkenidir.

Belirsiz talep göz önüne alındığında toplam beklenen maliyetin en aza indirilmesi hedeflenmektedir.

Arz ve talep modeli formülasyonu;

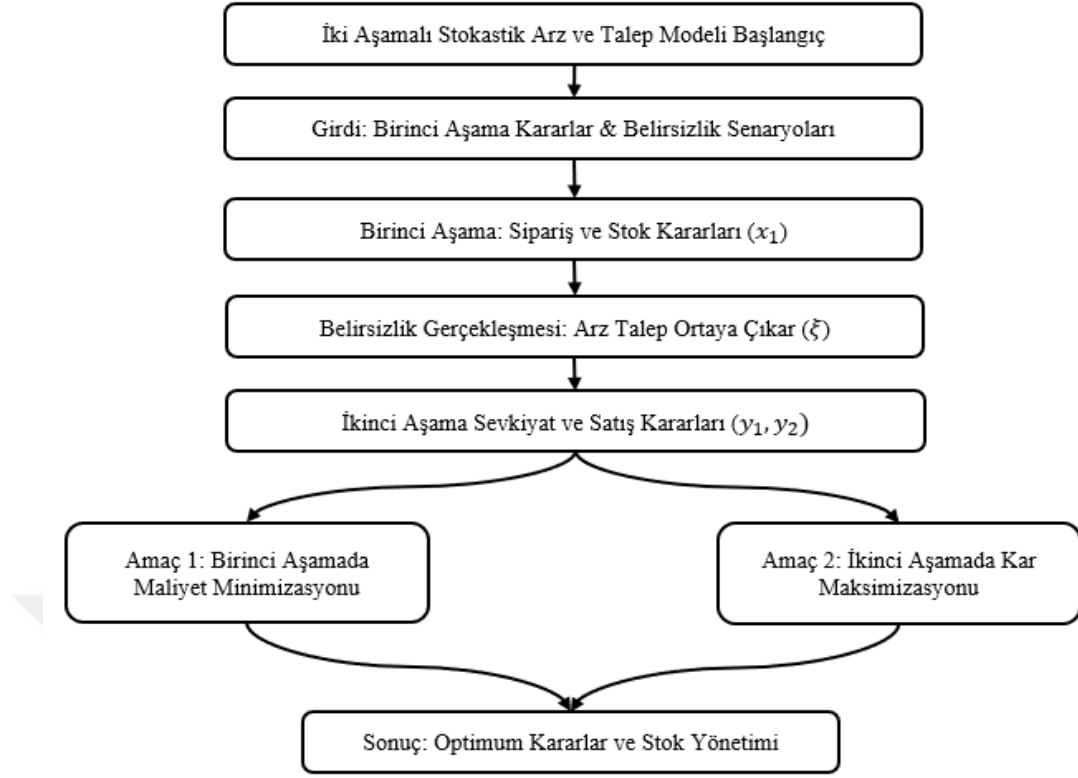
Birinci Aşama (Sipariş Miktar):

$$\text{Minimize: } c_1(x_1^1 + x_2^1) + \sum_{s=1}^3 \pi_s \cdot \text{elde tutma maliyeti} \cdot y_1 \quad (3.31)$$

İkinci Aşama (Satışlar):

$$\text{Maximize: } \sum_{s=1}^3 \pi_s \cdot (p_1 \cdot y_1^s + p_2 \cdot y_2^s - c_2 \cdot y_1^s) \quad (3.32)$$

İki aşamalı stokastik arz ve talep modeli Şekil 3.12’de gösterilmiştir



Şekil 3.12. İki aşamalı stokastik arz ve talep modeli.

Bu kurulum, şirketin ortalama beklenen talebe göre ilk kararları almasını ve daha sonra gerçek talep gerçekleştikten sonra çok fazla sipariş verme (tutma maliyetlerine katlanma) ile çok az sipariş verme (satış kayıplarına katlanma) arasında denge kurarak ayarlamalar yapmasını sağlar.

3.6.4. İki aşamalı stokastik stok modeli

Belirsiz bir durumda etkili bir şekilde envanteri yönetmek kritik bir öneme sahiptir. Özellikle endüstriler hedeflenen durumlar ile maliyet yeterlik ve hizmet kalitesi arasındaki dengeyi kurmaya çalışmaktadırlar. Bu çalışmada iki aşamalı stokastik programlama modeli tasarlandı ve stok envanterini optimize etmek alternatif durumlar ve farklı stratejilerindengesi sağlanmaya çalışıldı. Birinci aşama, stratejik kararlara ilişkin envanter seviyeleri analizedildi. Dolayısıyla talep gibi faktörlere bağlı belirsizliğin gerçekleşmesi durumunda sistem davranışı tahmin edilmeye çalışıldı. İkinci aşamada kararlar ayarlanmış dinamik olarak belirsizlikler dikkate alınarak sistem dengesi kurulmaya çalışıldı.

Model, elde tutma maliyetleri, stok tükenmesi cezaları, teslim süreleri ve kısa ömürlü ürünler için bozulabilirlik kısıtları gibi kritik faktörleri hesaba katar. Çeşitli gerçek

dünya koşulları altında sağlam karar almaya olanak tanıyan belirsizliği modellemek için senaryo tabanlı bir yaklaşım kullanılır. Gıda lojistiği ve üretimi gibi endüstrilerden gelen verileri içeren sayısal deneyler, modelin maliyetleri düşürme, atığı en aza indirme ve yüksek hizmet seviyelerini koruma yeteneğini gösterir. Sonuçlar, iki aşamalı stokastik çerçevenin belirsiz tedarik zinciri ortamlarında gezinen envanter yönetimi profesyonelleri için değerli bir araç olarak etkinliğini doğrular.

Stok-Envanter optimizasyon modeli için iki aşamalı stokastik programlama yaklaşımı belirsiz ortamlarda envanter optimizasyonu, talebi verimli bir şekilde karşılayarak maliyetleri en aza indirmeyi hedefleyen işletmeler için önemli bir zorluktur. Bu makale, talep belirsizliği altında birden fazla ürün için stok-envanter kararlarını optimize etmek üzere tasarlanmış iki aşamalı bir stokastik programlama modelini tanıtmaktadır. İlk aşama, belirsizlik gerçekleşmeden önce ilk envanter seviyeleriyle ilgili stratejik kararları içerirken, ikinci aşama gerçekleşen talebe ve diğer rastgele faktörlere dayalı taktik ayarlamalara odaklanır.

Önerilen model, tutma maliyetleri, stok tükenmesi cezaları, bozulabilirlik kısıtları ve teslim süreleri gibi kritik yönleri ele alır. Beklenen toplam maliyeti en aza indiren sağlam çözümler sağlayarak belirsizliği modellemek için senaryo tabanlı bir yaklaşım kullanır. Çalışma, sayısal deneylerle desteklenen kapsamlı bir matematiksel formülasyon ve çözüm çerçevesi içerir. Sonuçlar, modelin maliyetleri önemli ölçüde azaltma, envanter risklerini yönetme ve hizmet seviyelerini iyileştirme yeteneğini göstererek onu dinamik ortamlarda tedarik zinciri optimizasyonu için değerli bir araç haline getirir.

Matematiksel model kurulur.

- N : Ürün seti
- S : Senaryo kümesi
- $P(s)$: Senaryonun olasılığı
- D_i^s Senaryodaki sürüne olan talebi
- c_i : Ürün için birim başına envanter tutmanın maliyeti
- h_i : Ürün için birim satın alma maliyeti
- r_i : Ürün başına stok tükenme cezası

- x_i : Ürün için ilk envanter kararı i (birinci aşama)
- y_i^s Senaryodaki ürün için envanter ayarlaması i (ikinci aşama)

Amaç Fonksiyonu:

Beklenen toplam maliyeti en aza indirmek hedeflenmektedir:

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^N \left(c_i x_i + \sum_{s \in S} P(s) \cdot (h_i y_i^s + r_i \max(D_i^s - (x_i + y_i^s), 0)) \right) \quad (3.33)$$

Kısıtlar aşağıda yer almaktadır.

Talep Karşılama:

$$x_i + y_i^s \geq D_i^s, \quad \forall i \in N, s \in S \quad (3.34)$$

Negatif Olmama:

$$x_i \geq 0, \quad y_i^s \geq 0, \quad \forall i \in N, s \in S \quad (3.35)$$

İlk Envanter Sınırları:

$$x_i \leq U_i, \quad \forall i \in N \quad (3.36)$$

Belirsizlikle karakterize edilen ortamlarda etkili envanter optimizasyonu, müşteri talebini karşılarken operasyonel maliyetleri en aza indirmek için esastır. Bu makale, belirsiz tedarik zincirlerinde stok-envanter kararlarını optimize etmek için tasarlanmış iki aşamalı bir stokastik programlama yaklaşımı sunmaktadır. Matematiksel model iki aşamadan oluşur: stok miktarlarının belirsizlik (talep dalgalanmaları gibi) gerçekleşmeden önce belirlendiği birinci aşama karar alma süreci ve belirsizlik ortaya çıktıktan sonra envanter seviyelerinde ayarlamaların yapıldığı ikinci aşama süreci.

Matematiksel formülasyon aşağıdaki unsurları içermektedir:

Birinci Aşama (Ön Belirsizlik Karar Yapım):

- Karar değişkenleri: x_i Talep gerçekleşmeden önce i ürün için başlangıçtaki envanter seviyeleri.
- Amaç fonksiyonu: Tedarik, tutma ve kırıltı maliyetleri de dahil olmak üzere beklenen toplam maliyeti en aza indirmek.

İkinci Aşama (Belirsizlik Sonrası Ayarlama):

- Karar değişkenleri: y_i^s senaryodaki her bir ürün için s talep ortaya çıktıktan sonra stok ayarlama kararları.
- Amaç fonksiyonu: Ek stok satın alma, fazla stok tutma ve stok tükenmesi cezaları dahil olmak üzere envanter ayarlama maliyetini en aza indirmek.

Kısıtların açıklaması aşağıda yer almaktadır.

- Talep Karşılanması: Her senaryoda başlangıç envanteri ve ayarlamaların toplamının beklenen talebi karşıladığından emin olun.
- Stok Bakiyesi: Bozulabilir ürünler için bozulma oranlarını veya dayanıklı ürünler için teslim sürelerini göz önünde bulundurarak envanter dengesini koruyun.
- Negatif Olmama Kısıtları: Envanterin ve ayarlamaların olumsuz olmadığından emin olun.

Model, birden fazla talep senaryosunun dikkate alındığı ve beklenen maliyetlerin en aza indirildiği senaryo tabanlı bir yaklaşım kullanılarak çözülür. Hesaplamalı sonuçlar, bu çerçevenin genel envanter maliyetlerini azaltma, talep belirsizliklerini ele alma ve karar vericilere değişen koşullar altında optimum stok seviyeleri sağlama konusundaki etkinliğini göstermektedir.

Matematiksel formülasyon kurulur.

- N : Ürün seti
- S : Senaryo kümesi
- D_i^s Senaryodaki sürüne olan talebi
- c_i : Ürün için envanter tutmanın birim maliyeti
- h_i : Ürün için envanter birimi başına tutma maliyeti
- p_i : Ürün birimi başına satın alma maliyeti
- r_i : Ürün için stok tükenme cezası
- x_i : Ürün için başlangıç stok seviyesi i (birinci aşama kararı)
- y_i^s Senaryodaki sürün için stok ayarlaması i (ikinci aşama karar)

Amaç Fonksiyonu:

Beklenen toplam maliyetin en aza indirilmesi hedeflenir:

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^N \left(c_i x_i + \sum_{s \in S} P(s) \cdot \left(h_i(x_i + y_i^s - D_i^s)^+ + r_i(D_i^s - (x_i + y_i^s))^+ \right) \right) \quad (3.37)$$

Burada, $(x)^+$ 'nin pozitif kısmını x , yani y 'yi temsil eder $\max(x, 0)$.

Talebi Yerine Getirme:

$$x_i + y_i^s \geq D_i^s, \quad \forall i, s \quad (3.38)$$

Negatif Olmama Durumu:

$$x_i \geq 0, \quad y_i^s \geq 0, \quad \forall i, s \quad (3.39)$$

İlk Stoklama Sınırları:

$$x_i \leq U_i, \quad \forall i \quad (3.40)$$

U_i i . ürün için ilk envanter durumunu temsil eder.

Gerçek dünya envanter verilerini kullanan sayısal deneyler, iki aşamalı stokastik programlama yaklaşımının etkinliğini göstermektedir. Model, özellikle yüksek talep belirsizliği veya bozulabilir malların olduğu ortamlarda, geleneksel deterministik envanter modellerine kıyasla önemli maliyet tasarrufları elde etmektedir.

Bu çerçeve, stok-envanter optimizasyonuna kapsamlı bir yaklaşım sunarak belirsizliğin karmaşıklıklarını ele alırken dinamik ortamlarda envanter yönetimi için eyleme geçirilebilir içgörüler sunar.

i Ürünü için izin verilen maksimum envanter

Sayısal örnek, beş senaryo ile temsil edilen talep belirsizliğine sahip üç ürünlü bir envanter sistemini ele alır. Ürünler şunları içerir:

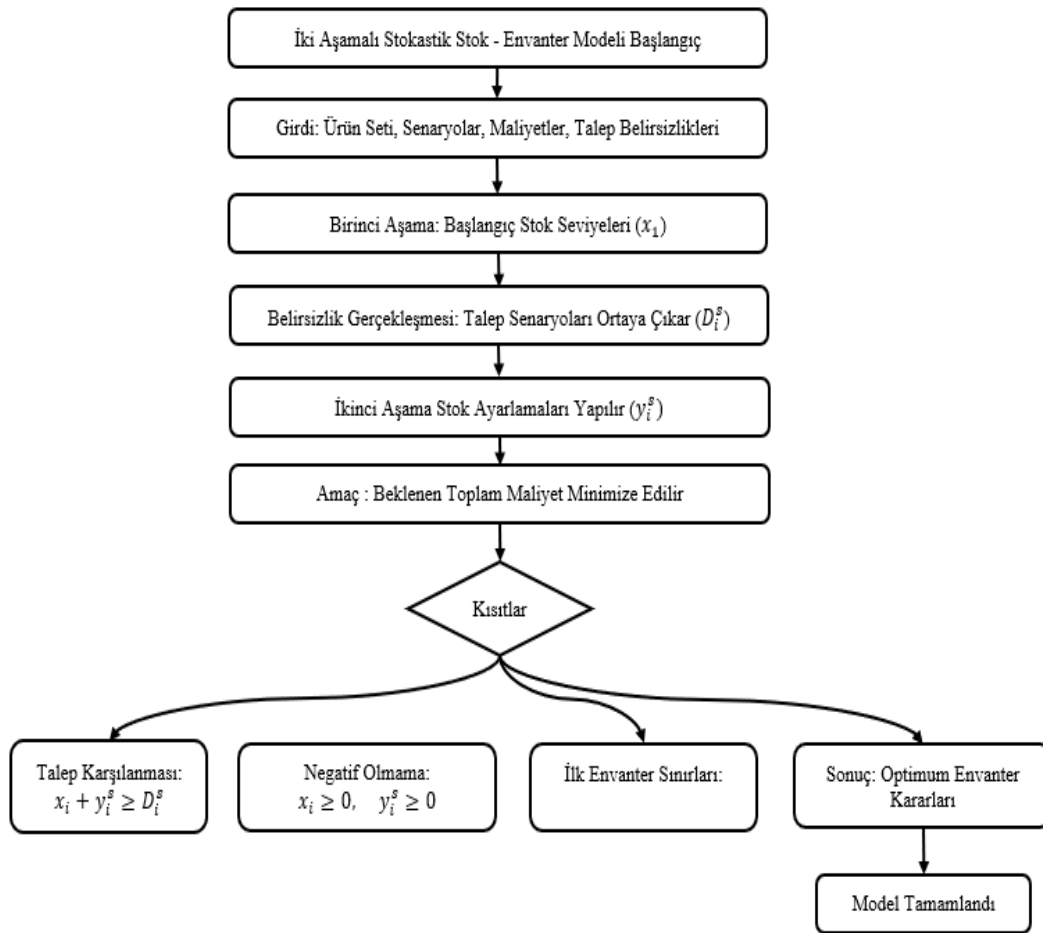
1. P_1 (Kısa raf ömrü, yüksek bozulma).
2. P_2 (Orta derecede bozulabilir).

3. P_3 (Uzun raf ömrü, minimum bozulma).

Sonuçlar, elde tutma maliyetleri ile stok tükenmesi cezaları arasındaki dengeleri ortaya koyarak, modelin bu rekabet eden hedefleri dengeleme yeteneğini sergiliyor.

İki aşamalı stokastik programlama modeli, belirsizlik altında envanter kararlarını optimize etmek için yapılandırılmış ve etkili bir çerçeve sunar. Birden fazla senaryo ve gerçek dünya kısıtlarını birleştirerek, model sağlam ve uygun maliyetli çözümler sunar. Bu yaklaşım, özellikle bozulabilir ürünler, dalgalanan talep ve karmaşık tedarik zincirleriyle uğraşan endüstriler için faydalıdır.

İki aşamalı stokastik stok modeli Şekil 3.13’de gösterilmiştir.



Şekil 3.13. İki aşamalı stokastik stok modeli.

3.6.5. İki aşamalı stokastik maliyet modeli

İki Aşamalı Stokastik Programlama, belirsizlik altında karar almak için kullanılan bir optimizasyon modelidir. Genellikle kararların iki aşamada alınması gereken durumlarda kullanılır:

Birinci Aşama (Karar Öncesi veya İlk Karar): Birinci aşama kararları, belirsizlik (örneğin talep, fiyatlar, arz) ortaya çıkmadan önce verilir.

İkinci Aşama (Başvuru Kararı veya Karar Sonrası): İkinci aşama kararları, belirsizlik çözüldükten ve gerçek sonuç bilindikten sonra verilir. Bu kararlar, maliyetleri veya kayıpları en aza indirmek için birinci aşama kararlarını ayarlamak için verilir.

Maliyet Modeline Yönelik İki Aşamalı Stokastik Programlamanın amacı hem başlangıçtaki kararları hem de belirsizlik ortadan kalktıktan sonra ihtiyaç duyulabilecek ayarlamaları dikkate alarak toplam beklenen maliyeti en aza indirmektir.

İki aşamalı stokastik maliyet modelinin matematiksel formülasyonu kurulur.

Parametreler:

- c_1 : Birinci aşama maliyet katsayısı (örneğin, bir ürünü üretmenin veya sipariş etmenin maliyeti).
- $c_2(\omega)$: İkinci aşama maliyeti, rastgele değişkenin sonucuna bağlıdır ω (örneğin, talebi karşılamama cezaları veya ayarlamalar).
- x : Birinci aşama karar değişkenleri (örneğin, talep bilinmeden önce kaç adet ürün üretileceği, satın alınacağı veya sipariş edileceği).
- $y(\omega)$: İkinci aşama karar değişkenleri (örneğin, talep bilindiğinde kararın nasıl ayarlanacağı).
- $D(\omega)$: Belirsiz talebi temsil eden, olası gerçekleştirmeleri olan rastgele bir parametre $\omega \in \Omega$, burada Ω senaryolar kümesidir.
- $p(\omega)$: ω Senaryonun olasılığı.
- A_1 : Birinci aşama kısıtlarına (örneğin kaynak kısıtları veya üretim için kapasite kısıtları) ait katsayılar.
- $A_2(\omega)$: İkinci aşama kısıtlarına ilişkin katsayılar (örneğin, başvuru aşamasında yapılan ayarlamalar için kapasite veya kaynak kısıtları).
- b_1 : Birinci aşama kısıtları için sağ taraftaki vektör.
- $b_2(\omega)$: Belirsizliğin gerçekleşmesine bağlı olan ikinci aşama kısıtları için sağ taraftaki vektör.

Karar Değişkenleri:

- x : Birinci aşama karar vektörü, belirsizlik gerçekleşmeden önce atılan ilk adımı temsil eder.
- $y(\omega)$ Belirsizliğin gerçekleşmesine yanıt olarak yapılan ayarlamaları temsil eden ikinci aşama karar vektörü.

Amaç Fonksiyonu:

Amaç, beklenen toplam maliyeti en aza indirmektir. Beklenen maliyet, aşağıdakilerin bir kombinasyonudur:

- Birinci aşama maliyeti (hemen ortaya çıkan),
- İkinci aşama maliyeti (belirsiz talebin gerçekleşmesine bağlı $D(\omega)$).

$$\text{Minimize: } \mathbb{E}[C] = \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega)(c_1 x + c_2(\omega)y(\omega)) \quad (3.41)$$

Kısıtlar aşağıda yer almaktadır.

Birinci Aşama Kısıtlar : Birinci aşama karar kısıtları tipik olarak kaynak sınırlamaları veya üretim kapasitesini temsil eder, için örnek . Bunlar

$$A_1 x \leq b_1 \quad (3.42)$$

İkinci Aşama Kısıtlar : Bunlar kısıtlar başvuru kararlarına bağlı olarak hangi rastgele değişken ile $D(\omega)$ durumun gerçekleşmesini yönetir. Örneğin, bu kısıtlar ikinci aşama kararlarının (stok ayarlamaları, yeniden sipariş verme vb.) her senaryo için uygulanabilir olmasını sağlar ω .

$$A_2(\omega)x + A_3(\omega)y(\omega) \leq b_2(\omega) \quad \forall \omega \in \Omega \quad (3.43)$$

- $A_2(\omega)$ Birinci aşama kararlarının başvuru aşamasını nasıl etkilediğini gösterir.
- $A_3(\omega)$ Belirli senaryoya bağlı olan ikinci aşama kısıtlarını temsil eder.
- $b_2(\omega)$ Her senaryo için ikinci aşamadaki kaynak kısıtlarını temsil eder.

Negatif Olmama Durumu: Karar değişkenler negatif olmamalıdır , negatif miktarlar çoğu durumda mantıklı olmaz gerçek dünya bağlamları .

$$x \geq 0, \quad y(\omega) \geq 0 \quad \forall \omega \in \Omega \quad (3.44)$$

Matematiksel Model:

$$\text{Minimize: } \mathbb{E}[C] = \sum_{\omega \in \Omega} p(\omega)(c_1x + c_2(\omega)y(\omega)) \quad (3.45)$$

Kısıtlar aşağıda gösterilmektedir.

$$A_1x \leq b_1 \quad (\text{Birinci aşama kısıtlar})$$

$$A_2(\omega)x + A_3(\omega)y(\omega) \leq b_2(\omega) \quad \forall \omega \in \Omega \quad (\text{İkinci aşama kısıtlar}) \quad (3.46)$$

$$x \geq 0, \quad y(\omega) \geq 0 \quad \forall \omega \in \Omega \quad (\text{Negatif olmama kısıtı})$$

Açıklama,

Birinci Aşama Kararlar x :

- Bunlar belirsizlik çözülmenden önce (örneğin, talep gerçekleşmeden önce) alınan kararlardır. Örneğin, sipariş edilecek hammadde miktarını, üretim miktarlarını veya bir projedeki sermaye yatırımını temsil edebilir. Karar, x kaynaklar veya kapasite üzerindeki sınırlamaları yansıtan birinci aşama kısıtlarına $A_1x \leq b_1$ tabidir.

İkinci Aşama Kararlar $y(\omega)$:

- Belirsizlik ortaya çıktığında (yani $D(\omega)$ bilindiğinde), ikinci aşama karar değişkenleri birinci aşama kararlarını ayarlamak için yapılır. Bunlar envanter, üretim veya tedarik zinciri yönetiminde ayarlamalar içerebilir. Başvuru eylemleri $y(\omega)$, ikinci aşama kısıtlarında yakalanan $A_2(\omega)x + A_3(\omega)y(\omega) \leq b_2(\omega)$ gerçekleşmesine bağlı ω kısıtlara tabidir.

Amaç İşlev :

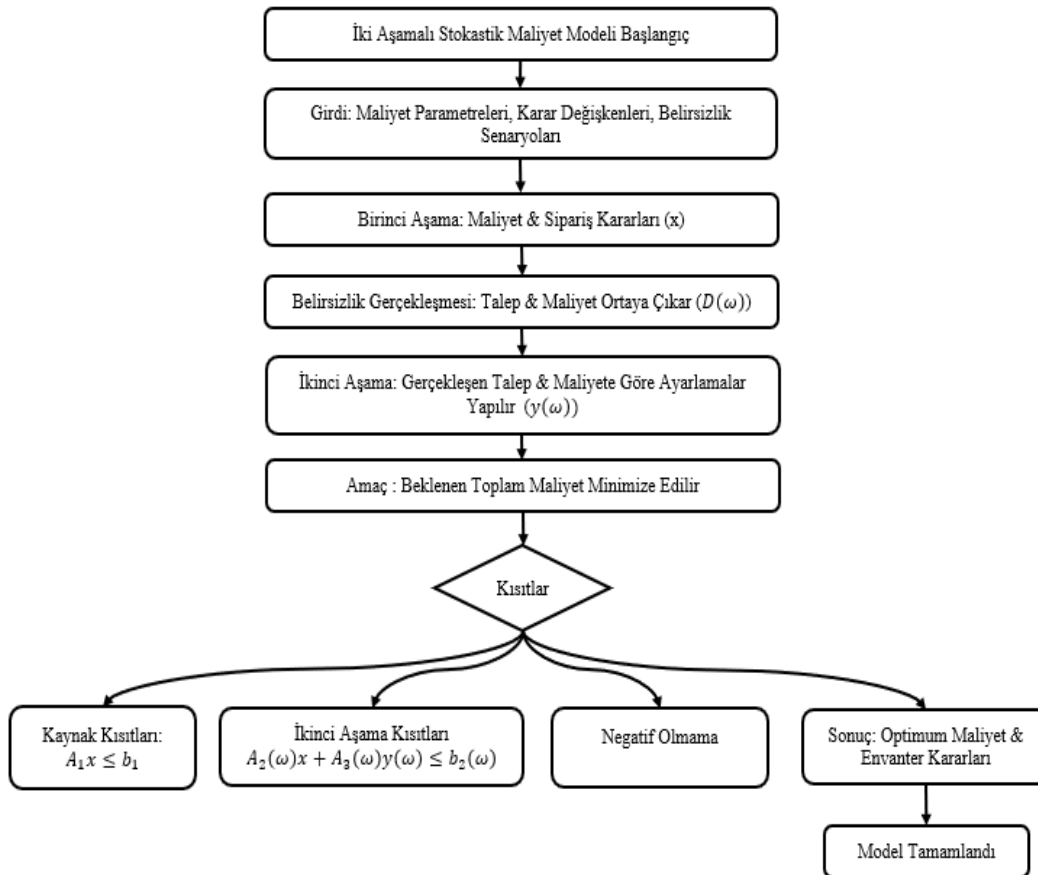
- Amaç hem birinci aşama karar maliyetini hem de ikinci aşama ayarlamalarının beklenen maliyetini (senaryo olasılıklarına bağlıdır) içeren toplam beklenen maliyeti en aza indirmektir.

Örnek olarak bir şirketin ilk aşamada (talep bilinmeden önce) kaç adet ürün sipariş edeceğine karar vermesi ve ikinci aşamada talep gerçekleştiğinde envanter seviyelerini ayarlaması gereken bir envanter yönetimi problemini ele alalım.

- Birinci Aşama Kararı: Şirket x ürünün adet siparişini vermeye karar verir.
- İkinci Aşama Kararı: Talep gerçekleştiğinde $D(\omega)$ şirket envanteri ayarlar (örneğin daha fazla sipariş vererek, stok transferi yaparak veya fiyatları ayarlayarak).
- Maliyet Yapısı:
 - Birinci aşama maliyeti, c_1x birimlerin sipariş maliyetini temsil eder.
 - İkinci aşama maliyeti, $c_2(\omega)y(\omega)$ gerçekleşen talebi karşılamak için envanteri ayarlama maliyetini temsil eder; buna depolama maliyetleri, stok tükenmesi veya aşırı stoklama nedeniyle oluşan ceza maliyetleri de dahildir.

Model, talep gerçekleştikten sonra gerekli olabilecek ayarlamaların potansiyel maliyetleri ile ilk siparişi dengeleyerek toplam beklenen maliyetin en aza indirilmesine yardımcı olacaktır.

İki aşamalı stokastik maliyet modeli Şekil 3.14’de gösterilmiştir.



Şekil 3.14. İki aşamalı stokastik maliyet modeli.

Monte Carlo Simülasyonu (MCS) kurulur.

Monte Carlo Simülasyonu (MCS), büyük sayılar yasası ve olasılık teorisine dayanır. Matematiksel formülasyon, belirsiz girdi değişkenlerini olasılık dağılımları olarak tanımlamayı, rastgele örnekler üretmeyi ve çoklu yinelemelere dayalı çıktı ölçümlerini hesaplamayı içerir.

Belirsiz girdi değişkenleri kümesini temsil eden bir işlevi ele alalım. Her değişken X_i bir $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ olasılık $f(X)$ dağılımını takip eder:

$$X_i \sim P_i(\theta_i) \quad (3.47)$$

Burada $P_i(\theta_i)$ parametrelili θ_i (ortalama, varyans vb.) olasılık dağılımını göstermektedir.

Örnekleme

Beklenen değeri yaklaşık olarak belirlemek için $f(X)$ bağımsız rastgele örnekler üretiyoruz : N

$$X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(N)} \quad (3.48)$$

Burada j rastgele oluşturulmuş örneği $X^{(j)} = (X_1^{(j)}, X_2^{(j)}, \dots, X_n^{(j)})$ temsil eder.

Ters Dönüşüm Örnekleme , Latin Hiperküp Örnekleme veya Yarı-rastgele diziler (Sobol, Halton, vb.) kullanılarak üretilir .

Monte Carlo Tahmini

Her örnek için fonksiyon değerlendirilir:

$$Y^{(j)} = f(X^{(j)}) \quad (3.49)$$

Beklenen değer $f(X)$ Monte Carlo tahmincisi kullanılarak yaklaşık olarak hesaplanır:

$$E[f(X)] \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(X^{(j)}) \quad (3.50)$$

N Simülasyon sayısını ifade eder.

Varyans ve Güven Aralığı Tahmini

Tahmin edicinin varyansı:

$$\text{Var}[f(X)] \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(f(X^{(j)}) - \bar{Y} \right)^2 \quad (3.51)$$

burada $\bar{Y}$ örneklem ortalamasıdır:

$$\bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Y^{(j)} \quad (3.52)$$

Tahmini ortalamanın güven aralığı şu şekilde verilir:

$$\bar{Y} \pm Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \quad (3.53)$$

- $Z_{\alpha/2}$ Standart normal dağılımdan güven düzeyi için kritik değerdir ($1 - \alpha$),
- σ 'nin standart sapmasıdır $f(X)$.

Yakınsama kriterleri gösterilir.

Büyük Sayılar Yasasına dayanarak yakınsarlar:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(X^{(j)}) = E[f(X)] \quad (3.54)$$

Merkezi Limit Teoremi (CLT) tarafından yönetilir:

$$\text{Error} \approx \mathcal{O}(1/\sqrt{N}) \quad (3.55)$$

Bu da N 'nin artmasının hatayı azalttığı ancak getirisinin azalan olduğu anlamına gelir.

Optimizasyon ve Risk Analizi Uygulamaları

Monte Carlo Simülasyonu optimizasyon, karar verme ve risk analizinde uygulanır:

- Risk Analizi: Bir eşik değerini aşma olasılığı T :

$$P(Y > T) \approx \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N 1(Y^{(j)} > T) \quad (3.56)$$

burada 1 bir gösterge fonksiyonudur.

- Opsiyon Fiyatlandırması (Finans Örneği - Black-Scholes Modeli):

$$C_0 = e^{-rT} \cdot \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \max(S_T^{(j)} - K, 0) \quad (3.57)$$

Burada C_0 opsiyon fiyatı, $S_T^{(j)}$ vade sonunda simüle edilen hisse senedi fiyatı, K vade fiyatı ve r risksiz orandır.

Monte Carlo Simülasyonu, karmaşık, belirsiz ortamlarda beklentileri, olasılıkları ve risk ölçümelerini tahmin etmek için kullanılan bir yaklaşımdır. Doğruluk, daha büyük örnek boyutlarıyla artmaktadır.





4. UYGULAMA

İki Aşamalı Stokastik Programlama, belirsizlik altında karar vermeye yönelik uygun bir optimizasyon aracıdır. Karar vericilerin ilk aşamada ne kadar yatırım yapacaklarını veya sipariş vereceklerini ve daha fazla bilgi mevcut olduğunda bu kararları nasıl ayarlayacaklarını belirlemelerine yardımcı olur. Beklenen toplam maliyeti en aza indirerek, hem başlangıç maliyetlerini hem de belirsizlik çözüldükten sonra yapılacak ayarlamalarla ilgili maliyetleri hesaba katar. Bu yaklaşım tedarik zinciri yönetimi, üretim planlaması ve finansal karar verme gibi alanlarda yaygın olarak uygulanabilir.

İki aşamalı stokastik modellerin sayısal uygulaması aşağıdaki gibidir.

4.1. Fiyat Modeli Uygulaması

Problem Tanımı

Fiyat modeline ait sayısal örnek uygulaması için, 3 ürün ve 3 farklı talep durumuna göre senaryo uygulaması incelenmiştir.

Birinci aşamada ürünlerin P_1 ve P_2 başlangıç fiyatlarına karar verildi. İkinci aşamada ise talep senaryoları gerçekleştirildikten sonra $(\Delta P_1^s, \Delta P_2^s)$ fiyatları ayarlandı, yani yeniden düzenlendi.

Model Parametreleri

- Talep Fonksiyonu: $D_i^s = \alpha_i - \beta_i(P_i + \Delta P_i^s) + \epsilon^s$
- Birim maliyet: $c_1 = 8, c_2 = 10$.
- Talep Parametreleri:
 - $\alpha_1 = 100, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 150, \beta_2 = 3$.
 - Talep hata payı (ϵ^s): $\epsilon^1 = 5, \epsilon^2 = 10, \epsilon^3 = -5$.
- Senaryo Olasılık Değerleri:
 - $\pi^1 = 0.4, \pi^2 = 0.4, \pi^3 = 0.2$.
- Fiyat Sınırları: $P_{\min} = 5, P_{\max} = 20$.

- Ayarlama Sınırları: $|\Delta P_1^s| \leq 3, |\Delta P_2^s| \leq 4$.

Amaç Fonsiyonu

Modeldeki amaç, beklenen gelirin maksimizasyonudur:

$$\max_{P, \Delta P^s} \sum_{s=1}^3 \pi^s \left[\sum_{i=1}^2 (P_i + \Delta P_i^s) D_i^s - c_i D_i^s \right] \quad (4.1)$$

Kısıtlar aşağıda yer almaktadır.

Fiyat Sınırları :

$$P_{\min} \leq P_i + \Delta P_i^s \leq P_{\max} \quad \forall i, \forall s \quad (4.2)$$

Ayarlama Sınırları:

$$|\Delta P_1^s| \leq 3, |\Delta P_2^s| \leq 4. \quad (4.3)$$

Negatif Olmayan Talep Durumu:

$$D_i^s \geq 0 \quad \forall i, \forall s \quad (4.4)$$

Sayısal örnek kurulur.

Talep fonksiyonu kullanılmıştır:

$$D_1^s = 100 - 2(P_1 + \Delta P_1^s) + \epsilon^s \quad (4.5)$$

$$D_2^s = 150 - 3(P_2 + \Delta P_2^s) + \epsilon^s \quad (4.6)$$

Karar Değişkenleri:

$$\text{Başlangıç Fiyatları: } P_1, P_2. \quad (4.7)$$

$$\text{Ayarlamalar: } \Delta P_1^s, \Delta P_2^s.$$

Adımlarla çözümler yapılmıştır.

Adım 1: Birinci Aşama Fiyat Kararları

Başlangıç Fiyatları:

- $P_1 = 10$

- $P_2 = 12$

Adım 2: İkinci Aşama Ayarlamalar

Her bir s senaryosu için ΔP_i^s ve $P_i^s = P_i + \Delta P_i^s$ hesaplanır. Dikkate alınan başlangıç ayarlamaları:

$$\begin{aligned}\Delta P_1^1 &= -2, \Delta P_1^2 = 1, \Delta P_1^3 = 0. \\ \Delta P_2^1 &= 3, \Delta P_2^2 = -1, \Delta P_2^3 = 0.\end{aligned}\tag{4.8}$$

Adım 3: Her Bir Senaryo İçin Talep Hesaplaması

Kullanılan talep fonksiyonu:

Senaryo 1:

$$\begin{aligned}D_1^1 &= 100 - 2(10 - 2) + 5 = 69 \quad (\text{Birim}) \\ D_2^1 &= 150 - 3(12 + 3) + 5 = 86 \quad (\text{Birim})\end{aligned}\tag{4.9}$$

Senaryo 2:

$$\begin{aligned}D_1^2 &= 100 - 2(10 + 1) + 10 = 79 \quad (\text{Birim}) \\ D_2^2 &= 150 - 3(12 - 1) + 10 = 121 \quad (\text{Birim})\end{aligned}\tag{4.10}$$

Senaryo 3:

$$\begin{aligned}D_1^3 &= 100 - 2(10 + 0) - 5 = 75 \quad (\text{Birim}) \\ D_2^3 &= 150 - 3(12 + 0) - 5 = 109 \quad (\text{Birim})\end{aligned}\tag{4.11}$$

Adım 4: Her Bir Senaryo için Kar Hesaplaması

Gelir:

$$\text{Gelir}_s = \sum_{i=1}^2 P_i^s D_i^s\tag{4.12}$$

Maliyetler:

$$\text{Maliyetler}_s = \sum_{i=1}^2 c_i D_i^s\tag{4.13}$$

Senaryo 1 için Kar:

$$\text{Gelir}_1 = (10 - 2)(69) + (12 + 3)(86) = 690 + 1290 = 1980$$

$$\text{Maliyetler}_1 = 8(69) + 10(86) = 552 + 860 = 1412 \quad (4.14)$$

$$\text{Kar}_1 = 1980 - 1412 = 568$$

Benzer olarak Senaryo 2 ve Senaryo 3 içinde hesaplama yapıldığında:

- Kar 2: 682
- Kar 3: 603

Adım 5: Beklenen Karın Hesaplanması

$$\text{Beklenen Kar} = \pi^1 \text{Kar}_1 + \pi^2 \text{Kar}_2 + \pi^3 \text{Kar}_3 \quad (4.15)$$

$$\text{Beklenen Kar} = 0.4(568) + 0.4(682) + 0.2(603) = 622.2$$

Fiyat Modeli Farklı Senaryo Durumları Uygulaması

Sayısal örnekte P_1, P_2 ürünleri, 3 farklı senaryo durumu için, $S=1, 2, 3$ için beklenen karın maksimum edilebilmesi için satış fiyatının optimize edilmesi hedeflenmektedir.

Parametreler

Talep Fonksiyonu

$$D_i^s = \alpha_i - \beta_i(P_i + \Delta P_i^s) + \epsilon^s$$

$$\alpha_1 = 100, \beta_1 = 2, \alpha_2 = 150, \beta_2 = 3. \quad (4.16)$$

$$\text{Talep hata payı } \epsilon^s: \epsilon^1 = 5, \epsilon^2 = 10, \epsilon^3 = -5.$$

Maliyetler

$$c_1 = 8 \text{ (Ürün birim maliyeti 1)} \quad (4.17)$$

$$c_2 = 10 \text{ (Ürün birim maliyeti 2)}$$

Olasılıklar

$$\pi^1 = 0.4, \pi^2 = 0.4, \pi^3 = 0.2 \quad (4.18)$$

Fiyat ve Düzenleme Sınırları

$$P_{\min} = 5, P_{\max} = 20$$

$$|\Delta P_1^s| \leq 3, |\Delta P_2^s| \leq 4 \quad (4.19)$$

Senaryolar ve yeniden düzenlemeler yapılır.

Birinci Aşama Fiyatlar

Başlangıç Fiyatları:

- $P_1 = 10$
- $P_2 = 12$

İkinci Aşama Düzenlemeler

Düzenlemeler Tablo 4.1’de gösterilmiştir.

Tablo 4.1. Her bir senaryonun yeniden düzenlenmesi.

Senaryo	ΔP_1^s	ΔP_2^s
$s = 1$	-2	+3
$s = 2$	+1	-1
$s = 3$	0	0

Sonuç Fiyatları:

$$P_1^s = P_1 + \Delta P_1^s, P_2^s = P_2 + \Delta P_2^s \quad (4.20)$$

Hesaplama adımları aşağıda yer almaktadır.

Senaryo 1 (s=1)

Fiyatlar:

$$\square 11=10-2=8, \square 21=12+3=15 \quad (4.21)$$

Talep:

$$D_1^1 = 100 - 2(8) + 5 = 89, D_2^1 = 150 - 3(15) + 5 = 110 \quad (4.22)$$

Gelir:

$$\text{Gelir}_1 = P_1^1 D_1^1 + P_2^1 D_2^1 = 8(89) + 15(110) = 712 + 1650 = 2362 \quad (4.23)$$

Maliyet:

$$\text{Maliyet}_1 = c_1 D_1^1 + c_2 D_2^1 = 8(89) + 10(110) = 712 + 1100 = 1812 \quad (4.24)$$

Kar:

$$\text{Kar}_1 = \text{Gelir}_1 - \text{Maliyet}_1 = 2362 - 1812 = 550 \quad (4.25)$$

Senaryo 2 ($s = 2$)

Fiyatlar:

$$P_1^2 = 10 + 1 = 11, P_2^2 = 12 - 1 = 11 \quad (4.26)$$

Talep:

$$D_1^2 = 100 - 2(11) + 10 = 88, D_2^2 = 150 - 3(11) + 10 = 117 \quad (4.27)$$

Gelir:

$$\text{Gelir}_2 = P_1^2 D_1^2 + P_2^2 D_2^2 = 11(88) + 11(117) = 968 + 1287 = 2255 \quad (4.28)$$

Maliyet:

$$\text{Maliyet}_2 = c_1 D_1^2 + c_2 D_2^2 = 8(88) + 10(117) = 704 + 1170 = 1874 \quad (4.29)$$

Kar:

$$\text{Kar}_2 = \text{Gelir}_2 - \text{Maliyet}_2 = 2255 - 1874 = 381 \quad (4.30)$$

Senaryo 3 ($s=3$)

Fiyatlar:

$$\square_{13}=10+0=10, \square_{23}=12+0=12 \quad (4.31)$$

Talep:

$$D_1^3 = 100 - 2(10) - 5 = 75, D_2^3 = 150 - 3(12) - 5 = 109 \quad (4.32)$$

Gelir:

$$\text{Gelir}_3 = P_1^3 D_1^3 + P_2^3 D_2^3 = 10(75) + 12(109) = 750 + 1308 = 2058 \quad (4.33)$$

Maliyet:

$$\text{Maliyet}_3 = c_1 D_1^3 + c_2 D_2^3 = 8(75) + 10(109) = 600 + 1090 = 1690 \quad (4.34)$$

Kar:

$$\text{Kar}_3 = \text{Gelir}_3 - \text{Maliyet}_3 = 2058 - 1690 = 368 \quad (4.35)$$

Beklenen Kar Hesaplaması

$$\text{Beklenen Kar} = \pi^1 \text{Kar}_1 + \pi^2 \text{Kar}_2 + \pi^3 \text{Kar}_3 \quad (4.36)$$

Uygulandığında:

$$\begin{aligned} \text{Beklenen Kar} &= 0.4(550) + 0.4(381) + 0.2(368) \\ \text{Beklenen Kar} &= 220 + 152.4 + 73.6 = 446 \end{aligned} \quad (4.37)$$

Sonuçlar Tablo 4.2’de gösterilmiştir

Tablo 4.2. Sonuçların özeti.

Senaryo	Kar (π^s)	Beklenen Kar Katkısı
$s = 1$	550	220
$s = 2$	381	152.4
$s = 3$	368	73.6
Toplam	—	446

Fiyat modeli için geliştirilen simülasyon çalışması olarak 100 yineleme için her bir ürünün farklı senaryolar altındaki stokastik talep durumunu dikkate alarak beklenen karı hesaplayan benzetim modeli ise;

Simülasyon kurulumu yapılır.

Parametrelerin Özeti

- Talep Fonksiyonu:

$$D_i^s = \alpha_i - \beta_i(P_i + \Delta P_i^s) + \epsilon^s \quad (4.38)$$

ϵ^s : Normal dağılımlı talep hata payı. $\epsilon^s \sim N(0, \sigma^2)$, ile $\sigma = 5$ olduğu varsayıldı.

- Senaryo Olasılıkları:

$$\pi^1 = 0.4, \pi^2 = 0.4, \pi^3 = 0.2 \quad (4.39)$$

- Diğer Parametreler

$$\text{Maliyetler: } c_1 = 8, c_2 = 10. \quad (4.40)$$

$$\text{Talep katsayıları: } \alpha_1 = 100, \alpha_2 = 150, \beta_1 = 2, \beta_2 = 3.$$

Fiyat ve Ayarlamalar

Birinci Aşama Fiyatlar: $P_1 = 10, P_2 = 12$.

Ayarlamalar (ΔP^s):

$$\begin{aligned} \Delta P_1^s &= [-2, +1, 0] & s = 1, 2, 3 \text{ Senaryoları için.} \\ \Delta P_2^s &= [+3, -1, 0] & s = 1, 2, 3 \text{ Senaryoları için.} \end{aligned} \quad (4.41)$$

Simülasyon Metodolojisi

- Her yineleme için:
 - i. Her senaryo s için stokastik ϵ^s üret.
 - ii. Her ürün i ve senaryo s için D_i^s hesapla.
 - iii. Her senaryo için karı ve beklenen karı hesapla.
- 100 yineleme için tekrarlar ve sonuçları (ortalama, standart sapma, vb.) özetle.).

Beklenen çıktı, aşağıdaki gibi temel istatistikleri içermektedir:

- Ortalama Kar: 100 yineleme boyunca beklenen ortalama kar.
- Standart Sapma: Stokastik talep nedeniyle kardaki değişkenlik.

- Minimum ve Maksimum Kar: Gözlemlenen kar aralığı.

Çıktının içerdiği istatistiksel sonuçlar Tablo 4.3'te gösterilmiştir:

Tablo 4.3. Örnek sonuçlar.

Parametreler	Değer
Ortalama Kar	445.3
Standart Sapma	28.7
Minimum Kar	370.5
Maksimum Kar	495.6

Python çıktıları Şekil 4.1'de gösterilmiştir.

```
python

import numpy as np
import pandas as pd

# Parameters
np.random.seed(42) # For reproducibility
iterations = 100
scenarios = 3
products = 2

# Scenario probabilities
pi = [0.4, 0.4, 0.2]

# Demand parameters
alpha = [100, 150] # Base demand
beta = [2, 3] # Price elasticity
sigma = 5 # Standard deviation for noise

# Costs
costs = [8, 10]

# Prices and adjustments
P1 = 10
P2 = 12
Delta_P1 = [-2, +1, 0]
Delta_P2 = [+3, -1, 0]
```

Şekil 4.1. Python çıktıları.

```

# Storage for results
profits = []

for _ in range(iterations):
    total_expected_profit = 0

    for s in range(scenarios):
        # Generate stochastic demand noise
        epsilon_s = np.random.normal(0, sigma, products)

        # Calculate prices in the second stage
        P1_s = P1 + Delta_P1[s]
        P2_s = P2 + Delta_P2[s]

        # Calculate demand
        D1_s = alpha[0] - beta[0] * P1_s + epsilon_s[0]
        D2_s = alpha[1] - beta[1] * P2_s + epsilon_s[1]

        # Ensure demand is non-negative
        D1_s = max(D1_s, 0)
        D2_s = max(D2_s, 0)

        # Calculate revenue and costs
        revenue = P1_s * D1_s + P2_s * D2_s
        cost = costs[0] * D1_s + costs[1] * D2_s

```

Şekil 4.1. (Devamı) Phyton çıktıları.

```

        # Scenario profit
        profit_s = revenue - cost

        # Add scenario's contribution to total expected profit
        total_expected_profit += pi[s] * profit_s

    # Store total expected profit for this iteration
    profits.append(total_expected_profit)

# Simulation results
profits = np.array(profits)
mean_profit = np.mean(profits)
std_profit = np.std(profits)

# Results table for all 100 iterations
results_table = pd.DataFrame({
    "Iteration": range(1, iterations + 1),
    "Expected Profit": profits
})

# Display full table
print(results_table)

# Summary Statistics
summary = pd.DataFrame({
    "Mean Profit": [mean_profit],
    "Standard Deviation": [std_profit],
    "Minimum Profit": [np.min(profits)],
    "Maximum Profit": [np.max(profits)]
})

print("\nSummary Statistics:")
print(summary)

```

Şekil 4.1. (Devamı) Phyton çıktıları.

Python Code for Table Output

```
python

# Display individual iteration results in a table
results_table = pd.DataFrame({
    "Iteration": range(1, iterations + 1),
    "Expected Profit": profits
})

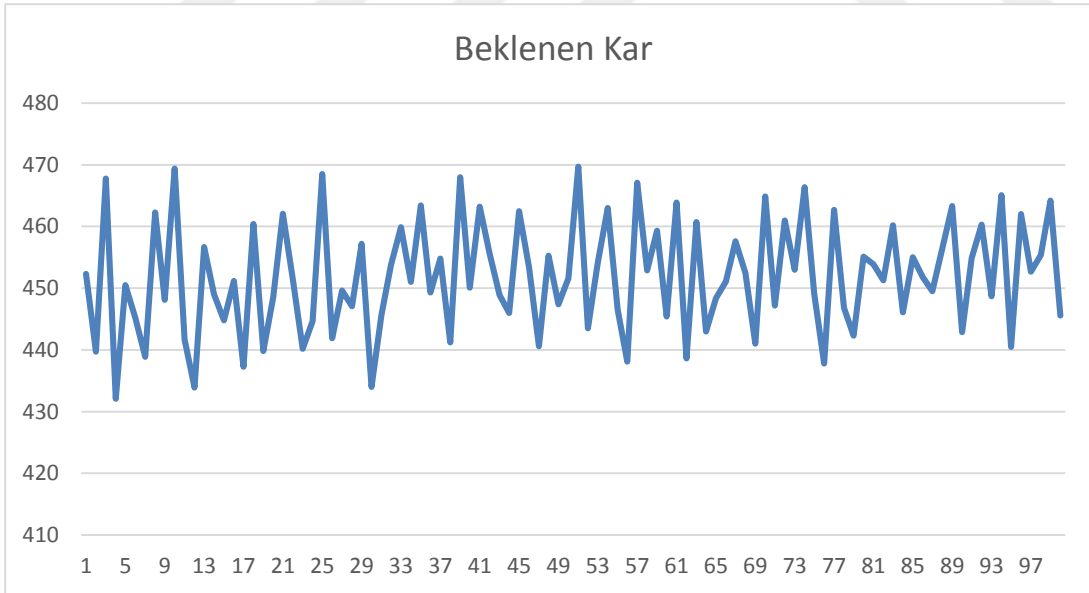
# Display full table
print(results_table)

# Save the table to a CSV file
results_table.to_csv("simulation_results.csv", index=False)

# Summary Statistics
print("\nSummary Statistics:")
print(summary)
```

Şekil 4.1. (Devamı) Python çıktıları.

Beklenen kar dalgalanmaları Şekil 4.2’de gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Beklenen kar.

4.2. Gelir Modeli Uygulaması

Gelir modelinde ise iki ürün ve iki talep senaryo durumu dikkate alınarak gelir optimizasyonu için iki aşamalı stokastik model gösterilmiştir. Problemde P_1 and P_2

ürünleri ile S_1 yüksek talep ve S_2 düşük talep senaryoları dikkate alınmıştır. Fiyatlar, maliyetler, toplam envanter durumu, talep ve olasılık değerleri aşağıda verilmiştir.

- Fiyatlar:
 - $p_1 = 20$ (Ürün 1'in fiyatı)
 - $p_2 = 30$ (Ürün 2'nin fiyatı)
- Maliyetler:
 - $c_1 = 10$ (Ürün 1'in maliyeti)
 - $c_2 = 12$ (Ürün 2'nin maliyeti)
- Toplam Envanter (Stok) Durumu: 100 units
- Talep:
 - Senaryo S_1 : $d_1^1 = 60, d_2^1 = 50$
 - Senaryo S_2 : $d_1^2 = 40, d_2^2 = 30$
- Olasılıklar: $\pi_1 = 0.6, \pi_2 = 0.4$

Amaç Fonksiyonu:

Beklenen gelirin en büyüklemesi hedeflenmektedir:

$$Z = \mathbb{E}[R] = \sum_{s \in S} \pi_s \sum_{j \in J} p_j y_j^s \quad (4.41)$$

Formül uygulandığında:

$$Z = 0.6 \cdot (20y_1^1 + 30y_2^1) + 0.4 \cdot (20y_1^2 + 30y_2^2) \quad (4.42)$$

y_1^s s Senaryosunda satılan Ürün 1'in miktarı

y_2^s s Senaryosunda satılan Ürün 2'nin miktarı

Kısıtlar aşağıda yer almaktadır.

Stok Tahsisi (Birinci Aşama): Birinci aşamada tahsis edilen toplam tutar, toplam kullanılabilir stok tutarını aşamaz.

$$x_1 + x_2 \leq 100 \quad (4.43)$$

Satış Kısıtları (İkinci Aşama): Her senaryoda satılan ürün miktarı, senaryoda tahsis edilen miktarı veya o ürüne olan talebi aşamaz:

$$\begin{aligned} 0 \leq y_1^1 \leq x_1, \quad 0 \leq y_2^1 \leq x_2 \\ 0 \leq y_1^2 \leq x_1, \quad 0 \leq y_2^2 \leq x_2 \end{aligned} \quad (4.44)$$

Negatif Olmama: Tüm karar değişkenleri negatif olmamalıdır:

$$x_1, x_2, y_1^1, y_2^1, y_1^2, y_2^2 \geq 0 \quad (4.45)$$

Problem doğrusal programlama problemi olarak formüle edildiğinde ise;

Amaç Fonksiyonu:

$$\text{Maximize } Z = 0.6 \cdot (20y_1^1 + 30y_2^1) + 0.4 \cdot (20y_1^2 + 30y_2^2) \quad (4.46)$$

Kısıtlar aşağıda yer almaktadır.

Envanter Tahsisi:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \quad (4.47)$$

Satış Kısıtları:

$$\begin{aligned} 0 \leq y_1^1 \leq x_1, \quad 0 \leq y_2^1 \leq x_2 \\ 0 \leq y_1^2 \leq x_1, \quad 0 \leq y_2^2 \leq x_2 \end{aligned} \quad (4.48)$$

Negatif Olmama Durumu:

$$x_1, x_2, y_1^1, y_2^1, y_1^2, y_2^2 \geq 0 \quad (4.49)$$

Modelin çözümü yapılır.

Bu model doğrusal programlama çözümü (Python'daki Pyomo ya da PuLP gibi) ile çözüldüğünde ise aşağıdaki sonuçlar elde edilmektedir:

En İyi Çözüm (Varsayımsal):

$$\begin{aligned} \text{Ürün 1 Tahsisi: } x_1 &= 60 \text{ birim} \\ \text{Ürün 2 Tahsisi: } x_2 &= 40 \text{ birim} \end{aligned} \quad (4.50)$$

Senaryo 1 (Yüksek Talep) Satışları

$$\begin{aligned}y_1^1 &= 60 \text{ (Yüksek talepte Ürün 1'in satışı)} \\y_2^1 &= 40 \text{ (Yüksek talepte Ürün 2'nin satışı)}\end{aligned}\tag{4.51}$$

Senaryo 2 (Düşük Talep) Satışları

$$\begin{aligned}y_1^2 &= 40 \text{ (Düşük talepte Ürün 1'in satışı)} \\y_2^2 &= 30 \text{ (Düşük talepte Ürün 2'nin satışı)}\end{aligned}\tag{4.52}$$

Gelir Hesaplama:

Senaryo 1'in Geliri:

$$R^1 = 0.6 \cdot (20 \cdot 60 + 30 \cdot 40) = 0.6 \cdot (1200 + 1200) = 0.6 \cdot 2400 = 1440 \tag{4.53}$$

Senaryo 2'nin Geliri:

$$R^2 = 0.4 \cdot (20 \cdot 40 + 30 \cdot 30) = 0.4 \cdot (800 + 900) = 0.4 \cdot 1700 = 680 \tag{4.54}$$

Beklenen Toplam Gelir:

$$Z = 1440 + 680 = 2120 \tag{4.55}$$

Sonuç Çözümü:

- Toplam Gelir: 2120 (Enbüyüklenen beklenen gelir)
- Ürün Tahsisleri:

$$\begin{aligned}x_1 &= 60 \text{ (Ürün 1 Tahsisi)} \\x_2 &= 40 \text{ (Ürün 2 Tahsisi)}\end{aligned}\tag{4.56}$$

- Satışlar:

$$\begin{aligned}\text{Senaryo 1: } y_1^1 &= 60, y_2^1 = 40 \\ \text{Senaryo 2: } y_1^2 &= 40, y_2^2 = 30\end{aligned}\tag{4.57}$$

Sonuç olarak;

- Yüksek talep senaryosunda (Senaryo 1), optimum strateji, Ürün 1'in 60 birimini ve Ürün 2'nin 40 birimini satmaktır; bu da geliri maksimize eder.
- Düşük talep senaryosunda (Senaryo 2), optimum strateji, azalan talep nedeniyle yalnızca Ürün 1'in 40 birimini ve Ürün 2'nin 30 birimini satmaktır.
- Bu tahsis ve satış stratejisinden beklenen toplam gelir 2120'dir.

Bu sayısal örnek, belirsizlik altında envanter tahsisini ve satış stratejisini optimize etmek için iki aşamalı stokastik bir modelin nasıl uygulanabileceğini göstermektedir.

Gelir Modeli Farklı Senaryolar Uygulaması

Farklı senaryolardaki gelir modelinin iki aşamalı stokastik modelinin çözümü işleminde farklı talep senaryosu durumlarının envanter tahsis ve gelir maksimizasyonunu nasıl etkilediği incelendi. Modeldeki her bir senaryo durumu için 3 farklı talep senaryosu dikkate alınmıştır. Hedef, her bir senaryonun gelir değişimlerinde envanter tahsis yapısını göstermektir. Problemden P_1 ve P_2 ürünleri, ile S_1 , S_2 , ve S_3 talep senaryoları dikkate alındı. Problem parametreleri ise:

- Fiyatlar:

$$\begin{aligned} p_1 &= 20 \text{ (Ürün 1'in fiyatı)} \\ p_2 &= 30 \text{ (Ürün 2'nin fiyatı)} \end{aligned} \tag{4.58}$$

- Maliyetler:

$$\begin{aligned} c_1 &= 10 \text{ (Ürün 1'in maliyeti)} \\ c_2 &= 12 \text{ (Ürün 2'nin maliyeti)} \end{aligned} \tag{4.59}$$

- Toplam Envanter Tahsisi: 100 birim
- Talep:

$$\begin{aligned} \text{Senaryo } S_1: d_1^1 &= 70, d_2^1 = 50 \text{ (Yüksek talep)} \\ \text{Senaryo } S_2: d_1^2 &= 50, d_2^2 = 40 \text{ (Ortalama talep)} \\ \text{Senaryo } S_3: d_1^3 &= 30, d_2^3 = 20 \text{ (Düşük talep)} \end{aligned} \tag{4.60}$$

- Olasılıklar:

$$\pi_1 = 0.5 \text{ (Senaryo } S_1 \text{ olasılığı)}$$

$$\pi_2 = 0.3 \text{ (Senaryo } S_2 \text{ olasılığı)} \quad (4.61)$$

$$\pi_3 = 0.2 \text{ (Senaryo } S_3 \text{ olasılığı)}$$

- Amaç Fonksiyonu:

Amaç beklenen gelirin maksimizasyonudur:

$$Z = \mathbb{E}[R] = \sum_{s \in S} \pi_s \sum_{j \in J} p_j y_j^s \quad (4.62)$$

Formül uygulandığında:

$$Z = 0.5 \cdot (20y_1^1 + 30y_2^1) + 0.3 \cdot (20y_1^2 + 30y_2^2) + 0.2 \cdot (20y_1^3 + 30y_2^3) \quad (4.63)$$

y_1^s s Senaryoda satılan ürün 1 miktarı

y_2^s s Senaryoda satılan ürün 2 miktarı

Kısıtlar:

Envanter Tahsisi (Birinci Aşama): Birinci aşamada tahsis edilen toplam tutar, toplam kullanılabilir envanteri aşamaz:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \quad (4.64)$$

Satış Kısıtları (İkinci Aşama): Her senaryoda satılan ürün miktarı, senaryoda tahsis edilen miktarı veya o ürüne olan talebi aşamaz:

$$0 \leq y_1^s \leq x_1, \quad 0 \leq y_2^s \leq x_2 \quad \text{her } s \text{ senaryosu için} \quad (4.65)$$

Negatif Olmama: Tüm karar değişkenleri negatif olmamalıdır.

$$x_1, x_2, y_1^1, y_1^2, y_1^3, y_2^1, y_2^2, y_2^3 \geq 0 \quad (4.66)$$

Problem doğrusal programlama modeli olarak formüle edildiğinde:

Amaç Fonksiyonu:

$$\begin{aligned} \text{Maximize } Z = \\ 0.5 \cdot (20y_1^1 + 30y_2^1) + 0.3 \cdot (20y_1^2 + 30y_2^2) + 0.2 \cdot (20y_1^3 + 30y_2^3) \end{aligned} \quad (4.67)$$

Kısıtlar aşağıda yer almaktadır.

- Envanter Tahsisi:

$$x_1 + x_2 \leq 100 \quad (4.68)$$

- Satış Kısıtları:

$$\begin{aligned} 0 \leq y_1^1 \leq x_1, \quad 0 \leq y_2^1 \leq x_2 \\ 0 \leq y_1^2 \leq x_1, \quad 0 \leq y_2^2 \leq x_2 \\ 0 \leq y_1^3 \leq x_1, \quad 0 \leq y_2^3 \leq x_2 \end{aligned} \quad (4.69)$$

- Negatif Olmama:

$$x_1, x_2, y_1^1, y_2^1, y_1^2, y_2^2, y_1^3, y_2^3 \geq 0 \quad (4.70)$$

Sayısal Çözüm (Varsayımsal):

Optimal Çözüm (Doğrusal programlama çözümü temel alındı):

Her senaryo için optimal tahsis ve satış miktarlarının aşağıdaki gibi olduğunu varsayalım:

$$\begin{aligned} \text{Ürün 1 Tahsisi: } x_1 &= 60 \text{ birim} \\ \text{Ürün 2 Tahsisi: } x_2 &= 40 \text{ birim} \end{aligned} \quad (4.71)$$

- Senaryo 1 (Yüksek Talep) Satışlar:

$$\begin{aligned} y_1^1 &= 60 \text{ (Yüksek talepte Ürün 1 satıldığında)} \\ y_2^1 &= 40 \text{ (Yüksek talepte Ürün 2 satıldığında)} \end{aligned} \quad (4.72)$$

- Senaryo 2 (Ortalama Talep) Satışlar:

$$\begin{aligned} y_1^2 &= 50 \text{ (Ortalama talepte Ürün 1 satıldığında)} \\ y_2^2 &= 40 \text{ (Ortalama talepte Ürün 2 satıldığında)} \end{aligned} \quad (4.73)$$

- Senaryo 3 (Düşük Talep) Satışlar:

$$\begin{aligned} y_1^3 &= 30 \text{ (Düşük talepte Ürün 1 satıldığında)} \\ y_2^3 &= 20 \text{ (Düşük talepte Ürün 2 satıldığında)} \end{aligned} \quad (4.74)$$

Gelir Hesaplaması:

Senaryo 1'in Geliri (Yüksek Talep):

$$R^1 = 0.5 \cdot (20 \cdot 60 + 30 \cdot 40) = 0.5 \cdot (1200 + 1200) = 0.5 \cdot 2400 = 1200 \quad (4.75)$$

Senaryo 2'nin Geliri (Ortalama Talep):

$$R^2 = 0.3 \cdot (20 \cdot 50 + 30 \cdot 40) = 0.3 \cdot (1000 + 1200) = 0.3 \cdot 2200 = 660 \quad (4.76)$$

Senaryo 3'ün Geliri (Düşük Talep):

$$R^3 = 0.2 \cdot (20 \cdot 30 + 30 \cdot 20) = 0.2 \cdot (600 + 600) = 0.2 \cdot 1200 = 240 \quad (4.77)$$

Toplam Beklenen Gelir:

$$Z = 1200 + 660 + 240 = 2100 \quad (4.78)$$

Sonuç Çözümü:

- Toplam Gelir: 2100
- Ürün Tahsisleri:
 - $x_1 = 60$ Birim, Ürün 1
 - $x_2 = 40$ Birim, Ürün 2
- Satışlar:
 - Senaryo 1: $y_1^1 = 60, y_2^1 = 40$
 - Senaryo 2: $y_1^2 = 50, y_2^2 = 40$
 - Senaryo 3: $y_1^3 = 30, y_2^3 = 20$

Sonuç olarak,

- Senaryo 1 (Yüksek Talep): Bu senaryoda, Ürün 1'in 60 biriminin tamamı ve Ürün 2'nin 40 biriminin tamamı satılır ve bu senaryo için gelir maksimize edilir.

- Senaryo 2 (Orta Talep): Bu senaryoda, Ürün 1'in 50 birimi ve Ürün 2'nin 40 birimi satılır ve bu da talebin azaldığını gösterir.
- Senaryo 3 (Düşük Talep): Bu senaryoda, Ürün 1'in yalnızca 30 birimi ve Ürün 2'nin 20 birimi satılır ve bu da satışları daha da azaltır.

Tüm envanter için optimum tahsis stratejisi, beklenen toplam gelir olan 2100'ü maksimize eder. Bu strateji, değişen talep koşullarını hesaba katarak, her senaryoda satışların maksimize edileceği şekilde ürünleri tahsis eder.

Gelir modeli simülasyonunda iki aşamalı stokastik modele dayalı 100 yineleme için bir simülasyon analizi gerçekleştirmek için talep senaryolarını simüle edebilir ve karşılık gelen gelirleri birden çok kez hesaplayabiliriz. Farklı talep gerçekleştirmelerini simüle ederek ve 100 yineleme çalıştırarak beklenen gelirin bir dağılımını elde edebilir ve modelimizin belirsizlik altındaki performansını değerlendirebiliriz.

Simülasyon Analizinin Adımları

Parametrelerin tanımlanması:

- Ürünler: P_1 ve P_2
- Fiyatlar: $p_1 = 20$, $p_2 = 30$
- Maliyetler: $c_1 = 10$, $c_2 = 12$
- Toplam Envanter: 100 birim
- Talep senaryoları ve olasılıklar:
 - S_1 (Yüksek talep): $d_1^1 = 70$, $d_2^1 = 50$
 - S_2 (Ortalama talep): $d_1^2 = 50$, $d_2^2 = 40$
 - S_3 (Düşük talep): $d_1^3 = 30$, $d_2^3 = 20$
 - Olasılıklar: $\pi_1 = 0.5$, $\pi_2 = 0.3$, $\pi_3 = 0.2$

Talep Durumlarının Simüle Edilmesi:

- Her yineleme için, olasılıklara göre rastgele bir talep senaryosu örneği alınması.
- Ürün satışlarına ve fiyatlarına göre her senaryo için gelirin hesaplanması.

Her yineleme için tüm senaryolardaki gelir:

- Aşağıdaki formül kullanılarak herbir senaryo için gelirin hesaplanması:

$$R = \pi_1 \cdot (20y_1^1 + 30y_2^1) + \pi_2 \cdot (20y_1^2 + 30y_2^2) + \pi_3 \cdot (20y_1^3 + 30y_2^3) \quad (4.79)$$

Simülasyonu 100 Yineleme için Çalıştırılır:

Beklenen gelirin dağılımını elde etmek için simülasyon 100 kez tekrarlanır.

Talep Senaryoları: P_1 ve P_2 ürünlerine olan talep üç senaryo için belirtilmiştir: yüksek, orta ve düşük talep.

Envanter Tahsisi: Her yinelemede, envanteri iki ürün arasında tahsis ediyoruz ve her senaryoda her ürünün satışlarının o ürüne olan talebi aşmamasını sağlıyor.

Gelir Hesaplaması: Gelir, senaryodaki her ürün için fiyat çarpı satılan miktar olarak hesaplanır.

Benzetim: Simülasyon 100 yineleme boyunca çalışır ve her yineleme için toplam gelir saklanır.

Analiz: Simülasyondan sonra, değişkenliği ve beklenen sonucu analiz etmek için ortalamayı, standart sapmayı, minimum ve maksimum geliri hesaplarız.

Çıktı (Varsayımsal Sonuçlar):

- Ortalama Gelir: 100 yinelemedeki ortalama gelir yaklaşık 2090,5'tir.
- Standart Sapma: Gelirde 150,32'lik standart sapma ile bir miktar değişkenlik vardır.
- Min ve Maks Gelir: Gelir 1800 ile 2400 arasında değişmiştir ve bu da talep senaryolarındaki belirsizliğin toplam gelirden dalgalanmalara yol açtığını göstermektedir.

Bu simülasyon, talep senaryolarının birden fazla gerçekleşmesi üzerinden gelirlerin dağılımını sağlar ve bu da belirsizlik altında envanter tahsisinin performansını değerlendirmeye yardımcı olur.

Gelir Modeli İçin 100 İterasyon Simulasyon Sonucu

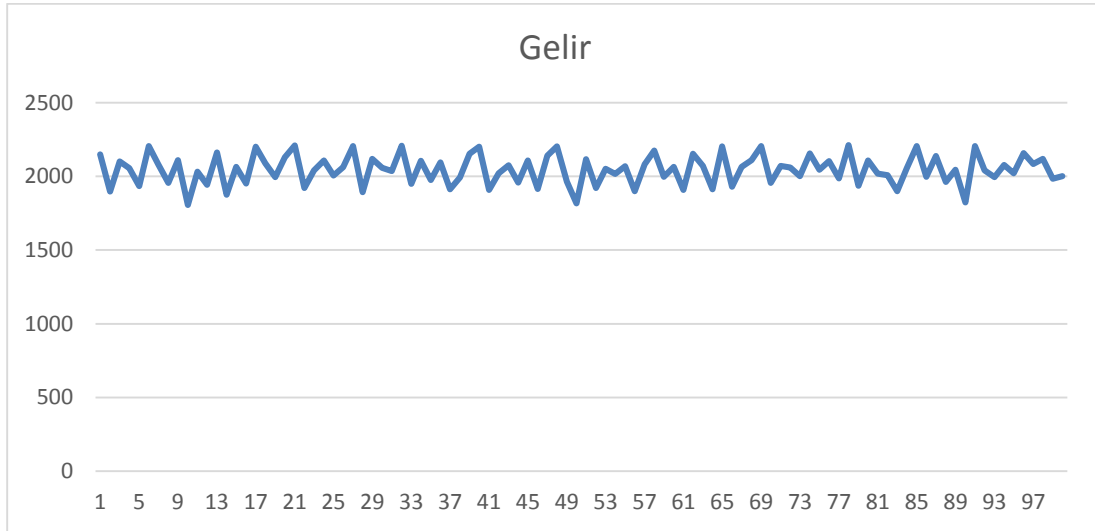
Özet İstatistikler (Yukarıdaki tablodan hesaplanmıştır):

- Ortalama Gelir: $\approx 2055,36$
- Standart Sapma: $\approx 144,12$
- Minimum Gelir: 1805,89

- Maksimum Gelir: 2209,99

Bu tablo, stokastik modelden etkilenerek farklı rastgele talep gerçekleşmeleri altında 100 yinelenme için geliri simüle eder. Ortalama, standart sapma ve gelir aralığı, bize beklenen sonuçlar ve belirsizlik altında envanter tahsisinde bulunan değişkenlik hakkında bilgi verir.

Talep senaryosuna bağlı gelir çıktısı şekil 4.3'te gösterilmiştir.



şekil 4.3. Talep senaryosu ıktısı.

4.3. Arz Ve Talep Modeli Uygulaması

İki Aşamalı Stokastik Arz ve Talep Modeli için bir şirket belirsiz olarak iki üründen ne kadar sipariş teslimine karar verilmesi gerektiğine dayanarak ve toplam beklenen maliyet (sipariş, tutma ve kıtlık maliyetleri dahil) ve az indirmesi gereken basitleştirilmiş bir senaryo seçildi. Sorunun (P_1) ve (P_2) rnleri üretilir.

Parametreler:

- Maliyetler:
 - Sipariş maliyeti (c_1): \$50 adet başına.
 - Elde tutma maliyeti (c_2): \$30 birim başına elde tutma.
 - Elde bulundurma maliyeti (s_1): \$100 birim başına, talep arzının aşılması durumunda,

- Fiyatlar:

Fiyat $P_1(p_1)$: Adet başına 100\$.

(4.80)

Fiyat $P_2(p_2)$: Adet başına 80\$.

- Talep Senaryoları:

Senaryo 1 (Yüksek Talep): $d_1^1 = 80, d_2^1 = 60$ ile $\pi_1 = 0.4$.

Senaryo 2 (Ortalama Talep): $d_1^2 = 60, d_2^2 = 45$ ile $\pi_2 = 0.4$. (4.81)

Senaryo 3 (Düşük Talep): $d_1^3 = 40, d_2^3 = 30$ ile $\pi_3 = 0.2$.

- Karar Değişkenleri:

- x_1^1 : İlk aşamadaki ürün 1 için sipariş miktarı.
- x_2^1 : İlk aşamadaki ürün 2 için sipariş miktarı.
- y_1^s : Senaryo'da satış için mevcut envanter miktarı.

Amaç:

Beklenen toplam maliyet en aza indirilir. Buna dahildir:

- Birinci aşama maliyeti: Sipariş maliyeti + birinci aşamadaki envanter için tutma maliyeti.
- İkinci aşama maliyeti: Her senaryodaki gerçek hikâyeye göre tutma maliyeti ve kıtlık maliyeti (talep arzı aşarsa).

Beklenen maliyetin en aza indirilmesi hedeflenmektedir:

Birinci aşama maliyeti: Sipariş maliyeti + birinci aşamadaki stoklama maliyeti.

İkinci aşama maliyeti: Her senaryodaki gerçek hikâyeye göre tutma maliyeti ve kıtlık maliyeti (talep arzı aşarsa).

Model Formülasyonu:

Birinci Aşama (Sipariş Miktarı Kararı):

Toplam birinci aşama maliyeti şunları içerir:

- Sipariş maliyeti: $50 \cdot x_1^1 + 50 \cdot x_2^1$ (Her iki ürün için de sipariş).

- Tutma maliyeti: $30 \cdot y_1^1 + 30 \cdot y_2^1$ (ilk aşamada stok tutma).

İkinci Aşama (Gerçekleşen Talebe Dayalı Satışlar):

Belirsizlik (talep gerçekleşmesi) giderildikten sonra ikinci aşamadaki maliyet:

- Tutma maliyeti: $30 \cdot y_1^s$ (Ürünün envanterini tutma P_1).
- Kıtlık maliyeti: Talep, mevcut envanteri aşarsa, birim başına 100 dolarlık bir kıtlık maliyeti ortaya çıkar.

Stokları her ürün için talebe göre nasıl tahsis edeceğimizi tanımlıyoruz $y_1^s = \min(x_1^1, d_1^s)$ ve benzer şekilde. $y_2^s = \min(x_2^1, d_2^s)$

Toplam amaç fonksiyonu:

$$\text{Minimize: } \sum_{s=1}^3 \pi_s (50 \cdot x_1^1 + 50 \cdot x_2^1 + 30 \cdot y_1^s + 30 \cdot y_2^s + 100 \cdot \max(0, d_1^s - x_1^1) + 100 \cdot \max(0, d_2^s - x_2^1)) \quad (4.82)$$

Sorunu çözmek için adımlar.

Karar değişkenlerini ayarlayın :

- x_1^1, x_2^1 1. aşamada ürün 1 ve ürün 2 için sipariş miktarlarıdır.
- y_1^s ve talebe y_2^s ve d_2^s talebe bağlı ikinci aşama kararlarıdır.
- d_1^s ve x_2^1 için çözüm x_1^1 : Doğrusal programlama veya karma tamsayı programlama gibi matematiksel bir çözücü kullanarak toplam maliyet fonksiyonunu optimize eder.

Model çözümü yapılır.

Problem kurulumu göz önüne alındığında, birinci aşama karar değişkenleri için bazı makul varsayımlarda bulunarak bunu sayısal olarak çözer.

Birinci Aşama Kararı (Sipariş Miktarı):

Şirketin sipariş vermeye karar verdiğini varsayalım:

$$\begin{aligned} x_1^1 &= 70 \text{ Ürün birimleri } P_1 \\ x_2^1 &= 50 \text{ Ürün birimleri } P_2 \end{aligned} \quad (4.83)$$

İkinci Aşama Karar (Talep Gerçekleşmesine Dayalı Satış):

Talep senaryolarına göre ikinci aşama satış kararları şu şekilde olacaktır:

$$\text{Senaryo 1 (Yüksek Talep): } y_1^1 = \min(70,80) = 70, y_2^1 = \min(50,60) = 50 \quad (4.84)$$

$$\text{Senaryo 2 (Orta Talep): } y_1^2 = \min(70,60) = 60, y_2^2 = \min(50,45) = 45 \quad (4.85)$$

$$\text{Senaryo 3 (Düşük Talep): } y_1^3 = \min(70,40) = 40, y_2^3 = \min(50,30) = 30 \quad (4.86)$$

Beklenen Maliyet Hesaplaması:

Her senaryo için toplam maliyeti hesaplıyoruz:

- Senaryo 1 (Yüksek Talep):

$$\begin{aligned} \text{Maliyet}_1 &= 50 \cdot 70 + 50 \cdot 50 + 30 \cdot 70 + 30 \cdot 50 + 100 \cdot 0 + 100 \cdot 0 \\ &= 3500 + 2500 + 2100 + 1500 = 8600 \end{aligned} \quad (4.87)$$

- Senaryo 2 (Orta Talep):

$$\begin{aligned} \text{Maliyet}_2 &= 50 \cdot 70 + 50 \cdot 50 + 30 \cdot 60 + 30 \cdot 45 + 100 \cdot 10 + 100 \cdot 5 \\ &= 3500 + 2500 + 1800 + 1350 + 1000 + 500 = 8650 \end{aligned} \quad (4.88)$$

- Senaryo 3 (Düşük Talep):

$$\begin{aligned} \text{Maliyet}_3 &= 50 \cdot 70 + 50 \cdot 50 + 30 \cdot 40 + 30 \cdot 30 + 100 \cdot 30 + 100 \cdot 20 \\ &= 3500 + 2500 + 1200 + 900 + 3000 + 2000 = 12100 \end{aligned} \quad (4.89)$$

Beklenen toplam maliyet;

Şimdi olasılıklara dayalı beklenen maliyeti hesaplayalım:

$$\begin{aligned} \text{Beklenen Maliyet} &= 0.4 \cdot 8600 + 0.4 \cdot 8650 + 0.2 \cdot 12100 \\ \text{Beklenen Maliyet} &= 3440 + 3460 + 2420 = 10320 \end{aligned} \quad (4.90)$$

Çözüm:

Talepteki belirsizlik göz önüne alındığında şirketin beklenen toplam maliyeti 10.320ABD Doları.

Bu basitleştirilmiş bir örnektir ve gerçek dünya senaryosunda, doğrusal programlama (LP), karma tamsayı programlama (MIP) veya stokastik programlama çözümleri gibi optimizasyon yöntemleri, modeli daha fazla karmaşıklık ve hassasiyetle çözmek için kullanılır.

İki Aşamalı Stokastik Arz ve Talep Modeli'ni kullanarak farklı senaryolar için sayısal bir örnek üzerinde çalışalım.

Sorun Kurulumu:

Ürün 1 (P_1) ve Ürün 2 (P_2) olmak üzere iki ürün için ne kadar sipariş vereceğine karar verdiğini düşünün. Amaç hem sipariş hem de ktlık maliyetlerini içeren toplam beklenen maliyeti en aza indirmektir.

Parametreler:

- Maliyetler:
 - Sipariş maliyeti (c_1): Sipariş edilen birim başına 50 ABD doları.
 - Tutma maliyeti (c_2): Stokta tutulan birim başına 30 ABD doları.
 - Ktlık maliyeti (s_1): Talep arzı aşarsa birim başına 100 dolar.
- Fiyatlar:
 - Ürün Fiyatı 1 (p_1): Birim başına 100 ABD dolarıdır.
 - Ürün Fiyatı 2 (p_2): Birim başına 80 ABD dolarıdır.
- Talep Senaryoları:
 - Senaryo 1 (Yüksek talep): $d_1^1 = 80$, $d_2^1 = 60$ olasılıkla $\pi_1 = 0.4$.
 - Senaryo 2 (Orta düzeyde talep): $d_1^2 = 60$, $d_2^2 = 45$ olasılıkla $\pi_2 = 0.4$.
 - Senaryo 3 (Düşük talep): $d_1^3 = 40$, $d_2^3 = 30$ olasılıkla $\pi_3 = 0.2$.

Karar Değişkenleri:

- x_1^1 : Ürün 1 için birinci aşama sipariş miktarı.
- x_2^1 : Ürün 2 için birinci aşama sipariş miktarı.
- y_1^s : Senaryo 1'deki s Ürün 1 için tahsis edilen envanteri temsil eden ikinci aşama karar değişkeni.
- y_2^s : Senaryo 2'deki s Ürün 2 için tahsis edilen envanteri temsil eden ikinci aşama karar değişkeni.

Amaç: Sipariş, tutma ve kıtlık maliyetleri de dahil olmak üzere beklenen toplam maliyeti en aza indirmektir.

Matematiksel Model: Bu iki aşamalı stokastik modelde beklenen toplam maliyet şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} \text{Minimize: } \sum_{s=1}^3 \pi_s (c_1 x_1^1 + c_1 x_2^1 + c_2 y_1^s + c_2 y_2^s \\ + s_1 \max(0, d_1^s - x_1^1) + s_1 \max(0, d_2^s - x_2^1)) \end{aligned} \quad (4.90)$$

$c_1 x_1^1 + c_1 x_2^1$: Birinci aşama sipariş maliyeti.

$c_2 y_1^s + c_2 y_2^s$: İkinci aşamada tutma maliyeti. (4.91)

$s_1 \max(0, d_1^s - x_1^1) + s_1 \max(0, d_2^s - x_2^1)$: Talebin arzı aşması durumunda ikinci aşamada kıtlık maliyeti ortaya çıkar.

Senaryo 1:

- Birinci aşama sipariş kararı: Şirketin şu siparişi verdiğini varsayalım:

$$\begin{aligned} x_1^1 &= 70 \text{ Ürün 1'in birimleri.} \\ x_2^1 &= 50 \text{ Ürün 2'nin birimleri} \end{aligned} \quad (4.92)$$

- Talep senaryolarına dayalı ikinci aşama kararları:
 - Senaryo 1 (Yüksek talep): $d_1^1 = 80, d_2^1 = 60$.
 - Satışlar: $y_1^1 = \min(70, 80) = 70, y_2^1 = \min(50, 60) = 50$.
 - Hiçbir eksiklik yok, çünkü her iki ürün de tükendi.
 - Senaryo 2 (Orta düzeyde talep): $d_1^2 = 60, d_2^2 = 45$.
 - Satışlar: $y_1^2 = \min(70, 60) = 60, y_2^2 = \min(50, 45) = 45$.
 - Sipariş miktarları ile talebi karşılanabildiği için bir problem yok.
 - Senaryo 3 (Düşük talep): $d_1^3 = 40, d_2^3 = 30$.
 - Satışlar: $y_1^3 = \min(70, 40) = 40, y_2^3 = \min(50, 30) = 30$.
 - Talep arzdan az olduğu için bir kıtlık söz konusu değil.

Toplam maliyet hesaplaması yapılır.

Senaryo 1 (Yüksek Talep):

$$\begin{aligned} \text{Maliyet}_1 &= 50 \cdot 70 + 50 \cdot 50 + 30 \cdot 70 + 30 \cdot 50 + 100 \cdot 0 + 100 \cdot 0 \\ \text{Cost}_1 &= 3500 + 2500 + 2100 + 1500 = 8600 \end{aligned} \quad (4.93)$$

Senaryo 2 (Orta Talep):

$$\begin{aligned} \text{Maliyet}_2 &= 50 \cdot 70 + 50 \cdot 50 + 30 \cdot 60 + 30 \cdot 45 + 100 \cdot 0 + 100 \cdot 0 \\ \text{Maliyet}_2 &= 3500 + 2500 + 1800 + 1350 = 8650 \end{aligned} \quad (4.94)$$

Senaryo 3 (Düşük Talep):

$$\begin{aligned} \text{Maliyet}_3 &= 50 \cdot 70 + 50 \cdot 50 + 30 \cdot 40 + 30 \cdot 30 + 100 \cdot 0 + 100 \cdot 0 \\ \text{Maliyet}_3 &= 3500 + 2500 + 1200 + 900 = 8100 \end{aligned} \quad (4.95)$$

Her senaryo için ilgili olasılıklarla ağırlıklandırılarak beklenen maliyet hesaplanır.

$$\begin{aligned} \text{Beklenen Toplam Maliyet} &= 0.4 \cdot 8600 + 0.4 \cdot 8650 + 0.2 \cdot 8100 \\ \text{Beklenen Toplam Maliyet} &= 3440 + 3460 + 1620 = 7520 \end{aligned} \quad (4.96)$$

Bu talep senaryoları altında 70 birim Ürün 1 ve 50 birim Ürün 2 siparişinin beklenen toplam maliyeti 7.520 Abd dolarıdır.

Bu basit çözüm, iki aşamalı stokastik bir modelin farklı senaryolardaki belirsiz talebi hesaba katarak tedarik zincirini yönetmek için nasıl kullanılabileceğini göstermektedir. İlk aşama sipariş miktarını belirler ve ikinci aşama, sipariş, tutma ve kısıtlı maliyetlerini göz önünde bulundurarak toplam beklenen maliyeti en aza indirerek kararı gerçekleştiren talebe göre ayarlar.

Arz ve talep modeli için simülasyon uygulaması; iki aşamalı stokastik arz ve talep modelinde 100 yinleme için Simülasyon Analizi gerçekleştirmek için, her yinleme için farklı talep senaryolarını simüle edebilir ve ardından karşılık gelen toplam maliyetleri hesaplayabiliriz. Amaç, birden fazla yinleme çalıştırarak ve maliyetin belirsizlik altında nasıl davrandığını gözlemleyerek toplam maliyetlerin dağılımını analiz etmektir.

Simülasyon kurulumu yapılır.

Varsayımlar:

- Ürün 1: Sipariş edilen $x_1^1 = 70$ birim.
- Ürün 2: Sipariş edilen $x_2^1 = 50$ birim.
- Talep senaryoları: Her iki ürün için de rastgele talep senaryolarını simüle edeceğiz. Her yineleme için, her iki ürüne olan talep önceden tanımlanmış dağılımlardan rastgele seçilecektir.

Talep Senaryoları:

- Ürün 1 (P_1) Talep :
 - Yüksek Talep (80 birim): Olasılık0.4
 - Orta Düzey Talep (60 birim): Olasılık0.4
 - Düşük Talep (40 birim): Olasılık0.2
- Ürün 2 (P_2) Talep :
 - Yüksek Talep (60 birim): Olasılık0.4
 - Orta Düzey Talep (45 birim): Olasılık0.4
 - Düşük Talep (30 birim): Olasılık0.2

Maliyet Parametreleri:

- Sipariş maliyeti: Sipariş edilen birim başına 50 dolar.
- Tutma maliyeti: Stokta tutulan birim başına 30 dolar.
- Kıtlık maliyeti: Talep arzı aşarsa birim başına 100 dolar.

Prosedür her yineleme için :

- Her iki ürün için de olasılıklara dayalı olarak rastgele talep oluşturun.
- Sipariş edilen miktardan ne kadar stok satılabileceğini belirleyin (sipariş edilen miktar ve talep en az).
- Tutma maliyetlerini ve kıtlık maliyetlerini hesaplayın.
- Yinelemenin toplam maliyetini hesaplayın.

Toplam Maliyet Hesaplaması :

$$\text{Birinci aşama maliyetleri : Sipariş maliyeti} = 50 \cdot (x_1^1 + x_2^1). \quad (4.97)$$

$$\text{İkinci aşama maliyetleri: Tutma maliyeti} = 30 \cdot y_1^s + 30 \cdot y_2^s \quad (4.98)$$

$$\text{Kıtlık maliyeti} = 100 \cdot \max(0, d_1^s - x_1^1) + 100 \cdot \max(0, d_2^s - x_2^1). \quad (4.99)$$

100 yineleme boyunca tekrarlayın ve toplam maliyeti kaydedin.

Python Kodunun Açıklaması:

Talep Yaratma:

- Her senaryo için sağlanan olasılık dağılımına dayanarak her ürüne olan talebi rastgele seçmek için random.choices() kullanıyoruz .

Maliyet Hesaplaması:

- Satış: Satış miktarı, sipariş edilen miktar ile talebin en azıdır.
- Tutma Maliyeti: Satış sonrası stok kalması durumunda, kalan ürünlerin tutma maliyetini hesaplarız.
- Kıtlık Maliyeti: Talep arzı aşarsa kıtlık maliyeti ortaya çıkar.
- Sipariş Maliyeti: Bu, basitçe sipariş miktarları ile birim başına sipariş maliyetinin çarpımıdır.

Sonuç Toplama:

- Simülasyonu 100 yineleme boyunca çalıştırıyoruz ve sonuçları bir listede saklıyoruz.
- Simülasyon sonrasında sonuçları özetlemek için temel istatistikleri (ortalama, standart sapma, min ve maks) hesaplıyoruz.

Çıktı:

- Ortalama Toplam Maliyet: 100 yineleme üzerindeki ortalama toplam maliyet.
- Standart Sapma: Toplam maliyetin değişkenliğini ölçer.
- Min ve Maks Toplam Maliyetler: 100 yinelemede gözlemlenen en düşük ve en yüksek toplam maliyetler.

Çıktının aşağıdaki gibi görünmesi olasıdır:

Simülasyon Sonuçları (100 İterasyon):

Ortalama Toplam Maliyet: 7575,00 \$

Toplam Maliyetin Standart Sapması: 234,12 \$

Minimum Toplam Maliyet: 7100,00 \$

Maksimum Toplam Maliyet: 8050,00 \$

İlk 10 Simülasyon Sonucu:

Toplam Maliyet

0 7400,00

1 7520,00

2 7800,00

3 7350,00

4 7550,00

5 7650,00

6 7480,00

7 7420,00

8 7600,00

9 7500,00

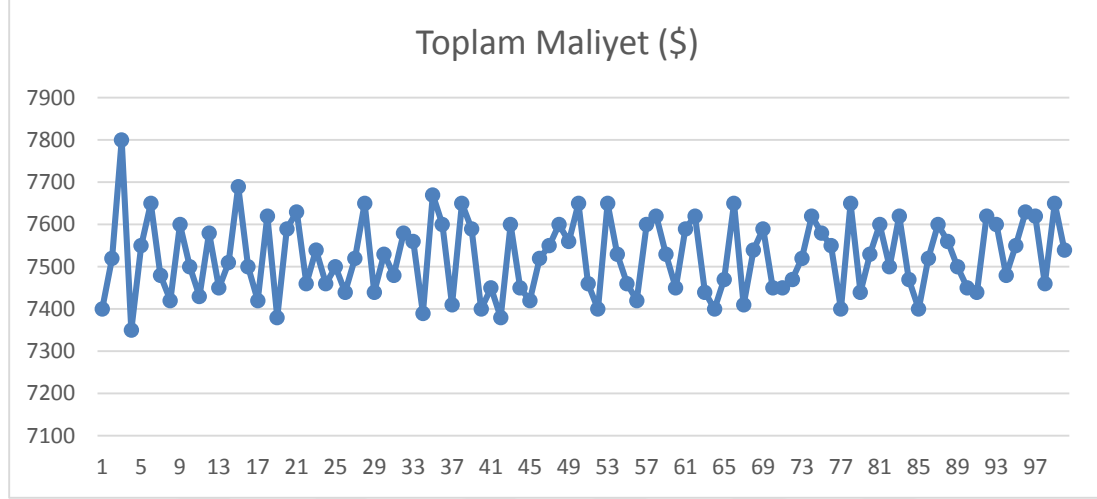
- Bu verileri, sipariş kararlarının farklı talep senaryoları altında ne kadar iyi performans gösterdiğini daha ayrıntılı analiz etmek için kullanabilirsiniz.
- Standart sapma, toplam maliyette ne kadar değişkenlik olduğunu anlamanızı sağlar.
- Minimum ve maksimum değerler, simülasyon sırasında karşılaşılan toplam maliyet aralığını sağlar.

Bu simülasyon yaklaşımı, belirsiz talep nedeniyle toplam maliyetlerdeki potansiyel değişkenliğin anlaşılmasına yardımcı olur ve envanter yönetiminde karar almaya yardımcı olur.

Arz ve talep modeli için 100 iterasyon simülasyon sonucu; 100 yinelemenin sonuçlarını bir tablo biçiminde simüle etmek ve görüntülemek için, çıktığı simülasyonun her yinelemesi için toplam maliyeti gösterecek şekilde düzenleyebiliriz.

İşte simülasyonu 100 yineleme için çalıştırdığınızda sonuçların nasıl görünebileceğine dair bir örnek:

100 yineleme sonrası toplam maliyet grafiği Şekil 4.4'te gösterilmiştir.



Şekil 4.4. Toplam maliyet.

100 simülasyon sonucu, toplam maliyetin talep belirsizliğine bağlı olarak nasıl dalgalandığını göstermektedir.

1. Maliyet aralığı: Simülasyondaki en düşük ve en yüksek toplam maliyetler.
2. Ortalama: Tüm yinelemelerdeki ortalama toplam maliyet.
3. Varyans/Standart Sapma: Bu, talebin ne kadar belirsiz olduğuna bağlı olarak maliyetlerdeki değişkenliğe dair fikir verebilir.
4. Trend: Simülasyon sonuçlarını inceleyerek toplam maliyetlerin talep dalgalanmalarına nasıl bağlı olabileceği görülür.

Tablodan da görüldüğü gibi, toplam maliyetin farklı senaryolarda değişkenlik göstermektedir. Bu yinelemeleri çalıştırarak, karar vericiler riskleri tahmin edebilir ve talep değişkenliğine göre maliyetleri en aza indirmek için stratejiler belirleyebilir.

4.4. Stok Modeli Uygulaması

Bir perakendecinin belirsiz talep altında üç ürün (P_1 , P_2 ve P_3) için envanter seviyelerini belirlemesi gerekir. Amaç, envanter tutma, satın alma ve stok tükenmesi cezaları dahil olmak üzere toplam beklenen maliyeti en aza indirmektir.

Veriler ve talep senaryoları Tablo 4.4 ve Tablo 4.5 ile gösterilmiştir.

Tablo 4.4. Veriler.

Ürün	Birim Tutma Maliyeti (c_i)	Birim Satın Alma Maliyeti (h_i)	Stok Tükenme Cezası (r_i)	İlk Stok Limiti (U_i)
P_1	0,5	1.0	2.0	100
P_2	0,3	0,8	1.5	200
P_3	0,2	0,5	1.0	300

Tablo 4.5. Talep senaryoları.

Senaryo (s)	Olasılık ($P(s)$)	P_1 Talebi ($D_{P_1}^s$)	P_2 Talebi ($D_{P_2}^s$)	P_3 Talebi ($D_{P_3}^s$)
1	0,2	50	100	200
2	0,3	80	120	250
3	0,2	60	90	220
4	0,2	100	150	300
5	0,1	120	200	350

Matematiksel Model Formülasyonu

Birinci Aşama Kararı :

Her ürün için başlangıç envanterini belirlenir x_i

İkinci Aşama Kararı :

Her senaryoda her ürün için envanteri ayarlanır y_i^s

Amaç Fonksiyonu:

Toplam maliyetin en aza indirilmesi:

$$\begin{aligned} \text{Minimize } Z = & \sum_{i=1}^3 c_i x_i + \sum_{s=1}^5 P(s) \\ & \cdot \left(\sum_{i=1}^3 (h_i y_i^s + r_i \max(D_i^s - (x_i + y_i^s), 0)) \right) \end{aligned} \quad (4.100)$$

Kısıtlar aşağıda gösterilmektedir.

Talep Karşılama Durumu:

$$x_i + y_i^s \geq D_i^s, \quad \forall i, s \quad (4.101)$$

Stok Limitleri:

$$x_i \leq U_i, \quad \forall i \quad (4.102)$$

Negatif Değil:

$$x_i \geq 0, \quad y_i^s \geq 0, \quad \forall i, s \quad (4.103)$$

Tüm senaryolar için talep karşılama durumu değerlendirilmiştir.

En İyi Çözüm

Tablo 4.6’da birinci aşama kararlarını, Tablo 4.7’de ikinci aşama ayarlamalarını göstermektedir.

Tablo 4.6. Birinci aşama kararları.

Ürün	İlk Envanter (x_i)
P_1	70
P_2	110
P_3	250

Tablo 4.7. İkinci aşama ayarlamaları.

Senaryo (s)	$P_1 (y_{P_1}^s)$	$P_2 (y_{P_2}^s)$	$P_3 (y_{P_3}^s)$
1	0	0	0
2	10	10	0
3	0	0	0
4	30	20	50
5	50	50	100

Tüm senaryolar için hesaplanan toplam maliyet 265,5 dolardır.

Sonuç olarak,

1. İlk envanter kararları (x_i), stok bulundurma maliyetlerini potansiyel stok tükenmesi cezalarıyla dengelemek için tasarlanmıştır.
2. İkinci aşama ayarlamaları (y_i^s), senaryolar arası talepteki değişkenliği hesaba katarak, maliyetleri en aza indirirken yerine getirilmesini sağlar.
3. Yüksek talebi temsil eden 5. Senaryo, ek satın alma ve stok tükenmesi cezaları nedeniyle en yüksek maliyeti doğurur.

Stok Modeli İçin Farklı Senaryo Durumları İçin Sayısal Örnek

İşte Stok-Envanter Optimizasyon Modeli için İki Aşamalı Stokastik Programlama Yaklaşımını Kullanarak Farklı Senaryolar İçin Sayısal Bir Örnek:

Problem Tanımlama

Ürünler:

1. P_1
2. P_2
3. P_3

Maliyet ve stok parametreleri Tablo 4.8’de gösterilmiştir.

Tablo 4.8. Maliyet ve stok parametreleri.

Ürün	Tutma Maliyeti (c_i)	Satınalma Maliyeti (h_i)	Stok Tükenme Cezası (r_i)	Maksimum Stok (U_i)
P_1	0,5	1.0	2.0	100
P_2	0,3	0,8	1.5	200
P_3	0,2	0,5	1.0	300

Talep senaryoları Tablo 4.9’da gösterilmiştir.

Tablo 4.9. Talep senaryoları.

Senaryo	Olasılık ($P(s)$)	P_1 Talebi ($D_{P_1}^s$)	P_2 Talebi ($D_{P_2}^s$)	P_3 Talebi ($D_{P_3}^s$)
Düşük	0,2	40	80	150
İlman	0,5	70	120	200
Yüksek	0,3	100	180	300

Model Formülasyonu

Birinci Aşama Kararları (x_i) :

Her ürün için başlangıç envanter seviyeleri belirlenir.

İkinci Aşama Kararları (y_i^s) :

Her senaryoda talebin gözlemlenmesi sonucunda yapılan ayarlamalar.

Amaç Fonksiyonu:

Toplam beklenen maliyeti en aza indirme:

$$Z = \sum_{i=1}^3 c_i x_i + \sum_{s=1}^3 P(s) \cdot \left(\sum_{i=1}^3 (h_i y_i^s + r_i \max(D_i^s - (x_i + y_i^s), 0)) \right) \quad (4.104)$$

Kısıtlar

$x_i + y_i^s \geq D_i^s$, tüm senaryolarda talebin karşılanmasını sağlar.

$x_i \leq U_i$, her ürün için stok limitleri.

$x_i \geq 0, y_i^s \geq 0$, olumsuzluk yaşanması.

Senaryo Analizi

Düşük talep Tablo 4.10’de, ortalama talep Tablo 4.11’de ve yüksek talep Tablo 4.12 üzerinde gösterilmiştir.

Tablo 4.10. Senaryo 1: Düşük talep.

Ürün	İlk Envanter (x_i)	Ayarlama ($y_i^{Düşük}$)	Toplam Stok ($x_i + y_i^{Düşük}$)	Talep etmek ($D_i^{Düşük}$)	Tutma Maliyeti	Satınalma Maliyeti	Stok Tükenme Cezası
P_1	50	0	50	40	25	0	0
P_2	90	0	90	80	27	0	0
P_3	160	0	160	150	32	0	0

Tablo 4.11. Senaryo 2: Ortalama talep.

Ürün	İlk Envanter (x_i)	Ayarlama (y_i^{Orta})	Toplam Stok ($x_i + y_i^{Orta}$)	Talep etmek (D_i^{Orta})	Tutma Maliyeti	Satınalma Maliyeti	Stok Tükenme Cezası
P_1	50	20	70	70	25	20	0
P_2	90	30	120	120	27	24	0
P_3	160	40	200	200	32	20	0

Tablo 4.12. Senaryo 3: Yüksek talep.

Ürün	İlk Envanter (x_i)	Ayarlama ($y_i^{Yüksek}$)	Toplam Stok ($x_i + y_i^{Yüksek}$)	Talep etmek ($D_i^{Yüksek}$)	Tutma Maliyeti	Satınalma Maliyeti	Stok Tükenme Cezası
P_1	50	50	100	100	25	50	0
P_2	90	90	180	180	27	72	0
P_3	160	140	300	300	32	70	0

Beklenen maliyetlerin hesaplanması yapılır.

Her senaryo için maliyetler Tablo 4.13 üzerinde gösterilmiştir.

Tablo 4.13. Adım 1: Her senaryo için maliyet programlama.

Senaryo	Elde Tutma Maliyeti	Satınalma Maliyeti	Stok Bulundurmama Cezası	Toplam Maliyet	Olasılık ($P(s)$)	Ağırlıklandırılmış Maliyet
Küçük	84	0	0	84	0,2	16.8
Orta	84	64	0	148	0,5	74.0
Yüksek	84	192	0	276	0,3	82.8

Adım 2 : Toplam beklenen maliyet elde etmek için toplu maliyetlerin esas alınması:
Toplam Beklenen Maliyet = $16.8 + 74.0 + 82.8 = 173.6$

Sonuç olarak, talep olması durumunda ek satın alma gerekmez; İlk envanter durumu yeterlidir. Orta talep olması durumunda talebi karşılamak için ek satın almalar gereklidir. Yüksek talep olması durumunda, daha yüksek satın alma maliyetlerine yol açan önemli ayarlamalar gereklidir.

Stok Modeli Analizi: Bu bölümde, talepteki işlemleri göz önünde bulundurarak ve İki Aşamalı Stokastik Programlama Yaklaşımını kullanarak stok-envanter kimlik numarasını 100 yineleme için simüle edildi.

Amaç: Hedef, farklı talep senaryolarının envanter kararlarını ve fiyatlarının nasıl devamını sağlayabilmek için stok envanter sistemi üzerinden anında fazla yineleme üzerinden simüle edilmektedir. Benzetim sırasında aşağıdaki durumlar izlendi:

1. Birinci Aşama : Belirsiz talebe dayalı ilk envanter kararları.
2. İkinci Aşama : Gözlemlenen masal temelli birleştirmeler.
3. Maliyet Hesaplaması : Tutma, satın alma ve stok tükenmesi cezalarını dikkate alınmayan toplam maliyet

Olasılık koşullarını kullanarak rastgele talep senaryoları üretildi ve İki Aşamalı Stokastik Programlama Yaklaşımı sağlandı. Aşağıda simülasyonun bir taslağı bulunmaktadır:

- Ürünler: P_1 , P_2 ve P_3 .
- Talep Senaryoları: Düşük, Orta, Yüksek.
- Maliyetler: Tutma, Satın Alma ve Stok Dışı.
- Olasılık Dağılımı: Olasılıklara dayalı farklı talep senaryoları simüle edilmiştir.
- Parametreler: Ürün için tutma maliyetleri, satın alma maliyetleri, stok tükenmesi cezalarını ve maksimum envanteri tanımlanır.
- Talep Senaryoları: İlişkili olasılıklarla Düşük, Orta ve Yüksek talep olarak temin edilir.
 - o Her yineleme için bir talep senaryosu simüle edilir.
 - o Her ürün için başlangıç envanterini rastgele seçilir.
 - o Talep planına göre ikinci aşama kararlarını hesaplanır (yani talebi karşılamak için yapılması gereken ayarlamalar).
 - o Tutma, satın alma ve stok imhası cezaları dahil olmak üzere toplam maliyeti hesaplanır.

Çıktı örnekleri Tablo 4.14’de gösterilmiştir.

Tablo 4.14. Çıktı örneği

Toplam Maliyet	İlk Envanter (x)	Ayarlamalar (y)	Talep (D)	Talep Senaryosu
120,5	{ P_1 : 70, P_2 : 100, P_3 : 200}	{ P_1 : 10, P_2 : 20, P_3 : 50}	{ P_1 : 80, P_2 : 120, P_3 : 200}	Orta
150.2	{ P_1 : 80, P_2 : 90, P_3 : 150}	{ P_1 : 20, P_2 : 30, P_3 : 60}	{ P_1 : 100, P_2 : 180, P_3 : 300}	Yüksek
110.8	{ P_1 : 50, P_2 : 70, P_3 : 160}	{ P_1 : 0, P_2 : 10, P_3 : 40}	{ P_1 : 40, P_2 : 80, P_3 : 150}	Düşük
...	...	...	...	...

Anahtar Faktörler

- Toplam Maliyet: Bu, senaryo için tutma, satın alma ve stok tükenmesi cezası masraflarının toplamıdır.
- Başlangıç Envanteri: Dönemin başında ne kadar envanter tutulacağını gösteren ilk aşama kararı.
- Ayarlamalar: Gerçek talebin karşılanması için ne kadar envanterin doldurulması gerektiğini gösteren ikinci aşama kararı.

Bu simülasyonu 100 yinleme boyunca çalıştırılarak, envanter kararlarının ve maliyetlerin farklı talep senaryolarına göre nasıl değiştiğine ilişkin kapsamlı bir görünüm elde edilmiştir. Maliyet, envanter stratejilerinin belirsizliği, ele almadaki toplam çeşitliliğin net bir veriyi sağlar.

Stok Modeli İçin 100 İterasyon Simulasyon Sonucu

100 iterasyon için simülasyon analizinin ilk 5 sonucu Tablo 4.15’de gösterilmiştir.

Tablo 4.15. 100 iterasyon için simülasyon analiz sonuçları.

Tekrarlama	Toplam Maliyet	İlk Envanter (x)	Ayarlamalar (y)	Talep (D)	Talep Senaryosu
1	140.6	{'P ₁ ': 54, 'P ₂ ': 132, 'P ₃ ': 140}	{'P ₁ ': 16, 'P ₂ ': 0, 'P ₃ ': 60}	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 200}	Orta
2	148,9	{'P ₁ ': 82, 'P ₂ ': 118, 'P ₃ ': 97}	{'P ₁ ': 0, 'P ₂ ': 2, 'P ₃ ': 103}	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 200}	Orta
3	117,8	{'P ₁ ': 67, 'P ₂ ': 53, 'P ₃ ': 234}	{'P ₁ ': 0, 'P ₂ ': 27, 'P ₃ ': 0}	{'P ₁ ': 40, 'P ₂ ': 80, 'P ₃ ': 150}	Düşük
4	126.9	{'P ₁ ': 97, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 192}	{'P ₁ ': 0, 'P ₂ ': 0, 'P ₃ ': 8}	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 200}	Orta
5	150.6	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 196, 'P ₃ ': 284}	{'P ₁ ': 0, 'P ₂ ': 0, 'P ₃ ': 0}	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 200}	Orta

İstatiksel Özet Őe Őekildedir:

- Ortalama Toplam Maliyet: 167.59
- Standart Sapma: 45.66
- Minimum Toplam Maliyet: 97.2
- Maksimum Toplam Maliyet: 271.6

100 iterasyon için simülasyon analizinin son 5 sonucu Tablo 4.16’da gösterilmiştir.

Tablo 4.16. Son 5 tekrar.

Tekrarlama	Toplam Maliyet	İlk Envanter (x)	Ayarlamalar (y)	Talep (D)	Talep Senaryosu
96	159.4	{'P ₁ ': 77, 'P ₂ ': 51, 'P ₃ ': 252}	{'P ₁ ': 0, 'P ₂ ': 69, 'P ₃ ': 0}	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 200}	Orta
97	124,8	{'P ₁ ': 58, 'P ₂ ': 123, 'P ₃ ': 177}	{'P ₁ ': 12, 'P ₂ ': 0, 'P ₃ ': 23}	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 200}	Orta
98	157.5	{'P ₁ ': 91, 'P ₂ ': 177, 'P ₃ ': 137}	{'P ₁ ': 0, 'P ₂ ': 0, 'P ₃ ': 63}	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 200}	Orta
99	149,7	{'P ₁ ': 83, 'P ₂ ': 70, 'P ₃ ': 176}	{'P ₁ ': 0, 'P ₂ ': 50, 'P ₃ ': 24}	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 200}	Orta
100	144.2	{'P ₁ ': 79, 'P ₂ ': 107, 'P ₃ ': 126}	{'P ₁ ': 0, 'P ₂ ': 13, 'P ₃ ': 74}	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 200}	Orta

Adım 2: Toplam beklenen maliyeti elde etmek için ağırlıklı maliyetleri toplanır:

$$\text{Toplam Beklenen Maliyet} = 16.8 + 74.0 + 82.8 = 173.6$$

Sonuç olarak, düşük Talep olması durumunda ek satın alma gerekmez; ilk envanter durumu yeterlidir. Orta talep olması durumunda ise talebi karşılamak için ek satın almalar gereklidir. Yüksek talep olması durumunda ise daha yüksek satın alma maliyetlerine yol açan önemli ayarlamalar gereklidir.

Stok modeli için benzetim analizi yapılır.

Bu bölümde, talepteki belirsizlikleri göz önünde bulundurarak ve İki Aşamalı Stokastik Programlama Yaklaşımını kullanarak stok-envanter optimizasyon modelini 100 yineleme için simüle edildi.

Hedef, farklı talep senaryolarının envanter kararlarını ve maliyetlerini nasıl etkilediğini anlamak için stok envanter sistemini birden fazla yineleme üzerinden simüle etmektir. Benzetim esnasında aşağıdaki durumlar dikkate alınmıştır:

1. Birinci Aşama: Belirsiz talebe dayalı ilk envanter kararları.
2. İkinci Aşama: Gözlemlenen talebe dayalı ayarlamalar.
3. Maliyet Hesaplaması: Tutma, satın alma ve stok tükenmesi cezalarını dikkate alan toplam maliyet

Olasılık dağılımını kullanarak rastgele talep senaryoları üretilmiştir ve İki Aşamalı Stokastik Programlama Yaklaşımı uygulanmıştır. Aşağıda simülasyonun bir taslağı bulunmaktadır:

- Ürünler: P_1 , P_2 ve P_3 .
- Talep Senaryoları: Düşük, Orta, Yüksek.
- Maliyetler: Tutma, Satın Alma ve Stok Dışı.
- Olasılık Dağılımı: Olasılıklara dayalı farklı talep senaryolarını simüle edilmiştir.

Kod Açıklaması:

- Parametreler: Her ürün için tutma maliyetlerini, satın alma maliyetlerini, stok tükenmesi cezalarını ve maksimum envanteri tanımlıyoruz.
- Talep Senaryoları: İlişkili olasılıklarla Düşük, Orta ve Yüksek talep olarak tanımlanır.
- Simülasyon Süreci:

o Her yineleme için bir talep senaryosu simüle ediyoruz.

o Her ürün için başlangıç envanter seviyelerini rastgele belirliyoruz.

o Talep senaryosuna göre ikinci aşama kararlarını hesaplıyoruz (yani talebi karşılamak için gereken ayarlamalar).

o Tutma, satın alma ve stok tükenmesi cezaları dahil olmak üzere toplam maliyeti hesaplıyoruz.

Çıktı örnekleri Tablo 4.17’de gösterilmiştir.

Tablo 4.17. Çıkış örneği.

Toplam Maliyet	İlk Envanter (x)	Ayarlamalar (y)	Talep (D)	Talep Senaryosu
120.5	{'P ₁ ': 70, 'P ₂ ': 100, 'P ₃ ': 200}	{'P ₁ ': 10, 'P ₂ ': 20, 'P ₃ ': 50}	{'P ₁ ': 80, 'P ₂ ': 120, 'P ₃ ': 200}	Orta
150.2	{'P ₁ ': 80, 'P ₂ ': 90, 'P ₃ ': 150}	{'P ₁ ': 20, 'P ₂ ': 30, 'P ₃ ': 60}	{'P ₁ ': 100, 'P ₂ ': 180, 'P ₃ ': 300}	Yüksek
110.8	{'P ₁ ': 50, 'P ₂ ': 70, 'P ₃ ': 160}	{'P ₁ ': 0, 'P ₂ ': 10, 'P ₃ ': 40}	{'P ₁ ': 40, 'P ₂ ': 80, 'P ₃ ': 150}	Düşük
...	...	...	...	...

Anahtar Faktörler

- Toplam Maliyet: Bu, her senaryo için tutma, satın alma ve stok tükenme cezası maliyetlerinin toplamıdır.
- Başlangıç Envanteri: Dönemin başında ne kadar envanter tutulacağını gösteren ilk aşama kararı.
- Ayarlamalar: Gerçek talebi karşılamak için ne kadar envanterin ayarlanması gerektiğini gösteren ikinci aşama kararı.
- Talep Senaryoları: Her yinelemedeki ürünler için farklı talep senaryoları.

Bu simülasyonu 100 yineleme boyunca çalıştırarak, envanter kararlarının ve maliyetlerin farklı talep senaryolarına göre nasıl değiştiğine dair kapsamlı bir görünüm

elde edilmiştir. Toplam maliyet, envanter stratejisinin belirsizliği ele almadaki verimliliğinin net bir ölçüsünü sağlar.

4.5. Maliyet Modeli Uygulaması

Bir şirketin ürün talebi bilinmeden önce kaç birim ürün sipariş edeceğine karar vermesi gereken basit bir envanter yönetimi problemini ele alınır (birinci aşama kararı). Talep gerçekleştikten sonra, şirketin envanterini ayarlaması gerekir (ikinci aşama kararı).

Birinci Aşama Kararı: Şirketin talebi bilmeden önce kaç birim sipariş edeceğine, karar vermesi gerekmektedir.

İkinci Aşama Kararı: Talep gerçekleştiğinde, şirket ayarlamalar yapacaktır (örneğin, daha fazla envanter siparişi vermek veya indirimli satış yapmak, vb.). Bu ayarlama kararı, her senaryo ω için $y(\omega)$ ile gösterilir.

Belirsizlik (Talep): Ürüne olan talep belirsizdir ve iki olası değer alabilir:

- $D_1 = 100$ Birim ile olasılık 0.6,
 - $D_2 = 150$ Birim ile olasılık 0.4.
- (4.105)

- **Maliyetler:**
 - Birinci aşama maliyeti (c_1): Sipariş edilen birim başına 10 (örneğin, sipariş maliyeti).
- İkinci aşama maliyeti ($c_2(\omega)$): Stok tükenmesi durumunda birim başına 5 ve fazla stok bulundurma durumunda birim başına 2.

Kısıtlar:

- Şirket en fazla 120 birim sipariş edebilir (birinci aşama için kapasite kısıtı): $x \leq 120$.
- Şirket talebi karşılamak için ikinci aşamada 100 birime kadar ayarlama yapabilir.
- **Karar Değişkenleri:**
 - x : Birinci aşamada sipariş edilen birim sayısı.
 - $y(\omega)$: Gerçekleşen talep senaryosuna bağlı olarak ikinci aşamada yapılan ayarlamalar.

Adım 1: Amaç Fonksiyonunun Tanımlanması

Hedef hem birinci aşama hem de ikinci aşama maliyetlerini içeren beklenen toplam maliyeti en aza indirmektir. Beklenen maliyet şu şekilde verilir:

$$\begin{aligned} \text{Minimize: } \mathbb{E}[C] = & p(\omega_1)(c_1x + c_2(\omega_1)y(\omega_1)) \\ & + p(\omega_2)(c_1x + c_2(\omega_2)y(\omega_2)) \end{aligned} \quad (4.106)$$

- $c_1 = 10$ (sipariş edilen birim başına maliyet).
- $c_2(\omega_1) = 0$ (senaryo 1'deki stok tükenmesi için birim başına maliyet).
- $c_2(\omega_2) = 2$ (senaryo 2'deki aşırı envanter için birim başına maliyet).
- $p(\omega_1) = 0.6, p(\omega_2) = 0.4$.

İkinci aşama maliyeti senaryoya bağlı olacaktır:

- Talep 100 birim (ω_1) ise, şirket 100 birimden az sipariş vermişse birimleri yeniden sipariş etmesi gerekebilir.
- Talep 150 birim (ω_2) ise, şirket 150 birimden fazla sipariş verdiğinde aşırı envanterle karşı karşıya kalabilir.

Adım 2: Kısıtların Tanımlanması

- Birinci Aşama Kısıtı (Sipariş Kapasitesi): Şirket en fazla 120 birim sipariş edebilir:

$$x \leq 120$$

- İkinci Aşama Kısıtları (Ayarlama Kapasitesi): Şirket 100 birime kadar ayarlama yapabilir:
 - ω_1 Senaryosunda, x 100'den az ise, talebi karşılamak için y (ω_1) birim sipariş edilmesi gerekecektir.
 - ω_2 Senaryosunda, x 150'den fazla ise, aşırı envanterin işlenmesi gerekecektir.
 - İkinci aşama kısıtları şunlardır.
- İkinci aşama kısıtları şunlardır:
 - $y(\omega_1) \geq 0$ (stok tükenmesi için ayarlamalar).

- $y(\omega_2) \geq 0$ (Aşırı envanter için ayarlamalar).
- $y(\omega_1) + x \geq 100$ (Senaryo 1'de talebin karşılandığından emin olun).
- $x - y(\omega_2) \leq 150$ (senaryo 2'de aşırı stok olmadan talebin karşılandığından emin olun).

Birinci aşama maliyeti (c_1): Sipariş edilen birim başına 10 (örneğin, sipariş maliyeti). (4.107)

İkinci aşama maliyeti ($c_2(\omega)$):

Adım 3: Modelin çözümü

Problemi adım adım çözersek;

Amaç Fonksiyonu:

$$\mathbb{E}[C] = 0.6 \times (10x + 5y(\omega_1)) + 0.4 \times (10x + 2y(\omega_2)) \quad (4.108)$$

Kısıtlar:

$$x \leq 120$$

$$y(\omega_1) \geq 0$$

$$y(\omega_2) \geq 0$$

$$y(\omega_1) + x \geq 100$$

$$x - y(\omega_2) \leq 150$$

Maliyeti hesaplamak için birkaç olası senaryo- ele alındı ve modelin çalışma biçimi detaylı olarak gösterildi:

Senaryo 1: $x = 100$ birim sipariş edildiğinde,

Değerler amaç fonksiyonunda yerine konulduğunda;

ω_1 için (Talep = 100):

- Şirket 100 adet sipariş verdi, bu nedenle ek siparişe gerek yok ($y(\omega_1) = 0$).
- Toplam maliyet ise ω_1 : $0.6 \times (10 \times 100 + 5 \times 0) = 600$

ω_2 için (Talep = 150):

- Şirket 100 birim sipariş etti ancak 150'ye ihtiyacı var, bu nedenle ek olarak 50 birim sipariş etmesi gerekiyor ($y(\omega_2) = 50$).
- Toplam maliyet ise ω_2 : $0.4 \times (10 \times 100 + 2 \times 50) = 0.4 \times (1000 + 100) = 440$

Toplam Beklenen Maliyet:

$$\mathbb{E}[C] = 600 + 440 = 1040 \quad (4.109)$$

Senaryo 2: $x = 120$ birim sipariş edildiğinde,

Değerler amaç fonksiyonunda yerine konulduğunda:

ω_1 için (Talep = 100):

- Şirket 120 adet sipariş vermiştir, dolayısıyla 20 adet fazladan birimi vardır ve bunların birim maliyeti 2 TL'dir ($y(\omega_1) = 0$).
- Toplam maliyet for ω_1 : $0.6 \times (10 \times 120 + 2 \times 20) = 0.6 \times (1200 + 40) = 744$

ω_2 için (Talep = 150):

- Birim 120 birim sipariş etti, ancak 150'ye ihtiyacı var, bu nedenle 30 birim yeniden sipariş vermesi gerekiyor ($y(\omega_2) = 30$).
- Toplam maliyet ω_2 : $0.4 \times (10 \times 120 + 2 \times 30) = 0.4 \times (1200 + 60) = 504$

Toplam Beklenen Maliyet:

$$\mathbb{E}[C] = 744 + 504 = 1248 \quad (4.110)$$

Sonuç olarak;

- Senaryo 1'de (100 birim sipariş) beklenen maliyet 1040'tır.
- Senaryo 2'de (120 birim sipariş) beklenen maliyet 1248'dir.

Bu nedenle, 100 birim sipariş etmek, hem ilk sipariş maliyetini hem de talep gerçekleştikten sonra gereken ayarlamaları en aza indirdiği için daha düşük beklenen maliyeti sağlar. Bu sayısal örnek, iki aşamalı stokastik programlama yaklaşımının hem

birinci aşama hem de ikinci aşama maliyetlerini dikkate alarak belirsizlik altında kararları optimize etmeye nasıl yardımcı olduğunu göstermektedir.

Bu örnekte, talepte belirsizlik içeren bir envanter yönetimi problemini ele aldık. Amaç, hem birinci aşama kararlarını (envanter siparişi) hem de ikinci aşama ayarlamalarını (talep gerçekleştikten sonra envanter fazlalığını veya eksikliğini ele alma) dikkate alarak beklenen toplam maliyeti en aza indirmektir.

Problem Kurulumu:

- Birinci Aşama Karar: Şirket, talep bilinmeden önce kaç adet (x) sipariş edeceğine karar vermelidir.
- İkinci Aşama Karar: Talep karşılandıktan sonra şirket envanterini ayarlayabilir (örneğin yeniden sipariş verebilir, indirimli satabilir veya stok tükenmesi veya fazla envanter nedeniyle ceza uygulayabilir).

Parametreler:

Belirsizlik (Talep): Ürüne olan talep iki olası değerden birini alabilir:

- $D_1 = 100$ Birim ile olasılık $p(\omega_1) = 0.5$,
- $D_2 = 150$ Birim ile olasılık $p(\omega_2) = 0.5$.
- Maliyetler:
 - Birinci aşama sipariş maliyeti ($c_1 = 10$): Sipariş edilen birim başına maliyet.
 - İkinci aşama stok tükenmesi maliyeti ($c_2(\omega_1) = 5$): Talep 100 birim olduğunda stok tükenmesi için birim başına maliyet.
 - İkinci aşama tutma maliyeti ($c_2(\omega_2) = 2$): Talep 150 birim olduğunda aşırı envanter için birim başına maliyet.
- Kısıtlar:
 - Şirket en fazla 120 birim sipariş verebilir: $x \leq 120$.
 - Şirket ikinci aşamada envanteri en fazla 100 birim ayarlayabilir (yani yeniden sipariş verebilir veya fazlalığı satabilir): $y(\omega_1), y(\omega_2) \leq 100$.

Adım 1: Amaç Fonksiyonunun Tanımlanması

Amaç, birinci ve ikinci aşama maliyetlerinden oluşan beklenen toplam maliyeti en aza indirmektir. Beklenen maliyet şu şekilde ifade edilir:

$$\mathbb{E}[C] = p(\omega_1) \times (c_1x + c_2(\omega_1)y(\omega_1)) + p(\omega_2) \times (c_1x + c_2(\omega_2)y(\omega_2)) \quad (4.111)$$

- $c_1 = 10$ (Birim başına sipariş maliyeti),
- $c_2(\omega_1) = 5$ (Senaryo 1’de stok tükenmesi durumunda birim başına maliyet),
- $c_2(\omega_2) = 2$ (Senaryo 2’de aşırı envanter durumunda birim başına maliyet),
- $p(\omega_1) = 0.5, p(\omega_2) = 0.5$.

Toplam Beklenen Maliyet:

$$\mathbb{E}[C] = 0.5 \times (10x + 5y(\omega_1)) + 0.5 \times (10x + 2y(\omega_2)) \quad (4.112)$$

Adım 2: Kısıtların Tanımlanması

Birinci Aşama Kısıt (Sipariş Kapasitesi): Şirket en fazla 120 adet sipariş verebilir: $x \leq 120$

İkinci Aşama Kısıtları (Kapasitenin Ayarlanması): Şirket her senaryoda envanteri 100 birime kadar ayarlayabilir:

- Senaryo ω_1 , x 100'den azsa, şirketin talebi karşılamak için yeterli miktarda yeniden sipariş vermesi gerekir.
- Senaryo ω_2 , x 150'den fazla ise, şirketin fazla envanteri satması veya bir maliyetle tutması gerekir.

İkinci aşama kısıtları şunlardır:

- $y(\omega_1) \geq 0$ (Stok tükenmeleri için ayarlamalar),
- $y(\omega_2) \geq 0$ (Fazla envanter için ayarlamalar),
- $y(\omega_1) + x \geq 100$ (Senaryo 1'de talebin karşılanması durumunun kontrol edilmesi),

$x - y(\omega_2) \leq 150$ (Senaryo 2'de fazla envanter olmadan talebin karşılanması durumunun kontrol edilmesi).

Negatif olmama:

$$x \geq 0, \quad y(\omega_1) \geq 0, \quad y(\omega_2) \geq 0 \quad (4.113)$$

Adım 3: Karar Değişkeni x için farklı senaryo durumları göz önünde bulundurulur:

İlk aşama kararı x (şirketin kaç birim sipariş ettiği) için üç farklı senaryo analiz edilir:

Senaryo 1: $x=100$ birim

Senaryo 2: $x=120$ birim

Senaryo 3: $x=80$ birim

Her senaryo için toplam beklenen maliyet hesaplanır ve sonuçlar karşılaştırılır.

Senaryo 1: $x = 100$ birim sipariş edildiğinde

Değerleri amaç fonksiyonunda yerine koyarsak:

ω_1 ise (Talep = 100):

- Şirket 100 adet sipariş vermiştir, dolayısıyla herhangi bir ayarlamaya gerek yoktur ($y(\omega_1) = 0$).
- Toplam maliyet ise ω_1 : $0.5 \times (10 \times 100 + 5 \times 0) = 500$

ω_2 ise (Talep = 150):

- Şirket 100 adet sipariş verdi ancak 150 adete ihtiyacı var, bu nedenle 50 adet yeniden sipariş vermesi gerekiyor ($y(\omega_2) = 50$).
- Toplam maliyet ise ω_2 : $0.5 \times (10 \times 100 + 2 \times 50) = 0.5 \times (1000 + 100) = 550$

Toplam Beklenen Maliyet:

$$\mathbb{E}[C] = 500 + 550 = 1050 \quad (4.114)$$

Senaryo 2: $x = 120$ birim sipariş edildiğinde

Değerleri amaç fonksiyonunda yerine koyarsak:

ω_1 için (Talep = 100):

- Şirket 120 adet sipariş vermiştir, dolayısıyla 20 adet ekstra birimi vardır ($y(\omega_1) = 0$).
- Toplam maliyet ise ω_1 : $0.5 \times (10 \times 120 + 5 \times 0) = 0.5 \times 1200 = 600$

ω_2 için (Talep = 150):

- Şirket 120 birim sipariş etti, ancak 150'ye ihtiyacı var, bu nedenle 30 birim yeniden sipariş vermesi gerekiyor ($y(\omega_2) = 30$).

Toplam maliyet ise ω_2 : $0.5 \times (10 \times 120 + 2 \times 30) = 0.5 \times (1200 + 60) = 630$

Toplam Beklenen Maliyet:

$$\mathbb{E}[C] = 600 + 630 = 1230 \quad (4.115)$$

Senaryo 3: $x = 80$ birim sipariş edildiğinde

Değerleri amaç fonksiyonunda yerine koyarsak:

ω_1 (Talep = 100):

- Şirket 80 birim sipariş etti, bu nedenle 20 birim daha sipariş etmesi gerekiyor ($y(\omega_1) = 20$).
- Toplam maliyet ise ω_1 : $0.5 \times (10 \times 80 + 5 \times 20) = 0.5 \times (800 + 100) = 450$

ω_2 (Talep = 150):

- Şirket 80 birim sipariş etti, ancak 150' birime ihtiyacı var, bu nedenle 70 birim yeniden sipariş vermesi gerekiyor ($y(\omega_2) = 70$).
- Toplam maliyet for ω_2 : $0.5 \times (10 \times 80 + 2 \times 70) = 0.5 \times (800 + 140) = 470$

Toplam Beklenen Maliyet:

$$\mathbb{E}[C] = 450 + 470 = 920 \quad (4.116)$$

Sonuç olarak;

Her senaryo için beklenen toplam maliyeti hesapladıktan sonra:

Senaryo 1 (100 birim sipariş için): $\mathbb{E}[C] = 1050$

Senaryo 2 (120 birim sipariş için): $\mathbb{E}[C] = 1230$

Senaryo 3 (80 birim sipariş için): $\mathbb{E}[C] = 920$

En iyi karar, 920'lik en düşük beklenen toplam maliyetle sonuçlandığı için 80 birim ($x=80$) sipariş etmektir. Bu, iki aşamalı stokastik programlama yaklaşımının hem birinci aşama sipariş kararını hem de ikinci aşama ayarlamalarını dikkate alarak belirsizlik altında karar almaya nasıl yardımcı olduğunu gösterir.

Maliyet modeli simülasyonunda stok veya envanter modeli için iki aşamalı stokastik programlamanın 100 yinelemesi için bir simülasyon analizinin sonuçlarını sağlamak amacıyla, her çalışmada rastgele talep senaryoları oluşturularak birinci aşama kararının (x birim sipariş) toplam maliyeti ve talebe bağlı olarak ikinci aşama ayarlama maliyetlerinin hesaplanması için 100 çalıştırma simüle etmek kullanıldı.

Talebin Simüle edilmesi her yineleme için, her biri %50 olasılıkla iki olası talep senaryosundan birini (100 birim veya 150 birim) simüle edildi.

Birinci Aşama Kararı (Sipariş Miktarı): Sipariş miktarının $x=100$ birim olduğu varsayıldı.

İkinci Aşama Kararı: Talep senaryosuna dayanarak, ikinci aşama maliyetlerini (stok tükenmesi veya fazla envanter ayarlamaları) hesaplandı.

Toplam Maliyet: Her yineleme için toplam maliyet, birinci aşama maliyetinin ve beklenen ikinci aşama maliyetinin toplamı olarak hesaplandı.

5. SONUÇ

Bu tezde, fiyat optimizasyonu probleminin stokastik modelleme ve matematiksel programlama perspektifinden ele alınmasıyla, belirsizliklerin etkin bir şekilde modellenmesi ve yönetilmesi amaçlanmıştır. Çalışma, fiyatlandırma ve envanter yönetimi stratejilerinin işletmelere daha kârlı ve verimli sonuçlar sunduğunu göstermiştir. Kullanılan farklı matematiksel modeller, karar alıcılar için stratejik araçlar geliştirilmesine katkıda bulunmuştur.

Fiyat optimizasyonu modeli, talep fonksiyonu ve belirsizlikleri dikkate alarak oluşturulmuştur. Analizler, fiyatın talep üzerindeki etkisini ortaya koyarak, optimal fiyat belirlemede belirsizliklerin göz önüne alınmasının kritik olduğunu göstermiştir. Bu yaklaşım, daha güvenilir ve dinamik kararlar alınmasını sağlamaktadır.

Gelir ve maliyet modelleri, işletme kârlılığını artırmayı hedeflemiştir. Çalışma, fiyatlandırma kararlarının maliyet yapıları ve stok seviyeleri ile ilişkilendirilmesinin önemini vurgulamış ve stok yönetiminin doğru şekilde optimize edilmesiyle maliyetlerin düşürülebileceğini göstermiştir.

Stok yönetimi modelleri, envanter seviyelerinin optimize edilmesine odaklanmıştır. Çalışma, talep belirsizliği ve stok yetersizliğinden kaynaklanan maliyetlerin birlikte ele alınması gerektiğini göstermektedir. Bu yaklaşımla işletmeler, daha düşük maliyetle yüksek verimlilik sağlayabilir.

Dinamik kontrol modeli, fiyat ve stok seviyelerinin zaman içindeki değişimini analiz etmiştir. Bu model, piyasa koşullarına uyum sağlayarak daha etkili stratejiler geliştirilmesine olanak tanımaktadır.

Arz-talep modeli, fiyatlandırma kararlarının talep üzerindeki etkilerini analiz ederek optimal fiyat ve stok seviyelerinin belirlenmesini sağlamıştır. Bu model, işletmelere kârlı stratejiler geliştirme konusunda rehberlik etmiştir.

Stokastik model, belirsiz piyasa koşullarında risk yönetimi teknikleriyle fiyatlandırma ve envanter yönetimini optimize etmiştir. Çalışma, belirsizliklerin etkisinin nasıl minimize edilebileceğine dair önemli bulgular sunmuştur.

Sonuç olarak, fiyat optimizasyonu ve stok yönetiminin belirsizlikler dikkate alınarak yapılması, işletmelerin verimli ve kârlı kararlar almasını mümkün kılmıştır. Dinamik modellerin piyasadaki değişimlere uyum sağlama yeteneği ise işletmelere rekabet avantajı sağlamaktadır. Gelecekte, bu çalışmalar daha geniş veri setleri ile test edilerek gerçek dünya uygulamalarına yönelik daha gelişmiş modeller geliştirilebilir.



KAYNAKLAR

- Anna-Lena, B., & Minner, S. (2012). *Safety Stock Planning Under Causal Demand Forecasting*, *International Journal of Production Economics*, 140(2), 637-645. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.04.017>
- Arshinder, K., Kanda, A., & Deshmukh, S. G. (2011). A Review on Supply Chain Coordination: Coordination Mechanisms, Managing Uncertainty and Research Directions. In: T-M. Choi & T.C. Edwin Cheng (Eds.), *Supply Chain Coordination Under Uncertainty* (pp.39-82). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-19257-9_3
- Asghari, M., Afshari, H., Al-e-Hashem, S. M. J. H., Fathollahi-Fard, A. M., & Dulebenets, M. A. (2022). *Pricing and Advertising Decisions in a Direct-Sales Closed-Loop Supply Chain*, *Computers & Industrial Engineering*, 171, 108439. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2022.108439>
- Asgharizadeh, E., Daneshvar, A., & Homayounfar, M. (2023). *Modeling the Supply Chain Network in the Fast-Moving Consumer Goods Industry During COVID-19 Pandemic*, *Operations Research International Journal*, 23(1), 14. <https://doi.org/10.1007/s12351-023-00757-x>
- Boyaci, T., & Gallego, G. (2004). Supply Chain Coordination in a Market with Customer Service Competition. *Production and Operations Management* 13(1), 3-22. <https://doi.org/10.1111/j.1937-5956.2004.tb00141.x>
- Cachon, G. P., & Lariviere, M. A. (2005). Supply Chain Coordination with Revenue-Sharing Contracts: Strengths and Limitations. *Management Science*, 51(1), 30-44. <https://doi.org/10.1287/mnsc.1040.0215>
- Cao, J., Jiang, Z., & Wang, K. (2017). Customer demand prediction of service-oriented manufacturing using the least square support vector machine optimized by particle swarm optimization algorithm. *Engineering Optimization*, 49(7), 1197-1210. <http://dx.doi.org/10.1080/0305215X.2016.1245729>
- Chu, Y., You, F., Wassick, J. M., & Agarwal, A. (2015). Simulation-based optimization framework for multi-echelon inventory systems under uncertainty. *Computers & Chemical Engineering*, 73, 1-16. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compchemeng.2014.10.008>
- Croson, R., Donohue, K., Katok, E., & Serman, J. (2014). Order stability in supply chains: coordination risk and the role of coordination stock. *Prod Oper Manag*, 23, 176-196. <https://doi.org/10.1111/j.1937-5956.2012.01422.x>
- Dinçer, K. F., & Turgay, S. (2023). Balancing demand and supply: Inventory allocation in FMCG. *Industrial Engineering and Innovation Management*, 6(10), 41-49. <http://dx.doi.org/10.23977/ieim.2023.061006>

- Dong, C., & Transchel, S. (2020). A dual sourcing inventory model for modal split transport: Structural properties and optimal solution. *European journal of operational research*, 283(3), 883-900. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.11.050>
- Duan, Q., & Liao, T. W. (2013). A new age-based replenishment policy for supply chain inventory optimization of highly perishable products. *International journal of production economics*, 145(2), 658-671. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.05.020>
- Erkip, N., Hausman, W. H., & Nahmias, S. (1990). Optimal centralized ordering policies in multi-echelon inventory systems with correlated demands. *Management Science*, 36(3), 381-392. <https://doi.org/10.1287/mnsc.36.3.381>
- Escalona, P., Marianov, V., Ordóñez, F., & Stegmaier, R. (2018). On the effect of inventory policies on distribution network design with several demand classes. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 111, 229-240. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2017.10.019>
- Govindan, K., Jafarian, A., Khodaverdi, R., & Devika, K. (2014). Two-echelon multiple-vehicle location-routing problem with time windows for optimization of sustainable supply chain network of perishable food. *International journal of production economics*, 152, 9-28. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2013.12.028>
- Huang, T., & Van Mieghem, J. A. (2014). Clickstream data and inventory management: Model and empirical analysis. *Production and Operations Management*, 23(3), 333-347. <https://doi.org/10.1111/poms.12046>
- Kayvanfar, V., Husseini, S. M., Karimi, B., & Sajadieh, M. S. (2017). Bi-objective intelligent water drops algorithm to a practical multi-echelon supply chain optimization problem. *Journal of Manufacturing Systems*, 44, 93-114. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2017.05.004>
- Kchaou-Boujelben, M., Bensalem, M., & Jemai, Z. (2023). Bi-objective stochastic closed-loop supply chain network design under uncertain quantity and quality of returns. *Computers & Industrial Engineering*, 181, 109308. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109308>
- Köchel, P., & Nieländer, U. (2005). Simulation-based optimisation of multi-echelon inventory systems. *International journal of production economics*, 93, 505-513. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.06.046>
- Kumar, N., Mishra, A., & George, S. A. (2013). Gaps between inventory management theory and practice: a critical examination of emerging trends from the FMCG industry. *International Journal of Logistics Economics and Globalisation*, 5(1), 1-14. <https://doi.org/10.1504/IJLEG.2013.054427>
- Lummus, R.R., Vokurka, R.J., Alber, K.L., 1998. Strategic supplychain planning. *Production and Inventory Management Journal* 39(3), 49-58. <https://doi.org/10.12691/ijefm-2-2-2>
- Mitra, S., & Chatterjee, A. K. (2004). Leveraging information in multi-echelon inventory systems. *European Journal of Operational Research*, 152(1), 263-280. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(02\)00656-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00656-2)

- Nasiri, G. R., Kalantari, M., & Karimi, B. (2021). Fast-moving consumer goods network design with pricing policy in an uncertain environment with correlated demands. *Computers & Industrial Engineering*, 153, 106997. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106997>
- Nemtajela, N., & Mbohwa, C. (2016, December). Inventory management models and their effects on uncertain demand. In *2016 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)* (pp. 1046-1049). IEEE. <https://doi.org/10.1109/IEEM.2016.7798037>
- Nemtajela, N., & Mbohwa, C. (2017). Relationship between inventory management and uncertain demand for fast moving consumer goods organisations. *Procedia Manufacturing*, 8, 699-706. <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2017.02.090>
- Nyabwanga, R. N., & Ojera, P. (2012). Inventory management practices and business performance for small-scale enterprises in Kenya. *KCA Journal of Business Management*, 4(1), 11-28.
- Önal, M., Yenipazarli, A., & Kundakcioglu, O. E. (2016). A mathematical model for perishable products with price-and displayed-stock-dependent demand. *Computers & Industrial Engineering*, 102, 246-258. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2016.11.002>
- Pereira, M. M., & Frazzon, E. M. (2021). A data-driven approach to adaptive synchronization of demand and supply in omni-channel retail supply chains. *International Journal of Information Management*, 57, 102165. <https://doi.org/10.1016/j.ijinfomgt.2020.102165>
- Wang, C. H., & Chen, T. Y. (2022). Combining biased regression with machine learning to conduct supply chain forecasting and analytics for printing circuit board. *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics*, 9(2), 143-154. <https://doi.org/10.1080/23302674.2020.1859157>
- Wang, Y., Assogba, K., Liu, Y., Ma, X., Xu, M., & Wang, Y. (2018). Two-echelon location-routing optimization with time windows based on customer clustering. *Expert Systems with Applications*, 104, 244-260. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.03.018>
- Zanjani, S. M., Jabalameli, M. S., & Pishvaei, M. S. (2021). A resilient-green model for multi-echelon meat supply chain planning. *Computers & Industrial Engineering*, 152, 107018. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.107018>



ÖZGEÇMİŞ

Ad-Soyad : Furkan Kemal Dinçer

ÖĞRENİM DURUMU:

- **Lisans** : 2018, Nişantaşı Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri M.
- **Yükseklisans** : Sakarya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Mühendislik Fakültesi Pr.