



T.C.
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



Yüksek Lisans Tezi

$f(R,T)$ GRAVİTASYON TEORİSİNDE ANİZOTROPIK ÇÖZÜMLER

MEHMET ÖZANSOY

Fizik Anabilim Dalı

Matematiksel Fizik Programı

DANIŞMAN
Doç. Dr. Değer SOFUOĞLU

Haziran, 2022

İSTANBUL

Bu çalışma, [Tarih girmek için burayı tıklatın.] tarihinde aşağıdaki jüri tarafından [.....],
[.....]nda [.....] olarak kabul edilmiştir.

Tez Jürisi

[Doç. Dr.] [Değer SOFUOĞLU] (Danışman)
İstanbul Üniversitesi
Fen Fakültesi

[Unvan] [Adı SOYADI]
[Üniversite]
[Fakülte]

[Unvan] [Adı SOYADI]
[Üniversite]
[Fakülte]

İntihal Programı Beyanı

20.04.2016 tarihli Resmi Gazete’de yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, İstanbul Üniversitesi’nin aboneli olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü’nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.

Proje Destekleri

Bu tez, İstanbul Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Yürütücü Sekreterliğinin numaralı projesi ile desteklenmiştir.

Bu tez, numaralı projesi ile desteklenmiştir.

Tezden Üretilmiş Yayınların Künye Bilgileri

ÖNSÖZ

Tez konumu belirleyen tez çalışmalarım boyunca desteğini benden esirgemeyen sevgili danışmanım, yol göstericim Doç. Dr. Değer SOFUOĞLU'na yardımlarından dolayı çok teşekkür ederim.

Hayatımın her anında yanımda olan, tez çalışmalarım boyunca da yanımda olup maddi manevi desteğini esirgemeyen sevgili aileme sonsuz teşekkür ederim. |

Mayıs 2022

| Mehmet ÖZANSOY |



İÇİNDEKİLER

Sayfa No

ÖNSÖZ	iv
İÇİNDEKİLER.....	v
ŞEKİL LİSTESİ	vii
TABLO LİSTESİ.....	viii
SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ	ix
ÖZET	xi
SUMMARY	xiii
1. GİRİŞ	1
2. GENEL KISIMLAR.....	4
2.1. GENEL RÖLATİVİTE TEORİSİ.....	4
2.1.1. EŞDEĞERLİK İLKESİ	4
2.1.2. KOZMOLOJİK İLKE	4
2.1.3. RIEMANN GEOMETRİSİ	5
2.1.4. EINSTEİN ALAN DENKLEMLERİ	6
2.1.5. GENEL RÖLATİVİTE TEORİSİ’NİN KLASİK TESTLERİ	7
2.2. KOZMOLOJİNİN STANDART MODELİ VE BAZI YETERSİZLİKLERİ	7
2.3. ÇÖZÜM ÖNERİLERİ	10
2.3.1. ANİZOTROPİK MODELLER	10
2.3.2. DEĞİŞTİRİLMİŞ KÜTLE ÇEKİM TEORİLERİ	11
3. MALZEME VE YÖNTEM.....	13
3.1. DİNAMİK BÜYÜKLÜKLER	13
3.2. EVRENİN GENİŞLEMESİNİN DOĞASI.....	14
3.3. DURUM BULUCU TEŞHİSİ.....	17
3.3. BIANCHI TİP MODELLERDE KİNEMATİK BÜYÜKLÜKLER	17
3.4. $f(R,T)$ KÜTLE ÇEKİM TEORİSİ	19
4. BULGULAR.....	21
4.1. $f(R,T)$ TEORİSİNDE BIANCHI TİP-V MODELİ	21
4.1.1. $q = m + nH$ İÇİN ALAN DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMLERİ:.....	25
4.1.2. $q = m - n/H$ İÇİN ALAN DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMLERİ:.....	32
5. TARTIŞMA VE SONUÇ	39

KAYNAKLAR.....	42
EKLER.....	46
ÖZGEÇMİŞ.....	47

|



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa No

Şekil 4.1: Hubble parametresinin zamanla değişimi.	26
Şekil 4.2: Ölçek çarpanının zamanla değişimi.	27
Şekil 4.3: Yavaşlama parametresinin zamanla değişimi.....	28
Şekil 4.4: Enerji yoğunluğunun zamanla değişimi.	30
Şekil 4.5: Basıncın zamanla değişimi.	31
Şekil 4.6: (s,r) yörüngesi.	32
Şekil 4.7: Hubble parametresinin zamanla değişimi.	33
Şekil 4.8: Ölçek çarpanının zamanla değişimi.	34
Şekil 4.9: Yavaşlama parametresinin zamanla değişimi.	35
Şekil 4.10: Enerji yoğunluğunun zamanla değişimi.....	36
Şekil 4.11: Basıncın zamanla değişimi.....	37
Şekil 4.12: (s,r) yörüngesi.	38

TABLO LİSTESİ

Sayfa No

Tablo 3.1: H ve q 'nun işaretlerine göre evrenin genişlemesinin doğası.....16



SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler	Açıklama
G_{ab}	: Einstein Tansörü
R_{abcd}	: Riemann Tansörü
R_{ab}	: Ricci Tansörü
R	: Ricci Skaleri
g_{ab}	: Metrik Tansör
T_{ab}	: Enerji Momentum Tansörü
T	: Enerji Momentum Tansörünün İzi
a	: Ölçek Çarpanı
V	: Uzaysal Hacim
H	: Hubble Parametresi
q	: Yavaşlama Parametresi
θ	: Genişleme Skaleri
ρ	: Madde-enerji Yoğunluğu
p	: Basınç
q_a	: Isı Akısı
π_{ab}	: Eşyönsüz Basınç Tansörü
G	: Newton Gravitasyon Sabiti
Λ	: Kozmolojik Sabit
κ^2	: Einstein Kuplaj Sabiti
c	: Işık hızı
Γ^i_{jk}	: Christoffel Sembolü
δ	: Varyasyon
L_m	: Maddenin Lagrange Yoğunluğu
∂	: Kısmi Türev
∇	: Kovaryant Türev
u	: 4-lü hız vektörü
ω	: Hal parametresi
(r, s)	: Durum Bulucu Parametreleri
Δ	: Anizotropi Parametresi

σ : Makaslama Skaleri

Kısaltmalar

Açıklama

EAD	: Einstein Alan Denklemleri
GRT	: Genel Rölativite Teorisi
KM	: Karanlık Madde
KE	: Karanlık Enerji
FLRW	: Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker
SM	: Standart Model
WMAA	: Wilkinson Mikrodalga Anizotropi Araştırma
CMB	: Kozmik Mikrodalga Arkafonu
BT	: Bianchi Tip
EH	: Einstein-Hilbert
My	:Milyar yıl

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

$f(R,T)$ GRAVİTASYON TEORİSİNDE ANİZOTROPİK ÇÖZÜMLER

Mehmet ÖZANSOY

İstanbul Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Fizik Anabilim Dalı

Danışman : Doç. Dr. Değer SOFUOĞLU

Bu Tezde, homojen ve anizotropik evren modelleri sınıfından olan, yerel olarak dönme simetrlili Bianchi tip-V modelinin, $f(R,T)$ teorisinin alan denklemlerinin, mevcut astrofiziksel gözlemlerle uyumlu bir çözümü olup olmadığı incelenmiştir. Söz konusu teoride, yerel olarak dönme simetrlili Bianchi tip-V evren modelinin alan denklemleri türetilmiş ve çözümleri iki farklı kabul altında araştırılmıştır. Bu kabullerden ilki, yavaşlama parametresi ile Hubble parametresi arasında doğrusal bir orantı, ikincisi ise ters bir orantı olduğu kabulüdür.

Çözümleri elde edilen bu modellerin, bazı kinematik ve dinamik büyüklükleri hesaplanarak, bunların zamanla evrimleri grafikler aracılığıyla tartışılmıştır. Her iki model de, Hubble ve yavaşlama parametrelerinin günümüz değerleriyle oldukça uyumlu sonuçlar vermiştir. Bununla birlikte, elde edilen birinci model, evrenin evrimi boyunca negatif bir yavaşlama parametresine sahip olduğundan, evrenimizin günümüzdeki ivmeli genişlemesini açıklayabilmesine rağmen, geçmişteki yavaşlayan genişlemesini açıklayamamaktadır. Başka bir deyişle, bu model bir ivmeli evren modeli olup, evrenin genişlemesindeki faz geçişini açıklamakta yetersiz kalmıştır.

Öte yandan, ikinci model, söz konusu bu faz geçişini, gözlem sonuçlarının işaret ettiği gerçekliklerle tutarlı olabilecek şekilde açıklamakta başarılı olmuştur.

Haziran 2022, 61 sayfa.

Anahtar kelimeler: anizotropik modeller, Bianchi tip-V, yavaşlama parametresi, ivmeli genişleme



SUMMARY

M.Sc. THESIS

ANISOTROPIC SOLUTIONS IN $f(R,T)$ THEORY OF GRAVITY

Mehmet ÖZANSOY

İstanbul University

Institute of Graduate Studies in Sciences

Department of Physics

Supervisor : Assoc. Prof. Dr. Değer SOFUOĞLU

In this thesis, it has been investigated whether the locally rotationally symmetric Bianchi type-V model, which is one of the homogeneous and anisotropic universe models, has a solution compatible with the current astrophysical observations of the field equations of the $f(R,T)$ theory. The field equations of the locally rotationally symmetric Bianchi type-V universe model have been derived, and their solutions have been investigated under two different assumptions in this theory. The first of these assumptions is that there is a linear proportionality between the deceleration parameter and the Hubble parameter, and the second one is that there is an inverse relationship between the parameters.

The solutions of these models have been obtained, some kinematic and dynamic quantities of the models have been calculated and their evolution in time have been discussed through their graphs. Both models have given results that are in good agreement with current values of Hubble and deceleration parameters. However, since the first model obtained has a negative

deceleration parameter throughout the evolution of the universe, although it can explain the current accelerated expansion of our universe, it cannot explain the decelerating expansion in the past. In other words, this model is an accelerated universe model and is insufficient to explain the phase transition in the expansion of the universe. On the other hand, the second model is successful in explaining this phase transition in a way that would be consistent with the facts pointed out by the observation results.

June 2022, 61 pages.

Keywords: anisotropic models, Bianchi type-V, deceleration parameter, accelerated expansion



1. GİRİŞ

Kozmoloji, evrenin evrimini inceleyen bir bilim dalıdır. Felsefi ve aynı zamanda bilimsel bir soru olan “Nereden geliyoruz ve neden varız?”, çağlar boyunca insanoğlunun cevap bulmaya çalıştığı bir soru olmuştur. Bu merak, çeşitli hipotezlerin oluşmasına neden olmuş, birçok teori ortaya atılmış, tartışılmış ve bunların birçoğu da eskisinin yerini alacak olan daha sonraki bir teoriye kadar kabul görmüştür.

Modern kozmolojinin büyük patlamaya sebep olabilecek, teorik bir başlangıç tekiliğinden, büyük patlama Nükleosentez durumunda enflasyonist genişlemeye ve ardından izotop oluşumundan, evrenin genişlemesine, büyük ölçekli yapıların oluşumuna ve evrenimizin nihai kaderine kadar geniş yelpazeli bir ilgi alanı bulunmaktadır.

Modern kozmolojinin şekillenmesi, Albert Einstein tarafından 1916’da ileri sürülen Genel Rölativite Teorisi (GRT)’ne dayanmaktadır. Bu çerçevede Einstein’ın başlangıçta, homojen, statik, uzaysal olarak eğri bir evren modeli önermiştir [1]. Ancak bu statik-evren modelinin, ilk formülasyonundan kısa bir süre sonra, 1925’te Edwin Hubble tarafından evrenin genişlemesinin keşfedilmesiyle [2], bu statik model evrenin genişlemesini açıklayamaması bakımından dışarılanmıştır. Hubble’ın bu keşfi, bilim adamlarını “evren sonsuza kadar genişlemesini sürdürecektir mi, yoksa sonlu bir süre genişledikten sonra, büzölmeye başlayacak ve nihayetinde ökecek mi?” sorusunun cevabını aramaya yöneltti. Evrenin belirli bir genişleme evresinden sonra, büzölmeye başlayıp ve nihayet öökmesine büyük ööküş (Big Crunch) senaryosu denilmektedir. Büyük ööküş teorisini, büyük yırtık (Big Rip) teorileri ve büyük sıçrama (Big Bounce) teorileri izlemiştir [3]. Neyse ki, bu soru evrenin içeriğini bilerek cevaplanabilecek bir sorudur. Evrende, bir miktar radyasyonla birlikte, belirli miktarda baryonik madde ve görelî maddeye sahip olduğumuz bulunmuştur. Bunlar evrenin bilinen enerji içeriğini oluşturmaktadır.

Evrenin genişlemesini gözlemlemek için bir yöntemi, ölmekte olan dev yıldızların patlamalarını gözlemlemek oluşturmaktadır. Tip Ia süpernova kıızıla kayma uzaklık gözlemleri bu türden gözlemlerdir. Tip Ia süpernova patlamaları her zaman hemen hemen aynı miktarda enerji yaydığı için, bu süpernovaların belirli bir parlaklık piki, dikkat çekici derecede hassas standart mumlar gibi davranabilir. Renk, spektrum ve Süpernova ışık eğrisinin zaman ölçeğı ile

parlaklık piki arasında gözlemlenen ampirik bir korelasyon da ek bilgi sağlanmasına yardımcı olur [4]. Böylece, Tip Ia Süpernova'nın zaman içindeki parlaklığını ölçebilirsek, bize olan uzaklıklarını belirleyebiliriz [3,4]. Ancak, en eski süpernovaların teorik mesafelerinin ölçümlerle tutarsız olduğu, teorik sonuçlardan büyük bir farkla daha uzakta oldukları gözlemlenmiştir, ki bu, evrenin artan bir hızla (ivmeli) genişlemesi gerektiğini söylemektedir. Bu keşifle birlikte, evrenin hesaplanan mevcut enerji içeriğinin, bu ivmeli, genişlemeyi açıklayamadığı ve bu nedenle, teoride bir yetersizlik olduğu sonucuna varılmıştır.

Bu yetersizliği tamamlayabilmek, yani, gözlenen evren ile arkasındaki teori arasındaki bu eksik ilişkinin bulunması için, literatürdeki olası iki farklı yol şunlardır: Ya ölçülebilen madde-enerji miktarında bir eksiklik bulunmaktadır, bu eksik madde-enerji içeriği için karanlık madde (KM) ve karanlık enerji (KE) terimleri kullanılmaya başlandı, ya da belki Einstein tarafından oluşturulan GRT'nin değiştirilmesi gerekmektedir.

Gözlemlerin analiz sonuçları, evrenin enerji içeriğinin yaklaşık %5'inin baryonik madde, göreceli madde ve radyasyon (gözlemlenebilir içerik) tarafından oluşturulduğuna işaret etmektedir. Ancak evrenin enerji içeriğinin yaklaşık olarak %27'sinin KM olduğuna inanılmaktadır ve bu nedenle geriye %68 oranında KE olarak adlandırılan bilinmeyen bir enerji kalmaktadır [4]. Bu KE'nin, evrenin ivmeli genişlemesinin kaynağı olduğuna inanılmaktadır. Bu bilinmezlik ve açıklama çabaları, gerek teorik ve gerekse gözlemsel kozmolojinin en çok ilgi uyandıran konularından biri haline gelmiştir.

KE'yi açıklayabilecek muhtemel bazı adaylar, kozmolojik sabit (uzayı homojen bir şekilde dolduran sabit bir enerji yoğunluğu olduğuna inanılır), egzotik skaler alanlar (homojen olmayan dinamik bir enerji yoğunluğu oluşturan) ve geometrik karanlık enerjidir. [5]. Skaler alanlar Quintessence gibi KE modelleri ile incelenirken, geometrik KE değiştirilmiş kütle çekim modelleri aracılığıyla sunulmaktadır. Bununla birlikte, homojen olmayan modelleri incelerken, genellikle KE gerekli değildir, bu nedenle modele egzotik bir enerji eklemenin bir yolu olarak, kozmolojik pertürbasyon teorisi göz önüne alınabilir. Kozmolojik pertürbasyon teorisi homojen olmayanları homojen bir modele sokmanın ve böylece homojen bir modelde büyük ölçekli yapıları inceleyebilmenin bir yoludur. Bu teori, değiştirilmiş yerçekimi modellerine de uygulanabilir.

KE probleminin yanı sıra, modern kozmoloji anizotropi problemiyle de ilgilenir. Mevcut evrenin doğası, uzaysal olarak homojen ve izotropik Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) modeli tarafından iyi bir şekilde tanımlansa da, son gözlemsel veriler, evrenin geçmiş dönemlerinde anizotropik fazın varlığını desteklemektedir [6]. Bu gerçek, evrenin erken evre anizotropisinin şu anda bir izotropiye dönüştüğü şeklinde yorumlanmıştır [7]. Bu nedenle homojen ve anizotropik modeller, evrenin erken zamandaki anizotropik davranışını araştırmakta önemli bir rol oynamaktadırlar.

Bu söylenenlerin doğal bir sonucu olarak, kozmolojinin yukarıda bazılarında bahsedilen güncel problemlerini, yani KE ve anizotropi problemleri gibi problemlerle ilgilenen kozmologlar, değiştirilmiş kütle çekim teorilerinde anizotropik evren modellerini inceleme eğiliminde olmuşlardır.

Biz de bu Tez’de, uzayca homojen ve anizotropik evren modellerinden yerel dönme simetrlili Bianchi tip-V evren modelinin $f(R, T)$ gravitasyon teorisinin alan denklemlerinin bir çözümü olup olmadığını araştırıyor ve eğer çözümü ise güncel astrofiziksel gözlemlerle uyumluluğunu inceliyoruz. Tezimizin çerçevesi aşağıdaki şekildedir:

Tezimizin ikinci bölümü olan Genel Kısımlar bölümünde, GRT’nin temel bazı tanım ve kavramları, alan denklemleri ve güneş sistemimizdeki klasik testleri sunularak, GRT’nin standart model ve bazı yetersizliklerinden, ayrıca, söz konusu bu başarısızlıklardan bazılarına olası çözüm önerilerinden olan anizotropik evren modellerinden ve değiştirilmiş kütle çekim teorilerinden bahsedilmiştir. Bu çerçevede, Tez’de göz önüne alacağımız $f(R, T)$ kütle çekim teorisinde yapılmış bazı çalışmalara değinilmiştir.

Üçüncü bölüm olan Malzeme ve Yöntem bölümünde, Tezimizin matematiksel alt yapısını oluşturan temel konulara yer verilmiştir. Bu kapsamda, dinamik ve kinematik büyüklükler, evrenin genişlemesinin doğası, $f(R, T)$ kütle çekim teorisinin alan denklemleri tanıtılmıştır.

$f(R, T)$ kütle çekim teorisinin alan denklemlerinin, göz önüne alacağımız evren modeli olan Bianchi tip-V modeli için elde edilen çözümlerine, Tezimiz Dördüncü bölümü olan Bulgular bölümünde yer verilmiştir.

Tezimizin beşinci bölümü olan Tartışma ve Sonuç bölümünde ise, Bulgular bölümünde elde edilen sonuçlar tartışılmış ve yorumlanmıştır.

2. GENEL KISIMLAR

Modern kozmoloji, geçmişten günümüze birçok ünlü bilim adamının çalışmalarından etkilenmiş olmasına rağmen, Einstein'ın 1907 ile 1915 yılları arasında formüle ettiği GRT'ye dayanmaktadır. Bu bölümde GRT ile ilgili temel bazı tanım ve kavramlara değinilerek GRT'nin alan denklemleri (Einstein alan denklemleri) tanıtılacak, Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) metriğine dayalı, günümüzün en çok kabul gören kozmolojisi olan standart modelin başarı ve başarısızlıklarından, ayrıca, söz konusu bu başarısızlıklardan bazılarına olası çözüm önerilerinden bahsedilecektir.

2.1. GENEL RÖLATİVİTE TEORİSİ

2.1.1. Eşdeğerlik İlkesi

GRT'nin dayandığı kavram ve tanımlara, GRT'nin temel ilkelerden biri olan Eşdeğerlik İlkesi ile başlamak yerinde olacaktır. Kütle çekim kuvveti ve eylemsizlik kuvvetlerinin ayırt edilemez ve benzer nitelikte olduğunu ifade eden eşdeğerlik ilkesi; zayıf eşdeğerlik ilkesi, güçlü eşdeğerlik ilkesi ve Einstein'ın eşdeğerlik ilkesi olmak üzere üçe ayrılabilir. Zayıf eşdeğerlik ilkesi, serbest düşme yapan bir parçacığın yörüngesinin, parçacığın iç yapısından ve bileşiminden bağımsız olduğunu ifade eder [8]. Güçlü eşdeğerlik ilkesi, yerel eylemsizlik referans sistemlerinde (ya da serbest düşme hareketi yapan sistemlerde), tüm fiziksel olayların özel rölativitedeki formları ile aynı formları aldığını ifade eder. Işığın bükülmesi ve gravitasyonel kırmızı kayma bu olayın önemli iki sonucudur [9]. Einstein'ın eşdeğerlik ilkesi ise, zayıf eşdeğerlik ilkesinin doğruluğunu kabul ederek, bir serbest düşme hareketinin hıza bağlı olmadığını söyler [8]. Einstein'ın eşdeğerlik ilkesi, güçlü eşdeğerlik ilkesinin daha güçlü halidir ve serbest düşme hareketi yapan sistemlerdeki tüm fiziğin yerel olarak özel rölativite teorisindekiyle aynı olduğunu söyler [9].

2.1.2. Kozmolojik İlke

Kozmolojik ilke, göz önüne alınan bir kozmolojik model için, bir başlangıç noktası olarak yapılan kanıta dayalı iki varsayım barındırır. Bunlardan birincisi evrenin homojen (her noktada aynı) olması, ikincisi ise izotropik (her yönde aynı) olmasıdır. Bu varsayımlar küçük ölçekli yapılar için geçerli değildir, ancak büyük ölçekli yapılar için genellikle geçerlidir. Kozmolojik ilke, evrende ayrıcalıklı noktalar ve ayrıcalıklı yönler bulunmadığı anlamına gelmektedir ve bu

evren modelleri için uzay-zamanın metrik katsayılarının sınırlandırılmasına yardımcı olması bakımından önem taşımaktadır [8].

2.1.3. Riemann Geometrisi

Riemann geometrisi ya da Riemann uzayı, daha yüksek boyutlu düz bir uzaya daldırılmış 4-boyutlu eğri bir uzay olarak düşünülebilir. Bu uzaydaki çok küçük bir bölge hemen hemen düz bir uzay olarak kabul edilmektedir. Uzayda bir x^a noktası ile bu noktaya sonsuz yakın bir $x^a + dx$ noktası arasındaki invaryant açıklığı ifade eden yay elemanı ds

$$ds^2 = g_{ab} dx^a dx^b \quad (2.1)$$

ile verilir. Burada g_{ab} , 4-boyutlu uzay-zamanın metrik tansörünün bileşenleridir (kısaca metrik tansör de denilmektedir). g_{ab} simetrik bir tansördür. Riemann geometrisinin bir diğer önemli büyüklüğü Christoffel sembolleridir. Eğri uzayda taban vektörlerinin türevlerinin, düz uzaydaki gibi sıfır olmamasının bir sonucu olan Christoffel sembollerini, g_{ab} lerin kısmî türevleri aracılığıyla tanımlamak mümkündür.

$$\Gamma_{bc}^a = \frac{1}{2} g^{ad} \left(\frac{\partial g_{bd}}{\partial x^a} + \frac{\partial g_{cd}}{\partial x^b} - \frac{\partial g_{bc}}{\partial x^d} \right) \quad (2.2)$$

Christoffel sembollerinin (2.2) biçimindeki yazılışı ikinci cins Christoffel sembolleri olarak adlandırılır. Tanımından kolayca görülebileceği gibi, Christoffel sembolleri alt iki indise göre simetriktir ($\Gamma_{bc}^a = \Gamma_{cb}^a$).

Bir vektörün ve ikinci mertebeden bir tansörün kovaryant türevleri, Christoffel sembolleri aracılığıyla, sırasıyla

$$\nabla_a X_b = \frac{\partial X_b}{\partial x^a} - \Gamma_{ab}^c X_c \quad \text{veya} \quad \nabla_a X^b = \frac{\partial X^b}{\partial x^a} + \Gamma_{ac}^b X^c \quad (2.3)$$

$$\nabla_a X_{bc} = \frac{\partial X_{bc}}{\partial x^a} - \Gamma_{ab}^d X_{dc} - \Gamma_{ac}^d X_{bd} \quad \text{veya} \quad \nabla_a X^b{}_c = \frac{\partial X^b{}_c}{\partial x^a} + \Gamma_{ad}^b X^d{}_c - \Gamma_{ac}^d X^b{}_d \quad (2.4)$$

şeklinde tanımlanır. Christoffel sembolleri ayrıca, R_{abcd} Riemann eğrilik tansörünün aşağıdaki tanımı için de önem taşımaktadır:

$$R^a{}_{bcd} = \frac{\partial \Gamma_{bd}^a}{\partial x^c} - \frac{\partial \Gamma_{bc}^a}{\partial x^d} + \Gamma_{bd}^e \Gamma_{ec}^a - \Gamma_{bc}^e \Gamma_{ed}^a \quad (2.5)$$

Riemann tansörü, dördüncü mertebeden bir tansör olup aşağıdaki özelliklere sahiptir:

$$R_{abcd} = -R_{bacd} , R_{abcd} = -R_{abdc} , R_{abcd} = R_{cdab} \quad (2.6)$$

$$R^a_{bcd} + R^a_{dbc} + R^a_{cdb} = 0 \quad (2.7)$$

$$\nabla_e R^a_{bcd} + \nabla_c R^a_{bed} + \nabla_d R^a_{bce} = 0 \quad (2.8)$$

(2.7) ve (2.8) bağıntılarına, sırasıyla, I. Bianchi özdeşliği ve II. Bianchi özdeşliği denilmektedir.

Riemann tansörünün $g^{cd}R_{acdb} = R^c_{acb} \equiv R_{ab}$ şeklindeki kontraksiyonu

$$R_{ab} = \frac{\partial \Gamma^c_{ab}}{\partial x^c} - \frac{\partial \Gamma^c_{ac}}{\partial x^b} + \Gamma^e_{ab} \Gamma^c_{ec} - \Gamma^e_{ac} \Gamma^c_{eb} \quad (2.9)$$

şeklinde tanımlanan Ricci tansörünü verir. R_{ab} simetrik bir tansördür. Ricci tansörünün kontraksiyonu da, uzay-zamanın eğriliğini tanımlayan Ricci eğrilik skaleri R yi verir:

$$g^{ab}R_{ab} = R^a_a \equiv R \quad (2.10)$$

Ricci tensörü ve skaler eğriliği aracılığıyla G_{ab} Einstein tensörü

$$G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R \quad (2.11)$$

olarak tanımlanır. Bu eşitliğin sağ yanındaki R_{ab} ve g_{ab} simetrik ve ikinci mertebeden tansörler olduğundan, G_{ab} de ikinci mertebeden simetrik bir tansördür.

2.1.4. Einstein Alan Denklemleri

Einstein'ın, 1905 yılında ileri sürmüş olduğu alan denklemleri (Einstein alan denklemleri, kısaca EAD), uzay-zamanın geniş ölçekteki davranışını en iyi tanımlayan denklemler olma özelliğini hâlen korumaktadır. Kozmolojik sabit Λ 'yı içeren EAD

$$G_{ab} + \Lambda g_{ab} = \kappa^2 T_{ab} \quad (2.12)$$

şeklindedir. Burada, G Newton gravitasyon sabiti, c de ışık hızı olmak üzere, $\kappa^2 = \frac{8\pi G}{c^4}$ Einstein kuplaj sabiti ve T_{ab} de uzay-zamanı dolduran maddenin enerji-momentum tansörüdür. (2.12) denkleminin sağ yanı uzay-zamanın madde-enerji içeriğini, sol yanı ise eğriliğini

tanımladığından, EAD uzay-zamanın madde-enerji içeriği ile geometrisini birbirine bağlamaktadır.

2.1.5. Genel Rölativite Teorisi'nin Klasik Testleri

GRT'nin, Güneş sistemimizde çok iyi çalıştığını gösteren klasik testleri Einstein tarafından önerilmiştir. Bu testler: Işığın gravitasyonel kırmızıya kayması, Merkür'ün perihelinin ilerlemesi ve ışığın Güneş tarafından saptırılmasıdır [9]. Bunların yanısıra, Shapiro etkisi olarak adlandırılan, GRT'nin dördüncü bir klasik testinden de bahsedilebilir. Bu test, bir elektromanyetik sinyalin Güneş sisteminde bir noktadan diğerine hareketindeki zaman gecikmesinin, aynı elektromanyetik sinyalin düz bir uzay-zamanda alacağı zamana göre ölçülmesine dayanmaktadır [10].

2.2. KOZMOLOJİNİN STANDART MODELİ VE BAZI YETERSİZLİKLERİ

Kozmolojik ilke varsayımı ile uyumlu olan, yani hem homojen hem de izotropik olan tek model Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) evren modelidir. FLRW evreni küresel koordinatlarda

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Theta^2 + r^2 \sin^2 \Theta d\varphi^2 \right) \quad (2.13)$$

şeklinde verilen yay elemanı ile tanımlanır. Burada, $a(t)$ evrenin genişlemesini tanımlayan ve ölçek çarpanı olarak adlandırılan, t zamanına bağlı bir fonksiyon olup, bir çeşit evrenin yarıçapı gibi değerlendirilebilir. k ise, $-1, 0, 1$ değerlerini alan ve 3-boyutlu uzayın topolojisini tasvir eden bir eğrilik parametresidir. Buna göre, $k = -1$ açık evren, $k = 0$ düz evren ve $k = 1$ kapalı evren tanımlarına karşılık gelmektedir.

(2.13) metriğine dayalı kozmolojinin standart modeli (SM), GRT çerçevesinde, hafif element nükleosentezi [21] ve evrenin genişlemesinin öngörülmesi gibi pek çok konuda başarılı olmuştur. Bununla birlikte, evrenin anizotropisi, ufuk, düzlük, manyetik monopol, ivmeli genişleme problemleri gibi problemleri açıklamakta yeterli olamamıştır. Bu problemlere kısaca değinmek iyi olacaktır:

- **Evrenin anizotropisi:** SM, evrenimizin hem homojen hem de izotropik olduğunu ifade eden kozmolojik ilkeye dayanmaktadır. WMAA (Wilkinson Mikrodalga Anizotropi

Araştırmaları) [11] ve Planck [12] deneylerinden elde edilen Kozmik Mikrodalga Arkafonu (CMB) ve büyük ölçekli yapı verileri kapsamlı bir şekilde analiz edilmiş olmasına rağmen, bu analizler henüz kozmolojik ilke varsayımı için kesin bir kanıt sağlamamıştır [13,7]. Kozmolojik ilkenin geçerliliğinin ihlal edilmesi yönündeki bilinen en büyük kanıt, kozmolojik parametrelerin bir Gauss dalgalanması ile tutarlı olması olasılığının $\sim 10^{-9}$ olmasıdır [7]. WMA verilerinin analizine göre, SM'nin, büyük ölçeklerde, evrenin olağan geometrisinden bir sapmayı işaret eden anormal özelliklerden mustarip olduğu düşünülmektedir [14]. Planck verilerinden [12], erken dönem güç spektrumunun tam değişmezlik ölçeğinden küçük bir kırmızıya kayma gözlemlenmesi, SM'nin düşük çok kutuplu [14] sıcaklık güç spektrumuna iyi uymadığını ortaya koymaktadır. WMAA, ayrıca, bir yönün diğer iki enine yön ile aynı şekilde genişlemediği simetrik olmayan genişlemeyi öngören kesin ölçümler de sunmuştur [8, 14].

- **Ufuk problemi:** Evrenin farklı bölgelerinde CMB'den gelen radyasyon değerlerinin her yerde aynı olduğu bulunmuştur. Bu, evrende her bölgenin termal dengede olduğu anlamına gelmektedir. Ancak, eğer evren genişliyorsa, evrenin nedensel olarak bağımsız olan bölgeleri, birbirleriyle iletişim kuramayacakları için, termal dengeye neden olacak şekilde birbirini dengeleyememelidir.
- **Düzlük Problemi:** Toplam yoğunluk parametresinin şimdiki değerinin, çok küçük bir hatayla, neredeyse 1 olduğu bilinmektedir. Bu hata, eğrilik parametresi k yı açıklar ve şimdiki değerini, düz bir evreni tasvir eden 0 değerine yaklaştırır. Evrenin ilk anlarında, bu toplam yoğunluk parametresi 1 değerine daha da yakındı ve eğrilik parametresi k yı da sıfıra daha da yaklaştırıyordu, bu da çok düz bir eğrilik anlamına gelmekteydi. Başka bir deyişle, şimdiki çağda evrendeki yoğunluğun kritik yoğunluğa çok yakın olduğu bilinmektedir. Bu da, geç dönemlerde bu değere daha yakın olması demektir. Ancak, ilk zamanlardaki çok küçük bir farkın, bugün çok büyük bir farka yol açması beklenirdi. Bu değer olduğundan biraz daha fazla olsaydı, büyük çöküşe yol açardı veya kritik yoğunluktan biraz daha az olsaydı, evren o kadar hızlı genişlerdi ki, kütle çekimi karmaşık yapıların oluşumuna neden olamazdı [15,4].

- Yapı Problemi:** Bu problem, düzgünlük problemi ya da homojenlik problemi olarak da bilinmektedir. Bugün evrende gördüğümüz galaksiler, galaksi kümeleri gibi yapılar, madde kümelenmesinden kaynaklanmaktadır. Bu yapıların var olabilmesi için evrende erken dönemlerde homojen olmayan yapıların olması gerekiyordu. Bununla birlikte, pertürbasyon teorisinden, küçük bir homojensizliğin bugün evren üzerinde çok büyük bir etkisi olacağı bilinmektedir. Böyle bir durumla karşılaşılmadığı için, evrenin ilk anlarında, bu homojen olmamaların neredeyse sıfır olması gerekirdi, yani büyük patlamadan hemen sonra, evrenin neredeyse mükemmel bir şekilde pürüzsüz olması gerekirdi. Ancak bugünkü yapıların var olması için ise, kesinlikle pürüzsüz olmaması gerekirdi. Başlangıç anlarındaki bu aşırı düzgünlüğün gerekliliğini SM açıklayamamaktadır [16, 17].
- Manyetik Monopol Problemi:** Büyük patlamaya senaryosuna göre, evrenin ilk zamanlarda çok sıcak olduğu varsayımı yapılmaktadır. Buna göre, çok sayıda kararlı manyetik monopol üretilebilirdi ve bu monopolleri gözlemsel olarak tespit etmek gerekirdi. Monopollerin nükleonlara oranı bire bir civarında olmalıdır [18], ancak dünyadaki monopoller için yapılan doğrudan deneysel aramalar, nükleon başına 10^{30} 'dan daha az monopol bulmuştur [19].
- İvmeli Genişleme:** Tip Ia süpernova kızıla kayma uzaklık gözlemleri ve CMB, evrenin genişlemesinin ivmeli olduğu sonucunu işaret etmektedir. Ancak, mevcut GRT modeli, kozmolojik sabit olmadan bunu öngörememektedir. Bu problem bugün kozmolojide en çok araştırılan problemlerden biridir. Eğer genişleme ivmeli ise, tamamen maddeden oluşan bir evren, bu ivmelenmeyi açıklamakta yetersiz kalmaktadır [20]. Söz konusu gözlemler, evrendeki toplam enerjinin $\sim 31.5\%$ 'inin görelî olmayan madde formunda olduğunu göstermektedir. Bu oranın yalnızca $\sim 4.9\%$ 'unun baryonik madde formunda olduğu bilinmektedir. Geri kalan $\sim 26.6\%$ oranındaki maddenin ne olduğu henüz tam olarak bilinmemektedir. Bu bilinmeyen, yani ölçümlerin olması gerektiğini tahmin ettiği eksik maddeyi açıklayabilmek için karanlık madde (KM) teorileri formüle edilmiştir.

Evrendeki toplam enerjinin geriye kalan $\sim 68.5\%$ 'i ise, hesaba katılmamış, ancak tüm uzaya nüfuz eden egzotik, kümelenmemiş ve görünmez bir biçimde var olduğuna inanılan, tamamen teorik bir enerjidir. Karanlık enerji (KE) denilen bu fenomen ivmeli genişlemeyi oldukça iyi açıklamaktadır. KE için bir başka olası alternatif açıklama, ivmelenmenin, evrenin, kozmik genişleme üzerindeki etkileri henüz tam olarak incelenmemiş olan bilinen bir bileşeninden kaynaklandığı görüşüdür, örneğin, başlangıç anlarındaki homojen olmayan yapılar, geç evrende genişleme hızını etkiliyor olabilir [20].

2.3. ÇÖZÜM ÖNERİLERİ

SM'nin yukarıda kısaca açıkladığımız bu tür sorunlarına çözüm arayışları bilim insanlarını, meselâ, anizotropi problemine olası bir çözüm olarak, izotropik FLRW modelleri yerine, Bianchi modelleri gibi anizotropik modeller kullanmak; ivmelenen genişleme problemine olası bir çözüm olarak değiştirilmiş kütle çekim teorileri kullanmak gibi çeşitli yaklaşımlar geliştirmeye itmiştir.

2.3.1. Anizotropik Modeller

Evrenin anizotropi problemine olası bir çözüm olarak L. Bianchi tarafından formüle edilen Bianchi-tip (BT) (BT-I, ..., BT-IX) modeller ile Kantowski-Sachs modeli anizotropik kozmolojik modeller ailesini oluştururlar. Bianchi tip modeller uzaysal olarak homojen ve anizotropik modellerdir ve toplamda dokuz modelden oluşmaktadırlar. Bu modeller, bazı özel durumlarda, FLRW modellerine indirgenirler [21] ve dolayısıyla EAD'nin FLRW modellerinden daha genel kesin çözümleri olmaları bakımından önem taşımaktadırlar.

BT modeller Ellis ve MacCallum tarafından Lie kimlikleri çözümlerine göre A ve B sınıfı olmak üzere iki sınıfa ayrılmıştır. Bu sınıflandırmaya göre A sınıfı, BT-I, BT-II, BT-VI, BT-VII, BT-VIII ve BT-IX modellerini; ikinci sınıf B ise BT-III, BT-IV, BT-V, BT-VI_h ve BT-VII_h modellerini içerir [22]. Biz, bu Tez kapsamında uzaysal olarak homojen ve anizotropik bu modellerden yalnızca metriği, m bir sabit olmak üzere,

$$ds^2 = dt^2 - A^2(t)dx^2 - e^{2mx}[B^2(t)dy^2 + C^2(t)dz^2] \quad (2.14)$$

ile verilen BT-V modeli ile ilgileneceğiz.

2.3.2. Değiştirilmiş Kütle Çekim Teorileri

Değiştirilmiş kütle çekim teorileri enflasyon, karanlık madde ve karanlık enerji gibi problemlere olası çözümler üretebilecek bir mekanizma olarak düşünülebilir. Burada bahsedilen “değiştirilme”, GRT’nin alan denklemlerinin değiştirilmesi anlamına gelmektedir. Bu değişiklik genel olarak iki türlü yapılabilir. Bunlardan birincisi, alan denklemlerinin sağ yanındaki madde-enerji içeriğini değiştirmek, ikincisi ise EAD’nin dayandığı, Ricci skaleri R ye göre lineer olan Einstein-Hilbert (EH) aksiyonunun, çeşitli eğrilik skalerlerinin, ya da eğrilik-madde kuplajı oluşturacak şekilde ele alınan skalerlerin keyfi bir fonksiyonu aracılığıyla değiştirilmesidir. Literatürde, bu ikinci değişiklik yoluyla elde edilmiş, $f(R)$ teori, $f(G)$ teori (G : Gauss-Bonnet terimi), $f(R, G)$ teori, $f(R, T)$ teori (T : enerji-momentum tansörünün izi), gibi pek çok değiştirilmiş teori bulunmaktadır. EH aksiyonunu bu yolla değiştirmek, GRT’nin alan denklemlerine göre, matematiksel bakımdan çok daha karmaşık alan denklemlerine yol açmakta, fakat SM’in yukarıda bahsedilen problemlerine çözüm getirebilmeleri bakımından, daha zengin bir kozmolojik çerçeve sunmaktadır.

Bu değiştirilmiş kütle çekim teorileri arasından, ilk defa Harko ve diğ. tarafından 2011 yılında ileri sürülen $f(R, T)$ teorisi, son yıllarda en çok ilgi gören teorilerden biri olmuştur [23]. Bu teori, EH aksiyonunda, R nin yerini alan keyfi bir $f(R, T)$ fonksiyonu aracılığıyla oluşturulmuştur. Bu teori bağlamında, madde-eğrilik etkileşimi, çeşitli madde ve bileşenlerinin kozmolojik sonuçlarla etkisinin düşünülmesi için iyi bir motivasyon haline gelmiş ve bu nedenle pek çok araştırmacı tarafından çalışılmıştır. Bu çalışmalardan bazıları aşağıdaki gibidir: Singh ve diğ., BT-III modelini $f(R, T)$ kütle çekiminde analiz etmişlerdir [24]. Sofuoğlu, $f(R, T)$ teorisinde dönen BT-IX evrenini araştırmıştır [25]. Sahoo ve diğ., bulk viskoziteli madde için $f(R, T)$ teorisinde BT-I evrenini incelemişlerdir [26]. Moraes ve Sahoo, geometri ve madde arasındaki minimal olmayan eşleşmeyi araştırmıştır [27]. Tiwari ve diğ., $f(R, T)$ teorisinde BT-I uzay-zamanını dikkate alarak kütle çekimi ve kozmolojik sabitin zamana bağımlılığını incelemişlerdir [28]. Sharma ve diğ., BT-I modelinde minimal olmayan madde-geometri etkileşiminin varlığını araştırmışlardır [29]. Singh ve Beesham, sabit yavaşlama parametresi ile düzlem simetrik BT-I evrenleri üzerinde çalışmışlardır [30]. Tiwari ve diğ., bu teoride yerel dönme simetrik BT-I [31] ve Friedmann-Robertson-Walker (FRW) kozmolojik modelini incelemişlerdir [32]. Adhav, $f(R, T)$ teorisi çerçevesinde mükemmel akışkanla doldurulmuş yerel dönme simetrik BT-I uzay-zamanında alan denklemlerinin tam çözümlerini

bulmuştur [33]. Rao ve Neelima, evrenin anizotropi özelliğini BT-VI₀ uzay-zamanında kullanarak $f(R, T)$ nin alan denklemlerini çözmüşlerdir [34]. Sharif ve Zubair, uzay-zamanın anizotropik özelliğini kullanarak, iki genişleme yasası, yani üstel ve güç açılımları için $f(R, T)$ nin alan denklemlerinin tam çözümlerini elde etmişlerdir [35]. Nath ve Sahoo, bir hibrit üstel yasa yardımıyla mükemmel akışkanla doldurulmuş BT-V evreni için bu teorinin alan denklemlerini çözmüşlerdir [36]. Shamir, BT-I evreninde, kayma skaleriyle orantılı bir genişleme skaleri varsayarak bu teorinin değiştirilmiş alan denklemlerini çözmüştür [37]. Sahoo ve Sivakumar, $f(R, T)$ teorisindeki BT-I kozmolojik modelleri için lineer olarak değişen yavaşlama parametresini alarak ve $f(R, T)$ fonksiyonunun farklı formlarını göz önünde bulundurarak kesin çözümler elde etmiş ve Big Rip durumundan kaçınılamaz olduğunu göstermişlerdir [38]. Shamir, tekil ve tekil olmayan modellere karşılık gelen BT-V uzay-zamanının kesin çözümlerini elde etmiştir [39]. Chaubey ve diğ., $f(R, T)$ teorisinde, Bianchi modellerinin genel sınıfını ve üç tip ortalama ölçek çarpanı için modifiye Chaplygin gazı ve bulk viskozitesini incelemişlerdir [40]. Bhoyar ve diğ., $f(R, T)$ teorisinde anizotropik KE akışkanı varlığında, BT-VI₀ modelinin dinamiğini incelemiş ve ortalama ölçek çarpanı için, güç ve üstel yasa kozmolojisi veren bir hibrit yasası dikkate alarak alan denklemlerinin tam çözümünü elde etmişlerdir [41].

3. MALZEME VE YÖNTEM

3.1. DİNAMİK BÜYÜKLÜKLER

Eğer evreni dolduran madde-enerji içeriğinin bir akışkan olduğu yorumu göz önüne alınırsa, bu takdirde bu akışkanın enerji-momentum tansörü

$$T_{ab} = (\rho + p)u_a u_b - p g_{ab} + q_a u_b + q_b u_a + \pi_{ab} \quad (3.1)$$

ile verilir. Burada

- ρ : rölativistik enerji yoğunluğu
- p : basınç (izotropik)
- q_a : rölativistik momentum yoğunluğu (ya da enerji akısı) vektörü
- π_{ab} : anizotropik basınç tansörü

akışkanın u^a gözlemcisine göre dinamik büyüklükleridir. Eğer $q_a = 0$ ve $\pi_{ab}=0$ alınırsa, bu akışkana **Mükemmel akışkan** denir. Mükemmel akışkanın enerji-momentum tansörü

$$T_{ab} = (\rho + p)u_a u_b - p g_{ab}$$

ile verilir.

- $q_a u^a = 0$ (u^a ya dik)
- $\pi_{ab} u^b = 0$ (u^a ya dik)
- $\pi_{ab} = \pi_{ba}$ (simetrik)
- $\pi^a_{a=0}$ (izsiz)

özelliklerini taşımaktadırlar.

(3.1) denklemi uyarınca, T_{ab} verildiğinde, bu dinamik büyüklükler

$$\rho = u^a u^b T_{ab} \quad (3.2)$$

$$p = \frac{1}{3} h^{ab} T_{ab} \quad (3.3)$$

$$q_a = -u^b h^c_a T_{bc} \quad (3.4)$$

$$\pi_{ab} = h^c_{<a} h^d_{>b} T_{cd} \quad (3.5)$$

bağıntılarıyla hesaplanabilirler. Buradan, enerji-momentum tansörünün izi T nin

$$T = T^a_a = g^{ab}T_{ab} = \rho - 3p \quad (3.6)$$

olduğu kolayca gösterilebilir.

Akışkanın fizikselliği, bu dinamik büyüklükler arasında tanımlanan bazı bağıntılar tarafından sağlanır. Bu bağıntılara hâl denklemi denir. Buna göre, p ile ρ arasında $p = p(\rho)$ şeklinde bir bağıntı olduğunda buna “barotropik hal denklemi” denir. Özel olarak,

$$p = \omega\rho \quad (-1 \leq \omega \leq +1) \quad (3.7)$$

ise buna lineer barotropik hal denklemi adı verilir. Buradaki ω hal parametresi adını almaktadır.

3.2. EVRENİN GENİŞLEMESİNİN DOĞASI

Evreni doldurduğu varsayılan maddenin bir mükemmel akışkan olması varsayımı altında (3.1) ile tanımlanmış FLRW evreni için, GRT’nin alan denklemleri

$$3\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}\right) - \Lambda = \kappa^2\rho \quad (3.8)$$

$$-2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2} + \Lambda = \kappa^2 p \quad (3.9)$$

biçiminde elde edilir. Bu denklemlere Friedmann denklemleri denilmektedir. Bu iki denklem kullanılarak

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \quad (3.10)$$

şeklindeki madde korunum denklemi de elde edilebilir. Korunum denklemi (3.8) ve (3.9) denklemlerinden bağımsız olmağı için, burada bağımsız iki denklem bulunmakta ve bu denklemler üç bilinmeyen içermektedirler. Bu nedenle, böyle bir sistemin çözümünün olması için üçüncü bir denkleme ihtiyaç duyulmaktadır. Bu ihtiyacın giderilmesi için, enerji yoğunluğu ve basınç arasında bir hal denkleminin varlığı kabul edilebilir.

Her ne kadar biz, Tezimizde izotropik FLRW modelleri ile değil, anizotropik modeller ile ilgileniyor olsak da aşağıdaki analiz evrenin evriminin incelenmesi açısından genel sonuçlar vermektedir.

Şimdi, (3.8) ve (3.9) denklemleri birlikte kullanıldığında, SM'in dayandığı, $k = 0$ olan düz evren modeli için, şu aşağıdaki iki denklem elde edilebilir:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{1}{3}\kappa^2\rho \quad (3.11)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{6}\kappa^2(\rho + 3p) \quad (3.12)$$

Buradaki ilk denklem, ölçek çarpanının zamana göre türevini içerdiğinden, evrenin genişlemesinin hızıyla, ikinci denklem ise ölçek çarpanının zamana göre ikinci türevini içerdiğinden, evrenin genişlemesinin ivmesiyle ilgilidir.

Enerji yoğunluğu daima pozitif olacağından, (3.11) denklemine göre, evrenimizin içinde madde bulundukça genişleyeceği sonucuna ulaşılır. (3.12) denklemi ise, $\rho + 3p > 0$ olduğu kabul edilirse, negatif ivmeye işaret eder, ki bu, evrenin genişlemesinin kütle çekimi nedeniyle frenlendiği; $\rho + 3p < 0$ olduğu kabul edilirse, evrenin genişlemesinin ivmelenen bir genişleme olduğu anlamına gelmektedir. $\rho + 3p < 0$ durumu, ρ pozitif olacağından, negatif basınçlı maddeye karşılık düşmektedir. Bu da GRT çerçevesinde, evrenimizin günümüzdeki ivmeli genişlemesinin açıklanabilmesi için negatif basınçlı egzotik bir madde varsayımının gerekliliğini doğurmaktadır. Bu, (3.7) ile verilen hal denklemini de göz önüne alındığında, günümüzdeki ivmeli genişlemenin açıklanabilmesi için, hal parametresinin günümüz değeri için

$$\omega < -\frac{1}{3}$$

sınırlandırması getirmektedir.

Şimdi, (3.11) ve (3.12) denklemleriyle de bağlantılı olarak, genişlemenin hızı ve ivmesi hakkında bilgi veren H Hubble parametresi ile q yavaşlama parametrelerini tanımlayalım:

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (3.13)$$

$$q = -\frac{\ddot{a}}{H^2} - 1 \quad (3.14)$$

H Hubble parametresi, evrenin genişlemesinin hızını göstermekte olduğundan, H 'ın pozitif olması, genişleyen bir evreni, negatif olması ise büzülen bir evreni tasvir etmektedir. Burada,

$$\theta = 3H \quad (3.15)$$

bağıntısı aracılığıyla, genişleme skaleri θ nın tanımlanabileceğini not edelim.

Yavaşlama parametresi q ise evrenin genişlemesinin ivmesi hakkında bilgi verir. Buna göre, q nun pozitif olması yavaşlayan bir genişlemeye, negatif olması ise ivmelenen bir genişlemeye karşılık gelmektedir. Dolayısıyla, günümüzdeki ivmeli genişlemeyi ancak negatif bir yavaşlama parametresi açıklayabilmektedir. Öte yandan erken evrendeki yavaşlayan genişleme de pozitif değerli bir yavaşlama parametresine karşılık geleceğinden, göz önüne alınan bir kozmolojik modelin yavaşlama parametresinden başlangıçta pozitif, günümüz için ise negatif olması beklenmektedir. Tablo 3.1'de H ve q nun işaretlerine göre evrenin genişlemesinin nasıl olacağı verilmiştir.

Tablo 3.1: H ve q 'nun işaretlerine göre evrenin genişlemesinin doğası

H		q		Genişlemenin Doğası
–	Büzülme	–	İvmelenme	İvmelenerek büzülme
–	Büzülme	0	Sabit	Sabit hızla büzülme
–	Büzülme	+	Yavaşlama	Yavaşlayarak büzülme
0	Statik	0	Statik	Statik
+	Genişleme	–	İvmelenme	İvmelenerek genişleme
+	Genişleme	0	Sabit	Sabit hızla genişleme
+	Genişleme	+	Yavaşlama	Yavaşlayarak genişleme

3.3. DURUM BULUCU TEŞHİSİ

Durum bulucu parametreleri (r , s)

$$r = \frac{\ddot{a}}{aH^3} \quad (3.16)$$

$$s = \frac{-1+r}{3(q-\frac{1}{2})} \quad (3.17)$$

şeklinde tanımlanır [42]. İvmelenen bir kozmolojik model için, durum bulucu teşhisi, KE modellerini ayırarak belirlemenin yollarından biridir. Bu teşhis, aşağıdaki sınıflandırmada gösterildiği gibi durum bulucu düzleminde bazı sabit (r,s) noktalarına göre yapmaktadır. Buna göre, göz önüne alınan modelin,

- $r = 1, s = 0$ olduğunda Λ -soğuk KM modeli,
- $r = 1, s = 1$ olduğunda standart soğuk KM modeli,
- $r > 1, s < 0$ durumunda Chaplygin gazı modeli,
- $r = 1, s = 2$ olduğunda Holografik KE modeli
- $r < 1, s > 0$ durumunda QUINT ESSENCE modeli

gibi davrandığı söylenir.

3.3. BIANCHI TİP MODELLERDE KİNEMATİK BÜYÜKLÜKLER

BT modeller, genel olarak üç yönde (x,y,z), farklı ölçek çarpanlarına ($A(t), B(t), C(t)$, bundan sonra bu ölçek çarpanları kısaca A, B, C olarak yazılacaktır.) sahip oldukları için, FLRW modellerine dayanarak tanımlanan kinematik büyüklüklerin, bu modellere genelleştirilmesi ve eksenler arasındaki bu farklı evrimleşmeden kaynaklanan yeni büyüklüklerin tanıtılması gerekmektedir.

$$V = ABC \quad (3.18)$$

$$a = (ABC)^{1/3} \quad (3.19)$$

ifadeleri aracılığıyla bir V uzaysal hacmi ve bir a ortalama ölçek çarpanı tanımlanabilir. Bu ortalama ölçek çarpanının varlığı, FLRW evrenlerinde olduğu gibi,

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (3.20)$$

şeklinde, bir H ortalama Hubble parametresi tanımlanmasına izin verir. Bu tür modeller için her yönde farklı ölçek çarpanı olması, her yönde farklı bir genişleme oranına yol açacağından, BT kozmolojilerde, bir yönlü Hubble parametresi tanımı yapılmaktadır. Eğer x , y ve z yönlerindeki yönlü Hubble parametreleri, sırasıyla

$$H_x = \frac{\dot{A}}{A}, \quad H_y = \frac{\dot{B}}{B}, \quad H_z = \frac{\dot{C}}{C} \quad (3.21)$$

olarak yazılırsa, ortalama Hubble parametresi de aşağıdaki gibi tanımlanabilecektir:

$$H = \frac{1}{3}(H_x + H_y + H_z) = \frac{1}{3}\left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C}\right) \quad (3.22)$$

Genişleme skaleri θ ortalama Hubble parametresinden faydalanılarak

$$\theta = 3H = \left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C}\right) \quad (3.23)$$

biçiminde elde edilir.

BT modellerin, yine her yönde farklı genişleme hızlarına sahip olmaları, genişlemede bir anizotropiye yol açacağından,

$$\Delta = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \left(\frac{H_i - H}{H} \right)^2 \quad (3.24)$$

bağıntısı aracılığıyla, yönlü Hubble parametrelerinin ($H_i = H_x, H_y, H_z$) ortalamadan sapmasının bir ölçüsü olan Δ anizotropi parametresi tanımlanır.

Makaslama skaleri σ^2 , ortalama Hubble parametresi ve anizotropi parametreleri cinsinden

$$\sigma^2 = \frac{3}{2} \Delta H^2 \quad (3.25)$$

biçiminde tanımlanır. İzotropik modeller olan FLRW modellerinde, $\Delta = 0$ ve σ^2 olacağı aşîkârdır.

Yavaşlama parametresi q ise, BT modellerde ortalama ölçek çarpanı veya ortalama Hubble parametresi aracılığıyla tanımlanacağı için, artık ortalama yavaşlama parametresi adını

almaktadır. Her ne kadar FLRW modellerindeki formu ile aynı kalacak olsa da, burada bütünlük olması bakımından

$$q = -\frac{\dot{H}}{H^2} - 1 \quad (3.26)$$

şeklinde verildiğini hatırlatalım.

3.4. $f(R, T)$ KÜTLE ÇEKİM TEORİSİ

$f(R, T)$ değiştirilmiş kütle çekim teorisinde, alan denklemleri EH tipi bir aksiyondan türetilir. Bu teorenin aksiyonu, orijinal EH aksiyonundaki R lineer eğriliği yerine, R ve T 'nin keyfi bir fonksiyonu olan $f(R, T)$ fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılarak oluşturulur:

$$S = \frac{1}{16\pi} \int f(R, T) \sqrt{-g} d^4x + \int L_m \sqrt{-g} d^4x \quad (3.27)$$

Burada g 4-boyutlu uzay-zamanın metriğinin determinantı ve L_m de maddenin Lagrange yoğunluğudur. Bu değiştirilmiş teorenin alan denklemleri, (3.27) aksiyonunun g^{ab} metriğine göre bir varyasyonu alınarak

$$\begin{aligned} f_R(R, T) R_{ab} - \frac{1}{2} f(R, T) g_{ab} + (g_{ab} \nabla^c \nabla_c - \nabla_a \nabla_b) f_R(R, T) \\ = 8\pi T_{ab} - f_T(R, T) T_{ab} - f_T(R, T) \theta_{ab} \end{aligned} \quad (3.28)$$

şeklinde elde edilir [23]. Burada, θ_{ab}

$$\theta_{ab} = -2 T_{ab} + g_{ab} L_m - 2g^{cd} \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{ab} \partial g^{cd}} \quad (3.29)$$

biçiminde tanımlanmış bir tansör; f_R ve f_T , $f_R \equiv \frac{\partial f(R, T)}{\partial R}$ ve $f_T \equiv \frac{\partial f(R, T)}{\partial T}$ kısmî türevleri ve T_{ab} de Lagrange yoğunluğu L_m den

$$T_{ab} = \frac{-2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\sqrt{-g} L_m)}{\delta g^{ab}} \quad (3.30)$$

şeklinde türetilen, maddenin enerji-momentum tansörüdür. Eğer Lagrange yoğunluğu L_m nin, metrik bileşenlerinin türevlerine bağlı olmadığı kabul edilirse, (3.30) ifadesinden, T_{ab} için

$$T_{ab}=g_{ab}L_m-2\frac{\partial L_m}{\partial g^{ij}} \quad (3.31)$$

elde edilir. Öte yandan, bu teorinin alan denklemleri, evreni dolduran madde-enerji kaynağının bir mükemmel akışkan olduğu durum için elde edilmiştir. Mükemmel akışkan için Lagrange yoğunluğunun tek türlü bir tanımı bulunmamakla birlikte, Harko ve diğ., $f(R, T)$ teorisini öne sürdükleri ilk makalede Lagrange yoğunluğunu, $L_m = -p$ olarak alan denklemlerini elde etmişlerdir. Buna göre, (3.29) denklemi, mükemmel akışkan için

$$\theta_{ab} = -2T_{ab} - pg_{ab} \quad (3.32)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan anlaşılacağı üzere, genel olarak, $f(R, T)$ teorisinin alan denklemleri, θ_{ab} tansörü aracılığıyla, madde alanının fiziksel doğasına da bağlıdır. Dolayısıyla, madde kaynağının doğasına da bağlı olarak, her bir $f(R, T)$ fonksiyon seçimine karşılık gelen farklı teorik modeller elde edilebilir. $f_R(R, T) = R$ alınırsa, (3.1) aksiyonu EH aksiyonuna ve (3.28) ile verilen alan denklemleri de GRT'nin alan denklemlerine indirgenmektedir.

4. BULGULAR

Harko ve diğ., $f(R, T)$ kütle çekim teorisini ilk defa ileri sürdükleri çalışmalarında $f(R, T)$ fonksiyonu için üç farklı form önermişlerdir [23]. Biz bu Tez'de, bunlardan

$$f(R, T) = R + 2g(T) \quad (4.1)$$

formu ile çalışacağız. Burada $g(T)$, T nin keyfî bir fonksiyonudur. Bu seçim için, $g'(T) = \frac{dg(T)}{dT}$ olmak üzere,

$$f_R = 1 \quad \text{ve} \quad f_T = 2g'(T) \quad (4.2)$$

olur. Bu takdirde, (4.1) ve (4.2) ifadeleri de kullanılarak, (3.28) ile verilen değiştirilmiş alan denklemleri

$$R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab} = 8\pi T_{ab} + 2g'(T)T_{ab} + 2pg'(T)g_{ab} + g(T)g_{ab} \quad (4.3)$$

haline indirgenir. Şimdi, aşağıda göz önüne alacağımız modelleri, (4.2) ifadesindeki $g(T)$ fonksiyonunun, ε bir sabit olmak üzere,

$$g(T) = \varepsilon T, \quad (4.4)$$

şeklindeki T ye göre lineer bir formunu seçerek inceleyeceğiz.

4.1. $f(R, T)$ TEORİSİNDE BIANCHI TİP-V MODELİ

Bu alt bölümde $f(R, T)$ teorisinde, (2.14) ile tanımlanan BT-V modelinin,

$$ds^2 = dt^2 - A^2(t)dx^2 - e^{2mx}B^2(t)(dy^2 + dz^2) \quad (4.5)$$

formundaki yerel olarak dönme simetrlili halini göz önüne alıyoruz. Bu model için metriğin kovaryant bileşenleri (g_{ab}) ile kontravaryant bileşenleri (g^{ab}) nin matrisel gösterimleri

$$g_{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -A^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -e^{2mx}B^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -e^{2mx}B^2 \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

ve

$$g^{ab} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -A^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -e^{-2mx} B^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -e^{-2mx} B^{-2} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

şeklindedir. Bu metrik için, sıfırdan farklı Christoffel sembolleri, (2.2) denklemi uyarınca aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\Gamma^0_{11} = A\dot{A} \quad (4.8)$$

$$\Gamma^0_{22} = \Gamma^0_{33} = e^{2mx} B\dot{B} \quad (4.9)$$

$$\Gamma^1_{01} = \frac{\dot{A}}{A} \quad (4.10)$$

$$\Gamma^1_{22} = \Gamma^1_{33} = -me^{2m} \frac{B^2}{A^2} \quad (4.11)$$

$$\Gamma^2_{02} = \Gamma^3_{03} = \frac{\dot{B}}{B} \quad (4.12)$$

$$\Gamma^2_{12} = \Gamma^3_{13} = m \quad (4.13)$$

Burada ($\dot{}$) zaman türevini ifade etmektedir.

(4.5) metriği için, elde edilen bu Christoffel sembolleri kullanılarak, (2.9) ile verilen Ricci tansörünün sıfırdan farklı bileşenleri

$$R_{00} = \frac{2\ddot{B}A + \ddot{A}B}{AB} \quad (4.14)$$

$$R_{01} = \frac{2mAB\dot{B} - \dot{A}B}{AB} \quad (4.15)$$

$$R_{11} = - \frac{A\ddot{A}B + 2A\dot{A}\dot{B} - 2Bm^2}{B} \quad (4.16)$$

$$R_{22} = R_{33} = - \frac{e^{2m} (B\ddot{B}A^2 + A^2\dot{B}^2 + AB\dot{A}\dot{B} - 2B^2m^2)}{A^2} \quad (4.17)$$

şeklinde bulunur. Buradan da (2.10) denklemi ile tanımlanan Ricci skaler eğriliği

$$R = \frac{2(2B\ddot{B}A^2 + A^2\dot{B}^2 + AB^2\ddot{A} + 2AB\dot{A}\dot{B} - 3B^2m^2)}{A^2B^2} \quad (4.18)$$

olarak hesaplanır.

Ayrıca, (4.5) metriği için, (3.6) denklemi ile verilen enerji-momentum tansörü T_{ab} nin matris gösterimi de

$$T_{ab} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^2 p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{2mx} B^2 p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{2mx} B^2 p \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

biçimindedir.

Şimdi, (4.14)-(4.19) denklemleri, (4.4) ile birlikte (4.3) denkleminde kullanılırsa, bu model için değiştirilmiş alan denklemleri

$$2\frac{A\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}^2}{B^2} - 3\frac{m^2}{A^2} = -(8\pi + 3\varepsilon)\rho + \lambda p \quad (4.20)$$

$$2\frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{B}^2}{B^2} - \frac{m^2}{A^2} = (8\pi + 3\varepsilon)p - \lambda\rho \quad (4.21)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{A\dot{B}}{AB} - \frac{m^2}{A^2} = (8\pi + 3\varepsilon)p - \lambda\rho \quad (4.22)$$

$$2\left(\frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{A}}{A}\right) = 0 \quad (4.23)$$

şeklinde hesaplanır. Buradan sonraki hesaplarımızda, genelliği bozmadan, literatürde sıkça yapıldığı gibi, $m = 1$ alarak ilerliyoruz.

Kolayca görüleceği gibi, (4.23) denkleminin integrali

$$A = k_1 B \quad (4.24)$$

verir. Burada k_1 bir integrasyon sabitidir. (3.19) denklemi uyarınca

$$a = AB^2 \quad (4.25)$$

ortalama ölçek çarpanı tanımayarak, (4.24) ve (4.25) denklemleri yardımıyla (4.20)-(4.23) denklem sistemlerini aşağıdaki iki denkleme indirgenebilir:

$$\frac{3\dot{a}^2}{a^2} - \frac{3}{a^2 k_1^2} = -(8\pi + 3\varepsilon)\rho + \varepsilon p \quad (4.26)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{1}{a^2 k_1^2} = (8\pi + 3\varepsilon)p - \varepsilon\rho \quad (4.27)$$

(4.27) ve (4.28) denklemlerini taraf tarafa toplayıp çıkararak,

$$p - \rho = \frac{1}{4\pi+2\varepsilon} \left(\frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{2}{a^2 k_1^2} \right) \quad (4.28)$$

$$p + \rho = \frac{1}{4\pi+2\varepsilon} \left(\frac{\ddot{a}}{a} - 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{2}{a^2 k_1^2} \right) \quad (4.29)$$

elde ederiz. Bu son iki denklemden de enerji yoğunluğu ve basıncın

$$p = \frac{8\pi+3\varepsilon}{4(4\pi+\varepsilon)(2\pi+\varepsilon)} \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\pi}{(4\pi+\varepsilon)(2\pi+\varepsilon)} \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{\pi}{(4\pi+\varepsilon)(2\pi+\varepsilon)} \frac{1}{a^2 k_1^2} \quad (4.30)$$

$$\rho = \frac{\varepsilon}{4(4\pi+\varepsilon)(2\pi+\varepsilon)} \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{3\pi+\varepsilon}{(4\pi+\varepsilon)(2\pi+\varepsilon)} \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{3\pi+\varepsilon}{(4\pi+\varepsilon)(2\pi+\varepsilon)} \frac{1}{a^2 k_1^2} \quad (4.31)$$

şeklindeki ölçek çarpanı cinsinden ifadeleri elde edilir.

(4.30) ve (4.31) denklemleri; p , ρ ve a bilinmeyenlerini içeren iki bağımsız denklemdir. Dolayısıyla, bu denklem sistemini tamamlamak için ekstra fiziksel olarak makul bir koşula ihtiyaç bulunmaktadır.

Bu denklem sisteminin çözümlerine geçmeden önce, şu değerlendirmeyi yapmak iyi olacaktır. (4.24) ve (4.25) denklemlerinden, ele aldığımız bu model için, (3.21) ile tanımlanmış yönlü Hubble parametrelerinin, ortalama (3.20) ile tanımlanmış Hubble parametresine eşit oldukları görülmektedir. Bu eşitlik durumu, sırasıyla (3.24) ve (3.25) ile tanımlanan anizotropi parametresi ve makaslama skalerinin sıfır olduğu sonucunu vermektedir.

Şimdi, aşağıdaki iki alt bölümde, iki farklı zamana bağlı yavaşlama parametresi kabulü için bu modelin çözümlerini araştıracağız. Bu kabullerden ilki [43], yavaşlama parametresi ile Hubble parametresi arasında

$$q = m + nH \quad (4.32)$$

şeklinde doğrusal bir ilişkinin, ikincisi [44] ise

$$q = m - \frac{n}{H} \quad (4.33)$$

şeklinde bir ilişkinin varlığı olacaktır. Her iki ifade de, m ve n birer sabittir.

4.1.1. $q = m + nH$ için Alan Denklemlerinin Çözümleri:

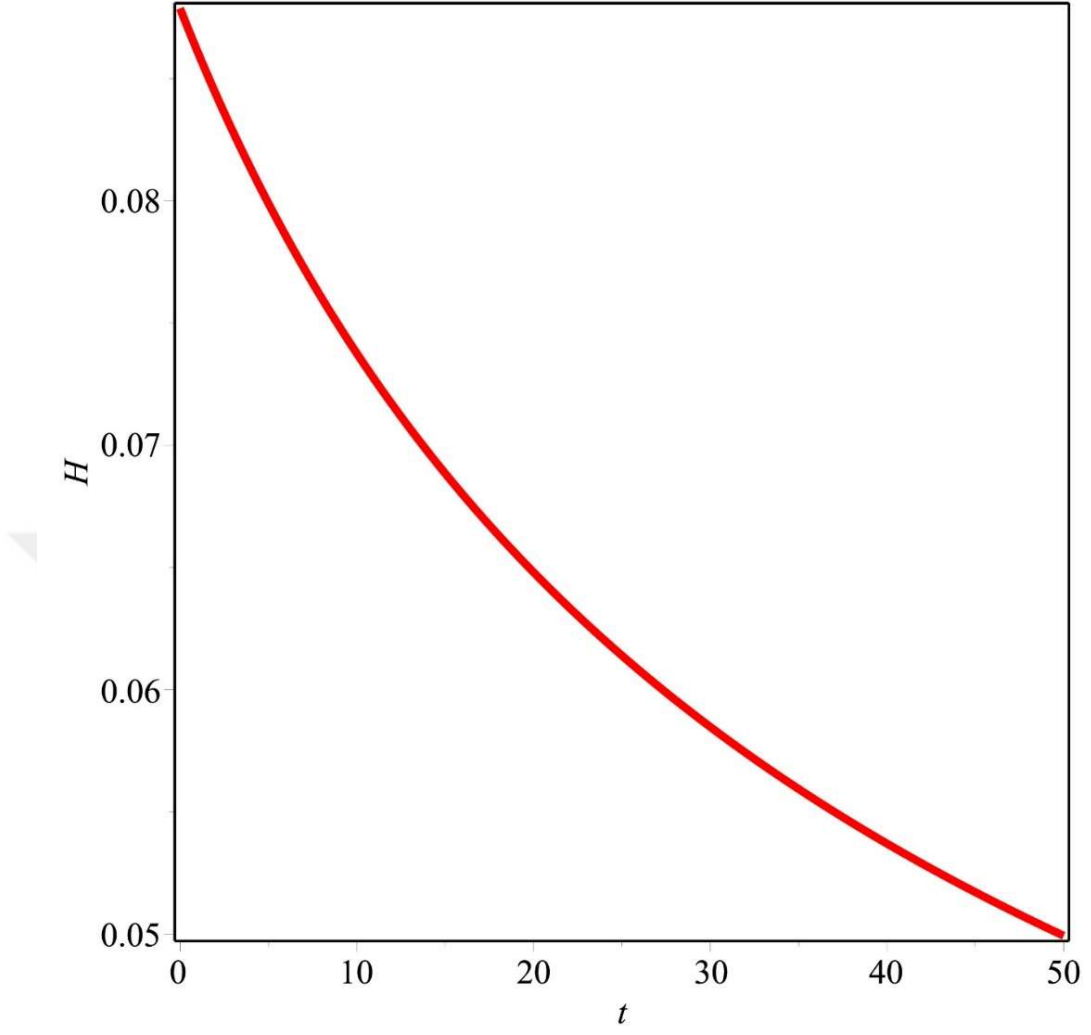
(3.26) denklemi ile tanımlanan yavaşlama parametresi ile (4.32) denklemi birlikte kullanılırsa, H için

$$\frac{\dot{H}}{H^2} + nH + m + 1 = 0 \quad (4.34)$$

şeklinde bir diferansiyel denklem elde edilir. Bu diferansiyel denklemin, $m = -1$ için çözümü

$$H = \frac{1}{\sqrt{2nt+c}} \quad (4.35)$$

şeklindedir. Burada c bir integrasyon sabitidir. H 'ın nümerik olarak gösterimi Şekil 4.1'de verilmiştir.



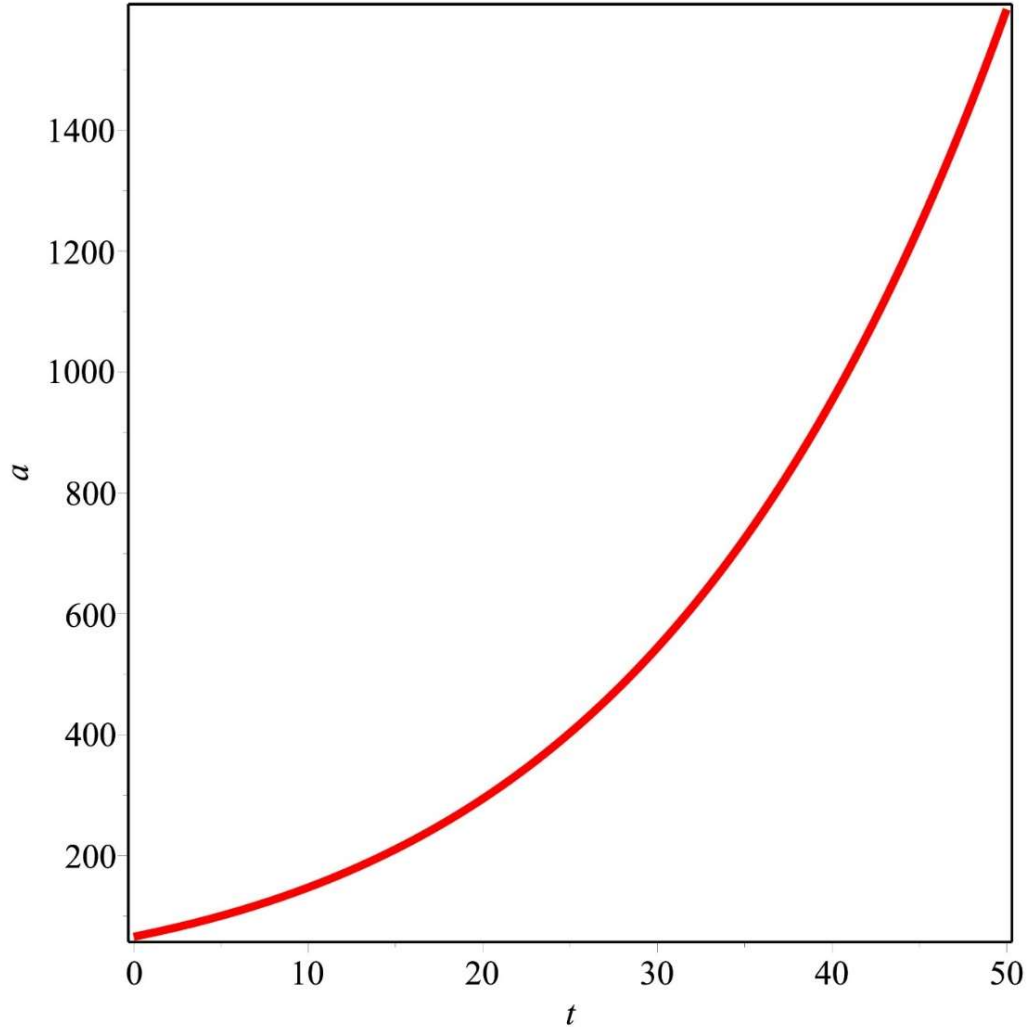
Şekil 4.1: Hubble parametresinin zamanla değişimi.

Modelin nümerik gösteriminde, model sabitlerinin değerlerini elde etmek için, Hubble ve yavaşlama parametrelerinin son astrofiziksel gözlem sonuçlarının işaret ettiği günümüz değerleri kullanılmıştır. Gözlemler, evrenin yaşı $t_0 = 13.73$ My olmak üzere, Hubble parametresinin t_0 anında aldığı değer, yani günümüz değeri olan Hubble sabitinin gözlemsel değerinin $H(t = t_0) = H_0 = 0.07 \text{ (My)}^{-1}$ ve yavaşlama parametresinin günümüz değerinin $q(t = t_0) = q_0 = -0.81 \pm 0.14$ olduğunu işaret etmektedir [45–47]. (4.32) ve (4.35) denklemleri bu günümüz değerleri ile karşılaştırıldığında, n ve c sabitlerinin değerleri için yaklaşık olarak, $n = 2.714$ ve $c = 129.506$ bulunur. Burada ve bu alt bölümün bundan sonraki grafiklerinde n ve c nin bu değerleri kullanılmıştır.

(3.20) ve (4.35) denklemlerinden ortalama ölçek çarpanı

$$a = c_2 e^{\frac{1}{n}\sqrt{2nt+c}} \quad (4.36)$$

şeklinde bulunur. Burada c_2 bir integrasyon sabiti olup, genelliği bozmadan $c_2 = 1$ alınabilir. Şekil 4.2’de a nın zamanla değişimi gösterilmektedir.

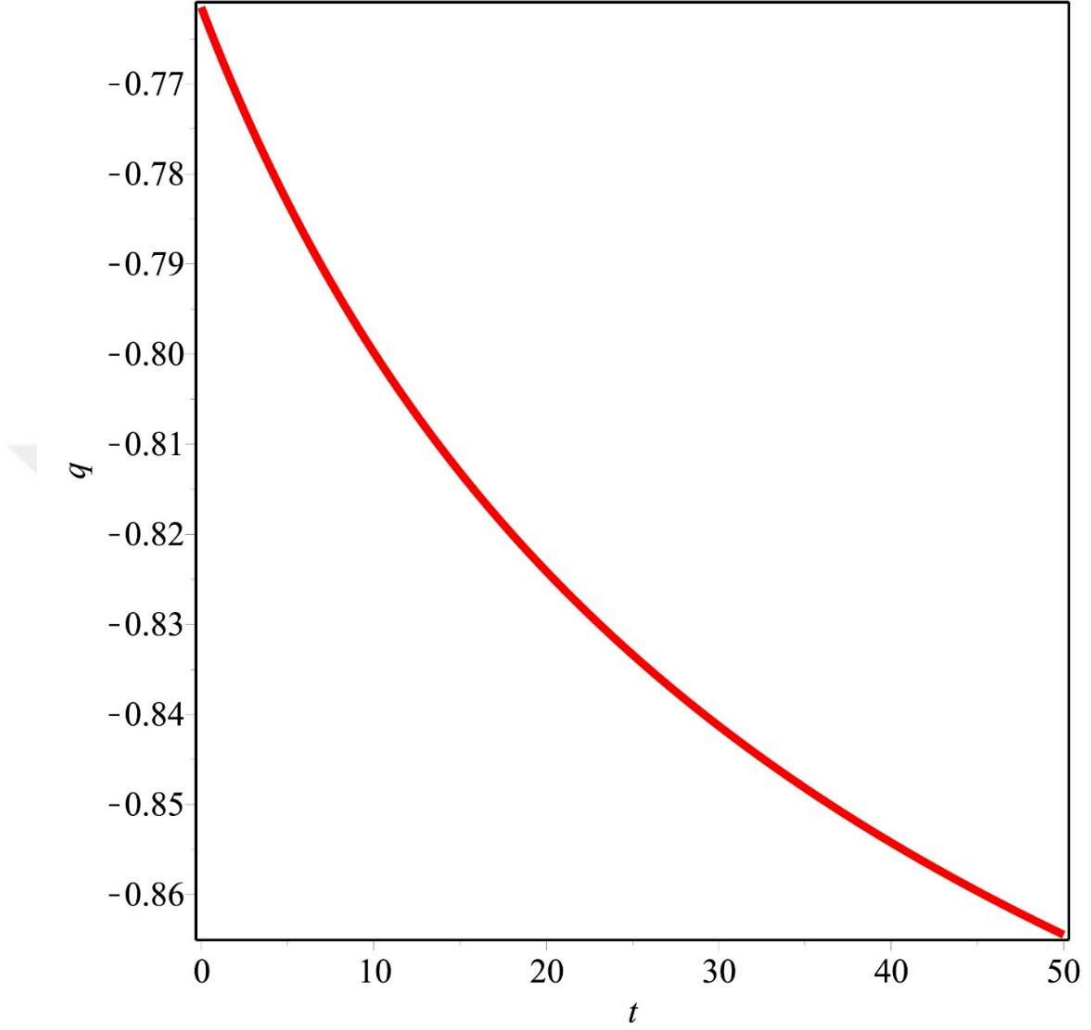


Şekil 4.2: Ölçek çarpanının zamanla değişimi.

(3.26) ve (4.36) denklemlerinin kullanılmasıyla yavaşlama parametresi için

$$q = \frac{n}{\sqrt{2nt+c}} - 1 \quad (4.37)$$

elde edilir. Şekil 4.3'te yavaşlama parametresinin zamanla değişimi gösterilmiştir.



Şekil 4.3: Yavaşlama parametresinin zamanla değişimi.

(4.35) denkleminin $m \neq -1$ için olan çözümünden elde edilebilecek bir başka ölçek çarpanı çözümü daha bulunmakla birlikte, söz konusu bu çözüm, yavaşlama parametresinin pozitif bir sabit olduğu bir değere karşılık gelmektedir. Böyle bir durum, yalnızca yavaşlayan genişlemeyi açıklayabildiğinden, burada bu çözüm ile ilgilenmediğimizi belirtmek yerinde olacaktır.

Şimdi, (4.36) ile verilen ölçek çarpanı, (4.30) ve (4.31) denklemlerinde kullanılırsa, enerji yoğunluğu ve basıncın

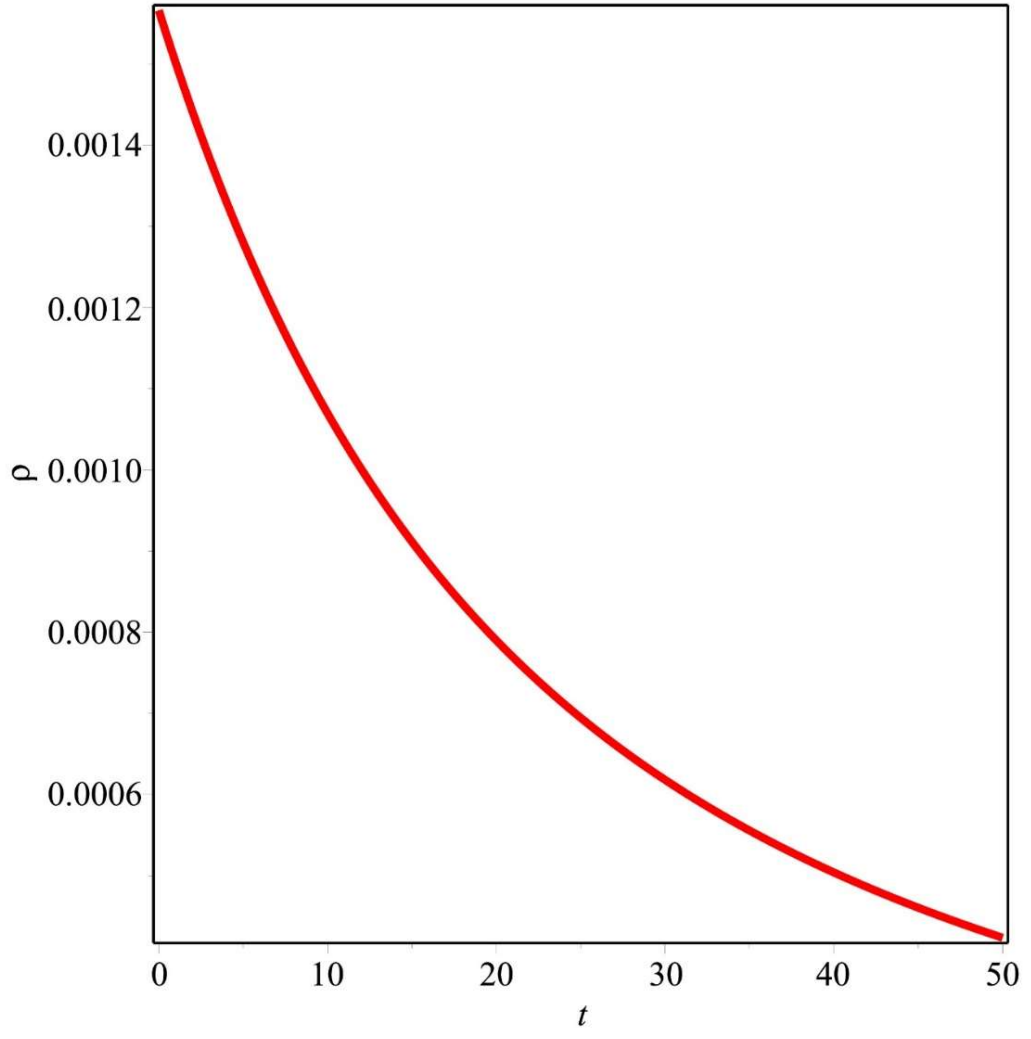
$$\rho = \frac{1}{4(4\pi+\varepsilon)(2\pi+\varepsilon)} \left[\frac{-3(4\pi+\varepsilon)}{2nt+c} - \frac{\varepsilon n}{(2nt+c)^{3/2}} + \frac{4(3\pi+\varepsilon)}{k_1^2 e n^{\frac{2}{\sqrt{2nt+c}}}} \right] \quad (4.38)$$

$$p = \frac{1}{4(4\pi+\varepsilon)(2\pi+\varepsilon)} \left[\frac{3(4\pi+\varepsilon)}{2nt+c} - \frac{n(8\pi+3\varepsilon)}{(2nt+c)^{3/2}} - \frac{4\pi}{k_1^2 e n^{\frac{2}{\sqrt{2nt+c}}}} \right] \quad (4.39)$$

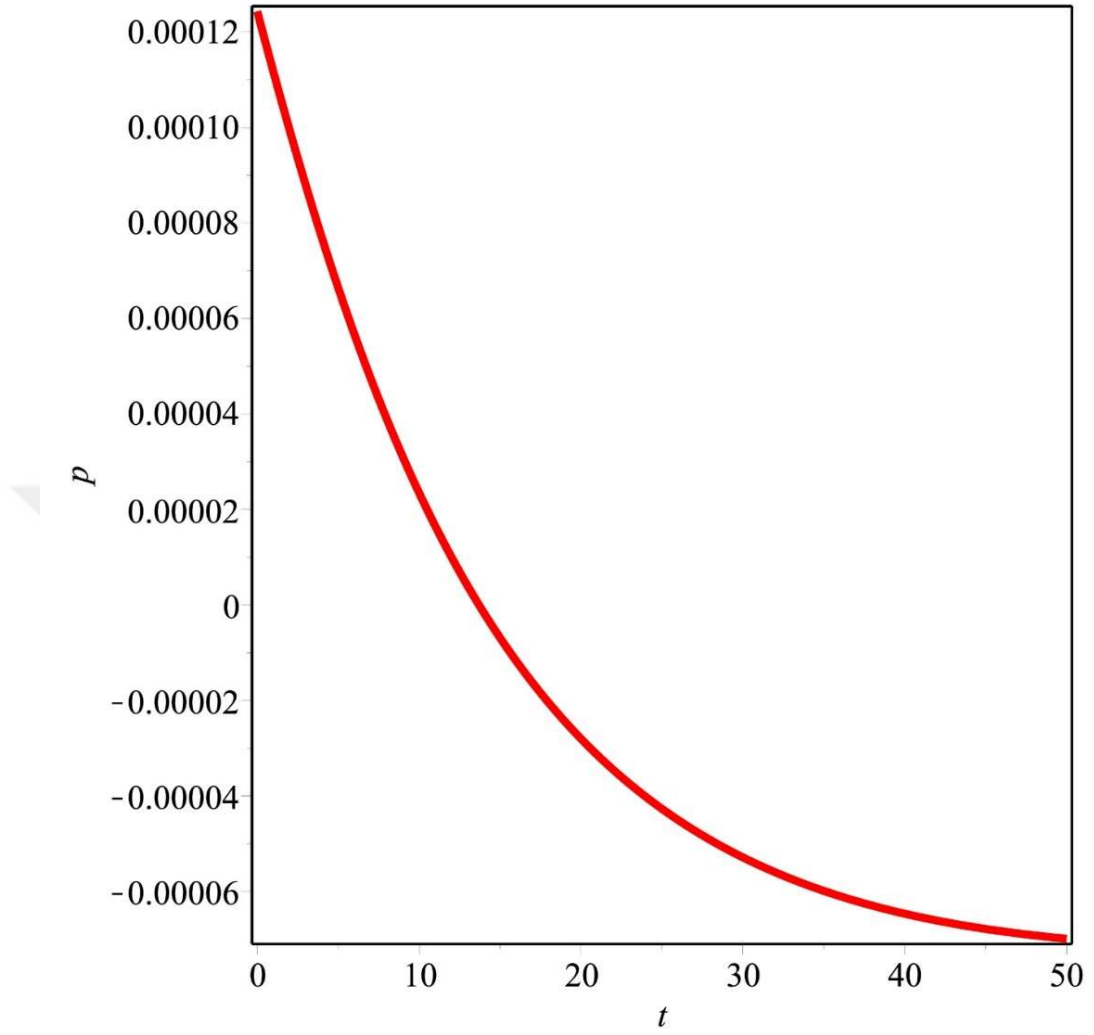
şeklindeki ifadeleri elde edilir. Bu ifadeler (3.7) de kullanılarak, hal parametresi ω için

$$\omega = \frac{\left[\frac{3(4\pi+\varepsilon)}{2nt+c} - \frac{n(8\pi+3\varepsilon)}{(2nt+c)^{3/2}} - \frac{4\pi}{k_1^2 e n^{\frac{2}{\sqrt{2nt+c}}}} \right]}{\left[\frac{-3(4\pi+\varepsilon)}{2nt+c} - \frac{\lambda n}{(2nt+c)^{3/2}} + \frac{4(3\pi+\varepsilon)}{k_1^2 e n^{\frac{2}{\sqrt{2nt+c}}}} \right]} \quad (4.40)$$

bulunur. Şekil 4.4 – 4.5, sırasıyla, ρ ve p nin zamanla değişimlerini göstermektedir. Bu grafiklerin çizimlerinde $k_1=1$ ve $\varepsilon = -13.521$ olarak alınmıştır.



Şekil 4.4: Enerji yoğunluğunun zamanla değişimi.



Şekil 4.5: Basıncın zamanla değişimi.

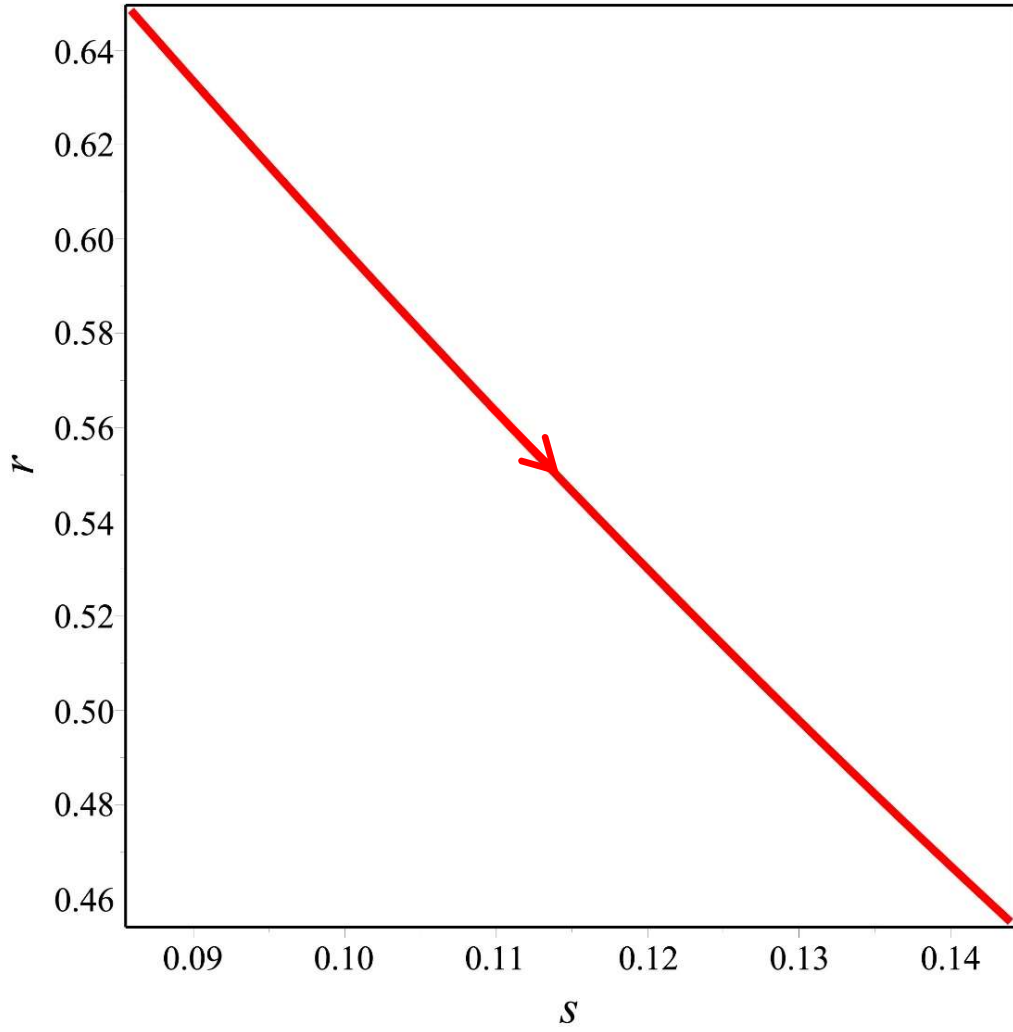
Şimdi, (4.36) ve (4.37) denklemleri (3.16) ve (3.17) denklemlerinde kullanılarak bu modelin durum bulucu parametreleri için

$$r = 1 - \frac{3n}{\sqrt{2nt+c}} + \frac{3n^2}{2nt+c} \quad (4.41)$$

$$s = -1 \frac{5n}{3\sqrt{2nt+c}} - \frac{2n^2}{3(2nt+c)} \quad (4.42)$$

elde edilir.

Şekil 4.6’da, (s,r) yörüngesi gösterilmektedir.



Şekil 4.6: (s,r) yörüngesi.

4.1.2. $q = m - \frac{n}{H}$ için Alan Denklemlerinin Çözümleri:

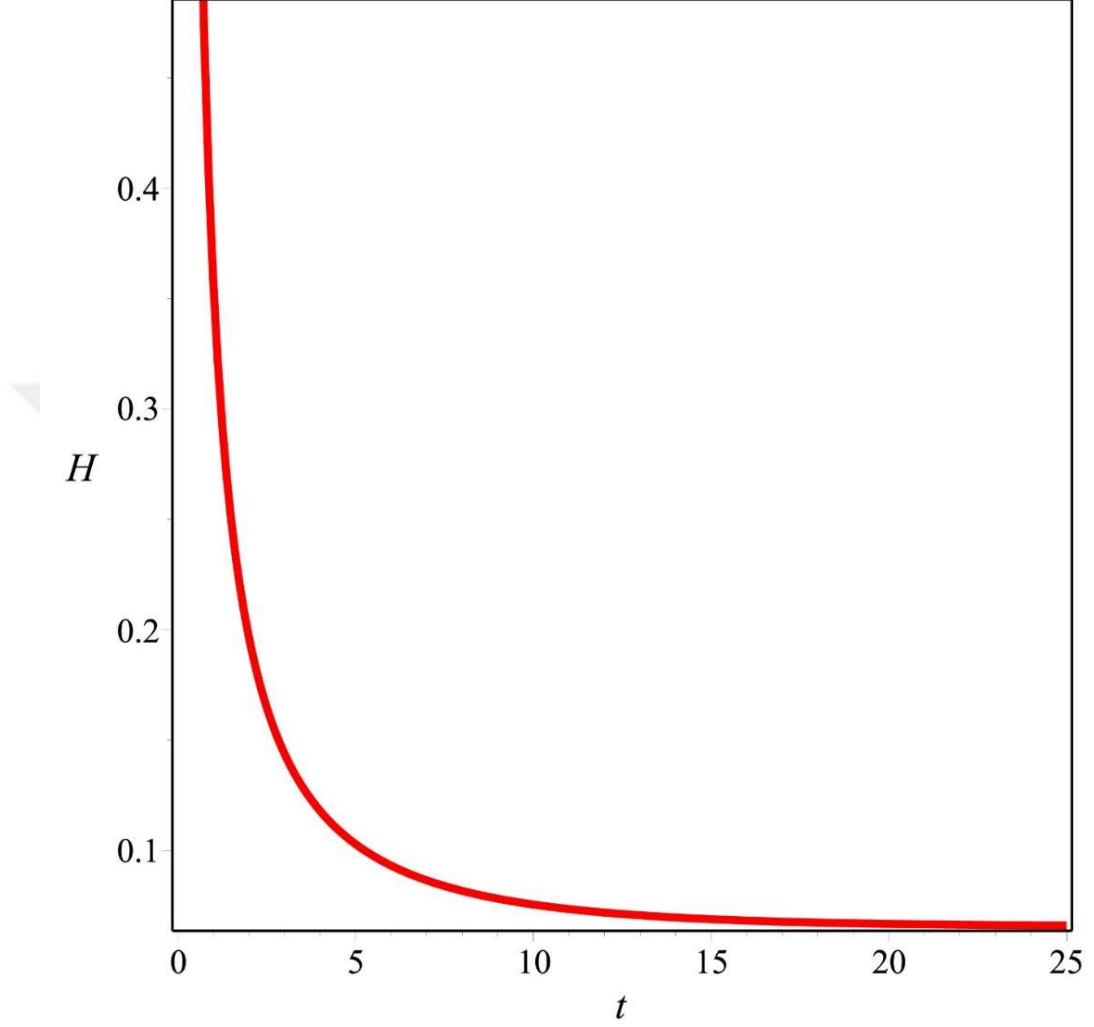
(3.26) ve (4.33) denklemlerini birbirlerine eşitleyerek,

$$\frac{\dot{H}}{H^2} - \frac{n}{H} + m + 1 = 0 \quad (4.45)$$

denklemini elde edilir. Bu denklemin bir kez integrali Hubble parametresini

$$H = \frac{c_2 n e^{nt}}{(1+m)(e^{nt}-1)}, \quad (4.46)$$

olarak verir. Burada c_2 bir integrasyon sabitidir ve yine genelliği bozmadan $c_2 = 1$ alınabilir. H 'ın nümerik olarak gösterimi Şekil 4.7'de verilmiştir.



Şekil 4.7: Hubble parametresinin zamanla değişimi.

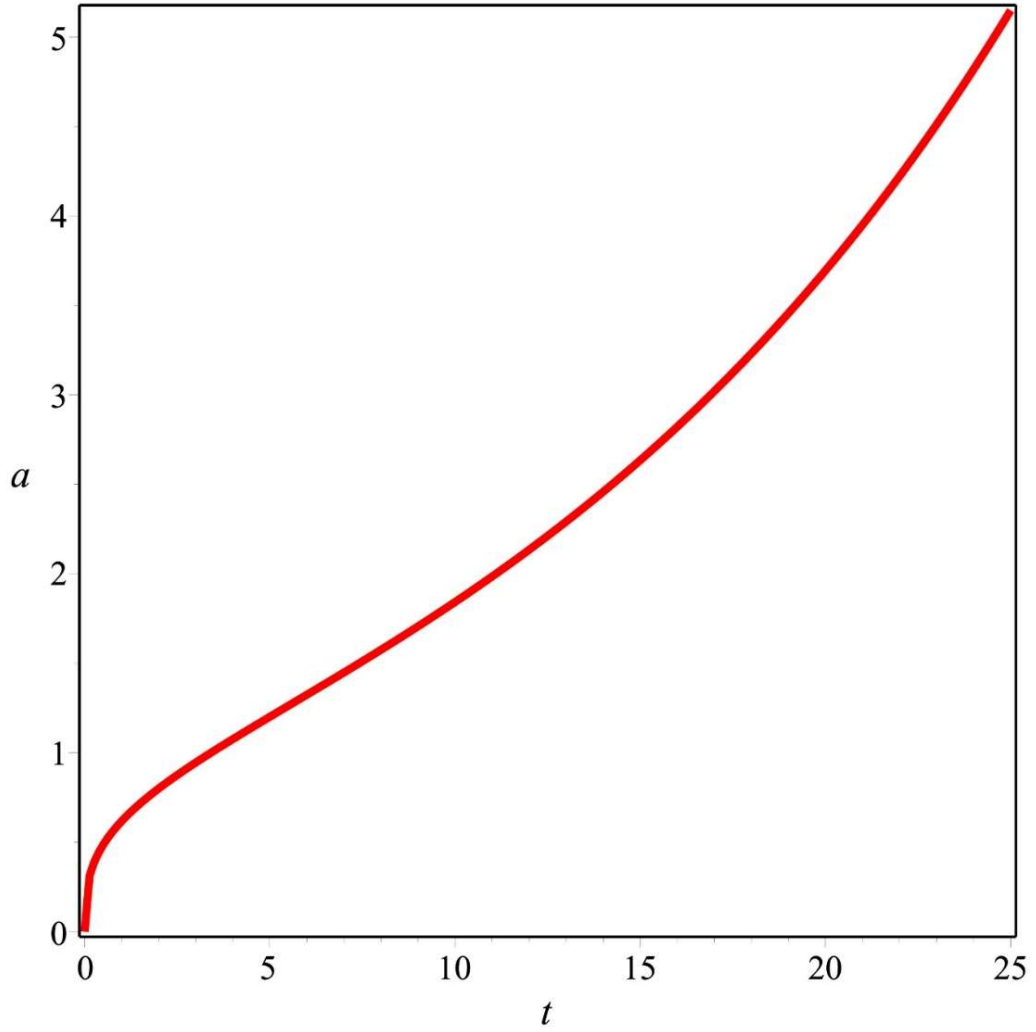
Modelin nümerik gösteriminde, bir önceki alt bölümde yapıldığı gibi, model sabitlerinin değerlerini elde etmek için, (4.33) ve (4.44) denklemleri, $H(t = t_0) = H_0 = 0.07 \text{ (My)}^{-1}$ ve $q(t = t_0) = q_0 = -0.81 \pm 0.14$ günümüz değerleri [45–47] ile karşılaştırıldığında, m ve n sabitlerinin değerleri için yaklaşık olarak, $m = 2.093$ ve $n = 0.203$ bulunur. Burada ve bu alt bölümün bundan sonraki grafiklerinde m ve n nin bu değerleri kullanılmıştır.

(3.20) ve (4.44) denklemlerinin kullanımıyla, ortalama ölçek çarpanı, k_1 bir integrasyon sabiti olmak üzere,

$$a = k_1(e^{nt} - 1)^{1/1+m}, \quad (4.45)$$

şeklinde elde edilir.

Şekil 4.8’da a nın zamanla değişimi gösterilmektedir.



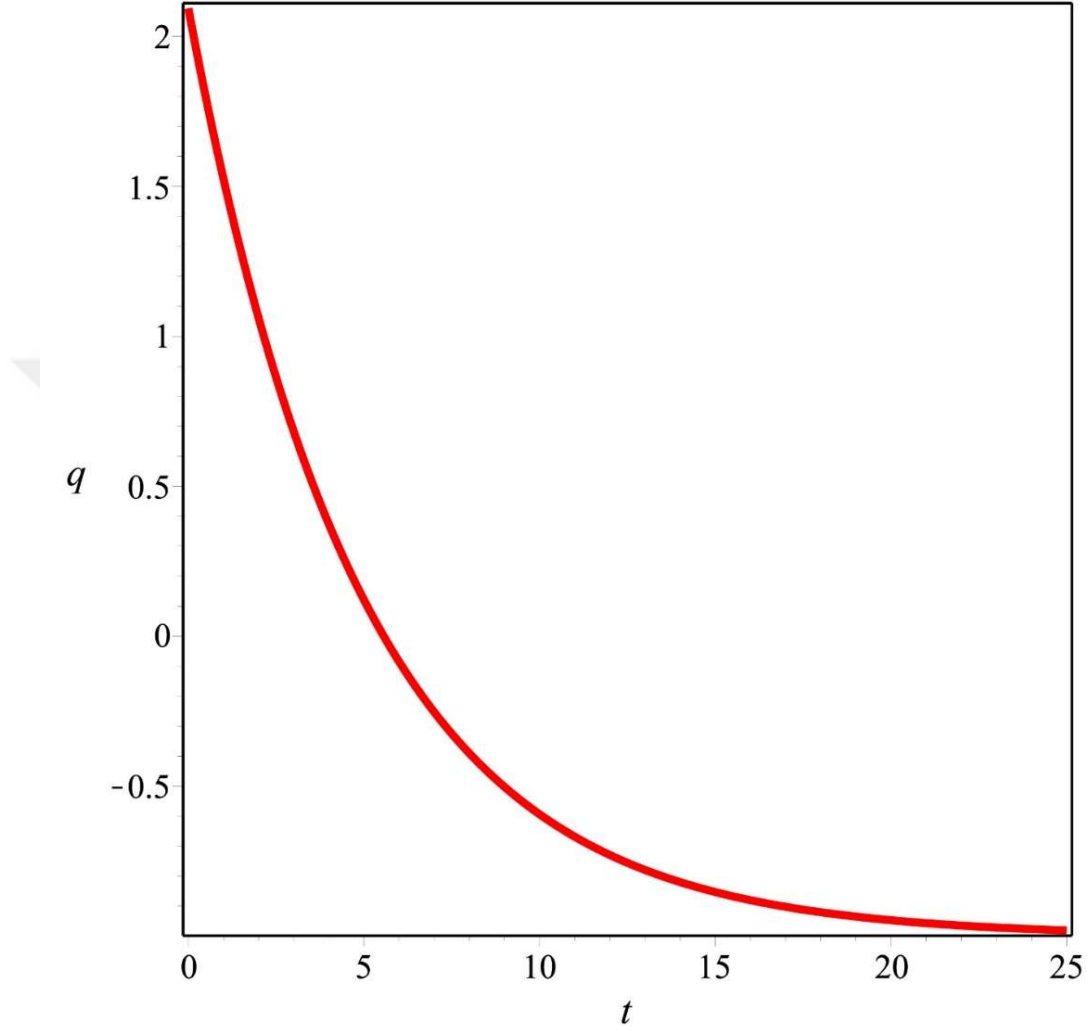
Şekil 4.8: Ölçek çarpanının zamanla değişimi.

(3.26) ve (4.44) denklemlerinin kullanılmasıyla yavaşlama parametresi için

$$q = -1 + \frac{e^{nt}}{k_1} \quad (4.46)$$

elde edilir.

Şekil 4.9’da yavaşlama parametresinin zamanla değişimi gösterilmiştir.



Şekil 4.9: Yavaşlama parametresinin zamanla değişimi.

Şimdi, (4.45) ile verilen ölçek çarpanı, (4.30) ve (4.31) denklemlerinde kullanılırsa, enerji yoğunluğu ve basıncın

$$\rho = -\frac{1}{4(2\pi+\varepsilon)(4\pi+\varepsilon)} \left[\frac{(12\pi+3\varepsilon)n^2 e^{2nt}}{(1+m)^2 (e^{nt}-1)^2} + \frac{\varepsilon n^2 e^{nt}}{(1+m)(e^{nt}-1)^2} + \frac{4(3\pi+\varepsilon)k^2 k_1^2}{(e^{nt}-1)^{2/1+m}} \right] \quad (4.47)$$

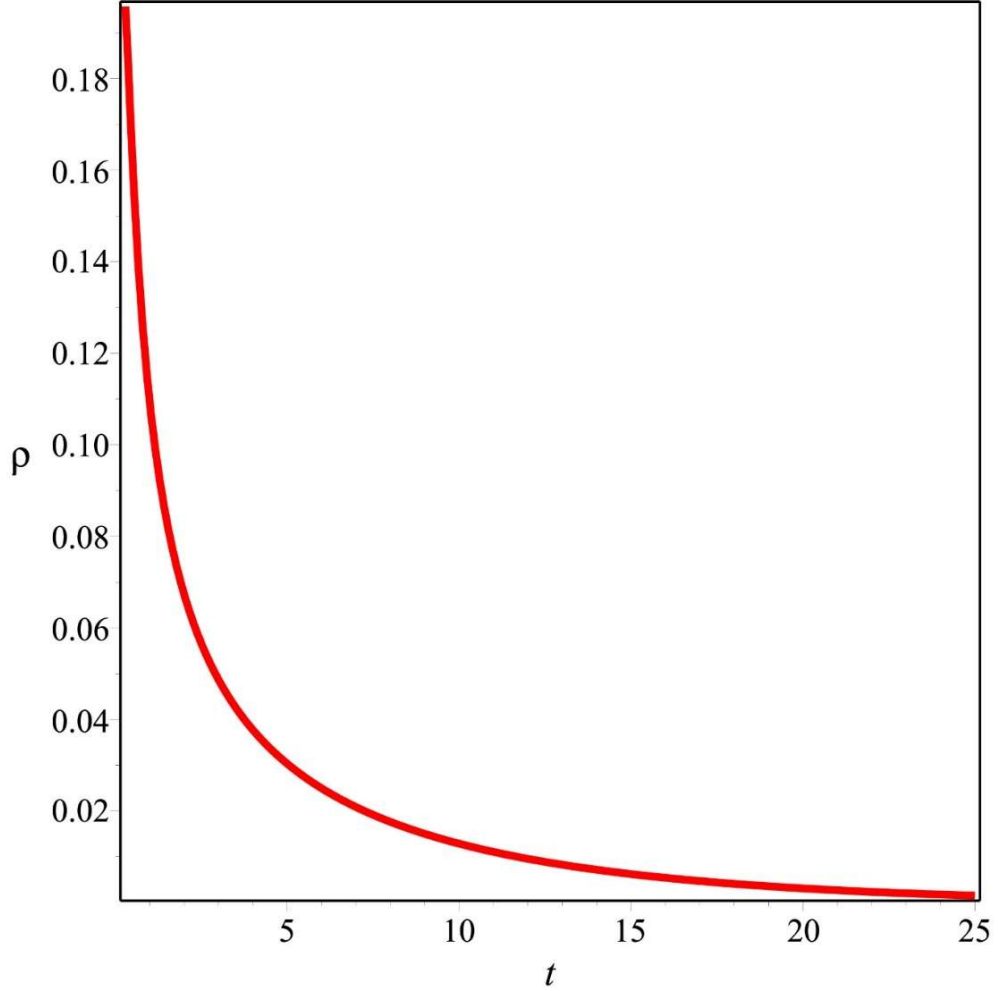
$$p = \frac{1}{4(2\pi+\varepsilon)(4\pi+\varepsilon)} \left[\frac{(12\pi+3\varepsilon)n^2 e^{2nt}}{(1+m)^2 (e^{nt}-1)^2} - \frac{(8\pi+3\varepsilon)n^2 e^{nt}}{(1+m)(e^{nt}-1)^2} - \frac{4\pi k^2 k_1^2}{(e^{nt}-1)^{2/1+m}} \right] \quad (4.48)$$

şeklindeki ifadeleri elde edilir. Bu ifadelerin (3.7) denkleminde kullanılmasıyla, hal parametresi ω için $\Xi = (e^{nt} - 1)^{2/1+m}$ ve $Y = (12\pi + 3\varepsilon)n^2 e^{2nt}$ olmak üzere

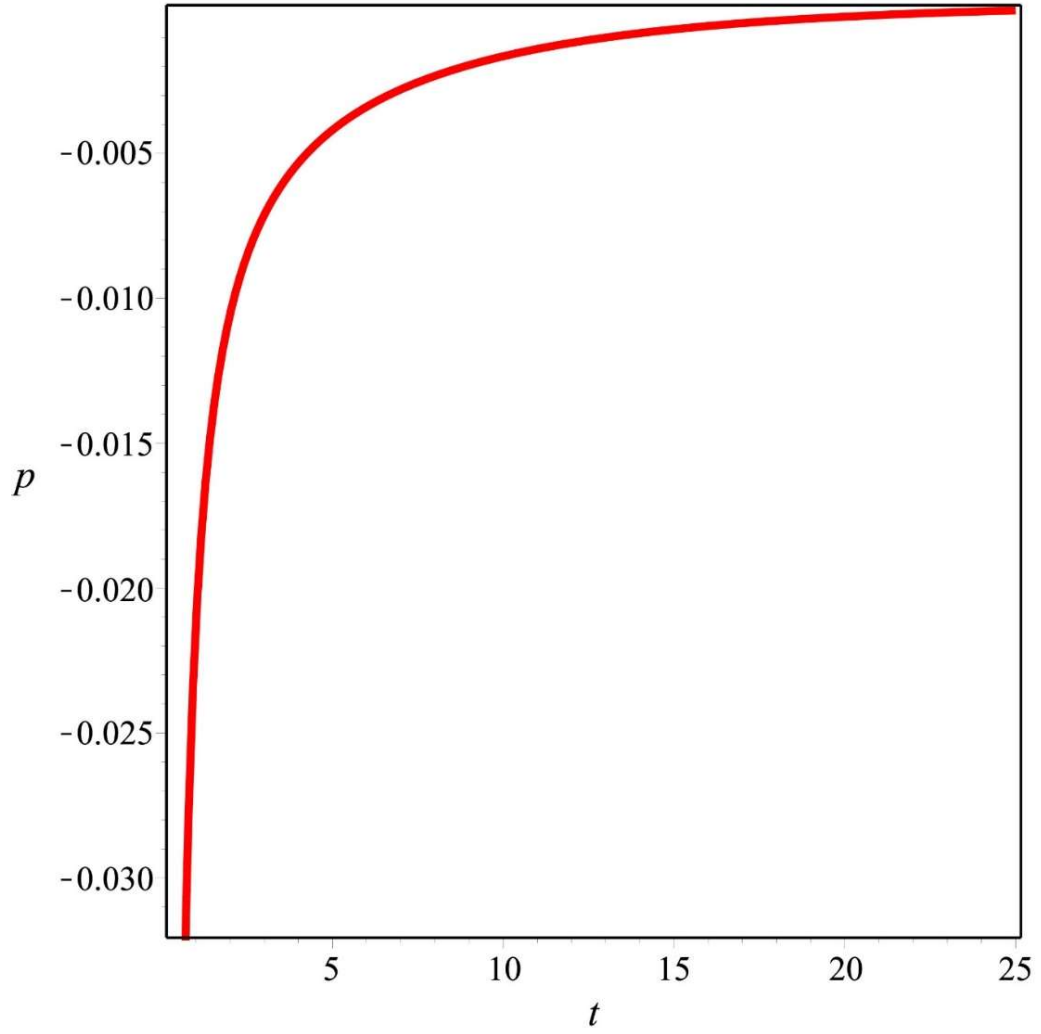
$$\omega = - \left\{ \frac{\Xi[Y + (1+m)(8\pi + 3\varepsilon)n^2 e^{nt}] - 4(1+m)^2 (e^{nt} - 1)^2 \pi k^2 k_1^2}{\Xi[Y + (1+m)\varepsilon n^2 e^{nt}] + 4(1+m)^2 (e^{nt} - 1)^2 (3\pi + \varepsilon) k^2 k_1^2} \right\} \quad (4.49)$$

bulunur.

Şekil 4.11 – 4.13, sırasıyla, ρ , p ve ω nın zamanla değişimlerini göstermektedir. Bu grafiklerin çizimi için $k_1 = k = 1$ ve $\varepsilon = 13.521$ olarak alınmıştır.



Şekil 4.10: Enerji yoğunluğunun zamanla değişimi.



Şekil 4.11: Basıncın zamanla değişimi

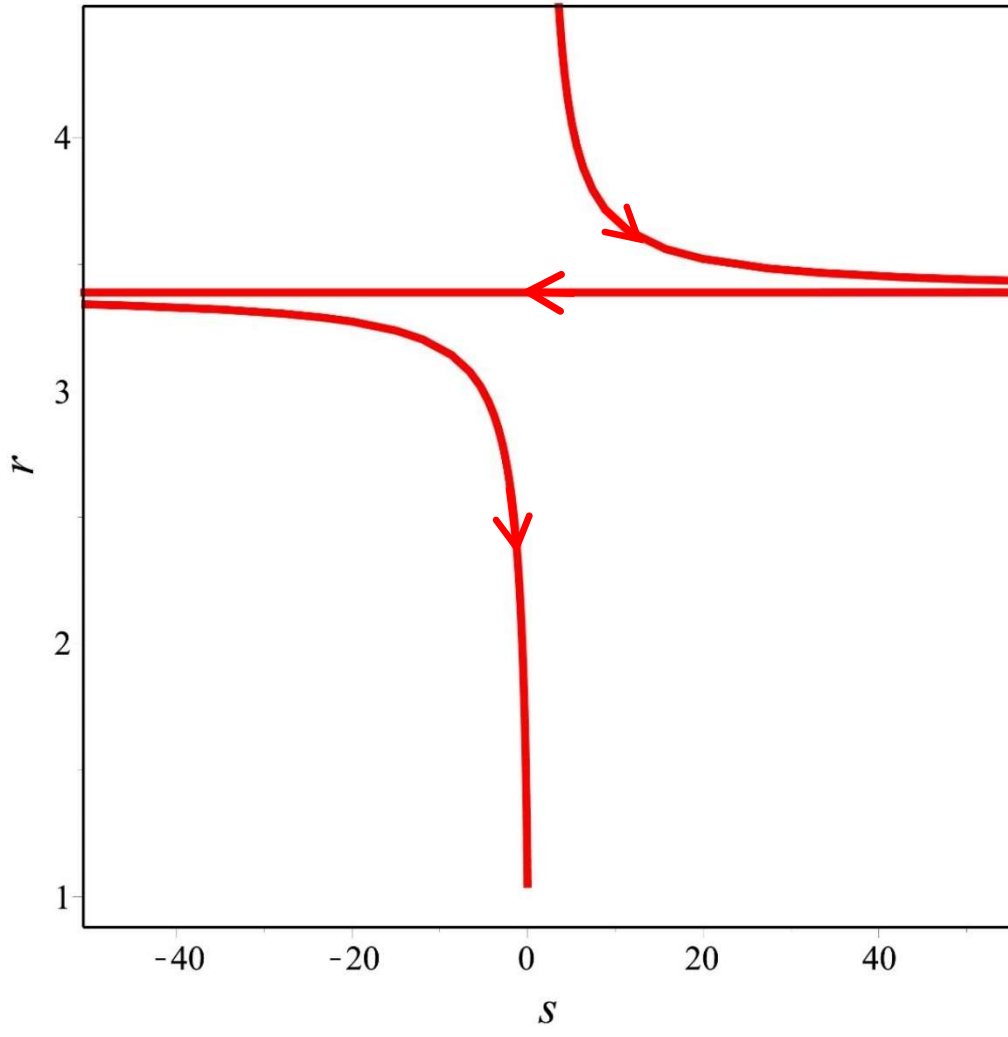
Şimdi, (4.45) ve (4.46) denklemleri (3.16) ve (3.17) denklemlerinde kullanılarak, bu modelin durum bulucu parametreleri

$$r = (m + 1)^2 e^{-2nt} + (m^2 - m - 2)e^{-n} + 1 \quad (4.50)$$

$$s = -\frac{2}{3}(m + 1) \left[\frac{m - 2 + (m + 1)e^{-n}}{3e^{nt} + 2(m + 1)} \right] \quad (4.51)$$

şeklinde elde edilir.

Şekil 4.12’de, (s,r) yörüngesi gösterilmektedir.



Şekil 4.12: (s, r) yörüngesi.

5. TARTIŞMA VE SONUÇ

[Bu tezde homojen ve anizotropik evren modellerinden yerel olarak dönme simetrlili BT-V evren modelinin $f(R, T)$ teorisinin alan denklemlerinin bir çözümü olup olmadığı incelenmiştir. Bunun için öncelikle anizotropik evren modellerine ve değiştirilmiş kütle çekim teorilerine neden ihtiyaç duyulduğundan bahsedilmek üzere, temel bazı tanımlar ve kavramlar daha sonra da gerekli matematiksel alt yapı verilmiştir.

Söz konusu teoride, yerel olarak dönme simetrlili BT-V evren modelinin alan denklemleri türetilmiş ve çözümleri iki farklı yavaşlama parametresi kabulü altında araştırılmıştır. Her iki model için de, bazı dinamik ve kinematik büyüklükler hesaplanmış ve bunların zamanla değişimleri grafik çizimleri aracılığıyla gösterilmiştir.

Grafiklerin çiziminde, sabitlerin değerleri Hubble ve yavaşlama parametrelerinin gözlemler tarafından işaret edilen günümüz değerlerinden faydalanılarak elde edilmiştir. Ayrıca bütün grafiklerde zaman birimi olarak Milyaryıl (My) alınmıştır.

Bunun yanısıra, modellerimizin durum bulucu parametreleri kullanılarak, elde edilen modelin hangi KE modeli gibi davrandığı test edilmiştir.

Elde edilen grafikler aşağıda yorumlanmıştır:

1. Model için:

- Şekil 4.1 ile verilen Hubble parametresi H ın zamanla değişim grafiğinden görüldüğü gibi başlangıçta çok büyük bir değere sahip olan H , $t \rightarrow \infty$ için çok küçük bir değere yakınsamaktadır. Model, H ın günümüz değerini yaklaşık olarak $H_0 = 0.070008 (My)^{-1}$ olarak vermektedir. Bu değer gözlemlerle çok iyi uyushmaktadır.
- Şekil 4.3 ile verilen yavaşlama parametresi q nun zamana göre değişim grafiğinden görüldüğü gibi, evrenin evrimi boyunca negatif değer alan q için model günümüz

değerini yaklaşık $q_0 = -0.80999$ olarak vermektedir. q değerinin negatif olması ivmelenen genişlemeye işaret etmektedir.

- Şekil 4.4 den görülebileceği gibi, enerji yoğunluğu başlangıç anlarında çok yüksek pozitif bir değere sahipken, zamanla azalarak küçük bir değere yakınsadığı görülmektedir.
- Şekil 4.5 den görülebileceği gibi, bu model için basınç başlangıç anlarında pozitif iken, belirli bir anda sıfırlanıp negatif değerler almıştır. Negatif basınç bilinen maddenin hiçbir formunda görülmediği için bu negatif basınçlı madde KE nin kaynağı olan egzotik madde olarak yorumlanmaktadır.
- Şekil 4.6 dan görüldüğü gibi, durum bulucu parametreler modelin evrimi boyunca $r < 1$, $s > 0$ olmaktadır. Bu, yukarıda bahsedilen negatif basınçlı egzotik maddenin quintessence KE modeli gibi davrandığını göstermektedir.

2. Model için:

- Şekil 4.7 den görüldüğü gibi, Hubble parametresi H başlangıçta çok büyük bir değere sahip iken, $t \rightarrow \infty$ için çok küçük bir değere yakınsamaktadır. Model, H ın günümüz değerini yaklaşık $H_0 = 0.06993 (My)^{-1}$ olarak vermektedir. Bu değer gözlemlerle çok iyi uyushmaktadır.
- Şekil 4.9 ile verilen yavaşlama parametresi q nun zamana göre değişim grafiğinden görüldüğü gibi, erken evrende pozitif bir değere sahip olan q , azalarak negatif olmuştur. Başka bir deyişle evren yavaşlayan bir genişleme aşamasından ivmelenen bir genişleme aşamasına geçmiştir. Bu geçiş $t = 5.562 My$ anında gerçekleşmiştir. Model, q nun günümüz değeri için gözlemlerle oldukça uyumlu olacak şekilde yaklaşık $q_0 = -0.80945$ vermektedir.
- Şekil 4.10 den görüldüğü gibi, enerji yoğunluğunun, başlangıç anlarında çok yüksek pozitif bir değere sahipken, zamanla azalarak küçük bir değere yakınsadığı görülmektedir.

- Bu model için basınç, Şekil 4.11 den görülebileceği gibi, evrenin evrimi boyunca negatif değerler almaktadır.
- Şekil 4.12 den görüldüğü gibi, durum bulucu parametreler erken evrende $r > 1$, $s < 0$, geç evrende ise yaklaşık olarak $r = 1$, $s = 0$ olmaktadır. Buna göre, model erken evrende Chaplygin gaz modeli gibi davranmakta ve geç evrende Λ -soğuk KM modeline yaklaşmaktadır.

Sonuç olarak, her iki model de gözlemlenebilir parametreler için güncel astrofiziksel gözlemlerle çok uyumlu sonuçlar vermiştir. Bununla birlikte, 1.model evrenin yalnızca ivmeli genişlemesini açıklayabilmektedir. Evrenin genişlemesindeki faz geçişini açıklayamamaktadır. 2. Model ise, geç dönem ivmeli genişlemenin yanı sıra, erken evrendeki yavaşlayarak genişlemeyi de gözlemlerle uyumlu kalarak açıklayabilmektedir.

Bu modeller, gözlemlerle oldukça uyumlu sonuçlar vermiş olması bakımından önem taşımakla birlikte, $f(R,T)$ teorisi çerçevesinde elde ettiğimiz sonuçların, GRT'deki sonuçlar ile karşılaştırılmasının yapılamamış olması bir eksiklik oluşturmaktadır. Bir başka eksiklik ise, $f(R,T)$ fonksiyonu için tek türlü bir seçim ile çalışılmış olmasıdır. $f(R,T)$ fonksiyonu için literatürdeki mevcut başka seçimleri alarak çalışmayı tekrarlamak ve sonuçlarımızı GRT'nin sonuçları ile karşılaştırmak gelecekteki çalışma planımız içerisinde.

KAYNAKLAR

- [1]. Soares, D., 2012, Einstein's static universe, *Revista Brasileira de Ensino de Fisica*, 34.
- [2]. Sharov, A. S., et al., 1993, *Edwin Hubble, the discoverer of the Big Bang universe*, Cambridge University Press.
- [3]. Perlmutter, S., 2000, Supernovae, dark energy, and the accelerating universe: *The Status of the cosmological parameters*. *eConf*, C990809,715-739.
- [4]. Roos, M., 2008, Expansion of the Universe - Standard Big Bang Model. *UNESCO Encyclopedia of Life Supporting Systems / Earth and Atmospheric Sciences*, 5,1.
- [5]. Arbab, A. I., 1998, Bianchi type I viscous universe with variable G and Lambda, *Gen. Relativ. Gravit.*, 30(9),1401-1405.
- [6]. Feng, Y., Hou, L., 2020, Approximate Solutions of the LRS Bianchi Type-I Cosmological Model, *Symmetry*, 12(3), 403.
- [7]. Fosalba, P., Gaztanaga, E., 2020, Explaining Cosmological Anisotropy: Evidence for Causal Horizons from CMB data, arXiv:2011.00910.
- [8]. Buniy, R. V., Berera, A., Kephart, T. W., 2006, Asymmetric inflation: Exact solutions. *Phys. Rev. D*, 73,063529.
- [9]. Bambi, C., 2018, Introduction to General Relativity, Undergraduate Lecture Notes in Physics. Springer, Singapore.
- [10]. Shapiro, I. I., 1964, Fourth Test of General Relativity, *Phys. Rev. Lett.*, 13,789, 791.
- [11]. Bennett, C. L., et al., 2013, Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results. *Astrophys. J. Suppl.*, 208,20.
- [12]. Aghanim, A., et al., 2020, Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters, *Astron. Astrophys.*, 641, A6.
- [13]. Colin, J., Mohayaee, R., Rameez, M., Sarkar, S., 2019, Evidence for anisotropy of cosmic Acceleration, *Astron. Astrophys.*, 631,L13.
- [14]. Tripathy, S., Mishra, B., Pandey, G., Singh, A., Kumar, T., Xulu, S., 2015, Energy and momentum of Bianchi Type V Universe, *Adv. High Energy Phys.*, 2015,705262.

- [15]. Holman, M., 2018, How Problematic is the Near-Euclidean Spatial Geometry of the Large-Scale Universe? Found, *Phys.*, 48(11),1617-1647.
- [16]. Islam, J. N., 2005, An Introduction to mathematical cosmology, *Cambridge University Press*.
- [17]. Peacock, J. A., 1995, Inflationary cosmology and structure formation, *In 8th European Astrophysics Doctoral Network Summer School (EADN 95) on the Structure of the Universe*.
- [18]. Perivolaropoulos, L.,2014, Large Scale Cosmological Anomalies and Inhomogeneous Dark Energy, *Galaxies*, 2,22-61.
- [19]. Zeldovich, Y. B., Khlopov., M. Y.,1998, On the Concentration of Relic Magnetic Monopoles in the Universe, *Phys.Lett. B*, 79,239-241.
- [20]. Siegel, E. R., 2006, Cosmological perturbations and their effects on the universe: from inflation to acceleration, *PhD thesis, Florida U*.
- [21]. Ellis, G. F. R., 2006, The Bianchi models: Then and now, *Gen. Relativ. Gravit.*, 38,1003.
- [22]. Ellis, G. F., MacCallum, M. A., 1969, A class of homogeneous cosmological models. *Commun. Math. Phys.*, 12(2),108-141.
- [23]. Harko, T., Lobo, F.S.N., Nojiri, S. ve Odintsov, S.D., 2011, $f(R,T)$ gravity, *Phys. Rev. D*, 84, 024020.
- [24]. Singh, G.P., Bishi, B.K., Sahoo, P.K., 2016, Cosmological constant Λ in $f(R,T)$ modified gravity, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 13(5), 1650058
- [25]. Sofuoglu, D.,2016, Rotating and expanding Bianchi type-IX model in $f(R,T)$ theory of gravity, *Astrophys Space Sci*, 361, 12.
- [26]. Sahoo, P.K., Sahoo, P., Bishi, B.K., 2017, Anisotropic cosmological models in $f(R,T)$ gravity with variable deceleration parameter, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 14(6), 1750097.
- [27]. Moraes, P. H. R. S., Sahoo, P.K., 2017, The simplest non-minimal matter-geometry coupling in the $f(R,T)$ cosmology, *The European Physical Journal C*, 77, 480.

- [28]. Tiwari, R.K., Beesham, A., Rameshwar Singh, Tiwari, L.K., 2017, Time varying G and Λ cosmology in $f(R,T)$ gravity theory, *Astrophysics and Space Science*, 362, 143.
- [29]. Sharma, L.K., Yadav, A.K., Sahoo, P.K., Singh, B.K., 2018, Non-minimal matter-geometry coupling in Bianchi I space- time, *Results in Physics*, 10, 738-742.
- [30]. Singh, V., Beesham, A., 2020, Plane symmetric model with constant deceleration parameter, *Eur. Phys. J. Plus*, 135(3), 1.
- [31]. Tiwari, R.K., Sofuoglu, D., Dubey, V.K., 2020, Phase transition of LRS Bianchi type-I cosmological model in $f(R,T)$ gravity, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 17(12), 2050187.
- [32]. Tiwari, R.K., Sofuoglu, D., Beesham, A., 2021, FRW universe in $f(R,T)$ gravity, *International Journal of Geometric Methods in Modern Physics*, 18(7), 2150104.
- [33]. Adhav, K.S., 2012, LRS bianchitype-I cosmological model in $f(R, T)$ theory of gravity, *Astrophysics and Space Science*, 339, 365-369.
- [34]. Rao, V. U. M., Neelima, D., 2013, Bianchi type- VI_0 perfect fluid cosmological model in a modified theory of gravity, *Astrophysics and Space Science*, 345, 427-430.
- [35]. Sharif, M., Zubair, M., 2014, Study of Bianchi I anisotropic model in $f(R, T)$ gravity, *Astrophysics and Space Science*, 349(1), 457.
- [36]. Nath, A., Sahu, S.K., 2019, LRS Bianchi type V perfect fluid cosmological model in $f(R, T)$ theory, *Canadian Journal of Physics*, 97(4), 443.
- [37]. Shamir, M.F., 2015, Locally rotationally symmetric Bianchi type I cosmology in $f(R, T)$ gravity, *The European Physical Journal C*, 75, 354.
- [38]. Sahoo, P.K., Sivakumar, M., 2015, LRS Bianchi type-I cosmological model in $f(R, T)$ theory of gravity with $\Lambda(T)$, *Astrophys. Space Sci.*, 357, 60.
- [39]. Shamir, M. F., 2015, Exact solutions of Bianchi type V spacetime in $f(R, T)$ gravity, *Int. J. Theor. Phys.*, 54, 1304–1315.
- [40]. Chaubey, R., Shukla, A. K., Raushan, R., Singh, T., 2016, The general class of Bianchi cosmological models in $f(R, T)$ gravity with dark energy in viscous cosmology, *Indian J. Phys.*, 90, 233.

- [41]. Bhoyar, S. R., Chirde, V. R., Shaikh, S. H., 2017, Dark energy dominated Bianchi type VI₀ universe with the hybrid expansion law in $f(R, T)$ gravity, *Prespacetime J.*, 8, 9.
- [42]. Sahni, V., et al., 2003, Statefinder - a new geometrical diagnostic of dark energy, *JETP Lett.* 77, 201.
- [43]. Tiwari, R. K., et al., 2022, Non-minimally coupled transit cosmology in $f(R, T)$ gravity, *IJGMMP*, doi.org/10.1142/S0219887822501183.
- [44]. Tiwari, R. K., Sofuoğlu, D., Dubey, V.K., 2020, Phase transation of LRS Bianchi type-I cosmological model in $f(R, T)$ gravity, *IJGMMP*, 17(12), 2050187.
- [45]. Sami M., et al., 2012, Cosmological dynamics of a nonminimally coupled scalar field system and its late time cosmic relevance, *Phys. Rev. D* 86, 103532.
- [46]. Hinshaw, G., et al., 2013, Nine year wilkinson microwave anisotropy probe observations: Cosmological parameter results, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 208, 19.
- [47]. Rapetti, D., et al., 2007, A kinematical approach to dark energy studies, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 375, 1510.

EKLER |



ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Mehmet ÖZANSOY
Doğum Yeri	
Doğum Tarihi	Tarih girmek için tıklayın veya dokununuz.
Uyruğu	☐ T.C. ☐ Diğer:
E-Posta Adresi	
Web Adresi	

Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Fakülte	Fen Fakültesi
Bölümü	Astronomi ve Uzay Bilimleri
Mezuniyet Yılı	19.01.2018

Yüksek Lisans	
Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Enstitü Adı	Fen Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	Fizik
Programı	Matematiksel Fizik

Doktora	
Üniversite	
Enstitü Adı	
Anabilim Dalı	Anabilim Dalı Adı
Programı	Program Adı

Makale ve Bildiriler	