

**FREKANS DÜZLEMİNDE SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE
DİELEKTRİK BİR NESNE ÜZERİNDEN SAÇILMA PROBLEMİNİN
NÜMERİK ÇÖZÜMÜ**

Süleyman KUZU

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRİK ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**HAZİRAN 2010
ANKARA**

Süleyman KUZU tarafından hazırlanan FREKANS DÜZLEMİNDE SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE DİELEKTRİK BİR NESNE ÜZERİNDEN SAÇILMA PROBLEMİNİN NÜMERİK ÇÖZÜMÜ adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Nursel AKÇAM

Tez Danışmanı, Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği / oy çokluğu ile Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Erkan AFACAN

Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Nursel AKÇAM

Elektrik Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi

Yrd. Doç.Dr. Murat Hüsnü SAZLI

Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı, Ankara Üniversitesi

Tarih: 25/06/2010

Bu tez ile G.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu Yüksek Lisans derecesini onamıştır.

Prof. Dr. Bilal TOKLU

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Süleyman KUZU

FREKANS DÜZLEMİNDE SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE DİELEKTRİK BİR NESNE ÜZERİNDEN SAÇILMA PROBLEMİNİN NÜMERİK ÇÖZÜMÜ

(Yüksek Lisans Tezi)

Süleyman KUZU

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

Nisan 2010

ÖZET

Elektromanyetik problemlerin karmaşılaşması sonucu, analitik yöntemlerin kullanımı zorlaşmıştır. Bu durum nümerik yöntemlerin, problemlerin çözümünde daha çok tercih edilmesine yol açmış ve birçok nümerik yöntemin geliştirilmesine sebep olmuştur. Bu tezde FDFD (Finite Difference Frequency Domain - Frekans Düzleminde Sonlu Farklar) yöntemi iki boyutlu dielektrik bir nesneden oluşan saçılmaya ilişkin bir problemin çözümünde kullanılmıştır. Ortamın ve dalgaların FDFD yöntemi ile modellenmesi yapılmış, modellenen yapıya göre çözüm elde edilmiştir. FDFD yöntemi ile oluşturulan yöntemin esnekliğini ispatlamak amacıyla farklı şekil ve özelliklerde nesneler için çözümler elde edilmiştir. Ayrıca, FDFD yöntemi ile elde edilen sonuçlar farklı kaynaklardaki sonuçlarla karşılaştırılarak, farklılıklar ve benzerlikler değerlendirilmiştir.

Bilim Kodu : 905.1.034

Anahtar Kelimeler : FDFD yöntemi, Frekans düzleminde sonlu farklar yöntemi, Saçılma, 2D, Seyrek matris

Sayfa Adedi : 81

Tez Yöneticisi : Yrd. Doç. Dr. Nursel AKÇAM

**NUMERICAL SOLUTION OF SCATTERING PROBLEM FROM A
DIELECTRIC OBJECT VIA FINITE DIFFERENCE FREQUENCY DOMAIN
METHOD
(M.Sc. Thesis)**

Süleyman KUZU

**GAZİ UNIVERSITY
INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
April 2010**

ABSTRACT

Solution of electromagnetic problems via analytical methods is getting more difficult as the complexity of the problems increase. This situation has caused the numerical methods to be preferred more and has led to the development of many numerical methods. In this thesis, FDFD (Finite Difference Frequency Domain) method is used in the solution of the scattering problem from a two dimensional dielectric object. The media and waves are modeled by using FDFD method and the solution is obtained according to the modeled structure. The solutions are found out for objects having different shapes and features so as to prove the flexibility of the FDFD method. Also, the results obtained by FDFD method are compared with other solutions found in the literature, the similarities and differences between the two group of solutions are evaluated.

Science Code	: 905.1.034
Key Words	: FDFD, Finite Difference Frequency Domain Method, Numerical, Scattering, Sparse matrix
Page Number	: 81
Adviser	: Asst. Prof. Dr. Nursel AKÇAM

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
İÇİNDEKİLER	vi
ŞEKİLLERİN LİSTESİ	viii
ÇİZELGELERİN LİSTESİ	x
1. GİRİŞ	1
2. ELEKTROMANYETİK DÜZLEMSEL DALGA	5
2.1. Gelen Dalga İfadeleri	7
3. NÜMERİK PROBLEMİN BİLEŞENLERİ	10
3.1. Başlıca Kullanılan Nümerik Yöntemler	12
3.1.1. Moment metodu	12
3.1.2. Sonlu elemanlar metodu	12
3.1.3. Zaman düzleminde sonlu farklar metodu	13
3.1.4. Frekans düzleminde sonlu farklar metodu	15
3.2. Mükemmel Uyumlu Katmanlar –Emici Sınır Koşulu	19
3.3. Yakın Alandan Uzak Alana Dönüşüm	20
3.4. Seyrek Matris	24
4. DİELEKTRİK NESNENİN FDFD FORMÜLASYONU	28
5. FREKANS DÜZLEMİNDE SONLU FARKLAR YÖNTEMİNİN SONUÇLARI	42
5.1. Frekans Düzleminde Sonlu Farklar Yönteminin Sonuçlarının Farklı Çözüm Sonuçları İle Karşılaştırması	42

5.1.1. İletken bir şeritten oluşan bir saçılmaya ilişkin çözümün karşılaştırılması.....	42
5.2. Frekans Düzleminde Sonlu Farklar Yöntemi İle Dielektrik Nesnelerden Oluşan Saçılmalara İlişkin Çözüm Sonuçları.....	51
5.2.1. Dikdörtgen silindir bir dielektrik nesneden oluşan bir saçılmaya ilişkin çözüm ($\mu=2$, $\epsilon=3$)	51
5.2.2. Dairesel silindir şeklindeki bir dielektrik nesneden oluşan bir saçılmaya ilişkin çözüm ($\mu=2$, $\epsilon=3$)	61
6. SONUÇ	66
KAYNAKLAR	68
ÖZGEÇMİŞ	71

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Üç Boyutlu Gelen Düzlemsel Dalga	6
Şekil 3.1. A noktası üzerinde $f(x)$ fonksiyonunun türevinin ileri, geri ve merkezi farkları ile hesabı.....	17
Şekil 3.2. Yüzey Denklik Teoremi	21
Şekil 3.3. Seyrek matris örüntüsü	26
Şekil 4.1. Alan bileşenlerinin 3 boyutlu Yee Hücresindeki konumları	33
Şekil 4.2. Alan bileşenlerinin 2 boyutlu Yee hücresindeki konumları.....	38
Şekil 5.1. Sonsuz uzunluktaki şerit ve bu şerit üzerine gönderilen TE_z kutuplu düzlem dalga [27]	42
Şekil 5.2. Balanis tarafından RCS grafiği [27]	45
Şekil 5.3. FDFD yöntemi ile yapılan $\omega = 2\lambda$ için çözüm grafiği.....	47
Şekil 5.4. FDFD yöntemi ile yapılan $\omega=2\lambda$ Saçılmanın Polar çizimi	48
Şekil 5.5. Saçılmanın olduğu $\omega=2\lambda$ genişliğindeki şeridin şekli.....	49
Şekil 5.6. FDFD yöntemi ile yapılan $\omega=10\lambda$ için çözüm grafiği	50
Şekil 5.7. FDFD yöntemi ile yapılan $\omega = 10\lambda$ Saçılmanın Polar çizimi	51
Şekil 5.8. Gelen Dalga (TE_z) H_z^i Bileşeni	52
Şekil 5.9. Gelen Dalga (TE_z) E_x^i Bileşeni.....	52
Şekil 5.10. Gelen Dalga (TE_z) E_y^i Bileşeni.....	53
Şekil 5.11. Dikdörtgen silindir dielektrik nesne	53
Şekil 5.12. Yakın alan saçılan Elektrik Alanın E_x^s Bileşeni.....	55
Şekil 5.13. Yakın alan saçılan Elektrik Alanın E_y^s Bileşeni.....	55

Şekil 5.14. Yakın alan saçılan Elektrik Alanın E_z^s Bileşeni.....	56
Şekil 5.15. Yakın alan saçılan Elektrik Alanın H_x^s Bileşeni.....	56
Şekil 5.16. Yakın alan saçılan Manyetik Alanın H_y^s Bileşeni	57
Şekil 5.17. Yakın alan saçılan Elektrik Alanın H_z^s Bileşeni.....	57
Şekil 5.18. Dikdörtgen dielektrik nesneden oluşan saçılma grafiği.....	58
Şekil 5.19. Saçılmanın polar çizimi	59
Şekil 5.20. Dikdörtgen nesneden farklı gelen dalga açıları ile oluşan SW grafiği	60
Şekil 5.21. Dikdörtgen silindir nesneden farklı gelen dalga açıları ile oluşan SW Polar grafiği.....	61
Şekil 5.22. Dairesel silindir dielektrik nesne	62
Şekil 5.23. 0° derece ile gelen dalga açısı için SW	63
Şekil 5.24. Polar 0° derece ile gelen dalga açısı için SW	63
Şekil 5.25. 60° derece ile gelen dalga açısı için SW	64
Şekil 5.26. Polar 60° derece ile gelen dalga açısı için SW	64
Şekil 5.27. Dairesel silindir nesneden farklı gelen dalga açıları ile oluşan SW grafiği.....	65
Şekil 5.28. Dairesel silindir nesneden farklı gelen dalga açıları ile oluşan SW polar grafiği	65

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 3.1. Yöntemlerin Karşılaştırma Tablosu	15

1. GİRİŞ

Elektromanyetik problemler üzerinde parametreler arttıkça hesaplamalar karmaşılaşır ve problemin çözüm basamaklarını takip etmek zorlaşır. Hatta ileri düzey çalışmalarda oluşturulan denklemlerin analitik çözümü imkânsız hale gelir.

Problemlerin çözümünde analitik yöntemlerin artık sonuç vermesi zorlaştığından, bu alandaki çalışmalar zamanla nümerik yöntemlere yönelmiştir. Nümerik yöntemler içerisinde probleme göre kullanılacak yöntemler seçilerek, problemin çözümünden önce gerekli olan ortamın, malzemenin vb. bölümlerin modellenmesi gerekir. Modellemenin gerçek yapıya olan benzerliği, çözümün de gerçek sonuca yakınlığını belirler. Problem içerisindeki bilinen ve bilinmeyenlerin nümerik değerlere dönüşmesi sonrasında, sayısal değerler işlenerek çözüme ulaşılır.

Problemlerin çözümü için birçok teknik geliştirilmiş olup, bu tekniklerin her birinin koşullara göre avantajları ve dezavantajları mevcuttur. Örneğin; kimi teknikte geometrik yapı avantaj sağlarken, kimi teknikte ortamın dağılımı avantaj sağlar. Söz konusu tekniklerden yaygın olarak kullanılanlar; MoM (Method of Moment-Moment Metodu), FEM (Finite Element Method - Sonlu Elemanlar Metodu), FDTD (Finite Difference Time Domain - Zaman Düzleminde Sonlu Farklar) metotlarıdır.

Bu tezde FDFD yöntemi tercih edilmiş olup, bir malzeme üzerinden oluşan saçılma problemi çözülmektedir. FDFD metodu daha az karmaşık yapıda bir yöntem olmasına karşın, işlenecek olan nümerik değerlerin çok olması sebebiyle daha fazla bilgisayar desteğine ihtiyaç duymaktadır.

FD (Finite Difference-Sonlu Farklar) Metodu ilk olarak A.Thom [1] tarafından 1920'lerde kareler metodu (method of squares) adı altında lineer olmayan hidrodinamik denklemleri çözmek için geliştirilmiştir. Daha sonrasında metot

birçok alandaki problemlerin çözümü için kullanılmıştır. Bunlardan bazıları dielektrik dalga kılavuzu modları [2], zaman düzleminde Sonlu Eleman Green's fonksiyon metodunun kullanıldığı dalga kılavuzu saçılma harmonik problemlerinin çözümleri [3], insan bedeninde emilen enerjinin dağılımının nümerik hesabı [4], özdeğer problemleri [5], üç boyutlu frekans düzleminde sonlu eleman saçılma hesaplamaları [6] şeklinde sayılabilir.

C. Rappaport'un makalelerinde kayıplı bir katman kullanılarak saçılan alanın emilmesi önerilmiştir. Kuramsal bir ortam kullanılarak elektrik ve manyetik alan kaybının ters bir oranda işlenerek, aynı yayılma özelliklerini koruyarak, aynı hız ve yönde frekanstan bağımsız bir şekilde dalgaların zayıflaması tavsiye edilmiştir [7, 8]. Berenger boş uzay simülasyonu için yeni bir teknik tanımlamıştır [9]. R. Holland ve J. Williams tarafından ise bu teknik emici katmanın olduğu bir tasarım şeklinde kullanılmıştır. Fakat uyumlandırılan ortam yansımanın olmadığı elektromanyetik dalgaların emildiği başka bir ortam ile değiştirilmiştir. Böylece tam bir PML (Perfect Matched Layer - Mükemmel Uyumlu Katman) tasarımı yapılmıştır [10].

Bu tez çalışmasında çözümü yapılacak ortamın modellemesi yapılmıştır. Bu modellemenin yapımı esnasında problem kısımlara ayrılarak her birinin modellemesi ayrı şekilde oluşturulup, kısımlar sonradan birleştirilerek sonuca ulaşılmaya çalışılmıştır. Bu modellemenin de simülasyonunun oluşumu için Matlab paket programının ortamı kullanılmıştır.

Öncelikli olarak elektromanyetik bir saçılmanın ve propagasyonun oluşabilmesi için, başlangıcı oluşturacak olan gelen bir dalganın varlığı gereklidir. Problemin başlama noktası olarak TE_z (Transverse Electric Waves – Enine Elektrik Dalgalar) modunda düzlemsel bir dalga, gelen dalga kabul edilmiş olup, tezin ikinci kısmında işlenilmektedir.

Tezin üçüncü kısmının ilk bölümünde, FDFD yöntemi ele alınarak kullanım alanlarına değinilmiş, diğer yöntemler ile karşılaştırması yapılmıştır. Daha sonrasında aynı başlık altında FDFD ile formülasyonun nasıl oluşturulduğu üzerinde durulmuştur.

Tezin üçüncü kısmının ikinci bölümünde, nümerik ortamın gerçek ortama göre farklılaştığı en önemli hususlardan biri olan çalışma yaptığımız alanın sınırlı olması hususu üzerinde durulmuştur. Gerçekte çalışma ortamının sınırlı olmamasından dolayı sınır koşullarının ciddi bir şekilde tasarlanması gerekmektedir Aksi takdirde tezde işlenilen yöntemler çok yakın sonuçlar vermeyecektir. Sınır koşullarının tanımlanmaması durumunda bu noktalardan saçılmaların görüleceği ve bunun diğer saçılan ve yansıyan dalgaları etkileyeceği önceden bilinen bir gerçektir. Bahsi geçen önlem için bu tezde ABC (Absorbing Boundary Condition – Emici Sınır Koşulu) PML tekniği sınır koşulu olarak kullanılmaktadır. Bu sayede sınıra ulaşan dalgalar PML katmanında söndürülerek saçılmalar engellenmiş ve diğer dalgaların etkilenmesi engellenmiştir.

Tezin üçüncü kısmının üçüncü bölümünde, tüm nümerik yöntemlerin önemli bir parçası olan Seyrek matris konusuna değinilmiştir. Seyrek matrislerin hangi sebeplerle kullanıldığı, hangi alanlarda kullanıldığı ve avantajları üzerinde durulmuştur. Ayrıca bu tezde seyrek matrisin ne amaçla ve hangi yapıda kullanıldığı işlenilmiştir.

Yukarıda bahsedilen bileşenler elde edildikten sonra saçılan alanların iki boyutlu FDFD formülleri dördüncü kısımda oluşturulmuştur. Tezin üçüncü kısmında değinilen FDFD yöntemi ile problem çözümünde takip edilmesi gereken üç adım;

1. Çözüm bölgesini grid parçalara ayırmak,
2. Problemin olduğu diferansiyel denklemleri sonlu farklar denklemlerine çevirmek,

3. Son olarak bu denklemleri daha önceden tanımlanmış başlangıç ve sınır koşullarına göre çözmek şeklinde tamamlanmıştır.

Tezin beşinci kısmının ilk bölümünde iki boyutlu mükemmel iletken bir şeritten oluşan saçılmaya ilişkin çözüm ile bu tezde kullanılan FDFD yöntemi ile aynı problem için elde edilmiş çözüm karşılaştırılmıştır. Tezde kullanılan yöntem dielektrik nesneden oluşan saçılmaya göre tasarlanmış olsa da dielektrik sabiti çok büyük bir değer alınarak nesnenin mükemmel iletken bir nesne gibi davranması sağlanmıştır. Matlab ortamında hazırlanmış problemin bu koşullar için elde edilen sonuçlarının grafikleri bu bölümde sunulmuştur.

Tezin beşinci kısmının ikinci bölümünde tez boyunca tasarlanan kısımlar birleştirilerek, Matlab programı ortamında problemin tamamının modellenmesi elde edilmiştir. Matlab ile hazırlanan kodların esnek yapısı sayesinde iki boyutlu olarak dikdörtgen silindir, dairesel silindir ve farklı ortam yapıları için çözüm sonuçları elde edilmiştir. Bistatik RCS (Radar Cross Section – Radar Kesit Alanı) sonuçları sunulan problemlerin farklı gelen dalga açısı için grafik çıktıları elde edilerek, değerlendirilmiştir. Bu bölümde ayrıca gelen dalga, problem ortamı ve saçılmanın olduğu nesnenin şekli, yakın alan ışıma çıktıları, SW (Scattering Width - Saçılma Genişliği) , Polar çizim grafikleri sunulmuştur. Problemin iki boyutlu olması sebebiyle RCS grafikleri yerine SW grafikleri sunulmuştur.

2. ELEKTROMANYETİK DÜZLEMSEL DALGA

Öncelikle problemimizde diğer alanların oluşması için başlangıç olması gereken bir gelen dalganın (incident field) tanımlanması gerekir. Söz konusu gelen dalga, Şekil 2.1 üzerinde görüldüğü gibi bir noktadan gönderilen düzlemsel bir dalgadır. Gelen dalganın konumu şekil üzerinde küresel ve kartezyen düzlemlerde gösterilmektedir. Şekil üzerinde gelen dalganın elektrik alan bileşeni $\vec{E}$, manyetik alanı bileşeni $\vec{H}$, yayılma vektörü $\hat{k}$, konum vektörü $\hat{r}$ ifadeleri ile belirtilir. Şekil 2.1'deki dalga için elektrik alan ifadesi;

$$\vec{E} = (E_{\theta}\hat{\theta} + E_{\phi}\hat{\phi})e^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (2.1)$$

biçiminde ifade edilir.

E_{θ} ve E_{ϕ} ifadeleri vektörel olarak ifade edilmiş olan elektrik alanının küresel koordinat sistemindeki θ ve ϕ bileşenlerinin genlik değerlerini ifade etmektedir.

Yayılma vektörü ve konum vektörü kartezyen düzlemin bileşeni olan x, y ve z eksenlerindeki bileşenlerine ayrılarak yazıldığında

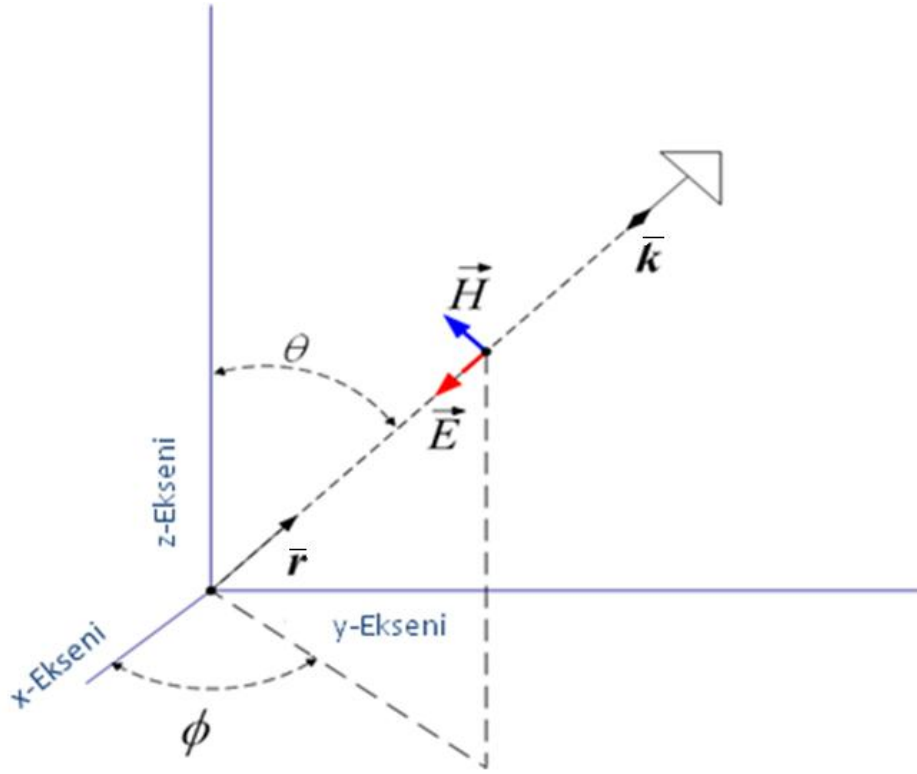
$$\vec{k} = -k(\hat{x}\sin\theta_{inc}\cos\phi_{inc} + \hat{y}\sin\theta_{inc}\sin\phi_{inc} + \hat{z}\cos\theta_{inc}) \quad (2.2)$$

$$\vec{r} = \hat{x}x + \hat{y}y + \hat{z}z \quad (2.3)$$

eşitlikleri elde edilir.

Yukarıdaki ifadelerde kullanılan $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$ ifadeleri kartezyen koordinat sistemindeki yön vektörleri (birim vektörleri), k ifadesi ise yayılma vektörünün

genlik değerini gösterir. Yayılma vektörü, konum vektörüne ters yönde olduğu için eksi ile ifade edilir.



Şekil 2.1. Üç Boyutlu Gelen Düzlemsel Dalga

Gelen dalganın elektrik alan ifadesi küresel düzlemden kartezyen düzleme dönüştürüldüğünde x bileşeni

$$E_{x0} = E_{\theta} \cos \theta_{inc} \cos \phi_{inc} - E_{\phi} \sin \phi_{inc} \quad (2.4)$$

y bileşeni;

$$E_{y0} = E_{\theta} \cos \theta_{inc} \sin \phi_{inc} + E_{\phi} \cos \phi_{inc} \quad (2.5)$$

z bileşeni;

$$E_{z0} = -E_{\theta} \sin \theta_{inc} \quad (2.6)$$

şeklinde yazılır.

Manyetik alana ilişkin x bileşeni;

$$H_{x0} = \frac{1}{\eta} (E_{\phi} \cos \theta_{inc} \cos \phi_{inc} + E_{\theta} \sin \phi_{inc}) \quad (2.7)$$

y bileşeni;

$$H_{y0} = \frac{1}{\eta} (E_{\phi} \cos \theta_{inc} \sin \phi_{inc} - E_{\theta} \cos \phi_{inc}) \quad (2.8)$$

z bileşeni;

$$H_{z0} = \frac{1}{\eta} (-E_{\phi} \sin \theta_{inc}) \quad (2.9)$$

olarak ifade edilir.

2.1. Gelen Dalga İfadeleri

Eşitliklere son şeklini verebilmek için Eş. 2.2 ve Eş. 2.3 denklemlerindeki $\hat{k}$ ve $\hat{r}$ ifadelerine nokta çarpımı uyguladığımızda gelen elektrik alan ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E_{inc,x} = (E_{\theta} \cos \theta_{inc} \cos \phi_{inc} - E_{\phi} \sin \phi_{inc}) \cdot e^{+jk(x \sin \theta_{inc} \cos \phi_{inc} + y \sin \theta_{inc} \sin \phi_{inc} + z \cos \theta_{inc})} \quad (2.10)$$

$$E_{inc,y} = (E_\theta \cos \theta_{inc} \sin \phi_{inc} + E_\phi \cos \phi_{inc}) e^{+jk(x \sin \theta_{inc} \cos \phi_{inc} + y \sin \theta_{inc} \sin \phi_{inc} + z \cos \theta_{inc})} \quad (2.11)$$

$$E_{inc,z} = (-E_\theta \sin \theta_{inc}) e^{+jk(x \sin \theta_{inc} \cos \phi_{inc} + y \sin \theta_{inc} \sin \phi_{inc} + z \cos \theta_{inc})} \quad (2.12)$$

Aynı şekilde manyetik alan ifadeleri de

$$H_{inc,x} = \frac{1}{\eta} (E_\phi \cos \theta_{inc} \cos \phi_{inc} + E_\theta \sin \phi_{inc}) e^{+jk(x \sin \theta_{inc} \cos \phi_{inc} + y \sin \theta_{inc} \sin \phi_{inc} + z \cos \theta_{inc})} \quad (2.13)$$

$$H_{inc,y} = \frac{1}{\eta} (E_\phi \cos \theta_{inc} \sin \phi_{inc} - E_\theta \cos \phi_{inc}) e^{+jk(x \sin \theta_{inc} \cos \phi_{inc} + y \sin \theta_{inc} \sin \phi_{inc} + z \cos \theta_{inc})} \quad (2.14)$$

$$H_{inc,z} = \frac{1}{\eta} (-E_\phi \sin \theta_{inc}) e^{+jk(x \sin \theta_{inc} \cos \phi_{inc} + y \sin \theta_{inc} \sin \phi_{inc} + z \cos \theta_{inc})} \quad (2.15)$$

olarak elde edilir.

Gelen dalga'nın boşlukta olduğu kabul edilirse, bu denklemler içerisinde kullanılan boşluk empedansı $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$ ohm şeklinde alınır.

Tezde kullanacak iki boyutlu denklemleri elde edebilmek için, üç boyutlu denklemlerde $\theta_{inc} = 90^\circ$ alınarak üç adet denklem elde edilir. Gelen alanların modellenmesinde; TE_z modunda veya TM_z (Transverse Magnetic Wave – Enine Manyetik Dalga) modunda dalga kullanılır.

TE_z modunda dalgalar için gelen dalganın elektrik alan ifadelerinin sırasıyla x ve y bileşenleri;

$$E_{inc,x} = \sin \phi_{inc} \eta H_m e^{+jk(x \cos \phi_{mc} + y \sin \phi_{mc})} \quad (2.16)$$

$$E_{inc,y} = -\cos \phi_{inc} \eta H_m e^{+jk(x \cos \phi_{mc} + y \sin \phi_{mc})} \quad (2.17)$$

ve manyetik alan ifadesi z bileşeni;

$$H_{inc,z} = H_m e^{+jk(x \cos \phi_{mc} + y \sin \phi_{mc})} \quad (2.18)$$

olarak elde edilir.

TM_z modunda dalgalar için ise gelen dalganın manyetik alan ifadelerinin sırasıyla x ve y bileşeni ve elektrik alan z bileşeni ifadeleri

$$H_{inc,x} = -\sin \phi_{inc} \frac{1}{\eta} E_m e^{+jk(x \cos \phi_{mc} + y \sin \phi_{mc})} \quad (2.19)$$

$$H_{inc,y} = \cos \phi_{inc} \frac{1}{\eta} E_m e^{+jk(x \cos \phi_{mc} + y \sin \phi_{mc})} \quad (2.20)$$

$$E_{inc,z} = E_m e^{+jk(x \cos \phi_{mc} + y \sin \phi_{mc})} \quad (2.21)$$

olarak elde edilir.

Yukarıdaki ifadelerde kullanılan E_m ve H_m katsayıları gelen dalganın elektrik ve manyetik alanlarının genlik değerlerini ifade etmektedir [11].

3. NÜMERİK PROBLEMİN BİLEŞENLERİ

Nümerik analiz; analitik yöntemlerle çözülemeyen problemleri çözmek için kullanılan yöntemler bütünüdür. Nümerik yöntemler çözümü yapılacak olan yapıyı çok küçük birimlere ayırarak birimsel yapılar oluşmasını sağlar. Böylece kullanılacak integral, diferansiyel denklemleri gibi matematiksel işlemlerin en temel yapıları oluşturularak, elde edilen birimsel yapılar üzerinden hesaplar yapılması mümkün olur.

Nümerik yöntemlerdeki en çok üzerinde durulan husus sonuca en yakın nümerik sonucu elde edebilmektedir. Çünkü nümerik yöntemler asıl problem ve problemin olduğu ortamın modellemesini oluşturmayı esas alır. Bu sayede modellenmiş basit yapılarla hesaplamalar daha kolay hale gelir. Bununla beraber modellemenin yapılması ile birlikte asıl problem ve ortamından belli miktar ve oranlarda sapmalar olmaktadır. Problemin çözümü içerisinde her basamakta bahsi geçen sapmalarda hesaplamalar içerisinde yer alarak, sonuçta belli farklar oluşmasına sebep olur. Nümerik yöntemler kullanılarak çözülen problemlerde söz konusu sapmaların çok az olması veya hiç olmaması istenir.

Yukarıda bahsi geçen sapmaları en düşük seviyede tutabilmek için çok farklı nümerik yöntemler geliştirilmiştir. Zaman içerisinde geliştirilmiş olan nümerik yöntemlerden hangisinin daha yakın sonuç verdiğine dair kesin bir karar yoktur. Bununla beraber çözümü yapılacak problem ortamına, probleme göre farklı nümerik yöntemler tercih edilebilir. Nümerik yöntemin kullanılacağı bilimsel alan, ortam yapısı, geometrik yapı vb. hususlar belirlendikçe en iyi yöntem de belirlenir.

Elektromanyetik alan problemleri içerisinde yer alan diferansiyel denklemlerin karmaşıklığı, ortamın homojen olmaması, sınır koşulları gibi faktörlerin dâhil olması ile problem karmaşılaşır ve sonucu etkileyen parametrelerin değerlendirilememesi sebebiyle sonucun hata oranı artar. Bu nedenle

elektromanyetik problemlerin analitik yöntemlerle çözümü nadir karşılaşılan bir durumdur.

Problemlerin çözüm süreçlerinin takibinin yapılabilmesi ve daha basit bir hale getirilebilmesi için nümerik modelleme yöntemleri kullanılır. Nümerik modelleme yöntemleri bilgisayar kaynaklarının da gelişmesi ile daha da ön plana çıkmış ve doğruya çok yakın sonuçlara ulaşma imkânı sunmaya başlamıştır.

Analitik yöntemlerin, problemlerin çözümü için yukarıda belirtilen sebeplerden dolayı çok elverişli olmaması sebebiyle nümerik yöntemler yaygınlaşmıştır. Böylece en doğru sonucu bulabileceğini savunan birçok yöntem geliştirilmiştir. Buna rağmen, her yöntemin her problem için elverişli olmadığı görülmüştür. Bu sebeple problemde kullanılan cisimlerin şekline ve cismin malzeme özelliğine, ortamın yapısına göre birçok yöntem geliştirilmiştir. Bunlardan en yaygın şekilde kullanılanlar FDFD, FDTD, FD, FEM ve MoM, MOL (Method of Lines – Çizgiler Metodu), BEM (Boundary Element Method – Sınır Eleman Metodu), SDA (Strong Discontinuity Approach – Güçlü Süreksizlik Yaklaşımı) yöntemleri sayılabilir. Bahsi geçen yöntemler, tabi ki sadece elektromanyetik problemlerde kullanılmamış, matematik, fizik, kimya dünyasında da yerlerini almıştır.

Nümerik yöntemler 1960'lı yılların ortalarında bilgisayarların ortaya çıkmasıyla kullanılmaya başlanılmıştır. Takip eden zaman içerisinde de çok zor olduğu için üzerinde çalışılmayan Elektromanyetik Problemler üzerinde çok sıkı çalışmalar başlamıştır. Nümerik yöntemler ile çalışmanın bir diğer avantajı da çok yüksek matematik ve fizik bilgisine gerek kalmaması ve çok yüksek maliyetli laboratuvarlar yerine bilgisayar ortamlarının kullanılmasıdır. Bu sayede birçok eğitimli kişinin çalıştığı kalabalık gruplara gerek duyulmamaktadır [12].

3.1. Başlıca Kullanılan Nümerik Yöntemler

3.1.1. Moment metodu

Moment metodu elektromanyetik problemlerin çözümü için Harrington [13] tarafından geliştirilmiş en popüler nümerik yöntemlerden biridir.

Elektromanyetik problem öncelikle bir integral denklemi olarak modellenerek, bilinmeyen fonksiyon kesin olarak bilinen şekilsel fonksiyonların lineer bileşimi ile yaklaşık olarak ifade edilir. Son aşama ise operatör denklemlerini matris denklemleri haline getirmektir. Bu da operatör fonksiyonları bir takım ağırlık fonksiyonları ile sayıl çarpım yaparak elde edilir. Moment metodundaki en önemli engel metodun uygulamasında kullanılan operatör denkleminin çekirdeği olan Green's fonksiyonun oluşturulmasıdır.

Bununla birlikte, Moment Metodu boyut küçültmeyi de sağlamaktadır. Üç boyutlu bir problemin çözümünü gerçekleştirirken iki boyutlu yüzeyler üzerinde integral denklemleri ile, iki boyutlu bir problemin çözümünü gerçekleştirirken bir boyutlu eğri üzerinde integral denklemleri ile modellemeler oluşturulur. Bu sayede de problem içerisindeki bilinmeyenlerin sayısı düşer [14].

3.1.2. Sonlu elemanlar metodu

Sonlu Elemanlar Metodu, günümüzde karmaşık mühendislik problemlerinin hassas olarak çözülmesinde etkin olarak kullanılan bir sayısal metottur. İlk defa 1956 yılında uçak gövdelerinin gerilme analizi için geliştirilmiş olan bu metodun, daha sonraki on yıl içerisinde uygulamalı bilimler ve mühendislik problemlerinin çözümünde de kullanılabileceği anlaşılmıştır. Daha sonraki yıllarda ise Sonlu Elemanlar Metodu ve çözüm teknikleri hızlı gelişmeler kaydetmiş ve günümüzde birçok pratik problemin çözümü için kullanılan metotlardan birisi olmuştur. Metodun değişik mühendislik alanları için bu kadar popüler olmasının ana nedenlerinden birisi genel bir bilgisayar

programının yalnız giriş verilerini değiştirerek herhangi bir özel problemin çözümü için kullanılabilmesidir.

Sonlu elemanlar metodundaki temel düşünce, karmaşık bir probleme, problemi basite indirgeyerek bir çözüm bulmaktır. Esas problemin daha basit bir probleme indirgenmiş olması nedeni ile kesin sonuç yerine yaklaşık bir sonuç elde edilmekte, ancak bu sonucun çözüm için daha fazla çaba harcayarak iyileştirilmesi ve kesin sonuca çok yaklaşılmaması, hatta kesin sonuca ulaşılması mümkündür.

Sonlu Elemanlar Metodunda, çözüm bölgesi çok sayıda basit, küçük, birbirine bağlı, sonlu eleman adı verilen alt bölgelere ayrılır. Sonlu Elemanlar Metodunda katı, sıvı veya gaz gibi gerçek cisimler birbirine bağlanmış, sonlu eleman adı verilen alt bölümler ile tarif edilir. Bu elemanlar birbirlerine düğüm noktası adı verilen özel noktalardan bağlanır. Düğüm noktaları genellikle elemanların birbirine bağlandıkları yerler olan eleman sınırlarında bulunurlar.

Sonlu elemanlar yöntemiyle yapılan çalışmalarda aşağıdaki adımlar izlenir.

1. Yapının veya çözüm bölgesinin elemanlara ayrılması,
2. Her elemanın özelliklerinin formüle edilmesi, eleman katılık matrislerinin ve yük vektörlerinin bulunması,
3. Yapının veya çözüm bölgesinin sonlu elemanlar modelinin elde edilebilmesi için elemanların birleştirilmesi,
4. Bilinen yüklerin (kuvvet ve/veya moment) uygulanması şeklindedir [15].

3.1.3. Zaman düzleminde sonlu farklar metodu

Kane Yee [16] tarafından ortaya atılan FDTD yöntemi, güçlü bir sayısal teknik olup, pek çok elektromanyetik problemin çözümünde başarıyla uygulanmaktadır [17].

Nümerik yöntemlerde denklemlere sürekli değil, ayırık yaklaşım söz konusudur. Çünkü ayırık yaklaşım, bilgisayar yardımıyla denklemlerin çözümünde büyük kolaylıklar sağlar. Bu çalışmada kullanılan FDFD yöntemi de bu esasa göre oluşturulmuştur. FDTD yöntemi, diferansiyel formdaki Maxwell denklemlerinin doğrudan zaman düzleminde üç boyutlu olarak ayrıklaştırılıp çözülmesidir.

Maxwell'in rotasyonel denklemlerindeki diferansiyel operatörler sayısallaştırılıp, sonlu farklar eşdeğeri ile değiştirilir. Böylece elde edilen ayırık denklemler ele alınan yapıya ait sınır koşulları da sağlanarak iteratif olarak çözülürken, ilgili yapıdaki elektromanyetik dağılım simüle edilmiş olur. FDTD yöntemi uygulanırken sınırlı sayıda hücre kullanıldığından yapay sınırlardan yansımalar olur. Bu yansımaların giderilmesi için sınır koşulları uygulanarak daha verimli sonuçlar elde edilir. Zaman Düzleminde Sonlu Farklar Metodunda, üç boyutlu problemlerde uzaydaki ayrıklaştırma, Yee tarafından önerilen birim hücre kullanılarak gerçekleştirilir [18].

FDTD yöntemi temel olarak Maxwell denklemlerinin doğrudan zaman bölgesinde çözümünü sağlar. Merkezi Sonlu Farklar yaklaşımı kullanılarak rotasyonel bağıntıları zamana ve konuma göre ayrıklaştırılır. Elektrik ve manyetik alan bileşenlerine ait ayrıklaştırılmış denklemler bilgisayar ortamında iteratif olarak çözülerek modellenen yapının zaman cevabı elde edilir.

FDTD hücrelerinin dikdörtgen şeklindeki yapısı nedeniyle silindirik ya da küresel geometrilerde basamak etkisi oluşur ve eğrisel yapıya sahip yüzeyler ancak yaklaşık olarak modellenebilir.

Standart FDTD simülasyonunda hata miktarını azaltmak için hesap uzayının tamamında hücre boyutu küçültülebilir. Fakat hücre boyutunun küçültülmesi, problem uzayı içerisindeki toplam hücre sayısını çok fazla artırır. Courant

kararlılık kriterini sağlamak için zaman adımını da küçültmek gerektiğinden simülasyon süresi önemli derecede uzar. Tamamen küçük grid yapılar ile modelleme yapılması, fazla bilgisayar kaynakları gerektirdiği ve aşırı hesap yükü oluşturduğu için pratik değildir [17].

3.1.4. Frekans düzleminde sonlu farklar metodu

FDFD yöntemi diğer kullanılan yöntemlere göre daha kolaydır. Bu yöntemin günümüze kadar yaygın bir şekilde kullanılmamasının en büyük sebebi diğerlerine göre daha çok bilgisayar kaynağına ihtiyaç duymasından dolayıdır. Yöntemlere ilişkin bir karşılaştırma Çizelge 3.1’de görülmektedir.

Çizelge 3.1. Yöntemlerin Karşılaştırma Tablosu [19]

Metod	Analitik Zorluk	Açık/ Kapalı Problem	Materyal Kullanımı	Geometrik Esneklik	Normal/ Seyrek Matris	Depolama	İşlemci Zamanı
FD	-	Kapalı	İyi	İyi	Seyrek	Çok	Çok
MOL	Çok	Kapalı	Sınırlı	Sınırlı	Seyrek	Ortalama	Az
FEM	Az	Kapalı	Çok iyi	Çok İyi	Seyrek	Çok	Ort./Çok
MoM	Ortalama	Açık	Sınırlı	İyi	Normal	Ortalama	Ortalama
BEM	Ortalama	Açık	Sınırlı	İyi	Normal	Ortalama	Ortalama
SDA	Çok	Açık	Sınırlı	Sınırlı	Normal	Az	Az

Ancak her yöntemin kendisine göre avantajları ve dezavantajları mevcuttur. FDFD yönteminin avantajları kısaca aşağıdaki şekilde açıklanabilir [20].

- i) FDFD yönteminde analitik bir çözüme ihtiyaç duyulmamaktadır. Böylece başlangıç için karmaşık integral hesapları gerektiren problemlerde tercih edilmektedir.
- ii) Çizelge 3.1’de belirtildiği üzere FD yöntemi kapalı problemlerde kullanılmasına rağmen, FDFD yönteminin açık problemlerde de kullanılması mümkün olmuştur.

iii) FDFD yöntemi homojen olmayan yapılarda kolayca uygulanabilmektedir. Bir iterasyon yöntemi olması ve bir sonraki düğüm (node) üzerindeki değeri bir önceki düğüm üzerindeki değerin belirlemesi sebebiyle ortamın homojen olmaması problem çözümünü zorlaştırmaz. FDFD yönteminde karmaşık geometrik yapıların çözümü esnekliği sayesinde daha kolaydır.

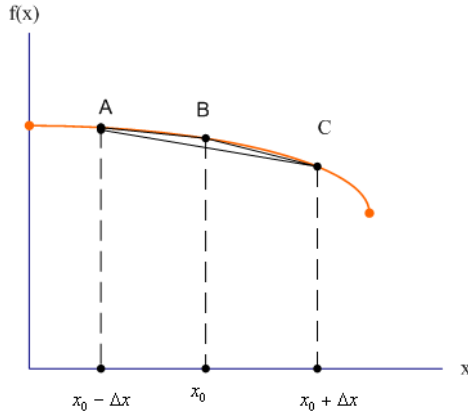
iv) FDFD yönteminde $Ax=y$ denkleminin çözümü kullanılır. Bu denklemde katsayıların oluşturduğu A matrisi bir seyrek matristir. Seyrek matrisler sıfır olan değerlerin saklanmadığı yapılar olması sebebiyle daha az hafıza ve işlem gücüne ihtiyaç duyar.

v) FDFD yönteminde büyük boyuttaki matrislerden dolayı rutin işlem sayısının fazla olmasına karşın FDTD gibi zaman düzleminde işleyen yöntemlerdeki zamana bağlı süreçlerin görülmemesi sebebiyle daha doğru sonuçlar sunulabilmektedir.

FDFD problemlerin çözümünde takip edilmesi gereken basamakları üçe ayırabiliriz.

1. Çözüm bölgesini ızgaralara (gridlere) ayırmak,
2. Problemin oluşturduğu diferansiyel denklemleri sonlu farklar denklemlerine çevirmek,
3. Son olarak bu denklemleri daha önceden tanımlanmış başlangıç ve sınır koşullarına göre çözmek.

Parçalı diferansiyel bir denklemin çözümü için kullanılacak sonlu farklar yönteminin kullanımı, aslen fonksiyonun nümerik olarak türevini alarak sonlu fark yaklaşımı oluşturmak üzerine kurulur. Bir diğer ifade şekliyle, problemin esasını oluşturan fonksiyonların nümerik olarak türevini alarak (Şekil 3.1) yaklaşık çözüm oluşturmayı amaçlar.



Şekil 3.1. A noktası üzerinde $f(x)$ fonksiyonunun türevinin ileri, geri ve merkezi farkları ile hesabı

Şekil 3.1'e göre yapılacak türev hesabına göre ileri fark formülü;

$$f'(x_0) \cong \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (3.1)$$

geri fark formülü;

$$f'(x_0) \cong \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \quad (3.2)$$

merkezi fark formülü;

$$f'(x_0) \cong \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (3.3)$$

olarak elde edilir. $f'(x_0)$ ifadesi x_0 noktasında $f(x)$ fonksiyonun türevini gösterir. Ortamları, şekilleri vb. ızgara yapıya bölündüğünde Şekil 3.1 üzerindeki fonksiyonu da ızgara yapıya bölünerek x eksenine göre iki düğüm arasındaki fark Δx ile ifade edilir.

Yukarıda elde edilen formüllerden, merkezi fark formülü kullanıldığında diferansiyel eşitlikler

$$\frac{\partial F(x, y, z)}{\partial x} = \frac{F(i + \frac{1}{2}, j, k) - F(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} + O(\Delta x)^2 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial F(x, y, z)}{\partial y} = \frac{F(i, j + \frac{1}{2}, k) - F(i, j - \frac{1}{2}, k)}{\Delta y} + O(\Delta y)^2 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial F(x, y, z)}{\partial z} = \frac{F(i, j, k + \frac{1}{2}) - F(i, j, k - \frac{1}{2})}{\Delta z} + O(\Delta z)^2 \quad (3.6)$$

biçiminde elde edilir [12].

Sonlu farklar yönteminde kullanılmak üzere Eş. 3.1, Eş. 3.2, Eş. 3.3 denklemleri elde edilmiş olup, bunlardan tezde kullanılmak üzere merkezi fark formüllerine ilişkin ileriki adımlar oluşturulmuştur. Bu denklemlerden hangisinin, hangi tür problemlerde kullanılabileceği hususu problemin başlangıç değerleri, sınır koşulları ve cisim veya ortamın geometrik yapısı vb. ile belirlenir. Problem ortamının ızgaralar ile bölünmesi sonrasında bu denklemlerden biri belirlenerek, başlangıç değerleri atanır ve iterasyona başlanılır.

Merkezi fark formülü esas alınarak Kartezyen koordinat sisteminde Eş. 3.4, Eş. 3.5, Eş. 3.6 denklemlerinden de görüldüğü gibi her bir hücreye ilişkin düğüm değerleri bir önceki ve bir sonraki düğüm değeri ile belirlenir. Bu durum tüm problemin çözümü için iterasyonu ve tüm yapıyı küçük adımlar ile ortaya çıkarmayı sağlar.

Elektromanyetik dalgaların, elde edilen denklemler sayesinde frekans düzlemindeki Maxwell denklemlerinin iterasyonu sonucu, FDFD yöntemi ile modellenmesi sağlanır. Böylece elektromanyetik bir dalganın ilerleyişi ve davranışı kolay bir şekilde modellenmiş olur. FDFD yönteminin anlatılan yapısı sayesinde diğer nümerik modelleme yöntemlerine göre çok basit ortam ve cisim modellemesini sağlar ve iterasyonu başlattıktan sonra herhangi bir ilave hesaplama yapılmasına gerek kalmaksızın problem alanı boyunca dalga değerleri elde edilir.

3.2. Mükemmel Uyumlu Katmanlar –Emici Sınır Koşulu

Nümerik bir problemin çözümünü oluştururken, sonsuz açık uzayda olduğu gibi saçılan dalgalar uzaklaşarak kaybolmaz, çünkü nümerik modelleme için bir çözüm bölgesi oluşturulur ve hesaplamalar bu bölgede gerçekleşir. Bu sebeple saçılan dalgaların tekrar saçılmaması veya kırılmaması için yapay sınırlar oluşturulur. Bu yapay sınırların amacı saçılan dalgaları emerek söndürmektir. Böylece diğer alan ve hesaplamaların etkilenecek sonucun bozulması engellenmiş olur.

Kullanılan ABC yöntemlerinden en etkili ve esnek olanı Berenger tarafından geliştirilmiş olan tekniktir [27]. Berenger'in yöntemi çözüm bölgesi etrafında yansımanın hiç olmadığı ve gelen dalganın bu katman içerisinde sönmesini sağlayan bir PML üzerine kurulmuştur.

Bu katman öncelikle dalganın giderek sönmesini sağlayan bir elektrik ve manyetik iletkenlikli bölge ile başlar ve en dışta PEC (Perfect Electrical Conductor - Mükemmel Elektrik İletken) kısmı ile son bulur. Teorik olarak gelen dalgalar söner ve PEC üzerinden yansıma olmadığı kabul edilir. Fakat normal koşullarda dalga sıfır olmaz. Bu sebeple bazı araştırmacılar başka bir PML kullanarak ters yönde de sönme çalışması yapmışlardır.

Söz konusu yansımayı en asgariye indirmek için PML'in boşluğa bakan yüzünde iletkenlik sıfır kabul edilerek $\sigma_{\max}$ (maksimum iletkenlik) değerine kadar yükselir. $\sigma_{\max}$ değeri ise aşağıdaki gibi hesaplanır [9].

$$\sigma_{\max} = -\frac{\varepsilon_0 c (n+1) \ln[R(0)]}{2\delta_{PML}} \quad (3.7)$$

Burada

- n: 0 sabit iletkenlik
- 1 lineer iletkenlik
- 2 parabolik iletkenlik

ε_0 boşluğun dielektrik sabitini (8.85×10^{-12} F/m) ifade etmektedir. δ_{PML} , PML katman kalınlığı, c (3×10^8 m/s) ışık hızı, $R(0)$ ise gelen dalga normalindeki yansıma faktörüdür [28].

Emici katmandaki iletkenlik dağılımı ($\sigma(h)$) ise aşağıdaki şekildedir.

$$\sigma(h) = \sigma_{\max} \left(\frac{h}{\delta_{PML}} \right)^{n+1} \quad (3.8)$$

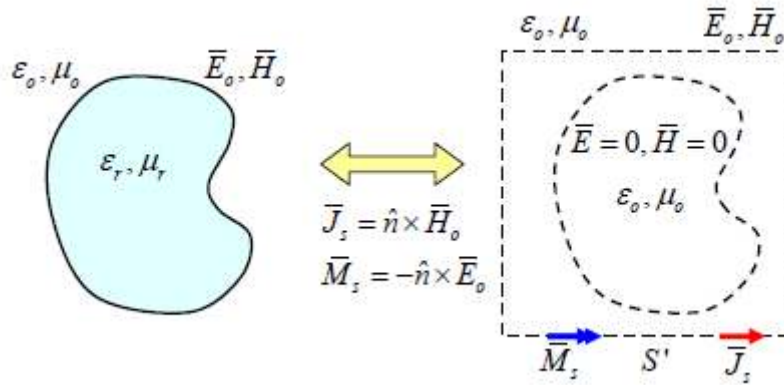
Burada h PML'in boşluğa bakan yüzünden PML içinde bulunulan noktaya olan uzaklıktır.

Kullanılan PML sayesinde sınırlardan olan saçılmalar engellendiği gibi problem bölgesinin sonsuz boşluktan bir kesit gibi davranması sağlanır.

3.3. Yakın Alandan Uzak Alana Dönüşüm

FDFD metodu saçılmanın olduğu cismin etrafındaki ve içindeki alanları hesaplar. Buna karşılık elektromanyetik problemlerde kullanılan ve istenilen

sonuçlar ise dalgaların uzak alandaki etkileridir. Bu durumda saçılmanın olduğu nesneden ve vericiden çok uzak bölgede elektrik ve manyetik alanların hesaplanması gerekir. Tüm nümerik yöntemlerde olduğu gibi FDFD metodunda da sınırlı bir hesap alanı vardır. Bu alanı uzak alandaki dalgaların da hesaplanıp, görülebileceği bir alana genişletmek, hesaplamaların oluşturacağı yük ve karmaşık hesapları daha basit hale getirmeyi amaçlayan nümerik yöntemlerin daha zor bir hal alması açısından mümkün değildir. Bunun yerine Yüzey Denklik Teoremi (Surface Equivalence Theorem) ile yakın alan dalgalarından uzak alan dalgalarını hesaplamak daha kolaydır.



Şekil 3.2. Yüzey Denklik Teoremi

Teklik teoremine (uniqueness theorem) göre Şekil 3.2’de gösterildiği üzere eğer saçılma olan nesneyi tamamen kaplayacak şekilde çevreleyen bir yüzeye teğet olan elektrik ve manyetik alanlar bilinirse, kaynaktan bağımsız alanlar tekil olarak belirlenir. Bir diğer ifade ile eğer iki elektromanyetik problemde de sınır teğet alanları eşit ise iki problem yer değiştirebilir.

FDFD yönteminde de aynı yol izlenilerek uzak alan dalgaları hesaplanır. Saçılmanın olduğu cisim öncelikle iki boyutlu veya üç boyutlu Huygens yüzeyi denilen bir sınır ile tamamen içine alacak şekilde çevrelenir. Tezde kullanılan ızgara yapılardan dolayı bu yüzey dikdörtgen şeklinde seçilmiştir. Şekilde de ifade edilen sanal olarak üretilmiş elektrik ve manyetik akımlar bu

yüzeye teğet cisimden saçılan elektrik ve manyetik alanlardan hesaplanır. Elde edilen $\bar{J}$ ve $\bar{M}$ akımları sayesinde, sınır yüzey dışındaki saçılan alanlar hesaplanır.

Saçılmanın olduğu alanda elektrik ve manyetik akım denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\bar{J}_{total} = \hat{n}x\bar{H}_{total} = \hat{n}x(\bar{H}_{inc} + \bar{H}_{scat}) = \bar{J}_{inc} + \bar{J} \quad (3.9)$$

$$\bar{M}_{total} = \hat{n}x\bar{E}_{total} = \hat{n}x(\bar{E}_{inc} + \bar{E}_{scat}) = \bar{M}_{inc} + \bar{M} \quad (3.10)$$

$\bar{J}_{inc}$ ve $\bar{M}_{inc}$ akımları sınır yüzeyinin dışında herhangi bir alan oluşturamayacağından dolayı, bu akımlar saçılma formüllerinde kullanılmaz.

Oluşturulan yeni problem ortamında sınır yüzeyi içerisinde hiçbir kaynak kalmadığından dolayı bu bölgedeki elektrik ve manyetik alanlar da sıfır kabul edilir. Böylece yüzeydeki akımlar aşağıdaki şekilde oluşur.

$$\bar{J}_s = \hat{n}x\bar{H}_o \quad (3.11)$$

$$\bar{M}_s = \hat{n}x\bar{E}_o \quad (3.12)$$

Bu denklemlerde kullanılan $\bar{H}_o$ ve $\bar{E}_o$ sınır yüzey üzerindeki saçılan alanları, $\hat{n}$ bu yüzeye dik ve dışarı yöndeki birim vektörü ifade etmektedir. Elde edilen bu akımlar vektör potansiyelleri (vector potentials) kullanılarak uzak alan elektrik ve manyetik alanlarına dönüştürülür.

Vektör potansiyel kullanılarak elde edilen formüller aşağıdaki şekildedir.

$$\bar{E}_r = 0 \quad (3.13)$$

$$\bar{E}_\theta = 0 \quad (3.14)$$

$$\bar{E}_\phi = + \frac{je^{-jkr}}{4\pi r} (\bar{L}_\theta + \eta_0 \bar{N}_\phi) \quad (3.15)$$

$$\bar{H}_r = 0 \quad (3.16)$$

$$\bar{H}_\theta = + \frac{je^{-jkr}}{4\pi r} (\bar{N}_\phi - \frac{\bar{L}_\theta}{\eta_0}) \quad (3.17)$$

$$\bar{H}_\phi = 0 \quad (3.18)$$

(r, θ, ϕ) küresel koordinatlara göre gözlem noktasıdır.

$$\bar{N}_\theta = \iint_s (J_x \cos \theta \cos \phi + J_y \cos \theta \sin \phi - J_z \sin \theta) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \quad (3.19)$$

$$\bar{N}_\phi = \iint_s (-J_x \sin \phi + J_y \cos \phi - J_z \sin \theta) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \quad (3.20)$$

$$\bar{L}_\theta = \iint_s (M_x \cos \theta \cos \phi + M_y \cos \theta \sin \phi - M_z \sin \theta) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \quad (3.21)$$

$$\bar{L}_\phi = \iint_s (-M_x \sin \phi + M_y \cos \phi - M_z \sin \theta) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \quad (3.22)$$

r orijinden gözlem noktasına olan vektörün büyüklüğünü, r' kaynak noktası vektörünün büyüklüğünü, ψ bu iki vektör arasındaki açıyı ifade etmektedir.

Uzak alan elektrik ve manyetik alanları hesapladıktan sonra RCS hesaplanması gerekmektedir. Bu da aşağıdaki formülde iki boyutlu RCS (σ_{2-D}) ifadesi olarak verilmektedir.

$$\sigma_{2-D} = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left[2\pi\rho \frac{|E^s|^2}{|E^i|^2} \right] \quad (3.23)$$

Böylece saçılmanın uzak alandaki etkileri elde edilmiş olur. Uzak alan hesaplamalarının dönüşümsüz yapılması nümerik yöntemlerin basitleştirme amacıyla tamamen ters düşmesi ve sınırlı hesap alanının bu şekilde bir hesaplama için genişletilememesi sebebiyle daha önceden analitik yöntemler için kullanılan yakın alandan uzak alana dönüşüm yöntemlerinin kullanılması hesaplamaları kolaylaştırmaktadır.

Tezde yakın ve uzak alan dönüşümü için yüzey denklik teoremi kullanılarak, problem başka bir probleme dönüştürülmüş ve daha sonrasında Huygens yüzeyi kullanılarak, teklik teoremi uygulanarak uzak alan dalgaları hesaplanmıştır [30].

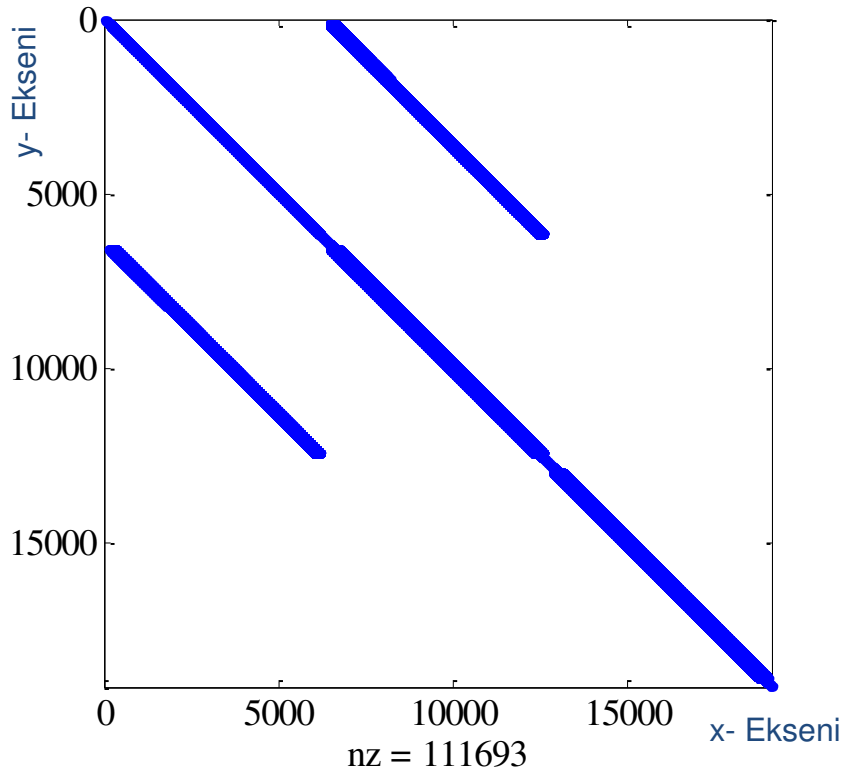
3.4. Seyrek Matris

Seyrek matris az miktarda sıfır olmayan değer içeren matristir. Seyrek matrisin en önemli özelliği yerleri ve değerleri bilinen birçok sıfırı içeren matrisleri farklı teknikler kullanarak problemlerde iş yükünden kurtulmayı sağlamasıdır. Bu sayede sıfırların kaydedilmesine ve hesaplamalara katılmasına ihtiyaç kalmaz. Bu tür matrislerde en önemli husus direkt veya tekrarlayıcı çözümlerde sonuca ulaşabilmek için doğru veri yapısını

oluşturabilmektir. 1960'larda elektrik ağlarında ilk defa seyreklik (seyreklik) genel seyrek lineer sistemler için matrislerde kullanılmıştır. Böylece bu konu üzerindeki ilk çalışmalar lineer sistemlere ilişkin problemlerin çözümü için metotlar geliştirmek şeklinde başlamıştır. Bu sayede de depolama ve hesaplama sistemleri maliyetleri üzerinde çok büyük ekonomik faydalar elde edilmiştir. Ayrıca bu yöntemle, normal çözümlere kıyasla çok daha büyük problemlerin çözümü mümkün hale gelmiştir.

Seyrek matrisler biçimlendirilmiş ve biçimlendirilmemiş olarak ikiye ayrılır. Biçimlendirilmiş matrislerde sıfır olmayan değerler belli bir düzene göre yerleşmiş, özellikle belli bir köşegen etrafına yerleşmiştir. Başka şekillerde de düzgün dağılıma sahip yapılarda olabilir. Örneğin, küçük bloklar halinde toplanmış, küçük köşegenler etrafına toplanarak dağılmış yapılarda düzgün dağılımlı seyrek matrisler kabul edilirler. Seyrek matris şeklinin hangi tip olduğu problem açısından önemli bir unsur değildir. Bu bilgi çözümü üzerine çalışılan problemin kullandığı bilgisayar kaynağını etkileyen bir etkidir. Biçimlendirilmiş yapıya sahip bir seyrek matris her zaman daha az depolama hacmi ve daha az işlemci gücü gerektirir [22].

Seyrek matrisler genellikle iterasyon yöntemleri ile çözülen problemlerde tercih edilen matris şekilleridir. Matlab kullanıcıları matrisin seyrek veya tam matris olmasına göre farklı yöntemler izlerler. Tabi ki bu yapılması zorunlu bir şey değildir. Eğer istenilirse matrisin tipinin ne olduğuna bakmaksızın çalışan genel bir kod kullanılabilir. Seyrek matlab programında matris oluşturma için kullanılan veri yapısının özelliğine bağlı bir yöntemdir. Matlab seyreklik özelliğini işlem sırasında, işlenilen tarafların seyrek olması durumunda kullanır. Böylece işlem sonucunda ortaya çıkan matris de genelde seyrek matristir. Matlab üzerinde Seyrek matris oluşturma'nın birçok yolu vardır. Bunlardan en kolayı ve en yaygın olanı "seyrek" fonksiyonudur [23].



Şekil 3.3. Seyrek matris örüntüsü

Şekil 3.3’de gösterilen grafik Bölüm 5.2’deki problemde katsayılar için kullanılan seyrek matrisin örüntüsüdür. Bahsi geçen seyrek matris, 19133X19133 boyutunda bir matris iken, içinde bulunan sıfır olmayan eleman sayısı sadece 111693 tanedir. Seyrek matrisin ne kadar etkili bir yöntem olduğu, depolama ve işlem avantajı rahatça görülebilir.

Bir matrisin seyreklik değeri, sıfır olan elemanlarının oranı ile elde edilir. Matlab üzerinde bir matrisin seyreklik değerini bulmak için aşağıdaki matlab kodları kullanılır.

```
density = nnz(A)/prod(size(A))
seyreklik = 1-density
```

“nnz” komutu matlab içinde sıfır olmayan elemanları saymak için kullanılır.

Her matrisin seyreklik değeri olur fakat seyrek matrislerde bu değer 1'e çok yakın bir değer olur. Bir matrisin bant genişliği de köşegenden en uzakta olan sıfır olmayan elemanın uzaklığı ile belirlenir. Bu da aşağıdaki matlab kodları kullanılarak bulunabilir.

```
[i,j] = find(A)
bandwidth = max (abs(i-j))
```

Matlab seyrek veri yapısı sıfır olmayan elemanları indis bilgileri ile beraber saklar. Matlab ile matrisin seyrek yapıya getirilmesi aşağıdaki komutla sağlanır.

```
S = seyrek(A)
```

“Seyrek” veri yapısına getirilen matrisi normal haline geri çevirmek içinse

```
A = full(S)
```

komutu kullanılır [24].

4. DİELEKTRİK NESNENİN FDFD FORMÜLASYONU

Maxwell eşitliklerinden, frekans düzleminde Faraday Kanunu

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega \bar{B} \quad (4.1)$$

ve Amper Kanunu

$$\nabla \times \bar{H} = +j\omega \bar{D} \quad (4.2)$$

olarak elde edilir.

$\bar{E}$ ve $\bar{H}$ sırasıyla elektrik ve manyetik alan vektörlerini, $\bar{D}$ elektrik akı yoğunluğunu ve $\bar{B}$ ise manyetik akı yoğunluğunu ifade ederler. Ayrıca $\bar{B} = \mu \bar{H}$ ve $\bar{D} = \epsilon \bar{E}$ denklemleri kullanılarak yukarıdaki denklemler yeniden yazılırsa

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega \mu \bar{H} \quad (4.3)$$

$$\nabla \times \bar{H} = +j\omega \epsilon \bar{E} \quad (4.4)$$

eşitlikleri elde edilir. Burada ϵ sembolü dielektrik sabitini ($\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$), μ sembolü ise geçirgenliği ($\mu = \mu_r \mu_0$) ifade eder. Boşluk için bağıl geçirgenlik sabitini ifade eden $\mu_r = 1$ olduğundan, $\mu = \mu_0$, ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m), bağıl dielektrik sabitini ifade eden $\epsilon_r = 1$ olduğundan, $\epsilon = \epsilon_0$ olur.

Toplam elektrik ve manyetik alanlar, gelen ve saçılan alanların toplamı olarak aşağıdaki gibi yazılır.

$$\bar{E}_{total} = \bar{E}_{inc} + \bar{E}_{scat} \quad (4.5)$$

$$\bar{H}_{total} = \bar{H}_{inc} + \bar{H}_{scat} \quad (4.6)$$

Burada “*scat*” indisi ile yazılan alanlar saçılan dalga bileşenlerini, “*inc*” indisi ile yazılan alanlar gelen dalga bileşenlerini ifade etmektedir.

Gelen dalganın boşlukta olması sebebiyle ve ortamda başka bir dalga olmadığından dolayı $\mu = \mu_0$, $\varepsilon = \varepsilon_0$ olur. Böylece gelen dalga elektrik ve manyetik alanları

$$\nabla \times \bar{E}_{inc} = -j\omega\mu_0\bar{H}_{inc} \quad (4.7)$$

$$\nabla \times \bar{H}_{inc} = +j\omega\varepsilon_0\bar{E}_{inc} \quad (4.8)$$

şeklinde ifade edilir.

Eş. 4.5 ve Eş. 4.6 denklemlerini Eş. 4.3 ve Eş. 4.4 denkleminde yerine koyduğumuzda

$$\nabla \times \bar{E}_{inc} + \nabla \times \bar{E}_{scat} = -j\omega\mu\bar{H}_{inc} - j\omega\mu\bar{H}_{scat} \quad (4.9)$$

$$\nabla \times \bar{H}_{inc} + \nabla \times \bar{H}_{scat} = +j\omega\varepsilon\bar{E}_{inc} + j\omega\varepsilon\bar{E}_{scat} \quad (4.10)$$

elde edilir.

Eş. 4.7 ve Eş. 4.8 denklemlerini buraya işleyip, saçılan dalgaları bir tarafa, gelen dalgaları bir tarafa toplayınca

$$\nabla_x \bar{E}_{scat} + j\omega \mu \bar{H}_{scat} = j\omega(\mu_0 - \mu) \bar{H}_{inc} \quad (4.11)$$

$$\nabla_x \bar{H}_{scat} - j\omega \varepsilon \bar{E}_{scat} = +j\omega(\varepsilon - \varepsilon_0) \bar{E}_{inc} \quad (4.12)$$

eşitlikleri ortaya çıkar.

Vektörel çarpımları açarak bileşenlerine ayırdığımızda aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\frac{\partial E_{scat,z}}{\partial y} - \frac{\partial E_{scat,y}}{\partial z} + j\omega \mu_x H_{scat,x} = j\omega(\mu_0 - \mu_x) H_{inc,x} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial E_{scat,x}}{\partial z} - \frac{\partial E_{scat,z}}{\partial x} + j\omega \mu_y H_{scat,y} = j\omega(\mu_0 - \mu_y) H_{inc,y} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial E_{scat,y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{scat,x}}{\partial y} + j\omega \mu_z H_{scat,z} = j\omega(\mu_0 - \mu_z) H_{inc,z} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial H_{scat,z}}{\partial y} - \frac{\partial H_{scat,y}}{\partial z} - j\omega \varepsilon_x E_{scat,x} = j\omega(\varepsilon_x - \varepsilon_0) E_{inc,x} \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial H_{scat,x}}{\partial z} - \frac{\partial H_{scat,z}}{\partial x} - j\omega \varepsilon_y E_{scat,y} = j\omega(\varepsilon_y - \varepsilon_0) E_{inc,y} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial H_{scat,y}}{\partial x} - \frac{\partial H_{scat,x}}{\partial y} - j\omega \varepsilon_z E_{scat,z} = j\omega(\varepsilon_z - \varepsilon_0) E_{inc,z} \quad (4.18)$$

Yukarıdaki denklemlerde saçılan alanların bileşenlerini tek başına bıraktığımızda

$$H_{scat,x} - \frac{j}{w\mu_x} \frac{\partial E_{scat,z}}{\partial y} + \frac{j}{w\mu_x} \frac{\partial E_{scat,y}}{\partial z} = \frac{(\mu_0 - \mu_x)}{\mu_x} H_{inc,x} \quad (4.19)$$

$$H_{scat,y} - \frac{j}{w\mu_y} \frac{\partial E_{scat,x}}{\partial z} + \frac{j}{w\mu_y} \frac{\partial E_{scat,z}}{\partial x} = \frac{(\mu_0 - \mu_y)}{\mu_y} H_{inc,y} \quad (4.20)$$

$$H_{scat,z} - \frac{j}{w\mu_z} \frac{\partial E_{scat,y}}{\partial x} + \frac{j}{w\mu_z} \frac{\partial E_{scat,x}}{\partial y} = \frac{(\mu_0 - \mu_z)}{\mu_z} H_{inc,z} \quad (4.21)$$

$$E_{scat,x} - \frac{1}{jw\epsilon_x} \frac{\partial H_{scat,z}}{\partial y} + \frac{1}{jw\epsilon_x} \frac{\partial H_{scat,y}}{\partial z} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_x)}{\epsilon_x} E_{inc,x} \quad (4.22)$$

$$E_{scat,y} - \frac{1}{jw\epsilon_y} \frac{\partial H_{scat,x}}{\partial z} + \frac{1}{jw\epsilon_y} \frac{\partial H_{scat,z}}{\partial x} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_y)}{\epsilon_y} E_{inc,y} \quad (4.23)$$

$$E_{scat,z} - \frac{1}{jw\epsilon_z} \frac{\partial H_{scat,y}}{\partial x} + \frac{1}{jw\epsilon_z} \frac{\partial H_{scat,x}}{\partial y} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_z)}{\epsilon_z} E_{inc,z} \quad (4.24)$$

ifadeleri elde edilir.

Yukarıdaki denklemler, nesneden saçılan alanları ifade eder. Fakat buna karşılık nesneden saçılan dalgalar PML bölgeye geldiğinde farklı bir ortama girerek, farklı dielektrik ve geçirgenlik sabitleri ile iterasyona devam eder. Burada aynı denklemlerin hem boşlukta, hem de PML bölgede ilerlemesini devam ettirebilmesi için Eş. 4.19 – Eş. 4.24 denklemlerindeki dielektrik ve

geçirgenlik sabitleri daha genel değişkenler olarak değiştirilebilir. Böylece aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$H_{scat,x} - \frac{j}{w\mu_{xy}} \frac{\partial E_{scat,z}}{\partial y} + \frac{j}{w\mu_{xz}} \frac{\partial E_{scat,y}}{\partial z} = \frac{(\mu_0 - \mu_{xi})}{\mu_{xi}} H_{inc,x} \quad (4.25)$$

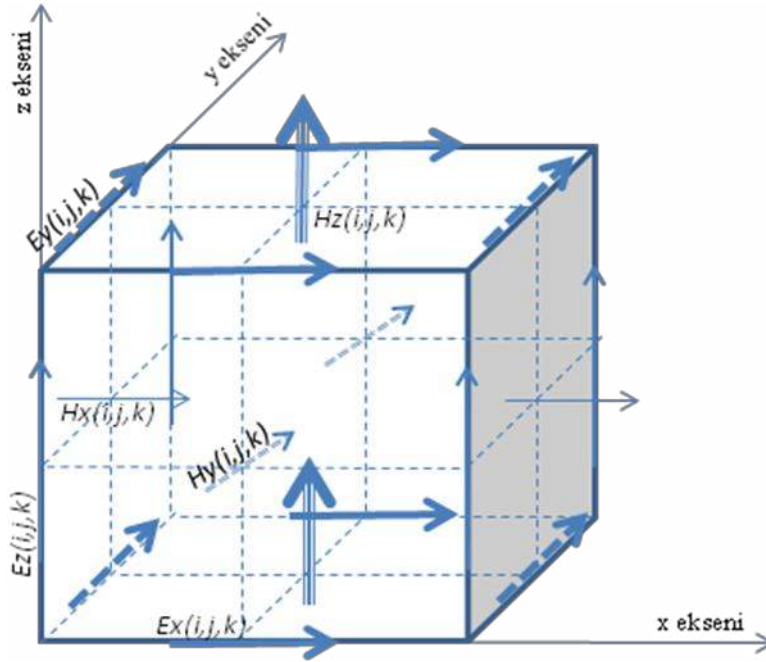
$$H_{scat,y} - \frac{j}{w\mu_{yz}} \frac{\partial E_{scat,x}}{\partial z} + \frac{j}{w\mu_{yx}} \frac{\partial E_{scat,z}}{\partial x} = \frac{(\mu_0 - \mu_{yi})}{\mu_{yi}} H_{inc,y} \quad (4.26)$$

$$H_{scat,z} - \frac{j}{w\mu_{zx}} \frac{\partial E_{scat,y}}{\partial x} + \frac{j}{w\mu_{zy}} \frac{\partial E_{scat,x}}{\partial y} = \frac{(\mu_0 - \mu_{zi})}{\mu_{zi}} H_{inc,z} \quad (4.27)$$

$$E_{scat,x} - \frac{1}{jw\epsilon_{xy}} \frac{\partial H_{scat,z}}{\partial y} + \frac{1}{jw\epsilon_{xz}} \frac{\partial H_{scat,y}}{\partial z} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_{xi})}{\epsilon_{xi}} E_{inc,x} \quad (4.28)$$

$$E_{scat,y} - \frac{1}{jw\epsilon_{yz}} \frac{\partial H_{scat,x}}{\partial z} + \frac{1}{jw\epsilon_{yx}} \frac{\partial H_{scat,z}}{\partial x} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_{yi})}{\epsilon_{yi}} E_{inc,y} \quad (4.29)$$

$$E_{scat,z} - \frac{1}{jw\epsilon_{zx}} \frac{\partial H_{scat,y}}{\partial x} + \frac{1}{jw\epsilon_{zy}} \frac{\partial H_{scat,x}}{\partial y} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_{zi})}{\epsilon_{zi}} E_{inc,z} \quad (4.30)$$



Şekil 4.1. Alan bileşenlerinin 3 boyutlu Yee Hücresindeki konumları

Yee Şekil 4.1’de gösterildiği gibi elektrik ve manyetik alan vektör bileşenlerinin düzenli bir biçimde yerleştirildiği bir algoritma geliştirmiştir [25]. Düzenli ızgara yapısının sebebi rotasyonel (curl) operatörünün yaklaşık hesabı için fark formülünün kullanılmasıdır. Sonuç türevi fark formülünde kullanılan konumlar arasındaki noktada hesaplanır. Her hücre üzerinde üç elektrik alan bileşeni ve üç manyetik alan bileşeni bulunur. Bunlar ızgaraların birleşim noktaları olan düğümlerde birleşmezler. Elektrik alan bileşenleri hücre kenarlarının ortasında yerleşik, manyetik alanlar ise yüzey merkezlerine normal halde yerleşik durumdadırlar. Bu özel konfigürasyon Faraday ve Amper Kanunlarını tasvir eder [26]. Şekil 4.1’de görülebileceği gibi Faraday Kanununu simüle etmek üzere her manyetik alan bileşeninin etrafı dört elektrik alan bileşeni ile çevrili, Amper Kanununu simüle etmek üzere her elektrik alan bileşeninin etrafı ise dört manyetik alan bileşeni ile çevrili haldedir. Bu tasarım kullanılarak Maxwell denklemlerinin sonlu farklar yöntemi ile nümerik denklemleri kolayca elde edilir.

Şekil 4.1'deki Yee hücrelerine göre Bölüm 3'te işlenildiği şekliyle bir fonksiyonun sonlu farklar denklemi oluşturulduğu gibi her bir alan bileşeninin de sonlu farklar denklemi oluşturulur. Bu duruma göre değerlendirildiğinde manyetik alan x eksenine bileşeni olan H_x , elektrik alan y eksenine ve z eksenine bileşenlerine bağlı bir sonlu farklar fonksiyonu gibi düşünülür. Manyetik alan x bileşeni için (4.25)'de sağlanan ifadede kullanılan diferansiyel denklemler

$$\frac{\partial E_{scat,z}}{\partial y} = \frac{E_{scat,z}(i, j+1, k) - E_{scat,z}(i, j, k)}{\Delta y} \quad (4.31)$$

$$\frac{\partial E_{scat,y}}{\partial z} = \frac{E_{scat,y}(i, j, k+1) - E_{scat,y}(i, j, k)}{\Delta z} \quad (4.32)$$

şeklinde Şekil 4.1'de görüldüğü üzere yazılır. Eş. 4.31 ve Eş. 4.32 denklemleri Eş. 4.25 ile birleştirildiğinde Eş. 4.33'de görülen saçılan dalganın manyetik alan x eksenine bileşeni FDFD iterasyon fonksiyonu olarak elde edilir. Saçılan dalganın diğer elektrik ve manyetik bileşenlerine de aynı işlem uygulandığında tüm bileşenler için Eş. 4.33 – Eş. 4.38 ifadeleri elde edilir.

$$\begin{aligned} & H_{scat,x}(i, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta y\mu_{xy}(i, j, k)} E_{scat,z}(i, j+1, k) - \frac{1}{j\omega\Delta y\mu_{xy}(i, j, k)} E_{scat,z}(i, j, k) \\ & - \frac{1}{j\omega\Delta z\mu_{xz}(i, j, k)} \frac{E_{scat,y}(i, j, k+1)}{\Delta z} + \frac{1}{j\omega\Delta z\mu_{xz}(i, j, k)} \frac{E_{scat,y}(i, j, k)}{\Delta z} \\ & = \frac{(\mu_0 - \mu_{xi}(i, j, k))}{\mu_{xi}(i, j, k)} H_{inc,x}(i, j, k) \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned}
& H_{scat,y}(i, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta z\mu_{yz}(i, j, k)} E_{scat,x}(i, j, k+1) - \frac{1}{j\omega\Delta z\mu_{yz}(i, j, k)} E_{scat,x}(i, j, k) \\
& - \frac{1}{j\omega\Delta x\mu_{yx}(i, j, k)} E_{scat,z}(i+1, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta x\mu_{yx}(i, j, k)} E_{scat,z}(i, j, k) \\
& = \frac{(\mu_0 - \mu_{yi}(i, j, k))}{\mu_{yi}(i, j, k)} H_{inc,y}(i, j, k)
\end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\begin{aligned}
& H_{scat,z}(i, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta x\mu_{zx}(i, j, k)} E_{scat,y}(i+1, j, k) - \frac{1}{j\omega\Delta x\mu_{zx}(i, j, k)} E_{scat,y}(i, j, k) \\
& - \frac{1}{j\omega\Delta y\mu_{zy}(i, j, k)} E_{scat,x}(i, j+1, k) + \frac{1}{j\omega\Delta y\mu_{zy}(i, j, k)} E_{scat,x}(i, j, k) \\
& = \frac{(\mu_0 - \mu_{zi}(i, j, k))}{\mu_{zi}(i, j, k)} H_{inc,z}(i, j, k)
\end{aligned} \tag{4.35}$$

$$\begin{aligned}
& E_{scat,x}(i, j, k) - \frac{1}{j\omega\Delta y\epsilon_{xy}(i, j, k)} H_{scat,z}(i, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta y\epsilon_{xy}(i, j, k)} H_{scat,z}(i, j-1, k) \\
& + \frac{1}{j\omega\Delta z\epsilon_{xz}(i, j, k)} H_{scat,y}(i, j, k) - \frac{1}{j\omega\Delta z\epsilon_{xz}(i, j, k)} H_{scat,y}(i, j, k-1) \\
& = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_{xi}(i, j, k))}{\epsilon_{xi}(i, j, k)} E_{inc,x}(i, j, k)
\end{aligned} \tag{4.36}$$

$$\begin{aligned}
& E_{scat,y}(i,j,k) - \frac{1}{j\omega\Delta z\epsilon_{yz}(i,j,k)} H_{scat,x}(i,j,k) + \frac{1}{j\omega\Delta z\epsilon_{yz}(i,j,k)} H_{scat,x}(i,j,k-1) \\
& + \frac{1}{j\omega\Delta x\epsilon_{yx}(i,j,k)} H_{scat,z}(i,j,k) - \frac{1}{j\omega\Delta x\epsilon_{yx}(i,j,k)} H_{scat,z}(i-1,j,k) \\
& = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_{yi}(i,j,k))}{\epsilon_{yi}(i,j,k)} E_{inc,y}(i,j,k)
\end{aligned} \tag{4.37}$$

$$\begin{aligned}
& E_{scat,z}(i,j,k) - \frac{1}{j\omega\Delta x\epsilon_{zx}(i,j,k)} H_{scat,y}(i,j,k) + \frac{1}{j\omega\Delta x\epsilon_{zx}(i,j,k)} H_{scat,y}(i-1,j,k) \\
& + \frac{1}{j\omega\Delta y\epsilon_{zy}(i,j,k)} H_{scat,x}(i,j,k) - \frac{1}{j\omega\Delta y\epsilon_{zy}(i,j,k)} H_{scat,x}(i,j-1,k) \\
& = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_{zi}(i,j,k))}{\epsilon_{zi}(i,j,k)} E_{inc,z}(i,j,k)
\end{aligned} \tag{4.38}$$

Denklemler içerisindeki dielektrik ve geçirgenlik ($\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z, \mu_x, \mu_y, \mu_z$) parametreleri boş alanda, PML bölge içerisinde ve dielektrik nesne üzerinde değişir. Bu şekilde iterasyon bölgelerde ilerledikçe değerler değişerek her bir düğüm üzerindeki elektrik ve manyetik alan değerleri oluşur [31,33].

Eş. 4.33 – Eş. 4.38 denklemleri üç boyutlu problemler için oluşturulmuş FDFD formülleridir. Tezimizde modellediğimiz problem iki boyutlu bir ortam ve nesne olması sebebiyle, bu denklemleri iki boyutlu denklemlere dönüştürmemiz gerekir.

Yukarıda elde ettiğimiz denklemleri iki boyutlu hale getirebilmemiz için z yönünde bu denklemlerde hiçbir değişiklik olmadığı kabul edilir. z yönünde hiçbir değişiklik olmaması, z değişkenli fonksiyon türevlerinin sıfır alınması ile ifade edilir. Bu varsayımlar Eş. 4.25 – Eş. 4.30 denklemlerine uygulandığında

iki boyut için, saçılan dalgaın elektrik ve manyetik alana ilişkin Eş. 4.39 – Eş. 4.44 denklemleri elde edilir.

$$H_{scat,x} - \frac{j}{w\mu_{xy}} \frac{\partial E_{scat,z}}{\partial y} = \frac{(\mu_0 - \mu_{xi})}{\mu_{xi}} H_{inc,x} \quad (4.39)$$

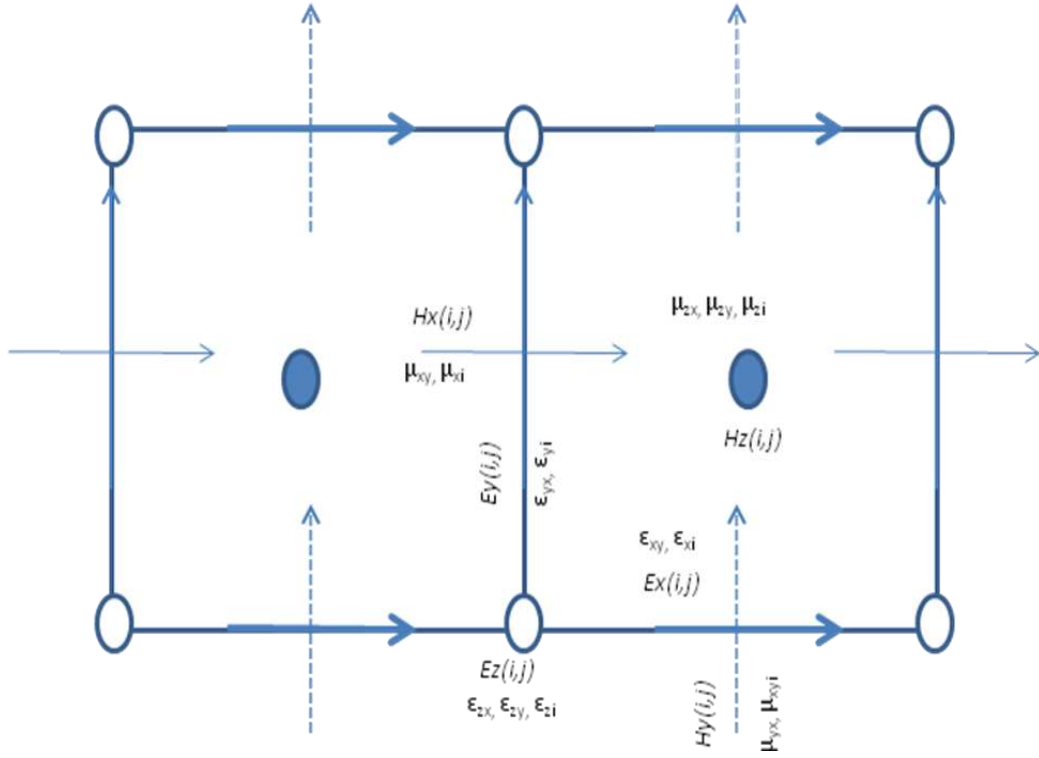
$$H_{scat,y} + \frac{j}{w\mu_{yx}} \frac{\partial E_{scat,z}}{\partial x} = \frac{(\mu_0 - \mu_{yi})}{\mu_{yi}} H_{inc,y} \quad (4.40)$$

$$H_{scat,z} - \frac{j}{w\mu_{zx}} \frac{\partial E_{scat,y}}{\partial x} + \frac{j}{w\mu_{zy}} \frac{\partial E_{scat,x}}{\partial y} = \frac{(\mu_0 - \mu_{zi})}{\mu_{zi}} H_{inc,z} \quad (4.41)$$

$$E_{scat,x} - \frac{1}{jw\epsilon_{xy}} \frac{\partial H_{scat,z}}{\partial y} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_{xi})}{\epsilon_{xi}} E_{inc,x} \quad (4.42)$$

$$E_{scat,y} + \frac{1}{jw\epsilon_{yx}} \frac{\partial H_{scat,z}}{\partial x} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_{yi})}{\epsilon_{yi}} E_{inc,y} \quad (4.43)$$

$$E_{scat,z} - \frac{1}{jw\epsilon_{zx}} \frac{\partial H_{scat,y}}{\partial x} + \frac{1}{jw\epsilon_{zy}} \frac{\partial H_{scat,x}}{\partial y} = \frac{(\epsilon_0 - \epsilon_{zi})}{\epsilon_{zi}} E_{inc,z} \quad (4.44)$$



Şekil 4.2 Alan bileşenlerinin 2 boyutlu Yee hücreindeki konumları

Şekilde 4.2'deki ızgara üzerinde düğümlere göre elektrik alan, manyetik alan bileşenlerinin, dielektrik sabiti ve geçirgenlik değişkenlerinin dağılımları görülmektedir [32].

Havada saçılan dalgalar için PML olmayan bölgede

$$\mu_{xy} = \mu_x, \mu_{xi} = \mu_x \quad (4.45)$$

$$\mu_{yx} = \mu_y, \mu_{yi} = \mu_y \quad (4.46)$$

$$\mu_{zi} = \mu_z, \mu_{zx} = \mu_z, \mu_{zy} = \mu_z \quad (4.47)$$

$$\epsilon_{xy} = \epsilon_x, \epsilon_{xi} = \epsilon_x \quad (4.48)$$

$$\epsilon_{yx} = \epsilon_y, \epsilon_{yi} = \epsilon_y \quad (4.49)$$

$$\epsilon_{zi} = \epsilon_z, \epsilon_{zx} = \epsilon_z, \epsilon_{zy} = \epsilon_z \quad (4.50)$$

PML bölgesinde

$$\mu_{xi} = \mu_0, \quad \mu_{xy} = \mu_0 + \frac{\sigma_y^m}{j\omega}, \quad \mu_{yi} = \mu_0, \quad \mu_{yx} = \mu_0 + \frac{\sigma_x^m}{j\omega} \quad (4.51)$$

$$\mu_{zi} = \mu_0, \quad \mu_{zx} = \mu_0 + \frac{\sigma_x^m}{j\omega}, \quad \mu_{zy} = \mu_0 + \frac{\sigma_y^m}{j\omega} \quad (4.52)$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_y^e}{j\omega}, \quad \varepsilon_{yx} = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_x^e}{j\omega}, \quad \varepsilon_{xi} = \varepsilon_0, \quad \varepsilon_{yi} = \varepsilon_0 \quad (4.53)$$

$$\varepsilon_{zx} = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_x^e}{j\omega}, \quad \varepsilon_{zy} = \varepsilon_0 + \frac{\sigma_y^e}{j\omega}, \quad \varepsilon_{zi} = \varepsilon_0 \quad (4.54)$$

geçirgenlik ve dielektrik sabiti değişkenleri kullanılır.

Üç boyutlu yapılar için oluşturulan denklemler iki boyuta indirildikten sonra üç boyutlu denklemleri elde ederken kullandığımız diferansiyel eşitlikler sonlu farklar ifadeleri olarak yazma yöntemini kullanarak Şekil 4.2'deki iki boyutlu Yee hücresinden görüldüğü şekliyle iki boyutlu yapıdaki elektrik ve manyetik alanların tüm bileşenleri için aşağıdaki biçimde oluşturulur.

$$H_{scat,x}(i, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta y\mu_{xy}(i, j, k)} E_{scat,z}(i, j+1, k) - \frac{1}{j\omega\Delta y\mu_{xy}(i, j, k)} E_{scat,z}(i, j, k) \quad (4.55)$$

$$= \frac{(\mu_0 - \mu_{xi}(i, j, k))}{\mu_{xi}(i, j, k)} H_{inc,x}(i, j, k)$$

$$H_{scat,y}(i, j, k) - \frac{1}{j\omega\Delta x\mu_{yx}(i, j, k)} E_{scat,z}(i+1, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta x\mu_{yx}(i, j, k)} E_{scat,z}(i, j, k) \quad (4.56)$$

$$= \frac{(\mu_0 - \mu_{yi}(i, j, k))}{\mu_{yi}(i, j, k)} H_{inc,y}(i, j, k)$$

$$\begin{aligned}
& H_{scat,z}(i, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta x\mu_{zx}(i, j, k)} E_{scat,y}(i+1, j, k) - \frac{1}{j\omega\Delta x\mu_{zx}(i, j, k)} E_{scat,y}(i, j, k) \\
& - \frac{1}{j\omega\Delta y\mu_{zy}(i, j, k)} E_{scat,x}(i, j+1, k) + \frac{1}{j\omega\Delta y\mu_{zy}(i, j, k)} E_{scat,x}(i, j, k)
\end{aligned} \tag{4.57}$$

$$= \frac{(\mu_0 - \mu_{zi}(i, j, k))}{\mu_{zi}(i, j, k)} H_{inc,z}(i, j, k)$$

$$\begin{aligned}
& E_{scat,x}(i, j, k) - \frac{1}{j\omega\Delta y\varepsilon_{xy}(i, j, k)} H_{scat,z}(i, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta y\varepsilon_{xy}(i, j, k)} H_{scat,z}(i, j-1, k) \\
& = \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{xi}(i, j, k))}{\varepsilon_{xi}(i, j, k)} E_{inc,x}(i, j, k)
\end{aligned} \tag{4.58}$$

$$\begin{aligned}
& E_{scat,y}(i, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta x\varepsilon_{yx}(i, j, k)} H_{scat,z}(i, j, k) - \frac{1}{j\omega\Delta x\varepsilon_{yx}(i, j, k)} H_{scat,z}(i-1, j, k) \\
& = \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{yi}(i, j, k))}{\varepsilon_{yi}(i, j, k)} E_{inc,y}(i, j, k)
\end{aligned} \tag{4.59}$$

$$\begin{aligned}
& E_{scat,z}(i, j, k) - \frac{1}{j\omega\Delta x\varepsilon_{zx}(i, j, k)} H_{scat,y}(i, j, k) + \frac{1}{j\omega\Delta x\varepsilon_{zx}(i, j, k)} H_{scat,y}(i-1, j, k) \\
& + \frac{1}{j\omega\Delta y\varepsilon_{zy}(i, j, k)} H_{scat,x}(i, j, k) - \frac{1}{j\omega\Delta y\varepsilon_{zy}(i, j, k)} H_{scat,x}(i, j-1, k) \\
& = \frac{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{zi}(i, j, k))}{\varepsilon_{zi}(i, j, k)} E_{inc,z}(i, j, k)
\end{aligned} \tag{4.60}$$

Böylece bu çalışmada kullanılacak iki boyutlu FDFD denklemleri elde edilmiş olur. Elde edilen denklemler çözüm bölgesinin her yerinde kullanılacak şekilde oluşturulur. Bu şekilde ayrı ayrı hesaplamalar yapmak yerine aynı denklem kullanılarak problemin modellendiği tüm alandaki düğümler üzerinde

iterasyon yapılarak, bir sonraki düğümdeki değer bir önceki düğümde elde edilen değerden oluşur. İterasyonun başlayabilmesi için başlangıç değerlerinin ayrıca atanması gerekir.

Yukarıda iterasyona girebilecek yapısı verilen denklemler Bölüm 3 içerisinde Sonlu Farklar yapısı oluşturulmuş fonksiyonların zaman düzlemindeki Maxwell denklemlerine uyarlanmış halidir. FDFD yöntemine ilişkin denklemlerin frekans düzlemindeki fonksiyonlara Sonlu Farklar fonksiyonlarının uyarlanması sonucu elde edildiği görülür.

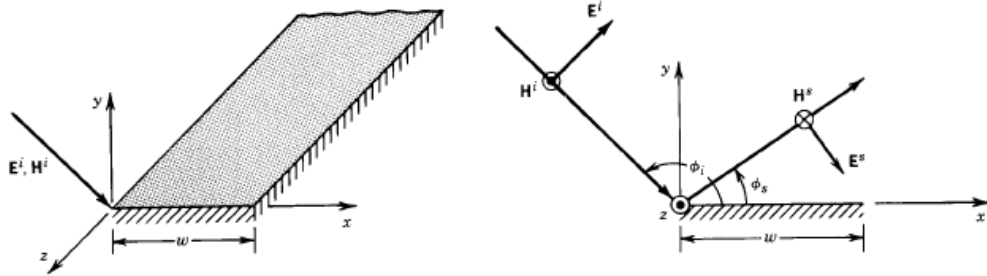
5. FREKANS DÜZLEMİNDE SONLU FARKLAR YÖNTEMİNİN SONUÇLARI

5.1. Frekans Düzleminde Sonlu Farklar Yönteminin Sonuçlarının Farklı Çözüm Sonuçları İle Karşılaştırması

Yukarıda elde edilen denklemler için hazırlanan Matlab kodları ile farklı kaynaklarda elde edilen çözümleri karşılaştırmak için karşılaştırmanın yapılacağı kaynaklarda çözümün elde edildiği koşulları simule edecek şekilde Matlab kodları oluşturulmuştur.

5.1.1. İletken bir şeritten oluşan bir saçılmaya ilişkin çözümün karşılaştırılması

İletken bir şeride gönderilen TE_z düzlemsel dalga Şekil 5.1’de gösterilmektedir.



Şekil 5.1. Sonsuz uzunluktaki şerit ve bu şerit üzerine gönderilen TE_z kutuplu düzlem dalga [27]

TE_z modunda düzlemsel dalga şeride ϕ_i açısı ile gelmekte ve iletken olan şeritten dalga ϕ_s açısı ile saçılmaktadır. Bu saçılım esnasında saçılan elektrik ve manyetik alanlar analitik olarak çözülmüştür. Saçılan elektrik alana ait uzak alan ifadesi E_θ^s ve manyetik alan uzak alan ifadesi H_ϕ^s aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E_{\theta}^s \approx jwA_z \sin \theta_s = wE_0 \sqrt{\frac{j\beta}{2\pi}} e^{j(\beta w/2)(\cos \phi_s + \cos \phi_i)}$$

$$x \left\{ \sin \theta_s \sin \phi_i \left[\frac{\sin \left[\frac{\beta w}{2} (\cos \phi_s + \cos \phi_i) \right]}{\frac{\beta w}{2} (\cos \phi_s + \cos \phi_i)} \right] \frac{e^{-j\beta \rho}}{\sqrt{\rho}} \right\} \quad (5.1)$$

$$H_{\phi}^s \approx \frac{E_{\theta}^s}{\eta} = \frac{wE_0}{\eta} \sqrt{\frac{j\beta}{2\pi}} e^{j(\beta w/2)(\cos \phi_s + \cos \phi_i)}$$

$$x \left\{ \sin \theta_s \sin \phi_i \left[\frac{\sin \left[\frac{\beta w}{2} (\cos \phi_s + \cos \phi_i) \right]}{\frac{\beta w}{2} (\cos \phi_s + \cos \phi_i)} \right] \frac{e^{-j\beta \rho}}{\sqrt{\rho}} \right\} \quad (5.2)$$

Bu denklemlerde ρ gözlem noktasının uzaklığını, ϕ_i gelen dalga açısını, ϕ_s saçılma açısını, θ_s gözlem noktası açısını, β yayılım sabitini, w açılal frekansı ifade eder.

Saçılmanın olduğu sistemlerde en önemli etkenlerden birisi de saçılmanın yaşandığı yüzeydir. Radar Kesit Alanı alıcı tarafından alınan gücün sağlanıldığı, gerçek hedeften ilerleyen dalgalara ilişkin gücün kesilerek geri saçılmanın yaşandığı yüzeydir. İki boyutlu problemlerde bu yüzeye Saçılma Genişliği adı verilir ve aşağıdaki eşitliklerle ifade edilir.

$$\sigma_{2-D} = \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left[2\pi\rho \frac{|E^s|^2}{|E^i|^2} \right] = \frac{2\pi w^2}{\lambda} \left\{ \sin \phi_i \left[\frac{\sin \left[\frac{\beta w}{2} (\cos \phi_s + \cos \phi_i) \right]}{\frac{\beta w}{2} (\cos \phi_s + \cos \phi_i)} \right] \right\}^2 \quad (5.3)$$

Denklemden E^s saçılan elektrik alanı, E^i gelen elektrik alanı, λ dalga boyunu ifade eder.

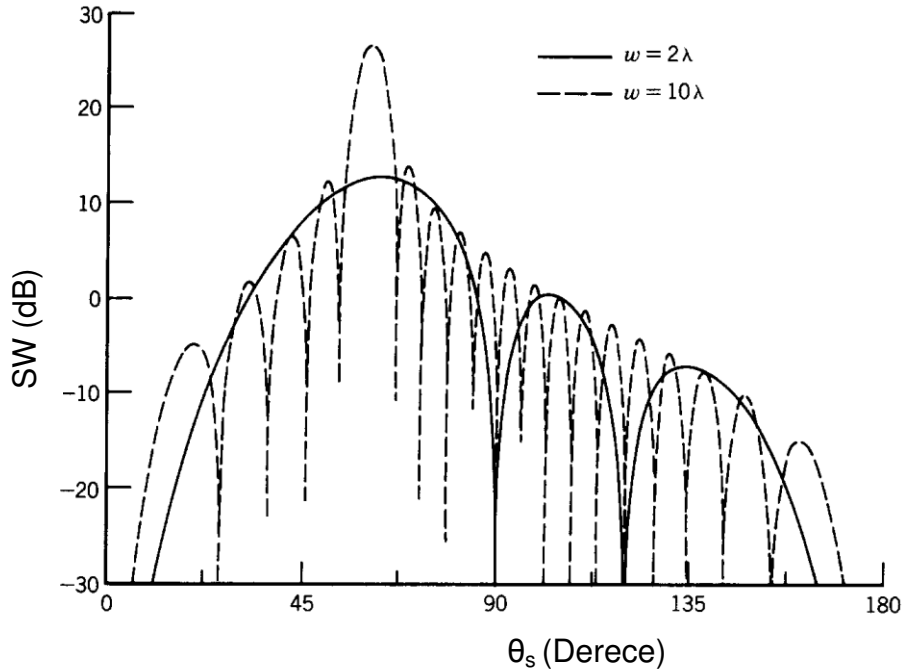
Balanis tarafından SW için üç denklem verilmiştir [27]. Eş. 5.4 içinde verilen denklemler SW için; elektrik alanı, sinyal seviyesi ve manyetik alan olmak üzere elde edilmiştir.

$$\sigma_{2-D} = \begin{cases} \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left[2\pi\rho \frac{S^s}{S^i} \right] \\ \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left[2\pi\rho \frac{|E^s|^2}{|E^i|^2} \right] \\ \lim_{\rho \rightarrow \infty} \left[2\pi\rho \frac{|H^s|^2}{|H^i|^2} \right] \end{cases} \quad (5.4)$$

Verici ile alıcının aynı yerde bulunduğu yapılarda RCS monostatik (monostatic) olarak ifade edilir. Buna karşılık alıcı ile vericinin farklı yerlerde bulunduğu yapılarda RCS bistatik (bistatic) olarak ifade edilir. Eş. 5.4 denkleminde ifade edilen ve karşılaştırma için kullanılacak çözümde bistatik RCS içindir.

RCS elektromanyetik problemlerde çok önemli bir parametredir. Çünkü cismin saçılma karakteristiğini gösterir. RCS için unutulmaması gereken bir husus da uzak alanda ölçümünün yapılması gerektiğidir.

Söz konusu dalga'nın gönderilmesi sonucunda iletken şeritten oluşan saçılmalara ilişkin yine Balanis tarafından çözüm oluşturulmuş olup, bu çözüme ilişkin grafik Şekil 5.2'de görülmektedir.



Şekil 5.2. Balanis tarafından RCS grafiği [27]

Balanis tarafından çözümü yapılan problemin gelen açısının; $\theta_i = 120^\circ$ olduğu görülmektedir. Problemde hesabın örüntü grafiği $0^\circ \leq \theta_s \leq 180^\circ$ aralığındadır. Grafikteki maksimum nokta (5.4) denkleminde anlaşıldığı şekliyle, $\sin(x)/x$ denkleminin maksimum noktaya ulaştığı değerdir. Bu da (5.4) denklemindeki sinüs fonksiyonunun içindeki $\frac{\beta w}{2}(\cos \theta_s + \cos \theta_i) = 0 = x$ şartının sağlandığı görülmektedir. Bu durumda $\theta_s = 180 - \theta_i = 60^\circ$ açı değerleri ile elde edilir. Böylece maksimum saçılan güç $\theta_s = 60^\circ$ 'de gözlenilmektedir.

Balanis tarafından aynı problemin Monostatik çözümünde $\theta_i = 90^\circ$ alınarak, saçılma açısı da aynı hesaplara $\theta_s = 180 - \theta_i = 90^\circ$ elde edilerek, gelen dalga ile saçılmanın gözlemlendiği nokta yani verici ile alıcı aynı noktaya konularak ölçüm yapılmaktadır.

FDFD yöntemi ile elde Eş. 4.53 – Eş. 4.58 denklemlerine göre hazırlanmış olan Matlab kodu ile simule edilmiş olan ortam ve dalgalar sonrasında ortaya çıkan çözüm grafiği Şekil 5.3’de görüldüğü şekildedir. Balanis tarafından çözümü yapılan problemde kullanılan değerler FDFD çözümünde de kullanılmaktadır.

$$\omega = 2\lambda \quad (\text{Şeridin genişliği})$$

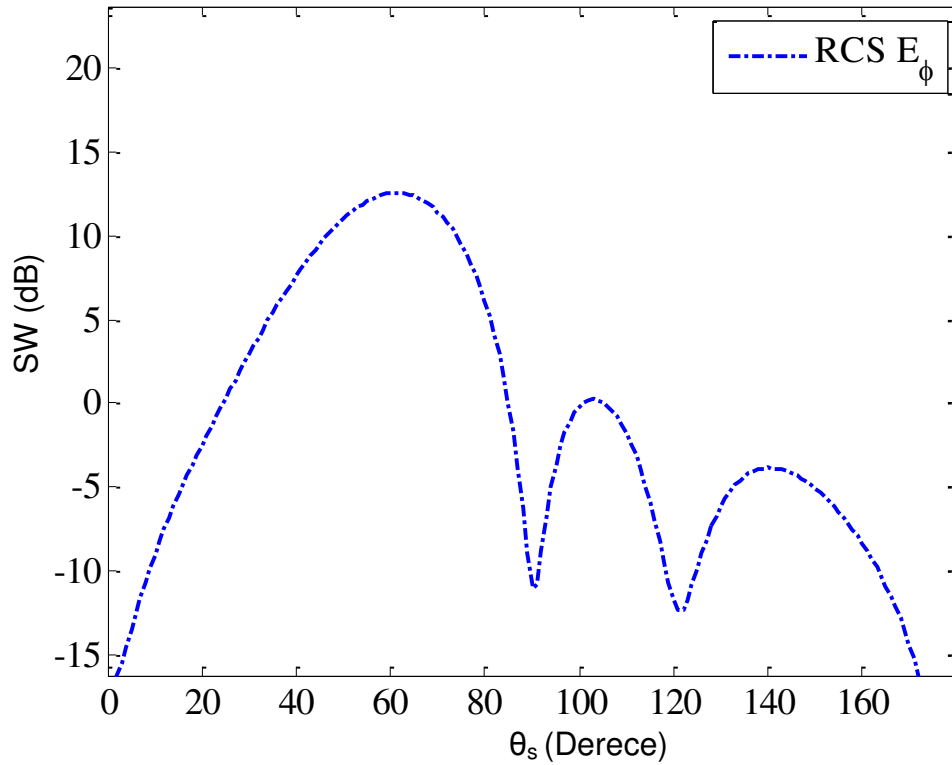
$$\theta_i = 120^\circ \quad (\text{Gelen dalga açısı})$$

$$\theta_s = 60^\circ \quad (\text{Gözlem açısı})$$

Bistatik çözüm olduğu için gözlem noktası farklı bir nokta olması gereklidir.

FDFD metodu çözümü iki boyutlu bir ortam düşünülerek hazırlanmış olup, Balanis tarafından kullanılan düzende işlenen düzleme göre şekillendirilir. Böylece sonsuz uzunlukta şeridin genişliği yukarıdaki gibi alınarak, şeridin kalınlığı matlab kodunda ele alınan grid aralıklarına göre en küçük değer seçilerek önemsenmeyecek kalınlığa getirilir. Çözümün iki boyutlu olması sebebiyle üçüncü boyut olan uzunluk, zaten sonsuz kabul edilmekte olup, tüm hesaplamalar buna göre yapılır.

Dalga boyu $\lambda = 1$ m kabul edilirse, şerit genişliği ile dalga boyu arasındaki $\omega = 2\lambda$ eşitliği kullanılarak şerit genişliği $\omega = 2$ m olarak elde edilir. Hesaplama yapılırken kullanılacak frekansı hesaplamak için ise $\lambda = c / f$ eşitliği kullanılır. Bu şekilde frekans $f = 3 \times 10^8$ Hz olarak hesaplanır.



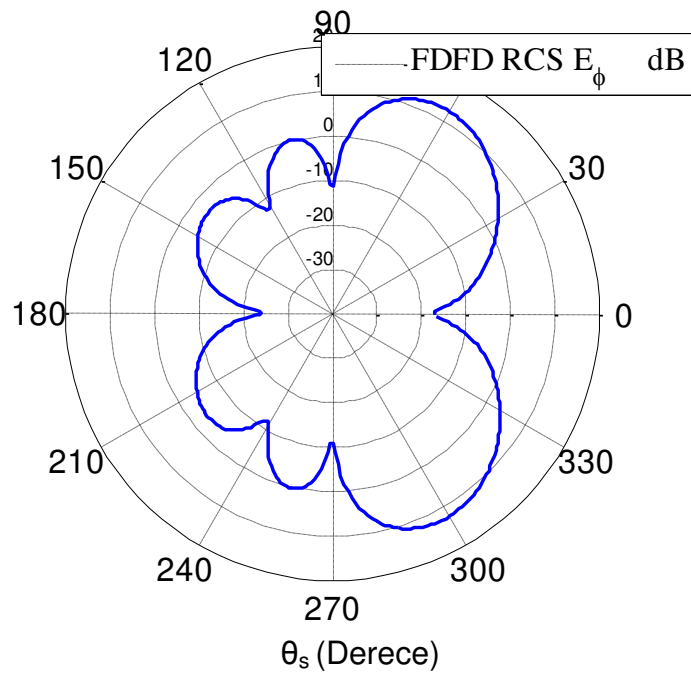
Şekil 5.3. FDFD yöntemi ile yapılan $\omega = 2\lambda$ için çözüm grafiği

Dielektrik nesneden saçılmayı simule etmek için kullanılan FDFD çözümünün doğruluğunu karşılaştırmak için ϵ değeri çok büyük bir değer alınarak, dalganın nesne içerisine geçmeden tamamen geri saçıldığı mükemmel iletken bir madde gibi davranması sağlanır. Böylece Balanis tarafından çözümü yapılan mükemmel iletken şeritten oluşan saçılmanın bulunduğu koşullar oluşturularak, karşılaştırma yapılır.

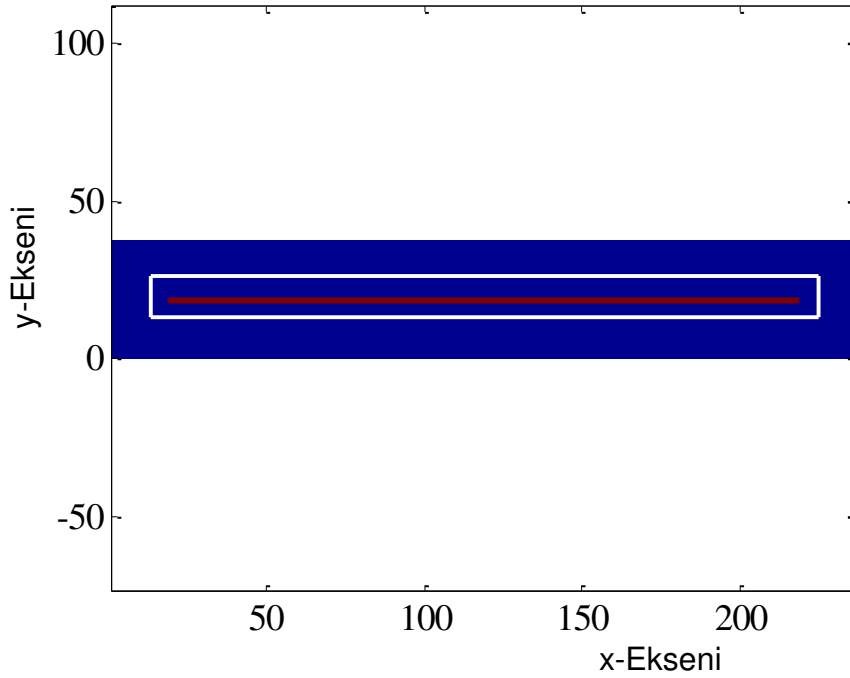
FDFD çözümü ile Balanis'in çözümü karşılaştırıldığında iki çözüm arasında farklılıklar olduğu görülür. İletken malzeme için dielektrik sabitinin çok büyük bir değer alınarak, nesnenin iletken olarak kabul edilmesi, şeridin çok ince tabaka şeklinde alınarak, olmaması gereken şerit kalınlığının önemsenmeyecek bir değer alınması ve matlab kullanılması sebebiyle bazı değerlerin sıfır alınamaması sonuçlar arasında farklılık meydana çıkarır. İki şekil karşılaştırıldığında Şekil 5.2'de grafiğin sonsuza gittiği açılarda Şekil 5.3'te grafiğin bu açılarda kesilmeden devam ettiği görülür.

Buna karşılık iki grafikte SW değerlerinin aynı açılarda en yüksek seviyelere ulaştığı, SW değerlerinin sonsuza giden açılar dışında aynı seviyelerde olduğu, ana kulakçık (lobun) ve yan kulakçıkların açısal konumları aynıdır.

Elde edilen grafiğin polar çizimi Şekil 5.4 ve saçılmanın olduğu nesnenin şekli Şekil 5.5'te görülmektedir.



Şekil 5.4. FDFD yöntemi ile yapılan $\omega=2\lambda$ Saçılmanın Polar çizimi

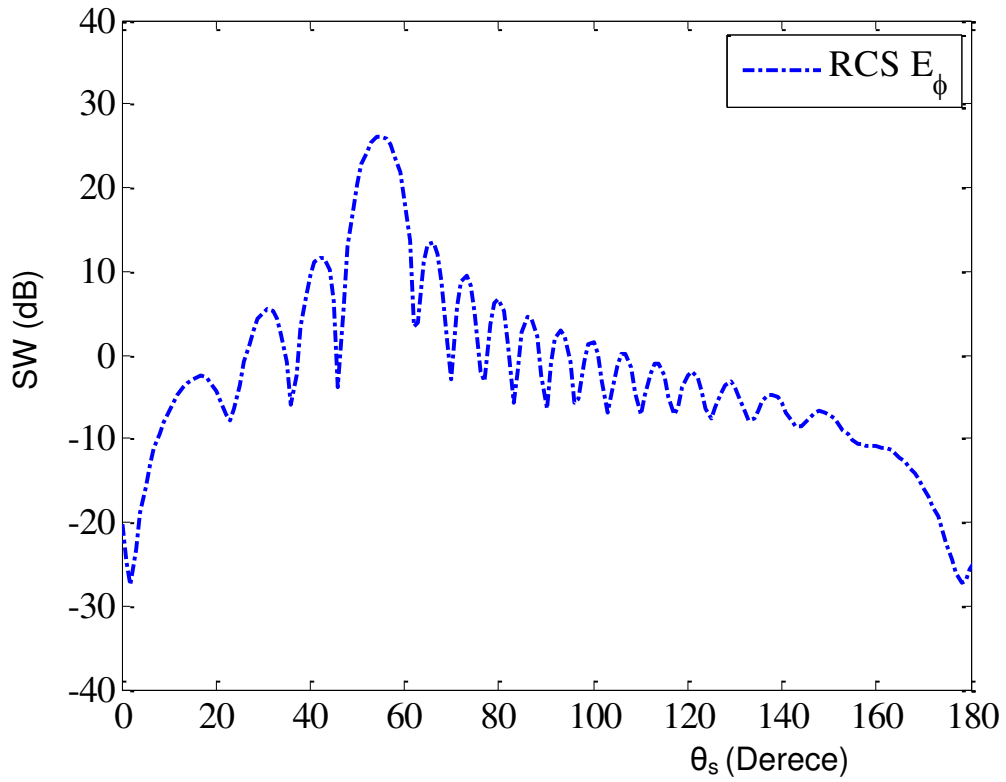


Şekil 5.5. Saçılmanın olduğu $\omega=2\lambda$ genişliğindeki şeridin şekli

Balanis tarafından şerit genişliğinin $\omega = 10\lambda$ olduğu durum için ayrıca çözüm sunulmuştur (Şekil 5.2). FDFD yönteminde şerit genişliğini aynı değere getirerek, tekrar hesaplandığında yine çok yakın çıkmıştır (Şekil 5.6). $\omega = 2\lambda$ şerit genişliği için yapılan çözümde olduğu gibi Balanis tarafından $\omega = 10\lambda$ için yapılan çözümde RCS değerinin sonsuza gittiği açılarda FDFD yöntemi ile yapılan çözümde çok küçük değerlere düştüğü fakat sonsuza gitmediği görülür.

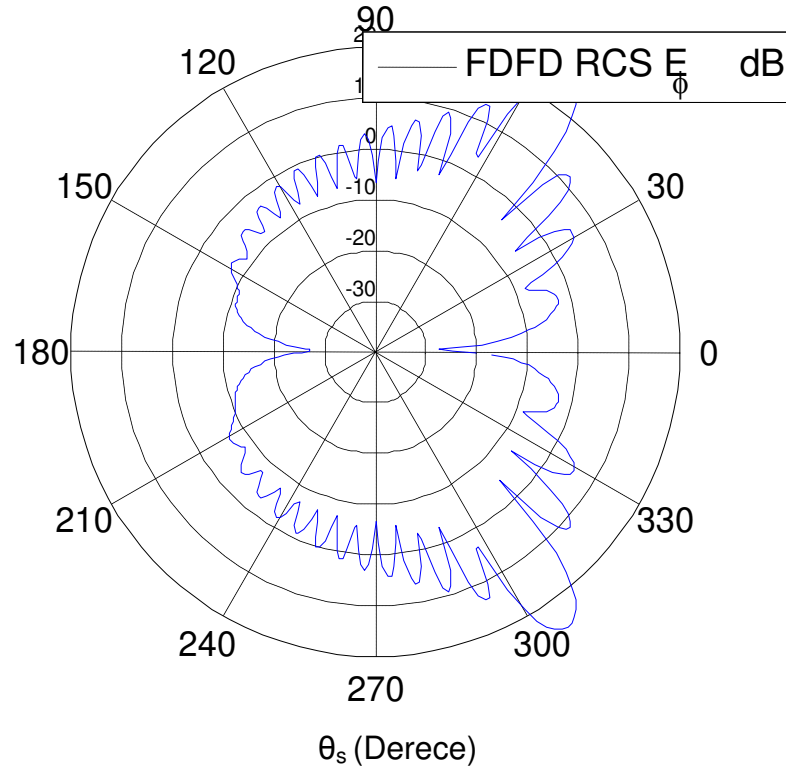
Buna karşılık iki grafikte SW değerlerinin aynı açılarda en yüksek seviyelere ulaştığı, SW değerlerinin sonsuza giden açılar dışında aynı seviyelerde olduğu, ana kulakçığın ve yan kulakçıkların açısal konumlarının benzer olduğu görülür.

Ayrıca FDFD yöntemi ile elde edilen çözümün RCS grafiğinin polar çizimi de Şekil 5.7’de sunulmuştur.



Şekil 5.6. FDFD yöntemi ile yapılan $\omega=10\lambda$ için çözüm grafiği

Şeridin genişliği $\omega=10\lambda$ olarak ayarlandığında frekansı bu ölçüye göre tekrar hesaplanır. Çünkü şeridin genişliği dalga boyuna bağımlı olup, dalga boyu ile frekans arasındaki ilişki de $\lambda = c/f$ formülü ile ifade edilir. FDFD kodunda grid aralıkları $dx=0.01\text{ m}$, $dy=0.01\text{ m}$ alınmaktadır. Buna göre dalga boyu $\lambda=1\text{ m}$ olursa şeridin genişliği $\omega=10\text{ m}$ olur. Böylece frekans $f=3\times 10^8\text{ Hz}$ olarak elde edilir.



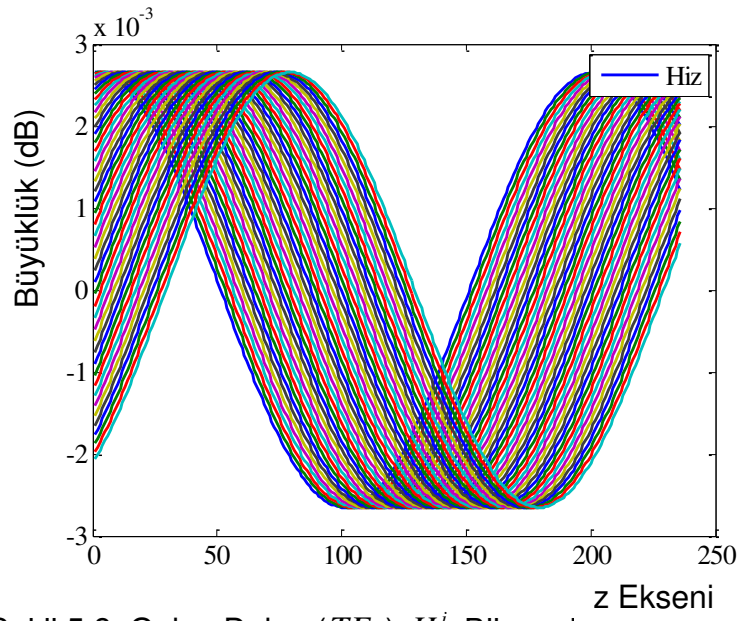
Şekil 5.7. FDFD yöntemi ile yapılan $\omega = 10\lambda$ Saçılmanın Polar çizimi

5.2. Frekans Düzleminde Sonlu Farklar Yöntemi İle Dielektrik Nesnelerden Oluşan Saçılmalara İlişkin Çözüm Sonuçları

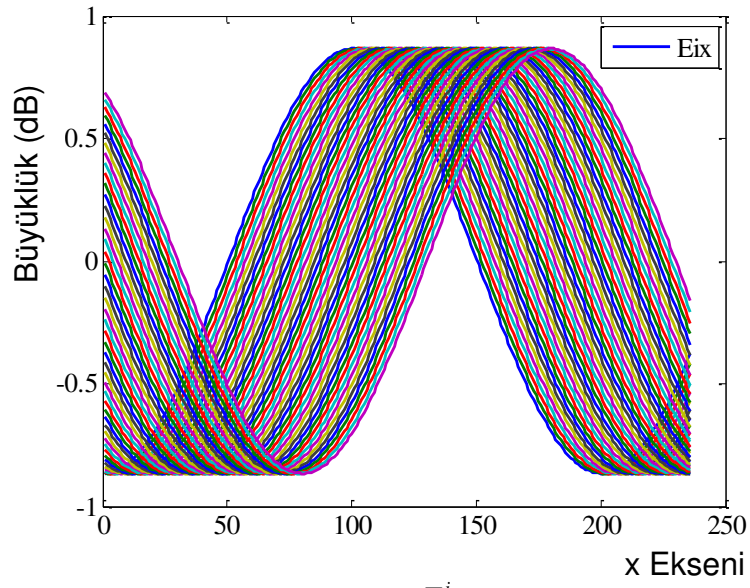
FDFD ile oluşturulan nümerik yöntem iki boyutlu birçok şekil ve maddenin saçılma problemini çözmek için kullanılabilir. Bu bölümde farklı şekil ve özellikteki maddelerden oluşan saçılma problemi FDFD yöntemi ile çözülmüş ve elde edilen sonuçlar değerlendirilmiştir.

5.2.1. Dikdörtgen silindir bir dielektrik nesneden oluşan bir saçılmaya ilişkin çözüm ($\mu=2$, $\epsilon=3$)

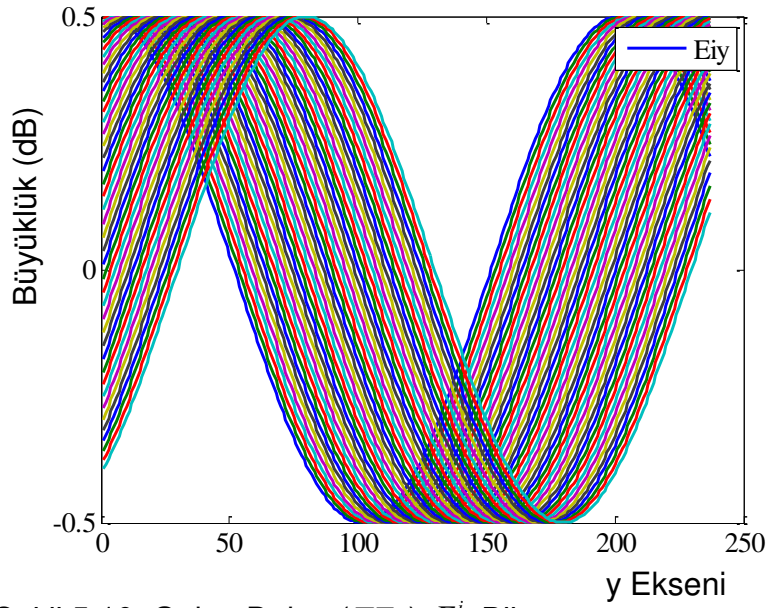
FDFD tanım alanındaki TE_z modundaki düzlemsel dalgalara ait gelen dalga'nın manyetik alanın z bileşeni Şekil 5.8'de, elektrik alanın x bileşeni Şekil 5.9'da, elektrik alanın y bileşeni Şekil 5.10'da verilmektedir.



Şekil 5.8. Gelen Dalga (TE_z) H_z^i Bileşeni

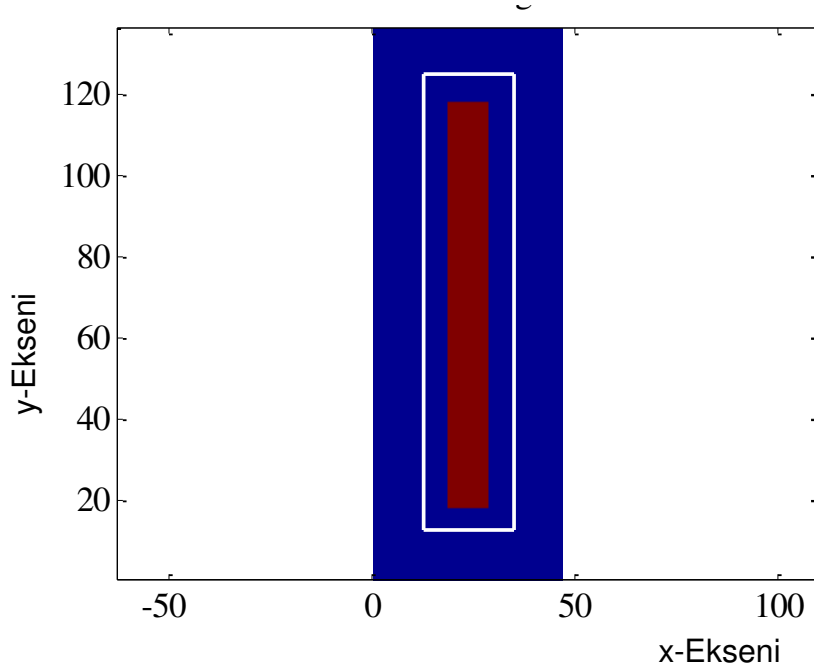


Şekil 5.9. Gelen Dalga (TE_z) E_x^i Bileşeni



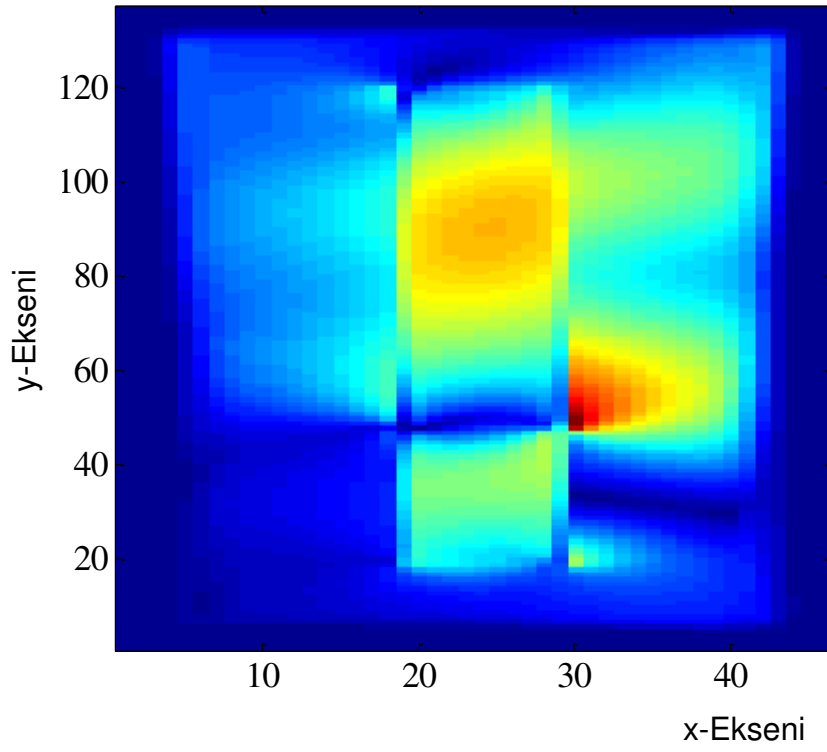
Şekil 5.10. Gelen Dalga (TE_z) E_y^i Bileşeni

Saçılmanın olacağı cisim, iki boyutlu olarak Şekil 5.11’de görülebilir. Cisim iki boyutta olmasına rağmen iki boyutlu problemlerde üçüncü boyut sonsuz kabul edilir. Bu sebeple şekil dikdörtgen silindir olarak isimlendirilir. Çözüm için cismin genişliği $\omega = 0.1\lambda$, uzunluğu $l = 1\lambda$ olarak alınmıştır.

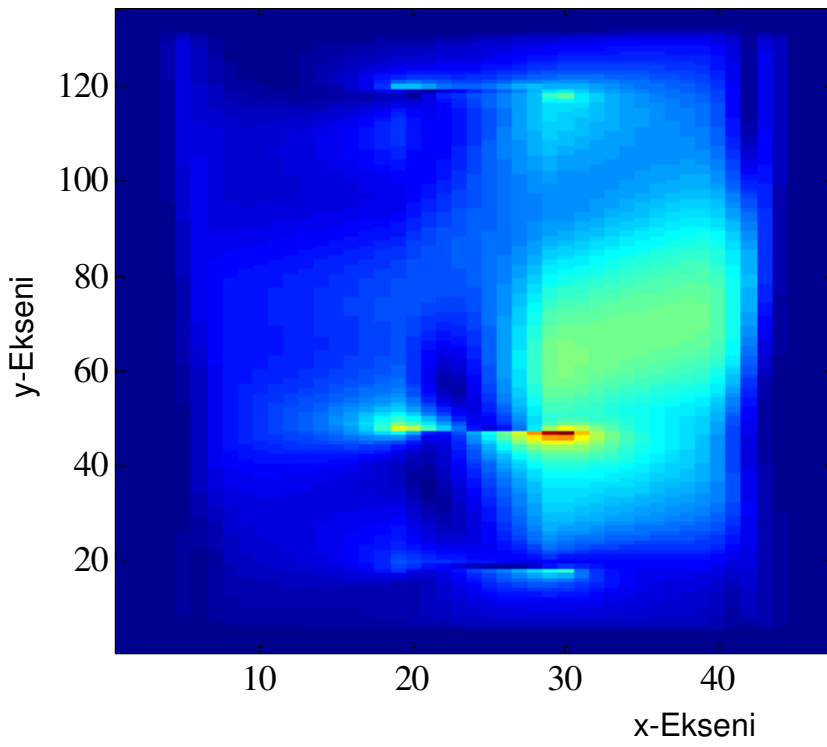


Şekil 5.11. Dikdörtgen silindir dielektrik nesne

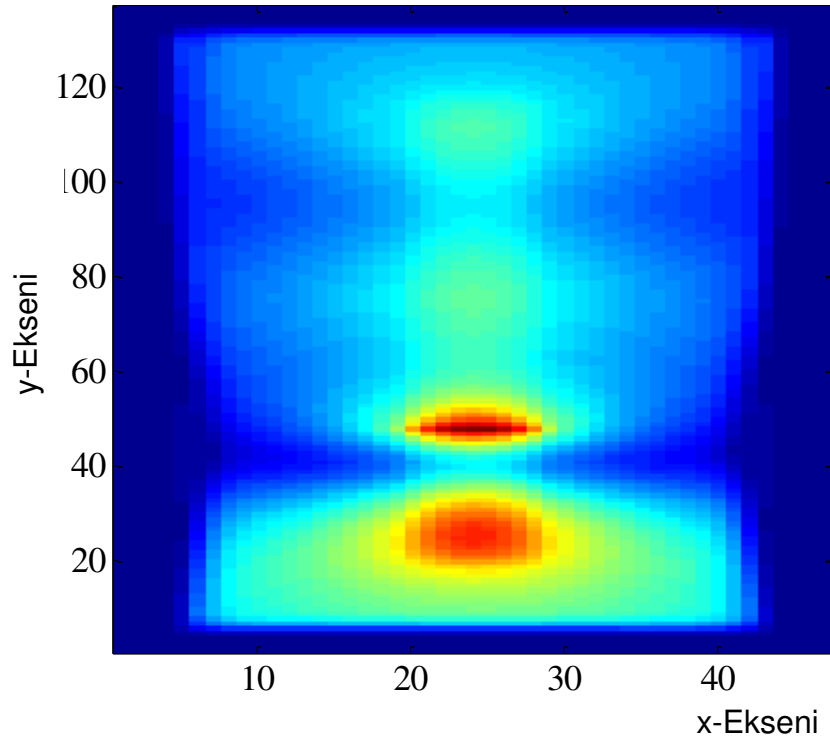
Gelen dalganın yukarıdaki şekle çarpması sonucu saçılmalar oluşur. Gelen dalganın hangi modda olduğuna bakılmaksızın, yakın alanda hem elektrik, hem manyetik alanların saçılmaları görülür. Çünkü yakın alan, radyasyonun olduğu bölge olması sebebiyle tüm bileşenler burada belli güçler ile oluşur, fakat uzak alana ulaştığında dielektrik malzemeler için bir tek bileşen ölçülebilecek güçte kalır. Sistemde oluşan radyasyona ilişkin fikir vermesi amacıyla yakın alanda oluşan elektrik ve manyetik alan radyasyon grafikleri elde edilmiştir. Şekil 5.12’de E_x^s yakın alanda saçılan elektrik alanın x bileşeni, Şekil 5.13’de E_y^s yakın alanda saçılan elektrik alanın y bileşeni, Şekil 5.14’de E_z^s yakın alanda saçılan elektrik alanın z bileşeni, Şekil 5.15’de H_x^s yakın alanda saçılan manyetik alanın x bileşeni, Şekil 5.16’de H_y^s yakın alanda saçılan manyetik alanın y bileşeni, Şekil 5.17’de H_z^s yakın alanda saçılan manyetik alanın z bileşeni verilmektedir. Radyasyon cisim yüzeyine yakın bölgelerde olduğundan dolayı dikdörtgen cismin şekli radyasyon grafiklerinden gözlenebilmektedir. Dielektrik bir cisim olması sebebiyle cismin içinde ve dışında farklı yönlerde yayılmaktadırlar.



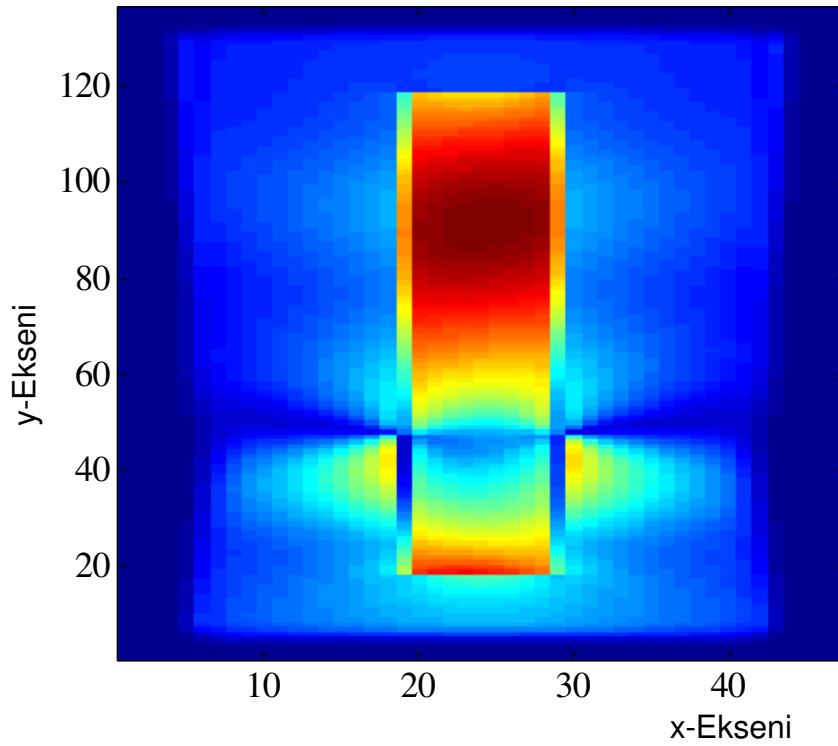
Şekil 5.12. Yakın alan saçılan Elektrik Alanın E_x^s Bileşeni



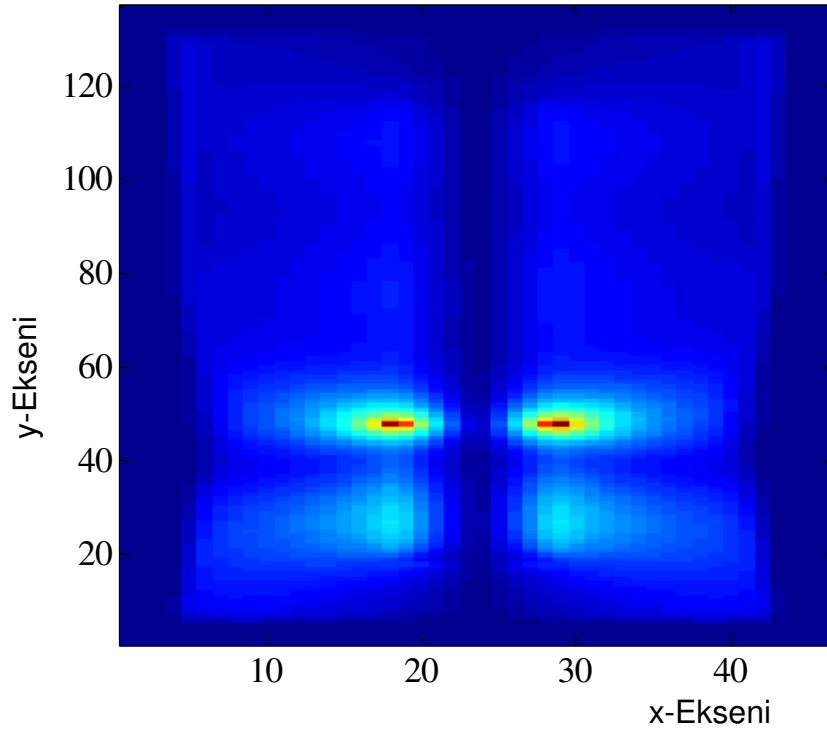
Şekil 5.13. Yakın alan saçılan Elektrik Alanın E_y^s Bileşeni



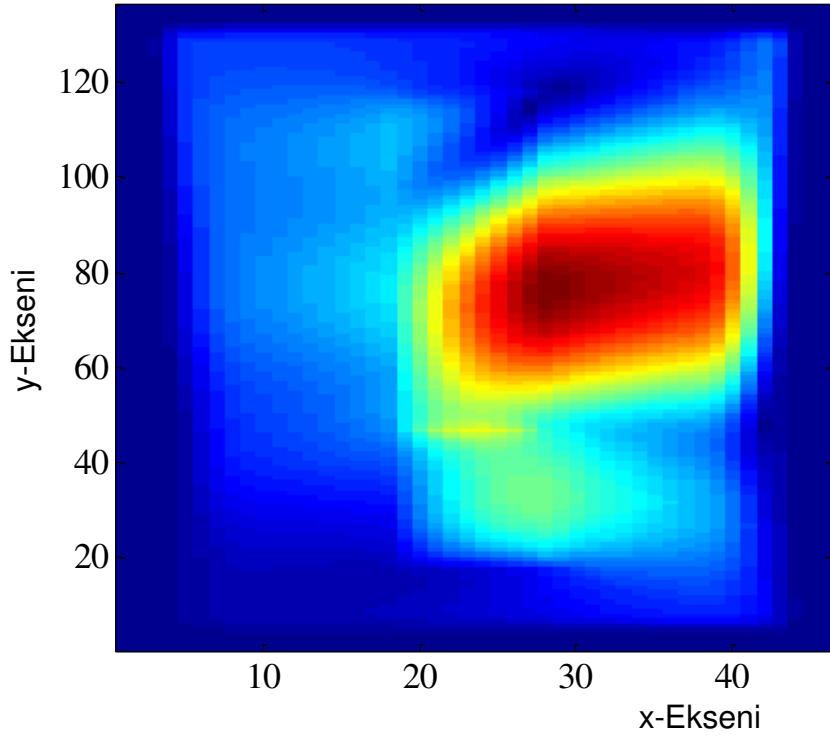
Şekil 5.14. Yakın alan saçılan Elektrik Alanın E_z^s Bileşeni



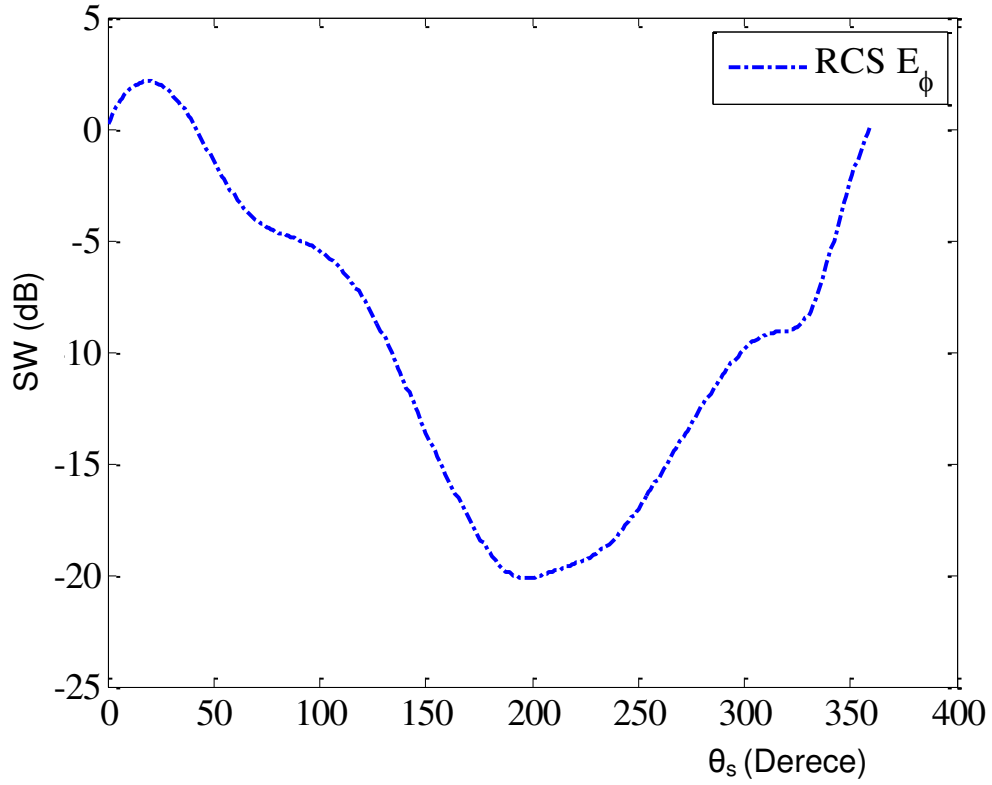
Şekil 5.15. Yakın alan saçılan Elektrik Alanın H_x^s Bileşeni



Şekil 5.16. Yakın alan saçılan Manyetik Alanın H_y^s Bileşeni

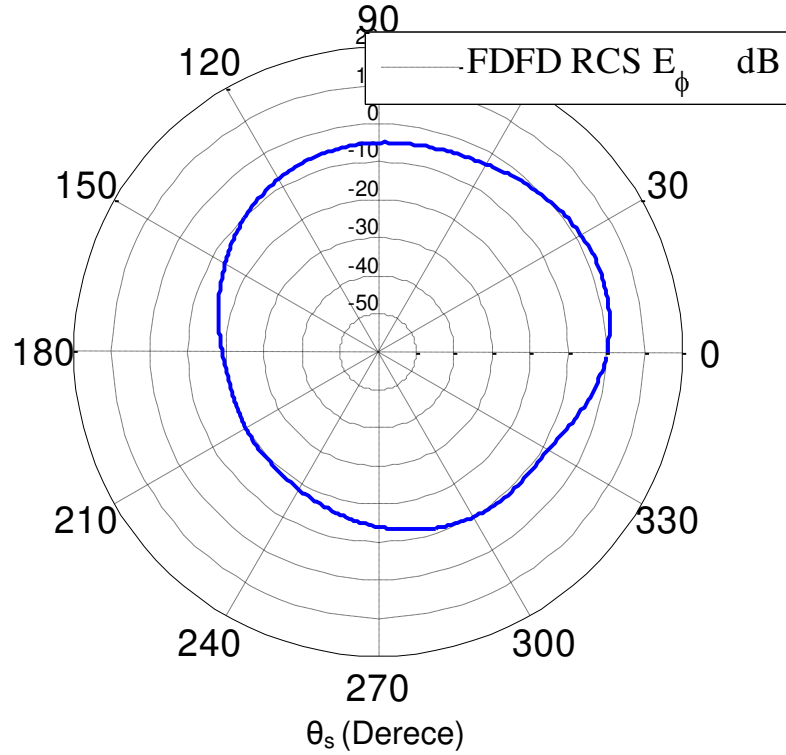


Şekil 5.17. Yakın alan saçılan Elektrik Alanın H_z^s Bileşeni



Şekil 5.18. Dikdörtgen dielektrik nesneden oluşan saçılma grafiği

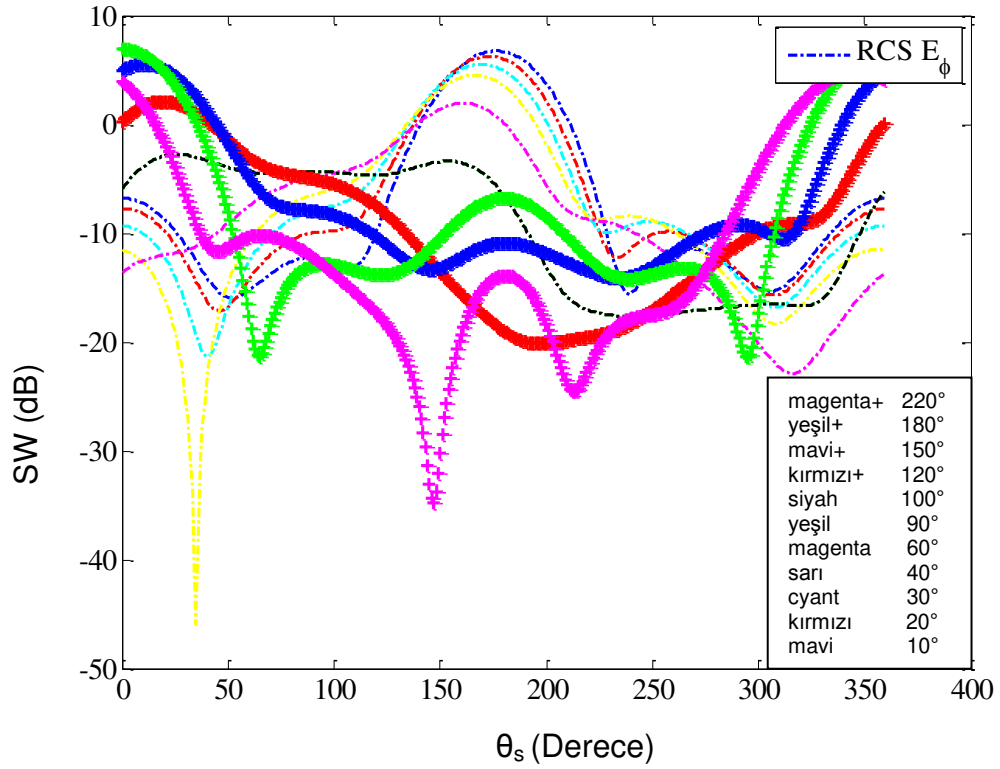
FDFD yöntemi ile dielektrik cisimden oluşan saçılma sonrası uzak alanda oluşan elektrik alan SW grafiği Şekil 5.18’de sunulmaktadır. Uzak alana ulaşan dalgalarda elektrik alana ilişkin sadece tek bir bileşen ölçülebilir seviyede olup, bu bileşenin maksimum değerinin 16° açı değeri civarında ölçüldüğü görülmüştür. Gelen dalga açısının 120° alındığı bu yapıda cismin şekline göre ve cismin dielektrik nesne olması sebebiyle kırılmalardan saçılan dalgaların etkilendiği görülmektedir.



Şekil 5.19. Saçılmanın polar çizimi

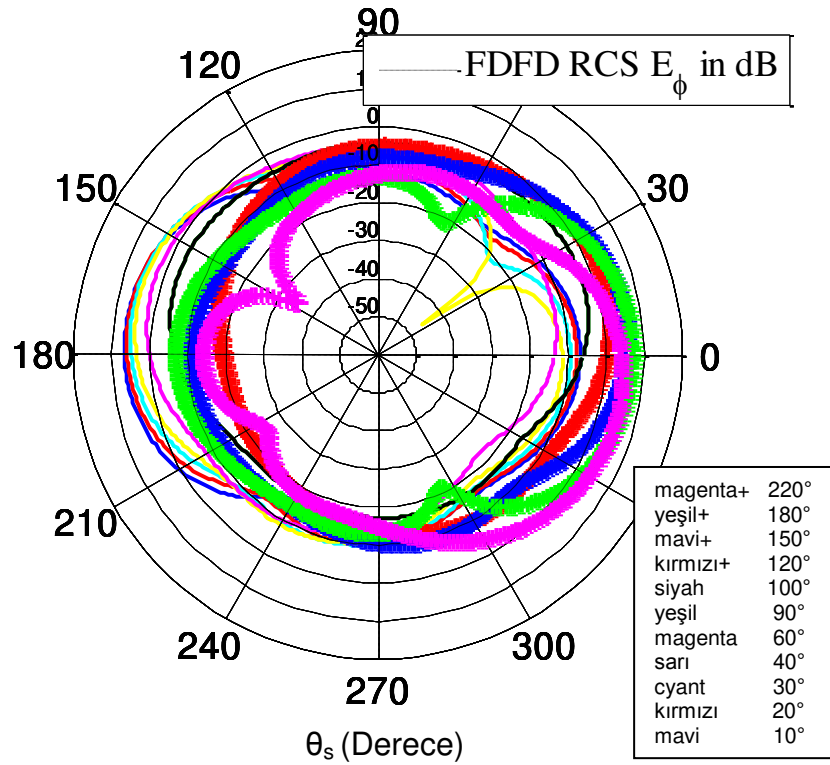
Şekil 5.19'daki polar çizim grafiğinin 90° nin iki tarafında simetrik olmadığı görülebilir. Bunun sebebi ölçüm yapılan cismin dielektrik dikdörtgen bir şekil oluşu ve cismin içinden dalgaların kırılarak geçiyor olmasından dolayıdır. Yapılan ölçümler bistatik şekilde olup, RCS ölçümü olarak adlandırılır.

Şekil 5.20 üzerinde ise gelen dalganın geliş açısının farklı değerleri için elde edilen sonuçlar görülebilir. Gelen dalga açısına göre grafik içerisinde farklı renkler kullanılmış olup, her bir dalgaya ilişkin renk planı grafik içerisinde listelenmektedir. Grafik içerisinde örneğin 180° ile gelen dalga cisme dik geldiği için diğer taraftan yani 0°'den maksimum değer ile çıkmaktadır.



Şekil 5.20. Dikdörtgen nesneden farklı gelen dalga açıları ile oluşan SW grafiği

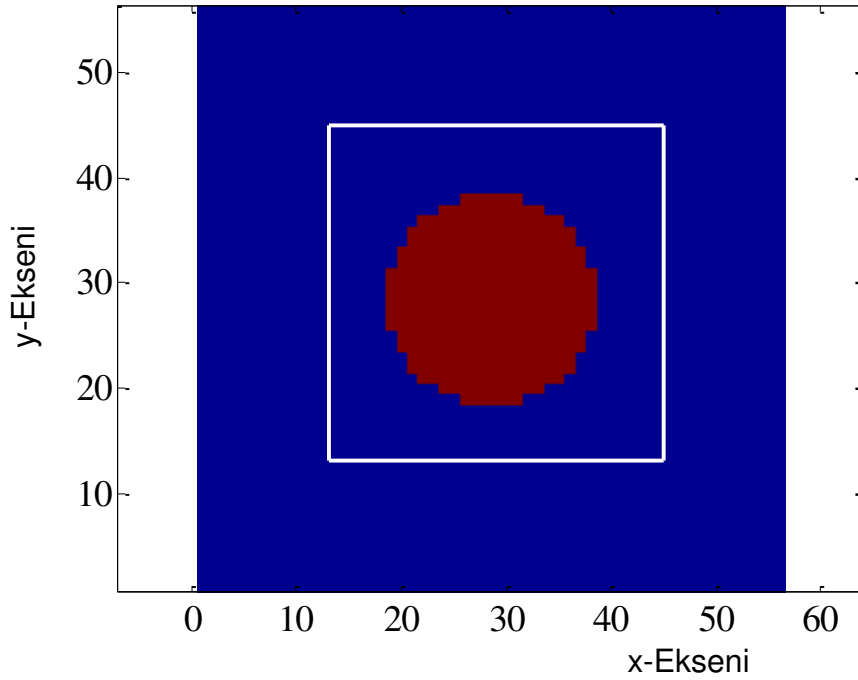
Ortam için elde edilmiş SW sonuçlarının polar çizimi ise Şekil 5.21 üzerinde gösterilmektedir. Polar çizimde ise örneğin 40° ile gelen dalganın 40° ile 30° arasında minimum SW değerine düştüğü görülebilir. Bu açı aralığı yüzeye normal gelmeyen dalgaların olduğu ortamlarda düz bir yüzeyden saçılma olasılığının en az olduğu aralıktır.



Şekil 5.21. Dikdörtgen silindir nesneden farklı gelen dalga açıları ile oluşan SW Polar grafiği

5.2.2. Dairesel silindir şeklindeki bir dielektrik nesneden oluşan bir saçılmaya ilişkin çözüm ($\mu=2$, $\epsilon=3$)

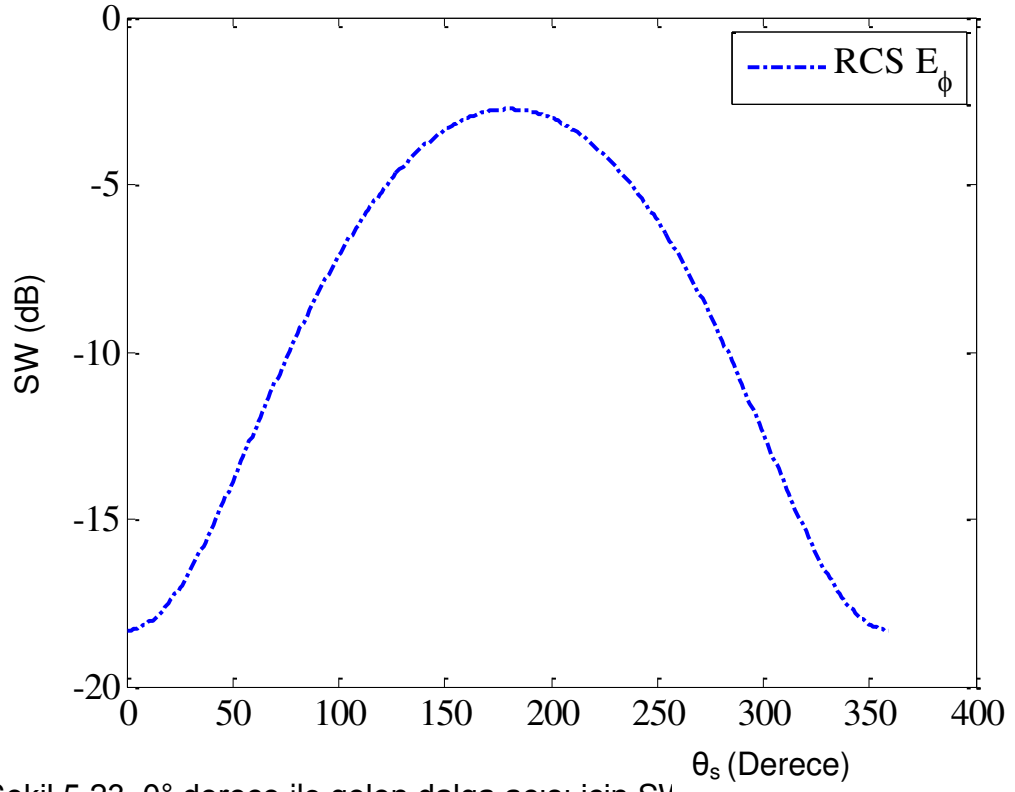
Bu bölümde, dielektrik sabiti ve geçirgenlik sabiti bir önceki bölüm ile aynı bırakılarak cismin geometrik şeklinin değiştirilmesi durumunda, saçılmanın nasıl olacağını gözlemleyecek bir yapı oluşturularak, FDFD yöntemi ile saçılma probleminin çözümü incelenmiştir. Cismin şeklinin değişmesi elektromanyetik saçılma problemlerinde en önemli etkenlerden birisi olan RCS parametresini etkiler. Saçılmanın olduğu cisim Şekil 5.22’de görülebilir. Problem dairesel bir şeklin üzerine gönderilen düzlemsel bir dalganın başka bir noktadan ölçümünün yapılacağı bistatik bir düzenek şeklindedir. Çözümü oluşturulan problemde $\lambda=1\text{m}$ ve dairenin yarıçapı $r=1\text{m}$ alınmış, buna göre frekans bir önceki problemde olduğu gibi hesaplanarak, $f=3 \times 10^8$ Hz olarak elde edilmiştir.



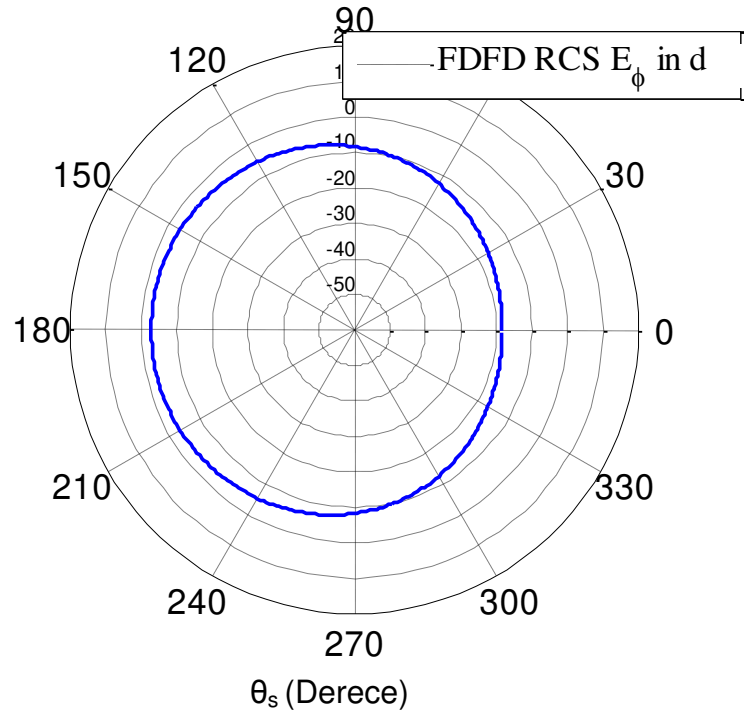
Şekil 5.22. Dairesel silindir dielektrik nesne

Dairesel silindir üzerinden oluşan saçılmanın ölçüm sonucunun 0° derece ile gelen dalga açısı için RCS grafikleri Şekil 5.23 ve Şekil 5.24, 60° derece ile gelen dalga açısı için RCS grafiği ise Şekil 5.25 ve Şekil 5.26 üzerinde görülebilir.

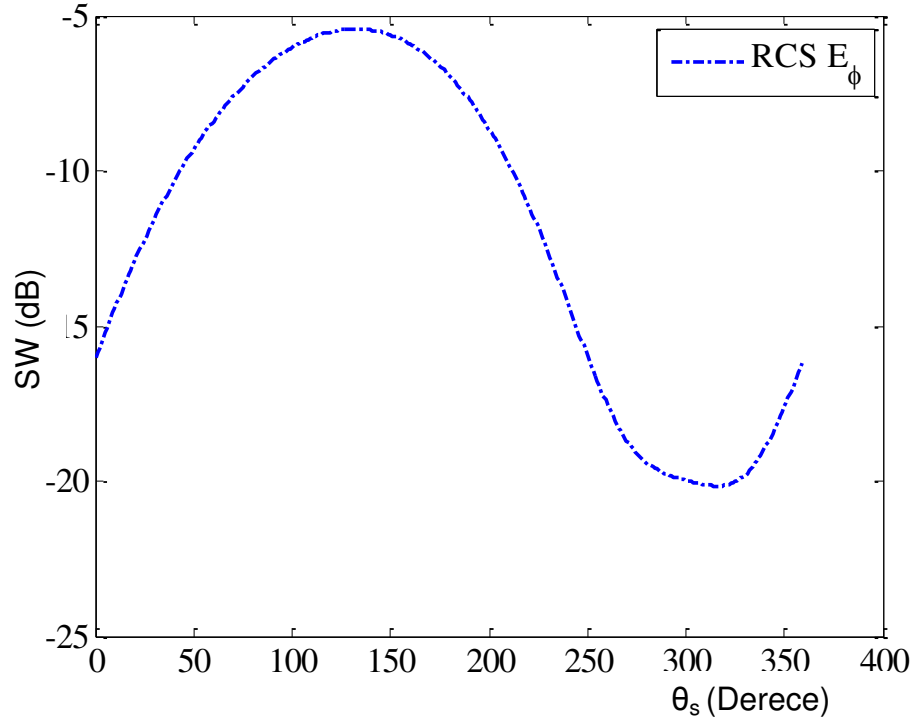
Dairesel bir şekilden oluşan saçılmaları farklı gelen dalga açısına göre ölçtüğümüzde maksimum RCS değerinin gelen dalga açısından çok saptmadığı görülür. Dairesel silindirin bir önceki bölümde ölçümleri alınan dikdörtgen yapıdaki silindire göre farklı grafik sonuçları vermemesinin sebebi, gelen dalganın sürekli daireye dik ulaşmasındandır. Şekil 5.23, 5.24, 5.25 ve 5.26 üzerinde görüldüğü üzere maksimum RCS değeri gelen açı değerinin 180° fazlasıdır. Gelen dalga dik olarak nesneye girmekle beraber dielektrik nesne bu dalgaları büyük oranda aynen geçirerek çıkarır. Fakat FDFD yönteminin yapısı gereği hücrelerin dikdörtgen yapıya sahip olması sebebiyle gelen dalga bazı geliş açılarında dik olarak giremediğinden dolayı çıkış açısında sapmalar görülmektedir.



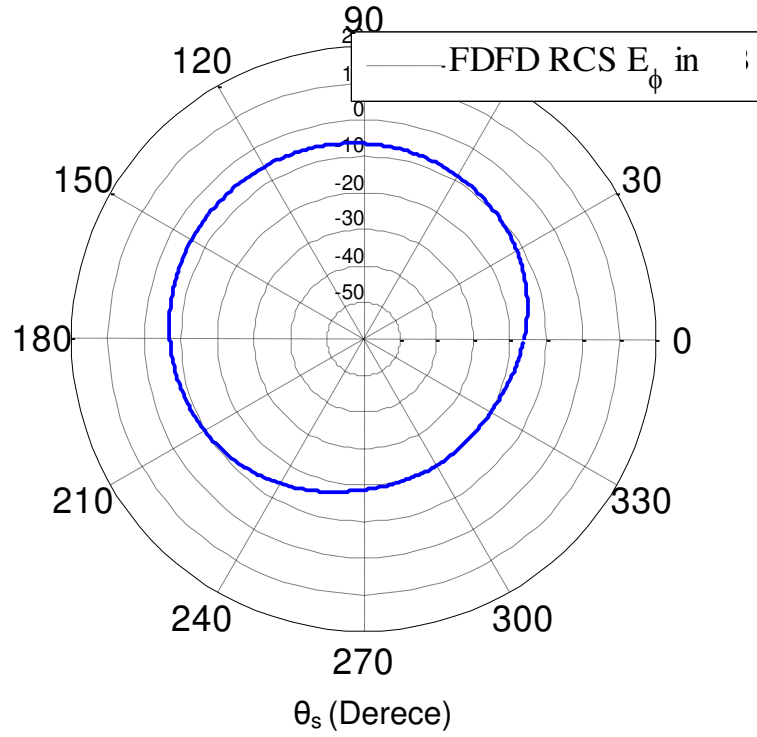
Şekil 5.23. 0° derece ile gelen dalga açısı için SVv



Şekil 5.24. Polar 0° derece ile gelen dalga açısı için SW

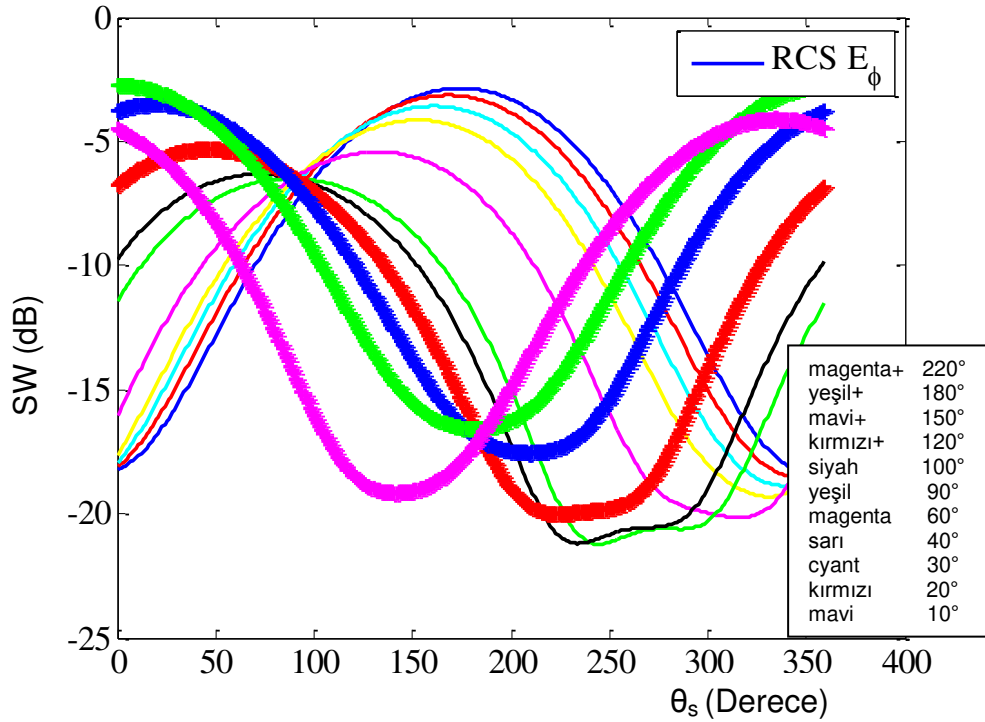


Şekil 5.25. 60° derece ile gelen dalga açısı için SW

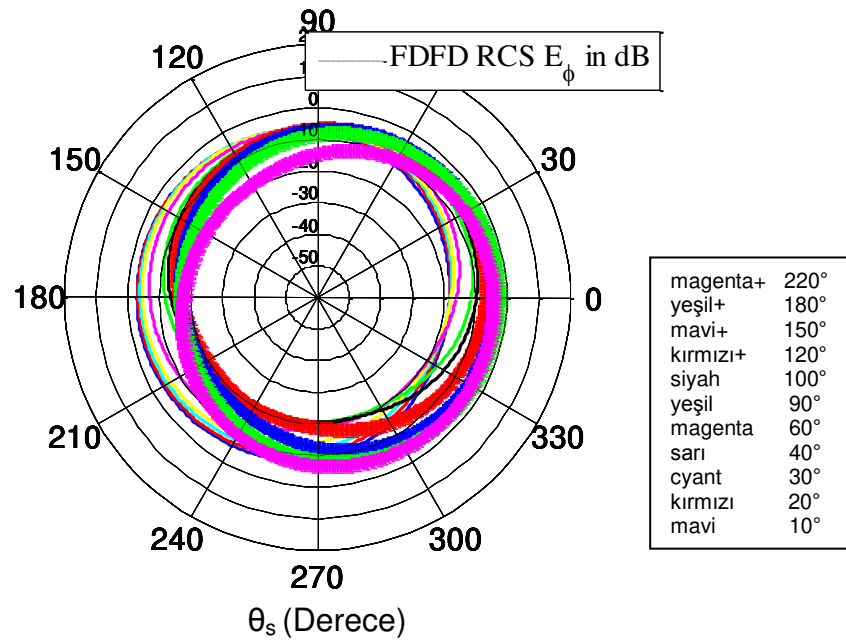


Şekil 5.26. Polar 60° derece ile gelen dalga açısı için SW

Şekil 5.27 ve 5.28 üzerinde ise dairesel silindire farklı açılarda gelen dalga sonucunda oluşan SW grafikleri görülebilir.



Şekil 5.27. Dairesel silindir nesneden farklı gelen dalga açıları ile oluşan SW grafiği



Şekil 5.28. Dairesel silindir nesneden farklı gelen dalga açıları ile oluşan SW polar grafiği

6. SONUÇ

Bu tezde FDFD yöntemi ile elektromanyetik saçılma problemlerinin nümerik modellemesi ve çözümü üzerine çalışılmıştır.

FDFD yöntemi ile farklı şekil ve yapıdaki nesneler üzerinden oluşan saçılma problemleri modellenmiş ve çözüme ilişkin sonuçlar elde edilmiştir. Söz konusu sonuçlar farklı kaynaklarda elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılarak yorumlanmıştır.

Oluşturulan modelin esnek bir yapıya sahip olması amaçlanarak ufak değişikliklerle farklı saçılma koşulları için uygulanabilecek bir yapıya sahip olması sağlanmıştır. Elde edilen sonuçlar beklenen ölçü ve değerlere yakın çıkmıştır.

Tez içerisinde farklı dielektrik sabiti ve geçirgenlik sabitine sahip dairesel ve dikdörtgen silindir nesnelerden oluşan saçılmalar ele alınmıştır. Buna ilaveten karşılaştırma amaçlı kullanılmak üzere nesnenin dielektrik sabiti çok büyük alınarak, dielektrik nesnenin dalgaları içine geçirmeden geri saçılımı sağlayacak şekilde mükemmel iletken bir şerit cisim gibi davranması sağlanılarak, çözüm oluşturulmuştur.

FDFD yöntemi uygulaması çok basit ve en bilinen yöntemlerden biridir. Fakat yöntemin ihtiyaç duyduğu en önemli husus çok büyük matrisleri işleyebilecek bilgisayar sistemleridir. Problemler detaylandıkça ve zorlaştıkça söz konusu ihtiyaç buna paralel olarak artar. Hyeongdong Kim ve Hao Ling tarafından üç boyutlu çözümler yapılmış olup, FDFD ile aynı problemlerin çözümü yapılarak karşılaştırılabilir [28].

FDFD esas alınarak yeni nümerik yöntemler geliştirilebilir. Mevcut kullanılan Kompakt FDFD [21] yöntemi gibi, FDFD yönteminin kullanıldığı yeni bir teknik geliştirilerek daha esnek nümerik modelleme yolları oluşturulabilir.

FDFD yöntemi kullanılarak üç boyutlu ve farklı malzeme yapısına sahip nesneler için elektromanyetik saçılma problemleri için nümerik modeller oluşturulabilir. Daha karmaşık şekiller ele alınarak farklı şekilde ızgaralar ile modellemeler yapılabilir. Aynı modelleme içinde farklı şekildeki ızgaralar kullanılarak, ızgara şekli itibariyle avantajlı bilinen FEM yöntemi ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırmalar yapılabilir.

KAYNAKLAR

1. A. Thom and C. J. Apelt, "Field Computations in Engineering and Physics", **D. Van Nostrand, London**, 165-195, (1961).
2. E. Schweig and W.B. Bridges, "Computer Analysis of Dielectric Waveguides: A Finite Difference Method", **IEEE Trans. MTT**, May, 32(5): 531-541, (1984).
3. Jerome I. Glaser, "Numerical Solution of Waveguide Scattering Problems by Finite Difference Green's Function", **IEEE Trans. MTT**, Aug., 18(8): 436-443, (1970).
4. M. J. Hagmann, O. P. Gandhi and C. H. Durney, "Numerical Calculation of Electromagnetic Energy Deposition for a Realistic Model of Man", **IEEE Trans. MTT**, Sept., 27(9): 1034-1034, (1979).
5. Dok Hee Choi ND Wolfgang J. R. Hoefer, "Finite Difference Time Domain Method and its Application to Eigenvalue Problems", **IEEE Trans. MTT**, Dec., 34(12): 1464 – 1470, (1986).
6. Brian J. McCartin John F. Dicello, "Three Dimensional Finite Difference Frequency Domain Scattering Computation Using the Control Region Approximation", **IEEE Trans. Magnetism**, July., 25(4): 3092 - 3094, (1989).
7. C. Rappaport, "Preliminary FDTD results from the anechoic absorber absorbing boundary condition", **IEEE AP-S Symp. Dig.**, July, 533-547, 544 – 547, (1992).
8. C. Rappaport and L. Bahrmassel, "An absorbing boundary condition based on anechoic absorber for EM scattering computation", **J. Electromag. Waves App.**, Dec., 6(12): 1621-1634, (1992).
9. J. P. Berenger, "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves", **J. Comp. Phys.**, Oct., 114(2): 185–200, (1994).
10. R. Holland and J. Williams, "Total field versus scattered field finite difference codes: A comparative assessment", **IEEE Trans. Nucl. Sci.**, 4583-4588, (1983).
11. Matthew O. Sadiku, "Elements of Electromagnetics", **CRC Press**, 50-224, (1994).
12. Matthew N. O. Sadiku, "Numerical Techniques in Electromagnetics", **CRC Press**, 120-234, (2001).

13. R. F. Harrington, "Field Computation by Moment Methods, The IEEE/OUP Series on Elektromagnetic Wave Theory", **Piscataway**, 1-230, (1993).
14. İbrahim Türer, "Specific Absorbtion Rate Calculations Using Finite Difference Time Domain Method", **Orta Doğu Teknik Üniversitesi**, 1-30, (2004).
15. M. A. Sahir ARKAN, "Sonlu Elemanlar Metodunun Mühendislikte Uygulamaları", 1-11, **Orta Doğu Teknik Üniversitesi**, (1991).
16. Yee, K. S., "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations", **IEEE Transactions on Antennas and Propagation**, 14(3): 302-307, (1966).
17. Yavuz EROL, Hasan H. BALIK, "FDTD Tekniği İçin Yeni Bir Alt İzgaralama Algoritması", 1-4, **Fırat Üniversitesi, Beykent Üniversitesi**, (2008).
18. S. Cumhur BAŞARAN, Gonca ÇAKIR, "Zaman Düzleminde Sonlu Farklar Yöntemi İle Mikroşerit Hatlara Uygulanan MUR ve Dispersive (DBC) Sınır Koşullarının Analizi", 1-3, **Akdeniz Üniversitesi, Kocaeli Üniversitesi**, (1999).
19. M. Salazar-Palma, T. K. Sarkar, Luis-Emilio Garcia-Castillo, T. Roy, A. Djordjevic, "Iterative and Self Adaptive Finite-Elements in Electromagnetic Modeling", **Artech House**, Boston, 2-830, (1998).
20. Hu Xiao-juan, "2-D FDFD Analysis of Electromagnetic Scattering by Complex Targets", 1-1, **Department of Physics Xidian University**, 710071, China, (2006).
21. Dagang Wu and li Chen, "Application of Model Order Reduction Techniques to Compact FDFD Method for Guided Wave Structures", **Department of Electrical and Computer Engineering University of Houston**, 1-2, (2003).
22. Y. Saad, "Iterative methods for sparse linear systems". **Society for Industrial and Applied Mathematics**, 68-91, (2003).
23. Timothy A. Davis, "Direct methods for sparse linear systems" **Society for Industrial and Applied Mathematics**, 7-24, (2006).

24. Cleve B. Moler, "Numerical computing with MATLAB" ***Society for Industrial and Applied Mathematics***, 53-82, (2004).
25. K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," ***IEEE Trans. Antennas and Propagation***, 14: 302-307, (1966).
26. C. F. Bohren, "Light scattering by an optically active sphere," ***Chem. Phys. Lett.***, Dec., 29: 458-462, (1974).
27. Balanis Constantine A., "Advanced Engineering Electromagnetics", ***John Wiley & Sons, Inc.***, 1-236, (1989).
28. Hyeongdong Kim, Hao Ling, "Electromagnetic Scattering from an Inhomogeneous Object by Ray Tracing", ***IEEE Trans. Antennas and Propagation***, 5 May, 517-525, (1992).
29. Edwin A. Marengo, Carey M. Rappaport and Eric L. Miller, "Optimum PML ABC Conductivity Profile in FDFD", ***IEEE Trans. Magn.***, 3 May, 1506-1509, (1999).
30. Kuzu Lokman "Electromagnetic Scattering From Chiral Materials Using The Finite Difference Frequency Domain Method", Doktora Tezi, ***Electrical Engineering of Syracuse University***, 11-68, (2006)
31. Qiuzhao Dong, He Zhan, and Carey M. Rappaport, "Efficient 3D Finite Difference Frequency-Domain Modeling of Scattering in Lossy Half-space Geometries", ***IEEE Antenna and Propagation Conference Proceedings***, 1789-1792, (2007).
32. Xiaying Zhu, Arshad Hasib, and Natalia K. Nikolova, "Electromagnetic Sensitivity Analysis of Scattering Parameters Based on the FDFD Method", 165-168, ***Signals, Systems and Electronics, 2007. ISSSE '07. International Symposium***, 165-168, (2007).
33. Prodyut K. Talukder, Franz-Josef Schmuickle, Reiner Schlundt¹ and Wolfgang Heinrich, "Optimizing the FDFD Method in Order to Minimize PML-Related Numerical Problems", ***Microwave Symposium, 2007. IEEE/MTT-S International***, 293-296, (2007).

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı :Kuzu, Süleyman
 Uyuğu :T.C.
 Doğum Yeri :Niğde
 Doğum Tarihi :18.04.1978
 Askerlik Durumu :Tamamlandı
 Medeni Durumu :Evli

Eğitim Durumu

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet Tarihi
Lisans	:Osmangazi Üniversitesi Elektrik Elektronik Müh.	2001
Lise	:Niğde Anadolu Lisesi	1996

İş Deneyimi

Yıl	Yer	Görev
2010-2003	Türksat Uydu Haberleşme Kablo TV ve İşletme A.Ş.	Kıdemli Uzman/Uzman
2003-2002	ODTU Elektrik Elektronik Müh.(ÖYP)	Araştırma Görevlisi
2002-2001	ORTEKS A.Ş.	Elektrik ve Enerji Bakım Şefi

Yabancı Dil

İngilizce
 Almanca

Hobiler

Tenis, Kick boks