

T.C.
ERZİNCAN BİNALİ YILDIRIM ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

FARKLI ÜLKELERDEKİ MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN
MATEMATİKSEL MODELLEME VE MATEMATİĞİ
MODELLEME GÖRÜŞLERİNİN İNCELENMESİ

Feyza KORKMAZ

Danışman: Prof. Dr. Mehmet BEKDEMİR

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ
ANABİLİM DALI

ERZİNCAN
2023
Her Hakkı Saklıdır.

ÖZET

Yüksek Lisans Tezi

FARKLI ÜLKELERDEKİ MATEMATİK ÖĞRETMENLERİNİN MATEMATİKSEL MODELLEME VE MATEMATİĞİ MODELLEME GÖRÜŞLERİNİN İNCELENMESİ

Feyza KORKMAZ

Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr. Mehmet BEKDEMİR

Bu çalışmada farklı ülkelerdeki matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ve matematiği modelleme kavramları hakkındaki görüşleri incelenmiştir. Araştırmaya 2022 yılında görev yapmakta olan Türkiye, Almanya, Romanya, Ukrayna, Danimarka, Polonya, İsveç, Ürdün, Bosna Hersek, Hollanda ve Finlandiya'dan toplam 58 öğretmen katılmıştır. Araştırma nitel yaklaşımla tasarlanmış durum çalışmasıdır. Çalışmanın verileri “Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA)”, “Doküman incelenmesi” ve “Görüşme formu” yolu ile toplanmıştır. Doküman incelemesi ile öğretmenlerden derslerinde kullandıkları matematiksel modelleme örneği ile ders kitaplarında bulunan matematiksel modelleme örneği istenmiştir. Yapılan araştırmalar sonucunda çoğunluğu Türkiye'den olmak üzere öğretmenlerin genelinin yaptıkları tanımlarla veya derslerindeki matematiksel modelleme örnekleriyle matematiksel modelleme yerine matematiği modellemeyi kullandıkları görülmüştür. Yine Almanya'dan katılan öğretmenlerin görüşleri, matematiksel modelleme hakkında yaptıkları tanımlamalar, derslerinde kullandıkları örnekler ve ders kitaplarından yükledikleri örnekler göz önüne alındığında diğer ülkelerdeki öğretmenlere göre farklılaştığı görülmüştür.

2023, 141 Sayfa

Anahtar Kelimeler: Manipülatif veya şekiller, Matematiği modelleme, Matematiğin modeli, Matematiksel modelleme

ABSTRACT

Master Thesis

EXAMINING THE OPINIONS OF MATHEMATICS TEACHERS IN DIFFERENT COUNTRIES ON MATHEMATICAL MODELING AND MODELING MATHEMATICS

Feyza KORKMAZ

Erzincan Binali Yıldırım University
Graduate School of Natural and Applied Sciences
Department of Mathematics and Science Education

Supervisor: Prof. Dr. Mehmet BEKDEMİR

In this study, mathematics teachers' views in different countries about mathematical modeling and modeling mathematics were examined. 58 teachers working in Turkey, Germany, Romania, Ukraine, Denmark, Poland, Sweden, Jordan, Bosnia and Herzegovina, the Netherlands, and Finland in 2022, participated in the research. The research is a case study designed with the qualitative approach. The data of the study was obtained through the "Mathematical Modeling Evaluation Questionnaire (MMDA)", "Document analysis" and "Interview form". With the document review, the mathematical modeling examples they use in their lessons and the mathematical modeling examples found in the textbooks were requested from the teachers. As a result of the research, it was seen that according to the definitions they made or the mathematical modeling examples in their classes, the majority of the teachers, mostly from Turkey, use mathematical modeling instead of mathematical modeling. Based on the definitions they made, the examples they used in their lessons, and the examples they loaded from their textbooks, it was concluded that the teachers' views on mathematical modeling from Germany differed from the teachers' views in other countries.

2023, 141 Pages

Keywords: Manipulative or shapes, Mathematical modeling, Model of mathematics, Modelling mathematics

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans eğitimimin her aşamasında bana inanıp beni destekleyen, akademik birikimi ve çok değerli fikirleriyle zamanını ayırıp tezimin her aşamasında yanımda olan çok kıymetli hocam Sayın Prof. Dr. Mehmet BEKDEMİR'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Yüksek lisans eğitimim sırasında derslerine katıldığım kıymetli hocalarıma sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tez sürecimde yanımda olamasa da manevi desteğini her zaman hissettiğim, yüksek lisans yapmamı en çok isteyen, bana en çok güvenen çok kıymetli babam Recep KORKMAZ'a, manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen bu süreçte en büyük destekçim olan annem Sebile KORKMAZ'a bana her zaman güvenen beni her zaman destekleyen ablam Esra ALTINKAYNAK'a ve abim Onur Erdem KORKMAZ'a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Beni her zaman destekleyen, yapabileceğime inanmamı sağlayan lisans eğitimimden bu zamana kadar destekçim olan çok kıymetli hocam Doç. Dr. Levent AKGÜN'e sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Tezimi hayatımın her aşamasında emeklerini asla ödeyemeyeceğim en kıymetlim babam Recep KORKMAZ'a ithaf ediyorum.

Feyza KORKMAZ

Şubat, 2023

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET.....	i
ABSTRACT.....	ii
TEŞEKKÜR.....	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ŞEKİLLER LİSTESİ	vi
TABLolar LİSTESİ.....	viii
SİMGELER ve KISALTMALAR	ix
1. GİRİŞ.....	1
2. KURAMSAL TEMELLER.....	5
2.1. Model.....	5
2.2. Matematiksel Model.....	5
2.3. Matematiğin Modeli (Manipülatif ve Şekiller)	6
2.4. Modelleme.....	6
2.5. Matematiksel Modelleme	7
2.5.1. Matematiksel modelleme süreci.....	8
2.5.2. Matematiksel modelleme yeterlilikleri.....	13
2.5.3. Uluslararası öğretim programında matematiksel modelleme.....	17
2.5.3.1. Almanya	17
2.5.3.2. Danimarka	17
2.5.3.3. Finlandiya	18
2.5.3.4. İsveç	18
2.5.3.5. Hollanda.....	18
2.5.3.6. Ürdün	19
2.5.3.7. Bosna Hersek	19
2.5.3.8. Polonya	19
2.5.3.9. Ukrayna.....	20
2.5.3.10. Romanya	20
2.5.3.11. Türkiye.....	20
2.6. Matematiği Modelleme	22
3. MATERYAL VE YÖNTEM.....	23
3.1. Araştırma Modeli	23

3.2. Katılımcılar.....	23
3.3. Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreçleri	23
3.4. Verilerin Analizi.....	26
4. ARAŞTIRMA BULGULARI.....	35
4.1. Öğretmenlerin Matematiksel Model Hakkında Düşünceleri.....	35
4.2. Öğretmenlerin Matematiksel Modelleme Hakkındaki Düşünceleri.....	49
4.3. Matematiksel Modelleme Eğitimi Alanların Eğitim Hakkındaki Düşünceleri .	108
5. SONUÇ VE TARTIŞMA.....	113
5.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar	113
5.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar.....	114
5.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar.....	115
5.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar	117
6. ÖNERİLER.....	119
6.1. Öğretmenlere Öneriler	119
6.2. Araştırmacılara Öneriler.....	120
KAYNAKLAR.....	121
EKLER.....	129
Ek-1. Tez Çalışması Süresince Yapılan Çalışmalar	128
Ek-2. Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA) (Türkçe).....	131
Ek-3. Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA) (İngilizce)	135
Ek-4. Etik Kurul Raporu	140

ŞEKİLLER LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1. Matematiksel modellemedeki basamaklar	9
Şekil 2.2. Matematiksel modelleme süreci	10
Şekil 2.3. Modelleme süreci.....	10
Şekil 2.4. Matematiksel modelleme döngüsü	11
Şekil 2.5. Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Döngüsü.....	12
Şekil 2.6. Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Yapısı.....	13
Şekil 3.1. MMDA hazırlama süreci	28
Şekil 3.2. Doküman incelemesi ve görüşme formu aşamaları	29
Şekil 4.1. Ö2 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	52
Şekil 4.2. Ö10 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği	52
Şekil 4.3. Ö10 kişinin derslerde kullandığı diğer matematiksel modelleme örneği.....	53
Şekil 4.4. Ö18 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	54
Şekil 4.5. Ö31 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	55
Şekil 4.6. Ö51 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği	56
Şekil 4.7. Ö51 kişinin ders kitaplarından diğer matematiksel modelleme örneği.....	57
Şekil 4.8. Ö23 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği	58
Şekil 4.9. Ö23 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	59
Şekil 4.10. Ö24 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği	60
Şekil 4.11. Ö24 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	61
Şekil 4.12. Ö34 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	62
Şekil 4.13. Ö34 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	63
Şekil 4.14. Ö53 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	65
Şekil 4.15. Ö53 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	66
Şekil 4.16. Ö53 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	67
Şekil 4.17. Ö27 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	70
Şekil 4.18. Ö43 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	71
Şekil 4.19. Ö43 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	72
Şekil 4.20. Ö26 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	73
Şekil 4.21. Ö26 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	74
Şekil 4.22. Ö41 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği	76
Şekil 4.23. Ö41 kişinin gönderdiği yeni resim	77

Şekil 4.24. Ö41 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	78
Şekil 4.25. Ö44 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	80
Şekil 4.26. Ö44 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	80
Şekil 4.27. Ö29 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	82
Şekil 4.28. Ö3 kişinin derslerinde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	83
Şekil 4.29. Ö3 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	84
Şekil 4.30. Ö4 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	85
Şekil 4.31. Ö4 kişinin ders kitaplarındaki matematiksel modelleme örneği.....	86
Şekil 4.32. Ö6 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	86
Şekil 4.33. Ö6 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	87
Şekil 4.34. Ö8 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	88
Şekil 4.35. Ö8 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	88
Şekil 4.36. Ö28 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	90
Şekil 4.37. Ö28 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	91
Şekil 4.38. Ö7 kişinin derslerinde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	92
Şekil 4.39. Ö7 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	93
Şekil 4.40. Ö9 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	93
Şekil 4.41. Ö47 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	95
Şekil 4.42. Ö47 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	96
Şekil 4.43. Ö37 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	97
Şekil 4.44. Ö47 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	98
Şekil 4.45. Ö25 kişinin derslerde kullandığı 1. matematiksel modelleme örneği.....	99
Şekil 4.46. Ö25 kişinin derslerinde kullandığı 2. matematiksel modelleme örneği...	100
Şekil 4.47. Ö25 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	102
Şekil 4.48. Ö47 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	103
Şekil 4.49. Ö38 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği.....	104
Şekil 4.50. Ö38 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği.....	105

TABLÖLAR LİSTESİ

Sayfa

Tablo 3.1. Ükelere göre katılımcı sayısı	23
Tablo 3.2. Katılımcıların görev yılları ve cinsiyetlerine göre dağılımı.....	24
Tablo 3.3. Katılımcıların matematiksel modelleme kullanım durumları	25
Tablo 3.4. Katılımcıların matematiksel modelleme eğitimi alma durumları	25
Tablo 3.5. Matematiksel modelleme eğitimi alan kişilerin eğitim aldıkları yerler	26
Tablo 3.6. Verilerin analiz şeması.....	31
Tablo 4.1. Ükelere göre Matematiksel model tanımını kısmen doğru yapan öğretmenlerin dağılımı	35
Tablo 4.2. Ükelere göre Matematiksel model ile MMİMSK'yı birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı	38
Tablo 4.3. Ükelere göre Matematiksel model ile matematiğı modellemeyi birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı.....	40
Tablo 4.4. Ükelere göre Matematiksel model ile matematiksel modellemeyi birbiri yerin kullanan öğretmenlerin dağılımı.....	43
Tablo 4.5. Ükelere göre Matematiksel model tanımını yapmayıp önemi ve/veya özelliklerinden bahseden öğretmenlerin dağılımı.....	45
Tablo 4.6. Ükelere göre matematiksel model hakkında bilgisi olmayan veya cevap yazmayan öğretmenlerin dağılımı	46
Tablo 4.7. Matematiksel model tanımlarının ayrıntılı tablosu	48
Tablo 4.8. Katılımcıların Matematiksel Modelleme derslerinde kullanım durumları	49
Tablo 4.9. Ders kitaplarındaki matematiksel modelleme bulunma durumları.....	50
Tablo 4.10. Ükelere göre Matematiksel modelleme tanımını kısmen veya örnekleri ile doğru açıklayanların dağılımı	51
Tablo 4.11. Ükelere göre Matematiksel modelleme ile manipülatif ve şekilleri birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı	82
Tablo 4.12. Ükelere göre Matematiksel modelleme ile matematiğı modellemeyi birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı	91
Tablo 4.13. Matematiksel modelleme tanımını yapmayıp örnek veren kişiler	98
Tablo 4.14. Matematiksel modelleme hakkında fikir belirtmeyen öğretmenler.....	106
Tablo 4.15. Matematiksel modelleme tanımının ayrıntılı tablosu	107

SİMGELER ve KISALTMALAR

Simgeler

% Yüzde

Kisaltmalar

CCSSM	Common Core State Standards for Mathematics
CCSSO	Council of Chief State School Officers
ICME	Integrated Computational Materials Engineering
MEB	Millî Eğitim Bakanlığı
MMDA	Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi
MMİMŞK	Matematiksel Model ile Manipülatif veya Şekil Kavramlarını

1. GİRİŞ

Dünyadaki toplumlar bulundukları coğrafya, konuştukları dilleri, tarihleri ve sosyolojik ve teknolojik gelişmeleri gibi birçok faktörler açısından birbirlerinden farklılık göstermektedir. Bazıları ekonomi, mimari, teknolojik gibi özellikleri ile öne çıkarken diğerleri de tarım ve nüfus gibi özellikleri ile öne çıkmaktadır. Buna paralel olarak bazı toplumların teknolojik ve refah düzeyi gibi birçok özelliği üst düzeye ulaşırken bazıları da çağın teknolojik gelişmelerinin gerisinde kalmıştır. Bu farklılığın başlıca nedenlerinden biri eğitim sistemlerindeki yetersizliklerdir. Çünkü eğitim; toplumu direkt olarak değiştiren geliştiren ve ilerleten en önemli araçlardan bir tanesidir. Matematiksel modelleme, günlük hayatın içerisinde yer alırken (Blum ve Ferri, 2009) bir yandan da matematik öğrenimini kolaylaştıran, matematiksel düşünmeyi, problem çözme yeteneğini, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirilmesine katkı sağlar (Blum ve Ferri, 2009; Galbraith, 2007; Gould, 2013; Suh vd., 2017). Aynı zamanda Matematiksel Modelleme, eleştirel düşünebilen ve matematiksel düşünme becerilerine sahip bireyler yetiştirilmesini desteklemekte (Steen vd., 2007), öğrenciler problem çözerken geçmişte öğrendikleri bilgilerden faydalanmasına izin verir (English ve Watters, 2005), matematikte yeni bilgiler üretilmesine katkı sağlar (Lesh ve Yoon, 2007).

Bu duruma paralel olarak Türk eğitim sisteminde pek çok ülke gibi bilgiyi üreten, günlük hayata uygulayan, problem çözen, eleştirel düşünen ve etkili iletişim becerisine sahip, aynı zamanda kararlı girişimci beyinlere sahip bireyler yetiştirme hedeflenmiştir (MEB, 2018). Bu eğitim hedefi doğrultusunda matematik dersinde de öğrencilerin matematiği günlük hayata uygulama, problemi çözebilme, iletişimde matematiği etkili bir şekil de kullanabilme, eleştirel ve yaratıcı düşünme becerilerini geliştirme amaçlanmıştır. Bu nedenle matematiğin bir ders olarak okuldaki ve günlük hayatımızdaki yeri de oldukça önemlidir. Bu yüzden matematik derslerinde gerçek hayat durum/problemleri ve çözüm bulma becerilerinin geliştirilmesi önem arz etmektedir. Yine 2017 matematik dersi öğretim programında bahsedildiği gibi öğrencilerin problem çözmede kendi akıl yürütmelerini kullanmaları, matematiksel dil ve terminolojisini doğru kullanmaları ve matematik okuryazarlığını geliştirmeleri (MEB, 2017) öne çıkartılmıştır. Bununla birlikte Matematik Uygulamaları dersi programlarında da (MEB, 2012a; 2012b) incelendiğinde gerçek yaşam durumlarında problemlerin belirlenmesi, problemlere uygun verilerin

toplanarak çözüm için farklı yol ve modellerin oluşturulması ve böylece farklı çözümler ortaya konulması gerektiği görülmektedir. Bu süreçler problem çözme, soyutlama, tümevarım ve tahminde bulunmanın yanında son dönemlerin önemli konularından matematiksel modelleme konusunu da içerisinde barındırır.

Matematiksel modelleme gerçek hayat durum/problemlerine matematik dünyasında matematiksel modeller yardımıyla anlam ve çözümler bulma ve bunların gerçek dünyada geçerli olup olmadığını belirleyen iki yönlü süreç (Blum ve Ferri, 2009; Czocher, 2017; Haines ve Crouch, 2007; Lesh ve Doerr, 2003) olarak tanımlanabilir. Bu süreç hem modelleyici olan öğrenci hem de öğretici olan öğretmen için karmaşık bilgi ve becerileri içermesine rağmen öğrencilerin birçok bilgi ve becerilerini geçiştirdiği için son dönemlerde eğitimin her kademesinde uygulanmaktadır. Çünkü ilgili alanyazın incelendiğinde, günlük hayatın ve STEAM'in merkezinde yer alan matematiksel modelleme öğrencilerin matematiği daha iyi öğrenme, matematiksel olarak düşünebilme, problemi çözmek için iş birliği içerisinde fikir belirtip çözüm üretmeleri matematiksel anlam oluşturma ve matematik bilgilerini en üst düzeyde kullanma ve matematiğe karşı olumlu tutum (Bekdemir ve Çakmak Gürel, 2022; Blum ve Ferri, 2009; Czocher, 2018; Zawojewski vd., 2003) gibi becerilerin gelişimine katkı sağlamaktadır.

Diğer taraftan da öğrencilerin matematiksel bilgi ve becerileri gibi matematiksel modelleme becerilerinin geliştirilmesinde öğretmenlerin önemi yadsınamaz. Millî Eğitim Bakanlığı tarafından 2017 yılında yayınlanan Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterliklerinde öğretmenlerin sahip olması gereken yeterlilikler arasında eğitimi günlük yaşamla ilişkilendirme becerisi, öğretim konularında uygun yöntem ve yaklaşımları kullanabilme, farkındalık, anlayış ve uygulama kavramlarına yer verilmiştir. Bu bağlamda öğretmenlerin müfredatta yer alan yeterliklerden biri olan modelleme (Öğretmen Yetiştirme Genel Müdürlüğü (ÖYEGM, 2017), planlama, tasarlama ve içerik öğretme yeterliliğine sahip olmaları gerekmektedir. Fakat matematiksel modellemenin öğretilmesi istenildiği gibi açık ve basit değildir (Blum vd., 2007; Gould, 2013). Çünkü matematiksel modelleme, matematiksel yeterliliklerin kazanılmasında merkezi bir konumdadır ve matematiksel modellemeyi öğrenciler için ulaşılabilir kılmak için öğretmenlerin büyük çaba sarf etmeleri beklenmektedir (Freudenthal, 1973; Pollak, 1968). Bu nedenle,

öğretmenlerin modellemeyi yeterince öğretmek için farklı matematiksel ve matematiksel olmayan bilgi ve becerilere ihtiyaçları vardır.

Araştırmanın Önemi ve Amacı

Yapılan araştırmalar matematiksel modellemenin hem öğretilbildiğini hem de öğrenilebildiğini ve matematiksel modelleme konusunda eğitim almış bireylerin bu konuda daha başarılı olduklarını göstermektedir (Özer-Keskin, 2008; Ferri ve Blum, 2013). Fakat öğretmenlerin matematiksel modelleme, matematiksel model ve süreçleriyle ilgili yeterli bilgi ve becerilere sahip olmadığını gösteren çalışmalar bulunmaktadır (Gould, 2013; Taşlı, 2022). Bunların nedenlerinden bir tanesi de öğretmenler tarafından matematiksel modelleme uygulamasındaki temel kavramların anlaşılmamış veya karıştırılması olabilir. Bu kavramlardan iki tanesi matematiksel modelleme ve matematiği modelleme kavramlarıdır. Bu nedenle farklı ülkelerdeki (Türkiye, Almanya, Romanya, Ukrayna, Danimarka, Polonya, İsveç, Ürdün, Bosna Hersek, Hollanda, Finlandiya) matematik öğretmenlerinin matematiksel model, matematiksel modelleme ve matematiği modelleme gibi kavramlar hakkındaki düşüncelerin belirlenmesi bu çalışmanın temel amacıdır. Bu amaca uygun olarak aşağıdaki dört alt probleme cevap aranmıştır.

Alt Problemler

1. Farklı ülkelerdeki matematik öğretmenlerinin matematiksel model hakkındaki düşünceleri nelerdir?
2. Farklı ülkelerdeki matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme hakkındaki düşünceleri nelerdir?
3. Farklı ülkelerdeki matematik öğretmenleri derslerinde matematiksel modelleme kullanma durumları nedir?
4. Farklı ülkelerdeki matematik öğrenim programlarında matematiksel modellemenin bulunma durumu nelerdir?

Sınırlılıklar

- Katılımcıların büyük çoğunluğunu Türkiye'deki matematik öğretmenlerinden oluşturması bu çalışmayı sınırlandıran bir durum olarak değerlendirilmektedir.

- Veri toplama araçlarının ve iletişimin Türkçe ve İngilizce olarak yapılması bu iki dilden birini etkili bir şekilde kullanamayan katılımcılar için bir sınırlılık teşkil ettiği düşünülmektedir.
- Türkiye dışındaki öğretmenlerle iletişim kurulan eTwinning projesi kapsamında sınırlı sayıda ülke ve katılımcılara ulaşılması bir sınırlılık olarak değerlendirilmiştir.
- Çalışmaya katılan Türkiye ve diğer ülkelerdeki bazı öğretmenlerin istenilen dokümanları yüklememeleri bir sınırlılık olarak değerlendirilmiştir.

Varsayımlar

- Bu çalışmaya katılan öğretmenlerin tüm soruları içtenlik ile cevaplandırırdıkları varsayılmıştır.
- Yine aynı şekilde farklı ülkelerdeki öğretmenlerin verdikleri cevapların ülkelerini temsil edeceği bilinciyle cevapladıkları varsayılmıştır.
- Çalışmaya katılan öğretmenlerin yükledikleri örnek ve dokümanların o ülkenin matematik eğitim programı ve/veya matematik ders kitaplarını temsil ettiği varsayılmıştır.
- Literatür ve veriler göz önüne alındığında özellikle Almanya ve Danimarka'da matematiksel modelleme ile ilgili eğitim veya proje gibi etkinlikler etkili ve yeterli düzeyde yapıldığı varsayılmıştır.

2. KURAMSAL TEMELLER

Bu kısımda araştırmanın kuramsal yapısı model, matematiksel model, modelleme, matematiksel modelleme, matematiksel modelleme süreci, modelleme yeterlikleri, uluslararası öğretim programında matematiksel modelleme ve matematiği modelleme tanımları sunulmuştur.

2.1. Model

Model, karmaşık sistemleri oluşturma, tanımlama ve açıklama sürecinde işlenen ve farklı temsillerde dışsallaştırılan kurallar, işlemler, ilişkiler vb. gibi farklı yapıları içeren kafanızda kavramsal bir sistem olarak tanımlanır (Lesh ve Doerr, 2003). Burada zihindeki kavramsal sistem zihinsel bir model olarak tanımlanır. Bunların hepsi öğrencilerin modelleme sürecinde kullandıkları zihinsel araçlardır. Bunlar, bireylerin gerçek hayatlarını anlamaya çalışırken geliştirdikleri fikirler, bakış açıları, kurallar ve araçlar olabilir. Başka bir deyişle model, karmaşık sistemi etkileyen durumların zihinsel olarak karıştırılmasıyla başka bir şekilde dışsallaştırılan karmaşık bir sistemin durumudur. Bir model, karmaşık bir sürecin nasıl gerçekleştiğini veya karmaşık nesnelerin genel olarak nasıl oluştuğunu anlamamızı sağlayan bu karmaşık yapının basitleştirilmiş bir temsidir (Harrison, 2001).

2.2. Matematiksel Model

Matematiksel bir model, belirli bir amaca hizmet etmek için matematiğin dilini kullanan gerçekliğin bir bölümünün soyut bir taklidi olarak tanımlanabilir (Bender, 1978). Lesh ve Doerr (2003), matematiksel modeli, öğrenciler tarafından durumları matematiksel olarak tanımlamak, yorumlamak ve temsil etmek için geliştirilen kavramsal bir sistem olarak tanımlamaktadır. Başka bir deyişle, matematiksel modeller, gerçek dünya problemlerini yorumlamamıza ve çözmemize yardımcı olan zihinsel yapıların dışsal temsilleridir (Lesh ve Doerr, 2003). Bir matematiksel model, bir bireyin çözmeye çalıştığı gerçek dünya durumunun zihinsel yapısının, çözümler bulmak için kullandığı matematiksel bilginin ve durumu etkileyen diğer kavramların zihinsel yapısının karma bir matematiğidir. Yani tablo, grafik, formül, denklem vb. ürünlerdir.

2.3. Matematiğin Modeli (Manipülatif ve Şekiller)

Manipülatif, birçok yazar tarafından tanımlanmıştır. Kennedy (1986), birden fazla duyu organına hitap eden öğrenciler tarafından dokunulabilen, hareket ettirilebilen değiştirilebilen şekiller olarak tanımlamıştır. Smith (2009) ise matematiği öğretebilmek için kullanılan fiziksel araçlar yani etrafımızda olan materyaller ve bu tür materyalleri matematikteki soyut kavramları somutlaştıran nesneler olarak tanımlamıştır. Birçok öğretim programında ise manipülatif, kısaca sayı ve işlemlerinde (örneğin kesirler veya tam sayılarda toplama ve çıkarma işlemi) kullanılan somut nesnelerin olarak tanımlanmaktadır (CCSSM, 2010; MEB, 2018). Özetle manipülatif, matematik dersini anlatabilmek için kullanılan somutlaştırmaya yarayan materyaller, nesneler olarak tanımlanabilir.

Alanyazında sadece manipülatif ve şekillerin tanımları yapılmamış aynı zamanda eğitimde kullanımı hakkında da araştırmalar yapılmıştır. Yoğun olarak manipülatifin matematik eğitiminde kullanımının yararları üzerinde durulmuştur. Örneğin; Munger, (2007) derste kullanılan materyallerin matematik konularının öğrenciler tarafından anlaşılmasını kolaylaştırdığını ve öğrenmelerin kalıcılığını ile derse karşı ilgiyi artırdığını söylemiştir. Yine bazı çalışmalarda (Sowell, 1989; Ruzic ve O'Connell, 2001); manipülatifler, öğrencilerin kendi modellerini oluşturmaya olanak vermekle birlikte, öğretmen ve diğer öğrenciler arasında ortak bir dil oluşturduğu ortaya konulmuştur. Fletcher, (2009) ise manipülatifler öğretmene bir konuyu farklı şekillerde sunma olanağı sağladığını, öğrencilere bir konuyu öğrenmeleri için farklı olanak ve yöntemler sunduğunu ve öğretmenin rolünü rehber konumuna dönüştürdüğünü ortaya koymuştur.

Manipülatiflerin eğitimde kullanılmasının yararlarının yanında kullanım sürecinde karşılaşılabilecek durumlar ile ilgili bazı uyarılarla ilgili çalışmalarda bulunmaktadır. Heddens, (1997) manipülatif ve şekillerin dikkatli kullanılmasını gerektiği yoksa öğrencilerde iki farklı matematik dünyası algısı oluşabileceği uyarısında bulunmuştur.

2.4. Modelleme

Modelleme ise, meydana gelen problemlerle ilgili olayları tanımlama veya yaratma sürecinde ortaya çıkan problem durumları için çeşitli şemalar ve modeller oluşturma ve

organize etme sürecidir (Lesh ve Doerr, 2003). En genel anlamıyla modelleme, gerçek dünyadaki nesnelerin veya durumların temsillerinin oluşturulması olarak tanımlanabilir (Erbaş vd., 2014). Genel olarak modellemenin süreci temsil ettiği, modellemenin ise modellemeden kaynaklanan ürünü temsil ettiği söylenebilir (Siriraman, 2005). Modelleme ve modelleme terimlerinin tanımları göz önüne alındığında, matematikte modelleme, karmaşık sistemleri matematiksel olarak anlamlı kılmak için matematiksel dili kullanan yaklaşımlar olarak tanımlanmaktadır (Lesh ve Doerr, 2003). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme yaklaşımlarının öncülerinden Lesh ve Doerr (2003), model koleksiyonları kavramını hem matematiksel modelleme hem de modelleme terminolojisini içeren anlamlarında kullanmışlardır.

2.5. Matematiksel Modelleme

Matematiksel modelleme gerçek dünyadaki durumu/problemin matematik dünyasına aktarılarak matematiksel modeller yardımıyla çözümler elde edilmesi ve bu çözümlerin tekrar gerçek dünyada yorumlanması şeklinde tanımlanır (Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Czocher, 2017; Lesh ve Doerr, 2003). Kısaca matematiksel modelleme, gerçek dünya ile matematik dünyası arasında döngüsel bir süreçtir.

Matematiksel modelleme, gerçek dünya problemlerinin çözüm bulmak için matematiksel forma dönüştürülmesi ve bu formun gerçek dünyada geçerliliğinin sağlanması olarak tanımlanmaktadır (Berry ve Houston, 1995; Cheng, 2001). Niss (1988)'de matematiksel modellemeyi, bazı gerçek dünya durumlarını temsil etmek için matematiksel varlıkların ortaya konulması ve bu matematiksel varlıklar ile gerçek dünya aralarındaki ilişkilerin birleşimi olarak tanımlar.

Modelleme ve modelleme terimlerinin tanımları göz önüne alındığında, matematikte modelleme, karmaşık sistemleri anlamlı kılmak için matematiksel dili kullanan yaklaşımlar olarak tanımlanmaktadır (Lesh ve Doerr, 2003). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme yaklaşımlarının öncülerinden Lesh ve Doerr (2003), model koleksiyonları kavramını hem matematiksel modelleme hem de modelleme terminolojisini içeren anlamlarında kullanmışlardır.

Gravemeijer (2002), matematiksel modellemeyi, gerçek dünyadaki durum/problemlerini temsil etmek ve bunların işlevlerini ve yapılarını anlamak için matematiğin sembolik dilini kullanma süreci olarak tanımlamaktadır.

Yapılan bu tanımlardan matematiksel modelleme; gerçek dünyadaki durum/problemlerin matematiksel dünyaya aktarılması, matematiksel modelle ifade edilmesi, matematiksel modelin gerçek dünyada geçerliliğinin test edilmesi veya modelin revize edilme süreci olarak tanımlanabilir.

Matematiksel modelleme günlük hayatın merkezinde yer alan (Blum ve Ferri, 2009; Czoher, 2018; Sokolowski, 2015) öğrencilerin matematiği öğrenmede, matematiksel düşünmede ve daha iyi problem çözebilmede kullanılan yöntemdir (Blum ve Ferri, 2009; Galbraith, 2007; Gould, 2013; Suh vd., 2017).

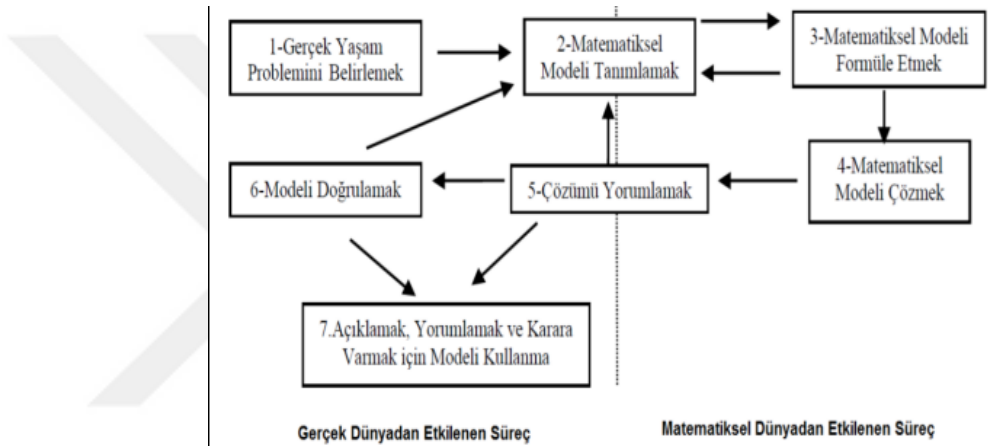
Matematiksel modelleme de üst düzey öğrenim ile teorik düşünceler öğrenilebilir ve bunun için büyük çaba sarf edilmelidir (Blum, 2015). Bunun sağlanmasında sadece öğrenme değil öğretim içinde zorluklar vardır (Burkhardt, 2004; Freudenthal, 1973; Pollak, 1968). Bu yüzden öğretmenlerin matematiksel modellemeyi öğretebilmek için modelleme sürecinde öğrencileri motive etme, süreçte hangi tür sorular kullanmayı bilme, geri dönüt vereme ve süreç ile sonunda değerlendirme yapabilme gibi becerilere sahip olmaları gerekmektedir.

Yapılan araştırmalar sonucunda matematiksel modelleme sürecinin zihinsel modellerden etkilendiğini ortaya koymakta ve matematiksel modellerin zihinsel modellerin dışsal temsilleri olduğunu vurgulamaktadır. Ek olarak, özelliği üzerinde durulmaktadır. Birincisi, gerçek dünya ile matematiksel dünya arasındaki ilişkiyi vurgulamak, ikincisi ise matematiksel modellemeyi döngüsel bir süreç olarak ele almaktır.

2.5.1. Matematiksel modelleme süreci

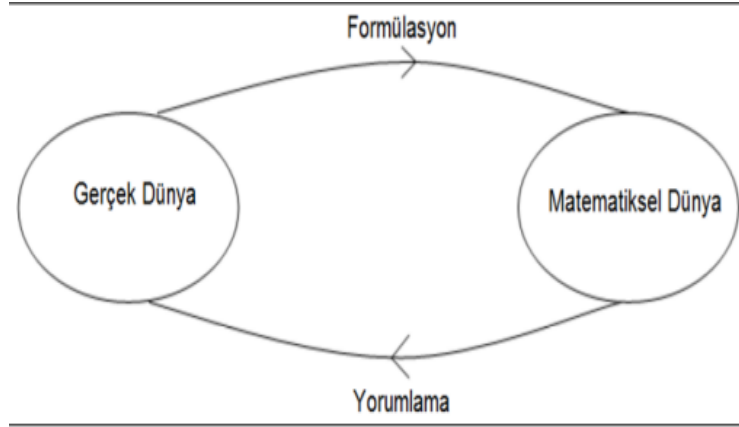
Eğitimin temel amaçlarından birinin günlük yaşamda problem çözebilen bireyler yetiştirmek olması matematiksel modellemeyi müfredatın önemli bir parçası haline getirmiştir. Bu bağlamda araştırmacılar, öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilmeleri için geçmeleri gereken süreci belirlemek için matematiksel modelleme

sürecindeki adımları ve bu adımlar arasındaki geçişleri belirlemeye çalışmışlardır. Birçok aktiviteyi içeren karmaşık bir süreçtir (Justi ve Gilbert, 2002). Bu alandaki ilk çalışmalardan biri Kapur (1982) tarafından yapılmıştır. Kapur (1982) matematiksel modelleme sürecini anlatmaktadır. Uygun değişkenleri seçme, değişkenler arasındaki ilişkileri belirleme, değişkenleri ve ilişkileri dikkate alarak matematiksel modeller oluşturma ve modelleri ve uygulamalarını test etme sürecinde size rehberlik edeceğiz. Mason (1988) ise matematiksel modelleme sürecini gerçek dünyadan etkilenen ve matematiksel dünyadan etkilenen iki farklı sürece ayırmaktadır ve bu süreçlerin adımları Şekil 2.1' de gösterilmiştir.



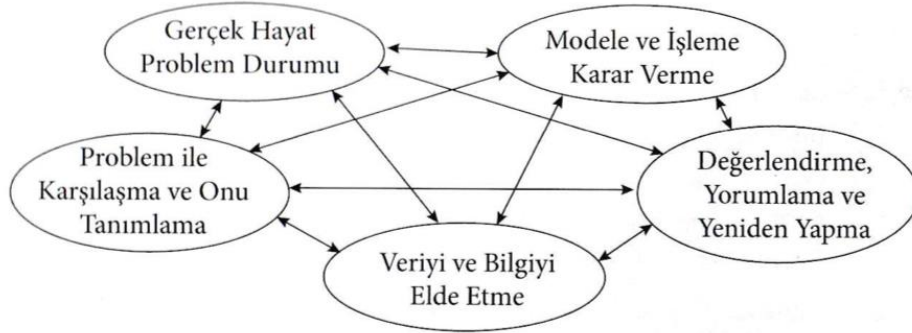
Şekil 2.1. Matematiksel modellemedeki basamaklar

Mason (1988), ilk adımdan son adıma ilerlemenin, genellikle adım olarak tanımladığı, ancak özellikle pratik sonuçlara ulaşmada karşılaşılanlar bağlamında gerçekleştiğini vurgular, yapı daha karmaşıktır. Mason (1988), üretilen modellerin gerçekçi kabul edildiğini ancak modellerden elde edilen sonuçların gerçek hayata uygun veya uygulanabilir olmadığını bulmuştur. Bu durumda sürecin gözden geçirilmesi gerektiğini vurguluyoruz. Gerekli adımları geri almalısınız. Bu nedenle, önceki çalışmaların aksine Mason (1988), matematiksel modelleme sürecine model doğrulamayı dahil etmiştir. Mason (1988) tarafından açıklanan matematiksel modelleme sürecinin yanı sıra Berry ve Houston (1995), matematiksel modelleme sürecinin, Şekil 2.2' de gösterildiği gibi dedikleri gerçek ve matematiksel dünyalar arasındaki bir etkileşim olarak basitçe ifade edilebileceğini belirtmektedir.



Şekil 2.2. Matematiksel modelleme süreci

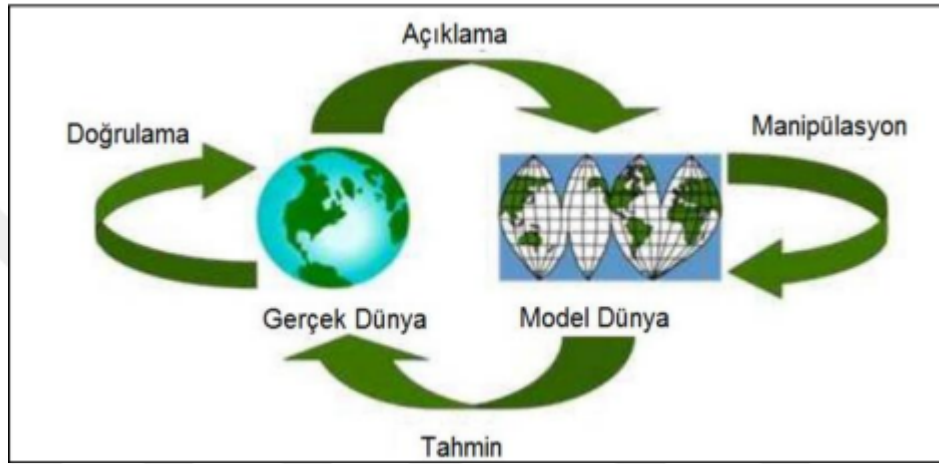
Doerr (1997) matematiksel modelleme sürecindeki basamakların bir kurala göre göre sıralanmasının şart olmadığını söylerken, basamaklar arasında yoğun bir ilişkinin olduğunu belirten ifadelerde bulunmuştur (Şekil 2.3).



Şekil 2.3. Modelleme süreci

Bu sürece göre matematiksel modelleme süreci, gerçek bir problemi matematik problemine dönüştürür ve matematiksel olarak elde edilen sonuçlar gerçek dünyada yorumlanarak gerçek probleme bir çözüm bulunur. Berry ve Houston (1995) gibi, Lesh ve Doerr (2003), matematiksel modelleme sürecini, açıklama, manipülasyon, tahmin ve doğrulama adımlarını içeren gerçek ve model dünyalar arasındaki geçişlerden oluşan bir süreç olarak tanımlamaktadır (Şekil 2.4). Tanımlayıcı aşamada, gerçek dünya ile model dünya arasında bir ilişki kurma ihtiyacına işaret ederler. Bu süreçteki ilk adım, çözülebilecek bir gerçek dünya problemi tanımlamak ve tanımlanan problem için verileri matematiksel olarak analiz etmektir. Bu sayede bilgiler önem sırasına göre sıralanır ve sadeleştirilir. Ancak, bu adım fiili durum hakkında varsayımlarda bulunur. Bir sonraki adım olan işlem adımı, matematiksel bir model oluşturma sürecini başlatır. Matematiksel

semboller, formüller ve beceriler bu doğrultuda kullanılmaktadır. Üçüncü adım olan tahmin süreci ve matematiksel çözümlerin gerçekleştirilmesi aşamasında model kullanılarak elde edilen veriler gerçek bağlamda ön değerlendirme sürecine dahil edilir. Sonuçlar daha sonra problemin bağlamı ve yapılan ayarlamalar ile korelasyon açısından kontrol edilir. Modelleme sürecindeki son adım olan doğrulama adımı, geliştirilen modelin uygulanabilirliğini belirlemek için tahmin sonuçları ile problemin gerçek bağlamı arasındaki örtüşmeyi analiz eder.

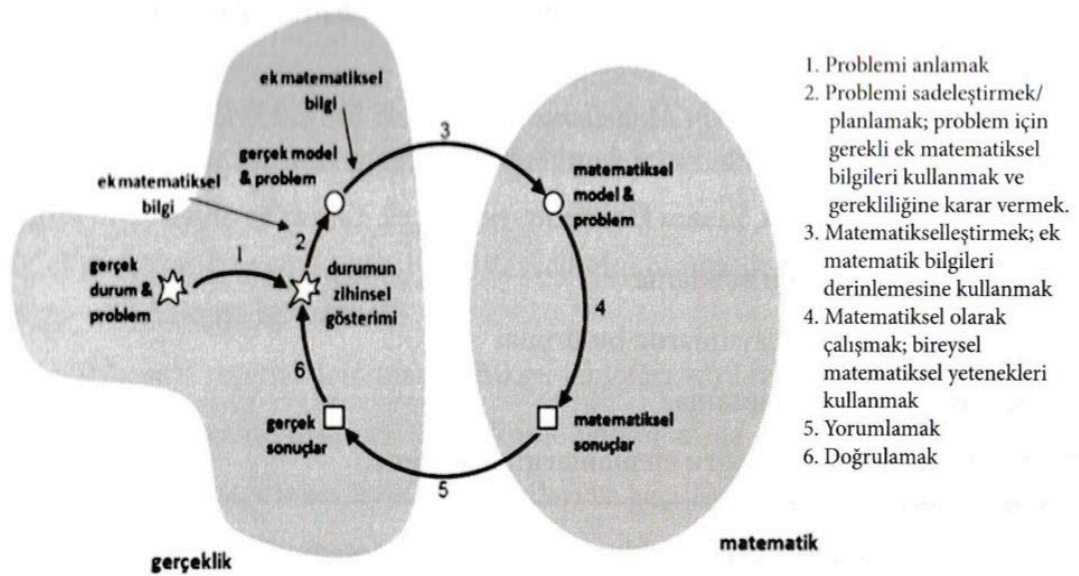


Şekil 2.4. Matematiksel modelleme döngüsü

Matematiksel modelleme sürecini açıklayan çeşitli çalışmalar incelendiğinde, matematiksel modelleme sürecinde hedeflere ulaşmak için titiz bir süreç olmadığı konusunda genel bir fikir birliği vardır (Blum ve Niss, 1991; Lesh ve Doerr, 2003 Crouch ve Haines, 2004; Borromeo-Ferri, 2006). Diğer bir fikir birliği ise matematiksel modelleme sürecinin döngüsel olduğudur (Zbiek ve Conner, 2006). Matematiksel modelleme bu nedenle gerçek ve matematiksel dünyalar arasındaki etkileşimleri deneyimleme süreci olarak tanımlanmıştır (Borromeo-Ferri, 2006). Bu iki dünya arasındaki etkileşimde hangi adımların yer aldığı konusunda farklı tanımlar benimsenmiştir. Bu adımlar bazı çalışmalarda daha basit bir şekilde açıklanırken, diğerleri bunları oldukça ayrıntılı olarak tartışmaktadır. Bazı araştırmalar, adımları takip eden alt süreçleri tanımlar ve alt süreçler arasındaki geçişleri detaylandırır. İlerleme, matematiksel modelleme sürecinde bir adımdan diğerine geçmek olarak tanımlanabilir, ancak bilişsel bozulmanın başarıyla üstesinden gelinmesi gerekir (Blum, 2011). Bu ilerlemenin sağlanabilmesi için bireylerin belirli yeteneklere sahip olması gerektiği

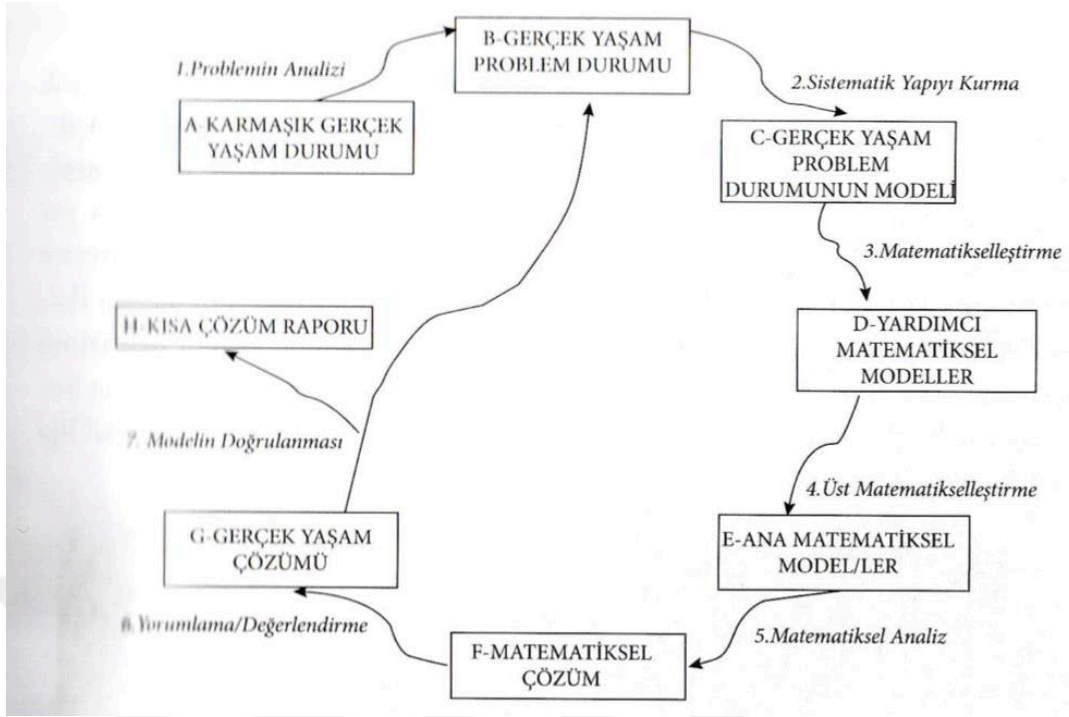
vurgulanmaktadır. Bu beceriler literatürde matematiksel modelleme becerileri olarak adlandırılmaktadır. Bu bağlamda Blum ve Kaiser (1997) bu düzeyler arasındaki geçişleri şekillendiren matematiksel modelleme yeterlilikleri ile bu yeterliliklerin indekslerini (alt yeterlilikler) tanımlamış ve matematiksel modellemeyi tanımlamıştır.

Borromeo Ferri'nin (2006) da yaptığı çalışmada Blum (1996) ve Kaiser'in (1995) yaptıkları çalışmalardan esinlenerek, Blum ve Laiss'in (2005) Matematiksel Modelleme döngüsünü bilişsel perspektiften ele alarak düzenlemiştir (Şekil 2.5).



Şekil 2.5. Bilişsel Perspektif Altında Modelleme Döngüsü

Matematiksel modelleme konusunda Hıdıroğlu (2012), sekiz ana bileşen ile bu bileşenler içerisinde geçişe olanak veren yedi ana basamak ve basamakların açıklanması için kırk yedi alt basamaktan oluşan modelleme döngüsü ortaya koydu (Hıdıroğlu ve Güzel,2013). (Şekil 2.6)



Şekil 2.6. Matematiksel Modelleme Sürecinin Temel Yapısı

2.5.2. Matematiksel modelleme yeterlilikleri

Yetkinlik, bir kişinin belirli bir durumdaki zorluklara yanıt olarak harekete geçmek için bilinçli ve derinleştirilmiş istekliliğidir (Jensen, 2007). Tanımından da anlaşılacağı gibi davranış, yetkinlik kavramının temelidir. Belirli bir durumda davranış, bireyin belirli özelliklere ilişkin algısı tarafından yönlendirilir (Jensen, 2007). Bu eylem sırasında durumu derinlemesine anlamak için güçlü bir yeteneğe ihtiyacınız yok. Her yetenek belirli bir olgunluk düzeyine ulaşabilir. Ayrıca yeterlilikler, yeterliliklerin tanımında atıfta bulunulan tarihsel, sosyal, psikolojik vb. durumlardır. Durumla ilgili bağlama bağlıdır (Wedegge, 1999; Jensen, 2007'de alıntılanmıştır). Geliştirilen tanımlardan da anlaşılacağı gibi, yetkinlikler, insanlar tarafından değer verilen ve açıkça kullanılan yeteneklerdir (Aktaran Weinert, 2001; Ludwig ve Reit, 2013). Daha geniş anlamda bu tanım, matematiksel modellemenin gücünü eylem odaklı olarak tanımlayan Blomhoj ve Jensen'in (2003) tanımına tekabül etmektedir.

Matematiksel yetkinliği, yetkinlik tanımıyla paralel olarak, yetkinlik tanımıyla temsil edilen belirli bir durumun matematik alanında bağlamsal olduğu yetkinlikler olarak tanımlayabiliriz. Yetkinlik tanımında tanımlanan zorluklar, doğası gereği matematiksel

olduğunda, bunlara matematiksel yetkinlikler denir. Başka bir deyişle, matematiksel yeterlilik, belirli bir durumla ilgili bazı matematiksel zorluklar üzerinde bilinçli ve tam olarak harekete geçme isteği olarak tanımlanabilir (Jensen, 2007). Blomhoj ve Jensen (2007) matematiksel yeterliliği, bir kişinin belirli bir durumda belirli bir matematiksel görevi yerine getirmek için harekete geçme konusundaki derin istekliliği olarak tanımlamaktadır. Matematik eğitiminin gelişimi için ne tür matematik güçlüklerinin olduğu analiz ve tartışma yoluyla, matematik güçlükleri çeşitlendirilmiş ve konuya özel matematik becerileri belirlenmiştir. Niss (1988) matematiksel becerileri iki genel gruba ayırmıştır. Matematiksel becerilerin ilk grubu, matematiksel akıl yürütme, problem oluşturma/çözme, matematiksel modelleme ve matematiksel sorular sorma ve cevaplama dahil olmak üzere matematiksel akıl yürütmeyi içerir. İkinci grup matematiksel yeterlilikler, matematiksel varlıkların temsili, matematiksel sembollerin/şekillerin kullanımı, matematikle ilgili iletişim, matematikle iletişim, matematikle iletişim ve matematiksel dil ve araçların kullanımıdır. Görüldüğü gibi, matematik bağlamındaki yeterlilik bağlamı da kendini ayarlar, yeterlilikler matematiksel yeterlilikler içinde tanımlanır. Bu çalışmada matematiksel yeteneklerden biri olan matematiksel modelleme yeteneğini ele alıyoruz.

Literatür taraması, bazı çalışmaların matematiksel modellemeyi bir beceri, bazılarının ise bir yeterlilik olarak gördüğünü ortaya koymaktadır (Henning ve Keune, 2007). Oluşturulan tanımlar, modelleme yeteneği ile modelleme becerisi arasındaki farkı açıklar. Kaiser (2007) matematiksel modelleme becerisini, matematiksel modelleme yoluyla problemlere yaklaşma konusunda bilinçli ve titiz bir isteklilik olarak tanımlamaktadır. Bu sadece yeteneği değil, aynı zamanda pratik matematiksel yönleri de hesaba katar. Henning ve Keune (2007) matematiksel modelleme becerilerinin doğrudan gözlenememesine rağmen matematiksel modelleme etkinlikleri sırasında öğrencilerin davranışlarının gözlemlenebileceğini vurgulamaktadır. Bu nedenle teorik ve deneysel çalışmalarda elde edilen sonuçlara dayalı olarak matematiksel modelleme becerilerine odaklanılmalıdır. Matematiksel modelleme yeterliliği, modelleme güçlüklerinin üstesinden gelmek için matematiksel modelleme becerilerini kullanma konusunda bilinçli bir isteklilik olarak tanımlanıyorsa, derste gözlemlenen davranış matematiksel modelleme yeterliliğidir. Bu bağlamda bu çalışmada matematiksel modelleme becerisi anlatılmaktadır.

Yetkinlik ve matematiksel yetkinlik tanımları göz önüne alındığında, matematiksel modelleme yetkinliği, belirli bir durum matematiksel modelleme bağlamında olduğunda yetkinlik olarak tanımlanabilir. Yukarıda bahsedilen problemler matematiksel modelleme sürecinin bir parçasıdır. Başka bir deyişle, matematiksel modelleme yeterliliği, bir kişinin belirli bir durumda matematiksel modelleme sürecinin tüm aşamalarında ortaya çıkan zorluklarla başa çıkma konusundaki bilinçli ve derin istekliliği olarak tanımlanabilir (Jensen, 2007). Blomhoj ve Jensen (2003) benzer şekilde matematiksel modelleme yeterliliğini matematiksel modelleme sürecinin tüm adımlarını gerçekleştirmeye istekli olma durumu olarak tanımlamaktadır.

Maaß (2006) matematiksel modelleme becerisini, matematiksel modelleme sürecini amaçlı ve uygun bir şekilde gerçekleştirmek için gerekli olan beceri ve yetenekler bütünü olarak tanımlarken, matematiksel modelleme becerisinin bireylerin becerilerini ortaya koyma konusundaki bilinçli ve eksiksiz iradesini içerdiğini belirtmektedir. Bu çalışmada, matematiksel modelleme yeterliliği, yeterlik kavramının genel tanımına göre, bireyin belirli bir durumda modelleme sürecinin tüm aşamalarını matematiğe ilişkin bilgi ve hazır bulunma durumu olarak ele alınmaktadır.

Matematiksel modelleme becerileri, birçok faktörü içeren ve psiko-bilişsel boyutlara (hayattan hayata geçişte farklı düşünme stillerinin etkisi gibi) gerçek matematiğe ulaşan çok karmaşık bir yapıdır (Borromeo-Ferri, 2010). Matematiksel modelleme becerilerini tam olarak anlamak ve bu becerilerle ilgili becerileri belirlemek ve geliştirmek için bu becerilerin doğrudan matematiksel modelleme süreciyle ilişkilendirilmesi gerekir (Maaß, 2006). Bu bağlamda Blum ve Kaiser (1997) matematiksel modelleme becerilerini onlara anlam veren matematiksel modelleme süreci açısından tanımlamışlar ve bu beceriler detaylandırılarak her becerinin altları ortaya çıkarılmıştır (Blum ve Kaiser 1997):

Yeterlik 1: Var olan problemi anlama ve gerçekçi bir model oluşturma

- Problem durumu için onaylar ve var olan durumu daha kolay hale getirme
- Var olan durumu etkileyen nicelikleri belirleme bunları isimlendirme ve anahtar değişkenleri kararlaştırma
- Değişkenler arasındaki bağlantıyı tanımlama

- Problemlere bakarak çözümde olması gereken ve olmaması gereken durumları fark etme

Yeterlik 2: Güncel modeli uygulayarak matematiksel model üretme

- Alakalı nicelikleri ve bunlar arasındaki ilişkiyi matematiksel olarak ifade etme
- Gerektiğinde ilgili nicelikleri ve bunlar arasındaki bağlantıyı kolaylaştırma, sayılarını ve güçlükleri eksiltme
- Uygun matematiksel temsilleri kullanma ve durumları grafiksel olarak gösterme

Yeterlik 3: Oluşturulan matematiksel modeli kullanarak matematiksel problemleri çözme

- Yeterli problem çözme stratejilerini kullanma (problemi parçalara ayırma, probleme değişik açılardan bakma, nicelikleri değiştirme vb.)
- Problemi anlamlandırmak için matematiksel bilgiyi kullanma

Yeterlik 4: Matematiksel sonuçları gerçek durumlarda tabir etme

- Matematiksel neticeleri matematiksel olmayan kaynaklarla tabir etme
- Özel bir durum için elde edilen sonuçları genelleme
- Problemleri uygun matematiksel dili yardımı ile çözümler hakkında iletişim kurarak araştırma

Yeterlik 5: Çözümü onaylama

- Bulguların hassas bir şekilde çözümünü yapma ve teyit etme
- Şayet çözümler problem durumuyla bağdaşmazsa, düzenlenen matematiksel modelin belli kısımlarını yeniden revize etme veya modelleme sürecini baştan yapma
- Probleme çeşitli çözüm yolları arama veya var olan çözümleri çeşitli yöntemlerle değiştirme

- Ana hatlarıyla tasarlanan modeli sorgulama.

Bahsedilen matematiksel modelleme yeterlikleri ve bu yeterliklerin alt yeterlikleri, matematiksel modelleme sürecinin zorluklarını aşmak için gerekli olan yeterliliklerdir. Başka bir deyişle matematiksel modelleme sürecindeki adımlara paralel olarak ortaya çıkan zorlukların ortadan kaldırılmasını sağlayan yeterlikler ve alt yeterliklerdir (Grünwald, 2012). Ancak tanımlanan matematiksel modelleme alt yeterlikleri, modeli kullananların matematiksel modelleme sürecinde belirli adımları başarıyla gerçekleştirmelerini sağlayan önemli faktörlerdir.

Ancak yeterliliğin varlığının otomatik olarak genel matematiksel modelleme yeterliliğinin varlığını ima etmediği vurgulanmaktadır (Zöttl, 2010). Bu bağlamda, bu çalışmada matematiksel modelleme yeterliği Blum ve Kaiser (1997) tarafından tanımlanan modelleme yeterliği sürecindeki güçlüklerin bilinçli olarak aşılması olarak tanımlanacak ve burada yer alan alt yeterlikler dikkate alınacaktır. Matematiksel modelleme etkinlikleri, yukarıda bahsedilen matematiksel modelleme yeteneklerini belirlemek ve geliştirmek için kullanılabilir (Lesh vd., 2000).

2.5.3. Uluslararası öğretim programında matematiksel modelleme

Matematiksel modelleme ilk kez 1976 yılında “3th International Congress on Mathematical Education-ICME-3” kongresinde Henry Pollak tarafından “matematik ile matematik dışındaki dünyanın karşılıklı etkileşimi” şeklinde tanımlamıştır (Pollak, 2007). Bu tarihten itibaren matematiksel modelleme hızlı bir şekilde gelişim göstermiş ve birçok ülkenin matematik öğretim programında yer almıştır. Bu araştırmada yer alan Almaya, Danimarka, Finlandiya, İsveç, Ürdün ve Türkiye öğretim programlarındaki matematiksel modellemenin nasıl yer aldığı aşağıda detaylıca incelenmiştir.

2.5.3.1. Almanya

1976 ‘da Pollak’ın matematiksel modelleme kavramından bahsetmesinden sonra Almanya’da matematiksel modelleme çalışmaları yoğun bir şekilde yapılamaya başlanmıştır (Vorhölter vd., 2019). Bu çalışmalarda temel amaç matematiğin gerçek hayatla ilişkilendirilerek öğretilmesinin desteklenmesidir (Blum,1993). Bu çalışmalara

paralel olarak matematiksel modelleme dünyada olduğu gibi Almanya’da öğretim programlarında yer almaya başlanmıştır. Almanya’da farklı eyaletler ve farklı müfredatlar olsa da matematiksel modelleme bütün sınıflara entegre edilmiştir (Garcia vd., 2013; Greefrath ve Vorhölter, 2016). Bu programlarda tüm sınıflardaki öğrencilerin matematiksel modelleme yeterliliklerinin desteklenmesi matematik öğretmenleri için zorunludur (Blum, 2011). Bununla birlikte 2017 yılından itibaren yüksek öğrenime geçişteki merkezi sınavlarda matematiksel modelleme yeterlikleriyle ilgili sorular sorulmaya başlanmış (Vorhölter vd., 2019).

Almanya’da öğrenci ve öğretmenleri matematiksel modelleme konusunda desteklemek için yoğun ve çeşitli çalışmalar yapılmaktadır. 2001 yılından itibaren “Modelleme Günlükleri” adında birçok üniversite tarafından desteklenen çalışma bunlardan biridir (Greefrath ve Vorhölter, 2016).

2.5.3.2. Danimarka

Danimarka’da matematiksel modelleme 1988’den beri matematik öğretim programının bir parçasıdır (Blomhoj ve Kjeldsen, 2006). Özellikle ülke genelinde yapılan KOM projesinde matematiksel modellemenin eğitim için doğal gereklilik olduğu sonucuna varılmıştır (Blomhoj ve Kjeldsen, 2007). Bu KOM çalışmaları Danimarka eğitiminin yanında dünyadaki ve özellikle Almanya’daki müfredat çalışmalarını olumlu yönde etkilemiştir (Niss, 2004). Matematiksel modelleme 2015 yılında itibaren birinci sınıftan dokuzuncu sınıfın sonuna kadar müfredatta yer almaya başlamıştır (Mullis vd, 2016). Danimarka’da zorunlu olmayan lise öğreniminde de matematiksel modelleme çalışmalarına müfredatta yer verilmiştir (EMS, 2001a). Fakat müfredatta entegre edilen matematiksel modelleme sınıf içi uygulamalara aktarılmasında bazı eksiklikler olduğu görülmektedir (Blomhoj, 2019).

2.5.3.3. Finlandiya

Finlandiya’da tüm eğitim programlarında gerçek hayat problemlerinin çözülmesine her sınıf düzeyinde önem verilmektedir (Sahlberg, 2011). Buna paralel olarak matematik öğretim programında da gerçek hayat durum/problemleri ve matematiksel modellemeleri üzerinde durulmuştur (EMS, 2001b). Özellikle 2014 yılında yenilenen ve 2016’dan beri

yürürlükte olan matematik öğretim programında matematiksel modellemeye ayrı bir başlık altında büyük bir önem verilmektedir (Mullis vd, 2016).

2.5.3.4. İsveç

Matematiksel modelleme, İsveç'teki matematik öğretim programına 1965'ten itibaren girmeye başlamıştır (Ärlebäck, 2009; Frejd, 2012). Yürürlükte olan matematik öğretim programında matematiksel modellemeye ayrı bir değer verilmektedir (Lingefjärd, 2006). Buna göre günlük hayat problemlerinde matematiksel modellemelerin oluşturulduğu ve kullanıldığı çeşitli uygulamalar önerilmektedir (Curriculum for Compulsory School, Preschool Class ve School-age Educare, 2018). Fakat ülke genelinde yapılan bazı araştırmalarda (Ärlebäck, 2009; Frejd, 2012) matematik öğretmenlerinin matematiksel modellemeyi net bir şekilde tanımlayamadığı ve derslerinde nasıl kullanacaklarını bilinmedikleri ortaya konulmuştur.

2.5.3.5. Hollanda

Hollanda eğitiminde 1973'ten itibaren Freudenthal tarafından ortaya konulan gerçekçi matematik eğitiminin büyük etkisi bulunmaktadır (Freudenthal, 1973). Matematiksel modelleme gerçekçi matematik eğitimi etkisi altında müfredata girmeye başlamıştır. Matematiksel modelleme şu an Hollanda'da ortaöğretim öğretim programında büyük önem taşımakla birlikte ilköğretim öğretim programında yeteri düzeyde bulunmamaktadır. Hollanda ki ortaöğretim matematik öğretim programı için önemli hatta zorunlu olan matematiksel modelleme sınıf uygulamalarının başarısı birçok ülkede olduğu gibi kitapların ve öğretmenlerin yetersizliklerinden dolayı engellenmektedir (Vos, 2007; Zwaneveld vd., 2017).

Ortaöğretim ve ilköğretim düzeylerinde matematiksel modelleme çalışmaları yoğun bir şekilde sürdürülmektedir. Yapılan bu çalışmalara ve eğitim müfredatına bakıldığında zaman daha çok gerçekçi matematiksel modelleme üzerine çalışmaların olduğu, fakat resmi müfredatta açıkça belirtilmesine rağmen, ders kitabında gerçekçi matematiksel modelleme uygulamalarının neredeyse hiç olmadığı görülmektedir (Zwaneveld vd., 2017).

2.5.3.6. Ürdün

Ürdün matematik öğretim programında özellikle ortaöğretim düzeyinde matematiksel modellemeye yer verildiği görülmektedir. Program ve programla ilgili ders kitapları incelendiğinde matematiksel modelleme örneklerin yetersiz olduğu, hatta matematiği modelleme örneği ile karıştırıldığı görülmektedir. Tüm dünyada olduğu gibi matematiksel modelleme hakkında öğretmenlerin bilgi ve deneyim eksikliklerinin olduğu yapılan çalışmalarda görülmektedir (Mrayyan, 2016).

2.5.3.7. Bosna Hersek

Matematiksel modelleme Bosna Hersek matematik öğretim programlarında son yıllarda yer almaya başlamıştır. Bosna Hersek eğitimcileri matematiksel modellemenin matematik ve günlük hayat için önemini göz önünde bulundurarak matematik eğitim programlarına entegre etmeye çalışmaktadırlar. Ancak Bikić vd., (2021)'e göre matematiksel modelleme Bosna Hersek'te hala matematik öğretimine tam olarak entegre edilmemiştir. Yine onlara göre matematik öğretimi geleneksel olarak yürütülmekte ve modern uygulamalardan olan matematiksel modellemenin matematik öğretiminde başarılı bir şekilde uygulanabilmesi için öğretmenlere destek verilmelidir.

2.5.3.8. Polonya

Polonya'da matematiksel modellemenin öğretimi ve öğrenimi üzerine son on yılda farklı teorik bakış açılarıyla çeşitli araştırmalar yapılmaktadır. Yapılan son araştırmalar, mevcut eğitim sistemlerinde bir modelleme aracı olarak matematiğin yaygın ve uzun vadeli yayılması üzerindeki güçlü kurumsal temellerin varlığını vurgulamaktadır. Buna paralel olarak matematiksel modelleme Polonya'daki her düzeyde matematik öğretim programında yer almaktadır. Fakat okullardaki matematik eğitiminde yeterli düzeyde matematiksel modelleme uygulamalarına yer verilmemektedir (Barquero, vd., 2013).

2.5.3.9. Ukrayna

Ukrayna müfredatı matematiksel modellemenin araçlarını ve yöntemini ilkökulda kullanmaya başlarlar, ancak 'Matematiksel modelleme' konusunu işlerken sadece 9. formda cebir üzerine okul programına uygun olarak bilimsel kavramsal çerçevenin

kullanımı ile kapsamlı tanım verilmektedir. Matematik müfredatı üzerinde çalışırken bir öğretmenin, modellenen nesnelerin özelliklerini, yapılarını ve bağlantılarını mecazi olarak aktarmaya yardımcı olabilecek modelleri (çizimler, şemalar, tablolar) öğrencilere tanıtmayı planlarlar. Yani Ukrayna’da öğretmenler matematiksel modelleme uygulamaları için gerekli hazırlıkları yaparlar. Böylece matematiksel modelleme yönteminin matematik derslerinde öğrencilerin etkili bir şekilde kullanabilmesi için gerekli olan yeni matematiksel modelleri öğrenmelerine yardımcı olur.

2.5.3.10. Romanya

Matematiksel modelleme Romanya müfredatında sadece matematik alanında bulunmakla birlikte fizik, mühendislik, istatistik ve ekonomi alanlarında da kullanılmaktadır. Çünkü matematiksel modelleme gerçek dünya ile yakından bağlantısı olduğu için tüm sınıf düzeylerinde matematiksel modellemeye yer verilmesi gerektiği kabul edilmektedir.

2.5.3.11. Türkiye

Matematiksel modelleme kavramı 2005 yılından itibaren matematik dersi öğretim programında yer almaya başlamıştır. Ortaöğretim programında modellemenin öğrenciler tarafından geliştirilebilecek bir beceri olduğundan bahsedilmektedir (MEB, 2005). 2012 yılından itibaren tüm ortaokul seviyelerinde seçmeli ders olarak uygulamaya konulan “Matematik Uygulamaları” dersinde amaç olarak matematik dersini desteklemek ve günlük hayat problemlerinin çözümü için bu derse yönelik kitaplarla birlikte müfredatta entegre edilmiştir (MEB, 2012b; 2012c). Bu kitaplarda bulunan problemlerin bazıları gerçek hayat problemlerine uygunluğu sebebiyle matematiksel modellemeye yakındır. Fakat matematik uygulamaları dersi müfredatta hala bulunmasına rağmen kitaplarının öğrencilere verilmemesi uygulama aşamasında sınırlılık oluşturmaktadır. 2005 yılında uygulamaya konulan ortaöğretim matematik öğretim programı 2013 yılında revize edilmiştir. Böylece 2013 öğretim programında matematiksel modelleme ve problem çözme farklı olarak ele alınarak iki farklı kazanılacak beceriye dönüştürülmüştür (MEB, 2013a). 2018 yılında yeniden düzenlenen ilk/ortaokul dersi matematik öğretim programında modellemeden direk olarak bahsedilmese de günlük yaşam ve matematik okuryazarlığı altında kapalı olarak matematiksel modelleme becerileri işaret

edilmektedir. Matematik uygulamaları dersinde ise günlük hayat problemleri için matematiksel modelleme kullanılması gerektiğinden bahsedilmiştir. Fakat bu programla ilgili ders kitapları incelendiğinde matematiği görselleştirme veya somutlaştırma şeklindeki matematiği modelleme kullanıldığı görülmektedir. Yine öğretim programı ve kitaplarda matematiksel model yerine Çavuş Erdem (2007)'in de söylediği gibi kesir kartı, sayma pulları gibi somut materyaller kullanıldığı görülmektedir (MEB, 2018).

Kovid-19 salgını sebebiyle MEB tarafından 9. Sınıfa yönelik “Matematiksel Modelleme Etkinlik Kitabı” (MEB, 2020)’nı hazırlanmıştır. Bu kitap incelendiği zaman günlük hayat problemlerini kullanarak matematiksel modellemeye benzer örnekler verilmeye çalışılsa da bu örneklerin standart çözüm gerektiren problemler olduğu için tam anlamıyla matematiksel modelleme uygulamaları olmadığı görülmektedir.

2.6. Matematiği Modelleme

Matematiği modelleme, matematikte kullanılan kavramların veya düşüncelerin manipülatif veya şekillerle ifade edilmesidir (Cirillo vd., 2016). Kısaca matematiksel kavramları veya fikirleri anlamak için matematiğin temsillerini kullanmayı ifade eder. Matematiği modellemede kullanılan temsiller; bir, iki veya üç boyutlu nesne (manipülatif) veya grafik ve resim (şekil) gibi materyallerdir. Manipülatif veya şekil gibi matematiğin temsilleri, öğrencilere matematiksel kavram ve fikirlerin aktarılması ve ilişkilerin fark ettirilmesi için önemlidir (Van de Walle, 2007).

Yapılan çalışmalarda matematiksel modelleme ile matematiği modelleme kavramların birbiri yerine kullanıldıkları görülmüştür. Fakat bu iki kavram aynı görülse de aslında aynı kavramlar değildir. Matematiksel modelleme gerçek dünyada başlayıp matematik dünyasına oradan da tekrar gerçek dünyaya dönen döngüsel bir süreç iken (Pollak, 2007), matematiği modelleme matematiğin dünyasında başlayıp ve orada biten bir süreçtir (Van De Walle vd., 2016).

3. MATERYAL VE YÖNTEM

3.1. Araştırma Modeli

Bu çalışma bir durum çalışmasıdır. Durum çalışması durum/durumların derinlemesine incelenmesidir. Bir durumun ortam, bireyler, olaylar, süreçler gibi çeşitli etkenleri bütüncül bir şekilde derinlemesine inceler ve ilgili durumu nasıl etkileyip, ilgili durumdan nasıl etkilendikleri üzerinde yoğunlaşır (Creswell, 2007; Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada matematik öğretmenlerine herhangi bir müdahalede bulunmadan onların Matematiksel Model, Matematiksel Modelleme ve Matematiği Modelleme hakkındaki düşünce ve sınıf içi uygulamalarını incelenmesi amaçlandığından durum çalışması yöntemi tercih edilmiştir. Bu yolla farklı ülkelerdeki öğretmenlerin bu kavramlar üzerindeki düşünceleriyle beraber uygulamaları derinlemesine ortaya konulacak ve ülkelere göre sınırlıda olsa karşılaştırma imkânı sağlayacaktır.

3.2. Katılımcılar

Bu çalışmanın katılımcılarını 2021-2022 eğitim öğretim yılında 11 farklı ülkede görev yapan 58 matematik öğretmeni oluşturmaktadır. Bu katılımcılar kolay ulaşılabilir olan kartopu örnekleme yöntemi kullanılmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bazı katılımcılar araştırmacının tanıdığı veya çevresinde görev yapan öğretmenlerdir. Diğer katılımcılar ise bu katılımcıların tanıdığı ve yönlendirdiği matematik öğretmenleridir. Bu öğretmenlerin ülkelere göre dağılımı Tablo 3.1’ de gösterilmiştir.

Tablo 3.1. Ülkelere göre katılımcı sayısı

Ülkeler	Katılımcı sayısı
Türkiye	31
Almanya	6
Romanya	6
Ürdün	4
Ukrayna	3
Danimarka	2
Polonya	2

Tablo 3.2. Ülkelere göre katılımcı sayısı (*devam*)

İsveç	1
Bosna Hersek	1
Hollanda	1
Finlandiya	1
Toplam	58

Tablo 3.1' e göre en fazla katılımcı Türkiye iken en az katılımcılar ise Bosna Hersek, Finlandiya, Hollanda ve İsveç ülkelerindendir. Katılımcıların çoğunluğunu Türkiye'den oluşturmasının sebepleri çalışmanın Türkiye'de yapılıyor olması ve Türkiye dışındaki öğretmenlere ulaşmadaki dil, kültür gibi bazı engellerin var olmasıdır. Çünkü Türkiye dışında ulaşılan bazı öğretmenler İngilizce bilmediğini ifade ederek çalışmaya katılmamışlardır. Katılımcıların görev yapma yılları ve cinsiyetlerine göre dağılımı ise Tablo 3.2 de verilmiştir.

Tablo 3.2. Katılımcıların görev yılları ve cinsiyetlerine göre dağılımı

<i>Değişken</i>	<i>Kadın</i>		<i>Erkek</i>		<i>Toplam</i>	
	<i>f</i>	<i>%</i>	<i>f</i>	<i>%</i>	<i>f</i>	<i>%</i>
<i>0-5</i>	18	45	0	0	18	31,1
<i>6-10</i>	8	20	9	50	17	29,3
<i>11+</i>	14	35	9	50	23	39,6
<i>Toplam</i>	40	100	18	100	58	100

Tablo 3.2' de görüldüğü gibi katılımcıların çoğunluğunu 11 yıldan fazla görev yapan ve kadın öğretmenler grubundakiler oluştururken beş yıldan az ve erkek öğretmenler grubunda hiçbir kişi bulunmamaktadır. Katılımcıların çoğunluğunun tecrübesinin 11 yıldan fazla olduğu görülmektedir.

Katılımcıların matematik derslerinde Matematiksel Modelleme uygulamalarını kullanım durumlarına ilişkin veriler ise Tablo 3.3' te verilmiştir.

Tablo 3.3. Katılımcıların matematiksel modelleme kullanım durumları

<i>Değişken</i>	<i>Frekans</i>	<i>Yüzde</i>
<i>Evet</i>	42	72,4
<i>Hayır</i>	7	12,1
<i>Kısmen</i>	3	5,2
<i>Fikrim yok</i>	2	3,4
<i>Boş bırakanlar</i>	4	6,9
<i>Toplam</i>	58	100

Tablo 3.3’ te görüldüğü gibi öğretmenlerin büyük çoğunluğu derslerinde Matematiksel Modelleme uygulamalarını kullandıklarını ifade etmişlerdir. Sınıflarında Matematiksel Modelleme uygulamalarını kullandıklarını söyleyen katılımcıların yaklaşık yarısını Türkiye’deki katılımcılar oluşturmaktadır. Sonuç olarak Matematiksel Modellemenin uygulamalarını sınıf içerisinde kullandıklarını, kısmen kullandıklarını ve kullanmadıklarını ifade edenler dikkate alındığında katılımcıların çok büyük çoğunluğunun Matematiksel Modelleme ve uygulamaları hakkında bilgi ve deneyimlerinin olduğu görülür.

Katılımcıların derslerinde matematiksel modelleme eğitimi alma durumları Tablo 3.4’ te verilmiştir.

Tablo 3.4. Katılımcıların matematiksel modelleme eğitimi alma durumları

<i>Ülkeler</i>	<i>Evet</i>	<i>Hayır</i>	<i>Boş</i>	<i>Toplam</i>
<i>Türkiye</i>	20	11	-	31
<i>Almanya</i>	4	2	-	6
<i>Romanya</i>	1	5	-	6
<i>Ürdün</i>	3	-	1	4
<i>Ukrayna</i>	2	1	-	3
<i>Danimarka</i>	1	1	-	2
<i>Polonya</i>	2	-	-	2
<i>İsveç</i>	-	1	-	1
<i>Bosna Hersek</i>	-	1	-	1
<i>Hollanda</i>	1	-	-	1

Tablo 3.4. Katılımcıların matematiksel modelleme eğitimi alma durumları (*devamı*)

<i>Finlandiya</i>	1	-	-	1
<i>Toplam</i>	35	22	1	58

Tablo 3.4’ te görüldüğü gibi öğretmenlerin yarısından fazlası matematiksel modelleme üzerine eğitim aldıklarını söylüyorlar. İsveç ve Bosna Hersek’teki katılımcılar eğitim almadıklarını söylerken; Polonya, Hollanda ve Finlandiya’daki katılımcılar matematiksel modelleme eğitimi aldıklarını söylemişlerdir. Türkiye, Almanya, Ukrayna ve Ürdün’deki katılımcıların büyük çoğunluğu ise matematiksel modelleme eğitimi aldıklarını belirtmişlerdir.

Matematiksel modelleme eğitimi alan katılımcıların bu eğitimleri nerelerde aldığına ilişkin veriler Tablo 3.5’ te verilmişti.

Tablo 3.5. Matematiksel modelleme eğitimi alan kişilerin eğitim aldıkları yerler

<i>Ülkeler</i>	<i>Lisans</i>	<i>Lisans Üstü</i>	<i>Proje</i>	<i>Seminer</i>	<i>Diğer</i>	<i>Toplam</i>
<i>Türkiye</i>	16	3	-	1	-	20
<i>Almanya</i>	1	1	-	2	-	4
<i>Romanya</i>	-	-	1	-	-	1
<i>Ürdün</i>	-	-	1	2	-	3
<i>Ukrayna</i>	-	-	-	2	-	2
<i>Danimarka</i>	-	-	-	-	1	1
<i>Polonya</i>	-	1	-	1	-	2
<i>İsveç</i>	-	-	-	-	-	0
<i>Bosna Hersek</i>	-	-	-	-	-	0
<i>Hollanda</i>	-	1	-	-	-	1
<i>Finlandiya</i>	1	-	-	-	-	1
<i>Toplam</i>	18	6	2	8	1	35

Tablo 3.5’ te görüldüğü gibi Matematiksel modellemeyi lisans eğitiminde alan kişilerin neredeyse tamamı Türkiye’deki öğretmenlerden oluşmaktadır. Lisans eğitiminden

eğitiminde alanlardan sonra en çok seminerler vasıtası ile eğitim alan katılımcı olduğu görülmektedir.

3.3. Veri Toplama Araçları ve Veri Toplama Süreçleri

Çalışmanın verileri; Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA), doküman incelenmesi ve görüşme formu yolu ile toplanmıştır. Veri toplama araçları aşağıda detaylıca açıklanmıştır.

MMDA: MMDA araştırmacı tarafından geliştirilmiştir. Öncelikle matematiksel model, matematiksel modelleme ve matematiği modelleme konularıyla ilgili alan yazın derinlemesine incelenmiş, açık uçlu ve çoktan seçmeli taslak sorular oluşturulmuştur. Bu sorular matematiksel modelleme konusunda çalışmaları ve deneşimi olan bir uzman ile değerlendirilmiştir. Bu süreçte “Matematiksel Modelleme nedir?” ve “Matematiği Modelleme nedir?” şeklindeki iki açık uçlu sorular katılımcıları yönlendirmeme adına sadece Matematiksel Modelleme nedir? sorusu altında birleştirilmesine karar verilmiştir. Buna göre Matematiksel Model ve Matematiksel Modelleme kavramları hakkında beş açık uçlu ve üç çoktan seçmeli soruları ihtiva eden taslak form hazırlanmıştır. Bu sorular şu şekildedir: “Matematiksel model nedir? Örneklerle açıklayınız?”, “Matematiksel modelleme nedir? Örneklerle açıklayınız?”, “Derslerinizde matematiksel modellemeyi kullanıyor musunuz? Kullanıyorsanız, nasıl kullanıyorsunuz? Örneklerle açıklayınız?”, “Derslerinizde matematiksel modellemeyi kullanıyorsanız, örnek çalışmalarınızı yükler misiniz?”, “Eğer Matematiksel Modelleme üzerine eğitim aldıysanız, bu eğitimi nerde aldınız?”, “Matematiksel modelleme eğitimi aldıysanız, bu eğitimlerde matematiksel modelleme ile ilgili neler öğrendiniz? Örneklerle açıklayınız?”, “Ülkenizdeki uyguladığınız müfredatta matematiksel modellemeye yer veriliyor mu? Örneklerle açıklayınız?”, “Ders kitaplarınız matematiksel modelleme örnekleri içeriyorsa, örnek resim yükler misiniz?”. Taslak form Google Formda kaydedilmiş ve bu form üzerinden pilot uygulama için Türkiye’den dokuz matematik öğretmenine gönderilmiştir. Bu öğretmenlerden Formu doldurmaları ve anlaşılmayan madde ve ifadeler hakkında dönüt vermeleri istenmiştir. Bu öğretmenler Formu doldurmuşlar ve tamamına yakını Formda bulunan madde ve ifadelerin açık anlaşılır olduklarını ifade etmişlerdir. Bunun üzerine nihai Form Türkçe ve İngilizce olmak üzere iki farklı şekilde

araştırmacı tarafından düzenlenmiştir. İngilizce Form, İngilizce öğretmeni tarafından incelenerek gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Düzenlemeleri yapılan İngilizce ve Türkçe yazılmış Formlar alan uzmanı tarafından son kez incelenmiş ve Formların son halleri Google Forma yüklenmiştir. Anket hazırlama aşamaları Şekil 3.1.'de gösterilmiştir.



Şekil 3.1. MMDA hazırlama süreci

Türkçe yazılan MMDA, Türkiye'deki katılımcılara whatsapp grupları ve sosyal medya aracılığı ile yollanmış ve bu Anketi doldurulmaları istenmiştir. İngilizce MMDA eTwinning projesi aracılığı ile daha önceden iletişim kurulan Türkiye dışı ülkelerdeki öğretmenlere e-mail adresi yolu ile yollanmış ve doldurulmaları sağlanmıştır.

Doküman İncelenmesi: Öncelikle MMDA ile öğretmenlerden Matematiksel Modelleme etkinliğinin yürütüldüğü süreçte kullanılan materyal ve/ya ders kitabı örnekleri istenmesine karar verilmiştir. Çünkü elde edilecek dokümanların incelenmesi ile öğretmenlerin anketlere verdikleri cevapları karşılaştırılarak daha derinlemesine araştırılması amaçlanmıştır. Bu doğrultuda MMDA'ya “Derslerinizde matematiksel modelleme kullanıyor kullanıyorsanız örnek yükler misiniz?”, “Ders kitaplarınız matematiksel modelleme örnekleri içeriyorsa örnek yükler misiniz?” şeklinde iki soru daha eklenerek öğretmenlerden bu dokümanları yüklenmesi istenmiştir. Dokümanları yükleyebilmeleri ve aynı katılımcılara ait verilerin bir arada olması amacı ile MMDA'ya doküman yükleme seçeneği konulmuştur. Katılımcılar dokümanları pdf ve jpg formatında yüklemişlerdir. MMDA üzerine dokümanları yükleyemediklerini belirten öğretmenler ise bu dokümanları e-mail yolu ile araştırmacıya ulaştırmışlardır.

Görüşme Formu: Alan uzmanı ile yapılan görüşmeler ile katılımcıların verdikleri cevaplar incelenmiştir. Bu incelemeler sonucunda bazı katılımcıların verdikleri cevaplarda anlaşılmayan kısımların olduğu fark edilmiştir. Bu kısımların daha net bir şekilde anlaşılması için her bir katılımcıya özel görüşme formu hazırlanmıştır. Çünkü görüşme formu araştırma problemlerinde derinlemesine ulaşmak için kullanılan en önemli yöntemlerdendir. Hazırlanan görüşme formu ile verdikleri cevapları daha ayrıntılı bir şekilde açıklamaları istenmiştir. Bu form Türkiye’deki iletişim bilgileri olan katılımcılara whatsapp yolu ile diğer ülkelerdeki katılımcılara ise mail üzerinden iletilmiştir. Bu süreç ana başlıkları ile Şekil 3.2’ de verilmiştir.



Şekil 3.2. Doküman incelemesi ve görüşme formu aşamaları

Şekil 3.2’ te görüldüğü gibi süreç aşama aşama ilerlemiştir. Her aşama uzman ile değerlendirilip gerekli eksiklikler tamamlanmış, eksiklikler için yeni alternatifler oluşturulmuştur.

Sonuç olarak anket, doküman incelenmesi ve görüşme formu ile katılımcılardan Matematiksel Modelleme ve Matematiği Modelleme bilgileri hakkında daha net bilgiler alınmaya çalışılmıştır.

3.4. Verilerin Analizi

İncelenen çalışmalar doğrultusundan öğretmenler ile yapılan nitel çalışmalarda öğretmenlerin matematiksel modelleme ve matematiği modelleme kavramları arasındaki

farkın tam olarak yapılamadığı gözlemlenmiştir. Bu doğrultuda ayrımın daha net anlaşılması için araştırmacı tarafından literatüre dayanarak matematiksel model, matematiksel modelleme, manipülatif malzemeleri ve şekilleri (manipülatifler veya şekilleri) ile matematiği modelleme tanım/özellik, gösterge ve örnekleri oluşturulmuştur ve Tablo 3.6' da gösterilmiştir. Oluşturulan bu Tablo 3.6' da matematiksel modelleme alanında uzman ile bu kuramsal çerçeve göz önünde bulundurularak tanım, gösterge ve örnekleri gözden geçirilerek son hali verilmiştir.



Tablo 3.6. Verilerin analiz şeması

<i>Kavramlar</i>	<i>Tanımlar</i>	<i>Karakteristik Özellikler</i>	<i>Örnekler</i>
<i>Manipülatifler veya Şekilleri</i>	Öğrencilerin matematiği uygulamalı öğrenebilmesi için birden fazla duyu organına hitap eden, çocuklar tarafından dokunulup hareket ettirilebilen öğretim aracı olarak kullanılan cisimler.	• Somut olması • İki veya üç boyutlu olması • Gerçek hayatın idealleştirilmiş halleri • Tek başına matematiksel anlam ifade etmezler. • Matematiğin kendisini açıklayan ürünler	• Pizzanın eş parçaları • Cebir karoları • Küpler • Onluk bloklar • Kesirlerin gösterimi vb
<i>Matematiği Modelleme</i>	Matematiği modelleme ise matematiksel işlem, kavram veya ilişkileri daha iyi anlamlandırmak için manipülatif veya şekillerin kullanılma süreci olarak ifade edilir.	• Matematik dünyasında başlayıp matematik dünyasında biten süreç • Matematik problemlerinin matematik dilinde çözülmesi	• Kesirler konusu anlatılırken sınıfa pizza getirilerek pizzanın eş parçalara ayrılması. • $(x+1)^2$ şeklindeki cebirsel bir ifadenin cebir karoları ile gösterimi.

Tablo 3.6. Verilerin analiz şeması (*devamı*)

		• Manipülatifler yardımı ile bir kavramı anlamlandırma • Somutlama Matematiği anlamlandırmak için kullanılır	• $3x+1$ şeklindeki cebirsel bir ifadenin “bir kalemin fiyatının üç katının 1 lira fazlası” şeklinde ifade edilmesi.
Matematiksel Model	Kişilerin karşı karşıya kaldıkları durum veya problemleri anlayabilmeleri ve yorumlayabilmeleri için gerekli olan matematik ile ilgili kavramsal araçlardır.	• Ürün olması • Sadece matematik dünyasının araçlarıdır	• Tablolar • Grafikler • Şehir haritaları • $F(x)=x+1$ şeklinde fonksiyonlar • $x=v.t$ şeklinde yol hız zaman gibi formüller • $z=2x+3y+5$ gibi denklemler

Tablo 3.6. Verilerin analiz şeması (devamı)

Matematiksel Modelleme	Matematiksel modelleme, gerçek dünya problemlerinin çözüm bulmak için matematiksel forma dönüştürülmesi olarak tanımlanmaktadır	• Model oluşturma süreci • Karışık olması • Gerçek dünyada başlayıp gerçek dünyada bitmesi • Döngüsel olması • Tek bir çözümünün olmaması • Tek bir sonucun olmaması • Birçok değişken içermesi • Gerçek hayat problemlerinin matematik dilinde çözülüp gerçek dünyaya aktarılması	• Büyük ayak problemi • Potaya atılan topun isabet etme durumunun araştırılması • Fermi problemleri • Dört kişilik bir ailenin toplu taşımayı mı yoksa kişisel araçlarını mı tercih etmesi daha ekonomik olur? Sorusuna cevap arama.
-------------------------------	---	--	--

Çerçeve doğrultusunda tabi tutulmuş ve yorumlanmıştır. Öncelikle araştırmacı tarafından tüm cevaplar okunmuş taslak bir tablo elde edilmiştir. Daha sonra Tablo 3.6.'da ortaya konulan teorik çerçeve göz önüne alınarak araştırmacı tarafından cevaplar tekrar okunmuş ve gruplandırılarak tablolaştırılmıştır.

Öğretmenlerin cevapları gruplandırılırken Tablo 3.6.'da bulunan her bir kavramın tüm ayırt edici özelliklerini yazmayıp en az bir ayırt edici özelliğini yazan öğretmenlerin cevapları kısmen doğru olarak kabul edilmiştir. Hiçbir ayırt edici özelliğini yazmayan öğretmenlerin cevapları ise yanlış olarak kabul edilmiştir.

Analiz sürecinde her bir kavramın tanımı ve örnekleri ayrı ayrı analiz edilmiştir. Analiz sürecinde katılımcı tarafından çalışmayla ilgili bir kavramın tanımının doğru yapıldığı fakat verdiği örneğin yanlış veya eksik olduğu görülmüştür. Tersine de bu kavramların tanımının yapılmayıp doğru örnekler verildiği tespit edilmiştir.

Yine öğretmenler tarafından gönderilen dokümanlar Tablo 3.6.'da gösterilen teorik çerçeve doğrultusunda gruplandırılarak tablolaştırılmıştır. Analizlerin geçerliliğini ve güvenilirliğini sağlamak için araştırmacıyla alan uzmanı tarafından bu analiz sonuçları değerlendirilmiş ortak karar ile analizler yapılmıştır. Son olarak öğretmen görüşlerinden elde edilen sonuçlar ve doküman incelemesinden elde edilen sonuçların benzerlik ve farklılıkları ortaya konularak yorumlanmıştır.

4. ARAŞTIRMA BULGULARI

Araştırmanın bu bölümünde araştırmanın alt problemlerine ilişkin verilerin analizinden, analiz sonuçlarından elde edilen bulgular ve değerlendirmesinden oluşmaktadır. Bu doğrultuda ilk olarak model kavramına ilişkin sorulara verilen cevaplar incelenmiştir.

4.1. Öğretmenlerin Matematiksel Model Hakkında Düşünceleri

Öğretmenlerin “Matematiksel model nedir? Örnek veriniz.” şeklindeki sorusuna verdikleri cevaplar incelendiğinde “Matematiksel modelin tanımını kısmen veya örnekleriyle doğru açıklayanlar” yanında “Matematiksel model yerine Manipülatif ve şeklin kullananlar”, “Matematiksel model ile matematiği modellemeyi birbiri yerine kullananlar”, “Matematiksel model ile Matematiksel modellemeyi birbiri yerine kullananlar”, “Matematiksel model tanımını yapmayıp önemini veya özelliklerini açıklayanlar” ve “Bu soruya cevap vermeyenler” şeklinde kategorilere ayrılmıştır. Bu kategoriler detaylıca incelenirse;

Bazı matematik öğretmenleri matematiksel modelin tanımını kısmen veya örnekleriyle doğru açıklamıştır. Bu öğretmenlerin verdikleri cevaplar Tablo 4.1’ de gösterilmiştir.

Tablo 4.1. Ükelere göre Matematiksel model tanımını kısmen doğru yapan öğretmenlerin dağılımı

<i>Ülkeler</i>	<i>Katılımcı sayısı</i>	<i>Matematiksel model tanımını kısmen doğru yapan katılımcı sayısı</i>	<i>%</i>	<i>Örnek veren katılımcı sayısı</i>	<i>%</i>
<i>Türkiye</i>	31	2	6,5	-	-
<i>Almanya</i>	6	1	16,6	1	16,6
<i>Finlandiya</i>	1	1	100	1	100
<i>Hollanda</i>	1	1	100	1	100
<i>Romanya</i>	6	1	16,6	-	-
<i>Ukrayna</i>	3	1	33,3	-	-
<i>Toplam</i>	48	7	15,6	3	6.3

Tablo 4.1' e göre çok az sayıda da olsa beş farklı ülkede bazı öğretmenlerin matematiksel model için doğruya yakın tanım veya örnek verdikleri görülmüştür. Aşağıda verilen katılımcıların ifadeleri bu durumun tipik örnekleridir.

Türkiye'den matematiksel modele bazı öğretmenler;

Ö39: “*Matematiksel modelleme süreci sonucunda elde ettiğimiz üründür.*”

Ö40 “*Bir durumu matematiksel kavramlarla, denklemlerle ifade etmektir.*”

Almanya'dan Ö34 matematiksel modeli:

“A mathematical model is for describing and calculating a real situation. The better the model, the better the predictions for the real situation.”

“Matematiksel bir model, gerçek bir durumu açıklamak ve hesaplamak içindir. Model ne kadar iyi olursa, gerçek durum için tahminler o kadar iyi olur.”

şeklinde tanımlarken

“Example. Describing with a model the amount of infected people of Corona-Virus. For making predictions how many people will be infected in future.”

“Corona-Virüs'ün bulaştığı insan miktarının bir modelle açıklanması. Gelecekte kaç kişinin enfekte olacağını tahmin etmek için.”

Örneğini vermiştir.

Finlandiya'daki Ö41 matematiksel modeli;

“Mathematical model is a calculation that describes a phenomenon in real life.”

“Matematiksel model, gerçek hayattaki bir olguyu tanımlayan bir hesaplamadır.”

şeklinde açıklarken,

*“A such model can be for example total price=unit price*amount i.e. $y=a*x$ where x is kilograms of apples, a is the price of apples per kilogram and y the price you pay for the apples.”*

*“Böyle bir model örneğın toplam fiyat=birim fiyat*miktar yani $y=a*x$ olabilir, burada x elmanın kilogramıdır, a elmanın kilogram başına fiyatıdır ve y elmalar için ödediğınz fiyattır.”*

Örneğini vermiştir.

Hollanda’dan Ö42 matematiksel modeli;

“Translating a real word problem into a mathematical model is a very important skill for students.”

“Gerçek bir sözlü problemi matematiksel bir modele çevirmek, öğrenciler için çok önemli bir beceridir.”

şeklinde açıklarken,

“For example, discovering the relationship between place, velocity and acceration via mathical functions. Another example are explaining populations growth via exponential functions”

“Yer, hız ve ivme arasındaki ilişkinin matematiksel fonksiyonlar aracılığıyla keşfedilmesi. Başka bir örnek, nüfus artışını üstel fonksiyonlarla açıklamaktır.”

Örneğini vermiştir.

Romanya’dan Ö43 matematiksel modeli;

“The mathematical model refers to rules, formulas, theories that are applied in solving mathematical exercises and problems”

“Matematiksel alıştırmaları ve problemleri çözmede uygulanan kuralları, formülleri, teorileri ifade eder.”

şeklinde tanımlamıştır.

Ukrayna’dan Ö44 matematiksel modeli;

“Уравнения, неравенства и их системы, функции, таблицы, графики и т.д.”

“Denklemler, eşitsizlikler ve sistemleri, fonksiyonları, tabloları, grafikleri vb.”

şeklinde tanımlamıştır.

Bazı matematik öğretmenleri Matematiksel Model ile Manipülatif veya Şekil Kavramlarını (MMİMŞK) birbirinin yerine kullandıkları ve bazılarının örneklendirdikleri görülmüştür. Bununla ilgili olarak öğretmenlerin verdikleri cevapların ülkelere göre dağılımı Tablo 4.2’ de gösterilmiştir.

Tablo 4.2. Ükelere göre Matematiksel model ile MMİMŞK’yı birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı

<i>Ülkeler</i>	<i>Katılımcı Sayısı</i>	<i>MMİMŞK kullanan katılımcı sayısı</i>	<i>%</i>	<i>Örnek veren katılımcı sayısı</i>	<i>%</i>
<i>Türkiye</i>	31	15	48,4	9	29
<i>Romanya</i>	6	1	16,6	1	16,6
<i>Ukrayna</i>	3	1	33,3	-	-
<i>Toplam</i>	40	17	42,5	10	25

Tablo 4.2’ ye göre diğer ülkelerden farklı olarak Türkiye’deki katılımcıların yaklaşık yarısı matematiksel model ile manipülatif ve şekilleri karıştırdığı görülmektedir. Aşağıda verilen katılımcıların ifadeleri bu durumun tipik örnekleridir.

Matematiksel modeli Türkiye’den bazı matematik öğretmenleri;

Ö1: *“Öğrencinin konuyu kavraması için materyallerle konuyu anlatmaktır. 2 tane cebirsel ifadenin çarpımını dikdörtgenin alan formülünden yola çıkarak karolarla anlatabiliriz.”*

Ö2: *“Matematiksel model soyut olan matematiği daha kolay anlamlandırmak için kullandığımız kavramlar, ifadeler kısacası matematiğin dili diyebiliriz.” şeklinde net olmayan bir tanımlama yapmış, “Kullandığımız sayı doğruları, kesirleri anlatırken kullandığımız şemalar, tam sayılarda işlemleri anlatırken kullandığımız birim kareler, özdeşlikleri anlatırken dikdörtgenin alanını kullanmamız gibi.”*

Ö3: *“Matematiği anlatırken dersimizde kullandığımız araç ve gereçlerdir”*

Ö4: “Konunun daha kolay anlaşılması için başvurulmuş bütün materyaller”

Ö5: “Bir konuyu görselleştirerek sunan görsel benzetim aracı. Kesrin değerini somutlaştırmak için çizdiğimiz pasta görseli.”

Ö6: “Matematiğin daha net bir şekilde kavranması için kullanılan materyaller” şeklinde tanımlarken “Örneğin eşitlik ve denklemler konusunda eşit kollu terazinin kullanılması” örneğini vermiştir.

Ö7: “İşlemleri anlamlandırabileceğimiz yöntem” şeklinde tanımlamıştır. Ö7 kişinin cevabının daha net anlaşılabilmesi için yapılan görüşme formu aracılığı ile iletişime geçilmiştir ve öğretmenden cevabını daha ayrıntılı açıklaması istenmiştir. Bunun üzerine Ö7 kişisi “Mesela cebirsel ifadeleri öğretirken cebir karoları matematiksel modeldir veya kesir anlatılırken kesir modelleri çizmek de buna örnektir. Ya da ders içeriğine uygun herhangi bir materyal de bir örnek olabilir” örneklerini vermiştir.

Ö8: “Formüllerin, soyut terimlerin günlük yaşamda somutlaştırılması. Örneğin cebir karoları gibi”

Ö9: “Matematikteki bazı olguların daha iyi açıklanması için şekil ya da resim gibi somut ürünlerin kullanılması ...”

Ö10: “matematiksel çözüm sürecidir” şeklinde tanımlamıştır. Ö10 kişinin verdiği cevabı daha net anlaşılabilmesi için görüşme formu aracılığı ile iletişime geçilmiştir. Bunun üzerine Ö10 kişisi “Özdeşlikler konusunda kullanılan cebir karoları”

Ö11: “Matematiksel model matematik eğitiminde bazı konuların en az iki boyutlu görsel haline getirilerek konunun mümkün olduğunca somutlaştırılmaya çalışılmasıdır. Örneğin bir cebirsel ifadenin çarpanlara ayrılması için cebir karolarının kullanılması.”

Ö12: “Matematiksel modelleme için kullanılan yapılardır. Kesirlerde toplama ve çıkarma için alanı parçalanmış dikdörtgenler.”

şeklinde açıklamışlardır.

Romanya’dan Ö13 matematiksel modeli,

“Children can "touch" math using math models.”

“Çocuklar matematik modellerini kullanarak matematiğe "dokunabilir"”

şeklinde açıklarken,

“For example, I can better understand medians in a triangle using paper triangles”

“Bir üçgendeiki medyanları kâğıt üçgenler kullanarak daha iyi anlayabilirim.”

Örneğini vermiştir.

Ukrayna’dan Ö14 matematiksel modeli;

“I like mathematical modeling. This makes it possible to use various mathematical tools.”

“Matematiksel modellemeyi severim. Bu, çeşitli matematiksel araçların kullanılmasını mümkün kılar.”

şeklinde tanımlamıştır.

Bazı matematik öğretmenleri matematiksel model ile matematiği modellemeyi birbiri yerine kullanmışlardır. Bu öğretmenlerin verdikleri cevapların dağılımı ülkelere göre Tablo 4.3’ te gösterilmiştir

Tablo 4.3. Ülkelere göre Matematiksel model ile matematiği modellemeyi birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı

<i>Ülkeler</i>	<i>Katılımcı sayısı</i>	<i>Matematiksel model yerine matematiği modellemeyi kullanan kişi sayısı</i>	<i>%</i>	<i>Örnek veren katılımcı sayısı</i>	<i>%</i>
<i>Türkiye</i>	31	9	29	2	6,5
<i>Almanya</i>	6	2	33,3	-	-
<i>Danimarka</i>	3	2	66,7	-	-
<i>Romanya</i>	6	1	16,6	-	-
<i>Ürdün</i>	4	2	50	-	-
<i>Toplam</i>	50	16	32	2	4

Tablo 4.3' e göre çalışmaya katılan tüm ülke öğretmenlerinde matematiksel model ile matematiği modellemeyi karıştırdıkları görülmektedir. Aşağıda verilen katılımcıların ifadeleri bu durumun tipik örnekleridir.

Matematiksel modeli Türkiye'deki öğretmenlerden bazıları;

Ö15: *“Matematiksel model bana göre matematiğin hayatta uygulanabilirliğidir”*

Ö16: *“Matematik sorularını günlük hayata uyarlanması”*

Ö19: *“Bir problem durumunun matematiksel terimlerle açıklanması. Örneğin cebir karoları”*

Ö20: *“Matematiksel kavramları ve terimleri kullanarak istenen ilişkiyi tanımlamak. Örneğin tam kare özdeşliğinde, iki kesrin çarpım modelinde, eğim konusunda kullanılabilir”*

Ö21: *“Matematiği somutlaştırma”*

Ö22: *“Matematiği örneklerle açıklama”*

şeklinde tanımlamışlardır.

Almanya'dan Ö23 matematiksel modeli;

“It is very important to work on models in order to explain the relevance of mathematics to the pupils and to make them understand why they learn what they learn”

“Öğrencilere matematiğin önemini anlatmak ve öğrendiklerini neden öğrendiklerini anlamalarını sağlamak için modeller üzerinde çalışmak çok önemlidir.”

şeklinde tanımlamıştır.

Danimarka'dan bazı öğretmenler matematiksel modeli;

Ö25: *“Important for our pupils to use applied and not theoretical maths”*

“Öğrencilerinizin teorik matematiği değil uygulamalı matematiği kullanması önemlidir”

şeklinde tanımlamıştır.

Ö26: “*A Mathematical model helps to understand the content*”

“*Matematiksel bir model içeriğin anlaşılmasına yardımcı olur*”

şeklinde tanımlamışlardır.

Romanya’dan Ö37 matematiksel modeli;

“*....A mathematical model is any tool that helps students understand the real-life use of mathematics.*”

“*...Matematiksel model, öğrencilerin matematiğin gerçek hayatta kullanımını anlamalarına yardımcı olan herhangi bir araçtır.*”

şeklinde tanımlamıştır.

Ürdün’den bazı öğretmenler matematiksel modeli;

Ö28; “*Modeling is very necessary to bring the concept closer to the student, and it helps the teacher to simplify the concept for his students, yes I use it.*”

“*Matematiksel kavramı öğrenciye tanımlamak için çok gereklidir ve öğretmenin öğrencileri için kavramı basitleştirmesine yardımcı olur, evet kullanıyorum*”

Ö29:

“*خلال من ، مختلفة علوم في قضايا أو نفسها الرياضيات في حقيقة قضايا أو بقضايا الاهتمام في الحساب استخدام يمكن التي الترتيبات أفضل واختيار ، ذلك بعد ومعالجتها المسألة هذه إدارة ثم عددية مسألة إلى الوجود مسألة تغيير ممكنًا ذلك كان إذا والتنبؤ المضاربة ذلك وبعد نديرها التي القضية بفكرة مقارنتها*”

“*Matematiğin gerçek durumlarda veya ilgi duyulan farklı bilimlerde sayısal durumlara uyarlanarak kullanılması, sürecin yönetilebilir olması, en iyi ekipmanların seçilmesi, yönettiğimiz, tahmin ettiğimiz durumlarla kıyaslanabilir olup olmadığını ortaya koyar.*”

Şekilde tanımlamışlardır.

Bazı matematik öğretmenleri matematiksel model ile matematiksel modellemeyi birbiri yerine kullanan matematiksel modellemeye yakın tanımlar yapan öğretmenlerin verdikleri cevapların dağılımı Tablo 4.4' te gösterilmiştir.

Tablo 4.4. Ülkelere göre Matematiksel model ile matematiksel modellemeyi birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı

<i>Ülkeler</i>	<i>Katılımcı sayısı</i>	<i>Matematiksel model yerine matematiksel modellemeyi kullanan kişi sayısı</i>	<i>%</i>	<i>Örnek veren kişi sayısı</i>	<i>%</i>
<i>Türkiye</i>	31	4	12,9	2	6,5
<i>Almanya</i>	6	2	33,3	2	33,3
<i>Polonya</i>	2	1	50	-	-
<i>Romanya</i>	6	1	16,6	-	-
<i>Ukrayna</i>	3	1	33,3	-	-
<i>Toplam</i>	46	9	19,6	4	8,7

Tablo 4.4' e göre beş farklı ülkede az sayıda da olsa bazı öğretmenler matematiksek model yerine matematiksel modellemeyi kullandıkları görülmektedir. Aşağıda verilen katılımcıların ifadeleri bu durumun tipik örnekleridir.

Türkiye'den bazı öğretmenler matematiksel modeli;

Ö30: “Günlük yaşamda karşımıza çıkan olayları matematik diliyle ifade etmeye denir. Mesela yasladığımız merdivenin düşmemesi için belli bir eğimde olmalı açısını oluştururken matematiksel düşünürüz.”

Ö32: “Gerçek hayat problemlerinin, matematiksel dil ve sembollerle ifade edilebilir hale getirilmiş, somutlaştırılmış halidir.”

Ö33: “Günlük hayat durumunun öğretime yansıtılması” şeklinde tanımlamıştır.

Matematiksel modeli Almanya'dan bazı öğretmenler;

Ö24: *“A mathematical model is an abstraction of a real situation which makes visible the inner structure.”*

“Matematiksel model, iç yapıyı görünür kılan gerçek bir durumun somutlaştırılmasıdır.”
şeklinde tanımlamıştır.

Ö35: *“In my teaching of mathematics I use regularly modelling of problems to translate problems into mathematical "language". Vice versa mathematical models can only be understood as a solvable problem, when the real-world-problem behind the numbers is understood.”*

“Matematik öğretimimde, problemleri matematiksel “dile” çevirmek için problemlerin modellenmesini düzenli olarak kullanırım. Aksi durumda, matematiksel modeller ancak sayıların ardındaki gerçek dünya sorunu anlaşıldığında çözülebilir bir sorun olarak anlaşılabilir.”

şeklinde tanımlamışlardır.

Polonya’dan Ö36 matematiksel modeli;

“A process that connects the reality around us with mathematics”

“Etrafımızdaki gerçekliği matematikle birleştiren bir süreç”

şeklinde tanımlamıştır.

Romanya’dan Ö27 matematiksel modeli;

“It is very important for our life. A model may help to explain a system and to study the effects of different components, and to make predictions about behavior.”

“Hayatımız için çok önemlidir. Bir model, bir sistemi açıklamaya ve farklı bileşenlerin etkilerini incelemeye ve davranış hakkında tahminlerde bulunmaya yardımcı olabilir.”

şeklinde tanımlamıştır.

Matematiksel modeli Ukrayna’dan Ö38;

“Mathematical modeling is the translation of a real situation into the language of mathematics. Mathematics is a tool for studying phenomena and processes. The value of mathematical knowledge is to be able to apply it to solve a specific problem. The applied direction of mathematics is the ability of students to use the acquired knowledge in practice (research of real phenomena, compiling mathematical models of problems and comparing the results with real ones) and in the study of natural sciences (physics, biology, geography, astronomy, chemistry).”

“Matematiksel modelleme, gerçek bir durumun matematik diline çevrilmesidir. Matematik, olayları ve süreçleri incelemek için bir araçtır. Matematiksel bilginin değeri, onu belirli bir problemi çözmek için uygulayabilmektir. Matematiğin uygulamalı yönü, öğrencilerin edindikleri bilgileri pratikte (gerçek fenomenlerin araştırılması, problemlerin matematiksel modellerinin derlenmesi ve sonuçların gerçek olanlarla karşılaştırılması) ...”

şeklinde tanımlamıştır

Matematiksel model için tam bir tanım yapmayıp önemi ve/veya özelliklerinden bahseden öğretmenlerin dağılımı ise Tablo 4.5’ te gösterilmiştir.

Tablo 4.5. Ülkelere göre Matematiksel model tanımı yapmayıp önemi ve/veya özelliklerinden bahseden öğretmenlerin dağılımı

<i>Ülkeler</i>	<i>Katılımcı sayısı</i>	<i>Matematiksel Model Tanımı Yapmayıp Öneminden Bahsedenler</i>	<i>%</i>
<i>Bosna Hersek</i>	1	1	100
<i>İsveç</i>	1	1	100
<i>Polonya</i>	2	1	50
<i>Toplam</i>	4	3	75

Tablo 4.5’ te 3 ülkeden 4 matematik öğretmenin matematiksel model için tam bir tanım yapmayıp öneminden bahsettiği görülmüştür. Aşağıda verilen katılımcıların ifadeleri bu durumun tipik örnekleridir.

Bosna Hersek’ten Ö45 matematiksel modeli;

“It is important way of popularization of math.”

“Matematiğin yaygınlaşmasının önemli bir yoludur.”

şeklinde tanımlamıştır.

İsveç’ten Ö46 Matematiksel modeli;

“I like it and it’s very important that the students get them in an early stage.”

“Bunu beğendim ve öğrencilerin bunları erken dönemlerde öğrenmeleri çok önemli.”

şeklinde cevap vermiştir.

Polonya’dan Ö47 kişisi matematiksel modeli

“Mathematical modeling is a very important concept in the primary school where I work. I can give examples.”

“Matematiksel modelleme, çalıştığım ilkokulda çok önemli bir kavramdır.”

Tanımını yapmıştır.

Matematiksel model hakkında bilgisi olmadığını yazanlar veya cevap yazmayanların dağılımı Tablo 4.6’ da gösterilmiştir.

Tablo 4.6. Ülkelere göre matematiksel model hakkında bilgisi olmayan veya cevap yazmayan öğretmenlerin dağılımı

<i>Ülkeler</i>	<i>Bilgisi olmayanlar Kişi Sayısı</i>	<i>Yanıtlamayanlar Kişi Sayısı</i>
<i>Almanya</i>	1	1
<i>Romanya</i>	-	2
<i>Ürdün</i>	-	2
<i>Toplam</i>	1	5

Tablo 4.6’ ya göre az sayıda da olsa üç ülkeden altı öğretmen model hakkında bilgisi olmadığı ve cevap vermediği görülmüştür.

Matematiksel model ile ilgili öğretmenlerin verdikleri cevapları bir bütün olarak gözükmesi için tüm durumlar Tablo 4.7’te gösterilmiştir.



Tablo 4.7. Matematiksel model tanımlarının ayrıntılı tablosu

	<i>Türkiye</i>	<i>Romanya</i>	<i>Almanya</i>	<i>Ukrayna</i>	<i>Danimarka</i>	<i>İsveç</i>	<i>Bosna Hersek</i>	<i>Polonya</i>	<i>Ürdün</i>	<i>Hollanda</i>	<i>Finlandiya</i>
<i>Soyut kavramların somutlaştırılması</i>	3										
<i>Derste kullanılan tanımlar, açıklamalar, formüller, tablo ve grafikler.</i>	7	2	1	1	1				1		
<i>Derste kullanılan nesne, sembol, materyal.</i>	10	1		1							
<i>Matematik ve gerçek hayat ilişkisi</i>	3	1	2					1	1	1	1
<i>Matematik probleminin matematik diliyle ifade edilmesi.</i>	4										
<i>Gerçek hayat problemleri çözümünde matematik dili kullanılması.</i>	3		1	1							
<i>Diğer</i>	1				1	1	1	1			
<i>Cevap vermeyenler</i>		2	2						2		
Toplam	31	6	6	3	2	1	1	2	4	1	1

4.2. Öğretmenlerin Matematiksel Modelleme Hakkındaki Düşünceleri

Bu bölümde öğretmenlerin matematiksel modelleme kullanımı ve müfredatlarında bulunma durumları göz önünde bulundurularak “Matematiksel modelleme nedir? Örneklerle açıklayabilir misiniz?” sorusuna verdikleri cevaplar incelenmiştir. Bunun için öğretmenlerin “Derslerinde matematiksel modelleme kullanıyor musunuz?” sorusuna ilişkin verdikleri cevaplar Tablo 4.8’ de gösterilmiştir.

Tablo 4.8. Katılımcıların Matematiksel Modelleme derslerinde kullanım durumları

<i>Ülkeler</i>	<i>Evet</i>	<i>Hayır</i>	<i>Boş</i>	<i>Toplam</i>
<i>Türkiye</i>	25	5	1	31
<i>Almanya</i>	5	1	-	6
<i>Romanya</i>	4	1	1	6
<i>Ürdün</i>	1	1	2	4
<i>Ukrayna</i>	3	-	-	3
<i>Danimarka</i>	2	-	-	2
<i>Polonya</i>	2	-	-	2
<i>İsveç</i>	1	-	-	1
<i>Bosna Hersek</i>	1	-	-	1
<i>Hollanda</i>	1	-	-	1
<i>Finlandiya</i>	1	-	-	1
<i>Toplam</i>	46	8	4	58

Tablo 4.8’ de incelendiğinde öğretmenlerin büyük çoğunluğu derslerinde Matematiksel Modelleme uygulamalarını kullandıklarını ifade etmişlerdir. Sınıflarında Matematiksel Modelleme uygulamalarını kullandıklarını söyleyen katılımcıların yaklaşık yarısını Türkiye’deki katılımcılar oluşturmaktadır. Matematiksel Modellemenin uygulamalarını sınıf içerisinde kullandıklarını, kısmen kullandıklarını ve kullanmadıklarını ifade edenler dikkate alındığında katılımcıların çok büyük çoğunluğunun Matematiksel Modelleme ve uygulamaları hakkında bilgi ve deneyimlerinin olduğunu ifade etikleri görülür.

Yine katılımcılara göre ders kitaplarındaki matematiksel modelleme bulunma durumları ait veriler Tablo 4.9’ da gösterilmiştir.

Tablo 4.9. Ders kitaplarındaki matematiksel modelleme bulunma durumları

<i>Ülkeler</i>	<i>Evet</i>	<i>Hayır</i>	<i>Toplam</i>
<i>Türkiye</i>	22	9	31
<i>Almanya</i>	4	2	6
<i>Romanya</i>	5	1	6
<i>Ürdün</i>	4	-	4
<i>Ukrayna</i>	3	-	3
<i>Danimarka</i>	2	-	2
<i>Polonya</i>	2	-	2
<i>İsveç</i>	1	-	1
<i>Bosna Hersek</i>	-	1	1
<i>Hollanda</i>	1	-	1
<i>Finlandiya</i>	1	-	1
<i>Toplam</i>	45	13	58

Tablo 4.9’da görüldüğü gibi öğretmenlerin büyük çoğunluğu ders kitaplarında matematiksel modelleme örneği olduğunu söylemiş. Türkiye, Almanya ve Romanya’da ise bazı öğretmenler var derken bazı öğretmenler ders kitaplarında matematiksel modellemeye yer verilmediğinden bahsetmiştir. Bu durumun daha net anlaşılması için evet cevabı veren öğretmenlerin doküman olarak yükledikleri görsellerle karşılaştırılacaktır.

Öğretmenlerin derslerinde matematiksel modelleme kullanımı ve ders kitaplarında matematiksel modelleme bulunma durumuna ilişkin veriler göz önünde bulundurularak “Matematiksel modelleme nedir? Örnek veriniz.” şeklindeki soruya verdikleri cevaplar ve yükledikleri dokümanlar incelendiğinde “Matematiksel modelleme tanımını kısmen veya örnekleriyle doğru açıklayanlar” yanında “Matematiksel modelleme yerine manipülatif ve şekilleri kullananlar”, “Matematiksel modelleme yerine matematiği modellemeyi kullananlar”, “Matematiksel modelleme tanımı yapmayıp örnek veren öğretmenler” ve “Matematiksel modelleme hakkında fikir belirtmeyen öğretmenler” şeklinde kategorilere ayrılmıştır. Bu kategoriler detaylıca incelenirse;

Matematiksel modelleme tanımını kısmen veya örnekleriyle doğru açıklayan öğretmenlerin ülkelere göre dağılımı Tablo 4.10’ da gösterilmiştir.

Tablo 4.10. Ülkelere göre Matematiksel modelleme tanımını kısmen veya örnekleri ile doğru açıklayanların dağılımı

<i>Ülkeler</i>	<i>Katılımcı sayısı</i>	<i>Matematiksel Modelleme tanımını kısmen doğru yapanlar</i>	<i>%</i>	<i>Örnek Veren Katılımcılar</i>	<i>%</i>
<i>Türkiye</i>	31	13	41,9	5	16,1
<i>Almanya</i>	6	5	83,3	4	66,7
<i>Romanya</i>	6	2	33,3	2	33,3
<i>Finlandiya</i>	1	1	100	1	100
<i>Danimarka</i>	2	1	50	1	50
<i>Polonya</i>	2	1	50	-	-
<i>Ukrayna</i>	3	1	33,3	1	33,3
<i>Ürdün</i>	4	1	25	1	25
<i>Toplam</i>	55	25	50,9	15	27,3

Tablo 4.10’ da ülkelere göre dağılımları gösterilen öğretmenlerin verdikleri cevaplarda öğretmenlerin büyük çoğunluğu doğruya yakın tanım yaptıkları görülmektedir.

Türkiye’den Ö2; “*Matematiksel modelleme ise gerçek hayat problemlerine modelleme yoluyla çözümler üretmedir.*” Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi ders kitaplarında bulunan matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“*Evet yer veriliyor. Müfredatta ve kazanımda karşımıza geliyor.*” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.1’de gösterilmiştir.

Tiyatro

İnsanlar ve toplum açısından kültürel gelişmeyi sağlayan önemli faktörlerden biri de tiyatrodur. Tiyatro; insanlara sanatı birebir yaşatabilen, aktarabilen bir etkinliktir. Tiyatro izleyenler; kamu bilincine sahip olma, toplumun bir üyesi olduğunu görme, problemleri üzerine düşünme ve problemlerini yargılama şansına sahip olmaktadır.

Türkiye İstatistik Kurumu (TÜİK) verilerine göre 2018-2019 sezonunda ülkemizde 7 899 547 seyirci tiyatroya gitmiştir.

Siz en son ne zaman bir tiyatro izlediniz?

Yanda bir tiyatroya ait oturma planı gösterilmiştir. Bu plana göre A ve B kısımlarında kaç kişilik koltuk olduğunu tek tek saymadan bulabilir misiniz?

A ve B kısımlarındaki koltuk sayısını ayrı ayrı hesaplamadan bu tiyatrodaki toplam kaç koltuk olduğunu nasıl bulabilirsiniz?

BUNU DENEYELİM

Kare Boyayalım

Araç ve Gereçler: renkli kalem, kâğıt.

- Yandaki kareli kâğıdı yatay veya dikey çizgiler üzerinden olmak şartıyla iki kısma ayırınız.
- Ayırdığınız kısımlardan birindeki karelerin hepsini renkli kaleminizle boyayınız.
- Boyadığınız kısımdaki karelerin sayısını kareleri tek tek saymadan bulabilir misiniz? Yaptığınız işlemleri kâğıdınıza not alınız.
- Aynı işlemi boyamadığınız kısımlardaki karelerin sayısı ve tüm karelerin sayısı için yapınız.
- Boyadığınız ve boyamadığınız karelerin sayısını bulurken kullandığınız sayılardan ortak olanı var mı?
- Ortak olan sayı varsa bu sayıyı tüm karelerin sayısını hesaplarken de kullandınız mı?
- Ortak olmayan sayılar arasında bir ilişki var mı?

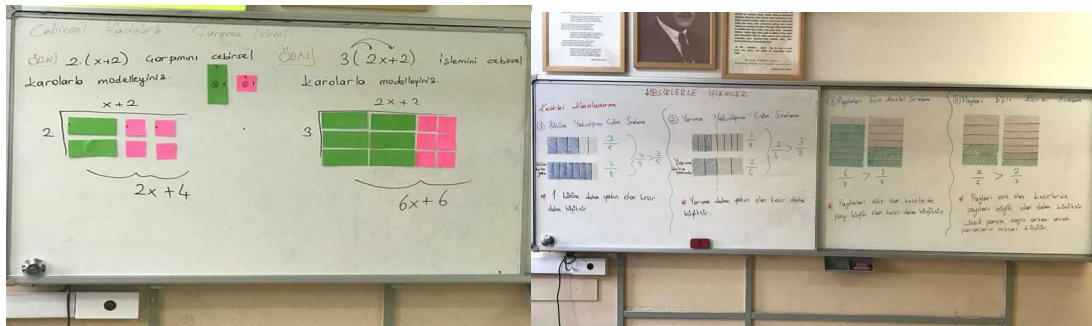
Şekil 4.1. Ö2 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme üzerine eğitim aldığı söyleyen Ö2 kişinin yaptığı matematiksel modelleme tanımı da ders kitaplarından yüklediği örnekte matematiksel modellemeyi tam olarak karşılamasa da kısmen doğru olmaktadır.

Ö10 “Günlük hayat problemlerine matematiksel süreçlerle cevap aramaktır.” matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlamıştır.

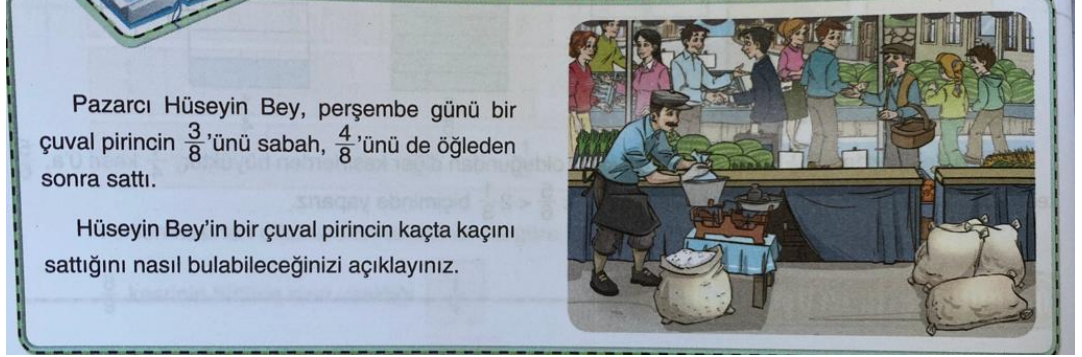
“Evet ama çok basit düzeyde”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.2’ de gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Ö10 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak yüklediği görsel Şekil 4.3’ te gösterilmiştir.



Şekil 4.3. Ö10 kişinin derslerde kullandığı diğer matematiksel modelleme örneği

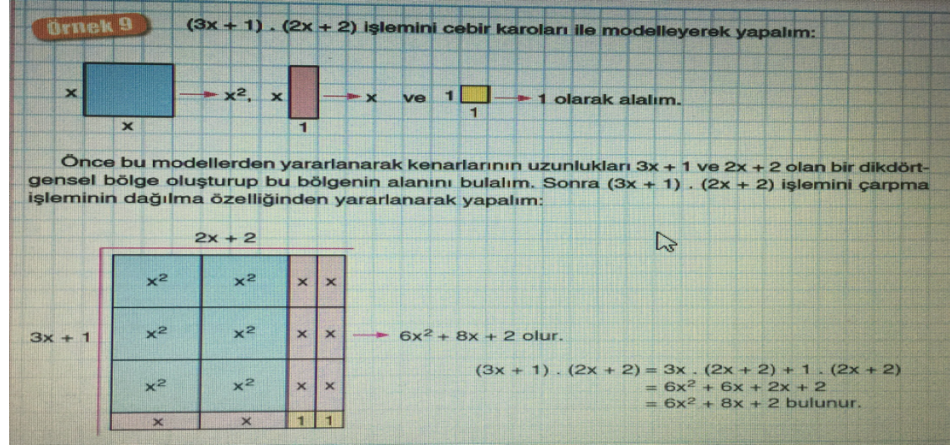
Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö10 kişinin yaptığı kısmen doğru olan matematiksel modelleme tanımı sadece gerçek hayattan matematik dünyasına geçişten bahsedilmekte fakat döngüsellik içermemektedir. Yüklediği görsellere bakınca aslında matematiği modelleme ile matematiği modellemeyi karıştırdığı görülmektedir.

Ö11 matematiksel modellemeyi “*Matematiksel modelleme; matematiksel modellerin öğrenciye öğretme sürecidir. Cebirsel ifadelerin cebir karoları ile öğrencilere kavratılma sürecidir.*” şeklinde tanımlamıştır. Burada tanımı kısmen doğru iken verdiği örnekte matematiksel modelleme ile matematiği karıştırdığı görülmektedir.

Ö17 matematiksel modellemeyi “*Günlük hayattan alınan problem veya problem durumu ile alakalı varsayımda bulunma, matematikselleştirme, matematiksel model ya da matematik dünyası ve gerçek dünya arasındaki tüm bu sürecin tamamı matematiksel modelledir.*” şeklinde tanımlamıştır.

Ö18: “*Herhangi bir olayı matematiksel olarak ifade etmektir*” Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“*Evet tamamen modellemeye yer verilme de kısmen yer veriliyor*” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.4’ te gösterilmiştir.



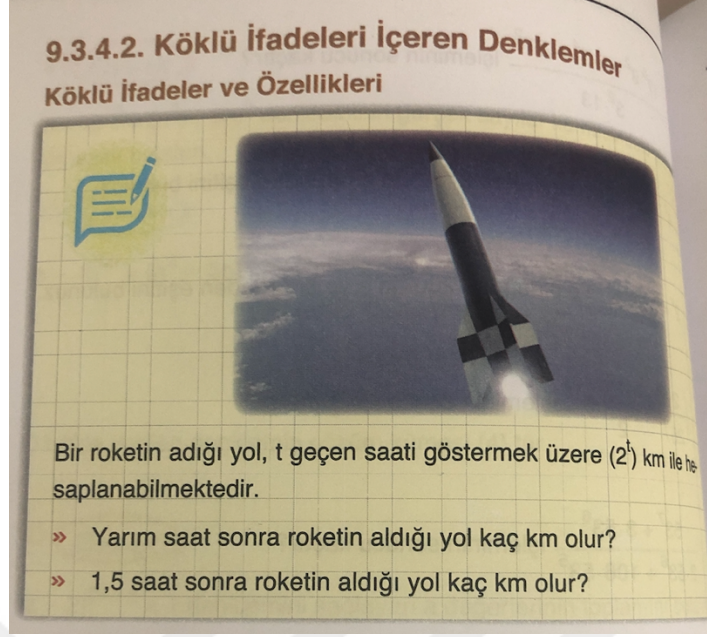
Şekil 4.4. Ö18 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö18 kişinin tanımları kısmen doğru olsa da ders kitaplarından yüklediği doküman matematiği modelleme örneğidir.

Ö30 matematiksel modellemeyi “*Matematiksel model için yapılan süreç*” şeklinde tanımlamıştır.

Ö31: “*Matematiksel modelleme günlük hayatta karşılaştığımız durumları, olayları ve problemleri matematiksel ifadeler kullanarak açıklamak, yorumlamak ve çözmek olarak ifade edebilirim. Örnek verecek olursak çember konusunu işlerken dünya şeklinin modelini kullanarak hazırladığımız maketiyle çap yarıçap vs hesaplarını dünyanın yarıçapıyla ilişkilendirebilir.*” Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“*Evet kullandığımız kitap fen lisesi kitabı olduğu için alıştırmalarda konu anlatım kısımlarında bunlara yer veriyorlar. Örneğin üçgen benzerliği konusunda gölge yansımalarında alakalı soru örneğini verebilirim*” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.5’ te gösterilmiştir.



Şekil 4.5. Ö31 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi almamış olan Ö31 kişinin yaptığı tanım döngüsellikten bahsetmeyen kısmen doğru bir tanım olsa da verdiği örnek çemberler konusunu anlatabilmek için kullanılan matematiği modelleme örneğidir. Yüklelediği dokümanda aslında matematiğin uygulamasının örneğidir.

Ö32 matematiksel modellemeyi “*Gerçek hayat problemlerinin, matematiksel dil ve terimleriyle ifade edilebilmesidir...*” şeklinde tanımlamıştır.

Ö39 matematiksel modellemeyi “*Karşılaştığımız gerçek hayat problemlerini matematiksel ifadelerle matematik dünyasına aktarma işlemidir.*” şeklinde tanımlamıştır.

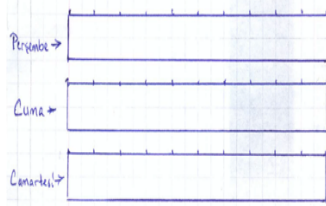
Ö51: “*Model geliştirme, hazırlama ve kullanma sürecidir. Örneğin paydaları eşit olmayan kesirlerin neden toplanamayacağını öğrencilere kavratılabilmek için uygun bir modelin tasarlanması ve bu modele uygun materyalin hazırlanması bir modelleme sürecidir.*” Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“*Konularda geri kalsam da Matematiksel modellemeden her sınıf düzeyinde faydalaniyorum. Kazanımlara uygun olarak çalışma kağıtları ve materyaller hazırlıyorum. Modellemenin öğrencilerin hem işlemsel öğrenmelerine hem de özellikle*

kavramsal öğrenmelerine katkı sağladığını düşünüyorum.” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.6’ da gösterilmiştir.

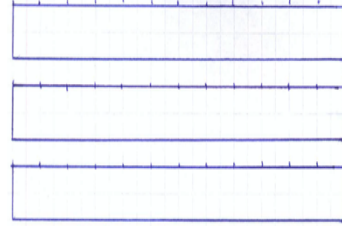
1- PAYDALARI EŞİT KESİRLERİ SİRALAMA

ÖRNEK-1) Erzurum Devlet Tiyatrosu sahnesindeki koltukların Perşembe $\frac{5}{10}$ 'i, Cuma $\frac{9}{10}$ 'u, Cumartesi günü ise $\frac{7}{10}$ 'si dolmuştur. Doluluk oranına göre büyükten küçüğe sıralama yapınız.



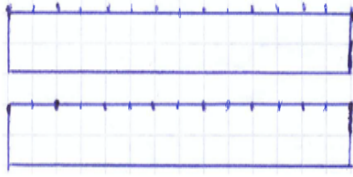
2- PAYLARI EŞİT KESİRLERİ SİRALAMA

ÖRNEK-2) Çalıkuşu adlı romanın Elif $\frac{2}{6}$ 'sini, Azra $\frac{2}{3}$ 'sini ve Mehmet $\frac{2}{12}$ 'sini okuduğuna göre bu öğrencileri çok okuyandan az okuyana doğru sıralayınız.



2- PAYDARI EŞİT OLMAYAN KESİRLERİ SİRALAMA

ÖRNEK-3) Bir deneme sınavındaki soruların Enes $\frac{11}{14}$ 'ini, Ömer ise $\frac{6}{7}$ 'sini doğru cevapladığına göre hangisi bu sınavda daha başarılıdır? Karşılaştırınız.



2. $\frac{3}{10}, \frac{9}{10}, \frac{1}{10}, \frac{6}{10}$ kesirlerini küçükten büyüğe doğru sıralayalım:

Bu kesirlerin paydaları birbirine eşittir. Boyalı bölgelerin büyüklüklerini karşılaştırdığımızda en büyük kesrin $\frac{9}{10}$ ve en küçük kesrin $\frac{1}{10}$ olduğunu görürüz. Buna göre, $\frac{1}{10} < \frac{3}{10} < \frac{6}{10} < \frac{9}{10}$ olur.

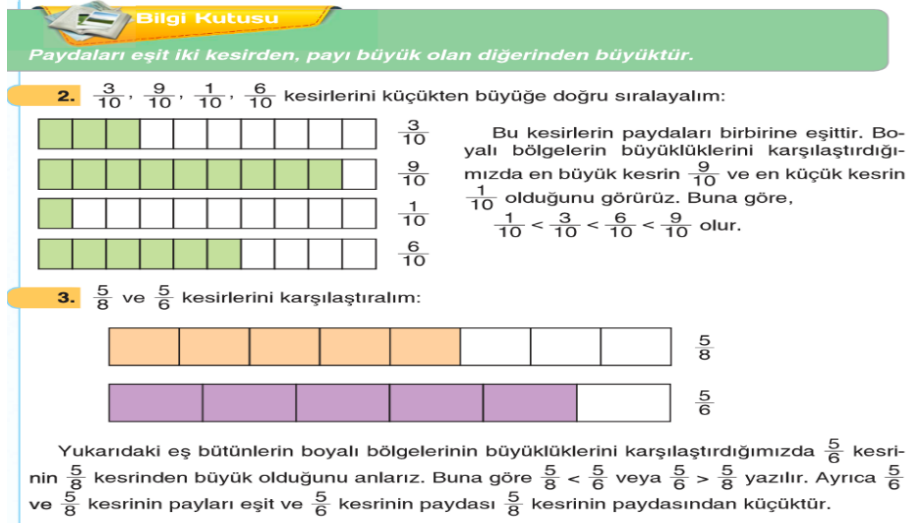
3. $\frac{5}{8}$ ve $\frac{5}{6}$ kesirlerini karşılaştıralım:

Yukarıdaki eş bütünlerin boyalı bölgelerinin büyüklüklerini karşılaştırdığımızda $\frac{5}{6}$ kesrinin $\frac{5}{8}$ kesrinden büyük olduğunu anlarız. Buna göre $\frac{5}{8} < \frac{5}{6}$ veya $\frac{5}{6} > \frac{5}{8}$ yazılır. Ayrıca $\frac{5}{8}$ ve $\frac{5}{6}$ kesirinin payları eşit ve $\frac{5}{6}$ kesrinin paydası $\frac{5}{8}$ kesrinin paydasından küçüktür.

Şekil 4.6. Ö51 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Çok az. Kurallar ezberletilerek kavramsal öğrenmeden ziyade işlemsel öğrenmeye önem veriliyor.” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.7’ de gösterilmiştir



Şekil 4.7. Ö51 kişinin ders kitaplarından diğer matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi almamış olan Ö51 kişisi süreç olmasından bahseden kısmen doğru bir tanım yapsa da yüklediği örnekler kesirler konusunu anlatabilmek için kullanılan yöntemler olduğu için matematiği modelleme örneğidir.

Ö52 kişisi matematiksel modellemeyi “*Matematiksel model hazırlama süreci*” şeklinde tanımlamıştır.

Almanya’dan bazı öğretmenlerin verdikleri cevaplar şu şekildedir;

Ö23:

“if the pupils only learn theoretically, they will not be able to solve mathematical problems in real life, they would not even see the underlying mathematical structure”

“Öğrenciler sadece teorik olarak öğrenseler, gerçek hayatta matematik problemlerini çözemezler, altta yatan matematiksel yapıyı bile göremezler.”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“Yes, we use it in our lessons. E.g. using/making surveys for statistics, solving every-day-problems with the rule of three and percentace-calculation”

“Evet derslerimizde kullanıyoruz örneğin istatistik için anket yapma/kullanma, üç kuralı ve yüzde hesaplama ile günlük problemleri çözme”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.8’ de gösterilmiştir.

Maßstabsgetreu umrechnen
convert to scale

1. Wie groß ist das Haus in Wirklichkeit? (runde immer auf ganze Zentimeter)



	Länge in der Zeichnung (in cm)	Länge in Wirklichkeit (in m)
Breite		7 m
Höhe		
Fensterbreite		
Türhöhe		

2. Der Turm hat in Wirklichkeit eine Höhe von 12 m bis zur Fahnenstange.



Berechne die gesuchten Größen:

	Länge in der Zeichnung (in cm)	Länge in Wirklichkeit (in m)
Höhe (insgesamt)		12 m
Breite (unten)		
Höhe (Fahnenmast)		
Höhe (ohne Dach)		

*3. Berechne die fehlenden Angaben und vergrößere dann das Strichmännchen:

	Kopfhöhe	Kopfbreite	Oberkörperlänge	Beinlänge	Fußlänge	Armlänge
Größe in Wirklichkeit (in cm)	1 cm	1 cm	3 cm	2 cm	0,5 cm	1,5 cm
Länge in deiner Zeichnung (in cm)				6 cm		



maßstabsgetreu umrechnen
convert to scale

1. Wie groß ist das Haus in Wirklichkeit? (runde immer auf ganze Zentimeter)



	Länge in der Zeichnung (in cm)	Länge in Wirklichkeit (in m)
Breite (from left to right)		7 m
Höhe		
Fensterbreite (window)		
Türhöhe (door)		

2. Der Turm hat in Wirklichkeit eine Höhe von 12 m bis zur Fahnenstange.



Berechne die gesuchten Größen:

	Länge in der Zeichnung (in cm)	Länge in Wirklichkeit (in m)
Höhe (insgesamt)		12 m
Breite (unten)		
Höhe (Fahnenmast)		
Höhe (ohne Dach)		

*3. Berechne die fehlenden Angaben und vergrößere dann das Strichmännchen:

	Kopfhöhe	Kopfbreite	Oberkörperlänge	Beinlänge	Fußlänge	Armlänge
Größe in Wirklichkeit (in cm) reality	1 cm	1 cm	3 cm	2 cm	0,5 cm	1,5 cm
Länge in deiner Zeichnung (in cm) drawing				6 cm		



Machine Translated by Google

Ölçeğe dönüştür

1. Ev gerçekte ne kadar büyük? (her zaman tam santimetreye yuvarla)



	uzunluk Çizim (cm olarak)	uzunluk gerçeklik (m cinsinden)
Kalın		7 m
pencere genişliği		
kapı yüksekliği		

2. Kule aslında bayrağın tepesinden 12 m yüksekliktedir.



Aradığınız miktarları hesaplayın:

	uzunluk Çizim (cm olarak)	uzunluk gerçeklik (metre)
yükseklik (toplam)		12 m
genişlik (alt)		
Yükseklik (Bayrak Direği)		
yükseklik (çatısız)		

*3. Eksik bilgileri hesaplayın ve ardından çubuk şekli büyütün:

	kafa yüksekliği	kafa genişliği	gövde uzunluğu	bacak uzunluğu	ayak uzunluğu	kol uzunluğu
boyutu Gerçeklik (cm cinsinden)	1cm	1cm	3cm	2cm	0,5 cm	1,5 cm
uzunluk senin Çizim (cm olarak)				6cm		



Machine Translated by Google

Ölçeğe dönüştür

1. Ev gerçekte ne kadar büyük? (her zaman tam santimetreye yuvarla)



	uzunluk Çizim (cm olarak)	uzunluk gerçeklik (m cinsinden)
Kalın (from left to right)		7 m
genişlik		
pencere genişliği (window)		
kapı yüksekliği (door)		

2. Kule aslında bayrağın tepesinden 12 m yüksekliktedir.



Aradığınız miktarları hesaplayın:

	uzunluk Çizim (cm olarak)	uzunluk gerçeklik (m olarak)
yükseklik (toplam)		12 m
genişlik (alt)		
Yükseklik (Bayrak Direği)		
yükseklik (çatısız)		

*3. Eksik bilgileri hesaplayın ve ardından çubuk şekli büyütün:

	kafa yüksekliği	kafa genişliği	gövde uzunluğu	bacak uzunluğu	ayak uzunluğu	kol uzunluğu
boyutu Gerçeklik (cm cinsinden) reality	1cm	1cm	3cm	2cm	0,5 cm	1,5 cm
uzunluk senin Çizim (cm olarak) drawing				6cm		



Şekil 4.8. Ö23 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak;

“We have modeling exercises at the end of most of the chapters in our school-books, I do not know if this is obligatory, but I guess so”

“Okul kitaplarımızda çoğu bölümün sonunda modelleme çalışmaları var, bu zorunlu mu bilmiyorum ama sanırım öyle”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.9’ da gösterilmiştir



Şekil 4.9. Ö23 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme üzerine eğitim almadığını söyleyen Ö23 kişisi kısmen doğru bir tanım yapmakla birlikte yükledikleri dokümanlarda kısmen doğru matematiksel modelleme örneği olarak kabul edilebilir.

Ö24;

“Mathematical Modeling is to consider the world around us from a mathematical point of view.”

“Matematiksel Modelleme, etrafımızdaki dünyayı matematiksel bir bakış açısıyla ele almaktır.”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“I use mathematical modeling in context of functions p.ex. if you compare offers of different phone providers”

“Matematiksel modellemeyi p.ex fonksiyonları bağlamında kullanıyorum. Farklı telefon sağlayıcılarının tekliflerini karşılaştırırsanız”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.10’ da gösterilmiştir.

Für wen lohnt sich die Kino-Flatrate?

Bei der Kinokette CINEMAXX gibt es besonderes Angebot für Kinogänger:

ENDLICH: 1-mal zahlen, X-mal ins Kino.

Oftendrucktes Wort: Kino-Flatrate! Ist das nicht das, was Sie jetzt auch alle hören? Hier ist es: ein einziges Mal zahlen, dann können Sie das ganze Kino im Kino-Netzwerk oder im Kino-Netzwerk MAXIMUM 3D format genießen wählen – mit der Cinemaxx Gold- oder SilverCard haben Sie ein ganzes Jahr, mit der SilverCard ein halbes Jahr lang freien Eintritt in jeden Film Ihrer Wahl.

Ihre Vorteile mit der Cinemaxx Gold- oder SilverCard:

- KINOLÖSUNG: MAXIMUM 3D LIEFERT 100% WOLFF 1.000
- Sie haben freien Eintritt in jeden beliebigen Film* (unter Berücksichtigung der Altersfreigabe nach FSK und je nach Verfügbarkeitszeitpunkt, an jedem beliebigen Tag in jedem teilnehmenden Cinemaxx (siehe Teilnahmebedingungen) in ganz Deutschland).

12 Monate mit 399 €
unbegrenzter Kino-Besuch

6 Monate mit 249 €
unbegrenzter Kino-Besuch

CINEMAXX KINO

PREISE

	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
					Feiertag		
Schüler Studenten	5,50 €	5,00 €		5,50 €	6,50 €		

Handelt es sich um ein attraktives Angebot?

 • Untersucht das Angebot mit Hilfe einer linearen Funktion!
• Stellt eure Überlegungen graphisch und rechnerisch dar!

Sinema sabit oranı kimin için değerlidir?

Sinema zinciri CINEMAXX'in sinemaseverlere özel bir teklifi var:

12 ay 399 Euro

6 ay 249 Euro

Cazip bir teklif mi?

Kaynağı doğrusal bir fonksiyon kullanarak inceleyin!

Düşüncelerinizi grafiksel ve matematiksel olarak sunun!

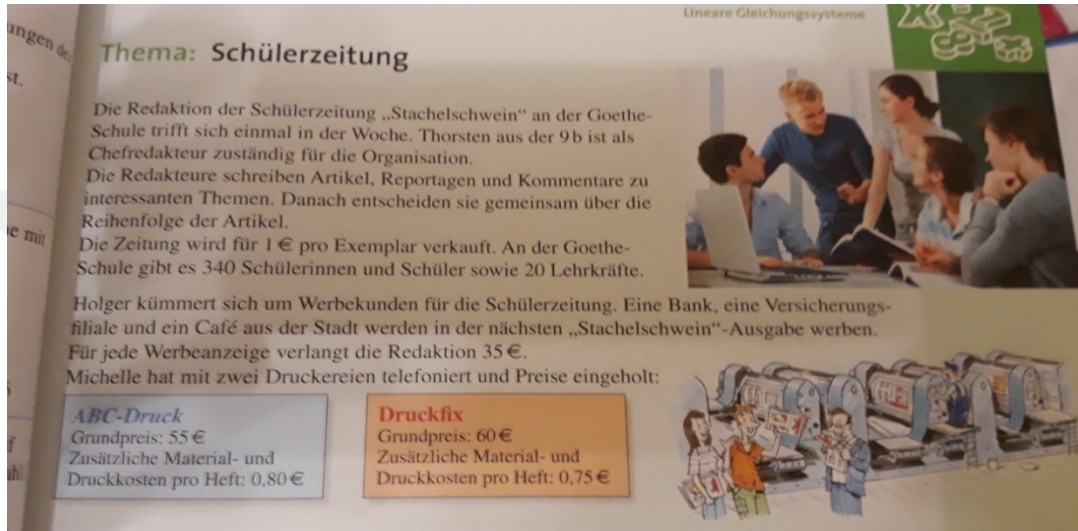
Şekil 4.10. Ö24 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Yes, mathematical modeling is an important competence to attain in mathematics education. It takes part of the curriculum.”

“Evet, matematiksel modelleme matematik eğitiminde kazandırılması gereken önemli bir yeterliliktir. Müfredatın bir parçası olur.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.11’ de gösterilmiştir.



Konu: okul gazetesi

Goethe okulundaki okul gazetesi "porcupine" in editörleri haftada bir kez toplanır. 9b'den Thorsten, organizasyonun sorumlu yazı işleri müdürüdür.

Editörler ilginç konularda makaleler, raporlar ve yorumlar yazarlar. Daha sonra maddelerin sırasına birlikte karar verirler.

Gazete, kopya başına 1 € karşılığında satılmaktadır. Goethe Okulu'nda 340 öğrenci ve 20 öğretmen var.

Holger, okul gazetesi için müşterilerin reklamını yapmakla ilgilenir. Bir banka, bir sigorta şirketi ve yerel bir kafe Porcupine'in bir sonraki sayısında reklam verecek. Editörler her reklam için 35 € alıyor. Michelle iki matbaacı aradı ve fiyatları aldı:

ABC baskı

Temel fiyat: 55 €

Sayı başına ek malzeme ve baskı maliyeti: 0,80 €

Druckfix

Temel fiyatı: 60 €

Sayı başına ek malzeme ve baskı maliyeti: 0,75 €

Şekil 4.11. Ö24 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö24 kişisi döngüsellikten bahsetmese de kısmen doğru tanım yapmış ve yüklediği dokümanlara bakılarak sınıf içerisinde kullandığı ve ders kitabı örneklerinin doğru matematiksel modelleme örnekleri olduğu görülmekte.

Ö34:

“Good way to train with students creating useful maths. Training competences by comparing modelling results with real results and thinking about how to adapt the model for a better fitting with real situation.”

“Yararlı matematik oluşturan öğrencilerle birlikte eğitim almanın iyi bir yolu. Modelleme sonuçlarını gerçek sonuçlarla karşılaştırarak ve modelin gerçek duruma daha iyi uyması için nasıl uyarlanacağını düşünerek yetkinlikleri eğitin.”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“In my lessons mostly used at differations or optimizing problems. (Finding maximum, minimum, and so on). Used at several topics/functions and real situations from different areas (nature, technic, costs calucations,....).”

“Derslerimde daha çok türevlerde veya optimizasyon problemlerinde kullandım. (Maksimum, minimum vb. bulma). Farklı alanlardan (doğa, teknik, maliyet hesaplamaları,) çeşitli konularda/işlevlerde ve gerçek durumlarda kullanılır.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.12’ de gösterilmiştir.

3 Ein Kapital von 10000 Euro verdoppelt sich in 20 Jahren.

a) Berechnen Sie den dazu erforderlichen Jahreszinssatz.

b) Berechnen Sie, auf welche Höhe das Endkapital bei einem jährlichen Zinssatz von 5 % (= jährliche durchschnittliche Erhöhung des Kapitals) ansteigen würde.

c) Berechnen Sie das Endkapital bei einer täglichen Verzinsung mit $\frac{100}{360}\%$.

a) $f(x) = b \cdot a^x$ $b = 10000$ $f(x) = 10000 \cdot 1,05^x$

$f(20) = 20000$ $20000 = 10000 \cdot 1,05^x$ $2 = 1,05^x$ $\log$ $\log 2 = \log 1,05^x$ $\log 2 = x \cdot \log 1,05$ $x = \frac{\log 2}{\log 1,05} = 13,86$

b) $f(x) = 10000 \cdot 1,05^x$ $f(20) = 10000 \cdot 1,05^{20} = 26532,98$

c) $f(x) = 10000 \cdot \left(1 + \frac{100}{360}\right)^x$ $f(360) = 10000 \cdot \left(1 + \frac{100}{360}\right)^{360} = 10000 \cdot 2,714568 = 27145,68$

10.000 Euro'luk bir sermaye 20 yılda ikiye katlanır.

- a) Gerektiği yıllık faiz oranını hesaplayın.
- b) Yıllık %5 faiz oranında (=sermayede yıllık ortalama artış) nihai sermayenin ne kadar artacağını hesaplayın.
- c) $\frac{100}{20,360}$ 'lık bir günlük bileşik ile nihai sermayeyi hesaplayın.

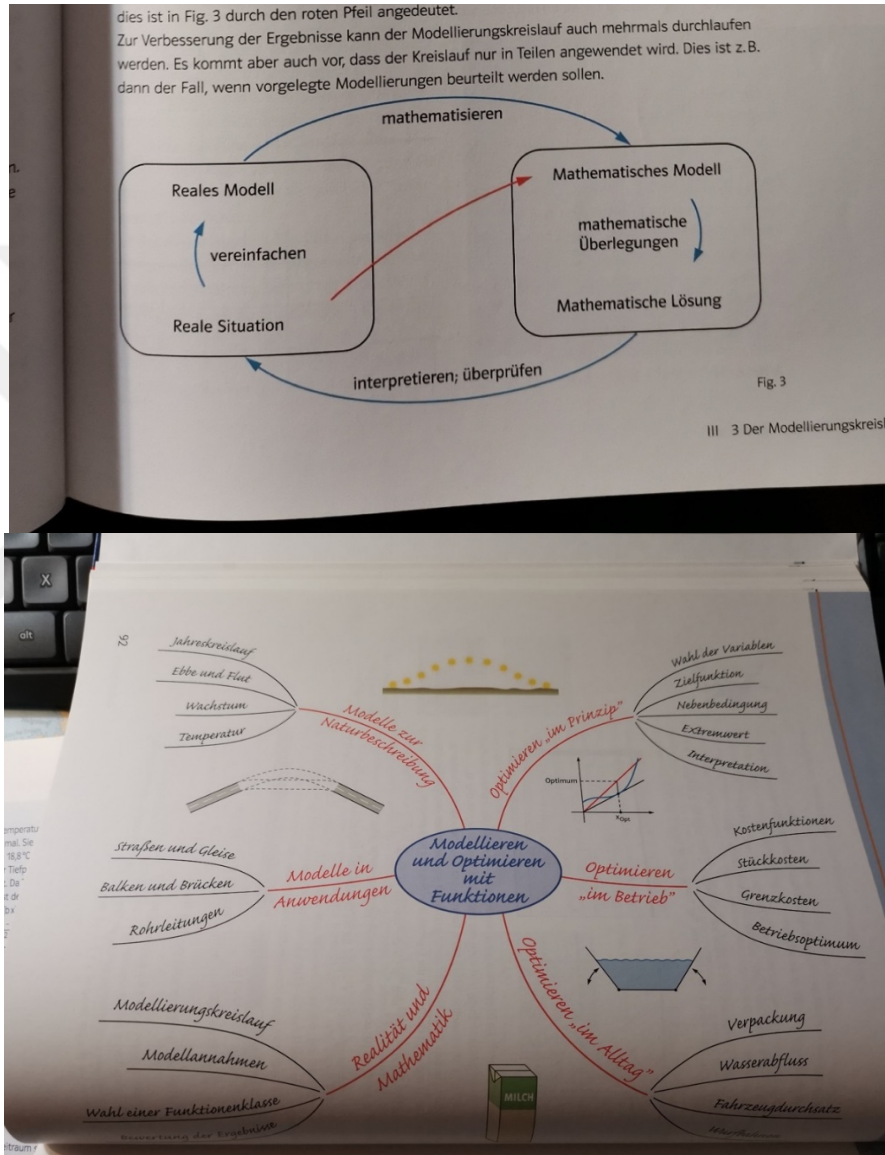
Şekil 4.12. Ö34 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Yes, mathematical modelling is in the curriculum.”

“Evet, matematiksel modelleme müfredatta var.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.13’ te gösterilmiştir.



Şekil 4.13. Ö34 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö34 kişinin matematiksel modelleme tanımı ve yüklediği dokümanlara bakacak olursak literatürde var olan döngüsellğe yakın bir tanım yaptığı görülmektedir.

Ö35 kişisi matematiksel modellemeyi;

“Mathematical modelling is a key competence to solve problems with the help of mathematical skills. School often focuses too much on mathematical skills, especially the arithmetic; To make use of mathematics, modelling is a very good way.”

“Matematiksel modelleme, matematiksel becerilerin yardımıyla problemleri çözmek için anahtar bir yeterlidir. Okul genellikle matematiksel becerilere, özellikle de aritmetik üzerine odaklanır; Matematiği kullanmak için modelleme çok iyi bir yoldur.”

şeklinde tanımlamıştır.

Ö53:

“I think it is a very important aspect of mathematical education, since modeling strategies are helpful solving real problems. Teaching them often offers a chance to increase motivation since real world problems can be discussed in class not only for their mathematical aspects but in a broader sense.”

“Modelleme stratejileri gerçek problemleri çözmeye yardımcı olduğundan, bunun matematik eğitiminin çok önemli bir yönü olduğunu düşünüyorum. Bunları öğretmek genellikle motivasyonu artırma şansı sunar, çünkü gerçek dünya problemleri sınıfta sadece matematiksel yönleriyle değil, daha geniş anlamda tartışılabilir.”

Matematiksel modellemeyi şekilde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“I use mathematical modeling in all my classes on different levels. One example: I upload a file with a task I like doing during trigonometry lessons. Students are supposed to answer the question in groupwork from which height a person can be saved using the ladder of the firefighter car, considering the relevant technical details and regulations. I bring a model firefighter car too and my students (who are young adults) like to play with it, but also find ways to position the car differently which is important to find different/better solutions. Often, they have to prepare a small presentation about how they solved the problem with drawings and the math. We then discuss whether the height they found can be increased in any ways (the person to be saved could maybe jump a meter etc.) and so discuss chances and borders of the model.”

“Matematiksel modellemeyi tüm derslerimde farklı seviyelerde kullanırım. Bir örnek:

Trigonometri derslerinde yapmaktan hoşlandığım bir görevi içeren bir dosya yüklüyorum. İtfaiye arabasının merdiveni ile bir kişinin hangi yükseklikten kurtarılabileceği sorusuna ilgili teknik detaylar ve yönetmelikler göz önünde bulundurularak öğrencilerden grup çalışması ile cevap vermeleri istenmektedir. Ben de model bir itfaiye arabası getiriyorum ve öğrencilerim (genç yetişkinler) onunla oynamayı seviyorlar ama aynı zamanda arabayı farklı konumlandırmanın yollarını buluyorlar ki bu farklı/daha iyi çözümler bulmak için önemlidir. Genellikle çizim ve matematik problemlerini nasıl çözdüklerine dair küçük bir sunum hazırlamaları gerekir. Daha sonra buldukları yüksekliğin herhangi bir şekilde artırılıp artırılamayacağını (kurtulacak kişi belki bir metre atlayabilir vs.) tartışır ve böylece modelin olasılıklarını ve sınırlarını tartışırız.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.14’ te gösterilmiştir.

Feuerwehr

Die Bad Hersfelder Feuerwehr will sich ein neues Drehleiter-Feuerwehrfahrzeug anschaffen. Mit diesem kann man über einem am Ende der Leiter angebrachten Korb Personen aus großen Höhen retten. Dabei muss das Feuerwehrauto laut einer Vorschrift 12 m Mindestabstand vom brennenden Haus einhalten.

Die technischen Daten des Fahrzeugs sind:

Fahrzeugtyp: Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL - Diesel

Baujahr: 2016

Leistung: 205kw (279 PS)

Hubraum: 6374 cm³

Maße des Fahrzeug: Länge 10m Breite 2,5m

Höhe 3,19m

Maße der Leiter: 30m Länge

Leergewicht: 15540kg

Gesamtgewicht: 18000 kg



Aus welcher maximalen Höhe kann die Bad Hersfelder Feuerwehr mit diesem Fahrzeug Personen retten? Fertigt zunächst eine Skizze an.

Präsentiert euren Lösungsweg.

Şekil 4.14. Ö53 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

İtfaiye

Bad Hersfeld itfaiyesi yeni bir döner merdivenli itfaiye aracı satın almak istiyor. Bu, merdivenin ucuna takılan bir sepet aracılığıyla insanları çok yükseklerden kurtarmak için kullanılabilir. Bir yönetmeliğe göre, itfaiye aracı yanan evden en az 12 m uzakta durmalıdır.

Aracın teknik verileri şöyle:

Araç tipi: Daimler Chrysler AG Econic 18/28 LL – Dizel

Yapım yılı: 2016

Güç: 205kw (279 hp)

Yer Değiştirme: 6374 cm³

Araç boyutları: uzunluk 10m, genişlik 2,5m, yükseklik 3,19m

Merdiven boyutları: 30m uzunluk

Boş ağırlık: 15540kg

Toplam ağırlık: 18000 kg



Bad Hersfeld itfaiyesi bu araçla en fazla hangi yükseklikten insanları kurtarabilir? İlk önce bir eskiz yapın.

Çözümünüzü sunun.

Şekil 4.15. Ö53 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak;

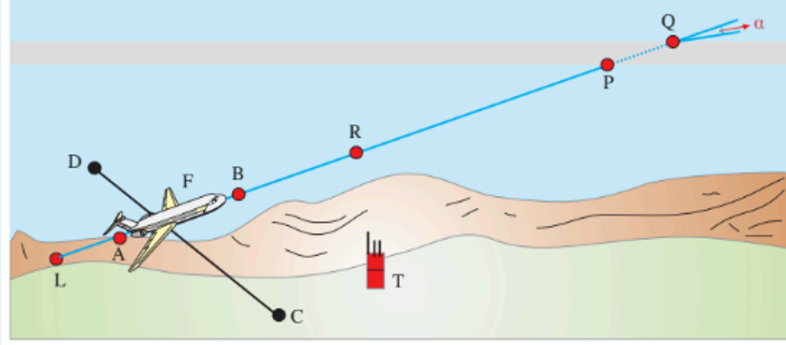
“Yes, modeling is one of the six core competencies in mathematical education.”

“Evet, modelleme matematik eğitimindeki altı temel yeterlikten biridir.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil. 4.16’ da gösterilmiştir.

► **Beispiel: Steigflug**

Das Flugzeug F befindet sich im Steigflug, als es vom Kontrollturm T $(-10|10|0)$ um 14.00 Uhr in A $(8|8|4)$ und noch einmal um 14.02 Uhr in B $(4|12|6)$ gesichtet wird. Später verschwindet es in der horizontalen Wolkenschicht, die in 9 km Höhe beginnt und in 10 km Höhe endet. Direkt beim Austritt aus der Wolkenschicht geht das Flugzeug vom Steigflug in den Horizontalflug über, ohne weitere Richtungsänderungen vorzunehmen (Angaben in km). Es wird angenommen, dass die Ebene, in der gestartet wird, auf der Höhe null befindet.



- Bestimmen Sie eine Parametergleichung der Flugbahn f des Flugzeuges.
- In welchem Punkt L ist das Flugzeug gestartet?
- Berechnen Sie die Fluggeschwindigkeit in km/min und in km/h.
- In welcher Positionen P und Q wird die Wolkendecke erreicht und wieder verlassen?
- Wie groß ist der Korrekturwinkel α beim Einschwenken in den Horizontalflug?

Örnek: tırmanmak

F uçağı, A'da $(8|18|14)$ saat 14:00'te ve B'de $(4|12|6)$ saat 14:02'de T $(-10|10|0)$ kontrol kulesinden görüldüğünde tırmanıyor. Daha sonra 9 km'de başlayan ve 10 km'de sona eren yatay bulut tabakasında kaybolur. Bulut katmanından çıkarken, uçak herhangi bir yön değişikliği yapmadan (km cinsinden veriler) tırmanıştan düz uçuşa geçer. Başlanacak uçağın sıfır yükseklikte olduğu varsayılır.

- Uçağın f yörüngesi için bir parametrik denklem belirleyin.
- Uçak hangi L noktasında kalktı?
- Hava hızını km/dak ve km/h cinsinden hesaplayın.
- P ve Q bulut örtüsüne hangi konumlarda ulaşılır ve tekrar bırakılır?

Şekil 4.16. Ö53 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö53 kişinin tanımı kısmen doğru olmakla birlikte ders içerisinde kullandığı matematiksel modelleme örneği iken ders kitaplarından yüklediği dokümanlar matematiksel modelleme örneği olabilir.

Romanya'dan bazı öğretmenlerin verdikleri cevaplar şu şekildedir;

Ö27:

“Models describe our beliefs about how the world functions. In mathematical modelling, we translate those beliefs into the language of mathematics. This has many advantages

1. Mathematics is a very precise language. This helps us to formulate ideas and identify underlying assumptions.

2. Mathematics is a concise language, with well-defined rules for manipulations. ...”

“Modeller, dünyanın nasıl işlediğine dair inançlarımızı tanımlar. Matematiksel modellemede, bu inançları matematiğin diline tercüme ederiz. Bunun birçok avantajı var

1. Matematik çok hassas bir dildir. Bu, fikirleri formüle etmemize ve altta yatanları belirlememize yardımcı olur.

2. Matematik, manipülasyonlar için iyi tanımlanmış kuralları olan özlü bir dildir...”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi ders kitaplarındaki matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“Yes, our curriculum include Mathematical Modeling, calculation of the minimum distance between two points on a tree-dimensional shape, calculation of the height of an inaccessible building, etc.”

“Evet, müfredatımızda Matematiksel Modelleme, ağaç boyutlu bir şekil üzerinde iki nokta arasındaki minimum mesafenin hesaplanması, ulaşılmaz bir binanın yüksekliğinin hesaplanması vb.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.17' de gösterilmiştir.

PROIECT – Modelare matematică în 3D

• Ce veți face?

Realizarea unor obiecte tridimensionale virtuale, prin modelarea unor fracții algebrice.

• De ce veți face?

Cu scopul de a observa cum vă ajută matematica să reprezentați diverse fenomene pe care le întâlniți în realitate.

• Cum veți face?

▷ Intrați pe www.wolframalpha.com. Scrieți în caseta principală o expresie algebrică dependentă de două litere și apoi apăsați Enter.

▷ Studiați reprezentarea 3D pe care ați obținut-o.

▷ Căutați cel puțin trei reprezentări, scrieți expresiile lor algebrice și oferiți o interpretare a acestor reprezentări (ce ar putea fi în realitate).

• Cum veți ști că ați reușit?

Veți prezenta proiectul vostru, iar colegii din celelalte grupe vor face aprecieri și sugestii.

• Ce se evaluează?

▷ utilizarea fracțiilor algebrice pentru a obține o reprezentare 3D;

▷ participarea tuturor membrilor grupului la căutarea informațiilor;

▷ forma atractivă a desenelor / imaginilor utilizate;

▷ prezentarea clară a proiectului.

Sugestii

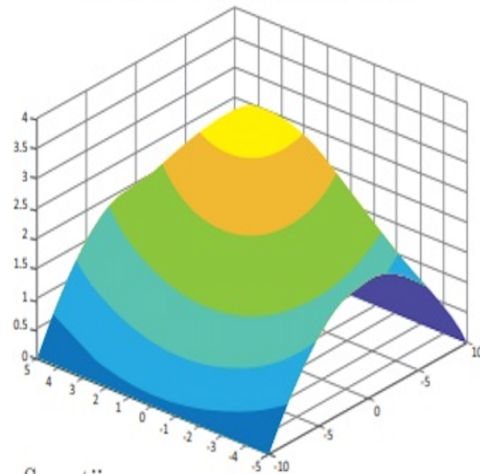
• Organizați-vă în grupuri de 3-4 colegi și stabiliți-vă rolurile.

• Folosiți imagini și informații relevante pentru a prezenta toate obiectivele turistice.

Model: Movila 3D

Movila poate fi reprezentată prin expresia algebrică

$$M(x,y) = \frac{x^2 - 100}{y^2 + 25}, \text{ unde } x \in (-10, 10) \text{ și } y \in (-5, 5).$$



Sugestii:

- Prezentați proiectul într-un mod inedit.
- Stabiliți, împreună cu profesorul, un proiect

Șekil 4.17. Ö27 kişisinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

PROJE 3 boyutlu matematiksel modelleme

Ne yapacaksın?

Cebirsel kesirleri modelleyerek sanal üç boyutlu nesneler oluşturma.

Neden yapacaksın?

Matematiğin, gerçekte karşılaştığınız çeşitli olguları temsil etmenize nasıl yardımcı olduğunu gözlemlemek için.

Nasıl yapacaksın?

▷ www.wolframalpha.com'a gidin. Ana kutuya iki harfli bağımlı bir cebirsel ifade yazın ve ardından Enter tuşuna basın. ▷ Çalışma

Alacağınız 3B temsil boş ver.

▷ En az üç temsil bulun, cebirsel ifadelerini yazın ve bu temsillerin yorumunu yapın (gerçekte ne olabilirler).

Başardığınızı nasıl bileceksin?

Siz projenizi sunacaksınız, diğer gruplardan meslektaşlarınız değerlendirme ve önerilerde bulunacaklar.

Ne değerlendirilir?

▷ 3 boyutlu bir gösterim elde etmek için cebirsel kesirleri kullanmak;

▷ bilgi aramaya tüm grup üyelerinin katılımı;

▷ kullanılan çizimlerin / resimlerin çekici şekli;

Şekil 4.17. Ö27 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği (devamı)

Matematiksel modelleme eğitimi almadığını söyleyen Ö27 kişinin yaptığı matematiksel modelleme tanım kısmen doğru olup, verdiği örnek ile yüklediği dokümanda matematiksel modelleme örneği olarak kabul edilebilir.

Ö43:

“Mathematical modeling represent the application of rules, theory studied as a discipline in real life.”

“Matematiksel modelleme, gerçek hayatta bir disiplin olarak incelenen teori ve kuralların uygulanmasını temsil eder.”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımını hakkında;

“Yes, I use math modeling to help students understand why we need mathematical formulas and rules in real life.”

“Evet, öğrencilerin gerçek hayatta neden matematiksel formüllere ve kurallara ihtiyaç duyduğumuzu anlamalarına yardımcı olmak için matematik modelleme kullanıyorum.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.18’ de gösterilmiştir.

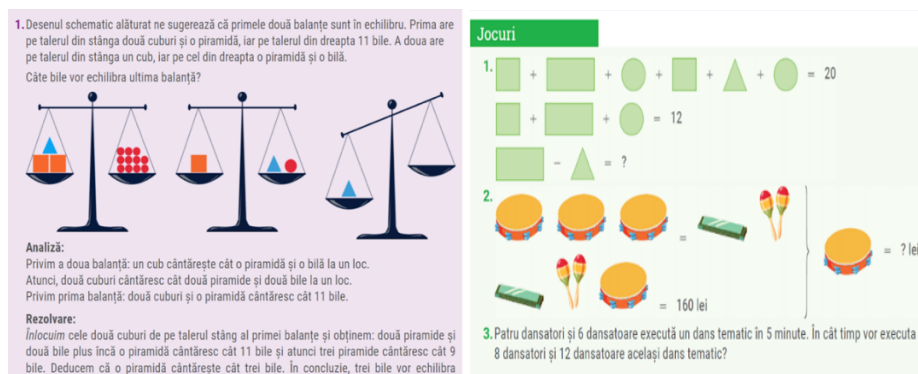


Şekil 4.18. Ö43 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak;

“In the last 4 years, learning activities have begun to appear focused on the applicability of formulas and theory in real life.”

“Son 4 yılda formüllerin ve teorilerin gerçek hayatta uygulanabilirliği odaklı öğrenme etkinlikleri ortaya çıkmaya başlamıştır.”



Şekil 4.19. Ö43 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö43 kişinin tanımı kısmen matematiksel modelleme örneği olarak görünse de ders içerisindeki matematiksel modelleme örneği ve ders kitaplarındaki matematiksel modelleme örneklerine bakıldığında zaman aslında matematiği modelleme örnekleri olduğu görülmektedir.

Danimarka'dan Ö26:

“Mathematical modelling has become more and more used in math. The students learn that there is not always just one solution to the problem. Different aspects can be observed and therefor modelling can be a way of seeing the situation. The different models can be used in as arguments.”

“Matematiksel modelleme matematikte giderek daha fazla kullanılır hale geldi. Öğrenciler problemin her zaman tek bir çözümü olmadığını öğrenirler. Farklı yönler gözlemlenebilir ve bu nedenle modelleme durumu görmenin bir yolu olabilir. Farklı modeller bağımsız değişken olarak kullanılabilir.”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

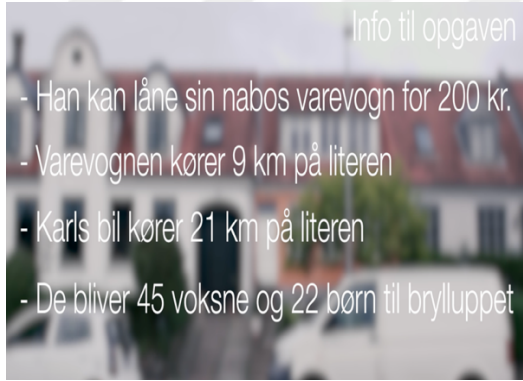
“More and more problems are solved by the students with modelling. I sent you as examples video the students. The students are informed about the problems they have to find solutions for. An example: a man is going to redecorate his garden. There will be information about the size and the students must come up with suggestions on form on terrace - which material to choose and different prizes. All the material I have is in Danish of cause - but you can come and visit - follow our lessons - and you can see for yourself. I'll be your host;o)”

“Modelleme ile öğrenciler tarafından giderek daha fazla problem çözülmektedir. Öğrencilere örnek video olarak gönderdim. Öğrencilere çözüm bulmaları gereken sorunlar hakkında bilgi verilir. Bir örnek: Bir adam bahçesini yeniden dekore edecek. Büyüklük hakkında bilgi verilecek ve öğrenciler terastaki form- hangi malzemeyi seçecekleri ve farklı ödülleri hakkında önerilerde bulunmalıdır. Elimdeki tüm materyaller Danimarka’ca çünkü ama gelip ziyaret edebilirsiniz- derslerimizi takip edebilirsiniz- ve kendin görebilirsin. Ev sahibiniz olacağım; o)

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.20’ de gösterilmiştir.

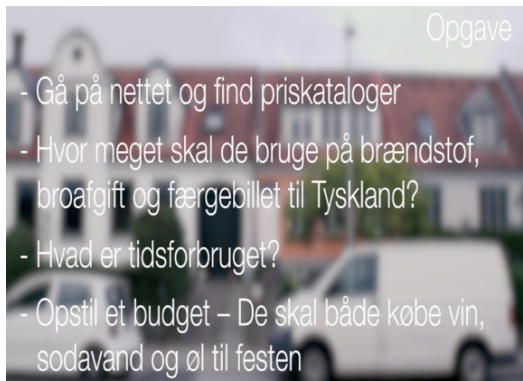


1. Adım: Videoyu izleyin süreç için bir plan yapın
2. Adım: Matematiksel soruyu çöz çözümü sınıfa sun
3. Adım: Matematiksel becerileri tanımlayın
4. Adım: Fikri sınıfa sunmak için video fikri



Görev için bilgi.

- 200 DKK karşılığında komşusunun minibüsünü ödünç alabilir.
- Minibüs litre başına 9 km gidiyor.
- Karl'ın arabası litre başına 21 km yapıyor
- Düğünde 45 yetişkin ve 22 çocuk olacak.



- İnternete girin ve fiyat kataloglarını bulun.
- Almanya'ya yakıt, köprü geçiş ücreti ve feribot bileti için ne kadar harcayacaksınız?
- Zaman tüketimi nedir?
- Bir bütçe belirleyin- Parti için şarap, alkolsüz içecekler ve diğer içecekleri satın almalısınız.

Şekil 4.20. Ö26 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

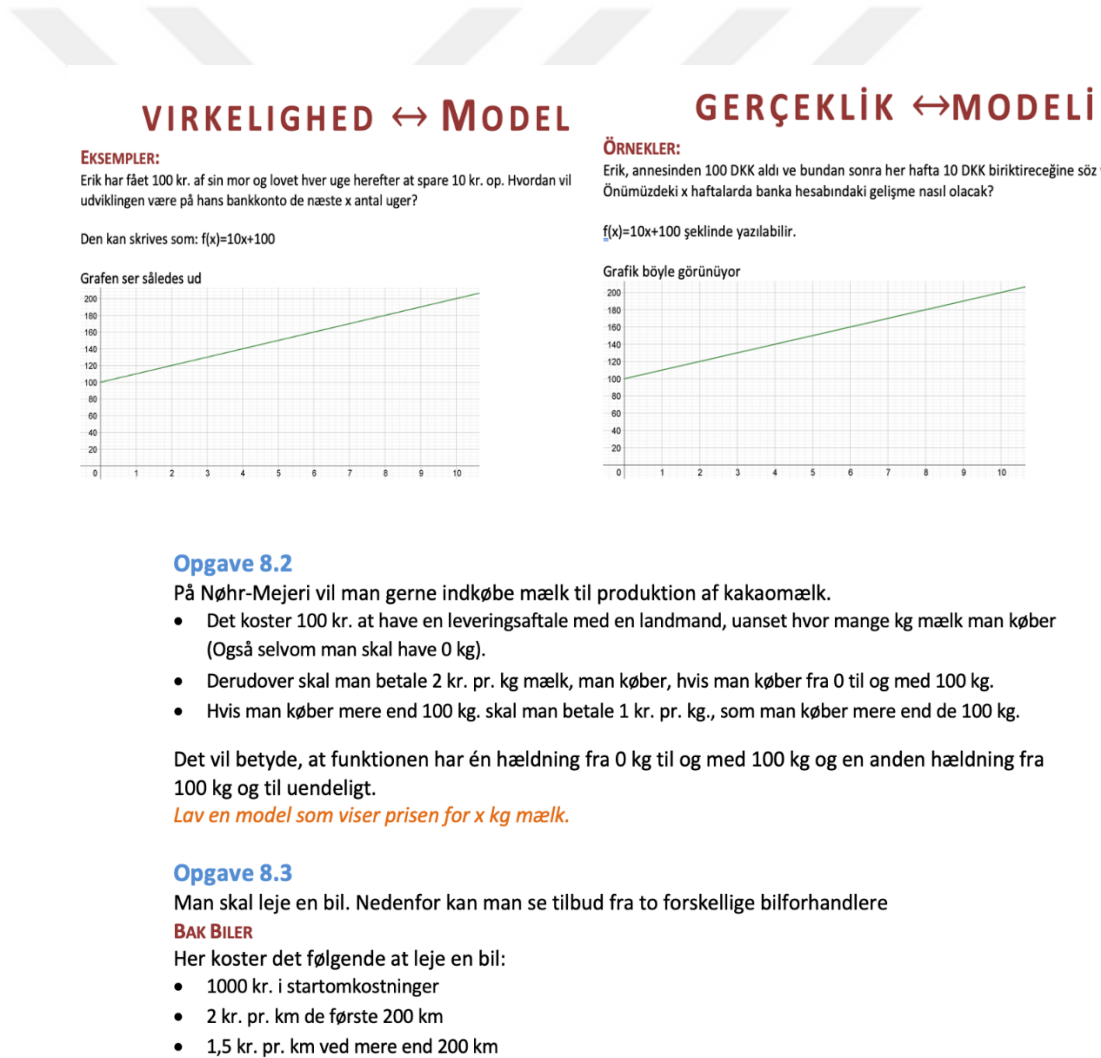
Ö26 kişisi derslerinde öğrencilerine matematiksel modelleme üzerine videolar izleterek öğrencilerden çeşitli çözümler istemiştir. Şekil 4.20’ de bu videodan kesitler bulunmaktadır.

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak;

“In the final exam the students must use modelling. I will sent you an example of last year exam. for 9th grade.”

“Final sınavında öğrenciler modellemeyi kullanmak zorundadır. Size geçen yılki sınavın bir örneğini göndereceğim. 9. sınıf için.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.21’ de gösterilmiştir.



Şekil 4.21. Ö26 kişisinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Görev 8. 2

Nøhr-Mejeri'de kakao sütü üretimi için süt satın almak istiyorlar.

- Bir çiftçi ile teslimat sözleşmesi yapmanın maliyeti, kaç kg süt aldığınıza bakılmaksızın (0 kg'a ihtiyacınız olsa bile) 100 DKK'dır.
- Ayrıca kişi başı 2 DKK ödemeniz gerekir. O'dan 100 kg'a alırsanız aldığınız sütün kg'ı.
- 100 kg'dan fazla satın alırsanız, başına 1 DKK ödemeniz gerekiyor 100 kg'dan fazla satın aldığınız kg.

Bu, fonksiyonun 0 kg'dan 100 kg'a (dahil) kadar bir eğimi ve 100 kg'dan sonsuza kadar başka bir eğimi olduğu anlamına gelir.

x kg sütün fiyatını gösteren bir model yapınız.

Alıştırma 8.3

Araba kiralamak zorundasın. Aşağıda iki farklı otomobil satıcısının tekliflerini görebilirsiniz.

GERİ ARABALAR

Burada bir araba kiralamak aşağıdakilere mal olur:

- Başlangıç maliyetlerinde 1.000 DKK
- başına 2 DKK km ilk 200 km
- başına 1,5 Danimarka kronu 200 km'den fazla km

Şekil 4.21. Ö26 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği (devamı)

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö26 kişisi matematiksel modelleme tanımına tam bir tanım yapmasa da ders içeriğinde kullandığı ve ders kitaplarından yüklediği dokümanlar matematiksel modelleme örneğidir.

Finlandiya'dan Ö41;

“Mathematical modeling is an important tool for designing things and predicting happenings. It is also an interesting way to describe reality.”

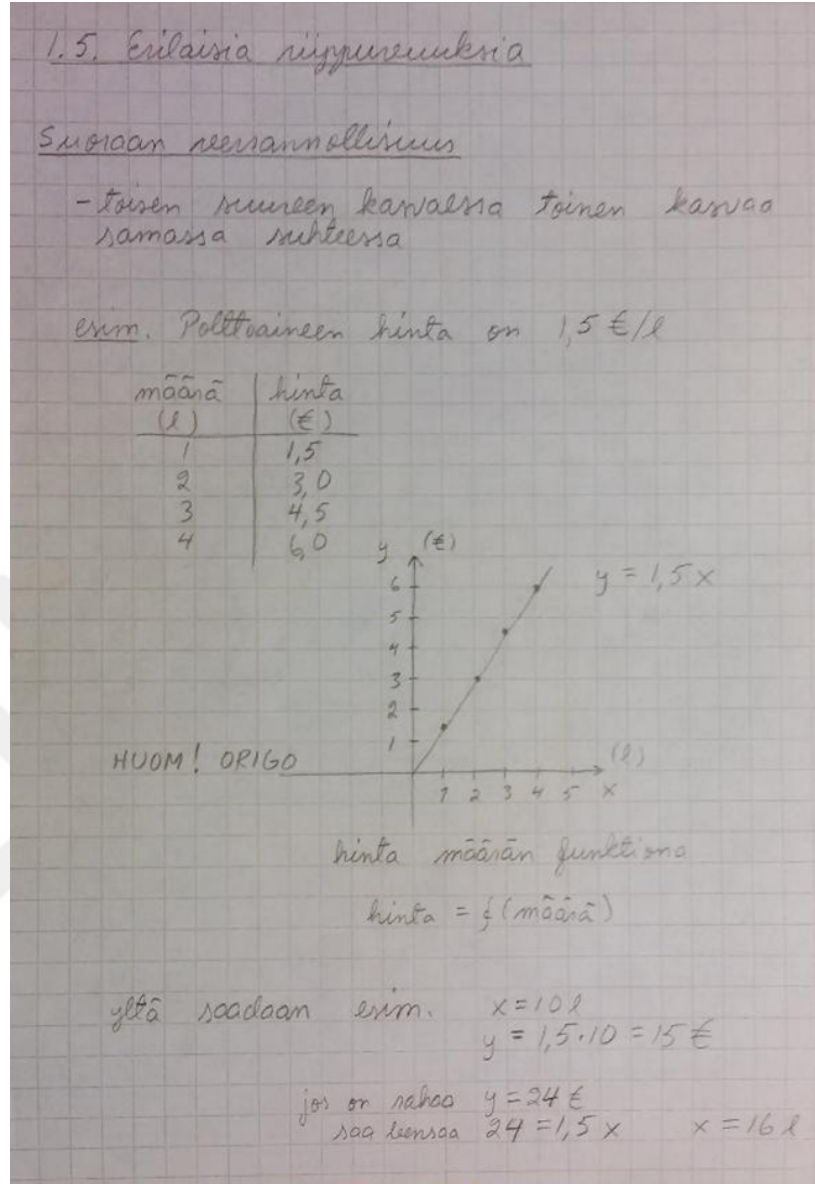
“Matematiksel modelleme, bir şeyleri tasarlamak ve olayları tahmin etmek için önemli bir araçtır. Aynı zamanda gerçeği tanımlamanın ilginç bir yolu.”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“Sometimes depending on the subject. Especially I use modeling when the subject is functions or equations.”

“Bazen konuya bağlı olarak. Özellikle konu fonksiyonlar veya denklemler olduğunda modellemeyi kullanıyorum.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.22' de gösterilmiştir.



Şekil 4.22. Ö41 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Ö41 kişinin el yazısı okunmakta zorlanıldığı için görüşme formu ile öğretmene ulaşıp el yazısı ile yazdığı kısımları bilgisayar ortamında yazması istenmiştir. Bunun üzerine Ö41 kişinin gönderdiği yeni görsel Şekil 4.23' te gösterilmiştir.

Different dependencies Farklı bağımlılıklar

Doğrudan orantılılık

Suoraan suhteellisyys

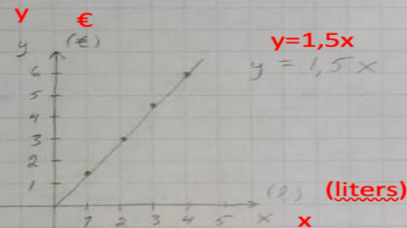
- diğer miktar büyüdüğünde diğer miktarlar

- toisen muuten karvaalla toinen karvaa samassa suhteessa
miktat aynı oranda büyür.

örnek vermek. Benzinin litre fiyatı 1,5€

örn. Polttoaineen hinta on 1,5 €/l

miktat (litre)	fiyat (€)
maara (l)	hinta (€)
1	1,5
2	3,0
3	4,5
4	6,0



HUOM! ORIGO

miktatın bir fonksiyonu olarak fiyat

hinta miktatın funktio

fiyat = f(miktat)

hinta = f(maara)

yukarıdan, örn.

x=10 litre

yltä saadaan esim.

x=10 l

y=1,5*10 = 15€

para varsa

y=24€

joka on halaa

y=24€

soa laennoa

24 = 1,5x

biri benzin alır 24 = 1,5x

x=16 l

Inverse proportionality

Kaanteinen suhteellisyys

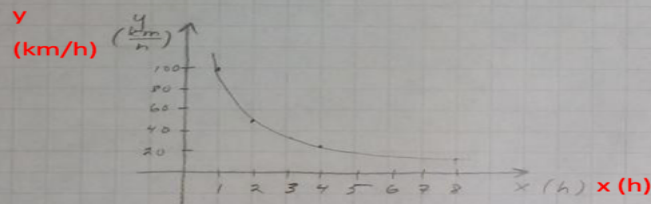
- when the other quantity gets bigger the other quantity

- toisen muuten karvaalla toinen pienenee
samassa suhteessa
gets smaller in the same proportion

example. Driving a car with different speeds

esim. ajetaan autolla eri nopeuksilla

speed (km/h)	time (h)	length = speed * time (km)
nopeus (km/h)	aika (h)	matka = nopeus * aika
100	1,0	100
50	2,0	100
25	4,0	100
12,5	8,0	100



Linear dependency

lineaarinen riippuvuus

- quantities are described by the line which does not go

- suhteita kuvaa suora, joka ei kulje origon kautta through the origin

• slope = unit price

• kulmakerto = yksikköhinta

• vakiotermi = perusmaksu

• constant term = basic charge

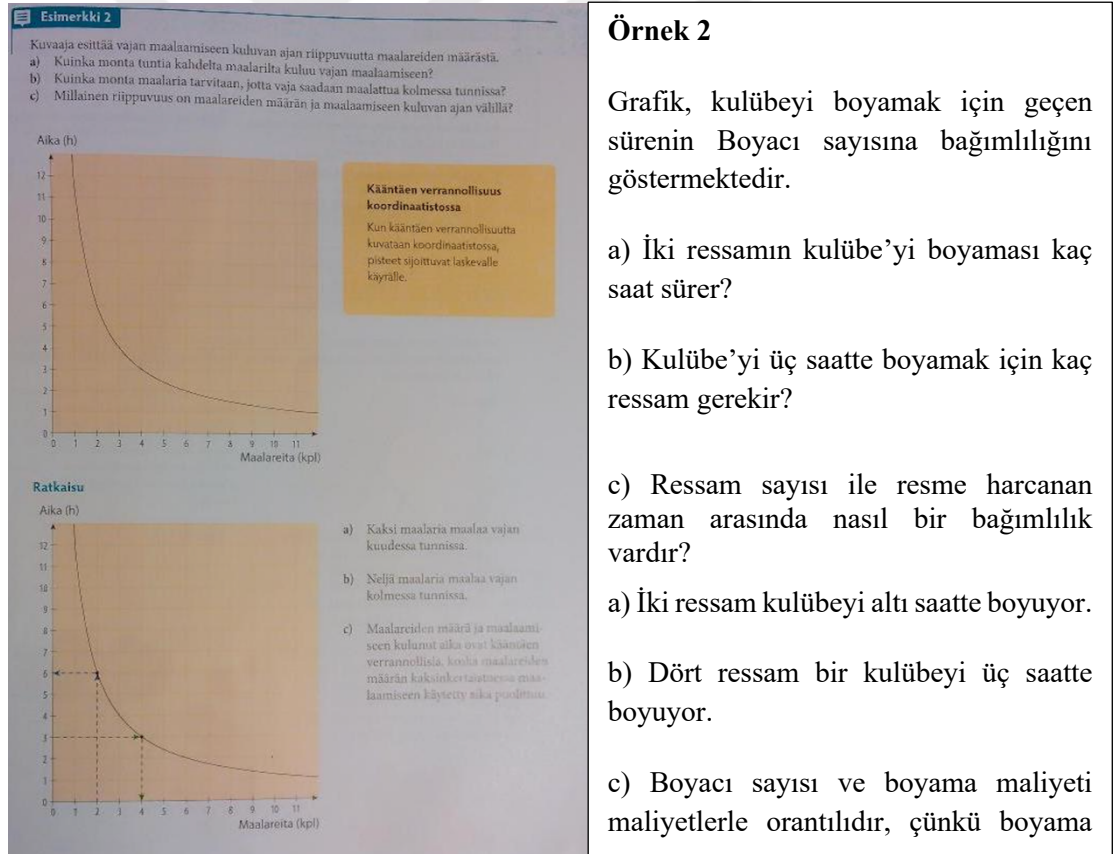
Şekil 4.23. Ö41 kişinin gönderdiği yeni resim

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak;

“The curriculum does not mention the mathematical models directly but it refers to the use of them in some sentences: “to encourage the pupil to apply mathematics in other subjects and in the surrounding society” and “To guide the pupil to train how to read and how to produce the curve of a function.”

“Müfredat doğrudan matematiksel modellerden bahsetmez, ancak bazı cümlelerde bunların kullanımına atıfta bulunur: “öğrenciyi diğer derslerde ve çevredeki toplumda matematiği uygulamaya teşvik etmek” ve “Öğrenciyi okumayı ve okumayı öğretmeye yönlendirmek bir fonksiyonun eğrisi nasıl üretilir.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.24’ te gösterilmiştir.



Şekil 4.24. Ö41 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö41 kişinin tanımladığı matematiksel modellemeye benzerlik gösterse de aslında kastının matematiği uygulamaya çevirmek olduğundan bahsedilmiş yani matematiği modellemedir.

Polonya'dan Ö36 matematiksel modellemeyi

“A process that connects the reality around us with mathematics”

“Etrafımızdaki gerçekliği matematikle birleştiren bir süreç.”

şeklinde tanımlamıştır.

Ukrayna'dan Ö44;

“Математическое моделирование — это решение прикладной задачи математическими методами и формами”

“Matematiksel modelleme, uygulamalı bir problemin matematiksel yöntemler ve formlarla çözümüdür.”

Matematiksel modellemeyi şekilde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

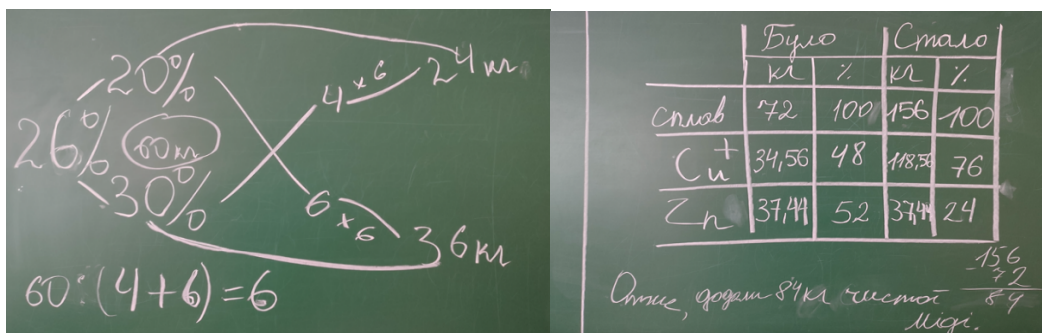
“Использую при решении задач на движение, на совместную работу, на проценты и др.

- 1) создаем математическую модель прикладной задачи*
- 2) решаем математическую задачу (уравнения, неравенство или их системы)*
- 3) анализируем результат и интерпретируем его к содержанию прикладной задачи”*

“Hareket, ortak çalışma, ilgi vb. ile ilgili sorunları çözerken kullanıyorum.

- 1) uygulamalı bir problemin matematiksel modelini oluşturmak*
- 2) bir matematik problemini çözeriz (denklemler, eşitsizlik veya sistemleri)*
- 3) sonucu analiz eder ve uygulanan problemin içeriğine göre yorumlar”*

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.25’ te gösterilmiştir.



Şekil 4.25. Ö44 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Да. в 9-ом классе выделена тема "математическое моделирование", где обобщается опыт, полученный учениками ранее”

“Evet. 9. sınıfta, öğrencilerin daha önce kazandıkları deneyimi özetleyen "matematiksel modelleme" konusu vurgulanır.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.26’ de gösterilmiştir.

§ 5 ЕЛЕМЕНТИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

- Вивчаючи матеріал цього параграфу, ви зможете розширити свої уявлення про математичні моделі реальних ситуацій. Дізнаєтеся, яку задачу називають прикладною та з яких етапів складається її розв’язування.
- Ви вдосконалисте свої вміння проводити відсоткові розрахунки, ознайомитеся з формулою складних відсотків і можливостями її застосування.

20. Математичне моделювання

Мабуть, немає сьогодні такої галузі знань, де б не застосовувалися досягнення математики. Фізики та хіміки, астрономи та біологи, географи та економісти, навіть мовознавці та історики використовують математичний апарат.

У чому ж полягає секрет універсальності «математичного інструмента»?

«Ключ до розв’язання багатьох наукових задач — їх вдалий переклад мовою математики». Таку відповідь на поставлене запитання дав один із засновників і перший директор Інституту математики Академії наук України академік Д. О. Граве.

Справді, формулювання задач із різних галузей знань містять нематематичні поняття. Якщо математик бере участь у розв’язуванні такої задачі, то він насамперед прагне перекласти її своєю «рідною» математичною мовою, тобто мовою виразів, формул, рівнянь, нерівностей, функцій, графіків тощо. Результат такого перекладу називають математичною моделлю, а саму задачу — прикладною задачею.

Термін «модель» (від латин. *modulus* — зразок) ми використовуємо дуже часто: модель літака, модель атомного ядра, модель Сонячної системи, модель якогось процесу або явища тощо. Вивчаючи властивості моделі об’єкта, ми тим самим вивчаємо властивості самого об’єкта.

Дмитро
Олександрович
Граве
(1863–1939)

Şekil 4.26. Ö44 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

20. Matematiksel modelleme

Görünüşe göre, bugün matematiğin kazanımlarının uygulanmayacağı böyle bir bilgi alanı yok. Fizikçiler ve kimyagerler, gökbilimciler ve biyologlar, coğrafyacılar ve ekonomistler, hatta dil tarihçileri bile matematiksel aygıtlar kullanırlar.

Matematiksel aracın evrenselliğinin sırrı nedir?

<Birçok bilimsel problemi çözmenin anahtarı, onların matematik diline başarılı bir şekilde tercüme edilmesidir. Ukrayna Bilimler Akademisi Matematik Enstitüsü'nün kurucularından ve ilk yöneticisi akademisyen D. O. Grave, sorulan soruya böyle bir yanıt verdi. -

Gerçekten de çeşitli alanlardan problemlerin formülasyonu matematiksel kavramlardır. Bir matematikçi böyle bir görevi üstlenirse, öncelikle onu ana dili olan matematik diline, yani ifadelerin, formüllerin, denklemlerin, eşitsizliklerin, fonksiyonların, grafiklerin vs. diline çevirmeye çalışır. Böyle bir çevirinin sonucuna matematiksel model denir ve problemin kendisine uygulamalı problem denir. -bilgi, çözmeye katılmamayı içerir

"Model" terimini (Latince modül örneğinden) çok sık kullanırız: bir uçak modeli, bir atom çekirdeği modeli, bir güneş sistemi modeli, bir süreç veya fenomen modeli, vb. Nesne modelinin özelliklerini inceleyerek, nesnenin kendisinin özelliklerini inceliyoruz. -

Dmytro Oleksandrovich Mezarı (1863-1939)

Şekil 4.26. Ö44 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği (devamı)

Matematiksel modelleme eğitimi almadığını söyleyen Ö44 kişisi matematiksel modelleme için kısmen doğru tanım yapmış ve yüklediği ders içerisinde kullandığı matematiksel modelleme doğru bir örnek olamamakla birlikte, ders kitaplarında ise matematiksel modelleme hakkında bilgilerden bahsedildiği görülmektedir.

Ürdün'den Ö29;

“Multiple and varied teaching skills that make him a successful teacher and a flexible teacher who is subject to renewal and change. In particular, the mathematics teacher teaches students a topic that is closely related to the student's daily life in addition to the fact that the topic of mathematics is related to other topics such as computer science. These characteristic forces the mathematics teacher to be more familiar than others with many concepts and teaching skills, the most important of which is the skill of mathematical modeling.”

“Onu başarılı bir öğretmen ve yenilenmeye ve değişime tabi olan esnek bir öğretmen yapan çoklu ve çeşitli öğretim becerileri. Özellikle matematik öğretmeni, matematik konusunun bilgisayar bilimi gibi diğer konularla ilgili olmasına ek olarak, öğrencilere öğrencinin günlük yaşamıyla yakından ilgili bir konuyu öğretir. Bu özellik, matematik öğretmenini birçok kavram ve öğretim becerisine diğerlerinden daha aşina olmaya zorlar ve bunlardan en önemlisi matematiksel modelleme becerisidir.”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi ders kitaplarında matematiksel modelleme örneği olarak yüklediği görsel Şekil 4.27’ de gösterilmiştir;



Şekil 4.27. Ö29 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö29 kişisi günlük yaşamla bağlantısından bahsederken döngüsellikten bahsetmeyen kısmen doğru bir tanım yapsa da ders kitaplarından yüklediği doküman matematiksel modelleme örneğine benzeyen aslında matematiğin uygulaması yapılmakta olduğu görülmektedir. Yani aslında matematiksel modelleme örneği değil matematiği modelleme örneğidir.

Matematiksel modelleme tanımı yapmayıp matematiksel modelleme örnekleri veren öğretmenlerin ülkelere göre dağılımı Tablo 4.11’ de gösterilmiştir.

Tablo 4.11. Ülkelere göre Matematiksel modelleme ile manipülatif ve şekilleri birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı

Ülkeler	Katılımcı Sayısı	Matematiksel modelleme yerine manipülatif ve şekilleri kullanan sayısı	%	Örnek veren veya doküman yükleyen katılımcı sayısı	%
Türkiye	31	5	16,1	4	12,9

Tablo 4.12. Ülkelere göre Matematiksel modelleme ile manipülatif ve şekilleri birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı (devam)

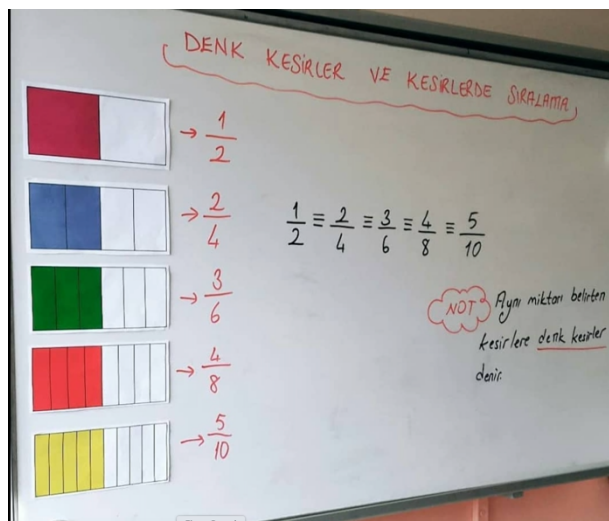
Romanya	6	1	16,6	1	16,6
Ürdün	4	1	25	1	25
Toplam	41	7	17,1	6	14,6

Tablo 4.11’ de görüldüğü gibi çoğunluğu Türkiye’den olan bazı öğretmenlerin matematiksel modelleme yerine manipülatif ve şekilleri kullandıkları görülmektedir.

Türkiye’den bazı öğretmenlerin verdikleri cevaplar şu şekildedir;

Ö3; “Matematikte konuların ders esnasında belirli materyallerle anlatılması için geliştirilen araçlardır. Örneğin sayı pulları tam sayılarla işlem yaparken öğrencinin daha iyi anlaması açısından somutlaştırılmış güzel bir matematiksel modeldir.” Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“Evet kullanıyorum. Tam sayılarla işlem yaparken sayı pullarını kullandım. Aynı zamanda toplama çıkarma çarpma işlemlerini sayı doğrusunda da göstererek işlemleri somutlaştırarak öğrencinin daha iyi anlamasına yardımcı olduk.” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.28’ de gösterilmiştir.

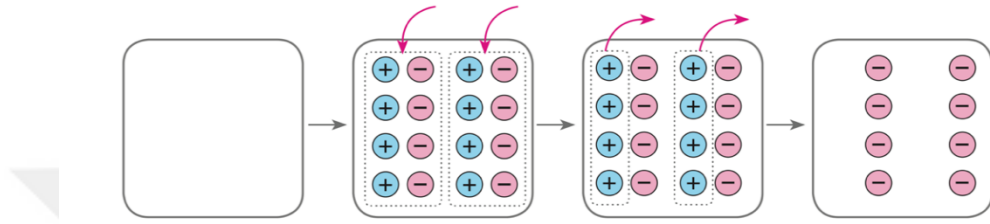


Şekil 4.28. Ö3 kişinin derslerinde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında olan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Veriliyor fakat yeterli düzeyde değil. Tam sayılar örneğinde olduğu gibi sayı pulları ve sayı doğrusunda işlemleri gösterme aşamasını ders kitabı da örnek olarak göstermiş.” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.29’ da gösterilmiştir.

Örnek



Yukanda sayma pulları ile modellenen işlemi yazınız.

Çözüm

Modelde önce 2 tane 4'lü sıfır çifti oluşturulmuştur. Modelden 2 tane 4'lü $\oplus$ sayma pulu çıkarılmıştır. Sonuçta 8 tane $\ominus$ sayma pulu elde ettiğimize göre modellenen işlem $(-2) - (+4) = (-8)$ olur.

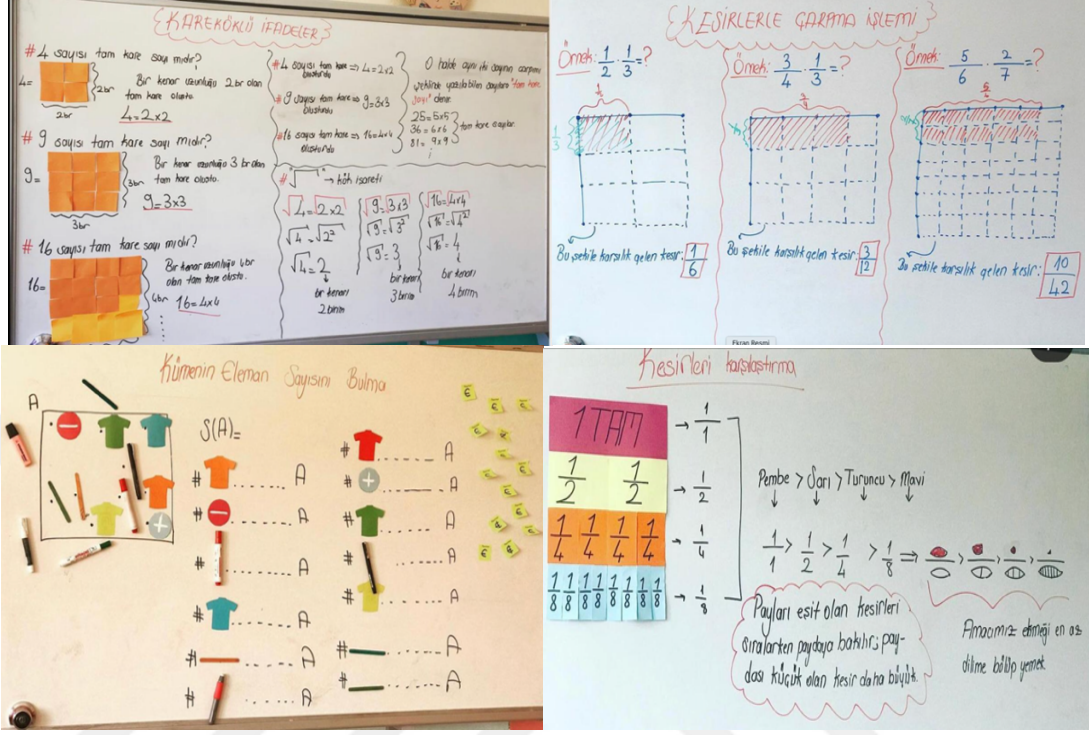
Şekil 4.29. Ö3 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö3 kişisi yaptığı matematiksel modelleme tanımında bahsettiği araçlar manipülatif ve şekiller örneği olsa da derslerinde kullandığı ve ders kitaplarından yüklediği matematiksel modelleme örneklerine bakılacak olursa matematiksel modelleme ile matematiği modellemeyi karıştırdığı görülmektedir.

Ö4 *“Konunun daha kolay anlaşılması için başvurulan bütün yöntemler. Kesirler konusunu anlatırken verdiğimiz pizza örneği, tam sayılar konusunu anlatırken verdiğimiz borç para örneği, cebirsel ifadeler veya denklem konusunda kullandığımız cebir karoları...”* matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“Kullanmaya çalışıyorum. Öğrencilerimin somutlaştırmakta zorlandığı konuları materyaller ve modellemeler yardımıyla anlamalarına yardımcı oluyorum. Görsellik gerektiren ya da gerektirmeyen konularda eğer o konuya ilişkim bir model ya da materyal kullanabiliyorsam düz anlatım yerine küçük de olsa materyal kullanmaya

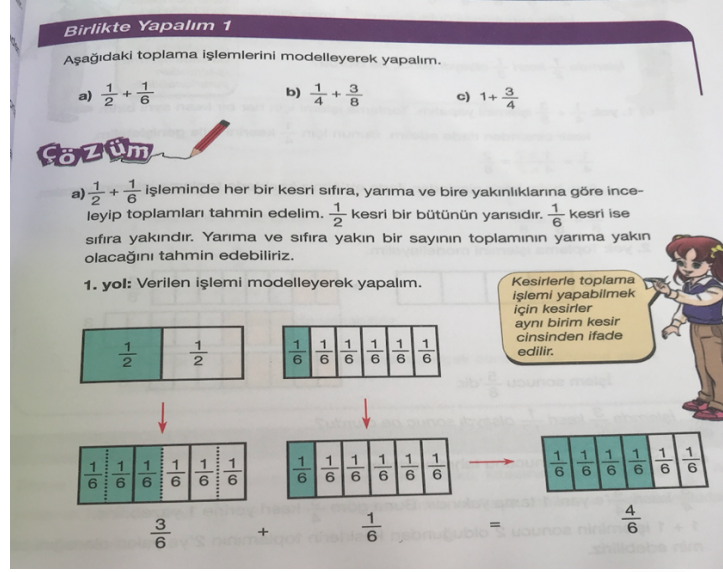
özen gösteriyorum.” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.30’da gösterilmiştir.



Şekil 4.30. Ö4 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında kullanılan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Yer verilmeye çalışılıyor. Mesela Ders kitaplarında cebir karolarına yer veriliyor ya da kesir kartlarına gibi.” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.31’de gösterilmiştir.



Şekil 4.31. Ö4 kişinin ders kitaplarındaki matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö4 kişisini matematiksel modelleme tanımı olarak manipülatif ve şekillerden bahsederken yüklediği ders içi ve ders kitabı örneklerine bakıldığı zaman aslında matematiksel modelleme ile matematiği modellemeyi karıştırdıkları görülmektedir.

Ö6: “*Matematiği kullanarak yapılan modeller*” matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi, derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“*Eşitliğin korunumu ilkesinin kavratılması için ve günlük hayatla ilişkisini daha açık bağdaştırmak için dersimde eşit kollu terazi kullanırım. Geometrik cisimler konusunda ilaç ve süt kutusu getirip açılımını göstermek.*” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.32’ de gösterilmiştir.



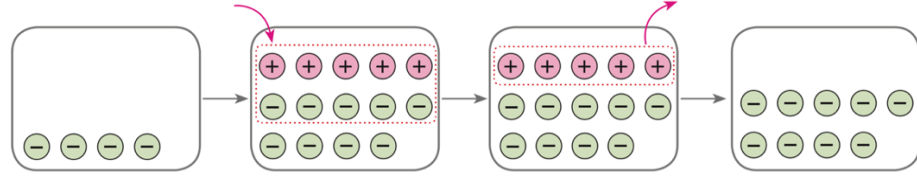
Şekil 4.32. Ö6 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında kullanılan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Evet Tam sayılar konusu anlatılırken sayma pullarına yer veriliyor” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.33’ te gösterilmiştir.

Modellenen toplama işlemi, $(-2) + (-3) = (-5)$ 'tir.

Örnek



Sayma pulları ile modellenen çıkarma işlemini yazınız.

Şekil 4.33. Ö6 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö6 kişisi matematiksel modelleme tanımı manipülatif ve şekil tanımı olan ve derste kullandığı ve ders kitaplarındaki matematiksel modelleme örneği olarak yüklediği dokümanlara bakıldığında zaman matematiksel modelleme ile matematiği modellemeyi karıştırdığı görülmektedir.

Ö8: “Kesirlerin karton tabaklar yardımıyla modellenmesi. Üç boyutlu cisimlerin yüzey ve kenar vs gibi detaylarının modellenmesi...” matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi, derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

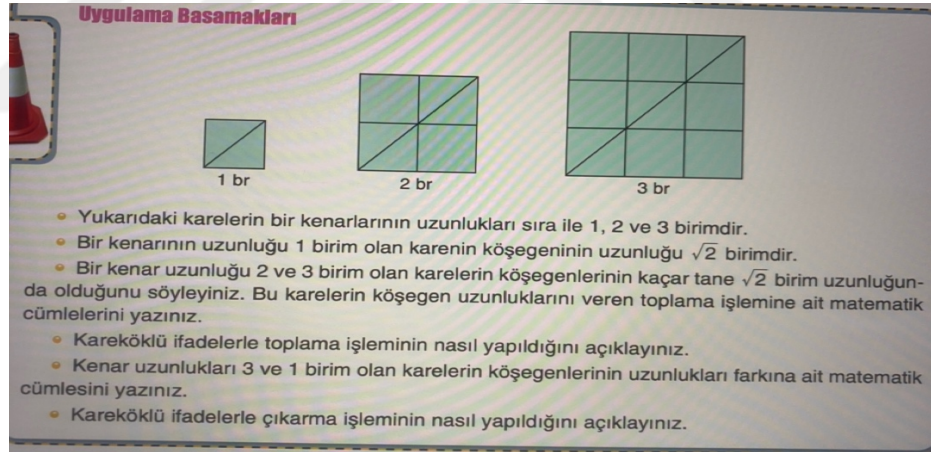
“Kullanıyorum. Bir önceki soruda bahsettiğim gibi. Kesirlerin karton tabaklar yardımıyla modellenmesi. Üç boyutlu cisimlerin yüzey ve kenar vs gibi detaylarının modellenmesi. Grafikler, veri analizinin modellenmesi gibi.” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.34’ te gösterilmiştir.



Şekil 4.34. Ö8 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında kullanılan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Ders kitaplarımızda mevcut.” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.35’ te gösterilmiştir.



Şekil 4.35. Ö8 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö8 kişisi matematiksel modelleme tanımında matematiksel modelleme ile manipülatif veya şekilleri kullandığı, derste kullandığı ve ders kitaplarındaki matematiksel modelleme örneklerinde ise matematiksel modelleme ile matematiği modellemeyi karıştırdıkları görülmektedir.

Ö12; “Matematiksel, kavramları, yapıları ve ifadeleri çeşitli şekiller yardımıyla somut ve daha anlaşılır hale getirme yaklaşımıdır. Örneğin özdeşliklerin kavranması için dikdörtgenin alanından yararlanma.”

Romanya'dan Ö13;

"Children can "touch" math using math models."

"Çocuklar matematik modellerini kullanarak matematiğe "dokunabilir"

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi

"For example, I can better understand medians in a triangle using paper triangles"

"Bir üçgendeki medyanları kağıt üçgenler kullanarak daha iyi anlayabilirim."

Öğreneğini vermiştir.

Ürdün'den Ö28 kişisi matematiksel modellemeyi

"Through graphics, models, story, simulation."

"Grafikler, modeller, hikâye, simülasyon aracılığıyla."

şeklinde tanımlamıştır.

"Example: It is possible to use colored cards on a square thank you to clarify the concept of analyzing algebraic expressions."

"Örnek: Cebirsel ifadeleri analiz etme kavramını netleştirmek için bir kare üzerinde renkli kartlar kullanmak mümkündür."

Örneğini vermiş ve derslerinde matematiksel modelleme kullanımını hakkında;

"Through a course organized by the ministry, as well as electronic twinning projects."

"Bakanlık tarafından düzenlenen bir kurs ve elektronik eşleştirme projeleri aracılığıyla."

Cevabını vermiş ve yüklediği görsel Şekil 4.36' da gösterilmiştir.



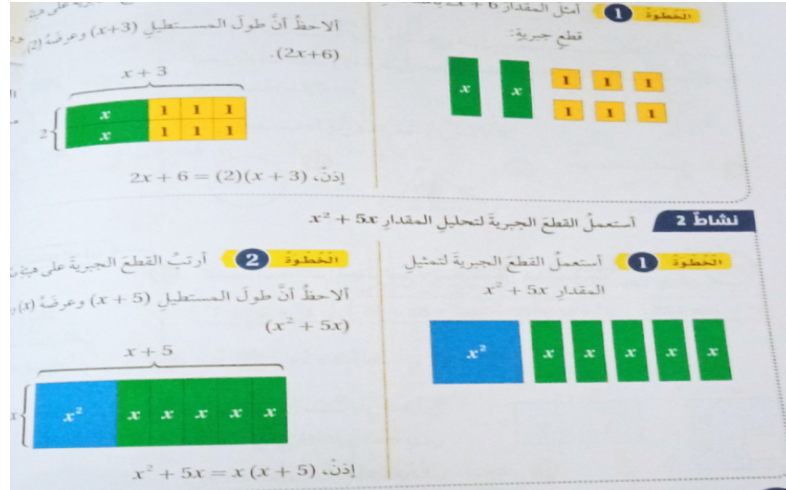
Şekil 4.36. Ö28 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında kullanılan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Through pictures, activities, and concepts in books”

“Kitaplardaki resimler, etkinlikler ve kavramlar aracılığıyla”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.37’ de gösterilmiştir.



Şekil 4.37. Ö28 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö28 kişinin tanımı matematiksel modelleme tanımı olmamakla birlikte derslerinde kullandığı ve ders kitaplarına yükledikleri dokümanlar incelendiği zaman matematiksel modelleme ile matematiği modellemeyi karıştırdığı görülmektedir.

Matematiksel modelleme ile matematiği modellemeyi karıştıran öğretmenlerin verdikleri cevaplar Tablo 4.12’ de gösterilmiştir.

Tablo 4.13. Ülkelere göre Matematiksel modelleme ile matematiği modellemeyi birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı

Ülkeler	Katılımcı sayısı	Matematiksel Modelleme yerine Matematiği modellemeyi kullananların sayısı	%	Örnek veren veya doküman yükleyen katılımcı sayısı	%
Türkiye	31	13	41,9	3	9,7
Hollanda	1	1	100	-	-
Polonya	2	1	50	1	50

Tablo 4.14. Ülkelere göre Matematiksel modelleme ile matematiği modellemeyi birbiri yerine kullanan öğretmenlerin dağılımı (devamı)

Romanya	6	1	16,6	1	16,6
İsveç	1	1	100	1	100
Toplam	35	17	48,6	6	17,1

Tablo 4.12’ de görüldüğü gibi matematiksel modellemeyi matematiği modelleme ile karıştıran öğretmenlerin çoğunluğunu Türkiye’den olmak üzere üç ülkedeki öğretmenlerden oluşturmaktadır.

Türkiye’den bazı öğretmenlerin verdikleri cevaplar şu şekildedir;

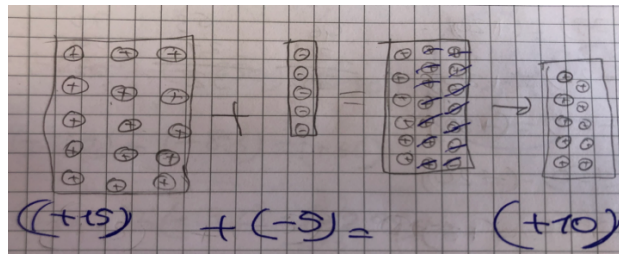
Ö1: “Öğrencinin konuyu kavraması için materyallerle konuyu anlatmaktır. 2 tane cebirsel ifadenin çarpımını dikdörtgenin alan formülünden yola çıkarak karolarla anlatabiliriz.” matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlamıştır.

Ö16 kişisi matematiksel modellemeyi “Günlük hayata uyarlanan matematik sorularının şekillendirerek belli aşamalarla çözümlmek” şeklinde tanımlamıştır.

Türkiye’den Ö5 kişisi matematiksel modellemeyi “Bir konudaki ilişkileri, eşitlikleri somutlaştırarak gösterme.” şeklinde tanımlayıp “Örneğin; tam kare özdeşliklerini karenin alan hesabıyla gösterme.” örneğini vermiştir.

Ö7; “Kesirlerin işlemsel olarak bir mantığı yokken model üzerinden anlaşılır hale gelmesi bir örnektir.” matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi, derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

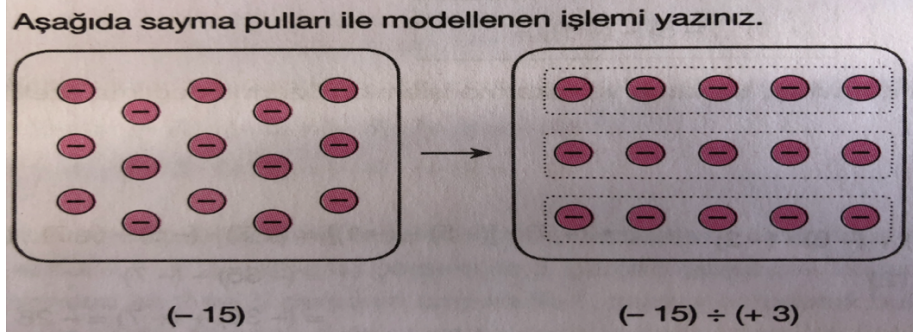
“Tam sayılarda sayma pullarını kullanıyorum” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.38’ de gösterilmiştir.



Şekil 4.38. Ö7 kişinin derslerinde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında kullanılan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Evet veriliyor. Sayma pulları, cebir karoları, eratosten kalburu...” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.39’ da gösterilmiştir.

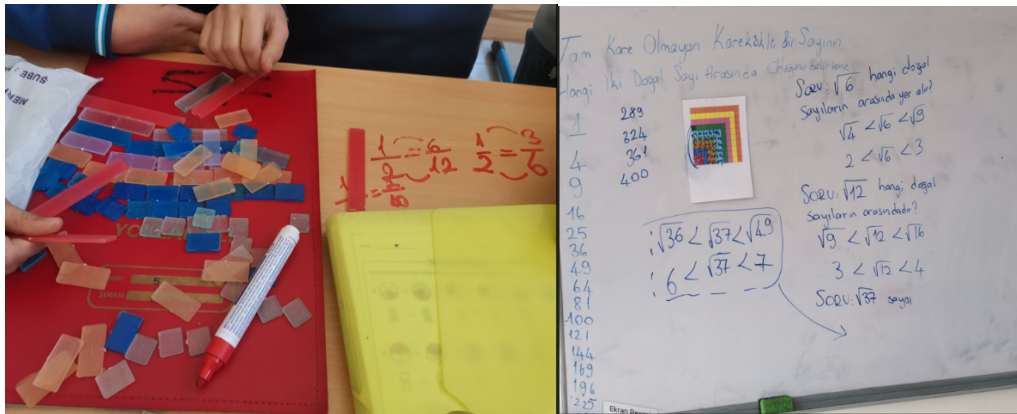


Şekil 4.39. Ö7 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö7 kişinin matematiksel modelleme tanımı ve matematiği modelleme tanımına bakıldığında zaman matematiksel modelleme ve matematiği modellemeyi karıştırdığı görülmektedir.

Ö9; “Hem matematik dersinde soyut olan konuların daha iyi anlaşılmasını sağlayan hem de günlük hayat durumlarının matematik ile ifade edilmesinde katkısı olan görseller şekiller (modeller) ile ders anlatma diyebiliriz. Örneğin günlük hayatta taksi ile gidilen bir yolun kaç tl olacağını hesaplamak” Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“Derslerimde genel olarak soyut konuların daha somut hale gelmesinde kullanıyorum. Örneğin kesirlerde alan ve uzunluk modellerinin kullanılması” Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.40’ da gösterilmiştir.



Şekil 4.40. Ö9 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö9 kişinin matematiksel modelleme tanımında sadece günlük hayat durumlarını matematikle çözme olarak kısmen tanımlasa da verdiği taksi örneği matematiksel modellemeye benzeyen matematiğin uygulamalarıdır. Derslerinde kullandığı matematiksel modelleme olarak yüklediği görsel aslında manipülatifler ile ders anlatmadır yani matematiği modelleme örneğidir.

Ö19 kişisi matematiksel modellemeyi “*Bir problem durumunun matematiksel terimlerle açıklanması. Tam sayılarda toplama işleminin pullarla açıklanması*” şeklinde tanımlamıştır.

Ö48 kişisi matematiksel modellemeyi “*Matematiksel kavramları günlük hayatlarındaki durumlarla bağdaştırarak modellerle gösterme durumu...*” şeklinde tanımlarken “*Bir bölme işlemini anlatırken konusunda paraları kardeşler arasında pay edilmesi örneği verilebilir. Ya da aynı durum kesirler konusu için.*” Örneğini vermiştir.

Türkiye’den Ö49 kişisi matematiksel modellemeyi “*Bir kavramın matematiksel nesneler veya sembollerle anlatılması*” şeklinde tanımlamıştır.

Türkiye’den Ö50 kişisi matematiksel modellemeyi “*Cebirsel İfadeler, özdeşlik konularında şekil ile gösterme*” şeklinde tanımlamıştır.

Hollanda’dan Ö42;

“In the Netherlands (Holland) mathematical modelling is part of our lessons. Via illustrating mathematical functional by real life examples the theorie becomes more interesting and understandable to students.”

“Hollanda’da (Hollanda) matematiksel modelleme derslerimizin bir parçasıdır. Matematiksel fonksiyonelliği gerçek hayattan örneklerle göstererek teori öğrenciler için daha ilginç ve anlaşılır hale gelir.”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlamıştır.

Polonya’dan Ö47;

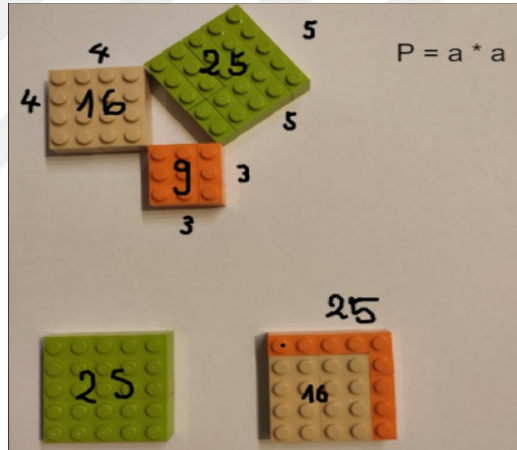
“Mathematical modeling is needed to help students understand mathematics better...”
“Öğrencilerin matematiği daha iyi anlamalarına yardımcı olmak için matematiksel modellemeye ihtiyaç vardır...”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“In my lessons I use mathematical modeling. These are, among others operations on fractions. I can give examples.”

“Derslerimde matematiksel modelleme kullanırım. Bunlar, diğerlerinin yanı sıra kesirler üzerinde yapılan işlemlerdir. Örnekler verebilirim.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.41’de gösterilmiştir.



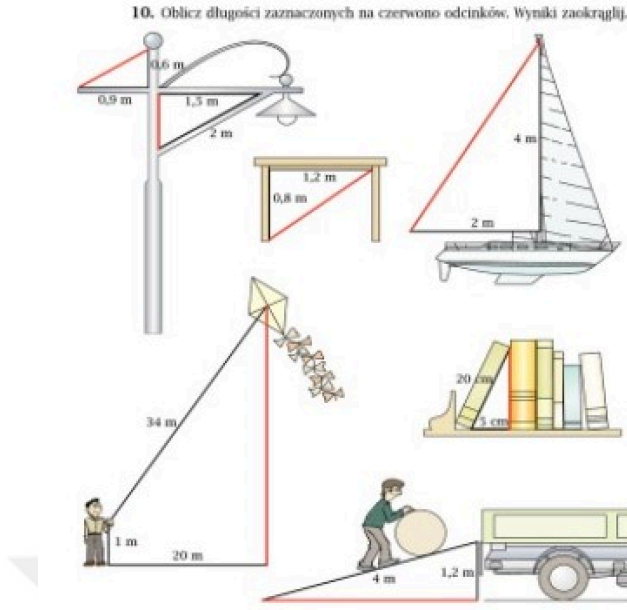
Şekil 4.41. Ö47 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında kullanılan matematiksel modelleme örneği olarak;

“My country's curriculum includes mathematical modeling. It is requested, among others. during the examination at the end of primary school.”

“Ülkemin müfredatı matematiksel modellemeyi içeriyor. Diğerlerinin yanı sıra talep edilir. İlkokulun sonundaki sınav sırasında.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.42’ de gösterilmiştir



10. Kırmızı ile işaretlenmiş doğru parçalarının uzunluklarını hesaplayın ve sonuçları yuvarlayın.

Şekil 4.42. Ö47 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö47 kişinin matematiksel modelleme tanımı, derslerinde kullandığı ve ders kitaplarından yüklediği dokümanlar ile verdiği örneklerde matematiksel modelleme ve matematiği modellemeyi karıştırdığı görülmektedir.

Romanya'dan Ö37:

"It helps students link theory with practice and makes learning more relevant."

"Öğrencilerin teori ile uygulama arasında bağlantı kurmasına yardımcı olur ve öğrenmeyi daha alakalı hale getirir"

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

"I use colored bonbons to teach probability, we draw circles in the school yard to measure diameter and circumference and calculate the approximate value of PI, we use 1 dm sided cubes to prove the volume of 1 liter, maps and recipes for proportions, etc."

"Olasılığı öğretmek için renkli bonbonlar kullanıyorum, okul bahçesinde çap ve çevreyi ölçmek ve yaklaşık PI değerini hesaplamak için daireler çiziyoruz, 1 litrenin

hacmini ispatlamak için 1 dm kenarlı küpler kullanıyoruz, orantı için haritalar ve tarifler vs.”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.43’ te gösterilmiştir.



Şekil 4.43. Ö37 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi almadığını söyleyen Ö37 kişinin verdiği örnek ve derslerinde kullandığı matematiksel modelleme örneklerine bakılacak olursa aslında matematiği modelleme ile matematiksel modellemeyi karıştırdıkları görülmektedir.

İsveç’ten Ö46

“Important so you can develop your skills”

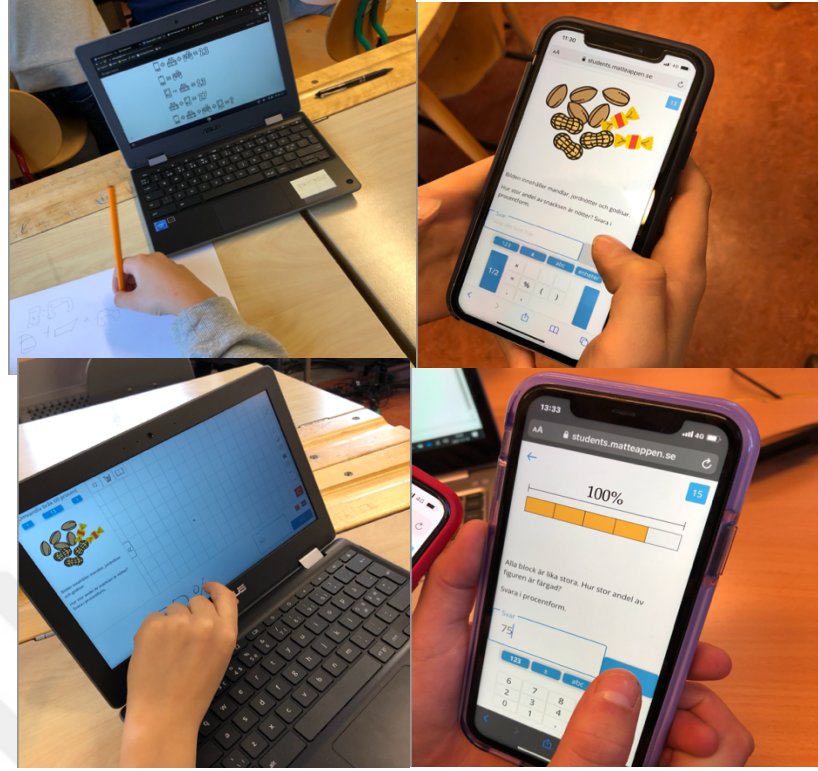
“Becerilerinizi geliştirebilmeniz için önemlidir”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

“Different ways, paper and pen och computers”

“Farklı yollar, kâğıt, kalem ve bilgisayarlar”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.44’ te gösterilmiştir.



Şekil 4.44. Ö47 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi almadığını söyleyen Ö47 kişisi matematiksel modelleme için tam bir tanım yapmış ve derslerinde kullandığı matematiksel modelleme örneği aslında matematiği öğretmek için kullanılan matematiği modelleme örneğidir.

Bazı öğretmenler ise matematikse modelleme için bir tanım yapmamış veya özelliklerinden bahsetmişlerdir. Bu öğretmenler Tablo 4.13’ te gösterilmiştir.

Tablo 4.15. Matematiksel modelleme tanımı yapmayıp örnek veren kişiler

<i>Ülkeler</i>	<i>Katılımcı sayısı</i>	<i>Matematiksel modelleme tanımı yapmayıp örnek verenlerin sayısı</i>	<i>%</i>
<i>Bosna</i>	1	1	100
<i>Hersek</i>			
<i>Danimarka</i>	2	1	50
<i>Ukrayna</i>	3	1	33,3
<i>Toplam</i>	5	3	60

Danimarka'dan Ö25;

Matematiksel modelleme için bir tanım yapmayan Ö25 kişisi derslerinde kullandığı matematiksel modelleme örneği olarak;

“Finding the optimal price for a product”

“Bir üretici için en uygun fiyatı bulmak”

Cevabını veren Ö25 kişinin yüklediği görseller Şekil 4.45 ve Şekil 4.46’ de gösterilmiştir.

Vi forestiller os nu at en gulvlampe, **TROLDHOLM's**, pris afhænger af afsætningen, jo flere der afsættes, jo lavere er salgsprisen, ud fra følgende funktion for sammenhængen mellem stykpris og afsætning:

$$P(x) = -0,05x + 700$$

VE (indkøbsprisen) for produktet er 300 kr. eks. moms og Ikeas kapacitetsomkostninger (faste omkostninger) i forbindelse med produktet er 7.500 kr.

Du skal:

1. Beregn omsætningsfunktion $R(x)$
2. Tegn omsætningsfunktion grafisk (ændre indstillingerne så at begge akser og toppunktet kan ses – det er ikke nemt!)
3. Bestem omkostningsfunktion $C(x)$
4. Beregn overskudsfunktion $O(x)$
5. Tegn overskudsfunktion (ændre indstillingerne så at begge akser og toppunktet kan ses – det er ikke nemt!)
6. Find toppunkter og nulpunkterne for overskudsfunktion (obs. diskriminanten er et stort tal!! og stort tal vises nogle gange som faktoriseret tal)
7. Bestem den optimale salgspris



Şekil 4.45. Ö25 kişinin derslerde kullandığı 1. matematiksel modelleme örneği

TROLDHOLM'un bir zemin lambasının fiyatının satışa bağlı olduğunu, birim fiyat ve satışlar arasındaki ilişki için aşağıdaki fonksiyona dayalı olarak ne kadar çok satılırsa satış fiyatının o kadar düşük olduğunu hayal edelim :

$$P(x) = -0,05x + 700$$

VE (satın alma fiyatı) ürün için DKK 300, örneğin KDV ve Ikea'nın ürünle bağlantılı kapasite maliyeti (sabit maliyetler) 7.500 DKK'd



Mecbursun:

1. Gelir fonksiyonunu $R(x)$ hesaplayın
2. Gelir fonksiyonunun grafiğini çizin (ayarları hem eksenler hem de tepe noktası görünecek şekilde değiştirin – bu kolay değil!)
3. $C(x)$ maliyet fonksiyonunu belirleyin
4. $O(x)$ fazla fonksiyonunu hesaplayın
5. Fazla fonksiyonu çizin (ayarları hem eksenler hem de tepe noktası görünecek şekilde değiştirin - bu kolay değil!)
6. Fazla fonksiyonun köşelerini ve sıfırlarını bulun (not ayırt edici büyük bir sayıdır!! ve büyük sayı bazen çarpanlarına ayrılmış bir sayı olarak gösterilir)
7. En uygun satış fiyatını belirleyin

Şekil 4.45. Ö25 kişinin derslerde kullandığı 1. matematiksel modelleme örneği (devamı)

A. Rammeopgave

Oplysninger:

Følgende tabel viser afsætning af produktet Trondheim i IKEA Odense fra oktober 2021.

Årstal	oktober	november	december	januar	februar	marts	april
Antal måneder efter okt	0	1	2	3	4	5	6
Afsætning per år	160	140	123	107	94	82	72

Du skal:

1. Tegn grafen for en eksponentielle regression i Excel baseret på ovenstående afsætningstallene.
2. Vis forskriften for funktionen (husk Euhlers tal og omregning i CALCME)
3. Beregn den forventede afsætning af Trondheim i juni 2022

Şekil 4.46. Ö25 kişinin derslerinde kullandığı 2. matematiksel modelleme örneği

görev bilgisi:

Aşağıdaki tablo Trondheim ürününün Ekim 2021'den itibaren IKEA Odense'deki satışlarını göstermektedir.

Yıl	Ekim	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan
Ekimden sonraki ay sayısı	0	1	2	3	4	5	6
yıllık satış	160	140	123	107	94	82	72

Mecbursun:

1. Yukarıdaki satış rakamlarına dayalı olarak Excel'de üstel bir regresyonun grafiğini çizin.
2. Fonksiyonun reçetesini gösterin (euhler sayısını ve CALCME'deki dönüşümü hatırlayın)
3. Haziran 2022'de Trondheim'ın beklenen satışlarını hesaplayın

Şekil 4.46. Ö25 kişinin derslerinde kullandığı 2. matematiksel modelleme örneği (devamı)

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında kullanılan matematiksel modelleme örneği olarak yüklediği görsel Şekil 49' da gösterilmiştir;

“It is a curriculum requirement that pupils demonstrate modelling by using their skills to solve problems they think could exist in a company. For example, what would be the cheapest loan if they wished to buy new inventory.”

“Öğrencilerin bir şirkette var olabileceğini düşündükleri sorunları çözmek için becerilerini kullanarak modelleme yapmaları müfredatın bir gereğidir. Örneğin, yeni envanter almak isterlerse en ucuz kredi ne olur?”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.47' de gösterilmiştir.

Du er blevet tilbudt et job på caféen nede på torvet. Chefen siger, at du kan vælge mellem to typer løn det første år.

1. Du får fast 150 kr. i timen fra den første måned.
2. Du starter med at få 100 kr. i timen - men så vokser din løn med 5 % hver måned. Det vil sige, at lønnen følger den eksponentielle funktion



Colourbox.com

$$f(x) = 100 \cdot 1,05^x$$

I interaktiviteten er tegnet graferne for de to aflønningsformer - du kan variere startlønnen i type 2 og variere den måned, du ser på (den lodrette streg).

- c. Bestem den måned, hvor aflønningen per time er ens.
- d. Hvilken af de to løntyper vil du foretrække?
- e. Bestem den startløn, der skal være ved type 2, for at lønnen er den samme i den 12'te måned for begge løntyper.

Meydandaki kafede sana iş teklif edildi. Patron, ilk yılda iki tür maaş arasında seçim yapabileceğinizi söylüyor.

1. İlk aydan itibaren saat başına sabit 150 DKK alırsınız.

2. Saatte 100 DKK alarak başlarsınız - ancak daha sonra maaşınız her ay %5 artar. Yani, maaş üstel işlevi takip eder.

Etkileşimde, iki ücret biçimi için grafikler çizilir - 2. tipte başlangıç maaşını değiştirebilir ve baktığınız ayı (dikey çizgi) değiştirebilirsiniz.

c.Saat ücretinin aynı olduğu ayı belirleyiniz. d. İki maaş türünden hangisini tercih edersiniz?

e) Her iki maaş türü için de 12. ayda maaş aynı olacak şekilde 2. tipte olması gereken başlangıç maaşını belirleyin.

Şekil 4.47. Ö25 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi almadığını söyleyen Ö25 kişisi matematiksel modelleme için bir tanım yapmamış ama derslerinde kullandığı ve ders kitaplarında olan örneklerin matematiksel modelleme örneği olduğu görülmektedir.

Bosna Hersek'ten Ö45;

“Models must be connected to students age and interests.”

“Modeller öğrencilerin yaşına ve ilgi alanlarına bağlı olmalıdır.”

Matematiksel modellemeyi şeklinde tanımlayan kişi derslerinde matematiksel modelleme kullanımı hakkında;

"I usually use economic models, since I work in High Economic School."

"Yüksek Ekonomi Okulu'nda çalıştığım için genellikle ekonomik modelleri kullanırım."

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.48' de gösterilmiştir.

Family budget is:

- a) A record of how much a family spent, earned and saved over a period of time.
- b) An estimate of how a family will spend its money.
- c) A plan as to how much the family will spend and save over a period of time.
- d) A plan as to how much the family will earn, spend and save over a period of time.

Correct answer is: d)

Aile bütçesi:

- a) Bir ailenin belirli bir süre boyunca ne kadar harcadığını, kazandığını ve biriktirdiğini gösteren bir kayıt.
- b) Bir ailenin parasını nasıl harcayacağına dair bir tahmin.
- c) Ailenin belirli bir süre içinde ne kadar harcayacağına ve tasarruf edeceğine dair bir plan.
- d) Ailenin belirli bir süre içinde ne kadar kazanacağına, harcayacağına ve tasarruf edeceğine dair bir plan.

Şekil 4.48. Ö45 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi almadığını söyleyen Ö45 kişinin Matematiksel modelleme tanımı olarak net bir tanım yapmayıp derslerinde kullandığı doküman örneği olarak slayt dosyası yüklemiş ve slaytından bir kesit Şekil 4.48' da gösterilmiştir. Aile bütçesi tanımı ile ilgili verilen örnek test sorusu olduğu için matematiksel modelleme örneği değildir.

Ukrayna'dan Ö38;

Matematiksel modelleme için bir tanım yapmayan Ö38 kişisi derslerinde kullandığı matematiksel modelleme örneği olarak;

"Conducted classes: "Bodies of rotation in the car"

“Yürütülen sınıflar: “Arabadaki dönüş gövdeleri”

Cevabını veren Ö38 kişinin yüklediği görsel Şekil 4.49’ da gösterilmiştir.



Şekil 4.49. Ö38 kişinin derslerde kullandığı matematiksel modelleme örneği

Yine aynı öğretmenimiz ders kitabında kullanılan matematiksel modelleme örneği olarak;

“Yes. Added a screenshot of the program”

“Evet. Programın ekran görüntüsü eklendi”

Cevabını vermiş ve doküman olarak yüklediği görsel Şekil 4.50’ de gösterilmiştir

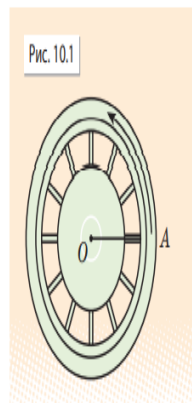
7 Структура предмету

№ з/п	Назва розділу і теми	Кількість годин		
		усього	у тому числі лекції	практичні заняття
	I Математика			
	I семестр	51	16	35
	Розділ 1 Вступ і повторення	10	4	6
1	Тема 1 Роль математики на сучасному етапі розвитку суспільства. Поняття про математичне моделювання	2	2	
2	Тема 2 Множини чисел. Дійсні числа та дії з ними. Модуль числа. Відсоткові розрахунки. Основні відомості про рівняння та нерівності	8	2	6
	Розділ 2 Функції. Їх властивості та графіки	24	6	18
3	Тема 1 Основні поняття, пов'язані з функціональною залежністю. Поняття оберненої функції. Найпростіші перетворення графіків функцій	4	2	2
4	Тема 2 Границя функції в точці. Властивості границь. [Неперервність функції в точці та на проміжку]	10	2	8

 **Виявіть свою компетентність**

10.6. Визначте кут (у градусах і в радіанах), який утворюється внаслідок обертання хвилинної стрілки від моменту часу 1 год 15 хв до моменту часу 1 год 40 хв тієї самої доби. Обговоріть, чи будуть відрізнятися запис самого кута і запис його модуля?

10.7. Маховик двигуна робить 50 обертів за хвилину. На який кут (у градусах і в радіанах) повернеться його спиця OA (рис. 10.1) за 2 с (напрямок обертання позначено на рисунку)?



Konu 1 Modern aşamada matematiğin rolü

Toplumun gelişimi hakkında KONSEPT matematiksel modelleme oluşturmak.

Yetkinliğinizi gösterin

10.6. Aynı günün 1 saat 15 dakika anından 1 saat 40 dakika anına kadar yelkovanın dönmesiyle oluşan açıyı (derece ve radyan cinsinden) belirleyin. Açının kendisinin yazılması ile modülünün yazılmasının farklı olup olmayacağını tartışın. Becerileriniz gösteriliyor

10.6. Aynı gün kadranı 1 saat 40 saniyeden 1 saat 15 saniyeye çevirerek oluşan açıyı (derece ve radyan) belirleyiniz. İlk bölümün nasıl yazılacağını ve modülün nasıl farklı yazılacağını tartışacağım.

Şekil 4.50. Ö38 kişinin ders kitaplarından matematiksel modelleme örneği

Matematiksel modelleme eğitimi aldığını söyleyen Ö38 kişisi matematiksel modelleme hakkında bir tanım yapmamakla birlikte derslerinde kullandığı ve ders kitaplarında bulunan matematiksel modelleme örneği olarak yüklediği dokümanların aslında matematiği modelleme örnekleri olduğu görülmektedir.

Matematiksel modelleme hakkında bir tanımlı sorusuna ve doküman yükleme sorularına cevap vermeyen öğretmenlerin ülkelere göre dağılımı Tablo 4.14. da gösterilmiştir.

Tablo 4.16. Matematiksel modelleme hakkında fikir belirtmeyen öğretmenler

<i>Ülkeler</i>	<i>Katılımcı sayısı</i>	<i>Matematiksel Modelleme hakkında fikir belirtmeyenlerin sayısı</i>	<i>%</i>
<i>Romanya</i>	6	2	33,3
<i>Ürdün</i>	4	2	50
<i>Almanya</i>	6	1	16,6
<i>Ukrayna</i>	3	1	33,3
<i>Toplam</i>	19	6	31,6

Tablo 4.14’ te görüldüğü gibi dört farklı ülkeden toplam altı öğretmen matematiksel modelleme hakkında fikir belirtmemişlerdir.

Matematiksel modelleme ile ilgili öğretmenlerin verdikleri cevapları bir bütün olarak gözükmesi için tüm durumlar Tablo 4.15’te gösterilmiştir.

Tablo 4.17. Matematiksel modelleme tanımının ayrıntılı tablosu

	<i>Türkiye</i>	<i>Romanya</i>	<i>Almanya</i>	<i>Ukrayna</i>	<i>Danimarka</i>	<i>İsveç</i>	<i>Bosna Hersek</i>	<i>Polonya</i>	<i>Ürdün</i>	<i>Hollanda</i>	<i>Finlandiya</i>
<i>Modelleme Süreci</i>	4										
<i>Somutlaştırma</i>	4	1									
<i>Günlük hayat problemleri</i>	11	2	5	1				1	1	1	1
<i>Nesne, semboller</i>											
<i>Materyaller ile ders anlatma</i>	9	1					1		1		
<i>Matematiği daha iyi anlamlandırma</i>	2							1			
<i>Problemlere farklı çözümler bulma</i>					1						
<i>Diğer</i>	1			1		1					
<i>Bilgisi Olmayanlar</i>		2	1	1	1				2		
<i>Toplam</i>	31	6	6	3	2	1	1	2	4	1	1

4.3. Matematiksel Modelleme Eğitimi Alanların Eğitim Hakkındaki Düşünceleri

Türkiye’den bazı öğretmenlerin matematiksel modelleme eğitiminden neler öğrendiklerine ait cevapların bazıları şu şekildedir;

Ö2: “Öncelikle model, modelleme, matematiksel model, matematiksel modelleme tanımları bunları oluşturma süreçleri ve bolca matematik modelleme yapabileceğimiz günlük hayat problemi çözümleri yaptık.”

Ö3 “Matematiksel modellemenin matematiği anlamlandırma sürecinde önemli olduğunu öğrendim.”

Ö4: “Matematiksel modelleme denildiğinde herhangi bir konuyu görselleştirmek ya da materyal üzerine dökmek olduğunu düşünürdüm. Ancak bu düşüncemin aksine sözel ürünler ya da bir problemin çözümünde modelleme olabileceğini öğrenmiş oldum.”

Ö6: “Matematiksel modelleme hayatımızı kolaylaştıran karşılaştırma işlemlerinde kolayca sonuçlara ulaşmamızı sağlar örneğin benzin ve dizel araç alım fiyatları karşılaştırılırken aradaki fiyat farkı ileride kullanılacak yakıt miktarı ile kurulacak olan doğrusal ilişki sonucunda hangisinin tercih edilmesi gerektiğini sağlar”

Ö8: “Cebirden geometriye birçok kavramı modelleyebiliriz”

Ö9: “Derslerde anlaşılmayan somut kalan konularda kullanılan materyaller ve günlük hayat ile matematik ilişkisini öğrendim”

Ö10: “Gerçek hayat problemlerinin somut ya da soyut modelleme yöntemleriyle çözülebileceğini öğrendim.”

Ö16: “Gerçek günlük hayat problemleri ile matematiği bağdaştırmak örneğin altın oranla yapılmış bir salon yapmak”

Ö17: “Birden fazla etkinlik olarak izleyici konumunda katıldım. Sonra ısınma soruları yaparak çalışılmak istenen örnekleme sürece katıp çeşitli mat. modelleme etkinlikleri yaparak gerçekleştirdik.”

Ö19: “Öğrencinin soyut kavramları somutlaştırması için gerekli olduğu öğretildi. Negatif tam sayılarda yapılan işlemlerde pulların kullanımı gibi”

Ö20: “Sanal gerçeklik yöntemiyle yapılan matematiksel modelleme etkinliklerinin öğretmenlerin matematiksel modelleme oluşturabilmesi üzerindeki etkisine yönelik bir çalışmaya katılmışım.”

Ö39: “Bir problem matematiksel model kullanılarak nasıl çözüme kavuşturulur daha sonra nasıl genellerin çeşitli sorular üzerinde çalışarak öğrendik.”

Almanya’dan bazı öğretmenlerin cevapları

Ö24;

“I gained insight into heuristic strategies by doing mathematics. We worked in groups of a few mathematics teachers on different realistic situations and tried to create mathematical models. After that, we discussed the way of working with students.”

“Matematik yaparak buluşsal stratejiler hakkında içgörü kazandım. Birkaç matematik öğretmeninden oluşan gruplar halinde farklı gerçekçi durumlar üzerinde çalıştık ve matematiksel modeller oluşturmaya çalıştık. Daha sonra öğrencilerle nasıl çalışılacağını tartıştık.”

Ö34

“Several numeric approximation methods for describing real situation”

“Gerçek durumu açıklamak için birkaç sayısal yaklaşım yöntemi.”

Ö35;

“The training on Mathematical Modeling was part of a scaffolding course for teaching mathematics to underachieving but normally gifted learners. The trained teachers learned to teach math with a different mindset, focusing on more than one way to perceive a mathematical problem: mathematical language i.e. numbers and specific signs (symbols) were equally important as describing words, pictures/ skizzos, representing items.”

“Matematiksel Modelleme eğitimi, başarısız ama normalde yetenekli öğrencilere matematik öğretmek için bir yapı iskelesi kursunun parçasıydı. Eğitimli öğretmenler, matematik bir problemi algılamamanın birden fazla yoluna odaklanarak farklı bir zihniyetle matematiği öğretmeyi öğrendiler: matematiksel dil, yani sayılar ve belirli işaretler

(semboller), sözcükleri, resimleri/çizgileri, öğeleri temsil etmek kadar eşit derecede önemliydi.”

Ö53

“I learned about the circle of mathematical modeling (understanding/structuring/simplify/mathematize/solving/interpreting/validating), analyzed lesson plans and developed own lesson plans together with colleagues. It was only a 4-hour workshop...”

“Matematiksel modelleme çemberini (anlama/yapılandırma/basitleştirme/matematize etme/çözme/yorumlama/doğrulama) hakkında bilgi edindim, ders planlarını analiz ettim ve meslektaşlarımla birlikte kendi ders planlarını geliştirdim. Sadece 4 saatlik bir atölyeydi...”

Ürdün’den bazı öğretmenlerin cevapları

Ö28;

“Yes, it helps students to understand better.”

“Evet, öğrencilerin daha iyi anlamalarına yardımcı olur.”

Ö29;

“The simplest skills that a mathematics teacher can master and prepare for, and most likely have a great deal of increasing students’ motivation to learn Verb Mathematics teachers use hypothetical problems inspired by books and present them to students that makes the subject more distant for the student but be objective and close to the student. You feel it really increases his attention and increases his desire to learn”

“Bir matematik öğretmenin ustalaşabileceği ve hazırlanabileceği en basit beceriler ve büyük olasılıkla öğrencilerin öğrenme motivasyonunu büyük ölçüde artırır Fiil Matematik öğretmenleri, kitaplardan ilham alan varsayımsal problemler kullanır ve bunları öğrencilerine konuyu öğrenci için daha uzak hale getiren varsayımsal problemler kullanır., ancak objektif ve öğrenciye yakın olun. Dikkatini gerçekten artırdığını ve öğrenme arzusunu artırdığını hissediyorsunuz.”

Polonya’dan bazı öğretmenlerin cevapları;

Ö36;

“Using the language of mathematics to describe the behavior of a system.”

“Bir sistemin davranışını açıklamak için matematik dilini kullanmak”

Ö47;

“During the course, I learned how to introduce some mathematical concepts. They are scale on plans and maps. Tasks related to path, speed and time, calculating the area of figures and volume of solids.”

“Kurs sırasında bazı matematiksel kavramları nasıl tanıtacağımı öğrendim. Planlar ve haritalar üzerinde ölçeklidirler. Yol, hız ve zaman ile ilgili görevler, şekillerin alanını ve katıların hacmini hesaplama.”

Finlandiya’dan Ö44;

“I learned that mathematics can be used to model various phenomena both in science as well as in ordinary life. Models to be formed can originate from various mathematical methods depending on the need. The most easiest ones can be formed by first order equations but some phenomena to be modelled require the use of equations of higher order, the use of exponents, differential equations etc.”

“Matematiğin hem bilimde hem de günlük yaşamda çeşitli fenomenleri modellemek için kullanılabileceğini öğrendim. Oluşturulacak modeller ihtiyaca göre çeşitli matematiksel yöntemlerden kaynaklanabilir. En kolay olanları birinci dereceden denklemlerle oluşturulabilir, ancak modellenen bazı fenomenler daha yüksek mertebeden denklemlerin, üslerin, diferansiyel denklemlerin vb. kullanılmasını gerektirir.”

Danimarka’dan Ö26;

“All teaching material include mathematical modelling. I am sorry but our portals are online- we rarely use books. To use these online portals, you need login codes and I can not give you mine. I, the teacher, choose the teaching material for my students. We do not have course books. But it is compulsory for me to teach the students to use modelling.”

“Tüm öğretim materyalleri matematiksel modelleme içerir. Üzgünüm ama partallarımız çevrimiçi- nadiren kitap kullanıyoruz. Bu çevrimiçi partalları kullanmak için oturum açma kodlarına ihtiyacınız var ve benimkini size veremem. Öğretmen olarak öğrencilerim için öğretim materyalini ben seçerim. Ders kitaplarımız yok. Ama öğrencilere modelliği kullanmayı öğretmek benim için zorunludur.”

Hollanda'dan Ö42;

“I learned that it is very important to give the students a real-life context so the understand why they are learning something and what the roll of mathematics is in real life. (I have sent examples of our textbook via WeTransfer because they are to big for this for).”

“Öğrencilere bir şeyi neden öğrendiklerini ve matematiğin gerçek hayattaki rolünü anlamaları için gerçek yaşam bağlamı vermenin çok önemli olduğunu öğrendim.”

Romanya'dan Ö43;

“Mathematics is not learned for applicability, but for thought modeling”

“Matematik uygulanabilirlik için değil, düşünce modellemek için öğrenilir.”

Öğretmenlerin matematiksel modelleme üzerine aldıkları eğitimlerde matematiksel modelleme hakkında öğrendikleri bilgilerde doğru veya kısmen doğru cevaplar verenler olsa da Almanya ve Danimarka gibi ülkeler dışında öğretmenlerin bu eğitimlerde aldıkları bilgileri sınıf içi matematiksel modelleme uygulamalarına transfer etmede yetersiz kaldıkları görülmektedir.

5. SONUÇ VE TARTIŞMA

Çalışmanın bu kısmında bulgular doğrultusunda sonucalar belirlenmiş ve bulgular içsel ve alan yazın ile dışsal tartışması yapılmıştır.

5.1. Birinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

“Farklı ülkelerdeki matematik öğretmenlerinin matematiksel model hakkındaki düşünceleri nelerdir?” şeklindeki birinci alt probleme göre, öğretmenlerin çok az kısmı matematiksel model kavramını doğru tanımlarken, büyük bir çoğunluğu matematiksel model kavramını yanlış tanımlamışlar veya başka kavramlarla karıştırmışlardır.

Matematiksel modeli doğru tanımlayan öğretmenlerin bir kısmı matematiksel modelin süreç olmasından bahsederken bir kısmı denklem olduğundan bahsetmiş. En güzel cevabı veren kişilerden biri Finlandiya’dan Ö41 kişisi “A such model can be for example total price=unit price*amount i.e. $y=a*x$ where x is kilograms of apples, a is the price of apples per kilogram and y the price you pay for the apples.”

“Böyle bir model örneğin toplam fiyat=birim fiyat*miktar yani $y=a*x$ olabilir, burada x elmanın kilogramıdır, a elmanın kilogram başına fiyatıdır ve y elmalar için ödediğiniz fiyattır.” Matematiksel modeli şeklinde doğru bir şekilde tanımlamıştır.

Yanlış veya karıştıran cevaplar incelendiği zaman iki başlık altında toplanabilir. Birincisi; yanlış cevapların büyük bir kısmında öğretmenlerin matematiksel modeli manipülatif veya şekillerle karıştırdıkları görülmektedir. Bu katılımcıların tamamına yakını Türkiye’deki öğretmenlerden oluşmaktadır. Bunun nedeni Türkiye’deki katılımcı sayısının fazla olması olabileceği gibi Millî Eğitim Bakanlığı tarafından hazırlanan Matematik Dersi Öğretim programında bu manipülatif veya şekillerin yerine model kavramı kullanıyor olmasından kaynaklanıyor olabilir. Bu düşünceyi destekleyen 2018 Matematik Dersi Öğretim programında bulunan “Yeni kavramların öğretiminde ve yapılacak olan değerlendirmelerde mümkün olduğu ölçüde somut materyaller kullanılmalıdır. Sayı kartları, onluk bloklar, kesir takımları, basit günlük materyallerden elde edilecek modeller vb. bu materyallere örnek olarak gösterilebilir (MEB, 2018)” ibare örnek verilebilir.

İkincisinin de öğretmenlerin diğer kısmı ise matematiksel model ile matematiksel modellemeyi veya matematiği modellemeyi karıştırdıkları görülmüştür. Aslında model/matematiksel model bir ürün iken matematiksel modelleme ve matematiği modelleme süreç (Pollak, 2007) olmasına rağmen öğretmenler ürün yerine süreç, süreç yerine ürün tanımlamalarını yapmaktadırlar. Bu sonuç matematik öğretmenleriyle çalışma yapan Çiltaş vd. (2011); Taşlı, (2022); Öztürk, (2021) ve Gould, (2013)'un araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir. Bunun nedeni birçok çalışmada (Aydın vd., (2019); Bilgili vd., (2020); Frejd, (2012); Urhan ve Dost, (2016); Sarı, (2019) ve Didiş Kabar ve İnan Tutkun (2021) ortaya konduğu gibi öğretmenlerin bu kavramlar hakkında yeterli bilgi ve deneyime sahip olmaları olabilir. Çünkü katılımcı öğretmenlerin yaklaşık üçte biri matematiksel modelleme eğitimi almadıklarını ifade etmişlerdir. Matematiksel modelleme eğitimi alanlar ise bu eğitim sürecinde matematiksel model yerine daha çok matematiksel modelleme kavramı üzerinde yoğunlaşmış olabilirler. Diğer taraftan da katılımcı öğretmenlerin verdikleri cevaplar incelendiğinde matematiksel modeli iki şekilde ifade ettikleri görülmektedir. Birincisi, matematiksel işlem ve kavramları öğretmek için günlük hayatın örneklendirilme veya ilişkilendirme süreci olan matematiği modellemeyi tanımlamasıdır. Diğeri de günlük hayat problem/durumlarıyla matematik arasındaki döngüsel süreç olan matematiksel modelleme tanımlanmasıdır. Bu tanımlamalar matematiksel modelleme ve matematiği modelleme için doğru olsa da matematiksel model için doğru bir tanım değildir. Bu durum da öğretmenlerin matematiksel model hakkında yeterli düzeyde bilgi ve deneyimlere sahip olmadığı sonucunu desteklemektedir.

5.2. İkinci Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

“Farklı ülkelerdeki matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme hakkındaki düşünceleri nelerdir?” şeklindeki ikinci alt problemi öğretmenlerin yaklaşık yarısı kısmen doğru tanımlama yapmışlardır. Matematiksel modelleme kavramını Almanya'daki öğretmenlerin tamamına yakını doğru tanımlarken Türkiye'deki öğretmenlerin yaklaşık üçte biri matematiksel modelleme tanımını doğru yaptıkları görülmüştür. Matematiksel modellemeyi tanımlarken “günlük hayatla ilişkilendirme” ve “süreç olması” kavramlarını kullanan öğretmenlerin cevapları yarı doğru kabul edilmiştir. Almanya, Romanya ve Danimarka hariç matematiksel modellemeyi doğru veya yarı

doğru olarak tanımlayan diğer öğretmenlerin verdikleri örnekler uygun örnekler değildir. Bu konudaki örnekler incelendiğinde “cebir karoları, sayma pulları, kesir takımları vb.” manipülatif veya şekillerle ders anlatılması olarak tanımlanan matematiksel modelleme yerine matematiği modelleme örnekleri verdikleri anlaşılmaktadır. Derslerini daha somut ve kalıcı bir şekilde işlenebilmesi için derslerinde materyal ve şekil kullanımını matematiksel modelleme durumu olarak tanımladıkları veya örneklendirdikleri görülmüştür. Bu durum Frejd, 2012; Akgün vd., 2013; Taşlı, 2022 vb. çalışmalar paralellik gösterdiği görülmektedir. Daha önceden de bahsedildiği gibi matematik öğretim programında manipülatif veya şekillerin yerine matematiksel model kavramının kullanılması (MEB, 2018), bu yüzden öğretmenler matematiksel modellemeyi matematiksel kavramların somutlaştırma süreci olarak tanımlamış olabilir.

5.3. Üçüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

“Farklı ülkelerdeki matematik öğretmenleri derslerinde matematiksel modelleme kullanma durumları nedir?” şeklindeki üçüncü alt probleme öğretmenlerin büyük çoğunluğu matematiksel modellemeyi derslerinde kullandıklarını söylemişlerdir. Buna ilişkin öğretmenlerden ders içerisinde kullandıkları matematiksel modelleme örnekleri ve doküman örnekleri incelendiği zaman aslında matematiksel modellemeyi derslerinde kullandıklarını söyleyen öğretmenlerin büyük çoğunluğunun matematiği modelleme örnekleri yükledikleri görülmüştür. Örneğin “Günlük hayat problemlerine matematiksel süreçlerle cevap aramaktır” şeklinde matematiksel modellemeye kısmen doğru cevap veren Türkiye’den bir matematik öğretmeni derslerinde matematiksel modellemeyi kullandığını ifade etmiştir. Fakat yüklediği dokümandaki örnek cebirsel ifadelerin cebir karoları yardımıyla matematiğin somutlaştırılmasına yani matematiği modellemeye örnektir. Matematiksel modelleme örneği yerine matematiği modelleme örnekleri vermek özellikle Türkiye, Polonya, Bosna Hersek, İsveç, Ürdün, Finlandiya ve Ukrayna’da çalışmaya katılan tüm öğretmenler arasında yaygındır. Bu durum öğretmenlerin matematiksel modellemeyi tanımlama ve özellikle sınıf içerisinde uygulama hakkında bilgi ve deneyime sahip olmadığını göstermektedir. Bu sonuç Ärleback, (2011) ve Frejd, (2011) çalışmalarında ortaya konulan öğretmenlerin matematiksel modellemeyi net bir şekilde tanımlayamadığı ve okullarda (Özellikle İsveç) öğretmenlerin matematiksel

modellemeyi uygulaması hakkında yeterli düzeyde bilgi sahibi olmadığı sonucuyla örtüşmektedir.

Diğer taraftan da Almanya ve Danimarka'daki öğretmenlerin tamamına yakını Romanya'daki öğretmenlerin üçte biri de yükledikleri doküman örnekleri ile matematiksel modellemeyi derslerinde doğru kullandıklarını göstermektedir. Bunun nedeni Almanya ve Danimarka'da matematiksel modelleme ve sınıf içi uygulama çalışmalarının 1980'li yılların başlarından beri yapılıyor (Kaiser ve Messmer, 1986) olması olabilir.

Matematiksel modelleme eğitimi alma durumu incelendiğinde, Türkiye'deki öğretmenlerin üçte ikisine yakını ve Almaya, Ürdün, Ukrayna, Polonya, Hollanda ve Finlandiya'daki öğretmenlerin tamamı veya büyük çoğunluğu matematiksel modelleme eğitimi aldıklarını görülmektedir.

Ülkelere göre bu eğitimler incelendiği zaman Türkiye'deki katılımcılardan matematiksel modellemeyi doğru şekilde tanımlamış olsa da uygulama aşamasında yine manipülatif veya şekillerle ders anlatma yani matematiği modelleme yaptıkları görülmüştür. Benzer olarak Finlandiya ve Hollanda gibi ülkelerde matematiksel modelleme eğitimlerinin yaygın olması ve temel matematik eğitiminde kullanıldığı düşüncesi bu çalışmadaki verileri ile çelişmektedir (Sahlberg, 2011; Doorman vd., 2007). Finlandiya'daki katılımcı matematiksel model tanımındaki gibi matematiği modelleme içinde doğru bir tanım yapsa da örneği tam olarak matematiksel modelleme örneği değildir. Yine de Finlandiya ve Hollanda'dan birer öğretmen katıldığını için bu sonuçların doğruluğu tartışılabilir. Almanya'daki katılımcı öğretmenlerin tamamına yakını matematiksel modelleme eğitimi aldıkları sonucuna varılmıştır. Ayrıca literatür incelendiğinde özellikle Almanya'da 2001'den itibaren öğretmenler yoğun bir şekilde matematiksel modelleme ve uygulamaları ile ilgili eğitim ve projelere katıldıkları görülmektedir (Greefrath ve Vorhölter'in 2016). Almanya'daki öğretmenlerin cevaplarının ve örneklerinin doğru olmasında matematiksel modelleme eğitimlerin olumlu etkilerinin olduğu söylenebilir. İsveç, Bosna Hersek ve Romanya'daki öğretmenlerin tamamı veya tamamına yakını matematiksel modelleme eğitimi almadıklarını belirtmişlerdir fakat bu ülkelerdeki öğretmenlerden bir kişi hariç hepsinin matematiksel modelleme yerine matematiği

modelleme örneği verdikleri görülmüştür. Bunun nedeni matematiksel modellemenin ülkelerin müfredatlarına daha önceden girmiş olsa bile sınıflarda kullanılması ve uygulanması hakkında öğretmenlerin yeterli deneyiminin olmaması olabilir yeni olması olabilir (Bilgili vd., 2020; Gürbüz vd., 2018; Stohlmann ve Yong, 2021)

5.4. Dördüncü Alt Probleme İlişkin Sonuçlar

“Farklı ülkelerdeki matematik öğrenim programlarında matematiksel modellemenin bulunma durumu nelerdir?” şeklindeki dördüncü alt problem için öğretmenlerin büyük çoğunluğu ders kitaplarında ve matematik öğretim müfredatında matematiksel modellemeye yer verildiğini belirtmişlerdir. Verilmediğini söyleyen öğretmenlerin büyük çoğunluğunu Türkiye’deki matematik öğretmenlerinin oluşturduğu görülmektedir. Benzer şekilde Almanya’dan iki ve Romanya’dan bir öğretmen yine ders kitaplarında matematiksel modelleme olmadığını ifade etmişlerdir. Fakat Almanya’dan ve Romanya’dan matematiksel modellemeyi ders kitaplarının içerdiğini söyleyen diğer öğretmenlerin yükledikleri dokümanlar ve ilgili literatürler ile (Garcia vd., 2013; Greefrath ve Vorhölter, 2016) karşılaştırıldığında öğretmenlerin bu cevabı ile çelişmektedir. Öğrenim programında matematiksel modelleme örneğinin olmadığını söyleyen öğretmenlerin matematiksel modelleme veya öğretim programı hakkındaki bilgilerinin yetersiz olmasından kaynaklanıyor olabilir. Fakat Bosna Hersek’ten çalışmaya katılan kişi ders kitaplarında matematiksel modelleme olmadığını söylerken bunun aksini söyleyebilecek bir çalışmaya da rastlanmamıştır. Benzer şekilde Ürdün, Polonya ve Ukrayna yapılan araştırmalar sonucunda müfredatlarına ilişkin bilgi bulunmazken öğretmenlerimizin yükledikleri doküman örnekleri matematiği modelleme örnekleri olduğu için kesin yoktur sonucuna varılamamaktadır. Finlandiya’dan derslerinde matematiksel modelleme kullandığını ve müfredatları matematiksel modellemeyi içerdiğini söyleyen bir öğretmenin yolladığı dokümanlardaki örneklerin matematiksel modelleme yerine matematiği modelleme örneği olduğu görülmektedir. Bu öğretmenin ifade ettiği matematiksel modellemenin Finlandiya’da müfredat ve kitaplarda yer aldığı görüşü, 2014 yılında yenilenip 2016 yılından beri müfredatta yer aldığını söyleyen Mullis vd., 2016’nın çalışmasının sonucuyla örtüşmektedir. Benzer olarak öğretmenin verdiği matematiksel modelleme örneğinin doğru olmaması, birçok alan yazında (Eraslan, 2011; Deniz ve Akgün, 2014; Işık ve Mercan, 2015) ortaya konan

öğretmenlerin matematiksel modellemenin sınıf ortamlarında uygulamasıyla ilgili bilgi ve deneyim eksikliklerinin olduğu görüşüyle örtüşmektedir.

Sonuç olarak çoğunluğu Türkiye'den olmak üzere Almanya ve Danimarka hariç birçok ülkedeki matematik öğretmenleri matematiksel model kavramı yerine manipülatif-şekillerin ve matematiksel modelleme kavramı yerine de matematiği modelleme kavramları kullanıldığı görülmüştür. Çalışmadaki ülkelerin tamamının öğretim müfredatlarında matematiksel modelleme yer almaktadır. Birçok çalışmanın sonuçlarına paralel olarak bu çalışmada da öğretmenlerin matematiksel model ve matematiksel modelleme kavramları hakkında bilgi ve deneyimlerinin yetersiz olduğu söylenebilir. Bu durumun temelinde matematiği manipülatif veya şekillerle somutlaştırma çalışması olan matematiği modelleme kavramı ile matematiksel modellemenin karıştırması olduğu söylenilebilir.

6. ÖNERİLER

Bu çalışmanın sonuçları temel alınarak araştırmacılara ve öğretmenlere yönelik olmak üzere önerilerde bulunulmuştur.

6.1. Öğretmenlere Öneriler

1. Matematiksel model ile matematiksel modelleme kavramının birbiri yerine kullanılıyor olması veya aralarındaki ilişkinin net bir şekilde ortaya konulmaması sınıf içerisinde matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulanmasında engel olarak görülmektedir. Öğretmenler tarafından bu iki farklı kavramın detaylıca araştırılması tavsiye edilmektedir.
2. Öğretmenlerin büyük çoğunluğu matematiksel modelleme yerine matematiği modelleme kavramını kullandıkları görülmüştür. Bu yüzden derslerinde modelleme kullandığını söyleyen öğretmenlerin aslında matematiği modellemeyi kullanmaları matematiksel modellemenin öğrencilere kazandıracakları bilgi ve becerileri geri planda bırakmaktadır. Bu yüzden öğretmenlerin matematiksel modelleme ve matematiği modelleme sınıf içi uygulamalarını ayrı ayrı yapmaları tavsiye edilmektedir.
3. Günlük hayatta karşılaşılan bir durumun matematik yardımı ile çözülüp tekrar günlük hayata aktarması matematiksel modelleme iken, matematiksel bir terimi somutlaştırmak için günlük hayattan örnekler verilmesinin matematiği modellemedi. Bu ayrım öğretmenler tarafından yapılamadığı görülmektedir. Bu yüzden öğretmenlerin bu ayrımı iyi yapabilmek adına araştırmalar yapmaları tavsiye edilmektedir.
4. Türkiye’de matematiksel modellemesi ile ilgili ve bilgi ve deneyimi olan matematik öğretmenler ile diğer öğretmenlerin bu konuda iş birliği yapması tavsiye edilmektedir.
5. Yine özellikle Almanya ve Danimarka gibi matematiksel modelleme konusunda ilerleme kat etmiş ülkelerdeki öğretmenler ile özellikle Türkiye’deki öğretmenlerin bu konuda iş birliği yapması tavsiye edilmektedir.
6. Matematiksel modelleme ülkemizde yeni ve her geçen gün artan sayıda akademik çalışmaların olduğu gelişmeye ve değişmeye açık bir konudur. Bu yüzden

öğretmenlerin bu gelişmeleri takip ederek ders içerisinde bunları uygulamaları tavsiye edilmektedir.

6.2. Araştırmacılara Öneriler

1. Öğretmenler tarafından matematiksel model kavramının karıştırılıyor olmasının matematiksel modelleme kavramının anlaşılması üzerine etkisinin araştırılması tavsiye edilmektedir.
2. Matematiksel modelleme ve matematiği modelleme uygulamalarının öğrencilerin matematik başarıları üzerine etkisinin araştırılması tavsiye edilmektedir.
3. Matematiksel modelleme ve matematiği modelleme uygulamalarının birbiri üzerine etkisi araştırılması tavsiye edilmektedir.
4. Araştırmaya katılan öğretmenlerin büyük çoğunluğu öğretmenlik deneyimleri 10 yıl ve üzeri olan kişilerden oluşması matematiksel modellemenin yeni bir konu olduğu için mi az biliniyor sorusunun araştırılması tavsiye edilmektedir.
5. Millî Eğitim Bakanlığı'nın Matematik Öğretim Programı'ndaki "Model" kullanımı öğretmenlerin model ve manipülatif veya şekillerin karıştırılmasına neden oluyor mu sorusunun araştırılması tavsiye edilmektedir.
6. Matematiksel modelleme konusunda Almanya ve Danimarka'daki öğretmenlerin diğer ülkedeki öğretmenlere göre iyi olmasının nedenlerinin araştırılması tavsiye edilmektedir.
7. Almanya ve Danimarka arasında matematiksel modelleme üzerine olumlu etkileşimler olmuştur. Türkiye'nin bu konuda hangi ülkelerden etkilendiğinin araştırılması tavsiye edilmektedir.
8. Bu çalışmada yer almayan ABD, Avusturalya, İngiltere, Çin, Japonya ve Singapur gibi farklı ülkelerdeki matematiksel modelleme uygulamalarının araştırılması tavsiye edilmektedir.

KAYNAKLAR

- Akgün, L., Çiltaş A., Deniz, D, Çiftçi, Z. ve Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 12, 1-33.
- Ärlebäck, J. B. (2009). Matematisk modellering i svenska gymnasieskolans kursplaner i matematik 1965-2000. *Mathematical modelling in the Swedish curriculum documents the upper secondary mathematics education between the years 1965-2000. [In Swedish]*, (2009), 8.
- Aydın Güç, F. ve Baki, A. (2016). The Classification of Development and Assessment Approaches for Mathematical Modelling Competencies. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (Turcomat)*, 7(3), 621-645. DOI: 10.16949/turkbilmat.277876
- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9(1), 23-28.
- Bender, A. E. (1978). An introduction to mathematical modelling. New York: Willey.
- Berry, J., and Houston, K. (1995). Mathematical modelling. Bistol: J. W. Arrow smith Ltd.
- Bilgili, S., Özkaya, M., Çiltaş, A., ve Konyalıoğlu, A. C. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin modellemeye ilişkin hata yaklaşımlarının incelenmesi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 8(3), 871-882.
- Blomhøj, M, and Jensen, T. (2003). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 22(3), 123-139.
- Blomhøj, M. (2019). Towards integration of modelling in secondary mathematics teaching. In *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 37-52). *Springer*, Cham.
- Blomhøj, M., and Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modeling and Applications in Mathematics Education* (pp. 45-56). New York: Springer.
- Blomhøj, M., and Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work. *ZDM*, 38(2), 163-177.
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, and G. Stillman (Eds.),

Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling (pp. 15-30). New York: Springer.

- Blum, W., and Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., and Kaiser, G. (1997). Vergleichende empirische Untersuchungen zu mathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden (unpublished document).
- Blum, W., and Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, application, and links to other subjects-state, trends, and issues in mathematics instruction. ***Educational Studies in Mathematics***, 22 (1), 37-68.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., ve Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study*. Boston, MA: **Springer** US.
- Borromeo-Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. ***The International Journal on Mathematics Education***, 38 (2), 8695.
- Borromeo-Ferri, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modeling behaviour. ***JournalDir Matematikdidaktik***, 3/ (1), 99-118.
- Bukova-Güzel, E., ve Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarmm analiz dersi akademik basarllar ile matematiksel modelleme yakla»mlar arasmdaki iliski. ***On dokuz Mays Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi***, 29 (1), 69-90.
- Bukova-Güzel, E., Doğan, M.F., Özaltun-Çelik, A. (2021). Matematiksel modelleme teoriden uygulamaya bütünsel bakış, Ankara: Pegem akademi, s:71-99.
- Cakmak Gurel, Z., ve Bekdemir, M. (2022). The Teacher and Peer Intervention for Pre-Service Mathematics Teachers on the Validity of Mathematical Models. ***Pedagogical Research***, 7(2).
- Cheng, K. A. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. ***The Mathematics Educator***, 6, 63-75.
- Creswell, J. W., and Clark, V. L. P. (2017). Designing and conducting mixed methods research. ***Sage publications***.
- Crouch, R., and Haines, C. (2004). Mathematical modelling: Transitions between the real world and mathematical model. ***International Journal of Mathematical Education in Science and Technology***, 35 (2), 197-206.
- Czocher, J. A. (2017). How can emphasizing mathematical modeling principles benefit students in a traditionally taught differential equations course. ***The Journal of Mathematical Behavior***, 45, 78-94.

- Czocher, J. A. (2018). How does validating activity contribute to the modeling process. *Educational studies in mathematics*, 99(2), 137-159.
- Çiltaş, A. (2011). “Dizi ve Seriler Konusunun Matematiksel Modelleme Yoluyla Öğretiminin İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Öğrenme ve Modelleme Becerileri Üzerine Etkisi”, Doktora Tezi. *Atatürk Üniversitesi*, Erzurum
- De Villiers, M. (1998, July). To teach definitions in geometry or teach to define. In *PME conference* (Vol. 2, No. 8).
- Deniz, D. (2014). “Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine uygun etkinlik oluşturabilme ve uygulayabilme yeterlikleri.”, Doktora Tezi. *Atatürk Üniversitesi*, Erzurum
- Doerr, H.M. (1997). Experiment, simulation and analysis: an integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal of Science Education*, 19, 265-282.
- English, L. D., and Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, /6(3), 59-80.
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C. ve Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1-21.
- Ferri, R. B. and Blum, W. (2013). Barriers and motivations of primary teachers for implementing modelling in mathematics lessons. In *Eighth Congress of European Research in Mathematics Education* (CERME 8), Antalya, Turkey.
- Ferri, R. B., and Blum, W. (2009). Mathematical modelling in teacher education–experiences from a modelling seminar. *Cerme 6–Working Group*, 11, 2046.
- Fletcher, J. A. (2009). Learning algebraic concepts through group discussion. *Journal of Science and Mathematics Education*, 4, 31- 47.
- Frejd, P. (2012). Modelling assessment of mathematical modelling—A literature review. In MADIF-8: Evaluation and Comparison of Mathematical Achievement, 24-25 January 2012, Umeå, Sweden (pp. 81-90). *Svensk förening för Matematik Didaktisk Forskning-SMDF*.
- Galbraith, P., Stillman, G., Brown, J., Edwards, I. (2007). Facilitating middle secondary modelling competencies. In L. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering And Economics* (pp. 130-140). Chichester, UK: Horwood Publishing.
- Gould, H. (2013). Teachers' conceptions of mathematical modeling. *Columbia University*
- Gravemeijer, K. (2002). Preamble: From models to modelling. In K. Gravemeijer, R. Lesrer, B. Oers, and L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, Modeling and Tool Use*

- in Mathematics Education (pp. 7-22). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Greefrath, G., and Vorhölter, K. (2016). *Teaching and learning mathematical modelling: Approaches and developments from German speaking countries*. Springer Nature.
- Güzel Bukova, E., ve Uğurel, I. (2010). Matematik öğretmen adaylarının analiz dersi akademik başarıları ile matematiksel modelleme yaklaşımları arasındaki ilişki. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 69-89.
- Haines, C. and Crouch, R. (2007). Mathematical modeling and applications: Ability and competence frameworks. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, ve M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 417-424). New York, NY: **Springer**.
- Haines, C., and Crouch, R. (2007). Mathematical modelling and applications: Ability and competence frameworks. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 417-424). Springer, Boston, MA.
- Harrison, G. A. (2001). How do teachers and textbook writers model scientific ideas for students? *Research in Science Education* (31), 401-435.
- Heddens, J. W. (1997). Improving mathematics teaching by using manipulatives. Retrieved October 23, 2011
- Henning, H., and Keune, M. (2007). Levels of modelling competencies. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 225-232). US: **Springer**.
- Hıdıroğlu, Ç. N. (2012). *Teknoloji destekli ortamda matematiksel modelleme problemlerinin çözüm süreçlerinin analiz edilmesi: Yaklaşım ve düşünme süreçleri üzerine bir açıklama* (Doctoral dissertation, **DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü**).
- Hıdıroğlu, Ç. N., ve Güzel, E. B. (2013). Teknoloji destekli ortamda matematiksel modellemede modelin doğrulanmasındaki yaklaşımların ve düşünme süreçlerinin kavramsallaştırılması. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(4), 2487-2508.
- Jensen, T. H. (2007). Assessing mathematical modelling competency. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics* (pp. 141-148). Chichester: Horwood.
- Justi, S. R., and Gilbert, K. J. (2002). Modelling teachers' views on the nature of modelling and implications for the education of modellers. *International Journal of Science Education*, 24 (4), 369-387.
- Kabar, M. G. D. ve Tutkun, M. Ğ. (2021). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme Problemini Uygulama Sürecinin İncelenmesi:

Uygulamayı Planlama ve Öğretmen Müdahaleleri. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 8(2), 98-123.

Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling Education, Engineering and Economics* (pp. 110-119). Chichester: Horwood.

Kapur, J. N. (1982). The art of teaching the art of mathematical modeling. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 13 (2), 185-192.

Kennedy, M. L. (1986). A rationale. *Arithmetic Teacher*, 33, 6-7.

Keskin, Ö. Ö. (2008). Ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme yapabilme becerilerinin geliştirilmesi üzerine bir araştırma. Yayınlanmamış Doktora Tezi. *Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı*, Ankara.

Lesh R., Young R., ve Fennewald T. (2010) Modeling in 1<-16 Mathematics Classrooms — and Beyond. In: Lesh R., Galbraith P., Haines C, and Hurford A. (Eds) *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. Springer, Boston, MA

Lesh, R. A., and Doerr, H. (2003). Foundations Of Model And Modelling Perspectives On Mathematic Teaching And Learning. In R. A. Lesh, and H. Doerr (Eds.), *Beyond Constructivism: Models and Modelling Perspectives on Mathematics Teaching, Learning and Problem Solving* (pp. 3-33). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lesh, R. A., and Doerr, H. M. (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. *Routledge*.

Lesh, R. and Yoon C. (2007). What is distinctive in (our views about) models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching? In *Modelling and Applications in Mathematics Education: The 14th ICMI Study*, edited by Werner Blum, Peter L. Galbraith, HansWolfgang Henn, and Mogens Niss, pp. 161–70. New York: *Springer*.

Lingefjärd, T. (2006). Faces of mathematical modeling. *ZDM*, 38(2), 96-112.

Ludwig, M., and Reit, X. R. (2013). A cross-sectional study about modelling competency in secondary school. In *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice*(pp. 327-337). *Springer*, Dordrecht.

Maaß, K. (2005). Barriers and opportunities for the integration of modeling in mathematics classes: results of an empirical study. *Teaching Mathematics and Its Applications*, 24(2- 3), 61-74.

- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38 (2), 113-142.
- Mason, J. (1988). Modelling: What do we really want pupils to learn? In D. Pimm (Eds.), *Mathematics, Teachers and Children* (pp. 201-215). London: Hodder and Stoughton.
- Milli Eğitim Bakanlığı, (2013) “Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı”, *Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara*, 1-10.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2005) “İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı”, *Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara*, 132-135.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2009) “İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve klavuzu”, *Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara*, 100- 105.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2017) "Ortaokul matematik dersi (5-8. sınıflar) öğretim programı", *Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara*, 59-62.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018) "Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)", *Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara*, 96-100.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2012a). Millî Eğitim Bakanlığı, Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik uygulamaları I. Dönem öğretmenler için öğretim materyali. *Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara*
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2012b). Millî Eğitim Bakanlığı, Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik uygulamaları 11. Dönem öğretmenler için öğretim materyali. *Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara*
- Munger, D. (2007). Children learn and retain math better using manipulatives. Retrieved November 19, 2011.
- Niss, M. (1988). Theme Group 3: Problem solving, modeling, and applications. In A. Hirst, and K. Hirst (Eds.), *Proceedings of The Sixth International Congress on Mathematical Education* (pp. 237-252). Budapest, Hungary: János Bolyai Mathematical Society.
- Niss, M. (2004). Key issues and trends in research on mathematical education. In *Proceedings of the ninth international congress on mathematical education* (pp. 37-57). *Springer*, Dordrecht.
- ÖYEGM, Ö. Y., ve Müdürlüğü, E. G. (2017). Öğretmenlik Mesleği Genel Yeterlilikleri.
- Pollak, H. (1969). How can we teach applications of mathematics? *Educational Studies in Mathematics*, 2(2-3), 393-404. Retrieved October 20, 2010.

- Pollak, H. (2007). Mathematical modelling—A conversation with Henry Pollak. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 109-120). Springer, Boston, MA.
- Ruzic, R., and O’Connell, K. (2001). Manipulatives enhancement literature review. Retrieved February 11, 2011.
- Sahlberg, P. (2011). PISA in Finland: An education miracle or an obstacle to change?. *Center for Educational Policy Studies Journal*, 1(3), 119-140.
- Siriraman, B. (2005). Conceptualizing the notion of model eliciting. *Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Spain: Sant Feliu Guíxols.
- Smith, S. S. (2009). Early childhood mathematics (4th ed.). Boston: Pearson Education Using Manipulatives.
- Sowell, E. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 498-505.
- Steen, L. A., Turner, R., and Burkhardt, H. (2007). Developing mathematical literacy. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 285-294). Springer, Boston, MA. *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 285-294). Springer, Boston, MA.
- Suh, J. M., Matson, K., and Seshaiyer, P. (2017). Engaging elementary students in the creative process of mathematizing their world through mathematical modeling. *Education Sciences*, 7(2), 62.
- Taşlı, M. (2022). Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme Hakkındaki Düşüncelerinin İncelenmesi, [Yayınlanmış yüksek lisans tezi] *Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi*.
- Urhan, S., ve Dost, Ş. (2016). Matematiksel modelleme etkinliklerinin derslerde kullanımı: Öğretmen görüşleri. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 15(59), 1279-1295.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., and Bay-Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics*. London: **Pearson Education UK**.
- Vorhölter, K., Greefrath, G., Borromeo Ferri, R., Leiß, D., and Schukajlow, S. (2019). Mathematical modelling. In *Traditions in German-speaking mathematics education research* (pp. 91-114). Springer, Cham.
- Vos, P. (2007). The Dutch Mathematics Curriculum: 25 Years of Modelling as Part and Parcel of Mathematics Education. The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications Conference (ICTMA-13). **Indiana University, Bloomington, Indiana**.

- Wedegé, T. (1999). To know or not to know–mathematics, that is a question of context. *Educational studies in mathematics*, 39(1), 205-227.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016) Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri, *Seçkin Yayıncılık (11. Baskı)*, Ankara, 289-303.
- Zawojewski, J. S., Lesh, R., and English, L. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*, 337-358.
- Zbiek, R. M., and Conner, A. (2006). Beyond motivation exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics. *Educational Studies in Mathematics* (69), 89-112.
- Zöttl, L. Ufer, S., and Reiss, K. (2011). Assessing modelling competencies using a multidimensional IRT approach. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo-Ferri, and G. Stillman (Eds.), Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modeliing (pp. 427437). New York: *Springer*.
- Zwaneveld, B., Perrenet, J., van Overveld, K., ve Borghuis, T. (2017). Mathematical modelling in Dutch textbooks: is it genuine mathematical modelling?. *Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education*, 503-514.



Ek-1. Tez Çalışması Süresince Yapılan Çalışmalar

Korkmaz,F. ve Bekdemir,M.(2022) “Farklı Ülkelerdeki Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme Ve Matematiği Modelleme Görüşlerinin İncelenmesi”, **8th International Eurasian Educational Research Congress 2022, İzmir,821-823**



Matematiksel Modelleme Kullanımının Matematik Başarısına Etkisinin Farklı Ülkelerde İncelenmesi.

Sayın öğretmenlerim;

Bu araştırma Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Matematik Eğitimi Yüksek Lisans Öğrencisi Feyza Korkmaz tarafından "Matematiksel Modelleme kullanımının Matematik başarısına etkisinin farklı ülkelere incelenmesi" isimli yüksek lisans tezi için yapılmaktadır. Soruların tamamını içtenlikle cevaplamanız bilimsel araştırmaya önemli katkılar sunacaktır. Desteğiniz için şimdiden teşekkür ederim. Saygılarımla..

* Gerekli

1. Adınız Soyadınız *

2. Öğretmenlik yaptığınız ülke hangisidir? *

Yalnızca bir şıkkı işaretleyin.

- ☐ Türkiye
- ☐ Bosna Hersek
- ☐ Polonya
- ☐ Moldova
- ☐ Ürdün
- ☐ Hollanda
- ☐ Finlandiya
- ☐ Arnavutluk
- ☐ Romanya
- ☐ Diğer: _____

Ek-2. Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA) (Türkçe) (devamı)

3. Kaç yıldır matematik öğretmeni olarak görev yapıyorsunuz? *

Yalnızca bir şıkkı işaretleyin.

- ☐ 0-5
☐ 5-10
☐ 10+

4. Sizce Matematiksel Model nedir? Örneklerle açıkla mısınız? *

5. Sizce Matematiksel Modelleme nedir? Örneklerle açıkla mısınız? *

6. Derslerinizde Matematiksel Modelleme'yi kullanıyor musunuz? Kullanıyorsanız, nasıl kullanıyorsunuz? Örneklerle açıkla mısınız?

Ek-2. Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA) (Türkçe) (devamı)

7. Derslerinizde Matematiksel Modelleme'yi kullanıyorsanız, örnek çalışmalarınızı yükler misiz

Gönderilen dosyalar:

8. Matematiksel Modelleme üzerine bir eğitim aldınız mı? *

Yalnızca bir şıkkı işaretleyin.

☐ Evet

☐ Hayır

9. Eğer Matematiksel Modelleme üzerine eğitim aldıysanız, bu eğitimi nerde aldınız?

Yalnızca bir şıkkı işaretleyin.

☐ Lisans

☐ Yüksek Lisans

☐ Proje

☐ Seminer

☐ Diğer: _____

10. Matematiksel Modelleme eğitimi aldıysanız, bu eğitimlerde Matematiksel Modelleme ile ilgili neler öğrendiniz? Örneklerle açıklayınız?

Ek-2. Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA) (Türkçe) (devamı)

11. Ülkenizdeki uyguladığınız müfredatta Matematiksel Modellemeye yer veriliyor mu?
Örneklerle açıkla mısınız?

12. Ülkenizin ders kitaplarınız Matematiksel Modelleme örnekleri içeriyor mu? *

Yalnızca bir şıkkı işaretleyin.

☐ Evet

☐ Hayır

13. Ders kitaplarınız Matematiksel Modelleme örnekleri içeriyorsa, örnek resim yükler misiniz?

Gönderilen dosyalar:

Bu içerik Google tarafından oluşturulmamış veya onaylanmamıştır.

Google Formlar

Ek-3. Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA) (İngilizce)

Investigation of the Effect of Using Mathematical Modeling on Mathematics Achievement by Different Countries.

Dear teachers;

This research is carried out by Erzincan Binali Yıldırım University Graduate School of Sciences, Elementary Mathematics Education Master's Student Feyza Korkmaz for her master's thesis "Examination of the effect of using Mathematical Modeling on mathematics achievement in different countries". Your sincere answers to all the questions will contribute to scientific research. Thank you in advance for your support.
Best regards..

*** Gerekli**

1. Name and Surname *

Ek-3. Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA) (İngilizce) (devamı)

2. Which country do you teach in? *

Yalnızca bir şıkkı işaretleyin.

- ☐ Turkey
- ☐ Bosnia-Herzegovina
- ☐ Poland
- ☐ Moldova
- ☐ Jordan
- ☐ Holland
- ☐ Finland
- ☐ Albania
- ☐ Romania
- ☐ Germany
- ☐ Ukraine
- ☐ Denmark
- ☐ Azerbaijan
- ☐ Sweden
- ☐ Diğer: _____

3. How many years have you been working as a math teacher? *

Yalnızca bir şıkkı işaretleyin.

- ☐ 0-5
- ☐ 5-10
- ☐ 10+

Ek-3. Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA) (İngilizce) (devamı)

4. What do you think about Mathematical Model? Can you please illustrate? *

5. What do you think about Mathematical Modeling? Can you please illustrate? *

6. Do you use Mathematical Modeling in your lessons? If so, how do you use it? Can you explain with examples?

7. If you use Mathematical Modeling in your classes, can you upload your works as an example?

Gönderilen dosyalar:

Ek-3. Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA) (İngilizce) (devamı)

8. Have you received any training on Mathematical Modeling? *

Yalnızca bir şıkkı işaretleyin.

☐ Yes

☐ No

9. If you received training on Mathematical Modeling, how did you get it? *

Yalnızca bir şıkkı işaretleyin.

☐ Bachelor's Degree

☐ Postgraduate

☐ Project

☐ Seminar

☐ Diğer: _____

10. If you received Mathematical Modeling training, what did you learn on Mathematical Modeling? Can you please illustrate?

Ek-3. Matematiksel Modelleme Değerlendirme Anketi (MMDA) (İngilizce) (devamı)

11. Does the curriculum applied in your country include Mathematical Modeling? Can you please illustrate?

12. Do the course books of your country include Mathematical Modeling examples? *

Yalnızca bir şıkkı işaretleyin.

☐ Yes

☐ No

13. If your course books contain Mathematical Modeling examples, can you upload some photo as an example?

Gönderilen dosyalar:

Bu içerik Google tarafından oluşturulmamış veya onaylanmamıştır.

Google Formlar

Ek-4. Etik Kurul Raporu



T.C.
ERZİNCAN BİNALİ YILDIRIM ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Eğitim Bilimleri Etik Kurulu

Sayı : E-88012460-050.01.04-180211
Konu : Etik Kurul Kararı (Feyza KORKMAZ)

04.07.2022

DAĞITIM YERLERİNE

Üniversitemiz İnsan Araştırmaları Eğitim Bilimleri Etik Kurulunun **30 Haziran 2022** tarihli ve **06** sayılı oturumunda alınan 06/03 sayılı kararı yazımız ekinde gönderilmiştir.
Bilgilerini rica ederim.

Prof.Dr. Hüseyin Hüsnü BAHAR
Eğitim Bilimleri Etik Kurulu Başkanı

Ek:Karar 03 (1 sayfa)

Dağıtım:
Gereği:
Feyza KORKMAZ

Bilgi:
Prof.Dr. Mehmet BEKDEMİR

Ek-4. Etik Kurul Raporu (devamı)



T.C
ERZİNCAN BİNALİ YILDIRIM ÜNİVERSİTESİ
İNSAN ARAŞTIRMALARI EĞİTİM BİLİMLERİ
ETİK KURULU KARARI

Etik Kurul Toplantı Tarihi	30/06/2022
Protokol No	06/03
Araştırma Başlığı	Farklı Ülkelerdeki Matematik Öğretmenlerinin Matematiksel Modelleme ve Matematiği Modelleme Görüşlerinin İncelenmesi
Araştırma Türü	Nicel- Tarama (tanımlayıcı)
Araştırmacılar	Feyza KORKMAZ (Sorumlu Araştırmacı) Prof. Dr. Mehmet BEKDEMİR (Danışman)
Karar	Başvuru dosyanıza ait araştırmanız etik açıdan uygun bulunmuştur.
Açıklama: 1. Etik Kurul Onayı, uygulama ve/veya veri toplama için araştırmacının ilgili kurum veya kuruluşlardan izin alma sorumluluğunu ortadan kaldırmaz. 2. Kurul üyelerine ait araştırma önerileri görüşülürken, ilgili yönerge gereğince, öneri sahibi üye görüşmelere katılmamış ve oy kullanmamıştır.	

e-imzalıdır

Prof. Dr. Hüseyin Hüsnü BAHAR
İnsan Araştırmaları Eğitim Bilimleri
Etik Kurul Başkanı