

39685

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GAZ TÜRİN KANADI ÜZERİNDE

İKİ BOYUTLU SICAKLIK DAĞILIMININ ÇIKARTILMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Müh. İbrahim KOÇ

Tezin Enstitüye Verildiği Tarih : 20 Eylül 1994

Tezin Savunulduğu Tarih : 12 Ekim 1994

Tez danışmanı : Doç. Dr. İ.Cem PARMAKSIZOĞLU

Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Ahmet Rasim BÜYÜKTÜR

: Yrd. Doç. Dr. Korhan BİNARK

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

EKİM 1994

ÖNSÖZ

Günümüzde gaz türbinlerinin veriminin artırılması çalışmaları hızla devam etmektedir. Gaz türbininde verimin artırılması yüksek türbin giriş sıcaklıklarının kullanılmasıyla sağlanır. Ancak çok yüksek sıcaklıklara dayanacak malzeme problemi mevcuttur. Bu yüzden bu durum türbin kanat soğutmasının önemini arttırmaktadır. Özellikle uçak motorlarında daha az ağırlık ve yakıt sarfiyatı için türbin kanat soğutması oldukça önemlidir.

Çalışmamın her aşamasında benden yardımlarını hiç esirgemeyen değerli hocam Doç. Dr İ.Cem PARMAKSIZOGLUNA` na çok teşekkür ederim.

Ekim 1994 , İstanbul

İbrahim KOÇ

İÇİNDEKİLER

SEMBOLLER.....	iv
ÖZET.....	vi
SUMMARY.....	vii
 BÖLÜM 1..GİRİŞ.....	 1
 BÖLÜM 2. GAZ TÜRBİNİ.....	 3
2.1. İDEAL GAZ TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ.....	3
2.2. GERÇEK GAZ TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ.....	7
2.3. YÜKSEK GAZ SICAKLIĞININ ETKİLERİ.....	10
2.4. TÜRBİN MALZEMESİ.....	11
2.5. SOĞUTMA VE KANAT PROFİLİ.....	12
2.5.1. TAŞINIM SOĞUTMASI.....	16
2.5.2. FİLM SOĞUTMASI.....	17
2.5.3. TERLEME SOĞUTMASI.....	18
2.5.4. ÇARPTIRMA SOĞUTMASI.....	19
 BÖLÜM 3. VARYASYONEL SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ.....	 20
3.1 GİRİŞ	20
3.2 FONKSİYONEL	23
3.3 İLK VARYOSYONEL.....	24
 BÖLÜM 4. SÜREKLİ REJİMDE İKİ BOYUTLU ISI GEÇİŞİ.....	 27
4.1. GENEL FONKSİYONELİN ÇIKARTILMASI.....	27
4.2. İKİ BOYUTLU BASİT ÜÇGEN ELEMAN.....	33
4.3. FONKSİYONELİN ELDE EDİLMESİ.....	38
4.4. FONKSİYONELİN MİNİMİZASYONU VE ELEMAN MATRİSLERİ....	41
4.4.1. ALAN KOORDİNATLARI.....	42
4.4.2. İKİ BOYUTLU BASİT ÜÇGEN ELEMAN.....	45
4.4.3. ELEMANTER KOLON MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ.....	48
4.4.4. ÇÖZÜM.....	49
 BÖLÜM 5. PROBLEMİN ELE ALINIŞI VE KANAT PROFİLİNİN ELEMANLARA AYRILMASI.....	 50
5.1. HAZIRLANAN PROGRAMIN VE ANSYS PROGRAMININ SONUÇLARININ BASİT GEOMETRİLİ BİR ŞEKİL ÜZERİNDE KARŞILAŞTIRILMASI.....	53
 SONUÇ VE ÖNERİLER.....	 55
KAYNAKLAR	56
EKLER.....	58
ÖZGEÇMİŞ	75

SEMBOLLER:

T (°C)	: Sıcaklık
s (kJ/kgK)	: Entropi
P (kpa)	: Basınç
v (m ³ /kg)	: Özgül hacim
q (W/ m ²)	: Isı
h (kJ/kg)	: Entalpi
W (kJ)	: İş
V (m/s)	: Hız
C_p (kJ/kgK)	: Özgül ısı
K (W/mK)	: Isı iletim katsayısı
η	: Verim
k	: Özgül ısı oranı
r	: Sıkıştırma oranı
θ	: Sıcaklık oranı
ϕ	: Bağımlı değişken
E	: Eleman
I	: Fonksiyonel
P, Q	: Diferansiyel denkleme göre değişen fonksiyoneller
n_x, n_v	: Normal bileşenleri
h	: Kenara ait yükseklik
b	: Kenar uzunluğu

s : Sabit L doğrusunun ait olduğu kenara uzaklığı

ALT İNDİSLER

1 : Giriş
2 : Çıkış
k : Kompresör
t : Türbin
yo : Yanma odası
o : Durma noktası
s : İzentropik
d : Dış
i : İç

ÜST İNDİSLER:

* : Yaklaşım göstergesi
e : Eleman

ÖZET

Gaz türbin veriminin arttırılması, türbin giriş sıcaklığının, kanat malzemesinin izin verdiği oranda yükseltilmesine bağlıdır. 1100-1200°C mertebesindeki bu sıcaklıklara çıkabilmesi ancak malzemenin etkin bir biçimde soğutulması ile gerçekleştirilmektedir.

Çalışmada, türbin kanat soğutmasında kullanılan soğutma metotları, kanat malzemesi hakkında bilgiler özetlendikten sonra bir gaz türbini kanat kesiti üzerindeki sıcaklık dağılımının sonlu elemanlar yaklaşık çözüm metoduyla uçgen eleman kullanılarak incelenmiştir.

Hazırlanan bilgisayar programı FORTRAN 77 diliyle hazırlanıp, akış şeması EK-A da , program EK-B dedir.

SUMMARY

TWO DIMENSIONAL TEMPERATURE DISTRIBUTION ON A GAS TURBINE BLADE

Our understanding of turbine heat transfer and aerodynamics has increased considerably over the past 50 year, driven by the need for increased performance and life and aided by the evolution of new computational and experimental techniques. The actual output at the generator terminals will be much less than this.

A gas turbine plant consists of a turbo-compressor, combustion chamber (or a heat exchanger) and turbine. When the compressor develops enough pressure to support combustion of the fuel in the combustion chamber, the hot gases can themselves drive the turbine and the plant is the difference between the turbine work and the compressor work.

If the gas turbine plant is used as an aircraft engine the net output at the turbine shaft is used to drive a propeller in a turbo-prop engine, whereas in a turbojet engine the turbine output equals the power required to drive the compressor.

The overall thermal efficiency of a gas turbine plant is a function of many parameters namely: specific heat ratio of the hot gas, pressure ratio of the plant, the component efficiencies and the ratio of maximum and minimum temperatures. Among these the most effective and influential one is the last parameter; the ratio of maximum and minimum temperatures. At present the component efficiencies are in excess of 85%, thus they can be considered fixed for a certain fluid.

Increasing the pressure ratio may increase the overall thermal efficiency but with a heavier and cumbersome plant in hand. Especially in aeronautics, this alternative is not taken into account since the aim is to increase the thrust output from a given engine, to reduce its weight and/or decrease the fuel consumption for a specified output.

For aircrafts, the minimum temperature of the system is the ambient temperature. For this reason, it is obvious that the overall thermal efficiency of a gas turbine plant is dependent on the turbine inlet temperature which is the maximum temperature point of system.

The main objective of the gas turbine research is the development of engines with more power, less fuel consumption and also less weight. Although substantial improvements are possible by increasing the aerodynamic efficiency of the different engine components, the largest benefits are obtained from higher turbine entry temperatures (TET). A 35/1 pressure ratio and a 1800 K TET are typical values observed in high performance jet engines. However, material properties

most often impose a limit to these thermodynamic inlet condition; internal and/or external cooling systems had to be developed in order to allow further increase of the TET, without affecting dramatically the blade life characteristics.

The turbine inlet temperature is limited by current materials. When the blade temperature rises above 1000 C material properties such as creep strength, fatigue and oxidation resistance fall rapidly. A composite material of tungsten reinforced superalloy may endure a temperature of 1100 C being superior to ordinary superalloys which may withstand up to 1000 C. From materials point of view, a 20 C increase in metal temperature may halve the life of a blade, over certain specified temperature limit.

Improvements in materials have allowed the maximum turbine inlet temperature to increase slowly with time, but engine designers have had to seek ways of increasing the turbine inlet temperature at rate faster than materials will allow.

One solution has been the use of turbine cooling, which has allowed the turbine designer to increase the turbine inlet temperature while maintaining a constant blade temperature.

In order to employ high gas temperatures in gas turbine stages it is necessary to cool the casing, nozzles, rotor blades and discs. On account of high rotational speeds and the associated stresses, cooling of the rotor blades is more critical.

Cooling of these components can be achieved either by air or liquid cooling. Liquid or water cooling, if possible, appears to be more attractive on account of the higher specific heat and possibility of evaporative cooling. However, the problems of leakage, corrosion, scale formation and choking militate against this method.

The four turbine blade cooling methods are convection cooling, impingement cooling, film cooling and transpiration cooling.

Early cooling methods were rudimentary whereby air was passed through hollow blades, this was subsequently refined to groups of small radial passages with cooling air flowing from root to tip. The nozzle guide vanes from these engines generally incorporated fabricated metal insert which cooled the component with a combination of impingement and convection flows. Over the past decade significant improvements accrued from the introduction of film cooling together with complex internal cooling passages on both blades and vanes.

Internal convection cooling of gas turbine blades through forced convection by circulating compressor extraction air inside the blade is one of the most commonly used methods. The air flows in a hollow interior or cooling passages inside the blade.

Most internally cooled rotor blades have their cooling air supplied into passages starting within the blade root and developing in the spanwise direction towards the blade tip. The air is usually discharged through the tip which often carries a shroud and a sealing system or through a film cooling configuration across the external surfaces of the blade.

Convective cooling is used where the average cooling effectiveness levels required are less than about 0.5. This limitation exists for two reasons; (1) the air supply pressure is limited and much higher effectiveness would be possible only with higher supply pressure; (2) with high effectiveness levels and convective cooling, the temperature gradients tend to become very large thus aggravate thermal stress problems.

The airfoil external heat transfer coefficient distribution across the surface of the blade must be counterbalanced with a comparable heat transfer coefficient distribution on the inside of the airfoil. Especially at the leading edge where the stagnation point values of the heat transfer coefficient are very high, the impingement cooling method seems to be powerful. The coolant used in impingement then travels through the inner skin of the blade and is discharged from the trailing edge.

Impingement cooling is a very effective method in local areas and is easily adapted to stator (nozzle) blades. This method may be used in rotor blades if sufficient space is available to include the required hardware inside the blade. This method is usually employed at the leading edge of the blade, but it may be used in other areas if desired.

Another convective technique commonly used to obtain high heat transfer coefficients is to place fins normal to the coolant flow paths. By this way moderately high heat transfer rates can be obtained.

With the levels of cooling supply pressure generally available in turbines, it becomes very difficult to convectively cool airfoils at average cooling effectiveness values greater than about 0.5. When the turbine gas temperatures, coolant temperatures, and allowable metal temperatures require a higher effectiveness level, film cooling is utilized.

Film cooling involves the injection of a secondary fluid (air) into the boundary layer of the primary fluid (hot gas). This is an effective way to protect the surface from the hot gases by directing the cooling air into the boundary layer to provide a protective, cool film along the surface.

The injection of the coolant air into the boundary layer causes turbine losses, which tend to reduce some of the advantages of using higher turbine inlet temperatures. Also, if too much air is injected into the boundary layer or the velocity is too high, the cooling air may penetrate the boundary layer defeating the purpose of using film cooling. If the holes are placed too close together, stress concentrations, which could be detrimental to engine performance and reliability, may occur.

Film cooling is more effective than normal convection cooling or impingement cooling. The cooling air absorbs energy as it passes inside the blade and through the holes, then further reduces the metal (blade) temperature by reducing the amount of energy transferred from the hot gases to the blade. It should be noted that a large number of small holes are required in the blade because cooling effect of the film is quickly dissipated by downstream of the film air with mainstream gases.

Transpiration cooling is considered to be the ideal cooling method. In this method, coolant is introduced through a porous wall, so that it convectively cools the porous wall to the maximum theoretical limit (metal temperature equals coolant discharge temperature) and also film cools it with a well distributed low velocity coolant. However the thermal and mechanical strength of the present day porous materials are quite limited. It is reported that the maximum allowable porous blade material temperature is around 1000 C. The difficulties in the production of materials with uniform porosity and the possibility of local clogging due to harsh environment of a gas turbine engine, limit the extensive use of such a cooling scheme.

In this study, a two dimensional turbine blade section with internal convective cooling is taken into account and finding the temperature distribution due to the internal cooling is aimed at. Unlike this sample, in some cases, simple differential equations with simple boundary conditions are the result.

When analytic techniques of solving differential equations fail, finite elements or some other numerical method must be used to obtain a solution. Generally the complexity of the finite element method for a particular problem will be proportional to the complexity of the differential equation for that particular problem. A simple heat conduction problem resulting in a second order differential equation will result in a correspondingly simple finite element analysis.

Solving an engineering problem by the finite element approach follows an orderly step-by-step process. Usually the engineering problem can be described by a governing differential equation and associated boundary conditions. The next step is to divide solution region into appropriately shaped elements. For instance, two dimensional areas may be divided up into triangles, rectangles, or other appropriately shaped elements.

Within an element the physical variable such as displacement, temperature, pressure, stress, or other variable is to be approximated by a simple function, such as a linear polynomial. Specific points within the elements, such as the corners of a triangular element, are designated as nodal points. If the temperature at each of the three corners of the triangle is determined and a linear interpolation function for the temperature is used within the element, the temperature over the entire element is known. Usually polynomials are used as interpolation functions because they are easy to differentiate and integrate.

Each element makes a contribution to the overall region that is a function of element geometry, material properties, number of nodal points degree of interpolation function, and other variables. So the element properties must be assembled to form a set of algebraic equations for the nodal values of the physical variables. In the case of linear systems described by linear differential equations, the resulting algebraic equations will be linear in form and can be assembled using matrix techniques.

Since the global are linear many standart techniques are available to solve them. Some of these are direct such as the Gauss-Elimination method, while others are iterative.

After this step, the accuracy of the numerical solution of differential equations must be verified. The exact solution to the problem being analyzed usually is not known. Therefore the accuracy of the approximate solution obtained through the finite element method may not be known. In other words, it is not known beforehand how many nodes are enough to insure an accurate solution. This can be checked by increasing the number of nodes and determining whether the solution at the node points changes or not.

The subject of this study has been to find the temperature distribution inside the two dimensional turbine blade section with convective cooling configuration. The gas side heat transfer coefficient distribution along the outer boundary of the blade and the coolant side heat transfer coefficient distribution along the inner boundary of the blade has been taken as constant. Also the blade is assumed to have a constant heat conduction coefficient. While determining the gas side temperature distribution the temperature range in which the blade materials can withstand has been taken into count.

Then the datas have been put into the computer program which is based on the approximate finite element metedology and the nodal values have been found by the virtue of the running program.

BÖLÜM.1

GİRİS

Türbin giriş sıcaklığı gaz türbinlerinde verimi etkileyen en önemli parametredir. Türbin ilk kademesi, yanma odasından gelen yüksek basınçlı, yüksek sıcaklık değerli gaza maruz bırakıldığı için kritik bir kısımdır. Ağırlık problemiyle karşı karşıya bulunan uçak gaz türbinlerinin veriminin artırılması ancak kullanılan yakıtın temiz olması ve türbin giriş sıcaklığının olusturulmasıyla mümkündür. Belirtilen koşullar altında gaz türbin kanatları bir yandan çok büyük değere sahip merkezkaç kuvvetlere, diğer taraftan çok yüksek sıcaklıklara maruz kalır. Stator kanatları için koşullar, yüksek, uniform olmayan sıcaklıklar ve küçük gerilmelerdir; rotor kanatları için daha düşük sıcaklıklarda çok yüksek merkezi gerilmelerdir.

Türbin kanatlarının ömrünü esas olarak iki faktör belirler: Bunlar sürünme ve ısıl yorulmadır. Oksidasyon ve korozyon başarısızlığın ortaya çıkışında ihmal edilmez bir rol oynar. Yüksek sıcaklık ve kuvvetler altında kanatlar, sürünme ve ısıl gerilmelerden dolayı kullanılmaz hale gelirler ve sistemin çalışmasına mani olurlar.

Sistemin çalışmasına engel teşkil etmeyecek, gaz türbini kanat sıcaklıklarını, kabul edilebilir seviyelerde tutmak kanat soğutmasının uygulanması ile mümkündür. Kanat soğutması ile, türbin kanatları etkilenmeden, türbin giriş sıcaklığı yüksek değerlere çıkartılabilir ve dolayısıyla verim artırma imkanı doğar.

Sonlu elemanlar yaklaşık çözüm metodu, gaz türbin kanatlarındaki sıcaklık dağılımlarını bulmada kullanılan birçok çözüm yöntemlerinden biridir. Ana hatları ile yöntem, çözüm alanlarının eleman adı verilen bölgelere ayrılmasına ve her bölgede bağımlı değişkenin, birinci veya ikinci dereceden bir polinomla ifade edikmesine dayanır. Bağımlı değişkenin, elemanın düğüm noktalarında alacağı değerler çözümü yaklaşık olarak sağlayacak biçimde seçilir. Bu seçim, fonksiyonel adı verilen integral ifadenin en küçük değerini alması ile gerçekleşir. Her eleman için yazılan fonksiyonel ifade düğüm noktalarındaki bağımlı değişkenlere göre türetilip sıfıra

eşitlendiğinde ortaya doğrusal denklem takımı çıkar. Doğrusal denklem takımının, sistemin sınır koşulları göz önünde tutularak gerçekleştirilen çözümü, düğüm noktalarındaki bağımlı değişkenlerin yaklaşık değerlerinin bulunmasını sağlar.

Bu çalışmada, sürekli rejimde çalışan bir gaz türbinin kanadındaki sıcaklık dağılımı iki boyutlu olarak incelenmiş ve kanat üzerinde belirtilen düğüm noktaları sıcaklıkları bulunmuştur.



BÖLÜM 2. GAZ TÜRBİNİ

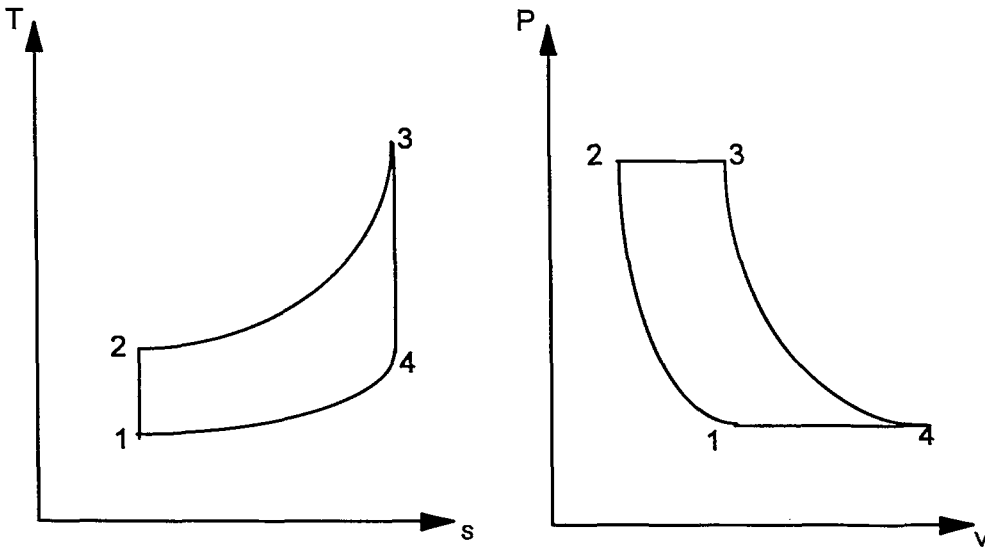
Gaz türbini, yakıt enerjisini mekanik güç veya bir jetin yüksek hız itkisi gibi faydalı güce dönüştürmek için dizayn edilmiş termik türbomakinedir.

Gaz türbinleri iki ana aşamadan oluşur:

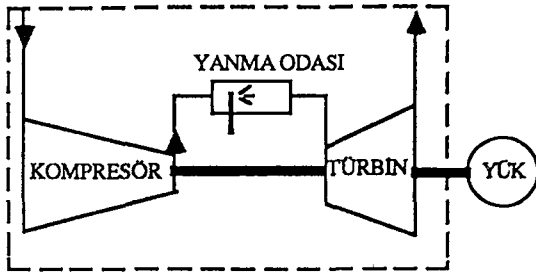
- i . Hava kompresörde sıkıştırılır.
- ii. Yanma odasından çıkan gazlar türbinde genişletilir.

Gazın genişleyebilmesi için havanın ısıtılması veya bir yakıtla birlikte yakılması gerekir. Isıtma, yanma gazlarını ve fazladan yanma odasına alınan havayı yüksek bir sıcaklığa getirir ve çalışan akışkan hacminde artma görülür. Çalışan akışkan hacmi, sıkıştırma esnasında sisteme verilmesi gereken, genişleme esnasında ise sistemden çekilen işin miktarını belirlediğinden, gaz karışımının türbinin kanatçıkları arasında gerekli işten daha fazla elde edilir. Bu nedenle türbin işiyle yalnız komprösör tahrik edilmez ,faydalı güçde elde edilir. Şekil 2.2 de çeşitli gaz türbini çevrimleri gösterilir.

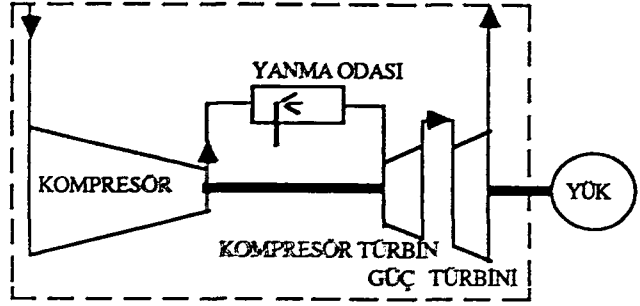
2.1 İDEAL GAZ TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ



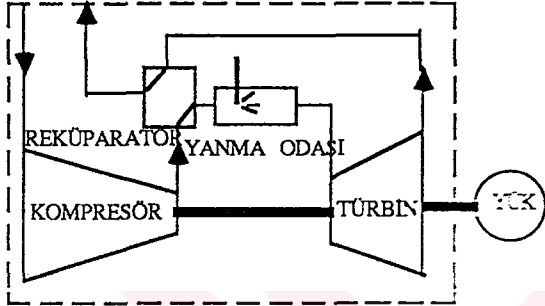
Şekil 2.1 İdeal basit gaz türbini çevrimi için T/s ve P/v diyagramları



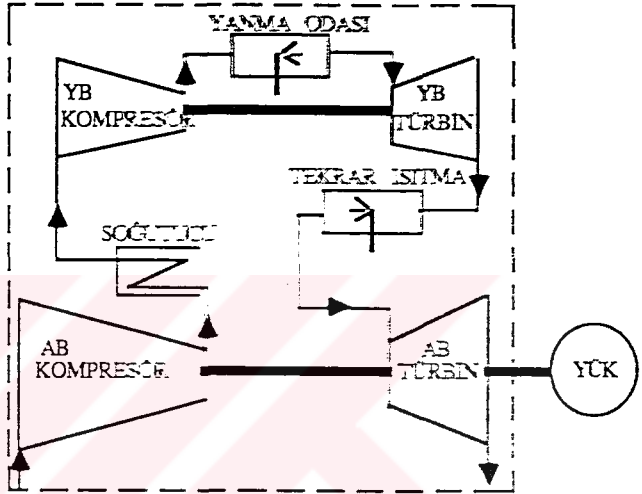
BASİT TEK ŞAFTLI GAS TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ



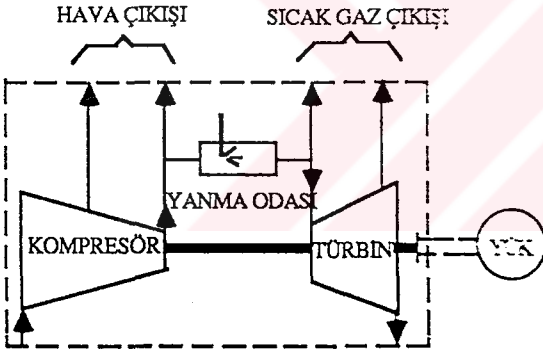
AYRI GÜÇ TÜRBİNLÜ ÇOK ŞAFTLI VEYA İKİ ŞAFTLI GAS TÜRBİNİ



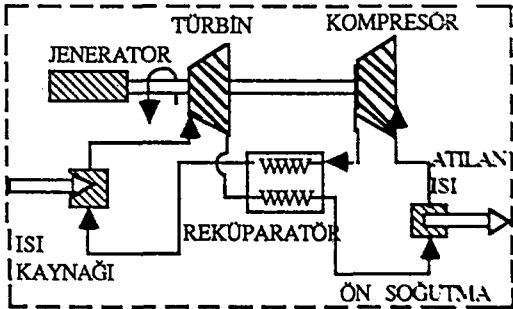
REKÜPARATÖR ÇEVİRLİ TEK ŞAFTLI GAS TÜRBİNİ



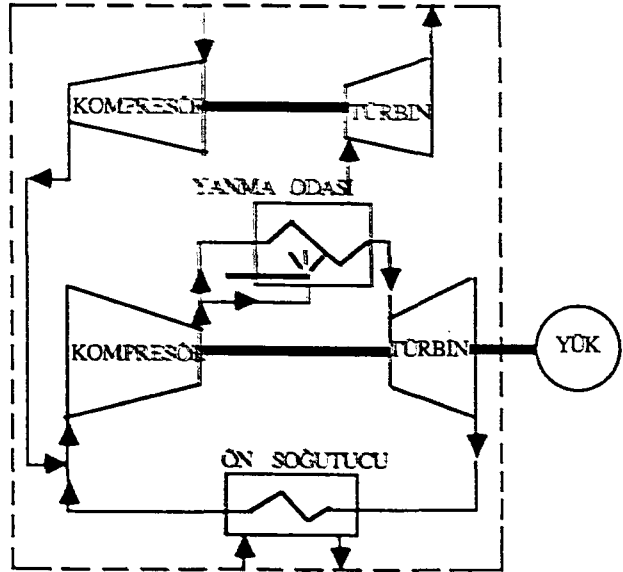
DÜŞÜK BASINÇ ŞAFTINA BİRLİŞTİRİLMİŞ YÜKLE İKİ ŞAFTLI GAS TÜRBİNİ, SOĞUTUCU VE TEKRAR ISITMALI ÇEVİRİM.



ARA GAZ ÇIKIŞLI GAS TÜRBİNİ

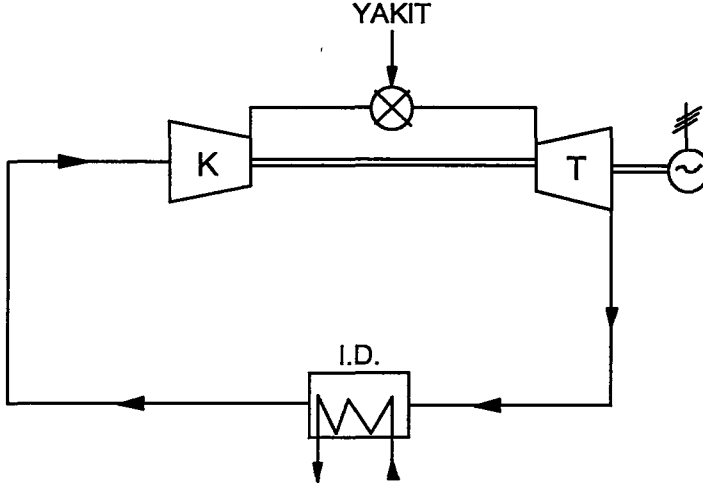


KAPALI GAS TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ



YARI KAPALI GAS TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ

Şekil 2.2 Gaz Türbinleri Çevirimleri [1]



Şekil 2.3 Kapalı gaz türbini çevrimi

İdeal basit bir gaz türbini çevriminde sıkıştırma ve genişleme işlemleri adyabatik ve izentropik kabul edilir. Isı ilavesi işlemimde basınç düşmesi yoktur. Türbünden çıkış basıncı ve kompresöre giriş basıncı eşittir.

Şekil 2.3'de gösterilen çevrimde hava adyabatik olarak kompresörde sıkıştırılır, yanma odasında sıkışan havayla yakıt yakılır. Sonra yanma ürünleri adyabatik olarak türbin veya türbinlerde genişletilir, elde edilen işin bir kısmı kompresör için kullanılırken diğer bir kısmı itki veya mil olarak kullanılır.

Gaz türbinlerinin bileşiklerinde sürekli akış şartları mevcuttur. Açık sistemler için aşağıdaki enerji dengesi yazılır.

$$q_{12} + h_1 + \frac{V_1^2}{2} = W_{12} + h_2 + \frac{V_2^2}{2} \quad (2.1-1)$$

İdeal sistem için kompresör işi, ilave edilmiş ısı, türbin işi ve net iş aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$W_k = |W_{12}| = h_{02} - h_{01} \quad (2.1-2)$$

$$q_{yo} = q_{23} = h_{03} - h_{02} \quad (2.1-3)$$

$$W_t = W_{34} = h_{03} - h_{04} \quad (2.1-4)$$

$$W_{net} = W_t - W_k, \quad W_{net} = W_t - W_k \quad (2.1-5)$$

Özgül ısı sabit kabul edilerek (2.1-2) - (2.1-5) denklemleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$W = C_p (T_2 - T_1) \quad (2.1-2a)$$

$$q_{yo} = C_p (T_3 - T_2) \quad (2.1-3a)$$

$$W_t = C_p (T_3 - T_4) \quad (2.1-4a)$$

$$W_{net} = C_p (T_3 + T_1 - T_2 - T_4) \quad (2.1-5a)$$

İdeal bir gaz türbininin ısı verimi:

$$\eta = \frac{W_{net}}{q_{yo}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (2.1-6)$$

Adyabatik ve tersinir bir işlem altında sabit özgül ısı bir ideal gaz için sıkıştırma oranı eşitliği:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{k/(k-1)} \quad (2.1-7)$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(k-1)/k} = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{k-1/k} = \frac{T_3}{T_4} \quad (2.1-8)$$

şeklinde yazılır. İdeal bir gaz türbininin ısı verimi basınçlar kullanılarak düzenlenirse:

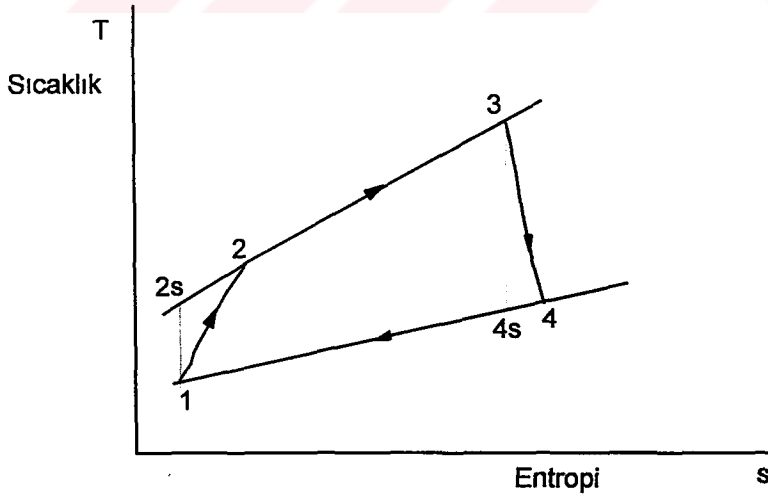
$$\eta = 1 - \frac{1}{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{(k-1)/k}} \quad (2.1-9)$$

şeklinde yazılır.

İdeal bir gaz çevrimi için bu eşitlik, ısı verimin sıkıştırma oranına ve gazın cinsine bağlı olduğunu gösterir.[2]

2.2 GERÇEK GAZ TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ

Sabit basınç çevriminde kompresör ve türbin işi şekil 2.4 ' de görüldüğü gibi izentropikliğin yerine adyabatiktir.



Şekil 2.4 Basınç kayıplarının olmadığı gerçek gaz türbini çevrimi

Böylece türbin ve kompresör verimleri

$$\eta_t = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4s}} \quad (2.2-1)$$

$$\eta_k = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (2.2-2)$$

şeklindedir.

Basınç kayıplarının olmadığı kabul edildiğinde türbin ve kompresör için basınç ve ideal sıcaklık oranları ideal gaz çevriminin aynısıdır.

Gerçek türbin ve kompresör işleri

$$W_t = C_p (T_3 - T_4) = C_p (T_3 - T_{4s}) \eta_t = C_p \eta_t T_3 \left(1 - \frac{T_{4s}}{T_3} \right) \quad (2.2-3)$$

$$W_k = C_p (T_2 - T_1) = \frac{C_p}{\eta_k} (T_{2s} - T_1) \quad (2.2-4)$$

Çevrimdeki maksimum ve minimum sıcaklıklar oranı

$$\theta = \frac{T_3}{T_1} \quad (2.2-5)$$

şeklindedir.

$$W_t = \theta C_p \eta_t T_1 \left(1 - \frac{1}{r^{(k-1/k)}} \right) \quad (2.2-6)$$

$$W_k = \frac{C_p}{\eta_k} T_1 \left(r^{(k-1/k)} - 1 \right) \quad (2.2-7)$$

Gerçek çevrim net işi

$$W_{net} = W_t - W_k = \theta C_p \eta_t T_1 \left(1 - \frac{1}{r^{(k-1)/k}} \right) - \frac{C_p}{\eta_k} T_1 \left(r^{(k-1)/k} - 1 \right) \quad (2.2-8)$$

$$W_{net} = \frac{1}{\eta_t} C_p T_1 \left\{ \theta \eta_k \eta_t \left(1 - \frac{1}{r^{(k-1)/k}} \right) - \left(r^{(k-1)/k} - 1 \right) \right\} \quad (2.2-9)$$

$$W_{net} = \frac{1}{\eta_k} C_p T_1 \left(1 - \frac{1}{r^{(k-1)/k}} \right) \left(\theta \eta_k \eta_t - r^{(k-1)/k} \right) \quad (2.2-10)$$

Yanma odasına verilen ısı

$$q_{yo} = C_p (T_3 - T_2) = \frac{1}{\eta_k} C_p T_1 \left\{ \left(\frac{T_3}{T_1} - 1 \right) \eta_k - \left(r^{(k-1)/k} - 1 \right) \right\} \quad (2.2-11)$$

Gerçek çevrim ısı verimi son iki denklem kullanılarak

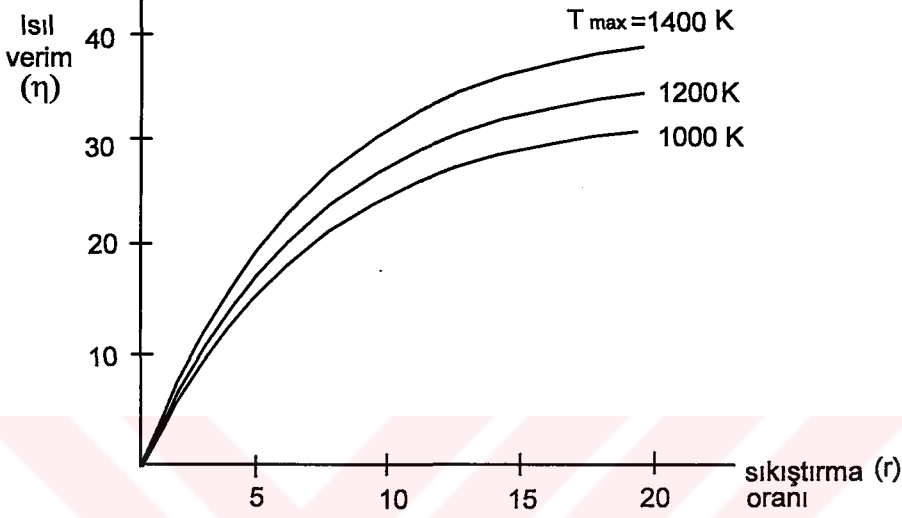
$$\eta_{\text{ısı}}' = \frac{W_{net}}{q_{yo}} = \frac{\left(1 - \frac{1}{r^{(k-1)/k}} \right) \left(\theta \eta_k \eta_t - r^{(k-1)/k} \right)}{(\theta - 1) \eta_k - \left(r^{(k-1)/k} - 1 \right)} \quad (2.2-12)$$

bulunur.

Bu denklemden gerçek gaz türbini verimini etkileyen faktörlerden biride θ ' ya bağlıdır. Kompresör giriş sıcaklığı genellikle dış ortamın sıcaklığı olduğu için sabittir. θ sıcaklık oranının değişimini türbin giriş sıcaklığı ençok etkiler. r sıkıştırma oranıda ısı verimi etkileyen bir parametredir. Sıkıştırma oranının artırılması daha ağır tasarımları gerektirir. Özellikle uçaklar için bu durum sakıncalı olduğundan ısı verimi artırma yoluna gidilmiştir. [3]

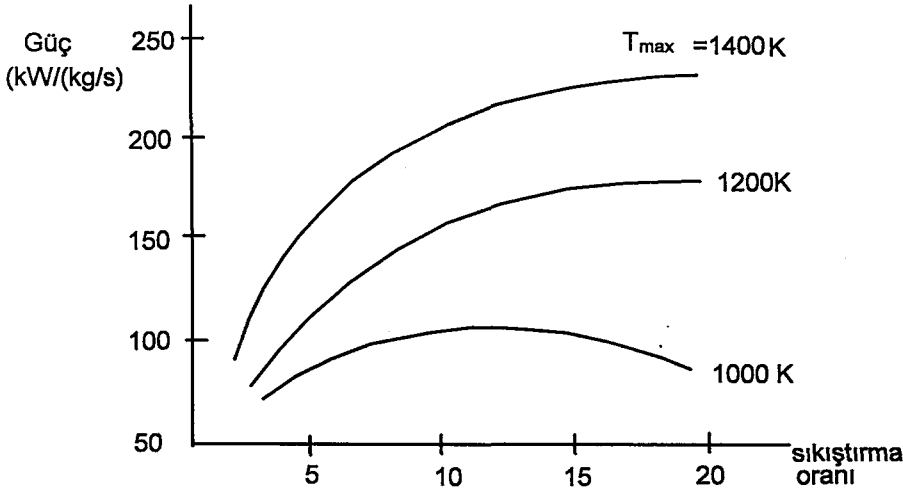
2.3 YÜKSEK GAZ SICAKLIĞININ ETKİLERİ

Gaz türbin çevrimindeki maksimum sıcaklık ($T_{\max}$) türbin ilk kademesinin girişinde oluşur. Isıl verim üzerinde basınç oranlarının değişik değerlerinde maksimum çevrim sıcaklığının etkisi Şekil 2.5 de gösterilir.



Şekil 2.5 Gaz türbini verimine maksimum sıcaklık ve sıkıştırma oranının etkisi [3]

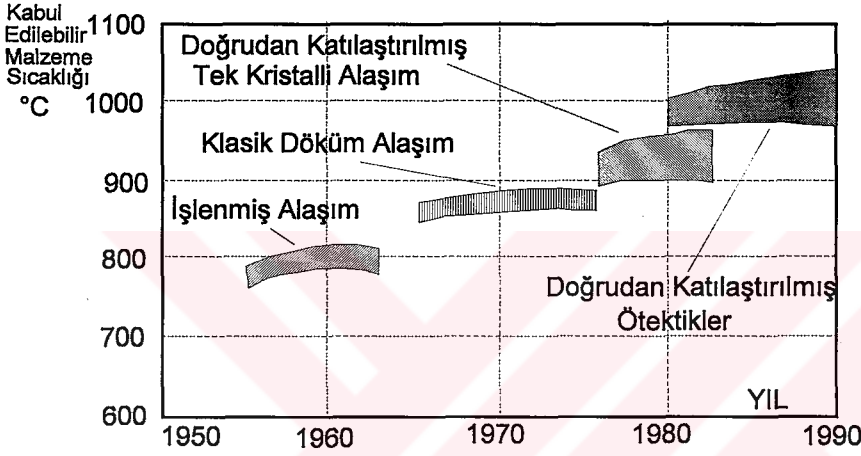
Verilen sıkıştırma için sıcaklığın yükseltilmesi, ısı verimi artırır, daha az ağırlık kullanılır ve daha az yakıt sarfiyatı olur. Verimi artırmak için yapılan sıkıştırma oranı artımı özellikle uçaklarda ciddi dezavantajlara sebep olur. Gaz türbininin belirli gücü üzerinde maksimum çevrim sıcaklığı ve basınç oranının etkisi şekil 2.6 de gösterilir.



Şekil 2.6 Gaz türbininin belirli gücüne sıkıştırma ve maksimum sıcaklığın etkisi [3]

2.4 TÜRİN MALZEMESİ

Gaz türbinlerinin ısı verimini arttırmak için türbin giriş sıcaklığının yüksek olması gerekir. Yüksek giriş sıcaklıklarından dolayı türbin malzemesinin bu sıcaklıklara dayanabilecek alaşımlardan olması gerekir. 1940'larda bu amaç için çalışmalar başlamıştır. Şekil 2.7, türbin kanat malzemelerinin dayanabileceği sıcaklıkları ve malzemelerin yıllara göre gelişimi gösterilmektedir.[4]



Şekil 2.7 Kanat malzemelerin gelişimine göre sıcaklığın değişimi [4]

Gaz türbin kanatları olarak kullanılacak malzemelerden istenilen özellikler:

- Oksidasyona karşı direnç
- Yüksek sürünme kuvveti
- Yüksek iletkenlik
- Isıl yorulmaya karşı direnç
- Yararlı etki direnci

Malzemeler yüksek sıcaklıklarda özelliklerini kaybetmemelidir. Aranılan diğer bir özellik malzemenin kalitesinin eleman boyunca homojen dağılım göstermesi; malzeme içinde kalitenin düştüğü bölgelerin yer almamasıdır.

Rotor kanatları bir kaç bin g nin radyal ivmelenmesini karşılamak için yüksek sürünme uzaması (gerilmesi) gerektirir. Kullanılan malzemeler kanatlar ve soğutma nazulu için yaygın olarak nikel kobalt alaşımlarıdır. Nikel alaşımları çok güçlüdür

fakat vakum erimesinin kullanılması gerektiğinden çok dikkatli imal edilmesi gerekir. Ana kompozisyon krom azalma miktarı %20 den aşağı yukarı %5 e olur ve aşağı yukarı %6 alüminyum, %10 tungsten, %3 tantanyum: karbon, kobalt, titanyum, molibden ve diğer elementlerin kapasitesi değişiktir. Nozul kanadı için nikel alaşımları korozif işlem şartlarına girmek için krom miktarı yaklaşık %20 de tutulur. Yakıt içerisinde bulunan vanatanyum, sodyum ve kükürt gibi maddelerin yüksek sıcaklıklarda korozif etkileri büyük olduğundan malzemenin oksidasyon ve korozyona karşı mukavim olması şartı aranmaktadır. Malzeme yapısal dengeye sahip ve kaynak kabiliyeti yüksek olmalıdır. Kobalt alaşımları çok pahalıdır ama çok daha ucuz tekniklerle yapılabilir. Termal yorulma ve korozyon direnci iyidir.[5]

Gelecek için malzemeler yeni krom, niobium ve molibden temeli alaşımları içerir. Son ikisi helyum soğutmalı nükleer reaktörler için türbinlerde kullanılmaya uygundur.

Operasyon sıcaklıklarında 1750 Kelvin'in üzerine yeni atım artışı seramik malzemelerin, silikon karpitle veya silikon nitridin tanımlanmasıyla mümkün olabilir.

Bu malzemelerin yıpranmaya büyük direnç, daha ucuz işlenmemiş ham malzeme, ham malzemelerin mevcut olması gibi avantajları vardır.

Seramik malzemelerde türbin çarkının gelişimi, bileşenlerin büyük ısıl gerilmelere, aşırı merkezi kuvvetlere ve titreşimlere dayanma zorunluluğu olduğu için güç ama ilginçtir.[6]

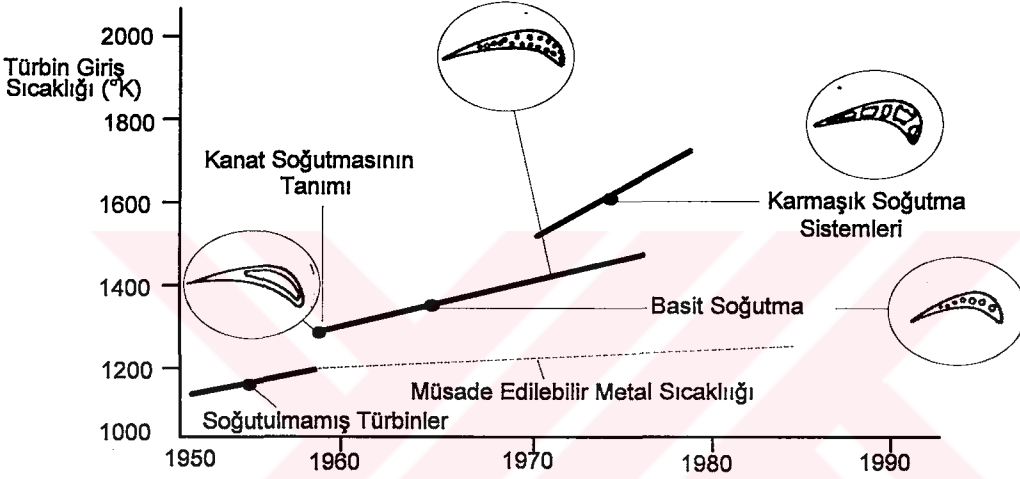
Günümüzde nikel, krom, molibden, zirkonyum alaşımları, seramik ve refrakterler yukarıdaki malzeme özelliklerini az yada çok sağlayan malzemeler kapsamında sayılmaktadır.

2.5 SOĞUTMA VE KANAT PROFİLİ

Soğutma kanatları, kanatların üzerine oturduğu disk, sabit kanatlar, stator kasası ve yanma odası, soğutulacak elemanlar kapsamına girerler. Mekanik ve ısıal açıdan bakıldığında soğutmaya en çok gereksinim duyulan ve soğutmanın en zor başarıldığı eleman, türbin kanatlarıdır. Yüksek dairesel ve buna bağlı olarak oluşan gerilmeden dolayı rotor kanatlarının soğutulması daha kritiktir. Türbin kanatları daha çok hava ve

su ile soğutulmaktadır. Şekil 2.9 'de kanat soğutma metotları gösterilmektedir. Su ile soğutma iyi olmasına rağmen bu yöntemin sızıntı , pas gibi mahsurları vardır. Soğutma havası ana hava akımından kolaylıkla alınabilir. [7] Soğutmak için gereken hava miktarı türbin bölümüne giren ana hava akımının %3 'dür. Hava ve sıcak gaz arasındaki aşağı yukarı 700°C lik sıcaklık farkı kanatları korumak için mümkündür.

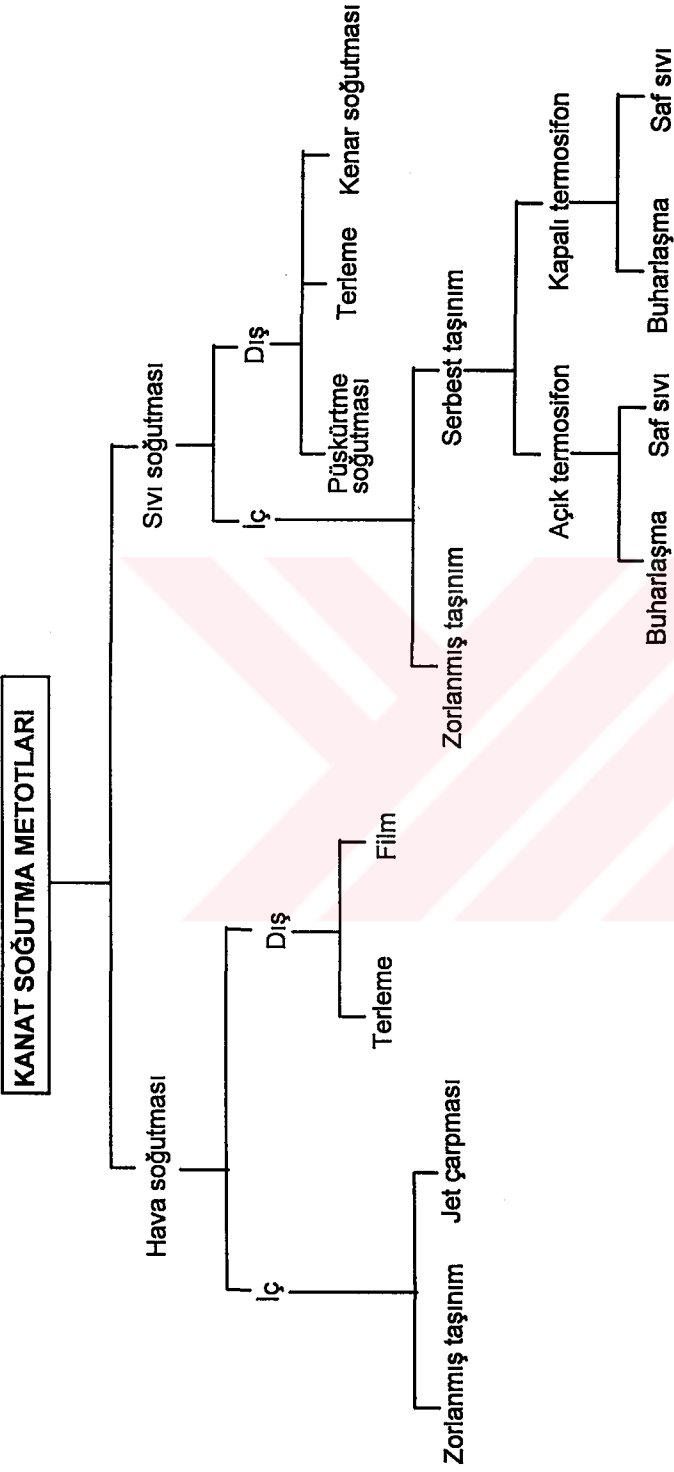
Kanat soğutmasının gelişimine göre türbin giriş sıcaklığının artışı şekil 2.8 de gösterilmiştir.



Şekil 2.8 Kanat soğutmasına göre türbin giriş sıcaklığının artışı [6]

İç soğutma olarak adlandırılan metotda , soğutma havası kanat iç kenarında dolaşır , taşınımıyla ısı toplanır ve genellikle kanat ucundan atılarak gaz akışıyla karıştırılır. Soğutmanın bu metodu kanadın iç kofigürasyonuna bağlı olarak 1400-1500 K gaz sıcaklığına müsaade eder. [7] İç geçit yolları eliptik veya dairevi olabilir ve bütün kanat yüzeyine eşit bir şekilde dağıtılır.[3]

Dış soğutmada , soğutma havası yarıktan uçlara doğru iç kanallara girer. Şekil 2.10 da gösterildiği gibi yüzeye yönelmiş ($d \approx 0.5$ mm) küçük açıklıkların içinden kanat yüzeyi akışına müsaade ettirilir. Benzer deliklerin sırası kanatların boyları boyunca olan değişik kısımlarda sağlanır. Bu metodun diğer varyasyonu şekil 2.11 de gösterilir. Burada kanat yüzeyi sonsuz sayıda açıklık sağlamak için gözenekli duvardan yapılır. Soğutma havası gözenekli duvar içinden zorlatılır.[3]



Şekil 2.9 Kanat soğutma metotları

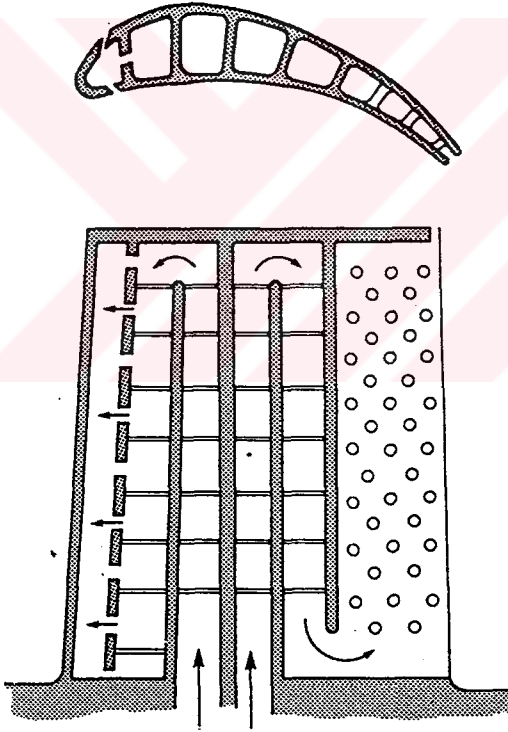


Şekil 2.10 Film soğutması



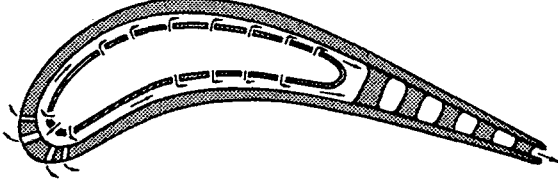
Şekil 2.11 Effusion soğutması

Basit dikdörtgensel kesidin sıralanmış soğutma kanalları, türbin kanatlarının orta bölgelerini soğutmak için geniş olarak kullanılır. Bu kanallar şekil 2.12 de gösterildiği gibi ön uç bölgesinde film ve çarpma soğutması orta bölgede serpantin geçiş yolları ,kuyruk uç bölgesinde iğne uçlu dizi kombinasyonu olarak kullanılan modern türbin kanadı gösterilir..[6]



Şekil 2.12 Türbin soğutma kanalları [6]

Şekilde soğutma için jet carpması olarak kullanılan bir gaz türbini kanat profili gösterilir.



Şekil 2.13 jet çarpması kanat profili

Genellikle konuşulan, iç soğutma kanadın bütün kısımlarına ulaştırılmalıdır ve bu ihtiyaç kanat dış şekli üzerinde doğru bir teşhise sahip olmamıza neden olur. Isıl dizayn için kanat profilinin ön ve kuyruk uçları önemlidir: Kanat ön ucu, iç ve dış akışlar arasındaki basınç farklarının en küçük olduğu yer olduğu için, ısı akısı nozul için alev radyasyonu kadar çok yüksektir.

Dış kanat şekli, kuyruk uç bölgesi kadar ön uç için önemli değildir. Gerçekte dış kanat şekli seçilecek olan soğutma düzenlenmesinin çeşidini az veya çok yönlendirir. Taşınım soğutması için, Reynolds sayısı ve ısı transfer katsayılarının yüksek olduğu yer olan ön uçta küçük kavisler olması için kanat burnu çok fazla kalın yapılmamalıdır.[8]

Ayrıca, durgun nokta bölgesinde henüz ayrıldığında profilin eğriliği, kanat yüzeyine küçük açı komşuluğunda film soğutma deliklerinin delinmesine müsaade etmek için çok yüksek olmamalıdır. Bu durum film veriminin artışına ve soğutma kayıplarının azalmasına yardım eder.[8]

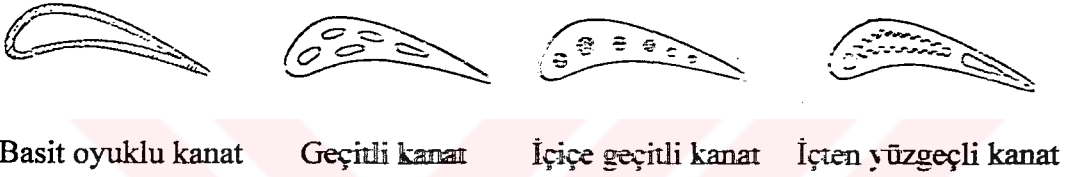
Geometri ön uç bölgesinde fazla zararlı olmadığından kuyruk ucu soğutması genellikle çok farklıdır. Tipik olarak, hali hazırdaki kanatlar kuyruk uçtaki bir yarık yoluyla soğutulmadıkça kabaca 1 mm kuyruk uç kalınlığına sahiptir. 0.5 ve 1 mm kalınlıklı ince kanatta kuyruk uç kavisliği yapım problemi ortaya çıkartır.[10]

2.5.1 TAŞINIM SOĞUTMASI

Soğutmanın bu formu türbin kanatları içine soğutma havasının dizayn edilmesiyle başarılır.[9] Taşınım soğutması, kanat soğutmasının en basit yoludur. Soğutma havası

kanadın altından veya üstünden kanada girer ve girdiği yerin en uzak noktasından veya kuyruk kısmından dışarıya atılır. Taşınım soğutmasının etkenliği içindeki geçiş yollarının boyutu ve giren havanın miktarıyla sınırlandırılır. Kuyruk ve ön uçların soğutulması orta kısma göre daha önemlidir.[2]

Çok etkili taşınım soğutması kanadın içindeki ısı transfer yüzeyinin artmasıyla , soğutmanın birkaç defa kanat yüksekliği üzerinden geçirilmesiyle ve son olarak soğutma havasının delikler içinden enjeksiyonuyla başlar. Taşınım soğutmasının uygulandığı kanatlar şekil 2.14'de gösterilmiştir. [7]



Şekil 2.14 Taşınım Soğutması

Taşınım soğutmasının uygulandığı çeşitli kanat profilleri şekil 2.14'te gösterilir. İlk soğutma kanalları genelde aynı çapta yapılmıştır. Sonraki dizaynlarda hava miktarının ayarlanabildiği değişik boyut ve şekillerde kanalar yapılmıştır. Böylece kanadın ön ve kuyruk kısımlarında daha fazla hava ihtiyacı sağlanmıştır.

2.5.2 FİLM SOĞUTMASI

Soğutmanın bu türü sıcak gazla kanadın duvarları arasında yalıtma tabakası oluşturmak için çalışma havasıyla başlar. Böylece yanıcı hatlar çok yüksek sıcaklıklarda sıcak gazlardan korunur.[9] Soğutucu havanın sınır tabaka içine enjeksiyonu, kullanılan daha yüksek türbin giriş sıcaklıklarının avantajını azaltma eğiliminde olan türbin kayıplarına neden olur. Hatta sınır tabaka içine çok fazla enjekte edilirse veya hız çok fazla yüksekse soğutma havası kullanılan film soğutmasının amacını bozan sınır tabakasının içine girebilir.

Sıcak gazlı karışımda , film dereceli olarak dağıtılır , soğutma etkisinin sonucu olarak akış yönünde azalır. Soğutma etkisinin olduğu noktada kritik seviye aşağısına

düŖer , ayrıca soğutma filmi kaybolmak zorundadır. Ŗu sıralarda fazlaca gerilmiş türbin kanatları genellikle iç ve film soğutmasının karşım özelliğindedir. [7]

Film soğutması etkenliğinin terleme soğutması etkenliğinden daha düşük olmasına rağmen , önemli avantajın biri film soğutmasının terleme soğutmasından daha fazla kullanılabilir olmasıdır. Film soğutmalı kanatların üretimi terleme soğutmalı kanatlardan çok daha kolaydır. Film soğutmalı kanatlar iç geçiş yollu taşınım soğutması kanatları gibi aynı metotla , dökmeyle üretilebilir.

Ŗekil 2.15'de film soğutması gösterilmiştir.

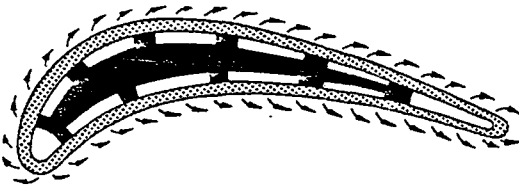


Ŗekil 2.15 Film Soğutması

2.5.3 TERLEME SOĞUTMASI

Terleme soğutmasında , gözenekli bir malzeme içinden geçen soğutucu malzemeyi teorik olarak enüst sınırı (metal sıcaklığı dışarı atılan soğutucunun atıldığı andakısıcaklığa eşit oluncaya) ulaşıncaya kadar taşınım yoluyla soğutulur. Daha sonra kanat yüzeyine yayılan soğutucu film soğutması yapar.

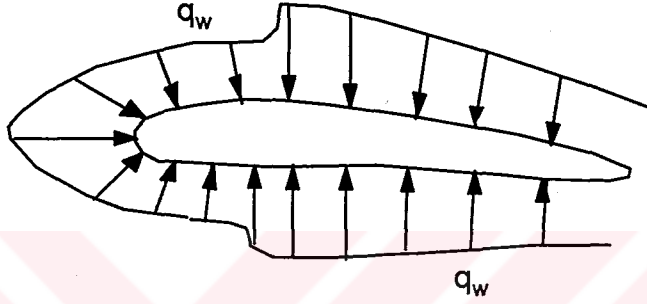
Terleme yöntemiyle soğutulan kanatlar henüz fazla kullanılmamaktadır. Bunun sebebi gözenekli metallerin az dayanıklılı olmasıdır. Ayrıca bu kanatlara düzgün aerodinamik Ŗekil kazandırmak zordur. [4]



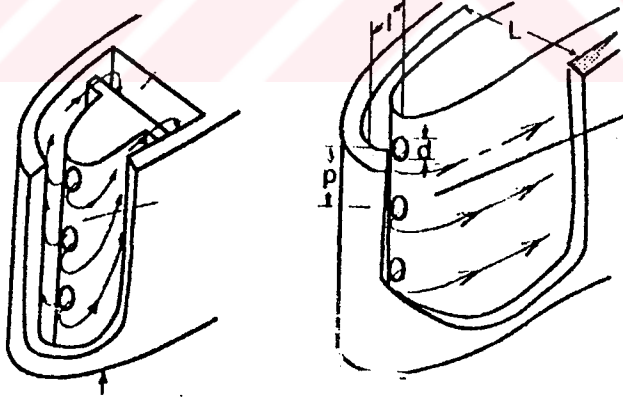
Ŗekil 2.16 Terleme soğutması

2.5.4 ÇARPTIRMA SOĞUTMASI

Çarpma soğutması türbin nozul kanadı veya ilk kademe rotor kanatlarının ön uçlarını soğutmak için ısı transfer oranının çok yüksek olduğu yerde (Şekil 2.17 gösterildiği gibi) ve durağan nokta bölgesinin değişiminden dolayı bölgesel akıdaki belirsizlikten dolayı film soğutmasının zor olduğu yerde sık sık kullanılır. Çarpırma ile ısı taşınım katsayısı artırılır. Şematik olarak çarpırma soğutması şekil 2.18 da gösterilir. [11]



Şekil 2.17 Türbülans durumuna sınır tabaka geçişinde aniden artış gösteren soğutulmuş türbin kanadı üzerinde ısı transfer dağılımı



Şekil 2.18 Türbin kanadının ön ucuna uygulanan çarpırma soğutması

BÖLÜM 3. VARYOSYENEL SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

3.1 GİRİŞ

Bir mühendislik probleminin sonlu elemanlar yaklaşımı ile çözümü belirli bir sistematığın izlenmesini gerektirir. Tablo 1'de verilmiş olan bu sistematığı oluşturan adımların herbiri aşağıda açıklanmaya çalışılmışlardır.

Tablo 3.1 Sonlu elemanlar yaklaşık çözüm yöntemi sistematığı

Adım	İşlem
1	Probleme ait dif. denklem ve sınır koşullarının formüle edilmesi
2	Analiz bölgesinin sonlu elemanlara bölünmesi
3	Enterpolasyon fonksiyonlarının seçimi
4	Eleman özelliklerinin belirlenmesi
5	Elemanter denklemlerin birleştirilip global denklemlerin oluşturulması
6	Global denklemlerin çözümü
7	Çözümün doğruluğunun tetkiki

ADIM1:Probleme diferansiyel denklemin ve sınır koşullarının formüle edilmesi

Bir mühendislik problemi, kendisini tanımlayan bir diferansiyel denklem ve çeşitli sınır koşulları ile ifade edilir. Söz konusu diferansiyel denklem ve sınır koşulları belirlendiğinde uygun bir sonlu eleman çözüm algoritması da oluşturulabilir.

ADIM 2: Analiz bölgesinin sonlu elemanlara bölünmesi

Birinci takip eden bu adımda çözüm bölgesi uygun biçimli elemanlara bölünür. Örneğin iki boyutlu bir problem için alan, üçgenlere, dörtgenlere veya diğer uygun biçimli elemanlara bölünebilir.

ADIM 3: Enterpolasyon Fonksiyonlarının seçimi

Bir eleman içerisinde, yer değiştirme, sıcaklık, basınç, gerilme veya bir fiziksel değişkenin değişimi basit bir fonksiyon yardımıyla belirlenebilir. Eleman içindeki belirli noktalar, örneğin üçgen bir elemanın köşeleri, düğüm noktaları oluştururlar. Bu düğüm noktalarındaki değişken değerleri de, seçilen enterpolasyon fonksiyonu uyarınca bulunmuş olur. Enterpolasyon fonksiyonları olarak genellikle polinom kullanılır. Bunun nedeni polinom kullanımının türetme ve integrasyon işlemlerinde kolaylık sağlamasındandır. Seçilen polinom derecesi, eleman içerisinde kullanılan düğüm sayısına göre belirlenir.

ADIM 4: Eleman özelliklerinin belirlenmesi

Her, eleman eleman geometrisinin, malzeme özelliklerinin, düğüm noktası sayısının, enterpolasyon fonksiyonunun derecesinin ve diğer değişkenlerinin fonksiyonu olarak çözüm bölgesinin oluşmasına katkıda bulunur.

ADIM 5: Elemanter denlemlerin biraraya getirilip global denlemlerin oluşturulması

Fiziksel değişkenlerin düğüm noktalarında aldıkları değerlerin bulunması için tüm eleman özellikleri bir cebrik denklem takımı oluşturacak biçimde birleştirilirler. Doğrusal diferansiyel denklem ile tanımlanmış sistemlerde, ayrıklaştırma neticesinde bulunan cebrik denklemler yapı itibarıyla doğrusaldırlar ve matris teknikleri ile biraraya getirilebilirler.

ADIM 6: Global denklemlerinin çözümü

Global denklemler doğrusalsa denklemlerin çözümü için birçok standart teknik kullanılabilir. Bunlardan bazıları, "Gauss-Eliminasyon yöntemi" gibi doğrudan, bazıları da iteratif yöntemlerdir.

ADIM 7: Çözümün doğruluğunun tetkiki

Diferansiyel denklemlerin sayısal çözümlerindeki doğruluk oranı tetkik edilmelidir. Genellikle ele alınan fiziksel problemin kesin çözümü bilinmez. Bu yüzden sonlu elemanlar metodu ile yaklaşık olarak bulunan çözümlerin kesin

çözümünden ne kadar saptıkları tesbit edilemez. Örneğin tam çözüm için minimum kaç düğüm noktası alınması gerektiği başlangıçta tahmin edilemez. Bu, düğüm noktaları sayısının her denemede çözüm değişmeye kadar arttırılması ile kontrol edilebilir. Genellikle probleme ait fiziksel değişkenlerin düğüm noktalarında aldıkları değerlerdeki değişim belirli bir sınırın altında kalmaya başladığında düğüm noktası sayısının arttırılmasına son verilir ve yaklaşıklıkla bulunan çözüm, kesin çözüme eşit kabul edilebilir.

Sonlu elemanlar yöntemi, temel olarak, bilinmeyenler cinsinden ifade edilen diferansiyel denklem takımının yerine, herhangi bilinmeyen değişken düğüm noktalarında değerlendirildiği, diferansiyel denklem takımına denk fakat yaklaşık bir cebrik denklem takımının kullanılması esasına dayanır.

Söz konusu cebrik denklem takımının çıkartılmasında birkaç değişik yöntem kullanılabilir ve genellikle sonlu eleman yaklaşımı, kullanılan yöntemin adıyla anılır. (doğrudan, varyasyonel, artık v.b...). Bu konu kapsamını oluşturacak yöntem varyasyonel sonlu elemanlar yöntemidir.

Varyasyonel metot, fonksiyonel ismini alan bir büyüklük ile ilgilenir. I ile gösterilen fonksiyonel (genellikle mekanik problemleri için) bir çeşit enerji takımından veya bir sınır değer probleminden elde edilir. Ele alınan probleme kesin sonuç teşkil eden ϕ fonksiyonu, sonlu eleman fonksiyonu ϕ^* ile yaklaşımlandırılır ($\phi^* \approx \phi$). ϕ ve ϕ^* yerdeğiştirmeyi, sıcaklık veya akışkan hızını temsil edebilirler. Yaklaşık çözüm, yerel fonksiyolar takımının toplamı olarak ifade bulunur.

$$\phi^* = \sum_{e=1}^E \phi^{*(e)} \quad (3.1-1)$$

Yukarıdaki eşitlikte E, toplam eleman sayısını gösterir. Herbir eleman fonksiyonu, düğüm noktalarındaki değerlerine ve bu noktalar arasında yer alan genellikle bir polinom olan bir basit fonksiyona dayanır. Varyasyonel metot, I fonksiyoneli bu düğüm değerlerine göre minimize eder.

Varyasyonel metodun avantajı, iki veya üç boyutlu problemlere kolay uygulanabilir olmasında aranabilir. Dezavantajı ise bazı problemlerde (özellikle gerçek akışkanlar ile ilgili olanlarda) hazır bir fonksiyonelin var olmamasında yatmaktadır. Bu tip problemler "artık" (residual) metotla çözülebilir.

3.2 FONKSİYONEL

Birçok problem, çözümlerinin bulunması için belirli ifadelerin maksimum veya minimumların belirlenmesine ihtiyaç duyarlar. Bir fonksiyonun durağan (stationary) noktalarının bulunması bir grup problem için önem taşır. Bir diğer grup problem için ise önemli olan bir integral ifadeyi minimum veya maksimum yapan fonksiyonların tesbit edilebilmesidir. Fonksiyonlara bağlı olan bu ifadeler (bir başka değişle fonksiyonların fonksiyonları) fonksiyonel olarak adlandırılırlar. Örneğin,

$$F = F(x, f(x), f'(x), \dots, f^n(x)) \quad (3.2-1)$$

böyle bir fonksiyoneli ifade eder. Birçok mühendislik probleminde fonksiyoneller, fiziksel kavramları temsil ederler. Bu anlamda integral tipteki fonksiyoneller ile diferansiyel denklemler arasında bir bağ vardır. Ancak her varyasyonel ifadeye karşılık gelebilecek bir diferansiyel denklem mevcutken; bunun tersi, her diferansiyel denkleme karşılık gelen bir varyasyonel ifade bulmak mümkün değildir.

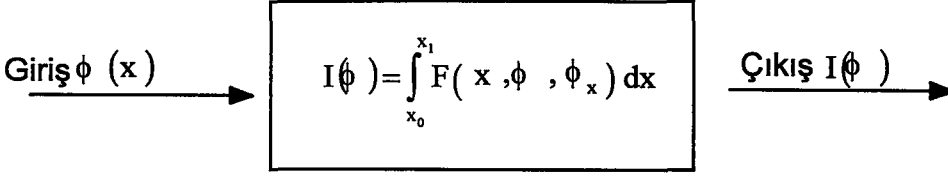
Bundan sonraki satırlarda, temel olarak fiziksel bir problemi temsil eden bir diferansiyel denklem yerine varyasyonel bir ifadenin ikame edilmesi üzerinde durulacaktır.

Varyasyonel motor, yukarıda da değinildiği gibi fonksiyonel(I) adını alan bir ifadenin değişimleri ile ilgilenir.

$$I = \int_a^b F(x, \phi, \phi_x) dx \quad (3.2-2)$$

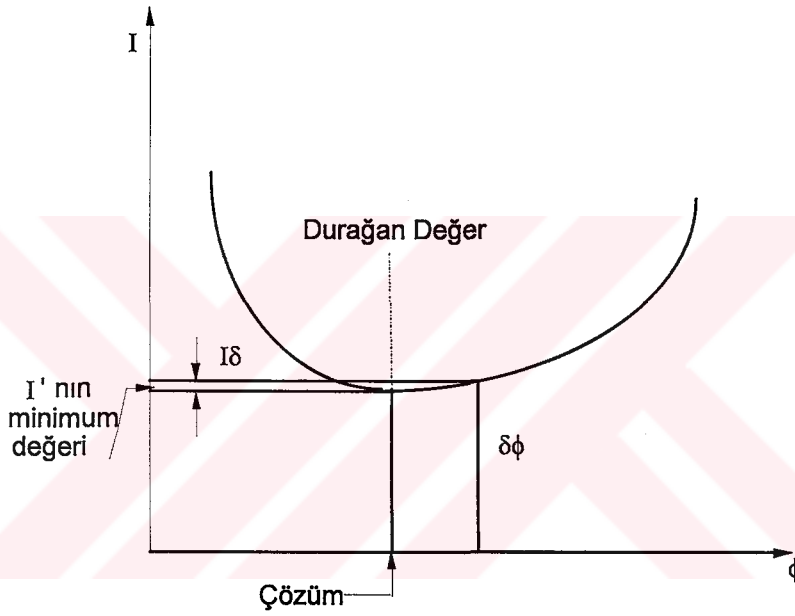
fonksiyoneli göz önüne alım. Bu fonksiyonelde x bağımsız değişken; ϕ , x 'e bağlı değişken ve ϕ_x , ϕ , bağımlı değişkeninin x 'e göre türevidir.

(3.2) denklemi ile gösterilen fonksiyonel $I(\phi)$, x 'in bir fonksiyonu değildir. Çünkü I , belirli bir integral ifadedir. Dolayısıyla $\phi(x)$ fonksiyonu, çıkışı bir fonksiyonel (sayı) olan bir integrasyon kutusunun giriş datası olarak nitelendirilebilir (Şekil 3.1)



Şekil 3.1 Fonksiyonelin bir integrasyon kutusu şeklinde gösterimi

3.3 İLK VARYASYON



Şekil 3.2 ϕ ve I 'nin ilk varyasyonları[6]

ϕ^* 'ın ϕ ile $\delta\phi$ 'nin toplamı olduğu Şekil 3.2'de göz önünde tutularak düşünüldüğünde

$$\phi^*(x) = \phi(x) + \delta\phi(x) \quad (3.3-1)$$

denklemini, $\phi^*(x)$ = yaklaşık (sonlu eleman) çözümü

$\phi(x)$ = diferansiyel denklemin gerçek çözümü

$\delta\phi(x)$ = ilk varyasyonu

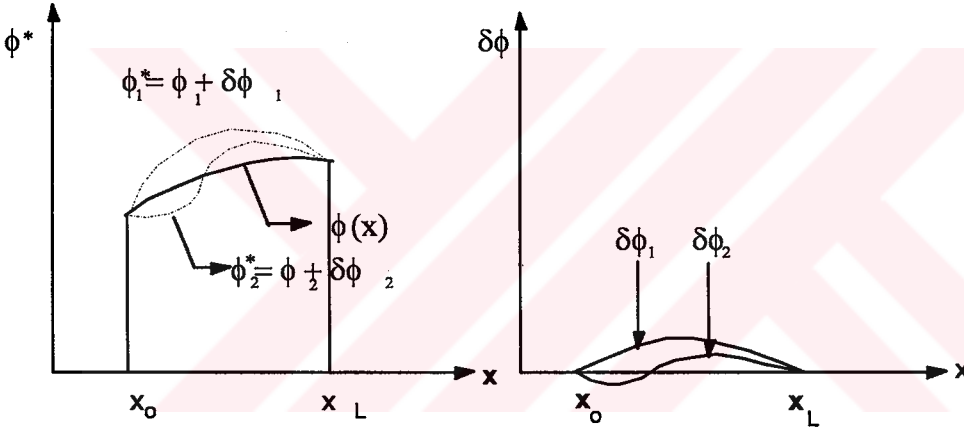
temsil etmek üzere yazılabilir.

$\phi(x)$, I fonksiyonel ifadesinde yerine konulacak olursa, ϕ 'deki, $\delta\phi$ ile ifade edilen küçük bir değişim I fonksiyonelinde I ile gösterilen bir küçük değişime neden olur. Bu değişim,

$$\delta I = I(\phi^*) - I(\phi) = I(\phi + \delta\phi) - I(\phi) \quad (3.3-2)$$

Şekil 3.2 de gösterilmiştir. Bu denkleme gerek gerekse x 'in birer fonksiyonudur.

ϕ^* yaklaşım fonksiyonunun şekli belli değildir. Şekil 3.3,a-b'de olası iki yaklaşım fonksiyonu gösterilmektedir.



Şekil 3.3 a) $\phi(x)$ fonksiyonu ve iki olası değişim $\delta\phi_1, \delta\phi_2$
b) değişimler

$x=x_0$ ve $x=x_L$ noktalarında değişim olmadığı kabul edilmiştir. Bir diğer değişle bu noktalar sabit sınır şartı noktalarıdır ve bu noktalarda $\delta\phi_1$ ve $\delta\phi_2$ sıfır değerini alırlar. $x=x_0$ ile $x=x_1$ noktaları arasında $\delta\phi$ değişimi keyfidir. I fonksiyonelinin minimum değerine en yakın ϕ^* yaklaşım fonksiyonu yukarıda belirtilen ϕ_1^*, ϕ_2^* veya bir diğer fonksiyon olabilir.

I fonksiyoneli, $\delta\phi$ 'nin küçük değerleri için Taylor serisinde açıldığında

$$I(\phi + \delta\phi) = I(\phi) + \frac{\partial I}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 I}{\partial \phi^2} (\delta\phi)^2 + \dots \quad (3.3-3)$$

ve $(\delta\phi)^2$ dahil daha yüksek terimler ihmal edildiğinde ve (3.3-2) denklemi göz önünde tutulduğunda,

$$\delta I = \frac{\partial I}{\partial \phi} \delta\phi \quad (3.3-4)$$

denklemi elde edilir.

$x=x_0$ ve $x=x_L$ noktaları hariç , çözüm bölgesinde sıfırdan farklı olduğu için ancak olduğundan sıfıra eşit olabilir.

Sonlu elemanlar yöntemi ile bir probleme ancak yaklaşık bir sonuç bulunabilir. Bu yüzden I fonksiyonelinin minimumu da belli bir yaklaşıklıkla elde edilebilir.[12]



BÖLÜM 4: SÜREKLİ REJİMDE İKİ BOYUTLU ISI GEÇİŞİ

4.1 GENEL FONKSİYONELİN ÇIKARTILMASI

Bu bölümde sürekli rejimde iki boyutlu ısı geçişi probleminde kullanılacak fonksiyonel türetilenektir.

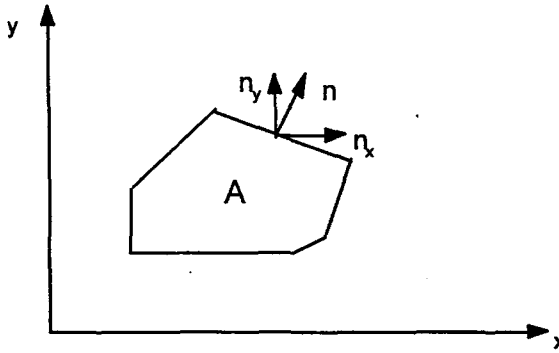
Fonksiyonelin türetilmesi 4 aşamadan oluşur.

- i . Bir fonksiyonel tahmini yapılır.
- ii . İlk varyasyon I sifıra eşitlenir.
- iii. Euler-Lagrange denklemleri elde edilir.
- iv . Genel fonksiyonel çıkartılır.

Sürekli rejimde iki boyutlu ısı geçişine ait diferansiyel denklemler,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K \frac{\partial T}{\partial y} \right] + PT + Q = 0 \quad (4.1-1)$$

şeklindektir.



Şekil 4.1 L çerçevesi ile sınırlı A yüzeyi

(4.1-1) denkleminde K,P ve Q A'da tanımlanmış x ve y 'ye bağlı fonksiyonlardır. Söz konusu alanı çevreleyen L_1 sınırı boyunca

$$T = T_0 \quad (4.1-2)$$

sınır koşulu, yine aynı alanın bir kısmının sınırını oluşturan L_2 boyunca $\beta = -\mathfrak{R} T_\infty$ olmak üzere,

$$K \frac{\partial T}{\partial x} n_x + K \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \mathfrak{R} T + \beta = 0 \quad (4.1-3)$$

türev sınır koşulu geçerlidir.

Burada $\mathfrak{R}$ ve β , L_2 üzerinde x ve y 'ye bağlı olarak tanımlanmış fonksiyonlar, n_x ve n_y ise L_2 'nin dış normal bileşenleridir (Şekil 4.1).

Genel fonksiyoneli oluşturma'nın ilk adımı olarak bir tahmini fonksiyonel varsayımı yapılmalıdır. Bunun için ilk terimi diferansiyel denkleme, ikinci terimi de türev sınır koşuluna karşı gelmek üzere

$$I(T) = \iint_A F(x, y, T, T_x, T_y) dA + \int_{L_2} G(x, y, T) dL \quad (4.1-4)$$

fonksiyoneli seçilir.

İkinci adım olarak ilk varyasyon δI belirlenmelidir. Yaklaşık çözüm aşağıdaki eşitlikle yazılır.

$$T^*(x, y) = T(x, y) + \delta T(x, y) \quad (4.1-5)$$

Bu denklemde δT ilk varyasyondur. Fonksiyonelin ilk varyasyonu ise

$$\delta I = I(T^*) - I(T) = I(T + \delta T) - I(T) \quad (4.1-6)$$

şeklinde yazılır.

$I(T+\delta T)$, Taylor serisinde açıldığında elde edilen denklem, gerekli ihmaller yapıldığında

$$I(T+\delta T) = I(T) + \frac{\partial I}{\partial T} \delta T \quad (4.1-7)$$

şeklinde gerçekleşir.

Yaklaşık çözümün tanımı uyarınca δT sıfırdan farklı olacağından fonksiyonelin ilk varyasyonu δI ancak,

$$\frac{\partial I}{\partial T} = 0 \quad (4.1-8)$$

denklemini sağlandığında sıfıra eşit olur.

(4.1-4) denklemini ile gösterilen genel fonksiyonelin ilk varyasyonu

$$\begin{aligned} \delta I = & \iint_A F(x, y, T^*, T_x^*, T_y^*) dA + \int_{L_2} G(x, y, T^*) dL \\ & - \iint_A F(x, y, T_x, T_y) dA - \int_{L_2} G(x, y, T) dL \end{aligned} \quad (4.1-9)$$

şeklinde yazılır.

$F(x, y, T^*, T_x^*, T_y^*)$ fonksiyonunun Taylor serisinde açılımı

$$F(x, y, T^*, T_x^*, T_y^*) = F(x, y, T + \delta T, T_x + \delta T_x, T_y + \delta T_y)$$

$$F(x, y, T^*, T_x^*, T_y^*) = F(x, y, T, T_x, T_y) + \frac{\partial F}{\partial T} \delta T + \frac{\partial F}{\partial T_x} \delta T_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} \delta T_y + \dots \quad (4.1-10)$$

Benzer şekilde $G(x, y, T^*)$ fonksiyonunun Taylor serisinde açılımı da

$$G(x, y, T^*) = G(x, y, T + \delta T) = G(x, y, T) + \frac{\partial G}{\partial T} \delta T + \dots \quad (4.1-11)$$

şeklindedir.

Bu iki açılım (4.1-9) denkleminde yerlerine konur ve eşit terimler birbirinden çıkartılırsa,

$$\delta I = \iint_A \left[\frac{\partial F}{\partial T} \delta T + \frac{\partial F}{\partial T_x} \delta T_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} \delta T_y \right] dA + \int_L \frac{\partial G}{\partial T} \delta T dL \quad (4.1-12)$$

ilk varyasyon elde edilir.

$$\delta T_x = \frac{\partial}{\partial x} \delta T, \quad \delta T_y = \frac{\partial}{\partial y} \delta T$$

ve

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial F}{\partial T_x} dT \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial F}{\partial T_x} \right] dT + \frac{\partial F}{\partial T_x} dT_x$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial F}{\partial T_y} dT \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial F}{\partial T_y} \right] dT + \frac{\partial F}{\partial T_y} dT_y$$

eşitlikleri dikkate alındığında ve Gauss-ırsama teoremi uygulandığında (4.1-12) denklemi

$$\begin{aligned} \delta I = & \iint_A \left[\frac{\partial F}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial T_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial T_y} \right) \right] \delta T dA \\ & + \int_L \left[\frac{\partial F}{\partial T_x} n_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} n_y \right] \delta T dL + \int_{L_2} \frac{\partial G}{\partial T} \delta T dL \end{aligned} \quad (4.1-13)$$

elde edilir.

L çevresinin L_1 kısmında sabit sıcaklık $T = T_0$ sınır şartı geçerli olduğundan yukarı (4.1-13) denkleminin ikinci teriminde yer alan δT ifadesi boyunca sıfır değerini L_1 alır. Dolayısıyla δI ilk varyasyon denklemi tekrar düzenlenirse

$$\begin{aligned} \delta I = & - \iint_A \left[-\frac{\partial F}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial T_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial T_y} \right) \right] \delta T dA \\ & + \int_{L_2} \left[\frac{\partial F}{\partial T_x} n_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} n_y + \frac{\partial G}{\partial T} \right] \delta T dL \end{aligned} \quad (4.1-14)$$

eşitliği elde edilir.

δT sıfırdan farklı bir değere sahip olduğundan

$$\delta I = 0$$

şartının gerçekleşmesi için sırasıyla

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial T_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial T_y} \right) - \frac{\partial F}{\partial T} = 0 \quad (4.1-15)$$

$$\frac{\partial F}{\partial T_x} n_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} n_y + \frac{\partial G}{\partial T} = 0 \quad (4.1-16)$$

denklemlerinin gerçekleşmesi gerekmektedir.

Yukarıda yer alan (4.1-15) denklemi Euler-Lagrange denklemi, (4.1-16) denklemi ise türev sınır koşulu denklemi olarak adlandırılır. Bu iki denklem 4. adımı oluşturan genel fonksiyoneli elde etmek amacıyla kullanılacaklardır.

(4.1-15) ve (4.1-1) denklemlerinin ilk iki terimi birbirine eşitlendiğinde,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial T_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial T_y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} (KT_x) + \frac{\partial}{\partial y} (KT_y) \quad (4.1-17)$$

denklemi elde edilir.

Her iki terimde sırasıyla T_x ve T_y 'ye göre integre edilirse

$$F = \frac{1}{2}KT_x^2 + \frac{1}{2}KT_y^2 + C \quad (4.1-18)$$

eşitliği ortaya çıkar.

Euler-Lagrange denkleminin son terimi (4.1-1) denkleminin son terimi ile eşitlenirse,

$$-\frac{\partial F}{\partial T} = PT + Q \quad (4.1-19)$$

ve integral sabiti C, T' nin bir fonksiyonu olarak düşünülürse,

$$-\frac{\partial F}{\partial T} = -\frac{\partial C}{\partial T} \quad (4.1-20)$$

(4.1-19) ve (4.1-20)'un eşitlenmesi sonucunda

$$C = -\frac{1}{2}PT^2 - QT \quad (4.1-21)$$

elde edilir. Bulunan bu değer (4.1-18)'de yerine konulursa

$$F = \frac{1}{2}KT_x^2 + \frac{1}{2}KT_y^2 - \frac{1}{2}PT^2 - QT \quad (4.1-22)$$

genel integrandı elde edilir.

(4.1-16) denklemiyle gösterilen türev sınır şartı terimi (4.1-3) denklemiyle temsil edilen türevsel sınır şartına eşitlenirse

$$\frac{\partial F}{\partial T_x}n_x + \frac{\partial F}{\partial T_y}n_y + \frac{\partial G}{\partial T} = K\frac{\partial T}{\partial x}n_x + K\frac{\partial T}{\partial y}n_y + \Re T + \beta \quad (4.1-23)$$

elde edilir.

F ifadesi üzerinde yapılan işlemler neticesinde denklemin her ikitarafında yer ikiyeşer terim birbirlerini götürürler. Geride kalan,

$$\frac{\partial G}{\partial T} = \Re T + \beta \quad (4.1-24)$$

eşitliği de T' ye göre integre edilirse,

$$G = \frac{1}{2} \Re T^2 + \beta T \quad (4.1-25)$$

denklemini ortaya çıkar. Buterim sınır şartı terimi olarak adlandırılır.

(4.1-22) ve (4.1-25) denklemlerini birleştirildiğinde genel fonksiyonel de ortaya aşağıdaki şekliyle çıkmış olur.

$$I = \iint_A \left[\frac{1}{2} K_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} K_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2} P T^2 - Q T \right] dA + \int_{L_2} \left[\frac{1}{2} \Re T^2 + \beta T \right] dL \quad (4.1-26)$$

(4.1-1) - (4.1-3) denklemlerini sağlayan T(x,y), (4.1-26) denklemiyle gösterilen fonksiyonel ifadeyi minimize eden yaklaşım sıcaklık fonksiyonu ile eşdeğerdir. Ele alınacak problemde P,Q fonksiyonları olmadığından (4.1-26) denklemini aşağıdaki hali alacaktır.

$$I(T) = \iint_A \left[\frac{1}{2} K_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dA + \int_{L_2} \left[\frac{1}{2} \Re T^2 + \beta T \right] dL \quad (4.1-27)$$

4.2 İKİ BOYUTLU BASİT ÜÇGEN ELEMAN

Sonlu elemanlar yöntemi sürekli bir fonksiyonun (sıcaklık, basınç vb...) eleman adını alan sonlu sayıda alt alanlarda sürekli tanımlanmış fonksiyonlardan (eleman veya enterpolasyon fonksiyonları) oluşan ayrık bir model tarafından yaklaşık olarak çözülmesi esasına dayanır.

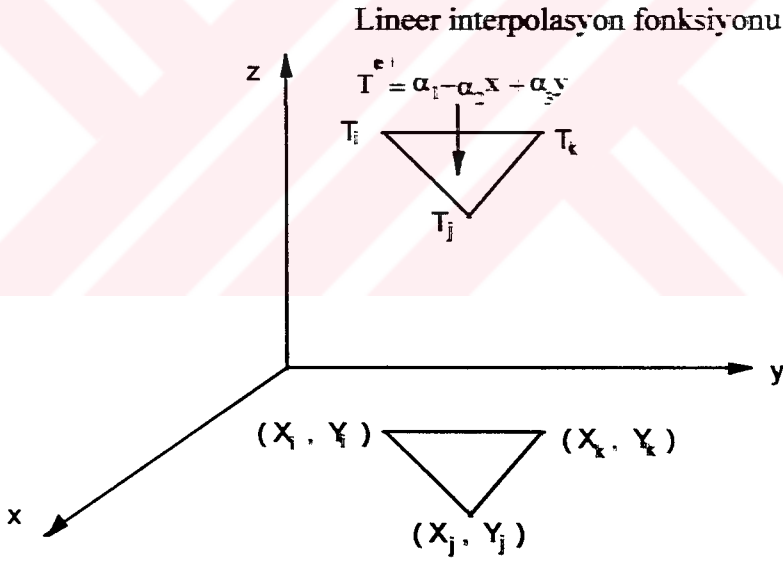
Enterpolasyon fonksiyonunun en çok kullanılan cinsi polinomdur. Bu çalışmada çözülen problemde, alan, basit üçgen elemanlara ayrılacağından, (4.24) denklemiyle gösterilen fonksiyonel ifade, her bir eleman fonksiyonelinin toplamı haline getirilecektir. Şekil (4.2)'de iki boyutlu üçgen eleman görülmektedir.

Alan değişkeni T (sıcaklık ve diğer değişkenler) x ve y koordinatlarının fonksiyonuysa, en basit veya basit eleman üçgendir.

$A(e)$ =eleman alanı

$T(e)$ =Sıcaklık için eleman enterpolasyon fonksiyonu

Şekil 4.2 de gösterildiği gibi saat yönünün tersi yönde yerleştirilen düğüm noktaları için i, j, k yerleştirilmiştir.



Şekil 4.2 İki basit üçgen eleman[9]

Eleman içerisindeki enterpolasyon fonksiyonu:

$$T^{(e)} = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (4.2-1)$$

Şekil 4.2 İki boyutlu basit eleman: Üçgen elemanın köşelerinde üç düğüm noktası

(X_i, Y_i) = Birinci düğüm koordinatları

(X_j, Y_j) = İkinci düğüm koordinatları

(X_k, Y_k) = Üçüncü düğüm koordinatları

Düğüm noktalarında, düğüm alan değerleri

T_i = İlk düğüm sıcaklığı

T_j = İkinci düğüm sıcaklığı

T_k = Üçüncü düğüm sıcaklığı

T_i, T_j, T_k nın değerleri verilebilir veya sonlu eleman çözümünün kısmı olarak bulunabilir.

Lineer interpolasyon polinomu aşağıdaki formda olmalıdır.

$$T^{(e)} = \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y & \text{A' da} \\ 0 & \text{Başka yerde} \end{cases} \quad (4.2-2)$$

Düğüm noktasının herbirinde , interpolasyon fonksiyonu düğüm sıcaklıklarıyla eşleştirilmiştir.

$$T^{(e)} = T_i \quad , \quad x = X_i \quad , \quad y = Y_i$$

$$T^{(e)} = T_j \quad , \quad x = X_j \quad , \quad y = Y_j$$

$$T^{(e)} = T_k \quad , \quad x = X_k \quad , \quad y = Y_k$$

(4.2-2) denkleminde yararlanılarak (4.2-3) denklemi çıkartılmıştır.

Bu eşitliğe ait denklem sistemi:

$$T_i = \alpha_1 + \alpha_2 X_i + \alpha_3 Y_i$$

$$T_j = \alpha_1 + \alpha_2 X_j + \alpha_3 Y_j$$

$$T_k = \alpha_1 + \alpha_2 X_k + \alpha_3 Y_k \quad (4.2-3)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ değerlerinin çözümü

$$\alpha_1 = \frac{1}{2A} [(X_i Y_k - X_k Y_j) T_i + (X_k Y_i - X_i Y_k) T_j + (X_i Y_j - X_j Y_i) T_k]$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2A} [(Y_j - Y_k) T_i + (Y_k - Y_i) T_j + (Y_i - Y_j) T_k]$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2A} [(X_k - X_j) T_i + (X_i - X_k) T_j + (X_j - X_i) T_k]$$

$$\alpha_1^{(e)} = \frac{1}{2A} [a_i T_i^{(e)} + a_j T_j^{(e)} - a_k T_k^{(e)}]$$

$$\alpha_2^{(e)} = \frac{1}{2A} [b_i T_i^{(e)} + b_j T_j^{(e)} - b_k T_k^{(e)}]$$

$$\alpha_3^{(e)} = \frac{1}{2A} [c_i T_i^{(e)} + c_j T_j^{(e)} - c_k T_k^{(e)}] \quad (4.2-4)$$

(4.2-4) denklemlerinde A, seçilen üçgen elemanın alanını temsil eder ve

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & X_i & Y_i \\ 1 & X_j & Y_j \\ 1 & X_k & Y_k \end{bmatrix} \quad (4.2-5)$$

matris formundaki eşitliğiyle ifade edilir.

(4.2-4) eşitlikleri (4.2-1)'te yerlerine konursa sıcaklık fonksiyonu,

$$T^{(e)}(x,y) = \frac{1}{2A} \left[(a_i + b_i x + c_i y) T_i^{(e)} + (a_j + b_j x + c_j y) T_j^{(e)} + (a_k + b_k x + c_k y) T_k^{(e)} \right] \quad (4.2-6)$$

$$T^{(e)}(x,y) = N_i T_i + N_j T_j + N_k T_k$$

veya

$$\{N\}^{(e)} = \{N_i \quad N_j \quad N_k\} \quad ; \quad \{T\}^{(e)} = \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix}$$

olmak üzere

$$T^{(e)}(x,y) = \{N\}^{(e)} \{T\}^{(e)} \quad (4.2-7)$$

şeklinde bulunur.

$$N_i^{(e)} = \frac{1}{2} [a_i + b_i x + c_i y] \quad ; \quad \begin{cases} a_i = x_j y_k - x_k y_j \\ b_i = y_i - y_k \\ c_i = x_k - x_j \end{cases}$$

$$N_j^{(e)} = \frac{1}{2} [a_j + b_j x + c_j y] \quad ; \quad \begin{cases} a_j = x_k y_i - x_i y_k \\ b_j = y_k - y_i \\ c_j = x_i - x_k \end{cases}$$

$$N_k^{(e)} = \frac{1}{2} [a_k + b_k x + c_k y] \quad ; \quad \begin{cases} a_k = x_i y_j - x_j y_i \\ b_k = y_i - y_j \\ c_k = x_j - x_i \end{cases}$$

Şekil fonksiyonları olarak adlandırılırlar.

4.3 FONKSİYONELİN ELDE EDİLMESİ

Genel fonksiyonele eleman katkılarını belirleyebilmek için $I(T)$ fonksiyoneli, eleman boyutunda integrallere ayrılır ve E adet eleman için, aşağıdaki eşitlik yazılır.

$$I = I(1) + I(2) + I(3) + I(4) + \dots + I(E)$$

(4.1-27) denklemi belirli bir (e) elemanı için,

$$I^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} \frac{1}{2} \left[K_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dA + \int_{L_2^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \Re T^2 - \beta T \right] dL \quad (4.3-1)$$

şeklinde tekrar yazılır.

(4.3-1) ifadesinde yer alan ikinci integral L_2 'ye sınırı veya sınırları olan elemanlar için kullanılır. (4.3-1) ifadesi terim terim açıldığında.

$$\begin{aligned} I^{(e)} = & \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) K_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right]^{(e)} dA^{(e)} + \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) K_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right]^{(e)} dA^{(e)} \\ & + \int_{L_2^{(e)}} \left[\frac{1}{2} T \Re T \right]^{(e)} dL + \int_{L_2^{(e)}} [T \beta]^{(e)} dL \end{aligned} \quad (4.3-2)$$

ortaya çıkar.

(4.3-1) denkleminin ilk teriminde yer alan grayen ifadeler (4.2-7) denklemi x ve y' ye göre türetilerek bulunur.

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} T_i + \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial x} T_j + \frac{\partial N_k^{(e)}}{\partial x} T_k \quad (4.3-3)$$

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} T_i + \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial y} T_j + \frac{\partial N_k^{(e)}}{\partial y} T_k \quad (4.3-4)$$

ya da

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} = \left\{ \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} \quad \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial x} \quad \frac{\partial N_k^{(e)}}{\partial x} \right\} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} = \{D_x\} \{T\} \quad (4.3-3,a)$$

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} = \left\{ \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} \quad \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial y} \quad \frac{\partial N_k^{(e)}}{\partial y} \right\} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} = \{D_y\} \{T\} \quad (4.3-4,a)$$

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} = \{D_x\} \{T\} = \{T\}^T \{D_x\} = \frac{1}{2A} \{b_i \quad b_j \quad b_k\} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} \quad (4.3-3,b)$$

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} = \{D_y\} \{T\} = \{T\}^T \{D_y\} = \frac{1}{2A} \{c_i \quad c_j \quad c_k\} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} \quad (4.3-4,b)$$

(4.3-2) denklemindeki tüm katsayılar ; K_x , K_y , $\mathfrak{R}$ ve β 'nın elemana ait sabitler olduğu kabul edilecek olursa aynı eşitliği oluşturan terimlerin incelenmesine başlanabilir.

i . K_x Terimi

$$K_x = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial T}{\partial x} K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right]^{(e)} dA$$

(4.3-3,b) yardımıyla

$$K_x = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \{T\}^T \{D_x\}^T K_x \{D_x\} \{T\} \right]^{(e)} dA$$

$$K_x = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{8A^2} (b_i T_i + b_j T_j + b_k T_k) K_x (b_i T_i + b_j T_j + b_k T_k) \right]^{(e)} dA \quad (4.3-5)$$

ii . K_y Terimi

$$K_y = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial T}{\partial y} K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right]^{(e)} dA$$

(4.3-4,b) yardımıyla

$$K_y = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \{T\}^T \{D_y\}^T K_y \{D_y\} \{T\} \right]^{(e)} dA$$

$$K_y = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{8A^2} (c_i T_i + c_j T_j + c_k T_k) K_y (c_i T_i + c_j T_j + c_k T_k) \right]^{(e)} dA \quad (4.3-6)$$

iii . h Terimi

$$h = \int_{L_2^{(e)}} \left[\frac{1}{2} T \Re T \right] dL_2$$

$$h = \int_{L_2^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \{T\}^T \{N\}^T \Re \{N\} \{T\} \right]^{(e)} dL_2 \quad (4.3-7)$$

iv . β Terimi

$$\beta = \int_{L_2} [T\beta] dL_2 \quad (4.3-8)$$

elde edilir.

Yukarıdaki terimlerin tümü (4.3-2) ifadesi uyarınca birleştirilecek olursa ,

$$I^{(e)} = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \{T\}^T \{D_x\}^T K_x \{D_x\} \{T\} + \frac{1}{2} \{T\}^T \{D_y\}^T K_y \{D_y\} \{T\} \right] + \int_{L_2^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \{T\}^T \{N\}^T \Re \{N\} \{T\} + \{T\}^T \{N\}^T \beta \right] dL_2 \quad (4.3-9)$$

şeklindeki , basit üçgen eleman için eleman fonksiyoneli elde edilmiş olur.

4.4 FONKSİYONELİN MİNİMİZASYONU VE ELEMAN MATRİSLERİ

Genel fonksiyonelin çıkartılması alt bölümlerinde konu edilen δI ilk varyasyonu sıfır yapan (4.1-8) denklemi , oluşturulan eleman fonksiyonelinin bilinmeyen düğüm noktaları sıcaklıklarına göre türetilmesini gerektirir.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \partial I / \partial T_i \\ \partial I / \partial T_j \\ \partial I / \partial T_k \end{array} \right\} &= \iint_{A^{(e)}} \left[\{D_x\}^T K_x \{D_x\} \{T\} + \{D_y\}^T K_y \{D_y\} \{T\} \right] dA \\ &+ \int_{L_2^{(e)}} \left[\{N\}^T \Re \{N\}^T \{T\} + \{N\}^T \beta \right] dL_2 \end{aligned} \quad (4.4-1)$$

ifadesi bu türetme neticesinde ortaya çıkar.

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial I / \partial T_i \\ \partial I / \partial T_j \\ \partial I / \partial T_k \end{array} \right\} = [B]^{(e)} \{T\}^{(e)} - \{C\}^{(e)} = 0 \quad (4.4-2)$$

Burada $[B]^{(e)}$: elemanter iletim matrisi

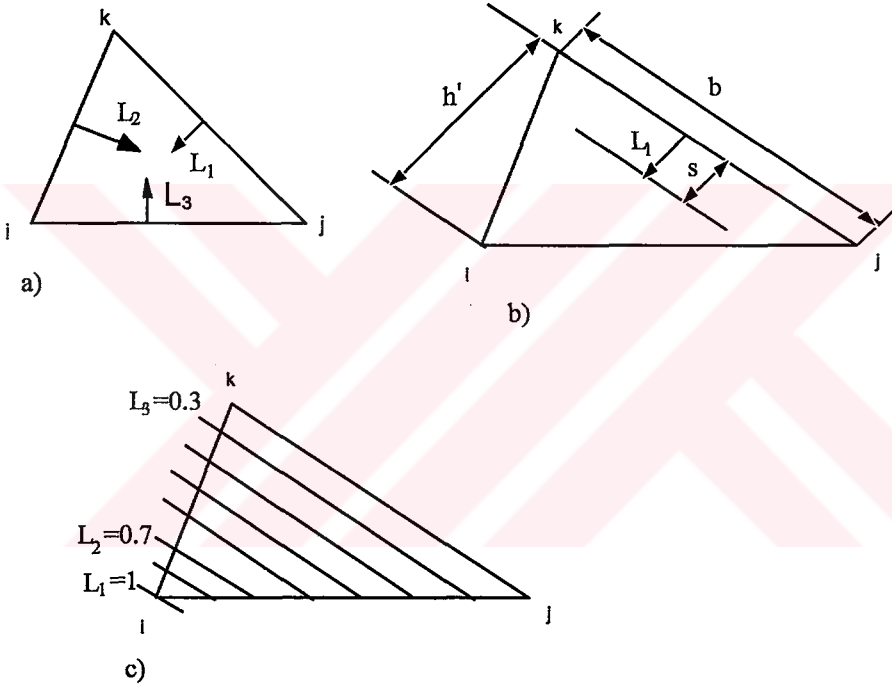
$\{C\}^{(e)}$: elemanter kolon matrisi $\{C\} = - \int_{L_2^{(e)}} \left[\{N\}^T \beta \right]^{(e)} dL_2$

(4.4-1) denklemi (4.4-2)' de yerine konulacak olursa eleman matrisleri elde edilir. Kutu içine alınmış semboller , her terimin eleman matrisine katkısını simgelemektedir.

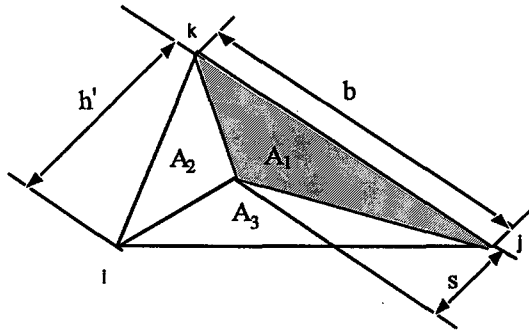
$$\begin{aligned} [B]^{(e)} &= \iint_{A^{(e)}} \left[\{D_x\}^T K_x \{D_x\} \right]^{(e)} dA + \iint_{A^{(e)}} \left[\{D_y\}^T K_y \{D_y\} \right]^{(e)} dA \\ &+ \int_{L_2^{(e)}} \left[\{N\}^T \Re \{N\} \right]^{(e)} dL_2 - \int_{L_2^{(e)}} \left[\{N\}^T \beta \right]^{(e)} dL_2 \end{aligned}$$

4.4.1 ALAN KOORDİNATLARI

Basit üçgen eleman için kullanılan bir yerel koordinat sistemi Şekil 4.3,a' da gösterildiği gibi üç koordinat oranı L_1 , L_2 ve L_3 'ün tanımlanması sonucu elde edilen doğal koordinat sistemidir. Bu sistemde her bir koordinat bir kenara dik uzaklık s 'nin aynı kenara ait yüksekliğe (h') oranıdır. Bu oran Şekil 4.3,b' de gösterilmektedir. L_1 , doğal olarak $0 \leq L_1 \leq 1$ aralığında değişir. Aynı durum L_2 ve L_3 için de geçerlidir. Sabit L_1 doğruları Şekil 4.3,c' de gösterilmektedir. Bu doğruların tümü L_1 'in ait olduğu kenara paraleldir.



Şekil 4.3 Basit üçgen eleman için alan koordinat sistemi [12]



Şekil 4.4 Üçgen içersindeki bir noktaya göre oluşmuş üç alt alan

Şekil 4.4' te gösterilen üçgenin toplam alanı

$$A_t = \frac{b h'}{2} \quad (4.4-3)$$

dır. Aynı şekilde taralı alan ise ,

$$A_1 = \frac{b s}{2} \quad (4.4-4)$$

eşitliği ile verilir. A_1 / A_t oranı (4.43) ve (4.44) denklemleri uyarınca

$$\frac{A_1}{A_t} = \frac{s}{h'} = L_1 \quad (4.4-5)$$

şeklinde gerçekleşir.

Dolayısıyla L_1 alan koordinatının büyüklüğü Şekil 4.4 ' te gösterilen taralı A_1 alanının A_t alanına oranı olarak belirlenir. L_2 ve L_3 için L_1 ' e benzer çıkarımlar yapılır ve

$$L_2 = \frac{A_2}{A_t} \quad , \quad L_3 = \frac{A_3}{A_t}$$

olduğu görülür.

$$A_1 + A_2 + A_3 = A_t$$

oldığından

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1 \quad (4.4-6)$$

eşitliğinden ortaya çıkar.

(4.4-6) eşitliği koordinatlar arası ilişkiyi veren bir eşitliktir. L_1 , L_2 ve L_3 'ün özellikleri ile (4.4-6) denklemi birleştirildiğinde basit üçgen eleman için şekil fonksiyonlarının koordinat değişkenleri L_1 , L_2 ve L_3 'e eşit oldukları görülür.

$$N_i = L_{jk} = L_1$$

$$N_j = L_{jk} = L_2$$

$$N_k = L_{ij} = L_3 \quad (4.4-7)$$

Şekil 4.3,c' de görüldüğü gibi ,

$$L_{jk} = \begin{cases} i & \text{düğüm noktasında} \longrightarrow 1 \\ j & \text{ve k düğüm noktalarında} \longrightarrow 0 \end{cases}$$

değerlerini alır. Bu değerler L_2 ve L_3 için de bulunabilir.

Alan koordinat sisteminin kullanılmasının avantajı ileride çıkartılacak olan $\mathfrak{R}$ ve β terimlerinde bulunan integrasyon denklemlerinde açıkça görülebilir. Alan koordinat sisteminin kullanılması neticesinde uzunluk ve alan integrallerinin integrasyonu kolaylıkla elde edilebilmektedir.

$$\int_L L_1^a L_2^b dL = \frac{a! b!}{(a+b+1)!} L \quad (4.4-8)$$

$$\iint_A L_1^a L_2^b L_3^c dA = \frac{a! b! c!}{(a+b+c+2)!} 2A \quad (4.4-9)$$

(4.4-9) denkleminin kullanımı aşağıdaki integral içinde yer alan çarpım ifadesi göz önüne alınarak anlaşılabilir.

$$\iint_A N_i N_j dA = \iint_A L_1 L_2 L_3^0 dA = \frac{1! 1! 0!}{(1+1+0+2)!} 2A$$

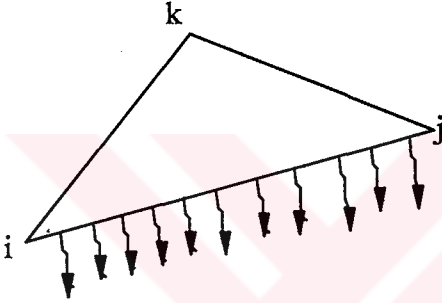
$$\frac{2A}{4!} = \frac{A}{12}$$

L_1 ve L_2 alan koordinatları N_i ve N_j şekil fonksiyonlarına karşılık gelir. N_k , çarpımda yer almadığından L_3 sıfırcı kuvveti ile formüle girer.

(4.4-8) denklemi , elemanın kenar uzunluğunun fonksiyonu olan ifadeleri

integrasyonunda kullanılır. Dolayısıyla denklemde yer alan L , eleman kenarını sınırlayan iki düğüm noktası arasındaki uzunluk olarak ele alınır. " $\mathfrak{R}$ " terimi elemanın kenarları boyunca çıkartılan bir terimdir. Eğer bir elemanın herhangi bir veya birden fazla kenarı , türevsel sınır L_2 üzerinde yer alıyorsa $\mathfrak{R}$ terimi dikkate alınır.

Şekil 4.5' teki gibi, üçgen elemanın i ve j düğüm noktaları arasında türev sınır koşulu mevcutsa ya da bir diğer deyişle elemanın birinci kenarı taşınım sınır koşuluna tabi ise $N_k = 0$ olduğu görülür.



Şekil 4.5 Üçgen elemanın bir yüzünden taşınım ile ısı geçişi

4.4.2 ELEMANTER İLETİM MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ

i . $\boxed{K_x}$ Terimi

$$\boxed{K_x} = \iint_{A^{(e)}} \left[\{D_x\}^T K_x \{D_x\} \right] dA$$

$$\boxed{K_x} = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{K_x}{4A^2} \begin{Bmatrix} b_i \\ b_j \\ b_k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} b_i & b_j & b_k \end{Bmatrix} \right] dA$$

sütun ve sıra çarpılırsa ,

$$\boxed{K_x} = \frac{K_x}{4A^2} \begin{bmatrix} \iint b_i b_i dA & \iint b_i b_j dA & \iint b_i b_k dA \\ \iint b_j b_i dA & \iint b_j b_j dA & \iint b_j b_k dA \\ \iint b_k b_i dA & \iint b_k b_j dA & \iint b_k b_k dA \end{bmatrix}^{(e)}$$

integral içindeki terimlerin hepsi sabit olduğundan

$$\boxed{K_x} = \frac{K_x}{4A} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j^2 & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} \quad (4.4-10)$$

elde edilir.

ii . $\boxed{K_y}$ Terimi

K_y teriminin çıkartılması K_x ile aynı olduğundan K_y sonucu doğrudan :

$$\boxed{K_y} = \frac{K_y}{4A} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j^2 & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} \quad (4.4-11)$$

iii . $\mathfrak{R}$ Terimi

$$\boxed{\mathfrak{R}} = \int_{L_2^{(e)}} \left[\{N\}^T \mathfrak{R} \{N\} \right]^{(e)} dL_2$$

ifadesi

$$\boxed{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R} \int_{L_2^{(e)}=L_{ij}} \left[\{N\}^T \{N\} \right]^{(e)} dL_2$$

$$\boxed{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R} \int_{L_{ij}^{(e)}} \begin{bmatrix} N_i N_i & N_i N_j & 0 \\ N_j N_i & N_j N_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{(e)} dL_{ij}$$

$$\boxed{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R} \int_{L_{ij}^{(e)}} \begin{bmatrix} L_1^2 & L_1 L_2 & 0 \\ L_1 L_2 & L_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{(e)} dL_{ij} \quad (4.4-12)$$

$$\int_{L_{ij}^{(e)}} L_1^2 dL_{ij} = \int_{L_{ij}^{(e)}} L_1^2 L_2^0 dL_{ij} = \frac{2! 0!}{(2+0+1)!} L_{ij} = \frac{L_{ij}}{3}$$

$$\int_{L_{ij}^{(e)}} L_1 L_2 dL_{ij} = \int_{L_{ij}^{(e)}} L_1 L_2 dL_{ij} = \frac{1! 1!}{(1+1+1)!} L_{ij} = \frac{L_{ij}}{6}$$

olarak bulunur. Diğer terimler bulunanların simetriğidir. Bulunanlar (4.4-12) eşitliğinde yerine konulursa ,

$$\boxed{\mathfrak{R}}_{ij} = \mathfrak{R}_{ij} \int_{L_{ij}^{(e)}} [\{N\}^T \{N\}] dL_{ij}^{(e)} = \frac{\mathfrak{R}_{ij} L_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

elde edilir. Geri kalan iki kenar için de benzer işlemler yapılarak sonuç bulunur

Şimdiye kadar çıkartılan elemanter iletim matrisi terimleri bir araya getirildiğinde aşağıdaki elemanter iletim matrisi eşitliği elde edilir.

$$\begin{aligned} [B]^{(e)} &= \frac{K_x}{4A} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j^2 & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} + \frac{K_y}{4A} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j^2 & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} \\ &+ \frac{\mathfrak{R} L_{ij}}{4A} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{\mathfrak{R} L_{jk}}{4A} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} + \frac{\mathfrak{R} L_{ik}}{4A} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.4-13) \end{aligned}$$

4.4.3 ELEMANTER KOLON MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ

$[\beta]$ Terimi

$$[\beta] = - \int_{L_2^{(e)}} [\{N\}^T \beta] dL_2$$

Yukarıdaki eşitlikte

$$\beta = -\mathfrak{H}T_\infty$$

büyükliğüne sahiptir.

$$[\beta] = -(\beta)^{(e)} \begin{bmatrix} \int N_i dL_2 \\ \int N_j dL_2 \\ \int N_k dL_2 \end{bmatrix}$$

(4.47) denklemi uyarınca

$$[\beta] = \frac{-\beta L_{ij}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

β_{ij} sütunu

$$= \frac{-\beta L_{jk}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

β_{jk} sütunu

$$= \frac{-\beta L_{ik}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

β_{ik} sütunu

(4.4-14)

4.4.4 ÇÖZÜM

Fonksiyonelin minimize edilmesi için fonksiyonelin , düğüm noktaları bilinmeyenlerine göre türütülmesi ve sıfıra eşitlenmesi gerekir. Bu yapılırsa (4.4-2) denklemini aşağıdaki haliyle yazılabilir.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \partial I / \partial T_i \\ \partial I / \partial T_j \\ \partial I / \partial T_k \end{Bmatrix} &= [B]^{(e)} \{T\}^{(e)} - \{C\}^{(e)} = 0 \\ &= [B]^{(e)} \{T\}^{(e)} = \{C\}^{(e)} \end{aligned} \quad (4.4-15)$$

(4.4-15) , tüm sistem için tekrar yazıldığında $[K]$, global iletim matrisi ; $\{E\}$, global kolon matrisi olmak üzere ,

$$[K]\{T\} = \{E\} \quad (4.4-16)$$

ifadesi elde edilir.

Yukarıdaki görülen ifadenin çözümü için standart sayısal çözümlemeler arasından herhangi biri , örneğin Gauss-Eliminasyon yöntemi seçilebilir.

BÖLÜM 5 . PROBLEMİN ELE ALINIŞI VE KANAT PROFİLİNİN ELEMANLARA AYRILMASI

Problemde 15 adet soğutma kanalı vardır. Hareketli türbin kanatlarında soğutucu hava kanatlara kök kısmından girer ve radyal doğrultuda kanadı içten katettikten sonra kanat ucundan dışarı atılır.

Bu problemde dış ortam sıcaklığı (690°C) ve ısı taşınım katsayısı ($1650\text{W/m}^2\text{C}$) değerleri sabit alınmıştır. Gerçekte ısı taşınım katsayısı farklı bölgelerde farklı değerler almaktadır. Türbin malzemesi ısı iletim katsayısı $18\text{W/m}^{\circ}\text{C}$ dir.

Soğutma havası sıcaklıkları ve ısı taşınım değerleri soğutma kanallarının konumuna göre dört farklı grupta aşağıdaki gibi alındı.

Soğutma kanalları	T ($^{\circ}\text{C}$)	h ($\text{W/m}^2\text{C}$)
1-2-3	105	1038
4-5-6-7	100	1111
8-9-10-11-12	105	1100
13-14-15	160	972

Örnek türbin kanadı şekil 5.2 'de gösterildiği gibi 350 basit üçgen elemana ayrılmıştır. Herbir elemanın düğüm noktalarını belirlerken özellikle belirli bir dönme yönünün seçilmesine dikkat edilmelidir. Bu problemde eleman düğümleri saat yönünün tersi yönde bir sırada belirlenmiştir.

Ayrıca ısı taşınımının bulunduğu eleman kenarları eleman düğüm sırası dikkate alınarak belirlenmiştir.

Probleme ait bilgisayar programını akış şeması Ek-A ' da, bilgisayar programı ve elde edilen düğüm noktaları sıcaklıkları Ek-B ' de verilmiştir.

T (°C)	h (W/m ² °C)
105	1038
100	1111
105	1100
160	972

Soğutma kanalları

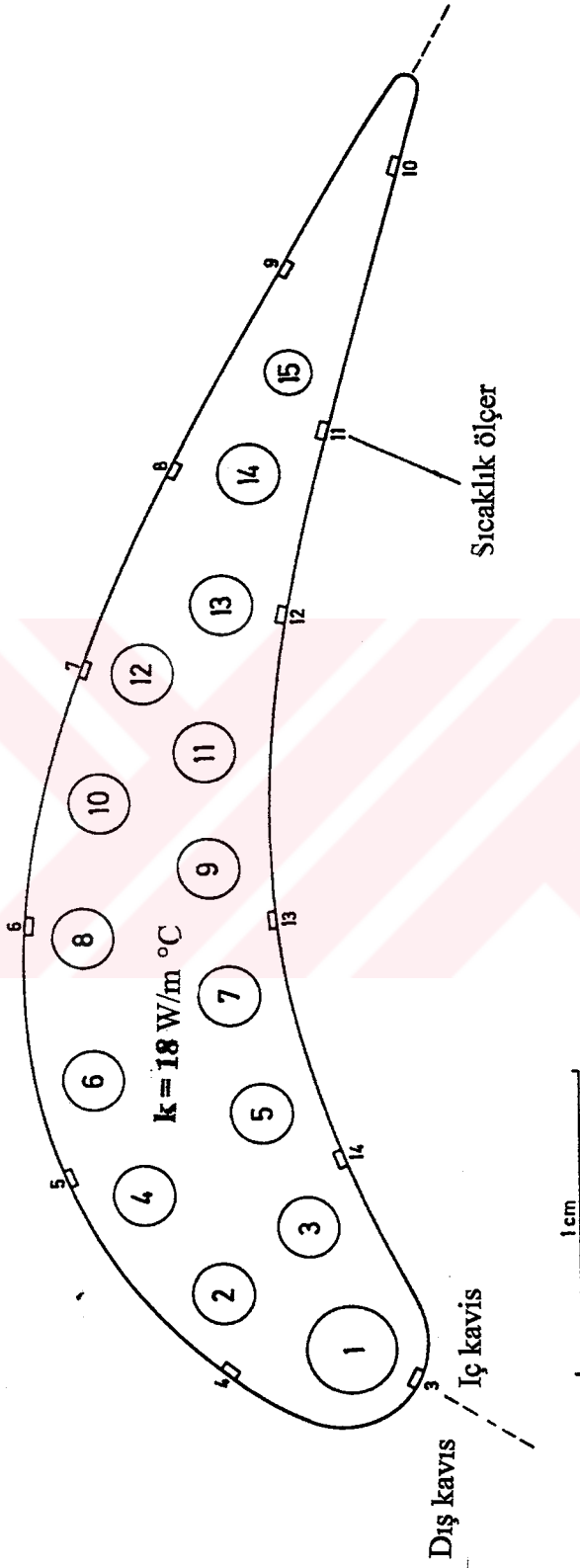
1-2-3

4-5-6-7

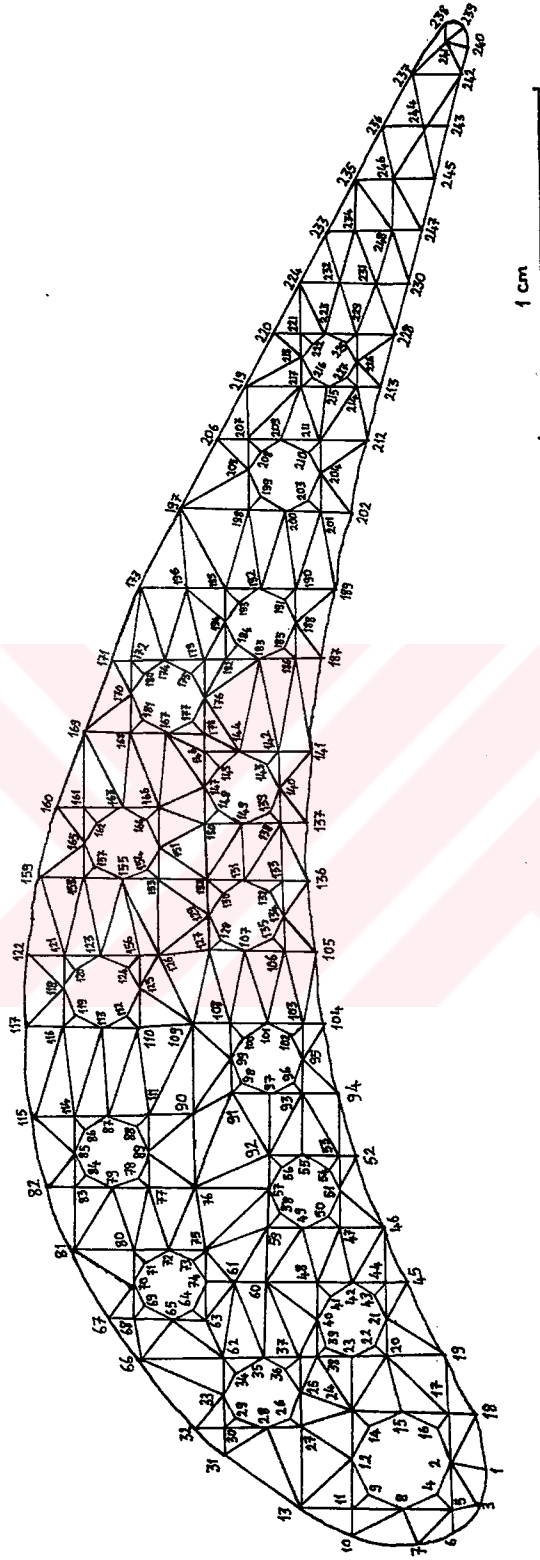
8-9-10-11-12

13-14-15

Bütün dış yüzeyler için sınır şartları

 $T_d = 609^\circ$ $h_d = 1650 \text{ W/m}^2\text{°C}$ 

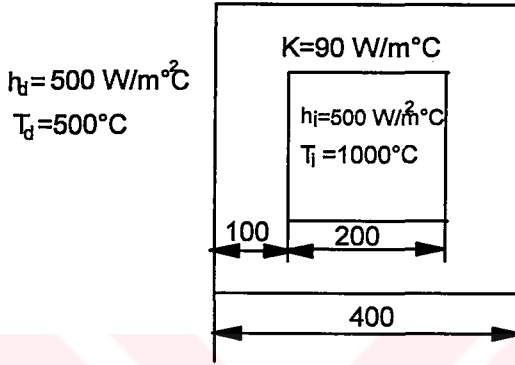
Şekil 5.1 Probleme ait türbin kanat kesidi



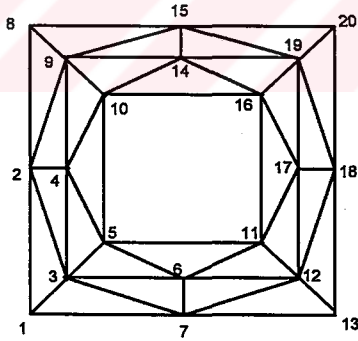
Şekil 5.2 Sonlu elemanlara ayrılmış kanat profili

5.1 HAZIRLANAN PROGRAMIN VE ANSYS PROGRAMININ SONUÇLARININ BASİT GEOMETRİLİ BİR ŞEKİL ÜZERİNDE KARŞILAŞTIRILMASI

Örnek Problem : İç tarafında sıcak baca gazı bulunan şekildeki sıcaklık ve ısı taşınım katsayısına sahip iki boyutlu kare baca ele alınmıştır.



Örnek , aşağıdaki şekilde elemanlara bölünerek , varyasyonel sonlu elemanlar metodu ile ve ansys metodu ile Tablo 5.1 deki sıcaklık dağılımını bulundu.



Tablo 5.1

DÜĞÜM	SONLU ELEMANLAR METODUYLA BULUNAN SICAKLIK DEĞERLERİ (°C)	ANSYS SONLU ELEMANLAR METODUYLA BULUNAN SICAKLIK DEĞERLERİ (°C)
1	803.98	788.98
2	833.49	831.02
3	831.35	820.57
4	853.09	852.77
5	872.69	862.67

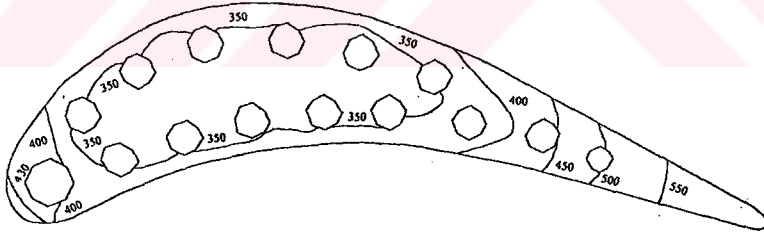
6	853.09	852.77
7	833.49	831.02
8	803.08	788.98
9	831.35	820.57
10	872.69	862.67
11	872.69	862.67
12	831.35	820.57
13	803.08	788.98
14	853.09	852.77
15	833.49	831.02
16	872.69	862.67
17	853.09	852.77
18	833.49	831.02
19	831.35	820.57
20	803.08	788.98

Tablo 5.1 den görüldüğü gibi varyasyonel metotla bulunan sonuçla ansys ile bulunan sonuç arasında maksimum 15 °C , minimum 0.328 °C lik sıcaklık farkı mevcuttur.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Kanat profili 350 üçgen elemanlı 248 düğümlüdür. Bilgisayar programında eleman numaraları düğüm noktaları numaraları ile ilişkilendirilir. Her elemanın elemanlar ile iletim , taşınım ve kolon matrisleri oluşturulmuştur. Daha sonra toplam (global) iletim ve kolon matrisleri hesaplatılmış ve Gauss-Eliminasyon yöntemi kullanılarak düğüm noktası sıcaklıkları hesaplatılmıştır. Bu şekilde hazırlanan bilgisayar programına malzeme ısı iletim , ısı taşınım katsayısı ve sıcaklık değerleri vermek şartıyla kanat üzerindeki sıcaklık dağılımını bulmak mümkündür.

Seçilen örnekte kanat üzerindeki ortalama sıcaklık dağılımı dış ortam sıcaklığından yaklaşık 150-200 °C daha düşük çıkmaktadır. Özellikle maksimum sıcaklıklar kanat kuyruk kısmında elde edilmiştir. Düğüm noktası ve bunlara karşılık gelen maksimum sıcaklık değerlerinden bazıları sırasıyla 239, 238, 240; 596.79°C, 596.63°C, 596.01°C . Kanat iç kısımlarına yaklaşıldığında sıcaklıklar düşmektedir. Düğüm noktası ve bunlara karşılık gelen minimum sıcaklık değerlerinden bazıları sırasıyla 164, 162, 151; 266°C, 299.63°C, 302.01°C.



Şekil 6.1 Probleme ait kanat kesiti üzerindeki sıcaklık dağılımı

Günümüzde nikel , molibden , krom ve zirkonyumlu alaşımların türbin kanat elemanlarının yapımında kullanılması kanat malzemesinin 900-950°C ' ye dayanmasını sağlamaktadır. Bu durumda türbin giriş sıcaklığı artırılması sağlanmıştır. Kanat malzemelerinde yapılacak değişiklikler, yeni kanat dizaynları, soğutucu eleman değişiklikleri yeni gelişmeleri sağlayacaktır. Bu değişiklikler deneylerden önce bu çalışmada geliştirilen bilgisayar programı ile denenebilir.

Bu bilgisayar programı sonuçlarının daha güvenilir olabilmesi için program üç boyutlu hale getirilmeli ve deneysel yönden desteklenmelidir.

KAYNAKLAR

- [1] AMERICAN NATIONAL STANDARD GAS TURBINE TERMINOLOGY.,
ANSI B133.1M.1983
- [2] BATHIE, W.W., Fundamentals of Gas Turbines, John Wiley & Sons, 1984
- [3] YAHYA, S.M., Turbines, Compressor and FAns, Tata Mc Graw Hill Publishing
Company Ltd.
- [4] SUO,M., Turbine Cooling, Aerothermodynamics of Aircraft Engine
Components, AIAA Education Series, 1990
- [5] HARMAN, R.T.C., Gas Turbine Engineering Applications,
Cycles And Characteristics, 1983, Department Of Mechanical
Engineering, University Of Canterbury, Christchurch,
NEW ZEALAND
- [6] AGARD, Heat Transfer And Cooling in Gas Turbines,
AGARD Conference Proceeding No: 390 Papers presented at the
propulsion and Energetics Panel 65th Symposium, held in Bergen,
NORWAY, 6-10 MAY 1985
- [7] VON KARMAN INSTITUTE FOR FLUID DYNAMICS, Course Note 127
- [8] AGARD, Blandng Desing for Axial Turbomachines,
AGARD Lecture Series No:167 , Published May 1989
- [9] MEHERWAN, P.B., Gas Turbine Engineering Handbook, Gulf Publishing
Company, Houston Texas , 1982
- [10] COHEN, H., ROGENS, G.F.C., SARAVANAMUTTOO H.I.H.,
Gas Turbine Theory, 3rd Edition, Sixth impression 1992
Longman Group UK Limited, Longman House, Burnt Mill,
Horlow Essex CM20 2JE, ENGLAND
- [11] KERREBROCK, J.L., Aircraft Engines And Gas Turbines , M.I.T.,
Second Edition ,1992

- [12] ALLAIRE, P.E., Basics of the Finite Element Method, Wm.C.Brown Publishers
Dubuque,Iowa, 1985
- [13] SEGERLIND, L.J., Applied Finite Element Analysis,
Michigan State University, 1976
- [14] AGARD, High Temperature Problems in Gas Turbine Engines
AGARD Conference Preprint No: 229 Published September 1977

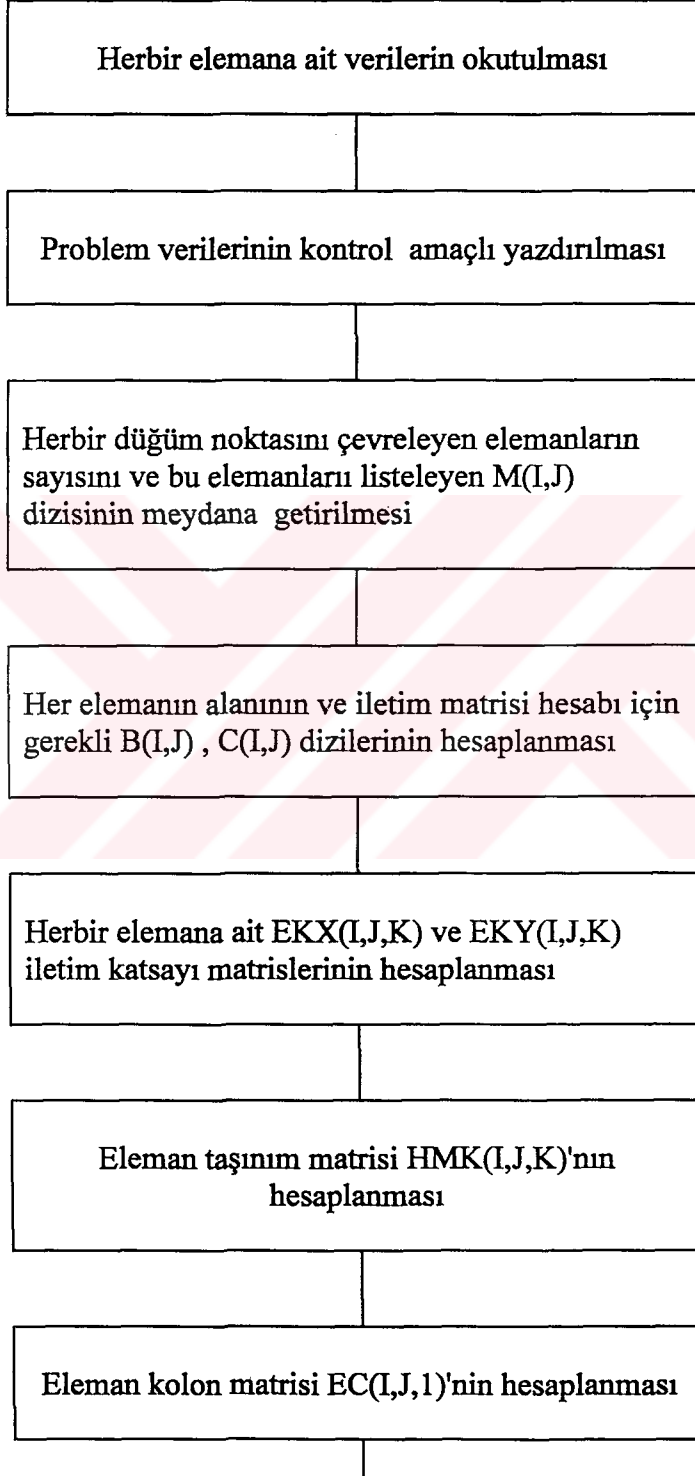


EK - A

AKIŞ ŞEMASI



BİLGİSAYAR PROGRAMI AKIŞ ŞEMASI



Eleman katsayı matrisi $EKM(I,J,K)$ 'nın eleman iletim ve taşınım matrislerinin birleştirilmesiyle hesaplanması

Global (sistem) katsayı matrisi $GKM(I,J,K)$ 'nın eleman katsayı matrislerinin birleştirilmesiyle hesaplanması

Global kolon matrisi $GC(I,1)$ 'nin eleman kolon matrisle-rinin birleştirilmesiyle elde edilmesi

Global katsayı matrisinin Gauss-Eliminasyon yöntemiyle üst üçgen matrisine dönüştürülmesi

Düğüm noktalarındaki sıcaklıkların hesaplanması ve elde edilen sonuçların yazdırılması

EK - B

BİLGİSAYAR PROGRAMI



C.
C.*****BU PROGRAM BİR GAZ TÜRBİN KANATI ÜZERİNDEKİ SICAKLIK*****
C.*****DAĞILIMINI SONLU ELEMENLAR YÖNTEMİ İLE HESAPLAMAKTADIR*****
C.
C.
C.
C.***** PROGRAMDA KULLANILAN DİZİLER *****
C.*****ZX(I) :KOORDİNAT VERİLERİ(X)
C.*****ZY(I) :KOORDİNAT VERİLERİ(Y)
C.*****ELDU(I,J) :HERBİR ELEMANA AİT DÜĞÜM NOKTALARI
C.*****AKX(I) :HERBİR ELEMANA AİT İLETİM KATSAYISI(X)
C.*****AKY(I) :HERBİR ELEMANA AİT İLETİM KATSAYISI(Y)
C.*****TU(I) :TÜREV SINIR KOSULUNA SAHİP ELEMENLAR
C.*****SIDE(I) :TUR.SIN.KOSULUNA SAHİP ELEMEN KENARLARI
C.*****H(I) :ELEMANA AİT TAŞINIM KATSAYISI
C.*****BETA(I) :ELEMEN KOLONUNU OLUŞTURAN DİZİ
C.*****M(I,J) :1. SUTUNUNDA I DUGUMUNE KOMSU ELEMEN SAYISINI,
C. 2. 3. VE DAHA SONRAKI SUTUNLARDA KOMSU ELEMEN
C. NUMARALARINI İCEREN DİZİ
C.*****XX(I) :ELEMENİN DUGUM GOSTERGELERİ I=1,2,3'E GORE
C. DUGUM KOORDİNATLARI(X)
C.*****YY(I) :ELEMENİN DUGUM GOSTERGELERİ I=1,2,3'E GORE
C. DUGUM KOORDİNATLARI(Y)
C.*****B(I,J) :ŞEKİL FONKSİYONLARINI OLUŞTURAN,XX(I) VE YY(I)'YA BAĞLI
C. DİZİ
C.*****C(I,J) :ŞEKİL FONKSİYONLARINI OLUŞTURAN,XX(I) VE YY(I)'YA BAĞLI
C. DİZİ
C.*****EKX(I,J,K) :ELEMEN İLETİM MATRİSİ(X)
C.*****EKY(I,J,K) :ELEMEN İLETİM MATRİSİ(Y)
C.*****HM(I,J,K) :ELEMEN TAŞINIM MATRİSİ
C.*****EP(I,J) :YARDIMCI DİZİ(ALTPROGRAM BEŞSUB)
C.*****SM(I) :YARDIMCI DİZİ(ALTPROGRAM BEŞSUB)
C.*****A(I) :ELEMEN ALANI DİZİSİ
C.*****EKM(I,J,K) :ELEMEN KATSAYI MATRİSİ
C.*****SEM(I) :YARDIMCI DİZİ(ALTPROGRAM BEŞSUB)
C.*****EC(I,J,K) :ELEMEN KOLON MATRİSİ
C.*****GKM(I,J) :SİSTEM KATSAYI MATRİSİ
C.*****GC(I,J) :GLOBAL KOLON
C.*****
C.***** 1 PROBLEM VERİLERİ *****
C.*****

COMMON/BLOK1/ELDU(350,3),M(248,10),NP,NE

INTEGER TU

DIMENSION AKX(350),AKY(350),P(350),Q(350),TU(248),SIDE(175)

DIMENSION H(350),BETA(350),XX(3),YY(3),ZX(248),ZY(248),B(350,3)

DIMENSION C(350,3),EKX(350,3,3),EKY(350,3,3),A(350),HM(350,3,3)

DIMENSION EP(3,3),EKM(350,3,3),SEM(350),EC(350,3,1),GKM(248,248)

DIMENSION GC(248,1),TO(248),SM(350)

OPEN(UNIT=5,FILE='GULER.DAT',STATUS='OLD')

OPEN(UNIT=6,FILE='GULE.DAT',STATUS='new')

OPEN(UNIT=7,FILE='GULE1.DAT',STATUS='new')

OPEN(UNIT=8,FILE='GULE2.DAT',STATUS='new')

OPEN(UNIT=9,FILE='GULE3.DAT',STATUS='new')

OPEN(UNIT=10,FILE='GULE4.DAT',STATUS='new')

OPEN(UNIT=11,FILE='GULE5.DAT',STATUS='new')

OPEN(UNIT=12,FILE='GULE6.DAT',STATUS='new')

OPEN(UNIT=13,FILE='GULE7.DAT',STATUS='new')

```

OPEN(UNIT=14,FILE='GULE8.DAT',STATUS='new')
WRITE(6,7)
7  FORMAT(10X,16HPROBLEM VERILERI,10X,16H————)
  READ(5,*) NE,NP,NT,NBW
  READ(5,*)(ZX(I),I=1,NP)
  READ(5,*)(ZY(I),I=1,NP)
  READ(5,*)((ELDU(I,J),J=1,3),I=1,NE)
  READ(5,*)(AKX(I),I=1,NE)
  READ(5,*)(AKY(I),I=1,NE)
  READ(5,*)(P(I),I=1,NE)
  READ(5,*)(Q(I),I=1,NE)
  READ(5,*)(TU(I),I=1,NT)
  READ(5,*)(SIDE(I),I=1,NT)
  READ(5,*)(H(I),I=1,NT)
  READ(5,*)(BETA(I),I=1,NT)
  AS=.21
  DO 4 I=1,NP
    ZX(I)=ZX(I)*AS
  4  ZY(I)=ZY(I)*AS
C.*****
C.*****PROBLEMİN VERİLERİNİN YAZDIRILMASI*****
C.*****
  WRITE(6,8) NE
  8  FORMAT(/5X,16HELEMAN SAYISI : ,I3)
  WRITE(6,9) NP
  9  FORMAT(5X,16HDUGUM SAYISI : ,I3)
  WRITE(6,11) NT
  11 FORMAT(5X,37HTUR.SIN.KOSULUNA SAHIP KENAR SAYISI: ,I3)
  WRITE(6,2) NBW
  2  FORMAT(5X,24HMATRIS BANT GENISLIGI : ,I3)
  WRITE(6,12)
  12 FORMAT(///1X,32HDUGUM NOKTALARININ KOORDINATLARI)
  WRITE(6,13)
  13 FORMAT(/6X,5HDUGUM,7X,1HX,8X,1HY,/6X,5H——,6X,3H——,6X,3H——)
  DO 16 J=1,NP
    WRITE(6,14) J,ZX(J),ZY(J)
  14 FORMAT(7X,I3,5X,F6.2,4X,F6.2)
  16 CONTINUE
  WRITE(6,20)
  20 FORMAT(///1X,21HELEMAN/DUGUM ILISKISI)
  WRITE(6,25)
  25 FORMAT(/8X,6HELEMAN,6X,1HI,8X,1HJ,8X,1HK)
  WRITE(6,27)
  27 FORMAT(8X,6H——,5X,3H——,6X,3H——,6X,3H——)
  DO 30 J=1,NE
    WRITE(6,29) J,ELDU(J,1),ELDU(J,2),ELDU(J,3)
  29 FORMAT(/9X,I3,6X,F4.0,5X,F4.0,5X,F4.0)
  30 CONTINUE
  WRITE(6,35)
  35 FORMAT(/1X,46HELEMANLARIN KX,KY,P VE Q KATSAYI FONKSIYONLARI)
  WRITE(6,40)
  40 FORMAT(/7X,6HELEMAN,5X,2HKX,8X,2HKY,7X,1HP,7X,1HQ)
  WRITE(6,42)
  42 FORMAT(7X,6H——,4X,4H——,6X,4H——,5X,3H——,5X,3H——)
  DO 48 J=1,NE
    WRITE(6,45) J,AKX(J),AKY(J),P(J),Q(J)
  45 FORMAT(/8X,I3,5X,F5.2,5X,F5.2,5X,F3.1,5X,F3.1)

```

```

48 CONTINUE
   WRITE(6,70)
70  FORMAT(/1X,36HTUREV SINIR KOSULUNA SAHIP ELEMENLAR)
   WRITE(6,72)
72  FORMAT(/8X,6HELEMAN,8X,5HKENAR,10X,1HH,11X,4HBETA)
   WRITE(6,74)
74  FORMAT(8X,6H——,8X,5H——,8X,6H——,8X,5H——)
   DO 80 J=1,NT
   WRITE(6,76) TU(J),SIDE(J),H(J),BETA(J)
76  FORMAT(/9X,I3,8X,F7.0,7X,F9.2,5X,F9.1)
80 CONTINUE
C. *****
C. ***** 2 HESAPLAR *****
C. *****
   CALL ILKSUB
   WRITE(6,81)
81  FORMAT(/1X,13HM(L,J) DIZISI)
   WRITE(6,82)
82  FORMAT(/5X,1HI,21X,1HJ)
   WRITE(6,83)
83  FORMAT(5X,1H1,7X,1H2,6X,1H3,6X,1H4,6X,1H5,6X,1H6,6X,1H7,6X,1H8)
   WRITE(6,84)
84  FORMAT(5X,51(1H-))
   DO 90 J=1,NP
   WRITE(6,85)J,M(J,1),M(J,2),M(J,3),M(J,4),M(J,5),M(J,6),M(J,7)
85  FORMAT(/5X,8(I2,5X))
90 CONTINUE
   CALL IKISUB(ELDU,XX,YY,ZX,ZY,B,C,A,NE)
   DO 112 I=1,NE
   WRITE(7,60)A(I)
60  FORMAT(/5X,F9.4)
112 CONTINUE
   CALL UCSUB(EKX,B,A,AKX,NE)
   CALL DORSUB(EKY,C,A,AKY,NE)
   DO 120 L=1,NE
   WRITE(7,100)L
100 FORMAT(/2X,I3,22H. ELEMENIN EKX MATRISI)
   DO 110 I=1,3
   WRITE(7,105)(EKX(L,I,J),J=1,3)
105 FORMAT(/5X,3(F9.2))
110 CONTINUE
120 CONTINUE
   DO 140 L=1,NE
   WRITE(8,135)L
135 FORMAT(/2X,I3,22H. ELEMENIN EKY MATRISI)
   DO 130 I=1,3
   WRITE(8,129)(EKY(L,I,J),J=1,3)
129 FORMAT(/5X,3(F10.2))
130 CONTINUE
140 CONTINUE
   CALL BESSUB(ELDU,SIDE,H,ZX,ZY,HM,SM,EP,BETA,SEM,EC,NE)
   DO 150 L=1,NE
   WRITE(9,141)L
141 FORMAT(/2X,I3,26H. ELEMENIN TASINIM MATRISI)
   DO 145 I=1,3
   WRITE(9,143)(HM(L,I,J),J=1,3)
143 FORMAT(/5X,3(F10.4))

```

```

145 CONTINUE
150 CONTINUE
    DO 170 L=1,NE
        WRITE(10,164)L
164 FORMAT(/21X,I3,15H. ELEMEN KOLONU)
        WRITE(10,166)(EC(L,I,1),I=1,3)
166 FORMAT(/5X,F9.2)
170 CONTINUE
    CALL ALTSUB(EKM,EKX,EKY,HM,NE)
    DO 185 L=1,NE
        WRITE(11,180)L
180 FORMAT(/4X,I3,26H. ELEMENİN KATSAYI MATRİSİ)
        DO 185 I=1,3
            WRITE(11,182)(EKM(L,I,J),J=1,3)
182 FORMAT(4X,3F10.2)
185 CONTINUE
    CALL YEDSUB(ELDU,M,GKM,EKM,NP)
    CALL SEKSUB(GC,EC,ELDU,NE,NP)
    WRITE(12,200)
200 FORMAT(/4X,21HSİSTEM -GLOBAL- KOLON)
    DO 202 I=1,NP
        WRITE(12,201) GC(I,1)
201 FORMAT(4X,F9.1)
202 CONTINUE
    WRITE(12,300)
300 FORMAT(4X,17HTOPLAM KATSAYILAR)
    DO 330 I=1,NP
        WRITE(12,335) (GKM(I,J),J=1,NP)
335 FORMAT(4X,20F6.1)
330 CONTINUE
    CALL GAUSS(GKM,NP,NBW,GC)
    CALL BACKSUB(TO,GC,GKM,NP)
    WRITE(13,214)
214 FORMAT(/3X,11HSICAKLIKLAR)
    DO 220 I=1,NP
        WRITE(13,215)I,TO(I)
215 FORMAT(4X,I3,13H SICAKLIĞI :,1X,F8.2)
220 CONTINUE
    DO 240 I=1,NP
        WRITE(14,230) ZX(I),ZY(I),TO(I)
230 FORMAT(5X,F5.2,5X,F5.2,5X,F7.2)
240 CONTINUE
    STOP
    END
C.*****
C.***** ILKSUB (İ DÜĞÜMÜNE KOMŞU ELEMEN SAYISI , VE BU DÜĞÜME****
C.*****KOMŞU ELEMEN DURUMLARINI İÇEREN DİZİ HESABI)*****
C.*****
    SUBROUTINE ILKSUB
    COMMON/BLOK1/ELDU(350,3),M(248,10),NP,NE
    DO 91 I=1,NP
91 M(I,1)=0
    DO 94 I=1,NE
    DO 92 J=1,3
        ALK=ELDU(I,J)
        LK=INT(ALK)
        M(LK,1)=M(LK,1)+1

```

```

LL=M(LK,1)+1
92 M(LK,LL)=I
94 CONTINUE
RETURN
END

```

C.*****

C.***** IKISUB (HERBİR ELEMANNIN ALANININ VE İLETİM MATRİSİ)*****

C.***** HESABI İÇİN GEREKLİ UZUNLUK DEĞERLERİ HESABI)*****

```

SUBROUTINE IKISUB(ELDU,XX,YY,ZX,ZY,B,C,A,NE)
DIMENSION ELDU(350,3),XX(3),YY(3),ZX(248),ZY(248),B(350,3)
DIMENSION C(350,3),A(350)
DO 40 I=1,NE
DO 10 J=1,3
W=ELDU(I,J)
LJ=INT(W)
ZX(LJ)=ZX(LJ)
ZY(LJ)=ZY(LJ)
XX(J)=ZX(LJ)
10 YY(J)=ZY(LJ)
DO 35 J=1,3
J1=2
J2=3
IF(J-2) 30,25,27
25 J1=J2
J2=1
GO TO 30
27 J1=1
J2=2
30 B(I,J)=YY(J1)-YY(J2)
35 C(I,J)=XX(J2)-XX(J1)
A(I)=ABS((C(I,3)*B(I,2)-C(I,2)*B(I,3))/2.)
40 CONTINUE
RETURN
END

```

C.*****

C.***** UCSUB (HERBİR ELEMANA AİT İLETİM KATSAYISI HESABI (X))*

C.*****

```

SUBROUTINE UCSUB(EKX,B,A,AKX,NE)
DIMENSION EKX(350,3,3),B(350,3),A(350),AKX(350)
DO 110 L=1,NE
DO 100 I=1,3
DO 90 J=1,3
90 EKX(L,I,J)=(B(L,I)*B(L,J)*AKX(L))/(4*A(L))
100 CONTINUE
110 CONTINUE
RETURN
END

```

C.*****

C.***** DORSUB (HERBİR ELEMANA AİT İLETİM KATSAYISI HESABI (Y))*

C.*****

```

SUBROUTINE DORSUB(EKY,C,A,AKY,NE)
DIMENSION EKY(350,3,3),C(350,3),A(350),AKY(350)
DO 110 L=1,NE
DO 100 I=1,3
DO 90 J=1,3
90 EKY(L,I,J)=(C(L,I)*C(L,J)*AKY(L))/(4*A(L))
100 CONTINUE

```

```

110 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C.*****
C.***** BESSUB (ELEMEN TAŞINIM MATRİSİ *****
C.***** VE ELEMEN KOLON MATRİSİ HESABI)*****
C.*****

```

```

SUBROUTINE BESSUB(ELDU,SIDE,H,ZX,ZY,HM,SM,EP,BETA,SEM,EC,NE)
DIMENSION ELDU(350,3),SIDE(175),H(248),ZX(248),ZY(248)
DIMENSION HM(350,3,3),SM(350),EP(3,3),BETA(248),SEM(350)
DIMENSION EC(350,3,1)
DO 400 I=1,NE
DO 400 J=1,3
DO 400 M=1,3
EC(I,J,1)=0.
400 HM(I,J,M)=0.
N=1
DO 300 I=1,NE
DO 250 J=1,2
DO 244 M=J+1,3
IF(ELDU(I,M)-10.) 200,220,220
200 EP(J,M)=ELDU(I,J)*10+ELDU(I,M)
GO TO 244
220 IF(ELDU(I,M)-100.) 245,246,246
245 EP(J,M)=ELDU(I,J)*100+ELDU(I,M)
GO TO 244
246 EP(J,M)=ELDU(I,J)*1000+ELDU(I,M)
244 CONTINUE
250 CONTINUE
DO 230 J=1,2
DO 229 M=J+1,3
IF(SIDE(N).EQ.EP(J,M)) GO TO 228
GO TO 229
228 IZ=INT(ELDU(I,J))
IZZ=INT(ELDU(I,M))
AKOK=SQRT(((ZX(IZ)-ZX(IZZ))**2)+((ZY(IZ)-ZY(IZZ))**2))
SM(I)=(H(N)*AKOK)/6
SEM(I)=-1*(BETA(N)*AKOK)/2
HM(I,J,J)=HM(I,J,J)+2*SM(I)
HM(I,M,M)=HM(I,M,M)+2*SM(I)
HM(I,J,M)=HM(I,J,M)+SM(I)
HM(I,M,J)=HM(I,M,J)+SM(I)
EC(I,J,1)=EC(I,J,1)+SEM(I)
EC(I,M,1)=EC(I,M,1)+SEM(I)
N=N+1
229 CONTINUE
230 CONTINUE
300 CONTINUE
RETURN
END

```

```

C.*****
C.***** ALTSUB (ELEMEN KATSAYI MATRİSİ HESABI)*****
C.*****

```

```

SUBROUTINE ALTSUB(EKM,EKX,EKY,HM,NE)
DIMENSION EKM(350,3,3),EKX(350,3,3),EKY(350,3,3),HM(350,3,3)
DO 400 I=1,NE
DO 400 J=1,3
DO 400 M=1,3

```

```

400 EKM(I,J,M)=EKX(I,J,M)+EKY(I,J,M)+HM(I,J,M)
RETURN
END

```

C. *****
C. ***** YEDSUB (SİSTEM KATSAYI MATRİSİ HESABI) *****
C. *****

```

SUBROUTINE YEDSUB(ELDU,M,GKM,EKM,NP)
DIMENSION ELDU(350,3),M(248,10),GKM(248,248),EKM(350,3,3)
DO 500 I=1,NP
DO 500 J=1,NP
500 GKM(I,J)=0.
DO 600 I=1,NP
IR=M(I,1)
DO 590 J=2,IR+1
J3=M(I,J)
DO 550 II=1,3
D=REAL(I)
IF(ELDU(J3,II)-D)550,560,550
550 CONTINUE
GO TO 590
560 DO 540 IM=1,3
TEL=ELDU(J3,IM)
LEL=INT(TEL)
540 GKM(I,LEL)=GKM(I,LEL)+EKM(J3,II,IM)
590 CONTINUE
600 CONTINUE
RETURN
END

```

C. *****
C. ***** SEKSUB (GLOBAL KOLON MATRİSİ HESABI) *****
C. *****

```

SUBROUTINE SEKSUB(GC,EC,ELDU,NE,NP)
DIMENSION GC(248,1),EC(350,3,1),ELDU(350,3)
DO 200 I=1,NP
200 GC(I,1)=0.
DO 100 I=1,NE
DO 100 J=1,3
ZEK=ELDU(I,J)
LEK=INT(ZEK)
100 GC(LEK,1)=GC(LEK,1)+EC(I,J,1)
RETURN
END

```

C. *****
C. ***** GAUSS (GLOBAL KOLON MATRİSİNDE GAUSS) *****
C. ***** ELİMİNASYON YÖNTEMİNİN UYGULANMASI *****
C. *****

```

SUBROUTINE GAUSS(GKM,NP,NBW,GC)
DIMENSION GKM(248,248),GC(248,1)
MJJ=NP-(NBW-1)
DO 100 I=1,NP-1
IF(I-MJJ)300,250,250
300 DO 120 J=I+1,I+NBW-1
C=GKM(J,I)/GKM(I,I)
GC(J,1)=GC(J,1)-(C*GC(I,1))
DO 120 K=I+NBW-1
120 GKM(J,K)=GKM(J,K)-(C*GKM(I,K))

```

```

      GO TO 100
250  DO 140 J=I+1,NP
      C=GKM(J,I)/GKM(I,I)
      GC(J,1)=GC(J,1)-(C*GC(I,1))
      DO 140 K=I,NP
140  GKM(J,K)=GKM(J,K)-(C*GKM(I,K))
100  CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

C.*****
C.***** BACKSUB (HERBİR DÜĞÜM NOKTASI İÇİN *****
C.***** SICAKLIK DEĞERLERİNİN HESABI) *****
C.*****

```

```

      SUBROUTINE BACKSUB(TO,GC,GKM,NP)
      DIMENSION TO(248),GC(248,1),GKM(248,248)
      TO(NP)=GC(NP,1)/GKM(NP,NP)
      DO 100 I=NP-1,1,-1
      TOP=0.
      DO 90 J=NP,I+1,-1
90  TOP=TOP+GKM(I,J)*TO(J)
100 TO(I)=(GC(I,1)-TOP)/GKM(I,I)
      RETURN
      END

```

SICAKLIK LAR

1	SICAKLIGI	:	434.30
2	SICAKLIGI	:	414.93
3	SICAKLIGI	:	440.21
4	SICAKLIGI	:	421.96
5	SICAKLIGI	:	431.48
6	SICAKLIGI	:	440.42
7	SICAKLIGI	:	438.68
8	SICAKLIGI	:	417.17
9	SICAKLIGI	:	399.20
10	SICAKLIGI	:	421.91
11	SICAKLIGI	:	407.44
12	SICAKLIGI	:	416.24
13	SICAKLIGI	:	411.02
14	SICAKLIGI	:	393.69
15	SICAKLIGI	:	368.20
16	SICAKLIGI	:	400.02
17	SICAKLIGI	:	373.40
18	SICAKLIGI	:	355.73
19	SICAKLIGI	:	400.92
20	SICAKLIGI	:	364.91
21	SICAKLIGI	:	368.28
22	SICAKLIGI	:	359.00
23	SICAKLIGI	:	341.90
24	SICAKLIGI	:	355.35
25	SICAKLIGI	:	339.48
26	SICAKLIGI	:	359.23
27	SICAKLIGI	:	363.90
28	SICAKLIGI	:	374.75
29	SICAKLIGI	:	375.02
30	SICAKLIGI	:	382.63
31	SICAKLIGI	:	396.33
32	SICAKLIGI	:	390.09
33	SICAKLIGI	:	361.01
34	SICAKLIGI	:	340.58
35	SICAKLIGI	:	328.14
36	SICAKLIGI	:	325.49
37	SICAKLIGI	:	325.98
38	SICAKLIGI	:	342.88
39	SICAKLIGI	:	324.35
40	SICAKLIGI	:	326.66
41	SICAKLIGI	:	324.73
42	SICAKLIGI	:	341.84
43	SICAKLIGI	:	361.65
44	SICAKLIGI	:	368.32
45	SICAKLIGI	:	382.52
46	SICAKLIGI	:	374.35
47	SICAKLIGI	:	346.75
48	SICAKLIGI	:	326.13
49	SICAKLIGI	:	325.12
50	SICAKLIGI	:	339.29
51	SICAKLIGI	:	352.46
52	SICAKLIGI	:	368.89
53	SICAKLIGI	:	356.43
54	SICAKLIGI	:	347.09

55 SICA KLIGI : 331.51
56 SICA KLIGI : 315.41
57 SICA KLIGI : 305.51
58 SICA KLIGI : 266.58
59 SICA KLIGI : 305.18
60 SICA KLIGI : 321.45
61 SICA KLIGI : 321.19
62 SICA KLIGI : 313.50
63 SICA KLIGI : 332.55
64 SICA KLIGI : 330.56
65 SICA KLIGI : 347.06
66 SICA KLIGI : 380.27
67 SICA KLIGI : 379.95
68 SICA KLIGI : 368.68
69 SICA KLIGI : 360.24
70 SICA KLIGI : 357.89
71 SICA KLIGI : 338.94
72 SICA KLIGI : 322.44
73 SICA KLIGI : 313.80
74 SICA KLIGI : 318.24
75 SICA KLIGI : 315.24
76 SICA KLIGI : 316.14
77 SICA KLIGI : 323.04
78 SICA KLIGI : 321.92
79 SICA KLIGI : 338.98
80 SICA KLIGI : 345.09
81 SICA KLIGI : 379.22
82 SICA KLIGI : 378.98
83 SICA KLIGI : 364.31
84 SICA KLIGI : 363.46
85 SICA KLIGI : 362.16
86 SICA KLIGI : 348.60
87 SICA KLIGI : 331.68
88 SICA KLIGI : 318.71
89 SICA KLIGI : 315.64
90 SICA KLIGI : 317.02
91 SICA KLIGI : 315.62
92 SICA KLIGI : 316.60
93 SICA KLIGI : 342.35
94 SICA KLIGI : 365.36
95 SICA KLIGI : 349.85
96 SICA KLIGI : 338.51
97 SICA KLIGI : 322.94
98 SICA KLIGI : 313.48
99 SICA KLIGI : 313.73
100 SICA KLIGI : 317.47
101 SICA KLIGI : 333.44
102 SICA KLIGI : 347.55
103 SICA KLIGI : 353.43
104 SICA KLIGI : 368.60
105 SICA KLIGI : 369.32
106 SICA KLIGI : 349.28
107 SICA KLIGI : 325.71
108 SICA KLIGI : 321.00

109 SICAKLIGI : 319.26
110 SICAKLIGI : 322.28
111 SICAKLIGI : 319.80
112 SICAKLIGI : 318.99
113 SICAKLIGI : 334.48
114 SICAKLIGI : 355.77
115 SICAKLIGI : 377.04
116 SICAKLIGI : 364.94
117 SICAKLIGI : 385.73
118 SICAKLIGI : 357.64
119 SICAKLIGI : 347.60
120 SICAKLIGI : 351.72
121 SICAKLIGI : 359.04
122 SICAKLIGI : 369.16
123 SICAKLIGI : 333.21
124 SICAKLIGI : 318.08
125 SICAKLIGI : 316.01
126 SICAKLIGI : 317.54
127 SICAKLIGI : 318.68
128 SICAKLIGI : 318.73
129 SICAKLIGI : 308.98
130 SICAKLIGI : 312.52
131 SICAKLIGI : 327.07
132 SICAKLIGI : 345.16
133 SICAKLIGI : 352.23
134 SICAKLIGI : 352.59
135 SICAKLIGI : 343.02
136 SICAKLIGI : 366.76
137 SICAKLIGI : 371.93
138 SICAKLIGI : 354.80
139 SICAKLIGI : 349.66
140 SICAKLIGI : 361.65
141 SICAKLIGI : 384.69
142 SICAKLIGI : 366.61
143 SICAKLIGI : 360.86
144 SICAKLIGI : 345.42
145 SICAKLIGI : 330.01
146 SICAKLIGI : 333.09
147 SICAKLIGI : 322.12
148 SICAKLIGI : 317.22
149 SICAKLIGI : 326.75
150 SICAKLIGI : 317.58
151 SICAKLIGI : 302.54
152 SICAKLIGI : 313.16
153 SICAKLIGI : 310.82
154 SICAKLIGI : 307.91
155 SICAKLIGI : 319.56
156 SICAKLIGI : 319.55
157 SICAKLIGI : 332.86
158 SICAKLIGI : 339.43
159 SICAKLIGI : 366.38
160 SICAKLIGI : 365.76
161 SICAKLIGI : 352.13
162 SICAKLIGI : 299.06

163 SICA KLIGI : 332.94
164 SICA KLIGI : 266.72
165 SICA KLIGI : 332.23
166 SICA KLIGI : 326.50
167 SICA KLIGI : 336.76
168 SICA KLIGI : 355.50
169 SICA KLIGI : 379.36
170 SICA KLIGI : 372.60
171 SICA KLIGI : 396.91
172 SICA KLIGI : 389.17
173 SICA KLIGI : 416.16
174 SICA KLIGI : 373.64
175 SICA KLIGI : 356.56
176 SICA KLIGI : 345.59
177 SICA KLIGI : 335.05
178 SICA KLIGI : 337.19
179 SICA KLIGI : 362.83
180 SICA KLIGI : 379.34
181 SICA KLIGI : 350.00
182 SICA KLIGI : 360.10
183 SICA KLIGI : 366.70
184 SICA KLIGI : 360.07
185 SICA KLIGI : 377.74
186 SICA KLIGI : 383.26
187 SICA KLIGI : 399.37
188 SICA KLIGI : 386.72
189 SICA KLIGI : 417.61
190 SICA KLIGI : 396.31
191 SICA KLIGI : 388.02
192 SICA KLIGI : 386.11
193 SICA KLIGI : 379.99
194 SICA KLIGI : 371.58
195 SICA KLIGI : 389.81
196 SICA KLIGI : 400.74
197 SICA KLIGI : 434.54
198 SICA KLIGI : 410.78
199 SICA KLIGI : 397.36
200 SICA KLIGI : 404.89
201 SICA KLIGI : 424.58
202 SICA KLIGI : 439.87
203 SICA KLIGI : 412.48
204 SICA KLIGI : 425.79
205 SICA KLIGI : 411.20
206 SICA KLIGI : 464.36
207 SICA KLIGI : 461.30
208 SICA KLIGI : 445.29
209 SICA KLIGI : 458.38
210 SICA KLIGI : 449.75
211 SICA KLIGI : 463.27
212 SICA KLIGI : 480.43
213 SICA KLIGI : 497.91
214 SICA KLIGI : 487.18

215 SICAKLIGI : 475.47
216 SICAKLIGI : 476.69
217 SICAKLIGI : 478.73
218 SICAKLIGI : 492.26
219 SICAKLIGI : 493.48
220 SICAKLIGI : 523.93
221 SICAKLIGI : 506.09
222 SICAKLIGI : 500.03
223 SICAKLIGI : 512.14
224 SICAKLIGI : 524.73
225 SICAKLIGI : 507.11
226 SICAKLIGI : 500.27
227 SICAKLIGI : 482.91
228 SICAKLIGI : 524.93
229 SICAKLIGI : 515.03
230 SICAKLIGI : 544.50
231 SICAKLIGI : 537.12
232 SICAKLIGI : 524.76
233 SICAKLIGI : 546.30
234 SICAKLIGI : 550.95
235 SICAKLIGI : 569.55
236 SICAKLIGI : 583.45
237 SICAKLIGI : 591.93
238 SICAKLIGI : 596.63
239 SICAKLIGI : 596.79
240 SICAKLIGI : 596.01
241 SICAKLIGI : 595.71
242 SICAKLIGI : 593.96
243 SICAKLIGI : 587.44
244 SICAKLIGI : 585.54
245 SICAKLIGI : 576.80
246 SICAKLIGI : 572.36
247 SICAKLIGI : 562.20
248 SICAKLIGI : 557.17

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

ÖZGEÇMİŞ

İbrahim KOÇ, 1970 yılında BİLECİK'te doğdu. Orta öğrenimini Ankara Hasanoğlu Atatürk Öğretmen Lisesi'nde 1987 yılında tamamladı. 1987 yılında girdiği İstanbul Teknik Üniversitesi Sakarya Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümünden 1991 yılında ikincilikle mezun oldu. Aynı yıl İ.T.Ü Fen Bilimleri Enstitüsü Makine Mühendisliği Ana Bilim Dalı Enerji Programına kayıt yaptırdı. Mayıs 1993'den beri Hava Kuvvetleri Komutanlığında mühendis subay olarak çalışmaktadır.

