

**ESNEK SİSTEMLERİN KAYAN KIPLİ DENETİMİ
VE
BİR UYDU MODELİNE UYGULANMASI**

Nurdan BİLGİN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**NİSAN 2007
ANKARA**

**ESNEK SİSTEMLERİN KAYAN KIPLİ DENETİMİ
VE
BİR UYDU MODELİNE UYGULANMASI**

Nurdan BİLGİN

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**NİSAN 2007
ANKARA**

Nurdan BİLGİN tarafından hazırlanan ESNEK SİSTEMLERİN KAYAN KIPLI DENETİMİ VE BİR UYDU MODELİNE UYGULANMASI adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Y.Doç.Dr.Metin U. SALAMCI
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından oybirliği ile Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: : Prof Dr. Yaşar T. Hondur

Üye : Prof Dr. Nizami Aktürk

Üye : Doç. Dr. Şefaatdin Yüksel

Üye : Y. Doç. Dr. Mehmet Timur Aydemir

Üye : Y. Doç. Dr. Metin U. Salamcı

Tarih : 21/05/2007

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Nurdan BİLGİN

ESNEK SİSTEMLERİN KAYAN KİPLİ DENETİMİ
VE
BİR UYDU MODELİNE UYGULANMASI
(Yüksek Lisans Tezi)

Nurdan BİLGİN

GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Nisan 2007

ÖZET

Bu çalışmada, belli formdaki doğrusal olmayan hareket denklemlerine sahip sistemler için yeni bir Kayan Kipli Denetim (KKD) yöntemi önerilmektedir. KKD tasarım yöntemi, doğrusal olmayan sistemin ardışık olarak doğrusal zamanla değişen sistemler olarak ele alınmasına dayanmaktadır. Bu ardışık doğrusal zamanla değişen sistem modelleri kullanılarak, kayma yüzeyi ve KKD tasarımı yapılmaktadır. Böylelikle doğrusal olmayan sistemler için kayma yüzeyi ve KKD tasarım problemi, çözümü çok daha kolay olan doğrusal zamanla değişen sistemler için kayma yüzeyi ve KKD tasarım problemine dönüştürülmektedir. Yöntemin yakınsama şartları verilmekte ve doğrusal zamanla değişen sistem için tasarlanan KKD'nin kararlılık analizi yapılmaktadır. Geliştirilen yöntem daha sonra esnek güneş paneli kullanan bir uydu modelinin konum denetimine uygulanmaktadır. Aynı zamanda, tasarlanan denetçi ile esnek panellerdeki titreşimin baskılanması da gerçekleştirilmektedir.

Bilim Kodu : 914.1.091
Anahtar Kelimeler: Kayan Kipli Denetim, Doğrusal Olmayan Sistemler, Kayma Yüzeyi Tasarımı, Esnek Sistemler, Titreşim Denetimi.
Sayfa Adedi :125
Tez Yöneticisi :Yrd. Doç. Dr. Metin U. SALAMCI

**SLIDING MODE CONTROL OF FLEXIBLE STRUCTURES
AND
ITS APPLICATION TO A SPACECRAFT MODEL
(M.Sc. Thesis)**

Nurdan BİLGİN

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
April 2007**

ABSTRACT

In this study, a new Sliding Mode Control (SMC) method is proposed for a class of nonlinear systems. The SMC method is based on linear time varying approximations of the nonlinear system. By using the linear time varying system models, the sliding surface and SMC are designed. Hence, the sliding surface and SMC design problem for a class of nonlinear systems is transformed to an easier problem which is the sliding surface and SMC design problem for recursive linear time varying system models. The convergence conditions of the method are given and the stability analysis of the SMC for linear time varying system models is performed. The suggested method is then applied to a spacecraft model with flexible solar panels to stabilize the spacecraft attitude. The designed SMC also suppresses the vibrations on the solar panels.

Science Code : 914.1.091

Key Words : Sliding Mode Control, Nonlinear Control, Design of Sliding Surface, Flexible Structures, Vibration Suppression

Page Number: 125

Adviser : Assist.Prof.Dr. Metin U. SALAMCI

TEŞEKKÜR

Çalışmama sundukları değerli katkılarının yanında gösterdikleri dostluk ve iyi niyet için Sayın Hocam Yrd. Doç. Dr. Metin U. SALAMCI'ya ve takıldığım her noktada elinden gelen yardımı esirgemeyen ve beni yeniden güdüleyen arkadaşım Yük. Müh. Beyza GÖKBİLEN'e gönülden teşekkürlerimi sunarım.

Tez yazım aşamasında, yoğun zamanlarımda, işyerim Gazi Üniversitesi Tıp Fakültesi Hastanesi Bilgi İşlem Merkezinde iş yükümü olabildiğince azaltarak bana zaman kazandıran arkadaşlarım Dilek BAŞAK, Gül ERCAN ve Melek ER'e ayrıca iş yükümü azaltmak yanında, tez içerisinde geçen formülleri yazarak beni büyük bir yükten kurtaran arkadaşım Ferhan ÇINAR'a değerli yardımları için minnettarlığımı bildiririm.

Ayrıca kendilerinden çaldığım zamanı hoş görerek günlük kişisel işlerimi üstlenip benim için hayatı kolaylaştıran sevgili Anne ve Babama var kalmaları dileğiyle teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER.....	vii
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR	xiii
1. GİRİŞ	1
2. DEĞİŞKEN YAPILI DENETİM	9
2.1. Değişken Yapılı Denetime Giriş	9
2.2. Durum-Geri Besleme Kayma Kipli Denetim	10
2.2.1. Giriş	10
2.2.2. İkinci dereceden minimizasyon.....	14
2.2.3. Özyapı ayırma yöntemleri.....	16
3. ARDIŞIKLIK TEORİSİ.....	18
3.1. Giriş.....	18
3.2. Doğrusal Olmayan Sistemlerin Doğrusala Yakınsaması	19
3.3. Doğrusal Zamanla Değişen (DZD) Sistemin KKD	31
3.4. Doğrusal Olmayan Sistemin DZD Sisteme Benzetilerek Kök Yerleştirme Metoduyla KKD.....	35
3.5. Kararlılık Analizi	37
4. ESNEK UYDU MODELİNİN HAREKET DENKLEMLERİ.....	47
4.1. Rijit Uydu İçin Hareket Denklemlerinin Türetilmesi	48

Sayfa

4.2. Esnek Güneş Kanatçıklarının Hareket Denklemi	55
4.3. Birbirine Bağlı Rijit ve Esnek Sistemin Hareket Denklemi	55
5. TASARLANAN DENETÇİNİN AÇIKLANMASI VE BENZETİM SONUÇLARI	61
6. SONUÇ	97
KAYNAKLAR	99
EKLER	103
EK-1 Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım	104
EK-2 Belirsizlik içeren sistem için geliştirilen yazılım	116
EK-3 Grafikleri çizen yazılım	121
ÖZGEÇMİŞ	124

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Kayma kipinin varolması durumunda kontrol edilen sistemin kayma yüzeyindeki hareketinin faz düzleminde gösterimi.....	10
Şekil 4.1. Hareketli uzay aracının basitleştirilmiş biçimi ve yapı üzerindeki koordinat sistemi	47
Şekil 4.2. Hareketli uzay aracının dünyaya göre konumu	48
Şekil 4.3. O noktasında bir m kütleinin açısal momentumu.....	49
Şekil 4.4. Rijit cismin açısal momentumu	51
Şekil 5.1. Birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi	65
Şekil 5.2. Birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi.....	65
Şekil 5.3. Birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi.....	66
Şekil 5.4. Birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının hız-zaman ilişkisi.....	67
Şekil 5.5. Birinci yakınsamanın ürettiği kontrol	67
Şekil 5.6. Birinci yakınsamanın kayma yüzeyleri	68
Şekil 5.7. İkinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi	69
Şekil 5.8. İkinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi.....	69
Şekil 5.9. İkinci yakınsamanın ürettiği kontrol	70
Şekil 5.10. İkinci yakınsamanın kayma yüzeyleri.....	70
Şekil 5.11. Üçüncü yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi	71
Şekil 5.12. Dördüncü yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi.....	72

Şekil	Sayfa
Şekil 5.13. Beşinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarındaki değişimi	72
Şekil 5.14. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarındaki değişimi	73
Şekil 5.15. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından yalpa (yaw) açısının değişimi	73
Şekil 5.16. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından yunus (pitch) açısının değişimi	74
Şekil 5.17. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından sapma (roll) açısının değişimi	74
Şekil 5.18. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi.....	75
Şekil 5.19. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişiminde yalpa (yaw) bileşeninin durumu	75
Şekil 5.20. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişiminde yunus (pitch) bileşeninin durumu	76
Şekil 5.21. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişiminde sapma (roll) bileşeninin durumu.....	76
Şekil 5.22. Onuncu yakınsama doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi.....	77
Şekil 5.23. Onuncu yakınsama doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının hız-zaman ilişkisi.....	77
Şekil 5.24. Onuncu yakınsamanın ürettiği kontrol	78
Şekil 5.25. Onuncu yakınsamanın ürettiği kontrolün birinci bileşeni	78
Şekil 5.26. Onuncu yakınsamanın ürettiği kontrolün ikinci bileşeni.....	79
Şekil 5.27. Onuncu yakınsamanın ürettiği kontrolün üçüncü bileşeni	79
Şekil 5.28. Onuncu yakınsamanın kayma yüzeyleri.....	80
Şekil 5.29. Onuncu yakınsamanın kayma yüzeyi birinci bileşeni.....	81

Şekil	Sayfa
Şekil 5.30. Onuncu yakınsamanın kayma yüzeyi ikinci bileşeni	81
Şekil 5.31. Onuncu yakınsamanın kayma yüzeyi üçüncü bileşeni.....	82
Şekil 5.32. Belirsiz sistem için birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi.....	83
Şekil 5.33. Belirsiz sistem için birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi	84
Şekil 5.34. Belirsiz sistem için birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi	84
Şekil 5.35. Belirsiz sistem için birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının hız-zaman ilişkisi	85
Şekil 5.36. Belirsiz sistem için birinci yakınsamanın ürettiği kontrol.....	85
Şekil 5.37. Belirsiz sistem için birinci yakınsamanın kayma yüzeyleri	86
Şekil 5.38. Belirsiz sistem için ikinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi.....	87
Şekil 5.39. Belirsiz sistem için ikinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi	87
Şekil 5.40. Belirsiz sistem için ikinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi	88
Şekil 5.41. Belirsiz sistem için ikinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının hız-zaman ilişkisi	88
Şekil 5.42. Belirsiz sistem için ikinci yakınsamanın ürettiği kontrol	89
Şekil 5.43. Belirsiz sistem için ikinci yakınsamanın kayma yüzeyleri.....	89
Şekil 5.44. Belirsiz sistem için üçüncü yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi.....	90
Şekil 5.45. Belirsiz sistem için dördüncü yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi.....	90
Şekil 5.46. Belirsiz sistem için beşinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi.....	91

Şekil	Sayfa
Şekil 5.47. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından değişimi.....	92
Şekil 5.48. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından yalpa (yaw) açısının değişimi.....	92
Şekil 5.49. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından yunus açısının değişimi.....	93
Şekil 5.50. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından sapma (roll) açısının değişimi	93
Şekil 5.51. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi.....	94
Şekil 5.52. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi	95
Şekil 5.53. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının hız-zaman ilişkisi	95
Şekil 5.54. Belirsiz sistem için onuncu yakınsamanın ürettiği kontrol	96

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar, açıklamaları ile birlikte aşağıda sunulmuştur.

Simgeler	Açıklama
$\Re$	Gerçel sayılar kümesi
$N(\bullet)$	Boşluk (Null space)
$\Re(\bullet)$	Erim uzayı (Range space)
$\ \bullet\ $	Öklit geometrisinde norm
A	Sistem matrisi
B	Denetim matrisi
S	Tanımlanan kayma düzlemi
u	Denetim kuralı
t_s	Kayma hareketi başlangıç zamanı
u_{eq}	Eşdeğer kontrol
T_r	Dikey (ortogonal) matris
w	Uzay aracının açısal hızı
M	Genelleştirilmiş dış dönme momenti
I_x	Yalpa yönündeki asal atalet momenti
I_y	Yunuslama yönündeki asal atalet momenti
I_z	Sapma yönündeki asal atalet momenti
φ	Yalpa durum açısı
θ	Yunuslama durum açısı
ψ	Sapma durum açısı
ω_{pi}	Doğal frekanslar
η_{pi}	Titreşim modu
ξ_{pi}	Titreşim sönümlleme oranı

Kısaltmalar**Açıklama****KKD**

Kayan kipli denetim

DZD

Doğrusal zamanla değişen

DZDm

Doğrusal zamanla değişmeyen

1. GİRİŞ

Kontrol sistemlerinin gelişim tarihi, ondokuzuncu yüzyılda dinamik ve kararlılık teorilerinin gelişmesiyle başlamaktadır. Bir mühendislik disiplini olarak ortaya çıkması ise 1950'lerde, özellikle, ikinci dünya savaşının ardından, çok iyi bilinen Nyquist, Bode ve Wiener gibi bilim adamlarının da aralarında olduğu çalışmacılar tarafından frekans cevap metodlarının geliştirilmesi ile olmuştur[1]. Aradan geçen yıllarda özellikle bilgisayar yazılım ve donanım teknolojilerindeki ilerlemelere paralel olarak gelişimini sürdürmektedir. Havacılık endüstrisi gibi maliyetlerin yüksek ve kontrolden çıkma durumunun geri dönülemez olduğu alanlarda kontrol sistemlerinin önemi daha da artmaktadır.

Otomatik Kontrol teorisinin gelişimi analiz ve tasarım bakımından izlenecek olursa, klasik kontrol teorisi ve modern kontrol teorisi olmak üzere iki ana bölüme ayrılabilir. Klasik kontrol teorisi Laplace veya Fourier transformasyonları ile elde edilen sistem girişi ve çıkışı arasındaki ilişkiyi esas alır ve sadece doğrusal sistemlerin kontrolü yapılabilir. Klasik kontrol teorisinde kontrolde tek giriş ve tek çıkış vardır, sistemin iç dinamiği ihmal edilir ve frekans tanım bölgesinde çalışılır. Modern kontrol teorisinde ise adi diferansiyel denklemler model alınır, hem doğrusal hem de doğrusal olmayan sistemlerin kontrolü mümkündür, birden fazla giriş ve çıkış söz konusu olabilir, tüm iç dinamikler hesaba katılır ve zaman tanım bölgesinde çalışılır.

Bu çalışmada kullanılan model doğrusal olmayan bir uydu modelidir ve doğadaki sistemlerin büyük bir çoğunluğu doğrusal olmayan sistemlerdir. Bir sistemin doğrusal olmaması demek süperpozisyon kuralının uygulanamaması anlamına gelmektedir -yani doğrusal olmayan sistemler için birden fazla girişin cevabı bir girişin anlık bir davranışıyla veya sonuçların toplanmasıyla hesaplanamaz.

Gerçek sistemlerin doğrusal olmama durumu yapısal olabildiği -yani sistemin doğasından kaynaklanabildiği- gibi sistemin performansını artırmak veya daha basit bir yapı elde edebilmek için yapay olarak da eklenebilir. Yapısal olan doğrusal

olmama durumuna, dönel hareket ve santrifuj kuvveti, dişliler arası boşluk, kolomb sürtünmesi, statik sürtünme, doğrusal olmayan yay, akışkanın sıkıştırılabilirliği gibi örnekler verilebilir. Aynı şekilde yapay doğrusal olmama durumuna da röle ile çalışan sistemler örnek gösterilebilir.

Doğrusal olmayan sistemler doğrusal sistemlerden belirgin farklarla ayrılırlar. Sonlu (belirli) bir zamanda doğrusal olmayan sistemlerin çözümü sonsuza gidebilir. Bu davranış biçimine sonlu kaçış zamanı denilir ve bu doğrusal sistemler için olanaklı değildir. Doğrusal sistemlerde yalnızca bir denge noktası varken, doğrusal olmayan sistemlerde birden fazla denge noktası olabilir. Doğrusal sistemlerin titreşimi için öz değerlerden en az ikisinin sanal eksen üzerinde olması gerekir, ancak bu durum pratikte zor sağlanabilen bir durumdur. Doğrusal olmayan sistemlerde ise, başlangıç koşulu ne olursa olsun sabit bir genlik ve frekans ile titreşim söz konusu olabilir. Bu titreşime limit dnę denir. Doğrusal olmayan sistemler alt harmonik, harmonik ve periyodik olmayan titreşimler üretebilirler. Ayrıca doğrusal olmayan sistemler farklı genliklerde çoklu davranış modları gösterebilirler.

Doğrusal olmayan geri beslemeli sistemlerin analizi için geliştirilmiş birçok teknik vardır: Tanım fonksiyonu yöntemi (describing function method), durum uzayı yöntemi (phase plane method), Lyapunov kararlılık analizi (Lyapunov stability analysis), tekillik bozma yöntemi (singular perturbation method), Popov ltleri (Popov criterion), merkez manifold teorisi (center manifold theorem), küçük kazançlar teoremi (small-gain theorem) ve pasiflik analizi (passivity analysis) gibi [2].

Aynı şekilde, doğrusal olmayan sistemler için bir çok kontrol tasarım teknikleri de vardır. Bu teknikler ele alınan sistemin çalışmasına göre alt bölümlere ayrılabilirler. Birinci kısımda, çok iyi bilinen ve her bölgede çalışabilen kazanç ayarlaması (gain scheduling) ve uyarlanabilir kontrol (adaptive control) gibi doğrusal tasarım yöntemlerinin doğrusal olmayan sistemlerin kısıtlı bir aralıktaki çalışan doğrusal bir sistem olarak düşünülmesine dayanan yöntemler incelenebilir. İkinci kısımda ise geri besleme yolu ile doğrusallaştırılma (feedback linearization) ve Lyapunov tabanlı

yöntemler vardır. Bu yöntemlerde ise doğrusal olmayan geri beslemeli kontrol tasarlanarak sistemin doğrusal yapıya dönüştürülmesi ve bu yapı kullanılarak doğrusal kontrol tekniklerinin kullanılabilmesi sağlanır. Lyapunov tabanlı yöntemler, Lyapunov yeniden tasarımı (Lyapunov redesign), geri adımlama (Back-stepping) ve Kayan Kipli Denetim (KKD) olarak açıklanabilir [2].

Hem sistemdeki yapısal doğrusal olmama durumu hem de diğer belirsizlik etkileri nedeniyle, uydu dinamiği son yıllarda etkin olarak ele alınan doğrusal olmayan modellerden bir tanesidir. Uygulama alanının artmasına bağlı olarak ortaya çıkan yeni problemler (örneğin uydu güneş panellerinin titreşim baskılaması, daha az enerji tüketen uydu gereksinimi gibi) uydu konum denetimini geçerli ve güncel bir araştırma alanı yapmıştır. Uydu modelinde, üç eksene yerleştirilmiş momentum tekerleriyle uydu manevra davranışının gerçekleştirilebildiği kabul edilmektedir. Uydu dinamiği ve konum kontrolüne ilişkin yapılan literatür çalışmasında, son yıllarda, manevra davranışları (sapma, yunuslama, yalpa) ve titreşim baskılanması üzerinde genişçe çalışıldığı görülmektedir [3-6]. Genellikle bu çalışmalarda üç davranış açısı da (sapma açısı, yunuslama açısı ve yalpa açısı) çok küçük kabul edilir. Modeldeki ikinci mertebeden terimler ihmal edilerek, esnek uzay aracının dinamik modeli basit bir şekilde doğrusallaştırılır. Fakat, çok az çalışmada, farklı bakış açıları geliştirilmiş, model doğrusal olmayan problem olarak düşünülmüştür [7-9].

Uydular oldukça yüksek maliyetli araçlardır. Özellikle yenilenemez (tükenen) yakıt kullanılan modeller, maliyetlerine oranla kısa ömürlü araçlar olarak tanımlanabilirler. Bu amaçla, modern uydu sistemlerinde yenilenebilir enerji kaynaklarına yönelinmiş ve enerji temini için güneş kanatçıkları kullanılmıştır. Bir avantaj olarak görülen bu gelişme aynı zamanda bir sorunu da içinde barındırmaktadır. Uydunun manevra davranışı, esnek, geniş güneş kanatçıklarında belirli bir titreşime neden olmakta ve bu titreşimin etkili bir şekilde baskılanması gerekmektedir. Tasarlanacak kontrol sistemi, manevra davranışını hızlı ve tam bir kesinlikte karşılarken aynı zamanda kararsızlığa karşı güneş panelinin titreşimini yeterli oranda baskılamalıdır.

Dünya çevresinde dönen bir uydunun hareketi, uydunun kütle merkezine göre tanımlanır. Buna göre, uydunun kütle merkezi, Dünya etrafında hareket ederken, uydu da bu merkez etrafında dönerek hareket eder. Uydu kütle merkezinin dünya etrafındaki hareketine "yörünge" ve uydunun kendi merkezi etrafındaki hareketine "durum" hareketi denir. Uyduların durum hareketi, sabit bir referans sistemine göre belirlenir. Referans sisteminin merkezi, uydunun kütle merkezidir. Durum hareketleri üç açısız boyutta ifade edilir: Dünya'nın merkezine doğru yaptığı "sapma" (yaw) açısı, uydunun yörüngesine teğet olan eksen etrafındaki "yalpa" (roll) açısı ve her ikisine dik yönde "yunuslama" (pitch) açısı. Bu açılar sayesinde, uydunun tüm durum hareketleri tanımlanıp kontrol edilebilir [10].

Kullanılmakta olan birçok uydu, yaklaşık olarak Dünya çevresinde iki odaklı, eliptik bir yörüngede döner. Dünya, eliptik yörüngenin bir odağında bulunur. Bu yüzden, yörünge üzerindeki dönüş süresi içinde, uydunun Dünya'ya olan uzaklığı değişir. Uydu, kütlelerinden dolayı Dünya tarafından sürekli çekilir; Çekim Dünya'ya olan uzaklığın karesiyle ters orantılıdır. Bu, özellikle üzerinde güneş panelleri olan, yada içinde uydunun kütle merkezini değiştirebilecek kadar hareket eden bir parça bulunduran, büyük kütleli uydularda (örneğin bilimsel amaçlı bir uydu) ortaya çıkabilir. Cismin oluşturduğu dönme momenti dolayısıyla durum bozulması oluşabilir. Uydularda bulunan durum kararlılık sistemi, bu tip sorunlara karşı önlem alır[10].

Durum kararlılık sistemleri, uydunun bozucu doğal etkiler karşısındaki kararlılığını ve uydunun kullanım amacına göre manevra yapmasını sağlar. Günümüzde "aktif" durum kararlılık sistemleri kullanılır. Durum kararlılık sistemi, uydunun konum bilgisini kullanarak, oluşan kaymayı düzeltmek yada manevra yapmak için itki sistemini orantılı olarak devreye sokar. İtki sistemleri, uyduların yunuslama, sapma, yada yalpa eksenleri etrafındaki düzeltme hareketlerine uygundur. Aynı uydu üzerinde farklı güçte birkaç itki sistemi kullanılabilir. Bu sistemlerin güçleri, çalışma ilkelerine göre sınıflandırılabilir. Son derece az bir itki oluşturan elektromanyetik itki sistemi, Dünya'nın manyetik alanından yararlanır. Uydunun gövdesinde bulunan elektromıknatıslar, içlerinden geçen akımın şiddetiyle orantılı bir kuvvet üretir. Bu

kuvvetin yarattığı dönme momenti, çok zayıf durum bozucu etkilere karşı kullanılır. Aynı düzeyde itki yaratabilen güneş yelkenleriyse, güneş ışınlarının basıncını kullanır. Mevcut güneş panellerini bir yelken gibi kullanan ve panelleri istenilen kuvveti yaratmak için döndüren sistem, tıpkı elektromanyetik itki sistemi gibi, zayıf bozucu etkilere karşı kullanılabilir. Daha kuvvetli itki yaratmak için döner tekerlekli sistem kullanılır. Bu sistem yerde dönen bir topacı sivri ucu üzerinde dengede tutan momentten yararlanır. Uydu içinde, bir motorun döndürdüğü ağır bir tekerlek bulunur. Bu tekerleğin dönme eksenindeki değişim, uydunun belirli bir eksen etrafında dönme momenti oluşturur. Bu moment sayesinde uydu durum kararlılığını sağlar. Durum kararlılığını sağlamak için geliştirilmiş daha birçok düşük güçlü itki sistemi bulunur. Bunların yanında, kimi önemli manevralarda, yada zayıf itki sistemlerinin yetmediği durumlarda devreye giren, kuvvetli itki sistemleri de kullanılır. Genellikle kimyasal yakıt kullanan bu sistemlerin, İyon motorlarından hidrazinli motorlara kadar, farklı çalışma ilkeleri ve çok farklı itki kuvvetleri vardır [10].

Durum kararlılık sistemleri, kontrol yöntemine göre iki farklı yapıya sahiptir. Akıllı durum kontrol sistemlerinde, uydu içinde bir durum kararlılık bilgisayarı bulunur. Bilgisayar, konum bilgisi sensörlerinden gelen bilgiler doğrultusunda, uydunun yapması gereken manevraları hesaplayıp, gerekli itki sistemlerini devreye sokar. Diğer kontrol sistemiye, yeryüzünde bulunan uydu kontrol istasyonuna bağlıdır. Bu istasyon, uydunun konumuna göre yapması gereken manevraları uyduya bildirir. Uydu, yeryüzü istasyonunca hesaplanmış manevra bilgilerine göre, itki sistemlerini kullanır [10].

Uydularda kullanılan durum kararlılık sistemlerinde duyarlılık önemlidir. Özellikle iletişim uydularında, yalpa açısını derecenin binde birine kadar kontrol eden sistemler kullanılır. Bu sistemlerin hassasiyeti kadar uzun dönem kararlılığı da önemlidir. Durum kontrol sisteminin belli bir dönem içinde (genellikle bir hafta) yapacağı çok küçük hatalar bile, bir yıllık çalışma süresi sonunda önemli durum açısı ve yörünge kaymalarına yol açabilir. Uzun dönemde yapılan hataların toplamı, yer istasyonlarınca sürekli kontrol edilerek gerekli düzeltmeler yapılır. Durum kararlılık

sistemlerinin bir başka özelliği ise sistemin güvenilir olmasıdır. Bu tip sistemlerde kullanılan hareketli parçalar, sistemin güvenilirlik sınırını belirler. Durum kontrol sistemi için kullanılan mikrobilgisayar ve diğer elektronik donanımlar, uzaydaki yüksek enerjili parçacıklardan etkilenebilirler. Özellikle mikroişlemcilerde kullanılan sayısal hafızalar, bu parçacıklar yüzünden hata yapabilir. Bu yüzden, bir durum kontrol sisteminin güvenilirliğinin en önemli göstergesi, sistemin belli bir süre başarıyla kullanılmış olmasıdır [10].

Bu tez çalışmasında, bir uydu modeli esas alınarak, doğrusal olmayan bu sistem için genel bir KKD yöntemi geliştirilmektedir. Kontrol teorisinde matematiksel altyapısı irdelenen KKD, değişken yapıli kontrolün (Variable Structure Control) bir alt tipi olarak değerlendirilmektedir. Bu kontrol tipinde, kontrol işlemi sırasında, sistemin durum değişkenlerinin geri beslemesine ek olarak kontrolcü yapısı da değiştirilir [1,11].

Değişken yapıli kontrol sistemleri teorisi 1960'lı yılların başında Emel'yanov ve Barbashin tarafından Rusya'da geliştirilmiştir. Geliştirilen teorelin Rusya dışında öğrenilmesi 1976 yılında Itkis'in kitabının ve 1977 yılında Utkin'in araştırmasının (IEEE Transactions on Automatic Control) ingilizce olarak yayınlanması ile olmuştur. Utkin, yaptığı çalışmada değişken yapıli sistemler ve KKD yöntemini teorik olarak anlatmış ve o güne kadar Rusya'da konu üzerine yapılan çalışmaları belirten bir literatür taraması sunmuştur. Utkin'in ilk kitabı ingilizce olarak 1978 tarihinde yayınlanmış ve bu tarihten itibaren değişken yapıli kontrol sistemleri ve KKD kavramı değişik sistemlerde kullanılmaktadır [12,13].

Bölüm 2'de detaylı olarak anlatılmakta olan KKD özellikle belirsizlik içeren aktif yapılar için tercih edilen bir yöntemdir. Bilinen en büyük olumsuz özelliği ise çıtırtı (chattering) diye Türkçe literatüre giren durumdur. Çıtırtı sistemin denge noktasına giderken kayma yüzeyi etrafında zikzaklar çizmesi olarak tarif edilebilir. Bunun sebebi denetim ifadesinde yer alan işaret fonksiyonudur. İşaret fonksiyonunun katsayısı büyüdüğünde sistemin hızı ve çıtırtı genliği artar. Ters durumda da

sistemin hızı düşük olacaktır buna bağlı olarakta sistem cevabı geç alınacaktır. Her iki durumda istenmediğinden optimum çözüm üretmek gerekmektedir.

Avantajları ve dezavantajları dikkate alındığında KKD yönteminin seçilmesinin en temel nedeni, iki özellikli farklı sistem yapıları (yada bileşenleri) arasında süresiz bir şekilde dönüşüm yaparak geri besleme kanallarının her birinin kontrol eyleminin başlıca fonksiyonu olmasını sağlayan yöntem doğasıdır. Bu özelliğiyle kayma kipli kontrol, literatürde çokça yer bulmakta, kullanım kolaylığı, dış bozucular ve parametre belirsizlikleri ile başa çıkmadaki becerisiyle değişik alanlarda uygulanmaktadır [15-19].

Bu çalışmada, geliştirilen kontrol yöntemi, esnek güneş paneli kullanan bir uydu modeline, konum denetimi ve panellerdeki titreşimin baskılanması için uygulanmaktadır. Çalışmada; belirlenen zaman periyodunda arzu edilen konum denetiminin ve manevra sonunda esnek güneş panellerinin titreşimsizliğini sağlayan hızlı bir denetimci modeli geliştirilmektedir.

Geliştirilen denetçi modeli, belli formdaki doğrusal olmayan hareket denklemlerine sahip sistemler için Kayan Kipli Denetçi (KKD) dir. KKD tasarım yöntemi, doğrusal olmayan sistemin ardışık olarak lineer zamanla değişen sistemler olarak ele alınıp, kayma yüzeyinin ve denetçinin bu ardışık sistemlerden türetilmesine dayanmaktadır. Yöntemin yakınsama şartları verilmekte ve lineer zamanla değişen sistem için tasarlanan KKD'nin kararlılık analizi yapılmaktadır.

Çeşitli çalışmalarda, doğrusal zamanla değişmeyen ve doğrusal olmayan zamanla değişen yüzey eğimleri kullanan KKD'ler ve ayrıca doğrusal olmayan sistemlerin ardışık olarak lineer zamanla değişen sistemler olarak ele alınıp optimal kayma yüzeyi yöntemi kullanan KKD'lerin tasarlandığı görülmüştür.

İtik ve Salamcı çalışmalarında, KKD kullanarak esnek bir kirişin aktif titreşim kontrolünü gerçekleştirmişlerdir. Bir ucu ankastre diğer ucu serbest bir alüminyum kirişi model almış ve bu esnek yapının ilk iki ve üç modunun titreşimini sönümlemek

için KKD tasarlamışlardır. Sisteme belirsizlik içeren ve içermeyen iki durum için kontrol uygulandığında KKD tekniğinin her iki durum için de başarılı sonuçlar ortaya çıkardığını göstermişlerdir [20, 21].

Gökbilen ve Salamcı, çalışmalarında, doğrusal olmayan sistem için değişen yüzey eğimleri kullanan KKD yöntemini ters sarkaç mekanizmasına uygulayarak, sistemin denge konumuna getirilmesini çalışmışlardır. Sarkaç açısal konumunun 30, 60, 70, 85, 100 ve 175 derece alındığı altı başlangıç koşulu için başarılı sonuçlar elde etmişlerdir[22]. Aynı yöntem bir füze modeline referans normal ivme takibi amacıyla uygulandığında da başarılı sonuçlara ulaşılmıştır [18, 23].

Salamcı, Salamcı ve Banks çalışmalarında doğrusal olmayan sistemleri ardışık doğrusal zamanla değişen sistemler halinde modelleyerek, zamanla değişen yeni bir optimal kayma yüzeyi tasarım metodunu öngörmüşlerdir [24, 25].

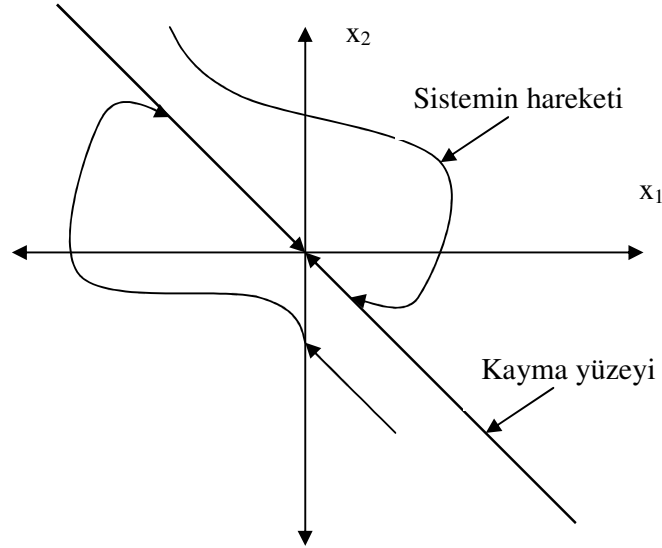
Gökbilen ve İtik'in yüksek lisans tez çalışmalarında Türkçe literatüre katkı sağlamak amacıyla yaptıkları Kayma Kipli Denetçi teorisi, okunma kolaylığı ve teorik bütünlük sağlanması amacıyla bu çalışmada da Bölüm 2'de tekrar açıklanmaktadır [26, 27]. Bölüm 3'de doğrusal olmayan sistemlerin ardışık zamanla değişen sistemler halinde modellenmesini açıklayan Ardışıklık Teorisi verilmektedir. Bölüm 4, Esnek uydu modelinin hareket denklemlerinin açıklanmasına ayrılmıştır. Tasarlanan denetçinin açıklanması ve benzetim sonuçları Bölüm 5'de açıklanmıştır. Bölüm 6'da sonuç ve tartışmaya yer verilmiştir.

2. DEĞİŞKEN YAPILI DENETİM

2.1 Değişken Yapılı Denetime Giriş

Bindokuzyüzyetmişli ve seksenli yıllarda, kontrol sistemi teorisi alanında bir çok araştırmmanın odağında gürbüzlük (robustness) yani kararlılığı sürdürecekt yetenekte ve üretim ile model arasındaki çelişkilerin bulunmasında başarılı denetçi tasarlama konusu yer almıştır. Bu dönem sırasında ortaya çıkan gürbüz yapılı doğrusal olmayan denetçi tasarımı yaklaşımlarından biri de değişken yapılı denetim sistemidir. Değişken yapılı denetim sistemi önceli çalışmalar Rusya'da 1960'ların başlarında Emel'yanov ve Barbashin tarafından geliştirilmiştir. Düşünceler 1970'lerin ortalarında Itkis'in bir kitabının ve Utkin'in bir inceleme yazısının ingilizce olarak yayınlanmasına kadar sadece sovyetler birliğinde sınırlı kalmıştır. O zamandan sonra değişken yapılı sistem kavramından, gürbüz düzenleyici tasarımında (design of robust regulators), model-referans sistemlerinde, uyarlanabilir tasarımlarda, izleme sistemlerinde ve durum gözleyicilerde yararlanılmıştır. Geliştirilen düşünceler başarılı bir biçimde bir çok değişik probleme uygulanmıştır: Otomatik uçuş kontrolü, elektrik motor kontrolü, kimyasal işlemde geçirme, helikopter değişmezlik artışı, uzay sistemleri ve robotik gibi [1].

Değişken yapılı denetim sistemleri, oldukça basit, geri besleme kontrol yasası ve karar kurallarından oluşur. Sistemin durumuna bağlı olarak sık sık dönüşüm fonksiyonu (switching function) olarak adlandırılan karar kuralı her hangi bir zamanda hangi kontrol yasasının "aktif" olacağına karar verir. Örneğin, kazanç-ayarlama yönteminden farklı olarak, karar kuralları sistem durumuna erişme ve ardından durum uzayında ön tanımlanmış bir yüzeyde kalma kuvvetine göre tasarlanır. Yüzeyi sınırlayan sistemin dinamik tavrı ideal kayma hareketi olarak tanımlanır. Bunun gibi bir hareket elde etmenin avantajları iki taraflıdır: İlk olarak, bir mertebe indirgemesi vardır ve ikinci olarak, kayma hareketi kanalize olduğundan parametre değişiklikleriyle başa çıkma konusunda yeteneklidir, belirsizliklerle rahatlıkla başa çıkabilir. Bu özellikler yöntemi belirsiz sistemler için gürbüz denetçi tasarlama konusunda çekici kılar [1].



Şekil 2.1. Kayma kipinin varolması durumunda kontrol edilen sistemin kayma yüzeyindeki hareketinin faz düzleminde gösterimi

Bu kısım ağırlıklı olarak Edwards ve Spurgeon'un eserinin Türkçe'ye çevrilmesiyle oluşturulmuştur. Birebir çeviri yerine formüllerin dizilişine sadık kalınarak, anlaşılması kolay daha basit cümleler kullanılmıştır. Bu kısımda sıkça geçen temel kavram tanımlamaların açıklaması: $\Re$ ve C sırasıyla gerçekte ve karmaşık sayı alanlarını ve C_- karmaşık düzlemin açık sol yarısını temsil etmektedir: $N(\bullet)$ ve $\Re(\bullet)$ sırasıyla boşluğu (null) ve bir matrisin erim-uzayını (range space) göstermektedir ve $\|\bullet\|$ vektörler için öklit'in geometri sistemine ait normu ve matrisler için yapay tayfla ilgili normu temsil etmektedir [1].

2.2. Durum-Geri Besleme Kayma Kipli Denetim

2.2.1. Giriş

Aşağıda verilen n dereceden m girişli doğrusal zamanla değişmeyen sistem düşünüldüğünde

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.1)$$

$A \in \Re^{n \times n}$ ve $B \in \Re^{n \times m}$ olmak üzere $1 \leq m \leq n$ dir. Genellikle herhangi bir kaybın olmadığı varsayılarak girdi dağıtım matrisi B tam rank olduğunda tanımlanan dönüşüm fonksiyonu $s : \Re \rightarrow \Re^m$ aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$s(t) = Sx(t) \quad (2.2)$$

Burada $S \in \Re^{n \times n}$ tam rank'a sahiptir ve S tanımlanan hiper düzlemdir.

$$S = \{x \in \Re^n : Sx = 0\} \quad (2.3)$$

Denetim kuralını temsil eden $u(s(t), x(t))$ durum değişkenlerinin ve kayma yüzeyinin değişimine bağlıdır. Hiper düzlemde ideal kayma hareketinin meydana gelmesi için kayma yüzeyinin ve denetçinin uygun seçilmesi gerekmektedir. Örneğin her hangi bir t_s zamanı için

$$s(t) = Sx(t) = 0 \text{ bütün } t > t_s \text{ için} \quad (2.4)$$

$t = t_s$ zamanında, sistem durumlarının $\{x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_n\}$ yüzey S 'de bulunduğu ve ideal kayma hareketi meydana geldiği durumda, tüm $t > t_s$ 'ler için $S\dot{x}(t) = 0$ ve $\dot{s}(t) = S\dot{x}(t) = 0$ gibi bir matematiksel ifade elde edilebilir. $\dot{x}(t)$ Eş. 2.1'de yerine konursa

$$S\dot{x}(t) = SAx(t) + SBu(t) = 0 \text{ bütün } t \geq t_s \text{ 'ler için} \quad (2.5)$$

Kare matris SB 'nin tekillik içermeyeceği şekilde, S matrisinin tasarlandığı varsayılarak u_{eq} olarak ifade edilen eşdeğer kontrol Eş. 2.5'in cebirsel çözümüyle elde edilebilir.

$$u_{eq}(t) = -(SB)^{-1} SAx(t) \quad (2.6)$$

Bu denetim kuralı, durumları kayma yüzeyi üzerinde tutma şeklinde ifade edilebilir. Eşdeğer kontrol için bulunan Eş. 2.6 Eş. 2.1'de yerine konularak ideal kayma hareketi oluşturulur.

$$\dot{x} = (I_n - B(SB)^{-1}S)Ax(t) \text{ bütün } t \geq t_s \text{ 'ler ve } Sx(t_s) = 0 \text{ için} \quad (2.7)$$

Eş. 2.7'den görülebileceği gibi kayma hareketi, kayma yüzeyinin seçimine bağlı olarak kontrol girdisinden bağımsız bir hal almıştır, denetçinin etkisi açıkça görünür değildir. Bu problemin çözümü için geliştirilen yol ilk önce sistemin uygun bir kanonik forma dönüştürülmesidir. Bu yolla, sistem birbirine bağlı biri $\Re(B)$ 'de ve diğeri $N(S)$ 'de olmak üzere iki alt sisteme dönüştürülür. $Rank(B) = m$ varsayımıyla bir dikey (ortogonal) matris $T_r \in \Re^{n \times n}$ bulunur.

$$T_r B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Burada $B_2 \in \Re^{m \times m}$ ve tekil değildir. $z = Tx$ yeni koordinat takımıdır. Böylece

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$z_1 \in \Re^{n-m}$ ve $z_2 \in \Re^m$ dir. Bu durumda nominal lineer sistem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{z}_1 = A_{11}(t)z_1 + A_{12}(t)z_2 \quad (2.10)$$

$$\dot{z}_2 = A_{21}(t)z_1 + A_{22}(t)z_2 + B_2(t)u \quad (2.11)$$

Eş. 2.10 boş-uzay dinamiğinin tanımını ifade eder ve Eş. 2.11 erim-uzay dinamiğinin tanımını ifade eder. Yeni koordinat sisteminde tanımlanan dönüşüm fonksiyonunun aşağıdaki gibi uygun bir şekilde bölündüğü varsayılarak

$$ST_r^T = [S_1 \quad S_2] \quad (2.12)$$

$S_1 \in \mathfrak{R}^{mx(n-m)}$ ve $S_2 \in \mathfrak{R}^{mxm}$ dir. $SB = S_2 B_2$ olduğu için SB matrisinin tekil olmaması için yeterli ve gerekli şart $\det(S_2) \neq 0$ olmasıdır. İdeal kayma hareketi sırasında

$$S_1 z_1(t) + S_2 z_2(t) = 0 \text{ bütün } t \geq t_s \text{ 'ler için} \quad (2.13)$$

ve bundan dolayı $z_1(t)$ 'ye bağlı $z_2(t)$ ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$z_2(t) = -M z_1(t) \quad (2.14)$$

burada $M = S_2^{-1} S_1$ dir. Bu ifade Eş. 2.10'da yerine konulursa

$$\dot{z}_1(t) = (A_{11} - A_{12}M) z_1(t) \quad (2.15)$$

ve bu yüzden hiper düzlem tasarımı problemi Eş. 2.10'daki sistem için durum geri besleme problemi olarak düşünülebilir, burada $z_2(t)$ 'nin kontrol eyleminin rolünü oynaması öngörülmektedir. Bir düzenleyici tasarımı bağlamında, kayma hareketini yöneten matris $(A_{11} - A_{12}M)$ kararlı özdeğerlere sahip olmalıdır. Bundan dolayı kayma yüzeyi tasarım problemi indirgenmiş düzen sistemini (Reduced order systems) (A_{11}, A_{12}) dengede tutacak bir geri besleme durum matrisi M 'in seçilmesi olarak düşünülebilir. Düzenli formun (Regular form) özel yapısından dolayı (A, B) çifti kontrol edilebilirse, mutlaka (A_{11}, A_{12}) çifti de kontrol edilebilir. Eş. 2.15'den görülebileceği gibi S_2 kayma hareketi dinamiğinde direkt bir etkiye sahip değildir ve

dönüşüm fonksiyonu için ölçme faktörü olarak rol oynar. S_2 'nin seçimi bundan dolayı keyfidir. Genel olarak seçim hiyerarşik tasarım yöntemi diye isimlendirilir, $S_2 = \Lambda B_2^{-1}$ 'yi gerektiren bazı diyagonal tasarım matrisi $\Lambda \in \mathbb{R}^{m \times m}$ için $SB = \Lambda$ olmalıdır. Böylece Eş. 2.12'deki dönüşüm fonksiyonu M ve S_2 'nin seçilmesiyle tamamlanmış olur.

Geri besleme matrisi M 'in bulunması için, ikinci dereceden minimizasyon, özdeğer yerleştirme ve özyapı ayırma yöntemleri gibi birçok yaklaşım vardır. Takip eden bölümlerde bu yaklaşımlar tartışılmaktadır.

2.2.2. İkinci dereceden minimizasyon

İkinci dereceden performans indeksinin minimizasyonu problemi,

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} x(t)^T Q x(t) dt \quad (2.16)$$

Eş. 2.16'nın minimize edilmesi olarak düşünülmelidir. Burada Q hem simetrik ve hem de pozitif tanımlıdır ve t_s kayma hareketinin başlama zamanıdır. t_s zamanındaki sistemin durumu $x(t_s)$ bilinen başlangıç koşulları olduğu varsayılırsa ve aynı şekilde $t \rightarrow \infty$, $x(t) \rightarrow 0$ kabul edilip, Eş. 2.16'dan Q matrisi bulunur ve koordinat dönüşümü yapıldığında

$$T_r Q T_r^T = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

halini alır. Ve ardından aşağıdaki ifade tanımlanır

$$\tilde{Q} = Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{21} \quad (2.18)$$

ve

$$v = z_2 + Q_{22}^{-1} Q_{21} z_1 \quad (2.19)$$

Eş. 2.16 bazı cebirsel manipölasyonlardan sonra yeni koordinat sisteminde aşğıdaki gibi yazılabilir.

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_s}^{\infty} z_1^T \tilde{Q} z_1 + v^T Q_{22} v dt \quad (2.20)$$

İndirgenmiş düzen denkleminin aşğıdaki gibi yazılabildiğı hatırlanırsa,

$$\dot{z}_1(t) = A_{11} z_1(t) + A_{12} z_2(t) \quad (2.21)$$

Eş. 2.19'u kullanarak, Eş. 2.21'den z_2 katkısı yok edilirse, yeniden düzenlenmiş indirgenmiş düzen denklemi aşğıdaki gibi olur.

$$\dot{z}_1(t) = \tilde{A} z_1(t) + A_{12} v(t) \quad (2.22)$$

Burada

$$\tilde{A} = A_{11} - A_{12} Q_{22}^{-1} Q_{21} \quad (2.23)$$

Q 'nun pozitif tanımlılığı $Q_{22} > 0$ 'ı temin eder. Q_{22}^{-1} var olması için $\tilde{Q} > 0$ olmalıdır. Bundan başka, orijinal (A, B) çiftinin kontrol edilebilirliği, $(\tilde{A}, A_{12})$ çiftinin kontrol edilebilirliğini sağlar. Problem böylece Eş. 2.20'ye konu olan Eş. 2.22 fonksiyonelinin minimizasyonu haline gelir ve böylece standart doğrusal ikinci dereceden optimal durum düzenleyici problemi olarak yorumlanabilir [2].

2.2.3. Özyapı ayırma yöntemleri

Skaler bir kontrol problemi durumu için, kayma kipiyle ilişkilendirilen $(n-1)$ özdeğerin özellikleri tek bir Eş. 2.14'deki M matrisini bulunmasını sağlar. Çoklu girişler için bu durum uygun değildir. Bu durumda sistemin serbestlik derecesi sistemin cevabını belirleyebilir. Verilen özdeğere bağlı özvektör sistem matrisi, girdi matrisi ve özdeğerin kendisi tarafından belirlenen bir alt uzayda bulunmalıdır. Gürbüzlüğü değerlendirmek için, özel özdeğer duyarlılığı c_i 'deki bir sınırlamayla kararlaştırılmıştır [28].

$$\max\{c_i\} \leq \kappa(V) = \|V\| \|V^{-1}\| \quad (2.24)$$

Burada $\kappa(V)$ V matrisinin doğru özvektörlerinin durum sayısını gösterir aynı zamanda v_i özvektörünün ortogonalitesinin ölçüsüdür. Matrisin elemanlarında değişiklik amacıyla, matrisin daha yakın özvektörlerinin birim dikey olması kadar, ortak koşulların sayısının daha küçük ve özdeğer konumların gurbüzlüğünün de daha büyük olması gerekir. Gerekli özdeğerler için özvektörler matrisinin olabildiği kadar iyi koşullarda olması gerekir. Bu matlab'in "place" komutuyla gerçekleştirilebilir [28].

“Place” komutu KKD konusunda çalışanların çok iyi bildiği bir komut olmakla beraber, dayandığı teorik alt yapı ve algoritması konusunda Türkçe kaynağa rastlanmamıştır. Bu amaçla matlab place kodunun algoritması ve matematik alt yapısı incelenerek çalışma prensibi aşağıda anlatılmaktadır[1,29 ve 30].

Eş. 2.1 $\dot{x} = Ax(t) + Bu(t)$ doğrusal zamanla değişmeyen sistemin durum denkleminde u parametresi kontrol girişini ifade etmektedir. B tam rank'a sahiptir (kayıp yok farzedilir). Eş. 2.1'deki sistemin davranışını belirleyen sistemin kutuplarıdır (poles). Kararlılık gibi belli özellikler elde edilmek istenildiğinde, çoğunlukla sistemin kutuplarının düzenlenmesi gerekmektedir. Bu durum-geri

besleme denetim kullanılarak başarılabilir. Sırasıyla (nxn, nxm) boyutlu (A, B) gerçek matrislerdir, ve $P = (p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$ eşlenikliğe kapalı ve negatif işaretli kompleks sayılardan oluşan kutup yerleri dizisini göstermektedir. Bu tasarım bağlamında, kayma hareketini yöneten matris ($A - BM$) kararlı özdeğerlere sahip olmalıdır. Diğer bi deyişle (A, B) çiftini dengede tutacak bir geri besleme durum matrisi M 'in seçilmesi gerekmektedir. $A - BM$ matrisinin özdeğerleri $P_j, j = 1, 2, \dots, n$ olmak üzere mxn boyutlu bir M matrisinin bulunması için önce

$$B = [U_0 \quad U_1] \begin{bmatrix} Z \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

dönüşümü, QR dönüşümü (QR decomposition) yöntemi kullanılarak yapılır. Burada $U = [U_0, U_1]$ birim dikey ve Z tekil değerlerdir. Bu durumda M açık şekliyle aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$M = \frac{Z}{U_0^T (A - (X_m P X_m^{-1}))} \quad (2.26)$$

Buradan sonraki amaç X_m ile gösterilen Eş. 2.26'yı gerçekleyen ve özdeğer problemini minimize eden ifadeyi bulmaktır.

$X_m, \{(P_j I - A)^T U_1\}$ ifadesi her bir $j = 1, 2, \dots, n$ için QR dönüşümüne tabi tutularak ve $N\{(P_j I - A)^T U_1\}$ boşluk kısmı alınarak oluşturulur. Teoremin ispatını Kautsky (1985) genişçe anlatmaktadır [29].

3. ARDIŞIKLIK TEORİSİ

3.1. Giriş

Bu çalışmada ardışıklık teorisi, belli formdaki doğrusal olmayan hareket denklemlerine sahip sistemler için Kayan Kipli Denetçi (KKD) tasarlamak amacıyla kullanılmaktadır. KKD tasarım yönteminde, doğrusal olmayan sistem ardışık olarak lineer zamanla değişen sistemler olarak ele alınıp, kayma yüzeyinin ve denetçinin bu ardışık sistemlerden türetilmesine dayanılmaktadır. Bu yöntem daha önce optimal kayma yüzeyi tasarlanarak çalışılmıştır [24, 25]. Ardışıklık teorisi bölümü Salamcı'nın doktora tezi temel alınarak oluşturulmuştur, atıflar ve teoremlerin kaynakları için orijinal kaynağın temel alınması uygun olacaktır [24].

Konu edilen doğrusal olmayan sistem aşağıdaki gibi gösterilebilir

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (3.1)$$

Yukarıdaki doğrusal olmayan sistem için önerilmiş kayma yüzeyi tasarım yöntemi, doğrusal zamanla değişen (DZD) sistemler için kayma yüzeyi tasarlanması yöntemine dayanmaktadır. Bundan dolayı sistem yaklaşıktır. Ardışık (recursive) DZD sistem denklemleri tarafından sistem yakınsatılır. Ardışıklık kavramının en basit ifade şeklinin örneği doğal sayılar kümesidir, eğer $n \in \mathbb{N}$ 'in içindeyse ardından $n+1 \in \mathbb{N}$ 'in içindedir. Ardışık DZD sistem denklemleri aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\dot{x}^{[i]} = A(x^{[i-1]}(t))x^{[i]} + B(x^{[i-1]}(t))u^{[i]} \quad (3.2)$$

ve bu ifadeye uygun olarak DZD kayma yüzeyi tasarımı her bir yakınsama için tekrarlanır. Denetçi DZD sistem için tasarlanarak, özgün doğrusal olmayan sisteme uygulanır. Doğrusal olmayan sistemin yanıtıyla yakınsamaların yanıtı birleşene kadar bu ardışık yöntem devam ettirilir. Daha önceki çalışmalarda optimal kayma yüzeyi

yaklaşımı kullanılmıştır. Bu çalışmada ise kutup yerleştirme yöntemi kullanılmaktadır.

Bölüm 2'de genel olarak kayma yüzeyi tasarım teknikleri anlatılmakla beraber ağırlıklı olarak kutup yerleştirme yöntemi üzerinde durulmuştur. Bu bölüm ardışıklık teorisine ayrılmış olsa da ardışıklık teorisiyle DZD sistemler için kayma yüzeyi tasarım yöntemini nasıl birleştirildiğinin açıkça görülmesi açısından bölüm 3.3'de DZD sistemler için kayma yüzeyi tasarım yöntemi pratik kullanım biçimiyle tekrar aktarılacaktır.

3.2. Doğrusal Olmayan Sistemlerin Doğrusala Yakınsaması

Taylor serisi açılımıyla denge (veya çalışma noktası) etrafında doğrusal olmayan sistemlerin doğrusallaştırılması, sistem davranışının çalışılmasında ve uygun denetçi tasarımında oldukça yaygın olarak kullanılmakta ve iyi bilinmektedir. Ancak bu yöntem denge noktalarının yakın komşuluklarında etkilidir ve doğrusal olmayan sistemin tümünün yanıtını temsil etmez. Bu yüzden denetim ve çalışma bölgesini genişletmek için, farklı çalışma bölgelerinde çalışabilecek, ayarlanan denetçi kazançlarının belirlenmiş çalışma yörüngesinden geçirilmesi gibi çeşitli doğrusallaştırma modelleri türetilir.

Bu bölümde, doğrusal olmayan sistemlerin bir grubu için bir başka yakınsama tekniği anlatılmaktadır.

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (3.3)$$

Burada $x \in R^n$, $u \in R^m$, $A(x) \in R^{n \times n}$ ve $B(x) \in R^{n \times m}$ dir. Ardışıklık tekniği sistemin DZD yakınsamalarını (birinci yakınsama dışındakilerde) oluşturur. Eş. 3.3'ün yakınsama dizisi aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\dot{x}^{[i]} = A(x^{[i-1]}(t))x^{[i]} + B(x^{[i-1]}(t))u^{[i]}, x^{[i]}(t_0) = x_0 \quad (3.4)$$

İlk yakınsama

$$\dot{x}^{[1]} = A(x_0)x^{[1]} + B(x_0)u^{[1]}, \quad x^{[1]}(t_0) = x_0 \quad (3.5)$$

Eş. 3.3'deki doğrusal olmayan sistemin ilk yakınsaması doğrusal zamanla değişmeyen (DZDm) sistemdir ve bundan sonraki yakınsama dizileri DZD sistemlerdir Eş. 3.4 denklemin yakınsama koşullarını vermeden önce Eş. 3.3 denkleminin zorlanmayan bölümü düşünülmelidir. Örneğin,

$$\dot{x} = A(x)x \quad (3.6)$$

ve Eş. 3.6'nın yakınsama dizisi

$$\begin{aligned} \dot{x}^{[i]} &= A(x^{[i-1]}(t))x^{[i]}, \quad x^{[i]}(t_0) = x_0 \\ \dot{x}^{[1]} &= A(x_0)x^{[1]}, \quad x^{[1]}(t_0) = x_0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

$\Phi^{[i-1]}(t, t_0)$, $A(x^{[i-1]}(t))$ tarafından üretilen durum geçiş matrisini temsil ederse,

$$\|\Phi^{[i-1]}(t, t_0)\| \leq \exp \left[\int_{t_0}^t \mu(A(x^{[i-1]}(\tau))) d\tau \right] \quad (3.8)$$

olur. Burada $\mu(A(\cdot))$, $A(\cdot)$ 'nin logaritmik normudur ve aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\mu(A(\cdot)) := \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{(\|I + hA(\cdot)\| - 1)}{h}$$

$\mu(A(\cdot))$, aşağıdaki gibi de tanımlanabilir.

$$\mu(A(\cdot)) = \frac{1}{2} \max \lambda(A(\cdot) + A(\cdot)^T)$$

Farzedilsin ki, $\|\cdot\|$, standart izgesel (yapay) matris normudur. Takip eden lemma $\Phi^{[i-1]}(t, t_0) - \Phi^{[i-2]}(t, t_0)$ 'nin tahmini içindir .

3.1. Lemma

Bütün x 'ler için $\mu(A(x)) \leq \kappa_1$ ve

$$\|A(x) - A(y)\| \leq \kappa_2 \|x - y\|, \quad \forall x, y \in R^n \text{ olduğu düşünölsün. Bu durumda}$$

$$\|\Phi^{[i-1]}(t, t_0) - \Phi^{[i-2]}(t, t_0)\| \leq \kappa_2 e^{\kappa_1(t-t_0)} (t - t_0) \sup_{s \in [t_0, t]} \|x^{[i-1]}(s) - x^{[i-2]}(s)\| \text{ olur.}$$

İspat

$\Phi^{[i-1]}(t, t_0)$ ve $\Phi^{[i-2]}(t, t_0)$ aşğıdaki ardışık denklemlerin çözümleridir.

$$\dot{x}^{[i]} = A(x^{[i-1]}(t))x^{[i]}, \quad x^{[i]}(t_0) = x_0$$

$$\dot{x}^{[i-1]} = A(x^{[i-2]}(t))x^{[i-1]}, \quad x^{[i-1]}(t_0) = x_0$$

Böylece

$$\frac{d}{dt} (x^{[i]}(t) - x^{[i-1]}(t)) = A(x^{[i-1]}(t))(x^{[i]}(t) - x^{[i-1]}(t)) + [A(x^{[i-1]}(t)) - A(x^{[i-2]}(t))]x^{[i-1]}(t)$$

olur. Ve sonra

$$x^{[i]}(t) - x^{[i-1]}(t) = \int_{t_0}^t \Phi^{[i-1]}(t, s) [A(x^{[i-1]}(s)) - A(x^{[i-2]}(s))] x^{[i-1]}(s) ds$$

Madem ki

$$x^{[i]}(t) = \Phi^{[i-1]}(t, t_0)x_0$$

ve o zaman

$$\begin{aligned} \|x^{[i]}(t) - x^{[i-1]}(t)\| &\leq \int_{t_0}^t \exp\left(\int_s^t \mu(A(x^{[i-1]}(\tau)))d\tau\right) \kappa_2 \|x^{[i]}(s) - x^{[i-1]}(s)\| \\ &\times \exp\left(\int_{t_0}^s \mu(A(x^{[i-2]}(\tau)))d\tau\right) \|x_0\| ds \leq \kappa_2 e^{\kappa_1(t-t_0)} (t-t_0) \sup_{s \in [t_0, t]} \|x^{[i-1]}(s) - x^{[i-2]}(s)\| \|x_0\| \end{aligned}$$

olur. Şimdi

$$\xi^{[i]}(t) := \sup_{s \in [t_0, t]} \|x^{[i]}(s) - x^{[i-1]}(s)\| \quad (3.9)$$

tanımlanır. O zaman,

$$\begin{aligned} \xi^{[i]}(t) &\leq \kappa_2 e^{\kappa_1(t-t_0)} (t-t_0) \|x_0\| \xi^{[i-1]}(t) \text{ olur.} \\ \gamma_1(t) &:= \kappa_2 e^{\kappa_1(t-t_0)} (t-t_0) \|x_0\| < 1 \end{aligned} \quad (3.10)$$

olduğu kabul edilirse, Bu durumda

$$\xi^{[i]}(t) \leq \gamma_1(t) \xi^{[i-1]}(t)$$

ve böylece

$$\xi^{[i]}(t) \leq \gamma_1^{i-2}(t) \xi^{[2]}(t) \quad (3.11)$$

olur.

3.1. Teorem

κ_1 ve κ_2 , $A(x)$ 'i gerçekleyen sonlu sayılar olsun.

$$(A.1) \quad \mu(A(x)) \leq \kappa_1, \quad \forall x \in R^n$$

$$(A.2) \quad \|A(x) - A(y)\| \leq \kappa_2 \|x - y\|, \quad \forall x, y \in R^n$$

ve varsayalım ki $\gamma_1(T) = \kappa_2 e^{\kappa_1(T-t_0)}(T-t_0)\|x_0\| < 1$. Eş. 3.6, $C([t_0, T], R^n)$ 'de Eş. 3.7'deki yakınsamanın çözüm sınırları $[t_0, T]$ 'la verilen tek bir çözüme sahiptir.

İspat

Banach uzayında $C([t_0, T], R^n)$ bir Cauchy dizisi $x^{[i]}(t)$ 'ye uygulanmaya çalışıldığı için doğrudan Eş. 3.11 takip edilir.

Yakınsama dizisinde, kontrol terimi, u 'nun etkisini görmek için doğrusal olmayan durum-geribesleme denetimi düşünölsün.

$$u = K(x)x \tag{3.12}$$

Bunun ürünü olarak

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)K(x)x := A(x)x + \hat{B}(x)x \tag{3.13}$$

ve yakınsama dizisi

$$\dot{x}^{[i]} = A(x^{[i-1]}(t))x^{[i]} + \hat{B}(x^{[i-1]}(t))x^{[i]} \tag{3.14}$$

olur. Burada $\dot{x}^{[i]} = A(x_0)x^{[1]} + \hat{B}(x_0)x^{[1]}$ dir.

3.2. Teorem

$\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4$ ve κ_5 , $A(x)$ 'i $B(x)$ 'i gerçekleyen sonlu sayılar olsun.

$$(A.1) \quad \mu(A(x)) \leq \kappa_1, \quad \forall x \in R^n$$

$$(A.2) \quad \|A(x) - A(y)\| \leq \kappa_2 \|x - y\|, \quad \forall x, y \in R^n$$

$$(A.3) \quad \|\hat{B}(x) - \hat{B}(y)\| \leq \kappa_3 \|x - y\|, \quad \forall x, y \in R^n$$

$$(A.4) \quad \|\hat{B}(x)\| \leq \kappa_4, \quad \forall x \in R^n$$

$$(A.5) \quad \mu(\hat{B}(x)) \leq \kappa_5, \quad \forall x \in R^n$$

ve

$$\begin{aligned} \gamma_2(t) := & \frac{\kappa_1 e^{\kappa(t-t_0)} \|x_0\|}{\{\kappa_1 + \kappa_4(1 - e^{\kappa_1(t-t_0)})\}} \left\{ \frac{1}{2} \kappa_2 \kappa_4 (t - t_0)^2 + \left(\kappa_2 + \kappa_3 + \frac{\kappa_2 \kappa_4}{\kappa_1 - \kappa_5} \right) (t - t_0) \right. \\ & \left. + \left(\frac{\kappa_2 \kappa_4 + \kappa_3(\kappa_5 - \kappa_1)}{(\kappa_5 - \kappa_1)^2} \right) (e^{(\kappa_5 - \kappa_1)(t-t_0)} - 1) \right\} \end{aligned}$$

olduğu varsayılın. $t \in [t_0, T]$ için $|\gamma_2(t)| < 1$. Bu durumda Eş. 3.14'deki yakınsama dizisinin çözümü $C([t_0, T], R^n)$ 'de Eş. 3.13'deki çözüme yakınsar.

İspat

Eş. 3.14 yakınsama dizisinin diferansiyel denkleminin çözümü

$$x^{[i]}(t) = \Phi^{[i-1]}(t, t_0) x_0 + \int_{t_0}^t \Phi^{[i-1]}(t, s) \hat{B}(x^{[i-1]}(s)) x^{[i]} ds$$

ve böylece

$$x^{[i]}(t) - x^{[i-1]}(t) = [\Phi^{[i-1]}(t, t_0) - \Phi^{[i-2]}(t, t_0)] x_0 +$$

$$\begin{aligned}
& \int_{t_0}^t \Phi^{[i-1]}(t, s) \hat{B}(x^{[i-1]}(s)) [x^{[i]}(s) - x^{[i-1]}(s)] ds + \\
& \int_{t_0}^t [\Phi^{[i-1]}(t, s) - \Phi^{[i-2]}(t, s)] \hat{B}(x^{[i-1]}(s)) x^{[i-1]}(s) ds + \\
& \int_{t_0}^t \Phi^{[i-2]}(t, s) [\hat{B}(x^{[i-1]}(s)) - \hat{B}(x^{[i-2]}(s))] x^{[i-1]}(s) ds
\end{aligned}$$

olur. Lemma 3.1'den

$$\begin{aligned}
\|x^{[i]}(t) - x^{[i-1]}(t)\| & \leq \kappa_2 e^{\kappa_1(t-t_0)}(t-t_0) \sup_{s \in [t_0, t]} \|x^{[i-1]}(s) - x^{[i-2]}(s)\| \|x_0\| \\
& + \int_{t_0}^t e^{\kappa_1(t-s)} \kappa_4 \|x^{[i]}(s) - x^{[i-1]}(s)\| ds \\
& + \int_{t_0}^t \kappa_2 e^{\kappa_1(t-s)}(t-s) \sup_{s \in [t_0, t]} \|x^{[i-1]}(s) - x^{[i-2]}(s)\| \kappa_4 \|x^{[i-1]}(s)\| ds \\
& + \int_{t_0}^t e^{\kappa_1(t-s)} \kappa_3 \|x^{[i-1]}(s) - x^{[i-2]}(s)\| \|x^{[i-1]}(s)\| ds
\end{aligned}$$

Bu yüzden

$$\|x^{[i]}(t)\| \leq [e^{\kappa_1(t-t_0)} + e^{\kappa_5(t-t_0)}] \|x_0\|$$

ve Eş. 3.9'un avantajıyla

$$\begin{aligned}
\xi^{[i]}(t) & \leq \kappa_2 e^{\kappa_1(t-t_0)}(t-t_0) \|x_0\| \xi^{[i-1]}(t) - \frac{\kappa_4}{\kappa_1} [1 - e^{\kappa_1(t-t_0)}] \xi^{[i]}(t) \\
& + \frac{1}{2} \kappa_2 \kappa_4 e^{\kappa_1(t-t_0)}(t-t_0)^2 \|x_0\| \xi^{[i-1]}(t) \\
& + \frac{\kappa_2 \kappa_4}{\kappa_1 - \kappa_5} e^{\kappa_1(t-t_0)}(t-t_0) \|x_0\| \xi^{[i-1]}(t)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\kappa_2 \kappa_4}{(\kappa_1 - \kappa_5)^2} \left[e^{\kappa_5(t-t_0)} - e^{\kappa_1(t-t_0)} \right] \|x_0\| \xi^{[i-1]}(t) \\
& + \kappa_3 e^{\kappa_1(t-t_0)} (t-t_0) \|x_0\| \xi^{[i-1]}(t) + \frac{\kappa_3}{\kappa_5 - \kappa_1} \left[e^{\kappa_5(t-t_0)} - e^{\kappa_1(t-t_0)} \right] \|x_0\| \xi^{[i-1]}(t)
\end{aligned}$$

yada,

$$\begin{aligned}
\left\{ 1 + \frac{\kappa_4}{\kappa_1} \left[1 - e^{\kappa_1(t-t_0)} \right] \right\} \xi^{[i]}(t) \leq & \left\{ \frac{1}{2} \kappa_2 \kappa_4 (t-t_0)^2 + \left[\kappa_2 + \kappa_3 + \frac{\kappa_2 \kappa_4}{\kappa_1 - \kappa_5} \right] (t-t_0) + \right. \\
& \left. \left[\frac{\kappa_2 \kappa_4}{(\kappa_5 - \kappa_1)^2} + \frac{\kappa_3}{\kappa_5 - \kappa_1} \right] e^{(\kappa_5 - \kappa_1)(t-t_0)} - 1 \right\} e^{\kappa_1(t-t_0)} \|x_0\| \xi^{[i-1]}(t)
\end{aligned}$$

Böylece

$$\xi^{[i]}(t) \leq \gamma_2(t) \xi^{[i-1]}(t)$$

Burada,

$$\begin{aligned}
\gamma_2(t) := & \frac{\kappa_1 e^{\kappa_1(t-t_0)} \|x_0\|}{\left\{ \kappa_1 + \kappa_4 (1 - e^{\kappa_1(t-t_0)}) \right\}} \left\{ \frac{1}{2} \kappa_2 \kappa_4 (t-t_0)^2 + \left(\kappa_2 + \kappa_3 + \frac{\kappa_2 \kappa_4}{\kappa_1 - \kappa_5} \right) (t-t_0) \right. \\
& \left. + \left(\frac{\kappa_2 \kappa_4 + \kappa_3 (\kappa_5 - \kappa_1)}{(\kappa_5 - \kappa_1)^2} \right) \left(e^{(\kappa_5 - \kappa_1)(t-t_0)} - 1 \right) \right\}
\end{aligned}$$

ve böylece eğer $t \in [t_0, T]$ için $|\gamma_2(t)| < 1$ ise, bu durumda $C([t_0, T], R^n)$ aralığında $x^{[i]}(t) \rightarrow x(t)$ dir.

İndirgenmemiş sistem için yakınsama dizisinin yakınsaklığının (örn. $\gamma_2(t) > 1$) sağlanamamasına rağmen uygun kontrol seçme yoluyla yakınsama dizisinin yakınsaklığının, geribesleme kazanç matrisiyle de ilişkili olduğu gösterilir ve $|\gamma_2(t)| < 1$ 'yi sağlamak mümkün olabilir.

Eş. 3.12’de verilmiş olan kontrolü uygulayarak, şimdi doğrusal olmayan sistemler için KKD üzerine düşünüldüğünde, kayma yüzeyi $\sigma(x)$ olarak tanımlansın, bu durumda kayma yüzeyindeki sistem hareketi $\sigma(x)=0$ olur. Sistem durum yörüngesini kayma yüzeyiyle kesiştiği zamanın t_s olduğu varsayımıyla kayma kipinin var olması için $t \geq t_s$ olması gerekir. Bu uygulamada, $\forall t \geq t_s$ için $\sigma(x)=0$ ve $\dot{\sigma}(x)=0$ dır. Böylece, takip eden denklem u için çözülerek bu çözüme eşdeğer kontrol adı verilir.

$$\dot{\sigma}(x) = \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} (A(x)x + B(x)u) = 0 \quad (3.15)$$

Bütün t ve x ’ler için $\frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} B(x)$ ’in tekil olmayacağı bir kayma yüzeyi $\sigma(x)$ seçildiğini varsayarsak. Bu durumda eşdeğer kontrol, u_{eq} ,

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} B(x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} (A(x)x) \quad (3.16)$$

$$u_{eq} = -K_{eq}(x)x \quad (3.17)$$

Burada K_{eq} doğrusal olmayan durum-geribesleme kazanç matrisidir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$K_{eq} = \left[\frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} B(x) \right]^{-1} \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} A(x) \quad (3.18)$$

Diğer taraftan kayma kipi için aşağıdaki koşullarda sağlanmalıdır.

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(x,t) &> 0 \text{ if } \sigma(x,t) < 0 \\ \dot{\sigma}(x,t) &< 0 \text{ if } \sigma(x,t) > 0 \end{aligned} \quad (3.19)$$

Eş. 3.15’den,

$$\dot{\sigma}(x) = \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} A(x)x + \frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} B(x)u \quad (3.20)$$

$$\dot{\sigma}(x) = -k \operatorname{sgn}(\sigma(x)) \quad (3.21)$$

k 'nın tüm pozitif değerleri için Eş. 3.19'un sağlandığı görülebilir. Eş. 3.21, Eş. 3.20'de yerine yazılarak, kontrol ifadesi u çözülürse,

$$u = -\left[\frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} B(x)\right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} (A(x)x) + k \operatorname{sgn}(\sigma(x))\right] \quad (3.22)$$

elde edilir. Eş. 3.18, ifadesi Eş. 3.22'de yerine yazılırsa kontrol ifadesi u aşağıdaki şekli alır.

$$u = -K_{eq}(x)x - \left[\frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} B(x)\right]^{-1} k \operatorname{sgn}(\sigma(x)) \quad (3.23)$$

Bu durumda doğrusal olmayan sistem ifadesi Eş. 3.3 yeniden yazılırsa,

$$\dot{x} = A(x)x - B(x)K_{eq}(x)x - B(x) \left[\frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} B(x)\right]^{-1} k \operatorname{sgn}(\sigma(x))$$

yada

$$\dot{x} = A_{eq}(x)x + f(x) \quad (3.24)$$

Burada

$$A_{eq}(x) = A(x)x - B(x)K_{eq}(x) \quad \text{ve} \quad f(x) = -B(x) \left[\frac{\partial \sigma(x)}{\partial x} B(x)\right]^{-1} k \operatorname{sgn}(\sigma(x))$$

Şimdi, Eş. 3.34 denklemi için doğrusal diferansiyel denklemlerin yakınsama dizisi düşünülürse, takip eden denklemlerin elde edildiği görülür.

$$\begin{aligned}
\dot{x}^{[1]}(t) &= A_{eq}(x_0)x^{[1]} + f(x_0), & x^{[1]}(t_0) &= x_0 \\
\dot{x}^{[i]}(t) &= A_{eq}(x^{[i-1]}(t))x^{[i]} + f(x^{[i-1]}), & x^{[i]}(t_0) &= x_0
\end{aligned} \tag{3.25}$$

ve bu dizinin çözümü

$$x^{[i]}(t) = \Phi^{[i-1]}(t, t_0)x_0 + \int_{t_0}^t \Phi^{[i-1]}(t, s)f(x^{[i-1]}(s))ds$$

ve böylece

$$\begin{aligned}
x^{[i]}(t) - x^{[i-1]}(t) &= [\Phi^{[i-1]}(t, t_0) - \Phi^{[i-2]}(t, t_0)]x_0 + \\
&\int_{t_0}^t \Phi^{[i-1]}(t, s)[f(x^{[i-1]}(s)) - f(x^{[i-2]}(s))]ds + \\
&\int_{t_0}^t [\Phi^{[i-1]}(t, s) - \Phi^{[i-2]}(t, s)]f(x^{[i-2]}(s))ds
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Aşağıdaki teorem bu yakınsamanın yakınsaklık koşullarını açıklamaktadır.

3.3. Teorem

$\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$ ve $\kappa_4, A_{eq}(x)$ 'i $f(x)$ 'i gerçekleyen sonlu sayılar olsun.

$$(A.1) \quad \mu(A_{eq}(x)) \leq \kappa_1, \quad \forall x \in R^n$$

$$(A.2) \quad \|A_{eq}(x) - A_{eq}(y)\| \leq \kappa_2 \|x - y\|, \quad \forall x, y \in R^n$$

$$(A.3) \quad \|f(x) - f(y)\| \leq \kappa_3 \|x - y\|, \quad \forall x, y \in R^n$$

$$(A.4) \quad \|f(x)\| \leq \kappa_4, \quad \forall x \in R^n$$

ve varsayalım ki

$$\gamma_3(t) := e^{\kappa_1(t-t_0)}(t-t_0) \left(\kappa_2 \|x_0\| + \frac{\kappa_2 \kappa_4}{\kappa_1} \right) + \left(\frac{\kappa_2 \kappa_4}{\kappa_1^2} - \frac{\kappa_3}{\kappa_1} \right) [1 - e^{\kappa_1(t-t_0)}]$$

$t \in [t_0, T]$ için $|\gamma_3(t)| < 1$. Bu durumda Eş. 3.25'deki yakınsama dizisinin çözümü $C([t_0, T], R^n)$ 'de Eş. 3.24'deki çözüme yakınsar.

İspat

Lemma 3.1'den ve Eş. 3.9 ve Eş. 3.26 ifadelerinden

$$\begin{aligned} \|x^{[i]}(t) - x^{[i-1]}(t)\| &\leq \kappa_2 e^{\kappa_1(t-t_0)}(t-t_0) \xi^{[i-1]}(t) \|x_0\| - \frac{\kappa_3}{\kappa_1} [1 - e^{\kappa_1(t-t_0)}] \xi^{[i-1]}(t) \\ &\quad + \frac{\kappa_2 \kappa_4}{\kappa_1^2} e^{\kappa_1(t-t_0)}(t-t_0) \xi^{[i-1]}(t) + \frac{\kappa_2 \kappa_4}{\kappa_1^2} [1 - e^{\kappa_1(t-t_0)}] \xi^{[i-1]}(t) \end{aligned}$$

yada, $\xi^{[i]}(t) \leq \gamma_3(t) \xi^{[i-1]}(t)$ burada

$$\gamma_3(t) := e^{\kappa_1(t-t_0)}(t-t_0) \left(\kappa_2 \|x_0\| + \frac{\kappa_2 \kappa_4}{\kappa_1} \right) + \left(\frac{\kappa_2 \kappa_4}{\kappa_1^2} - \frac{\kappa_3}{\kappa_1} \right) [1 - e^{\kappa_1(t-t_0)}]$$

ve böylece eğer $t \in [t_0, T]$ için $|\gamma_3(t)| < 1$ ise, bu durumda $C([t_0, T], R^n)$ aralığında $x^{[i]}(t) \rightarrow x(t)$ dir.

Hatırlanırsa, İdeal kayma kipinde (örn. $\sigma(x)=0$) , (A.3) varsayımdaki fonksiyon $f(x)$ sıfır olur ve sonra sistem $\dot{x} = A_{eq}(x)x$ olarak tanımlanabilir. Bu durumda Teorem 3.3'de ardışıklık yakınsama hızı $\gamma_3(t) := e^{\kappa_1(t-t_0)}(t-t_0) \kappa_2 \|x_0\|$ olur. Bu sonuç Teorem 3.1 ile hemen hemen aynıdır.

Diğer taraftan sgn işaret fonksiyonundan dolayı $f(x)$ fonksiyonu kayma yüzeyi yakınlarında $f(x)$ x 'in değerini aldığı için sınırlar içinde tutulabilir. Bu koşullarda

sistem yörüngesi kayma yüzeyinin yakınlarındadır (çıtırtı(chattering)). Teorem 3.3 aşağıdaki gibi yeniden düzenlenebilir.

3.4. Teorem

κ_1, κ_2 ve κ_3 , $A_{eq}(x)$ 'i $f(x)$ 'i gerçekleyen sonlu sayılar olsun.

$$(A.1) \quad \mu(A_{eq}(x)) \leq \kappa_1, \quad \forall x \in R^n$$

$$(A.2) \quad \|A_{eq}(x) - A_{eq}(y)\| \leq \kappa_2 \|x - y\|, \quad \forall x, y \in R^n$$

$$(A.3) \quad \|f(x)\| \leq \kappa_3, \quad \forall x \in R^n$$

ve varsayalım ki

$$\gamma_4(t) := e^{\kappa_1(t-t_0)}(t-t_0) \left(\kappa_2 \|x_0\| + \frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_1} \right) + \left(\frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_1^2} \right) [1 - e^{\kappa_1(t-t_0)}]$$

$t \in [t_0, T]$ için $|\gamma_4(t)| < 1$. Bu durumda Eş. 3.25'deki yakınsama dizisinin çözümü $C([t_0, T], R^n)$ 'de Eş. 3.24'deki çözüme yakınsar. Teorem 3.4'ün ispatı Teorem 3.3'ünkü ile tamamen aynıdır.

3.3. Doğrusal Zamanla Değişen Sistemin Kayan Kipli Denetimi

Önceki bölümde, Doğrusal zamanla değişen diferansiyel denklemlerin bir dizisi olarak doğrusal olmayan sistemlerin bir sınıfına yakınsama amacıyla yakınsaklık koşulları gereksinimleri incelendi. KKD için ve doğrusal olmayan durum geri besleme denetimini sağlayacak yakınsaklık koşulları kabul edildiğinde zamanla değişen kontrol eylemiyle DZD modellerin bir dizisi olarak kontrole ve doğrusal olmayan sisteme yakınsamak mümkün olabilecektir. Bu yaklaşımın sonucu olarak, Denetçi DZD modeller kullanılarak tasarlanabilir, ve yakınsamaların yanıtı ile doğrusal olmayan sistemin yanıtı birleşene kadar DZD model alınıp doğrusal olmayan sisteme bu kontroller uygulanır. Açıktır ki model şimdi DZD sistemdir ve

bundan dolayı bu bölümde DZD sistemler için KKD tasarım yöntemi özetlenecektir. Genellikle, DZD sistem aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u \quad (3.27)$$

Burada $x \in R^n$, $u \in R^m$, $A(t)$ ve $B(t)$ zamanla değişen matrislerin tam boyutlarıdır. $(A(t), B(t))$ 'nin $[t_1, t_2]$ zaman aralığında kontrol edilebilir olduğunu varsayıyoruz $(n - m)$ Boyutlu zaman değişkenli dönüşüm hiper düzlemiyle sistemi zorlamak için denetim fonksiyonu tasarlanır.

$$\sigma(x, t) = C(t)x \quad (3.28)$$

sistem uzayları hiper düzleme doğru yönlendirilerek sistem düzlemde tutulur., i.e.,

$$\begin{aligned} \text{eger } \sigma(x, t) < 0 &\Rightarrow \dot{\sigma}(x, t) > 0 \\ \text{eger } \sigma(x, t) > 0 &\Rightarrow \dot{\sigma}(x, t) < 0 \end{aligned} \quad (3.29)$$

Diğer taraftan, uygun seçilen $C(t)$ 'nin seçimiyle DZD sistemin arzu edilen davranışı başanlır. Birçok durumda, uygulanacak bazı koordinat dönüşümleri, $C(t)$ 'nin seçilmesi problemini daha basit bir forma sokarlar. Bu nedenle, zaman değişkenli tekil olmayan bir koordinat dönüşümü $z(t) = L(t)x(t)$ tanımlanır.

Burada,

$$L(t)B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2(t) \end{bmatrix}$$

ve

$$L(t)A(t)L^{-1}(t) + \dot{L}(t)L^{-1}(t) = \begin{bmatrix} A_{11}(t) & A_{12}(t) \\ A_{21}(t) & A_{22}(t) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Yeni koordinat dönüşümüyle sistem

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= A_{11}(t)z_1 + A_{12}(t)z_2 \\ \dot{z}_2 &= A_{21}(t)z_1 + A_{22}(t)z_2 + B_2(t)u \end{aligned} \quad (3.31)$$

halini alır.

Burada $z_1 \in R^{n-m}$, $z_2 \in R^m$ ve $B_2(t)$ $m \times m$ boyutlu tekil olmayan bir matrisdir. Zaman değişkenli dönüşüm basit bir şekilde kontrol vektörünü $z_2(t)$ 'de toplar. Hiper düzlem dönüşüm ifadesi Eş. 3.29 yeni koordinatlarda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sigma(z, t) = C_1(t)z_1 + C_2(t)z_2$$

Genelleştirmeyi yitirmeksizin, $C_2 = I$ olarak kabul edilebilir ve böylece

$$\sigma(z, t) = C_1(t)z_1 + z_2 \quad (3.32)$$

Kayan kipteki sistem hareketi, i.e., $\sigma(z, t) = 0$ kayma yüzeyi hareketiyle sınırlıdır, eşdeğer kontrol yöntemi aracılığıyla açıklanabilir. kayma kipinin mevcudiyeti bütün $t \geq t_s$ 'ler için $\sigma(z, t) = \dot{\sigma}(z, t) = 0$ 'yi sağlamalıdır. Burada, t_s kayma kipi başlangıç zamanıdır. Ozaman, eşdeğerli kontrol

$$u_{eq} = -B_2^{-1} [\{C_1 A_{11} + A_{21} + \dot{C}_1\}z_1 + \{C_1 A_{12} + A_{22}\}z_2]$$

olur. Eşdeğer sistem olarak isimlendirilen aşağıdaki sistemin ürünüdür.

$$\dot{z}_1 = A_{11}(t)z_1 + A_{12}(t)z_2$$

$$\dot{z}_2 = -\{C_1 A_{11}(t) + \dot{C}_1\}z_1 - C_1 A_{12}(t)z_2 = -C_1 \dot{z}_1 - \dot{C}_1 z_1$$

Hatırlanmalıdır ki: İkinci denklem zorlama denklemleri temsil eder. i.e., $\sigma(z, t) = C_1(t)z_1 + z_2 = 0$ ve böylece sistem $(n - m)$. indirgenmiş denklem olarak tanımlanabilir.

$$\dot{z}_1 = A_{11}(t)z_1 + A_{12}(t)z_2$$

$$\sigma(z, t) = C_1(t)z_1 + z_2 = 0$$

yada alternative olarak,

$$\dot{z}_1 = A_{11}(t)z_1 + A_{12}(t)z_2 \tag{3.33}$$

$$z_2 = -C_1(t)z_1 \tag{3.34}$$

Burada z_2 durum geribesleme denetimi rolü oynar. Standart kutup yerleştirme problemi çözüm yollarını kullanmak için, aşağıdaki lemmaya gereksinim duyulmaktadır.

3.2. Lemma

Eğer Eş. 3.27'deki sistem $[t_1, t_2]$ zaman aralığında kontrol edilebilir ise o zaman indirgenmiş eşdeğer sistemdeki Eş. 3.33 $(A_{11}(t), A_{12}(t))$ çiftide aynı zaman aralığında kontrol edilebilirdir.

İspat

Eğer $(A_{11}(t), A_{12}(t))$ çifti kontrol edilebilir değilse, o zaman sistem Eş. 3.33 tekil olmayan bir dönüşüm $y = \tilde{T}z$ ($y \in R^{n-m}$) aracılığıyla aşağıdaki forma indirgenebilir.

$$\begin{aligned}\dot{y}_1 &= \tilde{A}_{11}(t)y_1 + \tilde{A}_{12}(t)y_2 + \tilde{B}(t)z_2 \\ \dot{y}_2 &= A_{21}(t)y_2\end{aligned}$$

Burada $(\tilde{A}_{11}(t), \tilde{B}(t))$ çifti kontrol edilebilirdir. Bu dönüşüm kullanılarak, sistem Eş. 3.31 yeniden yazılabilir, burada y_2 vektörü görüldüğü gibi u 'ya bağlı değildir. Sistem Eş. 3.31 tekil olmayan bir dönüşümle sistem Eş. 3.27'den elde edildiği için kontrol edilebilirlik özelliğinin yok edilmesi olanaklı değildir. Orijinal sistem Eş. 3.27'in kontrol edilemez olması temel hipotezle çelişeceğinden bu lemma kanıtlanmış olur.

Denklem Eş. 3.29'daki kayma hareketinin kararlılık koşullarını sağlayan genel kontrol yapısı aşağıdaki gibi formüle edilebilir.

$$u = u_{eq} + k \operatorname{sgn}(\sigma(z, t))$$

Burada $\operatorname{sgn}(\cdot)$ signum fonksiyonudur ve k elemanları $k_i < 0$ olan, m boyutlu kolon vektördür.

3.4. Doğrusal Olmayan Sistemin DZD Sisteme Benzetilerek Kök Yerleştirme Metoduyla KKD

Aşağıdaki gibi ikinci mertebeden bir doğrusal olmayan bir denklem düşünölsün

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \tag{3.35}$$

Nonlinear sistemin herbir doğrusal zamanla değişen yaklaşımını aşağıdaki ifade temsil eder.

$$\dot{x}^{[i]} = A^{[i-1]}(t)x^{[i]} + B^{[i-1]}(t)u^{[i]} \quad i = 1, \dots, n \text{ için}$$

Burada n sistemin yakınsamasına bağlı olarak değiştirilebilen bir doğal sayıdır. Aynı şekilde her bir yakınsama için $A^{[0]}(t) = A^{[0]} = A(x_0)$ ve $B^{[0]}(t) = B^{[0]} = B(x_0)$ alınmaktadır.

Her bir t zamanı için sistem birbirine bağlı biri $\mathfrak{R}(B)$ 'de ve diğeri $N(S)$ 'de olmak üzere iki alt sisteme dönüştürülür. $Rank(B) = m$ yani tam rank olmalıdır. $B(t)$ matrisini dikey (ortogonal) bir matrise dönüştürecek $T_r \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ bulunur.

$$T_r B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2(t) \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Burada $B_2(t) \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ ve tekil değildir. $z = Tx$ yeni koordinat takımıdır. Böylece

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$z_1 \in \mathfrak{R}^{n-m}$ ve $z_2 \in \mathfrak{R}^m$ dir. Bu durumda nominal doğrusal zamanla değişen sistem aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{z}_1 = A_{11}(t)z_1 + A_{12}(t)z_2 \quad (3.38)$$

$$\dot{z}_2 = A_{21}(t)z_1 + A_{22}(t)z_2 + B_2(t)u \quad (3.39)$$

Eş. 3.38 boş-uzay dinamiğinin tanımını ifade eder ve Eş. 3.39 erim-uzay dinamiğinin tanımını ifade eder. Yeni koordinat sisteminde tanımlanan dönüşüm fonksiyonunun aşağıdaki gibi uygun bir şekilde bölündüğü varsayılarak $ST_r^T = [S_1 \ S_2]$ (3.40)

$S_1 \in \mathfrak{R}^{m \times (n-m)}$ ve $S_2 \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ dir. $SB = S_2 B_2$ olduğu için SB matrisinin tekil olmaması için yeterli ve gerekli şart $\det(S_2) \neq 0$ olmasıdır. İdeal kayma hareketi sırasında

$$S_1 z_1(t) + S_2 z_2(t) = 0 \quad \text{bütün } t \geq t_s \text{ 'ler için} \quad (3.41)$$

ve bundan dolayı $z_1(t)$ 'ye bağılı $z_2(t)$ ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$z_2(t) = -M z_1(t) \quad (3.42)$$

burada $M = S_2^{-1} S_1$ dir. Bu ifade Eş. 3.38'de yerine konulursa

$$\dot{z}_1(t) = (A_{11} - A_{12} M) z_1(t) \quad (3.43)$$

olur.

M ve S 'in seçimi bölüm 2'de matematik alt yapısı anlatılan matlab fonksiyonu “place” komutuyla yapılır. Matlab kodları ve geliştirilen yazılım detaylı olarak bölüm 5'de anlatılmaktadır.

3.5. Kararlılık Analizi

Bu alt bölümde, Salancı'nın ve Salancı ve Banks'ın yeterince üstünde durmadığı KKD kararlılık analizi ele alınmaktadır [24-25]. Bu konuda daha önce yapılan çalışmalar incelenmiş, konuyu açıkladığı düşünülen Kamen ve arkadaşlarının (1989) makalesindeki yaklaşım aşağıda anlatılmaktadır [31].

Doğrusal zamanla değişen sistemler, sistem katsayı matrislerindeki zaman değişkeni bir parametre olarak düşünülerek, zaman dondurma metodları geliştirilmiştir. Bu yaklaşıma güçlü bir örnek; R , reel sayılar kümesi, q pozitif tamsayısı için, R^q R 'deki girişlerle q elemanının sütun vektörlerin uzayını gösterebilir. $\|x\|$ normu $x \in R^q$ 'de aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\|x\| = (x^T x)^{1/2} \quad (3.44)$$

Burada x^T x 'in dönüşüm vektörüdür. Verilen pozitif tamsayılar p, q R 'de $p \times q$ büyüklüğündeki bir M matrisi R^{pq} 'nin elemanı olarak görülebilir. Frobenius normu $\|M\|$ aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$\|M\| = \left(\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q m_{ij}^2 \right)^{1/2} \quad (3.45)$$

Burada m_{ij} , M 'in i, j girişleridir. Herhangi bir $x \in R^q$ için, $\|Mx\| \leq \|M\| \|x\|$ olduğunu kanıtlamak oldukça kolay olacaktır.

Pozitif tamsayılar m ve n için, m girişler ve n 'de doğrusal zamanla değişen sürekli sistemin boyutları olmak üzere; Durum denklemi,

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (3.46)$$

Burada $u(t)$, m – vektör girişi yada t zamanında uygulanan kontrol ve $x(t)$, t zamanında n – boyutlu durum vektörüdür. $n \times n$ boyutlu katsayı matrisi $A(t)$ ve $n \times m$ boyutlu $B(t)$ katsayı matrisi, $t \geq 0$ için t 'nin türevlenebilir sınırlı fonksiyonu olarak düşünülebilir. Böylece

$$A(t) : R_+ \rightarrow \Omega \subset R^{n^2}$$

$$B(t) : R_+ \rightarrow \Gamma \subset R^{nm}$$

Burada $R_+ = \{t \in R : t \geq 0\}$ ve Ω, Γ alt kümelerdir. Sonuç olarak, $t \geq 0$ için, $\dot{A}(t)$ ve $\dot{B}(t)$ türevleri sınırlı kabul edilebilir.

$$\sup_{t \geq 0} \|\dot{A}(t)\| = \dot{a}_M < \infty \text{ ve } \sup_{t \geq 0} \|\dot{B}(t)\| = \dot{b}_M < \infty \quad (3.47)$$

$A(t)$ ve $B(t)$ katsayı matrislerinin zamanla değişim oranı Eş. 3.47’de tanımlanan $\dot{a}_M$ ve $\dot{b}_M$ büyüklükleriyle ölçülebilir.

Bu durumda, kontrol $u(t)$ ile verilen sistemin geri besleme durum matrisi $u(t) = -K(t)x(t)$ olarak düşünülebilir. Burada $K(t)$, $m \times n$ boyutlu kazanç matrisidir. Sistemde ifade yerine konulursa, sonuç olarak kapalı çevrim sistem aşağıdaki hali alır.

$$\dot{x}(t) = (A(t) - B(t)K(t))x(t) \quad (3.48)$$

Bu ifadedeki problemlili parça kapalı çevrim sistemin asimptotik kararlı olabilmesi için $K(t)$ geri besleme kazanç matrisinin (var olduğu kabulüyle) bulunmasıdır. Bu probleme p ’nin tüm aralıklarda pozitif tanımlı sayı kabulüyle $A(t)$ ve $B(t)$ ’de p parametresi kullanılarak, t değişen zaman aralığında zaman dondurma metodu kullanılarak yaklaşılabılır. Bu sonuçta doğrusal zamanla değişmeyen sistemlerin sonsuz toplamıdır.

$$\dot{x}(t) = A(p)x(t) + B(p)u(t), \quad p \geq 0. \quad (3.49)$$

$\gamma > 0$ verilsin, Eş. 3.46’da ki sistemin γ . mertebeden belirlenen noktada kararlı olduğu söylenebilir, eğer γ . dereceden tüm doğrusal zamanla değişmeyen sistemlerin toplamı kararlıysa, Böylece her bir $p \geq 0$ için sabit bir K_p kazanç matrisi vardır. Böylece

$$\operatorname{Re} \lambda_i(A(p) - B(p)K_p) \leq -\gamma, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.50)$$

Burada $\lambda_i(A(p) - B(p)K_p)$, $A(p) - B(p)K_p$ ’nin i . özdeğeridir. Böylece, kontrol $u(t) = -K_p x(t)$ $s = -\gamma$ kompleks düzlem Re ’nin solunda zamanla değişmeyen

sistem $\dot{x}(t) = A(p)x(t) + B(p)u(t)$ 'ye yerleştirilir. Sistem Eş. 3.46 γ . Mertebede sadece aşağıdaki koşullarda kararlı olur.

$$\text{rank } [sI - A(p) : B(p)] = n, \text{ Re } s \geq -\gamma, p \geq 0. \quad (3.51)$$

Şimdi sistem Eş. 3.46'nın γ , mertebesiyle noktasal kararlı olabildiğini varsayalım, böylece bir K_p toplamı var olur, Eş. 3.50'nin sağlanması için matrislerin $p \geq 0$ koşulunu sağlaması gerekir. $K(t) := K_p$, tanımlanırsa, bu durumda, kontrol $u(t) = -K(t)x(t)$ noktasal kararlıdır. Eş. 3.48 kapalı döngü sisteminin sonucunun ne zaman düzgün asimptotik kararlı olduğunun bilinmesi gerekir. Görüldüğü gibi takip eden sonuçtan, $K(t)$ geri besleme kazanç matrisinin noktasal kararlılığının belli bir sınıfı için Eş. 3.48 kapalı döngü sistem zaman değişikliklerinin oranları $\dot{a}_M$ ve $\dot{b}_M$ yeterince küçük ise düzgün asimptotik kararlıdır.

3.5. Teorem

Sistem Eş. 3.46'nın γ mertebesiyle bazı $\gamma > 0$ 'lar için noktasal kararlı olduğunu varsayalım. Bir zaman değişken geri besleme kazanç matrisi $K(t)$ vardır. Çünkü,

$$\text{Re } \lambda_i(A(t) - B(t)K(t)) < -\gamma, \text{ bütün } i, t \geq 0. \quad (3.52)$$

Ayrıca varsayalım ki $K(t)$ tüm girişleri $A(t)$ ve $B(t)$ matrislerinin girişlerinin türevlenebilir (class $C^{(1)}$ on $\Omega \times \Gamma$) sürekli fonksiyonları olarak inşa edilsin. $\dot{a}_M$ ve $\dot{b}_M$ yeterince küçükse ve ardından $K(t)$ sınırlı türevle sınırlı olursa, kapalı döngü sistem $\dot{x}(t) = (A(t) - B(t)K(t))x(t)$ düzgün asimptotik kararlıdır.

İspat

$K(t)$ teoremdaki hipotezi gerçeklesin, $K(t)$ 'nin i, j girişleri $k_{ij}, A(t)$ ve $B(t)$ matrislerinin f_{ij} fonksiyonunun bir $C^{(1)}$ sınıfıdır. Böylece,

$$k_{ij} = f_{ij}(a_{11}, a_{12}, \dots, a_{nm}, b_{11}, b_{12}, \dots, b_{nm}) \quad (3.53)$$

Burada

$$f_{ij} : \Omega \times \Gamma \rightarrow R$$

ve

$$A(t) = (a_{ij}(t)), B(t) = (b_{ij}(t)).$$

Çünkü $A(t)$ ve $B(t)$, $t \geq 0$ için sınırlı ve türevlenebilir ve f_{ij} sürekli türevlenebilir olduğundan, $k_{ij}(t)$, bütün i, j 'ler ve $t \geq 0$ için türevlenebilir ve sınırlıdır.

$$\sup_{t \geq 0} |k_{ij}(t)| \leq \sup_{(\omega, \gamma) \in \Omega \times \Gamma} |f_{ij}(\omega, \gamma)| \quad (3.54)$$

Böylece, $K(t) = (k_{ij}(t))$ sınırlıdır. Ek olarak, Eş. 3.53'ün her iki tarafında türevi alınırsa

$$\dot{k}_{ij}(t) = \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n \frac{\partial f_{ij}}{\partial a_{rs}} \dot{a}_{rs}(t) + \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^m \frac{\partial f_{ij}}{\partial b_{rs}} \dot{b}_{rs}(t)$$

Böylece,

$$\begin{aligned}
\sup_{t \geq 0} |\dot{k}_{ij}(t)| &\leq \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n \left[\sup_{(\omega, \gamma) \in \Omega \times \Gamma} \left| \frac{\partial f_{ij}(\omega, \gamma)}{\partial a_{rs}} \right| \right] \left[\sup_{t \geq 0} |\dot{a}_{rs}(t)| \right] \\
&+ \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^m \left[\sup_{(\omega, \gamma) \in \Omega \times \Gamma} \left| \frac{\partial f_{ij}(\omega, \gamma)}{\partial b_{rs}} \right| \right] \left[\sup_{t \geq 0} |\dot{b}_{rs}(t)| \right].
\end{aligned} \tag{3.55}$$

f_{ij} 'nin kısmi türevi sürekli olduğu için, $\Omega \times \Gamma$ aralıksızdır, $\dot{A}(t)$ ve $\dot{B}(t)$, $t \geq 0$ için [12] ile sınırlıdır. $k_{ij}(t)$, bütün i, j 'ler ve $t \geq 0$ için türevlenebilir ve sınırlıdır. Ve bundan dolayı $\dot{K}(t)$, $t \geq 0$ için sınırlıdır. Ayrıca Eş. 3.55'i takiben ve Eş. 3.45'deki matris normu tanımıyla

$$\sup_{t \geq 0} \|\dot{K}(t)\| = \dot{k}_M \rightarrow 0 \text{ olarak } \dot{a}_M \rightarrow 0 \text{ ve } \dot{b}_M \rightarrow 0. \tag{3.56}$$

Şimdi

$$\frac{d}{dt} (A(t) - B(t)K(t)) = \dot{A}(t) - B(t)\dot{K}(t) - \dot{B}(t)K(t)$$

ve böylece

$$\sup_{t \geq 0} \left\| \frac{d}{dt} (A(t) - B(t)K(t)) \right\| \leq \dot{a}_M + \left[\sup_{t \geq 0} \|B(t)\| \right] \dot{k}_M + \dot{b}_M \left[\sup_{t \geq 0} \|K(t)\| \right]. \tag{3.57}$$

Eş. 3.54 ile sınırlanmış $\|K(t)\|$ $\dot{a}_M$ ve $\dot{b}_M$ 'den bağımsızdır, ve $B(t)$ sınırlı olduğu için Eş. 3.46 ve Eş. 3.57'den aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\sup_{t \geq 0} \left\| \frac{d}{dt} (A(t) - B(t)K(t)) \right\| \rightarrow 0 \text{ olarak } \dot{a}_M \rightarrow 0 \text{ ve } \dot{b}_M \rightarrow 0 \tag{3.58}$$

Eğer $\dot{a}_M$ ve $\dot{b}_M$ yeterince küçükse, Eş. 3.52 ve Eş. 3.58, düzgün asimptotik kararlı $\dot{x}(t) = (A(t) - B(t)K(t))x(t)$ ifadesine uygulanır.

Teorem 3.5'in hipotezini sağlayan bir geri besleme kazanç matrisi $K(t)$ şöyle tanımlanabilir. $\gamma > 0$ ve R üzerinde bir $n \times n$ boyutlu pozitif tanımlı simetrik matris Q verilsin, cebirsel Riccati denklemi (ARE) düşünülürse

$$(A^T(t) + \gamma I)P(t) + P(t)(A(t) + \gamma I) - P(t)B^T(t)B(t)P(t) + Q = 0 \quad (3.59)$$

Eş. 3.46'da verilen sistem γ . mertebede noktasal kararlıysa, Eş. 3.59'daki ARE tüm $t \geq 0$ için bir tek pozitif belirli çözüm $P(t)$ 'ye sahiptir. ve aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

$$K(t) = B^T(t)P(t) \quad (3.60)$$

Kapalı döngü sistem $\dot{x}(t) = (A(t) - B(t)K(t))x(t)$ 'ın donmuş-zaman özdeğerleri $\text{Re } s = -\gamma$ çizgisinin solundadır. $P(t)$ 'nin girişleri $A(t)$ ve $B(t)$ girişlerinin gerçek çözümsel fonksiyonlarıdır, ve bu yüzden Eş. 3.60 geri besleme matrisinin girişleri $A(t)$ ve $B(t)$ sürekli türevlenebilir fonksiyonlarıdır. Bundan dolayı takip eden sonuca ulaşılabilir.

3.6. Teorem

Eş. 3.46'daki sistemin bazı $\gamma > 0$ için γ mertebe ile noktasal kararlı olduğu varsayılın R üzerinde pozitif belirli $n \times n$ boyutlu Q matrisi verilsin, $P(t)$ ARE (3.59)'nın pozitif belirli çözümünü gösterebilir. Bu durumda $\dot{a}_M$ ve $\dot{b}_M$ yeterince küçük ise kontrol $u(t) = -B^T(t)P(t)x(t)$, düzgün asimptotik değişmez kapalı döngü bir sistemde sonuçlanır.

Önceki bölümde verilen sonuçların tümü ayrık-zamanlı duruma karşılık gelir. Bu durumun kısa hikayesi aşağıda verilmektedir. Sırasıyla Eş. 3.44 ve Eş. 3.45'deki vektör ve matris normlarının verildiğini kabul ederek devam edilecek.

Aşağıdaki durum denklemiyle verilen m -girisli n -boyutlu doğrusal zamanla değişen ayrık zamanlı sistem düşünölsün.

$$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k) \quad (3.61)$$

Burada $k = 0, 1, 2, \dots$ ayrık zaman indeksidir. $k \geq 0$ için $A(k)$ ve $B(k)$ 'nın sınırlı olduğu kabul edilsin. Böylece

$$A(k) : N \rightarrow \Omega \subset R^{n^2}$$

$$B(k) : N \rightarrow \Gamma \subset R^{nm}$$

Burada $N =$ doğal sayıla kümesi ve Ω, Γ aralıksız alt kümelerdir.

Tanım

$$(\Delta a)_M = \sup_{k \geq 0} \|A(k+1) - A(k)\|, (\Delta b)_M = \sup_{k \geq 0} \|B(k+1) - B(k)\| \quad (3.62)$$

Kabul edelim ki $(\Delta a)_M < \infty$ ve $(\Delta b)_M < \infty$. $A(k)$ ve $B(k)$ katsayı matrislerinin zamanla değişim oranı $(\Delta a)_M$ ve $(\Delta b)_M$ ile ölçölmektedir.

p , $0 \leq p < 1$ aralığında tanımlı pozitif bir gerçel sayıdır. Sistem Eş. 3.61 eğer zamanla değişen bir geri besleme kazanç matrisi $G(k)$ varsa p mertebesiyle noktasal kararlıdır denilebilir. Böylece

$$|\lambda_i(A(k) - B(k)G(k))| \leq p, \text{ tüm } i, k \geq 0 \quad (3.63)$$

Sistem Eş. 3.61 p mertebesiyle noktasal kararlı olabilmesi için yalnızca aşağıdaki koşul sağlanmalıdır.

$$[zI - A(k) : B(k)] = n, \quad |z| \geq p, k \geq 0$$

Ayrık-zamanlı duruma karşılık gelen Teorem 3.5 bilinmektedir. Aşağıdaki sonuçların ispatı, çoğunlukla ortalama değer teoremi kullanımıyla ve daha önce Charles A. Desoer tarafından geliştirilmiş olan kararlılık teoreminin kullanılmasıyla, zincir kuralı kullanılması dışında Teorem 3.5'in ispatına benzemektedir. Aralıksız aktarım ayrıntıları ihmal edilir.

3.7. Teorem

Sistem Eş. 3.61'in $0 \leq p < 1$ olmak koşuluna uyan p 'ler için p mertebeye noktasal kararlı olduğu varsayılın böylece Eş. 3.63'ü sağlayan bir geri besleme kazanç matrisi $G(k)$ var olur. Ayrıca varsayalım ki $G(k)$ oluşturulmuş olsun böylece girişleri $A(k)$ ve $B(k)$ girişlerinin fonksiyonları (sınıf $C^{(1)}$) sürekli türevlenebilirdir. O zaman $G(k)$ sınırlıdır, $\sup_{k \geq 0} \|G(k+1) - G(k)\|$ sınırlıdır, ve eğer $(\Delta a)_M$ ve $(\Delta b)_M$ yeterince küçükse, kapalı-döngü sistem $x(k+1) = (A(k) - B(k)G(k))x(k)$ düzgün asiptotik kararlıdır.

Şimdi $0 < p < 1$ aralığında bir p verilsin ve Q, R 'de $n \times n$ boyutlu pozitif tanımlı bir matris ise ARE yazılırsa

$$p^{-1}A^T(k)P(k)p^{-1}A(k) - P(k) - p^{-1}A^T(k)P(k)B(k) \cdot [B^T(k)P(k)B(k) + I]^{-1}B^T(k)P(k)A(k)p^{-1} + Q = 0. \quad (3.64)$$

Sistem Eş. 3.61 $0 \leq p < 1$ olmak koşuluna uyan p 'ler için p mertebeye noktasal kararlıdır. ARE Eş.3.64 tüm $k \geq 0$ 'ler için tek bir pozitif tanımlı $P(k)$ çözümüne sahiptir ve eğer geri besleme kazanç matrisi aşağıdaki gibi tanımlanırsa

$$G(k) = (B^T(k)P(k)B(k) + I)^{-1}B^T(k)P(k)A(k) \quad (3.65)$$

kapalı sistemin dondurulmuş özdeğerleri

$$x(k+1) = (A(k) - B(k)G(k))x(k) \quad (3.66)$$

Yarıçap diski içindedirler. Delchamps'ın [33]'deki lemması yoluyla $P(k)$ girişleri, $A(k)$ ve $B(k)$ girişlerinin gerçel çözümsel fonksiyonudur. Bu nedenle Eş. 3.65 geri besleme matrisinin girişleri $A(k)$ ve $B(k)$ girişlerin sürekli türevlenebilir fonksiyonudur. Bundan dolayı ayırık-zamanlı duruma karşılık gelen teorem 3.6 bilinmektedir.

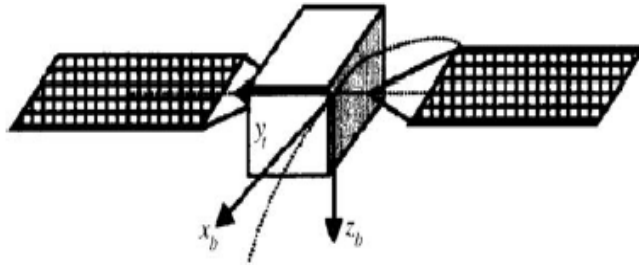
3.8. Teorem

Sistem Eş. 3.61 $0 \leq p < 1$ olmak koşuluna uyan p 'ler için p mertebeye noktasal kararlı olduğu varsayalım. R 'de $n \times n$ boyutlu pozitif tanımlı bir Q matrisi verilsin, $P(k)$ ARE Eş. 3.64'ün pozitif belirli çözümünü gösterebilirsin. $(\Delta a)_M$ ve $(\Delta b)_M$ yeterince küçükse, kontrol $u(k) = -G(k)x(k)$ dir. Burada Eş. 3.65'de verilen $G(k)$ sonuçta kapalı-döngü sistem düzgün asiptotik kararlıdır.

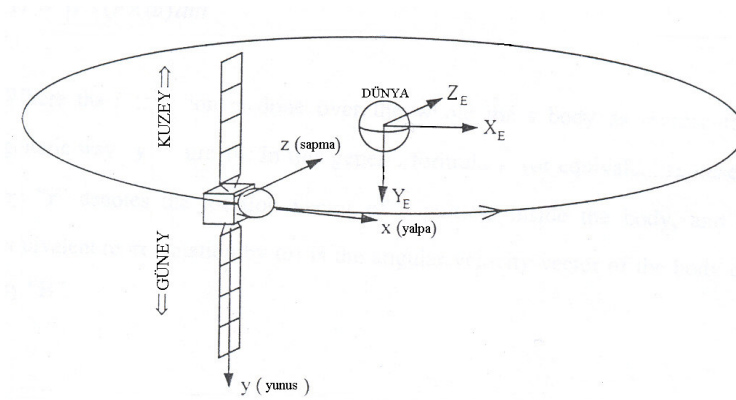
4. ESNEK UYDU MODELİNİN HAREKET DENKLEMLERİ

Esnek uydunun basitleştirilmiş biçimi ve bu çalışmada kullanılan yapı üzerindeki belirlenmiş referanslar Şekil 4.1’de gösterilmektedir. Hareket denklemlerinin çıkarılması ve kullanılan parametrik değerler için değişik kaynaklardan yararlanılmıştır. Gösterim biçimlerinin orijinal kaynak ile aynı olmasına dikkat edilirken gerekli ara işlemler ilave edilmiştir [35, 39, 40, 44].

Esnek uydunun modeli iki güneş paneli ve rijit olduğu kabul edilen bir merkezi yapıdan oluşmuştur. Güneş panellerinin dönmediği kabul edilir. Yapının sağ tarafındaki çerçeve Ox_b, y_b, z_b referansları gösterir, sıfır durum açılarında, Oy_b orbital düzleminin normalidir, Oz_b uydudan dünyaya yöneltilen vektörle aynı hizadadır, ve Ox_b hız vektörüne paraleldir. Bundan dolayı, bu referans sisteminde Ox_b, y_b düzleminde iki güneş paneli aynı hizadadır ve her iki güneş paneli de yunuslama eksenine paralel olur.



Şekil 4.1. Hareketli uydunun basitleştirilmiş biçimi ve yapı üzerindeki koordinat sistemi [7]



Şekil 4.2. Hareketli uydunun dünyaya göre konumu [34]

Şekil 4.2 orijinal kaynağında İngilizce olduğu için Türkçeleştirilerek yeniden çizilmiştir. Hareketli esnek uydunun durum dinamiğinin daha anlaşılır olması açısından öncelikle rijit dönel cisimlerin dinamiğinin anlatılarak daha sonra seçilen modelin dinamiğinin anlatılması uygun bulunmuştur.

4.1. Rijit Uydu İçin Hareket Denklemlerinin Türetilmesi

Rijit kabul edilen uydu, 3 doğrusal ve 3 açısal olmak üzere 6 serbestlik derecelidir. Dolayısıyla 6 hareket denkleminin olması gerekmektedir. Uydunun hareket denklemleri çalışmasına temel oluşturan iki temel fiziksel ilkenin en basit formu $\bar{F} = m\bar{a}$ ve $\sum \bar{M} = \dot{h}$ dir. Bu kavramlardan uygun şekilde yararlanılması önemli bir disiplinin gelişmesine olanak tanır. Bundan dolayı bu noktada bu iki temel ilkeden daha az bilindiği düşünülen açısal momentumun açıklanması yararlı görülmüştür.

Bir cismin çizgisel momentum vektörünün her hangi bir noktaya göre dönmesine açısal momentum denir. Cismin çizgisel momentum vektörü P , bu vektörü dönme noktasına bağlayan konum vektörü R ise (R ve P bir birine diktir), cismin kütlesi m olmak koşuluyla çizgisel momentum $P = m\dot{R}$ dir.

şeklini alır. Eş. 4.3'ün sağındaki terimlerinin her birinin fiziksel bir karşılığı vardır. İlk terim x, y, z koordinat düzleminde açısal momentumun değişim oranını, ikinci terim O noktasına etki eden ivmeyi ve sonuncusu O noktasının hızına bağlı düzeltmeyi göstermektedir. Momentumdaki bu değişim oranı O noktasın uygulanan ve M_0 olarak tanımlanan torkla ilişkilidir. Torkun tanımı gereği

$$M_0 = r \times F \quad (4.4)$$

Burada kuvvet $F = m\ddot{R}$ olarak ifade edilirse, Böylece M_0 'ın

$$M_0 = r \times m\ddot{R} = r \times m(\ddot{R}_0 + \ddot{r}) \quad (4.5)$$

olur. $\dot{r} \times \dot{r} = 0$ olduğundan Eş. 4.5

$$M_0 = \frac{d}{dt}(r \times m\dot{r}) - \ddot{R}_0 \times mr \quad (4.6)$$

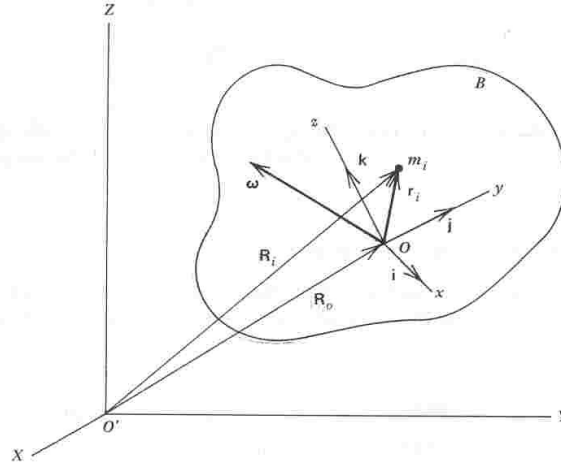
halini alır. Eş. 4.3 ve Eş. 4.6 birleştirilerek yeniden yazılırsa

$$M_0 = \dot{h}_0 + \dot{R}_0 \times m\dot{r} \quad (4.7)$$

Elde edilen bu sonuçtan hemen önemli bir çıkarım yapılarak r 'in uzayda sabit bir O noktasında olduğu veya r 'in sabit olduğu koşullarda

$$M_0 = \dot{h}_0 \quad (4.8)$$

olur. Eş 4.8'in fiziksel ifadesi küçük bir m kütle parçasığı için bütün dış kuvvetlerin tanımlı bir merkeze göre momentlerinin toplamının, aynı merkeze göre kütlenin açısal momentumunun zamana bağlı değişimine eşit olduğudur. Uydunun hareket denklemlerinin tanımlanmasındaki bundan sonraki adım ise rijit cismin açısal momentum denkleminin çıkarılmasıdır.



Şekil 4.4. Rijit cismin açısal momentumu [40]

Şekil 4.4’de görülen bir B rijit cisminin içerisinde seçilen herhangi bir O noktasında sabit bir x y z eksen takımı tanımlandığında, buradan r_i kadar uzaktaki bir m_i kütle parçasının mutlak hız ifadesi

$$\dot{R} = \dot{R}_0 + \left[\frac{dr}{dt} \right]_b + \omega \times r \quad (4.9)$$

Eş. 4.9’un elde edilişi [40]’da bölüm 1’de genişçe anlatıldığından ispatsız olarak alınmıştır. Eş. 4.9 bilinen hız ifadeleri cinsinden yeniden düzenlenirse

$$v_i = v_o + \omega \times r_i + [v_i]_B$$

olur. Burada $v_i = \dot{R}_i$, $v_o = \dot{R}_0$ ve B rijit cisim olduğu içinde $[v_i]_B = 0$ dır. Bulunan hız ifadesi Eş. 4.1’de yerine yazılırsa

$h_{0i} = r_i \times m_i v_i = r_i \times m_i (v_o + \omega \times r_i)$ olur. B cisminin küçük bir çok parçacıktan oluştuğu düşünüldüğünde B rijit cisminin O noktasındaki toplam açısal momentum ifadesi

$h_0 = \sum_i h_{0i} = \sum_i r_i \times m_i (v_o + \omega \times r_i)$ halini alır. Bu ifade düzenlenerek daha uygun bir forma dönüştürülürse $h_0 = \sum_i r_i \times (\omega \times r_i) m_i - v_o \times \sum_i m_i r_i$ olarak yazılabilir. Burada kütle merkezi tanımı gereği $\sum_i m_i r_i = 0$ olduğu hatırlanırsa, rijit cismin açısal momentum ifadesi

$$h_0 = \sum_i r_i \times (\omega \times r_i) m_i \quad (4.10)$$

Eş. 4.10 $v_o = 0$ olduğu durumda yani O noktasının uzayda sabit olduğu durumlarda doğrudur. Eş. 4.10 ifadesi B'nin tüm kütle parçalarının toplamı formunda integre edilecek olursa integrasyon

$$h_0 = \int_B r \times (\omega \times r) dm \quad (4.11)$$

olur. Bu eşitlik, x y z bileşleri formunda vektör çarpımları yazılarak değerlendirilirse. İlk önce $\omega \times r$ vektörü düşünülür.

$$\omega \times r = (\omega_y z - \omega_z y)i + (\omega_z x - \omega_x z)j + (\omega_x y - \omega_y x)k$$

Elde edilen ifade r'nin x y z bileşenleri ile yeniden çarpıldığında ise

$$\begin{aligned} r \times (\omega \times r) = & [\omega_x (y^2 + z^2) - \omega_y (xy) - \omega_z (xz)]i \\ & + [-\omega_x (xy) + \omega_y (x^2 + z^2) - \omega_z (yz)]j \\ & + [-\omega_x (xz) - \omega_y (yz) + \omega_z (x^2 + y^2)]k \end{aligned} \quad (4.12)$$

elde edilir. Buradaki her bir katsayı sırasıyla O merkezindeki birim kütle için açısal momentumlarının x y ve z bileşenleridir. Eş. 4.11 cismin boyutlarıyla sınırlandırılmış kütle dağılım fonksiyonunun integrasyonu olduğundan açısal hız bileşenleri cismin şeklinden ve O'nun içsel konumlanışından bağımsızdır. Bu

nedenle, herhangi bir rijit cismin açısal momentumu tanımlı sabitler kümesiyle ifade edilebilir. Sonuç olarak yörünge hareketinde bu sabitler.

$$I_x = \int_B (y^2 + z^2) dm, I_y = \int_B (x^2 + z^2) dm, I_z = \int_B (x^2 + y^2) dm \quad (4.13)$$

$$I_{xy} = \int_B (xy) dm, I_{xz} = \int_B (xz) dm, I_{yz} = \int_B (yz) dm \quad (4.14)$$

Burada sırasıyla I_x , I_y ve I_z cismin x, y ve z eksenindeki atalet momentleri ve I_{xy} , I_{xz} ve I_{yz} 'de B cisminin atalet çarpımlarıdır. $I_{xy} = I_{yx}$, $I_{xz} = I_{zx}$ ve $I_{yz} = I_{zy}$ olduğuna dikkat edilmelidir. Atalet çarpımları negatif değerler alabilirler ancak atalet momentleri asla negatif olmazlar. Sonuç olarak Eş. 4.11'deki B'nin açısal momentum ifadesi aşağıdaki şekli alır.

$$h_0 = h_x i + h_y j + h_z k \quad (4.15a)$$

Bu vektörün bileşenleri sırasıyla,

$$\begin{aligned} h_x &= I_x \omega_x - I_{xy} \omega_y - I_{xz} \omega_z \\ h_y &= -I_{xy} \omega_x + I_y \omega_y - I_{yz} \omega_z \\ h_z &= -I_{xz} \omega_x - I_{yz} \omega_y + I_z \omega_z \end{aligned} \quad (4.15b)$$

bu ifade matris formunda yazılırsa

$$h_0 = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

atalet momentleri ve çarpımlarından oluşan matris atalet tensörü olarak bilinir ve I ile ifade edilebilir. Bu durumda Eş. 2.16 aşağıdaki basit forma dönüşür

$$h = I \cdot \omega \quad (4.17)$$

bundan sonra h ifadesinden söz edildiğinde aksi belirtilmediği takdirde kütle merkezindeki açısal momentum anlaşılmalıdır.

Doğal olarak rijit cismin açısal momentumunun tartışılmasının ardından yörenge hareket denklemlerine geçilebilir. Bir nokta etrafında açısal hızın değişimini ifade eden Eş. 4.8 referans edilerek başlanmalıdır. Bu sonucun uzayda sabit bir noktada yada kütle merkezinde geçerli olduğu hatırlanırsa Kütle merkezine uygulanan torklar için kullanılabilir. Böylece

$$M = \frac{dh}{dt} \quad (4.18)$$

Şekil 4.4'den

$$M = \left[\frac{dh}{dt} \right]_b + \omega \times h \quad (4.19)$$

Eş. 4.19 Euler moment denklemi olarak bilinir. Yazılan bu basit ifade ile yörünge denklemlerini kolayca türetmek olanaklıdır. Seçilen sistem denklemleriyle uyumlu olması açısından atalet tensörü ifadesinde I yerine sırasıyla tüm sistemin ve tepki tekerlerinin (Reaction wheels yada flywheels) atalet tensörleri J_T ve J_R ifadelerini ve açısal hız ifadesi olarakta ω ve Ω 'yı kullandığımızda rijit uydunun toplam moment ifadesi

$$h = J_T \omega + J_R \Omega \quad (4.20)$$

Eş. 4.20'deki açısal momentum ifadesi Eş. 4.19'da yerine konulur ve M moment toplamı ifadesi çevresel, solar, ay ve yeryüzü çekimlerinin vs. moment etkisini ifade edecek şekilde u_e ifadesiyle gösterilirse rijit uydunun hareket denklemi

$$J_T \dot{\omega} + \omega \times J_T \omega + J_R \dot{\Omega} + \omega \times J_R \Omega = u_e \quad (4.21)$$

olur.

4.2. Esnek Güneş Kanatçıklarının Hareket Denklemi

Esnek Güneş kanatçıklarının her bir birim kütesinin yay ve sönümleyici ile birbirine bağlı olduğu varsayılarak modellenir ve koordinat ifadesi olarak da ana cisme bağlı kipsel koordinat vektörü (modal coordinate vector) η seçilirse güneş kanatçıklarının sistem denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\ddot{\eta} + D\dot{\eta} + K\eta = 0 \quad (4.22)$$

Bu model çok kullanıldığı ve bilindiğinden fiziksel temellerinin açıklanmasına ve denklemin yeniden türetilmesine gerek görülmemiştir.

4.3. Birbirine Bağlı Rijit ve Esnek Sistemin Hareket Denklemi

Esnek uydu modeline ait sistem denklemleri aşağıdaki gibidir [35]. Aynı gösterim biçimini ve denklem takımlarını kullanan başka çalışmalarda vardır [41, 42].

$$\begin{aligned} J_T \dot{\omega} + J_R \dot{\Omega} + \delta^T \ddot{\eta} &= -\omega \times (J_T \omega + J_R \Omega + \delta^T \dot{\eta}) + u_e \\ J_R \dot{\omega} + J_R \dot{\Omega} &= u_s \\ \ddot{\eta} + D\dot{\eta} + K\eta &= -\delta \dot{\omega} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Burada daha öncede söz edildiği gibi J_T ve J_R tüm sistemin ve tepki tekerlerinin simetrik atalet tensörleridir. $\Omega = [\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z]^T$ tepki tekerlerinin bağıl açısal hızlarıdır (ana cisme bağlı olarak). $u_e = [u_x^e, u_y^e, u_z^e]^T$, çevresel kuvvetlerden kaynaklanan tork (dış tork) dur. Bu tork, yerçekimsel, aerodinamik, manyetik, güneş radyasyon basıncı güneş ve ay çekim kuvvetleri şeklinde alt bölümlerden oluşmaktadır. $u_s = [u_x^s, u_y^s, u_z^s]^T$ esnek uydu sistemine yerleştirilmiş tepki tekerleri tarafından üretilen iç kontrol torkudur. Eş. 4.23'ün ikinci satırında ifade edildiği gibi $J_R(\dot{\omega} + \dot{\Omega}) = u_s$ dir. Bu ifadedeki $\dot{\omega} + \dot{\Omega}$ ifadesi tepki tekerlerinin bağıl açısal ivmesini göstermektedir. Başka bir değişle tepki tekerlerinin hızı ana cismin hızından bağımsız değildir. Dolayısıyla iç kontrol torku gerekli durum manevra açılarıyla değişir. Bundan dolayı, Sistem tasarımında, tasarım parametresi olarak iç tork kullanılabilir. Eş. 4.23'de tepki tekerlerinin modeli, güneş panelleriyle esnek uydu modelinin içinde gösterilmektedir. İstenildiği takdirde u_s ifadesi gösterildiği gibi ayrı bir tasarım parametresi olarak ayarlanarak modelden ayrılabilir. Eş. 4.23'ün ilk ifadesi aşağıdaki gibi yeniden düzenlenirse

$$J_T \dot{\omega} + \omega \times (J_T \omega) + \delta^T \ddot{\eta} + \omega \times (\delta^T \dot{\eta}) = -J_R \dot{\Omega} - \omega \times (J_R \Omega) + u_e \quad (4.24)$$

Eş. 4.24'nin sağ yanındaki ifade $u_c = -[J_R \dot{\Omega} + \omega \times (J_R \Omega)]$ şeklinde yazılabilir. Burada açısal momentum ifadesi hatırlanırsa tepki tekerlerinin açısal momentumlarının $h = [h_x, h_y, h_z]^T = J_R \Omega$ olduğu ve dolayısıyla $\dot{h} = [\dot{h}_x, \dot{h}_y, \dot{h}_z]^T = J_R \dot{\Omega}$ olduğu görülür. Dolayısıyla yeni kontrol ifadesi $u_c = -[\dot{h} + \omega \times h]$ dır. Bir sisteme etkiyen bütün dış kuvvetlerin tanımlı bir merkeze göre momentlerinin toplamının, aynı merkeze göre sistemin açısal momentumunun zamana bağlı değişimine eşit olduğu temel fizik kuralı olarak Eş. 4.8'den bilindiğinden ($\sum M = \dot{h}$), dönen sistemin içindeki cisimle hareket eden cismin denkleminin de Eş. 4.19'dan $[\dot{h} + \omega \times h]$ olduğu hatırlanmalıdır. Eş. 4.23'de $\delta^T \ddot{\eta} + \omega \times (\delta^T \dot{\eta})$ şeklinde ifade edilen terimler, Morgül'ün ifade ediş biçimiyle

kontak kuvveti ve momentidir[39]. Aynı şekilde Eş. 4.1'in üçüncü satırındaki $-\delta\dot{\omega}$ ifadesi de kontak kuvvetini ifade etmektedir. Son olarak tanımlamalardan η ana cisme bağlı kipsel koordinat vektörü (modal coordinate vector) ve δ 'de esnek ve rijit dinamikler arasındaki bağlantı matrisi (coupling matrix) dir. $\omega = [\omega_x \omega_y \omega_z]^T$ uzay aracının açısal hız oranıdır. $\bar{\omega}$ ω 'nin eksi bakışimli matrisi (skew symmetric matrix) dir ve aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \Rightarrow \bar{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Sırasıyla } D = \begin{bmatrix} 2\xi_{p1}\omega_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\xi_{p2}\omega_{p2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\xi_{p3}\omega_{p3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\xi_{p4}\omega_{p4} \end{bmatrix} \text{ ve } K = \begin{bmatrix} \omega_{p1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{p2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_{p3}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{p4}^2 \end{bmatrix}$$

Sönüm (Damping) ve esnemezlik (stiffness) matrisleridir. Uydunun açısal konumuyla ilgili φ, θ ve ψ yalpa, yunuslama ve sapma açıları ile açısal hız arasındaki ilişkiyi Euler açıları yardımıyla ifade etmek mümkündür.

Bir cismin belirli bir referans koordinat sistemine bağlı yerdeğiştirmesinde bir dizi dönüşümler kullanılarak koordinat sistemleri arasında dikey (orthogonal) dönüşüm sağlanır. Bu dönüşümler Euler açıları olarak adlandırılır ve cismin konumunun belirlenmesini sağlarlar. cismin üzerinde çakışık bir X,Y, Z ve diğeri ilkinin üzerinde x, y, z olmak üzere iki ayrı referans koordinat sistemi varsayılarak başlandığında aşağıdaki gibi bir dönüşüm dizisi elde edilir. Burada

$$\begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = R_3 \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix}$$

sırasıyla R_1, R_2, R_3 olarak adlandırıldığında X,Y,Z ekseninden x,y,z eksenine dönüşüm sağlanmış olur.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = R_3 \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{bmatrix} = R_3 R_2 \begin{bmatrix} \xi' \\ \eta' \\ \zeta' \end{bmatrix} = R_3 R_2 R_1 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

Burada X,Y,Z açısal hızları ve x,y,z 'de konum açılarının değişim oranlarını ifade ettiğinden

$$[R] = [R_3 R_2 R_1]$$

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \text{ olur. Çarpım sonucu yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa}$$

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \cos \theta \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \text{ halini alır. R matrisinin ters dönüşüm matrisi}$$

$$\text{yardımıyla da } \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = [R]^T \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \text{ bulunur.}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta \sin \varphi & \tan \theta \cos \varphi \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \frac{\sin \varphi}{\cos \theta} & \frac{\cos \varphi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix},$$

Burada $\Gamma(\varphi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & \tan \theta \sin \varphi & \tan \theta \cos \varphi \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \frac{\sin \varphi}{\cos \theta} & \frac{\cos \varphi}{\cos \theta} \end{bmatrix}$ olarak yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \Gamma(\varphi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \text{ olur.}$$

Hatırlanırsa $\omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$ olarak tanımlıdır. $\dot{\tilde{X}} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$ olarak ve $\tilde{X} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$ olarak

tanımlansın böylece

$$\dot{\tilde{X}} = \Gamma(\varphi, \theta, \psi) \omega \quad (4.25)$$

olur.

Elde edilen hareket denklemleri yeniden yazılarak, uydunun dinamik davranış modelini tanımlayan uzay-durum modeli aşağıdaki gibi tanımlanabilir. Eş. 4.24 yeniden yazılırsa

$$J_T \dot{\omega} + \delta^T \ddot{\eta} = -\omega^x (J_T \omega) - \omega^x (\delta^T \dot{\eta}) + u_c + u_e \quad (4.26)$$

ve aynı şekilde Eş. 4.23' ün 3. satırından da

$$\delta \dot{\omega} + \dot{\eta} = -D \dot{\eta} - K \eta \quad (4.27)$$

yazılabilir.

Bu Eş. 4.25, Eş. 4.26, Eş. 4.27 matris formunda tekrar yazılırsa

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{4 \times 4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_T & \delta^T \\ 0 & 0 & \delta & I_{4 \times 4} \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} \dot{\tilde{X}} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\ddot{\eta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Gamma(\varphi, \theta, \psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{4 \times 4} \\ 0 & 0 & -\omega^x J_T & -\omega^x \delta^T \\ 0 & -K & 0 & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{X} \\ \eta \\ \omega \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{3 \times 3} \\ 0 \end{bmatrix} u_c + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{3 \times 3} \\ 0 \end{bmatrix} u_e$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{X}} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{\ddot{\eta}} \end{bmatrix} = \underbrace{M^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Gamma(\varphi, \theta, \psi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{4 \times 4} \\ 0 & 0 & -\omega^x J_T & -\omega^x \delta^T \\ 0 & -K & 0 & -D \end{bmatrix}}_{A(x)} \begin{bmatrix} \tilde{X} \\ \eta \\ \omega \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} + \underbrace{M^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{3 \times 3} \\ 0 \end{bmatrix}}_B u_c + \underbrace{M^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{3 \times 3} \\ 0 \end{bmatrix}}_B u_e$$

$$\dot{x} = A(x)x + Bu_c + Bu_e, \quad (4.28)$$

elde edilir.

Burada $x = [\varphi, \theta, \psi, \eta_{pi}, \omega_x, \omega_y, \omega_z, \dot{\eta}_{pi}]^T$, η_{pi} ve $\dot{\eta}_{pi}$ ise titreşim modları ve titreşim modları değişim oranıdır.

5. TASARLANAN DENETÇİNİN AÇIKLANMASI VE BENZETİM SONUÇLARI

Bu bölümde, bölüm 4’de anlatılan doğrusal olmayan dinamik model için geliştirilen KKD anlatılmakta ve elde edilen simülasyon sonuçları verilmektedir. Bölüm 4’de sembolik olarak kullanılan kavramların skalar büyüklükleri aşağıdaki gibidir. Bu büyüklükler [35]’den alınmıştır.

$$\delta = \begin{bmatrix} 10,0000 & 0,5000 & 0,2000 \\ 0,5000 & 2,0000 & 0 \\ 0,1000 & 0,9000 & 0,8000 \\ 1,0000 & 0,5000 & 0,5000 \end{bmatrix} \text{kg}^{1/2}\text{m}$$

ve dolayısıyla

$$\delta^T = \begin{bmatrix} 10,0000 & 0,5000 & 0,1000 & 1,0000 \\ 0,5000 & 2,0000 & 0,9000 & 0,5000 \\ 0,2000 & 0 & 0,8000 & 0,5000 \end{bmatrix} \text{dır.}$$

$$J = \begin{bmatrix} 1001 & 19,6 & 8,3 \\ 19,6 & 623 & 13,6 \\ 8,3 & 13,6 & 703 \end{bmatrix} \text{kgm}^2 \text{ dir.}$$

Uydu benzetimi (simülasyon) için kullanılan modelde ilk dört elastik kip göz önüne alınmıştır. İlk dört kipin doğal frekansları sırasıyla $\omega_{n1} = 1,9$, $\omega_{n2} = 4,1$, $\omega_{n3} = 5,8$ ve $\omega_{n4} = 6$ rad/s ve zorlama oranları $\xi_1 = 0,08$, $\xi_2 = 0,30$, $\xi_3 = 0,60$ ve $\xi_4 = 0,75$ dir. Üç durum açısının ilk değerleri sırasıyla $\varphi(0) = 6^\circ$, $\theta(0) = 4^\circ$ ve $\psi(0) = -4^\circ$ olarak kabul edilmiştir. Her bir titreşim kipi koordinatı ve zamana bağlı koordinat değişimi ise $\eta_{pi} = \dot{\eta}_{pi} = 0, i = 1,2,3,4$ dir.

Bölüm 4'ün sonunda Eş. 4.28 ile ifade edilen eşitlik aşağıya tekrar alınmıştır, burada $A(x)$ teriminin x 'in fonksiyonu olduğuna dikkat edilmelidir. Bu durumda tasarımın başında matrislerin kontrol edilebilirliğinin test edilmesi gerekmektedir. Her yakınsamanın ilk değeri $x_0 = [6 \ 4 \ -4 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ olacaktır. Tüm benzetimler $t_0 = 0$ ve $t_f = 150$ aralığında değerlendirilmektedir. Adım değeri (increment) $t_{inc} = 0.1$ olarak alınmaktadır. Yakınsama sayısı yazılımda 10 yakınsama ile sınırlandırılmıştır. Kayma yüzeyine varılmasını sağlayan parametrik değer $[-0,001 \ -0,005 \ -0,001]$ olarak seçilmiştir. Kutuplar için ise rastgele $[-4,2314 \ -4,1207 \ -1,8824 \ -3,8254 \ -0,2404 \ -1,7545 \ -0,3 \ -0,4 \ -0,7 \ -0,6 \ -0,5]$ değerleri seçilmiştir;

$$\dot{x} = A(x)x + Bu_c + Bu_e, \quad (5.1)$$

$A(x_0) = \tilde{A}$ şeklinde bir skalar katsayı matrisi olmaktadır. Bu durumda Eş. 5.1 yeniden yazılırsa

$$\dot{x} = \tilde{A}x + Bu_c + Bu_e, \quad (5.2)$$

halini alır. Doğrusal olmayan zamanla değişen sistem x_0 başlangıç koşulunda doğrusal zamanla değişmeyen sisteme dönüştürülmüş oldu. O halde klasik KKD uygulaması yapılabilir, önce $(\tilde{A}, B)$ katsayı matrisi çiftinin kontrol edilebilirliği test edilir, bunun için matlab programının bir fonksiyonu olan “ctrb” komutundan yararlanılır. Bu komutun döndürdüğü kontrol edilebilirlik matrisinin rankının B matrisinin boyutuna eşit olması zorunludur. Bu işlem içinde yine hazır bir fonksiyon “rank” kullanılmaktadır. Geliştirilen yazılımda bu kontrol her bir adımda yapılıp aksi durumda hata vermesi sağlanmıştır. Ancak denenen başlangıç koşullarında her hangi bir hataya rastlanmamıştır. $\tilde{A}$ kare matris olmalıdır ve bu matrisin boyutu sayısında eksi bölgede rastgele kutuplar seçilir, kutupların birbirini tekrar etmemesine dikkat

edilmelidir. Seçilen modelin doğasından kaynaklı kanonik forma dönüştürmeye gerek kalmaksızın kutup yerleştirme metodu uygulanabilmektedir.

Bölüm 2’de detaylı olarak anlatılan yüzey katsayı matrisinin seçimi için yine aynı bölümde anlatılan matlab hazır fonksiyonu “place” kullanılmaktadır. Bulunan C ilgili programlarda yerine yazılarak bundan sonra birinci yakınsama olarak anılacak doğrusal zamanla değişmeyen sistemin ve bu sistemin doğrusal olmayan zamanla değişen sisteme uygulanmasıyla elde edilen grafikler elde edilir. Birinci yakınsamanın sonuçları aşağıdaki gibidir ve elde edilen sonuçlar daha sonraki yakınsamalarda kullanılacaktır.

Yazılımın kodları ekler kısmında verilmekle beraber bir miktar açıklama yapmak grafiklerin anlaşılabilir olması açısından yararlı olacaktır. “regfory.m” fonksiyonu kullanılarak, A ve B matrisleri düzenli forma dönüştürülerek A_{reg} ve B_{reg} ifadeleri

$$\text{bulunur. Aynı zamanda } z = T_r x \text{ ve } z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \text{ olduğu hatırlanırsa } B_{reg} = T_r B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

olur. Nominal doğrusal sistem ise $\dot{z} = A_{reg} z + B_{reg} U$ olur. Burada $U = u_c + u_e$ dir.

Nominal sistem uygun şekilde bileşenlerine ayrıldığında

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= A_{11}z_1 + A_{12}z_2 \\ \dot{z}_2 &= A_{21}z_1 + A_{22}z_2 + B_2 u \end{aligned}$$

olduğu hatırlanırsa kayma yüzeyi eğiminin bulunması için gerekli matris $(A_{11}-A_{12}c)$ dir. Bu durumda $(A_{11}-A_{12}c)$ çiftini dengede tutacak, bir geri besleme durum matrisi seçilmelidir. Bu matlab’in place komutu ile sağlanır;

$$\sigma(z) = Cz = CT_r x = 0 \text{ ve } \begin{cases} \dot{\sigma}(z, t) > 0 & \text{if } \sigma(z, t) < 0 \\ \dot{\sigma}(z, t) < 0 & \text{if } \sigma(z, t) > 0 \end{cases} \quad \forall t \geq t \text{ için } \sigma(z) = 0 \text{ ve } \dot{\sigma}(z) = 0$$

dir. $\dot{\sigma}(z) = C\dot{z} = CT_r \dot{x} = 0$ o halde $\dot{\sigma}(z) = C(A_{reg} z + B_{reg} U) = 0$ dolayısıyla

$$C(A_{reg} z + B_{reg} (u_{eq} + u_{non})) = 0 \quad \text{sonuç olarak} \quad k < 0 \cup k \rightarrow 0 \quad \text{koşulu sağlanarak}$$

$$u_{eq} = [CB_{reg}]^{-1} [CA_{reg} z] \quad \text{ve} \quad u_{non} = [CB_{reg}]^{-1} k \operatorname{sgn}(\sigma(z)) \quad \text{olur.}$$

Yukarıda ifade edilen koşullar sağlanarak elde edilen sistem denklemini değerlendirilmesiyle yazılımın birinci bölümü tamamlanmış olur. Yazılımın bu kısmını “odeapprox.m” ve “spacecraftlinear.m” fonksiyonları sağlamaktadır.

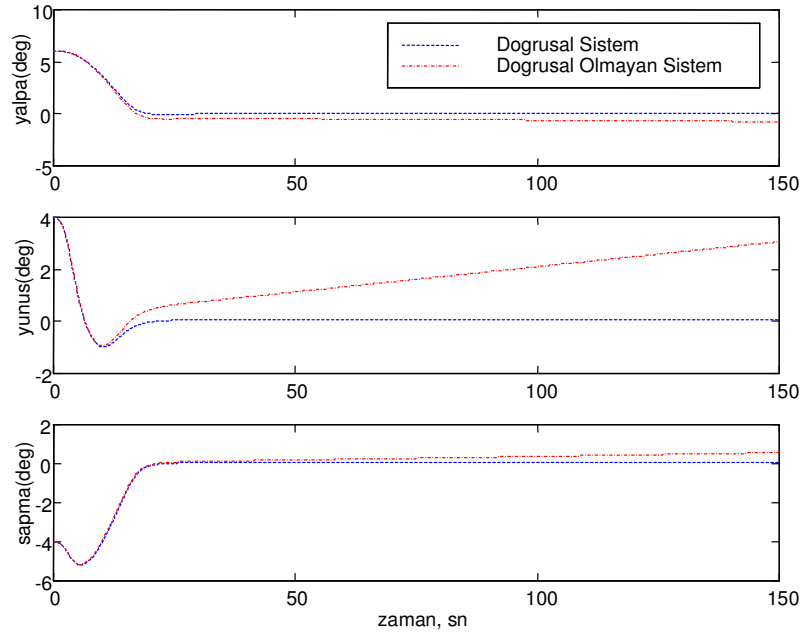
Yazılımın bundan sonraki bölümünün daha önce anlatılan klasik KKD’den farkı ise ilk yakınsamadan elde edilen durum ve zaman bilgisinin kullanılmasıdır. Bir önceki yakınsamanın durum değerleriyle doğrusal olmayan sistem değerlendirilerek doğrusal zamanla değişen sistem elde edilir ve bu sistem için çözümler üretilir. Üretilen kontrol terimi doğrusal olmayan sisteme uygulanarak doğrusal olmayan sistemin çözümü bulunur. Yöntem doğası gereği, kayma yüzeyinin zamanla değiştiğine dikkat edilecek olursa, bu durumda kayma yüzey eğiminin türevi de dikkate alınmalıdır.

$$\dot{x}^{[i]} = A^{[i-1]}(x, t)x^{[i]} + B(t)u^{[i]} \quad \text{gibi bir sistem için} \quad \dot{\sigma}(z) = \dot{C}z + C\dot{z} = \dot{C}T_r x + CT_r \dot{x} = 0$$

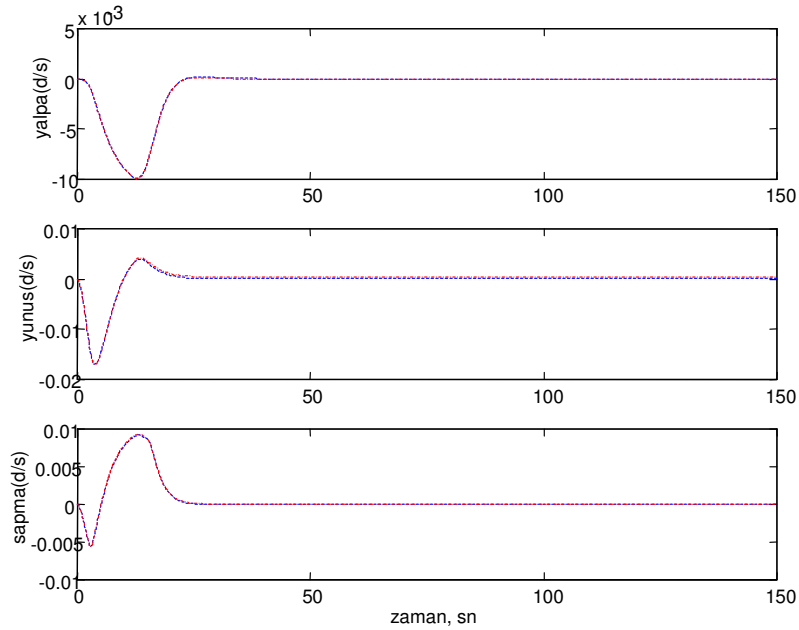
$$\text{ve} \quad \dot{\sigma}(z) = \dot{C}z + C(A_{reg} z + B_{reg} U) = (\dot{C} + CA_{reg})z + CB_{reg} (u_{eq} + u_{non}) = 0 \quad \text{sonuç olarak}$$

$$u_{eq} = [CB_{reg}]^{-1} [(\dot{C} + CA_{reg})z] \quad \text{ve} \quad u_{non} = [CB_{reg}]^{-1} k \operatorname{sgn}(\sigma(z)) \quad \text{olur.}$$

Doğrusal olmayan sistemin ardışıklık yöntemiyle değerlendirilmesi sağlayan yazılım parçacıkları “odeapproxn.m” ve “approxspacecraft.m” fonksiyonlarıdır.



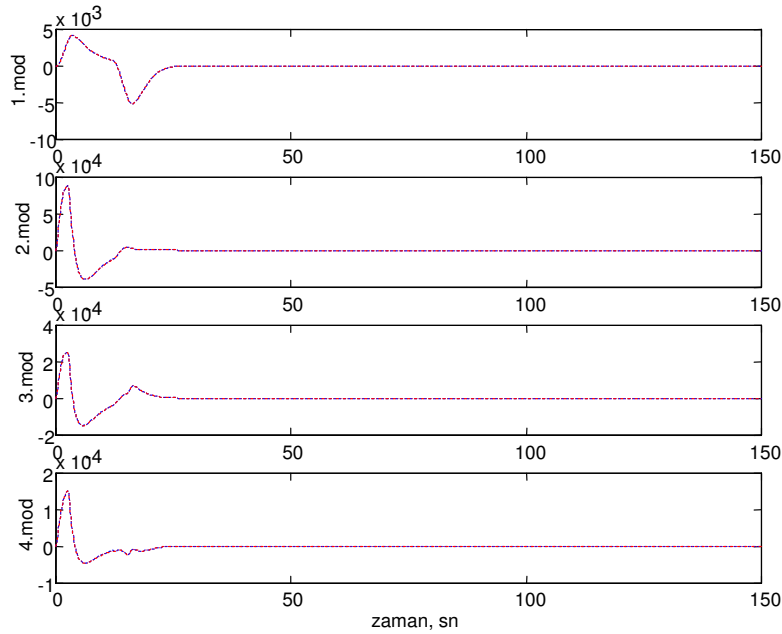
Şekil 5.1. Birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi



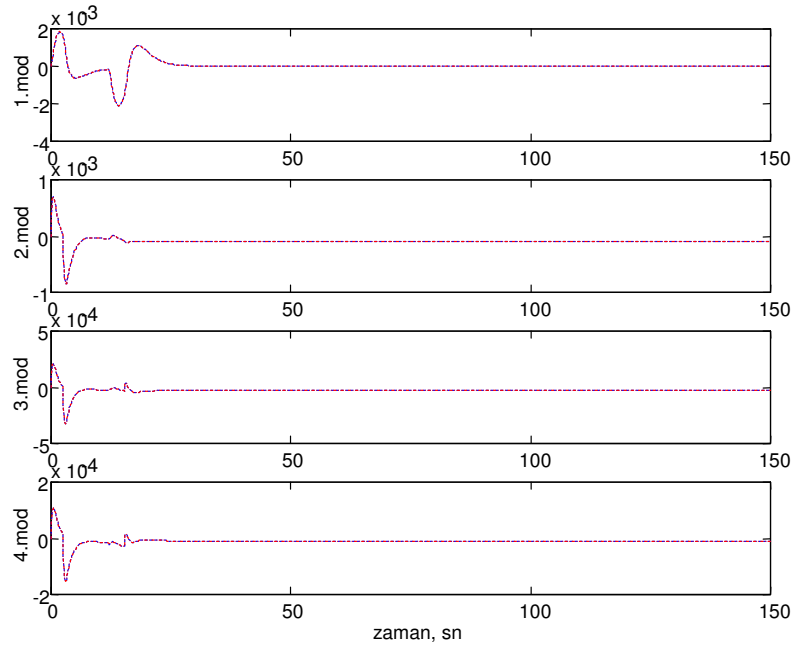
Şekil 5.2. Birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi

Şekil 5.1 ve 5.2’de doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin yalpa,yunus ve sapma açılarının zamana göre konum ve hız değişiminin kontrol edilebilirliği

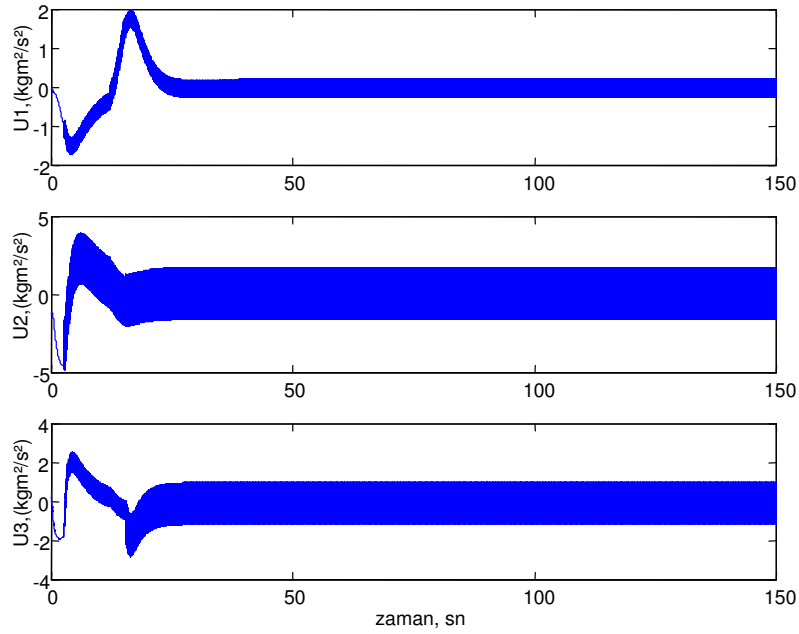
görülmektedir. Doğrusal sistem mavi ‘- -’ ile doğrusal olmayan sistem ise kırmızı ‘- . -’ ile gösterilmiştir. Doğrusal sistemin belirlenmiş zaman dilimlerinde (örnekte $t_{inc}=0.1$ sn. olarak alınmıştır) ürettiği kontrolün doğrusal olmayan sisteme uygulanması ile elde edilen doğrusal olmayan sistemin grafiği konum denetiminde Şekil 5.2’de görüldüğü gibi yeterli değildir. Başka bir ifade ile birinci yakınsama için doğrusal olmayan sistem kontrol edilememektedir. Şekil 5.3 ve 5.4’den görüleceği gibi titreşim modlarının durumu farklıdır. Doğrusal sistem ile doğrusal olmayan sistemin grafiklerinin hemen hemen örtüştüğü görülmektedir.



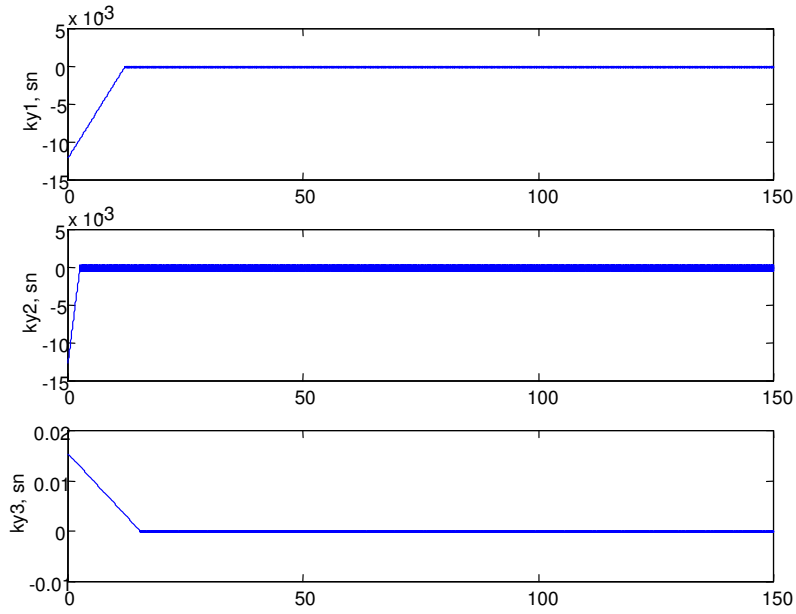
Şekil 5.3. Birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi



Şekil 5.4. Birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının hız-zaman ilişkisi

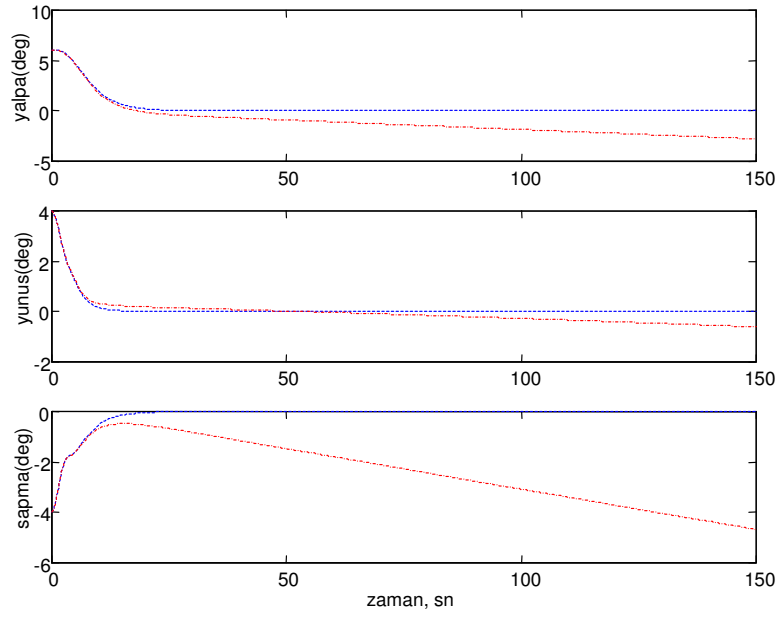


Şekil 5.5. Birinci yakınsamanın ürettiği kontrol

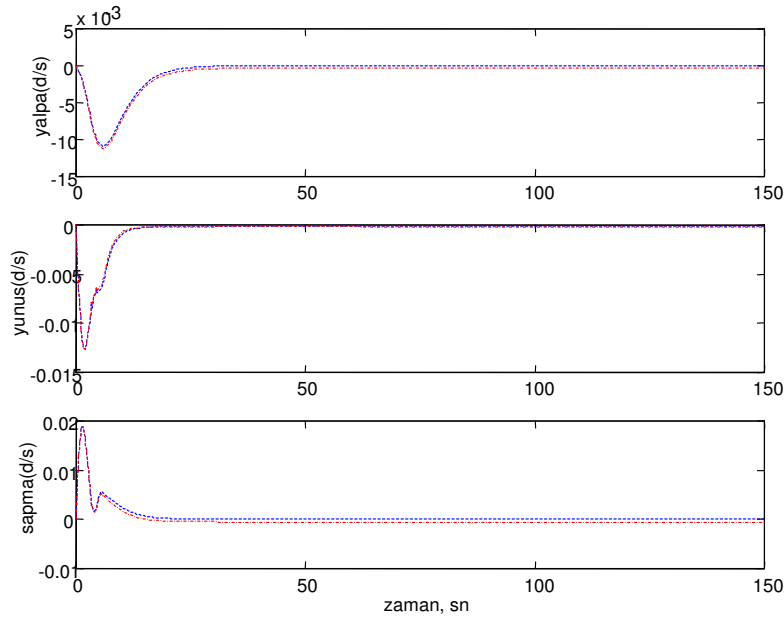


Şekil 5.6. Birinci yakınsamanın kayma yüzeyleri

Birinci yakınsama sonucunda elde edilen $t_0 \rightarrow t_f$ kadar tanımlanmış zamanda t_{inc} zaman aralıklarında bulunan konum değerleri yazılımda yakınsamalar (iterasyonlar) denilen bölümde bir döngü dahilinde istenilen yakınsama sayısı kadar hesaplanabilmektedir. Sonuçlar 10. yakınsamaya kadar izlenmiş ve sunulan kontrol sisteminin kanıtlanması açısından yeterli görülmüştür. Yakınsamaların her birinde yapılan, ilki için birinci yakınsama olarak adlandırılan doğrusallaştırılmış sistemin t_{inc} artışıyla artan her bir t zamanına karşılık gelen durum değerleri x^i 'ler kullanılmak koşuluyla, her biri için bir önceki yakınsamanın x^i $i = 1, 2, 3, \dots, 9$ için doğrusal olmayan sistemin değerlendirilmesi yapılmaktadır. Aşağıda İkinci yakınsama olarak adlandırılan kendisinden bir önceki yakınsamanın değerlerini kullanan yakınsamaların grafikleri görülmektedir.

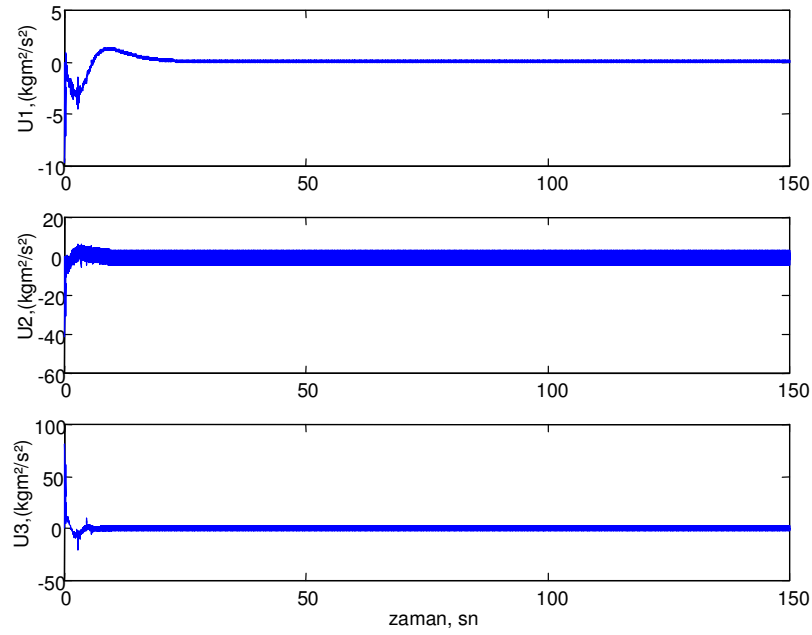


Şekil 5.7. İkinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi

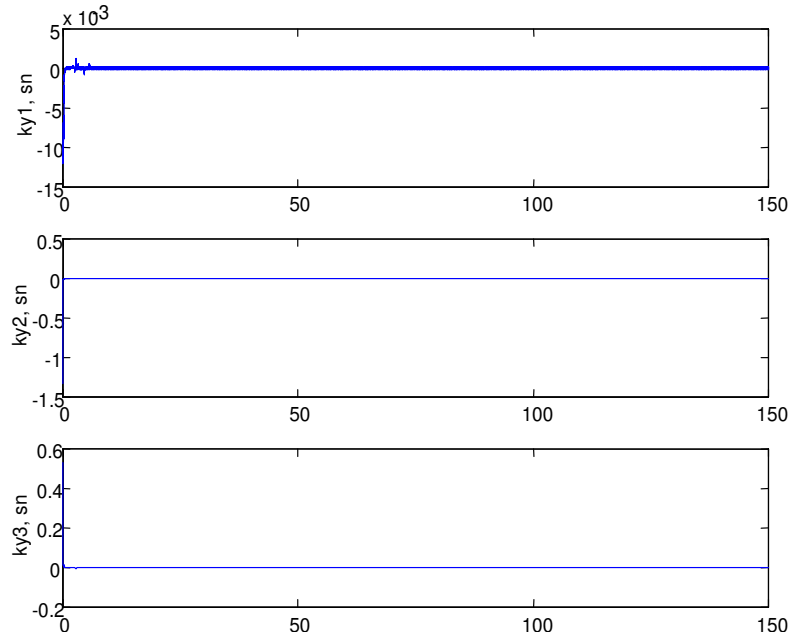


Şekil 5.8. İkinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi

İkinci yakınsama için, birinci yakınsamadakinden çok farklı olmadığından doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi ve hız-zaman ilişkisi grafikleri verilmemiştir.

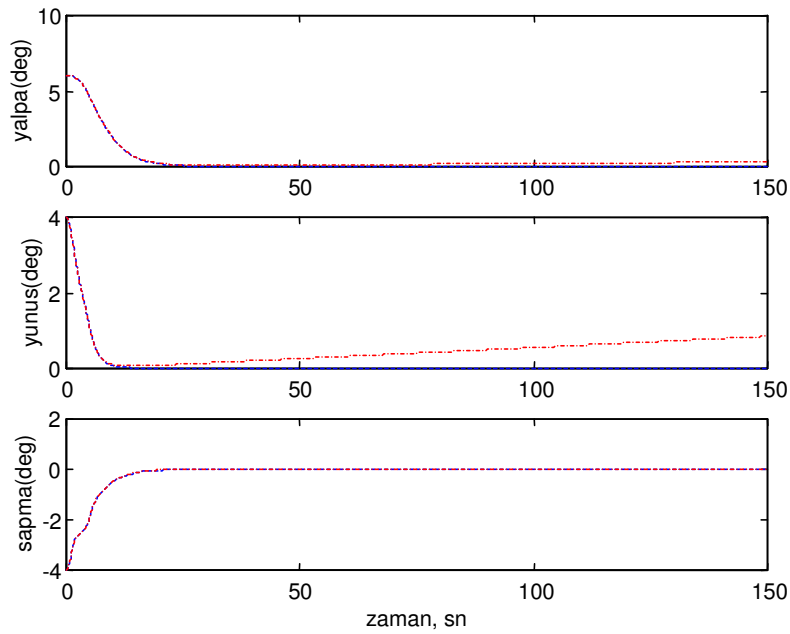


Şekil 5.9. İkinci yakınsamanın ürettiği kontrol

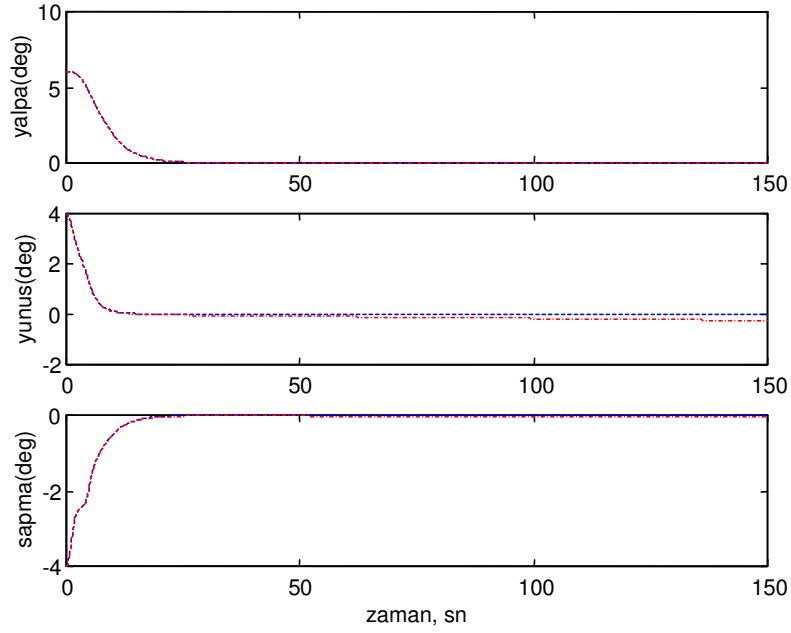


Şekil 5.10. İkinci yakınsamanın kayma yüzeyleri

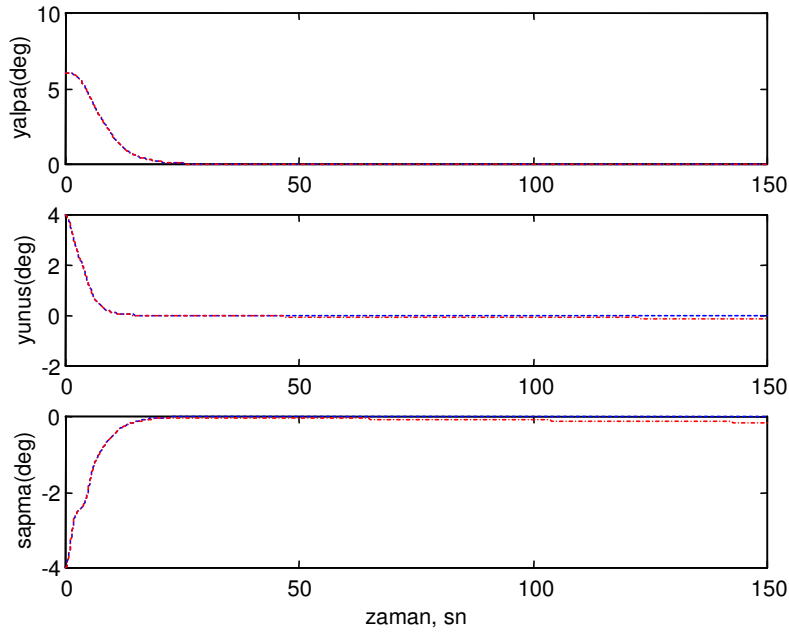
Üçüncü ve dokuzuncu yakınsamalar arasının verileri tezin sayısal veriler kısmında verilmektedir. Bu verilerden elde edilebilecek olan yakınsama grafiklerinin burada verilmesine okunma zorluğu yaratacağı gerekçesiyle yer verilmemiştir. Sonuncu yakınsama olan onuncu yakınsamanın sonuçlarının detaylı incelenmesi yeterli bulunmuştur. Ancak özellikle yakınsamanın gözle görülebilir olduğu doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi grafikleri üçüncü, dördüncü ve beşinci yakınsama için verilmiştir. Bundan sonrası için yakınsamanın görünebilmesi için sayısal verilerin incelenmesi veya grafiğin büyütülmesi gerekmektedir.



Şekil 5.11. Üçüncü yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi



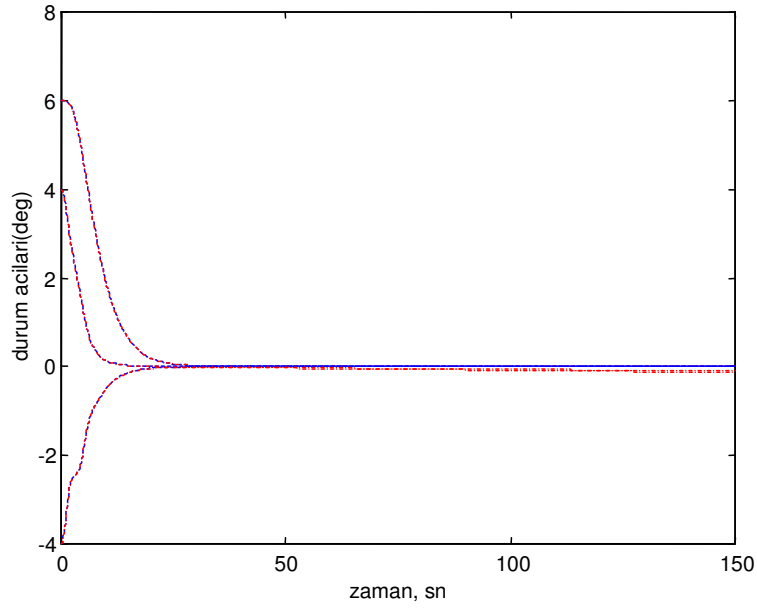
Şekil 5.12. Dördüncü yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi



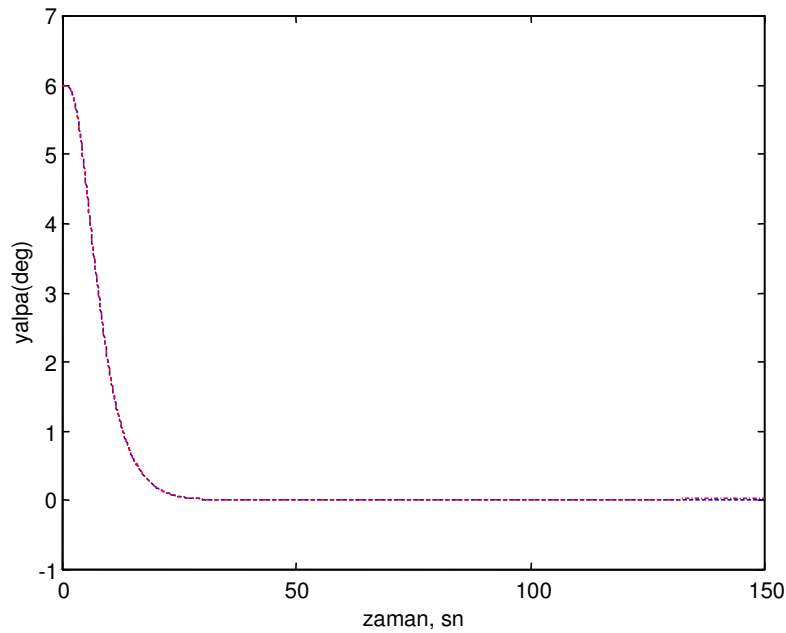
Şekil 5.13. Beşinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi

Şekil 5.7, Şekil 5.11-5.13'e bakıldığında doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişiminin belirli bir zaman periyodunda sifıra yakınsadığı

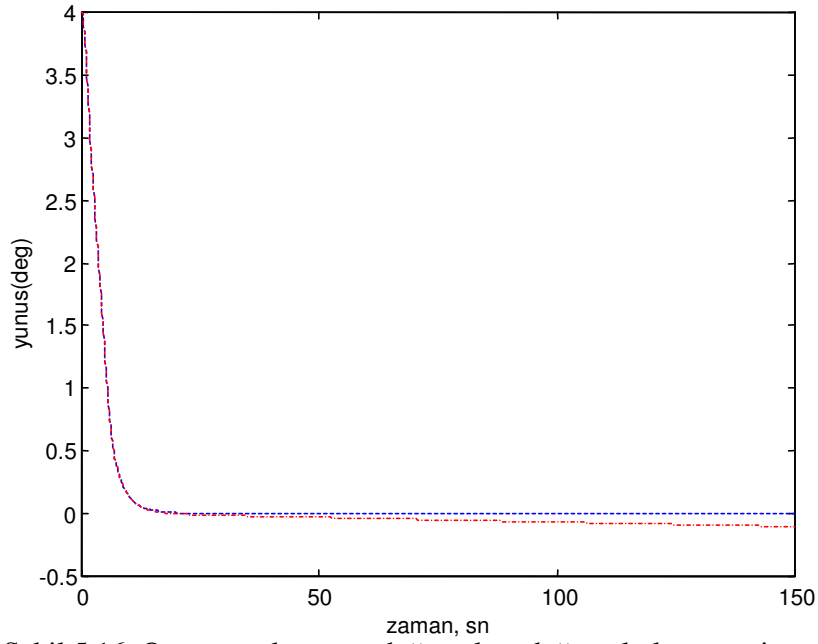
görülmektedir. Beşinci yakınsamadan itibaren tezde verilen grafik boyutunda yakınsamaları takip etmek olanaklı olmadığından onuncu yakınsamada daha detaylı grafikler ve sayısal incelemelerle yakınsamayı anlatmak uygun bulunmuştur.



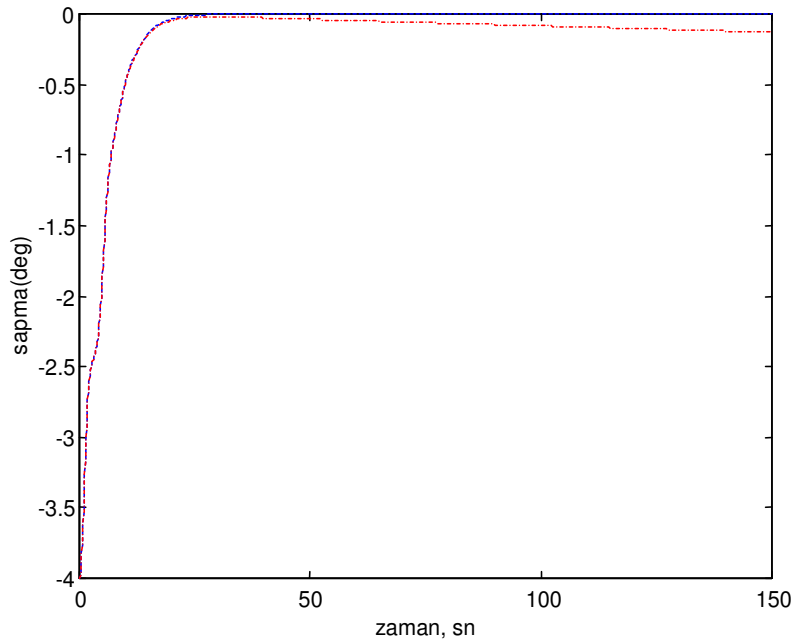
Şekil 5.14. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi



Şekil 5.15. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından yalpa (yaw) açısının değişimi



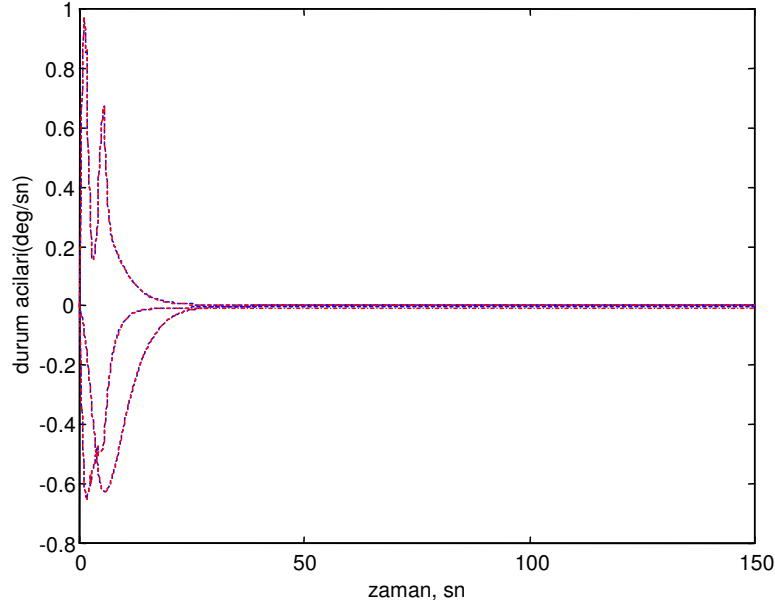
Şekil 5.16. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından yunus (pitch) açısının değişimi



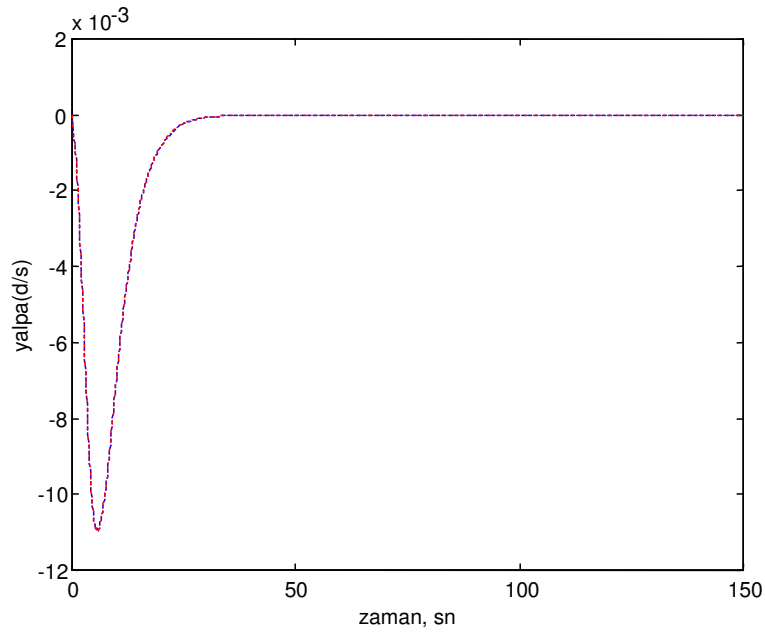
Şekil 5.17. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından sapma (roll) açısının değişimi

Şekil 5.15 , Şekil 5.16 ve Şekil 5.17’de görülen doğrusal sistemle doğrusal olmayan sistemin birbrinden farkının $t = 150$ sn ’deki değerleri ele alındığında sırasıyla bu farklar yalpa açısı için 0,0004, yunuslama açısı için -0,0018 ve sapma açısı için -

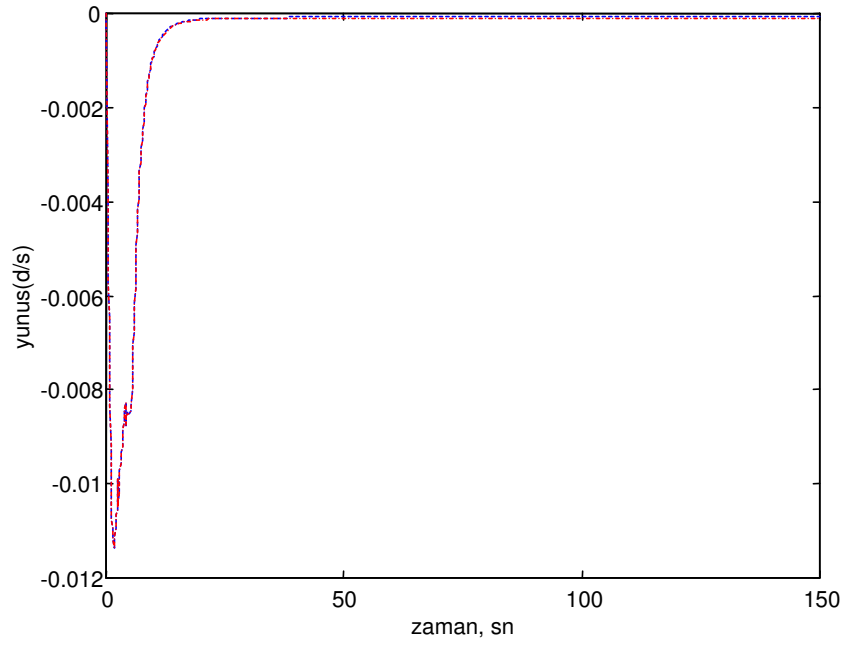
0,0023 olarak görülür. Yakınsamalara devam edildiğinde bu değerlerin 0'a yakınsayacağı düşünülmele beraber elde edilen hataların büyük bir sistem için kabul edilebilir olduğu düşünülmüştür.



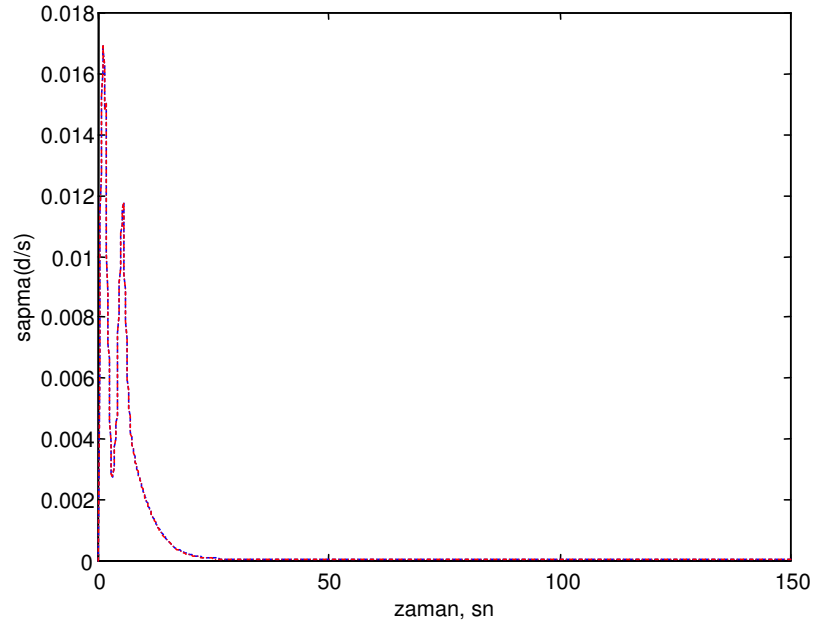
Şekil 5.18. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi



Şekil 5.19. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişiminde yalpa (yaw) bileşeninin durumu

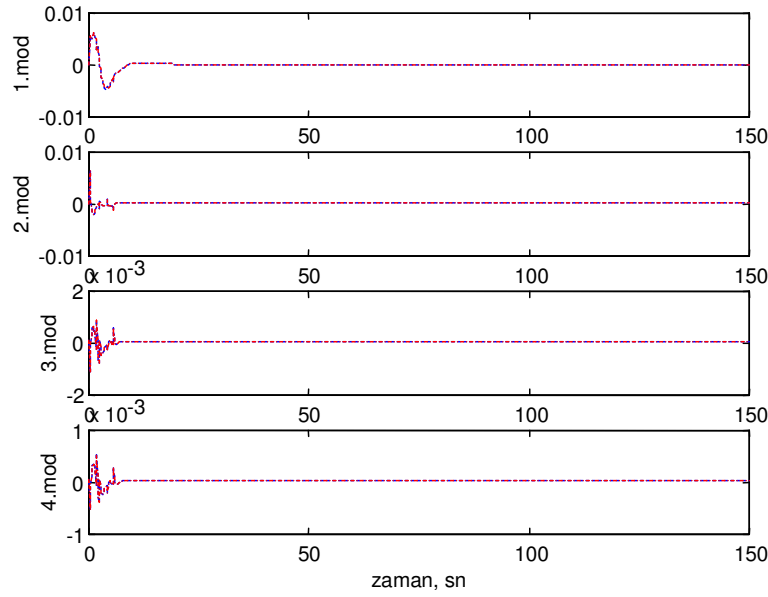


Şekil 5.20. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişiminde yunus (pitch) bileşeninin durumu

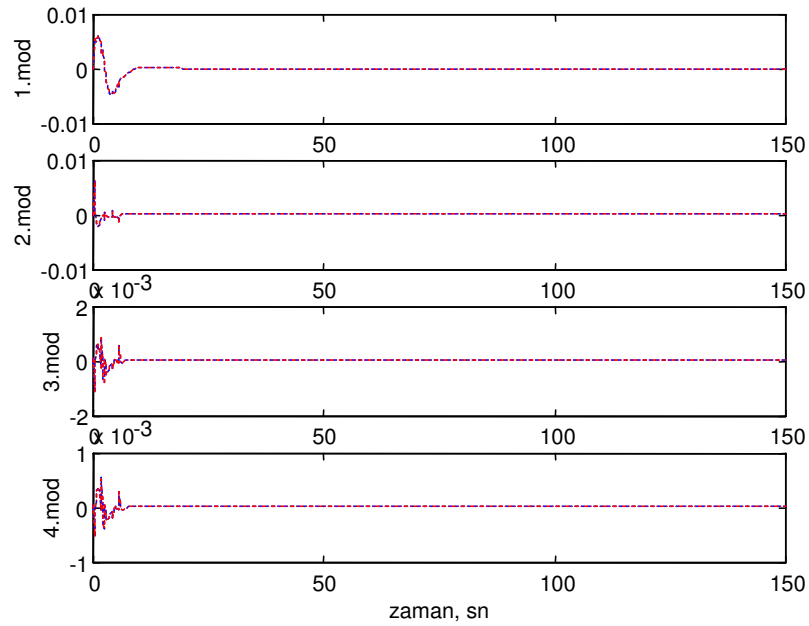


Şekil 5.21. Onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişiminde sapma (roll) bileşeninin durumu

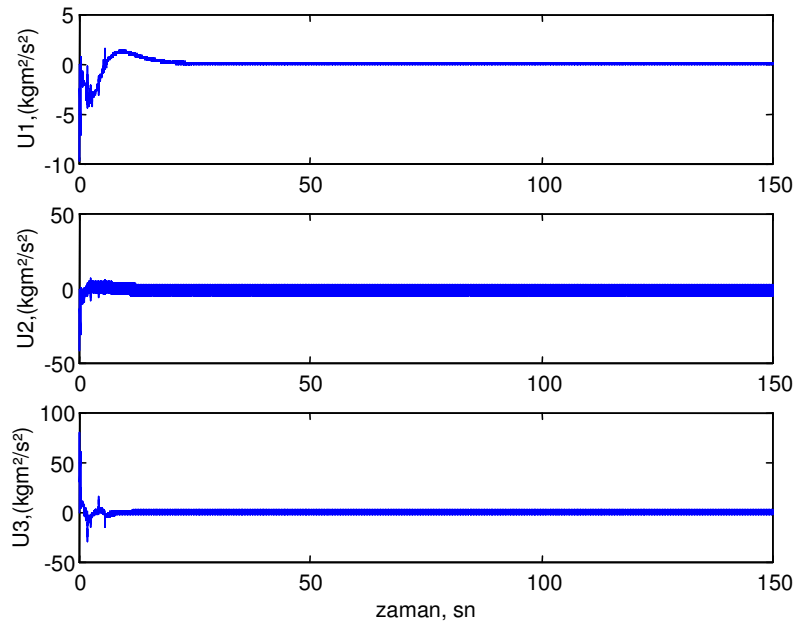
Titreşim modlarının baskılanmasında tüm yakınsamalarda başarı kaydedildiğinden titreşim modlarının konum ve hız ilişkisi grafiklerinin her bir bileşeninin ayrı ayrı ele alınmasına gerek görülmemiştir.



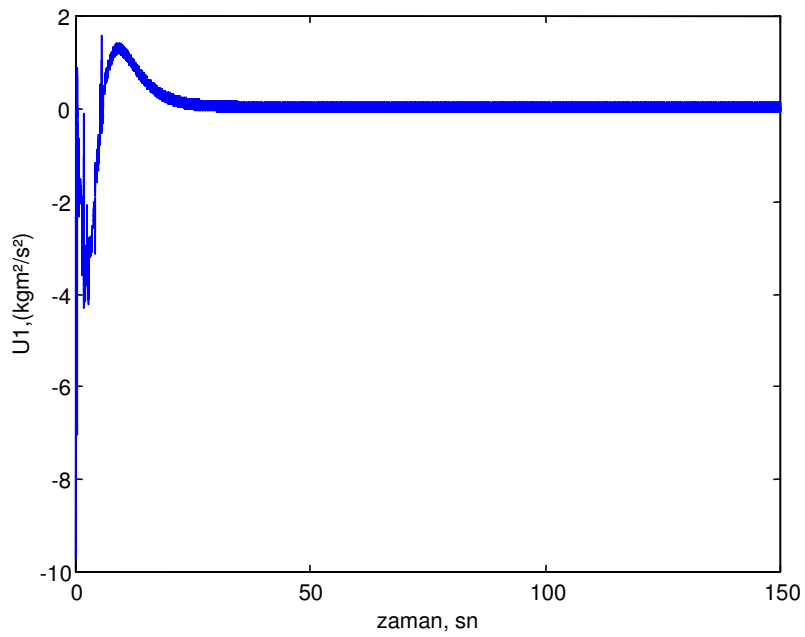
Şekil 5.22. Onuncu yakınsama doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi



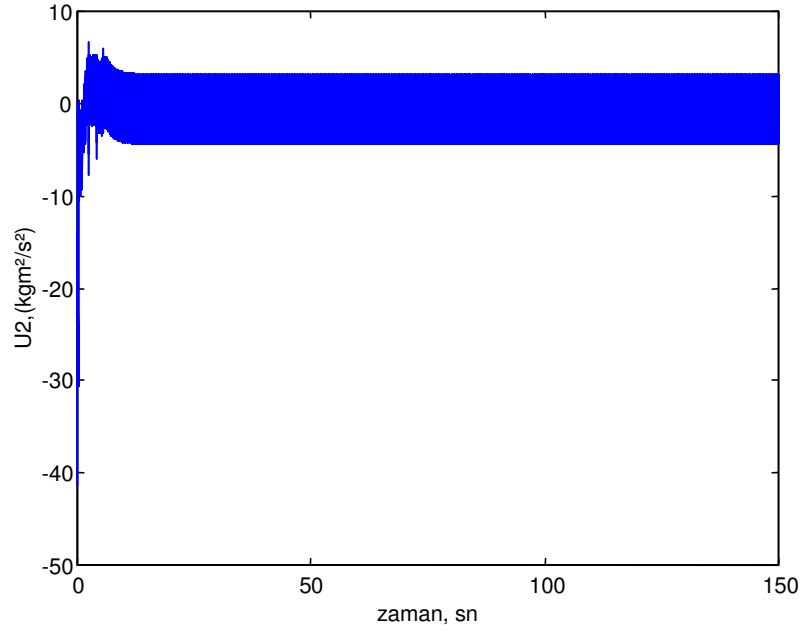
Şekil 5.23. Onuncu yakınsama doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının hız-zaman ilişkisi



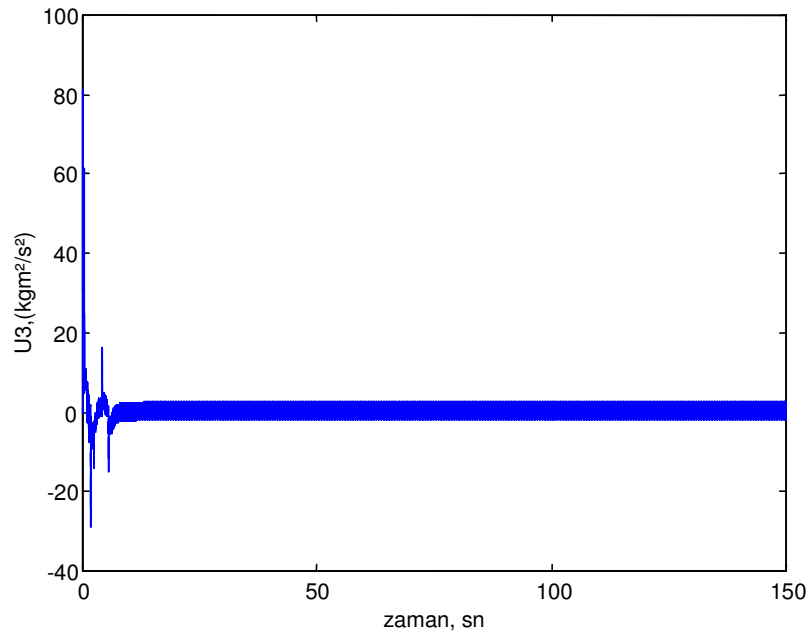
Şekil 5.24. Onuncu yakınsamanın ürettiği kontrol



Şekil 5.25. Onuncu yakınsamanın ürettiği kontrolün birinci bileşeni



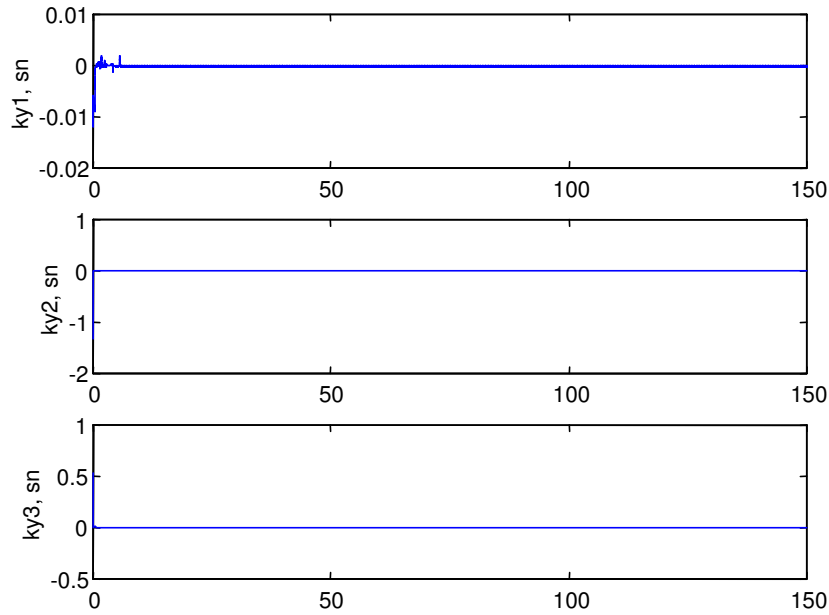
Şekil 5.26. Onuncu yakınsamanın ürettiği kontrolün ikinci bileşeni



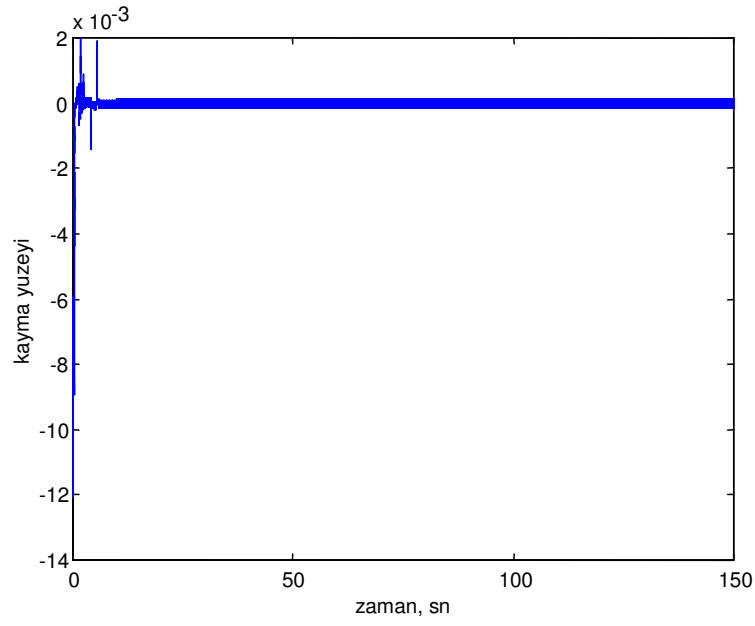
Şekil 5.27. Onuncu yakınsamanın ürettiği kontrolün üçüncü bileşeni

Onuncu yakınsama sonucu gereksinim duyulan kontrol girdisinin Şekil 5.25’den görüldüğü gibi birinci bileşeni için 40 sn ye kadar düzensiz değişen kontrol torku gereksinimi 40 sn’nin sonunda 0,1465, -0,0245, 0,0160, -0,0767 kgm^2/sn^2 olmakta ve sürekli tekrarlanarak şekilde kalın bir çizgi gibi görünmektedir. İkinci ve üçüncü

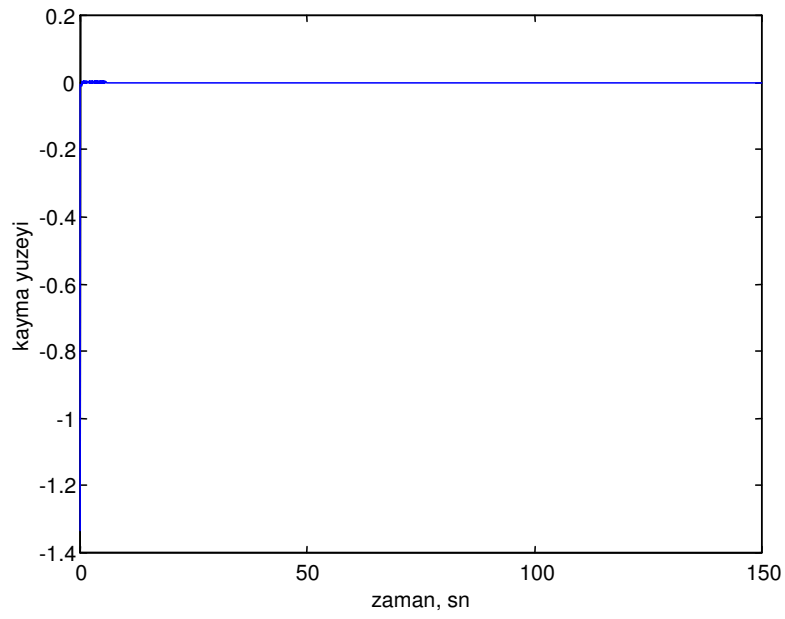
kontrol bileşenlerinde ise yerleşme zamanı 10 sn. civarına düşmektedir. İkinci kontrol bileşeni için tekrarlanan kontrol torku 3,1355, -4,4502, 1,9643 ve -1,8925 kgm^2/sn^2 dir. Üçüncü kontrol bileşeni için tekrarlanan kontrol torku ise 2,6671, -0,9626, 0,9203, -1,7726 kgm^2/sn^2 dir. Sistemin kontrol torku gereksinimi oldukça küçük değerlerle ifade edilmekle beraber gereksinimin sürekliliği düşündürücüdür. Daha uygun parametre seçimleri ile kontrol torku gereksiniminin daha aşağıya çekilmesi olanaklı olabilir. Optimum parametre değerlerinin seçilmesi başka bir çalışmanın konusu olabilir.



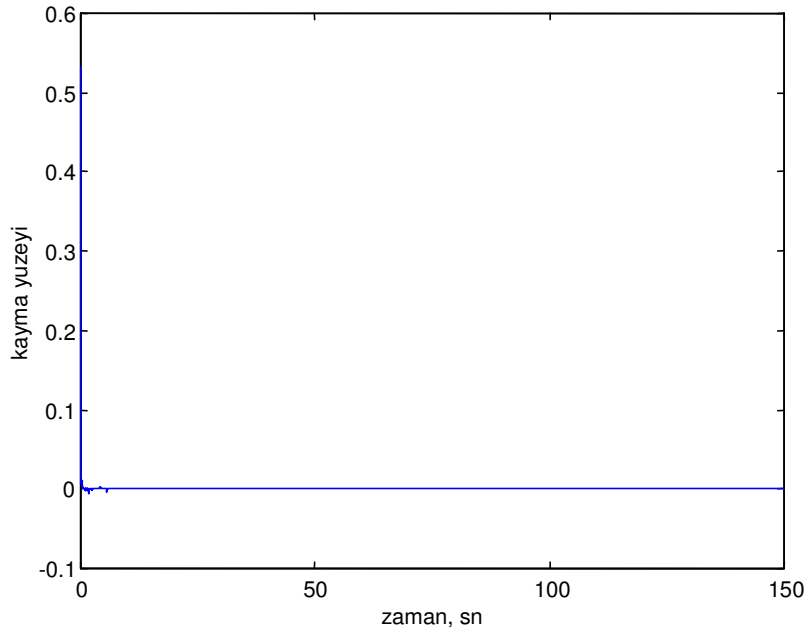
Şekil 5.28. Onuncu yakınsamanın kayma yüzeyleri



Şekil 5.29. Onuncu yakınsamanın kayma yüzeyi birinci bileşeni



Şekil 5.30. Onuncu yakınsamanın kayma yüzeyi ikinci bileşeni



Şekil 5.31. Onuncu yakınsamanın kayma yüzeyi üçüncü bileşeni

Kayma yüzeyinin birinci bileşeni $[0,000033 \ -0,000167]$ ikinci bileşeni $[0,000167 \ 0,000833]$ ve üçüncü bileşeni $[-0,000033 \ 0,000167]$ değerleri arasında değişmektedir. Dikkat edilecek olursa kayma yüzeyi 0'ın yakın komşuluğundadır.

Seçilen sistemin (uydu modeli) çalışma koşulları düşünüldüğünde belirsizliğe çok açık olduğu açıkça görülebilir. Güneşin, yerkürenin ve ayın çekim etkisi, diğer gök cisimlerinin ve insan yapımı araçların etkisi, manyetik alan etkileri ve güneşin radyasyon basıncı etkisi gibi bir dizi bilinmeyen etki seçilen sistemde belirsizlik yaratmaktadır. Aynı zamanda matematik modelin oluşturulması sırasındaki kimi kabullerde belirsizliğin bir parçası olarak nitelendirilebilirler. Bilinmeyen tüm bu etkilerin bir şekilde denetim edimine dahil edilmesi gereği açıktır. Kayma kipli denetimin anlatıldığı bölümlerde bahsedildiği gibi seçilen yöntem belirsizliklerle başa çıkmada oldukça yeteneklidir. Belirsizlikler, denetim sinyali tanım bölgesi içinde (matched uncertainty) veya dışında (mismatched uncertainty) tanımlanabilir. Ancak bu çalışmanın ana eksenini belirsizliklerle başa çıkma olmadığı için ve uygulamasının kolaylığı açısından belirsizlik denetim sinyali tanım bölgesi içinde seçilmiştir.

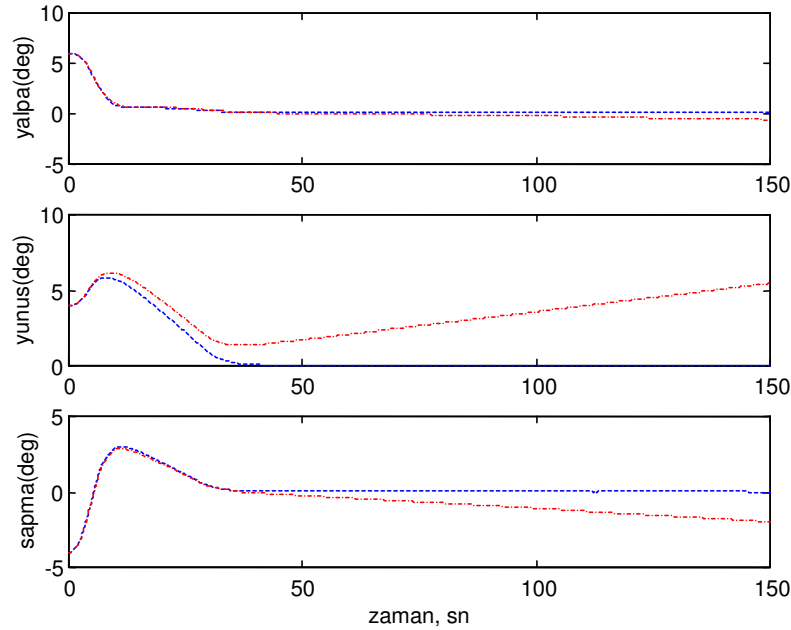
Belirsiz sistem $\dot{x} = A(x)x + B(x)U + \Delta(x)$ olarak tanımlanabilir. Burada $\Delta(x)$ modelleme hatalarını, parametrik belirsizlikleri ve dış bozucuları ifade eden belirsizlik vektörüdür. Denklik durumunda (matching condition) $B(x)/\Delta(x)$ dir. $\Delta(x) = B(x)\varphi(x)$ olur. Bu durumda $\dot{x} = A(x)x + B(x)U + B(x)\varphi(x)$ olur. Belirsiz sistemin kayma yüzeyi tasarımı daha önce anlatılan nominal sisteminkiyle tamamiyle

$$\text{aynıdır. } \varphi(x) = \begin{bmatrix} -0,5\sin(3x(1)) \\ 0,6\cos(8x(14)) \\ 1,2\sin(2x(2)) \end{bmatrix} \text{ olarak tanımlandığında,}$$

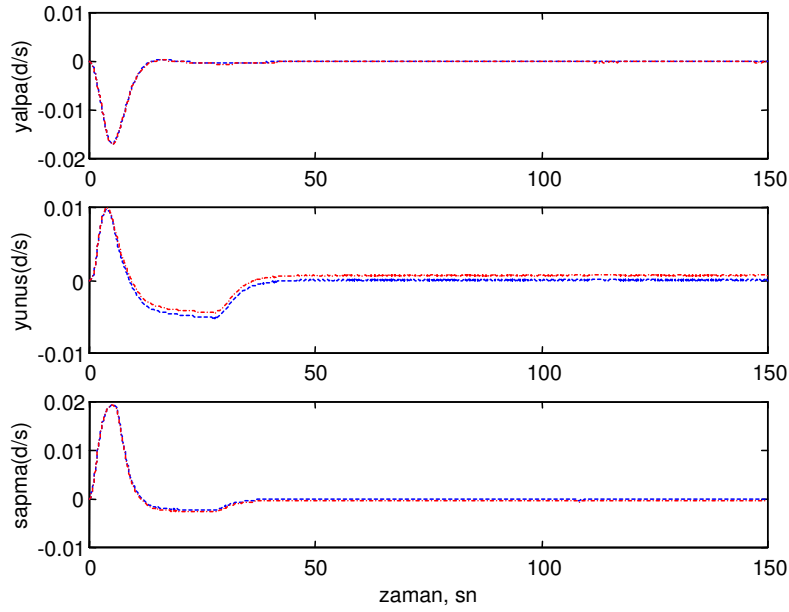
$$\varphi_{\max} = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,6 \\ 1,2 \end{bmatrix} \text{ olur. } k = \|B_2\| \varphi_{\max} \text{ olmak koşuluyla}$$

$$u_{eq} = -(C \cdot Breg)^{-1} \cdot [Cdot + C \cdot Areg] \cdot Tr \cdot x \text{ olur.}$$

$$u_{non} = -(C \cdot Breg)^{-1} \cdot \text{diag}(k) \cdot \text{sign}(ky)$$

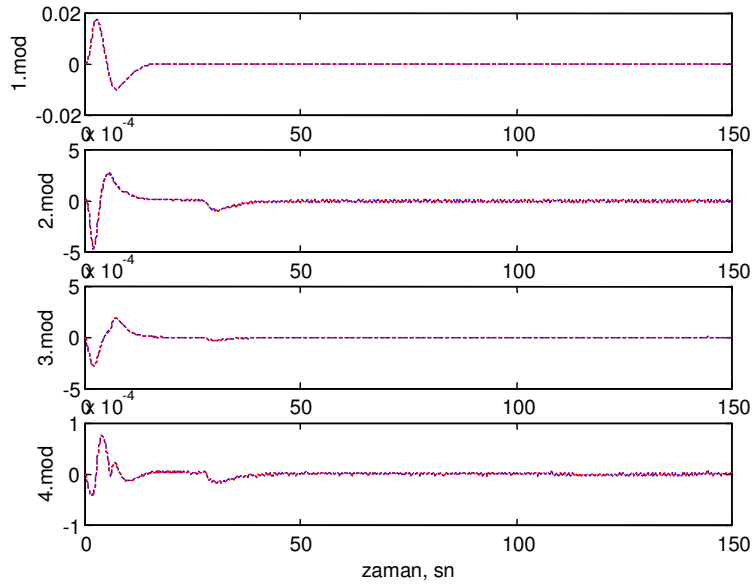


Şekil 5.32. Belirsiz sistem için birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi

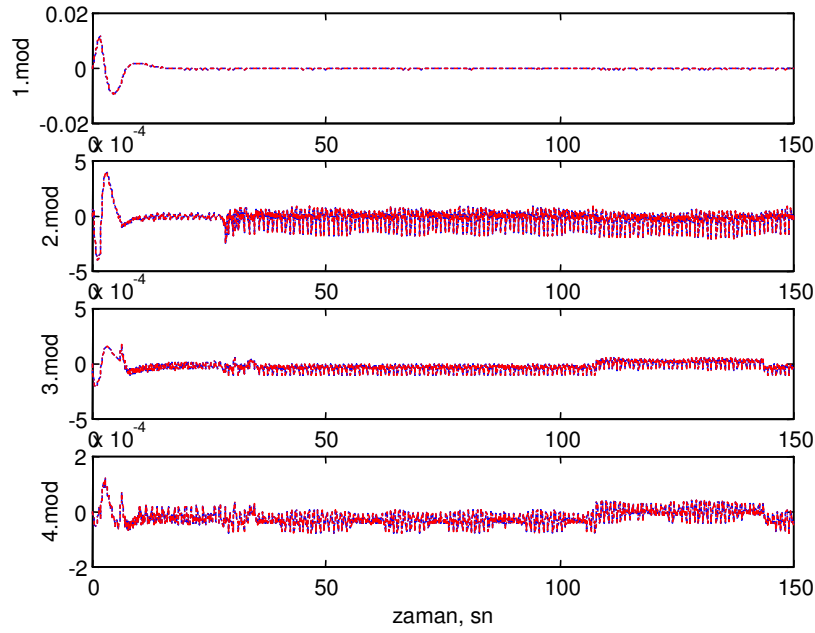


Şekil 5.33. Belirsiz sistem için birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi

Şekil 5.32 ve 5.33’de belirsiz sistem için doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin yalpa,yunus ve sapma açılarının zamana göre konum ve hız değişiminin denetlenebilirliği görülmektedir. Doğal olarak doğrusallaştırılmış sistem denetlenebilir, doğrusal olmayan sistem ise denetlenememektedir.

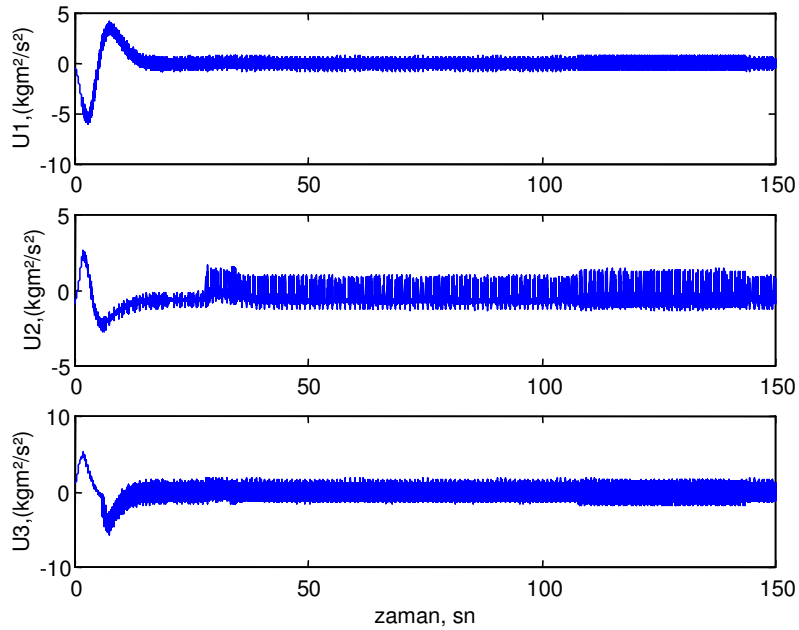


Şekil 5.34. Belirsiz sistem için birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi



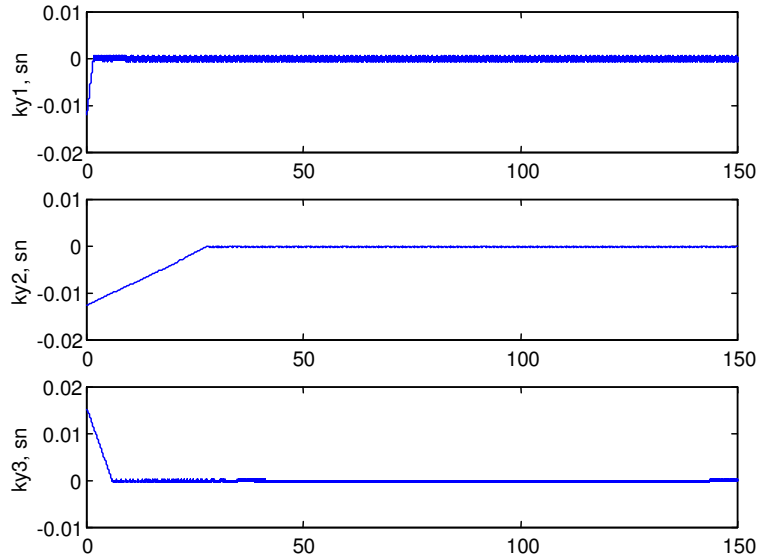
Şekil 5.35. Belirsiz sistem için birinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının hız-zaman ilişkisi

Şekil 5.34 ve Şekil 5.35’den görüleceği gibi belirsizlik durumundan konum denetiminden daha çok sistemin titreşim modlarının ve titreşim modlarının zamana bağlı değişiminin denetiminin etkilendiği görülmektedir.



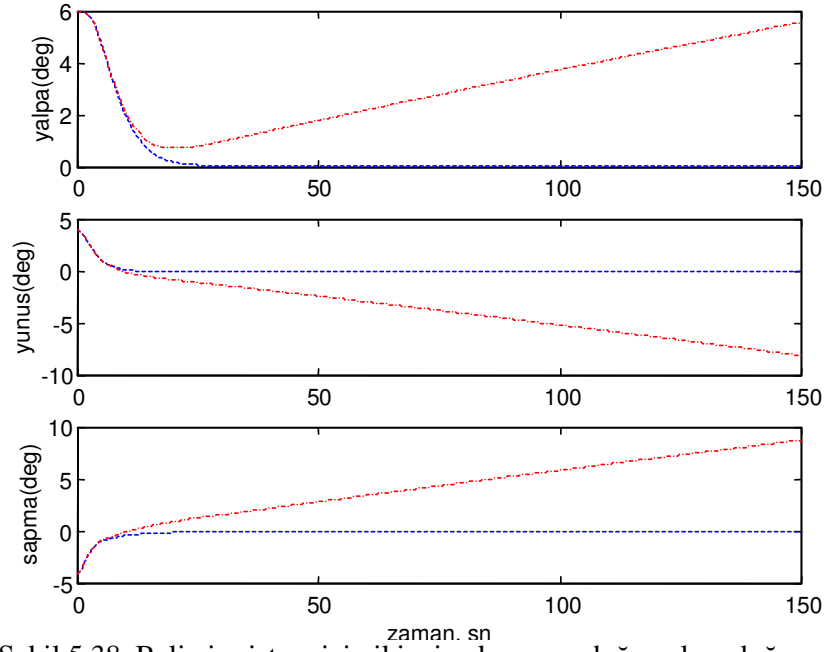
Şekil 5.36. Belirsiz sistem için birinci yakınsamanın ürettiği kontrol

Şekil 5.36'dan görülebileceği gibi belirsizlik içeren sistemde kontrol torku gereksinimi artmakta ve dalgalanmalar görülmektedir.

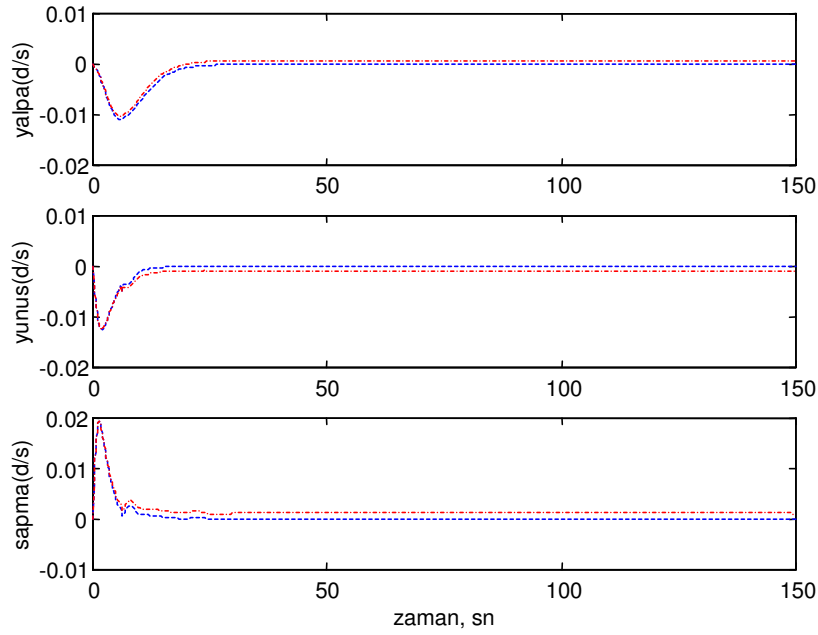


Şekil 5.37. Belirsiz sistem için birinci yakınsamanın kayma yüzeyleri

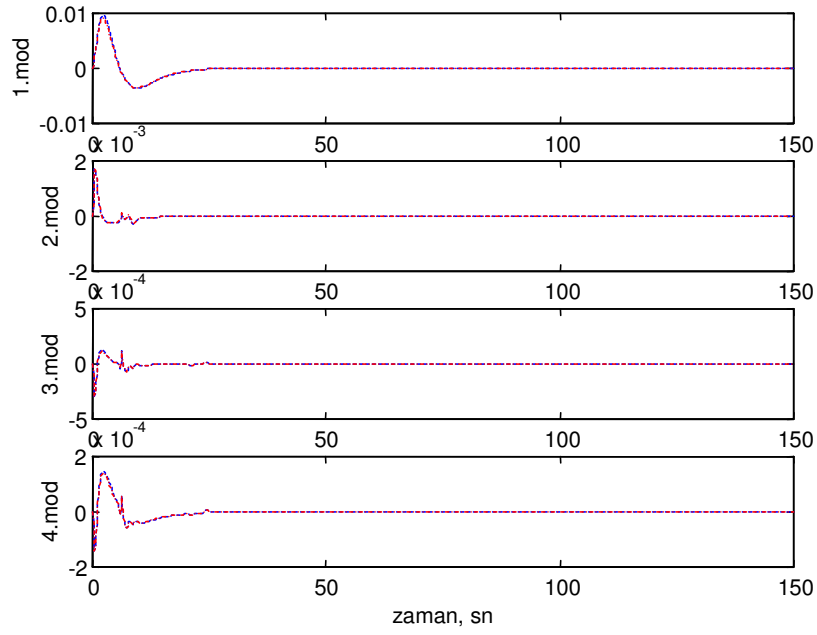
Belirsizlik içermeyen sistemde olduğu gibi sonuçlar 10. yakınsamaya kadar izlenmiş ve sistemin denetlenebilirliğinin kanıtlanması açısından yeterli görülmüştür. Ancak Yakınsamaların hangi noktadan son yakınsama olarak seçilen 10. yakınsamaya vardığının görülmesi açısından ikinci yakınsamanın grafiklerinin incelenmesi gereklidir. Aynı şekilde yakınsama hızındaki değişim içinde belirsizlik içermeyen sistemde olduğu gibi doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişiminin üçüncü dördüncü ve beşinci yakınsama için verilmesi uygun bulunmuştur. Aradaki yakınsamalar için sayısal kopyada ki veriler kullanılabilir.



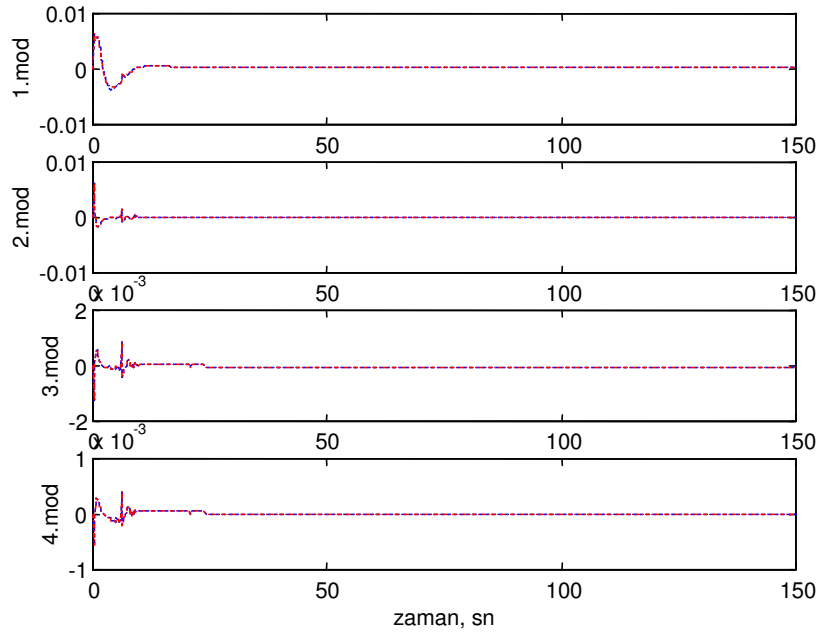
Şekil 5.38. Belirsiz sistem için ikinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi



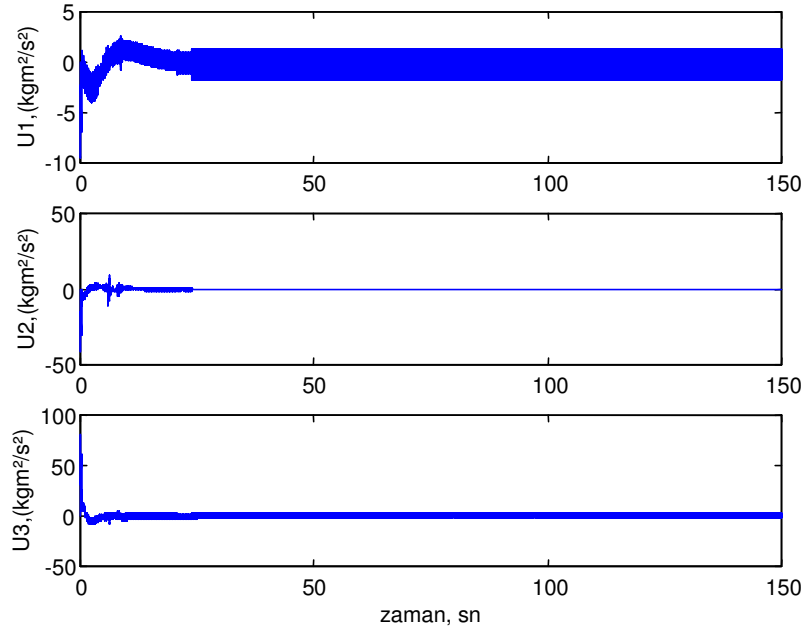
Şekil 5.39. Belirsiz sistem için ikinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi



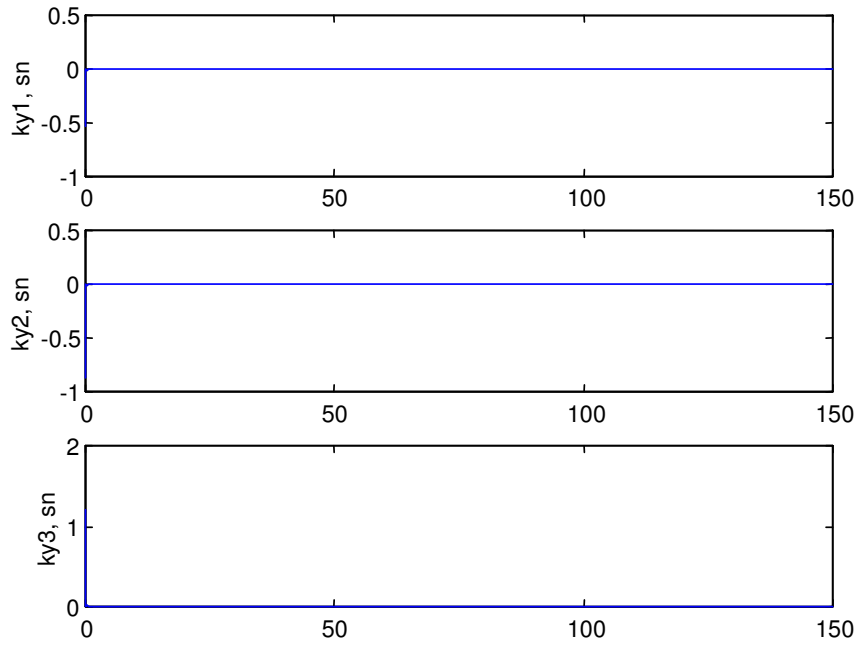
Şekil 5.40. Belirsiz sistem için ikinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi



Şekil 5.41. Belirsiz sistem için ikinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının hız-zaman ilişkisi



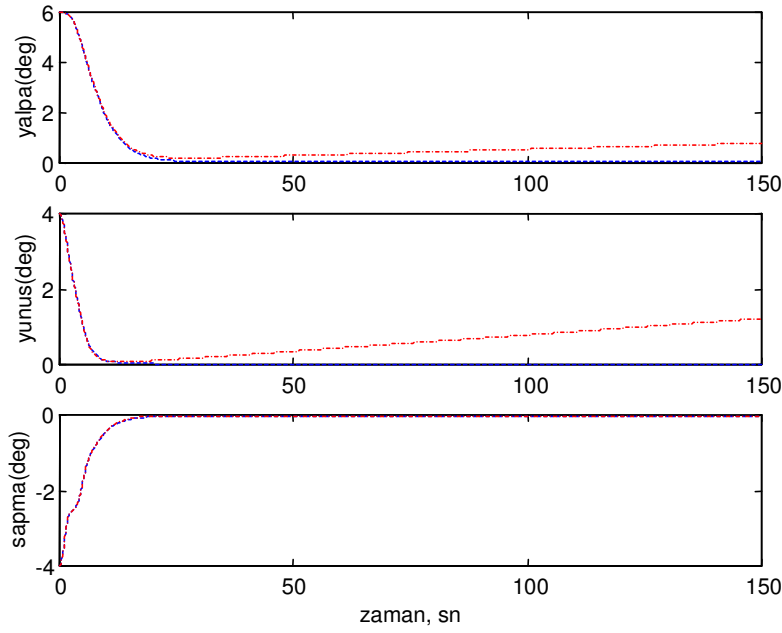
Şekil 5.42. Belirsiz sistem için ikinci yakınsamanın ürettiği kontrol



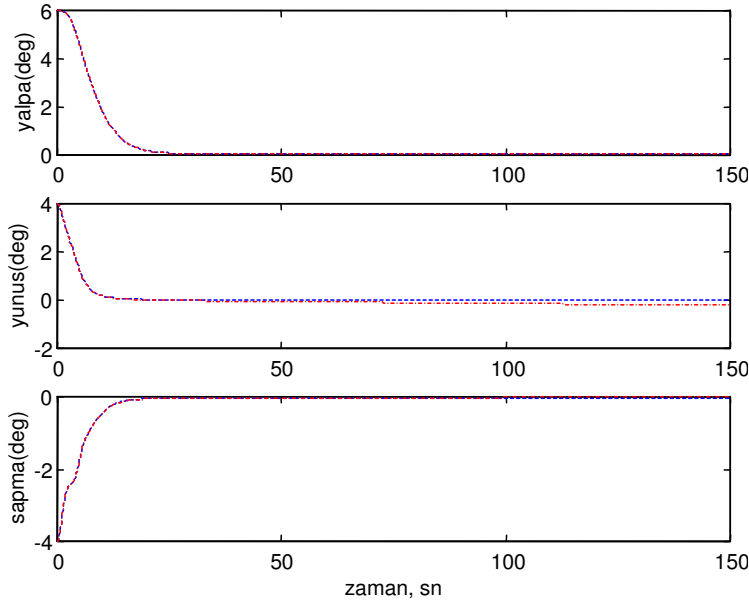
Şekil 5.43. Belirsiz sistem için ikinci yakınsamanın kayma yüzeyleri

İkinci yakınsamanın grafikleri Şekil 5.38 - Şekil 5.43 arasında numaralanmış grafiklerle verilmiştir. Bu grafikler üzerinde yorum yapmaksızın doğrusal ve

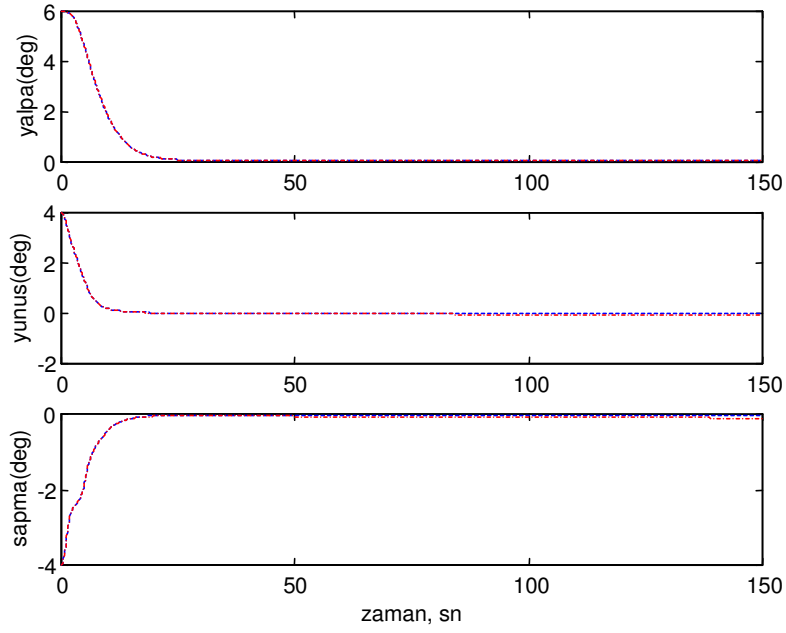
doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişiminin üçüncü dördüncü ve beşinci yakınsama için verilerek nihai yakınsama olarak belirlenmiş olan onuncu yakınsamanın sonuçlarının detaylı incelenmesine geçilmesi uygun olacaktır.



Şekil 5.44. Belirsiz sistem için üçüncü yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi



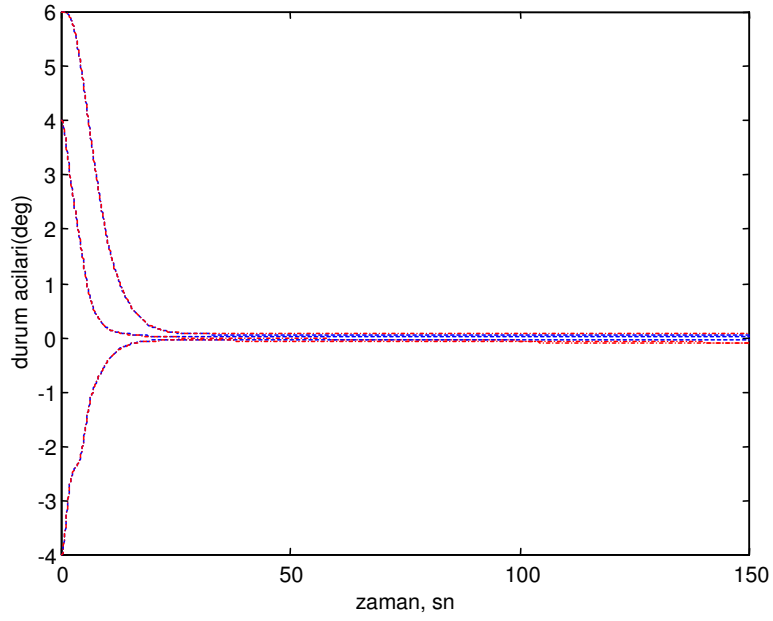
Şekil 5.45. Belirsiz sistem için dördüncü yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi



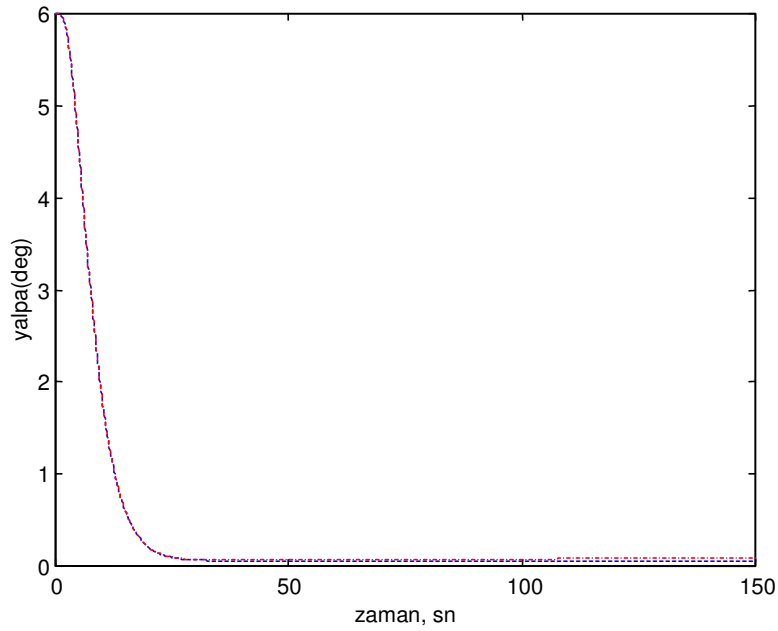
Şekil 5.46. Belirsiz sistem için beşinci yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi

Şekil 5.38, 5.44, 5.45 ve 5.46'dan belirsiz sistem için doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının yakınsamalar sonucunda nasıl değiştiği görülebilmektedir.

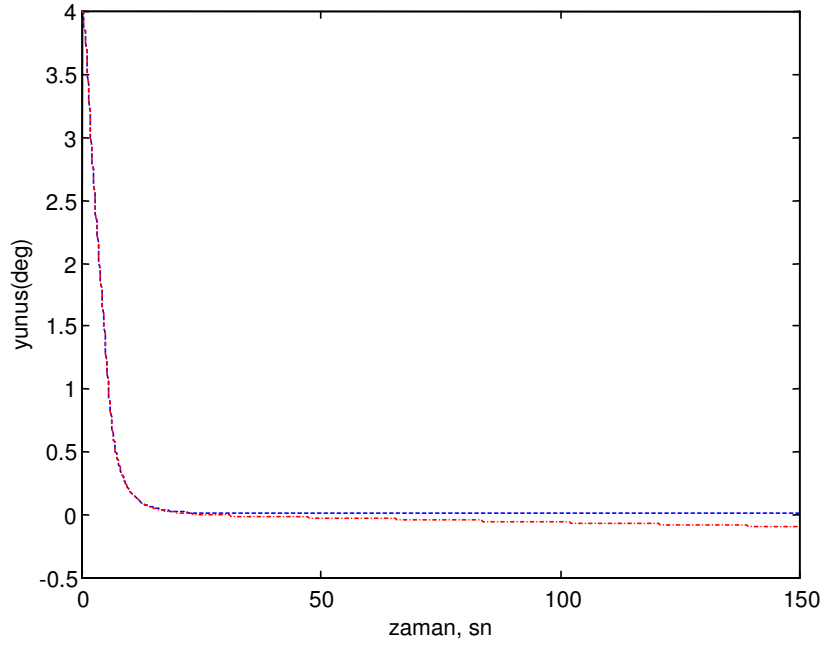
Belirsiz sistem için sonuncu yakınsama olarak belirlenen onuncu yakınsamanın detaylı grafikleri aşağıdadır.



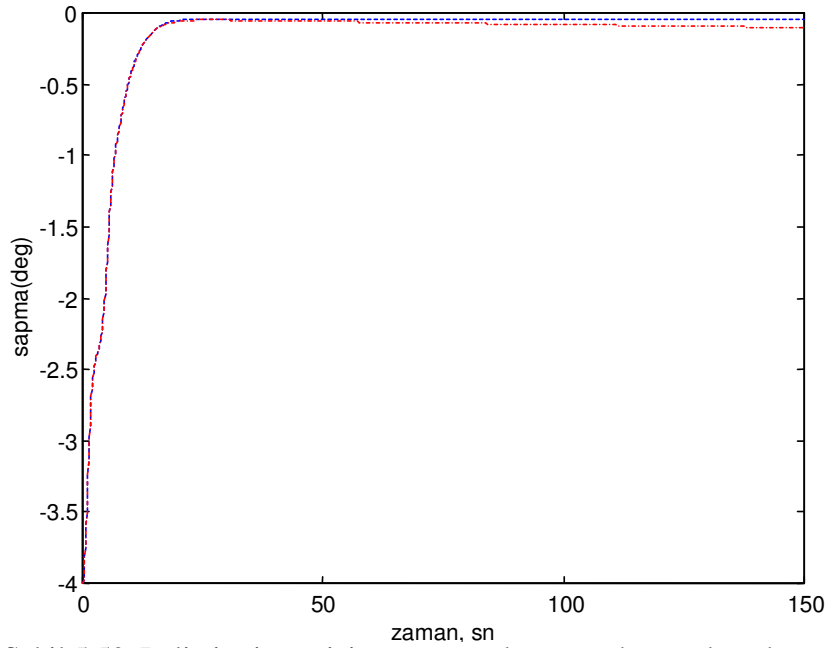
Şekil 5.47. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarının değişimi



Şekil 5.48. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından yalpa (yaw) açısının değişimi



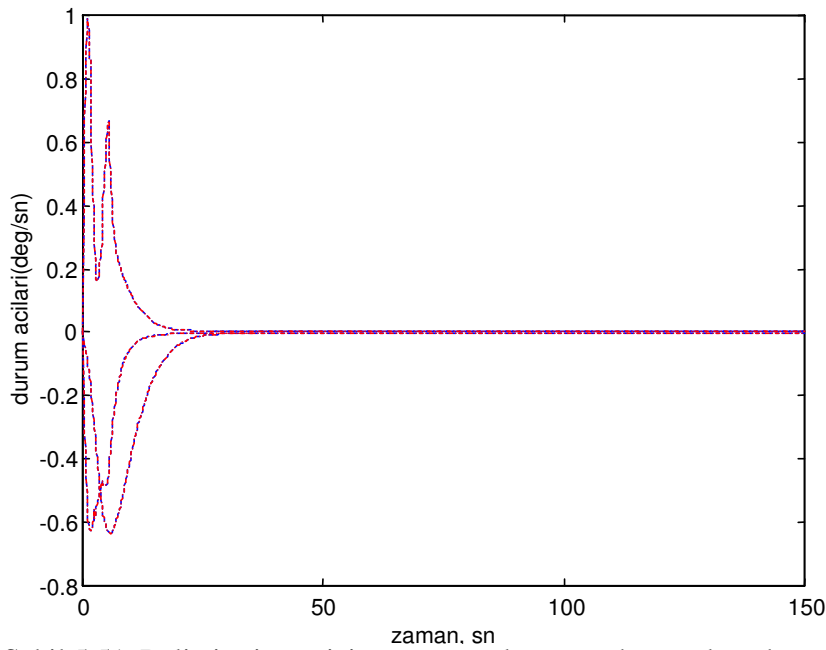
Şekil 5.49. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından yunus (pitch) açısının değişimi



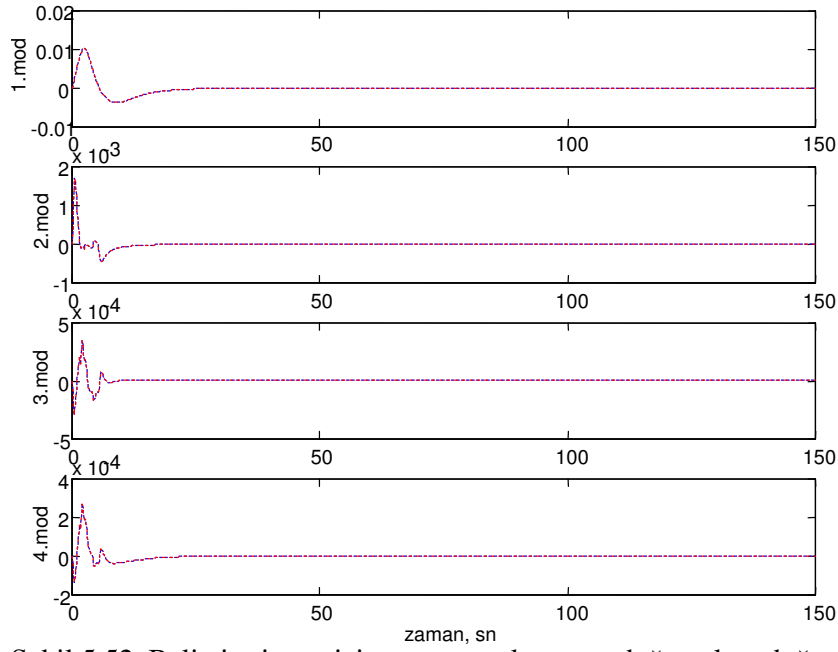
Şekil 5.50. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin konum açılarından sapma (roll) açısının değişimi

Şekil 5.48 - Şekil 5.50'de görüldüğü gibi belirsiz sistemde doğrusallaştırılmış sistemin de $t = 150$ sn zamanında 0'dan farklı bir yere yerleştiği görülmektedir. Bu

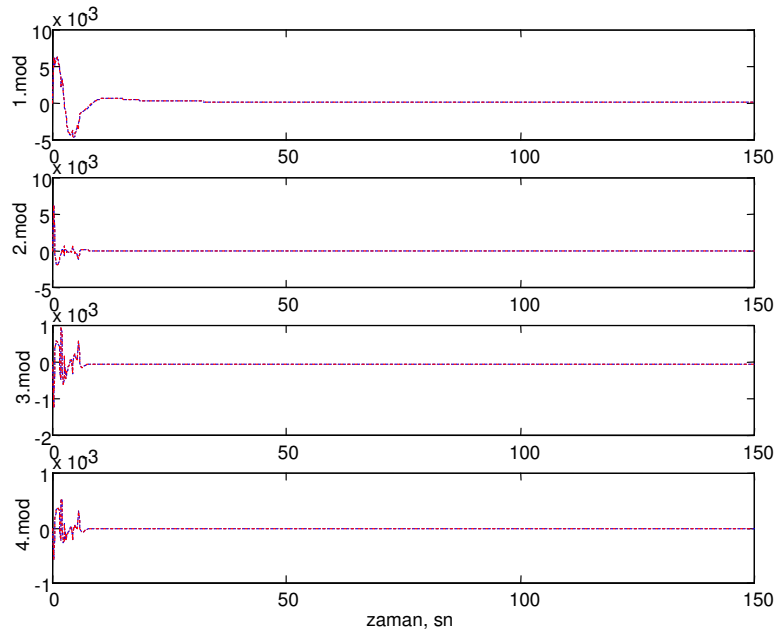
fark yalpa, yunus ve sapma açısı için sırasıyla 0,0010, 0,0002 ve -0,0007 değerlerindedir. Aynı şekilde doğrusal olmayan sistemin de $t = 150$ sn 'deki değerleri ele alındığında sırasıyla bu farklar yalpa açısı için 0,0014, yunuslama açısı için -0,0010 ve sapma açısı için -0,0015 olarak görülür. Yakınsamalara devam edildiğinde belirsizlik içermeyen sistemde bu değerlerin 0'a yakınsayacağı düşünülmektedir. Ancak belirsizliğin sistemin tamamını 0'dan farklı bir konuma yerleştirdiği görüldüğünden doğrusal olmayan sistemde bu yerleşime yakınsayacağı kabul edilebilir. Her ne kadar 0,0010, 0,0002 ve -0,0007 yerleşim değerleri sıfıra çok yakın değerler olsa bile örnekte olduğu gibi belirsizlik büyük seçildiğinde sistemin yeterince etkin olamadığı söylenebilir.



Şekil 5.51. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin hız değişimi

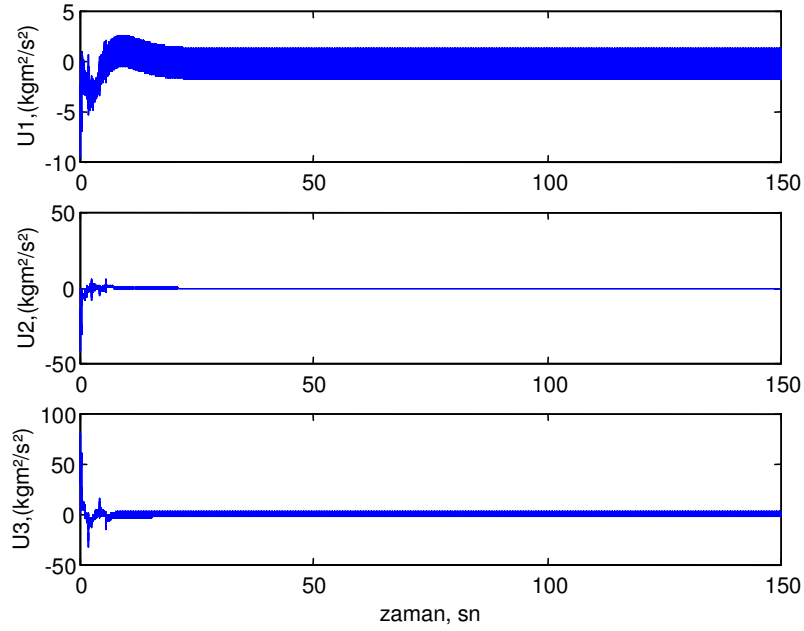


Şekil 5.52. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının konum-zaman ilişkisi



Şekil 5.53. Belirsiz sistem için onuncu yakınsama doğrusal ve doğrusal olmayan sistemin titreşim modlarının hız-zaman ilişkisi

Şekil 5.51-5.53'den görüldüğü gibi belirsizlik içeren denetimcinin konum açılarının hız değişimi ve titreşimin yeterince etkin bastırılmasında bir sorunu olmamaktadır.



Şekil 5.54. Belirsiz sistem için onuncu yakınsamanın ürettiği kontrol

Belirsizlik içeren sistemin onuncu yakınsama sonucu gereksinim duyduğu kontrol girdisi Şekil 5.54’de görülmektedir. Kontrol torku gereksinimi 0,15 sn.’de her üç bileşen için en yüksek değerde olmaktadır. Sırasıyla 0,15 sn. deki torklar U_1 , U_2 ve U_3 -9,5276, -41,9075 ve 81,4007 kgm^2/s^2 dir. Kontrol gereksinimi sistem yaklaşık 25 sn. civarında denge konumuna geldikten sonra ise birinci kontrol torku bileşeni için 0,8547, -0,7805, 1,2584 ve -1,8015 kgm^2/sn^2 olmakta ve sürekli tekrarlanarak şekilde kalın bir çizgi gibi görünmektedir. Aynı şekilde ikinci kontrol torku bileşeni için -0,7553, -1,0245, -0,3928 ve -0,0103 kgm^2/sn^2 ve üçüncüsü için ise -1,5366, 1,5139, -2,3256 ve 3,1576 kgm^2/sn^2 dir.

6. SONUÇ

Bu çalışmada, esnek güneş paneli kullanan bir uydu modelinin, konum denetimi ve panellerindeki titreşimin baskılanması için bir denetçi modeli geliştirilmiştir. Bu denetçi modeli, belli formdaki doğrusal olmayan hareket denklemlerine sahip sistemler için Kayan Kipli Denetçi (KKD) dir. KKD tasarım yöntemi, doğrusal olmayan sistemin ardışık olarak doğrusal zamanla değişen sistemler olarak ele alınıp, kayma yüzeyinin ve denetçinin bu ardışık sistemlerden türetilmesine dayanmaktadır. Yöntemin yakınsama şartları verilmekte ve lineer zamanla değişen sistem için tasarlanan KKD'nin kararlılık analizi yapılmaktadır.

Bölüm 2 ve Bölüm 3'de denetimci modelinin teorik alt yapısı anlatılmakta, Bölüm 4'de ise geliştirilen denetim yönteminin uygulandığı esnek kanatlara sahip uydu modelinin dinamiği açıklanmaktadır. Bölüm 5'de benzetim sonuçları verilmektedir. Benzetim sonuçlarından, geliştirilen denetim yönteminin belirlenen zaman periyodunda uydunun konum denetimini sağladığı, aynı zamanda manevra sonunda esnek güneş panellerinin titreşimlerini de baskıladığı görülmektedir.

Bu çalışmada, belli formdaki doğrusal olmayan sistemler için kayma yüzeyi ve KKD tasarımına yönelik yeni bir yöntem önerilmektedir. Çalışmanın temel amacı bu yöntemi açıklamak ve bir modele uygulamak olmuştur. Uygulama için seçilen parametreler, tamamen rastgeledir. Sistem cevabının en iyilemesi veya uygulanacak denetim girdisinin en azlanması için bir gayret gösterilmemiştir. Muhakkak ki, farklı seçilecek parametreler ile hem sistem cevabı yeniden düzenlenebilir hem de denetim girdisi ile ilgili iyileştirme işlemleri yapılabilir. Bu nedenle, geliştirilen KKD yönteminde yer alan parametrelerin (örneğin kayma yüzeyi eğim parametreleri, kayma yüzeyine erişimi sağlayan parametreler gibi) daha uygun seçimi bu çalışmanın bir uzantısı olarak yapılabilir. Böylelikle daha başarılı bir denetçi ve daha hızlı yakınsama elde edilebilir. Örneğin onuncu yakınsama yerine üçüncü yakınsamada sistem denetlenebilir veya denetimci için gerekli kontrol torku girdisi daha küçük değerlere düşürülebilir.

Seçilen sistemin (uydu modeli) alışma koşulları belirsizliğe oldukça açıktır. Aynı zamanda matematik modelin oluşturulması sırasındaki kimi kabullerde belirsizliğe neden olmaktadır. Kayma kipli denetimin anlatıldığı bölümlerde bu yöntemin doğası gereği belirsizliklerle başa çıkmada oldukça yetenekli olduğundan söz edilmiştir. Sistemin belirsizlikten en çok etkilenen bölümü olan güneş panellerindeki titreşimin baskılanması konusunda geliştirilen denetçi oldukça başarılıdır.

Bu çalışmada geliştirilen denetçi doğrusal olmayan sistemlerin denetlenebilmesi için daha önce geliştirilen yöntemlerden farklılıklar içermektedir. Benzer bir çalışma daha önce Salamcı tarafından yapılmış olmakla birlikte, bu çalışmada kayma yüzeyi tasarımında kutup yerleştirme yöntemi kullanılmış, sistemin kararlılık şartları verilmiş ve belirsizlik içeren sistem için uygulama yapılmıştır[24].

KAYNAKLAR

1. Edwards, C., Spurgeon, S.K., "Sliding Mode Control, Theory and Applications", *Taylor&Francis*, London, 1-92 (1998).
2. Khalil, H.K., "Nonlinear Systems", 2nd Edition, *Prentice Hall*, New Jersey, 97-154 (1996).
3. Song, G., Agrawal, B.N., "Vibration suppression of flexible spacecraft during attitude control", *Acta Astronautica*, 49(2):73-83 (2001).
4. Wie, B., "Attitude stabilization of flexible spacecraft during station keeping maneuvers", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 7:430-436 (1984).
5. Hablani, H.B. "Multiaxis tracking and attitude control of flexible spacecraft with reaction jets", *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 17:831-839 (1994).
6. Wie, B., Byun, K.W., "New approach to attitude momentum control for the space station", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 12:714-722 (1989).
7. Jianhua, Z., Banks, S. P., Stephen, P., Alleyne, H., "Optimal attitude control for three-axis stabilized flexible spacecraft." *Acta Astronautica*, 56:519-528 (2005).
8. Junkins, J.L., Kim, Y., "Introduction to Dynamics and Control of Flexible Structures", *Education Series, AIAA*, Washington, DC, 139-234 (1993).
9. Bang, H., Ha, C.K., Kim, J.H., "Flexible spacecraft attitude maneuver by application of sliding mode control" *Acta Astronautica*, 57(11): 841-850 (2005).
10. Demirel, O., "Uyduların yörünge kontrolü", *Bilim ve Teknik*, 375:46-48 (1999).
11. Perruquetti, W., Barbot, J.P., "Sliding Mode Control in Engineering", *Marcel Dekker*, New York, 1-27, 131-160 (2002).
12. Utkin, V.I., "Variable Structure Systems with Sliding Modes", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22(2):212-222 (1977).
13. Utkin, V.I., "Sliding Modes and Their Applications in Variable Structure Systems", *Mir Publishers*, Moscow, 1-120 (1978).

14. Utkin, V.I., "Sliding Modes in Control and Optimization", *Springer Verlag*, Berlin, 46-125 (1992).
15. Khan, M.K., Spurgeon, S.K., "Robust MIMO Water Level Control in Interconnected Twin-tanks Using Second Order Sliding Mode Control", *Control Engineering Practice*, 14(4):375-386 (2006).
16. Lim, C. L., Jones, N. B., Spurgeon, S. K., J. J. A. Scott, "Reconstruction of human neuromuscular control signals using a sliding mode control technique", *Simulation Modelling Practice and Theory*, 11(3-4): 223-235 (2003).
17. Edwards, C. , Spurgeon, S. K., Patton, R. J., "Sliding mode observers for fault detection and isolation", *Automatica*, 36(4):541-553 (2000).
18. Salamcı, M.U., Özgören, M.K., Banks, S.P., "Sliding Mode Control with Optimal Sliding Surfaces for a Missile Autopilot Design", *AIAA J. Of Guid., Cont. And Dyn.*, 23(4):719-727 (2000).
19. Salamcı, M.U., Tombul, G.S., "Sliding Mode Control Design with Time Varying Sliding Surfaces for A Class of Nonlinear Systems", *CCA'06, IEEE International Conference on Control Applications*, Munich, Germany, (in press) (2006).
20. İtik, M., Salamcı, M.U., "Kayan Kipli Denetim ile Esnek bir Kirişin Titreşim Kontrolü", *12. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu*, Erciyes Üniversitesi, Kayseri, 409-414 (2005).
21. İtik, M. "Kayan Kipli Denetim Kullanılarak bir Kirişin Aktif Titreşim Kontrolü", Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 8-25, 89-91 (2005).
22. Gökbilen, B., Salamcı, M. U. "Bir füze otopilotu için kayan kipli kontrolcü tasarımı", *TOK'06 Bildiriler kitabı*, Ankara, 139-144 (2006).
23. Gökbilen, B., Salamcı M. U. "Zamanla değişen doğrusal yüzeyler tasarlayarak doğrusal olmayan sistemlerin kayan kipli kontrolü", *TOK'06 Bildiriler kitabı*, Ankara, 80-85 (2006).
24. Salamcı, M. U., "Two new switching surface design techniques for nonlinear systems with their applications to missile control" Doktora Tezi, *ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 86-114 (1999).
25. Salamcı, M.U., Banks, S.P., "Optimal Sliding Surface Design for a Class of Nonlinear Systems", *4th International Conference on Optimization: Techniques and Applications*, Perth, Austuralia, 2:743-750 (1998).

26. Gökbilen, B., “Doğrusal Olmayan Sistemlerin Zamanla Değişen Doğrusal Yüzey Kullanılarak kayan Kipli Kontrolü ve Uygulamaları”, Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 1-180 (2006).
27. İtik, M., “Kayan Kipli Denetim Kullanılarak Esnek Bir Kirişin Aktif Titreşim Kontrolü”, Yüksek Lisans Tezi, *Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 1-130 (2005).
28. Edwards, C., Spurgeon, S.K., “A Sliding Mode Control Matlab Toolbox”, *University of Leicester*, Leicester, 98(9):1-43 (1998).
29. Kautsky, J., Nichols, N.K., Van Dooren, P., "Robust Pole Assignment in Linear State Feedback", *International Journal of Control*, 41(5):1129-1155 (1985).
30. Hellerstein, J. L., Diao, Y., Parekh, S., Tilbury, D. M., “Feedback Control of Computing Systems”, *A Wiley-Interscience publication*, New York, 337-375 (2004).
31. Kamen, E.W., Khargonekar, P. P., Tannenbaum, A., “Control of Slowly-Varying Linear Systems”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 34(12):1283-1285 (1989).
32. DeCarlo, R. A., Zak, S. H., Matthews, G. P., “Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial”, *Proceeding of the IEEE* 76(3):212-232 (1988).
33. Delchamps, D.F., “Analytic feedback control and the algebraic Riccati equation”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29(11):1031-1033 (1984).
34. Derman, H. Ö., “3-Axis attitude control of a geostationary satellite”, Yüksek Lisans Tezi, *ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü*, Ankara, 41-65 (1999).
35. Hu, Q., Ma, G., “Control of three-axis stabilized flexible spacecraft using variables structure strategies subject to input nonlinearities”, *Journal of Vibration and Control*, 12(6):659-681 (2006).
36. Yüksel, G., Tekinalp, O., “Bir alçak irtifa mikro uydusunda yönelme probleminin incelenmesi”, *III.Havacılık sempozyumu*, Kayseri, 143-149 (2000).
37. Ogata, K., "Designing linear control systems with MATLAB", *Prentice Hall*, Englewood Cliff, 1-226 (1994).

38. Hanselman, D., Littlefield, B., "Mastering MATLAB 6 :a comprehensive tutorial and reference", **Pearson Education**, Upper Saddle River, 1-814 (2001).
39. Morgül, Ö., "Dynamic Boundary Control of a Rotating Flexible Structure", **Proceeding of the 31st Conference on Decision and Control**, Tucson, Arizona, 1305-1310 (1992).
40. Kaplan, M.H., "Modern spacecraft dynamics and control", **New York : Wiley**, 1-226 (1976).
41. Singh, S.N., "Robust Nonlinear Attitude Control of Flexible Spacecraft", **Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on**, 23(3):380-387 (1987).
42. Gennaro, S.D., "Adaptive Robust Tracking for Flexible Spacecraft in Presence of Disturbances", **Journal of Optimization Theory and Applications**, 98(3):545-568 (1998).
43. Marino, R and Tomei P, "Nonlinear Control Design", **Prentice Hall**, 25-26 (1995).
44. Wie, B., "Space Vehicle Dynamics and Control" , **AIAA Education Series**, 1-661 (1998).

EKLER

EK-1 Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```

% -----
% AÇIKLAMALAR
% -----
%
% Nurdan Bilgin & Metin U. Salamcı
% Gazi Üniversitesi
% Mühendislik Mimarlık Fakültesi
% Makine Mühendisliği Bölümü
%
% E-mail:nurdanb@gazi.edu.tr
%
% 2007
%
% Bu programın amacı, kutup yerleştirme (pole placement)
% tekniğiyle doğrusal olmayan sistemlerin bir sınıfı
% için kayma yüzeyi tasarımı yapmaktır. İlk, doğrusal
% olmayan sistem, doğrusal zaman değişkenli sistem gibi
% düşünülür ve sonra yakınsatılan sistem için kutup
% yerleştirme tekniğiyle zamanla değişen kayma yüzeyi
% tasarlanır. Ardından yakınsatılan sistemin ürettiği
% kontrol girdisi, doğrusal olmayan sisteme uygulanır.
% Yakınsatılan sistemin yanıtının, doğrusal olmayan
% sistemin yanıtıyla birleştiği gösterilir.
%
% Sistem  $Dx=A(x)*x+B*u$ ; şeklindedir.
%
% Bu scriptin kullandığı fonksiyonlar aşağıdaki gibidir.
%
% 1.) regfory.m, C.Edwards & S. K. Spurgeon
% tarafından yazılmış regfor fonksiyonuna birkaç satır
% ekleyerek oluşturulmuş program parçacığının işlevi A
% ve B matrisi için transformasyon matrisi oluşturarak
% A ve B nin regular formlarını elde etmektir.
%
% 2.) 4. dereceden uyarlanamaz(non-adaptive) metod
% (runge-kutta) ile diferansiyel denklemleri çözen
% fonksiyonlar "odeapprox.m" ve "odeapproxn.m"
%
% 3.) birinci yakınsama için sabit kayma yüzeyi
% kullanan "spacecraftlinear.m" ve daha sonraki
% iterasyonlar için approxspacecraft.m
%
% 4.) Tüm grafikleri çizen "grafikciz.m"
%
% Bu paket "Spacecraft_uygulama.m" ile toplam
% 7 scriptten oluşmaktadır.
%
% Yazılımda Yararlanılan Kaynaklar
% (1) Salamci,M.U.,and Banks,S.P., "Optimal Sliding
% Surface Design for a Class of Nonlinear Systems"
%

```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```
%
% (2) Salamci,M.U., Özgören,M.K.,and Banks,S.P., "Bir
% Füze için Optimal Kayma Yüzeyli Kayma Kipli Denetim
% Kullanılarak İvme Otopilot Tasarımı"
%
% (3) Salamci,M.U., Özgören,M.K.,and Banks,S.P.,
% "Sliding Mode Control with Optimal Sliding Surfaces
% for a Missile Autopilot Design"
%
% (4) Ogata, Katsuhiko, "Designing linear control
% systems with MATLAB", Prentice Hall, 1994
%
% (5) Hanselman, Duane C., "Mastering MATLAB 6 :
% a comprehensive tutorial and reference",
% Pearson Education, 2001
%
% (6) Scilab Group, "Scilab Reference Manual
% On-line Documentation", www.scilab.org
%
% (7) Christopher Edwards & Sarah K. Spurgeon,
% "A Sliding Mode Control Matlab Toolbox",
% Control Systems Research Department of Engineering,
% University of Leicester, U.K.
%
% (8) Salamcı, M. U., "Two new switching surface design
% techniques for nonlinear systems with their
% applications to missile control"
% Doktora Tezi , ODTÜ, 1999
%
% (9) Gökbilen, Beyza, "Doğrusal Olmayan Sistemlerin
% Zamanla Değişen Doğrusal Yüzey Kullanılarak Kayan
% Kipli Kontrolü Ve Uygulamaları", Tez, Gazi Üniversitesi
% Fen Bilimleri Enstitüsü, Haziran 2006, Ankara

% -----
% Başlangıç Değerleri
% -----

clear all;
clc;

t0=0;tf=150;inc=0.1;tspan=[t0:inc:tf];%Zaman Bilgileri
tspan1=[t0:inc/4:tf];
it=10; %iterasyon sayısı

k=1; %Döngü sayacı başlangıç değeri
%kayma yönünün 0'a yönelmesini sağlayan çarpan değeri
kk=[-0.001 -0.005 -0.001];
kk=diag(kk);
%
% -----
% Sırasıyla İlk değer tanımlamaları ve matris oluşumu
% için gerekli çalışmalar
%
% -----
% Sırasıyla sapma, yunuslama ve yalpa(roll,pitch ve yaw)
% açıları derece cinsindendir
% Burada x0=[roll,pitch,yaw ,1-4 mode konumu,wx,wy,wz,
% 1-4 mode hızı]
```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```

x0=zeros(14,1);
x0(1)=6*pi/180;x0(2)=4*pi/180;x0(3)=-4*pi/180;
x=[x0;x0];

% x0dat=T_x0_*w dir.w=[x0(8) x0(9) x0(10)]
% screw simetrik matris ws olarak tanımlanır..

ws=[0 -x(10) x(9);x(10) 0 -x(8);-x(9) x(8) 0];
T_x0_=[1 tan(x(2))*sin(x(1)) tan(x(2))*cos(x(1));
        0 cos(x(1)) -sin(x(1));
        0 sin(x(1))/cos(x(2)) cos(x(1))/cos(x(2))];

% İntertia matrisi
JT=[1001 19.6 8.3;19.6 623 13.6;8.3 13.6 703];

% Coupling matris
delta=[10 0.5 0.2;0.5 2 0;0.1 0.9 0.8;1 0.5 0.5];

% Doğal frekanslar(natural frequency)
w1=1.9;w2=4.1;w3=5.8;w4=6;
% Zorlama faktörleri(damping ratio)
dr1=0.08;dr2=0.30;dr3=0.60;dr4=0.75;

% Sırasıyla K,D ve M matrisleri
K=[w1^2 0 0 0;0 w2^2 0 0; 0 0 w3^2 0;0 0 0 w4^2];
D=[dr1*w1^2 0 0 0;0 dr2*w2^2 0 0;
    0 0 dr3*w3^2 0;0 0 0 dr4*w4^2];

% M,A_,B_,A ve B matrislerinin bulunuşu için
% sayfa 59'a bakınız....
M=[eye(3,3) zeros(3,4) zeros(3,7);zeros(4,3) eye(4,4) zeros(4,7);
    zeros(3,7) JT transpose(delta);zeros(4,7) delta eye(4,4)];
B_=transpose([zeros(3,7) eye(3,3) zeros(3,4)]);
B=inv(M)*B_;
A_=[zeros(3,7) T_x0_ zeros(3,4);
    zeros(4,10) eye(4,4);
    zeros(3,7) -ws*JT -ws*transpose(delta);
    zeros(4,3) -K zeros(4,3) -D];
A=inv(M)*A_;
% -----
% Kontrol edilebilirlik testi
% -----
rnk=rank(ctrb(A,B));
[mm nn]=size(B);
if rnk~=mm,
    error(['rank(B)değeri B matr. boy. aynı değ. Kutup yerl. yönt.
    uygulanamaz'])
end
%-----
%Dönüşüm matrisinin bulunması ve düzenli forma dönüştürme
%-----
[Areg,Breg,A11,A12,A21,A22,B2,Tr]=regfory(A,B);

```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```
%-----
% Kayma yüzeyinin bulunması
%-----
pl=[-4.2314 -4.1207 -1.8824 -3.8254 -0.2404 -1.7545 -0.3 -0.4 -0.7 -
0.6 -0.5];
[c,msg,prec]=place(A11,A12,pl);

%-----
%      0. Yakınsama için Doğrusallaştırılmış ve Doğrusal
%      olmayan sistemin Cevaplarının bulunması
%-----

[x,Ucont,ky]=odeapprox('spacecraftlinear',tspan,x,x0,c,kk,inc);
save spacecrafttiter0.mat tspan1 tspan x ky Ucont

%-----
% Yöntemin Uygulanması
%-----
% iterasyonların başlangıcı
for j=1:it
    xsim=x;
    x=[x0;x0];
    [x,ky,Ucont]=odeapproxn('approxspacecraft',tspan,x,xsim,kk,inc,pl,k)
;
if j==1
    save spacecrafttiter1.mat tspan1 tspan x ky Ucont
elseif j==2
    save spacecrafttiter2.mat tspan1 tspan x ky Ucont
elseif j==3
    save spacecrafttiter3.mat tspan1 tspan x ky Ucont
elseif j==4
    save spacecrafttiter4.mat tspan1 tspan x ky Ucont
elseif j==5
    save spacecrafttiter5.mat tspan1 tspan x ky Ucont
elseif j==6
    save spacecrafttiter6.mat tspan1 tspan x ky Ucont
elseif j==7
    save spacecrafttiter7.mat tspan1 tspan x ky Ucont
elseif j==8
    save spacecrafttiter8.mat tspan1 tspan x ky Ucont
elseif j==9
    save spacecrafttiter9.mat tspan1 tspan x ky Ucont
else
    save spacecrafttiter10.mat tspan1 tspan x ky Ucont
end
end
```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```

%-----
%      Regfory.m
%-----

function [Areg,Breg,A11,A12,A21,A22,B2,Tr]=regfory(A,B)

% Orjinal dosyanın değiştirilen ve eklenen bölümleri belirtilmiş
% Kaynak açık kod olduğu için yazarlarına haber verilme gereği
% duyulmamıştır.
% function [Areg,Breg,A11,A12,A21,A22,B2,Tr]=regfory(A,B)
% satırının orijinali aşağıdaki gibidir...
% function [A11,A12,B2,Tr]=regfor(A,B)
% -----
% [A11,A12,A21,A22,B2,Tr]=regfor(A,B)
%Returns the sub-matrices and the orthogonal transformation matrix
that
%brings about the canonical form. The pair A,B are partitioned in
% the form
%
%      Tr*A*Tr'=[A11 A12]   Tr*B=[0 ]
%              [A21 A22]       [B2]
%
%
%      Chris Edwards, Robert Cortez & Sarah Spurgeon
%      Control Systems Research
%      Leicester University
%      University Road
%      Leicester LE1 7RH
%
%      Email: ce@sun.engg.le.ac.uk
%
%      Version 1.0
%      29/11/97
%
%-----
% Establish the size of the input distribution matrix
%-----
[nn,mm]=size(B);

%-----
% Perform QR decomposition on the input distribution matrix
%-----
[Tr temp]=qr(B);
Tr=Tr';
Tr=[Tr(mm+1:nn,:);Tr(1:mm,:)];

%-----
% Obtain (Areg,Breg); regular form description
%-----
Areg=Tr*A*Tr';
Breg=Tr*B;

```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```
%-----%
% Obtain matrix sub-blocks for sliding mode controller design
%-----%
A11 = Areg(1:nn-mm,1:nn-mm);
A12 = Areg(1:nn-mm,nn-mm+1:nn);
A21 = Areg(nn-mm+1:nn,1:nn-mm);
%Orjinalinde yok sonradan eklendi
A22 = Areg(nn-mm+1:nn,nn-mm+1:nn);
%Orjinalinde yok sonradan eklendi
B2 = Breg(nn-mm+1:nn,1:mm);

%-----
%       odeapprox.m
%-----
%   ODE4, Runge-Kutta yöntemiyle diferansiyel denklem çözen
%   standart matlab fonksiyonudur.
%   Odefun(değerlendirilen diferansiyel denklem)
%   her adımda 4 kere değerlendirilerek adım dizisini
%   tspan belirler. Orjinal fonksiyon oldukça değiştirilerek
%   ihtiyaca uygun yeni bir çözücü yaratılmıştır.

function [yout,Ucontout,kyout] = odeapprox(odefile, tspan, y0, v1,
v2, v3,v4)

tspan = tspan(:);           %tspan'ı sütun vektör haline çeviriyor
ntspan = length(tspan); %Dizinin Boyu ölçülüyor.
h = diff(tspan);
h=h(1);                     %Adım büyüklüğü bir üst satırda
                             %türevi alınan

dizinin ilk terimidir.
if ntspan == 1
    t0 = 0;
    next = 1;
else
    % Burada if/else/end mantıksal
    % sınaama aracıyla tspan dizisinin
    1'den
    % büyük olmasını sağladık ve
    t0 = tspan(1);           % tspan(1)'i t0 yaparak ilerlemesini
    % sağlayarak döngüyü kapattık.
    next = 2;
end
tfinal = tspan(ntspan); %son t değerini buldurup
                             %tspan dizisinin ilk
terimiyle
                             %son teriminin aynı
olmamasını
if t0 == tfinal              %aynı olursa hata mesajı vermesini
    söylüyoruz.
    error('ilk değer son değerden farklı olmalıdır.');
```

```
end
tdir = sign(tfinal - t0);    % Burada da eğer t dizisi
                             % otomatik
oluşturulmayıp elle yada
                             % herhangi bir *.mat dosyasından
                             % gelirse düzgün artan yada azalan olup
```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```

                                % olmadığına bakıyoruz.
if any(tdir * (tspan(2:ntspan) - tspan(1:ntspan-1)) <= 0)
    error('tspan dizisi düzgün artan veya azalan bir dizi
    olmalıdır.');
```

end

```

t = t0;
y = y0(:);
yout = zeros(ntspan,length(y));% Çıktı dizisi oluşturuluyor.
k = 1;
n=0;
yout(k,:) = y.';
[s0,Ucont,ky] = feval(odefile, t, y, v1, v2 ,v3,v4);
kyout(k,:)=ky';
Ucontout(k,:)=Ucont';
%-----
% Ana Döngü
%-----

while (t < tfinal) & (t + h > t) & (k<ntspan)
if t + h > tfinal, h = tfinal - t; end
% -----
% Türev fonksiyonunu değerlendiriyoruz;feval bir matlab
% standart fonksiyonudur.
% -----
[s1,Ucont1,ky1] = feval(odefile, t, y, v1, v2,v3,v4); s1 = s1(:) ;
[s2,Ucont2,ky2] = feval(odefile, t+h/2, y+h*s1/2, v1, v2, v3,v4); s2
= s2(:);
[s3,Ucont3,ky3] = feval(odefile, t+h/2, y+h*s2/2, v1, v2,v3,v4); s3
= s3(:);
[s4,Ucont4,ky4] = feval(odefile, t+h, y+h*s3, v1, v2,v3,v4);s4 =
s4(:);
% -----
% Başlangıç koşullarını güncelliyoruz.
% -----
t = t + h;
y = y + h*(s1 + 2*s2 + 2*s3 + s4)/6;
k = k+1;
n=n+1;

        if k > ntspan
            yout = [yout; zeros(ntspan,length(y))];
        end

yout(k,:) = y.';

kyout(3*n+k:3*n+k+3,1:3)=[ky1 ky2 ky3 ky4]';
Ucontout(3*n+k:3*n+k+3,1:3)=[Ucont1 Ucont2 Ucont3 Ucont4]';

end

yout = yout(1:k,:);
kyout=kyout';
kyout=[kyout(1:3,1:1) kyout(1:3,5:length(kyout))];
Ucontout=Ucontout';
Ucontout=[Ucontout(1:3,1:1) Ucontout(1:3,5:length(Ucontout))];
```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```
%-----
%      odeapproxn.m
%-----
%      ODE4, Runge-Kutta yöntemiyle diferansiyel denklem çözen
%      standart matlab fonksiyonudur.
%      Odefun(değerlendirilen diferansiyel denklem)
%      her adımda 4 kere değerlendirilerek adım dizisini
%      tspan belirler. Orjinal fonksiyon oldukça değiştirilerek
%      ihtiyaca uygun yeni bir çözücü yaratılmıştır.

function [yout,kyout,Ucontout] = odeapproxn(odefile, tspan, y0, v1,
v2,v3,v4,v5)

tspan = tspan(:); %tspan'ı sütun vektor haline çeviriyor
ntspan = length(tspan); % boyunu ölçüyor.
h = diff(tspan);
h=h(1);
                                % Adım büyüklüğü bir üst satırda
                                % türevi alınan dizinin ilk terimidir.

if ntspan == 1
    t0 = 0;
    next = 1;
else
                                % Burada if/else/end mantıksal sınaama
                                % aracıyla tspan dizisinin 1'den
                                % büyük olmasını sağladık ve
    t0 = tspan(1); % tspan(1)'i t0 yaparak ilerlemesini
                                % sağlayarak döngüyü kapattık.
    next = 2;
end
tfinal = tspan(ntspan); % son t değerini buldurup tspan dizisinin
                                % ilk
terimiyle son teriminin aynı olmamasını
if t0 == tfinal
                                % aynı olursa hata mesajı
vermesini söylüyoruz.
    error('ilk değer son değerden farklı olmalıdır.');
```

```
end
tdir = sign(tfinal - t0);%Burada da eğer t dizisi otomatik
oluşturulmayıp
                                % elle
yada herhangi bir *.mat dosyasından
                                %gelirse düzgün artan yada azalan olup
olmadığına bakıyoruz.
if any(tdir * (tspan(2:ntspan) - tspan(1:ntspan-1)) <= 0)
    error('tspan dizisi düzgün artan veya azalan bir dizi olmalıdır.');
```

```
end
t = t0;
y = y0(:);
yout = zeros(ntspan,length(y));% Çıktı dizisini oluşturuyoruz.
k = 1;
n=0;
yout((k), :) = y.';
%
%      Başlangıç koşulları için dif. denk. değerlendiriliyor
%
%
[s0,ky,Ucont] = feval(odefile, t, y, v1, v2,v3,v4,k);
```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```

kyout(k,:)=ky';
Ucontout(k,:)=Ucont';
% -----
% Ana Döngü
% -----
while (t < tfinal) & (t + h > t) & (k<ntspan)
if t + h > tfinal, h = tfinal - t; end

% -----
% Dif. Denk. Değerlen.;feval bir matlab standart fonksiyonudur.
% -----

% Türev fonksiyonunu değerlendiriyoruz;feval bir matlab
% standart fonksiyonudur.
% -----
[s1,Ucont1,ky1] = feval(odefile, t, y, v1, v2,v3,v4,k); s1 = s1(:) ;
[s2,Ucont2,ky2] = feval(odefile, t+h/2, y+h*s1/2, v1, v2, v3,v4,k);
s2 = s2(:);
[s3,Ucont3,ky3] = feval(odefile, t+h/2, y+h*s2/2, v1, v2,v3,v4,k);
s3 = s3(:);
[s4,Ucont4,ky4] = feval(odefile, t+h, y+h*s3, v1, v2,v3,v4,k);s4 =
s4(:);
% -----
% Başlangıç koşullarını güncelliyoruz.
% -----
t = t + h;
y = y + h*(s1 + 2*s2 + 2*s3 + s4)/6;
k = k+1;
n=n+1;

        if k > ntspan
            yout = [yout; zeros(ntspan,length(y))];
        end

yout(k,:) = y.';
kyout(3*n+k:3*n+k+3,1:3)=[ky1 ky2 ky3 ky4]';
Ucontout(3*n+k:3*n+k+3,1:3)=[Ucont1 Ucont2 Ucont3 Ucont4]';
end

yout = yout(1:k,:);
kyout=kyout';
kyout=[kyout(1:3,1:1) kyout(1:3,5:length(kyout))];
Ucontout=Ucontout';
Ucontout=[Ucontout(1:3,1:1) Ucontout(1:3,5:length(Ucontout))];

```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```
%-----
% spacecraftlinear.m
%-----
% odeapprox.m tarafından çözülen diferansiyel denklem
% Doğrusallaştırılmış sistemin cevabı için
% sabit kayma yüzeyi kullanılmaktadır.
%

function [xdot,Ucont,ky]=spacecraftlinear(t,x,x0,c,kk,inc)

% -----
% Sistem Dinamiği
% -----
ws=[0 -x0(10) x0(9);x0(10) 0 -x0(8);-x0(9) x0(8) 0];
T_x0_=[1 tan(x0(2))*sin(x0(1)) tan(x0(2))*cos(x0(1));
0 cos(x0(1)) -sin(x0(1));
0 sin(x0(1))/cos(x0(2)) cos(x0(1))/cos(x0(2))];
% İnertia matrisi
JT=[1001 19.6 8.3;19.6 623 13.6;8.3 13.6 703];
% Coupling matris
delta=[10 0.5 0.2;0.5 2 0;0.1 0.9 0.8;1 0.5 0.5];
% Doğal frekanslar(natural frequency)
w1=1.9;w2=4.1;w3=5.8;w4=6;
% Zorlama faktörleri(damping ratio)
dr1=0.08;dr2=0.30;dr3=0.60;dr4=0.75;
% Sırasıyla K,D ve M matrisleri
K=[w1^2 0 0 0;0 w2^2 0 0; 0 0 w3^2 0;0 0 0 w4^2];
D=[dr1*w1*2 0 0 0;0 dr2*w2*2 0 0; 0 0 dr3*w3*2 0;0 0 0 dr4*w4*2];
% M,A_,B_,A ve B matrislerinin bulunuşu için sayfa ....'ya
bakınız....
M=[eye(3,3) zeros(3,4) zeros(3,7);zeros(4,3) eye(4,4) zeros(4,7);
zeros(3,7) JT transpose(delta);zeros(4,7) delta eye(4,4)];
B_=transpose([zeros(3,7) eye(3,3) zeros(3,4)]);
B=inv(M)*B_;
A_=[zeros(3,7) T_x0_ zeros(3,4);
zeros(4,10) eye(4,4);
zeros(3,7) -ws*JT -ws*transpose(delta);
zeros(4,3) -K zeros(4,3) -D];
A=inv(M)*A_;
%-----
%Dönüşüm matrisinin bulunması ve düzenli forma dönüştürme
%-----
[Areg,Breg,A11,A12,A21,A22,B2,Tr]=regfory(A,B);
[mm,nn]=size(B2);
% -----
% Nonlinear Sistem Dinamiği
% -----
ws=[0 -x(24) x(23);x(24) 0 -x(22);-x(23) x(22) 0];
T_x0_=[1 tan(x(16))*sin(x(15)) tan(x(16))*cos(x(15));
0 cos(x(15)) -sin(x(15));
0 sin(x(15))/cos(x(16)) cos(x(15))/cos(x(16))];
% İnertia matrisi
Bn=B;
A_=[zeros(3,7) T_x0_ zeros(3,4);
zeros(4,10) eye(4,4);
```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```

zeros(3,7) -ws*JT -ws*transpose(delta);
zeros(4,3) -K zeros(4,3) -D];
An=inv(M)*A_;

% -----
% C sabit kayma yüzeyi eğimiyle kayma yüzeyi bulunması.
% -----
C=[c eye(mm)]; % C sabit yüzey eğimi.
ky=C*Tr*x(1:14); % Sabit kayma yüzeyi.

% -----
% Eşdeğer kontrol Ueq ve Ucont'ün bulunması
% -----

Ueq=-inv(C*Breg)*[C*Areg*Tr*x(1:14)] ;% eşdeğer kontrol
%Ueq1=-inv(B2)*[c*A11+A21 c*A12+A22]*Tr*x(1:14);
%unon=inv(C*Breg)*diag(kk*sign(ky));
unon=inv(C*Breg)*kk*sign(ky);
Ucont=Ueq+unon;%kontrol
%Ucont1=Ueq+kk*sign(ky);%kontrol
% -----
% Linear ve Nonlinear sistemin dif. fonksiyonu
% -----
xdot = [A*x(1:14)+B*Ucont;An*x(15:28)+Bn*Ucont]; %ana fonksiyon

%-----
% approxspacecraft.m
%-----

% odeapproxn.m tarafından çözülen diferansiyel denklem
% Yakınsamalarda değişken kayma yüzeyi kullanılmaktadır.
%

function [xdot,Ucont,ky]=approxspacecraft(t,x,xsim,kk,inc,pl,k)

%Bir önceki değerleri kullanan matris farmlarının oluşturulması

ws=[0 -xsim(k,10) xsim(k,9);xsim(k,10) 0 -xsim(k,8);-xsim(k,9)
xsim(k,8) 0];
T_x0_=[1 tan(xsim(k,2))*sin(xsim(k,1))
tan(xsim(k,2))*cos(xsim(k,1));
0 cos(xsim(k,1)) -sin(xsim(k,1));
0 sin(xsim(k,1))/cos(xsim(k,2)) cos(xsim(k,1))/cos(xsim(k,2))];
% İnertia matrisi
JT=[1001 19.6 8.3;19.6 623 13.6;8.3 13.6 703];
% Coupling matris
delta=[10 0.5 0.2;0.5 2 0;0.1 0.9 0.8;1 0.5 0.5];
% Doğal frekanslar(natural frequency)
w1=1.9;w2=4.1;w3=5.8;w4=6;
% Zorlama faktörleri(damping ratio)
dr1=0.08;dr2=0.30;dr3=0.60;dr4=0.75;
% Sırasıyla K,D ve M matrisleri
K=[w1^2 0 0 0;0 w2^2 0 0; 0 0 w3^2 0;0 0 0 w4^2];
D=[dr1*w1^2 0 0 0;0 dr2*w2^2 0 0; 0 0 dr3*w3^2 0;0 0 0 dr4*w4^2];
% M,A_,B_,A ve B matrislerinin bulunuşu için sayfa 59'ya bakınız....

```

EK-1 (Devam) Belirsizlik içermeyen sistem için geliştirilen yazılım

```

M=[eye(3,3) zeros(3,4) zeros(3,7);zeros(4,3) eye(4,4) zeros(4,7);
    zeros(3,7) JT transpose(delta);zeros(4,7) delta eye(4,4)];
B_=transpose([zeros(3,7) eye(3,3) zeros(3,4)]);
B=inv(M)*B_;
A_=[zeros(3,7) T_x0_ zeros(3,4);
    zeros(4,10) eye(4,4);
    zeros(3,7) -ws*JT -ws*transpose(delta);
    zeros(4,3) -K zeros(4,3) -D];
A=inv(M)*A_;

%-----
%Dönüşüm matrisinin bulunması ve düzenli forma dönüştürme
%-----
[Areg,Breg,A11,A12,A21,A22,B2,Tr]=regfory(A,B);

% -----
% Nonlinear Sistem Dinamiği
% -----
ws=[0 -x(24) x(23);x(24) 0 -x(22);-x(23) x(22) 0];
T_x0_=[1 tan(x(16))*sin(x(15)) tan(x(16))*cos(x(15));
    0 cos(x(15)) -sin(x(15));
    0 sin(x(15))/cos(x(16)) cos(x(15))/cos(x(16))];
% İnertia matrisi
Bn=B;
A_=[zeros(3,7) T_x0_ zeros(3,4);
    zeros(4,10) eye(4,4);
    zeros(3,7) -ws*JT -ws*transpose(delta);
    zeros(4,3) -K zeros(4,3) -D];
An=inv(M)*A_;
[c,prec,msg]=place(A11,A12,p1);
% -----
% Kontrol edilebilirlik testi
% -----
rnk=rank(ctrb(A11,A12));
[mmm nnn]=size(A12);
if rnk~=mmm,
error(['rank(B) değ. B matr. boy. aynı değil kutup yer. yöntemi
uygulanamaz'])
end
ceski=zeros(nnn,(mmm+nnn));
if k==1
    Cdot=zeros(nnn,(mmm+nnn));
    else Cdot=([c eye(nnn)]-ceski)/inc;
    ceski=[c eye(nnn)];
end
C=[c eye(nnn)];
ky=C*Tr*x(1:14); %Her adımda değişen kayma yüzeyi.
Ueq=-inv(C*Breg)*[Cdot+C*Areg]*Tr*x(1:14) ;% eşdeğer kontrol
unon=inv(C*Breg)*kk*sign(ky);
Ucont=Ueq+unon;%kontrol
% -----
% Linear ve Nonlinear sistemin dif. fonksiyonu
% -----
xdot = [A*x(1:14)+B*Ucont;An*x(15:28)+Bn*Ucont]; %ana fonksiyon

```

EK-2 Belirsizlik içeren sistem için geliştirilen yazılım

```

clear all;
clc;
t0=0;tf=150;inc=0.1;tspan=[t0:inc:tf];%Zaman Bilgileri
tspan1=[t0:inc/4:tf];
it=10; %iterasyon sayısı
k=1; %Döngü sayacı başlangıç değeri
%kayma yönünün 0'a yönelmesini sağlayan çarpan değeri
-----
% Sırasıyla İlk değer tanımlamaları ve matris oluşumu için
gerekli çalışmalar
-----
% Sırasıyla sapma, yunuslama ve yalpa (roll,pitch ve yaw)
% açıları derece cinsindendir
x0=zeros(14,1);% Burada x0=[roll,pitch,yaw ,1-4 mode
konumu,wx,wy,wz,1-4 mode hızı]
x0(1)=6*pi/180;x0(2)=4*pi/180;x0(3)=-4*pi/180;
x=[x0;x0];
uemax=[0.5;0.6;1.2];
% x0dat=T_x0_*w dir.w=[x0(8) x0(9) x0(10)] % screw simetrik matris
ws=[0 -x(10) x(9);x(10) 0 -x(8);-x(9) x(8) 0];
T_x0_=[1 tan(x(2))*sin(x(1)) tan(x(2))*cos(x(1));
0 cos(x(1)) -sin(x(1));
0 sin(x(1))/cos(x(2)) cos(x(1))/cos(x(2))];
% İnertia matrisi
JT=[1001 19.6 8.3;19.6 623 13.6;8.3 13.6 703];
% Coupling matris
delta=[10 0.5 0.2;0.5 2 0;0.1 0.9 0.8;1 0.5 0.5];
% Doğal frekanslar(natural frequency)
w1=1.9;w2=4.1;w3=5.8;w4=6;
% Zorlama faktörleri(damping ratio)
dr1=0.08;dr2=0.30;dr3=0.60;dr4=0.75;
% Sırasıyla K,D ve M matrisleri
K=[w1^2 0 0 0;0 w2^2 0 0; 0 0 w3^2 0;0 0 0 w4^2];
D=[dr1*w1^2 0 0 0;0 dr2*w2^2 0 0; 0 0 dr3*w3^2 0;0 0 0 dr4*w4^2];
% M,A_,B_,A ve B matrislerinin bulunuşu için sayfa ....'ya
bakınız....
M=[eye(3,3) zeros(3,4) zeros(3,7);zeros(4,3) eye(4,4) zeros(4,7);
zeros(3,7) JT transpose(delta);zeros(4,7) delta eye(4,4)];
B_=transpose([zeros(3,7) eye(3,3) zeros(3,4)]);
B=inv(M)*B_;
A_=[zeros(3,7) T_x0_ zeros(3,4);
zeros(4,10) eye(4,4);
zeros(3,7) -ws*JT -ws*transpose(delta);
zeros(4,3) -K zeros(4,3) -D];
A=inv(M)*A_;
% -----
% Kontrol edilebilirlik testi
% -----
rnk=rank(ctrb(A,B));
[mm nn]=size(B);
if rnk~=mm,
error(['rank(B) değeri B matr. boyut.aynı değil. Kutup yerleştirme
yöntemi uygulanamaz'])
end

```

EK-2 (Devam) Belirsizlik içeren sistem için geliştirilen yazılım

```
%-----
%Dönüşüm matrisinin bulunması ve düzenli forma dönüştürme
%-----
[Areg,Breg,A11,A12,A21,A22,B2,Tr]=regfory(A,B);
kk=abs(B2)*uemax;
%-----
%Kayma yüzeyinin bulunması
%-----
pl=[-4.2314 -4.1207 -1.8824 -3.8254 -0.2404 -1.7545 -0.3 -0.4 -0.7 -
0.6 -0.5];
[c,msg,prec]=place(A11,A12,pl);

%-----
%      1. Yakınsama için Doğrusallaştırılmış ve Doğrusal olmayan
sistemin
%      Cevaplarının bulunması
%-----

[x,Ucont,ky]=odeapprox('spacecraftlinearuncertain',tspan,x,x0,c,kk,i
nc);
save spacecrafttiteruncr0.mat tspan1 tspan x ky Ucont

%-----iterasyonların başlangıcı-----
for j=1:it
    xsim=x;
    x=[x0;x0];
    [x,ky,Ucont]=odeapproxn('approxspacecraftuncertain',tspan,x,xsim,kk,
inc,pl,k);
    if j==1
        save spacecrafttiteruncr1.mat tspan1 tspan x ky Ucont
    elseif j==2
        save spacecrafttiteruncr2.mat tspan1 tspan x ky Ucont
    elseif j==3
        save spacecrafttiteruncr3.mat tspan1 tspan x ky Ucont
    elseif j==4
        save spacecrafttiteruncr4.mat tspan1 tspan x ky Ucont
    elseif j==5
        save spacecrafttiteruncr5.mat tspan1 tspan x ky Ucont
    elseif j==6
        save spacecrafttiteruncr6.mat tspan1 tspan x ky Ucont
    elseif j==7
        save spacecrafttiteruncr7.mat tspan1 tspan x ky Ucont
    elseif j==8
        save spacecrafttiteruncr8.mat tspan1 tspan x ky Ucont
    elseif j==9
        save spacecrafttiteruncr9.mat tspan1 tspan x ky Ucont
    else
        save spacecrafttiteruncr10.mat tspan1 tspan x ky Ucont
    end
end
end
```

EK-2 (Devam) Belirsizlik içeren sistem için geliştirilen yazılım

```
% spacecraftlinearbelirsiz.m
%
% odeapprox.m tarafından çözülen diferansiyel denklem
% Doğrusallaştırılmış sistemin cevabı için
% sabit kayma yüzeyi kullanılmaktadır.

function [xdot,Ucont,ky]=spacecraftlinearbelirsiz(t,x,x0,c,kk,inc)
% -----
% Sistem Dinamiği
% -----
ws=[0 -x0(10) x0(9);x0(10) 0 -x0(8);-x0(9) x0(8) 0];
T_x0_=[1 tan(x0(2))*sin(x0(1)) tan(x0(2))*cos(x0(1));
0 cos(x0(1)) -sin(x0(1));
0 sin(x0(1))/cos(x0(2)) cos(x0(1))/cos(x0(2))];
% İnertia matrisi
JT=[1001 19.6 8.3;19.6 623 13.6;8.3 13.6 703];
% Coupling matris
delta=[10 0.5 0.2;0.5 2 0;0.1 0.9 0.8;1 0.5 0.5];
% Doğal frekanslar(natural frequency)
w1=1.9;w2=4.1;w3=5.8;w4=6;
% Zorlama faktörleri(damping ratio)
dr1=0.08;dr2=0.30;dr3=0.60;dr4=0.75;
% Sırasıyla K,D ve M matrisleri
K=[w1^2 0 0 0;0 w2^2 0 0; 0 0 w3^2 0;0 0 0 w4^2];
D=[dr1*w1*2 0 0 0;0 dr2*w2*2 0 0; 0 0 dr3*w3*2 0;0 0 0 dr4*w4*2];
% M,A_,B_,A ve B matrislerinin bulunuşu için sayfa ....'ya
bakınız....
M=[eye(3,3) zeros(3,4) zeros(3,7);zeros(4,3) eye(4,4) zeros(4,7);
zeros(3,7) JT transpose(delta);zeros(4,7) delta eye(4,4)];
B_=transpose([zeros(3,7) eye(3,3) zeros(3,4)]);
B=inv(M)*B_;
A_=[zeros(3,7) T_x0_ zeros(3,4);
zeros(4,10) eye(4,4);
zeros(3,7) -ws*JT -ws*transpose(delta);
zeros(4,3) -K zeros(4,3) -D];
A=inv(M)*A_;
%-----
%Dönüşüm matrisinin bulunması ve düzenli forma dönüştürme
%-----
[Areg,Breg,A11,A12,A21,A22,B2,Tr]=regfory(A,B);
[mm,nn]=size(B2);
% -----
% Nonlinear Sistem Dinamiği
% -----
ws=[0 -x(24) x(23);x(24) 0 -x(22);-x(23) x(22) 0];
T_x0_=[1 tan(x(16))*sin(x(15)) tan(x(16))*cos(x(15));
0 cos(x(15)) -sin(x(15));
0 sin(x(15))/cos(x(16)) cos(x(15))/cos(x(16))];
% İnertia matrisi
Bn=B;
A_=[zeros(3,7) T_x0_ zeros(3,4);
zeros(4,10) eye(4,4);
```

EK-2 (Devam) Belirsizlik içeren sistem için geliştirilen yazılım

```

zeros(3,7) -ws*JT -ws*transpose(delta);
zeros(4,3) -K zeros(4,3) -D];
An=inv(M)*A_;

% -----
% C sabit kayma yüzeyi eğimiyle kayma yüzeyi bulunması.
% -----
C=[c eye(mm)]; % C sabit yüzey eğimi.
ky=C*Tr*x(1:14); % Sabit kayma yüzeyi.

% -----
% Eşdeğer kontrol Ueq ve Ucont'ün bulunması
% -----

Ueq=-inv(C*Breg)*[C*Areg*Tr*x(1:14)] ;% eşdeğer kontrol
unon=-inv(C*Breg)*diag(kk)*sign(ky);
Ucont=Ueq+unon;%kontrol
ue=[-0.5*sin(3*x(1));0.6*cos(8*x(14));1.2*sin(2*x(2))];

% -----
% Linear ve Nonlinear sistemin dif. fonksiyonu
% -----
xdot = [A*x(1:14)+B*Ucont+B*ue;An*x(15:28)+Bn*Ucont+Bn*ue]; %ana
fonksiyon

% approxspacecraftuncertain.m
%
% odeapproxn.m tarafından çözülen diferansiyel denklem
% Yakınsamalarda değişken kayma yüzeyi kullanılmaktadır.
function
[xdot,Ucont,ky]=approxspacecraftuncertain(t,x,xsim,kk,inc,pl,k)
%Bir önceki değerleri kullanan matris formlarının oluşturulması

ws=[0 -xsim(k,10) xsim(k,9);xsim(k,10) 0 -xsim(k,8);-xsim(k,9)
xsim(k,8) 0];
T_x0_=[1 tan(xsim(k,2))*sin(xsim(k,1))
tan(xsim(k,2))*cos(xsim(k,1));
0 cos(xsim(k,1)) -sin(xsim(k,1));
0 sin(xsim(k,1))/cos(xsim(k,2)) cos(xsim(k,1))/cos(xsim(k,2))];
% İntertia matrisi
JT=[1001 19.6 8.3;19.6 623 13.6;8.3 13.6 703];
% Coupling matris
delta=[10 0.5 0.2;0.5 2 0;0.1 0.9 0.8;1 0.5 0.5];
% Doğal frekanslar(natural frequency)
w1=1.9;w2=4.1;w3=5.8;w4=6;
% Zorlama faktörleri(damping ratio)
dr1=0.08;dr2=0.30;dr3=0.60;dr4=0.75;
% Sırasıyla K,D ve M matrisleri
K=[w1^2 0 0 0;0 w2^2 0 0; 0 0 w3^2 0;0 0 0 w4^2];
D=[dr1*w1^2 0 0 0;0 dr2*w2^2 0 0; 0 0 dr3*w3^2 0;0 0 0 dr4*w4^2];
% M,A_,B_,A ve B matrislerinin bulunuşu için sayfa ....'ya
bakınız....
M=[eye(3,3) zeros(3,4) zeros(3,7);zeros(4,3) eye(4,4) zeros(4,7);

```

EK-2 (Devam) Belirsizlik içeren sistem için geliştirilen yazılım

```

        zeros(3,7) JT transpose(delta);zeros(4,7) delta eye(4,4)];
B_=transpose([zeros(3,7) eye(3,3) zeros(3,4)]);
B=inv(M)*B_;
A_=[zeros(3,7) T_x0_ zeros(3,4);
     zeros(4,10) eye(4,4);
     zeros(3,7) -ws*JT -ws*transpose(delta);
     zeros(4,3) -K zeros(4,3) -D];
A=inv(M)*A_;

%-----
%Dönüşüm matrisinin bulunması ve düzenli forma dönüştürme
%-----
[Areg,Breg,A11,A12,A21,A22,B2,Tr]=regfory(A,B);
% -----
% Nonlinear Sistem Dinamiği
% -----
ws=[0 -x(24) x(23);x(24) 0 -x(22);-x(23) x(22) 0];
T_x0_=[1 tan(x(16))*sin(x(15)) tan(x(16))*cos(x(15));
        0 cos(x(15)) -sin(x(15));
        0 sin(x(15))/cos(x(16)) cos(x(15))/cos(x(16))];
% İnertia matrisi
Bn=B;
A_=[zeros(3,7) T_x0_ zeros(3,4);
     zeros(4,10) eye(4,4);
     zeros(3,7) -ws*JT -ws*transpose(delta);
     zeros(4,3) -K zeros(4,3) -D];
An=inv(M)*A_;
[c,prec,msg]=place(A11,A12,pl);
% -----
% Kontrol edilebilirlik testi
% -----
rnk=rank(ctrb(A11,A12));
[mmm nnn]=size(A12);
if rnk~=mmm,
error(['rank(B) değeri B matr. boyut.aynı değil kutup yerleştirme
yöntemi uygulanamaz'])
end
ceski=zeros(nnn,(mmm+nnn));
if k==1
    Cdot=zeros(nnn,(mmm+nnn)) ;
    else Cdot=[c eye(nnn)]-ceski)/inc;
    ceski=[c eye(nnn)];
end
C=[c eye(nnn)];
ky=C*Tr*x(1:14); %Her adımda değişen kayma yüzeyi.
Ueq=-inv(C*Breg)*[Cdot+C*Areg]*Tr*x(1:14) ;% eşdeğer kontrol
unon=-inv(C*Breg)*diag(kk)*sign(ky);
Ucont=Ueq+unon;%kontrol
ue=[-0.5*sin(3*x(1));0.6*cos(8*x(14));1.2*sin(2*x(2))];
% -----
% Linear ve Nonlinear sistemin dif. fonksiyonu
% -----
xdot = [A*x(1:14)+B*Ucont+B*ue;An*x(15:28)+Bn*Ucont+Bn*ue]; %ana
fonksiyon

```

EK-3 Grafikleri çizen yazılım

```
%      grafikciz.m
%
%      Nurdan Bilgin & Metin U. Salamcı
%      Gaziüniversitesi
%      Mühendislik Mimarlık Fakültesi
%      Makine Mühendisliği Bölümü
%
% E-mail:nurdanb@gazi.edu.tr
%
% 2007
%      -----%
%      Her bir yakınsama için Grafikleri Çizen script
%      -----%
%
%      Doğrusal ve Doğrusal olmayan sistemin konum değişimi
%      (yalpa,yunus,sapma)açıların her birinin grafiği
%
plot(tspan,x(:,1)*180/pi,'b--',tspan,x(:,15)*180/pi,'r-.'),
ylabel('durum acilari(deg)'),xlabel('zaman, sn')
hold on
plot(tspan,x(:,2)*180/pi,'b--',tspan,x(:,16)*180/pi,'r-.'),
plot(tspan,x(:,3)*180/pi,'b--',tspan,x(:,17)*180/pi,'r-.'),
hold off
pause

subplot(3,1,1),plot(tspan,x(:,1)*180/pi,'b--',
tspan,x(:,15)*180/pi,'r-.'),ylabel('yalpa(deg)')
subplot(3,1,2),plot(tspan,x(:,2)*180/pi,'b--',
tspan,x(:,16)*180/pi,'r-.'),ylabel('yunus(deg)'),
subplot(3,1,3),plot(tspan,x(:,3)*180/pi,'b--',
tspan,x(:,17)*180/pi,'r-.'),ylabel('sapma(deg)'),
xlabel('zaman, sn'),pause
clf;close;

plot(tspan,x(:,1)*180/pi,'b--',tspan,x(:,15)*180/pi,'r-.'),
ylabel('yalpa(deg)'),xlabel('zaman, sn'),
pause,
plot(tspan,x(:,2)*180/pi,'b--',tspan,x(:,16)*180/pi,'r-.'),
ylabel('yunus(deg)'),xlabel('zaman, sn'),
pause
plot(tspan,x(:,3)*180/pi,'b--',tspan,x(:,17)*180/pi,'r-.'),
ylabel('sapma(deg)'),xlabel('zaman, sn')
pause

%      Doğrusal ve Doğrusal olmayan sistemin hız değişimi
%      (yalpa,yunus,sapma)açıların her birinin grafiği

plot(tspan,x(:,8)*180/pi,'b--',tspan,x(:,22)*180/pi,'r-.'),
ylabel('durum acilari(deg/sn)'),xlabel('zaman, sn')
hold on
plot(tspan,x(:,9)*180/pi,'b--',tspan,x(:,23)*180/pi,'r-.'),
plot(tspan,x(:,10)*180/pi,'b--',tspan,x(:,24)*180/pi,'r-.'),
hold off
pause
```

EK-3 (Devam) Grafikleri çizen yazılım

```

subplot(3,1,1),plot(tspan,x(:,8),'b--',tspan,x(:,22),'r-.'),
ylabel('yalpa(d/s)'),
subplot(3,1,2),plot(tspan,x(:,9),'b--',tspan,x(:,23),'r-.'),
ylabel('yunus(d/s)'),
subplot(3,1,3),plot(tspan,x(:,10),'b--',tspan,x(:,24),'r-.'),
ylabel('sapma(d/s)'),xlabel('zaman, sn')
pause
clf;close;

plot(tspan,x(:,8),'b--',tspan,x(:,22),'r-.'),ylabel('yalpa(d/s)'),
xlabel('zaman, sn'),
pause
plot(tspan,x(:,9),'b--',tspan,x(:,23),'r-.'),ylabel('yunus(d/s)'),
xlabel('zaman, sn'),
pause
plot(tspan,x(:,10),'b--',tspan,x(:,24),'r-.'),ylabel('sapma(d/s)'),
xlabel('zaman, sn')
pause

%Linear ve Nonlinear sistemin titreşim modları

subplot(4,1,1),plot(tspan,x(:,4),'b--',tspan,x(:,18),'r-.'),
ylabel('1.mod'),
subplot(4,1,2),plot(tspan,x(:,5),'b--',tspan,x(:,19),'r-.'),
ylabel('2.mod')
subplot(4,1,3),plot(tspan,x(:,6),'b--',tspan,x(:,20),'r-.'),
ylabel('3.mod')
subplot(4,1,4),plot(tspan,x(:,7),'b--',tspan,x(:,21),'r-.'),
ylabel('4.mod'),xlabel('zaman, sn')
pause
clf;close;

%Linear Nonlinear sistemin titreşim modu hızları

subplot(4,1,1),plot(tspan,x(:,11),'b--',tspan,x(:,25),'r-.'),
ylabel('1.mod'),
subplot(4,1,2),plot(tspan,x(:,12),'b--',tspan,x(:,26),'r-.'),
ylabel('2.mod')
subplot(4,1,3),plot(tspan,x(:,13),'b--',tspan,x(:,27),'r-.'),
ylabel('3.mod')
subplot(4,1,4),plot(tspan,x(:,14),'b--',tspan,x(:,28),'r-.'),
ylabel('4.mod'),xlabel('zaman, sn'),
pause
clf;close;

%      Kontroller

subplot(3,1,1),plot(tspan1,Ucont(1,:)),ylabel('U1, (kgm2/s2)')
subplot(3,1,2),plot(tspan1,Ucont(2,:)),ylabel('U2, (kgm2/s2)')
subplot(3,1,3),plot(tspan1,Ucont(3,:)),ylabel('U3, (kgm2/s2)'),
xlabel('zaman, sn')
pause
clf;close;

plot(tspan1,Ucont(1,:)),ylabel('U1, (kgm2/s2)'),xlabel('zaman, sn'),

```

EK-3 (Devam) Grafikleri çizen yazılım

```

pause
plot(tspan1,Ucont(2,:)),ylabel('U2, (kgm2/s2)'),xlabel('zaman, sn')
pause
plot(tspan1,Ucont(3,:)),ylabel('U3, (kgm2/s2)'),xlabel('zaman, sn')
pause
clf;close;

%      kayma yuzeyleri

subplot(3,1,1),plot(tspan1,ky(1,:)),ylabel('ky1, sn')
subplot(3,1,2),plot(tspan1,ky(2,:)),ylabel('ky2, sn')
subplot(3,1,3),plot(tspan1,ky(3,:)),ylabel('ky3, sn')
pause
clf;close;

plot(tspan1,ky(1,:)),ylabel('kayma yuzeyi'),xlabel('zaman, sn')
pause
plot(tspan1,ky(2,:)),ylabel('kayma yuzeyi'),xlabel('zaman, sn'),
pause
plot(tspan1,ky(3,:)),ylabel('kayma yuzeyi'),xlabel('zaman, sn'),
pause
clf;close;

```

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : BİLGİN, Nurdan
 Doğum tarihi ve yeri : 31.07.1971 Türkeli/Sinop
 Telefon : 0 (312) 202 50 36
 e-mail : nurdanb@gazi.edu.tr

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mez. tarih ve derecesi
Lisans	Gazi Üniversitesi/ Makine Müh.	2003-2.71/4
Ön Lisans	ODTÜ/Endüstriyel Otomasyon	1995-2.84/4
Lisans	ODTÜ/Fizik Öğretmenliği	1992-1.43/4-dismissed
Hazırlık Okulu	ODTÜ	1989-61/100
Lise	Ladik Lisesi	1988-6.99/10

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2001-	Gazi Ün.Tıp Fak. Bilgi İşlem	Sistem Destek Uzmanı
1998-2001	Ondokuz Mayıs Ü. Bilgi İşlem	Tekniker
1996-1998	Işık Alüminyum AŞ.	Network Yöneticisi
1995-1996	Orkimsen Kimya Sanayi	Teknik Ressam

Yabancı Dil

İngilizce (2003-ÜDS Aralık Dönemi 66.25)

Bilgisayar Bilgisi

İşletim sistemleri, Unix, Linux, Nowel, Dos ve Windows tabanlı tüm işl. sistemleri

Database, Oracle

Protokoller, IPX, NCP ve TCP/IP

Programlama Ara yüzleri, FoxPro, Lisp, Oracle Form Developer, SQL (hizmet amaçlı program geliştirilenler listelenmiştir.)

Paket Programlar, Microsoft Ürünleri, Open Office, Autocad, Photoshop, Matematica, mapple, matlab etc.