

21970

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ • FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

GAZ TÜRİN KANADI ÜZERİNDE
İKİ BOYUTLU SICAKLIK DAĞILIMININ ÇIKARTILMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Murat ÇAKAN

Tezin Verildiği Tarih : 17.9.1992

Tezin Savunulduğu Tarih : 22.9.1992

Tez Danışmanı : Prof.Dr.Alpin K. DAĞSÖZ

Jüri Üyeleri : Prof.Dr.Ahmet R. BÜYÜKTÜR
Doç. Dr. İ. Cem PARMAKSIZOĞLU

EYLÜL 1992

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

ÖNSÖZ

Gaz türbinlerinde verimin artması, dolayısıyla bu yolla sağlanan enerjinin efektif elde edilebilmesi günümüzde türbin kanat soğutmasının önemini arttırmaktadır.

Bu çalışmanın tüm aşamalarında bana yol gösteren ve yardımcı olan değerli hocalarım Prof.Dr. Alpin K. DAĞSÖZ'e Doç.Dr. İ.Cem PARMAKSIZOĞLU ve Doç.Dr. Feridun ÖZGÜÇ'e teşekkür ederim.

İstanbul, Eylül. 1992

Murat ÇAKAN

İÇİNDEKİLER

ÖZET.....	VIII
SUMMARY.....	IX
BÖLÜM 1. GİRİŞ.....	1
BÖLÜM 2. GAZ TÜRBİNİ.....	3
2.1. İDEAL GAZ TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ.....	3
2.2. GERÇEK GAZ TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ.....	7
2.3. YÜKSEK GAZ SICAKLIĞININ ETKİLERİ....	10
2.4. TÜRBİN MALZEMESİ.....	12
2.5. TÜRBİN KANAT SOĞUTMASI.....	14
2.5.1. SOĞUTMANIN TÜRBİN KADEME VERİMİ UZERİNDEKİ ETKİSİ.....	14
2.5.2. ISIL AKSAMA DURUMLARI.....	22
2.5.3. ISIL ÇEVRE.....	23
2.5.4. SOĞUTMA HAVASININ SAĞLANMASI....	25
2.5.5. TAŞINIM SOĞUTMASI.....	27
2.5.5.1. ÖN BÖLGEYE ÇARPTIRMA İLE SOĞUTMA.....	31
2.5.5.2. ORTA BÖLGEYE ÇARPTIRMA İLE SOĞUTMA.....	34
2.5.5.3. PÜRÜZLÜ DUVARLAR.....	35
2.5.5.4. KANADIN KUYRUK BÖLGESİ....	36
2.5.6. FİLM SOĞUTMASI.....	37
2.5.6.1. FİLM SOĞUTMASININ GAZ TÜRBİN KANADI SOĞUTMA ETKENLİĞİ UZERİNDEKİ ETKİSİ.....	38
2.5.6.2. SIRA DELİKLİ FİLM SOĞUTMASI.....	41
2.5.6.3. ÇOK DELİKLİ FİLM SOĞUTMASI.	46
2.5.7. TERLEME SOĞUTMASI.....	48
BÖLÜM 3. VARYASYONEL SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ...	50
3.1. GİRİŞ.....	50
3.2. FONKSİYONEL.....	54

BÖLÜM 4. SÜREKLİ REJİMDE İKİ BOYUTLU ISI GEÇİŞİ	58
4.1. GENEL FONKSİYONELİN ÇIKARTILMASI.....	58
4.2. İKİ BOYUTLU BASİT ÜÇGEN ELEMAN.....	65
4.3. FONKSİYONELİN ELDE EDİLMESİ.....	68
4.4. FONKSİYONELİN MINİMİZASYONU VE ELEMAN MATRİSLERİ.....	72
4.4.1. ALAN KOORDİNATLARI.....	74
4.4.2. ELEMANTER İLETİM MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ.....	79
4.4.3. ELEMANTER KOLON MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ.....	82
4.4.4. ÇÖZÜM.....	83
BÖLÜM 5. BİR GAZ TÜRBİNİ KANADINDA SICAKLIK DAĞILIMININ BULUNMASI.....	85
5.2. PROBLEMİN ELE ALINIŞI VE ÇÖZÜMÜ.....	87
SONUÇ VE İRDELEMELER.....	94
KAYNAKLAR.....	95
EK-A.....	96
EK-B.....	109
ÖZGEÇMİŞ.....	113

NOTASYON LİSTESİ

SEMBOLLER :

T	: Sıcaklık
S	: Entropi
P	: Basınç
v	: Özgül hacim
q	: Isı
h	: Entalpi
V	: Hız
w	: İş
C_P	: Özgül ısı
η	: Verim
k	: Özgül ısı oranı
r	: Sıkıştırma oranı
θ	: Sıcaklık oranı
Δ, δ	: Fark
ξ	: Kanat kayıp katsayısı
ω	: Bağlı hız
ϵ	: Soğutma etkenliği
Nu	: Nusselt sayısı
Re	: Reynolds sayısı
d	: Soğutucu delik çapı
p	: Delik adımı
l	: Delik-çarpma yüzeyi arası mesafe
L	: Kanat kalınlığı
Pr	: Prandtl sayısı
$\Ç$	: Çevre
L	: Kanat yüksekliği
D	: Delik kenarları arasındaki mesafe
ρ	: Yoğunluk
E	: Eleman sayısı

I	: Fonksiyonel
ϕ	: Bağımlı değişken
K	: Isı iletim katsayısı
P, Q	: Diferansiyel denkleme göre değişen fonksiyoneller
n_x, n_y	: Yüzeyin dış normal bileşenleri
h	: Isı taşınım katsayısı
s	: Sabit L doğrusunun, ait olduğu kenara uzaklığı
h'	: Kenara ait yükseklik
b	: Kenar uzunluğu

ALT İNDİSLER :

1	: Giriş
2	: Çıkış
k	: Kompresör
o	: Durma noktası
yo	: Yanma odası
t	: Türbin
s	: İzentropik
s	: Stator
r	: Rotor
bağ	: Bağlı
tg	: Soğutulmayan gerçek türbin
sot	: Soğutulan gerçek türbin
g	: Gaz
so	: Soğutucu
m	: Malzeme
Ω_1, Ω_2, m	: Ampirik sabitler
Fa	: Ampirik sabit
ti	: İç taşınım
d	: Dış
i	: İç
$\dot{m}_{so}$	: Soğutucu kütleli akış oranı
f	: Film
duv	: Duvar

UST İNDİSLER :

- * : Yaklaşım göstergesi
- e : Eleman



ÖZET

Gaz türbin veriminin arttırılması, türbin giriş sıcaklığının, kanat malzemesinin izin verdiği oranda yükseltilebilmesine bağlıdır. 1100-1200°C mertebesindeki bu sıcaklıklara çıkılabilmesi ancak malzemenin etkin bir biçimde soğutulması ile gerçekleştirilebilmektedir.

Bu çalışmada, türbin kanat soğutmasında kullanılan metotlar özetlendikten sonra ele alınan bir gaz türbin kanat kesidi üzerindeki sıcaklık dağılımı sonlu elemanlar yaklaşık çözüm yöntemiyle incelenmiştir. Bu yöntem ile bulunan sıcaklık dağılımı daha sonra aynı geometri ve soğutma konfigürasyonuna sahip bir kanat için "ANSYS" sonlu elemanlar programı ile bulunan çözüm ile karşılaştırılmış ve doğrulanması yapılmıştır.

Hazırlanan algoritma bir FORTRAN 77 programı olarak EK-A'de sunulmuştur.

SUMMARY

TWO DIMENSIONAL TEMPERATURE DISTRIBUTION ON A GAS TURBINE BLADE

A gas turbine plant consists of a turbo-compressor, combustion chamber (or a heat exchanger) and turbine. The plant is started by rotating the compressor-turbine assembly by a starting motor or any other device. When the compressor develops enough pressure to support combustion of the fuel in the combustion chamber, the hot gases can themselves drive the turbine and the plant becomes self-sustaining. The output of the plant is the difference between the turbine work and the compressor work. The actual output at the generator terminals will be much less than this.

If the gas turbine plant is used as an aircraft engine the net output at the turbine shaft is used to drive a propeller in a turbo-prop engine, whereas in a turbojet engine the turbine output equals the power required to drive the compressor. The output of such a plant is the energy in the exhaust gases which is used for jet propulsion.

The overall thermal efficiency of a gas turbine plant is a function of many parameters namely: specific heat ratio of the hot gas, pressure ratio of the plant, the component efficiencies and the ratio of maximum and minimum temperatures. Among these the most effective and influential one is the last parameter; the ratio of maximum and minimum temperatures. At present the component efficiencies are in excess of 85%, thus they can be considered fixed. Also, the specific heat ratio of the hot gas is fixed for a certain fluid. Increasing the pressure ratio may increase the overall thermal efficiency but with a heavier and cumbersome plant in hand. Especially in aeronautics, this alternative is not taken into account since the aim is to increase the thrust output from a given engine, to reduce its weight and/or decrease the fuel consumption for a specified output.

For aircrafts, the minimum temperature of the system is the ambient temperature. For this reason, it is obvious that the overall thermal efficiency of a gas turbine plant is dependent on the turbine inlet temperature which is the maximum temperature point of the system.

The turbine inlet temperature is limited by current materials. When the blade temperature rises above 1000°C material properties such as creep strength, fatigue and oxidation resistance fall rapidly. A composite material of tungsten reinforced superalloy may endure a temperature of 1100°C being superior to ordinary superalloys which may withstand up to 1000°C . From materials point of view, a 20°C increase in metal temperature may halve the life of a blade, over certain specified temperature limit.

Improvements in materials have allowed the maximum turbine inlet temperature to increase slowly with time, but engine designers have had to seek ways of increasing the turbine inlet temperature at a rate faster than materials will allow.

One solution has been the use of turbine cooling, which has allowed the turbine designer to increase the turbine inlet temperature while maintaining a constant blade (material) temperature.

When considering turbine cooling, the fluid to be used as a coolant has to be selected first. Air is the most logical choice as a coolant, since it is readily available. It can be extracted (bled) from the compressor, ducted to the turbine blade (stator or rotor) and used as a coolant.

The four turbine blade cooling methods are convection cooling, impingement cooling, film cooling and transpiration cooling.

Internal convection cooling of gas turbine blades through forced convection by circulating compressor extraction air inside the blade is one of the most commonly used methods. The air flows in a hollow interior or cooling passages inside the blade. Most internally cooled rotor blades have their cooling air supplied into passages starting within the blade root and developing in the spanwise direction towards the blade tip. The air is usually discharged through the tip which often carries a shroud and a sealing system or through a film cooling configuration across the external surfaces of the blade.

Convective cooling is used where the average cooling effectiveness levels required are less than about 0.5. This limitation exists for two reasons: (1) the air supply pressure is limited and much higher effectiveness would be possible only with higher supply pressures; (2) with high effectiveness levels and convective cooling, the temperature gradients tend to become very large thus aggravate thermal stress problems.

The airfoil external heat transfer coefficient distribution across the surface of the blade must be counterbalanced with a comparable heat transfer coefficient distribution on the inside of the airfoil.

Especially at the leading edge where the stagnation point values of the heat transfer coefficient are very high, the impingement cooling method seems to be powerful. The coolant used in impingement then travels through the inner skin of the blade and is discharged from the trailing edge.

Impingement cooling is a very effective method in local areas and is easily adapted to stator (nozzle) blades. This method may be used in rotor blades if sufficient space is available to include the required hardware inside the blade. This method is usually employed at the leading edge of the blade, but it may be used in other areas if desired.

Another convective technique commonly used to obtain high heat transfer coefficients is to place fins normal to the coolant flow path. By this way moderately high heat transfer rates can be obtained.

With the levels of cooling supply pressures generally available in turbines, it becomes very difficult to convectively cool airfoils at average cooling effectiveness values greater than about 0.5. When the turbine gas temperature, coolant temperature, and allowable metal temperature require a higher effectiveness level, film cooling is utilized.

Film cooling involves the injection of a secondary fluid (air) into the boundary layer of the primary fluid (hot gas). This is an effective way to protect the surface from the hot gases by directing the cooling air into the boundary layer to provide a protective, cool film along the surface.

The injection of the coolant air into the boundary layer causes turbine losses, which tend to reduce some of the advantages of using higher turbine inlet temperatures. Also, if too much air is injected into the boundary layer or the velocity is too high, the cooling air may penetrate the boundary layer defeating the purpose of using film cooling. If the holes are placed too close together, stress concentrations, which could be detrimental to engine performance and reliability, may occur.

Film cooling is more effective than normal convection cooling or impingement cooling. The cooling air absorbs energy as it passes inside the blade and through the holes, then further reduces the metal (blade) temperature by reducing the amount of energy transferred from the hot gases to the blade. It should be noted that a large number of small holes are required in the blade because cooling effect of the film is quickly dissipated by downstream mixing of the film air with mainstream gases

Transpiration cooling is considered to be the ideal cooling method. In this method, coolant is introduced through a porous wall, so that it convectively cools the

porous wall to the maximum theoretical limit (metal temperature equals coolant discharge temperature) and also film cools it with a well distributed low velocity coolant. However the thermal and mechanical strength of the present day porous materials are quite limited. It is reported that the maximum allowable porous blade material temperature is around 1000°C . The difficulties in the production of materials with uniform porosity and the possibility of local clogging due to harsh environment of a gas turbine engine, limit the extensive use of such a cooling scheme.

In this study, a two dimensional turbine blade section with internal convective cooling is taken into account and finding the temperature distribution due to the internal cooling is aimed at. Unlike this sample, in some cases, simple differential equations with simple boundary conditions are the result. When analytic techniques of solving differential equations fail, finite elements or some other numerical method must be used to obtain a solution. Generally the complexity of the finite element method for a particular problem will be proportional to the complexity of the differential equation for that particular problem. A simple heat conduction problem resulting in a second order differential equation will result in a correspondingly simple finite element analysis.

Solving an engineering problem by the finite element approach follows an orderly step-by-step process. Usually the engineering problem can be described by a governing differential equation and associated boundary conditions. The next step is to divide solution region into appropriately shaped elements. For instance, two dimensional areas may be divided up into triangles, rectangles, or other appropriately shaped elements. Within an element the physical variable such as displacement, temperature, pressure, stress, or other variable is to be approximated by a simple function, such as a linear polynomial. Specific points within the elements, such as the corners of a triangular element, are designated as nodal points. If the temperature at each of the three corners of the triangle is determined and a linear interpolation function for the temperature is used within the element, the temperature over the entire element is known. Usually polynomials are used as interpolation functions because they are easy to differentiate and integrate.

Each element makes a contribution to the overall region that is a function of element geometry, material

properties, number of nodal points degree of interpolation function, and other variables. So the element properties must be assambled to form a set of algebraic equations for the nodal values of the physical variables. In the case of linear systems described by linear differential equations,

the resulting algebraic equations will be linear in form and can be assambled using matrix techniques.

Since the global equations are linear many standard techniques are available to solve them. Some of these are direct such as the Gauss-Elimination method, while others are iterative.

After this step, the accuracy of the numerical solution of differential equations must be verified. The exact solution to the problem being analyzed usually is not known. Therefore the accuracy of the approximate solution obtained through the finite element method may not be known. In other words, it is not known beforehand how many nodes are enough to insure an accurate solution. This can be checked by increasing the number of nodes and determining whether the solution at the node points changes or not.

The subject of this study has been to find the temperature distribution inside the two dimensional turbine blade section with convective cooling configuration. The gas side heat transfer coefficient distribution along the outer boundary of the blade and the coolant side heat transfer coefficient distribution along the inner boundary of the blade has been taken as constant. Also the blade is assumed to have a constant heat conduction coefficient. While determining the gas side temperature distribution the temperature range in which the blade materials can withstand has been taken into account.

Then the datas have been put into the computer program which is based on the approximate finite element metedology and the nodal values have been found by the virtue of the running program.

These values then, have been compared to the solutions found by "ANSYS" finite element program and it has been seen that the difference between the solutions have fallen in the same acceptable range.

BÖLÜM.1 GİRİŞ

Gaz türbinlerinde verimi etkileyen en önemli parametre türbin giriş sıcaklığıdır. Özellikle, ağırlık sorunu ile karşı karşıya bulunan uçaklarda gaz türbini veriminin arttırılması ancak çok temiz yakıt kullanımı ve yüksek türbin giriş sıcaklıkları ile mümkün olabilmektedir. Bu şartlar altında gaz türbini kanatları bir yandan çok büyük merkezkaç kuvvetlere, diğer yandan çok yüksek sıcaklıklara maruz kalırlar. Söz konusu sıcaklık ve kuvvetler altında kanatlar, sürtünme ve ısı gerilmeler nedeniyle bir süre sonra kullanılmaz hale gelir ve sistemin çalışmasına engel teşkil ederler.

Türbin kanat sıcaklıklarını, sistemin çalışmasına mani olmayacak, kabul edilebilir düzeylerde tutmak kanat soğutması ile mümkündür. Bu yolla, kanatlar etkilenmeden, türbinlerde yüksek giriş sıcaklıklarına çıkmak ve dolayısıyla verimi yükseltmek mümkün olabilir.

Gaz türbini kanatlarında sıcaklık dağılımı çeşitli çözüm yöntemleri kullanılarak bulunabilir. Bu yöntemlerden bir tanesi sonlu elemanlar yaklaşık çözüm yöntemidir. Ana hatları ile yöntem, çözüm alanının ELEMEN adı verilen bölgelere ayrılmasına ve her bölgede bağımlı değişkenin, birinci veya ikinci dereceden bir polinomla ifade edilmesine dayanır. Bağımlı değişkenin, elemanın düğüm noktalarında alacağı değerler çözümü yaklaşık olarak sağlayacak biçimde seçilir. Bu seçim, fonksiyonel adı verilen integral ifadenin en küçük değerini alması ile gerçekleşir. Her eleman için yazılan fonksiyonel ifade düğüm noktalarındaki bağımlı değişkenlere göre türetilip sıfıra eşitlendiğinde ortaya doğrusal denklem takımı çıkar. Doğrusal denklem takımının, sistemin sınır

koşulları göz önünde tutularak gerçekleştirilen çözümü, düğüm noktalarındaki bağımlı değişkenlerin yaklaşık değerlerinin bulunmasını sağlar.

Bu çalışmada, ele alınan bir soğutma konfigürasyonu için sürekli rejimde çalışan bir gaz türbin kanadında iki boyutlu sıcaklık dağılımı çıkartılmış ve bulunan sonuç aynı şartlar için çalıştırılan ANSYS sonlu elemanlar programı ile bulunan sıcaklık dağılımı ile karşılaştırılmıştır.



BÖLÜM 2. GAZ TÜRBİNİ

Gaz türbini, yakıt enerjisinin mekanik güç ya da jet itkisi şeklinde ortaya çıkan bir faydalı güce dönüştürülmesi amacıyla dizayn edilmiş bir termik türbomakinadır.

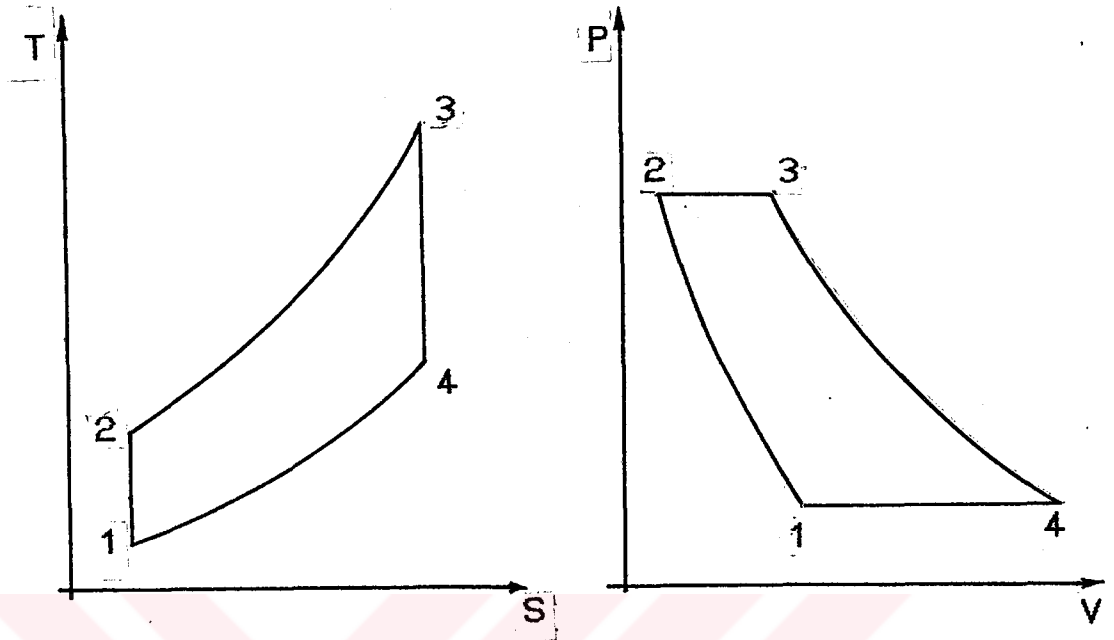
Gaz türbinleri iki temel aşamadan oluşur:

- i . Hava bir kompresörde sıkıştırılır.
- ii. Yanma odasından çıkan gaz bir türbin aracılığıyla genişletilir.

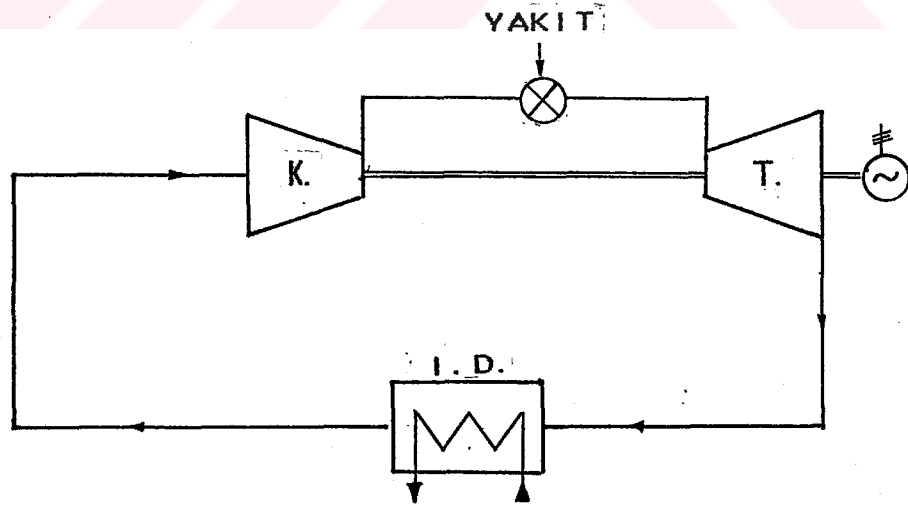
Gazın genişletilebilmesi için öncelikle havanın ısıtılması veya bir yakıt ile birlikte yakılması gerekir. Isıtma işlemi, çalışan akışkanın hacminde bir artıma neden olur. Çalışan akışkan hacmi, sıkıştırma sırasında sisteme verilmesi, genişleme sırasında ise sistemden çekilmesi gereken işin miktarını belirlediğinden, genişleme işlemi sonunda sistemi sıkıştırmak için gerekli işten daha fazla iş elde edilir. Bu yüzden türbinden elde edilen faydalı iş sadece kompresörü tahrik etmek için değil, aynı zamanda faydalı mil gücü elde etmek amacıyla da kullanılır.

2.1 IDEAL GAZ TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ

İdeal basit bir gaz türbini çevrimi Şekil 2.1'de T-S ve P-v diyagramlarıyla gösterilmiştir.



Sekil 2.1 İdeal basit gaz türbini çevrimi için T/S ve P/v diyagramları



Sekil 2.2 Kapalı gaz türbini çevrimi

Sekil 2.2'de gösterilen çevrim havanın adyabatik olarak sıkıştırıldığı bir kompresörden, yakıtın sıkışan

havayla yakıldığı ve çıkışında 3 noktası sıcaklığına eriştiği bir yanma odasından oluşur. Yanma ürünleri daha sonra adyabatik olarak bir türbin veya türbinlerde genişletilir, elde edilen işin bir kısmı kompresörü tahrik etmek için kullanılırken diğer kısmından mil veya itki gücü elde edilir.

Gaz türbininin tüm bileşenlerinde sürekli akış şartları söz konusudur. Açık sistemlerde sürekli akış için aşağıdaki enerji dengesi yazılabilir.

$${}_1q_2 + h_1 + \frac{V_1^2}{2} = {}_1w_2 + h_2 + \frac{V_2^2}{2} \quad (2.1)$$

İdeal sistemde kompresör ve türbinin tersinir adyabatik olarak çalıştığı kabulü göz önünde tutularak kompresör işi, yanma odasında çevrime verilen ısı, türbin işi ve net iş aşağıdaki eşitliklerle gösterilebilir.

$$w_k = |{}_1w_2| = h_{02} - h_{01} \quad (2.2)$$

$$q_{yo} = {}_2q_3 = h_{03} - h_{02} \quad (2.3)$$

$$w_t = {}_3w_4 = h_{03} - h_{04} \quad (2.4)$$

$$w_{net} = w_t - w_k \quad (2.5)$$

Sabit özgül ısı kabulü yapılarak (2.2-2.5) denklemleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$w_k = C_p (T_2 - T_1) \quad (2.2a)$$

$$q_{yo} = C_p (T_3 - T_2) \quad (2.3a)$$

$$w_t = C_p (T_3 - T_4) \quad (2.4a)$$

$$w_{net} = C_p (T_3 + T_1 - T_2 - T_4) \quad (2.5a)$$

İdeal bir gaz türbininin ısı verimi:

$$\eta_{ısı} = \frac{w_{net}}{q_{yo}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (2.6)$$

Adyabatik ve tersinir bir işleme maruz kalan sabit özgül ısıya sahip bir ideal gaz için sıkıştırma oranı eşitliği:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{k/(k-1)} \quad (2.7)$$

Sıkıştırma ve genişleme işlemlerinin adyabatik, tersinir ve aynı basınç oranına sahip oldukları hatırlanarak

$$\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{(k-1)/k} = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{(k-1)/k} = \frac{T_3}{T_4} \quad (2.8)$$

yazılır.

(2.6) ve (2.8) denklemleri birleştirilerek

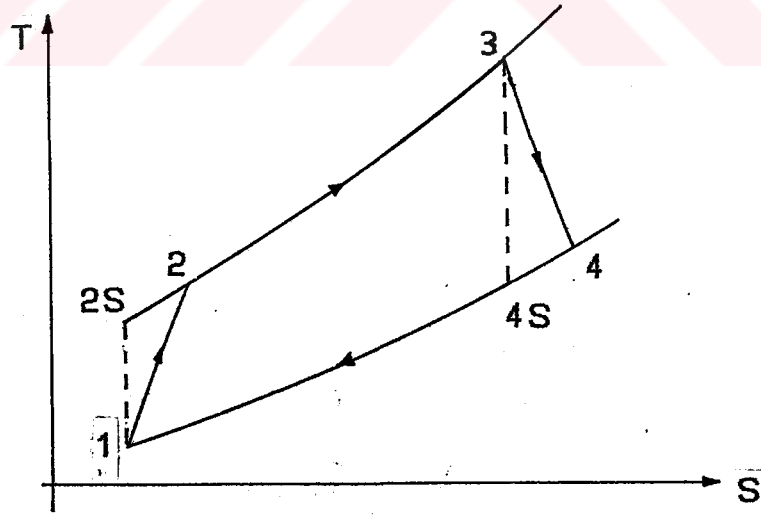
$$\eta_{isıl} = 1 - \frac{1}{\left[\frac{P_2}{P_1} \right]^{\frac{(k-1)}{k}}} = 1 - \frac{1}{r^{\frac{(k-1)}{k}}} \quad (2.9)$$

elde edilir.

Görüldüğü gibi ideal bir çevrim için ısı verim, r sıkıştırma oranına ve gazın cinsine bağlıdır. (2.9) denklemi ideal bir çevrim için ısı verimin artan sıkıştırma oranı ile arttığını göstermektedir[1].

2.2 GERÇEK GAZ TÜRBİNİ ÇEVİRİMİ

Şekil 2.3'te görülen gerçek gaz türbini çevriminde ise kompresör ve türbin izentropik değildir.



Şekil 2.3 Basınç kayıplarının yer almadığı gerçek gaz türbini çevrimi

Bu yeni hal için kompresör ve türbin verimleri tanımlanabilir.

$$\eta_k = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} \quad (2.10)$$

$$\eta_t = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4s}} \quad (2.11)$$

Basınç kayıpları yok sayıldığında kompresör ve türbin için basınç ve ideal sıcaklık oranları ideal gaz türbini çevriminde olduğu gibidir. Dolayısıyla (2.7) denklemi burada da geçerlidir.

Türbin ve kompresör gerçek işleri

$$w_t = C_p (T_3 - T_4) = C_p (T_3 - T_{4s}) \eta_t = C_p \eta_t T_3 \left(1 - \frac{T_{4s}}{T_3} \right)$$

$$w_k = C_p (T_2 - T_1) = \frac{C_p}{\eta_k} (T_{2s} - T_1)$$

denklemleriyle verilir.

Çevrimin maksimum ve minimum sıcaklıklarının oranı

$$\theta = \frac{T_3}{T_1} \quad (2.12)$$

ile gösterilirse,

$$w_t = \theta C_p \eta_t T_1 \left[1 - \frac{1}{r^{(k-1)/k}} \right] \quad (2.13)$$

$$w_k = \frac{C_P}{\eta_k} T_1 \left[r^{\frac{(k-1)}{k}} - 1 \right] \quad (2.14)$$

denklemleri ortaya çıkar. Dolayısıyla gerçek çevrimden elde edilen net iş

$$w_{net} = w_t - w_k = \frac{1}{\eta_k} C_P T_1 \left\{ \theta \eta_k \eta_t \left[1 - \frac{1}{r^{\frac{(k-1)}{k}}} \right] - \left[r^{\frac{(k-1)}{k}} - 1 \right] \right\} \quad (2.15)$$

şeklinde yazılır.

Sisteme yanma odasında verilen ısı, aşağıdaki denklemlerle ifade edilir.

$$q_{yo} = C_P (T_3 - T_2) = \frac{1}{\eta_k} C_P T_1 \left\{ \left[\frac{T_3}{T_1} - 1 \right] \eta_k - \left[r^{\frac{(k-1)}{k}} - 1 \right] \right\} \quad (2.16)$$

Sonuç olarak (2.15) ve (2.16) denklemlerinin bir araya getirilmesi ile elde edilen gerçek çevrim ısı verimi,

$$\eta_{isıl} = \frac{\left[1 - \frac{1}{r^{(k-1)/k}} \right] \left[\theta \eta_k \eta_t - r^{\frac{(k-1)}{k}} \right]}{(\theta - 1) \eta_k - \left[r^{\frac{(k-1)}{k}} - 1 \right]}$$

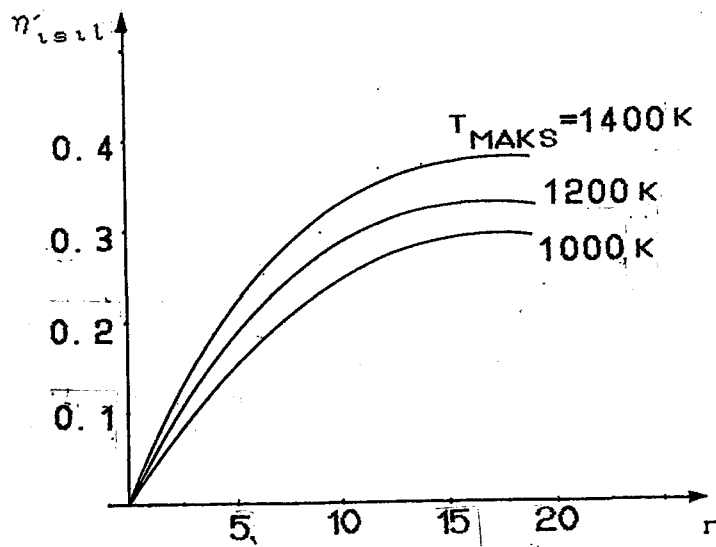
olarak yazılabilir.

Yukarıdaki denklemden de görüldüğü gibi gerçek gaz türbini ısı verimi diğer bazı faktörlerin yanısıra θ 'ya bağlıdır. Kompresör giriş sıcaklığı genellikle dış ortam sıcaklığıdır ve sabittir. θ sıcaklık oranını türbin giriş sıcaklığı etkiler. Sonuç olarak ısı verim türbin giriş sıcaklığına bağlıdır.

$\eta_{\text{ısı}}$ ısı verimini etkileyen bir diğer parametre r 'dir. Verim denkleminde görülebileceği üzere sıkıştırma oranının artması daha ağır dizaynları da beraberinde getirmektedir. Bu özellikten dolayı örneğin uçak motorlarında sistemi ağır kılmamak için sıkıştırma oranının yerine θ sıcaklık oranının yükseltilmesi vasıtasıyla verimin arttırılması düşünülür.

2.3 YÜKSEK GAZ SICAKLIĞININ ETKİLERİ

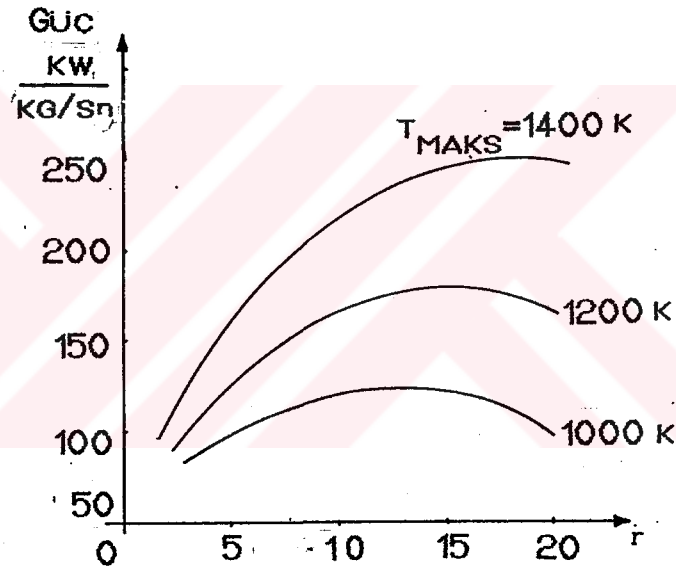
Sekil 2.4, çeşitli sıkıştırma oranlarında maksimum çevrim sıcaklığının ısı verim üzerindeki etkisini göstermektedir.



Sekil 2.4 Sıkıştırma oranı ve maksimum sıcaklığın gaz türbin verimi üzerindeki etkisi[2]

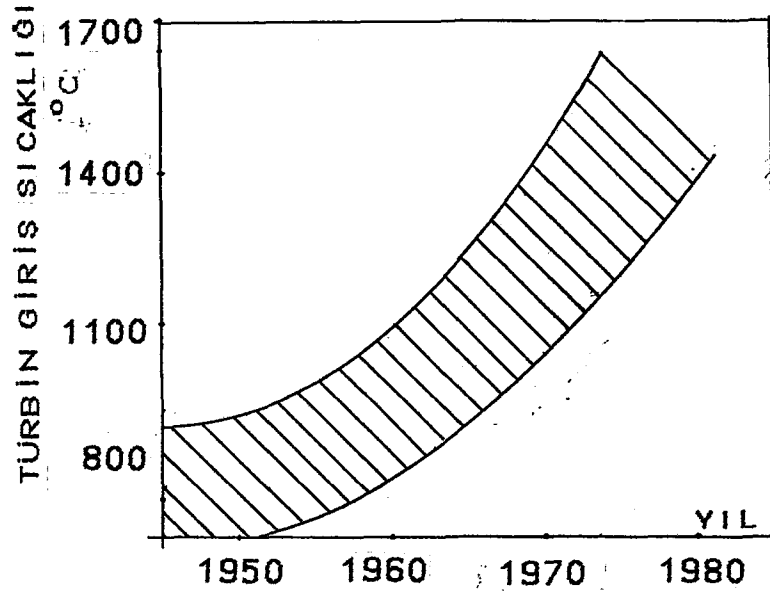
Bundan önceki bölümde de belirtildiği üzere, verimi arttırmak amacıyla sıkıştırma oranının arttırılması daha ağır sistemleri ortaya çıkardığından özellikle uçaklarda ciddi dezavantajlara neden olur. Verilmiş bulunan bir sıkıştırma oranı için yüksek sıcaklıklara çıkmak ise beraberinde sistem için yüksek ısı verim ve düşük yakıt harcaması getirir.

Sekil 2.5'te, gaz türbininde sıkıştırma oranı ve maksimum çevrim sıcaklığının sistemin ürettiği güce yaptıkları etki görülmektedir. Gaz sıcaklığının artması sonucu elde edilen avantaj açıktır[2].



Sekil 2.5 Sıkıştırma oranı ve maksimum çevrim sıcaklığının sistemin ürettiği güç üzerindeki etkisi[2]

Yüksek türbin giriş sıcaklıklarının özellikle uçak gaz türbini motorları için önemli avantajlar sağladığı yukarıda belirtilmiştir. Hava savunma teknoloji ve endüstrisinin hızla geliştiği 20. yüzyılın ikinci yarısında, özellikle de son 20 yıl içerisinde türbin giriş sıcaklığının sürekli bir biçimde arttığı bilinmektedir. Sekil 2.6 bu artışı kronolojik olarak göstermektedir.



Sekil 2.6 Türbin giriş sıcaklığının kronolojisi[3]

Bugünkü yüksek türbin giriş sıcaklıkları,

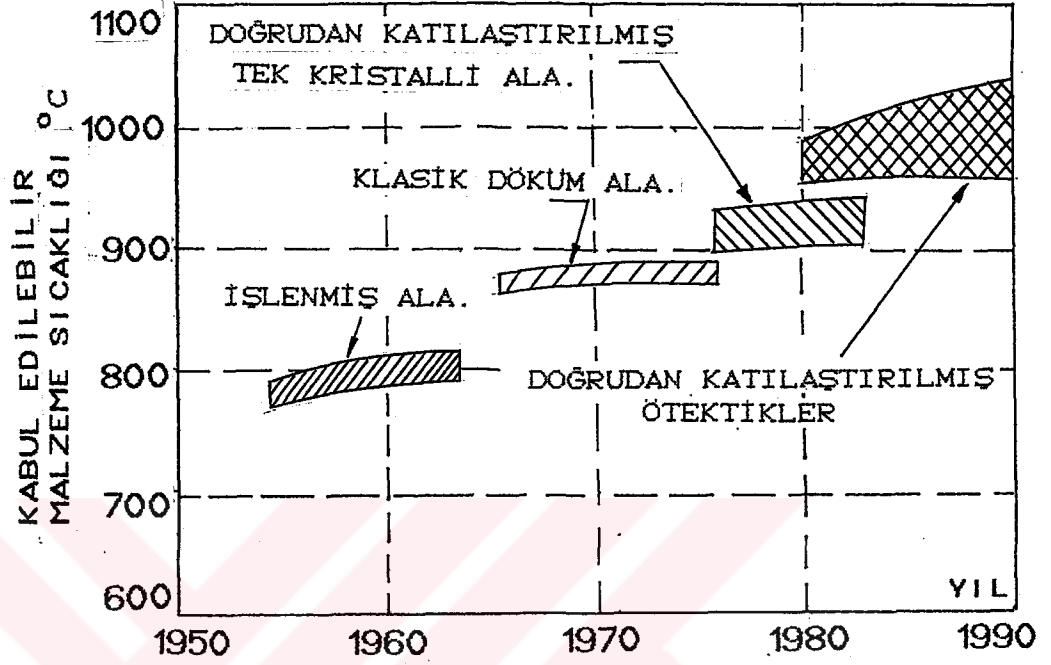
- i .Yüksek sıcaklıklarda mukavemetini kaybetmeyen yeni malzemelerin bulunması
- ii.Türbin soğutmasının iyileştirilmesi

neticesinde elde edilmişlerdir. Dolayısıyla yüksek türbin giriş sıcaklıkları yukarıda sıralanan bu iki unsur ile birlikte ele alınmalıdır.

2.4 TÜRBİN MALZEMESİ

Gaz türbini ısı verimini arttırmanın bir yolu sistem içerisinde daha yüksek türbin giriş sıcaklıklarına izin verecek, bir başka deyişle yüksek sıcaklığa dayanabilecek alaşımların kullanılmasıdır. Bu amaçla sürdürülen çalışmaların başlangıcı 1940'lara dayanmaktadır.

Şekil 2.7, türbin kanat malzemelerinin dayanabildiği sıcaklıkları ve malzemelerin zaman içindeki gelişimini göstermektedir.



Şekil 2.7 Sıcaklığın gelişen kanat malzemelerine göre değişimi[3]

Yüksek sıcaklıklara dayanabilen malzemelerde aranılan özelliklerin başında malzemenin yüksek sıcaklıklarda özelliklerini kaybetmemesi gelmektedir. Malzemede aranılan bir diğer özellik malzeme kalitesinin eleman boyunca homojen dağılım göstermesi; malzeme içinde kalitenin düştüğü bölgelerin yer almamasıdır. Ayrıca yakıt içerisinde bulunan vanadyum, sodyum ve kükürt gibi maddelerin yüksek sıcaklıklarda korozif etkileri büyük olduğundan malzemenin oksidasyon ve korozyona karşı mukavim olması şartı aranmaktadır. Bu özelliklerin yanı sıra malzeme yapısal dengeye sahip ve kaynak kabiliyeti yüksek olmalıdır.

Günümüzde nikel, krom, molibden, zirkonyum alaşımları, seramik ve refrakterler yukarıdaki malzeme özelliklerini az ya da çok sağlayan malzemeler kapsamında sayılmaktadır.

2.5 TÜRBİN KANAT SOĞUTMASI

Sıcak gaz ile etkileşim halinde bulunan gaz türbin elemanlarının soğutulması ve böylece sıcak gazlardan etkilenmemelerinin sağlanması, gaz türbini çevrimi veriminin arttırılması için bir başka seçenek oluşturur.

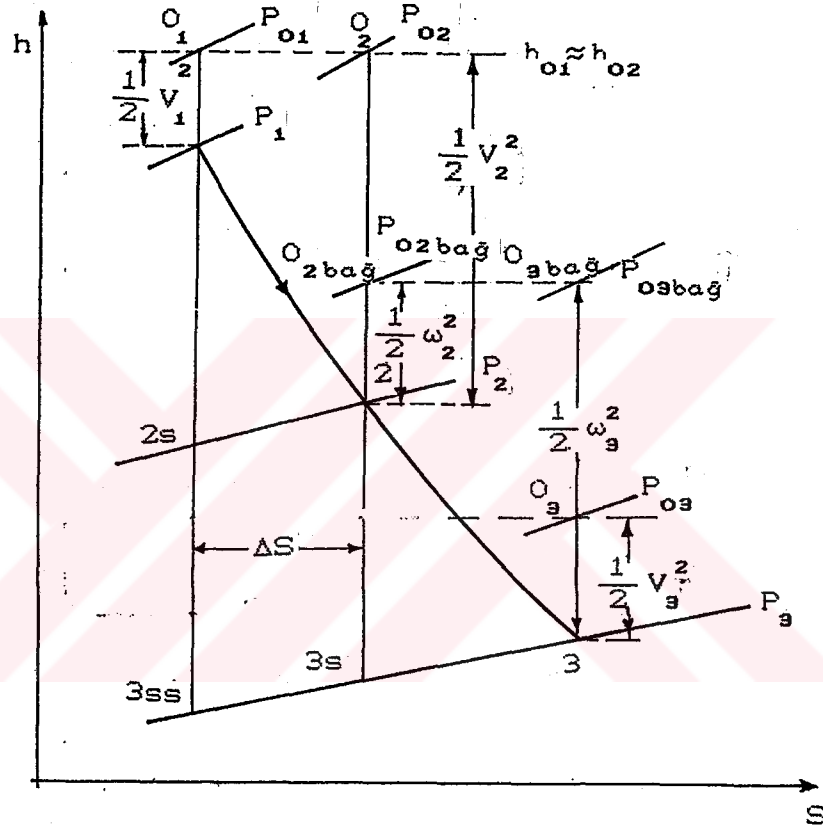
Türbin kanatları, kanatların üzerine oturduğu disk, sabit kanatlar, stator kasası ve yanma odası, soğutulacak elemanlar kapsamına girerler. Mekanik ve ısııl açıdan bakıldığında soğutmaya en çok gereksinim duyulan ve soğutmanın en zor başarıldığı eleman, türbin kanatlarıdır. Türbin kanatları daha çok kompresörden sağlanan hava veya su ile soğutulmaktadır.

2.5.1 SOĞUTMANIN TÜRBİN KADEME VERİMİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Türbin soğutması, ısııl verimi, türbin giriş sıcaklığını arttırmak suretiyle yükseltirken sistemde çeşitli kayıplara da neden olur. Bu kayıplar aşağıda sıralanmıştır.

- i . İlk türbin kademelerinde yapılan soğutma, türbinin ileriki kademelerinde kullanılabilir enerjinin azalmasına neden olur.
- ii . Türbin kanatının hava ile soğutulması için kompresörden hava çekilir. Bu da kompresör-türbin işini arttırır.
- iii. Türbin çıkış sıcaklığının azalması rejeneratörün kullanıldığı sistemlerde rejeneratör verimini düşürür.
- iv . Soğutma kanalları kullanılması sonucunda artan türbin kalınlıkları aerodinamik kayıplara neden olur.

Yukarıdaki kayıplardan en önemlisi türbin kademelerinde yapılan soğutmanın kullanılabilecek entalpi farkını azaltmasıdır. Şekil 2.8 belirli bir reaksiyon derecesine sahip türbin kademesindeki akışın entalpi-entropi diyagramını göstermektedir. Diyagram çeşitli noktalarında basınç ve entalpinin hem statik hem de durma değerlerini vermektedir.



Şekil 2.8 Gerçek türbin kademesindeki akışın entalpi-entropi diyagramı[2]

Soğutulmayan bir türbin kademesi içinde gazın tersinmez olarak genişlemesi neticesinde kaybedilen işin miktarı,

$$\Delta w = h_3 - h_{3ss} \quad (2.17)$$

'tır.

Türbin kaskat kayıp katsayıları aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\xi_s = \frac{h_2 - h_{2s}}{\frac{1}{2} V_2^2}$$

$$h_2 - h_{2s} = \frac{1}{2} \xi_s V_2^2 \quad (2.18)$$

$$\xi_r = \frac{h_3 - h_{3s}}{\frac{1}{2} \omega_3^2}$$

$$h_3 - h_{3s} = \frac{1}{2} \xi_r \omega_3^2 \quad (2.19)$$

Bu denklemlerin yanısıra sabit basınç eğrilerinin eğimleri de aşağıdaki denklemlerle ifade edilebilir.

$$\frac{h_2 - h_{2s}}{\Delta S} \approx T_2$$

$$\frac{h_{3s} - h_{3ss}}{\Delta S} \approx T_{3s} \approx T_3$$

$$\frac{h_{3s} - h_{3ss}}{h_2 - h_{2s}} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$h_{3s} - h_{3ss} = \frac{T_3}{T_2} (h_2 - h_{2s}) \quad (2.20)$$

ve (2.18) yardımıyla

$$h_{gs} - h_{gss} = \frac{1}{2} \xi_s V_2^2 \frac{T_3}{T_2} \quad (2.21)$$

ve (2.19) ve (2.21) denklemleri taraf tarafa toplanırsa

$$h_g - h_{gss} = \frac{1}{2} \xi_r \omega_g^2 + \frac{1}{2} \xi_s V_2^2 \frac{T_3}{T_2} \quad (2.22)$$

elde edilir. Dolayısıyla (2.17) denklemi göz önüne alınarak, soğutulmayan bir türbin kademesinde tersinmezliklerden dolayı kaybolan işin miktarı bulunmuş olur.

$$\Delta w_{tg} = \xi_s \frac{T_3}{T_2} \frac{1}{2} V_2^2 + \xi_r \frac{1}{2} \omega_g^2 \quad (2.23)$$

Soğutulmayan gerçek türbin kademesinin verimi:

$$\eta_{tg} = \frac{\text{gerçek kademe işi}}{\text{ideal kademe işi}}$$

$$\eta_{tg} = \frac{w}{w_s} = \frac{h_{o1} - h_{o3}}{h_{o1} - h_{o3ss}}$$

$$\eta_{tg} = \frac{h_{o1} - h_{o3}}{(h_{o1} - h_{o3}) + (h_{o3} - h_{o3ss})}$$

$$\eta_{tg} = \left[1 + \frac{h_{o3} - h_{o3ss}}{h_{o1} - h_{o3}} \right]^{-1} \quad (2.24)$$

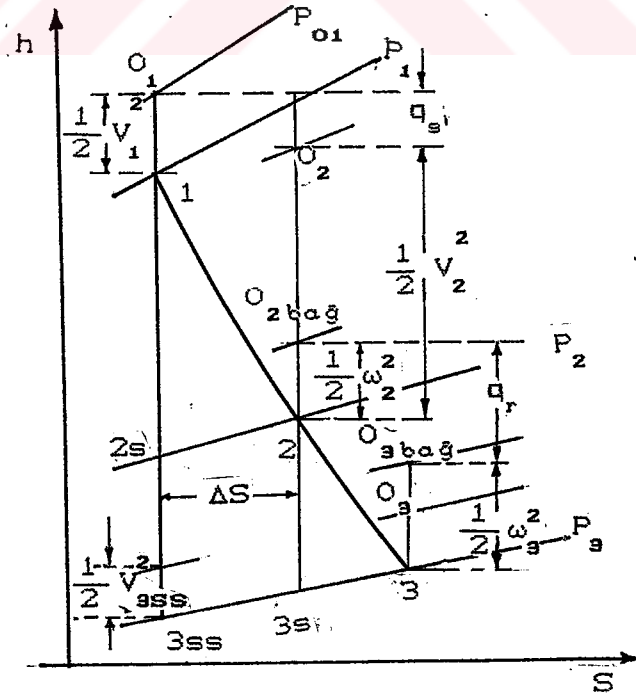
$$h_{03} - h_{03ss} \approx h_3 - h_{3ss}$$

kabulü yapıldığında ve (2.17) ve (2.23) denklemleri kullanıldığında türbin kademesi verimi

$$\eta_{tg} = \left[1 + \frac{\xi_r \frac{1}{2} \omega_3 + \frac{T_3}{T_2} \xi_s \frac{1}{2} V_2^2}{h_{01} - h_{03}} \right]^{-1} \quad (2.25)$$

olarak elde edilir.

Soğutulan türbin kademelerinde ise tersinmez adyabatik genişlemenin yanısıra soğutma da meydana gelir. Soğutulan türbin kademesi entalpi-entropi diyagramı Şekil 2.9'da gösterilmektedir.



Şekil 2.9 Gerçek kademede kanat soğutması entalpi-entropi diyagramı[2]

Soğutulan gerçek türbin kademelerinde kaybedilen işin miktarı:

$$\Delta w_{\text{soğ.}} = h_3 - h_{3ss} + q_s + q_r \quad (2.26)$$

'dır.

Türbin kaskat kayıp katsayıları soğutulmayan gerçek türbin kademesindekinden biraz farklıdır.

$$\xi'_s = \frac{h_2 - h_{2s}}{\frac{1}{2} V_2^2}$$

$$h_2 - h_{2s} = \frac{1}{2} \xi'_s V_2^2 \quad (2.27)$$

$$\xi'_r = \frac{h_3 - h_{3s}}{\frac{1}{2} \omega_3^2}$$

$$h_3 - h_{3s} = \frac{1}{2} \xi'_r \omega_3^2 \quad (2.28)$$

Soğutulmayan türbin kademesindeki sabit basınç eğri denklemleri de kullanılarak

$$h_3 - h_{3ss} = \frac{T'_3}{T'_2} \left(h_2 - h_{2s} \right) \quad (2.29)$$

ve

$$h_{3s} - h_{3ss} = \frac{1}{2} \xi'_s V_2^2 \frac{T'_3}{T'_2} \quad (2.30)$$

elde edilir.

(2.28) ve (2.30) denklemleri taraf tarafa toplanırsa

$$h_9 - h_{9ss} = \frac{1}{2} \xi'_r \omega_9^2 + \frac{1}{2} \xi'_s V_2^2 \frac{T'_9}{T_2} \quad (2.31)$$

bulunur. Dolayısıyla (2.26) denklemi göz önüne alınarak soğutulan bir türbin kademesinde kaybolan işin miktarı bulunmuş olur.

$$\Delta w_{sot} = \frac{1}{2} V_2^2 \left[\xi'_s \left(\frac{T'_9}{T_2} \right) + \left(\frac{q_s}{\frac{1}{2} V_2^2} \right) \right] + \frac{1}{2} \omega_9^2 \left[\xi'_r + \left(\frac{q_r}{\omega_9^2/2} \right) \right] \quad (2.32)$$

$$\eta_{sot} = \frac{\text{soğutulan gerçek kademe işi}}{\text{soğutulan ideal kademe işi}}$$

$$\eta_{sot} = \frac{h_{01} - h_{09} - (q_s + q_r)}{h_{01} - h_{09ss}}$$

$$h_{01} - h_{09} - (q_s + q_r) = h_{01} - h_{09ss} - (h_9 - h_{9ss} + q_s + q_r) \quad (2.33)$$

$$\eta_{sot} = 1 - \frac{h_9 - h_{9ss} + q_s + q_r}{h_{01} - h_{09ss}} \quad (2.34)$$

elde edilir.

(2.32) denklemi (2.34) denkleminde yerine konulacak olursa:

$$\eta_{sot} = 1 - \frac{V_2^2 \left[\xi_s' \left(\frac{T_3'}{T_2'} \right) + \left(\frac{q_s}{V_2^2/2} \right) \right] + \omega_3^2 \left[\xi_r' + \left(\frac{q_r}{\omega_3^2/2} \right) \right]}{2 \left(h_{o1} - h_{o3ss} \right)} \quad (2.35)$$

veya (2.25) denklemine benzer şekilde

$$\eta_{sot} = \left[1 + \frac{\xi_s' \left(\frac{T_3'}{T_2'} \right) \frac{1}{2} V_2^2 + \xi_r' \frac{1}{2} \omega_3^2 + q_s + q_r}{h_{o1} - h_{o3}} \right]^{-1} \quad (2.36)$$

elde edilir.

Yukarıdaki eşitliklerde üst indis soğutulan kademeye özgü değerleri temsil etmektedir.

(2.25) ve (2.36) denklemleri sırasıyla soğutulmayan ve soğutulan gerçek türbin kademelerindeki kademe verimi ifadeleridir. Soğutmadan kaynaklanan kademe verim azalması, (2.36) denklemiyle bulunan büyüklüğün, (2.25) denklemiyle bulunan büyüklükten çıkartılması ile elde edilebilir. Söz konusu verim farkı aşağıdaki denklemle gösterilmiştir[2].

$$\Delta\eta = \eta_{tg} - \eta_{sot} \approx \frac{q_s + q_r}{h_{o1} - h_{o3}} \quad (2.37)$$

2.5.2 ISIL AKSAMA DURUMLARI

Türbin soğutmasıyla ilgili olan fiziksel türbin aksaklıklarını birkaç kümede toplamak mümkündür. Bunlar: oksidasyon, korozyon, erozyon, sürünme(creep) ve ısıl yorulmadır.

Oksidasyon, korozyon ve erozyon sıcak türbin gazlarının, kanatlar üzerindeki kimyasal ve tanecik etkilerinden doğmaktadır. Türbin gazları ile doğrudan temas halinde bulunan malzemeler, özel koruyucu katmanlarla kaplanmadıkları sürece, yüksek sıcaklıklardaki gazlardan gelen etkilere dayanamazlar. Genelde, türbin malzemelerini kimyasal etkilere uzak tutmak için malzeme yüzeyleri alüminyum oksit gibi malzemelerle kaplanır.

Sürünme(creep), malzemelerin yüksek sıcaklıklarda uzun süre yüksek gerilmelere maruz kalmalarından doğar. Bu, özellikle yüksek gerilmelere maruz, dönen türbin kanatlarında oldukça büyük bir problem teşkil etmektedir. Türbin çalışmasının bu tipteki bir probleminden dolayı aksama durumu türbin kanadındaki ortalama giriş sıcaklığının düşürülmesi ile önlenabilir.

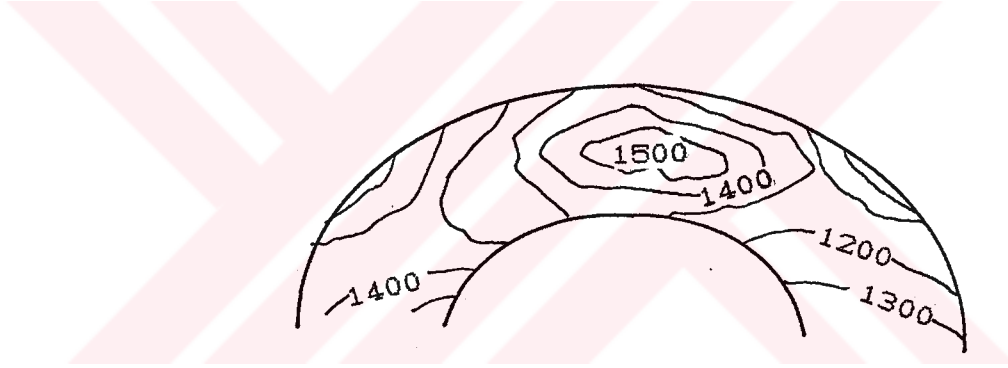
Isıl yorulma, yüksek ısı yük altında sürekli hareketin neticesinde oluşur. Gerilmeler, her dönüşte kanatta plastik deformasyona neden olacak kadar yüksektirler. Sonuç olarak türbinin çalışamaz duruma gelmesi bağıl olarak oldukça az sayıda dönüşün - yüzbinler yerine binler mertebesinde - sonunda oluşur. Kanat içerisindeki ısı gerilmeleri soğutma, kütle dağılımı ve kanat iç geometrisi gibi unsurlar işletilerek asgari düzeye indirilebilirler.

Tek başına sürünme ve tek başına ısıl gerilmeye ek olarak, ikisinin birden yer aldığı bir birleşik etki de vardır. Yüksek ısı gerilmelere ve yüksek sıcaklıklarla

uzun süreli etkileşime maruz kalan kanatlar, bu iki etkinin ayrı ayrı etki etmesinden ortaya çıkan durumdan daha önce işlem dışı kalırlar. Buna sürünme/ısı yorulma aksamaları denilir ve türbin dizayn aşamasında üzerinde en çok durulan konuyu teşkil eder.

2.5.3 ISIL ÇEVRE

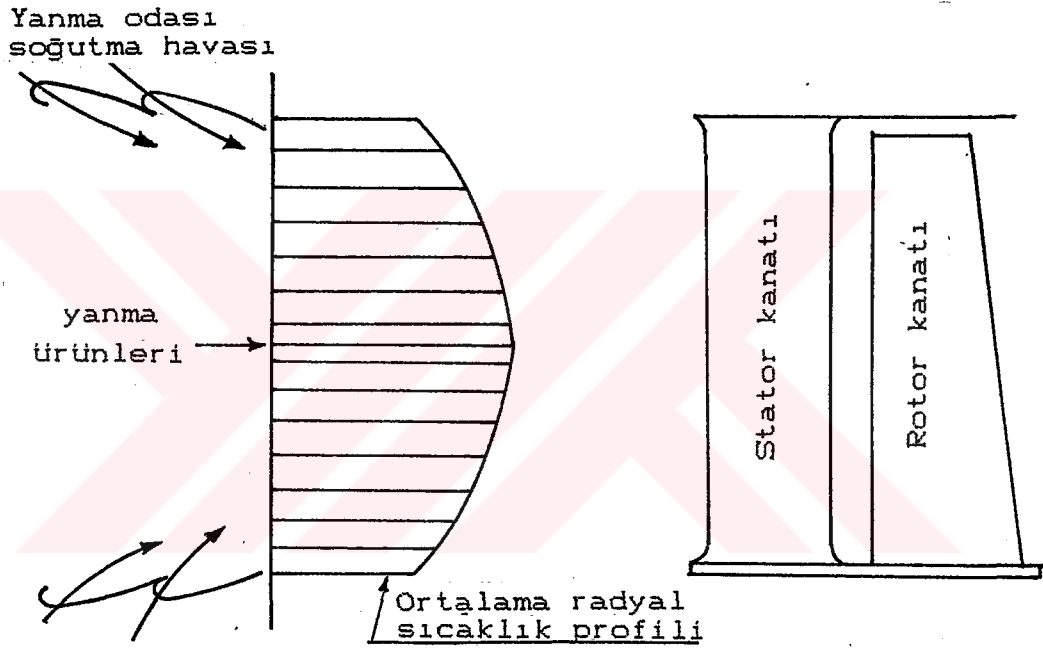
Yanma gazları, türbine üniform olmayan bir şekilde girerler. Çevresel bir yanma odasından çıkan gazların, sıcaklık dağılımları Şekil 2.10'da gösterilmektedir.



Şekil 2.10 1250°C ortalama sıcaklığa sahip çevresel bir yanma odasında radyal ve çevresel sıcaklık dağılımı[3]

Dağılım çevresel doğrultuda gelişigüzel olmakla birlikte radyal doğrultuda bir derece düzenine bağlıdır. Çevresel sıcaklık dağılımındaki gelişigüzellik ilk doğrultucu kanatların, yanma odasından gelen gazların maksimum sıcaklığına - sıcak nokta - göre dizayn edilmesini gerektirmektedir. Bu maksimum sıcaklık genellikle önceden belirlenmiş bir yanma odası dizayn parametresidir. Örneğin türbin giriş sıcaklığı 1250°C

olan bir motorda sıcak nokta 1500°C olabilir. Türbinin dönen elemanları ise, çevresel doğrultuda ortalama bir sıcaklığa bağlı kalınarak dizayn edilebilirler. çevresel ortalamalar tespit edildikten sonra ortaya çıkan radyal sıcaklık dağılımı Şekil 2.11'de görülmektedir.



Şekil 2.11 Ortalama radyal sıcaklık profili[3]

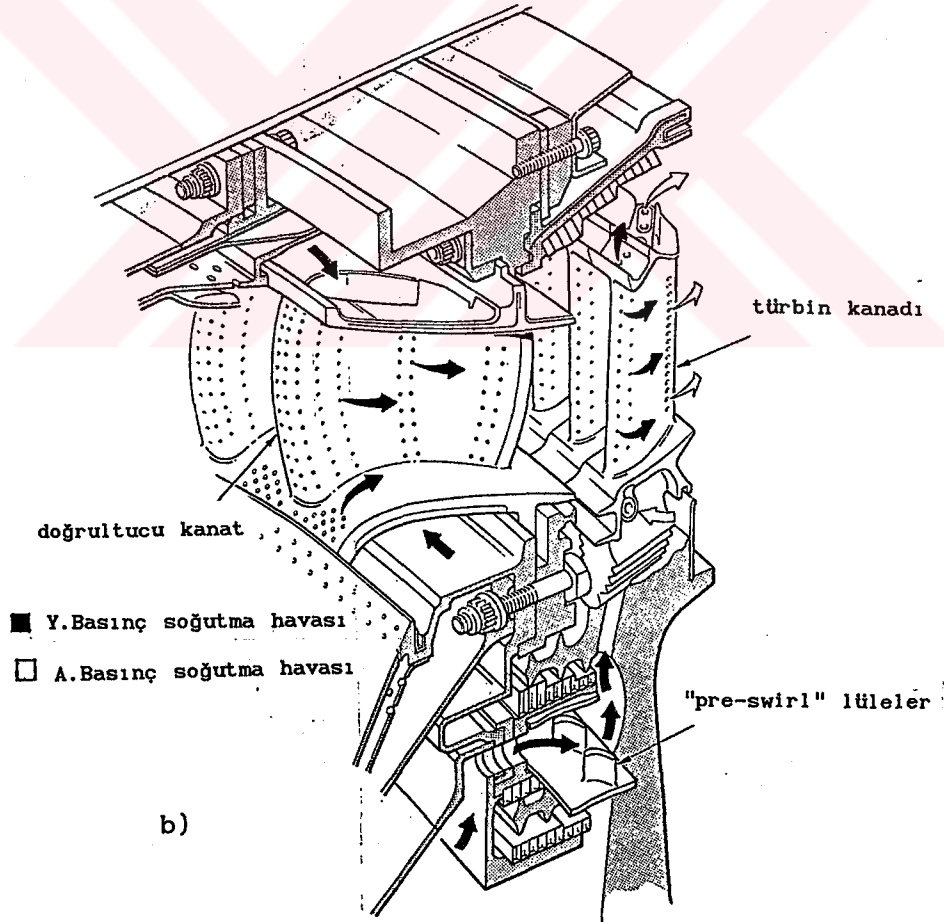
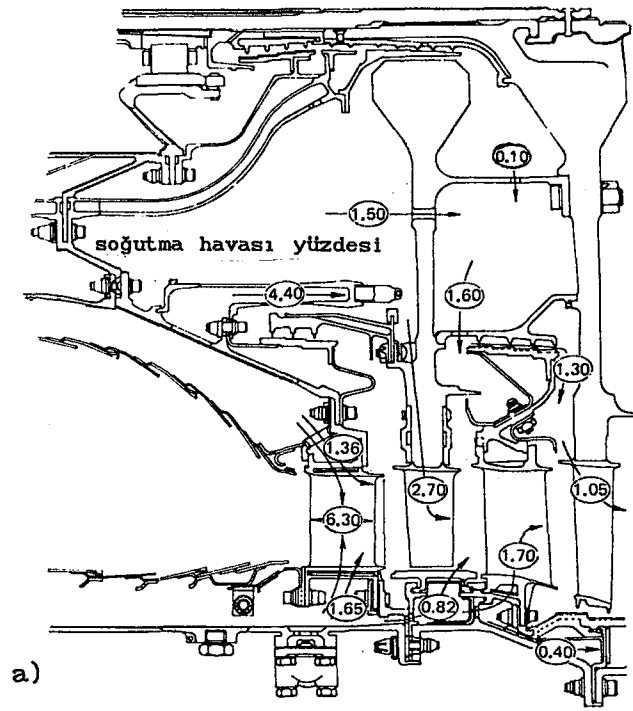
Şekil 2.11'deki sıcaklık profilinin oluşmasında yanma odasının çeperlerinin soğutulması ve bu soğutma etkisinin çıkıştaki gazların sıcaklıkları üzerinde etki yapmasının rolü vardır. Kanat kök ve uç nokta soğutma ihtiyacını azaltabilmek amacıyla yanma odası dizaynının da bu şekilde gerçekleştirilmesi gerekmektedir.

Türbinlerde yanma odasından çıkan gazları ilk hareketli kanata yönelten doğrultucu kanat en yüksek

türbin sıcaklıklarına maruz kalır. İlk hareketli kanat sırası ise türbinde artık çevresel sıcaklık ortalamasının hakim olması ve sıcak gazlar ile soğutma gazlarının karışmasından dolayı ilk sabit kanat sırasına nazaran daha düşük sıcaklıklarla karşı karşıya kalır. Bu sırayı takip eden sabit kanat sırası bir önceki sıraya nazaran soğutma havasının sıcak gazlarla tekrar karışması ve türbin gazlarından enerji çekilmesi nedeniyle daha da düşük sıcaklıklarda çalışır. Ortalama sıcaklık herbir türbin kanatında bir öncekine nazaran azalarak türbin çıkışına kadar devam eder.

2.5.4 SOĞUTMA HAVASININ SAĞLANMASI

Türbini hava ile soğutma halinde, söz konusu soğutucu hava kompresörden çekilir. Tipik bir türbin soğutma sistemi Şekil 2.12,a-b'de gösterilmektedir. İlk sabit kanat, kompresörden çıkan ve yanma odasını by-pass eden hava ile beslenir. Bunun nedeni ilk sabit kanatın çok yüksek bir kaynak basıncına ihtiyaç duymasındandır. İlk hareketli kanat da kompresörden çıkan hava ile beslenir. Ancak bu havanın daha önce, dönme yönüne bakan bir sıra lüleden (pre-swirl nozzles) geçirilerek basıncı ve sıcaklığı düşürülür(Şekil 2.12,b). Bu yolla hızı arttırılan soğutma havası dönen kanatlara daha etkin bir giriş yapar. Ayrıca kanat içinde dolaşan soğutma havası sıcaklığı azalır. Hedef alınan kanat soğutması iyileşir. İkinci sabit ve hareketli kanatlar, ya kompresörden çıkan ya da kompresörün alçak basınç kademelerinden çekilen hava ile soğutulurlar. İkinci yolla soğutma, düşük sıcaklıkta, daha az soğutma havası debisinin ihtiyacı karşılayabileceğinden, motor performansına katkıda bulunur.

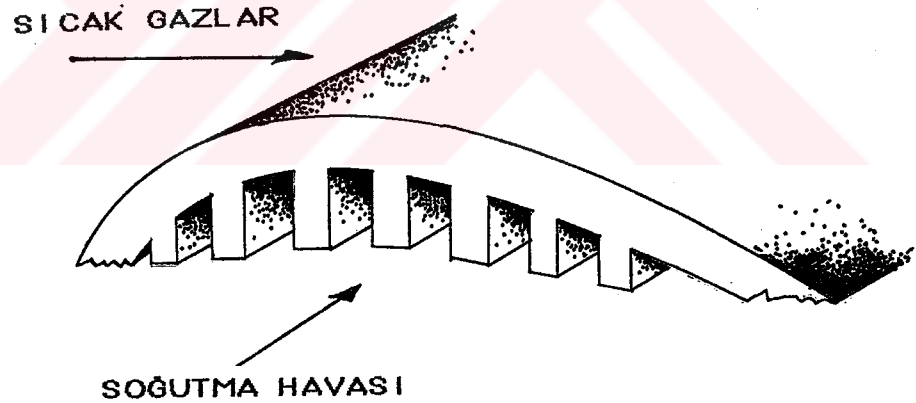


Şekil 2.12,a-b Soğutma havası dağıtım sistemi [3][4]

Soğutma havası dağıtımı günümüzde çok değişik şekillerde yapılmaktadır. Dağıtımdaki temel prensip, havayı ihtiyaç duyulan basınç ve mümkün olan en düşük sıcaklıkta türbine yollamaktır. Bundan sonraki bölümlerde kanat soğutmasında kullanılan taşınım, çarptırma, film ve terleme soğutmaları konu edilecektir.

2.5.5 TAŞINIM SOĞUTMASI

Kanat soğutmasının en basit yolu taşınım soğutmasıdır. Bu işlemde hava kanatın altından (veya üstünden) kanadın içine girer ve ya girdiği yerden en uzak noktadan veya kuyruk kısmından dışarı atılır. Genel taşınım soğutması tekniği Şekil 2.13'te gösterilmektedir.



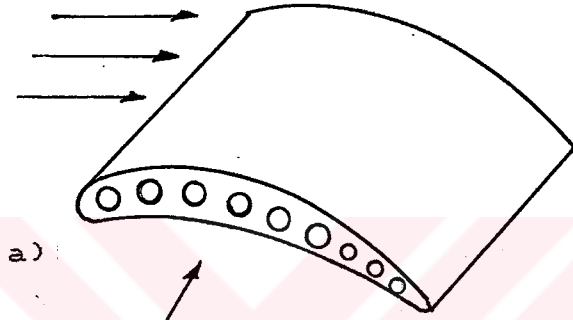
Şekil 2.13 Genel taşınım soğutması tekniği[1]

Taşınım soğutmasının etkenliği kanat içerisindeki kanalların ebatı ve hava miktarı ile sınırlıdır. Soğutucu bir akışkan olarak hava, büyük dahili yüzey alanlarına ihtiyaç duyar.

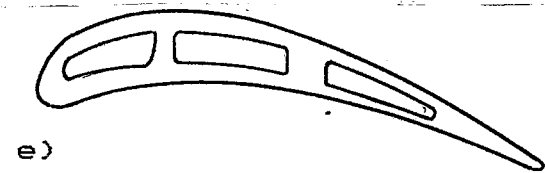
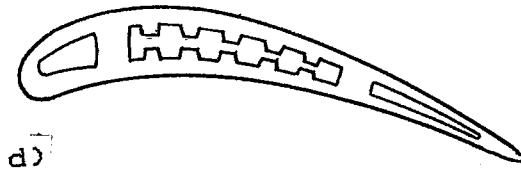
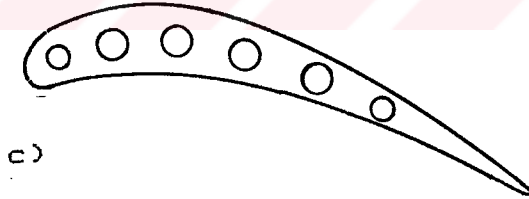
Şekil 2.14'te taşınım soğutmasını uygulayan çeşitli kanat dizaynları gösterilmektedir. Şekil 2.14,a'da

görüldüğü gibi ilk kanat dizaynlarında genellikle aynı çapta soğutma kanalları kullanılmıştır. daha sonraki dizaynlarda ise (Şekil 2.14,d ve 2.14,e) kanatlar, içlerinden geçen hava miktarının ayarlanabildiği değişik boyut ve şekilde yapılmışlardır. Böylelikle soğutmaya daha fazla ihtiyaç duyan kanatın ön ve kuyruk kesimleri, kanatın orta bölgesine nazaran daha fazla soğutma havasına maruz bırakılmıştır. Bazı kanatlarda da Şekil 2.14,f'te gösterilen üç geçişli kanallar kullanılmaktadır.

S I C A K G A Z L A R



S O Ğ U T M A H A V A S I



Şekil 2.14 Taşınım soğutması prensibinin uygulandığı çeşitli kanat dizaynları[1]

Bir türbin kanadında ortalama soğutma etkenliği,

$$\bar{\varepsilon} = \frac{T_g - \bar{T}_m}{T_g - T_{so}} \quad (2.38)$$

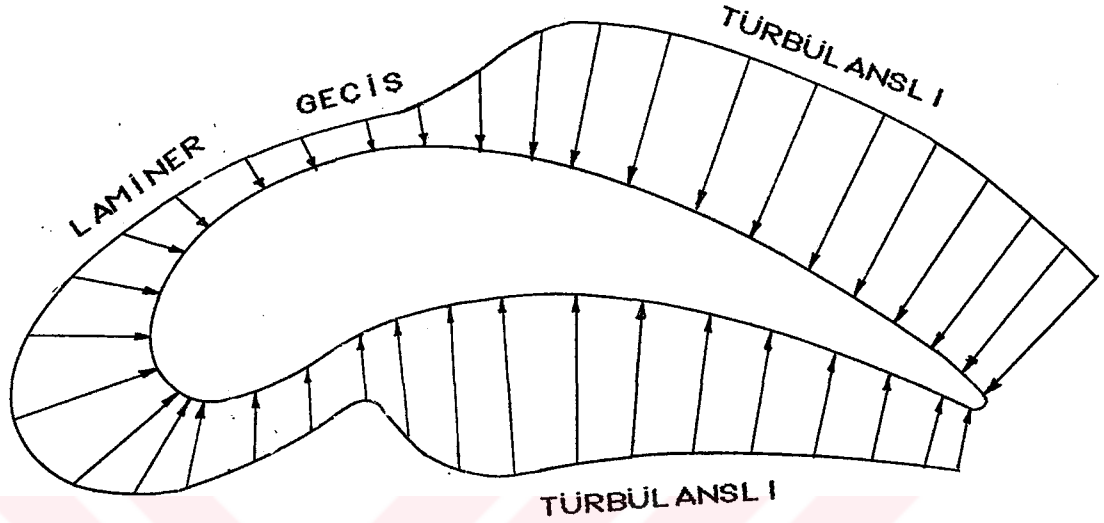
ile tanımlanır.

(2.38) eşitliğinde $\bar{T}_m$, ortalama kanat sıcaklığıdır. Soğutma etkenliğinin bire yakın bir değer alması ulaşılabilecek en yüksek noktayı, sıfıra yakın bir değer alması ise soğutmanın pek az ya da hiç yapılmadığına işaret eder. Soğutma etkenliği soğutma metotlarının ve soğutma havası miktarının belirlenmesinde en etkili parametredir.

Taşınım soğutması, ortalama soğutma etkenliği değerinin 0.5 veya daha az olması istenildiği durumlarda gerçekleştirilir. Etkenlik değerinin sınırlandırılması iki nedene dayanmaktadır: (1) Hava kaynağı basıncı belli bir değer ile sınırlıdır ve daha yüksek bir soğutma etkenliği değerini ancak daha yüksek basınçlarla elde etmek mümkün olabilmektedir; (2) yüksek etkenlik dereceleri ve taşınım soğutması ile birlikte sıcaklık gradyenleri oldukça büyük değerler almakta ve ısıl gerilme problemini arttırmaktadırlar.

Gaz türbinlerinde kanatları kuşatan ısı taşınım katsayıları oldukça yüksek, kanat malzemesi ısı iletim katsayıları da oldukça düşük değerler almaktadır. Bu bileşim kanat üzerindeki ısı taşınım katsayısı dağılımının net olarak bilinmesini zorunlu kılmaktadır. bir diğer deyişle, taşınım katsayıları hesaplarda iletim katsayılarına oranla çok daha fazla rol oynamaktadırlar.

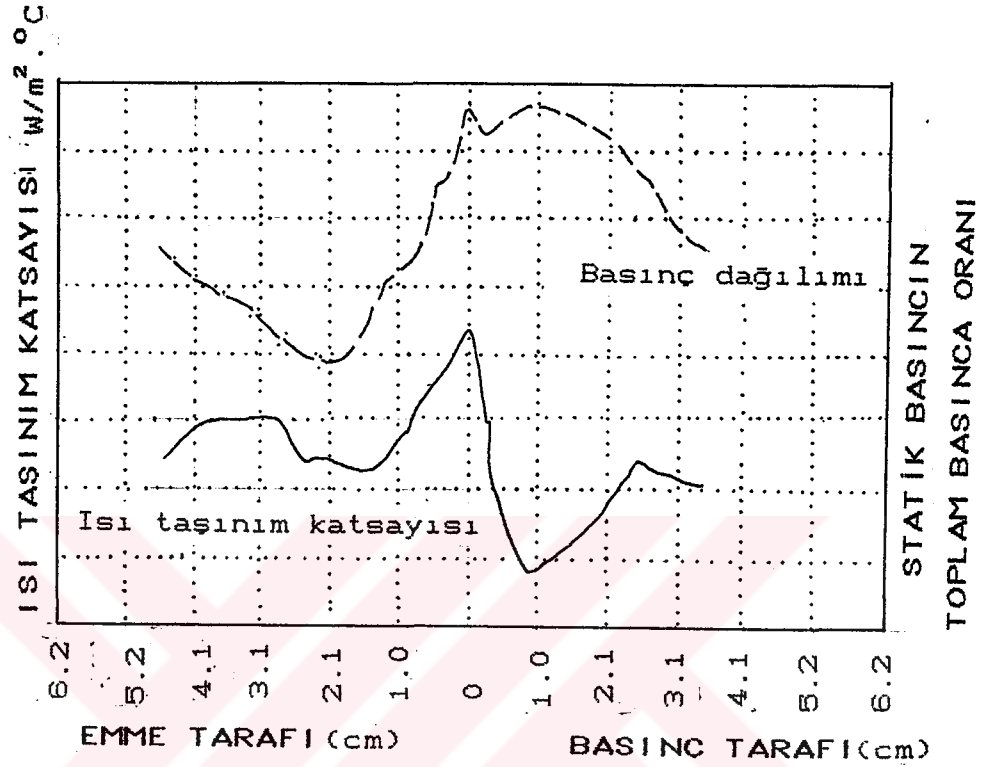
Kanat üzerindeki ısı taşınım katsayısı dağılımı Şekil 2.15'te görülmektedir.



Şekil 2.15 Kanat üzerindeki ısı taşınım katsayısı dağılımı[3]

Durma noktasında bu katsayı çok yüksektir. Kanatın basınç tarafında sınır tabaka hemen hemen her zaman türbülanslı akışa kayar ve düşük Reynolds sayısına karşılık gelen türbülanslı akışın ısı taşınım katsayısına sahip olur. Emme tarafında ise sınır tabaka genellikle ilk safhalarda laminar özellik gösterir. Ancak serbest akışın türbülantif etkilerinden dolayı laminar akışa tekabül eden ısı taşınım katsayısından daha yüksek ısı taşınım katsayısı değerleri alır. Sınır tabaka daha sonra bir geçiş bölgesini kat ederek türbülans bölgesine girer. Geçiş bölgesi çok yüksek basınç gradyenlerinin sınır tabakayı laminar kalmaya zorlamasından dolayı ortaya çıkar. Kanadın eğimi de akışın laminar kalması için ayrıca çaba sarf eder. Bir kanat çevresindeki ısı taşınım katsayısı iki boyutlu sınır tabaka teoremi kullanılarak hesaplanabilir. Sıkıştırılabilir iki boyutlu ideal akış göz önünde tutularak kaskattaki basınç dağılımı sayısal bir yöntemle bulunabilir. Bundan sonra sınır tabaka

hesaplanır. Tipik bir kanat için sınır tabaka teorisinden hesaplanan ısı taşınım katsayısı ve basınç dağılımı Şekil 2.16'da verilmiştir.



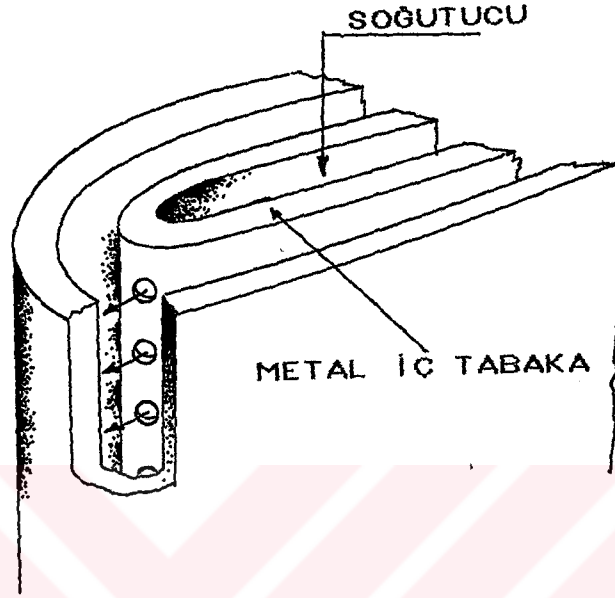
Şekil 2.16 Kanat çevresindeki basınç ve ısı taşınım katsayısı dağılımı[3]

Bu şekilde hesaplanan değerler durma noktası ve emme tarafının laminar bölümündeki değerler hariç kabul edilebilir mertebelerdedir. Bu iki noktada ise, değerler serbest akış içindeki türbülansı hesaba katmak amacıyla 1.2-1.8 arasında bir katsayı ile çarpılarak elde edilebilirler. Bu örnekte görülen çok yüksek ısı taşınım katsayısı değerleri modern türbinlerde çok sık rastlanan değerleri ifade etmektedir.

2.5.5.1 ÖN BÖLGEYE ÇARPTIRMA İLE SOĞUTMA

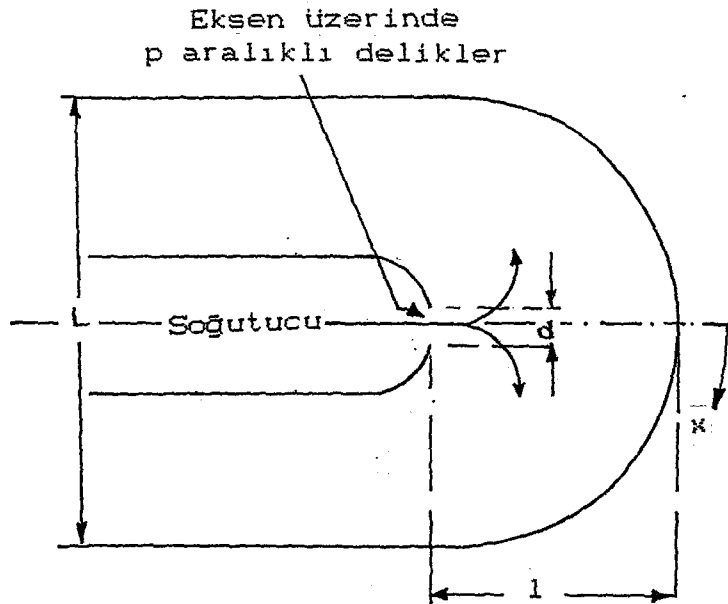
Kanadın dış yüzeyi üzerindeki ısı taşınım katsayısı

dağılımı, kanadın içindeki ısı taşınım katsayısı dağılımı ile dengelenmelidir. Ön bölgedeki yüksek taşınım katsayısı dağılımı genellikle içten çarptırmalı soğutma ile dengelenir. Şekil 2.17'de bu yöntem gösterilmektedir.



Şekil 2.17 Ön bölgeye çarptırma ile soğutma[3]

Chupp ve ekibi Şekil 2.18'de gösterilen şekil için ısı taşınım katsayısı ifadelerini çıkartmışlardır[3].



Şekil 2.18 Ön bölgeye çarptırma ile soğutma modeli[3]

Çıkarılan ortalama ve durma noktası Nusselt ifadeleri aşağıdaki gibidir.

$$\bar{Nu} = 0.63 Re^{0.7} \left[\frac{d}{p} \right]^{0.5} \left[\frac{d}{L} \right]^{0.6} \exp \left[-1.27 \left(\frac{1}{d} \right) \left[\frac{d}{p} \right]^{0.5} \left[\frac{d}{L} \right]^{0.5} \right] \quad (2.39)$$

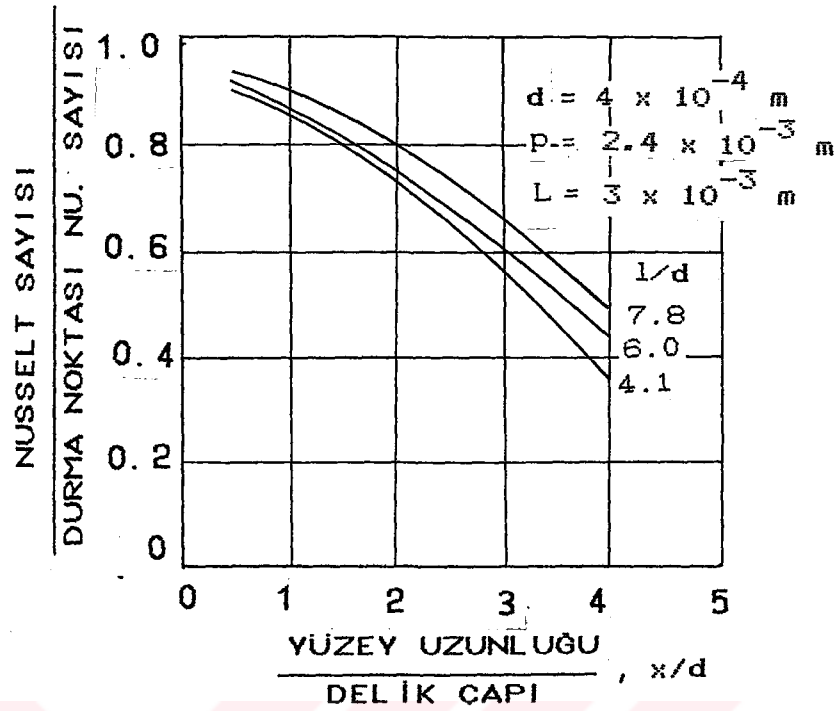
$$Nu = 0.44 Re^{0.7} \left[\frac{d}{p} \right]^{0.8} \exp \left[-0.85 \left(\frac{1}{d} \right) \left[\frac{d}{p} \right] \left[\frac{d}{L} \right]^{0.4} \right] \quad (2.40)$$

d , Nusselt ve Reynolds ifadelerindeki karakteristik uzunluktur. Çarpıtırma delik hızı ise Reynolds ifadesindeki karakteristik hızı göstermektedir. Nusselt ifadesinde kullanılan ısı iletim katsayısı duvar ve soğutucu ortalama sıcaklıklarına bağlı olarak ele alınmaktadır. Viskozite ise sadece soğutucu sıcaklığına bağlıdır.

Test edilen değişkenlerin sınırları:

$$\begin{aligned} 3000 &< Re < 15000 \\ 1.5 \times 10^{-4} &< d < 6.7 \times 10^{-4} \text{ m} \\ 8 \times 10^{-4} &< p < 3.22 \times 10^{-3} \text{ m} \\ 1 \times 10^{-3} &< L < 2.4 \times 10^{-3} \text{ m} \\ 1.5 \times 10^{-4} &< l < 4.1 \times 10^{-2} \text{ m} \end{aligned}$$

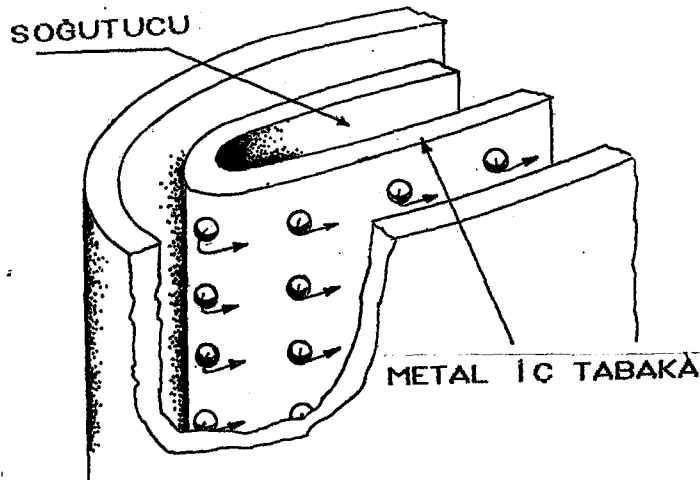
Durma noktasından uzaktaki dağılım Şekil 2.19'da görülmektedir. Dağılım (d/p) oranı ve Reynolds'dan bağımsızdır.



Şekil 2.19 Çarpıtma ile gerçekleştirilen soğutmada ısı taşınım katsayısı dağılımı[3]

2.5.5.2 ORTA BÖLGEYE ÇARPTIRMA İLE SOĞUTMA

Ön bölgede olduğu gibi orta bölgede de yüksek değerlere sahip ısı taşınım katsayısına ihtiyaç duyulur. Şekil 2.20'de görüldüğü gibi bu, çarpıtma ile gerçekleştirilebilir.



Şekil 2.20
Orta bölgeye çarpıtma ile soğutma[3]

Kercher ve Tabakoff, düz bir levha üzerinde çapraz akımlı çarptırma konusunda yaptıkları araştırmalarda aşağıdaki ifadeyi bulmuşlardır [3].

$$Nu_x = \Omega_1 \Omega_2 Re^m Pr^{1/3} \left[1/d \right]^{0.091} \quad (2.41)$$

Yukarıdaki ifadede Nu_x , çarptırmanın gerçekleştirildiği delik çapı d 'yi karakteristik uzunluk olarak alan yerel Nusselt sayısı; Re , soğutma havasının delikten çıkarken sahip olduğu hızı ve delik çapını esas alan Reynolds sayısı; Pr , Prandtl sayısı; l , çarptırma deliğinden çarptırma yüzeyine olan mesafe; p delik adımı ve Ω_1 , Ω_2 , m de ampirik olarak belirlenmiş parametrelerdir.

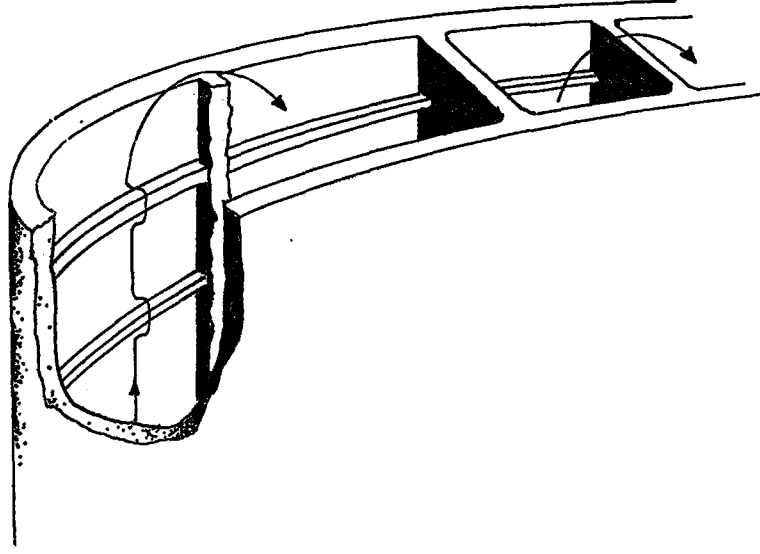
Tüm özellikler, duvar ve soğutucunun ortalama sıcaklığına bağlı olarak belirlenmişlerdir. Test edilen değişkenlerin sınırları

$$\begin{aligned} 1 &< l/d < 4.8 \\ 332 &< Re < 3.7 \times 10^4 \\ 3.1 &< p/d < 12.5 \end{aligned}$$

arasında değişmektedir.

2.5.5.3 PURUZLU DUVARLAR

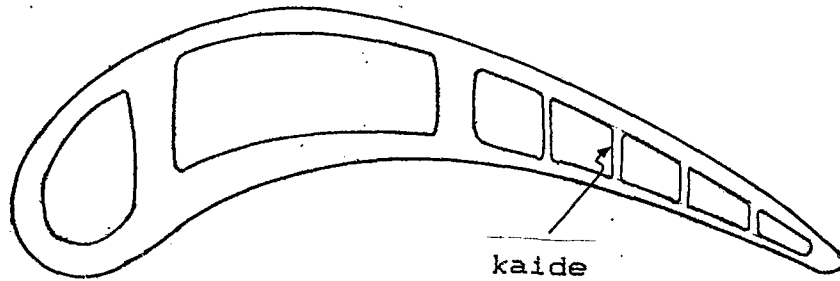
Yüksek ısı taşınım katsayısı elde etmenin bir diğer yolu da soğutucunun yolu üzerinde akışa normal doğrultuda kanatçıklar yerleştirmektir[5]. Böyle bir soğutma işlemi Şekil 2.21'de gösterilmektedir.



Şekil 2.21 Kanatlarda pürüzlü duvarlar [3]

2.5.5.4 KANADIN KUYRUK BÖLGESİ

Aerodinamik şartlar, kanadın kuyruk kesiminin, soğutucu akışkan bu kesimden dışarı atılmadığı sürece taşınım ile soğutulmasının çok güç olduğunu vurgular. Bu soğutmayı gerçekleştirmenin bir yolu Şekil 2.22'de gösterilmiştir.



Şekil 2.22 Kanat kuyruk kesimi yapısı[3]

Bu tür kanatlarda, kuyruk bölgesinin iki yarısı birbirlerine genellikle "kaide" ismini taşıyan pimlerle tutturulurlar. Bu kaideler iki amaca hizmet eder: yapısal olarak kuyruğu bir arada tutarlar ve ısı transferini arttıırırlar[5].

Halls ve Grimison'un boru demetleri için geliştirdiği Nusselt ifadesinin

$$\overline{Nu} = Fa \left[0.284 \right] Re^{0.61} \quad (2.42)$$

söz konusu durum için kullanılabileceğini belirtir. (2.42) denkleminde Fa , 0.7 ila 1.2 arasında değerler alabilen bir ampirik sabittir. Reynolds ifadesinde kullanılan referans hızı minimum kesitteki hız, referans boyutu ise kaide çapıdır.

2.5.6 FİLM SOĞUTMASI

Türbinlerde kullanılan soğutucu akışkan basınç seviyelerinde taşınım yoluyla soğutma etkenliği 0.5 değerinin üstüne çıkacak biçimde soğutma yapabilmek çok zordur. Türbin gaz sıcaklığı, soğutucu sıcaklığı ve izin verilebilir malzeme sıcaklığı daha yüksek bir etkenliği zorunlu kıldığında film soğutması yöntemine gereksinim duyulabilir. Bu aşamada film soğutması tekniğinin prensip açısından, taşınım yoluyla soğutma tekniğinden ayrıldığını belirtmekte yarar vardır. Taşınım yoluyla soğutma tekniğinde malzeme sıcaklıklarının, kanatların içinde dolaşan soğutucu akışkana ısı transferi yoluyla türbin gazlarının sıcaklığından daha aşağı seviyelerde tutulmasına karşılık, film soğutması yöntemi doğrudan kanat yüzeyine sıcak türbin gazlarından olan ısı geçişini önlemeyi amaç edinir[3].

2.5.6.1 FILM SOĞUTMASININ GAZ TÜRBİN KANADI SOĞUTMA ETKENLİĞİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİ

Bir gaz türbini kanadının toplam soğutma etkenliğini veren ifade aşağıdaki gibidir.

$$\varepsilon = \frac{T_g - \bar{T}_m}{T_g - T_{so,1}} \quad (2.43)$$

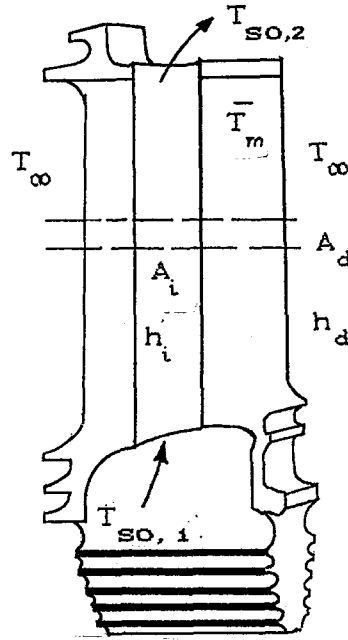
Bu ifade, yukarıda da belirtildiği gibi hem kanatın sıcak gaz tarafındaki ısı transferi, hem de kanat içinde oluşan ısı transferi ile bağlantılıdır. Kanat içindeki ısı transferini gaz tarafı ısı transferinden ayırmak için yeni bir etkenlik tanımı yapılabilir. Böylece iç taşınım soğutması etkenliği, $T_{so,2}$ soğutucunun kanattan çıkış sıcaklığı olmak üzere aşağıdaki gibi tanımlanmış olur.

$$\eta_{ti} = \frac{T_{so,2} - T_{so,1}}{\bar{T}_m - T_{so,1}} \quad (2.44)$$

Şekil 2.23'te gösterilen bölgede enerjinin korunumu, iç taşınım soğutması etkenliğinin aşağıdaki gibi ifade edilmesini sağlar.

$$\eta_{ti} = 1 - \exp \left\{ - \frac{1}{\dot{m}'} \frac{h_i A_i}{h_d A_d} \right\} \quad (2.45)$$

$$\dot{m}' = \frac{\dot{m}_{so} C_{p,so}}{C_d L h_d} \quad (2.46)$$



Şekil 2.23 Soğutulan bir türbin kanatında ısı enerji dengesi[6]

Yukarıdaki eşitliklerde $\dot{m}_{so}$ soğutucu kütleli akış oranını, h_i iç taşınım katsayısını, A_i iç alanı, h_d dış taşınım katsayısını, A_d gaz tarafı toplam yüzey alanını, $C_{p,so}$ ise soğutucu özgül ısısını temsil etmektedir. (2.43) - (2.46) denklemleri kullanılarak toplam soğutma etkenliği iç taşınım soğutma etkenliği ile aşağıdaki şekilde ilişkilendirilebilir.

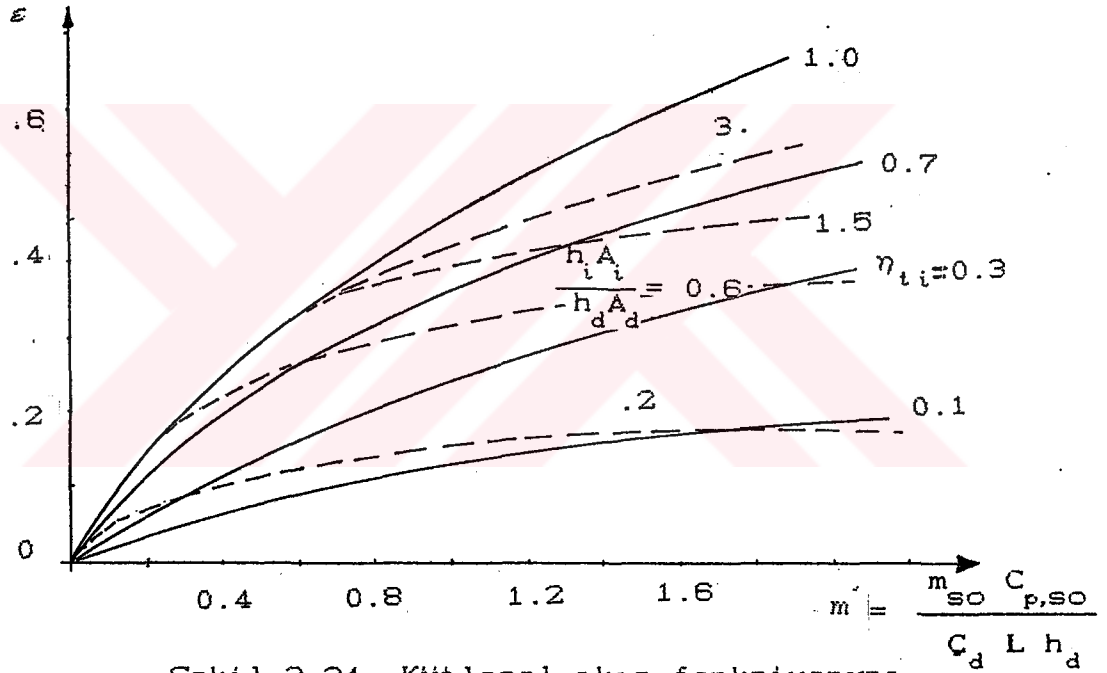
$$\epsilon = \frac{\eta_{ti} \cdot m'}{1 + \eta_{ti} \cdot m'}$$

Şekil 2.24, gaz tarafından kanata bırakılan ısı ortadan kaldırılması kabiliyetinin bir ölçütü olan $h_i A_i / h_d A_d$ oranı ve η_{ti} cinsinden ϵ ve m' arasındaki ilişkiyi vermektedir. $h_i A_i / h_d A_d$ oranını arttırmak için soğutucu akış kanalları kanatlı veya pürüzlü hale getirilir. Türbülans arttırıcıları ve soğutucu kanallarının karmaşık iç geometrileri (2.45) denkleminde de verildiği gibi h_i 'nin dolayısıyla iç taşınım soğutma etkenliğinin artmasını sağlarlar. Ancak Şekil 2.24'ten görüldüğü gibi iç taşınım soğutma etkenliğinin yüksek

değerlerinde $h_i A_i$ büyüklüğünü arttırmak suretiyle soğutma etkenliğini yükseltmek güçleşir. bu noktada iç taşınım soğutması metodu film soğutması metodu ile desteklenmelidir.

Bu desteğin belirlenmesi için öncelikle bir film etkenliği tanımı yapılmalıdır.

$$\eta_f = \frac{T_g - T_f}{T_g - \bar{T}_m} \quad (2.47)$$



Şekil 2.24 Kütlesel akış fonksiyonuna bağlı olarak soğutma etkenliğinin değişimi[6]

(2.43) denklemi ikiye ayrılıp tekrar yazıldığında

$$\varepsilon = \frac{T_g - \bar{T}_m}{T_{so,2} - T_{so,1}} \cdot \frac{T_{so,2} - T_{so,1}}{T_g - T_{so,1}} \quad (2.48)$$

ve (2.48) denklemi tekrar düzenlendiğinde

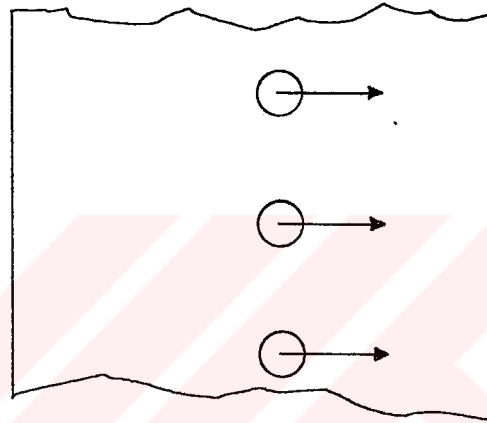
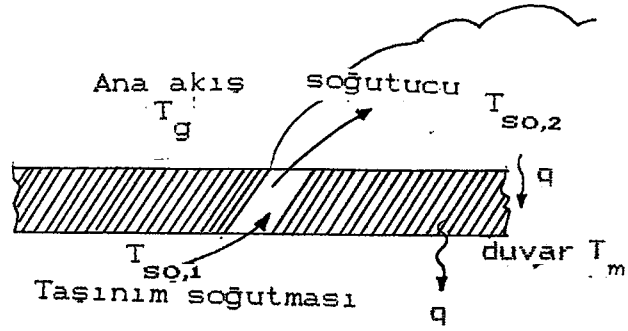
$$\varepsilon = \frac{\left[\frac{(T_f - \bar{T}_m) + (T_g - \bar{T}_f)}{(T_{so,2} - T_{so,1})} \right] \left[\frac{(T_{so,2} - T_{so,1})}{(T_m - T_{so,1})} \cdot \frac{(T_m - T_{so,1})}{(T_g - T_{so,1})} \right]}{1 + \frac{\dot{m} \eta_{ti}}{\dot{m} \eta_{ti} - \eta_f}} \quad (2.49)$$

elde edilir.

(2.49) denklemi film soğutmasının toplam kanat soğutma etkenliğine katkısını göstermektedir. $\dot{m}=1.0$ ve $h_i A_i / h_d A_d = 1.5$ için bir yüksek basınç türbin kanatı göz önüne alındığında kanat soğutma etkenliğinin %10 arttırılabilmesi için $h_i A_i / h_d A_d$ değerinin iki katına çıkartılması gerektiği görülmektedir. Bunun yanında, soğutma etkenliğinin aynı oranda artması için $h_i A_i / h_d A_d$ oranı 1.5 kalmak kaydıyla film etkenliği 0.2'ye eşit olan bir film soğutması yetmektedir. Bu örnekten de görülebileceği gibi film soğutması iç taşınım soğutmasının yerini alabilecek oldukça kuvvetli bir soğutma metodudur[6].

2.5.6.2 SIRA DELİKLİ FİLM SOĞUTMASI

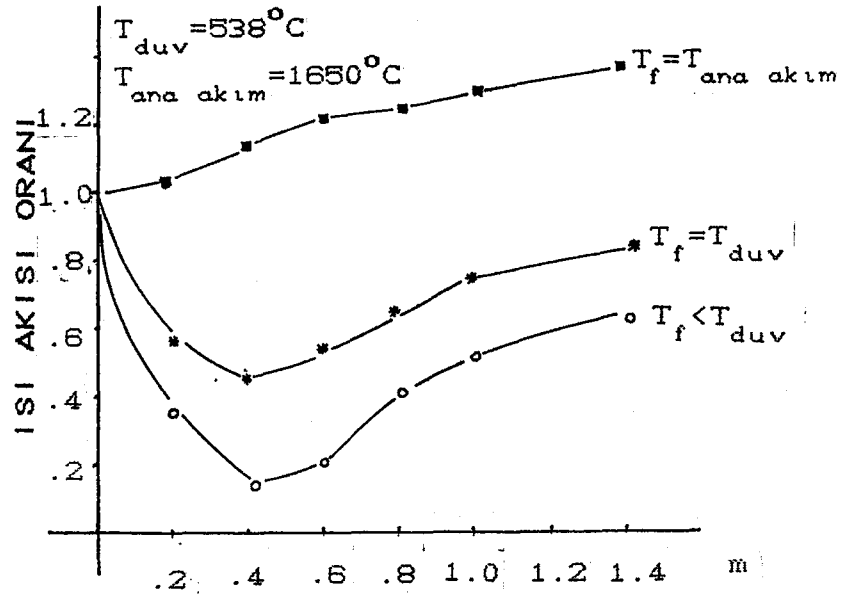
Film soğutma tekniklerinden birini oluşturan sıra delikli film soğutması tekniği genel hatlarıyla Şekil 2.25'te gösterilmektedir.



Şekil 2.25 Sıra delikli film soğutması[3]

Film soğutmasında, soğutucu hava yüzeye belirli bir açı ile çıkan bir sıra küçük kanaldan geçerek ulaşır. Delikler arasındaki mesafe genellikle birkaç delik çapı mertebesinde (D=0.05-0.1 cm). Dışarı çıkan soğutucu akışkan ana gaz akımı tarafından tekrar yüzeye itilir ve böylece sınır tabakaya karışarak kanat boyunca ilerlemesine devam eder.

Birbirleriyle çatışan iki etki: sınır tabakanın düzensiz hale gelmesi ve soğutma etkisi Şekil 2.26'daki diyagramlarda görülmektedir.



Şekil 2.26 Film soğutması altındaki düz plakaya geçen ısı akısının kütleli akı oranı ve sıcaklıklara bağlı değişimi[7]

Yukarıdaki şekilde film soğutması yapılan yüzeye ısı akısı, $m = \rho_{so} V_{so} / \rho_{\infty} V_{\infty}$; soğutucu akışkan ile türbin gazları kütleli akıları oranına bağlı olarak işaretlendirilmiştir. Şekilde görülen üç eğriden en üstteki göz önünde tutulduğunda, bir başka deyişle film sıcaklığı gaz kütlesi sıcaklığına eşit kabul edildiğinde, artan kütleli akı oranına bağlı olarak bir yandan soğutucu akışkanın geçtiği kanallardan kanata doğru olan ısı transferi nedeniyle, diğer yandan sınır tabakasının karışması sonucunda ısı akısının arttığı gözlemlenir. Ortada yer alan eğride soğutucu film sıcaklığı duvar sıcaklığına eşit alınmıştır. Düşük soğutucu debili akışlarda azalan ısı akısı, debi arttıkça artma eğilimine girer. Çünkü artan soğutucu debilerde sınır tabakanın karışması soğutma etkisine baskın çıkmaya başlar. En altta yer alan eğride, film sıcaklığının, duvar sıcaklığından daha düşük değerleri için eğrinin biçimi ($T_f = T_{duv}$) eğrisine benzer, ancak bu kez soğutma etkisi daha baskındır[7].

Film sıcaklığı T_f 'ye bağlı kalınarak, bundan önceki

bölümde sözü edilmiş olan "film soğutmasının gaz türbin kanadı soğutma etkenliği üzerindeki etkisi" 'nde yapılan film etkenliği tanımından ayrı olarak iki ayrı film etkenliği tanımı yapılabilir. Bunlardan ilki :

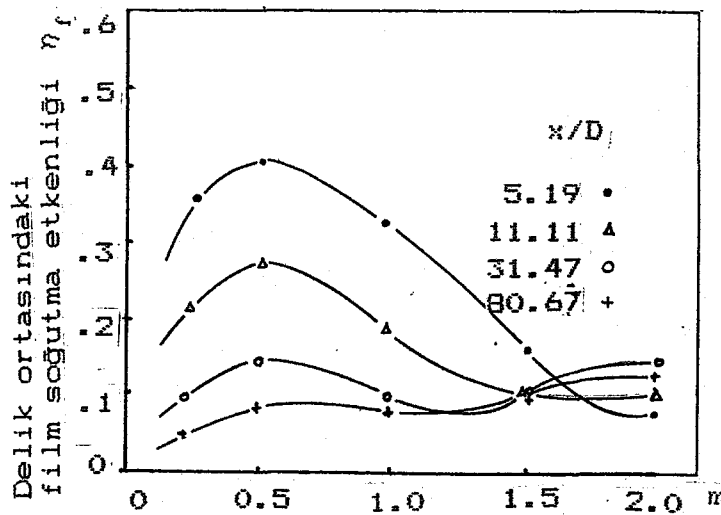
$$\eta_f = \frac{T_g - T_f(z,x)}{T_g - T_{so}} \quad (2.50)$$

yerel film etkenliğidir. Film sıcaklığının x ve z 'nin bir fonksiyonu olduğu esasına dayandırılmıştır. Oysa eğer film sıcaklığının kanatın radyal doğrultusu boyunca ortalama bir değere sahip olduğu kabul edilecek olursa ikinci bir film etkenliği tanımı yapabilmek mümkündür :

$$\bar{\eta}_f = \frac{T_g - \bar{T}_f(x)}{T_g - T_{so}} \quad (2.51)$$

(2.51) denklemleri ile gösterilen bu etkenlik de yanıl ortalama film etkenliği olarak adlandırılır.

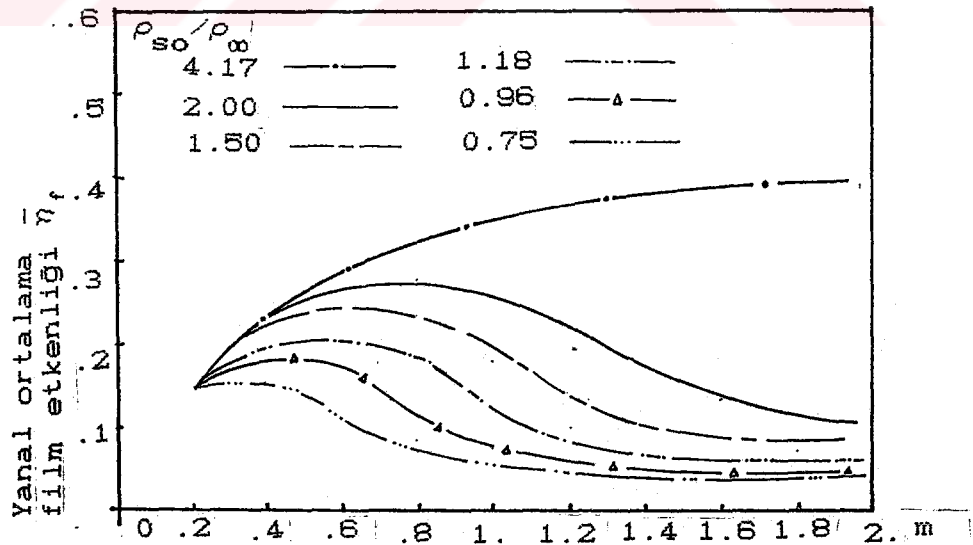
Şekil 2.27 ve Şekil 2.28, değişik parametreler altında bu iki film etkenliğinin nasıl değiştiğini sergilemektedirler.



Şekil 2.27
Soğutucu akış-
kan kütlelel akı-
sının soğutma et-
kenliğine etkisi
[3]

Goldstein ve ekibinin yaptığı çalışmalar neticesinde elde edilen yukarıdaki diyagram, Şekil 2.26'da ($T_f < T_{duv}$) şartı için elde edilen eğriye benzer sonuçlar ortaya koymaktadır. Soğutucu deliğinin orta noktasındaki ($z=0$) soğutma etkenliğini göz önüne alan Şekil 2.27'de, örneğin $x/D = 5.19$ oranı için soğutma etkenliğinin $m = 0.5$ oranına kadar arttığı ve daha sonra Şekil 2.26'nın açıklamasında bahsedilen sebeplerden dolayı etkenliğin azaldığı gözlemlenmektedir. x/D oranının görece olarak küçük olması bu dalgalanmanın rahatlıkla izlenmesine olanak tanır. Delikten uzaklaşıldıkça soğutma etkenliği düşer ve kararlı bir hal alır.

Şekil 2.28'de görülen diyagram Pedersen'in soğutucu yoğunluğunun film etkenliği üzerindeki etkisini inceleyen çalışmaları sonucunda elde edilmiştir. Soğutma deliklerinden 10 delik çapı mesafesi uzakta, değişik yoğunluk oranları için yanıl ortalama film etkenliğinin kütlelesel debi oranına bağılı olarak değişimi bu şekil vasıtasıyla incelenebilir.



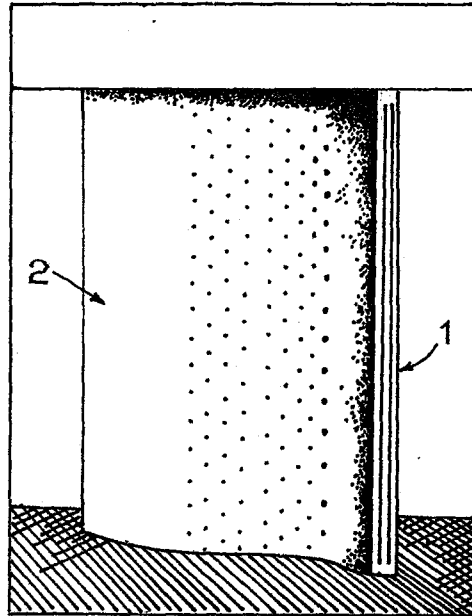
Şekil 2.28 Soğutucu yoğunluğunun film etkenliği üzerindeki etkisi[3]

$\rho_{so}/\rho_{\infty}=4.17$ yoğunluk oranını gösteren eğri haricinde tüm eğriler Şekil 2.27'dekine benzer biçimde önce bir maksimumdan geçmekte daha sonra kütleli debi oranı arttıkça sifıra yaklaşmaktadırlar.

Pedersen'in çalışmaları neticesinde ortaya çıkan Şekil 2.28'de gösterilen diyagram aynı zamanda belirli bir soğutma/ana akım hız oranında ($V_{so}/V_g=0.4$) her sabit yoğunluk oranı eğrisinin bir maksimumdan geçtiğini gösterir.

2.5.6.3 ÇOK DELİKLİ FİLM SOĞUTMASI

Çok yüksek etkenliğin (>0.6) istenildiği bölgelerde çok delikli film soğutmasına ihtiyaç duyulur. Çok delikli film soğutması delik sıralı film soğutmasından geometrik açıdan farklılık gösterir. Şekil 2.29 çok delikli bir kanadı göstermektedir. Çok delikli film soğutması yöntemi prensip ve analitik modelleme olarak sıra delikli film soğutmasından ayrılır ve daha çok terleme ile soğutmaya andırır.



Şekil 2.29

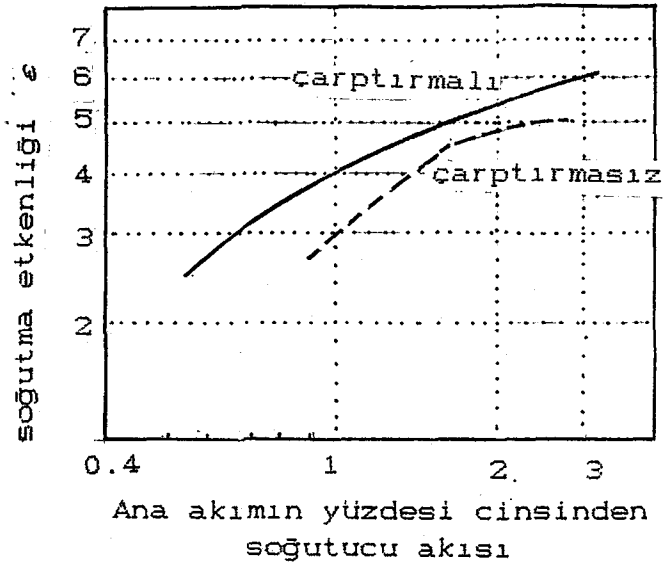
Çok delikli film soğutması[3]

- a) Film soğutmalı ön bölge
b) Kanadın basınç tarafında çok delikli yüzey

Çok delikli film soğutma yönteminde, yüzeydeki delik sayısı kanat için dizayn zorlukları yaratır. Öncelikle akış dağılımının belirlenmesi zorlaşır, deliklerin açılması ek maliyet yaratır. Bunların dışında deliklerin çaplarının çok küçük olmasından dolayı, soğutma havası içindeki tortu ve pisliklerin delikleri tıkaması ihtimali yüksektir. Herşeye rağmen çok delikli film soğutma yönteminin getirdiği yüksek soğutma etkenliği bu seçeneği hayli cazip kılmaktadır.

Film soğutmasına ihtiyaç duyulan kanatlarda, bunun tüm kanat yüzeyi boyunca olması istenir. Bu yüzeye kanatın ön bölgesi de dahildir. Kanatın ön bölgesindeki basınç ve ısı taşınım katsayısı değerleri çok yüksek olduklarından söz konusu bölgede film soğutmasını gerçekleştirmek zordur. Ön bölgeyi homojen bir film tabakası ile kaplayabilmek için yüksek miktarda soğutma havası sık açılmış soğutma deliklerinden dışarı atılır. Soğutma havası dışarı bırakılmadan önce kanatın iç çeperlerinde çarptırma yoluyla taşınım soğutması da gerçekleştirdiğinden soğutma etkenliği iyileşir.

Hroki ve Katsumata, 4 sıra delikli ön bölge soğutmasını gerçekleştiren geometriye bağlı kalarak çalışmalar yapmışlardır. Ön bölgeyi, önce film soğutma delikleri ve çarptırma soğutması birarada çalışırken, daha sonra da sadece film soğutması altında incelemişlerdir. Sonuçlar Şekil 2.30'da görülmektedir.



Şekil 2.30 Ön bölge film soğutması ile sağlanan soğutma etkenliği[3]

Şekil 2.30'dan da görüleceği gibi ön bölgeye çarptırmalı soğutma ile birlikte gerçekleştirilen film soğutması, yalnız çarptırmalı soğutma yapılan hale nazaran daha üstündür.

Ön bölge film soğutması hakkında söylenebilecek bir diğer husus da ön bölgede oluşturulan filmin kanatın kuyruk bölgesine kadar etkisini genişletebildiğidir. Soğutma etkenliğinin kanatın ön bölgesinden kuyruk bölgesine doğru düşmesi kaçınılmazdır. Ancak kanat dizaynı üzerindeki etkisinin de ihmal edilmemesi gerekir[3].

2.5.7 TERLEME SOĞUTMASI

Terleme soğutması en ideal soğutma yöntemi olarak değerlendirilmektedir. Bu yöntemde, soğutucu, gözenekli bir malzemenin içinden geçerek malzemeyi teorik en üst

sınıra (metal sıcaklığı soğutucunun dışarı atıldığı andaki sıcaklığına eşit oluncaya) kadar taşınım yoluyla soğutur. Bu noktadan sonra da kanat yüzeyine yayılan soğutucu akışkan, film soğutması yapar.

Terleme yöntemiyle soğutulan kanatlar türbinlerde çok sık olarak denenmeye başlanmışlardır. Moskowitz ve Lambada telden örülmüş bir kanatla yaptıkları deneyde türbini $\sim 1350^{\circ}\text{C}$ sıcaklığında birkaç saat çalıştırmayı başarmışlardır.

Terleme ile soğutmada başarı kazanılmasına rağmen, terleme yöntemi ile soğutulan kanatlar henüz geniş bir kabul görmemektedirler. Bunun sebebi kanatların yapısı ile ilgilidir. Gözenekli metaller genellikle çok dayanıklı olmamaktadırlar. Yukarıda bahsi geçen örülmüş tel, içlerinde en dayanıklısı olmasına karşılık bu tipteki bir kanada düzgün bir aerodinamik şekil kazandırmak zordur. Buna rağmen terleme yöntemi ile soğutmanın gelecekte en çok kullanılan kanat soğutma yöntemi olacağına kesin gözüyle bakılmaktadır[3].

BÖLÜM 3. VARYASYONEL SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

3.1 GİRİŞ

Bir mühendislik probleminin sonlu elemanlar yaklaşımı ile çözümü belirli bir sistematığın izlenmesini gerektirir. Tablo 1'de verilmiş olan bu sistematığı oluşturan adımların herbiri aşağıda açıklanmaya çalışılmışlardır.

Tablo 1 Sonlu elemanlar yaklaşık çözüm yöntemi sistematığı

Adım	İşlem
1	Probleme ait dif. denklem ve sınır koşullarının formüle edilmesi
2	Analiz bölgesinin sonlu elemanlara bölünmesi
3	Enterpolasyon fonksiyonlarının seçimi
4	Eleman özelliklerinin belirlenmesi
5	Elemanter denklemlerin biraraya getirilip global denklemlerin oluşturulması
6	Global denklemlerin çözümü
7	Çözümün doğruluğunun tetkiki

Adım 1. Probleme ait diferansiyel denklemin ve sınır koşullarının formüle edilmesi.

Bir mühendislik problemi, kendisini tanımlayan bir diferansiyel denklem ve çeşitli sınır koşulları ile ifade edilir. Söz konusu diferansiyel denklem ve sınır koşulları belirlendiğinde uygun bir sonlu eleman çözüm algoritması da oluşturulabilir.

Adım 2. Analiz bölgesinin sonlu elemanlara bölünmesi

Birinci adımı takip eden bu adımda çözüm bölgesi uygun biçimli elemanlara bölünür. Örneğin iki boyutlu bir problem için alan, üçgenlere, dörtgenlere veya diğer uygun biçimli elemanlara bölünebilir.

Adım 3. Enterpolasyon fonksiyonlarının seçimi

Bir eleman içerisinde, yer değiştirme, sıcaklık, basınç, gerilme veya başka bir fiziksel değişkenin değişimi basit bir fonksiyon yardımıyla belirlenebilir. Eleman içindeki belirli noktalar, örneğin üçgen bir elemanın köşeleri, düğüm noktalarını oluştururlar. Bu düğüm noktalarındaki değişken değerleri de, seçilen enterpolasyon fonksiyonu uyarınca bulunmuş olur. Enterpolasyon fonksiyonları olarak genellikle polinomlar kullanılırlar. Bunun nedeni polinom kullanımının türetme ve integrasyon işlemlerinde kolaylık sağlamasındandır. Seçilen polinomun derecesi, eleman içerisinde kullanılan düğüm sayısına göre belirlenir.

Adım 4. Eleman özelliklerinin belirlenmesi

Her eleman, eleman geometrisinin, malzeme özelliklerinin, düğüm noktası sayısının, enterpolasyon fonksiyonunun derecesinin ve diğer değişkenlerin fonksiyonu olarak çözüm bölgesinin oluşmasına katkıda bulunur.

Adım 5. Elemanter denklemlerin biraraya getirilip global denklemlerin oluşturulması

Fiziksel değişkenlerin düğüm noktalarında aldıkları değerlerin bulunması için tüm eleman özellikleri bir cebrik denklem takımı oluşturacak biçimde birleştirilirler. Doğrusal diferansiyel denklem ile tanımlanmış sistemlerde, ayırıklaştırma neticesinde bulunan cebrik denklemler yapı itibariyle doğrusaldırlar ve matris teknikleri ile biraraya getirilebilirler.

Adım 6. Global denklemlerin çözümü

Global denklemler doğrusal ise, denklemlerin çözümü için birçok standart teknik kullanılabilir. Bunlardan bazıları, "Gauss-Eliminasyon yöntemi" gibi doğrudan, bazıları da iteratif yöntemlerdir.

Adım 7. Çözümün doğruluğunun tetkiki

Diferansiyel denklemlerin sayısal çözümlerindeki doğruluk oranı tetkik edilmelidir. Genellikle ele alınan fiziksel problemin kesin çözümü bilinmez. Bu yüzden sonlu elemanlar metodu ile yaklaşık olarak bulunan çözümlerin kesin çözümden ne kadar saptıkları tespit edilemez. Örneğin tam çözüm için minimum kaç düğüm noktası alınması gerektiği başlangıçta tahmin edilemez. Bu, düğüm noktaları sayısının her denemede çözüm değişmeyene kadar arttırılması ile kontrol edilebilir. Genellikle probleme ait fiziksel değişkenlerin düğüm noktalarında aldıkları değerlerdeki değişim belirli bir sınırın altında kalmaya başladığında düğüm noktası sayısının arttırılmasına son verilir ve yaklaşıklıkla bulunan çözüm, kesin çözüme eşit kabul edilebilir.

Sonlu elemanlar yöntemi, temel olarak, bilinmeyenler cinsinden ifade edilen diferansiyel denklem takımının

yerine, her bir bilinmeyen değişkenin düğüm noktalarında değerlendirildiği, diferansiyel denklem takımına denk fakat yaklaşık bir cebrik denklem takımının kullanılması esasına dayanır.

Söz konusu cebrik denklem takımının çıkartılmasında birkaç değişik yöntem kullanılabilir ve genellikle sonlu eleman yaklaşımı, kullanılan yöntemin adıyla anılır. (doğrudan, varyasyonel, artık vb..). Bu konu kapsamını oluşturacak yöntem varyasyonel sonlu elemanlar yöntemidir.

Varyasyonel metot, fonksiyonel ismini alan bir büyüklük ile ilgilenir. I ile gösterilen fonksiyonel (genellikle mekanik problemleri için) bir çeşit enerji tanımından veya bir sınır değer probleminden elde edilir. Ele alınan probleme kesin sonuç teşkil eden ϕ fonksiyonu, sonlu eleman fonksiyonu ϕ^* ile yaklaşımlandırılır ($\phi^* \approx \phi$). ϕ ve ϕ^* yer değiştirmeyi, sıcaklık veya akışkan hızını temsil edebilirler. Yaklaşık çözüm, yerel fonksiyonlar takımının toplamı olarak ifade bulur.

$$\phi^* = \sum_{e=1}^E \phi^*(e)$$

Yukarıdaki eşitlikte E , toplam eleman sayısını gösterir. Her bir eleman fonksiyonu, düğüm noktalarındaki ϕ değerlerine ve bu noktalar arasında yer alan genellikle bir polinom olan bir basit fonksiyona dayanır. Varyasyonel metot, I fonksiyoneli bu düğüm değerlerine göre minimize eder.

Varyasyonel metodun avantajı, iki veya üç boyutlu problemlere kolay uygulanabilir olmasında aranabilir. Dezavantajı ise bazı problemlerde (özellikle gerçek akışkanlar ile ilgili olanlarda) hazır bir fonksiyonelin var olmamasında yatmaktadır. Bu tip problemler "artık" (residual) metotla çözülebilir.

3.2 FONKSIYONEL

Birçok problem, çözümlerinin bulunması için belirli ifadelerin maksimum veya minimumlarının belirlenmesine ihtiyaç duyarlar. Bir fonksiyonun durağan(stationary) noktalarının bulunması bir grup problem için önem taşır. Bir diğer grup problem için ise önemli olan bir integral ifadeyi minimum veya maksimum yapan fonksiyonların tespit edilebilmesidir. Fonksiyonlara bağlı olan bu ifadeler (bir başka deyişle fonksiyonların fonksiyonları) fonksiyonel olarak adlandırılırlar. Örneğin,

$$F = F[x, f(x), f'(x), \dots, f^n(x)] \quad (3.1)$$

böyle bir fonksiyoneli ifade eder. Birçok mühendislik probleminde fonksiyoneller, fiziksel kavramları temsil ederler. Bu anlamda integral tipteki fonksiyoneller ile diferansiyel denklemler arasında bir bağ vardır. Ancak her varyasyonel ifadeye karşılık gelebilecek bir diferansiyel denklem mevcutken; bunun tersi, her diferansiyel denkleme karşılık gelen bir varyasyonel ifade bulmak mümkün değildir.

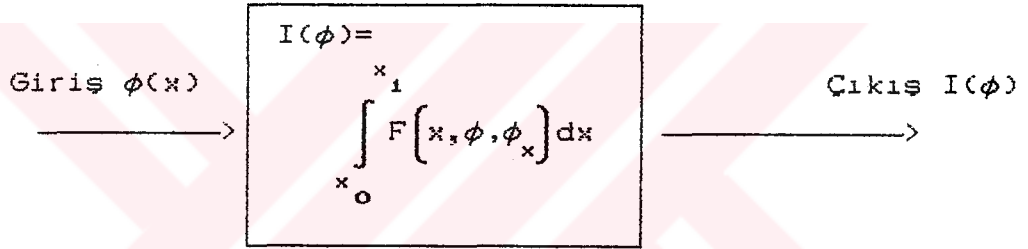
Bundan sonraki satırlarda, temel olarak fiziksel bir problemi temsil eden bir diferansiyel denklem yerine varyasyonel bir ifadenin ikame edilmesi üzerinde durulacaktır. Böyle bir ifadenin bulunması, karmaşık geometriye sahip bir probleme ait diferansiyel denklemin yerine aynı işlevi gören fakat problemin karmaşıklığından etkilenmeyen bir diğer (varyasyonel) ifadenin kullanılabilmesini sağlamaktadır.

Varyasyonel metot, yukarıda da değinildiği gibi fonksiyonel(I) adını alan bir ifadenin değişimleri ile ilgilenir.

$$I = \int_a^b F(x, \phi, \phi_x) dx \quad (3.2)$$

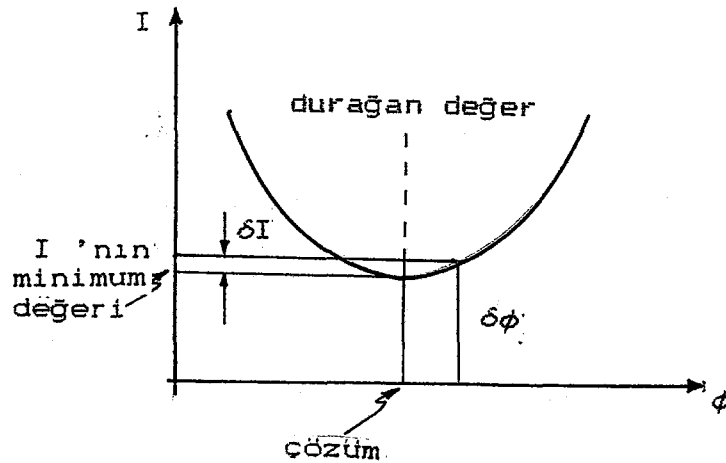
fonksiyoneli göz önüne alalım. Bu fonksiyonelde x bağımsız değişken; ϕ , x 'e bağlı değişken ve ϕ_x , ϕ bağımlı değişkeninin x 'e göre türevidir.

(3.2) denklemi ile gösterilen fonksiyonel $I(\phi)$, x 'in bir fonksiyonu değildir. Çünkü I , belirli bir integral ifadedir. Dolayısıyla $\phi(x)$ fonksiyonu, çıkışı bir fonksiyonel (sayı) olan bir integrasyon kutusunun giriş datası olarak nitelendirilebilir (Şekil 3.1).



Şekil 3.1 Fonksiyonelin bir integrasyon kutusu şeklinde gösterimi.

3.3 İLK VARYASYON



Şekil 3.2 ϕ ve I 'nin ilk varyasyonları [8]

ϕ^* 'ın ϕ ile $\delta\phi$ 'nin toplamı olduğu Şekil 3.2'de göz önünde tutularak düşünüldüğünde

$$\phi^*(x) = \phi(x) + \delta\phi(x) \quad (3.3)$$

denklemleri ,
 $\phi^*(x)$ = yaklaşık (sonlu eleman) çözümü
 $\phi(x)$ = diferansiyel denklemin gerçek çözümü
 $\delta\phi(x)$ = ilk varyasyonu

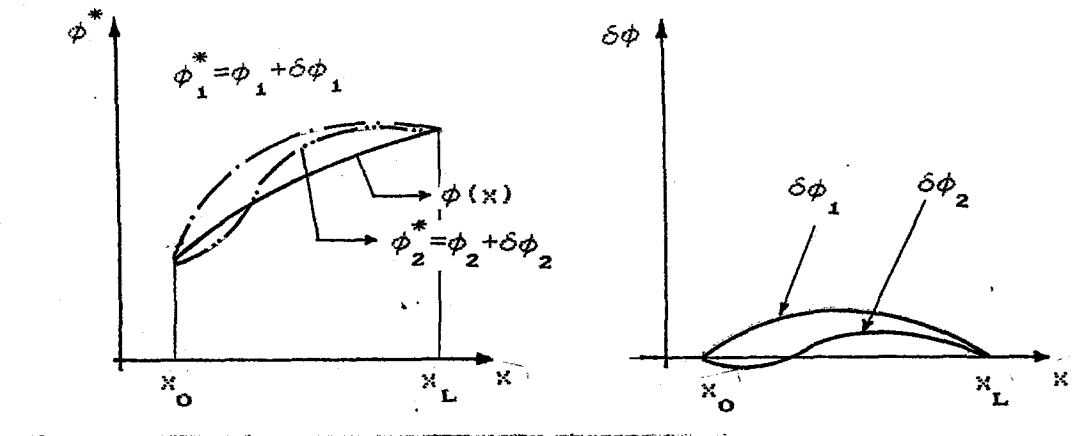
temsil etmek üzere yazılabilir.

$\phi(x)$, I fonksiyonel ifadesinde yerine konulacak olursa, ϕ 'deki, $\delta\phi$ ile ifade edilen küçük bir değişim I fonksiyonelinde δI ile gösterilen bir küçük değişime neden olur. Bu değişim,

$$\delta I = I(\phi^*) - I(\phi) = I(\phi + \delta\phi) - I(\phi) \quad (3.4)$$

Şekil 3.2'de gösterilmiştir. Bu denklemden gerek ϕ gerekse $\delta\phi$ x'in birer fonksiyonudur.

ϕ^* yaklaşım fonksiyonunun şekli belli değildir. Şekil 3.3,a-b'de olası iki yaklaşım fonksiyonu gösterilmektedir.



Şekil 3.3 a) $\phi(x)$ fonksiyonu ve iki olası değişim $\delta\phi_1, \delta\phi_2$
 b) değişimler

$x=x_0$ ve $x=x_L$ noktalarında değişim olmadığı kabul edilmiştir. Bir diğer deyişle bu noktalar sabit sınır şartı noktalarıdır ve bu noktalarda $\delta\phi_1$ ve $\delta\phi_2$ sıfır değerini alırlar. $x=x_0$ ile $x=x_L$ noktaları arasında $\delta\phi$ değişimi keyfidir. I fonksiyonelinin minimum değerine en yakın ϕ^* yaklaşım fonksiyonu yukarıda belirtilen ϕ_1^* , ϕ_2^* veya bir diğer fonksiyon olabilir.

I fonksiyoneli, $\delta\phi$ 'nin küçük değerleri için Taylor serisinde açıldığında

$$I(\phi+\delta\phi) = I(\phi) + \frac{\partial I}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 I}{\partial \phi^2} (\delta\phi)^2 + \dots$$

ve $(\delta\phi)^2$ dahil daha yüksek terimler ihmal edildiğinde ve (2.4) denklemi göz önünde tutulduğunda,

$$\delta I = \frac{\partial I}{\partial \phi} \delta\phi \quad (3.5)$$

denklemleri elde edilir.

$x=x_0$ ve $x=x_L$ noktaları hariç $\delta\phi$, çözüm bölgesinde sıfırdan farklı olduğu için δI ancak

$$\frac{\partial I}{\partial \phi} = 0$$

olduğunda sıfıra eşit olabilir.

Sonlu elemanlar yöntemi ile bir probleme ancak yaklaşık bir sonuç bulunabilir. Bu yüzden I fonksiyonelinin minimumu da belli bir yaklaşıklıkla elde edilebilir [8][9].

BÖLÜM 4. SÜREKLİ REJİMDE İKİ BOYUTLU ISI GEÇİŞİ

4.1 GENEL FONKSİYONELİN ÇIKARTILMASI

Bu bölümde sürekli rejimde iki boyutlu ısı geçişi probleminde kullanılacak fonksiyonel türetilcektir.

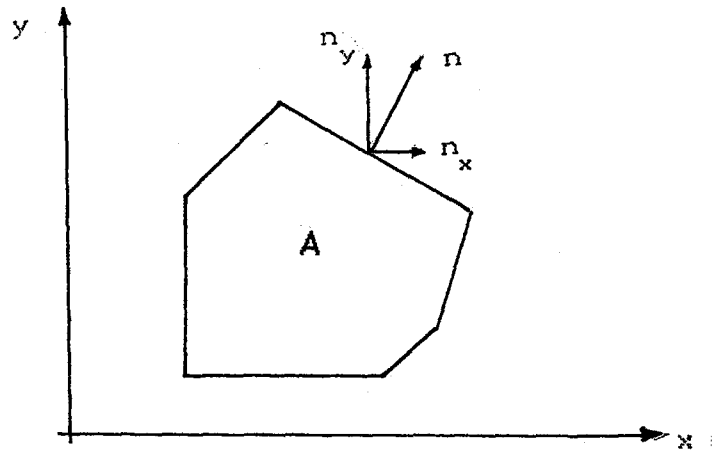
Fonksiyonelin türetilmesi 4 aşamadan oluşur.

- i . Bir fonksiyonel tahmini yapılır.
- ii . İlk varyasyon δI sıfıra eşitlenir.
- iii . Euler-Lagrange denklemi elde edilir.
- iv . Genel fonksiyonel çıkartılır.

Sürekli rejimde iki boyutlu ısı geçişine ait diferansiyel denklem ,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K \frac{\partial T}{\partial y} \right] + PT + Q = 0 \quad (4.1)$$

şeklindedir.



Şekil 4.1 $\mathcal{L}$ çerçevesi ile sınırlı A yüzeyi

(4.1) denkleminde K, P ve Q A 'da tanımlanmış x ve y 'ye bağlı fonksiyonlardır. Söz konusu alanı çevreleyen $\mathcal{L}_1$ sınırı boyunca

$$T = T_0 \quad (4.2)$$

sınır koşulu, yine aynı alanın bir kısmının sınırını oluşturan $\mathcal{L}_2$ boyunca $\beta = -\lambda T_\infty$ olmak üzere,

$$K \frac{\partial T}{\partial x} n_x + K \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \lambda T + \beta = 0 \quad (4.3)$$

türev sınır koşulu geçerlidir.

Burada λ ve β , $\mathcal{L}_2$ üzerinde x ve y 'ye bağlı olarak tanımlanmış fonksiyonlar, n_x ve n_y ise $\mathcal{L}_2$ 'nin dış normal bileşenleridir (Şekil 4.1).

Genel fonksiyoneli oluşturmanın ilk adımı olarak bir tahmini fonksiyonel varsayımı yapılmalıdır. Bunun için ilk terimi diferansiyel denkleme, ikinci terimi de türev sınır koşuluna karşı gelmek üzere

$$I(T) = \iint_A F(x, y, T, T_x, T_y) dA + \int_{\mathcal{L}_2} G(x, y, T) d\mathcal{L} \quad (4.4)$$

fonksiyoneli seçilir.

İkinci adım olarak ilk varyasyon δI belirlenmelidir. Yaklaşık çözüm aşağıdaki eşitlikle yazılır.

$$T^*(x, y) = T(x, y) + \delta T(x, y) \quad (4.5)$$

Bu denkleme δT ilk varyasyondur. Fonksiyonelin ilk varyasyonu ise

$$\delta I = I(T^*) - I(T) = I(T+\delta T) - I(T) \quad (4.6)$$

şeklinde yazılır.

$I(T+\delta T)$, Taylor serisinde açıldığında elde edilen denklem, gerekli ihmaller yapıldığında

$$I(T+\delta T) = I(T) + \frac{\partial I}{\partial T} \delta T \quad (4.7)$$

şeklinde gerçekleşir.

Yaklaşık çözümün tanımı uyarınca δT sıfırdan farklı olacağından fonksiyonelin ilk varyasyonu δI ancak,

$$\frac{\partial I}{\partial T} = 0 \quad (4.8)$$

denklemini sağlandığında sıfıra eşit olur.

(4.4) denklemini ile gösterilen genel fonksiyonelin ilk varyasyonu

$$\begin{aligned} \delta I = & \iint_A F(x, y, T^*, T_x^*, T_y^*) dA + \int_{\mathcal{L}_2} G(x, y, T^*) d\mathcal{L} - \\ & \iint_A F(x, y, T, T_x, T_y) dA - \int_{\mathcal{L}_2} G(x, y, T) d\mathcal{L} \quad (4.9) \end{aligned}$$

şeklinde yazılır.

$F(x, y, T^*, T_x^*, T_y^*)$ fonksiyonunun Taylor serisinde açılımı

$$F(x, y, T^*, T_x^*, T_y^*) = F(x, y, T+\delta T, T_x+\delta T_x, T_y+\delta T_y)$$

$$F(x, y, T^*, T_x^*, T_y^*) = F(x, y, T, T_x, T_y) + \frac{\partial F}{\partial T} \delta T +$$

$$\frac{\partial F}{\partial T_x} \delta T_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} \delta T_y + \dots$$

(4.10)

Benzer şekilde $G(x, y, T^*)$ fonksiyonunun Taylor serisinde açılımı da

$$G(x, y, T^*) = G(x, y, T + \delta T)$$

$$= G(x, y, T) + \frac{\partial G}{\partial T} \delta T + \dots \quad (4.11)$$

şeklindedir.

Bu iki açılım (4.9) denkleminde yerlerine konur ve eşit terimler birbirinden çıkartılırsa,

$$\delta I = \iint_A \left[\frac{\partial F}{\partial T} \delta T + \frac{\partial F}{\partial T_x} \delta T_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} \delta T_y \right] dA + \int_{\mathcal{L}_2} \frac{\partial G}{\partial T} \delta T d\mathcal{L}$$

(4.12)

ilk varyasyonu elde edilir.

$$\delta T_x = \frac{\partial}{\partial x} \delta T$$

$$\delta T_y = \frac{\partial}{\partial y} \delta T$$

ve

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial F}{\partial T_x} \delta T \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial F}{\partial T_x} \right] \delta T + \frac{\partial F}{\partial T_x} \delta T_x$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial F}{\partial T_y} \delta T \right] = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial F}{\partial T_y} \right] \delta T + \frac{\partial F}{\partial T_y} \delta T_y$$

eşitlikleri dikkate alındığında ve Gauss-ıraksama teoremi uygulandığında (4.12) denklemi

$$\begin{aligned} \delta I = & \iint_A \left[\frac{\partial F}{\partial T} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial T_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial T_y} \right) \right] \delta T dA + \\ & \int_{\mathcal{L}} \left[\frac{\partial F}{\partial T_x} n_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} n_y \right] \delta T d\mathcal{L} + \int_{\mathcal{L}_2} \frac{\partial G}{\partial T} \delta T d\mathcal{L} \end{aligned} \quad (4.13)$$

elde edilir.

$\mathcal{L}$ çevresinin $\mathcal{L}_1$ kısmında sabit sıcaklık $T = T_0$ sınır şartı geçerli olduğundan yukarıdaki (4.13) denkleminin ikinci teriminde yer alan δT ifadesi $\mathcal{L}_1$ boyunca sıfır değerini alır. Dolayısıyla δI ilk varyasyon denklemi tekrar düzenlenirse

$$\begin{aligned} \delta I = & - \iint_A \left[-\frac{\partial F}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial T_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial T_y} \right) \right] \delta T dA \\ & + \int_{\mathcal{L}_2} \left[\frac{\partial F}{\partial T_x} n_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} n_y + \frac{\partial G}{\partial T} \right] \delta T d\mathcal{L} \end{aligned} \quad (4.14)$$

eşitliği elde edilir.

δT sıfırdan farklı bir değere sahip olduğundan

$$\delta I = 0$$

şartının gerçekleşmesi için sırasıyla

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial T_x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial T_y} \right) - \frac{\partial F}{\partial T} = 0 \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial F}{\partial T_x} n_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} n_y + \frac{\partial G}{\partial T} = 0 \quad (4.16)$$

denklemlerinin gerçekleşmesi gerekmektedir.

Yukarıda yer alan (4.15) denklemi Euler-Lagrange denklemi, (4.16) denklemi ise türev sınır koşulu denklemi olarak adlandırılır. Bu iki denklem 4. adımı oluşturan genel fonksiyoneli elde etmek amacıyla kullanılacaklardır.

(4.15) ve (4.1) denklemlerinin ilk iki terimi birbirine eşitlendiğinde,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial F}{\partial T_x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial F}{\partial T_y} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[K T_x \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K T_y \right]$$

denklemi elde edilir.

Her iki terim de sırasıyla T_x ve T_y 'ye göre integre edilirse

$$F = \frac{1}{2} K T_x^2 + \frac{1}{2} K T_y^2 + C \quad (4.17)$$

eşiliği ortaya çıkar.

Euler-Lagrange denkleminin son terimi (4.1) denkleminin son terimi ile eşitlenirse,

$$- \frac{\partial F}{\partial T} = P T + Q \quad (4.18)$$

ve integral sabiti C , T 'nin bir fonksiyonu olarak düşünülürse,

$$- \frac{\partial F}{\partial T} = - \frac{\partial C}{\partial T} \quad (4.19)$$

(4.18) ve (4.19)'un eşitlenmesi sonucunda

$$C = - \frac{1}{2} PT^2 - QT \quad (4.20)$$

elde edilir. Bulunan bu değer (4.17)'de yerine konulursa

$$F = \frac{1}{2} KT_x^2 + \frac{1}{2} KT_y^2 - \frac{1}{2} PT^2 - QT \quad (4.21)$$

genel integrandı elde edilir.

(4.16) denklemiyle gösterilen türev sınır şartı terimi (4.3) denklemiyle temsil edilen türevsel sınır şartına eşitlenirse

$$\frac{\partial F}{\partial T_x} n_x + \frac{\partial F}{\partial T_y} n_y + \frac{\partial G}{\partial T} = K \frac{\partial T}{\partial x} n_x + K \frac{\partial T}{\partial y} n_y + \lambda T + \beta$$

elde edilir.

F ifadesi üzerinde yapılan işlemler neticesinde denklemin her iki tarafında yer alan ikişer terim birbirlerini götürürler. Geride kalan,

$$\frac{\partial G}{\partial T} = \lambda T + \beta$$

eşitliği de T'ye göre integre edilirse,

$$G = \frac{1}{2} \lambda T^2 + \beta T \quad (4.22)$$

denklemini ortaya çıkar. Bu terim sınır şartı terimi olarak adlandırılır.

(4.21) ve (4.22) denklemlerini birleştirildiğinde genel fonksiyonel de ortaya aşağıdaki şekliyle çıkmış olur.

$$\begin{aligned}
I = & \iint_A \left[\frac{1}{2} K_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} K_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{2} P T^2 - Q T \right] dA \\
& + \int_{\mathcal{L}_2} \left[\frac{1}{2} h T^2 + \beta T \right] d\mathcal{L}
\end{aligned} \quad (4.23)$$

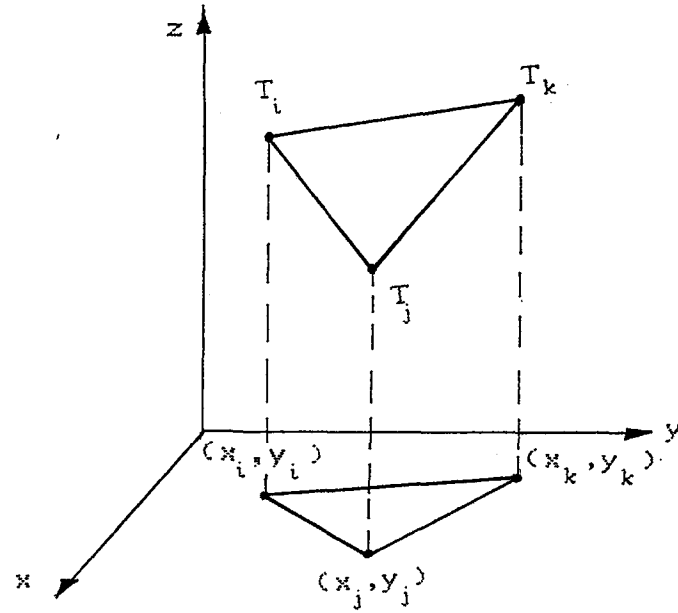
(4.1) - (4.3) denklemlerini sağlayan $T(x,y)$, (4.23) denklemiyle gösterilen fonksiyonel ifadeyi minimize eden yaklaşım sıcaklık fonksiyonu ile eşdeğerdir. Ele alınacak problemde P , Q fonksiyonları olmadığından (4.23) denklemi aşağıdaki hali alacaktır.

$$\begin{aligned}
I(T) = & \iint_A \frac{1}{2} \left[K_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dA \\
& + \int_{\mathcal{L}_2} \left[\frac{1}{2} h T^2 + \beta T \right] d\mathcal{L}
\end{aligned} \quad (4.24)$$

4.2 İKİ BOYUTLU BASİT ÜÇGEN ELEMAN

Sonlu elemanlar yöntemi sürekli bir fonksiyonun (sıcaklık, basınç vb...) eleman adını alan sonlu sayıda alt alanlarda sürekli tanımlanmış fonksiyonlardan (eleman veya enterpolasyon fonksiyonları) oluşan ayırık bir model tarafından yaklaşık olarak çözülmesi esasına dayanır.

Enterpolasyon fonksiyonunun en çok kullanılan cinsi polinomdur. Bu çalışmada çözölen problemde, alan, basit üçgen elemanlara ayrılacağından, (4.24) denklemiyle gösterilen fonksiyonel ifade, herbir eleman fonksiyonelinin toplamı haline getirilecektir. Şekil (4.2)'de iki boyutlu üçgen eleman görölmektedir.



Şekil 4.2 İki boyutlu basit üçgen eleman[9]

Eleman içerisindeki interpolasyon fonksiyonu:

$$T^{(e)} = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (4.25)$$

Bu eşitliğe ait denklem sistemi:

$$T_i^{(e)} = \alpha_1 + \alpha_2 x_i + \alpha_3 y_i$$

$$T_j^{(e)} = \alpha_1 + \alpha_2 x_j + \alpha_3 y_j$$

$$T_k^{(e)} = \alpha_1 + \alpha_2 x_k + \alpha_3 y_k \quad (4.26)$$

(4.26) denkleminin çözülmesi sonucunda elemana ait interpolasyon fonksiyonunun katsayıları, elemanın düğüm noktası sıcaklıkları cinsinden bulunur.

$$\alpha_1^{(e)} = \frac{1}{2A} \left[a_i T_i^{(e)} + a_j T_j^{(e)} + a_k T_k^{(e)} \right]$$

$$\alpha_2^{(e)} = \frac{1}{2A} \left[b_i T_i^{(e)} + b_j T_j^{(e)} + b_k T_k^{(e)} \right]$$

$$\alpha_3^{(e)} = \frac{1}{2A} \left[c_i T_i^{(e)} + c_j T_j^{(e)} + c_k T_k^{(e)} \right] \quad (4.27)$$

(4.27) denklemlerinde A, seçilen üçgen elemanın alanını temsil eder ve

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

matris formundaki eşitliğiyle ifade edilir.

(4.27) eşitlikleri (4.25)'te yerlerine konursa sıcaklık fonksiyonu,

$$T^{(e)}(x, y) = \frac{1}{2A} \left[(a_i + b_i x + c_i y) T_i^{(e)} + (a_j + b_j x + c_j y) T_j^{(e)} + (a_k + b_k x + c_k y) T_k^{(e)} \right] \quad (4.29)$$

$$T^{(e)}(x, y) = N_i T_i + N_j T_j + N_k T_k$$

veya

$$\{N\}^{(e)} = \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} ; \quad \{T\}^{(e)} = \begin{bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{bmatrix}$$

olmak üzere

$$T^{(e)}(x, y) = \left\{ N \right\}^{(e)} \left\{ T \right\}^{(e)} \quad (4.30)$$

şeklinde bulunur.

$$N_i^{(e)} = \frac{1}{2A} \left[a_i + b_i x + c_i y \right] ; \begin{cases} a_i = x_j y_k - x_k y_j \\ b_i = y_j - y_k \\ c_i = x_k - x_j \end{cases}$$

$$N_j^{(e)} = \frac{1}{2A} \left[a_j + b_j x + c_j y \right] ; \begin{cases} a_j = x_k y_i - x_i y_k \\ b_j = y_k - y_i \\ c_j = x_i - x_k \end{cases}$$

$$N_k^{(e)} = \frac{1}{2A} \left[a_k + b_k x + c_k y \right] ; \begin{cases} a_k = x_i y_j - x_j y_i \\ b_k = y_i - y_j \\ c_k = x_j - x_i \end{cases}$$

Sekil fonksiyonları olarak adlandırılırlar.

4.3 FONKSİYONELİN ELDE EDİLMESİ

Genel fonksiyonele eleman katkılarını belirleyebilmek için $I(T)$ fonksiyoneli, eleman boyutunda integrallere ayrılır. ve E adet eleman için,

$$I = I^{(1)} + I^{(2)} + I^{(3)} + \dots + I^{(E)}$$

eşitliği yazılır.

(4.24) denklemi belirli bir (e) elemanı için,

$$I^{(e)} = \iint_A \frac{1}{2} \left[K_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + K_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dA + \int_{\mathcal{L}_2} \left[\frac{1}{2} h T^2 + \beta T \right] d\mathcal{L} \quad (4.31)$$

şeklinde tekrar yazılır.

(4.31) ifadesinde yer alan ikinci integral $\mathcal{L}_2$ 'ye sınırı veya sınırları olan elemanlar için kullanılır. (4.31) ifadesi terim terim açıldığında,

$$I^{(e)} = \underbrace{\iint_A \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 K_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right] dA^{(e)}}_{K_x} + \underbrace{\iint_A \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 K_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] dA^{(e)}}_{K_y} + \underbrace{\int_{\mathcal{L}_2} \left[\frac{1}{2} T h T \right] d\mathcal{L}}_h + \underbrace{\int_{\mathcal{L}_2} \left[T \beta \right] d\mathcal{L}}_\beta \quad (4.32)$$

ortaya çıkar.

(4.31) denkleminin ilk teriminde yer alan gradyen ifadeler (4.30) denklemi x ve y 'ye göre türetilerek bulunur.

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} T_i + \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial x} T_j + \frac{\partial N_k^{(e)}}{\partial x} T_k \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} T_i + \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial y} T_j + \frac{\partial N_k^{(e)}}{\partial y} T_k \quad (4.34)$$

ya da

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} = \left\{ \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} \quad \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial x} \quad \frac{\partial N_k^{(e)}}{\partial x} \right\} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} = \{D_x\} \{T\} \quad (4.33,a)$$

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} = \left\{ \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} \quad \frac{\partial N_j^{(e)}}{\partial y} \quad \frac{\partial N_k^{(e)}}{\partial y} \right\} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} = \{D_y\} \{T\} \quad (4.34,a)$$

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial x} = \{D_x\} \{T\} = \{T\}^T \{D_x\} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} \quad (4.33,b)$$

$$\frac{\partial T^{(e)}}{\partial y} = \{D_y\} \{T\} = \{T\}^T \{D_y\} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} c_i & c_j & c_k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_k \end{Bmatrix} \quad (4.34,b)$$

(4.32) denklemindeki tüm katsayılar ; K_x , K_y , λ ve β 'nin elemana ait sabitler olduğu kabul edilecek olursa aynı eşitliği oluşturan terimlerin incelenmesine başlanabilir.

i . K_x Terimi

$$K_x = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial T}{\partial x} K_x \frac{\partial T}{\partial x} \right] dA$$

(4.33,b) yardımıyla

$$K_x = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \{T\}^T \{D_x\}^T K_x \{D_x\} \{T\} \right] dA$$

$$K_x = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{8A^2} (b_i T_i + b_j T_j + b_k T_k) K_x (b_i T_i + b_j T_j + b_k T_k) \right] dA \quad (4.35)$$

ii . K_y Terimi

$$K_y = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial T}{\partial y} K_y \frac{\partial T}{\partial y} \right] dA$$

(4.34,b) yardımıyla

$$K_y = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{2} \{T\}^T \{D_y\}^T K_y \{D_y\} \{T\} \right] dA$$

$$K_y = \iint_{A^{(e)}} \left[\frac{1}{8A^2} (c_i T_i + c_j T_j + c_k T_k) K_y (c_i T_i + c_j T_j + c_k T_k) \right] dA \quad (4.36)$$

iii . h Terimi

$$h = \int_{\mathcal{L}_2^{(e)}} \left[\frac{1}{2} T \lambda T \right] d\mathcal{L}_2$$

$$h = \int_{\mathcal{L}_2}^{(e)} \left[\frac{1}{2} \{T\}^T \{N\}^T h \{N\} \{T\} \right] d\mathcal{L}_2 \quad (4.37)$$

iv . β Terimi

$$\beta = \int_{\mathcal{L}_2} [T\beta] d\mathcal{L}_2 = \int_{\mathcal{L}_2} \left[\{T\}^T \{N\}^T \beta \right] d\mathcal{L}_2 \quad (4.38)$$

elde edilir.

Yukarıdaki terimlerin tümü (4.32) ifadesi uyarınca birleştirilecek olursa,

$$\begin{aligned} I^{(e)} &= \iint_A^{(e)} \left[\frac{1}{2} \{T\}^T \{D_x\}^T K_x \{D_x\} \{T\} + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} \{T\}^T \{D_y\}^T K_y \{D_y\} \{T\} \right] dA + \\ &\quad \int_{\mathcal{L}_2}^{(e)} \left[\frac{1}{2} \{T\}^T \{N\}^T h \{N\} \{T\} + \{T\}^T \{N\}^T \beta \right] d\mathcal{L}_2 \end{aligned} \quad (4.39)$$

şeklindeki, basit üçgen eleman için eleman fonksiyoneli elde edilmiş olur.

4.4 FONKSİYONELİN MINİMİZASYONU VE ELEMAN MATRİSLERİ

Genel fonksiyonelin çıkartılması alt bölümlerinde konu edilen δI ilk varyasyonunu sıfır yapan (4.8) denklemi, oluşturulan eleman fonksiyonelinin bilinmeyen

düğüm noktaları sıcaklıklarına göre türetilmesini gerektirir.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \partial I / \partial T_i \\ \partial I / \partial T_j \\ \partial I / \partial T_k \end{Bmatrix} &= \iint_{(e)} \left[\begin{Bmatrix} D_x \end{Bmatrix}^T K_x \begin{Bmatrix} D_x \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} D_y \end{Bmatrix}^T K_y \begin{Bmatrix} D_y \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T \end{Bmatrix} \right] dA \\ &+ \int_{\mathcal{L}_2} \left[\begin{Bmatrix} N \end{Bmatrix}^T \alpha \begin{Bmatrix} N \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N \end{Bmatrix}^T \beta \right] d\mathcal{L}_2 \quad (4.40) \end{aligned}$$

ifadesi bu türetme neticesinde ortaya çıkar.

$$\begin{Bmatrix} \partial I / \partial T_i \\ \partial I / \partial T_j \\ \partial I / \partial T_k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} B \end{Bmatrix}^{(e)} \begin{Bmatrix} T \end{Bmatrix}^{(e)} - \begin{Bmatrix} C \end{Bmatrix}^{(e)} = 0 \quad (4.41)$$

Burada $\begin{Bmatrix} B \end{Bmatrix}^{(e)}$: elemanter iletim matrisi
 $\begin{Bmatrix} C \end{Bmatrix}^{(e)}$: elemanter kolon matrisi

(4.40) denklemi (4.41)'de yerine konulacak olursa eleman matrisleri elde edilir. Kutu içine alınmış semboller, her terimin eleman matrisine katkısını simgelemektedir.

$$\begin{Bmatrix} B \end{Bmatrix}^{(e)} = \iint_{(e)} \underbrace{\left[\begin{Bmatrix} D_x \end{Bmatrix}^T K_x \begin{Bmatrix} D_x \end{Bmatrix} \right]}_{K_x} dA +$$

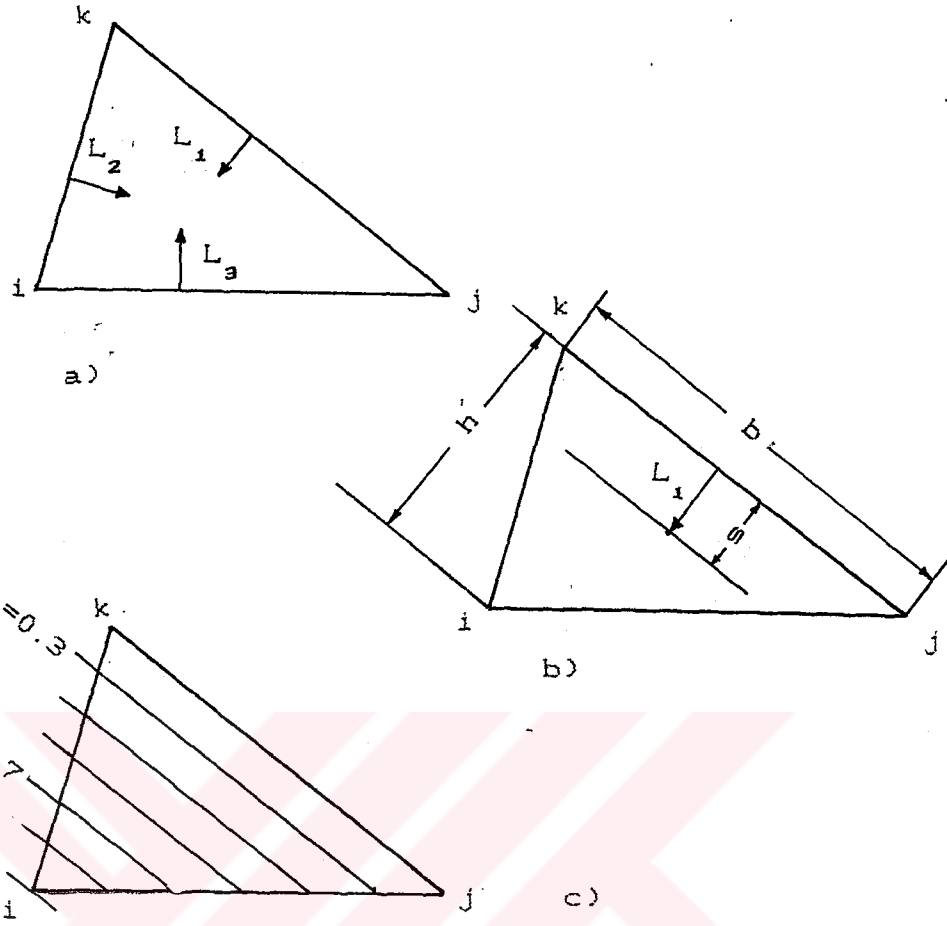
$$\underbrace{\iint_A \int_{(e)} \left[\{D_y\}^T K_y \{D_y\} \right] dA}_{K_y} +$$

$$\underbrace{\int_{\mathcal{L}_2} \int_{(e)} \left[\{N\}^T h \{N\} \right] d\mathcal{L}_2}_{h} +$$

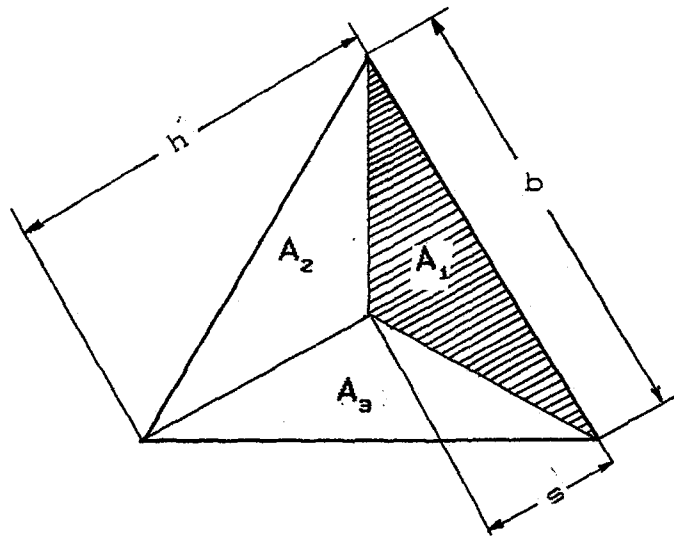
$$\{C\} = - \underbrace{\int_{\mathcal{L}_2} \int_{(e)} \left[\{N\}^T \beta \right] d\mathcal{L}_2}_{\beta}$$

4.4.1 ALAN KOORDİNATLARI

Basit üçgen eleman için kullanılan bir yerel koordinat sistemi Şekil 4.3,a'da gösterildiği gibi üç koordinat oranı L_1 , L_2 ve L_3 'ün tanımlanması sonucu elde edilen doğal koordinat sistemidir. Bu sistemde her bir koordinat bir kenara dik uzaklık s 'in aynı kenara ait yüksekliğe (h) oranıdır. Bu oran Şekil 4.3,b'de gösterilmektedir. L_1 , doğal olarak $0 \leq L_1 \leq 1$ aralığında değişir. Aynı şey L_2 ve L_3 için de geçerlidir. Sabit L_1 doğruları Şekil 4.3,c'de gösterilmektedir. Bu doğruların tümü L_1 'in ait olduğu kenara paraleldir.



Şekil 4.3 Basit üçgen eleman için alan koordinat sistemi[9][10]



Şekil 4.4 Üçgen içerisindeki bir noktaya göre oluşmuş üç alt alan

Şekil 4.4'te gösterilen üçgenin toplam alanı

$$A_t = \frac{b h}{2} \quad (4.42)$$

'dır. Aynı şekildeki taralı alan ise,

$$A_1 = \frac{b s}{2} \quad (4.43)$$

eşitliği ile verilir. A_1/A_t oranı (4.42) ve (4.43) denklemleri uyarınca

$$\frac{A_1}{A_t} = \frac{s}{h} = L_1 \quad (4.44)$$

şeklinde gerçekleşir.

Dolayısıyla L_1 alan koordinatının büyüklüğü Şekil 4.4'te gösterilen taralı A_1 alanının A_t alanına oranı olarak belirlenir. L_2 ve L_3 için de L_1 'e benzer çıkarımlar yapılır ve

$$L_2 = \frac{A_2}{A_t}, \quad L_3 = \frac{A_3}{A_t}$$

olduğu görülür.

$$A_1 + A_2 + A_3 = A_t$$

olduğundan

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1 \quad (4.45)$$

eşitliği kendiliğinden ortaya çıkar.

(4.45) eşitliği koordinatlar arası ilişkiyi veren bir eşitliktir. L_1 , L_2 ve L_3 'ün özellikleri ile (4.45) denklemi birleştirildiğinde basit üçgen eleman için şekil fonksiyonlarının koordinat değişkenleri L_1 , L_2 ve L_3 'e eşit oldukları görülür.

$$N_i = L_{jk} = L_1$$

$$N_j = L_{ik} = L_2$$

$$N_k = L_{ij} = L_3 \quad (4.46)$$

Sekil 4.3,c'de görüldüğü gibi,

$$L_{jk} = \begin{cases} i \text{ düğüm noktasında} \longrightarrow 1 \\ j \text{ ve } k \text{ düğüm noktalarında} \longrightarrow 0 \end{cases}$$

değerlerini alır. Bu değerler L_2 ve L_3 için de bulunabilir.

Alan koordinat sisteminin kullanılmasının avantajı ilerde çıkartılacak olan α ve β terimlerinde bulunan integrasyon denklemlerinde açıkça görülebilir. Alan koordinat sisteminin kullanılması neticesinde uzunluk ve alan integrallerinin integrasyonu kolaylıkla elde edilebilmektedir.

$$\int_{\mathcal{L}} L_1^a L_2^b d\mathcal{L} = \frac{a! b!}{(a + b + 1)!} \mathcal{L} \quad (4.47)$$

$$\iint_A L_1^a L_2^b L_3^c dA = \frac{a! b! c!}{(a + b + c + 2)!} 2A \quad (4.48)$$

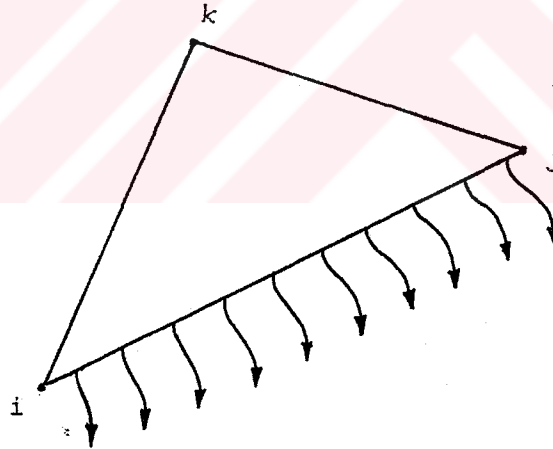
(4.48) denkleminin kullanımı aşağıdaki integral içinde yer alan çarpım ifadesi göz önüne alınarak anlaşılabilir.

$$\begin{aligned} \iint_A N_i N_j dA &= \iint_A L_1^0 L_2^0 L_3^0 dA = \frac{1! 1! 0!}{(1+1+0+2)!} 2A \\ &= \frac{2A}{4!} = \frac{A}{12} \end{aligned}$$

L_1 ve L_2 alan koordinatları N_i ve N_j şekil fonksiyonlarına karşılık gelir. N_k , çarpımda yer almadığından L_3 sıfırcı kuvveti ile formüle girer.

(4.47) denklemi, elemanın kenar uzunluğunun fonksiyonu olan ifadelerin integrasyonunda kullanılır. Dolayısıyla denklemde yer alan $\mathcal{L}$, eleman kenarını sınırlayan iki düğüm noktası arasındaki uzunluk olarak ele alınır. " $\mathcal{L}$ " terimi, elemanın kenarları boyunca çıkartılan bir terimdir. Eğer bir elemanın herhangi bir veya birden fazla kenarı, türevsel sınır $\mathcal{L}_2$ üzerinde yer alıyorsa $\mathcal{L}$ terimi dikkate alınır.

Şekil 4.5'teki gibi, üçgen elemanın i ve j düğüm noktaları arasında türev sınır koşulu mevcutsa ya da bir diğer deyişle elemanın üçüncü kenarı taşınım sınır koşuluna tabi ise $N_k = 0$ olduğu görülür.



Şekil 4.5 Üçgen elemanın bir yüzünden taşınım ile ısı geçişi

4.4.2 ELEMANTER İLETİM MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ

i . $[K_x]$ Terimi

$$[K_x] = \iint_{(e)} \left[\{D_x\}^T K_x \{D_x\} \right] dA$$

$$[K_x] = \iint_{(e)} \left[\frac{K_x}{4A^2} \begin{Bmatrix} b_i \\ b_j \\ b_k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} b_i & b_j & b_k \end{Bmatrix} \right] dA$$

sütun ve sıra çarpılırsa,

$$[K_x] = \frac{K_x}{4A} \begin{bmatrix} \iint b_i b_i dA & \iint b_i b_j dA & \iint b_i b_k dA \\ \iint b_j b_i dA & \iint b_j b_j dA & \iint b_j b_k dA \\ \iint b_k b_i dA & \iint b_k b_j dA & \iint b_k b_k dA \end{bmatrix} \quad (e)$$

integral içindeki terimlerin hepsi sabit olduğundan

$$[K_x] = \frac{K_x}{4A} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j^2 & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} \quad (e) \quad (4.49)$$

elde edilir.

ii . $[K_y]$ Terimi

K_y teriminin çıkartılması K_x ile aynı olduğundan K_y sonucudoğrudan:

$$[K_y] = \frac{K_y}{4A} \begin{bmatrix} c_i c_i & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j c_j & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k c_k \end{bmatrix} \quad (e) \quad (4.50)$$

'dir.

iii . $[h]$ Terimi

$$[h] = \int_{\mathcal{L}_2}^{(e)} \left[\{N\}^T h \{N\} \right] d\mathcal{L}_2 \quad \text{ifadesi}$$

$$[h] = h \int_{\mathcal{L}_2 = L_{ij}}^{(e)} \left[\{N\}^T \{N\} \right] d\mathcal{L}_2$$

$$[h] = h \int_{\mathcal{L}_{ij}}^{(e)} \begin{bmatrix} N_i N_i & N_i N_j & 0 \\ N_j N_i & N_j N_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} dL_{ij}$$

$$[h] = h \int_{L_{ij}}^{(e)} \begin{bmatrix} L_1^2 & L_1 L_2 & 0 \\ L_2 L_1 & L_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} dL_{ij} \quad (4.51)$$

$$\int_{\mathcal{L}_{ij}} L_1^2 dL_{ij} = \int_{\langle e \rangle} L_1^2 L_2^0 dL_{ij} = \frac{2! 0!}{(2+0+1)!} L_{ij} = \frac{L_{ij}}{3}$$

$$\int_{\mathcal{L}_{ij}} L_1 L_2 dL_{ij} = \int_{\langle e \rangle} L_1 L_2 dL_{ij} = \frac{1! 1!}{(1+1+1)!} L_{ij} = \frac{L_{ij}}{6}$$

olarak bulunur. Diğer terimler bulunanların simetriğidir. Bulunanlar (4.51) eşitliğinde yerine konulursa,

$$\boxed{h}_{ij} = h_{ij} \int_{\langle e \rangle} \left[\begin{Bmatrix} N \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} N \end{Bmatrix} \right] dL_{ij} = \frac{h_{ij} L_{ij}}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(4.52)

elde edilir. Geri kalan iki kenar için de benzer işlemler yapılarak sonuç bulunur.

Şimdiye kadar çıkartılan elemanter iletim matrisi terimleri bir araya getirildiğinde aşağıdaki elemanter iletim matrisi eşitliği elde edilir.

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{(e)} = \frac{K_x}{4A} \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_k \\ b_j b_i & b_j^2 & b_j b_k \\ b_k b_i & b_k b_j & b_k^2 \end{bmatrix} \quad K_x \text{ matrisi}$$

$$+ \frac{K_y}{4A} \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_k \\ c_j c_i & c_j^2 & c_j c_k \\ c_k c_i & c_k c_j & c_k^2 \end{bmatrix} \quad K_y \text{ matrisi}$$

$$+ \frac{hL_{ij}}{4A} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad h_{ij} \text{ matrisi}$$

(ij kenarı için)

$$+ \frac{hL_{jk}}{4A} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad h_{jk} \text{ matrisi}$$

(jk kenarı için)

$$+ \frac{hL_{ik}}{4A} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad h_{ik} \text{ matrisi}$$

(ik kenarı için)

4.4.3 ELEMANTER KOLON MATRİSİNİN ELDE EDİLMESİ

$\boxed{\beta}$ Terimi

$$\boxed{\beta} = - \int_{\mathcal{L}_2} \left(\{N\}^T \beta \right) d\mathcal{L}_2$$

Yukarıdaki eşitlikte

$$\beta = -h T_{\infty}$$

büyükliğüne sahiptir.

$$[\beta] = -(\beta)^{(e)} \begin{bmatrix} \int N_i d\mathcal{L}_2 \\ \int N_j d\mathcal{L}_2 \\ \int N_k d\mathcal{L}_2 \end{bmatrix}^{(e)}$$

(4.46) denklemi uyarınca

$$[\beta] = \frac{-\beta L_{ij}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \beta_{ij} \text{ sütunu}$$

(ij kenarı için)

$$= \frac{-\beta L_{jk}}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \beta_{jk} \text{ sütunu}$$

(jk kenarı için)

$$= \frac{-\beta L_{ik}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \beta_{ik} \text{ sütunu}$$

(ik kenarı için)

4.4.4 ÇÖZÜM

Fonksiyonelin minimize edilmesi için fonksiyonelin, düğüm noktaları bilinmeyenlerine göre türetilmesi ve sıfıra eşitlenmesi gerekir. Bu yapılırsa (4.41) denklemi aşağıdaki haliyle yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \partial I / \partial T_i \\ \partial I / \partial T_j \\ \partial I / \partial T_k \end{Bmatrix} = [B]^{(e)} \{T\}^{(e)} - \{C\}^{(e)} = 0$$

$$= \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{(e)} \begin{Bmatrix} T \end{Bmatrix}^{(e)} = \begin{Bmatrix} C \end{Bmatrix}^{(e)} \quad (4.53)$$

(4.53), tüm sistem için tekrar yazıldığında $\begin{bmatrix} K \end{bmatrix}$, global iletim matrisi; $\begin{Bmatrix} E \end{Bmatrix}$, global kolon matrisi olmak üzere,

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E \end{Bmatrix} \quad (4.54)$$

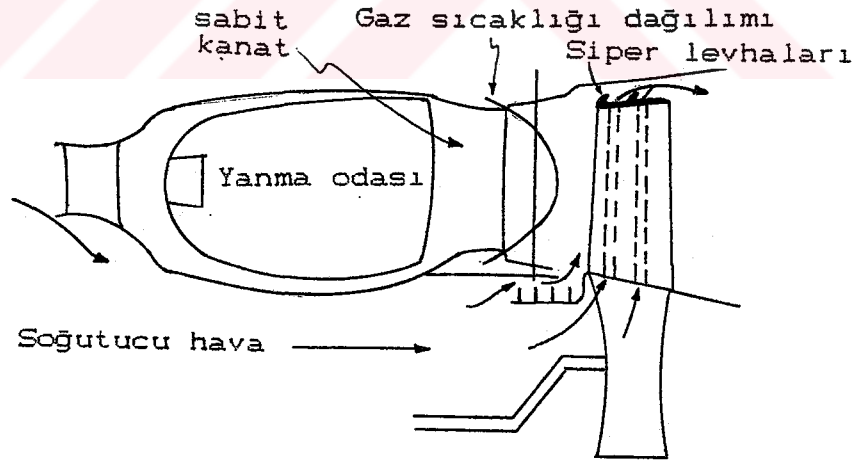
ifadesi elde edilir.

Yukarıda görülen ifadenin çözümü için standart sayısal çözümlemeler arasından herhangi biri, örneğin Gauss-Eliminasyon yöntemi seçilebilir.

BÖLÜM 5. BİR GAZ TÜRBİNİ KANADINDA SICAKLIK DAĞILIMININ BULUNMASI

5.1 PROBLEMİN TANITIMI

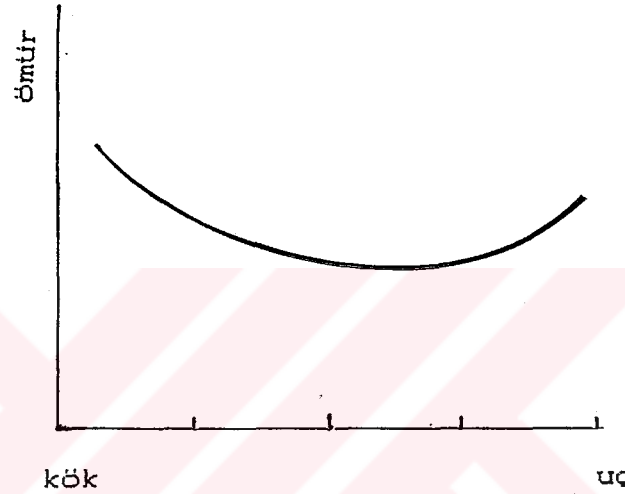
Soğutulan hareketli türbin kanatlarında soğutucu hava kanatlara kök kısmından girer ve radyal doğrultuda kanadı içten kat ettikten sonra kanat ucundan dışarı atılır. Türbin kanat uçlarına, soğutucu havanın akışta aşağı yukarı aynı statik basınca maruz kalması ve ana gaz akımının kanat içindeki soğutucu kanallara kaçmasının önlenmesi amacıyla, Şekil 5.1'de gösterilen siper levhaları konulur[11].



Şekil 5.1 Yanma odası ve gaz türbini ilk kademesi[11]

Soğutucu akışkan kanat kökünden kanat ucuna doğru akarken ısı kazanacağı için soğutma etkinliği sürekli azalır. Bölüm 2.5.3'te söz konusu edilen ve Şekil 5.1'de

ayrıca gösterilen radyal doğrultudaki gaz sıcaklığı dağılımı, soğutma etkenliğinin azalması ile yanyana gelince kanat sıcaklığı maksimum düzeyine kanat ucundan daha önceki yüksekliklerde (kanatın orta bölgeleri) ulaşır. Kanat sıcaklığının bu bölgelerde yüksek değerler alması ve yüksek santrifüj kuvvetler, sürünme etkisinin en çok yine bu bölgelerde hissedilmesini sağlar. Şekil 5.2'de bir kanadın değişik bölgelerinin ömürleri gösterilmiştir.



Şekil 5.2 Kanat bölgesi-ömür diyagramı[11]

Kanat ömrü sürünmeye bağlı olduğu kadar ısı gerilmelere de bağlıdır. Kanat kesiti üzerindeki düzensiz soğutmadan kaynaklanan ısı gerilmeler kanat ömrünü olumsuz yönde etkiler.

Yukarıda sıralanan iki etmenin ışığı altında kanatın yüksek sıcaklığa maruz orta bölgelerindeki kesiti üzerinde değişik soğutma konfigürasyonları için sıcaklık dağılımının bulunması gerekir.

5.2 PROBLEMİN ELE ALINIŞI VE ÇÖZÜMÜ

Çalışmada kanatta en yüksek sıcaklıklara maruz kalması muhtemel; dolayısıyla ömür problemi açısından kritik orta bölüm incelenmiştir. bu bölgede ele alınan kanat kesiti Şekil 5.3'te görülmektedir. İncelenen problemde kanatın dışında akan gazın sıcaklığı 1200°C , gaz tarafı ısı taşınım katsayısı $279 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$, soğutucu akışkan (hava) sıcaklığı 500°C , soğutucu akışkan tarafı ısı taşınım katsayısı $174 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C})$, kanat malzemesi ısı iletim katsayısı $40 \text{ W}/(\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C})$ alınmıştır

Şekil 5.3'teki kanat kesiti Şekil 5.4'te görüldüğü gibi sonlu elemanlara ayrılmış, eleman numaraları düğüm noktası numaraları ile ilişkilendirilmiş ve Bölüm 4'te anlatıldığı biçimde herbir eleman için elemanter iletim matrisleri, elemanter taşınım matrisi ve elemanter kolon matrisi oluşturulmuştur.

Oluşturulan elemanter matrisler birleştirilip global iletim ve global kolon matrisi haline getirilmişlerdir. Daha sonra düğüm noktası bilinmeyenleri, Gauss-Eliminasyon yöntemi kullanılarak bulunmuştur.

$$h_d = 279 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)}$$

$$T_d = 1200^\circ\text{C}$$

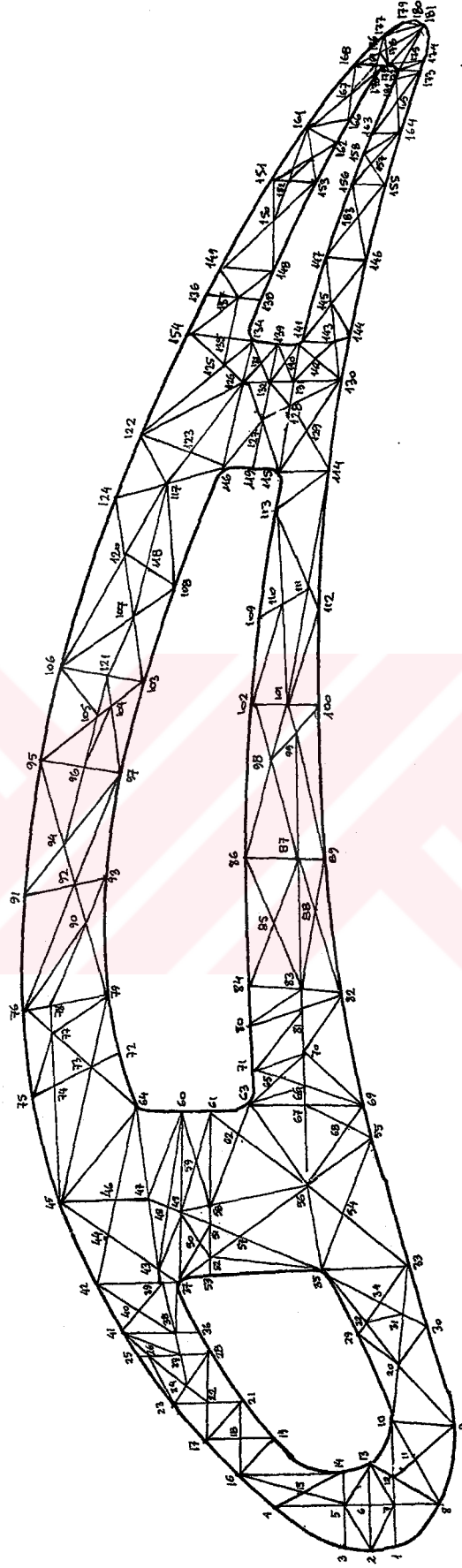


$$h_i = 174 \text{ W/(m}^2 \text{ } ^\circ\text{C)}$$

$$T_i = 500^\circ\text{C}$$

$$K = 40 \text{ W/(m } ^\circ\text{C)}$$

Sekil 5.3 Problemede ele alınan türbin kanat kesidi.



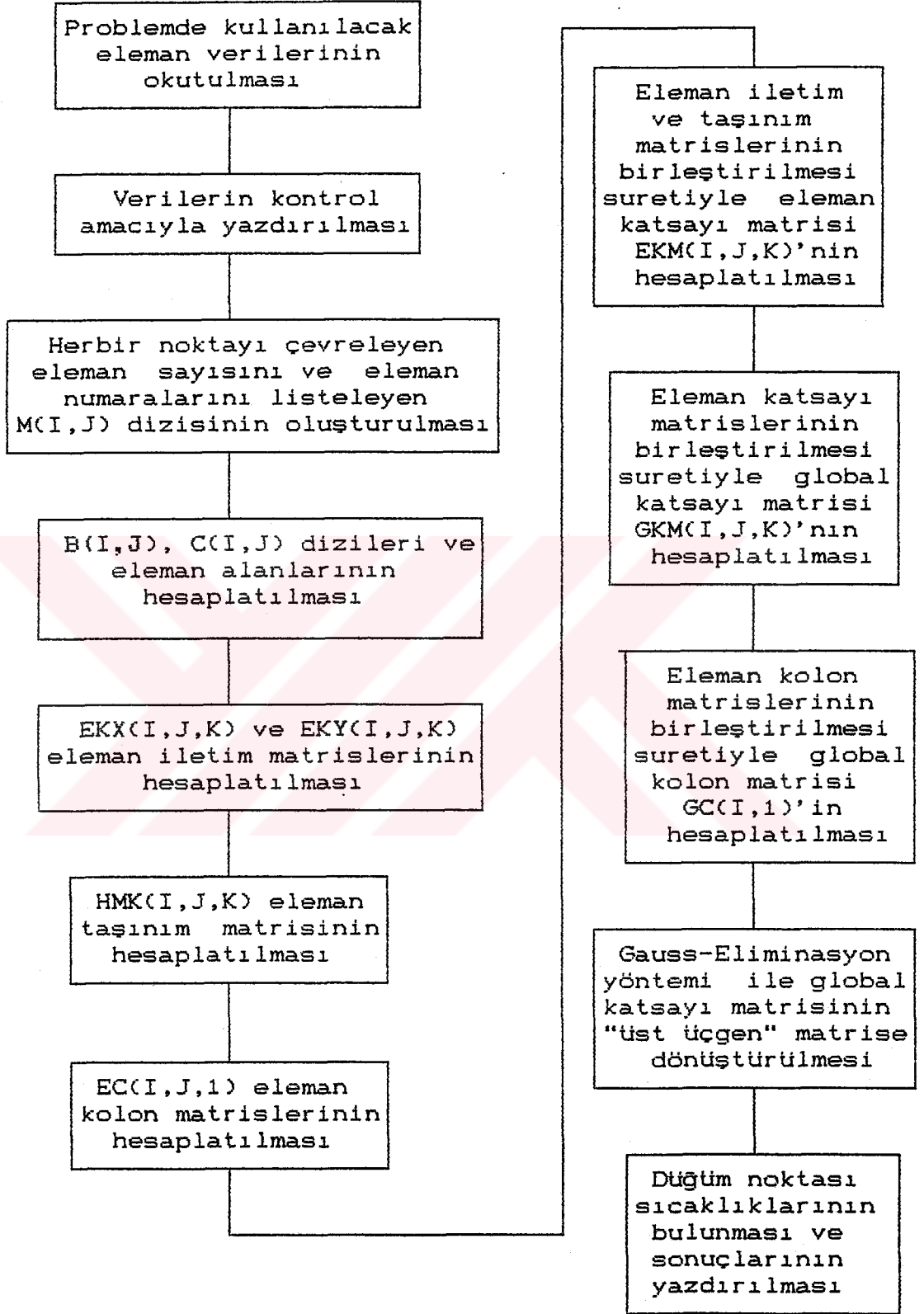
Şekil 5.4. Sonlu elemanlara ayrılmış kanat kesidi

Yukarıda sözü edilen tüm işlemler FORTRAN 77 programlama dilinde yazılmış bir bilgisayar programı vasıtasıyla yapılmış ve sonuçlar hesaplanmıştır. Hazırlanan bilgisayar programının akış şeması Şekil 5.5'te görülebilir. Sonuç olarak bulunan, kanat üzerinde düğüm noktalarındaki sıcaklık değerleri hazırlanan sonlu elemanlar bilgisayar programı ile birlikte Ek-A'da verilmiştir.

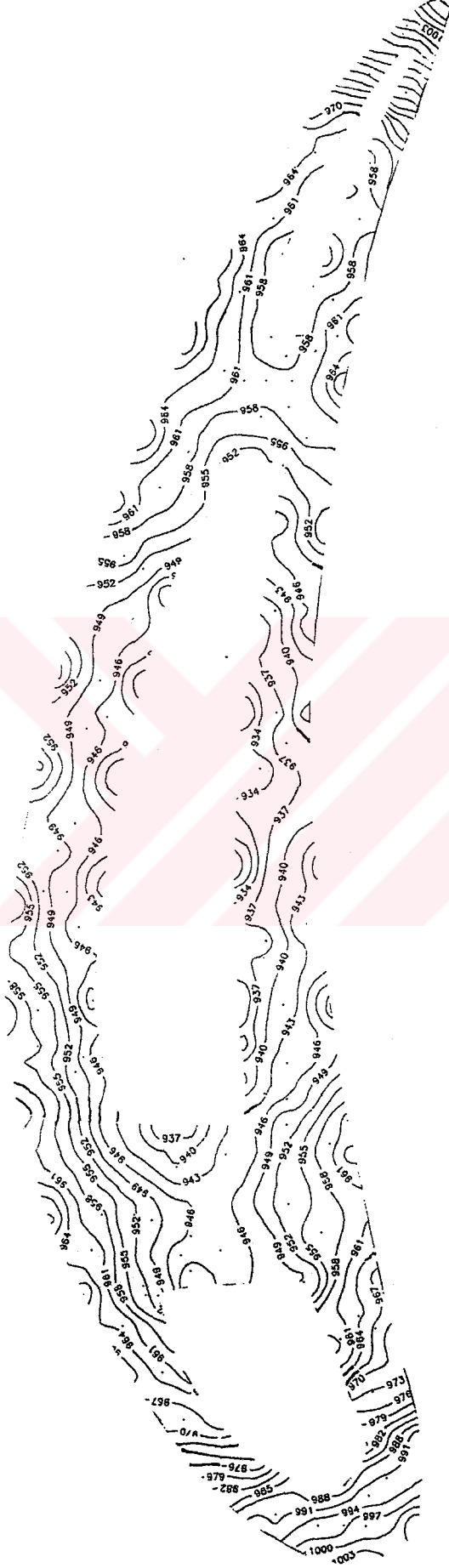
Düğüm noktalarındaki sıcaklıklar ayrıca SURFER programı yardımıyla eşsıcaklık eğrileri oluşturacak biçimde birleştirilmişlerdir(Şekil 5.6).

Aynı kanat konfigürasyonu için çalıştırılan ANSYS sonlu elemanlar programı vasıtasıyla bulunan kanat üzerindeki sıcaklık dağılımına, çalışma sonucunda bulunan sıcaklık dağılımı ile karşılaştırılması amacıyla Şekil 5.7'de yer verilmiştir.

ANSYS sonlu elemanlar programı ile, değişik 3 kanat soğutma konfigürasyonu için bulunmuş sıcaklık dağılımları Ek-B'de ayrıca gösterilmişlerdir.



Şekil 5.5 Bilgisayar programı akış şeması



Şekil 5.6 Kanat üzerindeki eş sıcaklık eğrileri

ANSYS 4.40
SEP 4 1992
17:03:13
PLOT NO. 1
POST1 STRESS
STEP=1
TEMP=1
SMN=939.768
SMX=1009

ZU DIST=1.964
XF=5.895
YF=337.587
925.247
970.726
978.466
986.205
993.345
1002
1009



IGES file generated from an AutoCAD drawing by the IGES

SONUÇ VE İRDELEMELER

Şekil 5.3'te görülen soğutma konfigürasyonu için bu çalışmada hazırlanan bilgisayar programı yardımı ile bulunan kanat üzerindeki sıcaklık dağılımı, ortalama kanat sıcaklığının dış ortam sıcaklığından yaklaşık $200-220^{\circ}\text{C}$ daha düşük olduğunu ortaya koymaktadır.

Bu sonuç, kanatın dışında ve soğutma kanalları içerisinde sabit ısı taşınım katsayısının varlığı kabulüne dayandırılarak bulunmuştur ve gerçek sonuçlardan bu haliyle farklıdır.

Günümüzde türbin kanat elemanlarının yapımında nikel, molibden, krom ve zirkonyumlu alaşımların kullanılması kanat malzemesini $900-950^{\circ}\text{C}$ mertebesindeki sıcaklıklara dayanabilecek hale getirmektedir. Dolayısıyla ele alınan problemde bulunan ortalama sıcaklık, yapılan varsayımların göz önünde tutulması kaydıyla, izin verilebilir mertebelerdedir.

Kanat ömrüne etki eden bir diğer parametre, ısıl gerilmedir. Ele alınan problemdeki soğutma konfigürasyonu değiştirilerek yüksek sıcaklık gradyenlerine sahip bölgelerdeki sıcaklık dağılımını iyileştirmek mümkündür.

Bölüm 5.2'de Şekil 5.6 ile gösterilen ve çalışmanın neticesinde bulunan kanat üzerindeki sıcaklık dağılımı, aynı şartlar için ANSYS sonlu elemanlar programı ile bulunan ve Şekil 5.7'de gösterilen sıcaklık dağılımı ile uyumludur. Bu iki ayrı çözümdeki sıcaklıklar arasında gözlenen ortalama 20°C 'lik fark ANSYS sonlu elemanlar programının bu çalışmada seçilen eleman sayısından daha fazla eleman kullanmasından kaynaklanmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] BATHIE, W.W., Fundamentals of Gas Turbines, John Wiley & Sons, 1984.
- [2] YAHYA, S.M., Turbines, Compressors and Fans, Tata Mc Graw Hill Publishing company Ltd. 1989.
- [3] SUO, M., Turbine Cooling, Aerothermodynamics of Aircraft Engine Components, pp. 274-328, AIAA Education Series, 1990.
- [4] Rolls, Royce Technical Publishing, RR Tech. Pub. Dpt 4th edition, 1986.
- [5] DAĞSÖZ, A.K., Isı Geçişi, 4. Baskı, pp. 187-192 Alp Teknik Kitaplar, 1990
- [6] CAMCI, C., Experimental and theoretical Study on Film Cooling on a Gas turbine Blade Ph.D. Thesis, VKI, 1985.
- [7] KERREBROCK, J.L., Aircraft Engines and Gas Turbines, M.I.T., 1977.
- [8] ALLAIRE, P.E., Basics of the Finite Element Method, Wm. C. Brown Publishers, 1985.
- [9] SEGERLIND, L.J., Applied Finite Element Analysis Michigan State University, 1976.
- [10] NOIRE, H.D., De VRIES, G., The Finite Element Method, Fundamental and Applications Academic Press, 1973.
- [11] BARNES, J.F., Cooled Gas Turbine Blades, Combustion and heat transfer in Gas Turbine Systems, Cranfield Int. Sym. Series, pp. 167-182, Pergamon Press, 1969.

EK-A



```

C.
C.***** BU PROGRAM BIR GAZ TURBIN KANATI UZERINDEKI SICAKLIK *****
C.***** DAGILIMINI SONLU ELEMENLAR YONTEMI ILE HESAPLAMAKTADIR *****
C.
C.
C.
C.***** PROGRAMDA KULLANILAN DIZILER *****
C.
C.*****ZX(I)      :KOORDINAT VERILERI(X)
C.*****ZY(I)      :KOORDINAT VERILERI(Y)
C.*****ELDU(I,J)   :HERBIR ELEMANA AIT DUGUM NOKTALARI
C.*****AKX(I)      :HERBIR ELEMANA AIT ILETIM KATSAYISI(X)
C.*****AKY(I)      :HERBIR ELEMANA AIT ILETIM KATSAYISI(Y)
C.*****TU(I)       :TUREV SINIR KOSULUNA SAHIP ELEMENLAR
C.*****SIDE(I)     :TUR.SIN.KOSULUNA SAHIP ELEMEN KENARLARI
C.*****H(I)        :ELEMANA AIT TASINIM KATSAYISI
C.*****BETA(I)     :ELEMEN KOLONUNU OLUSTURAN DIZI
C.*****M(I,J)      :1. SUTUNUNDA I DUGUMUNE KOMSU ELEMEN SAYISINI,
C.                  2. 3. VE DAHA SONRAKI SUTUNLARDA KOMSU ELEMEN
C.                  NUMARALARINI ICEREN DIZI
C.*****XX(I)       :ELEMENIN DUGUM GOSTERGELERI I=1,2,3'E GORE
C.                  DUGUM KOORDINATLARI(X)
C.*****YY(I)       :ELEMENIN DUGUM GOSTERGELERI I=1,2,3'E GORE
C.                  DUGUM KOORDINATLARI(Y)
C.*****B(I,J)      :SEKIL FONKSIYONLARINI OLUSTURAN, XX(I) VE YY(I)'YA BAGLI
C.                  DIZI
C.*****C(I,J)      :SEKIL FONKSIYONLARINI OLUSTURAN, XX(I) VE YY(I)'YA BAGLI
C.                  DIZI
C.*****EKX(I,J,K)  :ELEMEN ILETIM MATRISI(X)
C.*****EKY(I,J,K)  :ELEMEN ILETIM MATRISI(Y)
C.*****HM(I,J,K)   :ELEMEN TASINIM MATRISI
C.*****EP(I,J)     :YARDIMCI DIZI(ALTPROGRAM BESSUB)
C.*****SM(I)       :YARDIMCI DIZI(ALTPROGRAM BESSUB)
C.*****A(I)        :ELEMEN ALANI DIZISI
C.*****EKM(I,J,K)  :ELEMEN KATSAYI MATRISI
C.*****SEM(I)      :YARDIMCI DIZI(ALTPROGRAM BESSUB)
C.*****EC(I,J,K)   :ELEMEN KOLON MATRISI
C.*****GKM(I,J)    :SISTEM KATSAYI MATRISI
C.*****GC(I,J)     :GLOBAL KOLON MATRISI
C.*****
C.***** 1 PROBLEM VERILERI *****
C.*****
COMMON/BLOK1/ELDU(276,3),M(183,10),NP,NE
INTEGER TU
DIMENSION AKX(276),AKY(276),P(276),Q(276),TU(183),SIDE(94)
DIMENSION H(183),BETA(183),XX(3),YY(3),ZX(183),ZY(183),B(276,3)
DIMENSION C(276,3),EKX(276,3,3),EKY(276,3,3),A(276),HM(276,3,3)
DIMENSION EP(3,3),EKM(276,3,3),SEM(276),EC(276,3,1),GKM(183,183)
DIMENSION GC(183,1),TO(183),SM(276)
OPEN(UNIT=5,FILE='NSONYE.DAT',STATUS='OLD')
OPEN(UNIT=6,FILE='SSON.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=7,FILE='SSON1.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=8,FILE='SSON2.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=9,FILE='SSON3.DAT',STATUS='UNKNOWN')

```

```

OPEN(UNIT=10,FILE='SSON4.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=11,FILE='SSON5.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=12,FILE='SSON6.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=13,FILE='SSON7.DAT',STATUS='UNKNOWN')
OPEN(UNIT=14,FILE='SSON8.DAT',STATUS='UNKNOWN')
WRITE(6,7)
7  FORMAT(10X,16HPROBLEM VERILERI,/10X,16H-----)
   READ(5,*) NE,NP,NT,NBW
   READ(5,*)(ZX(I),I=1,NP)
   READ(5,*)(ZY(I),I=1,NP)
   READ(5,*)((ELDU(I,J),J=1,3),I=1,NE)
   READ(5,*)(AKX(I),I=1,NE)
   READ(5,*)(AKY(I),I=1,NE)
   READ(5,*)(P(I),I=1,NE)
   READ(5,*)(Q(I),I=1,NE)
   READ(5,*)(TU(I),I=1,NT)
   READ(5,*)(SIDE(I),I=1,NT)
   READ(5,*)(H(I),I=1,NT)
   READ(5,*)(BETA(I),I=1,NT)
   AS=.75
   DO 4 I=1,NP
     ZX(I)=ZX(I)*AS
4    ZY(I)=ZY(I)*AS
C. *****
C. ***** PROBLEM VERILERININ YAZDIRILMASI *****
C. *****
   WRITE(6,8) NE
8    FORMAT(/5X,16HELEMAN SAYISI : ,I3)
   WRITE(6,9) NP
9    FORMAT(5X,16HDUGUM SAYISI : ,I3)
   WRITE(6,11) NT
11   FORMAT(5X,37HTUR.SIN.KOSULUNA SAHIP KENAR SAYISI: ,I3)
   WRITE(6,2) NBW
2    FORMAT(5X,24HMATRIS BANT GENISLIGI : ,I3)
   WRITE(6,12)
12   FORMAT(///1X,32HDUGUM NOKTALARININ KOORDINATLARI)
   WRITE(6,13)
13   FORMAT(/6X,5HDUGUM,7X,1HX,8X,1HY,/6X,5H-----,6X,3H---,6X,3H---)
      DO 16 J=1,NP
        WRITE(6,14) J,ZX(J),ZY(J)
14      FORMAT(7X,I3,5X,FS.1,4X,FS.1)
16      CONTINUE
   WRITE(6,20)
20   FORMAT(///1X,21HELEMAN/DUGUM ILISKISI)
   WRITE(6,25)
25   FORMAT(/8X,6HELEMAN,6X,1HI,8X,1HJ,8X,1HK)
   WRITE(6,27)
27   FORMAT(8X,6H-----,5X,3H---,6X,3H---,6X,3H---)
      DO 30 J=1,NE
        WRITE(6,29) J,ELDU(J,1),ELDU(J,2),ELDU(J,3)
29      FORMAT(/9X,I3,6X,F4.0,5X,F4.0,5X,F4.0)
30      CONTINUE
   WRITE(6,35)
35   FORMAT(//1X,46HELEMANLARIN KX,KY,P VE Q KATSAYI FONKSIYONLARI)

```

```

WRITE(6,40)
40  FORMAT(/7X,6HELEMAN,5X,2HKX,8X,2HKY,7X,1HP,7X,1HQ)
WRITE(6,42)
42  FORMAT(7X,6H-----,4X,4H----,6X,4H----,5X,3H---,5X,3H---)
      DO 48 J=1,NE
      WRITE(6,45) J,AKX(J),AKY(J),P(J),Q(J)
45  FORMAT(/8X,I3,5X,F5.2,5X,F5.2,5X,F3.1,5X,F3.1)
48  CONTINUE
WRITE(6,70)
70  FORMAT(/1X,36HTUREV SINIR KOSULUNA SAHIP ELEMENLAR)
WRITE(6,72)
72  FORMAT(/8X,6HELEMAN,8X,5HKENAR,10X,1HH,11X,4HBETA)
WRITE(6,74)
74  FORMAT(8X,6H-----,8X,5H-----,8X,6H-----,8X,5H-----)
      DO 80 J=1,NT
      WRITE(6,76) TU(J),SIDE(J),H(J),BETA(J)
76  FORMAT(/9X,I3,8X,F7.0,7X,F7.4,5X,F8.1)
80  CONTINUE
C. *****
C. ***** 2 HESAPLAR *****
C. *****
      CALL ILKSUB
      WRITE(6,81)
81  FORMAT(/1X,13HM(I,J) DIZISI)
      WRITE(6,82)
82  FORMAT(/5X,1HI,21X,1HJ)
      WRITE(6,83)
83  FORMAT(5X,1H1,7X,1H2,6X,1H3,6X,1H4,6X,1H5,6X,1H6,6X,1H7,6X,1H8)
      WRITE(6,84)
84  FORMAT(5X,51(1H-))
      DO 90 J=1,NP
      WRITE(6,85) J,M(J,1),M(J,2),M(J,3),M(J,4),M(J,5),M(J,6),M(J,7)
85  FORMAT(/5X,8(I2,5X))
90  CONTINUE
      CALL IKISUB(ELDU,XX,YY,ZX,ZY,B,C,A,NE)
      CALL UCSUB(EKX,B,A,AKX,NE)
      CALL DORSUB(EKY,C,A,AKY,NE)
      DO 120 L=1,NE
      WRITE(7,100)L
100  FORMAT(/2X,I3,22H. ELEMENIN EKX MATRISI)
      DO 110 I=1,3
      WRITE(7,105)(EKX(L,I,J),J=1,3)
105  FORMAT(/5X,3(F8.2))
110  CONTINUE
120  CONTINUE
      DO 140 L=1,NE
      WRITE(8,135)L
135  FORMAT(/2X,I3,22H. ELEMENIN EKY MATRISI)
      DO 130 I=1,3
      WRITE(8,129)(EKY(L,I,J),J=1,3)
129  FORMAT(/5X,3(F8.2))
130  CONTINUE
140  CONTINUE
      CALL BESSUB(ELDU,SIDE,H,ZX,ZY,HM,SM,EP,BETA,SEM,EC,NE)

```

```

DO 150 L=1,NE
WRITE(9,141)L
141  FORMAT(/2X,I3,26H. ELEMENIN TASINIM MATRISI)
      DO 145 I=1,3
      WRITE(9,143)(HM(L,I,J),J=1,3)
143    FORMAT(/5X,3(F10.4))
145    CONTINUE
150  CONTINUE
      DO 170 L=1,NE
      WRITE(10,164)L
164  FORMAT(/21X,I3,15H. ELEMEN KOLONU)
      WRITE(10,166)(EC(L,I,1),I=1,3)
166  FORMAT(/5X,F9.2)
170  CONTINUE
CALL ALTSUB(EKM,EKX,EKY,HM,NE)
      DO 185 L=1,NE
      WRITE(11,180)L
180  FORMAT(/4X,I3,26H. ELEMENIN KATSAYI MATRISI)
      DO 185 I=1,3
      WRITE(11,182)(EKM(L,I,J),J=1,3)
182  FORMAT(4X,3F8.2)
185  CONTINUE
CALL YEDSUB(ELDU,M,GKM,EKM,NP)
CALL SEKSUB(GC,EC,ELDU,NE,NP)
WRITE(12,200)
200  FORMAT(/4X,21HSISTEM -GLOBAL- KOLON)
      DO 202 I=1,NP
      WRITE(12,201) GC(I,1)
201  FORMAT(4X,F8.1)
202  CONTINUE
CALL GAUSS(GKM,NP,NBW,GC)
CALL BACKSUB(TO,GC,GKM,NP)
WRITE(13,214)
214  FORMAT(/3X,27HDUGUM NOKTASI SICAKLIKLARI:,:)
      DO 220 I=1,NP
      WRITE(13,215)I,TO(I)
215  FORMAT(4X,I3,24H. NOKTANIN SICAKLIGI : ,1X,F8.2, ' C' )
220  CONTINUE
      DO 240 I=1,NP
      WRITE(14,230) ZX(I),ZY(I),TO(I)
230  FORMAT(5X,F5.2,5X,F5.2,5X,F7.2)
240  CONTINUE
STOP
END
C. ***** ILKSUB *****
SUBROUTINE ILKSUB
COMMON/BLOK1/ELDU(276,3),M(183,10),NP,NE
DO 91 I=1,NP
91  M(I,1)=0
      DO 94 I=1,NE
      DO 92 J=1,3
      ALK=ELDU(I,J)
      LK=INT(ALK)
      M(LK,1)=M(LK,1)+1

```

```

          LL=M(LK,1)+1
92      M(LK,LL)=I
94      CONTINUE
      RETURN
      END
C. ***** IKISUB *****
      SUBROUTINE IKISUB(ELDU,XX,YY,ZX,ZY,B,C,A,NE)
      DIMENSION ELDU(276,3),XX(3),YY(3),ZX(183),ZY(183),B(276,3)
      DIMENSION C(276,3),A(276)
      DO 40 I=1,NE
      DO 10 J=1,3
      W=ELDU(I,J)
      LJ=INT(W)
      ZX(LJ)=ZX(LJ)
      ZY(LJ)=ZY(LJ)
      XX(J)=ZX(LJ)
10      YY(J)=ZY(LJ)
      DO 35 J=1,3
      J1=2
      J2=3
      IF(J-2) 30,25,27
25      J1=J2
      J2=1
      GO TO 30
27      J1=1
      J2=2
30      B(I,J)=YY(J1)-YY(J2)
35      C(I,J)=XX(J2)-XX(J1)
      A(I)=ABS((C(I,3)*B(I,2)-C(I,2)*B(I,3))/2.)
40      CONTINUE
      RETURN
      END
C. ***** UCSUB *****
      SUBROUTINE UCSUB(EKX,B,A,AKX,NE)
      DIMENSION EKX(276,3,3),B(276,3),A(276),AKX(276)
      DO 110 L=1,NE
      DO 100 I=1,3
      DO 90 J=1,3
      EKX(L,I,J)=(B(L,I)*B(L,J)*AKX(L))/(4*A(L))
90      CONTINUE
100      CONTINUE
110      CONTINUE
      RETURN
      END
C. ***** DORSUB *****
      SUBROUTINE DORSUB(EKY,C,A,AKY,NE)
      DIMENSION EKY(276,3,3),C(276,3),A(276),AKY(276)
      DO 110 L=1,NE
      DO 100 I=1,3
      DO 90 J=1,3
      EKY(L,I,J)=(C(L,I)*C(L,J)*AKY(L))/(4*A(L))
90      CONTINUE
100      CONTINUE
110      CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

C. ***** BESSUB *****
SUBROUTINE BESSUB(ELDU, SIDE, H, ZX, ZY, HM, SM, EP, BETA, SEM, EC, NE)
DIMENSION ELDU(276,3), SIDE(94), H(183), ZX(183), ZY(183)
DIMENSION HM(276,3,3), SM(276), EP(3,3), BETA(183), SEM(276)
DIMENSION EC(276,3,1)
DO 400 I=1, NE
DO 400 J=1,3
DO 400 M=1,3
EC(I, J, 1)=0.
400 HM(I, J, M)=0.
N=1
DO 300 I=1, NE
DO 250 J=1,2
DO 244 M=J+1,3
IF(ELDU(I, M)-10.) 200, 220, 220
200 EP(J, M)=ELDU(I, J)*10+ELDU(I, M)
GO TO 244
220 IF(ELDU(I, M)-100.) 245, 246, 246
245 EP(J, M)=ELDU(I, J)*100+ELDU(I, M)
GO TO 244
246 EP(J, M)=ELDU(I, J)*1000+ELDU(I, M)
244 CONTINUE
250 CONTINUE
DO 230 J=1,2
DO 229 M=J+1,3
IF(SIDE(N).EQ.EP(J, M)) GO TO 228
GO TO 229
228 IZ=INT(ELDU(I, J))
IZZ=INT(ELDU(I, M))
AKOK=SQRT(((ZX(IZ)-ZX(IZZ))**2)+((ZY(IZ)-ZY(IZZ))**2))
SM(I)=(H(N)*AKOK)/6
SEM(I)=-1*(BETA(N)*AKOK)/2
HM(I, J, J)=HM(I, J, J)+2*SM(I)
HM(I, M, M)=HM(I, M, M)+2*SM(I)
HM(I, J, M)=HM(I, J, M)+SM(I)
HM(I, M, J)=HM(I, M, J)+SM(I)
EC(I, J, 1)=EC(I, J, 1)+SEM(I)
EC(I, M, 1)=EC(I, M, 1)+SEM(I)
N=N+1
229 CONTINUE
230 CONTINUE
300 CONTINUE
RETURN
END

C. ***** ALTSUB *****
SUBROUTINE ALTSUB(EKM, EKX, EKY, HM, NE)
DIMENSION EKM(276,3,3), EKX(276,3,3), EKY(276,3,3), HM(276,3,3)
DO 400 I=1, NE
DO 400 J=1,3
DO 400 M=1,3
400 EKM(I, J, M)=EKX(I, J, M)+EKY(I, J, M)+HM(I, J, M)
RETURN
END

```

C. ***** YEDSUB *****

```

SUBROUTINE YEDSUB(ELDU,M,GKM,EKM,NP)
DIMENSION ELDU(276,3),M(183,10),GKM(183,183),EKM(276,3,3)
DO 500 I=1,NP
DO 500 J=1,NP
500  GKM(I,J)=0.
DO 600 I=1,NP
IR=M(I,1)
DO 590 J=2,IR+1
J3=M(I,J)
DO 550 II=1,3
D=REAL(I)
IF(ELDU(J3,II)-D)550,560,550
550  CONTINUE
GO TO 590
560  DO 540 IM=1,3
TEL=ELDU(J3,IM)
LEL=INT(TEL)
540  GKM(I,LEL)=GKM(I,LEL)+EKM(J3,II,IM)
590  CONTINUE
600  CONTINUE
RETURN
END

```

C. ***** SEKSUB *****

```

SUBROUTINE SEKSUB(GC,EC,ELDU,NE,NP)
DIMENSION GC(183,1),EC(276,3,1),ELDU(276,3)
DO 200 I=1,NP
GC(I,1)=0.
DO 100 I=1,NE
DO 100 J=1,3
ZEK=ELDU(I,J)
LEK=INT(ZEK)
100  GC(LEK,1)=GC(LEK,1)+EC(I,J,1)
RETURN
END

```

C. ***** GAUSS *****

```

SUBROUTINE GAUSS(GKM,NP,NBW,GC)
DIMENSION GKM(183,183),GC(183,1)
MJJ=NP-(NBW-1)
DO 100 I=1,NP-1
IF(I-MJJ)300,250,250
300  DO 120 J=I+1,I+NBW-1
C=GKM(J,I)/GKM(I,I)
GC(J,1)=GC(J,1)-(C*GC(I,1))
DO 120 K=I,I+NBW-1
120  GKM(J,K)=GKM(J,K)-(C*GKM(I,K))
GO TO 100
250  DO 140 J=I+1,NP
C=GKM(J,I)/GKM(I,I)
GC(J,1)=GC(J,1)-(C*GC(I,1))
DO 140 K=I,NP
140  GKM(J,K)=GKM(J,K)-(C*GKM(I,K))
100  CONTINUE
RETURN

```

```

      END
C. ***** BACKSUB *****
      SUBROUTINE BACKSUB(TO, GC, GKM, NP)
      DIMENSION TO(183), GC(183, 1), GKM(183, 183)
      TO(NP)=GC(NP, 1)/GKM(NP, NP)
      DO 100 I=NP-1, 1, -1
      TOP=0.
      DO 90 J=NP, I+1, -1
90      TOP=TOP+GKM(I, J)*TO(J)
100     TO(I)=(GC(I, 1)-TOP)/GKM(I, I)
      RETURN
      END

```

DUGUM NOKTASI SICAKLIKLERİ:

1.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	1007.30	C
2.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	1007.06	C
3.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	1003.92	C
4.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	992.80	C
5.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	994.42	C
6.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	996.59	C
7.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	999.17	C
8.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	1006.59	C
9.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	994.34	C
10.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	978.95	C
11.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	991.75	C
12.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	992.52	C
13.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	985.51	C
14.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	983.56	C
15.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	990.48	C
16.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	984.55	C
17.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	977.94	C
18.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	975.20	C
19.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	973.07	C
20.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	973.58	C
21.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	963.78	C
22.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	968.48	C
23.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	970.87	C
24.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	967.14	C
25.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	970.79	C
26.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	964.02	C
27.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	963.96	C
28.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	958.21	C
29.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	955.72	C
30.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	974.27	C
31.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	968.48	C
32.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	958.01	C
33.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	969.44	C
34.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	963.12	C
35.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	946.83	C
36.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	955.25	C
37.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	949.60	C
38.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	959.91	C
39.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	953.77	C
40.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	963.25	C
41.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	968.09	C
42.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	969.31	C
43.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	953.76	C
44.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	963.71	C
45.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	971.82	C
46.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	958.83	C
47.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	952.59	C
48.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	950.25	C
49.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	949.37	C
50.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	944.91	C
51.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	945.68	C
52.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	940.85	C
53.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	937.67	C
54.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	956.67	C
55.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	966.42	C
56.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	952.82	C

57.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	944.82	C
58.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	945.86	C
59.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	940.09	C
60.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	933.73	C
61.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	935.01	C
62.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	944.11	C
63.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	945.11	C
64.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	942.36	C
65.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	942.46	C
66.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	946.23	C
67.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	952.62	C
68.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	960.59	C
69.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	962.34	C
70.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	945.52	C
71.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	936.11	C
72.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	941.74	C
73.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	950.22	C
74.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	960.54	C
75.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	967.68	C
76.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	965.49	C
77.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	958.53	C
78.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	956.58	C
79.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	941.25	C
80.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	931.95	C
81.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	943.29	C
82.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	954.62	C
83.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	941.92	C
84.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	929.45	C
85.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	935.78	C
86.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	924.60	C
87.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	939.69	C
88.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	946.26	C
89.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	947.73	C
90.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	944.33	C
91.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	962.13	C
92.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	947.23	C
93.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	936.92	C
94.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	950.91	C
95.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	959.17	C
96.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	946.99	C
97.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	936.35	C
98.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	932.11	C
99.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	939.00	C
100.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	945.18	C
101.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	936.37	C
102.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	926.56	C
103.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	936.95	C
104.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	944.01	C
105.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	948.58	C
106.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	959.50	C
107.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	946.98	C
108.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	940.67	C
109.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	932.72	C
110.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	939.17	C
111.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	947.14	C
112.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	949.55	C
113.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	943.71	C
114.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	957.94	C

115.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	951.24	C
116.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	951.48	C
117.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	959.47	C
118.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	950.67	C
119.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	949.02	C
120.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	957.20	C
121.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	948.58	C
122.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	970.47	C
123.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	959.39	C
124.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	966.08	C
125.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	964.12	C
126.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	960.72	C
127.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	956.66	C
128.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	959.65	C
129.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	959.32	C
130.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	970.39	C
131.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	960.54	C
132.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	959.45	C
133.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	957.80	C
134.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	956.71	C
135.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	962.99	C
136.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	970.90	C
137.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	962.71	C
138.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	955.09	C
139.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	953.09	C
140.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	955.99	C
141.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	955.63	C
142.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	960.56	C
143.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	963.47	C
144.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	966.70	C
145.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	957.80	C
146.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	961.01	C
147.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	949.23	C
148.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	954.51	C
149.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	969.65	C
150.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	961.58	C
151.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	967.79	C
152.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	963.15	C
153.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	957.38	C
154.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	973.81	C
155.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	962.78	C
156.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	951.62	C
157.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	957.46	C
158.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	956.03	C
159.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	964.37	C
160.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	965.19	C
161.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	973.72	C
162.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	963.57	C
163.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	960.35	C
164.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	972.11	C
165.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	978.37	C
166.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	970.97	C
167.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	981.74	C
168.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	992.25	C
169.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	993.30	C
170.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	988.65	C
171.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	993.23	C
172.	NOKTANIN	SICAKLIGI	:	989.23	C

173.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	997.25	C
174.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	1006.17	C
175.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	999.80	C
176.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	999.07	C
177.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	1005.28	C
178.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	1002.65	C
179.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	1014.87	C
180.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	1017.35	C
181.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	1016.75	C
182.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	983.53	C
183.	NOKTANIN SICAKLIGI	:	956.45	C

EK-B



ANSYS 4.40
 SEP5 1992
 15:20:13
 PLOT NO. 1
 POSI1
 STRESS
 STEP=1
 TREF=1
 TREF
 SMN = 944.493
 SMX = 1055

ZU = 1.988
 DIST = 5.43
 XF = 5.075
 YF = 944.493
 956.743
 968.244
 973.496
 1006
 1018
 1030
 1042
 1055



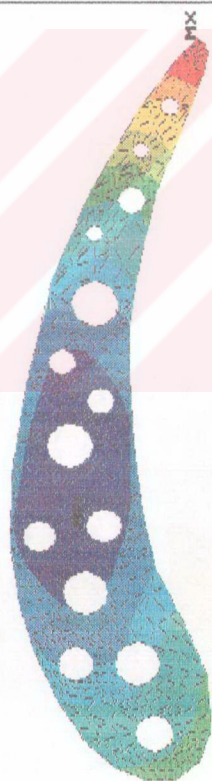
IGES file generated from an AutoCAD drawing by the IGES

```

ANSYS 4.40
SEP 5 1992
13:48:09
PLOT,NO,STRESS
POST1
SET,1
YTEMP=1
TEMP=930.214
SMN=1055
SMX=1655

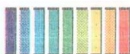
ZU Dist=1.588
X1=5.825
X2=324.345
Y1=957.937
Y2=957.938
Z1=985.662
Z2=985.662
1013
1027
1651
1655

```



IGES file generated from an AutoCAD drawing by the IGES

ANSYS 4.4a
 SEP 5 1992
 12:13:28
 PLOT NO. 1
 POST1, STRESS
 YIELD=1
 YIELD=1
 TEMP=1
 SMN=1020
 SMX=1113
 ZU DIST=1.988
 XF=3.935
 YF=1050
 1050
 1040
 1051
 1061
 1071
 1082
 1092
 1102
 1113



IGES file generated from an AutoCAD drawing by the IGES

ÖZGEÇMİŞ

Murat Çakan, 1967 yılında Edirne'de doğdu. İlk öğrenimini Edirne'de 1978'de, orta öğrenimini İstanbul Kadıköy Anadolu Lisesi'nde 1985 yılında tamamladı. 1986 yılında girdiği I.T.U. Makina Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümünden 1990 yılında mezun oldu. Aynı yıl I.T.U. Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Ana Bilim Dalı Enerji programına kayıt yaptırdı.

Halen I.T.U. Makina Fakültesi Termodinamik ve Isı Tekniği Ana Bilim Dalı'nda araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.