

**T.C.
MANİSA CELAL BAYAR ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
MEKANİK BİLİM DALI**

**FARKLI TEORİLER İLE MODELLENEN AKIŞKAN TAŞIYAN
BORULARDA EKLENİK KÜTLENİN DİNAMİK DAVRANIŞ
ÜZERİNE ETKİSİ**

Volkan KOCA

**Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Abdülkerim ERGÜT**

**II. Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Begüm Yurdanur DAĞLI**



MANİSA-2022

**Volkan
KOCA**

**FARKLI TEORİLER İLE MODELLENEN AKIŞKAN TAŞIYAN BORULARDA
EKLENİK KÜTLENİN DİNAMİK DAVRANIŞ ÜZERİNE ETKİSİ**

2022

TEZ ONAYI

VOLKAN KOCA tarafından hazırlanan "**Farklı teoriler ile modellenen akışkan taşıyan borularda eklenik kütlenin dinamik davranış üzerine etkisi**" adlı tez çalışması **13/06/2022** tarihinde aşağıdaki jüri üyeleri önünde Manisa Celal Bayar Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü **İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı**'nda **YÜKSEK LİSANS TEZİ** olarak savunulmuş ve **oybirliği** ile başarılı olarak kabul edilmiştir.



TAAHHÜTNAME

Bu tezin Manisa Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nde, akademik ve etik kurallara uygun olarak yazıldığını ve kullanılan tüm literatür bilgilerinin referans gösterilerek tezde yer aldığını beyan ederim.



İÇİNDEKİLER

Sayfa

İÇİNDEKİLER	I
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	III
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	IV
TABLO DİZİNİ	V
TEŞEKKÜR.....	VI
ÖZET.....	VII
ABSTRACT.....	VIII
1. GİRİŞ	9
1.1. Tezin Önemi	9
2. GENEL BİLGİLER	10
2.1. Literatür Özeti	10
2.2. Tezin Amacı	16
2.3. Kiriş Teorileri	16
2.3.1. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi	17
2.3.2. Rayleigh Kiriş Teorisi.....	18
2.3.3. Timoshenko Kiriş Teorisi	18
3. AKIŞKAN-YAPI ETKİLEŞİMİ.....	20
3.1. Akışkan-Yapı İlişkisi.....	20
3.2. Akışkan Denklemleri.....	21
3.2.1. Euler Hareket Denklemleri	21
3.2.2. Navier-Stokes Denklemleri.....	22
3.3. Sınır Koşulları	23
4. ARAŞTIRMA BULGULARI	25
4.1. Analitik Çözüm Yöntemi	25
4.2. Sayısal Analiz.....	28
4.2.1. Euler-Bernoulli Tek Kütleli Analiz	29
4.2.2. Rayleigh Tek Kütleli Analiz	37
5. SONUÇLAR	41
KAYNAKLAR	42
EKLER.....	45
TABLO EK A.1 $\beta=0,6$ ve tüm Γ_s değerleri için farklı konumlardaki (ζ) 1.mod (ω_1) frekans değerleri	45
TABLO EK A.2 $\beta=0,8$ ve tüm Γ_s değerleri için farklı konumlardaki (ζ) 1.mod (ω_1) frekans değerleri	46
TABLO EK B.1 $\Gamma_s=0,2$ - $\zeta=0,2$ Her mod ve her doluluk oranı (β) için frekans değerleri.....	47
TABLO EK B.2 $\Gamma_s=0,2$ - $\zeta=0,3$ Her mod ve her doluluk oranı (β) için frekans değerleri.....	48
TABLO EK B.3 $\Gamma_s=0,2$ - $\zeta=0,4$ Her mod ve her doluluk oranı (β) için frekans değerleri.....	49
TABLO EK B.4 $\Gamma_s=0,2$ - $\zeta=0,5$ Her mod ve her doluluk oranı (β) için frekans değerleri.....	50
TABLO EK C.1 $\beta=0,4$ - $\zeta=0,1$ - 1. Mod değerine ait tüm kütle oranlarına göre frekans değerleri	51

TABLO EK C.2 $\beta=0,4$ - $\zeta=0,1$ - 2. Mod değerine ait tüm kütle oranlarına göre frekans değerleri	51
TABLO EK C.3 $\beta=0,4$ - $\zeta=0,1$ - 3. Mod değerine ait tüm kütle oranlarına göre frekans değerleri	52
TABLO EK D.1 Mod 1'e ait ve farklı λ değerleri kullanılarak elde edilen Rayleigh teorisi frekans analizi sonuçlarının Euler-Bernoulli teoremi sonuçları ile karşılaştırılması.....	52
TABLO EK D.2 Mod 2'ye ait ve farklı λ değerleri kullanılarak elde edilen Rayleigh teorisi frekans analizi sonuçlarının Euler-Bernoulli teoremi sonuçları ile karşılaştırılması.....	53
TABLO EK D.3 Mod 3'e ait ve farklı λ değerleri kullanılarak elde edilen Rayleigh teorisi frekans analizi sonuçlarının Euler-Bernoulli teoremi sonuçları ile karşılaştırılması.....	53
ÖZGEÇMİŞ	54



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

FSI	Akış-Yapısal Etkileşimli Analizler
GRYSA	Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağı
İBGY	İleri Beslemeli Geriye Yayınım Metodu
EBKT	Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi
RKT	Rayleigh Kiriş Teorisi
TKT	Timoshenko Kiriş Teorisi
L	Boru Uzunluğu
ε	Birim şekil değiştirme
σ	Gerilme
E	Elastisite modülü
$\sigma=E.\varepsilon$	Hook Kanunu
3-D	Üç boyutlu
Ψ	Dönme açısı
m_s	Kütle
x_s	Kütlenin boru üzerindeki konumu
ζ	Eklenik kütlenin boru üzerindeki yeri
ω_1	İlk moda ait doğal frekans değeri
ω_2	İkinci moda ait doğal frekans değeri
ω_3	Üçüncü moda ait doğal frekans değeri
β	Boru doluluk oranı
Γ_s	Eklenik kütlenin tüm sistemin kütesine oranı
λ	Narinlik oranı

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 2.3 Bazı kiriş şekilleri	17
Şekil 2.3.1 Her iki tarafından eğilme momentine maruz kalan sonsuz uzunluktaki kiriş (Bauchau, O. A.2009'dan değiştirilerek eklenmiştir)	17
Şekil 2.3.2 Timoshenko kirişi teorisi	19
Şekil 3.1 Akışkan taşıyan basit mesnetli boru modeli	20
Şekil 4.2 Euler-Bernoulli Maple notasyonu	28
Şekil 4.2.1 Üzerinde eklenik tek bir kütle bulunduran akışkan taşıyan boru	29
Şekil 4.2.2 $L/10, 2L/10, \dots, 9L/10$ konumları	29
Şekil 4.2.3 İlk moda ait eklenik kütle her konum-frekans değerleri grafiği	30
Şekil 4.2.4 Farklı doluluk oranında (β) akışkan taşıyan borunun ilk üç modda elde edilen frekans değerinin grafiği	35
Şekil 4.2.5 Üzerinde farklı kütle oranına sahip (Γ_s) eklenik kütle bulunduran borunun 1. moda (ω_1) ait frekans değeri grafiği	36
Şekil 4.2.6 Üzerinde farklı kütle oranına sahip (Γ_s) eklenik kütle bulunduran borunun 2. moda (ω_2) ait frekans değeri grafiği	36
Şekil 4.2.7 Üzerinde farklı kütle oranına sahip (Γ_s) eklenik kütle bulunduran borunun 3. moda (ω_3) ait frekans değeri grafiği	36
Şekil 4.2.8 Rayleigh Maple notasyonu	37

TABLO DİZİNİ

Sayfa

Tablo 2.3 Dâhil ettikleri etkilere göre giriş teorileri	19
Tablo 3.3 Klasik sınır koşulları	24
Tablo 4.2 Doluluk oranı 0,4 olan eklenik kütleli borunun farklı konumlardaki (ζ) 1.mod (ω_1) frekans değerleri tablosu	30
Tablo 4.2.1 Doluluk oranı 0,4 olan eklenik kütleli borunun farklı konumlardaki (ζ) 2.mod (ω_2) frekans değerleri tablosu	31
Tablo 4.2.2 Doluluk oranı 0,4 olan eklenik kütleli borunun farklı konumlardaki (ζ) 3.mod (ω_3) frekans değerleri tablosu	32
Tablo 4.2.3 Farklı doluluk oranında (β) akışkan taşıyan borunun ilk üç modda elde edilen frekans değerinin tablosu.....	34
Tablo 4.2.4 Rayleigh teorisi modelinde iki farklı kütle oranının kullanılmasıyla elde edilen sonuçların ilk üç moda ait frekans değerleri tablosu ($\beta=0,60 - \lambda=25$).....	38
Tablo 4.2.5 Rayleigh teorisi modelinde iki farklı kütle oranının ve beş farklı narinlik oranı kullanılmasıyla elde edilen sonuçların ilk üç moda ait frekans değerleri tablosu ($\beta=0,60 - \zeta=0.30$)	39
Tablo 4.2.6 Rayleigh teorisi modelinde farklı kütle oranı ve doluluk oranı kullanılarak elde edilen sonuçların ilk üç moda ait frekans değerleri tablosu ($\lambda=5-$ $\zeta=0.30$)	40

TEŐEKKÖR

Çalışmamın her aşamasında bana destek olan, bilgi ve deneyimleri ile yol gösteren danışman hocalarım Sayın Dr. Öğr. Üyesi Abdulkерim ERGÖT 'e ile Sayın Dr. Öğr. Üyesi Begüm Yurdanur DAĞLI 'ya, tez çalışmamın ingilizce çevirisinde yardımını esirgemeyen teyzem Yasemin TEZSEVIN 'e ayrıca öğrenim hayatım boyunca beni maddi ve manevi olarak destekleyen, hep yanımda olan aileme yürekten teşekkür ederim.

Volkan KOCA
Manisa, 2022



ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

Farklı Teoriler ile Modellenen Akışkan Taşıyan Borularda Eklenik Kütlenin Dinamik Davranış Üzerine Etkisi

Volkan KOCA

Manisa Celal Bayar Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

I. Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Abdulkerim ERGÜT

II. Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Begüm Yurdanur DAĞLI

Günümüz coğrafyasında küreselleşme yaygınlaşmış ve beraberinde taşıma yollarının önemi artmıştır. Enerjinin üretim kaynaklarından istenilen konuma ulaştırılmasında en güvenli yol olmasının yanı sıra en verimli yol da boru hatlarıdır. Akışkan taşıyan boruların dinamik analizi; tasarım ve projelendirme için büyük önem arz etmektedir. Bu çalışmada eklenik kütle etkisinde içinden akışkan geçen boruların dinamik davranışı Rayleigh ve Euler-Bernoulli teorileri kullanılarak incelenmiştir. Boru içerisindeki akışı ölçmek için kullanılan ölçüm cihazları da eklenik kütle olarak tanımlanmıştır. Akışkan ideal akışkan kabul edilip hareket denklemi Hamilton prensibi ile oluşturulmuştur. Boru içerisindeki akışkanın davranışı Euler prensibi ile modellenmiştir. Sonuçların kullanılan malzemenin yapısından ve geometrisinden bağımsız ve daha sade olabilmesi için boyutsuzlaştırma işlemi yapılmıştır. İlk üç mod değerine ait doğal frekans değerleri sonlu farklar yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen veriler Maple programında çözülmüştür. Her iki teori için kütle konumu, doluluk oranı ve kütle oranı gibi çeşitli parametrelerdeki değişimin doğal frekans üzerine etkisi kaydedilmiştir. Eklenik kütle ile titreşim frekansları ilişkisi grafikler halinde gösterilmiştir. Sonuç olarak kütle oranının artması durumunda frekans değerinde azalma olmaktadır, doluluk oranındaki artmayla da frekans değeri artmaktadır. İlk moda elde edilen sonuçlar arasındaki farkın; ikinci ve üçüncü mod için elde edilen sonuçlardaki farka oranla daha az olduğu gözlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: İçinden akışkan geçen borular, Frekans analizi, Rayleigh giriş teorisi, Euler-Bernoulli giriş teorisi

2022, 54 sayfa

ABSTRACT

M.Sc. Thesis

The Effect of Added Mass on Dynamic Behavior in Fluid-Conveying Pipes Modeled by Different Theories

Volkan KOCA

**Manisa Celal Bayar University
Graduate School of Applied and Natural Sciences
Department of Civil Engineering**

I. Supervisor: Dr. Lecturer Abdulkirim ERGUT

II. Supervisor: Dr. Lecturer Begum Yurdanur DAGLI

Globalization has been widespread in today's geography and herewith the importance of the transportation routes has increased. As well as being the safest way of delivering the energy from production sources to the desired location, the pipelines are the most efficient way. Dynamic analysis of fluid-conveying pipes is very important for design and project planning. In this study, the dynamic behavior of fluid conveying pipes in the presence of added mass has been investigated by using Rayleigh and Euler-Bernoulli theories. The devices used to measure the flow inside the pipes are also defined as the added mass. The fluid is accepted as an ideal fluid and the equation of motion is formed by Hamilton's principle. The behavior of the fluid in the pipes is modeled by the Euler principle. For the results to be independent of the structure and geometry of the material used, and simpler, the nondimensionalization process was performed. The natural frequency values of the first three mode values were obtained by using the finite difference method. The obtained data were analyzed in the Maple program. For both theories, the effect of the changes in various parameters such as mass position, occupancy rate, and mass ratio on the natural frequency has been recorded. The interaction of added mass and vibrational frequencies is shown in the form of graphs. As a result, the frequency value decreases as the mass ratio increases, in addition, as the occupancy rate increases, the frequency value also increases. It is observed that the difference between the results obtained in the first mode is less than the difference in the results obtained for the second and third modes.

Keywords: Fluid-conveying pipes, Frequency analysis, Rayleigh beam theory, Euler-Bernoulli beam theory

2022, 54 pages

1. GİRİŞ

Son yıllarda küreselleşmeyle birlikte enerji kaynakları, önemli ekonomik güç haline gelmiştir. Ham petrol, doğal gaz, gaz, motorin bu enerji kaynaklarının başında gelir. Yeterli enerji kaynaklarına sahip ülkeler ekonomik gücü elinde bulundururken, yeterli ekonomik güçte olamayan ülkeler varlıkları için bu enerji kaynaklarından ihtiyaç duydukları kadarını dışarıdan karşılamak durumundadır. Enerji kaynaklarının istenilen konuma ulaştırılması modern taşıma yöntemleri ile yapılır.

Modern taşıma yöntemlerinden en hızlısı ve en verimlisi olan boru hattı taşımacılığının tarihi, çok eskilere dayanmaktadır. Boru hattı taşımacılığı tarihi Çinlilerin, bambu kamışlarını kullanarak gaz iletimi yapmasıyla başlamış olup Romalıların su getirmede ve atık suların uzaklaştırılmasında kurşun borular kullanmasıyla devam etmiştir. Zamanla yine gaz iletimi amacıyla ilk ticari boru hatları inşa edilmiştir. Günümüzde ise ham petrol, doğalgaz gibi likit veya gaz halinde olan çeşitli enerji kaynaklarının taşınma işlemi malî borular kullanılarak yapılır. Katı maddelerin taşınması ise pnömatik borularda hava basıncı kullanılarak yapılmaktadır.

1.1. Tezin Önemi

Teknolojik gelişmelerle birlikte akışkan taşıyan boruların önemi artmış ve birçok alanda araştırma konusu olmuştur. Bu gelişmeler ile akışkan taşıyan boru sistemleri üzerine çeşitli titreşim analizleri, dinamik analizler yapılmış hatta analizler üzerinde farklı metotlar kullanılarak yeni çözüm önerileri geliştirilmiştir. Akışkan taşıyan borularda dinamik niteliklerin belirlenmesi için boruların analizinin iyi yapılması gerekmektedir. Akışkan etkisinin beraberinde boru üzerine konumlandırılan ölçüm cihazlarının etkisi, borunun davranışını oluşturur. Boru davranışı da tasarım kıstaslarını belirler. Akışkan taşıyan boruların frekans analizi araştırmaları; borunun ekonomik ömrü, borunun dayanıklılığı ve borunun kalitesinin gibi birçok özelliğinin belirlenmesinde önem arz etmektedir.

Bu çalışma kapsamında akışkan taşıyan eklenik kütleli boruların dinamik analizi, Euler-Bernoulli ile Rayleigh teorileri kullanılarak yapılmıştır. Kullanılan bu teorilerin dinamik analiz üzerinde nasıl bir etkiye yol açtığı araştırılmıştır.

2. GENEL BİLGİLER

2.1. Literatür Özeti

Akışkan-yapı sistemlerinin dinamik davranışının tetkik edilmesi geniş bir araştırma geçmişine sahiptir. 1939 yılında Bourrieres tarafından yapılmış olan çalışmalar bu araştırmaların başlangıcı niteliğindedir. Bourrieres yapmış olduğu çalışmada boru içerisindeki akışkana ait doğrusal titreşim diferansiyel denklemini türetmiştir. [1]

Paidoussis ve Li yayınlamış oldukları makaleyle, akışkan taşıyan boruların dinamiklerini gözden geçirmiş ve borunun lineer hareket denklemini ortaya koymuştur. Ayrıca kendi çalışmaları öncesinde yapılan ilgili araştırmaları seçici bir şekilde derleyip kaynak olarak sunmuştur. [2]

Paidoussis eksenel akışa maruz kalmış ince, esnek bir silindirik borunun stabilitesini incelemiştir. Akış hızı veya silindirin uzunluğu gibi kontrol parametrelerin sistem stabilitesini bozduğunu ortaya çıkarmıştır. [3,4]

De Langre ve ark. esnek silindirik bir boruyu kiriş olarak kabul etmiş ve stabilize problemlerini çözümlenmiştir. Basitleştirilmiş teorilere dayanan önceki tahminlerin aksine, silindir uzunluğunun kararsızlığı etkilemediğini belirlemiştir. [5]

De Langre ve Doare, dikey borularda akıştan dolayı oluşabilecek kararsızlığı ele almıştır. Yapılan deneyler gerekli olan akış hızının, boru uzunluğundan bağımsız hale geldiği kritik bir uzunluğun olduğunu ortaya çıkarmıştır. Akışkan-yapı etkileşim problemini Bourrieres ve Paidoussis'in çalışmaları takip edilerek modellenmiştir. Sonuçlar akışkan ve boru arasındaki tüm kütle oran aralıklarında iyi bir uyum olduğunu göstermiştir. [6]

Lim ve ark. yapmış oldukları çalışma kapsamında konsol şeklindeki akışkan taşıyan borunun, doğrusal olmayan dinamik davranışını incelemiştir. Young modülü ve viskoelastik sönümleme katsayısı gibi parametrelerdeki en ufak değişikliğin sistemde kaotik bir harekete yol açtığı sonucuna ulaşılmıştır. [7]

Panda ve ark. parametrik rezonans etkisine maruz kalan sıvı taşıyan bir borunun doğrusal olmayan dinamiklerini araştırmıştır. Borunun stabilitesi ve tepki

davranışını incelemiştir. Kontrol parametreleri olarak harmonik hız pertürbasyon genliği ve frekansını dikkate almıştır. Ayrıca iç rezonansın etkisini gösteren çeşitli dinamik davranışlar gözlemlemiştir. [8]

Zhang ve Chen yayınladıkları makalede, akış hızının kritik değerden yüksek olması durumunda, düz denge konfigürasyonunun kararsız hale gelmesinin yanı sıra iki olası eğri denge konfigürasyonuna da ayrıldığına değinmiştir. Yapmış oldukları çalışmalarında, denge çevresinde lineer olmayan titreşime odaklanmıştır. [9]

Ritto ve ark. ortaya koydukları çalışmada iki ana etmen üzerinde durmuştur. Bu etmenlerden ilki akışkan-yapı etkileşimi için bir model önerisinde bulunmak iken, diğer etmen ise oluşturdukları sistemin kararlılığını aynı zamanda da güvenilirliğini analiz etmek olmuştur. Olasılıksal bir yaklaşımla belirsizlikleri modellemek isteyen ikili borunun modellemesini yaparken Euler-Bernoulli kiriş modelini kullanmıştır. Terkip edilen rastgele özdeğer problemi, farklı boyutsuz akış hızı verileri için sistemin kararsız modlarını çözümlemekte kullanılmıştır. [10]

Li ve ark. Timoshenko kiriş teorisiyle oluşturdukları, çok açıklıklı akışkan taşıyan borulardaki serbest titreşimi analiz etmek için dinamik rijitlik yöntemini önermiştir. Önermiş oldukları bu yöntemin en büyük avantajı, eleman boyutu büyük olsa bile yüksek hassasiyete sahip oluşudur. Çalışmanın sonucunda akışkan hızının artmasıyla doğal frekansın azaldığı gözlenmiştir. İlk doğal frekans sıfıra ulaştığında ise, boruda burkulma düzensizliğinin olduğu görülmüştür. [11]

Akışkan taşıyan borularda titreşim sebebiyle oluşacak dinamik tepkiler üzerine araştırmalar yapan Dai ve ark. borudaki kaotik hareketin sebebi olarak akışkan hızının kritik değeri aşması olduğu kanısına varmıştır. [12]

Kheiri, Paidoussis ile yaptıkları çalışmada içinden akışkan geçen boruların hareket denklemlerini belirlemek için Hamilton prensibinden yararlanmıştır. Açık sistemler için Lagrange denklemleri ile Hamilton prensibinin uygulanabilirliğini incelemiştir ve benzer nitelikli çalışmaları derlemiştir. Ayrıca Mciver (1973) ve Casetta-Pesce (2013) tarafından oluşturulan çalışmaları inceleyerek kendi çalışmalarında Lagrange denklem ifadelerinin matematiksel gösterimini oluşturmuştur. Değerlendirilmeler neticesinde akışkan taşıyan boru sistemleri için

Mciver'in ifadesinin geçerliliği belirlenmiştir. Ayrıca Casetta ve Pesce tarafından elde edilen ekspresyondaki ekstra terim kaybolduğu görülmüştür. [13]

Xiaodong Yang ve ark. viskoelastik borudaki enine titreşimin dinamik stabilitesi üzerine çalışmalar yapmıştır. Kiriş şeklinde tanımlanmış oldukları borunun malzeme özelliğini Kelvin tipi viskoelastik yapıda seçmiştir. İç akış hızının, sabit bir ortalama değer etrafında harmonik olarak dalgalandığı varsayılarak enine parametrik titreşimle ilişkili kısmi diferansiyel denkleme çoklu ölçek yöntemi uygulanmıştır. Kararlılık sınırı, çözülebilirlik koşulundan türetilmiştir. Sayısal sonuçlara bakıldığında eksenel hız dalgalanma frekansının kombinasyon rezonansı toplamına yaklaşması durumunda veya doğal frekansı ikiye katlaması durumunda sistemde kararsızlık oluştuğu gözlenmiştir. [14]

Jung ve ark. yarı dairesel bir boru içerisindeki taşıma sıvısının düzlem içi ve düzlem dışı hareketleri analiz etmiştir. Yarı dairesel borunun merkez çizgisinin genişletilebilir olduğunu varsayarak, düzlem içi ve düzlem dışı hareketlerin doğrusal olmayan denklemleri Hamilton prensibine göre türetilmiştir. Denklemleri elde etmek için Euler-Bernoulli teorisinin beraberinde Lagrange doğrusal olmayan gerilme teorisi kullanılmıştır. Çalışma sonucunda yarım dairesel borudaki taşıma sıvısının yüksek hıza sahip olduğu durumda bile stabilitesini kaybetmediği bulunmuştur. Doğal frekansları en verimli şekilde belirlemek için Lagrange deformasyonu ile doğrusallaştırılmış gerilmeyi kullanan bir model önerisinde bulunulmuştur. [15]

Ghayesh ve ark. içerisinde akışkan geçen dirsekli bir borunun doğrusal olmayan dinamikleri üzerine çalışmalarda bulunmuştur. Akış hızının artmasıyla sisteme ait diyagramlar oluşturmuş ve oluşturmuş oldukları bu diyagramları, bazı sistem parametrelerinin yanı sıra Fourier dönüşümleri ile desteklenmiştir. Akış hızının sıfırdan artmasıyla birlikte, uzatılamaz bir boruda eksenel yönde statik uzama gözlemlenmiştir. Bu statik uzamanın sistem parametrelerine bağlı olarak, önemli miktarda olabileceği ortaya koyulmuştur. [16]

Yan-lei Zhang ve Li-qun Chen yapmış oldukları çalışmada akışkan taşıyan visko elastik bir borudaki süper kritik akış hızından meydana gelen nonlinear titreşimi, iç ve dış rezonansın dinamikleriyle beraber incelemiştir. Çalışmada

Galerkin metodunu kullanan ikili oluşturdıkları iç rezonans koşuluyla süper kritik rejimde iç rezonansında olabileceğini ortaya koymuştur. Sıçrama, gecikme ve doygunluğun yanı sıra modal etkileşimin iç rezonansla oluşacak olan etkileri vurgulamak için diğer dinamik davranışlarını da gözlemlemiştir. Elde ettikleri analitik sonuçları sayısal integrasyonlar ile desteklemiştir. [17]

Sugiyama ve ark. yay destekli ve konsol şeklindeki akışkan taşıyan bir borunun stabilitesini incelemiştir. Destek ve kütlelerin aynı yerde konumlandığı varsayılmıştır. Galerkin yöntemi kullanarak yapılan yaklaşık çözümdeki terim sayısının geçerliliği, her bir öz modun kritik konfigürasyonu üzerindeki etkisi açısından araştırılmıştır. Sekiz terimli yaklaşımlarının doğru olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Yay destek ile kütle aynı yerde konumlandırıldığı zaman ana çarpıntı alanından yerel olarak dışarı çıkan bir istikrarsızlık bölgesi olduğu gösterilmiştir. Bu bölge çarpıntı yarımadası olarak isimlendirilmiştir. Teorik ve deneysel olarak bölgedeki istikrarsızlığın şiddet türü olmadığı, hafif çarpıntı tipi olduğu gösterilmiştir. [18]

Modarres-Sadeghi, Paidoussis ile beraber içinden akışkan geçen uç kütleli uzun bir borunun dinamik davranışını incelemiştir. Çalışma doğrultusunda Copeland ve Moon'un büyük uç kütleli ve daha uzun borudaki akışkan için elde ettikleri deneysel sonuçların etkileyici bir dinamik davranış sergilediğini gözlemlemiştir. Sayısal sonuçlara döner salınımlar ve düzlemsel hareketleri de dâhil ederek Copeland ve Moon 'un sistem parametrelerinin zengin dinamikleri yenilenmiştir. [19]

J.r. Banerjee çalışmasında dinamik serlik yöntemini kullanarak kütle-yay etkileşimli giriş sistemlerinin serbest titreşim analizini yapmıştır. Serbest titreşim için gerekli olan özdeğer problemi matrisler ile formülize etmiştir. Sistemin mod ve frekanslarını elde etmede Wittrick-Williams algoritması kullanmıştır. Kütle-yay sisteminin giriş mod şekillerinin beraberinde doğal frekanslar üzerindeki etkisi yayınlanan sonuçlar ile bulunan sonuçlar arasındaki uyum oldukça etkileyicidir. Önerilen yöntem hesap verimliliğinin yanı sıra diğer yöntemlerle ulaşılması güç olan sonuçlara kesin olarak varabilir. Karmaşık yapısal sistemlerde uygulanabilirliği de söz konusudur. [20]

HuangYi-min ve ark. yaptıkları çalışmada iki ucundan desteklenmiş akışkan taşıyan boru sisteminin doğal frekans denklemlerini Ferrari metodundan türettikleri yöntemi kullanarak elde etmişlerdir. Çift değişkenli akışkanın dinamik denklemi Hamilton prensibi ve Euler–Bernoulli yöntemi kullanarak hesaplanmıştır. Ankastre–basit mesnet ile desteklenen boru, ankastre-ankastre mesnet ile desteklenenden burudan daha az kararlı ve basit–basit mesnet ile desteklenenden borudan ise daha kararlı olduğu gözlenmiştir. Elde edilen veriler doğrultusunda nükleer tesislere ve titreşimi iyileştirmek için ilgili mühendislik dallarında da uygulanabilir olduğu ortaya konulmuştur. [21]

Kyuho Lee ve ark. çalışmalarında hareketli bir kütle-yay sistemi ile temas halindeki ankastre uçlu Euler-Bernoulli metoduyla modellenmiş kirişin dinamik etkileşim problemi analizi üzerinde durmuşlardır. Temas ve temas kaybı koşullarını, kiriş ve hareketli kütle arasındaki dinamik etki dikkate alarak oluşturmuş ve kısıtlama denklemleri olarak isimlendirmişlerdir. Kısıtlama denklemlerinin beraberinde hareket denklemleri kullanılarak da dinamik temas denklemleri elde edilmişlerdir. Elde ettikleri dinamik etkileşim denklemlerini sonlu elemanlar yöntemiyle ayrıklaştırılmıştır. Ayrıklaştırılmış denklemlerden temas kuvvetlerine ait zaman tepkilerini hesaplamışlardır. Ayrıca, hareketli kütle ile gerilmiş kiriş arasındaki temas kaybı ve güvenli temas koşulları durumunu incelemişlerdir. Hareketli kütle hızının dalga hızına ulaşması sonucunda kütleyle kiriş arasındaki temas kuvvetinin büyük olduğu saptanmıştır. Temas kuvvetindeki değişimi azaltmak adına düşük kütle ve düşük hareketli sistem sertliğini önermişlerdir. [22]

Ghayesh ve ark. çalışmalarında bir uç kütle, ortasından yay ile desteklenmiş ve içerisinde akışkan barındıran konsollu bir borunun üç boyutlu (3-D) dinamiklerini teorik ve deneysel olarak incelemişlerdir. Yay desteğin serbest uca veya sabitlenmiş uca yakın olduğunda ve uçta herhangi bir kütlenin olup olmaması durumuna bağlı olarak, sistemin stabilitesinin bozulduğu sonucuna ulaşmışlardır. Akış hızının artmasıyla birlikte iki veya üç boyutlu hareketleri içeren periyodik, quasi periyodik ve kaotik salınım aralıklarıyla bir dalgalanma meydana gelmiştir. Deneysel olarak incelenen sistemin teorik tahminlerle uyumlu olduğunu saptamışlardır. Sistem incelendiğinde uç kütlenin sistemi daha az kararlı hale getirdiği, bu sebeple kaotik salınımların oldukça düşük akış hızlarında gerçekleşebileceği belirtilmiştir. Kritik

hızdan düşük ve bu hıza yakın olan bir akış hızında sistemin harmonik noktasal kuvveti ile uyarılması da araştırılmıştır. [23]

Dağlı ve Sınır yaptıkları çalışmada Euler-Bernoulli kiriş teorisini kullanarak çeşitli sınır koşullarındaki akışkan taşıyan borunun enine dinamiklerini incelemiştir. Boru içerisindeki akışkanı ideal kabul edip hareket denklemini Hamilton prensibinden yararlanarak oluşturmuşlardır. Diferansiyel denklemlerin çözümlenmesiyle birlikte kütle oranı ile titreşim frekansı arasındaki ilişkiyi incelemiştir. Elde ettikleri sonuçlara göre, doğal frekans değerlerinin gerilme etkisi altında daha yüksek olduğu belirlenmiştir. Ayrıca akışkan hızının artmasıyla frekans değerlerinin azaldığını kanıtlamışlardır. Sönümleme katsayısının artmasıyla birlikte kritik hız değerleri azalmıştır. Son olarak daha az sert boru sistemleri için sönümleme katsayısından kaynaklanan doğal frekansların ve kritik hızların azalma oranının küçük bir değere sahip olduğu belirlenmiştir. [24]

Kesimli ve arkadaşları yapmış olduğu çalışmada çoklu desteklere ve eksenel harekete sahip sıvı taşıyan borunun doğrusal titreşimi üzerinde durmuştur. Uçları sabitlenen boruyu ortasından da sabit mesnet ile desteklemiştir. Akışkan hızının harmonik olarak değiştiğini varsaymışlardır. Hareket denklemleri ve sınır koşullarının belirlenmesinde Hamilton prensibinden yararlanmışlardır. Farklı boru katsayıları, farklı doğal frekansları ve ortadaki desteğin farklı konumları için hesaplamalarda bulunmuşlardır. Farklı destek konumları için, boru katsayısındaki artış sebebiyle doğal frekansın arttığını belirlemiştir. Ayrıca akışkan hızının arttırılmasıyla, doğal frekansların azalma eğiliminde olduğu gözlenmiştir. [25]

Dağlı ve Ergüt klasik olmayan sınır koşulları altında içerisinde akışkan geçen bir borunun dinamik davranışını Rayleigh teorisi kullanarak incelemiştir. Çalışmalarındaki amaç klasik koşullardan farklı sınır koşulların doğal frekans üzerindeki etkisinin araştırılmasıdır. Doğal frekans değerlerini boru içerisindeki akışkanın hızına ve kullanılan sınır şartlarına bağlı olarak Rayleigh Teorisi yardımıyla belirlemiştir. ANSYS-FSI tekniğini ulaştıkları değerleri analitik olarak elde ettikleri sonuçlar ile karşılaştırmışlar ve sonuçların birbiriyle tutarlı olduğunu göstermişlerdir. [26]

Dağlı, Ergüt ve Turan yaptıkları çalışmada Euler-Bernoulli teorisi kullanarak modelledikleri sıvı taşıyan borunun dinamiklerini incelemiştir. Dönme ve ötelemeye karşı farklı direngenlik katsayıları ile temsil edilen mesnet koşulları altında doğal titreşim frekansı değerleri belirlemiştir. Elde edilen verileri girdi olarak kullanılıp Yapay Sinir Ağları (YSA) ile doğal titreşim frekansı değerlerini tahmin etmişlerdir. Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağ (GRYSA) ileri beslemeli geriye yayılımı metodu (İBGY) uygulamışlardır. Sonuçları seçilen performans kriterlerine uygun olacak şekilde karşılaştırmışlar. Hesaplanan ve tahmin edilen değerler arasındaki hata değerini %0,02 olarak belirleyerek, doğal titreşim frekansının daha hızlı belirlenmesinde GRYSA yönteminin kullanabilir olduğunu ortaya koymuşlardır. [27]

2.2. Tezin Amacı

Bu tez çalışmasında hedeflenen; günümüzde sıkça kullanılan akışkan taşıyan boru hattı sistemlerinin teknolojik gelişmeler ile daha verimli ve daha kaliteli tasarımlar için gerekli fonksiyonel yollarını en doğru şekilde ortaya koymaktır. Ayrıca ihtiyaçları en uygun biçimde karşılayacak bir tasarımın yapılması, dinamik analizin farklı giriş teorileri ile uygulanması ve sonuçları karşılaştırıp ileride yapılması hedeflenen araştırmalara kaynak niteliği taşıması amaçlanmıştır.

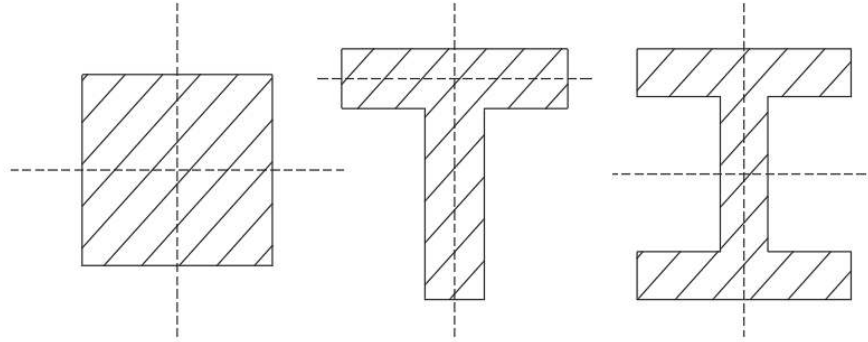
Benzer nitelikteki araştırmalardan yola çıkarak bu tez çalışmasında; akışkan taşıyan borulardaki akışı ölçmek için boru üzerine yerleştirilen ve eklenik kütle olarak isimlendirilen cihazların boruya nasıl bir etkisinin olduğu incelenecektir.

Akışkan taşıyan borunun dinamik davranışı ile giriş davranışı benzer olduğundan dolayı giriş teorileri uygulanacaktır. Eklenik kütlelerin etkisi hesaba katılarak akışkan taşıyan boruların frekans analizi Euler-Bernoulli ve Rayleigh giriş teorileriyle yapılacaktır.

2.3. Giriş Teorileri

Döşemeden gelen çeşitli yükleri diğer bir taşıyıcı eleman olan kolanların yardımıyla temele aktaran yatay taşıyıcı eleman giriş olarak tanımlanır. Girişler tasarımlarına göre farklı boyut ve şekillerde olabilir. T ve I şeklinde olan girişler (Şekil 2.3) örnek verilebilir. Girişlerin mekanik teorisi, giriş teorileri olarak

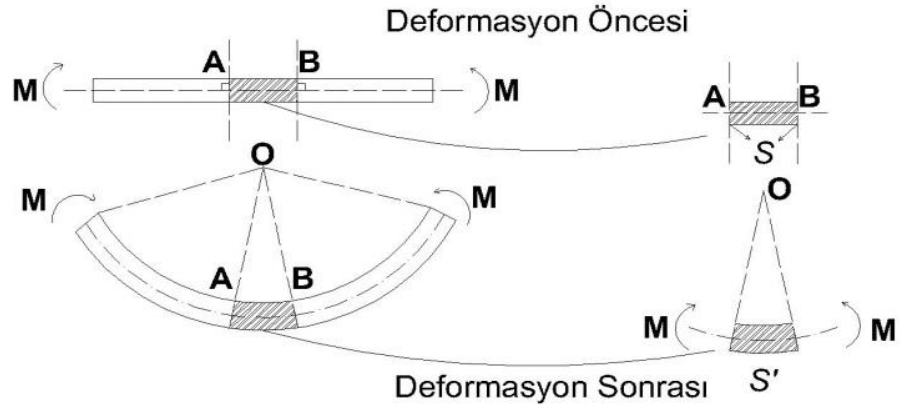
isimlendirilir. Mühendislik ve mekanik problemlerinin çözülmesinde kiriş teorilerinden yararlanılır. Karşılaşılan probleme göre uygulanacak kiriş teorisi de farklılık gösterebilir. Leonhard Euler ve Daniel Bernoulli tarafından tasarlanmış olan Euler-Bernoulli kiriş teorisi; en yaygın kiriş teorisidir ve klasik kiriş teorisi olarak bilinir. Rayleigh ve Timoshenko kiriş teorileri de araştırmacılar tarafından sıkça kullanılan kiriş türlerindendir. Kayma etkisi, yüksek titreşim etkisi gibi durumların dâhil edilip edilmemesine göre teoriler birbirlerinden farklılık gösterebilir.



Şekil 2.3 Bazı kiriş şekilleri

2.3.1. Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi

Euler-Bernoulli kirişi, Leonhard Euler ve Daniel Bernoulli tarafından tasarlanmıştır. Mühendislik kiriş teorisi, ince kiriş teorisi olarak da adından söz ettiren Euler-Bernoulli kiriş teorisinin temeli, eğilme momentinin kiriş üzerindeki etkisinin gözlemlenmesine dayanır. Euler-Bernoulli kiriş teorisinde (EBKT) kesme etkisi ihmal edilir ve kayma açısı yaklaşık olarak sıfır değerini alır. EBKT 'de şekil 2.3.1'deki gibi eğilme öncesi tarafsız eksene dik olan kesitler, eğilmenin ardından aynı kalır.



Şekil 2.3.1 Her iki tarafından eğilme momentine maruz kalan sonsuz uzunluktaki kiriş (Bauchau, O. A.2009'dan değiştirilerek eklenmiştir)

EBKT 'de bazı kabuller yapılır, bu kabuller aşağıda özetlenmiştir.

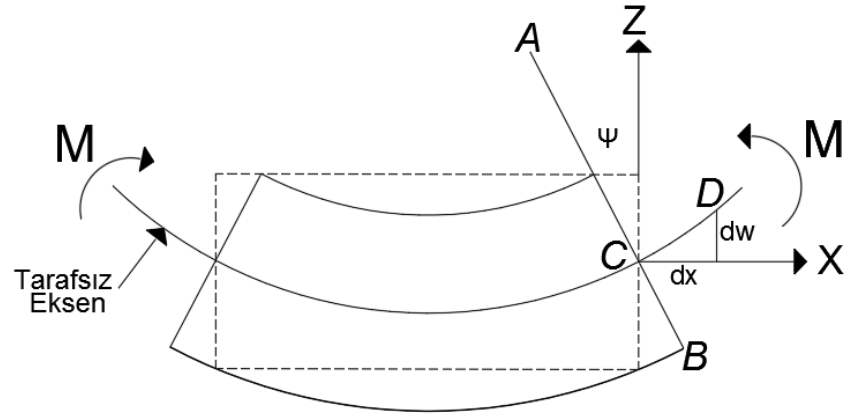
- 1- Kesme kuvvetinden kaynaklı kayma gerilmesi hesaba dâhil edilmez. Kirişin homojen, esnek, aynı elastisite modülüne sahip (E) malzemelerden oluştuğu ve sürekli olduğu kabul edilir.
- 2- Eğilme durumunun öncesinde ve ardında kiriş düzlem kesitlerinde herhangi bir değişim olmaz.
- 3- Gerilmenin gerinim ile orantılı olmasından dolayı Hook kanunu ($\sigma=E.\epsilon$) uygulanabilir.
- 4- Deformasyondan dolayı kiriş eksen uzunluğunda değişim olmaz.

2.3.2. Rayleigh Kiriş Teorisi

Bu kiriş teorisini 1877'de Lord Rayleigh tarafından geliştirmiştir. Rayleigh kiriş teorisi (RKT) titreşim, burkulma, yer değiştirme gibi hesaplamaların yapımında kullanılan teori çeşitlerin biridir. EBKT 'ye ek olarak kiriş kesitinin dönme ataletinin etkisini hesaba katılarak oluşturulmuştur. Bu sebepten dolayı RKT ile EBKT 'ye ait normal kuvvet ve eğilme momenti eşitlikleri aynıyken, kesme kuvveti eşitliği farklıdır.

2.3.3. Timoshenko Kiriş Teorisi

Timoshenko kiriş teorisi (TKT), EBKT 'nin geliştirilmiş hali olarak özetlenebilir. TKT 'de, EBKT 'ye ek olarak kayma ve dönme etkileri dâhil edilmiştir. Şekil 2.3.2'ye bakıldığında etkiler dâhilinde TKT eğilme öncesi tarafsız eksene dik olan kesitlerin, eğilmenin ardından aynı kalmadığını ve belirli bir açıyla döndüğünü kabul eder.



Şekil 2.3.2 Timoshenko kiriş teorisi

Akışkan taşıyan boruların dinamik analizi yapılırken borunun kiriş ile benzer davranış niteliği taşımasından dolayı çözümlenmesi kiriş teorileri yardımıyla yapılır ve daha anlaşılır bir tasarım ortaya çıkar. Teoriler farklı etkileri (Tablo 2.3) hesaba kattıklarından dolayı çözümlenecek probleme göre farklılık gösterebilirler. İçerisinden akışkan geçen boruların dinamik davranışını belirlemek için bu tez çalışmasında EBKT ve RKT 'den yararlanılacaktır.

Tablo 2.3 Dâhil ettikleri etkilere göre kiriş teorileri

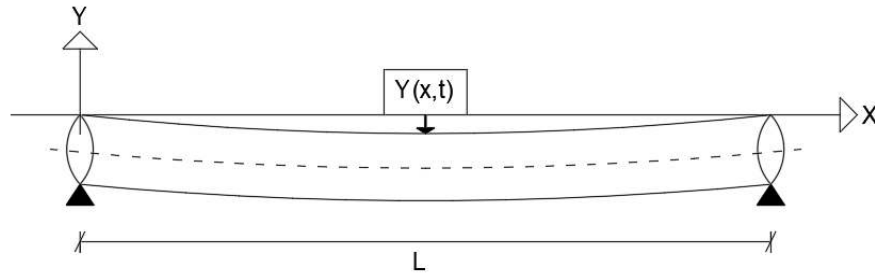
	Eğilme Momenti	Yanal Deplasman	Dönme Ataleti	Kayma Deformasyonu
Euler	+	+		
Rayleigh	+	+	+	
Shear	+	+		+
Timoshenko	+	+	+	+

3. AKIŞKAN-YAPI ETKİLEŞİMİ

3.1. Akışkan-Yapı İlişkisi

Akışkan ile yapı arasında geçmişten günümüze süregelen bir etkileşim vardır. Akışkan-yapı etkileşim problemleri, yapıdan yapıya farklılık gösteren formülasyonlar ile en doğru şekilde modellenir. Yapı içerisindeki ya da çevresindeki akışkanın, yapı ile yapmış olduğu dinamik hareketlerin araştırılması akışkan-yapı etkileşiminin asıl konusudur. İnşaat mühendisliğinde de akışkan-yapı etkileşim problemlerine sıkça rastlanır. Akışkan-yapı etkileşim problemlerine; boru hatları, şiddetli dalgalara maruz kalan dalgakıranlar, açık deniz yapılarının tasarımı, baraj problemleri örnek gösterilebilir.

Akışkan boru içerisinde geçerken boruda birtakım etkilere sebep olur. Birtakım titreşimler ve oluşan göçmeler bu etkilerden bazılarıdır. Boyutsal farklılıklar bu etkileri azaltır ya da artırabilir. Boru içerisinde olduğu gibi akışkan-yapı dış etkilere de maruz kalır ve bunun sonucunda da etkiler ve miktarı değişebilir.



Şekil 3.1 Akışkan taşıyan basit mesnetli boru modeli

İçerisinde x-y düzlemi boyunca v hızıyla hareket eden bir akışkan bulunduran eklenik kütleli (m_s), L uzunluğundaki boruya ait model şekil 3.1’de verilmiştir. Bu modelde borunun her iki ucu basit mesnet olacak şekilde tasarlanmıştır. Analizin daha sağlıklı sonuçlar verebilmesi adına bazı kabuller yapılmıştır. Bunlar;

- Akışkan sıkıştırılamazdır.
- Boru içerisindeki akış laminardır.
- Akışkanın her noktasında hız aynıdır.
- Boru etkilere karşı şeklini korumaktadır.

şeklinde tanımlanmıştır.

3.2. Akışkan Denklemleri

Akışkanın, kendi içerisindeki etkileşimle birlikte yapmış olduğu hareketin matematiksel olarak ortaya konması gerekmektedir. Temel olarak bu hareket iki farklı yaklaşım yolu ile yapılır. Bunlar Lagrange ve Euler yaklaşımlarıdır. Leonhard Euler tarafından geliştirilen Euler yaklaşımında; akıştaki hız, ivme gibi önemli değişkenlerin herhangi bir konum ve zamana göre fonksiyonu olarak açıklanabilir. Bu değişkenler beraberinde akım alanını tanımlarlar ve şu şekilde tanımlanır.

$$u = u(x, y, z, t), v = v(x, y, z, t), w = w(x, y, z, t) \quad (1)$$

Akışkanlar mekaniği uygulamalarında ve deneysel ölçümlerde Euler yaklaşımı, Lagrange yaklaşımına göre daha uygundur. Bu tez çalışması içeriğinde Euler yaklaşımı kullanılmıştır.

Sürtünme kuvvetinin ihmal edildiği yani viskozitenin sıfır kabul edildiği akışkanlara ideal akışkan adı verilir. Bu tez çalışmasında boru içerisinde geçen akışkanın ideal akışkan olduğu kabulü yapılmıştır.

Akışkanların hareketini tanımlayacak olan diferansiyel denklemin istenilen koşullara uygun olarak çözümlenebilmesi gerekir. Akışkan denklemlerinde kullanılan en temel denklemler Newton 2. Yasası kanunu ve kütle korunumu prensibi denklemleridir. Viskoz özellikte olmayan akışkanlara ait hareket denklemi Euler hareket denklemi olarak ifade edilirken viskoz akışkana ait hareket denklemi Navier-Stokes denklemleri olarak ifade edilir.

3.2.1. Euler Hareket Denklemleri

Euler hareket denklemleri oluşturulurken ideal akışkan içerisinde dx , dy , dz ebatlarında dikdörtgen prizma şeklinde bir akışkan hacmi varsayılır. Prizmanın köşe noktası ele alındığı zaman bu noktaya ait koordinat $A(x, y, z)$ şeklinde kabul edilir. A noktasında hız V ayrıca hız bileşenleri u , v , w , sıvının özgül ağırlığı ρ , dikdörtgen prizmaya etki eden kütleli kuvvet bileşenleri X , Y , Z şeklindedir. Cisim üzerindeki net kuvvet, cismin ivmesi ile kütleli çarpımına eşittir ($F=m.a$) ifadesinden elde edilen bağıntı x doğrultusunda;

$$pdydz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dydz + Xdm = dma_x \quad (2)$$

$$\frac{du}{dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3)$$

y doğrultusunda;

$$\frac{dv}{dt} = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (4)$$

z doğrultusunda;

$$\frac{dw}{dt} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (5)$$

şeklindedir. Bulunan bu denklemler Euler hareket denklemlerini oluşturur.

3.2.2. Navier-Stokes Denklemleri

Herhangi bir boyut içerisinde bulunan soyut vektör alanlarına ait matematikte kullanılan doğrusal olmayan kısmi diferansiyel denklem sistemleri olarak isimlendirilir. Mühendislikte ise gaz veya sıvıların hareketlerinin modellenmesi sırasında kullanılan denklem sistemidir. Akışkanın herhangi bir bölgesinde bulunan kuvvet dengesinin dinamik olarak tanımlanması Navier-Stokes denklemleri ile yapılır. Akışkanın tek bir özellikli ve sürekli olduğu kabulü yapılır.

Akışkan taşıyan boruların cidarlarına yakın bölgelerde ideal akışkan kabulü yapılmaz ve teğetsel kuvvetlerin etkisi hesaplara dahil edilir. Birim alandaki yüzeysel kuvvetler ele alındığında üç boyutlu akışkan akımına ait 18 gerilme bileşeni oluşurken, sonsuz ufak kübik bir eleman için 9 gerilme bileşeni oluşur. Bu bileşenlerden 6 adet birbirinden bağımsız ($\tau_{xy}=\tau_{yx}$, $\tau_{zy}=\tau_{yz}$, $\tau_{xz}=\tau_{zx}$) bileşen elde edilmiş olur ve gerilme tensörü incelendiğinde köşegene göre simetrik olduğu görülür.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Akışkana ait birim hacme etkiyen bileşke yüzeysel kuvvetler şu şekildedir;
x doğrultusunda;

$$F_x = \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \quad (7)$$

y doğrultusunda;

$$F_y = \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \quad (8)$$

z doğrultusunda;

$$F_z = \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) \quad (9)$$

Elde edilen yüzeysel kuvvet eşitlikleri bir bütün halinde Euler hareket denklemleri ile ortak düşünüldüğünde, gerçek akışkana ait hareket denklemleri;

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho X = \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho Y = \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) \quad (11)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \rho Z = \rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (12)$$

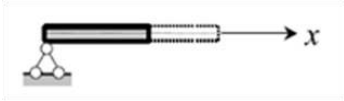
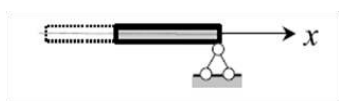
şeklinde elde edilir.

3.3. Sınır Koşulları

Akışkan taşıyan eklenik kütle etkisindeki borunun her iki ucunda bulunan ve boruya ait serbestlik şartının belirlenmesi için kullanılan mesnetlenme şekli olarak tanımlanabilir. Yer değiştirme (y), dönme (θ), eğilme momenti (M), kesme kuvveti

(V) etkileri mesnetlenme durumlarına göre değişmektedir. Bu tez çalışması kapsamında borunun her ucundaki mesnetlenme durumu basit mesnet olarak seçilmiştir. Borunun başlangıç noktası $x=0$ olarak nitelendirilirken, borunun bitiş yani uç noktası $x=L$ olarak nitelendirilmiştir. (Tablo 3.3)

Tablo 3.3 Klasik sınır koşulları

	Başlangıç noktası ($x=0$)	Bitiş noktası ($x=L$)
MODEL		
Euler-Bernoulli Modeli	$v(0,t) = 0$ $v''(0,t) = 0$	$v(L,t) = 0$ $v''(L,t) = 0$
Rayleigh Modeli	$v(0,t) = 0$ $v''(0,t) = 0$	$v(L,t) = 0$ $v''(L,t) = 0$

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

4.1. Analitik Çözüm Yöntemi

Çalışma kapsamında uzunluğu L , kesit alanı A_p , birim boy kütlesi m , Elastisite modülü E ve atalet momenti I olan homojen, üniform silindirik bir boru ele alınmıştır. Boru içerisindeki akışkanın da ideal, kararlı ve üniform olduğunun kabulü yapılmıştır. Yapılan bu kabuller doğrultusunda Hamilton prensibi ile elde edilen Euler-Bernoulli borusuna ait hareket denklemi;

$$\frac{1}{2} \int_0^L \rho_p A_p \left(\frac{\partial v^*(x^*, t^*)}{\partial t^*} \right)^2 dx^* + \frac{1}{2} \int_0^L m_s \left(\frac{\partial v^*(x_s^*, t^*)}{\partial t^{*2}} \right) dx - \frac{1}{2} \int_0^L E I \left(\frac{\partial^2 v^*(x^*, t^*)}{\partial x^{*2}} \right) dx^* \quad (13)$$

Denklemdeki $v^*(x^*, t^*)$ ifadesi; x^* konumunda ve t^* zamanındaki deplasmanı, m_s eklenik kütleyi, x_s eklenik kütlenin boru üzerindeki yerini ifade etmektedir. Üst indis (*); boyutlu terimleri ifade etmektedir. Denklem 13'te verilen Lagrange terimi Hamilton Prensibini temsil eden

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0 \quad (14)$$

bağıntısında kullanıldığında elde edilen hareket denklemi;

$$\rho_p A_p \ddot{v}^* + m_s \delta(x - x_s) \ddot{v}^* + E I v^{*IV} = 0 \quad (15)$$

şeklindedir.

Eklenik kütlenin etkisi Diracdelta fonksiyonu ile verilmiştir. Boru içerisindeki akışkan ideal kabul edildiğinden dolayı sürtünmesiz akışa ait genel ifade Euler denklemi ile elde edilmiştir [28].

$$\frac{\partial P}{\partial y^*} = \rho_f Y - \rho_f a_y \quad (16)$$

Denklemden kullanılan y düşey doğrultu olmak üzere, a_y akışkan ivmesinin düşey bileşenini temsil etmektedir. P ve Y ise sırası ile basınç ve dış kuvveti tanımlamaktadır. Akışkan ve boruya ilişkin terimlerin birleştirilmesi sonucu elde edilen hareket denklemi;

$$\rho_p A_p \ddot{v}^* + \rho_f A_f \left(\ddot{v}^* + 2u^* \dot{v}^{*'} + u^{*2} v^{*''} \right) + m_s^* \delta(x^* - x_s^*) \ddot{v}^* + EI v^{*IV} = 0 \quad (17)$$

şeklindedir. Hareket denkleminin boyutsuzlaştırılması için kullanılan terimler;

$$v = \frac{v^*}{r}, x = \frac{x^*}{L}, \xi = \frac{x_s^*}{L}, t = t^* \sqrt{\frac{EI}{L^4(m+M)}}, \beta = \frac{M}{(m+M)}, \Gamma_s = \frac{m_s}{(m+M)L} \quad (18)$$

olarak verilmiştir. Bu terimlerin Denklem (17)'de yerine yazılıp düzenlenmesi sonucunda akışkan taşıyan eklenik kütle ile modellenen ve Euler-Bernoulli teorisiyle çözümlenen silindirik boruya ait hareket denklemi;

$$v^{IV} + u^2 v'' + 2\sqrt{\beta} u v' + (1 + \Gamma_s) \ddot{v} = 0 \quad (18)$$

şeklindedir.

Rayleigh kirişi hareket denklemi ise;

$$\rho_p A_p \ddot{v}^* + EI v^{*IV} - \rho_p I \ddot{v}^{*''} = 0 \quad (19)$$

şeklindedir. Akışkanın ideal olduğu kabul edildiği için sürtünmesiz akışa ait genel ifade burada da Euler denklemi ile elde edilmiştir. Akışkan ve borunun düşey yönde birlikte hareket ettiği yaklaşımla elde edilen akışkan terimleri birleştirilmesiyle elde edilen denklem;

$$\rho_f A_f (\ddot{v}^* + 2u^* \dot{v}^{*'} + u^{*2} v^{*''}) = 0 \quad (20)$$

şeklindedir.

Rayleigh Teorisi ile modellenen akışkan taşıyan boruya ait hareket denklemi;

$$\rho_p A_p \ddot{v}^* + \rho_f A_f \left(\ddot{v}^* + 2u^* \dot{v}^{*'} + u^{*2} v^{*''} \right) + m_s \delta(x - x_s) \ddot{v}^* + EI v^{*IV} - \rho_p I \ddot{v}^{*''} = 0 \quad (21)$$

şeklindedir. Hareket denkleminin boyutsuzlaştırılması için kullanılan Denklem (18) terimleri Denklem (22) 'de yerine yazıldığı zaman akışkan taşıyan eklenik kütle ile modellenen ve Rayleigh teorisiyle çözümlenen silindirik boruya ait hareket denklemi;

$$v^{IV} + u^2 v'' + 2\sqrt{\beta} u v' - \frac{(1-\beta)}{\lambda^2} \ddot{v}'' + (1 + \Gamma_s) \ddot{v} = 0 \quad (22)$$

Klasik mesnet koşulları (basit-basit) dikkate alınarak yapılan tasarım için sınır şartları

$$x = 0 \rightarrow v(0, t) = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}(0, t) = 0 \quad (23.a)$$

$$x = L \rightarrow v(L, t) = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}(L, t) = 0 \quad (23.b)$$

olarak alınmıştır. Hareketi temsil eden diferansiyel denklemin çözümü için Sonlu Farklar yöntemi kullanılmıştır. Hareket denklemi doğrusal olduğu için dinamik davranışın harmonik olduğu varsayılabilir. Bu durumda genel çözüm şu şekilde verilebilir:

$$v(x, t) = X_n(x) e^{i\omega_n t} + \bar{X}_n(x) e^{-i\omega_n t} \quad (24)$$

Akışkan taşıyan boru Δ_x boyutundaki sonlu parçalara ayrılarak merkezi farklar yardımı ile birinci, ikinci ve dördüncü mertebeye türevler elde edilmiştir.

$$X_n' = \frac{X_{n+1} - X_{n-1}}{2\Delta x} \quad (25.a)$$

$$X_n'' = \frac{X_{n+1} - 2X_n + X_{n-1}}{\Delta x^2} \quad (25.b)$$

$$X_n^{IV} = \frac{X_{n+2} - 4X_{n+1} + 6X_n - 4X_{n-1} + X_{n-2}}{\Delta x^4} \quad (25.c)$$

Burada X_0 ve X_n bilinen başlangıç ve sınır koşullarını temsil etmektedir. İteratif olarak yapılan hesaplamalar bilgisayar programına uygun hale getirilerek Maple programı ile çözülmüştür.

4.2. Sayısal Analiz

Bu kısımda, Euler-Bernoulli ve Rayleigh kiriş teorileri ile modellenen her iki ucuna basit mesnet tutturulmuş, eklenik kütle etkisi altındaki akışkan taşıyan boruya ait nümerik çözümler yapılmış ve elde edilen veriler değerlendirilmiştir. İlk üç mod değeri için akışkan taşıyan borunun doğal titreşim frekans değerleri belirlenmiştir.

Doğal titreşim frekansı üzerinde; akışkan hızı, doluluk oranı, eklenik kütle, narinlik katsayısı gibi boyutsuz parametrelerin nasıl bir etkiye yol açtığı belirlenip tablo ve grafikler halinde sunulmuştur. Ayrıca sonuçlar ekler bölümünde yer alan çıktılarla da desteklenmiştir. Frekans değerlerinin belirlenmesinde her iki teori için Maple programından yararlanılmıştır. Euler-Bernoulli analizine ait Maple notasyonu Şekil 4.2’de gösterilmiştir.

```
> restart:
with(LinearAlgebra):
N:=40:
L:=N:
dx:=L/N:
beta:=0.8: gam:=0.02954: #v:=0.1:
tau1:=0.1:
art:=N/4:
k:=100000:
func:= proc (v,omega) global L,N,lambd,tau1,beta,k; local A4,
A3,A2,A1,A0,d,B,A,C,E,M,i;
#EULER-BERNOULLI PIPE
A4:=L^4;
A3:=0;
A2:=v^2*L^2;
A1:=2*I*omega*sqrt(beta)*v*L;
A0:=-omega^2;

d:=(A4/dx^4)+(A3/dx^3);
B:=(-4*A4/dx^4)+(A2/dx^2)+(A1/2*dx)-(3*A3/dx^3);
A:=(6*A4/dx^4)-(2*A2/dx^2)+A0;
C:=(-4*A4/dx^4)+(A2/dx^2)-(A1/2*dx)+(3*A3/dx^3);
E:=(A4/dx^4)-(A3/dx^3);

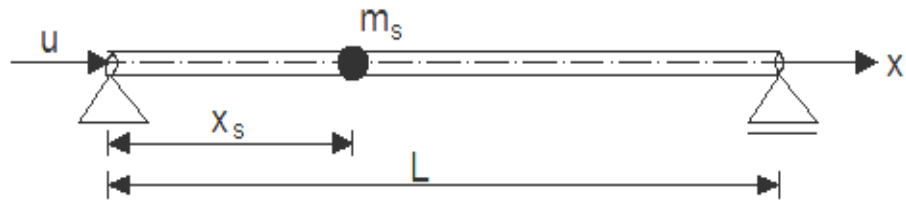
M:=Matrix(N-1,N-1):
#Boundary conditions for Hinged-Hinged Pipe
M[1,1]:=A-E: M[1,2]:=B: M[1,3]:=d:
M[2,1]:=C: M[2,2]:=A: M[2,3]:=B: M[2,4]:=d:

for i from 3 by 1 to N-3 do
M[i,i-2]:=E: M[i,i-1]:=C: M[i,i]:=A: M[i,i+1]:=B:
M[i,i+2]:=d:
end do;
```

Şekil 4.2 Euler-Bernoulli Maple notasyonu

4.2.1. Euler-Bernoulli Tek Kütleli Analiz

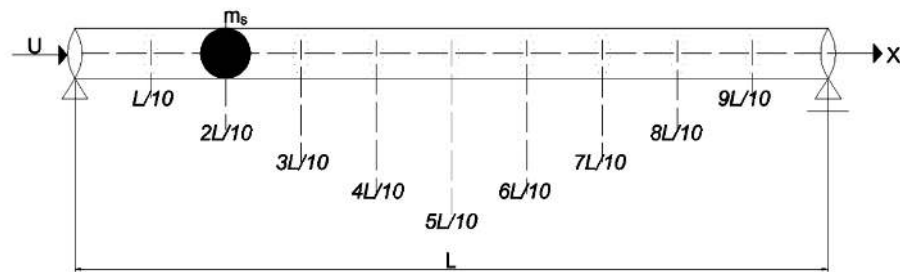
Titreşim etkilerini ölçmek amacıyla akışkan taşıyan boruların üzerine çeşitli cihazlar yerleştirilmektedir. Bu çalışmada cihaz ağırlığının yapılan dinamik analiz üzerine nasıl bir etki yarattığını belirlemek amaçlanmıştır. Boru üzerinde farklı konumlarda tek bir kütlenin (m_s) olduğu varsayılmıştır (Şekil 4.2.1).



Şekil 4.2.1 Üzerinde eklenik tek bir kütle bulunduran akışkan taşıyan boru

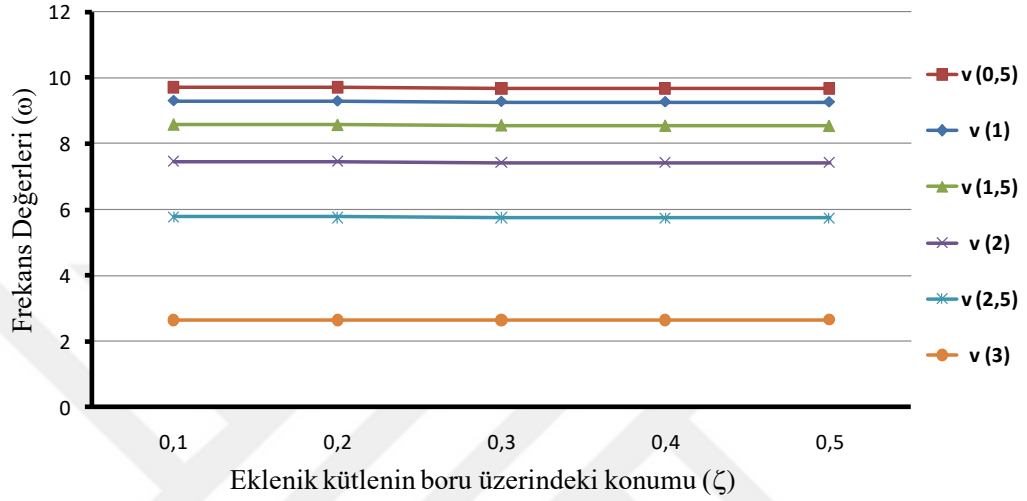
Ölçüm cihazının sistemin toplam kütlesine oranı $\Gamma_s = \frac{m_s}{(m + M)L}$ şeklindedir.

Yapılan farklı çalışmalar incelenerek bu oran $\Gamma_s=0,2$ 'den başlayarak 0,05 artış ile $\Gamma_s=0,4$ değerine kadar belirlemiş olup analizlerde kullanılmıştır. Borunun doluluk oranı (β) sırasıyla 0,4 - 0,6 - 0,8 seçilmiştir. Kütlenin boru üzerindeki konumu x_s ise $L/10, 2L/10, \dots, 9L/10$ olarak belirlenmiştir (Şekil 4.2.2). İlk üç mod durumu için üç adet birbirinden farklı omega (Ω) değeri kullanılmıştır. Bunlar mod 1; $\Omega=10$, mod 2; $\Omega=30$, mod 3; $\Omega=80$ şeklindedir. Hız değerleri $v=0,5$ değerinden başlayarak 0,5 artışla gösterilmiştir. Her mod değerinde bu hız değeri değişmektedir.



Şekil 4.2.2 $L/10, 2L/10, \dots, 9L/10$ konumları

Yapılan analizlerde kütle konumunun simetrik olduğu konumlarda $L/10$ - $9L/10$, $2L/10$ - $8L/10$, $3L/10$ - $7L/10$, $4L/10$ - $6L/10$ elde edilen sonuçların aynı frekans değerlerini verdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bu sebeple tablo-grafiklerde sadece $N/10$ - $2N/10$ - $3N/10$ - $4N/10$ - $5N/10$ konumları kullanılmıştır ve grafiklerin daha sade şekilde olabilmesi için bu konumların yerini $\zeta=0,1$ - $0,2$ - $0,3$ - $0,4$ - $0,5$ almıştır.



Şekil 4.2.3 İlk moda ait eklenik kütle her konum-frekans değerleri grafiği

Şekil 4.2.3 'te farklı hızlardaki akışkanı taşıyan boru üzerindeki eklenik kütle, 5 farklı konumuna ait frekans değerleri grafiği verilmiştir. İlk mod için $\omega=10$, doluluk oranı $\beta=0,4$ ve eklenik kütle tüm kütleyle oranı $\Gamma_s=0,2$ olarak sabit bırakılmıştır. Hız değerleri ilk mod durumu için $v=0,5$ - 3 aralığında $0,5$ artışla kaydedilmiştir. Grafik detaylı incelendiğinde hız değerinin sürekli olarak $0,5$ artırılması sonucunda aynı noktada frekans değerlerinin azaldığı görülmüştür.

Tablo 4.2 Doluluk oranı $0,4$ olan eklenik kütleli borunun farklı konumlardaki (ζ) 1.mod (ω_1) frekans değerleri tablosu

v	ζ	ω_1				
		$\Gamma_s = 0,20$	$\Gamma_s = 0,25$	$\Gamma_s = 0,30$	$\Gamma_s = 0,35$	$\Gamma_s = 0,40$
0,5	0,1	9,7242	9,723	9,7218	9,7207	9,7195
	0,2	9,7120	9,7079	9,7037	9,6995	9,6954
	0,3	9,6971	9,6893	9,6814	9,6736	9,6658
	0,4	9,6852	9,6743	9,6636	9,6528	9,6421
	0,5	9,6806	9,6687	9,6568	9,6449	9,6331
	0,1	9,3079	9,3068	9,3057	9,3046	9,3035
	0,2	9,2964	9,2925	9,2885	9,2845	9,2806

1	0,3	9,2823	9,2748	9,2673	9,2598	9,2524
	0,4	9,2709	9,2606	9,2503	9,2401	9,2299
	0,5	9,2665	9,2552	9,2438	9,2326	9,2213
1,5	0,1	8,5795	8,5785	8,5775	8,5765	8,5755
	0,2	8,5690	8,5654	8,5617	8,5581	8,5545
	0,3	8,5561	8,5492	8,5424	8,5356	8,5288
	0,4	8,5457	8,5363	8,5269	8,5176	8,5083
	0,5	8,5417	8,5314	8,521	8,5108	8,5005
2	0,1	7,466	7,4651	7,4643	7,4634	7,4625
	0,2	7,4570	7,4539	7,4508	7,4477	7,4446
	0,3	7,4459	7,4401	7,4342	7,4284	7,4226
	0,4	7,4370	7,429	7,4210	7,4130	7,4050
	0,5	7,4336	7,4248	7,4159	7,4071	7,3983
2,5	0,1	5,782	5,7813	5,7807	5,7800	5,7794
	0,2	5,7752	5,7728	5,7704	5,7681	5,7657
	0,3	5,7668	5,7624	5,7579	5,7535	5,7491
	0,4	5,7601	5,754	5,7479	5,7418	5,7358
	0,5	5,7575	5,7508	5,7441	5,7374	5,7307
3	0,1	2,6546	2,6543	2,654	2,6537	2,6534
	0,2	2,6516	2,6505	2,6495	2,6484	2,6473
	0,3	2,6479	2,6459	2,6439	2,642	2,6400
	0,4	2,6449	2,6422	2,6395	2,6368	2,6341
	0,5	2,6438	2,6408	3,6379	2,6349	2,6319

Tüm kütle oranlarında ve kütlenin beş farklı konumunda hız değerinin $\nu=0,5$ 'ten $\nu=1$ 'e gelmesi sonucunda % 4,28 'lik bir azalış söz konusu iken, hız değerinin $\nu=2,5$ 'tan $\nu=3$ 'e gelmesiyle bu miktar % 54,1 'e çıkmıştır. Tablo 4.2'ye bakıldığında hız değerindeki artış daha belirgin görülmektedir.

Tablo 4.2.1 Doluluk oranı 0,4 olan eklenik kütleli borunun farklı konumlardaki (ζ) 2.mod (ω_2) frekans değerleri tablosu

ν	ζ	ω_2				
		$\Gamma_s = 0,20$	$\Gamma_s = 0,25$	$\Gamma_s = 0,30$	$\Gamma_s = 0,35$	$\Gamma_s = 0,40$
1	0,1	38,8656	38,8484	38,8316	38,8149	38,7981
	0,2	38,7576	38,7144	38,6713	38,6284	38,5856
	0,3	38,7584	38,7156	38,673	38,6307	38,5887
	0,4	38,8654	38,8489	38,8324	38,8161	38,7998
	0,5	38,9318	38,9316	38,9315	38,9314	38,9312
2	0,1	37,4487	37,4325	37,4163	37,4001	37,384
	0,2	37,3449	37,3032	37,2616	37,2202	37,179
	0,3	37,3452	37,3038	37,2626	37,2217	37,1811
	0,4	37,4475	37,4313	37,4151	37,399	37,3829
	0,5	37,5111	37,5105	37,5099	37,5093	37,5088
	0,1	34,9947	34,9796	34,9644	34,9493	34,9342
	0,2	34,8974	34,8583	34,8193	34,7805	34,7418

3	0,3	34,8969	34,8578	34,819	34,7804	34,742
	0,4	34,9913	34,9755	34,9597	34,944	34,9284
	0,5	35,0501	35,0487	35,0474	35,046	35,0447
4	0,1	31,3047	31,291	31,2773	31,2637	31,25
	0,2	31,2166	31,1812	31,1459	31,1108	31,0758
	0,3	31,2147	31,179	31,1435	31,1082	31,0732
	0,4	31,2979	31,2826	31,2674	31,2523	31,2372
	0,5	31,3498	31,3473	31,3449	31,3425	31,6401
5	0,1	25,8582	25,8465	25,8348	25,8232	25,8115
	0,2	25,7824	25,752	25,7217	25,6916	25,6616
	0,3	25,7788	25,7476	25,7166	25,6858	25,6551
	0,4	25,8468	25,8324	25,8181	25,8038	25,7895
	0,5	25,8897	25,8859	25,8821	25,8783	25,8745
6	0,1	16,2079	16,1987	16,1895	16,1803	16,1712
	0,2	16,1477	16,1237	16,0997	16,0759	16,0521
	0,3	16,1422	16,1169	16,0917	16,0667	16,0417
	0,4	16,1922	16,1791	16,1662	16,1532	16,1403
	0,5	16,2241	16,219	16,2139	16,2088	16,2037

İlk mod durumu için yapılan analizler mod 2 ve mod 3 değerleri kullanılarak tekrarlanmıştır. Mod 2 durumunda aynı nokta için $\omega=30$, $\Gamma_s=0,20$ seçilmiş diğer tüm parametreler sabit tutulmuştur ve sadece hız parametresi $\nu=1$ değerinden 1 artışla $\nu=6$ değerine getirilmiştir. Bu değişimle hız değerindeki artış doğal frekans değerlerinde azalmaya sebebiyet vermiştir. (Tablo 4.2.1)

Tablo 4.2.2 Doluluk oranı 0,4 olan eklenik kütleli borunun farklı konumlardaki (ζ) 3.mod (ω_3) frekans değerleri tablosu

ν	ζ	ω_3				
		$\Gamma_s = 0,20$	$\Gamma_s = 0,25$	$\Gamma_s = 0,30$	$\Gamma_s = 0,35$	$\Gamma_s = 0,40$
0,5	0,1	88,0177	87,946	87,8744	87,803	87,7317
	0,2	87,9138	87,8181	87,7233	87,6294	87,5363
	0,3	88,264	88,2538	88,2437	88,2336	88,2236
	0,4	88,1545	88,1173	88,0802	88,0433	88,0066
	0,5	87,8706	87,7639	87,6581	87,553	87,4487
1,5	0,1	87,1333	87,0624	86,9916	86,9209	86,8503
	0,2	87,0306	86,9359	86,8421	86,7491	86,657
	0,3	87,3765	87,3662	87,356	87,3458	87,3358
	0,4	87,2671	87,2297	87,1926	87,1557	87,119
	0,5	86,9858	86,8797	86,7745	86,67	86,5663
	0,1	85,3465	85,277	85,2077	85,1386	85,0695
	0,2	85,246	85,1533	85,0614	84,9704	84,8803

2,5	0,3	85,5831	85,5727	85,5624	85,5521	85,5419
	0,4	85,4739	85,4365	85,3992	85,3622	85,3254
	0,5	85,198	85,0931	84,989	84,8867	84,7832
3,5	0,1	84,1032	84,0348	83,9665	83,8984	83,8304
	0,2	84,0043	83,913	83,8225	83,7328	83,6439
	0,1	82,6173	82,5501	82,4831	82,4162	82,3494
	0,2	82,5202	82,4305	82,3416	82,2535	82,1662
	0,3	82,844	82,8333	82,8228	82,8123	82,8019
	0,4	82,7349	82,6973	82,6599	82,6227	82,5857
	0,5	82,467	82,3638	82,2615	82,1599	82,0591
4,5	0,1	78,8749	78,8108	78,7468	78,683	78,6193
	0,2	78,7822	78,6966	78,6117	78,5275	78,4441
	0,3	79,088	79,0771	79,0662	79,0554	79,0447
	0,4	78,979	78,9411	78,9033	78,8658	78,8285
	0,5	78,7216	78,6207	78,5206	78,4212	78,3235
5,5	0,1	73,9973	73,9371	73,877	73,8171	73,7573
	0,2	73,9101	73,8295	73,7496	73,6704	73,5919
	0,3	74,1928	74,1814	74,17	74,1588	74,1475
	0,4	74,0835	74,045	74,0067	73,9686	73,9307
	0,5	73,8391	73,7409	73,6433	73,5465	73,4503
6,5	0,1	67,7609	67,7055	67,6503	67,5951	67,5401
	0,2	67,6801	67,6057	67,5319	67,4587	67,3861
	0,3	67,9345	67,9223	67,9103	67,8982	67,8863
	0,4	67,8242	67,7847	67,7455	67,7064	67,6675
	0,5	67,5951	67,4996	67,4048	67,3107	67,2171
7,5	0,1	59,6938	59,6441	59,5946	59,5451	59,4958
	0,2	59,62	59,5528	59,4862	59,4201	59,3544
	0,3	59,8402	59,8269	59,8138	59,8007	59,7877
	0,4	59,7273	59,6862	59,6452	59,6045	59,5639
	0,5	59,5151	59,4221	59,3297	59,2379	59,1467
8,5	0,1	48,4381	48,3948	48,3516	48,3086	48,2656
	0,2	48,3714	48,3123	48,2535	48,1952	48,1372
	0,3	48,5519	48,5369	48,5221	48,5073	48,4925
	0,4	48,4313	48,3865	48,3419	48,2976	48,2534
	0,5	48,234	48,141	48,0487	47,9569	47,8657
9,5	0,1	20,9089	20,8467	20,7846	20,7226	20,6606
	0,2	20,8349	20,7549	20,6752	20,5959	20,5169
	0,3	21,0787	21,0591	21,0395	21,0201	21,0007
	0,4	20,8257	20,7436	20,6619	20,5806	20,4997
	0,5	20,4913	20,3267	20,1631	20,0003	19,8385

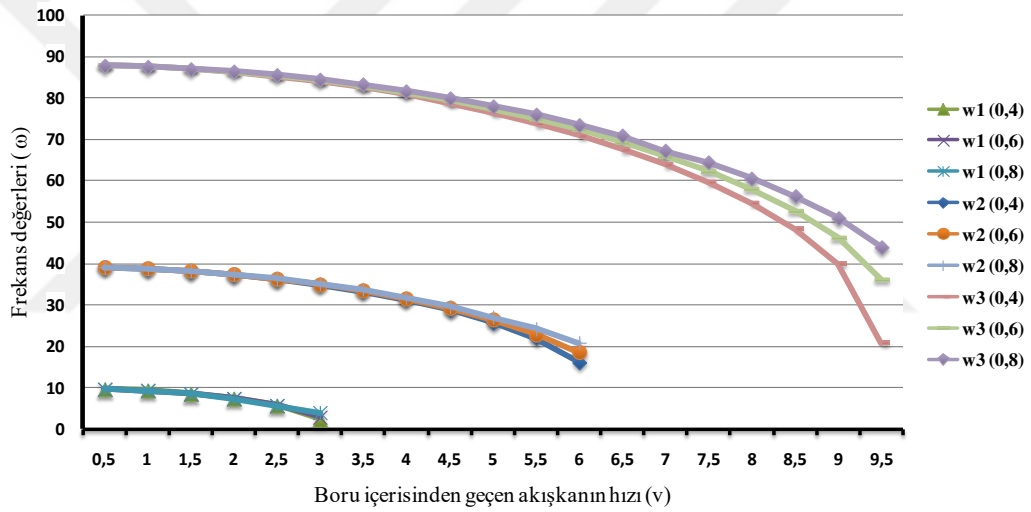
Mod 3 analizinde de aynı nokta için $\omega=30$, $\Gamma_s=0,20$ seçilmiş diğer tüm parametreler sabit tutulmuştur ve sadece hız parametresi $\nu=0,5$ değerinden 1 artışla $\nu=9,5$ değerine getirilmiştir. İlk mod ve 2 mod durumunda elde edildiği gibi hız değerleri artarken frekans değerleri azalmıştır. (Tablo 4.2.2)

Boru içerisinden geçen akışkanın miktarı doluluk oranı (β) olarak ifade edilmektedir. Borunun tamamen boş olma durumu $\beta=0,00$ olarak tanımlanırken, borunun tamamının dolu olması durumu $\beta=1,00$ olarak tanımlanır. Sadece doluluk oranı (β) değişiminin ilk üç mod üzerindeki etkisi belirlenirken diğer parametreler sabit tutulmuş ve analizler bu durum için yapılmıştır. İlk modda eklenik kütlenin aynı konumlarında yapılan analizde $\beta=0,4$ alınmıştır. Ardından doluluk oranı 0,2'lik bir artış ile $\beta=0,6$ ve $\beta=0,8$ 'e çıkartılmıştır.

Tablo 4.2.3 Farklı doluluk oranında (β) akışkan taşıyan borunun ilk üç modda elde edilen frekans değerinin tablosu

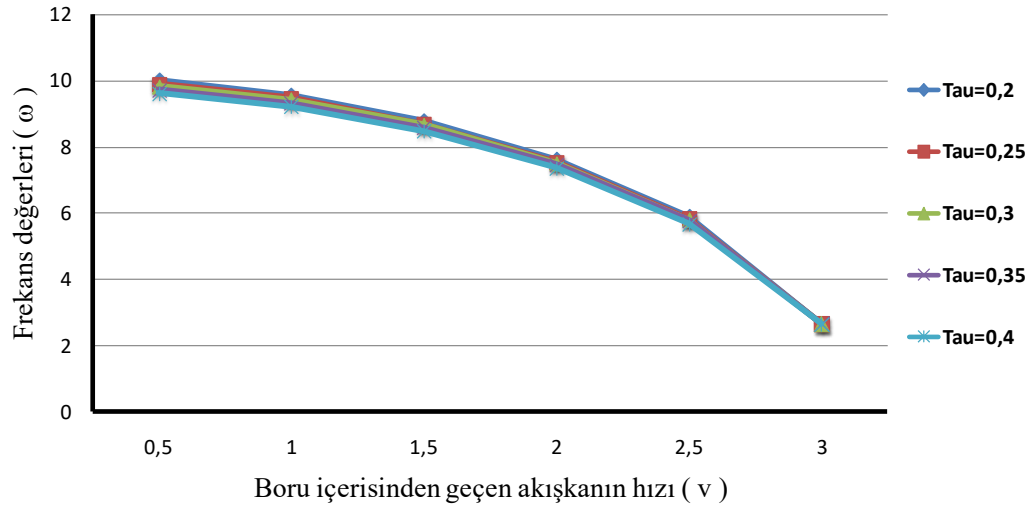
ν	$\zeta = 0,1$			$\Gamma_s = 0,2$					
	ω_1			ω_2			ω_3		
	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,8
0,5	9,7242	9,7193	9,7145	39,2136	39,2182	39,2228	88,0177	88,0249	88,0321
1	9,3079	9,2894	9,271	38,8656	38,8837	38,9021	87,6867	87,7157	87,7445
1,5	8,5795	8,5406	8,5022	38,2795	38,3221	38,3636	87,1333	87,199	87,2643
2	7,466	7,4047	7,345	37,4487	37,5265	37,6006	86,3546	86,4729	86,5897
2,5	5,782	5,706	5,633	36,36	36,486	36,603	85,3465	85,5343	85,7183
3	2,6546	2,6025	2,5533	34,9947	35,1845	35,3555	84,1032	84,3791	84,6469
3,5				33,3244	33,5975	33,8358	82,6173	83,0018	83,3712
4				31,3047	31,6869	32,0097	80,8788	81,3953	81,8854
4,5				28,8617	29,3898	29,8219	78,8749	79,5503	80,1823
5				25,8582	26,5913	27,1744	76,5886	77,4545	78,2522
5,5				21,9868	23,0412	23,8626	73,9973	75,0916	76,0825
6				16,2079	17,9559	19,2935	71,0695	72,4394	73,6563
6,5							67,7609	69,4666	70,9503
7							64,0048	66,1272	67,9316
7,5							59,6938	62,3499	64,551
8							54,6377	58,014	60,7307
8,5							48,4381	52,887	56,334
9							39,9671	46,409	51,0808
9,5							20,9089	36,3028	44,1925

Doluluk oranı değişiminin ilk üç mod üzerindeki etkisinin daha net anlaşılabilir olması için frekans verileri tek bir tablo haline getirilmiştir (Tablo 4.2.3) ve doluluk oranı değişiminin etkisi şekil üzerinde gösterilmiştir (Şekil 4.2.4). Doluluk oranı miktarları her mod değeri için sırasıyla $\beta=0,4-0,6-0,8$ olarak seçilmiştir. Oluşturulan tablodaki veriler incelendiğinde aynı parametreler altında farklı doluluk oranıyla modellenen modele bakıldığında doluluk oranının artmasıyla frekans değerinde artış saptanmıştır. Ayrıca ilk modda aynı parametreler altında doluluk oranının $\beta=0,8$ durumunda oluşan azalmanın $\beta=0,4$ 'e oranla daha fazla olduğu saptanmıştır. Bu durum mod 2 ve mod 3 değerlerinde tam tersi bir hal almıştır. Buna ek olarak Ω değeri (10-30-80) arttıkça frekans değerleri de sayısal olarak büyümüştür.

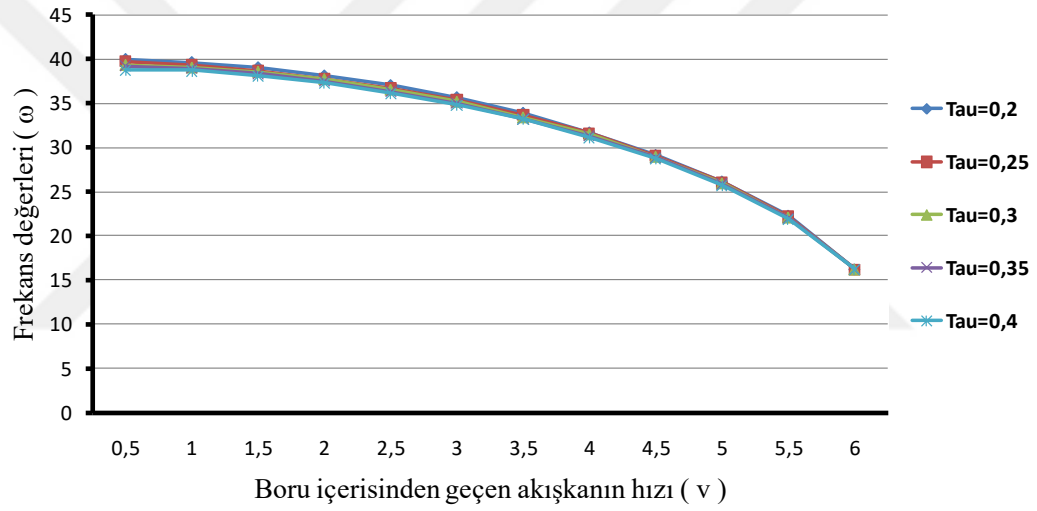


Şekil 4.2.4 Farklı doluluk oranında (β) akışkan taşıyan borunun ilk üç modda elde edilen frekans değerlerinin grafiği

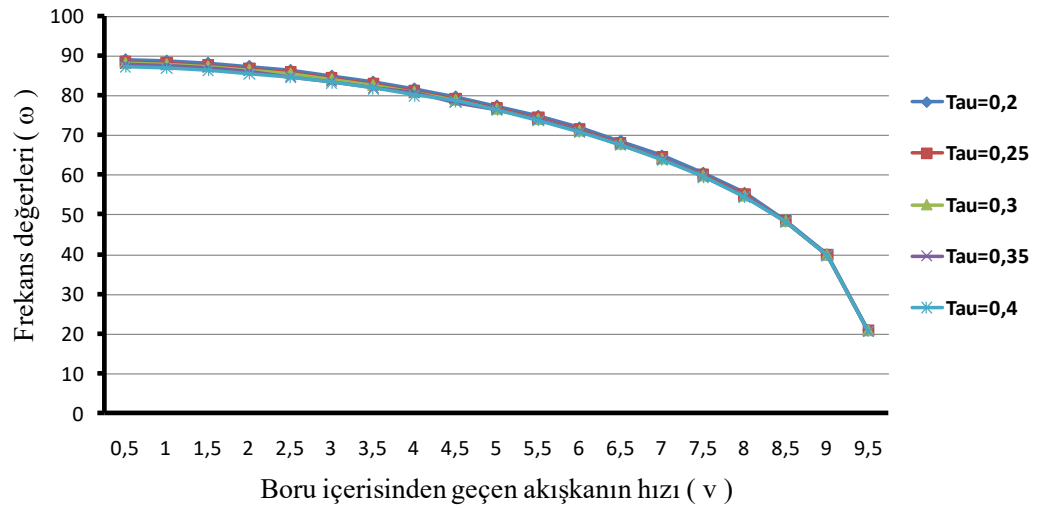
Eklenik kütle olarak nitelendirilen ölçüm cihazlarının frekans değerleri üzerine etkisini belirlemek istenmiştir. Eklenik kütlenin toplan sistem kütlesine oranı eklenik kütle oranı olarak ifade edilmiş olup " Γ_s " simgesi ile gösterilmektedir. Farklı Γ_s değerleri kullanılarak eklenik kütlenin $\zeta=0,1$ konumunda ve borunun $\beta=0,4$ doluluk oranında olduğu durum için ilk üç moda ait frekans değeri grafik haline getirilmiştir (Şekil 4.2.5, Şekil 4.2.6, Şekil 4.2.7).



Şekil 4.2.5 Üzerinde farklı kütle oranına sahip (Γ_s) eklenik kütle bulunduran borunun 1. moda (ω_1) ait frekans değeri grafiği



Şekil 4.2.6 Üzerinde farklı kütle oranına sahip (Γ_s) eklenik kütle bulunduran borunun 2. moda (ω_2) ait frekans değeri grafiği



Şekil 4.2.7 Üzerinde farklı kütle oranına sahip (Γ_s) eklenik kütle bulunduran borunun 3. moda (ω_3) ait frekans değeri grafiği

Grafikler incelendiğinde Γ_s değerindeki artışın frekans değerinde azalmaya sebep olduğu görülmüştür. Ayrıca $\zeta=0,1$ konumunda ve borunun $\beta=0,4$ doluluk oranı durumu dışında, tüm doluluk oranı ve kütle konumlarında yapılan analizde sadece Γ_s değeri değiştirildiğinde; $\Gamma_s=0,2$ değeri en büyük frekans değerini verirken $\Gamma_s=0,4$ değeri ise en küçük frekans değerini verdiği belirlenmiştir.

4.2.2. Rayleigh Tek Kütleli Analiz

Üzerinde tek bir eklenik kütle bulunduran akışkan taşıyan boru sistemi Euler-Bernoulli teorisinin yanı sıra Rayleigh teorisi kullanılarak da çözümlenmiştir. Rayleigh teorisi, Euler-Bernoulli teorisine ek olarak dönme etkisi de hesaba katılmaktadır. Bu sebeple bu etkiyi ifade eden narinlik oranı λ değeri ilave edilmiştir. Şekil 4.2.8 'de Rayleigh teorisine ait Maple notasyonu verilmiştir.

```
#RAYLEIGH PIPE
A4:=L^4;
A3:=0;
A2:=(v^2*L^2)+(1-beta)*L^2*omega^2/lambda^2;
A1:=2*I*omega*sqrt(beta)*v*L;
A0:=-omega^2;

d:=(A4/dx^4)+(A3/dx^3);
B:=(-4*A4/dx^4)+(A2/dx^2)+(A1/2*dx)-(3*A3/dx^3);
A:=(6*A4/dx^4)-(2*A2/dx^2)+A0;
C:=(-4*A4/dx^4)+(A2/dx^2)-(A1/2*dx)+(3*A3/dx^3);
E:=(A4/dx^4)-(A3/dx^3);
M:=Matrix(N-1,N-1);
#Boundary conditions for Hinged-Hinged Pipe
M[1,1]:=A-E:    M[1,2]:=B:    M[1,3]:=d:
M[2,1]:=C:      M[2,2]:=A:    M[2,3]:=B:    M[2,4]:=d:

for i from 3 by 1 to N-3 do
M[i,i-2]:=E:    M[i,i-1]:=C:    M[i,i]:=A:    M[i,i+1]:=B:
M[i,i+2]:=d:
end do;
```

Şekil 4.2.8 Rayleigh Maple Notasyonu

Akışkan taşıyan borunun kritik hız değerini aşarak stabilitesini kaybettiği sınırlar dışında kalarak ilk üç mod için de doğal titreşim frekansı değerleri karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Rayleigh teorisi ile yapılan analizlerde de Euler-Bernoulli kapsamında yapılan analizlerde olduğu gibi mod 2 için $v=6$, mod 3 için ise

$\nu=9$ hız değerlerine kadar sürdürülmüştür. Elde edilen sonuçlar veri setinde kullanılmıştır. Tablo 4.2.4'te görüldüğü üzere eklenik kütle oranı (Γ_s) arttıkça her üç mod için de doğal frekans değeri azalmaktadır. Aynı zamanda eklenik kütlenin konum katsayısı arttıkça yani eklenik kütle borunun orta noktasına yaklaştıkça doğal frekans değerlerinde yine bir azalma görülmektedir.

Tablo 4.2.4 Rayleigh teorisi modelinde iki farklı kütle oranının kullanılmasıyla elde edilen sonuçların ilk üç moda ait frekans değerleri tablosu ($\beta=0,60$ - $\lambda=25$)

ν	ζ	ω_1		ω_2		ω_3	
		$\Gamma_s = 0.20$	$\Gamma_s = 0.40$	$\Gamma_s = 0.20$	$\Gamma_s = 0.40$	$\Gamma_s = 0.20$	$\Gamma_s = 0.40$
0.50	0.10	9.6872	9.6826	38.5572	38.5243	85.4054	85.1764
	0.20	9.6751	9.6585	38.4882	38.3859	85.3202	85.0362
	0.30	9.6603	9.6289	38.4831	38.3778	85.6023	85.5734
	0.40	9.6483	9.6053	38.5574	38.5254	85.5147	85.3986
	0.50	9.6437	9.5963	38.6064	38.6228	85.2835	84.9385
1.50	0.10	8.4564	8.4524	37.8498	37.7863	84.8611	84.6007
	0.20	8.4462	8.4321	37.7478	37.5848	84.7666	84.4223
	0.30	8.4337	8.4074	37.7481	37.5869	85.0845	85.0467
	0.40	8.4238	8.3877	37.8489	37.7859	84.9832	84.8459
	0.50	8.4200	8.3803	37.9116	37.9099	84.7242	84.3365
2.50	0.10	5.369	5.3664	36.0807	36.0196	83.2833	83.0273
	0.20	5.3628	5.3540	35.9831	35.8268	83.1907	82.8526
	0.30	5.3557	5.3399	35.9828	35.8276	83.5007	83.4614
	0.40	5.3502	5.3291	36.0775	36.0145	83.3982	83.2583
	0.50	5.3482	5.3251	36.1363	36.1309	83.1432	82.7569

Eklenik kütle etkisinin boru narinliği ile ilişkilendirilebilmesi için analizler λ 'nın farklı değerleri için tekrarlanmıştır. Narinlik katsayısı λ , boru modeli olarak kullanılan Rayleigh Kiriş teorisindeki dönme ivmelerinin hareket denkleminde eklenip boyutsuzlaştırılması ile türetilmiştir. Bu nedenle Rayleigh boru modelini temsil etmektedir. Çalışma kapsamında Rayleigh boru modelinin eklenik kütle etkisi ile dinamik davranışını izlemek için narinlik katsayısı için sekiz farklı değer dikkate alınmıştır. Narinlik katsayısının artması ile hareket denklemindeki etkisinin azaldığı Denklem 22'de görülmektedir. Bu nedenle $\lambda \leq 50$ koşulunda altı farklı değer alınırken sonuçların birbirine yakınsadığı $\lambda > 50$ koşulu için iki farklı durum

değerlendirilmiştir. Tablo 4.2.5, incelenen narinlik katsayısı değerlerinden beşi seçilerek hazırlanmıştır. Verilen değerler narinlik etkisi ile doğal titreşim frekansındaki değişimi ortaya koymaktadır.

Tablo 4.2.5 Rayleigh teorisi modelinde iki farklı kütle oranının ve beş farklı narinlik oranı kullanılmasıyla elde edilen sonuçların ilk üç moda ait frekans değerleri tablosu ($\beta=0,60$ - $\zeta=0,30$)

ν	λ	ω_1		ω_2		ω_3	
		$\Gamma_s = 0.20$	$\Gamma_s = 0.40$	$\Gamma_s = 0.20$	$\Gamma_s = 0.40$	$\Gamma_s = 0.20$	$\Gamma_s = 0.40$
0,50	10	9,5051	9,4752	37,1255	36,0017	75,8936	75,8677
	20	9,6426	9,6116	38,386	37,9759	84,4966	84,4649
	50	9,6831	9,6516	38,5815	38,4842	87,4132	87,4937
	100	9,6898	9,6579	38,7997	38,5048	88,1862	87,7705
	500	9,6907	9,6590	38,8059	38,5108	88,2658	88,0514
1,50	10	8,2989	8,2738	35,5647	35,4293	75,2025	75,1761
	20	8,4190	8,3928	37,4956	37,3375	83,8378	83,8015
	50	8,4514	8,4269	38,0927	37,927	86,8331	86,7931
	100	8,4584	8,4319	38,1803	38,0135	87,2865	87,2459
	500	8,4601	8,4335	38,2084	38,0413	87,4329	87,3923
2,50	10	5,2613	5,2464	33,9066	33,7759	73,832	73,8043
	20	5,3453	5,3297	35,7121	35,5898	82,2806	82,2429
	50	5,3696	5,3537	36,3115	36,1521	85,2147	85,1732
	100	5,3731	5,3571	36,3951	36,2346	85,6599	85,6178
	500	5,3742	5,3583	36,4219	36,2611	85,6668	85,7615

Narinlik katsayısının artması ile birlikte doğal titreşim frekansı değerleri de artmaktadır, Tabloda 4.2.5'te görüldüğü üzere λ için alınan 50, 100 ve 500 değerlerine karşılık gelen doğal titreşim frekansı değerleri birbirine yakındır. Bu da narinlik katsayısının artışının $\lambda > 50$ için belirlenen değerlerden sonra azaldığını göstermektedir. İlk mod için $\lambda=10$ ve $\lambda=20$ için frekans değerleri arasındaki maksimum fark %1.59 olarak hesaplanırken $\lambda=100$ ve $\lambda=500$ için %0.02 olarak belirlenmiştir. İkinci ve üçüncü modda hesaplanan en büyük doğal frekans değerleri farkı sırası ile %5.43 ve %11.48 olarak $\lambda=10$ ve $\lambda=20$ koşulları arasında hesaplanmıştır. $\lambda=100$ ve $\lambda=500$ için ise bu değerler %0.07 ve %0.16 olarak elde edilmiştir. Akışkan hızının artışı ile birlikte narinlik katsayısının dinamik davranış

üzerindeki etkisi de artmaktadır. Eklenik kütle katsayısının artışı ise özellikle $\nu=0,5$ olması durumunda narinliğin yüksek olduğu koşullarda doğal titreşim frekansı değerleri arasındaki farkın artmasına yol açmaktadır.

Doluluk oranının etkisini izlemek amacı eklenik kütle ($\Gamma_s = 0.20 - 0.40$) ve eklenik konum ($\zeta=0.30$) katsayılarının sabit tutulduğu narinlik katsayısının $\lambda=5$ alındığı durumda doğal titreşim frekansı değerleri Tablo 4.2.6’da verilmiştir. Tabloda doluluk oranı değerleri 0.40, 0.60 ve 0.80 olarak seçilmiştir.

Tablo 4.2.6 Rayleigh teorisi modelinde farklı kütle oranı ve doluluk oranı kullanılarak elde edilen sonuçların ilk üç moda ait frekans değerleri tablosu ($\lambda=5$ - $\zeta=0.30$)

ν	β	ω_1		ω_2		ω_3	
		$\Gamma_s = 0.20$	$\Gamma_s = 0.40$	$\Gamma_s = 0.20$	$\Gamma_s = 0.40$	$\Gamma_s = 0.20$	$\Gamma_s = 0.40$
0.50	0.40	8.7296	8.7186	35.1021	34.0647	75.8027	69.6141
	0.60	9.0070	8.9825	30.6888	30.6057	83.5513	83.5114
	0.80	9.3247	9.3107	28.1212	28.0703	67.7477	67.6109
1.50	0.40	7.6430	7.6331	33.4398	33.3831	67.0396	67.0300
	0.60	7.8654	7.8439	30.0238	29.9416	83.1355	83.0946
	0.80	8.1089	8.0971	27.4543	27.4227	71.3862	71.4021
2.50	0.40	4.8478	4.8419	31.9740	31.8187	65.9465	65.9359
	0.60	4.9608	4.9483	28.6434	28.5633	82.2909	82.4586
	0.80	5.0846	5.0779	26.1067	26.0761	70.5031	70.4899

Hareket denkleminde yer alan $\frac{(1-\beta)}{\lambda^2}$ terimi narinlik katsayısının büyük değerleri için etkisini yitireceği için $\lambda=5$ koşulu ile çalışma yapılmıştır. Tablo 4.2.6’da görüldüğü gibi doluluk oranı artışı birinci modda doğal titreşim frekansını arttırmaktadır. Eklenik kütle katsayısı arttıkça bu frekans artışı azalmaktadır. Hareket denkleminde bağlı olarak İkinci mod için yapılan analizlerde eklenik kütle için doğal titreşim frekansı üzerindeki etkisi artmıştır. Aynı hız değerleri için doluluk oranı artışı ile doğal titreşim frekansı azalmaktadır. Üçüncü modda ise hareket denkleminde bağlı olarak doluluk oranı artışı ile doğal titreşim frekansı önce artmakta ardından azalmaktadır. Bu davranış Şekil 3’te verilen mod yapıları ile örtüşmektedir.

5. SONUÇLAR

Yapılan analizlerin sonucunda ilk olarak içerisinden akışkan geçen L uzunluğundaki boru 10 eş parçaya ayrılmıştır. Boru üzerine yerleştirilen eklenik kütle, borunun tam orta noktasına ($5L/10$) göre simetrik olan noktalara yerleştirildiğinde elde edilen tüm frekans değerlerini tamamen aynıdır. Yani aynı veriler kullanıldığı zaman eklenik kütlenin $L/10$ noktasında olması durumu ile $9L/10$ noktasında olması durumunda elde edilen sonuç aynıdır. ($L/10=9L/10$, $2L/10=8L/10$, $3L/10=7L/10$, $4L/10=6L/10$)

Eklenik kütle etkisinde olup Euler-Bernoulli teorisiyle modellenen borunun analizinde tüm parametreler aynı tutulup sadece boru içerisinden geçen akışkanın hızının artırılmasıyla ilk üç moda ait frekans değerleri azalmıştır. Yani akışkan hızı ile frekansın ters orantılı olduğu belirlenmiştir. Yine eklenik kütle etkisi altında yapılan analizde tüm parametreler aynı tutulup sadece borudaki doluluk oranının artırılmasıyla frekans değerlerinin arttığı görülmüştür. Omega değeri (10-30-80) arttıkça frekans değerleri de sayısal olarak büyümüştür (3. mod frekans değerleri > 2. mod frekans değerleri > ilk mod frekans değerleri). Akışkan taşıyan boru üzerine konumlandırılan ölçüm cihazları eklenik kütle olarak tanımlanır ve bu kütlenin tüm sistem kütlesine oranı olarak ifade edilen Γ_s değeri arttıkça da frekans değeri azalır.

Rayleigh teorisinde ilk mod için λ değerinin artmasıyla frekans değerleri artar fakat bu artış belirli bir süre sonra analiz sonuçlarına etki edemeyecek kadar küçülür. Bunun sebebi λ parametresinin denklemin payda kısmında yer almasıdır. Narinlik oranının artırılmasıyla $-\frac{(1-\beta)}{\lambda^2} \ddot{v}''$ değeri sıfıra yaklaşır ve sonuçlar Euler-Bernoulli analiz sonuçlarına yakınsar. İkinci ve üçüncü modlarda ise akışkan hızı ile λ değerinin artmasıyla ilk modda elde edilen sonuçlardan farklı sonuçlarda elde edilmiştir.

Sonuç olarak seçilen boru modelinin ve eklenik kütlenin; akışkan taşıyan boruların stabilitesi ve dinamiği üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu, elde edilen frekans değerlerinin bulunmasında belirleyici bir rol oynadığı saptanmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] Bourrières, F.J, Sur un phénomène d'oscillation auto-entretenu en mécanique des fluides réels. Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air. 1939, 147.
- [2] Paidoussis, M. P. and Li, G. X., Pipes conveying fluid: a model dynamical problem. *Journal of Fluids and Structures*. 1993, 7, 137-204.
- [3] Paidoussis, M.P. *Fluid Structure Interactions: Slender Structures and Axial Flow*. Academic Press. New York, 1998, 851 s.
- [4] Paidoussis, M.P. *Fluid-Structure Interactions vol.2*. Academic Press, London, 2004, 942 s.
- [5] De Langre, E. Paidoussis, M.P. Doare, O. Modarres-Sadeghi, Y. Flutter of long flexible cylinders in axial flow. *Journal of Fluid Mechanics*. 2007, 571, 371-389.
- [6] De Langre, Doare O., The flow-induced instability of long hanging pipes. *European Journal of Mechanics*. 2002, 21(5), 857-867.
- [7] Lim, J.H. Jung, G.C. Choi, Y.S. Nonlinear dynamic analysis of cantilever tube conveying fluid with system identification. *KSME International Journal*. 2003, 17(12), 1994-2003.
- [8] Panda, L.N., Kar, R.C. Nonlinear dynamics of a pipe conveying pulsating fluid with combination, principal parametric and internal resonances. *J. Sound Vib*. 2008, 309, 375-406.
- [9] Zhang, Y.L. Chen L.Q. Internal resonance of pipes conveying fluid in the supercritical regime. *Nonlinear Dynamics*. 2012, 67(2), 1505-1514.
- [10] Ritto, T.G. Soize, C. Rochinha, F.A. Sampaio, R. Dynamic stability of a pipe conveying fluid with an uncertain computational model. *Journal of Fluids and Structures*. 2014, 49, 412-426.
- [11] Li, B.H. Gao, H.S. Zhai, H.B. Yue, Z.F. Free vibration analysis of multi-span pipe conveying fluid with dynamic stiffness method. *Nuclear Engineering and Design*. 2010. 241(3). 666-671.
- [12] Karnovsky, I.A. Lebed, O.I. *Formulas For Structural Dynamics*. The McGraw-Hill Companies, Vancouver, 2004, 491 s.
- [13] Kheiri, M. Paidoussis, M. P. On the use of generalized Hamilton's principle for the derivation of the equation of motion of a pipe conveying fluid. *Journal of Fluids and Structures*. 2014, 50, 18-24. 27
- [14] Yang, X. Yang, T. Jin, J. Dynamic stability of a beam model viscoelastic pipe for conveying pulsative fluid. *Acta Mech. Solida Sin*. 2007, 20 (4), 350-356.

- [15] Jung, D. and Chung, J., In-plane and out-of-plane motions of an extensible semi-circular conveying fluid. *Journal of Sound and Vibration*. 2008, 311, 408–420.
- [16] Ghayesh, M. H. Païdoussis, M. P. Amabili, M. Nonlinear dynamics of cantilevered extensible pipes conveying fluid. *Journal of Sound and Vibration*. 2013, 332(24), 6405–6418.
- [17] Zhang, Y.L. Chen, L.Q. External and internal resonances of the pipe conveying fluid in the supercritical regime. *Journal of Sound and Vibration*. 2013, 332(9), 2318–2337.
- [18] Sugiyama, Y., Kawagoe, H., Kishi, T. and Nishiyama, S., Studies on the stability of pipes conveying fluid (the combined effect of a spring support and a lumped mass). *JSME International Journal*. vl i31. 20-26.
- [19] Modarres-Sadeghi, Y. Païdoussis, M. P. Chaotic oscillations of long pipes conveying fluid in the presence of a large end-mass. *Comput. Struct*. 2013, 122, 192–201.
- [20] Banerjee, J.R. Free vibration of beams carrying spring-mass systems - A dynamic stiffness approach. *Computers & Structures*. 2012, 104-105, 21–26.
- [21] Yi-Min, H. Seng, G. Wei, W. Jie, H. A direct method of natural frequency analysis on pipeline conveying fluid with both ends supported. *Nuclear Engineering and Design*. 2012, 253, 12–22.
- [22] Lee, K. Cho, Y. Chung, J. Dynamic contact analysis of a tensioned beam with a moving mass-spring system. *Journal of Sound and Vibration*. 2012, 331 (11), 2520–2531.
- [23] Ghayesh, M.H. Païdoussis, M.P. and Modarres-Sadeghi, Y. Three-dimensional dynamics of a fluid-conveying cantilevered pipe fitted with an additional spring-support and an end-mass. *Journal of Sound and Vibration*. 2011, 330(12), 2869–2899.
- [24] Dağlı, B.Y, Sınır, B.G. Dynamics of transversely vibrating pipes under non-classical boundary conditions, *Universal Journal of Mechanical Engineering*. 2015, 3 (2), 27–33.
- [25] Kesimli, A., Bagdatli, S.M., Canakcı, S. Free vibrations of fluid conveying pipe with intermediate support. *Research on Engineering Structures & Materials*. 2016, 2(2), 75-87 28
- [26] Dagli, B.Y., Ergut A. Dynamics of fluid conveying pipes using Rayleigh theory under non-classical boundary conditions, *European Journal of Mechanical-B/Fluids*. 2019, 77, 125-134.
- [27] Dagli, B.Y., Ergut A., Turan M.E., İçinden Akışkan Geçen Boru Doğal Frekansının Genelleştirilmiş Regresyon Yapay Sinir Ağları Yöntemi ile Tahmini. *DUJE*, 2020. 11 (2), 863-874.

[28] Munson, B. R., Okiishi, T. H., Huebsch, W. W. & Rothmayer, A. P. (2013). Fluidmechanics, Singapore: Wiley.

[29] Bauchau, O. A., Craig, J.I. Structural Analysis: part of the Solid Mechanics and Its Applications. Springer Science & Business Media, vol. 163, 2009, 173-221s.

[30] Sunguroğlu, Nejat Göker. Sivriltilmiş Ankastre Kiriş Yapılarda Kiriş Teorilerinin İncelenmesi ve Titreşim Analizi Uygulamaları. İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Uçak ve Uzay Mühendisliği Anabilim Dalı, İstanbul, 2015, 119 s. (Yüksek Lisans Tezi).

[31] Ergut, A. Sınır, B.G. Dağlı, B.Y. İçinden Akışkan Geçen Rayleigh Teorisiyle Modellenmiş Boruların Lineer Dinamik Analizi. Teorik ve Uygulamalı Mekanik Türk Milli Komitesi. XVII. Ulusal Mekanik Kongresi, 5 Eylül, 2011, Elazığ

[32] Euler, L. (1756). Théorie plus complete des machines qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau, Mémoires de l'académie des sciences de Berlin, 10(1756), 227–295.

EKLER

TABLO EK A.1 $\beta=0,6$ ve tüm Γ_s değerleri için farklı konumlardaki (ζ) 1.mod (ω_1) frekans değerleri

ν	ζ	ω_1				
		$\Gamma_s = 0,20$	$\Gamma_s = 0,25$	$\Gamma_s = 0,30$	$\Gamma_s = 0,35$	$\Gamma_s = 0,40$
0,5	0,1	9,7193	9,7182	9,7117	9,7159	9,7147
	0,2	9,7073	9,7031	9,6989	9,6948	9,6906
	0,3	9,6924	9,6845	9,6767	9,6689	9,6611
	0,4	9,6804	9,6696	9,6588	9,6481	9,6374
	0,5	9,6759	9,6639	9,6521	9,6402	9,6284
1	0,1	9,2894	9,2883	9,2872	9,2861	9,285
	0,2	9,278	9,274	9,2701	9,2661	9,2622
	0,3	9,2639	9,2564	9,249	9,2416	9,2342
	0,4	9,2525	9,2423	9,2321	9,2219	9,2118
	0,5	9,2482	9,2369	9,2257	9,2145	9,2033
1,5	0,1	8,5406	8,5396	8,5386	8,5376	8,5366
	0,2	8,5302	8,5266	8,5231	8,5195	8,5159
	0,3	8,5175	8,5107	8,504	8,4973	8,4906
	0,4	8,5072	8,498	8,4887	8,4795	8,4704
	0,5	8,5033	8,4931	8,4829	8,4728	8,4627
2	0,1	7,4047	7,4039	7,403	7,4022	7,4013
	0,2	7,3959	7,3929	7,3899	7,3868	7,3838
	0,3	7,3851	7,3794	7,3737	7,368	7,3624
	0,4	7,3765	7,3686	7,3608	7,353	7,3452
	0,5	7,3732	7,3645	7,3559	7,3437	7,3387
2,5	0,1	5,706	5,7054	5,7048	5,7041	5,7035
	0,2	5,6995	5,6972	5,6949	5,6927	5,6904
	0,3	5,6914	5,6871	5,6829	5,6786	5,6744
	0,4	5,6849	5,6791	5,6732	5,6674	5,6616
	0,5	5,6825	5,676	5,6696	5,6632	5,6568
3	0,1	2,6025	2,6022	2,6019	2,6016	2,6013
	0,2	2,5996	2,5986	2,5976	2,5966	2,5956
	0,3	2,5961	2,5942	2,5924	2,5905	2,5887
	0,4	2,5933	2,5908	2,5882	2,5857	2,5832
	0,5	2,5923	2,5894	2,5866	2,5839	2,5811

TABLO EK A.2 $\beta=0,8$ ve tüm Γ_s değerleri için farklı konumlardaki (ζ) 1.mod (ω_1) frekans değerleri

ν	ζ	ω_1				
		$\Gamma_s = 0,20$	$\Gamma_s = 0,25$	$\Gamma_s = 0,30$	$\Gamma_s = 0,35$	$\Gamma_s = 0,40$
0,5	0,1	9,7145	9,7134	9,7122	9,7111	2,5525
	0,2	9,7025	9,6983	9,6941	9,69	2,5477
	0,3	9,6876	9,6798	9,6719	9,6641	2,542
	0,4	9,6757	9,6649	9,6541	9,6434	2,5374
	0,5	9,6711	9,6592	9,6474	9,6355	2,5357
1	0,1	9,271	9,2699	9,2688	9,2677	9,2666
	0,2	9,2596	9,2557	9,2517	9,2478	9,2439
	0,3	9,2456	9,2382	9,2308	9,2234	9,2161
	0,4	9,2343	9,2242	9,214	9,2039	9,1938
	0,5	9,2301	9,2188	9,2076	9,1965	9,1854
1,5	0,1	8,5022	8,5012	8,5002	8,4993	8,4983
	0,2	8,492	8,4884	8,4849	8,4814	8,4779
	0,3	8,4794	8,4727	8,4661	8,4595	8,4529
	0,4	8,4693	8,4602	8,4511	8,442	8,4329
	0,5	8,4655	8,4554	8,4453	8,4353	8,4253
2	0,1	7,345	7,3441	7,3433	7,3425	7,3417
	0,2	7,3364	7,3334	7,3305	7,3275	7,3245
	0,3	7,3258	7,3203	7,3147	7,3092	7,3036
	0,4	7,3174	7,3097	7,3021	7,2945	7,2869
	0,5	7,3142	7,3057	7,2973	7,2889	7,2806
2,5	0,1	5,633	5,6324	5,6318	5,6312	5,6306
	0,2	5,6267	5,6245	5,6223	5,6201	5,618
	0,3	5,6189	5,6148	5,6107	5,6066	5,6026
	0,4	5,3127	5,6071	5,6015	5,5959	5,5903
	0,5	5,6104	5,6041	5,5979	5,5918	5,5856
3	0,1	2,5533	2,553	2,5527	2,5525	2,5522
	0,2	2,5505	2,5496	2,5486	2,5477	2,5468
	0,3	2,5472	2,5455	2,5437	2,542	2,5402
	0,4	2,5446	2,5422	2,5398	2,5374	2,535
	0,5	2,5436	2,541	2,5383	2,5357	2,533

TABLO EK B.1 $\Gamma_s = 0,2$ - $\zeta = 0,2$ Her mod ve her doluluk oranı (β) için frekans değerleri

v	$\zeta = 0,2$			$\Gamma_s = 0,2$					
	ω_1			ω_2			ω_3		
	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,8
0,5	9,712	9,7073	9,7025	39,1051	39,1097	39,1143	87,9138	87,921	87,9282
1	9,2964	9,278	9,2596	38,7576	38,7762	38,7944	87,5833	87,6122	87,6411
1,5	8,569	8,5302	8,492	38,1736	38,216	38,2573	87,0306	87,0963	87,1615
2	7,457	7,3959	7,3364	37,3449	37,4225	37,4964	86,2529	86,3711	86,4879
2,5	5,7752	5,6995	5,6267	36,2592	36,3847	36,5013	85,246	85,4338	85,6177
3	2,6516	2,5996	2,5505	34,8974	35,0866	35,2571	84,0043	84,28	84,5478
3,5				33,2313	33,5035	33,7412	82,5202	82,9045	83,2738
4				31,2166	31,5975	31,9195	80,7838	81,3	81,79
4,5				28,7793	29,3056	29,7367	78,7822	79,4572	80,0889
5				25,7824	26,5129	27,0947	76,4986	77,3638	78,1611
5,5				21,9185	22,9693	23,7887	73,9101	75,0034	75,9937
6				16,1477	17,8893	19,2241	70,9854	72,3539	73,5699
6,5							67,6801	69,3837	70,8664
7							63,9273	66,0471	67,2052
7,5							59,62	62,2723	64,4716
8							54,5674	57,9386	60,6531
8,5							48,3714	52,8129	56,2575
9							39,9034	46,3341	51,0034
9,5							20,8349	36,2143	44,108

TABLO EK B.2 $\Gamma_s = 0,2$ - $\zeta = 0,3$ Her mod ve her doluluk oranı (β) için frekans değerleri

v	$\zeta = 0,3$			$\Gamma_s = 0,2$					
	ω_1			ω_2			ω_3		
	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,8
0,5	9,6971	9,6924	9,6876	39,106	39,1105	39,1151	88,264	88,2712	88,2784
1	9,2823	9,2639	9,2456	38,7584	38,7768	38,795	87,9319	87,9607	87,9895
1,5	8,5561	8,5175	8,4794	38,1741	38,2164	38,2576	87,3765	87,442	87,507
2	7,4459	7,3851	7,3258	37,3452	37,4225	37,4962	86,5949	86,7128	86,8292
2,5	5,7668	5,6914	5,6189	36,2591	36,3843	36,5006	85,5831	85,7703	85,9538
3	2,6479	2,5961	2,5472	34,8969	35,0855	35,2557	84,3353	84,6103	84,8774
3,5				33,2302	33,5018	33,739	82,844	83,2274	83,5958
4				31,2147	31,595	31,9165	81,0992	81,6143	82,1032
4,5				28,7766	29,3022	29,7327	79,088	79,7618	80,3923
5				25,7788	26,5084	27,0898	76,7935	77,6575	78,4536
5,5				21,9139	22,9635	23,7825	74,1928	75,2851	76,2743
6				16,1422	17,882	19,2161	71,2547	72,6224	73,8375
6,5							67,9345	69,6378	71,12
7							64,1654	66,2856	68,0887
7,5							59,8402	62,4942	64,6946
8							54,7683	58,1427	60,8595
8,5							48,5519	52,9987	56,4468
9							40,0657	46,5024	51,1759
9,5							21,0787	36,3842	44,2678

TABLO EK B.3 $\Gamma_s = 0,2$ - $\zeta = 0,4$ Her mod ve her doluluk oranı (β) için frekans değerleri

v	$\zeta = 0,4$			$\Gamma_s = 0,2$					
	ω_1			ω_2			ω_3		
	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,8
0,5	9,6852	9,6804	9,6757	39,2141	39,2187	39,2232	88,1545	88,1617	88,1688
1	9,2709	9,2525	9,2343	38,8654	38,8838	38,9019	87,8224	87,851	87,8795
1,5	8,5457	8,5072	8,4693	38,2792	38,3214	38,3623	87,2671	87,3319	87,3963
2	7,437	7,3765	7,3174	37,4475	37,5246	37,598	86,4856	86,6024	86,7177
2,5	5,7601	5,6849	5,3127	36,3579	36,4827	36,5986	85,4739	85,6594	85,8412
3	2,6449	2,5933	2,5446	34,9913	35,1795	35,3492	84,2262	84,4987	84,7635
3,5				33,3194	33,5906	33,8273	82,7349	83,115	83,4805
4				31,2979	31,6777	31,9988	80,9901	81,5011	81,9863
4,5				28,8527	29,3781	29,8084	78,979	79,6476	80,2738
5				25,8468	26,5768	27,1582	76,6844	77,5422	78,3333
5,5				21,9729	23,0238	23,8433	74,0835	75,1686	76,1522
6				16,1922	17,9347	19,2699	71,145	72,5045	73,7137
6,5							67,8242	69,5184	70,9944
7							64,0541	66,1642	67,9612
7,5							59,7273	62,3703	64,5649
8							54,6528	58,0153	60,7272
8,5							48,4313	52,8653	56,3103
9							39,9321	46,356	51,0313
9,5							20,8257	36,1826	44,1001

TABLO EK B.4 $\Gamma_s=0,2$ - $\zeta=0,5$ Her mod ve her doluluk oranı (β) için frekans değerleri

v	$\zeta = 0,5$			$\Gamma_s = 0,2$					
	ω_1			ω_2			ω_3		
	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,8	0,4	0,6	0,8
0,5	9,6806	9,6759	9,6711	39,2812	39,2858	39,2903	87,8706	87,8777	87,8848
1	9,2665	9,2482	9,2301	38,9318	38,9501	38,9682	87,5395	87,568	87,5963
1,5	8,5417	8,5033	8,4655	38,3444	38,3865	38,4274	86,9858	87,0504	87,1145
2	7,4336	7,3732	7,3142	37,5111	37,588	37,6612	86,2067	86,3229	86,4377
2,5	5,7575	5,6825	5,6104	36,4193	36,5439	36,6596	85,198	85,3826	85,5636
3	2,6438	2,5923	2,5436	35,0501	35,2381	35,4075	83,9539	84,2253	84,489
3,5				33,375	33,6459	33,8824	82,467	82,8454	83,2094
4				31,3498	31,7295	32,0502	80,7272	81,2359	81,7194
4,5				28,9004	29,4258	29,8559	78,7216	79,3874	80,0115
5				25,8897	26,62	27,2013	76,4332	77,2876	78,0762
5,5				22,0104	23,0621	23,8818	73,8391	74,9201	75,9009
6				16,2241	17,9687	19,3045	70,908	72,2624	73,4686
6,5							67,5951	69,2833	70,756
7							63,8334	65,9363	67,7299
7,5							59,5151	62,1497	64,3409
8							54,4489	57,8013	60,5101
8,5							48,234	52,656	56,099
9							39,7338	46,1443	50,8218
9,5							20,4913	35,9218	43,8764

TABLO EK C.1 $\beta=0,4$ - $\zeta=0,1$ - 1. Mod değerine ait tüm kütle oranlarına göre frekans değerleri

$\beta = 0,4$	$\zeta = 0,1$			ω_1	
ν	$\tau=0,2$	$\tau=0,25$	$\tau=0,3$	$\tau=0,35$	$\tau=0,4$
0,5	9,7242	9,723	9,7218	9,7207	9,7195
1	9,3079	9,3068	9,3057	9,3046	9,3035
1,5	8,5795	8,5785	8,5775	8,5765	8,5755
2	7,466	7,4651	7,4643	7,4634	7,4625
2,5	5,782	5,7813	5,7807	5,78	5,7794
3	2,6546	2,6543	2,654	2,6537	2,6534

TABLO EK C.2 $\beta=0,4$ - $\zeta=0,1$ - 2. Mod değerine ait tüm kütle oranlarına göre frekans değerleri

$\beta = 0,4$	$\zeta = 0,1$			ω_2	
ν	$\Gamma_s=0,2$	$\Gamma_s=0,25$	$\Gamma_s=0,3$	$\Gamma_s=0,35$	$\Gamma_s=0,4$
0,5	39,2136	39,1967	39,1779	39,1628	39,1459
1	38,8656	38,8484	38,8316	38,8149	38,7981
1,5	38,2795	38,263	38,2465	38,23	38,2135
2	37,4487	37,4325	37,4163	37,4001	37,384
2,5	36,36	36,3443	36,3286	36,3129	36,2972
3	34,9947	34,9796	34,9644	34,9493	34,9342
3,5	33,3244	33,3099	33,2955	32,9073	33,2665
4	31,3047	31,291	31,2773	31,2637	31,25
4,5	28,8617	28,8489	28,8361	28,8234	28,8107
5	25,8582	25,8465	25,8348	25,8232	25,8115
5,5	21,9868	21,9763	21,9659	21,9554	21,945
6	16,2079	16,1987	16,1895	16,1803	16,1712

TABLO EK C.3 $\beta=0,4$ - $\zeta=0,1$ - 3. Mod değerine ait tüm kütle oranlarına göre frekans değerleri

$\beta = 0,4$	$\zeta = 0,1$			ω_3	
ν	$\Gamma_s=0,2$	$\Gamma_s=0,25$	$\Gamma_s=0,3$	$\Gamma_s=0,35$	$\Gamma_s=0,4$
0,5	88,0177	87,946	87,8744	87,803	87,7317
1	87,6867	87,6153	87,544	87,4729	87,4019
1,5	87,1333	87,0624	86,9916	86,9209	86,8503
2	86,3546	86,2843	86,2142	86,1442	86,0743
2,5	85,3465	85,277	85,2077	85,1386	85,0695
3	84,1032	84,0348	83,9665	83,8984	83,8304
3,5	82,6173	82,5501	82,4831	82,4162	82,3494
4	80,8788	80,8131	80,7475	80,682	80,6167
4,5	78,8749	78,8108	78,7468	78,683	78,6193
5	76,5886	76,5264	76,4643	76,4023	76,3404
5,5	73,9973	73,9371	73,877	73,8171	73,7573
6	71,0695	71,0116	70,9539	70,8962	70,8387
6,5	67,7609	67,7055	67,6503	67,5951	67,5401
7	64,0048	63,9521	63,8996	63,8471	63,7949
7,5	59,6938	59,6441	59,5946	59,5451	59,4958
8	54,6377	54,5911	54,5448	54,4985	54,4523
8,5	48,4381	48,3948	48,3516	48,3086	48,2656
9	39,9671	39,9262	39,8854	39,8447	39,8042
9,5	20,9089	20,8467	20,7846	20,7226	20,6606

TABLO EK D.1 Mod 1'e ait ve farklı λ değerleri kullanılarak elde edilen Rayleigh teorisi frekans analizi sonuçlarının Euler-Bernoulli teoremi sonuçları ile karşılaştırılması

ω_1	$\zeta = 0,1$	$\Gamma_s = 0,2$				$\beta = 0,6$		
ν	Euler Bernoulli	Rayleigh - λ Değerleri						
		10	15	20	25	50	100	500
0,5	9,7193	9,5308	9,6338	9,6692	9,6872	9,7103	9,7177	9,7178
1	9,2894	9,0974	9,1942	9,2289	9,2451	9,2668	9,2722	9,2739
1,5	8,5406	8,3205	8,4096	8,4415	8,4564	8,4763	8,4813	8,4829
2	7,4047	7,1216	7,1995	7,2273	7,2403	7,2578	7,2622	7,2636
2,5	5,706	5,2739	5,3362	5,3586	5,369	5,383	5,3865	5,3876
3	2,6025	1,7134	1,7586	1,7749	1,7825	1,7928	1,7954	1,7962

TABLO EK D.2 Mod 2'ye ait ve farklı λ değerleri kullanılarak elde edilen Rayleigh teorisi frekans analizi sonuçlarının Euler-Bernoulli teoremi sonuçları ile karşılaştırılması

ω_2	$\zeta = 0,1$	$\Gamma_s = 0,2$				$\beta = 0,6$		
ν	Euler	Rayleigh - λ Değerleri						
	Bernoulli	10	15	20	25	50	100	500
0,5	39,2182	37,2054	38,1999	38,4621	38,5572	38,6521	38,6694	38,8743
1	38,8837	36,1589	37,5751	38,0914	38,3299	38,6434	38,5204	38,7449
1,5	38,3221	35,6499	37,0617	37,5953	37,8498	38,1971	38,2855	38,3139
2	37,5265	34,9316	36,3146	36,8384	37,0885	37,4298	37,5165	37,5444
2,5	36,486	33,9889	35,3299	35,8379	36,0807	36,4119	36,4962	36,5233
3	35,1845	32,8077	34,0985	34,5873	34,8207	35,1393	35,2204	35,2464
3,5	33,5975	31,3651	32,5981	33,0648	33,2876	33,5917	33,6689	33,6938
4	31,6869	29,6264	30,7955	31,2376	31,4487	31,7367	31,8099	31,8334
4,5	29,3898	27,5365	28,6375	29,0537	29,2522	29,5232	29,592	29,6142
5	26,5913	25,0012	26,0342	26,4243	26,6104	26,8643	26,9288	26,9496
5,5	23,0412	21,8379	22,8128	23,1806	23,356	23,5953	23,6561	23,6756
6	17,9559	17,6103	18,5707	18,9321	19,1043	19,3388	19,3984	19,4176

TABLO EK D.3 Mod 3'e ait ve farklı λ değerleri kullanılarak elde edilen Rayleigh teorisi frekans analizi sonuçlarının Euler-Bernoulli teoremi sonuçları ile karşılaştırılması

ω_3	$\zeta = 0,1$	$\Gamma_s = 0,2$				Beta = 0,6		
ν	Euler Bernoulli	Rayleigh - λ Değerleri						
		10	15	20	25	50	100	500
0,5	88,0249	75,7381	81,8575	84,2945	85,4054	87,7403	88,0237	88,107
1	87,7157	75,4724	81,5885	84,1099	85,3551	87,0778	87,5129	87,6515
1,5	87,199	75,0483	81,1232	83,624	84,8611	86,5961	87,0458	87,1911
2	86,4729	74,4528	80,4706	82,9477	84,1742	85,8966	86,0458	86,4882
2,5	85,5343	73,6822	79,627	82,0727	83,2833	84,9836	85,4251	85,5678
3	84,3791	72,7323	78,5887	80,9962	82,1876	83,8607	84,2951	84,4355
3,5	83,0018	71,5974	77,3503	79,7133	80,8823	82,5233	82,9493	83,0871
4	81,3953	70,2703	75,9053	78,2176	79,3609	80,9656	81,3821	81,5167
4,5	79,5503	68,7416	74,2449	76,5006	77,6155	79,1796	79,5855	79,7167
5	77,4545	66,9993	72,3581	74,5519	75,6356	77,1553	77,5495	77,6769
5,5	75,0916	65,0273	70,2304	72,3574	73,4074	74,8794	75,2611	75,3844
6	72,4394	62,8045	67,8424	69,8986	70,9131	72,3344	72,7029	72,8219
6,5	69,4666	60,3016	65,1679	67,1507	68,1282	69,4969	69,8515	69,9661
7	66,1272	57,4771	62,1702	64,0785	65,0186	66,7981	66,6746	66,7846
7,5	62,3499	54,2691	58,7954	60,6314	61,5348	62,7981	63,125	63,2307
8	58,014	50,5796	54,9599	56,7312	57,6016	58,8174	59,1319	59,2334
8,5	52,887	46,2389	50,5249	52,2496	53,0954	54,2751	54,5799	54,6783
9	46,409	40,9125	45,23	46,9525	47,7936	48,9632	49,2648	49,3621
9,5	36,3028	33,7914	38,5102	40,3433	41,2306	42,4561	42,7706	42,8719

ÖZGEÇMİŞ

Adı Soyadı : Volkan KOCA

Doğum Yeri ve Yılı : ...

Medeni Hali : ...

Yabancı Dili : İngilizce

E-posta : ...

Eğitim Durumu

Lise : Kilimli Anadolu Lisesi, 2013

Lisans : Manisa Celal Bayar Üniversitesi, İnşaat Müh. Bölümü, 2019

Yüksek Lisans : Manisa Celal Bayar Üniversitesi, Fen Bilimleri Fakültesi İnşaat Müh. Bölümü Mekanik, 2022

Mesleki Deneyim

Kurum bilgisi : ...

Yayınları

Koca Volkan, Dağlı Yurdanur Begüm, Ergüt Abdulkerim. Akışkan taşıyan eklenik kütleli borularda doğal frekansa etki eden parametrelerin araştırılması. 3. Uluslararası Palandöken Bilimsel Çalışma Kongresi, 11-12 Aralık, 2021, Erzurum (Bildiriler Kitabı, 461-462.)