

**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS
PROGRAMI**

**FOTOAKUSTİK GÖRÜNTÜLEMEDE AYRIK KARMAŞIK GÖRÜNTÜ
YÖNTEMİ ALGORİTMASININ GERİ-ÇATMA YÖNTEMİNE
UYGULANMASI**

HAZIRLAYAN

OKAN BERK GAZİOĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ANKARA – 2022

**BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
ELEKTRİK-ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS
PROGRAMI**

**FOTOAKUSTİK GÖRÜNTÜLEMEDE AYRIK KARMAŞIK GÖRÜNTÜ
YÖNTEMİ ALGORİTMASININ GERİ-ÇATMA YÖNTEMİNE
UYGULANMASI**

HAZIRLAYAN

OKAN BERK GAZİOĞLU

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEZ DANIŞMANI

DOÇ. DR. DERYA YILMAZ

ANKARA - 2022

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı Elektrik-Elektronik Mühendisliği Tezli Yüksek Lisans Programı çerçevesinde Okan Berk Gazioğlu tarafından hazırlanan bu çalışma, aşağıdaki jüri tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Tez Savunma Tarihi: 14/01/2022

Tez Adı: Fotoakustik Görüntülemeye Ayrık Karmaşık Görüntü Yöntemi Algoritmasının Geri-Çatma Yöntemine Uygulanması

Tez Jüri Üyeleri (Unvanı, Adı-Soyadı ve Kurumu)

İmza

Prof. Dr. Barış Erbaş, Eskişehir Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Derya Yılmaz, Gazi Üniversitesi

Prof. Dr. Sıtkı Çağdaş İnam, Başkent Üniversitesi

ONAY

Prof. Dr. Faruk ELALDI

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

Tarih: .../.../.....

BAŞKENT ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI ORJİNALLİK RAPORU

Tarih: ... / ... /

Öğrencinin Adı, Soyadı: Okan Berk Gazioğlu

Öğrencinin Numarası: 21820128

Anabilim Dalı: Elektrik-Elektronik Mühendisliği

Programı: Elektrik-Elektronik Mühendisliği Tezli Yüksek Lisans

Danışmanın Unvanı/Adı, Soyadı: Doç.Dr. Derya Yılmaz

Tez Başlığı: Fotoakustik Görüntülemeye Ayrık Karmaşık Görüntü Yöntemi
Algoritmasının Geri-çatma Yöntemine Uygulanması

Yukarıda başlığı belirtilen Yüksek Lisans tez çalışmamın; Giriş, Ana Bölümler ve Sonuç Bölümünden oluşan, toplam sayfalık kısmına ilişkin, / ... / 20 tarihinde şahsım/tez danışmanım tarafından.....adlı intihal tespit programından aşağıda belirtilen filtrelemeler uygulanarak alınmış olan orijinallik raporuna göre, tezimin benzerlik oranı %.....'dır. Uygulanan filtrelemeler:

1. Kaynakça hariç
2. Alıntılar hariç
3. Beş (5) kelimeden daha az örtüşme içeren metin kısımları hariç

“Başkent Üniversitesi Enstitüleri Tez Çalışması Orijinallik Raporu Alınması ve Kullanılması Usul ve Esaslarını” inceledim ve bu uygulama esaslarında belirtilen azami benzerlik oranlarına tez çalışmamın herhangi bir intihal içermediğini; aksinin tespit edileceği muhtemel durumda doğabilecek her türlü hukuki sorumluluğu kabul ettiğimi ve yukarıda vermiş olduğum bilgilerin doğru olduğunu beyan ederim.

Öğrenci İmzası:

ONAY

Tarih: ... / ... /

Öğrenci Danışmanı Unvan, Ad, Soyad, İmza:

.....

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans çalışmam boyunca desteğini esirgemeyen, beni destekleyen ve öğrencisi olmaktan her zaman gurur duyacağım tez danışmanım **Doç.Dr Derya Yılmaz'a**;

Yürütülen bu çalışmanın sonuca ulaştırılmasında ve karşılaştığım zorlukların hepsinin aşılmasında her zaman yardımcı olan, beni yönlendiren **Öğr.Gör. Dr. Hazel Yücel'e**;

Hayatım boyunca beni destekleyen anneme, babama ve kardeşim Ayşe Özge Gazioğlu'na sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Bu çalışma 119E624 nolu proje kapsamında TÜBİTAK tarafından desteklenmektedir.

ÖZET

Okan Berk Gazioğlu

FOTOAKUSTİK GÖRÜNTÜLEMEDE AYRIK KARMAŞIK GÖRÜNTÜ YÖNTEMİ ALGORİTMASININ GERİ-ÇATMA YÖNTEMİNE UYGULANMASI

Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü

Elektrik-Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

2022

Fotoakustik görüntüleme(FAG), optik ve ultrason tabanlı hibrit bir görüntüleme sistemi olup, özellikle kanserin ön tanı ve tedavisinde kullanılabilecek teknolojik ve ticari potansiyeli olan henüz klinik aşamaya gelmemiş bir yöntemdir. Optik ve ultrason tabanlı bir görüntüleme sistemi olan bu yöntem iyonize olmayan(zararsız ışın) dalgalar içeren son yıllarda üzerine çokça araştırma yapılan yüksek çözünürlük ve kontrastlı yeni bir görüntüleme tekniğidir. Bu çalışmada, katman yüzeyinde süreklilik, $t=0$ anında başlangıç ve sonsuzda radyasyon koşulları altında doku 2 katmanlı düzlemsel yapı olarak modellenmiştir. Bu koşullar altında fotoakustik dalga denkleminin çözümünde katmanlı akustik Green fonksiyonlarından yararlanılmıştır. Çözümde ortaya çıkan Green fonksiyonları sonsuz integrallerle ifade edilen yüksek salınımlı, yavaş yakınsayan fonksiyonlar olduğundan hesaplamaları oldukça uzun zaman almaktadır. Fotoakustik görüntüleme tekniklerinden biri olan geri çatma algoritmasında defalarca hesaplanması gereken Green fonksiyonlarının hesaplama sürelerinin kısaltılması ve Green fonksiyonlarını kapalı formda ifade edebilmek için Ayrık Karmaşık Görüntü Yöntemi(AKGY) uygulanmıştır. AKGY uygulanırken kullanılan yöntemlerden olan Genelleştirilmiş Kalem Metodu(GKM) aracılığıyla Green fonksiyonları kompleks üstel terimlerin toplamı şeklinde elde edilmiştir. Ayrıca yüzey dalga etkisini hesaplamak için öncelikle Green fonksiyonlarının Newton-Raphson yöntemi ile kutup noktaları bulunmuş ve bu noktaların etkisi Green fonksiyonlarından çıkarılarak uzak ve yakın alanda yüzey dalga etkisi incelemiştir. Son olarak ise AKGY ile elde edilen Green fonksiyonları geri-çatma algoritmasında kullanılarak iki katmanlı yapı için fotoakustik görüntüleme yapılıp noktasal kaynak fonksiyonunun dağılımı gösterilmiştir.

ANAHTAR KELİMELEER: Fotoakustik Görüntüleme, Katmanlı Akustik Green Fonksiyonları, Ayrık Karmaşık Görüntü Yöntemi.

TÜBİTAK(Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu),Proje No:119E624

ABSTRACT

Okan Berk Gazioğlu

Application of Discrete Complex Image Method Algorithm to Back-Projection

Method in Photoacoustic Imaging

Baskent University Institute of Science

Electrical and Electronics Engineering Department

2022

Photoacoustic imaging (PAI) is a hybrid imaging system depending on optics and ultrasound, and it is a method that has not reached yet the clinical stage with technological and commercial potential that can be used especially in cancer diagnosis and treatment. This method, which is based on optical and ultrasound imaging systems and includes non-ionizing waves (harmless rays), is a new imaging technique with high resolution and contrast, which has been intensively researched in recent years. In this study, the tissue was modeled as a 2 layer planar structure under the continuity on the layer surface, initial condition at $t=0$ and radiation conditions at infinity. Subject to these conditions, layered acoustic Green's function were used to solve the photoacoustic wave equation. Since layered Green's functions are highly oscillating and slowly convergent integrals, the computation time takes long. The discrete complex image method which named as Discrete Complex Image Method (DCIM) was applied to shortened the computation time of layered Green's functions which need to be calculated repeatedly in the photoacoustic imaging and to obtain the closed form of Green's function. Green's functions were obtained as the sum of complex exponential terms using the Generalized Pencil of Function (GPOF) method, which is one of the procedure used when applying the DCIM. In addition, in order to calculate the surface wave contribution, firstly, coordinates of poles were found by Newton-Raphson method and contributions of these points were subtracted from Green's function, and surface wave contributions in the far and near field were examined. Then, Green's functions, which were obtained by DCIM, were used in the reconstruction algorithm and photoacoustic imaging was performed for a two-layer media and the distribution of the point source function was demonstrated.

KEY WORDS: Photoacoustic Imaging, Layered Acoustic Green's functions, Discrete Complex Image Method.

TUBITAK (Scientific and Technological Research Council of Turkey), Project No: 119E624

İÇİNDEKİLER

TEŞEKKÜR.....	i
ÖZET.....	ii
ABSTRACT.....	iii
İÇİNDEKİLER.....	iv
TABLolar LİSTESİ.....	v
ŞEKİLLER LİSTESİ.....	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ.....	vii
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Medikal Görüntüleme Yöntemleri.....	3
1.1.1. Manyetik rezonans görüntüleme(MRG).....	3
1.1.2. Bilgisayarlı tomografi(BT).....	4
1.1.3.Pozitron emisyon tomografisi(PET).....	5
1.1.4. Ultrason(US).....	6
2. FOTOAKUSTİK DALGA PROBLEMİ.....	8
2.1. Fotoakustik Sinyal Oluşumu.....	8
2.2. Fotoakustik Dalga Denklemi.....	10
2.3. İki Katmanlı Ortam Geometrisi.....	11
2.4.Başlangıç,Süreklilik ve Radyasyon Koşulları.....	11
2.5.İki Katmanlı Ortam için Akustik Green Fonksiyonlar.....	13
3. KATMANLI ORTAM GREEN FONKSİYONLARININ İNCELENMESİ... 17	
3.1. Newton-Raphson Yöntemi.....	17
3.2. Genelleştirilmiş Kalem Metodu.....	19
3.3. Green Fonksiyonlarının Kutup Noktalarının İncelenmesi.....	20
3.4. Green Fonksiyonlarının AKGY ile kapalı formda yazılması.....	21
4. SAYISAL SONUÇLAR.....	23
4.1. Green Fonksiyonu katsayısına GKM uygulanması.....	23
4.2. Yüzey Dalgaların Etkisinin İncelenmesi.....	26
5. GERİ İZDÜŞÜM ALGORİTMASI.....	30
6. SONUÇ.....	32
KAYNAKLAR.....	33

TABLÖLAR LİSTESİ

	Sayfa
Tablo 3.1. Newton algoritmasında her iterasyon için belirlenen maksimum hata.....	18
Tablo 4.1. GKM yardımıyla bulunan kompleks kalıntı, üstel terimleri.....	24
Tablo 4.2. Analitik ve yaklaşık Green fonksiyonu için hesaplama süreleri.....	26
Tablo 4.3. 2 katmanlı yapı için yoğunluk oranına göre bulunan kutup değerleri.....	27



ŞEKİLLER LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 1.1. Beynin MRG ile görüntülenmesi	3
Şekil 1.2. Beyin BT taraması.....	5
Şekil 1.3. Paralel olmayan γ ışınlarının algılayıcı çiftlere çarpması.....	6
Şekil 1.4. Ultrason Görüntüsü.....	7
Şekil 2.1. Dokudaki fotoakustik etkinin şematik gösterimi.....	9
Şekil 2.2. İki katmanlı ortam modeli.....	11
Şekil 3.1. Newton-Raphson metodunun xy düzleminde gösterimi.....	18
Şekil 4.1. 2 katmanlı ortam için Analitik Green ve yaklaşık Green fonksiyonunun logaritmik değerleri.....	24
Şekil 4.2. 2 katmanlı Analitik ve yaklaşık Green fonksiyonunun bağıl hata grafığı.....	25
Şekil 4.3. 2 katmanlı ortam için elde edilen analitik Green fonksiyonu ile yüzey dalga etkisi çıkarılmış Green fonksiyonunun logaritmik değerleri(3958)...	28
Şekil 4.4. 2 katmanlı ortam için elde edilen analitik Green fonksiyonu ile yüzey dalga etkisi çıkarılmış Green fonksiyonunun logaritmik değerleri(4124)...	29
Şekil 5.1. Lineer ölçekleme ile 1. Ortamdaki noktasal kaynak görüntüsünün geri çatma algoritmasında GKM uygulanarak elde edilmesi.....	31

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

AKGY	ayrık karmaşık görüntü yöntemi
BT	bilgisayarlı tomografi
EM	elektromanyetik
FAG	fotoakustik görüntüleme
GKM	genelleştirilmiş kalem metodu
MRG	manyetik rezonans görüntüleme
PET	pozitron emisyon tomografisi
RF	radio frekansı
SIY	sommerfeld integrasyon yolu
US	ultrason



1.GİRİŞ

Ülkemizde ve dünyada her yıl binlerce kişi kanser hastalığına yakalanıyor ve bu hastalık sebebiyle yaşama veda ediyor. Bu yüzden tıbbi tedavi süreçlerinde bu hastalığın analiz edilerek kanserin yapısal özelliklerinin tanımlanması ve erken evrede kanserlerin teşhisi büyük önem arz etmektedir. Geçmişte kanser tedavilerinde ilaç, cerrahi gibi yöntemler uygulanırken, günümüzde ufak çaplı henüz hiçbir belirti vermeyen vücudun derinliklerindeki kanserlerin bile görüntü yöntemleriyle teşhisi hastanın tedavisi açısından da en az müdahale gerektiren işlemlerin uygulanması bakımından da oldukça önemlidir. Optik görüntüleme yöntemlerinde vücuda nüfuz edebilen bir dalga yayılım kaynağından alınan enerjinin vücuttan geçerken emilimi ile birlikte oluşan elektriksel sinyallerin uyumlu sensörler tarafından algılanması amaçlanır. Ardından uygun matematiksel algoritmalar yardımıyla görüntü oluşturulur. Elde edilen görüntüler hastanın dokusundan yayılıp, doku yüzeyinden sensörlerle ölçülen sinyallere dayanır. Bu sinyaller, dokular uygun bir elektromanyetik dalga ile ısıtıldıktan sonra ortaya çıkar ve bu sayede hastanın doku ve doku altı görüntüsü yapılabilir. Günümüzde kullanılan görüntüleme yöntemlerinden olan pozitron emisyon tomografisi (PET), manyetik rezonans görüntüleme (MRG), bilgisayarlı tomografi (BT) ve ultrason (US), hastalığın tanısını koyma ve başarılı tedavi yöntemleri geliştirilmesini sağlamaktadır. Bu teknikler temel olarak performans, yöntem, başlangıç giderleri ve bakım gereksinimleri açısından birbirinden farklı yapıdadır. Bunların haricinde optik doku görüntülemesinde saçılma, emilim ve polarizasyon gibi doku-ışık etkileşimlerinin spektroskopik özellikleri kullanılır[1]. Dünyada gelişen yeni teknolojiler ile optik görüntü elde edebilmek için yüksek algılama hassasiyetine sahip difüz optik tomografi tekniği geliştirilmiştir, ancak bu yöntemde çözünürlük yaklaşık 5 mm ile sınırlı kalmıştır[3]. Çünkü yumuşak dokularda optik saçılma yüksek olduğundan elde edilen görüntünün çözünürlüğü düşüktür[2].

İlk olarak 1880 yılında Alexander Graham Bell tarafından güneş ışığından üretilen sesin gözlemlenmesi olarak keşfedilmiş olan fotoakustik etki son dönemlerin oldukça ilgi gören araştırma konusudur[4]. Fotoakustik görüntüleme(FAG) son dönemde araştırmacıların üzerine yoğunlaştığı yüksek çözünürlük ve kontrast özelliği olan hibrit bir görüntüleme tekniğidir. FAG, optik ve ultrason tabanlı görüntüleme sistemlerinin yetersiz kaldığı durumlarda, özellikle kanser tanı ve teşhisinde kullanılabilecek teknolojik ve ticari potansiyeli olan ve henüz klinik bir araç haline gelmemiş tümleyici bir tanı tekniğidir. Bu

görüntüleme yönteminde darbeleri yakın ve uzak ışık kullanılır, bu ışık dokuda saçılırken kandaki hemoglobin gibi farklı dielektrik parametrelerine sahip belirli moleküller tarafından emilir. Emilen enerji ısıya dönüştüğünde, ısıtılan bölgede termo-elastik genleşme ve büzülme sonucunda doku hücreleri akustik kaynak gibi davranır ve akustik(ultrason) dalgalar üretilmesine neden olur. Ultrason dalgaları doku yüzeyinden ölçülür ve elde edilen sinyaller uygun algoritmalarla emilen enerjinin yerini ve uzamsal ayrıntılarını yeniden oluşturmak için kullanılır[1]. Ayrıca fotoakustik görüntüleme hemoglobin ve oksijen saturasyonu için yüksek çözünürlük ve kontrastta bilgi alınmasını sağlar[3].

Lazer veya RF darbeleri aracılığıyla akustik dalga kaynağı gibi davranan biyolojik dokuda megahertz mertebesinde ultrason dalgaları yayılır ve emilimden kaynaklanan yüksek kontrast özelliği birleşir. Ultrason saçılması optik saçılmadan 2 veya 3 kat daha zayıf saçılmaya sahip olduğundan dolayı 1 mm'den daha büyük derinlikler için daha yüksek çözünürlük sağlayabilir. Fakat saf ultrason görüntüleme optik emilimin çok hassas olduğu oksijen doygunluğunu ve hemoglobin konsantrasyonunun görüntülemesini sağlayamaz. Fotoakustik görüntülemenin önemi bu eksikliklerin üstesinden gelerek biyolojik hacimlerde yüksek ultrasonik çözünürlükte EM kontrastlı görüntüler sunmasıdır. Fotoakustik görüntüleme ultrason aracılığı ile elektromanyetik görüntüleme yöntemi ya da elektromanyetik ile geliştirilmiş ultrason görüntüleme yöntemi olarak da ele alınabilir. Ayrıca, X-ışınları gibi iyonlaştırıcı etkisi olmadığından sağlık açısından da herhangi bir tehlikesi bulunmamaktadır[4].

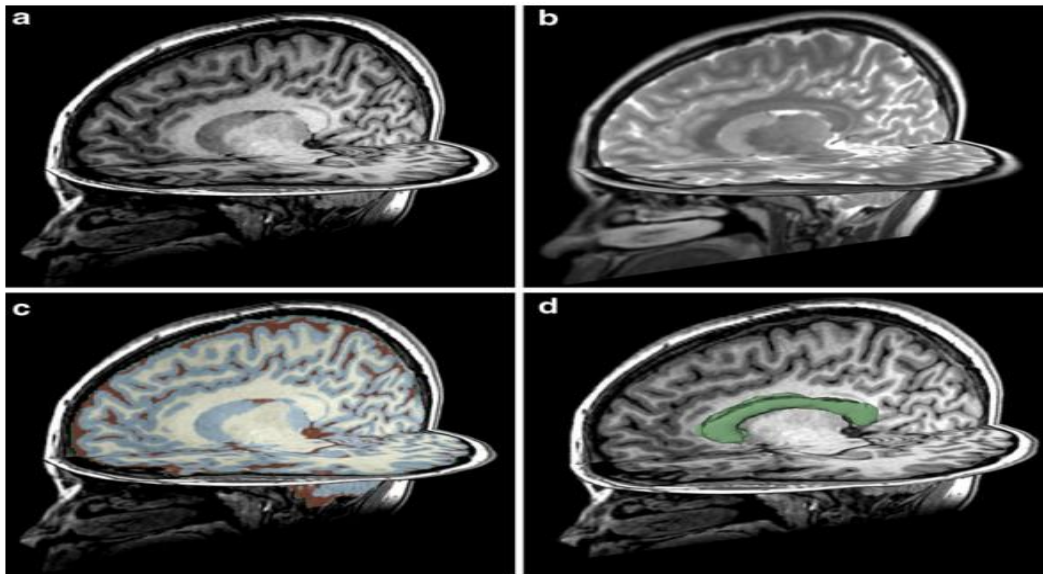
Bu çalışmada, problem iki katmanlı ve her katman kendi içinde homojen varsayımı ile düzlemsel yapı olarak modellenip, fotoakustik dalga eşitliğinin Green fonksiyonları yardımıyla çözümü yazılmıştır. Fotoakustik görüntüleme tekniklerinden olan geri çatma algoritmasında kullanılacak olan Green fonksiyonları Ayırık Karmaşık Görüntü Yöntemi(AKGY) uygulanarak, yüksek salınımlı yavaş yakınsayan integral ifadeleri olan fonksiyonların kapalı formları elde edilip, hesaplama süreleri hızlandırılmıştır. AKGY uygulanarak hesaplanan Green fonksiyonları geri çatma algoritmasında yerine konularak noktasal kaynak dağılımı görüntülenmiştir.

1.1. Medikal Görüntüleme Teknikleri

Medikal görüntüleme teknikleri vücudun organ ve dokularının fizyolojik olarak görünümünü tespit ve faydalı tedavi etmeyi mümkün kılan işlemlerden oluşur. Bu bölümde bu teknikler arasında bulunan MRG, BT, PET ve US anlatılmıştır.

1.1.1. Manyetik rezonans görüntüleme (MRG)

Maliyeti oldukça yüksek olan MRG, iyonlaştırıcı radyasyon içermeyen ve yüksek uzamsal çözünürlük ($\sim 0,5$ mm) sunan bir tekniktir. Başlıca kullanım alanları beyin hastalıkları, spinal bozukluklar, kas ve iskelet sistemidir. Bu yöntemde, vücuttaki organ ve dokuların ayrıntılı görüntülerini oluşturmak için manyetik alan ve radyo dalgaları kullanılır. Görüntüleme için çoğu büyük tüp şeklinde olan MRG makinelerinin içine girdiğinizde, manyetik alan geçici olarak vücudunuzdaki hidrojen atomlarını yeniden düzenler. Radyo dalgaları, bu hizalanmış atomların çok zayıf sinyaller üretmesine neden olur. Bu sinyaller görüntülenmesi gereken organın kesit MRG görüntülerini oluşturmak için kullanılır[5].



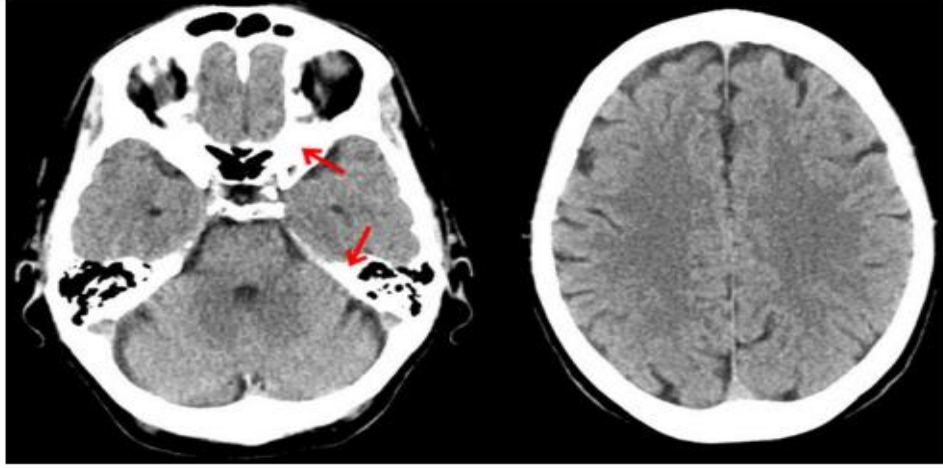
Şekil 1.1. a) T1-ağırlıklı görüntü, b) T2-ağırlıklı görüntü, c) T1-ağırlıklı gri ve beyaz görüntüsü, d) Lobları birbirine bağlayan bölgenin T1 ağırlıklı gösterimi[8].

Şekil 1.1 beyin ve omurilik sıvısı arasındaki yumuşak dokularda sayesinde 1,5 mm'lik dilimler ve 3 Tesla mıknatıs kullanılarak elde edilen üstün kontrast çözünürlüklü MRG taramalarını göstermektedir. MRG görüntüleme gri ve beyaz arasındaki yüksek karşıtlığa hassas olup, BT kullanılarak tespit edilemeyen küçük ve göze çarpmayan anormalliklerin fark edilmesi ve uygun tedavi ve doğru izlem konusunda kritik öneme sahiptir[8].

1.1.2. Bilgisayarlı tomografi (BT)

Bilgisayarlı tomografi 1973 yılından beri klinik olarak insanlar üzerinde kullanılan ve son yıllarda giderek daha yaygın olarak kullanılmaya başlanan ve vücudun çoğu bölümünü etkileyen lezyonların araştırılması için avantajlara sahip iyonize radyasyon ya da X-ışını kullanılan bir görüntüleme yöntemidir. Şekil 1.2'de normal bir beyin taraması verilerek gri ve beyaz arasındaki kontrast görülmektedir. İnsan anatomisinin kesitsel görüntüsünü önemli ölçüde sınırlayan vücut parçalarının üst üste binme sorununu ortadan kaldırır. Bu özelliğinden dolayı hastalığı tespit etmede daha yüksek bir duyarlılığa sahiptir ve daha doğru sonuçlar alınmasını sağlar ve bu cerrahi operasyonlar için lezyonların kapsamının değerlendirilmesi açısından önemlidir[6].

BT insan vücudunun kesitlerinin görüntülerini üretmek için X-ışını ekipmanı ile bilgisayarı birleştiren ve bilgisayar tarafından kontrol edilen BT görüntülerinin monitörde izlenerek taramalar yapılabilirliğini sağlayan bir tanı teknolojisidir[20]. Tarama sırasında X-ray tüpü hastanın etrafında 360 derece boyunca sürekli dönerek hasta açıklığının içinde hareket ettirilir. X-ışınları hastanın vücuduna iletilirken zayıflamaya uğrar ve bu zayıflamanın miktarı ışının hangi tip doku içinden geçtiğine bağlıdır. BT kemik yapılarının değerlendirilmesi için de verimli bir görüntüleme tekniğidir. Fakat bu teknikte iyonlaştırıcı yani zararlı X-ray ışınları kullanıldığından maalesef var olan herhangi bir başkalaşmış (veya kanser) hücreleri uyarıp hastalığın ilerlemesine ya da yeni başkalaşmış hücreler oluşmasına neden olabilir. Görüntüleme esnasında alınan ışınların vücuttan atılması da uzun zaman aldığı için hastalar belli zaman aralıkları ile bu tekniğe maruz bırakılır[8].

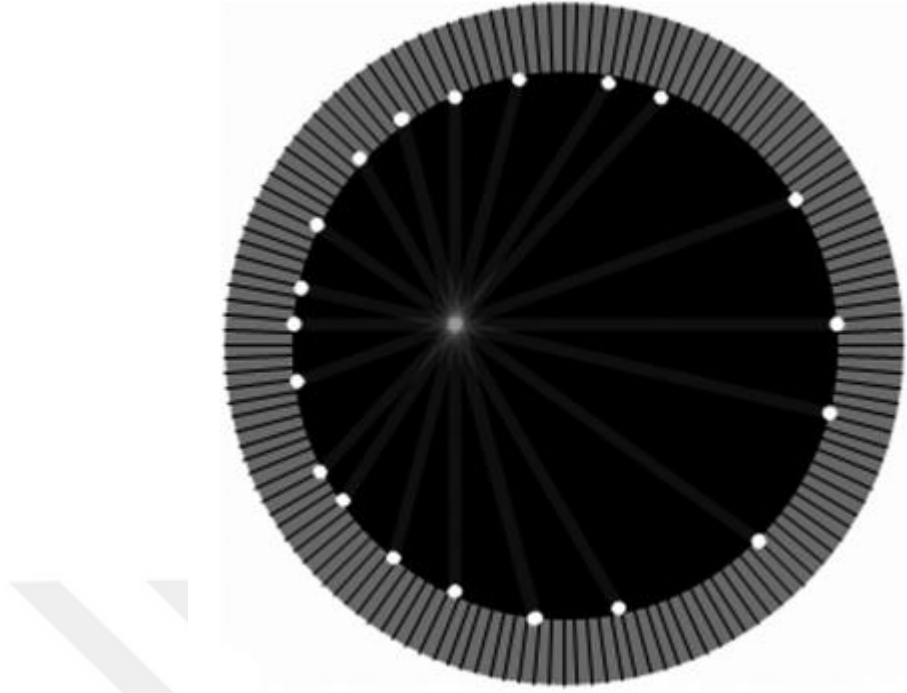


Şekil 1.2. Beyin BT taraması(sol taraf temporal lob, sağ taraf ön lob)[7].

1.1.3. Pozitron emisyon tomografisi (PET)

PET az miktarda radyoaktif madde kullanarak vücudun iç kısımlarının görüntülenmesini sağlayan bir tekniktir. Bu radyoaktif izotoplar enjeksiyon veya ağız yoluyla verilir. Kemik, doku ve bazı organlar bu radyoaktif materyali emerler ve özel yöntemlerle tespit edilebilen emisyonlar üreterek bunları bir görüntüye dönüştürmek için bilgisayarla birlikte çalışmaktadır. PET taramasında kullanılan radyonüklidler pozitronları tarar hastalığın metabolizmasını teşhis etmeye bilgi sağlar. PET taraması yapılırken kullanılan radyonüklidler pozitronlar yayar ve bu pozitronlar yok olmadan önce kısa bir süre mesafe kat eder. En önemli özelliği yok olma ile üretilen fotonların yönlülüğü ve eşzamanlılığıdır. Yayılan pozitron yakınındaki bir elektron ile birleşir ve yok olduktan sonra olarak iki zıt gamma ışını üretilir ve Şekil 1.3'de paralel olmayan gamma ışınlarının algılayıcı çiftlere çarpması gösterilmiştir[7].

Beyindeki bir kimyasalın veya proteinin hareket enerjisini veren glikoz konsantrasyonu hakkında bilgi sağlayan bir tekniktir. İki gamma ışınının algılanması nedeniyle nokta yayılma fonksiyonu vücut içinde sabittir. Bu teknolojinin en yaygın klinik uygulaması tümör tespiti yapmasıdır, aynı zamanda pozitronun bir elektronla yok edilmeden önce kat ettiği son mesafe yaklaşık olarak 1 mm civarındır[5].



Şekil 1.3. Paralel olmayan gamma ışınlarının algılayıcı çiftlere çarpması[5].

1.1.4. Ultrason (US)

US iyonlaştırıcı etkisi olmayan, gerçek zamanlı ve taşınabilir bir görüntüleme yöntemidir. Sonografi olarak da adlandırılan ve daha çok tamamlayıcı ve destekleyici görüntüleme tekniği olan bu yöntemde yuvarlak bir alet kullanılarak vücudun jel sürülen yüzeyine ses dalgaları iletilir ve bu dalgalar doku tarafından emilir ve geri yansıtılır. Yumuşak dokuların görüntülenmesi kontrastlık özelliğinin düşük olmasından dolayı çok net olmamakla beraber yapılabilirken beyin gibi kemik altında bulunan organların görüntüsü çok daha kötü olarak görüntülenir. Klinik US görüntülemesinde 1 – 15 MHz aralığındaki frekansları kullanır. Akışkan bir ortamda ilerleyen ses dalgaları basınç ve sıcaklıkta periyodik değişimlere neden olur. Ses dalgasının hızı çeşitli dokularda 1450 m/s ile 1580 m/s arasında değerler almaktadır[5].

Ses dalgaları dokunun farklı katmanlarından geçerken farklı özel akustik parametrelerle karşılaşır ve bu nedenle dalganın yoğunluğunun belirli bir kısmı iletilir, geri kalanı farklı dokuların arasında yansıtılır. Kullanılan ses dalgaları doku içinden geçerken

zayıflar, bu ise dalganın emilim ve saçılma etkilerinden dolayı olur. Fakat, US diğer görüntüleme yöntemlerine göre daha uygun maliyetli uygun maliyetli bir teknik olmasına rağmen daha çok tamamlayıcı görüntüleme tekniği olarak kullanılır. Şekil 1.4’de US aracılığı ile anne karnındaki bebek görüntülenmiştir.



Şekil 1.4. Ultrason Görüntüsü[7].

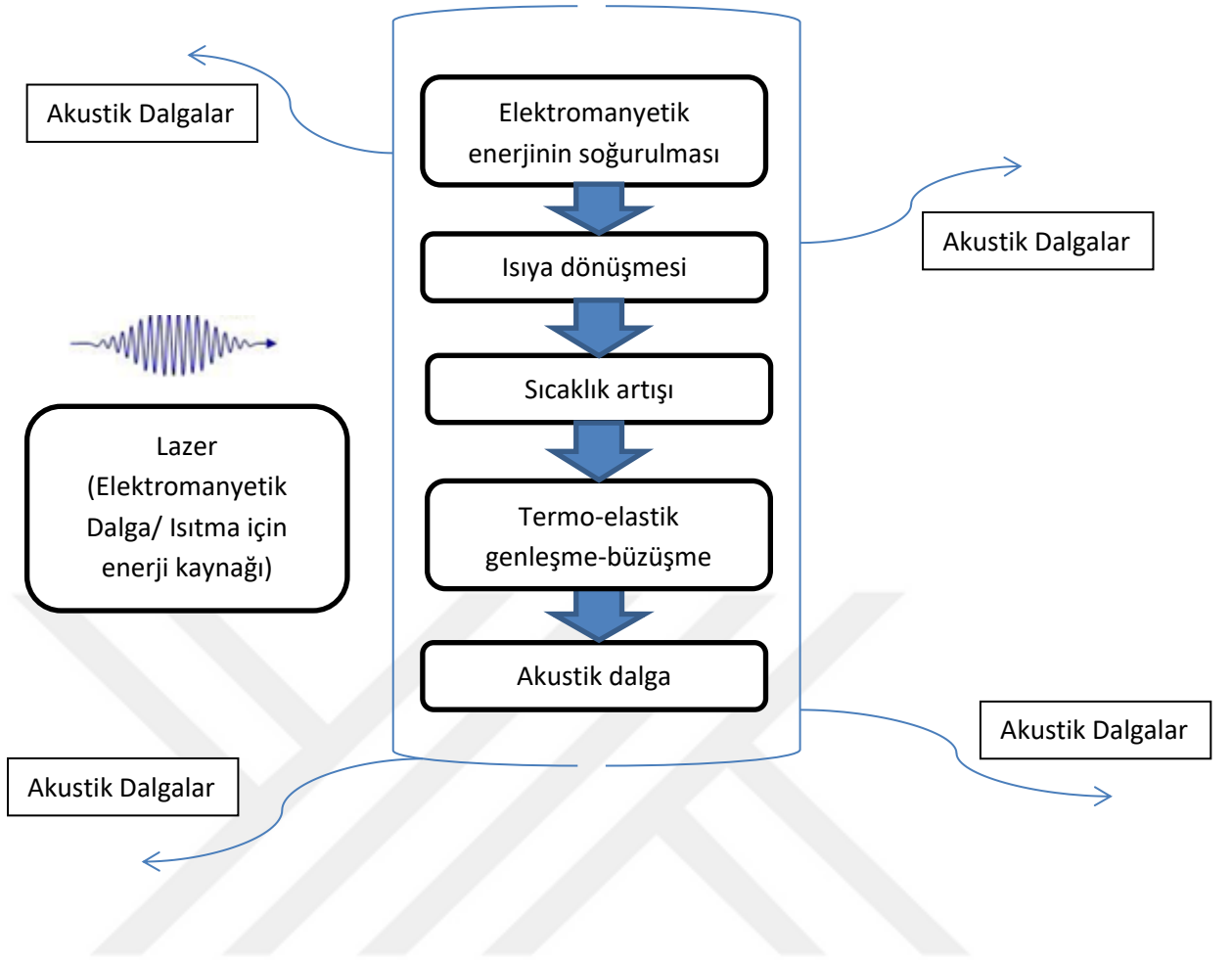
2. FOTOAKUSTİK DALGA PROBLEMİ

Bu çalışmada, doku iki katmanlı düzlemsel olarak modellenip, başlangıç koşulu, katman yüzeyleri üzerinde süreklilik koşulları ve sonsuzda radyasyon koşulları altında fotoakustik dalga eşitliği çözülüp, çözümde elde edilen akustik Green fonksiyonlarına AKGY uygulanarak kompleks üstel fonksiyonların toplamı şeklinde yazılan katmanlı Green fonksiyonları geri çatma algoritmasında yerine konulup iki katmanlı ortam da noktasal kaynak görüntülemesi yapılmıştır.

2.1. Fotoakustik Sinyal Oluşumu

Dokuların optik görüntülemesi kimyasal bileşenlerine göre farklı yapıları ayırt etmede avantajlar sağlar, çünkü doku optik spektral aralıkta elektromanyetik dalgalar için yüksek saçılma özelliğine sahiptir. Dokudan geçen ışıktan görüntü oluşturan 2 kategori bulunur. Bunlar optik mikroskopi(az saçılan) ve difüz(çok saçılan) optik tomografidir. Dokulardaki fotonlar az saçılan ultrasonik dalgalara dönüştürülebilir[9].

Fotoakustik görüntülemeye emilen lazer enerjisi, dokuda sıcaklık artışına, bu ise termo-elastik harekete (genleşme ve büzölmeye) sebep olur. Böylelikle dokunun her bir hücresi akustik kaynak gibi davranmaya başlar ve akustik dalga üretilir. Üretilen bu akustik dalgalar ise doku yüzeyinden ultrasonik transdüserlerle ölçölür ve belirli algoritmalarla işlenerek görüntüye dönüştürölür[9,10]. Dokulardaki fotoakustik etki Şekil 2.1’de gösterilmiştir.



Şekil 2.1. Dokudaki fotoakustik etkinin şematik gösterimi.

FAG sistemleri 2 ana sistem bileşenine ayrılır. Bunlar fotoakustik tomografi ve fotoakustik mikroskop sistemleridir. Görüntü oluşturulurken FAG sistemleri optik görüntüleme sistemlerinden farklı olarak daha yüksek kontrast sağlayarak derin bölgeler için daha iyi çözünürlük görüntü sunmasının yanı sıra uyarı kaynağı olarak iyonlaştırıcı olmayan lazer kullanır. Tomografik sistemlerde ise yine iyonlaştırıcı olmayan dalgalar kullanılarak doku uyarılır ve optik uyarım geniş bir bölgeyi uyaracak şekilde olur ve transdüser ile tomografik kesit görüntüler elde edilir. Tomografik görüntüleme mikroskop sistemine göre daha düşük çözünürlük sunar ancak mikroskopların erişemediği derinliklerden hızlı görüntü elde edilmesini sağlar[11]. FAG, ortamın optik soğurma, ısı ve akustik parametreleri ile ilişkili bir eşlemedir. Bu özelliği ile FAG mevcut yöntemlerden farklı olarak tümleyici bilgi vermektedir[12].

2.2. Fotoakustik Dalga Denklemi

Fotoakustik dalga denklemi, optik uyarım sonucu oluşan akustik basınç dalgası ile kaynak fonksiyonu arasındaki ilişkiyi ifade etmek için kullanılır ve optik uyarma darbesinin çok kısa bir dürtü olması durumunda aşağıdaki eşitlikteki gibi ifade edilir[15].

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) p(r, t) = -\frac{\beta}{C_p} \frac{\partial H(r, t)}{\partial t} \quad (2.1)$$

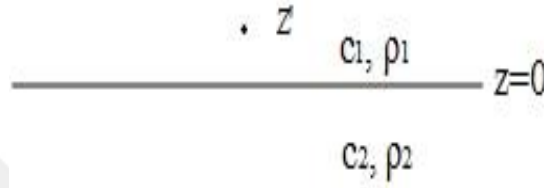
(2.1) eşitliğinde $r = (x, y)$ kaynak noktası, $p = (r, t)$ akustik dalga fonksiyonudur. Ayrıca, β : termal genleşme katsayısı, C_p : sabit basınçtaki özel ısı kapasitesi, c : akustik dalganın yayılım hızı, $H(r, t)$: ısı artış fonksiyonu, p : ortam yoğunluğu ve r : uzaysal konum vektörüdür. Optik uyarma darbesinin mekansal ve zamansal dağılım işlevleri cinsinden $H(r, t) = A(r)\delta(t)$ olarak yazılabilir. Optik uyarma darbesi çok kısa bir dürtü olarak alınırsa, $I(t) = \delta(t)$ yazılabilir, dolayısıyla (2.1) ile gösterilen fotoakustik dalga eşitliği (2.2) eşitliğindeki forma indirgenir:

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) p(r, t) = -p_0(r) \frac{\partial \delta(t)}{\partial t} \quad (2.2)$$

Burada $p_0(r) = \Gamma A(r)$ kaynak fonksiyonu ve $\Gamma = \beta/(K_p C_v)$ Grunsen parametresidir[9]. Fotoakustik görüntülemeye amaç kaynak fonksiyonu $p_0(r)$ 'nin yüzey üzerinde ölçülen $p(r)$ değerlerinden belirlenmesidir.

2.3. İki Katmanlı Ortam Geometrisi

(2.2) eşitliği ile verilen fotoakustik dalga eşitliği, Şekil 2.2’de gösterilen 2 katmanlı düzlemsel yapılar için çözülecektir.



Şekil 2.2. İki katmanlı ortam modeli.

Şekil 2.2’de c_1, c_2 ve ρ_1, ρ_2 katsayıları sırasıyla ortamın akustik dalga yayılım hızları ve ortam yoğunluklarıdır.

2.4. Başlangıç, Süreklilik ve Radyasyon Koşulları

Geometrisi Şekil 2.2’de verilen problemin başlangıç, katman yüzeylerinde süreklilik koşulları ve radyasyon koşulları (2.3)-(2.7) eşitliklerindeki gibidir.

Başlangıç koşulu:

$$p_0 = p(r, t = 0), \quad \frac{\partial p(r, t = 0)}{\partial t} = 0 \quad (2.3)$$

Katman yüzeyi boyunca süreklilik koşulları:

$$\lim_{r \rightarrow S_m^-} p(r, t) = \lim_{r \rightarrow S_m^+} p(r, t) \quad (2.4)$$

$$\lim_{r \rightarrow S_m^-} \frac{1}{p_m} \frac{\partial p(r, t)}{\partial n} = \lim_{r \rightarrow S_m^+} \frac{1}{p_{m+1}} \frac{\partial p(r, t)}{\partial n} \quad m = 1 \quad (2.5)$$

Radyasyon koşulları:

$$P(\mathbf{r}, \omega) = O(1/|\mathbf{r}|) \quad |\mathbf{r}| \rightarrow \infty \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial |\mathbf{r}|}(\mathbf{r}, \omega) - jkP(\mathbf{r}, \omega) = o(1/|\mathbf{r}|) \quad |\mathbf{r}| \rightarrow \infty \quad (2.7)$$

Ayrıca çözümde kullanılacak Fourier dönüşümü (2.8) eşitliği gibi tanımlanır. Fourier dönüşümü zaman sinyalinin frekans içeriğini bulmak için kullanılır. Fotoakustik sinyallerin de zaman ve frekans düzleminde gösterimi yapılabilmektedir. Aşağıdaki (2.8) eşitliğinde akustik basınç fonksiyonunun Fourier dönüşümü verilmiştir.

$$P(r, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(r, t) e^{j\omega t} dt \quad (2.8)$$

Bu koşullar altında (2.1) eşitliğinin uzaysal Fourier dönüşümü alınarak, aşağıdaki Helmholtz eşitliğine indirgenir;

$$\Delta^2 P(r, \omega) + k^2 P(r, \omega) = -j\omega p_0(r) \quad (2.9)$$

Burada $k = \frac{\omega}{c}$ dalga sayısını, ω zamansal frekans koordinatını, $p_0(r)$ katmandaki kaynak dağılım fonksiyonunu ifade eder. (2.9) eşitliği ile verilen Helmholtz eşitliğinin çözümünü bulmak için öncelikle düz çözüm ve ardından ters çözümü elde edilir. Bunun için ise (2.9) eşitliğine öncelikle çarpanlarına ayırma yöntemi ve daha sonra Kramer yöntemi uygulanarak düz(ölçüm yüzeyinden ölçülen akustik dalga) çözümü Green fonksiyonları cinsinden

$$P(r, \omega) = j\omega \int_V p_0(r') G(r, r', \omega) dr' \quad (2.10)$$

şeklinde ifade edilir. $G(r, r', \omega)$ kaynak noktası, r' , ile ölçüm noktası r arasındaki ilişkiyi gösteren Green fonksiyonunu ve V ise kaynağı içeren bölgeyi göstermektedir. $p_0(r)$ ise noktasal kaynak fonksiyonunu ifade etmek üzere (2.10) eşitliğiyle düz çözüm olarak verilen $P(r, \omega)$ fonksiyonu noktasal kaynak tarafından üretilen dalganın Green fonksiyonları ile süperpozisyonuna eşittir. Green fonksiyonunun analitik ifadesi ortamın akustik parametrelerinde değişim olmadığı durumlarda belirlenebilmekte iken katmanlı ortamlarda analitik ifadeleri bulunmamakta ve sayısal olarak hesaplanabilmektedir.

2.5. İki Katmanlı Ortam için Akustik Green Fonksiyonları

(2.9) ile verilen Helmholtz eşitliğine çarpanlarına ayırma metodu ve Kramer yöntemiyle uyguladığımızda, $r = (x, z)$ ve $r' = (x', z')$ sırasıyla ölçüm ve kaynak yerleri ve bunların ikisi de Şekil 2.2'de görülen 1. katmanda (aynı bölgede) olmak üzere iki katmanlı ortamlar için elde Green fonksiyonu (2.11) eşitliğindeki gibi ifade edilir.

$$G(r, r') = \int_0^{\infty} \frac{\cos(k_x(x - x'))}{jk_{z1}} (e^{-jk_{z1}|z-z'|} + R e^{-jk_{z1}|z+z'|}) dk_x \quad (2.11)$$

Burada

$$R = \frac{k_{z1} - \rho_{12}k_{z2}}{k_{z1} + \rho_{12}k_{z2}} \quad (2.12)$$

(2.12) eşitliği yansıma ve iletme katsayılarını ifade etmektedir. (2.11) eşitliğinde verilen k_x ve k_z uzamsal dalga sayısını ve k_i ise açılal dalga sayısını göstermektedir ve aralarında (2.13) eşitliği mevcuttur.

$$k_{zi}^2 = k_i^2 - k_x^2 \quad i = 1,2 \quad (2.13)$$

Katmanlı akustik Green fonksiyonlarının analitik ifadelerini yaklaşık ifadelerinin bulunması zordur. (2.11) eşitliğinde görüldüğü üzere akustik iki katmanlı Green fonksiyonları yarı sonsuz integral ifadelerle gösterilmektedir. Yüksek salınımlı, yavaş yakınsayan sonsuz integral ifade içeren akustik katmanlı Green fonksiyonlarının hesaplanması oldukça uzun sürer. Bunun sebeplerinden biri de fonksiyonların yansıma ve iletme katsayılarını içermesidir. Fotoakustik görüntüleme için kullanılan geri-çatma algoritmasında Green fonksiyonunun integralinin hesaplanması gerekmekte ve bu iş yükünü daha da artıracığı için katmanlı ortam fotoakustik görüntüleme uygulamalarında kullanımı zorlaşmaktadır. Bu zorluğu aşmak için, yani katmanlı Green fonksiyonlarını içeren integrallerin hesabına dayanan geri-çatma görüntüleme algoritmasının gerçek uygulamalarda kullanılabilir hale getirilebilmek-hesaplamayı hızlandırmak için AKGY ile hesaplamalar hızlandırılıp, fonksiyonların analitik ve/veya yarı analitik formda ifade edilebilmesi gerekmektedir[15].

Akustik katmanlı Green fonksiyonunu kapalı formda ifade edebilmek için AKGY kullanılarak spektral Green fonksiyonları kompleks üstel fonksiyonlar cinsinden ifade edilmeye çalışır. Literatürde var olan çalışmalarda AKGY uygulanırken kullanılan teknikler Prony ve Genelleştirilmiş Kalem Metodu(GKM)'dur[14]. Fakat Aksun [16]'un makalesinde görüldüğü gibi GKM AKGY'yi daha etkili bir hale kavuşturmuştur. Bu çalışmada tekil değer ayrıştırması içeren GKM kullanılarak metodun akustik Green fonksiyonlarının üzerindeki verimliliği incelenmiştir ve GKM'nin Prony metodundan üstel sayısını belirlerken daha güçlü olduğu vurgulanmıştır[16]. Katmanlı ortamda kaynağın sebep olduğu silindirik ve yüzey dalgaları gibi dalgalarda mevcuttur. Yüzey dalgalarının etkisi, spektral uzayda Green fonksiyonun yansıma katsayısının kutup noktalarının katkılarının hesaplanması ile elde edilir. Bu dalgaların (yüzey dalgalarının) etkileri Green fonksiyonunun ifadesinden çıkartılır ve kalan ifadeye GKM uygulanarak Green fonksiyonu hesaplanır[15]. Bu şekilde yüzey dalgalarının hangi (ölçüm yerinin kaynağa uzak ya da yakın) bölgelerde etkin olup olmadığının incelenmesi de yapılmış olur.

Bu çalışmada sonsuz integral ifadeleri verilen iki katmanlı Green fonksiyonuna öncelikle direk GKM uygulanarak kompleks üstel fonksiyonların toplamı şeklinde yazılıp hesaplamalar yapıldı. Metodun hassasiyetini incelemek için kaynak ve ölçüm noktası arasındaki uzaklığa bağlı olarak, GKM uygulanarak hesaplanan fonksiyonların değerleri ve sonsuz integralleri hesaplanan Green fonksiyonlarının değerleri arasındaki bağıl hata hesaplanmıştır. GKM uygulayarak ve sonsuz integral hesabı yapılarak (GKM uygulamadan) hesaplanan Green fonksiyonlarının hesaplama süreleri karşılaştırıldı ve hesaplama sürelerinin hızlandırılması incelenmiştir.

Daha sonra iki katmanda akustik Green fonksiyonlarının katsayılarının kutupları Newton-Raphson metoduyla bulundu. Ortamın fiziksel ve akustik parametrelerinin kutup noktalarının sayısı ve sayısal değerleri üzerindeki etkisi incelendi. Bulunan kutupların rezidü katkıları, Green fonksiyonunun katsayısından çıkartıldı ve kalan katsayıya GKM uygulanarak kompleks üstel fonksiyonların toplamı şeklinde yazılması ve hesaplanması sağlandı. Uygulanan yöntemlerle hesaplanan Green fonksiyonu ve analitik Green (sonsuz-integral ifadeli) fonksiyonu nümerik olarak karşılaştırılıp hesaplama süreleri incelendi.

Spektral Green fonksiyonlarının hesaplanması için Green fonksiyonları spektral alanda parçalı olarak yazılmalıdır. Yansıma katsayısı, R , kutup noktalarını içerdiğinden

yüzey dalga katkısının bu kutup noktalarından geldiği bilinmektedir. Kutup noktalarının bulunması için Newton-Raphson metodu kullanılmıştır.

(2.12) eşitliği ile verilen katsayıların sıfırlarının bulunması ve kompleks üstel fonksiyonların toplamı şeklinde yazılması için kullanılan Newton-Raphson yöntemi ve GKM aşağıda kısaca anlatılmıştır.



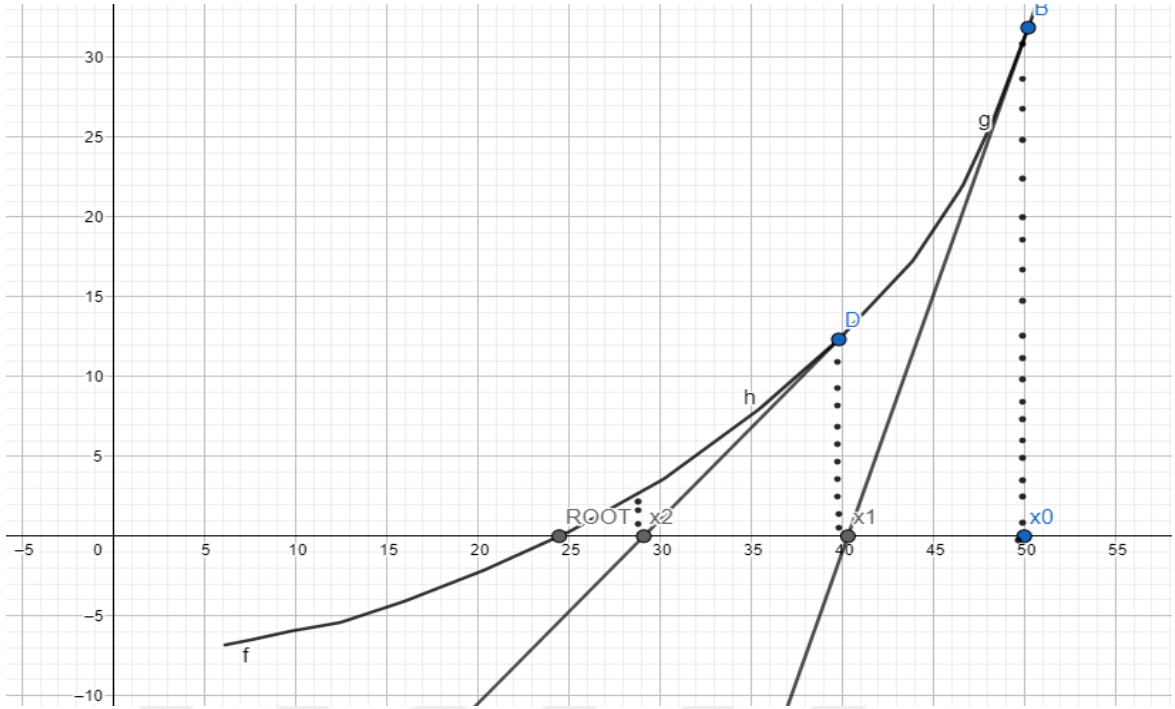
3. KATMANLI ORTAM GREEN FONKSİYONLARI İNCELENMESİ

Bu bölüm 2 katmanlı ortam için akustik Green fonksiyonlarının katsayılarının kutup noktalarının bulunması için kullanılan Newton-Raphson yöntemi ve Green fonksiyonunun kapalı formda ifade edilebilmesi için uygulanan Genelleştirilmiş Kalem metodu aşamalarıyla anlatılmıştır.

3.1. Newton–Raphson Yöntemi

Green fonksiyonunun katsayısının kutup noktalarının bulunması için Isaac Newton ve Joseph Raphson tarafından adını alan kök bulma algoritması kullanılmıştır. Katmanlı Green fonksiyonlarının yüzey dalgalarının etkisini bulabilmek için katsayıların kutup noktalarının yerlerini doğru hesaplayıp, kalıntısını spektral Green fonksiyonundan çıkarmak gerekir[14]. Katsayıların paydası yazılıp Newton-Raphson metoduyla paydanın sıfırları bulunur ve sonrasında sıfırlardaki katkılar(rezidü) hesaplanır. Bu yöntemde sürekli bir fonksiyona ona teğet düz bir çizgi ile yaklaşılabilceği fikri kullanılır. Newton metodu genel olarak (3.1) eşitliğindeki gibi formülüne edilir.

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad (3.1)$$



Şekil 3.1. Newton-Raphson metodunun xy düzleminde gösterimi .

Burada x_0 başlangıç noktası ve x_1 ise verilen f fonksiyonun kökünü ifade etmektedir. Bu algoritma kullanılarak (2.12) eşitliği ile verilen katsayıların payda kısımlarının sıfırları (katsayıların kutupları) bulunur. Her iterasyonda köke biraz daha yaklaşılarak fonksiyonun x eksenini kestiği nokta bulunmaya çalışılır. İlk iterasyonda x_1 bulunur ve bu nokta bulunmak istenen köke daha yakındır. Newton-Raphson metodunun grafik üzerindeki anlatımı Şekil 3.1’de gösterilmiştir. Bu çalışmada kullanılan bu algoritma, her iterasyon da beklenen hata aşağıdaki Tablo 3.1’deki gibi azalacak şekilde yazılmıştır[20,21].

Tablo 3.1. Newton algoritmasında her iterasyon için belirlenen maksimum hata.

İterasyon Sayısı	Maksimum Beklenen Hata
1	10^{-1}
2	10^{-2}
3	10^{-4}
4	10^{-8}
5	10^{-16}

3.2. Genelleştirilmiş Kalem Metodu (GKM)

Akustik katmanlı Green fonksiyonları yüksek salınlı ve yavaş yakınsayan integraller içerir, bu da sayısal hesaplamayı zorlaştırır ve uzun hesaplama süreleri gerektirir. Fotoakustik görüntüleme algoritması kullanılırken (2.11) eşitliğinde verilen Green fonksiyonunun birçok kez hesaplanması için sayısal integrasyon teknikleri kullanılır. GKM kullanılarak bu hesaplama zamanları daha kısa hale getirilip, integral olarak ifade edilen Green fonksiyonunun yaklaşık olarak ifadesi elde edilmesi amaçlanır ve Green fonksiyonlarının kapalı formda yazılması sağlanır[17].

GKM genel olarak aşağıdaki (3.2) eşitliğindeki gibi formülize edilir.

$$y_k = \sum_{m=1}^M b_m \exp(a_m \delta t k) \quad k=0,1, \dots, N-1 \quad (3.2)$$

(3.2) eşitliğindeki y matrisleri bir diziyi ifade eder ve $L < M$ için $y = [y_0, y_1, \dots, y_L]$ olarak devam eder. Burada bu vektörlere göre Y_1, Y_2 matrisleri sırasıyla $Y_1 = [y_0, y_1, \dots, y_{L-1}]$ ve $Y_2 = [y_1, y_2, \dots, y_L]$ olarak tanımlanır.

Burada b_m ve a_m sırasıyla kompleks kalıntı sayısı, kompleks üstel sayısı ve δt ise örnekleme aralığı olmak üzere y data matrislerini ifade etmek için kullanılır. Hesaplama tekil değer ayrıştırması kullanılır ve son olarak üstel sayısı (M) en büyük y değerlerinden belirlenebilir. GKM uygulanırken diğer dalga bileşenleri açıkça hesaba katılmaz, yalnızca üstel katsayılar olarak belirtilir, çünkü amaç spektral uzayda Green fonksiyonunu basit kapalı form ifadesi olarak elde etmektir. GKM uygulanarak elde edilen Green fonksiyonuna yaklaşık Green fonksiyonu denebilir[17].

3.3. Green Fonksiyonlarının Kutup Noktalarının İncelenmesi

(2.11) eşitliğindeki Green fonksiyonu spektral uzayda (3.3) eşitliğinde olduğu gibi parçalanarak yazılabilir[14].

$$\tilde{G}(k_x) = \tilde{G} + \tilde{G}_{sw}(k_x) \quad (3.3)$$

$\tilde{G}(k_x)$ spektral alan Green fonksiyonudur ve $\tilde{G}_{sw}(k_x)$, spektral uzayda yüzey dalgası katkısıdır ve çıkartıldıktan sonra kalan kısım ($\tilde{G}$) AKGY kullanılarak kompleks üsteller cinsinden ifade edilir. Uzamsal uzayda ise (2.11) eşitliği tekrar aşağıda verilen (3.4) eşitliği gibi yazılabilir.

$$G(r, r') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(jk_x(x - x'))}{jk_{z1}} e^{-jk_{z1}|z - z'|} dk_x + G_{sw} + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(jk_x(x - x'))}{jk_{z1}} F(k_x) e^{-jk_{z1}|z + z'|} dk_x \quad (3.4)$$

(3.5) eşitliğindeki G_{sw} , yüzey dalgalarını ifade etmektedir.

$$G_{sw} = -2\pi j Res \quad (3.5)$$

(3.4) eşitliğinde verilen $F(k_x)$ fonksiyonu ise (3.6) eşitliğindeki gibi yazılır.

$$F(k_x) = R - \frac{2k_{xp} Res}{k_{xp}^2 - k_x^2} j 2k_{z1} e^{jk_{z1}(z + z')} \quad (3.6)$$

(3.6) eşitliğindeki Green fonksiyonunun kutup noktalarındaki kalıntısını gösteren Res aşağıdaki şekilde ile ifade edilir.

$$Res = \sum_{p(R)} \left[\frac{e^{-jk_{z1}(k_{xp})(z+z')}}{j2k_{z1}(k_{xp})} \right] \lim_{k_x \rightarrow k_{xp}} (k_x - k_{xp})R \quad (3.7)$$

(3.6) ve (3.7) eşitliğinde verilen k_{xp} ise (2.12) eşitliği ile verilen R katsayısının kutup noktalarıdır[18].

3.4.Green Fonksiyonlarının AKGY ile kapalı formda yazılması

AKGY uygulanırken GKM ile karmaşık üstel ifadelerin toplamı temel yaklaşım olarak kullanılır.(2.12) eşitliği ile verilen akustik katmanlı Green fonksiyonlarında katsayıları GKM kullanılarak (kutuplar çıkarıldıktan sonra veya çıkarılmadan) spektral uzayda üstel fonksiyonların toplamı şeklinde yazılır ve (3.8) eşitliği gibi kapalı formda ifade edilir.

$$\tilde{G} = \frac{1}{2\pi j k_{z1}} (e^{-jk_{z1}(z-z')} + \sum_{m=1}^M b_m e^{-a_m k_{zi}} e^{-jk_{z1}(z+z')}) \quad (3.8)$$

(3.9) eşitliğinde ifade edilen Sommerfeld özdeşliği kullanılarak

$$G(r, r') = \frac{1}{4\pi} \int_{SIY} H_0^2(k_\rho \rho) k_\rho \tilde{G}(k_\rho) dk_\rho \quad (3.9)$$

Green fonksiyonu uzamsal uzayda (3.10) eşitliği şeklinde ifade edilir[14].

$$G = H_0^2(k_1\rho_0) + \sum_{m=1}^M b_m H_0^2(k_1\rho_1) \quad (3.10)$$

olarak ifade edilir[19]. (3.10) eşitliğindeki ρ_0 ve ρ_1 sırası ile (3.11) ve (3.12) eşitlikleri gibi yazılır.

$$\rho_0 = \sqrt{(x - x')^2 + (z - z')^2} \quad (3.11)$$

$$\rho_1 = \sqrt{(x - x')^2 + (z + z' - ja_m)^2} \quad (3.12)$$

4. SAYISAL SONUÇLAR

4.1. Green Fonksiyonu katsayısına GKM uygulanması

(2.11) ve (2.12) eşitlikleri ile verilen 2 katmanlı Green fonksiyonunun katsayısına direk GKM uygulayarak ve GKM uygulamadan sonsuz integralleri hesaplanarak elde edilen değerlerinin ölçüm ve kaynak noktaları arası uzaklığa göre karşılaştırması Şekil 4.1’de verilmiştir. Hesaplamalarda 1MHz frekans bandında çalışılmış olup, dalga sayısı $\lambda = 16 \times 10^{-4}$ m, noktasal kaynak yeri, $(x', z') = (1\lambda, 1\lambda)$ ve x eksenindeki ölçüm yeri 1λ olarak alınmıştır. Ortam yoğunlukları sırasıyla $\rho_1 = 1150$ kg/m³, $\rho_2 = 1000$ kg/m³, ortamın akustik hızları sırasıyla $c_1 = 1600$ m/s ve $c_2 = 1480$ m/s olarak alınmıştır ve dalga sayıları ise $k_1 = 3927$ ve $k_2 = 4245$ olarak alınmıştır. GKM için integrasyon yolu olarak (4.1) eşitliği kullanılmıştır[12].

$$kz_1 = k_1 * \left(-1j * t + \left(1 - \frac{t}{T} \right) \right) \quad (4.1)$$

Burada $T = 5$ alınıp, örnekleme sayısı t ise 240 olarak alınmıştır. İki katmanlı Green fonksiyonundan yüzey dalgalarını çıkarmadan (4.2) eşitliği ile verilen formülasyonun katsayı kısmına direk GKM uygulanarak R katsayısı (3.2) eşitliği kullanılarak spektral uzayda aşağıdaki şekilde kompleks üstel fonksiyonların toplamı olarak ifade edilir.

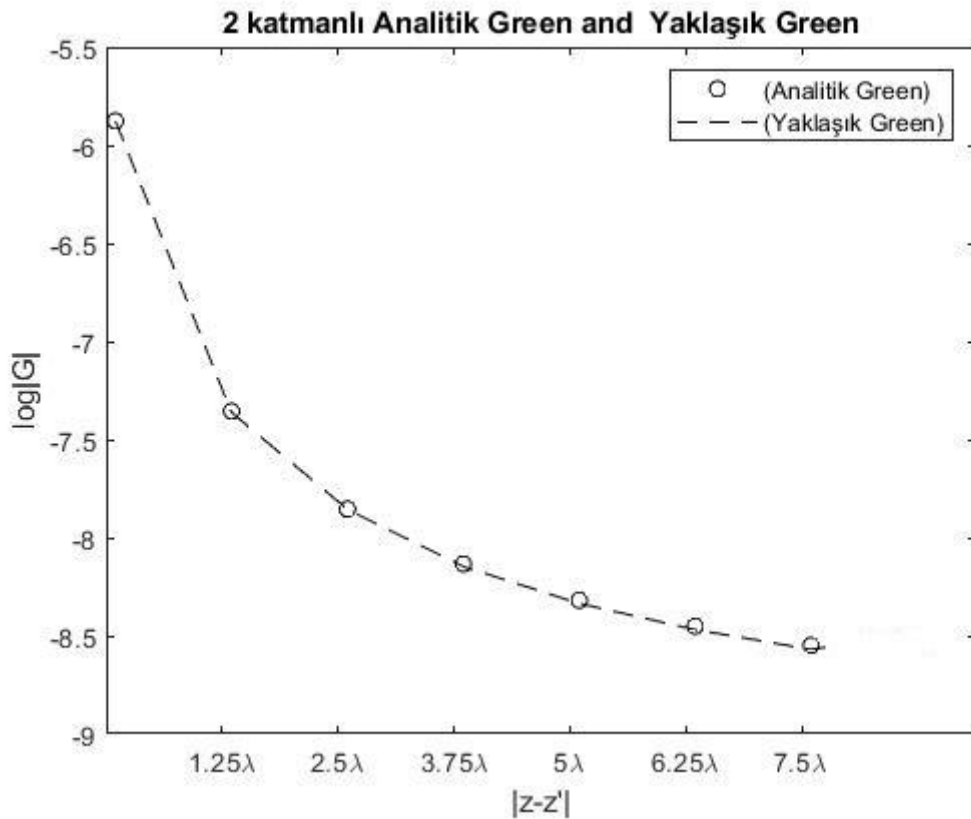
$$\tilde{R} = \sum_{m=1}^M b_m e^{-a_m k_{zi}} \quad (4.2)$$

Burada b_m ve a_m sırasıyla kompleks kalıntı ve kompleks kutupları ifade eder ve 2. bölümde verilen GKM kullanılarak bulunur. MATLAB yardımıyla bulunan b_m ve a_m sırasıyla kompleks kalıntı ve kompleks üstel sayıları Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4.1. Green fonksiyonun GKM yardımıyla bulunan kompleks kalıntı, üstel terimleri.

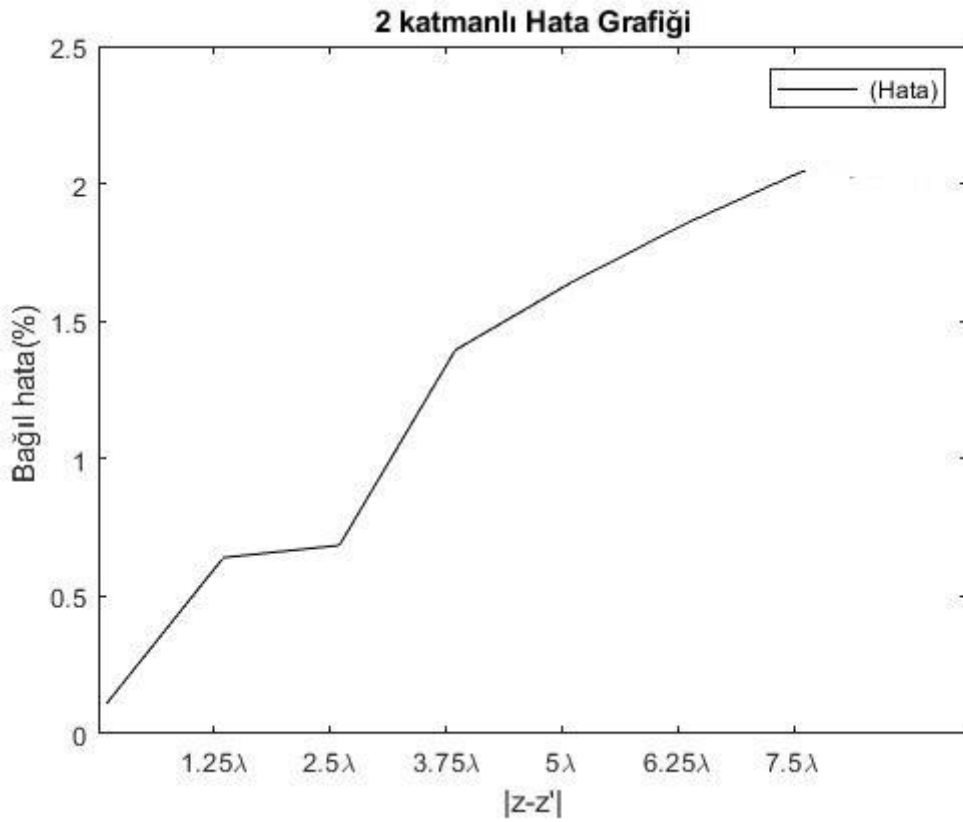
Kompleks kalıntı(b_m)	Kompleks üstel terim(a_m)
$b_1 = -1,0557 \times 10^{-7} + 9,7258 \times 10^{-8}j$	$a_1 = -0,00544 + 0,001874j$
$b_2 = -1,1125 \times 10^{-6} + 3,0174 \times 10^{-6}j$	$a_2 = -0,00537 + 0,001182j$
$b_3 = -4,1315 \times 10^{-6} + 5,1234 \times 10^{-6}j$	$a_3 = -0,00546 + 0,001473j$
$b_4 = -1,3365 \times 10^{-7} - 3,4081 \times 10^{-7}j$	$a_4 = -0,00654 + 0,001425j$

Kompleks üstel terim sayısı $M = 4$ olarak alınmıştır, bu sayı ise Y_1 data matrisindeki 2 veri arasında en büyük farka göre seçilir. Burada amaç elde ettiğimiz matrislerden minimum terim kullanarak doğru hesaplama yapılmasıdır[14]. GKM yardımıyla, Green fonksiyonunun hesaplanma sürelerinin kısaltılması amaçlanmıştır.



Şekil 4.1. 2 katmanlı ortam için Analitik Green ve yaklaşık Green fonksiyonunun logaritmik değerleri.

Şekil 4.1’de integralleri hesaplanan 2 katmanlı Green fonksiyonu (analitik) ile GKM kullanılarak elde edilen yaklaşık Green fonksiyonunun kaynak ve ölçüm yeri arasındaki uzaklığa göre aldığı değerler nümerik olarak karşılaştırılmıştır. Şekil 4.1’den görülüyor ki kaynak ve ölçüm yeri birbirinden uzaklaştıkça analitik ve yaklaşık Green fonksiyonlarının değerleri de birbirinden uzaklaşmaktadır fakat belli uzaklıktan sonra aradaki fark değişimi oldukça azdır.



Şekil 4.2. 2 katmanlı Analitik ve yaklaşık Green fonksiyonunun bağıl hata grafiği.

Şekil 4.2’de ise, (2.11) eşitliği ile verilen integral ifadeler 2 katmanlı yapılar için hesaplanmış analitik (sonsuz integral hesabı) Green fonksiyonu ile GKM uygulanarak

hesaplanan Green (yaklaşık Green) fonksiyonu arasındaki bağıl hata grafiği verilmiştir. Bağıl hata formülü aşağıdaki formülle hesaplanmıştır.

$$\text{Bağıl hata (\%)} = \frac{|(\text{Analitik Green fonksiyonu} - \text{GKM ile hesaplanan Green fonksiyonu})|}{|\text{Analitik Green fonksiyonu}|} * 100 \quad (4.3)$$

Şekil 4.2’den görüldüğü üzere analitik ve yaklaşık Green fonksiyonu değerleri arasındaki bağıl hata (4.3) eşitliği kullanılarak bulunmuş ve %2 ile sınırlı kalmaktadır. Şekil 4.1 ve Şekil 4.2’ye bakarak GKM ölçüm ve kaynak yerleri birbirine yakınken daha etkili olduğu söylenebilir.

Aşağıdaki Tablo 4.2’de ise 2 katmanlı ortam için $|z - z'| = 5,5\lambda$ olarak alınıp Green katsayılarına GKM uygulanarak ve sayısal olarak hesaplama süreleri verilmiştir.

Tablo 4.2. 2 katmanlı analitik ve yaklaşık Green fonksiyonu için hesaplama sürelerinin karşılaştırılması.

Akustik Green Fonksiyonu	Sayısal olarak hesaplanan	GKM ile hesaplanan
Hesaplama Süresi(s)	0.017453	0.010392

Tablo 4.2’den GKM’nun hesaplamayı hızlandırdığı görülmektedir.

4.2. Yüzey Dalgaların Etkisinin İncelenmesi

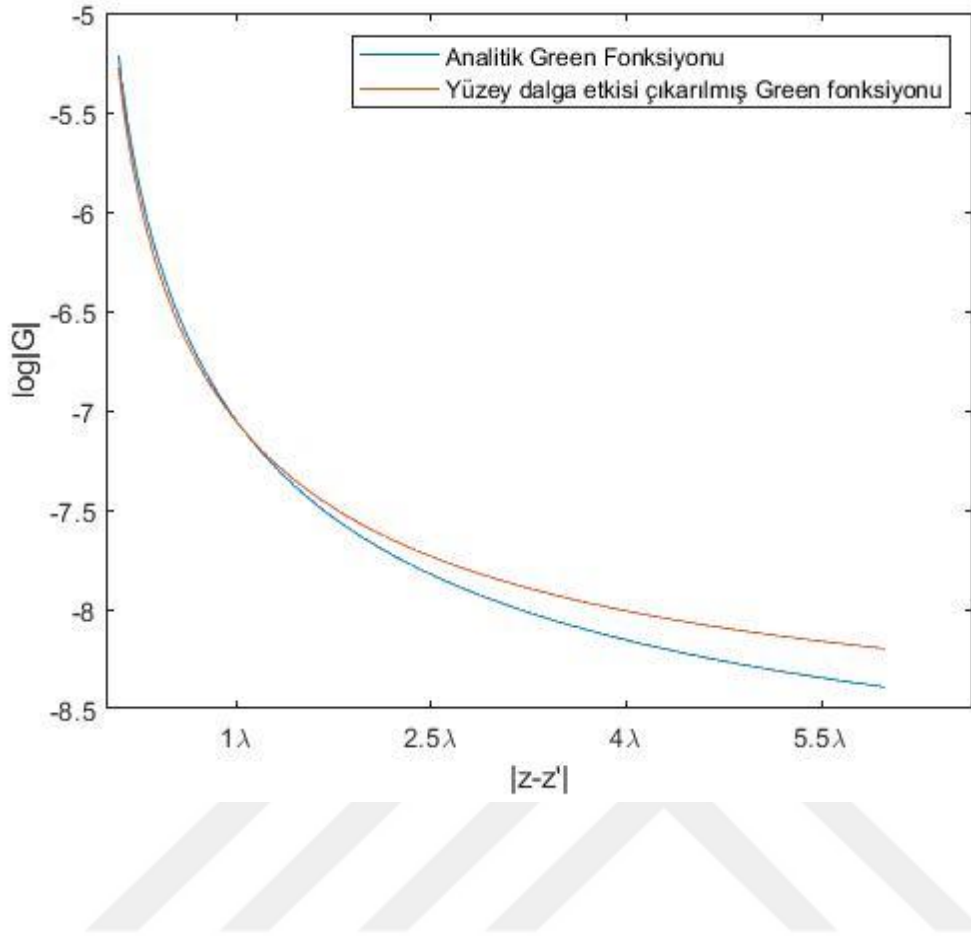
3.3 bölümünde verilen formüller kullanılarak 2 katmanlı ortam için elde edilen akustik katmanlı Green fonksiyonundan yüzey dalga etkisi çıkarılarak ve ardından GKM uygulanarak hesaplanan Green fonksiyonu ile ve (2.11) eşitliğinde verilen integral ifadesinin hesabının nümerik karşılaştırılması verilmiştir. Burada ilk olarak 2 katmanlı yapı için hesaplamalarda 1 MHz frekans bandında çalışılmış olup, dalga sayısı $\lambda = 18 \times 10^{-4}$ m, noktasal kaynak yeri, $(x', z') = (1\lambda, 1\lambda)$ ve x eksenindeki ölçüm yeri 1λ olarak alınmıştır. Ortam yoğunlukları $\rho_1 = 1100 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 1500 \text{ kg/m}^3$, ortamın

akustik hızları $c_1 = 1800$ m/s ve $c_2 = 1500$ m/s olarak alınmıştır ve dalga sayıları ise $k_1 = 3490$ ve $k_2 = 4188$ olarak alınmıştır.

Tablo 4.3. 2 katmanlı yapı için yoğunluk oranına göre bulunan kutup değerleri.

Yoğunluk oranı	$\rho_1/\rho_2 = 0.73$	$\rho_1/\rho_2 = 0.33$
2 katman için Kutup noktası (rad/m)	3958	4124

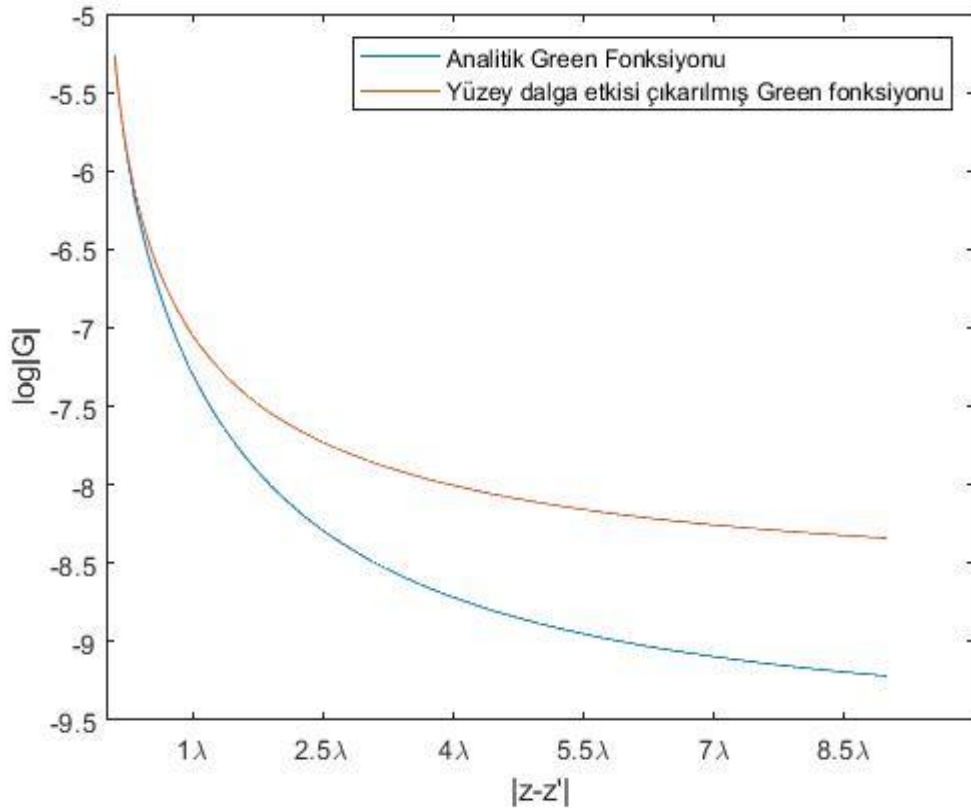
Tablo 4.3’de 2 katman için $\rho_1/\rho_2 = 0.73$ yoğunluk oranına göre kutup noktasının 3958 olduğu gösterilirken $\rho_1/\rho_2 = 0.33$ alındığında kutup noktası 4124 olduğu gösterilmiştir. Yoğunluk oranının kutup sayısını değiştirmedığı ancak kutup noktasının koordinatını değiştirdiği Tablo 4.3’de gösterilmiştir. Bulunan bu kutup noktalarını (4.10) eşitliğinde k_{xp} yerine yazarak (3.6) eşitliğinde verilen $F(k_x)$ ifadesi hesaplanır. $F(k_x)$ ifadesi Green fonksiyonundan yüzey dalga etkisinin çıkarılmış hali olmaktadır. Şekil 4.3’den görüldüğü üzere yüzey dalga katkısı ölçüm noktası kaynak noktasından uzaklaştıkça artmaktadır ve bu katkı çıkarıldıktan sonra Green fonksiyonlarının nümerik değerleri arasındaki fark da artmaktadır. Buradan kaynak ve ölçüm yeri arasındaki uzaklık arttıkça (uzak alanda) yüzey dalgasının daha fazla etkili olduğu söylenebilir.



Şekil 4.3. 2 katmanlı ortam için elde edilen analitik Green fonksiyonu ile yüzey dalga etkisi çıkarılmış Green fonksiyonunun logaritmik değerleri (Kutup değeri 3958 olarak alınmıştır.)

Şekil 4.3’de $k_{xp} = 3958$ rad/m olarak alınmış olup, yüzey dalga etkisi

incelenmiştir. Ölçüm noktası kaynaktan uzaklaştıkça Green fonksiyonunun logaritmik değerleri arasındaki fark da artmıştır.



Şekil 4.4. 2 katmanlı ortam için elde edilen analitik Green fonksiyonu ile yüzey dalga etkisi çıkarılmış Green fonksiyonunun logaritmik değerleri (Kutup değeri 4124 olarak alınmıştır.)

Şekil 4.4’de $k_{xp} = 4124$ rad/m alınmış olup görüldüğü üzere yüzey dalga katkısı ölçüm noktası kaynak noktasından uzaklaştıkça artmaktadır ve bu katkı çıkarıldıktan sonra Green fonksiyonları arasında fark olmaktadır. Bu analizden kaynak ve ölçüm yeri arasındaki uzaklık arttıkça (uzak alanda) yüzey dalgasının daha fazla etkili olduğu söylenebilir.

5.GERİ İZDÜŞÜM ALGORİTMASI

Bu bölümde 2 katmanlı yapı için her katmanda kaynak varsayımı altında 2 boyut için elde edilen katmanlı Green fonksiyonlarına GKM uygulanarak aşağıdaki Geri çatma algoritmasında yerine konmuştur. Şekil 5.1’de verilen 1.bölgedeki noktasal kaynaktan sentetik olarak üretilen veri, (2.10) eşitliğinin düz çözümü kullanılarak elde edilir.

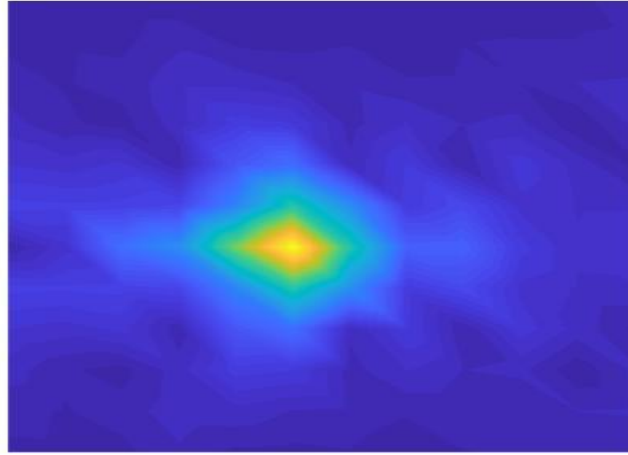
$$P(r, \omega) = \begin{cases} i\omega \int_{-\infty}^{\infty} p_0(r') G_{11}(r, r', \omega) dr' & r' \in 1. Bölge \\ i\omega \int_{-\infty}^{\infty} p_0(r') G_{12}(r, r', \omega) dr' & r' \in 2. Bölge \end{cases} \quad (5.1)$$

Yukarıdaki eşitliklerde Green fonksiyonlarının alt indislerinin ilki ölçüm bölgesini, ikincisi ise kaynak noktasının bölgesini göstermektedir. (5.1) eşitliği kullanılarak iki katmanlı yapı ve her iki katmandaki noktasal kaynaklar düşünülerek ve ölçüm noktasının 1.bölgede olduğu varsayımı ile Green fonksiyonlarının GKM ile hesaplanmasıyla sentetik veri üretilmiştir.

Noktasal kaynaklardan elde edilen sentetik veriler toplanmış ve (5.2) eşitliği verilen geri çatma algoritmasında Green fonksiyonlarında yine GKM kullanılarak yerine konulmuştur ve 1. bölgedeki noktasal kaynak fonksiyonunun dağılımı gözlemlenmiştir[15].

$$p_0(r) = \frac{1}{\pi} \frac{\rho_1}{\rho_s} \iint_{-\infty}^{\infty} P(r, \omega) \frac{\partial G_{11}(r, r', \omega)}{\partial n} d\omega dS \quad (5.2)$$

Burada ∂n ölçüm yüzeyine göre türev ifade etmekte ve ρ_1 ve ρ_s ise sırasıyla kaynak ve ölçüm bölgelerinin yoğunluklarını ifade etmektedir. (5.2) eşitliği ile verilen geri izdüşüm formülünü kullanarak, iki katmanlı yapı için birinci bölgedeki noktasal kaynağın dağılımı Şekil 5.1’de görüntülenmiştir.



Şekil 5.1. Lineer ölçekleme ile 1. Ortamdaki noktasal kaynak görüntüsünün geri çatma algoritmasında GKM uygulanarak elde edilmesi.

Sayısal benzetimlerde görüntüleme bölgesinin boyutu $6.4\lambda \times 14.4\lambda$ şeklinde alınıp , ortam yoğunlukları ve hızları sırasıyla $\rho_1 = 1150 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$, ve $c_1 = 1600 \text{ m/s}$, $c_2 = 1480 \text{ m/s}$ olarak alınıp merkez frekans 5 MHz olarak alınarak %100 lük bant genişliği alınmıştır. Zamansal frekans bandı $\Delta f = 217 \text{ kHz}$ adımlarla örneklenmiştir. Akustik basınç dalgası $\lambda/4$ aralıklarla yerleştirilen 64 noktalı transdüser en üst katmanın üstüne konulacak şekilde düşünülüp, her ortamda da noktasal kaynak varsayımı ile ölçüm (sentetik) verisi elde edilmiştir. Sentetik veri üretilirken birinci bölgede noktasal kaynak yerleri $(x', y') = (3.2\lambda, 2.72\lambda)$ olarak alınmıştır. Ölçüm yeri $y = 2.18\lambda$ olarak alınıp, birinci katmandaki noktasal kaynak dağılımı görüntülenmiştir. Hesaplamalarda integral yolu olarak (5.3) eşitliği alınmıştır.

$$kz_i = k_i * \left(-1j * t + \left(1 - \frac{t}{T} \right) \right), i = 1, 2. \quad (5.3)$$

$T = 5$ alınıp, örnekleme sayısı t ise 270 olarak alınmıştır.

6.SONUÇ

Fotoakustik görüntüleme yönteminde dokuları ısıtmak için iyonize olmayan darbeli lazer ışını kullanılır ve ısınan dokularda genleşme büzüşme hareketi sonucunda akustik dalga yayılımı meydana gelir. Üretilen akustik dalgalar ise yüzey üzerinden ultrasonik transdüserlerle ölçülüp, bilgisayar aracılığı ile uygun algoritmalarla işlenerek hedeflenen bölgenin fotoakustik görüntüsü elde edilir.

Fotoakustik görüntüleme algoritmalarından biri olan geri izdüşüm algoritmasında kullanılan fonksiyonlardan biri de Green fonksiyonlarıdır. Akustik iki katmanlı Green fonksiyonlarını bu algoritmaya dahil ettiğimizde hesaplama süreleri oldukça uzun sürmektedir. Bu zorluğu aşmak için iki katmanlı Green fonksiyonlarına AKGY uygulanarak karmaşık üstellerin toplamı şeklinde yazılmıştır. AKGY ile hesaplanan katmanlı Green fonksiyonları ve analitik Green fonksiyonlarının(yarı sonsuz integral ifadelerin) kaynak ve ölçüm noktası arası uzaklığa bağlı olarak nümerik değerleri karşılaştırılmıştır. Kaynak ve ölçüm yeri arasındaki uzaklığın oldukça küçük olduğu (yakın alan) yerlerde nümerik değerler arasındaki farkın çok küçük ve hatanın kabul edilebilir olduğu görülmüştür. AKGY uygulanarak elde edilen katmanlı Green fonksiyonları kullanılarak fotoakustik dalga eşitliğinin düz çözümünden faydalanarak iki katmanlı yapıda her iki katmana da noktasal yerleştirilip sentetik veri üretilip, daha sonra bu veri, yine AKGY uygulanarak hesaplanan katmanlı Green fonksiyonlarıyla geri izdüşüm algoritmasında yerine konularak ilk katmandaki noktasal kaynak dağılımının görüntüsü elde edilmiştir. Geri izdüşüm algoritmasında kompleks üstel fonksiyonların toplamı şeklinde yazdığımız katmanlı Green fonksiyonları kaynak ve ölçüm yerleri arası $|z - z'| = 0.01 \lambda$ 'dan küçük olduğu yerde en iyi sonucu verdiği, yani yöntemin tezde anlatılan integral yolu kullanılarak yakın alanda en verimli olduğu gözlemlenmiştir.

Bu çalışmada akustik 2 katmanlı Green fonksiyonlarının kapalı formda elde edilmesi başarı ile gerçekleştirilmiştir. AKGY algoritmasının çok katmanlı yapılar için ortamın akustik ve fiziksel parametrelerine karşı olan hassasiyeti incelemeleri devam etmektedir. Fotoakustik görüntüleme için ise katman sayısı artırıldığında geri izdüşüm algoritması üzerindeki çalışmalar artırılabilir.

KAYNAKLAR

- [1] M. Kuniyil Ajith Singh, W. Steenbergen, and S. Manohar, “Handheld probe-based dual mode ultrasound/photoacoustics for Biomedical Imaging,” *Frontiers in Biophotonics for Translational Medicine*, pp. 209–247, Jul. 2015, doi: 10.1007/978-981-287-627-0_7.
- [2] R. O. Esenaliev, A. A. Karabutov, and A. A. Oraevsky, “Sensitivity of laser opto-acoustic imaging in detection of small deeply embedded tumors,” *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 5, no. 4, pp. 981–988, 1999, doi: 10.1109/2944.796320.
- [3] S. Mallidi, G. P. Luke, and S. Emelianov, “Photoacoustic imaging in cancer detection, diagnosis, and treatment guidance,” *Trends in Biotechnology*, vol. 29, no. 5, pp. 213–221, 2011, doi: 10.1016/j.tibtech.2011.01.006.
- [4] M. Xu and L. V. Wang, “Photoacoustic imaging in Biomedicine,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 77, no. 4, p. 041101, 2006.
- [5] Xiaofeng Zhang, Nadine Smith, and Andrew Webb, “Medical Imaging”, *Biomedical Information Technology Academic Press*, 3-27.2008.
- [6] Charlotte Whatmough, Christopher R. Lamb, “Computed Tomography: Principles and Applications”, The Royal Veterinary College University of London, *Compendium* (2006).
- [7] H. Kasban, M. A. M. El-Bendary, and D. H. Salama, “A Comparative Study of Medical Imaging Techniques,” *International Journal of Information Science and Intelligent System*, vol. 4, no. 2, pp. 37–58, 2015.
- [8] M. E. Shenton, H. M. Hamoda, J. S. Schneiderman, S. Bouix, O. Pasternak, Y. Rathi, M.-A. Vu, M. P. Purohit, K. Helmer, I. Koerte, A. P. Lin, C.-F. Westin, R. Kikinis, M. Kubicki, R. A. Stern, and R. Zafonte, “A review of magnetic resonance imaging and diffusion tensor imaging findings in mild traumatic brain injury,” *Brain Imaging and Behavior*, vol. 6, no. 2, pp. 137–192, 2012.,doi: 10.1007/s11682-012-9156-5

- [9] Xu, Minghua, and Lihong V. Wang. "Photoacoustic Imaging in Biomedicine." *Review of Scientific Instruments*, vol. 77, no. 4, Apr. 2006, p. 041101, 10.1063/1.2195024.
- [10] K. J. Francis, P. Mishra, P. Rajalakshmi, S. S. Channappayya, and A. Richhariya, "A simple and accurate matrix for model based photoacoustic imaging," *2016 IEEE 18th International Conference on e-Health Networking, Applications and Services (Healthcom)*, Sep. 2016, doi: 10.1109/healthcom.2016.7749481
- [11] L. V. Wang and J. Yao, "A practical guide to photoacoustic tomography in the Life Sciences," *Nature Methods*, vol. 13, no. 8, pp. 627–638, 2016.
- [12] D. Cui, C. Xie, Y. Lyu, X. Zhen, and K. Pu, "Near-infrared absorbing amphiphilic semiconducting polymers for Photoacoustic Imaging," *Journal of Materials Chemistry B*, vol. 5, no. 23, pp. 4406–4409, 2017, doi: 10.1039/c6tb03393h.
- [13] L. V. Wang, H.-I. Wu, and B. R. Masters, "Biomedical Optics, principles and imaging," *Journal of Biomedical Optics*, vol. 13, no. 4, p. 049902, 2008, doi: 10.1117/1.2976007 .
- [14] M. I. Aksun and G. Dural, "Clarification of issues on the closed-form Green's functions in Stratified Media," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 11, pp. 3644–3653, 2005, doi: 10.1109/tap.2005.858571.
- [15] M. Xu and L. V. Wang, "Universal back-projection algorithm for photoacoustic computed tomography," *Physical Review E*, vol. 71, no. 1, 2005, doi: 10.1103/physreve.71.016706
- [16] M. I. Aksun, "A robust approach for the derivation of closed-form Green's functions," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 44, no. 5, pp. 651–658, 1996., doi: 10.1109/22.493917
- [17] Y. Hua and T. K. Sarkar, "Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 37, no. 2, pp. 229–234, 1989, doi: 10.1109/8.18710.

- [18] Y. L. Chow, J. J. Yang, D. G. Fang, and G. E. Howard, "A closed-form Spatial Green's function for the thick microstrip substrate," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, no. 3, pp. 588–592, 1991, doi: 10.1109/22.75309.
- [19] Yavuz, M.E, "Development of an efficient electromagnetic simulation algorithm for planar geometries with multiple vertical conductors". M.S.thesis ,Dept.Electrical Eng., Koç University,İstanbul,Türkiye,2003.
- [20] Y. Wang, B. L. Ooi, and M. S. Leong, "An efficient and fast approach for surface-wave pole extraction in two-layered microstrip geometry," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 41, no. 4, pp. 253–258, 2004, doi: 10.1002/mop.20109.
- [21] A. G. Polimeridis, T. V. Yioultsis, and T. D. Tsiboukis, "An efficient pole extraction technique for the computation of Green's functions in Stratified Media using a sine transformation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 1, pp. 227–229, 2007, doi: 10.1109/tap.2006.886574.

