

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

78174

JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

GAUSS - KRÜGER TASVİRİNDE ÇÖZÜM YÖNTEMLERİNİN İNCELENMESİ

Harita Müh. Faruk YILDIRIM

Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsünde
" Harita Yüksek Mühendisi"
Ünvanı Verilmesi İçin Kabul Edilen Tezdir.

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 09.01.1998

Tezin Savunma Tarihi : 09.02.1998

Tezin Danışmanı : Doç. Dr. Ahmet KAYA



Jüri Üyesi : Doç. Dr. Celalettin KARAALI



Jüri Üyesi : Doç. Dr. Aslan DİLAVER



Enstitü Müdürü : Prof. Dr. Fazlı ARSLAN



Trabzon 1998

ÖNSÖZ

Bu çalışma, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Programı, Jeodezi Anabilim Dalında Yüksek Lisans tezi olarak hazırlanmıştır.

Çalışmada, Gauss - Krüger Tasvirinin farklı çözüm yöntemleri incelenmiş ve yöntemler arasında irdeleme yapılmıştır.

Çalışma süresince görüş ve eleştirilerinden faydalandığım değerli hocam Doç. Dr. Ahmet KAYA' ya, matematiksel ifadelerin çözümünde yardımcı olan Matematik Bölümü hocalarından Yrd. Doç. Dr. Ömer PEKŞEN ve Yrd. Doç. Dr. Erhan ÇOŞKUN' a ve bilgisayardaki yazım işlemlerinde yardımlarını esirgemeyen meslektaşım Arş. Gör. Fevzi KARSLI' ya teşekkür ederim.

Faruk YILDIRIM

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa No</u>
ÖNSÖZ	II
İÇİNDEKİLER	III
ÖZET	VI
SUMMARY	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ	VIII
ÇİZELGELER DİZİNİ	IX
SEMBOLLER DİZİNİ	X
1. GENEL BİLGİLER	1
1.1. Giriş	1
1.2. Referans Elipsodi	2
1.2.1. Meridyen Elipsinin Parametreleri	2
1.2.2. Dünya Elipsoidinin Boyutları	3
1.2.3. Elipsoidal Coğrafi Koordinatlar	4
1.3. Gauss-Krüger Tasviri Hakkında Önbilgi	5
1.3.1. Gauss Tasvirinin Tasvir Şartları	6
2. YAPILAN ÇALIŞMALAR	7
2.1. Klasik Taylor Serisine Dayanan Yöntemler	7
2.1.1. Gauss-Krüger Yöntemi	8
2.1.1.1. Tek Değişkenli Kuvvet Serileri	9
2.1.1.1.1. Tek Değişkenli Kuvvet Serileriyle Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesaplanması	10
2.1.1.1.2. Tek Değişkenli Kuvvet Serileriyle Gauss-Krüger Koordinatlardan Coğrafi Koordinatlarının Hesaplanması	13
2.1.1.2. Çift Değişkenli Kuvvet Serileri	17
2.1.1.2.1. Çift Değişkenli Kuvvet Serileriyle Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesaplanması	18
2.1.1.2.2. Çift Değişkenli Kuvvet Serileriyle Gauss-Krüger Koordinatlardan Coğrafi Koordinatlarının Hesaplanması	21

2.1.2. Richardus-Adler Yöntemi.....	24
2.1.2.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı	24
2.1.2.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı	25
2.2. Küreyi Yardımcı Yüzey Kabul Eden Yöntemler	26
2.2.1. Schödlbauer-Krack Yöntemi	27
2.2.1.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı	27
2.2.1.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı	30
2.2.2. Williams Yöntemleri	32
2.2.2.1. Williams'ın I. Yöntemi.....	32
2.2.2.1.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı	34
2.2.2.1.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı	36
2.2.2.2. Williams'ın II. Yöntemi.....	38
2.2.2.2.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı	41
2.2.2.2.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı	41
2.2.3. Bowring Yöntemi	42
2.2.3.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı	42
2.2.3.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı	46
2.2.4. Mittermayer Yöntemi	47
2.2.4.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı	50
2.2.4.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı	51
2.3. Kompleks Sayı Ve Fonksiyonlara Dayanan Yöntemler	51
2.3.1. Bowring Yöntemi	52
2.3.1.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı	53
2.3.1.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı	54
2.3.2. Klotz Yöntemi	55
2.3.2.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı	59
2.3.2.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı	60
2.4. Diğer Alternatif Çözümler	60
2.4.1. Ord-Smith Yöntemi	61
2.4.1.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı	64
2.4.1.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı	65

2.4.2. Ingwersen Yöntemi	66
2.4.2.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı	67
2.4.2.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı	70
3. BULGULAR	73
4. İRDELEME	74
5. SONUÇLAR	81
6. ÖNERİLER	83
7. KAYNAKLAR	84
8. EKLER	86
9. ÖZGEÇMİŞ	139



ÖZET

Son yıllarda, gelişen teknolojiye paralel olarak , el hesap makineleri ve bilgisayarlar da gelişmektedir. Bu gelişmeyle, hesaplayıcılardaki belli bir sınıra kadar olan çift incelikli sayıların hane sayısı artmış, ancak özel hazırlanmış tablolar yardımıyla güçlükle hesaplanabilen fonksiyonlar daha kolay hesaplanmış ve hatta hesaplanamayan bazı fonksiyonlar hesaplanabilmiştir.

Bilim adamları, bu gelişmeleri göz önüne alarak yeni arayışlar içerisine girmişlerdir. Dolayısıyla Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği'nin hesap yönü ağırlıkta olan Matematiksel Jeodezi dalı da bu gelişimden etkilenmiştir. Matematiksel Jeodezi'nin ve bu çalışmanın da konusu olan Gauss-Krüger Tasviri birçok yöntemle çözülmüştür. Tasvirin gerçekleştirilmesinde kullanılan fonksiyonlar o günün şartlarında ancak seriye açılarak, türevler yardımıyla belli bir sınıra kadar hesaplanabilmekteydi. Ancak günümüzde, bu konuyla uğraşan bilim adamları trigonometrik, hiperbolik ve kompleks sayılar gibi rahatlıkla hesaplanan fonksiyonları kullanarak birçok yöntem geliştirmişlerdir.

Bu çalışmada, Gauss-Krüger Tasvirinde geliştirilen yeni yöntemler araştırılıp, ilk geliştirilen ve hala günümüz yönetmeliklerinde geçerli olan tasvir denklemleriyle karşılaştırılmış ve kendi aralarında irdelenmiştir.

Çalışma sonucunda, Türkiye enlem ve boylam sınırlarında irdelenen yeni yöntemlerin, ancak sınırlı bir boylam farkı için geçerli olan yöntemlerin yerine geçebileceği ve boylam farkı sınırlamasını ortadan kaldıracağı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler : Çift İncelikli Sayılar, Matematiksel Jeodezi, Gauss-Krüger Tasviri, Enlem, Boylam.

SUMMARY

The Examined of Solution Methods in Gauss-Krüger Projection

Parallel to ever evolving technology, in recent years, tremendous developments are also noticed considering pocket calculators and computers. The capabilities of pocket calculators have largely increased. As a result, the functions which could hardly be solved using special techniques can now be deal with these calculators.

Such technological advancements have encouraged scientists to quest for new techniques. As a branch of Surveying Engineering, Mathematical Geodesy, which involves heavy computations have naturally been affected from this. Gauss-Krüger Projection, which is the topic this study have been solved using various techniques in Mathematical Geodesy. In the past, the functions of this Projection had been calculated by serial approaches. In recent years, new computation techniques employing trigonometric, hyperbolic, and complex functions have been devised.

In this thesis, these new techniques for Gauss-Krüger Projections have been examined and compared with the ones which had been used earlier and are still proposed to be used in some regulations.

This study has concluded that, the new techniques, examined for the Turkey's latitude and longitude values, can replace the ones used within limited longitudinal range. This way the longitudinal limitation is avoided.

Key Words: Double Precision Numbers, Mathematical Geodesy, Gauss-Krüger Projections, Latitude, Longitude

ŞEKİLLER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Şekil 1. Dönel elipsoid.....	2
Şekil 2. Meridyen elipsi	3
Şekil 3. Elipsoidal coğrafi koordinatlar	4
Şekil 4. Elipsoid üzerinde herhangi bir noktanın gösterimi	10
Şekil 5. Yardımcı küre yüzeyinde koordinatlar	34
Şekil 6. N yarıçaplı küre	45
Şekil 7. N_f yarıçaplı küre	46
Şekil 8. Küresel $(\bar{q}, \bar{\ell})$ sistemi	49
Şekil 9. XYZ koordinat sistemi ve a yarı eksenli silindir	62
Şekil 10. XYZ koordinat sistemi ve a' yarı eksenli silindir	64
Şekil 11. Coğrafi koordinatlar (B,L)'den x' in hesaplanmasının, yöntemlerde karşılaştırılması	75
Şekil 12. Coğrafi koordinatlar (B,L)'den y' nin hesaplanmasının, yöntemlerde karşılaştırılması	76
Şekil 13. Gauss-Krüger koordinatları (x,y)'den B' nin hesaplanmasının, yöntemlerde karşılaştırılması	79
Şekil 14. Gauss-Krüger koordinatları (x,y)'den L' nin hesaplanmasının, yöntemlerde karşılaştırılması	80

ÇİZELGELER DİZİNİ

	<u>Sayfa No</u>
Çizelge 1. Kullanılan dönel elipsoidler	3
Ek Çizelge 1. Çift değişkenli kuvvet serilerinde $\Delta x'$ in belirlenmesi için kullanılan katsayıların, Türkiye enlemleri için 30' aralıklarla hesaplanmış değerleri	86
Ek Çizelge 2. Çift değişkenli kuvvet serilerinde y' nin belirlenmesi için kullanılan katsayıların, Türkiye enlemleri için 30' aralıklarla hesaplanmış değerleri	86
Ek Çizelge 3. Çift değişkenli kuvvet serilerinde ΔB 'nin belirlenmesi için kullanılan katsayıların, Türkiye enlemleri için 30' aralıklarla hesaplanmış değerleri	87
Ek Çizelge 4. Çift değişkenli kuvvet serilerinde ℓ' nin belirlenmesi için kullanılan katsayıların, Türkiye enlemleri için 30' aralıklarla hesaplanmış değerleri	87
Ek Çizelge 5. Çift değişkenli kuvvet serilerinde, Türkiye enlemlerinin 30' aralıklarla hesaplanmış G değerleri	88
Ek Çizelge 6. Hayford Elipsoidi için b_k ve c_k katsayıları	88
Ek Çizelge 7. $B=39^\circ$ sabit ve L boylamı $0^\circ \leq L \leq 30^\circ$ aralığında 30' dakika farklarla değişken alınarak, elde edilen x değer farkları	89
Ek Çizelge 8. $B=39^\circ$ sabit ve L boylamı $0^\circ \leq L \leq 30^\circ$ aralığında 30' dakika farklarla değişken alınarak, elde edilen y değer farkları	92
Ek Çizelge 9. $x=4320000m$ sabit ve y değeri $0 \leq y \leq 2000km$ aralığında 50km farklarla değişken alınarak, elde edilen B farkları	95
Ek Çizelge 10. $x=4320000m$ sabit ve y değeri $0 \leq y \leq 2000km$ aralığında 50km farklarla değişken alınarak, elde edilen L farkları	97
Ek Çizelge 11. $B=39^\circ$ sabit ve L boylamı $0^\circ \leq L \leq 30^\circ$ aralığında 30' dakika farklarla değişken alınarak, elde edilen (x,y) koordinatları	99

SEMBOLLER DİZİNİ

a	: Hayford Elipsoidinin büyük yarı eksen
b	: Hayford Elipsoidinin küçük yarı eksen
c	: Kutup eğrilik yarıçapı
α	: Meridyen Elipsinin basıklığı
M	: Meridyen eğrilik yarıçapı
N	: Meridyene dik eğrilik yarıçapı (Enine eğrilik yarıçapı)
R	: Gauss-Eğrilik yarıçapı
G	: Ekvatordan itibaren meridyen yay uzunluğu
e^2	: Birinci eksentrisite
e'^2	: İkinci eksentrisite
t	: $\tan B$
η^2	: $e'^2 \cos^2 B$
V^2	: $1 + \eta^2$
ρ°	: $180^\circ / \pi$
B	: Elipsoid Coğrafi enlemi
L	: Elipsoid Coğrafi boylamı
L_0	: Başlangıç meridyeni
ℓ	: Başlangıç meridyeninden itibaren boylam farkı
x, y	: Gauss-Krüger koordinatları
X, Y	: Küresel dik koordinatlar
φ	: Küre Coğrafi enlemi
λ	: Küre Coğrafi boylamı
q	: Elipsoid izometrik enlemi
ω	: Küre izometrik enlemi
Φ	: Kompleks jeodezik enlem
ψ	: Kompleks izometrik enlem

1. GENEL BİLGİLER

1.1. Giriş

Jeodezik çalışmaların amacı, dünyanın biçimini, büyüklüğünü ölçülerle belirlemek ve dünya üzerinde bulunan çeşitli yüzeysel şekillerin ve insanlar tarafından yapılan tesislerin konumunu ve yüksekliklerini ölçme ve hesaplamalar ile tanımlamaktır. Ayrıca istenen bölgelerin önceden saptanan standartlara göre haritalarının yapılması da jeodezik çalışmaların kapsamı içerisinde. Üretilen haritalar jeodezinin kendi ihtiyaçları için kullanılabileceği gibi diğer disiplinlerin çeşitli türdeki çalışmalarına da temel teşkil etmektedir. Örneğin, sulama projelerinin, imar planlarının, yol etütlerinin, baraj etütlerinin, kadastral çalışmaların yapılmasında haritalardan yararlanılmaktadır.

Harita tamamen bir sanal yüzeydir. Gerçekte yeryüzünde böyle bir yüzey yoktur. Bu hesap yüzeyindeki koordinatlara geçilebilmesi için, dünyanın şekline yakın bir hesap yüzeyi olan referans elipsoidindeki koordinatların bilinmesi gerekir. Hesap yüzeyleri, hesaplama işlemlerinin kolay yapılabilmesi için yüzeyler olarak seçilir. Bunlar kolaylık sırasına göre düzlem, küre ve elipsoiddir [1].

Jeodezi uygulamalarında elipsoid üzerinde hesap yapmanın külfetinden kaçınmak için referans yüzeyi olarak küre yada düzlemden yararlanılır. Bu maksatla, bir orijinal sistemden bir başka sisteme geçişi veya bunun tersini gerçekleştirmek için yapılan işleme tasvir denir. Bu geçiş işlemi de genellikle bir matematik bağıntı ile sağlanır. Tasvir uzunluk, alan ve açı koruyan olmak üzere üç çeşittir. Jeodezi uygulaması bakımından en uygun olanı açı koruyan yani konform tasvirdir [2].

Bu çalışmanın temelini teşkil eden Gauss-Krüger Tasviri de elipsoidin düzleme konform tasviridir. Gauss-Krüger Tasvirine giriş yapmadan önce referans elipsoidi ve elipsoidal coğrafi koordinatlar hakkında bir ön bilgiye ihtiyaç vardır.

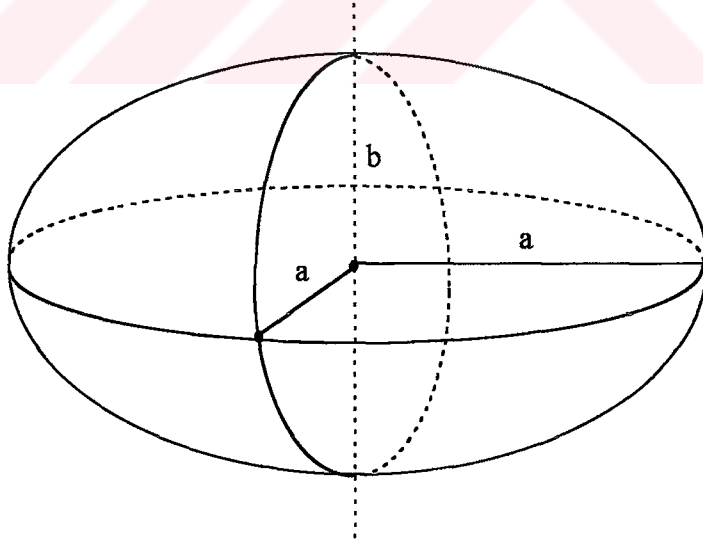
1.2. Referans Elipsoidi

Yeryüzünün temel şeklinin düzgün ve basit geometrik bir yüzey olmaması jeodezik ölçülerin değerlendirilmesini geniş ölçüde güçleştirmektedir. Böyle olunca matematik yönden daha basit, Jeodezik problemlerin çözümünde büyük güçlükler çıkarmayan ve dünyanın şeklinden farkı mümkün olduğu kadar az olan bir yüzeyin tayini gerekir.

Teorik araştırmalar ve astronomik-jeodezik çalışmaların değerlendirilmesiyle , en basit ve dünyanın şekline en yakın geometrik şeklin kutuplarda basık bir dönel elipsoid olduğu ortaya çıkmaktadır [3].

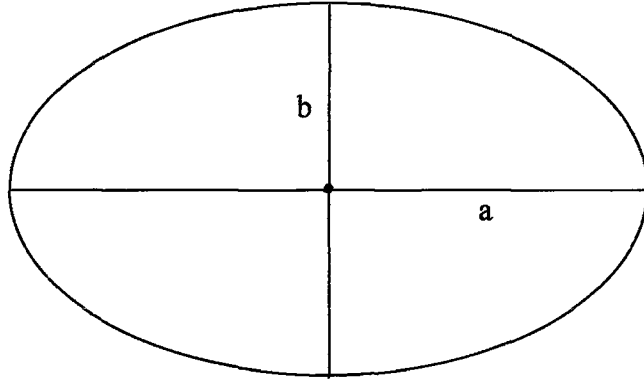
1.2.1. Meridyen Elipsinin Parametreleri

Jeodezi uygulamalarında dünyanın şeklinin bir dönel elipsoid olarak alınması halinde, boyutları ile belirli böyle bir elipsoidin, dönme eksenini içine alan bir düzlemle arakesiti bir elipstir ve “meridyen elipsi” adını alır. Yani dönel elipsoit, meridyen elipsinin b küçük yarıçapı etrafında dönmesiyle oluşmuştur (Şekil 1).



Şekil 1. Dönel elipsoid

Bu yüzden meridyen elipsinin büyüklüğü ve parametreleri, referans elipsoidinin büyüklüğünü vermektedir. Meridyen elipsini belirleyen parametreler a , b ve α dır (Şekil 2) [4].



Şekil 2. Meridyen elipsi

1.2.2. Dünya Elipsoidinin Boyutları

Dünya Elipsoidini belirlemek için, birçok bilgin, çeşitli ölçü ve yöntemlere dayanarak, hesaplar yapmışlar ve a , b değerlerini bunlara bağlı olarak α 'yı hesaplamışlardır. Bunlardan günümüzde kullanılanlardan en önemlileri tarih sırasına göre Çizelge 1'de gösterilmiştir.

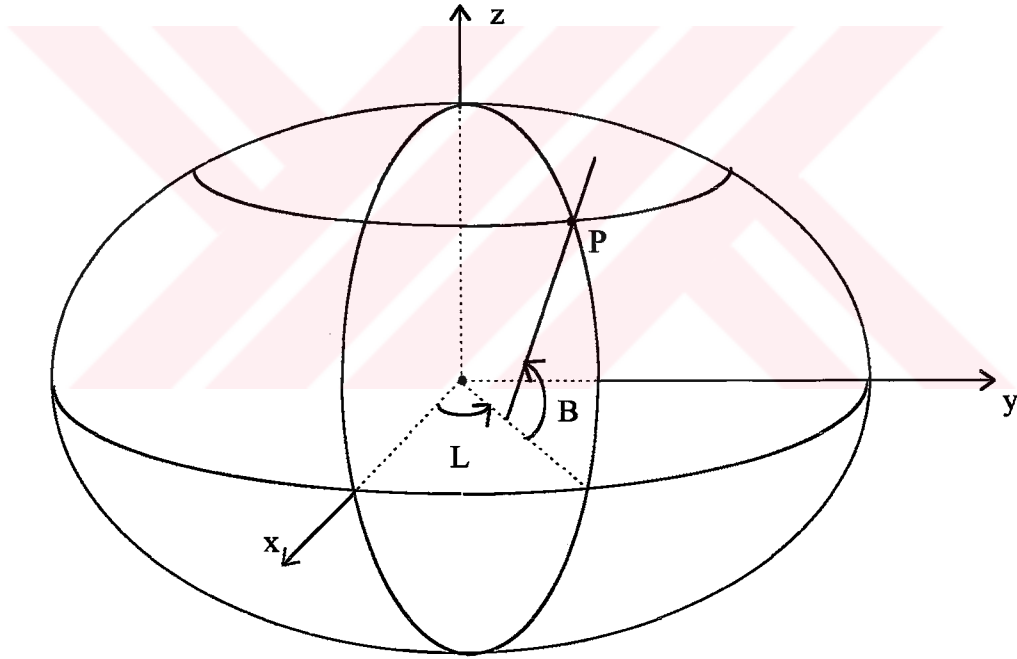
Çizelge 1. Kullanılan dönел elipsoidler

Yıl	Belirleyen	a	$\alpha = (a - b) / b$
1830	Everest	6377289,00000	1/300.8
1841	Bessel	6377397,15500	1/299.15
1866	Clarke	6378206,00000	1/294.98
1880	Clarke	6378249,14500	1/293.47
1909	Hayford (IUGG 1924)	6378388,00000	1/297
1940	Krassowsky	6378245,00000	1/298.3
1967	IUGG 1967	6378160,00000	1/298.25
1980	IUGG 1979	6378137,00000	1/298.26

Türkiye bu elipsoidlerden, Uluslararası Jeodezi ve Jeofizik Birliğinin 1924 yılındaki toplantısında benimsenen Hayford Elipsoidini (Uluslararası Elipsoid), 1932 yılında benimseyerek referans yüzeyi olarak kullanmaya başlamıştır [5].

1.2.3. Elipsoidal Coğrafi Koordinatlar

Elipsoid üstünde bir P noktasının coğrafi koordinatları B ve L dir (Şekil 3). L, elipsoidal coğrafi boylamdır ve bir başlangıç meridyeni ile P den geçen meridyen arasındaki açıdır. B elipsoidal enlem, P noktasında elipsoid normalinin dönme eksenine dik bir düzlemle yaptığı açıdır. Bu düzlem elipsoid merkezinden geçerse, elipsoid ekvator düzlemi olur .



Şekil 3. Elipsoidal coğrafi koordinatlar

Boylamlar x ekseninin pozitif yönünden itibaren doğuya doğru 0'dan 2π 'ye kadar değerler alırlar. Enlemler ekvatorдан kuzeye doğru pozitif ve güneye doğru negatif olmak üzere 0'dan $\pm \pi/2$ 'ye kadar değerler alırlar [6].

1.3. Gauss-Krüger Tasviri Hakkında Önbilgi

Mercator 1550’li yıllarda dünya üzerindeki jeodezik eğriyi tanımlayarak, bu eğriyi harita düzlemindeki doğruya indirgemek için basit bir formül geliştirmiştir. Yaklaşık 40 yıl sonra Edward Wright düzeltilmiş matematiksel indirgeme formüllerini geliştirmiştir.

Wright, 1590 yılında Mercator’un bu tasvirinden yola çıkarak denizcilik haritası geliştirmiş ve 1599 yılında “Denizcilikte Hataların Düzeltilmesi” adlı eserinde yayınlamıştır. Daha sonraki çalışmalar Lloyd A. Brown tarafından “Haritaların Tarihi” ve C.H. Deetz ve O.S. Adams tarafından “Harita Projeksiyonlarındaki Elemanlar” adıyla yayınlanmıştır.

Johann Heinrich Lambert, modern kartografya ve jeodezi için çok önemli olan konform konik projeksiyonunu geliştirmiştir. Lambert, projeksiyon yöntemlerinden ikisinin (açı ve uzunluk koruyan) teorisini tamamen geliştirememiş fakat çalışmalarının tamamını açı koruyan konform projeksiyon üzerinde yoğunlaştırarak bu projeksiyonla ilgili başarılı uygulamalar geliştirmiştir. Lambert, projeksiyonun ilk temellerini kuran Mercator olduğu için bu projeksiyona “Transverse Mercator Projeksiyonu” ismini vererek, bu dönüşümün küçük boylam farkı ve yüksek enlemlerdeki kullanılabilirliğine dikkat çekmiştir. Bu çalışmalarını 1772 yılında Berlin’de yayınladığı “Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung” kitabında açıklamıştır Bundan yaklaşık 50 yıl sonra Gauss çalışmaları devam etmiştir[7].

C.F. Gauss, kendi adıyla anılan tasviri, yay ölçüsü ve buna bağlı olarak Hannover memleket ölçüsü için 1820 ve 1830 yılları arasında geliştirmiş ve tüm hesapları bizzat kendisi yapmıştır. Ölçümlerde çalışan Hannover subaylarına, Göttingen talebelerine ve Astronom Schumacher’e hesaplarda kullandığı formülleri bildirmiş ancak Gauss metodunu kendisi yayınlama imkanı bulamamıştır.

Bu konuda ilk toplu yayını Hannover memleket ölçmesinde çalışan Yüzbaşı O. Schreiber 1866 yılında yapmıştır. Daha sonraları Postdam Jeodezi Enstitüsünde bölüm başkanı olan Prof. Dr. L. Krüger, Gauss’un belgelerini incelerken, Schreiber’ce bilinmeyen sayısız notlar bulmuş ve bunları iki eserinde gayet detaylı olarak yayınlamıştır.

Bundan dolayıdır ki, Krüger'in hatırasına hürmeten, sadece Gauss ismi kullanılmayarak tasvir sonucu elde edilen koordinatlara Gauss-Krüger koordinatları ismi verilmiştir [8].

Bununla birlikte literatürde "Gauss-Krüger" ve "Transverse Mercator" projeksiyonu kavramları günümüzde UTM sistemi dolayısıyla eş anlamlı olarak kullanılmaktadır.

1.3.1. Gauss Tasvirinin Tasvir Şartları

Gauss-Krüger Tasviri, referans elipsoidi üzerindeki (B,L) coğrafi koordinatlarının, konform olarak düzlem dik koordinatları (x,y)'ye dönüştürmektir. Bu tasviri gerçekleştirirken konformluktan başka iki ilave şartın sağlanması istenir[8].

1. Tasviri yapılacak bölgenin takriben ortasından geçen bir L_0 ana meridyeni, tasvirde düzlem sistemin apsis eksenini olan bir doğru ile gösterilmelidir. Yani Başlangıç meridyenin düzlem tasviri x eksenini olmalıdır.

2. Ana meridyenin tasviri uzunluk korumalıdır.

Tasvir şartlarını sağlayan matematiksel işlemler, günümüze kadar pek çok değişik yöntemle çözülmüştür. Bu yöntemler bir sonraki bölümde detaylıca ele alınmıştır.

2. YAPILAN ÇALIŞMALAR

Elipsoid coğrafi koordinatlarından Gauss-Krüger koordinatlarının hesaplanması ve ters işlemi için, farklı matematiksel yaklaşımlardan hareket eden birçok çözüm yöntemi geliştirilmiştir. Böylece aynı sonuca yönelen fakat birbirinden oldukça farklı çözümler bulunmuştur. Gauss-Krüger tasvirinin çözüm yöntemleri aşağıda sıralanan başlıklar içerisinde ele alınacaktır;

1. Klasik Taylor serisine dayanan yöntemler
2. Küreyi yardımcı yüzey kabul eden yöntemler
3. Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayanan yöntemler
4. Diğer alternatif çözümler.

2.1. Klasik Taylor Serisine Dayanan Yöntemler

Bu yöntemlere başlamadan önce matematikte Taylor serisine neden gerek olduğu ve tanımının yapılması gerekir. Taylor serisi sayısal yöntemlerin temelidir. Bir çok sayısal çözüm tekniği doğrudan doğruya bu seriden çıkarılır. $y = f(x)$ şeklinde verilen fonksiyonunun bir P_0 noktasında belli olan x_0 değerinden hareketle, x_0 civarındaki değeri $f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + (x - x_0)^2 f''(x_0)/2! + (x - x_0)^3 f'''(x_0)/3! + \dots$ ile ifade edilebilirse o zaman bu $f(x)$ fonksiyonunun x_0 civarında “Analitik” olduğu söylenir. Serinin yakınsaklık koşullarını belirlemek zor olmasına rağmen $f(x)$ 'in x_0 da ki türevinin mevcut olması ve sonlu olması lazımdır. Eğer Taylor serisi mevcut ise x 'in x_0 'dan farklı fakat x_0 civarındaki bir değerine karşılık düşen $f(x)$ 'i bulabiliriz. Fonksiyonun şekline göre hesap işlemi kolay veya çok zor ve karmaşık olabilir. $\ln x$, e^x , $\sin x$, ... vb. gibi fonksiyonların değerlerinin hesaplanması pek kolay değildir.

Ancak bu tipten fonksiyonlar basit şekillere sokularak küçük yaklaşıklıklarla hesaplanabilirler. Bu yöntemlerden biri de kuvvet serilerinden yararlanmaktır. Bu yöneme verilen fonksiyonun seriye açılımı denir. Bir fonksiyonun seriye açılımında Taylor Serileri olarak isimlendirilen serilerden yararlanır.

2.1.1. Gauss-Krüger Yöntemi

Gauss ve Prof. Dr. L. Krüger' in geliştirdiği bu ilk yöntem daha sonra W. Hristow tarafından yeniden incelenmiştir. Hristow, diferansiyel geometriden ve fonksiyonlar teorisinden birkaç kanunun yardımıyla yöntemi kısa ve açık bir gösterim haline getirmiştir. Koordinatların elde edilmesinde günümüzde kullanılan seri açılımlar geniş ölçüde Hristow' un çalışmalarına dayanmaktadır.

Bu yöntemle elipsoidin düzleme konform tasviri gerçekleştirilirken aşağıdaki adımların yerine getirilmesi gerekir[8].

- Elipsoid ve Düzlemde izometrik koordinat sistemleri alınmalıdır. Düzlem (x,y) koordinatları izometriktir. Fakat Elipsoid (B,L) koordinatları izometrik değildir. Bundan dolayı Elipsoidde (q,ℓ) izometrik koordinat sistemi dikkate alınır.
- Her iki yüzeydeki koordinat çiftleri (q+iℓ), (x+iy) şeklinde kompleks değişkenler olarak birleştirilir.
- Orijinal ve tasvir arasındaki ilişkiyi belirleyen bir f analitik fonksiyonu seçilir. Bu fonksiyon tasvir şartlarını sağlamalıdır.

$$x + iy = f(q + i\ell) \quad (1)$$

- (B,L) koordinat sisteminin başlangıç noktası ana meridyen ile ekvatorun kesim noktası seçilir. Tasviri yapılacak nokta ana meridyen üzerinde ise $\ell=L-L_0=0$ ve $y=0$ dır. Böylece

$$x_{y=0} = f(q) \quad (2)$$

olur. Ekvatordan itibaren B coğrafi enlemine karşılık gelen q izometrik enlemine kadar olan meridyen yayı uzunluğu G ile gösterilirse aşağıdaki eşitlik yazılır.

$$x_{y=0} = G = f(q) \quad (3)$$

- Meridyen yayının izometrik enleme bağıllığını ifade eden (3)'deki f fonksiyonunun türevi kolayca elde edilebilir.

$$dx = dG = MdB = N \cos B dq \quad (4)$$

$$\frac{dx}{dq} = \frac{dG}{dq} = \frac{df(q)}{dq} = f'(q) = N \cos B \quad (5)$$

- Ana meridyenin herhangi bir noktasında (1) ifadesinin türevi (5) tir. O halde (1) ifadesini böyle bir noktada Taylor serisine açabiliriz.

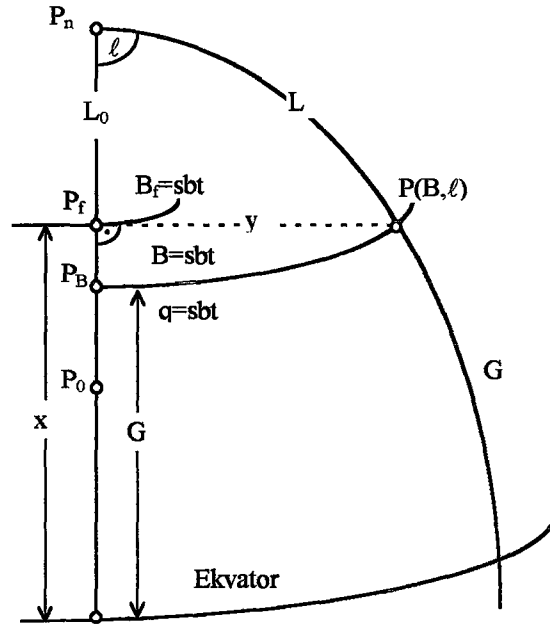
- Reel ve imajiner kısımlar ayrılır. Her iki tarafta reel ve imajiner kısımların ayrı ayrı birbirine eşitlenmesiyle tasvir denklemleri kurulur.

Bu şartları gerçekleştiren, tek değişkenli kuvvet serileri ve çift değişkenli kuvvet serileri olmak üzere iki farklı çözüm yöntemi geliştirilmiştir.

2.1.1.1. Tek Değişkenli Kuvvet Serileri

Tasvir şartlarına göre $\ell = L - L_0$ küçük bir değer olduğu halde B ve q herhangi bir değer olabilir. Anlamlı değerlerle çalışmak için ana meridyen üzerinde bir P_0 yardımcı noktası alınır. Böylece $\Delta B = B - B_0$ ve $\Delta q = q - q_0$ dır.

Tek değişkenli kuvvet serilerinde, (B, L) 'den (x, y) hesabı için P_0 noktası yerine, tasvir edilecek $P(B, \ell)$ noktasının B enleminin ana meridyeni kestiği P_B noktası alınır. (x, y) 'den (B, L) hesabı için de, P_0 noktası , tasviri yapılacak P noktasının ordinatının $P_f(B_f, 0)$ ayak noktasına düşürülür (Şekil 4). Buna göre ΔB ve $\Delta x = 0$ olur. Böylece tasvir denklemleri sadece ℓ ve y' ye bağlı değişkenlerden oluştuğundan, yöntem tek değişkenli kuvvet serileri olarak isimlendirilmiştir [8].



Şekil 4. Elipsoid üzerinde herhangi bir noktanın gösterimi

2.1.1.1.1. Tek Değişkenli Kuvvet Serileriyle Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

(1)'deki q yerine $q=q_0+\Delta q$ değeri yazılırsa,

$$x + iy = f(q_0 + \Delta q + i\ell) \quad (6)$$

elde edilir ve P_0 noktasında Taylor serisi açılımı ile

$$x + iy = f(q)_0 + f'(q)_0(\Delta q + i\ell) + \frac{1}{2} f''(q)_0(\Delta q + i\ell)^2 + \frac{1}{6} f'''(q)_0(\Delta q + i\ell)^3 + \dots \quad (7)$$

denklemini elde edilir. (3)'e göre $f(q)_0 = G_0$ olduğundan

$$x + iy = G_0 + \left(\frac{dG}{dq} \right)_0 (\Delta q + i\ell) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 G}{dq^2} \right)_0 (\Delta q + i\ell)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3 G}{dq^3} \right)_0 (\Delta q + i\ell)^3 + \dots \quad (8)$$

olur. W. Hristow'a göre serinin katsayıları $a_1, a_2, a_3, \dots$ vb. ile gösterilir ve

$$x - G_0 = \Delta x \quad (9)$$

yazılırsa, 5. dereceye kadar terimlerle tasvir denklemi

$$\Delta x + iy = a_1(\Delta q + i\ell) + a_2(\Delta q + i\ell)^2 + a_3(\Delta q + i\ell)^3 + a_4(\Delta q + i\ell)^4 + a_5(\Delta q + i\ell)^5 + \dots \quad (10)$$

şeklini alır.

Taylor serisinin yazıldığı P_0 noktası yerine, P_B noktası seçilirse; ΔB ve böylece $\Delta q = 0$ olduğundan (10) daki parantez ifadelerinde sadece $(i\ell)$ kalır. i 'nin kuvvetleri $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$ vb. gibi düşünülerek ifade, reel ve imajiner kısımlara ayrılır ve (9)'da göz önüne alınırsa tasvir denklemleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$\left. \begin{aligned} x &= G - a_2\ell^2 + a_4\ell^4 + a_6\ell^6 + a_8\ell^8 + \dots \\ y &= a_1\ell - a_3\ell^3 + a_5\ell^5 + a_7\ell^7 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Buradaki katsayılar,

$$\left. \begin{aligned}
a_1 &= \left(\frac{dG}{dq} \right)_0 = N_0 \cos B_0, \quad a_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 G}{dq^2} \right)_0 = -\frac{1}{2} N_0 \cos^2 B_0 t_0 \\
a_3 &= \frac{1}{6} \left(\frac{d^3 G}{dq^3} \right)_0 = -\frac{1}{6} N_0 \cos^3 B_0 (1 - t_0^2 + \eta_0^2) \\
a_4 &= \frac{1}{24} \left(\frac{d^4 G}{dq^4} \right)_0 = \frac{1}{24} N_0 \cos^4 B_0 t_0 (5 - t_0^2 + 9\eta_0^2 + 4\eta_0^4) \\
a_5 &= \frac{1}{120} \left(\frac{d^5 G}{dq^5} \right)_0 = \frac{1}{120} N_0 \cos^5 B_0 (5 - 18t_0^2 + t_0^4 + 14\eta_0^2 - 58t_0^2 \eta_0^2) \\
a_6 &= \frac{1}{720} \left(\frac{d^6 G}{dq^6} \right)_0 = \frac{1}{720} N_0 \cos^6 B_0 t_0 (-61 + 58t_0^2 - t_0^4 - 270\eta_0^2 + 330t_0^2 \eta_0^2) \\
a_7 &= \frac{1}{5040} \left(\frac{d^7 G}{dq^7} \right)_0 = \frac{1}{5040} N_0 \cos^7 B_0 (-61 + 479t_0^2 - 179t_0^4 + t_0^6) \\
a_8 &= \frac{1}{40320} \left(\frac{d^8 G}{dq^8} \right)_0 = \frac{1}{40320} N_0 \cos^8 B_0 t_0 (1385 - 3111t_0^2 + 543t_0^4 - t_0^6)
\end{aligned} \right\} \quad (12)$$

şeklindeir. Bu katsayılar B enleminde ve $A_1, A_2, \dots$ vb. gibi büyük harflerle ifade edilirse

$$\begin{aligned}
x &= G + A_2 \ell^2 + A_4 \ell^4 + A_6 \ell^6 + A_8 \ell^8 + \dots \\
y &= A_1 \ell + A_3 \ell^3 + A_5 \ell^5 + A_7 \ell^7 + \dots
\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
A_1 &= \frac{N}{\rho} \cos B, \quad A_2 = \frac{N}{2\rho^2} \cos^2 B t \\
A_3 &= \frac{N}{6\rho^3} \cos^3 B (1 - t^2 + \eta^2) \\
A_4 &= \frac{N}{24\rho^4} \cos^4 B t (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \\
A_5 &= \frac{N}{120\rho^5} \cos^5 B (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2) \\
A_6 &= \frac{N}{720\rho^6} \cos^6 B t (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2) \\
A_7 &= \frac{N}{5040\rho^7} \cos^7 B (61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6) \\
A_8 &= \frac{N}{40320\rho^8} \cos^8 B t (1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6)
\end{aligned} \right\} \quad (13)$$

tasvir denklemleri şeklinde yazılır[8]. Yukarıdaki A_6 , A_7 ve A_8 katsayılarının, 3° dilim genişlikli Gauss-Krüger koordinatlarının hesabında kullanılmasına gerek yoktur. Bu katsayıların kullanılması hesap inceliğini arttırır.

G meridyen yayı uzunluğunu B enleminden hesaplamak için

$$G = E_0 B + E_2 \sin 2B + E_4 \sin 4B + E_6 \sin 6B + E_8 \sin 8B + E_{10} \sin 10B \quad (14)$$

seri çözümü kullanılır. Burada B derece ondalığı cinsinde alınır. Katsayılar seçilen bir elipsoid parametrelerine göre bir kere hesaplanıp kullanılabilirler. Uluslararası Hayford Elipsoidi için söz konusu katsayıların sayısal değerleri aşağıda verilmiştir. E_{10} 'lu terimin sonuca etkisi çok küçük olduğu için bu terim ihmal edilmiştir [9].

$$\begin{aligned} E_0 &= 111136.536655 \text{ m}^\circ \\ E_2 &= -16107.034679 \text{ m} \\ E_4 &= 16.976211 \text{ m} \\ E_6 &= -0.022266 \text{ m} \\ E_8 &= 0.000032 \text{ m} \\ E_{10} &= -0.00000005 \text{ m} \end{aligned} \quad (15)$$

2.1.1.1.2. Tek Değişkenli Kuvvet Serileriyle Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

Bu işlem iki adımda gerçekleştirilir. Önce Gauss-Krüger koordinatlarından elipsoidin izometrik koordinatlarına geçilir ve sonra izometrik enlem coğrafi enlem cinsinden ifade edilirse Gauss-Krüger koordinatlarından elipsoid izometrik koordinatlara (1) ifadesinin inversi olan

$$q + i\ell = F(x + iy) \quad (16)$$

analitik fonksiyon ile ulaşılır. Burada F'in anlamı (3) ve (5)'e invers olan

$$\left. \begin{aligned} q_{\ell=0} &= F(x) = F(G) \\ F'(x) &= \frac{dq}{dG} = \frac{1}{N \cos B} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

denklemlerinden çıkar. (16)'nın sağ tarafı P_0 noktasında Taylor serisine açılırsa, $\Delta q = q - q_0$ ve $\Delta x = x - G_0$ tanımları ile

$$\Delta q + i\ell = \left(\frac{dq}{dG} \right)_0 (\Delta x + iy) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 q}{dG^2} \right)_0 (\Delta x + iy)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{d^3 q}{dG^3} \right)_0 (\Delta x + iy)^3 + \dots \quad (18)$$

elde edilir. Serinin katsayıları $b_1, b_2, b_3, \dots$ vb. şeklinde gösterilerek 5. dereceye kadar terimlerle tasvir denklemi

$$\Delta q + i\ell = b_1 (\Delta x + iy) + b_2 (\Delta x + iy)^2 + b_3 (\Delta x + iy)^3 + b_4 (\Delta x + iy)^4 + b_5 (\Delta x + iy)^5 + \dots \quad (19)$$

şeklini alır.

Tek değişkenli kuvvet serilerinin taylor serisindeki P_0 noktası yerine P_f noktası kabul edilerek $\Delta x = 0$ olduğundan (19)'da ki parantez ifadelerinde sadece (iy) kalır. i 'nin kuvvetleri $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$ vb. gibi düşünülür, reel ve imajiner kısımlara ayrılırsa tasvir denklemleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$\left. \begin{aligned} \Delta q &= -b_2 y^2 + b_4 y^4 - b_6 y^6 + \dots \\ \ell &= b_1 y - b_3 y^3 + b_5 y^5 - b_7 y^7 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(20)'de ki b_i katsayıları aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned}
b_1 &= \left(\frac{dq}{dG} \right)_0 = \frac{1}{N_0 \cos B_0} \\
b_2 &= \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 q}{dG^2} \right)_0 = \frac{t_0}{2N_0^2 \cos B_0} \\
b_3 &= \frac{1}{6} \left(\frac{d^3 q}{dG^3} \right)_0 = \frac{1+2t_0^2+\eta_0^2}{6N_0^3 \cos B_0} \\
b_4 &= \frac{1}{24} \left(\frac{d^4 q}{dG^4} \right)_0 = \frac{t_0(5+6t_0^2+\eta_0^2-4\eta_0^4)}{24N_0^4 \cos B_0} \\
b_5 &= \frac{1}{120} \left(\frac{d^5 q}{dG^5} \right)_0 = \frac{5+28t_0^2+24t_0^4}{120N_0^5 \cos B_0} \\
b_6 &= \frac{1}{720} \left(\frac{d^6 q}{dG^6} \right)_0 = \frac{t_0(61+180t_0^2+120t_0^4+46\eta_0^2+48t_0^2\eta_0^2)}{720N_0^6 \cos B_0} \\
b_7 &= \frac{1}{5040} \left(\frac{d^7 q}{dG^7} \right)_0 = \frac{61+662t_0^2+1320t_0^4+720t_0^6}{5040N_0^7 \cos B_0} \\
b_8 &= \frac{1}{40320} \left(\frac{d^8 q}{dG^8} \right)_0 = \frac{t_0(1385+7266t_0^2+10920t_0^4+5040t_0^6)}{40320N_0^8 \cos B_0}
\end{aligned} \tag{21}$$

Buradaki katsayılar artık B_f enlemine göre alınmalıdır. Problemden istenen q izometrik enlemi değil B coğrafi enlemi olduğundan ΔB 'nin hesaplanması gerekir. P_f noktasında Δq 'dan ΔB 'ye geçmek için, $\Delta B = B - B_f$ ve $\Delta q = q - q_f$ ile

$$\begin{aligned}
B - B_f &= d_1 \Delta q + d_2 \Delta q^2 + d_3 \Delta q^3 + d_4 \Delta q^4 + \dots \\
d_1 &= \cos B_f (1 + \eta_f^2) \\
d_2 &= -\frac{1}{2} \cos^2 B_f t_f (1 + 4\eta_f^2 + 3\eta_f^4) \\
d_3 &= \frac{1}{6} \cos^3 B_f (-1 + t_f^2 - 5\eta_f^2 + 13t_f^2 \eta_f^2 - 7\eta_f^4 + 27t_f^2 \eta_f^4) \\
d_4 &= \frac{1}{24} \cos^4 B_f t_f (5 - t_f^2 + 56\eta_f^2 - 40t_f^2 \eta_f^2)
\end{aligned} \tag{22}$$

bağıntısı kullanılır. Δq yerine (20) deki değeri yazılır, y^6 ve y^8 'li terimler ihmal edilirse

$$B - B_f = -b_2 d_1 y^2 + (b_4 d_1 + b_2^2 d_2) y^4 - (b_6 d_1 + 2b_2 d_2 b_4 + b_2^3 d_3) y^6 + \\ + (b_8 d_1 + 2b_2 d_2 b_6 + b_4^2 d_2 + 3b_2^2 d_3 b_4 + b_2^4 d_4) y^8 - \dots \quad (23)$$

yazılır. (20) de ki ℓ eşitliğinin ve (23)'ün katsayıları ρ ve B_f enlemine göre düzenlenir, $B_1, B_2, \dots$ vb. gibi ifade edilir ve $\ell = L - L_0$ göz önüne alınırsa tasvir denklemlerinin en sade şekli aşağıdaki halde yazılabilir [8].

$$\left. \begin{aligned} B &= B_f + B_2 y^2 + B_4 y^4 + B_6 y^6 + B_8 y^8 + \dots \\ L &= L_0 + B_1 y + B_3 y^3 + B_5 y^5 + B_7 y^7 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Buradaki katsayılar

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{\rho}{N_f \cos B_f}, \quad B_2 = \frac{\rho t_f}{2N_f^2} (-1 - \eta_f^2) \\ B_3 &= \frac{\rho}{6N_f^3 \cos B_f} (-1 - 2t_f^2 - \eta_f^2) \\ B_4 &= \frac{\rho t_f}{24N_f^4} (5 + 3t_f^2 + 6\eta_f^2 - 6t_f^2 \eta_f^2) \\ B_5 &= \frac{\rho}{120N_f^5 \cos B_f} (5 + 28t_f^2 + 24t_f^4) \\ B_6 &= \frac{\rho t_f}{720N_f^6} (-61 - 90t_f^2 - 45t_f^4 - 107\eta_f^2 + 162t_f^2 \eta_f^2 + 45t_f^2 \eta_f^4) \\ B_7 &= \frac{\rho}{5040N_f^7 \cos B_f} (-61 - 662t_f^2 - 1320t_f^4 - 720t_f^6) \\ B_8 &= \frac{\rho t_f}{40320N_f^8} (1385 + 3633t_f^2 + 4095t_f^4 + 1575t_f^6) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

şeklinde belirlenir. 3° lik dilim esasında B_6, B_7 ve B_8 katsayılarının kullanılmasına gerek yoktur. Katsayılardaki N_f, t_f ve η_f^2 değerleri $N_f = c / \sqrt{1 + \eta_f^2}$, $t_f = \tan B_f$ ve $\eta_f^2 = e'^2 \cos^2 B_f$ şeklinde hesaplanır.

Verilen (x,y) koordinatlarından (24) deki B_f enleminin hesaplanması için, yani G meridyen yayı uzunluğu verilmişken B coğrafi enlemin hesaplanması (14)'ün tersi olan formül

$$B = \sigma + F_2 \sin 2\sigma + F_4 \sin 4\sigma + F_6 \sin 6\sigma + F_8 \sin 8\sigma + F_{10} \sin 10\sigma \quad (26)$$

şeklindedir. Burada $\sigma = G / E_0$ olup B enlemi derece biriminde elde edilir. Ayrıca verilenler (x,y) ve aranan B_f olduğundan, $G = x$ ve $B = B_f$ olarak alınır. Katsayıların Hayford elipsoidine göre hesaplanmış değerleri aşağıda verilmiştir. F_{10} terimin sonuca etkisi çok küçük olduğu için ihmal edilebilir [9].

$$\begin{aligned} E_0 &= 111136.536655 \text{ m}^\circ \\ F_2 &= 0.144930070479^\circ \\ F_4 &= 0.000213850830^\circ \\ F_6 &= 0.000000432177^\circ \\ F_8 &= 0.000000000993^\circ \\ F_{10} &= 0.000000000002^\circ \end{aligned} \quad (27)$$

2.1.1.2. Çift Değişkenli Kuvvet Serileri

Coğrafi koordinatlardan Gauss-Krüger koordinatlarının hesabı ve bunun tersi için tek değişkenli kuvvet serileri ile çıkartılan formüller tek değişken yani ℓ veya y değişkenine bağlıydılar. Diğer iki B ve x değişkenleri, tasviri yapılacak noktanın coğrafi enlemi veya ayak noktasının coğrafi enleminde olmak üzere serilerin katsayıları içinde etkilerini göstermektedirler.

Çift değişkenli kuvvet serilerinde tasvir denklemleri sabit katsayılı ve iki değişkene dayanmaktadır. (B,L)'den (x,y) hesabı için $\Delta B = B - B_0$ ve $\ell = L - L_0$ değişkenleri, (x,y)'den (B,L) hesabı içinde $\Delta x = x - x_0$ ve y değişkenleri kullanılmaktadır. Bu yöntemde çözüm için kullanılan denklemler tek değişkenli serilere nazaran daha karışık ve daha uzundur. Ancak önceden hesaplanan katsayı cetvelleri kullanıldığından hesap işlemi kolaydır. Oluşturulan denklemler esas itibarıyla W. Hristow'a dayanır [8]. Ülkemizde,

“Büyük Ölçekli Haritaların Yapım Yönetmeliği”nin 7. Maddesine göre bu yöntem kullanılmaktadır.

2.1.1.2.1. Çift Değişkenli Kuvvet Serileriyle Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

P_0 noktasında, tasvir denklemlerinin açılımından (10) ifadesi elde edilmişti. Çift değişkenli kuvvet serilerinde $\Delta B \neq \Delta q \neq 0$ olduğundan $(\Delta q + i\ell)$ ifadesinin kuvvetlerinin alınması gerekir. Bundan dolayı

$$\left. \begin{aligned} (\Delta q + i\ell)^2 &= (\Delta q^2 - \ell^2) + i2\Delta q\ell \\ (\Delta q + i\ell)^3 &= (\Delta q^3 - 3\Delta q\ell^2) + i(3\Delta q^2\ell - \ell^3) \\ (\Delta q + i\ell)^4 &= (\Delta q^4 - 6\Delta q^2\ell^2 + \ell^4) + i(4\Delta q^3\ell - 4\Delta q\ell^3) \\ (\Delta q + i\ell)^5 &= (\Delta q^5 - 10\Delta q^3\ell^2 + 5\Delta q\ell^4) + i(5\Delta q^4\ell - 10\Delta q^2\ell^3 + \ell^5) \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

olarak belirlenir. Bu açılımlar (10)’da yerine yazılır, reel ve imajiner kısımlar ayrılırsa

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= a_1\Delta q + a_2(\Delta q^2 - \ell^2) + a_3(\Delta q^3 - 3\Delta q\ell^2) + \\ &\quad a_4(\Delta q^4 - 6\Delta q^2\ell^2 + \ell^4) + a_5(\Delta q^5 - 10\Delta q^3\ell^2 + 5\Delta q\ell^4) + \dots \\ y &= a_1\ell + 2a_2\Delta q\ell + a_3(3\Delta q^2\ell - \ell^3) + a_4(4\Delta q^3\ell - 4\Delta q\ell^3) + \\ &\quad a_5(5\Delta q^4\ell - 10\Delta q^2\ell^3 + \ell^5) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

elde edilir. Buradaki a_1, a_2, a_3, a_4 ve a_5 ’in nasıl hesaplanacağı (12)’de gösterilmiştir.

Bilinen ΔB olduğu için (29) da ki Δq izometrik enlem farkının ΔB coğrafi enlem farkından hesaplanması gerekir. Bunun için

$$\left. \begin{aligned} \Delta q &= c_1\Delta B + c_2\Delta B^2 + c_3\Delta B^3 + c_4\Delta B^4 + c_5\Delta B^5 + \dots \\ \Delta q^2 &= c_1^2\Delta B^2 + 2c_1c_2\Delta B^3 + (c_2^2 + 2c_1c_3)\Delta B^4 + (2c_1c_4 + 2c_2c_3)\Delta B^5 + \dots \\ \Delta q^3 &= c_1^3\Delta B^3 + 3c_1^2c_2\Delta B^4 + (3c_1c_2^2 + 3c_1^2c_3)\Delta B^5 + \dots \\ \Delta q^4 &= c_1^4\Delta B^4 + 4c_1^3c_2\Delta B^5 + \dots \\ \Delta q^5 &= c_1^5\Delta B^5 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

kullanılır. Buradaki c_1, c_2, c_3, c_4 ve c_5 katsayıları aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{\cos B_0} (1 - \eta_0^2 + \eta_0^4 - \eta_0^6 + \dots) \\ c_2 &= \frac{t_0}{2\cos B_0} (1 + \eta_0^2 - 3\eta_0^4 + \dots) \\ c_3 &= \frac{1}{6\cos B_0} (1 + 2t_0^2 + \eta_0^2 - 3\eta_0^4 + 6\eta_0^4 t_0^2 + \dots) \\ c_4 &= \frac{t_0}{24\cos B_0} (5 + 6t_0^2 - \eta_0^2 + \dots) \\ c_5 &= \frac{1}{120\cos B_0} (5 + 28t_0^2 + 24t_0^4 + \dots) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

(30) da ki seriler (29)'da yerine konulmasıyla oluşan kuvvet serilerinin katsayıları a_i 'lerden oluşur. Bu katsayılar yeniden isimlendirilir. Katsayılar isimlendirilirken 1. indis ΔB ' in üssünü, 2. indis de ℓ ' in üssünü gösterecek şekilde olması planlanmıştır. Böylece (29) serileri, $\Delta x = x - x_0$ ifadesi de göz önüne alınarak

$$\begin{aligned} x &= x_0 + a_{10}\Delta B + a_{20}\Delta B^2 + a_{02}\ell^2 + a_{30}\Delta B^3 + a_{12}\Delta B\ell^2 + a_{40}\Delta B^4 + \\ &\quad a_{22}\Delta B^2\ell^2 + a_{04}\ell^4 + a_{50}\Delta B^5 + a_{32}\Delta B^3\ell^2 + a_{14}\Delta B\ell^4 + \dots \\ y &= a_{01}\ell + a_{11}\Delta B\ell + a_{21}\Delta B^2\ell + a_{03}\ell^3 + a_{31}\Delta B^3\ell + a_{13}\Delta B\ell^3 + \\ &\quad a_{41}\Delta B^4\ell + a_{23}\Delta B^2\ell^3 + a_{05}\ell^5 + \dots \end{aligned} \quad (32)$$

tasvirin genel denklemi elde edilir [8]. Buradaki katsayılar

$$\begin{aligned} a_{50} &= a_1 c_5 + 2a_2 c_1 c_4 + 2a_2 c_2 c_3 + 4a_3 c_1^2 c_3 + 3a_3 c_1 c_2^2 + 4a_4 c_1^3 c_2 + a_5 c_1^5, \\ a_{40} &= a_1 c_4 + 2a_2 c_1 c_3 + a_2 c_2^2 + 3a_3 c_1^2 c_2 + a_4 c_1^4, \quad a_{12} = -3a_3 c_1, \\ a_{41} &= 2a_2 c_4 + 6a_3 c_1 c_3 + 3a_3 c_2^2 + 12a_4 c_1^2 c_2 + 5a_5 c_1^4, \quad a_{01} = a_1, \quad a_{10} = a_1 c_1, \\ a_{20} &= a_1 c_2 + a_2 c_1^2, \quad a_{30} = a_1 c_3 + 2a_2 c_1 c_2 + a_3 c_1^3, \quad a_{02} = -a_2, \quad a_{10} = 2a_2 c_1, \\ a_{21} &= 2a_2 c_2 + 3a_3 c_1^2, \quad a_{31} = 2a_2 c_3 + 6a_3 c_1 c_2 + 4a_4 c_1^3, \quad a_{03} = -a_3, \\ a_{22} &= -3a_3 c_2 - 6a_4 c_1^2, \quad a_{32} = -3a_3 c_3 - 12a_4 c_1 c_2 - 10a_5 c_1^3, \quad a_{11} = 2a_2 c_1, \\ a_{04} &= a_4, \quad a_{13} = -4a_4 c_1, \quad a_{23} = -4a_4 c_2 - 10a_5 c_1^2, \quad a_{05} = a_5, \quad a_{14} = 5a_5 c_1 \end{aligned} \quad (33)$$

şeklinde elde edilir. (33)' e a_i katsayılarının (12) deki ve c_i katsayılarının (31) deki değerleri yazılır ve ρ ilave edilirse

$$\left. \begin{aligned}
 a_{10} &= \frac{N_0}{\rho} (1 - \eta_0^2 + \eta_0^4 - \eta_0^6), & a_{11} &= \frac{N_0 \cos B_0 t_0}{\rho^2} (-1 + \eta_0^2 - \eta_0^4) \\
 a_{01} &= \frac{N_0 \cos B_0}{\rho}, & a_{02} &= \frac{N_0 \cos^2 B_0 t_0}{2\rho^2} \\
 a_{20} &= \frac{3N_0 t_0}{2\rho^2} (\eta_0^2 - 2\eta_0^4), & a_{40} &= \frac{N_0 t_0}{2\rho^4} (-\eta_0^2) \\
 a_{30} &= \frac{N_0}{2\rho^3} \eta_0^2 (1 - t_0^2 - 2\eta_0^2 + 7\eta_0^2 t_0^2) \\
 a_{21} &= \frac{N_0 \cos B_0}{2\rho^3} (-1 + \eta_0^2 - 3\eta_0^2 t_0^2 - \eta_0^4 + 6\eta_0^4 t_0^2) \\
 a_{12} &= \frac{N_0 \cos^2 B_0}{2\rho^3} (1 - t_0^2 + \eta_0^2 t_0^2 - \eta_0^4 t_0^2), & a_{03} &= \frac{N_0 \cos^3 B_0}{6\rho^3} (1 - t_0^2 + \eta_0^2) \\
 a_{31} &= \frac{N_0 \cos B_0 t_0}{6\rho^4} (1 - 10\eta_0^2 + 3\eta_0^2 t_0^2), & a_{04} &= \frac{N_0 \cos^4 B_0 t_0}{24\rho^4} (-5 - t_0^2 + 9\eta_0^2) \\
 a_{22} &= \frac{N_0 \cos^2 B_0 t_0}{4\rho^4} (-4 + 3\eta_0^2 - 3\eta_0^2 t_0^2) \\
 a_{13} &= \frac{N_0 \cos^3 B_0 t_0}{6\rho^4} (-5 + t_0^2 - 4\eta_0^2 - \eta_0^2 t_0^2) \\
 a_{32} &= \frac{N_0 \cos^2 B_0}{3\rho^5} (-1 + t_0^2), & a_{23} &= \frac{N_0 \cos^3 B_0}{12\rho^5} (-5 + 13t_0^2) \\
 a_{14} &= \frac{N_0 \cos^4 B_0}{24\rho^5} (5 - 18t_0^2 + t_0^4), & a_{05} &= \frac{N_0 \cos^5 B_0}{120\rho^5} (5 - 18t_0^2 + t_0^4) \\
 a_{50} &= \frac{\eta_0}{\rho^5}, & a_{41} &= \frac{N_0 \cos B_0}{24\rho^5}
 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

elde edilir. Katsayılardan a_{40} , a_{50} , a_{32} ve a_{41} çok küçük değer olduklarından sonuca etkisi azdır. Dolayısıyla ihmal edilebilir. Ancak boylam farkı 3° 'den büyük ise sonuca etki eder. Uygulama esnasında (34) deki katsayıların her seferinde hesaplanması zahmetli ve uzun bir işlem gerektirir. Bundan dolayı bu katsayılar Hayford Elipsoidi sabitleri kullanılarak tablo halinde düzenlenmiştir. Türkiye için bu tablolar 35° - 43° enlem derecelerinde $30'$ arayla hesaplanmıştır.

Herhangi bir uygulama esnasında takip edilmesi gereken işlemler ve önemli detaylar aşağıda sıralanmıştır.

- Verilen B enleminden, $|\Delta B| = |B - B_0| \leq 15'$ olmak şartıyla B_0 seçilir.
- B_0 'a göre (Ek Çizelge5)'den G_0 tayin edilir. Yöntem gereği $G_0 = x_0$ dır.
- ΔB ve $\ell = L - L_0$ değerleri derece saniyesi birimine çevrilir ve 1000" birimi alınır.
- B_0 'a göre; (Ek Çizelge1)'den alınan katsayılarla x , (Ek Çizelge2)'den alınan katsayılarla da y hesaplanır. Bu hesaplamalar (32) formülünden yapılır.

2.1.1.2.2. Çift Değişkenli Kuvvet Serileriyle Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

Tasvir denklemlerinin açılımından (19) elde edilmişti. Çift değişkenli kuvvet serilerinde $\Delta x \neq 0$ olduğundan $(\Delta x + iy)$ ifadesinin kuvvetlerinin alınması gerekir. Bu kuvvetler alınarak (19)'da yerine yazılır, reel ve imajiner kısımlar ayrılırsa

$$\left. \begin{aligned} \Delta q &= b_1 \Delta x + b_2 (\Delta x^2 - y^2) + b_3 (\Delta x^3 - 3\Delta x y^2) + \\ &\quad b_4 (\Delta x^4 - 6\Delta x^2 y^2 + y^4) + b_5 (\Delta x^5 - 10\Delta x^3 y^2 + 5\Delta x y^4) + \dots \\ \ell &= b_1 Y + 2b_2 \Delta x y + b_3 (3\Delta x^2 y - y^3) + b_4 (4\Delta x^3 y - 4\Delta x y^3) + \\ &\quad b_5 (5\Delta x^4 y - 10\Delta x^2 y^3 + y^5) + \dots \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

elde edilir. Buradaki b_1, b_2, b_3, b_4 ve b_5 'in nasıl hesaplanacağı (21)'de gösterilmiştir. Aranılan ΔB olduğu için ΔB 'nin Δq 'dan hesaplanması gerekir. Bunun için

$$\Delta B = d_1 \Delta q + d_2 \Delta q^2 + d_3 \Delta q^3 + d_4 \Delta q^4 + d_5 \Delta q^5 + \dots \quad (36)$$

kullanılır. Buradaki d_1, d_2, d_3, d_4 ve d_5 katsayıları aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\left. \begin{aligned}
d_1 &= \cos B_0 (1 + \eta_0^2) \\
d_2 &= -\frac{1}{2} \cos B_0 t_0 (1 + 4\eta_0^2 + 3\eta_0^4) \\
d_3 &= -\frac{1}{6} \cos^3 B_0 (1 - t_0^2 + 5\eta_0^2 - 13\eta_0^2 t_0^2 + 7\eta_0^4 - 27\eta_0^4 t_0^2 + \dots) \\
d_4 &= \frac{1}{24} \cos^4 B_0 t_0 (5 - t_0^2 + 56\eta_0^2 - 13\eta_0^2 t_0^2 + \dots) \\
d_5 &= \frac{1}{120} \cos^5 B_0 (5 - 18t_0^2 + t_0^4 + \dots)
\end{aligned} \right\} \quad (37)$$

(35) deki $\Delta q'$ un değeri (36)'da yerine konulmasıyla bu eşitliğin katsayıları b_i 'lerden oluşur. (35) deki ikinci eşitliğin katsayılarında isimlendirme haricinde hiçbir değişiklik olmaz. Katsayılar yeniden isimlendirilirken 1. indis Δx ' in üssünü, 2. indis de y ' in üssünü gösterecek şekilde olması planlanır. Böylece (35) serileri, $\Delta B = B - B_0$ ve $\ell = L - L_0$ ifadeleri de göz önüne alınarak

$$\begin{aligned}
B &= B_0 + b_{10} \Delta x + b_{20} \Delta x^2 + b_{02} y^2 + b_{30} \Delta x^3 + b_{12} \Delta x y^2 + b_{40} \Delta x^4 + \\
&\quad b_{22} \Delta x^2 y^2 + b_{04} y^4 + b_{50} \Delta x^5 + b_{32} \Delta x^3 y^2 + b_{14} \Delta x y^4 + \dots \\
L &= L_0 + b_{01} y + b_{11} \Delta x y + b_{21} \Delta x^2 y + b_{03} y^3 + b_{31} \Delta x^3 y + b_{13} \Delta x y^3 + \\
&\quad b_{41} \Delta x^4 y + b_{23} \Delta x^2 y^3 + b_{05} y^5 + \dots
\end{aligned} \quad (38)$$

tasvirin genel denklemi, çift değişkenli kuvvet serileri açılımı ile elde edilir [8]. Buradaki katsayılar

$$\begin{aligned}
b_{50} &= b_5 d_1 + 2b_1 b_4 d_2 + 2b_2 b_3 d_2 + 3b_1^2 b_3 d_3 + 3b_1 b_2^2 d_3 + 4b_1^3 b_2 d_4 + b_1^5 d_5, \\
b_{40} &= b_4 d_1 + 2d_2 b_1 b_3 + d_2 b_2^2 + 3d_3 b_1^2 b_2 + d_4 b_1^4, \\
b_{32} &= -10d_1 b_5 - 12d_2 b_1 b_4 - 8d_2 b_2 b_3 - 9d_3 b_3 b_1^2 - 6d_3 b_1 b_2^2 - 4d_4 b_2 b_1^3, \\
b_{01} &= b_1, \quad b_{10} = d_1 b_1, \quad b_{20} = d_1 b_2 + d_2 b_1^2, \quad b_{30} = d_1 b_3 + 2d_2 b_1 b_2 + d_3 b_1^3, \\
b_{02} &= -b_2 d_1, \quad b_{21} = 3b_3, \quad b_{31} = 4b_4, \quad b_{03} = -b_3 \\
b_{12} &= -3d_3 b_1 - 2b_1 b_2 d_2, \quad b_{22} = -6d_1 b_4 - 6b_1 b_3 d_2 - 2b_2^2 d_2 - 3d_3 b_1^2 b_2, \\
b_{04} &= d_1 b_4 + d_2 b_2^2, \quad b_{11} = 2b_2, \quad b_{05} = b_5, \quad b_{41} = 5b_5, \\
b_{14} &= 5b_5 d_1 + 2b_1 b_4 d_2 + 6b_2 b_3 d_2 + 3d_3 b_1 b_2^2, \quad b_{13} = -4b_4, \quad b_{23} = -10b_5
\end{aligned} \quad (39)$$

şeklinde elde edilir. (39)' a b_i katsayılarının (21) deki ve d_i katsayılarının (37) deki değerleri yazılır ve ρ ilave edilirse

$$\begin{aligned}
 b_{10} &= \frac{\rho}{N_0} (1 + \eta_0^2), & b_{11} &= \frac{t_0 \rho}{N_0^2 \cos B_0}, & b_{01} &= \frac{\rho}{N_0 \cos B_0}, \\
 b_{02} &= \frac{t_0 \rho}{2N_0^2} (-1 - \eta_0^2), & b_{20} &= \frac{3\eta_0^2 t_0 \rho}{2N_0^2} (-1 - \eta_0^2), & b_{40} &= \frac{\eta_0^2 t_0 \rho}{2N_0^4}, \\
 b_{30} &= \frac{\eta_0^2 \rho}{2N_0^3} (-1 + t_0^2 - 2\eta_0^2 + 6\eta_0^2 t_0^2), & b_{13} &= -b_{31}, \\
 b_{21} &= \frac{\rho}{2N_0^3 \cos B_0} (1 + 2t_0^2 + \eta_0^2), & b_{03} &= -\frac{1}{3} b_{21}, \\
 b_{12} &= \frac{\rho}{2N_0^3} (-1 - t_0^2 - 2\eta_0^2 + 2\eta_0^2 t_0^2 - \eta_0^4 + 3\eta_0^4 t_0^2), \\
 b_{31} &= \frac{t_0 \rho}{6N_0^4 \cos B_0} (5 + 6t_0^2 + \eta_0^2), \\
 b_{04} &= \frac{t_0 \rho}{24N_0^4} (5 + 3t_0^2 + 6\eta_0^2 - 6\eta_0^2 t_0^2), \\
 b_{22} &= \frac{t_0 \rho}{4N_0^4} (-2 - 2t_0^2 + 9\eta_0^2 + \eta_0^2 t_0^2), \\
 b_{32} &= \frac{\rho}{6N_0^5} (-1 - 4t_0^2 - 3t_0^4), & b_{23} &= -2b_{41}, \\
 b_{14} &= \frac{\rho}{24N_0^5} (5 + 14t_0^2 + 9t_0^4), & b_{05} &= \frac{1}{5} b_{41}, \\
 b_{50} &= \frac{\eta_0^2}{N_0^5}, & b_{41} &= \frac{\rho}{24N_0^5 \cos B_0} (5 + 28t_0^2 + 24t_0^4),
 \end{aligned} \tag{40}$$

elde edilir. Katsayılardan b_{40} , b_{50} , b_{32} ve b_{41} çok küçük değer olduklarından sonuca etkisi azdır. Bundan dolayı ihmal edilebilir. Ancak boylam farkı 3° ise bu katsayılar sonuca etki edebilir. Uygulama esnasında (40) da ki katsayıların her seferinde hesaplanması zahmetli ve uzun bir işlem gerektirir. Bundan dolayı bu katsayılar Hayford Elipsoidi sabitleri kullanılarak tablo halinde düzenlenmiştir. Türkiye için bu tablolar 35° - 43° enlem derecelerinde $30'$ arayla hesaplanmıştır.

Herhangi bir uygulama esnasında takip edilmesi gereken işlemler ve önemli detaylar aşağıda sıralanmıştır.

- Verilen x koordinatı $x=G$ düşünülerek bu değere en yakın $x_0=G_0$ (Ek Çizelge5)'den bakılarak bu değere karşılık gelen B_0 seçilir.

- $\Delta x=x-x_0$ ve y 100km biriminde alınır. Yani 10^{-5} ile çarpılır.
- B_0 'a göre; (Ek Çizelge3)'den alınan katsayılarla B , (Ek Çizelge4)'den alınan katsayılarla da L hesaplanır. Bu hesaplamalar (38) formülünden yapılır.

2.1.2. Richardus-Adler Yöntemi

Yöntem, Gauss-Krüger'in geliştirdiği yöntemlerden biri olan tek değişkenli kuvvet serilerine dayanır. Tek değişkenli kuvvet serilerinin genel formüllerine, bazı kısaltmalar yerine asıl değerleri alınarak ve ihmal edilen birkaç terim de ilave edilerek yeni formüller geliştirilmiştir. Böylece formüllerdeki katsayılar yeniden Roma rakamlarıyla (I,II,III,...) isimlendirilmiştir. [10].

Yöntemin tasvir denklemleri, tek değişkenli kuvvet serilerine dayandığından nasıl oluşturuldukları daha önce detaylı olarak açıklanmıştı. Bundan dolayıdır ki (B,L) 'den (x,y) hesabı ve ters dönüşümü için sonuç formülleri incelenecektir.

2.1.2.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

Tek değişkenli kuvvet serilerindeki (13)'e benzer şekilde

$$\begin{aligned} x &= (I) + (II)p^2 + (III)p^4 + \overline{A} \\ y &= (IV)p + (V)p^3 + \overline{B} \end{aligned} \quad (41)$$

elde edilir. Burada

$$p = 0.0001(L - L_0) \quad (42)$$

dir ve $\Delta L=L-L_0$ boylam farkının derece saniyesi biriminde alınması gerekir. (41) deki genel denklemin katsayıları aşağıdaki gibidir [10].

$$\begin{aligned}
(I) &= G \\
(II) &= \frac{1}{2} N \sin^2 1'' \sin B \cos B 10^8 \\
(III) &= \frac{1}{24} N \sin^4 1'' \sin B \cos^3 B (5 - \tan^2 B + 9e'^2 \cos^2 B + 4e'^4 \cos^4 B) 10^{16} \\
(IV) &= N \sin 1'' \cos B 10^4 \\
(V) &= \frac{1}{6} N \sin^3 1'' \cos^3 B (1 - \tan^2 B + e'^2 \cos^2 B) 10^{12} \\
\bar{A} &= \frac{1}{720} p^6 N \sin^6 1'' \sin B \cos^5 B (61 - 58 \tan^2 B + \tan^4 B + 270e'^2 \cos^2 B - \\
&\quad 330e'^2 \sin^2 B) 10^{24} \\
\bar{B} &= \frac{1}{120} p^5 N \sin^5 1'' \cos^5 B (5 - 18 \tan^2 B + \tan^4 B + 14e'^2 \cos^2 B - \\
&\quad 58e'^2 \sin^2 B) 10^{20}
\end{aligned} \tag{43}$$

Burada B enleminden G'nin hesabı için (14) formülü ve (15) katsayıları kullanılır. Burada $\sin 1'' = \rho''$ dir. Bu katsayılar dikkatle incelendiğinde tek değişkenli kuvvet serilerindeki (13) formülündeki $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ katsayılarına kadar alınmıştır.

2.1.2.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

Tek değişkenli kuvvet serilerindeki (24)'e benzer şekilde

$$\left. \begin{aligned} B &= B_f - (VI)q^2 + (VII)q^4 - \bar{D} \\ L &= L_0 + (VIII)q - (IX)q^3 + \bar{E} \end{aligned} \right\} \tag{44}$$

elde edilir. Burada

$$q = 0.000001y \tag{45}$$

dir ve denklemin katsayıları aşağıdaki gibidir [10].

$$\begin{aligned}
(VI) &= \frac{\tan B_f}{2N_f^2 \sin 1''} (1 + e'^2 \cos^2 B_f) 10^{12} \\
(VII) &= \frac{\tan B_f}{24N_f^4 \sin 1''} (5 + 3 \tan^2 B_f + 6e'^2 \cos^2 B_f - 6e'^2 \sin^2 B_f - 3e'^4 \cos^4 B_f - \\
&\quad 9e'^4 \cos^2 B_f \sin^2 B_f) 10^{24} \\
(VIII) &= \frac{\sec B_f}{N_f \sin 1''} 10^6 \\
(IX) &= \frac{\sec B_f}{6N_f^3 \sin 1''} (1 + 2 \tan^2 B_f + e'^2 \cos^2 B_f) 10^{18} \\
\overline{D} &= q^6 \frac{\tan B_f}{720N_f^6 \sin 1''} (61 + 90 \tan^2 B_f + 45 \tan^4 B_f + 107e'^2 \cos^2 B_f - \\
&\quad 162e'^2 \sin^2 B_f - 45e'^2 \tan^2 B_f \sin^2 B_f) 10^{36} \\
\overline{E} &= q^5 \frac{\sec B_f}{120N_f^5 \sin 1''} (5 + 28 \tan^2 B_f + 24 \tan^4 B_f + 6e'^2 \cos^2 B_f + 8e'^2 \sin^2 B_f) 10^{30}
\end{aligned} \tag{46}$$

Bu katsayılarıdaki ve (44) deki B_f enleminin hesabı daha önce belirtilen (26) formülü ve (27) katsayıları kullanılır. Bu katsayılar dikkatle incelendiğinde tek değişkenli kuvvet serilerindeki (25) formülündeki $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ katsayılarına kadar alınmıştır.

2.2. Küreyi Yardımcı Yüzey Kabul Eden Yöntemler

Bilindiği gibi, (B, L) 'den (x, y) hesabı ve ters işleminin geleneksel metodu (Gauss-Krüger Yöntemi) enleme bağlı fonksiyonların Taylor serisine açılımı ile elde ediliyordu. Seri açılımla oluşan tasvir denklemlerindeki terimlerin sayısı çok çabuk artmakta ve karmaşık hale gelmektedir. Yüksek dereceli terimlerin sonuca etkisi ilk terimlere nazaran daha az olduğundan ihmal edilmekteydi.

Son yıllarda bu klasik metodun yerine hesap yükü az ve programlama açısından daha kolay olabilecek yeni yöntemler geliştirme çabasına gidilmiştir. Bu yöntemlerde kapalı küresel formüller kullanılarak, küre bir yardımcı yüzey alınmıştır. Böylece serilerle elde edilen tasvir denklemlerinde kısalma olmuş ve hesap yükü azalmıştır.

Küreyi yardımcı yüzey olarak kullanan birçok yöntem geliştirilmiştir. Çalışmada bu yöntemler, yöntemi geliştiren kişinin ismiyle ve yayınlandığı yıla göre sıralanarak detaylı olarak incelenmiştir.

2.2.1. Schödlbauer-Krack Yöntemi

Schödlbauer, Gauss-Krüger yönteminin tek değişkenli kuvvet serilerindeki (B,L)'den (x,y) hesabında kullanılan (13) formüllerini yeniden incelemiştir. Bu formülde kullanılan A_i katsayılarını yeniden isimlendirerek iki kısma ayırmıştır. Birinci kısım (η^2)'yi içermeyen (küresel) ikinci kısım ise (η^2)'yi içeren (elipsoidal) terimlerden oluşmaktadır. Birinci kısmın kürenin düzleme tasvir formüllerinin yerini tuttuğu görülmüştür. Bundan dolayı birinci kısma küresel ikinci kısma elipsoidal kısım denilmiştir. Krack ise Schödlbauer'un yaptığı bu incelemeyi (x,y)'den (B,L) hesabında kullanılan (25) deki B_i katsayıları üzerinde yapmıştır.

Schödlbauer ve Krack'ın ortaklaşa geliştirdiği yöntem ile tek değişkenli kuvvet serilerinin küresel kısmı yerine kapalı küresel formüller kullanılarak, tasvirin genel denklemleri tek değişkenli kuvvet serilerine nazaran küçültülmüştür [11].

2.2.1.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

Tasvirin genel denklemleri (13)'den katsayılar yeniden isimlendirilerek

$$\left. \begin{aligned} x &= h_0 + h_1 \ell^2 + h_2 \ell^4 + h_3 \ell^6 + h_4 \ell^8 \\ y &= r_1 \ell + r_2 \ell^3 + r_3 \ell^5 + r_4 \ell^7 \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

elde edilir. Katsayıların isimlendirilmesinde Almanca'daki yukarı(hoch) ve sağa(recht) isimlerinin ilk harfleri olan h ve r kullanılmıştır. Buradaki katsayılar

$$\begin{aligned}
h_0 &= \bar{h}_0 + Kh_0 = \frac{NB}{\rho} - \left(G - \frac{NB}{\rho}\right) \\
h_1 &= \bar{h}_1 + Kh_1 = \frac{N}{2\rho^2} \cos^2 Bt + 0 \\
h_2 &= \bar{h}_2 + Kh_2 = \frac{N}{24\rho^4} \cos^4 Bt(5 - t^2) + \frac{N}{24\rho^4} \cos^4 Bt(9\eta^2 + 4\eta^4) \\
h_3 &= \bar{h}_3 + Kh_3 = \frac{N}{720\rho^6} \cos^6 Bt(61 - 58t^2 + t^4) + \frac{N}{24\rho^6} \cos^6 Bt(9 - 11t^2)\eta^2 \\
h_4 &= \bar{h}_4 + Kh_4 = \frac{N}{40320\rho^8} \cos^8 Bt(1385 - 3111t^2 + 543t^4 - t^6) + 0 \\
r_1 &= \bar{r}_1 + Kr_1 = N\cos B + 0 \\
r_2 &= \bar{r}_2 + Kr_2 = \frac{N}{6\rho^3} \cos^3 B(1 - t^2) + \frac{N}{6\rho^3} \cos^3 B\eta^2 \\
r_3 &= \bar{r}_3 + Kr_3 = \frac{N}{120\rho^5} \cos^5 B(5 - 18t^2 + t^4) + \frac{N}{60\rho^5} \cos^5 B(7 - 29t^2)\eta^2 \\
r_4 &= \bar{r}_4 + Kr_4 = \frac{N}{5040\rho^7} \cos^7 B(61 - 479t^2 + 179t^4 - t^6) + 0
\end{aligned} \tag{48}$$

şeklinde ifade edilir. (48) deki G' in hesabı daha önce belirtilmiş olan (14) formülü ve (15) katsayılarıyla belirlenir. Böylece katsayılar (13) deki gösterimden farklı olarak

$$\begin{aligned}
h &= \bar{h} + Kh \\
r &= \bar{r} + Kr
\end{aligned} \tag{49}$$

kısımlara ayrılmıştır. Bunların bir kısmı η^2 ihtiva etmeyen ($\bar{h}$ ve $\bar{r}$) ve ihtiva eden (Kh ve Kr) olmak üzere ayrılmıştır. (47) de ki katsayılar için (48) de ki değerlerinde, $e'^2=0$ dolayısıyla $\eta^2=e'^2\cos^2 B=0$ alınırsa

$$\begin{aligned}
\bar{x} &= \bar{h}_0 + \bar{h}_1\ell^2 + \bar{h}_2\ell^4 + \bar{h}_3\ell^6 + \bar{h}_4\ell^8 \\
\bar{y} &= \bar{r}_1\ell + \bar{r}_2\ell^3 + \bar{r}_3\ell^5 + \bar{r}_4\ell^7
\end{aligned} \tag{50}$$

elde edilir. Bu formül N yarıçaplı kürenin Gauss konform tasvirini verir. Dolayısıyla N yarıçaplı bir kürede, (B, ℓ) verilenleriyle oluşturulan küresel dik üçgen üzerinden kapalı küresel formüllerle

$$\begin{aligned}\bar{x} &= N \arctan \frac{\tan B}{\cos \ell} \\ \bar{y} &= N \operatorname{arctanh}(\cos B \sin \ell)\end{aligned}\quad (51)$$

elde edilir ve (50) formülleri yerine bu kısa formüller kullanılır. Böylece (47) de ki formüller (48)'in dikkate alınmasıyla

$$\left. \begin{aligned}x &= \bar{x} + Kx = \bar{x} + Kh_0 + Kh_2 \ell^4 + Kh_3 \ell^6 \\ y &= \bar{y} + Ky = \bar{y} + Kr_2 \ell^3 + Kr_3 \ell^5\end{aligned} \right\} \quad (52)$$

şeklinde basitleştirilir. Burada katsayılar (48)'de de görüldüğü gibi

$$\left. \begin{aligned}Kh_0 &= \left(G - \frac{NB}{\rho}\right) \\ Kh_2 &= \frac{N}{24\rho^4} \cos^4 B t (9\eta^2 + 4\eta^4) \\ Kh_3 &= \frac{N}{24\rho^6} \cos^6 B t (9 - 11t^2) \eta^2 \\ Kr_2 &= \frac{N}{6\rho^3} \cos^3 B \eta^2 \\ Kr_3 &= \frac{N}{60\rho^5} \cos^5 B (7 - 29t^2) \eta^2\end{aligned} \right\} \quad (53)$$

şeklinde hesaplanır. G meridyen yayı uzunluğu, daha önce belirtilen (14) formülü ve (15) katsayıları ile hesaplanır [11].

2.2.1.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

Tasvirin genel denklemi (24)'e göre yeniden isimlendirilirse

$$\begin{aligned} L - L_0 &= \ell_1 y + \ell_3 y^3 + \ell_5 y^5 + \ell_7 y^7 \\ B - B_f &= b_2 y^2 + b_4 y^4 + b_6 y^6 + b_8 y^8 \end{aligned} \quad (54)$$

elde edilir ve katsayıları η^2 'yi içeren ve içermeyen kısımlara ayrılırsa

$$\left. \begin{aligned} \ell_1 &= \bar{\ell}_1 + K\ell_1 = \frac{1}{N_f \cos B_f} + 0 \\ \ell_3 &= \bar{\ell}_3 + K\ell_3 = \frac{-1 - 2t_f^2}{6N_f^3 \cos B_f} + \frac{-\eta_f^2}{6N_f^3 \cos B_f} \\ \ell_5 &= \bar{\ell}_5 + K\ell_5 = \frac{5 + 28t_f^2 + 24t_f^4}{120N_f^5 \cos B_f} + \frac{3\eta_f^2 + 4t_f^2 \eta_f^2}{60N_f^5 \cos B_f} \\ \ell_7 &= \bar{\ell}_7 + K\ell_7 = \frac{-61 - 662t_f^2 - 1320t_f^4 - 720t_f^6}{5040N_f^7 \cos B_f} + 0 \\ b_2 &= \bar{b}_2 + Kb_2 = \frac{-t_f}{2N_f^2} + \frac{-t_f \eta_f^2}{2N_f^2} \\ b_4 &= \bar{b}_4 + Kb_4 = \frac{t_f(5 + 3t_f^2)}{24N_f^4} + \frac{t_f(2\eta_f^2 - 2t_f^2 \eta_f^2 - \eta_f^4 - 3t_f^2 \eta_f^4)}{8N_f^4} \\ b_6 &= \bar{b}_6 + Kb_6 = \frac{t_f(-61 - 90t_f^2 - 45t_f^4)}{720N_f^6} + \frac{t_f(-107\eta_f^2 + 207t_f^2 \eta_f^2)}{720N_f^6} \\ b_8 &= \bar{b}_8 + Kb_8 = \frac{t_f(1385 + 3633t_f^2 + 4095t_f^4 + 1575t_f^6)}{40320N_f^8} + 0 \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

elde edilir. Buradaki kuvvet serileri, η^2 'yi içerenler ($K\ell, Kb$) ve içermeyenler ($\bar{\ell}, \bar{b}$) büyüklükleri ile kısa olarak gösterilir ve $K\ell_i, Kb_i$ elipsoid katsayıları çıkartılırsa

$$\begin{aligned} \bar{L} - L_0 &= \bar{\ell}_1 y + \bar{\ell}_3 y^3 + \bar{\ell}_5 y^5 + \bar{\ell}_7 y^7 \\ \bar{B} - B_f &= \bar{b}_2 y^2 + \bar{b}_4 y^4 + \bar{b}_6 y^6 + \bar{b}_8 y^8 \end{aligned} \quad (56)$$

elde edilir. Katsayıların isimlendirilmesinde Almanca enlem(breite) ve boylam(länge) karşılıklarının ilk harfleri olan b ve ℓ kullanılmıştır. (56) denklemi N_f yarıçaplı küre üzerindeki bir noktanın y koordinatı ile bağıntısını verir. Dolayısıyla (56) kürenin düzleme Gauss konform tasvirini verir. $(\bar{B}, \bar{L})$ 'yi hesaplamak için (X,Y) küresel dik koordinatlarının bilinmesi gerekir. Bunun için

$$\begin{aligned} X &= B_f \\ Y &= 2 \left(\arctan e^{\frac{y}{N_f}} - \frac{\pi}{4} \right) = \arcsin \left(\tanh \frac{y}{N_f} \right) \end{aligned} \quad (57)$$

kullanılır. Burada B_f , $x=G$ meridyen yayı uzunluğundan daha önce gösterilen (26) formülü ve (27) katsayılarından hesaplanır. Böylece (56) da ki $(\bar{B}, \bar{L})$ yerine, (X,Y) bilinenlerinden

$$\begin{aligned} \bar{B} &= \arcsin(\cos Y \sin X) \\ \bar{L} &= L_0 + \arctan \left(\frac{\tan Y}{\cos X} \right) \end{aligned} \quad (58)$$

kapalı küresel denklemleri elde edilir. Bu denklemler (55)'de yerine konursa

$$\begin{aligned} L &= \bar{L} + K\ell_3 y^3 + K\ell_5 y^5 \\ B &= \bar{B} + Kb_2 y^2 + Kb_4 y^4 + Kb_6 y^6 \end{aligned} \quad (59)$$

basitleştirilmiş denklemleri elde edilir. Katsayılar aşağıdaki şekilde hesaplanır [12].

$$\left. \begin{aligned} K\ell_3 &= \frac{-\eta_f^2}{6N_f^3 \cos B_f}, \quad K\ell_5 = \frac{3\eta_f^2 + 4t_f^2 \eta_f^2}{60N_f^5 \cos B_f}, \quad Kb_2 = \frac{-t_f \eta_f^2}{2N_f^2}, \\ Kb_4 &= \frac{t_f(2\eta_f^2 - 2t_f^2 \eta_f^2 - \eta_f^4 - 3t_f^2 \eta_f^4)}{8N_f^4}, \\ Kb_6 &= \frac{t_f(-107\eta_f^2 + 207t_f^2 \eta_f^2)}{720N_f^6}. \end{aligned} \right\} \quad (60)$$

2.2.2. Williams Yöntemleri

2.2.2.1. Williams'ın I. Yöntemi

Williams ilk yönteminde, Taylor serilerine dayanan yöntemlerin yerine bir yardımcı yüzey olan küreyi kullanarak yeni bir formül takımı oluşturmuştur. Elipsoidden yardımcı yüzey küreye konform tasvir için, elipsoid üzerinde (q, ℓ) ve küre üzerinde (ω, λ) izometrik parametrelerinin de dikkate alınmasıyla

$$\omega + i\lambda = F(q + i\ell) \quad (61)$$

tasvir denklemi bir F analitik fonksiyonu ile sağlanır. Konform bir tasvir için her iki yüzeyde izometrik parametre çiftleri birbirine karşılık gösterildikten sonra, F fonksiyonu tasvirin özel şartlarından belirlenir. Bu şartlar, elipsoid meridyenlerinin küre meridyenleri, elipsoid paralel dairelerinin küre paralel daireleri olarak tasvir edilmesidir. Bu amaçla F için, k sabiti kullanılarak (61) denklemi $\omega + i\lambda = k(q + i\ell)$ şeklinde bir lineer fonksiyon olarak tanımlanır ve kürenin yarıçapı

$$R = \sqrt{M_0 N_0} \quad (62)$$

olarak alınır. Küre üzerinde boylamı belirlemek için, k sabitli lineer fonksiyon üzerinde reel ve imajiner kısımlar birbirine eşitlenirse

$$\lambda = k\ell = k(L - L_0) \quad (63)$$

elde edilir [13]. Ayrıca φ_0 küresel enleminin, (61) deki tasvir şartı dikkate alınarak B_0 elipsoid enlemi cinsinden değerleri

$$\begin{aligned}
\sin\varphi_0 &= \frac{\sin B_0}{k}, \quad \cos\varphi_0 = \sqrt{\frac{N_0}{M_0}} \frac{\cos B_0}{k} \\
\tan(B_0 - \varphi_0) &= \frac{e'^2 \sin B_0 \cos^3 B_0}{k^2 + \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B_0}} \\
\tan\varphi_0 &= \frac{\tan B_0 - \tan(B_0 - \varphi_0)}{1 + \tan(B_0 - \varphi_0) \tan B_0}
\end{aligned} \tag{64}$$

elde edilir. (63) ve (64)'de kullanılan k katsayısı

$$k = \sqrt{1 + e'^2 \cos^4 B_0} \tag{65}$$

şeklinde hesaplanır.

Tasvirde küre ve elipsoid üzerindeki meridyen yayı uzunlukları arasındaki ilişki, $R\varphi \cong G$ yaklaşık eşitliği de göz önüne alınarak

$$R\varphi = G - uG^4 - vG^5 - wG^6 - \dots \tag{66}$$

elde edilir. Buradaki u,v ve w katsayıları

$$\begin{aligned}
u &= \frac{e'^2 \sin B_0 \cos B_0}{6M_0 N_0^2} \\
v &= \frac{e'^2 \cos^2 B_0}{30M_0^2 N_0^2} \left(1 - \frac{6e'^2 M_0 \sin^2 B_0}{N_0} \right) \\
w &= \frac{e'^2 \sin B_0 \cos B_0}{180M_0^3 N_0^2} \left[-2 + 3\tan^2 B_0 + \frac{3e'^2 M_0 (3 - 13\cos^2 B_0)}{N_0} + \frac{39e'^4 M_0^2 \sin^2 B_0 \cos^2 B_0}{N_0^2} \right]
\end{aligned} \tag{67}$$

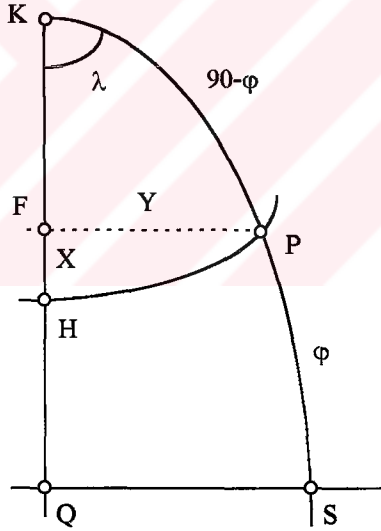
şeklinde hesaplanır. w içindeki $\tan B_0$ terimi bu katsayının yüksek enlemlerde değer aldığına göstergesidir. Ayrıca v katsayısının ikinci teriminin maksimum değeri ihmal edilecek kadar küçüktür. Bu yaklaşımlardan yola çıkarak u,v ve w katsayıları sadeleştirilerek

$$\begin{aligned}
u &= \frac{e'^2 \sin B_0 \cos B_0}{6R_0^3} \sqrt{\frac{M_0}{N_0}} \\
v &= \frac{e'^2 \cos^2 B_0}{30R_0^4} \\
w &= \frac{u(3 \tan^2 B_0 - 2)}{30R_0^2}
\end{aligned} \tag{68}$$

gibi kullanılışı ve sadeleştirilmiş şekilde yazılabilir [14].

2.2.2.1.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

Gauss-Krüger koordinatlarının hesabı için öncelikle küre yüzeyindeki koordinatların hesaplanması gerekir.



Şekil 5. Yardımcı küre yüzeyinde koordinatlar

Şekil 5'deki H noktası P noktasından geçen paralel dairenin, başlangıç meridyenini kestiği yerdir. P noktasının koordinatları, H noktası orijin olmak üzere kapalı küresel formüllerle

$$Y = R \operatorname{arctanh}(\cos\varphi \sin\lambda)$$

$$X = R \operatorname{arctan} \left[\frac{2 \tan\varphi \sin^2\left(\frac{1}{2}\lambda\right)}{\tan^2\varphi + \cos\lambda} \right] \quad (69)$$

elde edilir. Burada $\operatorname{arctanh}$ 'in hesabı için

$$\operatorname{arc tanh} \delta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \delta}{1 - \delta} \right) \quad (70)$$

formülü kullanılır. Ayrıca (69) formülündeki R için (62), λ için (63), $\cos\varphi$ ve $\tan\varphi$ için de (64) formüllerinden yararlanılır. Böylece (X,Y) küresel dik koordinatları hesaplanmış oldu.

(X,Y) belliyken, elipsoidal değerlere geçmek için başlangıç meridyeni üzerinden yazılmış (66)'in ters dönüşümünden

$$X' = X + uX^4 + vX^5 + wX^6 + \dots \quad (71)$$

veya

$$iX' = iX + iu(iX)^4 + v(iX)^5 - iw(iX)^6 - \dots \quad (72)$$

yazılabilir. Kürede $Z=X+iY$, elipsoidde $Z'=X'+iY'$ kompleks değerleriyle tüm noktalar için (72) deki benzer yolla ilişki kurulursa

$$Z' = Z + iuZ^4 + vZ^5 - iwZ^6 - \dots \quad (73)$$

tasvirin genel denklemi elde edilir. Buradan X' ve Y' hesaplanır. (x,y) Gauss-Krüger koordinatları da

$$\begin{aligned} x &= X' + G \\ y &= Y' \end{aligned} \quad (74)$$

şeklinde hesaplanır.

Ekvator'dan B enlemine kadar hesaplanan , G meridyen yayı için

$$G = r(B - \alpha \sin 2B + \beta \sin 4B - \gamma \sin 6B + \delta \sin 8B - \epsilon \sin 10B + \dots) \quad (75)$$

formülü kullanılır. Buradaki katsayılar

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{3}{2}n - \frac{9}{16}n^3 + \frac{3}{32}n^5, \quad \beta = \frac{15}{16}n^2 - \frac{15}{32}n^4 \\ \gamma &= \frac{35}{48}n^3 - \frac{105}{256}n^5 \\ \delta &= \frac{315}{512}n^4, \quad \epsilon = \frac{693}{1280}n^5 \\ r &= \frac{a+b}{2} \left(1 + \frac{n^2}{4} + \frac{n^4}{64} \right) \\ n &= \frac{a-b}{a+b} \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

şeklinde hesaplanır [9].

2.2.2.1.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

Şekil 5'deki F noktası orijin seçilirse, bu noktanın x'i G meridyen yayı uzunluğu alınarak B_f enlemi hesaplanır. Ayrıca bu noktanın Gauss-Krüger koordinatları orijin olması nedeniyle (0,y) olur. F noktasının küresel koordinatlarını bulmak için (73)'den ters dönüşümle

$$Z = Z' - iu_1 Z'^4 - iv_1 Z'^5 + iw_1 Z'^6 + \dots \quad (77)$$

elde edilir. Burada u_1 , v_1 ve w_1 katsayıları (67)'den B_f 'e göre hesaplanır. (77) denklemi, $x=0$ göz önüne alınarak reel ve imajiner kısımlara ayrılırsa F noktasının küresel koordinatları

$$\left. \begin{aligned} X &= -u_1 y^4 + w_1 y^6 - \dots \\ Y &= y - v_1 y^5 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

elde edilir. B_f enleminin küresel karşılığı (64) de ki sinüs ifadesinden

$$\varphi_f = \arcsin(\sin B_f / k_1) \quad (79)$$

hesaplanır ve F noktasının (X,Y) koordinatlarına göre küre karşılığı bir miktar yer değiştirdiği için bu noktanın küresel enlemi yeniden

$$\varphi'_f = \varphi_f + \frac{X}{R_1} \quad (80)$$

şeklinde elde edilir. (79) ve (80) denklemlerindeki; k_1 (65)'den ve R_1 (62)'den B_f 'e göre hesaplanır.

Şekil 5'deki P noktasının boylamını ve FH küresel mesafesini bulmak için (69)'a benzer şekilde

$$\begin{aligned} \lambda &= \arctan(\sec \varphi'_f \sinh \frac{Y}{R_1}) \\ FH &= R_1 \arctan \left(\frac{2 \tan \varphi'_f \sin^2 \left(\frac{1}{2} \lambda \right)}{1 + \tan^2 \varphi'_f \cos \lambda} \right) \end{aligned} \quad (81)$$

bulunur. FH küresel yayından (71)'e benzer şekilde elipsoid meridyen yayına geçilir. B elipsoid enlemini hesaplamak için HQ meridyen yayı

$$G = HQ = x + X - FH \quad (82)$$

ile bulunur. L elipsoid boylamını hesaplamak için (71)'in tersi olan

$$\ell = L - L_0 = \lambda / k_1 \quad (83)$$

formül ile elde edilir.

G meridyen yayı uzunluğundan B enlemini bulmak için

$$B = \theta + \alpha' \sin 2\theta + \beta' \sin 4\theta + \gamma' \sin 6\theta + \delta' \sin 8\theta + \varepsilon' \sin 10\theta + \dots \quad (84)$$

formülünden yararlanılır. Burada $\theta = G/r$ şeklinde hesaplanır ve r 'nin değeri (76)'da verilmiştir. Ayrıca (84)'ün katsayıları aşağıdaki şekilde hesaplanır [9].

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \frac{3}{2}n - \frac{27}{32}n^3 + \frac{269}{512}n^5 \\ \beta' &= \frac{21}{16}n^2 - \frac{55}{32}n^4 \\ \gamma' &= \frac{151}{96}n^3 - \frac{417}{128}n^5 \\ \delta' &= \frac{1097}{512}n^4 \\ \varepsilon' &= \frac{8011}{2560}n^5 \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

2.2.2.2. Williams'ın II. Yöntemi

Klasik Taylor serisine dayanan yöntemler yüksek enlemli değerlerde sorunlar oluşturabilir. Örneğin $B=89^\circ$ ve $\ell=90^\circ$ deki ekstremum değerde olduğu gibi. Seri açılımlarında ki on ve onbirinci terimlerde hata 1 metreden daha büyüktür. Sekizinci terimler de 1 mm duyarlılığında sonuç verir. Bu metod Taylor serilerine dayanan yöntemlere nazaran daha hassastır. Fakat enlemin eğimini içeren formülleri kullanan tüm yöntemler de olduğu gibi bu yöntemde de yüksek enlemlerin belli bir noktasında

bozulmalar olmaktadır. Bu hatayı ortadan kaldırmak için (67) deki w teriminden sonrakilerinin de hesaplanması gerekir. Bu küçük düzeltme miktarına kürede ihtiyaç yoktur fakat elipsoidde eğrilik yarıçapları (M, N) farklı olduğundan gereklidir.

Gauss yardımcı küresindeki polar form, tasvir için bir yardımcı yüzey gibi kullanılır. Bununla birlikte ilk yöntemle göre farklılıklar ortaya çıkar. Kürede eksentrisitenin sıfır olması ve orijinin kutup seçilmesiyle

$$k = 1, \varphi_0 = 90^\circ, R = a^2 / b \quad (86)$$

şartları yazılır. Konformluk şartı $k=1$ için yazıldığında

$$\frac{dp'}{\sin p'} = \frac{M dp}{N \sin p} \quad (87)$$

ve M, N 'nin değerleri yerine yazılırsa

$$\frac{dp'}{\sin p'} = \frac{dp}{(1 - e'^2 \sin^2 p) \sin p} = \frac{(1 - e'^2) dp}{(1 - e^2 \cos^2 p) \sin p} \quad (88)$$

elde edilir. Burada $p=90^\circ-B$ ve $p'=90^\circ-\varphi$ dir. (88) deki ikinci formun entegrali alınırsa

$$\tan \frac{1}{2} p' = \left(\frac{1 - e}{1 + e} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1 + e \cos p}{1 - e \cos p} \right)^{\frac{1}{2}} \tan \frac{1}{2} p \quad (89)$$

elipsoid ve küre arasındaki izometrik enlem ilişkisi

$$\omega = q + \frac{1}{2} e \ln \left(\frac{1 + e}{1 - e} \right) \quad (90)$$

elde edilir. (88) deki birinci formu p 'nin serilerine açarak daha kullanışlı hale getirmek için, terim terim integrali alınır ve katsayıları e'^2 'ye bağlı polinomlar şeklinde yazılırsa (p') 'yü (p) 'nin kuvvetleri şeklinde seri olarak

$$p' = p - \frac{e'^2}{2} p^3 + \frac{e'^2 + 3e'^4}{8} p^5 - \frac{3e'^2 + 55e'^4 + 75e'^6}{240} p^7 + \dots \quad (91)$$

elde edilir. Meridyen yayı $(G_{90}-G)$ ile p' arasında bağlantı kurmak için, bir μ yardımcı açısı

$$\mu = \frac{(G_{90} - G)}{R} = \int \frac{M}{R} dp = \int (1 + e'^2 \sin^2 p)^{-\frac{3}{2}} dp \quad (92)$$

şeklinde tanımlanır. Bu form (91) deki gibi uygulanırsa, μ 'yü p 'nin kuvvetleri şeklinde seri olarak

$$\mu = p - \frac{e'^2}{2} p^3 + \frac{4e'^2 + 15e'^4}{40} p^5 - \frac{16e'^2 + 300e'^4 + 525e'^6}{1680} p^7 + \dots \quad (93)$$

elde edilir. (93)'ün tersi ile (91) birleştirilir ve μ 'nün katsayıları isimlendirilirse

$$\begin{aligned} p' &= \mu + \frac{e'^2}{40} \mu^5 - \frac{e'^2 - 4e'^4}{336} \mu^7 + \frac{e'^2 - 17e'^4 + 40e'^6}{5760} \mu^9 - \\ &\quad \frac{17e'^2 - 942e'^4 + 9648e'^6 - 12096e'^8}{2661120} \mu^{11} + \dots \\ p' &= \mu + p_5 \mu^5 - p_7 \mu^7 + p_9 \mu^9 - p_{11} \mu^{11} + \dots \end{aligned} \quad (94)$$

elde edilir. Bu denklemden, elipsoid kompleks enlem ve boylamdan kompleks Gauss koordinatları bulunur. Bu işlemin ters dönüşümünü elde etmek için (94)'ün ikinci eşitliğinden

$$\mu = p' - p_5 p'^5 + p_7 p'^7 + (5p_5^2 - p_9) p'^9 + (p_{11} - 12p_5 p_7) p'^{11} + \dots \quad (95)$$

elde edilir. G meridyen yayının hesabı Williams'ın ilk yönteminde adım adım incelenmiştir [14].

2.2.2.2.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

Gauss-Krüger koordinatlarının hesabı için şu işlem adımları takip edilir;

- (89)'u kullanarak B elipsoid enleminden p' küresel enlemi bulunabilir. Veya $(G_{90}-G)$ meridyen uzunluğu hesaplanarak (93)'den μ bulunur. Bu değer (94)'de yerine konularak p' hesaplanır. İkinci yol daha kullanışlıdır.

- (p') 'den küresel dik koordinatlar

$$\begin{aligned}\tan(X/R) &= \tan p' \cos \ell \\ \tanh(Y/R) &= \sin p' \sin \ell\end{aligned}\tag{96}$$

hesaplanır. $\operatorname{arctanh}$ 'in hesabı için (70) formülü kullanılır.

- $p' = (X/R) + i(Y/R)$ alınırsa (95)'den μ kompleks değeri hesaplanır.
- $\mu = (G_{90} - x)/R + i(y/R)$ eşitliğiyle (x,y) koordinatları hesaplanır [14].

2.2.2.2.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

Coğrafi koordinatların hesabı için şu işlem adımları takip edilir;

- Bilinenler (x,y) olduğundan $\mu = (G_{90} - x)/R + i(y/R)$ hesaplanır.
- (94)'den p' kompleks değeri hesaplanır. Dolayısıyla (X/R) ve (Y/R) değerleri hesaplanmış olur.
- (X/R) ve (Y/R) değerleriyle

$$\begin{aligned}\tan \ell &= \operatorname{cosec}(X/R) \sinh(Y/R) \\ \tan p' &= \tan(X/R) \sec \ell\end{aligned}\tag{97}$$

formüllerinden ℓ elipsoid boylam farkı bulunur.

- (97)'nin ikinci eşitliğinden hesaplanan p' değeri (95)'de yerine konarak μ değeri hesaplanır.

- (92)'den G bulunur. G meridyen yayı uzunluğundan B enlemi hesaplanır. Bu işlemin nasıl yapılacağı Williams'ın ilk yönteminde gösterilmişti [14].

2.2.3. Bowring Yöntemi

Bowring çalışmasında, Taylor serilerine dayanan klasik Gauss-Krüger tasvir denklemlerini incelemiştir. Bu denklemlerde ikinci eksantrisiteyi (e'^2) sıfıra eşitleyerek, yarıçapı a olan bir küre üzerinde tanımlı yeni denklemler elde edilmiştir.

Tanımlı olan küre üzerinde kapalı küresel formüllerle Taylor serilerine dayanan denklemler, daha az terime indirgenmiş ve bazı terimler yerine de kısaltmalar kullanılarak daha kullanışlı hale getirilmiştir [15].

2.2.3.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

Tasvirin öncelikle genel denklemleri gösterilecek, nasıl elde edildiği daha sonra detaylı olarak anlatılacaktır. (x,y) koordinatları

$$\begin{aligned} x &= G + N\theta_2 + \frac{1}{24}e'^2N\ell^4\cos^5B\sin B(9 + 4e'^2\cos^2B - 11\ell^2 + 20\ell^2\cos^2B) \\ y &= N\left[\ln \tan\left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\theta_1\right) + \frac{1}{60}e'^2\ell^3\cos^5B(10 - 29\ell^2 + 36\ell^2\cos^2B)\right] \end{aligned} \quad (98)$$

ve küresel değerler olan θ_1 ve θ_2 açıları da

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \arcsin(\cos B \sin \ell) \\ \theta_2 &= \arctan\left(\frac{2\sin B \cos B \sin^2(\ell/2)}{\sin^2 B + \cos^2 B \cos \ell}\right) \end{aligned} \quad (99)$$

şeklinde hesaplanır. Bundan sonraki formüllerde, formül sadeliği bakımından $c=\cos B$ ve $s=\sin B$ kısaltmaları kullanılacaktır.

(98) deki ikinci eşitliği elde etmek için öncelikle Taylor serilerine dayanan denklemi (ki bu y değeri Taylor serilerindeki (13) denklemindeki y 'ye denktir)

$$y = N(\ell c + \frac{1}{6} \ell^3 c(\psi c^2 - 1 + c^2) + \frac{1}{120} \ell^5 c(4\psi^3(7c^2 - 6)c^2 + \psi^2(-7c^2 + 8)c^2 - \psi(2 - 2c^2)c^2 + (1 - c^2)^2) + \frac{1}{5040} \ell^7 c(61c^6 - 479(1 - c^2)c^4 + 179(1 - c^2)^2 c^2 - (1 - c^2)^3)) \quad (100)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\psi = 1 + \eta^2 = 1 + e'^2 \cos^2 B = 1 + \delta$ şeklindedir ve (100)'de kuvvetleri aşağıdaki gibi alınır.

$$\left. \begin{aligned} \psi &= 1 + \delta \\ \psi^2 &= 1 + (2\delta + \delta^2) \\ \psi^3 &= 1 + (3\delta + 3\delta^2 + \delta^3) \\ \psi^4 &= 1 + (4\delta + 6\delta^2 + 4\delta^3 + \delta^4) \end{aligned} \right\} \quad (101)$$

Bu açılımlar (100)'de yerine yazılır, ψ 'yi içermeyen katsayılar f_0 fonksiyonu altında toplanır ve δ 'nın kuvvetleri cinsinde yazılırsa

$$y = N(f_0(\ell, B) + \frac{1}{6} \ell^3 c^3 \delta + \frac{1}{120} \ell^5 c^3 (\delta(-58 + 72c^2) + \delta^2(-64 + 77c^2) + \delta^3(-24 + 28c^2))) \quad (102)$$

elde edilir. Burada $\delta = e'^2 c$ eşitliği yerine yazılırsa

$$y = N(f_0(\ell, B) + \frac{1}{6} e'^2 \ell^3 c^5 + \frac{1}{120} e'^2 \ell^5 c^5 ((-58 + 72c^2) + e'^2(-64 + 77c^2)c^2 + e'^4(-24 + 28c^2)c^4)) \quad (103)$$

oluşur. Bu denklemde

$$\begin{aligned} A' &= \frac{1}{120} N e'^4 \ell^5 c^7 (64 - 77c^2) \\ B' &= \frac{1}{120} N e'^6 \ell^3 c^9 (24 - 28c^2) \end{aligned} \quad (104)$$

kısaltmaları kullanılırsa, Bu kısaltmaların sonucu etkilemediği yani ihmal edilecek derecede bir miktar olduğu görülmüştür. Bundan dolayı A' ve B' kısaltmaları (103) nolu denklemde ihmal edilirse y koordinatının tasvir denklemi

$$y = N(f_0(\ell, B) + \frac{1}{6} e'^2 \ell^3 c^5 + \frac{1}{60} e'^2 \ell^5 c^5 (-29 + 36c^2)) \quad (105)$$

elde edilir. (98)'deki x koordinatı da bu şekilde elde edilir. $f_0(\ell, B)$ fonksiyonunu hesaplamak için (105) eşitliğinde $e'^2=0$ alınırsa y/N ' in değeri $f_0(\ell, B)$ 'ye eşit olur. Dolayısıyla N kürenin yarıçapı, ℓ ve B de kürede tanımlı enlem ve boylam farkı olur.

Şekil 6'da görülen npz küresel üçgeninde, z kuzey kutup noktasıdır. Bu üçgenden

$$\tan \ell = \sec\left(\frac{X}{N}\right) \tan\left(\frac{Y}{N}\right) \quad (106)$$

eşitliği yazılır ve kürenin düzleme konform projeksiyonu ilişkisinden de

$$dY' = (\sec(Y / N))dy \quad (107)$$

elde edilir ve bu denklemin integrali alınır

$$Y' = N \ln \tan\left(\frac{1}{4} \pi + \frac{Y}{2N}\right) \quad (108)$$

yazılır. Şekil 6'daki küresel üçgenden

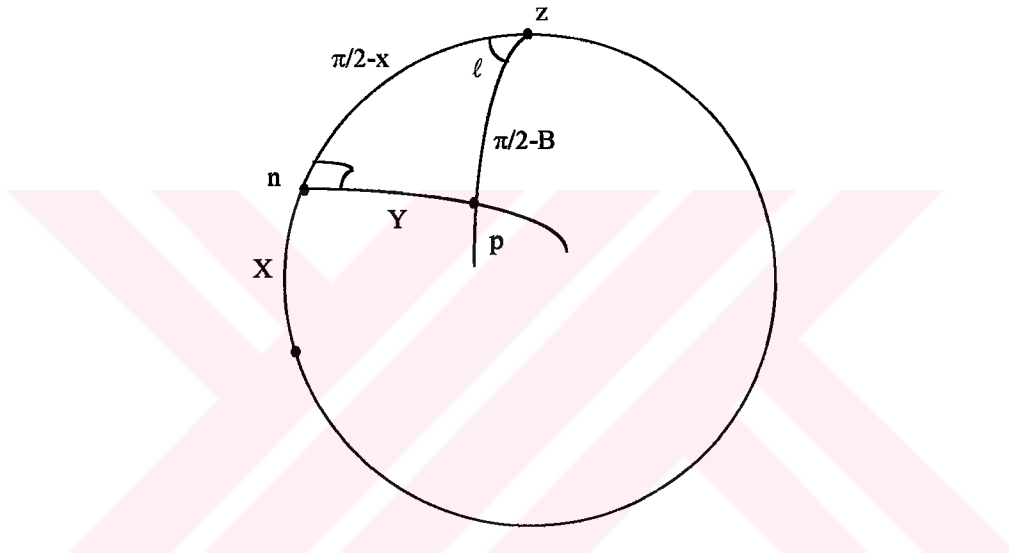
$$\sin(Y/N) = \sin \ell \cos B \quad (109)$$

elde edilir ve (Y/N) yerine θ_1 yazılırsa

$$f_0(\ell, B) = Y' = \text{Intan}\left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}\theta_1\right) \quad (110)$$

$$\theta_1 = \arcsin(\sin \ell \cos B)$$

elde edilir.



Şekil 6. N yarıçaplı küre

(104)'deki θ_2 'yi elde etmek için, npz küresel üçgeninden

$$X = N \arctan(\tan B / \cos \ell) \quad (111)$$

yazılır ve kürede $B=G/N$ alınırsa $\theta_2 = (X/N) - B$ elde edilir. Bu denklemde (111) eşitliği yerine yazılırsa

$$\theta_2 = \arctan(\tan B / \cos \ell) - B \quad (112)$$

bulunur. Bu denklem (99)'daki ikinci eşitlikle özdeştir. G meridyen yayı uzunluğunun hesabı daha önceki yöntemlerde belirtilen işlem adımlarından yararlanılarak bulunur [15].

2.2.3.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

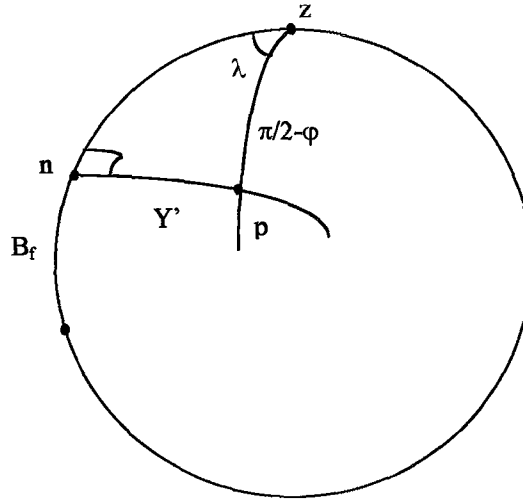
Coğrafi koordinatların hesabı için öncelikle B_f enleminin hesaplanması gerekir. $G=x$ alınarak buradan B_f enleminin bulunması daha önceki yöntemlerde adım adım açıklanmıştır. B_f enleminden N_f hesaplanır. Dolayısıyla $e'^2=0$ durumu için N_f kürenin yarıçapı olur. Coğrafi koordinatların hesabı için genel denklemler

$$B = (1 + e'^2 c_1^2) \left[\theta_5 - \frac{y^4}{24 N_f^4 c_1} e'^2 s_1 (9 - 10 c_1^2) \right] - e'^2 c_1^2 B_f \quad (113)$$

$$L = L_0 + \theta_4 - \frac{y^3}{60 N_f^3} e'^2 c_1 \left(10 - \frac{4y^2}{N_f^2 c_1^2} + \frac{y^2}{N_f^2} c_1^2 \right)$$

şeklinde yazılır. Bu denklemler (105)'e benzer yolla elde edilir. Burada küresel açılarının değeri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} \theta_4 &= \arctan(\sinh(y / N_f) \sec B_f) \\ \theta_5 &= \arctan(\tan B_f \cos \theta_4) \end{aligned} \quad (114)$$



Şekil 7. N_f yarıçaplı küre

$Y=y/N_f$ eşitliğini (108) denklemine benzer şekilde yazılırsa

$$Y = \ln \tan\left(\frac{1}{4}\pi + \frac{1}{2}Y'\right) = \text{arc tanh}(\sin Y') \quad (115)$$

olur. Burada Y' , (Şekil 7)'de de görüldüğü gibi açı değerinin yay uzunluğudur. (Şekil 7) deki küresel üçgenden

$$\begin{aligned} \tan\varphi &= \tan B_f \cos\lambda \\ \tan\lambda &= \sec B_f \tan Y' \end{aligned} \quad (116)$$

elde edilir. Buradan

$$\theta_4 = \lambda = \text{arc tan}(\tan Y' \sec B_f) \quad (117)$$

bulunur. (116) da ki birinci eşitlik dikkate alınarak

$$\varphi - B_f = \text{arc tan}(\tan B_f \cos\lambda) - B_f \quad (118)$$

yazılır. Buradan (117) eşitliği de dikkate alınarak

$$\theta_5 = \text{arc tan}(\cos\theta_4 \tan B_f) \quad (119)$$

elde edilir [15].

2.2.4. Mittermayer Yöntemi

Mittermayer, küreyi yardımcı yüzey kabul eden diğer yöntemlerden farklı olarak, küre ile elipsoid arasındaki elipsoid düzeltmesini harmonik polinomlu Chebyshev Yaklaşımı ile hesaplanmış ve küre yeniden tanımlanmıştır.

Yardımcı yüzey küre; izometrik elipsoid coğrafi koordinatları (q, ℓ) ve elipsoid coğrafi koordinatları (B, L) olmak üzere, $(\bar{q}, \bar{\ell})$ izometrik parametrelerinin oluşturduğu koordinat sistemiyle yeniden tanımlanmıştır. Bu sistemin (q, ℓ) 'den dönüşümü için

$$\begin{aligned}\bar{z} &= f(z) \\ \bar{q} + i\bar{\ell} &= \frac{4}{\pi} \arctan e^{q+i\ell} - 1\end{aligned}\quad (120)$$

ile tanımlanır. Buradaki ikinci eşitlik reel ve imajiner kısımlara ayrılırsa

$$\begin{aligned}\bar{q} &= \bar{q}(q, \ell) = \frac{2}{\pi} \left(\arctan \frac{e^q \cos \ell}{1 - e^q \sin \ell} + \arctan \frac{e^q \cos \ell}{1 + e^q \sin \ell} \right) - 1 \\ \bar{\ell} &= \bar{\ell}(q, \ell) = \frac{1}{\pi} \ln \frac{1 + 2e^q \sin \ell + e^{2q}}{1 - 2e^q \sin \ell + e^{2q}}\end{aligned}\quad (121)$$

elde edilir. Burada e^q 'nin değeri

$$e^q = e^{q(B)} = \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{B}{2} \right) \left(\frac{1 - e \sin B}{1 + e \sin B} \right)^{\frac{e}{2}} \quad (122)$$

şeklinde hesaplanır. $(\bar{q}, \bar{\ell})$ izometrik parametrelerinden (q, ℓ) elipsoid izometrik parametrelerinin hesabı için (120)'den ters dönüşümle

$$\begin{aligned}z &= g(\bar{z}) \\ q + i\ell &= \ln \tan \left[\frac{\pi}{4} (\bar{q} + 1) + i \frac{\pi}{4} \bar{\ell} \right]\end{aligned}\quad (123)$$

yazılır ve reel, imajiner kısımlara ayrılırsa

$$q = q(\bar{q}, \bar{\ell}) = \frac{1}{2} \ln \frac{\cosh\left(\frac{\pi}{2} \bar{\ell}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} \bar{q}\right)}{\cosh\left(\frac{\pi}{2} \bar{\ell}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} \bar{q}\right)}$$

$$\ell = \ell(\bar{q}, \bar{\ell}) = \arctan \frac{\sinh\left(\frac{\pi}{2} \bar{\ell}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} \bar{q}\right)}$$
(124)

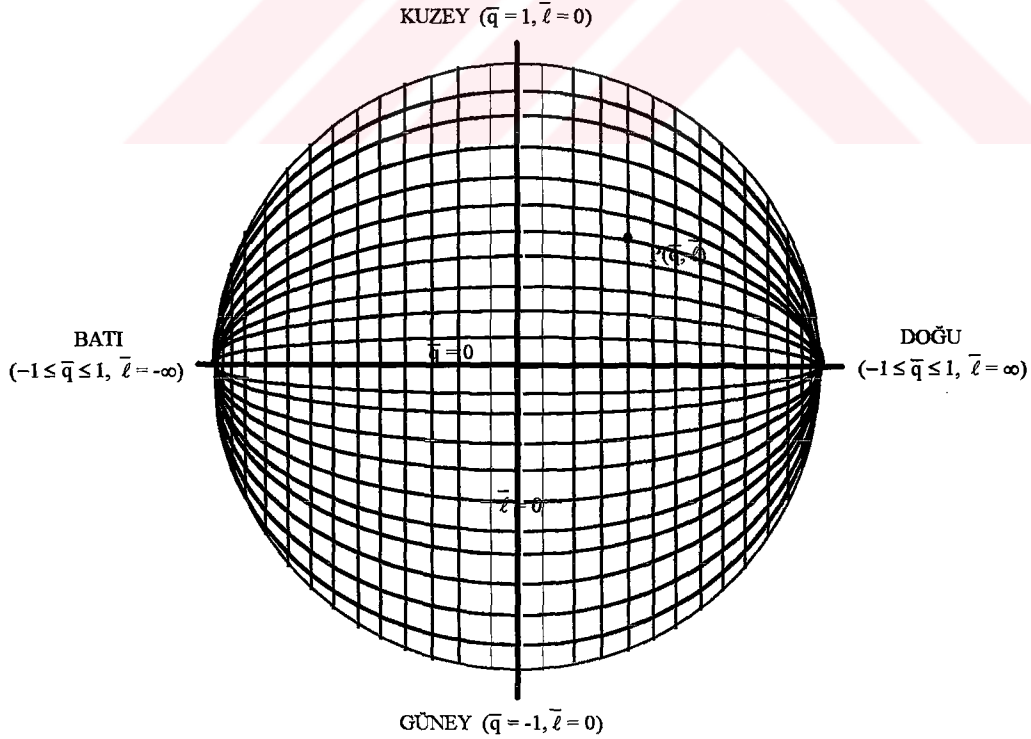
elde edilir.

İzometrik $(\bar{q}, \bar{\ell})$ sistemiyle tanımlanan küre kutuplarda

$$P(\bar{q} = \pm 1, \bar{\ell} = 0)$$
(125)

değerlerini alır. Ayrıca $(\bar{q}, \bar{\ell})$ sistemindeki parametrelerin alabileceği değerler aşağıdaki gibidir.

$$P(-1 \leq \bar{q} \leq 1, \bar{\ell} = \pm\infty)$$
(126)



Şekil 8. Küresel $(\bar{q}, \bar{\ell})$ sistemi

Şekil 8’de görüldüğü gibi $\bar{q}$ = sabit parametre eğrileri meridyenleri, $\bar{\ell}$ = sabit parametre eğrileri de paralel daireleri meydana getirir.

B enleminden, q izometrik enlemine dönüşüm

$$q = q(B) = \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{B}{2} \right) + \frac{e}{2} \ln \frac{1 - e \sin B}{1 + e \sin B} \quad (127)$$

ile elde edilir. Elipsoid izometrik boylam farkı elipsoiddeki boylam farkına eşittir. (127)’in ters dönüşümü ise newton iterasyonu ile

$$\begin{aligned} B^{i+1} &= B^i - F(B^i) / (1 + e'^2 \cos^2 B^i) \cos B^i \\ F(B^i) &= \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{B^i}{2} \right) + \frac{e}{2} \ln \frac{1 - e \sin B^i}{1 + e \sin B^i} - q \\ B^0 &= 2 \arctan e^q - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (128)$$

elde edilir [16].

2.2.4.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

(B,L)’den (x,y)’ye dönüşüm için Mittermayer’in geliştirdiği tasvir denklemi

$$\begin{aligned} x &= G_{90} [\bar{q} + A(\bar{q}, \bar{\ell})] \\ y &= G_{90} [\bar{\ell} + B(\bar{q}, \bar{\ell})] \\ G_{90} &= 10002288.29898945m \end{aligned} \quad (129)$$

şeklindedir. Burada G_{90} , $B(0^\circ, 90^\circ)$ enlem değerleri arasındaki meridyen yayı uzunluğudur. (B,L)’den $(\bar{q}, \bar{\ell})$ ’nin hesabı için, (127) ve (121) formülleri kullanılır. $A(\bar{q}, \bar{\ell})$ ve $B(\bar{q}, \bar{\ell})$ elipsoid düzeltmeleri harmonik polinomlu Chebyshev Yaklaşımı ile aşağıdaki biçimde hesaplanır.

$$\begin{aligned}
A(\bar{q}, \bar{\ell}) + iB(\bar{q}, \bar{\ell}) &= \bar{z} \sum_{k=0}^{\bar{n}=9} b_k \bar{z}^{2k} = (\bar{q} + i\bar{\ell})(C + iD) \\
\bar{z} &= \bar{q} + i\bar{\ell}, \quad \bar{n} = (n-1)/2, \quad n = 19 \\
A &= \bar{q}C - \bar{\ell}D \\
B &= \bar{\ell}C + \bar{q}D
\end{aligned} \tag{130}$$

Buradaki b_k katsayılarının değerleri Ek Çizelge 6'da verilmiştir [16].

2.2.4.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

(x, y) 'den (B, L) 'ye dönüşüm için Mittermayer'in geliştirdiği tasvir denklemi

$$\begin{aligned}
\bar{q} &= \bar{x} + U(\bar{x}, \bar{y}) \\
\bar{\ell} &= \bar{y} + V(\bar{x}, \bar{y})
\end{aligned} \tag{131}$$

şeklinde. Burada $\bar{x} = x / G_{90}$ ve $\bar{y} = y / G_{90}$ dir. $U(\bar{x}, \bar{y})$ ve $V(\bar{x}, \bar{y})$ elipsoid düzeltmeleri harmonik polinomlu Chebyshev Yaklaşımı ile aşağıdaki biçimde hesaplanır.

$$\begin{aligned}
U(\bar{x}, \bar{y}) + iV(\bar{x}, \bar{y}) &= \bar{w} \sum_{k=0}^{\bar{n}=8} c_k \bar{w}^{2k} = (\bar{x} + i\bar{y})(\bar{C} + i\bar{D}) \\
\bar{w} &= \bar{x} + i\bar{y}, \quad \bar{n} = (n-1)/2, \quad n = 17 \\
U &= \bar{x}\bar{C} - \bar{y}\bar{D} \\
V &= \bar{y}\bar{C} + \bar{x}\bar{D}
\end{aligned} \tag{132}$$

$(\bar{q}, \bar{\ell})$ 'den (B, ℓ) 'yi hesaplamak için (124) ve (128) formülleri kullanılır. Daha öncede belirtildiği gibi elipsoid izometrik boylam farkı elipsoiddeki boylam farkına eşittir. (132)'deki c_k katsayılarının değerleri Ek Çizelge 6'da verilmiştir [16].

2.3. Kompleks Sayı ve Fonksiyonlara Dayanan Yöntemler

Coğrafi koordinatlardan Gauss-Küger koordinatlara dönüşümü ve ters işleminde buraya kadar kullanılan genel denklemler, Taylor serilerine ve yardımcı yüzey küre

kullanılarak geliştirilen formüllere dayanmaktaydı. Son yıllarda, hesap makinelerindeki gelişmeye paralel olarak hesap yükünden kaçılmayarak yeni yöntemler geliştirilmiştir.

Elipsoid noktalarını izometrik parametreler q ve ℓ , düzlem için izometrik parametreler x ve y olmak üzere, bu iki izometrik koordinat sistemi arasındaki konform tasvir denklemleri temelde kompleks fonksiyonlara dayanmaktaydı. Bu yöntemlerde geleneksel yöntemlerden farklı olarak kompleks fonksiyonlar üzerinden sonuca gidilmiştir. Böyle fonksiyonlara dayanan yöntemlerde terim ihmalî söz konusu olmadığından, diğer yöntemlere nazaran boylam farkı sınırlaması yoktur ve hassasiyet yüksektir. Bu konuda yapılan iki çalışma aşağıda detaylıca açıklanmıştır.

2.3.1. Bowring Yöntemi

Bowring yaptığı çalışmada, (B,L) 'den (x,y) hesabı için, kompleks izometrik enlem $(\psi=q+i\ell)$ 'ye karşılık gelen kompleks jeodezik enlem Φ hesaplanır ve Φ enleminden $(z=x+iy)$ kompleks meridyen uzunluğuna geçiş yapılır. (x,y) 'den (B,L) hesabı için, z kompleks meridyen uzunluğundan Φ enlemi hesaplanır. Φ enleminden de ψ enlemine geçiş yapılır [17].

Bu dönüşümler için gerekli olan genel denklemler, B enleminden q izometrik enleminin hesabı için

$$q = \operatorname{arctanh}(\sin B) - e \operatorname{arctanh}(e \sin B) \quad (133)$$

denklemini kullanılır. Bu formülün ters dönüşümü

$$B = \arctan \left[(1 + e'^2) \left(1 - \frac{1}{6} e'^4 T^2 + \frac{1}{5} e'^6 T^4 \right) \sinh q + \dots \right] \quad (134)$$

seri açılımı ile sağlanır. Burada $T = \tanh q$ dir [18]. B ve q için kullanılan (133), (134) dönüşüm formülleri Φ ve ψ kompleks enlemleri için de geçerlidir. Yöntem için gerekli olan bir başka formül takımı da, B enleminden G meridyen yayı uzunluğunun hesabında kullanılan

$$G = E_0 B + E_2 \sin 2B + E_4 \sin 4B + E_6 \sin 6B + E_8 \sin 8B + E_{10} \sin 10B + \dots \quad (135)$$

dır. Burada E katsayılarının değerleri (15)'de verilmiştir. Bu işlemin terside üç adımlık bir iterasyonla yapılır. G ve B için kullanılan (135) formülü z ve Φ kompleks değerleri için de geçerlidir. Bu şart (135)'in ters dönüşümü içinde aynıdır [17].

2.3.1.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

(B,L) koordinatlarından ψ kompleks izometrik enlemine, (133)'den q hesaplanır ve boylam farkları eşit olduğundan $\ell = L - L_0$ alınarak geçilir. Böylece $\psi = q + i\ell$ hesaplanmış olur. Φ enleminin ψ enleminden hesabı için (134)'e benzer şekilde

$$\Phi = \arctan \left[(1 + e'^2) \left(1 - \frac{1}{6} e'^4 T^2 + \frac{1}{5} e'^6 T^4 \right) \sinh \psi \right] \quad (136)$$

elde edilir. Burada $T = \tanh \psi$ dir. (136)'da kompleks bir değerın sinh ve tanh fonksiyonlarını hesaplamak için

$$\begin{aligned} \tanh(q + i\ell) &= J \sinh 2q + iJ \sin 2\ell \\ \sinh(q + i\ell) &= \sinh q \cosh \ell + i \cosh q \sin \ell \\ J &= (\cosh 2q + \cos 2\ell)^{-1} \end{aligned} \quad (137)$$

formülleri kullanılır. (136)'da son olarak kompleks bir ifadenin arctan fonksiyonunu hesaplamak için

$$\begin{aligned} \arctan(\alpha + i\beta) &= \frac{1}{2} \xi + i \left[\frac{1}{4} \ln \frac{\alpha^2 + (1 + \beta)^2}{\alpha^2 + (1 - \beta)^2} \right] \\ \xi &= \arctan \left(\frac{2\alpha}{1 - \alpha^2 - \beta^2} \right) \end{aligned} \quad (138)$$

kullanılarak Φ kompleks jeodezik enlem hesaplanmış olur. Buradan $x+iy$ kompleks mesafesini hesaplamak için (135)'e benzer şekilde

$$x + iy = E_0 \Phi + E_2 \sin 2\Phi + E_4 \sin 4\Phi + E_6 \sin 6\Phi + E_8 \sin 8\Phi + E_{10} \sin 10\Phi \quad (139)$$

elde edilir. Burada kompleks sayının sinüsü

$$\sin(\alpha + i\beta) = \sin\alpha \cosh\beta + i\cos\alpha \sinh\beta \quad (140)$$

şeklinde hesaplanır. Böylece (139)'da eşitliğin sağ tarafında kompleks bir sayı oluşur ve eşitliğin reel ve imajiner kısımları birbirine eşitlenirse x, y hesaplanmış olur [17].

2.3.1.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

x, y koordinatlarından Φ kompleks jeodezik enlemine geçiş yapmak için (135)'in ters dönüşümü olan

$$\Phi = \frac{1}{E_0} (x + iy) - \frac{E_2}{E_0} \sin 2\Phi - \frac{E_4}{E_0} \sin 4\Phi - \frac{E_6}{E_0} \sin 6\Phi - \frac{E_8}{E_0} \sin 8\Phi - \frac{E_{10}}{E_0} \sin 10\Phi \quad (141)$$

kullanılır. Bu işlem beş adımlık bir iterasyonla gerçekleştirilir. Birinci iterasyonda E_4, E_6, E_8, E_{10} terimleri ihmal edilir ve başlangıç değeri $\Phi_{(0)} = (x+iy)/E_0$ alınırsa

$$\Phi_{(1)} = \Phi_{(0)} - (E_2 / E_0) \sin 2\Phi_{(0)} \quad (142)$$

elde edilir. ikinci iterasyonda E_6, E_8, E_{10} terimi ihmal edilirse

$$\Phi_{(2)} = \Phi_{(0)} - (E_2 / E_0) \sin 2\Phi_{(1)} - (E_4 / E_0) \sin 4\Phi_{(1)} \quad (143)$$

değeri ve üçüncü iterasyonda da E_8, E_{10} katsayılı terimler ihmal edilirse

$$\Phi_{(3)} = \Phi_{(0)} - (E_2 / E_0) \sin 2\Phi_{(2)} - (E_4 / E_0) \sin 4\Phi_{(2)} - (E_6 / E_0) \sin 6\Phi_{(2)} \quad (144)$$

elde edilir. Bu işlem aynı şekilde E_{10} ihmal edilerek dördüncü iterasyon ve en sonunda E_{10} terimde ilave edilerek beşinci iterasyonda Φ kompleks jeodezik enlemi hesaplanır. İterasyon adımlarında kullanılan kompleks bir ifadenin sinüsünün nasıl hesaplanacağı (140)'da gösterilmiştir. Φ enleminden ψ enlemine geçiş için (133)'e benzer şekilde

$$\psi = q + i\ell = \operatorname{arctanh}(\sin\Phi) - e \operatorname{arctanh}(e \sin\Phi) \quad (145)$$

elde edilir. Burada kompleks bir ifadenin $\operatorname{arctanh}$ fonksiyonunu hesaplamak için

$$\operatorname{actanh}(\alpha + i\beta) = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \alpha + i\beta}{1 - \alpha - i\beta} = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1 - \alpha^2 - \beta^2}{(1 - \alpha)^2 + \beta^2} + i \frac{2\beta}{(1 - \alpha)^2 + \beta^2} \right] \quad (146)$$

kullanılır. Burada $\ln$ fonksiyonlu bir kompleks sayının değeri de göz önüne alınarak denklem yeniden düzenlenirse

$$\begin{aligned} \ln(a + ib) &= \ln(\sqrt{a^2 + b^2}) + i \arctan(b/a) \\ \operatorname{arctanh}(\alpha + i\beta) &= \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{(1 - \alpha^2 - \beta^2)^2 + 4\beta^2}}{(1 - \alpha)^2 + \beta^2} + i \frac{1}{2} \arctan \frac{2\beta}{1 - \alpha^2 - \beta^2} \end{aligned} \quad (147)$$

elde edilir. Böylece (145)'de reel ve imajiner kısımlar birbirine eşitlenirse q ve ℓ hesaplanmış olur. ℓ boylam farkı elipsoidde de aynı olduğundan L bulunur. B 'nin hesabı için (135) kullanılır [17].

2.3.2. Klotz Yöntemi

Gauss-Krüger tasvirinde, dönüşümün izometrik koordinat sistemleri arasında yapılması gerekir. (x,y) koordinat sistemi izometrik olduğundan, sadece (B,L) coğrafi koordinatlarının izometrik sisteme dönüştürülmesi gerekir. B enleminden q izometrik

enlemine dönüşüm (133)'de gösterilmişti. Boylam ise coğrafi ve izometrik koordinat sisteminde aynıdır. Böylece her iki sistemde de $z=x+iy$ ve $\psi=q+i\ell$ kompleks izometrik koordinatları elde edilir. q enleminden B enlemine dönüşüm

$$\sin B_{i+1} = \tanh(q + e \operatorname{arctanh}(e \sin B_i)) \quad (148)$$

iterasyon işlemiyle yapılır.

z ve ψ izometrik koordinatları arasındaki dönüşüm, enlemden meridyen yayı uzunluğunun hesabında ve ters dönüşümünde kullanılan formüllerden yapılacaktır. Kompleks fonksiyonlara dayanan Bowring yönteminde meridyen yayı uzunluğu klasik yöntem olan (135)'den elde edilmişti. Bu formül seri açılımlara dayandığından, büyük mesafeler için kötü yakınsar. Ayrıca kutupların yakınındaki enlemler için diferansiyel türevler sonsuz büyür, dolayısıyla seri açılımlar bu bölgelerde kullanılamazlar.

Klotz, G meridyen yayı uzunluğunu M meridyen eğrilik yarıçapıyla tanımlanan

$$G = \int M dB \quad (149)$$

integrali üzerinden çözüme gitmiştir. Burada M 'nin değeri yerine yazılırsa

$$G = a(1 - e^2) \int (1 - e^2 \sin^2 B)^{-3/2} dB \quad (150)$$

elde edilir. İntegral değeri, e^2 'nin kuvvetlerine seri açılımla ifade edilebilir. Bunun için

$$(1-x)^n = 1 - \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 - \binom{n}{3}x^3 + \dots \quad (151)$$

seri açılımı kullanılır. Böylece (150)'de ki integral içindeki değer

$$(1 - e^2 \sin^2 B)^{-3/2} = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{-3/2}{n} (-1)^n e^{2n} \sin^{2n} B \quad (152)$$

şeklinde yazılır. Bu seri $e^2 < 1$ için yakınsaktır. (152) değeri (150)'de yerine yazılırsa

$$G = a(1 - e^2) \sum_{n=0}^{\infty} \binom{-3/2}{n} (-1)^n e^{2n} \int \sin^{2n} B dB \quad (153)$$

elde edilir. Burada $\int \sin^{2n} B dB$ 'nin değeri

$$\int \sin^{2n} B dB = -\frac{1}{2n} \sin^{2n-1} B \cos B + \frac{2n-1}{2n} \int \sin^{2n-2} B dB \quad (154)$$

dir. Bu eşitlik

$$\int \sin^{2n} B dB = \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} (B - \sin B \cos B \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(2k)!!}{(2k+1)!!} \sin^{2k} B) \quad (155)$$

şeklinde yazılır. Burada $n!!$ çift faktöriyel değeri

$$\begin{aligned} n \text{ çift sayı ise; } n!! &= n(n-2)(n-4)(n-6) \dots 4.2 \\ n \text{ tek sayı ise; } n!! &= n(n-2)(n-4)(n-6) \dots 3.1 \end{aligned} \quad (156)$$

dir. Böylece (155) eşitliği , polinom katsayıları olarak yazılmak istenirse

$$\begin{aligned} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} &= \binom{n-1/2}{n} = (-1)^n \binom{-1/2}{n} \\ \frac{(2k)!!}{(2k+1)!!} &= \binom{k+1/2}{k}^{-1} = (-1)^k \binom{-3/2}{k}^{-1} \end{aligned} \quad (157)$$

çift faktöriyel değerleri kullanılarak

$$G = a(1 - e^2) \sum_{n=0}^{\infty} \binom{-3/2}{n} e^{2n} \binom{-1/2}{n} (B - \sin B \cos B \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \binom{-3/2}{k}^{-1} \sin^{2k} B) \quad (158)$$

elde edilir. Bu denklemde

$$\binom{-3/2}{n} = \binom{-1/2}{n} (2n+1) \quad (159)$$

eşitliği dikkate alınarak ve

$$\begin{aligned} d_n &= \binom{-1/2}{n} \\ k_k &= (-1)^k \binom{-3/2}{k}^{-1} \end{aligned} \quad (160)$$

kısaltmaları kullanılırsa meridyen yayı uzunluğunun genel denklemi

$$G = a(1 - e^2) \sum_{n=0}^{\infty} d_n^2 (2n+1) e^{2n} (B - \sin B \cos B \sum_{k=0}^{n-1} k_k \sin^{2k} B) \quad (161)$$

elde edilir. Burada d_n ve k_k katsayıları kullanımı kolaylaştırmak için Rekursion formülleriyle

$$\begin{aligned} d_{n+1} &= -d_n \frac{2n+1}{2n+2} \\ d_0 &= 1, d_1 = -\frac{1}{2}, d_2 = \frac{3}{8}, d_3 = -\frac{5}{16} \\ k_{k+1} &= k_k \frac{2k+2}{2k+3} \\ k_0 &= 1, k_1 = \frac{2}{3}, k_2 = \frac{8}{15}, k_3 = \frac{16}{35} \end{aligned} \quad (162)$$

ifade edilir. (161) formülünü programlama açısından daha kolay ve kullanışlı hale getirmek için e^2 'ye bağlı E , e^2 ve B 'ye bağlı E_B katsayısı

$$\begin{aligned}
E(e^2) &= \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \sum_{n=3}^{\infty} d_n^2 (2n+1)e^{2n} \\
E_B(e^2, B) &= \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}\left(1 + \frac{2}{3}\sin^2 B\right)e^4 + \sum_{n=3}^{\infty} d_n^2 (2n+1)e^{2n} \sum_{k=0}^{n-1} k_k \sin^{2k} B
\end{aligned} \tag{163}$$

tanımlanır. Ayrıca ekvatorun eğrilik yarıçapı $M_0 = a(1-e^2)$ olarak tanımlanırsa basitleştirilmiş meridyen yayı uzunluğu

$$G = M_0(1+E)B - M_0 \frac{1}{2} \sin(2B)E_B \tag{164}$$

elde edilir. (164)'ün ters işlemi yani G'den B'nin hesabı

$$\begin{aligned}
B_{i+1} &= \frac{G}{M_0(1+E)} + \sin(2B_i) \frac{E_B(B_{i-1})}{2(1+E)} \\
B_0 &= 0, B_1 = \frac{G}{M_0(1+E)}, E_B(B_0) = E
\end{aligned} \tag{165}$$

iterasyon işlemiyle elde edilir [19].

2.3.2.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

(B,L) koordinatlarından (x,y)'in hesabı için, $z=x+iy$ kompleks meridyen mesafesinin hesaplanması gerekir. z' in hesabı için, B elipsoid enlemine karşılık gelen Φ kompleks jeodezik enleminin bilinmesi gerekir. Bilinen (B,L)'den dolayı ψ olduğundan, ψ 'den Φ 'ye oradan da z' e dönüşüm için (148) ve (164)'den benzer şekilde

$$\begin{aligned}
\sin \Phi_{i+1} &= \tanh(\psi + e \operatorname{arctanh}(e \sin \Phi_i)), \quad \Phi_0 = 0 \\
z &= M_0(1+E)\Phi - M_0 \frac{1}{2} \sin(2\Phi)E_\Phi(\Phi)
\end{aligned} \tag{166}$$

iterasyon işlemiyle tasvir denklemi elde edilir. Burada kompleks bir sayının sinüs ve tanh değerlerinin nasıl hesaplanacağı (140) ve (137)'de gösterilmişti. arctanh ve arcsin için

$$\begin{aligned}
 \operatorname{arctanh}(\alpha + i\beta) &= \frac{1}{2} \ln \frac{U}{V} + \frac{i}{2} \arctan \left(\frac{2\beta}{1 - \beta^2 - \alpha^2} \right) \\
 \operatorname{arcsin}(\alpha + i\beta) &= \operatorname{arcsin}(U - V) + i \ln(U + V + \sqrt{(U + V)^2 - 1}) \\
 U &= \frac{1}{2} \sqrt{(\alpha + 1)^2 + \beta^2} \\
 V &= \frac{1}{2} \sqrt{(\alpha - 1)^2 + \beta^2}
 \end{aligned} \tag{167}$$

kullanılır. Burada arctanh formülü (147)'le aynı sonucu verir [19].

2.3.2.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

(x,y) koordinatlarından bilinen z kompleks değeri olduğundan Φ kompleks değerine (164)'den ve Φ 'den ψ 'ye dönüşüm için (133)'den benzer şekilde

$$\begin{aligned}
 \Phi_{i+1} &= \frac{z}{M_0(1+E)} + \sin(2\Phi_i) \frac{E_\Phi(\Phi_{i-1})}{2(1+E)} \\
 \psi &= \operatorname{arctanh}(\sin \Phi) - e \operatorname{arctanh}(e \sin \Phi)
 \end{aligned} \tag{168}$$

tasvirin genel denklemi elde edilir. $\psi = q + i\ell$ kompleks izometrik enleminden (B,L)'ye geçilmesi gerekir. q'dan B'nin hesabı için (148) kullanılır [19].

2.4. Diğer Alternatif Çözümler

Üç ana başlık altında gösterilen yöntemlerin haricinde, bu bölümde iki farklı yöntem gösterilecektir. Bu yöntemlerde diğer yöntemler de olduğu gibi, yöntemi geliştiren kişinin ismiyle adlandırılacaktır.

2.4.1. Ord-Smith Yöntemi

Coğrafi koordinatlardan Gauss-Krüger koordinatlarının hesabı ve ters dönüşümünde kullanılan orjinal formüllerde kabul edilir sadeleştirmeler yapılarak, bu yöntemin genel formülleri elde edilmiştir. Genel formüller oluşturulurken sadeleştirilmiş formüllere yaklaşım geometrik şekillerden sağlanmıştır. Bunun için transversal silindirik gnomonik projeksiyon göz önünde bulundurulacaktır. Amaç olarak el hesap makinalarıyla kolayca hesaplanabilecek basit ve az formül takımlara oluşturmaya gidilmiştir.

Şekil 9'daki XYZ koordinat sistemindeki coğrafi koordinatlara sahip P noktasının bu sisteme göre koordinatları, gnomonik projeksiyon özelliğinden yararlanarak

$$\left. \begin{aligned} X &= r \cos B \cos \ell \\ Y &= r \cos B \sin \ell \\ Z &= r \sin B \end{aligned} \right\} \quad (169)$$

elde edilir.

Yarı eksenleri a , b olan bir elipsin, XZ düzleminin karşılığı olan meridyenin denklemi

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1 \quad (170)$$

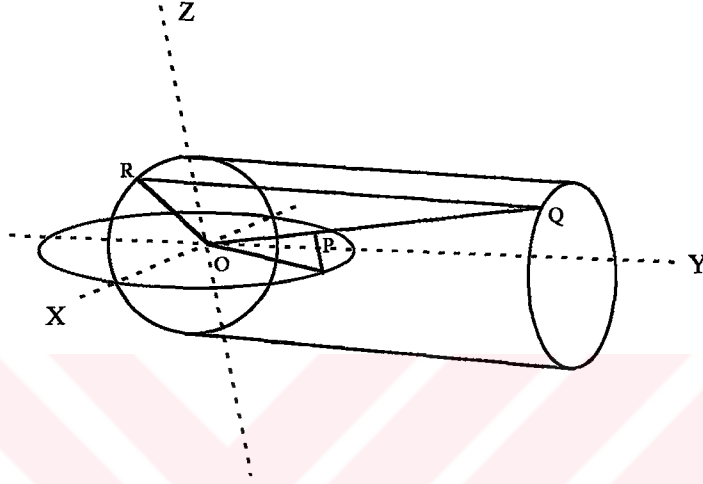
dir. Burada X ve Z ' in (169)'daki değerleri yerine yazılırsa r parametresi

$$r = \frac{a \sec B \sec \ell}{\sqrt{1 + (a/b)^2 \tan^2 B \sec^2 \ell}} \quad (171)$$

elde edilir. Bu değer (169)'da yerine yazılırsa P noktasının koordinatları

$$\begin{aligned}
 X &= a / \sqrt{1 + (a/b)^2 \tan^2 B \sec^2 \ell} \\
 Y &= a \tan \ell / \sqrt{1 + (a/b)^2 \tan^2 B \sec^2 \ell} \\
 Z &= a \tan B \sec \ell / \sqrt{1 + (a/b)^2 \tan^2 B \sec^2 \ell}
 \end{aligned}
 \tag{172}$$

şeklinde yazılır. Burada Y eşitliği şekil 9'da da görüldüğü gibi RQ mesafesine karşılık gelir.



Şekil 9. XYZ koordinat sistemi ve a yarı eksenli silindir

Şekil 9'dan geometrik yolla

$$\tan B_f = \frac{Z}{X} \tag{173}$$

yazılır. Burada B_f $\hat{R}OX$ açısıdır. (172)'deki X ve Z değerleri (173)'de yerine yazılırsa, B_f enlemi B, ℓ cinsinden

$$B_f = \arctan(\tan B \sec \ell) \tag{174}$$

bulunur. Bu denklemden ters dönüşümle B_f belliyken B enlemi bulunabilir. Böylece şekil 9'daki XR meridyen yayı uzunluğu B enleminden hesaplanır.

y'nin yaklaşık bir değerini hesaplamak için, Gauss'un tek değişkenli serilerdeki y denkleminin ilk terimi

$$y = a_1 \ell = N \cos B \ell = \frac{a \ell}{\sqrt{1 + (b/a)^2 \tan^2 B}} \quad (175)$$

şeklindeydi. Bu yaklaşık değerle, (172)'deki Y değeri karşılaştırılırsa

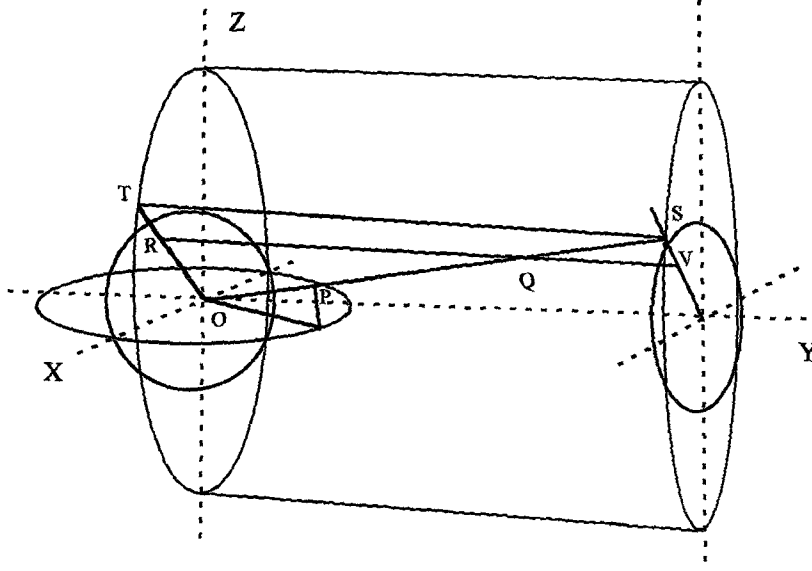
$$y = \frac{a' \ell}{\sqrt{1 + (b/a)^2 \tan^2 B \sec^2 \ell}} \quad (176)$$

yaklaşık değeri elde edilir. Bu formül (172)'deki Y formülüyle benzer olup sadece a' farklıdır. Böylece a' için yeni bir silindir tanımlamak gerekir. Yeni silindir; şekil 9'da görülen silindirle aynı eksentrisiteye sahip fakat dik açı kadar dönüktür. Dolayısıyla yeni silindirin küçük yarı eksen, ilk silindirin büyük yarı eksen ile aynı doğrultudadır (Şekil 10).

Yarı eksen a' değeri, y değeri (Şekil 10'da ki ST uzunluğu) ve B, ℓ verilenleriyle bulunabilir. Dolayısıyla a' 'nın gerçek değeri y üzerinden ikinci dereceden bir fonksiyondur. Bu değer aşağıdaki bağıntıdan hatasız ve kontrollü olarak

$$a' = a - k' (y / y_{\max})^2 \quad (177)$$

elde edilir. Burada k' birçok denemeden sonra elde edilen bir sabittir ve k'=4206.02 olarak hesaplanmıştır [20].



Şekil 10. XYZ koordinat sistemi ve a' yarı eksenli silindir

2.4.1.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

Bu yöntemde y'nin hesabı için

$$y = (a - k C^2) C \quad (178)$$

formülü kullanılır. Burada C değeri (176) denklemindeki a' haricindeki terimdir. Amaç olarak formüllerde kısaltma yapmaktır. Dolayısıyla C değeri

$$C = \frac{\tan \ell}{\sqrt{1 + (b/a)^2 \tan^2 B \sec^2 \ell}} \quad (179)$$

dir. (178)'deki k değeri, (177)'deki a ve a' yarı eksen farklarının y=a değeri için

$$k = (a / y_{\max})^2 k' \quad (180)$$

formülünden hesaplanır. Burada $y_{\max}=400000\text{m}$ alınmadır.

Böylece y değeri (178)'den, x değeri de (173)'den B_f bulunarak meridyen yayı hesabından geometrik olarak bulunur. Bu formüllerle hesaplanan nokta şekil 10' da ki V noktasıdır. Şekil 10' da y değeri ST' ye, x değeri de XY düzleminden VR doğrusuna kadar olan meridyen yayına karşılık gelir. Hesaplanan y değeri, çözümlerde tutarlı sonuçlar verir fakat x değerinin hesabı için kullanılan (173) formülü sonucu tam olarak vermez. Bunun için bu formüle küçük bir düzeltme miktarının eklenmesi gerekir. Dolayısıyla (174)'deki $\sec \ell$ terimi

$$\sec \ell = 1 + \frac{1}{2} \ell^2 + \frac{5}{24} \ell^4 + \dots = 1 + 0.5 \ell^2 + 0.208333 \ell^4 + \dots \quad (181)$$

seri açılımı ile gösterilir. Bu açılımı $1 + \alpha \ell^2 + \beta \ell^4 + \gamma B \ell^2$ ile tanımlar ve α , β ve γ 'nın en uygun değerleri hesaplanırsa (174) eşitliği

$$B_f = \arctan(\tan B (1 + (0.20892 \ell^2 + 0.50418 - 0.0032 B) \ell^2)) \quad (182)$$

ile ifade edilir. Bulunan B_f enlemi meridyen yayı hesabında kullanılarak x değeri hesaplanır. Ord-Smith meridyen yayı hesabı için Williams'ın geliştirdiği formülleri kullanmıştır [20].

2.4.1.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

B , L koordinatlarının hesabı için verilen x değerinden B_f enleminin hesabı gerekmektedir. Bu hesap; Williams'ın kullandığı meridyen hesabının ters dönüşüm formüllerinden elde edilir.

Boylam farkı için öncelikle (177)'den a' hesaplanır. (175)'den ters dönüşümle

$$\ell = \arctan((y / a') \sqrt{1 + (b / a')^2 \tan^2 B_f}) \quad (183)$$

boylam farkı elde edilir. Verilen L_0 başlangıç boylamı da ilave edilerek istenilen noktanın boylamı bulunur.

B' nin hesabı için (182)'deki ilişkiden yararlanılacaktır. B_f ve ℓ belliyken, B hesaplanacaktır. Bunun için (174)'den ters dönüşümle

$$B_0 = \arctan(\tan B_f \cos \ell) \quad (184)$$

başlangıç değeri elde edilerek B enlemini bulmak için basit bir yaklaşımla

$$B = B_0 - \frac{(u - wB_0) \tan B_0 - \tan B_f}{(u - wB_0)(1 - \tan^2 B_0) - w \tan B_0} \quad (185)$$

formülü kullanılır. Burada $u=1+(\beta\ell^2+\alpha)\ell^2$ ve $w=\gamma\ell^2$ dir [20].

2.4.2. Ingwersen Yöntemi

Gauss-Krüger ve elipsoid coğrafi koordinatların hesaplanması, klasik metod olan Taylor serileri ile iki değişkene bağlı olarak yapıliyordu. Fakat bu seriler sonsuza kadar devam ettiğinden, işlem adımı uzadıkça çözüm formüllerine ulaşmak güçleşiyordu. Bundan dolayı bu formüller boylam farkının belirli bir değerine cevap verecek şekilde geliştirilmiştir. Bu konu (2.1.1) başlığı altında detaylıca açıklanmıştır.

Taylor serilerine dayanan tasvir denklemlerinin her adımında oluşacak polinom katsayılarının hesaplanması için belirgin bir formül takımı yoktur. Ingwersen tarafından geliştirilen yöntemde, Taylor serilerine dayanan formülleri bilgisayarla program yapılacak şekilde ifade etmiştir. Ingwersen oluşacak bu katsayıları Rekursion formülleriyle ifade ederek, programlanabilir hale getirmiştir.

Bu metotta geliştirilen formül takımlarının elle hesaplanması oldukça zor ve karmaşık bir işlem adımları gerektirir. Ancak üç, dört adım kontrol amacıyla elle hesap yapılabilir. Dolayısıyla bu yöntemde ki formül takımları bilgisayarla programı yapılarak, sonuç istenilen boylam farkı değerine kadar hesaplanabilir[21].

2.4.2.1. Coğrafi Koordinatlardan Gauss-Krüger Koordinatlarının Hesabı

(B,l)'den (x,y) hesabı için genel tasvir denklemi $w=f(z)$ idi. Burada $w=x+iy$ ve $z=q+i\ell$ dir. q izometrik enleminin B'den hesabı daha önceki yöntemler de gösterilmişti. Genel tasvir denklemi, ana meridyen üzerinde bir P_0 yardımcı noktasında taylor serisine açılırsa

$$\Delta x + iy = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{d^m x}{dq^m} \right)_{(q_0)} (\Delta q + i\ell)^m \quad (186)$$

elde edilir. Burada $\Delta x = x - G_0$, $\Delta q = q - q_0$ ve $\ell = L - L_0$ dır. (186) eşitliği reel ve imajiner kısımlara ayrılırsa

$$\begin{aligned} \Delta x &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=0,2}^{2n} \frac{1}{m!} \left(\frac{d^m x}{dq^m} \right)_{(q_0)} (mk)(-1)^{k/2} \Delta q^{m-k} \ell^k \\ y &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1,3}^{2n-1} \frac{1}{m!} \left(\frac{d^m x}{dq^m} \right)_{(q_0)} (mk)(-1)^{(k-1)/2} \Delta q^{m-k} \ell^k \end{aligned} \quad (187)$$

bulunur. Bu genel formüllerdeki binom katsayıları (mk) 'nın hesabı

$$(mk) = \frac{(m(m-1)(m-2) \dots (m-k+1))}{k!} \quad (188)$$

ile sağlanır. (187) eşitliklerinde dx/dq diferansiyelinin $m=1$ değeri

$$\frac{dx}{dq} = \frac{dx}{dB} \frac{dB}{dq} = N \cos B \quad (189)$$

ile hesaplanır. m 'nin artan değerleri için, $(d^m x / dq^m)$ diferansiyel değerinin formüle edilmesi gerekir. Öyle ki bu değeri m 'nin tek veya çift değerleri için ayrı ayrı hesaplamak gerekir. m tek sayı ise $n=(m+1)/2$ dir, ve diferansiyel değer

$$\frac{d^{2n-1}x}{dq^{2n-1}} = N \cos B \left[\left(\sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=n-i-1}^{2n-3} a_{nij} \sin^{2i} B \cos^{2(n-i-1)} B V^{2j} \right) + \sin^{2n-2} B \right] \quad (190)$$

eşitliği ile hesaplanır. n çift sayı ise $n=m/2$ dir, ve diferansiyel değer

$$\frac{d^{2n}x}{dq^{2n}} = -N \cos B \sin B \left[\left(\sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=n-i-1}^{2n-2} b_{nij} \sin^{2i} B \cos^{2(n-i-1)} B V^{2j} \right) + \sin^{2n-2} B \right] \quad (191)$$

eşitliği ile hesaplanır. Bu eşitlikteki b_{nij} katsayısı, $i=0, \dots, n-2$ ve $j=n-i-1, \dots, 2n-2$ değerleri arasında rekursion formülüyle

$$b_{nij} = (-2j+1)a_{nij} - 2(i+1)a_{ni+1j-1} + (2(n-i-1)+2(j-1))a_{nij-1} \quad (192)$$

hesaplanır. Bu formül ve (190)'da kullanılan a_{nij} katsayıları da yine rekursion formülüyle

$$a_{n+1ij+1} = (-2(j+1)+1)b_{ni-1j+1} + (2(n-i)+2j)b_{ni-1j} + (-2i-1)b_{nij} \quad (193)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $i=0, \dots, n-1$ ve $j=n-i, \dots, 2n-1$ sınırları içinde değer alabilir. a ve b katsayıları için başlangıç değeri $a_{100}=1$ dir. Bu katsayılar verilen i ve j sınırları dışında değer alırsa sifıra eşittir.

Böylece (187) eşitliklerinden Δx ve y hesaplanmış olur. Δx 'den x 'in hesabı için G_0 meridyen yayı uzunluğunun hesaplanması gerekir. Bunun için

$$G_0 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{d^n x}{dB^n} \right)_{(0)} B_0^n \quad (194)$$

eşitliği kullanılır. B_0 , verilen B enlemine $30'$ aralıkla yakın olan değerdir. (dx/dB) diferansiyelinin $n=1$ için başlangıç değeri

$$\frac{dx}{dB} = M = \frac{c}{V^3} \quad (195)$$

dir. n 'nin artan değerleri için bu diferansiyel değerinin formüle edilmesi gerekir. n 'nin tek veya çift olması durumunda ayrı ayrı hesaplanması gerekir. Öyle ki $n=1,3,5,\dots$ tek değerler için

$$\frac{d^n x}{dB^n} = \frac{c}{V^{2n+1}} \sum_{i=0}^{(n-1)/2} \sum_{j=0}^{n-i-1} g_{nij} \sin^{2i} B \cos^{2j} B e'^{2(i+j)} \quad (196)$$

ve $n=2,4,6,\dots$ çift değerleri için

$$\frac{d^{n+1} x}{dB^{n+1}} = \frac{c}{V^{2n+3}} \sum_{i=0}^{(n-1)/2} \sum_{j=0}^{n-i-1} g_{n+1ij} \sin^{2i+1} B \cos^{2j+1} B e'^{2(i+j+1)} \quad (197)$$

formülü kullanılır. (194) eşitliğinde görüldüğü gibi $(d^n x / dB^n)$ diferansiyel değeri $B=0^\circ$ 'de hesaplanacağından n 'nin çift değerlerinde kullanılan (197) formülü her n değeri için sifıra eşittir. Çünkü bu eşitlikte her katsayıda $\sin 0=0$ gelir. Dolayısıyla (194) eşitliği n 'nin tek değerleri için hesaplanacaktır.

(196) eşitliğindeki g_{nij} katsayıları $i=0,\dots,(n+1)/2$ ve $j=0,\dots,n-i$ değerleri için

$$g_{n+2ij} = (2i+1)g_{n+1ij-1} + (2i+1)g_{n+1ij-2} - (2j+1)g_{n+1i-1j} + 2(n-j+2)g_{n+1i-1j-1} \quad (198)$$

rekursion formülüyle hesaplanır. Burada $n+2$ ve n değeri tektir. (197) eşitliğindeki g_{n+1ij} katsayıları $i=0,\dots,(n-1)/2$ ve $j=0,\dots,n-i-1$ değerleri için

$$g_{n+1ij} = 2(i+1)g_{ni+1j} + 2(i+1)g_{ni+1j-1} - 2(j+1)g_{nij+1} + (2n+1-2j)g_{nij} \quad (199)$$

rekursion formülüyle hesaplanır. Burada $n+1$ ve n değeri tektir. g katsayıları için başlangıç değeri $g_{100}=1$ dir.

Böylece (187) ve (194) genel formlleriyle (x,y) koordinatları hesaplanır. Bu genel formüller bir iterasyon işlem adımları gerektirir. Bunun için bir sonraki değer bir öncesine eşit olana kadar işlemler devam eder [21].

2.4.2.2. Gauss-Krüger Koordinatlarından Coğrafi Koordinatların Hesabı

(x,y) 'den (B,L) hesabı için genel tasvir denklemi $z=g(w)$ idi. Bu eşitlik Taylor serisine açılırsa

$$\Delta q + i\ell = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{d^m q}{dx^m} \right)_{(G_0)} (\Delta x + iy)^m \quad (200)$$

elde edilir. Bu eşitlik reel ve imajiner kısımlara ayrılırsa

$$\begin{aligned} \Delta q &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=0,2}^m \frac{1}{m!} \left(\frac{d^m q}{dx^m} \right)_{(G_0)} (mk)(-1)^{k/2} \Delta x^{m-k} y^k \\ \ell &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1,3}^m \frac{1}{m!} \left(\frac{d^m q}{dx^m} \right)_{(G_0)} (mk)(-1)^{(k-1)/2} \Delta x^{m-k} y^k \end{aligned} \quad (201)$$

bulunur. Verilen x değerinden $\Delta x'$ i hesaplamak için, B_0 enlemine karşılık gelen G_0 meridyen yayı uzunluğunun hesaplanması gerekir. $x=G$ alınarak B_f enlemi hesaplanır. Ve B_f' a $30'$ aralıkla en yakın B_0 seçilerek G_0 hesaplanır. Böylece $\Delta x = x - G_0'$ dan Δx hesaplanır.

(201) eşitliklerinde (dq/dx) diferansiyel değeri $m=1$ için

$$\frac{dq}{dx} = \frac{1}{N \cos B_0} \quad (202)$$

dır. (dq/dx) değeri m' nin artan değerlerinde tek veya çift olmasına karşılık ayrı formüllerden hesaplanacaktır. m' nin tek değerleri için $n=(m+1)/2$ şartıyla $(dq/dx)'$ in tek kuvvetleri

$$\frac{d^{2n-1}q}{dx^{2n-1}} = \left[\left(\sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=n-i-1}^{2n-3} c_{nij} \sin^{2i} B_0 \cos^{2(n-i-1)} B_0 V^{2j} \right) + (2n-2)! \sin^{2n-2} B_0 \right] / (N \cos B_0)^{2n-1} \quad (203)$$

şeklinde hesaplanır. m' nin çift değerleri için $n=m/2$ şartıyla (dq/dx) ' in çift kuvvetleri de

$$\frac{d^{2n}q}{dx^{2n}} = \sin B_0 \left[\left(\sum_{i=0}^{n-2} \sum_{j=n-i-1}^{2n-2} d_{nij} \sin^{2i} B_0 \cos^{2(n-i-1)} B_0 V^{2j} \right) + (2n-1)! \sin^{2n-2} B_0 \right] / (N \cos B_0)^{2n} \quad (204)$$

şeklinde hesaplanır. Burada d_{nij} katsayıları $i=0, \dots, n-2$ ve $j=n-i-1, \dots, 2n-3$ değerleri için

$$d_{nij} = 2(i+1)c_{ni+1j-1} + (-2(n-i+j-2))c_{nij-1} + (2(n+j)-1)c_{nij} \quad (205)$$

rekursion formülüyle hesaplanır. c katsayıları ise $i=0, \dots, n-1$ ve $j=n-i, \dots, 2n-1$ değerleri için

$$c_{n+1ij} = (2i+1)d_{nij-1} + (-2(n-i+j-1))d_{ni-1j-1} + 2(n+j)d_{ni-1j} \quad (206)$$

rekursion formülüyle hesaplanır. Başlangıç değeri için $c_{100}=1$ alınır.

Böylece (201) formülünden Δq ve ℓ hesaplanmış olur. L_0 başlangıç boyları ile istenilen noktanın boyları bulunur. Fakat B' in hesabı için $\Delta q'$ dan $\Delta B'$ in hesaplanması gerekir. Bunun için

$$\Delta B = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{d^m B}{dq^m} \right)_{(q_0)} (\Delta q)^m \quad (207)$$

taylor serilerine açılım formülleri kullanılır. Burada (dB/dq) diferansiyel değeri

$$\frac{d^m B}{dq^m} = V^2 \cos B_0 \left[\sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=i/2}^{m-1} B_{mij} \sin^{m-i-1} B_0 \cos^i B_0 V^{2j} \right] \quad (208)$$

ile hesaplanır. Burada B_{mij} katsayısı $i=0, \dots, m-1$ ve $j=i/2, \dots, m-1$ değerleri için

$$B_{m+1ij} = (-3 - i - 2(j-1))B_{mij-1} + 2(1+j)B_{mij} + (m - (i-2) - 1)B_{mi-2j-1} \quad (209)$$

rekursion formülüyle hesaplanır. Başlangıç değeri $B_{100}=1$ alınır. (207)' den hesaplanan $\Delta B'$ ye B_0 ilave edilerek B enlemi bulunur.

(201) ve (207) formülleri bir iterasyon işlem adımları gerektirir. Dolayısıyla işlem adımları bir sonraki bir öncekine eşit olana kadar devam eder [21].



3. BULGULAR

Araştırılan yöntemler türlerine göre dört ana grup altında toplandı. Bu yöntemler (Ek 12)'de gösterilen QuickBasic 7.0 programı ile programlaştırıldı. Programda her yöntem kendi ismiyle oluşturulan alt programlarda (sub) hesaplanmıştır. Hesaplamalarda kullanılan değerler çift incelikli (defdbl) alındı. Bu sayede de tüm yöntemlerde aynı incelikte çalışılmış oldu. Yöntemler arasında irdeleme, (B,L)'den (x,y) hesabında ve bu hesabın ters dönüşümü olan (x,y)'den (B,L) hesabında yapıldı.

(B,L)'den (x,y) hesabında; B enlemi Türkiye enlemlerinin ortalaması $B=39^\circ$ sabit bir değer, ℓ boylam farkı ise başlangıç meridyeninden itibaren $30'$ aralıklarla $\ell=30^\circ$ boylamına kadar değişken alındı. Böylece B ve L değerleri belliyken (x,y) değerlerindeki değişimler incelendi. Bu irdeleme, programda (hesapblxy) alt programında yapılmıştır. Alt programda öncelikle x değerleri hesaplanarak Ek Çizelge 7'de, daha sonra y değerleri hesaplanarak da Ek Çizelge 8'de sayısal sonuçlar gösterilmiştir.

(x,y)'den (B,L) hesabında; x değeri $B=39^\circ$ enlemine karşılık gelen meridyen yayı uzunluğuna yakın sabit bir değer, y değeri ise başlangıç meridyeni üzerinden yani $y=0$ dan başlayarak 50km aralıklarla 2000km kadar değişken alındı. Böylece x ve y değerleri belliyken (B,L) değerlerindeki değişimler incelendi. Bu irdeleme, programda (hesapxybl) alt programında yapılmıştır. Alt programda öncelikle B değerleri hesaplanarak Ek Çizelge 9'de, daha sonra ℓ boylam farkları hesaplanarak da Ek Çizelge 10'de sayısal sonuçlar gösterilmiştir. Ayrıca Ek Çizelge 11'de $B=39^\circ$ ve ℓ boylam farkı ise başlangıç meridyeninden itibaren $30'$ aralıklarla $\ell=30^\circ$ boylamına kadar değişken alınarak yöntemlerdeki (x,y) değerlerinin orijinalleri gösterilmiştir.

Yöntemler arasındaki değişimlerin ve doğruluk derecelerinin belirlenmesi için herhangi bir kesin değere gerek vardır. Bu çalışmada kesin değer olarak Klotz yöntemi seçildi. Diğer tüm yöntemlerde hesaplanan değerler Klotz yöntemiyle hesaplanan değerden çıkartılarak irdeleme kısmını oluşturan Ek Çizelge 7, Ek Çizelge 8, Ek Çizelge 9 ve Ek Çizelge 10 da ki sayısal farklar elde edildi. Kesin değer olarak Klotz yönteminin sonuçlarının seçilmesinin nedeni, bu çalışma üzerine yapılan son çalışmalardan birisi olması ve bu çalışmadan sonra yapılan tüm çalışmaların Klotz'a atıf yapmasıdır.

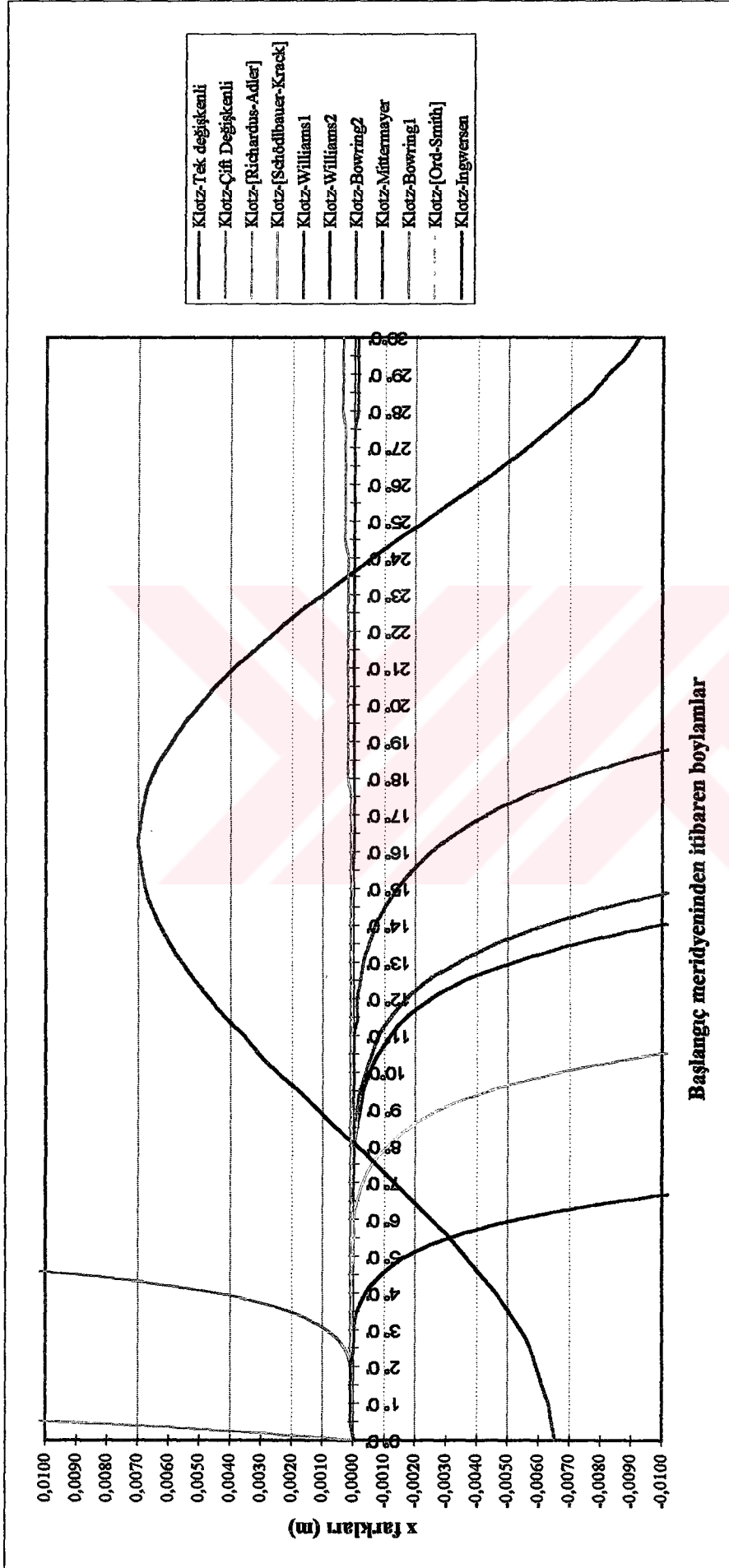
4. İRDELEME

Bu bölümde, ek 12'deki program sonucu elde edilen ve ek çizelge 7, ek çizelge 8, ek çizelge 9 ve ek çizelge 10'da gösterilen değerlerin yöntemlere göre irdelenmesi yapılacaktır.

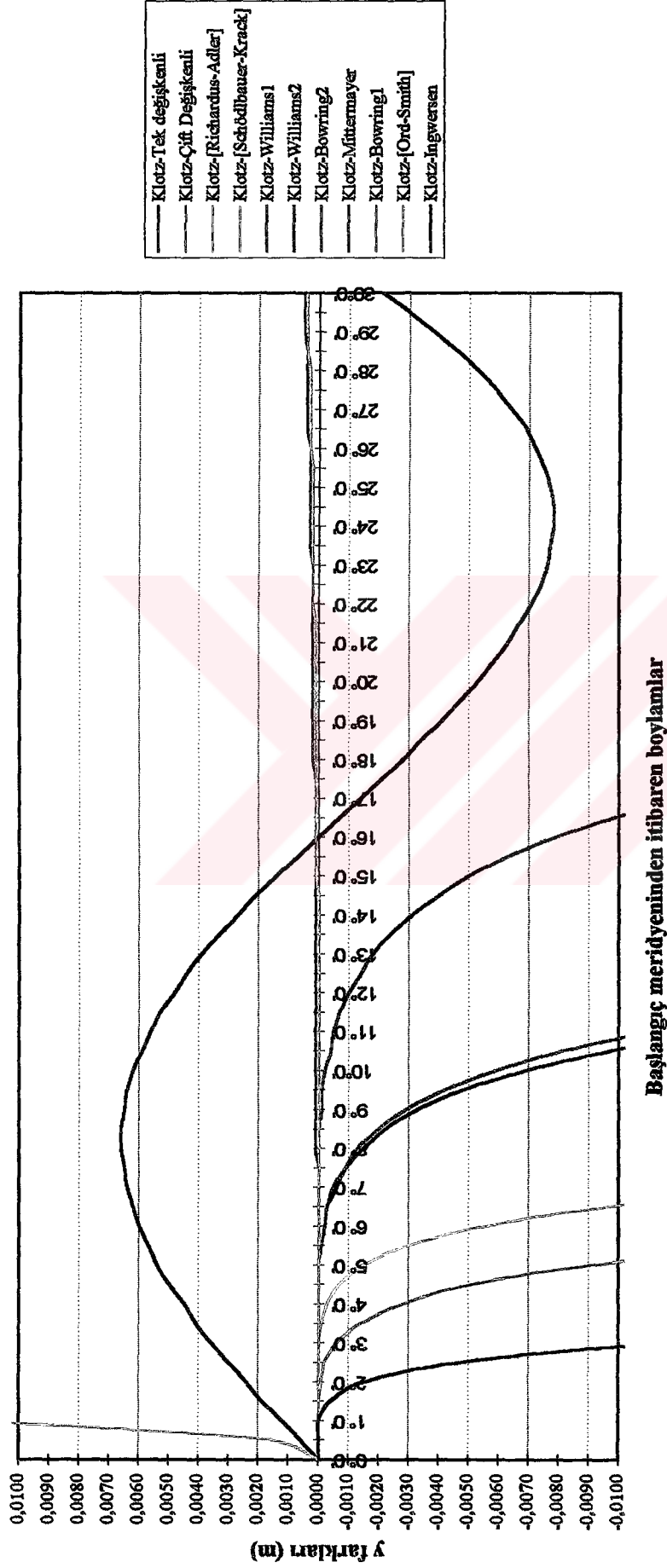
Ek çizelge 7'den şekil 11' deki grafik elde edilir. Burada da görüldüğü gibi; tek değişkenli kuvvet serilerinde $\ell \geq 10^{\circ}30'$, çift değişkenli kuvvet serilerinde $\ell \geq 3^{\circ}$, Richardus-Adler yönteminde $\ell \geq 8^{\circ}$, Schödlbauer-Krack yönteminde $\ell \geq 11^{\circ}$, Williams1 yönteminde $\ell \geq 14^{\circ}30'$, Bowring2 (Küreyi yardımcı yüzey kabul eden) yönteminde $\ell \geq 11^{\circ}$ ve Ingwersen yönteminde $\ell \geq 4^{\circ}30'$ değerleri için x koordinatında sonuca 1mm'nin üzerinde etki eder. Ord-Smith yönteminde $\ell=30'$ değeri için x koordinatında sonuca 1cm inceliğinde etki eder. Williams2 yönteminde $7^{\circ} \leq \ell \leq 9^{\circ}$ ve $23^{\circ} \leq \ell \leq 24^{\circ}$ değerleri için x koordinatında sonuca etkisi 1mm inceliğindedir. Bowring1 (Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayanan) ve Mittermayer yönteminde $0^{\circ} \leq \ell \leq 30^{\circ}$ değerleri için x koordinatında sonuca etkisi 0.5mm' in altındadır.

Ek çizelge 8'den şekil 12' deki grafik elde edilir. Burada da görüldüğü gibi; tek değişkenli kuvvet serilerinde $\ell \geq 7^{\circ}30'$, çift değişkenli kuvvet serilerinde $\ell \geq 3^{\circ}30'$, Richardus-Adler yönteminde $\ell \geq 4^{\circ}30'$, Schödlbauer-Krack yönteminde $\ell \geq 8^{\circ}$, Williams1 yönteminde $\ell \geq 12^{\circ}$, Bowring2 (Küreyi yardımcı yüzey kabul eden) yönteminde $\ell \geq 8^{\circ}$ ve Ingwersen yönteminde $\ell \geq 2^{\circ}$ değerleri için y koordinatında sonuca 1mm'nin üzerinde etki eder. Ord-Smith yönteminde $\ell \geq 30'$ değeri için y koordinatında sonuca etkisi 2mm 'in üzerindedir. Williams2 yönteminde $\ell \leq 1^{\circ}$ ve $15^{\circ} \leq \ell \leq 17^{\circ}$ değerleri için y koordinatında sonuca etkisi 1mm' in altındadır. Bowring1 (Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayanan) ve Mittermayer yönteminde $0^{\circ} \leq \ell \leq 30^{\circ}$ değerleri için y koordinatında sonuca etkisi 1mm' in altındadır.

Şekil 11 ve şekil 12'den x ve y koordinatları ayrı ayrı irdelenmiş oldu. Fakat bu iki grafikten yola çıkarak (B,L)'den (x,y) hesabı için ortak bir irdeleme yapılması gerekir.



Şekil 11. Coğrafi koordinatlar (B,L)'den x'in hesaplanmasının, yöntemlerde karşılaştırılması



Şekil 12. Coğrafi koordinatlar (B,L)'den y'nin hesaplanmasının, yöntemlerde karşılaştırılması

Şekil 11 ve şekil 12’de ki grafiklerden ortak olarak şu irdelemeler elde edilir. Tek değişkenli kuvvet serilerinde $\ell \leq 8^\circ$, çift değişkenli kuvvet serilerinde $\ell \leq 3^\circ$, Schödlbauer-Krack yönteminde $\ell \leq 8^\circ$, Williams1 yönteminde $\ell \leq 12^\circ 30'$, Bowring2 (Küreyi yardımcı yüzey kabul eden) yönteminde $\ell \leq 8^\circ$, Ingwersen yönteminde $\ell \leq 2^\circ$ ve Richardus-Adler yönteminde $\ell \leq 4^\circ 30'$ değerleri için (x,y) koordinatlarında sonuca etkisi 1mm’ in altındadır. Bowring1 (Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayanan) ve Mittermayer yöntemlerinde $0^\circ \leq \ell \leq 30^\circ$ değerleri için (x,y) koordinatlarında sonuca etkisi 1mm’ in altındadır. Williams2 ve Ord-Smith yöntemleri istenilen hassasiyete ulaşamamaktadır.

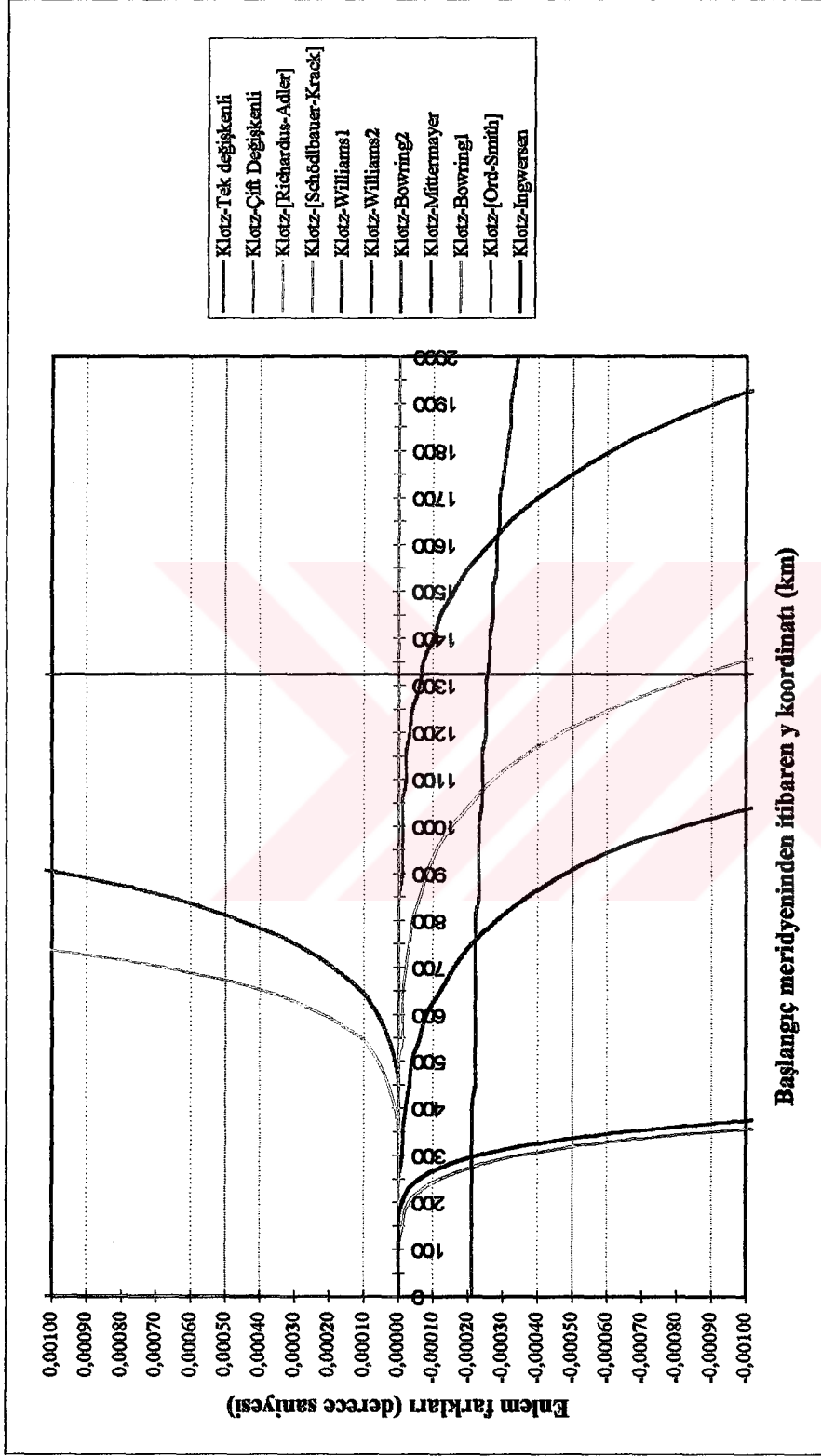
Ek çizelge 9’den şekil 13’ deki grafik elde edilir. Burada da görüldüğü gibi; tek değişkenli kuvvet serilerinde $y \geq 650\text{km}$, çift değişkenli kuvvet serilerinde $y \geq 250\text{km}$, Richardus-Adler yönteminde $y \geq 550\text{km}$, Schödlbauer-Krack yönteminde $y \geq 950\text{km}$, Williams1 yönteminde $y \geq 1450\text{km}$, Bowring2 (Küreyi yardımcı yüzey kabul eden) yönteminde $y \geq 650\text{km}$ ve Ingwersen yönteminde $y \geq 250\text{km}$ değerleri için B enlem değerinde sonuca etkisi $0.0001''$ in üzerindedir. Williams2 yönteminde $0 \leq y \leq 2000\text{km}$ değerleri için B enlem değerinde sonuca etkisi $0.0003''$ in altındadır. Bowring1 (Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayanan) ve Mittermayer yöntemlerinde $0 \leq y \leq 2000\text{km}$ değerleri için B enlem değerinde sonuca etkisi $0.00001''$ in altındadır. Ord-Smith yöntemi istenilen hassasiyete ulaşamamaktadır.

Ek çizelge 10’den şekil 14’ deki grafik elde edilir. Burada da görüldüğü gibi; tek değişkenli kuvvet serilerinde $y \geq 700\text{km}$, çift değişkenli kuvvet serilerinde $y \geq 400\text{km}$, Richardus-Adler yönteminde $y \geq 350\text{km}$, Schödlbauer-Krack yönteminde $y \geq 900\text{km}$, Williams1 yönteminde $y \geq 1200\text{km}$, Bowring2 (Küreyi yardımcı yüzey kabul eden) yönteminde $y \geq 650\text{km}$ ve Ingwersen yönteminde $y \geq 100\text{km}$ değerleri için L boylam değerinde sonuca etkisi $0.0001''$ in üzerindedir. Williams2, Bowring1 (Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayanan) ve Mittermayer yöntemlerinde $0 \leq y \leq 2000\text{km}$ değerleri için L boylam değerinde sonuca etkisi $0.0001''$ in altındadır. Ord-Smith yöntemi istenilen hassasiyete ulaşamamaktadır.

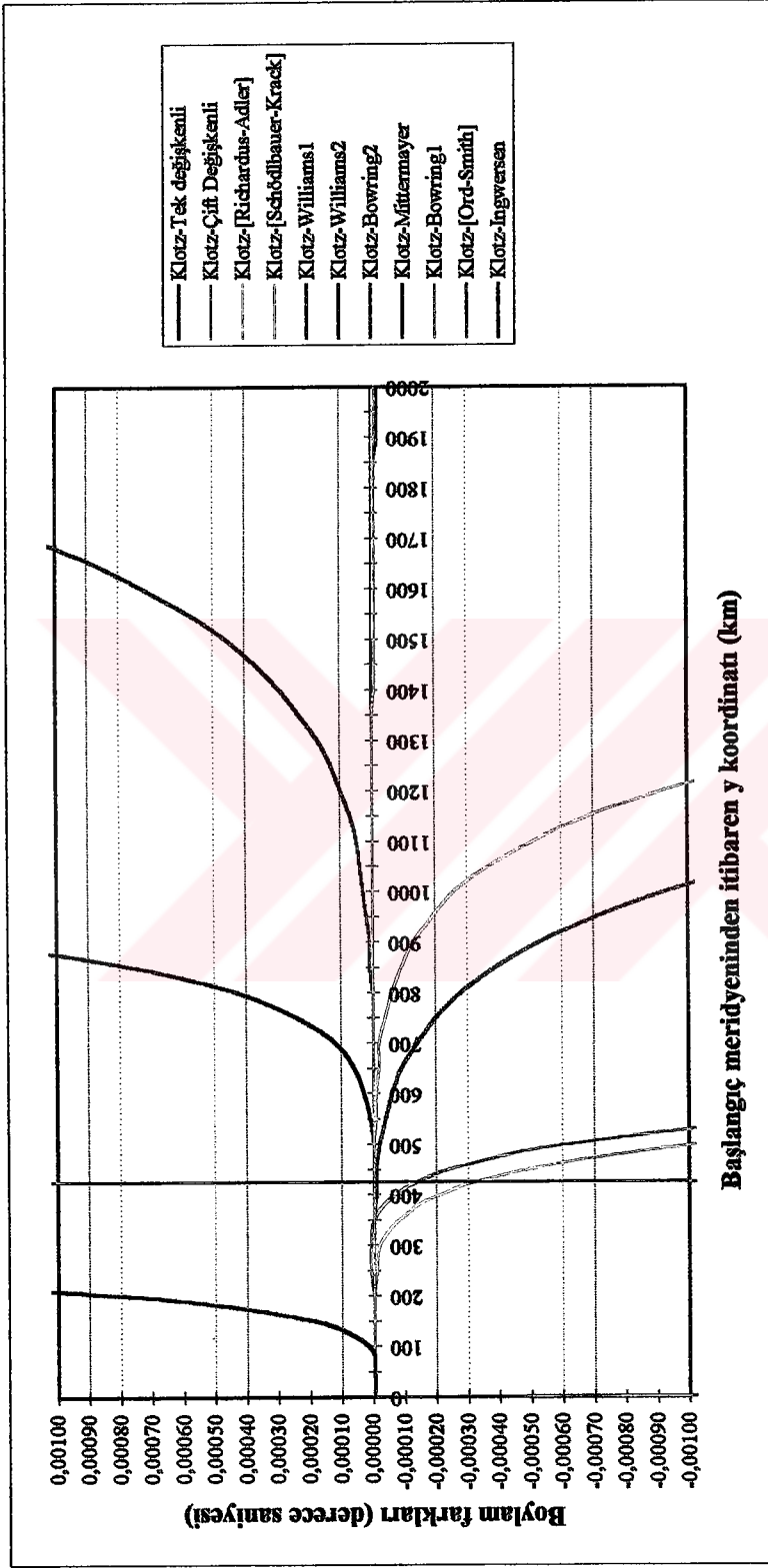
Şekil 13 ve şekil 14’den B ve L koordinatları ayrı ayrı irdelenmiş oldu. Fakat bu iki grafikten yola çıkarak (x,y) ’den (B,L) hesabı için ortak bir irdeleme yapılması gerekir.

Şekil 13 ve şekil 14’de ki grafiklerden ortak olarak şu irdellemeler elde edilir. Tek değişkenli kuvvet serilerinde $y \leq 650\text{km}$, çift değişkenli kuvvet serilerinde $y \leq 250\text{km}$, Richardus-Adler yönteminde $y \leq 350\text{km}$, Schödlbauer-Krack yönteminde $y \leq 900\text{km}$, Williams1 yönteminde $y \leq 1200\text{km}$, Bowring2 (Küreyi yardımcı yüzey kabul eden) yönteminde $y \leq 650\text{km}$ ve Ingwersen yönteminde $y \leq 100\text{km}$ değerleri için (B,L) coğrafi koordinatlarında sonuca etkisi $0.0001''$ in altındadır. Bowring1 (Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayanan) ve Mittermayer yöntemlerinde $0 \leq y \leq 2000\text{km}$ değerleri için (B,L) coğrafi koordinatlarında sonuca etkisi $0.0001''$ in altındadır. Williams2 yönteminde $0 \leq y \leq 2000\text{km}$ değerleri için (B,L) coğrafi koordinatlarında sonuca etkisi $0.0003''$ in altındadır Ord-Smith yöntemi istenilen hassasiyete ulaşamamaktadır.





Şekil 13. Gauss-Krüger koordinatları (x, y)'den B'nin hesaplanmasının, yöntemlerde karşılaştırılması



Şekil 14. Gauss-Krüger koordinatları (x, y) 'den L 'nin hesaplanması, yöntemlerde karşılaştırılması

5. SONUÇLAR

Genel olarak bu çalışmada;

- Klotz, Mittermayer ve Bowring1 (Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayanan) yöntemlerinin, $0^\circ \leq \ell \leq 30^\circ$ sınırlarında (B,L)'den (x,y) hesabı ve $0 \leq y \leq 2000\text{km}$ sınırlarında (x,y)'den (B,L) hesabında kullanılan en hassas yöntemler olduğu,

- Türkiye'de UTM sistemine geçiş için kullanılan Gauss-Krüger düzlem koordinatları ile elipsoid coğrafi koordinatlar arasındaki dönüşümün tek ve çift değişkenli kuvvet serileri yerine Klotz, Mittermayer, Bowring1, Bowring2, Richardus-Adler, Schödlbauer-Krack ve Williams1 yöntemlerinin kullanılabileceği,

- Williams2 yönteminin irdelene sonucunda da görüldüğü gibi (B,L)'den (x,y) dönüşümünde istenilen hassasiyeti sağlayamamasının nedeni; yöntemin işlem adımlarında da görüldüğü gibi yardımcı yüzey olarak seçilen kürenin yarıçapının kutup eğrilik yarıçapı c' yi kullanmasıdır. Fakat bu yöntemde (x,y)'den (B,L) hesabı için $0 \leq y \leq 2000\text{km}$ aralığında sonuca etkisi kabul edilebilir hassasiyet olan $0.0003''$ in altında olduğu,

- Ingwersen yöntemi, işlem adımlarında görüldüğü gibi iteratif adımlara dayanan bir yöntemdir. Bu yöntemin sınırlı kalmasının sebebi iteratif işlem sayısının artırılmamasıdır. Şayet artırılırsa rekursion katsayıları çift incelikli sayıların maksimum sınırını aşmaktadır. Çift incelikli sayıların hane sayısı daha sonraki yıllarda artırılabilirse bu yöntemin de ilk madde de belirtilen yöntemler kadar hassas olabileceği

- Ord-Smith yönteminin düzlem geometrik bir yöntem ve dolayısıyla askeri amaçlı konum belirlemek için kullanılmasından, diğer yöntemlere nazaran hassasiyetinin çok düşük olduğu,

- Yöntemler arasında kompleks sayı ve fonksiyonlara dayanan yöntemlerin daha kullanışlı ve sonuca direkt ulaştığı,

- Türkiye'nin batı ve doğu boylamları arasındaki boylam farkı $\ell=18^{\circ}30'$ olarak düşünülürse; Klotz, Mittermayer ve Bowring1 yöntemleri kullanılarak ülkemiz L_0 başlangıç meridyenine göre tek bir düzlem olarak elde edilebilir. UTM koordinatlarına (sağa, yukarı) geçmek istenirse $\ell=18^{\circ}30'$ boylam farkına karşılık gelen m_0 ölçek faktörünün hesaplanması gerekir. Böylece Türkiye'de dilim dönüşümü probleminin ortadan kalkacağı ve birden fazla dilime düşen uzun projelerde (karayolu, demiryolu, vb,..) hesap yükünün azaltılabileceği sonuçları elde edilmiştir.



6. ÖNERİLER

Tasvir denklemlerinde katsayılar içeren yöntemlerde, kullanıcılar bu katsayıları (Örneğin; tek değişkenli kuvvet serilerinde (13) nolu denklemdeki A_i ve çift değişkenli kuvvet serilerinde (32) nolu denklemdeki a_{ij} katsayıları gibi) belirli bir hanede keserek hesaba öyle katmışlardır. Bu çalışmada tasvir denklemlerindeki katsayıların hane sayıları, çift incelikli sayıların maksimum hane sayısı (14 anlamlı hane) alınarak hesaba katılmıştır. Eğer katsayılar anlatılan şekilde hesaba katılırsa daha hassas sonuçlar alındığı görülmüştür.

Yöntemleri elde bulunan hesap imkanları bakımından bilgisayar yada elle hesaplama gibi iki gruba ayırmak mümkündür. Tüm yöntemler bilgisayar ortamında herhangi bir programlama dili ile bilgisayar ortamında çözülebilir. Fakat bazı yöntemlerin el hesap makineleriyle çözümü bazen çok güç hatta neredeyse imkansız olabilmektedir. Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayanan yöntemler ve iteratif işlem adımı gerektiren (Mittermayer, Ingwersen) yöntemlerin el hesap makineleri ile kullanılabilmesi oldukça fazla bir hesap yükü gerektirir. Buna rağmen, Taylor serileri açılımlarına dayanan ve küreyi yardımcı yüzey kabul eden (Mittermayer hariç) yöntemler el hesap makineleriyle hesaplanabilir.

İmkanlar dahilinde hesaplama için bir bilgisayarın kullanılması tercih nedenidir. Çünkü el hesap makinelerindeki sayısal değişkenlerin hane sayısı bilgisayardaki bir programlama dilindekine nazaran daha azdır.

İteratif işlem adımlarına dayanan yöntemlerden; Klotz yöntemi maksimum 6 döngüde , Mittermayer yönteminde (B,L)'den (x,y) hesabında maksimum 9 döngüde ve (x,y)'den (B,L) hesabında maksimum 8 döngüde sonuca ulaşılmaktadır. Klotz yönteminde yukarıda belirtilen döngü sayılarından fazla kullanılırsa sonuca bir etkisi olmadığı görülür. Mittermayer yönteminde yukarıda belirtilen döngü sayısı kadar katsayı verildiği için, bu değerlerden fazla döngü sayısı alınamaz.

7. KAYNAKLAR

1. Aksoy, A. ve Güneş, İ. H., Jeodezi II, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, Gümüşsuyu, 1990.
2. Özbenli, E., Elipsoidin Küreye Konform Tasviri, KTÜ Basımevi, Trabzon, 1982.
3. Özbenli, E., Jeodeziye Giriş, Elipsoid Geometrisi, Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul, 1972.
4. Aksoy, A. ve Güneş, İ. H., Jeodezi I, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, Gümüşsuyu, 1990.
5. Ulsoy, E., Matematiksel Geodezi, Kutulmuş Matbaası, İstanbul, 1977.
6. Özbenli, E., Jeodezi, KTÜ Basımevi, Trabzon, 1991.
7. Thomas, P. D., Conformal Projections in Geodesy and Cartografya, Washington, 1952.
8. Grossmann, W., Geodätische Rechnungen und Abbildungen in der Landesvermessung, Stuttgart, 1976.
9. Kaya, A., Elipsoidde Meridyen Yayı Hesabı Yöntemleri ve Sayısal Örnekler, İ.T.Ü. Dergisi, 51,1,(1993),94-102.
10. Richardus, P. ve Adler, R. K., Map Projektions for Geodesists, Cartographers and Geographers, Amsterdam, 1972.
11. Schödlbauer, A., Gaußsche Konforme Abbildung von Bezugsellipsoiden in die Ebene auf der Grundlage des Transversalen Mercatorentwurfs, AVN (Allgemeine Vermessungs-Nachrichten), (5), 1981,165-172.
12. Krack, A., Die Umwandlung von Gaußschen Konformen Koordinaten in geographische Koordinaten des Bezugsellipsoides auf der Grundlage des Transversalen Mercatorentwurfes, AVN, (5), 1981, 173-177.
13. Kaya, A., Elipsoidin Küreye Konform Tasvir Yoluyla Jeodezik Temel Problemlerin Çözümü Üzerine Bir İnceleme, Doktora Tezi, K.T.Ü., Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon, 1984.

14. Williams, W. B. P., The Transverse Mercator Projection-simple but accurate formulae for small computers, Survey Review, 205(26),1982,307-320.
15. Bowring, B. R., Transverse Mercator Equations obtained from a spherical basis, Survey Review, 233(30),1989,125-133.
16. Mittermayer, E., Die Gaußschen Koordinaten in spherischer und ellipsoidischer Approximation/Konforme Abbildung, ZFV, 7, 1993, 345-356.
17. Bowring, B. R., The Transverse Mercator Projection a solution by complex numbers, Survey Review, 237(30),1990,325-342.
18. Kaya, A., İzometrik Enlem Kavramı ve Coğrafi Enlemle Arasındaki Dönüşümler, Harita Dergisi, 112, 1994, 30-39.
19. Klotz, J., Eine Analytische Lösung der Gauß-Krüger-Abbildung, ZFV, 3, 1993, 106-116.
20. Ord-Smith, R. J., Transverse Mercator projection - a simple geometrical approximation, Survey Review, 216(28), 1985, 51-62.
21. Ingwersen, M., Gaußscher und Geographischer Koordinaten mit Rekursionsformeln, ZFV, 3, 1996, 124-132.

8. EKLER

Ek Çizelge 1. Çift değişkenli kuvvet serilerinde Δx 'in belirlenmesi için kullanılan katsayıların, Türkiye enlemleri için 30' aralıklarla değerleri

B_0	a_{10}	a_{20}	a_{02}	a_{30}	a_{12}	a_{22}	a_{04}	a_{14}
35 00	30817,5924	0,7094	35,258780	0,00085	0,124975	-0,001655	0,0002109	-0,000001150
35 30	30820,1546	0,7139	35,478363	0,00081	0,118999	-0,001665	0,0002087	-0,000001221
36 00	30822,7326	0,7182	35,687156	0,00077	0,112987	-0,001675	0,0002064	-0,000001289
36 30	30825,3257	0,7223	35,885096	0,00073	0,106940	-0,001684	0,0002040	-0,000001356
37 00	30827,9329	0,7261	36,072121	0,00069	0,100860	-0,001693	0,0002015	-0,000001420
37 30	30830,5536	0,7297	36,248173	0,00065	0,094749	-0,001702	0,0001988	-0,000001483
38 00	30833,1870	0,7331	36,413198	0,00061	0,088608	-0,001710	0,0001961	-0,000001543
38 30	30835,8322	0,7363	36,567145	0,00057	0,082440	-0,001717	0,0001932	-0,000001601
39 00	30838,4885	0,7393	36,709967	0,00053	0,076246	-0,001724	0,0001903	-0,000001657
39 30	30841,1551	0,7420	36,841618	0,00049	0,070029	-0,001730	0,0001872	-0,000001711
40 00	30843,8311	0,7445	36,962057	0,00044	0,063789	-0,001736	0,0001840	-0,000001762
40 30	30846,5157	0,7468	37,071247	0,00040	0,057530	-0,001741	0,0001808	-0,000001811
41 00	30849,2082	0,7489	37,169155	0,00036	0,051253	-0,001746	0,0001774	-0,000001857
41 30	30851,9076	0,7507	37,255748	0,00032	0,044959	-0,001750	0,0001740	-0,000001901
42 00	30854,6133	0,7523	37,331000	0,00028	0,038652	-0,001754	0,0001705	-0,000001943
42 30	30857,3243	0,7537	37,394886	0,00023	0,032332	-0,001757	0,0001670	-0,000001982
43 00	30860,0399	0,7548	37,447387	0,00019	0,026001	-0,001760	0,0001633	-0,000002019

Ek Çizelge 2. Çift değişkenli kuvvet serilerinde y 'nin belirlenmesi için kullanılan katsayıların, Türkiye enlemleri için 30' aralıklarla değerleri

B_0	a_{01}	a_{11}	a_{21}	a_{03}	a_{31}	a_{13}	a_{23}	a_{05}
35 00	25358,9411	-85,69686	-0,298649	0,034279	0,000324	-0,0010251	0,0000011	-0,000000188
35 30	25203,7210	-86,76883	-0,296887	0,032438	0,000328	-0,0010209	0,0000012	-0,000000199
36 00	25046,5771	-87,83442	-0,295101	0,030604	0,000333	-0,0010161	0,0000014	-0,000000209
36 30	24887,5210	-88,89353	-0,293293	0,028780	0,000337	-0,0010108	0,0000016	-0,000000218
37 00	24726,5644	-89,94610	-0,291461	0,026966	0,000341	-0,0010048	0,0000017	-0,000000227
37 30	24563,7191	-90,99203	-0,289607	0,025163	0,000345	-0,0009983	0,0000019	-0,000000235
38 00	24398,9971	-92,03124	-0,287730	0,023373	0,000350	-0,0009912	0,0000020	-0,000000243
38 30	24232,4107	-93,06366	-0,285831	0,021595	0,000354	-0,0009835	0,0000022	-0,000000251
39 00	24063,9721	-94,08920	-0,283909	0,019832	0,000358	-0,0009753	0,0000024	-0,000000258
39 30	23893,6938	-95,10778	-0,281965	0,018085	0,000362	-0,0009665	0,0000025	-0,000000264
40 00	23721,5883	-96,11932	-0,279999	0,016353	0,000366	-0,0009571	0,0000027	-0,000000270
40 30	23547,6685	-97,12375	-0,278010	0,014639	0,000370	-0,0009473	0,0000028	-0,000000275
41 00	23371,9472	-98,12097	-0,275999	0,012943	0,000374	-0,0009369	0,0000030	-0,000000280
41 30	23194,4374	-99,11091	-0,273967	0,011267	0,000378	-0,0009259	0,0000031	-0,000000285
42 00	23015,1523	-100,09350	-0,271912	0,009610	0,000382	-0,0009145	0,0000032	-0,000000289
42 30	22834,1053	-101,06866	-0,269836	0,007975	0,000386	-0,0009025	0,0000034	-0,000000292
43 00	22651,3097	-102,03630	-0,267739	0,006362	0,000390	-0,0008901	0,0000035	-0,000000295

Ek Çizelge 3. Çift değişkenli kuvvet serilerinde ΔB 'nin belirlenmesi için kullanılan katsayıların, Türkiye enlemleri için 30' aralıklarla değerleri

B_0	b_{10}	b_{20}	b_{02}	b_{30}	b_{12}	b_{22}	b_{04}	b_{14}
35 00	3244,89981	-0,24240	-17,79125	-0,00091	-0,59215	-0,00638	0,00235	0,00011
35 30	3244,63005	-0,24387	-18,12172	-0,00086	-0,59934	-0,00658	0,00241	0,00012
36 00	3244,35867	-0,24527	-18,45627	-0,00082	-0,60676	-0,00679	0,00248	0,00012
36 30	3244,08576	-0,24660	-18,79504	-0,00077	-0,61441	-0,00701	0,00254	0,00012
37 00	3243,81139	-0,24785	-19,13814	-0,00073	-0,62231	-0,00723	0,00261	0,00013
37 30	3243,53566	-0,24902	-19,48572	-0,00068	-0,63046	-0,00746	0,00269	0,00013
38 00	3243,25863	-0,25012	-19,83793	-0,00064	-0,63887	-0,00770	0,00276	0,00014
38 30	3242,98041	-0,25114	-20,19492	-0,00059	-0,64756	-0,00795	0,00284	0,00014
39 00	3242,70108	-0,25209	-20,55684	-0,00054	-0,65653	-0,00821	0,00292	0,00015
39 30	3242,42071	-0,25296	-20,92384	-0,00050	-0,66579	-0,00848	0,00300	0,00015
40 00	3242,13940	-0,25375	-21,29611	-0,00045	-0,67536	-0,00876	0,00308	0,00016
40 30	3241,85723	-0,25446	-21,67381	-0,00040	-0,68525	-0,00905	0,00317	0,00016
41 00	3241,57429	-0,25509	-22,05712	-0,00036	-0,69547	-0,00935	0,00326	0,00017
41 30	3241,29066	-0,25565	-22,44624	-0,00031	-0,70603	-0,00967	0,00336	0,00017
42 00	3241,00643	-0,25613	-22,84135	-0,00026	-0,71695	-0,01000	0,00346	0,00018
42 30	3240,72168	-0,25653	-23,24267	-0,00022	-0,72824	-0,01034	0,00356	0,00019
43 00	3240,43651	-0,25685	-23,65040	-0,00017	-0,73991	-0,01069	0,00366	0,00019

Ek Çizelge 4. Çift değişkenli kuvvet serilerinde I 'nin belirlenmesi için kullanılan katsayıların, Türkiye enlemleri için 30' aralıklarla değerleri

B_0	b_{01}	b_{11}	b_{21}	b_{03}	b_{31}	b_{13}	b_{23}	b_{05}
35 00	3943,38232	43,24182	0,95994	-0,31998	0,01405	-0,01405	-0,00048	0,00005
35 30	3967,66810	44,31998	0,98377	-0,32792	0,01460	-0,01460	-0,00051	0,00005
36 00	3992,56152	45,42519	1,00853	-0,33618	0,01517	-0,01517	-0,00053	0,00005
36 30	4018,07797	46,55852	1,03428	-0,34476	0,01577	-0,01577	-0,00055	0,00006
37 00	4044,23350	47,72109	1,06106	-0,35369	0,01640	-0,01640	-0,00058	0,00006
37 30	4071,04477	48,91406	1,08891	-0,36297	0,01706	-0,01706	-0,00061	0,00006
38 00	4098,52911	50,13868	1,11790	-0,37263	0,01776	-0,01776	-0,00064	0,00006
38 30	4126,70457	51,39622	1,14806	-0,38269	0,01848	-0,01848	-0,00067	0,00007
39 00	4155,58993	52,68804	1,17946	-0,39315	0,01924	-0,01924	-0,00070	0,00007
39 30	4185,20472	54,01555	1,21217	-0,40406	0,02004	-0,02004	-0,00074	0,00007
40 00	4215,56932	55,38024	1,24624	-0,41541	0,02088	-0,02088	-0,00077	0,00008
40 30	4246,70493	56,78367	1,28174	-0,42725	0,02176	-0,02176	-0,00081	0,00008
41 00	4278,63366	58,22748	1,31875	-0,43958	0,02269	-0,02269	-0,00085	0,00009
41 30	4311,37856	59,71339	1,35735	-0,45245	0,02366	-0,02366	-0,00090	0,00009
42 00	4344,96364	61,24323	1,39761	-0,46587	0,02468	-0,02468	-0,00095	0,00009
42 30	4379,41399	62,81888	1,43963	-0,47988	0,02576	-0,02576	-0,00100	0,00010
43 00	4414,75577	64,44238	1,48350	-0,49450	0,02690	-0,02690	-0,00105	0,00010

Ek Çizelge 5. Çift değişkenli kuvvet serilerinde, Türkiye enlemlerinin 30' aralıklarla hesaplanmış G değerleri

B ₀	G	B ₀	G	B ₀	G
35 00	3874654,0445	38 00	4207567,7924	41 00	4540652,4204
35 30	3930128,0145	38 30	4263069,9080	41 30	4596183,4236
36 00	3985606,6107	39 00	4318576,7951	42 00	4651719,2916
36 30	4041089,8610	39 30	4374088,4729	42 30	4707260,0347
37 00	4096577,7917	40 00	4429604,9591	43 00	4762805,6618
37 30	4152070,4276	40 30	4485126,2700	43 30	4818356,1804

Ek Çizelge 6. Hayford Elipsoidi için b_k, c_k katsayıları

k	b _k	c _k
0	0.001685628506068199	-0.001682791943951609
1	-0.002787990035246185	0.002769270921275399
2	0.001406144128951385	-0.001368960846759100
3	-0.000359446088023138	0.000324000453438348
4	0.000065818155380135	-0.000045763421978784
5	-0.000012362414922592	0.000004654300350315
6	0.000002705098435961	-0.000000461487208082
7	-0.000000594185917121	0.000000057955655411
8	0.000000108319174054	-0.000000005930826936
9	-0.000000011483903104	

Ek Çizelge 7. B=39° sabit ve L boyları $0^\circ \leq L \leq 30^\circ$ aralığında 30' dakika farklarla değişken alınarak, elde edilen x değer farkları

	0° 0'	0° 30'	1° 0'	1° 30'	2° 0'	2° 30'	3° 0'	3° 30'	4° 0'	4° 30'	5° 0'	5° 30'	6° 0'	6° 30'
Klotz-Tek değişkenli	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Klotz-Çift Değişkenli	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0003	0,0009	0,0021	0,0045	0,0090	0,0169	0,0297	0,0499	0,0804
Klotz-[Richardus-Adler]	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Klotz-Williams1	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Klotz-Williams2	-0,0065	-0,0064	-0,0063	-0,0061	-0,0059	-0,0057	-0,0054	-0,0050	-0,0046	-0,0041	-0,0036	-0,0031	-0,0025	-0,0019
Klotz-Bowring2	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Klotz-Mittermayer	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Klotz-Bowring1	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Klotz-[Ord-Smith]	0,0000	0,0100	0,0402	0,0911	0,1642	0,2616	0,3865	0,5436	0,7396	0,9836	1,2880	1,6688	2,1470	2,7486
Klotz-Ingwersen	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0004	-0,0009	-0,0017	-0,0031	-0,0053	-0,0086
	7° 0'	7° 30'	8° 0'	8° 30'	9° 0'	9° 30'	10° 0'	10° 30'	11° 0'	11° 30'	12° 0'	12° 30'	13° 0'	13° 30'
Klotz-Tek değişkenli	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0003	-0,0005	-0,0008	-0,0012	-0,0017	-0,0025	-0,0036	-0,0052	-0,0072
Klotz-Çift Değişkenli	0,1251	0,1889	0,2778	0,3992	0,5618	0,7761	1,0545	1,4116	1,8641	2,4312	3,1351	4,0009	5,0570	6,3351
Klotz-[Richardus-Adler]	-0,0003	-0,0006	-0,0011	-0,0018	-0,0028	-0,0044	-0,0067	-0,0099	-0,0145	-0,0207	-0,0270	-0,0406	-0,0557	-0,0756
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0001	-0,0002	-0,0004	-0,0006	-0,0008	-0,0012	-0,0017	-0,0024	-0,0034	-0,0046
Klotz-Williams1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0001	-0,0002	-0,0003	-0,0005
Klotz-Williams2	-0,0013	-0,0007	-0,0001	0,0006	0,0012	0,0018	0,0025	0,0031	0,0036	0,0042	0,0047	0,0052	0,0056	0,0060
Klotz-Bowring2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0004	-0,0006	-0,0008	-0,0012	-0,0017	-0,0024	-0,0034	-0,0046
Klotz-Mittermayer	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Klotz-Bowring1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Klotz-[Ord-Smith]	3,5067	4,4615	5,6621	7,1674	9,0476	11,3854	14,2776	17,8367	22,1923	27,4931	33,9087	41,6310	50,8769	61,8899
Klotz-Ingwersen	-0,0134	-0,0203	-0,0300	-0,0433	-0,0611	-0,0846	-0,1153	-0,1549	-0,2051	-0,2683	-0,3470	-0,4443	-0,5634	-0,7082

Ek Çizelge 7'nin devamı

	14° 0'	14° 30'	15° 0'	15° 30'	16° 0'	16° 30'	17° 0'	17° 30'	18° 0'	18° 30'	19° 0'
Klotz-Tek değişkenli	-0,0099	-0,0135	-0,0183	-0,0245	-0,0326	-0,0429	-0,0562	-0,0730	-0,0942	-0,1208	-0,1541
Klotz-Çift Değişkenli	7,8711	9,7047	11,8799	14,4457	17,4551	20,9688	25,0497	29,7687	35,2025	41,4340	48,5533
Klotz-[Richardus-Adler]	-0,1014	-0,1347	-0,1772	-0,2310	-0,2988	-0,3835	-0,4886	-0,6182	-0,7773	-0,9714	-1,2069
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,0062	-0,0082	-0,0108	-0,0141	-0,0182	-0,0234	-0,0298	-0,0377	-0,0474	-0,0592	-0,0735
Klotz-Williams1	-0,0007	-0,0010	-0,0014	-0,0019	-0,0025	-0,0033	-0,0043	-0,0055	-0,0070	-0,0089	-0,0112
Klotz-Williams2	0,0063	0,0066	0,0068	0,0069	0,0070	0,0070	0,0069	0,0068	0,0066	0,0063	0,0059
Klotz-Bowring2	-0,0062	-0,0082	-0,0108	-0,0141	-0,0182	-0,0234	-0,0298	-0,0377	-0,0474	-0,0592	-0,0735
Klotz-Mittermayer	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Klotz-Bowring1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002
Klotz-[Ord-Smith]	74,9421	90,3370	108,4110	129,5366	154,1242	182,6248	215,5328	253,3884	296,7807	346,3499	402,7910
Klotz-Ingwersen	-0,8830	-1,0927	-1,3428	-1,6394	-1,9894	-2,4002	-2,8804	-3,4394	-4,0874	-4,8358	-5,6972
	19° 30'	20° 0'	20° 30'	21° 0'	21° 30'	22° 0'	22° 30'	23° 0'	23° 30'	24° 0'	24° 30'
Klotz-Tek değişkenli	-0,1955	-0,2466	-0,3095	-0,3866	-0,4806	-0,5949	-0,7333	-0,9002	-1,1007	-1,3409	-1,6276
Klotz-Çift Değişkenli	56,6573	65,8505	76,2454	87,9622	101,1298	115,8858	132,3768	150,7587	171,1973	193,8680	218,9566
Klotz-[Richardus-Adler]	-1,4914	-1,8335	-2,2430	-2,7312	-3,3108	-3,9966	-4,8050	-5,7546	-6,8664	-8,1643	-9,6747
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,0908	-0,1115	-0,1364	-0,1660	-0,2011	-0,2425	-0,2914	-0,3487	-0,4158	-0,4941	-0,5851
Klotz-Williams1	-0,0139	-0,0173	-0,0213	-0,0262	-0,0320	-0,0388	-0,0469	-0,0565	-0,0677	-0,0809	-0,0962
Klotz-Williams2	0,0055	0,0050	0,0045	0,0039	0,0032	0,0025	0,0018	0,0010	0,0002	-0,0006	-0,0014
Klotz-Bowring2	-0,0908	-0,1115	-0,1364	-0,1660	-0,2011	-0,2425	-0,2914	-0,3487	-0,4158	-0,4941	-0,5851
Klotz-Mittermayer	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Klotz-Bowring1	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0003
Klotz-[Ord-Smith]	466,8560	539,3573	621,1700	713,2390	816,5743	932,2616	1061,4620	1205,4181	1365,4531	1542,9781	1739,4940
Klotz-Ingwersen	-6,6854	-7,8154	-9,1041	-10,5694	-12,2312	-14,1114	-16,2335	-18,6235	-21,3094	-24,3220	-27,6945

Ek Çizelge 7'nin devamı

	25° 0'	25° 30'	26° 0'	26° 30'	27° 0'	27° 30'	28° 0'	28° 30'	29° 0'	29° 30'	30° 0'
Klotz- Tek değişkenli	-1,9687	-2,3733	-2,8519	-3,4164	-4,0802	-4,8589	-5,7700	-6,8332	-8,0711	-9,5089	-11,1753
Klotz-Çift Değişkenli	246,6596	277,1838	310,7473	347,5794	387,9208	432,0237	480,1523	532,5825	589,6023	651,5120	718,6238
Klotz-[Richardus-Adler]	-11,4274	-13,4557	-15,7968	-18,4921	-21,5877	-25,1345	-29,1894	-33,8150	-39,0807	-45,0629	-51,8216
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,6905	-0,8125	-0,9530	-1,1147	-1,3003	-1,5126	-1,7551	-2,0314	-2,3456	-2,7021	-3,1059
Klotz-Williams1	-0,1140	-0,1346	-0,1585	-0,1860	-0,2176	-0,2538	-0,2952	-0,3424	-0,3962	-0,4573	-0,5264
Klotz-Williams2	-0,0023	-0,0031	-0,0040	-0,0048	-0,0056	-0,0063	-0,0070	-0,0077	-0,0082	-0,0088	-0,0092
Klotz-Bowring2	-0,6905	-0,8125	-0,9530	-1,1148	-1,3003	-1,5126	-1,7551	-2,0314	-2,3456	-2,7021	-3,1059
Klotz-Mittermayer	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0001	-0,0001	-0,0001	-0,0001
Klotz-Bowring1	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004
Klotz-[Ord-Smith]	1956,5951	2195,9730	2459,4197	2748,8314	3066,2124	3413,6782	3793,4593	4207,9049	4659,4865	5150,8013	5684,5759
Klotz-Ingwersen	-31,4632	-35,6675	-40,3501	-45,5575	-51,3401	-57,7525	-64,8537	-72,7081	-81,3850	-90,9597	-101,5135

Ek Çizelge 8. B=39° sabit ve L boylamı $0^\circ \leq L \leq 30^\circ$ aralığında 30' dakika farklarla değişken alınarak, elde edilen y değer farkları

	0° 0'	0° 30'	1° 0'	1° 30'	2° 0'	2° 30'	3° 0'	3° 30'	4° 0'	4° 30'	5° 0'	5° 30'	6° 0'
Klotz-Tek değişkenli	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0002
Klotz-Çift Değişkenli	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0002	-0,0006	-0,0014	-0,0028	-0,0051	-0,0090	-0,0151	-0,0241
Klotz-[Richardus-Adler]	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0003	-0,0007	-0,0015	-0,0030	-0,0055
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0002
Klotz-Williams1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Klotz-Williams2	0,0000	0,0006	0,0012	0,0019	0,0024	0,0030	0,0036	0,0041	0,0045	0,0050	0,0054	0,0057	0,0060
Klotz-Bowring2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0001	-0,0002
Klotz-Mittermayer	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Klotz-Bowring1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Klotz-[Ord-Smith]	0,0000	0,0016	0,0130	0,0447	0,1091	0,2207	0,3978	0,6623	1,0415	1,5683	2,2823	3,2306	4,4688
Klotz-Ingwersen	0,0000	0,0000	0,0000	-0,0004	-0,0015	-0,0047	-0,0117	-0,0253	-0,0494	-0,0891	-0,1510	-0,2432	-0,3759
	6° 30'	7° 0'	7° 30'	8° 0'	8° 30'	9° 0'	9° 30'	10° 0'	10° 30'	11° 0'	11° 30'	12° 0'	12° 30'
Klotz-Tek değişkenli	-0,0003	-0,0006	-0,0009	-0,0015	-0,0022	-0,0033	-0,0048	-0,0069	-0,0097	-0,0135	-0,0185	-0,0251	-0,0337
Klotz-Çift Değişkenli	-0,0375	-0,0565	-0,0831	-0,1197	-0,1693	-0,2354	-0,3224	-0,4357	-0,5817	-0,7680	-1,0036	-1,2990	-1,6666
Klotz-[Richardus-Adler]	-0,0096	-0,0161	-0,0261	-0,0411	-0,0628	-0,0936	-0,1367	-0,1957	-0,2754	-0,3814	-0,5208	-0,7017	-0,9341
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,0003	-0,0005	-0,0009	-0,0013	-0,0020	-0,0029	-0,0042	-0,0059	-0,0081	-0,0111	-0,0149	-0,0199	-0,0262
Klotz-Williams1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	-0,0001	-0,0002	-0,0004	-0,0005	-0,0007	-0,0010	-0,0014
Klotz-Williams2	0,0062	0,0064	0,0065	0,0066	0,0066	0,0065	0,0064	0,0062	0,0059	0,0056	0,0053	0,0048	0,0044
Klotz-Bowring2	-0,0003	-0,0005	-0,0009	-0,0013	-0,0020	-0,0029	-0,0042	-0,0059	-0,0081	-0,0111	-0,0149	-0,0199	-0,0262
Klotz-Mittermayer	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Klotz-Bowring1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Klotz-[Ord-Smith]	6,0616	8,0839	10,6216	13,7726	17,6474	22,3704	28,0808	34,9332	43,0989	52,7669	64,1445	77,4588	92,9574
Klotz-Ingwersen	-0,5611	-0,8130	-1,1483	-1,5863	-2,1488	-2,8609	-3,7507	-4,8496	-6,1926	-7,8185	-9,7701	-12,0942	-14,8421

Ek Çizelge 8'in devamı

	13° 0'	13° 30'	14° 0'	14° 30'	15° 0'	15° 30'	16° 0'	16° 30'	17° 0'	17° 30'	18° 0'
Klotz-Tek değişkenli	-0,0448	-0,0591	-0,0772	-0,1002	-0,1290	-0,1649	-0,2094	-0,2644	-0,3318	-0,4141	-0,5141
Klotz-Çift Değişkenli	-2,1209	-2,6786	-3,3587	-4,1835	-5,1781	-6,3711	-7,7952	-9,4871	-11,4883	-13,8452	-16,6101
Klotz-[Richardus-Adler]	-1,2297	-1,6022	-2,0677	-2,6448	-3,3552	-4,2235	-5,2781	-6,5513	-8,0799	-9,9053	-12,0742
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,0341	-0,0441	-0,0564	-0,0716	-0,0902	-0,1129	-0,1403	-0,1732	-0,2125	-0,2593	-0,3147
Klotz-Williams1	-0,0018	-0,0024	-0,0031	-0,0040	-0,0050	-0,0063	-0,0079	-0,0098	-0,0121	-0,0148	-0,0180
Klotz-Williams2	0,0039	0,0033	0,0027	0,0021	0,0014	0,0007	0,0000	-0,0007	-0,0014	-0,0021	-0,0028
Klotz-Bowring2	-0,0341	-0,0441	-0,0564	-0,0716	-0,0902	-0,1129	-0,1403	-0,1732	-0,2125	-0,2593	-0,3147
Klotz-Mittermayer	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002
Klotz-Bowring1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
Klotz-[Ord-Smith]	110,9097	131,6076	155,3669	182,5284	213,4587	248,5518	288,2299	332,9447	383,1786	439,4460	502,2945
Klotz-Ingwersen	-18,0697	-21,8377	-26,2117	-31,2628	-37,0674	-43,7076	-51,2717	-59,8540	-69,5553	-80,4832	-92,7522
	18° 30'	19° 0'	19° 30'	20° 0'	20° 30'	21° 0'	21° 30'	22° 0'	22° 30'	23° 0'	23° 30'
Klotz-Tek değişkenli	-0,6350	-0,7807	-0,9555	-1,1643	-1,4128	-1,7076	-2,0561	-2,4666	-2,9487	-3,5131	-4,1720
Klotz-Çift Değişkenli	-19,8410	-23,6029	-27,9677	-33,0152	-38,8336	-45,5202	-53,1821	-61,9371	-71,9141	-83,2544	-96,1123
Klotz-[Richardus-Adler]	-14,6392	-17,6590	-21,1995	-25,3336	-30,1425	-35,7163	-42,1542	-49,5668	-58,0716	-67,8040	-78,9078
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,3800	-0,4567	-0,5463	-0,6506	-0,7716	-0,9115	-1,0727	-1,2579	-1,4699	-1,7119	-1,9874
Klotz-Williams1	-0,0218	-0,0262	-0,0314	-0,0373	-0,0443	-0,0522	-0,0614	-0,0718	-0,0837	-0,0973	-0,1126
Klotz-Williams2	-0,0034	-0,0041	-0,0047	-0,0053	-0,0058	-0,0063	-0,0067	-0,0071	-0,0074	-0,0076	-0,0077
Klotz-Bowring2	-0,3800	-0,4567	-0,5463	-0,6506	-0,7716	-0,9115	-1,0727	-1,2579	-1,4699	-1,7119	-1,9874
Klotz-Mittermayer	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0003
Klotz-Bowring1	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
Klotz-[Ord-Smith]	572,3060	650,0983	736,3262	831,6829	936,9013	1052,7553	1180,0615	1319,6803	1472,5174	1639,5255	1821,7052
Klotz-Ingwersen	-106,4842	-121,8085	-138,8624	-157,7911	-178,7485	-201,8972	-227,4088	-255,4645	-286,2552	-319,9818	-356,8561

Ek Çizelge 9. $x=4320000m$ sabit ve y değeri $0 \leq y \leq 2000km$ aralığında 50km farklarla değişken alınarak, elde edilen B farkları

	0km	50km	100km	150km	200km	250km	300km	350km	400km	450km	500km
Klotz-Tek değişkenli	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00001	-0,00001	-0,00002	-0,00003	-0,00004
Klotz-Çift Değişkenli	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00001	-0,00003	-0,00012	-0,00035	-0,00089	-0,00197	-0,00397	-0,00746
Klotz-[Richardus-Adler]	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00003	0,00006
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Williams1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Williams2	-0,00021	-0,00021	-0,00021	-0,00021	-0,00021	-0,00021	-0,00021	-0,00021	-0,00021	-0,00022	-0,00022
Klotz-Bowring2	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001
Klotz-Mittermayer	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Bowring1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-[Ord-Smith]	0,00000	0,07858	0,31616	0,71308	1,26642	1,96994	2,81403	3,78560	4,86803	6,04103	7,28058
Klotz-Ingwersen	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00001	-0,00006	-0,00023	-0,00065	-0,00154	-0,00327	-0,00634
	550km	600km	650km	700km	750km	800km	850km	900km	950km	1000km	1050km
Klotz-Tek değişkenli	-0,00006	-0,00008	-0,00012	-0,00016	-0,00021	-0,00028	-0,00037	-0,00048	-0,00062	-0,00082	-0,00107
Klotz-Çift Değişkenli	-0,01318	-0,02217	-0,03578	-0,05572	-0,08415	-0,12373	-0,17769	-0,24993	-0,34505	-0,46848	-0,62655
Klotz-[Richardus-Adler]	0,00011	0,00022	0,00039	0,00068	0,00115	0,00187	0,00295	0,00457	0,00690	0,01023	0,01489
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00002	-0,00003	-0,00004	-0,00006	-0,00008	-0,00011	-0,00015	-0,00021
Klotz-Williams1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001
Klotz-Williams2	-0,00022	-0,00022	-0,00022	-0,00022	-0,00022	-0,00022	-0,00023	-0,00023	-0,00023	-0,00023	-0,00024
Klotz-Bowring2	0,00003	0,00006	0,00011	0,00019	0,00030	0,00046	0,00067	0,00097	0,00137	0,00188	0,00255
Klotz-Mittermayer	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Bowring1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-[Ord-Smith]	8,55879	9,84383	11,09987	12,28693	13,36089	14,27341	14,97192	15,39964	15,49558	15,19462	14,42756
Klotz-Ingwersen	-0,01149	-0,01967	-0,03217	-0,05062	-0,07708	-0,11408	-0,16472	-0,23271	-0,32244	-0,43910	-0,58872

Ek Çizelge 9'un devamı

	1100km	1150km	1200km	1250km	1300km	1350km	1400km	1450km	1500km	1550km
Klotz-Tek değişkenli	-0,00141	-0,00186	-0,00246	-0,00327	-0,00435	-0,00581	-0,00775	-0,01032	-0,01372	-0,01820
Klotz-Çift Değişkenli	-0,82656	-1,07690	-1,38710	-1,76801	-2,23179	-2,79211	-3,46419	-4,26493	-5,21300	-6,32899
Klotz-[Richardus-Adler]	0,02130	0,03002	0,04172	0,05722	0,07754	0,10392	0,13782	0,18102	0,23559	0,30400
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,00027	-0,00036	-0,00047	-0,00061	-0,00078	-0,00098	-0,00124	-0,00155	-0,00192	-0,00236
Klotz-Williams1	-0,00002	-0,00002	-0,00003	-0,00004	-0,00006	-0,00007	-0,00010	-0,00012	-0,00016	-0,00020
Klotz-Williams2	-0,00024	-0,00024	-0,00025	-0,00025	-0,00025	-0,00026	-0,00026	-0,00027	-0,00027	-0,00028
Klotz-Bowring2	0,00341	0,00448	0,00582	0,00747	0,00949	0,01193	0,01488	0,01839	0,02256	0,02748
Klotz-Mittermayer	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Bowring1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-[Ord-Smith]	13,12130	11,19892	8,57988	5,18021	0,91275	-4,31264	-10,58875	-18,01078	-26,67601	-36,68349
Klotz-Ingwersen	-0,77824	-1,01566	-1,31005	-1,67168	-2,11213	-2,64431	-3,28261	-4,04299	-4,94305	-6,00211
	1600km	1650km	1700km	1750km	1800km	1850km	1900km	1950km	2000km	
Klotz-Tek değişkenli	-0,02405	-0,03165	-0,04146	-0,05407	-0,07015	-0,09056	-0,11631	-0,14861	-0,18892	
Klotz-Çift Değişkenli	-7,63546	-9,15709	-10,92076	-12,95569	-15,29356	-17,96855	-21,01755	-24,48018	-28,39897	
Klotz-[Richardus-Adler]	0,38915	0,49438	0,62361	0,78134	0,97275	1,20375	1,48109	1,81243	2,20643	
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,00289	-0,00352	-0,00426	-0,00514	-0,00616	-0,00736	-0,00875	-0,01036	-0,01221	
Klotz-Williams1	-0,00026	-0,00032	-0,00040	-0,00050	-0,00061	-0,00075	-0,00091	-0,00111	-0,00134	
Klotz-Williams2	-0,00028	-0,00029	-0,00029	-0,00030	-0,00031	-0,00032	-0,00032	-0,00033	-0,00034	
Klotz-Bowring2	0,03324	0,03996	0,04776	0,05676	0,06711	0,07896	0,09247	0,10781	0,12518	
Klotz-Mittermayer	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	
Klotz-Bowring1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	
Klotz-[Ord-Smith]	-48,13368	-61,12816	-75,76923	-92,15958	-110,40194	-130,59877	-152,85183	-177,26193	-203,92857	
Klotz-Ingwersen	-7,24137	-8,68391	-10,35486	-12,28144	-14,49306	-17,02143	-19,90063	-23,16717	-26,86013	

Ek Çizelge 10. $x=4320000m$ sabit ve y değeri $0 \leq y \leq 2000km$ aralığında 50km farklarla değişken alınarak, elde edilen L farkları

	0km	50km	100km	150km	200km	250km	300km	350km	400km	450km	500km
Klotz-Tek değişkenli	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Çift Değişkenli	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00001	-0,00007	-0,00024	-0,00063
Klotz-[Richardus-Adler]	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00001	-0,00002	-0,00008	-0,00021	-0,00049	-0,00106
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Williams1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Williams2	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Bowring2	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00001	-0,00001	-0,00002
Klotz-Mittermayer	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Bowring1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-[Ord-Smith]	0,00000	-0,15016	-0,51597	-0,97037	-1,38637	-1,63733	-1,59716	-1,14063	-0,14358	1,51687	3,96203
Klotz-Ingwersen	0,00000	0,00000	0,00002	0,00019	0,00079	0,00241	0,00598	0,01291	0,02513	0,04520	0,07638
	550km	600km	650km	700km	750km	800km	850km	900km	950km	1000km	1050km
Klotz-Tek değişkenli	0,00001	0,00003	0,00006	0,00012	0,00024	0,00043	0,00075	0,00128	0,00210	0,00335	0,00522
Klotz-Çift Değişkenli	-0,00142	-0,00286	-0,00537	-0,00949	-0,01599	-0,02589	-0,04052	-0,06161	-0,09134	-0,13242	-0,18821
Klotz-[Richardus-Adler]	-0,00211	-0,00394	-0,00698	-0,01182	-0,01927	-0,03042	-0,04665	-0,06977	-0,10203	-0,14623	-0,20584
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,00001	-0,00001	-0,00002	-0,00002	-0,00004	-0,00006	-0,00009	-0,00013	-0,00019	-0,00026	-0,00037
Klotz-Williams1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00001	0,00001	0,00002	0,00003	0,00004
Klotz-Williams2	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Bowring2	-0,00004	-0,00006	-0,00009	-0,00014	-0,00020	-0,00028	-0,00039	-0,00053	-0,00071	-0,00094	-0,00123
Klotz-Mittermayer	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-Bowring1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
Klotz-[Ord-Smith]	7,31146	11,68270	17,19113	23,94971	32,06878	41,65592	52,81574	65,64973	80,25609	96,72961	115,16152
Klotz-Ingwersen	0,12273	0,18915	0,28147	0,40651	0,57214	0,78736	1,06231	1,40835	1,83807	2,36536	3,00541

Ek Çizelge 10'nun devamı

	1100km	1150km	1200km	1250km	1300km	1350km	1400km	1450km	1500km	1550km
Klotz-Tek değişkenli	0,00796	0,01192	0,01751	0,02532	0,03606	0,05065	0,07023	0,09624	0,13042	0,17492
Klotz-Çift Değişkenli	-0,26278	-0,36107	-0,48895	-0,65341	-0,86263	-1,12618	-1,45518	-1,86241	-2,36254	-2,97231
Klotz-[Richardus-Adler]	-0,28503	-0,38885	-0,52332	-0,69556	-0,91391	-1,18811	-1,52946	-1,95094	-2,46742	-3,09587
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,00051	-0,00069	-0,00093	-0,00123	-0,00161	-0,00209	-0,00268	-0,00341	-0,00430	-0,00538
Klotz-Williams1	0,00005	0,00007	0,00010	0,00013	0,00017	0,00023	0,00029	0,00037	0,00046	0,00058
Klotz-Williams2	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00001	-0,00001
Klotz-Bowring2	-0,00159	-0,00205	-0,00260	-0,00328	-0,00411	-0,00511	-0,00630	-0,00773	-0,00942	-0,01142
Klotz-Mittermayer	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00001	-0,00001	-0,00001
Klotz-Bowring1	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001
Klotz-[Ord-Smith]	135,63937	158,24696	183,06419	210,16702	239,62738	271,51311	305,88792	342,81138	382,33883	424,52144
Klotz-Ingwersen	3,77476	4,69129	5,77423	7,04421	8,52318	10,23450	12,20283	14,45418	17,01583	19,91636
	1600km	1650km	1700km	1750km	1800km	1850km	1900km	1950km	2000km	
Klotz-Tek değişkenli	0,23235	0,30586	0,39919	0,51684	0,66411	0,84727	1,07366	1,35182	1,69172	
Klotz-Çift Değişkenli	-3,71067	-4,59909	-5,66164	-6,92535	-8,42033	-10,18007	-12,24168	-14,64614	-17,43856	
Klotz-[Richardus-Adler]	-3,85550	-4,76799	-5,85774	-7,15203	-8,68130	-10,47935	-12,58365	-15,03554	-17,88051	
Klotz-[Schödlbauer-Krack]	-0,00669	-0,00826	-0,01013	-0,01235	-0,01497	-0,01804	-0,02163	-0,02580	-0,03064	
Klotz-Williams1	0,00072	0,00088	0,00107	0,00130	0,00157	0,00188	0,00224	0,00265	0,00312	
Klotz-Williams2	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00002	-0,00002	-0,00002	
Klotz-Bowring2	-0,01376	-0,01651	-0,01970	-0,02341	-0,02770	-0,03265	-0,03832	-0,04481	-0,05221	
Klotz-Mittermayer	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	
Klotz-Bowring1	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	-0,00001	
Klotz-[Ord-Smith]	469,40618	517,03581	567,44893	620,67999	676,75936	735,71334	797,56421	862,33035	930,02625	
Klotz-Ingwersen	23,18554	26,85434	30,95487	35,52028	40,58478	46,18349	52,35242	59,12837	66,54888	

**Ek Çizelge 11. B=39° sabit ve L boyları 0°≤L≤30° aralığında 30' dakika farklarla
değişken alınarak, elde edilen (x,y) koordinatları**

ℓ	Klotz yöntemi		Tek Değiş. Kuvvet Serileri		Çift Değiş. Kuvvet Serileri	
	x	y	x	y	x	y
0°	4318576,7951	0,0000	4318576,7951	0,0000	4318576,7951	0,0000
30'	4318695,7374	43315,2654	4318695,7374	43315,2654	4318695,7374	43315,2654
1°	4319052,5883	86631,2247	4319052,5882	86631,2247	4319052,5882	86631,2247
1°30'	4319647,4196	129948,5710	4319647,4195	129948,5710	4319647,4195	129948,5710
2°	4320480,3512	173267,9964	4320480,3511	173267,9963	4320480,3510	173267,9964
2°30'	4321551,5510	216590,1911	4321551,5509	216590,1911	4321551,5506	216590,1913
3°	4322861,2349	259915,8430	4322861,2348	259915,8430	4322861,2340	259915,8436
3°30'	4324409,6668	303245,6371	4324409,6667	303245,6371	4324409,6647	303245,6385
4°	4326197,1589	346580,2546	4326197,1588	346580,2546	4326197,1544	346580,2573
4°30'	4328224,0715	389920,3726	4328224,0714	389920,3726	4328224,0625	389920,3778
5°	4330490,8133	433266,6635	4330490,8132	433266,6635	4330490,7964	433266,6725
5°30'	4332997,8413	476619,7940	4332997,8413	476619,7941	4332997,8116	476619,8091
6°	4335745,6613	519980,4251	4335745,6612	519980,4253	4335745,6114	519980,4493
6°30'	4338734,8273	563349,2108	4338734,8272	563349,2112	4338734,7469	563349,2483
7°	4341965,9425	606726,7979	4341965,9424	606726,7985	4341965,8173	606726,8544
7°30'	4345439,6587	650113,8252	4345439,6587	650113,8262	4345439,4698	650113,9083
8°	4349156,6772	693510,9229	4349156,6772	693510,9243	4349156,3993	693511,0426
8°30'	4353117,7480	736918,7116	4353117,7481	736918,7138	4353117,3489	736918,8808
9°	4357323,6711	780337,8022	4357323,6712	780337,8055	4357323,1093	780338,0376
9°30'	4361775,2956	823768,7948	4361775,2959	823768,7996	4361774,5195	823769,1172
10°	4366473,5208	867212,2779	4366473,5213	867212,2848	4366472,4663	867212,7137
10°30'	4371419,2958	910668,8281	4371419,2966	910668,8378	4371417,8842	910669,4099
11°	4376613,6201	954139,0090	4376613,6212	954139,0225	4376611,7560	954139,7770
11°30'	4382057,5434	997623,3704	4382057,5451	997623,3889	4382055,1122	997624,3740
12°	4387752,1664	1041122,4478	4387752,1689	1041122,4729	4387749,0313	1041123,7468
12°30'	4393698,6406	1084636,7616	4393698,6443	1084636,7953	4393694,6397	1084638,4282
13°	4399898,1687	1128166,8158	4399898,1739	1128166,8606	4399893,1118	1128168,9368
13°30'	4406352,0050	1171713,0979	4406352,0122	1171713,1570	4406345,6699	1171715,7765
14°	4413061,4553	1215276,0775	4413061,4652	1215276,1547	4413053,5842	1215279,4362
14°30'	4420027,8775	1258856,2056	4420027,8910	1258856,3057	4420018,1728	1258860,3890
15°	4427252,6819	1302453,9136	4427252,7002	1302454,0426	4427240,8020	1302459,0917
15°30'	4434737,3313	1346069,6127	4434737,3558	1346069,7776	4434722,8856	1346075,9839
16°	4442483,3414	1389703,6927	4442483,3740	1389703,9021	4442465,8857	1389711,4879
16°30'	4450492,2810	1433356,5208	4450492,3239	1433356,7852	4450471,3122	1433366,0079
17°	4458765,7726	1477028,4411	4458765,8287	1477028,7729	4458740,7228	1477039,9294
17°30'	4467305,4922	1520719,7733	4467305,5651	1520720,1874	4467275,7234	1520733,6185
18°	4476113,1701	1564430,8116	4476113,2643	1564431,3257	4476077,9677	1564447,4217
18°30'	4485190,5912	1608161,8237	4485190,7120	1608162,4587	4485149,1571	1608181,6647
19°	4494539,5947	1651913,0496	4494539,7488	1651913,8303	4494491,0415	1651936,6525
19°30'	4504162,0754	1695684,7007	4504162,2708	1695685,6561	4504105,4181	1695712,6684
20°	4514059,9830	1739476,9582	4514060,2296	1739478,1224	4513994,1325	1739509,9733
20°30'	4524235,3233	1783289,9721	4524235,6328	1783291,3850	4524159,0780	1783328,8057
21°	4534690,1580	1827123,8603	4534690,5446	1827125,5679	4534602,1958	1827169,3804
21°30'	4545426,6052	1870978,7064	4545427,0858	1870980,7625	4545325,4753	1871031,8885
22°	4556446,8394	1914854,5593	4556447,4344	1914857,0259	4556330,9536	1914916,4963
22°30'	4567753,0926	1958751,4313	4567753,8259	1958754,3800	4567620,7158	1958823,3454
23°	4579347,6536	2002669,2968	4579348,5537	2002672,8099	4579196,8948	2002752,5512
23°30'	4591232,8690	2046608,0909	4591233,9697	2046612,2629	4591061,6718	2046704,2032
24°	4603411,1434	2090567,7079	4603412,4843	2090572,6467	4603217,2754	2090678,3640
24°30'	4615884,9393	2134547,9996	4615886,5669	2134553,8285	4615665,9827	2134675,0685
25°	4628656,7778	2178548,7738	4628658,7465	2178555,6332	4628410,1183	2178694,3238
25°30'	4641729,2387	2222569,7928	4641731,6120	2222577,8420	4641452,0549	2222736,1083
26°	4655104,9605	2266610,7714	4655107,8124	2266620,1912	4654794,2131	2266800,3713
26°30'	4668786,6411	2310671,3755	4668790,0574	2310682,3702	4668439,0616	2310887,0321
27°	4682777,0376	2354751,2200	4682781,1178	2354764,0201	4682389,1168	2354995,9799
27°30'	4697078,9668	2398849,8671	4697083,8257	2398864,7322	4696646,9431	2399127,0726
28°	4711695,3051	2442966,8245	4711701,0751	2442984,0464	4711215,1528	2443280,1370
28°30'	4726628,9888	2487101,5431	4726635,8220	2487121,4491	4726096,4064	2487454,9675
29°	4741883,0142	2531253,4154	4741891,0853	2531276,3719	4741293,4119	2531651,3258
29°30'	4757460,4375	2575421,7730	4757469,9465	2575448,1896	4756808,9256	2575868,9403
30°	4773364,3753	2619605,8850	4773375,5506	2619636,2183	4772645,7515	2620107,5057

Ek Çizelge 11'in devamı

ℓ	Richardus-Adler yöntemi		Schödlbauer-Krack yöntemi		Williams1 yöntemi	
	x	y	x	y	x	y
0°	4318576,7951	0,0000	4318576,7951	0,0000	4318576,7951	0,0000
30'	4318695,7374	43315,2654	4318695,7374	43315,2654	4318695,7374	43315,2654
1°	4319052,5882	86631,2247	4319052,5882	86631,2247	4319052,5882	86631,2247
1°30'	4319647,4195	129948,5710	4319647,4195	129948,5710	4319647,4195	129948,5710
2°	4320480,3511	173267,9963	4320480,3511	173267,9963	4320480,3511	173267,9963
2°30'	4321551,5509	216590,1911	4321551,5509	216590,1911	4321551,5509	216590,1911
3°	4322861,2348	259915,8431	4322861,2348	259915,8430	4322861,2348	259915,8430
3°30'	4324409,6667	303245,6372	4324409,6667	303245,6371	4324409,6667	303245,6371
4°	4326197,1588	346580,2549	4326197,1588	346580,2546	4326197,1588	346580,2546
4°30'	4328224,0714	389920,3733	4328224,0714	389920,3726	4328224,0714	389920,3726
5°	4330490,8132	433266,6650	4330490,8132	433266,6635	4330490,8132	433266,6634
5°30'	4332997,8413	476619,7970	4332997,8413	476619,7941	4332997,8413	476619,7940
6°	4335745,6613	519980,4306	4335745,6612	519980,4253	4335745,6612	519980,4251
6°30'	4338734,8274	563349,2204	4338734,8272	563349,2111	4338734,8272	563349,2108
7°	4341965,9428	606726,8141	4341965,9424	606726,7985	4341965,9424	606726,7979
7°30'	4345439,6593	650113,8514	4345439,6587	650113,8261	4345439,6587	650113,8252
8°	4349156,6782	693510,9639	4349156,6772	693510,9242	4349156,6771	693510,9229
8°30'	4353117,7498	736918,7743	4353117,7481	736918,7136	4353117,7480	736918,7116
9°	4357323,6739	780337,8958	4357323,6712	780337,8051	4357323,6710	780337,8023
9°30'	4361775,3000	823768,9314	4361775,2958	823768,7989	4361775,2956	823768,7949
10°	4366473,5275	867212,4736	4366473,5212	867212,2838	4366473,5208	867212,2782
10°30'	4371419,3057	910669,1035	4371419,2964	910668,8363	4371419,2958	910668,8285
11°	4376613,6345	954139,3904	4376613,6209	954139,0201	4376613,6201	954139,0095
11°30'	4382057,5641	997623,8912	4382057,5446	997623,3853	4382057,5435	997623,3711
12°	4387752,1956	1041123,1495	4387752,1681	1041122,4677	4387752,1665	1041122,4488
12°30'	4393698,6812	1084637,6957	4393698,6430	1084636,7878	4393698,6408	1084636,7629
13°	4399898,2245	1128168,0455	4399898,1721	1128166,8500	4399898,1691	1128166,8176
13°30'	4406352,0806	1171714,7001	4406352,0096	1171713,1420	4406352,0055	1171713,1003
14°	4413061,5567	1215278,1452	4413061,4614	1215276,1339	4413061,4560	1215276,0806
14°30'	4420028,0122	1258858,8504	4420027,8857	1258856,2772	4420027,8785	1258856,2095
15°	4427252,8591	1302457,2688	4427252,6927	1302454,0039	4427252,6833	1302453,9186
15°30'	4434737,5623	1346073,8362	4434737,3454	1346069,7256	4434737,3332	1346069,6191
16°	4442483,6402	1389708,9708	4442483,3596	1389703,8329	4442483,3439	1389703,7006
16°30'	4450492,6645	1433363,0721	4450492,3044	1433356,6940	4450492,2843	1433356,5306
17°	4458766,2611	1477036,5210	4458765,8023	1477028,6536	4458765,7768	1477028,4532
17°30'	4467306,1104	1520729,6786	4467305,5299	1520720,0326	4467305,4977	1520719,7881
18°	4476113,9474	1564442,8858	4476113,2175	1564431,1263	4476113,1771	1564430,8296
18°30'	4485191,5625	1608176,4628	4485190,6503	1608162,2037	4485190,6000	1608161,8455
19°	4494540,8016	1651930,7087	4494539,6682	1651913,5063	4494539,6059	1651913,0758
19°30'	4504163,5668	1695705,9002	4504162,1661	1695685,2469	4504162,0893	1695684,7320
20°	4514061,8165	1739502,2917	4514060,0946	1739477,6087	4514060,0003	1739476,9955
20°30'	4524237,5663	1783320,1147	4524235,4597	1783290,7438	4524235,3447	1783290,0164
21°	4534692,8892	1827159,5765	4534690,3240	1827124,7718	4534690,1842	1827123,9125
21°30'	4545429,9160	1871020,8605	4545426,8062	1870979,7791	4545426,6371	1870978,7677
22°	4556450,8360	1914904,1250	4556447,0820	1914855,8172	4556446,8783	1914854,6311
22°30'	4567757,8975	1958809,5029	4567753,3840	1958752,9011	4567753,1395	1958751,5150
23°	4579353,4081	2002737,1008	4579348,0023	2002671,0087	4579347,7101	2002669,3941
23°30'	4591239,7355	2046686,9988	4591233,2849	2046610,0783	4591232,9368	2046608,2035
24°	4603419,3077	2090659,2497	4603411,6375	2090570,0081	4603411,2243	2090567,8378
24°30'	4615894,6140	2134653,8784	4615885,5244	2134550,6540	4615885,0355	2134548,1489
25°	4628668,2052	2178670,8814	4628657,4684	2178551,8283	4628656,8918	2178548,9449
25°30'	4641742,6944	2222710,2260	4641730,0511	2222573,2981	4641729,3733	2222569,9883
26°	4655120,7573	2266771,8500	4655105,9135	2266614,7837	4655105,1190	2266610,9941
26°30'	4668805,1332	2310855,6609	4668787,7558	2310675,9564	4668786,8270	2310671,6284
27°	4682798,6252	2354961,5353	4682778,3379	2354756,4374	4682777,2552	2354751,5065
27°30'	4697104,1013	2399089,3184	4697080,4794	2398855,7956	4697079,2206	2398850,1907
28°	4711724,4945	2443238,8235	4711697,0602	2442973,5457	4711695,6003	2442967,1891
28°30'	4726662,8038	2487409,8311	4726631,0202	2487109,1463	4726629,3313	2487101,9528
29°	4741922,0949	2531602,0887	4741885,3598	2531261,9982	4741883,4104	2531253,8746
29°30'	4757505,5004	2575815,3098	4757463,1396	2575431,4418	4757460,8948	2575422,2865
30°	4773416,2213	2620049,1735	4773367,4812	2619616,7555	4773364,9017	2619606,4577

Ek Çizelge 11'in devamı

ℓ	Williams2 yöntemi		Bowring2 yöntemi		Mittermayer yöntemi	
	x	y	x	y	x	y
0°	4318576,8016	0,0000	4318576,7951	0,0000	4318576,7951	0,0000
30'	4318695,7438	43315,2648	4318695,7374	43315,2654	4318695,7374	43315,2654
1°	4319052,5946	86631,2234	4319052,5882	86631,2247	4319052,5882	86631,2247
1°30'	4319647,4257	129948,5691	4319647,4195	129948,5710	4319647,4195	129948,5710
2°	4320480,3571	173267,9939	4320480,3511	173267,9963	4320480,3511	173267,9963
2°30'	4321551,5567	216590,1881	4321551,5509	216590,1911	4321551,5509	216590,1911
3°	4322861,2402	259915,8395	4322861,2348	259915,8430	4322861,2348	259915,8430
3°30'	4324409,6718	303245,6330	4324409,6667	303245,6371	4324409,6667	303245,6371
4°	4326197,1635	346580,2500	4326197,1588	346580,2546	4326197,1588	346580,2546
4°30'	4328224,0756	389920,3676	4328224,0714	389920,3726	4328224,0714	389920,3726
5°	4330490,8169	433266,6581	4330490,8132	433266,6635	4330490,8132	433266,6634
5°30'	4332997,8444	476619,7883	4332997,8413	476619,7941	4332997,8413	476619,7940
6°	4335745,6638	519980,4191	4335745,6612	519980,4253	4335745,6612	519980,4251
6°30'	4338734,8292	563349,2046	4338734,8272	563349,2111	4338734,8272	563349,2108
7°	4341965,9438	606726,7915	4341965,9424	606726,7985	4341965,9424	606726,7979
7°30'	4345439,6594	650113,8187	4345439,6587	650113,8261	4345439,6587	650113,8252
8°	4349156,6772	693510,9163	4349156,6772	693510,9242	4349156,6771	693510,9228
8°30'	4353117,7475	736918,7050	4353117,7481	736918,7136	4353117,7480	736918,7115
9°	4357323,6699	780337,7957	4357323,6712	780337,8051	4357323,6710	780337,8021
9°30'	4361775,2938	823768,7884	4361775,2958	823768,7989	4361775,2956	823768,7947
10°	4366473,5183	867212,2718	4366473,5212	867212,2838	4366473,5207	867212,2779
10°30'	4371419,2928	910668,8222	4371419,2964	910668,8363	4371419,2958	910668,8281
11°	4376613,6164	954139,0034	4376613,6209	954139,0201	4376613,6200	954139,0089
11°30'	4382057,5392	997623,3651	4382057,5446	997623,3853	4382057,5433	997623,3703
12°	4387752,1617	1041122,4430	4387752,1681	1041122,4677	4387752,1663	1041122,4478
12°30'	4393698,6354	1084636,7572	4393698,6430	1084636,7878	4393698,6406	1084636,7615
13°	4399898,1631	1128166,8120	4399898,1721	1128166,8500	4399898,1687	1128166,8157
13°30'	4406351,9990	1171713,0946	4406352,0096	1171713,1420	4406352,0049	1171713,0978
14°	4413061,4490	1215276,0748	4413061,4614	1215276,1339	4413061,4552	1215276,0774
14°30'	4420027,8709	1258856,2035	4420027,8857	1258856,2772	4420027,8774	1258856,2054
15°	4427252,6751	1302453,9122	4427252,6927	1302454,0039	4427252,6819	1302453,9135
15°30'	4434737,3244	1346069,6120	4434737,3454	1346069,7256	4434737,3313	1346069,6126
16°	4442483,3344	1389703,6926	4442483,3596	1389703,8329	4442483,3413	1389703,6926
16°30'	4450492,2740	1433356,5215	4450492,3044	1433356,6940	4450492,2810	1433356,5207
17°	4458765,7657	1477028,4425	4458765,8023	1477028,6536	4458765,7725	1477028,4410
17°30'	4467305,4854	1520719,7754	4467305,5299	1520720,0326	4467305,4921	1520719,7732
18°	4476113,1636	1564430,8144	4476113,2175	1564431,1263	4476113,1701	1564430,8115
18°30'	4485190,5849	1608161,8271	4485190,6503	1608162,2037	4485190,5911	1608161,8235
19°	4494539,5888	1651913,0537	4494539,6682	1651913,5063	4494539,5947	1651913,0494
19°30'	4504162,0699	1695684,7054	4504162,1661	1695685,2469	4504162,0753	1695684,7005
20°	4514059,9780	1739476,9634	4514060,0946	1739477,6087	4514059,9830	1739476,9580
20°30'	4524235,3189	1783289,9779	4524235,4597	1783290,7438	4524235,3233	1783289,9719
21°	4534690,1541	1827123,8665	4534690,3240	1827124,7718	4534690,1580	1827123,8600
21°30'	4545426,6019	1870978,7131	4545426,8062	1870979,7791	4545426,6051	1870978,7062
22°	4556446,8369	1914854,5663	4556447,0820	1914855,8172	4556446,8394	1914854,5590
22°30'	4567753,0908	1958751,4386	4567753,3840	1958752,9011	4567753,0926	1958751,4310
23°	4579347,6525	2002669,3044	4579348,0023	2002671,0087	4579347,6536	2002669,2965
23°30'	4591232,8688	2046608,0987	4591233,2849	2046610,0783	4591232,8690	2046608,0907
24°	4603411,1440	2090567,7157	4603411,6375	2090570,0081	4603411,1434	2090567,7076
24°30'	4615884,9408	2134548,0074	4615885,5244	2134550,6540	4615884,9393	2134547,9993
25°	4628656,7801	2178548,7815	4628657,4684	2178551,8283	4628656,7779	2178548,7735
25°30'	4641729,2418	2222569,8003	4641730,0511	2222573,2981	4641729,2387	2222569,7924
26°	4655104,9644	2266610,7786	4655105,9135	2266614,7837	4655104,9605	2266610,7710
26°30'	4668786,6458	2310671,3823	4668787,7558	2310675,9564	4668786,6411	2310671,3751
27°	4682777,0431	2354751,2264	4682778,3379	2354756,4374	4682777,0376	2354751,2196
27°30'	4697078,9731	2398849,8730	4697080,4794	2398855,7956	4697078,9668	2398849,8667
28°	4711695,3121	2442966,8297	4711697,0602	2442973,5457	4711695,3052	2442966,8240
28°30'	4726628,9965	2487101,5477	4726631,0202	2487109,1463	4726628,9889	2487101,5426
29°	4741883,0224	2531253,4192	4741885,3598	2531261,9982	4741883,0143	2531253,4149
29°30'	4757460,4463	2575421,7760	4757463,1396	2575431,4418	4757460,4376	2575421,7726
30°	4773364,3845	2619605,8871	4773367,4812	2619616,7555	4773364,3754	2619605,8845

Ek Çizelge 11'in devamı

ℓ	Bowring1 yöntemi		Ord-Smith yöntemi		Ingwersen yöntemi	
	x	y	x	y	x	y
0°	4318576,7951	0,0000	4318576,7951	0,0000	4318576,7951	0,0000
30'	4318695,7374	43315,2654	4318695,7274	43315,2638	4318695,7374	43315,2654
1°	4319052,5882	86631,2247	4319052,5481	86631,2117	4319052,5882	86631,2247
1°30'	4319647,4195	129948,5710	4319647,3284	129948,5263	4319647,4195	129948,5713
2°	4320480,3511	173267,9964	4320480,1869	173267,8873	4320480,3511	173267,9979
2°30'	4321551,5509	216590,1911	4321551,2894	216589,9704	4321551,5509	216590,1958
3°	4322861,2348	259915,8430	4322860,8483	259915,4453	4322861,2349	259915,8547
3°30'	4324409,6667	303245,6371	4324409,1232	303244,9748	4324409,6669	303245,6624
4°	4326197,1588	346580,2546	4326196,4193	346579,2131	4326197,1593	346580,3040
4°30'	4328224,0714	389920,3726	4328223,0879	389918,8044	4328224,0724	389920,4617
5°	4330490,8132	433266,6635	4330489,5253	433264,3812	4330490,8150	433266,8144
5°30'	4332997,8413	476619,7940	4332996,1725	476616,5634	4332997,8444	476620,0372
6°	4335745,6612	519980,4251	4335743,5143	519975,9563	4335745,6665	519980,8010
6°30'	4338734,8272	563349,2108	4338732,0786	563343,1492	4338734,8358	563349,7719
7°	4341965,9424	606726,7979	4341962,4357	606718,7140	4341965,9559	606727,6109
7°30'	4345439,6587	650113,8252	4345435,1972	650103,2036	4345439,6791	650114,9736
8°	4349156,6771	693510,9228	4349151,0151	693497,1503	4349156,7072	693512,5091
8°30'	4353117,7480	736918,7116	4353110,5806	736901,0642	4353117,7913	736920,8604
9°	4357323,6710	780337,8022	4357314,6235	780315,4318	4357323,7322	780340,6631
9°30'	4361775,2955	823768,7948	4361763,9102	823740,7140	4361775,3803	823772,5455
10°	4366473,5207	867212,2779	4366459,2432	867177,3448	4366473,6362	867217,1275
10°30'	4371419,2957	910668,8281	4371401,4591	910625,7292	4371419,4507	910675,0207
11°	4376613,6200	954139,0090	4376591,4278	954086,2421	4376613,8251	954146,8275
11°30'	4382057,5433	997623,3704	4382030,0502	997559,2259	4382057,8117	997633,1405
12°	4387752,1663	1041122,4478	4387718,2577	1041044,9891	4387752,5134	1041134,5420
12°30'	4393698,6405	1084636,7615	4393657,0096	1084543,8042	4393699,0849	1084651,6037
13°	4399898,1686	1128166,8158	4399847,2918	1128055,9061	4399898,7321	1128184,8856
13°30'	4406352,0049	1171713,0979	4406290,1151	1171581,4903	4406352,7132	1171734,9356
14°	4413061,4551	1215276,0775	4412986,5132	1215120,7106	4413062,3383	1215302,2892
14°30'	4420027,8774	1258856,2055	4419937,5405	1258673,6772	4420028,9702	1258887,4684
15°	4427252,6818	1302453,9135	4427144,2709	1302240,4549	4427254,0247	1302490,9810
15°30'	4434737,3312	1346069,6127	4434607,7947	1345821,0609	4434738,9707	1346113,3204
16°	4442483,3413	1389703,6926	4442329,2172	1389415,4628	4442485,3308	1389754,9644
16°30'	4450492,2809	1433356,5207	4450309,6562	1433023,5761	4450494,6812	1433416,3748
17°	4458765,7724	1477028,4411	4458550,2398	1476645,2626	4458768,6530	1477097,9964
17°30'	4467305,4920	1520719,7732	4467052,1037	1520280,3273	4467308,9315	1520800,2565
18°	4476113,1700	1564430,8115	4475816,3895	1563928,5172	4476117,2575	1564523,5638
18°30'	4485190,5910	1608161,8236	4484844,2412	1607589,5177	4485195,4269	1608268,3079
19°	4494539,5946	1651913,0495	4494136,8037	1651262,9513	4494545,2919	1652034,8581
19°30'	4504162,0752	1695684,7006	4503695,2194	1694948,3744	4504168,7607	1695823,5631
20°	4514059,9828	1739476,9580	4513520,6257	1738645,2752	4514067,7985	1739634,7493
20°30'	4524235,3232	1783289,9720	4523614,1524	1782353,0709	4524244,4274	1783468,7207
21°	4534690,1578	1827123,8601	4533976,9189	1826071,1050	4534700,7274	1827325,7575
21°30'	4545426,6050	1870978,7062	4544610,0308	1869798,6449	4545438,8364	1871206,1152
22°	4556446,8392	1914854,5591	4555514,5779	1913534,8790	4556460,9508	1915110,0238
22°30'	4567753,0923	1958751,4311	4566691,6301	1957278,9139	4567769,3261	1959037,6864
23°	4579347,6533	2002669,2966	4578142,2354	2001029,7713	4579366,2771	2002989,2786
23°30'	4591232,8688	2046608,0907	4589867,4159	2044786,3857	4591254,1785	2046964,9471
24°	4603411,1432	2090567,7077	4601868,1653	2088547,6007	4603435,4654	2090964,8085
24°30'	4615884,9391	2134547,9994	4614145,4453	2132312,1665	4615912,6338	2134988,9487
25°	4628656,7776	2178548,7736	4626700,1827	2176078,7363	4628688,2410	2179037,4211
25°30'	4641729,2384	2222569,7925	4639533,2657	2219845,8638	4641764,9061	2223110,2457
26°	4655104,9602	2266610,7711	4652645,5408	2263611,9993	4655145,3106	2267207,4080
26°30'	4668786,6407	2310671,3752	4666037,8096	2307375,4869	4668832,1986	2311328,8574
27°	4682777,0373	2354751,2197	4679710,8252	2351134,5610	4682828,3777	2355474,5059
27°30'	4697078,9665	2398849,8668	4693665,2886	2394887,3429	4697136,7193	2399644,2271
28°	4711695,3048	2442966,8241	4707901,8459	2438631,8375	4711760,1588	2443837,8547
28°30'	4726628,9884	2487101,5427	4722421,0839	2482365,9296	4726701,6969	2488055,1808
29°	4741883,0138	2531253,4150	4737223,5277	2526087,3806	4741964,3992	2532295,9547
29°30'	4757460,4371	2575421,7726	4752309,6362	2569793,8248	4757551,3972	2576559,8814
30°	4773364,3748	2619605,8846	4767679,7994	2613482,7658	4773465,8888	2620846,6199

Ek 12. Tüm yöntemler içeren QuickBasic 7.0 programı

```

DEFDBL A-Z
DECLARE SUB karcsin (u, v, s, Z)
DECLARE SUB karctanh (u, v, s, Z)
DECLARE SUB kcos (u, v, s, Z)
DECLARE SUB ksin (u, v, s, Z)
DECLARE SUB karctan (u, v, s, Z)
DECLARE SUB ksinh (u, v, s, Z)
DECLARE SUB kust (u, v, n, s, Z)
DECLARE SUB ktanh (u, v, s, Z)
DECLARE SUB bow1xybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB bow1blxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB RadDer (r, dr%, dk%, sn)
DECLARE SUB DerRad (dr%, dk%, sn, r)
DECLARE SUB dxybl ()
DECLARE SUB dblxy ()
DECLARE SUB xybl ()
DECLARE SUB blxy ()
DECLARE SUB ckatsy (c0, c2, c4, c6, c8, c10)
DECLARE SUB bow2xybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB bow2blxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB tekdgscopybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB tekdgscopy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB ciftdgscopybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB ciftdgscopy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB kst (t, u, v, w)
DECLARE SUB will1xybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB will1blxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB ust (p5, p7, p9, p11)
DECLARE SUB will2xybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB will2blxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB cg (F, kh0, kh2, kh3, kr2, kr3)
DECLARE SUB gc (X, Bf, kb2, kb4, kb6, kl3, kl5)
DECLARE SUB sckrxybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB sckrblxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB cg1 (F, i, II, III, IV, VI, AC, BC)
DECLARE SUB gc1 (X, Bf, VI, VII, VIII, IX, DC, EC)
DECLARE SUB richaxybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB richablxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB orsmxybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB orsmblxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB mitxybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB mitblxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB sin2w (u, v, n, s, Z)
DECLARE SUB arthw (u, v, s, Z)
DECLARE SUB p1 (u, v, n, s, Z)

```

Ek 12'in devamı

```

DECLARE SUB p2 (u, v, n, s, Z)
DECLARE SUB klotzxybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB klotzblxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB kYayEn (SS, B)
DECLARE SUB kEnYay (B, SS)
DECLARE SUB ingxybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB ingblxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB hesapblxy (B, L, X, Y)
DECLARE SUB hesapxybl (X, Y, B, L)
DECLARE SUB EnYay (B, g)
DECLARE SUB YayEn (g, B)
DECLARE FUNCTION fq (u, v)
DECLARE FUNCTION qu (u, v)
DECLARE FUNCTION Lc (fi, L)
DECLARE FUNCTION qc (fi, L)
DECLARE FUNCTION eq (fi)
DECLARE FUNCTION le (fi, L)
DECLARE FUNCTION arctan (pay, payda)
DECLARE FUNCTION tanh (u)
DECLARE FUNCTION sinh (u)
DECLARE FUNCTION cosh (u)
DECLARE FUNCTION arctanh (u)
DECLARE FUNCTION arcsin (u)
DECLARE FUNCTION Ne (B)
DECLARE FUNCTION p3 (n)
DECLARE FUNCTION ee (n)
DECLARE FUNCTION d (n)
DECLARE FUNCTION k (n)
DECLARE FUNCTION pp5 (n, ye)
DECLARE FUNCTION pp7 (n, ye)
DECLARE FUNCTION pp6 (n, ye)
DECLARE FUNCTION pp4 (n)
DECLARE FUNCTION h (n, i, j)
DECLARE FUNCTION dbdq (m, b0r)
DECLARE FUNCTION ce (n, i, j)
DECLARE FUNCTION de (n, i, j)
DECLARE FUNCTION dqdx (m, b0r)
DECLARE FUNCTION a (n, i, j)
DECLARE FUNCTION be (n, i, j)
DECLARE FUNCTION dxdq (m, b0r)
DECLARE FUNCTION mk (m, k)
DECLARE FUNCTION q (w)
DECLARE FUNCTION ggg (n, i, j)
DECLARE FUNCTION g (n, i, j)
DECLARE FUNCTION fak (n)

```

Ek 12'in devamı

```

DECLARE FUNCTION dxdb (n)
DIM SHARED gg(1 TO 17, -2 TO 17, -3 TO 17)
DIM SHARED hh(-1 TO 17, -2 TO 17, -3 TO 17)
DIM SHARED aa(0 TO 10, -2 TO 10, -3 TO 10)
DIM SHARED bb(0 TO 10, -2 TO 10, -3 TO 10)
DIM SHARED cc(0 TO 10, -2 TO 10, -3 TO 10)
DIM SHARED dd(0 TO 10, -2 TO 10, -3 TO 10)

CLS
  'Hayford Sabitleri
  Ah = 6378388#
  Bh = 6356911.94613#
  es = .006768170197224#
  E2 = .006722670022333#
  r = 6373924.115#
  c = 6399936.60811#
  n = (Ah - Bh) / (Ah + Bh)
  Pi = 4# * ATN(1#)
  Ro = 180# / Pi#
CLS : COLOR 3
LOCATE 8, 15: PRINT "1-[COĞ. KOOR.'dan GAUSS KRÜGER KOOR.'na GEÇİŞ]"
LOCATE 9, 15: PRINT "2-[GAUSS KRÜGER KOOR.'dan COĞ. KOOR. GEÇİŞ]"
LOCATE 11, 25: PRINT "3 - [ (B,L)->(X,Y) DATADAN ]"
LOCATE 12, 25: PRINT "4 - [ (X,Y)->(B,L) DATADAN ]": COLOR 12
LOCATE 14, 25: PRINT "0 - [ ÇIKIŞ ]": COLOR 7, 0
LOCATE 16, 39: PRINT "[ ]"
LOCATE 16, 40: INPUT "", sec$
SELECT CASE sec$
  CASE "1"
    CLS : CALL blxy
  CASE "2"
    CLS : CALL xybl
  CASE "3"
    CLS : CALL dblxy
  CASE "4"
    CLS : CALL dxybl
  CASE "0"
    CLS : GOTO son
END SELECT
son:

```

Ek 12'in devamı

```
'-----
FUNCTION a (n, i, j) STATIC
'-----
```

```
bb(1, 0, 0) = 1#
aa(n, i, j) = (-2# * j + 1#) * bb(n - 1, i - 1, j) + 2# * (n - i + j - 2#) * bb(n - 1, i - 1, j - 1) -
              (2# * i + 1#) * bb(n - 1, i, j - 1)
a = aa(n, i, j)
END FUNCTION
```

```
'-----
FUNCTION arcsin (u) STATIC
'-----
```

```
arcsin = ATN(u / SQR(1# - u ^ 2))
END FUNCTION
```

```
'-----
FUNCTION arctan (pay, payda)
'-----
```

```
SHARED Pi
t = ATN(pay / payda)
IF pay > 0 AND payda > 0 THEN
arctan = t
ELSEIF pay > 0 AND payda < 0 THEN
arctan = t + Pi
ELSEIF pay < 0 AND payda < 0 THEN
arctan = t + Pi
ELSE
arctan = t + 2# * Pi
END IF
END FUNCTION
```

```
'-----
FUNCTION arctanh (u) STATIC
'-----
```

```
arctanh = LOG((1# + u) / (1# - u)) / 2#
END FUNCTION
```

```
'-----
SUB arthw (u, v, s, Z) STATIC
'-----
```

```
uu = .5# * SQR((u + 1#) ^ 2 + v ^ 2)
vv = .5# * SQR((u - 1#) ^ 2 + v ^ 2)
s = .5# * LOG(uu / vv)
Z = .5# * ATN(2# * v / (1# - v ^ 2 - u ^ 2))
END SUB
```

Ek 12'in devamı

```

'-----
FUNCTION be (n, i, j) STATIC
'-----
aa(1, 0, 0) = 1#
bb(n, i, j) = (-2# * j + 1#) * aa(n, i, j) - 2# * (i + 1#) * aa(n, i + 1, j - 1) + (2# * (n - i - 1#)
              + 2# * (j - 1#)) * aa(n, i, j - 1)
be = bb(n, i, j)
aa(2, 1, 0) = 1#
END FUNCTION

```

```

'-----
SUB blxy
'-----
LOCATE 5, 32: PRINT "B "
LOCATE 6, 25: PRINT "-----"
LOCATE 7, 25: PRINT "  Ø"; "  "; "  "; CHR$(34)
LOCATE 7, 25: INPUT "", bdr%
LOCATE 7, 30: INPUT "", bdk%
LOCATE 7, 34: INPUT "", bsn
CALL DerRad(bdr%, bdk%, bsn, B)
LOCATE 9, 32: PRINT "L"
LOCATE 10, 25: PRINT "-----"
LOCATE 11, 25: PRINT "  Ø"; "  "; "  "; CHR$(34)
LOCATE 11, 25: INPUT "", ldr%
LOCATE 11, 30: INPUT "", ldk%
LOCATE 11, 34: INPUT "", lsn
CALL DerRad(ldr%, ldk%, lsn, L)
CLS
CALL hesapblxy(B, L, X, Y)
END SUB

```

```

'-----
SUB bow1blxy (B, L, X, Y)
'bow1blxy YÖNTEMİ (Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayalı yöntem)
'Survey Review 1990
'-----
SHARED Ah, E2, es
bk = arctanh(SIN(B)) - SQR(E2) * arctanh(SQR(E2) * SIN(B))
CALL ktanh(bk, L, s1, z1)
CALL kust(s1, z1, 2, s2, z2)
CALL kust(s1, z1, 4, s3, z3)
s4 = (1# + es) * (1# - (1# / 6#) * es ^ 2 * s2 + (1# / 5#) * es ^ 3 * s3)
z4 = (1# + es) * (-(1# / 6#) * es ^ 2 * z2 + (1# / 5#) * es ^ 3 * z3)
CALL ksinh(bk, L, s5, z5)
s6 = s4 * s5 - z4 * z5

```

Ek 12'in devamı

```

z6 = z4 * s5 + s4 * z5
CALL karctan(s6, z6, s7, z7)
CALL ksin(2# * s7, 2# * z7, s8, z8)
CALL ksin(4# * s7, 4# * z7, s9, z9)
CALL ksin(6# * s7, 6# * z7, s10, z10)
CALL ksin(8# * s7, 8# * z7, s11, z11)
CALL ksin(10# * s7, 10# * z7, s12, z12)
CALL ckatsy(c0, c2, c4, c6, c8, c10)
X = s7 * c0 + s8 * c2 + s9 * c4 + s10 * c6 + s11 * c8 + s12 * c10
Y = z7 * c0 + z8 * c2 + z9 * c4 + z10 * c6 + z11 * c8 + z12 * c10
END SUB

```

```

'-----
SUB bow1xybl (X, Y, B, L)
'bow1xybl YÖNTEMİ (Kompleks sayı ve fonksiyonlara dayalı yöntem)
'Survey Review 1990
'-----

```

```

SHARED Ah, E2, es
CALL ckatsy(c0, c2, c4, c6, c8, c10)
CALL ksin(2# * (X / c0), 2# * (Y / c0), s15, z15)
s16 = (X / c0) - (c2 / c0) * s15: z16 = (Y / c0) - (c2 / c0) * z15
CALL ksin(2# * s16, 2# * z16, s17, z17)
CALL ksin(4# * s16, 4# * z16, s18, z18)
s19 = (X / c0) - (c2 / c0) * s17 - (c4 / c0) * s18
z19 = (Y / c0) - (c2 / c0) * z17 - (c4 / c0) * z18
CALL ksin(2# * s19, 2# * z19, s20, z20)
CALL ksin(4# * s19, 4# * z19, s21, z21)
CALL ksin(6# * s19, 6# * z19, s22, z22)
s23 = (X / c0) - (c2 / c0) * s20 - (c4 / c0) * s21 - (c6 / c0) * s22
z23 = (Y / c0) - (c2 / c0) * z20 - (c4 / c0) * z21 - (c6 / c0) * z22
CALL ksin(2# * s23, 2# * z23, s24, z24)
CALL ksin(4# * s23, 4# * z23, s25, z25)
CALL ksin(6# * s23, 6# * z23, s26, z26)
CALL ksin(8# * s23, 8# * z23, s27, z27)
s28 = (X / c0) - (c2 / c0) * s24 - (c4 / c0) * s25 - (c6 / c0) * s26 - (c8 / c0) * s27
z28 = (Y / c0) - (c2 / c0) * z24 - (c4 / c0) * z25 - (c6 / c0) * z26 - (c8 / c0) * z27
CALL ksin(2# * s28, 2# * z28, s29, z29)
CALL ksin(4# * s28, 4# * z28, s30, z30)
CALL ksin(6# * s28, 6# * z28, s31, z31)
CALL ksin(8# * s28, 8# * z28, s32, z32)
CALL ksin(10# * s28, 10# * z28, s33, z33)
s34 = (X / c0) - (c2 / c0) * s29 - (c4 / c0) * s30 - (c6 / c0) * s31 - (c8 / c0) * s32 - (c10 / c0) * s33
z34 = (Y / c0) - (c2 / c0) * z29 - (c4 / c0) * z30 - (c6 / c0) * z31 - (c8 / c0) * z32 - (c10 / c0) * z33
CALL ksin(s34, z34, s35, z35)
CALL karctanh(s35, z35, s36, z36)

```

Ek 12'in devamı

CALL karctanh(SQR(E2) * s35, SQR(E2) * z35, s37, z37)

s38 = s36 - SQR(E2) * s37

L = z36 - SQR(E2) * z37

B = ATN(((1# + es) * (1# - (1# / 6#) * es ^ 2 * tanh(s38) ^ 2 + (1# / 5#) * es ^ 3 * tanh(s38) ^ 4) * sinh(s38))

END SUB

'-----

SUB bow2blxy (B, L, X, Y) STATIC

'bow2blxy YÖNTEMİ (Küreyi Yardımcı Yüzey Kabul Eden yöntem)

'Survey Review 1989

'-----

SHARED es, Pi

c = COS(B): s = SIN(B): q1 = arcsin(c * SIN(L))

q2 = ATN(((2# * s * c * (SIN(L / 2#)) ^ 2) / (s ^ 2 + c ^ 2 * COS(L))))

Q3 = ATN(s * TAN(L))

CALL EnYay(B, ge)

X = ge + Ne(B) * q2 + (1# / 24#) * es * Ne(B) * L ^ 4 * c ^ 5 * s * (9# + 4# * es * c ^ 2 - 11# * L ^ 2 + 20# * L ^ 2 * c ^ 2)

Y = Ne(B) * LOG(TAN((Pi / 4#) + .5# * q1)) + (1# / 60#) * es * Ne(B) * L ^ 3 * c ^ 5 * (10# - 29# * L ^ 2 + 36# * L ^ 2 * c ^ 2)

END SUB

'-----

SUB bow2xybl (X, Y, B, L) STATIC

'bow2xybl YÖNTEMİ (Küreyi Yardımcı Yüzey Kabul Eden yöntem)

'Survey Review 1989

'-----

SHARED es

CALL YayEn(X, Bf)

s1 = SIN(Bf): c1 = COS(Bf): xx = Y / Ne(Bf): qq = xx / c1

Q4 = ATN(sinh(xx) / COS(Bf)): Q5 = ATN(TAN(Bf) * COS(Q4))

B = (1# + es * c1 ^ 2) * Q5 - es * c1 ^ 2 * Bf - (1# + es * c1 ^ 2) * (es * qq ^ 4 * c1 ^ 3 * s1 / 24#) * (9# - 10# * c1 ^ 2)

L = Q4 - (es * qq ^ 3 * c1 ^ 4 / 60#) * (10# - 4# * qq ^ 2 + qq ^ 2 * c1 ^ 4)

END SUB

'-----

FUNCTION ce (n, i, j) STATIC

'-----

dd(1, 0, 0) = 1#

cc(n, i, j) = (2# * i + 1#) * dd(n - 1, i, j - 1) - 2# * (n - i + j - 2#) * dd(n - 1, i - 1, j - 1) + 2# * (n + j - 1#) * dd(n - 1, i - 1, j)

ce = cc(n, i, j)

END FUNCTION

Ek 12'in devamı

```

'-----
SUB cg (F, kh0, kh2, kh3, kr2, kr3) STATIC
'-----
SHARED Ah, es, E2
n2 = es * COS(F) ^ 2
Nn = Ah / SQR(1# - E2 * (SIN(F)) ^ 2)
t = TAN(F)
CALL EnYay(F, ge)
kh0 = ge - Nn * F
kh2 = (1# / 24#) * Nn * t * (COS(F)) ^ 4 * (9# * n2 + 4# * n2 ^ 2)
kh3 = (1# / 24#) * Nn * t * (COS(F)) ^ 6 * (9# - 11# * t ^ 2) * n2
kr2 = (1# / 6#) * Nn * (COS(F)) ^ 3 * n2
kr3 = (1# / 60#) * Nn * (COS(F)) ^ 5 * (7# - 29# * t ^ 2) * n2
END SUB

'-----
SUB cg1 (F, I, II, III, IV, VI, AC, BC) STATIC
'-----
SHARED Ah, es, E2, Ro
n = Ah / SQR(1# - E2 * (SIN(F)) ^ 2)
CALL EnYay(F, ge)
I = ge
II = .5# * n * SIN(F) * COS(F)
III = (1# / 24#) * n * SIN(F) * (COS(F)) ^ 3 * (5# - (TAN(F)) ^ 2 + 9# * es * (COS(F))
      ^ 2 + 4# * es ^ 2 * (COS(F)) ^ 4)
IV = n * COS(F)
VI = (1# / 6#) * n * (COS(F)) ^ 3 * (1# - (TAN(F)) ^ 2 + es * (COS(F)) ^ 2)
AC = (1# / 720#) * n * SIN(F) * (COS(F)) ^ 5 * (61# - 58# * (TAN(F)) ^ 2 + (TAN(F))
      ^ 4 + 270# * es * (COS(F)) ^ 2 - 330# * es * (SIN(F)) ^ 2)
BC = (1# / 120#) * n * (COS(F)) ^ 5 * (5# - 18# * (TAN(F)) ^ 2 + (TAN(F)) ^ 4 + 14#
      * es * (COS(F)) ^ 2 - 58# * es * (SIN(F)) ^ 2)
END SUB

'-----
SUB ciftgslxy (B, L, X, Y) STATIC
'Çift değişkenli Kuvvet Serileriyle Çözüm
'Grossman 1976
'-----
SHARED Ah, es, E2, Ro
b1 = B * Ro
bb1 = FIX(b1)
  IF b1 < bb1 + .25# THEN
    b0 = bb1
  ELSEIF b1 > bb1 + .75# THEN
    b0 = bb1 + 1#

```

Ek 12'in devamı

```

ELSE
  b0 = bb1 + .5#
END IF
b0r = b0 / Ro
db = B - b0r
N0 = Ah / SQR(1# - E2 * (SIN(b0r)) ^ 2)
t0 = TAN(b0r): n20 = es * (COS(b0r)) ^ 2
CALL EnYay(b0r, G0)
a10 = N0 * (1# - n20 + n20 ^ 2 - n20 ^ 3)
a20 = (3# / 2#) * N0 * t0 * (n20 - 2# * n20 ^ 2)
a02 = (1# / 2#) * N0 * t0 * (COS(b0r)) ^ 2
a30 = (1# / 2#) * N0 * n20 * (1# - t0 ^ 2 - 2# * n20 + 7# * n02 * t0 ^ 2)
a12 = (1# / 2#) * N0 * (COS(b0r)) ^ 2 * (1# - t0 ^ 2 + n20 * t0 ^ 2 - n20 ^ 2 * t0 ^ 2)
a40 = (1# / 2#) * N0 * t0 * (-n20)
a22 = (1# / 4#) * N0 * (COS(b0r)) ^ 2 * t0 * (-4# + 3# * n20 - 3# * n20 * t0 ^ 2)
a04 = (1# / 24#) * N0 * (COS(b0r)) ^ 4 * t0 * (5# - t0 ^ 2 + 9# * n20)
a50 = n20
a32 = (1# / 3#) * N0 * (COS(b0r)) ^ 2 * (-1# + t0 ^ 2)
a14 = (1# / 24#) * N0 * (COS(b0r)) ^ 4 * (5# - 18# * t0 ^ 2 + t0 ^ 4)
X = G0 + a10 * db + a20 * db ^ 2 + a02 * L ^ 2 + a30 * db ^ 3 + a12 * db * L ^ 2 + a40
  * db ^ 4 + a22 * db ^ 2 * L ^ 2 + a04 * L ^ 4 + a50 * db ^ 5 + a32 * db ^ 3 * L ^ 2
  + a14 * db * L ^ 4
a01 = N0 * COS(b0r)
a11 = N0 * COS(b0r) * t0 * (-1# + n20 - n20 ^ 2)
a21 = (1# / 2#) * N0 * COS(b0r) * (-1# + n20 - 3# * n20 * t0 ^ 2 - n20 ^ 2 + 6# * n20 ^ 2 * t0 ^ 2)
a03 = (1# / 6#) * N0 * (COS(b0r)) ^ 3 * (1# - t0 ^ 2 + n20)
a31 = (1# / 6#) * N0 * COS(b0r) * t0 * (1# - 10# * n20 + 3# * n20 * t0 ^ 2)
a13 = (1# / 6#) * N0 * (COS(b0r)) ^ 3 * t0 * (-5# + t0 ^ 2 - 4# * n20 - n20 * t0 ^ 2)
a41 = (1# / 24#) * N0 * COS(b0r)
a23 = (1# / 12#) * N0 * (COS(b0r)) ^ 3 * (-5# + 13# * t0 ^ 2)
a05 = (1# / 120#) * N0 * (COS(b0r)) ^ 5 * (5# - 18# * t0 ^ 2 + t0 ^ 4)
Y = a01 * L + a11 * db * L + a21 * db ^ 2 * L + a03 * L ^ 3 + a31 * db ^ 3 * L + a13 *
  db * L ^ 3 + a23 * db ^ 2 * L ^ 3 + a41 * db ^ 4 * L + a05 * L ^ 5 + a14 * db * L ^ 4
END SUB

```

```

'-----
SUB ciftgksybl (X, Y, B, L) STATIC
'Çift değışkenli Kuvvet Serileriyle Çözüm
'Grossman 1976
'-----

```

```

SHARED Ah, es, E2, Ro
CALL YayEn(X, Bf)
b1 = Bf * Ro
bb1 = FIX(b1)
IF b1 < bb1 + .25# THEN

```

Ek 12'in devamı

```

b0 = bb1
ELSEIF b1 > bb1 + .75# THEN
b0 = bb1 + 1#
ELSE
b0 = bb1 + .5#
END IF
b0r = b0 / Ro
CALL EnYay(b0r, X0)
dx = X - X0
N0 = Ah / SQR(1# - E2 * (SIN(b0r)) ^ 2)
t0 = TAN(b0r): n20 = es * (COS(b0r)) ^ 2
b10 = (1# + n20) / N0
b20 = (3# / 2#) * n20 * t0 * (-1# - n20) / N0 ^ 2
b02 = (1# / 2#) * t0 * (-1# - n20) / N0 ^ 2
b30 = (1# / 2#) * n20 * (-1# + t0 ^ 2 - 2# * n20 + 6# * n20 * t0 ^ 2) / N0 ^ 3
b12 = (1# / 2#) * (-1# - t0 ^ 2 - 2# * n20 + 2# * n20 * t0 ^ 2 - n20 ^ 2 + 3# * n20 ^ 2 *
t0 ^ 2) / N0 ^ 3
b40 = (1# / 2#) * n20 * t0 / N0 ^ 4
b22 = (1# / 4#) * t0 * (-2# - 2# * t0 ^ 2 + 9# * n20 + n20 * t0 ^ 2) / N0 ^ 4
b04 = (1# / 24#) * t0 * (5# + 3# * t0 ^ 2 + 6# * n20 - 6# * n20 * t0 ^ 2) / N0 ^ 4
b50 = n20 / N0 ^ 5
b32 = (1# / 6#) * (-1# - 4# * t0 ^ 2 - 3# * t0 ^ 4) / N0 ^ 5
b14 = (1# / 24#) * (5# + 14# * t0 ^ 2 + 9# * t0 ^ 4) / N0 ^ 5
B = b0r + b10 * dx + b20 * dx ^ 2 + b02 * Y ^ 2 + b30 * dx ^ 3 + b12 * dx * Y ^ 2 +
b40 * dx ^ 4 + b22 * dx ^ 2 * Y ^ 2 + b04 * Y ^ 4 + b50 * dx ^ 5 + b32 * dx ^ 3 *
Y ^ 2 + b14 * dx * Y ^ 4
b01 = 1# / (N0 * COS(b0r))
b11 = t0 / (N0 ^ 2 * COS(b0r))
b21 = (1# / 2#) * (1# + 2# * t0 ^ 2 + n20) / (N0 ^ 3 * COS(b0r))
b03 = (-1# / 3#) * b21
b31 = (1# / 6#) * t0 * (5# + n20 + 6# * t0 ^ 2) / (N0 ^ 4 * COS(b0r))
b13 = -b31
b41 = (1# / 24#) * (5# + 28# * t0 ^ 2 + 24# * t0 ^ 4) / (N0 ^ 5 * COS(b0r))
b23 = -(1# / 12#) * (5# + 28# * t0 ^ 2 + 24# * t0 ^ 4) / (N0 ^ 5 * COS(b0r))
b05 = (1# / 120#) * (5# + 28# * t0 ^ 2 + 24# * t0 ^ 4) / (N0 ^ 5 * COS(b0r))
L = b01 * Y + b11 * dx * Y + b21 * dx ^ 2 * Y + b03 * Y ^ 3 + b31 * dx ^ 3 * Y + b13
* dx * Y ^ 3 + b41 * dx ^ 4 * Y + b23 * dx ^ 2 * Y ^ 3 + b05 * Y ^ 5
END SUB

```

Ek 12'in devamı

```

'-----
SUB ckatsy (c0, c2, c4, c6, c8, c10) STATIC
'-----
  SHARED Ah, Bh, es
  c = Ah * Ah / Bh
  c0 = c * (1# - (3# / 4#) * es + (45# / 64#) * es ^ 2 - (175# / 256#) * es ^ 3 + (11025# /
    16384#) * es ^ 4 - (43659# / 65536#) * es ^ 5)
  c2 = c * (-(3# / 8#) * es + (15# / 32#) * es ^ 2 - (525# / 1024#) * es ^ 3 + (2205# /
    4096#) * es ^ 4 - (72765# / 131072#) * es ^ 5)
  c4 = c * ((15# / 256#) * es ^ 2 - (105# / 1024#) * es ^ 3 + (2205# / 16384#) * es ^ 4 -
    (10395# / 65536#) * es ^ 5)
  c6 = c * (-(35# / 3072#) * es ^ 3 + (315# / 12288#) * es ^ 4 - (31185# / 786432#) * es ^ 5)
  c8 = c * ((315# / 131072#) * es ^ 4 - (3465# / 524288#) * es ^ 5)
  c10 = c * (-(693# / 1310720#) * es ^ 5)
END SUB

'-----
FUNCTION cosh (u) STATIC
'-----
  cosh = (EXP(u) + EXP(-u)) / 2#
END FUNCTION

'-----
FUNCTION d (n) STATIC
'-----
  dd = 1#
  FOR i = 1 TO n
    dd = -dd * (2# * (i - 1#) + 1#) / (2# * (i - 1#) + 2#)
  NEXT i
  d = dd
END FUNCTION

'-----
FUNCTION dbdq (m, b0r) STATIC
'-----
  SHARED c, es
  vv = SQR(1 + es * (COS(b0r)) ^ 2)
  tt = 0
  IF m = 1 THEN
    tt = 1
  ELSE
    FOR i = 0 TO (m - 1) STEP 2
      FOR j = i / 2 TO m - 1
        tt = tt + h(m, i, j) * (SIN(b0r)) ^ (m - i - 1) * (COS(b0r)) ^ (i) * vv ^ (2 * j)
      NEXT j
    NEXT i
  END IF
END FUNCTION

```

Ek 12'in devamı

```

    NEXT i
  END IF
  dbdq = vv ^ 2 * COS(b0r) * tt
END FUNCTION

```

```

'-----
SUB dblxy
'-----

```

```

  CALL DerRad(39, 0, 0, B)
  'CALL DerRad(1, 0, 0, L)
  CALL hesapblxy(B, L, X, Y)
END SUB

```

```

'-----
FUNCTION de (n, i, j) STATIC
'-----

```

```

  cc(1, 0, 0) = 1#
  dd(n, i, j) = 2# * (i + 1#) * cc(n, i + 1, j - 1) + (-2# * (n - i + j - 2#)) * cc(n, i, j - 1) + (2#
    * (n + j) - 1#) * cc(n, i, j)
  de = dd(n, i, j)
  cc(2, 1, 0) = 2#
END FUNCTION

```

```

'-----
SUB DerRad (dr%, dk%, sn, r)
'-----

```

```

  SHARED Ro
  r = (dr% + dk% / 60# + sn / 3600#) / Ro
END SUB

```

```

'-----
FUNCTION dqdx (m, b0r) STATIC
'-----

```

```

  SHARED c, es
  vv = SQR(1 + es * (COS(b0r)) ^ 2)
  Nn = c / vv
  m1 = FIX(m / 2#)
  IF m - 2# * m1 = 0 THEN
    n = m / 2#
    t = 0
    FOR i = 0 TO n - 2
      FOR j = n - i - 1 TO 2 * n - 2
        t = t + de(n, i, j) * (SIN(b0r)) ^ (2 * i) * (COS(b0r)) ^ (2 * (n - i - 1)) * vv ^ (2 * j)
      NEXT j
    NEXT i
  END IF

```

Ek 12'in devamı

```

dwdx = SIN(b0r)*(t + fak(2 * n - 1)*(SIN(b0r)) ^ (2*n - 2)) / (Nn*COS(b0r)) ^ (2 * n)
ELSE
n = (m + 1#) / 2# : t = 0
FOR i = 0 TO n - 2
FOR j = n - i - 1 TO 2 * n - 3
t = t + ce(n, i, j) * (SIN(b0r)) ^ (2 * i) * (COS(b0r)) ^ (2 * (n - i - 1)) * vv ^ (2 * j)
NEXT j
NEXT i
dwdx = (t + fak(2 * n - 2) * (SIN(b0r)) ^ (2 * n - 2)) / (Nn * COS(b0r)) ^ (2 * n - 1)
END IF
END FUNCTION

```

```

'-----
FUNCTION dxdb (n) STATIC
'-----
SHARED c, es
vv = SQR(1 + es)
tt = 0
IF n = 1 THEN
tt = 1
ELSE
FOR i = 0 TO (n - 1) / 2
FOR j = 0 TO n - i - 1
tt = tt + g(n, i, j) * (SIN(0)) ^ (2 * i) * (COS(0)) ^ (2 * j) * es ^ (i + j)
NEXT j
NEXT i
END IF
dxdb = (c / vv ^ (2 * n + 1)) * tt
END FUNCTION

```

```

'-----
FUNCTION dxdq (m, B) STATIC
'-----
SHARED c, es
vv = SQR(1# + es * (COS(B)) ^ 2): Nn = c / vv
IF m MOD 2 = 0 THEN
n = m / 2# : t = 0
FOR i = 0 TO n - 2
FOR j = n - i - 1 TO 2 * n - 2
t = t + be(n, i, j) * (SIN(B)) ^ (2 * i) * (COS(B)) ^ (2 * (n - i - 1)) * vv ^ (2 * j)
NEXT j
NEXT i
dxdq = -Nn * COS(B) * SIN(B) * (t + (SIN(B)) ^ (2 * n - 2))
ELSE
n = (m + 1#) / 2# : t = 0

```

Ek 12'in devamı

```

FOR i = 0 TO n - 2
  FOR j = n - i - 1 TO 2 * n - 3
    t = t + a(n, i, j) * (SIN(B)) ^ (2 * i) * (COS(B)) ^ (2 * (n - i - 1)) * vv ^ (2 * j)
  NEXT j
NEXT i
dxdq = Nn * COS(B) * (t + (SIN(B)) ^ (2 * n - 2))
END IF
END FUNCTION

```

```

'-----
SUB dxybl
'-----
X = 4320000#
Y = 0
CALL hesapxybl(X, Y, B, L)
END SUB

```

```

'-----
FUNCTION ee (n) STATIC
'-----
  SHARED E2
  ee = E2 ^ n
END FUNCTION

```

```

'-----
SUB EnYay (B, g) STATIC
'-----
a0 = 6367654.50005861#: a1 = 2.5295082634918D-03
a2 = 2.66600691830496D-06: a3 = 3.49672945652255D-09
a4 = 4.97532917047113D-12: a5 = 7.38328780707447D-15
g = a0*(B - a1* SIN(2# * B) + a2 * SIN(4# * B) - a3 * SIN(6# * B) + a4 * SIN(8# * B)
  - a5 * SIN(10# * B))
END SUB

```

```

'-----
FUNCTION eq (fi) STATIC
'-----
  SHARED E2, Pi
  eq = TAN((Pi / 4#) + (fi / 2#)) * ((1# - SQR(E2) * SIN(fi)) / (1# + SQR(E2) * SIN(fi)))
    ^ (SQR(E2) / 2#)
END FUNCTION

```

Ek 12'in devamı

```
'-----
FUNCTION fak (n) STATIC
'
```

```
m = 1#
  FOR i = 1 TO n
    m = m * i
  NEXT i
fak = m
END FUNCTION
```

```
'-----
FUNCTION fq (u, v) STATIC
'
```

```
SHARED Pi, E2
fq = LOG(TAN((Pi / 4#) + (u / 2#))) + ((SQR(E2) / 2#) * LOG((1# - SQR(E2) *
  SIN(u)) / (1# + SQR(E2) * SIN(u)))) - v
END FUNCTION
```

```
'-----
FUNCTION g (n, i, j) STATIC
'
```

```
gg(n, i, j) = (2 * i + 1) * ggg(n - 1, i, j - 1) + (2 * i + 1) * ggg(n - 1, i, j - 2) - (2 * j + 1) *
  ggg(n - 1, i - 1, j) + 2 * (n - j) * ggg(n - 1, i - 1, j - 1)
g = gg(n, i, j)
END FUNCTION
```

```
'-----
SUB gc (X, Bf, kb2, kb4, kb6, kl3, kl5) STATIC
'
```

```
SHARED Ah, es, E2, Ro
CALL YayEn(X, Bf)
n2 = es * (COS(Bf)) ^ 2
Nf = Ah / SQR(1# - E2 * (SIN(Bf)) ^ 2)
tf = TAN(Bf)
kb2 = -(tf / (2# * Nf ^ 2)) * n2
kb4 = (tf / (8# * Nf ^ 4)) * (2# * n2 - 2# * tf ^ 2 * n2 - n2 ^ 2 - 3# * tf ^ 2 * n2 ^ 2)
kb6 = (tf / (720# * Nf ^ 6)) * (-107# * n2 + 162# * tf ^ 2 * n2 + 45# * tf ^ 2 * n2)
kl3 = ((-n2 / COS(Bf)) / (6# * Nf ^ 3))
kl5 = ((1# / COS(Bf)) / (60# * Nf ^ 5)) * (3# * n2 + 4# * tf ^ 2 * n2)
END SUB
```

Ek 12'in devamı

```

'-----
SUB gc1 (X, Bf, VI, VII, VIII, IX, DC, EC) STATIC
'-----
  SHARED Ah, es, E2
  CALL YayEn(X, Bf)
  Nf = Ah / SQR(1# - E2 * (SIN(Bf)) ^ 2)
  VI = (TAN(Bf) / (2# * Nf ^ 2)) * (1# + es * (COS(Bf)) ^ 2)
  VII = (TAN(Bf) / (24# * Nf ^ 4)) * (5# + 3# * (TAN(Bf)) ^ 2 + 6# * es * (COS(Bf)) ^ 2 -
    6# * es * (SIN(Bf)) ^ 2 - 3# * es ^ 2 * (COS(Bf)) ^ 4 - 9# * es ^ 2 * (COS(Bf)) ^ 2
    * (SIN(Bf)) ^ 2)
  VIII = ((1# / COS(Bf)) / (Nf))
  IX = ((1# / COS(Bf)) / (6# * Nf ^ 3)) * (1# + 2# * (TAN(Bf)) ^ 2 + es * (COS(Bf)) ^ 2)
  DC = (TAN(Bf) / (720# * Nf ^ 6)) * (61# + 90# * (TAN(Bf)) ^ 2 + 45# * (TAN(Bf)) ^
    4 + 107# * es * (COS(Bf)) ^ 2 - 162# * es ^ 2 * (SIN(Bf)) ^ 2 - 45# * es *
    (TAN(Bf)) ^ 2 * (SIN(Bf)) ^ 2)
  EC = ((1# / COS(Bf)) / (120# * Nf ^ 5)) * (5# + 28# * (TAN(Bf)) ^ 2 + 24# *
    (TAN(Bf)) ^ 4 + 6# * es * (COS(Bf)) ^ 2 + 8# * es ^ 2 * (SIN(Bf)) ^ 2)
END SUB

'-----
FUNCTION ggg (n, i, j) STATIC
'-----
  gg(1, 0, 0) = 1#
  gg(n, i, j) = 2# * (i + 1#) * gg(n - 1, i + 1, j) + 2# * (i + 1#) * gg(n - 1, i + 1, j - 1) - 2# * (j +
    1#) * gg(n - 1, i, j + 1) + (2# * n - 1 - 2# * j) * gg(n - 1, i, j)
  ggg = gg(n, i, j)
END FUNCTION

'-----
FUNCTION h (n, i, j) STATIC
'-----
  hh(1, 0, 0) = 1#
  hh(n, i, j) = -(i + 2# * j + 1#) * hh(n - 1, i, j - 1) + 2# * (1# + j) * hh(n - 1, i, j) + (n - i) *
  hh(n - 1, i - 2, j - 1)
  h = hh(n, i, j)
END FUNCTION

'-----
SUB hesapblxy (B, L, X, Y) STATIC
'-----
  SHARED Ro
  OPEN "BLx.dat" FOR OUTPUT AS #1
  OPEN "BLy.dat" FOR OUTPUT AS #2
  OPEN "BLxler.dat" FOR OUTPUT AS #5
  OPEN "BLyler.dat" FOR OUTPUT AS #6

```

Ek 12'in devamı

```

DIM klotzx(65), klotzy(65)
DIM bx(61, 11), by(61, 11)
DIM bxler(61, 12), byler(61, 12)
FOR i = 0 TO 30 STEP .5
  L = i / Ro
  CALL klotzblxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 1) = X: byler(2 * i + 1, 1) = Y
  klotzx(i) = X: klotzy(i) = Y
  CALL tekdgslxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 2) = X: byler(2 * i + 1, 2) = Y
  bx(2 * i + 1, 1) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 1) = klotzy(i) - Y
  CALL ciftgslxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 3) = X: byler(2 * i + 1, 3) = Y
  bx(2 * i + 1, 2) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 2) = klotzy(i) - Y
  CALL richablxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 4) = X: byler(2 * i + 1, 4) = Y
  bx(2 * i + 1, 3) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 3) = klotzy(i) - Y
  CALL sckrblxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 5) = X: byler(2 * i + 1, 5) = Y
  bx(2 * i + 1, 4) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 4) = klotzy(i) - Y
  CALL will1blxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 6) = X: byler(2 * i + 1, 6) = Y
  bx(2 * i + 1, 5) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 5) = klotzy(i) - Y
  CALL will2blxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 7) = X: byler(2 * i + 1, 7) = Y
  bx(2 * i + 1, 6) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 6) = klotzy(i) - Y
  CALL bow2blxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 8) = X: byler(2 * i + 1, 8) = Y
  bx(2 * i + 1, 7) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 7) = klotzy(i) - Y
  CALL mitblxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 9) = X: byler(2 * i + 1, 9) = Y
  bx(2 * i + 1, 8) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 8) = klotzy(i) - Y
  CALL bow1blxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 10) = X: byler(2 * i + 1, 10) = Y
  bx(2 * i + 1, 9) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 9) = klotzy(i) - Y
  CALL orsmbly(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 11) = X: byler(2 * i + 1, 11) = Y
  bx(2 * i + 1, 10) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 10) = klotzy(i) - Y
  CALL ingblxy(B, L, X, Y)
  bxler(2 * i + 1, 12) = X: byler(2 * i + 1, 12) = Y
  bx(2 * i + 1, 11) = klotzx(i) - X: by(2 * i + 1, 11) = klotzy(i) - Y
  PRINT #1, USING " ###.###  #####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####
#####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####
"; i, bx(2 * i + 1, 1), bx(2 * i + 1, 2), bx(2 * i + 1, 3), bx(2 * i + 1, 4), bx(2 * i + 1, 5), bx(2 *
i + 1, 6), bx(2 * i + 1, 7), bx(2 * i + 1, 8), bx(2 * i + 1, 9), bx(2 * i + 1, 10), bx(2 * i + 1, 11)

```

Ek 12'in devamı

```

PRINT #2, USING " ##.# #####.#### #####.#### #####.#### #####.####
#####.#### #####.#### #####.#### #####.#### #####.#### #####.####
"; i; by(2 * i + 1, 1); by(2 * i + 1, 2); by(2 * i + 1, 3); by(2 * i + 1, 4); by(2 * i + 1, 5); by(2 * i + 1, 6); by(2 * i + 1, 7); by(2 * i + 1, 8); by(2 * i + 1, 9); by(2 * i + 1, 10); by(2 * i + 1, 11)
PRINT #5, USING " ##.# #####.#### #####.#### #####.#### #####.#### #####.####
#####.#### #####.#### #####.#### #####.#### #####.#### #####.####
#####.#### #####.#### "; i; bxler(2 * i + 1, 1); bxler(2 * i + 1, 2);
bxler(2 * i + 1, 3); bxler(2 * i + 1, 4); bxler(2 * i + 1, 5); bxler(2 * i + 1, 6); bxler(2 * i + 1, 7); bxler(2 * i + 1, 8); bxler(2 * i + 1, 9); bxler(2 * i + 1, 10); bxler(2 * i + 1, 11);
bxler(2 * i + 1, 12)
PRINT #6, USING " ##.# #####.#### #####.#### #####.#### #####.#### #####.####
#####.#### #####.#### #####.#### #####.#### #####.#### #####.####
#####.#### #####.#### #####.#### "; i; byler(2 * i + 1, 1); byler(2 * i + 1, 2);
byler(2 * i + 1, 3); byler(2 * i + 1, 4); byler(2 * i + 1, 5); byler(2 * i + 1, 6); byler(2 * i + 1, 7); byler(2 * i + 1, 8); byler(2 * i + 1, 9); byler(2 * i + 1, 10); byler(2 * i + 1, 11);
byler(2 * i + 1, 12)
NEXT i
CLOSE #1, #2, #5, #6
END SUB

'-----
SUB hesapxybl (X, Y, B, L) STATIC
'-----
SHARED Ro
OPEN "Xyb.dat" FOR OUTPUT AS #3
OPEN "Xyl.dat" FOR OUTPUT AS #4
OPEN "Xybler.dat" FOR OUTPUT AS #7
OPEN "Xyller.dat" FOR OUTPUT AS #8
DIM klotzb(41), klotzl(41)
DIM bbb(41, 11), bl(41, 11)
DIM bbbler(41, 12), bller(41, 12)
FOR i = 0 TO 40
Y = i * 50000
CALL klotzxybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 1) = B * Ro: bller(i + 1, 1) = L * Ro
klotzb(i) = B: klotzl(i) = L
CALL tekdgscopybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 2) = B * Ro: bller(i + 1, 2) = L * Ro
bbb(i + 1, 1) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 1) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#
CALL ciftdgscopybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 3) = B * Ro: bller(i + 1, 3) = L * Ro
bbb(i + 1, 2) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 2) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#
CALL richaxybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 4) = B * Ro: bller(i + 1, 4) = L * Ro
bbb(i + 1, 3) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 3) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#

```

Ek 12'in devamı

```

CALL sckrxybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 5) = B * Ro: bller(i + 1, 5) = L * Ro
bbb(i + 1, 4) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 4) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#
CALL will1xybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 6) = B * Ro: bller(i + 1, 6) = L * Ro
bbb(i + 1, 5) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 5) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#
CALL will2xybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 7) = B * Ro: bller(i + 1, 7) = L * Ro
bbb(i + 1, 6) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 6) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#
CALL bow2xybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 8) = B * Ro: bller(i + 1, 8) = L * Ro
bbb(i + 1, 7) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 7) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#
CALL mitxybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 9) = B * Ro: bller(i + 1, 9) = L * Ro
bbb(i + 1, 8) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 8) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#
CALL bow1xybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 10) = B * Ro: bller(i + 1, 10) = L * Ro
bbb(i + 1, 9) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 9) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#
CALL orsmxybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 11) = B * Ro: bller(i + 1, 11) = L * Ro
bbb(i + 1, 10) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 10) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#
CALL ingxybl(X, Y, B, L)
bbbler(i + 1, 12) = B * Ro: bller(i + 1, 12) = L * Ro
bbb(i + 1, 11) = (klotzb(i) - B) * Ro * 3600#: bl(i + 1, 11) = (klotzl(i) - L) * Ro * 3600#
PRINT #3, USING " #####  #####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####
#####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####
"; Y / 1000; bbb(i + 1, 1); bbb(i + 1, 2); bbb(i + 1, 3); bbb(i + 1, 4); bbb(i + 1, 5); bbb(i +
1, 6); bbb(i + 1, 7); bbb(i + 1, 8); bbb(i + 1, 9); bbb(i + 1, 10); bbb(i + 1, 11)
PRINT #4, USING " #####  #####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####
#####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####  #####.#####
"; Y / 1000; bl(i + 1, 1); bl(i + 1, 2); bl(i + 1, 3); bl(i + 1, 4); bl(i + 1, 5); bl(i + 1, 6); bl(i
+ 1, 7); bl(i + 1, 8); bl(i + 1, 9); bl(i + 1, 10); bl(i + 1, 11)
PRINT #7, USING " #####  ##.#####  ##.#####  ##.#####  ##.#####  ##.#####
##.#####  ##.#####  ##.#####  ##.#####  ##.#####  ##.#####
##.#####  ##.##### "; Y / 1000; bbbler(i + 1, 1); bbbler(i + 1, 2); bbbler(i + 1, 3);
bbbler(i + 1, 4); bbbler(i + 1, 5); bbbler(i + 1, 6); bbbler(i + 1, 7); bbbler(i + 1, 8);
bbbler(i + 1, 9); bbbler(i + 1, 10); bbbler(i + 1, 11); bbbler(i + 1, 12)
PRINT #8, USING " #####  ##.#####  ##.#####  ##.#####  ##.#####  ##.#####
##.#####  ##.#####  ##.#####  ##.#####  ##.#####  ##.#####
##.#####  ##.##### "; Y / 1000; bller(i + 1, 1); bller(i + 1, 2); bller(i + 1, 3);
bller(i + 1, 4); bller(i + 1, 5); bller(i + 1, 6); bller(i + 1, 7); bller(i + 1, 8); bller(i + 1, 9);
bller(i + 1, 10); bller(i + 1, 11); bller(i + 1, 12)
NEXT i
CLOSE #3, #4, #7, #8
END SUB

```

Ek 12'in devamı

```

'-----
SUB ingblxy (B, L, X, Y) STATIC
'ingblxy YÖNTEMİ (Diğer Alternatif Çözümler)
'Zfv 1996
'-----

SHARED Ah, Bh, c, Ro
b1 = B * Ro
bb1 = FIX(b1)
  IF b1 < bb1 + .25# THEN
    b0 = bb1
  ELSEIF b1 > bb1 + .75# THEN
    b0 = bb1 + 1#
  ELSE
    b0 = bb1 + .5#
  END IF
  tg = 0: dx = 0
  FOR i = 1 TO 17 STEP 2
    tg = tg + (1# / fak(i)) * dxdb(i) * (b0 / Ro) ^ i
  NEXT i
b0r = b0 / Ro
dl = L: dq = q(B) - q(b0r)
Yy = 0
  FOR m = 1 TO 8
    m1 = FIX(m / 2#)
    IF m - 2# * m1 = 0 THEN
      n = m / 2#
    ELSE
      n = (m + 1#) / 2#
    END IF
    FOR k2 = 0 TO 2 * n STEP 2
      dx = dx + (1# / fak(m)) * dxdq(m, b0r) * mk(m, k2) * (-1) ^ (k2 / 2) * dq ^
        (ABS(m - k2)) * dl ^ (k2)
    NEXT k2
    FOR k1 = 1 TO (2 * n - 1) STEP 2
      Yy = Yy + (1# / fak(m)) * dxdq(m, b0r) * mk(m, k1) * (-1) ^ ((k1 - 1) / 2) * dq ^
        (ABS(m - k1)) * dl ^ (k1)
    NEXT k1
  NEXT m
X = tg + dx
Y = Yy
END SUB

```

Ek 12'in devamı

```

'-----
SUB ingxybl (X, Y, B, L) STATIC
'ingblxy YÖNTEMİ (Diğer Alternatif Çözümler)
'Zfv 1996
'-----

SHARED Ah, Bh, Ro
CALL YayEn(X, Bf)
b1 = Bf * Ro
bb1 = FIX(b1)
  IF b1 < bb1 + .25# THEN
    b0 = bb1
  ELSEIF b1 > bb1 + .75# THEN
    b0 = bb1 + 1#
  ELSE
    b0 = bb1 + .5#
  END IF
CALL EnYay(b0 / Ro, X0)
b0r = b0 / Ro
dx = X - X0: dq = 0: dl = 0
FOR m = 1 TO 10
  IF m MOD 2 = 0 THEN
    n = m / 2#
  ELSE
    n = (m + 1#) / 2#
  END IF
  FOR k2 = 0 TO 2 * n STEP 2
    dq = dq + (1# / fak(m)) * dqdx(m, b0r) * mk(m, k2) * (-1) ^ (k2 / 2) * dx ^ (ABS(m
      - k2)) * Y ^ (k2)
  NEXT k2
  FOR k1 = 1 TO (2 * n - 1) STEP 2
    dl = dl + (1# / fak(m)) * dqdx(m, b0r) * mk(m, k1) * (-1) ^ ((k1 - 1) / 2) * dx ^
      (ABS(m - k1)) * Y ^ (k1)
  NEXT k1
NEXT m
db = 0
FOR i = 1 TO 17
  db = db + (1# / fak(i)) * dbdq(i, b0r) * (dq) ^ i
NEXT i
L = dl: B = db + b0r
END SUB

```

Ek 12'in devamı

```

'-----
FUNCTION k (n) STATIC
'-----
kk = 1#
FOR i = 0 TO n - 1#
    kk = kk * (2# * i + 2#) / (2# * i + 3#)
NEXT i
k = kk
END FUNCTION

```

```

'-----
SUB karcsin (u, v, s, Z) STATIC
'-----
uu = .5# * SQR((u + 1#) ^ 2 + v ^ 2)
vv = .5# * SQR((u - 1#) ^ 2 + v ^ 2)
s = arcsin(uu - vv)
Z = LOG(uu + vv + SQR((uu + vv) ^ 2 - 1#))
END SUB

```

```

'-----
SUB karctan (u, v, s, Z) STATIC
'-----
s = .5# * arctan(2# * u, (1# - u ^ 2 - v ^ 2))
Z = (1# / 4#) * LOG((u ^ 2 + (1# + v) ^ 2) / (u ^ 2 + (1# - v) ^ 2))
END SUB

```

```

'-----
SUB karctanh (u, v, s, Z) STATIC
'-----
s = .5# * LOG((SQR((1# - u ^ 2 - v ^ 2) ^ 2 + 4# * v ^ 2)) / ((1# - u) ^ 2 + v ^ 2))
Z = .5# * ATN(2# * v / (1# - u ^ 2 - v ^ 2))
END SUB

```

```

'-----
SUB kcos (u, v, s, Z) STATIC
'-----
s = COS(u) * cosh(v)
Z = -SIN(u) * sinh(v)
END SUB

```

Ek 12'in devamı

```

'-----
SUB kEnYay (B, SS) STATIC
'-----
SHARED Ah, E2
Nn = 6#
TM0 = Ah * (1 - E2)
FOR i = 1 TO Nn
    SS = TM0 * pp4(i - 1) * B - TM0 * .5 * SIN(2 * B) * pp5(i - 1, B)
NEXT i
END SUB

'-----
SUB klotzblxy (B, L, X, Y) STATIC
'klotzblxy YÖNTEMİ (Kompleks sayı ve Fonksiyonlara Dayanan Yöntem)
'Zfv 1993
'-----
SHARED E2, Ah
Nn = 6#: E = SQR(E2): qq = q(B)
IF L = 0 THEN
    CALL kEnYay(B, SS)
    X = SS: Y = 0
ELSE
    FOR i = 0 TO Nn
        CALL ksin(bs, bi, s, Z)
        CALL arthw(E * s, E * Z, s1, z1)
        CALL ktanh(qq + E * s1, L + E * z1, s2, z2)
        CALL karcsin(s2, z2, bs, bi)
        CALL ksin(2# * bs, 2# * bi, bs1, bi1)
        CALL p2(1# * bs, 1# * bi, i, bs2, bi2)
        X = Ah * (1# - E2) * (p3(i) * bs - .5# * (bs1 * bs2 - bi1 * bi2))
        Y = Ah * (1# - E2) * (p3(i) * bi - .5# * (bs1 * bi2 + bs2 * bi1))
    NEXT i
END IF
END SUB

'-----
SUB klotzxybl (X, Y, B, L) STATIC
'klotzblxy YÖNTEMİ (Kompleks sayı ve Fonksiyonlara Dayanan Yöntem)
'Zfv 1993
'-----
SHARED E2, Ah, Pi
Nn = 6#: E = SQR(E2)
DIM bs(20), bi(20)
bs(0) = 0: bi(0) = 0
bs(1) = 0: bi(1) = 0

```

Ek 12'in devamı

```

FOR i = 2# TO Nn + 2#
  CALL p2(1# * bs(i - 2#), 1# * bi(i - 2#), i - 2#, bs6, bi6)
  CALL ksin(2# * bs(i - 1#), 2# * bi(i - 1#), bs5, bi5)
  bs(i) = (1# / p3(i - 2#)) * ((X / (Ah * (1# - E2))) + .5# * (bs5 * bs6 - bi5 * bi6))
  bi(i) = (1# / p3(i - 2#)) * ((Y / (Ah * (1# - E2))) + .5# * (bs5 * bi6 + bi5 * bs6))
  CALL ksin(bs(i), bi(i), bs1, bi1)
  CALL arthw(E * bs1, E * bi1, bs2, bi2)
  CALL arthw(bs1, bi1, bs3, bi3)
  bs4 = bs3 - E * bs2
  bi4 = bi3 - E * bi2
  IF bi4 < 0 THEN
    L = bi4 + (Pi / 2#)
  ELSE
    L = bi4
  END IF
  FOR j = 0 TO i - 2
    B = arcsin(tanh(bs4 + E * arctanh(E * SIN(B))))
  NEXT j
NEXT i
END SUB

```

```

'-----
SUB ksin (u, v, s, Z) STATIC
'-----

```

```

s = SIN(u) * cosh(v)
Z = COS(u) * sinh(v)
END SUB

```

```

'-----
SUB ksinh (u, v, s, Z) STATIC
'-----

```

```

s = sinh(u) * COS(v)
Z = cosh(u) * SIN(v)
END SUB

```

```

'-----
SUB kst (t, u, v, w) STATIC
'-----

```

```

SHARED es, c
vee = SQR(1# + es * (COS(t)) ^ 2)
p0 = c / (vee ^ 3)
v0 = c / vee
u = es * SIN(t) * COS(t) / (6# * p0 * v0 ^ 2)
v = (es*(COS(t)) ^ 2 / (30# * p0 ^ 2 * v0 ^ 2)) * (1# - (6# * es * p0 * (SIN(t) ^ 2) / v0))

```

Ek 12'in devamı

```
w = u * (3# * (TAN(t)) ^ 2 - 2#) / (30# * p0 * v0)
END SUB
```

```
'-----
SUB ktanh (u, v, s, Z) STATIC
'-----
ka = 1# / (cosh(2# * u) + COS(2# * v))
s = ka * sinh(2# * u)
Z = ka * SIN(2# * v)
END SUB
```

```
'-----
SUB kust (u, v, n, s, Z) STATIC
'-----
r = SQR(u ^ 2 + v ^ 2)
o = ATN(v / u)
s = r ^ n * COS(n * o)
Z = r ^ n * SIN(n * o)
END SUB
```

```
'-----
SUB kYayEn (SS, B) STATIC
'-----
DIM B(20)
SHARED Ah, E2
Nn = 8#: TM0 = Ah * (1 - E2)
B(0) = 0: B(1) = SS / (TM0)
FOR i = 2 TO Nn
    B(i) = (SS / (TM0*pp4(i - 1))) + .5*SIN(2 * B(i - 1)) * pp5(i - 1, B(i - 2)) / pp4(i - 1)
    F = B(i)
    CALL RadDer(F, Fdr%, Fdk%, Fsn)
NEXT i
B = Fdr% + Fdk% / 60# + Fsn / 3600#
END SUB
```

```
'-----
FUNCTION Lc (fi, L) STATIC
'-----
SHARED Pi
Lc = (1# / Pi) * LOG((1# + 2# * eq(fi) * SIN(L) + (eq(fi)) ^ 2) / (1# - 2# * eq(fi) *
    SIN(L) + (eq(fi)) ^ 2))
END FUNCTION
```

Ek 12'in devamı

```

'-----
FUNCTION le (fi, L) STATIC
'-----
  SHARED Pi
  IF L = 0 THEN
    le = 0
  ELSE
    le = arctan(sinh(Pi * L / 2#), COS(Pi * fi / 2#))
  END IF
END FUNCTION

'-----
SUB mitblxy (B, L, X, Y) STATIC
'mitblxy YÖNTEMİ (Küreyi Yardımcı Yüzey Kabul Eden Yöntem)
'Zfv 1993
'-----
  DIM b1(10)
  SHARED Pi
  s90 = 10002288.2989895#
  b1(0) = 1.6856285060682D-03
  b1(1) = -2.78799003524619D-03
  b1(2) = 1.40614412895139D-03
  b1(3) = -3.59446088023138D-04
  b1(4) = 6.5818155380135D-05
  b1(5) = -1.2362414922592D-05
  b1(6) = 2.705098435961D-06
  b1(7) = -5.94185917121D-07
  b1(8) = 1.08319174054D-07
  b1(9) = -1.1483903104D-08
  st = 0: zt = 0
  CALL kust(qc(B, L), Lc(B, L), 2, s1, z1)
  FOR i = 0 TO 9
    CALL kust(s1, z1, i, s2, z2)
    st = st + b1(i) * s2
    zt = zt + b1(i) * z2
  NEXT i
  a1 = qc(B, L) * st - Lc(B, L) * zt
  b11 = Lc(B, L) * st + qc(B, L) * zt
  X = s90 * (qc(B, L) + a1)
  Y = s90 * (Lc(B, L) + b11)
END SUB

```

Ek 12'in devamı

```

'-----
SUB mitxybl (X, Y, B, L) STATIC
'mitblxy YÖNTEMİ (Küreyi Yardımcı Yüzey Kabul Eden Yöntem)
'Zfv 1993
'-----

DIM c1(10), B(10)
SHARED Pi, es
s90 = 10002288.2989895#
c1(0) = -1.68279194395161D-03
c1(1) = 2.7692709212754D-03
c1(2) = -1.3689608467591D-03
c1(3) = 3.24000453438348D-04
c1(4) = -4.5763421978784D-05
c1(5) = 4.654300350315D-06
c1(6) = -4.61487208082D-07
c1(7) = 5.7955655411D-08
c1(8) = -5.930826936D-09
st = 0: zt = 0
CALL kust(X / s90, Y / s90, 2, s1, z1)
  FOR i = 0 TO 8
    CALL kust(s1, z1, i, s2, z2)
    st = st + c1(i) * s2: zt = zt + c1(i) * z2
  NEXT i
a1 = (X / s90) * st - (Y / s90) * zt
b11 = (Y / s90) * st + (X / s90) * zt
qq = (X / s90) + a1: ll = (Y / s90) + b11
L = le(qq, ll): Z = qu(qq, ll)
B(0) = arcsin(tanh(Z))
  FOR i = 1 TO 5
    B(i) = B(i - 1) - (fq(B(i - 1), Z) * (1# + es * (COS(B(i - 1))) ^ 2) * COS(B(i - 1)))
  NEXT i
B = B(5)
END SUB

'-----
FUNCTION mk (m, k) STATIC
'-----

IF m = k OR k = 0 THEN
  mk = 1
ELSEIF k = 1 THEN
  mk = m
ELSEIF m < k THEN
  mk = 0
ELSE
  mm = 1

```

Ek 12'in devamı

```

FOR i = m - k + 1 TO m
  mm = mm * i
NEXT i
mk = mm / fak(k)
END IF
END FUNCTION

```

```

'-----
FUNCTION Ne (B) STATIC
'-----
SHARED c, es
  Ne = c / SQR(1# + es * COS(B) ^ 2)
END FUNCTION

```

```

'-----
SUB orsmblxy (B, L, X, Y) STATIC
'orsmblxy YÖNTEMİ (Diğer Alternatif Çözümler)
'Survey Review 1985
'-----
SHARED Ah, Bh
ymax = 400000#: k1 = 4206.02#
c = TAN(L) / SQR(1 + ((Bh / Ah) * (TAN(B)) / COS(L)) ^ 2)
kk = k1 * (Ah / ymax) ^ 2
Y = (Ah - kk * c ^ 2) * c
q1 = ATN(TAN(B) * (1 + (.20892 * L ^ 2 + .50418 - .0032 * B) * L ^ 2))
CALL EnYay(q1, ge)
X = ge
END SUB

```

```

'-----
SUB orsmxybl (X, Y, B, L) STATIC
'orsmblxy YÖNTEMİ (Diğer Alternatif Çözümler)
'Survey Review 1985
'-----
SHARED Ah, Bh
CALL YayEn(X, f1)
ak = Ah - 4206.02# * (Y / 400000#)
L = ATN((Y / ak) * SQR(1 + ((Bh / Ah) * TAN(f1)) ^ 2))
f0 = ATN(TAN(f1) * COS(L))
ak1 = 1# + (.20892# * L ^ 2 + .50418#) * L ^ 2
bk = .0032# * L ^ 2
B = f0 - ((ak1 - bk * f0) * TAN(f0) - TAN(f1)) / ((ak1 - bk * f0) * (1 - (TAN(f0)) ^ 2) -
bk * TAN(f0))
END SUB

```

Ek 12'in devamı

```
'-----
SUB p1 (u, v, n, s, Z) STATIC
'-----
```

```
ts = 0: tz = 0
  FOR i = 0 TO n
    CALL sin2w(u, v, i - 1#, s, Z)
    ts = ts + k(i - 1#) * s
    tz = tz + k(i - 1#) * Z
  NEXT i
s = ts: Z = tz
END SUB
```

```
'-----
SUB p2 (u, v, n, s, Z) STATIC
'-----
```

```
ts = 0: tz = 0
  FOR i = 0 TO n
    CALL p1(u, v, i, s, Z)
    ts = ts + (d(i)) ^ 2 * (2# * i + 1#) * ee(i) * s
    tz = tz + (d(i)) ^ 2 * (2# * i + 1#) * ee(i) * Z
  NEXT i
s = ts: Z = tz
END SUB
```

```
'-----
FUNCTION p3 (n) STATIC
'-----
```

```
td = 0
  FOR i = 0 TO n
    td = td + (d(i)) ^ 2 * (2# * i + 1#) * ee(i)
  NEXT i
p3 = td
END FUNCTION
```

```
'-----
FUNCTION pp4 (n) STATIC
'-----
```

```
tc = 0
  FOR i = 0 TO n
    tc = tc + ((d(i)) ^ 2 * (2# * i + 1#) * ee(i))
  NEXT i
pp4 = tc
END FUNCTION
```

Ek 12'in devamı

```

'-----
FUNCTION pp5 (n, ye) STATIC
'-----
td = 0
  FOR i = 0 TO n
    td = td + (d(i)) ^ 2 * (2 * i + 1) * ee(i) * (pp7(i - 1, ye))
  NEXT i
pp5 = td
END FUNCTION

```

```

'-----
FUNCTION pp6 (n, ye) STATIC
'-----
td = 0
  FOR i = 0 TO n
    td = td + pp4(i) * pp7(i - 1#, ye)
  NEXT i
pp6 = td
END FUNCTION

```

```

'-----
FUNCTION pp7 (n, ye) STATIC
'-----
tc = 0
IF n = 0 AND ye = 0 THEN
  pp7 = 0
ELSE
  FOR i = 0 TO n
    tc = tc + k(i) * (SIN(ye)) ^ (2# * i)
  NEXT i
  pp7 = tc
END IF
END FUNCTION

```

```

'-----
FUNCTION q (w) STATIC
'-----
SHARED E2
E = SQR(E2)
q = arctanh(SIN(w)) - E * arctanh(E * SIN(w))
END FUNCTION

```

Ek 12'in devamı

```

'-----
FUNCTION qc (fi, L) STATIC
'-----
  SHARED Pi
  qc = (2# / Pi) * (arctan((eq(fi) * COS(L)), (1# - eq(fi) * SIN(L))) + arctan((eq(fi) *
    COS(L)), (1# + eq(fi) * SIN(L)))) - 1#
END FUNCTION

'-----
FUNCTION qu (u, v) STATIC
'-----
  SHARED Pi
  qu = .5*LOG((cosh(Pi*v / 2#) + SIN(Pi*u / 2#)) / (cosh(Pi * v / 2#) - SIN(Pi * u / 2#)))
END FUNCTION

'-----
SUB RadDer (r, dr%, dk%, sn)
'-----
  SHARED Ro
  dd = r * Ro: dr% = FIX(dd)
  Z = (dd - dr%) * 60#
  dk% = FIX(Z)
  sn = (Z - dk%) * 60#
END SUB

'-----
SUB richablx (B, L, X, Y) STATIC
'richablx YÖNTEMİ (Taylor Serilerine Dayanan Yöntem)
'map projections 1972
'-----
  SHARED Ah, es, E2, Ro
  CALL cg1(B, I, II, III, IV, VI, AC, BC)
  X = I + II * L ^ 2 + III * L ^ 4 + AC * L ^ 6
  Y = IV * L + VI * L ^ 3 + BC * L ^ 5
END SUB

'-----
SUB richaxybl (X, Y, B, L) STATIC
'richablx YÖNTEMİ (Taylor Serilerine Dayanan Yöntem)
'map projections 1972
'-----
  CALL gc1(X, Bf, VI, VII, VIII, IX, DC, EC)
  B = Bf + (-VI * Y ^ 2 + VII * Y ^ 4 - DC * Y ^ 6)
  L = (VIII * Y - IX * Y ^ 3 + EC * Y ^ 5)
END SUB

```

Ek 12'in devamı

```

'-----
SUB sckrblxy (B, L, X, Y) STATIC
'sckrxybl YÖNTEMİ (Küreyi yardımcı Yüzey Kabul Eden Yöntem)
'AVN 1981
'-----

```

```

SHARED Ah, es, E2
Nn = Ah / SQR(1# - E2 * (SIN(B)) ^ 2)
xc = Nn * ATN(TAN(B) / COS(L))
yc = Nn * arctanh(COS(B) * SIN(L))
CALL cg(B, kh0, kh2, kh3, kr2, kr3)
X = xc + kh0 + kh2 * L ^ 4 + kh3 * L ^ 6
Y = yc + kr2 * L ^ 3 + kr3 * L ^ 5
END SUB

```

```

'-----
SUB sckrxybl (X, Y, B, L) STATIC
'sckrxybl YÖNTEMİ (Küreyi yardımcı Yüzey Kabul Eden Yöntem)
'AVN 1981
'-----

```

```

SHARED E2, Ro, Pi, Ah
CALL gc(X, Bf, kb2, kb4, kb6, kl3, kl5)
Nf = Ah / SQR(1# - E2 * (SIN(Bf)) ^ 2)
y1 = arcsin(tanh(Y / Nf))
Lc1 = ATN(TAN(y1) / COS(Bf))
BC = arcsin(COS(y1) * SIN(Bf))
B = BC + (kb2 * Y ^ 2 + kb4 * Y ^ 4 + kb6 * Y ^ 6)
L = Lc1 + (kl3 * Y ^ 3 + kl5 * Y ^ 5)
END SUB

```

```

'-----
SUB sin2w (u, v, n, s, Z) STATIC
'-----

```

```

IF n < 0 THEN
s = 0: Z = 0
ELSEIF n = 0 THEN
s = 1#: Z = 0
ELSE
CALL ksin(u, v, s, Z)
FOR i = 1 TO n
s1 = s ^ 2 - Z ^ 2
z1 = 2# * s * Z
s = s1: Z = z1
NEXT i
END IF
END SUB

```

Ek 12'in devamı

```
'-----
FUNCTION sinh (u) STATIC
'
```

```
sinh = (EXP(u) - EXP(-u)) / 2#
END FUNCTION
```

```
'-----
FUNCTION tanh (u) STATIC
'
```

```
tanh = (EXP(u) - EXP(-u)) / (EXP(u) + EXP(-u))
END FUNCTION
```

```
'-----
SUB tekdgsblxy (B, L, X, Y) STATIC
```

```
'Tek değişkenli Serilerle Çözüm (Taylor Serilerine Dayanan Yöntem)
'Grossman 1976
'
```

```
SHARED Ah, es, E2, Ro
```

```
n = Ah / SQR(1# - E2 * (SIN(B)) ^ 2)
```

```
t = TAN(B)
```

```
n2 = es * (COS(B)) ^ 2
```

```
CALL EnYay(B, ge)
```

```
a1 = n * COS(B)
```

```
a2 = .5# * n * (COS(B)) ^ 2 * t
```

```
a3 = (1# / 6#) * n * (COS(B)) ^ 3 * (1# - t ^ 2 + n2)
```

```
a4 = (1# / 24#) * n * (COS(B)) ^ 4 * t * (5# - t ^ 2 + 9# * n2 + 4# * n2 ^ 2)
```

```
a5 = (1# / 120#) * n * (COS(B)) ^ 5 * (5# - 18# * t ^ 2 + t ^ 4 + 14# * n2 - 58# * n2 * t ^ 2)
```

```
a6 = (1# / 720#) * n * (COS(B)) ^ 6 * t * (61# - 58# * t ^ 2 + t ^ 4 + 270# * n2 - 330# * n2 * t ^ 2)
```

```
a7 = (1# / 5040#) * n * (COS(B)) ^ 7 * (61# - 479# * t ^ 2 + 179# * t ^ 4 - t ^ 6)
```

```
a8 = (1# / 40320#) * n * (COS(B)) ^ 8 * t * (1385# - 3111# * t ^ 2 + 543# * t ^ 4 - t ^ 6)
```

```
X = ge + a2 * L ^ 2 + a4 * L ^ 4 + a6 * L ^ 6 + a8 * L ^ 8
```

```
Y = a1 * L + a3 * L ^ 3 + a5 * L ^ 5 + a7 * L ^ 7
```

```
END SUB
```

```
'-----
SUB tekdgsxybl (X, Y, B, L) STATIC
```

```
'Tek değişkenli Serilerle Çözüm (Taylor Serilerine Dayanan Yöntem)
'Grossman 1976
'
```

```
SHARED Ah, es, E2, Ro
```

```
CALL YayEn(X, Bf)
```

```
Nf = Ah / SQR(1# - E2 * (SIN(Bf)) ^ 2)
```

```
tf = TAN(Bf)
```

```
nf2 = es * (COS(Bf)) ^ 2
```

```
b1 = 1# / (COS(Bf) * Nf)
```

Ek 12'in devamı

```

b2 = tf * (-1# - nf2) / (2# * Nf ^ 2)
b3 = (-1# - 2# * tf ^ 2 - nf2) / (6# * Nf ^ 3 * COS(Bf))
b4 = tf * (5# + 3# * tf ^ 2 + 6# * nf2 - 6# * nf2 * tf ^ 2) / (24# * Nf ^ 4)
b5 = (5# + 28# * tf ^ 2 + 24# * tf ^ 4 + 6# * nf2 + 8# * tf ^ 2 * nf2) / (120# * COS(Bf)
      * Nf ^ 5)
b6 = tf * (-61# - 90# * tf ^ 2 - 45# * tf ^ 4 - 107# * nf2 + 162# * nf2 * tf ^ 2 + 45# * nf2
      * tf ^ 4) / (720# * Nf ^ 6)
b7 = (-61# - 662# * tf ^ 2 - 1320# * tf ^ 4 - 720 * tf ^ 6) / (5040# * COS(Bf) * Nf ^ 7)
b8 = tf * (1385# + 3633 * tf ^ 2 + 4095# * tf ^ 4 + 1575# * tf ^ 6) / (40320# * Nf ^ 8)
B = Bf + b2 * Y ^ 2 + b4 * Y ^ 4 + b6 * Y ^ 6 + b8 * Y ^ 8
L = b1 * Y + b3 * Y ^ 3 + b5 * Y ^ 5 + b7 * Y ^ 7
END SUB

```

```

'-----
SUB ust (p5, p7, p9, p11) STATIC
'-----

```

```

SHARED es

```

```

p5 = es / 40#

```

```

p7 = (es - 4# * es ^ 2) / 336#

```

```

p9 = (es - 17# * es ^ 2 + 40# * es ^ 3) / 5760#

```

```

p11 = (17# * es - 942# * es ^ 2 + 9648# * es ^ 3 - 12096# * es ^ 4) / 2661120#

```

```

END SUB

```

```

'-----
SUB will1blxy (B, L, X, Y) STATIC

```

```

'will1blxy YÖNTEMİ (Küreyi yardımcı Yüzey Kabul Eden Yöntem)

```

```

'Survey Review 1982
'-----

```

```

SHARED Ah, Bh, c, es

```

```

CALL EnYay(B, m)

```

```

IF L = 0 THEN

```

```

  X = m: Y = 0

```

```

ELSE

```

```

  r = c / (1# + es * (COS(B)) ^ 2)

```

```

  kk = SQR(1# + es * (COS(B)) ^ 4)

```

```

  L1 = L * kk

```

```

  cb = SQR(1# + es * (COS(B)) ^ 2) * COS(B) / kk

```

```

  tb = (es * SIN(B) * (COS(B)) ^ 3) / (kk ^ 2 + SQR(1# + es * (COS(B)) ^ 2))

```

```

  tb1 = (TAN(B) - tb) / (1# + tb * TAN(B))

```

```

  X1 = r * .5# * LOG((1# + cb * SIN(L1)) / (1# - cb * SIN(L1)))

```

```

  y1 = r * ATN(2# * tb1 * (SIN(.5# * L1)) ^ 2 / ((tb1) ^ 2 + COS(L1)))

```

```

  CALL kst(B, u, v, w)

```

```

  CALL kust(X1, y1, 4, s1, z1)

```

```

  CALL kust(X1, y1, 5, s2, z2)

```

Ek 12'in devamı

```
CALL kust(X1, y1, 6, s3, z3)
Y = X1 - u * z1 + v * s2 + w * z3
X = m + y1 + u * s1 + v * z2 - w * s3
END IF
END SUB
```

```
'-----
SUB will1xybl (X, Y, B, L) STATIC
'will1blxy YÖNTEMİ (Küreyi yardımcı Yüzey Kabul Eden Yöntem)
'Survey Review 1982
'-----
```

```
SHARED Ah, Bh, c, es
CALL YayEn(X, qb1)
CALL kst(qb1, u1, v1, w1)
X1 = Y - v1 * Y ^ 5
y1 = -u1 * Y ^ 4 + w1 * Y ^ 6
kk = SQR(1# + es * (COS(qb1)) ^ 4)
R1 = c / (1# + es * (COS(qb1)) ^ 2)
q1 = arcsin(SIN(qb1) / kk)
q2 = q1 + y1 / R1
L1 = ATN(sinh(X1 / R1) / COS(q2))
Lf = R1 * ATN((2# * TAN(q2) * (SIN(.5# * L1)) ^ 2) / (1# + TAN(q2) ^ 2 * COS(L1)))
CALL kst(q2, u2, v2, w2)
Lf1 = Lf + u2 * Lf ^ 4 + v2 * Lf ^ 5 + w2 * Lf ^ 6
qL = X + y1 - Lf1
L = L1 / kk
CALL YayEn(qL, B)
END SUB
```

```
'-----
SUB will2blxy (B, L, X, Y) STATIC
'will2blxy YÖNTEMİ (Küreyi yardımcı Yüzey Kabul Eden Yöntem)
'Survey Review 1982
'-----
```

```
SHARED Ah, Bh, c, Pi#
CALL EnYay(B, m)
CALL EnYay(Pi / 2#, qq)
mu = (qq - m) / c
CALL ust(p5, p7, p9, p11)
pp1 = mu + p5 * mu ^ 5 - p7 * mu ^ 7 + p9 * mu ^ 9 - p11 * mu ^ 11
y1 = .5# * LOG((1# + SIN(pp1) * SIN(L)) / (1# - SIN(pp1) * SIN(L)))
X1 = ATN(TAN(pp1) * COS(L))
CALL kust(X1, y1, 5, s1, z1)
CALL kust(X1, y1, 7, s2, z2)
CALL kust(X1, y1, 9, s3, z3)
```

Ek 12'in devamı

```
CALL kust(X1, y1, 11, s4, z4)
X = qq - c*(X1 - p5 * s1 + p7*s2 + (5# * p5 ^ 2 - p9) * s3 + (p11 - 12# * p5 * p7) * s4)
Y = c * (y1 - p5 * z1 + p7 * z2 + (5# * p5 ^ 2 - p9) * z3 + (p11 - 12# * p5 * p7) * z4)
END SUB
```

```
'-----
SUB will2xybl (X, Y, B, L) STATIC
'will2blxy YÖNTEMİ (Küreyi yardımcı Yüzey Kabul Eden Yöntem)
'Survey Review 1982
'-----
```

```
SHARED Ah, Bh, c, Pi#
CALL EnYay(Pi# / 2#, m90)
X1 = (m90 - X) / c : y1 = Y / c
CALL kust(X1, y1, 5, s1, z1)
CALL kust(X1, y1, 7, s2, z2)
CALL kust(X1, y1, 9, s3, z3)
CALL kust(X1, y1, 11, s4, z4)
CALL ust(p5, p7, p9, p11)
X2 = X1 + p5 * s1 - p7 * s2 + p9 * s3 - p11 * s4
Y2 = y1 + p5 * z1 - p7 * z2 + p9 * z3 - p11 * z4
L = ATN(sinh(Y2) / SIN(X2))
p01 = ATN(TAN(X2) / COS(L))
mu = p01 - p5 * p01 ^ 5 + p7 * p01 ^ 7 + (5# * p5 ^ 2 - p9) * p01 ^ 9 + (p11 - 12# * p5
    * p7) * p01 ^ 11
m = m90 - mu * c: CALL YayEn(m, B)
END SUB
```

```
'-----
SUB xybl
'-----
LOCATE 15, 25: PRINT "GAUSS KRÜGER KOORDİNATLARI"
LOCATE 17, 25: INPUT "X (m)= ", X: LOCATE 19, 25: INPUT "Y (m)= ", Y
CLS: CALL hesapxybl(X, Y, B, L)
END SUB
```

```
'-----
SUB YayEn (g, B) STATIC
'-----
a0 = 6367654.50005861#: b1 = 2.52950691475702D-03
b2 = 3.73240109331245D-06: b3 = 7.54291260868519D-09
b4 = 1.7326781269863D-11: b5 = 4.2674977361092D-14
s = g / a0
B = s + b1 * SIN(2# * s) + b2 * SIN(4# * s) + b3 * SIN(6# * s) + b4 * SIN(8# * s) + b5
    * SIN(10# * s)
END SUB
```

9. ÖZGEÇMİŞ

Faruk YILDIRIM, 20.10.1973 tarihinde Trabzon'un Yomra ilçesinde doğdu. İlk, orta ve lise tahsilini Trabzon'da tamamladı. 1990 yılında KTÜ Mühendislik Mimarlık Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü programını kazandı. Temmuz 1994'de aynı bölümden mezun oldu. Eylül 1994'de Fen Bilimleri Enstitüsü Jeodezi ve Fotogrametri Anabilim dalında yüksek lisans öğrenimine başladı. Haziran 1995'de KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü kadrosuna araştırma görevlisi olarak atandı. Halen bu görevine devam etmektedir.

