



**T.C.
BATMAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANA BİLİM DALI**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**$f(Q)$ KÜTLE ÇEKİM KURAMINDA SABİT-DÖNÜŞ KOŞULU
ALTINDA EVRENİN ENFLASYONU İÇİN İKİ FAZ İNCELEMESİ**

Şükrü GÜNEŞ

**Ağustos-2025
BATMAN**

T.C.
BATMAN ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANA BİLİM DALI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**$f(Q)$ KÜTLE ÇEKİM KURAMINDA SABİT-DÖNÜŞ KOŞULU
ALTINDA EVRENİN ENFLASYONU İÇİN İKİ FAZ İNCELEMESİ**

Şükrü GÜNEŞ

Danışman
Doç. Dr. Kadri KURT

Diğer Jüri Üyeleri

Prof. Dr. Ali İhsan KESKİN Doç. Dr. Kadri KURT Prof. Dr. Ali YEŞİL

Ağustos-2025
BATMAN

TEZ KABUL VE ONAYI

Şükrü GÜNEŞ tarafından hazırlanan “ $f(Q)$ Kütle Çekim Kuramında Sabit-Dönüş Koşulu Altında Evrenin Enflasyonu İçin İki Faz İncelemesi” adlı tez çalışması 05/08/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Batman Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Fizik Ana Bilim Dalı’nda YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri

İmza

Başkan

Prof. Dr. Ali YEŞİL

.....

Danışman

Doç. Dr. Kadri KURT

.....

Üye

Prof. Dr. Ali İhsan KESKİN

.....

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Dr. Öğr. Üyesi Ömer Murat ÖTER
Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ETİK BEYANI

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını beyan eder, aksinin ortaya çıkması durumunda her türlü yasal sorumluluğu kabullendiğimi bildiririm.

ETHICAL DECLARATION

I declare that all the information in this thesis has been obtained within the framework of ethical behavior and academic rules, and that the source of any statements and information that do not belong to me in this study prepared in accordance with the thesis writing rules has been fully cited, and I declare that I accept all kinds of legal responsibility in case of any contrary situation.

Şükrü GÜNEŞ
Tarih:05/08/2025

ÖZET

$f(Q)$ KÜTLE ÇEKİM KURAMINDA SABİT-DÖNÜŞ KOŞULU ALTINDA EVRENİN ENFLASYONU İÇİN İKİ FAZ İNCELEMESİ

Şükrü GÜNEŞ

Batman Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Fizik Ana Bilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Kadri KURT

2025, 29 Sayfa

Bu tez çalışmasında, evrenin yüksek enerjili dönemi $f(Q)$ kütle çekimi çerçevesinde ele alınmaktadır. Bu amaçla erken evrenin dinamiklerinde sabit-yuvarlanma koşulu dikkate alınmıştır. Kütle çekim kuramının alan denklemlerinin birleşik bir çözümünün ardından, evrenin başlangıç dönemi, sabit-yuvarlanma enflasyon alanı bağlamında model parametreleri aracılığıyla incelenmiştir. Karşılaştırılabilir gözlemsel verilerle göz önüne alınarak, evrenin başlangıçtaki bir yarı-de Sitter vakum durumundan bir Özsel vakum durumuna ilerleyebileceği tespit edilmiştir. Bu olgunun sabit-yuvarlanma parametresinin parametre uzayında sınırlandığı bir değerde iken gerçekleşebileceği ortaya konmuştur.

Anahtar Kelimeler: Enflasyon, Karanlık Enerji, $f(Q)$ Kütle Çekim Kuramı, Kozmolojik Birleşik Çözümler

ABSTRACT

TWO PHASE STUDY FOR INFLATION OF THE UNIVERSE UNDER CONSTANT-ROLL CONDITION IN $f(Q)$ GRAVITY THEORY

Şükrü GÜNEŞ

Batman University Graduate Education Institute

Department of Physics

Advisor: Doç. Dr. Kadri KURT

Year, 29 Pages

This thesis investigates the high-energy epoch of the universe within the framework of $f(Q)$ gravity. For this purpose, the constant-roll condition is considered in the dynamics of the early universe. Following the unified solution of the field equations of the gravitational theory, the initial phase of the universe is examined through model parameters within the context of a constant-roll inflationary field. Taking into account comparable observational data, it has been identified that the universe may evolve from an initial quasi-de Sitter vacuum state to a quintessence vacuum state. It has been demonstrated that this transition can occur when the constant-roll parameter is constrained to a specific value within the parameter space.

Keywords: Inflation, $f(Q)$ Gravity, Dark Energy, Cosmological Unified Solutions

ÖN SÖZ

Tez çalışmamın her aşamasında bana rehberlik eden değerli danışman hocam Doç. Dr. Kadri KURT' a; bilimsel desteğini ve değerli katkılarını benden esirgemeyen; sabırla hatalarımı düzelten değerli hocam Prof. Dr. Ali İhsan KESKİN' e ve her daim yanımda olan Nursefa' ya en içten duygularıyla teşekkür ederim.

Şükrü GÜNEŞ
BATMAN-2025



İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ÖN SÖZ	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLER LİSTESİ	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR.....	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	6
3. YÖNTEM.....	12
3.1. $f(Q)$ kütle çekimine ait alan denklemleri.....	12
3.2. Sabit-dönüş koşulu ve enflasyon parametreleri.....	14
4.BULGULAR VE TARTIŞMA	16
4.1. Sonuçların ve Gözlemsel Kısıtlamaların Analizi	17
4.2. Enflasyon için İki Dönem Önerisi	19
5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER	23
5.1 Sonuçlar	23
5.2 Öneriler	24
KAYNAKLAR	25

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 4.1. Spektral indeks parametresinin σ ve r aralıklarındaki değişimi.....	18
Şekil 4.2. Spektral indeks parametresinin e-katlama sayısına göre değişimi.....	19
Şekil 4.3. Durum denklemi parametresinin n aralığında ve σ değeri için davranışı.....	20
Şekil 4.4. Durum denklemi parametresinin gözlem sınırları çerçevesindeki davranışı.....	22



SİMGELER VE KISALTMALAR

$g_{\mu\nu}$	: Metrik tensörü-Uzay-zamanın geometrisini tanımlar
$R_{\mu\nu}$	: Ricci tensörü-Uzay-zamanın eğriliğini tanımlar
$G_{\mu\nu}$	: Einstein tensörü-Alan denklemlerinin geometrik tarafını ifade eder
$T_{\mu\nu}$	: Enerji-momentum tensörü-Madde dağılımını tanımlar
$a(t)$	: Ölçek faktörü-Evrenin genişleme oranını belirler
Q	: Metrik olmayan skaler- $f(Q)$ kütle kuramında temel değişken
ϕ	: Skaler alan-Enflasyonu yönlendiren alan
$V(\phi)$	: Skaler alan potansiyeli
$\dot{\phi}$	: Skaler alanın zamana göre türevi-Kinetik enerji ile ilişkilidir
ρ	: Enerji yoğunluğu
p	: Evrendeki madde içeriğinin basıncı
H	: Hubble parametresi
ϵ_1, ϵ_2	: Enflasyon parametreleri-Yavaş-dönüş koşulu parametreleri
N	: e-katlama sayısı-Enflasyonun süresini belirleyen nicelik
n_s	: Skaler Spektral indeks parametresi
r	: Tensör-skaler oranı parametresi
w	: Durum denklemi parametresi
FRW	: Friedmann–Robertson–Walker
CMB	: Kozmik Mikrodalga Arka Planı
DE	: Karanlık Enerji
EFT	: Etkili Alan Kuramı
ΛCDM	: Lambda-Soğuk-Karanlık-Madde Modeli

1. GİRİŞ

Newton'un 1687 yılında ortaya koyduğu evrensel kütle çekim yasası, klasik mekanik çerçevesinde geliştirilen deterministlik bir kuramdır. Newton'a göre her cisim, kütlesiyle orantılı olarak başka kütleli cisimleri uzaktan ve anında çeker. Bu kuvvet, kütlelerin merkezleri arasındaki uzaklığın karesiyle ters orantılıdır:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (1.1)$$

Burada F , çekim kuvveti; G , evrensel kütle çekim sabiti; m_1 ve m_2 , etkileşimdeki cisimlerin kütleleri; r ise aralarındaki mesafedir.

Newton kuramı mutlak zaman ve mutlak uzay kavramlarını temel alır. Uzay ve zaman birbirinden bağımsızdır. Bu kuram, Güneş Sistemi içindeki gezegen hareketlerini büyük ölçüde doğru bir şekilde açıklar. Bu kuram, makroskobik düzeyde ve zayıf kütle çekim alanlarında oldukça başarılıdır. Ancak güçlü kütle çekim etkileri, ışık ile etkileşim ve yüksek enerjili kozmolojik ölçekteki olayları anlamak için Einstein'ın genel görelilik kuramı gereklidir. Bu doğrultuda, maddenin doğasını anlama yönünde en önemli çalışmaların başında Einstein'ın 1915'te öne sürdüğü genel görelilik kuramı gelmektedir. Bu kuram, kütle çekimini bir kuvvetten ziyade uzay-zamanın eğriliğinden kaynaklandığını ortaya koymuştur. Kütle çekimi kavramını tanımlarken uzay ve zamanın birbirinden bağımsız ele alınamayacağını ifade etmektedir. Einstein, özel görelilik kuramını genelleştirerek genel görelilik kuramını oluşturmuştur.

Özel görelilik, gözlemcinin hızına bağlı olarak zamanın ve uzayın nasıl değiştiğini incelerken, genel görelilik kuramı kütle ve enerjinin uzay-zamanın geometrisini nasıl etkilediğini ele alır. Dolayısıyla, bu kuram bir uzay-zaman geometrisini betimleyen bir metrik fonksiyonu ile kozmolojik ölçekte evrenin yapısını ve davranışını anlamak için önemlidir. Kara delikler, uzay-zamanın en yoğun deformasyonlarını temsil eder ve genel göreliliğin önemli bir bulgusudur. Özellikle bir Friedmann metriği ele alınarak kuramsal arka zeminde Einstein genel görelilik denklemlerinin çözümleri karadelikleri öngörürken ayrıca evrenin dinamik bir yapıda olduğunu göstermiştir. Bununla beraber, büyük ölçekli yapıların gelişimi, kozmik mikrodalga arka plan radyasyonu gibi kozmolojik gözlemler ve diğer birçok olgular genel göreliliğin kozmolojik sonuçlarıyla doğrudan ilişkilidir.

Genel görelilik kuramında metrik tensör temel kavramlardan biridir ve genellikle $g_{\mu\nu}$ gibi bir notasyonla ifade edilir. Yani, uzay-zamanın geometrisini tanımlayan bir matematiksel nesnedir. Metrik tensör, bir uzay-zaman bölgesindeki her noktada, o noktanın çevresindeki küçük bir bölgedeki uzay-zamanın geometrisini belirler. Bu tensör, bir noktadaki uzay-zamanın cebirsel yapısını, uzay ve zamanın nasıl değiştiğini ve böylece kütle çekim gibi fenomenleri nasıl etkilediğini tanımlar. Örneğin, uzay-zamanın düzlemsel bir kısmında, metrik tensör, Minkowski metriği gibi basit bir yapıya sahip olabilir; ancak kütle çekimi veya kütlenin varlığı gibi etkilerle birlikte metrik tensör daha karmaşık bir yapıya sahip olabilmektedir. Bu nedenle, metrik tensörler ele alınacak uzay zaman manifoldunu betimlenmesinde doğru bir biçimde yerleşmelidir. Diğer yandan, metrik tensör çerçevesinde eğri uzay zaman biçimi temel olarak Riemann geometrisine dayanır. Söz konusu eğri uzay zaman manifoldundaki her bir noktada tanımlı tanjant vektörünün bu eğri geometride taşınmasıyla elde edilen bağlantılar ile yerel kütle çekimsel dinamikler resmedilir. Burada denklemler, uzay-zaman eğriliğini Ricci tensörü ile tanımlarlar. Bu tensör, uzay-zamanın Riemann eğriliğinin bir özeti gibidir. Kütle ve enerjinin dağılımı, bu eğriliği etkiler ve denklemler bu etkileşimi tanımlar. Bu tensörel nicelik Einstein'ın alan denklemlerinde doğrudan yerleşir. Einstein denklemi kuramsal çerçevede uzay-zamanın eğriliğinin, kütle ve enerjinin dağılımı tarafından nasıl belirlendiğini veya etkilendiğini ifade etmektedir. Metrik fonksiyonu ile bu denklemlerin çözümleri irdelenir ve uzay-zamanın dinamiği hakkında kuramsal yaklaşımlar elde edilebilmektedir.

Einstein alan denklemleri şu şekilde ifade edilebilir:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} . \quad (1.2)$$

Burada $G_{\mu\nu}$ Einstein tensörünü, $T_{\mu\nu}$ ise enerji ve momentum yoğunluğunu ve enerji akışını ifade eden enerji-momentum tensörünü ifade etmektedir. Einstein tensörü alan denkleminin geometrik kısmını betimlerken enerji-momentum tensörü madde kısmını ifade etmektedir. Daha açık bir biçimde alan denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} . \quad (1.3)$$

Burada, $R_{\mu\nu}$ Riemann tensörü ve R Ricci tensörünü gösterir. Tensör cebirinde, Ricci tensörü $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ şeklinde metrik tensörün büzülme işlemiyle elde edilir. Bu denklem, uzay-zamanın geometrisini belirleyen bir bağlantı kurar. Yukarıda da vurguladığımız üzere denklemde eşitliğin sağ tarafındaki ifade, kütle-enerjinin varlığını veya maddeyi

temsil ederken; eşitliğin sol tarafındaki ifade ise bu madde kaynaklı eğrilikleri açıklamaktadır.

Einstein alan denklemleri, uzay-zamanın geniş ölçekli davranışını ve kütle-çekimi ile ilgili kozmolojik fenomenleri açıklamak için kullanılmaktadır. Örneğin, kara delikler, kozmik gelişim ve evrenin genişlemesinin anlaşılmasında bu denklemler önemli rol oynamaktadır.

Genel görelilik teorisinin modifikasyonları veya alternatif kütle çekim kuramları geliştirilmiştir. Bu kuramlar veya modifikasyonlar bir çeşit gösterge simetrisi olup karanlık enerjinin doğasını anlamada matematiksel olarak önemli rol oynarlar. Bu bağlamda, teleparalel kütle çekim kuramı, genel görelilik kuramından farklı, alternatif bir kütle çekim kuramıdır. Bu kuramda kütle çekim etkileşimleri genel göreliliğe benzer şekilde rol oynasa da uzay-zaman bu kuramda burulmayla tanımlanır; ancak bu tanımlama için kullanılan matematiksel çerçevede farklılık gösterir.

Teleparalel kütle çekimde temel geometrik nesne, uzay-zamanın eğriliği (genel görelilikte olduğu gibi) değil, uzay-zamanın eğrilik içermeyen “teleparalelligi” ya da “burulması”dır. Burulma, eğrilikten bağımsız olarak meydana gelebilecek uzay-zamanın bükülmesini ifade eder. Teleparalel kuram genel görelilikte olduğu gibi metrik tensörü kullanmak yerine “tetrad” ya da “vierbein” alanlarını kullanır ve bu alanlar kuramın temel matematiksel kavramlarından biridir. Tetradlar uzay-zamandaki her noktada gömülü dört ortonormal vektörden oluşan kümelerdir. Kuram, genel göreliliğe olası bir alternatif olarak araştırılmış ve karanlık enerjinin anlaşılması ve kütle çekim dalgalarının doğası gibi genel göreliliğin çerçevesinde olan bazı olguları açıklamak için ortaya konmuştur. Bununla birlikte, kuramsal bir araştırma ve tartışma konusu olmaya devam etmektedir ve şu anda teleparalel kuramının genel göreliliğe kesin olarak tercih edilmesi için hiçbir deneysel kanıt bulunmamaktadır. Yukarıda bahsedildiği gibi, geliştirilmiş kuramlar veya modifikasyonlar tümüyle evrenin dinamik yapısını, örneğin erken zamandaki davranışını ve özellikle büyük-ölçekteki yapısını, ivmeli genişleme dinamiğini açıklamak için birer matematiksel araçlar olarak karşımıza çıkmaktadır. Özellikle, erken evrenin gelişimini anlamada kozmolojik enflasyon (şişme) önerisi, alan denklemlerinin modifikasyonları ile açıklanabilmektedir.

Kozmolojik bağlamında evrenin erken-zaman enflasyonu, Büyük Patlama’dan hemen önce meydana gelen veya gözlenebilir evrenin ortaya çıkması için nasıl bir dinamik yapıda olması gerektiğini ortaya koymak için geliştirilmiş bir kuramdır. Evrenin enflasyonu, Büyük Patlama’ya güçlü bir kuramsal destek sağlayan ve evrendeki

homojenlik, düzlük ve gözlemlenebilir dinamikleri açıklamayı başaran modern kozmolojinin temel taşlarından biridir.

Enflasyon kuramı, 1980'lerde Alan Guth tarafından kozmik mikrodalga arka plan radyasyonunun homojenliği ve evrenin büyük ölçekli yapısı gibi kozmolojideki bazı önemli gözlemleri açıklamak için önerilmiştir.

Enflasyon kuramı geleneksel Büyük Patlama modelinin çözüm üretemediği bazı sorunları kolaylıkla açıklar. Enflasyonun çözümler sunduğu bazı sorular aşağıda gösterilmiştir.

Ufuk Sorunu (Horizon Problem): Evrenin farklı bölgeleri henüz birbirleriyle iletişim kurmadan aynı sıcaklığa sahipken, bu nasıl mümkün olabilir?

Düzlük Sorunu (Flatness Problem): Evren neden bugün geometrik olarak o kadar düzdür?

Tekillik Sorunu: Teoride oluşması beklenen manyetik monopoller gibi ağır parçacıklar neden gözlemlenmiyor?

Evrenin enflasyon dönemi ile ilgili bazı önemli noktalar aşağıda gösterilmiştir.

Üstel Genişleme: Enflasyon kuramı, evrenin oluşumunun çok erken bir evresinde (yaklaşık 10^{-36} saniyede) üstel bir genişleme yaşadığını ileri sürer. Bu süreçte evrenin ölçeği son derece kısa bir sürede muazzam biçimde büyümüştür. Bu genişleme, evrenin günümüzdeki yapısal özelliklerini anlamada kilit rol oynar.

Homojenlik ve İzotropi Probleminin Çözümü: Gözlemsel kozmoloji, evrenin büyük ölçeklerde oldukça homojen (aynı yoğunlukta) ve izotropik (yönlerden bağımsız) olduğunu gösterir. Enflasyon, başlangıçtaki küçük düzensizlikleri hızla genişleterek düzleştirir; böylece bu homojen ve izotropik yapı ortaya çıkar. Bu durum, ufuk problemi ve düzlük problemi gibi klasik Büyük Patlama modelinin açıklamakta zorlandığı sorulara çözüm sunar.

Kuantum Dalgalanmalarının Büyütülmesi: Enflasyon dönemi boyunca, kuantum seviyesindeki küçük dalgalanmalar, genişleme ile birlikte makroskobik kozmik yapılar hâline gelir. Bu ilkel dalgalanmalar, kozmik mikrodalga arka plan (CMB) radyasyonundaki sıcaklık değişimleri olarak gözlenmiştir ve galaksi, galaksi kümeleri gibi yapısal oluşumların temelini oluşturur.

Enflasyonun Sona Ermesi ve Yeniden Isınma

Enflasyon, süre olarak çok kısa sürse de etkileri büyüktür. Bu dönemden sonra evren, daha tanıdık kozmolojik evreye geçerek daha yavaş bir genişleme sürecine girmiştir. Bu geçiş süreci, yeniden ısınma (reheating) olarak adlandırılır ve bu evrede yüksek enerji

yoğunluğu, madde ve radyasyonun ortaya çıkmasına neden olmuş; böylece Büyük Patlama sonrası bildiğimiz evrenin evrimi başlamıştır.

Enflasyonist kozmoloji, standart kozmolojik modelin temel bir bileşeni haline gelmiştir ve evrenin gözlemlenen birçok özelliği için ikna edici bir açıklama sağlamaktadır. Bununla birlikte, enflasyonun kesin ayrıntıları, onu yönlendiren fizik ve özel enflasyon modeli de dahil olmak üzere, kozmoloji topluluğu içinde aktif araştırma ve tartışma alanları olmaya devam etmektedir.



2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Tezin bu kısmında, Einstein genel görelilik denklemlerinin bir çeşit modifikasyonu olan $f(Q)$ kütle çekim kuramına ait yapılmış çalışmalar ve bazı kütle çekim modifikasyonları verilecektir. Skaler alanlı yavaş-dönme koşulları ile birlikte k -enflasyon yaklaşımı ve sabit-dönüş enflasyon koşulu ile ilgili literatürdeki bazı çalışmalar sunulmuştur. İlk olarak, Einstein'ın genel görelilik teorisinin bir modifikasyonu olan $f(Q)$ kuramı (Jimnez ve ark., 2018-20, Harko ve ark., 2018, Jimnez ve ark., 2020) tarafından geliştirilmiştir.

$f(Q)$ kozmolojisi bağlamında düzlemsel Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker uzay-zamanını kuantize etmek için Dirac'ın kısıtlanmış sistemlerin kuantizasyonu için kullanılan metot uygulanmıştır (Dimakis ve ark., 2021).

Modifiye $f(Q)$ kütle çekimi formalizminde skaler alan kozmolojisi araştırılmış olup düz Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker arka planında skaler alanın varlığında $f(Q)$ kütle çekimi hareket denklemleri hesaplanmıştır (Ghosh ve ark., 2023).

Karanlık enerjinin özelliklerini keşfetmek için, Weyl geometrisinden ortaya çıkan metriklik dışı bir skaler nicelik olan Q 'nun dinamik bir rol oynadığı ve modifiye edilmiş $f(Q)$ kütle çekim kuramı ele alınarak, evrenin hızlanan genişlemesi için ikna edici ve tutarlı bir açıklama sağlayabileceğini göstermektedir (Mandal ve ark., 2023).

$f(Q)$ simetrik-teleparalel kütle çekimi, kuantum kozmolojisi açısından mini-süper uzay formalizminde ele alınmıştır. Daha spesifik olarak, $f(Q)$ modelleri için kozmolojik denklemleri türetilmiş ve ilgili enerji koşulları araştırılmıştır (Bajardi ve Capozziello 2023).

Doğrusal pertürbasyonların evrimini değiştirirken tam bir Λ CDM arka plan genişleme tarihini yeniden üreten $f(Q)$ kütle çekimi üzerindeki gözlemsel kısıtlamaları incelenmiştir (Atayde ve Frusciante 2021).

Metrik olmayan birliklerin dahil edilmesinden kaynaklanan bir kütle çekim modifikasyon sınıfı olan $f(Q)$ kütle çekimi çerçevesinde yeni bir model görülebilir (Anagnostopoulos ve ark., 2021).

Evrenin hızlanan genişlemesini tanımlamak için en iyi yaklaşımın $f(Q) = \alpha + \beta Q^n$ şeklinde temsil edilen bir senaryo olduğu önerilmektedir (Capozziello ve D'Agostino 2022).

Şişme alanı bir potansiyelin yerel maksimumunun üstünde yuvarlanırken eğrilik bozulmalarının güç spektrumu hesaplanmıştır. Alanın evriminin, yavaş-dönüş çözümü olarak tanımlanan bir geç zaman çekicisine ve ayrıca alanın "tepeden yukarıya" yuvarlanmasına karşılık gelen, hızla azalan, yavaş olmayan bir dönüş çözümüne ayırıştırılabileceği gösterilmiştir (Tzirakis ve Kinney 2007).

Bu çalışmada, tek alanlı enflasyon için standart olmayan bir davranış sergileyen basit bir oyuncak model sunulmaktadır. Bu modelde, standart non-Gaussilik tutarlılık koşulu ihlal edilmektedir. Özellikle, çekici olmayan evrede süper-ufuk ölçeklerdeki eğrilik pertürbasyonları korunmaz ve genellikle ihmal edilen azalan modlar kayda değer hâle gelir. Bu durum, sıkışık limitte büyük yerel non-Gaussilik üretimine olanak tanır ve bu da klasik tek alanlı enflasyon modelleri için geçerli olan non-Gaussilik tutarlılık koşulunun açık bir ihlalini temsil eder (Namjoo ve ark., 2013).

Bu çalışmada, enflasyonun yuvarlanma hızının $\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}}$ oranıyla tanımlandığı ve bu oranın sabit kaldığı bir enflasyon senaryosu ele alınmaktadır. Bu oran, yavaş-yuvarlanma (slow-roll) enflasyonunda küçükken, daha genel bir değere sahip olması sabit-yuvarlanma enflasyonuna yol açar. Bu davranışı sağlayacak enflasyon potansiyeli için genel ve tam bir çözüm elde edilmiştir. Modelde, arka planın yavaş olmayan evrimi nedeniyle, lineer skaler (eğrilik) pertürbasyonlarının genellikle ihmal edilen azalan modu, bazı parametre değerlerinde büyüyebilirken, diğer mod her zaman sabit kalmaktadır. Ancak, bu büyüyen mod yalnızca kararsız ve çekici olmayan çözümler için geçerlidir. Gözlemsel verilerle uyumlu olan en dikkat çekici sabit-yuvarlanma modelleri, kesikli kuadratik hilltop enflasyonu ve negatif kozmolojik sabit içeren doğal enflasyon modelleridir. Bu modellerde, çift dereceli yavaş-yuvarlanma parametreleri ihmal edilemeyecek sabit değerlere yaklaşırken, tek dereceli olanlar yarı-de Sitter rejiminde asimptotik olarak sıfırlanmaktadır (Motohashi ve ark., 2015).

Başlangıçta, enflasyonist yavaş dönüş parametrelerinin büyük olduğu ve modların ufuktan çıktıktan kısa bir süre sonra artık donmadığı iki basit durumu ele alınmış ve her iki durum da analitik olarak incelenmiştir. Daha sonra, yavaş dönüş parametrelerinin büyüyebildiği geçici aşamalara yönelik uygulamaları, özellikle de düşük sıcaklıklarda anormal derecede düşük skaler gücü açıklamak için sıklıkla kullanılan bir mekanizma

olarak kullanılan ortak 'hızlı yuvarlanma' enflasyonu bağlamında ele alınmıştır. Birden fazla yavaş dönüş parametresi büyük olduğunda davranış genel olarak daha karmaşıktır, ancak yine de "hızlı dönüş" enflasyon durumunda modların ufkun dışında büyüdüğü gösterilmiştir (Cook ve Krauss 2016).

α –çekici modeli ve enflasyonun yavaş olmayan bir dinamik altında incelenmiştir. Bu çerçevede enflasyon sırasındaki potansiyelin yerel şeklini tanımlayan bir işlevler ailesi elde edilmiştir (Kumar ve ark., 2016).

Değişken ikinci yavaş-yuvarlanma indeksine sahip olmanın kanonik skaler alan enflasyon dinamikleri üzerindeki etkileri araştırılmıştır. İkinci yavaş-yuvarlanmanın küçük değerler alabileceği ve buna karşılık büyük değerler alabileceği durumlar üzerinde çalışılmıştır. İkinci yavaş-yuvarlanma indeksi skaler alana üstel bağımlılığa sahiptir. Bu durumların birinde, yavaş-yuvarlanma dönemi α -çekiciliği enflasyonuna karşılık gelir. Yavaş-yuvarlanma ve sabit-yuvarlanmanın kombinasyonunun, ilkçağ dalgalanmalarında Gauss dışlıklara yol açabileceği üzerinde tartışılmıştır (Odintsov ve Oikonomou 2017).

Sabit-hızlı enflasyon $F(R)$ kütle çekimi içinde incelenmiştir. Sabit-hızlı $F(R)$ kütle çekimi enflasyon dinamiğinin formalizmini detaylı bir şekilde sunulmaktadır ve bu durum için enflasyon indisleri tartışılmaktadır (Nojiri ve ark., 2017).

$F(R)$ kütle çekimi bağlamında yeniden ısınma döneminin sabit yuvarlanma dönemindeki sabit yuvarlanma parametresini kısıtlayarak nasıl sınırlayabileceği gösterilmiştir (Oikonomou, 2017).

Sabit bir hızlı genişleme dönemini ve karanlık enerji dönemini birleştirmenin, teorik çerçeve olarak $F(R)$ kütleçekimi kullanılarak nasıl açıklanabileceği incelenmektedir (Odintsov ve ark., 2017).

Sabit bir hızlanmadan yavaş hızlanma dönemine pürüzsüz bir geçişin nasıl gerçekleştirilebileceğini bir kanonik skaler alan teorisi bağlamında araştırılmıştır (Oikonomou, 2017).

Kütle çekim kuramındaki k-enflasyon yaklaşımı üzerindeki sabit-hızlanma koşulunun fenomenolojik sonuçları incelenmiştir (Odintsov ve Oikonomou 2020).

Sabit-hızda enflasyon $f(T)$ teleparalel gravitasyon bir skaler alanın sabit-hız koşulu üzerindeki etkilerini ayrıntılı olarak incelenmiştir. Ayrıca, belirli bir $f(T)$ gravitasyonuna sahip gözlemlenebilir endekslerini hesaplanmış ve sabit-hız koşulunun bunlar üzerindeki tüm etkileri tartışılmıştır (Awad ve ark., 2018).

Bu çalışmada, sabit-yuvarlanma enflasyonunu, β -fonksiyonu formalizmi kullanılarak incelenmiştir. Enflasyondaki sabit yuvarlanma hızı, β -fonksiyonu için birinci

mertebeden bir diferansiyel denkleme dönüşmektedir ve bu denklem kolaylıkla çözülebilmektedir. Bu denklemin çözümleri, bilinen sabit-yuvarlanma modellerine karşılık gelmektedir. Ardından, bu kesin çözümleri pertürbe ederek, sabit-yuvarlanma denklemine asimptotik olarak uyan daha genel model sınıfları inşa edilmektedir. Özellikle asimptotik bir kuvvet yasası çözümü durumunda, bu düzeltme terimleri enflasyon evresinin doğal bir şekilde sonlanmasını sağlamaktadır. Kuramsal açıdan (özellikle holografik yorumu bağlamında) bu modeller klasik yavaş-yuvarlanma enflasyonundan yapısal olarak farklılık göstermelerine rağmen, elde ettikleri fenomenolojik öngörüler mevcut kozmolojik gözlemlerle oldukça uyumludur (Cicciarella ve ark., 2018).

Bu çalışmada sabit yuvarlanma enflasyon rejimini sistematik olarak incelenmiştir. Bu rejim, geleneksel yavaş yuvarlanma yaklaşımının ihlal edilebildiği bir durumu temsil etmektedir. Uzun yıllar boyunca bu yaklaşımın gözlemlerle uyum sağlamak için zorunlu olduğu düşünülmüştür. Ancak son zamanlarda, yuvarlanma hızının sabit fakat küçük olmak zorunda olmadığı enflasyon modellerinin de hem kararlı hem de gözlemsel olarak $n_s \approx 1$ koşulunu sağlayabildiği anlaşılmıştır. Bu bağlamda, sabit yuvarlanma rejiminin gerçekleşme koşulları sistematik olarak araştırılmıştır. Bu süreçte, literatürde bilinen çözümlere ek olarak yeni bir enflasyon modeli sınıfı elde edilmiştir. Bu yeni modellerin skaler pertürbasyonlara karşı kararlı olduğu görülmüştür. Son olarak, bu modellerin gözlemsel olarak geçerli olabilmesi için gerekli olan skaler güç spektrumunun yaklaşık ölçek bağımsız olduğu parametre uzayını belirlenmiştir (Anguelova ve ark., 2018).

Sabit-dönüş enflasyonu, bir inflaton'a bağlı bir kalibre alanının varlığında incelenmiştir. Ayrıca, yeni anizotropik çözümlerin faz uzayında çekiciler olduğunu sayısal olarak gösterilmiştir (İto ve Soda 2018).

Sabit-dönme enflasyonunda, Evren'in hızlanan genişlemesini sürükleyen skaler alan potansiyelinde sabit bir hızda ilerlemektedir. Bu çerçevede, Hubble yavaş-dönme parametreleri ile potansiyel parametreleri arasındaki ilişkiler ele alınmıştır. Skaler spektral indeks n_s için mevcut 2- σ sınırındaki değeri elde edilmiştir (Karam ve ark., 2018).

Sabit-hızlı enflasyon, enflasyonun bir takyon alanı olarak alındığı durumda incelenmiştir (Mohammadi ve ark., 2018).

Sabit-dönme enflasyon senaryosu incelenmiştir. İnflatonun değiştirilmiş kinetik terime sahip bir skaler alan olduğu durumlar, yani enflasyon olgusu kanonik olmayan skaler alan varlığında ele alınmıştır (Mohammadi ve ark., 2019).

Bu çalışmada, toplamasız bir Tsallis entropik önerisiyle değiştirilmiş Friedmann denklemi ele alınarak evrenin yüksek enerji çağı sabit-dönüş koşulu perspektifinden tartışılmıştır. Gözlemsel veriler çerçevesinde sabit-dönüş parametresinin sabitlenmiş makul bir değeri ele alınmıştır (Keskin ve Kurt 2023).

Kaniadakis entropisi, klasik Boltzmann-Gibbs-Shannon entropisinin tek parametrelili bir deformasyonudur ve kendi içinde tutarlı bir göreceli istatistiksel kuramdan kaynaklanır. Friedmann-Robertson-Walker (FRW) Evreninin görünen ufku ile ilişkili entropinin Kaniadakis tipi bir genellemesi varsayılarak ve kütle çekimi-termodinamik varsayımı kullanılarak, modifiye edilmiş Friedmann denklemlerine dayalı yeni bir kozmolojik senaryo elde edilmiştir (Lambiase ve ark., 2023).

Evrenin enflasyon çağını, olağan Bekenstein-Hawking varsayımı yerine Barrow entropisi ile yerçekimi-termodinamik varsayımına dayanan değiştirilmiş bir kozmolojik senaryoda incelenmiştir (Luciano, 2023).

$f(Q, T)$ tarafından verilen kütle çekimi $f(Q, T) = \alpha Q^2 + \sigma T$ bağlamında enflasyon senaryosu, modifiye edilmiş Friedmann denklemlerini hesaplayarak ve değiştirilmiş yavaş-dönüş parametrelerini sabit-dönüş parametresiyle ilişkilendirmeye olanak tanıyan alternatif bir teknik verilerek analiz edilmiştir (Bourakadi ve ark., 2023).

Mükemmel bir skaler alanın neden olduğu DGP brane (Zar) kozmolojisi bağlamında, sabit yuvarlanan enflasyonist bir modeli incelenmiştir (Ravanpak ve Fadakar 2022).

Bu çalışmada $F(R, \varphi, X)$ yerçekiminin arka planında karışık terimler içeren bir modelle ultra yavaş-yuvarlanma koşulu uygulanmıştır. Ele alınan modele göre alan denklemleri oluşturulduktan sonra enflasyon alanının yavaş-yuvarlanma endeksleri hesaplanmıştır (Keskin, 2023).

Uzaysal FRW (Friedmann-Robertson-Walker) evreninde genişletilmiş Gauss Bonnet yerçekiminin alan denklemlerinin bazı ölçek faktörü güç yasası birleşik çözümleri incelenmiştir. Burada, hayalet bölgedeki evrenin ivmesinin, son gözlemlerle uyumlu iki fazdan oluştuğu gözlemlenmektedir (Keskin ve Açıkgöz 2016).

Süper enflasyon senaryosunun uygulanabilirliği $F(T)$ modifiye edilmiş teleparalel yerçekiminde tartışılmaktadır. İlkel eğrilik ve tensör bozulmalarının güç spektrumunu hesaplanmış ve bu bozulmalara karşılık gelen iki önemli spektral indeks parametresi türetilmiştir. Süper enflasyon senaryosunun, gözlemsel sınırlar içinde skaler ve tensör bozulmalarının neredeyse ölçek değişmez bir güç spektrumu sağladığı gözlemlenmiştir (Keskin, 2018).

Evrenin tüm genişleme geçmişini ve aralarındaki geçişi, kuramsal çerçeveyi kullanarak tek bir biçimde gösterilmiştir. $f(T, T_G)$ Kuramı bağlamında belirli bir modele göre alan denklemlerinin birleşik çözümleri elde edilmiştir. Herhangi bir skaler alan tanımını kullanmadan, erken evrenin evrimini tanımlayan üç faz bölgesinden oluşan süper enflasyon mekanizması gösterilmiştir. Mekanizma bir vakum durumuyla başlar ve ardından iki bölgenin olduğu süper hızlandırılmış bir periyodu takip eder. İlki, Özsel bir alanda devam eder ve ikincisi radyasyonun yaratıldığı bir bölgedir. Ayrıca, son kozmolojik gözlemlerle uyumlu iki bölge gösteren modelin hayalet bir çözümü elde edilmiştir. Bir açıdan, evrenin geç-zaman genişlemesinin erken zaman enflasyonuna benzediği gözlemlenmiştir (Keskin, 2017).

Bu çalışmada, $f(R)$ yerçekimi bağlamında Evrenin enflasyonist dönemi ele alınmıştır. Bulgular en son gözlemsel verilerle karşılaştırılmış ve erken evren için enflasyon senaryosunun mümkün olduğunu gözlemlenmiştir (Keskin, 2021).

Sicim teorisi düzeltme terimleri ve takyonik komplikasyonu içeren genelleştirilmiş kütle çekim kuramlarına dayalı kozmolojik bozulma kuramı önerilmiştir. Genelleştirilmiş yavaş-yuvarlanma enflasyonuna ve bunun sonucu olan güç spektrumlarına uygulamalar, Einstein'ın kütle çekim ve diğerlerine dayalı geniş bir yelpazedeki enflasyon senaryolarını içeren birleşik formlarda türetilmiştir (Hwang ve Noh 2005).

Evrenin evriminin en erken evrelerine dair yeni bir senaryo önerilmiştir. Bu senaryoya göre, enflasyon erken evrendeki kaotik başlangıç koşullarının doğal bir sonucudur (Linde, 1983).

Bu çalışmada, D boyutlu Kaluza-Klein tipi bir çerçevede $f(R)$ yerçekimi teorisini kullanarak, evrenin iki aşamasını (enflasyon ve yavaşlama evreleri) açıklamak için ek boyutlar varsaymamız gerekip gerekmediğini tartışılmaktadır. Evrenin başlangıç vakum evresinden sonra meydana gelen şişme dönemi için, sicim kuramında öngörüldüğü gibi 10 boyutlu bir uzay-zaman modeline ihtiyaç duyulduğu sonucuna varılmıştır. Sabit bir alan koşulu kullanıldıktan sonra, yavaşlama evresinde standart dört uzay-zaman boyutunda ek boyutların sıkıştırıldığı gözlemlenmiştir. Dahası, ek boyutlar karanlık enerjinin egemen olduğu dönemin dinamiklerinden sorumlu olabilir, bu yüzden karanlık enerjinin kaynağının ek boyutlar olabileceği ifade edilmiştir (Keskin ve Salti 2019).

3. YÖNTEM

3.1. $f(Q)$ kütle çekimine ait alan denklemleri

Bu tez çalışmasında erken evrenin yüksek enerji bölgesini $f(Q)$ kütle çekim çerçevesinde tartışıyoruz. Kütle çekim teorisiyle minimal bağlantılı skaler alan lagranjiyanını ele alıp birleşik bir çözüm yaptıktan sonra enflasyonun gözlenebilir parametrelerini hesaplayacağız. Bu doğrultuda, yavaş-dönüş yaklaşımı ele alınacaktır.

Bu tez çalışmasında aşağıdaki verilen dört boyutlu Friedmann-Robetson-Walker (FRW) metrik fonksiyonunu ele alınacaktır.

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2[dx^2 + dy^2 + dz^2] \quad . \quad (3.1)$$

Burada $a(t)$ evrenin ölçek çarpanıdır. Çalışmamızda metrik-olmayan $Q_{\mu\nu\sigma}$ tensörü kütle çekim formalizmi ele alınacaktır.

Bu formalizmde genel görelilikteki kovariyant türev tanımından ziyade Weyl geometrisine (Heisenberg, 2024; Capozziello ve ark., 2021; Jimnez ve ark., 2018; Harko ve ark., 2018; Jimnez ve ark., 2020) dayanır. Bu geometride metrik tensörün kovariyant türevi aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$\nabla_\sigma g_{\mu\nu} = Q_\sigma g_{\mu\nu} = \partial_\sigma g_{\mu\nu} - \Gamma_{\sigma\mu}^\alpha g_{\alpha\nu} - \Gamma_{\sigma\nu}^\alpha g_{\mu\alpha} \quad . \quad (3.2)$$

Burada ∇_σ kovariyant türev, $g_{\mu\nu}$ metrik tensör, $\partial_\sigma = \frac{d}{dx^\sigma}$ ve $\Gamma_{\sigma\mu}^\alpha$ Christoffel sembolü olup aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır,

$$\Gamma_{\sigma\mu}^\alpha = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} (g_{\beta\sigma,\mu} + g_{\beta\mu,\sigma} - g_{\sigma\mu,\beta}) \quad . \quad (3.3)$$

Metrik-olmayan $Q_{\mu\nu\sigma}$ tensörünün skaler biçimi aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$Q \equiv -g^{\mu\nu} (L_{\beta\nu}^\alpha L_{\nu\alpha}^\beta - L_{\beta\alpha}^\alpha L_{\mu\nu}^\beta) \quad . \quad (3.4)$$

$L_{\mu\nu}^\sigma$ ile verilen deformasyon tensörü aşağıdaki gibidir:

$$L_{\mu\nu}^\sigma = -\frac{1}{2} g^{\sigma\gamma} (Q_{\mu\gamma\nu} + Q_{\nu\gamma\mu} - Q_{\gamma\mu\nu}) \quad . \quad (3.5)$$

Metrik-olmayan skaler biçim fonksiyonel zeminde eylem integralinde yazıldığında, $f(Q)$ kütle çekimine ait eylem integralini yazabiliriz:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{f(Q)}{2} \right] \quad . \quad (3.6)$$

Alan denklemleri bu integralin , $g_{\mu\nu}$ ile verilen metrik tensöre göre varyasyonu alınarak elde edilir:

$$-6f_Q H^2 + \frac{1}{2}f = 0, \quad (3.7)$$

$$(12f_{QQ}H^2 + f_Q)\dot{H} = 0. \quad (3.8)$$

Burada $\dot{H}$ şeklinde üst nokta zamana göre türevi göstermektedir. f_Q ise $f_Q = \frac{df(Q)}{dQ}$ olarak tanımlıdır.

Bu çalışmamızda (3.6) ile verilen eylem integraline skaler alan lagranjiyanını ekleyerek yeni alan denklemleri üzerinden kozmolojik enflasyon dönemini tartışacağız. Skaler alan lagranjiyanı (Jimnez ve ark., 2018; Harko ve ark., 2018; Jimnez ve ark., 2020; Dialektopoulos ve ark., 2019; Dimakis ve ark., 2021; Ghosh ve ark., 2023) aşağıdaki gibidir:

$$L_\phi = -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi). \quad (3.9)$$

Burada (3.1) metrik fonksiyonuna göre sırasıyla skaler alan enerji yoğunluğu ρ_ϕ ve basıncı p_ϕ aşağıdaki gibi yazabiliriz:

$$p_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi), \quad (3.10)$$

$$\rho_\phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi). \quad (3.11)$$

Burada, üst nokta $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$ şeklinde verilen zamana göre türevi temsil etmektedir. $V(\phi)$ ise skaler alan potansiyelidir. Bu ifadelerden aşağıdaki süreklilik (enerji korunum) denklemini yazabiliriz:

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(\rho_\phi + p_\phi) = 0. \quad (3.12)$$

Bu da aşağıda verilen Klein-Gordon denklemini üretir:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_\phi = 0. \quad (3.13)$$

Bu çalışmamızda aşağıda verilen eylem integralini ele alıyoruz:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{f(Q)}{2} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - V(\phi) \right]. \quad (3.14)$$

$g^{\mu\nu}$ metrik tensöre göre varyasyonu alındığında dinamik alan denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$-6f_Q H^2 + \frac{1}{2}f = \rho_\phi, \quad (3.15)$$

$$(12f_{QQ}H^2 + f_Q)\dot{H} = \frac{1}{2}(p_\phi + \rho_\phi). \quad (3.16)$$

(3.15) ve (3.16) ile verilen denklemler sırasıyla modifiye edilmiş I. ve II. Friedmann denklemlerini ifade etmektedir. Bu denklemler kullanılarak evrenin erken-zaman enflasyon dönemi tartışılacaktır. Daha önce evrenin enflasyonist döneminin 3 aşamalı bir faz durumundan geçebileceği süper enflasyon modeli veya bazı kütle çekim kuramları için 2 fazlı enflasyon senaryoları literatürde görülebilir (Keskin ve Açıkgöz, 2016; Keskin ve Açıkgöz, 2017; Keskin, 2017; Keskin, 2018a; Keskin, 2018b; Keskin ve Salti, 2019; Keskin, 2020; Keskin, 2022a; Keskin, 2022b; Keskin ve Kurt, 2023; Keskin ve Kurt, 2025).

Bu tez çalışmasında, $f(Q)$ kütle çekim kuramı çerçevesinde skaler alan dinamikleri kullanılarak iki aşamalı bir enflasyon olabileceği gösterilmiştir.

3.2. Sabit-dönüş koşulu ve enflasyon parametreleri

Bu bölümde evrenin erken enflasyonunun gözlenebilir parametrelerini vereceğiz. Sabit- yuvarlanma koşulunu kütle çekimi kuramına yani (3.15) ve (3.16) ile verilen denklemlere uygulayacağız. Bu doğrultuda, enflasyon alanının sabit-yuvarlanma koşulu altında de Sitter enflasyonunun bir Özsel alana doğru evirilip evirilmediğini inceleyeceğiz.

Enflasyon parametreleri minimal eşleştirilmiş bir skaler kuram (Nojiri ve ark., 2017; Hwang ve Nog, 2005; Oikonomou, 2022) için (eylem (3.14) için) şu şekilde verilir:

$$n_s \simeq 1 - 4\epsilon_1 - 2\epsilon_2 , \quad (3.17)$$

$$r = 16\epsilon_1 . \quad (3.18)$$

Burada yavaş-dönüş endeksleri aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$\epsilon_1 = -\frac{\dot{H}}{H^2} , \quad \epsilon_2 = \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} .$$

Burada $\epsilon_1 \ll 1$ koşulu enflasyonun gerçekleşebilmesi için gerekli bir koşuldur. Bu çalışmada enflasyon, sabit-dönüş koşulu zemininde incelenmiştir. Bu koşul aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$\ddot{\phi} = \sigma \dot{\phi} H . \quad (3.19)$$

Dolayısıyla $\epsilon_2 = \sigma$ yazılabilir. Yavaş-yuvarlanma dinamiği altında enflasyon alanı sabit σ değeri ile sabit bir alan olarak ortaya çıkar. Bunun dışında, enflasyonun ne kadar süreceğini tanımlayan e-katlama sayısı N aşağıdaki gibi tanımlıdır:

$$N = \int_{\phi_c}^{\phi_f} \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi . \quad (3.20)$$

Burada enflasyon genel olarak $50 \leq N \leq 60$ aralığındaki değerlerde ilerlemektedir.

$N = 50$ olduğunda, enflasyon sona erer. Ayrıca, burada ϕ_f değeri enflasyonun bittiği noktadaki potansiyel değerdir. ϕ_c ile verilen skaler alan değeri ise enflasyonun başlangıcını veya $k = aH$ ile verilen alan (enflasyon) çalkantılarının, dalgalanmalarının önem kazandığı geçiş süreci olarak bilinmektedir. Kullanılacak metotta, dinamik alan denklemlerinin (Keskin ve Açıkgöz, 2016; Keskin, 2018; Keskin, 2017; Keskin 2021)

$$A = [(p_\phi - w\rho_\phi) + 3H^2(1 + w) + 2\dot{H}] \quad (3.21)$$

ile verilen eşitlik ilişkisi kullanılarak birleşik bir çözümü araştıracağız. Bu çözüm sabit-dönüş koşulu altındaki enflasyon alanına uygulayacağız. Daha sonra enflasyon gözlenebilirleri olan n_s ve r değerleri hesaplanacaktır. Bu bağlamda, enflasyonun matematiksel hesaplamaları gözlem aralığında olmalıdır.

4.BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında, evrenin yüksek enerjili döneminin $f(Q)$ kütle çekimi çerçevesinde iki faz durumundan meydana gelebileceği tartışılmıştır. Bu doğrultuda, kütle çekim kuramının alan denklemlerinin birleşik bir çözümünün ardından, evrenin enflasyonu sabit-yuvarlanma enflasyon alanı bağlamında model parametreleri aracılığıyla tartışılmıştır. Karşılaştırılabilir gözlemsel veriler göz önüne alınarak, evrenin başlangıçta bir yarı-de Sitter (de Sitter benzeri) faz durumundan bir Özsel vakum faz durumuna ilerleyebileceği gösterilmiştir.

Öncelikle $f(Q)$ kütle çekim kuramına ait denklemlerin birleşik çözümü yapılacaktır. Bu çözüm için (3.21) ile verilen A eşitliğini ele alacağız. A eşitliği ile verilen ilişki kullanılarak (3.15) ve (3.16)' da verilen alan denklemleri bileşik bir biçimde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$-72\dot{H}H^4f_{QQ} + 6\dot{H}H^2f_Q - \dot{H}f = 3H^2A. \quad (4.1)$$

Burada (3.1) ile verilen metrik fonksiyonuna göre $Q = 6H^2$ ' dir. Bunun da zamana göre türevini kullanarak aşağıdaki denklemi elde ederiz,

$$-24H^2\dot{H}f_{QQ} + 2\dot{H}f_Q + \frac{f}{2}(1+w) = 0. \quad (4.2)$$

Bu diferansiyel denklem evrenin farklı dönemlerini incelemek için kullanılabilir. Örneğin, (4.2) denkleminde yazılmak suretiyle Özsel dönem, $-1 < w < -\frac{1}{3}$ aralığı ile, sırasıyla geç dönem toz ve radyasyon dönemi, $w = 0$, $w = \frac{1}{3}$ değerleri ile, hayalet ve yoğun sıvı fazları ise $w < -1$ ve $w = 1$ ile incelenebilir. Bu tez çalışmasında de Sitter benzeri ve Özsel faz dönemleri ele alınacaktır. Dolayısıyla, (4.2) denklemi aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$-2Q^2f_{QQ} + Qf_Q - f(Q) = 0. \quad (4.3)$$

Bu ikinci dereceden diferansiyel denklemin çözümü aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$f(Q) = Q^{\frac{1}{2}}C_1 + QC_2, \quad (4.4)$$

C_1 ve C_2 integral sabitleridir. (4.4) ile verilen çözüm $f(Q)$ kütle çekim kuramı için birleşik bir çözüm sunmaktadır. Bu çözüm, evrenin erken dönemdeki enflasyonu ile geç dönemdeki ivmelenmesinin bir birleşmesini gösterebilir. Erken bir $t \ll t_0$ zamanı için ikinci terim baskındır. Burada, t_0 şimdiki bir zaman örneğidir. $C_1 = 0$ ve $C_2 \simeq -1$ seçildiğinde $f(Q) \sim -Q$ ile verilen Einstein terimine ulaşılabilir. Bu nedenle, hem geç hem de erken evrenin gelişimini kapsayan çözüm sistemi olan (4.4) içinde, erken evreni

temsil eden $f(Q) = C_2 Q$ fonksiyonunu ele alabiliriz. Dolayısıyla, bu tez çalışması $f(Q) = C_2 Q$ fonksiyonu bağlamında yürütülecektir.

İyi bilinen bir kaotik enflasyon potansiyelini dikkate alıyoruz (McAllister ve ark., 2014; Linde, 1983)

$$V(\phi) = V_0 \phi^n. \quad (4.5)$$

Burada V_0 sabit bir parametredir ve $n > 0$ şeklinde pozitif değerlidir. Bu potansiyele göre (3.20) ile verilen integral hesabı yapılarak enflasyon indislerine ulaşacağız. Bu doğrultuda, $f(Q) = C_2 Q$ fonksiyonu ile birlikte $\frac{\phi^2}{2} \ll 1$ ile verilen yavaş-dönüş koşulu ele alındığında, (3.15), (3.16) ve (3.13) ile verilen alan denklemleri aşağıdaki biçimi alır:

$$\rho_\phi \cong 3H^2 C_2, \quad (4.6)$$

$$\rho_\phi + p_\phi \cong -2\dot{H}C_2, \quad (4.7)$$

$$(\sigma + 3)H\dot{\phi} \cong -V_\phi. \quad (4.8)$$

Bu denklemler kullanılarak yavaş-dönüş parametreleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\epsilon_1 = \frac{9C_2 V_\phi^2}{2(\sigma+3)^2 V(\phi)^2}, \quad \epsilon_2 = \sigma. \quad (4.9)$$

Burada ufuk geçişi esnasındaki skaler alan değerini bulmak gerekmektedir. Bunun için $\epsilon_1(\phi_f) \cong 1$ eşitliğini kullanarak ϕ_c değerini, (3.20) integrali ile beraber (4.5), (4.6) ifadelerini kullanarak aşağıdaki gibi elde ederiz:

$$\phi_c = \left[\frac{9n^2 C_2 + 12C_2 N n(\sigma+3)}{2(\sigma+3)^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (4.10)$$

Spektral indeks parametresi ve tensör-skaler oranı parametresi sırasıyla aşağıdaki gibi elde edilir:

$$n_s = \frac{(1-2\sigma)(9n+12N(\sigma+3))-36n}{9n+12N(\sigma+3)}, \quad (4.11)$$

$$r = \frac{48n}{3n+4N(\sigma+3)}. \quad (4.12)$$

Bu gözlemsel parametrelerin n , σ ve N değerlerine bağlı olduğu görülmektedir

4.1. Sonuçların ve Gözlemsel Kısıtlamaların Analizi

İki boyutlu ekseninde, gözlemsel etki altında n ve σ aralıklarını araştırabiliriz. Gözlemsel verilerin bazı kısıtlamalar (3.19) ve (4.5) eşitliklerinden görülen σ ve n üzerinde bazı kısıtlamalar üretecektir. Ancak yukarıda da belirttiğimiz gibi sabit-yuvarlanan enflasyonu ele alarak ilerliyoruz. Yavaş-dönen dinamikler altında gözlem

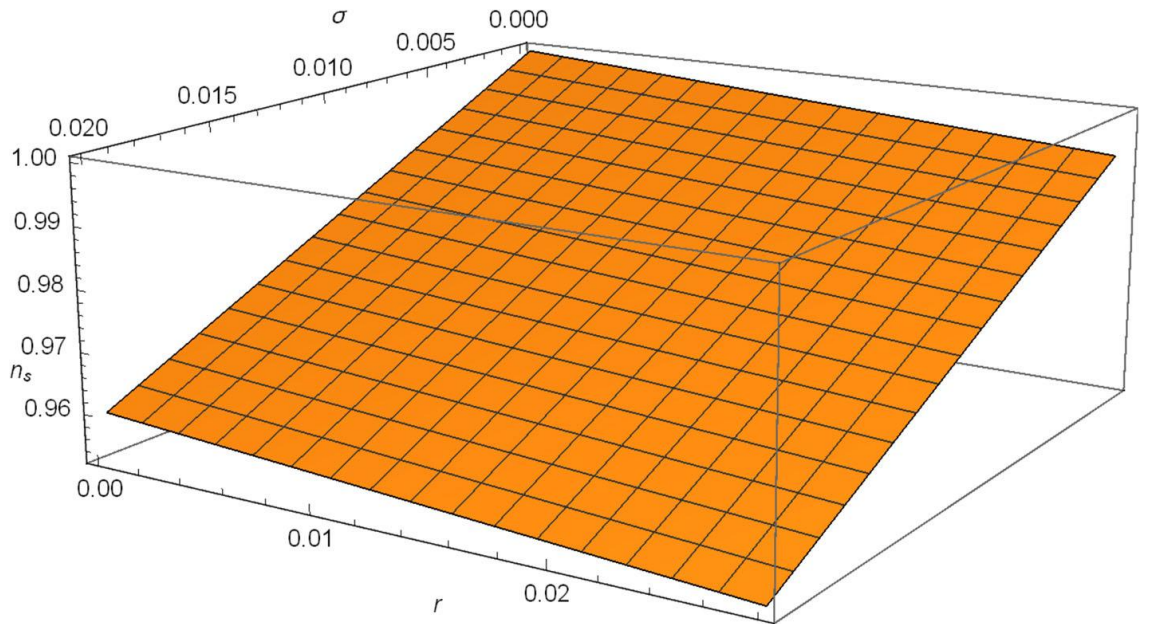
verileri sınırlandırması altında σ' yı sabit bir alan olarak tutuyoruz. Bu yaklaşım, modelin parametre uzayındaki büyüklüklerin sayısını azaltmayı sağlayacaktır. Dolayısıyla (3.17) ve (3.18) eşitlikleri kullanılarak, aşağıdaki eşitliğe (Keskin ve Kurt, 2023) ulaşabiliriz.

$$n_s = \frac{[(1-2\sigma)4-r]}{4}. \quad (4.13)$$

Öte yandan, spektral indeks parametresinin (Planck Collab, 2020) ve tensör-skaler oranı parametresinin (Galloni 2023) gözlem verileri sırasıyla aşağıdaki gibidir.

$$n_s = [0.9601, 0.9691], \quad r < 0.028. \quad (4.14)$$

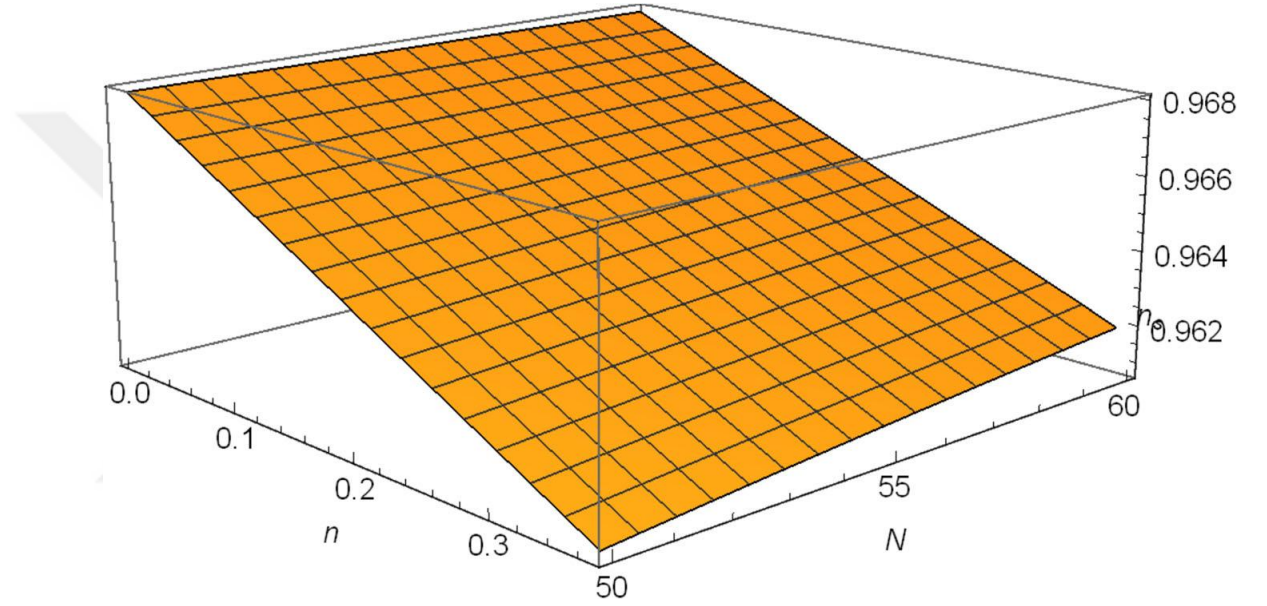
$0 < r < 0.028$ aralığı göz önüne alındığında σ için ortaya çıkan $0.00119 < \sigma < 0.0164$ aralığındaki makul değer 0,016 değeridir. Tensör-skaler oranının çok küçük değerleri olsa bile dikkate alınmalıdır. Yani, tensör-skaler oranı gözlemsel aralıklarındaki çok küçük değerleri için yine $\sigma = 0.016$ değerine ulaşmak mümkündür. Öte yandan, (4.14) ile verilen tensör-skaler oranının ve spektral indeks parametresinin gözlemsel aralıkları (4.11) ile (4.12) değerleriyle potansiyelin üstel terimi n için sırasıyla $0 < n < 0.366$ ve $-1.43 < n < 0.477$ aralıklarını ürettiği görülebilir. Her iki aralığın kesişimi $0 < n < 0.366$ aralığıdır ki bu aralık tensör-skaler oranı parametresinin gözlem aralığına denk gelmektedir. Şekil 4.1. spektral indeks parametresinin $\sigma = [0, 0.02]$ ve $r = [0, 0.028]$ aralıklarındaki değişimini göstermektedir. Özellikle $\sigma = 0.016$ değerinde spektral indeks parametresinin gözlem aralığında olduğu görülmektedir.



Şekil 4.1. Spektral indeks parametresinin σ ve r aralıklarındaki değişimi (Keskin vd., 2024).

Şekil 4.1.' de spektral indeks parametresinin $\sigma = [0, 0,02]$ ve $r = [0, 0,028]$ aralıklarındaki değişimini göstermektedir. Özellikle, çok küçük r ve $\sigma = 0,016$ değerleriyle spektral indeks parametresinin gözlem aralığında olduğu görülmektedir.

Şekil 4.2.'de ise spektral indeks parametresinin evriminin $0 < n < 0,366$ aralığına göre değişimi verilmiştir; burada e-katlama sayısı $50 < N < 60$ aralığındadır ve sabit-dönüş için en iyi değer olan $\sigma = 0,016$ değeri olduğu görülmektedir.



Şekil 4.2. Spektral indeks parametresinin e-katlama sayısına ve $0 < n < 0,366$ aralığına göre değişimi (Keskin vd., 2024).

Şekil 4.2.' de Spektral indeks parametresinin gelişimi $0 < n < 0,366$ aralığına göre verilmiştir; burada e-katlama sayısı $50 < N < 60$ aralığındadır ve sabit dönüş için en iyi değer olan $\sigma = 0,016$ olarak ele alınmıştır.

4.2. Enflasyon için İki Dönem Önerisi

Bu başlıkta iki aşamalı bir enflasyon senaryosunu durum denklemi parametresi çerçevesinde tartışacağız. Yavaş yuvarlanma yaklaşımında evren için yarı Sitter benzeri bir faz durumu varken, ekstra boyutlu bir evren yaklaşımı (Keskin ve Salti, 2019) göz önünde bulundurulduğunda karanlık enerjinin dinamik bir formu olan Özsel tipi karanlık enerji biçimi de özellikle önem kazanmaktadır. Evrendeki normal madde formunun bir

Özsel akışkanından oluştuğu muhtemeldir. Bu bağlamda, Özsel akışkan biçiminin erken-evrende var olup olmayacağı önem kazanmaktadır. w ile gösterilen durum denklemi parametresinden Özsel akışkanın varlığını inceleyeceğiz. Özsel akışkan formunda skaler alanın kinetik enerji terimi ön planda olduğu için, (3.10) ve (3.11) eşitlikleri yardımıyla (4.7) denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\dot{\phi}^2(\dot{\phi}^2 + 2V_0\phi^n) = \frac{6n^2C_2V_0^2\phi^{2n-2}}{(\sigma+3)^2} . \quad (4.15)$$

Kinetik enerji terimi için iki çözüm elde edilir. Olası pozitif kökler aşağıdaki gibidir:

$$\dot{\phi}^2 = -V_0\phi^n + V_0\phi^{n-1}\sqrt{\frac{6n^2C_2}{(3+\sigma)^2} + \phi^2} . \quad (4.16)$$

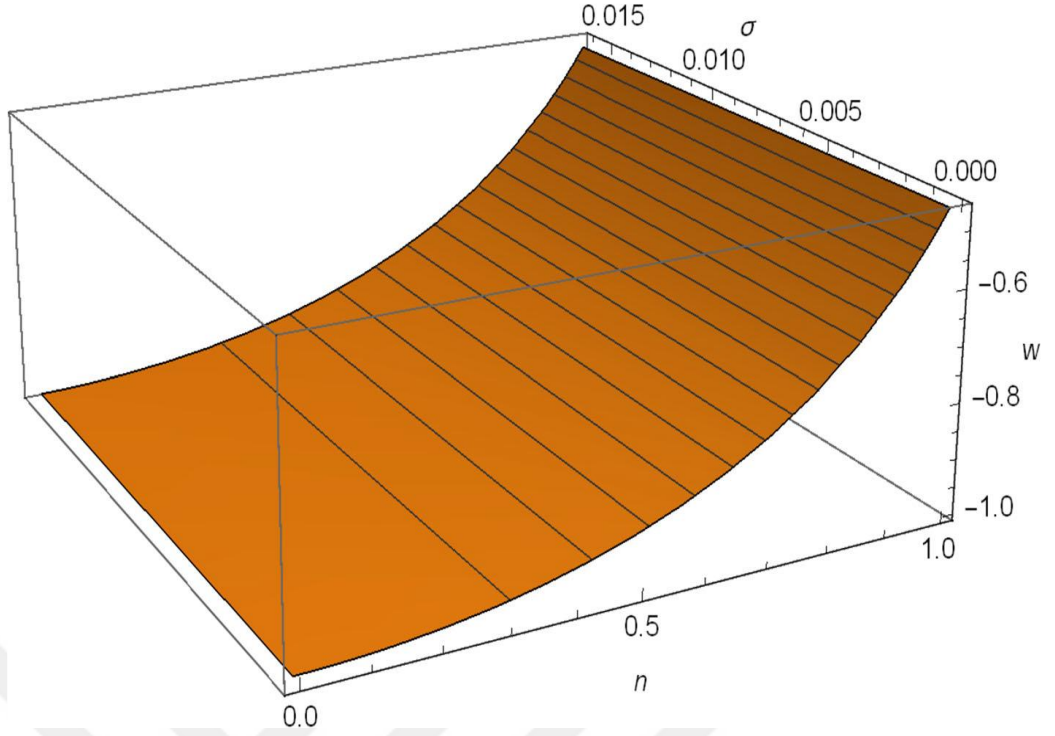
Karekök ifadesi seriye açıldığında, önde gelen terim göz önünde bulundurularak aşağıdaki denklemi yazabiliriz:

$$\dot{\phi}^2 = V_0\phi^n \left(-1 + \frac{3+\sigma}{\sqrt{(3+\sigma)^2 + 6n^2C_2}} \right) . \quad (4.17)$$

Bu nedenle, $\dot{\phi}^2 = kV(\phi)$ biçimindeki bir eşitlik durumu elde edilir. Bu eşitlik kullanılarak durum denklemi parametresi ($w = \frac{p_\phi}{\rho_\phi}$) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$w = 1 - \frac{4\sqrt{(3+\sigma)^2 + 6n^2C_2}}{\sqrt{(3+\sigma)^2 + 6n^2C_2} + 3 + \sigma} . \quad (4.18)$$

Burada, durum denklemi parametresinin n , σ ve C_2 parametrelerine bağlı olduğu görülmektedir. Bununla beraber, C_2 parametresinin negatif değerleri, Özsel karanlık enerji dinamiklerini verir, $C_2 > 0$ ise hayalet fazını üretmektedir. Ayrıca negatif enerji yoğunluğu evrenin hayalet yönde evrimleşmediğini gösteriyor. Burada $f(Q) = C_2Q$ fonksiyonunda hayalet ve Özsel fazları arasında simetrik bir durumun da var olduğu görülmektedir. Hem negatif hem de pozitif C_2 değerleri altında, küçük n değerlerine yaklaşıldığında, $w \sim -1$ ile verilen yarı-de Sitter fazı ortaya çıkmaktadır. Şekil 4.3.'te $C_2 = -1$ değeri ele alınarak, durum denklemi parametresinin değişimi incelenmektedir. Şekil 4.3., $\dot{\phi}^2 = kV(\phi)$ denklemi nedeniyle kinetik enerjinin varlığını gösterirken, $k \rightarrow 0^+$ limitinde bir yarı-de Sitter fazındaki yüksek potansiyelin Özsel bir akışkana dönüştüğünü göstermektedir.



Şekil 4.3. Durum denklemi parametresinin n aralığında ve σ değeri için davranışı (Keskin vd., 2024).

Şekil 4.3.' te $C_2 = -1$ olduğunda durum denklemi parametresinin $0 < n < 1$ aralığı ve sabit değer $\sigma = 0.016$ için davranışını göstermektedir. Küçük n değerleri için $C_2 < 0$ veya $C_2 > 0$ ile yarı- de Sitter vakum durumu olan $w_\phi \sim -1$ gözlemlenmektedir. Bununla beraber, n parametresi arttıkça Özsel fazın ortaya çıktığı, $C_2 = -1$ durumunda ise yavaş-yuvarlanma yaklaşımının gerçekleştiği gözlemlenmektedir. Dolayısıyla, yarı-de Sitter fazını da içeren bu yöntemde, kütle çekimiyle minimal düzeyde ilişkili skaler alan salınımlarının devam ettiği düşünülebilir. Bu faz için spektral indeks parametresini ve tensör-skaler oranını $w = -1 - \frac{2\dot{H}}{3H^2}$ denklemini kullanarak hesaplayabiliriz. Buradan hareketle $\epsilon_1 = \frac{3k}{k+2}$ eşitliğini elde etmek mümkündür. ϵ_2 değeri sabit parametremiz olduğundan, ϵ_2 eşitliğini $\epsilon_2 = \sigma = 0.016$ biçiminde elde ederiz. Bu nedenle, minimal olarak bağlanmış skaler kuram için yazılan (3.17), (3.18) ifadelerinden aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$n_s = \frac{2-11k}{k+2} - 2\sigma, \quad r = \frac{48k}{k+2}. \quad (4.19)$$

İncelediğimiz modelin parametreleri aracılığıyla n_s ve r için gözlem aralıkları kolayca elde edilebilir. Örneğin, (4.17)' de verilen k değerini kullanarak $n = 0.366$ ile

$C_2 = -0,026$ elde ederiz. n_s ve r ile verilen enflasyon gözlenebilirleri için aşağıdaki değerler elde edilir:

$$n_s = 0.9611, \quad r = 0.02759. \quad (4.20)$$

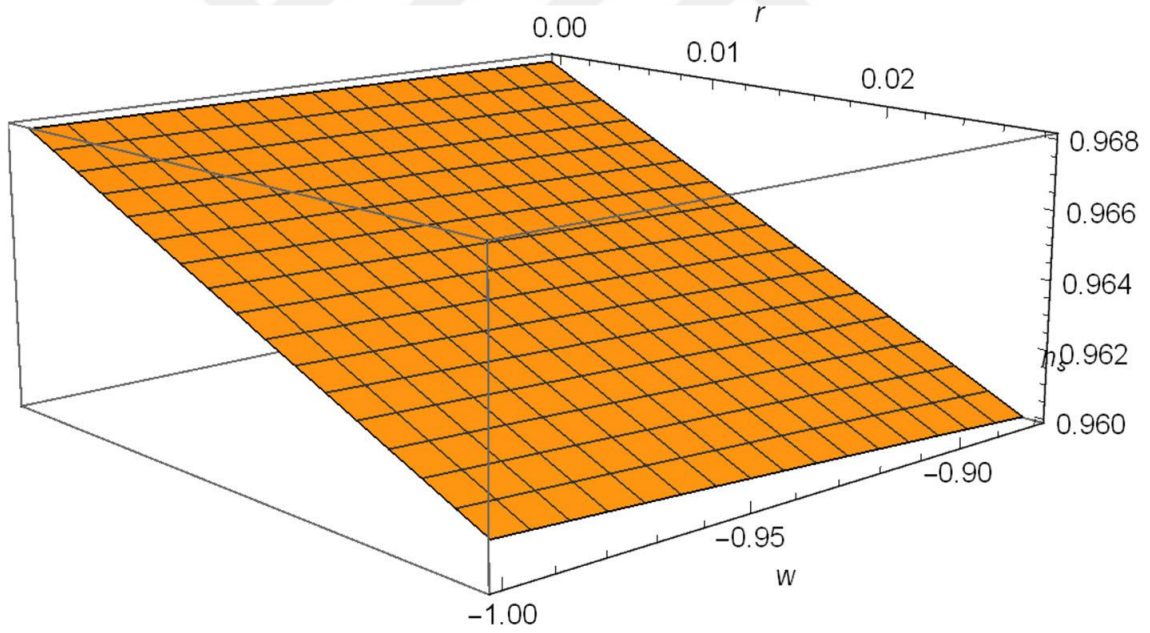
Burada, parametre sayısını w , n_s ve r şeklinde üç parametreye indirgeyerek devam edebiliriz. Bunun için, (4.18) ve (4.19)'da verilen ifadeleri şu şekilde yazabiliriz:

$$w = \frac{5+n_s+2\sigma}{24(n_s+2\sigma-1)}. \quad (4.21)$$

Sabit-döngü parametremiz 0,016 ile verilen değerde sabitlendiğinden, modelimizin diğer parametreleri daha kolay inceleyebiliriz. Ek olarak, (4.19)'da verilen ifadeler birleştirildiğinde, (4.13) denklemini elde edebiliriz. (4.14)'te verilen n_s için gözlem aralığını ve $\sigma = 0.016$ değerini kullanarak, aşağıdaki aralık elde edilir:

$$0 < r < 0.0316. \quad (4.22)$$

Bu nedenle, önceki başlıkta tartıştığımız $r = 0.028$ değeri kullanıldığında, $w < -0.88$ değerler aralığı elde edilir. Bu değer aralığı tam olarak bir Özsel akışkanın varlığını göstermektedir. Bu durum Şekil 4.4.'te açık bir şekilde ifade edilmiştir.



Şekil 4.4. Durum denklemi parametresinin gözlem sınırları çerçevesindeki davranışı (Keskin vd., 2024).

Şekil 4.4' te grafik, $-1 \leq w < -0.88$ ve sabit değer $\sigma = 0.016$ için n_s parametresinin (dikey eksen) davranışını göstermektedir. Özsel alanının tam olarak n_s ve r 'nin gözlem sınırlarında ortaya çıktığı gözlemlenebilir.

5. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

5.1 Sonuçlar

Geç-zaman evreninde evrenin ivmeli genişlemesindeki ana etken olan karanlık enerji adı verilen gizemli bir akışkanın varlığı Λ CDM modelindeki Λ ile sembolize edilen kozmolojik sabitle açıklanmaktadır.

Evrenin erken dönemi için kinetik enerjinin ihmal edildiği yavaş-yuvarlanma yaklaşımı ele alınmaktadır. Erken-zaman evreni için bu yaklaşım evrenin geç-zaman ivmelenme durumundaki karanlık enerji dinamiğine benzer bir yaklaşımdır. Dolayısıyla, geç dönem evrendeki Özsel ve de Sitter ivmeli genişleme evrelerine benzer bir bakış açısıyla, evrenin erken enflasyonist evresinde iki dönemlik ilerleme evreleri olan bir modeli ele aldık. Öncelikle, yavaş-dönme yaklaşımıyla, tensör bozulmalarının (aynı zamanda ilkel kütle çekim dalgaları olarak da bilinir) genliğinin skaler bozulmaların genliğine oranının gözlem aralığında, sabit-dönme parametresinin makul bir değerini elde ettik. Sabit-dönme enflasyon alanındaki evrimlerin, seçilen kaotik potansiyelin üstel terimine göre meydana geldiği gözlemlenmiştir. Özellikle, spektral indeks parametresinin gözlem aralığı ve tensör-skaler oranı, enflasyon potansiyelinin üstel terimi olan n için $0 < n < 0,366$ ile verilen kesişim aralığındaki değerler alması gerektiğini gösterdik. (4.7) ile verilen skaler alan denkleminde farklı bir yaklaşımla, yarı-de Sitter fazı dâhil olmak üzere bir salınım denklemi elde ettik. Bu denklemde, $k \sim 0$ yaklaşımı yarı-de Sitter fazını verirken, kinetik enerji teriminin varlığı skaler alan bozunmasını üretir. Durum denklemi parametresi ifadesinden, bu bozunmanın bir Özsel dönemde meydana gelebileceği tespit ettik. Özellikle C_2' nin negatif değerleri, (3.15)' te verilen enerji yoğunluğunun dengesizliğini (hayalet alanları) ortadan kaldırdığı görülmüştür. Ayrıca, Şekil 4.1.' de, r parametresini sabit tutarken σ parametresini sabit bir değere ayarlamaktayız. Bu senaryoda $n_s = 0.961$ gözlem aralığı $\sigma = 0.016$ ve $r = 0.028$ değerleri kullanılarak kolayca elde edilebilir. Ancak, Şekil 4.2., enflasyonun verilen sabit σ değeri için $N = 60$ civarında devam ettiğini gösterir. Gözlem aralığı, n 'nin 0,366'dan büyük olduğu değerler ve N 'nin 50'ye eşit olduğu zaman bozulmaktadır. Şekil 4.3.'te w ile verilen durum denklemi parametresinin kapsamlı değişimini göstermektedir. Şekil

4.4.'te, r yaklaşık 0,028 olduğunda, n_s için gözlem verileri göz önünde bulundurularak durum denklemi parametresi için yaklaşık -0.88 değerinde geçerliliğini korumaktadır. Sonuç olarak bu tez çalışmasında, $f(Q)$ kütle çekim kuramının alan denklemlerinin birleşik çözümlerinden elde edilen lagranjiyan fonksiyonu ile sabit-dönüş enflasyon alanında bir Ötsel fazın ve bir yarı-de Sitter fazının varlığının mümkün olabileceğini enflasyonun gözlem verileri ışığında elde ettik.

5.2 Öneriler

Kuramsal olarak erken evrenin enflasyon dinamikleri de Sitter benzeri bir vakum akışkanı ile ifade edilmektedir. Fakat literatürde (Keskin ve Saltı, 2019; Keskin, 2022a) evrenin geç zaman karanlık enerji dinamiklerini açıklamada, Ötsel alanın evrenin enflasyon çağıında ekstra boyutlar çerçevesinde yaratılmış olabileceği kuramsal bağlamda gösterilmiştir. Dolayısıyla, dinamik bir karanlık enerji modeli de Sitter benzeri vakum fazı ile tam olarak ifade edilememesi, Ötsel bir fazın gerekliliğini ortaya çıkarmıştır.

Bu tez çalışmasında, $f(Q)$ kütle çekim kuramı çerçevesinde Ötsel dinamik bir karanlık enerji akışkanının varlığı erken evren için kuramsal temelde gösterilmiştir. Farklı bir kütle çekim kuramı ve farklı potansiyel yükseklikleri aracılığıyla enflasyon alanının makul kütle kazanımları çerçevesinde iki faz dönemi başka bir çalışmada tartışılabilir. Bu bağlamda, erken enflasyon döneminde Ötsel karanlık enerji cevherinin kuramsal temelde desteklenmesi, evrenin geç zaman karanlık enerji türünü anlamada önem arz etmektedir.

KAYNAKLAR

- Anagnostopoulos, F. K., Basilakos, S. & Saridakis, E. N. (2021). First evidence that non-metricity $f(Q)$ gravity could challenge Λ CDM. *Physics Letters B*, 822, 136634. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2021.136634>
- Anguelova, L., Suranyi, P. & Wijewardhana, L.R. (2018). Systematics of Constant Roll Inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(02), 004. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2018/02/004>
- Atayde, L. & Frusciante, N. (2021). Can gravity challenge? *Physical Review D*, 104(6), 064052. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.104.064052>
- Awad, A. M., El Hanafy, W., Nashed, G. G. L., Odintsov, S.D. & Oikonomou, V. K.(2018). Constant-roll inflation in $f(T)$ gravity. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(07), 026. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2018/07/026>
- Bajardi, F. & Capozziello, S. (2023). Minisuperspace quantum cosmology in $f(Q)$ gravity. *The European Physical Journal C*, 83, 531. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-023-11703-8>
- Capozziello, S. & D’Agostino, R. (2022). Model-independent reconstruction of $f(Q)$ non-metric gravity. *Physics Letters B*, 832, 137229. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2022.137229>
- Capozziello, S., Finch, A., Said, J. L. & Magro, A. (2021). The 3+1 formalism in teleparallel and symmetric teleparallel gravity. *The European Physical Journal C*, 81, 1141. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-021-09944-6>
- Cicciarella, F., Mabillard, J. & Pieroni, M. (2018). New perspectives on constant-roll inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(01), 024. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2018/01/024>
- Cook, J. L. & Krauss, L. M. (2016). Large slow roll parameters in single field inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2016(03), 028. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2016/03/028>
- Dialektopoulos, K.F., Koivisto, T.S. & Capozziello, S. (2019). Noether symmetries in Symmetric Teleparallel Cosmology. *The European Physical Journal C*, 79(7), 606. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7106-8>
- Dimakis, N., Paliathanasis, A. & Christodoulakis, T. (2021). Quantum cosmology in $f(Q)$ theory. *Classical Quantum Gravity* 38(22), 225003. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/ac2b09>

- El Bourakadi, K., Koussour, M., Otalora, G., Bennai, M. & Ouali, T. (2023). Constant-roll and primordial black holes in $f(Q,T)$ gravity. *Physics of the Dark Universe*, 41, 101246. <https://doi.org/10.1016/j.dark.2023.101246>
- Galloni, G., Bartolo, N., Matarrese, S., Migliaccio, M., Ricciardone, A. & Vittorio, N. (2023). Updated constraints on amplitude and tilt of the tensor primordial spectrum. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 04, 062. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2208.00188>
- Ghosh, S., Solanki, R. & Sahoo, P. K. (2023). Dynamical system analysis of scalar field cosmology in coincident $f(Q)$ gravity. *Physics Scripta*, 99, 055021. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2309.11198>
- Harko, T., Koivisto, T. S., Lobo, F. S. N., Olmo, G. J. & Rubiera-Garcia, D. (2018). Coupling matter in modified Q gravity. *Physical Review D*, 98(8), 084043. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.084043>
- Heisenberg, L. (2024). Review on $f(Q)$ Gravity. *Physics Report*, 1066, 1-78. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2309.15958>
- Hwang, J. & Noh, H. (2005). Classical evolution and quantum generation in generalized gravity theories including string corrections and tachyons: Unified analyses. *Physical Review D*, 71, 063536. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.71.063536>
- Ito, A. & Soda, J. (2018). Anisotropic constant-roll inflation. *The European Physical Journal C*, 78, 55. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-018-5534-5>
- Jimnez, J. B., Heisenberg, L. & Koivisto, T. S. (2018). Coincident general relativity. *Physical Review D*, 98, 044048. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.044048>
- Jimnez, J. B., Heisenberg, L., Koivisto, T. S. & Pekar, S. (2020). Cosmology in $f(Q)$ geometry. *Physical Review D*, 101(10), 103507. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.103507>
- Karam, A., Marzola, L., Pappas, T., Racioppi, A. & Tamvakis, K. (2018). Constant-roll (quasi-)linear inflation. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2018(05), 011. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2018/05/011>
- Keskin, A. İ. (2017). Super inflation mechanism and dark energy in $F(T, T_G)$ gravity. *Astrophysics and Space Science*, 362(3), 50. <https://doi.org/10.1007/s10509-017-3029-8>
- Keskin, A. İ. (2018). Viable super inflation scenario from $F(T)$ modified teleparallel gravity. *The European Physical Journal C*, 78, 705. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-018-6199-9>
- Keskin, A. İ. (2020). Galileon inflation field with three dark eras of the universe. *International Journal of Modern Physics D*, 29(10), 2050071. <https://doi.org/10.1142/S0218271820500716>

- Keskin, A. İ. (2021). An intermediate inflation of the early Universe from $f(R)$ gravity. *The European Physical Journal Plus*, 136, 31. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-020-01044-w>
- Keskin, A. İ. (2022a). Progress eras of the universe with spacetime dimensions. *Physics Letters B*, 834, 137420. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2022.137420>
- Keskin, A. İ. (2022b). The inflationary era of the universe via Tsallis cosmology. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 19(01), 2250005. <https://doi.org/10.1142/S0219887822500050>
- Keskin, A. İ. (2023). Ultra-Slow-roll Inflation Dynamics in $f(R, \phi, X)$. Gravity. *International Journal of Pure and Applied Sciences*, 9(2), 270-273. <https://doi.org/10.29132/ijpas.1381836>
- Keskin, A. İ. ve Açıkgöz, İ. (2016). Unified solutions of extended Gauss-Bonnet gravity. *Astrophysics and Space Science*, 361, 391. <https://doi.org/10.1007/s10509-016-2980-0>
- Keskin, A. İ. ve Açıkgöz, İ. (2017). A unified picture of cosmological entropy on apparent horizon in $F(R, G)$ gravity. *Modern Physics Letters A*, 32(33), 1750182. <https://doi.org/10.1142/S0217732317501826>
- Keskin, A. İ. ve Kurt, K. (2023). Constant-roll inflation field with Tsallis entropic proposal. *The European Physical Journal C*, 83, 72. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-11159-2>
- Keskin, A. İ., Güneş, Ş. & Kurt, K. (2024). The Two-Phases Proposal for Inflation in the Constant-Roll Field with $f(Q)$ Gravity. *International Journal of Theoretical Physics*, 63(9), 223. <https://doi.org/10.1007/s10773-024-05758-w>
- Keskin, A. İ. ve Kurt, K. (2025). The fractal structure of high-energy era of the universe. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 22(1), 2450252-10. <https://doi.org/10.1142/S0219887824502529>
- Keskin, A. İ. ve Salti, M. (2019). Cosmographic nature of the early universe from extra dimensional perspective. *Physics Letters B*, 791, 80-85. <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2019.02.024>
- Kumar, K. S., Marto, J., Vargas Moniz, P. & Sami, M. (2016). Non-slow-roll dynamics in α -attractors. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2016(04), 005. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2016/04/005>
- Lambiase, G., Luciano, G. G. & Sheykhi, A. (2023). Slow-roll inflation and growth of perturbations in Kaniadakis modification of Friedmann cosmology. *The European Physical Journal C*, 83, 936. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-023-12112-7>
- Linde, A. D. (1983). Chaotic inflation. *Physics Letters B*, 129(3–4), 177–181. [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(83\)90837-7](https://doi.org/10.1016/0370-2693(83)90837-7)

- Luciano, G. G. (2023). Constraining barrow entropy-based cosmology with power-law inflation. *The European Physical Journal C*, 83, 329. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-023-11499-7>
- Mandal, S., Pradhan, S., Sahoo, P.K. & Harko, T. (2023). Cosmological observational constraints on the power law $f(Q)$ type modified gravity theory. *The European Physical Journal C*, 83, 1141. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-023-12339-4>
- McAllister, L., Silverstein, E., Westphal, A. & Wrase, T. (2014). The Powers of Monodromy. *Journal of High Energy Physics* 1409, 123. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1405.3652>
- Mohammadi, A., Saaidi, K. & Golanbari, T. (2018). Tachyon constant-roll inflation. *Physical Review D*, 97, 083006. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.97.083006>
- Mohammadi, A., Saaidi, K. & Sheikahmadi, H. (2019). Constant-roll approach to noncanonical inflation. *Physical Review D*, 100, 083520. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.100.083520>
- Motohashi, H., Starobinsky, A.A. & Yokoyama, A. (2015). Inflation with a constant rate of roll. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2015(09), 018. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2015/09/018>
- Namjoo, M.H., Firouzjahi, H. & Sasaki, M. (2013). Violation of non-Gaussianity consistency relation in a single-field inflationary model. *Europhysics Letters*, 101, 39001. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/101/39001>
- Nojiri, S., Odintsov, S. D. & Oikonomou, V. K. (2017a). Constant-roll inflation in $F(R)$ gravity. *Classical Quantum Gravity* 34(24), 245012. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/aa92a4>
- Nojiri, S., Odintsov, S. D. & Oikonomou, V. K. (2017b). Modified gravity theories on a nutshell: Inflation, bounce and late-time evolution. *Physics Report*, 692, 1-104. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2017.06.001>
- Odintsov, S. D. & Oikonomou, V. K. (2017). Inflationary Dynamics with a Smooth Slow-Roll to Constant-Roll Era Transition. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2017(04), 041. <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2017/04/041>
- Odintsov, S. D., Oikonomou, V. K. & Sebastiani, L. (2017). Unification of constant-roll inflation and dark energy with logarithmic R^2 -corrected and exponential $F(R)$ gravity. *Nuclear Physics B*, 923, 608. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2017.08.018>
- Odintsov, S. D. & Oikonomou, V. K. (2020). Constant-roll k-inflation dynamics. *Classical and Quantum Gravity*, 37, 025003. <https://doi.org/10.1088/1361-6382/ab5c9d>
- Oikonomou, V.K. (2017a). A smooth constant-roll to a slow-roll modular inflation transition. *International Journal of Modern Physics D*, 27(02), 1850009. <https://doi.org/10.1142/S0218271818500098>

- Oikonomou, V.K. (2017b). Reheating in constant-roll $F(R)$ gravity. *Modern Physics Letters A*, 32(33), 1750172. <https://doi.org/10.1142/S0217732317501723>
- Oikonomou, V.K. (2022). Generalizing the constant-roll condition in scalar inflation. *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 19(07), 2250099. <https://doi.org/10.1142/S0219887822500992>
- Planck Collab. (2020) (Y. Akrami et al.) *Astron & Astrophys.* 641, A10. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833887>
- Ravanpak, A. & Fadakar, G. F. (2022). Constant-roll inflation in brane induced gravity cosmology. *The European Physical Journal C*, 82, 924. <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-022-10889-7>
- Tzirakis, K. & Kinney, W. H. (2007). Inflation over the hill. *Physical Review D*, 75(12), 123510. <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.75.123510>