

**ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Burcu ALPMAN

ESNEK ÖDEMELİ ANNÜİTELER

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

ADANA, 2019

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ESNEK ÖDEMELİ ANNÜİTELER

Burcu ALPMAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Bu Tez 29/07/2019 Tarihinde Aşağıdaki Jüri Üyeleri Tarafından
Oybirliği/Oyçokluğu ile Kabul Edilmiştir.

.....
Doç. Dr. Deniz ÜNAL
DANIŞMAN

.....
Prof. Dr. Kasırga YILDIRAK
ÜYE

.....
Doç.Dr. Gülsen KIRAL
ÜYE

Bu Tez Enstitümüz İstatistik Anabilim Dalında hazırlanmıştır.
Kod No:

Prof. Dr. Mustafa GÖK
Enstitü Müdürü

Not: Bu tezde kullanılan özgün ve başka kaynaktan yapılan bildirişlerin, çizelge ve fotoğrafların kaynak gösterilmeden kullanımı, 5846 sayılı Fikir ve Sanat Eserleri Kanunundaki hükümlere tabidir.

ÖZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ESNEK ÖDEMELİ ANNÜİTELER

Burcu ALPMAN

ÇUKUROVA ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANABİLİM DALI

Danışman : Doç. Dr. Deniz ÜNAL
Yıl: 2019, Sayfa: 80
Jüri : Doç. Dr. Deniz ÜNAL
: Prof. Dr. Kasırga YILDIRAK
: Doç. Dr. Gülsen KIRAL

Günlük yaşamda bireylerin gelir ve giderleri birbirinden farklıdır. Bu yüzden de kişi ve kurumlar farklı planlarda veya miktarlarda ödemelerini yapabilmek isterler. Bu çalışmada geometrik artış/azalış ve ivmeli artış/azalış yöntemleri tartışılmıştır. Ayrıca iki yöntemin de sınırlı süreli annüiteler, hayat annüiteleri ve karma hayat sigortası durumları ele alınmıştır. Uygulama kısmında Microsoft Excel programı kullanılmıştır. i faiz oranı, r oranı ve k miktarı için farklı değerler alınarak karşılaştırmalar yapılmıştır. Hayat annüitesi ve hayat sigortalarında hesaplama yapılırken Türkiye İstatistik Kurumu'nun 2013-2015 yıllarına ait hayat tablosu kullanılmıştır. Sonuçlar karşılaştırılmış ve değerlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Annüite, Hayat Annüite, Hayat Sigorta, Ödeme modelleri

ABSTRACT

MASTER THESIS

FLEXIBLE PAYMENT ANNUITIES

Burcu ALPMAN

ÇUKUROVA UNIVERSITY
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
DEPARTMENT OF STATISTICS

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Deniz ÜNAL
Year: 2019, Pages: 80
Jury : Assoc. Prof. Dr. Deniz ÜNAL
: Prof. Dr. Kasırğa YILDIRAK
: Assoc. Prof. Dr. Gülsen KIRAL

In daily life, income and expenses of individuals are different from each other. Therefore, individuals and institutions want to be able to pay in different plans or amounts. In this study, geometric increase / decrease and acceleration increase / decrease methods are discussed. In addition, limited methods of annuities, life annuities and mixed life insurance cases were discussed in two methods. Microsoft Excel program is used in the application part. Different values were taken for the i interest rate, r rate and k amount and comparisons were made. The calculation of life annuity and life insurances is based on Turkish Statistical Institute's life table for 2013-2015. The results were compared and evaluated.

Key Words: Annuity, Life Annuity, Life Insurance, Payment Models

GENİŞLETİLMİŞ ÖZET

Hayat birçok riski ve belirsizliği içinde barındırır. Bu riskler ölüm, doğum, kaza, doğal afetler gibi olaylarla farklı şekillerde ortaya çıkarlar ve insanlar bu belirsizlikler altında hayatlarını idame ettirirler. İnsanların en sık karşılaştığı risklerden biri de finansal belirsizliklere dayalı risklerdir. Çok disiplinli bir bilim dalı olan aktüerya, bahsedilen bu belirsizliklerin, risklerin, sigortacılık ve emeklilikle ilgili durumların finansal etkilerini inceler. Bu bilim dalı matematik, finans ve istatistik bilimini kullanarak riskin ölçülebilmesine ve yönetilebilmesine olanak sağlar. Bunu yaparken de paranın zamana göre değerini, risklere ait önceki bilgileri, olasılıkları, kişilerin yaşam olasılıklarını ya da mortalite gibi birçok parametreyi göz önüne alır. Diğer bir deyişle risklerin olabilirliğini, finansal etkilerini ve bu etkilere ilişkin finansal tedbirleri inceler. Bu tür tedbirlerin hayata geçirilmesi ise uzun vadeli bazı ödemeleri ve yatırımları gerektirir. Örneğin ev kredisi taksitlerinin, sigorta primlerinin, emeklilik planlarının primlerinin belirlenmesinde ya da hayat sigortası satın alırken poliçe düzenlenmesinden primin hesaplanmasına kadar her aşamada aktüerya işin içindedir.

Gerçek hayatta herkesin gelir gider dengesi farklıdır. Bu yüzden de kişilerin farklı planlarda veya miktarlarda ödeme yapabilmeyi istemeleri en doğal haklarıdır. Finans sektöründeki rekabet, müşteri talepleri, genel ekonomik koşullar ödeme biçimlerinin şekillenmesinde önemli rol oynamaktadır. Kurumlar genellikle sabit taksitli borç ödeme modellerini kullansalar da her zaman farklı ödeme taleplerine de açık olma eğilimi içerisindeyler. Çünkü yaşam içinde, özellikle de iktisadi alanda gerçek ve tüzel kişiler ödemelerinde esnek olmak isterler. Özellikle enflasyon ve faiz oranları gibi ekonomik göstergelerin dalgalı seyir izlediği ekonomilerde esnek borç ödeme modellerinin sunduğu rahatlık paranın değerinin korunması açısından da çok büyük önem arz etmektedir.

Bu durumlarda paranın zamana göre değişen değeri de göz önünde bulundurularak yapılan periyodik ödemelerin planlanması kaçınılmazdır. Belli zaman aralıklarında yapılan bu tür ödemeler dizisine “annüite” adı verilmektedir (Sucu ve Kul, 2015). Literatürde annüiteler başlama ve bitiş tarihlerine göre, başlama zamanlarına göre, ödeme zamanlarına göre, ödeme miktarlarına göre ya da ödemelerin sıklığına göre ele alınmaktadır. Başlama ve bitiş tarihine göre devre başı ve devre sonu diye ikiye ayrılır. Başlama zamanlarına göre de hemen başlayan ve ertelenmiş ödeme şeklinde ikiye ayrılır. Ödeme miktarlarına göre annüitelerin sınıflandırılması, ödemelerin eşit taksitlerle mi yoksa azalan ya da artan miktarlarda mı ödeneceğine bağlı olarak değişmektedir. Ayrıca aylık, yıllık ve sürekli ödeme şeklinde de gruplara ayrılmaktadır (Akdeniz ve Erdugan, 2014; Özarı ve Çakmakoglu, 2013).

Sigorta şirketleri, bankalar vb. müşterilerinin her tür taleplerini karşılayabilmek fakat bu arada zarar etmemek isterler. Bütün bu ihtiyaçların karşılanabilmesi için aktüerya çalışan bilim insanları bu konuda birçok çalışma yapmıştır. Bu çalışmada ise, literatürde henüz çalışılmamış olduğu fark edilen bazı esnek ödeme planları üzerinde çalışılmıştır. Diğer bir deyişle, kişilerin ödemelerini veya yatırımlarını planlarken ödeyecekleri prim tutarlarında daha fazla söz sahibi olmalarını sağlayacak yeni bazı yöntemler üzerinde çalışılmıştır. Geometrik ve ivmeli olmak üzere ele alınan iki yöntemin devre başı ödemeli, devre sonu ödemeli durumları incelenmiştir. Bu kısım sınırlı süreli annüiteler kısmında irdelenmiştir. Ayrıca incelenen yöntemlerin matematiksel eşitliklerinde kişilerin yaşam olasılıkları ve ölüm olasılıkları da ele alınmıştır. Bu durumlarda, hayat annüiteleri ve karma hayat sigortaları başlıkları altında incelenmiştir.

Çalışmanın uygulama kısmında ise, tezde elde edilen teorik formüller ile farklı sayısal ödeme oranları Microsoft Excel (2010) ile hesaplanarak tezde sunulan yöntemlerin avantaj ve dezavantaj durumları yorumlanmıştır.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, değerli katkılarıyla ve yapıcı eleştirileriyle rehberlik eden, beni her zaman sabırla dinleyen ve teşvik eden çok değerli danışmanım Sayın Doç. Dr. Deniz ÜNAL' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu süreç boyunca beni yalnız bırakmayan arkadaşlarıma, her zaman sevgi ve desteklerini yanımda hissettiğim aileme sonsuz teşekkürler.



İÇİNDEKİLER

SAYFA

ÖZ	I
ABSTRACT.....	II
GENİŞLETİLMİŞ ÖZET	III
TEŞEKKÜR.....	V
İÇİNDEKİLER	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ	VIII
1. GİRİŞ	1
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	7
3. SINIRLI SÜRELİ ANNÜİTELER	11
3.1. Geometrik Yöntem ile Hesaplama	11
3.1.1. Ödemelerin Devre Başında Yapılması Durumu.....	12
3.1.2. Ödemelerin Devre Sonunda Yapılması Durumu	14
3.1.3. Matematiksel İlişkiler	15
3.2. İvmeli Yöntem ile Hesaplama	17
3.2.1. Ödemelerin Devre Başında Yapılması Durumu	17
3.2.2. Ödemelerin Devre Sonunda Yapılması Durumu	18
3.2.3. Matematiksel İlişkiler	19
4. SINIRLI SÜRELİ HAYAT ANNÜİTELERİ.....	21
4.1. Geometrik Yöntem ile Hesaplama.....	21
4.1.1. Ödemelerin Devre Başında Yapılması Durumu.....	22
4.1.2. Ödemelerin Devre Sonunda Yapılması Durumu.....	24
4.1.3. Matematiksel İlişkiler.....	25
4.2. İvmeli Yöntem ile Hesaplama	26
4.2.1. Ödemelerin Devre Başında Yapılması Durumu	26
4.2.2. Ödemelerin Devre Sonunda Yapılması Durumu.....	28

4.2.3. Matematiksel İlişkiler.....	30
5. SINIRLI SÜRELİ HAYAT SİGORTALARI.....	33
5.1. Sınırlı Süreli Karma Hayat Sigortası.....	34
5.1.1. Geometrik Yöntem ile Hesaplama	34
5.1.2. İvmeli Yöntem ile Hesaplama.....	36
6. UYGULAMA	41
6.1. Sınırlı Süreli Annüiteler Uygulaması	41
6.2. Sınırlı Süreli Hayat Annüiteleri Uygulaması.....	43
6.3. Sınırlı Süreli Hayat Sigortaları Uygulaması	44
7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	45
KAYNAKLAR	49
ÖZGEÇMİŞ	53
EKLER.....	55
Ek 1. Cinsiyete Göre Türkiye Tek Yaş Hayat Tablosu (TÜİK, 2013-2015)	57
Ek 2. $i = 0,06$ için Komütasyon Fonksiyon Değerleri	61
Ek 3. $i = 0,10$ için Komütasyon Fonksiyon Değerleri	65
Ek 4. $i = 0,06$ ile Hesaplanan Annüitelerin Biriken Değeri	69
Ek 5. $i = 0,10$ için Hesaplanan Annüitelerin Biriken Değeri	71
Ek 6. 35 Yaş Baz Alınarak $i = 0,06$ Faiz Oranı ile Hesaplanmış Hayat Annüiteleri Peşin Değer Tablosu.....	73
Ek 7. 35 Yaş Baz Alınarak $i = 0,10$ Faiz Oranı ile Hesaplanmış Hayat Annüiteleri Peşin Değer Tablosu.....	75
Ek 8. 35 Yaş Baz Alınarak $i = 0,06$ Faiz Oranı ile Hesaplanmış Karma Hayat Sigortalarının (Ölüm Halinde) Peşin Değer Tablosu	77
Ek 9. 35 Yaş Baz Alınarak $i = 0,10$ Faiz Oranı ile Hesaplanmış Karma Hayat Sigortalarının (Ölüm Halinde) Peşin Değer Tablosu	79

ŞEKİLLER DİZİNİ

SAYFA

Şekil 3.1. Geometrik Yöntem Ödeme Şeması	11
Şekil 3.2. Devre Başı Ödemeli Peşin Değer Şeması.....	12
Şekil 3.3. Devre Başı Ödemeli Biriken Değer Şeması.....	13
Şekil 3.4. Devre Sonu Ödemeli Peşin Değer Şeması.....	14
Şekil 3.5. Devre Sonu Ödemeli Biriken Değer Şeması	15
Şekil 3.6. İvmeli Yöntem Ödeme Şeması	17





1. GİRİŞ

Tarih boyunca insanlık, sayılamayacak kadar çok riskle karşılaşmış ve bunlarla mücadele etmeye çalışmıştır. Deprem, yangınlar, hırsızlık, hastalık gibi birçok olumsuzluk hem maddi hem de bedeni zarara neden olmuştur. Kişiler de zamanla maddi risklere karşı kendi tasarruflarının yetmediğini görmüşlerdir. Bu nedenle de olumsuzluklar sonucunda ortaya çıkan masrafları bölüşülerek durumdan az zararla kurtulmaya çalışmışlardır. Bu fikirden ortaya çıkan sigorta kavramı, beklenmedik olaylar karşısında bireylerin kendilerini maddi anlamda güvende hissetmelerini sağlamış ve oluşan zararın etkisini minimuma indirmeyi amaçlamıştır.

Sigortacılığa benzer faaliyetlere ilk Babiller döneminde rastlanmaktadır. Dönemin kervan sahipleri kervanlarının soyulması veya fide istemi gibi bazı risklere maruz kalıyorlardı. Kara taşımacılığının ilk örneği sayılabilecek bir uygulama bu dönemde uygulanmaktaydı. Uygulamada sermayedardan borç alan kervan sahibi, malları soyulursa ya da kendisi maddi zarara uğrarsa aldığı borç sermayedarlarca siliniyor, aksi takdirde borcunu öderse aldığı borç miktarı üzerinden sermayedarın üstlendiği riskten dolayı sermayedarlara komisyon veriyordu. Dönemin Kralı Hammurabi de bunu yasallaştırarak zararın bütün kervanlar arasında bölüşülmesini sağlamıştır. Bu tür anlaşmalar ortaçağ zamanında da gelişerek deniz ve nakliyat sigortalarının gelişimine temel sağlamıştır. M.S.1250 yıllarında bugünkü sigorta priminden farklı olmak üzere; Venedik, Floransa ve Cenova gibi yerlerde de prim esasına dayalı anlaşmalara rastlanmaktadır (Akbay, 2015).

14. yy. dan sonra ekonomik koşulların da değişmesiyle birlikte ticaret artmıştır. Denizcilik konusunda en ileri seviyede olan İtalya, dönemindeki ekonominin değişimi ve ticaretin gelişimiyle birlikte sigortaya ihtiyaç duymuştur.

İlk olarak deniz sigortacılığı kavramı da burada ortaya çıkmıştır. Tarihteki ilk sigorta poliçesi 23 Ekim 1347 tarihli dir. Bu poliçe, İtalya'dan Mayorka'ya giden “Santa Clara” adlı geminin yükü için düzenlenmiştir. Böylece 1424 yılında Cenova'da ilk sigorta şirketi kurulmuştur. Sigorta konusundaki ilk yasal düzenlemede 1435 yılında yayımlanan Barselona Fermanı (Çipil, 2008) olmuştur.

Sigorta bilinci geliştikçe farklı alanlardaki risklerin de sigortalanması fikri gündeme gelmiştir. Bunlardan biri de hayat sigortalarının da başlangıcı sayılan, denizcilik ticaretinde gemi ve yüklerden sonra gemi personeli ve yolcuların da sigortalanabileceği fikrini öne süren İtalyan banker Tontini'nin fikri olmuştur. Tontines sistemine göre belirli bir zaman aralığı için geçerli olmak üzere kişiler ortaya bir miktar para koyuyordu. Süre bitiminde hayatta olan bireyler toplanan parayı aralarında paylaşıyordu, ölenler içinse tazminat niteliğinde ödemeler yapılması öngörülüyordu (Türkiye Sigorta Birliği, 2013).

17. yy. da sigortacılığın gelişimine yön verecek iki önemli olay gerçekleşti. Bunlardan ilki istatistik kurallarının yani olasılık hesaplarının oluşabilecek risklerin değerlendirilmesinde ve fiyatlanmasında kullanılmaya başlanması olmuştur. İkinci olay ise 2 Eylül 1666 tarihinde yaşanan Londra'daki büyük yangın olmuştur. Bu yangında 13.000 ev ve 100 kilise kül olmuş, bu büyük yangından halk çok etkilenmiş ve mağdur olmuştur. Gelecekte olabilecek böyle bir felaketin sonuçlarına önlem amacıyla kara sigortalarının da başlangıcı sayılabilecek bir gelişme olan “Fire Office” 1667 yılında kurulmuştur. Sonra 1684 yılında “Friendly Society” adında ilk rakibi olan yangın sigorta şirketi kurulmuştur (Akbay, 2015).

1688'de temelleri atılan Lloyd's ile sigortacılıkta yeni bir dönem başlamıştır. Londra'da Edward Lloyd adında biri kahvehane işletiyordu. Bu kahvehanede tüccarlar, iş insanları ve gemi sahipleri gemi ticareti hakkında bildiklerini paylaşıyorlar ve istihbarat elde ediyorlardı. Kahvehanede “underwriter” sıfatındaki kişiler seferdeki gemi ve yükler için teminat veriyorlardı. Edward Lloyd'un ölümünden sonra da Lloyd's adında bir topluluk oluşturulup, faaliyetler

bu kişilerce devam ettirilmiştir. 1871 yılında İngiliz Parlamentosundan çıkan kanunla Lloyd's Birlik haline gelmiştir. Hala faaliyet halinde olan Lloyd's Birliği başlangıcında denizcilik sigortası, sonrasında kara sigortası ve günümüzde de her türlü sigorta teminatı verebilmektedir. Bu birlik kendine has ve dünyada tek olan bir yapıya sahiptir. Lloyd's Birliği bir sigorta şirketi değildir, bu yüzden de üstlenilen risklere karşı sigorta teminatı olarak birliğin üyelerinin tüm mal varlığı gösterilmektedir. Üyeler sigortalılarla yüz yüze gelmemekte yani doğrudan ilişki içinde bulunmamaktadırlar. Onların yerine, “broker” yani sigorta aracıları veya firmalar işlemleri gerçekleştirmektedirler. Birliğe üye olan brokerlar sigortalıyı bilgilendirme, sigorta satışı ve tazminatların ödemesi gibi işlemleri yapmaktadırlar (Bernstein, 2015).

Dünyada özellikle de Avrupa’da gelişen sigortacılık faaliyetleri ve bilinci, aynı hızda Türkiye’de gelişmemiştir. 19. yy. da Osmanlı Devleti’nin hüküm sürdüğü zamanlarda sigortacılık devletin mali yapısı, toplumun sosyal yapısı ve din gibi nedenlerden dolayı gelişme gösterememiştir. O dönemlerde büyük felaketler ve yangınlardan sonra sigorta bakış açısı olumlu yönde az da olsa gelişme göstermiştir. 1870 yılı Beyoğlu’ndaki yangında (Büyük Pera Yangını) birçok işyeri, kilise, ev ve cami yanmıştır. Özellikle yabancı uyruklu kimselerin burada yaşamasından dolayı yangın olayı sigorta yaptırılması fikrinin gelişimine ivme kazandırmıştır.

1872 yılında ilk defa Londra’daki sigorta şirketleri Türkiye’de temsilcilik açtılar ve böylece sigortacılık faaliyetlerine Osmanlı Devleti’nde de başlanmış oldu. İngiltere’den sonra Fransız, Alman, İtalyan ve İsviçre sigorta şirketleri de temsilcilikler açmışlardır. Osmanlı Devleti’nin kanunlarında sigortacılıkla ilgili herhangi bir kanun veya hüküm olmadığından şirketler denetlenmiyorlardı. Bu şirketler ihtiyaçları karşılıyor, fakat bunu yaparken de yasal boşluktan dolayı istedikleri gibi hareket edip daha fazla kar elde ediyorlardı. Poliçelerini yani sigorta sözleşmelerini İngilizce ya da Fransızca düzenliyor, anlaşmazlık durumunda da

Londra mahkemelerini veya kendi yerel mahkemelerini muhatap gösteriyorlardı. Yabancı tekelinde olan sigorta şirketleri ilk zamanlarda hem adlarını duyurmak hem de sigorta bilincini geliştirmek için vaatlerini yerine getirip, hasar ödemelerinde dürüst davrandılar. Fakat kanuni boşluklar, denetimsizlik ve kapitülasyonun kendilerine sağladığı ayrıcalıklardan dolayı şirketler daha çok temsilcilik açıp, daha fazla kar elde etmeye başladılar. Bu durum haksız rekabete ve suistimallerin artmasına neden oldu, sigortacılık ahlakı bozulmaya başladı. En küçük yangın hasar ödemelerini bile yapmayıp, sigortalıların haklarını hiçe saymayı ve ayrıca poliçeleri de keyfi şekilde iptal etmeyi sürdürdüler. Bu denetimsizlik ve düzensizliği belli bir düzene oturtmak için 44 sigorta şirketi 12 Temmuz 1900 tarihinde sabit bir yangın tarifesini oluşturmak için bir araya geldiler. Türkiye’deki ilk sigorta tarifesidir bu. Aralarında bulunan Osmanlı Umum Sigorta Şirketi de ilk yerli sigorta şirkettir (Akbay, 2015).

Gelişmeler olurken, Yangın Sigorta Şirketleri Sendikası adı altında bir örgüt kurularak sürekli bir denetim mekanizmasının olması kararı alınmıştır. Sendika, Londra’daki Fire Office Committee’nin emirleriyle çalışmalarını sürdürmüştür. Sendika denetim konusundaki çalışmalarda ilerleme sağlamasına rağmen bazı sigorta şirketleri üye olmayıp, usulsüzlüklerine devam etmişlerdir. Bu yüzden de 1908 ve 1914 yılı kanun değişiklikleriyle Türkiye’de faaliyet gösteren sigorta şirketleri vergi vermek ve teminat göstermek zorunda bırakılmışlardır. Zorunluluklardan dolayı yabancı şirketler yerli şirketlerle ortaklık kurmaya başlamışlar ve bu amaçla sendika kurulmuştur. Sendikanın adı da “Türkiye’de Çalışan Sigorta Şirketleri” olmuştur (Akbay, 2015).

Sektördeki yabancı sermayenin hâkimiyeti Cumhuriyet’in ilanına kadar devam etmiştir. Cumhuriyetin ilanı ile birlikte yerli sermayenin miktarı ve yerli sigorta şirketlerinin faaliyetleri artmıştır. 1924 yılında çıkarılan yasa ile poliçeler artık Türkçe olarak düzenlemiş ve aynı yıl Sigortacılar Kulübü kurulmuştur.

İzleyen yıllarda birçok yasal düzenleme ile birlikte sektördeki şirketlerin sayısı ve sermayesi artmaya başlamıştır.

20. yy. la gelindiğinde ise, belirli bir bilgi birikimi ve tecrübeye sahip olan sigorta kuruluşları her türlü sigorta ihtiyacına karşılık verebilecek düzeye gelmişlerdir. Ayrıca gelişen dünyada ve ekonomide kurumlar ve bireyler karşılaşılabilecekleri yeni riskler için de kendilerini geliştirmeye devam etmektedirler.

Tüm bu gelişmeler doğrultusunda kişi ve kurumlar satın aldıkları ürünlerin ödemelerini yaparken farklı şekillerde ödeme planı talep edebilmektedirler. Sektördeki rekabet, müşteri talepleri, genel ekonomik koşullar ödeme biçimlerinin şekillenmesinde önemli rol oynamaktadır. Kurumlar genellikle sabit taksitli borç ödeme modellerini (her ödeme miktarı eşit olacak şekilde) kullansalar da her zaman farklı ödeme taleplerine de açıktırlar. Özellikle enflasyon ve faiz oranları gibi ekonomik göstergelerin dalgalı seyir izlediği ekonomilerde esnek borç ödeme modelleri paranın değerinin korunması açısından önem arz etmektedir.

Özellikle kişilerin belli yaşlardan sonra gelirlerinde oluşan artış, ödemelerini de daha rahat ve daha yüksek meblağlarda yapabilmelerini sağlayabilmektedir. Bu sebeple ilk dönemlerde daha düşük ödemeler yapabilen bireyler zaman ilerledikçe daha yüksek taksitleri karşılayabileceklerini düşünebilirler. Bahsedilen yapıdaki müşterilerin ödemeleri planlanırken belirli kriterler dahilinde artış gösteren ödeme planlarına ihtiyaç duyulabilir. Bu ihtiyacı karşılamak amacıyla literatürde aritmetik ya da geometrik artışlı yöntemler yer almaktadır. Bu tez çalışmasında aritmetik ya da geometrik artışlı yöntemlere ek olarak literatürde yer almayan ve “ivmeli yöntem” ismi verilen yeni bir yöntem önerilmektedir (Alpman ve Ünal, 2019). Bahsedilen tüm yöntemler için taksitlerde artışın sağlanmasının yanı sıra belirli düzende azalışa yönelik oluşabilecek ihtiyaç da göz önüne alınmaktadır. Hesaplamalarda kullanılan r ve k 'nın negatif değerlerinde azalan ödemeli taksitler elde edilebilmektedir. Buna ilişkin formüller

ve hesaplamalar da tezde sunulmaktadır. Ayrıca tezde geometrik ve ivmeli yöntemin, devre başı ve devre sonu ödemeli durumlardaki peşin ve biriken değerleri ile bunlar arasındaki matematiksel ilişkiler de incelenmiştir. Bu durumlar sınırlı süreli annüiteler, hayat annüiteleri ve hayat sigortaları başlıkları altında irdelenmiştir.

Çalışmanın uygulama kısmında ise üç ana başlık altında incelenen teorik formüllerin sayısal uygulaması yapılmıştır. Uygulamada faiz oranı (i) için literatürde sıklıkla kullanılan 0,06 ve 0,10 değerleri temel alınmıştır. r oranı için de $r_1 = 0,001$, $r_2 = 0,01$ ve $r_3 = 0,1$ değerleri seçilmiştir (Tauer, 1984; Formato, 1992). Ayrıca k miktarları $k_1 = 0,001$, $k_2 = 0,01$, ve $k_3 = 0,1$ olarak seçilmiş ve hesaplamalar bunlara göre yapılmıştır. Sayısal değerler Microsoft Excel (2010) programı kullanılarak elde edilmiştir. Burada değerler seçilirken karşılaştırma yapabilmek amacıyla literatürde sıklıkla kullanılan sayısal değerler ele alınmış olsa da günlük yaşam uygulamalarında müşteriler, talep ve ihtiyaçları doğrultusunda çok daha büyük r ve k değerleri seçmek isteyebilirler. Bu tür durumlarda bireyler, seçtikleri bu değerlerin yıllara göre prim ödemelerini nasıl bir hızla etkileyeceği konusunda uyarılmalıdır. Zira finans kuruluşları ileride çok yüksek meblağlarda ödeme gerektirecek bir nakit akışının, müşterinin temerrüde düşme riskini artıracağını dikkate almak zorundadır. Bu yüzden de r ve k değerleri için üst sınır ayarlaması yapılmak zorundadır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

İnsanlık doğal afetler, yangınlar, hastalık gibi risklerle karşı karşıya kaldığında maddi ve manevi birçok zarar görmüş ve maddi zararlar konusunda zamanla bireysel tasarrufların yeterli gelmeyeceğini anlamıştır. Bu ihtiyaçtan yola çıkarak geçmiş dönemlerde birçok çalışma ve fikir ortaya atılmıştır. Bunların sonucunda hastalık ve sağlık sigortaları, kaza sigortaları, hayat sigortaları gibi birçok sigorta ürünü geliştirilmiştir. Kendilerine ve sevdiklerine güvence sağlamak isteyen bireyler ise bu hizmetleri satın alırken belli bedeller ödemeyi kabul etmişlerdir. Bireylerin gelir ve harcamaları birbirlerinden farklı olduğundan, kişiler farklı planlarda veya miktarlarda ödeme yapabilmeyi talep etmişlerdir. Sigorta şirketleri, bankalar vb. müşterilerinin bu tür taleplerini karşılayabilmek istemişler ve bu ihtiyaçtan aktüerya bilimi doğmuş ve bu alanda bilimsel çalışmalar yapılmıştır.

Kurumlar genellikle sabit taksitli borç ödeme modellerini (her ödeme miktarı eşit olacak şekilde) kullansalar da her zaman farklı ödeme taleplerine de açık olmuşlardır. Paranın zamana göre değişen değeri de göz önünde bulundurularak eşit zaman aralıklarıyla yapılan periyodik ödemelerin planlanması kaçınılmaz olmuştur.

Örneğin, değişken yıllık annüitelerin yatırım getirilerinde yeni sonuçlar konulu çalışmada McNamara ve Oppenheimer (1990), enflasyon dönemlerinde alım gücünün muhafaza edilmesi için değişken taksitlendirmelerin geliştirilerek kullanılabilmesi konusunu ele almıştır.

Kaynaklarda eşit ödemeli, aritmetik değişimli ve geometrik değişimli gibi farklı şekillerde borç yapılandırma modelleri mevcuttur. Eşit ödemeli modelde her bir ödenen miktar eşittir. Aritmetik değişimli modelde ise ödenen miktarlar aritmetik şekilde artış veya azalış göstermektedir. Aynı durum geometrik değişimli model için de geçerlidir (Okka, 2011).

Tauer (1984) basit faiz kullanarak artan ödemeli borçlar konusunu ele almıştır. Artışların geometrik ve aritmetik değişim gösterdikleri durumu incelemiştir.

Formato (1992) çalışmasında rastgele atlamalı sabit taksitli borç ödeme modelini ele almıştır. Burada borçlular, önceden belirlenmiş rasgele seçilen bazı düzensiz aralıklarda ödeme yapmayıp, taksit ödemelerini diğer zamanlarda eşit miktarda yapmaktadırlar.

Moon (1994) çalışmasında eşit taksit yerine, taksitlerin geometrik değişimli olması konusunu ele almıştır. Burada da borçlu ödemelerini önceden belirlenmiş rasgele seçilen bazı düzensiz aralıklarda yapmayıp, ödemelerinin geometrik artış gösterdiği diğer zamanlarda yapmaktadır. Buna ek, çalışmasında artan ve azalan ödemeler konusuna da yer vermiştir.

Eroğlu ve Karaöz (2002) bireyin önceden belirlenmiş rasgele seçilen düzensiz aralıklarda ödeme yapmayıp, sonraki dönemde ödemelerin aritmetik artış gösterdiği durumu incelemişlerdir.

Öztürk ve Arslan (2013) çalışmasında ilk taksitlerin ödeme zamanının müşteri tarafından belirlendiği kalan taksitlerin ise geometrik değişim gösterecek şekilde yapılandırılması modelini ele almıştır.

Aydemir ve Eroğlu (2014) ise çalışmalarında Öztürk ve Arslan (2013)'ın makalesindeki geometrik değişim gösteren taksitler yerine, kalan taksitlerin parçalı aritmetik değişim gösterdiği borç ödeme modelini makalelerinde ele almışlardır. Burada parçalı aritmetik değişimde ödemeler 3ay, 6 ay, gibi dönemlere ayrılarak hesaplamalar yapılmıştır.

Kumar ve Hennessey (2006) çalışmalarında klasik annüite konusunun ileri düzeylere taşınması, genelleştirilmesi ve kapsamlı olarak geliştirilebilmesi için faiz teorisinin kesikli ve sürekli yönlerden ele alınmasını konu almışlardır.

Cathcart ve ark. (2015) ve Knoller ve ark. (2015) çalışmalarında ödemelerin değişkenliği konusunda çalışmalar yapmışlardır.

Bu tez çalışmasında; literatürde çalışılan eşit ödemeli, geometrik, aritmetik ve parçalı durumlara ek olarak bu konular ışığında ivmeli yöntem üzerinde çalışılmıştır. Bu yönetime ilişkin bulgular aşağıdaki alt başlıklarda verilmiştir.





3. SINIRLI SÜRELİ ANNIÜTELER

Bu bölümde her yeni ödeme hesaplanırken uygulanabilecek iki farklı teknik üzerinde durulmuştur. Bölüm 3.1.'de her bir yeni taksit hesaplanırken önceki taksit miktarının r oranında artırılması ya da azaltılması durumu (geometrik yöntem) ele alınmıştır. Bölüm 3.2.'de ise her bir yeni ödeme hesaplanırken önceki taksit miktarı üzerinden değil, önceki ödemedeki “değişim/faiz” üzerinden r oranında artış/azalış durumu (ivmeli yöntem) ele alınmıştır.

3.1. Geometrik Yöntem ile Hesaplama

Bu bölümde taksit miktarlarının, belirli bir r oranına göre artış ve azalış gösterdiği durumlar incelenmiştir. Yeni ödeme miktarları, bir önceki dönem ödemesinin r oranı kadar artması veya azalması ile oluşturulmuştur (Fabrycky ve ark., 1977; Moon, 1994). Matematiksel eşitlikler yazılırken ödenecek para miktarının, hemen başlayan ve ödeme döneminin başında veya sonunda olmak üzere iki durumu ele alınmıştır. Peşin ve biriken değerler yıllık 1 TL üzerinden hesaplanmıştır.

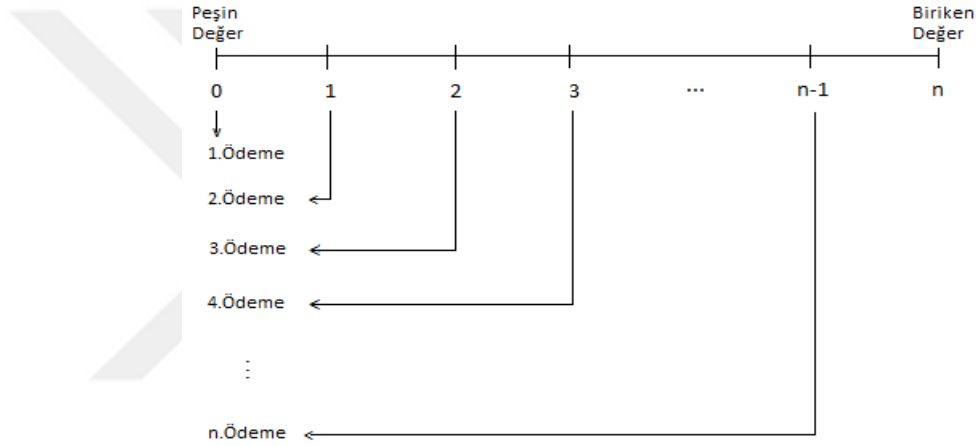
$$\begin{aligned}
 (1.\text{ödeme}) &\rightarrow 1 \\
 (2.\text{ödeme}) &\rightarrow 1 + r \\
 (3.\text{ödeme}) &\rightarrow (1 + r) + (1 + r)r \\
 (4.\text{ödeme}) &\rightarrow (1 + 2r + r^2) + (1 + 2r + r^2)r \\
 &\vdots \\
 (n.\text{ödeme}) &\rightarrow (1 + r)^{n-1}
 \end{aligned}$$

Şekil 3.1. Geometrik Yöntem Ödeme Şeması

Ödeme şeması Şekil 3.1'deki gibi olmak üzere eşitlikler alt başlıklarda verilmiştir. Hesaplanan eşitliklerde $r > 0$ ise artan ödemeli durumlara ait, $r < 0$ ise azalan ödemeli durumlara ait sonuçlar elde edilmiştir.

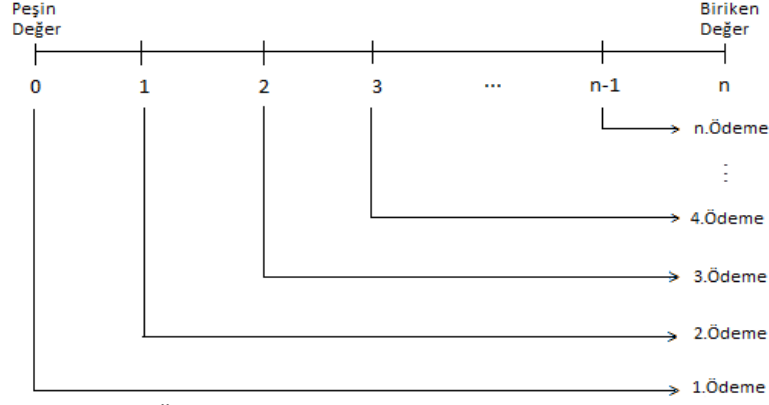
3.1.1. Ödemelerin Devre Başında Yapılması Durumu

İlk ödeme miktarı 1 TL olan, ödemelerin n yıl süreyle ve devre başında yapıldığı varsayılan annüitenin peşin değeri (1) numaralı eşitlikte verilmiştir.



Şekil 3.2. Devre Başı Ödemeli Peşin Değer Şeması (Sucu ve Kul, 2015)

$$\begin{aligned} \ddot{a}_n^{[r]} &= 1 + (1+r)v + (1+2r+r^2)v^2 + \dots + (1+r)^{n-1}v^{n-1} \\ &= \sum_{t=0}^{n-1} [(1+r)v]^t = D_B \end{aligned} \quad (1)$$



Şekil 3.3. Devre Başı Ödemeli Biriken Değer Şeması (Sucu ve Kul, 2015)

Benzer şekilde artan ödemeli ve azalan ödemeli durumlara ait biriken değerleri veren formül (2) numaralı eşitliktedir.

$$\begin{aligned}
 \ddot{S}_n^{[r]} &= (1+i)^n + (1+r)(1+i)^{n-1} + \dots + (1+r)^{n-1}(1+i) \\
 &= (1+i)^n \left[1 + (1+r)(1+i)^{-1} + \dots + (1+r)^{n-1}(1+i)^{-(n-1)} \right] \\
 &= (1+i)^n \left[1 + (1+r)v + \dots + (1+r)^{n-1}v^{n-1} \right] \\
 &= (1+i)^n \sum_{t=0}^{n-1} [(1+r)v]^t = v^{-n} D_B
 \end{aligned} \tag{2}$$

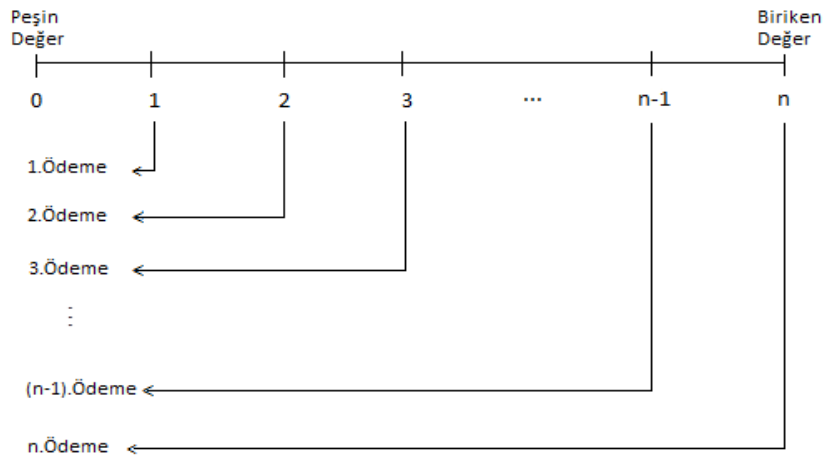
Burada i faiz oranı, n devre (yıl) sayısı, r değişim oranı ve $v = (1+i)^{-1}$ de iskonto katsayısıdır. $D_B = \sum_{t=0}^{n-1} [(1+r)v]^t$ annüiteler için formüllerde kullanılan komütasyon fonksiyonudur.

Burada t . ödeme miktarı $(1+r)^{t-1}$ olmak üzere $r < 0$ için $(1+r)^{t-1} \geq 0$ koşulu sağlandığı sürece ödemelere devam edilir. $(1+r)^{t-1} \geq 0$ koşulu

sağlanmadığında ödemelerin azalarak bittiği anlaşılabacağından ilk $(t-1)$ ödeme dikkate alınır.

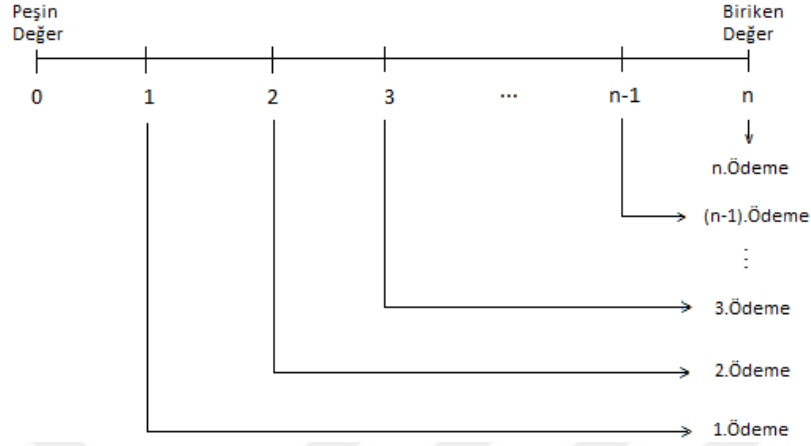
3.1.2. Ödemelerin Devre Sonunda Yapılması Durumu

İlk ödemesi 1 TL olan, ödemelerin devre sonunda ve n yıl süreyle yapıldığı varsayılan annüitenin peşin değer formülü (3) numaralı eşitliktedir.



Şekil 3.4. Devre Sonu Ödemeli Peşin Değer Şeması (Sucu ve Kul, 2015)

$$\begin{aligned}
 a_n^{[r]} &= v + (1+r)v^2 + (1+2r+r^2)v^3 + \dots + (1+r)^{n-1}v^n \\
 &= v \sum_{t=0}^{n-1} [(1+r)v]^t = v \times D_B
 \end{aligned} \tag{3}$$



Şekil 3.5. Devre Sonu Ödemeli Biriken Değer Şeması (Sucu ve Kul, 2015)

Biriken değer gösterimi de (4) numaralı eşitliktedir.

$$\begin{aligned}
 s_n^{[r]} &= (1+i)^{n-1} + (1+r)(1+i)^{n-2} + \dots + (1+r)^{n-1} \\
 &= (1+i)^{n-1} \left[1 + (1+r)(1+i)^{-1} + \dots + (1+r)^{n-1} (1+i)^{-(n-1)} \right] \\
 &= (1+i)^{n-1} \left[1 + (1+r)v + \dots + (1+r)^{n-1} v^{n-1} \right] \\
 &= (1+i)^{n-1} \sum_{t=0}^{n-1} [(1+r)v]^t = v^{1-n} \times D_B
 \end{aligned} \tag{4}$$

Burada da $r > 0$ için artan ödemeli ve $r < 0$ için azalan ödemeli duruma ait değerler elde edilmiştir.

3.1.3. Matematiksel İlişkiler

Devre başı ödemeli biriken ve peşin değer arasındaki matematiksel eşitlik aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}\ddot{s}_n^{[r]} &= (1+i)^n \left[1 + (1+r)v + \dots + (1+r)^{n-1} v^{n-1} \right] \\ &= (1+i)^n \left(\sum_{t=0}^{n-1} [(1+r)v]^t \right) = (1+i)^n \times D_B = v^{-n} \times \ddot{a}_n^{[r]}.\end{aligned}$$

Devre sonu ödemeli biriken ve peşin değer arasındaki matematiksel eşitlik aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}s_n^{[r]} &= (1+i)^{n-1} \left[1 + (1+r)v + \dots + (1+r)^{n-1} v^{n-1} \right] \\ &= (1+i)^{n-1} \left(\sum_{t=0}^{n-1} [(1+r)v]^t \right) = v^{1-n} \times D_B = v^{-n} \times a_n^{[r]}.\end{aligned}$$

Devre sonu ve devre başı ödemelerinin peşin değerleri arasındaki matematiksel eşitlik aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}a_n^{[r]} &= v + (1+r)v^2 + \dots + (1+r)^{n-1} v^n \\ &= v \left[1 + (1+r)v + \dots + (1+r)^{n-1} v^{n-1} \right] = v \times \ddot{s}_n^{[r]}.\end{aligned}$$

Devre sonu ve devre başı ödemelerinin biriken değerleri arasındaki matematiksel eşitlik aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned}s_n^{[r]} &= (1+i)^{n-1} \left[1 + (1+r)v + \dots + (1+r)^{n-1} v^{n-1} \right] \\ &= (1+i)^{-1} (1+i)^n \left[1 + (1+r)v + \dots + (1+r)^{n-1} v^{n-1} \right] = v \times \ddot{s}_n^{[r]}.\end{aligned}$$

3.2. İvmeli Yöntem ile Hesaplama

Bu bölümde ödeme miktarlarının sabit değişim göstermediği, belirli bir r oranına göre değişim gösterdiği durumlardan ivmeli yöntem ele alınmıştır (Alpman ve Ünal, 2019). Burada ödemeler belirlenirken, bir önceki dönemin değişim miktarının r oranı kadarının bir sonraki döneme eklenmesiyle elde edilir. Eşitliklerdeki k ilk artış/azalış miktarıdır. Matematiksel eşitlikler yazılırken ödemelerin hemen başlayan olması durumu ele alınmış ve ödemeler devre başı ve devre sonu olmak üzere iki şekilde de hesaplanmıştır. Peşin ve biriken değerler yıllık 1 TL üzerinden hesaplanmıştır.

$$\begin{aligned}
 (1.\text{ödeme}) &\rightarrow 1 \\
 (2.\text{ödeme}) &\rightarrow 1 + k \\
 (3.\text{ödeme}) &\rightarrow 1 + k + kr = 1 + k(1 + r) \\
 (4.\text{ödeme}) &\rightarrow 1 + k + kr + (k + kr)r = 1 + (k + kr)(1 + r) = 1 + k(1 + r)^2 \\
 &\vdots \\
 (n.\text{ödeme}) &\rightarrow 1 + k(1 + r)^{n-2}
 \end{aligned}$$

Şekil 3.6. İvmeli Yöntem Ödeme Şeması

Şekil 3.6'da verilen nakit akışı ile hesaplanan eşitliklerde $k > 0$ ise artan ödemeli durumlara ait, $k < 0$ ise azalan ödemeli durumlara ait sonuçlar elde edilir.

3.2.1. Ödemelerin Devre Başında Yapılması Durumu

İlk ödeme miktarı 1 TL olan, ödemelerin devre başında ve n yıl süreyle yapıldığı varsayılan annüitenin peşin değeri;

$$\begin{aligned}
 \ddot{a}_{\overline{n}|}^{r,k} &= 1 + (1 + k)v + \dots + (1 + k(1 + r)^{n-2})v^{n-1} \\
 &= (1 + v + \dots + v^{n-1}) + (kv + \dots + kv^{n-1}(1 + r)^{n-2})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (1 + v + \dots + v^{n-1}) + kv(1 + \dots + (1+r)^{n-2}v^{n-2}) \\
&= \ddot{a}_{\overline{n}|} + kv \sum_{t=0}^{n-2} [(1+r)v]^t \\
&= \ddot{a}_{\overline{n}|} + kv \left(D_B - [(1+r)v]^{n-1} \right), \tag{5}
\end{aligned}$$

biriken değeri;

$$\ddot{s}_{\overline{n}|}^{r,k} = v^{-n} \left[\ddot{a}_{\overline{n}|} + kv \left(D_B - [(1+r)v]^{n-1} \right) \right] \tag{6}$$

olarak elde edilir.

(5) ve (6) eşitliklerinde $k < 0$ durumunda yani azalan ödemeli durumda; $1 + k(1+r)^{t-2} \geq 0$ koşulu sağlandığı sürece taksit ödemelerine devam edilir. t ödeme sayısı olmak üzere, koşul sağlanmadığı anda ilk $(t-1)$ ödeme miktarları dikkate alınır. Burada i faiz oranı, n devre (yıl) sayısı, r değişim oranı ve $v = (1+i)^{-1}$ de iskonto katsayısıdır. Önceki bölümlerde matematiksel eşitliklerde kullanılmış olan $D_B = \sum_{t=0}^{n-1} [(1+r)v]^t$ annüiteler için komütasyon fonksiyonudur.

Ayrıca $\ddot{a}_{\overline{n}|}$, $\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t = \frac{1-v^n}{1-v}$ şeklinde tanımlanan ve matematiksel eşitliklerde kullanılan peşin değer çarpanıdır.

3.2.2. Ödemelerin Devre Sonunda Yapılması Durumu

İlk ödemesi 1 TL olan, n yıl süreyle yapıldığı varsayılan annüitenin peşin değeri;

$$a_{\overline{n}|}^{r,k} = v + (1+k)v^2 + \dots + (1+k(1+r)^{n-2})v^n$$

$$\begin{aligned}
&= (v + v^2 + \dots + v^n) + (kv^2 + \dots + kv^n (1+r)^{n-2}) \\
&= v(1 + v + \dots + v^{n-1}) + kv^2(1 + \dots + (1+r)^{n-2} v^{n-2}) \\
&= \ddot{a}_{\overline{n}|}v + kv^2 \sum_{t=0}^{n-2} [(1+r)v]^t = v \left[\ddot{a}_{\overline{n}|} + kv \sum_{t=0}^{n-2} [(1+r)v]^t \right], \quad (7)
\end{aligned}$$

biriken değer;

$$s_{\overline{n}|}^{r,k} = v^{1-n} \left[\ddot{a}_{\overline{n}|} + kv \sum_{t=0}^{n-2} [(1+r)v]^t \right] \quad (8)$$

olarak elde edilir.

Bu eşitliklerde $k > 0$ için artan ödemeli ve $k < 0$ için azalan ödemeli nakit akışlarına ait sonuçlar elde edilir.

3.2.3. Matematiksel İlişkiler

Devre başı ödemeli biriken ve peşin değer arasındaki matematiksel ilişki (5) ve (6) ile verilen eşitliklerden;

$$\ddot{s}_{\overline{n}|}^{r,k} = v^{-n} \times \ddot{a}_{\overline{n}|}^{r,k},$$

Devre sonu ödemeli biriken ve peşin değer arasındaki ilişki (7) ve (8) eşitliklerinden;

$$s_{\overline{n}|}^{r,k} = v^{-n} a_{\overline{n}|}^{r,k},$$

Devre sonu ve devre başı ödemelerinin peşin değerleri arasındaki ilişki (5) ve (7) eşitliklerinden;

$$a_{\overline{n}|}^{r,k} = v \times \ddot{a}_{\overline{n}|}^{r,k},$$

Devre başı ve devre sonu ödemelerinin biriken değerleri arasındaki ilişki (6) ve (8) eşitliklerinden;

$$\ddot{s}_{\overline{n}|}^{r,k} = v^{-1} \times s_{\overline{n}|}^{r,k}$$

olarak elde edilir.



4. SINIRLI SÜRELİ HAYAT ANNÜİTELERİ

Hayat annüiteleri genellikle yıllık anlaşmalar olup riskin gerçekleşmesi halinde sözleşme sona erer. Hayat annüitelerinde teminat altına alınacak risk için ödemeler belirlenirken yıllık veya yılda birden çok kez ödeme şeklinde düzenlemeler yapılabilir. Bedel belirlenirken sigortalının sigorta süresinin sonunda hayatta olacağı varsayılp bir beklenen değer hesabı yapılır. Bu değere göre ödemelerin günümüzdeki değerleri hesaplanır (Akdeniz ve Erdugan, 2014).

Bu bölümde, Bölüm 3’de ele alınan geometrik ve ivmeli yöntemleri kullanarak hayat annüitelerinin matematiksel formülleri elde edilmiştir. Hesaplamalar yapılırken kişilerin yaşam olasılıkları (${}_1p_x, {}_2p_x, {}_3p_x, \dots, {}_np_x$) da göz önüne alınmıştır. Burada ${}_1p_x$ (ya da p_x) x yaşındaki sigortalının sigortacı ile yaptığı sözleşme tarihinden itibaren bir yıl, ${}_2p_x$ olasılığı iki yıl ve ${}_np_x$ olasılığı ise n yıl daha yaşaması yani $x+n$ yaşını görmesine ilişkin olasılıklardır. x yaşındaki bireyin bir yıl daha hayatta kalması olasılığı ${}_1p_x = l_{x+1}/l_x$ (benzer şekilde ${}_2p_x = l_{x+2}/l_x$ vb.) şeklinde yazılır. l_x , x yaşında hayatta olan birey sayısını gösterir (Gerber, 1997).

Bölüm 4.1’de geometrik yöntem yaşam olasılıklarına (${}_1p_x, {}_2p_x, {}_3p_x, \dots, {}_np_x$) bağlı olarak hayat annüiteleri için ele alınmıştır. Bölüm 4.2’de ise ivmeli yöntem yaşam olasılıklarına bağlı olarak ele alınmıştır.

4.1. Geometrik Yöntem ile Hesaplama

Bu başlıkta Bölüm 3.1’de verilen geometrik yöntem, bireylerin yaşam olasılıkları (${}_1p_x, {}_2p_x, {}_3p_x, \dots, {}_np_x$) da göz önüne alınarak tekrar ele alınmıştır. Burada x yaşındaki bir bireyin n yıl (devre) daha yaşayacağı olasılığı göz önüne

alınarak matematiksel eşitlikler elde edilmiştir. Eşitliklerde kullanılan ${}_nE_x$, x yaşındaki bir bireyin $x+n$ yaşında hayatta kalması durumunda, o yılın sonunda sigortalıya ödenecek olan 1 TL'nin peşin değerini ifade etmektedir. Ayrıca herhangi bir erteleme olmaksızın ödemelerin devre başında veya devre sonunda yapılması durumları ele alınmıştır. Ödeme şeması Şekil 3.1' deki gibi olmak üzere eşitlikler bölümün alt başlıklarında verilmiştir.

4.1.1. Ödemelerin Devre Başında Yapılması Durumu

Sigortalı sözleşme tarihinden itibaren ilk yılın sonunda hayatta kalırsa ona ödenecek olan 1 TL'nin peşin değeri kişinin ilk yılın sonunda yaşama olasılığına (${}_1p_x$) bağlı olarak $1 \times {}_1p_x \times (1+i)^{-1}$ şeklinde hesaplanır ve $v = (1+i)^{-1}$ olmak üzere ${}_1E_x = {}_1p_x \times v$ ile ifade edilir. Benzer şekilde sigortalı sözleşme tarihinden itibaren ikinci yılın sonunda hayatta kalırsa ödenecek olan 1 TL'nin peşin değeri kişinin ikinci yılın sonunda hayatta kalma olasılığına (${}_2p_x$) bağlı olarak $1 \times {}_2p_x \times (1+i)^{-2}$ şeklinde hesaplanır ve ${}_2E_x$ ile gösterilir.

Bölüm 4.1' de verilen nakit akışına göre n yıl sonunda sigortalı hayattaysa n yıllık hayat annüitesinin peşin değeri;

$$\begin{aligned}
 \ddot{a}_{x:n}^{[r]} &= 1 + (1+r) {}_1E_x + \dots + (1+r)^{n-1} {}_{n-1}E_x \\
 &= 1 + (1+r)v {}_1p_x + \dots + (1+r)^{n-1} v^{n-1} {}_{n-1}p_x \\
 &= 1 + (1+r) \frac{v l_{x+1}}{l_x} + \dots + (1+r)^{n-1} \frac{v^{n-1} l_{x+n-1}}{l_x} \\
 &= \frac{v^x l_x}{v^x l_x} + (1+r) \frac{v^{x+1} l_{x+1}}{v^x l_x} + \dots + (1+r)^{n-1} \frac{v^{x+n-1} l_{x+n-1}}{v^x l_x}
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{D_x} (D_x + (1+r)D_{x+1} + \dots + (1+r)^{n-1}D_{x+n-1}) \\
&= \frac{1}{D_x} \left(\sum_{t=1}^n (1+r)^{t-1} D_{x+t-1} \right)
\end{aligned} \tag{10}$$

olarak elde edilir.

Geometrik yöntemle göre n yıllık hayat annüitesinin biriken değeri (Bowers ve ark., 1997);

$$\begin{aligned}
\ddot{s}_{x:n}^{[r]} &= \frac{(1+i)^n}{{}_n p_x} + \frac{(1+i)^{n-1}(1+r)}{{}_{n-1} p_{x+1}} + \dots + \frac{(1+i)(1+r)^{n-1}}{{}_1 p_{x+n-1}} \\
&= (1+i)^n \left(\frac{1}{{}_n p_x} + \frac{(1+i)^{-1}(1+r)}{{}_{n-1} p_{x+1}} + \dots + \frac{(1+i)^{-(n-1)}(1+r)^{n-1}}{{}_1 p_{x+n-1}} \right) \\
&= \frac{(1+i)^n}{{}_n p_x} \left(1 + v(1+r) \frac{{}_n p_x}{{}_{n-1} p_{x+1}} + \dots + v^{n-1}(1+r)^{n-1} \frac{{}_n p_x}{{}_1 p_{x+n-1}} \right) \\
&= \frac{(1+i)^n}{{}_n p_x} \left(1 + v(1+r) \left(\frac{l_{x+n}/l_x}{l_{x+n}/l_{x+1}} \right) + \dots + v^{n-1}(1+r)^{n-1} \left(\frac{l_{x+n}/l_x}{l_{x+n}/l_{x+n-1}} \right) \right) \\
&= \frac{1}{(1+i)^{-n} {}_n p_x} \left(1 + v(1+r) \frac{l_{x+1}}{l_x} + \dots + v^{n-1}(1+r)^{n-1} \frac{l_{x+n-1}}{l_x} \right) \\
&= \frac{1}{v^n {}_n p_x} \left(1 + v(1+r) {}_1 p_x + \dots + v^{n-1}(1+r)^{n-1} {}_{n-1} p_x \right) \\
&= \frac{\ddot{a}_{x:n}^{[r]}}{{}_n E_x}
\end{aligned} \tag{11}$$

olarak elde edilir. Burada i faiz oranı, n devre (yıl) sayısı ve r değişim oranıdır. l_x ise $(l_0, l_1, l_2, \dots, l_x, \dots)$ vb. olmak üzere) hayat tablolarına göre x yaşında hayatta olan birey sayısını göstermektedir. Formüllerde kullanılacak $D_x = v^x l_x$ gösterimi hayat annüiteleri için komütasyon fonksiyonudur. t . ödeme miktarı $(1+r)^{t-1}$ olmak üzere $r < 0$ için $(1+r)^{t-1} \geq 0$ koşulu sağlandığı sürece ödemelere devam edilir. Koşul sağlanmadığında ödemelerin azalarak bittiği anlaşılabacağından ilk $(t-1)$ ödeme dikkate alınır. (10) ve (11) ile verilen eşitliklerde $r > 0$ için artan ödemeli ve $r < 0$ için azalan ödemeli nakit akışlarına ait sonuçlar elde edilir.

4.1.2. Ödemelerin Devre Sonunda Yapılması Durumu

Bölüm 4.1'deki nakit akışına göre n yıl sonunda sigortalı hayattaysa devre sonu ödemeli n yıllık hayat annüitesinin peşin değeri;

$$a_{x:n}^{[r]} = {}_1E_x + (1+r) {}_2E_x + \dots + (1+r)^{n-1} {}_nE_x \quad (12)$$

$$\begin{aligned} &= v {}_1p_x + (1+r)v^2 {}_2p_x + \dots + (1+r)^{n-1} v^n {}_np_x \\ &= \frac{v l_{x+1}}{l_x} + \frac{(1+r)v^2 l_{x+2}}{l_x} + \dots + \frac{(1+r)^{n-1} v^n l_{x+n}}{l_x} \\ &= \frac{v^{x+1} l_{x+1}}{v^x l_x} + \frac{(1+r)v^{x+2} l_{x+2}}{v^x l_x} + \dots + \frac{(1+r)^{n-1} v^{x+n} l_{x+n}}{v^x l_x} \\ &= \frac{1}{D_x} \left[D_{x+1} + (1+r) D_{x+2} + \dots + (1+r)^{n-1} D_{x+n} \right] \\ &= \frac{1}{D_x} \left[\sum_{t=1}^n (1+r)^{t-1} D_{x+t} \right], \end{aligned} \quad (13)$$

biriken değeri;

$$\begin{aligned}
s_{x:n}^{[r]} &= \frac{(1+i)^{n-1}}{{}_{n-1}p_{x+1}} + \frac{(1+i)^{n-2}(1+r)}{{}_{n-2}p_{x+2}} + \dots + (1+r)^{n-1} \\
&= (1+i)^n \left(\frac{(1+i)^{-1}}{{}_{n-1}p_{x+1}} + \frac{(1+i)^{-2}(1+r)}{{}_{n-2}p_{x+2}} + \dots + (1+i)^{-n}(1+r)^{n-1} \right) \\
&= \frac{(1+i)^n}{{}_np_x} \left(\frac{{}_vp_x}{{}_{n-1}p_{x+1}} + \frac{v^2(1+r){}_np_x}{{}_{n-2}p_{x+2}} + \dots + v^n(1+r)^{n-1}{}_np_x \right) \\
&= \frac{(1+i)^n}{{}_np_x} \left[v \left(\frac{l_{x+n}/l_x}{l_{x+n}/l_{x+1}} \right) + v^2(1+r) \left(\frac{l_{x+n}/l_x}{l_{x+n}/l_{x+2}} \right) + \dots + v^n(1+r)^{n-1} \left(\frac{l_{x+n}}{l_x} \right) \right] \\
&= \frac{1}{(1+i)^{-n}{}_np_x} \left(\frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2(1+r) \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + v^n(1+r)^{n-1} \frac{l_{x+n}}{l_x} \right) \\
&= \frac{1}{v^n{}_np_x} \left(v_1p_x + v^2(1+r)_2p_x + \dots + v^n(1+r)^{n-1}{}_np_x \right) = \frac{a_{x:n}^{[r]}}{{}_nE_x} \quad (14)
\end{aligned}$$

olarak elde edilir (Bowers ve ark., 1997). Burada da n yılın sonunda hayattaysa sigortalı $r > 0$ için artan ve $r < 0$ için azalan ödemeli duruma ait biriken değerler elde edilir.

4.1.3. Matematiksel İlişkiler

Devre başı ödemeli biriken ve peşin değer arasındaki matematiksel ilişki (11) eşitliğinden;

$$\ddot{s}_{x:n}^{[r]} = \ddot{a}_{x:n}^{[r]} / {}_nE_x,$$

Devre sonu ödemeli biriken ve peşin değer arasındaki ilişki (14) eşitliğinden;

$$s_{x:n}^{[r]} = a_{x:n}^{[r]} / {}_nE_x,$$

Devre başı ve devre sonu peşin değerleri arasındaki ilişki (9) ve (12) eşitliklerinden;

$$\ddot{a}_{x:n}^{[r]} = 1 + (1+r)a_{x:n}^{[r]} - (1+r)^n {}_nE_x ,$$

Devre başı ve devre sonu biriken değerleri arasındaki ilişki (11) ve (14) eşitliklerinden;

$$\dot{s}_{x:n}^{[r]} = s_{x:n}^{[r]} \times \left(\ddot{a}_{x:n}^{[r]} / a_{x:n}^{[r]} \right)$$

elde edilir.

4.2. İvmeli Yöntem ile Hesaplama

Bu başlık altında, Bölüm 3.2’ deki ivmeli yöntem bireylerin yaşam olasılıkları $({}_1p_x, {}_2p_x, {}_3p_x, \dots, {}_np_x)$ göz önüne alınarak tekrar ele alınmıştır. Burada da kullanılan ${}_nE_x$ ifadesi, x yaşındaki sigortalının $x+n$ yaşına geldiğinde yaşaması durumunda sigortalıya ödenecek olan 1 TL’nin peşin değerini ifade etmektedir. Ödemelerin devre başında veya devre sonunda yapılması durumlarına ait peşin ve biriken değerlerin matematiksel eşitlikleri elde edilmiştir. Şekil 3.6’daki nakit akışı kullanılarak elde edilen eşitliklere ait sonuçlar bu bölümün alt başlıklarında incelenmiştir (Alpman ve Ünal, 2019).

4.2.1. Ödemelerin Devre Başında Yapılması Durumu

Bölüm 4.2’ de verilen nakit akışına göre x yaşındaki sigortalı sözleşme tarihinden itibaren n yılın sonunda hayatta olursa n yıllık hayat annüitesinin peşin değeri;

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{x:n}^{r,k} &= 1 + [1+k] {}_1E_x + \dots + [1+k(1+r)^{n-2}] {}_{n-1}E_x \\
&= \underbrace{[1 + {}_1E_x + \dots + {}_{n-1}E_x]}_{1.kısım} + k \underbrace{[{}_1E_x + \dots + (1+r)^{n-2} {}_{n-1}E_x]}_{2.kısım} \quad (15)
\end{aligned}$$

olarak elde edilir. (16) numaralı eşitlikte iki kısma ayrılan ifadenin birinci kısmı;

$$\begin{aligned}
1 + {}_1E_x + \dots + {}_{n-1}E_x &= 1 + \frac{vl_{x+1}}{l_x} + \dots + \frac{v^{n-1}l_{x+n-1}}{l_x} \\
&= \frac{v^x l_x}{v^x l_x} + \frac{v^{x+1} l_{x+1}}{v^x l_x} + \dots + \frac{v^{x+n-1} l_{x+n-1}}{v^x l_x} \\
&= \frac{D_x + D_{x+1} + \dots + D_{x+n-1}}{D_x} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}
\end{aligned}$$

olarak elde edilmiştir. Kullanılan fonksiyonlardan $N_x = \sum_{t=0}^{\infty} D_{x+t}$ ve

$N_{x+n} = \sum_{t=0}^{\infty} D_{x+t+n}$ olacak şekilde tanımlanmıştır.

(15) numaralı eşitliğin ikinci kısmı ise;

$$\begin{aligned}
{}_1E_x + (1+r) {}_2E_x + \dots + (1+r)^{n-2} {}_{n-1}E_x &= \frac{vl_{x+1}}{l_x} + \dots + \frac{(1+r)^{n-2} v^{n-1} l_{x+n-1}}{l_x} \\
&= \frac{v^{x+1} l_{x+1}}{v^x l_x} + \dots + \frac{(1+r)^{n-2} v^{x+n-1} l_{x+n-1}}{v^x l_x}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{D_{x+1} + (1+r)D_{x+2} + \dots + (1+r)^{n-2}D_{x+n-1}}{D_x} \\
&= \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (1+r)^{t-1} D_{x+t}}{D_x}
\end{aligned}$$

olarak elde edilmiştir. Birinci ve ikinci kısımların çözümlerinin birleştirilmesiyle n yıllık hayat annüitesinin peşin değeri;

$$\ddot{a}_{x:n}^{r,k} = \left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) + \frac{k}{D_x} \left(\sum_{t=1}^{n-1} (1+r)^{t-1} D_{x+t} \right),$$

biriken değer ise (11) numaralı eşitlikten yararlanılarak aşağıda verilmiştir:

$$\ddot{s}_{x:n}^{r,k} = \frac{1}{{}_nE_x} \left[\left(\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \right) + \frac{k}{D_x} \left(\sum_{t=1}^{n-1} (1+r)^{t-1} D_{x+t} \right) \right] = \frac{\ddot{a}_{x:n}^{r,k}}{{}_nE_x}.$$

(15) eşitliğinde $k < 0$ durumunda, t . taksit ödemesi $1 + k(1+r)^{t-2} \geq 0$ koşulunu sağladığı sürece taksit ödemelerine devam edilir. Koşul sağlanmadığı anda ilk $(t-1)$ tane ödeme toplanır. Formüllerde kullanılan $D_x = v^x l_x$ hayat annüitesi fonksiyonudur.

4.2.2. Ödemelerin Devre Sonunda Yapılması Durumu

Bölüm 4.2’de verilen nakit akışından yararlanarak devre sonu ödemeli n yıllık hayat annüitesinin peşin değeri;

$$\begin{aligned}
a_{x:n}^{r,k} &= {}_1E_x + [1+k] {}_2E_x + \dots + [1+k(1+r)^{n-2}] {}_nE_x \\
&= \underbrace{[{}_1E_x + {}_2E_x + \dots + {}_nE_x]}_{1.kısım} + k \underbrace{[{}_2E_x + \dots + (1+r)^{n-2} {}_nE_x]}_{2.kısım}
\end{aligned} \tag{16}$$

olarak ifade edilir. Burada (16) eşitliğinin birinci kısmının çözümü;

$$\begin{aligned}
{}_1E_x + {}_2E_x + \dots + {}_nE_x &= v \frac{l_{x+1}}{l_x} + v^2 \frac{l_{x+2}}{l_x} + \dots + v^n \frac{l_{x+n}}{l_x} \\
&= \frac{v^{x+1} l_{x+1}}{v^x l_x} + \frac{v^{x+2} l_{x+2}}{v^x l_x} + \dots + \frac{v^{x+n} l_{x+n}}{v^x l_x} \\
&= \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{x+n}}{D_x} \\
&= \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x},
\end{aligned}$$

ikinci kısım çözümü;

$$\begin{aligned}
{}_2E_x + \dots + (1+r)^{n-2} {}_nE_x &= \frac{D_{x+2}}{D_x} + \dots + (1+r)^{n-2} \frac{D_{x+n}}{D_x} \\
&= \frac{\sum_{t=1}^{n-1} (1+r)^{t-1} D_{x+t+1}}{D_x}
\end{aligned}$$

olarak elde edilmiştir. Burada kullanılan fonksiyonlar $N_x = \sum_{t=0}^{\infty} D_{x+t}$ ve

$N_{x+n} = \sum_{t=0}^{\infty} D_{x+t+n}$ olarak tanımlanmıştır. Birinci ve ikinci kısım çözümlerinin

birleştirilmesiyle peşin değer aşağıda verilmiştir:

$$a_{x:n}^{r,k} = \left(\frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \right) + \frac{k}{D_x} \left(\sum_{t=1}^{n-1} (1+r)^{t-1} D_{x+t+1} \right).$$

Biriken değer ise (14) eşitliğinden yararlanılarak

$$s_{x:n}^{r,k} = \frac{1}{{}_n E_x} \left[\left(\frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \right) + \frac{k}{D_x} \left(\sum_{t=1}^{n-1} (1+r)^{t-1} D_{x+t+1} \right) \right]$$

olarak elde edilir. Bu eşitliklerde $k > 0$ için artan ödemeli ve $k < 0$ için azalan ödemeli nakit akışlarına ait sonuçlar elde edilir (Alpman ve Ünal, 2019).

4.2.3. Matematiksel İlişkiler

Devre başı ödemeli biriken ve peşin değer arasındaki matematiksel ilişki (11) eşitliğinden;

$$\ddot{s}_{x:n}^{r,k} = \ddot{a}_{x:n}^{r,k} / {}_n E_x ,$$

Devre sonu ödemeli biriken ve peşin değer arasındaki ilişki (14) eşitliğinden;

$$s_{x:n}^{r,k} = a_{x:n}^{r,k} / {}_n E_x ,$$

Devre başı ve devre sonu peşin değerleri arasındaki ilişki (15) ve (16) eşitliklerinden;

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{r,k} = a_{x:\overline{n}|}^{r,k} + 1 + k {}_1E_x - {}_nE_x (1 - k(1+r)^{n-2}),$$

Devre başı ve devre sonu biriken değerleri arasındaki ilişki (11) ve (14) eşitliklerinden;

$$\ddot{s}_{x:\overline{n}|}^{r,k} = s_{x:\overline{n}|}^{r,k} \times (\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{r,k} / a_{x:\overline{n}|}^{r,k})$$

şeklinde elde edilir.



5. SINIRLI SÜRELİ HAYAT SİGORTALARI

Hayat sigortaları, her an ölüm riski gerçeğiyle yüz yüze yaşanan bu hayatta hem yatırım amacıyla hem de kişilerin ölümü halinde geride kalan yani sorumluluklarındaki fertlerin maddi refahının devamlılığını sağlamak amacıyla satın alınan sigorta türlerinden biridir. Hayat sigortaları ölüme ve yaşama bağlı olmak üzere iki kısma ayrılmaktadır. Yaşama bağlı olan hayat annüiteleri Bölüm 4'te ele alınmıştı.

Hayat sigortaları başlama zamanlarına göre hemen veya ertelenmiş, geçerlilik sürelerine göre sınırlı süreli veya ömür boyu geçerli, ödenen tazminat miktarına göre de sabit veya değişen ödemeli ve tazminatın ödenme zamanına göre de ölüm yılının sonu veya sözleşmenin hemen bitiminde olacak şekilde gruplandırılır. Bu çalışmada ödemenin ölüm yılının sonunda yapılacağı kabul edilmiştir.

Ölüm riskine bağlı hayat sigortaları sınırlı süreli, ömür boyu (tüm hayat) ve karma hayat sigortaları olmak üzere üç genel başlık altında incelenir.

1. Sınırlı süreli hayat sigortalarında; sigorta satın alan kişi yani sigortalı sözleşmede belirtilen süre içinde hayatını kaybederse sigortacı önceden belirlenmiş tazminatı sigorta sözleşmesindeki hak sahibine yoksa mirasçılara ödemekle yükümlüdür. Fakat sigortalının sözleşmede belirtilen süre içinde ölmemesi yani süre bitiminde hayatta kalması durumunda ödediği primleri geri alamaz. Yani primler sigortacıya kalır ve sigortalıya herhangi bir meblağ ödenmez.
2. Tüm hayat sigortalarında; sigorta satın alan kişi için sigorta sözleşmesinde herhangi bir sınırlayıcı süre yoktur. Yani kişinin, geri kalan ömrünün herhangi bir zamanında ölmesi durumunda sigortacı ödeme yapmakla yükümlüdür. Sigortacının ödeyeceği tazminat

miktarı sözleşmede önceden belirlenmiş tazminat miktarıdır. Tazminat ödemesi sözleşmede belirtilen hak sahibine yoksa mirasçılara yapılır.

3. Karma hayat sigortasında; sigorta sözleşmesi oluşturulurken sigorta satın alan yani sigortalı kişinin belirtilen süre içinde hem ölmesi hem de yaşaması riski değerlendirilir. Yani, sigortalı sigorta sözleşmesinde belirtilen süre içinde vefat ederse önceden taraflarca sözleşmede belirlenmiş olan tazminat miktarını, sigortacı sigortalının belirlediği hak sahibine yoksa mirasçılara ölüm yılının sonunda öder. Aksi takdirde sigortalı belirtilen sürenin sonunda hayatta ise sigortacı ödemeyi sigortalının kendisine sözleşmenin bitim tarihinden hemen sonra öder.

5.1. Sınırlı Süreli Karma Hayat Sigortası

Bu kısımda, Bölüm 3'te ele alınan iki teknik kullanılarak karma hayat sigortası için matematiksel eşitlikler elde edilmiştir. Eşitlikler elde edilirken kişilerin yaşam olasılıklarına $({}_1p_x, {}_2p_x, {}_3p_x, \dots, {}_np_x)$ ek, ölüm olasılıkları $({}_1q_x, {}_2q_x, {}_3q_x, \dots, {}_nq_x)$ yani vefat etme ihtimalleri de göz önüne alınarak hesaplamalar yapılmıştır. ${}_1q_x$ (ya da q_x), sigortalının gelecek bir yıl içinde ölme ihtimalini gösterirken ${}_2q_x$, gelecek iki yıl içinde ölme ihtimalini göstermektedir. Ayrıca ${}_1q_x$ bir yıl yaşayıp ondan sonraki gelecek bir yıl içinde ölme ve ${}_2q_x$ iki yıl yaşayıp ondan sonraki gelecek bir yıl içinde ölme olasılığını ifade etmektedir.

5.1.1. Geometrik Yöntem ile Hesaplama

Sınırlı süreli karma hayat sigortası satın alan x yaşındaki sigortalının, sigortacıyla yaptığı sözleşmeye göre ölümü halinde ölüm

yılıının sonunda hak sahiplerine ödenecek olan tazminatın peşin değeri (Gerber, 1997) eşitlik (17) de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
G(A_{x:n}^1) &= vq_x + (1+r)v^2 {}_1|q_x + \dots + (1+r)^{n-1}v^n {}_{n-1}|q_x \\
&= \frac{vd_x}{l_x} + \frac{(1+r)v^2 d_{x+1}}{l_x} + \dots + \frac{(1+r)^{n-1}v^n d_{x+n-1}}{l_x} \\
&= \frac{v^{x+1}d_x}{v^x l_x} + \frac{(1+r)v^{x+2}d_{x+1}}{v^x l_x} + \dots + \frac{(1+r)^{n-1}v^{x+n}d_{x+n-1}}{v^x l_x} \\
&= \frac{C_x + C_{x+1}(1+r) + C_{x+2}(1+r)^2 + \dots + C_{x+n-1}(1+r)^{n-1}}{D_x} \\
&= \frac{1}{D_x} \left(\sum_{t=0}^{n-1} (1+r)^t C_{x+t} \right) \tag{17}
\end{aligned}$$

Eğer sigortalı n . yılın sonunda hayatta olursa sigortalının kendisine yapılacak olan tazminat bedelinin bugünkü değeri de eşitlik (18) de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
G(A_{x:n}^1) &= v {}_1p_x + (1+r)v^2 {}_2p_x + \dots + (1+r)^{n-1}v^n {}_n p_x \\
&= A_{x:1}^1 + (1+r)A_{x:2}^1 + (1+r)^2 A_{x:3}^1 + \dots + (1+r)^{n-1} A_{x:n}^1 \\
&= \sum_{t=1}^n A_{x:t}^1 (1+r)^{t-1} \\
&= \frac{1}{D_x} \left(\sum_{t=1}^n (1+r)^{t-1} D_{x+t} \right) \tag{18}
\end{aligned}$$

Burada l_x , yaşam tablosuna göre x yaşında hayatta olan birey sayısıdır. d_x , x ile $x+1$ yaşları arasında hayatta olan bireylerin beklenen sayısını göstermektedir ve $d_x = l_x - l_{x+1}$ olarak gösterilmiştir. Burada $C_x = v^{x+1} d_x$, $D_x = v^x l_x$, $A_{x:n|}^1 = v^n {}_n p_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$ ve ${}_t q_x = \frac{d_{x+t}}{l_x}$ ($t = 0, 1, 2, \dots, n-1$) olacak şekilde tanımlanmıştır.

$G(A_{x:n|}) = G(A_{x:n|}^1) + G(A_{x:n|})$ olarak tanımlanan sınırlı süreli karma hayat sigortası (17) ve (18) eşitliklerinden faydalanarak

$$G(A_{x:n|}) = \frac{1}{D_x} \left(\sum_{t=0}^{n-1} (1+r)^t C_{x+t} \right) + \frac{1}{D_x} \left(\sum_{t=1}^n (1+r)^{t-1} D_{x+t} \right)$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada $r > 0$ için artan ve $r < 0$ için azalan ödemeli duruma ait peşin değerler elde edilmiştir.

5.1.2. İvmeli Yöntem ile Hesaplama

Sınırlı süreli karma hayat sigortası satın alan sigortalının ölümü halinde, ölüm yılının sonunda hak sahiplerine ödenecek olan tazminatın peşin değeri;

$$\begin{aligned} A(A_{x:n|}^1) &= v q_x + (1+k) v^2 {}_1 q_x + \dots + \left[1 + k(1+r)^{n-2} \right] v^n {}_{n-1} q_x \\ &= v q_x + v^2 {}_1 q_x + k v^2 {}_1 q_x + \dots + v^n {}_{n-1} q_x + k(1+r)^{n-2} v^n {}_{n-1} q_x \end{aligned}$$

$$= \left[\underbrace{vq_x + v^2 {}_1|q_x + \dots + v^n {}_{n-1}|q_x}_{1.kısım} + k \underbrace{v^2 {}_1|q_x + \dots + (1+r)^{n-2} v^n {}_{n-1}|q_x}_{2.kısım} \right] \quad (19)$$

olarak elde edilir (Alpman ve Ünal, 2019).

(19) eşitliğinin birinci kısmının çözümü;

$$\begin{aligned} vq_x + v^2 {}_1|q_x + \dots + v^n {}_{n-1}|q_x &= \frac{vd_x}{l_x} + \frac{v^2 d_{x+1}}{l_x} + \dots + \frac{v^n d_{x+n-1}}{l_x} \\ &= \frac{v^{x+1} d_x}{v^x l_x} + \frac{v^{x+2} d_{x+1}}{v^x l_x} + \dots + \frac{v^{x+n} d_{x+n-1}}{v^x l_x} \\ &= \frac{C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+n-1}}{D_x} = \frac{\sum_{t=0}^{n-1} C_{x+t}}{D_x}, \end{aligned} \quad (20)$$

ikinci kısım çözümü;

$$\begin{aligned} v^2 {}_1|q_x + \dots + (1+r)^{n-2} v^n {}_{n-1}|q_x &= \frac{v^2 d_{x+1}}{l_x} + \dots + \frac{(1+r)^{n-2} v^n d_{x+n-1}}{l_x} \\ &= \frac{v^{x+2} d_{x+1}}{v^x l_x} + \dots + \frac{(1+r)^{n-2} v^{x+n} d_{x+n-1}}{v^x l_x} \\ &= \frac{C_{x+1} + \dots + (1+r)^{n-2} C_{x+n-1}}{D_x} \\ &= \frac{1}{D_x} \left[\sum_{t=0}^{n-2} (1+r)^t C_{x+t+1} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

şeklindedir. Burada $C_x = v^{x+1} d_x$ olarak tanımlanmıştır.

Sigortalının ölümü halinde hak sahiplerine ödenecek olan tazminat miktarı (20) ve (21) eşitliklerinden

$$A(A_{x:n}^1) = \frac{\sum_{t=0}^{n-1} C_{x+t}}{D_x} + \frac{k}{D_x} \left(\sum_{t=0}^{n-2} (1+r)^t C_{x+t+1} \right)$$

olarak elde edilmiştir.

Eğer x yaşındaki sigortalı n . yılın sonunda hayatta olursa kendisine yapılacak olan ödemenin bugünkü değeri;

$$\begin{aligned} A(A_{x:n}^1) &= v_1 p_x + (1+k)v^2 {}_2p_x + \dots + [1+k(1+r)^{n-2}] v^n {}_n p_x \\ &= A_{x:1}^1 + (1+k)A_{x:2}^1 + \dots + [1+k(1+r)^{n-2}] A_{x:n}^1 \\ &= \underbrace{\left[A_{x:1}^1 + A_{x:2}^1 + \dots + A_{x:n}^1 \right]}_{1.kısım} + k \underbrace{\left[A_{x:2}^1 + \dots + (1+r)^{n-2} A_{x:n}^1 \right]}_{2.kısım} \quad (22) \end{aligned}$$

şeklinde dir. (22) eşitliğinin birinci kısmının çözümü;

$$\begin{aligned} A_{x:1}^1 + A_{x:2}^1 + \dots + A_{x:n}^1 &= \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{x+n}}{D_x} = \frac{\sum_{t=1}^n D_{x+t}}{D_x} \\ &= \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}, \quad (23) \end{aligned}$$

ikinci kısım çözümü;

$$A_{x:2}^1 + (1+r)A_{x:3}^1 + \dots + (1+r)^{n-2} A_{x:n}^1 = \frac{D_{x+2}}{D_x} + (1+r) \frac{D_{x+3}}{D_x} \dots + (1+r)^{n-2} \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$= \frac{1}{D_x} \left(\sum_{t=1}^{n-1} (1+r)^{t-1} D_{x+t+1} \right) \quad (24)$$

olarak elde edilmiştir (Alpman ve Ünal, 2019). Burada $\sum_{t=0}^{\infty} D_{x+t} = N_x$ ve

$\sum_{t=0}^{\infty} D_{x+t+n} = N_{x+n}$ şeklinde tanımlanmıştır.

Sözleşme sonunda hayatta olan sigortalıya ödenecek olan tazminatın peşin değeri (23) ve (24) eşitliklerinden yararlanılarak

$$A(A_{x:n|}^{-1}) = \left(\frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \right) + \frac{k}{D_x} \left(\sum_{t=1}^{n-1} (1+r)^{t-1} D_{x+t+1} \right)$$

şeklindedir.

$A(A_{x:n|}) = A(A_{x:n|}^{-1}) + A(A_{x:n|})$ olarak tanımlanan sınırlı süreli karma hayat sigortası (19) ve (22) eşitliklerinden

$$\begin{aligned} A(A_{x:n|}) &= \frac{\sum_{t=0}^{n-1} C_{x+t} + \sum_{t=1}^n D_{x+t}}{D_x} + \frac{k}{D_x} \left(\sum_{t=0}^{n-2} (1+r)^t C_{x+t+1} + \sum_{t=1}^{n-1} (1+r)^{t-1} D_{x+t+1} \right) \\ &= \frac{\sum_{t=0}^{n-1} C_{x+t} + \sum_{t=0}^{n-1} D_{x+t+1}}{D_x} + \frac{k}{D_x} \left(\sum_{t=0}^{n-2} (1+r)^t C_{x+t+1} + \sum_{t=0}^{n-2} (1+r)^t D_{x+t+2} \right) \\ &= \frac{\sum_{t=0}^{n-1} (C_{x+t} + D_{x+t+1})}{D_x} + \frac{k}{D_x} \left(\sum_{t=0}^{n-2} (1+r)^t (C_{x+t+1} + D_{x+t+2}) \right) \end{aligned} \quad (25)$$

olarak elde edilmiştir. Burada $k > 0$ için artan ve $k < 0$ için azalan ödemeli duruma ait peşin değerler elde edilir.



6. UYGULAMA

Uygulama kısmında Bölüm 3, Bölüm 4 ve Bölüm 5'te teorik olarak elde edilen eşitliklerin sayısal uygulaması yapılmıştır. Sayısal değerler Microsoft Excel (2010) programı kullanılarak elde edilmiştir. Uygulamada faiz oranı için literatürde sıklıkla kullanılan 0,06 ve 0,10 değerleri temel alınmıştır. r oranı için $r_1 = 0,001$, $r_2 = 0,01$ ve $r_3 = 0,1$ değerleri seçilmiştir (Tauer, 1984; Formato, 1992; Eroğlu, 2000; Eroğlu ve Özdemir, 2012; Öztürk ve Arslan, 2013; Al Ashry, 2015). r oranının seçilmiş değerlerine göre, birikim planlarının (modellerinin) 1. , 5. , 10. ve 20. yıllardaki birikim veya peşin değer miktarları bu bölümün alt başlıklarındaki tablolarda verilmiştir. Ayrıca k miktarları $k_1 = 0,001$, $k_2 = 0,01$, ve $k_3 = 0,1$ olarak seçilmiş ve hesaplamalar bunlara göre yapılmıştır. Böylece P liralık bir yatırım için $k = P \times 0,001$, $k = P \times 0,01$ ve $k = P \times 0,1$ değerlerinin P 'ye eklenmiş olacağı varsayılmıştır. Hesaplamalar yıllık 1 birim ödeme üzerinden yapılmıştır.

6.1. Sınırlı Süreli Annüiteler Uygulaması

Bu alt başlıkta Bölüm 3.1 ve Bölüm 3.2'de ele alınan geometrik ve ivmeli yöntemin sayısal uygulaması yapılmıştır.

Ek 4'teki tabloya göre geometrik yöntemde $r > 0$ için r 'nin artması ile biriken değerler artmakta ve bu artış n arttıkça daha hızlı olmaktadır. Benzer durum iki farklı i değeri için de geçerli olmakla birlikte faiz oranı arttıkça, hem devre başı hem de devre sonu ödemelerde birikimler daha hızlı artmaktadır.

$r > 0$ ve $k < 0$ durumu için k 'nin sıfıra yaklaşan değeri ve r 'nin küçük değeriyle birlikte n 'nin artan değerleri yatırımcının maksimum kazanca gitmesini sağlayacak değerlerdir. Yani yatırımcının maksimum kazancı, Ek 4'e göre

$n = 20$ 'de r_1 ve k_1 değerlerinin seçilmesiyle olmaktadır. Bahsedilen bu kazancı artıracak bir diğer önemli nokta ise tablolarda da açıkça görüleceği gibi i faiz oran değerinin artmasıdır.

$r > 0$ ve $k < 0$ için Ek 4 ve Ek 5'te k değeri sıfıra yaklaştıkça artan birikim değerinin, r 'nin büyük değerlerinde daha yüksek olduğu görülmektedir. Örneğin, Ek 4'e göre devre sonu ödemeli durumda biriken değerler ($s_{n-1}^{r,k}$) incelendiğinde $n = 15$ için, r_3 oranı sabit olmak üzere k_1 ve k_3 'e karşılık gelen biriken değerler arasındaki fark 3,8031 TL'dir. Benzer şekilde r_1 oranı sabit olmak üzere k_1 ve k_3 'e karşılık gelen biriken değerler arasındaki fark ise 2,0921 TL'dir. Ayrıca r ve k değerleri sabit tutulup n değeri artınca, birikim miktarlarındaki artışlar daha fazla olmaktadır.

$r > 0$ ve $k > 0$ durumunda ise k 'deki artış birikim miktarlarının artmasını sağlamakla birlikte birikimdeki artış hızı r 'nin değişmesi ile çok fark etmemektedir. Fakat artan n değerleri için birikim miktarı hızla artmaktadır. Üstelik r ve k 'nin her ikisi birden azalsa bile, n 'deki artış birikimin hem devre başı hem de devre sonu ödemelerde ciddi düzeyde artmasını sağlamaktadır.

Ek 4 ve Ek 5'teki ivmeli yöntemde $r > 0$ ve $k < 0$ durumunda, her iki i değeri için de n 'nin artması ve r oranı sabitken k 'nin sıfıra yaklaşması daha yüksek birikim sağlamaktadır. Buna ek olarak k oranı sabitken yani aynı k değeri için r 'de oluşan değişimler ise sonuçlarda çok dramatik farklar yaratmamaktadır.

Genel olarak Ek 5'te elde edilen birikim değerleri, Ek 4'te elde edilen birikim değerlerinden daha büyüktür. Çünkü faiz oranı Ek 5'te daha yüksek uygulanmıştır.

6.2. Sınırlı Süreli Hayat Annüiteleri Uygulaması

Bu kısımda Bölüm 4.1 ve Bölüm 4.2’de ele alınan geometrik hayat annüitesi ile ivmeli hayat annüitesinin uygulaması yapılmıştır. Ek 6 faiz oranı 0,06 değerine göre ve Ek 7’de 0,10 faiz oranına göre düzenlenmiştir. Hesaplamalarda bireyin 35 yaşında olduğu varsayılmıştır (TÜİK, Hayat Tabloları, 2013-2015).

Ek 6’ya göre geometrik yöntemde $r > 0$ için r arttıkça peşin değer miktarları artmıştır ve n arttıkça r ’nin büyük değerlerinde artış daha fazla olmaktadır. $r < 0$ için ise n arttıkça peşin değer için avantaj olmakla birlikte r sıfırdan uzaklaştıkça peşin değer miktarı azalmıştır.

İvmeli yöntemde ise $r > 0$ ve $k < 0$ durumunda k sabitken r ’nin tek başına artması ya da r sabitken k ’nin tek başına sıfıra yaklaşması peşin değer miktarındaki artışı çok etkilememiştir. Aynı anda r ’nin artması ve k ’nin sıfıra yaklaşması ise, peşin değer nispeten daha fazla artmasına neden olmuştur. $r > 0$ ve $k > 0$ durumunda ise k sabitken r ’nin artması peşin değer artış hızını kayda değer bir şekilde etkilememiştir. r sabitken k ’nin artması ise peşin değer miktarını artırmaktadır hatta bu artış n büyüdükçe daha fazla olmuştur. Bu duruma örnek olarak Ek 6’ya göre $n = 5$ için devre başı ödemeli ($\ddot{a}_{\overline{n}|}^{r,k}$) durumda r_3 oranı sabit iken k_1 ve k_3 ’e karşılık gelen peşin değerler arasındaki fark 0,3945 TL’dir. $n = 20$ için ise r_3 sabit iken k_1 ve k_3 ’e karşılık gelen peşin değerler arasındaki fark 2,4898 TL’dir. Ayrıca r ve k değerleri sabit tutulup n değeri artınca, peşin değer miktarlarındaki artışlar daha fazla olmuştur.

Farklı faiz oranlarına sahip Ek 6 ve Ek 7’ye bakıldığında diğer parametreler sabitken faiz oranındaki artış hayat annüitelerinin peşin değer miktarını her iki yöntemde de düşürmüştür. Yani faiz oranı arttıkça sigortalı birey daha az para ödemiştir.

6.3. Sınırlı Süreli Hayat Sigortaları Uygulaması

Bu kısımda Bölüm 5.1.1 ve Bölüm 5.1.2’de ele alınan yöntemlerin sayısal uygulaması yapılmıştır. Ek 8 ve Ek 9 sırasıyla 0,06 ve 0,10 faiz oranına göre düzenlenmiştir. Hesaplamalarda bireyin 35 yaşında olduğu varsayılmıştır (TÜİK, Hayat Tabloları, 2013-2015).

Ek 8’de yapılan hesaplamalarda geometrik yöntemle göre $r > 0$ için r arttıkça peşin değer miktarları artmıştır ve n arttıkça r ’nin büyük değerlerinde artış daha fazla olmuştur.

$r < 0$ için ise r sıfırdan uzaklaştıkça peşin değer miktarı azalmış ve n arttıkça r ’nin küçük değerlerinde peşin değer miktarı azalışı daha fazla olmuştur. Bu duruma örnek olarak $n = 10$ ve $n = 20$ için sırasıyla r_1 ve r_3 oranlarına karşılık gelen peşin değerler arasındaki fark 2,6435 TL ve 11,2623 TL’dir.

İvmeli yöntemle göre ise $r > 0$ ve $k > 0$ durumunda k sabitken r ’nin artması peşin değer artışını kayda değer bir şekilde etkilememiştir ve bu durum n artsa bile geçerlidir. Ama r sabitken k ’nin artması peşin değer miktarını artırmıştır ve bu artış n büyüdükçe daha fazla olmuştur.

Ek 8’de ivmeli yöntem göz önüne alındığında $r > 0$ ve $k < 0$ durumunda k sabitken r ’nin tek başına artması peşin değer miktarındaki azalmayı çok etkilememiştir. Ama n ’nin büyük değerlerinde, k sabitken r ’nin artması peşin değer azalmasına katkıda bulunmuştur. Bu duruma örnek verirse $n = 20$ için r_1 ve k_3 değerlerine karşılık gelen peşin değer miktarı 16,7596 TL’dir. Yine aynı n değeri için r_3 ve k_3 değerlerine karşılık gelen peşin değer ise 13,1683 TL’dir.

Ek 8 ve Ek 9’a bakıldığında bahsedilen tüm bu özellikler i ’nin hem 0,06 hem de 0,10 değeri için geçerlidir. Ayrıca bu iki tablo karşılaştırıldığında, diğer parametreler sabitken faiz oranındaki artış peşin değer miktarını her iki yöntemde de düşürmüştür.

7. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmada geometrik ve ivmeli yöntem olmak üzere iki farklı ödeme yöntemi ele alındı. Bu iki yöntemin annüite, hayat annüitesi ve karma hayat sigortaları için matematiksel eşitlikleri artan ve azalan ödemeli olacak şekilde elde edildi. Ayrıca çalışmada formüllerin devre başı ve devre sonu ödemeli durumları ve ilişkilerine de yer verildi. Sonuçlar ise şu şekilde verilebilir.

Annüiteler için:

Geometrik yöntemde $r > 0$ için r 'nin artması ile biriken değerler artmakta ve bu artış n arttıkça daha fazla olmaktadır. İvmeli yöntem için $k < 0$ durumunda, i 'nin farklı değerleri için n büyüdükçe artış miktarı daha fazla olmaktadır. Ayrıca r sabitken k sıfıra yaklaştıkça birikim değeri de artmaktadır. Ama r 'nin değişimi sonuçlarda kayda değer bir değişime neden olmamaktadır. Genel olarak geometrik ve ivmeli yöntemde diğer değişkenler sabitken faiz oranı arttıkça birikim değeri artmaktadır. Aynı şekilde diğer değişkenler sabitken n arttıkça da biriken değer miktarı artmaktadır. Ek olarak devre başında yapılan ödemelerde birikim miktarı devre sonuna göre daha fazla olmaktadır.

Hayat annüiteleri için:

Geometrik yöntemde $r > 0$ için r 'nin artması ile peşin değerler artmaktadır ve bu artış n arttıkça daha fazla olmaktadır. İvmeli yöntemde $r > 0$ ve $k > 0$ için k sabitken, r 'nin artması peşin değer artış miktarında kayda değer bir etkiye neden olmamaktadır. r sabitken k 'nin artması peşin değer miktarını artırmaktadır ve bu artış n arttıkça daha fazla olmaktadır. $k < 0$ durumunda ise k sabitken r 'nin artması ya da r sabitken k 'nin sıfıra yaklaşması peşin değer artışını kayda değer bir şekilde etkilememektedir. Ama r artarken

aynı zamanda k 'nin sıfıra yaklaşması peşin değer miktarını artırmaktadır. Hayat annüiteleri uygulamasında, her iki yöntem içinde diğer değişkenler sabitken faiz oranının artması peşin değeri azaltmaktadır. Aynı şekilde diğer değişkenler sabitken n 'nin artması da peşin değer miktarını azaltmaktadır. Ek olarak, devre başında yapılan ödemelerde peşin değer miktarı devre sonuna göre daha azdır.

Karma hayat sigortası (ölüm halinde):

Geometrik yöntemde $r > 0$ için r 'nin artması ile peşin değerler artmaktadır ve bu artış n arttıkça daha fazla olmaktadır. İvmeli yöntemde $k > 0$ durumunda k sabitken, r 'nin artması peşin değer artışında önemli bir etkiye sahip değildir. Hatta n artsa bile bu durum değişmemektedir. Ama r sabitken k 'nin artması peşin değeri artırmaktadır ve bu artış n arttıkça daha fazla olmaktadır. Bu durum en iyi n 'nin en büyük değerlerinde gözlemlenmektedir. Her iki yöntemde de diğer değişkenler sabit olmak koşuluyla faiz oranı arttıkça peşin değer miktarı düşmektedir.

Sonuç olarak seçilen yönteme bakılmaksızın, ödemelerin devre başında yapılması devre sonuna göre daha fazla birikim elde edilmesini sağlamaktadır. Ayrıca hem geometrik hem de ivmeli yöntemde $r > 0$ için r arttıkça tasarruf miktarı artmaktadır, ayrıca aynı r miktarı ve aynı yıllara göre iki yöntem karşılaştırıldığında geometrik yöntemde artış daha fazla olmaktadır. Azalan ödemeli durumlar için ise, r arttıkça tasarruf miktarı düşmektedir. Aynı yıl ve r oranına göre iki yöntem karşılaştırıldığında da geometrik yöntemdeki düşüş daha fazla olmaktadır.

Bu çalışmadan yola çıkarak, sürekli değişkenlik gösteren ekonomik şartlar altında talepler doğrultusunda yeni ödeme planları geliştirilebilir. Ayrıca faizlerin değişken olması durumunda ödemelerin nasıl planlanabileceği üzerine araştırma ve

çalışmalar yapılabilir. Böylece farklı ödeme planları konusunda literatüre hem teorik hem sayısal analiz anlamında katkı sunulmuş olunur.





KAYNAKLAR

- Akbay, O.S., 2015. Dünya’da ve Türkiye’de Sigortacılığın Tarihçesi (F. Kaya Editör). Sigortacılık, 5. Baskı, Beta Basım Yayın Dağıtım, İstanbul, s. 75-87.
- Akdeniz, F., Erdugan, F., 2014. Aktüerya Matematiği ve Yaşam Analizi. Akademisyen Kitapevi, Adana.
- Al Ashry, M.H.S., 2015. Down Scaling Interest in Interest Rate. Theoretical Economics Letters, 5, 82-91.
- Alpman, B., Ünal, D., 2019. Accelerating the Premiums for Aannuities, Life Annuities and Life Insurance. Communications in Statistics - Theory and Methods, DOI:10.1080/03610926.2018.1564329.
- Aydemir, E., Eroğlu,R., 2014. Development of New Loan Payment Models with Piecewise Geometric Gradient Series. Dokuz Eylül Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi, 29(2), 95-106.
- Bernstein, P.L., 2015. Tanrılara Karşı Riskin Olağanüstü Tarihi. Scala Yayıncılık, İstanbul, 106-115.
- Bowers, N.L., Gerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A. and Nesbitt, C.J., 1997. Actuarial Mathematics. SOA, USA, 51-158.
- Cathcart, M.J., Lok, H.Y., McNeil, A.J. and Morrison, S., 2015. Calculating Variable Annuity Liability “Greeks” Using Monte Carlo Simulation. ASTIN Bulletin., The Journal of the International Actuarial Association, 45 (2), 239-266.
- Çipil, M., 2008. Risk Yönetimi ve Sigorta. Nobel Yayın ve Dağıtım, Ankara, 26-39.

- Eroğlu, A., 2000. Solution Approaches for Repayment Problems. Suleyman Demirel University Journal of Economics and Administrative Science Faculty, 5(1), 87-102.
- Eroğlu, A., Karaöz, M., 2002. Generalized Formula for the Periodic Linear Gradient Series Payment in a Skip Payment Loan with Arbitrary Skips. The Engineering Economist, 47 (1), 75-83.
- Eroğlu, A., Özdemir, G., 2012. A Loan Payment Model with Rhythmic Skips. 3.rd International Symposium on Sustainable Development, Sarajevo, 271-277.
- Eroğlu, A., 2013. Yeni Borç Ödeme Modelleri için Genel Formüller. Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, 1 (17).
- Fabrycky, W.J., Thuesen, G.J., Moon, I.D., and Park, C.S., 1977. Engineering Economy. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Formato, R.A., 1992. Generalized Formula for Periodic Payment in a Skip Payment Loan with Arbitrary Skips. The Engineering Economist, 37 (4), 355-359.
- Gerber, H.U., 1997. Life Insurance Mathematics. Springer, Third Edition.
- Knoller, C., Kraut, G., Schoenmaekers, P., 2015. On the Propensity to Surrender a Variable Annuity Contract: An Empirical Analysis of Dynamic Policyholder Behavior. The Journal of Risk and Insurance, DOI: 10.1111/jori.12076.
- Kumar, S., Hennessey, M.P., 2006. Generalized Multiple Economy Cost of Living Ordinary Annuities from an Interest Theory Perspective. The Engineering Economist, 51, 53-71.
- McNamara, M.J., Oppenheimer, H.R., 1990. Investment Returns of Variable Annuities: Recent Results. 6 (4), 61-68.

- Moon, I., 1994. Generalized Formula for the Periodic Geometric Gradient Series Payment in a Skip Payment Loan with Arbitrary Skips. The Engineering Economist, 39 (2), 177-185.
- Okka, O., 2011. Mühendislik Ekonomisi Çözümlü Problemler. 4.basım, Nobel Akademik Yayıncılık, Türkiye, Bölüm 4.
- Özari, Ç., Çakmakoglu, E., 2013. Sigorta matematiği. Beta Basım A.Ş., İstanbul.
- Öztürk, H., Arslan, P., 2013. Geri Ödemelerin Olmadığı (Ertelendiği), Sabit ve Geometrik Değişimli Olduğu Matematiksel Annüite Modelleri. 1st International Conference on New Directions in Business, Management, Finance and Economics (ICNDBM 2013), Famagusta, Northern Cyprus.
- Sucu, M., Kul, F., 2015. Finans Matematiği. 2.Basım, Nobel Akademik Yayıncılık, Ankara, Bölüm 2.
- Tauer, L.W., 1984. Graduated Payment Loan Schedules Under Simple Interest. Research Bulletins 184053, Cornell University, Department of Applied Economics and Management.
- Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK), Hayat Tabloları, 2013-2015.
- Türkiye Sigorta Birliği, <https://www.tsb.org.tr/sigortanin-tarihi.aspx?pageID=438> (Erişim Tarihi:17 Mart 2019)



ÖZGEÇMİŞ

14.02.1990 yılında Adana’da doğdu. İlkokul, ortaokul ve lise öğrenimini Adana’da tamamladı. 2008 yılında Hacettepe Üniversitesi İstatistik Bölümü’ne başladı ve 2013 yılında mezun oldu. 2015 yılında Çukurova Üniversitesi İstatistik Bölümü’nde tezli yüksek lisansa başladı.







EKLER



Ek 1. Cinsiyete Göre Türkiye Tek Yaş Hayat Tablosu (TÜİK, 2013-2015)

Yaş	q(x,n)	lx	dx
0	0,01125	100 000	1 125
1	0,00103	98 875	102
2	0,00060	98 773	59
3	0,00043	98 714	42
4	0,00036	98 672	36
5	0,00030	98 636	29
6	0,00027	98 607	27
7	0,00025	98 580	25
8	0,00024	98 555	24
9	0,00021	98 531	21
10	0,00023	98 510	22
11	0,00023	98 488	23
12	0,00026	98 465	25
13	0,00029	98 440	29
14	0,00033	98 411	32
15	0,00038	98 379	38
16	0,00043	98 341	42
17	0,00047	98 299	47
18	0,00050	98 252	49
19	0,00051	98 203	50
20	0,00052	98 153	51
21	0,00052	98 102	51
22	0,00052	98 051	52
23	0,00053	97 999	51
24	0,00053	97 948	52
25	0,00052	97 896	51

Ek 1. Devam

Yaş	q(x,n)	lx	dx
26	0,00052	97 845	51
27	0,00052	97 794	51
28	0,00053	97 743	51
29	0,00054	97 692	53
30	0,00055	97 639	54
31	0,00057	97 585	55
32	0,00059	97 530	58
33	0,00062	97 472	61
34	0,00066	97 411	63
35	0,00069	97 348	68
36	0,00074	97 280	72
37	0,00080	97 208	77
38	0,00087	97 131	85
39	0,00095	97 046	92
40	0,00105	96 954	101
41	0,00114	96 853	111
42	0,00127	96 742	123
43	0,00139	96 619	135
44	0,00154	96 484	148
45	0,00171	96 336	165
46	0,00193	96 171	185
47	0,00216	95 986	208
48	0,00241	95 778	231
49	0,00268	95 547	256
50	0,00296	95 291	282
51	0,00329	95 009	313
52	0,00366	94 696	347

Ek 1. Devam

Yaş	q(x,n)	lx	dx
53	0,00410	94 349	386
54	0,00451	93 963	424
55	0,00502	93 539	470
56	0,00558	93 069	519
57	0,00625	92 550	578
58	0,00686	91 972	631
59	0,00756	91 341	690
60	0,00826	90 651	749
61	0,00914	89 902	822
62	0,01011	89 080	900
63	0,01124	88 180	991
64	0,01225	87 189	1 068
65	0,01341	86 121	1 154
66	0,01473	84 967	1 252
67	0,01632	83 715	1 366
68	0,01815	82 349	1 495
69	0,02028	80 854	1 639
70	0,02251	79 215	1 783
71	0,02516	77 432	1 949
72	0,02801	75 483	2 114
73	0,03128	73 369	2 295
74	0,03461	71 074	2 460
75	0,03823	68 614	2 623
76	0,04203	65 991	2 774
77	0,04646	63 217	2 937
78	0,05159	60 280	3 110
79	0,05786	57 170	3 308

Ek 1. Devam

Yaş	$q(x,n)$	l_x	dx
80	0,06426	53 862	3 461
81	0,07081	50 401	3 569
82	0,07810	46 832	3 657
83	0,08645	43 175	3 733
84	0,09527	39 442	3 757
85	0,10532	35 685	3 759
86	0,11567	31 926	3 693
87	0,12648	28 233	3 571
88	0,13724	24 662	3 384
89	0,14911	21 278	3 173
90	0,16034	18 105	2 903
91	0,17207	15 202	2 616
92	0,18314	12 586	2 305
93	0,19562	10 281	2 011
94	0,20483	8 270	1 694
95	0,21465	6 576	1 411
96	0,22300	5 165	1 152
97	0,23084	4 013	926
98	0,23638	3 087	730
99	0,24106	2 357	568
100	1,00000	1 789	-

$q(x, n)$: x yaşının başında hayatta olanların x+n yaşına kadar ölüm olasılığı

$l(x)$: x yaşının başında hayatta kalanların sayısı

$d(x)$: x ile x+1 yaşları arasında hayatta olan bireylerin beklenen sayısı

Ek 2. $i=0.06$ için Komütasyon Fonksiyon Değerleri

Yaş	Dx	Nx	Cx
0	100000	1716344,53710	1061,32075
1	93278,30189	1616344,53710	90,77964
2	87907,61837	1523066,23521	49,53754
3	82882,17791	1435158,61684	33,26793
4	78157,46594	1352276,43894	26,90129
5	73706,55714	1274118,97300	20,44386
6	69514,04401	1200412,41586	17,95654
7	65561,33026	1130898,37185	15,68531
8	61834,62626	1065337,04159	14,20556
9	58320,34751	1003502,41533	11,72629
10	55007,46947	945182,06782	11,58933
11	51882,24980	890174,59835	11,43030
12	48934,08838	838292,34854	11,72098
13	46152,51335	789358,26016	12,82673
14	43527,28021	743205,74681	13,35248
15	41050,11941	699678,46660	14,95856
16	38711,56919	658628,34719	15,59731
17	36504,75098	619916,77801	16,46616
18	34421,97817	583412,02702	16,19514
19	32457,36917	548990,04886	15,59024
20	30604,56936	516532,67969	15,00193
21	28857,23332	485928,11033	14,15276
22	27209,65226	457070,87701	13,61346
23	25655,86980	429861,22476	12,59591
24	24191,05485	404205,35495	12,11593
25	22809,63393	380014,30010	11,21031
26	21507,31227	357204,66617	10,57577

Ek 2. Devam

Yaş	Dx	Nx	Cx
27	20279,34147	335697,35390	9,97714
28	19121,47708	315418,01244	9,41239
29	18029,71692	296296,53536	9,22784
30	16999,93907	278266,81844	8,86976
31	16028,80861	261266,87936	8,52266
32	15112,99490	245238,07076	8,47880
33	14249,06356	230125,07586	8,41260
34	13434,10019	215876,01230	8,19663
35	12665,48279	202441,91212	8,34637
36	11940,22230	189776,42932	8,33711
37	11256,02355	177836,20703	8,41139
38	10610,47875	166580,18348	8,75972
39	10001,12589	155969,70473	8,94444
40	9426,07999	145968,57883	9,26362
41	8883,26467	136542,49885	9,60454
42	8370,83382	127659,23418	10,04044
43	7886,97260	119288,40036	10,39623
44	7430,14396	111401,42776	10,75221
45	6998,81756	103971,28380	11,30874
46	6591,34934	96972,46624	11,96179
47	6206,29231	90381,11690	12,68767
48	5842,30507	84174,82459	13,29305
49	5498,31551	78332,51952	13,89782
50	5173,19229	72834,20400	14,44275
51	4865,92733	67661,01172	15,12305
52	4575,37443	62795,08439	15,81680
53	4300,57417	58219,70996	16,59857

Ek 2. Devam

Yaş	Dx	Nx	Cx
54	4040,54688	53919,13578	17,20059
55	3794,63609	49878,58891	17,98744
56	3561,85793	46083,95281	18,73842
57	3341,50491	42522,09489	19,68737
58	3132,67575	39180,58998	20,27605
59	2935,07843	36047,91423	20,91689
60	2748,02503	33112,83580	21,42023
61	2571,05621	30364,81077	22,17727
62	2403,34746	27793,75456	22,90725
63	2244,40167	25390,40710	23,79569
64	2093,56438	23146,00543	24,19302
65	1950,86772	21052,44106	24,66146
66	1815,77979	19101,57334	25,24128
67	1687,75852	17285,79356	25,98076
68	1566,24426	15598,03504	26,82480
69	1450,76412	14031,79078	27,74396
70	1340,90144	12581,02666	28,47311
71	1236,52825	11240,12521	29,36226
72	1137,17382	10003,59696	30,04532
73	1042,76017	8866,42314	30,77150
74	952,96451	7823,66297	31,11682
75	867,90630	6870,69846	31,30059
76	787,47894	6002,79215	31,22877
77	711,67590	5215,31321	31,19223
78	640,20012	4503,63731	31,15997
79	572,80241	3863,43719	31,26772
80	509,11191	3290,63478	30,86217

Ek 2. Devam

Yaş	Dx	Nx	Cx
81	449,43208	2781,52287	30,02380
82	393,96873	2332,09079	29,02272
83	342,64589	1938,12206	27,94894
84	295,30190	1595,47617	26,53644
85	252,05026	1300,17427	25,04770
86	212,73556	1048,12401	23,21502
87	177,47891	835,38844	21,17745
88	146,25548	657,90953	18,93252
89	119,04435	511,65405	16,74720
90	95,55879	392,60970	14,45484
91	75,69496	297,05091	12,28848
92	59,12186	221,35594	10,21470
93	45,56065	162,23408	8,40738
94	34,57436	116,67343	6,68123
95	25,93610	82,09907	5,25006
96	19,21796	56,16297	4,04374
97	14,08641	36,94501	3,06645
98	10,22261	22,85861	2,28056
99	7,36341	12,63600	1,67402
100	5,27259	5,27259	-

Ek 3. $i=0,10$ için Komütasyon Fonksiyon Değerleri

Yaş	Dx	Nx	Cx
0	100000	1083421,52665	1022,72727
1	89886,36364	983421,52665	84,29752
2	81630,57851	893535,16301	44,32757
3	74165,28926	811904,58450	28,68657
4	67394,30367	737739,29524	22,35317
5	61245,19562	670344,99157	16,36974
6	55661,08082	609099,79595	13,85527
7	50587,12730	553438,71513	11,66268
8	45976,63486	502851,58784	10,17834
9	41786,76244	456874,95298	8,09641
10	37979,86944	415088,19054	7,71087
11	34519,44317	377108,32110	7,32851
12	31373,98347	342588,87793	7,24161
13	28514,56154	311214,89447	7,63661
14	25914,69207	282700,33292	7,66055
15	23551,15042	256785,64086	8,26991
16	21401,86684	233234,49043	8,30948
17	19447,93311	211832,62359	8,45336
18	17671,48583	192384,69048	8,01189
19	16056,97522	174713,20465	7,43218
20	14589,81802	158656,22943	6,89166
21	13256,57927	144066,41141	6,26514
22	12045,17055	130809,83214	5,80726
23	10944,34779	118764,66159	5,17781
24	9944,22927	107820,31380	4,79939
25	9035,40904	97876,08453	4,27918
26	8209,72904	88840,67549	3,89016

Ek 3. Devam

Yaş	Dx	Nx	Cx
27	7459,49987	80630,94645	3,53651
28	6777,82701	73171,44658	3,21501
29	6158,44591	66393,61957	3,03735
30	5595,54984	60235,17366	2,81333
31	5084,05016	54639,62383	2,60493
32	4619,25885	49555,57367	2,49729
33	4196,82893	44936,31482	2,38769
34	3812,91134	40739,48589	2,24180
35	3464,04123	36926,57456	2,19974
36	3146,92865	33462,53332	2,11740
37	2858,72683	30315,60467	2,05858
38	2596,78398	27456,87785	2,06588
39	2358,64684	24860,09386	2,03273
40	2142,19166	22501,44703	2,02872
41	1945,41825	20359,25536	2,02689
42	1766,53516	18413,83711	2,04183
43	1603,89922	16647,30195	2,03730
44	1456,05290	15043,40273	2,03044
45	1321,65401	13587,34984	2,05788
46	1199,44576	12265,69583	2,09757
47	1088,30767	11066,25006	2,14395
48	987,22666	9977,94239	2,16456
49	895,31422	8990,71573	2,18075
50	811,74127	8095,40151	2,18385
51	735,76276	7283,66024	2,20356
52	666,67168	6547,89747	2,22084
53	603,84432	5881,22579	2,24586

Ek 3. Devam

Yaş	Dx	Nx	Cx
54	546,70353	5277,38147	2,24268
55	494,76052	4730,67794	2,26000
56	447,52230	4235,91742	2,26874
57	404,56971	3788,39512	2,29695
58	365,49370	3383,82541	2,27961
59	329,98738	3018,33171	2,26615
60	297,72239	2688,34433	2,23629
61	268,42042	2390,62194	2,23113
62	241,78744	2122,20152	2,22077
63	217,58599	1880,41408	2,22301
64	195,58243	1662,82809	2,17794
65	175,62427	1467,24566	2,13938
66	157,51904	1291,62139	2,11006
67	141,08907	1134,10235	2,09290
68	126,16989	993,01327	2,08231
69	112,61759	866,84338	2,07535
70	100,30428	754,22579	2,05244
71	89,13327	653,92151	2,03957
72	78,99067	564,78824	2,01112
73	69,79858	485,79757	1,98483
74	61,46842	415,99899	1,93412
75	53,94626	354,53057	1,87480
76	47,16726	300,58431	1,80248
77	41,07685	253,41705	1,73490
78	35,60769	212,34020	1,67008
79	30,70054	176,73251	1,61492
80	26,29467	146,03196	1,53601

Ek 3. Devam

Yaş	Dx	Nx	Cx
81	22,36823	119,73730	1,43995
82	18,89481	97,36907	1,34132
83	15,83578	78,47426	1,24472
84	13,15144	62,63847	1,13884
85	10,81702	49,48703	1,03586
86	8,79779	38,67002	0,92516
87	7,07283	29,87223	0,81327
88	5,61658	22,79939	0,70062
89	4,40536	17,18281	0,59721
90	3,40766	12,77745	0,49672
91	2,60116	9,36978	0,40692
92	1,95777	6,76863	0,32595
93	1,45384	4,81086	0,25852
94	1,06315	3,35703	0,19797
95	0,76852	2,29388	0,14991
96	0,54875	1,52536	0,11127
97	0,38760	0,97661	0,08131
98	0,27105	0,58901	0,05827
99	0,18814	0,31796	0,04122
100	0,12982	0,12982	-

Ek 4. $i=0,06$ ile Hesaplanan Annütelerin Biriken Değeri

GEOMETRİK YÖNTEM								İVMELİ YÖNTEM					
Yıl	r Oranı	AV(r=0)		AV(r>0)		AV(r<0)		r Oranı	k Oranı	AV(r>0,k>0)		AV(r>0,k<0)	
		$\ddot{S}_{\overline{n} }$	$S_{\overline{n} }$	$\ddot{S}_{\overline{n} }^{[r]}$	$S_{\overline{n} }^{[r]}$	$\ddot{S}_{\overline{n} }^{[r]}$	$S_{\overline{n} }^{[r]}$			$\ddot{S}_{\overline{n} }^{r,k}$	$S_{\overline{n} }^{r,k}$	$\ddot{S}_{\overline{n} }^{r,k}$	$S_{\overline{n} }^{r,k}$
1	-	1,0600	1,0000	1,0600	1,0000	1,0600	1,0000	-	-	1,0600	1,0000	1,0600	1,0000
5	$r_0=0$	5,9753	5,6371	-	-	-	-	$r_0=0$	-	-	-	-	-
	$r_1=0,001$	-	-	5,9866	5,6477	5,9641	5,6265	$r_1=0,001$	$k_1=0,001$	5,97996	5,64147	5,9707	5,63271
									$k_2=0,01$	6,0218	5,6809	5,9289	5,5933
									$k_3=0,1$	6,4397	6,0752	5,5109	5,1990
	$r_2=0,01$	-	-	6,0890	5,7443	5,8639	5,5319	$r_2=0,01$	$k_1=0,001$	5,98002	5,64153	5,9706	5,63266
									$k_2=0,01$	6,0224	5,6815	5,9283	5,5927
									$k_3=0,1$	6,4457	6,0808	5,5049	5,1933
	$r_3=0,1$	-	-	7,2155	6,8071	4,9538	4,6734	$r_3=0,1$	$k_1=0,001$	5,9807	5,6421	5,9700	5,6321
									$k_2=0,01$	6,0287	5,6875	5,9219	5,5867
									$k_3=0,1$	6,5096	6,1412	5,4410	5,1330
10	$r_0=0$	13,9717	13,1808	-	-	-	-	$r_0=0$	-	-	-	-	-
	$r_1=0,001$	-	-	14,0280	13,2339	13,9156	13,1279	$r_1=0,001$	$k_1=0,001$	13,9839	13,1923	13,9594	13,1693
									$k_2=0,01$	14,0939	13,2961	13,8494	13,0655
									$k_3=0,1$	15,1941	14,3341	12,7492	12,0275
	$r_2=0,01$	-	-	14,5480	13,7245	13,4236	12,6638	$r_2=0,01$	$k_1=0,001$	13,9843	13,1927	13,9590	13,1689
									$k_2=0,01$	14,0980	13,3000	13,8453	13,0616

									$k_3=0,1$	15,2347	14,3724	12,7086	11,9892
	$r_3=0,1$	-	-	21,2768	20,0723	9,5543	9,0136	$r_3=0,1$	$k_1=0,001$	13,9894	13,1975	13,9539	13,1641
									$k_2=0,01$	14,1488	13,3479	13,7945	13,0137
									$k_3=0,1$	15,7431	14,8520	12,2002	11,5096
15	$r_0=0$	24,6725	23,2760	-	-	-	-	$r_0=0$	-	-	-	-	-
	$r_1=0,001$	-	-	24,8193	23,4144	24,5269	23,1386	$r_1=0,001$	$k_1=0,001$	24,6949	23,2971	24,6501	23,2548
									$k_2=0,01$	24,8965	23,4873	24,4485	23,0646
									$k_3=0,1$	26,9126	25,3892	22,4325	21,1627
	$r_2=0,01$	-	-	26,1945	24,7118	23,2670	21,9500	$r_2=0,01$	$k_1=0,001$	24,6961	23,2982	24,6490	23,2537
									$k_2=0,01$	24,9082	23,4983	24,4369	23,0537
									$k_3=0,1$	27,0288	25,4988	22,3163	21,0531
	$r_3=0,1$	-	-	47,1883	44,5173	14,5132	13,6917	$r_3=0,1$	$k_1=0,001$	24,7132	23,3144	24,6318	23,2376
									$k_2=0,01$	25,0797	23,6601	24,2653	22,8918
									$k_3=0,1$	28,7445	27,1175	20,6006	19,4345
20	$r_0=0$	38,9928	36,7856	-	-	-	-	$r_0=0$	-	-	-	-	-
	$r_1=0,001$	-	-	39,2908	37,0668	38,6978	36,5073	$r_1=0,001$	$k_1=0,001$	39,0288	36,8196	38,9567	36,7516
									$k_2=0,01$	39,3532	37,1257	38,6322	36,4455
									$k_3=0,1$	42,5975	40,1863	35,3880	33,3849
	$r_2=0,01$	-	-	42,1233	39,7389	36,1798	34,1318	$r_2=0,01$	$k_1=0,001$	39,0313	36,8219	38,9542	36,7492
									$k_2=0,01$	39,3780	37,1491	38,6074	36,4221
									$k_3=0,1$	42,8458	40,4206	35,1396	33,1506
	$r_3=0,1$	-	-	93,2900	88,0092	20,4418	19,2848	$r_3=0,1$	$k_1=0,001$	39,0746	36,8628	38,9108	36,7083
									$k_2=0,01$	39,8117	37,5582	38,1738	36,0130
									$k_3=0,1$	47,1820	44,5114	30,8034	29,0598

Ek 5. i=0,10 için Hesaplanan Annütelerin Biriken Değeri

GEOMETRİK YÖNTEM								İVMELİ YÖNTEM					
Yıl	r Oranı	AV(r=0)		AV(r>0)		AV(r<0)		r Oranı	k Oranı	AV(r>0,k>0)		AV(r>0,k<0)	
		$\ddot{S}_{\overline{n} }$	$S_{\overline{n} }$	$\ddot{S}_{\overline{n} }^{[r]}$	$S_{\overline{n} }^{[r]}$	$\ddot{S}_{\overline{n} }^{[r]}$	$S_{\overline{n} }^{[r]}$			$\ddot{S}_{\overline{n} }^{r,k}$	$S_{\overline{n} }^{r,k}$	$\ddot{S}_{\overline{n} }^{r,k}$	$S_{\overline{n} }^{r,k}$
1	-	1,1000	1,0000	1,1000	1,0000	1,1000	1,0000	-	-	1,1000	1,0000	1,1000	1,0000
5	r ₀ =0	6,7156	6,1051	-	-	-	-	r ₀ =0	-	-	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	-	6,7278	6,1162	6,7035	6,0941	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	6,7207	6,1097	6,7105	6,1005
									k ₂ =0,01	6,7667	6,1516	6,6645	6,0586
									k ₃ =0,1	7,2268	6,5698	6,2044	5,6404
	r ₂ =0,01	-	-	6,8383	6,2167	6,5952	5,9956	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	6,7208	6,1098	6,7104	6,1004
10									k ₂ =0,01	6,7674	6,1522	6,6638	6,0580
									k ₃ =0,1	7,2332	6,5757	6,1980	5,6345
	r ₃ =0,1	-	-	8,0526	7,3205	5,6101	5,1001	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	6,7215	6,1104	6,7098	6,0998
									k ₂ =0,01	6,7742	6,1583	6,6570	6,0519
									k ₃ =0,1	7,3013	6,6375	6,1300	5,5727
10	r ₀ =0	17,5312	15,9374	-	-	-	-	r ₀ =0	-	-	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	-	17,5967	15,9969	17,4660	15,8782	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	17,5462	15,9510	17,5162	15,9238
									k ₂ =0,01	17,6810	16,0737	17,3813	15,8012
									k ₃ =0,1	19,0300	17,3000	16,0324	14,5749
	r ₂ =0,01	-	-	18,2003	16,5458	16,8936	15,3578	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	17,5466	15,9515	17,5157	15,9234
									k ₂ =0,01	17,6857	16,0779	17,3766	15,7970

									k ₃ =0,1	19,0764	17,3422	15,9860	14,5327
	r ₃ =0,1	-	-	25,9374	23,5795	12,3478	11,2253	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	17,5524	15,9567	17,5099	15,9181
									k ₂ =0,01	17,7434	16,1303	17,3190	15,7445
									k ₃ =0,1	19,6533	17,8667	15,4090	14,0082
15	r ₀ =0	34,9498	31,7725	-	-	-	-	r ₀ =0	-	-	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	-	35,1349	31,9408	34,7659	31,6054	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	34,9807	31,8006	34,9188	31,7444
									k ₂ =0,01	35,2590	32,0536	34,6405	31,4913
									k ₃ =0,1	38,0424	34,5840	31,8571	28,9610
	r ₂ =0,01	-	-	36,8657	33,5143	33,1719	30,1563	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	34,9821	31,8019	34,9174	31,7431
									k ₂ =0,01	35,2734	32,0667	34,6261	31,4783
									k ₃ =0,1	38,1862	34,7147	31,7133	28,8302
	r ₃ =0,1	-	-	62,6588	56,9625	21,8425	19,8568	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	35,0029	31,8208	34,8966	31,7241
20									k ₂ =0,01	35,4814	32,2558	34,4181	31,2892
									k ₃ =0,1	40,2663	36,6057	29,6332	26,9393
	r ₀ =0	63,0025	57,2750	-	-	-	-	r ₀ =0	-	-	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	-	63,4146	57,6496	62,5945	56,9041	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	63,0591	57,3265	62,9459	57,2235
									k ₂ =0,01	63,5688	57,7898	62,4362	56,7602
									k ₃ =0,1	68,6655	62,4232	57,3395	52,1268
	r ₂ =0,01	-	-	67,3116	61,1923	59,0959	53,7236	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	63,0625	57,3295	62,9425	57,2205
									k ₂ =0,01	63,6023	57,8203	62,4027	56,7297
									k ₃ =0,1	69,0009	62,7281	57,0041	51,8219
	r ₃ =0,1	-	-	134,5500	122,3183	36,3326	33,0296	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	63,1187	57,3806	62,8863	57,1694
									k ₂ =0,01	64,1645	58,3314	61,8405	56,2186
									k ₃ =0,1	74,6227	67,8388	51,3823	46,7112

Ek 6. 35 Yaş Baz Alınarak $i=0,06$ Faiz Oranıyla Hesaplanmış Hayat Annüiteleri Peşin Değer Tablosu

GEOMETRİK YÖNTEM								İVMELİ YÖNTEM					
Yıl	r Oranı	PV($r=0$)		PV($r>0$)		PV($r<0$)		r Oranı	k Oranı	PV($r>0, k>0$)		PV($r>0, k<0$)	
		$\ddot{a}_{x:n}$	$a_{x:n}$	$\ddot{a}_{x:n}^{[r]}$	$a_{x:n}^{[r]}$	$\ddot{a}_{x:n}^{[r]}$	$a_{x:n}^{[r]}$			$\ddot{a}_{x:n}^{r,k}$	$a_{x:n}^{r,k}$	$\ddot{a}_{x:n}^{r,k}$	$a_{x:n}^{r,k}$
1	-	1,0000	0,9427	1,0000	0,9427	1,0000	0,9427	-	-	1,0000	0,9427	1,0000	0,9427
5	$r_0=0$	4,4588	4,2031	-	-	-	-	$r_0=0$	-	-	-	-	-
	$r_1=0,001$	-	-	4,4672	4,2110	4,4505	4,1952	$r_1=0,001$	$k_1=0,001$	4,4623	4,2063	4,4554	4,1998
									$k_2=0,01$	4,4935	4,2357	4,4242	4,1704
									$k_3=0,1$	4,8052	4,5296	4,1125	3,8766
	$r_2=0,01$	-	-	4,5436	4,2829	4,3757	4,1247	$r_2=0,01$	$k_1=0,001$	4,46235	4,2064	4,4553	4,1998
									$k_2=0,01$	4,4939	4,2361	4,4238	4,1700
									$k_3=0,1$	4,8097	4,5338	4,1080	3,8724
	$r_3=0,1$	-	-	5,3835	5,0746	3,6971	3,4851	$r_3=0,1$	$k_1=0,001$	4,4628	4,2068	4,4549	4,1993
									$k_2=0,01$	4,4987	4,2406	4,4190	4,1655
									$k_3=0,1$	4,8573	4,5787	4,0603	3,8274
10	$r_0=0$	7,7747	7,3273	-	-	-	-	$r_0=0$	-	-	-	-	-
	$r_1=0,001$	-	-	7,8060	7,3568	7,7436	7,2980	$r_1=0,001$	$k_1=0,001$	7,7815	7,3337	7,7679	7,3209
									$k_2=0,01$	7,8427	7,3914	7,7067	7,2632
									$k_3=0,1$	8,4546	7,9681	7,0948	6,6865
	$r_2=0,01$	-	-	8,0948	7,6289	7,4704	7,0405	$r_2=0,01$	$k_1=0,001$	7,7817	7,3339	7,7677	7,3207
									$k_2=0,01$	7,8450	7,3935	7,7045	7,2611
									$k_3=0,1$	8,4772	7,9893	7,0723	6,6653

	$r_3=0,1$	-	-	11,8307	11,1491	5,3208	5,0150	$r_3=0,1$	$k_1=0,001$	7,7846	7,3366	7,7649	7,3180
									$k_2=0,01$	7,8732	7,4201	7,6763	7,2345
									$k_3=0,1$	8,7593	8,2552	6,7901	6,3995
15	$r_0=0$	10,2331	9,6416	-	-	-	-	$r_0=0$	-	-	-	-	-
	$r_1=0,001$	-	-	10,2938	9,6987	10,1730	9,5849	$r_1=0,001$	$k_1=0,001$	10,2424	9,6503	10,2239	9,6328
									$k_2=0,01$	10,3260	9,7291	10,1403	9,5541
									$k_3=0,1$	11,1616	10,5163	9,3047	8,7669
	$r_2=0,01$	-	-	10,8620	10,2338	9,6523	9,0946	$r_2=0,01$	$k_1=0,001$	10,2429	9,6508	10,2234	9,6324
									$k_2=0,01$	10,3308	9,7336	10,1355	9,5496
									$k_3=0,1$	11,2096	10,5615	9,2567	8,7217
	$r_3=0,1$	-	-	19,5277	18,3944	6,0317	5,6842	$r_3=0,1$	$k_1=0,001$	10,2500	9,6575	10,2163	9,6257
									$k_2=0,01$	10,4016	9,8002	10,0647	9,4829
									$k_3=0,1$	11,9175	11,2281	8,5488	8,0551
20	$r_0=0$	12,0456	11,3452	-	-	-	-	$r_0=0$	-	-	-	-	-
	$r_1=0,001$	-	-	12,1371	11,4313	11,9551	11,2600	$r_1=0,001$	$k_1=0,001$	12,0567	11,3557	12,0345	11,3347
									$k_2=0,01$	12,1569	11,4500	11,9343	11,2404
									$k_3=0,1$	13,1582	12,3930	10,9330	10,2974
	$r_2=0,01$	-	-	13,0061	12,2491	11,1822	10,5325	$r_2=0,01$	$k_1=0,001$	12,0575	11,3564	12,0337	11,3340
									$k_2=0,01$	12,1645	11,4571	11,9267	11,2333
									$k_3=0,1$	13,2343	12,4646	10,8569	10,2258
	$r_3=0,1$	-	-	28,6641	26,9815	6,3413	5,9753	$r_3=0,1$	$k_1=0,001$	12,0707	11,3689	12,0204	11,3215
									$k_2=0,01$	12,2971	11,5819	11,7941	11,1085
									$k_3=0,1$	14,5605	13,7124	9,5307	8,9780

Ek 7. 35 Yaş Baz Alınarak $i=0,10$ Faiz Oranıyla Hesaplanmış Hayat Annüiteleri Peşin Değer Tablosu

GEOMETRİK YÖNTEM								İVMELİ YÖNTEM					
Yıl	r Oranı	PV(r=0)		PV(r>0)		PV(r<0)		r Oranı	k Oranı	PV(r>0,k>0)		PV(r>0,k<0)	
		$\ddot{a}_{x:n}$	$a_{x:n}$	$\ddot{a}_{x:n}^{[r]}$	$a_{x:n}^{[r]}$	$\ddot{a}_{x:n}^{[r]}$	$a_{x:n}^{[r]}$			$\ddot{a}_{x:n}^{r,k}$	$a_{x:n}^{r,k}$	$\ddot{a}_{x:n}^{r,k}$	$a_{x:n}^{r,k}$
1	-	1,0000	0,9085	1,0000	0,9085	1,0000	0,9085	-	-	1,0000	0,9085	1,0000	0,9085
5	$r_0=0$	4,1643	3,7827	-	-	-	-	$r_0=0$	-	-	-	-	-
	$r_1=0,001$	-	-	4,1718	3,7895	4,1567	3,7758	$r_1=0,001$	$k_1=0,001$	4,1674	3,7855	4,1611	3,7798
									$k_2=0,01$	4,1959	3,8114	4,1326	3,7539
									$k_3=0,1$	4,4811	4,0705	3,8474	3,4948
	$r_2=0,01$	-	-	4,2403	3,8517	4,0897	3,7149	$r_2=0,01$	$k_1=0,001$	4,1675	3,7856	4,1610	3,7797
									$k_2=0,01$	4,1963	3,8118	4,1322	3,7535
									$k_3=0,1$	4,4851	4,0741	3,8434	3,4912
	$r_3=0,1$	-	-	4,9925	4,5350	3,4793	3,1605	$r_3=0,1$	$k_1=0,001$	4,1679	3,7860	4,1606	3,7794
									$k_2=0,01$	4,2005	3,8156	4,1280	3,7497
									$k_3=0,1$	4,5272	4,1123	3,8013	3,4530
10	$r_0=0$	6,7376	6,1191	-	-	-	-	$r_0=0$	-	-	-	-	-
	$r_1=0,001$	-	-	6,7627	6,1419	6,7126	6,0964	$r_1=0,001$	$k_1=0,001$	6,7433	6,1243	6,7318	6,1139
									$k_2=0,01$	6,7951	6,1714	6,6800	6,0668
									$k_3=0,1$	7,3133	6,6419	6,1619	5,5963
	$r_2=0,01$	-	-	6,9942	6,3522	6,4930	5,8971	$r_2=0,01$	$k_1=0,001$	6,7435	6,1245	6,7316	6,1137
									$k_2=0,01$	6,7969	6,1730	6,6782	6,0652

									k ₃ =0,1	7,3311	6,6581	6,1441	5,5801
	r ₃ =0,1	-	-	9,9608	9,0458	4,7490	4,3134	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	6,7457	6,1265	6,7294	6,1117
									k ₂ =0,01	6,8190	6,1931	6,6561	6,0451
									k ₃ =0,1	7,5522	6,8589	5,9230	5,3793
15	r ₀ =0	8,3230	7,5573	-	-	-	-	r ₀ =0	-	-	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	-	8,3669	7,5972	8,2794	7,5177	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	8,3303	7,5640	8,3156	7,5506
									k ₂ =0,01	8,3966	7,6241	8,2494	7,4905
									k ₃ =0,1	9,0589	8,2255	7,5870	6,8891
	r ₂ =0,01	-	-	8,7775	7,9698	7,9012	7,1745	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	8,3307	7,5643	8,3153	7,5503
									k ₂ =0,01	8,4000	7,6272	8,2460	7,4874
									k ₃ =0,1	9,0930	8,2565	7,5529	6,8582
	r ₃ =0,1	-	-	14,8897	13,5169	5,2110	4,7325	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	8,3356	7,5688	8,3104	7,5459
									k ₂ =0,01	8,4493	7,6719	8,1967	7,4427
									k ₃ =0,1	9,5857	8,7035	7,0603	6,4111
	r ₀ =0	9,2943	8,4371	-	-	-	-	r ₀ =0	-	-	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	-	9,3547	8,4919	9,2345	8,3829	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	9,3027	8,4447	9,2860	8,4296
20									k ₂ =0,01	9,3778	8,5129	9,2109	8,3614
									k ₃ =0,1	10,1290	9,1947	8,4597	7,6796
	r ₂ =0,01	-	-	9,9257	9,0098	8,7217	7,9177	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	9,3032	8,4452	9,2855	8,4291
									k ₂ =0,01	9,3827	8,5174	9,2059	8,3569
									k ₃ =0,1	10,1780	9,2393	8,4106	7,6350
	r ₃ =0,1	-	-	19,7517	17,9205	5,3782	4,8839	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	9,3114	8,4526	9,2773	8,4217
									k ₂ =0,01	9,4648	8,5918	9,1238	8,2825
									k ₃ =0,1	10,9990	9,9837	7,5896	6,8906

Ek 8. 35 Yaş Baz Alınarak $i=0,06$ Faiz Oranıyla Hesaplanmış Karma Hayat Sigortalarının (Ölüm Halinde) Peşin Değer Tablosu

GEOMETRİK YÖNTEM					İVMELİ YÖNTEM			
Yıl	r Oranı	1000PV(r=0)	1000PV(r>0)	1000PV(r<0)	r Oranı	k Oranı	1000PV(r>0,k>0)	1000PV(r>0,k<0)
1	-	0,6590	0,6590	0,6590	-	-	0,6590	0,6590
5	r ₀ =0	3,3792	-	-	r ₀ =0	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	3,3861	3,3723	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	3,38191	3,3765
						k ₂ =0,01	3,4064	3,3519
						k ₃ =0,1	3,6516	3,1067
	r ₂ =0,01	-	3,4488	3,3110	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	3,38195	3,3764
						k ₂ =0,01	3,4068	3,3516
						k ₃ =0,1	3,6554	3,1030
	r ₃ =0,1	-	4,1412	2,7569	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	3,3824	3,3760
k ₂ =0,01						3,4108	3,3475	
k ₃ =0,1						3,6957	3,0626	
10	r ₀ =0	7,3314	-	-	r ₀ =0	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	7,3664	7,2967	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	7,3381	7,3247
						k ₂ =0,01	7,3984	7,2644
						k ₃ =0,1	8,0015	6,6614
	r ₂ =0,01	-	7,6897	6,9924	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	7,3384	7,3245
						k ₂ =0,01	7,4010	7,2618
						k ₃ =0,1	8,0275	6,6353
	r ₃ =0,1	-	11,9686	4,6532	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	7,3417	7,3211

						k ₂ =0,01	7,4342	7,2286
						k ₃ =0,1	8,3596	6,3033
15	r ₀ =0	12,3173	-	-	r ₀ =0	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	12,4130	12,2226	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	12,3291	12,3056
						k ₂ =0,01	12,4348	12,1999
						k ₃ =0,1	13,4916	11,1431
	r ₂ =0,01	-	13,3143	11,4077	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	12,3299	12,3048
						k ₂ =0,01	12,4426	12,1920
						k ₃ =0,1	13,5703	11,0643
	r ₃ =0,1	-	27,9134	6,0616	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	12,3421	12,2926
k ₂ =0,01						12,5651	12,0696	
k ₃ =0,1						14,7950	9,8397	
20	r ₀ =0	18,5691	-	-	r ₀ =0	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	18,7725	18,3684	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	18,5872	18,5510
						k ₂ =0,01	18,7501	18,3882
						k ₃ =0,1	20,3787	16,7596
	r ₂ =0,01	-	20,7255	16,6734	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	18,5890	18,5493
						k ₂ =0,01	18,7678	18,3704
						k ₃ =0,1	20,5559	16,5823
	r ₃ =0,1	-	60,0677	7,1061	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	18,6231	18,5151
k ₂ =0,01						19,1092	18,0290	
k ₃ =0,1						23,9699	13,1683	

Ek 9. 35 Yaş Baz Alınarak $i=0,10$ Faiz Oranıyla Hesaplanmış Karma Hayat Sigortalarının (Ölüm Halinde) Peşin Değer Tablosu

GEOMETRİK YÖNTEM					İVMELİ YÖNTEM			
Yıl	r Oranı	1000PV(r=0)	1000PV(r>0)	1000PV(r<0)	r Oranı	k Oranı	1000PV(r>0,k>0)	1000PV(r>0,k<0)
1	-	0,635023	0,635023	0,635023	-	-	0,635023	0,635023
5	r ₀ =0	3,023734	-	-	r ₀ =0	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	3,029676	3,017804	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	3,02613	3,02134
						k ₂ =0,01	3,04766	2,99981
						k ₃ =0,1	3,26296	2,78451
	r ₂ =0,01	-	3,083689	2,96496	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	3,02616	3,02131
						k ₂ =0,01	3,04798	2,99949
						k ₃ =0,1	3,26618	2,78129
	r ₃ =0,1	-	3,679396	2,486275	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	3,02650	3,02097
k ₂ =0,01						3,05141	2,99606	
k ₃ =0,1						3,30050	2,74697	
10	r ₀ =0	5,958221	-	-	r ₀ =0	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	5,984773	5,931809	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	5,96357	5,95288
						k ₂ =0,01	6,01166	5,90478
						k ₃ =0,1	6,49266	5,42378
	r ₂ =0,01	-	6,23021	5,700332	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	5,96376	5,95268
						k ₂ =0,01	6,01362	5,90282
						k ₃ =0,1	6,51220	5,40424
	r ₃ =0,1	-	9,450631	3,905235	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	5,96623	5,95021

						k ₂ =0,01	6,03836	5,87808
						k ₃ =0,1	6,75964	5,15680
15	r ₀ =0	9,031137	-	-	r ₀ =0	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	9,094862	8,967967	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	9,03959	9,02269
						k ₂ =0,01	9,11565	8,94662
						k ₃ =0,1	9,87628	8,18600
	r ₂ =0,01	-	9,694203	8,423588	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	9,04011	9,02217
						k ₂ =0,01	9,12083	8,94144
						k ₃ =0,1	9,92809	8,13419
	r ₃ =0,1	-	19,209434	4,780046	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	9,04802	9,01425
k ₂ =0,01						9,20000	8,86228	
k ₃ =0,1						10,71972	7,34255	
20	r ₀ =0	12,23456	-	-	r ₀ =0	-	-	-
	r ₁ =0,001	-	12,353231	12,117322	r ₁ =0,001	k ₁ =0,001	12,24627	12,22285
						k ₂ =0,01	12,35162	12,11749
						k ₃ =0,1	13,40521	11,06391
	r ₂ =0,01	-	13,48895	11,123772	r ₂ =0,01	k ₁ =0,001	12,24729	12,22183
						k ₂ =0,01	12,36183	12,10729
						k ₃ =0,1	13,50723	10,96189
	r ₃ =0,1	-	35,570605	5,319409	r ₃ =0,1	k ₁ =0,001	12,26632	12,20280
k ₂ =0,01						12,55216	11,91696	
k ₃ =0,1						15,41052	9,05860	