

T.C.
İNÖNÜ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EŞİT GENİŞLİKLİ DALGA (EW) DENKLEMİNİN SONLU FARK
YÖNTEMLERİ İLE ÇÖZÜMLERİ

Mehmet Hanifi ATEŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

MALATYA
Haziran 2014

Tezin Başlığı : EŞİT GENİŞLİKLİ DALGA (EW) DENKLEMİNİN SONLU
FARK YÖNTEMLERİ İLE ÇÖZÜMLERİ

Tezi Hazırlayan : Mehmet Hanifi ATEŞ

Sınav Tarihi : 25.06.2014

Yukarıda adı geçen tez jürimizce değerlendirilerek Matematik Ana Bilim Dalında
Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Sınav Jürisi Üyeleri (ilk isim jüri başkanı, ikinci isim tez danışmanı)

Prof.Dr. Mustafa İNÇ

Prof.Dr. Selçuk KUTLUAY

Prof.Dr. Alaattin ESEN

İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Onayı

Prof.Dr. Mehmet ALPASLAN
Enstitü Müdürü

ONUR SÖZÜ

Yüksek Lisans Tezi olarak sunduğum “Eşit Genişlikli Dalga (EW) Denkleminin Sonlu Fark Yöntemleri ile Çözümleri” başlıklı bu çalışmanın bilimsel ahlâk ve geleneklere aykırı düşecek bir yardıma başvurmaksızın tarafımdan yazıldığını ve yararlandığım bütün kaynakların, hem metin içinde hem de kaynakçada yöntemine uygun biçimde gösterilenlerden oluştuğunu belirtir, bunu onurumla doğrularım.

Mehmet Hanifi ATEŞ

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

EŞİT GENİŞLİKLİ DALGA (EW) DENKLEMİNİN SONLU FARK YÖNTEMLERİ İLE ÇÖZÜMLERİ

Mehmet Hanifi ATEŞ

İnönü Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik Anabilim Dalı

138+xi sayfa

2014

Danışman: Prof.Dr. Selçuk KUTLUAY

Bu Yüksek Lisans tezi beş bölümden oluşmaktadır. Birinci bölümde çalışmanın amacı ve literatürdeki yeri açıklandı.

İkinci bölümde tezde kullanılacak olan klasik sonlu fark yöntemleri ile birlikte bazı temel kavramlara yer verildi.

Üçüncü bölümde Eşit Genişlikli Dalga (EW) denklemi hakkında genel bilgiler verildikten sonra EW denklemi için daha önce yapılan çalışmalardan bahsedildi. Ayrıca bu bölümde EW denklemi için göz önüne alınan model problemler verildi.

Dördüncü bölüm tezin esas kısmını oluşturmaktadır. Bu bölümde EW denklemindeki UU_x non-lineer terimi yerine değişik lineer sonlu fark yaklaşımları kullanıldı. Bu yaklaşımlar göz önüne alınan her bir model probleme uygulandı. Elde edilen nümerik sonuçlar analitik sonuçlarla ve önceki araştırmacılar tarafından verilen sonuçlarla karşılaştırılarak L_2 ve L_∞ hata normları ile korunum sabitleri tablolar halinde verildi. Ayrıca bu bölümde kullanılan sonlu fark yaklaşımlarının kararlılık analizi incelendi.

Beşinci bölümde ise elde edilen nümerik sonuçlar değerlendirildi.

ANAHTAR KELİMELER: Eşit Genişlikli Dalga (EW) Denklemi, Solitary Dalgalar, Sonlu Fark Yöntemleri, Kararlılık Analizi.

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

SOLUTIONS OF THE EQUAL WIDTH WAVE (EW) EQUATION WITH FINITE DIFFERENCE METHODS

Mehmet Hanifi ATEŞ

İnönü University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics

138+xi pages

2014

Supervisor: Prof.Dr. Selçuk KUTLUAY

This M.Sc. thesis consists of five chapters. In the first chapter, the aim of this study and its importance in the literature are explained.

In the second chapter, some fundamental concepts as well as the classical finite difference methods which are going to be used in the thesis have been presented.

In the third chapter, after some information about the Equal Width Wave (EW) equation has been given, the previous studies about the EW equation have been mentioned. Moreover, in this chapter, model problems considered for the EW equation have been presented.

The fourth chapter contains the main part of the thesis. In this chapter, different linearizations have been used for the non-linear term UU_x . Then these linearizations have been applied to the model problems considered in the thesis. The obtained numerical results have been compared with analytical and numerical ones available in the literature, and the error norms L_2 and L_∞ and the invariants have been given in the form of tables. Moreover, in this chapter, the stability analysis of the finite difference approximations used in the thesis has been investigated.

In the fifth chapter, the obtained numerical results have been evaluated.

KEY WORDS: Equal Width Wave (EW) Equation, Solitary Waves, Finite Difference Methods, Stability Analysis.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans çalışmamı yöneten ve tezin hazırlanması sürecinde bana yardımcı olan, her zaman yakın ilgi ve yardımlarını esirgemeyen çok kıymetli hocam Sayın Prof. Dr. Selçuk KUTLUAY'a, çalışmalarımda karşılaştığım türlü güçlüklerin üstesinden gelmem için bana yol gösteren ve tezimin her aşamasında bilgi ve görüşlerinden yararlandığım çok değerli hocalarım Yrd. Doç. Dr. Yusuf UÇAR ve Yrd. Doç. Dr. N. Murat YAĞMURLU' ya ayrıca yüksek lisans'ta üzerimde büyük emekleri olduğunu düşündüğüm Matematik Anabilim Dalı Başkanımız Sayın Prof. Dr. Sadık KELEŞ'e ve diğer bölüm hocalarına ve her zaman desteklerini aldığım aileme teşekkürü bir borç bilirim.

TABLOLAR LİSTESİ

4.1	SFY-1 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1, c = 0.1, x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	31
4.2	SFY-1 ile Problem 1'in $k = 0.05$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1, c = 0.1, x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	32
4.3	SFY-1 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1, c = 0.1, x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	33
4.4	SFY-1 ile Problem 2'nin h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 1.5, c_2 = 0.75, x_1 = 10, x_2 = 25$ ve $0 \leq x \leq 80$)	34
4.5	SFY-1 ile Problem 2'nin hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 1.5, c_2 = 0.75, h = 0.1, k = 0.1, x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$)	35
4.6	SFY-1 ile Problem 3'ün h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 4.5, c_2 = 1.5, c_3 = 0.5, x_1 = 10, x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)	36
4.7	SFY-1 ile Problem 3'ün hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 4.5, c_2 = 1.5, c_3 = 0.5, x_1 = 10, h = 0.1, k = 0.1, x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)	37
4.8	SFY-1 ile Problem 4'ün $\mu = 0.01$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri	38
4.9	SFY-1 ile Problem 4'ün $\mu = 0.05$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri	39
4.10	SFY-1 ile Problem 4'ün $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] dakilerin karşılaştırılması	40
4.11	SFY-1 ile Problem 5'in k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07, d = 5, \mu = 0.16666667, x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	41
4.12	SFY-1 ile Problem 5'in k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1, d = 5, \mu = 0.16666667, x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	42
4.13	SFY-1 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07, k = 0.05, d = 5, \mu = 0.16666667, x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	43
4.14	SFY-1 ile Problem 5'in $d = 5, h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları	44

4.15 SFY-1 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	44
4.16 SFY-1 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	45
4.17 SFY-1 ile Problem 5'in $d = 2$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları	45
4.18 SFY-1 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $k = 0.05$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	46
4.19 SFY-2 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	50
4.20 SFY-2 ile Problem 1'in $k = 0.05$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	51
4.21 SFY-2 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	52
4.22 SFY-2 ile Problem 2'nin h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $0 \leq x \leq 80$)	54
4.23 SFY-2 ile Problem 2'nin hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$)	55
4.24 SFY-2 ile Problem 3'ün h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)	56
4.25 SFY-2 ile Problem 3'ün hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$) . . .	57
4.26 SFY-2 ile Problem 4'ün $\mu = 0.01$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri	58
4.27 SFY-2 ile Problem 4'ün $\mu = 0.05$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri	59
4.28 SFY-2 ile Problem 4'ün $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] dakilerin karşılaştırılması	60
4.29 SFY-2 ile Problem 5'in k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	61
4.30 SFY-2 ile Problem 5'in k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	62
4.31 SFY-2 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $k = 0.05$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	63

4.32	SFY-2 ile Problem 5'in $d = 5$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları	64
4.33	SFY-2 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	64
4.34	SFY-2 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	65
4.35	SFY-2 ile Problem 5'in $d = 2$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları	65
4.36	SFY-2 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $k = 0.05$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	66
4.37	SFY-3 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	71
4.38	SFY-3 ile Problem 1'in $k = 0.05$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	72
4.39	SFY-3 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	73
4.40	SFY-3 ile Problem 2'nin h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $0 \leq x \leq 80$)	75
4.41	SFY-3 ile Problem 2'nin hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$)	76
4.42	SFY-3 ile Problem 3'ün h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)	77
4.43	SFY-3 ile Problem 3'ün hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)	78
4.44	SFY-3 ile Problem 4'ün $\mu = 0.01$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri	79
4.45	SFY-3 ile Problem 4'ün $\mu = 0.05$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri	80
4.46	SFY-3 ile Problem 4'ün $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] dakilerin karşılaştırılması	81
4.47	SFY-4 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	86

4.48	SFY-4 ile Problem 1'in $k = 0.05$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1, c = 0.1, x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	87
4.49	SFY-4 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1, c = 0.1, x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	88
4.50	SFY-4 ile Problem 2'nin h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 1.5, c_2 = 0.75, x_1 = 10, x_2 = 25$ ve $0 \leq x \leq 80$)	89
4.51	SFY-4 ile Problem 2'nin hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 1.5, c_2 = 0.75, h = 0.1, k = 0.1, x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$)	90
4.52	SFY-4 ile Problem 3'ün h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 4.5, c_2 = 1.5, c_3 = 0.5, x_1 = 10, x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)	91
4.53	SFY-4 ile Problem 3'ün hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 4.5, c_2 = 1.5, c_3 = 0.5, x_1 = 10, h = 0.1, k = 0.1, x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$) . . .	92
4.54	SFY-4 ile Problem 4'ün $\mu = 0.01$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri	94
4.55	SFY-4 ile Problem 4'ün $\mu = 0.05$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri	95
4.56	SFY-4 ile Problem 4'ün $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] dakilerin karşılaştırılması	96
4.57	SFY-5 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1, c = 0.1, x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	103
4.58	SFY-5 ile Problem 1'in $k = 0.05$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1, c = 0.1, x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	104
4.59	SFY-5 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1, c = 0.1, x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)	105
4.60	SFY-5 ile Problem 2'nin h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 1.5, c_2 = 0.75, x_1 = 10, x_2 = 25$ ve $0 \leq x \leq 80$)	106
4.61	SFY-5 ile Problem 2'nin hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 1.5, c_2 = 0.75, h = 0.1, k = 0.1, x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$)	107
4.62	SFY-5 ile Problem 3'ün h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 4.5, c_2 = 1.5, c_3 = 0.5, x_1 = 10, x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)	108

4.63	SFY-5 ile Problem 3'ün hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1, c_1 = 4.5, c_2 = 1.5, c_3 = 0.5, x_1 = 10, h = 0.1, k = 0.1, x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$) . . .	109
4.64	SFY-5 ile Problem 4'ün $\mu = 0.01$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri	111
4.65	SFY-5 ile Problem 4'ün $\mu = 0.05$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri	112
4.66	SFY-5 ile Problem 4'ün $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] dakilerin karşılaştırılması	113
4.67	SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07, d = 5, \mu = 0.16666667, x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	114
4.68	SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1, d = 5, \mu = 0.16666667, x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	114
4.69	SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07, k = 0.05, d = 5, \mu = 0.16666667, x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	115
4.70	SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07, d = 2, \mu = 0.16666667, x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	116
4.71	SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1, d = 2, \mu = 0.16666667, x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	116
4.72	SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07, k = 0.05, d = 2, \mu = 0.16666667, x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)	117
4.73	SFY-5 ile Problem 5'in $d = 5, d = 2, h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları	118
4.74	Problem 1'in $t = 80$ zamanında $h = 0.03, k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları	121
4.75	Problem 2'nin $t = 30$ zamanında $h = 0.1, k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri	123
4.76	Problem 3'ün $t = 15$ zamanında $h = 0.1, k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri	124
4.77	Problem 4'ün $t = 12$ zamanında $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri	129
4.78	Problem 5'in $t = 800$ zamanında $d = 5, h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri	130
4.79	Problem 5'in $t = 800$ zamanında $d = 2, h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri	130
4.80	Problem 5'in $d = 5, d = 2, h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları	131

ŞEKİLLER LİSTESİ

1.1	Basit bir dalga profili	1
1.2	Bir solitary dalganın hareketi	3
2.1	Düğüm Noktalarının Gösterimi	6
4.1	Tek solitary dalganın hareketi ve $t = 80$ zamanında kullanılan yaklaşımların hata dağılımları	120
4.2	İki solitary dalganın girişimi	122
4.3	Üç solitary dalganın girişimi	125
4.4	$t = 12$ zamanında μ nün farklı değerleri için Maxwellian başlangıç şartı ile dalga oluşumu	126
4.5	$d = 5$ için ardışık dalga oluşumu	127
4.6	$d = 2$ için ardışık dalga oluşumu	128

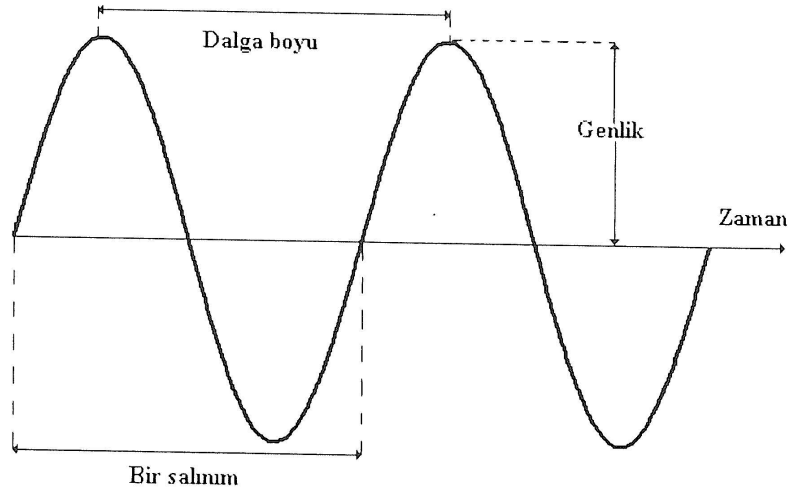
İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
TEŞEKKÜR	iii
İÇİNDEKİLER	x
1. GİRİŞ	1
2. KLASİK SONLU FARK YÖNTEMLERİ VE BAZI TEMEL KAVRAMLAR	5
2.1 Klasik Sonlu Fark Yöntemleri	5
2.1.1 Açık Sonlu Fark Yöntemi	9
2.1.2 Kapalı Sonlu Fark Yöntemi	10
2.1.3 Crank-Nicolson Sonlu Fark Yöntemi	11
2.1.4 Ağırlıklı Averaj Yöntemi	12
2.2 Bazı Temel Kavramlar	12
2.2.1 Lokal Kesme Hatası	12
2.2.2 Tutarlılık	13
2.2.3 Kararlılık	13
2.2.4 Yakınsaklık	13
2.2.5 Lax'ın Denklik Teoremi	14
2.2.6 Kararlılık Analizi	14
3. EŞİT GENİŞLİKLİ DALGA (EW) DENKLEMİ	17
3.1 Giriş	17
3.2 Model Problemler	20
4. EŞİT GENİŞLİKLİ DALGA (EW) DENKLEMİNİN SONLU FARK ÇÖZÜMLERİ	26
4.1 Sonlu Fark Yaklaşımı-1 (SFY-1)	26
4.1.1 Kararlılık Analizi	27
4.1.2 Nümerik Çözümler	28

4.2	Sonlu Fark Yaklaşımı-2 (SFY-2)	47
4.2.1	Kararlılık analizi	48
4.2.2	Nümerik Çözümler	48
4.3	Sonlu Fark Yaklaşımı-3 (SFY-3)	67
4.3.1	Kararlılık Analizi	68
4.3.2	Nümerik Çözümler	69
4.4	Sonlu Fark Yaklaşımı-4 (SFY-4)	82
4.4.1	Kararlılık analizi	83
4.4.2	Nümerik Çözümler	83
4.5	Sonlu Fark Yaklaşımı-5 (SFY-5)	97
4.5.1	Kararlılık Analizi	99
4.5.2	Nümerik Çözümler	100
4.6	Sonlu Fark Yaklaşımlarının Karşılaştırılması	119
6.	KAYNAKLAR	134
	ÖZGEÇMİŞ	138

1. GİRİŞ

Dalga, bir ortamda veya boşlukta yayılan ve genellikle enerjinin taşınmasına yol açan titreşim olarak tanımlanır. Örneğin suda ilerleyen yüzey dalgaları, ses, ışık ve atomun içindeki taneciklerin hareketleri dalga özelliklerine sahiptirler. En basit dalga da bile titreşimler, sabit bir frekans ve dalga boyu ile periyodik olarak salınım yaparlar. Ses dalgaları ilerleyebilecekleri bir ortama ihtiyaç duyarken, elektromanyetik dalgalar bir ortama ihtiyaç duymaksızın boşlukta da yayılabilme özelliğine sahiptirler.



Frekans: Birim zamandaki salınımların sayısı

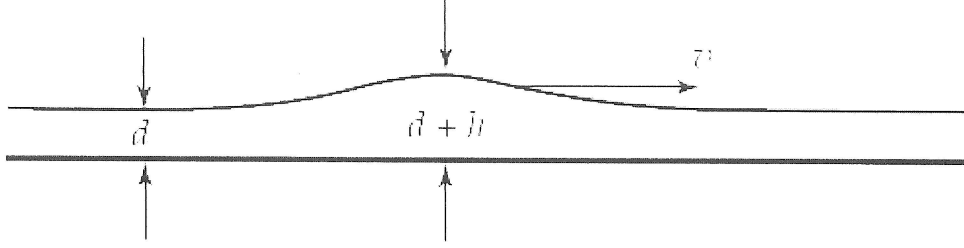
Şekil 1.1. Basit bir dalga profili

İlk olarak su dalgaları oluşumunun gözlemlenmesiyle ortaya çıkan dalga yayılımı, lineer olmayan özelliklerinden dolayı yüzyıllar boyunca bilim adamlarının ilgisini

çekmiştir. Yapılan araştırmalar sonucunda dalga yayılımı hakkında dikkat çekici sonuçlar elde edilmiştir. Bazı dalgalar sabit hız ve formda hareket ederken, bazı dalgalar bozulmaya ve şekillerini değiştirmeye başlar yada daha da hızlanarak ve genlikleri artarak hareket ederler. Hareket eden dalgalar soliton ve solitary dalgalar olarak sınıflandırılabilir. Birbirleri ile çarpıştıktan sonra veya oldukça uzun mesafelerde hareket ederken orjinal büyüklüklerinde, şekillerinde ve hızlarında değişiklik olmadan hareket eden lineer olmayan özel tipte dalgalara soliton dalgalar denir. Solitary dalgalar ise soliton dalgalara benzeyen, çarpışma sonrasında özelliklerini korumaya çalışan dalgalardır. Bu yüzden solitary dalgalara solitonumsu dalgalar da denilmektedir. Solitary dalgalarını keşfeden İskoçyalı mühendis John Scott Russell laboratuvar ortamında su tankları oluşturmuş ve su tanklarının bir ucuna ağırlıklar bırakarak solitary dalgaları elde edebilmek için deneyler yapmış ve solitary dalgaların özellikleri hakkında önemli sonuçlar elde etmiştir. Bu sonuçlara göre solitary dalgalar asla birleşmezler ve büyük genliğe sahip bir solitary dalga ile küçük genliğe sahip bir solitary dalga birbirleriyle çarpıştıktan sonra soliton dalgaların aksine geride zayıf iz dalgaları bırakarak şekillerinde önemli bir bozulma olmadan yollarına devam edebilirler. Solitary dalgalar kararlıdır ve uzun mesafeler alabilirler. Russell, dalga hızının (v) dalga yüksekliğine (h), suyun derinliğine (d) ve yerçekimine (g) bağlı olduğu sonucunu elde etmiştir. Buna göre solitary dalga

$$v = \sqrt{g(d + h)}$$

olarak ifade edilen bir hıza sahiptir. Dolayısıyla büyük genlikli bir solitary dalga küçük genlikli bir solitary dalgaya göre daha hızlı hareket etmektedir [1].



Şekil 1.2. Bir solitary dalganın hareketi

Son yıllarda birçok araştırmacı tarafından non-lineer dalga olayları geniş bir şekilde çalışılmıştır. Örneğin 1895 yılında Korteweg & de Vries [2] zamana bağlı sığ su dalga hareketini gösteren

$$U_t + UU_x + \mu U_{xxx} = 0$$

denklemini sunmuşlardır. Bu denkleme Korteweg de Vries (KdV) denklemi denilmektedir. Benjamin, Bona ve Mahoney [3] BBM denklemi olarak bilinen

$$U_t + U_x + U_x - \mu U_{xxt} = 0$$

Kısmi Diferansiyel Denklemini (KDD) sunmuşlar ve aynı zamanda bu denklemin KdV denklemi ile benzer fiziksel olayları modellediğini göstermişlerdir. BMM denklemine daha sonra düzenli uzun dalga denklemi (Regularized Long Wave (RLW)) denilmiştir. Pregrine [4], ardışık dalgaların gelişimini tanımlamak için RLW denklemini önermiş ve sonlu fark yöntemi ile ilk sayısal çözümlerini elde etmiştir. Morrison vd. [5]

$$U_t + UU_x - \mu U_{xxt} = 0$$

1- boyutlu KDD olan eşit genişlikli dalga (Equal Width Wave (EW)) denklemini sunmuş ve bu denklemin KdV ve RLW denklemleri ile benzer fiziksel olayları modellediğini göstermişlerdir.

EW denkleminin önceleri integrallenebilir ve elastiki dalga etkileşimlerine sahip olduğu düşünülüyordu. Ancak bu düşünce tam olmayan veya düşük çözünürlüklü sayısal yöntemlerin hesaplamalarından ve elastik olmayan dalga etkileşimlerinin küçük etkilerinin gözden kaçtığı sayısal çözümlerden kaynaklanıyordu. Solitary dalganın yavaş yavaş bozulması ve zayıf iz dalgaları (weak trailing waves) bırakması kolayca anlaşılamıyordu veya sayısal olarak üretilmiş salınım olduğu düşünülüyordu [6].

Literatürde EW denkleminin sonlu fark yöntemleriyle sayısal çözümleri mevcuttur. Örneğin Kutluay ve Esen [26], lineerleştirilmiş kapalı sonlu fark yöntemi ile EW denklemini sayısal olarak çözmüşlerdir. Ramos [28, 29], çeşitli sonlu fark yöntemleri ile EW denkleminin sayısal çözümlerini elde etmiş ve bunları karşılaştırmıştır.

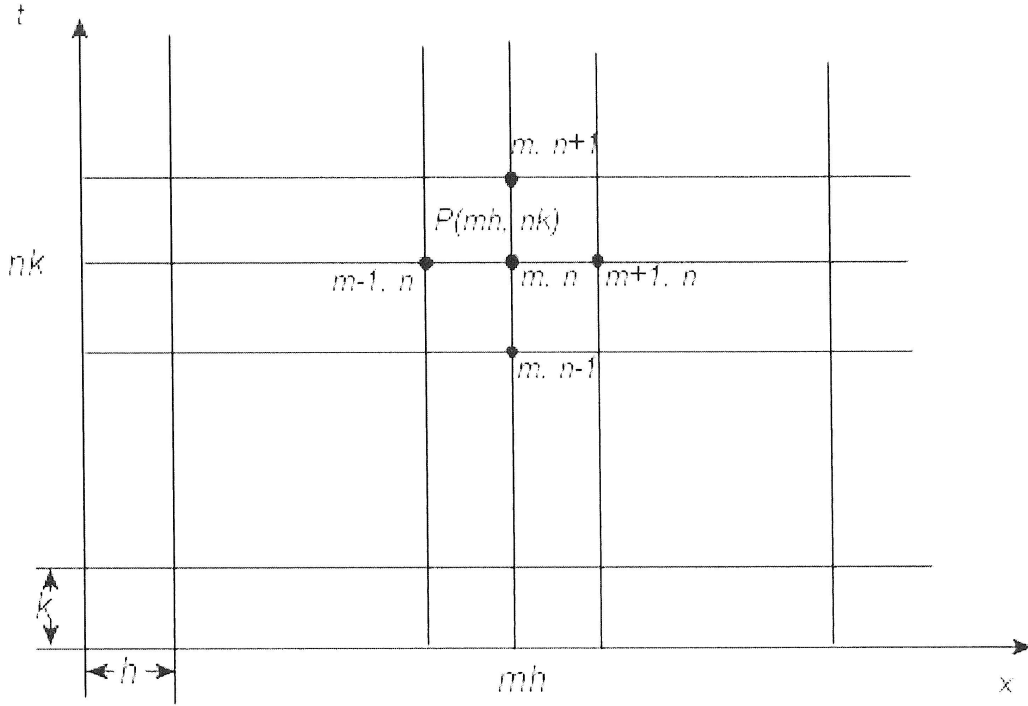
Bu tezde ise EW denklemindeki UU_x non-lineer terimi değişik sonlu fark yaklaşımları kullanılarak önce lineerleştirildi. Sonra denklemdaki zamana göre türev yerine ileri fark ve konuma göre türev yerine de değişik merkezi fark formülleri kullanılarak göz önüne alınan her bir model problemin sonlu fark yaklaşımları elde edildi. Daha sonra sonlu fark yaklaşımlarından ortaya çıkan her bir lineer denklem sistemi direkt yöntemlerden biri yardımıyla çözümlenerek bulunan nümerik sonuçlar, analitik sonuçlar ve literatürdeki sonuçlarla karşılaştırıldı. Ayrıca lineerleştirilmiş her bir sonlu fark yaklaşımın kararlılık analizi incelendi.

2. KLASİK SONLU FARK YÖNTEMLERİ VE BAZI TEMEL KAVRAMLAR

Bu bölümde sonraki bölümlerde kullanılacak olan klasik sonlu fark yöntemleri ile birlikte bazı temel kavramlar verildi.

2.1 Klasik Sonlu Fark Yöntemleri

Sonlu fark yöntemleri, lineer veya lineer olmayan birçok KDD' nin çözümünde sıklıkla kullanılmaktadır. Sonlu fark yöntemleri bir KDD' ye uygulanırken öncelikle problemin çözüm bölgesi geometrik şekiller içeren kafeslere bölünür ve problemin yaklaşık çözümü her bir kafesin düğüm (mesh veya grid) noktalarında hesaplanır. Daha sonra diferansiyel denklemdeki türevler yerine Taylor serisi yardımıyla elde edilen uygun sonlu fark yaklaşımları yazılır. Böylece diferansiyel denklemin çözümü problemi, fark denklemlerinden oluşan lineer veya lineer olmayan bir cebirsel denklem sisteminin çözümü problemine indirgenir. Fark denkleminde ortaya çıkabilecek çözüm bölgesi içine düşmeyen hayali düğüm noktalarındaki değerleri yok etmek için problemin verilen sınır şartları yerine uygun sonlu fark yaklaşımları yazılır. Böylece elde edilen cebirsel denklem sistemi direkt veya iteratif yöntemlerden biri yardımıyla çözülür [7].



Şekil 2.1. Düğüm Noktalarının Gösterimi

U , x ve t değişkenlerine bağlı bir fonksiyon olsun. $h(\equiv \Delta x)$, x yönünde konum adım uzunluğu ve $k(\equiv \Delta t)$, t yönünde zaman adım uzunluğu olmak üzere x konum t zaman kordinatları sırasıyla

$$x = x_m = m\Delta x = mh, \quad m = 0(1)M, \quad l = Mh$$

$$t = t_n = n\Delta t = nk, \quad n = 0(1)N$$

olarak gösterilir. Temsili bir $P(mh, nk)$ düğüm noktası üzerinde U fonksiyonunun noktasal değeri

$$U_p = U(mh, nk) = U(m\Delta x, n\Delta t) = U_m^n = U_{m,n}$$

ile gösterilir.

U fonksiyonun x 'e göre birinci ve ikinci mertebeden türevlerine sonlu fark yaklaşımları, Taylor serisi yardımıyla

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{m+1}^n - U_m^n}{h} + O(h) \quad (2.1.1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_m^n - U_{m-1}^n}{h} + O(h) \quad (2.1.2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} + O(h^2) \quad (2.1.3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} + O(k) \quad (2.1.4)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_m^n - U_m^{n-1}}{k} + O(k) \quad (2.1.5)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_m^n - 2U_{m+1}^n + U_{m+2}^n}{h^2} + O(h) \quad (2.1.6)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_{m-2}^n - 2U_{m-1}^n + U_m^n}{h^2} + O(h) \quad (2.1.7)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_{m-1}^n - 2U_m^n + U_{m+1}^n}{h^2} + O(h^2) \quad (2.1.8)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h} + O(h^4) \quad (2.1.9)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{-U_{m-2}^n + 16U_{m-1}^n + 30U_m^n + 16U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h^2} + O(h^4) \quad (2.1.10)$$

olarak bulunur. Burada “ O ” sonsuz terimli bir eşitliğin sonlu terimde kesildiğini, $O(h)$ terimi hatanın $h \rightarrow 0$ iken h ile orantılı olduğunu gösterir ve $O(h)$ terimine kesme hatası denir. $O(k)$ ise hatanın k mertebesinde olduğunu ve böylece k ile orantılı olarak azalacağını göstermektedir. (2.1.1), (2.1.2) ve (2.1.3) ile verilen, x değişkenine göre birinci mertebeden türev yaklaşımlarına sırasıyla iki nokta ileri, geri ve üç nokta merkezi fark formülleri denir. Benzer şekilde (2.1.4) ve (2.1.5) ile verilen, t değişkenine göre birinci mertebeden türev yaklaşımlarına sırasıyla ileri ve geri fark yaklaşımı denir. (2.1.6), (2.1.7) ve (2.1.8) ile verilen x değişkenine göre ikinci mertebeden türev yaklaşımlarına sırasıyla üç nokta ileri, geri ve merkezi fark formülü denir. (2.1.9) ve

(2.1.10) ile verilen x değişkenine göre sırasıyla birici mertebeden ve ikinci mertebeden türev yaklaşımlarına da beş nokta merkezi fark formulleri denir.

Verilen bir diferansiyel denklemi sonlu fark formunda ifade etmek için kullanılan başlıca klasik sonlu fark yöntemleri şunlardır:

- **Açık (Explicit) Yöntem**
- **Kapalı (Implicit) Yöntem**
- **Crank-Nicolson Yöntemi**

Bu yöntemlerin bir uygulamasını vermek için $0 \leq x \leq \ell$ ve $t > 0$ olmak üzere

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq \ell, \quad t \geq 0 \quad (2.1.11)$$

ısı iletim denklemini

$$U(0, t) = g_1(t), \quad t \geq 0 \quad (2.1.12)$$

$$U(\ell, t) = g_2(t), \quad t \geq 0 \quad (2.1.13)$$

sınır şartları ve

$$U(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq \ell$$

başlangıç şartına bağlı olarak gözönüne alalım. $g_1(t)$, $g_2(t)$ ve $f(x)$ fonksiyonları önceden tanımlanmış fonksiyonlar, ℓ ise problemin tanımlı olduğu aralığın uzunluğudur.

Sonlu fark yaklaşımındaki esas düşünce istenilen $U(x, t)$ değerleri düğüm noktaları üzerinde olacak şekilde problemin çözüm bölgesinin M alt aralığa bölünmesidir. Genellikle her bir $k(\equiv \Delta t)$ zaman adımında bu alt aralıkların uzunlukları $h(\equiv \Delta x) = \ell/M$

olacak şekilde eşit alınır. (2.1.11) ısı denklemindeki türevler yerine (2.1.1) – (2.1.10) ile verilen uygun fark formüllerinin yazılmasıyla denklem için sonlu fark yaklaşımları elde edilir.

2.1.1 Açık Sonlu Fark Yöntemi

(2.1.11) denklemindeki $\partial U / \partial t$ ve $\partial^2 U / \partial x^2$ türevleri yerine sırasıyla (2.1.4) ve (2.1.8) denklemleriyle verilen

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial t} &= \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} + O(k) \\ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= \frac{U_{m-1}^n - 2U_m^n + U_{m+1}^n}{h^2} + O(h^2)\end{aligned}$$

sonlu fark yaklaşımları hatalar ihmal edilerek yazılırsa ısı iletim denkleminin açık sonlu fark yaklaşımı

$$\frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} = \frac{U_{m-1}^n - 2U_m^n + U_{m+1}^n}{h^2} \quad (2.1.14)$$

veya gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\begin{aligned}U_m^{n+1} &= rU_{m-1}^n + (1 - 2r)U_m^n + rU_{m+1}^n, \\ n &= 0(1)N \\ m &= 1(1)M - 1\end{aligned} \quad (2.1.15)$$

olur. Burada $r = k/h^2$ olup hatanın mertebesi $O(k) + O(h^2)$ dir. Eğer n . zaman adımındaki U_m^n değerleri verilirse $(n + 1)$. zaman adımındaki U_m^{n+1} değerleri (2.1.15) denkleminde kolayca bulunur.

2.1.2 Kapalı Sonlu Fark Yöntemi

(2.1.11) ile verilen ısı iletim denklemindeki $\partial^2 U / \partial x^2$ türevi yerine $(n + 1)$ -inci zaman adımındaki

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{U_{m-1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m+1}^{n+1}}{h^2} + O(h^2)$$

merkezi fark formülü ve $\partial U / \partial t$ türevi yerine (2.1.4) ile verilen

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} + O(k)$$

ileri fark formülü hatalar ihmal edilerek yazılırsa ısı iletim denkleminin kapalı sonlu fark yaklaşımı

$$\frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} = \frac{U_{m-1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m+1}^{n+1}}{h^2} \quad (2.1.16)$$

veya gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$-rU_{m-1}^{n+1} + (1 - 2r)U_m^{n+1} - rU_{m+1}^{n+1} = U_m^n, \quad \begin{array}{l} n = 0(1)N \\ m = 1(1)M - 1 \end{array} \quad (2.1.17)$$

olur. Burada $r = k/h^2$ olup hatanın mertebesi $O(k) + O(h^2)$ dir. (2.1.12) ve (2.1.13) sınır şartlarından

$$U_0^n = g_1 \quad (2.1.18)$$

$$U_M^n = g_2 \quad (2.1.19)$$

dir. Böylece (2.1.17) yaklaşımından her bir zaman adımında $(M - 1)$ - bilinmeyenli $(M - 1)$ - tane denklemden oluşan lineer bir cebirsel denklem sistemi elde edilir.

2.1.3 Crank-Nicolson Sonlu Fark Yöntemi

Bu yöntem sırasıyla (2.1.14) ve (2.1.16) denklemleriyle verilen açık ve kapalı sonlu fark yaklaşımlarının sağ taraflarının averajlarının alınmasıyla elde edilmiştir. O halde, (2.1.11) ile verilen ısı iletim denkleminin Crank-Nicolson sonlu fark yaklaşımı

$$\frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{U_{m-1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m+1}^{n+1}}{h^2} + \frac{U_{m-1}^n - 2U_m^n + U_{m+1}^n}{h^2} \right\}$$

dir. Bu denklem $n = 0(1)N$ ve $m = 1(1)M - 1$ için

$$-rU_{m-1}^{n+1} + (1 - 2r)U_m^{n+1} - rU_{m+1}^{n+1} = rU_{m-1}^n + (1 - 2r)U_m^n + rU_{m+1}^n \quad (2.1.20)$$

olarak yazılabilir. Burada $r = k/h^2$ olup hatanın mertebesi $O(k^2) + O(h^2)$ dir. (2.1.12) ve (2.1.13) sınır şartlarından sırasıyla

$$U_0^n = U_0^{n+1} = g_1(t) \quad (2.1.21)$$

ve

$$U_M^n = U_M^{n+1} = g_2(t) \quad (2.1.22)$$

dir. Böylece (2.1.20) Crank-Nicolson sonlu fark yaklaşımından her bir zaman adımında $(M - 1)$ - bilinmeyenli $(M - 1)$ - tane denklemden oluşan lineer cebirsel denklem sistemi elde edilir.

2.1.4 Ağırlıklı Averaj Yöntemi

(2.1.11) ile verilen ısı iletim denkleminin ağırlıklı averaj yaklaşımı, $0 \leq \theta \leq 1$ olmak üzere,

$$\frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} = \theta \frac{U_{m-1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m+1}^{n+1}}{h^2} + (1 - \theta) \frac{U_{m-1}^n - 2U_m^n + U_{m+1}^n}{h^2}$$

veya

$$\begin{aligned} & -r\theta U_{m-1}^{n+1} + (1 - 2r\theta)U_m^{n+1} - r\theta U_{m+1}^{n+1} \\ & = r(1 - \theta)U_{m-1}^n + (1 - 2r(1 - \theta))U_m^n + r(1 - \theta)U_{m+1}^n \end{aligned} \quad (2.1.23)$$

dir.

Burada $r = k/h^2$ olup, (2.1.23) denklemi $\theta = 0$ için (2.1.11) denklemi ile verilen ısı iletim denkleminin Açık Sonlu Fark Yaklaşımını, $\theta = 1$ için Kapalı Sonlu Fark Yaklaşımını ve $\theta = 1/2$ için Crank-Nicolson Sonlu Fark Yaklaşımını verir [9].

2.2 Bazı Temel Kavramlar

2.2.1 Lokal Kesme Hatası

(m, n) -inci düğüm noktasında bir KDD'in sonlu fark yaklaşımı, U fark denkleminin tam çözümü olmak üzere, $F_{m,n}(U) = 0$ olarak gösterilsin. (m, n) -inci düğüm noktasında sonlu fark yaklaşımın lokal kesme hatası, $\mathbf{U}$ fonksiyonu KDD'nin tam çözümü olmak üzere,

$$T_{m,n} = F_{m,n}(\mathbf{U})$$

olarak tanımlanır.

Lokal kesme hatası sonlu fark yaklaşımından elde edilecek çözümün KDD'nin tam çözümüne ne kadar iyi yaklaştığını veren bir ölçüdür. Taylor seri açılımının kullanılmasıyla Lokal kesme hatası h ile k nin kuvvetleri ile (mh, nk) noktasında KDD'nin tam çözümü olan $\mathbf{U}$ 'nun kısmi türevleri cinsinden kolayca bulunabilir [9].

2.2.2 Tutarlılık

$h, k \rightarrow 0$ olduğunda lokal kesme hatasının limit değeri sıfıra yaklaşıyorsa sonlu fark yaklaşımı tutarlıdır denir. Yani

$$\lim_{h,k \rightarrow 0} T_{m,n} = 0$$

ise sonlu fark yaklaşımı tutarlıdır [9].

2.2.3 Kararlılık

KDD'ye karşılık gelen sonlu fark denkleminin çözümünün KDD'nin çözümüne yakın kaldığı durumlarda yöntem kararlıdır denir [9].

2.2.4 Yakınsaklık

U sonlu fark denkleminin ve $\mathbf{U}$ ise KDD'nin tam çözümleri olmak üzere

$$\lim_{h,k \rightarrow 0} U_m^n = \mathbf{U}_m^n$$

ise sonlu fark denklemi yakınsaktır denir [9].

2.2.5 Lax'ın Denklik Teoremi

Sonlu fark yönteminin yakınsak olması için gerek ve yeter şart yöntemin tutarlı ve kararlı olmasıdır [9].

2.2.6 Kararlılık Analizi

Bir diferansiyel denkleme karşılık gelen sonlu fark denkleminin çözümünün diferansiyel denklemin tam çözümüne yakınsaması için gerekli olan şartlara kararlılık şartları ve bunların bulunması işlemine de kararlılık analizi denir.

(m, n) -inci düğüm noktasında bir KDD'nin analitik çözümü $\mathbf{U}$ ve bu KDD'ye yaklaşan sonlu fark denkleminin nümerik çözümü U olmak üzere kararlılık analizi

$$\mathbf{U}_m^n - U_m^n$$

hata değerinin n artarken m değerleri için mutlak değerce sınırlı kalması esasına dayanır. Lineer sonlu fark yaklaşımlarının kararlılık analizinin incelenmesinde Fourier seri yöntemi kullanılan başlıca yöntemlerden biridir [11].

Fourier Seri (von Neumann) Yöntemi

Fourier seri yöntemi sadece diferansiyel denklemin kararlılığını hata yayılımı için inceler. Burada T sonlu, $h \rightarrow 0, k \rightarrow 0, N \rightarrow \infty$ olduğunda $0 \leq t \leq T = Nk$ zaman aralığında $U(x, t)$ için lineer iki zaman seviyeli fark denkleminin kararlılığı konusu incelenecektir. Fourier seri veya von Neumann yöntemi $t = 0$ düğüm noktası boyunca sonlu Fourier serisine göre başlangıç değerini ifade eder. Böylece kısmi diferansiyel

denklemleri çözmek için kullanılan değişkenlerine ayırma yöntemine benzer olarak $t = 0$ için Fourier serilerine indirgenen bir fonksiyon göz önüne alınır. Her ne kadar Fourier serileri sinüs ve cosinüs fonksiyonlarına göre ifade edilebiliyorsa da cebirsel olarak üstel biçimde yazılması daha uygundur. Yani $\sum a_n \cos(\frac{n\pi x}{\ell})$ veya $\sum a_n \sin(\frac{n\pi x}{\ell})$ ifadelerine denk olan $\sum A_n e^{in\pi x/\ell}$ üstel ifadesi yazılabilir. Burada $i = \sqrt{-1}$ ve ℓ, x in tanımlı olduğu aralığın uzunluğudur. Buna göre

$$A_n e^{in\pi x/\ell} = A_n e^{in\pi mh/\ell} = A_n e^{i\beta_n mh}$$

dir. Burada $\beta_n = n\pi/Mh$ ve $Mh = \ell$ olarak alınmıştır. $t = 0$ pivot noktasındaki başlangıç değeri $U(mh, 0) = U_m^0$, ($m = 0(1)M$) şeklinde olan $(M+1)$ - tane denklem, $A_0, A_1, \dots, A_n$ ($N+1$)-tane bilinmeyen sabitlerini tek türlü belirlemek için yeterlidir. Bu ise başlangıç düğüm değerlerinin kompleks üstel biçimde yazılabildiğini gösterir. Sadece lineer fark denklemleri göz önüne alındığından $e^{i\beta mh}$ olacak şekilde sadece bir tek başlangıç değerinin incelenmesi gerekir. Çünkü ayrıık çözümler toplanabilir.

t değerinin artışına göre üstel dağılıma bakmak için

$$U_m^n = e^{i\beta x} e^{\alpha t} = e^{i\beta mh} e^{\alpha nk} = e^{i\beta mh} \xi^n$$

ifadesi gözönüne alınır. Burada α genellikle kompleks bir sabit olmak üzere $\xi = e^{\alpha k}$ olup ξ güçlendirme faktörü olarak adlandırılır. Sonlu fark denkleminin kararlılığı için $h \rightarrow 0$ ve $k \rightarrow 0$ olduğunda her $n \leq N$ için başlangıç ve sınır şartını sağlayan tüm β için $|U_m^n|$ kalıntısı sabit olmalıdır. Bu ifade Lax-Richtmyer tanımı olarak bilinir.

Sonlu fark denkleminin tam çözümü zamana bağlı olarak üstel biçimde artmıyor ise kararlılık için gerek ve yeter şart

$$|\xi| \leq 1$$

yani $-1 \leq \xi \leq 1$ olmasıdır. Bununla birlikte $|U_m^n|$ zamana bağılı olarak artıyor ise kararlılık için gerek ve yeter şart K pozitif sayısı h, k ve β değerlerinden bağımsız olmak üzere

$$\xi \leq 1 + Kk \leq 1 + O(k)$$

olmasıdır.

3. EŞİT GENİŞLİKLİ DALGA (EW) DENKLEMİ

Bu bölümde EW denklemi ile ilgili literatür özeti verildikten sonra literatürde var olan farklı başlangıç ve sınır şartları ile verilen EW denklemi için 5 farklı model problem kısaca tanıtıldı.

3.1 Giriş

Morrison vd. [5] tarafından sunulan EW denklemi sığ su dalgaları ve iyon akustik plazma dalgaları gibi fiziksel olayları tanımlayan dalga yayılımı konusunda büyük bir öneme sahip olan lineer olmayan bir KDD'dir.

1- boyutlu EW denklemi

$$U_t + U_x - \mu U_{xxt} = 0, \quad (3.1.1)$$

şeklinde olup sınır şartları $x \rightarrow \pm\infty$ için $U(x, t) \rightarrow 0$ dır. Burada U , x konum değişkeni ve t zaman değişkeninin bir fonksiyonu ve μ ise pozitif bir parametredir. U 'nun indisleri olan x ve t kısmi türevleri göstermektedir.

Akışkanlar mekaniğinde $U = U(x, t)$ dalga genliğini veya benzer bir niceliği gösterirken plazma uygulamalarında negatif elektrostatik potansiyeli göstermektedir. Denklemdaki UU_x ve U_{xxt} terimleri sırasıyla lineer olmayan dalga yükselmesini ve

yayılımını göstermektedir. EW denklemi ile RLW denklemi arasında $U_{EW} \rightarrow U_{RLW} - 1$ şeklinde bir ilişki olmasına rağmen her iki denklem için sınır şartları farklı olduğundan EW denkleminin çözümü RLW denkleminin çözümünden elde edilemez. EW denkleminin tek solitary dalga çözümü dışında analitik çözümü mevcut değildir. Bu nedenle çeşitli başlangıç ve sınır şartlarıyla verilen EW denkleminin sayısal çözümleriyle ilgilenilir. Dolayısıyla bu tip denklemlerin çözümlerini elde etmek için nümerik yöntemler kullanılır. Örneğin, Gardner ve Gardner [12], kübik B-spline fonksiyonlarını kullanarak Galerkin yöntemi ile EW denkleminin sayısal çözümlerini elde etmişlerdir. Archilla [13], EW denklemi için bir spectral Fourier ayrıştırma kullanarak sayısal bir yöntem geliştirmiştir. Gardner ve Gardner [14], kuadratik B-spline fonksiyonları yardımıyla Petrov- Galerkin sonlu eleman yöntemi ile EW denkleminin solitary dalga hareketini ve dalga oluşumunu araştırmışlardır. Khalifa vd. [15], EW denkleminin kuintik spline fonksiyonları kullanarak kollokasyon yöntemi ile sayısal çözümlerini sunmuşlardır. Zaki [16], lineer konum zaman sonlu elemanları kullanarak en küçük kareler yöntemi ile EW denkleminin sayısal çözümlerini vermiştir. Zaki [17], kuadratik B-spline fonksiyonlarını kullanarak Petrov-Galerkin sonlu eleman yöntemi ile EW denkleminin solitary dalgalarının gelişimini araştırmıştır. Saka vd.[18], kübik B-spline kollokasyon yöntemi ile EW denkleminin solitary dalga hareketini ve dalga oluşumunu incelemişlerdir. Dag ve Saka [19], kübik B-spline kollokasyon metodu ile EW denkleminin sayısal çözümlerini elde etmişlerdir. Raslan [20], kuintik B-spline fonksiyonları yardımıyla kollokasyon yöntemi ile EW denklemini çözmüştür. Hamdi vd. [21], Maple yazılımı kullanarak genelleştirilmiş EW (GEW) denkleminin solitary dalga çözümlerini analitik olarak elde etmiştir . Raslan [22], kuartik B-spline fonksiyonları yardımıyla kollokasyon yöntemi ile EW denklemini sayısal olarak çözmüştür. Esen [23], kuadratik B-spline

lumped Galerkin yöntemi ile EW denkleminin nümerik çözümlerini elde etmiş ve tek solitary dalganın hareketi, iki solitary dalganın girişimi ve dalga oluşumunu incelemiştir. Doğan [24], lineer B-spline fonksiyonlar kullanarak Galerkin yöntemi ile EW denkleminin nümerik çözümlerini sunmuştur. Saka [25], konum ayrıştırma tekniği kullanarak kuadratik B-spline Galerkin yöntemi ile EW denkleminin sayısal çözümlerini elde etmiştir. Kutluay ve Esen [26, 27], lineerleştirilmiş kapalı sonlu fark yöntemi ile EW ve modifiye edilmiş EW (MEW) denklemini sayısal olarak çözmüşlerdir. Ramos [28, 29], değişik sonlu fark metodu ile EW denkleminin sayısal çözümlerini sunmuştur. Yusufoglu ve Bekir [30], varyasyonel iterasyon metodu ile EW denkleminin nümerik çözümlerini vermiştir. Güleç [31], lineer sonlu elemanlar kullanarak Galerkin yöntemiyle EW denklemini sayısal olarak çözmüştür. Ali [32], Chebyshev polinomları kullanarak kollokasyon metodu ile EW denkleminin nümerik çözümlerini sunmuştur. Saka vd. [33], kuartik B-spline Galerkin yöntemi, diferansiyel kuadrature ve meshless yöntemleri ile EW denkleminin sayısal çözümlerini elde etmişlerdir. Dereli ve Schaback [34], EW denkleminin sayısal çözümü için meshless kernel-based method of lines kullanmıştır. Karakoç [35], sonlu elemanlar yöntemi ile MEW denkleminin nümerik çözümlerini elde etmiştir. Roshan [36, 37], kuadratik B-spline fonksiyonları yardımıyla Petrov-Galerkin sonlu eleman yöntemi kullanarak EW ve GEW denklemlerinin nümerik çözümlerini sunmuştur. Kaplan ve Dereli [38], EW denklemini konum ayrıştırması yaparak kollokasyon yöntemi ile sayısal olarak çözmüştür. Fazal vd. [39], septik B-spline kollokasyon yöntemi ile EW denkleminin sayısal çözümlerini vermişlerdir. Uddin [40], pseudospectral radial baz fonksiyonlarıyla EW denklemini sayısal olarak çözmüştür.

3.2 Model Problemler

EW denklemi dalga etkileşimlerini içeren elastik olmayan özelliklerinden dolayı matematiksel olarak integrallenemezdir. İntegrallenebilen denklemler sonsuz sayıda korunum sabitine sahipken integrallenemeyen denklemler sınırlı sayıda korunum sabitine sahiptir. EW denkleminin üç adet korunum sabiti vardır. Bunlar

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_a^b U dx \simeq h \sum_{m=0}^M U_m^n, \\
I_2 &= \int_a^b [U^2 + \mu(U_x)^2] dx \simeq h \sum_{m=0}^M [(U_m^n)^2 + \mu((U_x)_m^n)^2], \\
I_3 &= \int_a^b U^3 dx \simeq h \sum_{m=0}^M (U_m^n)^3
\end{aligned} \tag{3.2.1}$$

olarak tanımlanır ve sırasıyla kütle, momentum ve enerjinin korunumuna karşılık gelmektedir [41].

Bu tez çalışmasında EW denkleminin aşağıda verilen model problemler için kapalı sonlu fark yöntemiyle sayısal çözümleri elde edildi. Elde edilen sayısal çözümlerin doğruluğunu göstermek için

$$\begin{aligned}
L_2 &= \|U^{tam} - U_N\|_2 = \left[h \sum_{m=0}^M |U_m^{tam} - U_m|^2 \right]^{1/2} \text{ (ortalama hata normu)} \\
L_\infty &= \|U^{tam} - U_N\|_\infty = \max_{0 \leq m \leq M} |U_m^{tam} - U_m| \text{ (maksimum hata normu)}
\end{aligned} \tag{3.2.2}$$

olarak tanımlanan hata normları hesaplandı.

Problem 1: Tek Solitary Dalganın Hareketi

Bu problemde (3.1.1) ile verilen EW denklemi bir $a \leq x \leq b$ sonlu aralığında

$$U(a, t) = U(b, t) = 0$$

sınır şartları ve

$$U(x, 0) = 3c \sec h^2 [p(x - x_0)]$$

başlangıç şartı ile göz önüne alındı.

Bu problemin analitik çözümü

$$U(x, t) = 3c \sec h^2 [p(x - ct - x_0)]$$

dir [5]. Burada $3c$ solitary dalganın genliğini, c dalganın hızını, $p = (1/4\mu)^{1/2}$ dalganın genişliğini ve $U(x, t)$ ise tepe noktası x_0 olan sağa doğru c sabit hızıyla hareket eden $3c$ genliğinde tek solitary dalgayı temsil etmektedir.

Bu problem için korunum sabitleri analitik olarak

$$I_1 = \frac{6c}{p}, \quad I_2 = \frac{12c^2}{p} + \frac{48pc^2\mu}{5}, \quad I_3 = \frac{144c^3}{5p}$$

dir [14]. Tüm hesaplamalarda $\mu = 1$, $c = 0.1$ ve $x_0 = 10$ değerleri kullanıldı. Böylece korunum sabitlerinin analitik değerleri

$$I_1 = 1.2, \quad I_2 = 0.288, \quad I_3 = 0.0576$$

olarak hesaplandı.

Problem 2: İki Solitary Dalganın Girişimi

Bu problemde (3.1.1) ile verilen EW denklemi bir $a \leq x \leq b$ sonlu aralığında

$$U(a, t) = U(b, t) = 0$$

sınır şartları ve

$$U(x, 0) = \sum_{j=1}^2 3c_j \sec h^2 [0.5(x - x_j)]$$

başlangıç şartı ile göz önüne alındı.

Bu problem $x = x_1$ başlangıç noktasında genliği $3c_1$ ve $x = x_2$ noktasında genliği $3c_2$ olan iki solitary dalgayı temsil eder. Genliği büyük olan dalganın hızının, genliği küçük olan dalganın hızından büyük olduğu bilinmektedir. Zaman ilerledikçe iki dalganın girişiminin gerçekleşebilmesi için $c_1 > c_2$ ve $x_1 < x_2$ olarak seçilmelidir.

Bu problemde korunum sabitleri analitik olarak

$$I_1 = 12(c_1 + c_2), \quad I_2 = 28.8(c_1^2 + c_2^2), \quad I_3 = 57.6(c_1^3 + c_2^3)$$

dir [20]. Tüm hesaplamalarda $\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$ değerleri kullanıldı. Bu değerler için korunum sabitlerinin analitik değerleri

$$I_1 = 27, \quad I_2 = 81, \quad I_3 = 218.7$$

dir.

Problem 3: Üç Solitary Dalganın Girişimi

(3.1.1) EW denklemi bir $a \leq x \leq b$ sonlu aralığında

$$U(a, t) = U(b, t) = 0$$

sınır şartları ve

$$U(x, 0) = \sum_{j=1}^3 3c_j \sec h^2 [0.5(x - x_j)]$$

başlangıç şartı ile göz önüne alındı.

Bu problem $x = x_1$ başlangıç noktasında genliği $3c_1$, $x = x_2$ noktasında genliği $3c_2$ ve $x = x_3$ noktasında genliği $3c_3$ olan üç solitary dalgayı temsil eder. Genliği büyük olan dalganın hızı genliği küçük olan dalganın hızından büyük olduğundan zaman arttıkça üç dalganın girişiminin gerçekleşebilmesi için $c_1 > c_2 > c_3$ ve $x_1 < x_2 < x_3$ olarak seçilmelidir.

Bu problemde korunum sabitleri analitik olarak

$$I_1 = 12(c_1 + c_2 + c_3), \quad I_2 = 28.8(c_1^2 + c_2^2 + c_3^2), \quad I_3 = 57.6(c_1^3 + c_2^3 + c_3^3)$$

dir [20]. Tüm hesaplamalarda $\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$ değerleri kullanıldı. Böylece korunum sabitlerinin analitik değerleri

$$I_1 = 78, \quad I_2 = 655.2, \quad I_3 = 5450.4$$

olarak hesaplandı.

Problem 4: Maxwellian Başlangıç Şartı

(3.1.1) ile verilen EW denkleminin solitary dalga oluşumu bir $a \leq x \leq b$ sonlu aralığında

$$U(a, t) = U(b, t) = 0$$

sınır şartları ve

$$U(x, 0) = e^{-(x-20)^2}$$

başlangıç şartı kullanılarak μ nün farklı değerleri için incelendi.

Problem 5: Ardışık Dalga Oluşumu

Bu problemde (3.1.1) EW denklemi bir $a \leq x \leq b$ sonlu aralığında

$$U(a, t) = U_0$$

$$U(b, t) = 0$$

sınır şartları ve

$$U(x, 0) = \frac{U_0}{2} \left[1 - \tanh\left(\frac{x - x_0}{d}\right) \right]$$

başlangıç şartı kullanılarak ardışık dalga oluşumu incelendi. Burada $U(x, 0)$, $t = 0$ zamanında durgun su yüzeyinin üstündeki suyun yükseltisini, d ise durgun su ve derin su arasındaki eğimi temsil eder. Su seviyesindeki $U(x, 0)$ yükseklik değişimi $x = x_0$ noktasındadır. Böylece durgun su bölgenin sağında yer alır ve $U = 0$ yüzeyinden U_0 ilave yükseltisinde suyun sahip olduğu akış soldan durgun suyun içine doğru hareket eder [42].

Bu problem için I_1 , I_2 ve I_3 korunum büyüklükleri sabit olmayıp sırasıyla aşağıdaki M_1 , M_2 ve M_3 oranlarında lineer olarak artarlar [14].

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{d}{dt} I_1 = \frac{d}{dt} \int_a^b U dx = \frac{1}{2} (U_0)^2, \\ M_2 &= \frac{d}{dt} I_2 = \frac{d}{dt} \int_a^b [U^2 + \mu (U_x)^2] dx = \frac{2}{3} (U_0)^3, \\ M_3 &= \frac{d}{dt} I_3 = \frac{d}{dt} \int_a^b U^3 dx = \frac{3}{4} (U_0)^4. \end{aligned} \tag{3.2.3}$$

Nümerik hesaplamalarda $\mu = 0.16666667$, $U_0 = 0.1$ ve $x_0 = 0$ değerleri kullanıldı.

Böylece bu değerler için korunum sabitlerinin lineer artış oranları

$$M_1 = 5 \times 10^{-3}, \quad M_2 = 6.66667 \times 10^{-4}, \quad M_3 = 7.5 \times 10^{-5}$$

dir.

4. EŞİT GENİŞLİKLİ DALGA (EW) DENKLEMİNİN SONLU FARK ÇÖZÜMLERİ

Bu bölümde UU_x non-lineer terimi yerine 5 değişik lineer sonlu fark yaklaşımı kullanılarak (3.1.1) ile verilen

$$U_t + U_x - \mu U_{xxt} = 0$$

EW denkleminin nümerik çözümleri elde edildi.

4.1 Sonlu Fark Yaklaşımı-1 (SFY-1)

Bu yaklaşımda UU_x non-lineer terimi yerine

$$UU_x \cong \frac{1}{2} \left(U_m^{n+1} \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} + U_m^n \frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) \quad (4.1.1)$$

lineer sonlu fark yaklaşımı kullanıldı [43].

(3.1.1) EW denkleminde UU_x yerine (4.1.1) lineer yaklaşımı, U_{xxt} yerine

$$U_{xxt} \cong \frac{U_{m+1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}}{kh^2} - \frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{kh^2} \quad (4.1.2)$$

ve U_t yerine

$$U_t \cong \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} \quad (4.1.3)$$

sonlu fark yaklaşımları yazılırsa

$$\begin{aligned} \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} + U_m^{n+1} \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{4h} + U_m^n \frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{4h} \\ = \frac{\mu}{k} \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}}{h^2} - \frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right) \end{aligned}$$

veya gerekli düzenlemeler yapılırsa $n = 0(1)N$, $m = 1(1)M - 1$ için

$$\begin{aligned} - \left(\frac{hkU_m^n + 4\mu}{4h^2k} \right) U_{m-1}^{n+1} + \left(\frac{h^2 + 2\mu}{h^2k} + \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{4h} \right) U_m^{n+1} + \left(\frac{hkU_m^n - 4\mu}{4h^2k} \right) U_{m+1}^{n+1} \\ = \frac{U_m^n}{k} - \frac{\mu}{k} \left(\frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right) \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

sonlu fark denklemi elde edilir. Bu sonlu fark denkleminde her bir zaman adımında lineer bir cebirsel denklem sistemi bulunur. (3.1.1) denkleminde karşılık gelen (4.1.4) sonlu fark yaklaşımının kararlılık analizi incelendikten sonra her bir zaman adımındaki lineer cebirsel denklem sistemi direkt yöntemlerden biri yardımıyla çözülür.

4.1.1 Kararlılık Analizi

$\hat{U}$, U nun bir yerel sabiti olmak üzere, UU_x non-lineer terimi yerine

$$UU_x \cong \frac{\hat{U}}{2} \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} + \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} \right) \quad (4.1.5)$$

olarak alınırsa (4.1.4) sonlu fark yaklaşımı

$$\begin{aligned} - \left(\frac{hk\hat{U} + 4\mu}{4h^2k} \right) U_{m-1}^{n+1} + \left(\frac{h^2 + 2\mu}{h^2k} \right) U_m^{n+1} + \left(\frac{hk\hat{U} - 4\mu}{4h^2k} \right) U_{m+1}^{n+1} \\ = \frac{U_m^n}{k} - \hat{U} \left(\frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{4h} \right) - \frac{\mu}{k} \left(\frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right) \end{aligned} \quad (4.1.6)$$

olur. Bu sonlu fark yaklaşımının kararlılık analizi von Neumann yöntemi kullanılarak incelenebilir. Bunun için (4.1.6) yaklaşımında U_m^n yerine

$$U_m^n = e^{i\beta mh} \xi^n, \quad i = \sqrt{-1}$$

yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\xi = \frac{1 - \frac{\hat{U}k}{2} \frac{e^{i\beta h} - e^{-i\beta h}}{2h} - \mu \frac{e^{i\beta h} - 2 + e^{-i\beta h}}{h^2}}{1 + \frac{\hat{U}k}{2} \frac{e^{i\beta h} - e^{-i\beta h}}{2h} - \mu \frac{e^{i\beta h} - 2 + e^{-i\beta h}}{h^2}}$$

elde edilir. Son eşitlik $e^{i\beta h} = \cos \beta h + i \sin \beta h$ Euler formulünün kullanılmasıyla

$$\xi = \frac{1 - \frac{\hat{U}k \sin \beta h}{2h} + \frac{4\mu}{h^2} \sin^2 \frac{\beta h}{2}}{1 + \frac{\hat{U}k \sin \beta h}{2h} + \frac{4\mu}{h^2} \sin^2 \frac{\beta h}{2}}$$

veya $a = 1 + \frac{4\mu}{h^2} \sin^2 \frac{\beta h}{2}$, $b = \frac{\hat{U}k \sin \beta h}{2h}$ olmak üzere

$$\xi = \frac{a - ib}{a + ib} \quad (4.1.7)$$

olarak yazılabilir. (4.1.6) sonlu fark yaklaşımının kararlı olabilmesi için $|\xi| \leq 1$ olmalıdır.

(4.1.7) den $|\xi| = 1$ olduğu açıkça görülür. Böylece (4.1.6) yaklaşımı şartsız kararlıdır.

4.1.2 Nümerik Çözümler

Bu kısımda (3.1.1) EW denklemi için (4.1.4) ile verilen sonlu fark yaklaşımı Bölüm 3.2 deki her bir model probleme uygulandı ve elde edilen çözümler tablolar halinde sunuldu.

Problem 1: Tek Solitary Dalganın Hareketi

Bu problemde tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 30$ sonlu aralığında yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 80$ 'e kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.1.4) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri

için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) ve (3.2.2) denklemlerinde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri ile hesaplanan hata normları tablolar halinde sunuldu.

Tablo 4.1 de $t = 0$ ve $t = 80$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark yani ΔI_1 , ΔI_2 ve ΔI_3 değişimleri $h = 0.03$ olmak üzere $k = 0.1$ için sırasıyla $\Delta I_1 = 3.85 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.4819 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.1179 \times 10^{-9}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.85 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.608 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.179 \times 10^{-9}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.85 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.5911 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.182 \times 10^{-9}$ olarak elde edildi. $t = 80$ zaman adımında $k = 0.1$, 0.05 ve 0.01 değerleri için L_2 hata normu sırasıyla 0.19588×10^{-3} , 0.18388×10^{-3} ve 0.18004×10^{-3} ; L_∞ hata normu sırasıyla 0.10410×10^{-3} , 0.09794×10^{-3} ve 0.09597×10^{-3} olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan zaman adımı küçüldüğünde korunum sabitlerinde önemli ölçüde bir değişim olmadığı görülmektedir.

Tablo 4.2 de $t = 0$ ve $t = 80$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki değişim, $k = 0.05$ olmak üzere $h = 0.3$ için $\Delta I_1 = 3.06 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.443 \times 10^{-6}$ ve $\Delta I_3 = 3.4576 \times 10^{-6}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.77 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 7.06 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 4.4138 \times 10^{-9}$; $h = 0.03$ için $\Delta I_1 = 3.85 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.608 \times 10^{-9}$ ve $\Delta I_3 = 2.1793 \times 10^{-9}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan korunum adımı küçüldüğünde I_1 'de önemli ölçüde bir değişim olmazken I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı görülmektedir. $t = 80$ zaman adımında $h = 0.3$, 0.05 ve 0.03 değerleri için L_2 hata normu sırasıyla 17.86298×10^{-3} , 0.50338×10^{-3} ve 0.18388×10^{-3} ; L_∞ hata normu sırasıyla 9.46661×10^{-3} , 0.26836×10^{-3} ve 0.09794×10^{-3} olarak hesaplandı. Tablo 4.1 ve 4.2 den h ve k küçüldükçe L_2 ve L_∞ hata normlarının azaldığı açıkça görülmektedir.

Tablo 4.3 de $\mu = 1$, $c = 0.1$, $0 \leq x \leq 30$, $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için (4.1.4) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri ve hata normlarının değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçların karşılaştırılması verildi. Hesaplanan korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve $I_1 = 1.2$, $I_2 = 0.288$ ve $I_3 = 0.0576$ analitik değerleri ile de uyumlu olduğu görölmektedir. Ayrıca tabloda (4.1.4) sonlu fark yaklaşımı kullanılarak elde edilen L_2 ve L_∞ hata normlarının referans [14, 16, 24, 31] de verilen sonuçlardan daha iyi olduğu görölmektedir.

Problem 2: İki Solitary Dalganın Girişimi

Bu problemde tüm nümerik hesaplamalar $0 \leq x \leq 80$ sonlu aralığında yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 30$ 'a kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.1.4) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak özöldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık özömleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve tablolar halinde verildi.

Tablo 4.4 de $t = 0$ ve $t = 30$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 1.7459 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 1.1411 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 1.3237 \times 10^{-4}$ iken $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 1.7475 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 1.5849 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 7.3917 \times 10^{-4}$ olarak elde edildi. Bu sonuçlardan zaman adımı küölürken korunum sabitlerindeki değişimin az da olsa arttığı görölmektedir.

Tablo 4.4 de $t = 0$ ve $t = 30$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark, $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.5$ için $\Delta I_1 = 1.7830 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 1.7377 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 1.19489 \times 10^{-1}$; $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 1.7459 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 =$

Tablo 4.1: SFY-1 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

k	t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0.1	0	1.1999463	0.2879897	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999599	0.2879897	0.057599998	0.02888	0.02404
	20	1.1999852	0.2879897	0.057599998	0.05023	0.02695
	30	1.1999945	0.2879897	0.057599998	0.07475	0.03992
	40	1.1999977	0.2879897	0.057599998	0.09932	0.05314
	60	1.1999977	0.2879897	0.057599998	0.14793	0.07899
	70	1.1999943	0.2879897	0.057599998	0.17195	0.09158
	80	1.1999848	0.2879897	0.057599998	0.19588	0.10410
0.05	0	1.1999463	0.2879747	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999599	0.2879747	0.057599998	0.02764	0.02004
	20	1.1999852	0.2879747	0.057599998	0.04736	0.02539
	30	1.1999945	0.2879747	0.057599998	0.07039	0.03759
	40	1.1999977	0.2879747	0.057599998	0.09348	0.05027
	60	1.1999977	0.2879747	0.057599998	0.13904	0.07448
	70	1.1999943	0.2879747	0.057599998	0.16151	0.08626
	80	1.1999848	0.2879747	0.057599998	0.18388	0.09794
0.01	0	1.1999463	0.2879897	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999599	0.2879897	0.057599998	0.02724	0.02004
	20	1.1999852	0.2879897	0.057599998	0.04645	0.02489
	30	1.1999945	0.2879897	0.057599998	0.06900	0.03692
	40	1.1999977	0.2879897	0.057599998	0.09161	0.04935
	60	1.1999977	0.2879897	0.057599998	0.13619	0.07304
	70	1.1999943	0.2879897	0.057599998	0.15817	0.08455
	80	1.1999848	0.2879897	0.057599998	0.18004	0.09597

1.1411×10^{-4} , $\Delta I_3 = 1.3237 \times 10^{-4}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 1.7797 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 1.404 \times 10^{-6}$, $\Delta I_3 = 2.1665 \times 10^{-4}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan, konum adımı $h = 0.5$ 'den $h = 0.1$ 'e küçüldüğünde korunum sabitlerindeki değişimin azaldığı, fakat $h = 0.05$ olduğunda $h = 0.1$ 'e göre I_2 deki değişimin azaldığı I_1 ve I_3 deki değişimlerin ise arttığı görülmektedir.

Tablo 4.5 de $\mu = 1$, $c_1 = 1,5$, $c_2 = 0,75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$ ve $0 \leq x \leq 80$ değerleri için (4.1.4) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin değerleri

Tablo 4.2: SFY-1 ile Problem 1'in $k = 0.05$ ve h nin farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

h	t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0.3	0	1.1999533	0.2869885	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999610	0.2869884	0.057600014	2.29938	1.24940
	20	1.1999874	0.2869880	0.057599798	4.58712	2.46527
	30	1.1999972	0.2869870	0.057599138	6.85636	3.67349
	40	1.2000007	0.2869858	0.057598280	9.10343	4.90185
	60	1.2000002	0.2869839	0.057597020	13.52468	7.23102
	70	1.1999959	0.2869834	0.057596712	15.70199	8.39132
	80	1.1999839	0.2869830	0.057596542	17.86298	9.46661
0.05	0	1.1999469	0.2879714	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999599	0.2879714	0.057599998	0.06628	0.03512
	20	1.1999853	0.2879714	0.057599998	0.12912	0.06957
	30	1.1999945	0.2879714	0.057599998	0.19286	0.10316
	40	1.1999978	0.2879714	0.057599997	0.25615	0.13789
	60	1.1999977	0.2879714	0.057599996	0.38087	0.20420
	70	1.1999943	0.2879714	0.057599996	0.44234	0.23641
	80	1.1999946	0.2879714	0.057599996	0.50338	0.26836
0.03	0	1.1999463	0.2879747	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999599	0.2879747	0.057599998	0.02764	0.02004
	20	1.1999852	0.2879747	0.057599998	0.04736	0.02539
	30	1.1999945	0.2879747	0.057599998	0.07039	0.03759
	40	1.1999977	0.2879747	0.057599998	0.09348	0.05027
	60	1.1999977	0.2879747	0.057599998	0.13904	0.07448
	70	1.1999943	0.2879747	0.057599998	0.16151	0.08626
	80	1.1999848	0.2879747	0.057599998	0.18388	0.09794

ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlar karşılaştırıldı. (4.1.4) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı görülmektedir. Ayrıca hesaplanan korunum sabitlerinin $I_1 = 27$, $I_2 = 81$ ve $I_3 = 218.7$ analitik değerleri ve diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle verilen değerlerle uyumlu olduğu görülmektedir. Korunum sabitlerinin analitik değerleri ile $t = 25$ zamanındaki sunulan yaklaşım ile elde edilen nümerik değerleri arasındaki mutlak fark $\Delta I_1 =$

Tablo 4.3: SFY-1 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0	1.19995	0.28797	0.0576	0.00000	0.00000
10	1.19996	0.28797	0.0576	0.06628	0.03512
20	1.19999	0.28797	0.0576	0.12912	0.06957
30	1.19999	0.28797	0.0576	0.19286	0.10316
40	1.20000	0.28797	0.0576	0.25615	0.13789
50	1.20000	0.28797	0.0576	0.31883	0.17150
60	1.20000	0.28797	0.0576	0.38087	0.20420
70	1.19999	0.28797	0.0576	0.44234	0.23641
80	1.20000	0.28797	0.0576	0.50338	0.26836
80 [14]	1.19100	0.28550	0.5582	3.849	2.646
80 [16]	1.1964	0.2858	0.05582	7.444	4.373
80 [19]	1.19998	0.28798	0.05759	0.056	0.053
80 [23]	1.19995	0.28798	0.05759	0.029	0.021
80 [24]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
80 [25]	1.19999	0.28801	0.0576	0.003	0.002
80 [26]	1.20004	0.28799	0.0576	0.125	0.073
80 [31]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
80 [36]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03882	0.05151
80 [39]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03962	0.05446

1.244×10^{-6} , $\Delta I_2 = 3.253 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.926 \times 10^{-4}$ iken referans [23] de $\Delta I_1 = 5 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.749 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.17 \times 10^{-3}$; referans [26] da $\Delta I_1 = 1.7 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.149 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 6 \times 10^{-4}$ tür.

Problem 3: ç Solitary Dalganın Girişimi

Bu problem de tüm hesaplamalar için $0 \leq x \leq 100$ sonlu aralığı kullanıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 15$ 'e kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımımda (4.1.4) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık zmleri

Tablo 4.4: SFY-1 ile Problem 2'nin h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $0 \leq x \leq 80$)

h	t	k=0.1			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.5	0	26.9998595	80.232733	218.702832	26.9998595	80.232733	218.702832
	5	27.0000366	80.220047	218.611640	27.0000368	80.219528	218.603117
	10	27.0000370	80.140700	218.129876	27.0000372	80.143917	218.144549
	15	27.0000372	79.671810	213.314271	27.0000374	79.720206	213.602092
	20	27.0000374	80.072188	217.584756	27.0000376	80.084542	217.663753
	25	27.0000376	80.201947	218.520994	27.0000379	80.202350	218.516482
	30	27.0000378	80.215356	218.583344	27.0000380	80.215002	218.574901
0.1	0	26.9998266	80.968331	218.702832	26.9998266	80.968331	218.702832
	5	27.0000010	80.968101	218.701809	27.0000012	80.968154	218.702143
	10	27.0000012	80.958553	218.640485	27.0000014	80.964633	218.679683
	15	27.0000012	80.888249	218.113786	27.0000014	80.946797	218.458818
	20	27.0000012	80.955432	218.621468	27.0000014	80.963620	218.671848
	25	27.0000012	80.967467	218.699207	27.0000014	80.967758	218.700224
	30	27.0000012	80.968217	218.702700	27.0000014	80.968172	218.702093
0.05	0	26.9998222	80.992386	218.702832	26.9998222	80.992386	218.702832
	5	27.0000000	80.992275	218.702072	27.0000001	80.992343	218.702677
	10	27.0000002	80.985229	218.656646	27.0000003	80.991412	218.696723
	15	27.0000002	80.927699	218.271149	27.0000003	80.986550	218.645650
	20	27.0000002	80.983110	218.645325	27.0000003	80.991159	218.694808
	25	27.0000002	80.991959	218.701104	27.0000003	80.992245	218.702205
	30	27.0000002	80.992388	218.703049	27.0000003	80.992350	218.702680

(3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve tablolar halinde sunuldu.

Tablo 4.6 da $t = 0$ ve $t = 15$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 2.0913 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 6.0272 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 8.66518 \times 10^{-1}$ iken $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 9.6497 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 4.9538 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 2.5404 \times 10^{-3}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan zaman adımı k küçüldüğünde korunum sabitlerindeki değişimin azaldığı açıkça görülmektedir.

Tablo 4.5: SFY-1 ile Problem 2'nin hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$)

t	I_1	I_2	I_3
1	26.9998595	80.232733	218.702832
5	27.0000366	80.220047	218.611640
10	27.0000370	80.140700	218.129876
15	27.0000372	79.671810	213.314271
20	27.0000374	80.072188	217.584756
25	27.0000376	80.201947	218.520994
30	27.0000378	80.215356	218.583344
30 [20]	27.12702	80.98988	218.6996
30 [23]	27.00003	81.01719	218.70650
30 [25]	27.00068	81.02407	218.73673
30 [26]	27.00017	80.96848	218.70210
30 [32] ($h = 0.4$)	27.00000	80.999703	218.69966
30 [33]	27.00017	81.00044	218.70304
30 [34] ($h = 0.4$)	27.000582	81.001095	218.726082
30 [39]	27.00019	81.00045	218.70312
30 [40] ($h = 0.2$, $k = 0.05$)	26.93310	80.80028	218.16659

Tablo 4.6 da korunum sabitlerindeki değişim, $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.5$ için $\Delta I_1 = 2.6277 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.8162 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 2.4112 \times 10^{-2}$; $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 2.0913 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 6.0272 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 8.66518 \times 10^{-1}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 2.1410^{-5}$, $\Delta I_2 = 6.0261^{-2}$, $\Delta I_3 = 8.161610^{-1}$ olarak elde edildi. Bu sonuçlardan, korunum adımı $h = 0.5$ 'den $h = 0.1$ 'e küçüldüğünde I_1 deki değişimin azaldığı I_2 ve I_3 deki değişimlerin arttığı, fakat $h = 0.05$ olduğunda $h = 0.1$ ' e göre I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı I_1 deki değişimin ise arttığı görülmektedir.

Tablo 4.7 de $\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$ değerleri için (4.1.4) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından verilen sonuçlarla

karşılaştırıldı. Tablodan hesaplanan korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve $I_1 = 78$, $I_2 = 655.2$ ve $I_3 = 5450.4$ analitik değerleriyle oldukça uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.6: SFY-1 ile Problem 3'ün h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)

h	t	k=0.1			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.5	0	77.9999790	649.055430	5451.14818	77.9999790	649.055430	5451.14818
	3	78.0000072	641.362779	5269.75947	78.0000075	644.349868	5313.23062
	6	78.0000072	647.833272	5433.69579	78.0000075	648.156521	5437.66872
	9	78.0000072	649.467369	5445.70919	78.0000076	648.437483	5443.37075
	12	78.0000073	649.890215	5450.17649	78.0000076	648.821463	5447.59350
	15	78.0000053	649.017268	5451.12407	78.0000022	648.934298	5448.43864
0.1	0	77.9999741	655.016905	5451.14818	77.9999741	655.016905	5451.14818
	3	78.0000001	650.910979	5379.46886	78.0000003	654.777966	5444.50957
	6	78.0000001	654.823934	5448.71123	78.0000003	654.987420	5450.78267
	9	78.0000001	655.006266	5451.52426	78.0000003	654.996240	5450.94130
	12	78.0000001	655.065554	5451.94390	78.0000003	655.012347	5451.11669
	15	77.9999950	655.077177	5452.01470	78.9999838	655.016410	5451.14564
0.05	0	77.9999734	655.211834	5451.14818	77.9999734	655.211834	5451.14818
	3	77.9999999	651.222044	5384.13951	77.0000001	655.118769	5451.92545
	6	77.9999999	655.044441	5449.01568	77.0000001	655.203352	5451.04426
	9	77.9999999	655.216073	5451.62780	77.0000001	655.206360	5451.09603
	12	77.9999999	655.263684	5451.91688	77.0000001	655.210713	5451.14172
	15	77.9999949	655.272094	5451.96435	77.9999836	655.211776	5451.14920

Problem 4: Maxwellian Başlangıç Şartı

Tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 40$ sonlu aralığında yapıldı ve μ nın farklı değerleri için solitary dalga oluşumu incelendi. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 12$ 'ye kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.1.4) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak

Tablo 4.7: SFY-1 ile Problem 3'ün hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)

t	I_1	I_2	I_3
0	77.999974	655.016905	5451.14818
3	78.000000	650.910979	5379.46886
6	78.000000	654.823934	5448.71123
9	78.000000	655.006266	5451.52426
12	78.000000	655.065554	5451.94390
15	77.999995	655.077177	5452.01470
15[20]	78.00490	652.3474	5412.232
15[22]	77.995390	652.810400	5411.6390
15[32] ($h = 0.4$)	77.999984	652.411.538	5412.23185
15[34] ($h = 0.5$)	78.000222	655.341909	5452.481409
15[40] ($h = 0.1833$, $k = 0.05$)	77.86967	654.09104	5440.78956

çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve tablolar halinde verildi.

Tablo 4.8 de $t = 0$ ve $t = 12$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $\mu = 0.01$ olmak üzere $h = 0.05$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 8.884 \times 10^{-13}$, $\Delta I_2 = 1.9304 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 5.312 \times 10^{-2}$; $h = 0.05$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 2.03 \times 10^{-12}$, $\Delta I_2 = 1.8546 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 5.1657 \times 10^{-2}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 4.46 \times 10^{-12}$, $\Delta I_2 = 4.581 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 9.213 \times 10^{-3}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 1.5369 \times 10^{-11}$, $\Delta I_2 = 9.9286 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 2.3463 \times 10^{-3}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan h ve k küçüldüğünde I_1 deki değişimin arttığı, I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.9 da korunum sabitlerindeki mutlak fark, $\mu = 0.05$, $h = 0.05$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 7.0743 \times 10^{-13}$, $\Delta I_2 = 3.5733 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 9.0618 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 1.09 \times 10^{-11}$, $\Delta I_2 = 3.073 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 8.308 \times 10^{-3}$ iken $h = 0.01$

ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 1.12 \times 10^{-11}$, $\Delta I_2 = 6.54 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 1.128 \times 10^{-3}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 7.3211 \times 10^{-11}$, $\Delta I_2 = 1.4358 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 3.6375 \times 10^{-4}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlara göre h ve k küçüldüğünde I_1 deki değişimin arttığı, I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.10 da $h = 0.05$, $k = 0.025$ olmak üzere $\mu = 0.01$ ve $\mu = 0.05$ için (4.1.4) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] da verilen sonuçlar karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin başlangıç değerlerinden çok fazla uzaklaşmadığı ve referans [36] da verilen sonuçlarla da uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.8: SFY-1 ile Problem 4'ün $\mu = 0.01$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri

h	t	k=0.05			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.772454	1.265816	1.023327	1.772454	1.265816	1.023327
	3	1.772454	1.278490	1.062790	1.772454	1.275976	1.057646
	6	1.772454	1.285440	1.078523	1.772454	1.282082	1.071928
	9	1.772454	1.287143	1.080957	1.772454	1.283698	1.074268
	12	1.772454	1.287831	1.081693	1.772454	1.284362	1.074983
0.01	0	1.772454	1.265846	1.023327	1.772454	1.265846	1.023327
	3	1.772454	1.269054	1.030271	1.772454	1.266359	1.024913
	6	1.772454	1.270217	1.032305	1.772454	1.266359	1.025543
	9	1.772454	1.270378	1.032494	1.772454	1.266641	1.025643
	12	1.772454	1.270427	1.032540	1.772454	1.266739	1.025673

Tablo 4.9: SFY-1 ile Problem 4'ün $\mu = 0.05$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri

h	t	k=0.05			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.772454	1.315823	1.023327	1.772454	1.315823	1.023327
	3	1.772454	1.317681	1.028582	1.772454	1.317373	1.028108
	6	1.772454	1.319122	1.032069	1.772454	1.318613	1.031298
	9	1.772454	1.319300	1.032290	1.772454	1.318781	1.031506
	12	1.772454	1.319397	1.032388	1.772454	1.318876	1.031603
0.01	0	1.772454	1.315974	1.023327	1.772454	1.315974	1.023327
	3	1.772454	1.316352	1.024006	1.772454	1.316048	1.023538
	6	1.772454	1.316605	1.024429	1.772454	1.316106	1.023678
	9	1.772454	1.316621	1.024449	1.772454	1.316113	1.023686
	12	1.772454	1.316628	1.024455	1.772454	1.316117	1.023690

Problem 5: Ardışık Dalga Oluşumu

Bu problem için tüm hesaplamalar $-20 \leq x \leq 50$ sonlu aralığında $U(-20, t) = U_0$ ve $U(50, t) = 0$ sınır şartları seçilerek yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 800$ zamanına kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.1.4) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı.

Tablo 4.11 ve Tablo 4.12 de $d = 5$ olmak üzere sırasıyla $h = 0.07$ ve $h = 0.1$ değerleri ile k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri verildi. Simülasyon boyunca I_1 , I_2 ve I_3 nicelikleri sabit kalmayıp Tablo 4.11 de $d = 5$ ve $h = 0.07$ olmak üzere $k = 0.5$ için korunum sabitlerinin değişim oranları $M_1 = 4.999995 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.67789 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.53964 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.999996 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.67625 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.53599 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı.

Tablo 4.12 de $d = 5$ ve $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin

Tablo 4.10: SFY-1 ile Problem 4'ün $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] dakilerin karşılaştırılması

μ	t	SFY 1			[36]		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.77245	1.31582	1.02333	1.77245	1.31598	1.02333
	3	1.77245	1.31745	1.02823	1.77245	1.31648	1.02356
	6	1.77245	1.31874	1.03149	1.77245	1.31619	1.02340
	9	1.77245	1.31891	1.03170	1.77245	1.31617	1.02339
	12	1.77245	1.31901	1.03180	1.77245	1.31612	1.02339
0.01	0	1.77245	1.26585	1.02333	1.77245	1.26585	1.02333
	3	1.77245	1.27653	1.05877	1.77245	1.26632	1.02330
	6	1.77245	1.28282	1.07337	1.77245	1.26599	1.02294
	9	1.77245	1.28445	1.07573	1.77245	1.26639	1.02295
	12	1.77245	1.28512	1.07645	1.77245	1.26567	1.02293

değişim oranları $M_1 = 4.999997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.68630 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5737 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.999997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.68625 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.57357 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı.

Bu sonuçlara göre zaman adımı k küçüldüğünde M_1 , M_2 ve M_3 artış oranlarında önemli ölçüde değişim olmadığı, konum adımı h küçüldükçe M_1 , M_2 ve M_3 artış oranlarının $M_1 = 5 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.66667 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5 \times 10^{-5}$ teorik değerleri ile daha uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.13 de $h = 0.07$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$ değerleri için (4.1.4) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalgaının konumu ve genliği ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlarla karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre Tablo 4.14 de M_1 , M_2 ve M_3 lineer artış oranlarının hem analitik değerleri ile hemde diğer araştırmacılar tarafından verilenlerle uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca $t = 800$

Tablo 4.11: SFY-1 ile Problem 5'in k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.5			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.003583	0.175478	0.016218	2.003583	0.175478	0.016218
100	2.503581	0.242148	0.023718	2.503582	0.242148	0.023718
200	3.003581	0.308889	0.031245	3.003582	0.308878	0.031242
300	3.503581	0.375687	0.038791	3.503582	0.375657	0.038785
400	4.003581	0.442491	0.046340	4.003582	0.442440	0.046329
500	4.503581	0.509295	0.053888	4.503582	0.509224	0.053873
600	5.003581	0.576099	0.061437	5.003582	0.576008	0.061417
700	5.503581	0.642904	0.068986	5.503582	0.642793	0.068961
800	6.003579	0.709709	0.076535	6.003580	0.709577	0.076505

zaman adımında öncü dalgaının konumunun referans [18, 19, 23, 25, 26, 33] dakilerle aynı olduğu ve öncü dalgaının genliğinin diğer çalışmalardakilerle uyumlu olduğu görüldü.

Tablo 4.15 de $d = 2$, $h = 0.07$ ve Tablo 4.16 de $d = 5$, $h = 0.1$ değerleri ile k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri verildi. Simülasyon boyunca I_1 , I_2 ve I_3 nicelikleri sabit kalmayıp $d = 2$, $h = 0.07$ olmak üzere $k = 0.5$ için korunum sabitlerindeki değişim oranları $M_1 = 4.99997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6795 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.54517 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.99997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6776 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.54102 \times 10^{-5}$ olarak elde edildi.

Tablo 4.16 da $d = 2$, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin değişim oranları $M_1 = 4.99996 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6891 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.58398 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.99996 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6890 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.58386 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı.

Bu sonuçlara göre korunum sabitlerinin lineer artış oranlarında zaman adımı

Tablo 4.12: SFY-1 ile Problem 5'in k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.1			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.005082	0.175628	0.016203	2.005082	0.175628	0.016218
100	2.505082	0.242302	0.023704	2.505082	0.242302	0.023704
200	3.005082	0.309099	0.031253	3.005082	0.309098	0.031253
300	3.505081	0.375994	0.038840	3.505082	0.375993	0.038840
400	4.005081	0.442900	0.046430	4.005082	0.442898	0.046430
500	4.505081	0.509807	0.054020	4.505082	0.509805	0.054020
600	5.005081	0.576715	0.061611	5.005082	0.576712	0.061610
700	5.505081	0.643623	0.069201	5.505082	0.643620	0.069201
800	6.005080	0.710531	0.076792	6.005080	0.710527	0.076791

k küçüldükçe önemli ölçüde değişim olmadığı, konum adımı h küçüldükçe teorik değerleri ile daha uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.18 de $h = 0.07$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$ değerleri için (4.1.4) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın konumu ve genliği ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlarla karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre Tablo 4.17 de M_1, M_2 ve M_3 lineer artış oranlarının hem analitik değerleri ile hemde diğer araştırmacılar tarafından verilenlerle uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca $t = 800$ zaman adımında öncü dalganın konumunun referans [23, 26] da verilenlerle aynı olduğu ve öncü dalganın genliğinin diğer çalışmadakilerle uyumlu olduğu görüldü.

Tablo 4.13: SFY-1 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $k = 0.05$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	I_1	I_2	I_3	x	U
0	2.003583	0.175478	0.016218	-20	0.099966
200	3.003582	0.308878	0.031242	8.77	0.160970
300	3.503582	0.375657	0.038785	14.51	0.175519
400	4.003582	0.442440	0.046329	20.39	0.178162
500	4.503582	0.509224	0.053873	26.41	0.181947
600	5.003582	0.576008	0.061417	32.50	0.183229
700	5.503582	0.642793	0.068961	38.59	0.184038
800	6.003580	0.709577	0.076505	44.75	0.184379
800 [14]	6.027221	0.713333	0.077000	44.70	0.183760
800 [18]	6.003096	0.708689	0.076281	44.75	0.183970
800 [19]	6.003096	0.708689	0.076281	44.75	0.18397
800 [23]	6.003578	0.708498	0.076192	44.75	0.183822
800 [24]	5.446117	0.606864	0.062520	44.89	0.191063
800 [25]	6.00259	0.70885	0.07628	44.75	0.184050
800 [26]	5.996421	0.707090	0.076213	44.75	0.183684
800 [33]	6.002578	0.708710	0.076277	44.75	0.18405

Tablo 4.14: SFY-1 ile Problem 5'in $d = 5$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları

t	M_1	M_2	M_3
SFY 1	4.995664	6.676238	7.53588
[14]	5.030800	6.724400	7.59020
[18]	5.000600	6.666400	7.50050
[19]	5.000650	6.666390	7.50050
[23]	5.000000	6.662800	7.48810
[24]	4.332000	5.396100	5.78280
[26]	4.999800	6.653900	7.49930
[33]	4.999990	6.666650	7.50000

Tablo 4.15: SFY-1 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.5			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.003500	0.190628	0.018465	2.003500	0.190628	0.018465
100	2.503500	0.257355	0.025986	2.503500	0.257346	0.025984
200	3.003500	0.324157	0.033534	3.003500	0.324128	0.033528
300	3.503500	0.390961	0.041083	3.503500	0.390913	0.041072
400	4.003500	0.457766	0.048631	4.003500	0.457697	0.048616
500	4.503500	0.524457	0.056180	4.503500	0.524482	0.056160
600	5.003500	0.591375	0.063729	5.003500	0.591266	0.063705
700	5.503500	0.658180	0.071278	5.503500	0.658051	0.071249
800	6.003473	0.724985	0.078826	6.003472	0.724835	0.078793

Tablo 4.16: SFY-1 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.1			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.000000	0.190778	0.018450	2.005000	0.190778	0.018450
100	2.505000	0.257550	0.025989	2.505000	0.257550	0.025989
200	3.005000	0.324454	0.035780	3.005000	0.324453	0.033578
300	3.505000	0.391361	0.041169	3.505000	0.391360	0.041169
400	4.005000	0.458269	0.048759	4.005000	0.458267	0.048759
500	4.505000	0.525177	0.056350	4.505000	0.525175	0.056349
600	5.005000	0.592086	0.063941	5.005000	0.592082	0.063940
700	5.505000	0.658994	0.071531	5.505000	0.658990	0.071530
800	6.004971	0.725902	0.079122	6.004971	0.725898	0.079121

Tablo 4.17: SFY-1 ile Problem 5'in $d = 2$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları

t	M_1	M_2	M_3
SFY 1	4.99997	6.677588	7.54100
[14]	4.92730	6.526900	7.29380
[19]	5.00090	6.662200	7.48630
[23]	5.00000	6.662200	7.48630
[24]	4.58670	5.883400	6.52150
[26]	5.00000	6.652500	7.50000
[33]	4.99997	6.666650	7.50000

Tablo 4.18: SFY-1 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $k = 0.05$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	I_1	I_2	I_3	x	U
0	2.003500	0.190628	0.018465	-20	0.1
200	3.003500	0.324128	0.033528	9.4	0.176454
300	3.503500	0.390913	0.041072	15.35	0.180449
400	4.003500	0.457697	0.048616	21.37	0.182585
500	4.503500	0.524482	0.056160	27.46	0.183634
600	5.003500	0.591266	0.063705	33.55	0.184409
700	5.503500	0.658051	0.071249	39.71	0.184846
800	6.003472	0.724835	0.078793	45.87	0.185059
800 [14]	5.994366	0.712677	0.076876	45.70	0.183918
800 [19]	6.003194	0.723867	0.078534	45.85	0.18460
800 [23]	6.003478	0.723605	0.078426	45.87	0.184518
800 [24]	5.669824	0.660997	0.070677	46.73	0.197568
800 [25]	6.00248	0.72402	0.07853	45.85	0.184713
800 [26]	5.996473	0.722126	0.078465	45.87	0.184431
800 [33]	6.002474	0.723860	0.078525	45.85	0.18471

4.2 Sonlu Fark Yaklaşımı-2 (SFY-2)

Bu yaklaşımda UU_x non-lineer terimi yerine

$$UU_x \cong \frac{1}{2} \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}}{3} \right) \left(\frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{U_{m+1}^n + U_m^n + U_{m-1}^n}{3} \right) \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) \quad (4.2.1)$$

lineer sonlu fark yaklaşımı kullanıldı.

(3.1.1) EW denkleminde UU_x yerine (4.2.1) yaklaşımı, U_{xxt} ve U_t yerlerine sırasıyla (4.1.2) ve (4.1.3) sonlu fark yaklaşımları yazılırsa

$$\begin{aligned} & \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} + \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}}{6} \right) \left(\frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{2h} \right) + \\ & \left(\frac{U_{m+1}^n + U_m^n + U_{m-1}^n}{6} \right) \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} - U_{m-1}^{n+1}}{2h} \right) \\ & = \frac{\mu}{k} \left(\frac{U_{m+1}^{n+1} - 2U_m^{n+1} + U_{m-1}^{n+1}}{h^2} - \frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right) \end{aligned}$$

veya gerekli düzenlemeler yapılırsa $n = 0(1)N$, $m = 1(1)M - 1$ için

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{U_{m+1}^n + U_m^n + U_{m-1}^n}{12h} + \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{12h} - \frac{\mu}{kh^2} \right) U_{m-1}^{n+1} + \\ & \left(\frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{12h} + \frac{1}{k} + \frac{2\mu}{kh^2} \right) U_m^{n+1} + \\ & \left(\frac{U_{m+1}^n + U_m^n + U_{m-1}^n}{12h} + \frac{U_{m+1}^n - U_{m-1}^n}{12h} - \frac{\mu}{kh^2} \right) U_{m+1}^{n+1} \\ & = \frac{U_m^n}{k} - \frac{\mu}{k} \left(\frac{U_{m+1}^n - 2U_m^n + U_{m-1}^n}{h^2} \right) \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

fark denklemi elde edilir. Bu fark denkleminde her bir zaman adımında lineer bir cebirsel denklem sistemi bulunur. (3.1.1) EW denkleminde karşılık gelen (4.2.2) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi her bir zaman adımında direkt yöntemlerden biri yardımıyla çözülür.

4.2.1 Kararlılık analizi

(3.1.1) EW denkleminde UU_x non-lineer terimindeki U yerine $\hat{U}$ yerel sabiti alınırsa bir önceki kısımda göz önüne alınan yaklaşım için elde edilen (4.1.6) sonlu fark denklemi bulunur. Böylece (4.2.2) sonlu fark yaklaşımı da şartsız kararlıdır.

4.2.2 Nümerik Çözümler

Bu kısımda (3.1.1) EW denklemi için (4.2.2) ile verilen sonlu fark yaklaşımı Bölüm 3.2 deki her bir model probleme uygulandı ve elde edilen çözümler tablolar halinde verildi.

Problem 1: Tek Solitary Dalganın Hareketi

Bu problemde tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 30$ sonlu aralığında yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 80$ 'e kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.2.2) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) ve (3.2.2) denklemlerinde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri ile hata normları hesaplandı ve bu sonuçlar tablolar halinde sunuldu.

Tablo 4.19 da $t = 0$ ve $t = 80$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $h = 0.03$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 3.85 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 2.8575 \times 10^{-10}$, $\Delta I_3 = 2.6055 \times 10^{-9}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.85 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.5542 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 2.5673 \times 10^{-9}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.85 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.2471 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 2.5587 \times 10^{-9}$ olarak elde edildi. $t = 80$ zaman adımında $\Delta t = 0.1, 0.05$ ve 0.01

değerleri için L_2 hata normu sırasıyla 0.14869×10^{-3} , 0.13728×10^{-3} , 0.13365×10^{-3} ; L_∞ hata normu 0.08653×10^{-3} , 0.08049×10^{-3} , 0.07856×10^{-3} olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan zaman adımı k küçüldükçe L_2 ve L_∞ hata normlarının azaldığı fakat korunum sabitlerinde önemli ölçüde bir değişim olmadığı görülmektedir.

Tablo 4.20 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $k = 0.05$ olmak üzere $h = 0.3$ için $\Delta I_1 = 3.06 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 2.830 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 7.308 \times 10^{-6}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.76 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.9907 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 7.5973 \times 10^{-9}$; $h = 0.03$ için $\Delta I_1 = 3.85 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.5542 \times 10^{-11}$, $\Delta I_3 = 2.5673 \times 10^{-9}$ olarak elde edildi. $t = 80$ zamanında $h = 0.3$, 0.05 ve 0.03 değerleri için L_2 hata normu sırasıyla 13.18994×10^{-3} , 0.37423×10^{-3} , 0.13728×10^{-3} iken L_∞ hata normu 7.73742×10^{-3} , 0.21995×10^{-3} , 0.08049×10^{-3} olarak hesaplandı. Elde edilen sonuçlardan korunum adımı h küçüldükçe I_1 korunum sabitinde önemli ölçüde bir değişim olmadığı, I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki değişimin ve hata normlarının azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.21 de $\mu = 1$, $c = 0.1$, $0 \leq x \leq 30$, $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için (4.2.2) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri ve hata normlarının değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçların karşılaştırılması verildi. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve $I_1 = 1.2$, $I_2 = 0.288$, $I_3 = 0.0576$ analitik değerleri ile de uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca tabloda (4.2.2) sonlu fark yaklaşımı kullanılarak elde edilen L_2 ve L_∞ hata normlarının referans [14, 16, 24, 31] de verilen sonuçlardan daha iyi olduğu görülmektedir.

Tablo 4.19: SFY-2 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

k	t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0.1	0	1.1999463	0.2879897	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999599	0.2879897	0.057599998	0.02728	0.02004
	20	1.1999852	0.2879897	0.057599998	0.04586	0.03121
	30	1.1999945	0.2879897	0.057599998	0.06650	0.04401
	40	1.1999977	0.2879897	0.057599998	0.08559	0.05435
	60	1.1999977	0.2879897	0.057599997	0.11898	0.07128
	70	1.1999943	0.2879897	0.057599997	0.13408	0.07900
	80	1.1999848	0.2879897	0.057599997	0.14869	0.08653
0.05	0	1.1999463	0.2879897	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999599	0.2879897	0.057599998	0.02625	0.02004
	20	1.1999852	0.2879897	0.057599998	0.04336	0.02987
	30	1.1999945	0.2879897	0.057599998	0.06265	0.04195
	40	1.1999978	0.2879897	0.057599998	0.08031	0.05154
	60	1.1999977	0.2879897	0.057599997	0.11070	0.06689
	70	1.1999943	0.2879897	0.057599997	0.12424	0.07377
	80	1.1999848	0.2879897	0.057599997	0.13728	0.08049
0.01	0	1.1999463	0.2879897	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999599	0.2879897	0.057599998	0.02592	0.02004
	20	1.1999852	0.2879897	0.057599998	0.04258	0.02944
	30	1.1999945	0.2879897	0.057599998	0.06143	0.04130
	40	1.1999978	0.2879897	0.057599998	0.07865	0.05064
	60	1.1999977	0.2879897	0.057599998	0.10807	0.06548
	70	1.1999943	0.2879897	0.057599997	0.12111	0.07211
	80	1.1999848	0.2879897	0.057599997	0.13365	0.07856

Problem 2: İki Solitary Dalganın Girişimi

Bu problemde tüm nümerik hesaplamalar $0 \leq x \leq 80$ sonlu aralığında yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 30$ 'a kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.2.2) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı

Tablo 4.20: SFY-2 ile Problem 1'in $k = 0.05$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

h	t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0.3	0	1.1999533	0.2869885	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999617	0.2869925	0.057599132	2.14638	1.48815
	20	1.1999883	0.2870011	0.057597227	4.20135	2.89911
	30	1.1999981	0.2870087	0.057595403	6.09368	4.03570
	40	1.2000015	0.2870130	0.057594140	7.79194	4.96840
	60	1.2000010	0.2870164	0.057592997	10.6852	6.45189
	70	1.1999965	0.2870167	0.057592792	11.9662	7.03431
	80	1.1999839	0.2870168	0.057592691	13.1899	7.73742
0.05	0	1.1999469	0.2879714	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999599	0.2879714	0.057599997	0.06192	0.04157
	20	1.1999853	0.2879714	0.057599996	0.11817	0.08218
	30	1.1999946	0.2879714	0.057599995	0.17165	0.11527
	40	1.1999978	0.2879714	0.057599994	0.21995	0.14145
	60	1.1999977	0.2879714	0.057599993	0.30255	0.18314
	70	1.1999943	0.2879714	0.057599993	0.33918	0.20179
	80	1.1999846	0.2879714	0.057599992	0.37423	0.21995
0.03	0	1.1999463	0.2879747	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999599	0.2879747	0.057599998	0.02625	0.02004
	20	1.1999852	0.2879747	0.057599998	0.04336	0.02987
	30	1.1999945	0.2879747	0.057599998	0.06265	0.04195
	40	1.1999977	0.2879747	0.057599998	0.08032	0.05154
	60	1.1999977	0.2879747	0.057599997	0.11070	0.06689
	70	1.1999943	0.2879747	0.057599997	0.12424	0.07377
	80	1.1999848	0.2879747	0.057599997	0.13728	0.08049

ve bu sonuçlar tablolar halinde sunuldu.

Tablo 4.22 de $t = 0$ ve $t = 30$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 1.7488 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 1.3796 \times 10^{-5}$, $\Delta I_3 = 8.3110 \times 10^{-4}$ iken $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 1.7504 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 1.7542 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 5.4946 \times 10^{-4}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan, zaman adımı k küçüldükçe I_1 ve I_3 deki değişimlerin az da olsa azaldığı fakat I_2 deki değişimin arttığı görülmektedir.

Tablo 4.21: SFY-2 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0	1.19995	0.28799	0.0576	0.00000	0.00000
10	1.19996	0.28799	0.0576	0.02625	0.02004
20	1.19999	0.28799	0.0576	0.04336	0.02987
30	1.20000	0.28799	0.0576	0.06265	0.04195
40	1.20000	0.28799	0.0576	0.08031	0.05154
50	1.20000	0.28799	0.0576	0.09621	0.05961
60	1.20000	0.28799	0.0576	0.11070	0.06689
70	1.19999	0.28799	0.0576	0.12424	0.07377
80	1.19999	0.28799	0.0576	0.13728	0.08049
80 [14]	1.19100	0.28550	0.5582	3.849	2.646
80 [16]	1.1964	0.2858	0.05582	7.444	4.373
80 [19]	1.19998	0.28798	0.05759	0.056	0.053
80 [23]	1.19995	0.28798	0.05759	0.029	0.021
80 [24]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
80 [25]	1.19999	0.28801	0.0576	0.003	0.002
80 [26]	1.20004	0.28799	0.0576	0.125	0.073
80 [31]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
80 [36]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03882	0.05151
80 [39]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03962	0.05446

Tablo 4.22 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark, $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.5$ için $\Delta I_1 = 1.9632 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 5.2757 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 2.2669 \times 10^{-1}$; $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 1.7488 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 1.3796 \times 10^{-5}$, $\Delta I_3 = 8.3110 \times 10^{-4}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 1.7804 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 2.7127 \times 10^{-6}$, $\Delta I_3 = 7.4612 \times 10^{-5}$ olarak elde edildi. Bu sonuçlara göre konum adımı h küçüldükçe I_2 ve I_3 deki değişimler azalmakta iken I_1 deki değişimin $h = 0.5$ 'den $h = 0.1$ 'e küçüldüğünde azaldığı fakat $h = 0.05$ olduğunda ise $h = 0.1$ 'e göre az da olsa arttığı görülmektedir.

Tablo 4.23 de $\mu = 1$, $c_1 = 1, 5$, $c_2 = 0, 75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$ ve $0 \leq x \leq 80$ değerleri için (4.2.2) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin değerleri

ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçların karşılaştırılması verildi. Hesaplanan korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı görülmektedir. Ayrıca hesaplanan korunum sabitlerinin diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle verilen sonuçlarla ve $I_1 = 27$, $I_2 = 81$, $I_3 = 218.7$ analitik değerleri ile uyumlu olduğu görülmektedir. Korunum sabitlerinin analitik değerleri ile $t = 25$ zamanındaki sunulan yaklaşım ile elde edilen nümerik değerleri arasındaki mutlak fark $\Delta I_1 = 1.534 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 3.192 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 2.007 \times 10^{-4}$ iken referans [23] de $\Delta I_1 = 5 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.749 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.17 \times 10^{-3}$; referans [26] da $\Delta I_1 = 1.7 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.149 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 6 \times 10^{-4}$ tür.

Problem 3: Üç Solitary Dalganın Girişimi

Tüm hesaplamalar için $0 \leq x \leq 100$ sonlu aralığı kullanıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 15$ 'e kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.2.2) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve tablolar halinde verildi.

Tablo 4.24 de $t = 0$ ve $t = 15$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 2.0791 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.4364 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 6.5356 \times 10^{-1}$ iken $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 9.1578 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.4003 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 9.1053 \times 10^{-3}$ olarak elde edildi. Buradan zaman adımı k küçüldükçe korunum sabitlerindeki değişimin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.22: SFY-2 ile Problem 2'nin h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $0 \leq x \leq 80$)

h	t	k=0.1			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.5	0	26.999856	80.232733	218.702832	26.999859	80.232733	218.702832
	5	27.000046	80.279166	218.491818	27.000046	80.283803	218.503095
	10	27.000047	80.245592	218.333351	27.000048	80.255138	218.372770
	15	27.000049	80.368418	213.467929	27.000050	80.427449	218.808900
	20	27.000051	80.272399	217.136189	27.000052	80.285368	218.210263
	25	27.000053	80.286614	218.456089	27.000054	80.291755	218.469805
	30	27.000056	80.285490	218.476147	27.000057	80.290234	218.487463
0.1	0	26.999827	80.968331	218.702832	26.999827	80.968331	218.702832
	5	27.000001	80.968044	218.701083	27.000001	80.968332	218.702304
	10	27.000002	80.961155	218.654174	27.000002	80.967519	218.694585
	15	27.000002	80.915047	218.253653	27.000002	80.974018	218.627641
	20	27.000002	80.959928	218.641614	27.000002	80.968167	218.691919
	25	27.000002	80.968077	218.699799	27.000002	80.968588	218.701653
	30	27.000002	80.968317	218.702001	27.000002	80.968506	218.702283
0.05	0	26.999822	80.992386	218.702832	26.999822	80.992386	218.702832
	5	27.000000	80.992239	218.701927	27.000000	80.992367	218.702754
	10	27.000000	80.985866	218.660116	27.000000	80.992119	218.700498
	15	27.000000	80.934387	218.306221	27.000000	80.993344	218.681208
	20	27.000000	80.984204	218.650353	27.000000	80.992266	218.699819
	25	27.000000	80.992087	218.701192	27.000000	80.992428	218.702593
	30	27.000000	80.992389	218.702907	27.000000	80.992410	218.702761

Tablo 4.24 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.5$ için $\Delta I_1 = 2.7210 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.5322 \times 10^{-1}$, $\Delta I_3 = 7.212644$; $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 2.0791 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.4364 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 6.5356 \times 10^{-1}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 2.1380 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.6077 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.6361 \times 10^{-1}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan korunum sabitlerindeki değişimin konum adımı $h = 0.5$ 'den $h = 0.1$ 'e küçüldüğünde azaldığı ancak $h = 0.05$ olduğunda $h = 0.1$ 'e göre az da olsa arttığı görülmektedir.

Tablo 4.25 de $\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$

Tablo 4.23: SFY-2 ile Problem 2'nin hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$)

t	I_1	I_2	I_3
1	26.999827	80.968331	218.702832
5	27.000001	80.968044	218.701083
10	27.000002	80.961155	218.654174
15	27.000002	80.915047	218.253653
20	27.000002	80.959928	218.641614
25	27.000002	80.968077	218.699799
30	27.000002	80.968317	218.702001
30 [20]	27.12702	80.98988	218.6996
30 [23]	27.00003	81.01719	218.70650
30 [25]	27.00068	81.02407	218.73673
30 [26]	27.00017	80.96848	218.70210
30 [32] ($h = 0.4$)	27.00000	80.999703	218.69966
30 [33]	27.00017	81.00044	218.70304
30 [34] ($h = 0.4$)	27.000582	81.001095	218.726082
30 [39]	27.00019	81.00045	218.70312
30 [40] ($h = 0.2$, $k = 0.05$)	26.93310	80.80028	218.16659

değerleri için (4.2.2) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlar karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve $I_1 = 78$, $I_2 = 655.2$, $I_3 = 5450.4$ analitik değerleri ile oldukça uyumlu olduğu görülmektedir.

Problem 4: Maxwellian Başlangıç Şartı

Bu problem için tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 40$ sonlu aralığında μ nün farklı değerleri için solitary dalga oluşumu incelendi. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 12$ 'ye kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.2.2) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması

Tablo 4.24: SFY-2 ile Problem 3'ün h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)

h	t	k=0.1			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.5	0	77.9999790	649.055430	5451.148182	77.9999790	649.055430	5451.148182
	3	78.0000086	647.243367	5342.319161	78.0000090	651.258715	5399.996906
	6	78.0000090	649.066654	5436.645224	78.0000096	649.602075	5442.699082
	9	78.0000094	649.374027	5442.026746	78.0000102	649.722960	5444.269871
	12	78.0000099	649.212651	5443.613901	78.0000110	649.526619	5445.629082
	15	78.0000062	649.208647	5443.935538	78.9999998	649.517999	5445.890810
0.1	0	77.9999741	655.016905	5451.148182	77.9999741	655.016905	5451.148182
	3	78.0000001	651.145214	5382.748903	78.0000003	655.058774	5448.430525
	6	78.0000001	654.845621	5448.808237	78.0000003	655.020814	5451.005433
	9	78.0000001	655.019716	5451.448946	78.0000003	655.026775	5451.069231
	12	78.0000001	655.054197	5451.751664	78.0000003	655.018417	5451.129210
	15	77.9999949	655.061270	5451.801742	78.9999833	655.018305	5451.139077
0.05	0	77.9999734	655.211834	5451.148182	77.9999734	655.211834	5451.148182
	3	77.9999999	651.280582	5383.962570	78.0000001	655.188995	5451.909300
	6	77.9999999	655.049629	5449.039972	78.0000001	655.211495	5451.100333
	9	77.9999999	655.219234	5451.609627	78.0000001	655.213809	5451.128834
	12	77.9999999	655.260633	5451.869474	78.0000001	655.212036	5451.145674
	15	77.9999948	655.267910	5451.911790	77.9999835	655.212061	5451.148410

kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve tablolar da verildi.

Tablo 4.26 da $t = 0$ ve $t = 12$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $\mu = 0.01$ olmak üzere $h = 0.05$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 5.8153 \times 10^{-13}$, $\Delta I_2 = 4.1168 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 2.296 \times 10^{-2}$; $h = 0.05$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 2.37 \times 10^{-12}$, $\Delta I_2 = 7.458 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 1.6541 \times 10^{-2}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 1.58 \times 10^{-14}$, $\Delta I_2 = 3.482 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 7.825 \times 10^{-3}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 7.305 \times 10^{-14}$, $\Delta I_2 = 1.9972 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 9.7047 \times 10^{-4}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlara göre konum adımı h küçüldükçe korunum sabitlerindeki değişim azalmakta

Tablo 4.25: SFY-2 ile Problem 3'ün hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)

t	I_1	I_2	I_3
0	77.999974	655.016905	5451.148182
3	78.000000	651.145214	5382.748903
6	78.000000	654.845621	5448.808237
9	78.000000	655.019716	5451.448946
12	78.000000	655.054197	5451.751664
15	77.999995	655.061270	5451.801742
15[20]	78.00490	652.3474	5412.232
15[22]	77.995390	652.810400	5411.6390
15[32] ($h = 0.4$)	77.999984	652.411538	5412.23185
15[34] ($h = 0.5$)	78.000222	655.341909	5452.481409
15[40] ($h = 0.1833$, $k = 0.05$)	77.86967	654.09104	5440.78956

iken $h = 0.05$ iken zaman adımı k küçüldüğünde I_1 ve I_2 deki değişim artarken I_3 deki değişimin azaldığı; $h = 0.01$ iken k küçüldüğünde I_1 deki değişimin arttığı I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.27 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki değişim, $\mu = 0.05$ olmak üzere $h = 0.05$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.552 \times 10^{-14}$, $\Delta I_2 = 1.1972 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 3.5056 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 9.72 \times 10^{-12}$, $\Delta I_2 = 1.694 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 2.758 \times 10^{-3}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 1.49 \times 10^{-13}$, $\Delta I_2 = 4.6055 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 9.0643 \times 10^{-4}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.666 \times 10^{-13}$, $\Delta I_2 = 4.9629 \times 10^{-5}$, $\Delta I_3 = 1.4242 \times 10^{-4}$ olarak hesaplandı. Elde edilen sonuçlardan konum adımı h küçüldüğünde I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı fakat I_1 deki değişimin $k = 0.05$ iken h küçüldüğünde arttığı, $k = 0.01$ iken h küçüldüğünde arttığı; $h = 0.05$ iken zaman adımı k küçüldüğünde I_1 ve I_2 deki değişimlerin arttığı I_3 deki değişimin azaldığı; $h = 0.01$ iken k küçüldüğünde ise I_1 deki değişimin arttığı I_2 ve I_3 deki

değişimlerin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.28 de $h = 0.05$, $k = 0.025$ olmak üzere $\mu = 0.01$ ve $\mu = 0.05$ için (4.2.2) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] da verilen sonuçlar karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin başlangıç değerlerinden çok fazla uzaklaşmadığı ve referans [36] da verilen sonuçlarla da uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.26: SFY-2 ile Problem 4'ün $\mu = 0.01$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri

h	t	k=0.05			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.772454	1.265816	1.023327	1.772454	1.265816	1.023327
	3	1.772454	1.263797	1.039327	1.772454	1.261341	1.034340
	6	1.772454	1.262414	1.045217	1.772454	1.259169	1.038898
	9	1.772454	1.261910	1.046043	1.772454	1.258586	1.039640
	12	1.772454	1.261699	1.046286	1.772454	1.258358	1.039868
0.01	0	1.772454	1.265846	1.023327	1.772454	1.265846	1.023327
	3	1.772454	1.268440	1.029354	1.772454	1.265748	1.024003
	6	1.772454	1.269252	1.031001	1.772454	1.265681	1.024251
	9	1.772454	1.269318	1.031126	1.772454	1.265656	1.024287
	12	1.772454	1.269328	1.031151	1.772454	1.265646	1.024297

Problem 5: Ardışık Dalga Oluşumu

EW denkleminde bu problemin uygulanmasında $-20 \leq x \leq 50$ sonlu aralığında $U(-20, t) = U_0$ ve $U(50, t) = 0$ sınır şartları seçildi. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 800$ zamanına kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.2.2) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı.

Tablo 4.27: SFY-2 ile Problem 4'ün $\mu = 0.05$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri

h	t	k=0.05			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.772454	1.315823	1.023327	1.772454	1.315823	1.023327
	3	1.772454	1.315087	1.025379	1.772454	1.314791	1.024922
	6	1.772454	1.314713	1.026718	1.772454	1.314228	1.025984
	9	1.772454	1.314682	1.026799	1.772454	1.314188	1.026053
	12	1.772454	1.314626	1.026832	1.772454	1.314130	1.026085
0.01	0	1.772454	1.315974	1.023327	1.772454	1.315974	1.023327
	3	1.772454	1.316247	1.023878	1.772454	1.315943	1.023410
	6	1.772454	1.316426	1.024216	1.772454	1.315928	1.023464
	9	1.772454	1.316434	1.024230	1.772454	1.315926	1.023468
	12	1.772454	1.316434	1.024233	1.772454	1.315924	1.023469

Tablo 4.29 da $d = 5$, $h = 0.07$ ve Tablo 4.30 da $d = 5$, $h = 0.1$ değerleri ile k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri verildi. Simülasyon boyunca I_1 , I_2 ve I_3 nicelikleri sabit kalmayıp Tablo 4.29 da $d = 5$ ve $h = 0.07$ olmak üzere $k = 0.5$ için korunum sabitlerinin değişim oranları $M_1 = 4.999995 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6632 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5156 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.999996 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6616 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5119 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı.

Tablo 4.30 da $d = 5$ ve $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin değişim oranları $M_1 = 4.999997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6565 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5243 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.999997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.65644 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5242 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı.

Bu sonuçlara göre korunum sabitlerinin lineer artış oranlarının zaman adımı k küçüldüğünde lineer artış oranlarında önemli ölçüde değişiklik olmadığı fakat konum adımı h küçüldükçe $M_1 = 5 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.66667 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5 \times 10^{-5}$ analitik değerleri ile uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.28: SFY-2 ile Problem 4'ün $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] dakilerin karşılaştırılması

μ	t	SFY 2			[36]		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.77245	1.31582	1.02332	1.77245	1.31598	1.02333
	3	1.77245	1.31486	1.02502	1.77245	1.31648	1.02356
	6	1.77245	1.31433	1.02614	1.77245	1.31619	1.02340
	9	1.77245	1.31430	1.02622	1.77245	1.31617	1.02339
	12	1.77245	1.31424	1.02625	1.77245	1.31612	1.02339
0.01	0	1.77245	1.26582	1.02333	1.77245	1.26585	1.02333
	3	1.77245	1.26188	1.03543	1.77245	1.26632	1.02330
	6	1.77245	1.25988	1.04028	1.77245	1.26599	1.02294
	9	1.77245	1.25931	1.04104	1.77245	1.26639	1.02295
	12	1.77245	1.26157	1.04127	1.77245	1.26567	1.02293

Tablo 4.31 de $h = 0.07$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$ değerleri için (4.2.2) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın konumu ve genliği ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle verilen nümerik sonuçlarla karşılatırıldı. Elde edilen sonuçlara göre Tablo 4.32 de M_1 , M_2 ve M_3 lineer artış oranlarının hem analitik değerleri ile hemde diğer araştırmacılar tarafından verilenlerle uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca $t = 800$ zamanında öncü dalganın konumunun referans [18, 19, 23, 25, 26, 33] de verilenlerle aynı olduğu ve öncü dalganın genliğinin de diğer çalışmalarla uyumlu olduğu görüldü.

Tablo 4.33 de $d = 2$, $h = 0.07$ ve Tablo 4.34 de $d = 5$, $h = 0.7$ değerleri ile k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri verildi. Simülasyon boyunca I_1 , I_2 ve I_3 nicelikleri sabit kalmayıp Tablo 4.33 de $d = 5$ ve $h = 0.07$ olmak üzere $k = 0.5$ için korunum sabitlerindeki değişim oranları $M_1 = 4.99997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6627 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5177 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.99997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6608 \times 10^{-4}$,

Tablo 4.29: SFY-2 ile Problem 5'in k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.5			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.003583	0.175478	0.016218	2.003583	0.175478	0.016218
100	2.503582	0.242144	0.023718	2.503581	0.208811	0.023718
200	3.003582	0.308877	0.031226	3.003581	0.308788	0.031228
300	3.503582	0.375384	0.038740	3.503581	0.375414	0.038746
400	4.003582	0.441988	0.046254	4.003581	0.442039	0.046266
500	4.503582	0.508592	0.053769	4.503581	0.508663	0.053785
600	5.003582	0.575196	0.061284	5.003581	0.575287	0.061304
700	5.503582	0.641800	0.068798	5.503581	0.641911	0.068823
800	6.003580	0.708403	0.076313	6.003579	0.708534	0.076342

$M_3 = 7.5136 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı.

Tablo 4.34 de $d = 2$ ve $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin değişim oranları $M_1 = 4.99996 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6549 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5277 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.99996 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6549 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5276 \times 10^{-5}$ olarak elde edildi.

Bu sonuçlara göre korunum sabitlerinin lineer artış oranlarının zaman adımı k küçüldükçe neredeyse aynı olduğu fakat konum adımı h küçüldükçe $M_1 = 5 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.66667 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5 \times 10^{-5}$ teorik değerleri ile daha uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.36 da $h = 0.07$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$ değerleri için (4.2.2) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın konumu ve genliği ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle verilen nümerik sonuçlarla karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre Tablo 4.35 de M_1, M_2 ve M_3 lineer artış oranlarının hem analitik değerleri ile hemde diğer

Tablo 4.30: SFY-2 ile Problem 5'in k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.1			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.005082	0.175628	0.016203	2.005082	0.175628	0.016203
100	2.505082	0.242293	0.023703	2.505082	0.242293	0.023703
200	3.005082	0.308893	0.031219	3.005082	0.308893	0.031219
300	3.505081	0.375441	0.038748	3.505082	0.375440	0.038748
400	4.005081	0.441983	0.046278	4.005082	0.441982	0.046277
500	4.505081	0.508524	0.053807	4.505082	0.508522	0.053807
600	5.005081	0.57065	0.061337	5.005082	0.575063	0.061337
700	5.505081	0.641606	0.068867	5.505082	0.641603	0.068866
800	6.005080	0.708146	0.076397	6.005080	0.708142	0.076396

araştırmacılar tarafından verilen sonuçlarla uyumlu olduğu görölmektedir. Ayrıca $t = 800$ zaman adımında öncü dalğanın konumunun referans [23, 26] da verilenlerle aynı olduğu ve öncü dalğanın genliğinin diğer çalışmalarla uyumlu olduğu göröldü.

Tablo 4.31: SFY-2 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $k = 0.05$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	I_1	I_2	I_3	x	U
0	2.003583	0.175478	0.016218	-20	0.099966
200	3.003582	0.308877	0.031226	8.77	0.160621
300	3.503582	0.375384	0.038740	14.51	0.175097
400	4.003582	0.441988	0.046254	20.39	0.179362
500	4.503582	0.508592	0.053769	26.41	0.181502
600	5.003582	0.575196	0.061284	32.50	0.182782
700	5.503582	0.641800	0.068798	38.59	0.183588
800	6.003580	0.708403	0.076313	44.75	0.183935
800 [14]	6.027221	0.713333	0.077000	44.70	0.183760
800 [18]	6.003096	0.708689	0.076281	44.75	0.183970
800 [19]	6.003096	0.708689	0.076281	44.75	0.18397
800 [23]	6.003578	0.708498	0.076192	44.75	0.183822
800 [24]	5.446117	0.606864	0.062520	44.89	0.191063
800 [25]	6.00259	0.70885	0.07628	44.75	0.184050
800 [26]	5.996421	0.707090	0.076213	44.75	0.183684
800 [33]	6.002578	0.708710	0.076277	44.75	0.18405

Tablo 4.32: SFY-2 ile Problem 5'in $d = 5$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları

	M_1	M_2	M_3
SFY 2	4.999996	6.661563	7.51188
[14]	5.030800	6.724400	7.59020
[18]	5.000600	6.666400	7.50050
[19]	5.000650	6.666390	7.50050
[23]	5.000000	6.662800	7.48810
[24]	4.332000	5.396100	5.78280
[26]	4.999800	6.653900	7.49930
[33]	4.999990	6.666650	7.50000

Tablo 4.33: SFY-2 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.5			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.003500	0.190628	0.018465	2.003500	0.190628	0.018465
100	2.503500	0.223960	0.025973	2.503500	0.257266	0.025971
200	3.003500	0.323899	0.033492	3.003500	0.323871	0.033486
300	3.503500	0.390523	0.041011	3.503500	0.390474	0.041000
400	4.003500	0.457146	0.048530	4.003500	0.457078	0.048515
500	4.503500	0.523770	0.056049	4.503500	0.523681	0.056030
600	5.003500	0.590393	0.063569	5.003500	0.590285	0.063545
700	5.503500	0.657017	0.071088	5.503500	0.656888	0.071059
800	6.003473	0.723640	0.078607	6.003472	0.723491	0.078574

Tablo 4.34: SFY-2 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.1			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.005000	0.190778	0.018450	2.005000	0.190778	0.018045
100	2.505000	0.257388	0.025963	2.505000	0.257388	0.025963
200	3.005000	0.323930	0.033492	3.005000	0.323929	0.033492
300	3.505000	0.390471	0.041022	3.505000	0.390469	0.041022
400	4.005000	0.457011	0.048552	4.005000	0.457009	0.048552
500	4.505000	0.523552	0.056082	4.505000	0.523549	0.056081
600	5.005000	0.590092	0.063612	5.005000	0.590088	0.063611
700	5.505000	0.656632	0.071142	5.505000	0.656628	0.071141
800	6.004971	0.723172	0.078672	6.004971	0.723168	0.078671

Tablo 4.35: SFY-2 ile Problem 5'in $d = 2$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları

	M_1	M_2	M_3
SFY 2	4.99997	6.660788	7.51363
[14]	4.92730	6.526900	7.29380
[19]	5.00090	6.662200	7.48630
[23]	5.00000	6.662200	7.48630
[24]	4.58670	5.883400	6.52150
[26]	5.00000	6.652500	7.50000
[33]	4.99997	6.666650	7.50000

Tablo 4.36: SFY-2 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $k = 0.05$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	I_1	I_2	I_3	x	U
0	2.003500	0.190628	0.018465	-20	0.1
200	3.003500	0.323899	0.033492	9.4	0.176030
300	3.503500	0.390523	0.041011	15.35	0.180016
400	4.003500	0.457146	0.048530	21.37	0.182142
500	4.503500	0.523770	0.056049	27.46	0.183139
600	5.003500	0.590393	0.063569	33.55	0.183957
700	5.503500	0.657017	0.071088	39.71	0.184398
800	6.003473	0.723640	0.078607	45.87	0.184654
800 [14]	5.994366	0.712677	0.076876	45.70	0.183918
800 [19]	6.003194	0.723867	0.078534	45.85	0.18460
800 [23]	6.003478	0.723605	0.078426	45.87	0.184518
800 [24]	5.669824	0.660997	0.070677	46.73	0.197568
800 [25]	6.00248	0.72402	0.07853	45.85	0.184713
800 [26]	5.996473	0.722126	0.078465	45.87	0.184431
800 [33]	6.002474	0.723860	0.078525	45.85	0.18471

4.3 Sonlu Fark Yaklaşımı-3 (SFY-3)

Bu yaklaşımda UU_x non-lineer terimi yerine

$$UU_x \cong \frac{1}{2} \left(U_m^{n+1} \frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h} \right) + \frac{1}{2} \left(U_m^n \frac{U_{m-2}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - U_{m+2}^{n+1}}{12h} \right) \quad (4.3.1)$$

lineer sonlu fark yaklaşımı kullanıldı. (3.1.1) EW denkleminde UU_x yerine (4.3.1)

lineer yaklaşımı, U_t yerine (4.1.3) ileri sonlu fark yaklaşımı ve U_{xxt} yerine

$$U_{xxt} \cong \frac{-U_{m-2}^{n+1} + 16U_{m-1}^{n+1} - 30U_m^{n+1} + 16U_{m+1}^{n+1} - U_{m+2}^{n+1}}{12kh^2} - \frac{-U_{m-2}^n + 16U_{m-1}^n - 30U_m^n + 16U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12kh^2} \quad (4.3.2)$$

sonlu fark yaklaşımı yazılırsa

$$\begin{aligned} & \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} + U_m^{n+1} \frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{24h} + \\ & U_m^n \frac{U_{m-2}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - U_{m+2}^{n+1}}{24h} \\ & = \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m-2}^{n+1} + 16U_{m-1}^{n+1} - 30U_m^{n+1} + 16U_{m+1}^{n+1} - U_{m+2}^{n+1}}{12h^2} \right) - \\ & \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m-2}^n + 16U_{m-1}^n - 30U_m^n + 16U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h^2} \right) \end{aligned}$$

veya gerekli düzenlemeler yapılırsa $n = 0(1)N$, $m = 2(1)M - 2$ için

$$\begin{aligned} & \left(\frac{hkU_m^n + 2\mu}{24h^2k} \right) U_{m-2}^{n+1} - \left(\frac{8hkU_m^n + 32\mu}{24h^2k} \right) U_{m-1}^{n+1} + \\ & \left(\frac{12h^2 + 30\mu}{12h^2k} + \frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{24h} \right) U_m^{n+1} + \\ & \left(\frac{8hkU_m^n - 32\mu}{24h^2k} \right) U_{m+1}^{n+1} + \left(\frac{-hkU_m^n + 2\mu}{24h^2k} \right) U_{m+2}^{n+1} \\ & = \frac{U_m^n}{k} - \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m-2}^n + 16U_{m-1}^n - 30U_m^n + 16U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h^2} \right) \quad (4.3.3) \end{aligned}$$

sonlu fark denklemi elde edilir. Bu fark denkleminde her bir zaman adımında lineer bir cebirsel denklem sistemi bulunur. (3.1.1) denkleminde karşılık gelen (4.3.3) sonlu fark yaklaşımının kararlılık analizi incelendikten sonra her bir zaman adımında lineer cebirsel denklem sistemi direkt yöntemlerden biri yardımıyla çözülür.

4.3.1 Kararlılık Analizi

(4.3.1) yaklaşımında UU_x non-lineer terimi yerine, U nun bir yerel sabiti $\hat{U}$ olmak üzere,

$$UU_x \cong \frac{\hat{U}}{2} \left(\frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h} + \frac{U_{m-2}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - U_{m+2}^{n+1}}{12h} \right) \quad (4.3.4)$$

yaklaşımı kullanılırsa EW denkleminin sonlu fark yaklaşımı

$$\begin{aligned} & \left(\frac{hk\hat{U} + 2\mu}{24h^2k} \right) U_{m-2}^{n+1} - \left(\frac{8hk\hat{U} + 32\mu}{24h^2k} \right) U_{m-1}^{n+1} + \left(\frac{12h^2 + 30\mu}{12h^2k} \right) U_m^{n+1} + \\ & \left(\frac{8hk\hat{U} - 32\mu}{24h^2k} \right) U_{m+1}^{n+1} + \left(\frac{-hk\hat{U} + 2\mu}{24h^2k} \right) U_{m+2}^{n+1} \\ & = \frac{U_m^n}{k} - \hat{U} \frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{24h} - \\ & \quad \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m-2}^n + 16U_{m-1}^n - 30U_m^n + 16U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h^2} \right) \end{aligned} \quad (4.3.5)$$

olur. Bu sonlu fark yaklaşımının kararlılık analizi von Neumann yöntemi kullanılarak incelenebilir. Bunun için (4.3.5) yaklaşımında U_m^n yerine

$$U_m^n = e^{i\beta m h} \xi^n \quad (i = \sqrt{-1})$$

yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa

$$\xi = \frac{1 - \hat{U}k \frac{e^{-2i\beta h} - 8e^{-i\beta h} + 8e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}}{24h} - \mu \frac{-e^{-2i\beta h} + 16e^{-i\beta h} - 30 + 16e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}}{12h^2}}{1 + \hat{U}k \frac{e^{-2i\beta h} - 8e^{-i\beta h} + 8e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}}{24h} - \mu \frac{-e^{-2i\beta h} + 16e^{-i\beta h} - 30 + 16e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}}{12h^2}}$$

elde edilir. Son eşitlik $e^{i\beta h} = \cos \beta h + i \sin \beta h$ Euler formulünün kullanılmasıyla

$$\xi = \frac{1 - \hat{U}k \frac{-i \sin 2\beta h + 8i \sin \beta h}{12h} - \mu \frac{(-\cos 2\beta h + 16 \cos \beta h - 15)}{6h^2}}{1 + \hat{U}k \frac{-i \sin 2\beta h + 8i \sin \beta h}{12h} - \mu \frac{(-\cos 2\beta h + 16 \cos \beta h - 15)}{6h^2}}$$

veya $a = 1 - \mu \frac{(-\cos 2\beta h + 16 \cos \beta h - 15)}{6h^2}$ ve $b = \hat{U}k \frac{-\sin 2\beta h + 8 \sin \beta h}{12h}$ olmak üzere

$$\xi = \frac{a - ib}{a + ib} \quad (4.3.6)$$

olarak yazılabilir. (4.3.5) yaklaşımının kararlı olabilmesi için $|\xi| \leq 1$ olmalıdır. (4.3.6) dan $|\xi| = 1$ olduğu açıkça görülür. Böylece (4.3.5) yaklaşımı şartsız kararlıdır.

4.3.2 Nümerik Çözümler

Bu kısımda (3.1.1) EW denklemi için (4.3.3) ile verilen sonlu fark yaklaşımı Bölüm 3.2 deki her bir model probleme uygulandı ve elde edilen çözümler tablolar halinde verildi.

Problem 1: Tek Solitary Dalganın Hareketi

Bu problemde tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 30$ sonlu aralığında yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 80$ 'e kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.3.3) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) ve (3.2.2) denklemlerinde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri ile birlikte hata normları hesaplandı ve tablolar halinde verildi.

Tablo 4.37 de $t = 0$ ve $t = 80$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $h = 0.03$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 3.88 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 2.895 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 1.78167 \times 10^{-9}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.88 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 2.8646 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 1.7724 \times 10^{-9}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.88 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.864 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 2.0721 \times 10^{-9}$ olarak elde edildi. $t = 80$ zaman adımında $k = 0.1$, 0.05 ve 0.01 değerleri için L_2 hata normu sırasıyla 0.01700×10^{-3} , 0.00053×10^{-3} , 0.00053×10^{-3} iken L_∞ hata normu 0.00873×10^{-3} , 0.00737×10^{-3} , 0.00737×10^{-3} olarak hesaplandı. Bu sonuçlara göre zaman adımı k küçüldüğünde hata normlarında ve korunum sabitlerinde çok az değişim olduğu görülmektedir.

Tablo 4.38 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark, $k = 0.05$ olmak üzere $h = 0.3$ için $\Delta I_1 = 3.15 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 2.9333 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 2.5258 \times 10^{-8}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.82 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.137 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 1.8475 \times 10^{-9}$; $h = 0.03$ için $\Delta I_1 = 3.88 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 2.8646 \times 10^{-9}$, $\Delta I_3 = 1.7724 \times 10^{-9}$ olarak elde edildi. $t = 80$ zaman adımında $h = 0.3$, 0.05 ve 0.03 değerleri için L_2 hata normu sırasıyla 0.52767×10^{-3} , 0.00698×10^{-3} , 0.00053×10^{-3} iken L_∞ hata normu 0.30053×10^{-3} , 0.00738×10^{-3} , 0.00737×10^{-3} olarak hesaplandı. Bu sonuçlara göre korunum adımı h küçüldükçe hatalar ile I_2 ve I_3 deki değişimler azalmakta iken I_1 deki değişimin az da olsa arttığı görülmektedir.

Tablo 4.39 da $\mu = 1$, $c = 0.1$, $0 \leq x \leq 30$, $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için (4.3.3) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri ve hata normlarının değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlar karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve $I_1 = 1.2$, $I_2 = 0.288$, $I_3 = 0.0576$ analitik değerleri ile de uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca tabloda (4.3.3) sonlu

fark yaklaşımı kullanılarak elde edilen L_2 ve L_∞ hata normlarının referans [14, 16, 19, 24, 23, 26, 31, 36, 39] da verilenlerden daha iyi olduğu, referans [25] de verilen L_2 den daha küçük ve L_∞ dan çok az büyük olduğu görülmektedir.

Tablo 4.37: SFY-3 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

k	t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0.1	0	1.1999463	0.28799999	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999598	0.28799999	0.057599998	0.01458	0.02400
	20	1.1999852	0.28799999	0.057599998	0.00660	0.00737
	30	1.1999945	0.28799999	0.057599998	0.00621	0.00322
	40	1.1999977	0.28799999	0.057599998	0.00793	0.00432
	60	1.1999977	0.28799999	0.057599998	0.01200	0.00653
	70	1.1999945	0.28799999	0.057599998	0.01420	0.00763
	80	1.1999852	0.28799999	0.057599998	0.01700	0.00873
0.05	0	1.1999463	0.28799999	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999598	0.28799999	0.057599998	0.01445	0.02004
	20	1.1999852	0.28799999	0.057599998	0.00531	0.00737
	30	1.1999945	0.28799999	0.057599998	0.00196	0.00271
	40	1.1999977	0.28799999	0.057599998	0.00073	0.00100
	60	1.1999977	0.28799999	0.057599998	0.00075	0.00100
	70	1.1999945	0.28799999	0.057599998	0.00020	0.00271
	80	1.1999852	0.28799999	0.057599998	0.00053	0.00737
0.01	0	1.1999463	0.28799999	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999598	0.28799999	0.057599998	0.01445	0.02004
	20	1.1999852	0.28799999	0.057599998	0.00531	0.00737
	30	1.1999944	0.28799999	0.057599998	0.00196	0.00271
	40	1.1999977	0.28799999	0.057599998	0.00073	0.00100
	60	1.1999977	0.28799999	0.057599998	0.00075	0.00100
	70	1.1999944	0.28799999	0.057599998	0.00020	0.00271
	80	1.1999852	0.28799999	0.057599998	0.00053	0.00737

Problem 2: İki Solitary Dalganın Girişimi

Bu problemde tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 80$ sonlu aralığında yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 30$ 'a kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.3.3) sonlu fark

Tablo 4.38: SFY-3 ile Problem 1'in $k = 0.05$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

h	t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0.3	0	1.1999533	0.28797472	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999588	0.28797471	0.057599995	0.08002	0.00492
	20	1.1999848	0.28797471	0.057599986	0.15446	0.00992
	30	1.1999943	0.28797470	0.057599979	0.22660	0.14444
	40	1.1999977	0.28797469	0.057599975	0.29400	0.18167
	60	1.1999977	0.28797469	0.057599975	0.41563	0.24154
	70	1.1999943	0.28797469	0.057599975	0.47227	0.27131
	80	1.1999848	0.28797469	0.057599975	0.52767	0.30053
0.05	0	1.1999469	0.28799998	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999597	0.28799997	0.057599998	0.01463	0.02000
	20	1.1999851	0.28799997	0.057599998	0.00549	0.00737
	30	1.1999944	0.28799997	0.057599998	0.00256	0.00271
	40	1.1999977	0.28799997	0.057599998	0.00230	0.00118
	60	1.1999977	0.28799997	0.057599998	0.00339	0.00178
	70	1.1999944	0.28799997	0.057599998	0.00435	0.00271
	80	1.1999851	0.28799997	0.057599998	0.00698	0.00738
0.03	0	1.1999463	0.28799999	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.1999598	0.28799999	0.057599998	0.01445	0.02004
	20	1.1999852	0.28799999	0.057599998	0.00531	0.00737
	30	1.1999945	0.28799999	0.057599998	0.00196	0.00271
	40	1.1999977	0.28799999	0.057599998	0.00073	0.00100
	60	1.1999977	0.28799999	0.057599998	0.00075	0.00100
	70	1.1999945	0.28799999	0.057599998	0.00020	0.00271
	80	1.1999852	0.28799999	0.057599998	0.00053	0.00737

yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve bu sonuçlar tablolar halinde sunuldu.

Tablo 4.40 da $t = 0$ ve $t = 30$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 1.7317 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.378 \times 10^{-5}$, $\Delta I_3 = 2.8779 \times 10^{-4}$ iken $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 1.7332 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 7.7532 \times 10^{-7}$,

Tablo 4.39: SFY-3 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0	1.19995	0.288	0.0576	0.00000	0.00000
10	1.19996	0.288	0.0576	0.01445	0.02004
20	1.19999	0.288	0.0576	0.00531	0.00737
30	1.19999	0.288	0.0576	0.00196	0.00271
40	1.20000	0.288	0.0576	0.00073	0.00100
50	1.20000	0.288	0.0576	0.00040	0.00036
60	1.20000	0.288	0.0576	0.00075	0.00100
70	1.20000	0.288	0.0576	0.00020	0.00271
80	1.19999	0.288	0.0576	0.00053	0.00737
80 [14]	1.19100	0.28550	0.5582	3.849	2.646
80 [16]	1.1964	0.2858	0.05582	7.444	4.373
80 [19]	1.19998	0.28798	0.05759	0.056	0.053
80 [23]	1.19995	0.28798	0.05759	0.029	0.021
80 [24]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
80 [25]	1.19999	0.28801	0.0576	0.003	0.002
80 [26]	1.20004	0.28799	0.0576	0.125	0.073
80 [31]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
80 [36]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03882	0.05151
80 [39]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03962	0.05446

$\Delta I_3 = 2.1283 \times 10^{-6}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan zaman adımı k küçüldükçe I_1 korunum sabitinde önemli bir değişim olmazken I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki değişimin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.40 da I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.5$ için $\Delta I_1 = 1.401 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 6.9305 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 4.7843 \times 10^{-4}$; $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 1.7317 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.378 \times 10^{-5}$, $\Delta I_3 = 2.8779 \times 10^{-4}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 1.7762 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.441 \times 10^{-5}$, $\Delta I_3 = 2.8914 \times 10^{-4}$ olarak elde edildi. Elde edilen sonuçlara göre $h = 0.5$ 'den $h = 0.1$ 'e küçüldüğünde I_1 deki değişiminin arttığı, I_2 ve I_3 deki değişimlerinin azaldığı fakat $h = 0.05$ olduğunda $h = 0.1$ 'e göre

korunum sabitlerindeki değişimlerin az da olsa arttığı görölmektedir.

Tablo 4.41 de $\mu = 1$, $c_1 = 1,5$, $c_2 = 0,75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$ ve $0 \leq x \leq 80$ değerleri için (4.3.3) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlar karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin simölasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı görölmektedir. Hesaplanan korunum sabitlerinin diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle verilen sonuçlarla ve $I_1 = 27$, $I_2 = 81$, $I_3 = 218.7$ analitik değerleri ile uyumlu olduğu görölmektedir. Korunum sabitlerinin analitik değerleri ile $t = 25$ zamanındaki sunulan yaklaşım ile elde edilen nümerik değerleri arasındaki mutlak fark $\Delta I_1 = 1.680 \times 10^{-7}$, $\Delta I_2 = 4.093 \times 10^{-5}$, $\Delta I_3 = 1.562 \times 10^{-3}$ iken referans [23] de $\Delta I_1 = 5 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.749 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.17 \times 10^{-3}$; referans [26] da $\Delta I_1 = 1.7 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.149 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 6 \times 10^{-4}$ tür.

Problem 3: Üç Solitary Dalganın Girişimi

Tüm hesaplamalar için $0 \leq x \leq 100$ sonlu aralığı kullanıldı. Simölasyon $t = 0$ 'dan $t = 15$ 'e kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.3.3) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve tablolar halinde verildi.

Tablo 4.40: SFY-3 ile Problem 2'nin h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $0 \leq x \leq 80$)

h	t	k=0.1			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.5	0	26.9998595	80.948144	218.702832	26.9998595	80.948144	218.702832
	5	26.9999994	80.947653	218.698133	26.9999995	80.947918	218.698651
	10	26.9999996	80.943006	218.664330	26.9999998	80.949232	218.703482
	15	26.9999996	80.878045	218.158344	26.9999998	80.936375	218.527336
	20	26.9999996	80.939582	218.640026	26.9999998	80.947809	218.689502
	25	26.9999996	80.946899	218.694119	26.9999998	80.947389	218.695304
	30	26.9999996	80.947451	218.698048	26.9999998	80.947622	218.697647
0.1	0	26.9998266	81.000330	218.702832	26.9998266	81.000330	218.702832
	5	26.9999996	81.000250	218.702128	26.9999998	81.000328	218.702822
	10	26.9999998	80.994050	218.662047	27.0000000	81.000267	218.702417
	15	26.9999998	80.940762	218.323424	27.0000000	80.999712	218.698733
	20	26.9999998	80.992247	218.653150	27.0000000	81.000251	218.702335
	25	26.9999998	81.000041	218.701562	27.0000000	81.000326	218.702811
	30	26.9999998	81.000364	218.703120	27.0000000	81.000329	218.702830
0.05	0	26.9998222	80.000414	218.702832	26.9998222	81.000414	218.702832
	5	26.9999996	81.000339	218.702128	26.9999998	81.000412	218.702822
	10	26.9999998	80.994132	218.662039	27.0000000	81.000349	218.702411
	15	26.9999998	80.940861	218.323696	27.0000000	80.999813	218.698998
	20	26.9999998	80.992332	218.653166	27.0000000	81.000335	218.702350
	25	26.9999998	81.000126	218.701567	27.0000000	81.000410	218.702817
	30	26.9999998	81.000448	218.703122	27.0000000	81.000413	218.702832

Tablo 4.42 de $t = 0$ ve $t = 15$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 2.0816 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.6912 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.984 \times 10^{-1}$ iken $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 9.8185 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 9.2668 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 1.1684 \times 10^{-3}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan zaman adımı k küçüldükçe korunum sabitlerindeki değişim azalmaktadır.

Tablo 4.42 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki değişim, $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.5$ için $\Delta I_1 = 1.6044 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.1939 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.4333 \times 10^{-1}$; $h = 0.1$

Tablo 4.41: SFY-3 ile Problem 2'nin hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$)

t	I_1	I_2	I_3
1	26.999827	81.000330	218.702832
5	27.000000	81.000250	218.702128
10	27.000000	80.994050	218.662047
15	27.000000	80.940762	218.323424
20	27.000000	80.992247	218.653150
25	27.000000	81.000041	218.701562
30	27.000000	81.000364	218.703120
30 [20]	27.12702	80.98988	218.6996
30 [23]	27.00003	81.01719	218.70650
30 [25]	27.00068	81.02407	218.73673
30 [26]	27.00017	80.96848	218.70210
30 [32] ($h = 0.4$)	27.00000	80.999703	218.69966
30 [33]	27.00017	81.00044	218.70304
30 [34] ($h = 0.4$)	27.000582	81.001095	218.726082
30 [39]	27.00019	81.00045	218.70312
30 [40] ($h = 0.2$, $k = 0.05$)	26.93310	80.80028	218.16659

için $\Delta I_1 = 2.0816 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.6912 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.984 \times 10^{-1}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 2.1499 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.9390 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.984 \times 10^{-1}$ olarak elde edildi. Elde edilen sonuçlara göre konum adımı h küçülmesine rağmen korunum sabitlerindeki değişimin az da olsa arttığı görülmektedir.

Tablo 4.43 de $\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$ değerleri için (4.3.3) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlar karşılaştırıldı. Hesaplanan korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve $I_1 = 78$, $I_2 = 655.2$, $I_3 = 5450.4$ analitik değerleri ile oldukça uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.42: SFY-3 ile Problem 3'ün h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)

h	t	k=0.1			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.5	0	77.9999790	649.055430	5451.148182	77.9999790	649.055430	5451.148182
	3	77.9999997	647.352579	5384.517512	77.9999999	651.549139	5443.517002
	6	77.9999997	649.987675	5448.844836	77.9999999	649.231214	5450.858366
	9	77.9999997	649.288632	5451.366763	77.9999999	649.371364	5450.825272
	12	77.9999997	649.069025	5451.837815	77.9999999	649.115842	5451.050514
	15	77.9999951	649.067369	5451.891520	77.9999850	649.110254	5451.063331
0.1	0	77.9999741	655.016905	5451.148182	77.9999741	655.016905	5451.148182
	3	77.9999998	651.163638	5384.358457	78.0000000	655.086566	5450.390255
	6	77.9999998	654.860829	5449.114804	78.0000000	655.021747	5454.129353
	9	77.9999998	655.035176	5451.660924	78.0000000	655.029270	5451.146157
	12	77.9999998	655.066848	5451.906825	78.0000000	655.017993	5451.148959
	15	77.9999949	655.073818	5451.946588	77.9999839	655.017832	5451.149351
0.05	0	77.9999734	655.211834	5451.148182	77.9999734	655.211834	5451.148132
	3	77.9999998	651.285315	5384.365925	78.0000000	655.196085	5450.401010
	6	77.9999998	655.053608	5449.115122	78.0000000	655.211883	5451.129630
	9	77.9999998	655.223281	5451.661275	78.0000000	655.214595	5451.146504
	12	77.9999998	655.263974	5451.906820	78.0000000	655.212089	5451.148955
	15	77.9999949	655.271224	5451.946561	77.999984	655.212089	5451.148955

Problem 4: Maxwellian Başlangıç Şartı

Bu problem için tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 40$ sonlu aralığında ve μ nın farklı değerleri için solitary dalga oluşumu incelendi. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 12$ 'ye kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.3.3) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve bu sonuçlar tablolarla verildi.

Tablo 4.44 de $t = 0$ ve $t = 12$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki

Tablo 4.43: SFY-3 ile Problem 3'ün hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)

t	I_1	I_2	I_3
0	77.999974	655.016905	5451.148182
3	78.000000	651.163638	5384.358457
6	78.000000	654.860829	5449.114804
9	78.000000	655.035176	5451.660924
12	78.000000	655.066848	5451.906825
15	77.999995	655.073818	5451.946588
15[20]	78.00490	652.3474	5412.232
15[22]	77.995390	652.810400	5411.6390
15[32] ($h = 0.4$)	77.999984	652.411538	5412.23185
15[34] ($h = 0.5$)	78.000222	655.341909	5452.481409
15[40] ($h = 0.1833$, $k = 0.05$)	77.86967	654.09104	5440.78956

mutlak değişim, $\mu = 0.01$ olmak üzere $h = 0.05$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 4.374 \times 10^{-14}$, $\Delta I_2 = 6.0672 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 9.703 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 1.5774 \times 10^{-12}$, $\Delta I_2 = 9.6496 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 2.8906 \times 10^{-3}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 1.419 \times 10^{-11}$, $\Delta I_2 = 3.33777 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 7.1635 \times 10^{-3}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 7.4975 \times 10^{-11}$, $\Delta I_2 = 3.166 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 2.9024 \times 10^{-4}$ olarak elde edildi. Bu sonuçlara göre h ve k küçüldüğünde I_1 deki değişimin arttığı I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı; $h = 0.05$ iken zaman adımı k küçüldüğünde I_1 ve I_2 deki değişimlerin arttığı I_3 deki değişimin azaldığı; $h = 0.01$ iken k küçüldüğünde ise I_1 deki değişim arttığı I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.45 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki değişim, $\mu = 0.05$ olmak üzere $h = 0.05$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 1.825 \times 10^{-12}$, $\Delta I_2 = 1.75 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 9.0223 \times 10^{-4}$; $h = 0.05$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 4.016 \times 10^{-12}$, $\Delta I_2 = 2.2258 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 1.38 \times 10^{-4}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 2.6852 \times 10^{-11}$, $\Delta I_2 = 4.3742 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 =$

7.9674×10^{-4} ; $h = 0.01$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 8.04 \times 10^{-11}$, $\Delta I_2 = 7.323 \times 10^{-5}$, $\Delta I_3 = 3.204 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı. Elde edilen sonuçlardan h küçüldüğünde I_1 deki değişim arttığı I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı; $h = 0.05$ iken k küçüldüğünde I_1 ve I_2 deki değişimlerin arttığı ve I_3 deki değişimin azaldığı, $h = 0.05$ iken k küçüldüğünde ise I_1 deki değişim arttığı I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.46 da $h = 0.05$, $k = 0.025$ olmak üzere $\mu = 0.01$ ve $\mu = 0.05$ için (4.3.3) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] da verilen sonuçlar karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin başlangıç değerlerinden çok fazla uzaklaşmadığı ve referans [36] da verilen sonuçlarla da uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.44: SFY-3 ile Problem 4'ün $\mu = 0.01$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri

h	t	k=0.05			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.772454	1.265816	1.023327	1.772454	1.265816	1.023327
	3	1.772454	1.262681	1.030657	1.772454	1.260045	1.025334
	6	1.772454	1.260709	1.032773	1.772454	1.257231	1.026064
	9	1.772454	1.260027	1.032981	1.772454	1.256463	1.026184
	12	1.772454	1.259749	1.033029	1.772454	1.256166	1.026217
0.01	0	1.772454	1.265846	1.023327	1.772454	1.265846	1.023327
	3	1.772454	1.268380	1.028920	1.772454	1.265679	1.023554
	6	1.772454	1.269160	1.030381	1.772454	1.265577	1.023612
	9	1.772454	1.269217	1.030474	1.772454	1.265543	1.023616
	12	1.772454	1.269224	1.030490	1.772454	1.265530	1.023617

Tablo 4.45: SFY-3 ile Problem 4'ün $\mu = 0.05$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri

h	t	k=0.05			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.772454	1.315823	1.023327	1.772454	1.315823	1.023327
	3	1.772454	1.314755	1.023883	1.772454	1.314451	1.023415
	6	1.772454	1.314196	1.024213	1.772454	1.313699	1.023461
	9	1.772454	1.314150	1.024226	1.772454	1.313644	1.023463
	12	1.772454	1.314074	1.024229	1.772454	1.313566	1.023465
0.01	0	1.772454	1.315974	1.023328	1.772454	1.315974	1.023327
	3	1.772454	1.316233	1.023815	1.772454	1.315929	1.023346
	6	1.772454	1.316405	1.024110	1.772454	1.315906	1.023358
	9	1.772454	1.316412	1.024122	1.772454	1.315904	1.023359
	12	1.772454	1.316411	1.024123	1.772454	1.315900	1.023359

Tablo 4.46: SFY-3 ile Problem 4'ün $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] dakilerin karşılaştırılması

μ	t	SFY 3			[36]		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.77245	1.31582	1.02333	1.77245	1.31598	1.02333
	3	1.77245	1.31451	1.02352	1.77245	1.31648	1.02356
	6	1.77245	1.31381	1.02363	1.77245	1.31619	1.02340
	9	1.77245	1.31375	1.02363	1.77245	1.31617	1.02339
	12	1.77245	1.31368	1.02362	1.77245	1.31612	1.02339
0.01	0	1.77245	1.26582	1.02333	1.77245	1.26585	1.02333
	3	1.77245	1.26062	1.02649	1.77245	1.26632	1.02330
	6	1.77245	1.25799	1.02753	1.77245	1.26599	1.02294
	9	1.77245	1.25724	1.02766	1.77245	1.26639	1.02295
	12	1.77245	1.25694	1.02770	1.77245	1.26567	1.02293

4.4 Sonlu Fark Yaklaşımı-4 (SFY-4)

Bu yaklaşımda UU_x non-lineer terimi yerine

$$UU_x \cong \frac{1}{2} \left(\frac{U_{m-2}^{n+1} + U_{m-1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m+1}^{n+1} + U_{m+2}^{n+1}}{5} \right) \left(\frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{U_{m-2}^n + U_{m-1}^n + U_m^n + U_{m+1}^n + U_{m+2}^n}{5} \right) \left(\frac{U_{m-2}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - U_{m+2}^{n+1}}{12h} \right) \quad (4.4.1)$$

lineer sonlu fark yaklaşımı kullanıldı.

(3.1.1) EW denkleminde UU_x yerine (4.4.1) lineer yaklaşımı, U_t ve U_{xxt} yerlerine sırasıyla (4.1.3) ve (4.3.2) sonlu fark yaklaşımları yazılırsa

$$\begin{aligned} & \frac{U_m^{n+1} - U_m^n}{k} + \\ & \left(\frac{U_{m-2}^{n+1} + U_{m-1}^{n+1} + U_m^{n+1} + U_{m+1}^{n+1} + U_{m+2}^{n+1}}{5} \right) \left(\frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{24h} \right) + \\ & \left(\frac{U_{m-2}^n + U_{m-1}^n + U_m^n + U_{m+1}^n + U_{m+2}^n}{5} \right) \left(\frac{U_{m-2}^{n+1} - 8U_{m-1}^{n+1} + 8U_{m+1}^{n+1} - U_{m+2}^{n+1}}{24h} \right) \\ & = \frac{\mu}{k} \frac{-U_{m-2}^{n+1} + 16U_{m-1}^{n+1} - 30U_m^{n+1} + 16U_{m+1}^{n+1} - U_{m+2}^{n+1}}{12h^2} - \\ & \frac{\mu}{k} \frac{-U_{m-2}^n + 16U_{m-1}^n - 30U_m^n + 16U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h^2} \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

veya gerekli düzenlemeler yapılırsa $n = 0(1)N$, $m = 2(1)M - 2$ için

$$\begin{aligned} & \left(\frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{120h} \right) U_{m-2}^{n+1} + \\ & \left(\frac{U_{m-2}^n + U_{m-1}^n + U_m^n + U_{m+1}^n + U_{m+2}^n}{120h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) U_{m-2}^{n+1} + \\ & \left(\frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{120h} \right) U_{m-1}^{n+1} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(8 \frac{U_{m-2}^n + U_{m-1}^n + U_m^n + U_{m+1}^n + U_{m+2}^n}{120h} + \frac{16\mu}{12kh^2} \right) U_{m-1}^{n+1} + \\
& \left(\frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{120h} + \frac{1}{k} + \frac{30\mu}{12kh^2} \right) U_m^{n+1} + \\
& \left(\frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{120h} \right) U_{m+1}^{n+1} + \\
& \left(8 \frac{U_{m-2}^n + U_{m-1}^n + U_m^n + U_{m+1}^n + U_{m+2}^n}{120h} - \frac{16\mu}{12kh^2} \right) U_{m+1}^{n+1} + \\
& \left(\frac{U_{m-2}^n - 8U_{m-1}^n + 8U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{120h} \right) U_{m+2}^{n+1} - \\
& \left(\frac{U_{m-2}^n + U_{m-1}^n + U_m^n + U_{m+1}^n + U_{m+2}^n}{120h} - \frac{\mu}{12kh^2} \right) U_{m+2}^{n+1} \\
& = \frac{U_m^n}{k} - \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m-2}^n + 16U_{m-1}^n - 30U_m^n + 16U_{m+1}^n - U_{m+2}^n}{12h^2} \right) \quad (4.4.3)
\end{aligned}$$

fark denklemi elde edilir. Bu fark denkleminde her bir zaman adımında lineer bir cebirsel denklem sistemi bulunur. (3.1.1) EW denkleminde karşılık gelen (4.4.3) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi her bir zaman adımında direkt yöntemlerden biri yardımıyla çözülür.

4.4.1 Kararlılık analizi

(3.1.1) EW denkleminde UU_x non-lineer terimindeki U yerine $\hat{U}$ yerel sabiti alınırsa bir önceki kısımda gözönüne alınan yaklaşım için elde edilen (4.3.5) sonlu fark denklemi bulunur. Böylece (4.4.3) sonlu fark yaklaşımı da şartsız kararlıdır.

4.4.2 Nümerik Çözümler

Bu kısımda (3.1.1) EW denklemi için (4.4.3) ile verilen sonlu fark yaklaşımı Bölüm

3.2 deki her bir model probleme uygulandı ve elde edilen çözümler tablolar halinde verildi.

Problem 1: Tek Solitary Dalganın Hareketi

Bu problemde tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 30$ sonlu aralığında yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 80$ 'e kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.4.3) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) ve (3.2.2) denklemlerinde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri ile hata normları hesaplandı ve tablolar halinde verildi.

Tablo 4.47 de $t = 0$ ve $t = 80$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $h = 0.03$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 3.88 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.3223 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 9.2635 \times 10^{-9}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.88 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.4204 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 9.51852 \times 10^{-9}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.88 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.2886 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 9.11057 \times 10^{-9}$ olarak hesaplandı. $t = 80$ zaman adımında $k = 0.1, 0.05$ ve 0.01 değerleri için L_2 hata normu sırasıyla 0.16858×10^{-3} , 0.17903×10^{-3} , 0.18241×10^{-3} iken L_∞ hata normu 0.10389×10^{-3} , 0.11022×10^{-3} , 0.11224×10^{-3} olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan zaman adımı k değeri küçüldüğünde korunum sabitlerinde kayda değer ölçüde değişim olmadığı fakat hata normlarının az da olsa arttığı görülmektedir.

Tablo 4.48 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki değişim, $k = 0.05$ olmak üzere $h = 0.3$ için $\Delta I_1 = 3.22 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.3979 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 1.01896 \times 10^{-4}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.83 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.6067 \times 10^{-7}$, $\Delta I_3 = 8.5368 \times 10^{-8}$; $h = 0.03$ için $\Delta I_1 = 3.88 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.4204 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 9.51852 \times 10^{-9}$ olarak elde edildi. $t = 80$ zaman adımında $k = 0.05$ olmak üzere $h = 0.3, 0.05$ ve 0.03 değerleri için L_2

hata normu sırasıyla 16.2513×10^{-3} , 0.50227×10^{-3} , 0.17903×10^{-3} iken L_∞ hata normu 9.88332×10^{-3} , 0.30923×10^{-3} , 0.11022×10^{-3} olarak hesaplandı. Elde edilen sonuçlardan konum adımı h küçüldüğünde hata normlarının azaldığı, I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı fakat I_1 deki değişim az da olsa arttığı görülmektedir.

Tablo 4.49 da $\mu = 1$, $c = 0.1$, $0 \leq x \leq 30$, $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için (4.4.3) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri ve hata normlarının değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçların karşılaştırılması verildi. Hesaplanan korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve $I_1 = 1.2$, $I_2 = 0.288$, $I_3 = 0.0576$ analitik değerleri ile de uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca Tablo 4.49 da (4.4.3) sonlu fark yaklaşımı kullanılarak elde edilen L_2 ve L_∞ hata normlarının referans [14, 16, 24, 31] da verilen sonuçlardan daha iyi olduğu ve diğer çalışmalarla da uyumlu olduğu görülmektedir.

Problem 2: İki Solitary Dalganın Girişimi

Bu problemde tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 80$ sonlu aralığında yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 30$ 'a kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.4.3) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve bu sonuçlar tablolar halinde sunuldu.

Tablo 4.50 de $t = 0$ ve $t = 30$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 1.7408 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 1.5815 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 3.9903 \times 10^{-3}$ iken $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 1.743 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 2.2523 \times 10^{-3}$,

Tablo 4.47: SFY-4 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

k	t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0.1	0	1.199946	0.28799999	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.199960	0.28800000	0.057600000	0.03182	0.02004
	20	1.199985	0.28800001	0.057600003	0.05380	0.02700
	30	1.199994	0.28800002	0.057600006	0.07478	0.03965
	40	1.199998	0.28800003	0.057600008	0.09298	0.05224
	60	1.199998	0.28800004	0.057600009	0.12831	0.07778
	70	1.199994	0.28800004	0.057600009	0.14771	0.09077
	80	1.199985	0.28800004	0.057600009	0.16858	0.10389
0.05	0	1.199946	0.28799999	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.199960	0.28800000	0.057600000	0.03243	0.02004
	20	1.199985	0.28800001	0.057600003	0.05530	0.02840
	30	1.199994	0.28800002	0.057600006	0.07720	0.04183
	40	1.199998	0.28800003	0.057600008	0.09666	0.05523
	60	1.199998	0.28800004	0.057600009	0.13520	0.08424
	70	1.199994	0.28800004	0.057600009	0.15638	0.09625
	80	1.199985	0.28800004	0.057600001	0.17903	0.11022
0.01	0	1.199946	0.28799999	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.199960	0.28800000	0.057600000	0.03264	0.02004
	20	1.199985	0.28800001	0.057600003	0.05580	0.02880
	30	1.199994	0.28800002	0.057600006	0.07802	0.04252
	40	1.199998	0.28800003	0.057600008	0.09788	0.05619
	60	1.199998	0.28800004	0.057600009	0.13746	0.08392
	70	1.199994	0.28800004	0.057600009	0.15919	0.09802
	80	1.199985	0.28800004	0.057600009	0.18241	0.11224

$\Delta I_3 = 6.3775 \times 10^{-3}$ olarak elde edildi. Bu sonuçlardan zaman adımı k küçüldükçe korunum sabitlerindeki değişimin az da olsa arttığı görülmektedir.

Tablo 4.50 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.5$ için $\Delta I_1 = 2.8304 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 8.3109 \times 10^{-1}$, $\Delta I_3 = 2.4366$; $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 1.7408 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 1.5815 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 3.9903 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 1.7783 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 1.168 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 2.2857 \times 10^{-4}$ olarak elde edildi. Bu sonuçlardan konum adımı h küçüldükçe I_2 ve I_3

Tablo 4.48: SFY-4 ile Problem 1'in $k = 0.05$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

h	t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0.3	0	1.199953	0.28797472	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.199961	0.28803309	0.057613355	2.80991	1.39819
	20	1.199987	0.28816013	0.057642594	5.33573	2.64525
	30	1.199997	0.28827650	0.057669586	7.44305	3.79971
	40	1.200000	0.28834952	0.057686639	9.20898	4.99969
	60	1.200000	0.28841133	0.057699391	12.5037	7.42877
	70	1.199996	0.28841133	0.057701145	14.3043	8.62397
	80	1.199986	0.28841452	0.057701896	16.2513	9.88332
0.05	0	1.199947	0.28799998	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.199960	0.28800002	0.057600010	0.08224	0.04059
	20	1.199985	0.28800013	0.057600036	0.15400	0.07940
	30	1.199995	0.28800023	0.057600059	0.21568	0.11724
	40	1.199998	0.28800029	0.057600073	0.27040	0.15487
	60	1.199998	0.28800033	0.057600083	0.37901	0.23120
	70	1.199994	0.28800034	0.057600085	0.43865	0.27005
	80	1.199985	0.28800034	0.057600085	0.50227	0.30923
0.03	0	1.199946	0.28799999	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.199960	0.28800000	0.057600000	0.03243	0.02004
	20	1.199985	0.28800001	0.057600003	0.05530	0.02840
	30	1.199994	0.28800002	0.057600006	0.07720	0.04183
	40	1.199998	0.28800003	0.057600008	0.09666	0.05523
	60	1.199998	0.28800004	0.057600009	0.13520	0.08424
	70	1.199994	0.28800004	0.057600009	0.15638	0.09625
	80	1.199985	0.28800004	0.057600001	0.17903	0.11022

deki değişimler azalmakta iken I_1 deki değişimin $h = 0.5$ ' den $h = 0.1$ 'e küçüldüğünde azaldığı fakat $h = 0.05$ olduğunda ise $h = 0.1$ 'e göre arttığı görülmektedir.

Tablo 4.51 de $\mu = 1$, $c_1 = 1, 5$, $c_2 = 0, 75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$ ve $0 \leq x \leq 80$ değerleri için (4.4.3) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçların karşılaştırılması verildi. Hesaplanan korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı görülmektedir. Ayrıca hesaplanan

Tablo 4.49: SFY-4 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0	1.19995	0.288	0.0576	0.00000	0.00000
10	1.19996	0.288	0.0576	0.03243	0.02004
20	1.19999	0.288	0.0576	0.05530	0.02840
30	1.19999	0.288	0.0576	0.07720	0.04183
40	1.20000	0.288	0.0576	0.09666	0.05523
50	1.20000	0.288	0.0576	0.11549	0.06875
60	1.20000	0.288	0.0576	0.13520	0.08424
70	1.20000	0.288	0.0576	0.15638	0.09625
80	1.19999	0.288	0.0576	0.17903	0.11022
80 [14]	1.19100	0.28550	0.5582	3.849	2.646
80 [16]	1.1964	0.2858	0.05582	7.444	4.373
80 [19]	1.19998	0.28798	0.05759	0.056	0.053
80 [23]	1.19995	0.28798	0.05759	0.029	0.021
80 [24]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
80 [25]	1.19999	0.28801	0.0576	0.003	0.002
80 [26]	1.20004	0.28799	0.0576	0.125	0.073
80 [31]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
80 [36]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03882	0.05151
80 [39]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03962	0.05446

korunum sabitlerinin diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlarla ve $I_1 = 27$, $I_2 = 81$, $I_3 = 218.7$ analitik değerleri ile uyumlu olduğu görölmektedir. Korunum sabitlerinin analitik değerleri ile $t = 25$ zamanındaki sunulan yaklaşım ile elde edilen nümerik değerleri arasındaki mutlak fark $\Delta I_1 = 7.265 \times 10^{-7}$, $\Delta I_2 = 3.085 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 9.03 \times 10^{-3}$ iken referans [23] de $\Delta I_1 = 5 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.749 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.17 \times 10^{-3}$; referans [26] da $\Delta I_1 = 1.7 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.149 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 6 \times 10^{-4}$ tür.

Tablo 4.50: SFY-4 ile Problem 2'nin h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $0 \leq x \leq 80$)

h	t	k=0.1			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.5	0	26.9998595	80.948144	218.702832	26.9998595	80.948144	218.702832
	5	27.0000290	81.723371	221.019823	27.0000295	81.740335	221.080500
	10	27.0000406	81.863982	221.949720	27.0000414	81.896591	222.097399
	15	27.0000560	83.665868	230.895385	27.0000573	83.745346	231.354595
	20	27.0000758	82.028500	222.321377	27.0000788	82.041419	222.368408
	25	27.0001048	81.801865	221.197478	27.0001079	81.818236	221.256159
	30	27.0001425	81.779234	221.139448	27.0001470	81.796246	221.199778
0.1	0	26.9998266	81.000330	218.702832	26.9998266	81.000330	218.702832
	5	27.0000005	81.001288	218.705613	27.0000007	81.002072	218.708977
	10	27.0000007	81.002972	218.708300	27.0000009	81.010055	218.752383
	15	27.0000007	81.022586	218.749698	27.0000009	81.082786	219.130732
	20	27.0000007	81.006740	218.718032	27.0000009	81.014908	218.767028
	25	27.0000007	81.003085	218.709030	27.0000009	81.004034	218.712803
	30	27.0000007	81.001911	218.706823	27.0000009	81.002582	218.709210
0.05	0	26.99982222	80.000414	218.702832	26.9998222	81.000414	218.702832
	5	26.99999984	81.000307	218.702049	27.00000000	81.000558	218.703411
	10	27.00000005	80.996111	218.662777	27.00000002	81.002542	218.714068
	15	27.00000005	80.961016	218.429314	27.00000002	81.020284	218.806084
	20	27.00000005	80.995677	218.668531	27.00000002	81.003721	218.717665
	25	27.00000005	81.000587	218.702459	27.00000002	81.001037	218.704340
	30	27.00000002	81.000531	218.703061	27.00000002	81.000672	218.703441

Problem 3: Üç Solitary Dalganın Girişimi

Tüm hesaplamalar için $0 \leq x \leq 100$ sonlu aralığı kullanıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 15$ 'e kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.4.3) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve tablolar halinde verildi.

Tablo 4.51: SFY-4 ile Problem 2'nin hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$)

t	I_1	I_2	I_3
1	26.999827	81.000330	218.702832
5	27.000001	81.001288	218.705613
10	27.000001	81.002972	218.708300
15	27.000001	81.022586	218.749698
20	27.000001	81.006740	218.718032
25	27.000001	81.003085	218.709030
30	27.000001	81.001911	218.706823
30 [20]	27.12702	80.98988	218.6996
30 [23]	27.00003	81.01719	218.70650
30 [25]	27.00068	81.02407	218.73673
30 [26]	27.00017	80.96848	218.70210
30 [32] ($h = 0.4$)	27.00000	80.999703	218.69966
30 [33]	27.00017	81.00044	218.70304
30 [34] ($h = 0.4$)	27.000582	81.001095	218.726082
30 [39]	27.00019	81.00045	218.70312
30 [40] ($h = 0.2$, $k = 0.05$)	26.93310	80.80028	218.16659

Tablo 4.52 de $t = 0$ ve $t = 15$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 2.0462 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 2.1996 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 3.0349 \times 10^{-1}$ iken $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 8.3558 \times 10^{-6}$, $\Delta I_2 = 1.9627 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 1.2762 \times 10^{-1}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan zaman adımı k küçüldükçe korunum sabitlerindeki değişimin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.52 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.5$ için $\Delta I_1 = 2.8401 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 6.7292$, $\Delta I_3 = 49.2568$; $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 2.0462 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 2.1996 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 3.0349 \times 10^{-1}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 2.1413 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.7946 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 6.4977 \times 10^{-1}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan korunum sabitlerindeki değişimlerin konum adımı $h = 0.5$ 'den $h =$

0.1'e küçüldüğünde azaldığı fakat $h = 0.05$ olduğunda ise $h = 0.1$ 'e göre arttığı görülmektedir.

Tablo 4.53 de $\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$ değerleri için (4.4.3) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçların karşılaştırılması verildi. Tablo 4.53 de hesaplanan korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve hem araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlarla hem de $I_1 = 78$, $I_2 = 655.2$, $I_3 = 5450.4$ analitik değerleri ile uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.52: SFY-4 ile Problem 3'ün h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)

h	t	k=0.1			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.5	0	77.9999790	649.055430	5451.148182	77.9999790	649.055430	5451.148182
	3	78.0000048	671.537541	5678.106578	78.0000057	678.600745	5781.321528
	6	78.0000083	657.807091	5514.354389	78.0000103	658.991295	5526.169608
	9	78.0000140	657.748027	5508.493195	78.0000181	659.019729	5521.794661
	12	78.0000234	656.033845	5501.558820	78.0000316	657.299850	5514.745315
	15	78.0000074	655.784615	5500.404993	77.9999430	657.070910	5513.657798
0.1	0	77.9999741	655.016905	5451.148182	77.9999741	655.016905	5451.148182
	3	77.9999999	651.880511	5394.366947	78.0000001	655.943050	5462.317779
	6	77.9999999	654.936782	5449.526291	78.0000001	655.133501	5451.926572
	9	77.9999999	655.087545	5451.575099	78.0000001	655.133084	5451.672191
	12	77.9999999	655.045337	5451.472867	78.0000001	655.048982	5451.331555
	15	77.9999946	655.038901	5451.451624	77.9999825	655.036532	5451.275806
0.05	0	77.9999734	655.211834	5451.148182	77.9999734	655.211834	5451.148182
	3	77.9999998	651.461822	5386.845721	78.0000000	655.407650	5451.362941
	6	77.9999998	655.069860	5449.195590	78.0000000	655.237040	5451.305994
	9	77.9999998	655.233521	5451.615576	78.0000000	655.237711	5451.253889
	12	77.9999998	655.255611	5451.773583	78.0000000	655.216864	5451.169969
	15	77.9999949	655.259480	5451.797956	77.9999836	655.213775	5451.156194

Tablo 4.53: SFY-4 ile Problem 3'ün hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)

t	I_1	I_2	I_3
0	77.999974	655.016905	5451.148182
3	78.000000	651.880511	5394.366947
6	78.000000	654.936782	5449.526291
9	78.000000	655.087545	5451.575099
12	78.000000	655.045337	5451.472867
15	77.999995	655.038901	5451.451624
15[20]	78.00490	652.3474	5412.232
15[22]	77.995390	652.810400	5411.6390
15[32] ($h = 0.4$)	77.999984	652.411538	5412.23185
15[34] ($h = 0.5$)	78.000222	655.341909	5452.481409
15[40] ($h = 0.1833$, $k = 0.05$)	77.86967	654.09104	5440.78956

Problem 4: Maxwellian Başlangıç Şartı

Bu problem için tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 40$ sonlu aralığında ve μ nün farklı değerleri için solitary dalga oluşumu incelendi. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 12$ 'ye kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.4.3) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve bu sonuçlar tablolar halinde verildi.

Tablo 4.54 de $t = 0$ ve $t = 12$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki değişim, $\mu = 0.01$ olmak üzere $h = 0.05$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.249 \times 10^{-13}$, $\Delta I_2 = 7.1025 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.5303 \times 10^{-2}$; $h = 0.05$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.077 \times 10^{-12}$, $\Delta I_2 = 7.4185 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 8.1208 \times 10^{-2}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 1.446 \times 10^{-11}$, $\Delta I_2 = 1.106 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 3.0417 \times 10^{-3}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.01$

için $\Delta I_1 = 1.015 \times 10^{-10}$, $\Delta I_2 = 3.5657 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 3.7941 \times 10^{-3}$ olarak elde edildi. Elde sonuçlara göre konum adımı h küçüldüğünde I_1 deki değişimin arttığı, I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı fakat zaman adımı k küçüldüğünde ise I_1 , I_2 ve I_3 deki değişimlerin arttığı görülmektedir.

Tablo 4.55 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki değişim, $\mu = 0.05$ olmak üzere $h = 0.05$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.392 \times 10^{-13}$, $\Delta I_2 = 1.5393 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 1.4853 \times 10^{-2}$; $h = 0.05$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 6.037 \times 10^{-12}$, $\Delta I_2 = 1.588 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 1.5597 \times 10^{-2}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 4.384 \times 10^{-11}$, $\Delta I_2 = 1.416 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 1.335 \times 10^{-4}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 1.932 \times 10^{-10}$, $\Delta I_2 = 6.5172 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 6.304 \times 10^{-4}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlara göre konum adımı h küçüldüğünde I_1 deki değişimin arttığı, I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı fakat zaman adımı k küçüldüğünde I_1 , I_2 ve I_3 deki değişimlerin arttığı görülmektedir.

Tablo 4.56 da $h = 0.05$, $k = 0.025$ olmak üzere $\mu = 0.01$ ve $\mu = 0.05$ için (4.4.3) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] da verilen sonuçlar karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin başlangıç değerlerinden çok fazla uzaklaşmadığı fakat referans [36] da verilen sonuçlara kıyasla daha az korunduğu görülmektedir.

Tablo 4.54: SFY-4 ile Problem 4'ün $\mu = 0.01$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri

h	t	k=0.05			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.772454	1.265816	1.023327	1.772454	1.265816	1.023327
	3	1.772454	1.226428	0.974692	1.772454	1.224005	0.969904
	6	1.772454	1.203549	0.952888	1.772454	1.200453	0.947045
	9	1.772454	1.197316	0.949166	1.772454	1.194160	0.943265
	12	1.772454	1.194791	0.948023	1.772454	1.191631	0.942119
0.01	0	1.772454	1.265846	1.023327	1.772454	1.265846	1.023327
	3	1.772454	1.266554	1.026198	1.772454	1.263862	1.020853
	6	1.772454	1.266289	1.026510	1.772454	1.262723	1.019777
	9	1.772454	1.266064	1.026411	1.772454	1.262407	1.019590
	12	1.772454	1.265957	1.026368	1.772454	1.262280	1.019533

Tablo 4.55: SFY-4 ile Problem 4'ün $\mu = 0.05$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri

h	t	k=0.05			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.772454	1.315823	1.023327	1.772454	1.315823	1.023327
	3	1.772454	1.307346	1.014795	1.772454	1.307041	1.014326
	6	1.772454	1.301594	1.009045	1.772454	1.301110	1.008313
	9	1.772454	1.300943	1.008656	1.772454	1.300450	1.007913
	12	1.772454	1.300431	1.008474	1.772454	1.299935	1.007730
0.01	0	1.772454	1.315974	1.023327	1.772454	1.315974	1.023327
	3	1.772454	1.315918	1.023433	1.772454	1.315614	1.022964
	6	1.772454	1.315870	1.023472	1.772454	1.315372	1.022720
	9	1.772454	1.315852	1.023467	1.772454	1.315344	1.022704
	12	1.772454	1.315832	1.023460	1.772454	1.315322	1.022696

Tablo 4.56: SFY-4 ile Problem 4'ün $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] dakilerin karşılaştırılması

μ	t	SFY 4			[36]		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.77245	1.31582	1.02333	1.77245	1.31598	1.02333
	3	1.77245	1.30711	1.01443	1.77245	1.31648	1.02356
	6	1.77245	1.30122	1.00847	1.77245	1.31619	1.02340
	9	1.77245	1.30056	1.00808	1.77245	1.31617	1.02339
	12	1.77245	1.30004	1.00789	1.77245	1.31612	1.02339
0.01	0	1.77245	1.26582	1.02333	1.77245	1.26585	1.02333
	3	1.77245	1.22454	0.97095	1.77245	1.26632	1.02330
	6	1.77245	1.20113	0.94832	1.77245	1.26599	1.02294
	9	1.77245	1.19485	0.94455	1.77245	1.26639	1.02295
	12	1.77245	1.19232	0.94291	1.77245	1.26567	1.02293

4.5 Sonlu Fark Yaklaşımı-5 (SFY-5)

EW denklemini

$$U_t + \frac{1}{2}U_x^2 - \mu U_{xxt} = 0 \quad (4.5.1)$$

şeklinde yazılabilir. (4.5.1) ile verilen EW denkleminde U_x^2 terimi yerine

$$U_x^2 \cong \frac{1}{2} \frac{U_{m-2,n+1}^2 - 8U_{m-1,n+1}^2 + 8U_{m+1,n+1}^2 - U_{m+2,n+1}^2}{12h} + \frac{1}{2} \frac{U_{m-2,n}^2 - 8U_{m-1,n}^2 + 8U_{m+1,n}^2 - U_{m+2,n}^2}{12h}$$

sonlu fark yaklaşımı, U_t ve U_{xxt} yerlerine de sırasıyla (4.1.3) ve (4.3.2) ile verilen sonlu fark yaklaşımları yazılırsa $n = 0(1)N$, $m = 2(1)M - 2$ için

$$\begin{aligned} & \frac{U_{m,n+1} - U_{m,n}}{k} + \frac{U_{m-2,n+1}^2 - 8U_{m-1,n+1}^2 + 8U_{m+1,n+1}^2 - U_{m+2,n+1}^2}{48h} + \\ & \frac{U_{m-2,n}^2 - 8U_{m-1,n}^2 + 8U_{m+1,n}^2 - U_{m+2,n}^2}{48h} - \\ & \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m-2,n+1} + 16U_{m-1,n+1} - 30U_{m,n+1} + 16U_{m+1,n+1} - U_{m+2,n+1}}{12h^2} \right) + \\ & \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m-2,n} + 16U_{m-1,n} - 30U_{m,n} + 16U_{m+1,n} - U_{m+2,n}}{12h^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.5.2)$$

cebirsel denklem sistemi elde edilir.

$$\delta_x U_{m,n} = U_{m-2,n} - 8U_{m-1,n} + 8U_{m+1,n} - U_{m+2,n}$$

şeklinde tanımlanan δ merkezi fark operatörünü kullanarak (4.5.2) denklemini

$$\begin{aligned} & \frac{U_{m,n+1} - U_{m,n}}{k} + \frac{1}{48h} \{ (\delta_x U_{m,n+1}^2) + (\delta_x U_{m,n}^2) \} - \\ & \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m-2,n+1} + 16U_{m-1,n+1} - 30U_{m,n+1} + 16U_{m+1,n+1} - U_{m+2,n+1}}{12h^2} \right) + \\ & \frac{\mu}{k} \left(\frac{-U_{m-2,n} + 16U_{m-1,n} - 30U_{m,n} + 16U_{m+1,n} - U_{m+2,n}}{12h^2} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

olarak yazılabilir. Bu sistem non-lineer cebirsel denklem sistemi olduğundan iteratif yöntemlerden biri yardımıyla çözülebilir. Burada (4.5.3) non-lineer sistemi lineerleştirildikten sonra direkt yöntemlerden biri yardımıyla çözülecektir. Bunun için $U_{m,n+1}^2$ teriminin (m, n) noktasında Taylor seri açılımı

$$\begin{aligned} U_{m,n+1}^2 &= U_{m,n}^2 + k \frac{\partial U_{m,n}^2}{\partial t} + \dots \\ &= U_{m,n}^2 + k \frac{\partial U_{m,n}^2}{\partial U_{m,n}} \frac{\partial U_{m,n}}{\partial t} + \dots \end{aligned}$$

dir. Buradan

$$U_{m,n+1}^2 \cong U_{m,n}^2 + 2U_{m,n}(U_{m,n+1} - U_{m,n}) \quad (4.5.4)$$

yazılabilir. (4.5.4) yaklaşımı (4.5.3) de yerine yazılır ve sonra

$$W_m = U_{m,n+1} - U_{m,n} \quad (4.5.5)$$

dönüşümü uygulanırsa

$$\begin{aligned} &\left(\frac{U_{m-2,n}}{24h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) W_{m-2} - \left(\frac{8U_{m-1,n}}{24h} + \frac{16\mu}{12kh^2} \right) W_{m-1} + \left(\frac{1}{k} + \frac{30\mu}{12kh^2} \right) W_m + \\ &\left(\frac{8U_{m+1,n}}{24h} - \frac{16\mu}{12kh^2} \right) W_{m+1} + \left(\frac{-U_{m+2,n}}{24h} + \frac{\mu}{12kh^2} \right) W_{m+2} \\ &= \frac{-U_{m-2,n}^2 + 8U_{m-1,n}^2 - 8U_{m+1,n}^2 + U_{m+2,n}^2}{24h}, \quad \begin{matrix} n = 0(1)N \\ m = 2(1)M - 2 \end{matrix} \end{aligned} \quad (4.5.6)$$

lineer sonlu fark denklemi elde edilir. Bu fark denkleminde her bir zaman adımında lineer bir cebirsel denklem sistemi bulunur. (4.5.1) EW denkleminde karşılık gelen (4.5.6) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi her bir zaman adımında direkt yöntemlerden biri yardımıyla çözülür. Böylece, $(n + 1)$ -inci zaman adımıdaki çözüm (4.5.5) den $U_{m,n+1} = U_{m,n} + W_m$ olarak kolayca elde edilir.

4.5.1 Kararlılık Analizi

(4.5.1) ile verilen EW denkleminin (4.5.3) sonlu fark yaklaşımının kararlılık analizi von Neumann yöntemi kullanılarak incelendi. Bunun için (4.5.3) sonlu fark yaklaşımında $U_{m,n}$ yerine $U_{m,n}^*$ pertürbe edilmiş değeri yazılır ve sonra (4.5.3) denkleminden çıkartılırsa

$$\begin{aligned}
& \frac{(U_{m,n+1}^* - U_{m,n+1} - (U_{m,n}^* - U_{m,n}))}{k} + \frac{1}{2} \frac{U_{m-2,n+1}^{*2} - U_{m-2,n+1}^2}{24h} + \\
& \frac{1 - 8(U_{m-1,n+1}^{*2} - U_{m-1,n+1}^2) + 8(U_{m+1,n+1}^{*2} - U_{m+1,n+1}^2) - (U_{m+2,n+1}^{*2} - U_{m+2,n+1}^2)}{24h} + \\
& \frac{1}{2} \frac{U_{m-2,n}^{*2} - U_{m-2,n}^2 - 8(U_{m-1,n}^{*2} - U_{m-1,n}^2) + 8(U_{m+1,n}^{*2} - U_{m+1,n}^2) - (U_{m+2,n}^{*2} - U_{m+2,n}^2)}{24h} - \\
& \frac{\mu - (U_{m-2,n+1}^* - U_{m-2,n+1}) + 16(U_{m-1,n+1}^* - U_{m-1,n+1}) - 30(U_{m,n+1}^* - U_{m,n+1})}{k} - \\
& \frac{\mu}{k} \frac{16(U_{m+1,n+1}^* - U_{m+1,n+1}) - (U_{m+2,n+1}^* - U_{m+2,n+1})}{12h^2} + \\
& \frac{\mu - (U_{m-2,n}^* - U_{m-2,n}) + 16(U_{m-1,n}^* - U_{m-1,n}) - 30(U_{m,n}^* - U_{m,n})}{k} + \\
& \frac{\mu}{k} \frac{16(U_{m+1,n}^* - U_{m+1,n}) - (U_{m+2,n}^* - U_{m+2,n})}{12h^2} = 0 \tag{4.5.7}
\end{aligned}$$

yaklaşımı elde edilir. U değerlerinin küçük bir bölge üzerinde hataya göre daha az değiştiği kabul edilirse

$$U_{m-2,n} \simeq U_{m-1,n} \simeq U_{m,n} \simeq U_{m+1,n} \simeq U_{m+2,n} \simeq U_{m-2,n+1} \simeq$$

$$U_{m-1,n+1} \simeq U_{m,n+1} \simeq U_{m+1,n+1} \simeq U_{m+2,n+1}$$

dir. $E_{m,n} = U_{m,n}^* - U_{m,n}$ ile tanımlanan $E_{m,n}$ hatasının her m, n için $U_{m,n}$ ye kıyasla yeterince küçük olduğu kabul edilirse

$$U_{m,n}^{*2} - U_{m,n}^2 = (E_{m,n} + U_{m,n})^2 - U_{m,n}^2 \cong 2E_{m,n}U_{m,n}$$

yazılabilir. Bu varsayımlar kullanılır ve $E_{m,n} = e^{i\beta m h} \xi^n$ ($i = \sqrt{-1}$) Fourier modu (4.5.7) yaklaşımında yerine yazılırsa

$$\xi = \frac{1 - U_m^n k \frac{e^{-2i\beta h} - 8e^{-i\beta h} + 8e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}}{24h} - \mu \frac{-e^{-2i\beta h} + 16e^{-i\beta h} - 30 + 16e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}}{12h^2}}{1 + U_m^n k \frac{e^{-2i\beta h} - 8e^{-i\beta h} + 8e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}}{24h} - \mu \frac{-e^{-2i\beta h} + 16e^{-i\beta h} - 30 + 16e^{i\beta h} - e^{2i\beta h}}{12h^2}}$$

elde edilir. Bu eşitlik $e^{i\beta h} = \cos \beta h + i \sin \beta h$ Euler formulünün kullanılmasıyla

$$\xi = \frac{1 - U_m^n k \frac{-i \sin 2\beta h + 8i \sin \beta h}{12h} - \mu \frac{(-\cos 2\beta h + 16 \cos \beta h - 15)}{6h^2}}{1 + U_m^n k \frac{-i \sin 2\beta h + 8i \sin \beta h}{12h} - \mu \frac{(-\cos 2\beta h + 16 \cos \beta h - 15)}{6h^2}}$$

veya $a = 1 - \mu \frac{(-\cos 2\beta h + 16 \cos \beta h - 15)}{6h^2}$, $b = U_m^n k \frac{-\sin 2\beta h + 8 \sin \beta h}{12h}$ olmak üzere

$$\xi = \frac{a - ib}{a + ib} \quad (4.5.8)$$

olur. (4.5.7) yaklaşımının kararlı olabilmesi için $|\xi| \leq 1$ olmalıdır. (4.5.8) den $|\xi| = 1$ olduğu açıkça görülür. Böylece (4.5.7) yaklaşımı şartsız kararlıdır.

4.5.2 Nümerik Çözümler

Bu kısımda (3.1.1) EW denklemi için (4.5.6) ile verilen sonlu fark yaklaşımı Bölüm 3.2 deki her bir model probleme uygulandı ve elde edilen sonuçlar tablolar halinde sunuldu.

Problem 1: Tek Solitary Dalganın Hareketi

Bu problemde tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 30$ sonlu aralığında yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 80$ 'e kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.5.6) sonlu fark

yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) ve (3.2.2) denklemlerinde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri ile hata normları hesaplandı ve tablolar halinde verildi.

Tablo 4.57 de $t = 0$ ve $t = 80$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $h = 0.03$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 9.28 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.2832 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.75843 \times 10^{-9}$; $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 9.28 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.2825 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.75659 \times 10^{-9}$; $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 9.28 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.2825 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.75646 \times 10^{-9}$ olarak elde edildi. $t = 80$ zaman adımında $k = 0.1$, 0.05 ve 0.01 değerleri için L_2 hata normu sırasıyla 0.04172×10^{-3} , 0.03870×10^{-3} ve 0.03849×10^{-3} iken L_∞ hata normu 0.05308×10^{-3} olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan zaman adımı k küçüldükçe korunum sabitlerinde ve hata normlarında önemli ölçüde değişim olmadığı görülmektedir.

Tablo 4.58 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $k = 0.05$ olmak üzere $h = 0.3$ için $\Delta I_1 = 8.05 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 2.2723 \times 10^{-7}$, $\Delta I_3 = 1.7004 \times 10^{-9}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 9.19 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 3.4974 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.762 \times 10^{-9}$; $h = 0.03$ için $\Delta I_1 = 9.28 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.2825 \times 10^{-8}$, $\Delta I_3 = 1.7566 \times 10^{-9}$ olarak elde edildi. $t = 80$ zamanı adımında $h = 0.3$, 0.05 ve 0.03 değerleri için L_2 hata normu sırasıyla 0.32679×10^{-3} , 0.03846×10^{-3} , 0.03870×10^{-3} iken L_∞ hata normu 0.21017×10^{-3} , 0.05218×10^{-3} , 0.05308×10^{-3} olarak hesaplandı. Bu sonuçlara göre konum adımı $h = 0.3$ ' den $h = 0.05$ 'e küçüldüğünde I_1 ve I_3 deki değişimler az da olsa artarken I_2 deki değişimin azaldığı, fakat $h = 0.03$ olduğunda ise $h = 0.05$ 'e göre I_1 ve I_2 deki değişimlerin çok az arttığı I_3 deki değişimin ise azaldığı görülmektedir. Ayrıca hata normlarında kayda değer ölçüde değişim olmadığı görülmektedir.

Tablo 4.59 da $\mu = 1$, $c = 0.1$, $0 \leq x \leq 30$, $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için (4.5.6) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri ve hata normlarının değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçların karşılaştırılması verildi. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı ve $I_1 = 1.2$, $I_2 = 0.288$, $I_3 = 0.0576$ analitik değerleri ile de uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca Tabloda 4.59 da (4.5.6) sonlu fark yaklaşımı kullanılarak elde edilen L_2 ve L_∞ hata normlarının referans [14, 16, 24, 26, 31, 39] da verilen sonuçlardan daha iyi olduğu ve referans [36] ile verilen L_2 den daha küçük ve L_∞ dan çok az büyük olduğu görülmektedir.

Problem 2: İki Solitary Dalganın Girişimi

Bu problemde tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 80$ sonlu aralığında yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 30$ 'a kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.5.6) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve bu sonuçlar tablolar halinde sunuldu.

Tablo 4.60 da $t = 0$ ve $t = 30$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 3.4941 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.2032 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 2.8456 \times 10^{-4}$ iken $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.4957 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.1999 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 1.259 \times 10^{-7}$ dir. Bu sonuçlara göre zaman adımı k küçüldükçe I_1 ve I_2 korunum sabitlerinde önemli ölçüde değişim olmazken I_3 deki değişim azalmaktadır.

Tablo 4.60 da I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.5$ için $\Delta I_1 = 2.911 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 7.1778 \times 10^{-1}$,

Tablo 4.57: SFY-5 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

k	t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0.1	0	1.199946	0.28799999	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.200014	0.28800005	0.057600002	0.02442	0.03356
	20	1.200039	0.28800005	0.057600002	0.03322	0.04591
	30	1.200048	0.28800005	0.057600002	0.03670	0.05045
	40	1.200052	0.28800005	0.057600002	0.03825	0.05212
	60	1.200052	0.28800005	0.057600002	0.03988	0.05296
	70	1.200048	0.28800005	0.057600002	0.04064	0.05305
	80	1.200039	0.28800005	0.057600002	0.04172	0.05308
0.05	0	1.199946	0.28799999	0.057600002	0.00000	0.00000
	10	1.200014	0.28800005	0.057600002	0.02435	0.03356
	20	1.200039	0.28800005	0.057600002	0.03300	0.04591
	30	1.200048	0.28800005	0.057600002	0.03626	0.05045
	40	1.200052	0.28800005	0.057600002	0.03748	0.05212
	60	1.200052	0.28800005	0.057600002	0.03816	0.05306
	70	1.200048	0.28800005	0.057600002	0.03831	0.05305
	80	1.200039	0.28800005	0.057600002	0.03870	0.05308
0.01	0	1.199946	0.28799999	0.057600002	0.00000	0.00000
	10	1.200014	0.28800005	0.057600002	0.02434	0.03360
	20	1.200039	0.28800005	0.057600002	0.03399	0.04591
	30	1.200048	0.28800005	0.057600002	0.03623	0.05045
	40	1.200052	0.28800005	0.057600002	0.03743	0.05212
	60	1.200052	0.28800005	0.057600002	0.03804	0.05306
	70	1.200048	0.28800005	0.057600002	0.03815	0.05305
	80	1.200039	0.28800005	0.057600002	0.03849	0.05308

$\Delta I_3 = 2.5976 \times 10^{-3}$; $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 3.49 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.2032 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 2.8456 \times 10^{-4}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.57 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 8.0626 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 2.8949 \times 10^{-4}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlara göre konum adımı $h = 0.5$ ' den $h = 0.1$ 'e küçüldüğünde I_2 ve I_3 deki değişimler azalırken I_1 deki değişimin az da olsa arttığı, $h = 0.05$ olduğunda ise $h = 0.1$ 'e göre I_1 ve I_3 deki değişimlerin çok az arttığı I_2 deki değişimin ise azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.61 de $\mu = 1$, $c_1 = 1, 5$, $c_2 = 0, 75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$ ve $0 \leq x \leq 80$

Tablo 4.58: SFY-5 ile Problem 1'in $k = 0.05$ ve h nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

h	t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0.3	0	1.199953	0.28797472	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.200008	0.28797483	0.057600002	0.11179	0.09167
	20	1.200034	0.28797495	0.057600002	0.19331	0.15834
	30	1.200043	0.28797497	0.057600002	0.24378	0.17862
	40	1.200047	0.28797496	0.057600002	0.27336	0.18168
	60	1.200047	0.28797495	0.057600002	0.30520	0.19584
	70	1.200043	0.28797495	0.057600002	0.31634	0.20053
	80	1.200034	0.28797495	0.057600002	0.32679	0.21017
0.05	0	1.199947	0.28799998	0.057600000	0.00000	0.00000
	10	1.200013	0.28800001	0.057600002	0.02435	0.03299
	20	1.200039	0.28800001	0.057600002	0.03279	0.04513
	30	1.200048	0.28800001	0.057600002	0.03600	0.04960
	40	1.200051	0.28800001	0.057600002	0.03722	0.05124
	60	1.200051	0.28800001	0.057600002	0.03790	0.05206
	70	1.200048	0.28800001	0.057600002	0.03806	0.05215
	80	1.200039	0.28800001	0.057600002	0.03846	0.05218
0.03	0	1.199946	0.28799999	0.057600002	0.00000	0.00000
	10	1.200014	0.28800005	0.057600002	0.02435	0.03356
	20	1.200039	0.28800005	0.057600002	0.03300	0.04591
	30	1.200048	0.28800005	0.057600002	0.03626	0.05045
	40	1.200052	0.28800005	0.057600002	0.03748	0.05212
	60	1.200052	0.28800005	0.057600002	0.03816	0.05306
	70	1.200048	0.28800005	0.057600002	0.03831	0.05305
	80	1.200039	0.28800005	0.057600002	0.03870	0.05308

değerleri için (4.5.6) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçların karşılaştırılması verildi. (4.5.6) yaklaşımı kullanılarak elde edilen korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı görülmektedir. Hesaplanan korunum sabitlerinin diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlarla ve $I_1 = 27$, $I_2 = 81$, $I_3 = 218.7$ analitik değerleri ile uyumlu olduğu görülmektedir. Korunum sabitlerinin analitik değerleri

Tablo 4.59: SFY-5 ile Problem 1'in $h = 0.03$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları ($\mu = 1$, $c = 0.1$, $x_0 = 10$ ve $0 \leq x \leq 30$)

t	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
0	1.19995	0.287	0.0576	0.00000	0.00000
10	1.20001	0.288	0.0576	0.02435	0.03356
20	1.20004	0.288	0.0576	0.03300	0.04591
30	1.20005	0.288	0.0576	0.03626	0.05045
40	1.20005	0.2880	0.0576	0.03748	0.05212
50	1.20005	0.288	0.0576	0.03795	0.05274
60	1.20005	0.288	0.0576	0.03816	0.05306
70	1.20005	0.288	0.0576	0.03831	0.05305
80	1.20004	0.288	0.0576	0.03870	0.05308
80 [14]	1.19100	0.28550	0.5582	3.849	2.646
80 [16]	1.1964	0.2858	0.05582	7.444	4.373
80 [19]	1.19998	0.28798	0.05759	0.056	0.053
80 [23]	1.19995	0.28798	0.05759	0.029	0.021
80 [24]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
80 [25]	1.19999	0.28801	0.0576	0.003	0.002
80 [26]	1.20004	0.28799	0.0576	0.125	0.073
80 [31]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
80 [36]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03882	0.05151
80 [39]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03962	0.05446

ile $t = 25$ zamanındaki sunulan yaklaşım ile elde edilen nümerik değerleri arasındaki mutlak fark $\Delta I_1 = 1.7605 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 4.27 \times 10^{-5}$, $\Delta I_3 = 1.5632 \times 10^{-3}$ iken referans [23] de $\Delta I_1 = 5 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 1.749 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.17 \times 10^{-3}$; referans [26] da $\Delta I_1 = 1.7 \times 10^{-4}$, $\Delta I_2 = 3.149 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 6 \times 10^{-4}$ tür.

Problem 3: Üç Solitary Dalganın Girişimi

Tüm hesaplamalar için $0 \leq x \leq 100$ sonlu aralığı kullanıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 15$ 'e kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.5.6) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas

Tablo 4.60: SFY-5 ile Problem 2'nin h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $0 \leq x \leq 80$)

h	t	k=0.1			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.5	0	26.999859	80.232733	218.702832	26.999859	80.232733	218.702832
	5	27.000150	80.950141	218.699233	27.000150	80.951198	218.702793
	10	27.000150	80.942650	218.659915	27.000151	80.949651	218.702390
	15	27.000150	80.900808	218.323844	27.000151	80.960425	218.699018
	20	27.000151	80.943618	218.650763	27.000151	80.952511	218.702328
	25	27.000151	80.951094	218.698695	27.000151	80.952328	218.702789
	30	27.000151	80.950509	218.700235	27.000151	80.951444	218.702803
0.1	0	26.999827	80.968331	218.702832	26.999827	80.968331	218.702832
	5	27.000176	81.000253	218.702123	27.000176	81.000329	218.702822
	10	27.000176	80.994045	218.662036	27.000176	81.000263	218.702411
	15	27.000176	80.940794	218.323696	27.000176	80.999747	218.699016
	20	27.000176	80.992249	218.653163	27.000176	81.000254	218.702352
	25	27.000176	81.000043	218.701563	27.000176	81.000329	218.702818
	30	27.000176	81.000363	218.703117	27.000176	81.000330	218.702832
0.05	0	26.999822	80.992386	218.702832	27.999822	80.992386	218.702832
	5	27.000179	81.000339	218.702128	27.000179	81.000413	218.702822
	10	27.000179	80.994132	218.662039	27.000179	81.000349	218.702411
	15	27.000179	80.940864	218.323696	27.000179	80.999816	218.699016
	20	27.000179	80.992332	218.653167	27.000179	81.000336	218.702352
	25	27.000179	81.000127	218.701568	27.000179	81.000411	218.702818
	30	27.000179	81.000449	218.703122	27.000179	81.000414	218.702832

algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve tablolar halinde verildi.

Tablo 4.62 de $t = 0$ ve $t = 15$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark, $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için $\Delta I_1 = 4.711 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.6823 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.9718 \times 10^{-1}$ iken $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.612 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 9.3748 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 1.1310 \times 10^{-3}$ olarak elde edildi. Bu sonuçlardan zaman adımı k küçüldüğünde korunum sabitlerindeki değişimin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.61: SFY-5 ile Problem 2'nin hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_1 = 10$ ve $x_2 = 25$)

t	I_1	I_2	I_3
1	26.999827	80.968331	218.702832
5	27.000176	81.000253	218.702123
10	27.000176	80.994045	218.662036
15	27.000176	80.940794	218.323696
20	27.000176	80.992249	218.653163
25	27.000176	81.000043	218.701563
30	27.000176	81.000363	218.703117
30 [20]	27.12702	80.98988	218.6996
30 [23]	27.00003	81.01719	218.70650
30 [25]	27.00068	81.02407	218.73673
30 [26]	27.00017	80.96848	218.70210
30 [32] ($h = 0.4$)	27.00000	80.999703	218.69966
30 [33]	27.00017	81.00044	218.70304
30 [34] ($h = 0.4$)	27.000582	81.001095	218.726082
30 [39]	27.00019	81.00045	218.70312
30 [40] ($h = 0.2$, $k = 0.05$)	26.93310	80.80028	218.16659

Tablo 4.62 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak değişim, $k = 0.1$ olmak üzere $h = 0.5$ için $\Delta I_1 = 4.3212 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 4.5193 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 1.3385 \times 10^{-1}$; $h = 0.1$ için $\Delta I_1 = 4.711 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.6823 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.9718 \times 10^{-1}$; $h = 0.05$ için $\Delta I_1 = 5.316 \times 10^{-5}$, $\Delta I_2 = 5.9384 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 7.9830 \times 10^{-1}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlara göre konum adımı h küçülmesine rağmen korunum sabitlerindeki değişimin az da olsa arttığı görülmektedir.

Tablo 4.63 de $\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$ değerleri için (4.5.6) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitlerinin değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçların karşılaştırılması verildi. (4.5.6) yaklaşımı kullanılarak

elde edilen korunum sabitlerinin simülasyon boyunca hemen hemen sabit kaldığı görülmektedir. Hesaplanan korunum sabitlerinin diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlarla ve $I_1 = 78$, $I_2 = 655.2$, $I_3 = 5450.4$ analitik değerleri ile uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 4.62: SFY-5 ile Problem 3'ün h ve k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)

h	t	k=0.1			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.5	0	77.999979	649.055430	5451.14818	77.9999790	649.055430	5451.14818
	3	78.000022	647.667336	5384.23693	78.0000224	652.011918	5450.40207
	6	78.000022	649.039269	5448.49135	78.0000224	649335722	5451.12306
	9	78.000022	649.362326	5451.00177	78.0000224	649.497739	5451.13973
	12	78.000022	649.103541	5451.24306	78.0000224	649.204543	5451.14212
	15	78.000022	649.100623	5451.28203	78.0000224	649.198096	5451.14248
0.1	0	77.999974	655.016905	5451.14818	77.9999741	655.016905	5451.14818
	3	78.000026	651.163992	5384.36617	78.0000263	655.087178	5450.40173
	6	78.000026	654.860774	5449.11401	78.0000263	655.021788	5454.12964
	9	78.000026	655.035156	5451.66010	78.0000263	655.029348	5451.14652
	12	78.000026	655.066761	5451.90562	78.0000263	655.018005	5451.14894
	15	78.000026	655.073728	5451.94536	78.0000102	655.017843	5451.14931
0.05	0	77.999973	655.211834	5451.14818	77.9999734	655.211834	5451.14818
	3	78.000027	651.285336	5384.36641	78.0000268	655.196123	5450.40173
	6	78.000027	655.053605	5449.11507	78.0000268	655.211885	5451.12965
	9	78.000027	655.223279	5451.66122	78.0000268	655.214600	5451.14653
	12	78.000027	655.263968	5451.90674	78.0000268	655.212089	5451.14896
	15	78.000027	655.271218	5451.94648	78.0000268	655.212100	5451.14933

Problem 4: Maxwellian Başlangıç Şartı

Bu problem için tüm hesaplamalar $0 \leq x \leq 40$ sonlu aralığında ve μ nın farklı değerleri için solitary dalga oluşumu incelendi. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 12$ 'ye kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.5.6) sonlu fark yaklaşımından elde edilen

Tablo 4.63: SFY-5 ile Problem 3'ün hesaplanan korunum sabitleri ($\mu = 1$, $c_1 = 4.5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $x_1 = 10$, $h = 0.1$, $k = 0.1$, $x_2 = 25$ ve $x_3 = 35$)

t	I_1	I_2	I_3
0	77.999974	655.016905	5451.14818
3	78.000026	651.163992	5384.36617
6	78.000026	654.860774	5449.11401
9	78.000026	655.035156	5451.66010
12	78.000026	655.066761	5451.90562
15	78.000026	655.073728	5451.94536
15[20]	78.00490	652.3474	5412.232
15[22]	77.995390	652.810400	5411.6390
15[32] ($h = 0.4$)	77.999984	652.411538	5412.23185
15[34] ($h = 0.5$)	78.000222	655.341909	5452.481409
15[40] ($h = 0.1833$, $k = 0.05$)	77.86967	654.09104	5440.78956

lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı ve bu sonuçlar tablolar halinde verildi.

Tablo 4.64 de $t = 0$ ve $t = 12$ zamanlarında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki mutlak fark, $\mu = 0.01$ olmak üzere $h = 0.05$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_2 = 7.9118 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 7.08845 \times 10^{-3}$; $h = 0.05$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_2 = 1.149 \times 10^{-2}$, $\Delta I_3 = 2.828 \times 10^{-4}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 2 \times 10^{-15}$, $\Delta I_2 = 3.374 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 7.159 \times 10^{-3}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 3.109 \times 10^{-15}$, $\Delta I_2 = 3.2 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 2.86 \times 10^{-4}$ olarak hesaplandı. Bu sonuçlardan konum adımı h küçüldüğünde I_2 deki değişimin azaldığı ve I_3 deki değişimin arttığı; $h = 0.05$ iken zaman adımı k küçüldüğünde I_2 deki değişimin arttığı I_3 deki değişimin azaldığı; $h = 0.01$ iken k küçüldüğünde ise I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.65 de I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerindeki değişim, $\mu = 0.05$ olmak üzere $h = 0.05$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 2.886 \times 10^{-15}$, $\Delta I_2 = 1.8354 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 7.9604 \times 10^{-4}$; $h = 0.05$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 1.776 \times 10^{-15}$, $\Delta I_2 = 2.343 \times 10^{-3}$, $\Delta I_3 = 3.185 \times 10^{-5}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.05$ için $\Delta I_1 = 3.3307 \times 10^{-15}$, $\Delta I_2 = 4.373 \times 10^{-4}$, $\Delta I_3 = 7.966 \times 10^{-4}$; $h = 0.01$ ve $k = 0.01$ için $\Delta I_1 = 1.0658 \times 10^{-14}$, $\Delta I_2 = 7.337 \times 10^{-5}$, $\Delta I_3 = 3.187 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı. Elde edilen sonuçlardan konum adımı h küçüldüğünde I_2 deki değişimin azaldığı ve I_1 ve I_3 deki değişimlerin arttığı; $h = 0.05$ iken zaman adımı k küçüldüğünde I_2 deki değişimin arttığı I_1 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı, $h = 0.01$ iken k küçüldüğünde ise I_1 deki değişimin arttığı I_2 ve I_3 deki değişimlerin azaldığı görülmektedir.

Tablo 4.66 da $h = 0.05$, $k = 0.025$ olmak üzere $\mu = 0.01$ ve $\mu = 0.05$ için (4.5.6) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] da verilen sonuçlar karşılaştırıldı. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin başlangıç değerlerinden çok fazla uzaklaşmadığı ve referans [36] da verilen sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir.

Problem 5: Ardışık Dalga Oluşumu

Bu problem için tüm hesaplamalar $-20 \leq x \leq 50$ sonlu aralığında $U(-20, t) = U_0$ ve $U(50, t) = 0$ sınır şartları seçilerek yapıldı. Simülasyon $t = 0$ 'dan $t = 800$ zamanına kadar çalıştırıldı. Her bir zaman adımında (4.5.6) sonlu fark yaklaşımından elde edilen lineer cebirsel denklem sistemi h ve k nın farklı değerleri için Thomas algoritması kullanılarak çözüldü. Elde edilen U_m^n yaklaşık çözümleri (3.2.1) denkleminde kullanılarak korunum sabitlerinin yaklaşık değerleri hesaplandı.

Tablo 4.67 de $d = 5$, $h = 0.07$ ve Tablo 4.68 de $d = 5$, $h = 0.1$ değerleri ile k

Tablo 4.64: SFY-5 ile Problem 4'ün $\mu = 0.01$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri

h	t	k=0.05			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.772454	1.265816	1.023327	1.772454	1.265816	1.023327
	3	1.772454	1.261605	1.028866	1.772454	1.258970	1.023549
	6	1.772454	1.259079	1.030304	1.772454	1.255604	1.023605
	9	1.772454	1.258241	1.030395	1.772454	1.254680	1.023609
	12	1.772454	1.257904	1.030411	1.772454	1.254325	1.023610
0.01	0	1.772454	1.265846	1.023327	1.772454	1.265846	1.023327
	3	1.772454	1.268378	1.028917	1.772454	1.265677	1.023550
	6	1.772454	1.269157	1.030377	1.772454	1.265574	1.023608
	9	1.772454	1.269213	1.030470	1.772454	1.265540	1.023612
	12	1.772454	1.269220	1.030486	1.772454	1.265526	1.023612

nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri verildi. Simülasyon boyunca I_1 , I_2 ve I_3 büyüklükleri sabit kalmayıp Tablo 4.67 de $d = 5$ ve $h = 0.07$ olmak üzere $k = 0.5$ için korunum sabitlerindeki lineer değişim oranları $M_1 = 4.99567 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6528 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.4907 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.99566 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6511 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.4870 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı.

Tablo 4.68 de $d = 5$ ve $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için korunum sabitlerinin lineer değişim oranları $M_1 = 4.99566 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.64394 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.48712 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.99566 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.64388 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.4870 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı.

Bu sonuçlara göre k zaman adımı ve konum adımı h küçüldüğünde korunum sabitlerinin lineer artış oranlarında önemli ölçüde değişiklik olmadığı görülmektedir.

Tablo 4.69 da $h = 0.07$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$ değerleri için (4.5.6) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın konumu ve genliği ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle

Tablo 4.65: SFY-5 ile Problem 4'ün $\mu = 0.05$ değeri için hesaplanan korunum sabitleri

h	t	k=0.05			k=0.01		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.772454	1.315823	1.023327	1.772454	1.315823	1.023327
	3	1.772454	1.314702	1.023815	1.772454	1.314398	1.023346
	6	1.772454	1.314116	1.024109	1.772454	1.313620	1.023358
	9	1.772454	1.314067	1.024121	1.772454	1.313562	1.023359
	12	1.772454	1.313988	1.024123	1.772454	1.313480	1.023359
0.01	0	1.772454	1.315974	1.023327	1.772454	1.315974	1.023327
	3	1.772454	1.316233	1.023815	1.772454	1.315929	1.023346
	6	1.772454	1.316405	1.024110	1.772454	1.315905	1.023358
	9	1.772454	1.316412	1.024122	1.772454	1.315903	1.023359
	12	1.772454	1.316411	1.024123	1.772454	1.315900	1.023359

elde edilen nümerik sonuçlarla karşılaştırıldı. Tablo 4.73 de M_1, M_2 ve M_3 lineer artış oranlarının hem analitik değerleri ile hemde diğer araştırmacılar tarafından elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca $t = 800$ zaman adımında öncü dalganın konumunun referans [19, 23, 25, 26, 33] dakilerle aynı olduğu ve öncü dalganın genliğinin diğer çalışmalardakilerle uyumlu olduğu görüldü.

Tablo 4.70 de $d = 2$, $h = 0.07$ ve Tablo 4.71 de $d = 2$, $h = 0.1$ değerleri ile k nın farklı değerleri için hesaplanan korunum sabitleri verildi. Similasyon boyunca I_1 , I_2 ve I_3 büyüklükleri sabit kalmayıp Tablo 4.70 de $d = 2$ ve $h = 0.07$ olmak üzere $k = 0.5$ için korunum sabitlerindeki lineer değişim oranları $M_1 = 4.99997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6606 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.50419 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.99997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6587 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.50004 \times 10^{-5}$ olarak hesaplandı.

Tablo 4.71 de $d = 2$ ve $h = 0.1$ olmak üzere $k = 0.1$ için korunum sabitlerindeki lineer değişim oranları $M_1 = 4.99997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6504 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5002 \times 10^{-5}$; $k = 0.05$ için $M_1 = 4.99997 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.6504 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.50004 \times 10^{-5}$ olarak

Tablo 4.66: SFY-5 ile Problem 4'ün $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ile referans [36] dakilerin karşılaştırılması

μ	t	SFY 5			[36]		
		I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0.05	0	1.77245	1.31582	1.02333	1.77245	1.31598	1.02333
	3	1.77245	1.31446	1.02345	1.77245	1.31648	1.02356
	6	1.77245	1.31373	1.02352	1.77245	1.31619	1.02340
	9	1.77245	1.31367	1.02353	1.77245	1.31617	1.02339
	12	1.77245	1.31359	1.02353	1.77245	1.31612	1.02339
0.01	0	1.77245	1.26582	1.02333	1.77245	1.26585	1.02333
	3	1.77245	1.25955	1.02471	1.77245	1.26632	1.02330
	6	1.77245	1.25636	1.02507	1.77245	1.26599	1.02294
	9	1.77245	1.25546	1.02509	1.77245	1.26639	1.02295
	12	1.77245	1.25511	1.02510	1.77245	1.26567	1.02293

hesaplandı.

Bu sonuçlardan konum adımı h küçüldükçe korunum sabitlerinin lineer artış oranlarının $M_1 = 5 \times 10^{-3}$, $M_2 = 6.66667 \times 10^{-4}$, $M_3 = 7.5 \times 10^{-5}$ teorik değerleriyle daha uyumlu olduğu fakat k zaman adımı küçüldükçe korunum sabitlerinin lineer artış oranlarının neredeyse aynı olduğu görülmektedir.

Tablo 4.72 de $h = 0.07$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$ değerleri için (4.5.6) yaklaşımı kullanılarak hesaplanan korunum sabitleri, öncü dalganın konumu ve genliği ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle elde edilen nümerik sonuçlarla karşılaştırıldı. Tablo 4.73 de M_1 , M_2 ve M_3 lineer artış oranlarının hem analitik değerleri ile hemde diğer araştırmacılar tarafından elde edilen sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca $t = 800$ zaman adımında öncü dalganın konumunun referans [23, 26] dakilerle aynı değeri aldığı ve öncü dalganın genliğinin diğer çalışmadakilerle uyumlu olduğu görüldü.

Tablo 4.67: SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.5			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.003583	0.175478	0.016218	2.003583	0.175478	0.016218
200	3.002749	0.308610	0.031195	3.002748	0.308598	0.031192
300	3.502311	0.375099	0.038686	3.502309	0.375096	0.038679
400	4.001873	0.441642	0.046178	4.001871	0.441591	0.046166
500	4.501434	0.508156	0.053669	4.501432	0.508085	0.053653
600	5.000996	0.574670	0.061160	5.000993	0.574578	0.061140
700	5.500558	0.641184	0.068652	5.500554	0.641072	0.068627
800	6.000118	0.707698	0.076143	6.000114	0.707565	0.076114

Tablo 4.68: SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.1			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.005082	0.175628	0.016203	2.005082	0.175628	0.016203
200	3.004238	0.308699	0.031177	3.004237	0.308698	0.031177
300	3.503800	0.375113	0.038664	3.503800	0.375112	0.038664
400	4.003362	0.441521	0.046151	4.003362	0.441519	0.046151
500	4.502924	0.507927	0.053638	4.502924	0.507925	0.053638
600	5.002487	0.574332	0.061125	5.002486	0.574329	0.061125
700	5.502049	0.640737	0.068612	5.502048	0.640734	0.068612
800	6.001609	0.707142	0.076100	6.001609	0.707138	0.076099

Tablo 4.69: SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $k = 0.05$, $d = 5$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	I_1	I_2	I_3	x	U
0	2.005082	0.175628	0.016203	-20	0.099966
200	3.004237	0.308698	0.031177	8.77	0.16056
300	3.503800	0.375112	0.038664	14.51	0.175081
400	4.003362	0.441519	0.046151	20.39	0.179176
500	4.502924	0.507925	0.053638	26.41	0.181316
600	5.002486	0.574329	0.061125	32.50	0.182705
700	5.502048	0.640734	0.068612	38.59	0.183416
800	6.001609	0.707138	0.076099	44.75	0.184001
800 [14]	6.027221	0.713333	0.077000	44.70	0.183760
800 [18]	6.003096	0.708689	0.076281	44.75	0.183970
800 [19]	6.003096	0.708689	0.076281	44.75	0.18397
800 [23]	6.003578	0.708498	0.076192	44.75	0.183822
800 [24]	5.446117	0.606864	0.062520	44.89	0.191063
800 [25]	6.00259	0.70885	0.07628	44.75	0.184050
800 [26]	5.996421	0.707090	0.076213	44.75	0.183684
800 [33]	6.002578	0.708710	0.076277	44.75	0.18405

Tablo 4.70: SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.5			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.003500	0.190628	0.018465	2.003500	0.190628	0.018465
200	3.003500	0.323867	0.033471	3.003500	0.323838	0.033465
300	3.503500	0.390468	0.040976	3.503500	0.390419	0.040965
400	4.003500	0.457069	0.048480	4.003500	0.457000	0.048465
500	4.503500	0.523670	0.055985	4.503500	0.523581	0.055965
600	5.003500	0.590271	0.063489	5.003500	0.590162	0.063465
700	5.503500	0.656872	0.070994	5.503500	0.656743	0.070965
800	6.003476	0.723473	0.078499	6.003476	0.723323	0.078465

Tablo 4.71: SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.1$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	k=0.1			k=0.05		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
0	2.005000	0.190778	0.018465	2.005000	0.190778	0.018450
200	3.005000	0.323861	0.033450	3.005000	0.323860	0.033450
300	3.505000	0.390354	0.040950	3.505000	0.390352	0.040950
400	4.005000	0.456846	0.048451	4.005000	0.456844	0.048450
500	4.505000	0.523338	0.055951	4.505000	0.523335	0.055950
600	5.005000	0.589830	0.063451	5.005000	0.589826	0.063450
700	5.505000	0.656321	0.070951	5.505000	0.656317	0.070950
800	6.004976	0.722813	0.078451	6.004976	0.722809	0.078450

Tablo 4.72: SFY-5 ile Problem 5'in hesaplanan korunum sabitleri ($h = 0.07$, $k = 0.05$, $d = 2$, $\mu = 0.16666667$, $x_0 = 0$ ve $U_0 = 0.1$)

t	I_1	I_2	I_3	x	U
0	2.003500	0.190628	0.018465	-20	0.1
200	3.003500	0.323838	0.033465	9.4	0.176059
300	3.503500	0.390419	0.040965	15.35	0.180095
400	4.003500	0.457000	0.048465	21.37	0.182139
500	4.503500	0.523581	0.055965	27.46	0.183206
600	5.003500	0.590162	0.063465	33.55	0.183775
700	5.503500	0.656743	0.070965	39.71	0.184395
800	6.003476	0.723323	0.078465	45.87	0.184738
800 [14]	5.994366	0.712677	0.076876	45.70	0.183918
800 [19]	6.003194	0.723867	0.078534	45.85	0.18460
800 [23]	6.003478	0.723605	0.078426	45.87	0.184518
800 [24]	5.669824	0.660997	0.070677	46.73	0.197568
800 [25]	6.00248	0.72402	0.07853	45.85	0.184713
800 [26]	5.996473	0.722126	0.078465	45.87	0.184431
800 [33]	6.002474	0.723860	0.078525	45.85	0.18471

Tablo 4.73: SFY-5 ile Problem 5'in $d = 5$, $d = 2$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları

	$d = 5$			$d = 2$		
	M_1	M_2	M_3	M_1	M_2	M_3
SFY 5	4.995664	6.651088	7.48700	4.99997	6.658688	7.50000
[14]	5.030800	6.724400	7.59020	4.92730	6.526900	7.29380
[19]	5.000650	6.666390	7.50050	5.00090	6.662200	7.48630
[23]	5.000000	6.662800	7.48810	5.00000	6.662200	7.48630
[24]	4.332000	5.396100	5.78280	4.58670	5.883400	6.52150
[26]	4.999800	6.653900	7.49930	5.00000	6.652500	7.50000
[33]	4.999990	6.666650	7.50000	4.99997	6.666650	7.50000

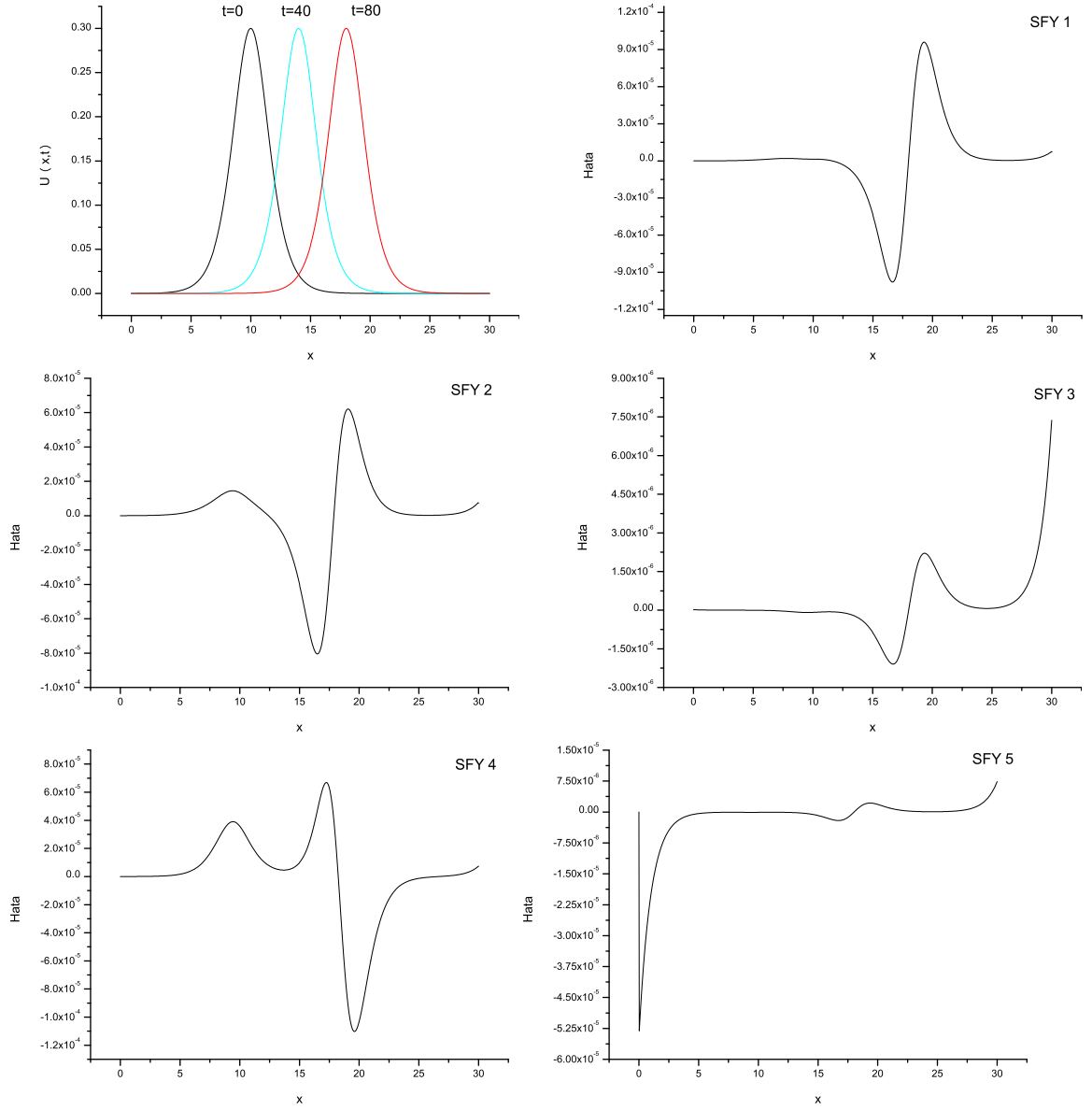
4.6 Sonlu Fark Yaklaşımlarının Karşılaştırılması

Problem 1: Tek Solitary Dalga Hareketi

Tablo 4.74 de Problem 1'in $t = 80$ zamanında $\mu = 1$, $c = 0.1$, $0 \leq x \leq 30$, $h = 0.03$, $k = 0.05$ değerleri için korunum sabitleri ve hata normlarının farklı yaklaşımlar kullanılarak hesaplanan değerleri ile literatürde mevcut olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle sunulan nümerik sonuçlara yer verildi. Elde edilen sonuçların hem analitik değerler ile hem de yayınlanmış nümerik sonuçlarla uyumlu olduğu görüldü. Hata normlarının değerlerine baktığımızda SFY-3 ve SFY-5 ile elde edilen sonuçların diğer yaklaşımlara göre daha iyi olduğu ve SFY-5 in referans [16, 19, 23, 39] sonuçlarıyla, SFY-3 ile elde edilen hata değerlerinin ise referans [25] sonuçlarıyla daha uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca Şekil 4.1 de dalganın grafiği incelendiğinde başlangıçta $x_0 = 10$ noktasında olan dalga $c = 0.1$ birim hızıyla ilerlediğinden 80 birim zaman sonra 8 birim kadar sağa doğru hareket ederek tepe noktası $x = 18$ konumuna gelir. Bu hareket sonucunda solitary dalganın genliğinde çok fazla değişiklik olmadan hareketini tamamladığı anlaşılmaktadır. $t = 80$ zamanında hata dağılımları incelendiğinde SFY-1, SFY-2 ve SFY-4 de genliğin en yüksek olduğu x konumu civarında; SFY-3 için sağ sınır, SFY-5 için ise sol sınır civarında hata dağılımlarının büyüdüğü görülmektedir.

Problem 2: İki Solitary Dalganın Girişimi

Tablo 4.75 de iki solitary dalganın girişimi probleminde $t = 30$ zamanında $\mu = 1$, $c_1 = 1.5$, $c_2 = 0.75$, $h = 0.1$, $k = 0.1$ değerleri için $0 \leq x \leq 80$ aralığında korunum sabitlerinin farklı yaklaşımlar kullanılarak hesaplanan değerleri ile literatürde mevcut

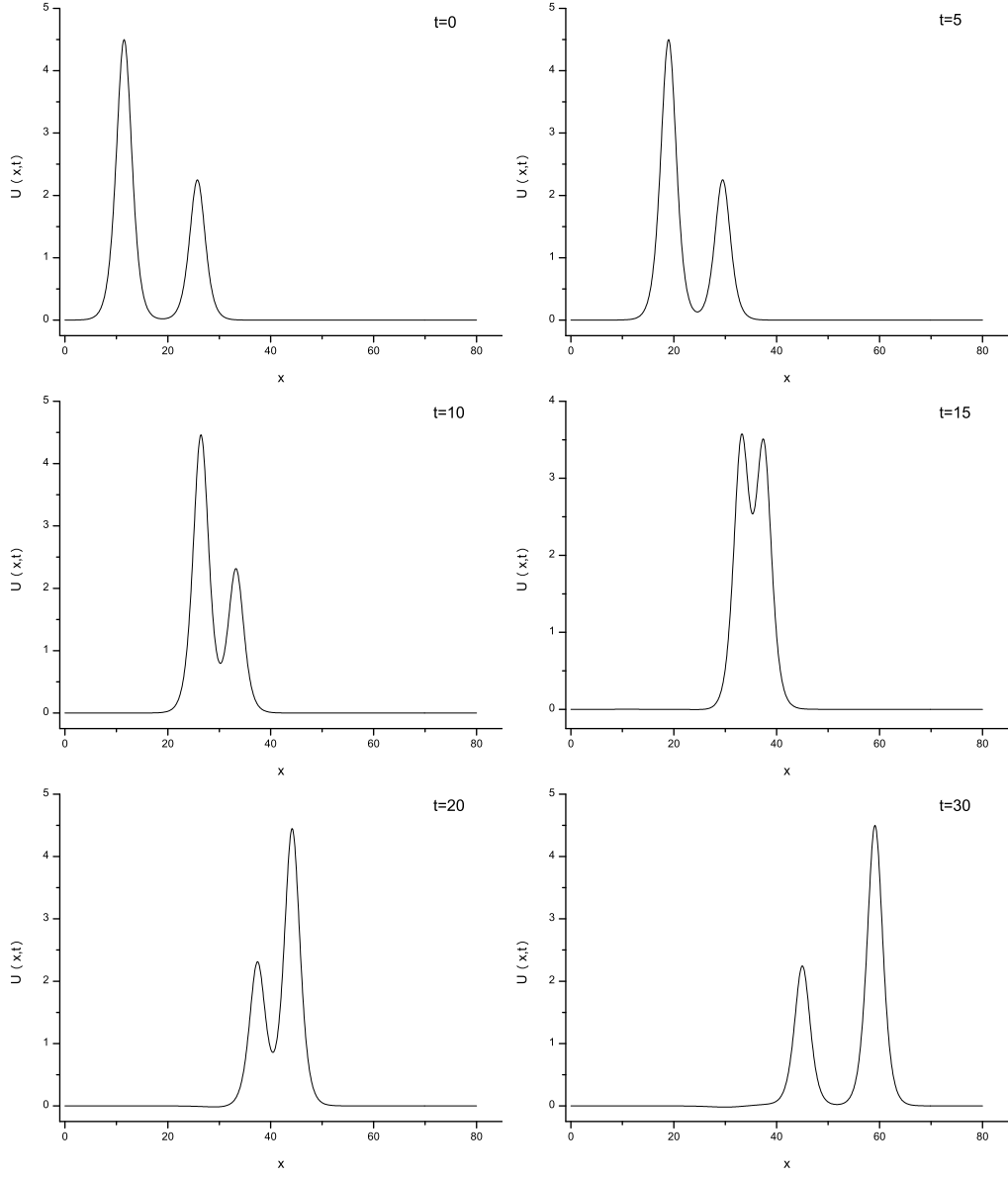


Şekil 4.1: Tek solitary dalganın hareketi ve $t = 80$ zamanında kullanılan yaklaşımların hata dağılımları

Tablo 4.74: Problem 1'in $t = 80$ zamanında $h = 0.03$ $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri ve hata normları

	I_1	I_2	I_3	$L_2 \times 10^3$	$L_\infty \times 10^3$
SFY 1	1.199985	0.287975	0.057600	0.18388	0.09794
SFY 2	1.199985	0.287975	0.057600	0.13728	0.08049
SFY 3	1.199985	0.288000	0.057600	0.00053	0.00737
SFY 4	1.199985	0.288000	0.057600	0.17903	0.11022
SFY 5	1.200039	0.288000	0.057600	0.03870	0.05308
[14]	1.19100	0.28550	0.5582	3.849	2.646
[16]	1.1964	0.2858	0.05582	7.444	4.373
[19]	1.19998	0.28798	0.05759	0.056	0.053
[23]	1.19995	0.28798	0.05759	0.029	0.021
[24]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
[25]	1.19999	0.28801	0.0576	0.003	0.002
[26]	1.20004	0.28799	0.0576	0.125	0.073
[31]	1.23387	0.29915	0.06097	24.697	16.425
[36]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03882	0.05151
[39]	1.20004	0.2880	0.0576	0.03962	0.05446

olan diğer araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle sunulan nümerik sonuçlara yer verildi. Uygulanan yaklaşımlarla elde edilen sonuçların hem diğer araştırmacılar tarafından sunulan nümerik sonuçlarla hemde analitik değerleri ile uyumlu olduğu görüldü. Tablodan uygulanan yaklaşımlarla elde edilen sonuçların birbirleri ile uyumlu olduğu görülmektedir. İki solitary dalganın etkileşimi grafiği incelendiğinde başlangıçta solda olan büyük dalganın küçük olan dalgayı yakaladığı, birleştiği ve son olarak geçtiği görülmektedir. Şekil 4.2 de açıkça görüldüğü gibi büyük genliğe sahip dalganın hızı da büyük olmaktadır. Ayrıca dalgalar birbirinden ayrıştıktan sonra başlangıçtaki genliklerinde çok az düşüş olduğu görülmektedir.



Şekil 4.2. İki solitary dalganın girişimi

Tablo 4.75: Problem 2'nin $t = 30$ zamanında $h = 0.1$, $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri

t	I_1	I_2	I_3
SFY 1	27.0000012	80.968217	218.702700
SFY 2	27.0000020	80.968317	218.702001
SFY 3	26.9999998	81.000364	218.703120
SFY 4	27.0000009	81.002582	218.709210
SFY 5	27.0001760	81.000363	218.703117
[20]	27.12702	80.98988	218.6996
[25]	27.00003	81.01719	218.70650
[23]	27.00068	81.02407	218.73673
[26]	27.00017	80.96848	218.70210
[32] ($h = 0.4$)	27.00000	80.999703	218.69966
[33]	27.00017	81.00044	218.70304
[34] ($h = 0.4$)	27.000582	81.001095	218.726082
[39]	27.00019	81.00045	218.70312
[40] ($h = 0.2, k = 0.05$)	26.93310	80.80028	218.16659

Problem 3: Üç Solitary Dalganın Girişimi

Tablo 4.76 da üç solitary dalganın girişimi probleminde $t = 15$ zamanında $\mu = 1$, $c_1 = 4, 5$, $c_2 = 1.5$, $c_3 = 0.5$, $h = 0.1$, $k = 0.1$ değerleri için $0 \leq x \leq 100$ aralığında korunum sabitlerinin farklı yaklaşımlar kullanılarak hesaplanan değerleri ile literatürde araştırmacılar tarafından farklı yöntemlerle sunulan nümerik sonuçları verildi. Korunum sabitlerinin kullanılan yaklaşımlar sonucu elde edilen değerlerinin hem diğer araştırmacılar tarafından sunulan çalışmalardaki nümerik sonuçlarla hemde analitik değerleri ile uyumlu olduğu görüldü. Tablodan uygulanan yaklaşımlarla elde edilen sonuçların birbirleriyle uyumlu olduğu görülmektedir. Üç solitary dalganın etkileşimi grafiği olan Şekil 4.3 incelendiğinde başlangıçta solda olan büyük dalganın küçük olan dalgaları yakaladığı, birleştiği ve son olarak geçtiği görülmüştür. Ayrıca

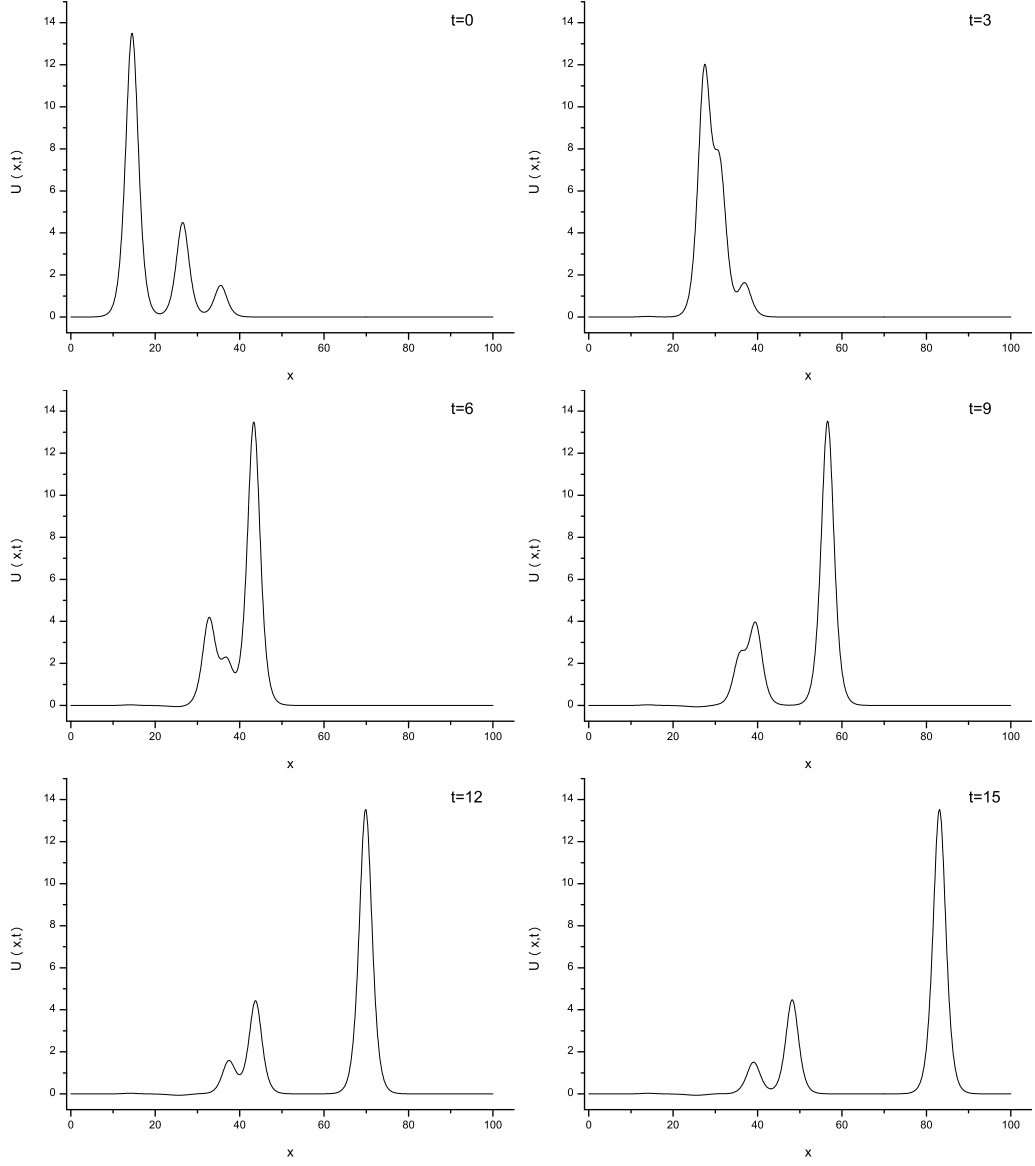
dalgalar birbirinden ayrıştıktan sonra başlangıçtaki genliklerinde çok az düşüş olmaktadır.

Tablo 4.76: Problem 3'ün $t = 15$ zamanında $h = 0.1$, $k = 0.1$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri

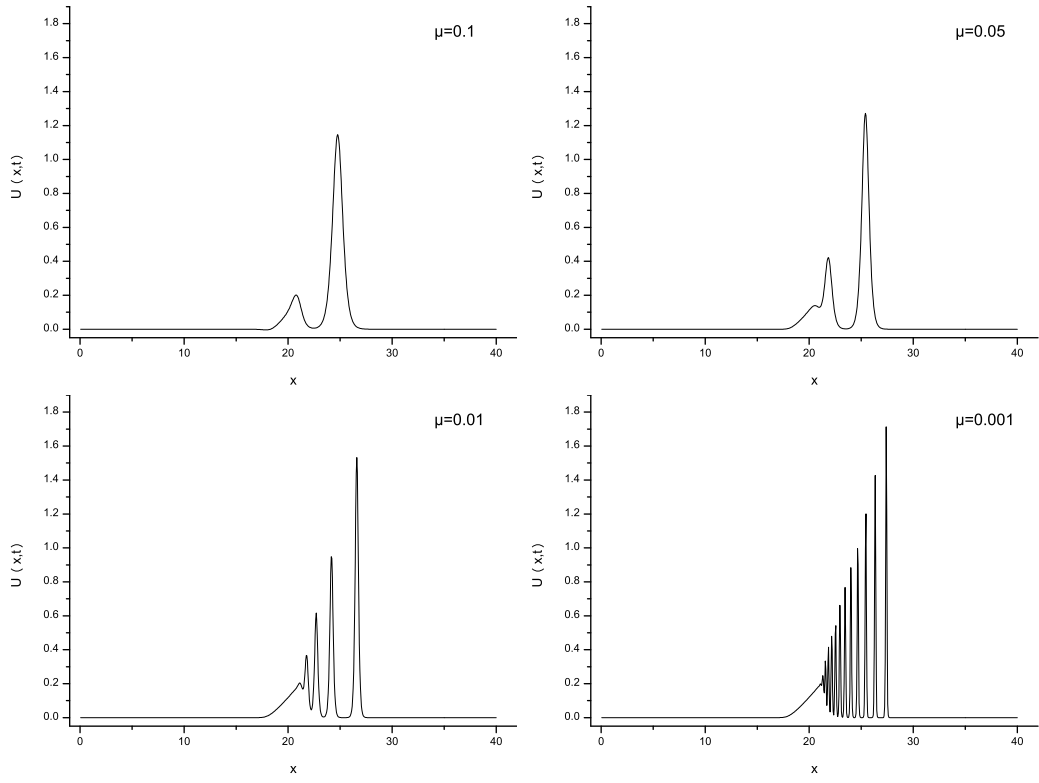
	I_1	I_2	I_3
SFY 1	77.999995	655.077177	5452.014700
SFY 2	77.999995	655.061270	5451.801742
SFY 3	77.999995	655.073818	5451.946588
SFY 4	77.999995	655.038901	5451.451624
SFY 5	78.000026	655.073728	5451.945360
[20]	78.00490	652.3474	5412.232
[22]	77.995390	652.810400	5411.6390
[32] ($h = 0.4$)	77.999984	652.411538	5412.23185
[34] ($h = 0.5$)	78.000222	655.341909	5452.481409
[40] ($h = 0.1833$, $k = 0.05$)	77.86967	654.09104	5440.78956

Problem 4: Maxwellian Başlangıç Şartı

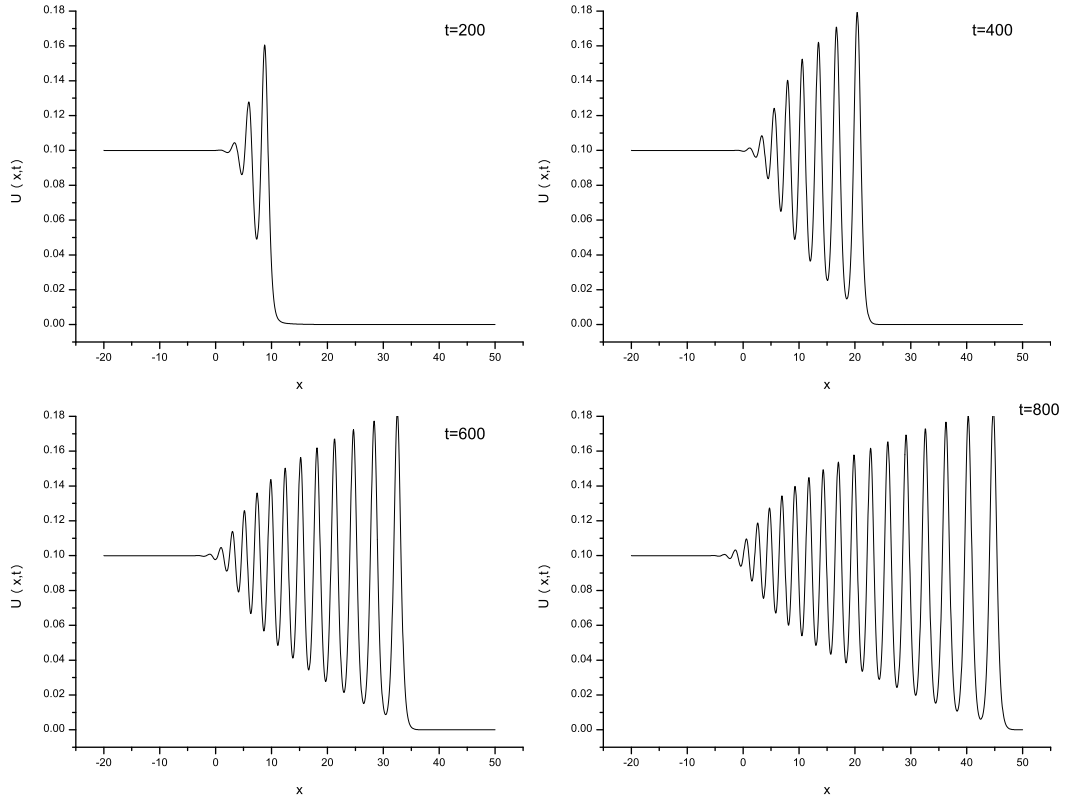
Tablo 4.77 de $t = 12$ zamanında $\mu = 0.01$ ve $\mu = 0.05$ değerleri ile $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için Maxwellian başlangıç şartı ile korunum sabitlerinin farklı yaklaşımlar uygulanarak elde edilen değerleri verildi. Başlangıç zamanında korunum sabitlerinin değerleri $\mu = 0.01$ için $I_1 = 1.77245$, $I_2 = 1.26585$, $I_3 = 1.02333$; $\mu = 0.05$ için $I_1 = 1.77245$, $I_2 = 1.31582$, $I_3 = 1.02333$ dir. Elde edilen sonuçlara göre korunum sabitlerinin başlangıç değerlerinden çok fazla uzaklaşmadığı ve uygulanan yaklaşımlarla elde edilen sonuçların hem birbirleriyle hemde [36] daki sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir. Maxwellian başlangıç şartı ile dalga oluşumu problemin de μ nün farklı değeri için Şekil 4.4 incelendiğinde μ değeri küçüldükçe dalga sayısı artmakta ve başlangıçtaki dalganın orjinal formunu bozarak ardışık dalgalar ürettiği görülmektedir.



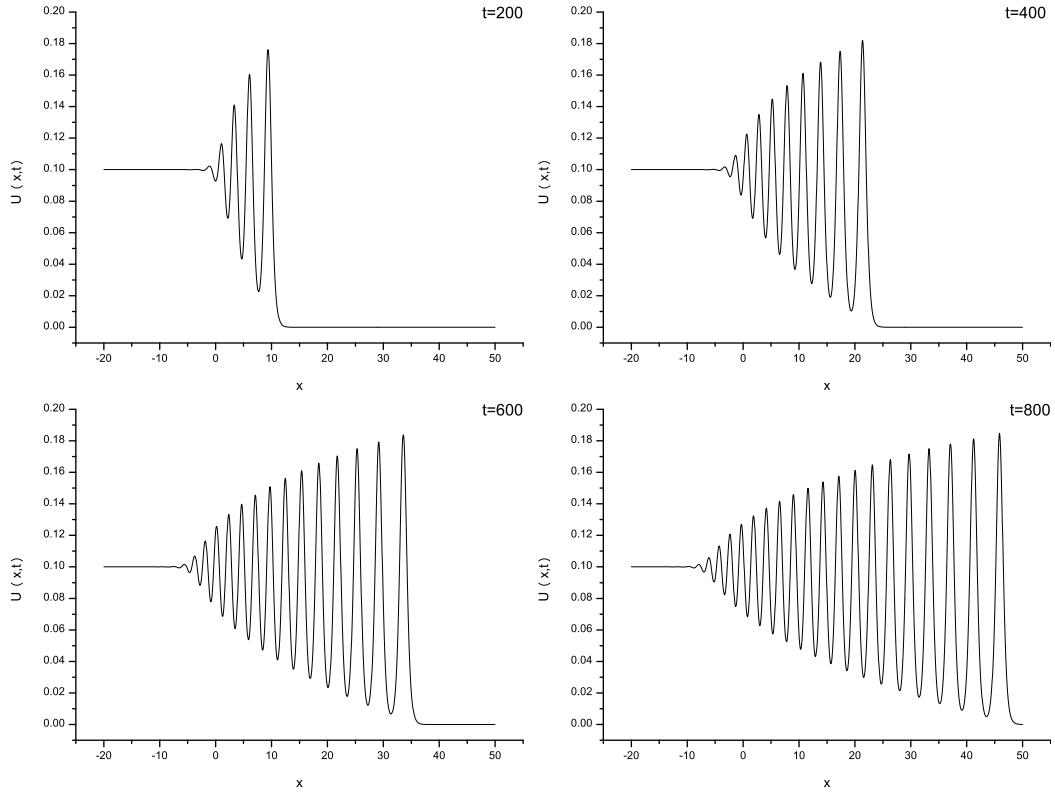
Şekil 4.3. Üç solitary dalganın girişimi



Şekil 4.4: $t = 12$ zamanında μ nün farklı değerleri için Maxwellian başlangıç şartı ile dalga oluşumu



Şekil 4.5. $d = 5$ için ardışık dalga oluşumu



Şekil 4.6. $d = 2$ için ardışık dalga oluşumu

Tablo 4.77: Problem 4'ün $t = 12$ zamanında $h = 0.05$ ve $k = 0.025$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri

	$\mu = 0.01$			$\mu = 0.05$		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
SFY 1	1.77245	1.28512	1.07645	1.77245	1.31901	1.03180
SFY 2	1.77245	1.25909	1.04127	1.77245	1.31424	1.02625
SFY 3	1.77245	1.25694	1.02770	1.77245	1.31368	1.02363
SFY 4	1.77245	1.19232	0.94341	1.77245	1.30004	1.00789
SFY 5	1.77245	1.25511	1.02509	1.77245	1.31359	1.02353
[36]	1.77245	1.26567	1.02293	1.77245	1.31612	1.02339

Problem 5: Ardışık Dalga Oluşumu

Tablo 4.78 ve Tablo 4.79 da $20 \leq x \leq 50$ aralığında $\mu = 0.16666667$, $U_0 = 0.1$ ve $x_0 = 0$ değerleri için $t = 800$ zaman adımında I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin sırasıyla $d = 5$ ve $d = 2$ için hesaplanan değerleri verildi. Tablo 4.80 de elde edilen sonuçlara göre I_1 , I_2 ve I_3 korunum sabitlerinin lineer artış oranlarının hem analitik değerleri ile ve hemde diğer araştırmacılar tarafından elde edilen nümerik sonuçlarla uyumlu olduğu görülmektedir. Ayrıca öncü dalganın konumunun kullanılan yaklaşımlarda aynı değeri aldığı ve öncü dalganın genliğinin nerdeyse aynı olduğu ve diğer çalışmalarla da uyumlu olduğu görüldü. $d = 2$ değeri için dalganın genliğinin çok az daha büyük ve konumunun daha ileride olduğu görülmektedir. Şekil 4.5 ve Şekil 4.6 incelendiğinde zaman ilerledikçe dalganın sayısı ve genliği artmıştır. Ayrıca $d = 2$ için oluşan dalga sayısı daha fazladır ve dalga genliği $d = 5$ e göre daha büyük olmaktadır.

Tablo 4.78: Problem 5'in $t = 800$ zamanında $d = 5$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri

	I_1	I_2	I_3	x	U
SFY 1	6.003580	0.709577	0.076505	44.75	0.184379
SFY 2	6.003580	0.708403	0.076313	44.75	0.183935
SFY 5	6.000114	0.707565	0.076114	44.75	0.184001
[14]	6.027221	0.713333	0.077000	44.70	0.183760
[18]	6.003096	0.708689	0.076281	44.75	0.183970
[19]	6.003096	0.708689	0.076281	44.75	0.18397
[23]	5.446117	0.606864	0.062520	44.89	0.191063
[24]	6.00259	0.70885	0.07628	44.75	0.184050
[25]	6.003578	0.708498	0.076192	44.75	0.183822
[26]	5.996421	0.707090	0.076213	44.75	0.183684
[33]	6.002578	0.708710	0.076277	44.75	0.18405

Tablo 4.79: Problem 5'in $t = 800$ zamanında $d = 2$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitleri

	I_1	I_2	I_3	x	U
SFY 1	6.003472	0.724835	0.078793	45.87	0.185099
SFY 2	6.003472	0.723491	0.078574	45.87	0.184654
SFY 5	6.003476	0.723323	0.078465	45.87	0.184738
[14]	5.994366	0.712677	0.076876	45.70	0.183918
[19]	6.003194	0.723867	0.078534	45.85	0.18460
[23]	6.003478	0.723605	0.078426	45.87	0.184518
[24]	5.669824	0.660997	0.070677	46.73	0.197568
[25]	6.00248	0.72402	0.07853	45.85	0.184713
[26]	5.996473	0.722126	0.078465	45.87	0.184431
[33]	6.002474	0.723860	0.078525	45.85	0.18471

Tablo 4.80: Problem 5'in $d = 5$, $d = 2$, $h = 0.07$ ve $k = 0.05$ değerleri için hesaplanan korunum sabitlerinin lineer artış oranları

	$d = 5$			$d = 2$		
	M_1	M_2	M_3	M_1	M_2	M_3
SFY 1	4.995664	6.676238	7.53588	4.99997	6.677588	7.54100
SFY 2	4.999996	6.661563	7.51188	4.99997	6.660788	7.51363
SFY 5	4.995664	6.651088	7.48700	4.99997	6.658688	7.50000
[14]	5.030800	6.724400	7.59020	4.92730	6.526900	7.29380
[19]	5.000650	6.666390	7.50050	5.00090	6.662200	7.48630
[23]	5.000000	6.662800	7.48810	5.00000	6.662200	7.48630
[24]	4.332000	5.396100	5.78280	4.58670	5.883400	6.52150
[26]	4.999800	6.653900	7.49930	5.00000	6.652500	7.50000
[33]	4.999990	6.666650	7.50000	4.99997	6.666650	7.50000

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada EW denkleminde UU_x non-lineer terimi yerine değişik lineer sonlu fark yaklaşımları kullanılarak farklı başlangıç ve sınır şartlarıyla verilen EW denkleminin sonlu fark denklemleri elde edildi. Her bir sonlu fark denkleminin von Neumann yöntemiyle kararlılık analizi incelendi. Daha sonra her bir lineer sonlu fark denkleminin elde edilen cebirsel denklem sistemi Thomas algoritması kullanılarak h ve k nın seçilen uygun değerleri için çözüldü. Her bir problem için konum adım uzunluğu sabit tutulup zaman adım uzunluğu küçültülerek yada zaman adım uzunluğu sabit tutulup konum adım uzunluğu küçültülerek korunum sabitlerindeki değişim ve hata değerleri incelendi. Ayrıca her bir yöntemle elde edilen nümerik çözümlerin grafiği ayırt edilemeyecek kadar birbirlerine yakın olacağından sadece SFY-5 ile elde edilen nümerik çözümlerin grafikleri verildi.

Tek solitary dalganın hareketi problemi için h ve k küçüldüğünde hata değerlerinin azaldığı, tablolar incelendiğinde SFY-3 ve SFY-5 in diğer yaklaşımlardan daha iyi olduğu ve grafiklerden dalganın genliğinde çok fazla değişiklik olmadan hareketini tamamladığı görüldü.

İki ve üç solitary dalganın girişimi problemlerinin analitik çözümleri olmadığından korunum sabitlerinin analitik değerleri ile olan uyumuna ve korunum sabitlerindeki değişime bakıldı. Bu problemler için korunum sabitlerinde çok fazla değişim olmadığı ve elde edilen sonuçların birbirleriyle uyumlu olduğu görüldü. Grafiklerden solitary

dalgaların girişimi incelendiğinde dalgaların genliğinde çok fazla değişiklik olmadan hareketlerini tamamladığı görüldü.

Maxwellian başlangıç şartı ile solitary dalga oluşumu probleminde korunum sabitlerinin analitik değerleri olmadığından diğer problemlerde olduğu gibi korunum sabitlerindeki değişimler incelendi. SFY-3 ve SFY-5 ile elde edilen sonuçların birbirine yakın olduğu ve diğer yaklaşımlardaki sonuçlardan daha iyi olduğu görüldü.

Ardışık dalga oluşumu probleminde ise korunum sabitlerindeki lineer artış oranları, öncü dalğanın konumu ve genliği incelendi. SFY-5 ile elde edilen sonuçların diğer yaklaşımlara göre analitik değerleri ve literatürdeki sonuçlarla daha uyumlu olduğu görüldü.

Bu çalışmada, her bir probleme uygulanan lineer sonlu fark yaklaşımlarıyla elde edilen sonuçların hem birbirleriyle hem analitik değerleriyle hemde literatürde mevcut olan sonuçlarla uyumlu olduğu özellikle SFY-3 ve SFY-5 in diğer yaklaşımlara kıyasla daha iyi sonuçlar verdiği görüldü. Sonuç olarak, UU_x non-lineer terimi yerine bu tezde kullanılan lineer sonlu fark yaklaşımları EW denklemine kolayca uygulanabildiği gibi mühendislikte karşılaşılan bu tip non-lineer yapıya sahip problemlere de rahatlıkla uygulanabilir.

6. KAYNAKLAR

- [1] D. Irk, *B-spline Finite Element Solutions of the Some Partial Differential Equation Systems*, Doctoral Dissertation, Osmangazi University, 2007.
- [2] D. J. Korteweg and G. de Vries, *On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and a new type of long stationary wave*, Phil. Mag., **39** (1895) 422 – 443.
- [3] T. B. Benjamin, J. L. Bona and J. L. Mahoney, *Model Equations for long waves in non-linear dispersive media*, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A, **272** (1995) 47 – 78.
- [4] D.H. Peregrine, *Calculations of the development of an undular bore*, J. Fluid Mech., **25** (1966) 321 – 330.
- [5] P.J. Morrison, J.D. Meiss and J.R.Carey, *Scattering of RLW solitary waves*, Physica D, **11** (1984), 324 – 336.
- [6] S. Hamdi, *Numerical solutions of the equal width wave equation using an adaptive method of lines*, Ph. D. Thesis, University of Toronto, Canada 2002.
- [7] S. Kutluay, *Sonlu Fark Yöntemleri*, Basılmamış Ders Notları.
- [8] Y. Ucar, *Finite difference solutions of the one-dimensional Burgers-like equations*, Master Thesis, İnönü University, 2005.
- [9] G.D. Smith, *Numerical solution of partial differantial equations: Finite difference methods*, Clarendon Press, Oxford, 1987.
- [10] B. Bulut, *Classical finite difference methods and their applications*, Master Thesis, İnönü University, Turkey, 2007.
- [11] A. R. Mitchell and D. F. Griffiths, *The finite difference methods in partial differantial equations*, John Wiley Sons Ltd., (1950).
- [12] L.R.T. Gardner and G.A Gardner, *Solitary waves of the equal width wave equation*, Journal of Computational Physics, **101** (1992) 218 – 223.
- [13] B. G. Archilla, *A spectral method for the equal width equation*, Journal of Computational Physics, **125** (1996) 395 – 402.

- [14] L. R. T. Gardner, G. A. Gardner, F. A. Ayoup and N. K. Amein, *Simulations of the EW undular bore*, Communications in Numerical Methods in Engineering, **13** : (1997) 583 – 592.
- [15] A. K. Khalifa, A. H. Ali, and Raslan, K. R., *Numerical study for the equal width wave (EWE) equation*, Journal of Memoirs of Faculty and Science Kochi University, **A20**, 47 – 55 (1999).
- [16] S. I. Zaki, *A least-squares finite element scheme for the EW equation*, Computational Methods and Applications in Mechanical Engineering, **189** (2000), 587 – 594.
- [17] S. I. Zaki, *Solitary waves induced by the boundary forced EW equation*, Computational Methods and Applications in Mechanical Engineering, **190** (2001), 4881 – 4887.
- [18] B. Saka, D. Irk, and I. Dag, *Numerical study of the the equal width wave equation*, Hadronic Journal of Supplementary, **18** (2003), 99 – 116.
- [19] I. Dag and B. Saka, *A cubic B-spline collocation method for the EW equation*, Mathematics and Computer Application, **9** (2004), 381 – 392.
- [20] K. R. Raslan, *A computational method for the equal width equation*, International Journal of Computer Mathematics, **81** (2004), 63 – 72.
- [21] S. Hamdi, W. E. Enright, W. E. Schiesser, and J. J. Gottlieb, *In Proceedings of the International Conference on Computational Sciense and Its Applications*, LNCS 2668 (Berlin:Springer).
- [22] K. R. Raslan, *Collocation method using quartic B-spline for the equal width (EW) equation*, Applied Mathematics and Computation, **168** (2005), 795 – 805.
- [23] A. Esen, *A numerical solution of the equal width wave equation by a lumped Galarkin method*, Applied Mathematics and Computation, **168** (2005), 270 – 282.
- [24] Dogan, A., *Application of Galarkin's method to equal width wave equation*, Applied Mathematics and Computation, **160** (2005), 65 – 76.
- [25] B. Saka, *A finite element method for equal width equation*, Applied Mathematics and Computation, **175** (2006), 730 – 747.

- [26] S. Kutluay and A. Esen, *A linearized implicit finite difference method for solving the equal width wave equation*, International Journal of Computer Mathematics, **83** (2006), 319 – 330.
- [27] S. Kutluay and A. Esen, *Solitary wave solutions of the modified equal width wave equation*, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations, **13** (2008), 1538 – 1546.
- [28] J. I. Ramos, *Explicit finite difference methods for the EW and RLW equations*, Applied Mathematics and Computation, **179** (2006), 622 – 638.
- [29] J. I. Ramos, *Solitary waves of the EW and RLW equations*, Chaos, Solitons and Fractals, **34** (2007), 1498 – 1518.
- [30] E. Yusufoglu and A. Bekir, *Numerical simulation of equal-width wave equation*, Computer and Mathematics with Applications, **54** (2007), 1147 – 1153.
- [31] S. Güleç, *Numerical solutions of partial differential equations using Galerkin finite element method*, Master Thesis, Nigde University, Turkey, 2007.
- [32] A. H. A. Ali, *Spectral method for solving the equal width equation based on Chebyshev polynomials*, Nonlinear Dyn **51** (2008) 59 – 70.
- [33] B. Saka, I. Dag, Y. Dereli and A. Korkmaz, *Three different methods for numerical solutions of the EW equation*, Engineering Analysis with Boundary Elements, **32** (2008), 556 – 566.
- [34] Y. Dereli, and R. Schaback, *The Meshless Kernel-Based Method of Lines for solving the Equal Width Equation*, Georg-August Göttingen University institut for Numerische and Angewandte Mathematik Preprint-Serie, Number: 2010/27.
- [35] S. B. G. Karakoç, *Numerical solutions of modified equal width wave equation with finite element method*, Ph. D. Thesis, Inonu University, Turkey, 2011.
- [36] T. Roshan, *A Petrov-Galerkin Method for Equal width equation*, Applied Mathematics and Computation, **218** (2011), 2730 – 2739.
- [37] T. Roshan, *A Petrov-Galerkin Method for generalized equal width (GEW) equation*, Applied Mathematics and Computation, **235** (2011), 1641 – 1652.
- [38] A. Kaplan and Y. Dereli, *EW denkleminin radial basis fonksiyon collocaton metodu ile sayısal çözümü*, Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, **16 – 1** (2012), 48 – 55.

- [39] H. Fazal-i, A. Inayet and A. Shakeel, *Septic B-Spline Collocation method for numerical solution of the Equal Width Wave (EW) equation*, Life Science Journal, 2013; 10(1s) : 253 – 260.
- [40] M. Uddin, *RBF-PS scheme for solving the equal width equation*, Applied Mathematics and Computation, **222** (2013) 619 – 631.
- [41] P. J. Olver, *Euler operators and conservation laws of the BBM equation*, Mathematical, Proceeding of Cambridge Philosophical Society, **85** (1979), 143 – 159.
- [42] B. Saka, *Solutions of RLW and K-S Equations Using B-spline Collocation Methods*, Ph. D. Thesis, Osmangazi University, 2002.
- [43] J. Caldwell and P. Smith, *Solution of Burger's equation with large Reynolds number*, Applied Mathematical Modelling, **6** (1982), 381 – 385.

ÖZGEÇMİŞ

Mehmet Hanifi ATEŞ, 13 Ekim 1985 tarihinde Gaziantep’de doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Gaziantep’de tamamladı. 2008 yılında Fırat Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümünden mezun oldu. 2011 yılında İnönü Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Uygulamalı Matematik Anabilim Dalı’nda yüksek lisans öğrenimine başladı. Bu kapsamda Prof. Dr. Selçuk KUTLUAY danışmanlığında “Eşit Genişlikli Dalga (EW) Denkleminin Sonlu Fark Yöntemleri ile Çözümleri” isimli çalışmasını yürüttü.