



**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ KİRİŞLERİN
STATİK, SERBEST TİTREŞİM VE BURKULMA
ANALİZLERİ İÇİN YÜKSEK MERTEBEDEN BİR
SONLU ELEMAN**

Mahmut İlter HACIOĞLU

**Yüksek Lisans Tezi
İnşaat Mühendisliği
Ana Bilim Dalı
Dr. Öğr. Üyesi Muhittin TURAN
2023
(Her Hakkı Saklıdır)**

T.C.
BAYBURT ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI

**FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ KİRİŞLERİN STATİK, SERBEST
TİTREŞİM VE BURKULMA ANALİZLERİ İÇİN YÜKSEK MERTEBEDEN BİR
SONLU ELEMAN**

(A Higher-Order Finite Element for Static, Free Vibration, and Buckling Analyses of
Functionally Graded Beams)

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Mahmut İlter HACIOĞLU

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Muhittin TURAN

Bayburt
Haziran, 2023

KABUL VE ONAY TUTANAĞI

Dr. Öğr. Üyesi Muhittin TURAN danışmanlığında, 212202012 numaralı Mahmut İlter HACIOĞLU tarafından hazırlanan “*Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişlerin Statik, Serbest Titreşim ve Burkulma Analizleri için Yüksek Mertebeden Bir Sonlu Eleman*” adlı bu çalışma 14/07/2023 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Yüksek Lisans Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Volkan KAHYA

İmza:

Jüri Üyesi : Doç. Dr. Erdal ÖNER

İmza:

Jüri Üyesi : Dr. Öğr. Üyesi Muhittin TURAN

İmza:

Bu tezin Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliği'nin ilgili maddelerinde belirtilen şartları yerine getirdiğini onaylarım.

...../...../.....

Doç. Dr. Murat KUL

Enstitü Müdürü

ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI

Yüksek lisans olarak tezi sunduğum “*Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişlerin Statik, Serbest Titreşim ve Burkulma Analizleri için Yüksek Mertebeden Bir Sonlu Eleman*” başlıklı çalışmanın tarafımdan bilimsel etik ilkelere uyularak yazıldığını ve yararlandığım eserleri kaynakçada gösterdiğimi beyan ederim.

23/06/2023

Mahmut İlter HACIOĞLU

TEŞEKKÜR

Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişlerin Statik, Serbest Titreşim ve Burkulma Analizleri için Yüksek Mertebeden Bir Sonlu Eleman başlıklı çalışma Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanmıştır.

Başta bana bu konuyu öneren, çalışmalarım sırasında karşılaştığım zorluklarda bilgi ve tecrübesini benden esirgemeyen öğrencisi olmaktan onur duyduğum danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Muhittin TURAN'a teşekkür ederim.

Tezime jüri üyesi olarak yapmış oldukları katkılardan dolayı Sayın Prof. Dr. Volkan KAHYA ve Sayın Doç. Dr. Erdal ÖNER'e teşekkür ederim.

Yüksek lisans eğitim hayatımın başından sonuna kadar hiçbir zaman desteklerini üzerimden çekmeden sabırla beni destekleyen sevgili annem Nurgül HACIOĞLU'na, sevgili babam Haşim Cengiz HACIOĞLU'na, kardeşlerim Serhat Utku HACIOĞLU'na ve Mustafa Kemal HACIOĞLU'na sonsuz teşekkür ederim.

ÖZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ KİRİŞLERİN STATİK, SERBEST TİTREŞİM VE BURKULMA ANALİZLERİ İÇİN YÜKSEK MERTEBEDEN BİR SONLU ELEMAN

Mahmut İlter HACIOĞLU

Haziran 2023, 157 Sayfa

Bu çalışmada fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri için kayma deformasyon etkilerini dikkate alan yüksek mertebeli 16 serbestlikli sonlu eleman önerilmiştir. Önerilen sonlu elemanın doğruluğunun ispatı için sonlu eleman çözümüne ek olarak Ansys Mechanical Apdl programı kullanılarak çözümle yapılmıştır. Birinci bölümde, FD malzemelerle ilgili bilgiler ve kapsamlı bir literatür araştırması sunulmuştur. İkinci bölümde, yüksek mertebeli sonlu eleman kullanılarak FD kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizlerinin formülasyonları açık olarak verilmiştir. Üçüncü bölümde, FD kirişlerin önerilen sonlu eleman ve Ansys programı ile elde edilen doğal frekanslarının, kritik burkulma yüklerinin, yer değiştirmelerinin ve gerilmelerinin boyutsuz olarak sayısal sonuçları verilmiştir. Ayrıca bu yöntemler kendi aralarında ve literatürle karşılaştırılmıştır. Dördüncü bölümde, çalışmadan çıkan sonuçlar ve ileride yapılabilecek çalışmalar önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: FD kiriş, sonlu elemanlar yöntemi, HSDT, statik analiz, serbest titreşim analizi, burkulma analizi.

ABSTRACT

MASTER TESIS

A HIGHER-ORDER FINITE ELEMENT FOR STATIC, FREE VIBRATION, AND BUCKLING ANALYSES OF FUNCTIONALLY GRADED BEAMS

Mahmut İlter HACIOĞLU

June 2023, 157 Pages

This study proposes a high-order 16-degree-of-freedom finite element for the static, free vibration, and buckling analysis of functionally graded (FG) beams, considering the shear deformation effects. In addition to the finite element solution, the accuracy of the proposed finite element is validated using the Ansys Mechanical Apdl program. The first section presents information on FG materials and a comprehensive literature review. The second section provides explicit formulations for FG beams' static, free vibration, and buckling analyses using the high-order finite element. The third section gives the numerical results of the natural frequencies, critical buckling loads, displacements, and stresses of the FG beams obtained with the proposed finite element and Ansys program. In addition, these methods were compared among themselves and with the literature. The fourth section discusses the obtained results within the scope of the study and proposes future research directions.

Keywords: FG beam, finite element method, higher-order shear deformation beam theory, static analysis, free vibration analysis, buckling analysis.

İÇİNDEKİLER

ETİK VE BİLDİRİM SAYFASI	I
TEŞEKKÜR.....	II
ÖZ	III
ABSTRACT	IV
İÇİNDEKİLER.....	V
TABLolar DİZİNİ.....	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	XI
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	XVII

BİRİNCİ BÖLÜM

Giriş	1
Literatür Özeti.....	1
Analitik yöntemlerle yapılan çalışmalar.....	1
Sonlu elemanlar yöntemiyle yapılan çalışmalar.....	9
Çalışmanın Önemi ve Amacı.....	14

İKİNCİ BÖLÜM

Materyal Metot	16
FD Malzemeden Yapılmış Kirişlerin Malzeme Özellikleri	16
Teori ve Sonlu Elemanlar Metodu.....	19
Tek Tabakalı FD Kiriş Elemanı.....	21
İki Tabakalı FD Kiriş Elemanı	22
N Tabakalı FD Kiriş Elemanı	25
Tabakalı FD Kirişte Gerilmeler.....	27
FD Kirişin Serbest Titreşim, Burkulma ve Statik Analizi.....	29
ANSYS APDL ile FD Kirişin Serbest Titreşim, Burkulma ve Statik Analizi	31

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Bulgular ve Tartışma	33
FD Kirişlerin Serbest Titreşim Analizlerine İlişkin Bulgular	33
Tip-1 FD kirişinin serbest titreşim analizi.....	33
Tip-2 sandviç FD kirişinin serbest titreşim analizi.....	43
Tip-3 sandviç FD kirişinin serbest titreşim analizi.....	54
FD Kirişlerin Burkulma Analizlerine İlişkin Bulgular	64
Tip-1 FD kirişine ait kritik burkulma yükleri.....	65
Tip-2 sandviç FD kirişine ait kritik burkulma yükleri.....	74
Tip-3 sandviç FD kirişine ait kritik burkulma yükleri.....	85
FD Kirişlerin Statik Analizlerine İlişkin Bulgular	96
Tip-1 FD kirişinin statik analizi.	96
Tip-2 Sandviç FD kirişinin statik analizi.....	110
Tip-3 Sandviç FD kirişinin statik analizi.....	127

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

Sonuçlar ve Öneriler	143
Kaynakça.....	143
Ekler.....	154
Öz geçmiş.....	157

TABLÖLER DİZİNİ

Tablo 1. <i>FD Malzeme Özellikleri</i>	33
Tablo 2. <i>Al/Al₂O₃ Tip-1 FD Kirişlerin $p=1$ ve $L/h=5$ için Farklı Sınır Şartlarına göre Boyutsuz Doğal Frekanslarının Eleman Sayısı ile Değişimi</i>	34
Tablo 3. <i>Tip-1 FD Kirişinin ANSYS ile Elde Edilen Boyutsuz Doğal Frekansların Tabaka Sayısı ile Değişimi</i>	34
Tablo 4. <i>Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al₂O₃ malzemeli Tip-1 FD Kirişinin Farklı p ve L/h Değerlerine göre Boyutsuz Doğal Frekansları</i>	35
Tablo 5. <i>Farklı malzemeli Tip-1 FD Kirişinin L/h ve p'ye Göre Boyutsuz Doğal Frekansları</i>	36
Tablo 6. <i>Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al₂O₃ Tip-2 FD Sandviç Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekanslarının $p=1$ ve $L/h=5$ için Eleman Sayısı ile Değişimi (1-1-1)</i>	43
Tablo 7. <i>Tip-2 FD Kirişinin ANSYS ile Elde Edilen Boyutsuz Doğal Frekansların Tabaka Sayısı ile Değişimi ($L/h=5$ ve $p=1$, 1-1-1)</i>	43
Tablo 8. <i>Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-2 Al/Al₂O₃ FD Kirişinin Boyutsuz Doğal Frekansların $L/h=5$ için p'ye ve Farklı Tabaka Kalınlıklarına Göre Değişimi</i>	44
Tablo 9. <i>Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-2 Al/Al₂O₃ FD Kirişinin Boyutsuz Doğal Frekansların $L/h=20$ için p'ye ve Farklı Tabaka Kalınlıklarına Göre Değişimi</i>	45
Tablo 10. <i>Farklı Sınır Şartlarına, Farklı Malzeme Özelliklerine ve $L/h=5$'e Göre Sandviç Tip-2 FD Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları</i>	46
Tablo 11. <i>Farklı Sınır Şartlarına, Farklı Malzeme Özelliklerine ve $L/h=20$'ye Göre Sandviç Tip-2 FD Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları</i>	47
Tablo 12. <i>Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al₂O₃ Tip-3 FD Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekanslarının $p=1$ ve $L/h=5$ için Eleman Sayısı ile Değişimi (1-1-1)</i>	54
Tablo 13. <i>Tip-3 FD Kirişinin ANSYS ile Elde Edilen Boyutsuz Doğal Frekanslarının Tabaka Sayısı ile Değişimi ($L/h=5$, $p=1$, 1-1-1)</i>	54
Tablo 14. <i>Al/Al₂O₃ Tip-3 Sandviç FD Kirişinin $L/h=5$ için Farklı Sınır Şartları ve Tabaka Kalınlıklarına Göre Boyutsuz Doğal Frekansları</i>	55
Tablo 15. <i>Al/Al₂O₃ Tip-3 Sandviç FD Kirişinin $L/h=20$ için Farklı Sınır Şartları ve Tabaka Kalınlıklarına Göre Boyutsuz Doğal Frekansları</i>	56
Tablo 16. <i>Farklı FD Malzemelere göre Tip-3 Sandviç Kirişinin $L/h=5$ için Farklı Sınır Şartları ve Tabaka Kalınlıklarına Göre Boyutsuz Doğal Frekansları</i>	57
Tablo 17. <i>Farklı FD Malzemelere göre Tip-3 Sandviç Kirişinin $L/h=20$ için Farklı Sınır Şartları ve Tabaka Kalınlıklarına Göre Boyutsuz Doğal Frekansları</i>	58

Tablo 18. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-1 FD Kirişlerin $p=1$ ve $L/h=5$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Eleman Sayısıyla Değişimi	65
Tablo 19. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-1 FD Kirişlerin $p=1$ ve $L/h=5$ Değerlerine göre ANSYS ile Elde Edilen Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Tabaka Sayısı ile Değişimi	65
Tablo 20. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-1 FD Kirişinin Farklı Sınır Şartları ve Farklı p Değerlerine göre Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri	66
Tablo 21. Farklı Malzemeli Tip-1 FD Kirişlerin $L/h=5$ ve $L/h=20$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye göre Değişimi	67
Tablo 22. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-2 FD Kirişinin $p=1$ ve $L/h=5$ için Hesaplanan Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Sonlu Eleman Sayısıyla Değişimi (1-1-1)	74
Tablo 23. Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin ANSYS ile Hesaplanan Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Tabaka Sayısı ile Değişimi ($L/h=5$ ve $p=1$, 1-1-1)	74
Tablo 24. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-2 Sandviç FD Kirişinin $L/h=5$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi	75
Tablo 25. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-2 Sandviç FD Kirişinin $L/h=20$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi	76
Tablo 26. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-2 Sandviç FD Kirişinin $L/h=5$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi	77
Tablo 27. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-2 Sandviç FD Kirişinin $L/h=20$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi	78
Tablo 28. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin $p=1$ ve $L/h=5$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Sonlu Eleman Sayısıyla Değişimi (1-1-1)	85
Tablo 29. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin ANSYS ile Hesaplanan Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin $p=1$ ve $L/h=5$ için Tabaka Sayısı ile Değişimi (1-1-1)	85
Tablo 30. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-3 Sandviç FD Kirişinin $L/h=5$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi	86
Tablo 31. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-3 Sandviç FD Kirişinin $L/h=20$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi	87
Tablo 32. Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin $L/h=5$ için p 'ye göre Değişimi	88
Tablo 33. Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin $L/h=20$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye göre Değişimi	89
Tablo 34. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-1 Al/Al_2O_3 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin $p=1$ ve $L/h=5$ için Eleman Sayısıyla Değişimleri	96

Tablo 35. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-1 FD Kirişinin ANSYS ile Elde Edilen En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Tabaka Sayısı ile Değişimi.....	97
Tablo 36. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L/h=5 ve 20 için p'ye Bağlı Değişimleri.....	97
Tablo 37. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-1 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L/h=5 ve 20 için p'ye Bağlı Değişimleri.....	98
Tablo 38. Basit Mesnet Sınır Koşullarına Sahip Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Normal ve Kayma Gerilmelerinin L/h=5 ve 20 için p'ye Bağlı Değişimleri.....	99
Tablo 39. Basit Mesnet Sınır Şartlarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-1 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Normal ve Kayma Gerilmelerinin L/h=5 ve 20 için p'ye Bağlı Değişimleri.....	99
Tablo 40. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al ₂ O ₃ Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Eleman Sayısına Bağlı Değişimleri (L/h=5 ve p=1, 1-1-1).....	110
Tablo 41. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Tabaka Sayısı ile Değişimi (L/h=5 ve p=1, 1-1-1).....	110
Tablo 42. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al ₂ O ₃ Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L/h=5 ve 20 için p'ye Bağlı Değişimleri.....	111
Tablo 43. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L/h=5 ve 20 için p'ye Bağlı Değişimleri.....	112
Tablo 44. Basit Mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Normal Gerilmelerinin L/h=5 ve 20 için p'ye Bağlı Değişimleri ($\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$).....	113
Tablo 45. Basit Mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin L/h=5 ve L/h=20 için Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin p'ye Bağlı Değişimleri ($\bar{\tau}_{xz}(0,0)$).....	114
Tablo 46. Basit Mesnetli Farklı FD Malzemeli Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin L/h=5 ve 20 için Boyutsuz Normal Gerilmelerinin p'ye Bağlı Değişimleri ($\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$).....	114
Tablo 47. Basit Mesnetli Farklı FD Malzemeli Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin L/h=5 ve 20 için Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin p'ye Bağlı Değişimleri ($\bar{\tau}_{xz}(0,0)$).....	115
Tablo 48. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al ₂ O ₃ Tip-3 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Eleman Sayısıyla Değişimleri (L/h=5 ve p=1, 1-1-1).....	127
Tablo 49. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al ₂ O ₃ Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Tabaka Sayısı ile Değişimi (L/h=5 ve p=1, 1-1-1).....	127
Tablo 50. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al ₂ O ₃ Tip-3 FD Sandviç Kirişlerin L/h=5 için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmeleri.....	128

Tablo 51. <i>Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al₂O₃Tip-3 FD Sandviç Kirişlerin L/h=20 için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmeleri</i>	129
Tablo 52. <i>Farklı Sınır Şartlarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişinin L/h=5 için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmeleri</i>	130
Tablo 53. <i>Farklı Sınır Şartlarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişinin L/h=20 için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmeleri</i>	131
Tablo 54. <i>Basit Mesnetli (1-8-1) Al/Al₂O₃ Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Normal Gerilmeleri, $\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$</i>	132
Tablo 55. <i>Basit Mesnetli (1-8-1) Al/Al₂O₃ Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Kayma Gerilmeleri, $\bar{\tau}_{xz}(0,0)$</i>	133
Tablo 56. <i>Basit Mesnetli (1-8-1) Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Normal Gerilmeleri, $\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$</i>	133
Tablo 57. <i>Basit Mesnetli (1-8-1) Farklı FD Malzemeli Tip 3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Kayma Gerilmeleri, $\bar{\tau}_{xz}(0,0)$</i>	133
Tablo 58. <i>Basit Mesnetli Al/Al₂O₃Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Normal ve Kayma Gerilmelerinin Farklı Tabaka Kalınlıklarına Bağlı Değişimi</i>	134
Tablo 59. <i>Basit Mesnetli Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Normal Gerilmelerinin Farklı Tabaka Kalınlıklarına Bağlı Değişimi, $\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$</i>	135
Tablo 60. <i>Basit Mesnetli Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin Farklı Tabaka Kalınlıklarına Bağlı Değişimi, $\bar{\tau}_{xz}(0,0)$</i>	135

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1. Tip-1 FD kirişin geometrisi ve eksen takımları	16
Şekil 2. Tip-2 FD Sandviç Kiriş.....	17
Şekil 3. Tip-3 FD Sandviç Kiriş.....	18
Şekil 4. Tip-1, Tip-2 ve Tip-3 FD kirişlerin hacimsel oran fonksiyonun (V_s) p değerine göre değişimleri	18
Şekil 5. 16 serbestlikli sonlu eleman.....	19
Şekil 6. İki tabakalı FD kiriş elemanının lokal yer değiştirmeleri	23
Şekil 7. İki tabakalı 25 serbestlik dereceli FD kiriş elemanı	24
Şekil 8. N tabakalı FD kiriş elemanı	26
Şekil 9. Tek tabakalı FD kiriş elemanında gerilmeler	28
Şekil 10. Basit mesnetli FD kiriş	29
Şekil 11. Konsol FD kiriş.....	29
Şekil 12. İki ucu ankastre FD kiriş.....	30
Şekil 13. Mesh işlemi tamamlanmış FD kiriş	31
Şekil 14. Statik analiz sonrası konsol FD kirişte oluşan yer değiştirme	32
Şekil 15. Statik analiz sonrası konsol FD kirişin düğüm noktalarında oluşan yer değiştirmeler	32
Şekil 16. a) 1. mod, b) 2. mod ve c) 3. mod Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD kirişinin $L/h=5$ ve $p=2$ için serbest titreşim mod şekilleri.....	37
Şekil 17. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Tip-1 FD kirişinin boyutsuz doğal frekanslarının L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması	38
Şekil 18. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $p=2$ ve L/h 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması	39
Şekil 19. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz doğal frekansların ve L/h 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması.....	40
Şekil 20. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz doğal frekanslarının p 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması	41

Şekil 21. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz doğal frekanslarının p 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması.....	42
Şekil 22. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli sandviç Tip-2 FD kirişinin boyutsuz doğal frekanslarının karşılaştırılması	48
Şekil 23. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-2 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $p=2$ ve L/h 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması	49
Şekil 24. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-2 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $p=2$ ve L/h 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması.....	50
Şekil 25. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-2 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ ve p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması	51
Şekil 26. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip 2 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ ve p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	52
Şekil 27. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ sandviç Tip-2 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ için h_y/h_c 'ye bağlı değişimi	53
Şekil 28. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Tip-3 sandviç FD kirişlerin L/h 'ye göre boyutsuz doğal frekanslarının değişimlerinin karşılaştırılması	59
Şekil 29. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-3 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $p=2$ için L/h 'ye bağlı değişimleri	60
Şekil 30. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-3 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $p=2$ için L/h 'ye bağlı değişimleri	61
Şekil 31. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-3 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ için p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	62
Şekil 32. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-3 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ için p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	63
Şekil 33. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz doğal frekanslarının h_y/h_c 'ye bağlı değişimi	64

Şekil 34. a) 1. mod, b) 2. mod ve c) 3. mod Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD kirişinin $L/h=5$ ve $p=2$ için burkulma mod şekilleri.....	68
Şekil 35. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD kirişinin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h ile değişimi	69
Şekil 36. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	70
Şekil 37. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	71
Şekil 38. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	72
Şekil 39. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS04/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	73
Şekil 40. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit Mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimleri	79
Şekil 41. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	80
Şekil 42. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	81
Şekil 43. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	82
Şekil 44. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	83
Şekil 45. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin h_y/h_c 'ye bağlı değişimi.....	84
Şekil 46. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Sabit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için bu çalışma ve Ansys ile hesaplanan boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimleri.....	90

Şekil 47. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	91
Şekil 48. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	92
Şekil 49. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	93
Şekil 50. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	94
Şekil 51. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin 1-1-1 durumuna göre $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin h_y/h_c 'ye bağlı değişimi	95
Şekil 52. İki ucu basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD kirişinin $L/h=5$ ve $p=2$ için Ansys ile yapılan statik analizin sonucunda oluşan yer değiştirme	100
Şekil 53. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD kirişlerin bu çalışma ve Ansys ile elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	101
Şekil 54. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip 1 FD kirişlerin $L/h=5$ için bu çalışma ve Ansys ile elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	102
Şekil 55. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=20$ için bu çalışma ile elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L 'ye bağlı değişimleri	103
Şekil 56. a) $L/h=5$, b) $L/h=20$ için farklı sınır şartlarına sahip Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD kirişlerin en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri	104
Şekil 57. İki ucu ankastre mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD kirişinin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin $L/h=5$ için z/h 'ye bağlı değişimleri	104
Şekil 58. Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD kirişinin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin $L/h=5$ için z/h 'ye bağlı değişimleri.....	105
Şekil 59. Konsol Al/Al ₂ O ₃ Tip-1 FD Kirişinin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin $L/h=5$ için z/h 'ye bağlı değişimleri	105

Şekil 60. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	106
Şekil 61. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	107
Şekil 62. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ ve Al/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	108
Şekil 63. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al ₂ O ₃ ve SUS304/Al ₂ N ₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması.....	109
Şekil 64. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Tip-2 FD kirişlerin bu çalışma ve Ansys ile elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri	116
Şekil 65. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Tip-2 FD kirişlerin bu çalışma ve Ansys ile elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L 'ye bağlı değişimleri....	117
Şekil 66. Farklı sınır şartlarına sahip Tip-2 Sandviç FD kirişlerin en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri	117
Şekil 67. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al ₂ O ₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin h_y/h_c 'ye bağlı değişimleri	118
Şekil 68. Basit mesnetli Tip-2 sandviç FD kirişlerin (1-1-1) a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri.....	119
Şekil 69. Basit mesnetli (1-2-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri.....	119
Şekil 70. Basit mesnetli (2-1-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri.....	120
Şekil 71. Basit mesnetli (2-2-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri.....	120
Şekil 72. İki ucu ankastre mesnetli (1-1-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri	121
Şekil 73. İki ucu ankastre mesnetli (2-1-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri	121
Şekil 74. Konsol (1-1-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri	122

Şekil 75. Konsol (2-1-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri.....	122
Şekil 76. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-2 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri	123
Şekil 77. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli $SUS304/Al_2O_3$ ve $SUS304/Al_2N_3$ Tip-2 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri	124
Şekil 78. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-2 FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri	125
Şekil 79. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-2 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri	126
Şekil 80. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) (1-1-1) Basit mesnetli Tip-3 FD kirişlerin bu çalışma ve Ansys ile elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri	136
Şekil 81. Basit mesnetli Tip-3 sandviç FD kirişlerin Fortran ve Ansys ile elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L 'ye bağlı değişimleri.....	137
Şekil 82. Farklı sınır şartlarına sahip (1-1-1) Tip-3 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri	137
Şekil 83. (1-1-1) Basit mesnetli Tip-3 sandviç FD kirişlerin en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin h_y/h_c 'ye bağlı değişimleri	138
Şekil 84. Basit mesnetli (1-8-1) Tip-3 sandviç FD kirişlerin boyutsuz normal gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri	138
Şekil 85. Basit mesnetli (1-8-1) Tip-3 sandviç FD kirişlerin boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri	139
Şekil 86. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-3 FD kirişlerin $p=2$ için En büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri....	139
Şekil 87. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli $SUS304/Al_2O_3$ ve $SUS304/Al_2N_3$ Tip-3 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri	140
Şekil 88. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-3 FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri	141
Şekil 89. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli $SUS304/Al_2O_3$ ve $SUS304/Al_2N_3$ Tip-3 FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri	142

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

p	: Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme değişim katsayısı
u	: Elemana ait yatay yer değiştirme vektörü
w	: Elemana ait yatay yer değiştirme vektörü
β	: Yüksek mertebe terimler
ϕ	: Düğüm noktalarında oluşan kesit dönmeleri
q	: Düzgün yayılı yük
$P_{0_{kr}}$	: Kritik burkulma yükü
ε_{xx}	: Uzama birim şekil değiştirme ifadesi
γ_{xz}	: Açısal birim şekil değiştirme ifadesi
$\square_{,x}$	: x'e göre türev
L_e	: Kiriş eleman uzunluğu
b	: FD kirişin genişliği
h	: FD kirişin yüksekliği
$\mathbf{k}_e$	: Elemana ait rijitlik matrisi
$\mathbf{k}_g$	: Elemana ait geometrik rijitlik matrisi
$\mathbf{m}$	: Elemana ait kütle matrisi
$\mathbf{f}$	: Elemana ait yük vektörü
x, y, z	: Sisteme ait koordinat eksenleri
σ	: Normal gerilme ifadesi
τ	: Kayma gerilme ifadesi
FSDT	: Birinci mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisi
HSDT	: Yüksek mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisi

Not: Listede bulunmayan bazı simgeler ve semboller metin içerisinde tanımlanmışlardır.

BİRİNCİ BÖLÜM

Giriş

Malzeme bilimi, hızla gelişen teknolojiye bağlı olarak sürekli olarak ilerleme göstermektedir. Teknolojik gelişmeler beraberinde hem yüksek mukavemetli hem de yüksek ısı dirence sahip malzeme ihtiyacını ortaya çıkarmıştır. Bu özellikleri karşılamak için araştırmacılar tarafından tabakalı kompozit malzemeler geliştirilmiştir. Ancak tabakalı kompozit malzemeler birbirinden farklı en az iki farklı malzemenin üst üste eklenmesiyle üretildikleri için farklı yüzeyler arasında gerilme yığılmaları ve çatlak oluşumları gibi dezavantajlar ortaya çıkmaktadır. Bu dezavantajların üstesinden gelebilmek için araştırmacılar fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) malzemeleri geliştirmişlerdir.

Dünyada ilk kez FD malzemeler uzay araçlarının dış yüzeylerinde mekanik ve sıcaklık performansları yüksek olduğu için kullanılmıştır. İlk olarak uzay araçları için geliştirilen FD malzemeler günümüzde birçok alanda kullanılmaktadır. Örnek olarak savunma, tıp, inşaat ve enerji alanları verilebilir. İnşaat mühendisliği alanında yaygın olarak kullanılan kiriş, plak ve kabuk gibi yapı elemanlarının üzerindeki mekanik ve ısı etkilerin oluşturduğu olumsuz etkileri minimuma çekebilmek için bu tür yapılar FD malzemelerle tasarlanmaya başlamıştır. Normal betonarme yapı elemanlarına göre FD malzemeli yapı elemanları daha hafiftirler. FD malzemenin yüksek mukavemetli, yüksek ısı dirençli ve hafif olması gibi olumlu yönlerinden dolayı araştırmacılar FD malzemeli yapı elemanları üzerine sayısız çalışmalar yapmışlardır.

Literatür Özeti

Literatür detaylı olarak incelendiğinde araştırmacıların genellikle farklı kiriş teorileri ve çözüm yöntemleri üzerinde durdukları görülmektedir. Çözüm yöntemleri olarak genellikle analitik ve sayısal yöntemler FD kirişlerin dinamik, statik ve burkulma analizleri için tercih edilmiştir. Bu bölümde, literatür özeti çalışmalarda kullanılan çözüm yöntemlerine göre aşağıda sınıflandırılmıştır.

Analitik yöntemlerle yapılan çalışmalar.

FD kirişlerin mekanik davranışlarını çeşitli kiriş teorilerine göre birçok farklı analitik yöntemle inceleyen çalışmalar vardır. Bunları eskiden günümüze doğru sıralayacak olursak; Aboudi, Pindera ve Arnold (1999), son birkaç yıl içinde FD malzemeler için geliştirilen

kartezyen tabanlı yüksek mertebe teorileri genellemişlerdir. Sankar (2001), statik yükleme altında basit mesnetli FD kirişler için elastisite teorisine göre çözüm üretmiştir. FD kirişin Poisson oranını sabit tutmuş ve FD malzeme özelliğinin kalınlık boyunca üstel olarak değiştiği varsayımını yapmıştır. Ayrıca yazar Euler-Bernoulli kiriş teorisine bağlı olarak bir teori geliştirmiştir. Kapuria, Bhattacharyya ve Kumar (2006), termoelektromekanik yükleme altındaki hibrit piezoelektrik katmanlı FD kirişlerin analizlerini yapmak için zikzak, birinci ve üçüncü mertebe teorileri kullanarak bileşik bir formülasyon geliştirmişlerdir. Çalışmada düzlem içi ve enine elektrik alanlarını dikkate alarak elektrik sınır koşullarının, yayılma-kalınlık oranlarının etkilerini incelemişlerdir. Aydogdu ve Taskin (2007), klasik kiriş teorisini ve birbirlerinden farklı yüksek mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorilerini kullanarak FD kirişlerin Navier yöntemiyle titreşim analizlerini yapmışlardır. Lü, Chen, Xu ve Lim (2008), çift doğrultuda FD kirişlerin termal ve eğilme deformasyonlarının analizi için elastisite çözümlerini yapmışlardır. Poisson oranının sabit kabul edildiği, ısıl-mekanik özelliklerinin ve elastisite modülünün ise FD kirişin açıklık ve yüksekliği boyunca üstel olarak değiştiği varsayımını yapmışlardır. Genel denklemleri durum-uzay metoduyla elde etmişlerdir. Ayrıca sayısal çözümleri de diferansiyel kuadratür metoduyla yapmışlardır.

Xiang ve Yang (2008), Timoshenko kiriş teorisini kullanarak sıcaklık etkisindeki farklı kesitli FD kirişin zorlanmış ve serbest titreşimlerini incelemişlerdir. Analizlerde kullandıkları kirişin alt ve üst yüzeyi FD malzemeli, çekirdeği ise homojen malzemelidir. FD malzeme özelliği kalınlık doğrultusunda kuvvet fonksiyonuna bağlı olarak değiştiği kabulünü yapmışlardır. Kadoli, Akhtar, ve Ganesan (2008), FD derecelendirilmiş kirişlerin statik analizlerini yayılı yük etkisi altında çeşitli malzeme özellikleri ve sınır şartlarına göre yüksek mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisini kullanarak incelemişlerdir. Ying, Lü ve Chen (2008), iki boyutlu elastisite teorisini kullanarak Winkler-Pasternak zemin üzerine oturan ortotropik FD kirişlerin eğilme ve serbest titreşim davranışlarını incelemişlerdir. Ortotropik FD kirişin malzeme özelliği kalınlık boyunca üstel olarak değişmektedir. Kapuria, Bhattacharyya ve Kumar (2008), tabakalı fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin üçüncü mertebeden zikzak teorisi yardımıyla statik ve titreşim davranışlarını araştırmışlardır. FD kirişin efektif elastisite modülünü değiştirilmiş karışım kuralını kullanarak elde etmişlerdir. Değiştirilmiş karışım kuralından elde ettikleri sonuçlar ile geleneksel karışım kuralına dayalı elde ettikleri sonuçları kıyaslamışlardır. Li (2008), Timoshenko kiriş teorisine göre FD kirişlerin dinamik ve statik analizleri için çözüm metodu geliştirmiştir. Bu teoride FD kirişlerin dönel atalet etkileri ve kayma deformasyonları dikkate alınmaktadır. FD kirişlere ait malzeme özelliklerinin kalınlık boyunca keyfi olarak değiştiği varsayımını yapmıştır.

Şimşek (2009), üçüncü mertebeli teori kullanarak yayılı yükleme altında basit mesnet sınır koşulunu dikkate alarak FD kirişin statik analizini Ritz metoduyla incelemiştir. Sina, Navazi ve Haddadpour (2009), FD kirişlerin birinci mertebeli kiriş teorisiyle birlikte serbest titreşim davranışlarını incelemiştir. FD kirişe ait hareket denklemlerini Hamilton ilkesiyle elde etmişlerdir. FD kirişe ait yanal gerilme değerlerinin sıfır olduğu varsayımında bulunarak farklı sınır koşulları altında Navier tipi çözüm yöntemine göre analizlerini yapmışlardır. Şimşek ve Kocatürk (2009), basit mesnet sınır şartına sahip sabit hızlı harmonik yük etkisi altındaki FD kirişin serbest titreşim ve dinamik analizlerini incelemiştir. FD kirişin malzeme özelliğinin kalınlık doğrultusunda hem üstel hem de kuvvet fonksiyonuna bağlı olarak değiştiği varsayımını yapmışlardır. Li, Wang ve Han (2010), HSDT'ye göre FD kirişlerin statik ve dinamik analizlerini çeşitli sınır koşullarını dikkate alarak yapmışlardır. FD kirişin hareket denklemlerini elastisitenin temel denklemlerini kullanarak yardımcı bir denklem elde etmişlerdir. Bu denklemin farklı mertebelerden türevlerini alarak eğilme momenti, kesme kuvveti, deplasman, gerilme değerlerini elde etmişlerdir. Şimşek (2010a), birinci mertebeli kiriş teorisi ve çeşitli HSDT'ler ile FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini yapmıştır.

Şimşek (2010b), hareketli yük etkisi altındaki FD kirişlerin zorlanmış titreşim analizlerini incelemiştir. Çalışma kapsamında Timoshenko, üçüncü mertebeli kayma deformasyonlu ve Euler-Bernoulli kiriş teorilerini kullanmıştır. Kirişin kalınlığı boyunca FD malzeme özelliğinin kuvvet fonksiyonuna bağlı olarak değiştiği kabul edilmektedir. Şimşek (2010c), FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini çeşitli yüksek mertebeli kayma deformasyonlu kiriş teorilerini dikkate alarak analitik olarak incelemiştir. Alshorbagy, Eltaher ve Mahmoud, (2011), FD kirişlerin doğal frekanslarını Euler Bernoulli kiriş teorisini kullanarak hesaplamışlardır. Zhao, Chen ve Lü (2012), elastisite teorisini kullanarak çift doğrultulu FD kirişlerin düzlem problemlerini çözümlemek için çözüm yöntemi önermişlerdir. Çözüm yaparken Poisson oranı sabit tutulmuş, malzeme özelliğinin kiriş kalınlığı ve boyu doğrultusunda üstel olarak değiştiği kabul edilmiştir. Thai ve Vo (2012a), FD kirişlerin titreşim ve statik analizleri için çeşitli HSDT'ler geliştirmişlerdir. Çözüm yöntemi olarak Navier tipi çözüm yöntemini kullanmışlardır.

Thai ve Vo, (2012b), nano FD kirişlerin mekanik davranışlarını Sinüzoidal kayma deformasyonlu kiriş teorisini kullanarak geliştirdikleri yeni bir model ile incelemiştir. Nano FD kirişin analitik çözümlerinde basit mesnet sınır şartını kullanmışlardır. Cansız, (2013), birbirlerine viskoelastik olarak bağlanan FD kiriş sisteminin sabit hızlı harmonik yük etkisi altındaki dinamik davranışını Newmark metoduyla incelemiştir. Analizlerde farklı sınır şartlarına göre altı kiriş modeli kullanmış ve hareket denklemlerini Langrange formülasyonları

ile elde etmiştir. Uymaz (2013), yerel olamayan elastisite teorisini kullanarak FD nano kirişlerin zorlanmış titreşim analizlerini yapmıştır. Çeşitli kayma deformasyonlu kiriş teorilerine göre Navier yöntemini kullanarak çözümleme yapmıştır. Analizlerde farklı L/h oranlarını, farklı malzeme dağılımlarını ve farklı sınır koşullarını dikkate almıştır. Li ve Batra (2013), farklı sınır koşulları altında FD malzemeli Timoshenko kirişine ait kritik burkulma yükü ile eksenel basınç yüklemesi altında homojen Euler-Bernoulli kirişinin kritik burkulma yükü arasındaki ilişkiyi analitik olarak incelemişlerdir. Nguyen, Vo ve Thai (2013), FSDT'yi dikkate alarak geliştirdikleri yeni çözüm yöntemiyle eksenel yükleme altındaki FD kirişin serbest titreşim ve statik analizlerini incelemişlerdir. Kesmede düzeltme katsayısını analitik olarak elde etmek için enine kayma rijitliğini kullanarak kayma şekil değiştirme enerjisi dengesinden yararlanmışlardır.

Pradhan ve Chakraverty (2013), Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri ile çeşitli sınır şartlarını dikkate alarak FD kirişlerin titreşim analizi için yeni bir model geliştirmişlerdir. FD malzeme özelliği kiriş kalınlığı boyunca üstel olarak değişmektedir. Çözüm yöntemi olarak Rayleigh-Ritz metodunu kullanmışlardır. Şimşek ve Reddy (2013), Euler-Bernoulli, Timoshenko ve HSDT kullanarak geliştirdikleri birleşik teori ile mikro FD kirişlerin titreşim ve eğilme analizlerini yapmışlardır. Gerilme dağılımlarını Mori-Tanaka yöntemiyle elde etmişlerdir. FD mikro kirişin hareket denklemlerini Hamilton prensibiyle elde etmişlerdir. Çözümlemeleri Navier tipi çözüm yöntemiyle yapmışlardır. Şimşek ve Yurtcu (2013), FD nano kirişlerin statik ve burkulma analizlerini Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri ile incelemişlerdir. FD nano kirişin denge denklemlerini minimum potansiyel enerji yöntemi kullanarak elde etmişlerdir. Thai ve Vo (2013), FD plakların titreşim, burkulma ve statik analizlerini sinüzoidal kesme deformasyon teorisine bağlı olarak geliştirdikleri yeni bir çözüm yöntemiyle incelemişlerdir. Önerdikleri teori klasik sinüzoidal teoriden farklı olarak dört bilinmeyene sahiptir ve bu teoride kesmede düzeltme katsayısının kullanımına gerek yoktur. Nguyen, Nguyen, Thai ve Vo (2014), FD sandviç plakların burkulma, serbest titreşim ve statik analizlerini ters trigonometrik kayma deformasyon teorisine bağlı yeni bir teori ile Navier tipi çözüm yöntemiyle yapmışlardır.

İpci (2014), değişken kesitli FD konik mikro kirişlerin serbest titreşim analizlerini modifiye gerilme çifti teorisi ile analitik olarak incelemiştir. FD malzeme özelliği kiriş kalınlığı boyunca kuvvet fonksiyonuna göre değiştiğini varsaymıştır. Sınır şartları ve hareket denklemlerini Hamilton prensibiyle elde etmiştir. Thai, Nguyen, Vo ve Lee (2014), FD yüzey levhalardan ve izotrop homojen çekirdekli FD sandviç plaklar için yeni bir birinci mertebeden kayma deformasyon etkilerini dikkate alan kiriş teorisi önermişlerdir. Enine kayma

gerilmelerini doğrudan denge denklemlerini kullanarak hesapladıkları için kesmede düzeltme kat sayısına gerek kalmamıştır. Mevcut birinci mertebe teorisinin yönetici denklem ve bilinmeyen sayısını azaltarak basitleştirmişlerdir. Farklı sınır koşulları altında dikdörtgen plakaların serbest titreşim ve eğilme burkulma analizlerinin analitik çözümlerini yapmışlardır. Çömez, (2014), enine kosinüzoidal yüklemeye maruz kalan basit mesnetli iki katmanlı FD kirişin elastisite teorisine bağlı olarak analitik çözümünü yapmıştır. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme katsayısının gerilme dağılımları üzerindeki etkisini araştırmış ayrıca normal ve kayma gerilmeleri sayısal olarak vermiştir. Jin ve Wang (2015), Euler-Bernoulli kiriş teorisini kullanarak dokuz serbestlik dereceli FD kiriş modellemişlerdir. Burada klasik kiriş teorisini ve diferansiyel kareleme yöntemini kullanmışlardır. Şimşek, (2015), Timoshenko kiriş teorisi ile çift yönlü FD kirişlerin zorlanmış ve serbest titreşim analizlerini incelemiştir. FD malzeme özelliği kiriş yüksekliği ve kiriş eksen boyunca üstel olarak değiştiği kabulünü yapmıştır. Seçkin ve Aydoğdu (2015), Euler-Bernoulli kiriş teorisiyle eksen doğrultusunda FD kirişlerin titreşim ve burkulma davranışlarını Ritz metoduyla incelemişlerdir. Yer değiştirmeleri basit cebirsel fonksiyonlarla ifade etmişlerdir.

Vo, Thai, Nguyen, Inam ve Lee (2015a), kayma deformasyon etkilerini ve kiriş kalınlığı boyunca oluşan gerilmeleri dikkate alan yarı üç boyutlu teoriyle sandviç FD kirişlerin statik analizlerini yapmışlardır. Düzgün yayılı yük etkisi altında simetrik ve simetrik olmayan FD sandviç kirişler kullanmışlardır. Çözüm metodu olarak Navier tipi çözüm metodunu kullanmışlardır. Nguyen ve Nguyen (2015), HSDT'ye bağlı olarak sandviç FD kirişlerin titreşim, burkulma ve statik analizlerini geliştirdikleri yeni çözüm teorisi ile incelemişlerdir. FD kirişin boyuna yer değiştirmesi için dikkate alınan fonksiyon üçüncü mertebeden olup ters trigonometrik ifadeler içermektedir. Nguyen, Nguyen, Vo ve Thai (2015), sandviç ve izotropik FD kirişlerin stabilite ve titreşim analizleri için HSDT'ye göre yeni bir çözüm metodu geliştirmişlerdir. Önerilen bu çözüm metodunda FD kirişin yer değiştirmeleri hiperbolik olarak değişmektedir. Mantari ve Yarasca (2015), sandviç FD kirişler ve tek tabakalı FD kirişlerin statik analizleri için hibrit tipte yüksek mertebeden kayma deformasyonlu teori geliştirmişlerdir. Bu teori FD kirişin kalınlığı doğrultusunda oluşan gerilme etkilerini ve kayma deformasyon etkilerini hesaba katan dört bilinmeyenli bir teoridir. Analizleri basit mesnet sınır şartına göre Navier çözüm yöntemiyle analitik olarak yapmışlardır. Hadji, Khelifa ve El Abbes (2016), geliştirdikleri yeni yüksek mertebeden kayma deformasyonlu kiriş modeli ile FD kirişlerin analitik olarak titreşim ve eğilme davranışlarını incelemişlerdir. Navier metodunu kullanarak analitik çözümler yapmışlardır. Geliştirdikleri teori ile FD kirişin kalınlığı doğrultusunda oluşan kayma gerilmelerinin yüksek mertebeden değişimlerini hesaba katmaktadırlar.

Osofero, Vo, Nguyen ve Lee (2016), çeşitli HSDT'ler kullanarak FD sandviç kirişlerin titreşim ve burkulma davranışlarını analitik olarak incelemiştir. FD kirişin hareket denklemlerini Hamilton prensibiyle elde etmiştir. Nguyen, Vo, Nguyen ve Lee (2016), farklı sınır şartlarına sahip sandviç FD kirişlerin stabilite ve titreşim analizleri için yeni HSDT önermiştir. Önerdikleri teori ile FD kirişlerin analizlerini Ritz yöntemini kullanarak analitik olarak yapmıştır. Trinh, Vo, Osofero ve Lee (2016), klasik kiriş teorisi, birinci mertebeden ve yüksek mertebeden kayma deformasyon etkilerini dikkate alan kiriş teorilerini kullanarak çeşitli sınır şartlarına sahip FD sandviç kirişlerin titreşim analizlerini durum-uzay metoduna bağlı olarak yapmıştır. Analizlerde malzeme özelliği, tabaka yerleşimleri ve narinlik oranı gibi parametrelerin kirişin serbest titreşim değerlerine etkilerini incelemiştir. Chen ve Chang (2017), Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini dönüştürülmüş kesit yöntemini kullanarak incelemiştir. Kirişin FD malzeme özelliği kalınlık boyunca üstel olarak değişmektedir. Kapalı formda çözümler yaparak FD kirişin doğal frekanslarını elde etmiştir. Lee ve Lee (2017), Euler-Bernoulli kiriş teorisine bağlı olarak FD kirişlerin serbest titreşim analizleri için transfer matris yöntemini kullanarak yeni bir çözüm geliştirmiştir. FD kirişin transfer matrisini kiriş uç noktalarında oluşan yer değiştirmeler ve kuvvetler arasında bağlantı kurarak elde etmiştir.

Alwan (2017), FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini Rayleigh, Euler-Bernoulli, Timoshenko ve Kayma kiriş teorileri ile incelemiştir. Bu dört kiriş teorisine göre FD kirişin yönetici denklemlerini elde edip basit mesnet sınır şartına göre değişkenlerine ayırma yöntemi ile çözümler yapmıştır. İlk beş modun frekans değerlerini elde ederek kiriş teorilerinin ve malzeme özelliklerinin etkilerini araştırmıştır. Avcar, ve Alwan (2017), FD malzemedan yapılmış Rayleigh kirişinin serbest titreşim analizlerini incelemiştir. FD Rayleigh kirişinin hareket denklemlerini Ritz yöntemiyle elde etmiştir. FD kirişin malzeme özelliği kalınlık doğrultusunda kuvvet fonksiyonuna bağlı olarak değişmektedir. Basit mesnet sınır şartına göre malzeme özelliğinin frekans değerleri üzerindeki etkisini araştırmışlardır. Şimşek ve Alshujairi (2017), FD sandviç Timoshenko kirişinin sabit hızlı ardışık iki hareketli yük etkisi altında statik, serbest ve zorlanmış titreşim analizlerini yapmışlardır. Analizlerde farklı sınır koşulları ve farklı kesit kalınlıklarını dikkate almışlardır. Kirişin malzeme özelliği kalınlık boyunca kuvvet kuralına göre değişmektedir. Mohammed (2017), Euler-Bernoulli kiriş teorisini kullanarak pasternak zemin üzerine oturan FD kirişin serbest titreşim analizlerini incelemiştir. FD kirişe ait hareket denklemini elde ettikten sonra dört farklı sınır koşuluna göre çözümler yaparak ilk beş moda ait frekans değerlerini elde etmiştir. Malzeme özelliği, sınır şartları ve Pasternak zemin özelliklerinin frekans değerleri üzerindeki etkilerini araştırmıştır. Avcar ve Mohammed (2017), Euler-Bernoulli kiriş teorisini kullanarak Winkler zemin üzerine oturan FD

kirişlerin serbest titreşim analizlerini yapmışlardır. FD kirişin yönetici denklemlerini malzeme özelliğinin kiriş yüksekliği doğrultusunda kuvvet kuralına bağlı olarak değiştiği varsayımına göre elde etmişlerdir. Newton-Raphson yöntemini kullanarak Ankastre-Basit mesnet sınır şartını dikkate alarak ilk üç modun öz değerlerini elde etmişlerdir. Winkler zeminin ve FD malzeme özelliklerinin değişiminin boyutsuz frekanslar üzerindeki etkilerini incelemişlerdir.

Pradhan ve Chakraverty (2017), FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini Rayleigh-Ritz yöntemine göre incelemişlerdir. Analizlerde birbirlerinden farklı yüksek mertebeden kayma deformasyon etkilerini dikkate alan kiriş teorileri kullanmışlardır. Bu teorilerden üç tanesi ters trigonometrik fonksiyonlar içermektedir. Karamanlı (2017), Timoshenko, Reddy-Bickford ve Euler-Bernoulli kiriş teorileri yardımıyla çift yönlü FD sandviç kirişlerin statik analizlerini düzgünleştirilmiş parçacık hidrodinamiği yöntemiyle incelemişlerdir. Chen ve Chang (2018), Timoshenko kiriş teorisine göre dönüştürülmüş kesit yöntemini kullanarak FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini incelemişlerdir. FD malzeme özelliğinin kiriş yüksekliği doğrultusunda kuvvet kuralına bağlı olarak değiştiğini varsaymışlardır. Farklı sınır şartlarını dikkate alarak kapalı formda çözümler yapmışlardır. Turan ve Kahya (2018), FSDT'ye göre FD kirişlerin titreşim analizlerini Navier yöntemiyle yapmışlardır. Aslan, Noori ve Temel (2019), Timoshenko kiriş teorisini kullanarak doğru eksenli FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemini kullanarak incelemişlerdir. Hareket denklemlerini minimum toplam enerji ilkesine göre elde etmişler ve çözümler için Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi'ni (TFY) kullanmışlardır. FD malzeme özelliği kiriş kalınlığı boyunca değişmektedir. Farklı sınır koşullarının, farklı L/h oranlarının ve FD malzeme değişim katsayısının frekanslar üzerindeki etkilerini araştırmışlardır.

Sınır (2019), Euler-Bernoulli kiriş teorisi ile değişken kesite sahip FD kirişlerin lineer olmayan titreşim analizlerini incelemiştir. Kirişin FD malzeme özelliği eksenel olarak polinomiyal ve trigonometrik olarak değişmektedir. FD kirişin lineer titreşim analizlerini diferansiyel kareleme metoduyla incelemiştir. Lineer olmayan titreşim analizlerini ise Perbüstasyon metodu ile incelemiştir. Aslan, Noori ve Temel (2019), FSDT'ye göre çift doğrultulu FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini incelemişlerdir. FD kirişe ait hareket denklemlerini TFY ile sayısal olarak çözümlenmişlerdir. Yaylı (2018), elastik mesnetli dairesel kesite sahip FD kirişin burulma titreşimini analitik olarak hesaplayabilen bir yöntem geliştirmiştir. Farklı sınır koşullarına göre FD kirişin açılma yer değiştirme ifadesini Fourier sinüs teoremi ile elde etmiştir. Demirhan ve Taşkın (2020), Euler-Bernoulli kiriş teorisi ile sandviç FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini transfer matris yöntemiyle incelemişlerdir. Hamilton prensibini kullanarak FD kirişin ait hareket denklemlerini Farklı sınır koşullarına göre

elde etmişlerdir. Aslan, Noori ve Temel (2020), FD kirişlerin farklı dinamik yüklemeler altında sönümlü ve sönümsüz zorlanmış titreşim analizleri için çözüm yöntemi geliştirmişlerdir. Euler-Bernoulli ve Timoshenko teorileri ile farklı L/h değerleri ve farklı malzeme katsayılarına göre çözümlemeler yapmışlardır. Sayısal çözümlemeler için tamamlayıcı fonksiyonlar yöntemini kullanmışlardır. FD kirişin hareket denklemlerini minimum toplam enerji prensibiyle elde etmişlerdir.

Menhaj (2020), elastik zemine oturan FD sandviç mikro kirişlerin eğilme analizlerini değiştirilmiş çift teorisi ve Euler-Bernoulli teorisini kullanarak incelemişlerdir. Basit mesnet sınır şartını dikkate alarak Navier tipi çözümleme yapmıştır. Kırlangıç (2020), FD kirişlerin tabakalı kompozit kirişlerle karşılaştırmalı olarak analizlerini incelemiştir. Tabakalı kompozit kirişlerin burkulma, dinamik ve statik analizlerini konsol kiriş sınır şartına göre yapmıştır. FD kirişlerin statik, dinamik ve burkulma analizlerini Euler-Bernoulli ve Timoshenko teorileriyle Ritz yöntemiyle incelemiştir. Haskul (2020), silindirik eğri eksenli FD kirişin sıcaklık etkisi altında gerilme ve radyal yer değiştirme problemlerini analitik olarak çözümlemiştir. Yer değiştirme ve şekil değiştirme denklemleri Timoshenko ve Goodier teorilerinden elde edilmiştir. Elastisite modülünün yükseklik boyunca bir fonksiyona bağlı olarak değiştiğini varsaymıştır. Taşkın ve Demirhan (2020), gözenekli FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini incelemişlerdir. FD malzeme özelliğini kiriş kalınlığı boyunca Voight tipi karışım kuralına göre tanımlamışlardır. Gözeneklilik oranını ise bir katsayı ile ifade etmişlerdir. Gözeneklerin kirişin orta kesitinde yoğunlaştığı ve gözeneklerin homojen olarak dağılmadığı durumlara göre iki tip kiriş kesiti ele almışlardır. Li, Xu ve Huang (2021), Pasternak zemine oturan farklı kesitli FD kirişin serbest titreşim analizini geliştirdikleri yeni bir analitik yöntemle incelemişlerdir. FD kirişin yer değiştirme ve gerilmelerinin genel ifadelerini, 2D elastik teori temeline dayanan ayrık değişken yöntemiyle ve Laplace dönüşümü yardımıyla elde etmişlerdir. Serbest titreşim denklemlerinin çözümü için Fourier seri açılımını kullanmışlardır.

Turan ve Kahya (2021), FSDT'ye göre FD kirişlerin burkulma ve titreşim analizlerini Navier çözüm yöntemiyle yapmışlardır. Avcar, Hadji ve Civalek (2021), sigmoid FD sandviç kirişlerin titreşim analizlerini HSDT'ye göre yapmışlardır. Akbaş (2021), harmonik yük etkisi altında konsol FD kirişin serbest ve zorlanmış titreşim analizlerini Timoshenko kiriş teorisine göre incelemiştir. Hareket denklemlerini Lagrange formülasyonu ile elde etmiştir. Problemi Ritz yöntemiyle çözümlemiştir. Turan (2022a), çift doğrultulu FD kirişlerin birinci mertebeden kayma deformasyon etkilerini dikkate alan kiriş teorisine göre eğilme analizlerini farklı sınır şartlarına göre Navier tipi çözüm yöntemiyle incelemiştir.

Sayyad, Avhad ve Hadji (2022), eğri eksenli FD gözenekli kirişlerin gözenek dağılımlarının eşit ve eşit olmama durumlarının serbest titreşim ve statik analizlerine etkisini yüksek mertebeden hiperbolik dairesel kiriş teorisi ile incelemişlerdir. Analizlerde basit mesnet sınır şartını dikkate alarak Navier tipi kapalı çözüm yöntemini kullanmışlardır. Rachid vd. (2022), yeni bir iki boyutlu ve yarı üç boyutlu yüksek mertebeden kayma deformasyonlu teoriyle Pasternak zemin parametrelerinin sinüzoidal yüklemeye maruz kalan FD çift eğrili kabukların serbest titreşim ve eğilmeleri üzerindeki etkilerini incelemişlerdir. Sivri ve Temel, (2022), Timoshenko ve Euler-Bernoulli kiriş teorileriyle doğru eksenli, eksen doğrultusunda FD kolonların burkulma yükünü TFY ile araştırmışlardır. Azandariani, Gholami ve Zare (2022), eksenel yükleme altında FD kirişlerin serbest titreşim analizleri için FSDT'ye göre spektral eleman modeli geliştirmişlerdir. Önerdikleri spektral eleman modeli iki düğüm noktalı altı serbestlik derecesine sahiptir. FD kirişin hareket denklemlerini Hamilton prensibiyle elde etmişlerdir. Keleshteri ve Jelovica (2022), çift doğrultulu FD gözenekli kirişlerin doğrusal olmayan serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemişlerdir. Lineer olmayan Von Karman ve Hamilton prensipleri yardımıyla lineer olmayan dinamik denge denklemlerini Reddy'nin kiriş teorisine bağlı olarak elde etmişlerdir.

Yadav, vd. (2022), normal deformasyonlu kiriş teorisi, HSDT ve trigonometrik kayma deformasyonlu kiriş teorisi kullanarak FD kirişin eğilme analizini yarı analitik yöntemle incelemişlerdir. Kirişin malzeme özelliğinin değişimini kalınlık boyunca kuvvet kuralıyla tanımlamışlardır. Çözüm yöntemi olarak Navier tipi çözüm kullanmışlardır. Ahmadi (2022), Euler-Bernoulli, Timoshenko, parabolik ve geliştirilmiş Timoshenko kiriş teorilerini kullanarak FD mikro sandviç kirişlerin burkulma yüklerini minimum toplam potansiyel enerji yöntemi ile incelemiştir. Sandviç FD kiriş, iki FD yüzey arasına homojen çekirdek yerleştirilerek oluşturulmaktadır. Basit mesnet sınır şartını kullanarak Navier tipi çözüm yöntemini kullanmıştır. Ruocco ve Reddy (2023), FD düz ve eğri eksenli kirişlerin eğilme davranışlarını incelemişlerdir. Çalışma kapsamında Reddy kiriş teorisini kullanarak kapalı formda çözümler yapmışlardır.

Sonlu elemanlar yöntemiyle yapılan çalışmalar.

FD kirişlerin mekanik davranışlarını birçok farklı sayısal yöntemlerle, çeşitli kiriş teorilerine göre inceleyen çalışmalar literatürde mevcuttur. Analitik yöntemlerle yapılan çalışmaları verirken yaptığımız gibi bunları eskiden günümüze doğru sıralayacak olursak; Chakraborty, Gopalakrishnan ve Reddy (2003), FSDT'ye göre FD kirişlerin termoelastik davranışlarını analiz etmek için sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Koç (2006), Timoshenko ve Euler-Bernoulli teorilerine göre basit mesnetli FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini

sonlu elemanlar, Ritz ve enerji tabanlı sonlu farklar yöntemleriyle incelemiştir. Sonlu elemanlar yönteminde iki düğüm noktalı dört serbestlikli sonlu eleman kullanmışlardır. Oyekoya, Mba ve El-Zafrany (2009), FD plakalar kullanılarak FD kompozit yapıların stabilite ve titreşim analizleri için sonlu elemanlar yöntemine göre Midlin ve Reissner tipi eleman geliştirmişlerdir. Akbaş ve Kocatürk (2011), Timoshenko kiriş teorisini kullanarak FD kirişlerin sıcaklık etkisine bağlı burkulma sonrası davranışını sonlu elemanlar yöntemiyle incelemiştir. Hareket denklemlerini Langrangian formülasyonu ile elde etmişlerdir. Kullandıkları sonlu eleman iki düğüm noktalı ve altı serbestliklidir. Akbaş (2012), Timoshenko kiriş teorisi, iki ve üç boyutlu sürekli ortam modellerini kullanarak sıcaklık etkisi altındaki FD kirişlerin burkulma sonrası davranışlarını sonlu elemanlar yöntemiyle incelemiştir. FD malzeme özelliği kiriş kalınlığı doğrultusunda bir fonksiyona bağlı olarak değişmektedir. Hareket denklemlerini Lagrangian formülasyonu ile elde etmiştir. Yazar dönmeler ve yer değiştirmeler için hiçbir sınırlandırma yapmadığı için geometrik doğrusal olmama durumunu tam olarak göz önüne koyabilmiştir.

Vo, Thai, Nguyen, Maheri ve Lee (2014), FD sandviç kirişlerin burkulma ve serbest titreşim analizleri için HSDT'ye göre yeni bir sonlu eleman önermişlerdir. Saritas, Afsin ; Gurol (2015), FD kirişlerin titreşim ve doğrusal olamayan malzeme davranışını modelleyebilmek için temelinde Timoshenko kiriş teorisini içeren Hu-Washizu-Barr fonksiyonuna sahip karma fonksiyonlu bir eleman geliştirdiler. Filippi, Carrera ve Zenkour (2015), bir boyutlu Carrera birleştirilmiş formülasyonunu (CUF) kullanarak FD kirişlerin statik analizlerini yapmışlardır. FD kirişin malzeme özelliğini CUF ile tanımlamışlar ve çözümü de sonlu elemanlar yöntemiyle gerçekleştirmişlerdir. Vo, Thai, Nguyen, Inam ve Lee (2015b), HSDT'ye göre FD sandviç kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizleri için kalınlık doğrultusundaki kesme deformasyon ve gerilme etkilerini de dikkate alan sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. FD kirişe ait hareket denklemlerini Hamilton prensibiyle elde etmişlerdir. Yarasca, Mantari ve Arciniega (2016), FD kirişin serbest titreşim analizi için 3D Hibrit kiriş teorisi kullanılarak yedi serbestlik derecesine sahip sonlu eleman geliştirmişlerdir.

Khan, Alam, Rahman ve Wajid (2016), zikzak teorisine bağlı olarak FD kirişlerin eğilme ve serbest titreşim analizleri için bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Sonlu eleman iki düğüm noktalı ve her düğüm noktası dört serbestlikli olacak şekilde toplamda sekiz serbestlik derecesine sahiptir. FD kirişin eksenel yer değiştirmelerini tanımlamak için kübik interpolasyon fonksiyonları kullanmışlardır. Fouda, El-midany ve Sadoun (2017), Euler-Bernoulli kiriş teorisi yardımıyla FD gözenekli kirişlerin gözeneklilik durumunun serbest titreşim, burkulma ve statik analizleri üzerindeki etkilerini sonlu elemanlar yöntemiyle incelemiştir. Kahya ve Turan (2017), FSDT'ye göre FD kirişlerin burkulma ve serbest

titreşim analizleri için 5 düğüm noktalı ve 10 serbestlikli sonlu eleman modeli önermişlerdir. Hareket denklemlerini Lagrangian formülüyle elde etmişlerdir. Akbaş (2017) düzlem parçalı sürekli ortam modelini kullanarak FD ortotropik kirişlerin yayılı yük etkisi altında sonlu elemanlar yöntemiyle statik ve serbest titreşim analizlerini incelemiştir. Turan (2018), tabakalı kompozit kirişlerin burkulma, statik ve serbest titreşim analizlerini kayma deformasyonlarını hesaba katan sonlu eleman modeli önermiştir. Sonlu eleman modelinin doğruluğunu göstermek için hem tabakalı kompozit kirişler hem de FD kirişler için ayrı ayrı analizler yapmış ve bunları literatür ile kıyaslamıştır. Buna ilave olarak çalışmasında birçok sonuca yer vermiştir.

Kahya ve Turan, (2018), tabaka sayısı N ve serbestlik derecesi $9N+7$ olan sonlu eleman modeliyle hem tabakalı kompozitlerin hem de sandviç kirişlerin burkulma ve serbest titreşim analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Koçkaya, (2018), Timoshenko kiriş teorisine göre sonlu elemanlar yöntemlerinden kuvvet bazlı sonlu eleman yöntemini kullanarak FD kirişlerin serbest titreşim davranışlarını incelemiştir. Kullandığı sonlu eleman iki düğüm noktalı ve altı serbestliklidir. Aynı problemi düzgün ve koni kesitli olarak ANSYS programı yardımıyla çözümleyerek ilk beş moda ait frekans değerlerini literatür ile karşılaştırmıştır. Li, Ma ve Gao (2019), HSDT'ye göre FD sandviç kirişlerin statik analizleri için sonlu eleman modeli önermişlerdir. Evran (2019), FD sandviç kirişlerin burkulma analizlerini sonlu elemanlar çözümü yapan ANSYS programı yardımıyla incelemiştir. Sandviç kirişlerin tabakalarının seviye ve konumlarını Taguchi ortogonal dizi tekniğine göre incelemiştir. En çok etkilenen tabakaları göstermek için birinci mod şekillerini elde etmiştir. Uzun (2019), sonlu elemanlar yöntemini kullanarak FD nano kirişlerin serbest titreşim analizlerini farklı sınır koşullarına göre incelemiştir. FD kirişi Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre modelleyerek kirişin hareket denklemlerini Hamilton ilkesiyle elde etmiştir. Nano boyutlarda ortaya çıkan boyut etkisini Eringen'in yerel olmayan elastisite teorisiyle dikkate alarak boyut etkisinin, malzeme değişim katsayısının, Pasternak zemin katsayısının ve sınır şartlarının frekanslar üzerindeki etkilerini araştırmıştır.

Reddy, Nampally ve Srinivasa (2020), çift gözlü sonlu alan yöntemini kullanarak FD kirişlerin doğrusal olmayan analizleri için bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Işık (2020), Timoshenko kiriş teorisine göre çift doğrultuda FD mikro kirişlerin serbest titreşim analizlerini sonlu farklar yöntemiyle incelemiştir. Hamilton prensibini kullanarak FD kirişe ait sınır şartlarını ve yönetici denklemleri elde etmiştir. Elde ettiği sonuçları literatürde diferansiyel kareleme yöntemiyle elde edilmiş olan sonuçlarla kıyaslamıştır. Erdurcan (2020), Timoshenko kiriş teorisi yardımıyla FD sandviç kirişlerin serbest titreşim analizlerini kirişin gözenekli, gözeneksiz, çatlaklı ve çatlaksız durumlarına göre sonlu elemanlar yöntemiyle incelemiştir. FD

malzeme özelliği kiriş kalınlığı boyunca eksponansiyel ve polinom fonksiyonlarla tanımlamıştır. Dört farklı tip gözeneklilik durumu dikkate almıştır. Farklı düğüm noktalarına ve serbestlik derecelerine sahip sonlu elemanlar kullanarak sonuçları karşılaştırmıştır. Koutoati, Mohri, Daya ve Carrera (2021), malzeme dağılımı lineer olmayan FD kirişlerin eğilme ve titreşim analizlerini hem Reddy'nin HSDT'sine göre hem de Timoshenko kiriş teorilerine göre sonlu eleman modeliyle incelenmişlerdir. Ayrıca FD kirişin yer değiştirme alan ifadelerini zikzak teorisiyle tanımlamışlardır. Sonlu eleman modeli iki düğüm noktalı dört serbestlik derecesine sahiptir. Liu, He, Ye ve Yang (2021), FD sandviç kirişlerin burkulma analizleri için sınırlı sonlu elemanlar yöntemini kullanarak yeni yarı analitik yaklaşım önermişlerdir. FD malzeme özelliğinin kalınlık boyunca sürekli olarak değiştiği varsayımını yapmışlardır.

Özmen (2021), Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre FD kirişlerin statik ve dinamik analizlerini hem analitik olarak hem de sonlu elemanlar yöntemleriyle incelemiştir. Hareket denklemlerini Hamilton prensibiyle elde etmiştir. Sonlu eleman modeli olarak ANSYS Workbench programı yardımıyla SOLID 186 elemanını kullanmıştır. Sonuçları kendi aralarında ve literatür sonuçlarıyla karşılaştırmıştır. Kır, Ermis, Aribas ve Omurtag (2021), eliptik FD kirişlerin düzgün yayılı yük altında statik analizlerini sonlu eleman çözümü yapan ANSYS programıyla incelemişlerdir. Sonlu eleman olarak tek boyutlu kiriş elemanı olan BEAM188 ve üç boyutlu katı eleman olan SOLID186 elemanlarını kullanmışlardır. FD malzeme özelliğini Voight'in karışım modeliyle ifade etmişlerdir. Aydoğan, Ermis, Aribas ve Omurtag (2021), eliptik FD kirişlerin serbest titreşim analizlerini sonlu eleman çözümü yapan ANSYS programıyla incelemişlerdir. Sonlu eleman olarak BEAM188 ve SOLID 186 kullanmışlardır. FD malzeme özelliklerini Voight tipi karışım modeliyle tanımlamışlardır. Van Vinh (2021), FSDT'ye göre FD sandviç kirişlerin statik eğilme analizleri için iki düğüm noktalı ve altı serbestlikli bir sonlu eleman modeli önermişlerdir. Yıldırım (2022), çift doğrultuda FD kirişlerin serbest titreşim analizlerinde kullanılan sonlu elemanlar yöntemine ilave olarak yapay sınır ağları yaklaşımını kullanmıştır.

Belarbi, Houari, Hirane, Daikh ve Bordas (2022), HSDT'ye göre FD sandviç kirişlerin eğilme analizlerini iki düğüm noktalı bir sonlu eleman modeli önermişlerdir. Noori ve Yıldırım, (2022), farklı kiriş teorilerine göre FD kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşim analizlerini sonlu elemanlar yöntemini kullanarak ANSYS ve SAP2000 programlarıyla incelemişlerdir. Euler-Bernoulli, Timoshenko iki ve üç boyutlu üç düğüm noktalı kiriş ve dört düğüm noktalı kabuk elemanları ANSYS ile çerçeve elemanları ise SAP2000 programıyla çözümlemişlerdir. Garg, Chalak, Belarbi ve Zenkour (2022), higro-mekanik yüklemeye maruz FD sandviç kirişlerin eğilme analizlerini sonlu eleman geliştirmişlerdir. Sonlu eleman üç düğüm noktasına ve sekiz

serbestlik derecesine sahiptir. Turan (2022b), gözenekli FD kirişlerin statik analizleri için trigonometrik kayma deformasyonlu kiriş teorisini kullanarak üç düğüm noktalı on iki serbestlik derecesine sahip olan yüksek mertebe sonlu eleman modeli önermiştir. Gözenekli FD kirişin denge denklemlerini Langrange formülasyonu ile ifade etmiştir. Bian, Qing ve Yu (2022), FD nano kirişlerin farklı sınır şartları altında serbest titreşim, statik ve burkulma analizlerini geliştirdikleri yeni sonlu eleman modeliyle incelemişlerdir. Sonlu eleman yöntemi ile yer değiştirme alanını Hermite enterpolasyonu ile elde etmişlerdir. Sonlu elemanlar yöntemiyle elde ettikleri sonuçları diferansiyel kareleme metoduyla elde edilen sonuçlarla kıyaslamışlardır.

Dedeköy (2022), Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre FD kirişlerin lineer olmayan titreşimlerini incelemiştir. Chebyhev tekiniğini kullanarak problemi sonlu elemanlara ayırmıştır. FD kirişin lineer olmayan diferansiyel denklemlerini Galerkin methodu ile elde etmiştir. Turan ve Hacıoğlu (2022), HSDT'ye göre FD kirişlerin burkulma analizleri için sonlu eleman geliştirmişlerdir. Önerdikleri sonlu eleman beş düğüm noktasına ve on altı serbestlik derecesine sahiptir. FD kirişe ait hareket denklemlerini Langrangian formülasyonu ile elde etmişlerdir. Yazalar aynı çözüm yöntemiyle FD kirişlerin statik ve serbest titreşim analizlerini de incelemişlerdir Turan ve Hacıoğlu (2023). Pham, Tran ve Nguyen (2022), elastik temel üzerine oturan değişken kesitli çift yönlü FD gözenekli eğri eksenli kirişlerin serbest titreşim analizlerini genelleştirilmiş sonlu elemanlar yöntemiyle incelemişlerdir. Gözenekliliği Voight'in gözeneklilik modeliyle ifade etmişlerdir. Nem ve sıcaklığın titreşim değerlerine etkilerini iki düğüm noktalı dört serbestlikli sonlu eleman ile araştırmışlardır. Saimi, Bensaid ve Civalek (2023), çift yönlü FD gözenekli çatlaklı mikro kirişlerin dinamik analizlerini diferansiyel kareleme sonlu elemanlar yöntemiyle incelemiştir. Hareket denklemlerini Langrangian formülasyonu ile elde etmişlerdir. Çatlağın konumu, derinliği, çift yönlü malzeme derecelendirme katsayısının ve farklı sınır şartlarının serbest titreşim üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Al-Itbi ve Noori (2022), FD gözenekli sandviç kirişlerin düzgün yayılı yük altında statik analizlerini sonlu elemanlar yöntemiyle incelemişlerdir. Gözeneklilik tipleri olarak uniform ve simetrik dağılım modellerini kullanmışlardır. Sonlu eleman olarak ANSYS paket programında bulunan BEAM189 elemanını kullanmışlardır.

Mao vd. (2023), çoklu eğimli çatlağa sahip FD kirişin serbest titreşim analizini ve dalga yayılımını sonlu elemanlar yöntemiyle araştırmışlardır. Önerilen sonlu eleman modeli iki düğüm noktalı altı serbestlik derecesine sahiptir. FD kirişe ait hareket denklemlerini Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre Langrange formülasyonları ile elde etmişlerdir. Sayısal çözümler için Newmark ortalama ivme metodunu kullanmışlardır. Turan ve Adiyaman

(2023a), çift doğrultuda FD gözenekli kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizlerini yüksek mertebeli kayma deformasyonlarını hesaba katan kiriş teorisine göre sonlu eleman önermişlerdir. Önerdikleri sonlu eleman üç düğüm noktasına ve on iki serbestlik derecesine sahiptir. Farklı sınır şartları ve üç farklı tip gözeneklilik durumu için analizler yapmışlardır. Yazarlar aynı yaklaşımı kullanarak çift doğrultuda FD gözenekli kirişlerin düzgün yayılı yük altında statik analizlerini incelemişlerdir Turan ve Adiyaman (2023b). Turan, Uzun Yaylacı ve Yaylacı (2023), FD gözenekli kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizlerini FSDT'ye göre Ritz tabanlı analitik bir yöntemle incelemişlerdir. Yazarlar problemi ayrıca yapay sinir ağları ve sonlu elemanlar yöntemleriyle de çözümlenmişlerdir. Çözümlemelerde farklı sınır şartları, farklı FD malzeme değişimleri, farklı narinlik oranları ve iki farklı gözeneklilik tipini dikkate almışlardır. FD kirişin hareket denklemlerini Langrangian formülasyonları ile elde etmişlerdir. Chandel ve Talha (2023), FD gözenekli nano kirişlerin serbest titreşim analizlerini geliştirdikleri sonlu eleman incelemişlerdir. Önerdikleri sonlu eleman üç düğüm noktasına ve on iki serbestlik derecesine sahiptir. Ayrıca FD kirişin gözeneklilik dağılımını kosinüs tipi gözeneklilik ile tanımlamışlardır.

Çalışmanın Önemi ve Amacı

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler kiriş, plak ve kabuk gibi elemanlarda gün geçtikçe yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. FD malzemenin kullanım yaygınlığının artmasıyla birlikte bu elemanlar bu malzeme ile modellenmeye başlanmış ve geleneksel betonarme elemanlara göre daha küçük kesit alanlı elemanların ortaya çıktığı görülmüştür. Bu sebeple FD malzemedan üretilen elemanların mekanik davranışlarını iyi analiz etmemiz gerekmektedir. Literatür özetinden de görüldüğü üzere araştırmacılar farklı kiriş teorileri ve farklı çözüm metotları ile FD malzemeli kirişlerin statik, dinamik ve stabilite analizleri üzerine sayısız çalışmalar yapmışlardır. Timoshenko kiriş teorisi olarak bilinen birinci mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisi (FSDT) uygulamada kolaylık sağlaması ve kesme kuvvetinin etkilerini kolaylıkla ortaya koyabilmesi sebebiyle yaygın olarak kullanılmaktadır. FSDT'ye göre eğilmeden önce düzlem olan kesitin eğildikten sonra da düzlem kaldığı varsayımı yapılmaktadır. Ayrıca FSDT'ye göre enine kayma gerilmesinin sabit olduğu kabul edilir. Bu teoride kayma deformasyon etkilerini hesaba katabilmek için kesmede düzeltme katsayısı kullanılmaktadır. Ancak yine de enine kayma deformasyon etkileri tam anlamıyla gerçeği yansıtmamaktadır. Bu sebeple araştırmacılar tarafından kayma deformasyon etkilerini dikkate alan yüksek mertebeli kiriş teorisi (HSDT) geliştirilmiştir.

HSDT ile enine kayma gerilme etkilerini hesaba katabilmek ve bu gerilmeyi gerçekçi olarak elde edebilmek için polinom veya polinom olmayan şekil fonksiyonları kullanılmaktadır.

Bu sayede τ_{xz} kayma gerilmesi doğru bir şekilde elde edilebilmektedir. Bu teoride kesme etkilerini hesaba katabilmek için kesmede düzeltme katsayısına ihtiyaç yoktur. Kesmede düzeltme katsayısının kullanılmamasına rağmen kayma deformasyon etkileri tam anlamıyla dikkate alınmaktadır. Bu sebeple kayma deformasyon etkilerini tam anlamıyla hesaba katabilmek için yüksek mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorileri geliştirilmiştir.

Bu tez çalışması kapsamında, FD tek tabakalı ve sandviç kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma davranışlarını incelemek için yüksek mertebeden kayma deformasyon etkilerini dikkate alan kiriş teorisine dayalı yüksek mertebeden bir sonlu eleman geliştirilmiştir. Yüksek mertebeden sonlu elemanın doğruluğunu göstermek için literatür sonuçlarıyla karşılaştırmalara ilâve olarak ANSYS Apdl paket programı ile aynı analizler yapıp sonuçları karşılaştırılmıştır. Sonuçların oldukça uyumlu oldukları görülmüştür. Geliştirilen sonlu eleman 5 düğümlü ve 16 serbestlikli bir sonlu elemandır. FD kirişin malzeme özelliği kalınlık boyunca kuvvet kuralına göre değişmektedir. Denge denklemlerini türetirken Lagrange eşitliğinden yararlanılmıştır. Kirişlerin analizleri farklı malzemelere, farklı kuvvet kuralı indeksine, farklı sınır şartlarına ve farklı narinlik oranlarına göre gerçekleştirilmiştir. Ayrıca çalışmada literatüre katkı yapacak birçok sonuca yer verilmiştir.

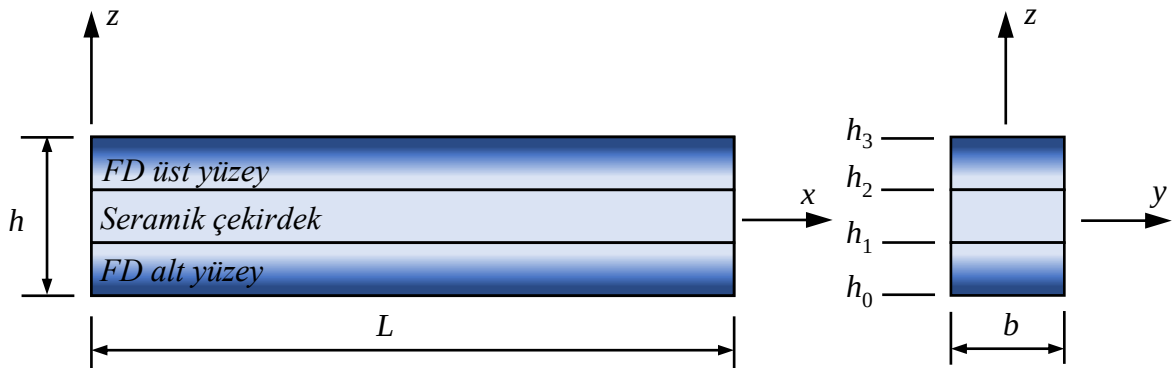
Tip-2 FD sandviç kirişinin alt ve üst yüzeyleri FD malzemeden, çekirdeği ise homojen seramik malzemeden oluşmaktadır. Model Şekil 2’de görülmektedir. Tip-2’ye ait seramiğin hacimsel oran fonksiyonu $V_s^{(i)}$ her tabaka için ayrı ayrı olacak şekilde (3)’de ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} V_s^{(1)}(z) &= \left(\frac{z-h_0}{h_1-h_2} \right)^p, & h_0 \leq z \leq h_1 \text{ (FD alt yüzey)} \\ V_s^{(2)}(z) &= 1, & h_1 \leq z \leq h_2 \text{ (Seramik çekirdek)} \\ V_s^{(3)}(z) &= \left(\frac{z-h_3}{h_2-h_3} \right)^p, & h_2 \leq z \leq h_3 \text{ (FD üst yüzey)} \end{aligned} \quad (3)$$

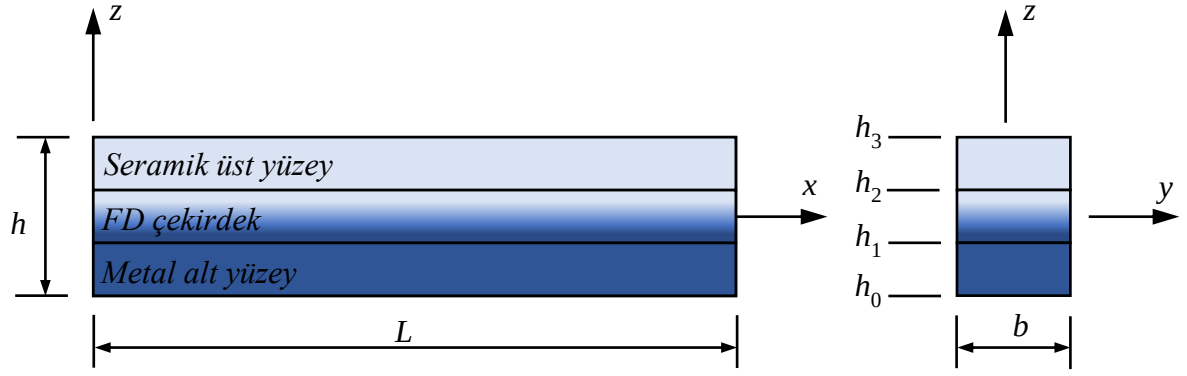
Tip-3 FD sandviç kirişinin üst yüzeyi homojen seramik, alt yüzeyi homojen metal malzemeden ve çekirdeği ise FD malzemeden oluşmaktadır. Model Şekil 3’de görülmektedir. Tip-3’e ait seramiğin hacimsel oran fonksiyonu $V_s^{(i)}$ her tabaka için ayrı ayrı olacak şekilde (4)’te verilmiştir.

$$\begin{aligned} V_s^{(1)}(z) &= 0, & h_0 \leq z \leq h_1 \text{ (Metal alt yüzey)} \\ V_s^{(2)}(z) &= \left(\frac{z-h_3}{h_2-h_3} \right)^p, & h_1 \leq z \leq h_2 \text{ (FD çekirdek)} \\ V_s^{(3)}(z) &= 1, & h_2 \leq z \leq h_3 \text{ (Seramik üst yüzey)} \end{aligned} \quad (4)$$

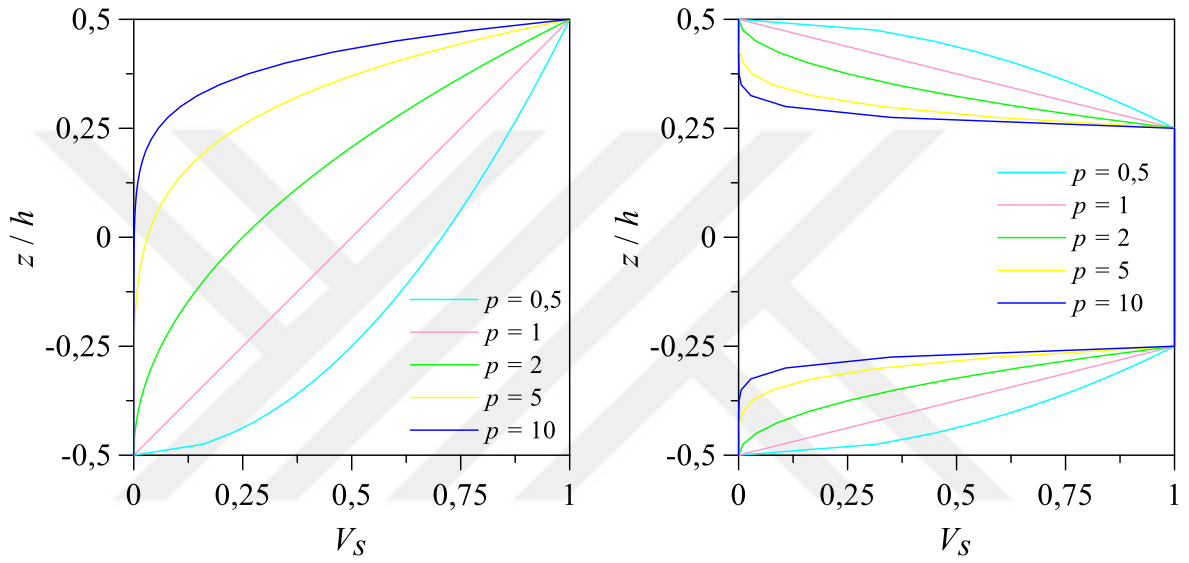
Burada bahsedilen Tip-1, Tip-2 ve Tip-3 kiriş modellerinde, kiriş kalınlığı boyunca hacimsel oran fonksiyonunun p değerine bağlı olarak değişimleri grafiksel olarak Şekil 4’te detaylı olarak gösterilmiştir. FD tabakalarda p değeri yükseldikçe tabakanın hâkim özelliği metale doğru kaymaktadır. p değerinin sıfır olması durumunda tabaka tamamen seramik olmaktadır. Kirişin malzeme özellikleri (E , G , ρ) V_s ’nin değişimine benzer şekilde değişmektedir.



Şekil 2. Tip-2 FD Sandviç Kiriş

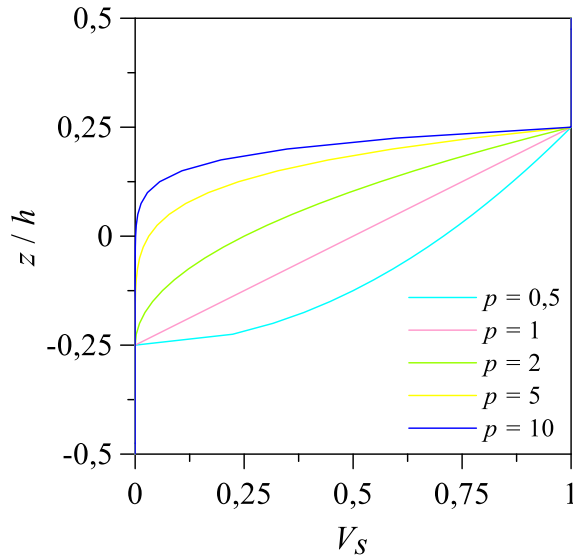


Şekil 3. Tip-3 FD Sandviç Kiriş



a) Tip-1

b) Tip-2



c) Tip-3

Şekil 4. Tip-1, Tip-2 ve Tip-3 FD kirişlerin hacimsel oran fonksiyonunun (V_s) p değerine göre değişimleri

Teori ve Sonlu Elemanlar Metodu

Çalışma kapsamında yüksek mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisi kullanılarak sonlu eleman çözümü yapılmıştır. Problemlerin çözümünde Şekil 5'te görülen beş düğüm noktalı on altı serbestlik dereceli tek tabakalı sonlu eleman kullanılmıştır. Burada, L_e eleman uzunluğunu ifade etmektedir. Sonlu elemana ait düğüm noktası yer değiştirme vektörü (5)'te verilmiştir.

$$\mathbf{u} = (u_i \quad w_j \quad \phi_i \quad \beta_{1i} \quad \beta_{2i}), \quad i=1,2,3 \quad j=1,2,3,4 \quad (5)$$

Burada u yatay, w düşey yer değiştirmeleri, ϕ dönmeleri, β_{1i} ve β_{2i} terimleri ise Taylor açılımından gelen yüksek mertebe terimleri ifade etmektedir. HSDT'ye göre FD kirişin herhangi bir noktasındaki yer değiştirme ifadeleri olan U ve W (6)'da verildiği gibidir.

$$\begin{aligned} U(x, z, t) &= u(x, t) - z \phi(x, t) - z^2 \beta_1(x, t) - z^3 \beta_2(x, t), \\ W(x, z, t) &= w(x, t) \end{aligned} \quad (6)$$

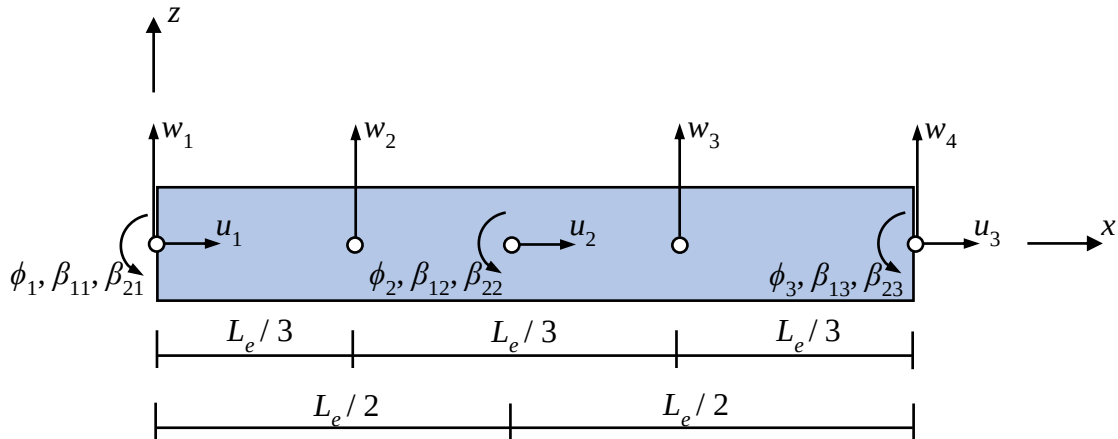
Burada, t zamanı ifade etmektedir. FD kirişe ait birim şekil değiştirme ve yer değiştirme ifadeleri (7)'deki gibi elde edilmiştir.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial U}{\partial x} = u_{,x} - z \phi_{,x} - z^2 \beta_{1,x} - z^3 \beta_{2,x}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} = w_{,x} - \phi - 2z \beta_1 - 3z^2 \beta_2 \quad (7)$$

(7)'de, $\square_{,x}$ ifadesi x 'e göre türevi göstermektedir. FD kirişin normal ve kayma gerilme ifadeleri sırasıyla (8)'de verilmiştir.

$$\sigma_{xx} = E(z) \varepsilon_{xx}, \quad \tau_{xz} = G(z) \gamma_{xz} \quad (8)$$

(8)'de E elastisite modülünü G ise kayma modülünü ifade eder ve kiriş kalınlığı doğrultusunda değişmektedirler.



Şekil 5. 16 serbestlikli sonlu eleman

Çalışma kapsamında ele alınan problemin çözümü için u , w , ϕ , β_1 ve β_2 ifadeleri (9)'da açık şekilde ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \sum_{i=1}^3 \varphi_i(x) u_i(t) , \quad w(x, t) = \sum_{j=1}^4 \psi_j(x) w_j(t) , \quad \phi(x, t) = \sum_{i=1}^3 \varphi_i(x) \phi_i(t) , \\ \beta_1(x, t) &= \sum_{i=1}^3 \varphi_i(x) \beta_{1i}(t) , \quad \beta_2(x, t) = \sum_{i=1}^3 \varphi_i(x) \beta_{2i}(t) \end{aligned} \quad (9)$$

Burada $u_i(t)$, $\phi_i(t)$, $\beta_{1i}(t)$ ve $\beta_{2i}(t)$ ifadeleri genelleştirilmiş yer değiştirmeleri $\varphi_i(x)$ ve $\psi_i(x)$ ifadeleri ise şekil fonksiyonlarını ifade etmektedir. FD kirişe ait hareket denklemleri (10)'da ki Langrange eşitliği kullanılarak türetilmiştir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = 0 \quad (10)$$

Burada $\dot{q}_i$ ve q_i ifadeleri bağımsız değişkenlerdir. (10)'da ki Langrangian ifadesi (11)'de ki gibi tanımlanmaktadır.

$$\Pi = T - (U^* + V) \quad (11)$$

Burada T kinetik enerjiyi, U^* şekil değiştirme enerjisini, V ise dış yükün yaptığı işi ifade etmektedir. FD kirişin şekil değiştirme enerji (12)'de ki gibi elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} U^* &= \frac{1}{2} \int_0^{L_e} \int_A (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dA dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{L_e} \left\{ X_0 (u_{,x})^2 - 2X_1 u_{,x} \phi_{,x} + X_2 ((\phi_{,x})^2 - 2u_{,x} \beta_{1,x}) + 2X_3 (\phi_{,x} \beta_{1,x} - u_{,x} \beta_{2,x}) + \right. \\ &\quad X_4 (\beta_{1,x}^2 + 2\phi_{,x} \beta_{2,x}) + 2X_5 \beta_{1,x} \beta_{2,x} + X_6 \beta_{2,x}^2 + Y_0 ((\phi)^2 - 2\phi w_{,x} + (w_{,x})^2) + \\ &\quad \left. 4Y_1 \beta_1 (\phi - w_{,x}) + 2Y_2 (2\beta_1^2 + 3\phi \beta_2 - 3\beta_2 w_{,x}) + 12Y_3 \beta_1 \beta_2 + 9Y_4 \beta_2^2 \right\} dx \end{aligned} \quad (12)$$

(12)'de X_a ve Y_b katsayıları malzeme sabitlerini ifade etmektedir. Bu katsayılar (13)'de açık şekilde ifade edilmiştir.

$$X_a = \int_A E(z) z^a dA , \quad Y_b = \int_A G(z) z^b dA , \quad (a = 0, 1, \dots, 6; \quad b = 0, 1, \dots, 4) \quad (13)$$

FD kirişe ait kinetik enerji (T) ifadesi (14)'de açık şekilde görülmektedir. Burada üst nokta zamana göre türevi ifade etmektedir.

$$\begin{aligned}
T &= \int_0^{L_e} \int_A \rho(z) (\dot{U}^2 + \dot{W}^2) dA dx \\
&= \frac{1}{2} \int_0^{L_e} \left\{ I_0 (\dot{u})^2 - 2I_1 \dot{u} \dot{\phi} + I_2 \left((\dot{\phi})^2 - 2\dot{u} \dot{\beta}_1 \right) + 2I_3 (\dot{\phi} \dot{\beta}_1 - \dot{u} \dot{\beta}_2) \right. \\
&\quad \left. + I_4 (\dot{\beta}_1^2 + 2\dot{\phi} \dot{\beta}_2) + 2I_5 \dot{\beta}_1 \dot{\beta}_2 + I_6 \dot{\beta}_2^2 + I_0 (\dot{w})^2 \right\} dx
\end{aligned} \tag{14}$$

(14)'de I_c katsayısı malzeme sabitlerine bağlıdır ve açık şekilde (15)'de ifade edilmiştir.

$$I_c = \int_A \rho(z) z^c dA, \quad (c = 0, 1, \dots, 6) \tag{15}$$

Statik analiz için FD kiriş üzerine etki ettirilen q yayılı yükünün yaptığı iş V , denklem (16)'da ifade edilmiştir.

$$V = \int_0^{L_e} q w dx \tag{16}$$

Burkulma analizi için FD kirişin uçlarından etki ettirilen P_0 basınç kuvvetinin yaptığı iş V , denklem (17)'de ifade edilmiştir.

$$V = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} P_0 (w_{,x})^2 dx \tag{17}$$

Tek Tabakalı FD Kiriş Elemanı

Tek tabakalı FD kiriş olarak Tip-1 FD kirişi ele alınmıştır. Problemin çözümü için Şekil 5'te verilen tek tabakalı FD kirişin sonlu elemanına ait yer değiştirme vektörü (5)'te verilmiştir. Sayısal çözümlemeler için kullanılan yer değiştirme ifadeleri (9) da açıkça belirtilmiştir. FD kirişin şekil fonksiyonları (18)'de verilen Langrange interpolasyonu kullanılarak (19)'daki gibi elde edilmiştir.

$$I_m^{n-1} = \frac{(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_{m-1})(x - x_{m+1}) \dots (x - x_n)}{(x_m - x_1)(x_m - x_2) \dots (x_m - x_{m-1})(x_m - x_{m+1}) \dots (x_m - x_n)}, \quad m = 1, 2, \dots, n \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= \theta_1 = (1 - \zeta)(1 - 2\zeta), \quad \varphi_2 = \theta_2 = 4\zeta(1 - \zeta), \quad \varphi_3 = \theta_3 = -\zeta(1 - 2\zeta) \\
\psi_1 &= \frac{(1 - \zeta)(1 - 3\zeta)(2 - 3\zeta)}{2}, \quad \psi_2 = \frac{9\zeta(1 - \zeta)(2 - 3\zeta)}{2}, \\
\psi_3 &= \frac{-9\zeta(1 - \zeta)(1 - 3\zeta)}{2}, \quad \psi_4 = \frac{\zeta(1 - 3\zeta)(2 - 3\zeta)}{2}
\end{aligned} \tag{19}$$

Denklem (19)'da $\zeta = x / L_e$ 'dir. L_e ise FD kiriş elemanın uzunluğunu ifade etmektedir. (12), (14), (16), (17) denklemleri ve (9)'daki çözümler dikkate alınarak (11)'deki Langrange

ifadesinde yerine yazılarak türevleri alındığında tek tabakalı FD kiriş elemanının hareket denklemi

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{k}_e - P_0 \mathbf{k}_g)\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (20)$$

şeklinde elde edilir. Burada $\mathbf{m}$ eleman kütle matrisini, $\mathbf{k}_e$ eleman rijitlik matrisini, $\mathbf{k}_g$ eleman geometrik rijitlik matrisini ve $\mathbf{f}$ ise dış yük vektörünü ifade etmektedir. Buradaki matrisler (21)'de görülmektedir. Bu matrislerin elemanlarının gösterildiği açık hâlleri ekler bölümünde verilmiştir.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{11} & 0 & \mathbf{m}_{13} & \mathbf{m}_{14} & \mathbf{m}_{15} \\ & \mathbf{m}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & \mathbf{m}_{33} & \mathbf{m}_{34} & \mathbf{m}_{35} \\ & & & \mathbf{m}_{44} & \mathbf{m}_{45} \\ sim. & & & & \mathbf{m}_{55} \end{bmatrix}, \mathbf{k}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} & 0 & \mathbf{k}_{13} & \mathbf{k}_{14} & \mathbf{k}_{15} \\ & \mathbf{k}_{22} & \mathbf{k}_{23} & \mathbf{k}_{24} & \mathbf{k}_{25} \\ & & \mathbf{k}_{33} & \mathbf{k}_{34} & \mathbf{k}_{35} \\ & & & \mathbf{k}_{44} & \mathbf{k}_{45} \\ sim. & & & & \mathbf{k}_{55} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$\mathbf{k}_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{g}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

İki Tabakalı FD Kiriş Elemanı

Şekil 6'da iki tabakalı FD kiriş elemanı görülmektedir. Şekilde her tabakanın düğüm noktaları ve her bir düğüm noktasının serbestlikleri açıkça görülmektedir. (20) dikkate alınarak her bir tabakaya ait yük-yer değiştirme bağıntıları (22)'de verilmiştir.

$$\mathbf{m}^{[1]}\ddot{\mathbf{u}}^{[1]} + (\mathbf{k}_e^{[1]} - P_0 \mathbf{k}_g^{[1]})\mathbf{u}^{[1]} = \mathbf{f}^{[1]} \quad (22)$$

$$\mathbf{m}^{[2]}\ddot{\mathbf{u}}^{[2]} + (\mathbf{k}_e^{[2]} - P_0 \mathbf{k}_g^{[2]})\mathbf{u}^{[2]} = \mathbf{f}^{[2]}$$

Şekil 6'da görülen ara yüzeydeki boyuna yer değiştirme ifadeleri Δ_X , Δ_Y ve Δ_Z birinci tabaka için (23)'de verilmiştir.

$$\Delta_X = u_1^{[1]} - \phi_1^{[1]} \frac{h_1}{2} - \beta_{11}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^2 - \beta_{21}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^3,$$

$$\Delta_Y = u_2^{[1]} - \phi_2^{[1]} \frac{h_1}{2} - \beta_{12}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^2 - \beta_{22}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^3, \quad (23)$$

$$\Delta_Z = u_3^{[1]} - \phi_3^{[1]} \frac{h_1}{2} - \beta_{13}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^2 - \beta_{23}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^3,$$

İkinci tabaka için ise (24)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}\Delta_X &= u_1^{[2]} - \phi_1^{[2]} \frac{h_2}{2} - \beta_{11}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^2 - \beta_{21}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^3, \\ \Delta_Y &= u_2^{[2]} - \phi_2^{[2]} \frac{h_2}{2} - \beta_{12}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^2 - \beta_{22}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^3, \\ \Delta_Z &= u_3^{[2]} - \phi_3^{[2]} \frac{h_2}{2} - \beta_{13}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^2 - \beta_{23}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^3,\end{aligned}\quad (24)$$

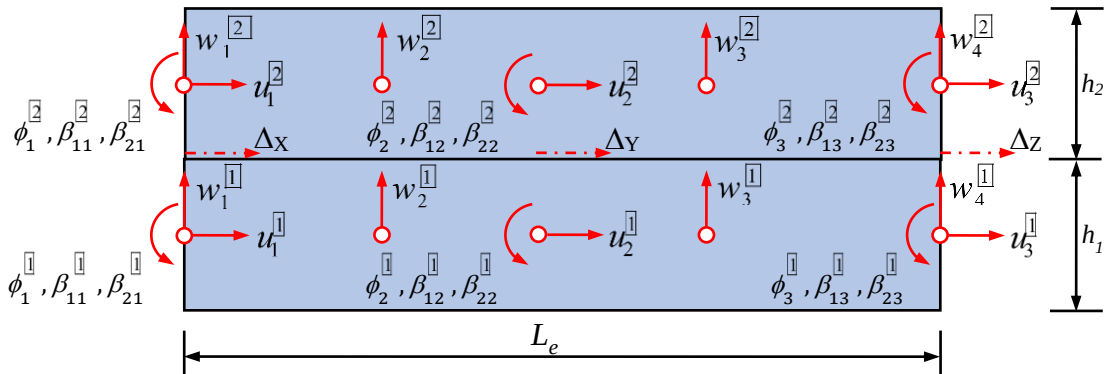
İki tabaka arasında kaymaya izin verilmediği için (23) ve (24) denklemleri birbirlerine eşitlenir ve (25)'teki ifade elde edilir.

$$\begin{aligned}u_1^{[2]} &= u_1^{[1]} - \phi_1^{[1]} \frac{h_1}{2} - \beta_{11}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^2 - \beta_{21}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^3 - \phi_1^{[2]} \frac{h_2}{2} - \beta_{11}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^2 - \beta_{21}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^3, \\ u_2^{[2]} &= u_2^{[1]} - \phi_2^{[1]} \frac{h_1}{2} - \beta_{12}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^2 - \beta_{22}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^3 - \phi_2^{[2]} \frac{h_2}{2} - \beta_{12}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^2 - \beta_{22}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^3, \\ u_3^{[2]} &= u_3^{[1]} - \phi_3^{[1]} \frac{h_1}{2} - \beta_{13}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^2 - \beta_{23}^{[1]} \left(\frac{h_1}{2} \right)^3 - \phi_3^{[2]} \frac{h_2}{2} - \beta_{13}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^2 - \beta_{23}^{[2]} \left(\frac{h_2}{2} \right)^3,\end{aligned}\quad (25)$$

Aynı doğrultudaki düğüm noktalarının düşey yer değiştirmelerin sürekliliklerinin sağlanabilmesi için denklem (26)'daki eşitliklerin olması gerekmektedir.

$$\begin{aligned}w_1^{[2]} &= w_1^{[1]}, \\ w_2^{[2]} &= w_2^{[1]}, \\ w_3^{[2]} &= w_3^{[1]}, \\ w_4^{[2]} &= w_4^{[1]}\end{aligned}\quad (26)$$

Bu durumda 16 serbestlik dereceli kiriş elemanı Şekil 7'de görülen 25 serbestlik dereceli iki tabakalı FD kiriş elemanına dönüşmektedir.



Şekil 6. İki tabakalı FD kiriş elemanının lokal yer değiştirmeleri

(27)'nin ikinci denklemindeki $\mathbf{R}^{[2]}$, 16×16 'lık birim matristir. (25) ve (26) eşitlikleri dikkate alınarak $\mathbf{T}^{[1]}$ matrisi aşağıdaki gibi elde edilir. Bu matrislerin genel denklemleri bir sonraki bölümde verilmiştir.

$$\mathbf{T}^{[1]} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X & 0 & 0 & -X^2 & 0 & 0 & -X^3 & 0 & 0 & -Y & 0 & 0 & Y^2 & 0 & 0 & -Y^3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X & 0 & 0 & -X^2 & 0 & 0 & -X^3 & 0 & 0 & -Y & 0 & 0 & Y^2 & 0 & 0 & -Y^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -X & 0 & 0 & -X^2 & 0 & 0 & -X^3 & 0 & 0 & -Y & 0 & 0 & Y^2 & 0 & 0 & -Y^3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Burada $X = h^{[1]}/2$, $Y = h^{[2]}/2$ şeklindedir.

N Tabakalı FD Kiriş Elemanı

N tabakalı kiriş elemanı ve elamanın düğüm noktası yer değiştirmeleri Şekil 8'de görülmektedir. Şekil 8'deki N tabakalı FD kiriş elemanı, önerilen kiriş elemanın üst üste eklenmesiyle oluşturulmaktadır. Tek tabaka FD kiriş elemanı üzerine eklenen her yeni tabaka için sadece yüksek mertebe terimler ve dönmeler dikkate alınmaktadır. Bu sebeple N tabakalı FD kiriş elemanın toplam serbestlik derecesi $(9N+7)$ olmaktadır. Tabakaların her biri için yük-yer değiştirme bağıntıları (30)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^{(N)} &= \mathbf{m}^{(N)} \ddot{\mathbf{u}} + \left(\mathbf{k}_e^{(N)} - P_0 \mathbf{k}_g^{(N)} \right) \mathbf{u}^{(N)}, \\ \mathbf{f}^{(N-1)} &= \mathbf{m}^{(N-1)} \ddot{\mathbf{u}} + \left(\mathbf{k}_e^{(N-1)} - P_0 \mathbf{k}_g^{(N-1)} \right) \mathbf{u}^{(N-1)}, \\ &\vdots \\ \mathbf{f}^{(1)} &= \mathbf{m}^{(1)} \ddot{\mathbf{u}} + \left(\mathbf{k}_e^{(1)} - P_0 \mathbf{k}_g^{(1)} \right) \mathbf{u}^{(1)}, \end{aligned} \quad (30)$$

Burada $k=1,2,\dots,N$ olmak üzere; $\mathbf{f}^{(k)}$, düğüm noktası yük vektörünü ifade etmektedir. $\mathbf{u}^{(k)}$ yer değiştirme vektörü, (27) dikkate alınarak ve (31) bağıntıları kullanılarak $\mathbf{X}^{(k)}$ vektörüne dönüştürülür.

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}^{(N)} &= \mathbf{R}^{(N)} \mathbf{X}^{(N)} \\
\mathbf{u}^{(N-1)} &= \mathbf{R}^{(N-1)} \mathbf{X}^{(N-1)} \\
&\vdots \\
\mathbf{u}^{(1)} &= \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{X}^{(1)}
\end{aligned} \tag{31}$$

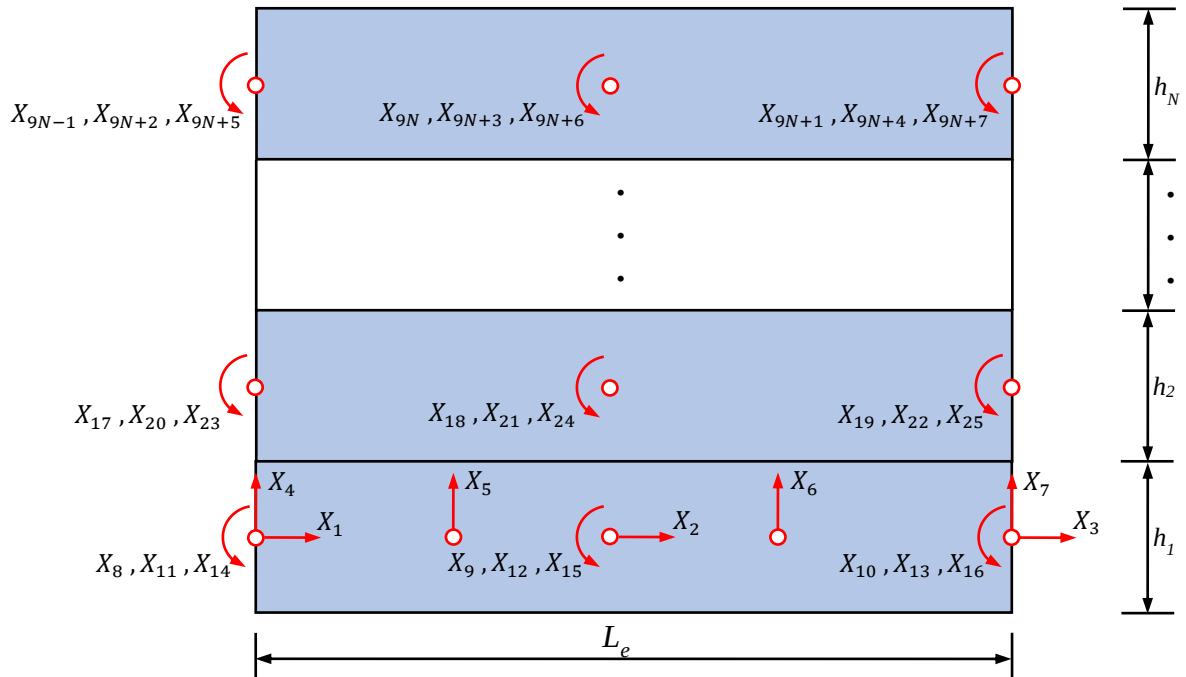
Burada $\mathbf{R}^{(k)}$ $16 \times (16+9N-9k)$ boyutunda bir matris ifade eder ve (32)'de genel denklemi verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\mathbf{R}_{ii}^k &= 1 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 16) \\
\mathbf{R}_{ij}^k &= 0 \quad (i \neq j \text{ ve } j = 1, 2, 3, \dots, 16+9N-9k)
\end{aligned} \tag{32}$$

$(16+9N-9k) \times 1$ boyutundaki $\mathbf{X}^{(k)}$ vektörünü $\mathbf{X}^{(k-1)}$ vektörüne dönüştürmek için (33) denklemleri kullanılmıştır.

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}^{(N)} &= \mathbf{T}^{(N-1)} \mathbf{X}^{(N-1)} \\
\mathbf{X}^{(N-1)} &= \mathbf{T}^{(N-2)} \mathbf{X}^{(N-2)} \\
&\vdots \\
\mathbf{X}^{(2)} &= \mathbf{T}^{(1)} \mathbf{X}^{(1)}
\end{aligned} \tag{33}$$

(33)'teki $\mathbf{T}^{(k)}$ matrisi $(7+9N-9k) \times (16+9N-9k)$ boyutundadır. Bu matrisin elemanları (34)'te verilmiştir.



Şekil 8. N tabakalı FD kiriş elemanı

$$\begin{aligned}
T_{ii}^{(k)} &= 1, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 7), \\
T_{i(i+9)}^{(k)} &= 1, \quad (i = 8, 9, 10, \dots, (7 + 9N - 9k)), \\
\left. \begin{aligned}
T_{i(i+7)}^{(k)} &= -h^{\overline{k}}/2, \quad T_{i(i+10)}^{(k)} = -\left(h^{\overline{k}}/2\right)^2, \quad T_{i(i+13)}^{(k)} = -\left(h^{\overline{k}}/2\right)^3 \\
T_{i(i+16)}^{(k)} &= -h^{\overline{k+1}}/2, \quad T_{i(i+19)}^{(k)} = \left(h^{\overline{k+1}}/2\right)^2, \quad T_{i(i+22)}^{(k)} = -\left(h^{\overline{k+1}}/2\right)^3
\end{aligned} \right\} (i = 1, 2, 3)
\end{aligned} \quad (34)$$

Matrisin geri kalan tüm elemanları sıfırdır.

FD kiriş elemanının yük vektörlerinin global yük vektörlerine dönüştürmek için (35) bağıntısı kullanılmıştır.

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}^{(1)} &= \mathbf{R}^{(1)\top} \mathbf{f}^{(1)} \\
\mathbf{F}^{(2)} &= \mathbf{T}^{(1)\top} \mathbf{R}^{(2)\top} \mathbf{f}^{(2)} \\
&\vdots \\
\mathbf{F}^{(N)} &= \mathbf{T}^{(1)\top} \mathbf{T}^{(2)\top} \dots \mathbf{T}^{(N-1)\top} \mathbf{R}^{(N)\top} \mathbf{f}^{(N)}
\end{aligned} \quad (35)$$

Buradaki ifadeler 30, 31, 33 bağıntıları kullanılarak yerlerine yazılıp taraf tarafa toplanıp (36) elde edilir.

$$\bar{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{X}} + (\bar{\mathbf{K}}_e - P_0 \bar{\mathbf{K}}_g) \mathbf{X} = \bar{\mathbf{F}} \quad (36)$$

Buradaki matrisler tabakalı FD kiriş elemanın eleman matrislerini göstermektedir. Bu matrislerin açık ifadeleri (37)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{M}} &= \mathbf{R}^{(1)\top} \mathbf{m}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)} + \mathbf{T}^{(1)\top} \left(\mathbf{R}^{(2)\top} \mathbf{m}^{(2)} \mathbf{R}^{(2)} + \mathbf{T}^{(2)\top} \left(\mathbf{R}^{(3)\top} \mathbf{m}^{(3)} \mathbf{R}^{(3)} + \dots \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \mathbf{T}^{(N-2)\top} \left(\mathbf{R}^{(N-1)\top} \mathbf{m}^{(N-1)} \mathbf{R}^{(N-1)} + \mathbf{T}^{(N-1)\top} \mathbf{m}^{(N)} \mathbf{T}^{(N-1)} \right) \mathbf{T}^{(N-2)} \right) \dots \right) \mathbf{T}^{(2)} \mathbf{T}^{(1)} \\
\bar{\mathbf{K}}_e &= \mathbf{R}^{(1)\top} \mathbf{k}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)} + \mathbf{T}^{(1)\top} \left(\mathbf{R}^{(2)\top} \mathbf{k}^{(2)} \mathbf{R}^{(2)} + \mathbf{T}^{(2)\top} \left(\mathbf{R}^{(3)\top} \mathbf{k}^{(3)} \mathbf{R}^{(3)} + \dots \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \mathbf{T}^{(N-2)\top} \left(\mathbf{R}^{(N-1)\top} \mathbf{k}^{(N-1)} \mathbf{R}^{(N-1)} + \mathbf{T}^{(N-1)\top} \mathbf{k}^{(N)} \mathbf{T}^{(N-1)} \right) \mathbf{T}^{(N-2)} \right) \dots \right) \mathbf{T}^{(2)} \mathbf{T}^{(1)} \\
\bar{\mathbf{K}}_g &= \mathbf{R}^{(1)\top} \mathbf{g}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)} + \mathbf{T}^{(1)\top} \left(\mathbf{R}^{(2)\top} \mathbf{g}^{(2)} \mathbf{R}^{(2)} + \mathbf{T}^{(2)\top} \left(\mathbf{R}^{(3)\top} \mathbf{g}^{(3)} \mathbf{R}^{(3)} + \dots \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \mathbf{T}^{(N-2)\top} \left(\mathbf{R}^{(N-1)\top} \mathbf{g}^{(N-1)} \mathbf{R}^{(N-1)} + \mathbf{T}^{(N-1)\top} \mathbf{g}^{(N)} \mathbf{T}^{(N-1)} \right) \mathbf{T}^{(N-2)} \right) \dots \right) \mathbf{T}^{(2)} \mathbf{T}^{(1)}
\end{aligned} \quad (37)$$

Tabakalı FD Kirişte Gerilmeler

Tek tabakalı FD kirişte gerilmelerin hesaplanacak olduğu noktalar Şekil 9'da gösterilmiştir. Çözüm için kullanılan (9)'daki bağıntılar (8)'de yerlerine yazılıp şekil

değiştirme-yer değiştirme bağıntıları dikkate alınarak k . tabaka için gerilmeler (38)'deki gibi matris formda elde edilmektedir.

$$\boldsymbol{\sigma}^{(k)} = \mathbf{H}^{(k)} \mathbf{u}^{(k)} \quad (38)$$

Burada $\boldsymbol{\sigma}^{(k)}$ vektörü açık olarak (39)'da verilmiştir.

$$\boldsymbol{\sigma}^{(k)} = \left\{ \sigma_L^+ \quad \sigma_L^- \quad \tau_L^+ \quad \tau_L^- \quad \sigma_R^+ \quad \sigma_R^- \quad \tau_R^+ \quad \tau_R^- \right\} \quad (39)$$

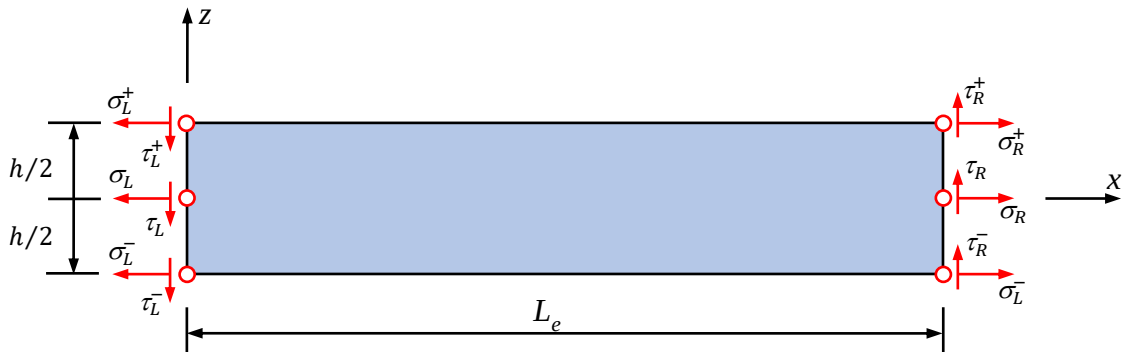
(38)'de $\mathbf{H}^{(k)}$, (40)'da görüldüğü gibi 12×16 boyutunda bir matristir. Bu matrisin elemanları açık şekilde ekler bölümünde verilmiştir.

$$\mathbf{H}^{(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{13} & \mathbf{H}_{14} & \mathbf{H}_{15} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{22} & \mathbf{H}_{23} & \mathbf{H}_{24} & \mathbf{H}_{25} \\ \mathbf{H}_{31} & \mathbf{0} & \mathbf{H}_{33} & \mathbf{H}_{34} & \mathbf{H}_{35} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_{42} & \mathbf{H}_{43} & \mathbf{H}_{44} & \mathbf{H}_{45} \end{bmatrix} \quad (40)$$

N tabakalı FD kiriş elemanına ait gerilme ifadeleri (31) ve (33) bağıntılarının (38) denkleminde yerine yazılmasıyla (41)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma}^{(N)} &= \mathbf{H}^{(N)} \mathbf{R}^{(N)} \mathbf{T}^{(N-1)} \mathbf{T}^{(N-2)} \dots \mathbf{T}^{(1)} \mathbf{X} = \mathbf{Q}^{(N)} \mathbf{X} \\ \boldsymbol{\sigma}^{(N-1)} &= \mathbf{H}^{(N-1)} \mathbf{R}^{(N-1)} \mathbf{T}^{(N-2)} \mathbf{T}^{(N-3)} \dots \mathbf{T}^{(1)} \mathbf{X} = \mathbf{Q}^{(N-1)} \mathbf{X} \\ &\vdots \\ \boldsymbol{\sigma}^{(2)} &= \mathbf{H}^{(2)} \mathbf{R}^{(2)} \mathbf{T}^{(1)} \mathbf{X} = \mathbf{Q}^{(2)} \mathbf{X} \\ \boldsymbol{\sigma}^{(1)} &= \mathbf{H}^{(1)} \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{T}^{(1)} \mathbf{X} = \mathbf{Q}^{(1)} \mathbf{X} \end{aligned} \quad (41)$$

Burada $\mathbf{X} = \mathbf{X}^{(1)}$ ifadesi $(9N+7) \times 1$ boyutunda bir vektördür.



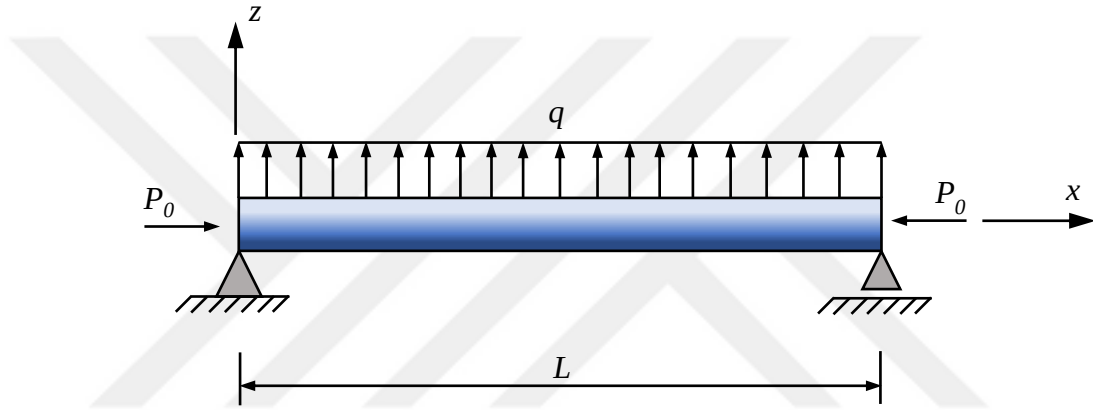
Şekil 9. Tek tabakalı FD kiriş elemanında gerilmeler

FD Kirişin Serbest Titreşim, Burkulma ve Statik Analizi

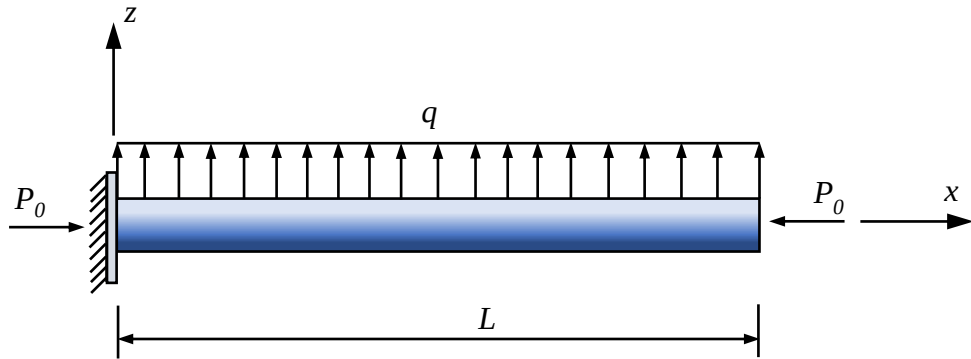
Çalışma kapsamında FD kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri için Şekil 10, 11 ve 12’de görülen sırasıyla basit mesnetli, konsol, iki ucu ankastre mesnetli kirişler ve şekillerde görülen yükleme durumları dikkate alınmıştır. Boyu L olan FD kirişin hareket denklemi sonlu elemanlar yöntemiyle (42)’deki gibi elde edilmiştir.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + (\mathbf{K} - P_0\mathbf{K}_g)\mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (42)$$

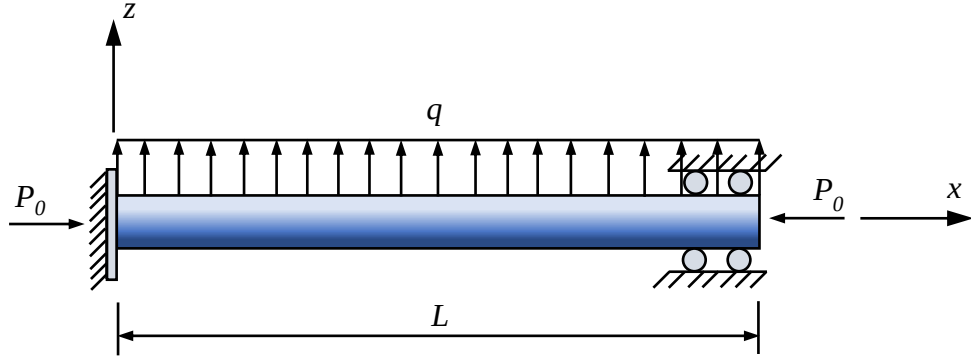
Burada, $\mathbf{M}$, $\mathbf{K}$ ve $\mathbf{K}_g$ sırasıyla sistem kütle matrisini, rijitlik matrisini, geometrik rijitlik matrisini, $\mathbf{F}$ sistem yük vektörünü, $\mathbf{X}$ sistem bilinmeyen vektörünü, P_0 ise basınç kuvvetini ifade etmektedir.



Şekil 10. Basit mesnetli FD kiriş



Şekil 11. Konsol FD kiriş



Şekil 12. İki ucu ankastre FD kiriş

FD kirişin serbest titreşim analizi için kullanılacak olan hareket denklemi, $\mathbf{F}$ sistem yük vektörü ve P_0 burkulma yükü sıfıra eşitlenip $\mathbf{X} = \mathbf{u}e^{i\omega t}$ varsayımına göre çözüm yapılırsa (43)'deki gibi elde edilir.

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{u} = 0 \quad (43)$$

(43)'de ω ifadesi FD kirişin doğal frekansını göstermektedir. Burkulma analizi için FD kiriş üzerine eksenel P_0 yükü etki ettirilmiştir. (42) denkleminde $P_0 = (P_0)_{kr}$ kritik burkulma yükünü göstermekte olup, $\mathbf{M}$ sistem kütle matrisi ve sistem yük vektörü $\mathbf{F}$ sıfıra eşitlenip $\mathbf{X} = \mathbf{U}e^{P_0 x}$ varsayımı yapılırsa elde edilen hareket denklemi (43)'deki gibi elde edilir.

$$(\mathbf{K} - P_0 \mathbf{K}_g)\mathbf{u} = 0 \quad (44)$$

(43) ve (44)'de ifade edilen hareket denklemleri birer öz değer problemidir. Bu denklemlerin kat sayı matrislerini sıfır yapan ω ve P_0 değerleri sırasıyla FD kirişin doğal frekansı ve kritik burkulma yükleridir.

Statik analizde FD kiriş üzerine q düzgün yayılı yükü etki ettirilmiştir. (42) denkleminde $\mathbf{M}=0$ ve $P_0=0$ olarak alınıp $\mathbf{X}=\mathbf{U}$ kabulü yapılarak kirişin hareket denklemi (45)'deki gibi elde edilmektedir.

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (45)$$

Bu ifade Cholesky yöntemine göre sayısal olarak çözümlenip FD kirişin yer değiştirme ifadeleri elde edilmektedir. Yer değiştirme ifadeleri elde edildikten sonra FD kirişin gerilme değerleri (38) denklemi kullanılarak kolaylıkla elde edilir.

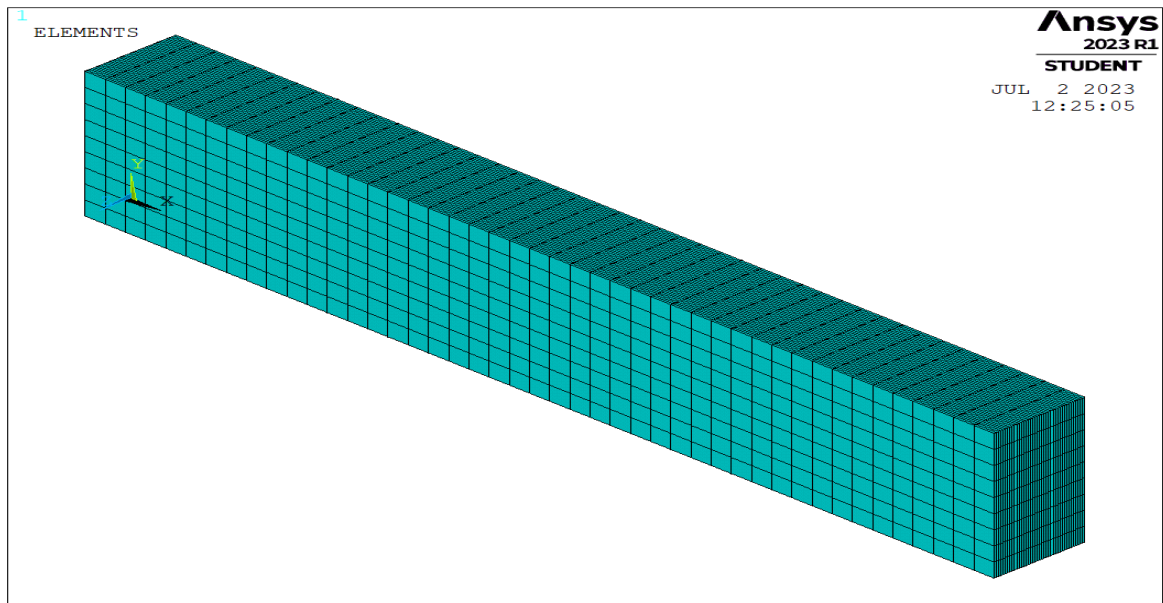
ANSYS APDL ile FD Kirişlerin Serbest Titreşim, Burkulma ve Statik Analizi

Bu bölümde farklı FD malzemelerle modellenen Tip-1, Tip-2 ve Tip-3 FD kirişlerin farklı sınır şartlarına göre ayrı ayrı serbest titreşim, burkulma ve statik analizleri sonlu eleman çözümü yapan ANSYS Mechanical Apdl programıyla incelenmiştir. Eleman olarak programın bünyesinde bulunan SHELL 181 elemanı seçilmiştir. Eleman belirlendikten sonra kullanılan FD malzemelerin elastisite modülleri (E), yoğunlukları (ρ) (1), (2), (3) ve (4) denklemlerine göre MATLAB programında ayrı ayrı elde edilmişlerdir. Elde edilen malzeme özellikleri ANSYS Apdl programına tanımlanmışlardır.

Malzeme özellikleri tanımlandıktan sonra FD kirişler geometrik olarak boyları L ve kesitleri $b \times h$ olan dikdörtgen kesitli olacak şekilde modellenmişlerdir. FD kirişin geometrisi modellendikten sonra farklı kiriş tipleri için ayrı ayrı yakınsama çalışması yapılarak yeterli sonlu eleman sayıları belirlenmiştir.

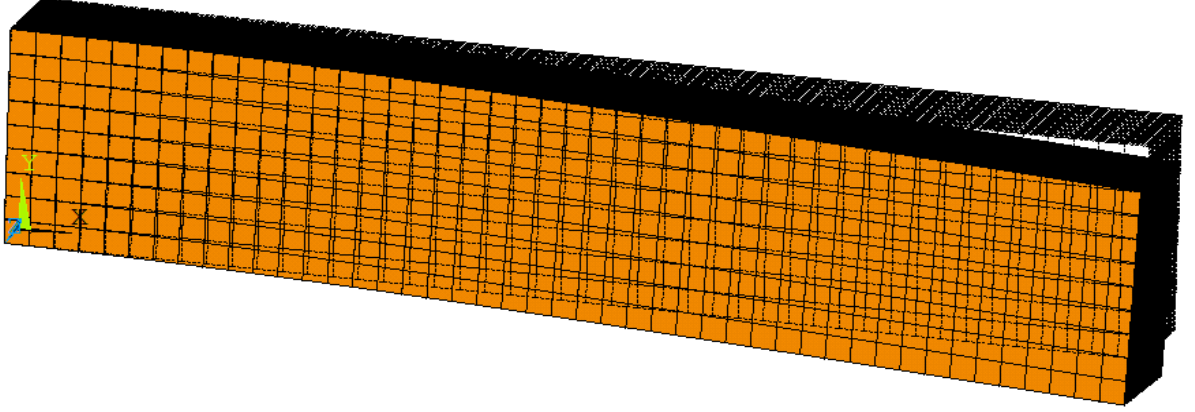
Tip-1 FD kirişi için sadece tek FD tabakadan oluştuğu için analizleri 40 tabakaya göre yapılmıştır. Ancak Tip-2 ve Tip-3 FD kirişleri sandviç kiriş oldukları için sadece FD tabakalar bölünmüş olup homojen metal ve homojen seramik tabakalar bölünmemiştir. Tip-2 sandviç FD kirişinde FD yüzeyler 20'şer tabakaya ayrılıp homojen seramik tabaka bölünmemiş olup toplamda 41 tabakaya ayrılmıştır. Tip-3 sandviç FD kirişinde ise FD yüzey 40 tabakaya ayrılmış olup toplamda 42 tabaka olacak şekilde programda tabakalara ayrılmıştır.

FD kirişleri sonlu elemanlara ayırmak için Mesh işlemi yapılmıştır. Mesh işleminden sonra FD kirişin mesnet sınır koşulları tanımlanarak analiz aşamasına geçilmiştir. Şekil 13'de mesh işlemi tamamlanmış FD kiriş görülmektedir.

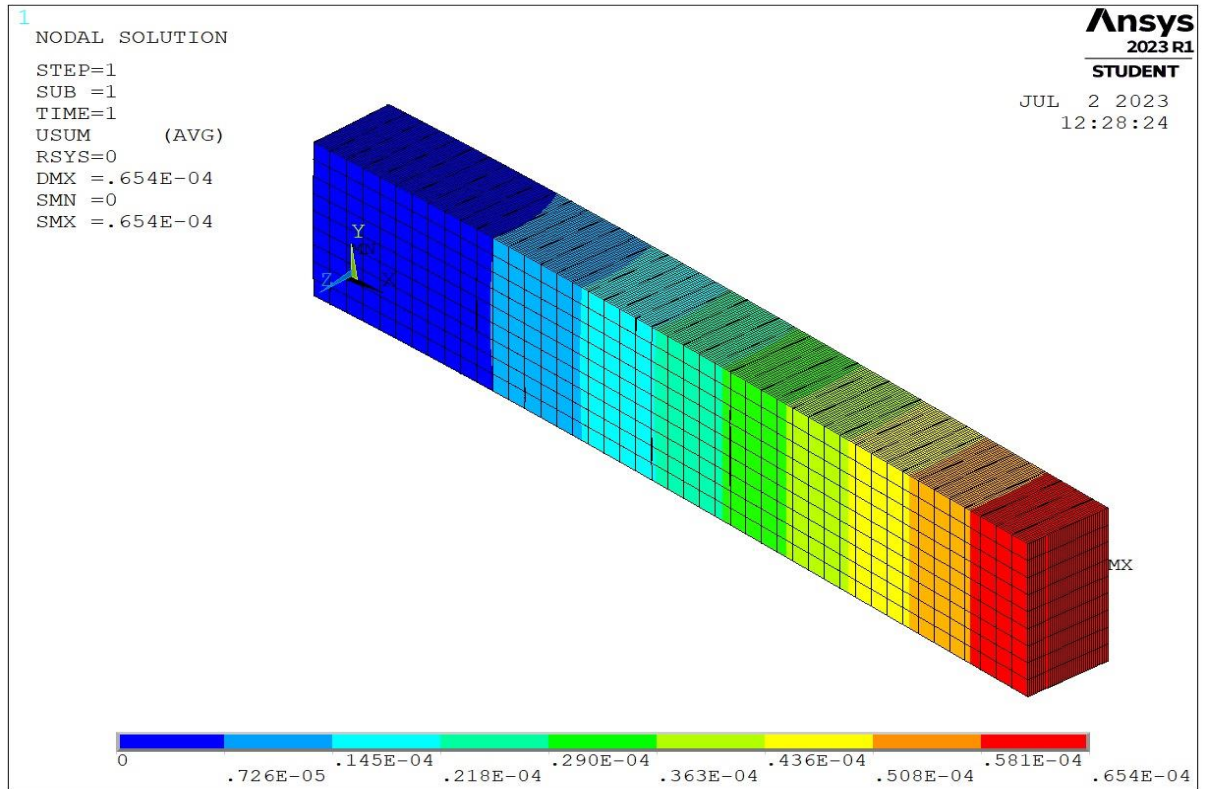


Şekil 13. Mesh işlemi tamamlanmış FD kiriş

Analiz aşamasında doğal frekansları elde etmek için modal analiz, kritik burkulma yükünün hesabı için kiriş uçlarından 1 N'luk eksenel yük etki ettirilmiştir ve statik analiz için ise $q = 10000\text{N/m}$ 'lik düz yayılı yükleme altında elde edilen sonuçlar boyutsuz olarak bir sonraki bölümde açıkça gösterilmiştir. Şekil 14'te örnek olarak konsol FD kiriş için statik analiz sonrası FD kirişte oluşan yer değiştirme ve Şekil 15'te ise düğüm noktalarına ait yer değiştirmeleri görülmektedir.



Şekil 14. Statik analiz sonrası konsol FD kirişte oluşan yer değiştirme



Şekil 15. Statik analiz sonrası konsol FD kirişin düğüm noktalarında oluşan yer değiştirmeler

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

Bulgular ve Tartışma

Bu bölümde, farklı FD malzeme özellikleri, çeşitli narinlik oranları (L/h) ve çeşitli kuvvet fonksiyonu üst indisine (p) göre farklı sınır şartlarına sahip tek tabakalı FD kirişlerin ve FD sandviç kirişlerin önerilen yüksek mertebe sonlu eleman ile serbest titreşim, burkulma ve statik analizlerinde elde edilen sayısal bulgulara yer verilmiştir. Bu veriler FORTRAN dilinde yazılan programla ve ANSYS Mechanical Apdl programı yardımıyla elde edilmiştir. Analizlerde kullanılan FD malzemelerin özellikleri Tablo 1’de verilmiştir. FD kirişlere ait sınır şartları sabit mesnetli (B-B), konsol (A-S) ve ankastre-ankastre (A-A) şeklindedir.

Tablo 1. *FD Malzeme Özellikleri*

Metal	E_m (GPa)	ρ_m (kg/m ³)	ν	Seramik	E_s (GPa)	ρ_s (kg/m ³)	ν
Alüminyum (Al)	70	2702	0,30	Alüminyum oksit (Al ₂ O ₃)	380	3960	0,30
Çelik (SUS304)	201,04	8166	0,28	Alüminyum nitrit (Al ₂ N ₃)	310	3260	0,30

FD Kirişlerin Serbest Titreşim Analizlerine İlişkin Bulgular

Önerilen sonlu elemanın doğruluğunun ispatı için ikinci bölümde verilen Tip-1, Tip-2 ve Tip-3 FD kirişleri Tablo 1’de verilen malzemeler kullanılarak FORTRAN dilinde yazılan programla ve ANSYS programı yardımıyla ayrı ayrı analiz edilmiş ve elde sonuçlar literatür ile karşılaştırılmıştır. Bu işlemlere ait veriler aşağıda tablolar ve grafiklerle açıkça gösterilmiştir.

Tip-1 FD kirişinin serbest titreşim analizi.

Çalışma kapsamında önerilen sonlu eleman yardımıyla FD kirişin serbest titreşim analizlerini yapabilmek için ilk önce yeterli sonlu eleman sayısını belirlemek gerekmektedir. Bunun için yakınsama çalışması yapılmıştır. ANSYS programında ise FD malzemeyi tabakalı olarak modellediğimiz için yeterli tabaka sayısına ihtiyacımız vardır. Bunun için de yakınsama çalışması yapılmıştır. İki programda da yakınsama çalışması için farklı sınır şartları dikkate alınarak metal için alüminyum (Al) ve seramik için alüminyum oksit (Al₂O₃) kullanmış olup $L/h=5$ ve $p=1$ değerlerine göre elde edilen en büyük boyutsuz doğal frekans değerleri Tablo 2 ve Tablo 3’te verilmiştir. Tablo 2’ye bakıldığında eleman sayıları artmasıyla en büyük boyutsuz doğal frekans değerlerinin 14 eleman sayısından sonra yakınsadığı görülmektedir. Bu sebeple yeterli sonlu eleman sayısı 14 olarak belirlenmiştir. Aynı şekilde Tablo 3 incelendiğinde ANSYS

için yeterli tabaka sayısı 40 olarak belirlenmiştir. Elde edilen doğal frekanslar (46) denklemi kullanılarak boyutsuzlaştırılmıştır.

$$\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h} \sqrt{\frac{\rho}{E_m}} \quad (46)$$

Tablo 2. *Al/Al₂O₃ Tip-1 FD Kirişlerin p=1 ve L/h=5 için Farklı Sınır Şartlarına göre Boyutsuz Doğal Frekanslarının Eleman Sayısı ile Değişimi*

Sınır Şartları	Eleman Sayısı							
	4	8	10	12	14	16	18	20
Tip-1								
A-A	8,0190	8,0055	8,0043	8,0038	8,0035	8,0034	8,0033	8,0032
B-B	4,0504	4,0497	4,0494	4,0494	4,0494	4,0494	4,0494	4,0494
A-S	1,4742	1,4741	1,4741	1,4739	1,4741	1,4741	1,4742	1,4741

Tablo 3. *Tip-1 FD Kirişinin ANSYS ile Elde Edilen Boyutsuz Doğal Frekansların Tabaka Sayısı ile Değişimi*

Malzeme	Kiriş	Bu Çalışma	Tabaka Sayısı									
			5	<i>e</i> (%)	10	<i>e</i> (%)	20	<i>e</i> (%)	30	<i>e</i> (%)	40	<i>e</i> (%)
<i>Al/Al₂O₃</i>			<i>Boyutsuz Doğal Frekanslar</i>									
	A-S	1,4741	1,4191	3,88	1,4515	1,56	1,4663	0,53	1,4710	0,21	1,4913	1,15
	A-A	8,0035	7,7749	2,94	7,9171	1,09	7,9783	0,32	7,9971	0,08	8,1032	1,23
	B-B	4,0494	3,8518	5,13	3,9428	2,70	3,9842	1,64	3,9975	1,30	4,0527	0,08
<i>Al/Al₂N₃</i>												
	A-S	1,4524	1,4096	3,03	1,4355	1,17	1,4474	0,35	1,4512	0,08	1,4531	0,05
	A-A	7,8547	7,6798	2,28	7,7925	0,80	7,8409	0,18	7,8560	0,02	7,8634	0,11
	B-B	3,9873	3,8286	4,14	3,9015	2,20	3,9348	1,33	3,9453	1,06	3,9505	0,93
<i>SUS304/Al₂O₃</i>												
	A-S	1,3622	1,3591	0,23	1,3641	0,14	1,3665	0,31	1,3672	0,37	1,3676	0,40
	A-A	7,2620	7,2481	0,19	7,2696	0,10	7,2788	0,23	7,2817	0,27	7,2832	0,29
	B-B	3,7314	3,7005	0,83	3,7151	0,44	3,7217	0,26	3,7239	0,20	3,7249	0,18
<i>SUS304/Al₂N₃</i>												
	A-S	1,3268	1,3241	0,20	1,3242	0,20	1,3242	0,20	1,3242	0,20	1,3242	0,19
	A-A	7,0569	7,0512	0,08	7,0221	0,50	7,0550	0,03	7,0553	0,02	7,0556	0,02
	B-B	3,6330	3,6198	0,36	3,6264	0,18	3,6293	0,10	3,6302	0,08	3,6309	0,06

Tablo 4'te $L/h=5$ ve 20 değerlerine göre Al/Al₂O₃ malzemeli Tip-1 FD kirişinin farklı p değerlerine göre bu çalışmadan elde edilen boyutsuz doğal frekansları literatürle karşılaştırmalı olarak verilmiştir ve sonuçların oldukça uyumlu oldukları görülmektedir. Tablo verileri incelendiğinde p değeri artıkça boyutsuz doğal frekans değerlerinin azaldığı görülmektedir. Bunun sebebi p değerinin artmasıyla birlikte FD kirişin metal malzeme özelliği artmaktadır. Buna bağlı olarak FD kirişin rijitliği azalmaktadır. Sınır şartlarının boyutsuz doğal frekans değerlerine etkisini incelediğimizde en küçük boyutsuz doğal frekansların konsol kiriş (A-S) sınır şartında en büyük boyutsuz doğal frekansların iki ucu ankastre (A-A) sınır şartında elde edilmektedir. Ayrıca narinlik oranının (L/h) artmasıyla da boyutsuz doğal frekans değerleri artmaktadır.

Literatüre katkı sağlamak adına farklı sınır şartları, farklı L/h ve farklı p değerleri kullanılarak Tip-1 FD kirişinin Al/Al_2N_3 , $SUS304/Al_2O_3$ ve $SUS304/Al_2N_3$ malzemelerine göre serbest titreşim analizleri önerilen sonlu eleman ile yapılmış olup elde edilen sonuçlar Tablo 5'te verilmiştir.

Tablo 4. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al_2O_3 malzemeli Tip-I FD Kirişinin Farklı p ve L/h Değerlerine göre Boyutsuz Doğal Frekansları

Kiriş	Teori	$p = 0$	$p = 0,5$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 10$	$p \rightarrow \infty$
$L/h=5$								
A-A	Bu çalışma	10,11770	8,79850	8,0035	7,2187	6,51896	6,18612	5,25710
	ANSYS	10,0750	8,7735	8,1032	7,2228	6,5046	6,0411	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	10,08647	8,75479	7,98414	7,27155	6,71481	6,37413	5,24085
	Turan (2018) ⁽²⁾	10,04695	8,70984	7,93407	7,21936	6,67601	6,34923	5,22031
	Şimşek (2010a) ⁽³⁾	10,0705	8,74674	7,95034	7,17674	6,49349	6,16515	5,23254
	Nguyen vd. (2015) ⁽⁴⁾	10,0726	8,7463	7,9518	7,1776	6,4929	6,1658	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁵⁾	10,0678	8,7457	7,9522	7,1801	6,4961	6,1662	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁶⁾	10,1851	8,8641	8,0770	7,3039	6,5960	6,2475	-
	Bu çalışma	5,22230	4,4722	4,0494	3,6827	3,4531	3,3292	2,71342
	ANSYS	5,1566	4,4172	4,0527	3,6401	3,4284	3,3423	-
B-B	Turan (2018) ⁽¹⁾	5,22193	4,46926	4,04967	3,69360	3,48818	3,36434	2,71328
	Turan (2018) ⁽²⁾	5,15248	4,40789	3,99024	3,63439	3,43120	3,31344	2,67718
	Şimşek (2010a) ⁽³⁾	5,15274	4,41108	3,99042	3,62643	3,40120	3,28160	2,67732
	Nguyen vd. (2015) ⁽⁴⁾	5,1528	4,4102	3,9904	3,6264	3,4009	3,2815	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁵⁾	5,1528	4,4019	3,9716	3,5979	3,3743	3,2653	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁶⁾	5,1618	4,4240	4,0079	3,6442	3,4133	3,2903	-
	Bu çalışma	1,9080	1,6295	1,4741	1,3430	1,2692	1,2275	0,99142
	ANSYS	1,8911	1,6204	1,4913	1,3476	1,2542	1,1532	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	1,90772	1,62865	1,47394	1,34469	1,27515	1,26363	0,99124
	Turan (2018) ⁽²⁾	1,89599	1,61814	1,46380	1,33449	1,26527	1,22487	0,98514
A-S	Şimşek (2010a) ⁽³⁾	1,89523	1,61817	1,46328	1,33254	1,25916	1,21834	0,98474
	Nguyen vd. (2015) ⁽⁴⁾	1,8957	1,6182	1,4636	1,3328	1,2594	1,2187	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁵⁾	1,8952	1,6180	1,4633	1,3326	1,2592	1,2184	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁶⁾	1,9055	1,6313	1,4804	1,3524	1,2763	1,2308	-
$L/h=20$								
A-A	Bu Çalışma	12,2361	10,4386	9,4420	8,6067	8,1533	7,8945	6,3578
	ANSYS	12,2319	10,3773	9,5537	8,6446	8,1187	7,4620	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	12,2350	10,4357	9,4416	8,6144	8,1798	7,9213	6,3572
	Turan (2018) ⁽²⁾	12,2259	10,4273	9,4331	8,6056	8,1715	7,9145	6,7034
	Şimşek (2010a) ⁽³⁾	12,2238	10,4287	9,4316	8,5975	8,1446	7,8858	-
	Nguyen vd. (2015) ⁽⁴⁾	12,2243	10,4269	9,4319	8,5977	8,1446	7,8860	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁵⁾	12,2228	10,4279	9,4328	8,5994	8,1460	7,8862	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁶⁾	12,2660	10,4948	9,5277	8,7142	8,2445	7,9543	-
	Bu çalışma	5,22230	4,4722	4,0494	3,6827	3,4531	3,3292	2,71342
	ANSYS	5,4637	4,6092	4,2412	3,8410	3,6734	3,5914	-
B-B	Turan (2018) ⁽¹⁾	5,22193	4,46926	4,04967	3,69360	3,48818	3,36434	2,71328
	Turan (2018) ⁽²⁾	5,15248	4,40789	3,99024	3,63439	3,43120	3,31344	2,67718
	Şimşek (2010a) ⁽³⁾	5,15274	4,41108	3,99042	3,62643	3,40120	3,28160	2,67732
	Nguyen vd. (2015) ⁽⁴⁾	5,1528	4,4102	3,9904	3,6264	3,4009	3,2815	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁵⁾	5,1528	4,4019	3,9716	3,5979	3,3743	3,2653	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁶⁾	5,1618	4,4240	4,0079	3,6442	3,4133	3,2903	-
	Bu çalışma	1,9080	1,6295	1,4741	1,3430	1,2692	1,2275	0,99142
	ANSYS	1,9459	1,6464	1,5153	1,3729	1,2944	1,8888	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	1,90772	1,62865	1,47394	1,34469	1,27515	1,26363	0,99124
	Turan (2018) ⁽²⁾	1,89599	1,61814	1,46380	1,33449	1,26527	1,22487	0,98514
A-S	Şimşek (2010a) ⁽³⁾	1,89523	1,61817	1,46328	1,33254	1,25916	1,21834	0,98474
	Nguyen vd. (2015) ⁽⁴⁾	1,8957	1,6182	1,4636	1,3328	1,2594	1,2187	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁵⁾	1,8952	1,6180	1,4633	1,3326	1,2592	1,2184	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁶⁾	1,9055	1,6313	1,4804	1,3524	1,2763	1,2308	-

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

⁽³⁾ Parabolik kayma deformasyonu teorisine dayalı analitik çözüm

⁽⁴⁾ HSDT'ye göre analitik çözüm

⁽⁵⁾ HSDT'ye göre sonlu eleman metodu

⁽⁶⁾ Üç boyutlu kiriş teorisine dayalı sonlu eleman metodu

Tablo 5. Farklı malzemeli Tip-1 FD Kirişinin L/h ve p 'ye Göre Boyutsuz Doğal Frekansları

Malzeme	Kiriş	$p = 0$	$p = 0,5$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 10$	$p \rightarrow \infty$
$L/h=5$								
Al/Al ₂ N ₃	A-A	10,07191	8,64779	7,85474	7,10040	6,42205	6,09196	5,25710
	B-B	5,19856	4,40258	3,98730	3,63934	3,40095	3,26069	2,71342
	A-S	1,89942	1,60449	1,45236	1,32832	1,24976	1,20075	0,99141
SUS304/Al ₂ O ₃	A-A	10,37895	8,09887	7,26201	6,57611	5,98458	5,71200	5,27074
	B-B	5,35710	4,15544	3,73144	3,40244	3,12591	2,98194	2,71535
	A-S	1,95726	1,51654	1,36223	1,24386	1,14496	1,09202	0,99178
SUS304/Al ₂ N ₃	A-A	10,33194	7,87131	7,05690	6,40917	5,86336	5,62168	5,27074
	B-B	5,33277	4,04655	3,63300	3,31531	3,04933	2,92093	2,71535
	A-S	1,94847	1,47737	1,32675	1,21194	1,11589	1,06870	0,99178
$L/h = 20$								
Al/Al ₂ N ₃	A-A	12,1807	10,2802	9,3046	8,5147	8,0283	7,7187	6,3578
	B-B	5,4411	4,5859	4,1497	3,8013	3,5966	3,4619	2,8400
	A-S	1,9416	1,6361	1,4805	1,3563	1,2840	1,2361	1,0135
SUS304/Al ₂ O ₃	A-A	12,5520	9,7218	8,7333	7,9779	7,3480	7,0082	6,3593
	B-B	5,6070	4,3401	3,8995	3,5647	3,2865	3,1343	2,8401
	A-S	2,0007	1,5485	1,3914	1,2721	1,1173	1,1187	1,0135
SUS304/Al ₂ N ₃	A-A	12,4952	9,4718	8,5069	7,7728	7,1594	6,8561	6,3593
	B-B	5,5815	4,2293	3,7991	3,4729	3,2007	3,0647	2,8402
	A-S	1,9917	1,5091	1,3557	1,2394	1,1423	1,0937	1,0135

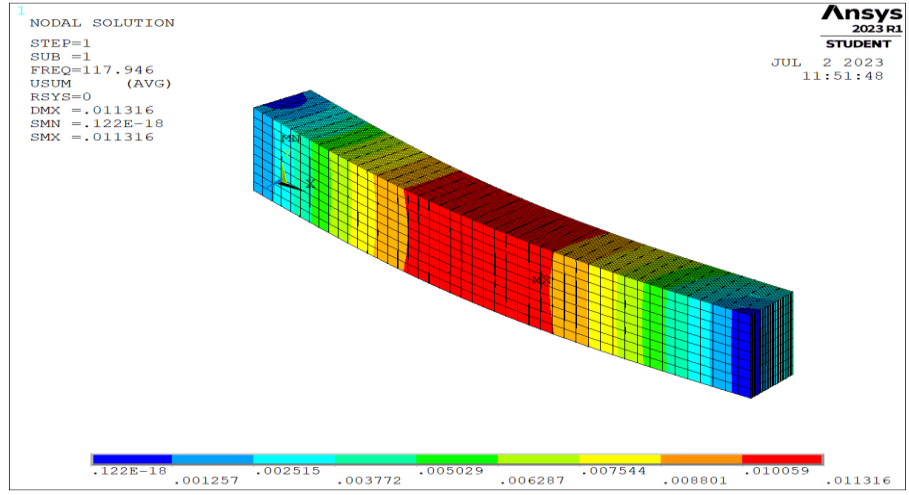
Şekil 16'da Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişinin $L/h=5$ ve $p=2$ için basit mesnet sınır şartına göre ANSYS ile elde edilen sırasıyla 1.mod, 2. mod ve 3. mod şekillerinin değişimi verilmiştir.

Şekil 17'de farklı sınır şartlarına sahip Al/Al₂O₃ FD kirişlerin farklı p ve farklı L/h değerlerini dikkate alarak iki programda da elde edilen boyutsuz doğal frekansların değişimleri karşılaştırmalı olarak görülmektedir. Grafikler incelendiğinde L/h 'nin artmasıyla boyutsuz doğal frekansları belirli bir L/h değerine kadar artıp sonrasında sabit kaldığı görülmektedir. İki programda da en büyük boyutsuz doğal frekans değerleri FD kirişin malzeme olarak tamamen seramik fazdan oluştuğu yani $p=0$ değerinde olduğu görülmüştür. Ayrıca p değerinin artmasıyla yani kirişin malzeme özelliğinin seramikten metale doğru geçmeye başlamasıyla boyutsuz doğal frekans değerlerinin azaldığı görülmektedir.

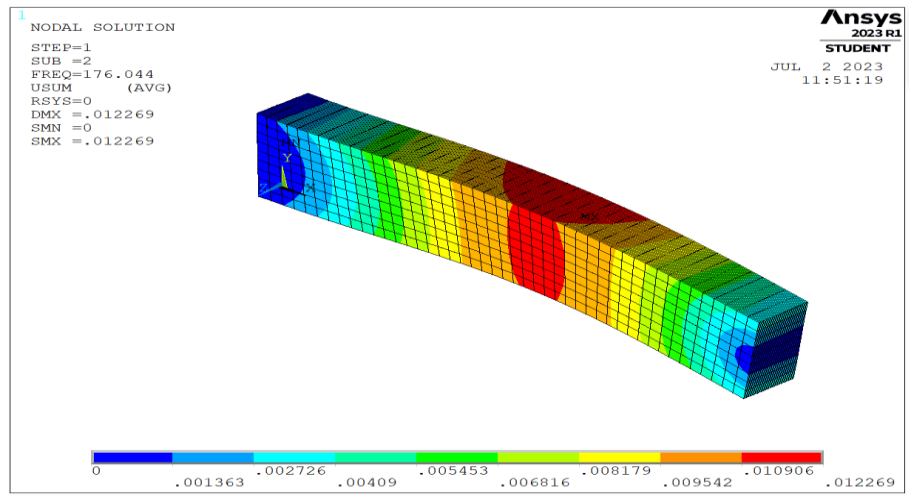
Şekil 18'de $p=2$ için metal malzeme olarak alüminyum (Al) seramik olarak alüminyum oksit (Al₂O₃) ve alüminyum nitrit (Al/Al₂N₃) kullanılarak farklı sınır şartlarına göre elde edilen boyutsuz doğal frekansların narinlik oranlarına göre değişimlerinin karşılaştırılması verilmiştir. Aynı grafikler Şekil 19'da SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ malzemeleri için verilmiştir. Bu grafiklere göre farklı metallerin kullanılması boyutsuz doğal frekansın L/h 'ye göre değişimini şekil olarak değiştirmemektedir. Fakat değer olarak ciddi farklar görülmektedir.

Şekil 20'de $L/h=5$ için FD malzeme olarak Al/Al₂O₃ ve Al/Al₂N₃ kullanılarak farklı sınır şartlarına göre elde edilen boyutsuz doğal frekansların p 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması verilmiştir. Şekil 21'de SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ malzemeleri için verilmiştir. Bu şekillerde farklı FD kirişlerin kıyaslanmasına rağmen değerlerinin yakın olması Al₂O₃ ve Al₂N₃ seramiklerinin malzeme özelliklerinin birbirine yakın olmasıdır.

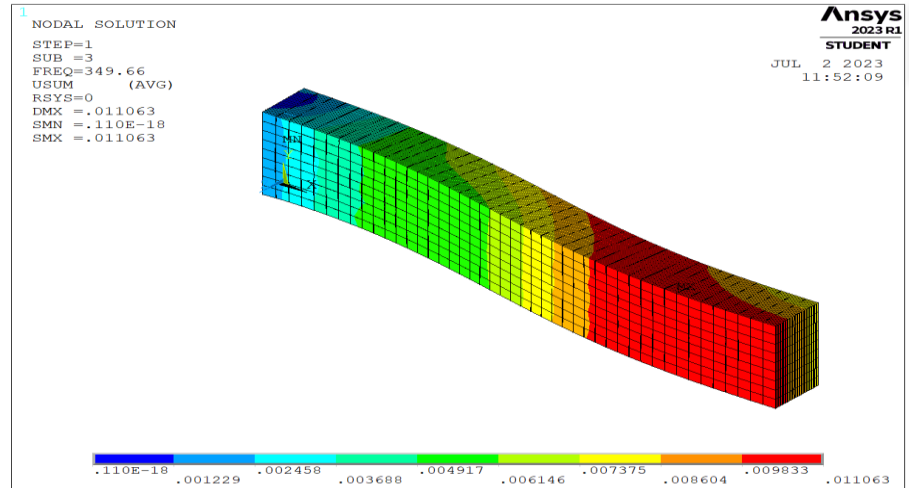
a)



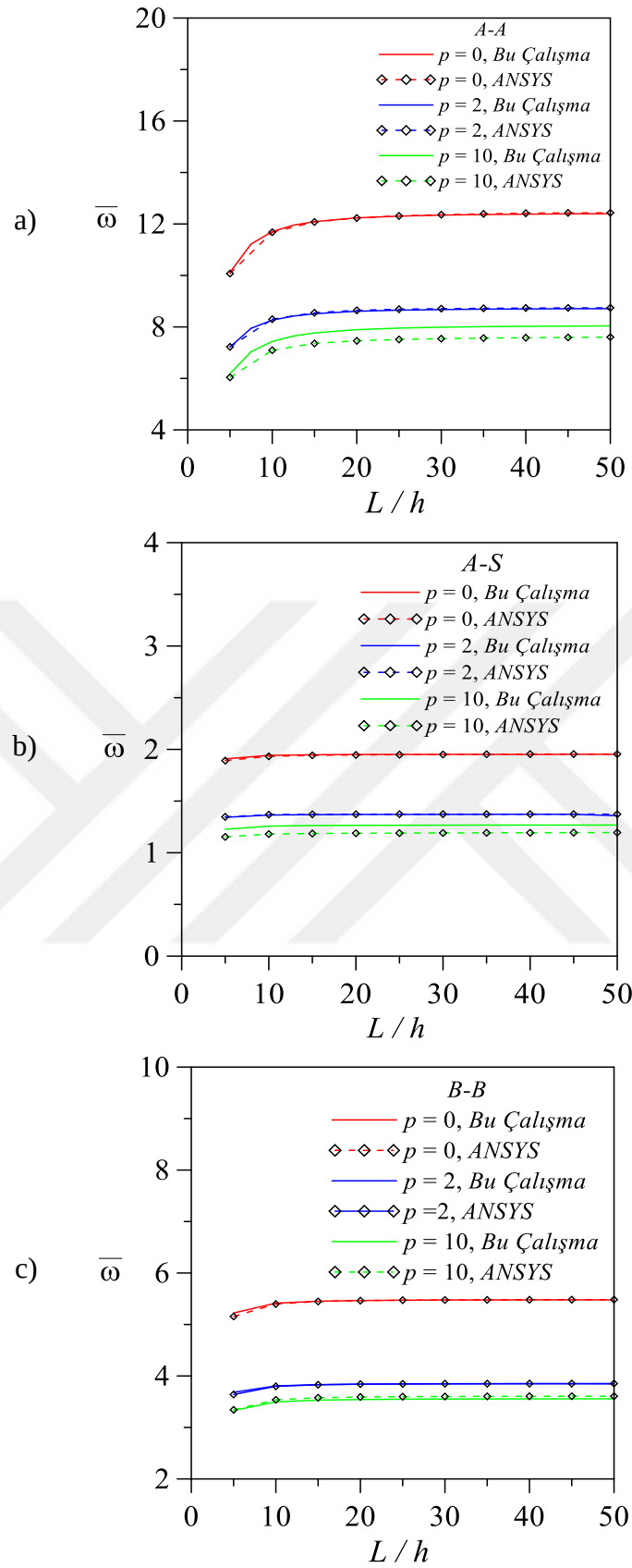
b)



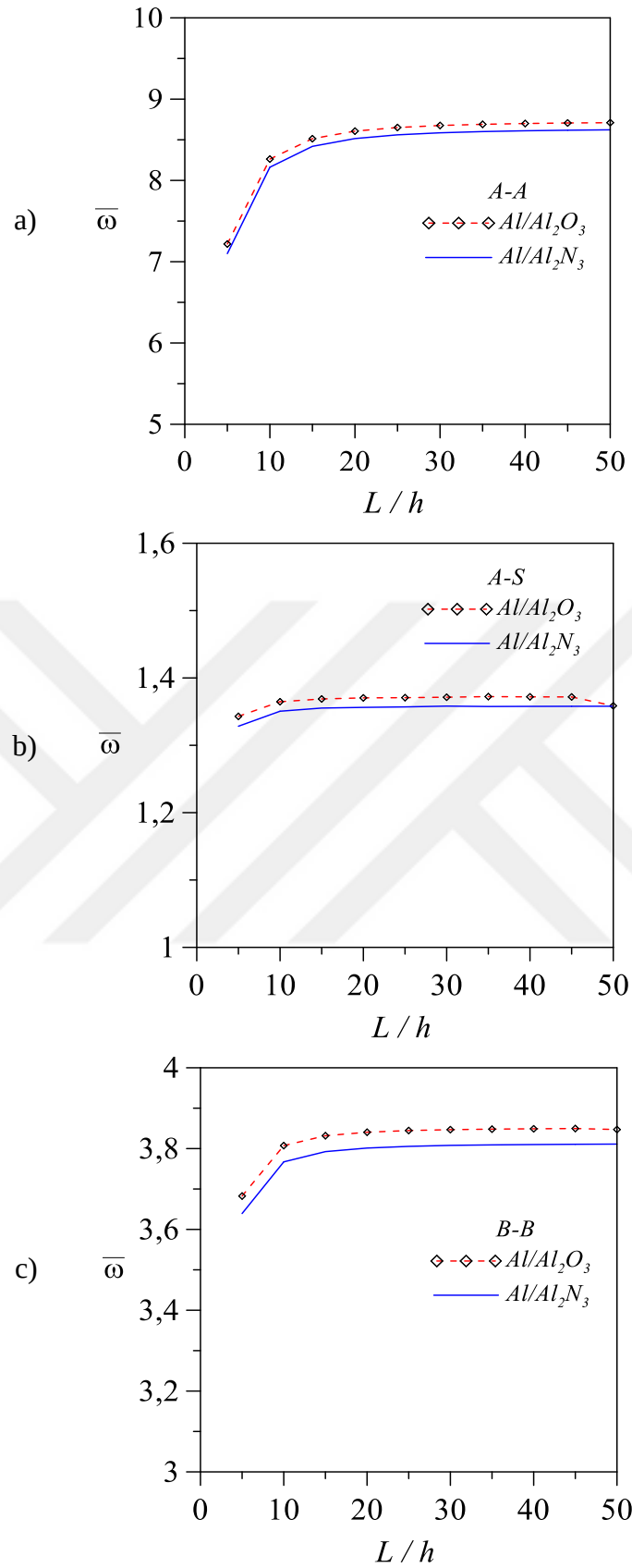
c)



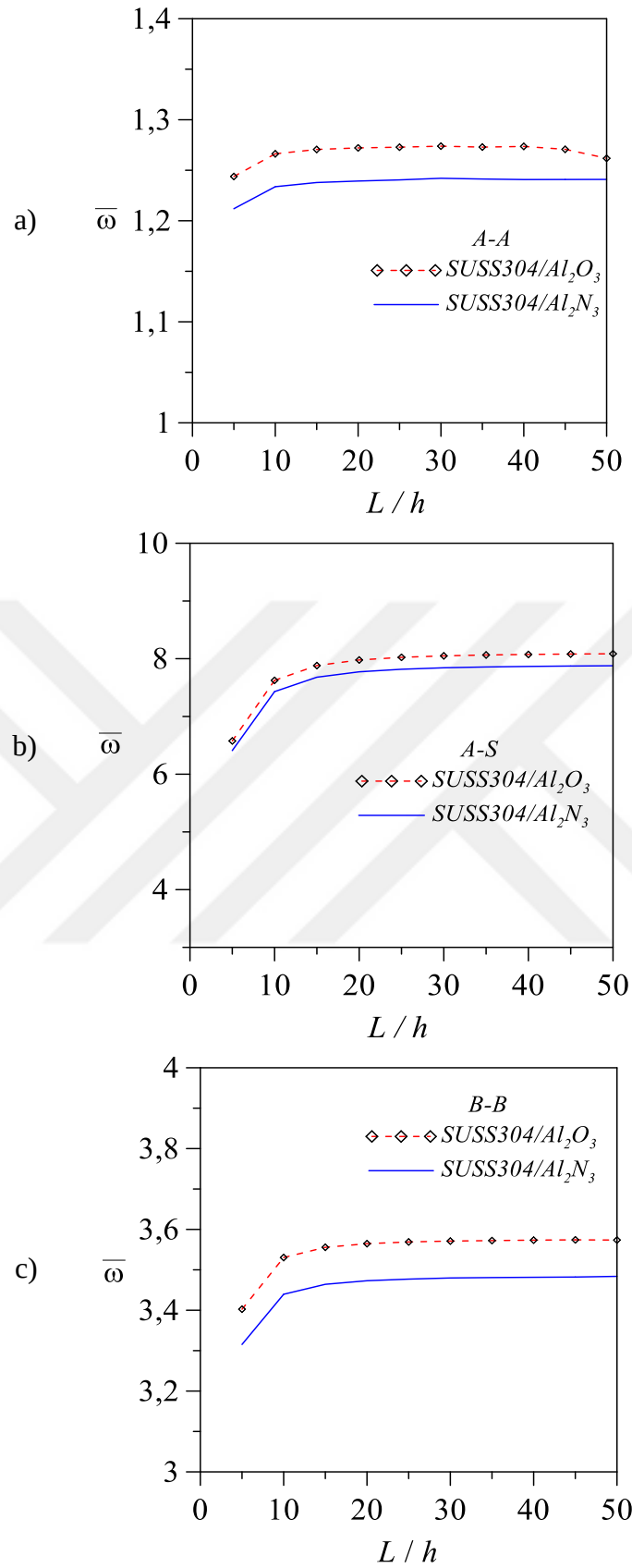
Şekil 16. a) 1. mod, b) 2. mod ve c) 3. mod Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişinin $L/h=5$ ve $p=2$ için serbest titreşim mod şekilleri



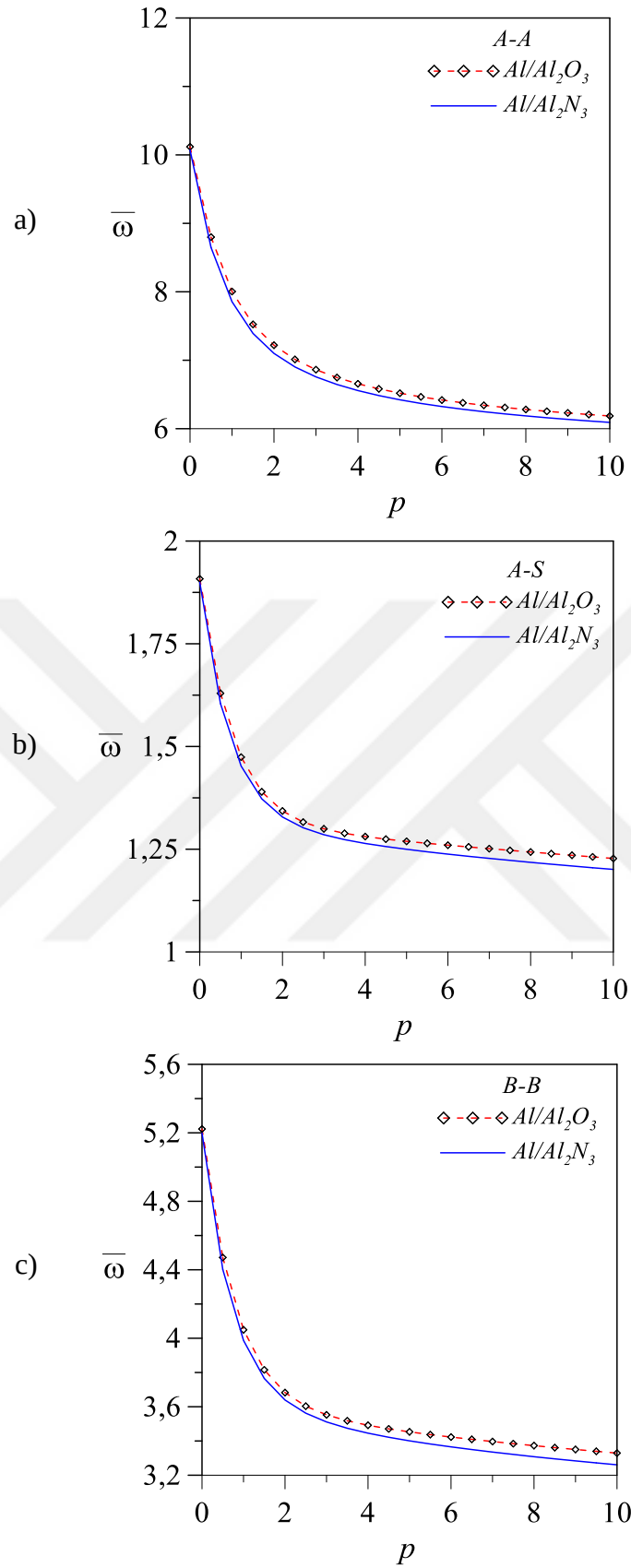
Şekil 17. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Tip-1 FD kirişinin boyutsuz doğal frekanslarının L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



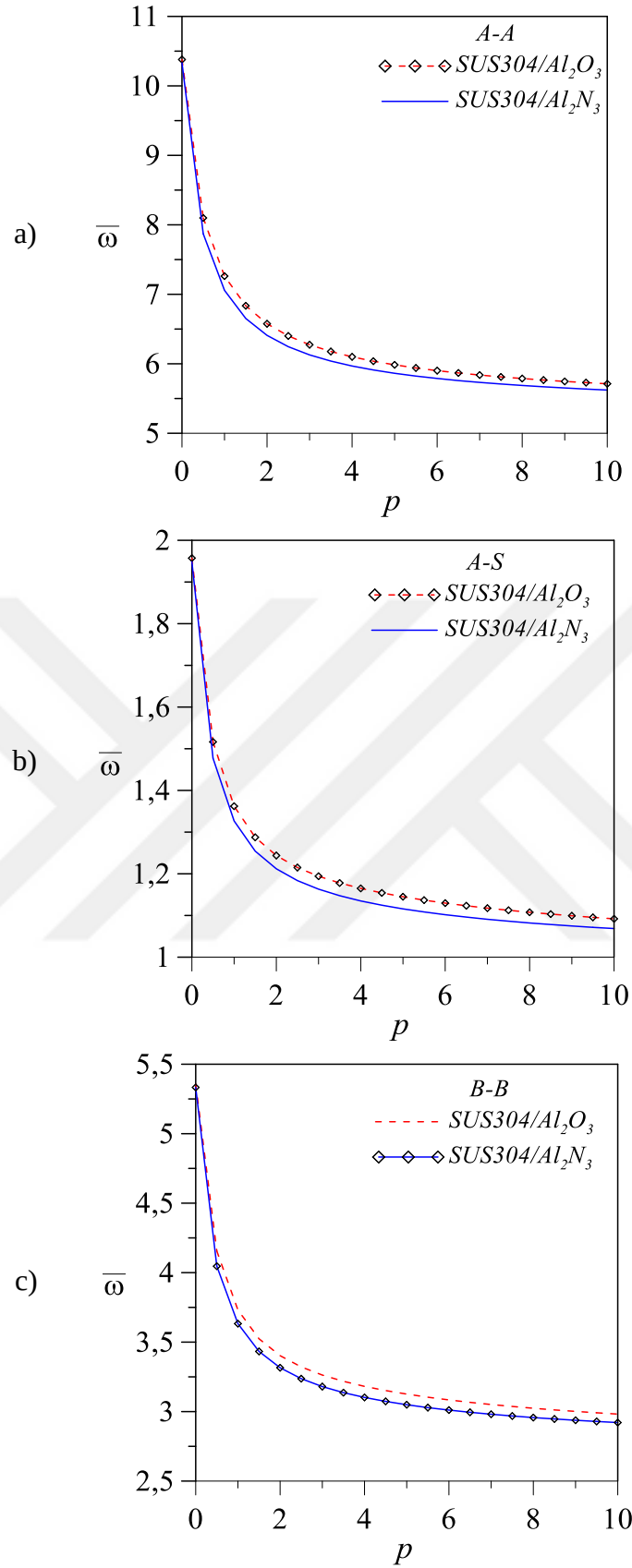
Şekil 18. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-1 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $p=2$ ve L/h 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 19. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS304/ Al_2N_3 Tip-1 FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz doğal frekansların ve L/h 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 20. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz doğal frekanslarının p 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 21. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS304/ Al_2N_3 Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz doğal frekanslarının p 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması

Tip-2 sandviç FD kirişinin serbest titreşim analizi.

İkinci bölümde de açıkça gösterilen Tip-2 sandviç FD kirişi, iki FD yüzey arasında seramik çekirdekten oluşmaktadır. Önerilen yüksek mertebe sonlu eleman ile yapılan serbest titreşim analizi için gerekli olan yeterli sonlu eleman sayısı Tablo 6'ye göre 14 olarak belirlenmiştir. ANSYS programı için gerekli tabaka sayısı Tablo 7'ye göre 41 olarak belirlenmiştir. İki yöntemde de Tablo 1'de verilen FD malzeme özellikleri, farklı sınır şartları, farklı narinlik oranları ve farklı kuvvet fonksiyonu üst indis değerleri için analizler ayrı ayrı olarak yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar literatür verileri ile ve ayrıca kendi aralarında kıyaslanarak incelendiğinde sonuçların uyumlu olduğu görülmektedir.

Tablo 8'de önerilen yüksek mertebe sonlu eleman ile farklı sınır şartlarına, farklı tabaka kalınlıklarına ve $L/h=5$ değerine göre elde edilen Al/Al_2O_3 Tip-2 FD sandviç kirişinin boyutsuz doğal frekansları literatür ile karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Tablo incelendiğinde Tablo 4 için yapılan yorumların aynısı burada da yapılabilir ve ek olarak sandviç Tip-2 FD kirişinin orta tabakasının yani homojen seramik çekirdek tabakanın kalınlığının artmasıyla kirişin rijitliği artmaktadır buna bağlı olarak da boyutsuz doğal frekans değerleri artmaktadır.

Tablo 6. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-2 FD Sandviç Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekanslarının $p=1$ ve $L/h=5$ için Eleman Sayısı ile Değişimi (1-1-1)

Sınır Şartları	Eleman Sayısı							
	4	8	10	12	14	16	18	20
Tip-2								
A-A	8,0308	8,0210	8,0204	8,0201	8,0200	8,0199	8,0199	8,0198
B-B	3,9264	3,9255	3,9255	3,9255	3,9255	3,9255	3,9255	3,9255
A-S	1,4203	1,4202	1,4202	1,4203	1,4203	1,4203	1,4205	1,4203

Tablo 7. Tip-2 FD Kirişinin ANSYS ile Elde Edilen Boyutsuz Doğal Frekansların Tabaka Sayısı ile Değişimi ($L/h=5$ ve $p=1$, 1-1-1)

Malzeme	Kiriş	Tabaka Sayısı								
		Bu	3	$e(\%)$	5	$e(\%)$	21	$e(\%)$	41	$e(\%)$
		Çalışma	Boyutsuz Doğal Frekanslar							
Al/Al_2O_3	A-S	1,4203	1,3299	6,80	1,3844	2,60	1,4019	1,31	1,4151	0,37
	A-A	8,0200	7,5638	6,03	7,8425	2,26	7,9249	1,20	8,0292	0,11
	B-B	3,9255	3,6395	7,86	3,7864	3,67	3,8333	2,41	3,8938	0,81
Al/Al_2N_3	A-S	1,4113	1,3313	6,01	1,3798	2,28	1,3955	1,13	1,4032	0,58
	A-A	7,9399	7,5388	5,32	7,7801	2,05	7,8551	1,08	7,8903	0,63
	B-B	3,8987	3,6398	7,11	3,7706	3,40	3,8123	2,27	3,8327	1,72
$SUS304/Al_2O_3$	A-S	1,4179	1,3783	2,87	1,3993	1,33	1,4063	0,82	1,4223	0,31
	A-A	7,7727	7,5792	2,55	7,7347	0,49	7,6995	0,95	7,8135	0,52
	B-B	3,9016	3,7455	4,16	3,8021	2,62	3,8205	2,12	3,8965	0,13
$SUS304/Al_2N_3$	A-S	1,4083	1,3794	2,09	1,3987	0,69	1,3982	0,73	1,4136	0,37
	A-A	7,6500	7,5058	1,92	7,5634	1,14	7,5818	0,89	7,6904	0,52
	B-B	3,8696	3,7413	3,43	3,7793	2,39	3,7919	2,05	3,8670	0,07

Tablo 8. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-2 Al/Al_2O_3 FD Kirişinin Boyutsuz Doğal Frekansların $L/h=5$ için p 'ye ve Farklı Tabaka Kalınlıklarına Göre Değişimi

Kiriş	p	Teori	1-0-1	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
B-B	0	Bu Çalışma	5,2222	5,2222	5,2222	5,2175	5,2222	5,2222	5,2222
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,2219	5,2081	5,2051	5,1983	5,1972	5,1884	5,1908
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	5,1528	5,1528	5,1528	5,1528	5,1528	5,1528	5,1528
	0,5	Bu Çalışma	4,1811	4,2907	4,3519	4,3832	4,4033	4,5386	4,9063
		Turan (2018) ⁽¹⁾	4,1680	4,2735	4,3330	4,3658	4,4419	4,5123	4,8831
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	4,1268	4,2351	4,2945	4,3303	4,4051	4,4798	4,8422
	1	Bu Çalışma	3,6196	3,7780	3,8702	3,9255	4,0433	4,1637	4,7406
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,6056	3,7622	3,8531	3,9075	4,0243	4,1419	4,7216
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	3,5735	3,7298	3,8187	3,8755	3,9896	4,1105	4,6795
	2	Bu Çalışma	3,1047	3,2763	3,3960	3,4588	3,6176	3,7809	4,5722
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,0930	3,2635	3,3821	3,4477	3,6025	3,7639	4,5574
		Vo vd. (2014) ⁽³⁾	3,0680	3,2365	3,3514	3,4190	3,5692	3,7334	4,5142
	5	Bu Çalışma	2,7676	2,8702	3,0056	3,0485	3,2328	3,4181	4,4050
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,7644	2,8635	2,9984	3,0425	3,2233	3,4065	4,3946
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	2,7446	2,8439	2,9746	3,0181	3,1928	3,3771	4,3501
	10	Bu Çalışma	2,7118	2,7519	2,8865	2,9043	3,0922	3,2729	4,3312
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,7132	2,7490	2,8835	2,9014	3,0858	3,2641	4,3226
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	2,6932	2,7355	2,8669	2,8808	3,0588	3,2356	4,2776
A-A	0	Bu Çalışma	10,1163	10,1158	10,1159	10,1089	10,1156	10,1155	10,1155
		Turan (2018) ⁽¹⁾	10,0864	10,0008	9,9810	9,9430	9,9331	9,8821	9,8849
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	10,0678	10,0678	10,0678	10,0678	10,0678	10,0678	10,0678
	0,5	Bu Çalışma	8,4166	8,6314	8,7264	8,7969	8,9256	9,0555	9,6303
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,3036	8,4902	8,5739	8,6346	8,7520	8,8544	9,4479
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	8,3600	8,5720	8,6673	8,7423	8,8648	8,9942	9,5731
	1	Bu Çalışma	7,4160	7,7441	7,8961	8,0200	8,2181	8,4346	9,3669
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,2963	7,6106	7,7534	7,8689	8,0619	8,2594	9,2115
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	7,3661	7,6865	7,8390	7,9580	8,1554	8,3705	9,3076
	2	Bu Çalışma	6,4287	6,8212	7,0276	7,1854	7,4657	7,7728	9,0938
		Turan (2018) ⁽¹⁾	6,3272	6,7088	6,9075	7,0656	7,3352	7,6294	8,9672
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	6,4095	6,7826	6,9908	7,1373	7,4105	7,7114	9,0343
	5	Bu Çalışma	5,6561	5,9900	6,2257	6,3924	6,7321	7,1137	8,8182
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,6227	5,9272	6,1581	6,3163	6,6449	7,0112	8,7221
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	5,7264	6,0293	6,2737	6,3889	6,7188	7,0691	8,7605
	10	Bu Çalışma	5,4350	5,6936	5,9245	6,0807	6,4326	6,8351	8,6952
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,4367	5,6619	5,8892	6,0310	6,3717	6,7548	8,6136
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	5,5375	5,8059	6,0527	6,1240	6,4641	6,8087	8,6391
A-S	0	Bu Çalışma	1,9080	1,9080	1,9081	1,9063	1,9081	1,9078	1,9080
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,9077	1,9052	1,9048	1,9036	1,9034	1,9020	1,9022
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	1,8952	1,8952	1,8952	1,8952	1,8952	1,8952	1,8952
	0,5	Bu Çalışma	1,5166	1,5567	1,5798	1,5908	1,6212	1,6491	1,7881
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,5141	1,5535	1,5764	1,5885	1,6171	1,6443	1,7841
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	1,5069	1,5466	1,5696	1,5821	1,6108	1,6384	1,7764
	1	Bu Çalışma	1,3089	1,3661	1,4006	1,4190	1,4641	1,5086	1,7256
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3063	1,3633	1,3976	1,4171	1,4609	1,5052	1,7221
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	1,3007	1,3575	1,3918	1,4115	1,4549	1,4992	1,7145
	2	Bu Çalışma	1,1207	1,1816	1,2262	1,2480	1,3067	1,3667	1,6623
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,1187	1,1794	1,2237	1,2466	1,3040	1,3633	1,6594
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	1,1143	1,1746	1,2188	1,2416	1,2986	1,3582	1,6518
	5	Bu Çalışma	1,0014	1,0350	1,0854	1,0983	1,1661	1,2329	1,5998
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,0008	1,0337	1,0841	1,0978	1,1644	1,2309	1,5978
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	0,9973	1,0303	1,0806	1,0935	1,1597	1,2257	1,5897
	10	Bu Çalışma	0,9845	0,9939	1,0445	1,0468	1,1158	1,1798	1,5722
		Turan (2018) ⁽¹⁾	0,9848	0,9933	1,0439	1,0467	1,1146	1,1784	1,5705
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	0,9812	0,9909	1,0416	1,0431	1,1106	1,1734	1,5624

⁽¹⁾ Birinci mertebeden kayma deformasyonlu giriş teorisine göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ Yüksek mertebeden kayma deformasyonlu teorisine dayalı analitik çözüm

Tablo 9. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-2 Al/Al_2O_3 FD Kirişinin Boyutsuz Doğal Frekansların $L/h=20$ için p 'ye ve Farklı Tabaka Kalınlıklarına Göre Değişimi

Kiriş	p	Teori	1-0-1	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
B-B	0	Bu Çalışma	5,4659	5,4659	5,4659	5,4605	5,4661	5,4658	5,4659
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,4658	5,4649	5,4646	5,4641	5,4639	5,4634	5,4636
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	5,4603	5,4603	5,4603	5,4603	5,4603	5,4603	5,4603
	0,5	Bu Çalışma	4,3188	4,4332	4,5014	4,5322	4,6215	4,7023	5,1117
		Turan (2018) ⁽¹⁾	4,3179	4,4320	4,5000	4,5352	4,6199	4,7006	5,1102
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	4,3148	4,4290	4,4970	4,5324	4,6170	4,6979	5,1067
	1	Bu Çalışma	3,7181	3,8803	3,9812	4,0325	4,1641	4,2930	4,9281
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,7171	3,8792	3,9800	4,0352	4,1627	4,2913	4,9267
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	3,7147	3,8768	3,9774	4,0328	4,1602	4,2889	4,9233
	2	Bu Çalışma	3,1791	3,3494	3,4786	3,5385	3,7085	3,8803	4,7425
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,1782	3,3485	3,4777	3,5410	3,7074	3,8792	4,7414
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	3,1764	3,3465	3,4754	3,5389	3,7049	3,8769	4,7382
	5	Bu Çalışma	2,8456	2,9329	3,0795	3,1104	3,3056	3,4951	4,5595
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,8454	2,9325	3,0789	3,1128	3,3050	3,4944	4,5588
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	2,8439	2,9310	3,0773	3,1111	3,3028	3,4921	4,5554
	10	Bu Çalışma	2,8056	2,8200	2,9676	2,9651	3,1636	3,3433	4,4788
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,8057	2,8198	2,9674	2,9676	3,1632	3,3426	4,4784
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	2,8041	2,8188	2,9662	2,9662	3,1613	3,3406	4,4749
A-A	0	Bu Çalışma	12,2361	12,2361	12,2361	12,2242	12,2363	12,2363	12,2361
		Turan (2018) ⁽¹⁾	12,2350	12,2245	12,2222	12,2170	12,2161	12,2096	12,2115
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	12,2228	12,2228	12,2228	12,2228	12,2228	12,2228	12,2228
	0,5	Bu Çalışma	9,7041	9,9603	10,1103	10,1806	10,3775	10,5571	11,4580
		Turan (2018) ⁽¹⁾	9,6937	9,9470	10,0957	10,1740	10,3605	10,5367	11,4399
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	9,6942	9,9501	10,1001	10,1800	10,3668	10,5460	11,4459
	1	Bu Çalışma	8,3672	8,7324	8,9557	9,0723	9,3642	9,6508	11,0533
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,3563	8,7205	8,9427	9,0673	9,3497	9,6342	11,0383
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	8,3594	8,7241	8,9474	9,0722	9,3550	9,6411	11,0421
	2	Bu Çalışma	7,1604	7,5473	7,8343	7,9719	8,3501	8,7344	10,6440
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,1515	7,5377	7,8239	7,9689	8,3387	8,7216	10,6324
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	7,1563	7,5417	7,8293	7,9727	8,3430	8,7262	10,6336
	5	Bu Çalışma	6,4022	6,6098	6,9351	7,0126	7,4484	7,8750	10,2392
		Turan (2018) ⁽¹⁾	6,3996	6,6048	6,9297	7,0127	7,4412	7,8665	10,2309
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	6,4064	6,6116	6,9389	7,0170	7,4461	7,8692	10,2298
	10	Bu Çalışma	6,3013	6,3506	6,6770	6,6840	7,1274	7,5353	10,0608
		Turan (2018) ⁽¹⁾	6,3020	6,3483	6,6747	6,6862	7,1226	7,5286	10,0539
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	6,3086	6,3590	6,6889	6,6924	7,1296	7,5311	10,0519
A-S	0	Bu Çalışma	1,9503	1,9503	1,9507	1,9492	1,9500	1,9513	1,9505
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,9505	1,9504	1,9504	1,9499	1,9495	1,9504	1,9495
		Vo vd. (2014) ⁽³⁾	1,9496	1,9496	1,9496	1,9496	1,9496	1,9496	1,9496
	0,5	Bu Çalışma	1,5404	1,5812	1,6055	1,6171	1,6487	1,6767	1,8238
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,5402	1,5809	1,6053	1,6175	1,6482	1,6774	1,8239
		Vo vd. (2014) ⁽³⁾	1,5397	1,5805	1,6048	1,6175	1,6477	1,6766	1,8229
	1	Bu Çalışma	1,3255	1,3837	1,4198	1,4374	1,4850	1,5315	1,7575
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3258	1,3835	1,4195	1,4392	1,4844	1,5308	1,7579
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	1,3253	1,3831	1,4191	1,4388	1,4844	1,5304	1,7573
	2	Bu Çalışma	1,1335	1,1942	1,2404	1,2616	1,3223	1,3837	1,6915
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,1334	1,1940	1,2403	1,2627	1,3222	1,3842	1,6913
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	1,1330	1,1937	1,2398	1,2623	1,3217	1,3831	1,6911
	5	Bu Çalışma	1,0148	1,0459	1,0980	1,1086	1,1786	1,2463	1,6263
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,0145	1,0456	1,0979	1,1098	1,1784	1,2459	1,6262
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	1,0145	1,0453	1,0977	1,1096	1,1781	1,2456	1,6257
	10	Bu Çalışma	1,0007	1,0056	1,0583	1,0571	1,1279	1,1919	1,5975
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,0007	1,0055	1,0582	1,0581	1,1279	1,1918	1,5975
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	1,0005	1,0053	1,0581	1,0578	1,1276	1,1915	1,5969

⁽¹⁾ Birinci mertebeden kayma deformasyonlu giriş teorisine göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ Yüksek mertebeden kayma deformasyonlu teorisine dayalı analitik çözüm

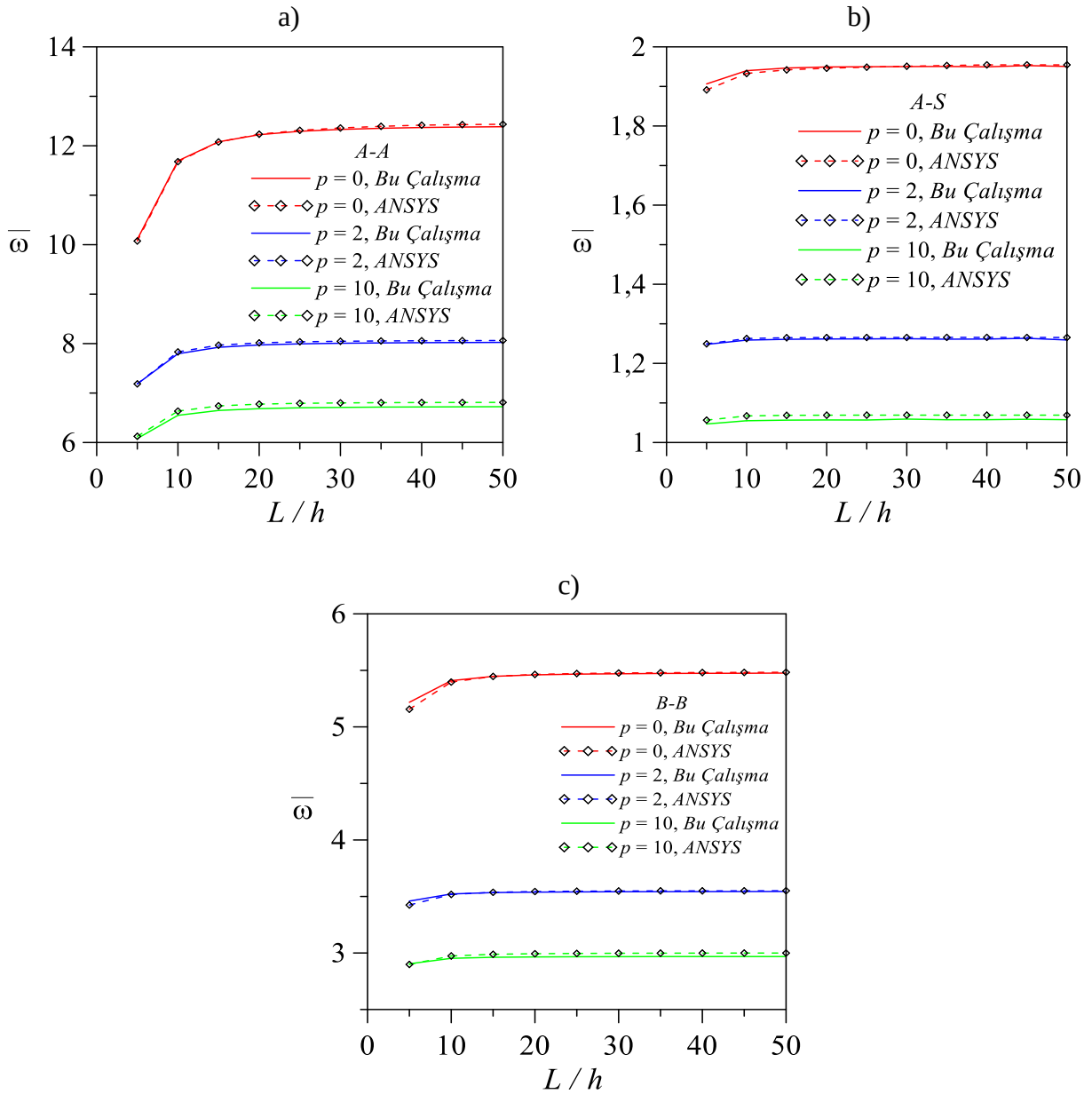
Tablo 10. Farklı Sınır Şartlarına, Farklı Malzeme Özelliklerine ve $L/h=5$ 'e Göre Sandviç Tip-2 FD Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları

Kiriş	p	1-0-1	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
<i>Al/Al₂N₃</i>								
B-B	0	5,1986	5,1986	5,1986	5,1938	5,1986	5,1986	5,1985
	0,5	4,1307	4,2498	4,3114	4,3470	4,4287	4,5069	4,8795
	1	3,5870	3,7528	3,8438	3,8987	4,0188	4,1397	4,7144
	2	3,1075	3,2837	3,3997	3,4588	3,6160	3,7734	4,5480
	5	2,7954	2,9145	3,0442	3,0485	3,2618	3,4337	4,4050
	10	2,7345	2,8058	2,9351	2,9043	3,1338	3,2994	4,3119
A-A	0	10,0704	10,0700	10,0700	10,0631	10,0698	10,0698	10,0697
	0,5	8,2947	8,5297	8,6269	8,7067	8,8388	8,8388	9,5713
	1	7,3178	7,6630	7,8139	7,9399	8,1433	8,1443	9,3057
	2	6,393	6,7973	6,9964	7,1562	7,4284	7,4284	9,0336
	5	5,6752	6,0390	6,2628	6,4286	6,7511	6,7511	8,7616
	10	5,4569	5,7682	5,9887	6,1459	6,4783	6,4783	8,4076
A-S	0	1,8994	1,8994	1,8994	1,8976	1,8994	1,8997	1,8995
	0,5	1,499	1,5424	1,5656	1,5783	1,6090	1,6380	1,7785
	1	1,2981	1,3579	1,3920	1,4113	1,4561	1,5008	1,7164
	2	1,1229	1,1854	1,2286	1,2500	1,3071	1,3647	1,6539
	5	1,0125	1,0521	1,1006	1,1128	1,1777	1,2395	1,5925
	10	0,9935	1,0143	1,0630	1,0660	1,1319	1,1903	1,5655
<i>SUS304/Al₂O₃</i>								
B-B	0	5,357	5,357	5,3571	5,3566	5,357	5,357	5,357
	0,5	4,0023	4,1808	4,2459	4,3183	4,4067	4,5178	4,9704
	1	3,5175	3,7299	3,8141	3,9016	4,0176	4,1613	4,7892
	2	3,1451	3,364	3,4604	3,5506	3,6853	3,8471	4,6167
	5	2,8836	3,0872	3,1887	3,2706	3,4151	3,5799	4,4545
	10	2,7987	2,9917	3,0928	3,1688	3,3147	3,4761	4,3848
A-A	0	10,3774	10,377	10,377	10,3761	10,3768	10,3766	10,3767
	0,5	7,9104	8,2647	8,3779	8,5281	8,6851	8,8971	9,7017
	1	6,9998	7,4361	7,5833	7,7727	7,9808	8,2605	9,3836
	2	6,2689	6,7426	6,9117	7,1221	7,3662	7,6919	9,08
	5	5,7036	6,1822	6,3604	6,5786	6,844	7,1961	8,7933
	10	5,4959	5,9704	6,1485	6,368	6,638	6,9969	8,6696
A-S	0	1,9573	1,9573	1,9574	1,957	1,9574	1,957	1,9573
	0,5	1,4566	1,5215	1,5458	1,5719	1,6046	1,6454	1,8134
	1	1,2785	1,3553	1,3866	1,4179	1,4609	1,5134	1,7461
	2	1,1428	1,2211	1,257	1,2887	1,3386	1,3972	1,682
	5	1,0493	1,1208	1,1587	1,1864	1,2398	1,2989	1,6218
	10	1,0197	1,0868	1,1245	1,1497	1,2035	1,2609	1,5959
<i>SUS304/Al₂N₃</i>								
B-B	0	5,3328	5,3328	5,3327	5,3323	5,3328	5,3328	5,3327
	0,5	3,9367	4,1227	4,1855	4,265	4,3524	4,47	4,9335
	1	3,4824	3,6978	3,7758	3,8696	3,9802	4,1273	4,7525
	2	3,1394	3,3613	3,4483	3,5457	3,6709	3,8338	4,5831
	5	2,8907	3,1041	3,1945	3,2877	3,4203	3,5871	4,4259
	10	2,8042	3,0115	3,1013	3,1915	3,3253	3,4906	4,3588
A-A	0	10,3304	10,33	10,33	10,3291	10,3298	10,3296	10,3297
	0,5	7,738	8,1056	8,2176	8,3797	8,5387	8,7649	9,611
	1	6,8765	7,3131	7,4523	7,65	7,852	8,1397	9,2845
	2	6,2039	6,6713	6,8265	7,0428	7,2727	7,5995	8,9789
	5	5,6816	6,1563	6,318	6,5425	6,7881	7,1373	8,6947
	10	5,4847	5,9587	6,1205	6,3472	6,5964	6,9518	8,5728
A-S	0	1,9484	1,9485	1,9484	1,9482	1,9485	1,9487	1,9485
	0,5	1,4342	1,502	1,5253	1,554	1,5863	1,6291	1,8006
	1	1,2676	1,3456	1,3746	1,4083	1,4491	1,5025	1,7337
	2	1,1425	1,2223	1,2546	1,2892	1,3354	1,3946	1,6711
	5	1,0531	1,1289	1,1625	1,1949	1,2439	1,3039	1,6126
	10	1,0225	1,0957	1,1291	1,1601	1,2094	1,2685	1,5881

Tablo 11. Farklı Sınır Şartlarına, Farklı Malzeme Özelliklerine ve $L/h=20$ 'ye Göre Sandviç Tip-2 FD Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları

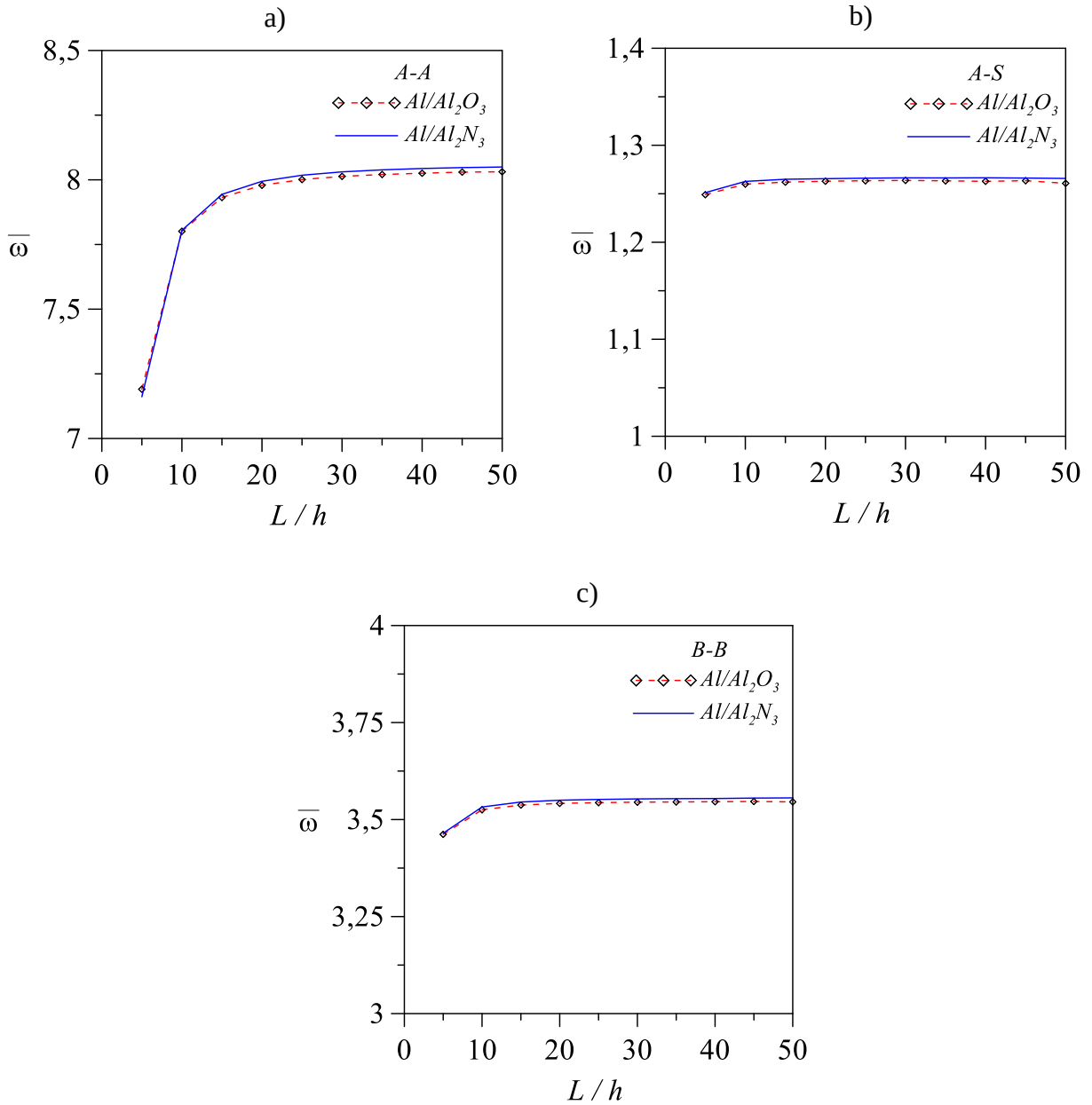
Kiriş	p	1-0-1	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
<i>Al/Al₂N₃</i>								
B-B	0	5,4411	5,4411	5,4411	5,4357	5,4411	5,4411	5,4413
	0,5	4,2702	4,3941	4,4624	4,4979	4,5878	4,6717	5,0849
	1	3,6893	3,8589	3,9585	4,0124	4,1428	4,2716	4,9026
	2	3,1880	3,3626	3,4882	3,5467	3,7118	3,8770	4,7196
	5	2,8799	2,9841	3,1252	3,1540	3,3411	3,5158	4,5404
	10	2,8327	2,8803	3,0224	3,0222	3,2119	3,3753	4,4617
A-A	0	12,1807	12,1807	12,1807	12,1689	12,1807	12,1807	12,1805
	0,5	9,5927	9,8706	10,0211	10,1015	10,3002	10,4871	11,3974
	1	8,2996	8,6816	8,9018	9,0247	9,3138	9,6006	10,9950
	2	7,1767	7,5736	7,8523	7,9870	8,3546	8,7240	10,5911
	5	6,4757	6,7215	7,0343	7,1075	7,5248	7,9190	10,1945
	10	6,3598	6,4831	6,7973	6,8092	7,2327	7,6044	10,020
A-S	0	1,9417	1,9418	1,9417	1,9399	1,9417	1,9418	1,9416
	0,5	1,5231	1,5673	1,5917	1,6045	1,6365	1,6667	1,8146
	1	1,3157	1,3761	1,4116	1,4306	1,4775	1,5235	1,7486
	2	1,1368	1,1990	1,2438	1,2645	1,3235	1,3822	1,6835
	5	1,0271	1,0639	1,1144	1,1247	1,1915	1,2535	1,6199
	10	1,0104	1,0271	1,0780	1,0775	1,1453	1,2034	1,5914
<i>SUS304/Al₂O₃</i>								
B-B	0	5,607	5,607	5,607	5,6063	5,6072	5,6069	5,607
	0,5	4,1594	4,3446	4,4152	4,4892	4,5844	4,7014	5,1885
	1	3,6469	3,8649	3,956	4,044	4,1683	4,3184	4,9928
	2	3,2589	3,4793	3,5837	3,6716	3,8156	3,983	4,8067
	5	2,9955	3,1938	3,3041	3,3787	3,5328	3,6995	4,6322
	10	2,9146	3,0987	3,2085	3,2745	3,4298	3,5905	4,557
A-A	0	12,552	12,552	12,552	12,5508	12,5522	12,5522	12,552
	0,5	9,3301	9,7455	9,9021	10,0688	10,2801	10,5415	11,624
	1	8,1858	8,6764	8,8786	9,0778	9,3545	9,6907	11,1896
	2	7,3161	7,8149	8,0465	8,2472	8,5677	8,9434	10,7767
	5	6,7202	7,1732	7,4176	7,5914	7,9346	8,3114	10,3886
	10	6,5339	6,9572	7,2005	7,3566	7,7028	8,0676	10,2221
A-S	0	2,0006	2,0007	2,0009	2,0007	2,0003	2,0016	2,0009
	0,5	1,484	1,5498	1,5751	1,6019	1,6362	1,678	1,8513
	1	1,3007	1,3786	1,4112	1,4425	1,4874	1,5407	1,7814
	2	1,1625	1,2411	1,2783	1,3094	1,3611	1,4206	1,7145
	5	1,0685	1,1392	1,1786	1,2051	1,2601	1,3195	1,6525
	10	1,0399	1,1052	1,1445	1,1679	1,2228	1,2805	1,6257
<i>SUS304/Al₂N₃</i>								
B-B	0	5,5816	5,5816	5,5816	5,581	5,5818	5,5816	5,5817
	0,5	4,099	4,2923	4,3598	4,4416	4,5351	4,6586	5,1532
	1	3,6201	3,8419	3,9259	4,0212	4,1392	4,2927	4,9596
	2	3,2625	3,488	3,5817	3,6785	3,8119	3,9805	4,7781
	5	3,0097	3,2217	3,3192	3,4085	3,5496	3,7194	4,6101
	10	2,9245	3,128	3,2249	3,3094	3,4514	3,6181	4,5379
A-A	0	12,4952	12,4952	12,4952	12,494	12,4951	12,4952	12,495
	0,5	9,1896	9,6233	9,7733	9,9572	10,1652	10,4411	11,5433
	1	8,1196	8,6185	8,805	9,02	9,283	9,6268	11,1118
	2	7,3182	7,8272	8,0354	8,2551	8,5524	8,9308	10,7086
	5	6,7474	7,2292	7,4457	7,6506	7,9651	8,3483	10,3343
	10	6,5536	7,0175	7,2327	7,4278	7,7447	8,1216	10,1743
A-S	0	1,9918	1,9919	1,9918	1,9917	1,9918	1,9919	1,9917
	0,5	1,4624	1,5314	1,5555	1,584	1,618	1,6628	1,839
	1	1,2915	1,3705	1,4005	1,4347	1,4767	1,5312	1,7699
	2	1,1642	1,2442	1,2778	1,3122	1,3599	1,4186	1,7047
	5	1,0741	1,1493	1,1841	1,2159	1,2662	1,3274	1,6449
	10	1,0435	1,1159	1,1506	1,1804	1,2315	1,2909	1,618

Tablo 9’da $L/h=20$ değerine göre farklı sınır şartları ve farklı p değerlerine göre elde edilen boyutsuz doğal frekanslar literatür ile karşılaştırılmalı olarak gösterilmiştir. Tablo 8 ve Tablo 9’a göre narinlik oranının artmasına bağlı olarak boyutsuz doğal frekansların yükseldiği görülmektedir. Tablo 10 ve 11’de sırasıyla $L/h=5$ ve $L/h=20$ değerlerine göre FD malzeme olarak Al/Al_2N_3 , $SUS304/Al_2O_3$ ve $SUS304/Al_2N_3$ kullanılarak önerilen sonlu eleman ile yapılan serbest titreşim analizlerine ait bulgular verilmiştir. Burada $SUS304/Al_2O_3$ ve $SUS304/Al_2N_3$ FD sandviç kirişleri arasında kıyaslama yapacak olursak; Al_2O_3 ’nin rijitliği büyütme oranı Al_2N_3 ’ye göre bir miktar fazla olduğu için $SUS304/Al_2O_3$ FD sandviç kirişin boyutsuz doğal frekansları bir miktar daha büyüktür.

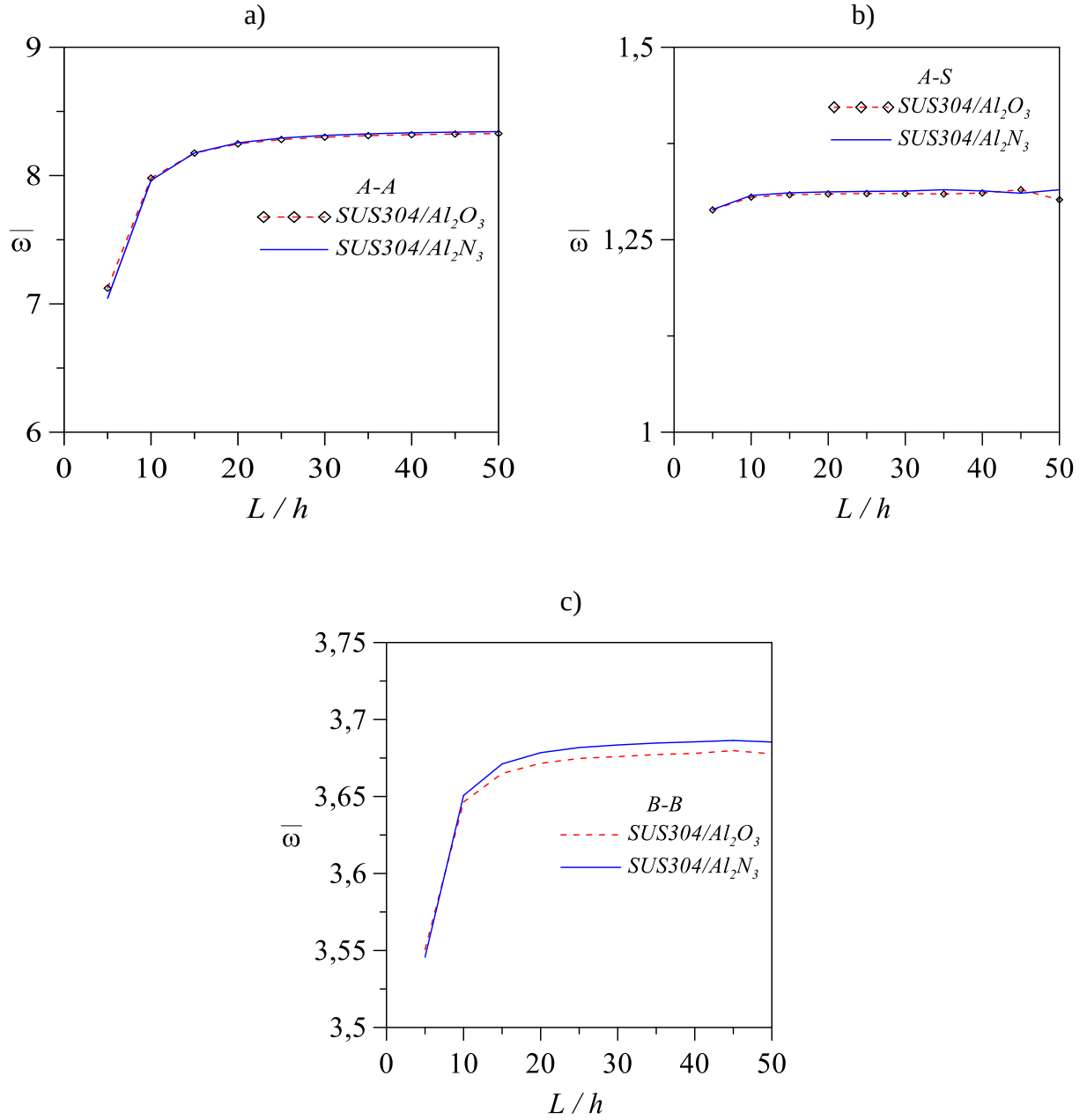


Şekil 22. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli sandviç Tip-2 FD kirişinin boyutsuz doğal frekanslarının karşılaştırılması

Şekil 22’de sınır şartları sırasıyla A-A, A-S ve B-B olacak şekilde Al/Al₂O₃ sandviç Tip-2 FD kirişlerin farklı p ve farklı L/h değerleri dikkate alınarak iki programda da elde edilen boyutsuz doğal frekansların değişimleri karşılaştırmalı olarak görülmektedir. Burada sandviç FD kirişlerin tabaka kalınlıkları eşittir. Grafikler incelendiğinde belli bir narinlik oranına kadar boyutsuz doğal frekansların arttığı ve bu değerden sonra yakınsadığı görülmektedir. En büyük boyutsuz doğal frekans değerlerinin $p=0$ durumunda elde edilmiştir. Üç grafik kendi aralarında karşılaştırıldığında en büyük boyutsuz doğal frekansın değerleri A-A sınır şartında elde edilmektedir.



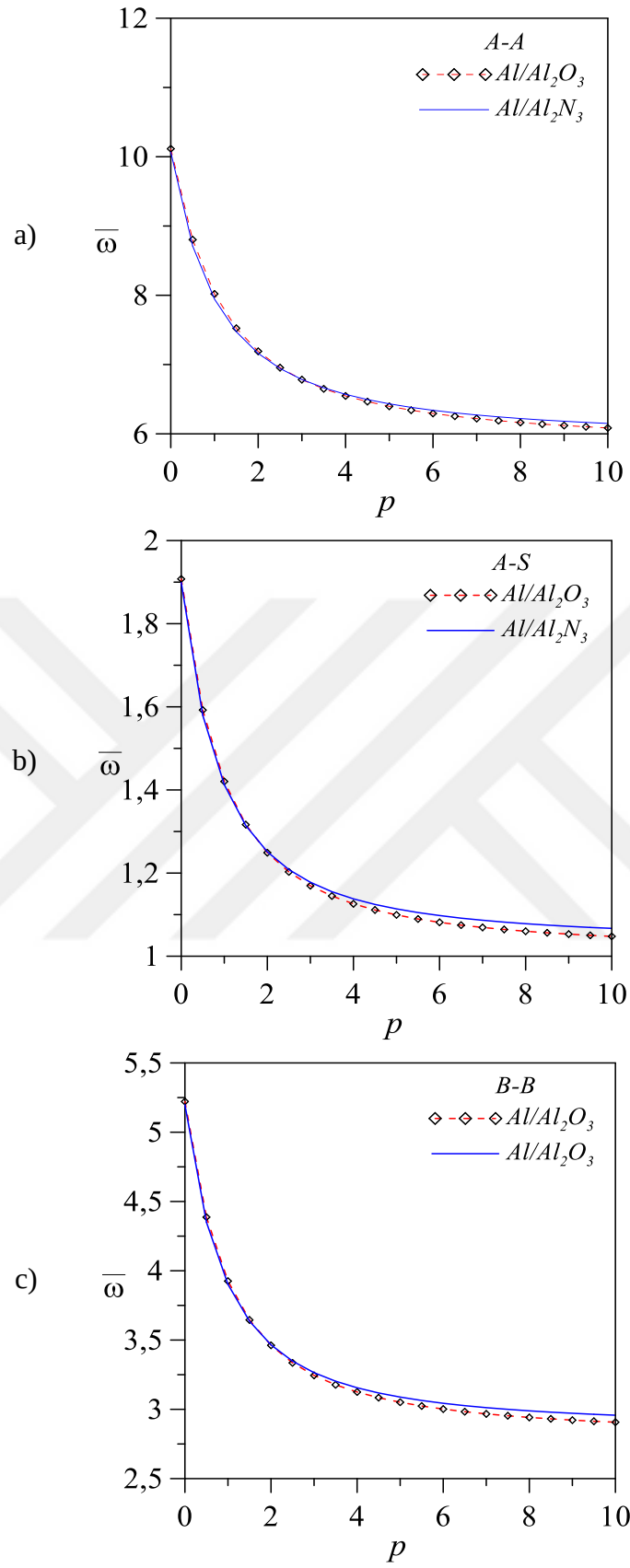
Şekil 23. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ ve Al/Al₂N₃ Tip-2 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $p=2$ ve L/h 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması



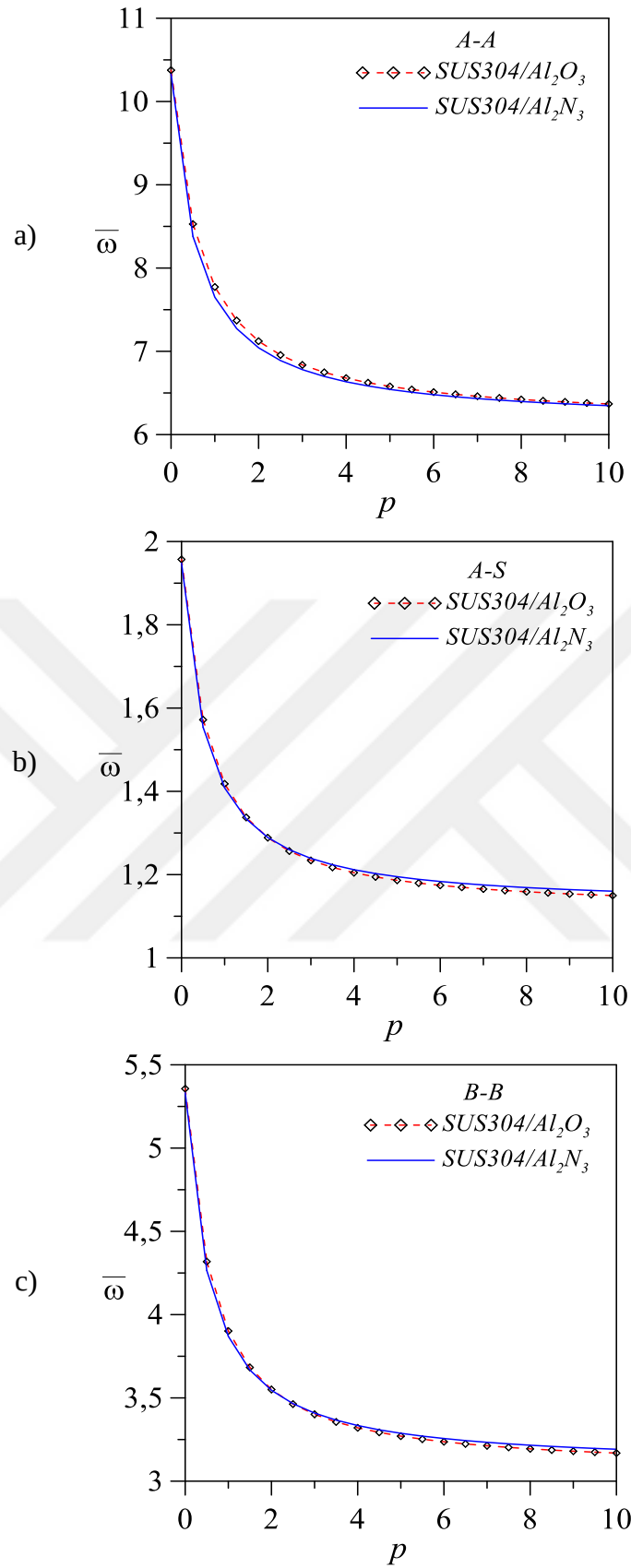
Şekil 24. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ Tip-2 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $p=2$ ve L/h 'ye göre değişimlerinin karşılaştırılması

Şekil 23'te FD malzeme olarak Al/Al₂O₃ ve Al/Al₂N₃ kullanılarak $p=2$ için farklı sınır şartları altında L/h 'ye göre değişimlerinin karşılaştırmaları verilmiştir. Aynı grafikler Şekil 24'te SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ malzemeleri için verilmiştir. Burada tabaka kalınlıkları eşit alınmıştır. Ayrıca kullanılan seramiklerin malzeme özellikleri yakın olduğundan sonuçlarda yakın çıkmıştır.

Şekil 25 ve 26'ta sırasıyla Al/Al₂O₃-Al/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂O₃-SUS304/Al₂N₃ FD malzemelerinin farklı sınır şartlarına ve $L/h=5$ 'e göre boyutsuz doğal frekanslarının p 'ye bağlı değişimleri verilmiştir. p 'nin artmasıyla doğal frekanslar azalmaktadır.

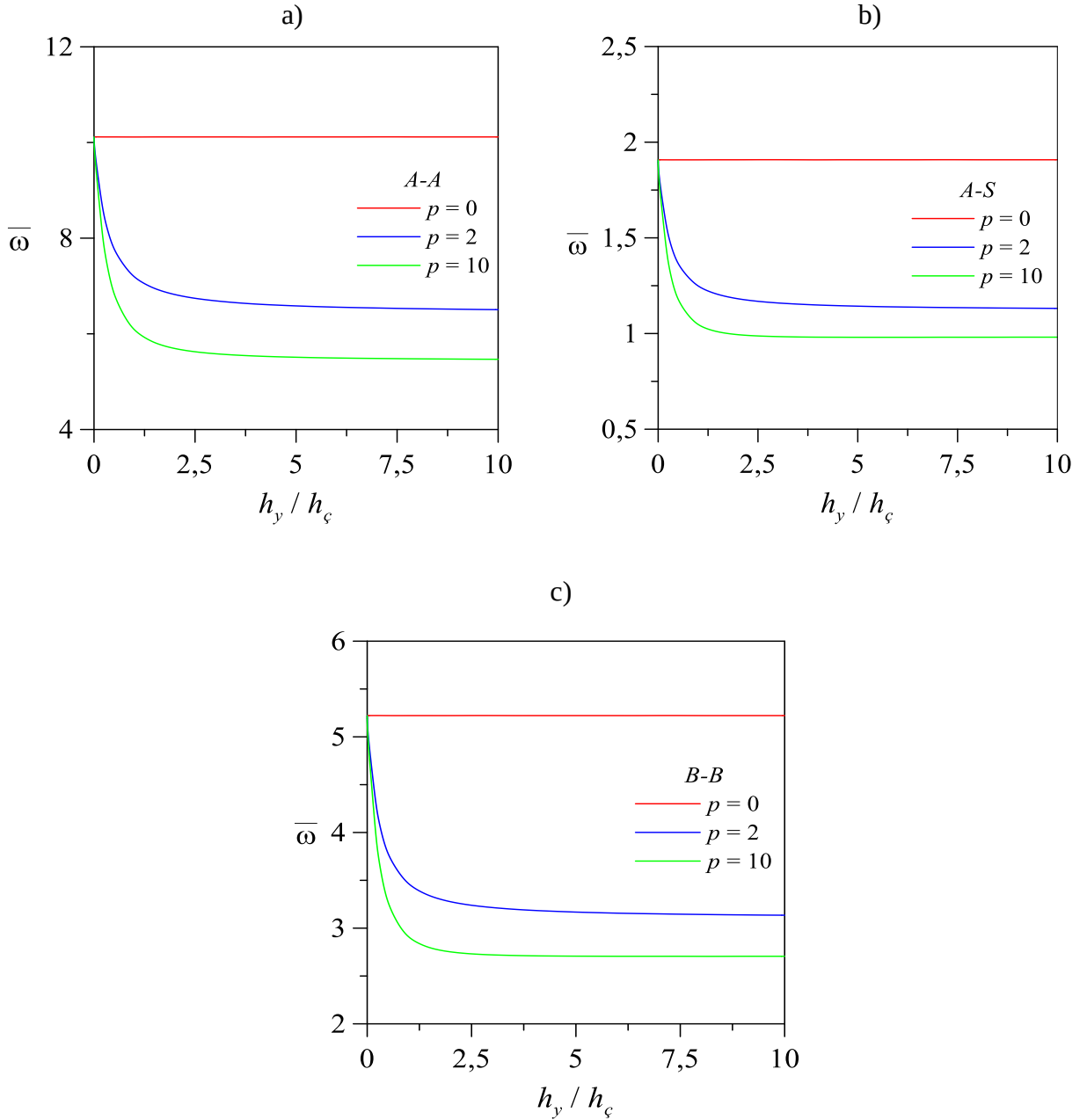


Şekil 25. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-2 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ ve p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 26. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS304/ Al_2N_3 Tip 2 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ ve p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması

Şekil 27’de farklı sınır şartlarına sahip sandviç Tip-2 FD kirişinin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ için p ’ye bağlı h_y/h_ζ oranına bağlı değişimi verilmiştir. Burada h_y yüzey tabakalarının kalınlıklarını, h_ζ ise çekirdek tabakasının kalınlığını ifade etmektedir. Grafikler incelendiğinde $p=0$ değerinde FD kiriş tamamen seramik fazdan oluştuğu için tabaka kalınlıklarının boyutsuz doğal frekansları etkilemediği görülmektedir. Ayrıca h_y/h_ζ oranının artmasıyla boyutsuz frekans değerleri belirli bir değere kadar azalıp yakınsadığı görülmektedir. Ayrıca en küçük boyutsuz doğal frekanslar $p=10$ da oluşmaktadır.



Şekil 27. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ sandviç Tip-2 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ için h_y/h_ζ ’ye bağlı değişimi

Tip-3 sandviç FD kirişinin serbest titreşim analizi.

Tip-3 sandviç FD kirişinin üst tabakası seramik, çekirdeği FD malzemeden ve alt tabakası da metal malzemeden oluşmaktadır. Kirişin serbest titreşim analizleri çalışma kapsamında önerilen sonlu eleman ile FORTRAN’da ve ayrıca ANSYS programında yapılmıştır. Burada analizler gerçekleştirilirken metal ve seramik için daha önce verdiğimiz malzeme özellikleri kullanılmıştır. Önerilen sonlu eleman için yeterli sonlu eleman sayısı Tablo 12’ye göre 14 olarak alınmıştır. ANSYS için Tablo 13’ten görüldüğü üzere 42 tabaka sayısına göre hesap yapmak yeterli doğrulukta sonuç vermektedir. Analizlerde farklı sınır şartları, farklı tabaka kalınlıkları, farklı p değerleri, farklı narinlik oranları ve farklı FD malzeme özellikleri kullanılmıştır. Sonuçlar kendi içerisinde ve literatür ile karşılaştırıldığında uyumlu oldukları görülmüştür.

Tablo 12. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-3 FD Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekanslarının $p=1$ ve $L/h=5$ için Eleman Sayısı ile Değişimi (1-1-1)

Sınır Şartları	Eleman Sayısı							
	4	8	10	12	14	16	18	20
Tip-3								
A-A	7,3200	7,3072	7,3061	7,3056	7,3053	7,3051	7,3050	7,3049
B-B	3,6322	3,6314	3,6314	3,6314	3,6314	3,6314	3,6314	3,6314
A-S	1,3186	1,3185	1,3185	1,3185	1,3185	1,3185	1,3185	1,3185

Tablo 13. Tip-3 FD Kirişinin ANSYS ile Elde Edilen Boyutsuz Doğal Frekanslarının Tabaka Sayısı ile Değişimi ($L/h=5$, $p=1$, 1-1-1)

Malzeme	Kiriş	Bu Çalışma	Tabaka Sayısı									
			7	$e(\%)$	12	$e(\%)$	22	$e(\%)$	32	$e(\%)$	42	$e(\%)$
<i>Boyutsuz Doğal Frekanslar</i>												
Al/Al_2O_3	A-S	1,3185	1,3114	0,54	1,3171	0,11	1,3198	0,09	1,3206	0,16	1,3211	0,20
	A-A	7,3053	7,2123	1,29	7,2620	0,60	7,2829	0,31	7,2894	0,22	7,2925	0,18
	B-B	3,6314	3,5466	2,39	3,5635	1,90	3,5716	1,68	3,5744	1,60	3,5756	1,56
Al/Al_2N_3	A-S	1,3285	1,3243	0,32	1,3288	0,02	1,3309	0,18	1,3316	0,23	1,3319	0,26
	A-A	7,3016	7,2317	0,97	7,2715	0,41	7,2885	0,18	7,2937	0,11	7,2962	0,07
	B-B	3,6549	3,5852	1,95	3,5990	1,55	3,6052	1,38	3,6074	1,32	3,6083	1,29
$SUS304/Al_2O_3$	A-S	1,3383	1,3428	0,33	1,3436	0,40	1,3440	0,43	1,3442	0,44	1,3442	0,44
	A-A	7,1569	7,1614	0,06	7,1693	0,17	7,1728	0,22	7,1737	0,23	7,1743	0,24
	B-B	3,6674	3,6530	0,40	3,6559	0,32	3,6571	0,28	3,6574	0,27	3,6578	0,26
$SUS304/Al_2N_3$	A-S	1,3158	1,3213	0,42	1,3218	0,45	1,3219	0,46	1,3220	0,47	1,3290	0,99
	A-A	7,0083	7,0240	0,22	7,0274	0,27	7,0290	0,29	7,0297	0,30	7,0667	0,83
	B-B	3,6037	3,5979	0,16	3,5992	0,13	3,5998	0,11	3,5998	0,11	3,6191	0,43

Tablo 14. Al/Al_2O_3 Tip-3 Sandviç FD Kirişinin $L/h=5$ için Farklı Sınır Şartları ve Tabaka Kalınlıklarına Göre Boyutsuz Doğal Frekansları

Kiriş	p	Teori	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
B-B	0	Bu Çalışma	3,6974	3,5405	3,8573	3,6973	4,1180	4,7317
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,6943	3,5374	3,8479	3,6891	4,1067	4,7161
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,6502	3,5169	3,8022	3,6502	4,0564	4,6675
	0,5	Bu Çalışma	3,6216	3,527	3,7085	3,6112	3,8525	4,1954
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,6178	3,5245	3,6964	3,6027	3,8362	4,1749
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,5763	3,5064	3,6540	3,5677	3,7903	4,1314
	1	Bu Çalışma	3,5813	3,5185	3,6314	3,5702	3,7161	3,9086
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,5795	3,5203	3,6219	3,5674	3,7022	3,8906
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,5413	3,5054	3,5835	3,5367	3,6608	3,8495
	2	Bu Çalışma	3,5413	3,5096	3,5604	3,5371	3,598	3,6682
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,5431	3,5175	3,5564	3,5436	3,5913	3,6596
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,5112	3,5100	3,5266	3,5223	3,5595	3,6232
	5	Bu Çalışma	3,5054	3,5023	3,5057	3,5177	3,5224	3,5358
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,5083	3,5111	3,5048	3,5273	3,5222	3,5432
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,4906	3,5217	3,4964	3,5302	3,5164	3,5248
	10	Bu Çalışma	3,4916	3,4995	3,4892	3,5122	3,5064	3,5037
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,4907	3,5013	3,4831	3,5126	3,5007	3,5089
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,4860	3,5290	3,4949	3,5387	3,5209	3,5111
A-A	0	Bu Çalışma	7,4848	7,0436	7,8334	7,4847	8,326	9,3485
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,4510	7,0124	7,7722	7,4135	8,2312	9,2180
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,4615	7,1773	7,7524	7,4615	8,2154	9,2640
	0,5	Bu Çalışma	7,3043	6,9333	7,5095	7,2203	7,793	8,3655
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,2623	6,9001	7,4263	7,1418	7,6626	8,2018
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,2978	7,0984	7,4408	7,2374	7,6823	8,2607
	1	Bu Çalışma	7,186	6,8415	7,3053	7,0407	7,471	7,7882
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,1564	6,8318	7,2377	6,9962	7,3570	7,6421
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,2177	7,0607	7,2875	7,1332	7,4138	7,7154
	2	Bu Çalışma	7,0459	6,7204	7,0727	6,8282	7,1226	7,2091
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,0375	6,7438	7,0381	6,8370	7,0536	7,1244
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,1447	7,0269	7,1534	7,0462	7,1842	7,2383
	5	Bu Çalışma	6,8874	6,5761	6,8196	6,5946	6,7648	6,6776
		Turan (2018) ⁽¹⁾	6,8850	6,6018	6,8031	6,6193	6,7357	6,6878
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,0861	6,9980	7,0585	6,9792	7,0369	6,9238
	10	Bu Çalışma	6,8108	6,505	6,7018	6,4859	6,607	6,4589
		Turan (2018) ⁽¹⁾	6,7868	6,4938	6,6583	6,4636	6,5516	6,4554
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,0665	6,9854	7,0331	6,9491	7,0015	6,8019
A-S	0	Bu Çalışma	1,3408	1,2896	1,3973	1,3408	1,4927	1,7224
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3401	1,2889	1,3950	1,3393	1,4906	1,7195
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,3325	1,2851	1,3881	1,3325	1,4822	1,7114
	0,5	Bu Çalışma	1,3145	1,2877	1,3444	1,3129	1,3965	1,5245
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3138	1,2871	1,3416	1,3112	1,3936	1,5209
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,3065	1,2837	1,3351	1,3051	1,3857	1,5136
	1	Bu Çalışma	1,3014	1,2876	1,3185	1,3017	1,3489	1,4207
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3009	1,2877	1,3161	1,3011	1,3464	1,4174
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,2943	1,2849	1,3102	1,2957	1,3392	1,4104
	2	Bu Çalışma	1,2895	1,2886	1,2965	1,2958	1,3107	1,3373
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,2896	1,2898	1,2950	1,2966	1,3093	1,3356
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,2839	1,2883	1,2905	1,2928	1,3037	1,3293
	5	Bu Çalışma	1,2803	1,2915	1,283	1,297	1,2921	1,3002
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,2806	1,2928	1,2820	1,2984	1,2918	1,3012
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,2773	1,2946	1,2810	1,2989	1,2907	1,2982
	10	Bu Çalışma	1,2775	1,2934	1,2808	1,2992	1,292	1,2952
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,2771	1,2935	1,2790	1,2991	1,2907	1,2958
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,2761	1,2983	1,2815	1,3038	1,2942	1,2965

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

Tablo 15. Al/Al_2O_3 Tip-3 Sandviç FD Kirişinin $L/h=20$ için Farklı Sınır Şartları ve Tabaka Kalınlıklarına Göre Boyutsuz Doğal Frekansları

Kiriş	p	Teori	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
B-B	0	Bu Çalışma	3,8162	3,682	3,9746	3,8161	4,2482	4,9189
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,8160	3,6818	3,9706	3,8157	4,2473	4,9177
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,8127	3,6802	3,9717	3,8127	4,2436	4,9139
	0,5	Bu Çalışma	3,7439	3,6838	3,8261	3,7441	3,9741	4,3479
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,7437	3,6837	3,8220	3,7435	3,9732	4,3464
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,7405	3,6821	3,8228	3,7407	3,9695	4,3429
	1	Bu Çalışma	3,7099	3,6902	3,7563	3,7209	3,8427	4,0522
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,7098	3,6903	3,7526	3,7207	3,8417	4,0509
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,7069	3,6890	3,7534	3,7182	3,8385	4,0477
	2	Bu Çalışma	3,6814	3,7032	3,7019	3,7175	3,7437	3,8231
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,6815	3,7039	3,6986	3,7180	3,7433	3,8226
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,6791	3,7030	3,6997	3,7161	3,7406	3,8196
	5	Bu Çalışma	3,6633	3,7248	3,6771	3,7409	3,7107	3,7432
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,6636	3,7254	3,6739	3,7417	3,7108	3,7438
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,6621	3,7261	3,6767	3,7415	3,7100	3,7421
	10	Bu Çalışma	3,6602	3,7372	3,6795	3,7579	3,7234	3,7455
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,6602	3,7374	3,6760	3,7580	3,7231	3,7459
		Turan (2018) ⁽²⁾	3,6597	3,7391	3,6802	3,7596	3,7243	3,7457
A-A	0	Bu Çalışma	8,5769	8,2583	8,9369	8,577	9,5488	11,0327
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,5743	8,2557	8,9241	8,5704	9,5401	11,0203
		Turan (2018) ⁽²⁾	8,5747	8,2751	8,9305	8,5747	9,5363	11,0219
	0,5	Bu Çalışma	8,4109	8,2525	8,5999	8,4044	8,933	9,7606
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,4077	8,2503	8,5854	8,3977	8,9206	9,7446
		Turan (2018) ⁽²⁾	8,4109	8,2732	8,5943	8,4068	8,9206	9,7479
	1	Bu Çalışma	8,3297	8,2572	8,4373	8,3403	8,6319	9,0959
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,3281	8,2583	8,4248	8,3380	8,6212	9,0820
		Turan (2018) ⁽²⁾	8,3343	8,2847	8,4371	8,3515	8,6254	9,0869
	2	Bu Çalışma	8,2578	8,2723	8,3033	8,3133	8,3953	8,5692
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,2589	8,2782	8,2950	8,3180	8,3899	8,5624
		Turan (2018) ⁽²⁾	8,2704	8,3112	8,3144	8,3401	8,4025	8,5716
	5	Bu Çalışma	8,2054	8,3021	8,2277	8,3379	8,2928	8,3534
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,2074	8,3087	8,2219	8,3452	8,2924	8,3588
		Turan (2018) ⁽²⁾	8,2303	8,3568	8,2557	8,3874	8,3267	8,3833
	10	Bu Çalışma	8,1914	8,3198	8,2208	8,3613	8,3026	8,3353
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,1905	8,3211	8,2109	8,3613	8,2980	8,3389
		Turan (2018) ⁽²⁾	8,2237	8,3829	8,2641	8,4222	8,3534	8,3796
A-S	0	Bu Çalışma	1,3612	1,3136	1,4175	1,3613	1,5151	1,7552
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3610	1,3136	1,4159	1,3610	1,5150	1,7543
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,3606	1,3134	1,4174	1,3606	1,5145	1,7541
	0,5	Bu Çalışma	1,3354	1,3144	1,3643	1,3355	1,4171	1,5508
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3354	1,3142	1,3633	1,3355	1,4172	1,5507
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,3349	1,3143	1,3643	1,3351	1,4167	1,5503
	1	Bu Çalışma	1,3234	1,317	1,3397	1,3281	1,3706	1,4455
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3234	1,3170	1,3385	1,3271	1,3705	1,4453
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,3230	1,3169	1,3396	1,3273	1,3700	1,4448
	2	Bu Çalışma	1,3134	1,3218	1,3207	1,3272	1,3356	1,3642
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3134	1,3219	1,3196	1,3267	1,3355	1,3640
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,3131	1,3220	1,3205	1,3267	1,3352	1,3636
	5	Bu Çalışma	1,3072	1,3302	1,3125	1,3355	1,3246	1,3366
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3074	1,3302	1,3109	1,3360	1,3245	1,3366
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,3071	1,3304	1,3124	1,3360	1,3245	1,3363
	10	Bu Çalışma	1,3063	1,3347	1,313	1,3423	1,33	1,3378
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,3063	1,3348	1,3125	1,3422	1,3294	1,3376
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,3063	1,3352	1,3138	1,3426	1,3297	1,3379

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

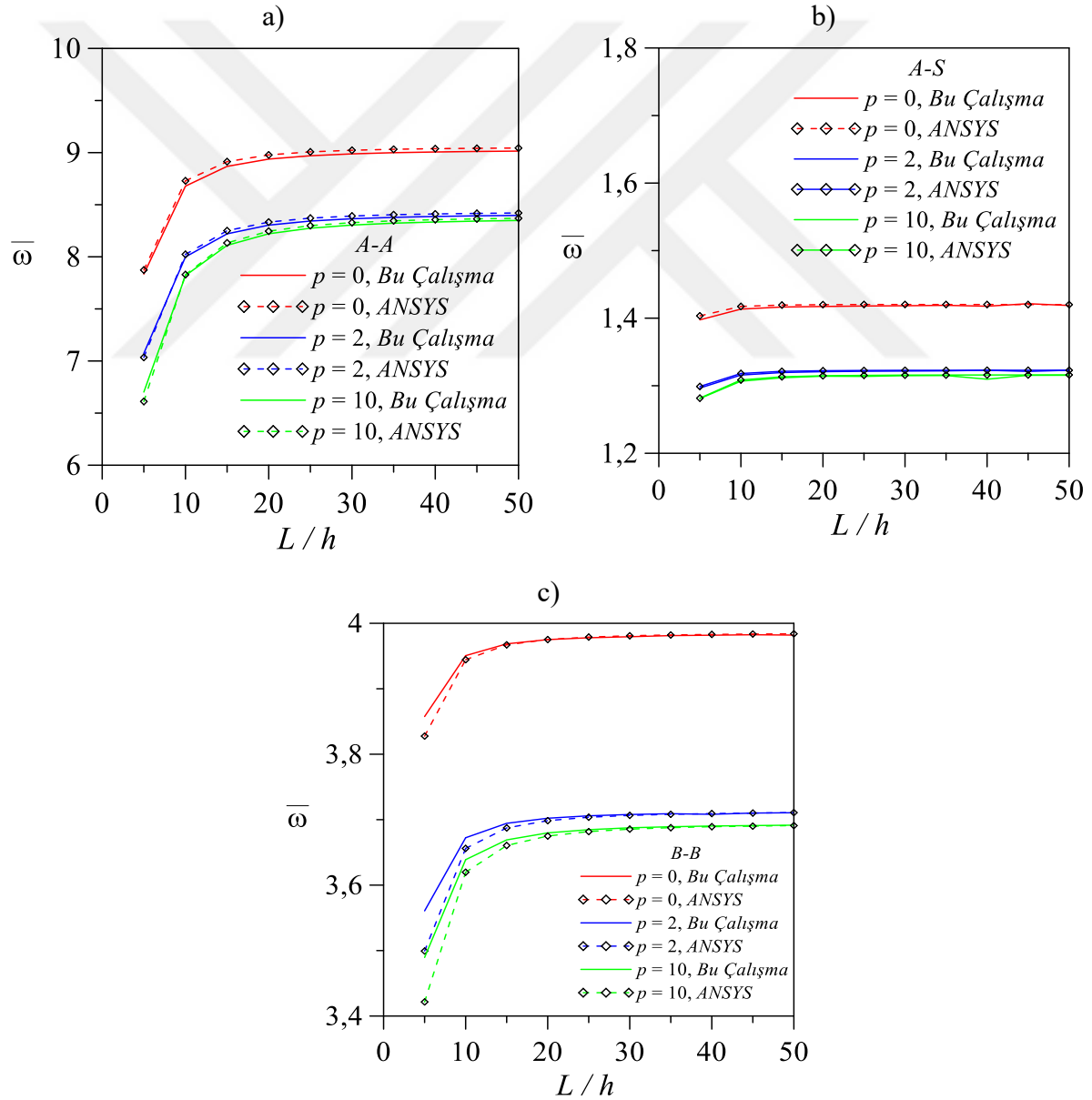
Tablo 16. Farklı FD Malzemelere göre Tip-3 Sandviç Kirişinin $L/h=5$ için Farklı Sınır Şartları ve Tabaka Kalınlıklarına Göre Boyutsuz Doğal Frekansları

Kiriş	p	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
<i>Al/Al₂N₃</i>							
B-B	0	3,7256	3,5819	3,8724	3,7256	4,116	4,7089
	0,5	3,6530	3,5581	3,7274	3,6315	3,8513	4,1525
	1	3,6152	3,5438	3,6549	3,5864	3,722	3,8748
	2	3,5781	3,5287	3,5891	3,5473	3,6121	3,648
	5	3,5445	3,5134	3,5371	3,5161	3,5376	3,5092
	10	3,5314	3,5063	3,5202	3,5027	3,5174	3,4612
A-A	0	7,5006	8,7555	7,828	7,5005	8,2958	9,2939
	0,5	7,3206	8,5296	7,5004	7,2137	7,748	8,2542
	1	7,2057	8,3776	7,3016	7,0284	7,4333	7,6837
	2	7,0735	8,1972	7,0819	6,8178	7,1027	7,1288
	5	6,9264	7,9907	6,8468	6,5898	6,7678	6,6189
	10	6,8571	7,8914	6,7398	6,4859	6,6222	6,4053
A-S	0	1,3522	1,3056	1,4039	1,3522	1,4927	1,7144
	0,5	1,3273	1,2999	1,3527	1,3216	1,3973	1,5098
	1	1,3152	1,2975	1,3285	1,309	1,3526	1,4096
	2	1,3041	1,2958	1,3084	1,3002	1,3173	1,3314
	5	1,2955	1,2949	1,2952	1,2958	1,2982	1,2905
	10	1,2926	1,2946	1,2923	1,2942	1,2955	1,278
<i>SUS304/Al₂O₃</i>							
B-B	0	3,828	3,6533	3,9743	3,828	4,2049	4,7966
	0,5	3,7142	3,5376	3,7626	3,614	3,8354	4,0062
	1	3,6601	3,4812	3,6674	3,5164	3,6804	3,7094
	2	3,6083	3,4255	3,5799	3,4236	3,5448	3,4697
	5	3,559	3,3694	3,4999	3,3324	3,4258	3,2685
	10	3,5375	3,3433	3,4656	3,2894	3,3748	3,1751
A-A	0	7,532	7,1127	7,8529	7,5318	8,3169	9,3966
	0,5	7,2706	6,8354	7,3822	7,0336	7,5328	7,8434
	1	7,1387	6,6941	7,1569	6,7942	7,1819	7,2283
	2	7,0077	6,553	6,94	6,5629	6,8573	6,6996
	5	6,8783	6,4129	6,7319	6,3392	6,5567	6,2351
	10	6,8209	6,3503	6,6415	6,2402	6,4282	6,035
A-S	0	1,3946	1,334	1,4465	1,3947	1,5301	1,7488
	0,5	1,3546	1,2937	1,3715	1,3195	1,3976	1,4608
	1	1,3359	1,2743	1,3383	1,2857	1,3429	1,3537
	2	1,3182	1,2553	1,3082	1,254	1,2958	1,2688
	5	1,3016	1,236	1,2812	1,2225	1,2552	1,1979
	10	1,2944	1,2269	1,2696	1,2072	1,2377	1,1647
<i>SUS304/Al₂N₃</i>							
B-B	0	3,7854	3,5974	3,937	3,7854	4,17	4,7605
	0,5	3,6595	3,4647	3,7058	3,5451	3,7723	3,9207
	1	3,6005	3,4018	3,6037	3,4382	3,6097	3,6229
	2	3,5443	3,3405	3,5098	3,3379	3,4671	3,3825
	5	3,4907	3,2801	3,4233	3,241	3,3403	3,1786
	10	3,4672	3,2525	3,3858	3,1964	3,2856	3,0866
A-A	0	7,4093	6,9885	7,7312	7,4091	8,198	9,2989
	0,5	7,1335	6,6936	7,2351	6,8818	7,3711	7,6479
	1	7,0004	6,5511	7,0083	6,6416	7,0198	7,0408
	2	6,8712	6,4125	6,795	6,4154	6,7024	6,5323
	5	6,7459	6,2777	6,5943	6,2011	6,4138	6,0936
	10	6,6907	6,2177	6,5073	6,1068	6,2907	5,907
A-S	0	1,3803	1,3139	1,4346	1,3803	1,5192	1,7367
	0,5	1,3355	1,2668	1,3519	1,2949	1,376	1,4307
	1	1,3147	1,2446	1,3158	1,2571	1,3179	1,3231
	2	1,295	1,223	1,2827	1,2217	1,2675	1,2367
	5	1,2763	1,2017	1,2524	1,1874	1,2229	1,1639
	10	1,2681	1,1918	1,2393	1,1713	1,2036	1,1306

Tablo 17. Farklı FD Malzemelere göre Tip-3 Sandviç Kirişinin $L/h=20$ için Farklı Sınır Şartları ve Tabaka Kalınlıklarına Göre Boyutsuz Doğal Frekansları

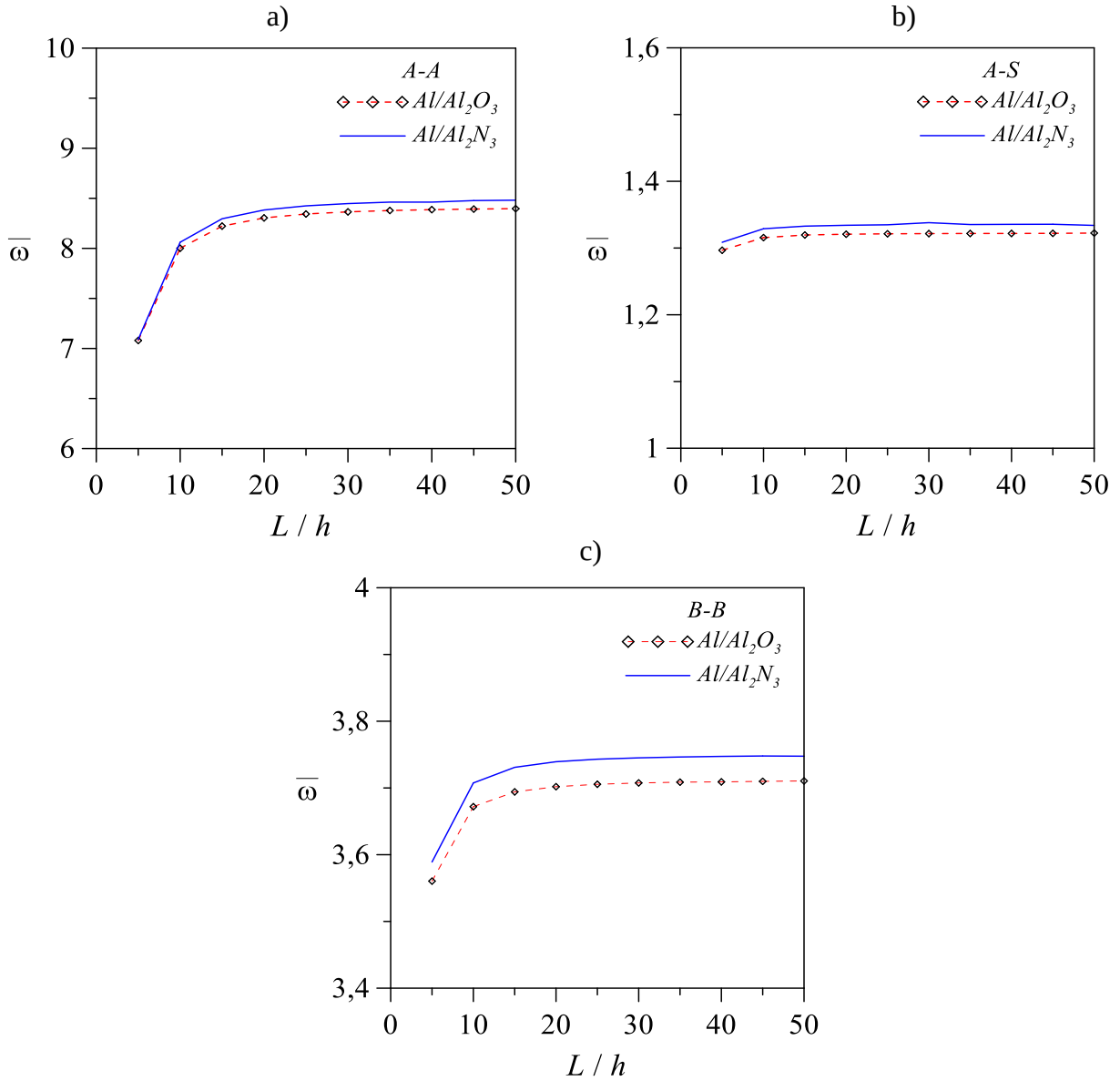
Kiriş	p	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
<i>Al/Al₂N₃</i>							
B-B	0	3,8517	3,7305	3,9956	3,8516	4,2502	4,8967
	0,5	3,7836	3,7214	3,8531	3,7726	3,9797	4,3077
	1	3,7525	3,7209	3,7889	3,7449	3,857	4,0235
	2	3,7265	3,7249	3,7393	3,7321	3,7662	3,8092
	5	3,7092	3,7338	3,7143	3,7367	3,7299	3,7153
	10	3,7055	3,7386	3,7135	3,7405	3,7333	3,6923
A-A	0	8,6527	8,3636	8,9808	8,6527	9,5509	10,9822
	0,5	8,4955	8,3333	8,6559	8,4636	8,9413	9,6676
	1	8,4206	8,3232	8,5052	8,3894	8,659	9,0274
	2	8,3545	8,3196	8,3823	8,3437	8,4407	8,5333
	5	8,3049	8,3235	8,3083	8,3299	8,3335	8,2909
	10	8,2903	8,3263	8,2958	8,3268	8,3255	8,2215
A-S	0	1,3738	1,3310	1,4252	1,3737	1,5153	1,7466
	0,5	1,3497	1,328	1,3742	1,346	1,4195	1,5367
	1	1,3386	1,3278	1,3515	1,3364	1,3759	1,4355
	2	1,3295	1,3297	1,3343	1,3319	1,3435	1,3593
	5	1,3237	1,3329	1,3255	1,3342	1,3314	1,3264
	10	1,3224	1,3352	1,3257	1,3357	1,3327	1,3185
<i>SUS304/Al₂O₃</i>							
B-B	0	3,9851	3,8189	4,1307	3,9851	4,3687	5,0008
	0,5	3,8741	3,7083	3,9208	3,7774	3,9947	4,1774
	1	3,823	3,6557	3,8295	3,6853	3,8426	3,8746
	2	3,7752	3,6042	3,7479	3,599	3,7134	3,6366
	5	3,7307	3,5522	3,6752	3,5134	3,6037	3,4414
	10	3,7116	3,5272	3,6445	3,4713	3,5566	3,3473
A-A	0	8,9348	8,5525	9,2653	8,9348	9,8003	11,2074
	0,5	8,6814	8,2982	8,7883	8,4596	8,9554	9,3616
	1	8,5635	8,1765	8,5787	8,2472	8,6082	8,6788
	2	8,4524	8,0568	8,3895	8,0471	8,311	8,1379
	5	8,3484	7,9359	8,2201	7,8491	8,0562	7,6914
	10	8,3035	7,8786	8,148	7,7531	7,9467	7,4782
A-S	0	1,4218	1,3627	1,4737	1,4218	1,5585	1,7843
	0,5	1,3823	1,3233	1,399	1,348	1,4242	1,4901
	1	1,3641	1,3047	1,366	1,3149	1,371	1,3826
	2	1,3471	1,2864	1,3374	1,2846	1,3252	1,2975
	5	1,3314	1,268	1,3118	1,254	1,2867	1,2282
	10	1,3246	1,2592	1,3008	1,2393	1,2699	1,1947
<i>SUS304/Al₂N₃</i>							
B-B	0	3,9475	3,7623	4,1005	3,9474	4,3415	4,9683
	0,5	3,822	3,6309	3,8679	3,7083	3,936	4,0934
	1	3,7642	3,5693	3,767	3,603	3,7731	3,7877
	2	3,7095	3,5093	3,6752	3,5046	3,6323	3,5446
	5	3,658	3,4497	3,5917	3,4086	3,5085	3,34
	10	3,6354	3,422	3,5554	3,3634	3,4549	3,2453
A-A	0	8,8461	8,4245	9,1923	8,8461	9,7333	11,1313
	0,5	8,5613	8,1256	8,6657	8,3028	8,8191	9,1701
	1	8,4295	7,9848	8,436	8,0632	8,4498	8,482
	2	8,3045	7,8480	8,2266	7,8387	8,1293	7,9325
	5	8,1863	7,7122	8,035	7,6205	7,8467	7,4689
	10	8,1345	7,6494	7,9522	7,5183	7,7242	7,256
A-S	0	1,4084	1,3425	1,4629	1,4085	1,5486	1,7727
	0,5	1,3637	1,2958	1,3801	1,3232	1,4044	1,4603
	1	1,3432	1,2738	1,3441	1,2857	1,3464	1,3514
	2	1,3237	1,2525	1,3116	1,2506	1,2962	1,2651
	5	1,3054	1,2315	1,282	1,2166	1,2524	1,1919
	10	1,2974	1,2214	1,2688	1,2005	1,2333	1,1583

Tablo 14’te farklı sınır şartlarına ve farklı tabaka kalınlıklarına göre Al/Al₂O₃ FD malzemeli Tip-3 sandviç kirişinin $L/h=5$ değeri için ve Tablo 15’te $L/h=20$ değeri için boyutsuz doğal frekansları verilmiştir. Tablo 16’da farklı sınır şartlarına ve farklı tabaka kalınlıklarına göre Al/Al₂N₃, SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ FD malzemeli Tip-3 sandviç kirişinin $L/h=5$ değeri için ve Tablo 17’te $L/h=20$ değeri için boyutsuz doğal frekansları verilmiştir. Tablolar incelendiğinde Tip-3 sandviç kirişinin seramik tabaka kalınlığı azaldıkça boyutsuz doğal frekansların azaldığı ve p değerlerinin artmasıyla da boyutsuz doğal frekansların azaldığı görülmüştür. Tablolar $L/h=5$ ve 20 değerlerine göre karşılaştırıldığında L/h değerinin artmasıyla boyutsuz doğal frekansların arttığı görülmüştür. Tabaka kalınlıklarının oranının boyutsuz doğal frekanslara etkisine baktığımızda en küçük boyutsuz doğal frekansların alt tabaka kalınlığının en büyük olduğu 2-1-1 durumunda elde edilmiştir.



Şekil 28. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Tip-3 sandviç FD kirişlerin L/h 'ye göre boyutsuz doğal frekanslarının değişimlerinin karşılaştırılması

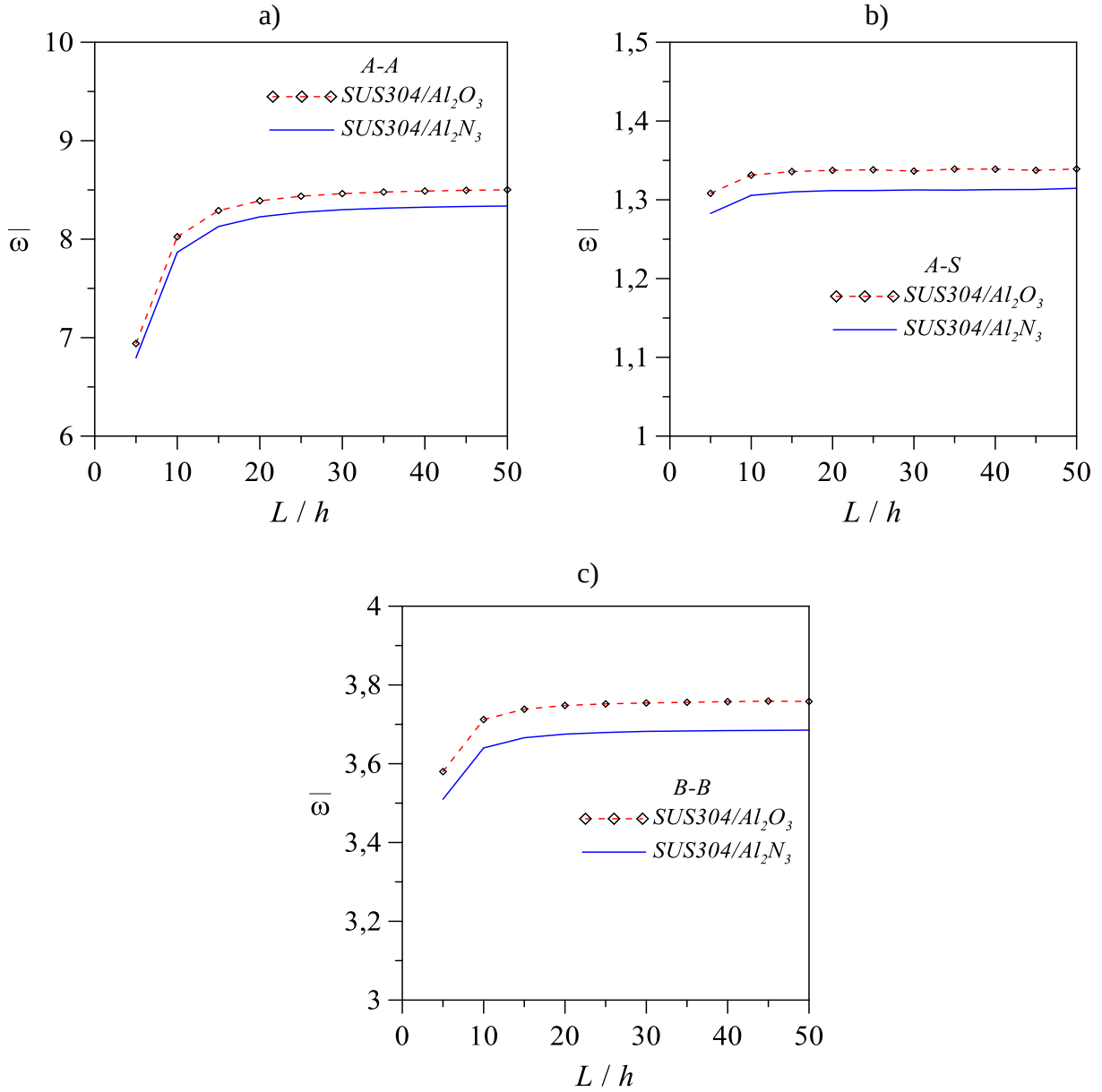
Şekil 28’de sırasıyla iki ucu ankastre mesnetli, basit mesnetli ve konsol, Al/Al₂O₃ Tip-3 FD kirişlerin önerilen sonlu eleman ve ANSYS ile elde edilen boyutsuz doğal frekanslarının 1-1-1 tabaka kalınlığına göre L/h ile değişimleri karşılaştırmalı olarak görülmektedir. L/h değerinin artmasıyla birlikte boyutsuz doğal frekansları belli bir değere kadar artmaktadır. Bu değer yaklaşık olarak $L/h=20$ gibi görülmektedir ve bu değerden sonra yakınsama olmaktadır.



Şekil 29. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ ve Al/Al₂N₃ Tip-3 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $p=2$ için L/h 'ye bağlı değişimleri

Şekil 29-30’da farklı sınır şartları dikkate alınarak $p=2$ için metal malzemelerin sabit tutulup seramik malzemelerin boyutsuz doğal frekanslar üzerindeki etkilerinin L/h 'ye bağlı değişimleri verilmiştir. Şekil 29 incelendiğinde metal malzeme olarak alüminyum ve seramik olarak alüminyum oksit ve alüminyum nitrit kullanmıştır. Alüminyum oksidin E değeri alüminyum nitritin E değerinden fazla olduğu için daha rijittir. Bu sebeple Al/Al₂O₃ FD

malzemeli Tip-3 kirişinin boyutsuz doğal frekansları daha yüksek olmalıdır ancak grafiklerde bu durumun tam tersi olmaktadır. Buna sebep olarak Al/Al_2N_3 'ün kütlesinin daha küçük olması gösterilebilir. Narinliğin artmasına bağlı olarak boyutsuz doğal frekanslar belirli bir L/h değerine kadar artıp devamında ise sabit kalmıştır.

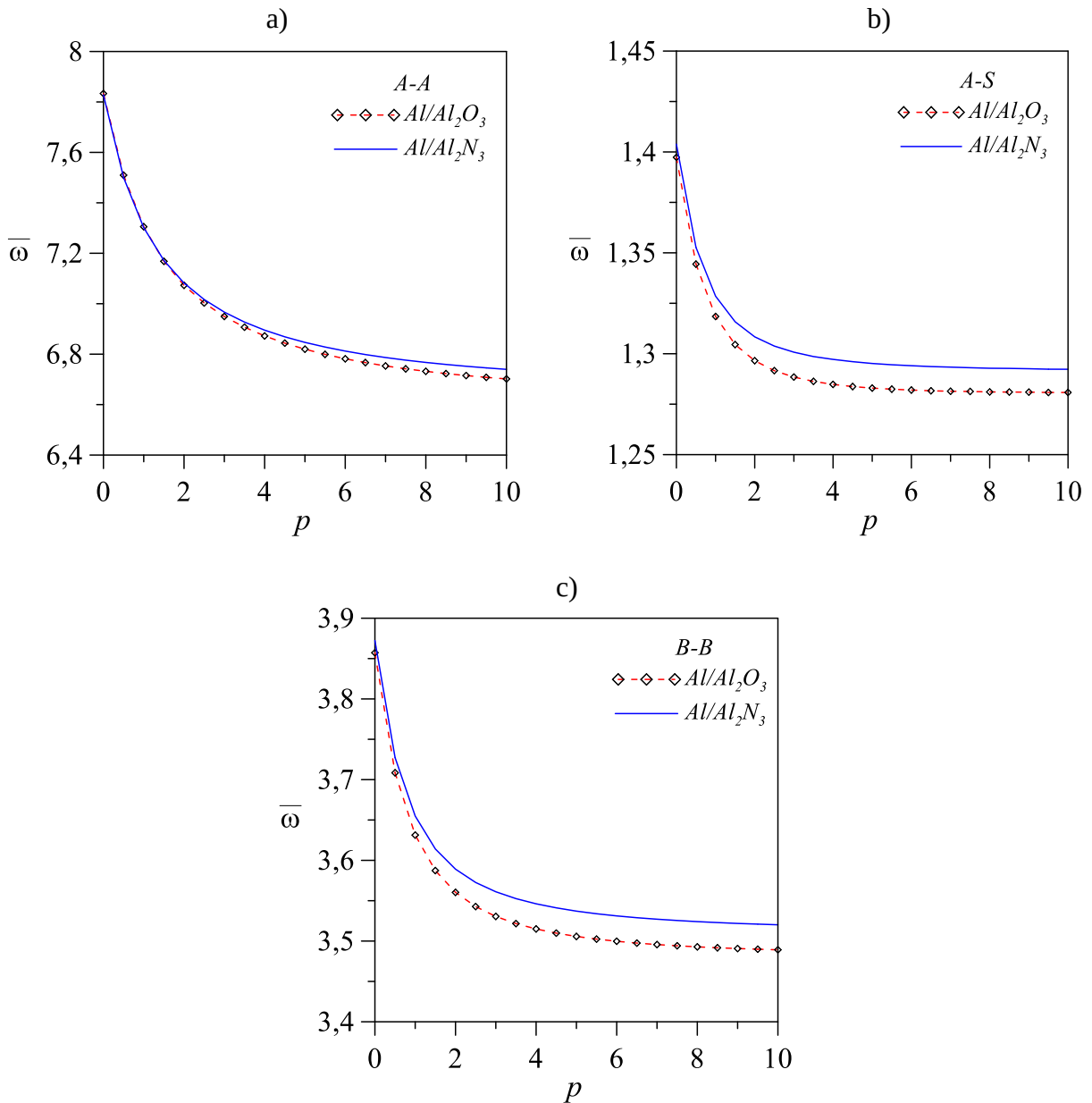


Şekil 30. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS304/ Al_2N_3 Tip-3 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $p=2$ için L/h 'ye bağlı değişimleri

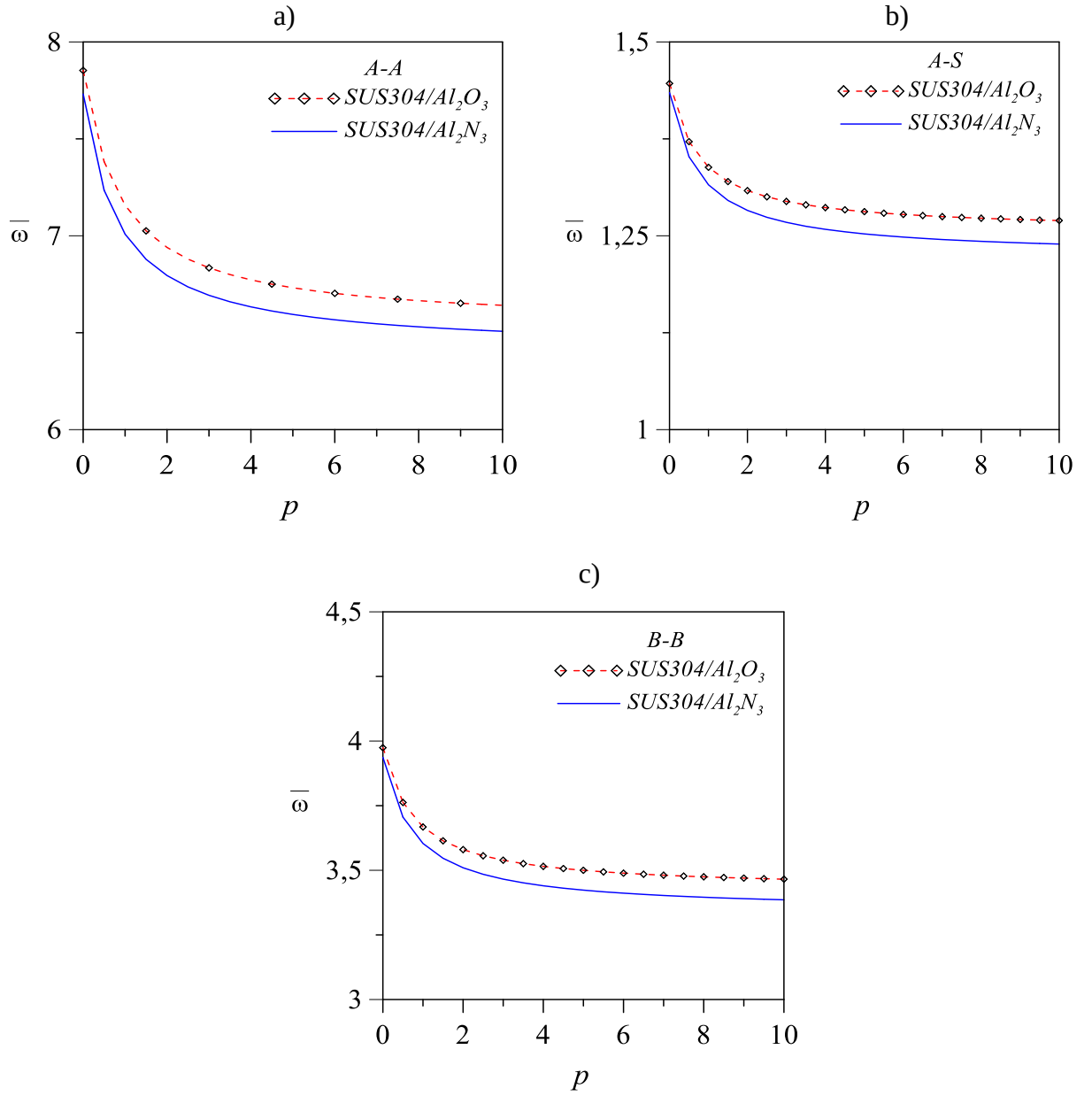
Şekil 30'a bakıldığında metal malzeme olarak SUS304 seramik malzeme olarak ise Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 kullanılmıştır. Narinliğin artması boyutsuz doğal frekansları belli bir narinlik değerine kadar arttırdığı ve devamında sabit kaldığı görülmektedir. Seramik

malzemelerin doğal frekanslara etkilerini incelediğimizde rijitliği ve kütlesi büyük olan Al_2O_3 kullanıldığında boyutsuz doğal frekanslar bir miktar daha büyük olmaktadır.

Şekil 31-32’de seramik malzemelerin farklı sınır şartlarına göre boyutsuz doğal frekanslara olan etkilerinin p ’ye bağlı değişimleri görülmektedir. Şekil 31’de metal malzeme olarak Al ve Şekil 32’de SUS304 kullanılmıştır. FD malzeme özelliğinin metale yakınlığı durumlarda yani p arttıkça boyutsuz doğal frekansların azaldığı görülmektedir. İki şekil kendi aralarında karşılaştırıldığında elastisite modülü büyük olan FD malzemelerin boyutsuz doğal frekanslarının yüksek oldukları görülmektedir.

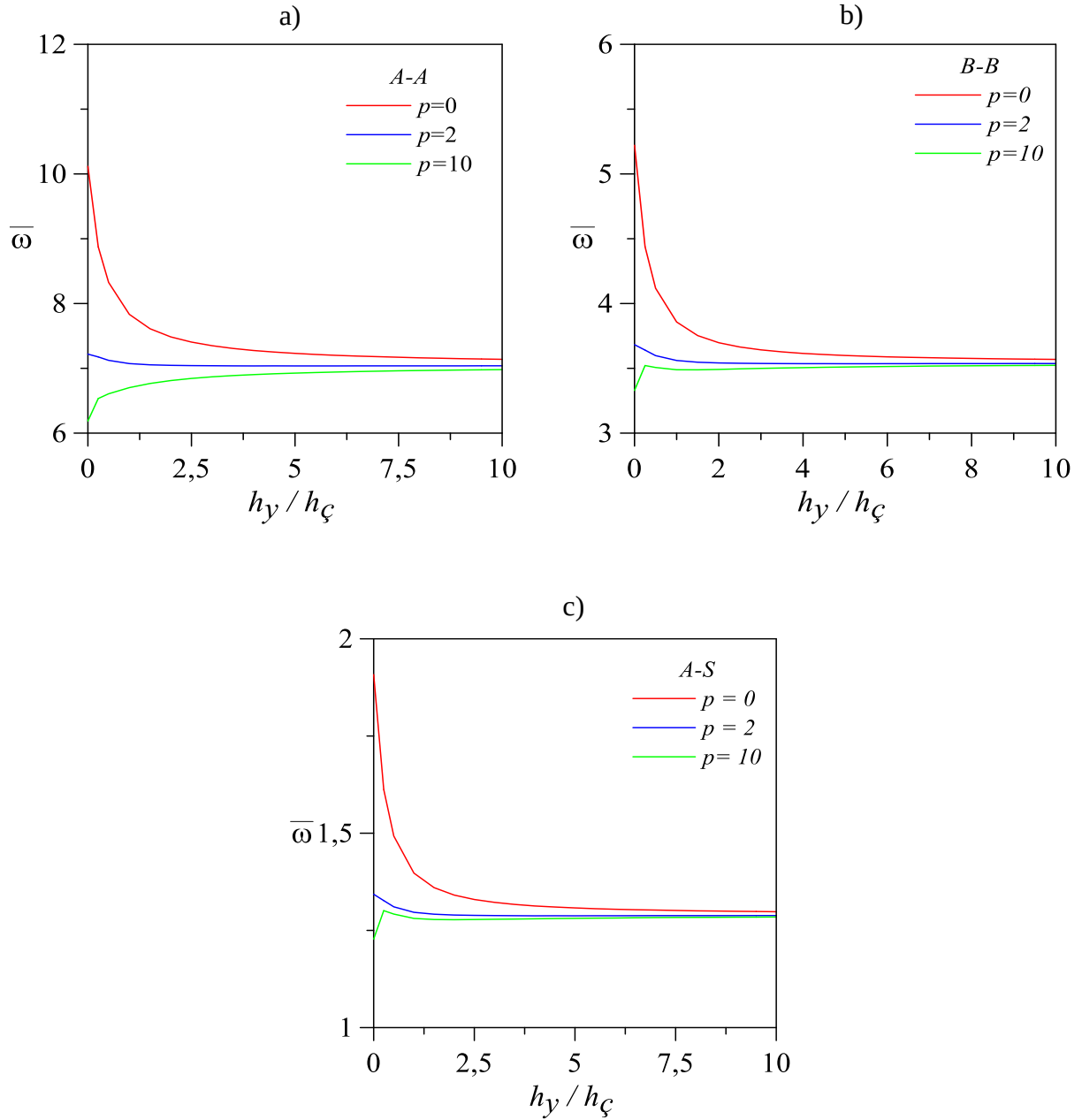


Şekil 31. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-3 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ için p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 32. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-3 FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının $L/h=5$ için p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması

Şekil 33'te Al/Al_2O_3 Tip-3 sandviç FD kirişlerin sırasıyla iki ucu ankastre, konsol ve sabit mesnet sınır koşulları dikkate alınarak $L/h=5$ için h_y/h_ζ 'ye göre değişimleri verilmiştir. Grafikler incelendiğinde alt tabaka kalınlığının çekirdek kalınlığına oranının artmasıyla metal malzeme oranı da arttığı için boyutsuz doğal frekansların azaldığı görülmektedir. FD kirişin malzeme özelliğinin metale yaklaşmasıyla yani $p=0$ 'dan başlayıp sonsuza doğru gitmesiyle çekirdek malzeme özelliği olarak metale yaklaşmaktadır. Bu durumda boyutsuz doğal frekansların giderek azaldığı ve sonrasında sabit kaldıkları görülmektedir.



Şekil 33. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz doğal frekanslarının h_y/h_{ζ} 'ye bağlı değişimi

FD Kirişlerin Burkulma Analizlerine İlişkin Bulgular

Önerilen yüksek mertebeli sonlu eleman kullanılarak farklı sınır şartlarına sahip FD kirişlerin burkulma analizleri bu bölümde yapılmıştır. Ayrıca aynı analizler ANSYS programlarıyla da gerçekleştirilmiştir. Analizlerde ikinci bölümde ifade edilen Tip-1, Tip-2 ve Tip-3 FD kirişleri kullanılmıştır. FD malzeme özelliği olarak Tablo 1'de verilen malzeme özellikleri kullanılmıştır. Farklı FD kirişler için farklı L/h oranları, farklı p değerleri ve farklı sınır şartları dikkate alınarak kritik burkulma yükleri hesaplanmış ve (47)'ye göre boyutsuz hâle getirilmişlerdir.

$$\bar{\lambda} = \frac{12(P_0)_{kr} L^2}{E_m h^3} \quad (47)$$

Burada E_m metale ait elastisite modülünü ifade etmektedir.

Tip-1 FD kirişine ait kritik burkulma yükleri.

Sonlu eleman çözümlerinde kullanılan yeterli sonlu eleman sayılarını tespit etmek için Tablo 18’de $L/h=5$, $p=1$ ve FD malzeme olarak Al/Al_2O_3 için yakınsama çalışması yapılmıştır. Tablo incelendiğinde eleman sayılarının artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yüklerinin azaldığı ve yakınsadığı görülmektedir. Ayrıca, en büyük boyutsuz kritik burkulma yükünün iki ucu ankastre mesnetli sınır şartında elde edildiği görülmektedir. Buna göre çalışmamızda yeterli sonlu eleman sayısı 14 alınmıştır. ANSYS için ise Tablo 1’de belirtilen 4 farklı tip FD malzeme dikkate alınmıştır. Yeterli tabaka sayısı farklı sınır şartları dikkate alınarak ANSYS için Tablo 19’a göre 40 olarak göz önüne alınmıştır. Tablo 19 incelendiğinde iki programdan elde edilen sonuçların uyumlu oldukları görülmektedir.

Tablo 18. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-1 FD Kirişlerin $p=1$ ve $L/h=5$ Değerlerine göre Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin için Eleman Sayısıyla Değişimi

Sınır Şartları	Eleman Sayısı							
	4	8	10	12	14	16	18	20
Tip-1								
A-A	79,8756	79,4617	79,4440	79,4377	79,4345	79,4334	79,4327	79,4322
B-B	24,5900	24,5792	24,5787	24,5786	24,5788	24,5785	24,5788	24,5785
A-S	6,5350	6,5349	6,5349	6,5334	6,5347	6,5350	6,5357	6,5347

Tablo 19. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-1 FD Kirişlerin $p=1$ ve $L/h=5$ Değerlerine göre ANSYS ile Elde Edilen Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Tabaka Sayısı ile Değişimi

Malzeme	Kiriş	Bu Çalışma	Tabaka Sayısı									
			5	<i>e</i> (%)	10	<i>e</i> (%)	20	<i>e</i> (%)	30	<i>e</i> (%)	40	<i>e</i> (%)
<i>Al/Al₂O₃</i>			<i>Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri</i>									
	A-S	6,5347	6,0077	8,77	6,2829	4,01	6,4106	1,94	6,4517	1,29	6,4714	0,98
	A-A	79,4345	76,2043	4,24	78,8700	0,72	80,0314	0,75	80,3957	1,20	79,9500	0,64
	B-B	24,5788	22,8326	7,30	23,8209	3,18	24,2739	1,26	24,4196	0,65	24,4889	0,36
<i>Al/Al₂N₃</i>												
	A-S	5,6801	5,3031	7,11	5,4986	3,30	5,5890	1,63	5,6181	1,10	5,6327	0,84
	A-A	68,5621	66,4371	3,20	68,3014	0,38	69,1114	0,79	69,3686	1,16	69,4929	1,34
	B-B	21,3263	20,0991	6,11	20,7964	2,55	21,1161	1,00	21,2190	0,51	21,2696	0,27
<i>SUS304/Al₂O₃</i>												
	A-S	3,3696	3,3138	1,68	3,3383	0,94	3,3496	0,60	3,3534	0,48	3,3552	0,43
	A-A	39,6363	39,6235	0,03	39,8473	0,53	39,9443	0,77	39,9741	0,85	39,9891	0,88
	B-B	12,5694	12,4198	1,20	12,5060	0,51	12,5457	0,19	12,5584	0,09	12,5647	0,04
<i>SUS304/Al₂N₃</i>												
	A-S	3,0128	2,9842	0,95	2,9945	0,61	2,9993	0,45	3,0003	0,42	3,0016	0,37
	A-A	35,2958	35,4332	0,39	35,5273	0,65	35,5676	0,76	35,3377	0,12	35,5869	0,82
	B-B	11,2771	11,1654	1,00	11,2015	0,67	11,2182	0,52	11,1990	0,70	11,2263	0,45

Tablo 20’de Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişinin farklı sınır şartları ve farklı p değerleri dikkate alınarak $L/h=5$ ve 20 değerlerine göre hesaplanan boyutsuz kritik burkulma yüklerinin literatür sonuçlarıyla karşılaştırmalı olarak verilmişlerdir. Tablo incelendiğinde p arttıkça boyutsuz kritik burkulma yüklerinin azaldığı görülmüştür. Değerlerin azalmasının sebebi $p=0$ olduğu durumda FD kiriş tamamen seramik fazdan oluşmaktadır ve bu durumda da kirişin rijitliği yüksektir. p arttıkça metal özellik arttığından rijitlik azalmaktadır. En büyük boyutsuz kritik burkulma yükü A-A sınır şartında ve $p=0$ değerinde elde edilmektedir.

Tablo 20. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al₂O₃ Tip-1 FD Kirişinin Farklı Sınır Şartları ve Farklı p Değerlerine göre Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri

Kiriş	Teori	$p = 0$	$p = 0,5$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 10$	$p \rightarrow \infty$
$L/h=5$								
A-A	Bu Çalışma	152,1482	102,2666	79,4345	60,6789	46,7314	40,9609	28,0274
	ANSYS	153,6129	101,3057	80,5629	61,7657	48,1286	37,8326	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	151,9430	101,7439	79,3903	61,7449	49,5828	43,5014	27,9896
	Turan (2018) ⁽²⁾	151,9319	101,7354	79,3842	61,7402	49,5791	43,4982	27,9875
	Nguyen vd. (2015) ⁽³⁾	154,5610	103,7167	80,5940	61,7666	47,7174	41,7885	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁴⁾	154,5500	103,7490	80,6087	61,7925	47,7562	41,8042	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁵⁾	160,1070	107,6550	83,6958	64,1227	49,3856	43,1579	-
B-B	Bu Çalışma	48,5970	31,8657	24,5788	19,0487	15,6224	14,0464	8,9519
	ANSYS	48,6343	31,2180	24,4899	19,1961	15,9600	14,5307	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	48,5907	31,8238	24,5815	19,1617	15,9417	14,3445	8,9510
	Turan (2018) ⁽²⁾	48,5904	31,8231	24,5814	19,1616	15,9417	14,3445	8,9509
	Nguyen vd. (2015) ⁽³⁾	48,8406	32,0013	24,6894	19,1577	15,7355	14,1448	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁴⁾	48,8401	32,0094	24,6911	19,1605	15,7400	14,1468	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁵⁾	49,5901	32,5867	25,2116	19,6124	16,0842	14,4116	-
A-S	Bu Çalışma	13,0587	8,4943	6,5347	5,0899	4,2688	3,8742	2,4057
	ANSYS	13,0191	8,2920	6,4723	5,0996	4,3166	3,4604	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	13,0594	8,4899	6,5352	5,0981	4,2926	3,8970	2,4057
	Turan (2018) ⁽²⁾	13,0594	8,4889	6,5352	5,0981	4,2925	3,8970	2,4057
	Nguyen vd. (2015) ⁽³⁾	13,0771	8,5000	6,5427	5,0977	4,2772	3,8820	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁴⁾	13,0771	8,5020	6,5428	5,0979	4,2776	3,8821	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁵⁾	13,0993	8,5469	6,6067	5,1680	4,3290	3,9121	-
$L/h=20$								
A-A	Bu Çalışma	208,9625	135,8767	104,5632	81,4435	68,3042	61,9945	43,0634
	ANSYS	210,1646	133,7966	104,4000	82,2857	68,5433	56,0345	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	208,9707	135,8362	104,5734	81,5783	68,6873	62,3580	43,0792
	Turan (2018) ⁽²⁾	208,9496	135,8224	104,5628	81,5700	68,6803	62,3517	43,0749
	Nguyen vd. (2015) ⁽³⁾	209,2330	136,0490	104,7160	81,6035	68,4689	62,1282	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁴⁾	210,4890	137,3160	106,1200	82,9975	69,5392	62,8546	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁵⁾	208,9707	135,8362	104,5734	81,5783	68,6873	62,3580	43,0792
B-B	Bu Çalışma	53,2375	34,5368	26,5622	20,7171	17,4827	15,9097	10,9890
	ANSYS	53,2766	33,7913	26,3397	20,7948	17,7785	16,4427	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	53,2369	34,5345	26,5622	20,7256	17,5075	15,9334	10,9899
	Turan (2018) ⁽²⁾	53,2363	34,5342	26,5620	20,7253	17,5073	15,9332	10,9898
	Nguyen vd. (2015) ⁽³⁾	53,2546	34,5488	26,5718	20,7275	17,4935	15,9185	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁴⁾	53,3075	34,7084	26,8174	21,0066	17,7048	16,0416	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁵⁾	53,2369	34,5345	26,5622	20,7256	17,5075	15,9334	10,9899
A-S	Bu Çalışma	13,3714	8,6714	6,6665	5,2029	4,3969	4,0040	2,7616
	ANSYS	13,2843	8,4885	6,6149	5,2199	4,3692	3,5437	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	13,3730	8,67045	6,6673	5,2025	4,3984	4,0055	2,7616
	Turan (2018) ⁽²⁾	13,3730	8,67046	6,6673	5,2026	4,3984	4,0055	2,7616
	Nguyen vd. (2015) ⁽³⁾	13,3742	8,6714	6,6680	5,2027	4,3976	4,0046	-
	Vo vd. (2014) ⁽⁴⁾	13,3896	8,7130	6,7307	5,2736	4,4512	4,0359	-
	Vo vd. (2015a) ⁽⁵⁾	13,3730	8,67045	6,6673	5,2025	4,3984	4,0055	2,7616

(1) FSDT’ye göre sonlu eleman çözümü

(2) FSDT’ye göre analitik çözüm

(3) HSDT’ye göre analitik çözüm

(4) HSDT’ye göre sonlu eleman metodu

(5) Üç boyutlu kiriş teorisine dayalı sonlu eleman metodu

Tablo 21. Farklı Malzemeli Tip-1 FD Kirişlerin $L/h=5$ ve $L/h=20$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye göre Değişimi

Malzeme	Kiriş	$p = 0$	$p = 0,5$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 10$	$p \rightarrow \infty$
$L/h=5$								
Al/Al ₂ N ₃	A-A	124,1212	85,8265	68,5621	54,4278	43,5616	38,7776	28,0274
	B-B	39,6443	26,8111	21,3263	17,2124	14,5472	13,1698	8,9519
	A-S	10,6538	7,1519	5,6801	4,6106	3,9731	3,6193	2,4057
SUS304/Al ₂ O ₃	A-A	52,9764	43,5798	39,6363	36,3451	33,3312	31,6608	28,1524
	B-B	16,9210	13,7858	12,5694	11,6588	10,8606	10,3051	8,9647
	A-S	4,5469	3,6925	3,3696	3,1380	2,9393	2,7876	2,4067
SUS304/Al ₂ N ₃	A-A	43,2177	37,6106	35,2958	33,3349	31,4519	30,3684	28,1524
	B-B	13,8037	11,9351	11,2271	10,6876	10,1735	9,8069	8,9647
	A-S	3,7095	3,2002	3,0128	2,8761	2,7462	2,6458	2,4067
$L/h = 20$								
Al/Al ₂ N ₃	A-A	170,4700	114,4217	90,8863	73,7735	63,5725	57,9087	38,4932
	B-B	43,4293	29,0909	23,0986	18,7786	16,2693	14,8454	9,8068
	A-S	10,9087	7,3031	5,7991	4,7157	4,0915	3,7351	2,4635
SUS304/Al ₂ O ₃	A-A	72,7585	59,0827	53,9156	50,2105	47,0309	44,6069	38,5082
	B-B	18,5367	15,0385	13,7267	12,7976	12,0054	11,3852	9,8078
	A-S	4,6558	3,7761	3,4475	3,2151	3,0172	2,8613	2,4634
SUS304/Al ₂ N ₃	A-A	59,3559	51,2062	48,2083	46,0175	43,9408	42,3324	38,5082
	B-B	15,1216	13,0376	12,2773	11,7281	11,2084	10,7963	9,8078
	A-S	3,7993	3,2745	3,0837	2,9463	2,8164	2,7128	2,4634

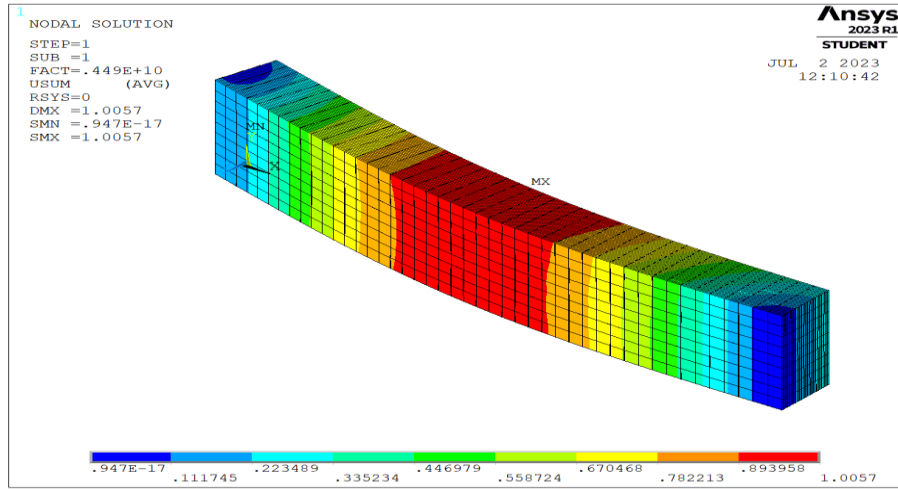
Tablo 21’de boyutsuz kritik burkulma yükleri $L/h=5$ ve 20 değerlerine göre farklı FD malzemeler, farklı sınır şartları ve farklı p değerleri dikkate alınarak önerilen sonlu eleman ile elde edilmiştir. Bir önceki tabloda yapılan yorumlar bunun içinde geçerlidir. SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ arasında kıyaslama yapacak olursak Al₂O₃ seramiğinin elastisite modülü daha büyük olduğundan rijitliği diğerine göre daha fazla arttırmaktadır. Bu sebeple daha büyük kritik burkulma yükü taşıyabilmektedir.

Şekil 34’te basit mesnet sınır şartına göre Tip-1 FD kirişinin $L/h=5$ ve $p=2$ ’ye göre ANSYS ile yapılan burkulma analizinden sonra kirişin burkulma mod şekilleri verilmiştir.

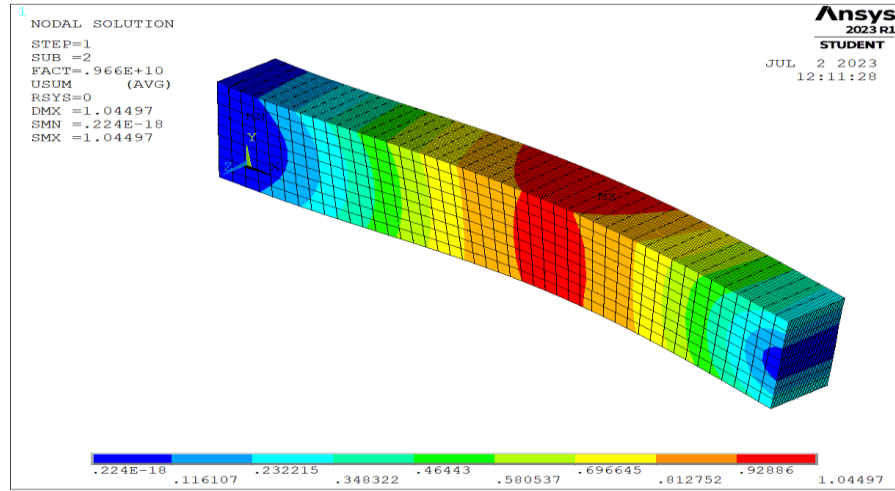
Şekil 35’te farklı sınır şartlarına ve farklı p değerlerine göre Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişinin önerilen sonlu eleman ve ANSYS programlarıyla hesaplanan boyutsuz kritik burkulma yüklerinin narinlik oranlarına bağlı değişimlerini karşılaştırılması görülmektedir. Grafikler incelendiğinde narinlik oranının belli değere kadar artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yüklerinin arttığı ve bu değerden sonra sabit kalarak yakınsadığı görülmektedir. Ayrıca p ’nin artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yüklerinin azaldığı görülmektedir.

Şekil 36-37’de farklı sınır şartları dikkate alınarak $p=2$ için metal malzemeler sabit tutulup seramik malzemelerin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h ’ye göre değişimleri verilmiştir. Grafikler incelendiğinde elastisite modülü yüksek olan seramik malzemenin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin büyük oldukları görülmüştür. L/h oranı arttıkça burkulma yüklerinin belli bir L/h oranına kadar arttığı ve sonrasında sabit kaldıkları görülmektedir.

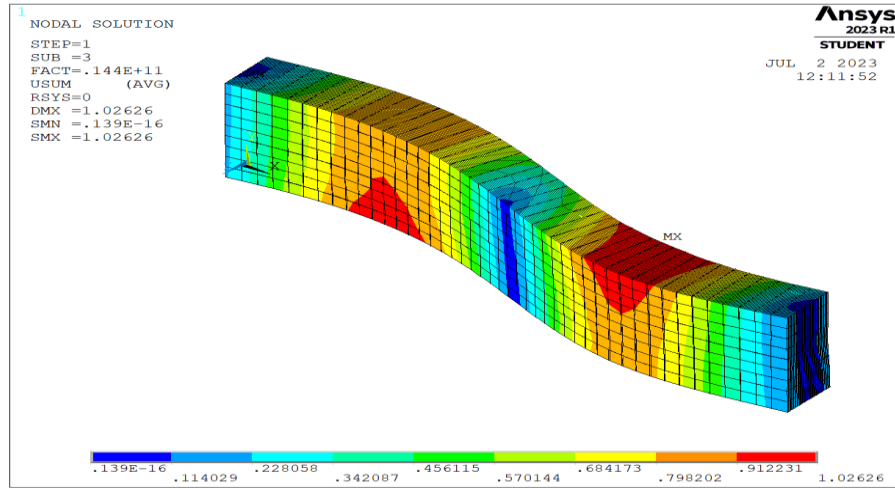
a)



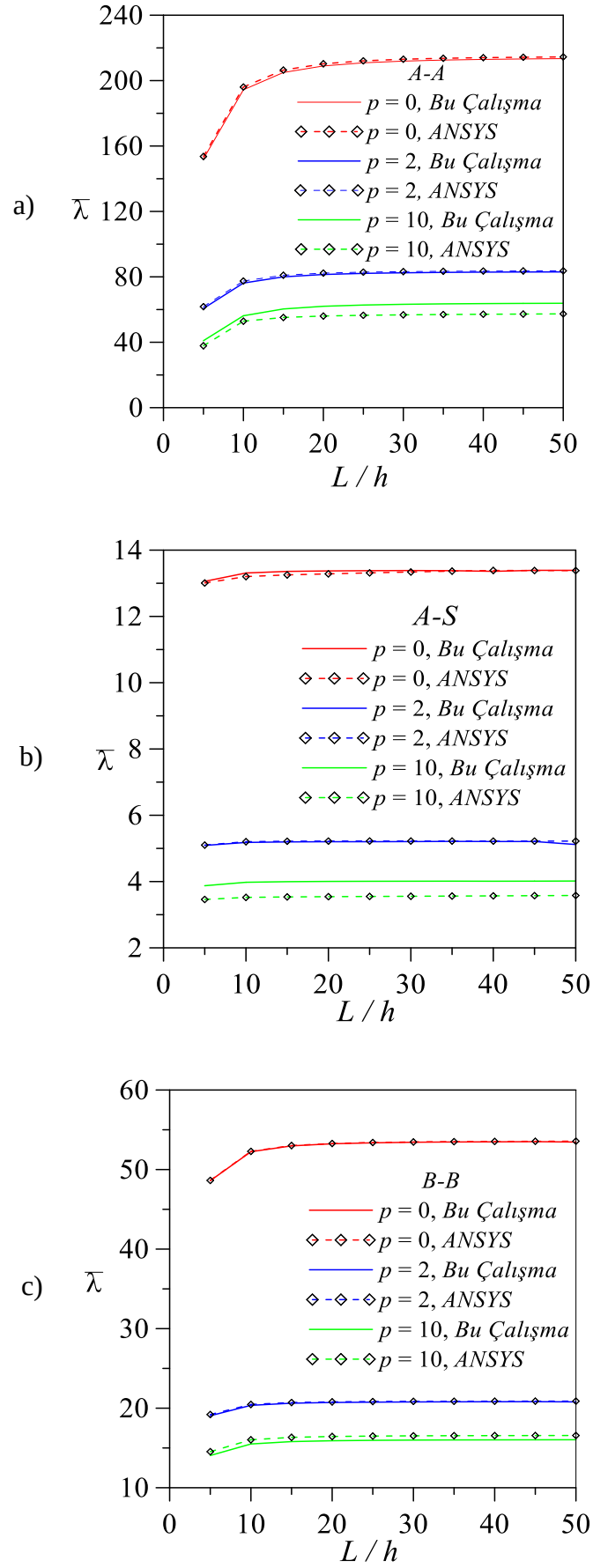
b)



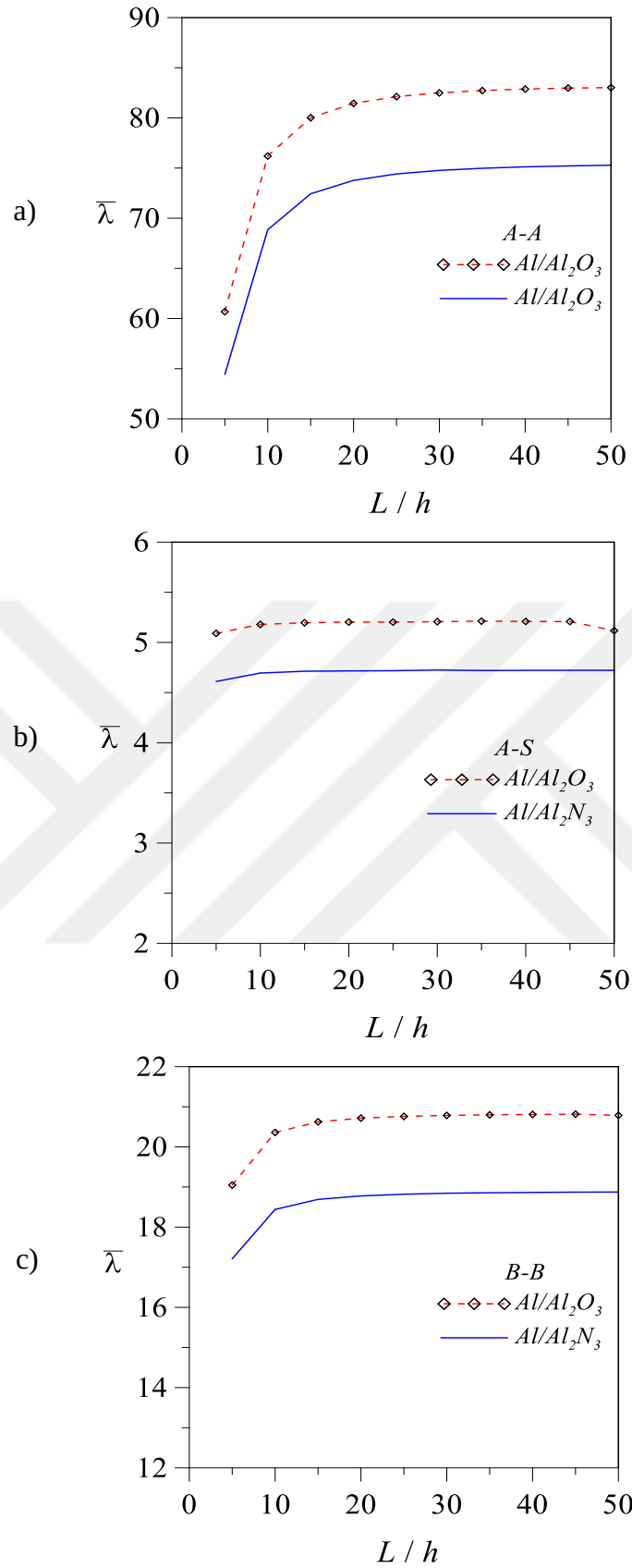
c)



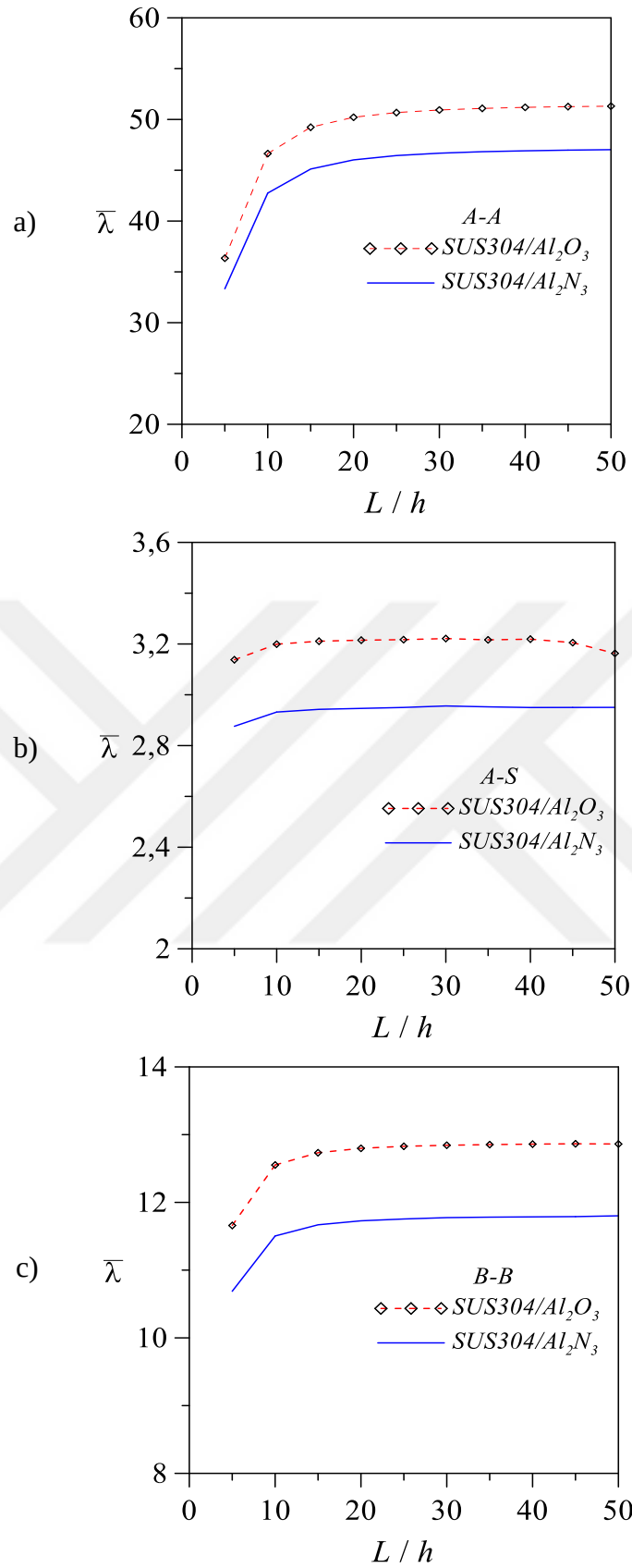
Şekil 34. a) 1. mod, b) 2. mod ve c) 3. mod Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişinin $L/h=5$ ve $p=2$ için burkulma mod şekilleri



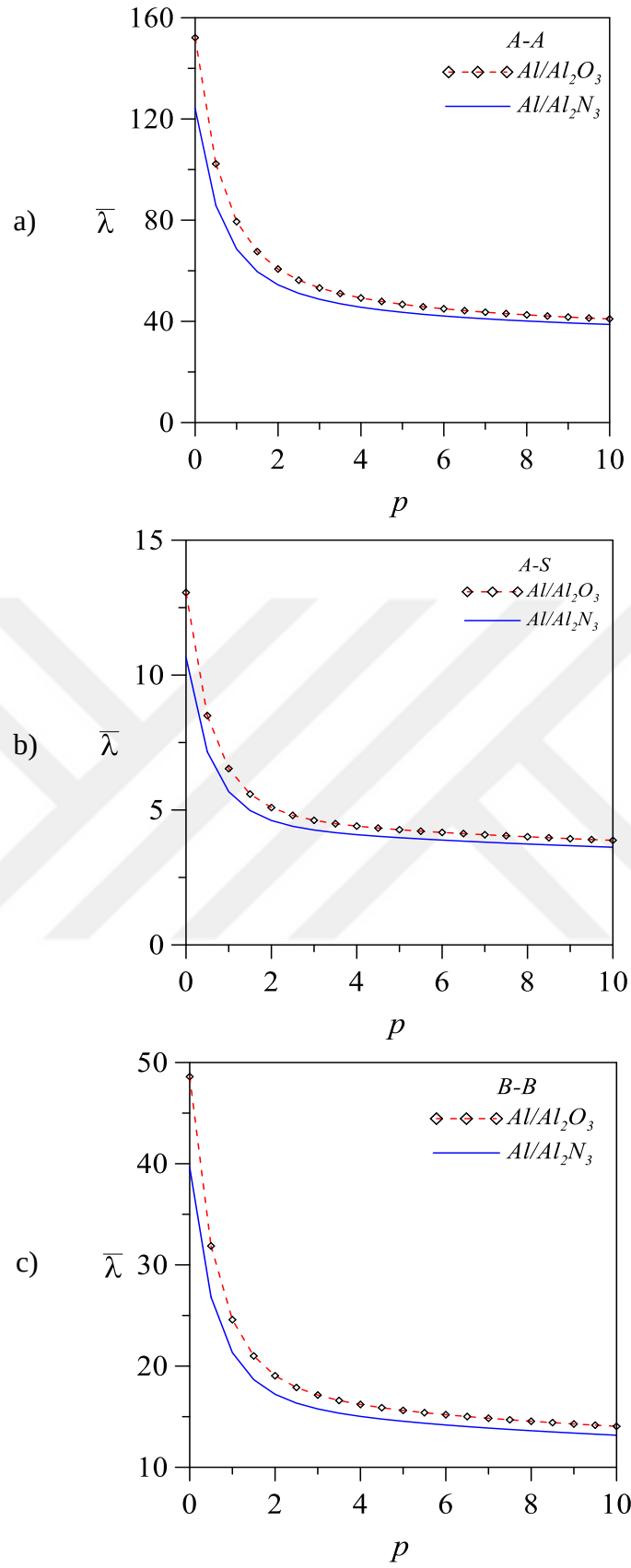
Şekil 35. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişinin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h ile değişimi



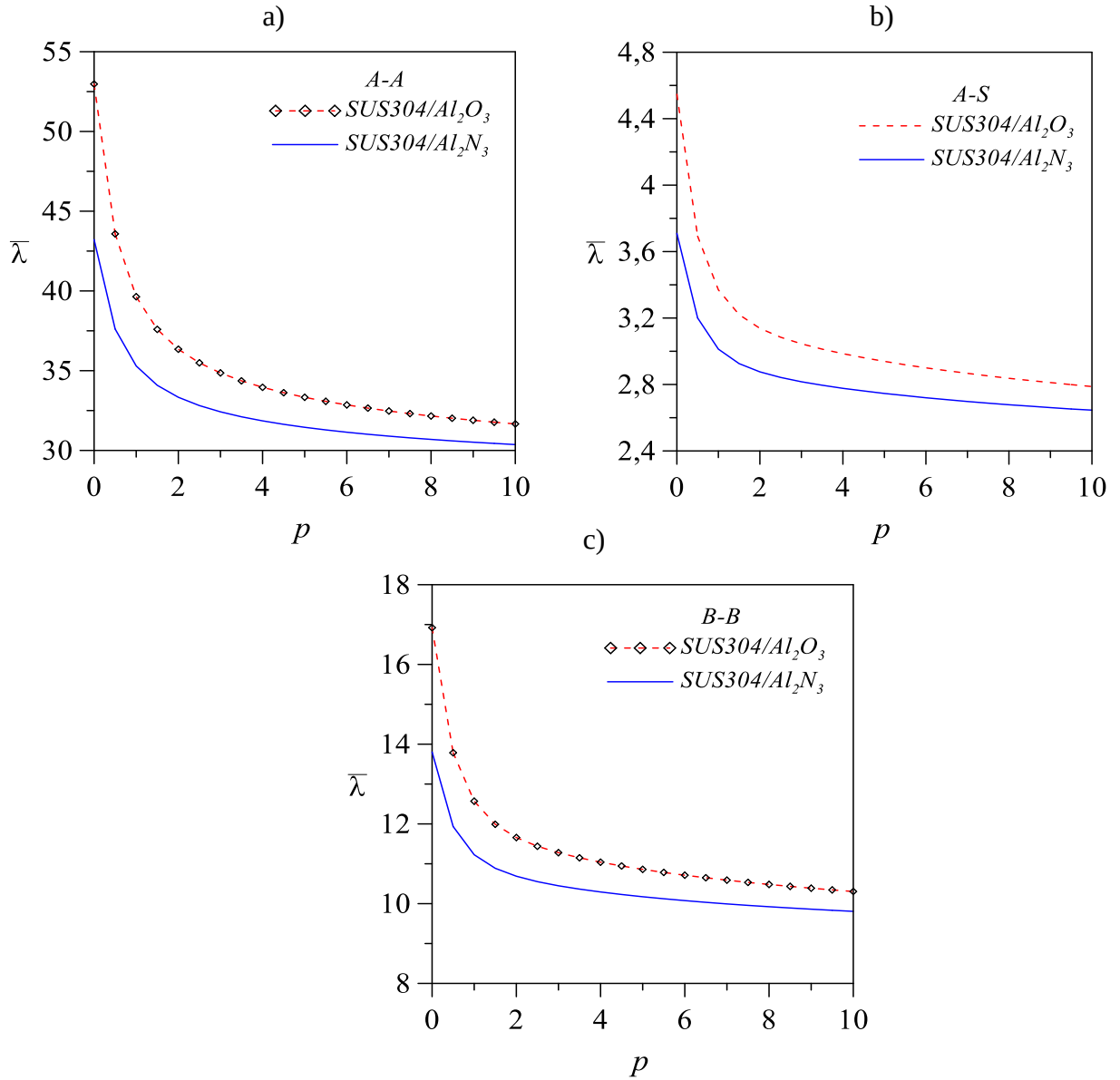
Şekil 36. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ ve Al/Al₂N₃ Tip-1 FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 37. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS304/ Al_2N_3 Tip-1 FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 38. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ ve Al/Al₂N₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 39. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS04/ Al_2N_3 Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması

Şekil 38-39'da farklı sınır şartları dikkate alınarak $L/h=5$ için metal malzemeler sabit tutulup seramik malzemelerin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimleri verilmiştir. Şekil 38-39'da grafikler incelendiğinde, p 'nin artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yüklerinin azaldıkları görülmektedir. Ayrıca Şekil 38-39 grafikleri karşılaştırıldığında FD malzeme olarak Al/ Al_2O_3 kullanıldığında ve A-A sınır şartında en büyük boyutsuz kritik burkulma yükleri elde edilmiştir.

Tip-2 sandviç FD kirişine ait kritik burkulma yükleri.

Tip-2 sandviç FD kirişlerin kritik burkulma yüklerinin yapılan çalışma ve ANSYS programı ile sonlu eleman çözümünde gerekli olan yeterli sonlu eleman ve tabaka sayılarının belirlenebilmesi için yapılan yakınsama analizlerine ilişkin bulgular sırasıyla Tablo 22 ve Tablo 23'te verilmiştir. Tablolar incelendiğinde yeterli sonlu eleman sayısı yapılan çalışma için 14, ANSYS için yeterli tabaka sayısı ise 41 olarak belirlenmiştir.

Tablo 22. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al₂O₃ Tip-2 FD Kirişinin $p=1$ ve $L/h=5$ için Hesaplanan Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Sonlu Eleman Sayısıyla Değişimi (1-1-1)

Sınır Şartları	Eleman Sayısı							
	4	8	10	12	14	16	18	20
Tip-2								
A-A	84,2516	83,7803	83,7600	83,7526	83,7496	83,7481	83,7473	83,7469
B-B	24,5625	24,5515	24,5509	24,5508	24,5508	24,5509	24,5507	24,5506
A-S	6,4152	6,4145	6,4150	6,4148	6,4150	6,4150	6,4167	6,4150

Tablo 23. Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin ANSYS ile Hesaplanan Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Tabaka Sayısı ile Değişimi ($L/h=5$ ve $p=1$, 1-1-1)

Malzeme <i>Al/Al₂O₃</i>	Kiriş	Tabaka Sayısı								
		Bu	3	<i>e</i> (%)	5	<i>e</i> (%)	21	<i>e</i> (%)	41	<i>e</i> (%)
		Çalışma	<i>Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri</i>							
<i>Al/Al₂N₃</i>	A-S	6,4150	5,6323	13,90	6,1063	5,05	6,2640	2,41	6,3424	1,14
	A-A	83,7496	75,6171	10,75	80,9957	3,40	83,2029	0,65	84,0771	0,38
	B-B	24,5508	21,6339	13,48	23,3824	5,00	24,0073	2,26	24,2974	1,04
	A-S	5,5022	4,9063	12,15	5,2727	4,35	5,3940	2,01	5,4553	0,86
	A-A	71,3634	65,0614	9,69	69,4286	2,79	70,7700	0,84	71,8071	0,62
	B-B	21,0248	18,7856	11,92	20,1596	4,29	20,6079	2,02	20,8680	0,75
<i>SUS304/Al₂O₃</i>	A-S	3,2106	3,0576	5,00	3,1515	1,88	3,1825	0,88	3,1980	0,39
	A-A	39,7741	38,5431	3,19	39,7115	0,16	40,0099	0,59	40,1562	0,95
	B-B	12,1331	11,6053	4,55	11,9449	1,58	12,0564	0,64	12,1119	0,17
<i>SUS304/Al₂N₃</i>	A-S	2,8949	2,8020	3,32	2,8585	1,27	2,8772	0,62	2,8866	0,29
	A-A	35,2800	34,8543	1,22	35,3855	0,30	35,5541	0,77	35,6392	1,01
	B-B	10,8960	10,5904	2,89	10,7925	0,96	10,8592	0,34	10,8925	0,03

Tablo 24 ve 25'te Al/Al₂O₃ FD Tip-2 sandviç kirişinin sırasıyla $L/h=5$ ve 20 değerlerine göre farklı sınır şartları altında farklı tabaka kalınlıklarına göre FORTRAN dilinde yazılan programı ile hesaplanan boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye göre değişimleri literatür sonuçlarıyla karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Tablolar incelendiğinde çekirdek tabakanın kalınlığının artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yüklerinin arttığı görülmektedir ve en büyük boyutsuz kritik burkulma yükü iki ucu ankastre mesnet sınır şartında 1-8-1 durumunda oluşmaktadır. Bu durumun sebebi Tip-2 sandviç FD kirişinin çekirdeği homojen seramik tabakadan oluştuğu için bu tabakanın kalınlığının artmasıyla kirişin rijitliğinde artış olacağı için

boyutsuz kritik burkulma yükleri artmıştır. Ayrıca p 'nin artmasıyla FD kirişin malzeme özelliği metale yaklaştığı için boyutsuz kritik burkulma yüklerinde azalma olduğu görülmektedir.

Tablo 24. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-2 Sandviç FD Kirişinin $L/h=5$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi

Kiriş	p	Teori	1-0-1	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
B-B	0	Bu Çalışma	48,5962	48,5961	48,5966	48,5079	48,5961	48,5959	48,5961
		Turan (2018) ⁽¹⁾	48,5905	48,3339	48,2775	48,1523	48,1306	47,9691	48,0132
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	48,5959	48,5959	48,5959	48,5959	48,5959	48,5959	48,5959
	0,5	Bu Çalışma	27,8535	30,0270	31,0681	31,8177	33,2516	34,7630	41,9852
		Turan (2018) ⁽¹⁾	27,6787	29,7869	30,7992	31,5671	32,9245	34,3605	41,5890
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	27,8574	30,0301	31,0728	31,8784	33,2536	34,7653	41,9897
	1	Bu Çalışma	19,6390	22,2017	23,5112	24,5508	26,3552	28,4391	38,7732
		Turan (2018) ⁽¹⁾	19,4857	22,0171	23,3039	24,3266	26,1083	28,1421	38,4631
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	19,6525	22,2108	23,5246	24,5596	26,3611	28,4447	38,7838
	2	Bu Çalışma	13,5398	15,8865	17,2863	18,3088	20,3571	22,7753	35,6735
		Turan (2018) ⁽¹⁾	13,4369	15,7626	17,1449	18,1906	20,1868	22,5714	35,4435
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	13,5801	15,9152	17,3249	18,3587	20,3750	22,7863	35,6914
	5	Bu Çalışma	10,0365	11,5710	12,9011	13,6375	15,6653	18,0632	32,7465
		Turan (2018) ⁽¹⁾	10,0122	11,5171	12,8395	13,5836	15,5726	17,9412	32,5909
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	10,1460	11,6676	13,0270	13,7212	15,7307	18,0914	32,7725
	10	Bu Çalışma	9,3206	10,3771	11,6315	12,1371	14,0856	16,3321	31,4966
		Turan (2018) ⁽¹⁾	9,3292	10,3549	11,6069	12,1121	14,0279	16,2440	31,3722
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	9,4515	10,5348	11,8370	12,2605	14,1995	16,3783	31,5265
A-A	0	Bu Çalışma	152,1461	152,1454	152,1453	151,9288	152,1452	152,1451	152,1456
		Turan (2018) ⁽¹⁾	151,9426	149,5367	148,9976	147,8945	147,6590	146,2149	146,4849
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	152,1470	152,1470	152,1470	152,1470	152,1470	152,1470	152,1470
	0,5	Bu Çalışma	92,8135	99,9435	102,8596	105,4994	109,5831	114,1570	134,2639
		Turan (2018) ⁽¹⁾	90,8635	97,3130	99,9504	102,3356	106,0949	109,9390	130,2102
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	92,8833	99,9860	102,9120	105,6790	109,6030	114,1710	134,2870
	1	Bu Çalışma	67,3087	76,1440	80,0135	83,7496	89,1445	95,6776	125,3068
		Turan (2018) ⁽¹⁾	65,5503	74,0105	77,6545	81,1635	86,3848	92,3982	122,0472
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	67,4983	76,2634	80,1670	83,8177	89,2208	95,7287	125,3860
	2	Bu Çalışma	47,1816	55,8380	60,1464	64,1218	70,5397	78,4356	116,4989
		Turan (2018) ⁽¹⁾	45,9691	54,3375	58,4671	62,3940	68,5304	76,0661	114,0148
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	47,7010	56,2057	60,6056	64,4229	70,7563	78,5608	116,6580
	5	Bu Çalışma	34,2337	40,7826	44,8791	48,4533	55,0285	63,4268	108,0455
		Turan (2018) ⁽¹⁾	33,9501	40,1136	44,1224	47,5431	53,8895	61,9478	106,3066
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	35,5493	42,0033	46,3743	49,2763	55,8271	63,7824	108,2970
	10	Bu Çalışma	30,8183	36,0401	39,8069	42,9892	49,3561	57,6569	104,3966
		Turan (2018) ⁽¹⁾	30,9059	35,7615	39,4849	42,4612	48,6357	56,5736	102,9857
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	32,3019	37,9944	42,1935	44,3374	50,7315	58,2461	104,6920
A-S	0	Bu Çalışma	13,0603	13,0589	13,0601	13,0356	13,0614	13,0555	13,0595
		Turan (2018) ⁽¹⁾	13,0597	13,0395	13,0372	13,0262	13,0254	13,0154	13,0172
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	13,0594	13,0594	13,0594	13,0594	13,0594	13,0594	13,0594
	0,5	Bu Çalışma	7,3315	7,9070	8,1949	8,3885	8,7835	9,1944	11,2018
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,3184	7,8898	8,1762	8,3831	8,7594	9,1645	11,1776
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	7,3314	7,9068	8,1951	8,4051	8,7839	9,1940	11,2021
	1	Bu Çalışma	5,1243	5,7917	6,1479	6,4150	6,9029	7,4611	10,3085
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,1126	5,7791	6,1335	6,4005	6,8875	7,4456	10,2865
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	5,1245	5,7921	6,1490	6,4166	6,9050	7,4639	10,3093
	2	Bu Çalışma	3,515	4,1137	4,4902	4,7460	5,2940	5,9346	9,4510
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,5078	4,1051	4,4805	4,7449	5,2823	5,9179	9,4342
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	3,5173	4,1156	4,4927	4,7564	5,2952	5,9348	9,4531
	5	Bu Çalışma	2,6224	2,9940	3,3523	3,5202	4,0576	4,6788	8,6477
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,6210	2,9904	3,3481	3,5217	4,0513	4,6705	8,6368
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	2,6298	3,0004	3,3609	3,5310	4,0620	4,6806	8,6493
	10	Bu Çalışma	2,4594	2,6972	3,0387	3,1361	3,6518	4,2235	8,3061
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,4602	2,6957	3,0370	3,1390	3,6477	4,2177	8,2968
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	2,4683	2,7077	3,0527	3,1488	3,6595	4,2267	8,3073

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ HSDT'ye göre sonlu eleman metodu

Tablo 25. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-2 Sandviç FD Kirişinin $L/h=20$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi

Kiriş	p	Teori	1-0-1	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
B-B	0	Bu Çalışma	53,2363	53,2367	53,2371	53,1328	53,2404	53,2351	53,2369
		Turan (2018) ⁽¹⁾	53,2368	53,2175	53,2126	53,2027	53,1990	53,1889	53,1927
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	53,2364	53,2364	53,2364	53,2364	53,2364	53,2364	53,2364
	0,5	Bu Çalışma	29,7193	32,0536	33,2384	34,0191	35,6410	37,3158	45,5743
		Turan (2018) ⁽¹⁾	29,7051	32,0366	33,2193	34,0638	35,6168	37,2883	45,5479
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	29,7175	32,2629	33,2376	34,0862	35,6405	37,3159	45,5742
	1	Bu Çalışma	20,7231	23,4208	24,8787	25,9072	27,9537	30,2324	41,9015
		Turan (2018) ⁽¹⁾	20,7099	23,4078	24,8640	25,9424	27,9349	30,2095	41,8775
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	20,7212	23,4211	24,8796	25,9588	27,9540	30,2307	41,9004
	2	Bu Çalışma	14,1963	16,6035	18,1376	19,1611	21,3926	23,9895	38,3808
		Turan (2018) ⁽¹⁾	14,1876	16,5946	18,1278	19,1884	21,3798	23,9757	38,3632
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	14,1973	16,6050	18,1404	19,3116	21,3927	23,9900	38,3831
	5	Bu Çalışma	10,6105	12,0821	13,5433	14,1970	16,3786	18,8862	35,0826
		Turan (2018) ⁽¹⁾	10,6079	12,0783	13,5389	14,2191	16,3722	18,8784	35,0733
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	10,6171	12,0883	13,5523	14,2284	16,3834	18,8874	35,0856
	10	Bu Çalışma	9,9759	10,8969	12,2937	12,6501	14,7443	17,0414	33,6811
		Turan (2018) ⁽¹⁾	9,9762	10,8954	12,2921	12,6718	14,7404	17,0350	33,6737
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	9,9847	10,9075	12,3084	12,6819	14,7525	17,0443	33,6843
A-A	0	Bu Çalışma	208,9624	208,9630	208,9631	208,5535	208,9630	208,9682	208,9633
		Turan (2018) ⁽¹⁾	208,9713	208,6710	208,6042	208,4540	208,4300	208,2434	208,3022
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	208,9510	208,9510	208,9510	208,9510	208,9510	208,9510	208,9510
	0,5	Bu Çalışma	117,3111	126,5125	131,1242	134,2234	140,5462	147,1140	179,2385
		Turan (2018) ⁽¹⁾	117,1146	126,2506	130,8289	134,1438	140,1871	146,6616	178,7981
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	117,3030	126,5080	131,1240	134,4810	140,5450	147,1040	179,2350
	1	Bu Çalışma	81,9904	92,6698	98,3746	102,4644	110,4791	119,4231	164,9457
		Turan (2018) ⁽¹⁾	81,8189	92,4717	98,1503	102,4175	110,2103	119,0983	164,5994
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	81,9927	92,6741	98,3880	102,6650	110,4830	119,4220	164,9490
	2	Bu Çalışma	56,2423	65,8220	71,8455	75,9403	84,7095	94,9496	151,2369
		Turan (2018) ⁽¹⁾	56,1284	65,6915	71,6952	75,9272	84,5269	94,7308	150,9870
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	56,2773	65,8489	71,8900	76,1020	84,7291	94,9563	151,2500
	5	Bu Çalışma	41,9637	47,9065	53,6402	56,3269	64,9259	74,8614	138,3652
		Turan (2018) ⁽¹⁾	41,9370	47,8511	53,5764	56,3541	64,8288	74,7362	138,1998
		Vo vd. (2014) ⁽³⁾	42,0775	48,0070	53,7820	56,4958	65,0007	74,8903	138,3880
	10	Bu Çalışma	39,3516	43,1566	48,6208	50,1781	58,4323	67,5816	132,8912
		Turan (2018) ⁽¹⁾	39,3625	43,1349	48,5974	50,2277	58,3732	67,4903	132,7595
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	39,4930	43,3233	48,8510	50,3811	58,5607	67,6270	132,9170
A-S	0	Bu Çalışma	13,3717	13,3709	13,3742	13,3550	13,3657	13,3831	13,37348
		Turan (2018) ⁽¹⁾	13,3730	13,3723	13,3724	13,3684	13,3620	13,3743	13,3623
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	13,3730	13,3730	13,3730	13,3730	13,3730	13,3730	13,3730
	0,5	Bu Çalışma	7,4544	8,0404	8,3402	8,5396	8,9438	9,3562	11,4424
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,4535	8,0392	8,3369	8,5457	8,9406	9,3647	11,4465
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	7,4543	8,0405	8,3385	8,5512	8,9422	9,3634	11,4424
	1	Bu Çalışma	5,2014	5,8715	6,2384	6,4903	7,0096	7,5872	10,5103
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,1948	5,8707	6,2368	6,5071	7,0047	7,5801	10,5169
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	5,1944	5,8713	6,2378	6,5083	7,0096	7,5815	10,5174
	2	Bu Çalışma	3,5576	4,1605	4,5463	4,8014	5,3617	6,0136	9,6286
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,5573	4,1598	4,5460	4,8101	5,3611	6,0189	9,6276
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	3,5574	4,1603	4,5457	4,8110	5,3615	6,0134	9,6321
	5	Bu Çalışma	2,6604	3,0282	3,3942	3,5547	4,1039	4,7335	8,8016
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,6592	3,0269	3,3936	3,5629	4,1035	4,7316	8,8017
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	2,6605	3,0275	3,3948	3,5637	4,1043	4,7323	8,8025
	10	Bu Çalışma	2,5028	2,7312	3,0823	3,1692	3,6946	4,2695	8,4492
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,5027	2,7309	3,0821	3,1752	3,6947	4,2693	8,4498
		Vo vd. (2014) ⁽²⁾	2,5032	2,7317	3,0832	3,1759	3,6952	4,2698	8,4500

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ HSDT'ye göre sonlu eleman metodu

Tablo 26. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-2 Sandviç FD Kirişinin $L/h=5$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi

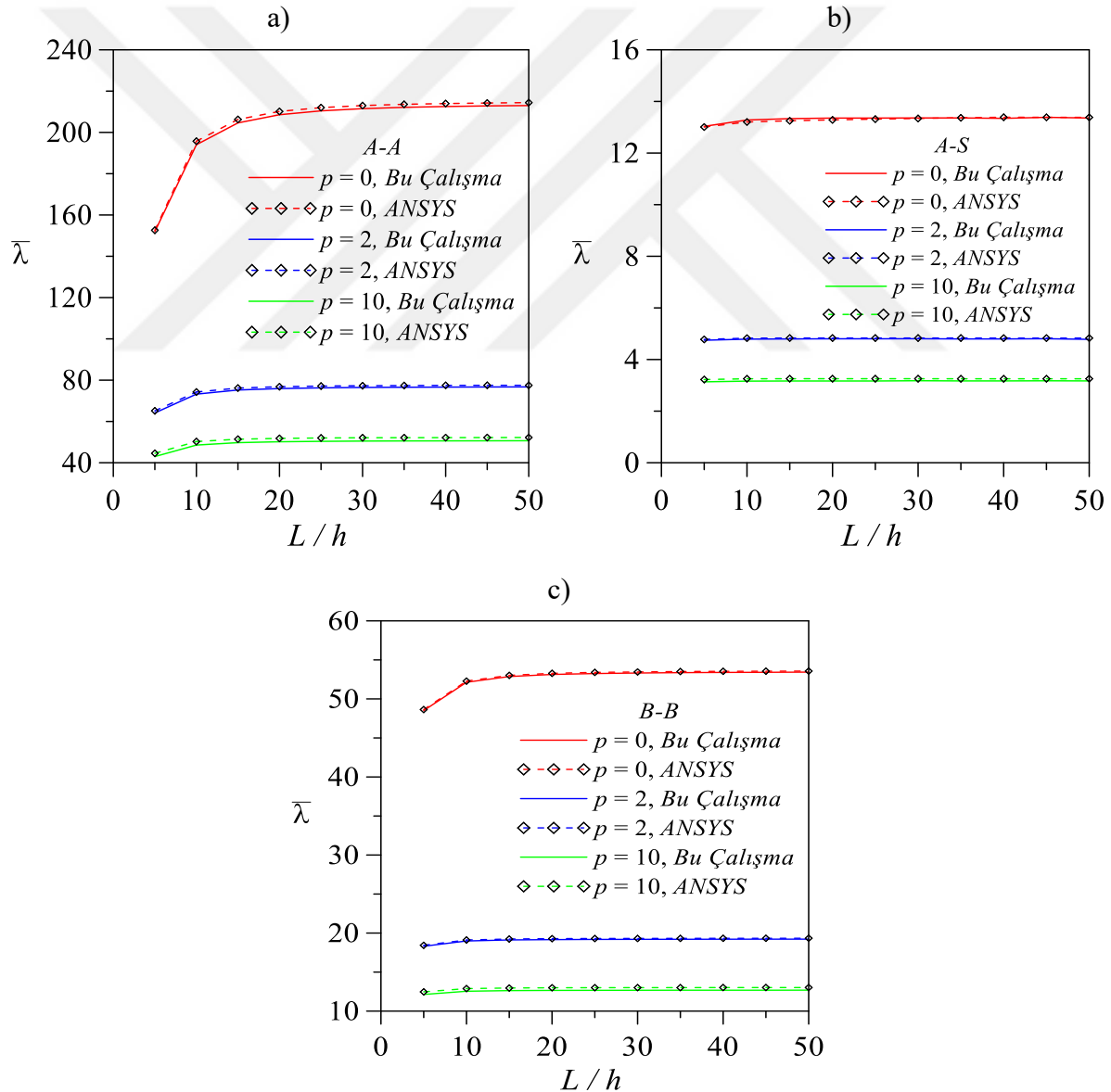
Kiriş	p	1-0-1	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
<i>Al/Al₂N₃</i>								
B-B	0	39,6440	39,6441	58,8708	39,5723	39,6443	39,6441	39,6437
	0,5	23,6031	25,2854	38,0359	22,6662	27,7865	28,9463	34,5290
	1	17,2602	19,2451	29,1230	21,0248	22,4754	24,0637	32,0459
	2	12,5497	14,3734	21,8506	16,2431	17,8681	19,6950	29,6502
	5	9,8285	11,0384	16,7830	12,6391	14,2716	16,0619	27,3906
	10	9,2623	10,1109	15,3294	11,4793	13,0613	14,7271	26,4255
A-A	0	124,1191	124,1185	124,1186	123,9420	124,1186	124,1183	124,1191
	0,5	78,3408	83,8562	86,1225	88,1319	91,3038	94,8097	110,3002
	1	58,7576	65,6071	68,6335	71,3634	75,6636	80,6306	103,3979
	2	43,2938	50,6838	53,4791	56,4529	61,4743	67,4453	96,6253
	5	33,1851	38,4830	41,7933	44,4606	49,6605	55,9852	90,1354
	10	30,4281	34,7852	37,8737	40,2556	45,3293	51,5771	87,3372
A-S	0	10,6531	10,6541	10,6536	10,6330	10,6542	10,6571	10,6548
	0,5	6,2206	6,6657	6,8921	7,0376	7,3471	7,6614	9,2148
	1	4,5124	5,0298	5,3136	5,5022	5,8969	6,3232	8,5244
	2	3,2678	3,7318	4,0376	4,2202	4,6568	5,1402	7,8606
	5	2,5763	2,8654	3,1645	3,2720	3,7070	4,1695	7,2381
	10	2,4492	2,6353	2,9237	2,9745	3,3959	3,8168	6,9737
<i>SUS304/Al₂O₃</i>								
B-B	0	16,9207	16,9206	16,9208	16,8899	16,9206	16,9206	16,9206
	0,5	12,7886	13,1267	13,4516	13,5678	13,8819	14,1646	15,5980
	1	11,1691	11,6879	11,1994	12,1331	12,5495	12,9211	14,9599
	2	9,9617	10,4520	10,8090	10,9236	11,4097	11,8159	14,3469
	5	9,2419	9,5983	9,9749	10,0115	10,5284	10,9004	13,7706
	10	9,0770	9,3538	9,7240	9,7150	10,2311	10,5652	13,5253
A-A	0	52,9757	52,9754	52,9754	52,9000	52,9754	52,9753	52,9753
	0,5	41,3758	42,8007	43,3940	43,8508	44,7026	45,5525	45,5525
	1	36,543	38,3526	39,1750	39,7741	40,9308	42,0922	42,0922
	2	32,683	34,6004	35,5698	36,2128	37,5902	38,9441	38,9441
	5	29,9484	31,7309	32,7440	33,3437	34,8322	36,2454	36,2454
	10	29,0716	30,7494	31,7422	32,3091	33,8060	35,2072	35,2072
A-S	0	4,5475	4,5470	4,5474	4,5389	4,5478	4,5458	4,5472
	0,5	3,3987	3,5141	3,5782	3,6070	3,6943	3,7720	4,1742
	1	2,9572	3,0916	3,1773	3,2106	3,3263	3,4264	3,9952
	2	2,6351	2,7567	2,8570	2,8800	3,0148	3,1212	3,8238
	5	2,4545	2,5326	2,6385	2,6354	2,7776	2,8711	3,6630
	10	2,4202	2,4726	2,5769	2,5586	2,7004	2,7804	3,5946
<i>SUS304/Al₂N₃</i>								
B-B	0	13,8036	13,8037	13,8036	13,7787	13,8037	13,8037	13,8035
	0,5	11,2957	11,5610	11,7023	11,7627	11,9626	12,1308	12,9996
	1	10,3152	10,6322	10,8251	10,8960	11,1612	11,3793	12,6130
	2	9,583	9,8860	10,1146	10,1668	10,4782	10,7129	12,2415
	5	9,1421	9,3693	9,6120	9,6169	9,9511	10,1620	11,8932
	10	9,0381	9,2199	9,4589	9,4376	9,7728	9,9598	11,7452
A-A	0	43,217	43,2168	58,1088	43,1553	43,2168	43,2167	43,2169
	0,5	36,2199	37,0860	50,4808	37,7028	38,2360	38,74051	41,0727
	1	33,3275	34,4385	47,1116	35,2800	35,9995	36,6823	40,0315
	2	31,0052	32,2111	44,1984	33,1761	34,0333	34,8240	39,0284
	5	29,3213	30,4961	41,8187	31,4824	32,4149	33,2404	38,0847
	10	28,7564	29,8970	40,9151	30,8665	31,8095	32,6316	37,6828
A-S	0	3,7093	3,7097	3,7095	3,7023	3,7097	3,7107	3,7099
	0,5	3,0108	3,0812	3,1212	3,1358	3,1920	3,2368	3,4825
	1	2,7425	2,8244	2,8790	2,8949	2,9691	3,0268	3,3740
	2	2,5466	2,6210	2,6857	2,6942	2,7810	2,8426	3,2697
	5	2,4364	2,4847	2,5536	2,5457	2,6386	2,6908	3,1710
	10	2,4153	2,4481	2,5160	2,4989	2,5920	2,6358	3,1306

Tablo 27. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-2 Sandviç FD Kirişinin $L/h=20$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p' ye Bağlı Değişimi

Kiriş	p	1-0-1	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
<i>Al/Al₂N₃</i>								
B-B	0	43,4300	43,4301	43,4300	43,3440	43,4326	43,4301	43,4324
	0,5	25,2244	27,0317	27,9618	28,5493	29,8190	31,1024	37,4980
	1	18,2606	20,3493	21,5110	22,2689	23,8853	25,6213	34,6555
	2	13,2089	15,0725	16,3213	17,0493	18,8272	20,7915	31,9301
	5	10,4317	11,5724	12,7949	13,2054	14,9752	16,8391	29,3786
	10	9,9396	10,6547	11,8367	12,0084	13,7210	15,4123	28,2927
A-A	0	170,4703	170,4699	170,4698	170,1382	170,4683	170,4697	170,4650
	0,5	99,5344	106,6577	110,2779	112,6079	117,5606	122,5988	147,4591
	1	72,2084	80,4775	85,0177	88,0398	94,3577	101,1763	136,3991
	2	52,2877	59,7121	64,6034	67,5255	74,5121	82,2512	125,7924
	5	41,2227	45,8484	50,6346	52,3551	59,3161	66,7160	115,8344
	10	39,1869	42,1677	46,7821	47,5972	54,3368	61,0837	111,5981
A-S	0	10,9098	10,9108	10,9098	10,8895	10,9098	10,9103	10,9088
	0,5	6,3279	6,7816	7,0152	7,1632	7,4820	7,8069	9,4185
	1	4,5775	5,1020	5,3934	5,5818	5,9898	6,4264	8,6947
	2	3,3112	3,7774	4,0913	4,2722	4,7191	5,2103	8,0122
	5	2,6157	2,8998	3,2073	3,3097	3,7538	4,2193	7,3737
	10	2,494	2,6711	2,9689	3,0090	3,4391	3,8620	7,0977
<i>SUS304/Al₂O₃</i>								
B-B	0	18,5363	18,5365	18,5366	18,5003	18,5377	18,5359	18,5365
	0,5	13,8112	14,2813	14,5457	14,6599	15,0240	15,3392	16,9967
	1	12,006	12,5489	12,9028	13,0329	13,5083	13,9152	16,2588
	2	10,6958	11,1810	11,5940	11,6804	12,2308	12,6655	15,5521
	5	9,9742	10,2732	10,7098	10,6834	11,2670	11,6406	14,8913
	10	9,845	10,0346	10,4651	10,3729	10,9543	11,2705	14,6085
A-A	0	72,7585	72,7587	72,7587	72,6161	72,7602	72,7605	72,7588
	0,5	54,3812	56,2292	57,2539	57,7143	59,1223	60,3539	66,7914
	1	47,318	49,4686	50,8418	51,3711	53,2243	54,8204	63,9273
	2	42,1636	44,1106	45,7146	46,0815	48,2307	49,9411	61,1844
	5	39,2751	40,5247	42,2186	42,1696	44,4452	45,9405	58,6099
	10	38,7255	39,5643	41,2330	40,9392	43,2082	44,4897	57,5178
A-S	0	4,6559	4,6556	4,6567	4,6501	4,6538	4,659859	4,656503
	0,5	3,4637	3,5841	3,6510	3,6803	3,7744	3,8539	4,2684
	1	3,0118	3,1484	3,2380	3,2709	3,3921	3,4928	4,0825
	2	2,6839	2,8055	2,9090	2,9311	3,0690	3,1774	3,9029
	5	2,506	2,5775	2,6872	2,6798	2,8264	2,9199	3,7376
	10	2,4717						
<i>SUS304/Al₂N₃</i>								
B-B	0	15,1219	15,1219	15,1219	15,0919	15,1228	15,1219	15,1227
	0,5	12,2461	12,5317	12,6976	12,7552	12,9878	13,1761	14,1832
	1	11,147	11,4774	11,7030	11,7639	12,0706	12,3094	13,7360
	2	10,3493	10,6450	10,9125	10,9410	11,2985	11,5487	13,3053
	5	9,9098	10,0925	10,3774	10,3352	10,7173	10,9254	12,9036
	10	9,8315	9,9473	10,2276	10,1460	10,5285	10,7007	12,7305
A-A	0	59,356	59,3558	59,3558	59,2403	59,3553	59,3557	59,3541
	0,5	48,1756	49,3010	49,9427	50,1748	51,0762	51,8098	55,7245
	1	43,882	45,1931	46,0666	46,3206	47,5105	48,4473	53,9826
	2	40,7474	41,9381	42,9730	43,1093	44,4992	45,4842	52,3154
	5	38,9854	39,7580	40,8600	40,7332	42,2203	43,0558	50,7512
	10	38,6467	39,1727	40,2578	39,9857	41,4743	42,1749	50,0858
A-S	0	3,7987	3,7990	3,7987	3,7916	3,7987	3,7987	3,7983
	0,5	3,0744	3,1460	3,1879	3,2056	3,2606	3,3106	3,5624
	1	2,798	2,8805	2,9374	2,9521	3,0301	3,0890	3,4504
	2	2,5977	2,6713	2,7389	2,7464	2,8357	2,8929	3,3402
	5	2,4865	2,5329	2,6045	2,5934	2,6894	2,7439	3,2397
	10	2,4682	2,4968	2,5678	2,5455	2,6432	2,6860	3,1925

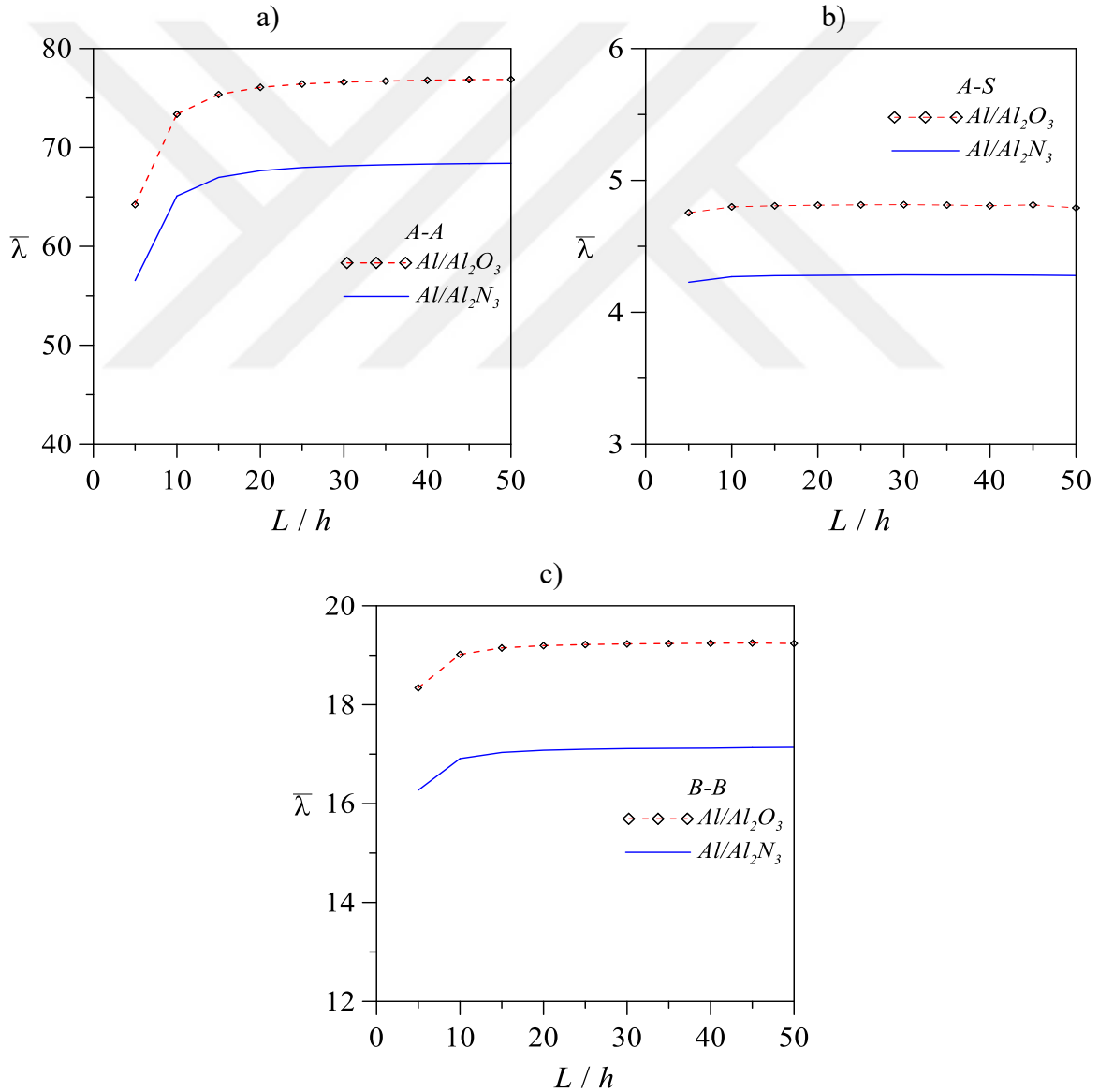
Tablo 26 ve Tablo 27’de sırasıyla $L/h=5$ ve 20’ye göre farklı tip FD malzemeli Tip-2 sandviç kirişlerin FORTRAN dilinde yazılan program ile hesaplanan boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p ’ye bağlı değişimleri verilmiştir. Tablo 24 ve Tablo 25 için yapılan yorumların aynısı bu tablolar için de geçerlidir. Tablo 26 ve 27 kendi aralarında karşılaştırıldığı L/h değerinin artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yükleri arttığı görülmektedir.

Şekil 40’ta farklı sınır şartlarına sahip tabaka kalınları eşit olduğu duruma göre Al/Al_2O_3 Tip-2 sandviç FD kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin narinlik oranlarıyla değişimleri verilmiştir. Grafikler incelendiğinde narinlik oranlarının artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yükleri belli bir L/h değerine kadar artmış ve devamında yakınsadıkları görülmektedir. Ayrıca p değerinin artmasına bağlı olarak FD kirişlerin rijitliklerinde azalma olmaktadır ve bu durumda boyutsuz kritik burkulma yüklerinin de azaldıkları görülmektedir.

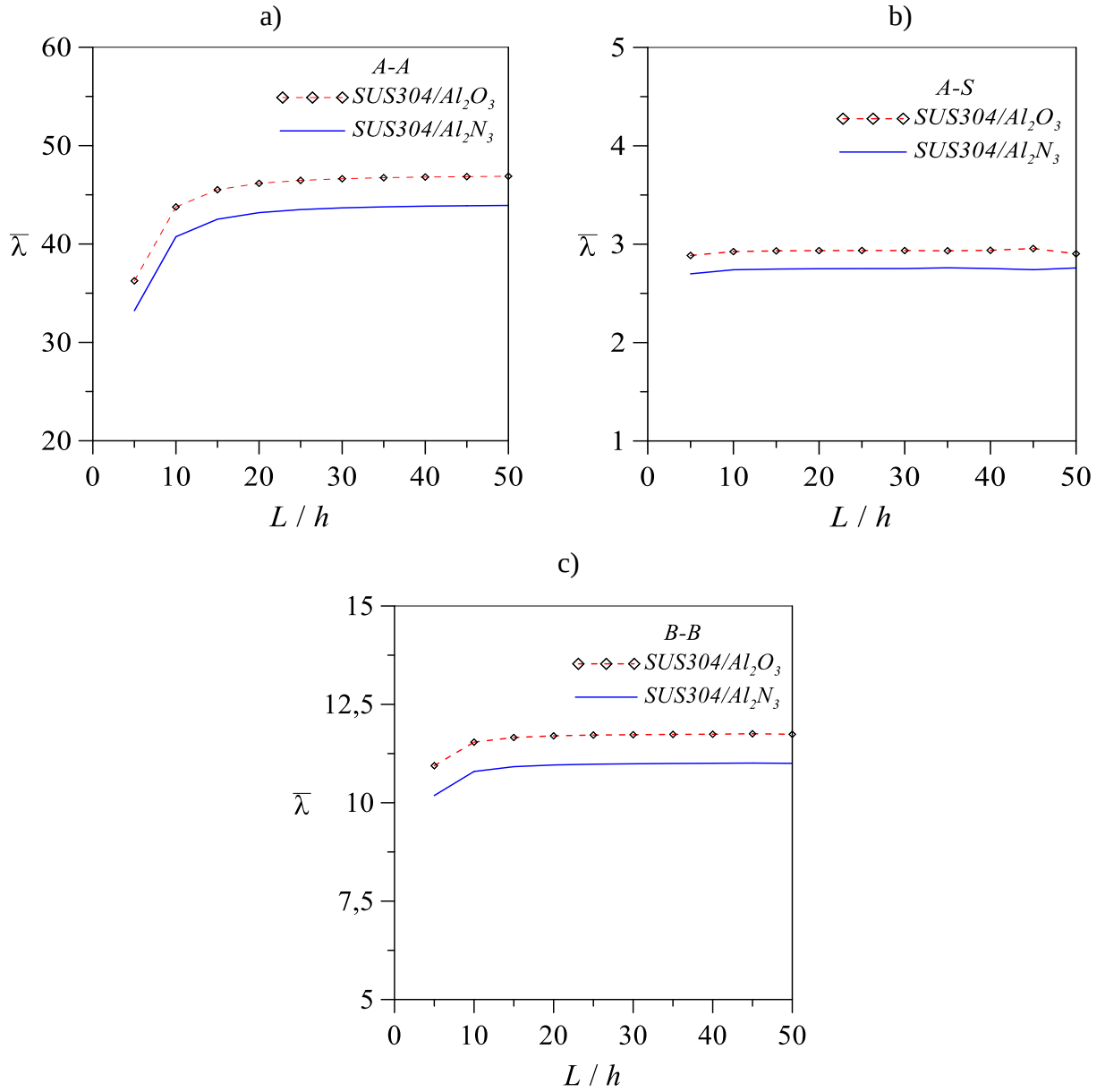


Şekil 40. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit Mesnetli Al/Al_2O_3 Tip-2 sandviç FD kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h ’ye bağlı değişimleri

Şekil 41’de farklı sınır şartlarına sahip metal malzeme olarak Al kullanılarak farklı seramik malzemeli Tip-2 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için FORTRAN dilinde hesaplanan boyutsuz burkulma yüklerinin L/h ’ye bağlı değişimleri verilmiştir. Grafikler incelendiğinde en büyük boyutsuz kritik burkulma yükünün A-A sınır şartında ve FD malzeme olarak Al/ Al_2O_3 kullanıldığında elde edilmektedir. Şekil 42’de farklı sınır şartlarına sahip Tip-2 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için metal malzeme olarak SUS304 kullanılarak farklı seramik özelliklerine göre hesaplanan kritik burkulma yüklerinin narinliğe bağlı değişimleri verilmiştir. L/h ’nin artması ile birlikte boyutsuz kritik burkulma yüklerinin belli bir p değerine kadar arttığı ve sonrasında aynı değerde gittiği görülmektedir. Bu grafikler sınır şartlarına göre kendi aralarında karşılaştırılırsa metal malzeme olarak elastisite modülü küçük olan malzemenin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin daha küçük oldukları görülmektedir.

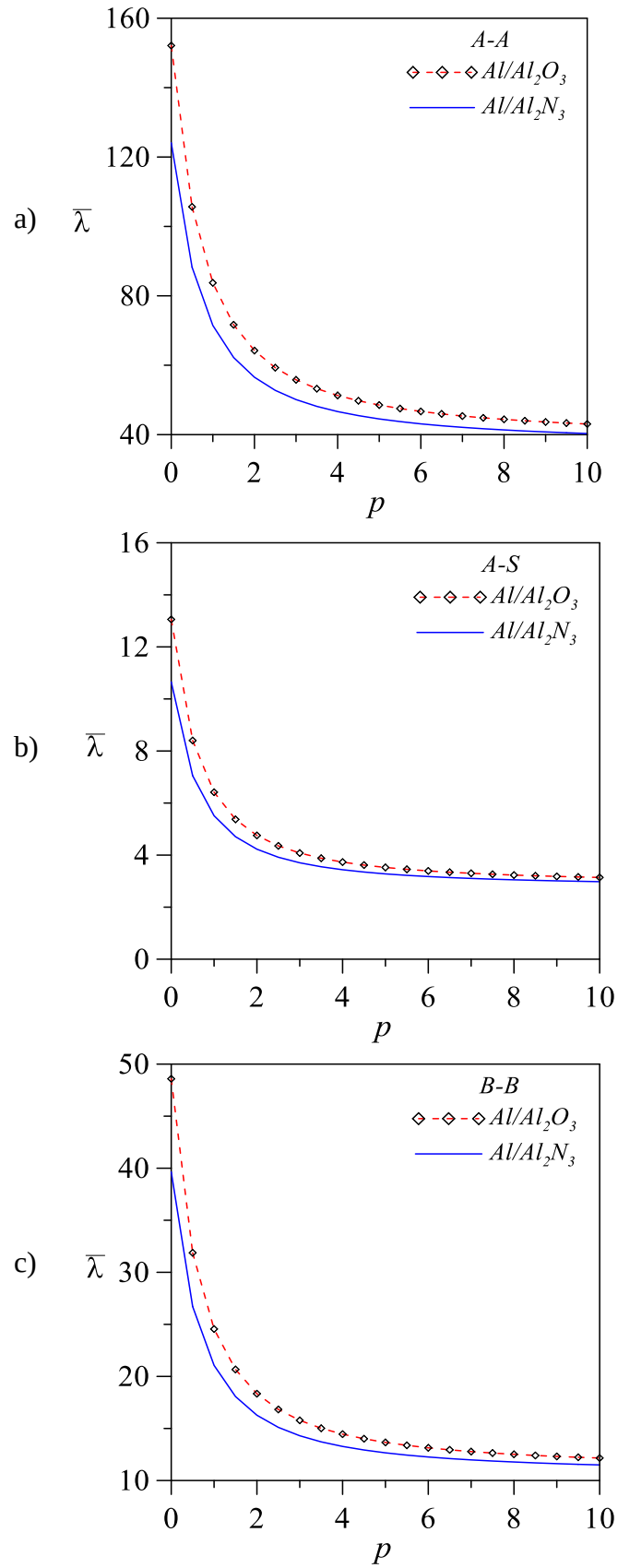


Şekil 41. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-2 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h ’ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması

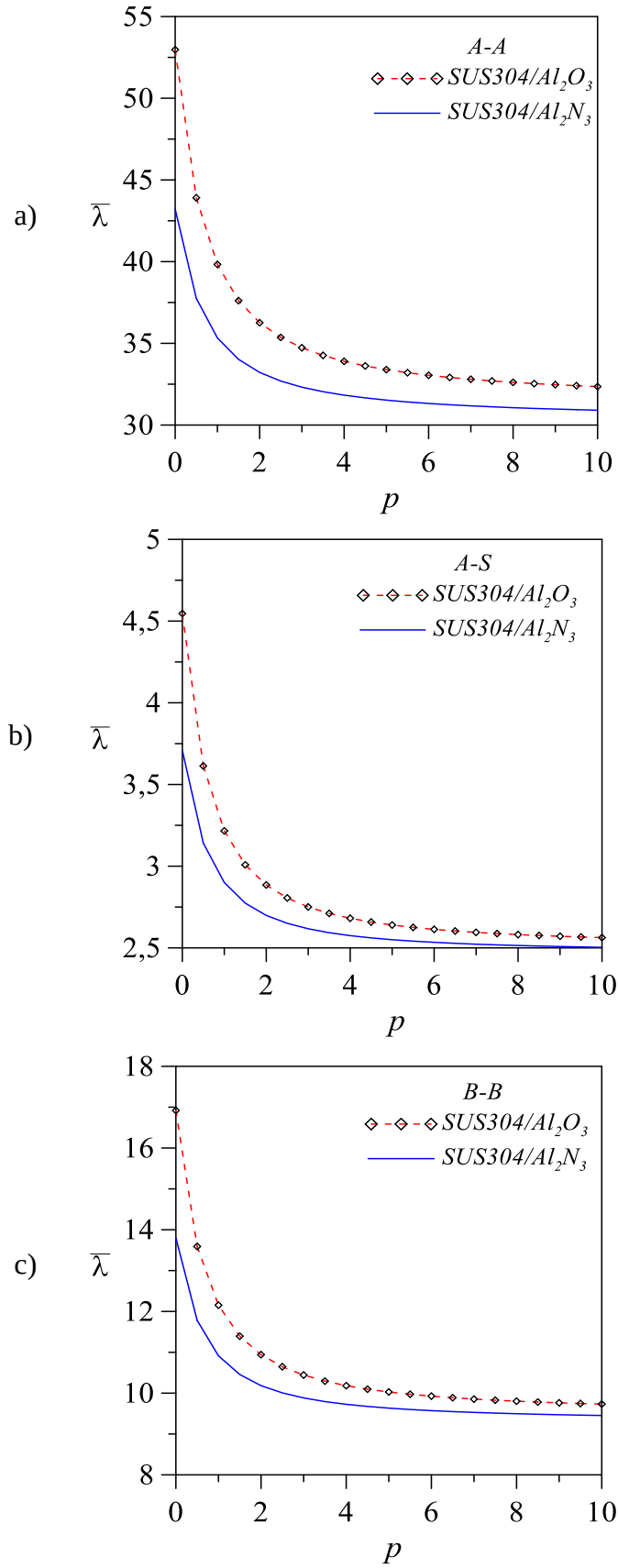


Şekil 42. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması

Şekil 43-44'te farklı sınır şartlarına sahip Tip-2 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için metal malzeme olarak sırasıyla Al ve SUS304 kullanılarak farklı seramik özelliklerine göre hesaplanan kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimleri verilmiştir. p 'nin artması ile birlikte boyutsuz kritik burkulma yüklerinin belli bir p değerine kadar azaldığı ve sonrasında aynı değerlerde gittiği görülmektedir. Bu grafikler sınır şartlarına göre kendi aralarında karşılaştırılırsa metal malzeme olarak elastisite modülü küçük olan malzemenin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin daha büyük oldukları görülmektedir.

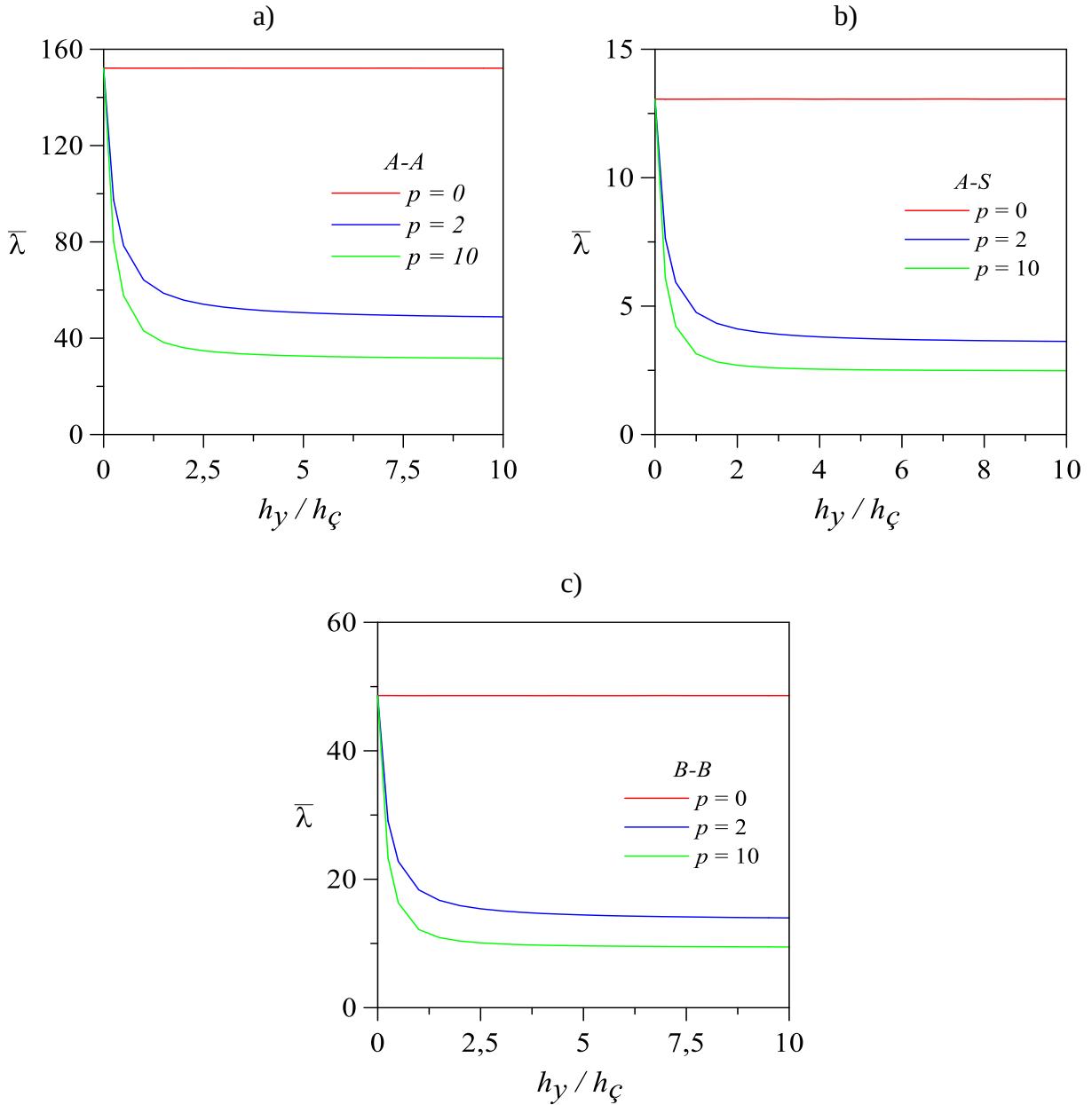


Şekil 43. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ ve Al/Al₂N₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 44. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ boyutsuz kritik burkulma yüklerinin için p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması

Şekil 45'te Al/Al₂O₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin kritik burkulma yüklerinin farklı p değerleri için h_y/h_ζ oranlarına bağlı değişimleri verilmiştir. h_y ve h_ζ sırasıyla yüzey tabakalarının ve çekirdek tabakalarının kalınlıklarını ifade etmektedir. $p=0$ da kiriş tamamen seramikten oluştuğu için tabaka kalınlıklarının değişimi sonucu değiştirmemektedir. Fakat p 'nin sıfırdan farklı değerlerinde h_y/h_ζ oranının artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yüklerinin azaldığı görülmektedir. Bunun sebebi olarak çekirdek tabakasının azalması gösterilebilir. Çekirdek seramikten oluştuğu için onun azalması rijitliği azaltmaktadır.



Şekil 45. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin h_y/h_ζ 'ye bağlı değişimi

Tip-3 sandviç FD kirişine ait kritik burkulma yükleri.

Tip-3 sandviç FD kirişinin önerilen sonlu elemanlar yöntemiyle burkulma analizi için gerekli olan yeterli sonlu eleman sayıları Tablo 28’de yapılan yakınsama çalışması ile 14 olarak belirlenmiştir. Tablo 29’da ise ANSYS de gerekli tabaka sayısı için yakınsama çalışması yapılmış ve yeterli tabaka sayısı 42 olarak belirlenmiştir.

Tablo 30’da $L/h=5$ ve Tablo31’de $L/h=20$ ’ye göre farklı tabaka kalınlıkları ve farklı sınır şartları için Al/Al_2O_3 Tip-3 sandviç FD kirişinin önerilen sonlu eleman ile hesaplanan boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p ’ye bağlı değişimleri verilmiştir. p ’nin değeri arttığında tüm tabaka dağılımlarında kritik burkulma yükü azalmaktadır. Maksimum kritik burkulma yükü 1-8-1 tabaka dizilişine sahip kirişte meydana gelmektedir.

Tablo 28. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin $p=1$ ve $L/h=5$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Sonlu Eleman Sayısıyla Değişimi (1-1-1)

Sınır Şartları	Eleman Sayısı							
	4	8	10	12	14	16	18	20
Tip-3								
A-A	65,9541	65,5984	65,5831	65,5774	5,2140	65,5739	65,5733	65,5731
B-B	19,7751	19,7662	19,7659	19,7658	65,5751	19,7657	19,7658	19,7656
A-S	5,2143	5,2140	5,2141	5,2141	19,7657	5,2141	5,2143	5,2142

Tablo 29. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin ANSYS ile Hesaplanan Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin $p=1$ ve $L/h=5$ için Tabaka Sayısı ile Değişimi (1-1-1)

Malzeme	Kiriş	Tabaka Sayısı										
		Bu Çalışma	7	$e(\%)$	12	$e(\%)$	22	$e(\%)$	32	$e(\%)$	42	$e(\%)$
Al/Al_2O_3		<i>Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri</i>										
	A-S	5,2140	5,1411	1,42	5,1836	0,59	5,2046	0,18	5,2114	0,05	5,2144	0,01
	A-A	65,5751	66,1757	0,91	66,5143	1,41	67,3714	2,67	67,4871	2,83	67,0371	2,18
Al/Al_2N_3	B-B	19,7657	19,6131	0,78	19,7559	0,05	19,8771	0,56	19,9046	0,70	19,8814	0,58
	A-S	4,7428	4,6894	1,14	4,7199	0,49	4,7340	0,19	4,7387	0,09	4,7417	0,02
	A-A	58,8081	59,3614	0,93	59,9571	1,92	59,7600	1,59	59,8371	1,72	60,3343	2,53
$SUS304/Al_2O_3$	B-B	17,9191	17,8213	0,55	17,9499	0,17	17,9747	0,31	17,9944	0,42	18,0394	0,67
	A-S	3,2509	3,2364	0,45	3,2403	0,33	3,2420	0,27	3,2420	0,27	3,2429	0,25
	A-A	38,4472	38,7475	0,78	38,8236	0,97	38,8564	1,05	38,5834	0,35	38,8714	1,09
$SUS304/Al_2N_3$	B-B	12,1419	12,1349	0,06	12,1513	0,08	12,1591	0,14	12,1352	0,06	12,1628	0,17
	A-S	2,9625	2,9515	0,37	2,9531	0,32	2,9534	0,31	2,9537	0,30	2,9543	0,28
	A-A	34,7972	35,0662	0,77	35,0975	0,86	34,8647	0,19	34,8692	0,21	35,1184	0,91
	B-B	11,0465	11,0454	0,01	11,0524	0,05	11,0315	0,14	11,0326	0,13	11,0572	0,10

Tablo 30. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-3 Sandviç FD Kirişinin $L/h=5$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi

Kiriş	p	Teori	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
B-B	0	Bu Çalışma	21,2645	18,7884	23,7053	21,2643	27,8183	38,6275
		Turan (2018) ⁽¹⁾	21,2291	18,7563	23,5900	21,1692	27,6656	38,3737
		Turan (2018) ⁽²⁾	21,3699	19,1654	23,7148	21,3699	27,7461	38,5911
	0,5	Bu Çalışma	19,9074	18,0592	21,0464	19,3008	22,9466	27,7113
		Turan (2018) ⁽¹⁾	19,8649	18,0339	20,9100	19,2095	22,7526	27,4410
		Turan (2018) ⁽²⁾	20,0470	18,4822	21,0835	19,4744	22,8938	28,3499
	1	Bu Çalışma	19,2239	17,68	19,7657	18,3834	20,6986	22,8992
		Turan (2018) ⁽¹⁾	19,2050	17,6981	19,6630	18,3549	20,5447	22,6885
		Turan (2018) ⁽²⁾	19,4283	18,1871	19,8887	18,6768	20,7435	23,7567
	2	Bu Çalışma	18,5605	17,3006	18,6015	17,5726	18,7937	19,1534
		Turan (2018) ⁽¹⁾	18,5796	17,3786	18,5601	17,6378	18,7238	19,0629
		Turan (2018) ⁽²⁾	18,8764	17,9463	18,8857	18,0642	19,0354	20,1265
	5	Bu Çalışma	17,9543	16,9394	17,6487	16,9136	17,4263	16,8513
		Turan (2018) ⁽¹⁾	17,9844	17,0238	17,6396	17,0061	17,4249	16,9226
		Turan (2018) ⁽²⁾	18,4351	17,7714	18,1915	17,6708	18,0096	18,0550
	10	Bu Çalışma	17,7087	16,7804	17,3084	16,6486	17,0046	16,1259
		Turan (2018) ⁽¹⁾	17,6998	16,7983	17,2481	16,6525	16,9499	16,1736
		Turan (2018) ⁽²⁾	18,2849	17,7080	18,0052	17,5322	17,7910	17,6642
A-A	0	Bu Çalışma	71,2915	60,9902	80,0143	71,2914	93,3014	124,8213
		Turan (2018) ⁽¹⁾	70,8756	60,6352	79,0492	70,2264	91,6131	122,1338
		Turan (2018) ⁽²⁾	72,2987	64,6370	79,9061	72,2987	92,4621	124,3371
	0,5	Bu Çalışma	66,2868	57,4591	70,6564	63,3621	76,9985	90,8917
		Turan (2018) ⁽¹⁾	65,7765	57,1383	69,4120	62,3172	74,8685	88,0078
		Turan (2018) ⁽²⁾	67,6097	61,4707	70,8644	65,0160	76,3548	90,1544
	1	Bu Çalışma	63,4206	55,2152	65,5751	58,9346	68,6933	74,9852
		Turan (2018) ⁽¹⁾	63,1401	55,2830	64,6610	58,5010	66,9950	72,7239
		Turan (2018) ⁽²⁾	65,3830	59,9610	66,6816	61,7282	69,0673	74,9501
	2	Bu Çalışma	60,3017	52,6267	60,326	54,2943	60,671	61,2303
		Turan (2018) ⁽¹⁾	60,3811	53,2040	60,0015	54,7110	59,8317	60,2058
		Turan (2018) ⁽²⁾	63,3411	58,5465	63,0289	58,8599	62,9927	62,8509
	5	Bu Çalışma	57,0256	49,8314	55,1254	49,7069	53,3251	50,329
		Turan (2018) ⁽¹⁾	57,1944	50,4255	55,0921	50,3268	53,1471	50,7920
		Turan (2018) ⁽²⁾	61,6022	57,2370	60,2083	56,4205	58,7149	54,8107
	10	Bu Çalışma	55,5182	48,5323	52,8559	47,7104	50,3351	46,2654
		Turan (2018) ⁽¹⁾	55,3363	48,5782	52,3961	47,6271	49,7574	46,5152
		Turan (2018) ⁽²⁾	60,9478	56,6546	59,2618	55,3392	57,3692	51,7361
A-S	0	Bu Çalışma	5,5900	4,998	6,2153	5,59	7,3073	10,2701
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,5876	4,9957	6,1991	5,5838	7,2966	10,2521
		Turan (2018) ⁽²⁾	5,5976	5,0251	6,2197	5,5976	7,3022	10,2677
	0,5	Bu Çalışma	5,2462	4,8363	5,529	5,1098	6,0272	7,3311
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,2437	4,8348	5,5123	5,1035	6,0141	7,3128
		Turan (2018) ⁽²⁾	5,2562	4,8672	5,5338	5,1223	6,0236	7,5075
	1	Bu Çalışma	5,0827	4,7658	5,214	4,9068	5,4578	6,0623
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,0814	4,7672	5,2001	4,9053	5,4472	6,0475
		Turan (2018) ⁽²⁾	5,0974	4,8029	5,2243	4,9282	5,4608	6,2778
	2	Bu Çalışma	4,7078	4,9467	4,7525	5,0037	5,113	4,7078
		Turan (2018) ⁽¹⁾	4,9355	4,7139	4,9375	4,7575	4,9987	5,1066
		Turan (2018) ⁽²⁾	4,9571	4,7554	4,9680	4,7885	5,0209	5,3176
	5	Bu Çalışma	4,6669	4,7578	4,6593	4,7302	4,61	4,6669
		Turan (2018) ⁽¹⁾	4,8150	4,6736	4,7515	4,6665	4,7307	4,6155
		Turan (2018) ⁽²⁾	4,8476	4,7289	4,7981	4,7157	4,7732	4,7948
	10	Bu Çalışma	4,7698	4,6529	4,7054	4,6298	4,6739	4,4788
		Turan (2018) ⁽¹⁾	4,7691	4,6544	4,6952	4,6309	4,6700	4,4829
		Turan (2018) ⁽²⁾	4,8118	4,7225	4,7574	4,6969	4,7322	4,7158

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

Tablo 31. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-3 Sandviç FD Kirişinin $L/h=20$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye Bağlı Değişimi

Kiriş	p	Teori	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
B-B	0	Bu Çalışma	22,6535	20,3203	25,1688	22,6526	29,6044	41,7451
		Turan (2018) ⁽¹⁾	22,6508	20,3183	25,1180	22,6472	29,5926	41,7254
		Turan (2018) ⁽²⁾	22,6610	20,3484	25,1878	22,6609	29,5990	41,7412
	0,5	Bu Çalışma	21,2744	19,7002	22,4026	20,7474	24,4181	29,7618
		Turan (2018) ⁽¹⁾	21,2715	19,6994	22,3543	20,7409	24,4062	29,7422
		Turan (2018) ⁽²⁾	21,2845	19,7319	22,4148	20,7598	24,4146	30,4817
	1	Bu Çalışma	20,6300	19,4478	21,1486	19,9686	22,1332	24,6129
		Turan (2018) ⁽¹⁾	20,6288	19,4493	21,1072	19,9664	22,1221	24,5973
		Turan (2018) ⁽²⁾	20,6450	19,4858	21,1656	19,9902	22,1364	25,4741
	2	Bu Çalışma	20,0582	19,2614	20,1096	19,4109	20,3459	20,8045
		Turan (2018) ⁽¹⁾	20,0599	19,2687	20,0741	19,4163	20,3417	20,7993
		Turan (2018) ⁽²⁾	20,0816	19,3109	20,1350	19,4475	20,3637	21,5771
	5	Bu Çalışma	19,6086	19,1600	19,4163	19,1273	19,3393	18,8871
		Turan (2018) ⁽¹⁾	19,6113	19,1660	19,3827	19,1364	19,3402	18,8932
		Turan (2018) ⁽²⁾	19,6447	19,2249	19,4599	19,1865	19,3842	19,4826
	10	Bu Çalışma	19,4607	19,1375	19,2479	19,0601	19,1752	18,4287
		Turan (2018) ⁽¹⁾	19,4603	19,1393	19,2113	19,0608	19,1719	18,4331
		Turan (2018) ⁽²⁾	19,5041	19,2103	19,3041	19,1299	19,2365	19,1889
A-A	0	Bu Çalışma	89,4458	79,9707	99,4507	89,4464	116,9209	164,3313
		Turan (2018) ⁽¹⁾	89,4111	79,9383	99,1956	89,3433	116,7577	164,0512
		Turan (2018) ⁽²⁾	89,5617	80,4009	99,5149	89,5617	116,8354	164,2829
	0,5	Bu Çalışma	83,9432	77,3879	88,4693	81,7612	96,4403	117,3171
		Turan (2018) ⁽¹⁾	83,9010	77,3640	88,2053	81,6653	96,2290	117,0165
		Turan (2018) ⁽²⁾	84,0997	77,8747	88,5411	81,9573	96,3779	117,2401
	1	Bu Çalışma	81,3274	76,2579	83,4313	78,5164	87,324	97,0028
		Turan (2018) ⁽¹⁾	81,3121	76,2863	83,2105	78,4919	87,1565	96,7712
		Turan (2018) ⁽²⁾	81,5584	76,8457	83,5890	78,8519	87,3721	97,0038
	2	Bu Çalışma	78,9537	75,3301	79,1515	76,0456	80,0592	81,8104
		Turan (2018) ⁽¹⁾	78,9823	75,4320	79,0083	76,1313	79,9870	81,7149
		Turan (2018) ⁽²⁾	79,3136	76,0865	79,4885	76,6166	80,3337	82,0028
	5	Bu Çalışma	77,0077	74,6743	76,1303	74,5523	75,6904	73,7631
		Turan (2018) ⁽¹⁾	77,0497	74,7858	76,0293	74,6746	75,6980	73,8573
		Turan (2018) ⁽²⁾	77,5611	75,6620	76,7691	75,4517	76,3712	74,3521
	10	Bu Çalışma	76,3227	74,4502	75,2935	74,0883	74,7843	71,666
		Turan (2018) ⁽¹⁾	76,3189	74,4795	75,1303	74,1007	74,7256	71,7332
		Turan (2018) ⁽²⁾	76,9897	75,5592	76,1181	75,1501	75,7156	72,4397
A-S	0	Bu Çalışma	5,6828	5,101	6,3116	5,6834	7,4248	10,4828
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,6817	5,1009	6,2984	5,6817	7,4244	10,4736
		Turan (2018) ⁽²⁾	5,6824	5,1028	6,3166	5,6824	7,4245	10,4781
	0,5	Bu Çalışma	5,3367	4,9471	5,6164	5,2062	6,1222	7,4671
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,3371	4,9462	5,6083	5,2062	6,1233	7,4668
		Turan (2018) ⁽²⁾	5,3376	4,9497	5,6215	5,2071	6,1240	7,4692
	1	Bu Çalışma	5,1767	4,8866	5,3047	5,0176	5,5526	6,1763
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,1767	4,8870	5,2958	5,0107	5,5518	6,1756
		Turan (2018) ⁽²⁾	5,1775	4,8889	5,3084	5,0152	5,5527	6,3916
	2	Bu Çalışma	5,035	4,8421	5,0477	4,8809	5,1076	5,2251
		Turan (2018) ⁽¹⁾	5,0351	4,8425	5,0396	4,8769	5,1068	5,2238
		Turan (2018) ⁽²⁾	5,0365	4,8461	5,0505	4,8806	5,1087	5,4138
	5	Bu Çalışma	4,925	4,8221	4,8803	4,8111	4,862	4,752
		Turan (2018) ⁽¹⁾	4,9260	4,8224	4,8682	4,8147	4,8618	4,7515
		Turan (2018) ⁽²⁾	4,9273	4,8260	4,8820	4,8173	4,8646	4,8899
	10	Bu Çalışma	4,8896	4,8183	4,8358	4,8003	4,8284	4,641
		Turan (2018) ⁽¹⁾	4,8896	4,8186	4,8322	4,7994	4,8240	4,6395
		Turan (2018) ⁽²⁾	4,8923	4,8230	4,8435	4,8044	4,8287	4,8180

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

Tablo 32. Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin $L/h=5$ için p 'ye göre Değişimi

Kiriş	p	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
<i>Al/Al₂N₃</i>							
B-B	0	18,9677	17,2104	20,742	18,9676	23,7884	31,9706
	0,5	18,0123	16,7172	18,8303	17,58	20,2064	23,7069
	1	17,5313	16,4521	17,9191	16,9308	18,5829	20,1394
	2	17,0664	16,1815	17,0997	16,3528	17,2288	17,4055
	5	16,6422	15,9122	16,4335	15,8593	16,2633	15,694
	10	16,4724	15,7896	16,1977	15,6453	15,9609	15,0853
A-A	0	63,0556	55,4207	69,5147	63,0556	79,3954	103,1402
	0,5	59,3901	52,7861	62,5968	57,1403	67,2206	77,3761
	1	57,2512	51,0521	58,8081	53,7696	61,0267	65,4454
	2	54,9213	49,0566	54,8957	50,2298	55,0515	55,1539
	5	52,4598	46,8853	50,9914	46,6775	49,5257	46,8272
	10	51,3389	45,8892	49,3001	45,1321	47,2776	43,6205
A-S	0	4,9992	4,5887	5,4503	4,9993	6,2582	8,5047
	0,5	4,7613	4,4869	4,9621	4,6687	5,3218	6,2823
	1	4,6498	4,4428	4,7428	4,5324	4,9158	5,3451
	2	4,5502	4,4064	4,5616	4,4303	4,6019	4,6605
	5	4,4708	4,3789	4,4384	4,3644	4,4206	4,2944
	10	4,4435	4,3674	4,4063	4,3382	4,3835	4,1761
<i>SUS304/Al₂O₃</i>							
B-B	0	12,3106	12,0487	12,6102	12,3106	13,1933	15,0066
	0,5	12,1658	11,9508	12,2877	12,0633	12,5117	13,1484
	1	12,0935	11,8889	12,1419	11,9364	12,2275	12,4215
	2	12,0252	11,8173	12,0153	11,8046	11,9989	11,8732
	5	11,9632	11,7298	11,9101	11,6477	11,8196	11,4284
	10	11,9381	11,6813	11,8679	11,5538	11,7404	11,1667
A-A	0	39,5208	37,9796	40,7798	39,5208	42,7401	47,8411
	0,5	38,7166	37,2022	39,2677	38,0289	40,0621	41,8843
	1	38,2481	36,7129	38,4472	37,1734	38,7276	39,2606
	2	37,754	36,1794	37,6159	36,2783	37,444	36,9574
	5	37,2449	35,6087	36,7896	35,3421	36,2198	34,8626
	10	37,0192	35,3444	36,4302	34,9034	35,6899	33,8695
A-S	0	3,2805	3,2314	3,3517	3,2809	3,5046	4,008
	0,5	3,2517	3,2192	3,2793	3,2347	3,3366	3,5128
	1	3,2394	3,2115	3,2509	3,214	3,273	3,327
	2	3,2296	3,2019	3,2299	3,1939	3,2288	3,1981
	5	3,2229	3,1879	3,2171	3,1661	3,2013	3,0984
	10	3,2204	3,1784	3,2129	3,1448	3,189	3,0353
<i>SUS304/Al₂N₃</i>							
B-B	0	11,142	11,0082	11,2979	11,1421	11,6157	12,6557
	0,5	11,0651	10,9417	11,1242	10,9967	11,2385	11,5783
	1	11,0272	10,8999	11,0465	10,919	11,0835	11,165
	2	10,9913	10,8508	10,9785	10,8338	10,957	10,8468
	5	10,9583	10,7893	10,9194	10,7255	10,8495	10,5622
	10	10,9443	10,7545	10,8933	10,6584	10,7957	10,3818
A-A	0	35,4785	34,6028	36,1756	35,4784	37,2632	40,1602
	0,5	34,9905	34,0798	35,2747	34,5358	35,6908	36,665
	1	34,7166	33,7696	34,7972	34,01	34,9167	35,1386
	2	34,4326	33,4372	34,3174	33,4608	34,1711	33,7808
	5	34,1436	33,0833	33,8414	32,8794	33,4506	32,4971
	10	34,0145	32,9161	33,6303	32,5978	33,1271	31,8546
A-S	0	2,977	2,9547	3,0128	2,977	3,0958	3,3857
	0,5	2,9635	2,9462	2,9763	2,9523	3,0054	3,1001
	1	2,9581	2,9405	2,9625	2,94	2,9723	2,996
	2	2,9536	2,9328	2,9524	2,9257	2,9489	2,9204
	5	2,9504	2,9213	2,9453	2,9042	2,9318	2,8561
	10	2,9492	2,9137	2,9423	2,8883	2,9222	2,8099

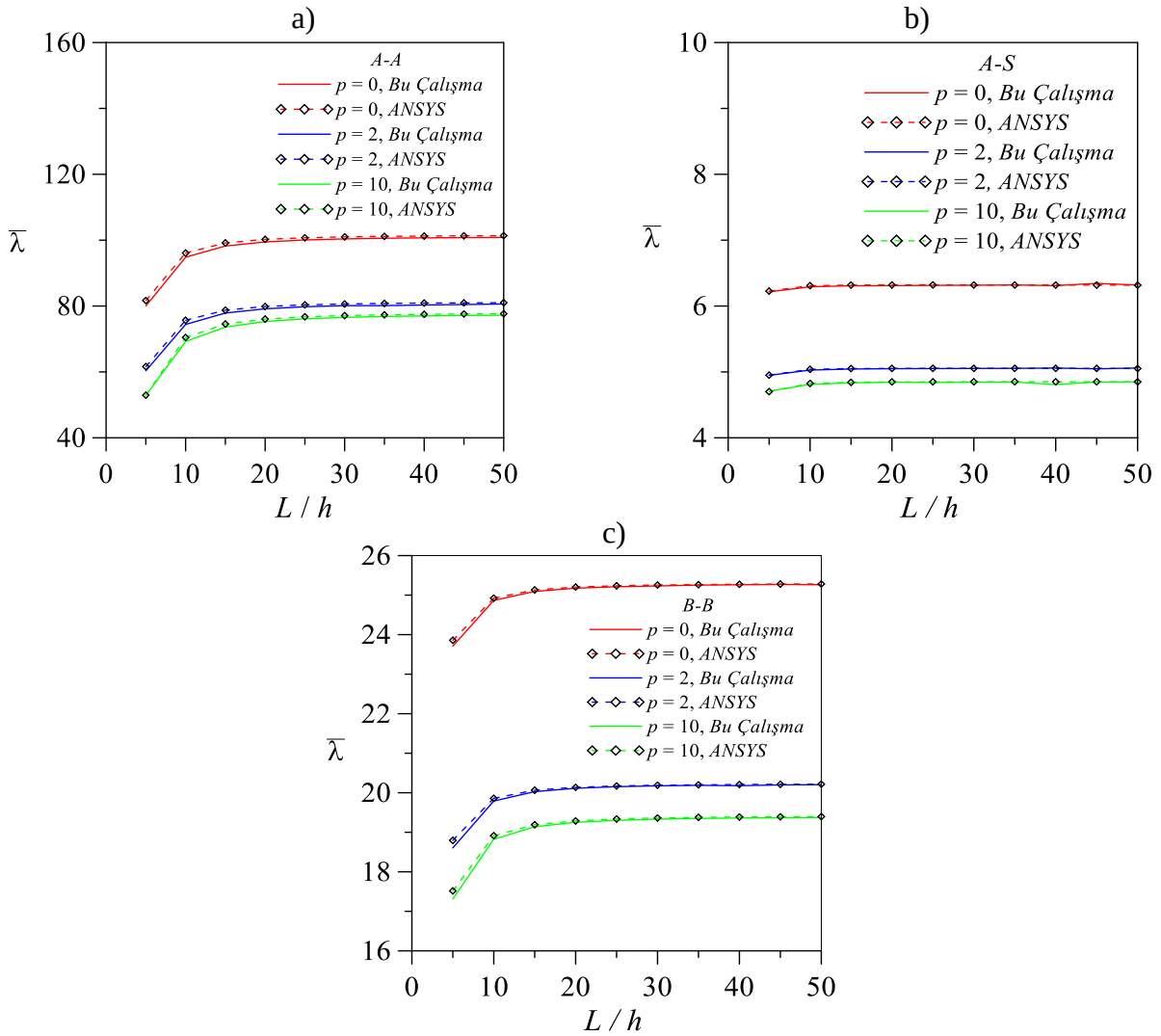
Tablo 33. Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin $L/h=20$ için Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p 'ye göre Değişimi

Kiriş	p	2-1-2	2-1-1	1-1-1	2-2-1	1-2-1	1-8-1
<i>Al/Al₂N₃</i>							
B-B	0	20,2730	18,6680	22,0839	20,2724	25,3647	34,5722
	0,5	19,3232	18,2869	20,1218	18,9726	21,5770	25,5127
	1	18,8885	18,1377	19,2568	18,4599	19,9558	21,7154
	2	18,5111	18,0311	18,5607	18,1013	18,7296	18,9775
	5	18,2253	17,9711	18,1214	17,9114	18,0793	17,5922
	10	18,1359	17,951	18,0257	17,8419	17,9804	17,1668
A-A	0	79,9916	73,4231	87,212	79,9913	100,1389	136,083
	0,5	76,1831	71,7949	79,3977	74,7032	85,1556	100,5228
	1	74,4001	71,0889	75,8935	72,5243	78,6625	85,5262
	2	72,8084	70,5078	72,9927	70,8901	73,6343	74,5627
	5	71,5344	70,0655	71,0218	69,835	70,7335	68,7063
	10	71,1007	69,8837	70,5049	69,4142	70,1397	66,8214
A-S	0	5,0857	4,6871	5,5401	5,0849	6,3576	8,6751
	0,5	4,8487	4,5934	5,0467	4,7628	5,4125	6,4026
	1	4,7403	4,5562	4,8316	4,6368	5,0074	5,451
	2	4,6476	4,5339	4,6611	4,5483	4,7014	4,767
	5	4,5782	4,5200	4,5531	4,5065	4,5452	4,4249
	10	4,5571	4,5190	4,5328	4,4910	4,5219	4,3206
<i>SUS304/Al₂O₃</i>							
B-B	0	13,3419	13,1656	13,6223	13,342	14,2414	16,3111
	0,5	13,2358	13,1315	13,3427	13,1784	13,5725	14,2962
	1	13,194	13,1107	13,2388	13,1109	13,3293	13,5525
	2	13,1632	13,0829	13,1689	13,0447	13,1677	13,0425
	5	13,1457	13,0370	13,1333	12,9473	13,0790	12,6693
	10	13,1421	13,0016	13,1246	12,8675	13,0396	12,4113
A-A	0	52,4895	51,7048	53,6292	52,4893	56,0765	64,1315
	0,5	52,0294	51,5087	52,4720	51,7579	53,3910	56,2057
	1	51,8337	51,3874	52,0160	51,4333	52,3745	53,2411
	2	51,6754	51,2343	51,6811	51,1052	51,6652	51,1628
	5	51,5640	51,0088	51,4763	50,6568	51,2255	49,6020
	10	51,5294	50,8572	51,4095	50,3268	51,0287	48,5633
A-S	0	3,3496	3,3065	3,4195	3,3493	3,5745	4,0956
	0,5	3,3236	3,299	3,3503	3,3105	3,4028	3,5879
	1	3,3136	3,2947	3,3227	3,2926	3,3468	3,4036
	2	3,3064	3,2882	3,3078	3,2789	3,308	3,2753
	5	3,3028	3,2779	3,301	3,2546	3,2894	3,1840
	10	3,3021	3,2693	3,2985	3,2361	3,2799	3,1195
<i>SUS304/Al₂N₃</i>							
B-B	0	12,1165	12,0406	12,2554	12,1162	12,5909	13,7843
	0,5	12,0701	12,0168	12,1186	12,0320	12,2352	12,6208
	1	12,0526	11,9998	12,0707	11,9909	12,1096	12,2037
	2	12,0401	11,9747	12,0377	11,9425	12,0260	11,9113
	5	12,0337	11,9335	12,0202	11,8635	11,9697	11,6624
	10	12,0320	11,9050	12,0118	11,8015	11,9364	11,4762
A-A	0	47,6345	47,2771	48,2073	47,6340	49,5314	54,1724
	0,5	47,4204	47,1422	47,6251	47,2381	48,0894	49,5925
	1	47,3317	47,0503	47,4037	47,0412	47,5593	47,9236
	2	47,2604	46,9274	47,2408	46,8137	47,1843	46,7292
	5	47,2093	46,7435	47,1301	46,4695	46,9123	45,6990
	10	47,1909	46,6225	47,0823	46,2159	46,7587	44,9613
A-S	0	3,0424	3,0241	3,0768	3,0426	3,1593	3,4613
	0,5	3,0310	3,0190	3,0434	3,0218	3,0724	3,1683
	1	3,0273	3,0153	3,0311	3,0120	3,0415	3,0645
	2	3,0244	3,0094	3,0244	3,0005	3,0212	2,9931
	5	3,0233	3,0003	3,0213	2,9819	3,0087	2,9300
	10	3,0230	2,9921	3,0181	2,9662	3,0010	2,8845

Tablo 32’de $L/h=5$ ve Tablo33’te $L/h=20$ ’ye göre farklı tabaka kalınlıkları ve çeşitli sınır koşulları için farklı FD malzemeli Tip-3 sandviç FD kirişlerin önerilen sonlu eleman ile hesaplanan kritik burkulma yüklerinin p ’ye bağlı değişimleri verilmiştir.

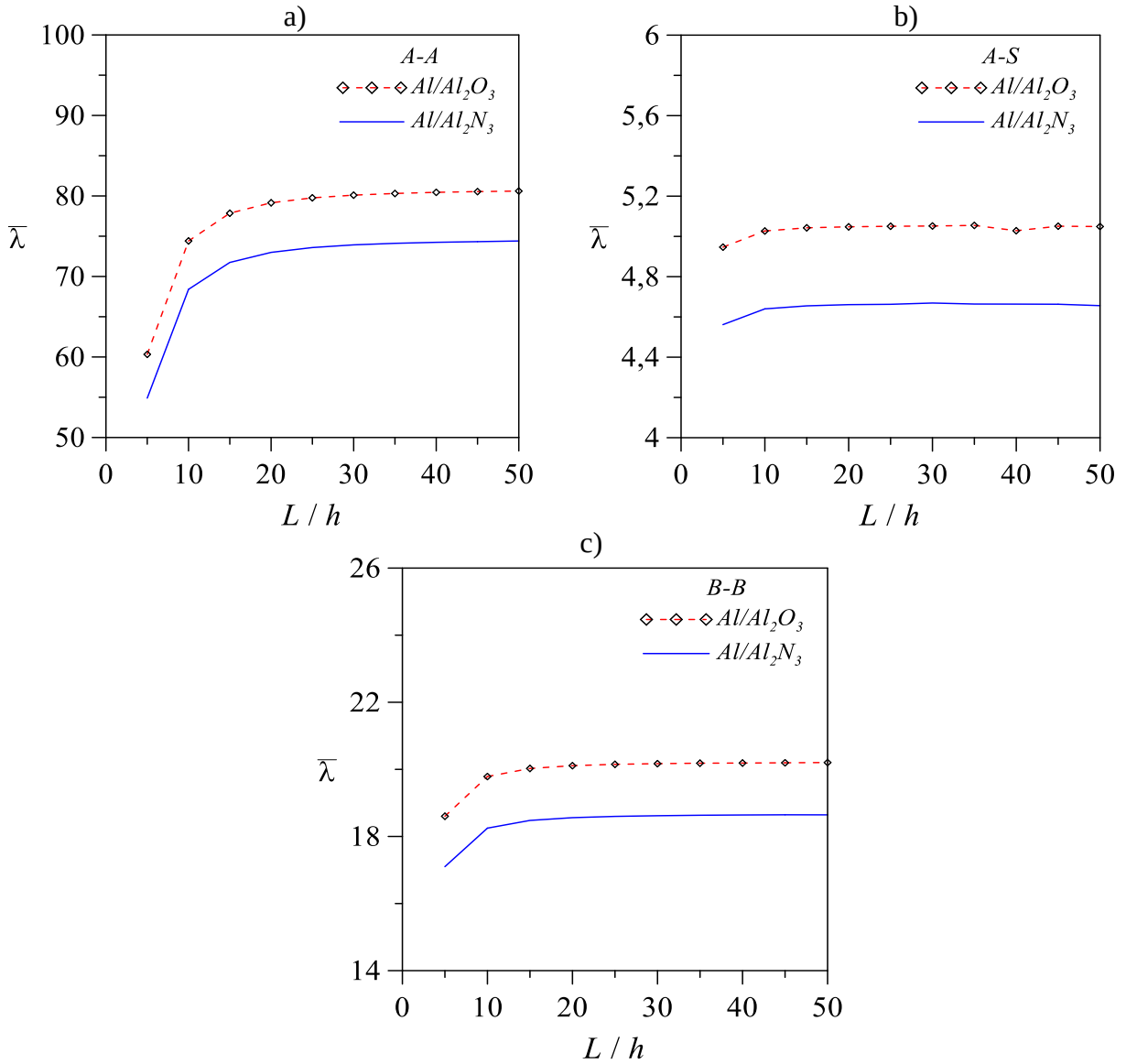
Tablo 30-33 incelendiğinde p değerinin artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yüklerinin azaldığı görülmektedir. Tabaka kalınlıklarının boyutsuz burkulma yüklerine etkisini incelediğimizde en büyük sonuçların $p=0$ ve 1-8-1 durumunda olduğu görülmektedir. Bu durumun sebebi FD kirişinin malzeme dağılımındaki çoğunluğun seramik malzemeye ait olmasıdır.

Şekil 46’da farklı sınır şartlarına sahip Al/Al_2O_3 Tip-3 sandviç FD kirişlerin farklı p değerleri için bu çalışma ve ANSYS’den hesaplanan kritik burkulma yüklerinin L/h ’ye bağlı değişimleri görülmektedir. Grafikler incelendiğinde L/h artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yükleri belli bir L/h değerine kadar artmış ve sonrasında sabit kaldığı görülmüştür.

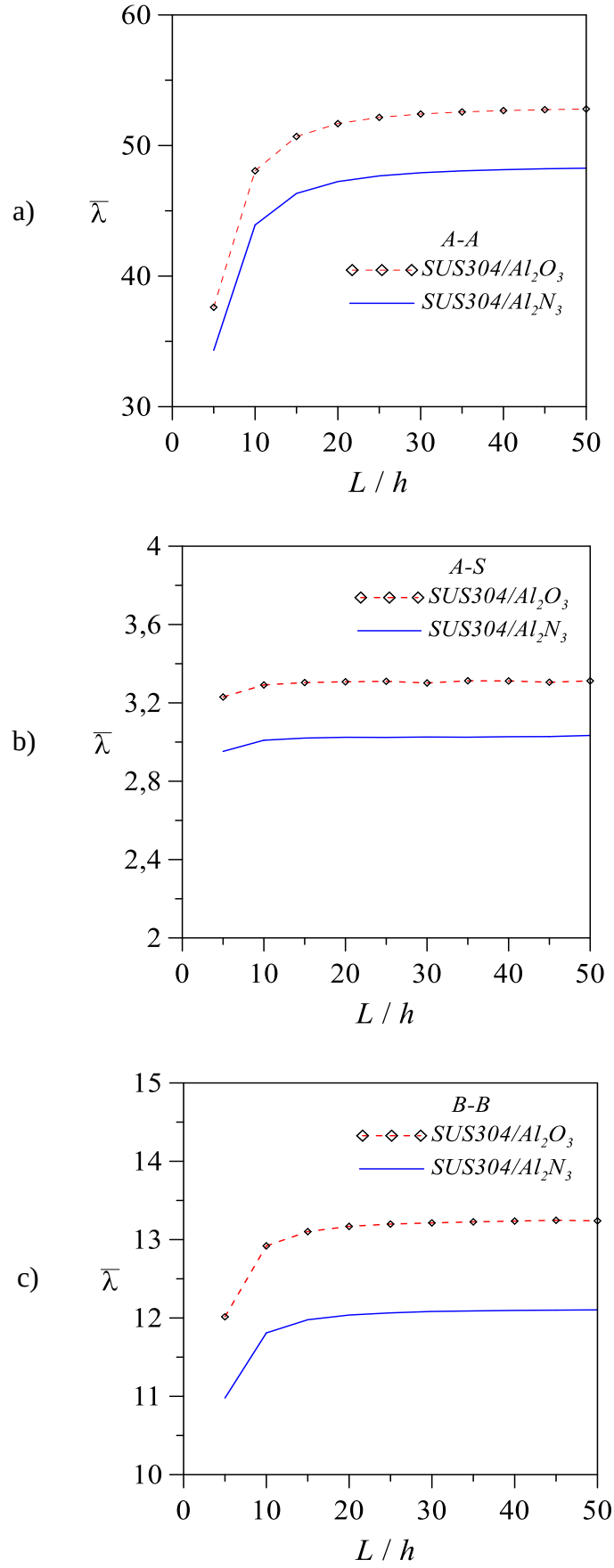


Şekil 46. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Sabit mesnetli Al/Al_2O_3 Tip-3 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için bu çalışma ve Ansys ile hesaplanan boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h ’ye bağlı değişimleri

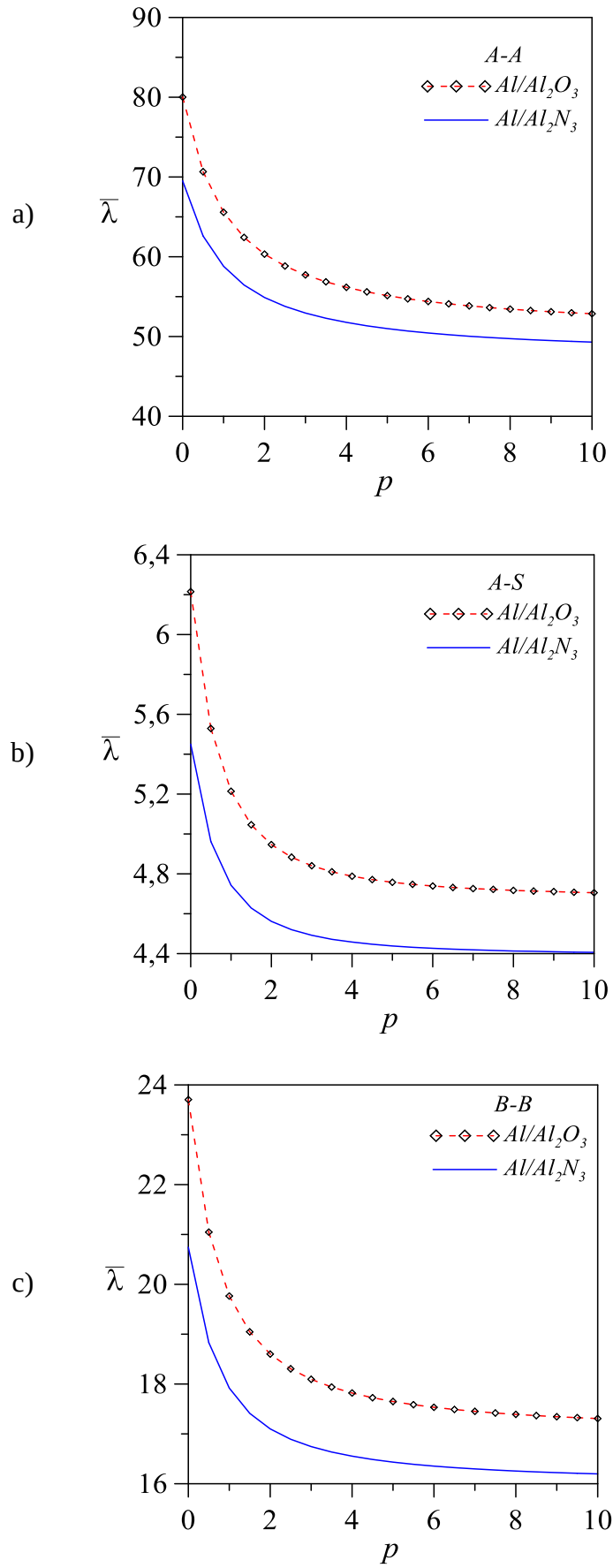
Şekil 47-50’de farklı sınır şartlarına sahip Tip-3 sandviç FD kirişlerin farklı malzeme özelliklerinin boyutsuz kritik burkulma yüklerine etkileri incelenmiştir. Metal malzeme sabit tutularak seramik malzemenin Şekil 47-48’de $p=2$ için L/h ’ye bağlı kritik burkulma yüklerinin değişimleri ve Şekil 49-50’te $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p ’ye bağlı etkileri incelenmiştir. Şekil 47-48’de metal malzeme olarak Al seçilmiş olup boyutsuz kritik burkulma yükleri belli bir L/h değerine kadar artmış ve sonrasında sabit kaldıkları görülmektedir. Minimum kritik burkulma yükü A-S sınır şartında ve SUS304/ Al_2N_3 FD malzemesi kullanıldığında elde edilmiştir. Şekil 49-50’de p arttıkça boyutsuz kritik burkulma yükü azalmaktadır. Burada da minimum kritik burkulma yükü konsol sınır şartında SUS304/ Al_2N_3 FD malzemesi kullanıldığında elde edilmiştir. Bu durumun sebebi ise Al_2N_3 malzemesinin elastisite modülünün daha küçük olmasıdır.



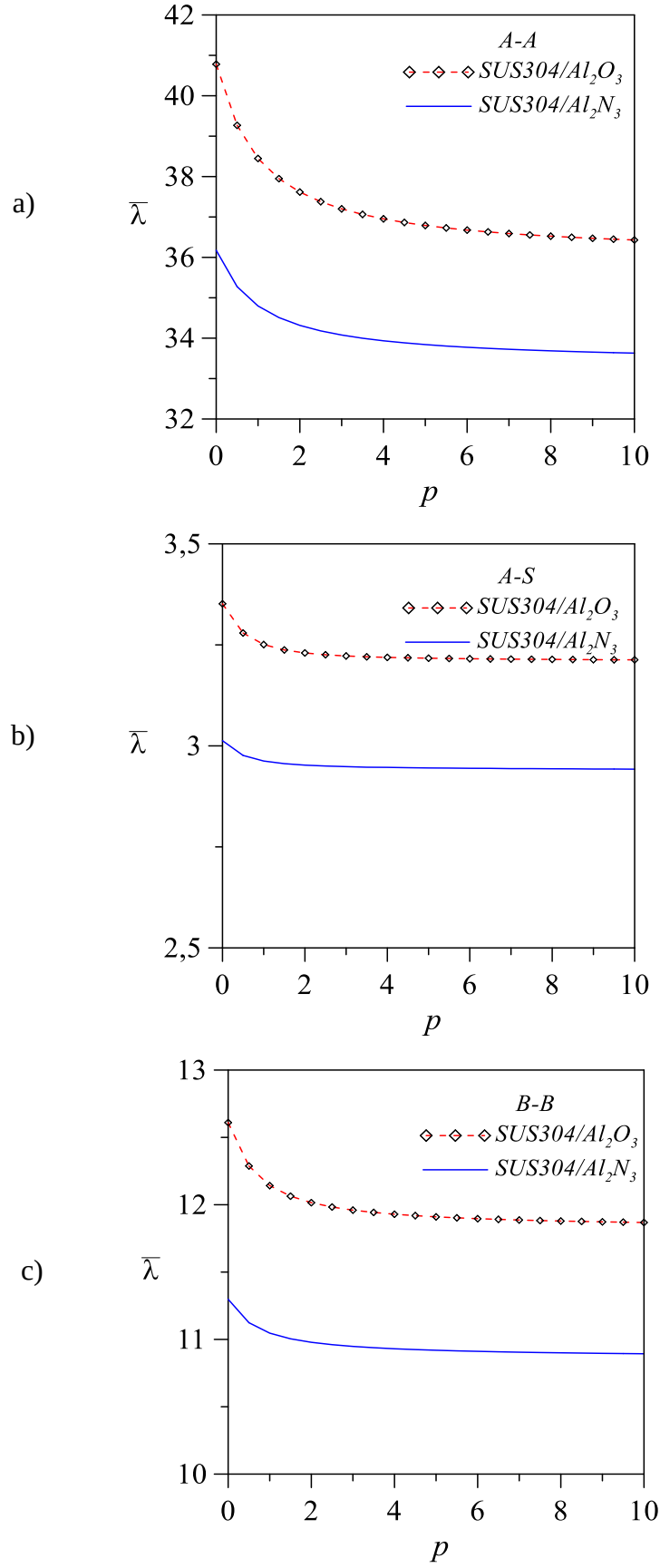
Şekil 47. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-3 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h ’ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 48. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS304/ Al_2N_3 Tip-3 sandviç FD kirişlerin $p=2$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması

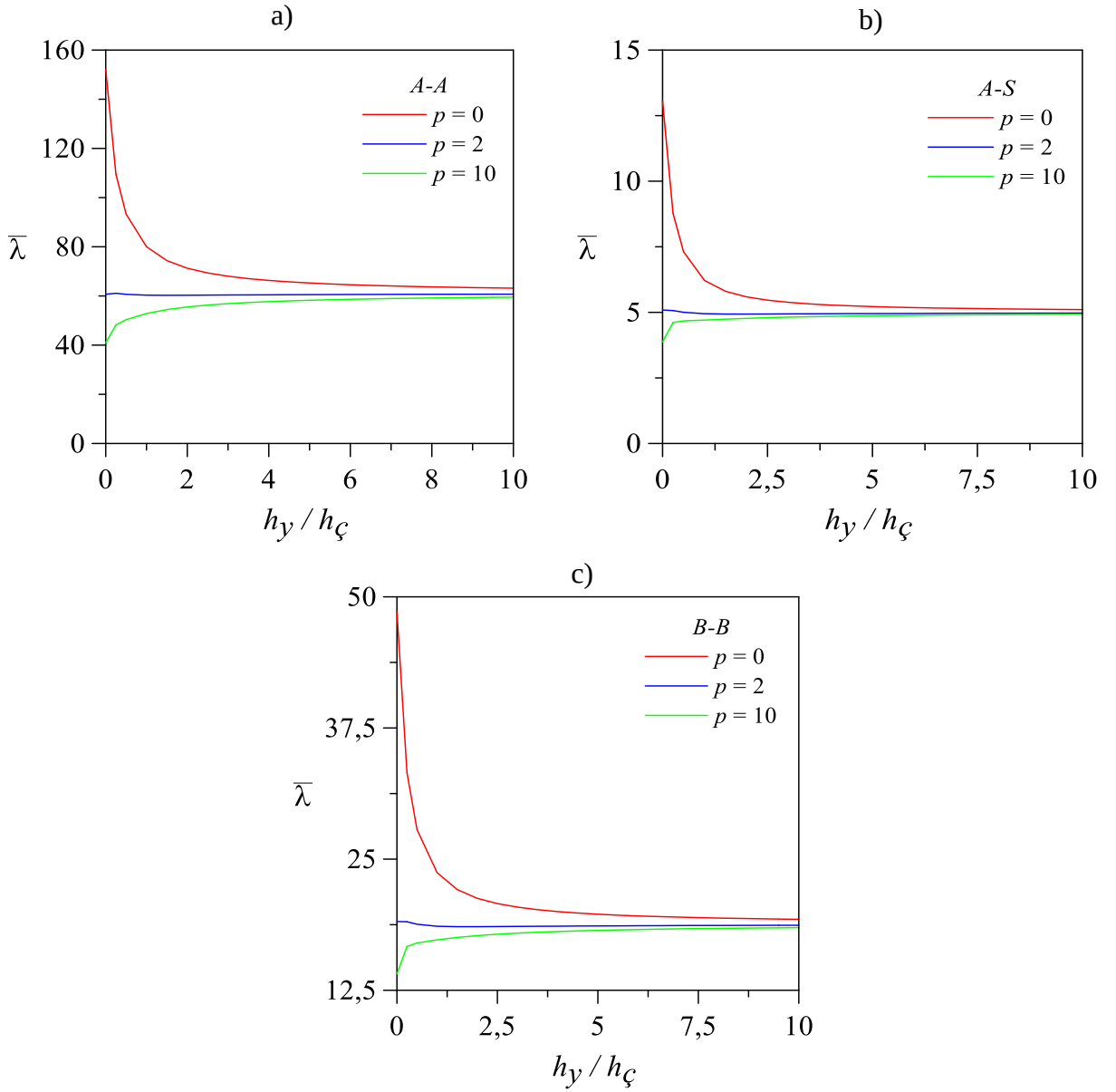


Şekil 49. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ ve Al/Al₂N₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 50. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması

Şekil 51’de Al/Al₂O₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin kritik burkulma yüklerinin farklı p değerler için h_y/h_ζ oranlarına bağlı değişimleri verilmiştir. h_y ve h_ζ sırasıyla yüzey ve çekirdek tabakalarının kalınlıklarını temsil etmektedir. $p=0$ ve $p=2$ değerlerinde h_y/h_ζ oranının artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yüklerinin belli bir değere kadar azaldığı ve devamında sabit kaldığı görülmektedir. Ancak $p=10$ ’da h_y/h_ζ oranının artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yüklerinin belli bir değere kadar yükseldiği ve devamında sabit kaldığı görülmektedir.



Şekil 51. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin 1-1-1 durumuna göre $L/h=5$ için boyutsuz kritik burkulma yüklerinin h_y/h_ζ ’ye bağlı değişimi

FD Kirişlerin Statik Analizlerine İlişkin Bulgular

Bu bölümde önerilen sonlu eleman ile Tip-1, Tip-2 ve Tip-3 FD kirişlerin statik analizleri Tablo 1’de verilen malzemeler kullanılarak farklı sınır şartlarına, farklı narinlik oranlarına, farklı FD malzemelere ve farklı tabaka kalınlık oranlarına göre ayrı ayrı FORTRAN dilinde yazılan program ve ANSYS programında sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmiştir. Statik analizler kapsamında FD kirişlerin üzerine düzgün yayılı $q=10000$ N/m’lik yük etki ettirilerek yer değiştirme, normal ve kayma gerilmeleri hesaplanmıştır. Hesaplanan yer değiştirme sonuçları denklem (48)’e göre, normal ve kayma gerilmeleri (49)’a göre boyutsuz hâle getirilip literatür ile ve kendi aralarında karşılaştırmalı olarak verilmişlerdir.

$$\bar{w} = \frac{100E_m b h^3}{qL^4} w(x, 0) \quad (48)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{bh}{qL} \sigma_{xx}(x, z), \quad \bar{\tau} = \frac{bh}{qL} \tau_{xz}(x, z) \quad (49)$$

Tip-1 FD kirişinin statik analizi.

Önerilen sonlu eleman ile Tip-1 FD kirişinin sonlu elemanlar yöntemiyle statik analizini incelemek için yakınsama çalışması yapılmıştır. ANSYS için ise tabaka sayısının yakınsama çalışması yapılmıştır. Bu çalışma ve ANSYS programında yapılan yakınsama çalışmalarında Al/Al₂O₃ malzemesi kullanılmıştır. Burada işlemler farklı sınır şartları, farklı eleman ve tabaka sayılarına göre yapılmış olup sırasıyla Tablo 34 ve Tablo 35’te verilmişlerdir. Tablo 34’e göre önerilen çözüm yöntemi için yeterli sonlu eleman sayısı 14 olarak alınmıştır. Tablo 35’e göre ise ANSYS için yeterli tabaka sayısı 40 olarak belirlenmiştir. Ayrıca Tablo 35’de SEM sonuçları ve ANSYS sonuçları karşılaştırılmıştır. Karşılaştırılan sonuçların birbirleriyle oldukça uyumlu oldukları görülmüştür.

Tablo 34. *Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-1 Al/Al₂O₃ FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin $p=1$ ve $L/h=5$ için Eleman Sayısıyla Değişimleri*

Sınır Şartları	Eleman Sayısı						
	4	8	10	12	14	16	20
Tip-1							
A-A	1,6289	1,6316	1,6320	1,6322	1,6323	1,6323	1,6324
B-B	6,2608	6,2608	6,2608	6,2608	6,2608	6,2608	6,2608
A-S	57,3573	57,3633	57,3640	57,3644	57,3646	57,3647	57,3648

Tablo 35. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-1 FD Kirişinin ANSYS ile Elde Edilen En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Tabaka Sayısı ile Değişimi

Malzeme	Kiriş		Tabaka Sayısı									
			5	e(%)	10	e(%)	20	e(%)	30	e(%)	40	e(%)
Al/Al ₂ O ₃		SEM	Boyutsuz Yer Değiş tirmeler									
	A-S	57,3646	61,8240	7,21	59,0240	2,81	57,9040	0,93	57,4560	0,16	57,4000	0,06
	A-A	1,6323	1,7472	6,58	1,6800	2,84	1,6576	1,53	1,6454	0,86	1,6436	0,69
	B-B	6,2608	6,8544	8,66	6,5632	4,61	6,4400	2,78	5,7094	8,12	6,3840	1,93
Al/Al ₂ N ₃												
	A-S	66,0217	70,0000	5,68	67,4240	2,08	66,3040	0,43	66,0800	0,09	65,8560	0,25
	A-A	1,8931	1,9936	5,04	1,9376	2,30	1,9152	1,15	1,9040	0,57	1,9040	0,57
	B-B	7,2151	7,7728	7,18	7,5040	3,85	7,3920	2,39	7,3472	1,80	7,3360	1,65
SUS304/Al ₂ O ₃												
	A-S	111,4487	97,7859	13,97	113,8691	2,13	110,6520	0,72	110,6524	0,72	110,6520	0,72
	A-A	3,2877	3,3453	1,72	3,3131	0,77	3,3131	0,77	3,3131	0,77	3,3131	0,77
	B-B	12,2391	12,5127	2,19	12,4162	1,43	12,2232	0,13	12,3519	0,91	12,3519	0,91
SUS304/Al ₂ N ₃												
	A-S	124,6710	124,1623	0,41	123,8406	0,67	123,5190	0,93	123,5190	0,93	123,5190	0,93
	A-A	3,6942	3,7313	0,99	3,6991	0,13	3,6991	0,13	3,6991	0,13	3,6991	0,13
	B-B	13,7018	13,6064	0,70	12,9631	5,70	13,8316	0,94	13,8316	0,94	19,7994	0,71

Tablo 36. Farklı Sınır Şartlarına Sahip *Al/Al₂O₃* Tip-1 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin $L/h=5$ ve 20 için p 'ye Bağlı Değişimleri

Kiriş	Teori	$p = 0$	$p = 0,5$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 10$	$p \rightarrow \infty$
<i>L/h=5</i>								
A-A	Bu Çalışma	0,8577	1,2702	1,6323	2,1396	2,8033	3,2141	4,2707
	ANSYS	0,8590	1,2880	1,6464	2,1392	2,800	3,1808	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,8630	1,2827	1,6403	2,1101	2,6477	3,0337	4,2817
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	0,8630	-	1,6398	2,1092	2,6468	3,0331	-
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	0,8501	-	1,6179	2,1151	2,7700	3,1812	-
B-B	Bu Çalışma	3,1654	4,8286	6,2608	8,0770	9,8412	10,9419	15,4480
	ANSYS	3,1920	4,9728	6,3728	8,1536	9,8112	10,7296	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	3,1657	4,8349	6,2599	8,0303	9,6483	10,7194	15,4310
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	3,1657	-	6,2599	8,0303	9,6483	10,7194	-
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	3,1654	-	6,2594	8,0677	9,8281	10,9381	-
A-S	Bu Çalışma	28,7706	44,1677	57,3646	73,7185	88,3009	97,4906	139,7827
	ANSYS	28,4480	44,6880	57,3440	72,9120	86,2400	7,4440	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	28,7811	44,2042	57,3774	73,5629	87,5977	96,6782	139,7664
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	28,7811	-	57,3756	73,5593	87,5939	96,6757	-
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	28,7555	-	57,3323	73,6482	88,2044	97,4151	-
<i>L/h=20</i>								
A-A	Bu Çalışma	0,5935	0,9122	1,1851	1,5220	1,8175	2,0039	2,8881
	ANSYS	0,5906	0,9275	1,1856	1,5050	1,7763	1,9294	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,5936	0,9127	1,1852	1,5194	1,8063	1,9909	2,8806
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	0,5936	-	1,1848	1,5186	1,8053	1,9903	-
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	0,5933	-	1,1843	1,5203	1,8155	2,0027	-
B-B	Bu Çalışma	2,8962	4,4644	5,8049	7,4426	8,8190	9,6907	14,0307
	ANSYS	2,8919	4,5631	5,8581	7,4200	8,6800	9,3800	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	2,8962	4,4648	5,8049	7,4396	8,8069	9,6767	14,0297
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	2,8962	-	5,8049	7,4397	8,8069	9,6767	-
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	2,8962	-	5,8049	7,4421	8,8182	9,6905	-
A-S	Bu Çalışma	27,7031	42,7223	55,5573	71,2114	84,2787	92,5611	134,1646
	ANSYS	27,6150	43,5663	55,9081	70,8138	82,7269	89,3813	-
	Turan (2018) ⁽¹⁾	27,7034	42,7242	55,5575	71,2005	84,2320	92,5074	134,1623
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	27,7034	-	55,5556	71,1968	84,2282	92,5048	-
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	27,7029	-	55,5546	71,2051	84,2712	92,5571	-

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözüm

⁽³⁾ Üçüncü mertebede kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre sonlu eleman metodu

Al/Al₂O₃ FD malzemesi kullanılarak farklı sınır şartları için Tablo 36'da $L/h=5$ 'e ve $L/h=20$ 'ye göre elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerin p 'ye bağlı değişimlerinin literatür ile karşılaştırılması görülmektedir. Tablo incelendiğinde en büyük boyutsuz yer değiştirmelerin p arttıkça arttığı ve L/h oranı arttıkça azaldıkları görülmüştür. En büyük boyutsuz yer değiştirmenin $L/h=5$ için konsol sınır şartında ve $p=\infty$ olduğu durumda elde edilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde oldukça uyumlu oldukları görülmüştür.

Literatüre katkı sağlamak için Al/Al₂N₃, SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ FD malzemeleri kullanılarak $L/h=5$ ve $L/h=20$ 'ye göre elde edilen boyutsuz yer değiştirmeler Tablo 37'de verilmiştir. Düşük elastisite modülüne sahip malzemeler kullanıldığında rijitliğin azalmasına bağlı olarak yer değiştirmelerin arttığı görülmektedir.

Tablo 38'de Al/Al₂O₃ FD malzemeli Tip-1 FD kirişinin boyutsuz normal ve kayma gerilemeleri farklı sınır şartları, $L/h=5$ ve 20 için önerilen sonlu eleman ile p 'ye bağlı elde edilerek literatür ile karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Tablodan boyutsuz normal gerilemelerin p 'nin ve L/h oranının artmasıyla arttığı görülmektedir. Boyutsuz kayma gerilemelerinin L/h artmasıyla arttığı ancak p 'nin artmasıyla belli bir kurala göre değişim göstermediği görülmektedir. Tablo 39'da Al/Al₂N₃, SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ FD malzemeleri kullanılarak $L/h=5$ ve $L/h=20$ 'ye göre elde edilen boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri verilmiştir.

Tablo 37. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-1 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin $L/h=5$ ve 20 için p 'ye Bağlı Değişimleri

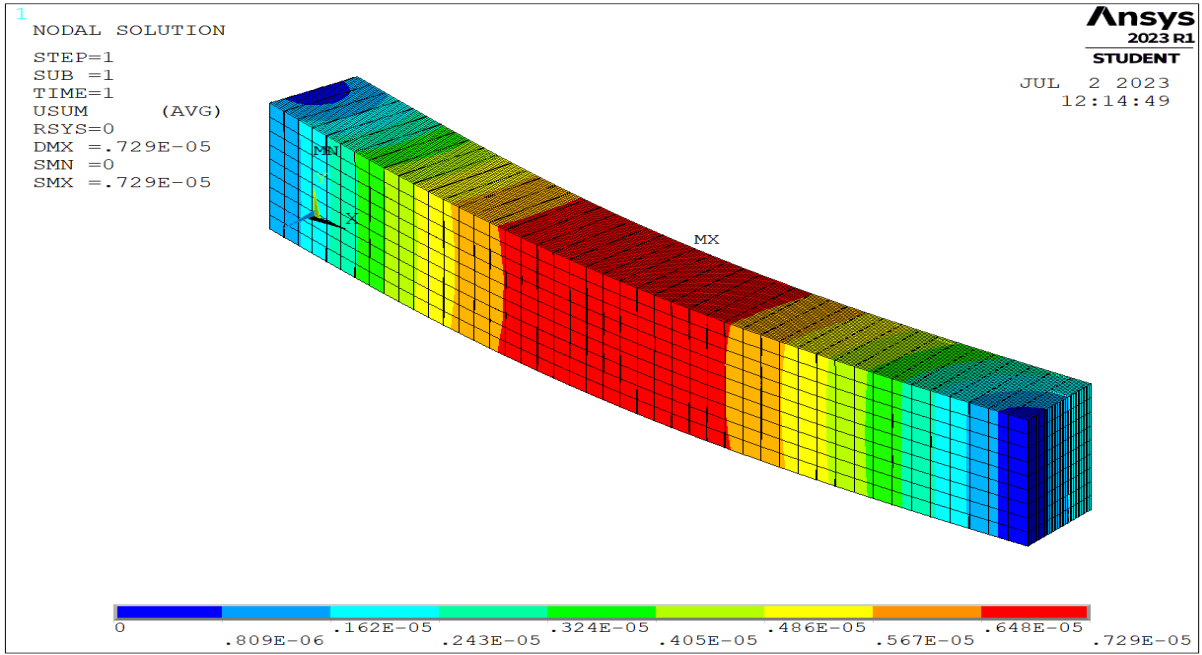
Malzeme	Kiriş	$p = 0$	$p = 0,5$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 10$	$p \rightarrow \infty$
<i>$L/h=5$</i>								
Al/Al ₂ N ₃	A-A	1,0514	1,5142	1,8931	2,3893	3,0093	3,3926	4,3471
	B-B	3,8801	5,7387	7,2151	8,9379	10,5687	11,6716	15,7936
	A-S	35,2672	52,4588	66,0217	81,4264	94,8702	104,2928	143,0525
SUS304/Al ₂ O ₃	A-A	2,4633	2,9893	3,2877	3,5916	3,9262	4,1336	4,5447
	B-B	9,0909	11,1594	12,2391	13,1931	14,1603	14,9238	16,7641
	A-S	82,6292	101,6849	111,4487	119,7705	128,0147	134,9623	152,3561
SUS304/Al ₂ N ₃	A-A	3,0196	3,4657	3,6942	3,9163	4,1567	4,3045	4,5784
	B-B	11,1437	12,8894	13,7018	14,3923	15,1179	15,6833	16,9155
	A-S	101,2874	117,3529	124,6710	130,6801	136,9447	142,1318	153,7860
<i>$L/h = 20$</i>								
Al/Al ₂ N ₃	A-A	0,7275	1,0833	1,3636	1,6805	1,9528	2,1448	2,9490
	B-B	3,5502	5,3003	6,6753	8,2108	9,4768	10,3855	14,3682
	A-S	33,9587	50,7189	63,8815	78,5514	90,5673	99,2188	137,4011
SUS304/Al ₂ O ₃	A-A	1,7045	2,0986	2,2998	2,4702	2,6382	2,7815	3,1428
	B-B	2,8962	4,4644	5,8050	7,4426	8,8190	9,6907	14,0307
	A-S	79,5634	98,0876	107,4571	115,2341	122,7993	129,4907	146,6921
SUS304/Al ₂ N ₃	A-A	2,0894	2,4215	2,5723	2,6952	2,8232	2,9304	3,1725
	B-B	10,1962	11,8263	12,5588	13,1468	13,7562	14,2812	15,4835
	A-S	97,5293	113,1354	120,1379	125,7429	131,5498	136,5750	148,1061

Tablo 38. Basit Mesnet Sınır Koşullarına Sahip Al/Al₂O₃ Tip-1 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Normal ve Kayma Gerilmelerinin L/h=5 ve 20 için p'ye Bağlı Değişimleri

Kiriş	Teori	p = 0	p = 0,5	p = 1	p = 2	p = 5	p = 10	p → ∞
<i>L / h = 5</i>								
$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$	Bu Çalışma	3,8147	5,0111	5,9117	6,9334	8,1809	9,7576	17,6662
	Turan (2018) ⁽¹⁾	3,7750	4,9534	5,8345	6,8127	7,9957	9,5863	17,5253
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	3,7500	-	5,7959	6,7676	7,9428	9,5228	-
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	3,8020	-	5,8836	6,8826	8,1106	9,7122	-
$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	Bu Çalışma	0,7365	0,7530	0,7365	0,6836	0,6131	0,6639	0,7173
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,6000	0,6272	0,6000	0,5106	0,3930	0,4296	0,5748
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	0,5976	-	0,5976	0,5085	0,3914	0,4279	-
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	0,7332	-	0,7332	0,6706	0,5905	0,6467	-
<i>L / h = 20</i>								
$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$	Bu Çalışma	15,0639	19,7678	23,2861	27,1980	31,9317	38,2711	69,9224
	Turan (2018) ⁽¹⁾	15,0099	19,8137	23,3379	27,2508	31,9828	38,3451	70,1010
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	15,0000	-	23,1834	27,0704	31,7711	38,0913	-
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	15,0129	-	23,2053	27,0991	31,8130	38,1385	-
$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	Bu Çalışma	0,7478	0,7639	0,7478	0,6962	0,6268	0,6778	0,7286
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,6000	0,6272	0,6000	0,5106	0,3930	0,4296	0,5748
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	0,5976	-	0,5976	0,5085	0,3914	0,4279	-
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	0,7451	-	0,7451	0,6824	0,6023	0,6596	-
⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü								
⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözüm								
⁽³⁾ Üçüncü mertebede kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre sonlu eleman metodu								

Tablo 39. Basit Mesnet Sınır Şartlarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-1 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Normal ve Kayma Gerilmelerinin L/h=5 ve 20 için p'ye Bağlı Değişimleri

Malzeme	Gerilme	p = 0	p = 0,5	p = 1	p = 2	p = 5	p = 10	p → ∞
<i>L/h=5</i>								
Al/Al ₂ N ₃	$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$	3,8147	4,9118	5,6833	6,5168	7,6060	8,9797	14,9044
	$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	0,7365	0,7517	0,7365	0,6897	0,6339	0,6769	0,7206
SUS304/Al ₂ O ₃	$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$	3,8147	4,3571	4,6331	4,9098	5,3586	5,8233	6,9668
	$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	0,7366	0,7443	0,7366	0,7177	0,7169	0,7169	0,7317
SUS304/Al ₂ N ₃	$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$	3,8147	4,1935	4,3718	4,5524	4,8482	5,1329	5,7590
	$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	0,7366	0,7420	0,7367	0,7242	0,7158	0,7239	0,7336
<i>L/h=20</i>								
Al/Al ₂ N ₃	$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$	15,0639	19,3753	22,3833	25,5674	29,7415	35,2794	58,9704
	$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	0,7478	0,7626	0,7478	0,7021	0,6473	0,6904	0,7319
SUS304/Al ₂ O ₃	$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$	15,0639	17,1910	18,2604	19,3245	21,1025	22,9823	27,5339
	$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	0,7478	0,7553	0,7478	0,7293	0,7156	0,7286	0,7428
SUS304/Al ₂ N ₃	$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$	15,0639	16,5489	17,2397	17,9375	19,1150	20,2665	22,7554
	$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$	0,7478	0,7530	0,7478	0,7356	0,7274	0,7354	0,7446



Şekil 52. İki ucu basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişinin $L/h=5$ ve $p=2$ için Ansys ile yapılan statik analizin sonucunda oluşan yer değiştirme

Şekil 52’de iki ucu basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip 1 FD kirişlerin $L/h=5$ ve $p=2$ için ANSYS ile elde edilen yer değiştirmesi görülmektedir.

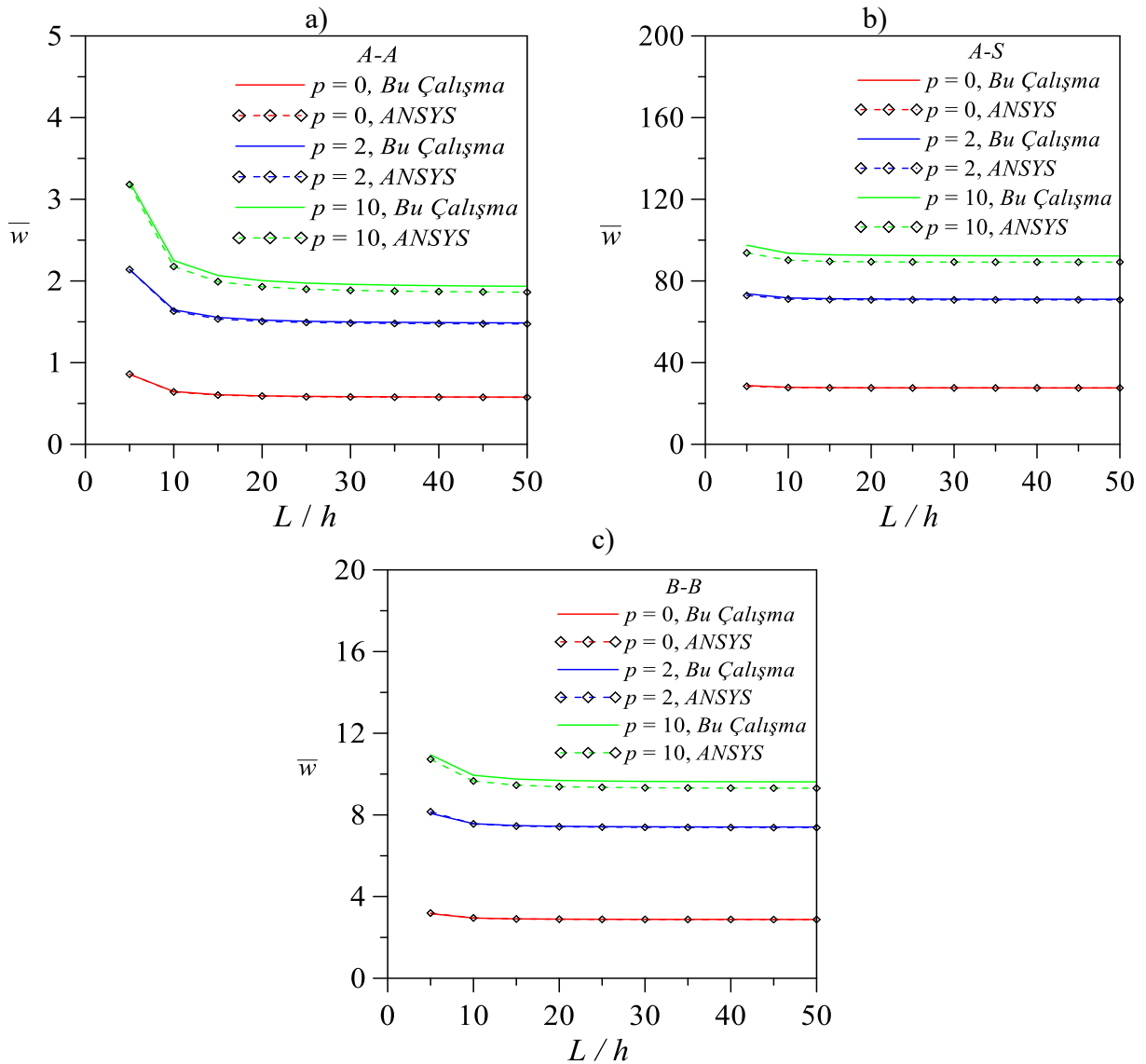
Şekil 53’te iki ucu ankastre mesnetli, basit mesnetli ve konsol Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişlerin farklı p değerlerine göre önerilen eleman ve ANSYS ile hesaplanan boyutsuz en büyük yer değiştirmelerinin L/h oranına bağlı değişimleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Grafikler incelendiğinde boyutsuz yer değiştirmelerin p ’nin artmasıyla arttığı ve L/h ’nin artmasıyla belli bir L/h değerine azaldıkları ve sonrasında sabit kaldıkları görülmektedir.

Şekil 54’te iki ucu ankastre mesnetli, basit mesnetli ve konsol Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için farklı p değerlerine göre bu çalışma ve ANSYS ile hesaplanan boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L oranına bağlı değişimleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Sonuçların iyi derecede yakın oldukları görülmektedir. Ayrıca maksimum yer değiştirme A-A ve B-B’de orta noktada A-S’de ise konsolun ucunda meydana gelmektedir.

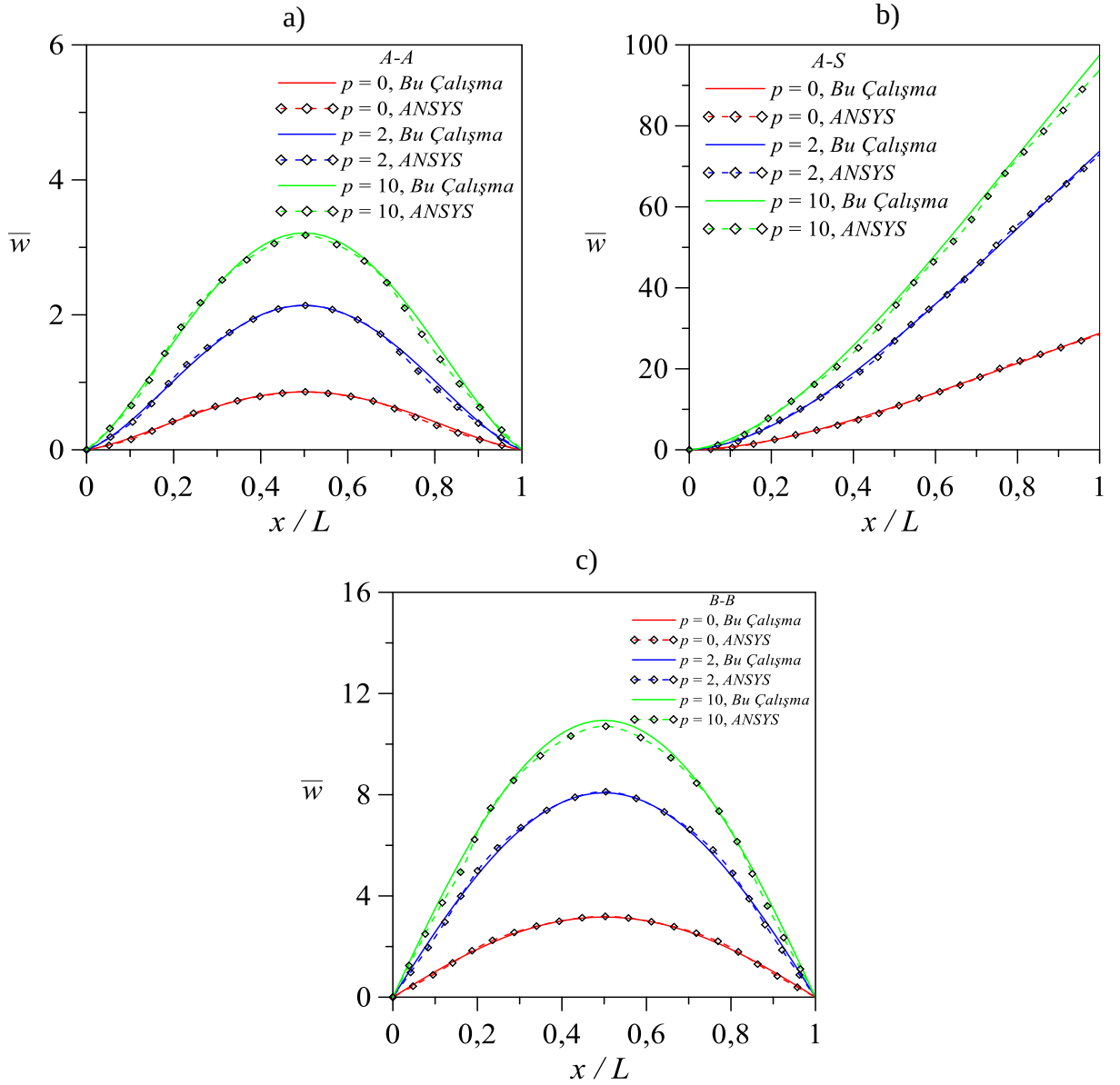
Şekil 55’te iki ucu ankastre mesnetli, basit mesnetli ve konsol Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=20$ için farklı p değerlerine göre önerilen eleman ile hesaplanan boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L oranına bağlı değişimleri verilmiştir. İki ucu ankastre ve iki ucu basit mesnetli FD kirişlerin en büyük boyutsuz yer değiştirmeleri kirişlerin orta noktalarında konsol FD kirişlerin ise kirişin serbest ucunda meydana gelmektedir. Grafikler incelendiğinde boyutsuz yer değiştirmelerin p ’nin artmasıyla arttıkları görülmektedir.

Şekil 56’da farklı sınır şartlarına sahip Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ ve 20 için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerin p ’ye bağlı değişimleri verilmiştir. Grafiklerde p arttıkça boyutsuz en büyük yer değiştirmelerin belli bir p değerine kadar arttıkları ve sonrasında sabit kaldıkları görülmektedir.

Şekil 57-58-59’da sırasıyla iki ucu ankastre mesnetli, basit mesnetli ve konsol Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için farklı p değerlerine göre boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin z/h ’ye bağlı değişimleri verilmiştir. Bütün sınır şartlarında mutlak değerce maksimum normal gerilme kesitin üst yüzeyinde meydana gelmektedir. Kayma gerilmesi ise $p=0$ olduğunda kesitin ortasına göre simetrik olmakta ve en büyük kayma gerilmesi kesitin ortasında oluşmaktadır. p değeri arttıkça maksimum kayma gerilmesi kesitin üstüne doğru kaymaktadır.



Şekil 53. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişlerin bu çalışma ve Ansys ile elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h ’ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



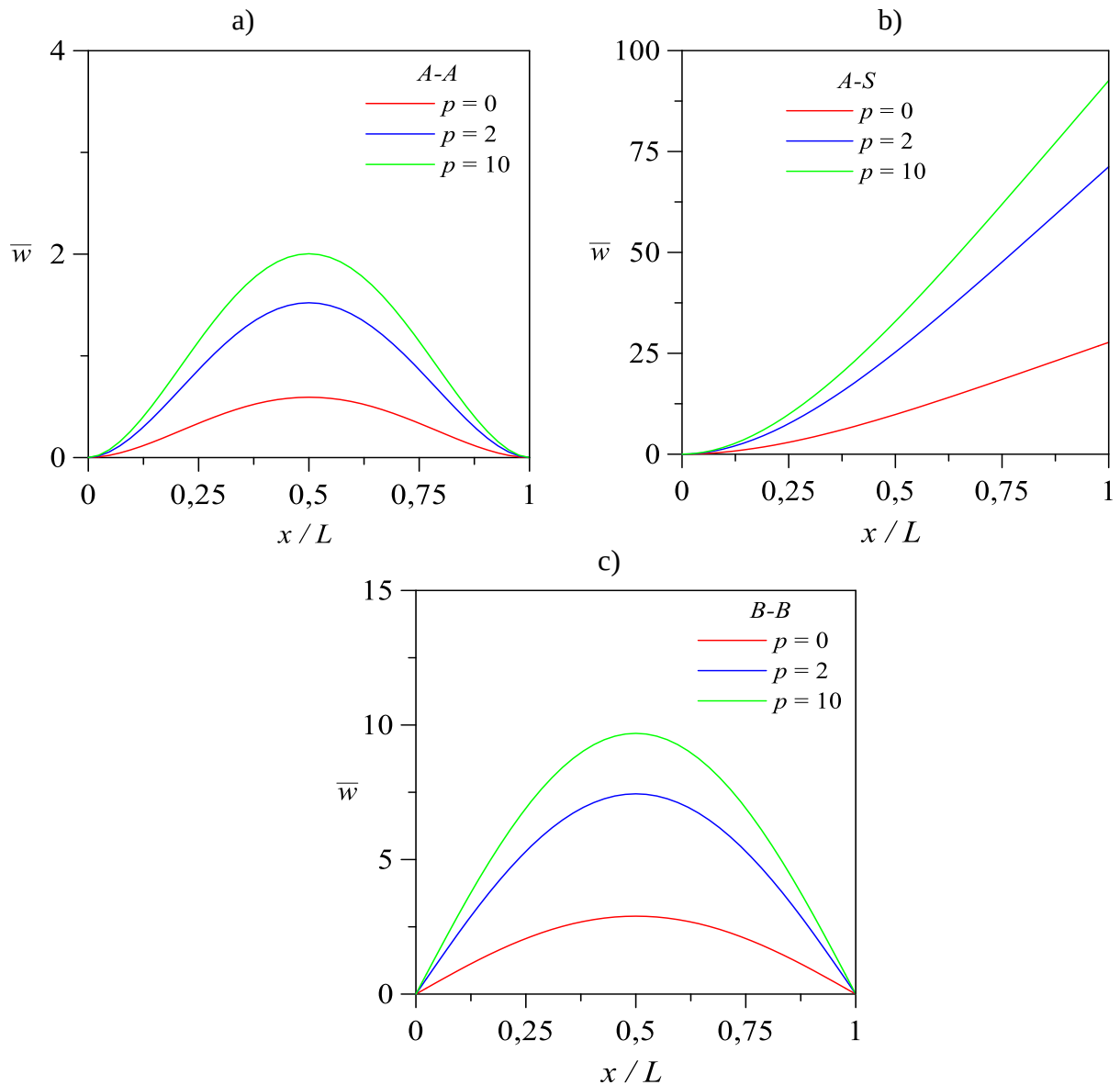
Şekil 54. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip 1 FD kirişlerin $L/h=5$ için bu çalışma ve Ansys ile elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması

Şekil 57'de iki ucu ankastre mesnetli FD kirişlerin boyutsuz normal gerilmeleri için kirişin orta kesitine ve boyutsuz kayma gerilmeleri için $L/4$ 'te bakılmıştır. Mutlak değerce en büyük boyutsuz normal kayma gerilmeleri kirişin üst yüzeyinde ve $p=10$ olduğu durumda elde edilmektedir. FD kirişin alt ve üst yüzeylerinde boyutsuz kayma gerilmeleri sıfır olmaktadır. Ayrıca en büyük boyutsuz kayma gerilmesi yaklaşık olarak $z/h=0,25$ ve $p=2$ olduğunda elde edilmektedir.

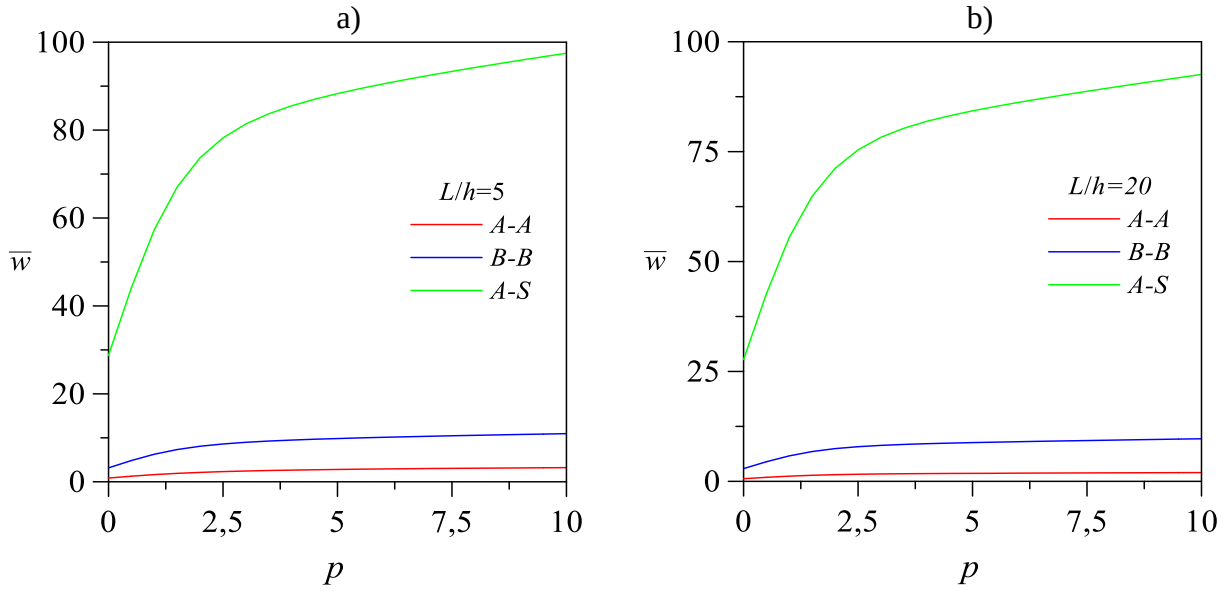
Şekil 58'de basit mesnetli FD kirişlerin boyutsuz normal ve kayma gerilme dağılımları iki ucu ankastre mesnetli FD kirişlere şekil olarak benzetmekte ancak sayısal değer olarak farklıdır. Kayma gerilmeleri için kirişin sol kenarına ve normal gerilmeler için kirişin orta

kesitine bakılmıştır. İki ucu ankastre mesnetli FD kiriş için yapılan yorumlar burada aynen geçerlidir.

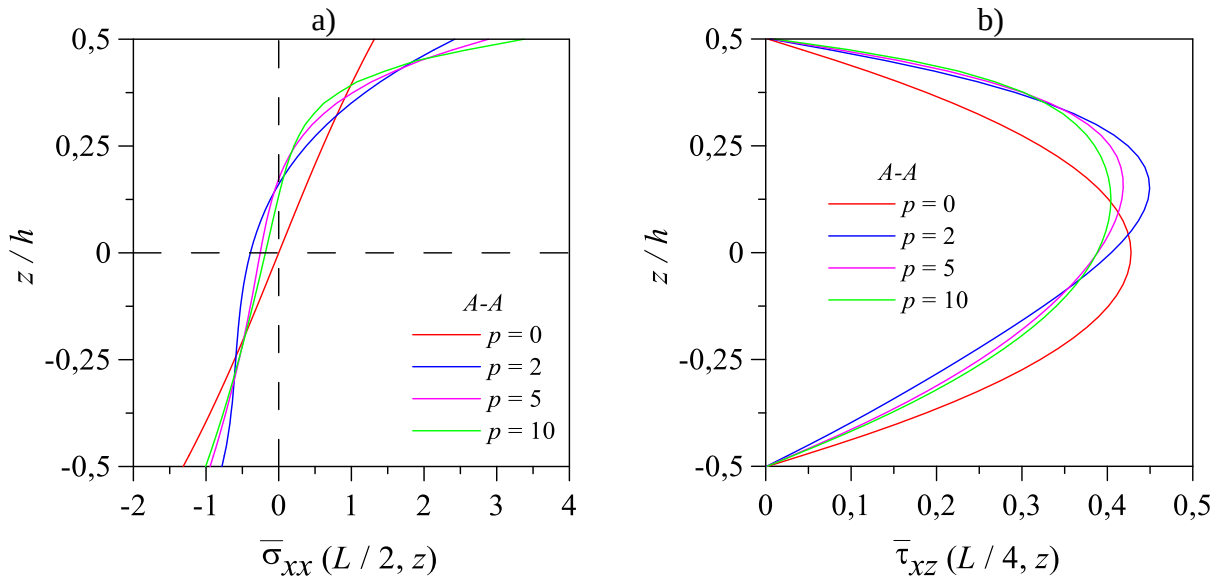
Şekil 59’da konsol FD kirişlerin boyutsuz normal ve kayma gerilme grafikleri verilmiştir. Boyutsuz normal gerilmeler için FD kirişin sol ucundaki kesitine ve kayma gerilmeleri için $L/4$ kesitine bakılmıştır. FD kirişin basınç bölgesi kirişin üst kısmında ve çekme bölgesi ise kirişin alt kısmında oluşmaktadır. FD kirişin alt yüzeyinden üst yüzeyine doğru çıktıkça mutlak değerce en büyük boyutsuz normal gerilme değerleri artmaktadır. Ayrıca mutlak değerce boyutsuz normal gerilme değeri p değeri arttıkça artmaktadır. En küçük mutlak değerce boyutsuz normal gerilme değeri $p=0$ ’da ve en büyük ise $p=10$ ’da elde edilmektedir.



Şekil 55. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=20$ için bu çalışma ile elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L 'ye bağlı değişimleri

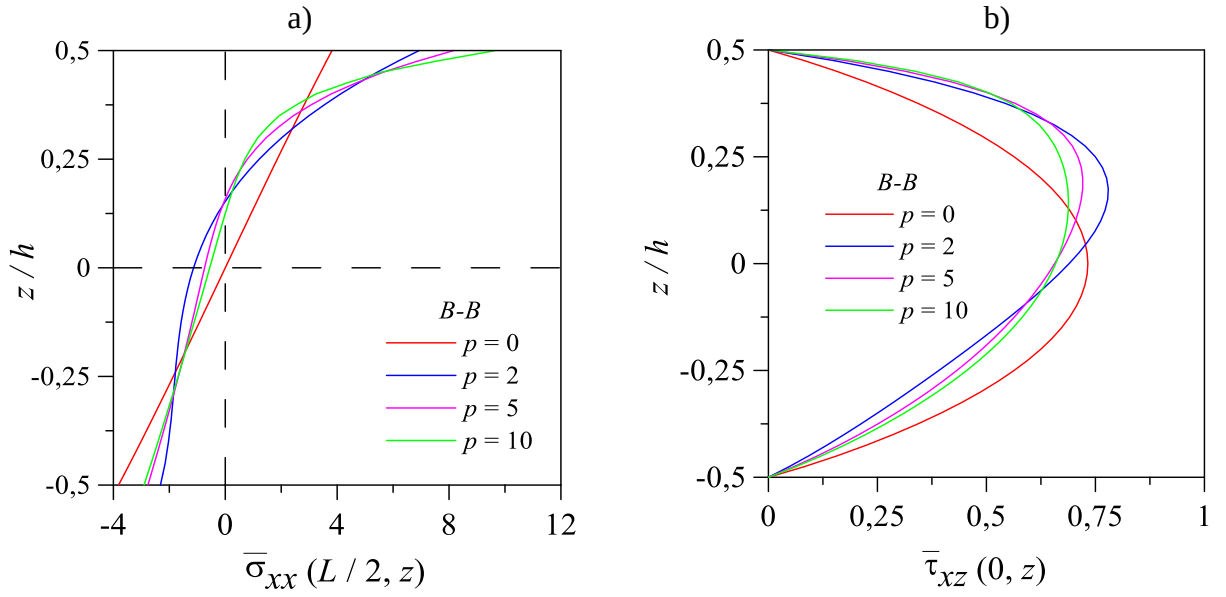


Şekil 56. a) $L/h=5$, b) $L/h=20$ için farklı sınır şartlarına sahip Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişlerin en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri

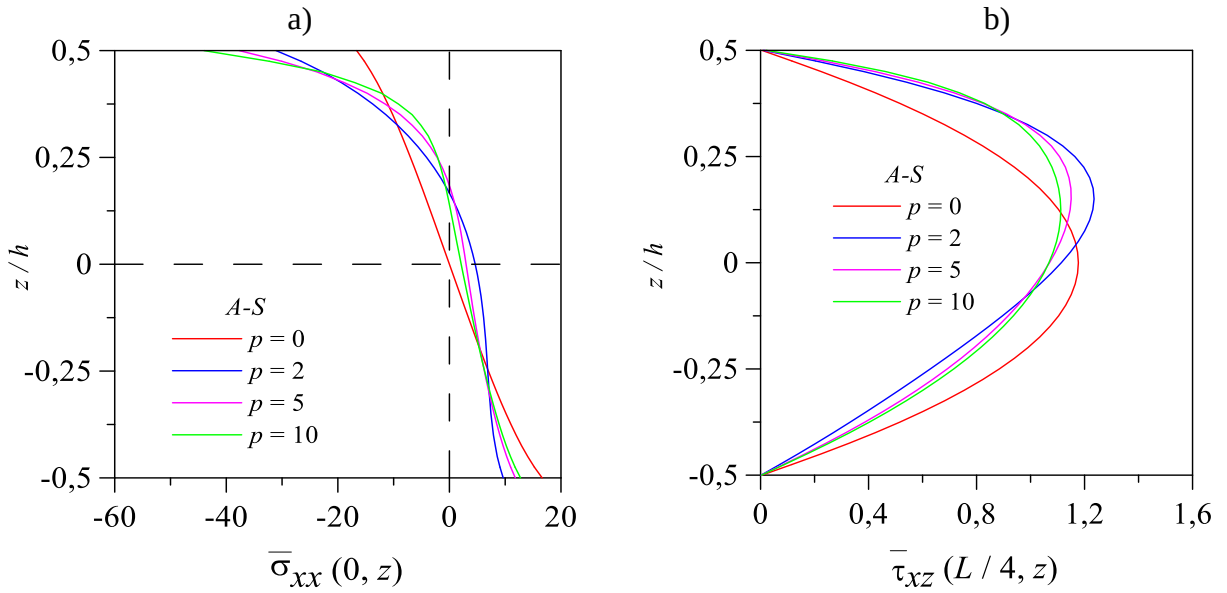


Şekil 57. İki ucu ankastre mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişinin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin $L/h=5$ için z/h 'ye bağlı değişimleri

Şekil 60-61'de farklı sınır şartlarına göre sırasıyla metal malzeme olarak Al ve SUS304 kullanılarak seramik malzemenin $p=2$ için boyutsuz yer değiştirmelerine etkileri L/h 'ye bağlı olarak incelenmiştir. Elastisite modülü küçük olan FD malzemenin boyutsuz yer değiştirme değerleri daha büyük olmaktadır. Ayrıca L/h oranının artmasıyla boyutsuz yer değiştirme değerlerinin belli bir değere kadar azaldığı ve sonrasında yakınsadıkları görülmektedir.

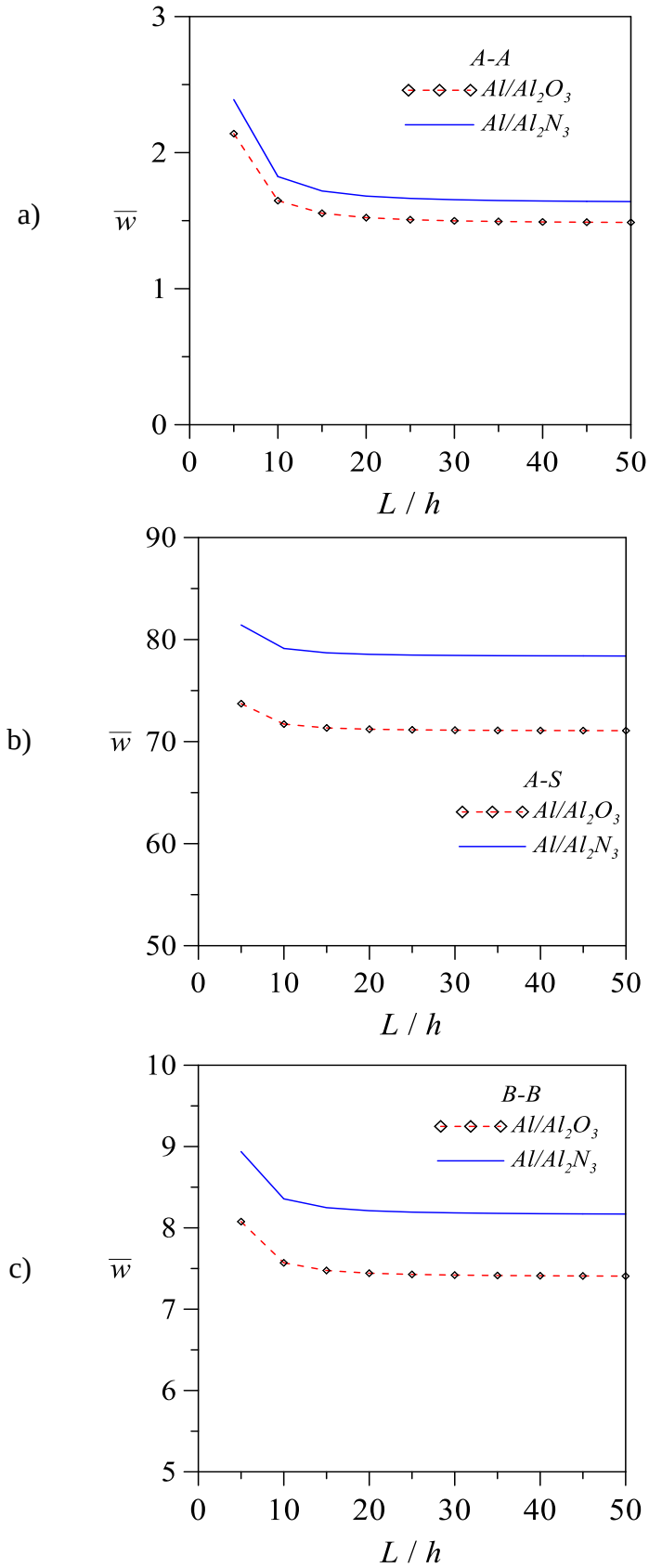


Şekil 58. Basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-1 FD kirişinin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin $L/h=5$ için z/h 'ye bağlı değişimleri

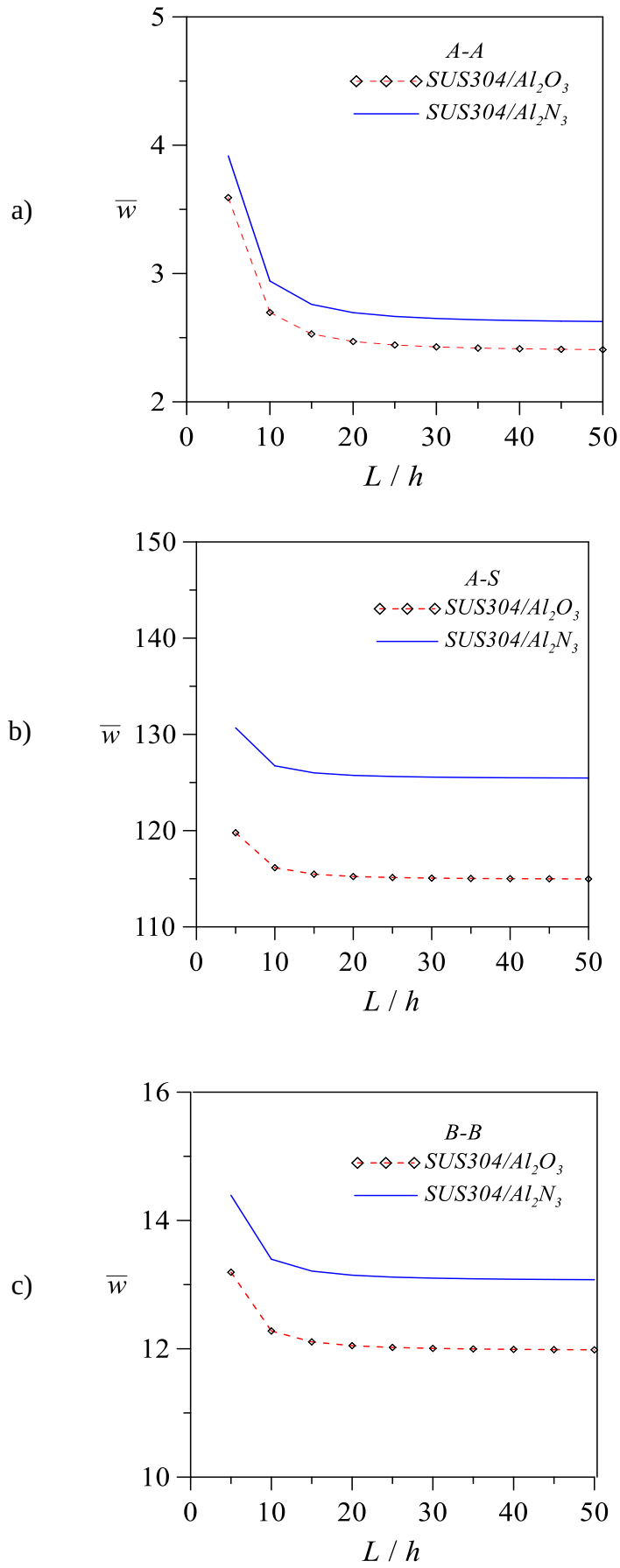


Şekil 59. Konsol Al/Al₂O₃ Tip-1 FD Kirişinin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin $L/h=5$ için z/h 'ye bağlı değişimleri

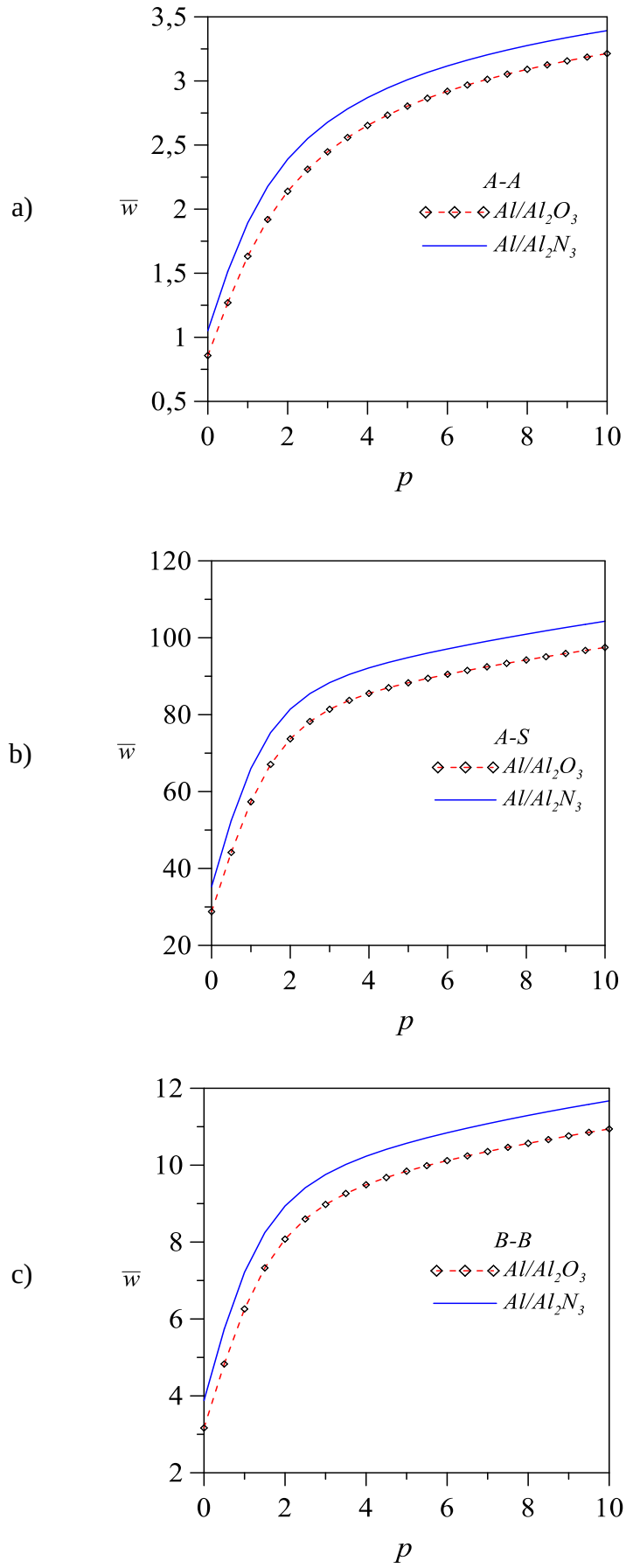
Şekil 62-63'te farklı sınır şartlarına göre sırasıyla metal malzeme olarak Al ve SUS304 kullanılarak seramik malzemenin $L/h=5$ için boyutsuz yer değiştirmelerine etkileri p 'ye bağlı olarak incelenmiştir. Elastisite modülü küçük olan FD malzemenin boyutsuz yer değiştirme değerleri daha büyük olmaktadır. Ayrıca p 'nin artmasıyla boyutsuz yer değiştirme değerlerinin belli bir değere kadar arttıkları ve sonrasında yakınsadıkları görülmektedir.



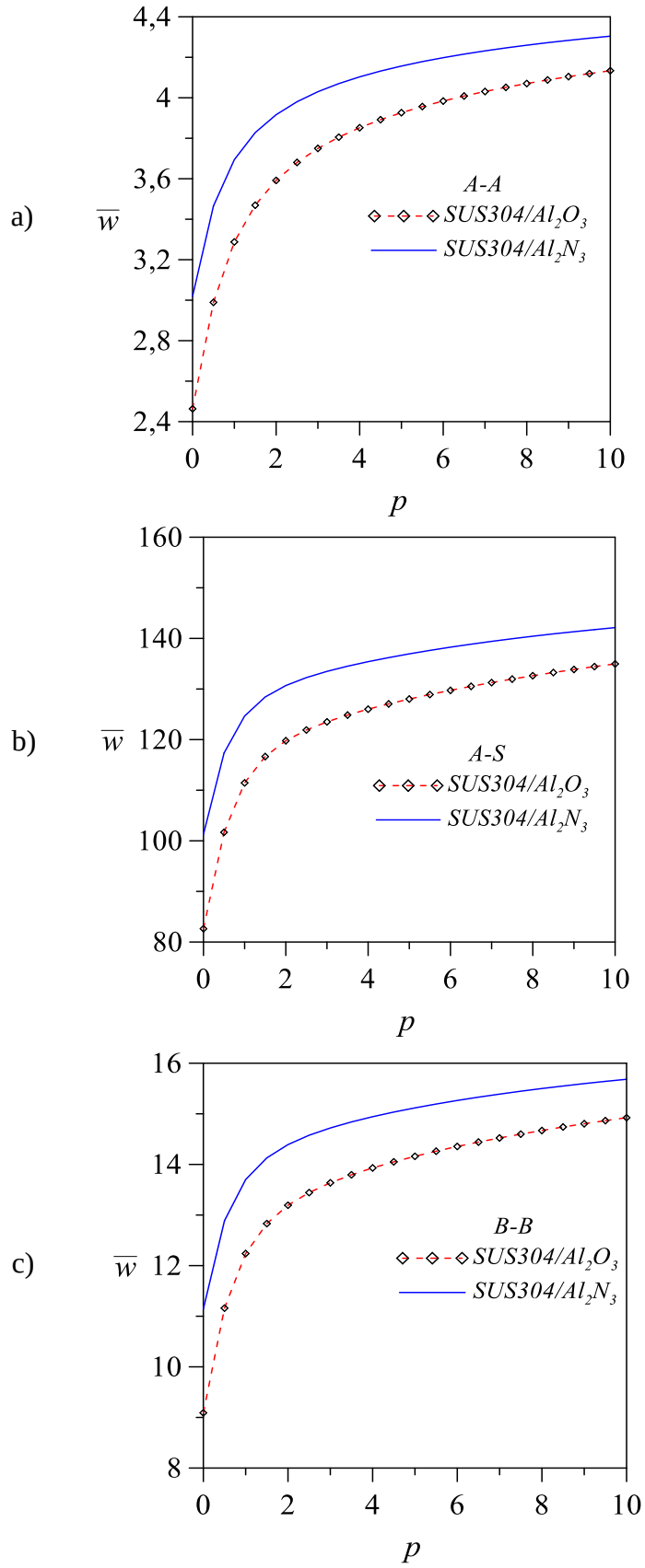
Şekil 60. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-1 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 61. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS304/ Al_2N_3 Tip-1 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 62. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması



Şekil 63. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ Tip-1 FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması

Tip-2 sandviç FD kirişinin statik analizi.

Sonlu elemanlar yöntemiyle Tip-2 sandviç FD kirişinin statik analizini incelemek için öncelikle yapılan çalışma ve ANSYS programlarında ayrı ayrı yakınsama çalışması yapılmıştır. Bu çalışmada gerçekleştirilen yakınsama çalışmalarında Al/Al₂O₃ malzemeleri kullanılmıştır. Burada farklı sınır şartlarına göre eleman sayılarının değişimine bağlı sonuçların yakınsaması Tablo 40'ta verilmiştir. Tabloya göre yeterli sonlu eleman sayısı 14 olarak alınmıştır. Tablo 41'de ise farklı malzemelere göre maksimum boyutsuz yer değiştirmelerin tabaka sayısı ile değişimi verilmiştir. Bu tabloya göre ise ANSYS için yeterli tabaka sayısı 41 olarak belirlenmiştir.

Tablo 40. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al₂O₃ Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Eleman Sayısına Bağlı Değişimleri (L/h=5 ve p=1, 1-1-1)

Sınır Şartları	Eleman Sayısı						
	4	6	8	10	12	14	16
Tip-2							
A-A	1,6082	1,6109	1,6122	1,6129	1,6132	1,6135	1,6136
B-B	6,3613	6,3613	6,3613	6,3613	6,3613	6,3613	6,3613
A-S	58,5641	58,5703	58,5729	58,5743	58,5750	58,5755	58,5758

Tablo 41. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Tabaka Sayısı ile Değişimi (L/h=5 ve p=1, 1-1-1)

Malzeme	Kiriş	Bu Çalışma	Tabaka Sayısı							
			3	<i>e</i> (%)	5	<i>e</i> (%)	21	<i>e</i> (%)	41	<i>e</i> (%)
<i>Al/Al₂O₃</i>	A-S	58,5755	65,6320	10,75	60,4800	3,15	58,6880	0,19	58,2400	0,58
	A-A	1,6135	1,7136	5,84	1,5904	1,45	1,5568	3,64	1,5456	4,39
	B-B	6,3614	7,1792	11,39	5,9248	7,37	6,4624	1,56	6,3840	0,35
<i>Al/Al₂N₃</i>	A-S	68,1466	75,3760	9,59	69,8880	2,49	68,5440	0,58	67,7600	0,57
	A-A	1,8812	1,9824	5,10	1,8592	1,18	1,8256	3,05	1,8032	4,33
	B-B	7,4019	8,5456	13,38	7,6832	3,66	7,5152	1,51	7,4368	0,47
<i>SUS304/Al₂O₃</i>	A-S	116,7111	120,9457	3,50	117,4074	0,59	116,4424	0,23	115,7990	0,79
	A-A	3,3106	3,3775	1,98	3,2809	0,90	3,2809	0,90	3,2488	1,90
	B-B	12,7281	13,3812	4,88	12,9952	2,06	12,8666	1,08	12,8022	0,58
<i>SUS304/Al₂N₃</i>	A-S	129,4575	132,2039	2,08	129,6306	0,13	128,6660	0,62	128,3439	0,87
	A-A	3,7188	3,7635	1,19	3,6991	0,53	3,6991	0,53	3,6670	1,41
	B-B	14,1482	14,6357	3,33	14,3784	1,60	14,2819	0,94	14,2497	0,71

Al/Al₂O₃ FD malzemesi kullanılarak farklı sınır şartları için Tablo 42'de L/h=5'e ve L/h=20'ye göre elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerin p'ye bağlı değişimlerinin literatür ile karşılaştırılması görülmektedir. Tablo 36 için yapılan yorumların aynısı Tablo 42 için yapılabilir. Ayrıca Tablo 42'de (1-1-1) ile tabaka kalınlıklarının oranlarını ifade etmektedir. Sonuçlar incelendiğinde oldukça uyumlu oldukları görülmüştür. Tablo 43'te Al/Al₂N₃,

SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ FD malzemeleri kullanılarak $L/h=5$ ve 20'ye göre elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerin farklı tabaka kalınlıklarına bağlı değişimleri verilmiştir. Tabloya göre elastisite modülü büyüdükçe boyutsuz yer değiştirmelerin azaldıkları görülmektedir. En büyük boyutsuz yer değiştirme konsol sınır şartında $p=10$ olduğu durumda elde edilmiştir.

Tablo 42. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Al/Al₂O₃ Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin $L/h=5$ ve 20 için p 'ye Bağlı Değişimleri

Kiriş	p	Teori	$L / h = 5$				$L / h = 20$			
			1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1
B-B	0	Bu Çalışma	3,1663	3,1654	3,1654	3,1654	2,8971	2,8962	2,8962	2,8962
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,1937	3,2057	3,1857	3,1952	2,8980	2,8987	2,8975	2,8981
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	3,1657	3,1657	3,1657	3,1657	2,8963	2,8963	2,8963	2,8963
	1	Bu Çalışma	6,3614	5,4496	6,7734	5,9707	5,9475	5,1029	6,2122	5,5243
		Turan (2018) ⁽¹⁾	6,3277	5,4689	6,6054	5,8954	5,9436	5,1041	6,2015	5,5195
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	6,3128	5,4408	6,5886	5,8749	5,9428	5,1024	6,2004	5,5182
	2	Bu Çalışma	8,5242	6,8064	9,2582	7,7465	8,0420	6,4306	8,5239	7,2200
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,4646	6,8206	8,9805	7,6269	8,0359	6,4314	8,5062	7,2124
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	8,4582	6,8003	8,9597	7,6112	8,0356	6,4302	8,5047	7,2113
	5	Bu Çalışma	11,3793	8,5591	12,2472	9,9807	10,8501	8,1670	11,4054	9,4242
		Turan (2018) ⁽¹⁾	11,3378	8,5831	11,9930	9,8889	10,8445	8,1684	11,3891	9,4183
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	11,3372	8,5762	11,9348	9,8720	10,8445	8,1681	11,3851	9,4170
	10	Bu Çalışma	12,7405	9,4521	13,4536	11,0368	12,1735	9,0499	12,5564	10,4648
		Turan (2018) ⁽¹⁾	12,7154	9,4807	13,2652	10,9780	12,1685	9,0517	12,5444	10,4610
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	12,7006	9,4800	13,1433	10,9440	12,1677	9,0518	12,5362	10,4586
A-A	0	Bu Çalışma	0,8583	0,8581	0,8580	0,8581	0,5937	0,5935	0,5935	0,5935
		Turan (2018) ⁽¹⁾	0,8872	0,8978	0,8807	0,8889	0,5952	0,5960	0,5948	0,5953
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	0,8630	0,8630	0,8630	0,8630	0,5936	0,5936	0,5936	0,5936
	1	Bu Çalışma	1,6135	1,3801	1,7965	1,5545	1,2113	1,0389	1,2717	1,1283
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,5913	1,4016	1,6636	1,4976	1,2091	1,0401	1,2618	1,1238
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	1,5783	1,3770	1,6489	1,4793	1,2083	1,0385	1,2607	1,1226
	2	Bu Çalışma	2,1002	1,6759	2,4178	1,9687	1,6338	1,3060	1,7430	1,4716
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,0579	1,6937	2,1977	1,8774	1,6300	1,3070	1,7264	1,4645
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	2,0523	1,6758	2,1800	1,8634	1,6297	1,3058	1,7250	1,4635
	5	Bu Çalışma	2,7145	2,0425	3,1037	2,4434	2,1979	1,6542	2,3250	1,9141
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,6884	2,0695	2,9034	2,3767	2,1952	1,6557	2,3098	1,9087
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	2,6879	2,0635	2,8556	2,3624	2,1952	1,6554	2,3060	1,9074
	10	Bu Çalışma	3,0188	2,2305	3,3909	2,6685	2,4647	1,8313	2,5581	2,1230
		Turan (2018) ⁽¹⁾	3,0076	2,2620	3,2461	2,6304	2,4628	1,8332	2,5469	2,1196
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	2,9948	2,2614	3,1463	2,6027	2,4620	1,8332	2,5392	2,1173
A-S	0	Bu Çalışma	28,7798	28,7715	28,7713	28,7714	27,7115	27,7032	27,7032	27,7032
		Turan (2018) ⁽¹⁾	28,8866	28,9318	28,8570	28,8927	27,7103	27,7132	27,7083	27,7107
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	28,7811	28,7811	28,7811	28,7811	27,7034	27,7034	27,7034	27,7034
	1	Bu Çalışma	58,5755	50,2351	61,6078	54,6162	56,9408	48,8586	59,4254	52,8656
		Turan (2018) ⁽¹⁾	58,4487	50,3165	60,9960	54,3465	56,9160	48,8635	59,3841	52,8471
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	58,3924	50,2103	60,9322	54,2687	56,9123	48,8566	59,3796	52,8419
	2	Bu Çalışma	78,9238	63,0857	84,3888	71,1704	77,0223	61,5934	81,5511	69,1138
		Turan (2018) ⁽¹⁾	78,6986	63,1492	83,3746	70,7395	76,9854	61,5972	81,4826	69,0844
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	78,6742	63,0722	83,2965	70,6795	76,9836	61,5921	81,4765	69,0799
	5	Bu Çalışma	106,0578	79,8179	112,4350	92,4437	103,9638	78,2569	109,1734	90,26342
		Turan (2018) ⁽¹⁾	105,8965	79,9197	111,5085	92,1185	103,9237	78,2632	109,1107	90,2409
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	105,8940	79,8939	111,2930	92,0554	103,9230	78,2614	109,0940	90,2354
	10	Bu Çalışma	118,8992	88,3326	123,6841	102,4913	116,6548	86,7300	120,2030	100,2478
		Turan (2018) ⁽¹⁾	118,7984	88,4526	123,0035	102,2907	116,6150	86,7375	120,1567	100,2336
		Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	118,7420	88,4498	122,5520	102,1650	116,6110	86,7371	120,1240	100,2230

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

Tablo 43. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin $L/h=5$ ve 20 için p 'ye Bağlı Değişimleri

Kiriş	p	$L/h = 5$				$L/h = 20$			
		1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1
Al/Al_2N_3									
B-B	0	3,8812	3,8801	3,8801	3,8801	3,5513	3,5502	3,5502	3,5502
	1	7,4019	6,4351	7,8150	6,9812	6,9181	6,0207	7,1825	6,4643
	2	9,5869	7,8636	10,2579	8,7941	9,0373	7,4197	9,4684	8,2013
	5	12,2640	9,6215	12,9643	10,9345	11,6634	9,1589	12,0693	10,3066
	10	13,4622	10,4800	13,9867	11,8901	12,8235	10,0064	13,0395	11,2445
A-A	0	1,0521	1,0519	1,0518	1,0518	0,7277	0,7275	0,7275	0,7275
	1	1,8812	1,6343	2,0663	1,8165	1,4091	1,2261	1,4696	1,3200
	2	2,3718	1,9452	2,6709	2,2367	1,8365	1,5075	1,9349	1,6714
	5	2,9538	2,3150	3,2993	2,6964	2,3644	1,8563	2,4606	2,0944
	10	3,2259	2,4971	3,5475	2,9031	2,5985	2,0264	2,6575	2,2829
A-S	0	35,2785	35,2682	35,2681	35,2682	33,9689	33,9587	33,9587	33,9587
	1	68,1466	59,2903	71,1820	63,8955	66,2325	57,6445	68,7140	61,8635
	2	88,7256	72,8281	93,6658	80,8343	86,5524	71,0641	90,5988	78,5102
	5	114,1267	89,5962	119,0125	101,176	111,7448	87,7536	115,5280	98,7084
	10	125,4014	97,7736	128,5151	110,2445	122,8673	95,8851	124,8226	107,7049
$SUS304/Al_2O_3$									
B-B	0	9,0935	9,0909	9,0909	9,0909	8,3205	8,3180	8,3180	8,3180
	1	12,7281	11,9399	12,9741	12,3553	11,8152	11,0819	11,9594	11,4200
	2	14,1387	13,0580	14,4000	13,5926	13,1843	12,1776	13,3096	12,6136
	5	15,4042	14,1451	15,5530	14,6983	14,4120	13,2477	14,4052	13,6908
	10	15,8547	14,5871	15,908	15,0969	14,8421	13,6820	14,7391	14,0792
A-A	0	2,4650	2,4645	2,4643	2,4644	1,7050	1,7045	1,7045	1,7045
	1	3,3106	3,1083	3,4326	3,2491	2,4114	2,2618	2,4454	2,3334
	2	3,6300	3,3526	3,7801	3,5337	2,6874	2,4822	2,7195	2,5745
	5	3,9184	3,5869	4,0612	3,7812	2,9350	2,6972	2,9417	2,7915
	10	4,0270	3,6831	4,1518	3,8708	3,0222	2,7845	3,0096	2,8697
A-S	0	82,6556	82,6316	82,6312	82,6315	79,5874	79,5635	79,56354	79,5635
	1	116,7111	109,4764	118,4396	112,9879	113,0848	106,0658	114,4304	109,2825
	2	130,0084	120,0789	131,6724	124,6045	126,2129	116,5761	127,3639	120,7242
	5	141,9367	130,4184	142,401	135,0528	137,9848	126,8437	137,8599	131,0547
	10	146,1417	134,6175	145,6861	138,8212	142,1066	131,0096	141,0577	134,7805
$SUS304/Al_2N_3$									
B-B	0	11,1469	11,1437	11,1437	11,1437	10,1993	10,1962	10,1962	10,1962
	1	14,1482	13,5454	14,3187	13,8556	13,0875	12,5274	13,1818	12,7785
	2	15,1641	14,3891	15,3270	14,7606	14,0725	13,3539	14,1371	13,6517
	5	16,0156	15,1624	16,0931	15,5202	14,8966	14,1146	14,8638	14,3909
	10	16,3060	15,4643	16,3219	15,7831	15,1732	14,4111	15,0791	14,6474
A-A	0	3,0216	3,0209	3,0207	3,0209	2,090	2,0894	2,0894	2,0894
	1	3,7188	3,5631	3,8076	3,6697	2,6737	2,5594	2,6964	2,6127
	2	3,9501	3,7479	4,0539	3,8783	2,8723	2,7256	2,8903	2,7890
	5	4,1465	3,9155	4,2426	4,0497	3,0387	2,8785	3,0378	2,9380
	10	4,2174	3,9815	4,3013	4,1090	3,0947	2,9381	3,0816	2,9897
A-S	0	101,3198	101,2904	101,2899	101,2902	97,5587	97,5295	97,5295	97,5295
	1	129,4575	123,9284	130,6208	126,5424	125,2434	119,883	126,1198	122,2707
	2	139,0289	131,9275	139,9833	135,0412	134,6882	127,8109	135,2711	130,6414
	5	147,0449	139,2803	147,1057	142,2155	142,5901	135,1093	142,2328	137,7306
	10	149,7516	142,1476	149,2244	144,7038	145,2399	137,9531	144,2948	140,1909

Tablo 44'te basit mesnetli Al/Al₂O₃ FD malzemeli Tip-2 FD kirişinin boyutsuz normal gerilmeleri, $L/h=5$ ve 20 için bu çalışmada p 'ye bağlı elde edilerek literatür ile karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Tablodan en büyük boyutsuz normal gerilemelerin $p=0$ durumunda elde edilmektedir. FD malzeme kullanıldığında boyutsuz normal gerilmeler p 'nin artmasına bağlı olarak arttığı görülmektedir ancak $p=0$ durumunda yani kiriş tamamen seramik malzemeden oluştuğu durumlara göre küçük kalmaktadırlar. Tablo 45'te boyutsuz kayma gerilemelerinin

p 'nin artmasıyla yani malzeme özelliği olarak seramikten metale doğru geçiş olduğunda belli bir değere kadar arttıkları sonrasında yakınsadıkları görülmektedir.

Tablo 46'da basit mesnetli kirişin Al/Al_2N_3 , $SUS304/Al_2O_3$ ve $SUS304/Al_2N_3$ FD malzemeleri kullanılarak $L/h=5$ ve 20'ye göre elde edilen boyutsuz normal gerilmeleri verilmiştir. FD malzemenin elastisite modülü büyüdükçe boyutsuz normal gerilmelerinin azaldığı görülmektedir. Tablo 47'de iki ucu basit mesnetli kirişin Al/Al_2N_3 , $SUS304/Al_2O_3$ ve $SUS304/Al_2N_3$ FD malzemeleri kullanılarak $L/h=5$ ve 20'ye göre elde edilen boyutsuz kayma gerilmeleri verilmiştir. FD malzemenin elastisite modülü büyüdükçe boyutsuz kayma gerilmelerinin arttığı görülmektedir.

Tablo 44. Basit Mesnetli Al/Al_2O_3 Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Normal Gerilmelerinin $L/h=5$ ve 20 için p 'ye Bağlı Değişimleri ($\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$)

p	Teori	$L/h = 5$				$L/h = 20$			
		1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1
0	Bu Çalışma	3,8155	3,8147	3,8147	3,8147	15,0669	15,0639	15,0639	15,0639
	Turan (2018) ⁽¹⁾	3,8058	3,8188	3,7823	3,8014	15,1076	15,1109	15,1091	15,1095
	Turan (2018) ⁽²⁾	3,7507	3,7507	3,7507	3,7507	15,0027	15,0027	15,0027	15,0027
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	3,7500	3,7500	3,7500	3,7500	15,0000	15,0000	15,0000	15,0000
	Vo vd. (2015b) ⁽⁴⁾	3,8020	3,8020	3,8020	3,8020	15,0129	15,0129	15,0129	15,0129
1	Bu Çalışma	1,4500	1,2421	1,4176	1,2674	5,7079	4,8979	5,5208	4,9571
	Turan (2018) ⁽¹⁾	1,4367	1,2383	1,3960	1,2536	5,7209	4,9119	5,5322	4,9687
	Turan (2018) ⁽²⁾	1,4206	1,2194	1,3730	1,2334	5,6824	4,8775	5,4931	4,9337
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	1,4203	1,2192	1,3730	1,2332	5,6814	4,8766	5,4922	4,9328
	Vo vd. (2015b) ⁽⁴⁾	1,4349	1,2329	1,3884	1,2474	5,6850	4,8801	5,4960	4,9364
2	Bu Çalışma	1,9571	1,5631	1,8953	1,6160	7,7218	6,1753	7,3580	6,3161
	Turan (2018) ⁽¹⁾	1,9400	1,5589	1,8603	1,5963	7,7396	6,1931	7,3717	6,3304
	Turan (2018) ⁽²⁾	1,9221	1,5376	1,8299	1,5715	7,6886	6,1504	7,3196	6,2860
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	1,9218	1,5373	1,8296	1,5712	7,6871	6,1493	7,3183	6,2849
	Vo vd. (2015b) ⁽⁴⁾	1,9382	1,5527	1,8475	1,5873	7,6912	6,1532	7,3227	6,2889
5	Bu Çalışma	2,6218	1,9757	2,4630	2,0483	10,4209	7,8456	9,5952	8,0436
	Turan (2018) ⁽¹⁾	2,6101	1,9748	2,4306	2,0327	10,4478	7,8693	9,6164	8,0642
	Turan (2018) ⁽²⁾	2,5953	1,9542	2,3869	2,0019	10,3812	7,8167	9,5474	8,0079
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	2,5948	1,9538	2,3864	2,0016	10,3792	7,8152	9,5457	8,0064
	Vo vd. (2015b) ⁽⁴⁾	2,6123	1,9705	2,4069	2,0194	10,3835	7,8194	9,5508	8,0109
10	Bu Çalışma	2,9310	2,1828	2,6873	2,2476	11,6909	8,6941	10,4833	8,8453
	Turan (2018) ⁽¹⁾	2,9214	2,1829	2,6624	2,2363	11,7220	8,7207	10,5090	8,8695
	Turan (2018) ⁽²⁾	2,9123	2,1659	2,6080	2,2018	11,6491	8,6639	10,4321	8,8074
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	2,9117	2,1656	2,6075	2,2015	11,6469	8,6623	10,4302	8,8058
	Vo vd. (2015b) ⁽⁴⁾	2,9293	2,1826	2,6296	2,2199	11,6513	8,6665	10,4357	8,8104

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

^{(2), (3)} FSDT'ye göre analitik çözümü

⁽⁴⁾ Üçüncü mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre sonlu eleman çözümü

Tablo 45. Basit Mesnetli Al/Al_2O_3 Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin $L/h=5$ ve $L/h=20$ için Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin p 'ye Bağlı Değişimleri ($\bar{\tau}_{xz}(0,0)$)

p	Teori	$L / h = 5$				$L / h = 20$			
		1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1
0	Bu Çalışma	0,7328	0,7329	0,7330	0,7060	0,7467	0,5632	0,7466	0,7174
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,8479	0,8102	0,8120	0,8016	0,8637	0,8227	0,8231	0,8137
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	0,5976	0,5976	0,5976	0,5976	0,5976	0,5976	0,5976	0,5976
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	0,7332	0,7332	0,7332	0,7332	0,7451	0,7451	0,7451	0,7451
1	Bu Çalışma	0,8844	0,8639	0,8362	0,8545	0,8891	0,8722	0,8649	0,8530
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,9880	0,9065	0,9564	0,9227	0,9975	0,9147	0,9586	0,9289
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	0,8208	0,7507	0,8610	0,7912	0,8208	0,7507	0,8610	0,7912
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	0,8586	0,8123	0,9088	0,8479	0,8681	0,8215	0,9191	0,8575
2	Bu Çalışma	0,9530	0,9239	0,8700	0,9218	0,9525	0,9305	0,8996	0,9147
	Turan (2018) ⁽¹⁾	1,0425	0,9435	1,0086	0,9701	1,0483	0,9499	1,0048	0,9732
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	0,9375	0,8208	1,0092	0,8870	0,9375	0,8208	1,0092	0,8870
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	0,9249	0,8493	1,0136	0,9075	0,9344	0,8581	1,0242	0,9168
5	Bu Çalışma	1,0040	0,9821	0,8679	0,9742	0,9959	0,9874	0,8872	0,9623
	Turan (2018) ⁽¹⁾	1,0687	0,9696	1,0175	0,9969	1,0669	0,9731	1,0007	0,9937
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	1,0929	0,9053	1,2192	1,0092	1,0929	0,9053	1,2192	1,0092
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	1,0125	0,8925	1,1742	0,9859	1,0227	0,9014	1,1862	0,9957
10	Bu Çalışma	1,0087	1,0029	0,8410	0,9835	0,9947	1,0067	0,8545	0,9683
	Turan (2018) ⁽¹⁾	1,0578	0,9720	0,9937	0,9923	1,0496	0,9732	0,9669	0,9837
	Vo vd. (2015b) ⁽²⁾	1,1819	0,9497	1,3465	1,0767	1,1819	0,9497	1,3465	1,0767
	Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	1,0665	0,9151	1,2875	1,0335	1,0773	0,9243	1,3008	1,0436

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

⁽³⁾ Üçüncü mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre sonlu eleman çözümü

Tablo 46. Basit Mesnetli Farklı FD Malzemeli Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin $L/h=5$ ve 20 için Boyutsuz Normal Gerilmelerinin p 'ye Bağlı Değişimleri ($\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$)

p	$L / h = 5$				$L / h = 20$			
	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1
Al/Al_2N_3								
0	3,8155	3,8147	3,8147	3,8147	15,0669	15,0639	15,0639	15,0639
1	1,6849	1,4646	1,6448	1,4877	6,6377	5,7783	6,4195	5,8271
2	2,1967	1,8024	2,1181	1,8454	8,6749	7,1244	8,2491	7,2256
5	2,8180	2,2155	2,6372	2,2617	11,1980	8,7971	10,2940	8,8871
10	3,0893	2,4143	2,8310	2,4435	12,3108	9,6114	11,0612	9,6172
$SUS304/Al_2O_3$								
0	0,7328	0,7329	0,7330	0,7060	0,7467	0,7467	0,7466	0,7174
1	0,8693	0,8524	0,8267	0,8397	0,8748	0,8613	0,8531	0,8397
2	0,9250	0,9036	0,8538	0,8949	0,9257	0,9109	0,8801	0,8899
5	0,9609	0,9502	0,8495	0,9334	0,9544	0,9559	0,8667	0,9236
10	0,9611	0,9654	0,8280	0,9380	12,3108	0,9695	0,8407	0,9249
$SUS304/Al_2N_3$								
0	3,8148	3,8147	3,8147	3,8147	15,0669	15,0639	15,0639	15,0639
1	2,8678	2,6905	2,8110	2,6896	11,3309	10,6286	11,0577	10,5915
2	3,1959	2,9536	3,1004	2,9416	12,6467	11,6825	12,1918	11,5850
5	3,4858	3,2073	3,3381	3,1666	13,8254	12,7113	13,1315	12,4810
10	3,5862	3,3092	3,4156	3,2483	14,2377	13,1284	13,4414	12,8091

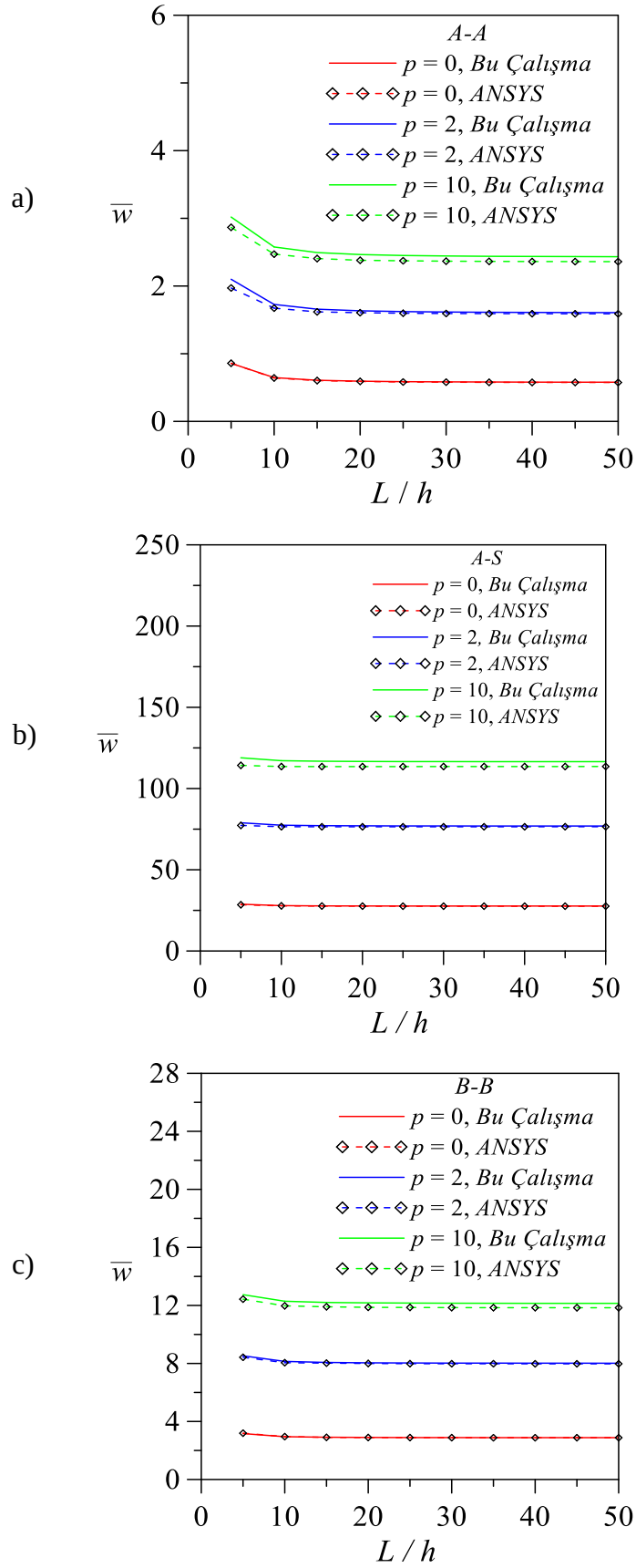
Tablo 47. Basit Mesnetli Farklı FD Malzemeli Tip-2 Sandviç FD Kirişlerin $L/h=5$ ve 20 için Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin p 'ye Bağlı Değişimleri ($\bar{\tau}_{xz}(0,0)$)

p	$L/h = 5$				$L/h = 20$			
	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1
<i>Al/Al₂N₃</i>								
0	0,7327	0,7329	0,7330	0,7060	0,7467	0,7467	0,7466	0,7174
1	0,7935	0,7899	0,7765	0,7657	0,8036	0,8014	0,7943	0,7721
2	0,8070	0,8062	0,7827	0,7799	0,8148	0,8167	0,7990	0,7841
5	0,8095	0,8164	0,7787	0,7845	0,8140	0,8255	0,7916	0,7860
10	0,8058	0,8179	0,7732	0,7823	0,8084	0,8262	0,7848	0,782431
<i>SUS304/Al₂O₃</i>								
0	3,8155	3,8147	3,8147	3,8147	15,0669	15,0639	15,0639	15,0639
1	3,1759	3,0405	3,1268	3,0348	12,5477	12,0118	12,3177	11,9630
2	3,4117	3,2388	3,3346	3,2213	13,4942	12,8067	13,1339	12,6990
5	3,6062	3,4190	3,4966	3,3786	14,2854	13,5380	13,7756	13,3262
10	3,6707	3,4885	3,5488	3,4341	14,5504	13,8227	13,9850	13,5494
<i>SUS304/Al₂N₃</i>								
0	0,7328	0,7329	0,7330	0,7060	0,7467	0,7467	0,7466	0,7174
1	0,7739	0,7721	0,7628	0,7464	0,7851	0,7843	0,7789	0,7543
2	0,7814	0,7820	0,7661	0,7544	0,7910	0,7934	0,7812	0,7609
5	0,7817	0,7874	0,7634	0,7562	0,7892	0,7979	0,7762	0,7608
10	0,7790	0,7878	0,7601	0,7544	0,7853	0,7977	0,7721	0,7581

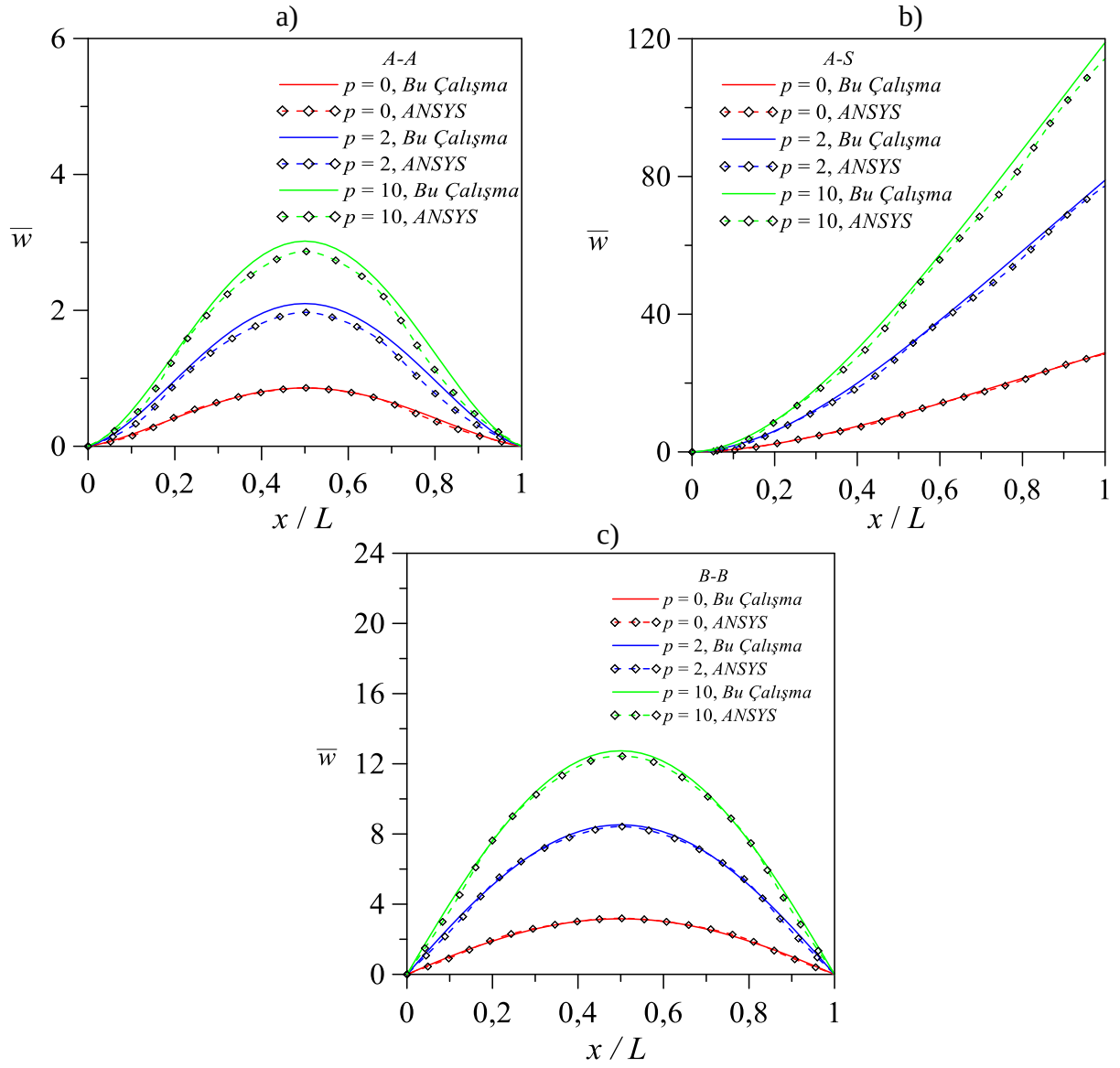
Şekil 64'te farklı sınır şartlarına sahip (1-1-1) Al/Al₂O₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin önerilen sonlu eleman ve ANSYS ile farklı p değerleri için L/h 'ye bağlı olarak elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmeleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir. p ve L/h arttıkça boyutsuz yer değiştirmeler belli bir L/h değerine kadar azaldığı ve sonrasında yakınsadığı görülmektedir. Şekil 65'te farklı sınır şartlarına sahip (1-1-1) Al/Al₂O₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin önerilen eleman ve ANSYS ile elde edilen $L/h=5$ için farklı p değerlerine göre kiriş açıklığına bağlı olarak elde edilen boyutsuz yer değiştirmeleri karşılaştırmalı olarak verilmiştir. İki ucu basit ve ankastre mesnet sınır şartlarında en büyük boyutsuz yer değiştirmeler kirişin orta kesitinde oluşmaktadır. Konsol kiriş sınır şartında ise kirişin serbest ucunda oluşmaktadır. FD malzeme özelliğinin seramikten metale doğru geçişinde boyutsuz yer değiştirmeler artmaktadır.

Şekil 66'ta $L/h=5$ için farklı sınır şartlarına sahip (1-1-1) Al/Al₂O₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin farklı p değerlerine göre önerilen eleman ile elde edilen boyutsuz yer değiştirmeleri görülmektedir. p değeri arttıkça sonuçların arttığı görülmektedir. En büyük boyutsuz yer değiştirme en büyük p değerinde konsol kirişte oluşmaktadır.

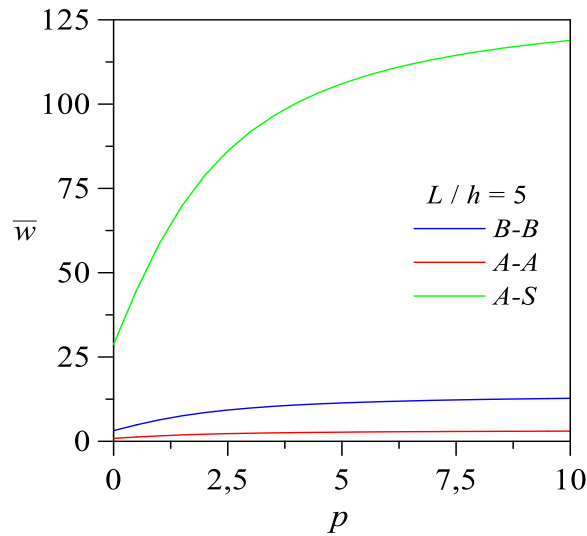
Şekil 67'de Tip-2 sandviç FD kirişlerin farklı sınır şartlarına göre boyutsuz yer değiştirmelerinin h_y/h_c 'ye bağlı değişimleri verilmiştir. h_y/h_c oranı arttıkça boyutsuz yer değiştirmeler belli bir h_y/h_c oranına kadar arttığı ve sonrasında yakınsadığı görülmektedir. Bu durumun sebebi Tip-2 sandviç FD kirişinin h_y/h_c oranının artmasıyla kirişin seramik malzeme özelliğinin azalmasından ve metal malzeme özelliği artmasından kaynaklanmaktadır.



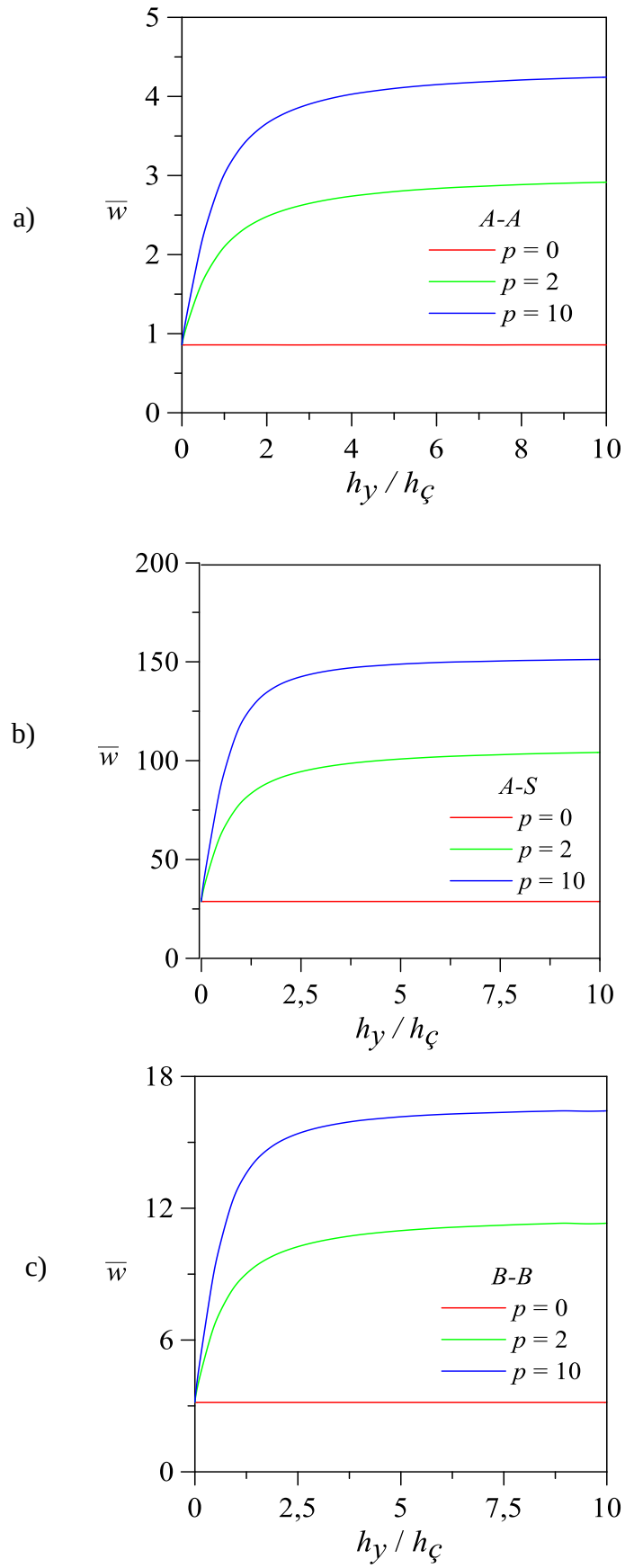
Şekil 64. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Tip-2 FD kirişlerin bu çalışma ve Ansys ile elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri



Şekil 65. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Tip-2 FD kirişlerin bu çalışma ve Ansys ile elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L 'ye bağlı değişimleri

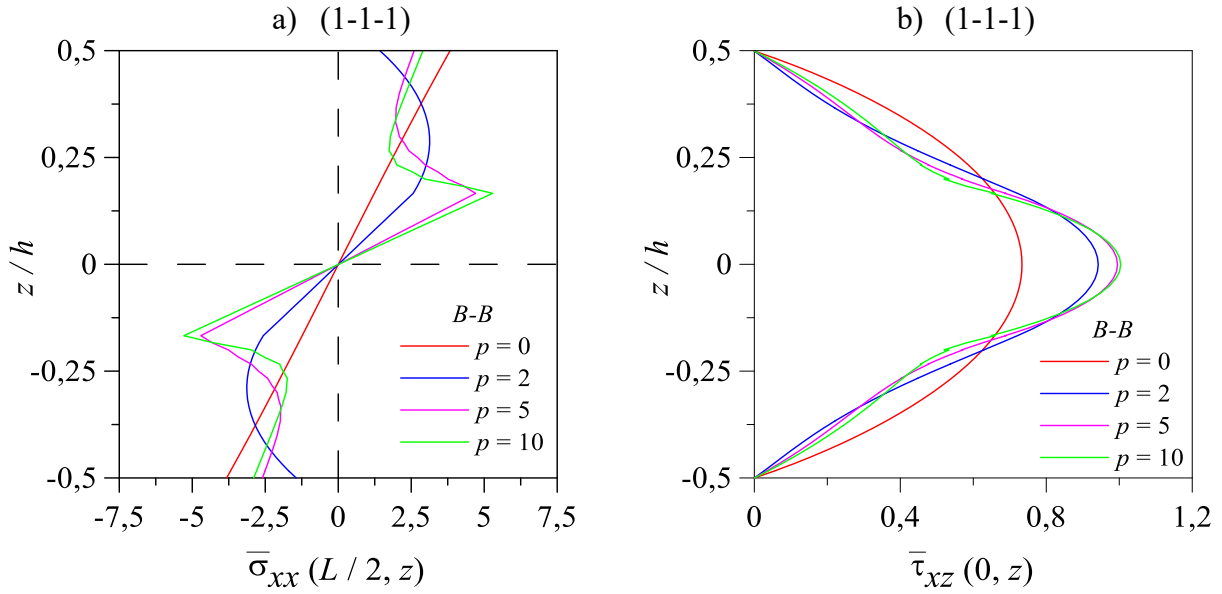


Şekil 66. Farklı sınır şartlarına sahip Tip-2 Sandviç FD kirişlerin en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri

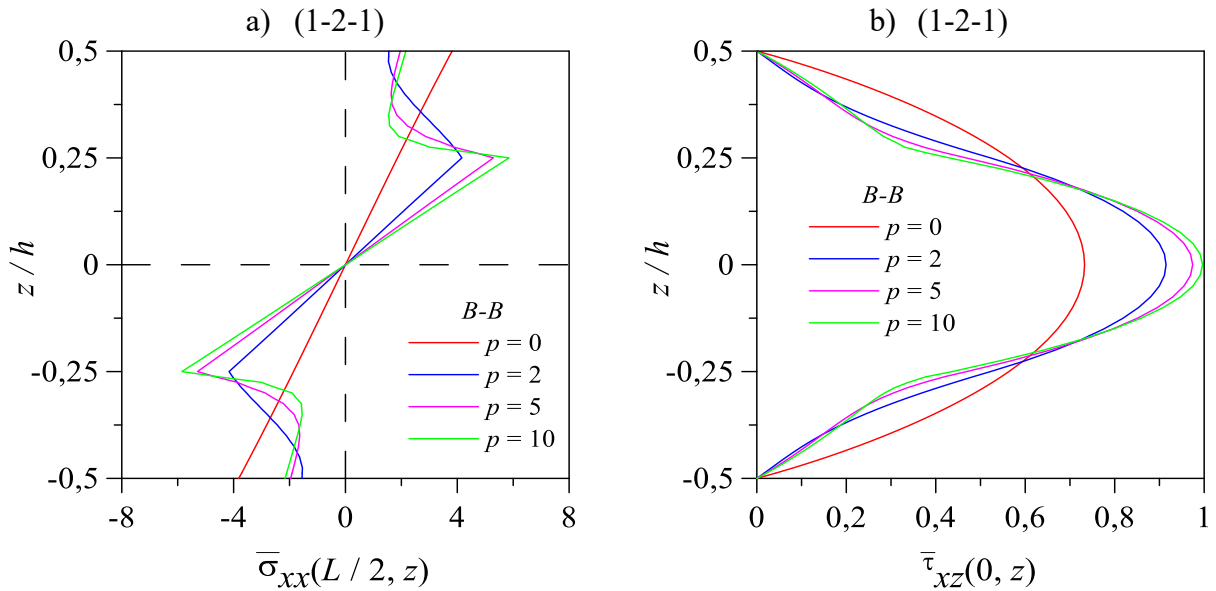


Şekil 67. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-2 sandviç FD kirişlerin en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin h_y/h_ζ 'ye bağlı değişimleri

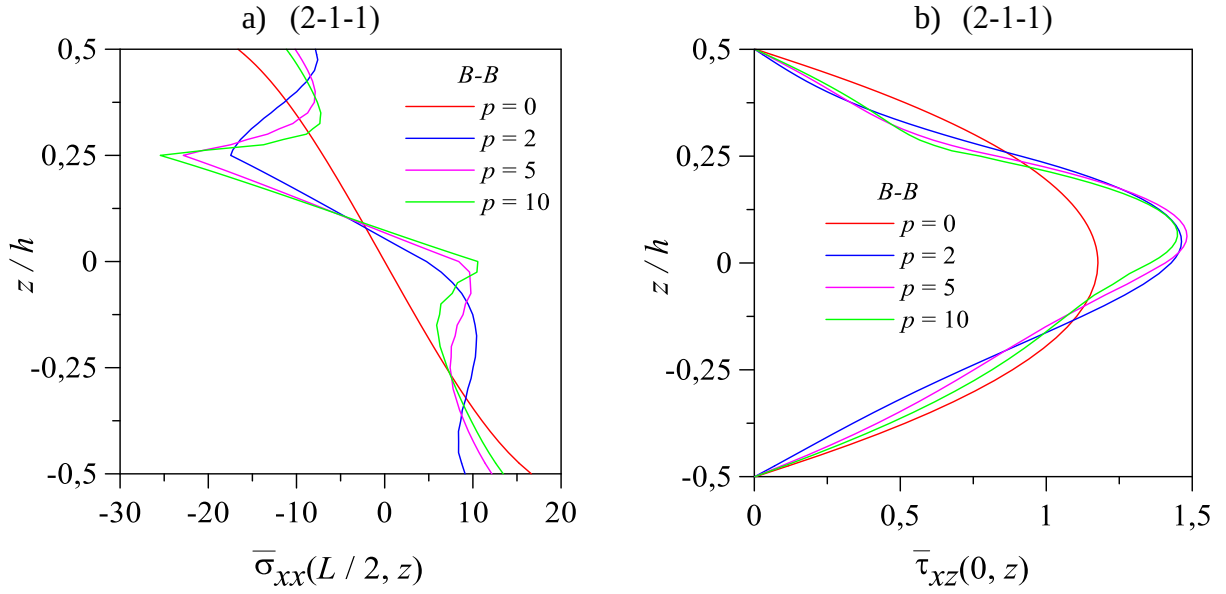
Şekil 68-71’te basit mesnetli Tip-2 sandviç FD kirişin farklı tabaka kalınlıklarına göre farklı p değerleri için kiriş kesit yüksekliğine bağlı boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri verilmiştir. Grafikler incelendiğinde FD kirişin çekirdeği homojen seramikten oluştuğu için boyutsuz normal gerilmeler lineer olarak dağıldığı görülmektedir.



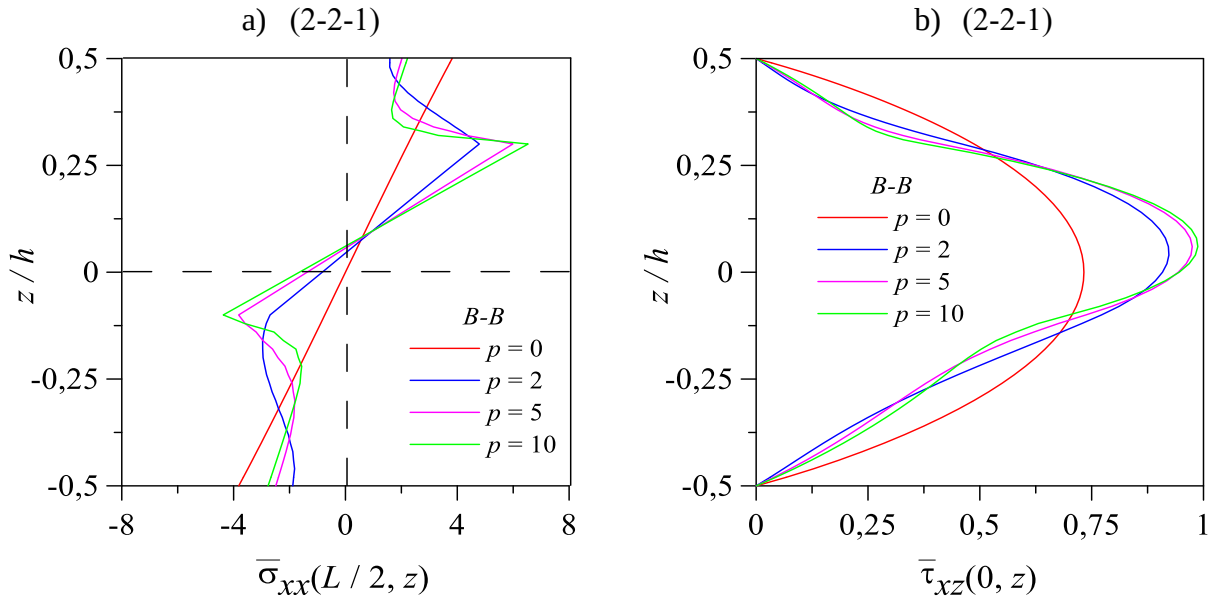
Şekil 68. Basit mesnetli Tip-2 sandviç FD kirişlerin (1-1-1) a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri



Şekil 69. Basit mesnetli (1-2-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri



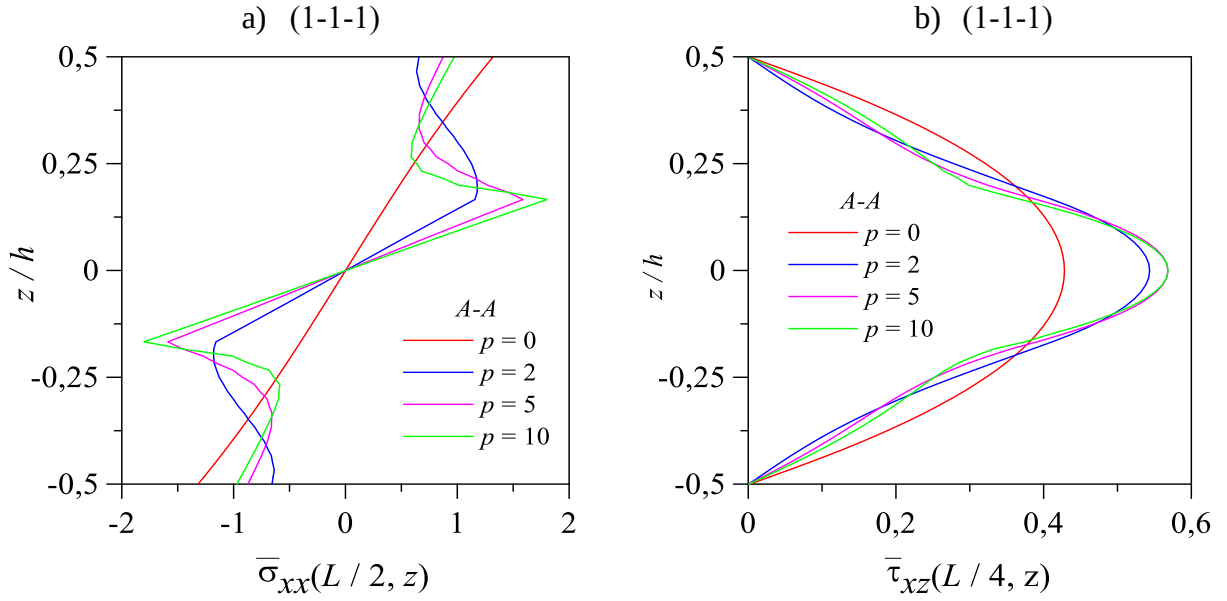
Şekil 70. Basit mesnetli (2-1-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri



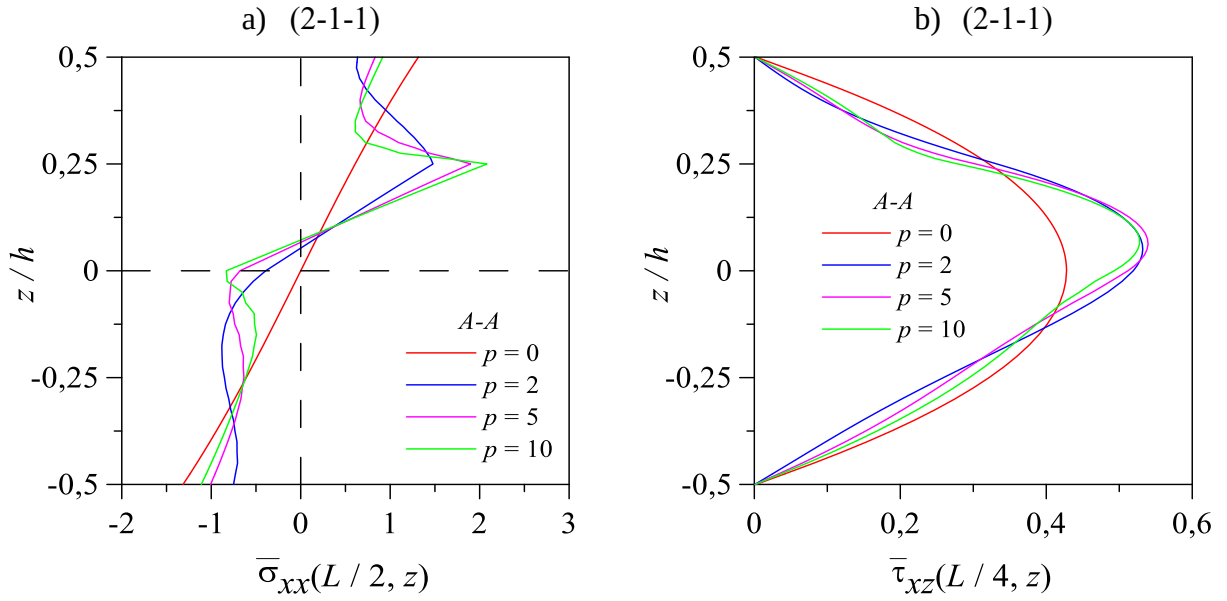
Şekil 71. Basit mesnetli (2-2-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri

Şekil 72 ve 73'te iki ucu ankastre mesnetli Al/Al_2O_3 Tip-2 Sandviç FD kirişin boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri farklı p değerlerine göre FD kirişlerin yüksekliklerine bağlı değişimleri verilmiştir.

Şekil 74 ve 75'te konsol Al/Al_2O_3 Tip-2 Sandviç FD kirişin boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri farklı p değerlerine göre FD kirişlerin yüksekliklerine bağlı değişimleri verilmiştir. Tip-1 FD kiriş için yapılan yorumlar burada da geçerlidir.

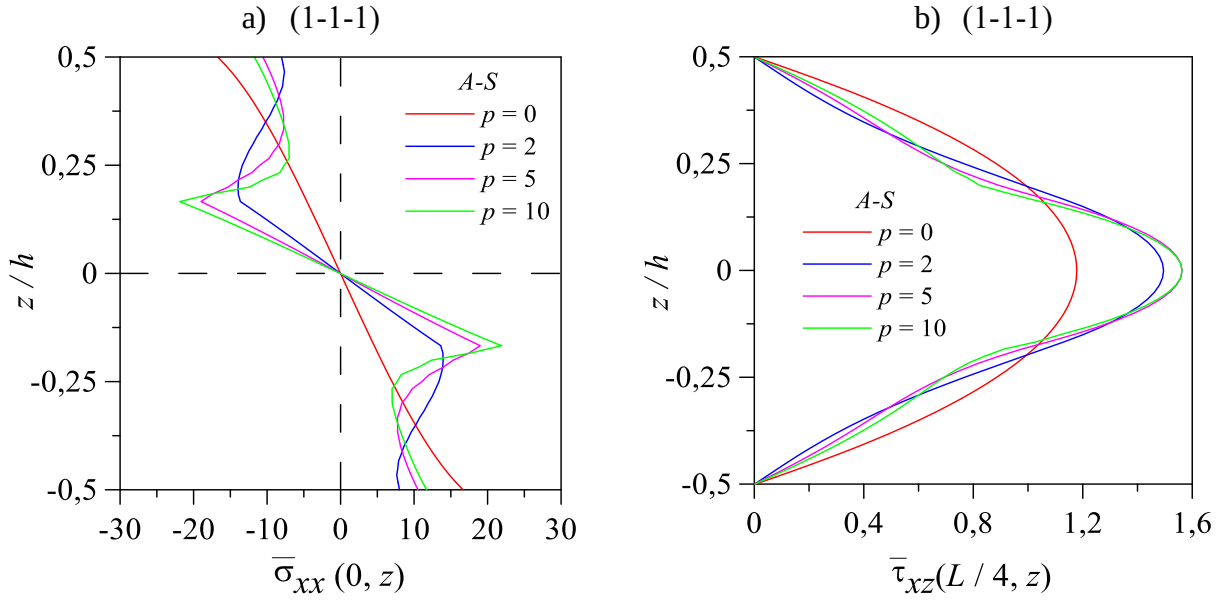


Şekil 72. İki ucu ankastre mesnetli (1-1-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri

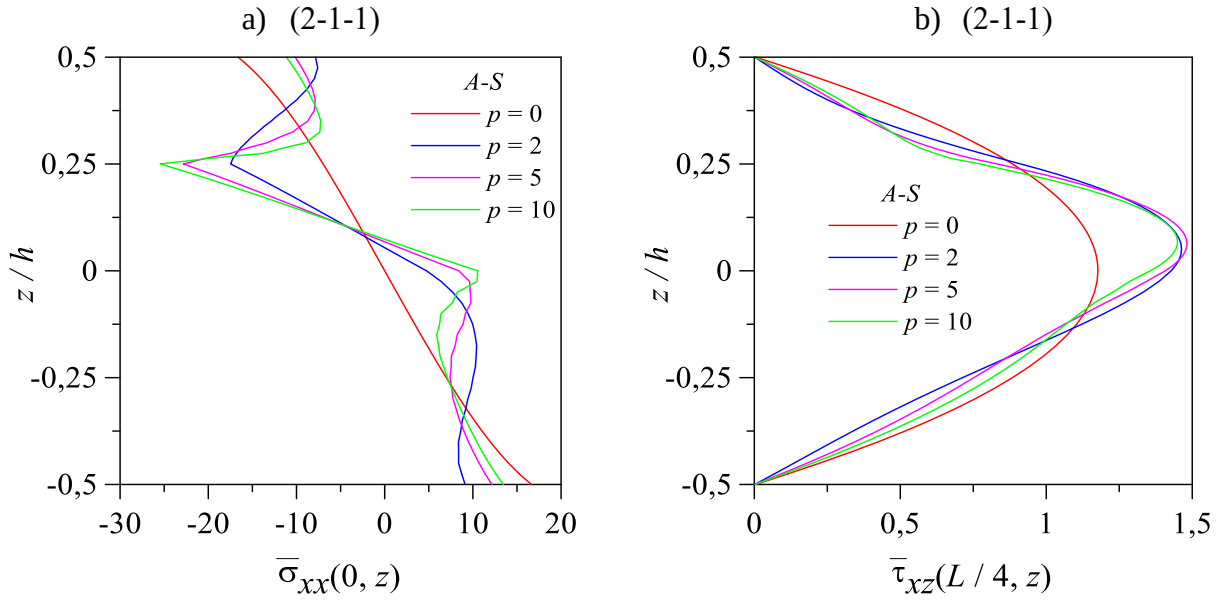


Şekil 73. İki ucu ankastre mesnetli (2-1-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri

Şekil 76-77'de farklı sınır şartlarına göre sırasıyla metal malzeme olarak Al ve SUS304 kullanılarak seramik malzemenin $p=2$ için boyutsuz yer değiştirmelerine etkileri L/h 'ye bağlı olarak incelenmiştir. Tip-1 FD kiriş için yapılan yorumlar burada geçerlidir.

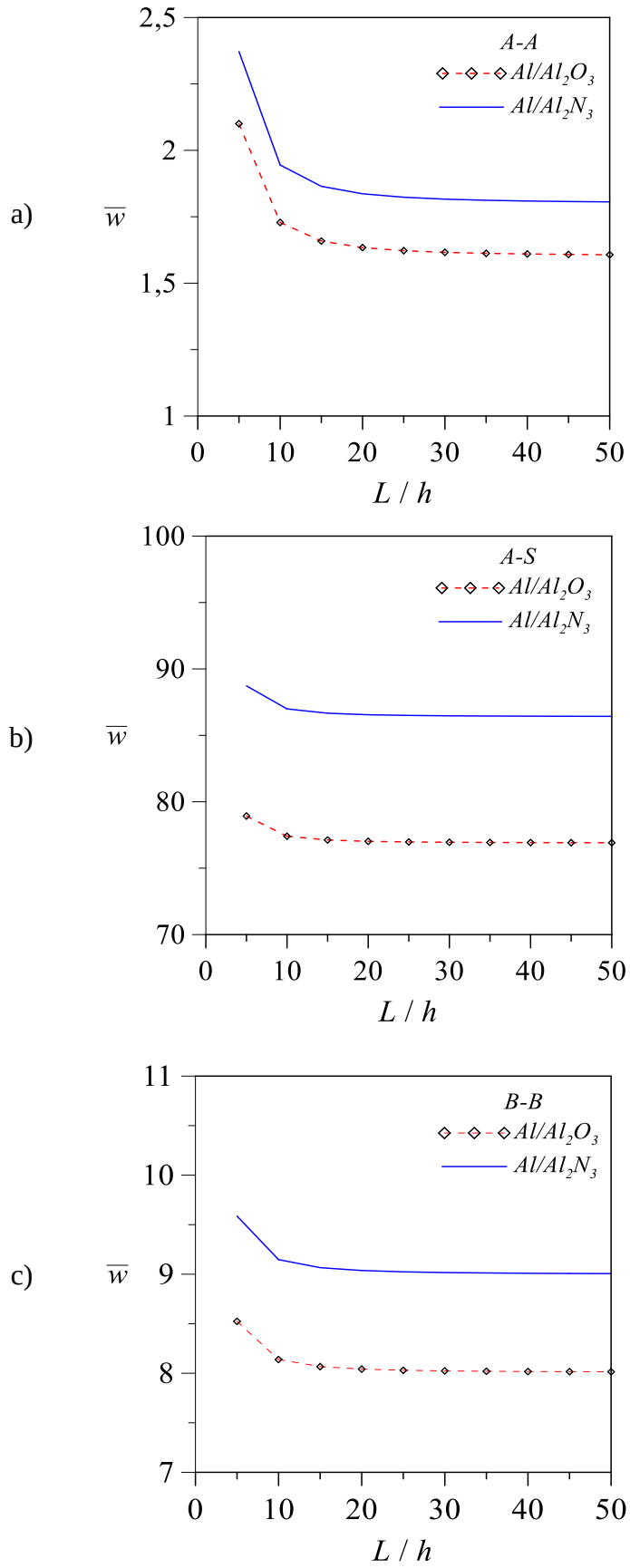


Şekil 74. Konsol (1-1-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) Boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri

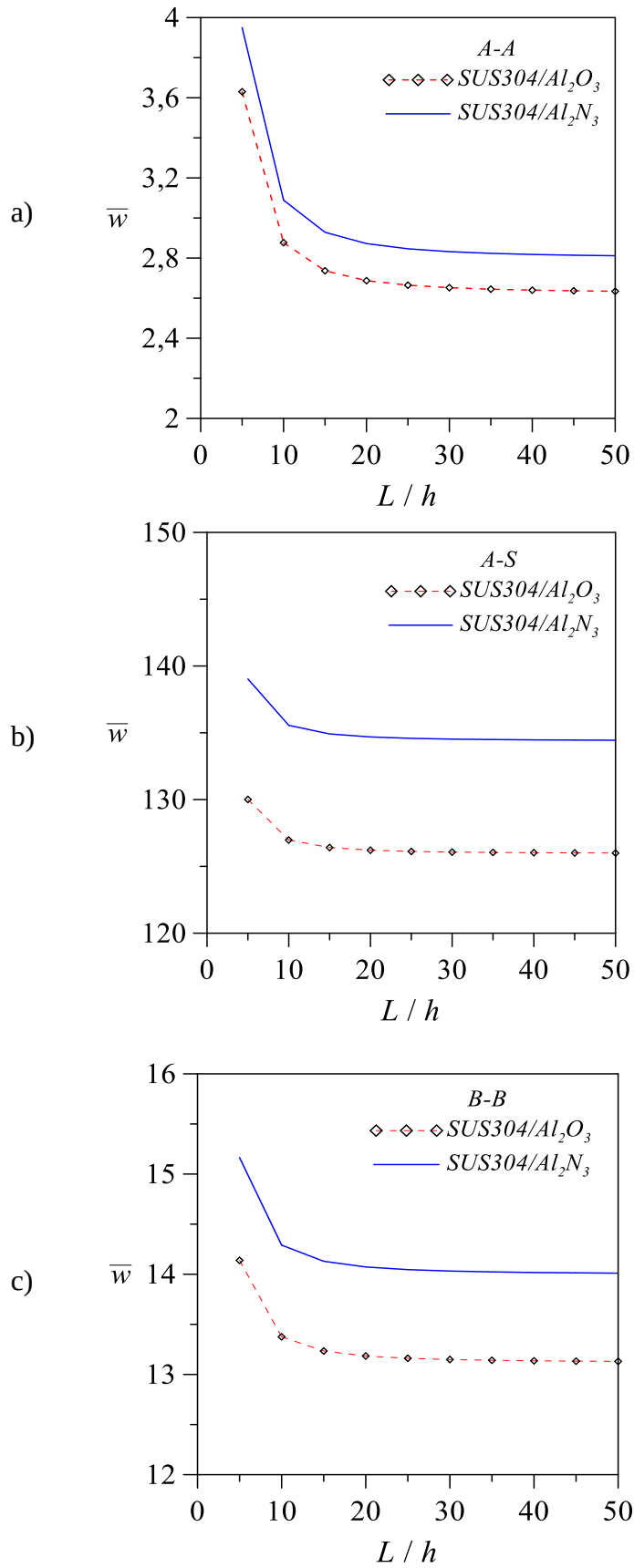


Şekil 75. Konsol (2-1-1) Tip-2 sandviç FD kirişlerin a) Boyutsuz normal gerilmelerinin, b) boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri

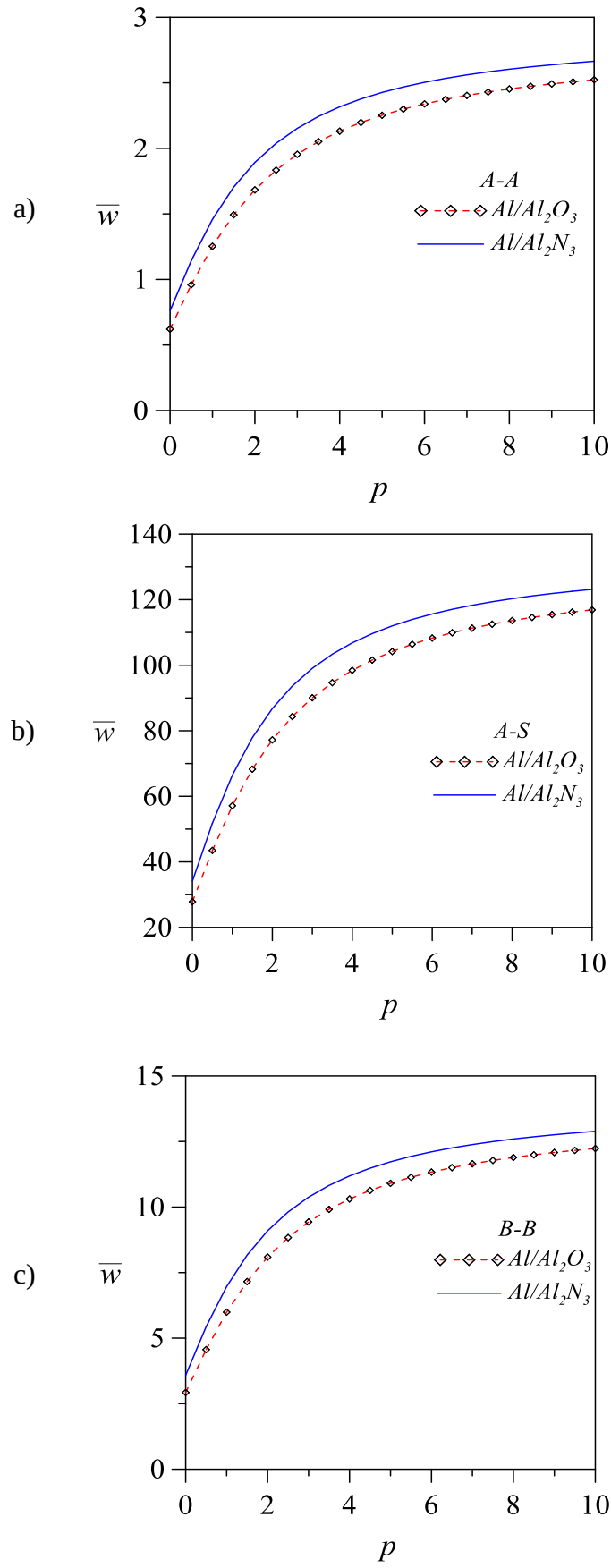
Şekil 78-79'da farklı sınır şartlarına göre sırasıyla metal malzeme olarak Al ve SUS304 kullanılarak seramik malzemenin $L/h=5$ için boyutsuz yer değiştirmelerine etkileri p 'ye bağlı olarak incelenmiştir. Tip-1 FD kiriş için yapılan yorumlar burada geçerlidir.



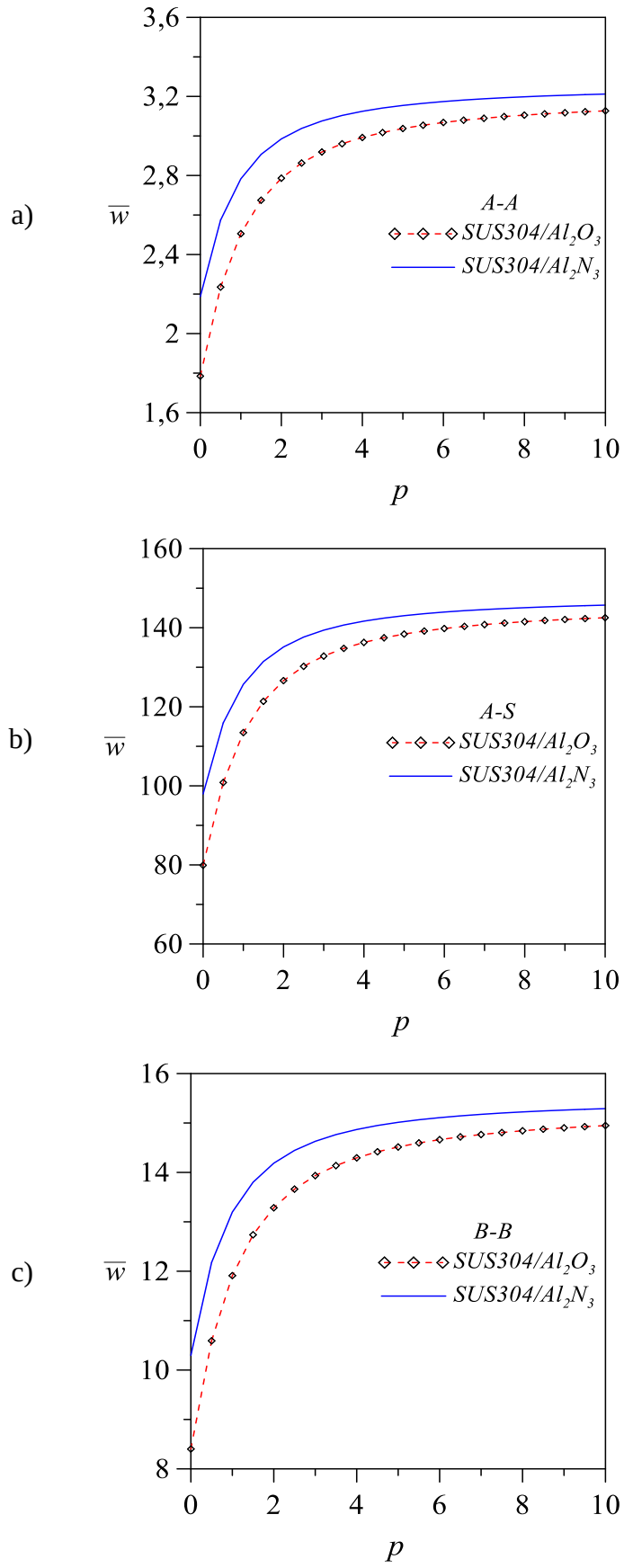
Şekil 76. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-2 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri



Şekil 77. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS304/ Al_2N_3 Tip-2 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri



Şekil 78. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-2 FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri



Şekil 79. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al₂O₃ ve Al/Al₂N₃ Tip-2 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri

Tip-3 sandviç FD kirişinin statik analizi.

Bu çalışmada ve ANSYS programında Al/Al₂O₃ malzemesi kullanılarak farklı sınır şartlarına göre ayrı ayrı yakınsama çalışması yapılmış ve Tip-3 sandviç FD kirişinin sonlu elemanlar yöntemiyle statik analizi için yeterli sonlu eleman ve tabaka sayıları belirlenmiştir. Yakınsama çalışması için elde edilen veriler Tablo 48 ve Tablo 49’da verilmiştir. Buradaki tabaka kalınlıkları eşit alınmıştır. Tablolara göre önerilen çözüm yöntemi için yeterli sonlu eleman sayısı 14, ANSYS için ise yeterli tabaka sayısı 42 olarak belirlenmiştir.

Tablo 48. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al₂O₃ Tip-3 FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Eleman Sayısıyla Değişimleri (L/h=5 ve p=1, 1-1-1)

Sınır Şartları	Eleman Sayısı						
	4	6	8	10	12	14	16
Tip-3							
A-A	2,0463	2,0515	2,0538	2,0549	2,0555	2,0559	2,0561
B-B	7,8877	7,8877	7,8877	7,8877	7,8877	7,8877	7,8877
A-S	72,1304	72,1421	72,1467	72,1490	72,1502	72,1509	72,1513

Tablo 49. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al₂O₃ Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Tabaka Sayısı ile Değişimi (L/h=5 ve p=1, 1-1-1)

Malzeme	Kiriş	Tabaka Sayısı											
		Bu Çalışma	7	<i>e</i> (%)	12	<i>e</i> (%)	22	<i>e</i> (%)	32	<i>e</i> (%)	42	<i>e</i> (%)	
<i>Al/Al₂O₃</i>		<i>Boyutsuz Yer Değiştirmeler</i>											
	A-S	72,1509	73,2480	1,50	71,6800	0,66	71,3440	1,13	71,2320	1,29	71,2320	1,29	
	A-A	2,0559	2,0160	1,98	1,9936	3,12	1,9824	3,71	1,9824	3,71	1,9712	4,30	
	B-B	7,8877	8,0192	1,64	7,9520	0,81	7,9184	0,39	7,9072	0,25	7,8960	0,11	
<i>Al/Al₂N₃</i>													
	A-S	79,2906	79,1840	0,13	78,6240	0,85	78,4000	1,14	78,2880	1,28	80,4160	1,40	
	A-A	2,2768	2,2512	1,14	2,2176	2,67	2,2176	2,67	2,2064	3,19	2,2624	0,64	
	B-B	8,6772	8,8032	1,43	8,7472	0,80	8,7136	0,42	8,7024	0,29	8,9376	2,97	
<i>SUS304/Al₂O₃</i>													
	A-S	115,5912	114,5124	0,94	114,5124	0,94	114,5124	0,94	114,5124	0,94	114,5124	0,94	
	A-A	3,4103	3,4096	0,02	3,4096	0,02	3,4096	0,02	3,4096	0,02	3,4096	0,02	
	B-B	12,6962	12,8022	0,83	12,8022	0,83	12,7701	0,58	12,7701	0,58	12,7701	0,58	
<i>SUS304/Al₂N₃</i>													
	A-S	126,8322	125,7706	0,84	125,4490	1,10	125,4490	1,10	125,4490	1,10	125,4490	1,10	
	A-A	3,7588	3,7635	0,12	3,7635	0,12	3,7635	0,12	3,7635	0,12	3,7635	0,12	
	B-B	13,9399	14,0567	0,83	14,0567	0,83	14,0246	0,60	14,0246	0,60	14,0246	0,60	

Tablo 50-51’de farklı sınır şartlarına sahip Al/Al₂O₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin FORTRAN ile farklı tabaka dizilişleri ve farklı p değerleri için hesaplanan en büyük boyutsuz yer değiştirmeleri $L/h=5$ ve 20 ’ye göre ayrı ayrı literatürle karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Tablolar incelendiğinde narinlik oranı arttıkça boyutsuz yer değiştirmelerin azaldığı ve p ’nin artmasıyla boyutsuz yer değiştirmelerin arttığı görülmektedir. Ayrıca çekirdek tabakasının kalınlığı arttıkça boyutsuz yer değiştirmelerin azaldığı görülmektedir.

Tablo 50. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al_2O_3 Tip-3 FD Sandviç Kirişlerin $L/h=5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmeleri

Kiriş	p	Teori	1-1-1	1-2-1	1-8-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
B-B	0	Bu Çalışma	6,4952	5,5339	3,9837	7,2395	8,1909	7,2395
		Turan (2018) ⁽¹⁾	6,5131	5,5636	4,0093	7,2512	8,2046	7,2712
		Turan (2018) ⁽²⁾	6,4951	5,5479	3,9873	7,2045	8,0329	7,2044
	0,5	Bu Çalışma	7,3706	6,7962	5,6289	7,7563	8,5352	8,0093
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,3473	6,7645	5,6071	7,7485	8,5312	8,0110
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,3036	6,7239	5,5661	7,6796	8,3285	7,9045
	1	Bu Çalışma	7,8877	7,608	6,9082	8,0473	8,7259	8,431
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,8126	7,4908	6,7816	8,0142	8,6916	8,3824
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,7410	7,4207	6,7197	7,9240	8,4629	8,2412
	2	Bu Çalışma	8,394	8,411	8,3292	8,3385	8,9163	8,8218
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,2755	8,2174	8,0701	8,2829	8,8493	8,7205
		Turan (2018) ⁽²⁾	8,1508	8,1861	7,9642	8,1554	8,5754	8,5193
	5	Bu Çalışma	8,8018	8,9927	9,3735	8,6011	9,0933	9,1374
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,7044	8,8253	9,0853	8,5552	9,0302	9,0393
		Turan (2018) ⁽²⁾	8,4606	8,7452	8,8665	8,3503	8,6586	8,7070
	10	Bu Çalışma	8,9422	9,1549	9,7038	8,7073	9,1716	9,2654
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,8995	9,0686	9,5010	8,6910	9,1487	9,2274
		Turan (2018) ⁽²⁾	8,5476	8,9492	9,1722	8,4186	8,6889	8,7747
A-A	0	Bu Çalışma	1,6069	1,3809	1,0394	1,8022	2,109	1,8022
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,6291	1,4119	1,0680	1,8182	2,1274	1,8360
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,6033	1,3879	1,0387	1,7697	1,9807	1,7697
	0,5	Bu Çalışma	1,8727	1,7506	1,4891	1,9634	2,269	2,0743
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,8569	1,7281	1,4790	1,9608	2,2660	2,0767
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,8082	1,6804	1,4293	1,8936	2,0884	1,9731
	1	Bu Çalışma	2,0559	2,0269	1,8837	2,0689	2,3808	2,2629
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,9950	1,9327	1,7892	2,0439	2,3478	2,2184
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,9223	1,8583	1,7181	1,9590	2,1446	2,0822
	2	Bu Çalışma	2,2491	2,3254	2,3682	2,1819	2,5079	2,4714
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,1532	2,1685	2,1660	2,1393	2,4471	2,3818
		Turan (2018) ⁽²⁾	2,0353	2,0399	2,0512	2,0232	2,2008	2,1895
	5	Bu Çalışma	2,4248	2,5861	2,8226	2,2921	2,6426	2,6856
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,3512	2,4520	2,4883	2,2616	2,5923	2,6045
		Turan (2018) ⁽²⁾	2,1339	2,1947	2,3648	2,0820	2,2565	2,2928
	10	Bu Çalışma	2,5016	2,6897	3,0026	2,3436	2,7078	2,7854
		Turan (2018) ⁽¹⁾	2,4761	2,6270	2,7439	2,3395	2,6968	2,7613
		Turan (2018) ⁽²⁾	2,1702	2,2508	2,5159	2,1054	2,2825	2,3425
A-S	0	Bu Çalışma	60,1440	51,1754	36,5025	66,8888	74,9592	66,8889
		Turan (2018) ⁽¹⁾	60,2087	51,2971	36,6106	66,9439	75,0227	67,0196
		Turan (2018) ⁽²⁾	60,0956	51,1952	36,4888	66,7225	74,3392	66,7225
	0,5	Bu Çalışma	67,8459	62,373	51,363	71,3973	77,6389	73,4201
		Turan (2018) ⁽¹⁾	67,7507	62,2634	51,2963	71,3766	77,6272	73,4306
		Turan (2018) ⁽²⁾	67,5356	62,0588	51,0897	71,0697	76,8176	72,9736
	1	Bu Çalışma	72,1509	69,2118	62,4818	73,7983	78,935	76,6747
		Turan (2018) ⁽¹⁾	71,8604	68,7836	62,0292	73,6817	78,8040	76,4909
		Turan (2018) ⁽²⁾	71,5379	68,4627	61,7332	73,2939	77,8897	75,8959
	2	Bu Çalışma	76,2161	75,7584	74,4756	76,1088	80,0662	79,395
		Turan (2018) ⁽¹⁾	75,7659	75,0478	73,5336	75,9105	79,8133	79,0134
		Turan (2018) ⁽²⁾	75,2416	74,4900	73,0552	75,3820	78,7205	78,1820
	5	Bu Çalışma	79,2799	80,1648	82,7214	78,0791	80,9275	81,1964
		Turan (2018) ⁽¹⁾	78,9149	79,5536	81,6629	77,9223	80,6994	80,8354
		Turan (2018) ⁽²⁾	77,9441	78,4304	80,7304	77,1055	79,2290	79,4961
	10	Bu Çalışma	80,1692	81,1189	85,1009	78,8005	81,249	81,8049
		Turan (2018) ⁽¹⁾	80,0112	80,8145	84,3674	78,7562	81,1791	81,6774
		Turan (2018) ⁽²⁾	78,6389	79,1666	82,9983	77,6899	79,3721	79,8776

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

Tablo 51. Farklı Sınır Koşullarına Sahip Al/Al₂O₃Tip-3 FD Sandviç Kirişlerin L/h=20 için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmeleri

Kiriş	p	Teori	1-1-1	1-2-1	1-8-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
B-B	0	Bu Çalışma	6,1271	5,2085	3,6937	6,8067	7,5879	6,8067
		Turan (2018) ⁽¹⁾	6,1262	5,2104	3,6953	6,8074	7,5888	6,8086
		Turan (2018) ⁽²⁾	6,1251	5,2094	3,6940	6,8045	7,5778	6,8045
	0,5	Bu Çalışma	6,8873	6,3202	5,1856	7,2493	7,8275	7,4341
		Turan (2018) ⁽¹⁾	6,8836	6,3181	5,1842	7,2489	7,8273	7,4343
		Turan (2018) ⁽²⁾	6,8809	6,3157	5,1817	7,2445	7,8144	7,4275
	1	Bu Çalışma	7,2975	6,9774	6,2766	7,4767	7,9297	7,7253
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,2905	6,9700	6,2684	7,4746	7,9276	7,7223
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,2860	6,9656	6,2646	7,4689	7,9131	7,7134
	2	Bu Çalışma	7,6757	7,5925	7,4298	7,69	8,0062	7,9476
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,6659	7,5802	7,4132	7,6865	8,0020	7,9412
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,6580	7,5720	7,4067	7,6784	7,9847	7,9286
	5	Bu Çalışma	7,9473	7,9827	8,179	7,8651	8,0477	8,0634
		Turan (2018) ⁽¹⁾	7,9388	7,9721	8,1608	7,8622	8,0438	8,0572
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,9233	7,9545	8,1471	7,8492	8,0203	8,0363
	10	Bu Çalışma	8,0147	8,0475	8,3769	7,9242	8,0568	8,0909
		Turan (2018) ⁽¹⁾	8,0096	8,0419	8,3640	7,9231	8,0554	8,0884
		Turan (2018) ⁽²⁾	7,9873	8,0155	8,3434	7,9057	8,0264	8,0600
A-A	0	Bu Çalışma	1,2449	1,0590	0,7541	1,3842	1,5491	1,3842
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,2458	1,0608	0,7557	1,3850	1,5501	1,3862
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,2440	1,0592	0,7538	1,3814	1,5389	1,3814
	0,5	Bu Çalışma	1,4029	1,2891	1,0605	1,4765	1,6025	1,5171
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,4013	1,2873	1,0593	1,4762	1,6023	1,5173
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,3978	1,2840	1,0560	1,4712	1,5892	1,5099
	1	Bu Çalışma	1,4905	1,4285	1,2884	1,5253	1,6275	1,5821
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,4857	1,4215	1,2808	1,5234	1,6255	1,5792
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,4805	1,4164	1,2762	1,5171	1,6108	1,5697
	2	Bu Çalışma	1,5727	1,5611	1,5328	1,5719	1,6487	1,6352
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,5653	1,5496	1,5173	1,5687	1,6447	1,6292
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,5568	1,5407	1,5099	1,5601	1,6272	1,6160
	5	Bu Çalışma	1,634	1,6491	1,698	1,6114	1,664	1,6687
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,6278	1,6390	1,6808	1,6087	1,6602	1,6628
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,6122	1,6212	1,6663	1,5955	1,6368	1,6417
	10	Bu Çalışma	1,6512	1,6670	1,7446	1,6256	1,6694	1,6794
		Turan (2018) ⁽¹⁾	1,6483	1,6618	1,7324	1,6247	1,6679	1,6770
		Turan (2018) ⁽²⁾	1,6262	1,6356	1,7112	1,6074	1,6392	1,6486
A-S	0	Bu Çalışma	58,6827	49,8806	35,3512	65,1821	72,6161	65,1821
		Turan (2018) ⁽¹⁾	58,6669	49,8881	35,3577	65,1852	72,6196	65,1902
		Turan (2018) ⁽²⁾	58,6583	49,8806	35,3494	65,1691	72,5718	65,1691
	0,5	Bu Çalışma	65,9372	60,4954	49,6158	69,4035	74,8774	71,1519
		Turan (2018) ⁽¹⁾	65,9095	60,4879	49,6106	69,4019	74,8767	71,1527
		Turan (2018) ⁽²⁾	65,8940	60,4735	49,5966	69,3799	74,8210	71,1212
	1	Bu Çalışma	69,8345	66,7462	60,017	71,5618	75,8250	73,8981
		Turan (2018) ⁽¹⁾	69,7934	66,7175	59,9858	71,5540	75,8170	73,8865
		Turan (2018) ⁽²⁾	69,7707	66,6954	59,9659	71,5265	75,7546	73,8461
	2	Bu Çalışma	73,4162	72,5787	70,9859	73,5798	76,5162	75,9680
		Turan (2018) ⁽¹⁾	73,3640	72,5311	70,9218	73,5664	76,5000	75,9434
		Turan (2018) ⁽²⁾	73,3279	72,4933	70,8901	73,5295	76,4263	75,8878
	5	Bu Çalışma	75,9704	76,2525	78,0682	75,2267	76,8635	77,0037
		Turan (2018) ⁽¹⁾	75,9234	76,2112	77,9973	75,2155	76,8480	76,9796
		Turan (2018) ⁽²⁾	75,8575	76,1362	77,9366	75,1593	76,7501	76,8913
	10	Bu Çalışma	76,589	76,8367	79,9179	75,7749	76,9244	77,2296
		Turan (2018) ⁽¹⁾	76,5556	76,8152	79,8680	75,7709	76,9187	77,2202
		Turan (2018) ⁽²⁾	76,4629	76,7057	79,7795	75,6980	76,7991	77,1020

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

Tablo 52. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişinin $L/h=5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmeleri

Kiriş	p	1-1-1	1-2-1	1-8-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
<i>Al/Al₂N₃</i>							
B-B	0	7,4225	6,471	4,8132	8,1154	8,9411	8,1154
	0,5	8,2271	7,7006	6,5653	8,5672	9,2132	8,7797
	1	8,6772	8,4331	7,8091	8,8145	9,365	9,1287
	2	9,1001	9,1157	9,0832	9,0563	9,519	9,4487
	5	9,4324	9,5948	9,998	9,2714	9,6717	9,7246
	10	9,5432	9,7278	10,3284	9,3561	9,7421	9,8467
A-A	0	1,8527	1,6245	1,2583	2,0419	2,3271	2,0419
	0,5	2,1085	1,9935	1,7384	2,1925	2,4694	2,2931
	1	2,2768	2,2504	2,1229	2,2891	2,5685	2,4615
	2	2,4503	2,5176	2,5651	2,3911	2,6814	2,6468
	5	2,6105	2,7544	2,9781	2,492	2,8046	2,8437
	10	2,6787	2,8471	3,145	2,5379	2,8631	2,935
A-S	0	68,6168	59,7722	44,0852	74,8371	81,6927	74,8372
	0,5	75,6092	70,6178	59,911	78,7074	83,7119	80,3643
	1	79,2906	76,7394	70,738	80,6944	84,6732	82,9709
	2	82,5965	82,2154	81,4685	82,5478	85,5169	85,0939
	5	84,9570	85,6694	88,5693	84,0774	86,2155	86,5989
	10	85,6009	86,3997	91,0417	84,6161	86,5144	87,2225
<i>SUS304/Al₂O₃</i>							
B-B	0	12,2041	11,6638	10,2526	12,4988	12,768	12,4988
	0,5	12,5409	12,3281	11,7329	12,6541	12,8627	12,7398
	1	12,6962	12,6244	12,4353	12,7313	12,9252	12,8675
	2	12,8288	12,8641	13,0113	12,8026	13,0016	13,0076
	5	12,9335	13,045	13,4984	12,8649	13,1011	13,1875
	10	12,9725	13,1208	13,7977	13,7977	13,158	13,2995
A-A	0	3,1837	3,0368	2,7194	3,2872	3,4274	3,2873
	0,5	3,3295	3,2735	3,1351	3,3676	3,5025	3,419
	1	3,4103	3,4013	3,3629	3,414	3,5516	3,5
	2	3,4906	3,5254	3,5836	3,4616	3,6081	3,5919
	5	3,5673	3,6414	3,7956	3,5089	3,6725	3,6979
	10	3,5991	3,6891	3,8966	3,5291	3,7036	3,7507
A-S	0	111,8595	106,9566	93,6245	114,3331	116,211	114,3334
	0,5	114,4919	112,546	106,9555	115,4438	116,7334	116,0539
	1	115,5912	114,8557	113,0367	115,9391	117,0663	116,8678
	2	116,4329	116,5594	117,7701	116,3533	117,4881	117,7237
	5	116,982	117,6688	121,5977	116,661	118,094	118,901
	10	117,1621	118,1495	124,1922	116,7619	118,4847	119,7404
<i>SUS304/Al₂N₃</i>							
B-B	0	13,6202	13,2465	12,156	13,8084	13,9743	13,8084
	0,5	13,8409	13,7057	13,3045	13,9073	14,049	13,9735
	1	13,9399	13,9011	13,8038	13,9556	14,0991	14,0658
	2	14,0251	14,0605	14,2083	14,0004	14,1617	14,1743
	5	14,0964	14,1923	14,581	14,0404	14,2452	14,3228
	10	14,1265	14,2566	14,8258	14,0567	14,2941	14,4183
A-A	0	3,5959	3,4895	3,2425	3,6685	3,767	3,6687
	0,5	3,7021	3,6637	3,5688	3,7275	3,8246	3,7657
	1	3,7588	3,7537	3,734	3,7601	3,8608	3,8243
	2	3,815	3,8409	3,8912	3,7934	3,9021	3,8911
	5	3,8692	3,924	4,0451	3,8263	3,9492	3,9693
	10	3,8923	3,9598	4,1219	3,8406	3,9726	4,0095
A-S	0	124,529	127,8543	110,8745	126,0608	127,126	126,0611
	0,5	126,1714	124,9549	121,1966	126,7069	127,5438	127,1871
	1	126,8322	126,438	125,5014	126,9883	127,8318	127,7746
	2	127,3381	127,5353	128,8113	127,2228	128,2155	128,4705
	5	127,7014	128,3582	131,8018	127,4035	128,7794	129,5186
	10	127,8543	128,8031	133,9623	127,4703	129,1424	130,2718

Tablo 53. Farklı Sınır Şartlarına Sahip Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişinin $L/h=20$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmeleri

Kiriş	p	1-1-1	1-2-1	1-8-1	2-1-2	2-1-1	2-2-1
<i>Al/Al₂N₃</i>							
B-B	0	6,9827	6,079	4,4598	7,6059	8,2596	7,6059
	0,5	7,6672	7,1514	6,0484	7,9811	8,4321	8,1288
	1	8,0134	7,7362	7,1112	8,1655	8,5016	8,3553
	2	8,3145	8,244	8,1404	8,332	8,5516	8,52
	5	8,5136	8,5368	8,7766	8,4617	8,5798	8,6096
	10	8,5572	8,5811	8,9899	8,5027	8,5894	8,6426
A-A	0	1,4198	1,2366	0,9107	1,5481	1,6877	1,5481
	0,5	1,5630	1,4592	1,2369	1,6271	1,7274	1,66
	1	1,6375	1,5838	1,4588	1,6672	1,7455	1,7117
	2	1,7040	1,6943	1,6773	1,7044	1,7609	1,7527
	5	1,7507	1,7625	1,8191	1,7347	1,773	1,7802
	10	1,7629	1,7760	1,8679	1,7451	1,778	1,7914
A-S	0	66,8703	58,2117	42,6824	72,8255	79,0352	72,8255
	0,5	73,3959	68,4482	57,8709	76,3983	80,6539	77,7931
	1	76,6794	74,0056	68,0045	78,1447	81,2907	79,9212
	2	79,5234	78,8137	77,7918	79,7143	81,7309	81,4432
	5	81,3834	81,5537	83,7956	80,9265	81,955	82,2324
	10	81,7766	81,9452	85,7993	81,3032	82,0234	82,5151
<i>SUS304/Al₂O₃</i>							
B-B	0	11,3203	10,8271	9,4530	11,5569	11,7112	11,5569
	0,5	11,5583	11,3616	10,7875	11,6498	11,7411	11,6991
	1	11,6495	11,5703	11,3808	11,6868	11,7593	11,7586
	2	11,7118	11,7122	11,8255	11,7141	11,7844	11,8183
	5	11,7424	11,7904	12,1722	11,7294	11,8267	11,9082
	10	11,7497	11,8255	12,4246	11,7324	11,8582	11,9815
A-A	0	2,3109	2,2098	1,9329	2,3613	2,3981	2,3613
	0,5	2,3637	2,3235	2,2075	2,3831	2,4075	2,3949
	1	2,3852	2,3698	2,3319	2,3926	2,4134	2,4104
	2	2,4013	2,4032	2,4277	2,4003	2,4211	2,4265
	5	2,4113	2,4242	2,5044	2,4058	2,4325	2,4491
	10	2,4144	2,4333	2,5573	2,4075	2,4401	2,4658
A-S	0	108,3448	103,6278	90,4503	110,5942	112,032	110,5942
	0,5	110,5923	108,7103	103,2062	111,4622	112,2948	111,9219
	1	111,4438	110,6805	108,8612	111,8024	112,453	112,4682
	2	112,0149	112,0055	113,081	112,0476	112,674	113,0108
	5	112,28	112,7176	116,3566	112,1764	113,0591	113,8397
	10	112,3386	113,0394	118,7614	112,1976	113,3515	114,529
<i>SUS304/Al₂N₃</i>							
B-B	0	12,5823	12,2467	11,1861	12,7255	12,8055	12,7255
	0,5	12,7247	12,6031	12,2178	12,7746	12,8301	12,8142
	1	12,7763	12,734	12,6364	12,7931	12,8483	12,8571
	2	12,8106	12,8225	12,9463	12,8061	12,8751	12,9088
	5	12,8295	12,8818	13,2218	12,813	12,9197	12,9954
	10	12,8374	12,9176	13,4346	12,8147	12,9511	13,064
A-A	0	2,5715	2,5023	2,2886	2,6024	2,6229	2,6024
	0,5	2,6040	2,5790	2,5011	2,6149	2,6305	2,6242
	1	2,6168	2,6085	2,5890	2,6201	2,6358	2,6354
	2	2,6263	2,6299	2,6559	2,6243	2,6430	2,6487
	5	2,6328	2,6455	2,7161	2,6274	2,6539	2,6692
	10	2,6355	2,6542	2,7604	2,6285	2,6611	2,6843
A-S	0	120,4025	117,1944	107,0241	121,7599	122,4949	121,7599
	0,5	121,7401	120,5773	116,8844	122,2127	122,713	122,5831
	1	122,2173	121,8094	120,8724	122,3791	122,8757	122,9765
	2	122,5269	122,6322	123,8118	122,4911	123,1193	123,4511
	5	122,6886	123,1742	126,42	122,545	123,5325	124,2589
	10	122,7560	123,5076	128,4518	122,5558	123,828	124,9078

Tablo 52-53'te Tip-3 sandviç kirişinin maksimum boyutsuz yer değiştirmeleri bu çalışma ile Al/Al₂N₃, SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ FD malzemeleri, farklı sınır şartları ve farklı p değerleri kullanılarak sırasıyla $L/h=5$ ve 20 değerlerine göre ayrı ayrı verilmiştir. Tablolara bakıldığında elastisite modülü küçük olan FD malzemenin boyutsuz yer değiştirme değerlerinin büyük olduğu görülmektedir. Ancak metal malzeme olarak kullanılan Al ve SUS304 malzemeleri karşılaştırıldığında durumunun tam tersi olduğu görülmektedir. Bu durumun sebebi ise elde edilen yer değiştirme sonuçlarının denklem (48)'e göre boyutsuz hâle çevrilmeleri metal malzemeye göre yapılmasından kaynaklanmaktadır. Ayrıca Tablo 50 ve Tablo 51 için yapılan yorumlar burada geçerlidir.

Tablo 54-55'te basit mesnetli (1-8-1) Al/Al₂O₃ Tip-3 sandviç FD kirişinin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin $L/h=5$ ve 20 için p 'ye bağlı değişimleri literatür ile karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Tablolar incelendiğinde sonuçların uyumlu oldukları görülmektedir. L/h oranı ve p arttıkça boyutsuz normal gerilmelerin arttığı görülmektedir. Tablo 56-57'de ise Al/Al₂N₃, SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ FD malzemeleri kullanılarak elde edilen boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri verilmiştir. p 'nin artmasına bağlı olarak boyutsuz normal gerilmelerin arttıkları ve boyutsuz kayma gerilmelerinin azaldıkları görülmektedir.

Tablo 54. Basit Mesnetli (1-8-1) Al/Al₂O₃ Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Normal Gerilmeleri, $\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$

Teori	$p=0$	$p=1$	$p=2$	$p=5$	$p=10$
$L/h=5$					
Bu Çalışma	4,4704	5,9401	6,4482	6,8678	7,2301
Turan (2018) ⁽¹⁾	4,4760	6,0320	6,5503	6,9114	7,2544
Turan (2018) ⁽²⁾	4,4053	5,9226	6,4154	6,7338	7,0473
Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	4,4045	5,9215	6,4143	6,7326	7,0461
Vo vd. (2015b) ⁽⁴⁾	4,4636	6,0094	6,5256	6,8886	7,2229
$L/h=20$					
Bu Çalışma	17,6905	23,7661	25,7473	27,0499	28,3199
Turan (2018) ⁽¹⁾	17,7459	23,8616	25,8514	27,1434	28,4123
Turan (2018) ⁽²⁾	17,6212	23,6904	25,6618	26,9353	28,1893
Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	17,6180	23,6861	25,6572	26,9305	28,1842
Vo vd. (2015b) ⁽⁴⁾	17,6327	23,7080	25,6849	26,9694	28,2283

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü
^{(2), (3)} FSDT'ye göre analitik çözümü
⁽⁴⁾ Üçüncü mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre sonlu eleman çözümü

Tablo 55. Basit Mesnetli (1-8-1) Al/Al₂O₃ Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Kayma Gerilmeleri, $\bar{\tau}_{xz}(0,0)$

Teori	$p = 0$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 10$
$L / h = 5$					
Bu Çalışma	0,7898	0,7428	0,7042	0,6142	0,6448
Turan (2018) ⁽¹⁾	0,7180	0,7036	0,5937	0,4538	0,4939
Turan (2018) ⁽²⁾	0,6344	0,5827	0,4679	0,3262	0,3316
Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	0,6506	0,5976	0,4799	0,3346	0,3400
Vo vd. (2015b) ⁽⁴⁾	0,7597	0,7318	0,6445	0,5319	0,5792
$L / h = 20$					
Bu Çalışma	0,8018	0,7467	0,7117	0,6271	0,6603
Turan (2018) ⁽¹⁾	0,7199	0,7065	0,5969	0,4572	0,4983
Turan (2018) ⁽²⁾	0,6344	0,5827	0,4679	0,3262	0,3316
Vo vd. (2015b) ⁽³⁾	0,6506	0,5976	0,4799	0,3346	0,3400
Vo vd. (2015b) ⁽⁴⁾	0,7702	0,7436	0,6558	0,5425	0,5910

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü
^{(2), (3)} FSDT'ye göre analitik çözümü
⁽⁴⁾ Üçüncü mertebeden kayma deformasyonlu kiriş teorisine göre sonlu eleman çözümü

Tablo 56. Basit Mesnetli (1-8-1) Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Normal Gerilmeleri, $\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$

L/h	Malzeme	$p = 0$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 10$
5						
	Al/Al ₂ N ₃	4,4247	5,6703	6,0642	6,4387	6,7953
	SUS304/Al ₂ O ₃	4,139	4,5648	4,6897	4,8914	5,0837
	SUS304/Al ₂ N ₃	4,0453	4,3173	4,4018	4,5456	4,6766
20						
	Al/Al ₂ N ₃	17,508	22,6516	24,1689	25,3754	26,6793
	SUS304/Al ₂ O ₃	16,3658	18,1085	18,5764	19,3224	20,0732
	SUS304/Al ₂ N ₃	15,9902	17,1004	17,4183	17,9593	18,4726

Tablo 57. Basit Mesnetli (1-8-1) Farklı FD Malzemeli Tip 3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Kayma Gerilmeleri, $\bar{\tau}_{xz}(0,0)$

L/h	Malzeme	$p = 0$	$p = 1$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 10$
5						
	Al/Al ₂ N ₃	0,7858	0,7409	0,7031	0,6321	0,6589
	SUS304/Al ₂ O ₃	0,7616	0,7355	0,7165	0,6987	0,7072
	SUS304/Al ₂ N ₃	0,7537	0,7349	0,7221	0,7115	0,7166
20						
	Al/Al ₂ N ₃	0,798	0,7467	0,7119	0,6455	0,6742
	SUS304/Al ₂ O ₃	0,7742	0,747	0,7291	0,7126	0,7212
	SUS304/Al ₂ N ₃	0,7663	0,7471	0,735	0,7252	0,7302

Tablo 58'de basit mesnetli Al/Al₂O₃ Tip-3 sandviç FD kirişinin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin farklı tabaka kalınlıkları dikkate alınarak $L/h=5$ ve 20 için p 'ye bağlı değişimleri literatür ile karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Tabloya göre L/h oranı ve p arttıkça boyutsuz normal gerilmelerin arttığı görülmektedir. Ancak kayma gerilmelerinin belli bir kurala göre değişmedikleri görülmektedir. Tablo 59-60'ta ise Al/Al₂N₃, SUS304/Al₂O₃ ve SUS304/Al₂N₃ FD malzemeleri kullanılarak elde edilen boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri

verilmiştir. En büyük boyutsuz normal gerilmeler elastisite modülü büyük olan FD malzemeli kirişlerde meydana gelmiştir.

Tablo 58. Basit Mesnetli Al/Al₂O₃Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Normal ve Kayma Gerilmelerinin Farklı Tabaka Kalınlıklarına Bağlı Değişimi

p	Teori	$L/h=5$				$L/h=20$			
		1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1
$\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$									
0	Bu Çalışma	6,0641	5,5324	6,6595	6,3944	25,24	21,9248	25,9203	25,1688
	Turan (2018) ⁽¹⁾	6,0506	5,5390	6,6560	6,4030	24,0459	21,9933	25,9984	25,2477
	Turan (2018) ⁽²⁾	5,9702	5,4603	6,4474	6,2652	23,8808	21,9410	25,7896	25,0611
1	Bu Çalışma	6,4841	6,3156	6,5844	6,5409	25,3934	24,8429	25,5306	25,6426
	Turan (2018) ⁽¹⁾	6,4560	6,3185	6,5876	6,5702	25,4635	24,9194	25,6092	25,7281
	Turan (2018) ⁽²⁾	6,3190	6,2839	6,3488	6,3815	25,2758	24,8356	25,3953	25,5259
2	Bu Çalışma	6,58	6,5043	6,5587	6,547	25,6001	25,3974	25,3516	25,5559
	Turan (2018) ⁽¹⁾	6,5396	6,4916	6,5571	6,5717	25,6680	25,4716	25,4283	25,6399
	Turan (2018) ⁽²⁾	6,3676	6,4187	6,3029	6,3580	25,4705	25,3750	25,2117	25,4321
5	Bu Çalışma	6,6126	6,5709	6,5585	6,5908	25,5096	25,3677	25,2286	25,5206
	Turan (2018) ⁽¹⁾	6,5720	6,5453	6,5504	6,5973	25,5773	25,4385	25,3033	25,5999
	Turan (2018) ⁽²⁾	6,3415	6,4064	6,2702	6,3457	25,3661	25,3256	25,0810	25,3829
10	Bu Çalışma	6,606	6,5757	6,5753	6,6581	25,3751	25,2511	25,24	25,6971
	Turan (2018) ⁽¹⁾	6,5802	6,5616	6,5724	6,6662	25,4462	25,3244	25,3161	25,7774
	Turan (2018) ⁽²⁾	6,3063	6,4751	6,2722	6,3882	25,2250	25,2004	25,0887	25,5527
$\bar{\tau}_{xz}(0,0)$									
0	Bu Çalışma	0,7956	0,823	0,5813	0,879	0,1149	0,8306	0,6038	0,876
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,8827	0,8563	0,9610	0,9403	0,8863	0,8623	0,9479	0,9374
	Turan (2018) ⁽²⁾	0,8003	0,7319	0,9840	0,8649	0,8003	0,7319	0,9840	0,8649
1	Bu Çalışma	0,6769	0,7111	0,1419	0,7651	0,1117	0,7193	0,1445	0,7699
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,7994	0,7910	0,8902	0,8651	0,8132	0,8025	0,8930	0,8699
	Turan (2018) ⁽²⁾	0,5826	0,5827	0,7039	0,6758	0,5826	0,5827	0,7039	0,6758
2	Bu Çalışma	0,6585	0,6828	0,1177	0,7372		0,6809	0,6993	0,1193
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,6614	0,6565	0,7413	0,7184	0,6786	0,6697	0,7501	0,7268
	Turan (2018) ⁽²⁾	0,4136	0,4315	0,4958	0,4958	0,4136	0,4315	0,4958	0,4958
5	Bu Çalışma	0,5921	0,6055	0,0693	0,6569	0,6224	0,6303	0,0685	0,6794
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,4998	0,4968	0,5596	0,5420	0,5193	0,5116	0,5730	0,5536
	Turan (2018) ⁽²⁾	0,2436	0,2679	0,2894	0,3041	0,2436	0,2679	0,2894	0,3041
10	Bu Çalışma	0,637	0,6457	0,114	0,6997	0,6734	0,6762	0,1149	0,7274
	Turan (2018) ⁽¹⁾	0,5432	0,5399	0,6058	0,5868	0,5689	0,5591	0,6249	0,6031
	Turan (2018) ⁽²⁾	0,2242	0,2535	0,2651	0,2859	0,2242	0,2535	0,2651	0,2859

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

⁽¹⁾ FSDT'ye göre sonlu eleman çözümü

⁽²⁾ FSDT'ye göre analitik çözümü

Şekil 80'de farklı sınır şartlarına sahip (1-1-1) Tip-3 Sandviç FD kirişlerin bu çalışma ve ANSYS ile hesaplanan maksimum boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri verilmiştir. L/h değeri arttıkça boyutsuz yer değiştirmelerin belli bir L/h değerine kadar azaldığı ve bu değerden sonra sabit kalarak yakınsadığı görülmektedir. Ayrıca p değeri arttıkça boyutsuz yer değiştirmelerin arttığı görülmektedir. Bu çalışmanın ve ANSYS sonuçlarının uyumlu oldukları görülmektedir.

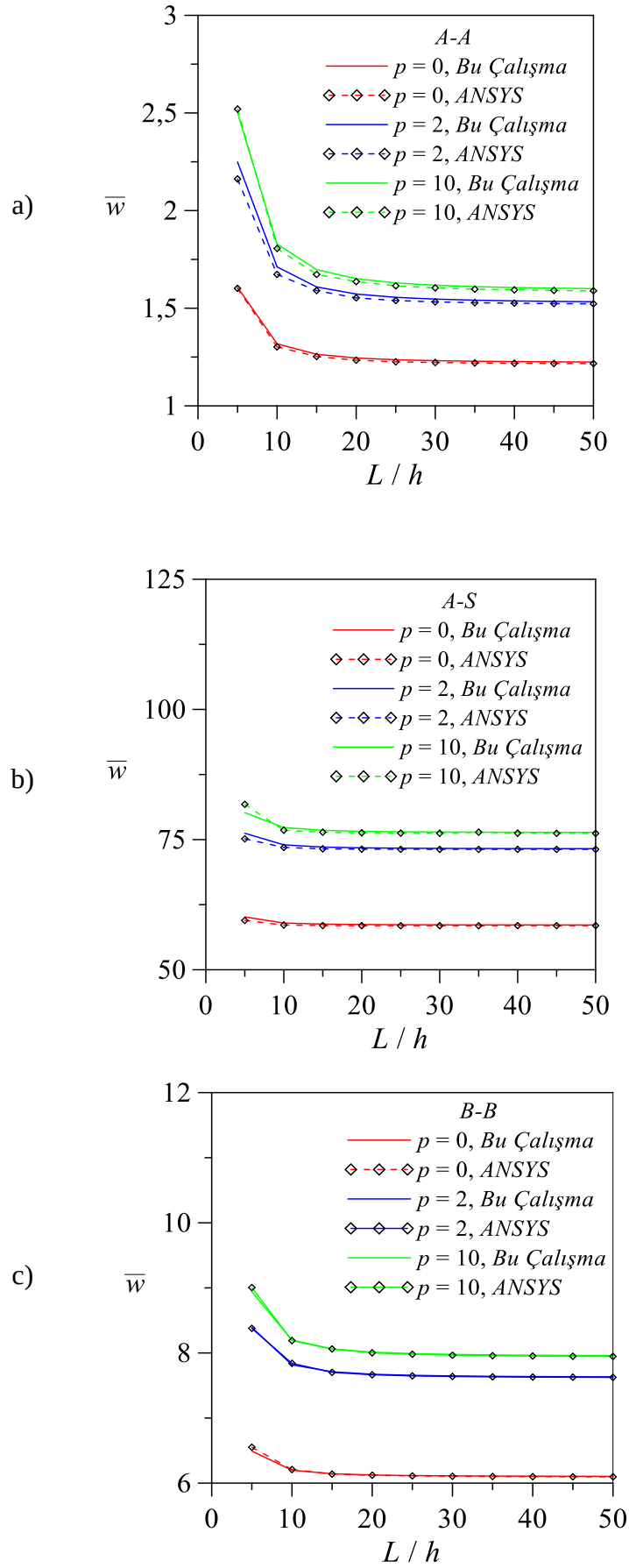
Tablo 59. Basit Mesnetli Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Normal Gerilmelerinin Farklı Tabaka Kalınlıklarına Bağlı Değişimi, $\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$

p	$L/h = 5$				$L/h = 20$			
	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1
<i>Al/Al₂N₃</i>								
0	5,7684	5,348	6,1667	6,0067	22,7959	21,1866	24,0176	23,6328
1	6,0444	5,9281	6,0968	6,0785	23,6832	23,3326	23,6853	23,8455
2	6,0968	6,049	6,0846	6,0884	23,7531	23,6575	23,5829	23,8019
5	6,1092	6,096	6,103	6,1543	23,6281	23,6119	23,5699	23,9112
10	6,1035	6,1127	6,1291	6,2342	23,5256	23,5803	23,6372	24,167
<i>SUS304/Al₂O₃</i>								
0	4,5692	4,5639	4,5984	4,6035	17,9719	17,9996	18,0396	18,1282
1	4,573	4,5876	4,6232	4,641	17,9521	18,0523	18,1325	18,2635
2	4,5821	4,6274	4,6678	4,7233	17,9487	18,159	18,3006	18,5686
5	4,5914	4,6644	4,6985	4,7886	17,9703	18,2884	18,4192	18,8203
10	4,552	4,466	4,578	4,5791	17,9691	17,6623	17,9544	18,0322
<i>SUS304/Al₂N₃</i>								
0	4,3011	4,3028	4,3293	4,3326	16,9382	16,9771	17,0226	17,0782
1	4,3051	4,3205	4,3514	4,365	16,9336	17,0229	17,1085	17,2004
2	4,315	4,354	4,3871	4,4285	16,9509	17,1277	17,247	17,4426
5	4,3242	4,3839	4,4105	4,4762	16,9784	17,2365	17,3386	17,6279
10	4,2943	4,2493	4,3021	4,3052	16,9517	16,7975	16,9091	16,9665

Tablo 60. Basit Mesnetli Farklı FD Malzemeli Tip-3 Sandviç FD Kirişlerin Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin Farklı Tabaka Kalınlıklarına Bağlı Değişimi, $\bar{\tau}_{xz}(0,0)$

p	$L/h = 5$				$L/h = 20$			
	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1	1-1-1	1-2-1	2-1-1	2-2-1
<i>Al/Al₂N₃</i>								
0	0,7889	0,8138	0,6149	0,856	0,7918	0,8218	0,636	0,8535
1	0,6892	0,7159	0,1687	0,7607	0,7021	0,7251	0,1714	0,7664
2	0,6703	0,6878	0,1412	0,7338	0,6916	0,7042	0,1427	0,7475
5	0,6199	0,6282	0,1053	0,6727	0,6487	0,6521	0,1051	0,6942
10	0,6601	0,6638	0,162	0,7103	0,6939	0,6921	0,164	0,736
<i>SUS304/Al₂O₃</i>								
0	0,7247	0,7297	0,3843	0,7352	0,7385	0,7426	0,3894	0,7449
1	0,7145	0,7155	0,3674	0,723	0,7315	0,7311	0,3719	0,7359
2	0,7059	0,7028	0,3883	0,7115	0,7262	0,7213	0,3936	0,7277
5	0,7194	0,714	0,455	0,7228	0,7411	0,7334	0,4628	0,74
10	0,7576	0,7685	0,7123	0,7643	0,7659	0,7792	0,7267	0,7683
<i>SUS304/Al₂N₃</i>								
0	0,7290	0,7315	0,4742	0,727	0,7429	0,7448	0,4811	0,7374
1	0,7222	0,7219	0,4643	0,719	0,7382	0,737	0,4708	0,7316
2	0,7178	0,7147	0,4886	0,7129	0,736	0,7317	0,4961	0,7276
5	0,7259	0,7212	0,5419	0,7193	0,7449	0,7387	0,5514	0,7346
10	0,7497	0,757	0,7239	0,7447	0,7597	0,7685	0,7374	0,7509

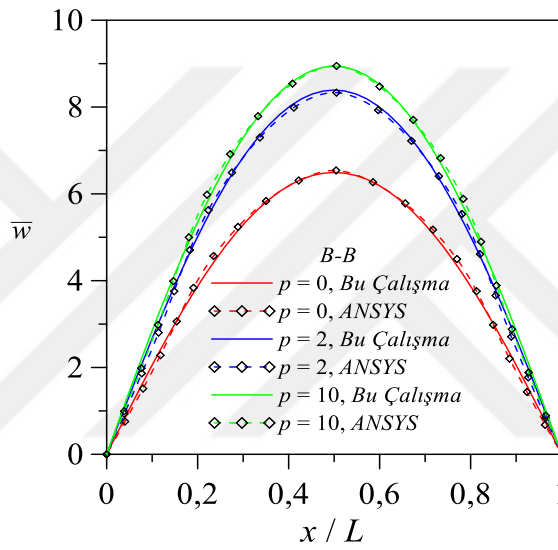
Şekil 81’de basit mesnetli (1-1-1) Tip-3 Sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için bu çalışma ve ANSYS ile elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L ’ye bağlı değişimleri verilmiştir. p değeri arttıkça boyutsuz yer değiştirmelerin arttığı görülmektedir. Maksimum yer değiştirme kirişin ortasında meydana gelmektedir. Bu çalışma ve ANSYS sonuçlarının uyumlu oldukları görülmektedir.



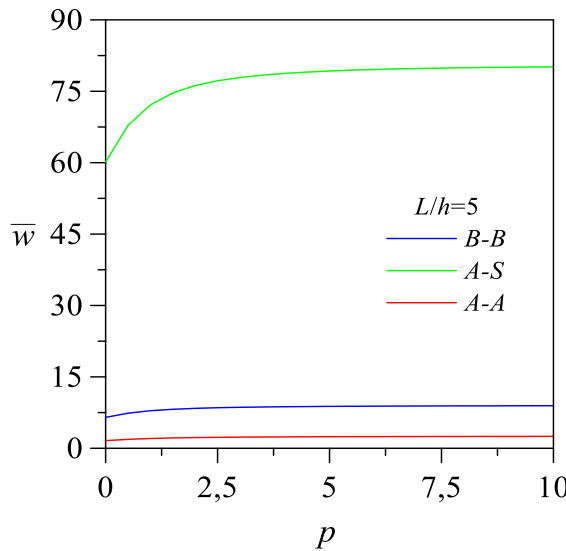
Şekil 80. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) (1-1-1) Basit mesnetli Tip-3 FD kirişlerin bu çalışma ve Ansys ile elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri

Şekil 82’ de farklı sınır şartlarına sahip (1-1-1) Tip-3 Sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için önerilen sonlu eleman ile hesaplanan maksimum boyutsuz yer değiştirmelerin p ’ye bağlı değişimleri verilmiştir. p ’nin artmasıyla boyutsuz yer değiştirmelerin belli bir p değerine arttığı ve sonrasında yakınsadıkları görülmektedir.

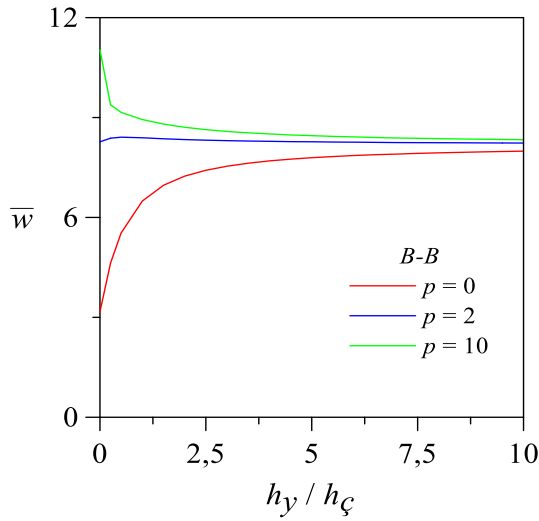
Şekil 83’te basit mesnetli eşit tabakalı Tip-3 Sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için önerilen eleman ile hesaplanan boyutsuz yer değiştirmelerinin h_y/h_c ’ye bağlı değişimleri verilmiştir. p değeri arttıkça boyutsuz yer değiştirmelerin arttığı ayrıca $p=0$ ve $p=2$ için h_y/h_c oranının belli bir h_y/h_c kadar artmasıyla arttığı ve sonrasında yakınsadıkları görülmektedir. $p=10$ için h_y/h_c oranının artmasıyla boyutsuz yer değiştirmelerin belli bir h_y/h_c değerine kadar azaldığı ve sonrasında yakınsadıkları görülmektedir.



Şekil 81. Basit mesnetli Tip-3 sandviç FD kirişlerin bu çalışma ve Ansys ile elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerinin x/L ’ye bağlı değişimleri

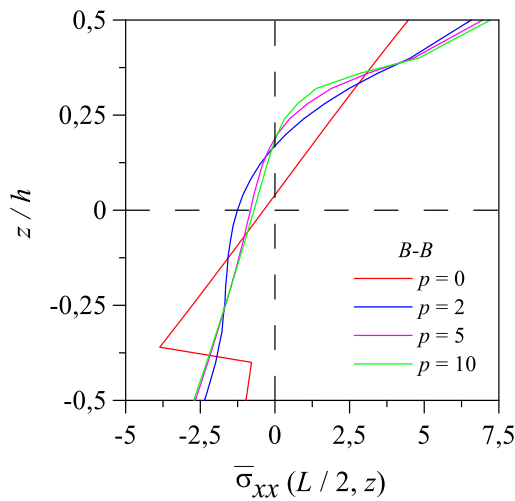


Şekil 82. Farklı sınır şartlarına sahip (1-1-1) Tip-3 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p ’ye bağlı değişimleri

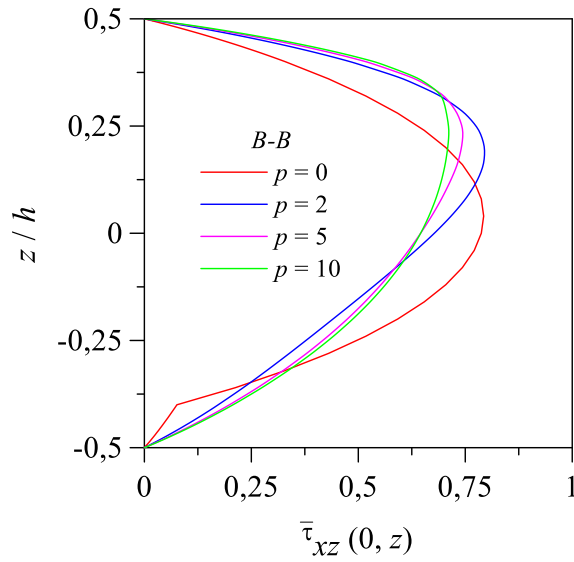


Şekil 83. (1-1-1) Basit mesnetli Tip-3 sandviç FD kirişlerin en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin $h_y/h_ç$ 'ye bağlı değişimleri

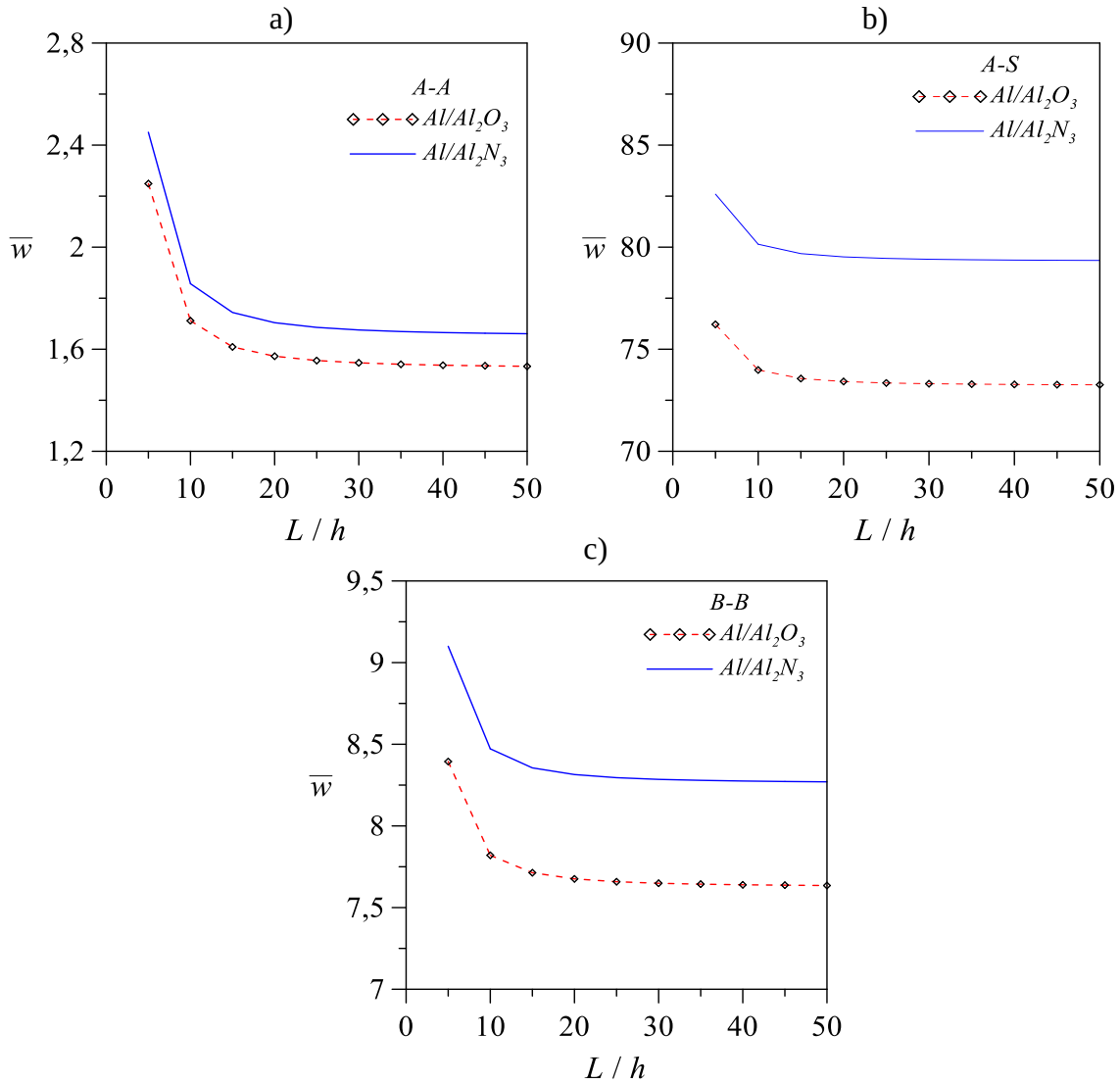
Şekil 84-85'te basit mesnetli (1-8-1) Al/Al₂O₃ Tip-3 sandviç FD kirişlerin $L/h=5$ için önerilen eleman ile hesaplanan boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimi verilmiştir. p 'nin artmasıyla en büyük boyutsuz normal gerilmelerin arttığı ve en büyük boyutsuz kayma gerilmelerinin azaldığı görülmektedir. Ayrıca en büyük boyutsuz normal gerilmelerin homojen seramik tabakada oluştuğu ve boyutsuz kayma gerilmelerinin FD malzemeli çekirdek tabakada oluştuğu görülmektedir. Şekil 86-87'de farklı sınır şartlarına göre sırasıyla metal malzeme olarak Al ve SUS304 kullanılarak seramik malzemenin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerine etkileri L/h 'ye bağlı olarak incelenmiştir. Tip-1 FD kiriş için yapılan yorumlar burada geçerlidir. Şekil 88-89'da farklı sınır şartlarına göre sırasıyla metal malzeme olarak Al ve SUS304 kullanılarak seramik malzemenin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerine etkileri p 'ye bağlı olarak incelenmiştir. Tip-1 FD kiriş için yapılan yorumlar burada aynen geçerlidir.



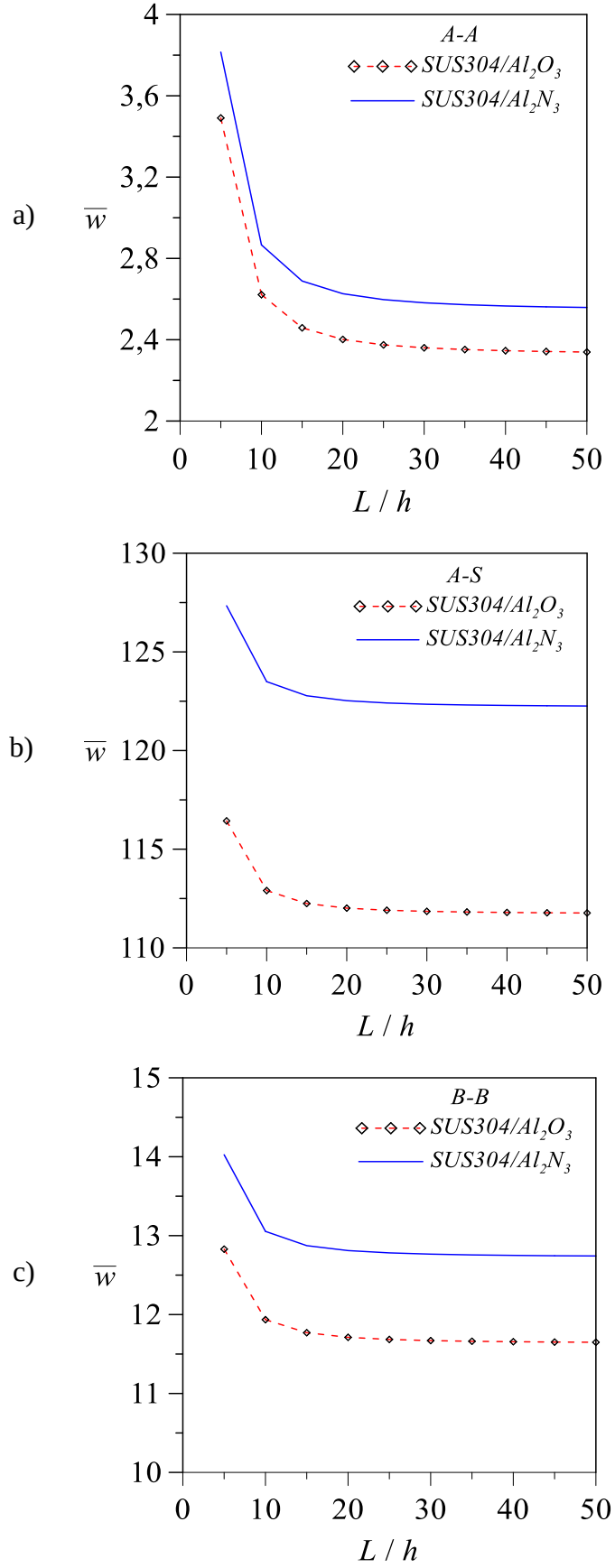
Şekil 84. Basit mesnetli (1-8-1) Tip-3 sandviç FD kirişlerin boyutsuz normal gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri



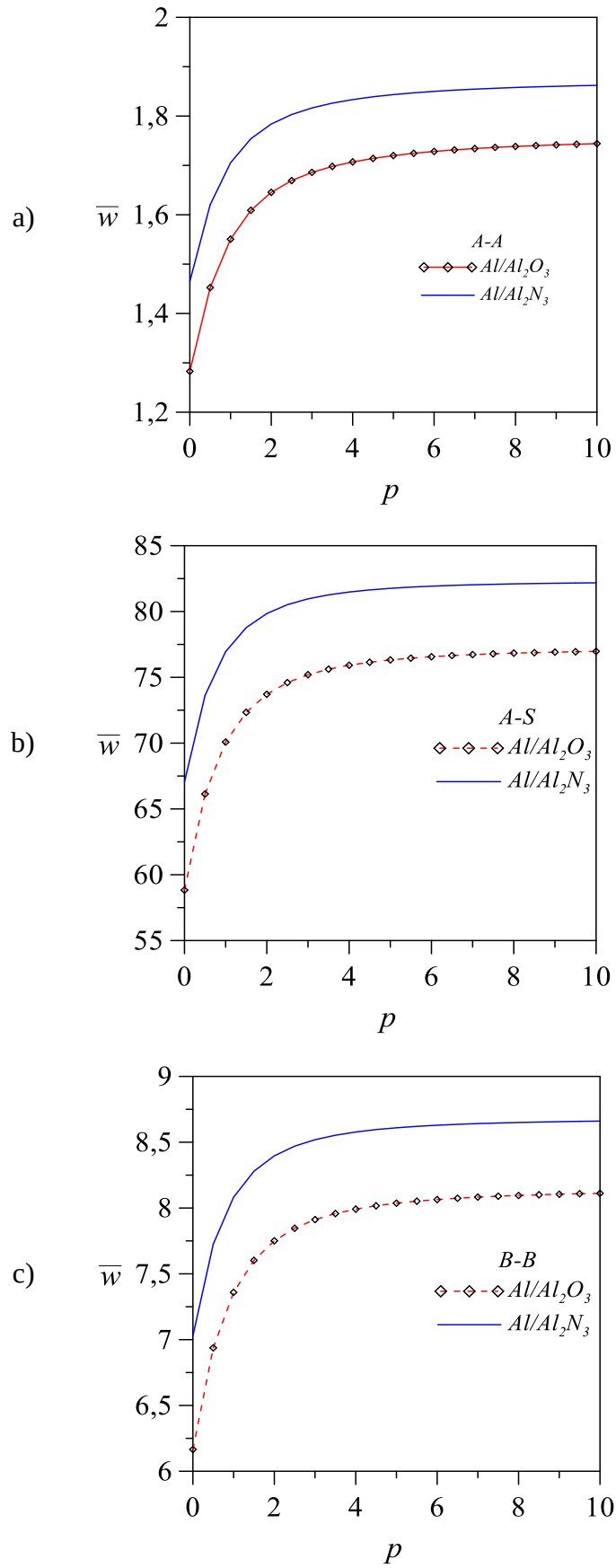
Şekil 85. Basit mesnetli (1-8-1) Tip-3 sandviç FD kirişlerin boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri



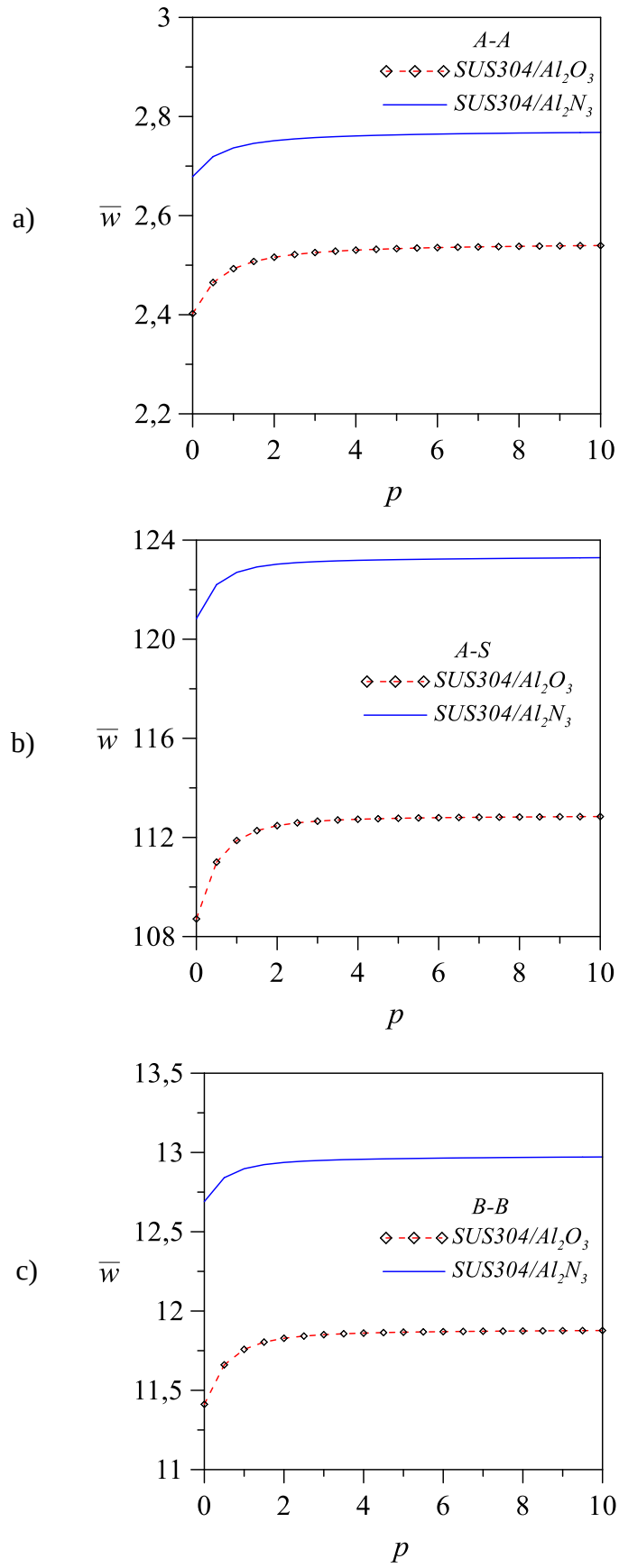
Şekil 86. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-3 FD kirişlerin $p=2$ için En büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri



Şekil 87. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS304/ Al_2N_3 Tip-3 FD kirişlerin $p=2$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin L/h 'ye bağlı değişimleri



Şekil 88. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli Al/Al_2O_3 ve Al/Al_2N_3 Tip-3 FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri



Şekil 89. a) İki ucu ankastre mesnetli, b) Konsol, c) Basit mesnetli SUS304/ Al_2O_3 ve SUS304/ Al_2N_3 Tip-3 FD kirişlerin $L/h=5$ için en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin p 'ye bağlı değişimleri

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

Sonuçlar ve Öneriler

Çalışma kapsamında FD kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri için kayma deformasyonlarını hesaba katan yüksek mertebeli kiriş teorisine göre beş düğüm noktalı on altı serbestlik dereceli sonlu eleman modeli önerilmiştir. Önerilen sonlu eleman ile FD kirişlerin analizleri FORTRAN programında yapılmıştır ve buradan ortaya çıkan sonuçlar ANSYS paket programı ile hesaplanan sonuçlarla kıyaslanmıştır. Analizlerde farklı sınır şartları, farklı narinlik oranları ve farklı kuvvet fonksiyonu üst indis değerleri dikkate alınmıştır. Elde edilen sonuçlar boyutsuz olarak verilmiştir. Ayrıca elde edilen sonuçlar literatür ile kıyaslanmış ve iyi derecede uyumlu oldukları gösterilmiştir. Önerilen sonlu elemanın FD kirişlerin analizlerinde başarılı olduğu görülmüştür. Analizlerden elde edilen verilerden yararlanılarak yapılan çıkarımlar aşağıda sıralanmıştır.

Statik analizler için çıkarılan sonuçlar;

- Tip-1, Tip-2 ve Tip-3 kirişlerinde boyutsuz yer değiştirmelerin metal özelliğinin artmasına bağlı olarak arttığı ve narinlik oranının artmasıyla azaldığı görülmüştür.
- Tüm farklı tiplerdeki kirişlerde geçerli olmak kaydıyla kullanılan seramik malzemesinin elastisite modülü büyük ise boyutsuz yer değiştirme değeri daha küçük çıkmaktadır.
- p 'nin ve L/h 'nin artmasına bağlı olarak boyutsuz normal gerilmeler artmaktadır, ancak boyutsuz kayma gerilmeleri belli bir kurala göre değişim göstermemektedir.
- Kiriş tamamen seramik malzemeden oluştuğu durumda boyutsuz normal gerilmeler FD kirişe göre küçük çıkmaktadır.
- Tip-3 sandviç FD kirişlerde çekirdek tabaka kalınlığı arttıkça boyutsuz yer değiştirmeler azalmakta ve p arttıkça artmaktadır.
- Tip-3 sandviç FD kirişlerde p arttıkça boyutsuz normal gerilmeler artmakta ve boyutsuz kayma gerilmeleri azalmaktadır.

Serbest titreşim analizleri için çıkarılan sonuçlar;

- Boyutsuz doğal frekanslar L/h oranı arttıkça artmaktadırlar. Ayrıca FD malzeme özelliğinin metale doğru geçmesiyle de boyutsuz doğal frekanslar artmaktadır.
- Tip-2 FD kirişlerde homojen çekirdek tabakanın kalınlığı arttıkça boyutsuz doğal frekanslar artmaktadır.

- Tip-3 sandviç FD kirişlerde seramik tabakanın kalınlığının azaldıkça boyutsuz doğal frekanslar azalmaktadır.
- Tip-3 sandviç FD kirişlerde homojen metal alt tabaka kalınlığı arttıkça boyutsuz doğal frekanslar azalmaktadır.

Burkulma analizleri için çıkarılan sonuçlar;

- Boyutsuz kritik burkulma yükleri p arttıkça azalmaktadır.
- Narinlik arttıkça boyutsuz kritik burkulma yükleri artmaktadır.
- Elastisite modülü büyük olan FD malzemeli kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yükleri artmaktadır.
- Tip-2 sandviç FD kirişlerde homojen seramik çekirdeğin kalınlığının artmasıyla boyutsuz kritik burkulma yükleri artış göstermektedir.
- Tip-2 sandviç FD kirişlerde kullanılan metalin elastisite modülü küçüldükçe boyutsuz kritik burkulma yükü azalmaktadır.
- Tip-3 sandviç FD kirişinin malzeme özelliği seramik ağırlıklı olduğu durumda boyutsuz kritik burkulma yükleri artmaktadır.

Bu çalışmadan elde sonuçlardan yola çıkarak aşağıdaki önerilerde bulunabilir.

- Önerilen sonlu eleman ile gözeneksiz FD kirişler incelenmiştir. Aynı sonlu eleman ile gözenekli FD kirişler incelenebilir.
- Önerilen sonlu eleman eğri eksenli FD kirişler için uyarlanabilir.
- FD kirişte hem çatlak hem de gözenek olması durumu ele alınabilir.
- Sıcaklık etkisi altında gözenekli FD kirişler yüksek mertebe teorilerle incelenebilir.
- Bu çalışmada kullanılan yöntemle kabuk ve plak elemanlarda incelenebilir

KAYNAKÇA

- Aboudi, J., Pindera, M. J., & Arnold, S. M. (1999). Higher-order theory for functionally graded materials. *Composites Part B: Engineering*, 30(8), 777–832. doi:10.1016/S1359-8368(99)00053-0
- Ahmadi, M. H. (2022). *Sandviç kirişlerin kritik burkulma yükleri üzerindeki boyut etkisinin önemi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 718119)
- Akbaş, Ş. D. (2012). *Sıcaklık etkisi altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin burkulma sonrası davranışlarının incelenmesi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 322671).
- Akbaş, Ş. D. (2017). Fonksiyonel derecelendirilmiş ortotropik bir kirişin statik ve titreşim davranışlarının incelenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 20(1), 1–14. doi:10.25092/baunfbed.343227
- Akbaş, Ş. D. (2021). Forced vibration responses of axially functionally graded beams by using ritz method. *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 7(1), 109–115. doi:10.22055/jacm.2020.34865.2491
- Akbaş, Ş. D., & Kocatürk, T. (2011, Eylül). *Eksnel doğrultuda fonksiyonel derecelendirilmiş timoshenko kirişinin sıcaklık etkisi altındaki burkulma sonrası davranışının incelenmesi*. XVII. Ulusal Mekanik Kongresi, Fırat Üniversitesi, Elazığ.
- Al-Itbi, S. K., & Noori, A. R. (2022). Finite element analysis for the static response of functionally graded porous sandwich beams. *International Journal of Engineering Technologies IJET*, 8(1), 13–20. doi:10.19072/ijet.1161612
- Alshorbagy, A. E., Eltaher, M. A., & Mahmoud, F. F. (2011). Free vibration characteristics of a functionally graded beam by finite element method. *Applied Mathematical Modelling*, 35(1), 412–425. doi:10.1016/j.apm.2010.07.006
- Alwan, H. H. S. A. (2017). *Farklı mühendislik teorileri ile fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin serbest titreşim analizi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 472376).
- ANSYS, Swanson Analysis Systems Inc., Houston, PA, USA, 2023.
- Aslan, T. A.; Noori, A. R., & Temel, B. (2019). Birinci mertebe kayma deformasyon teorisine dayalı FD düz eksenli kirişlerin serbest titreşim analizi. *Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 34(4), 21–28. <http://dergipark.gov.tr> adresinden edinilmiştir.
- Aslan, T. A., Noori, A. R., & Temel, B. (2019). Çift yönlü fonksiyonel derecelenmiş malzemeli timosheko kirişlerinin serbest titreşim analizi. *Ömer Halisdemir Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 8(3), 30–36. doi:10.28948/ngumuh.621183
- Aslan, Timuçin Alp, Noori, A. R., & Temel, B. (2020). Fonksiyonel Derecelenmiş Malzemeli Kirişlerin Sönümlü ve Sönümsüz Zorlanmış Titreşim Analizi. *Çukurova Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 35(2), 497–509. <http://dergipark.gov.tr> adresinden edinilmiştir.

- Avcar, M., Hadji, L., & Civalek, Ö. (2021). Natural frequency analysis of sigmoid functionally graded sandwich beams in the framework of high order shear deformation theory. *Composite Structures*, 276. doi:10.1016/j.compstruct.2021.114564
- Avcar, M., Hazim, H., & Alwan, A. (2017). Free vibration of functionally graded rayleigh beam, *Internal Journal of Enginering & Applied Sciences*, 9(2), 127–137. <http://dergipark.gov.tr> adresinden edinilmiştir.
- Avcar, M., & Mohammed, W. K. (2017). Winkler zemin ve fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme özelliklerinin kirişin frekans parametrelerine etkilerinin incelenmesi. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 5(3), 573–580. doi:10.21923/jesd.348875
- Aydoğan, G., Ermis, M., Aribas, Ü. N., & Omurtag, M. H. (2021, Eylül). *Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş eliptik kirişlerin sonlu eleman yöntemi ile serbest titreşim analizi*. 22. Ulusal Mekanik Kongresi, Çukurova Üniversitesi.
- Aydogdu, M., & Taskin, V. (2007). Free vibration analysis of functionally graded beams with simply supported edges. *Materials and Design*, 28(5), 1651–1656. doi:10.1016/j.matdes.2006.02.007
- Belarbi, M. O., Houari, M. S. A., Hirane, H., Daikh, A. A., & Bordas, S. P. A. (2022). On the finite element analysis of functionally graded sandwich curved beams via a new refined higher order shear deformation theory. *Composite Structures*, 279, 1-20. doi:10.1016/j.compstruct.2021.114715
- Bian, P. L., Qing, H., & Yu, T. (2022). A new finite element method framework for axially functionally-graded nanobeam with stress-driven two-phase nonlocal integral model. *Composite Structures*, 295, 115769. doi:10.1016/j.compstruct.2022.115769
- Cansız, S. (2013). *Birbirlerine viskoelastik bağlı fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin hareketli yükler altında dinamik davranışının incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 329675).
- Chakraborty, A., Gopalakrishnan, S., & Reddy, J. N. (2003). A new beam finite element for the analysis of functionally graded materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 45(3), 519–539. doi:10.1016/S0020-7403(03)00058-4
- Chandel, V. S., & Talha, M. (2023). Vibration analysis of functionally graded porous nano-beams: a comparison study. *Materials Today: Proceedings*, doi:10.1016/j.matpr.2023.03.703
- Chen, W. R., & Chang, H. (2017). Closed-form solutions for free vibration frequencies of functionally graded euler-bernoulli beams. *Mechanics of Composite Materials*, 53(1), 79–98. doi:10.1007/s11029-017-9642-3
- Chen, W. R., & Chang, H. (2018). Vibration analysis of functionally graded timoshenko beams. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 18(1), 1–24. doi:10.1142/S0219455418500074
- Çömez, İ. (2014). Elasticity solution for a functionally graded two-layer beam with simple supported edges. *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, 38(3), 373–381. doi:10.3906/muh-1401-12
- Dedeköy, D. (2022). *Nonlinear vibration analysis of functionally graded beams* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 775871).
- Demirhan, P. A., & Taşkın, V. (2020). Transfer matris metodu ile fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişlerin titreşim analizi. *DÜMF Mühendislik Dergisi*, 11(1), 259–269. doi:10.24012/dumf.664735

- Erdurcan, E. F. (2020). *Yüzeyleri fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme ile kaplı izotropik kirişlerde çatlak ve porozite durumunun serbest titreşime etkisinin incelenmesi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 652680).
- Evrar, S. (2019). Investigation of effects of layer positions on mechanical buckling behavior of axially layered functionally graded beams. *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 25(1), 20–26. doi:10.5505/pajes.2018.00243
- Filippi, M., Carrera, E., & Zenkour, A. M. (2015). Static analyses of FGM beams by various theories and finite elements. *Composites Part B: Engineering*, 72, 1–9. doi:10.1016/j.compositesb.2014.12.004
- Fouda, N., El-midany, T., & Sadoun, A. M. (2017). Bending, buckling and vibration of a functionally graded porous beam using finite elements. *Journal of Applied and Computational Mechanics*, 3(4), 274–282. doi:10.22055/jacm.2017.21924.1121
- Garg, A., Chalak, H. D., Belarbi, M. O., & Zenkour, A. M. (2022). Hygro-thermo-mechanical based bending analysis of symmetric and unsymmetric power-law, exponential and sigmoidal FG sandwich beams. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 29(25), 4523–4545. doi:10.1080/15376494.2021.1931993
- Gorji Azandariani, M., Gholami, M., & Zare, E. (2022). Development of spectral element method for free vibration of axially-loaded functionally-graded beams using the first-order shear deformation theory. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 96, 104759. doi:10.1016/j.euromechsol.2022.104759
- Hadji, L., Khelifa, Z., & El Abbes, A. B. (2016). A new higher order shear deformation model for functionally graded beams. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 20(5), 1835–1841. doi:10.1007/s12205-015-0252-0
- Haskul, M. (2020). Yielding of functionally graded curved beam subjected to temperature. *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 26(4), 587–593. doi:10.5505/pajes.2019.92331
- İpci, D. (2014). *Fonksiyonel derecelendirilmiş konik kesitli mikro kirişlerin serbest titreşim analizi* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 372798).
- Işık, F. (2020). *Fonksiyonel derecelendirilmiş mikro kirişlerin sonlu farklar yöntemi ile analizi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 639085).
- Jin, C., & Wang, X. (2015). Accurate free vibration analysis of Euler functionally graded beams by the weak form quadrature element method. *Composite Structures*, 125, 41–50. doi:10.1016/j.compstruct.2015.01.039
- Kadoli, R.; Akhtar, K.; & Ganesan, N. (2008). Static analysis of functionally graded beams using higher order shear deformation theory. *Applied Mathematical Modelling*, 32(12), 2509–2525. doi:https://doi.org/10.1016/j.apm.2007.09.015
- Kahya, V., & Turan, M. (2017). Finite element model for vibration and buckling of functionally graded beams based on the first-order shear deformation theory. *Composites Part B: Engineering*, 109, 108–115. doi:10.1016/j.compositesb.2016.10.039
- Kahya, V., & Turan, M. (2018). Vibration and buckling of laminated beams by a multi-layer finite element model. *Steel and Composite Structures*, 28(4), 415–426. doi:10.12989/scs.2018.28.4.415

- Kapurja, S., Bhattacharyya, M., & Kumar, A. N. (2006). Assessment of coupled 1D models for hybrid piezoelectric layered functionally graded beams. *Composite Structures*, 72(4), 455–468. doi:10.1016/j.compstruct.2005.01.015
- Kapurja, S., Bhattacharyya, M., & Kumar, A. N. (2008). Bending and free vibration response of layered functionally graded beams: A theoretical model and its experimental validation. *Composite Structures*, 82(3), 390–402. doi:10.1016/j.compstruct.2007.01.019
- Karamanli, A. (2017). Static behaviour of two-directional functionally graded sandwich beams using various beam theories. *New Trends in Mathematical Science*, 2(5), 112–147. doi:10.20852/ntmsci.2017.161
- Keleshteri, M. M., & Jelovica, J. (2022). Analytical assessment of nonlinear forced vibration of functionally graded porous higher order hinged beams. *Composite Structures*, 298, 115994. doi:10.1016/j.compstruct.2022.115994
- Khan, A. A., Alam, M. N., Rahman, N., & Wajid, M. (2016). Finite element modelling for static and free vibration response of functionally graded beam. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 13(4), 690–714. doi:10.1590/1679-78252159
- Kır, O., Ermis, M., Aribas, N. Ü., & Omurtag, M. H. (2021, Eylül). *Eksenel Fonksiyonel Derecelendirilmiş Eliptik Kirişlerin Sonlu Eleman Yöntemi İle Statik Analizi*. 22. Ulusal Mekanik Kongresi, Çukurova Üniversitesi
- Kırlangıç, O. (2020). *Fonksiyonel derecelendirilmiş ile tabakalı kompozit kirişlerin dinamik, stabilite ve statik analizleri*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 630426)
- Koç, Y. (2006). *Euler-bernoulli ve timoshenko teorileri kullanılarak basit mesnetli kirişlerin serbest titreşimlerinin incelenmesi*. (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 180436)
- Koçkaya, O. (2018). *Free vibration analysis of uniform or tapered beams with transversely functionally graded materials* (Yüksek lisans tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 505681)
- Koutoati, K., Mohri, F., Daya, E. M., & Carrera, E. (2021). A finite element approach for the static and vibration analyses of functionally graded material viscoelastic sandwich beams with nonlinear material behavior. *Composite Structures*, 274, 1-17. doi:10.1016/j.compstruct.2021.114315
- Lee, J. W., & Lee, J. Y. (2017). Free vibration analysis of functionally graded Bernoulli-Euler beams using an exact transfer matrix expression. *International Journal of Mechanical Sciences*, 122, 1–17. doi:10.1016/j.ijmecsci.2017.01.011
- Li, S. R., & Batra, R. C. (2013). Relations between buckling loads of functionally graded timoshenko and homogeneous euler-bernoulli beams. *Composite Structures*, 95, 5–9. doi:10.1016/j.compstruct.2012.07.027
- Li, W., Ma, H., & Gao, W. (2019). A higher-order shear deformable mixed beam element model for accurate analysis of functionally graded sandwich beams. *Composite Structures*, 221, 1-16. doi:10.1016/j.compstruct.2019.04.002
- Li, X. F. (2008). A unified approach for analyzing static and dynamic behaviors of functionally graded Timoshenko and Euler-Bernoulli beams. *Journal of Sound and Vibration*, 318, 1210–1229. doi:10.1016/j.jsv.2008.04.056

- Li, X. F., Wang, B. L., & Han, J. C. (2010). A higher-order theory for static and dynamic analyses of functionally graded beams. *Archive of Applied Mechanics*, 80(10), 1197–1212. doi:10.1007/s00419-010-0435-6
- Li, Z., Xu, Y., & Huang, D. (2021). Analytical solution for vibration of functionally graded beams with variable cross-sections resting on Pasternak elastic foundations. *International Journal of Mechanical Sciences*, 191, 106084. doi:10.1016/j.ijmecsci.2020.106084
- Liu, J., He, B., Ye, W., & Yang, F. (2021). High performance model for buckling of functionally graded sandwich beams using a new semi-analytical method. *Composite Structures*, 262, 113614. doi:10.1016/j.compstruct.2021.113614
- Lü, C. F., Chen, W. Q., Xu, R. Q., & Lim, C. W. (2008). Semi-analytical elasticity solutions for bi-directional functionally graded beams. *International Journal of Solids and Structures*, 45(1), 258–275. doi:10.1016/j.ijsolstr.2007.07.018
- Mantari, J. L., & Yarasca, J. (2015). A simple and accurate generalized shear deformation theory for beams. *Composite Structures*, 134, 593–601. doi:10.1016/j.compstruct.2015.08.073
- Mao, J. J., Wang, Y. J., Zhang, W., Wu, M. Q., Liu, Y. Z., & Liu, X. H. (2023). Vibration and wave propagation in functionally graded beams with inclined cracks. *Applied Mathematical Modelling*, 118, 166–184. doi:10.1016/j.apm.2023.01.035
- Menhaj, A. Q. (2020). *Elastik zemin üzerindeki sandviç mikro kirişlerin eğilme analizi* (Yüksek lisans tezi) Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 651850)
- Mohammed, W. K. (2017). *Pasternak zemine oturan fonksiyonel derecelendirilmiş kirişin serbest titreşimi* (Yüksek lisans tezi) Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 483845)
- Nguyen, T. K., & Nguyen, B. D. (2015). A new higher-order shear deformation theory for static, buckling and free vibration analysis of functionally graded sandwich beams. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 17(6), 613–631. doi:10.1177/1099636215589237
- Nguyen, T. K., Nguyen, T., Vo, T. P., & Thai, H. T. (2015). Vibration and buckling analysis of functionally graded sandwich beams by a new higher-order shear deformation theory. *Composites Part B: Engineering*, 76, 273–285. doi:10.1016/j.compositesb.2015.02.032
- Nguyen, T. K., Vo, P. T., Nguyen, B. D., & Lee, J. (2016). An analytical solution for buckling and vibration analysis of functionally graded sandwich beams using a quasi-3D shear deformation theory. *Composite Structures*, 156, 238–252. doi:10.1016/j.compstruct.2015.11.074
- Nguyen, T. K., Vo, T. P., & Thai, H. T. (2013). Static and free vibration of axially loaded functionally graded beams based on the first-order shear deformation theory. *Composites Part B: Engineering*, 55, 147–157. doi:10.1016/j.compositesb.2013.06.011
- Nguyen, V. H., Nguyen, T. K., Thai, H. T., & Vo, T. P. (2014). A new inverse trigonometric shear deformation theory for isotropic and functionally graded sandwich plates. *Composites Part B: Engineering*, 66, 233–246. doi:10.1016/j.compositesb.2014.05.012
- Noori, A. R., & Yıldırım, S. (2022). Effect of the Finite Element Modeling Techniques on the Dynamic Analysis of Beams. *Adıyaman Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 18, 581–590. doi:10.54365/adyumbd.1173315

- Osofero, A. I., Vo, T. P., Nguyen, T. K., & Lee, J. (2016). Analytical solution for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams using various quasi-3D theories. *Journal of Sandwich Structures and Materials*, 18(1), 3–29. doi:10.1177/1099636215582217
- Oyekoya, O. O., Mba, D. U., & El-Zafrany, A. M. (2009). Buckling and vibration analysis of functionally graded composite structures using the finite element method. *Composite Structures*, 89(1), 134–142. doi:10.1016/j.compstruct.2008.07.022
- Özmen, U. (2021). *Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişlerin Mekanik Analizi* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 687619)
- Pham, Q. H., Tran, V. K., & Nguyen, P. C. (2022). Hygro-thermal vibration of bidirectional functionally graded porous curved beams on variable elastic foundation using generalized finite element method. *Case Studies in Thermal Engineering*, 40, 1-20. doi:10.1016/j.csite.2022.102478
- Pradhan, K. K., & Chakraverty, S. (2013). Free vibration of Euler and Timoshenko functionally graded beams by Rayleigh-Ritz method. *Composites Part B: Engineering*, 51, 175–184. doi:10.1016/j.compositesb.2013.02.027
- Pradhan, Karan K., & Chakraverty, S. (2017). Natural frequencies of shear deformed functionally graded beams using inverse trigonometric functions. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 39(9), 3295–3313. doi:10.1007/s40430-016-0701-9
- Rachid, A., Ouinas, D., Lousdad, A., Zaoui, F. Z., Achour, B., Gasmi, H., & Tounsi, A. (2022). Mechanical behavior and free vibration analysis of FG doubly curved shells on elastic foundation via a new modified displacements field model of 2D and quasi-3D HSDTs. *Thin-Walled Structures*, 172, 1-20. doi:10.1016/j.tws.2021.108783
- Reddy, J. N., Nampally, P., & Srinivasa, A. R. (2020). Nonlinear analysis of functionally graded beams using the dual mesh finite domain method and the finite element method. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 127, 1-13. doi:10.1016/j.ijnonlinmec.2020.103575
- Ruocco, E. ve Reddy, J. N. (2023). A closed-form solution for accurate stress analysis of functionally graded Reddy beams. *Composite Structures*, 307, 1-11. doi:10.1016/j.compstruct.2023.116676
- Saimi, A., Bensaid, I., & Civalek, Ö. (2023). A study on the crack presence effect on dynamical behaviour of bi-directional compositionally imperfect material graded micro beams. *Composite Structures*, 316, 1-15. doi:10.1016/j.compstruct.2023.117032
- Sankar, B. V. (2001). An elasticity solution for functionally graded beams. *Composites Science and Technology*, 61(5), 689–696. doi:10.1016/S0266-3538(01)00007-0
- Saritas, Afsin ; Gurol, T. (2015). *Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeli kirişlerin karma formülasyon sonlu elemanlarla modellenmesi*. XIX. Ulusal Mekanik Kongresi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon
- Sayyad, A. S., Avhad, P. V. ve Hadji, L. (2022). On the static deformation and frequency analysis of functionally graded porous circular beams. *Forces in Mechanics*, 7, 1-15. doi:10.1016/j.finmec.2022.100093
- Seçkin;Aydoğdu. (2015). *Eksenel fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin titreşim ve burkulma analizi*. XIX. Ulusal Mekanik Kongresi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Şimşek, M. (2009). Static Analysis of a Functionally Graded Beam under a Uniformly Distributed Load by Ritz Method. *Int J Eng Appl Sci*, 1(3), 1–11.

- Şimşek, M., & Kocatürk, T. (2009). Free and forced vibration of a functionally graded beam subjected to a concentrated moving harmonic load. *Composite Structures*, 90(4), 465–473. doi:10.1016/j.compstruct.2009.04.024
- Şimşek, M. & Reddy, J. N. (2013). Bending and vibration of functionally graded microbeams using a new higher order beam theory and the modified couple stress theory. *International Journal of Engineering Science*, 64, 37–53. doi:10.1016/j.ijengsci.2012.12.002
- Şimşek, M. & Yurtcu, H. H. (2013). Analytical solutions for bending and buckling of functionally graded nanobeams based on the nonlocal Timoshenko beam theory. *Composite Structures*, 97, 378–386. doi:10.1016/j.compstruct.2012.10.038
- Şimşek, M. (2010a). Non-linear vibration analysis of a functionally graded Timoshenko beam under action of a moving harmonic load. *Composite Structures*, 92(10), 2532–2546. doi:10.1016/j.compstruct.2010.02.008
- Şimşek, M. (2010b). Vibration analysis of a functionally graded beam under a moving mass by using different beam theories. *Composite Structures*, 92(4), 904–917. doi:10.1016/j.compstruct.2009.09.030
- Şimşek, M. (2010c). Fundamental frequency analysis of functionally graded beams by using different higher-order beam theories. *Nuclear Engineering and Design*, 240(4), 697–705. doi:10.1016/j.nucengdes.2009.12.013
- Şimşek, M. (2015). Bi-directional functionally graded materials (BDFGMs) for free and forced vibration of Timoshenko beams with various boundary conditions. *Composite Structures*, 133, 968–978. doi:10.1016/j.compstruct.2015.08.021
- Şimşek, M. & Al-shujairi, M. (2017). Static, free and forced vibration of functionally graded (FG) sandwich beams excited by two successive moving harmonic loads. *Composites Part B: Engineering*, 108, 18–34. doi:10.1016/j.compositesb.2016.09.098
- Sina, S. A., Navazi, H. M. ve Haddadpour, H. (2009). An analytical method for free vibration analysis of functionally graded beams. *Materials and Design*, 30(3), 741–747. doi:10.1016/j.matdes.2008.05.015
- Sivri, B. ve Temel, B. (2022). Buckling Analysis of Axially Functionally Graded Columns Based on Euler-Bernoulli and Timoshenko Beam Theories. *Çukurova Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 37, 319–328. doi:10.21605/cukurovaumfd.1146056
- Sınır, S. (2019). *Değişken kesitli fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeden imal edilmiş kirişlerin nonlineer titreşim analizi* (Doktora Tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 561928)
- Taşkın, V. & Demirhan, P. A. (2020). Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin serbest titreşim analizi. *Eskişehir Teknik Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi B - Teorik Bilimler*, 8(1), 49–60. doi:10.20290/estubtdb.538586
- Thai, H. T., Nguyen, T. K., Vo, T. P. & Lee, J. (2014). Analysis of functionally graded sandwich plates using a new first-order shear deformation theory. *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 45, 211–225. doi:10.1016/j.euromechsol.2013.12.008
- Thai, H. T. & Vo, T. P. (2012a). Bending and free vibration of functionally graded beams using various higher-order shear deformation beam theories. *International Journal of Mechanical Sciences*, 62(1), 57–66. doi:10.1016/j.ijmecsci.2012.05.014
- Thai, H. T. & Vo, T. P. (2012b). A nonlocal sinusoidal shear deformation beam theory with application to bending, buckling, and vibration of nanobeams. *International Journal of Engineering Science*, 54, 58–66. doi:10.1016/j.ijengsci.2012.01.009

- Thai, H. T. & Vo, T. P. (2013). A new sinusoidal shear deformation theory for bending, buckling, and vibration of functionally graded plates. *Applied Mathematical Modelling*, 37(5), 3269–3281. doi:10.1016/j.apm.2012.08.008
- Trinh, L. C., Vo, T. P., Osofero, A. I. & Lee, J. (2016). Fundamental frequency analysis of functionally graded sandwich beams based on the state space approach. *Composite Structures*, 156, 263–275. doi:10.1016/j.compstruct.2015.11.010
- Turan, M. (2018). *Tabakalı kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri için bir sonlu eleman modeli* (Doktora tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 492452)
- Turan, M. (2022a). Bending analysis of two-directional functionally graded beams using trigonometric series functions. *Archive of Applied Mechanics*, 92(6), 1841–1858. doi:10.1007/s00419-022-02152-y
- Turan, M. (2022b). Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin sonlu elemanlaryöntemiyle statik analizi. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 10(4), 1362–1374. doi:10.21923/jesd.1134356
- Turan, M. & Adiyaman, G. (2023a). Free vibration and buckling analysis of porous two-directional functionally graded beams using a higher-order finite element model. *Journal of Vibration Engineering and Technologies*. doi:10.1007/s42417-023-00898-5
- Turan, M. & Adiyaman, G. (2023b). A new higher-order finite element for static analysis of two-directional functionally graded porous beams. *Arabian Journal for Science and Engineering*. doi:10.1007/s13369-023-07742-8
- Turan, M. & Hacıoğlu, M. İ. (2022). Buckling Analysis of Functionally Graded Beams Using the Finite Element Method. *Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 15(Special Issue 1), 98–109. doi:10.18185/erzifbed.1199454
- Turan, M. & Hacıoğlu, M. İ. (2023). Yüksek mertebe sonlu eleman modeliyle fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşim ve statik analizi, *Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi* 13(2), 414–431.
- Turan, M. & Kahya, V. (2018). Fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin navier methodu ile serbest titreşim analizi. *Karadeniz Fen Bilimleri Dergisi*, 8(2), 119–130. doi:10.31466/kfbd.453833
- Turan, M. & Kahya, V. (2021). Free vibration and buckling analysis of functionally graded sandwich beams by Navier's method. *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 36(2), 743–757. doi:10.17341/gazimmfd.599928
- Turan, M., Uzun Yaylacı, E. & Yaylacı, M. (2023). Free vibration and buckling of functionally graded porous beams using analytical, finite element, and artificial neural network methods. *Archive of Applied Mechanics*, 93(4), 1351–1372. doi:10.1007/s00419-022-02332-w
- Uymaz, B. (2013). Forced vibration analysis of functionally graded beams using nonlocal elasticity. *Composite Structures*, 105, 227–239. doi:10.1016/j.compstruct.2013.05.006
- Uzun, B. (2019). *Fonksiyonel derecelendirilmiş bir nano ölçekteki kirişin farklı sınır koşullarında sonlu elemanlar yöntemiyle titreşim analizi* (Yüksek lisan tezi). Yükseköğretim Kurulu Ulusal Tez Merkezi'nden edinilmiştir. (Tez No. 594854)
- Van Vinh, P. (2021). Static bending analysis of functionally graded sandwich beams using a novel mixed beam element based on first-order shear deformation theory. *Forces in Mechanics*, 4, 100039. doi:10.1016/j.finmec.2021.100039

- Vo, T. P., Thai, H. T., Nguyen, T. K., Inam, F. & Lee, J. (2015a). Static behaviour of functionally graded sandwich beams using a quasi-3D theory. *Composites Part B: Engineering*, 68, 59–74. doi:10.1016/j.compositesb.2014.08.030
- Vo, T. P., Thai, H. T., Nguyen, T. K., Inam, F. & Lee, J. (2015b). A quasi-3D theory for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams. *Composite Structures*, 119, 1–12. doi:10.1016/j.compstruct.2014.08.006
- Vo, T. P., Thai, H. T., Nguyen, T. K., Maheri, A. & Lee, J. (2014). Finite element model for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams based on a refined shear deformation theory. *Engineering Structures*, 64, 12–22. doi:10.1016/j.engstruct.2014.01.029
- Xiang, H. J. & Yang, J. (2008). Free and forced vibration of a laminated FGM Timoshenko beam of variable thickness under heat conduction. *Composites Part B: Engineering*, 39(2), 292–303. doi:10.1016/j.compositesb.2007.01.005
- Yadav, S., Damse, S., Pendhari, S., Sangle, K. & Sayyad, A. S. (2022). Comparative studies between Semi-analytical and shear deformation theories for functionally graded beam under bending. *Forces in Mechanics*, 8, 100111. doi:10.1016/j.finmec.2022.100111
- Yarasca, J., Mantari, J. L. & Arciniega, R. A. (2016). Hermite-Lagrangian finite element formulation to study functionally graded sandwich beams. *Composite Structures*, 140, 567–581. doi:10.1016/j.compstruct.2016.01.015
- Yaylı, M. Ö. (2018). Elastik Sınır Koşullarında Fonksiyonel Derecelendirilmiş Bir Çubuğun Burulma Titreşimi Analizi. *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 22(Özel), 98. doi:10.19113/sdufbed.43129
- Yildirim, S. (2022). Free vibration of axially or transversely graded beams using finite-element and artificial intelligence. *Alexandria Engineering Journal*, 61(3), 2220–2229. doi:10.1016/j.aej.2021.07.004
- Ying, J., Lü, C. F. & Chen, W. Q. (2008). Two-dimensional elasticity solutions for functionally graded beams resting on elastic foundations. *Composite Structures*, 84(3), 209–219. doi:10.1016/j.compstruct.2007.07.004
- Zhao, L., Chen, W. Q. & Lü, C. F. (2012). Symplectic elasticity for bi-directional functionally graded materials. *Mechanics of Materials*, 54, 32–42. doi:10.1016/j.mechmat.2012.06.001

EKLER

Yüksek mertebeden kayma deformasyon etkilerini dikkate alan kiriş teorisi ile fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin için önerilen sonlu elemana ait eleman kütle, eleman rijitlik, eleman geometrik rijitlik ve $H^{(k)}$ matrislerine ait elemanlar aşağıda açıkça ifade edilmiştir.

a) Eleman kütle matrisinin elemanları

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{11} &= \begin{bmatrix} 224\gamma_0 & 112\gamma_0 & -56\gamma_0 \\ 112\gamma_0 & 896\gamma_0 & 112\gamma_0 \\ -56\gamma_0 & 112\gamma_0 & 224\gamma_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m}_{13} = \begin{bmatrix} -224\gamma_1 & -112\gamma_1 & 56\gamma_1 \\ -112\gamma_1 & -896\gamma_1 & -112\gamma_1 \\ 56\gamma_1 & -112\gamma_1 & -224\gamma_1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{m}_{14} &= \begin{bmatrix} -224\gamma_2 & -112\gamma_2 & 56\gamma_2 \\ -112\gamma_2 & -896\gamma_2 & -112\gamma_2 \\ 56\gamma_2 & -112\gamma_2 & -224\gamma_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m}_{15} = \begin{bmatrix} -224\gamma_3 & -112\gamma_3 & 56\gamma_3 \\ -112\gamma_3 & -896\gamma_3 & -112\gamma_3 \\ 56\gamma_3 & -112\gamma_3 & -224\gamma_3 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{m}_{22} &= \begin{bmatrix} 128\gamma_0 & 99\gamma_0 & -36\gamma_0 & 19\gamma_0 \\ 99\gamma_0 & 648\gamma_0 & -81\gamma_0 & -36\gamma_0 \\ -36\gamma_0 & -81\gamma_0 & 648\gamma_0 & 99\gamma_0 \\ 19\gamma_0 & -36\gamma_0 & 99\gamma_0 & 128\gamma_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m}_{33} = \begin{bmatrix} 224\gamma_2 & 112\gamma_2 & -56\gamma_2 \\ 112\gamma_2 & 896\gamma_2 & 112\gamma_2 \\ -56\gamma_2 & 112\gamma_2 & 224\gamma_2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{m}_{34} &= \begin{bmatrix} 224\gamma_3 & 112\gamma_3 & -56\gamma_3 \\ 112\gamma_3 & 896\gamma_3 & 112\gamma_3 \\ -56\gamma_3 & 112\gamma_3 & 224\gamma_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m}_{35} = \mathbf{m}_{44} = \begin{bmatrix} 224\gamma_4 & 112\gamma_4 & -56\gamma_4 \\ 112\gamma_4 & 896\gamma_4 & 112\gamma_4 \\ -56\gamma_4 & 112\gamma_4 & 224\gamma_4 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{m}_{45} &= \begin{bmatrix} 224\gamma_5 & 112\gamma_5 & -56\gamma_5 \\ 112\gamma_5 & 896\gamma_5 & 112\gamma_5 \\ -56\gamma_5 & 112\gamma_5 & 224\gamma_5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{m}_{55} = \begin{bmatrix} 224\gamma_6 & 112\gamma_6 & -56\gamma_6 \\ 112\gamma_6 & 896\gamma_6 & 112\gamma_6 \\ -56\gamma_6 & 112\gamma_6 & 224\gamma_6 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_{11} = \begin{bmatrix} 7\alpha_0 & -8\alpha_0 & \alpha_0 \\ -8\alpha_0 & 16\alpha_0 & -8\alpha_0 \\ \alpha_0 & -8\alpha_0 & 7\alpha_0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

b) Eleman rijitlik matrisinin elemanları

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{13} &= \begin{bmatrix} -7\alpha_1 & 8\alpha_1 & -\alpha_1 \\ 8\alpha_1 & -16\alpha_1 & 8\alpha_1 \\ -\alpha_1 & 8\alpha_1 & -7\alpha_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_{14} = \begin{bmatrix} -7\alpha_2 & 8\alpha_2 & -\alpha_2 \\ 8\alpha_2 & -16\alpha_2 & 8\alpha_2 \\ -\alpha_2 & 8\alpha_2 & -7\alpha_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_{15} = \begin{bmatrix} -7\alpha_3 & 8\alpha_3 & -\alpha_3 \\ 8\alpha_3 & -16\alpha_3 & 8\alpha_3 \\ -\alpha_3 & 8\alpha_3 & -7\alpha_3 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{k}_{22} &= \begin{bmatrix} 444\beta_0 & -567\beta_0 & 162\beta_0 & -39\beta_0 \\ -567\beta_0 & 1296\beta_0 & -891\beta_0 & 162\beta_0 \\ 162\beta_0 & -891\beta_0 & 1296\beta_0 & -567\beta_0 \\ -39\beta_0 & 162\beta_0 & -567\beta_0 & 444\beta_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_{23} = \begin{bmatrix} 83L_e\beta_0 & 44L_e\beta_0 & -7L_e\beta_0 \\ -99L_e\beta_0 & 108L_e\beta_0 & -9L_e\beta_0 \\ 9L_e\beta_0 & -108L_e\beta_0 & 99L_e\beta_0 \\ 7L_e\beta_0 & -44L_e\beta_0 & -83L_e\beta_0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{k}_{24} = \begin{bmatrix} 166L_e\beta_1 & 88L_e\beta_1 & -14L_e\beta_1 \\ -198L_e\beta_1 & 216L_e\beta_1 & -18L_e\beta_1 \\ 18L_e\beta_1 & -216L_e\beta_1 & 198L_e\beta_1 \\ 14L_e\beta_1 & -88L_e\beta_1 & -166L_e\beta_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{k}_{25} = \begin{bmatrix} 249L_e\beta_2 & 132L_e\beta_2 & -21L_e\beta_2 \\ -297L_e\beta_2 & 324L_e\beta_2 & -27L_e\beta_2 \\ 27L_e\beta_2 & -324L_e\beta_2 & 297L_e\beta_2 \\ 21L_e\beta_2 & -132L_e\beta_2 & -249L_e\beta_2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k}_{33} = \begin{bmatrix} 7\alpha_2 + 16L_e^2\beta_0 & -8\alpha_2 + 8L_e^2\beta_0 & \alpha_2 - 4L_e^2\beta_0 \\ -8\alpha_2 + 8L_e^2\beta_0 & 16\alpha_2 + 64L_e^2\beta_0 & -8\alpha_2 + 8L_e^2\beta_0 \\ \alpha_2 - 4L_e^2\beta_0 & -8\alpha_2 + 8L_e^2\beta_0 & 7\alpha_2 + 16L_e^2\beta_0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k}_{34} = \begin{bmatrix} 7\alpha_3 + 32L_e^2\beta_1 & -8\alpha_3 + 16L_e^2\beta_1 & \alpha_3 - 8L_e^2\beta_1 \\ -8\alpha_3 + 16L_e^2\beta_1 & 16\alpha_3 + 128L_e^2\beta_1 & -8\alpha_3 + 16L_e^2\beta_1 \\ \alpha_3 - 8L_e^2\beta_1 & -8\alpha_3 + 16L_e^2\beta_1 & 7\alpha_3 + 32L_e^2\beta_1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{k}_{35} = \begin{bmatrix} 7\alpha_4 + 48L_e^2\beta_2 & -8\alpha_4 + 24L_e^2\beta_2 & \alpha_4 - 12L_e^2\beta_2 \\ -8\alpha_4 + 24L_e^2\beta_2 & 16\alpha_4 + 192L_e^2\beta_2 & -8\alpha_4 + 24L_e^2\beta_2 \\ \alpha_4 - 12L_e^2\beta_2 & -8\alpha_4 + 24L_e^2\beta_2 & \alpha_4 + 48L_e^2\beta_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{k}_{44} = \begin{bmatrix} 7\alpha_4 + 64L_e^2\beta_2 & -8\alpha_4 + 32L_e^2\beta_2 & \alpha_4 - 16L_e^2\beta_2 \\ -8\alpha_4 + 32L_e^2\beta_2 & 16\alpha_4 - 256L_e^2\beta_2 & -8\alpha_4 + 32L_e^2\beta_2 \\ \alpha_4 - 16L_e^2\beta_2 & -8\alpha_4 + 32L_e^2\beta_2 & 7\alpha_4 + 64L_e^2\beta_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{k}_{45} = \begin{bmatrix} 7\alpha_5 + 96L_e^2\beta_3 & -8\alpha_5 + 48L_e^2\beta_3 & \alpha_5 - 24L_e^2\beta_3 \\ -8\alpha_5 + 48L_e^2\beta_3 & 16\alpha_5 - 384L_e^2\beta_3 & -8\alpha_5 + 48L_e^2\beta_3 \\ \alpha_5 - 24L_e^2\beta_3 & -8\alpha_5 + 48L_e^2\beta_3 & 7\alpha_5 + 96L_e^2\beta_3 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{k}_{55} = \begin{bmatrix} 7\alpha_6 + 144L_e^2\beta_4 & -8\alpha_6 + 72L_e^2\beta_4 & \alpha_6 - 36L_e^2\beta_4 \\ -8\alpha_6 + 72L_e^2\beta_4 & 16\alpha_6 + 576L_e^2\beta_4 & -8\alpha_6 + 72L_e^2\beta_4 \\ \alpha_6 - 36L_e^2\beta_4 & -8\alpha_6 + 72L_e^2\beta_4 & 7\alpha_6 + 144L_e^2\beta_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_2 = \{L_e q/8 \quad 3L_e q/8 \quad 3L_e q/8 \quad L_e q/8\}^T$$

Buradaki katsayılar $\alpha_k = \frac{X_k}{3L_e}$, $\beta_l = \frac{Y_l}{120L_e}$, $\gamma_k = \frac{L_e I_k}{1680}$, ($k=0,1,\dots,6$; $l=0,1,\dots,4$) şeklindedir.

$$g_{22} = \begin{bmatrix} 444S_n & -567S_n & 162S_n & -39S_n \\ -567S_n & 1296S_n & -891S_n & 162S_n \\ 162S_n & -891S_n & 1296S_n & -567S_n \\ -39S_n & 162S_n & -567S_n & 444S_n \end{bmatrix}, \quad S_n = \frac{1}{120L_e},$$

c) $H^{(k)}$ matrisinin elemanları

$$\mathbf{H}_{11} = \frac{E(z)}{L_e} \begin{bmatrix} -3 & 4 & -1 \\ -3 & 4 & -1 \\ -3 & 4 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{13} = \frac{E(z)}{L_e} \begin{bmatrix} 1,5 & -2 & 0,5 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1,5 & 2 & -0,5 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_{14} = \frac{E(z)h^2}{L_e} \begin{bmatrix} 0,75 & -1 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,75 & -1 & 0,25 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{15} = \frac{E(z)h^3}{2L_e} \begin{bmatrix} 0,75 & -1 & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0,75 & 1 & -0,25 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_{22} = \frac{G(z)}{L_e} \begin{bmatrix} -5,5 & 9 & -4,5 & 1 \\ -5,5 & 9 & -4,5 & 1 \\ -5,5 & 9 & -4,5 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{23} = G(z) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_{24} = G(z)h \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{25} = G(z)h^2 \begin{bmatrix} -0,75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0,75 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{31} = \frac{G(z)}{L_e} \begin{bmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{33} = \frac{E(z)h}{L_e} \begin{bmatrix} -0,5 & 2 & -1,5 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,5 & -2 & 1,5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{34} = \frac{E(z)h^2}{L_e} \begin{bmatrix} -0,25 & 1 & -0,75 \\ 0 & 0 & 0 \\ -0,25 & 1 & -0,75 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_{35} = \frac{E(z)h^3}{2L_e} \begin{bmatrix} -0,25 & 1 & -0,75 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,25 & -1 & 0,75 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{42} = \frac{G(z)}{L_e} \begin{bmatrix} -1 & 4,5 & -9 & 5,5 \\ -1 & 4,5 & -9 & 5,5 \\ -1 & 4,5 & -9 & 5,5 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{43} = G(z) \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{44} = G(z)h \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_{45} = G(z)h^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,75 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,75 \end{bmatrix},$$

ÖZ GEÇMİŞ

Mahmut İter HACIOĞLU yılında doğdu. İlk ve ortaokul öğrenimlerini Akçaabat Merkez İlköğretim Okulu'nda tamamladı. Lise öğrenimi 2010-2014 yılları arasında Akçaabat Lisesi'nde tamamladı. 2015 yılında Bayburt Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünü kazandı ve 2019 yılında bu bölümden mezun oldu. Aynı yıl Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda tezli yüksek lisans öğrenimine başladı. Bu bölümde eğitimi devam ederken 2021 yılında Erzurum Atatürk Üniversitesi Sağlık Bilimleri Enstitüsü İş Sağlığı ve Güvenliği Bölümünde başladığı tezsiz yüksek lisans eğitimini 2023 yılında tamamladı.