



**GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE GERÇEK SAYILAR
VE CUMHURİYET DÖNEMİ MATEMATİK
DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMLARINDAKİ YERİ**

Ayşenur TÜRKAY

Eskişehir 2025

**GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE GERÇEK SAYILAR VE CUMHURİYET DÖNEMİ
MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMLARINDAKİ YERİ**

Ayşenur TÜRKAY

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

Danışman: Prof. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN

Anadolu Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

Haziran 2025

Eskişehir

JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI

Ayşenur TÜRKAY'ın “Geçmişten Günümüze Gerçek Sayılar Ve Cumhuriyet Dönemi Matematik Dersi Öğretim Programlarındaki Yeri” başlıklı tezi 23/06/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından değerlendirilerek “Anadolu Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliği'nin ilgili maddeleri uyarınca, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı Matematik Programında Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

		<u>Ünvanı Adı Soyadı</u>	<u>İmza</u>
Üye (Danışman)	:	Prof. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN	
Üye	:	Doç. Dr. Figen UYSAL	
Üye	:	Dr. Öğr. Üy. Başak BARAK	

Prof. Dr. Nafiz Öncü CAN

Anadolu Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Müdürü

ÖZET

GEÇMİŞTEN GÜNÜMÜZE GERÇEK SAYILAR VE CUMHURİYET DÖNEMİ MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMLARINDAKİ YERİ

Ayşenur TÜRKAY

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı

Matematik Eğitimi Programı

Anadolu Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Ay Yıl

Danışman: Prof. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN

Bu araştırmada, gerçek sayı kavramının tarihsel gelişimi ile Cumhuriyet Dönemi boyunca yayımlanan ortaokul ve lise matematik dersi öğretim programlarında nasıl ele alındığını sistematik biçimde incelenmiştir. Araştırmanın amacı, kavramın program metinlerindeki temsillerini, kavramsal yapı içindeki konumunu ve zaman içindeki dönüşümünü ortaya koymaktır.

Kuramsal çerçevede Didaktik Dönüşüm Teorisi başta olmak üzere, öğretimsel aktarımı açıklayan çoklu yaklaşımlar kullanılmış; kazanımlar sezgisel, işlemsel ve formal düzeylerde sınıflandırılmıştır. Ayrıca kavramın diğer yapılarla ilişkisini göstermek amacıyla kavramsal ekolojiye dayalı diyagramlar ve tarihsel gelişimi yansıtan zaman çizelgeleri oluşturulmuştur.

Bulgular, gerçek sayıların uzun süre işlemsel düzeyde ele alındığını, sezgisel ve formal temsillere ise dönemsel olarak yer verildiğini göstermektedir. Son yıllarda kavram daha merkezi bir konuma taşınmaya çalışılsa da çoğunlukla araçsal işlevde kaldığı gözlemlenmiştir. 2024 programı ise çok boyutlu temsil ve kavramsal derinlik açısından bir kırılma noktasıdır. Bu yönüyle çalışma, gerçek sayıların öğretimsel tarihine ilişkin bütüncül bir çerçeve sunmaktadır.

Anahtar Sözcükler: Gerçek sayılar, Matematik dersi öğretim programları, Ekolojik model, Didaktik Dönüşüm Teorisi, Tarihsel analiz.

ABSTRACT

REAL NUMBERS FROM PAST TO PRESENT AND THEIR PLACE IN THE MATHEMATICS CURRICULA DURING THE REPUBLICAN ERA IN TURKEY

Ayşenur TÜRKAY

Department of Mathematics and Science Education

Programme in Mathematics Education Master's Program

Graduate School of Anadolu University, Month Year

Supervisor: Prof. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN

This study examines the historical development of the concept of real numbers and its treatment in Turkish middle and high school mathematics curricula during the Republican era. It aims to uncover how the concept is represented, positioned within the conceptual structure, and transformed over time.

Grounded in the Theory of Didactic Transposition and supported by multiple theoretical perspectives, the study classifies learning outcomes into intuitive, operational, and formal levels, analyzing their evolution across programs. Conceptual ecology-based diagrams and historical timelines were also used to reflect the concept's broader mathematical connections and temporal trajectory.

Findings reveal that real numbers were long approached at an operational level, with limited yet periodic attention to intuitive and formal representations. Although recent curricula attempt to centralize the concept, it often remains instrumental. The 2024 curriculum, however, marks a critical shift, presenting real numbers as a core and multidimensional construct. The study thus provides a comprehensive lens on the pedagogical evolution of this foundational concept.

Keywords: Real numbers, Mathematics Curricula, Ecological model, Theory of Didactic Transposition, Historical analysis.

TEŞEKKÜR

Akademik rehberliği, titiz yönlendirmeleri ve her aşamada verdiği destekle çalışmamın bilimsel derinliğine önemli katkılar sağlayan danışmanım Prof. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN'a, sonsuz teşekkürlerimi ve saygılarımı sunuyorum. Kendisinden öğrenmek, benim için büyük bir ayrıcalık olmuştur.

Tez jüri üyeleri Doç. Dr. Figen UYSAL ve Dr. Öğr. Üyesi Başak BARAK'a, değerli değerlendirmeleri, yapıcı geri bildirimleri ve katkıları için içten teşekkür ederim. Akademik birikimlerini benimle paylaşmaları, bu çalışmanın gelişimine anlamlı katkılar sağlamıştır.

Bu süreç boyunca her zaman yanımda olan, varlıklarıyla güç veren sevgili ailem Nermin TÜRKAY, Gürcan TÜRKAY, Kağan TÜRKAY ve Nur TÜRKAY'a, gösterdikleri sonsuz sabır, anlayış ve koşulsuz destekleri için en derin teşekkürlerimi sunarım. Onların desteği, bu çalışmanın tamamlanmasında en büyük dayanak olmuştur.

Ayrıca, her zaman yanımda olduklarını hissettiren, içtenlikleriyle bu süreci daha katlanabilir ve anlamlı kılan çok kıymetli arkadaşlarıma da içtenlikle teşekkür ederim.

Bu tez çalışmasının ortaya çıkmasında katkısı bulunan tüm kişi ve kurumlara en içten teşekkürlerimi sunarım.

ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ

Bu tezin bana ait, özgün bir çalışma olduğunu; çalışmamın hazırlık, veri toplama, analiz ve bilgilerin sunumu olmak üzere tüm aşamalarında bilimsel etik ilke ve kurallara uygun davrandığımı; bu çalışma kapsamında elde edilen tüm veri ve bilgiler için kaynak gösterdiğimi ve bu kaynaklara kaynakçada yer verdiğimi; bu çalışmamın Anadolu Üniversitesi tarafından kullanılan “Bilimsel İntihal Tespit Programı”yla tarandığını ve hiçbir şekilde “intihal içermediğini” beyan ederim. Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.

ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI

Bu tezi hazırlarken ChatGPT üretken yapay zekâ programlarından destek aldığımı beyan ederim. Tezin hazırlığı aşamasında üretken yapay zekâ programlarından biri olan ChatGPT'den destek alarak akademik yazım, dilbilgisel düzenleme ve çeviri gibi alanlarda katkı sağladım. Üretken yapay zekâ programlarından aldığım bilgilerin doğruluğunu kontrol ettiğimi bildiririm.

Herhangi bir zamanda, çalışmamla ilgili yaptığım bu beyana aykırı bir durumun saptanması durumunda, ortaya çıkacak tüm ahlaki ve hukuki sonuçları kabul ettiğimi bildiririm.



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
JÜRİ VE ENSTİTÜ ONAYI.....	iii
ÖZET	iv
ABSTRACT.....	v
ETİK İLKE VE KURALLARA UYGUNLUK BEYANNAMESİ.....	vii
ÜRETKEN YAPAY ZEKÂ KULLANIM BEYANI	viii
İÇİNDEKİLER	ix
Sayfa.....	ix
TABLolar DİZİNİ.....	xii
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xiii
KISALTMALAR DİZİNİ	xiv
1 GİRİŞ	1
1.1 Problem Durumu	2
1.2 Amaç.....	4
1.3 Önem	4
1.4 Sınırlılıklar.....	5
2 GERÇEK SAYILARIN TARİHSEL SÜRECİ.....	7
2.1 İrrasyonel Sayılar Krizi.....	7
2.2 Dedekind ve Gerçek Sayıların İnşası.....	8
2.3 Cantor ve Gerçek Sayılar	9
2.4 Sonsuz Küçüklerden Gerçek Sayılara.....	11
2.5 20. Yüzyıldan Günümüze Gerçek Sayılar.....	13
3 KAVRAMSAL ÇERÇEVE.....	17
3.1 Gerçek Sayıların Öğretiminde Kuramsal Arka Plan: Tarihsel ve Didaktik Bir Yaklaşım	17
3.2 Gerçek Sayılar Öğretiminin Ekolojik Modeli	19
3.3 Gerçek Sayılar Öğretiminde Kullanılan Yaklaşımlar: Sezgisel, İşlemsel ve Formal Perspektifler	20

3.3.1 Sezgisel yaklaşım	21
3.3.2 İşlemsel yaklaşım.....	22
3.3.3 Formal yaklaşım.....	22
3.4 İlgili Araştırmalar	23
3.4.1 Türkiye’de matematik dersi öğretim programlarının tarihsel gelişimine yönelik çalışmalar	23
3.4.2 Sayı kümeleri ve gerçık sayıların öğretime yönelik çalışmalar	25
4 YÖNTEM	27
4.1 Araştırma Modeli.....	27
4.2 Veri Toplama.....	27
4.3 Veri Analizi.....	28
4.3.1 Geçerlik ve güvenirlik.....	29
5 BULGULAR.....	30
5.1 1924 ve 1930 Yılları Arasında Matematik Dersi Öğretim Programları.....	31
5.2 1938 Matematik Dersi Öğretim Programları	34
5. 3 1949 ve 1952 Matematik Dersi Öğretim Programları	38
5. 4 1970 ve 1977 Matematik Dersi Öğretim Programları	42
5. 5 1987 ve 1988 Matematik Dersi Öğretim Programları	46
5. 6 1990 ve 1991 Matematik Dersi Öğretim Programları	51
5. 7 1998 Matematik Dersi Öğretim Programları	58
5. 8 2005 ve 2009 Matematik Dersi Öğretim Programları	65
5. 9 2013 Matematik Dersi Öğretim Programları	72
5. 10 2018 Matematik Dersi Öğretim Programları	79
5. 11 2024 Matematik Dersi Öğretim Programları – Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli ...	85
6 SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER.....	90
6.1 Sonuç	90
6.2 Tartışma.....	95
6.3 Öneriler	98
6.3.1 Öğretim programı geliştiricilere yönelik öneriler	98
6.3.2 Öğretmenlere yönelik öneriler	98
6.3.3 Araştırmacılara yönelik öneriler	99
6.3.4 Öğretim materyalleri ve kitaplara yönelik öneriler	99
KAYNAKÇA.....	100

EKLER 105



TABLÖLER DİZİNİ

Sayfa

Tablo 5.1.1 1924 ve 1930 Yılları Arasındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar.....	32
Tablo 5.2.1 1938 Yılında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar	35
Tablo 5.3.1 1949 ve 1952 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar.....	39
Tablo 5.4.1 1970 ve 1977 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar.....	43
Tablo 5.5.1 1987 ve 1988 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar.....	47
Tablo 5.6.1 1990 ve 1991 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar.....	53
Tablo 5.7.1 1998 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar	59
Tablo 5.8.1 2005 ve 2009 Yıllarındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar	66
Tablo 5.9.1 2013 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar	73
Tablo 5.10.1 2018 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar	80
Tablo 6.1.2 Gerçek Sayıların Öğretim Programlarında Sezgisel, İşlemsel ve Formal Yaklaşımlarla Ele Alınışı (1924–2024)	93

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa

Şekil 5.1.1 1924 ve 1930 Yılları Arasında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	34
Şekil 5.2.1 1938 Programında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	37
Şekil 5.3.1 1949 ve 1952 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	41
Şekil 5.4.1 1970 ve 1977 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	45
Şekil 5.5.1 1987 ve 1988 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	51
Şekil 5.6.1 1990 ve 1991 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	58
Şekil 5.7.1 1998 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	64
Şekil 5.8.1 2005 ve 2009 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	71
Şekil 5.9.1 2013 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	78
Şekil 5.10.1 2018 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	85
Şekil 5.11.1 2024 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması	89
Şekil 6.1.1 Gerçek Sayıların Öğretim Programlarındaki Tarihsel Seyri	91

KISALTMALAR DİZİNİ

MEB: Millî Eğitim Bakanlığı

NCTM: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)

OECD: Organisation for Economic Co-operation and Development (Ekonomik İş Birliği ve Kalkınma Örgütü)

UNICEF: United Nations International Children's Emergency Fund (Birleşmiş Milletler Uluslararası Çocuklara Acil Yardım Fonu)

1 GİRİŞ

Sayı kavramı, insanlık tarihinin en temel ihtiyaçlarından biri olarak Mezopotamya’da yerleşik yaşamla birlikte ortaya çıkmış ve matematiksel düşüncenin gelişiminde kritik bir rol oynamıştır (Launay, 2016). Günlük hayatın ihtiyaçlarından doğan bu kavram, zamanla soyutlaşarak sistematik bir yapı kazanmış ve matematik biliminin temelini oluşturmuştur. Sayıların ortaya çıkışından bu yana geçen süreç, matematiksel kavramların kültürel, bilimsel ve epistemolojik dönüşümünü anlamak için önemli bir bakış açısı sunar.

Hırsızlıklardan korunmak için kaç tane hayvanlarının olduğunu bilmeye ihtiyaç duyan insanlar jetonlar ve kil parçaları gibi yöntemler kullanmaya başlamışlardır. Kil tabletlerin kullanılmaya başlanması ile yazının ortaya çıktığı söylenilmektedir. M.Ö. 3 binli yıllara kadar sayılar nesnelerden bağımsız hale gelmeden kullanılmıştır. Yani sayılar birer varlık olarak benimsenmiştir. Daha sonra sayılara dair çeşitli anlamlandırma süreçleri yaşanmış ve sayı, soyut bir hal alarak soyutlama bilimi olan matematiğin gelişimine yol açmıştır. İnsanlar sayıların kullanımıyla birlikte dünyayı çözümüleme ve anlamlandırma isteklerini karşılamışlar ve hatta onları çok daha ileri düşünmelere götürecek bir araç icat etmişlerdir (Launay, 2016).

Tarihsel süreçte yaşanan birçok gelişme, insanlığın sayılara olan gereksinimini giderek artırmıştır. Antik Yunan’da Sayıların Babası olarak anılan Pisagor, evrendeki her şeyin temelinde sayıların yattığını ileri sürmüştür. Onun öncülüğünde kurulan okulda ise gerçekliğin farklı boyutlarını ve görünümelerini anlamanın yolunun sayı, oran ve dolayısıyla matematikten geçtiğine inanan öğrenciler ve takipçiler yer almıştır (Launay, 2016). Sayıların olmaması durumunda dünyada herhangi bir düzen olamayacağını düşünen Pisagorcular, kendilerini sayıların tüm özelliklerini keşfetmeye adanmışlardır. Sayılar ile ilgili teklik, çiftlik, sınırlılık ve sınırsızlık gibi konularda matematik dünyası için büyük keşiflere imza atmışlardır. Ancak bu dönemde sayılar yalnızca tam sayılar ve onların oranları ile sınırlı kalmış, matematiksel düşünce henüz sayıların daha geniş bir yapıya sahip olduğunu fark etmemiştir.

Pisagorcuların her şeyin sayı olduğu inancı, matematiksel düşünceye önemli bir temel sağlasa da zamanla sayı sistemlerinin sınırlı olmadığına dair yeni keşifler ortaya çıkmıştır. Ancak, bir karenin köşegeni ile kenarı arasındaki oranlanamazlık keşfi, matematiksel düşüncede derin bir krize yol açmıştır. Bu süreç, sayıların

anlamlandırılmasında yeni bir dönemin başlangıcı olmuş ve gerçek sayıların doğuşuna zemin hazırlamıştır. Matematiksel düşünce tarihinin dönüm noktalarından biri irrasyonel sayıların keşfiyle yaşanmıştır. Doğruyu bilme ve anlama merakıyla şekillenen bu süreç, sayı sisteminin sınırsız doğasını ortaya koymuş ve matematiksel düşüncenin sınırlarını genişletmiştir (Altun, 2010; Yavuzsoy-Köse, 2016). İrrasyonel sayıların keşfi, sayı kavramının yalnızca tam sayı ve rasyonel sayı sistemleriyle sınırlı olmadığını göstererek, gerçek sayıların doğuşuna zemin hazırlamıştır. Gerçek sayıların nasıl ortaya çıktığını ve hangi süreçler sonucunda sayı sistemlerinin şekillendiğini anlamak önemlidir. Bu doğrultuda, matematik tarihinde yaşanan bazı önemli olayların, gerçek sayı kavramının gelişiminde belirleyici bir etkiye sahip olduğu görülmektedir. Özellikle sayı sistemlerinin sınırlarını zorlayan bu durumlar, matematiksel düşüncenin evrilmesine katkıda bulunmuş ve gerçek sayıların tarihsel gelişim sürecinde dönüm noktaları olarak kabul edilmiştir. Bu nedenle, gerçek sayıların öğretimi üzerine yapılan bu çalışmada, matematik tarihine bir yolculuk yapılmış ve bu sayıların nasıl geliştirildiği, bu sayıları hangi matematiksel ihtiyaçların ortaya çıkardığı ve bu süreçte yaşanan önemli dönüşümler incelenmiştir. Böylece, gerçek sayıların tarihsel gelişimine ışık tutularak, matematiksel düşüncenin evrimindeki kritik adımlar açıklığa kavuşturulmuştur.

Gerçek sayıların tarihsel gelişim süreci yalnızca matematiksel düşüncenin evrimini değil aynı zamanda bu düşüncenin eğitimde nasıl sunulması gerektiğini de şekillendirmiştir. Bu tarihsel birikimin öğretim programlarında nasıl yansıma bulduğunu görmek, öğrencilerin sayı kavramını nasıl yapılandırdıklarını anlamak açısından büyük önem taşımaktadır. Bu yönüyle, tarihsel sürecin izini sürmek, yalnızca matematiksel değil aynı zamanda öğretimsel yaklaşımların şekillenmesi açısından da önem taşımaktadır.

1.1 Problem Durumu

Matematiksel kavramlar, bireyin zihninde kavramsal yapıların anlamlı bir biçimde inşa edilmesiyle derinlik kazanmaktadır. Bu bağlamda sayı kavramı, yalnızca sayma işleminin aracı değil aynı zamanda insan zihninin soyutlama yetisinin gelişimini simgeleyen köklü bir düşünsel üründür. Bu gelişimin önemli bir durağı olan gerçek sayılar, sayı sisteminin bütüncül yapısını oluşturarak matematiksel düşünmenin kavramsal zeminini şekillendirmiştir (Courant & Robbins, 1996). Gerçek sayıların, irrasyonel sayıların keşfi ile birlikte tam ve rasyonel sayılar sistemini aşan bir ihtiyaçtan

doğması, matematiksel düşüncede derin bir epistemolojik dönüşümün de habercisi olmuştur.

Matematik öğretimi açısından değerlendirildiğinde, kavramlar yalnızca işlemsel değil aynı zamanda kavramsal ve formal düzeyde sunulması gereken çok katmanlı bir yapıya sahiptir. Ancak yapılan araştırmalar, öğrencilerin matematiksel kavramları çoğu zaman yalnızca semboller ve işlemler düzeyinde algıladığını, kavramın bütüncül yapısını kavramakta zorlandıklarını ortaya koymaktadır (Duval, 2006; Türkdoğan vd., 2015). Bu durum, öğretim süreçlerinde kavramsal sezdirme, temsiller arası geçiş ve kavramlar arası ilişkilendirme gibi pedagojik stratejilerin yeterince kullanılmadığını düşündürmektedir (Sfard, 1991; Tall, 1992).

Türkiye’de matematik öğretim programlarının gelişimi üzerine yapılan çalışmalar, genellikle programların genel yapısını, yaklaşım değişimlerini ya da öğrenme alanlarının biçimsel dönüşümünü odağına almıştır (Özmantar vd., 2018; Zeybek, 2012). Ancak gerçek sayılar gibi belirli bir matematiksel kavramın öğretim programlarında nasıl ele alındığını, hangi dönemlerde nasıl sunulduğunu, hangi kavramlarla ilişkilendirilerek verildiğini sistematik biçimde inceleyen çalışmalar oldukça sınırlıdır.

Bu boşluk, özellikle öğretim programlarında kullanılan pedagojik yaklaşımların (sezgisel, işlemsel, formal) nasıl değiştiği, bu değişimlerin öğrencilerin öğrenme sürecine nasıl yansıdığı ve bu değişimlerin altında yatan eğitim politikalarının ne olduğu gibi temel soruların yeterince ele alınmamasından kaynaklanmaktadır. Nitekim National Council of Teachers of Mathematics (2000) raporu, kavramların anlamlandırılması ve öğrencilerde matematiksel düşünmenin geliştirilmesi için çoklu temsiller, kavramsal ilişkilendirme ve problem temelli yapıların vazgeçilmez olduğunu vurgulamaktadır.

Son yıllarda yapılan program güncellemeleri, dönemin gerektirdikleri ile birlikte matematiksel kavramların sunum biçimlerinde belirgin yapısal ve pedagojik değişimleri beraberinde getirmiştir. Bu değişimlerin, geçmişte benimsenen anlayışlarla ne ölçüde örtüştüğü ya da hangi gerekçelere dayandığı ise literatürde hala sınırlı biçimde ele alınmaktadır.

Gerçek sayıların öğretim programlarında nasıl yapılandırıldığına, hangi kuramsal ve pedagojik yaklaşımlarla sunulduğuna ve bu yapıların zaman içinde nasıl değiştiğine ilişkin bütüncül bir değerlendirme ihtiyacı açıktır. Bu noktada, gerçek sayılar kavramına ilişkin sunumların tarihsel süreçte geçirdiği dönüşümleri sistematik olarak ortaya

koymak, yalnızca bu kavramın değil aynı zamanda matematiksel düşüncenin gelişim çizgisini anlamlandırmak açısından da önem taşımaktadır.

Bu araştırma, söz konusu ihtiyaca yanıt vermek üzere tasarlanmıştır. Türkiye’deki matematik dersi öğretim programlarında gerçek sayılar kavramının sunumunu; tarihsel bağlam, öğretimsel yaklaşım ve eğitim politikaları ekseninde ele almayı amaçlamaktadır. Çalışmanın amacı, izleyen başlıkta ayrıntılı biçimde açıklanacaktır.

1.2 Amaç

Matematik dersi öğretim programları, belirli dönemsel yaklaşımlar doğrultusunda yeniden yapılandırılmıştır. Bu süreçte içeriklerin sunumu, kavramların sıralanışı ve pedagojik vurgu noktaları zaman içinde değişim göstermiştir. Ancak bu dönüşüm, çoğunlukla öğretim programlarının bütüncül yapısı üzerinden ele alınmakta; belirli matematiksel kavramların tarihsel akış içindeki yeri ve sunum biçimleri ise daha sınırlı düzeyde irdelenmektedir. Özellikle gerçek sayılar gibi soyut düzeyi yüksek, kavramsal inşası karmaşık olan yapıların öğretim programlarında nasıl konumlandığı, hangi pedagojik anlayışlarla ilişkilendirildiği ve bu anlayışların zaman içinde nasıl dönüştüğü önemli bir araştırma ihtiyacına işaret etmektedir.

Bu çalışma, gerçek sayılar kavramının farklı dönemlerdeki matematik dersi öğretim programlarında nasıl ele alındığını sistematik biçimde inceleyerek, kavramın öğretimsel tarihine ışık tutmayı ve bu süreçte yaşanan pedagojik değişimleri görünür kılmayı amaçlamaktadır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki sorulara yanıt aranacaktır.

- Türkiye’deki matematik dersi öğretim programlarında gerçek sayılar kavramı nasıl ele alınmıştır?
 - Gerçek sayı kavramı nasıl bir ekosistem içerisinde yer almaktadır?
 - Gerçek sayıların öğretiminde benimsenen yaklaşımlar nelerdir?
- Gerçek sayı kavramının ele alınış biçimlerinin zaman içindeki değişimler nasıldır?
- Bu değişimler, hangi eğitim politikaları ve yaklaşımlarla ilişkilidir?

1.3 Önem

Bu araştırma, gerçek sayıların matematik dersi öğretim programlarındaki yerini tarihsel ve pedagojik bir perspektifle ele alarak, matematik eğitiminin gelişimine ışık tutmayı amaçlamaktadır. Gerçek sayılar, matematiksel düşüncenin yapı taşlarından biri

olmasına rağmen, bu kavramın öğretim programlarında nasıl ele alındığı ve zamanla nasıl değiştiği üzerine yapılan çalışmalar oldukça sınırlıdır. Türkiye'deki matematik dersi öğretim programlarının Cumhuriyet Dönemi'nden günümüze kadar geçirdiği dönüşümleri incelemek, eğitim politikalarının matematik öğretimi üzerindeki etkisini anlamak açısından kritik bir öneme sahiptir.

Cumhuriyet Dönemi'nden itibaren matematik dersi öğretim programlarında yapılan düzenlemeler, gerçek sayılar kavramının öğretimine yönelik içerik ve yaklaşımların nasıl değiştiğini anlamamıza olanak sağlayabilir. Bu çalışmanın, öğretim programlarının tarihsel bağlamını ve gerçek sayıların öğretim programlarındaki gelişim süreçlerini analiz ederek, matematik eğitimi alanında önemli bir bilgi birikimi oluşturmaya beklenmektedir.

Bu çalışma, matematik eğitiminin temel yapı taşlarından biri olan gerçek sayılar kavramının öğretim programlarındaki tarihsel gelişimini ortaya koyarak, alan yazındaki önemli bir boşluğun giderilmesine katkı sağlamayı amaçlamaktadır. Araştırma bulgularının, sayı kavramının ve özellikle gerçek sayıların öğretimine yönelik daha bütüncül, kavramsal ve döneme özgü yaklaşımlar geliştirilmesine zemin hazırlayacağı öngörülmektedir. Bu yönüyle çalışma, sayı kümelerinin öğretiminde karşılaşılan kavramsal kopuklukların öğretim programlarının daha tutarlı bir biçimde yapılandırılmasına katkı sunabilecek nitelikte bir referans çerçevesi oluşturmaktadır.

1.4 Sınırlılıklar

Çalışmanın kapsamını belirleyen sınırlılıklar aşağıda verilmiştir:

1. Erişilebilen Program Belgeleri ile Sınırlılık: Bu çalışma, yalnızca ulaşılabilen ve içeriklerine erişim sağlanabilen öğretim programları ile sınırlıdır. Bazı dönemlere ait öğretim programlarının özgün belgelerine ulaşamamış, bu durumlarda güvenilir akademik kaynaklar (örneğin Sami Zeybek'in Matematik Programlarının Gelişimi adlı kitabı) kullanılmıştır.
2. Ders Materyallerine Erişim ile ilgili Sınırlılık: Bu çalışma, yalnızca öğretim programları temelinde yürütülmüş olup ilgili dönemlere ait matematik dersi ders kitapları incelenmemiştir. Bu nedenle analizler, öğretim programlarında yer alan amaç, içerik ve kazanımlar üzerinden gerçekleştirilmiş; öğretim sürecinin uygulama düzeyine ilişkin doğrudan materyal temelli değerlendirmeler

yapılmamıştır. Bu durum, kavramın öğretim materyallerine ve sınıf içi temsil biçimlerine ilişkin yorumların kapsamını sınırlamaktadır.

3. Programlardaki Belge Bütünlüğü ile Sınırlılık: Bazı öğretim programlarının yalnızca birinci devrelere ya da belirli sınıf düzeylerine ait belgeler elde edilebilmiştir. Bu nedenle değerlendirmeler yalnızca ulaşılabilen bölümler üzerinden gerçekleştirilmiştir. Örneğin, 1926 yılına ait ortaokul programının yalnızca birinci devresine ulaşılabilmiş; ikinci devre içerikleri değerlendirmenin dışında bırakılmıştır.
4. Programların Resmi Yayınlanma Biçimleri ile Sınırlılık: Bazı öğretim programlarının resmî olarak yayınlanmadığı ya da yalnızca il içi uygulamalar veya pilot çalışmalar kapsamında kullanıldığı tespit edilmiştir. Bu programlar çalışmaya dahil edilmemiştir.
5. Kazandırılmak İstenen Beceriler ve Değerler Dışında, Gerçek Sayılar Odaklı Sınırlılık: Çalışmada yalnızca sayılar öğrenme alanı ve gerçek sayılar konusuyla doğrudan ilişkili olan kazanımlar değerlendirilmiştir. Bu nedenle öğretim programlarının tamamı değil, konu bazlı olarak sınırlı bir içerik analizi yapılmıştır.
6. Programların Kendi Dönemsel Bağlamlarında Değerlendirilmesi: Araştırma, öğretim programlarını yalnızca metinsel içerik üzerinden değerlendirmekte; programların uygulamadaki yansımaları, öğretmen görüşleri, öğrenci başarı düzeyleri veya ulusal/uluslararası sınav sonuçları gibi uygulama verilerini kapsamamaktadır.

2 GERÇEK SAYILARIN TARİHSEL SÜRECİ

2.1 İrrasyonel Sayılar Krizi

Pisagorcular, matematik felsefesinde özellikle oranlanabilirlik üzerine yoğunlaşmışlardır. Ancak bir karenin köşegen ile kenar uzunluğunun oranlanamaz ilişkisinin oranlanamaz yani irrasyonel olduğunu fark etmeleri, matematik tarihinde ciddi bir kırılmaya neden olmuştur. Bu keşif, özellikle $\sqrt{2}$ gibi köklü sayıların irrasyonel doğasının anlaşılmasıyla daha da derinleşmiş ve sayı anlayışında köklü bir dönüşümü tetiklemiştir (Arcavi, Bruckheimer ve Ben-Zvi, 1987).

Anlatılara göre, Pisagor Okulu'nun bir üyesi olan Hippasus, M.Ö. 5. yüzyılda bir karenin köşegeninin uzunluğunun, kenar uzunluğuna oranının iki tam sayının oranı şeklinde ifade edilemeyeceğini matematiksel olarak kanıtlamıştır. Bu buluş, Pisagorcuların “evrendeki her şey sayıdır” anlayışıyla doğrudan çelişmiş ve okul içinde büyük bir krize yol açmıştır.

Bu olay, yalnızca Pisagor Okulu'nun içsel dinamiklerini değil, aynı zamanda matematiksel düşüncenin evrimini de derinden etkilemiştir. İrrasyonel sayıların varlığına yönelik bu erken dönem keşif, sayı kavramının sınırlarının sorgulanmasını sağlamış ve rasyonel sayıların ötesinde yeni bir sayı sisteminin kabulüne zemin hazırlamıştır. Ancak bu gelişme, evrenin bütünüyle ölçülebilir ve düzenli olduğuna inanan Pisagorcu düşünce açısından büyük bir ideolojik sarsıntı anlamına gelmiştir.

Bu krizin ardından irrasyonel sayıların geometrik temellerle ele alınması ihtiyacı doğmuş ve bu konuda Öklid önemli bir katkı sunmuştur. Yavuzsoy-Köse'nin (2016) aktardığına göre, Sirotic ve Zazkis (2007) irrasyonellik kavramının teorik temelini, M.Ö. 400'de Eudoxus tarafından irrasyonel büyüklükleri temellendirmek amacıyla geliştirilen orantılar teorisine dayandığını belirtmiştir. Bu yaklaşımın, daha sonra Öklid'in Elementler adlı eserinde sistematik biçimde ele alındığı ve irrasyonel sayıların klasik geometrik yapı içinde anlamlandırıldığı ifade edilmektedir. M.Ö. 300'lü yıllarda yazılan Stoikheia yani Elementler, irrasyonel sayıların geometrik yöntemlerle sistematik olarak incelendiği ilk kapsamlı eserlerden biridir (Kline, 1972, akt. Arcavi, Bruckheimer ve Ben-Zvi, 1987). Meserve (1983), Öklid'in irrasyonel sayıların varlığını doğrudan sayılar üzerinden değil, geometrik bir temele dayandırarak doğru parçalarının uzunluklarının

oranlanamazlığıyla ortaya koyduğunu belirtmiştir (akt. Arcavi, Bruckheimer ve Ben-Zvi, 1987).

Pisagorculardan sonra ortaya çıkan kriz, matematiksel düşüncenin daha disiplinli ve tutarlı bir biçimde ilerlemesinin önünü açmıştır. Öklid'in geometrik yöntemlere dayalı katkıları, ilerleyen dönemlerde sayı sistemlerinin soyut yapısını anlamaya yönelik cebirsel ve aritmetik teorilerin geliştirilmesinde temel bir referans noktası olmuştur. İrrasyonel sayıların keşfi ile başlayan süreçte matematiksel olarak birçok yeni gelişme ve ilerleme kaydedilmiştir. Ancak 1800'lü yılların sonuna kadar gerçek sayılar hakkındaki bilgiler kesin ve net bir biçimde oluşturulamamıştır (Stillwell, 2010). Matematiksel sistemlerin kesin, tutarlı ve eksiksiz bir şekilde inşa edilmesi, uzun yıllar süren çalışmaları gerektirmiştir. Bu süreç, ancak 19. yüzyılın sonlarında Heine, Dedekind ve Cantor gibi matematikçilerin katkılarıyla tamamlanabilmiştir (Ergün, 1994). İrrasyonel sayıların, matematikçiler tarafından hala gizemli olarak kabul edildiği bilinmektedir. 19. yüzyılda Dedekind ve diğer matematikçilerin katkılarıyla bu kriz matematiksel olarak çözüme kavuşturulmuş olsa da hem matematiksel hem de kültürel açıdan bu konunun etkilerinin tamamen silinmediği ifade edilmektedir (Assude, 1994).

2.2 Dedekind ve Gerçek Sayıların İnşası

19. yüzyılın ikinci yarısı, irrasyonel sayıların matematiksel temellerinin oluşturulmasında dönüm noktası olmuştur. Alman matematikçi Richard Dedekind, irrasyonel sayıların, rasyonel sayılar kümesinin ötesine geçen bir yapı olduğunu ortaya koymuştur. Dedekind, rasyonel sayılar arasındaki ayrımları kesimler yöntemiyle tanımlayarak, irrasyonel sayılara yönelik bir açıklama geliştirmiş ve sayı sisteminin sürekliliğini matematiksel bir temel üzerine oturtmuştur (Dedekind, 1901; Kline, 1972). Ercan (2022), Dedekind'in 1858'de yazdığı ve 1872'de yayımladığı *Continuity and Irrational Numbers* adlı çalışmasında, irrasyonel sayıların matematiksel konumunu tanımlamak amacıyla geliştirdiği yaklaşımı ortaya koyduğunu ifade etmektedir. İrrasyonel sayıların yapılandırılmasında temel bir yaklaşım olarak kabul edilen *Dedekind Kesimleri*, matematiksel düşüncenin gelişiminde önemli bir dönüm noktası olmuştur. Bu yöntem, sağlam temellere dayanan yapısı ve kavramsal bütünlüğü ile günümüzde de geçerliliğini korumakta ve matematik disiplinine katkı sağlamayı sürdürmektedir.

Dedekind, gerçek sayıları tanımlarken rasyonel sayılar kümesini belirli kesimlere ayırma fikrini kullanmış ve bu kesitlerin matematiksel bir düzen içinde ifade

edilebileceğini ileri sürmüştür. Dedekind (1901) gerçek sayıların, rasyonel sayı kümesinin belirli bir noktadan itibaren iki ayrı alt kümeye bölünmesine dayalı bir yaklaşımla tanımlanabileceğini ifade etmiştir. Bu yaklaşım, irrasyonel sayıların yalnızca rasyonel sayıların bir uzantısı olmadığını, aynı zamanda mantıksal ve sistematik bir yapıya sahip olduğunu göstermiştir. Bu sayede irrasyonel sayılar, soyut bir kavram olmanın ötesine geçerek matematiksel analizde kullanılabilir bir temel haline getirilmiştir. Kline (1972), Dedekind'in kesimler teorisini, matematiğin mantıksal yapısını oluşturan çok yönlü bir yaklaşım olarak değerlendirmekte ve bu teorinin irrasyonel sayıların gerçek sayı kümesine entegrasyonunu sağladığını ifade etmektedir.

Dedekind'in çalışmaları, irrasyonel sayıların tanımlanması ve gerçek sayılar kümesinin tamamlanmış bir yapı olarak ele alınması açısından oldukça önemli bir dönüm noktasıdır. Kesimler teorisi, irrasyonel sayıların matematiksel bir temele oturtulmasını sağlarken, matematiğin soyut düşünceye dayalı daha kapsamlı bir yapıya evrilmesine olanak tanımıştır. Bu yenilikçi yaklaşım, irrasyonel sayıların yalnızca tanımlanmasını değil, aynı zamanda matematiksel sistemler içinde mantıklı bir düzenle yer almasını sağlamış ve matematiğin farklı alanlarına süreklilik ve mantıksal bütünlük açısından büyük katkılar sunmuştur. Dedekind'in bu yenilikleri, modern matematiğin temel taşlarını oluşturmuş ve matematiğin soyut bir bilim olarak gelişimine büyük bir ivme kazandırmıştır.

Dedekind'in irrasyonel sayıların tanımına yönelik geliştirdiği kuramsal yaklaşım, bu sayıların matematiksel sistem içindeki konumunu güçlendirmiş ve gerçek sayıların bütünlüğünü sağlayan yapısal bir temel oluşturulmuştur. Kesitler yöntemi ise yalnızca irrasyonel sayıların kavramsallaştırılmasında değil aynı zamanda sonsuzluk ve süreklilik gibi temel matematiksel kavramlara ilişkin anlayışta da köklü bir dönüşüm yaratmıştır.

2.3 Cantor ve Gerçek Sayılar

19. yüzyılın sonlarında Georg Cantor, matematik dünyasında ezber bozan bir yaklaşımla sonsuz kümelerle cesurca yönelmiş ve bu alanda derinlemesine çalışmalar yaparak kümeler kuramının temellerini atmıştır. İlk başta gereksiz ve faydasız bir uğraş olarak görülen kümeler kuramı, zamanla birçok matematiksel problemin çözümünde kilit bir rol oynamış ve modern matematiğin yapı taşlarından biri haline gelmiştir.

Georg Cantor, 1874'te yayımladığı çalışmasıyla, sonsuz kümelerin büyüklük bakımından birbirinden farklı olabileceğini ortaya koyarak matematiğin sınırlarını

genişletmiştir. Cantor, kümeyi zihnimizin açıkça algılayabildiği nesnelerden oluşan bir bütün olarak tanımlamıştır (Nesin, 2017). Bugün ise küme kavramı, modern matematiğin temeli olarak kabul edilmektedir. Matematiğin tüm diğer kavramları, bu temel üzerine inşa edilerek anlam kazanmaktadır. Nesin’e (2017) göre, matematikte “küme” ve “ Ğesi olmak” kavramları, tıpkı bir dili anlamak için önceden o dile aşinalık gerektiren bir sözlük gibi, tanımlanmadan kabul edilmesi gereken temel kavramlar olarak ele alınmaktadır. Bu iki temel kavram üzerine inşa edilen matematiksel yapılar, diğer tüm kavramları kesin bir biçimde tanımlayarak açıklık sağlamaktadır.

Cantor, geliştirdiği kümeler teorisi aracılığıyla, irrasyonel ve gerçek sayıların yalnızca soyut kavramlar olmaktan çıkarılıp, matematiksel düzen ve yapı içerisinde mantıksal bir temele oturtulmasını sağlamıştır. Bu yaklaşım, sayı sistemlerinin eksiksizliğini ve sürekliliğini açıklamada devrim niteliğinde bir adım olmuş; aynı zamanda matematikte sonsuzluk kavramının derinlemesine incelenmesine de olanak tanımıştır (Cantor, 1915). Özellikle, gerçek sayıların tanımını rasyonel ve irrasyonel sayıları kapsayacak şekilde genişletmesi, matematiksel yapıların yeniden yorumlanmasına zemin hazırlamıştır. Cantor, sonsuzluk kavramını matematiksel bir kesinlik düzeyine taşımak amacıyla kümeler arasındaki birebir eşleme ilişkisini esas almıştır. Doğal sayılar kümesini referans noktası olarak kullanarak, bu küme ile birebir eşlenebilen kümeleri sayılabilir olarak tanımlamış ve rasyonel sayıların bu gruba dahil olduğunu ispatlamıştır. Buna karşılık, gerçek sayıların sayılabilir olmadığını göstererek sonsuzluk kavramının tek boyutlu olmadığını; farklı büyüklükte sonsuzlukların varlığını ortaya koymuştur (Erdoğan &  zdemir-Erdoğan, 2023).

Erdoğan ve  zdemir-Erdoğan (2023)’a göre Cantor’un yaklaşımı, sonsuzluk kavramını soyut bir düşünce alanı olmaktan çıkararak, kümeler teorisine dayalı sistematik, karşılaştırılabilir ve hiyerarşik bir yapıya dönüştürmüştür. Böylece uzun süre felsefi tartışmaların merkezinde yer alan bu kavram, matematiksel temeller üzerinden ele alınabilir bir çerçeveye kavuşmuştur.

Gerçek sayıların mantıksal yapısını inşa ederken Cantor, Cauchy tarafından geliştirilen yakınsak diziler kavramından önemli ölçüde yararlanmıştır. Cauchy’nin geliştirdiği bu diziler, matematiksel süreklilik ve limit kavramlarının temellendirilmesinde önemli bir adım olarak kabul edilmiştir. Cantor ise bu temeli daha da geliştirerek, temel diziler yaklaşımıyla gerçek sayıların kümeler kuramı çerçevesinde

eksiksiz ve tutarlı bir sistem olarak tanımlanmasına imkân tanımıştır. Çalışmaları, yalnızca sayıların düzenlenmesinde değil, sonsuzluk kavramının incelenmesinde de çığır açmış ve modern matematiğin yapı taşlarından biri haline gelmiştir (Cantor, 1915; Grattan-Guinness, 2005).

Cantor, kümelerin sonsuz yapısını detaylı bir şekilde inceleyerek, gerçek sayıların yalnızca sonlu kümelere dayanmayan, daha kapsamlı ve soyut bir sistem oluşturduğunu ortaya koymuştur. Onun çalışmaları, gerçek sayıların matematiksel sürekliliğini ve sınırsız doğasını açıklığa kavuşturarak, bu sayıların yalnızca rasyonel sayıların bir uzantısı olmadığını, aksine bağımsız ve tutarlı bir yapı sunduğunu göstermiştir. Cantor'un katkıları, modern matematiğin temel taşlarından biri olarak kabul edilmekte olup, yalnızca analiz disiplinine değil, aynı zamanda sayı sistemlerinin yapısal bütünlüğüne ve sonsuzluk kavramının anlaşılmasına da derinlemesine bir temel sağlamıştır. Geliştirdiği kümeler teorisi, matematiğin soyut yapısını güçlendirerek günümüzde cebir, topoloji ve fonksiyonel analiz gibi birçok alanda vazgeçilmez bir araç olarak kullanılmaktadır.

2.4 Sonsuz Küçüklerden Gerçek Sayılara

Gerçek sayıların mantıksal temelleri, Cantor ve Dedekind'in öncü çalışmalarıyla şekillenmiştir. İrrasyonel ve gerçek sayıların tanımlanmasına yönelik yaklaşımlar, temel kavramların pekiştirilmesinin yanı sıra ileri düzey matematiksel yapıların kurulmasında da belirleyici bir rol oynamıştır. Cantor'un kümeler teorisi ve Dedekind'in kesitler yöntemi, sonsuzluk kavramını derinlemesine inceleyerek matematiğin soyut yapısına yeni bir anlayış kazandırmıştır. Bu çalışmalar, analiz ve cebir gibi temel alanların ötesine geçerek modern matematiğin genişleyen ufuklarında daha kapsamlı yaklaşımlar geliştirilmesine zemin hazırlamıştır.

Sonsuzluk kavramı, insanlık tarihinin en köklü ve derin felsefi problemlerinden biri olarak, yüzyıllar boyunca düşünürlerin ve matematikçilerin zihinlerini meşgul etmiştir. Farklı bakış açılarına göre, sonsuzluk hem anlaşılması zorlayıcı bir muamma hem de belirli mantıksal çerçeveler içinde kavranabilir bir olgu olarak değerlendirilebilir. Bu kavrama dair en eski sorgulamalardan biri, Yunan filozof Zeno tarafından geliştirilen paradokslarda karşımıza çıkar.

Zeno'nun ünlü *Aşıl ile Kaplumbağa Paradoksu*, sonsuzluk ve süreklilik kavramlarının doğasını sorgulayan klasik bir düşünce deneyidir. Paradoksta, hızlı koşucu Aşıl ile daha yavaş hareket eden kaplumbağa arasında, kaplumbağanın bir miktar önden

başladığı bir yarış kurgulanır. Zeno'ya göre Aşıl, kaplumbağanın her geçtiği noktaya ulaşmak zorunda olduğundan, her seferinde kaplumbağa biraz daha ilerlemiş olacağından, Aşıl onu asla geçemez. Ardourel'in (2015) aktardığı üzere, bu paradoksun temeli, sonsuz sayıdaki fiziksel adımın sonsuz bir zaman süresi gerektireceği varsayımına dayanır.

Akbulut ve Akgün (2005), Zeno'nun matematiksel düşüncede sonsuzluk kavramının doğurduğu çelişkilere dikkat çektiğini ve bu çelişkilerin iki bin yıl boyunca çözüm arayışlarının merkezinde yer aldığını belirtmiştir. Onlara göre, Pisagor döneminden 17. yüzyılda diferansiyel ve integral hesapların keşfine kadar matematikçiler, sonsuzluk kavramının doğurduğu problemlere çözüm bulmak amacıyla çeşitli yöntemler geliştirmiş ve bu kavramı mümkün olduğunca dolaylı yollarla ele almaya çalışmışlardır. Bu bağlamda, Cantor'un kümeler teorisi, Zeno'nun ortaya koyduğu sonsuzlukla ilgili belirsizlikleri gidermeye yönelik bir girişim olarak değerlendirilebilir. Erdoğan ve Özdemir-Erdoğan (2023), Cantor'un bu teoriyi, sezgisel küme anlayışının doğurduğu sorunlara çözüm getirmek ve matematiğin temel yapısını daha sistematik bir şekilde tanımlamak amacıyla geliştirdiğini vurgulamaktadır.

Sonsuz küçükler hesabını ortaya atan kişinin kim olduğu uzun yıllar boyunca tartışılmış olsa da şüphesiz ki Newton ve Leibniz öncülerinden olmuştur. Sonsuz küçüklük kavramı, değişken ölçülerin yer aldığı birçok problemde önemli bir rol oynar. Örneğin, meteorolojide sıcaklık ve basınç değişimlerinin modellenmesi ve tahmin edilmesi, aerodinamikte hava akımlarının incelenmesi, oşinografide deniz akıntılarının izlenmesi gibi alanlarda kullanılmaktadır. Ayrıca, jeolojide yer kabuğu hareketleri, depremle ve kıta ayrılmalarının uzun vadeli takibi gibi konularda da katkılar sunar. Matematikçiler bu kavram üzerinde çalışırken zaman zaman karmaşık ve alışılmadık sonuçlarla karşılaşsalar da bu durum, bilimsel araştırmaların doğasının bir parçası olarak kabul edilmektedir (Launay, 2016).

Sonsuzluk kavramı, tarih boyunca birçok matematikçi ve filozof tarafından incelenmiş ve farklı yaklaşımlarla açıklanmaya çalışılmıştır. Galileo'nun Paradoksu, sonsuz kümelerin sezgisel özelliklerini sorgularken; Bolzano ve Dedekind, sonsuz kümeleri matematiksel bir temele oturtarak modern küme teorisinin gelişimine katkıda bulunmuşlardır. Cantor'un sonlu ötesi sayılar teorisi, sonsuzlukların farklı büyüklüklerini tanımlayarak bu kavrama yeni bir boyut kazandırmıştır. Hilbert'in Sonsuzluk Otel

paradoksu ise sonsuzluk kavramının mantıksal sonuçlarını çarpıcı bir şekilde ortaya koymuş ve düşünsel sınırları zorlamıştır (Akbulut ve Akgün, 2005). Hilbert Oteli problemi, tüm odaları dolu olan sonsuz sayıda odadan oluşan bir otelde yeni bir müşteriye nasıl yer bulunabileceği ve sonsuz sayıda yolcusu olan bir otobüsün bu otelde nasıl konaklayabileceği senaryolarını içermektedir (Erdoğan & Özdemir-Erdoğan, 2023). Tüm bu çalışmalar, sonsuzluk olgusunun sadece soyut bir fikir değil, aynı zamanda matematiksel ve mantıksal bir inceleme alanı olduğunu gözler önüne sermektedir.

Yıldırım'a (1996) göre, sonsuz küçükler kavramı, gerçek sayılarla ilişkilendirildiğinde özellikle limit ve türev gibi işlemlerin temelini oluşturan bir yapı olarak öne çıkmaktadır. Analiz yöntemlerinde küçük değişimlerin incelenmesini sağlayan bu kavram, süreklilik gibi matematiksel özelliklerin açıklanmasında önemli bir rol oynamaktadır. Gerçek sayıların yoğun ve sürekli yapısıyla uyumlu olan sonsuz küçükler, işlemlerin hassasiyetini artırarak problem çözümünde kolaylık sağlamaktadır. Bununla birlikte, sonsuz küçüklerin anlamına ve matematiksel temellerine ilişkin belirsizlikler, özellikle Berkeley ve Hegel gibi düşünürlerin eleştirilerine neden olmuştur. 19. yüzyılda bu belirsizliklerin giderilmesi amacıyla önemli gelişmeler yaşanmış; Cauchy'nin, bulanık sonsuz küçükler yerine açık ve sistematik bir limit kavramı ortaya koymasıyla başlayan süreç, Weierstrass'ın analizi aritmetik temellere oturtması ve Cantor'un süreklilik ile sonsuzluk kavramlarını açıklığa kavuşturmasıyla devam etmiştir (Yıldırım, 1996). Bu gelişmeler analizde yaşanan kuramsal bunalımı önemli ölçüde gidermiştir.

2.5 20. Yüzyıldan Günümüze Gerçek Sayılar

Daha önceki açıklanan tarihsel ve kuramsal çerçeveye doğrultusunda Weierstrass, Bolzano ve Cauchy, analiz ve süreklilik kavramlarına yaptıkları katkılarla matematiğin temelini güçlendirmiştir. Gödel ve Cohen ise matematiğin sınırlarını sorgulayan çalışmalarıyla sayı sistemlerine yeni bir bakış açısı kazandırmıştır. Bu doğrultuda, gerçek sayıların gelişimi, Dedekind'in kesit yöntemiyle sayı doğrusu üzerindeki boşlukları doldurması ve Cantor'un sonsuzluk kavramını sistematikleştirmesiyle birlikte daha sağlam bir matematiksel zemine oturmuştur. Böylece, gerçek sayılar yalnızca matematiğin temel taşlarından biri olmakla kalmamış, aynı zamanda analiz ve cebir gibi alanlarda da geniş bir uygulama alanı bularak modern matematiğin yapı taşlarından biri haline gelmiştir (Stillwell, 2010).

Matematiğin temellerine yönelik çalışmalar, kümeler kuramının aksiyomatik temellendirilmesiyle birlikte hem bilinen paradokslardan kaçınmayı hem de mevcut matematik için mantıksal bir temel oluşturmayı hedeflemiştir. Ancak bu yaklaşım, bazı matematikçiler tarafından yeterli bulunmamış; özellikle gerçek sayılar sistemi ve kümeler kuramının tutarlılığının kanıtlanması gerektiği vurgulanmıştır. Tutarlılık, artık göz ardı edilemeyecek kadar önemli bir konu haline gelirken, seçim aksiyomunun kullanımı ise tartışmalı bir mesele olmuştur. Tüm bu tartışmaların ötesinde, matematiğin hangi temeller üzerine inşa edilmesi gerektiği sorusu gündemde kalmaya devam etmiştir (Kline, 1972). 20. yüzyılın başlarına gelindiğinde Peano Aksiyomları, Zermelo-Fraenkel Kümeler Teorisi ve Hilbert'in Aksiyomları gerçek sayıların mantıksal temellerini inşa etmede önemli rol oynamıştır.

Peano aksiyomları, sayı sistemimizin ve özellikle doğal sayıların temellendirilmesinde kullanılan temel yasalar grubunu ifade etmektedir. Bu aksiyomlar, matematiksel yapıların ve sonuçların kendilerinden önce gelen daha temel ilkelere dayandığını gösteren bir sistem sunmaktadır. Matematiksel sonuçlar, önceki bilgiler üzerine inşa edilmekte ve bu süreç geriye doğru takip edildiğinde, son derece basit ve temel kabul edilen bir grup aksiyoma ulaşılmaktadır. Bu durum, matematiksel yapının hiyerarşik ve mantıksal bir düzen içerisinde geliştiğini ortaya koymaktadır (Abalı, 2010; Nesin, 2010).

Zermelo-Fraenkel aksiyomlar sistemi (ZF), kümeler kuramına dayalı olarak inşa edilen matematiğin mantıksal temelini oluşturmaktadır. Doğal sayıların tanımlanmasına yönelik geliştirilen Peano aksiyomları, sınırlı bir sayı sistemi için kuramsal bir zemin sunarken ZF aksiyomları yalnızca doğal sayılar değil aynı zamanda tüm matematiksel yapıların tanımlanmasına olanak tanıyan daha kapsamlı ve bütüncül bir çerçeve ortaya koymaktadır. ZF aksiyomatik sistemi, değişkenleri küme olarak tanımlar; ancak bir kümenin ne olduğunu doğrudan açıklamak yerine, mevcut kümelerden yeni kümeler türetme esasına dayanmaktadır. Bu sistem, küme kavramını temel alarak, matematiksel yapıları oluşturmak ve mantıksal ilişkileri düzenlemek için bir çerçeve sunmuştur. Böylece ZF, kümeler arasındaki ilişkileri belirlemek ve yeni kümeler üretmek amacıyla işlevsel bir model ortaya koymuştur (Ercan, 2022). Kümeler kuramı, matematiğin temel kavramlarını tanımlamak için küme ve elemanı olmak terimlerini esas alarak bir yapı sunmuştur. Bu kuramda, bir kümenin tüm elemanlarının başka bir kümenin elemanları

olması, alt küme olarak ifade edilmiştir. Matematikte doğal sayılar, gerçekte sayılar, karmaşık sayılar, fonksiyonlar ve süreklilik gibi kavramlar, kümeler kuramına indirgenerek açıklanmıştır (Nesin, 2010). ZF aksiyomatik sistemi, kümeler teorisini temel olarak matematiksel yapıları tanımlamak için güçlü bir çerçeve sunmuştur. Gerçek sayılar, bu sistem içerisinde kümeler aracılığıyla modellenmiş ve sıralanabilirlik, süreklilik ile limit kavramları ZF aksiyomlarıyla açıklanabilir hale getirilmiştir. Bu yaklaşım, gerçekte sayıların yalnızca aritmetik işlemler açısından değil, aynı zamanda mantıksal ve kümeler teorisi bağlamında tutarlı bir şekilde modellenmesine olanak sağlamıştır.

Güven (2020), Hilbert'in matematiksel tutarlılık arayışını, geometrinin tutarlılığını aritmetiğin tutarlılığına bağlayarak temellendirdiğini açıklamıştır. Hilbert, bu doğrultuda aritmetiğin aksiyomatik bir temel üzerine inşa edilmesi gerektiğini savunmuş ve bu yaklaşımını ilk olarak 1900 yılında yayımladığı *Sayı Kavramı Üstüne* (Über den Zahlbegriff) adlı çalışmasında ortaya koymuştur (Güven, 2020). Hilbert'in aksiyomatik yaklaşımı, matematiksel sistemlerin tutarlılık ve tamlık esasına göre yapılandırılmasını amaçlamıştır. Güven'e (2020) göre, Hilbert, geometrinin tutarlılığı ile aritmetiğin tutarlılığı arasında bir bağ kurarak, sayı sistemlerinin sağlam temeller üzerine inşa edilmesi gerektiğini savunmuştur. Bu bağlamda, gerçekte sayıların sürekli ve eksiksiz bir yapı oluşturmaları, Hilbert'in aksiyomatik sistemiyle desteklenmiş ve kümeler teorisi ile mantıksal çerçeveler temel alınarak incelenmiştir. Hilbert'in bu yaklaşımı, gerçekte sayıların yalnızca aritmetik ve cebirsel işlemler açısından değil, aynı zamanda matematiğin daha soyut yapılarında da tutarlı bir şekilde modellenmesine olanak sağlamıştır (Güven, 2020; Nesin, 2010; Tan, 2024).

Bertrand Russell ve Alfred North Whitehead, 20. yüzyılın başlarında yayınladıkları *Principia Mathematica* (1910-1913) adlı eserleriyle, matematiksel düşüncenin mantıksal temellerini sorgulayan ve yeniden inşa eden önemli bir çalışma ortaya koymuşlardır. Bu eser, matematiksel kavramların mantıksal aksiyomlara dayandırılarak türetilebileceğini savunmuş ve matematiğin kesinlik arayışına sistematik bir yaklaşım sunmuştur (Russel & Whitehead, 1963; Kline, 1972). Russell ve Whitehead, sayılar ile aritmetiği mantıksal ilkeler üzerinden temellendirmeye çalışarak, matematikteki tüm önermelerin mantıksal çıkarımlarla açıklanabileceğini ortaya koymuşlardır. Onların çalışmaları, modern küme teorisinin ve aksiyomatik sistemlerin

gelişiminde kritik bir dönüm noktası olarak kabul edilmiştir. Kline’a göre, “*Russell ve Whitehead, mantığın tamamen sembolik bir biçimde kapsamlı bir aksiyomlaştırmayı gerçekleştirmiş ve böylece matematiksel mantık alanında büyük bir ilerleme kaydetmiştir*” (Kline, 1972, s. 1197).

Gerçek sayılar, tarihsel süreçte geçirdiği evrim ve matematiksel yapılandırmalar sonucunda, eksiksizlik ve süreklilik özellikleriyle modern matematiğin temel unsurlarından biri olarak kabul edilmiştir. Dedekind’in kesitleri, Cauchy dizileri ve Zermelo-Fraenkel Aksiyomları gibi teorik yaklaşımlar, bu sayıların mantıksal temellerini oluştururken, kümeler kuramı ve aksiyomatik sistemler, gerçek sayıların yapısını daha tutarlı ve sistematik bir çerçevede tanımlamıştır (Dedekind, 1901; Cantor, 1915; Rudin, 1976; Ercan, 2022). Gerçek sayılar, yüzyıllar boyunca anlamlandırılmaya ve mantıksal temelleri üzerine inşa edilmeye çalışılmış, matematiğin birçok alanında merkezi bir rol oynamıştır. Matematiksel analiz, gerçek sayılar üzerine kurulu bir yapı olarak kabul edilirken; fizik, mühendislik, bilgisayar bilimleri, ekonomi ve istatistik gibi disiplinlerde diferansiyel denklemler, algoritmalar ve veri analizleri gibi konuların temelini oluşturmaktadır (Kline, 1972). Bu nedenle, gerçek sayılar yalnızca soyut matematiksel kavramlar değil, aynı zamanda modern bilim ve teknolojinin vazgeçilmez araçları haline gelmiştir.

Gerçek sayıların kavramsal temellerini oluşturmak ve matematiksel yapısını sistematik bir çerçeveye oturtmak amacıyla farklı dönemlerde birçok çalışmanın gerçekleştirildiği görülmektedir. Bu çalışmalar, matematiksel analiz, kümeler teorisi ve aksiyomatik sistemler gibi alanlarda kaydedilen ilerlemelerle, yalnızca sayı sistemlerinin yapılandırılmasına değil, aynı zamanda matematiksel düşüncenin disiplinler arası gelişimine de yön vermiştir. Gerçek sayıların, modern matematiğin temel taşlarından biri olma özelliğini, tutarlı ve kapsamlı bir şekilde ele alınmaları sayesinde sürdürdüğü söylenebilir. Böylelikle, günümüzde gerçek sayıların kavramsal ve mantıksal temelleri sağlam bir biçimde yapılandırılmış; bu durum, yalnızca matematiksel analiz ve uygulamalı bilimlerde değil, aynı zamanda eğitim alanında da gerçek sayıların öğretimi, anlaşılması ve yorumlanması üzerine yoğunlaşılmasını sağlamıştır. Dolayısıyla gerçek sayıların tarihsel gelişimi ve mantıksal sistematığı, matematik eğitimi literatüründe önemli bir yer edinmiştir.

3 KAVRAMSAL ÇERÇEVE

3.1 Gerçek Sayıların Öğretiminde Kuramsal Arka Plan: Tarihsel ve Didaktik Bir Yaklaşım

Gerçek sayılar, sayı sistemlerinin sınıflandırılmasında derin bir öneme sahiptir ve matematiksel problemlerin çözümünde vazgeçilmez bir rol oynamaktadır. Bununla birlikte, tarih boyunca matematiksel krizlerin temelinde de yer almış, matematik anlayışını derinleştiren önemli bir kavram olmuştur. İnsanlar, sayılar ve matematik arasındaki ilişkiyi anlamaya başladıkça, bu bilgiyi daha etkili bir şekilde öğretme ve aktarabilme yöntemlerini geliştirme çabasına girişmişlerdir. Gerçek sayılarla ilgili tarihsel krizlerin ve gelişim süreçlerinin incelenmesi, sayı sistemlerini daha iyi anlamak ve matematiğin temellerini kavrayabilmek açısından büyük bir değer taşımaktadır.

Erdoğan (2023), 90'lı yıllarda Yves Chevallard tarafından ortaya atılan Didaktik Dönüşüm Teorisi'ne atıfta bulunarak, bu teorinin bilimsel bilginin öğrenme-öğretme sürecinde öğrenilen bilgi haline gelinceye kadar bir dizi zorunlu eylemin bir sonucu olarak önemli dönüşümlere uğradığını vurguladığını aktarmıştır. Bu bağlamda, Assude'nin (1996) karekök bağlamında irrasyonel sayılar üzerine yapmış olduğu çalışma, matematiksel bilgi nesnelerinin öğretim süreçlerinde nasıl dönüştüğünü göstermesi açısından dikkate değerdir. Çalışma, irrasyonel sayıların öğretiminde kavramsal anlamlandırmanın ve bilgi aktarım süreçlerinin, Didaktik Dönüşüm Teorisi çerçevesinde nasıl yeniden yapılandırıldığını ortaya koymaktadır. Çalışmanın bulguları, irrasyonel sayıların öğretimi sırasında bilgi nesnelerinin kökeninin ve meşruiyetinin öğrencilere açıklıkla sunulmasının, kavramsal öğrenmeyi desteklediğini göstermektedir. Çalışma, bilgi aktarımında eğitimsel ve pedagojik ihtiyaçlara uygun yeniden yapılandırmaların yapılması gerektiğini savunmaktadır. Ayrıca, irrasyonel sayılar gibi soyut kavramların öğretiminde, matematiksel bilgilerin tarihsel ve epistemolojik bağlamlarının göz ardı edilmemesi gerektiğini ortaya koyarak, gerçek sayılar hakkında yapılan bu çalışmaya öğretim programlarındaki değişimlerin değerlendirilmesiyle ilgili argümanlarına katkıda bulunmaktadır.

Benzer şekilde Arcavi, Bruckheimer ve Ben-Zvi (1982), matematik tarihinin öğretmen eğitiminde nasıl kullanılabileceğini açıklarken, kavramların gelişimini anlamının önemini vurgulamaktadır. Bu bağlamda, tarihsel sürecin bir kavramın nasıl

şekillendiğini ve matematiksel düşüncenin nasıl evrildiğini anlamaya olan katkısını şu şekilde ifade etmişlerdir:

“Tarih, bir kavramın nasıl geliştiğiyle, geçmişte matematikçilerin farklı yaklaşımlarıyla, bu süreçte yaşadıkları zorluklarla, matematiksel yaratıcılıklarıyla ve nihayetinde formalizasyon aşamasına nasıl ulaştıklarıyla ilgilidir. Bu süreçte bir miktar bilgi, tarihsel anekdotlar ve biyografiler doğal olarak sürece dahil edilir.” (Arcavi, Bruckheimer & Ben-Zvi, 1987, s. 18).

Bu bağlamda Özdemir-Erdoğan ve Erdoğan (2023), matematiksel kavramların tarihsel süreçteki gelişiminin, öğrencilerin bu kavramları daha derinlemesine anlamalarına ve disiplinler arası bağlamlarda ilişkilendirmelerine olanak tanıdığını belirtmiştir. Ayrıca, kavramların gelişim sürecine odaklanan araştırmaların, matematiksel düşünme biçimlerinin anlaşılmasını destekleyerek öğrenme süreçlerini zenginleştirdiğini vurgulamışlardır.

Duchet ve Erdoğan'ın (2005) öne sürdüğü Matematiksel Sit kavramından yola çıkarak, Fındık (2019) da çalışmasında, matematiksel bilgilerin aktarımının yalnızca işlemsel düzeyde kalmaması gerektiğini; bir kavramın öğretilebilmesi için tarihsel, epistemolojik ve didaktik verilerin ele alınmasının, öğrencilerin kavramlara ilişkin anlam oluşturma ve derinlemesine öğrenme süreçlerini destekleyeceğini aktarmıştır. Bu bağlamda, matematiksel bilgi nesnelerinin anlamlandırılmasında, kavramların tarihsel gelişim süreçleri ve matematiksel düşünme biçimlerinin dikkate alınmasının, öğrencilerin kavramsal algılarını güçlendireceği vurgulanmıştır.

Matematik dersi öğretim programları, bilim ve teknolojideki ilerlemelere paralel olarak sürekli bir dönüşüm geçirmiştir. Bu dönüşüm, bireylerin değişen bilgi ve beceri gereksinimlerine yanıt verebilmek adına, ilköğretimden yükseköğretime kadar tüm eğitim kademelerinde programların güncellenmesini ve yeniden yapılandırılmasını gerekli kılmıştır. Dolayısıyla matematik dersi öğretim programlarının gelişimi ve değişimi ile birlikte konuların kapsamı ve aktarılma biçimleri ile ilgili de değişikliklere gidilmiştir. Bu çalışmada, Türkiye’de uygulanan matematik dersi öğretim programları, gerçek sayılar konusunun öğretim yöntemleri ve içerik kapsamı açısından ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Gerçek sayılar konusunun matematik dersi öğretim programlarında nasıl ele alındığını ve programın geçirdiği değişimlerin gerekçelerini derinlemesine anlayabilmek için, Cumhuriyet’in ilanından günümüze kadar Türkiye’de uygulanan matematik dersi öğretim programlarının tarihsel gelişiminin incelenmesi büyük önem arz

etmektedir. Bu tür bir inceleme, gerçek sayılar konusunun eğitimsel yaklaşımlarındaki değişikliklerin arka planını ortaya koymayı amaçlamaktadır.

3.2 Gerçek Sayılar Öğretiminin Ekolojik Modeli

Gerçek sayı kavramını öğretim programları içinde ilişkisel bir bütünlükle ele almak bu kavramın yalnızca kendine ait değil aynı zamanda başka kavramlarla kurduğu anlamlı bağlantılarla da değerlendirilebilmesini gerektirir. Erdoğan (2023), 1980’li yıllardan itibaren matematik eğitimi literatüründe, matematiksel kavramların öğretim programları, ders kitapları ve öğrenme ortamlarında birbirini besleyen yapılar olarak ele alınması gerektiğine dair yaklaşımların öne çıktığını ifade etmekte; bu çerçevede Artoud (1999), Chevallard (1985, 2002) ve Rajoson (1998) tarafından geliştirilen çalışmaları ekolojik temelli sorgulamanın örnekleri arasında göstermektedir. Erdoğan (2023), bilgilerin canlı organizmalar gibi bir ekosistem içinde varlık kazandığını; her bilginin başka bilgilerden beslendiğini ve aynı zamanda başka bilgileri besleyerek yeni öğrenmelerin oluşmasına katkı sağladığını, Chevallard (2002) ve Rajoson (1988) gibi araştırmacıların görüşlerine dayandırarak açıklamıştır. Daha net bir ifadeyle, bir matematiksel bilginin (konu, kavram ya da yöntem) öğretim programlarına uyum içinde dahil olabilmesi ve öğretmen tarafından gerekliliği sorgulanmadan, yerli yerinde ve işlevsel biçimde öğretilmesi için bu bilginin ekosistemdeki yerinin açık ve anlaşılır olması gerekir.

Ekolojik model yalnızca kavramlar arası ilişkileri değil, öğretim programları, kazanımlar ve ders kitapları arasındaki yapısal uyumu değerlendirme açısından da önemli bir çerçeve sunmaktadır. Erdoğan, Eşmen ve Fındık (2015), ders kitaplarında bilgilerin hiyerarşik bir düzende yapılandırılmasının gerekliliğine dikkat çekmiş ve ekolojik analiz modeli çerçevesinde gerçekleştirilen çalışmaların bu yapının önemini ortaya koyduğunu ifade etmiştir. Araştırmalarında, ders kitaplarının içeriğinin bir ekosistem gibi düşünülmesi gerektiği ve bu kitapların içsel tutarlılığının değerlendirilmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Bu bağlamda Duchet ve Erdoğan (2005) tarafından ortaya atılan matematiksel sit kavramı, öğretim programı kapsamında belirlenen matematiksel alanların içerdiği kavramlar ile bu kavramlar arasındaki ilişkilerin, ekolojik bir bakış açısıyla yapılandırılması gerektiğini vurgulamaktadır. Bu kavram, her bir matematiksel bilginin

sistem içindeki yerini ve işlevini, ait olduğu bağlam içinde değerlendirme gereğini ortaya koyar.

Erdoğan (2023), matematiksel sit kavramını şu şekilde tanımlamaktadır:

“Matematiksel sit kavramı, matematiğin ilişkisel yapı bağlamında, arkeolojik bir sitte kazdıkça ortaya çıkan ilişkiler ağı gibi, bireyin karşılaştığı matematiksel bir durumun arkasında da her zaman bir sit bulunduğu ve bu sitin bireyin çalışma alanını oluşturduğu metaforuna dayanmaktadır. Bu yaklaşımla, matematik öğrenme ve öğretme süreçleri, öğrenciye sunulan matematiksel sit ile — yani bu sitin ne kadar tutarlı ve etkili olduğu ile — ve öğrencinin bu sitin içine ne derece ve ne şekilde girebildiği ile değerlendirilmektedir.” (Erdoğan, 2023, s. 18)

Bu çerçevede, öğretim programlarında gerçek sayılar konusunun bir matematiksel sit olarak değerlendirilmesi mümkündür. Bu çalışmada, gerçek sayıların hem önceki kavramlardan beslendiği hem de sonraki kavramları beslediği yapısal konumunun analiz edilmesi, bu sitin eğitimsel ekosistem içindeki yerini belirlemek amacıyla ele alınacaktır. Böylece yalnızca içerik düzeyinde değil, ilişkisel ve işlevsel düzeyde de öğretim programlarının kavramsal bütünlüğü değerlendirilecektir.

3.3 Gerçek Sayılar Öğretiminde Kullanılan Yaklaşımlar: Sezgisel, İşlemsel ve Formal Perspektifler

Bu çalışmada, gerçek sayılar öğretiminde öne çıkan yaklaşım türleri, çeşitli kuramsal yaklaşımlar ve literatür incelemeleri doğrultusunda sezgisel, işlemsel ve formal olmak üzere üç temel kategoride yapılandırılmıştır. Bu sınıflandırma, doğrudan belirli bir kaynaktan alınmış bir model olmayıp, alanyazındaki kavram öğretimi, temsil biçimleri ve bilişsel süreçlere ilişkin çalışmaların analiziyle şekillendirilmiştir. Bu çerçevede, Assude (1996) Gray ve Tall (1994), Fischbein (1994) gibi araştırmacıların matematik öğretimi hakkında yapmış oldukları çalışmalar, öğretim yaklaşımlarının kuramsal temellerini anlamaya yönelik olarak incelenmiş ve bu çalışmadaki yaklaşım sınıflandırmasının dayandığı genel kuramsal zemini destekleyici biçimde değerlendirilmiştir. Söz konusu kaynaklardan elde edilen fikirler, doğrudan içerik aktarımı şeklinde değil; oluşturulan kuramsal çerçevenin kavramsal yönünü besleyici bir referans yapısıyla kullanılmıştır. Ayrıca, Erdoğan’ın (2023) matematiksel sit yaklaşımı, gerçek sayıların öğretiminde kavramlar arası ilişkilerin aktarımı açısından bu çerçevenin kurgulanmasında önemli bir katkı sunmuştur.

Bu sınıflandırma içinde kavramsal yaklaşım ayrı bir kategori olarak değil de sezgisel, işlemsel ve formal yaklaşımlar arasında kurulan bilişsel geçişler ve bütünleşmeler aracılığıyla şekillenen, öğrenmenin anlamlandırma boyutunu temsil eden bir bilgi türü olarak ele alınmıştır. Gary ve Tall (1994), öğrencinin matematiksel bir gösterimi hem işlemsel bir süreç hem de kavramsal bir nesne olarak algılayabilme yetisini vurgulayarak kavramsal bilginin dinamik ve dönüşümsel doğasını açıklamaktadır. Benzer şekilde Erdoğan (2023) kavramsal bilgiyi, bir konuya ilişkin kavramların yanı sıra bu kavramlar arasındaki ilişkilerin bilgisi olarak tanımlamakta ve bu bilgiyi matematiksel anlam inşasının merkezine yerleştirmektedir. Bu bağlamda kavramsallık, çalışmada yapılandırılan üçlü yaklaşım modelinin alt katmanlarından değil tüm yaklaşım biçimlerinin kesişim ve etkileşim noktalarında gelişen çok boyutlu bir öğrenme niteliği olarak değerlendirilmiştir.

3.3.1 Sezgisel yaklaşım

Sezgisel yaklaşım, öğrencinin matematiksel kavramları doğrudan formel tanımlar üzerinden değil, görsel, deneyimsel ve somut temsiller yoluyla anlamlandırmasına odaklanan bir öğretim anlayışıdır. Bu yaklaşımda öğrencilerin önceki yaşantılarıyla ilişki kurmaları teşvik edilir; özellikle sayı doğrusu, uzunluk, oran, karşılaştırma gibi modeller aracılığıyla gerçek sayıların daha erişilebilir hâle getirilmesi amaçlanır. Gerçek sayılar gibi soyut ve üst düzey kavramların öğretiminde, sezgisel geçişlerin sağlanması, öğrencinin yalnızca işlem becerisi değil, kavramsal içgörü geliştirmesini de destekler.

Bu bağlamda, Assude'nin (1996) irrasyonel sayıların öğretimine yönelik çalışmasında, kavramların yalnızca işlemsel düzeyde değil; kavramsal, tarihsel ve epistemolojik bağlamda temellendirilerek aktarılmasının öğrenme sürecini zenginleştirdiği vurgulanmıştır. Bu yönüyle çalışma, sezgisel yaklaşımı doğrudan ele almamakla birlikte, öğrencinin kavramla daha derin bir ilişki kurmasına imkân tanıyan yapılar sunması bakımından bu yaklaşımla örtüşen bir örnek olarak değerlendirilebilir.

Ayrıca, Fischbein (1994) öğrencilerin yalnızca biçimsel ve tümdengelimli önerme dizilerini takip etmelerinin yeterli olmadığını; bu dizilere kendilerinin ulaşabilmesi, oluşturdukları ifadeleri değerlendirebilmesi ve bu ifadelerin geçerliliğini sezgisel düzeyde de sorgulayabilmeleri gerektiğini vurgulamaktadır. Bu bakış açısı, sezgisel yaklaşımın yalnızca kavramın giriş düzeyinde değil, aynı zamanda matematiksel düşünme süreçlerinin geliştirilmesinde de önemli rol oynadığını göstermektedir.

Bu çalışmada, öğretim programlarında yer alan gerçek sayılar kazanımları sezgisel yaklaşım temelinde değerlendirilecek; özellikle görsel modeller, bağlamsal ilişkilendirme ve kavramsal sezgiye dayalı örüntülerin kazanım düzeyine nasıl entegre edildiği analiz edilecektir.

3.3.2 İşlemsel yaklaşım

İşlemsel yaklaşım, öğrencilerin matematiksel kavramları öncelikle işlem kuralları, algoritmalar ve prosedürler yoluyla öğrenmelerini esas alır. Bu yaklaşımda, kavramların yapısal anlamından çok, onlarla yapılan işlemlerin doğru bir şekilde uygulanması ön plana çıkar. Gerçek sayılar konusu özelinde bu yaklaşım; toplama, çıkarma, çarpma, bölme, köklü ve üslü ifadelerle işlem yapma gibi teknik becerilere odaklanır.

İşlemsel yönelim, özellikle sınav odaklı eğitim sistemlerinde, öğrencilere hızlı ve doğru sonuç üretme açısından pratik avantajlar sağlayabilir. Ancak bu yaklaşım, kavramların nedenleri üzerinde düşünme yerine, işlemleri ezberlemeye dayandığında, öğrenmenin yüzeysel kalmasına neden olabilir.

Gray ve Tall (1994), öğrencilerin bir matematiksel gösterimi hem işlem hem de kavram olarak algılayabilme becerilerinin öğrenme üzerinde önemli etkileri olduğunu belirtmiştir. Bu durumu ifade etmek için geliştirdikleri “procept” kavramı, öğrencinin işlemsel süreç ile kavramsal anlam arasında geçiş yapabilme yetisini tanımlar. Araştırmalarında, bu beceriye sahip öğrencilerin daha esnek bir matematiksel düşünme sergiledikleri, yalnızca işlemlere odaklanan öğrencilerin ise kavramsal düzeye ulaşmakta zorlandıkları görülmüştür.

Bu çalışmada, öğretim programlarında yer alan gerçek sayılar kazanımları işlemsel yaklaşım temelinde değerlendirilecek; özellikle işlem odaklı sunumların, kural ve algoritma vurgularının kazanım düzeyinde nasıl yer aldığı analiz edilecektir.

3.3.3 Formal yaklaşım

Formal yaklaşım, matematiksel kavramların tanımsal kesinlik, aksiyomatik yapı ve soyut ilişkiler üzerinden sunulmasını esas alan bir öğretim anlayışıdır. Bu yaklaşımda odak, öğrencinin kavramı sezgisel ya da işlemsel deneyimlerle değil; daha çok kümeler, tanımlar, sembolik gösterimler ve mantıksal çıkarım yoluyla anlamlandırmasıdır. Gerçek sayılar konusu özelinde bu yaklaşım, sayıların kümelerle tanımlanması, sayı eksenini

üzerindeki yerleşimleri, cebirsel temsilleri ve özellikle süreklilik, tamlık gibi özellikleriyle öne çıkar.

Fischbein'e (1994) göre, matematiğin biçimsel yönünü oluşturan aksiyomlar, tanımlar, teoremler ve ispatlar, yalnızca soyut kurallar olarak değil; öğrencinin akıl yürütme sürecine etkin biçimde dâhil olması gereken yapılar olarak değerlendirilmelidir. Bu unsurların öğrenilmesi, düzenlenmesi ve kontrol edilerek öğrenci tarafından aktif biçimde kullanılması gerektiğini vurgulayan Fischbein, hipotetik-tümdengelimli bir yapının tutarlılığını kavrama ve önerme kurma gibi becerilerin kendiliğinden gelişmediğine dikkat çekmektedir.

Öte yandan Altun'un (2006) aktardığına göre, Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin kurucusu Hans Freudenthal, matematiksel bilgilerin doğrudan formel yapılarla sunulmasını "anti-didaktik" olarak nitelendirmektedir. Freudenthal'a göre matematik öğrenimi, öğrencinin gerçek yaşamla kurduğu ilişkiler yoluyla anlamlandırma süreciyle başlamalı; formel sisteme geçiş bu anlamın üzerine inşa edilmelidir. Bu yaklaşım, matematiği yalnızca tanımsal bilgi değil, öğrencinin aktif katılımıyla şekillenen bir düşünme süreci olarak ele almaktadır.

Bu çalışmada, öğretim programlarında yer alan gerçek sayılar kazanımları formal yaklaşım temelinde değerlendirilecek; özellikle tanımsal ifadelerin, kümeler yoluyla yapılan açıklamaların ve kavramsal soyutlamaların nasıl yapılandırıldığı analiz edilecektir.

3.4 İlgili Araştırmalar

Bu bölümde, gerçek sayılar konusunun öğretim programlarındaki tarihsel geçmişiyle ilişkili literatür bulgularına yer verilmiştir. Araştırmanın kapsamı gereği hem matematik dersi öğretim programlarının genel gelişim sürecini inceleyen çalışmalar hem de sayılar öğrenme alanına ve özel olarak gerçek sayılara ilişkin analizlere odaklanan çalışmalar bu başlık altında değerlendirilmiştir.

3.4.1 Türkiye'de matematik dersi öğretim programlarının tarihsel gelişimine yönelik çalışmalar

Deveci ve Aykaç (2020), Cumhuriyet'in ilanından itibaren yürürlüğe konan matematik dersi öğretim programlarını amaç, içerik, eğitim durumları ve değerlendirme olmak üzere dört temel bileşen çerçevesinde incelemiştir. Araştırmada 1926'dan 2018'e

kadar uygulanan programların öğretim anlayışı ve yapısal özellikler açısından nasıl evrildiği karşılaştırmalı olarak analiz edilmiştir. Özellikle 1998, 2005 ve 2009 programlarının etkinlik temelli yönünün vurgulandığı çalışmada 2005 sonrası programlarda duyuşsal özelliklere yapılan vurgu dikkat çekmektedir. Ayrıca, 1948 programı ile başlayan “alıştırmalar” başlığının yapısal olarak önemli bir bileşen olduğu ve 2018 programına kadar farklı biçimlerde korunarak sürdürüldüğü belirtilmiştir.

Şen (2017) 2009, 2013 ve 2017 yıllarında yayımlanan ortaokul matematik dersi öğretim programlarını vizyon, yaklaşım, felsefe, öğrenme alanları, kazanımlar ve beceriler açısından karşılaştırmalı olarak incelemiştir. Araştırma bulgularına göre, 2009 programında program felsefesi ve yönlendirici ilkeler açık biçimde tanımlanmışken 2013 ve 2017 programlarında bu unsurlar daha sınırlandırılmış bir biçimde yer almıştır. Bu bağlamda, programların yapılandırılma biçimi ve içerik yoğunluğu farklılık göstermekte; öğrencilerin beceri ediniminde kullanılan kavramsal çerçevelerin programdan programa değiştiği sonucuna ulaşılmıştır.

Yıldız (2018), aynı üç öğretim programını (2009, 2013, 2017) ölçülebilir değişkenler üzerinden incelemiş; genel amaç sayıları, öğrenme alanları, kazanım sayıları, değerler eğitimi, ders saatleri ve ölçme-değerlendirme gibi alt boyutları karşılaştırmalı biçimde analiz etmiştir. Araştırmanın bulgularına göre yıllar ilerledikçe içerik sadeleşmiş ancak bazı beceri alanlarında yoğunlaşma artmıştır. Şen (2017) çalışmasında daha çok programın felsefi çerçevesiyle ilgilenmiş Yıldız (2018) ise çalışmasında sayısal ve içeriksel karşılaştırmalarla yapısal dönüşüme dair net veriler sunmaktadır.

Memnun (2013), Cumhuriyet dönemi boyunca yürürlüğe konan ilköğretim matematik dersi öğretim programlarını tarihsel bir çerçevede inceleyerek programlarda yer alan içerik, amaç, öğretme-öğrenme yaklaşımları ve değerlendirme uygulamalarının zaman içerisindeki değişimini ortaya koymuştur. Araştırmada 2005 programı, önceki programlardan yapısal olarak farklılaştığı ve yapılandırmacı yaklaşımın sistemi biçimde uygulamaya geçirildiği ilk program olarak değerlendirilmiştir. 1998 programının yüzeysel değişikliklerle sınırlı kaldığı ancak 2005 programıyla birlikte problem çözme, aktif katılım ve etkinlik temelli yapıların kuramsal olarak daha güçlü biçimde tanımlandığı vurgulanmaktadır.

Çobanoğlu ve Yıldırım (2021), Türkiye’de Cumhuriyet’in ilanından 2017 yılına kadar geçen sürede uygulanan öğretim programlarını tarihsel dönemler üzerinden

değerlendirilmiştir. Çalışma, eğitim programı geliştirme süreçlerinin tarihsel kırılma noktalarını, özellikle 1924, 1926, 1936, 1948, 1968, 1995, 2005 ve 2017 programları üzerinden analiz etmiştir. Cumhuriyet'in ilk dönemlerindeki programların merkeziyetçi ve içerik odaklı yapısı ile sonraki dönemlerde geliştirilen programlardaki katılımcılık, beceri temelli öğrenme ve öğrenci merkezlik ekseninde gelişen eğilimler karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

3.4.2 Sayı kümeleri ve gerçek sayıların öğretimine yönelik çalışmalar

Voskoglou ve Kosyvas (2012), lise ve üniversite düzeyindeki öğrencilerin gerçek sayı kavramına ilişkin anlamalarını inceleyen deneysel bir araştırma gerçekleştirmiştir. Bulgular, öğrencilerin özellikle irrasyonel sayıların geometrik ve kavramsal temsillerinde zorlandıklarını, buna karşın ondalık temsillere dayalı işlem odaklı sorularda daha başarılı olduklarını göstermektedir. Gerçek sayılar kümesinin çoklu temsillerine yönelik geçiş yapma becerisindeki eksikliklerin, kavramsal gelişimi sınırladığı ve öğrenmeyi yüzeysel düzeyde bıraktığı tespit edilmiştir. Ayrıca irrasyonel sayıların ölçülemezlik ve sayılamazlık gibi özelliklerinin yeterince kavranmaması, kavramın soyut yapısının yeterince içselleştirilmediğini ortaya koymaktadır.

Çevikbaş ve Argün (2017), matematik öğretmeni adaylarının rasyonel ve irrasyonel sayı kavramlarını nasıl tanımladıklarını, nasıl karar verdiklerini ve bu kavramların temsil biçimlerine yönelik bilgilerini incelemiştir. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının irrasyonel sayı kavramını genellikle özel örnekler üzerinden tanımladıklarını ve bu nedenle kavramsal anlamaya yeterince ulaşamadıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca irrasyonel sayıların çoğunlukla “rasyonel olmayan” şeklinde tanımlandığı, bu yaklaşımın da irrasyonel sayıların bağımsız kavramsal yapısını gölgelediği belirtilmiştir. Araştırma, öğretmen adaylarının rasyonel sayı kavramındaki eksikliklerinin irrasyonel sayıların doğru anlaşılmasını da engellediğini ve bu nedenle kavramlar arası yapını bütüncül şekilde ele alınması gerektiği vurgulanmıştır.

Adıgüzel (2013), 8. Sınıf öğrencileri ile matematik öğretmen adaylarının irrasyonel sayılar konusundaki bilgi düzeylerini ve kavram yanlışlarını görüşmeler ve çoktan seçmeli sorular yoluyla elde edilen veriler üzerinden betimsel analiz yaparak incelemiştir. Araştırma sonuçları, her iki grubun da irrasyonel sayıların tanımı, temsili ve küme ilişkileri konusunda ciddi kavram yanlışlarına sahip olduğunu göstermektedir. Öğretmen adaylarının önemli bir kısmının irrasyonel sayıları yalnızca köklü sayılar

olarak değerlendirmesi ve bazı öğrencilerin 22/7 gibi sayıların π ile özelleştirerek irrasyonel kabul etmesi, bu yanılgıların yalnızca bilgi eksikliğinden değil de sezgisel dayanakların yetersizliğinden kaynaklandığını ortaya koymaktadır. Çalışma, irrasyonel sayıların öğretiminde kavramsal temellendirme yapılmadığı sürece bu yanılgıların hem öğrenci hem de öğretmen düzeyinde devam ettiğini göstermesi bakımından dikkat çekicidir.

Obay ve Irmak (2023), ortaokul matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayılara ilişkin görüşlerini yarı yapılandırılmış görüşmeler ile incelemiş ve bu kavrama yönelik öğretmen farkındalıklarının yeterli düzeyde olmadığını ortaya koymuştur. Araştırma, öğretmenlerin günlük yaşamda irrasyonel sayılarla ilişki kurma becerilerinin sınırlı olduğunu ve bu sayıların öğretiminde kavramsal düzeyde eksiklikler yaşandığını göstermiştir. Bu durum, irrasyonel sayıların öğrencilerde kalıcı ve doğru şekilde yerleşebilmesi için öğretmen eğitimlerinin güçlendirilmesi gerektiğine işaret etmektedir.

Ercire, Narlı ve Aksoy (2016), irrasyonel sayıların rasyonel ve gerçek sayılarla ilişkisine dair öğrencilerin yaşadığı kavramsal güçlükleri ortaya koymuştur. Araştırmada, bu amaçla açık uçlu sorulardan oluşan bir “İrrasyonel Sayı Kavram Testi” geliştirilmiş ve 8. İle 9. sınıf öğrencilerine uygulanmıştır. Betimsel analiz sonucunda, öğrencilerin irrasyonel sayı kümesini anlamlandırmakta zorlandıkları, bu kümeyi diğer kümelerin bir alt kümesi olarak değerlendirdikleri ve π gibi yaygın matematiksel sabitlere ilişkin ciddi kavram yanılgıları taşıdıkları belirlenmiştir. Bu bulgular, öğrencilerin sayı kümeleri arasındaki kapsayıcı yapıyı yeterince içselleştirmediklerine işaret etmektedir. Gerçek sayı kavramının yalnızca işlem temelli değil kavramsal olarak da açık biçimde yapılandırılması gerektiği vurgulanmaktadır.

Bu alanyazın bulguları değerlendirildiğinde, matematik dersi öğretim programlarının tarihsel gelişimine ilişkin çalışmaların mevcut olduğu ancak bu çalışmaların çoğunlukla programların pedagojik yapıları, içerik düzenlemeleri ve öğretim yaklaşımları gibi genel özelliklerine odaklandığı görölmektedir. Kazanım temelli analizlerin ise genellikle son dönem programlarla sınırlı kaldığı, erken dönem programlara dair kazanım düzeyindeki çözümlemelerin yetersiz olduğu dikkat çekmektedir. Sayı kümeleri ve özellikle gerçek sayılar konusuna yönelik yapılan araştırmalarda ise öğretim programlarının doğrudan ele alınmadığı, daha çok öğrencilerin ve öğretmen adaylarının kavram yanılgıları, temsil biçimlerine ilişkin güçlükleri ve

kavramsal eksikliklerine odaklanıldığı gözlemlenmiştir. Bu bağlamda, gerçek sayılar kavramının tarihsel süreçteki öğretim programlarında nasıl konumlandığını inceleyen ve bu bağlamı kavramsal düzeyde analiz eden çalışmalar sınırlıdır. Bu durum, yürütülen tez çalışmasının hem tarihsel hem de pedagojik açıdan özgün bir boşluğu doldurduğunu ortaya koymaktadır.

4 YÖNTEM

4.1 Araştırma Modeli

Bu çalışmada, nitel araştırma yöntemi benimsenmiş ve tarihsel araştırma deseni kullanılmıştır. Tarihsel araştırma, geçmişte meydana gelen olayları ve bu olayların günümüz üzerindeki etkilerini anlamaya yönelik bir yöntemdir. Bu yöntemde tarihsel belgeler, arşiv kayıtları ve diğer yazılı materyaller sistematik olarak incelenir (Yıldırım & Şimşek, 2021). Tarihsel araştırmanın temel amacı, geçmişte yaşanan olayları veya sorunları analiz ederek güncel durumları anlamlandırmak veya mevcut sorulara yanıt aramaktır (Sığı, 2023).

Bu çalışmanın amacı, gerçek sayılar kavramının tarihsel gelişimini ve Türkiye’deki matematik dersi öğretim programlarındaki yerini incelemektir. İlk aşamada, gerçek sayıların matematik tarihinde nasıl ortaya çıktığı ve nasıl geliştiği ele alınmış; ardından Cumhuriyet’in ilanından günümüze kadar yayımlanan resmi matematik dersi öğretim programları incelenerek bu kavramın öğretim programlarındaki değişimi analiz edilmiştir.

Bu analiz sürecinde, kavramın öğretim programlarında nasıl konumlandığını anlamlandırabilmek amacıyla çalışmanın kavramsal çerçevesinde açıklanan ekolojik model ve sezgisel, işlemsel ve formal yaklaşım sınıflandırmaları yol gösterici olmuştur.

4.2 Veri Toplama

Bu çalışmada veriler, doküman incelemesi yoluyla mevcut belgelerin tarihsel analizine dayanarak elde edilmiştir. Doküman incelemesi, araştırılan konu hakkında bilgi içeren yazılı, görsel veya işitsel materyallerin sistematik olarak çözümlenmesini içermektedir (Balaban-Salı, 2018). Araştırma sorularını yanıtlamak amacıyla, 1924 ve 2024 yılları arasında Türkiye’de yayınlanmış olan tüm ortaokul ve lise matematik dersi öğretim programları incelenmiştir. Bu kapsamda, ilköğretim (ortaokul) kademesinde 11, ortaöğretim kademesinde 11 olmak üzere toplam 22 öğretim programı belge olarak ele

alınmıştır. Bu programlar gerçek sayılar konusunun tarihsel gelişimini ve eğitim politikalarıyla olan ilişkisini ortaya koymak açısından kritik bir veri kaynağıdır.

Verilerin elde edilmesinde izlenen adımlar şunlardır:

1. Kaynakların Belirlenmesi: Araştırma sorularını yanıtlamaya uygun matematik dersi öğretim programları belirlenmiştir.
2. Kaynakların Toplanması: Milli Eğitim Bakanlığı arşivleri ve çeşitli dijital/kütüphane kaynaklarından gerekli belgeler temin edilmiştir.
3. Kaynakların Geçerliliği ve Güvenilirliğinin Değerlendirilmesi: Toplanan belgelerin orijinallığı, doğruluğu ve güvenilirliği akademik ölçütler doğrultusunda incelenmiştir.

4.3 Veri Analizi

Bu çalışmada elde edilen veriler, nitel araştırma yaklaşımlarından biri olan tarihsel analiz yöntemi ile çözümlenmiştir. Tarihsel analiz, geçmişe ait belgeleri yalnızca içerikleriyle değil üretildikleri bağlamsal koşullar, amaçlar ve yazarlarının bakış açısıyla birlikte ele almayı gerektiren bir yorumlama sürecidir (Thorpe & Holt, 2008; Cole & Breuer, 2022). Doküman analizinden farklı olarak tarihsel analiz, incelenen belgelerin oluşum bağlamını ve ardındaki zihinsel yapıyı da dikkate alarak çok boyutlu bir değerlendirme sunmaktadır (Thorpe & Holt, 2008; Cole & Breuer, 2022). Bu bağlamda 1924-2024 yılları arasında yayımlanmış olan ortaokul ve lise matematik dersi öğretim programları tarihsel bağlamları içerisinde ele alınarak içeriklerinde gerçek sayı kavramına ilişkin yapı, vurgular ve öğretimsel yönelimler sistematik olarak analiz edilmiştir. Bu süreçte, öğretim programlarında gerçekleşen değişimlerin yalnızca içerik düzeyinde değil aynı zamanda dönemin pedagojik yaklaşımları, toplumsal yönelimleri ve eğitim politikalarıyla olan ilişkileri çerçevesinde değerlendirilmesi amaçlanmıştır.

Analiz sürecinin kuramsal zeminini, çalışmada yapılandırılmış olan ekolojik model ve sezgisel, işlemsel ve formal öğretim yaklaşımları oluşturmuştur. Bu kuramsal yapı, gerçek sayılar kavramının öğretim programlarındaki konumunu belirlemeye; hangi kavramlardan beslendiğini, hangi kavramlara öncülük ettiğini ve hangi öğretimsel yaklaşımlarla sunulduğunu çok boyutlu biçimde değerlendirmeye olanak tanımıştır. Her program bu çerçevede ayrı ayrı analiz edilerek gerçek sayı kavramının öğretimsel gelişim çizgisi ortaya konmuştur.

Sonuç olarak, gerçek sayı kavramının tarihsel süreçteki dönüşümü, bu dönüşümlerin ardında yatan eğitim politikaları ve öğretim anlayışları ile birlikte bütüncül ve bağlamsal bir bakış açısıyla değerlendirilmiştir.

4.3.1 Geçerlik ve güvenirlik

Bu araştırmada geçerlilik, veri kaynağı olarak kullanılan belgelerin araştırma amacına uygunluğu, temsiliyet gücü ve içerik bütünlüğü açısından değerlendirilmiştir. Çalışmada incelenen belgeler, Milli Eğitim Bakanlığı ve/veya Talim Terbiye Kurulu tarafından resmi olarak yayımlanmış ve ülke genelinde uygulamaya konulmuş öğretim programlarıdır. Bu yönüyle belgeler, araştırmanın konusu olan gerçek sayı kavramının öğretim programlarındaki tarihsel gelişimini ve bu gelişimin eğitim politikalarıyla ilişkisini ortaya koymak açısından içerik geçerliliği taşımaktadır. Ayrıca, tüm bu programlar araştırma sorularına yanıt verebilecek dönemsel çeşitliliğe ve kuramsal çözümleme için yeterli derinliğe sahip belgeler olarak seçilmiştir.

Nitel araştırmalarda geçerlilik, araştırma probleminin bütüncül biçimde ele alınması ve incelenen olgunun özelliklerine derinlemesine odaklanmasıyla ilişkilidir. Araştırmacının elde ettiği veriler mümkün olduğunca tarafsız biçimde değerlendirilmesi ve bu verilerin araştırılan durumu ne ölçüde yansıttığı, geçerlik açısından temel belirleyicilerinden biridir (Baltacı, 2019).

Tosh'un (2006) aktardığına göre tarihsel analiz bağlamında geçerlik, yalnızca içerik çözümlemesiyle sınırlı kalmadan, belgenin üretildiği dönemin toplumsal, düşünsel ve kurumsal yapısının da dikkate alınmasıyla sağlanmaktadır. Tarihsel bir metni anlamlı kılan yalnızca içeriğinde yer alan ifadeler değil aynı zamanda bu ifadelerin hangi koşullarda, kim tarafından ve ne amaçla oluşturulduğudur. Bu çalışmada da her belge, bağlamsal yapısı gözetilerek çözümlenmiş, yorumlar yalnızca içerikle değil aynı zamanda dönemin düşünsel iklimiyle ilişkilendirilerek yapılandırılmıştır. Bu yaklaşım, tarihsel yorumun doğruluğunu salt doğrulanabilirlik üzerinden değil tutarlı ve bağlamsal açıklanabilirlik üzerinden değerlendiren bir anlayışa dayanmaktadır (Tosh, 2006).

Araştırmanın güvenirliği ise veri analizi sürecinin sistematik, şeffaf ve izlenebilir biçimde yürütülmesiyle sağlanmaya çalışılmıştır. Tüm belgeler, çalışmada tanımlanan kuramsal çerçeve doğrultusunda (ekolojik model ve sezgisel, işlemsel ve formal yaklaşımlar) aynı analiz ölçütleri ile değerlendirilmiş; yorumlar yalnızca doğrudan belge

içeriklerine dayalı olarak yapılmıştır. Verilerin çözümlenme süreci araştırma sorularıyla açık biçimde ilişkilendirilmiş ve kavramsal temellere dayandırılmıştır.

Nitel araştırmalarda güvenilirlik, araştırmanın tekrar edilmesi durumunda benzer sonuçlara ulaşıp ulaşılamayacağı sorusuyla ilişkilidir. Her ne kadar nitel çalışmalarda insan davranışlarının dinamik yapısı nedeniyle birebir tekrar zor olsa da araştırma sürecinin açıklığı ve sistematikliği güvenilirliği destekleyen başlıca unsurlar arasında yer almaktadır (Baltacı, 2019). Tosh'un (2006) da belirttiği gibi Tarihsel nitelikli araştırmalarda ise güvenilirlik, verilerin yeniden incelenmesi durumunda benzer tarihsel çıkarımların üretilebilir olmasına dayanır. Bu tür çalışmalarda önemli olan, tarihçinin dayandığı kaynakları açık biçimde göstermesi, çıkarımlarını bağlamsal temele oturtması ve yapılan yorumların tarihsel geçerlikle uyumlu bir çizgide ilerlemesidir. Bu çalışmada kullanılan kaynaklar açıkça belirtilmiş; yapılan tüm değerlendirmeler hem belge hem de tarihsel koşullarla ilişkilendirilerek sunulmuştur.

Bazı tarihsel öğretim programlarına ait orijinal belgelere doğrudan erişim sağlanamamıştır. Bu durumlarda yalnızca söz konusu programlara ilişkin doğrudan kazanım bilgisi içeren güvenilir akademik kaynaklar kullanılmıştır. Zeybek (2012) ile Özmantar, Akkoç, Kayıran ve Özyurt (2018) tarafından derlenen çalışmalarda yer alan kazanımlar, ilgili öğretim programlarının doğrudan belge aktarımı niteliğindeki bölümlerinden alınmış ve çalışmaya bu şekilde dahil edilmiştir. Bu kaynaklardan yalnızca programlara ilişkin kazanım ifadeleri kullanılmış, yorumlar bu aktarımlara dayandırılmıştır. Bu yaklaşım çalışmanın güvenilirliği açısından ek bir sorun teşkil etmemekte bilakis erişimi sınırlı tarihsel belgelerin nitelikli biçimde çalışmaya dahil edilmesini mümkün kılmaktadır.

5 BULGULAR

Bu bölümde, gerçek sayılar kavramının öğretim programlarındaki yer alışı ve vurgularındaki değişimler tarihsel bağlamda ele alınmış; dönemsel farklılıklar, içerik düzenlemeleri ve bu düzenlemelerin eğitim süreçlerine yansımaları incelenmiştir. Sunulan tablolar ve diyagramlar, ilgili yıllara ait öğretim programlarından doğrudan alınan kazanımları içermektedir. Ayrıca bulgular, yalnızca matematik eğitiminin geçmişteki yapısını ortaya koymakla kalmayıp, öğretim programlarının dönemin pedagojik yaklaşımlarıyla nasıl şekillendiğini de detaylı bir şekilde sunmaktadır.

5.1 1924 ve 1930 Yılları Arasında Matematik Dersi Öğretim Programları

Cumhuriyet'in ilanından sonra hazırlanan ve uygulanan ilköğretim programları arasında yer alan ilk matematik dersi öğretim programları, orta mektep (ilk devre) ve lise (ikinci devre) olmak üzere iki ayrı düzeyde yapılandırılmıştır. 1924 yılında uygulamaya konulan program, geçici bir düzenleme olarak tasarlanmış; 1926 itibarıyla güncellenerek yeniden düzenlenmiş ve 1930 yılında Latin harflerine çevrilerek yeniden yayımlanmıştır (Özmantar vd., 2018). Cumhuriyet dönemindeki eğitim politikaları şekillenirken, Türk toplumunun sosyal, ekonomik ve siyasi yapısı; Batı'daki bilimsel ve eğitsel gelişmeler, John Dewey gibi yabancı uzmanların hazırladığı raporları ve önerileri ile Atatürk'ün eğitim felsefesi belirleyici olmuştur (Ergün vd., 2016).

Bu dönemde matematik dersleri “hesap (aritmetik ve cebir)” ve “hendese (geometri)” başlıkları altında verilmiştir. Bu çalışmanın odağını gerçek sayılar konusu oluşturduğundan yalnızca hesap derslerine ait kazanımlar incelenmiştir. Orta mektep programının özgün metnine doğrudan ulaşılmış olup lise düzeyindeki kazanımlar ise *Sami Zeybek'in Matematik Programlarının Gelişimi (1924-2011)* adlı eserinden temin edilmiştir. Zeybek'in aktardığı bilgiler doğrultusunda hazırlanan bu lise programının, 1924–1927 yılları arasında uygulandığı ve ayrı bir yapı içerisinde sunulduğu anlaşılmaktadır (Zeybek, 2012).

Tablo 5.1.1 1924 ve 1930 Yılları Arasındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

1926 Programı – Ortamektep (I.Devre) Sınıflarının Ders Tevzii	
1.Sınıf Hesap Bölümü	- Tam sayı problemleri - Kesirler ve Ondalık Sayılar
2.Sınıf Hesap Bölümü	- Metre sistemi, kesirler ve ondalık kesirler - Cebirsel gösterim ve birinci dereceden denklemler - Adetleri temsil etmek üzere harflerin istimali, basit birinci derece muadelelerinin halli. (Sayıları göstermek için harflerin kullanılması ve birinci derece basit denklemlerin çözülmesidir.)
3.Sınıf Hesap Bölümü	- Tam ve kesirli sayılarla işlemler - İkinci dereceden denklemler - İkinci derece muadeleleri. Cezirler ile emsaller beyindeki münasebetler. (İkinci derece denklemler ve köklerle katsayılar arasındaki ilişkiler.)
1924-1927 Yılları Arasında Okutulan Lise Programı	
Hesap	- Amel-i Erbaa (dört işlemin tekrarı), hesab-ı zihn-i talimleri (zihinden hesaplama talimleri), adad-ı tamme (tam sayılar) üzerine mesail halli. - Bu kazanım, öğrencilerin dört işlemi pekiştirmeleri, zihinden işlem yapabilme becerilerini geliştirmeleri ve tam sayılarla ilgili problem çözme becerisi kazanmalarını amaçlamaktadır. Sayı kavramının temelleri ve işlemsel uygulamaları bu başlık altında ele alınmaktadır. - Asıl sayıların tarifi, dört işlemi bunların Türkiye ölçülerine uygulaması, mûmarese ve mesail halli. - Bu kazanımda doğal/tam sayıların tanıtımı yapılmakta, bu sayılarla dört işlem Türkiye’de o dönem kullanılan ölçü birimleri üzerinden öğretilmekte ve uygulama çalışmaları ile problem çözümleri yapılmaktadır.
Hesap, Cebir, Resm-i Hat Birinci Sene	
Hesap	- Dört işlemin tekrarı (noksanların tamamlanması suretiyle geçen seneki derslerin hatırlatılması). Adedlerin bazı hassası. Kabiliyet taksim şartları. Asli aded. Mazrubata tefrik ve bu usul ile kasın müşterek i’zam ve misl müşterek asgar tayini, mûmarese. - Bu bölümde önce dört işlem tekrar ediliyor, öğrencilerin eksikleri gideriliyor ve önceki bilgiler hatırlatılıyor. Ardından sayılarla ilgili temel bilgiler veriliyor: asal sayılar, bölünebilme kuralları, çarpanlara ayırma, EBOB ve EKOK gibi konular işleniyor ve uygulama çalışmalarıyla pekiştiriliyor. - Kesir adı, tevhid-i muhrec, muhrec müşterek asgar, a’mal erbaası, kesir işarı, amal erbaası, iki kesirin yek diğerine tahvili. - Basit kesirlerin tanıtımı, payda eşitleme, en küçük ortak payda bulma, kesirlerle dört işlem, kesirlerin gösterimi ve kesirleri birbirine dönüştürme gibi konular ele alınmaktadır. - Cezr (kök) hakkında genel bilgi, cezr murabba (karekök) ameli kaide, muakeb ve cezir murkeab ameli kaide.
Hesap, Cebir, Resm-i Hat İkinci Sene	

Tablo 5.1.1 (Devam) 1924 ve 1930 Yılları Arasındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

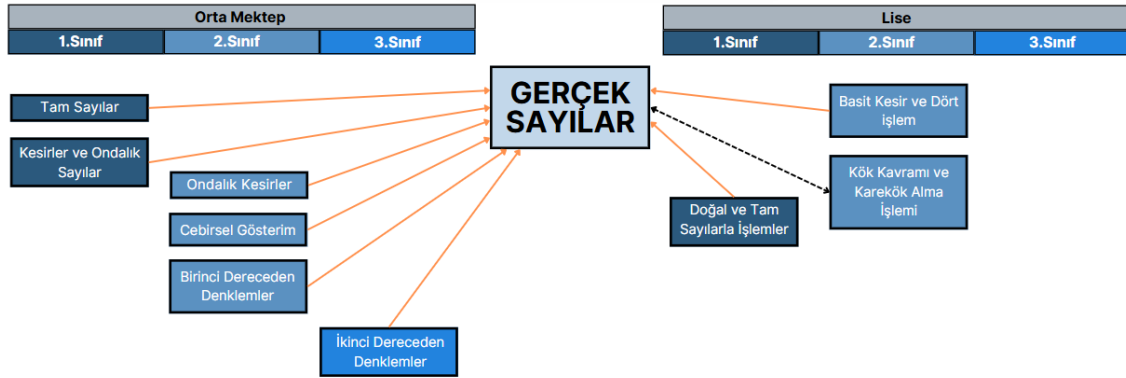
	- Bu bölümde karekök kavramı tanıtılmakta, ardından karekök alma işleminin kuralları, ardışık örneklerle uygulamalar ve karmaşık (bileşik) köklü ifadelerin kareköklerinin alınmasına dair kurallar ele alınmaktadır.
	Hesap
Hesap, Cebir, Resm-i Hat Üçüncü Sene	Faiz hesapları, iskonto, cari hesap düzenlemeleri ve yıllık gelir hesaplamaları gibi içerikler sayılarla çalışmayı içerse de bu çalışmalar sayı kümelerinin yapısal özelliklerini tanıtmak ya da gerçek sayı kavramını geliştirmekten ziyade günlük hayata yönelik hesaplama becerileri kazandırmaya yöneliktir.

Cumhuriyet'in ilanından sonra yayımlanan ilk matematik dersi öğretim programları incelendiğinde, “ameli kaide (kural uygulama pratikleri)” gibi ifadeler, kavramın yapılandırılmasından ziyade semboller üzerinden işlem becerisi kazandırmayı önelediğini göstermektedir. Bu durum, öğrencilerin sayı kümelerini kavramsal olarak ayırt etmelerinden çok, farklı sayı türleri üzerinde işlem yapma yeterliliğine odaklanıldığını düşündürmektedir.

Programlarda modelleme, görsel temsil ya da sezgisel açıklamalar içeren herhangi bir ifade bulunmamaktadır. Bu dönemin öğretim anlayışının sezgisel yaklaşımı göz ardı ettiği söylenebilir.

Bununla birlikte, “cezr (kök) hakkında genel bilgi verilmesi” gibi ifadeler yalnızca işlemsel değil aynı zamanda sınırlı da olsa kavramsal düzeyde bir bilgilendirme çabası bulunduğunu göstermektedir. Bu durum, öğretim içeriğinin tamamen formal bir yapıdan yoksun olmadığını ancak bu yapının sistematik ve bütüncül bir biçimde sunulmadığını ortaya koymaktadır. Tüm bu yönleriyle gerçek sayılar kavramı doğrudan olmasa da dolaylı olarak işlemsel bir çizgide sunulmuş sezgisel temsillere ve yapılandırılmış kavram ağlarına yeterince yer verilmediği için, ekosistem içindeki geçişler sınırlı kalmıştır.

Şekil 5.1.1 1924 ve 1930 Yılları Arasında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



Diyagramda verilen (turuncu) düz uçları gerçek sayıları gösteren çizgiler, doğrudan gerçek sayılara değinilmeyen ancak bu kavrama hazırlık sağlayan içerikleri göstermektedir. Kesikli (siyah) çizgiler ise programda açıkça ilişkilendirilmeyen ancak gerçek sayılarla doğrudan bağlantılı olan ileri düzey konuları göstermektedir. Çizgilerin uçlarında bulunan ok işaretleri kavramların geçişlerinin yönünü göstermektedir.

Bu diyagram doğrultusunda, bu dönemdeki öğretim programlarında gerçek sayılar kavramına doğrudan yer verilmemiş ancak ona ilişkin yapıların örtük biçimde işlendiği görülmektedir. Ortaokulda kesirler, tam sayılar ve cebirsel temsillerle başlayan süreç; lisede denklemler ve karekök işlemleriyle genişletilmiştir. Ancak bu geçişlerde kavramlar arası ilişki açıkça tamamlanmamış, örneğin karekök işlemleri irrasyonel sayılara kapı aralasa da bu içerikler gerçek sayı kavramı ile ilişkilendirilmemiştir.

Bu bağlamda öğretim programlarının genel yapısı gerçek sayılar kavramını işlemsel bir çizgide, parçalı bir yapıyla ve sınırlı sezgi temeliyle sunmuş; kavramın yer aldığı ekosistemi tanımlamadan yalnızca örneklerle işlem pratiği kazandırmayı hedeflemiştir. Bu durum, kavramlar arası geçişlerin doğal gelişimini engellemekte ve ekosistemin kavramsal sürekliliğini zayıflatmaktadır.

5.2 1938 Matematik Dersi Öğretim Programları

1938 tarihli program, Harf İnkılabı sonrası yürütülen dilde sadeleşme hareketlerinin etkisiyle hazırlanmıştır (Özmantar vd., 2018, s. 37). Bu dönemde Hasan Ali Yücel'in Bakanlık görevinde olduğu yıllarda, Doğu ve Batı klasiklerinin Türkçeye kazandırılması öncelik kazanmış; 1932 yılında kurulan Halkevleri ile kırsal bölgelerde

yaşayan bireylere çağdaş değerlerin kazandırılması ve halkla aydınlar arasında daha güçlü bir etkileşim kurulması yönünde çabalar artmıştır (Ergün vd., 2016). Bu bağlamda program yapısal olarak önceki programdan daha sistematik ve yoğun bir içerik sunmaktadır.

Ortaokul düzeyinde 1. sınıfta aritmetik ve geometri; 2. sınıfta aritmetik, cebir ve geometri; 3. sınıfta ise cebir ve geometri derslerine yer verilmiştir. Lise düzeyinde ise 1 ve 2. sınıflarda cebir ve geometri; 3. sınıfta ise cebir ve kozmografya alanları bulunmaktadır.

Tablo 5.2.1 1938 Yılında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

1938 Ortaokul Programı	
Ortaokul 1. Sınıf Aritmetik	Tam sayılar, ondalık sayılar ve kesirlerle ilgili temel kavramlar ile bu sayı kümeleri üzerinde işlemler ele alınmıştır.
Ortaokul 2. Sınıf Aritmetik ve Cebir	Bilinmeyenlerle (harflerle) yapılan işlemler, sayı doğrusu ve hesaplamalar arasındaki ilişkiler ile birlikte özdeşlik ve denklemler konularına değinileceği belirtilmiştir. - Cebir sayıları: sayı eksen, pozitif ve negatif sayılar, cebir sayılarının dört işlemi ve denklemler. - Kare ve karekök: çok terimli ifadelerin karesi, çok rakamlı sayıların karesine eplikat, pozitif sayıların kare kökü. - Karekök tabloları. Küp ve küp kök tabloları. Denel olarak görev fikrinin verilmesi ve grafikte gösterme
Ortaokul 3. Sınıf Cebir	Birinci dereceden bir ve iki bilinmeyenli denklemler ile bu denklemlere yönelik problemlerin çözümüne yer verilmiş; logaritma özellikleri ve hesap cetveli kullanımı ele alınmıştır.
1938 Lise Programı	
Mesleki Birinci Sınıf – Cebir	Cebirsel ifadeler, birinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler ile bunların uygulamaları, problemleri ve grafikte çözümleri ele alınacaktır.
Mesleki İkinci Sınıf – Cebir	- Üsler teorisi (tam ve kesirli üsler). Neğrasyonel ifadeler üzerine eplikat. Neğrasyonel sayılar hakkında fikir. Kurgal sayılar hakkında basit fikir. Sayılar hakkında genel bir görüş. - Tam ve kesirli üslerle ilgili bilgi, rasyonel olmayan ifadeler üzerine uygulamalar, irrasyonel ve hayali (sanal) sayılarla ilgili temel fikirlerin verilmesi. İkinci dereceden tek bilinmeyenli denklemler, bu denklemlerin kökleriyle ilgili ilişkiler, grafik çizimleri ve problem çözümüne dair uygulamalar ele alınmaktadır. Ayrıca iki kareli denklemler ve grafikte çözüm yöntemleri de işlenmektedir. Üslü ifadelerle ilgili işlemler, logaritmanın tanımı ve temel özellikleri, logaritma tabloları aracılığıyla işlem yapma ve bu işlemlerin yer aldığı hesap çizelgeleri ele alınmaktadır.

Tablo 5.2.1 (Devam) 1938 Yılında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

Mesleki Üçüncü Sınıf – Cebir	• Türev: Basit görevlerin türevleri. Türevin geometrik anlamı. Türevin işaretinin değişme yönünü göstermesi. Türev yardımı ile kafçıtanları sayı olan aşağıdaki basit görevlerin değişey ve grafiği. - Bu kazanımda, temel fonksiyonların türevleri, türevin geometrik yorumu ve işaretinin değişimiyle ilgili yorumlar yapılmaktadır. Ayrıca, lineer, ikinci derece ve rasyonel fonksiyonların türevleri ve grafik incelemeleri ele alınmaktadır.
---	---

Ortaokul düzeyinde tam sayılar, kesirler, ondalık sayılar, sayı doğrusu ve karekök işlemleri gibi kazanımlar gerçek sayılar kavramının temelini oluşturacak biçimde sıralanmış olsa da bu kavramların birbirine nasıl bağlandığına dair bir yapı sunulmamıştır. Örneğin, “pozitif sayıların karekökü” gibi ifadelerle irrasyonel sonuçlara yol açabilecek işlemlere yer verilmiş ancak bu işlemlerin ait olduğu sayı kümesine dair hiçbir kavramsal tanım yapılmamıştır. Bu durum, sezgisel olarak sayı doğrusu üzerinden bir sunum yapılmaya çalışılsa da bu sunumun yalnızca yüzeysel kaldığını, öğrencinin sayı yapısını kavramsal olarak anlamlandırmasının desteklenmediğini göstermektedir.

“Cebir sayıları: sayı eksen” ifadesi, doğrudan sayı doğrusu üzerine yapılan bir sezgisel geçiş izlenimi verse de burada sayı doğrusu gerçek sayı doğrusu olarak sunulmadığından dolayı, kavramın bütüncül anlamı eksik bırakılmıştır. Ayrıca, “kök tabloları”, “grafikle gösterme” gibi kazanımlar sezgisel temsile alan açabilecek potansiyele sahipken, bu potansiyel pedagojik bir yapıya dönüştürülmeden yalnızca işlemsel kullanım düzeyinde bırakılmıştır.

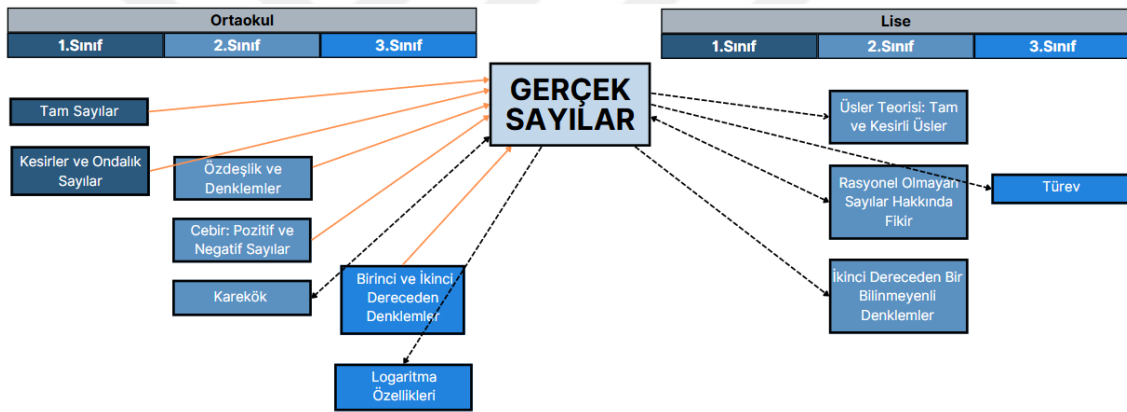
Lise düzeyinde ise kavramlar çok daha açık biçimde irrasyonel yapılarla ilişkili hâle getirilmiş olmasına rağmen, bu durum yalnızca uygulama ve çözüm yönünden ele alınmıştır. “Tam ve kesirli üsler”, “logaritma”, “irrasyonel ifadeler”, “kurgal sayılar hakkında fikir” gibi kazanımlar, gerçek sayılar kümesinin doğrudan varlığını gerektiren içeriklerdir. Ancak ne irrasyonel sayılar kavramsal olarak tanımlanmış ne de bu sayıların yer aldığı sayı kümesi olan gerçek sayılar açık biçimde sunulmuştur.

Özellikle ikinci dereceden denklemlerle ilgili kazanımlarda, köklerin irrasyonel olabileceğine dair bir farkındalık bulunmaksızın yalnızca çözüm yöntemlerine odaklanıldığı görülmektedir. Bu da öğrencinin işlemi uygulayabilmesine rağmen, neye çözüm bulunduğunu kavrayamamasına neden olabilecek bir yapıya işaret etmektedir.

Formal düzeyde ise çok ciddi bir eksiklik söz konusudur. Sayı kümelerine, kümeler arası ilişkilere, tanımlara ya da kavramsal yapıya dair herhangi bir doğrudan ya da dolaylı sunum yapılmadığı gibi, kavramların birbirinden beslendiği yapısal bir bütünlük de ortaya konmamıştır. Öğrenciler yalnızca prosedürleri ve tabloları takip ederek işlem yapmaktadır.

Sonuç olarak, 1938 programında gerçek sayılar kavramı, açıkça tanımlanmadan, onu besleyen kavramlar üzerinden örtük biçimde ve yalnızca işlemsel bağlamda ele alınmıştır. Bu durum, kavramın öğretiminde hem sezgisel bütünlüğün hem de formal yapının eksik kalmasına neden olmuş; kavramlar arasındaki geçişler ise öğrenciler tarafından fark edilebilecek açıklıkla sunulmamıştır.

Şekil 5.2.1 1938 Programında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



Şekil 5.1.1'deki gibi bu diyagramda da turuncu ve kesikli siyah çizgilere yer verilmiştir ve aynı anlamı taşımaktadır. Buna göre tam sayılar, kesirler gibi öğrenme alanları, öğrencilerin gerçek sayı kavramına sezgisel ve işlemsel bir temel üzerinden ulaşmalarına olanak sağlamaktadır.

Ayrıca üsler teorisi, logaritma özellikleri, türev gibi öğrenme alanlarının gerçek sayı kümesi ile temellendirilmesi gerektiği açıktır. Bununla birlikte, bu kavramsal bağın programda net biçimde kurulmamış olması, bilgi ekosisteminde kırılmalara yol açmakta; öğrencilerin anlam yapılarını işlemsel ve parçalı öğrenmeler üzerine kurmasına neden olmaktadır.

Örneğin, karekök işlemi kazanımlarda yalnızca pozitif sayıların karekökü ile sınırlı kalmış; irrasyonel sayıların varlığı ya da karekök içindeki sayıların gerçek sayı kümesine etkisi gibi temel matematiksel ilkeler açıklanmamıştır. Aynı şekilde, logaritma

işlemleri veya irrasyonel üsler gibi alanlar, gerçek sayıların bütünsel yapısını temel almaksızın ele alınmıştır. Bu durum, öğretim programında gerçek sayılar kümesinin sezgisel ya da işlemsel bağlamda sunulmuş olsa da formal olarak sınırlarının tanımlanmadığını ortaya koymaktadır.

Sonuç olarak, 1938 programında gerçek sayılar dolaylı yollarla yer bulsa da kavramın açık tanımı yapılmadığı ve ilişkili öğrenme alanlarıyla bütünsel bağ kurulmadığı için kavramsal süreklilik ve pedagojik derinlik zayıf kalmıştır.

5. 3 1949 ve 1952 Matematik Dersi Öğretim Programları

Bu bölümde, 1949 yılında yürürlüğe giren Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı ile 1952 yılında güncellenerek uygulanmaya başlanan Lise Matematik Dersi Öğretim Programı incelenmiştir. 1948 İlkokul Programı, köy ve şehir okullarını birleştiren ilk ortak program olarak hazırlanmış; bilimsel temelli yaklaşımıyla önceki programlardan ayrılmıştır. Program, çok partili hayata geçişin etkisiyle demokratik değerleri yansıtmış; amaçlar toplumsal, bireysel, insan ilişkileri ve ekonomik hayat olmak üzere sınıflandırılmıştır. Bu dönemde Türk eğitim sisteminde Amerikan etkisi görülmeye başlamıştır. 1952’de Amerikalı Prof. Dr. Wofford’un katkısıyla program geliştirme süreci daha sistematik hale gelmiştir (Ergün vd., 2016).

Ortaokul programı doğrudan kaynaklardan elde edilmiş olup detaylı kazanım içerikleri ve açıklamalarıyla birlikte değerlendirilmiştir. Lise programı ise Sami Zeybek’in Matematik Programlarının Gelişimi (1924–2011) adlı eserinde yer alan ilgili bölümlere dayalı olarak çalışmaya dahil edilmiştir. Orta Okul Programı, önceki programlara kıyasla önemli değişiklikler içermektedir. Matematik dersi, “Aritmetik ve Cebir” ile “Geometri” olmak üzere iki ana bölümden oluşmaktadır. Her iki bölüm de amaçlar, açıklamalar, gerekli araç ve gereçler ile her sınıf düzeyinde öğretilmesi beklenen konulara ayrılmıştır. Bu programda, matematik dersinin amaçları ilk kez “Amaçlar” başlığı altında açık ve net bir şekilde belirtilmiştir.

Tablo 5.3.1 1949 ve 1952 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

1949 Ortaokul Programı	
	Aritmetik
1.Sınıf	Tam sayılar, kesirler ve ondalık kesirler ile bu sayıların dört işlemi ele alınmış; kesirlerin sadeleştirilmesi, genişletilmesi ve kesir türleri arası dönüşümlere yönelik kazanımlar verilmiştir.
	Aritmetik
2.Sınıf	Tam sayılar, bayağı ve ondalık kesirler üzerine alıştırmalar ve problemler.
	Aritmetik – Cebir
3.Sınıf	Tam sayılar, kesirler ve cebirsel sayılarla dört işlem alıştırmaları yapılmış; birinci dereceden bir ve iki bilinmeyenli denklemlerin çözümü ile ilgili uygulamalara yer verilmiştir.
1952 Lise Programı (Sami Zeybek'in kitabından ulaşıldı)	
	Aritmetik – Cebir
	Cebirsel ifadelerle dört işlem, oran-orantı, çarpanlara ayırma, sadeleştirme ve özdeşliklere yönelik uygulamalara yer verilmiştir.
1.Sınıf	- İki ve üç bilinmeyenli denklemlerin çözümleri. (Yerleştirme ve yok etme metotları). - Değişken ve fonksiyon. Kavramlar düzlemde koordinat sistemi. $y = ax + b$ fonksiyonunun incelenmesi, grafikte gösterilmesi ve bununla ilgili çeşitli uygulamalar (Bu uygulamalar katı sayıların tayini şeklinde tünerik, örnekler üzerinde yapılacaktır). - Eşitsizlikler ve özellikleri, $ax+b$ ifadesinin işareti: birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözümleri.
	Aritmetik – Cebir
2.Sınıf	- Üslü kemiyetler, köklü kemiyetler (nicelikler), tam kesirli üslü kemiyetlerin dört işlemi ($y = x^2$, $y = x^3$) gibi fonksiyonların grafikte gösterilmesi. - Kare kök alma, küp kök alma (basit şekilde). - Sayılar hakkında genel bilgiler; rasyonel, irrasyonel ve karmaşık sayılar. - Bir bilinmeyenli ikinci derece denklemlerin çözümü; köklerle kat sayılar arasındaki bağıntılar. İkinci dereceden türetilmiş denklemlerin çarpanlara ayrılması; bu çarpanlar yardımıyla kök bulma. - Bir bilinmeyenli birinci ve ikinci dereceden irrasyonel (köklü) denklemlerin çözümü.
	Cebir
3.Sınıf	Üslü ve logaritmik denklemlerin çözümüne, ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin grafik temelli çözümlerine ve ilgili problemlere yer verilmiştir.

Bu matematik öğretim programlarında, ortaokuldan liseye uzanan süreçte sayı kavramları kademeli olarak genişletilmekte; tam sayılar, kesirler, cebirsel ifadeler ve irrasyonel öğeler adım adım sunulmaktadır. Ortaokul düzeyinde tam sayılar, ondalık

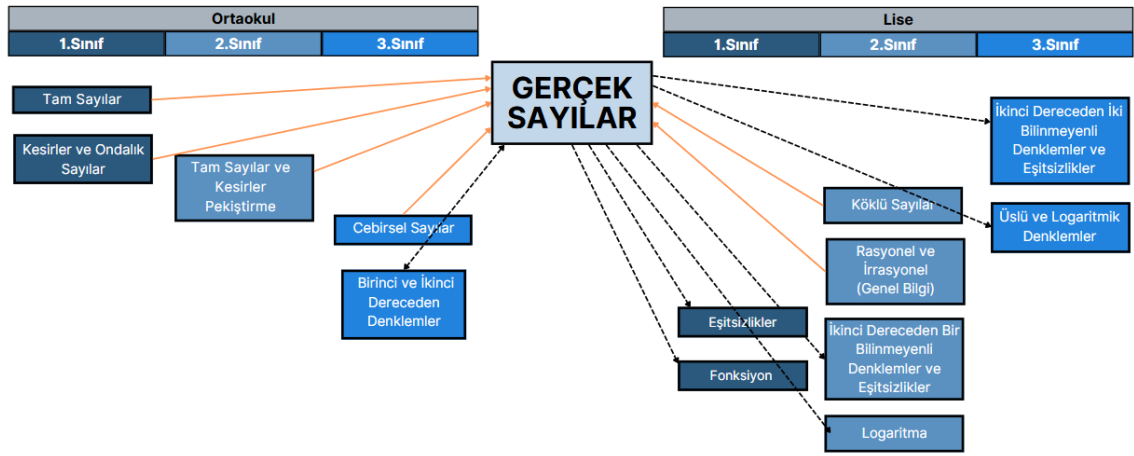
kesirler ve cebirsel sayılar gibi temel kavramlar işlem becerileri üzerinden ele alınmış, bu yapı lise düzeyinde cebirsel ifadeler, köklü ifadeler ve denklemler aracılığıyla ileri düzey cebirsel yapılara doğru genişletilmiştir.

Ancak dikkat çekici biçimde gerek ortaokul gerekse lise programında gerçek sayılar kavramı doğrudan ve açık bir şekilde tanımlanmamıştır. Kavram, yalnızca irrasyonel sayılar, kareköklü denklemler veya kesirli üsler gibi dolaylı ifadeler aracılığıyla örtük biçimde sezdirilmiştir. Özellikle “sayılar hakkında genel bilgiler” başlığı altında “rasyonel, irrasyonel ve karmaşık sayılar”’a değinilmesine karşın, bu sınıflamanın tanımsal bir açıklaması sunulmamış; kavramlar yalnızca örneklerle işlemsel düzeyde kalmıştır. Bu durum, kavramın kavramsal bütünlük içinde değil, işlem temelli ve parçalı şekilde verildiğini göstermektedir.

Kazanımlar incelendiğinde, öğretim yaklaşımının ağırlıklı olarak işlemsel olduğu görülmektedir. Dört işlem, sadeleştirme, çarpanlara ayırma gibi becerilere yapılan vurgu, işlemsel yönelimi öne çıkarırken kavramların aksiyomatik temellerine yer verilmemesi, formal yaklaşımdan uzak kalındığını göstermektedir. Ayrıca bazı grafiksel uygulamalar, görselleştirme yoluyla sezgisel anlamlandırmaya katkı sağlamakta ancak bu katkı sistemli bir sezgisel yapı oluşturmaktan çok, işlem sürecini destekleyici nitelikte kalmaktadır.

Programların gerçek sayılarla ilgili öğretimi için formal çerçeveden uzak, işlemsel ağırlıklı ve parçalı yaklaşımla yürütülmüştür. Bunun yanı sıra gerçek sayılar; rasyonel, irrasyonel ve cebirsel ifadeler üzerinden örtük biçimde sezdirilmekte ancak formal yapı oluşturulmadığından öğretim sürecinde merkezi bir konumda ele alınamamasına neden olmaktadır.

Şekil 5.3.1 1949 ve 1952 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



Yukarıdaki diyagram, 1949 ve 1955 matematik öğretim programlarında gerçek sayılar kavramının açıkça tanımlanmamasına rağmen, onu doğrudan besleyen ve ondan türeyen kavramlarla kurulan yapısal ilişkiyi ortaya koymaktadır. Programlarda “gerçek sayılar” terimi doğrudan bir başlık altında ele alınmamış; ancak tam sayılar, kesirler, cebirsel ifadeler ve köklü sayılar gibi kavramlar aracılığıyla bu yapının adım adım inşa edildiği gözlemlenmektedir.

Ortaokul düzeyinde kazandırılan tam sayılar ve kesir işlemleri, 3. sınıfta cebirsel sayılar ve denklem çözümleriyle birleşerek gerçek sayılara zemin hazırlamaktadır. Bu noktada, kavramlar birbirini yalnızca işlemsel değil, anlamsal olarak da desteklemekte, özellikle cebirsel işlemler yoluyla sayıların farklı gösterimleriyle tanışma sağlanmaktadır. Ancak programda irrasyonel sayıların açıkça işlenmemesi, gerçek sayı kümesinin yapısal bütünlüğünün öğrenciye sunulmasını engellemiştir.

Lise düzeyine geçildiğinde bu eksiklik daha belirgin hâle gelmektedir. Rasyonel ve irrasyonel sayılara dair genel bilgi verildiği ifade edilse de gerçek sayılar hâlâ ayrı bir tema olarak sunulmamaktadır. Buna rağmen, programın çeşitli bölümlerinde yer alan kareköklü ifadeler, irrasyonel denklemler, logaritmalar ve fonksiyonlar, gerçek sayılar üzerine kurulu bir matematiksel düşünme biçimini zorunlu kılmaktadır. Örneğin, logaritma gerçek sayı bilgisi olmadan sürdürülebilir değildir. Benzer şekilde, ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklemlerin çözümü gibi işlemler de gerçek sayılar kümesi içinde yapılan çözüm yollarına dayanmaktadır. Bu durum, gerçek sayılar kavramının

sistemin merkezinde konumlandığını ancak öğretimsel olarak örtük bırakıldığını açıkça ortaya koymaktadır.

Tüm bu yönleriyle programların, gerçek sayılar kavramını açıkça tanıtmadan bu kavram etrafında dolaylı bir öğrenme ağı kurmaktadır. Ancak kavramın anlamını ve dayandığı temel ilişkileri öğrenciye fark ettirmeden ilerlemesi, kavramsal bilginin bütünlüğünü zedeleyen önemli bir eksiklik olarak değerlendirilebilir.

5. 4 1970 ve 1977 Matematik Dersi Öğretim Programları

1970 ve 1977 yılları arasında uygulanan lise ve ortaokul matematik dersi öğretim programları, dönemin eğitim politikaları doğrultusunda matematik öğretimini yeniden yapılandırma çabasını yansıtmaktadır. 1968 yılından 1980'e kadar süren öğretim programı güncelleme ve geliştirme çalışmalarına yönelik şuralar ve çeşitli pilot uygulamalar yürütülmüştür (Ünal & Ünal, 2010). Bu bağlamda 1970 Lise ve 1977 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programları 1968 yılında geliştirilen modern matematik yaklaşımının yansımaları niteliğindedir. Bu programlar sınıf düzeylerine göre yapılandırılmış içerik düzeniyle amaçlara ulaşmayı kolaylaştırmıştır. 7. Milli Eğitim Şurası'nda belirlenen hedeflere yer verilmiş ve ilköğretim amaçları ve öğretim ilkeleri açıkça tanımlanmıştır (Ergün vd., 2016).

Ortaokul düzeyindeki program da, daha çok matematiksel içerik aktarımına dayalı bir yaklaşım benimsenmiş, bilişsel süreçleri merkeze alan hedeflerle öğrencilerin analiz etme, araştırma ve kritik yapma gibi üst düzey düşünme becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Özellikle 1949 Ortaokul Programı'na kıyasla 1977 programında bu tür hedeflerin ön plana çıktığı ve “geometri, cebir ve aritmetik” ayrımlarının kaldırılarak bütüncül öğrenme alanlarına geçildiği görülmektedir (Özmantar vd., 2018).

Lise düzeyinde uygulanan program ise, Zeybek (2012)'in ifadesiyle “klasik matematik yönteminden modern matematik yöntemine geçiş, bir düşünüş biçiminden başka bir düşünüş biçimine geçiş demektir” şeklinde tanımlanmıştır. Bu geçiş süreci birdenbire değil, aşamalı olarak projelerle gerçekleştirilmiştir. Modern matematik anlayışının etkisiyle programda, matematiğin yapısal yönüne ve aksiyomatik temellere dayalı düşünme biçimine öncelik verilmiş, öğrencilere “gelişmekte olan matematiğin

kapılarını açacak ön bilgiyi verme” ve “doğru düşünme kurallarının aksiyomatik bir düzenle gelişebileceğini gösterme” gibi hedefler belirlenmiştir (Zeybek, 2012, s. 162).

Tablo 5.4.1 1970 ve 1977 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

1977 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı (Özmantar ve dğ., Kitabından ulaşıldı)	
Orta 1.Sınıf	Doğal Sayılar Doğal sayılar ve sayma sayıları, sayı ve basamak değeri, doğal sayılarda işlemler ve özellikleri.
	Rasyonel Sayılar Kesirler, rasyonel sayılar, rasyonel sayılarda işlemler ve özellikleri, ondalık sayılar.
Orta 2.Sınıf	Rasyonel Sayılar Sayı doğrusu, negatif tam ve rasyonel sayılar, sayılarla dört işlem.
	Denklemler Eşitlik ve eşitsizliklerin ifade edilmesi, eşitlik ve eşitsizlik çözümleri.
Orta 3.Sınıf	Reel (Gerçek) Sayılar Rasyonel sayıların sayı doğrusunda gösterilmesi, ondalık gösterim, irrasyonel sayılar, reel sayılar ve sayı doğrusu.
	Denklemler Özdeşlik ve binom açılımı, birinci dereceden bir ve iki bilinmeyenli denklemler.
1970 Lise Programı (Sami Zeybek’in kitabından ulaşıldı)	
Lise 1.Sınıf	Cebir Pozitif, sıfır ve negatif cebirsel sayılarla dört işlem, üslü gösterim ve işlem özelliklerine yer verilmiş; değişken, fonksiyon, artan-eksilen fonksiyon kavramları $y = ax + b$, $y = ax^2 + bx + c$ gibi nümerik örneklerle ele alınmıştır. Ayrıca bir ve iki bilinmeyenli birinci dereceden denklem ve eşitsizlikler ile grafik temelli çözümler ve problem uygulamaları işlenmiştir.
Lise 2.Sınıf (Fen Kolu)	Cebir - Pozitif ve negatif tam sayı üslü ifadeler ile kesirli üslü (köklü) ifadeler üzerinde işlemler yapılması ve karekök alma süreci öğretilmektedir. - Logaritma kavramı: Logaritmanın özellikleri. Logaritma cetveli yardımıyla hesaplamalar. İkinci dereceden denklemler, kök ile kat sayı ilişkileri ve ikinci dereceden denklemlere indirgenebilen özel örnekler (çift kareli ve irrasyonel denklemlerden basit örnekler) üzerinden ele alınmış; problem çözümlerine yer verilmiştir. Türev kavramı, değişkenin belirli bir değeri üzerinden geometrik olarak tanımlanmış, temel fonksiyonların türevleri ve bu fonksiyonların eğrilerine ait teğet denklemlerine yönelik kazanım verilmiştir.
Lise 3.Sınıf (Fen Kolu)	Cebir Sayılar hakkında genel bilgi. Rasyonel, irrasyonel ve karmaşık sayılar.

Tablo 5.4.1 (Devam) 1970 ve 1977 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

Cebirsel ifadeler, özdeşlikler, bölünebilme kuralları ve parametrik denklemlerle ilgili kazanımlar sunulmuştur.
Fonksiyon türleri, limit, süreklilik, türev ve türevin geometrik uygulamalarına; cebirsel fonksiyonların grafiksel değişimi ile ilkel fonksiyon kavramına yönelik kazanımlar da programa dahil edilmiştir.

Ortaokul 1. sınıftan itibaren doğal sayılar ve rasyonel sayılar üzerinden yürütülen işlem temelli yapı, 2. ve 3. sınıf düzeylerinde rasyonel sayıların sayı doğrusu üzerinde modellenmesi, denklem ve eşitsizlik konularına genişletilmesi ile devam etmektedir. Cumhuriyet tarihindeki programlarda ilk kez bu programda, 8. sınıf (orta 3) düzeyinde gerçek (reel) sayılara açık bir şekilde yer verilmiştir. Burada irrasyonel sayılara ve gerçek sayı doğrusu temsiline yer verilerek gerçek sayıların örtük yapısına sezgisel düzeyde geçiş yapıldığı söylenebilir. Bu kazanımlar öğrencide sayı doğrusu üzerinde bütünlüklü bir sayı kümesi yapısı geliştirmeye yöneliktir.

Lise düzeyine geçildiğinde, özellikle 1. sınıfta cebirsel işlemler, üslü gösterimler ve fonksiyon kavramı üzerinden yapı genişletilmiştir. Ancak gerçek sayılar açıkça formal bir şekilde tanımlanmamıştır. Buradaki kazanımlar, gerçek sayıların beslediği cebirsel yapıların (örneğin fonksiyonlar ve grafikleri) varlığına işaret etse de bu yapıların temel aldığı sayı kümesi belirtilmemiştir.

Lise 2. sınıfta, irrasyonel ve köklü ifadeler üzerinden ikinci derece denklemler ve logaritmik işlemler yer almakta; bu noktada gerçek sayılar kavramı işlemsel bağlamda yoğun olarak kullanılmaktadır. Ancak yine doğrudan tanım ya da kavramsal sunum yapılmamaktadır.

Lise 3. sınıfta ise fonksiyon, limit ve türev gibi kavramlarla birlikte, gerçek sayılar formel matematik yapıları içinde kullanılmaya başlanmıştır. Ancak bu düzeyde dahi gerçek sayılar kavramının tanımına, küme yapısına ya da önceki sınıflardaki temellendirilme sürecine dair sistematik bir yapı bulunmamaktadır.

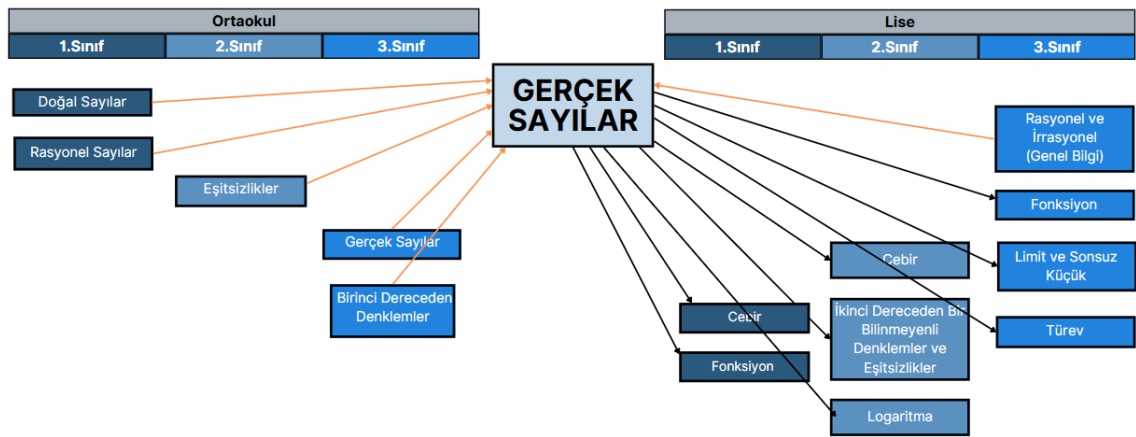
Gerçek sayılar kavramı bu programlarda ağırlıklı olarak işlemsel bir yaklaşımla sunulmuştur. Özellikle ortaokul düzeyinde doğal sayılar, kesirler ve ondalık kesirler gibi

kavramlar yalnızca dört işlem pratiği ile ele alınmış; gösterim, ilişkilendirme ve kavramsal temellendirme gibi ifadelerle kazanımlarda yer verilmemiştir. Bu durum öğrencinin işlem becerisi gelişse de kavramsal bütünlük oluşturmakta zorlanabileceğini göstermektedir.

Sezgisel yaklaşıma ortaokul 3. sınıfta rasyonel ve irrasyonel sayıların sayı doğrusu üzerindeki gösterimiyle sınırlı kalmaktadır. Bu kazanım, sayı kümelerinin bütüncül temsiline imkan tanıyabilecek potansiyele sahip olsa da kavramsal olarak yapılandırılmamış ve öğretimsel olarak derinleştirilmemiştir.

Formal yaklaşım ise yalnızca lise programında ve oldukça sınırlı biçimde görülmektedir. Üslü ifadeler, logaritmalar ve ikinci dereceden denklemler işlemsel düzeyde ele alınmış; aksiyomatik bir temel oluşturulmamıştır. Lise 3. sınıfta verilen rasyonel ve irrasyonel sayıların tanımlarına ilişkin ifade ise yalnızca genel bilgi düzeyinde sunulmuş, küme yapısı ya da tanıma dayalı biçimsel içerik kazandırılmamıştır.

Şekil 5.4.1 1970 ve 1977 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



Yukarıdaki diyagramda, 1970 ve 1977 öğretim programları kapsamında gerçek sayılar kavramının ekosistem içerisindeki yeri, onu besleyen ve beslediği kavramlar doğrultusunda yapılandırılmıştır. Ortaokul düzeyinde doğal sayılar, rasyonel sayılar ve eşitsizlikler gibi temel kavramlar gerçek sayıların öğretimine zemin hazırlamaktadır. Bu kavramlarla kurulan ilişki, programda açıkça belirtilmiş olup sezgisel temeller üzerinden ilerlemektedir.

Gerçek sayılar, programda ilk kez 8. sınıf (orta 3) düzeyinde açık biçimde yer almış; bu durum, kavramın öğretiminde önemli bir dönüm noktası olmuştur. Lise düzeyinde ise, gerçek sayılar kavramı çok daha geniş bir kavramsal alanı beslemeye başlamış; cebir, fonksiyon, ikinci dereceden denklemler ve eşitsizlikler, logaritma, limit ve türev gibi kavramlar bu yapı üzerinden inşa edilmiştir.

Diyagramda kesikli siyah oklarla gösterilen ilişkiler, öğretim programlarında doğrudan ifade edilmeyen ancak pedagojik ve kavramsal olarak zorunlu olan örtük geçişleri yansıtmaktadır. Bu yönüyle, gerçek sayılar hem kavramsal bütünlüğü hem de ardışık öğrenme yapısını taşıyan merkezi bir bileşen olarak konumlandırılmıştır.

5. 5 1987 ve 1988 Matematik Dersi Öğretim Programları

Bu bölümde ele alınan 1987 Lise ve 1988 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programları, farklı kaynaklardan temin edilmiştir. 1988 Ortaokul Programı doğrudan program dokümanına dayalı olarak incelenmiş, 1987 Lise Programı ise Sami Zeybek'in Matematik Programlarının Gelişimi (1924–2011) eserinde aktarılan içerikler doğrultusunda değerlendirilmiştir.

1980'li yıllarda program geliştirme çalışmalarında model arayışı öne çıkmıştır (Arslan, 2007). Bu dönemde Milli Eğitim Bakanlığı üzerinde askeri yönetimin etkisi belirginleşmiş; eğitim politikalarında merkezîyetçi ve denetleyici bir anlayış hakim olmuştur. 1988'de toplanan 12. Milli Eğitim Şurası'nda, sekiz yıllık kesintisiz eğitim modeline geçiş, sistem bütünlüğü içinde planlanarak ilköğretim ve ortaöğretim geçişinin ilkesiz değil, yapısal temellere oturtulması hedeflenmiştir. Bu kapsamda sınavsız geçiş, ortak programlar ve seçmeli ders çeşitliliği gibi öneriler öne çıkmıştır (Ergün vd., 2016).

1988 Ortaokul Programı, dönemin eğitim politikaları doğrultusunda yalnızca içerik sunumu ile değil, eğitim ortamlarının fiziksel koşulları ve pedagojik amaçlarıyla da dikkat çeken kapsamlı bir yapı sunmuştur. Programın amaçlar bölümünde, öğrencilerde bilimsel düşüncenin geliştirilmesi, analiz ve muhakeme yollarının kazandırılması, araştırma ve eleştirel düşünme becerilerinin desteklenmesi hedeflenmiştir. Açıklamalar bölümünde ise, ilkokulda edinilen bilgi ve becerilerin yapılandırılmasına vurgu yapılmış; öğrencilerin somuttan soyuta yönlendirilmesi, işlemleri ezberlemeden kavraması, matematiksel kavramların tarihsel gelişimiyle

tanışması ve problem çözme cesareti kazanması gerektiği belirtilmiştir. Bu yönüyle program, öğrenmeyi yalnızca içerikle sınırlamayan, sürece ve kavramsal derinliğe önem veren yapısıyla önceki dönemlerden ayrılmaktadır.

1987 Lise Programı ise, önceki lise programlarında görülen matematik ve geometri ayrımını kaldırarak bu dersleri bütüncül biçimde sunmuş, disiplinler arası geçişliliği destekleyen bir yapıya geçiş yapmıştır. Programın genel yaklaşımı, öğrencilerin yalnızca işlem yapma becerilerini değil, aynı zamanda kavramsal düşünme yetilerini de geliştirmeyi amaçlayan daha bütünsel bir yapının habercisi niteliğindedir.

Tablo 5.5.1 1987 ve 1988 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

1988 Ortaokul Matematik Dersi Programı	
Orta 1.Sınıf	Doğal Sayılar • Denk Kümeler ve Doğal Sayılar • Doğal Sayılarda Sıralama, Sayı Doğrusu ve Arada Olma • Sayma ve Sayma Sayılar • Doğal Sayılar Kümesinde İşlemler, Özellikleri ve Teknikleri • Geçmişteki Sayma Düzenleri
	Rasyonel Sayılar • Kesirler • Denk Kesirler ve Rasyonel Sayılar • Rasyonel Sayılarla Dört İşlem ve Özellikleri • Ondalık Sayılar ve Dört İşlemi
	Rasyonel Sayılar • Sayı Doğrusu - Sayı doğrusu üzerinde sıfır dahil doğal sayılar ile birim yarıları olarak, $\frac{1}{2}$ ve bunun katları olarak, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ noktaları, aynı şekilde birin üçte biri ve katlarının gösterdiği noktalar işaretlenecek ve böylece rasyonel sayılarla sayı doğrusu arasında bir eşleme kurulacak, sayı doğrusu üzerinde olup rasyonel olmayan $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{3}$ gibi sayıların da bulunduğuna dikkat çekilecek, sayı doğrusu üzerinde başlangıç noktası ve pozitif sayı kavramı verilecektir. • Negatif Tam Sayılar ve Negatif Rasyonel Sayılar - Sayı doğrusu üzerinde her tam sayının bir rasyonel sayı olduğu fikri geliştirilecektir.

Tablo 5.5.1 (Devam) 1987 ve 1988 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

Orta 2.Sınıf	Reel (Gerçek) Sayılar • Rasyonel Sayıların Yeniden Gözden Geçirilmesi - Doğal sayı, tam sayı ve rasyonel sayı kavramları örnekler üzerinde hatırlatılacak; rasyonel sayıların dört işlemi ile ilgili araştırmalara gereği kadar yer verilecektir. • Rasyonel Sayıların Ondalık Olarak Gösterilmesi • Sayı Doğrusu Üzerinde Rasyonel Sayılar • Rasyonel Olmayan (İrrasyonel) Sayılar - Rasyonel sayılardan başka sayıların da varlığı belirtilecektir. $\sqrt{2}$ sayısının rasyonel olmadığı sezdirilecek, ancak buna sayı doğrusu üzerinde bir noktanın karşılığı gösterilecektir. Burada $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ... gibi sayıların da rasyonel sayı olmadıkları belirtilecek, $\sqrt{12}$, $\sqrt{27}$ gibi sayıların a/b biçiminde yazılması ve bununla ilgili basit işlemler üzerinde durulacaktır. • Reel (Gerçek) Sayı - Gerçek sayı kavramı, daha önce öğrenilmiş olan doğal sayı, tam sayı, rasyonel sayı ve rasyonel olmayan sayı kavramlarına dayalı olarak basit bir biçimde ortaya konacaktır. - Gerçek sayıların sayı doğrusu tam olarak doldurduğundan söz edilecektir.
	1987 Lise Matematik Dersi Programı (Sami Zeybek'in kitabından ulaşıldı)
Lise 1.Sınıf	Sayılar • Doğal sayılar: Bu kavram tarihi gelişmesiyle verilecek ve soyut olarak işlenmekten kaçınılacaktır; grup olup olmadığı, problemler içinde araştırılabilir. Toplama, çarpma, çıkarma, bölme ve işlemler üzerinde durulacaktır. 0 ve 1'in özellikleri ayrı ele alınıp işlenecektir. Sayı eksen kavramı burada verilecektir. • Tam sayılar: Tam sayılar, doğal sayı ikilileri yardımıyla somut örneklerle işlenecek; toplama, çarpma, çıkarma ve bölme üzerinde durulacak, sayı eksen üzerindeki yerleri ve sıralama kavramı verilecektir. • Rasyonel Sayılar: Tam sayı ikilileriyle tanımlandıktan sonra da paydası sıfır olmayan her kesrin bir rasyonel sayı olduğu belirtilecektir. Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri verilecek, bol örneklerle pekiştirilecektir. Rasyonel sayıların yoğunluğu ve sıralama kavramı sayı eksen üzerinde gösterilecek, ondalık sayıya çevirme ve ondalık sayıdan, rasyonel sayılara çevirme üzerinde durulacak, devirli olmayan ondalık kesirlerden söz edilecek ve $\sqrt{2}$'nin rasyonel sayı olmadığından hareketle bu sayıların sayı doğrusun doldurmadığı belirtilecektir. • Gerçek (Reel) Sayılar: Gerçek (reel) sayılar cisminin aksiyomları bir liste halinde özellik olarak verilecek, reel sayıların sayı eksenini doldurduğu sezdirilmeye çalışılacaktır. Üslü ve köklü ifadeler yer verilecek ve bunlarla ilgili kurallar belirtilecektir.

Tablo 5.5.1 (Devam) 1987 ve 1988 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

Lise 2.Sınıf	İkinci Derecedeki Fonksiyonlar ve Denklemler - İkinci derece fonksiyonlar: Önce $y = ax$ fonksiyonu, sonra sıra $y = ax^2 + bx + c$ fonksiyonları basit örneklerle incelenecektir. - İkinci derece denklemler: $y = ax^2 + bx + c = 0$ denklemi ve çözümü işlenecek ve kısaca kökler ile katsayılar arasındaki bağıntılar incelenecektir. Ayrıca ikinci dereceye dönüşebilen denklemler de örneklerle verilecektir. - Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler: Birinci dereceden iki bilinmeyenli eşitsizlikler incelenecektir. - İkinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler: Birinci dereceden eşitsizlikler bilinmektedir. Basit örneklerle ikinci dereceden üç teriminin işareti önce incelenecek, sonra $y = ax^2 + bx + c > 0$, $y = ax^2 + bx + c < 0$ işlenecektir. - İki bilinmeyenli denklem sistemleri
	Karmaşık Sayılar Karmaşık Sayılara Giriş: Karmaşık sayı kavramının ortaya çıkış nedeni üzerinde durulacak ve bu tür bir sayının bir cisim teşkil ettiği açıklanacaktır. Karmaşık sayıların özellikleri incelenecektir.
	Logaritmalar Logaritma konusunda, temel logaritma özellikleri, logaritma grafiği, logaritma tabloları ve farklı tabanlara göre logaritma hesaplamaları öğretilenecektir.
	Fonksiyonlar - Giriş: Fonksiyonlar kavramı yeniden ele alınacak, çeşitleri belirtilecek. - Reel değerli fonksiyonların limitleri: “Sonsuz” kavramı hatırlatılacak ve genişletilmiş reel sayı sistemi kısaca verilecektir. - Süreklilik ve sürekli fonksiyonların özellikleri.
	Türev. - Ters, trigonometrik, logaritmik, üstel fonksiyonlar. - Türevin uygulamaları (rasyonel fonksiyonlar, basit irrasyonel fonksiyonlar, basit trigonometrik fonksiyonlar)
Lise 3.Sınıf	İntegral Sınırlı fonksiyonlar, eğri altındaki alan, basit integral kuralları ve integral hesabının basit uygulamalarına yönelik kazanımlara yer verilmiştir.

Ortaokul programında gerçek sayılar doğrudan yalnızca 3.sınıf düzeyinde tanımlanmış olsa da bu kavrama hazırlık niteliğindeki kazanımlar orta 1 ve 2. Sınıf düzeylerinde kademeli olarak sunulmuştur. Sayı doğrusu üzerinde sayıların yerini belirleme ve sıralama ile ilgili kazanımlar sezgisel yapının kullanıldığını göstermektedir. Rasyonel sayılarla yapılan işlemlerin yoğunluğu ise işlemsel yaklaşımın program boyunca belirgin olduğunu ortaya koymaktadır.

Ortaokul 2. sınıfta, sayı doğrusu üzerinde $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{3}$ gibi irrasyonel sayıların varlığına dikkat çekilmiştir. Ancak bu sunum gerçek sayılar başlığı altında değil, rasyonel sayıların anlatımı sırasında verilmiştir. Ardından rasyonel sayılarla işlemlere yönelik işlemsel içeriklere geçilmesi kavramsal sürekliliğe zarar vermektedir.

Ortaokul 3. sınıfta gerçek sayılar açık biçimde tanıtılsa da bu tanım önceki içeriklerle doğrudan ilişkilendirilmemiştir. Kavramlar sezdirilmiş ancak aralarındaki geçiş ve yapı bütüncül bir kurgu içinde sunulmamıştır. Ortaokul programı genel olarak, gerçek sayılar kavramını sezgisel ve işlemsel yollarla desteklemekte ancak içeriklerin bağlamsal bütünlüğü kurulamamakta ve formal yapı eksik kalmaktadır.

Lise programı, sayı kavramını sistemli, katmanlı ve hiyerarşik bir yapıda ele almaktadır. Doğal sayılar, tarihsel gelişim vurgusuyla sunularak sezgisel bir temel oluşturulmak istenmiş ardından tam ve rasyonel sayılarla işlemsel yapı güçlendirilmiş ve nihayetinde gerçek sayılar kavramı aksiyomatik bir çerçevede formelleştirilmek istenmiştir. Bu yapı, öğrencilerin gerçek sayı kümesine kademeli olarak yönlendirilmesini hedefleyen bütüncül bir yaklaşımın izlerini taşımakta ancak bazı yapısal eksikliklerin varlığı da göz ardı edilememektedir.

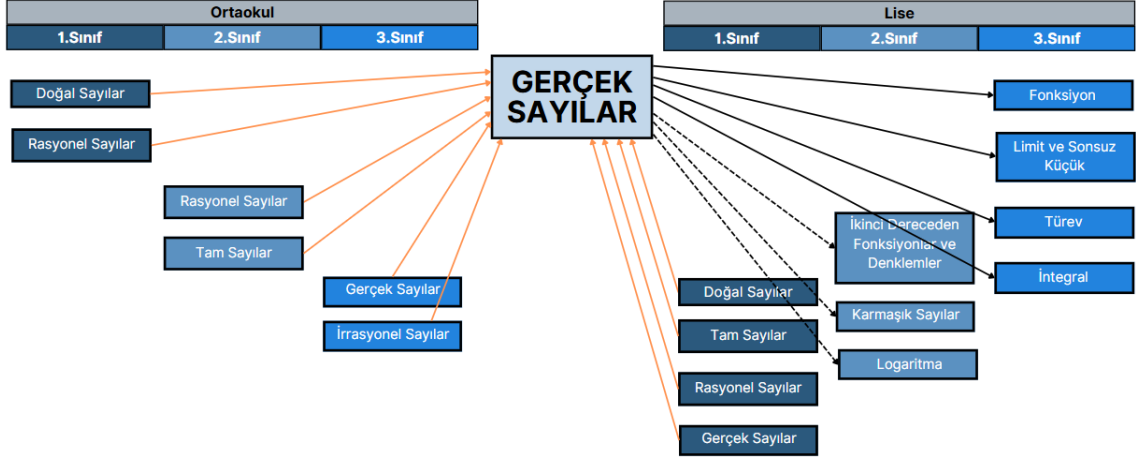
Ancak aksiyomlar listesiyle sunulan gerçek sayı tanımı, öğrencilerin sezgisel ya da işlemsel deneyimlerden kopuk bir şekilde verilmiştir. Bu durum kavramın yalnızca bildirilmesi ile yetinildiğine işaret etmektedir. Tanımın uygulamalarla desteklenmemesi, kavramın öğrencilerin zihinsel yapılarında yeterince anlamlandırılmadan geçirtilmesine yol açmaktadır. Bu durum, formal düzeyin öne çıkmasına karşın kavramsal içselleştirmenin zayıf kalması riskini doğurmaktadır.

Lise 2 ve 3. sınıf düzeylerinde irrasyonel sayılar içeren ikinci dereceden denklemler, fonksiyonlar, logaritmalar, limit ve türev gibi üst düzey kavramlar verilmiştir ancak bu içeriklerin -3. Sınıftaki fonksiyon konusu hariç- gerçek sayı kümesiyle ilişkisi açık bir biçimde kurulmamıştır. Gerçek sayılar kümesine doğrudan referans verilmemesi, kavramsal bütünlük ve sayı kümeleri arasındaki hiyerarşiyi gölgelemektedir.

Program genelinde işlemsel yaklaşım baskındır. Grafik çizimi, sayıların sayı doğrusunda gösterilmesi gibi uygulamalarda sezgisel unsurlar yer alsa da tanımsal

yapıların sınırlı düzeyde verilmesi nedeniyle formal yapıya ancak sınırlı düzeyde yer verildiği söylenebilir.

Şekil 5.5.1 1987 ve 1988 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



Bu diyagram, incelenen programlardaki gerçek sayılar kavramının ekolojik yerini göstermektedir. Ortaokulda doğal, tam ve rasyonel sayılarla başlayan süreç orta 2. sınıfta irrasyonel sayıların sezdirilmesi ardından orta 3. sınıfta da irrasyonel ve gerçek sayılar kavramlarının sunulmasıyla somutlaşmaktadır. Ancak irrasyonel sayılarla gerçek sayılar arasında doğrudan bir geçiş yapılmaması ve kazanımların parçalı sunulması, kavramsal bilginin bütünlüğünü zayıflatmaktadır.

Lise düzeyinde ise gerçek sayılar, aksiyomatik tanımlarla daha formal bir biçimde ele alınmakta ve üst düzey kavramlara (fonksiyon, türev, integral gibi) temel oluşturmaktadır. Buna rağmen, bu kavramların çoğu gerçek sayılara doğrudan referans verilmeden işlenmekte, bu da kavramlar arası bağlantının öğrenci düzeyinde sezilmesini zorlaştırmaktadır. Diyagram bu yapısal ilişkileri göstererek öğretim sürecindeki hem güçlü temellendirmeleri hem de didaktik kopuklukları görünür kılmaktadır.

5. 6 1990 ve 1991 Matematik Dersi Öğretim Programları

1990 yılında yayımlanan “5+3=8 İlköğretim Matematik Dersi Programı”, hem ilkokul hem de ortaokul düzeyindeki öğretim içeriklerini bir araya getiren ve sekiz yıllık zorunlu eğitim sistemine uyumlu şekilde tasarlanan kapsamlı bir öğretim programıdır. Sekiz yıllık ilköğretim sistemine dayalı olarak oluşturulan bu program, matematik dersi

öğretim programlarında ‘ilköğretim’ ifadesinin ilk kez kullanıldığı program olma özelliğini taşımaktadır (Özmantar vd., 2018).

Programın yapısında, yalnızca içerik aktarımı değil, aynı zamanda öğrencinin düşünme becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Bu doğrultuda problem çözme programın merkezinde yer almakta, öğrencinin yalnızca işlemsel değil, analitik ve eleştirel düşünme becerilerini de geliştirmesi hedeflenmektedir. Matematiksel bilgi, günlük yaşam problemleriyle ilişkilendirilerek sunulmuş; öğrencilerin karşılaştıkları durumları analiz etme ve çözüm üretme süreçleri desteklenmiştir. Programda bu konuya ilişkin olarak şu vurgu yapılmaktadır:

“Matematiğin başlıca amacı öğrencilere, günlük hayatlarında karşılaştıkları gerçek problemleri çözme becerisi kazandırmaktır. Bu bağlamda öğreticinin temel görevi, öğrencilerin yaşamlarında karşılaştıkları sorunları analiz edip çözüm yolları geliştirmelerine yardımcı olmaktır. Sosyal bir değer taşımayan ve gerçek hayatta uygulanma alanı bulunmayan problemlerin, öğrencilerin eleştirel düşünme yeteneğini geliştirme açısından beklenen katkıyı sağlayamayacağı açıktır.” (MEB-TTKB, 1990; s.27)

1991 yılında yayımlanan Lise Matematik Dersi Programı ise, ortaöğretim düzeyinde matematik öğretimini disiplinler arası bir anlayışla ele alarak matematik ve geometri derslerini birlikte sunmaktadır. Programda içerikler, yalnızca kavramsal bilgiye değil, aynı zamanda işlemsel yeterliklere ve mantıksal düşünme biçimlerine dayandırılmıştır. Kazanımlar, temel sayı kümelerinden başlayarak daha üst düzey cebirsel yapılara, fonksiyonlara ve grafiksel temsillere kadar genişleyen bir yapıda kurgulanmıştır. Bu yönüyle program, önceki yıllarda uygulanan daha sınırlı yapıdaki programlara kıyasla daha bütüncül ve uygulama odaklı bir görünüm sunmaktadır.

Tablo 5.6.1 1990 ve 1991 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

1990 5+3=8 İlköğretim Matematik Dersi Programı	
6.Sınıf	Doğal Sayılar Doğal sayılar kümesi ve özelliklerini kavrayabilme ve 4 işlem.
	Rasyonel Sayılar Rasyonel sayıların tanımı, ondalık gösterimi ve bu sayı kümeleri arasındaki ilişkilere yönelik kavrayışın yanı sıra, dört işlem becerisi ve problem çözmeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
7.Sınıf	Tam Sayılar Tam sayılar kümesi ve özelliklerini kavrayabilme ve dört işlem becerisi.
	Rasyonel Sayılar Kümesi Amaç 1: Rasyonel sayılar, irrasyonel sayılar kümelerini ve özelliklerini kavrayabilme. Davranışlar: Rasyonel sayıların tanımlanması, sayı doğrusunda gösterimi, farklı sayı kümeleriyle ilişkilendirilmesi, karşılaştırılması ve sıralanmasına yönelik kavramsal kazanımlara yer verilmiştir. 1. Rasyonel sayıların sayı ekseninde yoğun olduğunu, ancak sayı eksenini doldurmadığını söyleme. 2. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π, ... gibi sayıların rasyonel sayı olup olmadıklarını, görüntüsünün bulunup bulunmadığını söyleme. 3. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ... gibi sayıların irrasyonel sayılar olduğunu söyleme. 4. Rasyonel sayılara irrasyonel sayıların katılmasıyla elde edilen kümenin adını söyleme. 5. Reel sayılar kümesinin sayı eksenini doldurup doldurmadığını söyleme ve Reel sayılar kümesini R sembolüyle gösterme. Rasyonel sayılar kümesinde işlem yapabilme becerisiyle birlikte, çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etme ve bu gösterimlerle işlem yapabilme amaçlanmaktadır.
8.Sınıf	Gerçek (Reel) Sayılar Amaç 1: Rasyonel sayılar ve özelliklerini kavrayabilme. Davranışlar: 1. Tam sayılar kümesini yazma. 2. Verilen bir tam sayıyı, sayı doğrusunda gösterme. 3. Bir tam sayının mutlak değerini sembol kullanarak yazma. 4. Verilen bir tam sayıyı rasyonel sayı olarak yazma. 5. Rasyonel sayılar kümesini sembol kullanarak yazma. 6. Verilen rasyonel sayıları büyüklük veya küçüklük sırasına göre yazma. 7. Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar ve ondalık kesirler arasındaki ilişkiyi söyleme ve yazma. 8. Bir rasyonel sayının ondalık açılımını yazma. 9. Devirli bir ondalık açılıma karşılık gelen rasyonel sayıyı bulup yazma.

Tablo 5.6.1 (Devam) 1990 ve 1991 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

Amaç 2: Rasyonel sayılarda işlemlerin özelliklerini çeşitli problem durumlarına uygulayabilme.

Amaç 3: İrrasyonel sayıları kavrayabilme.

Davranışlar:

1. İki rasyonel sayı arasında üçüncü bir rasyonel sayının var olduğunu gösterme ve söyleme.
2. Verilen rasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde işaretleme ve rasyonel sayılar kümesinin, tamsayılar kümesine göre daha yoğun olup olmadığını söyleme.
3. Rasyonel sayılarla ondalık kesirler arasındaki ilişkiyi gösterme ve söyleme.
4. Her rasyonel sayının bir devirli ondalık açılımının olup olmadığını gösterme ve söyleme.
5. Her devirli ondalık açılımın bir rasyonel sayı olup olmadığını gösterme ve söyleme.
6. Devirli olmayan ondalık açılımların, rasyonel veya irrasyonel sayı olup olamayacaklarını söyleme.
7. $\sqrt{2}$ sayısının da irrasyonel sayılardan olduğunu gösterme ve söyleme.
8. Rasyonel sayılarla irrasyonel sayıların oluşturduğu kümeyi tanımlama.
9. Reel sayılar kümesinin sayı eksenini tam olarak doldurduğunu söyleme ve yazma.

Amaç 4: Kareköklü sayıları bulma becerisi.

Karekök alma işlemini kavrama, tam kare ve tam kare olmayan sayıların karekökünü hesaplama, karekök ve kuvvet alma arasındaki ilişkiyi anlama ve ondalık kesirlerin karekökünü yaklaşık olarak belirleyebilme becerileri kazandırılmaktadır.

Amaç 5: Kareköklü sayılarda 4 işlem becerisi.

1991-1992 Lise Programı (Ders Geçme ve Kredi Uygulamasına İlişkin Program)

Bağıntı, Fonksiyon, İşlem

Kartezyen çarpım, bağıntı, fonksiyon ve kümeler üzerinde işlem gibi temel kavramlara yer verilmiştir. Bu konular genel hatlarıyla ele alınmakta olup, sunulan örneklerden birinin özellikle doğal sayılar kümesi üzerinde yapılandırıldığı görülmektedir.

Sayılar

Doğal sayılar, tam sayılar ve rasyonel sayıların özelliklerini kavrama; bu sayı kümeleriyle ve modüler aritmetikte işlem yapabilme becerilerinin kazandırılması amaçlanmaktadır.

Matematik 1

1. **Amaç:** Reel sayıları kavrayabilme.
 - Rasyonel olmayan sayıların varlığını gösterme.
 - İrrasyonel sayıları tanımlama.
 - Reel (gerçek) sayıları tanımlama.
 - Reel sayılar kümesinin toplama ve çarpma işlemlerine göre bir cisim olduğunu söyleme ve yazma.
 - Reel sayılarda sıralama bağıntısını tanımlama.
 - Reel sayılarda sıralamanın ve eşitliğin özelliklerini söyleme ve yazma.
 - Sayı kümeleri arasında $N \subset Z \subset Q \subset R$ olduğunu söyleme ve yazma.
-

Tablo 5.6.1 (Devam) 1990 ve 1991 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

	• Her reel sayının bir ondalık açılımının olduğunu söyleme ve yazma. • Her ondalık açılımın bir reel sayı olduğunu söyleme ve yazma. • Devirli ondalık açılımlar ile rasyonel sayılar arasındaki ilişkiyi söyleme ve yazma. 2. Amaç: Reel sayılarla işlem yapabilme. Reel sayıların ondalık ve rasyonel temsillerini kavrama, eşitlik ve eşitsizliklerle temel işlemleri uygulama, birinci dereceden denklemler ve eşitsizlikleri çözme ve çözüm kümelerini uygun sayı kümeleri içinde belirleyip gösterme becerileri kazandırılması amaçlanmaktadır. Mutlak değer, üslü ve kareköklü ifadelerin kavranması; bu ifadelerle işlem yapabilme becerilerinin geliştirilmesi amaçlanmaktadır. 3. Amaç: Reel sayıların rasyonel kuvvetlerini kavrayabilme ve işlem yapabilme.
Matematik 2	Polinomlar 1. Amaç: Polinomlar ile ilgili temel kavramları kavrayabilme. • Reel katsayılı ve bir belirsizli polinomu tanımlama. Denklemler, Eşitsizlikler ve Fonksiyonlar Reel katsayılı ikinci dereceden denklemlerin temel kavramlarını kavrama, denklemlerin köklerini bulma ve verilen köklere uygun denklem oluşturma gibi uygulama becerilerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
Matematik 3	Trigonometri Trigonometrik fonksiyonlar ve denklemler reel sayılar kümesi üzerinde verilmiştir. Karmaşık Sayılar • Reel sayılar kümesini genişletme gereğini söyleme ve yazma. • Reel kökü olmayan ikinci dereceden bir denklemin çözüm kümesini bulma ve irdeleme. Logaritma 1. Amaç: Logaritma fonksiyonunu ve temel özelliklerini kavrayabilme. R^+'den R^{++}'e tanımlanan bir üstel fonksiyonun birebir ve örten olduğunu gösterme.

Tablo 5.6.1 (Devam) 1990 ve 1991 Yıllarında Okutulan Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

Matematik 4	Fonksiyonlar
	1. Amaç: Fonksiyonların bazı özel türlerini kavrayabilme.
	• Bir reel sayının tam kısmını tanımlama ve sembolle gösterme.
	2. Amaç: Fonksiyonlar, bazı özel türleri ve fonksiyonların grafikleriyle uygulama yapabilme.
	• Verilen reel değerli bir fonksiyonun birebir ve örten olup olmadığını gösterme.
	Limit
	Reel değişkenli ve reel değerli fonksiyonların limit kavramını anlama, limit hesaplama yöntemlerini kavrama ve bu konuyla ilgili uygulama yapma becerilerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	Süreklilik
	Reel değişkenli ve reel değerli fonksiyonların sürekliliğine ve sürekli fonksiyonların özelliklerine ilişkin kavramsal anlayış ve uygulama becerilerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	Türev
	1. Amaç: Reel değişkenli ve reel değerli fonksiyonların türevini kavrayabilme.
İntegral ile devam edilmektedir.	

1990 İlköğretim Matematik Deri Öğretim Programı'nda gerçek sayılar kavramı doğrudan 8. sınıfta ele alınmakta ancak bu kavrama zemin hazırlayan ön öğrenmeler 6 ve 7. sınıf kazanımlarıyla kademeli olarak yapılandırılmaktadır. 6. sınıf düzeyinde doğal ve rasyonel sayılara ilişkin içerikler temel alınarak, işlemsel becerilerin kazandırılmasına odaklanılmıştır.

7. sınıf kazanımlarında ise irrasyonel sayılar doğrudan kavramsal ifadelerle sunulmasa da rasyonel sayılar kümesi konusu altında $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{3}$ gibi sayıların varlığına dikkat çekilerek sezgisel bir geçiş yapılmaktadır. 1988 programında olduğu gibi bu programda da irrasyonelliği sezdirenen ama açıkça tanımlamayan bir yaklaşım sunulmaktadır. Rasyonel sayıların sayı ekseninde yoğun ancak eksik olduğunun belirtilmesi, öğrencileri irrasyonel sayılara hazırlayan bir yapı sunsa da gerçek sayıların küme mantığı henüz bu noktada netleşmemektedir.

8. sınıfta ise gerçek sayılar bu programda ilk kez kapsamlı bir biçimde Gerçek Sayılar başlığı altında ele alınmış ve hem rasyonel hem de irrasyonel sayıların bütüncül yapısı gerçek sayı kümesi kavramı ile sunulmaktadır. $\sqrt{2}$ 'nin irrasyonelliği, devirli ve devirsiz ondalık açılımlar üzerinden sayılar arasındaki farklar ve reel sayının sayı doğrusunu doldurduğuna dair açık ifadeler, sezgisel ve kavramsal temellendirmeye imkan sağlamaktadır. Bununla birlikte, karekök alma ve dört işlem gibi becerilere dayalı içerikler, işlemsel yaklaşımın bu düzeyde hala baskın olduğunu göstermektedir. Her ne kadar formal yapıya yaklaşan bazı kümelerle dair tanımlar verilmiş olsa da bu tanımların sistematik bir yapı içinde sunulmaması ve kümeler arası geçişlerin pedagojik gerekçelendirme ile desteklenmemesi, kavramsal bütünlüğü sınırlamaktadır.

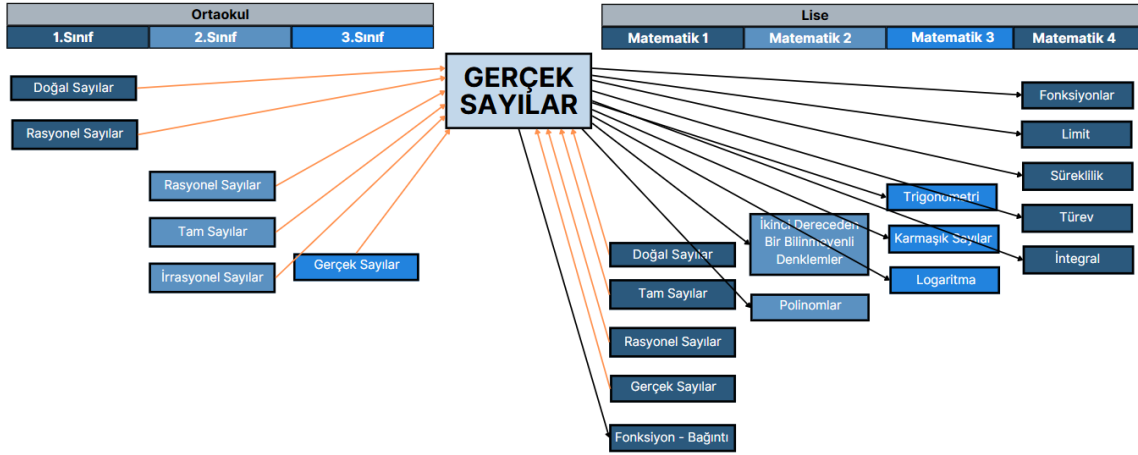
Lise programı çerçevesinde yapılandırılmış içeriklerinde, gerçek sayı kavramı öğretim süreçlerinde doğrudan bir tema olarak değil de bu küme üzerinde tanımlı cebirsel ve analitik yapılar aracılığıyla ele alınmaktadır. Matematik 1'de gerçek sayılar kümesi, cisim özellikleri ve kümeler arası ilişki bağlamında tanımlanmıştır. Bu durum, programın formal yönünün belirginleştiğini göstermektedir.

Matematik 2'de gerçek sayılar doğrudan işlenmemekle birlikte, reel katsayılı ikinci derece denklemler aracılığıyla örtük biçimde kullanılmaktadır. Bu içerik, işlemsel yönün baskınlığını korumakta; ancak irrasyonellik ya da kümeler arası geçişlere ilişkin kavramsal bütünlük vurgulanmamaktadır. Matematik 3'te, trigonometrik fonksiyonların gerçek sayılar kümesinde tanımlanması ve karmaşık sayıların "reel sayıların yetersizliği" üzerinden tanıtılması, kavramsal sezginin öğrencide yapılandırılması açısından dikkate değerdir. Ancak bu sezgisel geçişler, kazanımlarda açık biçimde tanımlanmak yerine örtük biçimde verilmiştir.

Matematik 4'te ise analiz konularının (limit, süreklilik, türev, integral) yalnızca reel değerli fonksiyonlar üzerinde ele alınması, gerçek sayıların üst düzey yapıları besleyen bir temel kavram olarak yerleştirildiğini göstermektedir. Ancak bu durumun daha çok yapısal gereklilikten kaynaklandığı söylenebilir.

Lise düzeyinde değerlendirildiğinde, gerçek sayıların kavramsal gelişimi, parçalı ve dağınık bir yapı izlemekte; formal ve işlemsel yönler daha önceki programlara göre güçlenirken, sezgisel geçişler çoğu zaman örtük biçimde bırakılmıştır.

Şekil 5.6.1 1990 ve 1991 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



1990 ortaokul ve 1991 lise matematik dersi öğretim programları birlikte ele alındığında, gerçek sayı kavramının ekolojik çerçevesinin oldukça zengin olduğu görülmektedir. Gerçek sayılar hem ortaokul hem de lisede sistematik bir şekilde işlenmekte; özellikle lise düzeyinde çok sayıda ileri matematiksel konunun temelini oluşturmaktadır.

Ancak zengin bu zengin yapıya rağmen kavramların sezgisel, işlemsel ve formal boyutları arasında yer yer dengesizlikler dikkat çekmektedir. Kavramlar arası ilişkiler ve formal yapı güçlü bir biçimde kurulmasa da ekolojik olarak gerçek sayılar kavramının üzerine inşa edilmek istenildiği görülmektedir.

Sonuç olarak, 1990 ve 1991 programları kapsamında oluşturulan ekolojik yapı, yatayda zengin, dikeyde güçlü bir matematiksel ilerlemeyi gösterse de; yöntemsel anlamda sezgisellikten formallığa geçişin desteklenmesi adına daha yapılandırılmış öğrenme yaşantılarına ihtiyaç duyulduğu anlaşılmaktadır.

5. 7 1998 Matematik Dersi Öğretim Programları

1990'da uygulamaya konulan program, 1993 yılında oluşturulan Değerlendirme Komisyonu ile kapsamlı biçimde gözden geçirilmiş; tekrar eden hedef ve davranışların fazlalığı nedeniyle 1998'de sadeleştirilmiş bir yapıya geçilmiştir. Aynı dönemde başlatılan Milli Eğitimi Geliştirme Projesi (MEGP) kapsamında öğretmen eğitimi, öğrenci başarısı ve yönetici yetkinliklerini OECD standartlarına yaklaştırmaya yönelik

çalışmalar yürütülmüştür. Bu süreçte program geliştirme yaklaşımı daha sistematik bir modele oturtulmuştur (Ergün vd., 2016; Çetin & Gülseren, 2003)

Programın temelinde, eğitimin kalkınma amacıyla nitelikli insan gücü yetiştirmeye hizmet etmesi gerektiği anlayışı yer almaktadır. Bu doğrultuda belirlenen “İlköğretim Matematik Dersinin Genel Hedefleri” başlığı altında toplam 26 hedef tanımlanmıştır (MEB, 1998). Söz konusu hedefler arasında; varlıklar arasındaki ilişkilerin kavranması, matematik ile diğer disiplinler arasındaki bağlantıların kurulması, problem kurma ve çözme becerilerinin geliştirilmesi gibi çok yönlü öğrenme amaçları yer almaktadır.

Lise Matematik Dersi Öğretim Programı da ilkokul programı ile aynı çizgide, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini geliştirmeye yönelik bir anlayışla hazırlandığı belirtilmiştir. Bu bağlamda programların dönemin şartlarına ve dünyanın gelişimine ayak uydurabilecek nitelikli insan yetiştirmeyi hedeflediği söylenebilir.

Tablo 5.7.1 1998 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

1998 İlköğretim Okulu Matematik Dersi Öğretim Programı	
6.Sınıf	Doğal Sayılar Doğal sayılar kümesi ve özelliklerini kavrama, üslü ifadeleri anlama, dört işlem yapabilme ve problem çözme becerilerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Her hedef için örnek işleniş, öğrenme ve öğretme etkinlikleri, ölçme ve değerlendirme bölümleri altında öğretmenlere yapması gerekenler verilir.
	Tam Sayılar Tam sayılar ve özelliklerini kavrayabilme, dört işlem yapabilme kazanımları verilmiştir. Her hedef için örnek işleniş, öğrenme ve öğretme etkinlikleri, ölçme ve değerlendirme bölümleri altında öğretmenlere yapması gerekenler verilmiştir.
7.Sınıf	Ünite 2: Rasyonel Sayılar Hedef 1: Rasyonel sayılar ve özelliklerini kavrayabilme
	Davranışlar Rasyonel sayıların tanımı, denk kesirlerin belirlenmesi, sayı doğrusunda gösterimi, pozitif-negatif ayrımı, karşılaştırma ve sıralama gibi temel kavram ve becerilere yönelik kazanımlar verilmiştir. 1. Rasyonel sayıların sayı ekseninde yoğun olduğunu, ancak, sayı eksenini doldurmadığını söyleme 2. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π, ... gibi sayıların rasyonel sayı olup olmadıklarını ve sayı doğrusu üzerinde görüntüsünün bulunup bulunmadığını söyleme 3. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ... gibi sayıların irrasyonel sayılar olduğunu söyleme

Tablo 5.7.1 (Devam) 1998 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

4. Rasyonel sayılara irrasyonel sayıların katılmasıyla elde edilen kümenin adını söyleyip sembolle gösterme

5. Gerçek sayılar kümesinin sayı doğrusunu doldurup doldurmadığını söyleme

Rasyonel sayılar kümesinde işlem yapabilme becerisiyle birlikte, çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel gösterimle ifade etme ve bu gösterimlerle işlem yapabilme amaçlanmaktadır.

Ünite 3: Denklemler ve Doğru Denklemleri

Gerçek sayılar kümesinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve eşitsizlikleri çözebilmeye yönelik kazanımlar verilmiştir.

Gerçek (Reel) Sayılar

Hedef 1: Rasyonel sayıların özelliklerini kavrayabilme

Davranışlar

1. Tam sayılar kümesini yazma
2. Verilen bir tam sayıyı sayı doğrusunda gösterme
3. Bir tam sayının mutlak değerini sembol kullanarak yazma
4. Verilen bir tam sayıyı rasyonel sayı olarak yazma
5. Rasyonel sayılar kümesini sembol kullanarak yazma
6. Verilen rasyonel sayıları büyüklük veya küçüklük sırasına göre yazma
7. Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar arasındaki ilişkiyi söyleyip yazma

Hedef 2: Rasyonel sayılarda işlemlerin özelliklerini uygulayabilme

Hedef 3: İrrasyonel sayıları kavrayabilme

Davranışlar

8.Sınıf

1. İki rasyonel sayı arasında, üçüncü bir rasyonel sayının var olduğunu yazarak gösterme
2. Verilen rasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde işaretleyerek, rasyonel sayılar kümesinin tam sayılar kümesine göre daha yoğun olup olmadığını söyleme
3. Bir rasyonel sayının ondalık açılımını yazma
4. Her rasyonel sayının bir devirli ondalık açılımının olup olmadığını yazarak gösterme
5. Her devirli ondalık açılımın bir rasyonel sayı olup olmadığını yazarak gösterme
6. Devirli olmayan ondalık açılımların rasyonel sayı olup olmadığını yazarak gösterme
7. Devirli olmayan ondalık açılımların irrasyonel sayılar olup olmadıklarını gösterme
8. $\sqrt{2}$ sayısının irrasyonel sayı olup olmadığını yazarak gösterme
9. Rasyonel sayılarla irrasyonel sayıların oluşturduğu kümeyi tanımlayarak yazma
10. Reel sayılar kümesinin, sayı eksenini tam olarak doldurduğunu söyleyip yazma

Ardından kareköklü sayılarla işlem yapabilmeye yönelik kazanımlar ve işleniş örneği verilmiştir.

Tablo 5.7.1 (Devam) 1998 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

1998 Orta Öğretim Matematik Dersi Öğretim Programı	
9.Sınıf	CEBİR
	Doğal Sayılar
	Eşitlik, üslü ifadeler, taban aritmetiği, asal çarpanlara ayırma, bölünebilme kuralları ve EBOB–EKOK konularına yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	Tam Sayılar
	Tam sayılar kümesinde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri yaparak toplama ve çarpma işlemlerinin özelliklerini belirtir.
	Rasyonel Sayılar
	Rasyonel sayıların ifade edilmesi, eşitlik ve işlem özelliklerinin kavranması, sayı doğrusunda gösterimi, sıralanması, yoğunluk özelliği ve ondalık açılımlarına yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	Gerçek Sayılar
	- Rasyonel olmayan sayıların (irrasyonel sayıların) varlığını belirtir. - Gerçek sayılar kümesinde toplama ve çarpma işlemlerinin özelliklerini belirtir. - Gerçek sayılarda eşitsizliğin özelliklerini belirtir. - Gerçek sayılar kümesinde açık, kapalı ve yarı açık aralıkları ifade eder. - Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini değişik sayı kümelerinde bulur.
	Mutlak Değer
	Bir gerçek sayının mutlak değerini açıklar ve mutlak değer ile ilgili özellikleri belirtir.
10.Sınıf	Üslü Sayılar
	Bir gerçek sayının pozitif tam sayı ve negatif tam sayı kuvvetini açıklar ve üslü sayılara ait özellikleri gösterir.
	Köklü Sayılar
	- Negatif olmayan bir gerçek sayının karekökünü ve üslü biçimini açıklayarak kareköklü sayılara ait özellikleri belirtir ve kareköklü sayılarla ilgili uygulamalar yapar. - Bir gerçek sayının pozitif tam kuvvetten kökünü ve üslü biçimini açıklayarak köklü sayılara ait özellikleri, üslü sayıların özelliklerinden yararlanarak gösterir ve köklü sayılarla ilgili uygulamalar yapar.
	CEBİR
	Polinomlar
	Gerçek katsayılı ve bir değişkenli polinomu açıklar, polinomun derecesini, baş katsayısını ve sabit terimini belirtir.
	İkinci Dereceden Denklemler, Eşitsizlikler ve Fonksiyonlar
	Açık bir şekilde gerçek sayılar kümesi üzerinde olduğu belirtilmese de zaten gerçek sayılar üzerine yapılan çalışmalarda bu konulardaki öğrenmelerin gerçek sayılar kümesi üzerinde olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 5.7.1 (Devam) 1998 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

11.Sınıf	CEBİR
	Karmaşık Sayılar
	• Gerçek sayılar kümesini genişletme gereğini örneklerle açıklar.
12.Sınıf	Logaritma
	Gerçek sayılar kümesi üzerinde üstel fonksiyon ve logaritma fonksiyonları işlenmektedir.
	CEBİR
	Fonksiyonlar
	Fonksiyonlara ilişkin kazanımlarda gerçek sayılar kümesine doğrudan bir gönderme yapılmaya da önceki sınıf düzeylerinde bu kümenin tanıtılmış ve kullanılmış olması, bu kavramların reel sayılar kümesi bağlamında ele alındığını düşündürmektedir.
	TEMEL MATEMATİK
	Limit ve süreklilik, türev ve integral konuları ile devam edilmiştir.

İlköğretim programı incelendiğinde 6. sınıfta sayı kavramının doğal sayılar üzerinden ele alınarak dört işlem becerileri ve üslü ifadeler gibi temel yapılar sezgisel ve işlemsel yollarla sunulmaktadır. Bu düzeyde formal yapıya geçişe yönelik bir hazırlık bulunmamakta, öğrenme süreci büyük ölçüde işlem pratiği ve problem çözme temelli ilerlemektedir.

7. sınıfta, sayı alanı rasyonel sayılarla genişletilmekte, öğrenciler bu kümede işlem yapabilmekte ve denk kesir, yoğunluk gibi kavramlarla karşılaşmaktadır. Ayrıca rasyonel sayıların sayı doğrusunu doldurmadığını söyleyerek gerçek sayılara sezgisel bir adım atılmış ardından da $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ gibi sayıların irrasyonelliği ele alınmıştır. Aynı zamanda eşitsizlik ve denklem çözümü kazanımlarında gerçek sayı kümesi bağlamında işlem yapılması, bu kümenin örtük biçimde tanıtıldığını göstermektedir. Ancak bu aşamada gerçek sayıların formal tanımına yer verilmemekte, yalnızca sezgisel ve arka planda da işlemsel bağlamda yer almaktadır.

8. sınıfta ise gerçek sayılar kavramı açık bir biçimde tanıtılmakta, irrasyonel sayıların varlığı sezdirilmekte ve kümeler arası ilişkiler yapılandırılmaktadır. Bu düzeyde artık formal yaklaşıma geçildiği; sayı kümelerinin tanımı, gösterimi, sayı doğrusu üzerindeki yerleri ve aralarındaki ilişkiler yoluyla kavramsal düşünmenin desteklendiği görülmektedir. Bununla birlikte, bazı kavramların doğrudan bilgi aktarımı şeklinde

sunulması, öğrencinin sezgisel sorgulamasına yeterince alan tanımadığı eleştirisine de açıktır.

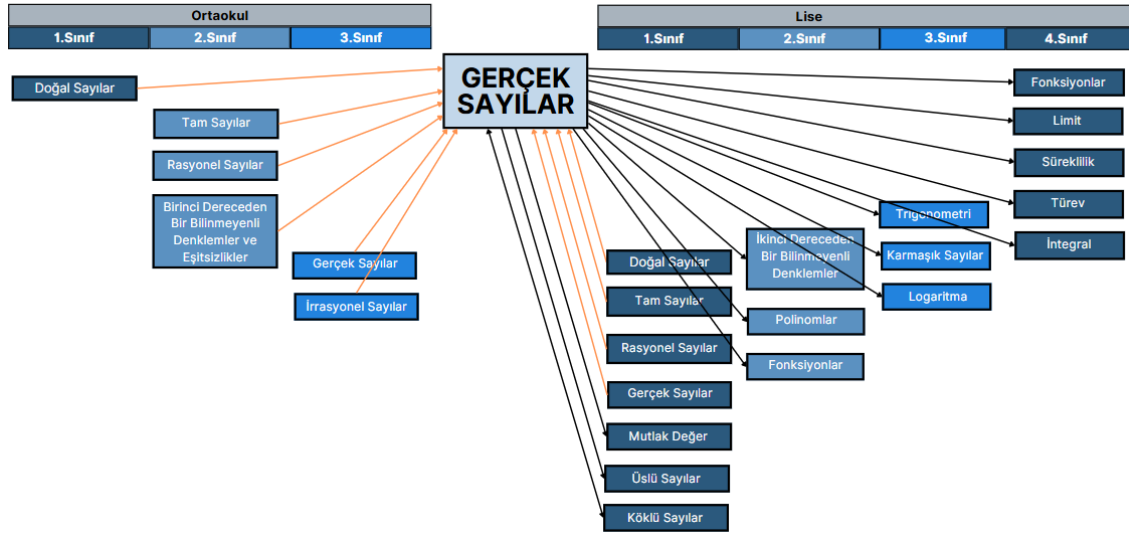
Bu yapının genelinde, 1998 programının önceki yıllarda uygulanan 1990 ve 1991 programlarıyla yüksek düzeyde benzerlik taşıdığı, yapısal açıdan neredeyse birebir aynı ilerleyişe sahip olduğu da dikkat çekmektedir. Bu durum, öğretim programında süreklilik ve devamlılık gözetildiğini göstermekte, ancak içeriksel olarak köklü bir dönüşümün gerçekleşmediğini de ortaya koymaktadır.

1998 Lise Matematik Dersi Öğretim Programı, gerçek sayılar kümesini 9. sınıf düzeyinde açıkça tanımlamakta ve köklü – üslü ifadeler, mutlak değer ve aralıklar gibi kavramlarla işlem düzeyinde uygulamalara yer vermektedir. Ancak bu içeriklerin önemli bir kısmının 8. sınıfta da işlendiği göz önüne alındığında, programın liseye geçişte beklenen kavramsal sıçramayı yeterince desteklemediği görülmektedir. Gerçek sayılar bu sınıftan itibaren yalnızca varsayılan bir işlem zemini haline gelmektedir.

10 ve 12. sınıflarda ise R kümesi doğrudan tanıtılmamakta; polinomlar, denklemler, logaritma ve fonksiyonlar gibi kavramlar bu küme üzerinde işlense de öğrencinin bu yapıyı sorgulamasına ya da anlamlandırmasına imkan tanınmamaktadır. 11. sınıfta karmaşık sayıların “gerçek sayıların yetersiz kaldığı” durumlarla sunulması ise önemli bir durumdur ancak bu geçiş yalnızca sezgisel düzeyde bırakılmış, R kümesinin sınırları ve içsel yapısı sistematik biçimde analiz edilmemiştir.

Tüm bu yapılar incelendiğinde gerçek sayılar, program boyunca çoğunlukla kullanılan fakat öğretimsel olarak sorgulanmayan yapılar olarak yer almakta; öğrencilerin bu kümeye ilişkin analitik farkındalık geliştirmesi mümkün olamamaktadır. Program, işlemsel yaklaşımı ön planda tutarken sezgisel temellendirmeyi sınırlı, formallığı ise çoğunlukla sembolik düzeyde ve örtük biçimde ele almıştır. Bu durum, R kümesinin öğretim sürecindeki görünürlüğünü azaltmakta ve öğrencinin kavramla kurduğu ilişkiyi yüzeysel düzeyde tutmaktadır.

Şekil 5.7.1 1998 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



1998 öğretim programı incelendiğinde, gerçek sayılar kavramının hem ortaokul hem de lise düzeyinde birçok kavramla ilişkilendirildiği hem beslendiği hem de başka kavramları beslediği görülmektedir. Bu durum, gerçek sayıların yalnızca bir içerik konusu değil aynı zamanda matematiksel yapının temel taşıyıcısı olduğunu göstermektedir.

Ortaokul düzeyinde, doğal sayılardan irrasyonel sayılara uzanan süreçte kavramın temelleri atılmıştır. Lise düzeyine geçildiğinde ise gerçek sayılar, işlem yapılan bir zemin haline gelmiştir. 9. Sınıfta gerçek sayılarla ilgili konular doğrudan işlense de 10. sınıftan itibaren bu küme adı anılmadan kullanılmakta; 11. sınıfta karmaşık sayılara geçile birlikte bu kümenin sınırları sezdirilmekte ancak kavramsal olarak çözümlenmemektedir.

Diyagramda da görüldüğü üzere gerçek sayılar kavramı denklemlerden fonksiyonlara, logaritmadan türeve kadar pek çok kavramın temelini oluşturmakta ve ekolojik açıdan merkezi bir rol oynamakta ve bu yönüyle ekolojik model içerisinde merkezi bir konumda yer almaktadır. Ancak bu merkezi role rağmen zamanla öğretim programında görünürlüğünü yitirmekte, öğrencinin bu kümeyi kavramsal düzeyde fark etmesini sağlayacak bir öğretimsel yapı sunulmamaktadır. Bu durum, kavramın sadece kullanılan anlamlandırılmayan bir yapı haline gelmesine ve kavramsal bilginin gelişiminin sınırlı kalmasına neden olmaktadır.

5. 8 2005 ve 2009 Matematik Dersi Öğretim Programları

Ortaöğretim düzeyinde doğrudan 2005 yılında yayımlanan program esas alınmış; ilköğretim düzeyinde ise 2005 reform hareketinin uygulamaya yansıyan güncel temsili olarak değerlendirilen 2009 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı temel alınmıştır.

Köklü bir reform niteliğinde olan bu programlar, öğrenciyi merkeze alan ve aktif katılımını önceleyen bir anlayışla hazırlanmıştır. Bilginin öğrenciler tarafından keşfedilmesini esas alan bu yapı, yapılandırmacı yaklaşımın izlerini taşımaktadır. Davranış temelli yaklaşımdan uzaklaşmış, kazanım odaklı öğretim benimsenmiştir. Ayrıca Avrupa Birliği uyum süreci çerçevesinde yönlendirme, entegrasyon ve öğrenci hareketliliğine dair önemli kararlar alınmıştır (Ergün vd., 2016).

2005 yılında ortaöğretim, 2009 yılında ise ilköğretim için uygulamaya konulan matematik dersi öğretim programları bilgi toplumunun gerektirdiği yeterliklere sahip bireyler yetiştirmeyi hedefleyen, yapılandırmacı anlayışa dayalı bir öğretim çerçevesi sunmaktadır. Her iki programda da matematik öğretiminin yalnızca işlem temelli bir yapı olmaktan çıkarılması; problem çözme, akıl yürütme, ilişkilendirme, tahmin yürütme ve matematiksel iletişim gibi üst düzey düşünme becerilerinin desteklenmesi gerektiği vurgulanmaktadır (MEB, 2005; MEB, 2009).

2009 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nın "Program Vizyonu" bölümünde, "Her çocuk matematiği öğrenebilir" ilkesinden hareketle, öğrencilerin gelişim düzeylerini gözetken ve somut yaşantılara dayalı bir yapılandırmacı yaklaşımın benimsendiği ifade edilmektedir. Öğretim sürecini ilişkin açıklamalarda, öğretmenin rehber konumda olduğu öğrencinin ise öğrenme sürecine aktif katıldığı bir öğrenme ortamının hedeflendiği belirtilmektedir. Ayrıca programda kavramsal öğrenme, öz düzenleme, matematiksel okuryazarlık ve disiplinler arası becerilerin geliştirilmesine yönelik çok yönlü amaçlara da yer verildiği görülmektedir.

2005 Lise Matematik Dersi Öğretim Programı'nın giriş bölümünde, küresel değişim, teknolojik gelişmeler ve sistematik bilgi üretimi çağının gerekliliklerine dikkat çekilmiş; matematiğin yalnızca işlem becerisi değil, anlamlı bilgi üretimi ve problem çözme temelli yapılarla bütünleşik bir alan olduğu vurgulanmıştır. Programda, klasik

öğretim anlayışından farklı olarak öğrencinin düşünmesini, keşfetmesini, ilişkilendirme yapmasını ve eleştirel düşünmesini destekleyen bir öğretim anlayışının benimsendiği belirtilmektedir (MEB, 2005).

Tablo 5.8.1 2005 ve 2009 Yıllarındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

2009 İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı	
6.Sınıf	SAYILAR Doğal Sayılar Doğal sayılarla işlem yapma, çarpan ve kat belirleme, bölünebilme kuralları, asal sayılar ve EBOB-EKOK kavramlarını problem çözme bağlamında ele alan kazanımlara yer verilmiştir. Tam Sayılar Tam sayıların tanımlanması, mutlak değer kavramı ile karşılaştırma ve sıralama becerilerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	CEBİR Örüntüler ve İlişkiler Doğal sayılar kümesinde sayı örüntülerini cebirsel ifadelerle temsil etme ve üslü nicelikleri anlama becerilerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	Eşitlik ve Denklem Eşitliğin korunumu, denklem kurma ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri çözmeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Denklemler doğal sayılar kümesinde verilmiştir.
	SAYILAR Tam Sayılarla İşlemler Tam sayılarla dört işlem yapma, problem çözme ve doğal sayıların faktöriyelini belirlemeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	Rasyonel Sayılar Rasyonel sayıları tanır, farklı biçimlerde ifade eder, karşılaştırır ve sayı doğrusunda sıralar.
7.Sınıf	Rasyonel Sayılarla İşlemler Rasyonel sayılarla dört işlem, çok adımlı işlemler ve problem çözmeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	CEBİR Örüntüler ve İlişkiler Tam sayı kümesinde, sayıların üslü niceliklerle ifade edilmesi ve sayı örüntülerindeki ilişkilerin harflerle gösterilmesine yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	Denklemler Birinci dereceden denklemleri çözme, problem çözmede kullanma, doğrusal denklemleri ve grafiklerini kartezyen koordinat sisteminde açıklama ve kullanmaya yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Denklemler rasyonel sayılar ve tam sayılar kümelerinde verilmiştir.

Tablo 5.8.1 (Devam) 2005 ve 2009 Yıllarındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

8.Sınıf	SAYILAR
	Üslü Sayılar
	Negatif tam sayı kuvvetlerini rasyonel sayı olarak ifade eder, üslü sayılarla işlem yapar ve bilimsel gösterim kullanır.
	Kareköklü Sayılar
	1. Tam kare doğal sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi modelleriyle açıklar ve kareköklerini belirler.
	2. Tam kare olmayan sayıların kareköklerini strateji kullanarak tahmin eder.
	3. Kareköklü bir sayıyı $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.
	4. Kareköklü sayılarla 4 işlem yapar.
	Gerçek Sayılar
	1. Rasyonel sayılar ile irrasyonel sayılar arasındaki farkı açıklar.
	2. Gerçek sayılar kümesini oluşturan sayı kümelerini belirtir.
9.Sınıf	CEBİR
	Örüntüler ve İlişkiler
	Özel sayı örüntülerinde sayılar arasındaki ilişkileri açıklar.
	Cebirsel İfadeler
	Özdeşlik ve denklem arasındaki farkı kavrama, özdeşlikleri modelleme, cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırma ve rasyonel cebirsel ifadelerle işlem yapmaya yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	Denklemler
	Doğrunun eğimi ve denklemini arasındaki ilişkiyi kavrama, bir bilinmeyenli rasyonel denklemleri ve doğrusal denklem sistemlerini cebirsel ve grafiksel yöntemlerle çözmeye yönelik kazanımlara rasyonel sayılar kümesinde yer verilmiştir.
	Eşitsizlikler
	Eşitlik ve eşitsizlik kavramlarını ayırt etme, birinci ve ikinci dereceden eşitsizlikleri çözme ve grafikte gösterme becerilerine yönelik kazanımlara rasyonel sayılar kümesinde yer verilmiştir.
	2005 Orta Öğretim Matematik Dersi Öğretim Programı

SAYILAR

Doğal Sayılar

Doğal sayılarda üslü ifadeler, taban aritmetiği, asal çarpanlara ayırma, bölünebilme kuralları ve EBOB–EKOK konularına yönelik kazanımlara yer verilmiştir.

Tam Sayılar

Tam sayılar kümesinde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri yaparak toplama ve çarpma işlemlerinin özelliklerini belirtir.

Rasyonel Sayılar

Rasyonel sayı kavramını açıklama, dört işlem yapma, sayı doğrusunda gösterme, rasyonel sayıların küme yoğunluğu özelliğini belirtme ve ondalık açılımlarını yapmaya yönelik kazanımlara yer verilmiştir.

Gerçek Sayılar

Tablo 5.8.1 (Devam) 2005 ve 2009 Yıllarındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

	• Rasyonel olmayan sayıların (irrasyonel sayıların) varlığını belirtir ve gerçek sayıları ifade eder. • Gerçek sayılar kümesinde toplama ve çarpma işlemlerinin özelliklerini belirtir. • Gerçek sayılarda eşitsizliğin özelliklerini belirtir. • Gerçek sayılar kümesinde açık, kapalı ve yarı açık aralıkları ifade eder. • Farklı sayı kümelerinde birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur. Üslü Sayılar • Bir gerçek sayının tam sayı kuvvetini açıklar ve üslü ifadelerle ait özelliklerini gösterir. Köklü Sayılar • Kareköklü ifadeleri açıklar, özelliklerini belirtir ve uygulamalar yapar. • Bir gerçek sayının rasyonel sayı kuvvetini örneklerle açıklar, köklü ifadelerle ait işlemlerin özelliklerini üslü ifadelerin özelliklerinden yararlanarak gösterir ve uygulamalar yapar.
10.Sınıf	CEBİR Polinom Gerçek katsayılı ve tek değişkenli polinomu kavram olarak örneklerle açıklar, polinomun derecesini, baş katsayısını, sabit terimini belirtir. İkinci Dereceden Denklemler Gerçek sayılar kümesinde ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulur, diskriminantla köklerin varlığını belirler ve kök-katsayı ilişkisini açıklar. Eşitsizlikler Birinci ve ikinci dereceden ifadelerin işaretini inceler, eşitsizliklerin ve eşitsizlik sistemlerinin gerçek sayılarda çözüm kümelerini belirler ve tabloda gösterir. İkinci Dereceden Fonksiyonlar Gerçek sayılarda tanımlı ikinci dereceden fonksiyonların özelliklerini belirler, grafiklerini çizer ve grafik üzerinden fonksiyonu oluşturur; iki bilinmeyenli eşitsizliklerin çözümünü grafikte gösterir.
11.Sınıf	CEBİR Karmaşık Sayılar Gerçek sayılar kümesini genişletme gereğini örneklerle açıklar. Logaritma Gerçek sayılar kümesi üzerinde üstel fonksiyon ve logaritma fonksiyonları işlenmektedir.

Tablo 5.8.1 (Devam) 2005 ve 2009 Yıllarındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

12.Sınıf	CEBİR
	Fonksiyonlar
	Fonksiyonlara ilişkin kazanımlarda gerç�k sayılar kümesine doğrudan bir gönderme yapılmasa da “Etkinlik �rnekleri” bölümünde gerç�k sayılar kümesinde tanımlı fonksiyonlar hakkında etkinliklere yer verilmiştir.
	TEMEL MATEMATİK
	Limit ve Süreklilik
	Gerç�k değişkenli fonksiyonlarda limit kavramını açıklar, limitin yönlü türlerini ve özelliklerini örneklerle gösterir; parçalı, mutlak değerli ve trigonometrik fonksiyonlarda limit hesaplar, belirsizlik durumlarını tanır ve sonsuz için limit kavramını grafiklerle açıklar.
	Türev
	Türev kavramını fiziksel ve geometrik bağlamda açıklar, türev kurallarını kullanarak fonksiyonların türevini hesaplar, süreklilik-türev ilişkisini açıklar; grafik, parçalı, bileşke, parametrik ve ters fonksiyonlarda türev uygular, hız ve ivme gibi kavramlarla ilişkilendirir.
	İntegral
	Belirsiz integrali tanımlar, temel integral kurallarını ve çeşitli yöntemleri (değişken değiştirme, kısmi integral, basit kesirlere ayırma, trigonometrik özdeşlik) kullanarak uygulamalar yapar. Belirli integrali Riemann toplamı üzerinden açıklar, temel teoremleri ve özellikleriyle birlikte belirli integral hesaplamaları yapar.

Ortaokul matematik  ğretim programları incelendiğinde, 6. sınıf düzeyinde sayı kavramı, doğal sayılar ve tam sayılarla sınırlandırılmıştır. İşlemsel yeterliklerin yanı sıra asal sayılar, EBOB – EKOK gibi yapısal özellikler yoluyla kavramsal derinlik oluşturulmaya çalışılmıştır. Özellikle tam sayıların sayı doğrusunda konumlandırılması ve mutlak değer ile ilişkilendirilmesi, sayılar arası büyüklük ilişkilerinin sezdirilmesine olanak tanımıştır.

7. sınıf programında bu yapı bir adım ileriye taşınarak rasyonel sayı kümesine geçiş yapılmış; öğrencilerin sayı doğrusunda bu sayıları göstermesi, karşılaştırması ve işlemlerle bütünleştirilmesi sağlanmışır. Bu kazanımlar, gerç k sayı kümesine geçiş öncesinde yoğunluk, işlem kapalılığı ve gösterim çeşitliliği gibi kavramlara yönelik farkındalık geliştirmeyi hedeflemektedir. Aynı zamanda denklemlerin artık yalnızca doğal sayılarla değil; rasyonel ve tam sayılarla  z lebilmesi, sayı kümeleri arasındaki geçişin cebirsel temsillerle desteklendiğini göstermektedir.

8. sınıfta ise sayı kavramının yapılandırılmasında dikkat çekici bir sıra izlenmiş; önce negatif üslü ifadeler ve karekök kavramı ardından gerçek sayı kümesi tanıtılmıştır. Bu sıralama, öğrencinin irrasyonel sayı kavramına doğrudan geçmeden önce sezgisel bir temel edinmesini sağlamayı amaçlamaktadır. Tam kare olmayan sayıların yaklaşık değerlerinin modellenmesi, sayı doğrusundaki konumlarının tahmin edilmesi ve bu sayıların işlemlere katılması, irrasyonel sayıların önce sezdirildiği, ardından küme yapısıyla kavratıldığı bir geçiş süreci sunmaktadır.

Son olarak gerçek sayılar kümesinin bileşenlerinin tanıtılması, öğrencinin önceki yıllarda yapılandığı sayı kümelerini daha kapsayıcı bir üst yapı altında birleştirmesini hedeflemektedir. Bu bağlamda, önceki programlara kıyasla ortaokul düzeyindeki sınıflarda daha yoğun ve yapılandırılmış bir içerik sunulduğu; özellikle denklem, eşitsizlik ve sayı örüntüleri gibi konular aracılığıyla sayı kümelerine ilişkin kavrayışın daha üst düzey cebirsel yapılara doğru geliştirilmeye çalışıldığı görülmektedir. Ancak dikkat çeken bir durum olarak, programda gerçek sayılar kümesine yer verilmiş olmasına rağmen denklem çözümleri yalnızca rasyonel ve tam sayılar kümesiyle sınırlandırılmıştır. Bu durum, kavramsal yapı ile cebirsel uygulama arasında bir bütünlük sağlanamadığını ve gerçek sayı kavramının denklemler bağlamında işlevsel düzeyde kullanılmadığını göstermektedir. Bu açıdan değerlendirildiğinde, sayı kümeleriyle ilgili bilgi düzeyinin işlemsel ve sembolik temsillere tam olarak yansıtılamadığı söylenebilir.

9. sınıf düzeyinde rasyonel ve irrasyonel sayılarla yapılan işlemler, sayı doğrusunda gösterimler ve ifadelerin sadeleştirilmesi gibi temel kazanımlar, öğrencilerin kavramsal anlayışlarını pekiştirmeye yönelik olup daha çok işlemsel ve kısmen sezgisel bir yaklaşım sergilemektedir. Gerçek sayı kavramı programda açık biçimde ele alınsa da bu kavramın formal düzeydeki gelişiminin yeterince desteklenmediği ve yapılandırılmadığı dikkat çekmektedir.

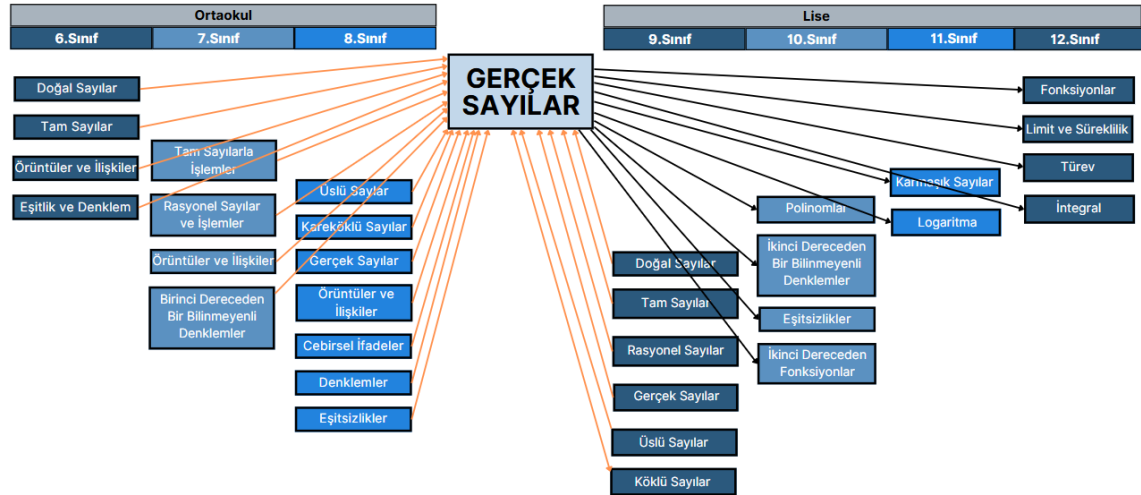
10. sınıf düzeyinde ikinci dereceden denklemler, eşitsizlikler, fonksiyonlar ve polinomlar gibi konular gerçek sayılar kümesinde ele alınmaktadır. Ancak bu süreçte kavramsal temellendirme yeterince vurgulanmadığı için gerçek sayı kavramının alt yapısı zayıf kalmaktadır.

11. sınıfta, gerç k sayıların sınırlarını aşan durumlara örnek verilerek karmaşık sayılar tanıtılmakta ve sayı sisteminin genişletilme gerekçesi açıklanmaktadır. Bu durum sayı kümeleri arasında kuramsal bir geçişe olanak tanımaktadır. Ayrıca bu düzeyde işlenen logaritma konusu ise doğrudan gerç k sayılar kümesi üzerinde tanımlanmakta ve işlem temelli öğrenmeler kümeye dayalı formal bir düzlemde sürdürülmektedir. Ancak bu seviyedeki ileri matematik konularının eksikliği de dikkat çekmektedir.

12. sınıf programında, limit, süreklilik, türev gibi gerç k sayıların temellendirdiği ileri matematik konuları işlenmektedir. Ancak bu konuların temelini oluşturan gerç k sayı kavramı ile konuların ilişkisi örtük biçimde sunulmakta, kazanımlarda açık bir vurguya yer verilmemektedir.

Genel olarak lise programında gerç k sayılar, işlemsel düzeyden formal yapıya geçişte merkezi bir rol üstlenmekte fakat bu geçiş sürecinde kavramsal ve sezgisel temellerin yeterince desteklenmemesi, bütünlüklü bir sayı anlayışının kavramsal gelişimini sınırlandırabilmektedir.

Şekil 5.8.1 2005 ve 2009 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerç k Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



Bu ekolojik diyagram, 2005 ve güncellenmiş olan 2009 öğretim programlarında gerç k sayıların beslendiği ve gerç k sayılar tarafından beslenen konuları açıkça göstermektedir. Ortaokul düzeyinde oldukça zengin içerik dikkat çekmektedir. Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar, üslü ve köklü sayılar gibi içerikler aracılığıyla gerç k

sayıların temeli atılmakta; cebirsel ifadeler ve denklemlerle bu temel yapılar ilişkilendirilmektedir.

Lise düzeyinde ise gerçek sayılar, fonksiyonlar, polinomlar, ikinci dereceden denklemler, logaritma ve limit gibi üst düzey kavramların tanımlanmasında zemin oluşturmaktadır. Bu konuların öğretiminde doğrudan gerçek sayılarla ilişki kurulmasa da tüm bu yapıların tanım ve uygulamalarının gerçek sayı kümesi üzerinde gerçekleşmesi, bu ilişkinin örtük biçimde sürdürüldüğünü göstermektedir. Dolayısıyla, gerçek sayılar kümesi lise matematik programında birçok kavramın arka planındaki yapı olarak süreklilik kazanmakta ancak bu işlevsel rol programda açık biçimde vurgulanmamaktadır.

Genel olarak değerlendirildiğinde, bu programlar içerik açısından oldukça zengin ve kavramsal çeşitlilik bakımından güçlü bir yapı sunmaktadır. Ancak bu zenginliğe rağmen, gerçek sayılar kümesiyle ilişkili kavramların sezgisel, işlemsel ve formal düzeylerde tutarlı ve bütüncül bir biçimde yapılandırıldığı söylenemez. Kavramlar arası geçişler çoğunlukla örtük biçimde bırakılmış, gerçek sayılar ise çoğu zaman yalnızca işlemsel bir araç olarak kullanılmıştır.

5. 9 2013 Matematik Dersi Öğretim Programları

2012 yılında yürürlüğe giren 4+4+4 kesintili zorunlu eğitim sistemiyle birlikte öğretim programlarında da yapısal değişiklikler gerekmiştir. Yeni düzenlemeyle hazırlanan 2013 programı, sadeleştirilmiş yapısıyla öne çıkarken, 2005 programında yer alan iletişim, problem çözme ve akıl yürütme gibi alana özgü becerilere yine önemli ölçüde yer verilmiştir. Ayrıca bu dönemde bilgi ve iletişim teknolojileri kullanımı da bu becerilerle birlikte düşünülerek programa entegre edilmiştir (Özmantar vd., 2018).

2013 yılında yayımlanan Ortaokul ve Lise Matematik Dersi Öğretim Programları, öğrencinin öğrenme sürecine etkin katılımını ve anlamlı öğrenmeler geliştirmesini esas alan bir anlayış doğrultusunda hazırlandığı belirtilmiştir. İşlem becerilerinin yanı sıra kavramsal anlam kurma, matematiksel modelleme ve ispat süreçlerine yer verildiği ayrıca matematiksel yeterliklerin geliştirilmesinin amaçlandığı ifade edilmektedir. Gerçek yaşamla ilişkilendirilen uygulamalar yoluyla öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmesinin hedeflendiği görülmektedir.

Ortaokul programında ise yalnızca matematiksel kavramların kazandırılması değil, aynı zamanda bu kavramların etkili biçimde öğrenilmesi ve kullanılmasına yönelik temel becerilerin geliştirilmesinin de hedeflendiği belirtilmektedir (MEB, 2013). Bu programlarda, sayılar öğrenme alanı başta olmak üzere matematiksel kavramların sınıf düzeyine uygun şekilde yapılandırılması hem işlem becerilerinin hem de kavramsal anlayışın gelişimini destekleyecek biçimde planlanmıştır. Bu programlara ait kazanımlar doğrultusunda sayı sistemleri ve özellikle gerçek sayılar kümesinin öğretimine yönelik içerikler detaylı biçimde incelenmektedir.

Tablo 5.9.1 2013 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

2013 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı	
5.Sınıf	SAYILAR VE İŞLEMLER Doğal Sayılar Dokuz basamaklı doğal sayıları okuma, yazma, basamak, sayı ve şekil örüntülerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Doğal Sayılarla İşlemler Doğal sayılarla dört işlem yapma, zihinden işlem stratejileri kullanma, sonuç tahmini, işlemler arası ilişkileri anlama, parantezli ifadeleri çözme ve üslü gösterimlere yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	SAYILAR VE İŞLEMLER Doğal Sayılarla İşlemler Tam Sayılar Tam sayıları sayı doğrusunda gösterme, mutlak değerini belirleme, karşılaştırma ve sıralama, toplama ve çıkarma işlemlerini yapma ile işlem stratejilerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir. CEBİR Doğal sayılar kümesi üzerinden cebirsel ifadeler ele alınmıştır. Aritmetik diziler, cebirsel ifadelerin modellenmesi, işlemleri ve sözel durumlarla ilişkilendirilmesine yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
7.Sınıf	SAYILAR VE İŞLEMLER Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri Rasyonel Sayılar Rasyonel sayıları tanıma, ondalık gösterimle ifade etme, sayı doğrusunda gösterme, karşılaştırma ve sıralamaya yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Rasyonel Sayılarla İşlemler CEBİR Birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler tam sayılar kümesinde verilmektedir.

Tablo 5.9.1 (Devam) 2013 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

	SAYILAR VE İŞLEMLER
	Üslü İfadeler
	Kareköklü İfadeler
8.Sınıf	• Tam kare doğal sayıları tanır. • Tam kare doğal sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler. • Tam kare olmayan sayıların karekök değerlerinin hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler. • Gerçek sayıları tanır, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirir. - Kare modelleri kullanılarak alanla kenar arasındaki ilişkiden, bir sayıyla karekökü arasındaki bağıntı ele alınabilir. - Karesi a olan sayı $\pm\sqrt{a}$ olarak tanımlanır. $x^2 = a$ ifadesine x'in değerinin $\pm\sqrt{a}$ olduğu ifade edilir. • Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar. • Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır. • Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnek verir. • Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar. • Ondalık ifadelerin kareköklerini belirler.
	CEBİR
	Cebirsel İfadeler ve Özdeşlikler
	Cebirsel ifadeleri anlama, farklı biçimlerde ifade etme, çarpma işlemleri yapma, özdeşlikleri modelleme ve çarpanlara ayırma becerilerini geliştirmeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	“Cebirsel ifadelerdeki katsayılar ve kökleri tam sayılar içinde kalacak biçimde seçilir.” açıklamasına yer verilmiştir.
	Doğrusal Denklemler
	Doğrusal ilişkileri gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirme, tablo, grafik ve denklemler oluşturma; eğim kavramını modelleme ve birinci dereceden denklemleri çözmeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	Denklem Sistemleri
	İki bilinmeyenli doğrusal denklem sistemlerini çözme ve bu sistemlerin grafiksel temsilleri ile cebirsel çözümleri arasında ilişki kurmaya yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	Eşitsizlikler
	Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikleri günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirme, matematiksel ifadeye dönüştürme, sayı doğrusunda gösterme ve çözme becerilerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir.

Tablo 5.9.1 (Devam) 2013 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

2013 Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı	
9.Sınıf	DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER
	Gerçek Sayılar
	• İrrasyonel sayılar ve gerçek sayılar kümesini açıklar. • Doğal sayı, tam sayı ve rasyonel sayı kavramları hatırlatılır. • $\sqrt{2}$ sayısının bir rasyonel sayı olmadığı ispatlanır; sayı doğrusundaki yeri belirlenir. • Gerçek sayılar kümesinde toplama ve çarpma işlemlerinin özellikleri incelenir. • R'nin geometrik temsilinin sayı doğrusu; $R \times R$'nin geometrik temsilinin de kartezyen koordinat sistemi olduğu vurgulanır.
	Birinci Dereceden Denklem ve Eşitsizlikler
	Gerçek sayılar kümesinde birinci dereceden denklemler ve eşitsizliklere yönelik kazanımlara yer verilmiş; aralık kavramı (açık, kapalı, yarı açık) tanıtılarak çözüm kümeleri bu çerçevede ele alınmıştır. Ayrıca, mutlak değer kavramı ve buna bağlı denklemler ile eşitsizliklerin çözümüne yönelik kazanımlar da verilmiştir.
	Üslü İfade ve Denklemler
Gerçek sayıların tam sayı kuvvetleri, üslü ifadelerin temel özellikleri ve bu ifadeleri içeren denklemlerin çözümüne yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Ayrıca, köklü ifadeler rasyonel kuvvetlerle ilişkilendirilerek ele alınmış; üslü ve köklü ifadeler arasındaki cebirsel ilişkiler vurgulanmıştır. Bu kapsamda, kavramların işlem temelli olarak pekiştirilmesine yönelik kazanımlar öne çıkmaktadır.	
Fonksiyonlar	
• Fonksiyon kavramını açıklar. - Bu konuda yalnızca gerçek sayılar üzerinde tanımlanmış fonksiyonlar ele alınacaktır. - Fonksiyon konusuna girişte soyut bir yaklaşım yerine önce bire bir olan ve olmayan fonksiyon durumları ile modellenebilecek gerçek/gerçekçi hayat durumları kullanılarak tablo-grafik inceleme, bağımlı-bağımsız değişken arasındaki ilişki vb. durumlar bağlamında fonksiyon kavramı ele alınır.	

Tablo 5.9.1 (Devam) *2013 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar*

10.Sınıf	FONKSİYONLARLA İŞLEMLER VE UYGULAMALARI Fonksiyonların Simetrikleri ve Cebirsel Özellikleri Gerçek sayılar kümesinde tanımlı fonksiyonlar kullanılmaktadır. İKİNCİ DERECEDE DENKLEM VE FONKSİYONLAR İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler İkinci dereceden denklemlerin köklerinin varlığı diskriminantın işaretine göre incelenmiş; köklerin reel olup olmadığına ilişkin değerlendirmeler yapılmıştır. Diskriminantın negatif olduğu durumlarda, karmaşık sayıların tanıtımına yönelik kazanımlara yer verilmiş ve sanal birim $i = \sqrt{-1}$ üzerinden karmaşık sayı kavramı yapılandırılmıştır. Bu kapsamda, reel sayıların yetersiz kaldığı durumlarda sayı kümesinin genişletilmesi gereğine vurgu yapılmıştır. İkinci Dereceden Fonksiyonlar ve Grafikleri Gerçek sayılar kümesinde ele alınmaktadır. POLİNOMLAR Polinom Kavramı ve Polinomlarla İşlemler Gerçek katsayılı ve bir değişkenli polinom kavramını açıklar.
	DENKLEMLER VE EŞİTSİZLİKLER Gerçek sayılar kümesinde ele alınmaktadır. ÜSTEL VE LOGARİTMİK FONKSİYONLAR Gerçek sayılar kümesinde ele alınmaktadır.
	TÜREV Limit ve Süreklilik, Türev, İntegral Limit ve Süreklilik, Türev ve İntegral gibi konular, içerikleri gereği bağlamsal olarak gerçek sayılar kümesinde ele alınmak zorundadır.

2013 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı, her sınıf düzeyinde belirli bir sayı kümesinin tanıtımını ve işlemsel kullanımını hedeflemektedir. 5 ve 6. Sınıflarda doğal sayılar ve tam sayılarla işlem becerileri ön planda tutulurken, sayı doğrusunda gösterim, işlem stratejileri ve örüntü gibi kazanımlar yoluyla sezgisel temellerin de desteklendiği görülmektedir. 7. sınıfta rasyonel sayılar tanıtılarak, sayı kümelerinin genişletilmesi sağlanmış; sayı doğrusunda konumlandırma ve karşılaştırma gibi uygulamalarla sezgisel yön sürdürülmüş, işlemler aracılığıyla işlemsel derinlik kazandırılmıştır. 8. sınıfta ise irrasyonel sayıların sezdirildiği kareköklü ifadeler ve gerçek sayılar kümesine yönelik doğrudan kazanımlarla birlikte, öğrencinin sayı sistemini bütüncül biçimde kavraması hedeflenmiştir.

Genel olarak, ortaokul düzeyinde sezgisel ve işlemsel yaklaşımların birlikte kullanıldığı ancak formal yapıya geçişin yalnızca 8. sınıfta sınırlı bir biçimde başladığı bir yapı dikkat çekmektedir. Sayı kümeleri arasındaki geçişler sezdirilmekte ancak kümeler üstü bir yapının öğrencide açık biçimde inşa edilmesi çoğu zaman sınırlı bırakılmıştır.

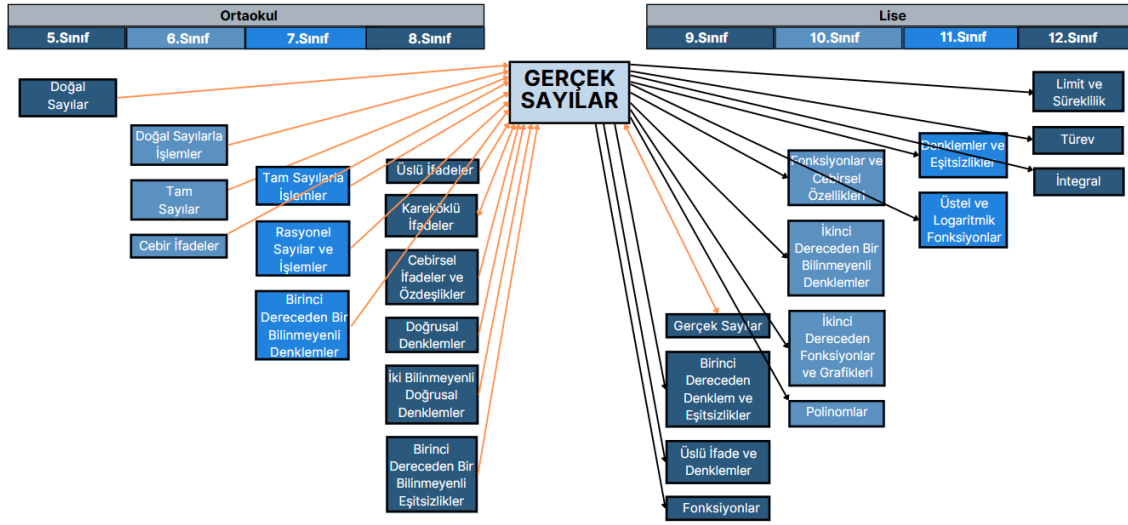
Lise programı incelendiğinde ise 9. sınıfta gerçek sayılar kümesi açık biçimde tanıtılmış; bu kümeye ait işlem özellikleri, geometrik gösterimleri ve kümeler arası ilişkiler ele alınmıştır. Denklem, eşitsizlik ve fonksiyon gibi temel cebirsel kavramların doğrudan R kümesi üzerinde tanımlanması, bu düzeyde formal yapıya geçişin kuramsal bir temele dayandırıldığını göstermektedir. Ancak bu kavramların tanıtılabilmesi için gerçek sayıların bir ön koşul oluşturduğu göz önüne alındığında, gerçek sayıların programa dahil edilmesinin pedagojik bir tercihten ziyade içeriksel bir zorunluluk olduğu anlaşılmaktadır. Bu nedenle, gerçek sayılar kavramının anlamlandırılmasına yönelik öğretimsel derinliğin sınırlı kalması, dikkatle değerlendirilmesi gereken bir durumdur.

Ardından 10. sınıf düzeyinde yer alan fonksiyonlar, ikinci dereceden denklemler ve polinomlara ilişkin içerikler, doğrudan gerçek sayılar kümesi üzerinde yapılandırılmıştır. Ayrıca ikinci dereceden denklemler konusunda, gerçek sayıların yeterli olmadığı durumların tanıtılması öğrencinin sayı kümeleri arasındaki sınırları kavramasını sağlayacak sezgisel geçişleri de barındırmaktadır. Bu sınıfta işlemsel yeterlikler ön planda tutulmakla birlikte, formal yapının güçlendiği görülmektedir.

11 ve 12. sınıflarda ise tüm matematiksel yapılar gerçek sayılar kümesi üzerinde kurgulanmaktadır. Üstel ve logaritmik fonksiyonlar, limit, türev ve integral gibi kavramlar R kümesi üzerinde tanımlı olup; işlemler, grafikler ve çözüm yöntemleri bu çerçevede yürütülmektedir. Ancak bu düzeylerde sezgisel temellendirmelere yer verilmemekte, sayı kümeleri yalnızca formal bir zemin olarak kullanılmaktadır.

Genel olarak değerlendirildiğinde, 2013 Lise Programı'nda sayı kümelerine yaklaşım 9. sınıfta sezgisel ve işlemsel temellerle başlamakta, 10. Sınıfta formal düzeye geçiş hızlanmakta, 11 ve 12. Sınıflarda ise sezgisellik tamamen arka planda kalırken işlemsel ve formal düzeyin yoğunlaştığı bir yapı ortaya çıkmaktadır.

Şekil 5.9.1 2013 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



Bu ekolojik model, 2013 Matematik Dersi Öğretim Programlarında gerçek sayı kavramının öğretimsel bağlamdaki konumunu bütüncül biçimde ortaya koymaktadır. Diyagramda, gerçek sayı kavramı merkezde konumlandırılarak hem öncül kavramlar tarafından nasıl beslendiğini hem de üst düzey matematiksel yapıları nasıl beslediği görselleştirilmiştir. Modelin daha önceki programlara kıyasla öne çıkan yönlerinden biri, ortaokul düzeyinin 5. sınıftan başlatılmış olmasıdır. Bu durum, gerçek sayıların öğretimsel gelişimini daha erken yaşlardan itibaren izleme olanağı sağlarken, aynı zamanda bazı yapısal dağınıklıkları da ortaya koymaktadır.

2005 öğretim programlarında sayı kümelerine ilişkin kazanımlar daha sistematik ve ardışık biçimde sunulmuşken, 2013 programında bu bütünlük kısmen zayıflatılmıştır. Örneğin, 5. Sınıfta doğal sayılar verilmesine karşın doğal sayılarla işlemler 6. sınıfa bırakılmış; benzer şekilde 6. sınıfta tanıtılan tam sayılarla ilgili işlemler 7. sınıfa ertelenmiştir. Benzer bir durum lise düzeyinde de gözlemlenmektedir; 9. sınıfta yalnızca yüzeysel biçimde ele alınan fonksiyon kavramı, 10. sınıfta Fonksiyonlar ve Cebirsel Özellikleri başlığı altında daha ayrıntılı olarak işlenmektedir. Bu tür parçalı yapılar, öğrencilerin kavramsal süreklilik geliştirmesini güçleştirmekte; kavram ile işlem arasında bütüncül bir öğrenme süreci kurulamamasına ve zamana yayılan öğretimsel kopuklukların ortaya çıkmasına neden olabilmektedir.

Tüm bu yönleriyle diyagram, gerçek sayılar kavramının ekosistem içerisindeki çok boyutlu yerini açıkça göstermekte; ancak öğretim programının yapısal bütünlüğüne ilişkin bazı tutarsızlıkları da görünür kılmaktadır. Bu durum, gerçek sayıların programda merkezi bir kavram olarak yer almasına karşın öğretimsel ilerleyişin her zaman bu merkeziliğe uygun kurgulanmadığını düşündürmektedir.

5. 10 2018 Matematik Dersi Öğretim Programları

2018 yılında yürürlüğe giren ortaokul ve lise programları, bireyin bilgi, beceri, değer ve yetkinliklerle donanmasını hedefleyen güncel eğitim politikaları ve Türkiye Yeterlilikler Çerçevesi (TYÇ) doğrultusunda, dönemin ihtiyaçlarına uygun birey yetiştirebilmek amacıyla oluşturulmuştur. Program metinlerinde yalnızca akademik değil; sosyal, kültürel ve duyuşsal gelişimi de desteklemeye yönelik bir matematik eğitiminin amaçlandığı ifade edilmektedir (MEB, 2018). Matematiksel öğrenmelerin, işlem temelli yaklaşımların ötesine geçerek problem çözme, eleştirel düşünme, modelleme ve iletişim gibi bilişsel becerilerle desteklenmesinin önemsendiği görülmektedir.

Ortaokul düzeyinde, öğretim programı; felsefe, değer ve yetkinlikler, bireysel farklılıklar ve ölçme-değerlendirme başlıklarıyla yapılandırılmış bir çerçeve sunmaktadır. Sayılar ve işlemler öğrenme alanı başta olmak üzere, kazanımların kavramsal temellere dayalı olarak yapılandırıldığı; materyal ve etkinlik önerileriyle desteklenen içeriklerin yer aldığı görülmektedir. Bu yapı, öğrencilerin sayı kavramlarını yalnızca işlemsel değil, bağlamsal ve ilişkisel yönleriyle kavrayabilmelerine olanak tanıyacak biçimde tasarlanmıştır.

Lise düzeyindeki program ise ortaöğretimin genel amaçlarıyla uyumlu biçimde, öğrencilerin matematiksel düşünme, uygulama ve problem çözme becerilerini geliştirmeyi; bu yolla hem akademik hem toplumsal yaşama daha donanımlı biçimde katılım göstermelerini sağlamayı amaçlamaktadır (MEB, 2018). Öğrenme alanları, öğrencinin gelişim düzeyi ve önceki kazanımlarıyla ilişkili biçimde yapılandırılmış; kazanımlar sade, açık ve ölçülebilir biçimde sunulmuştur. Program metninde, farklı disiplinlerde edinilen bilgi ve deneyimlerin matematiksel düşünmeyle ilişkilendirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır.

Bu genel çerçevede, her iki programda da gerçek sayılarla ilgili yapı ve vurguların, sayı kavramının öğretimine ilişkin yaklaşımı anlamada önemli ipuçları sunduğu düşünülmektedir. Aşağıda sunulan analizlerde, sayı sistemlerinin genişlemesine ve özellikle gerçek sayı kavramının öğretimine yönelik kazanımlar değerlendirilmektedir.

Tablo 5.10.1 2018 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

2018 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı	
5.Sınıf	SAYILAR VE İŞLEMLER Doğal Sayılar Dokuz basamaklı doğal sayıları okuma, yazma, basamak ve bölük bilgilerini belirleme ile sayı ve şekil örüntülerini oluşturma becerilerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Doğal Sayılarla İşlemler Doğal sayılarla dört işlem yapma, zihinden işlem stratejileri belirleme ve kullanma, işlem sonuçlarını tahmin etme, kalanı yorumlama, üslü ifadeleri kullanma, parantezli ifadeleri çözme ve problem çözmeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
	SAYILAR VE İŞLEMLER Doğal Sayılarla İşlemler Doğal sayılarla üslü ifade oluşturma, işlem önceliğine dikkat ederek dört işlem yapma, ortak çarpan parantezine alma ve dağılma özelliğini kullanma ile problem çözmeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Tam Sayılar Tam sayıları tanıma, sayı doğrusunda gösterme, karşılaştırma, sıralama ve mutlak değerini belirleme becerilerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir.
7.Sınıf	SAYILAR VE İŞLEMLER Tam Sayılarla İşlemler Tam sayılarla dört işlem yapma, üslü nicelikleri ifade etme, toplama işleminin özelliklerinden stratejik olarak yararlanma ve problem çözmeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Rasyonel Sayılar Rasyonel sayıları tanıma, sayı doğrusunda gösterme, ondalık gösterimlerle ilişkilendirme, devirli ve devirsiz ondalıkların rasyonel sayı olarak ifadesi ile karşılaştırma ve sıralamaya yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Rasyonel Sayılarla İşlemler Rasyonel sayılarla dört işlem, çok adımlı işlemler, kare ve küp alma ile işlem gerektiren problemleri çözmeye yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Eşitlik ve Denklem Kazanımlar tam sayılar kümesinde verilmiştir.

Tablo 5.10.1 (Devam) *2018 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar*

SAYILAR VE İŞLEMLER	
Üslü İfadeler	
Kareköklü İfadeler	
8.Sınıf	• Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler. • Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler. • Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır. • Kareköklü ifadelerde 4 işlem yapar. • Kareköklü bir ifade ile çarpıldığında, sonucu bir doğal sayı yapan çarpanlara örnek verir. • Ondalık ifadelerin kareköklerini belirler. • Gerçek sayıları tanıır, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirir.
M.8.2. CEBİR	
<i>“Cebirsel ifadelerdeki katsayılar ve kökleri tam sayılar içinde kalacak biçimde seçilir.”</i>	
M.8.2.2. Doğrusal Denklemler	
<i>“Bu sınıf düzeyinde katsayıları rasyonel sayı olan denklemlere yer verilir.”</i>	
2018 Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı	
DENKLEM VE EŞİTSİZLİKLER	
Sayı Kümeleri	
9.Sınıf	• Sayı kümelerini birbirleriyle ilişkilendirir. - Doğal sayı, tam sayı, rasyonel sayı, irrasyonel sayı ve gerçek sayı kümelerinin sembolleri tanıtılarak bu sayı kümeleri arasındaki ilişki üzerinde durulur. - $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ gibi sayıların sayı doğrusundaki yeri belirlenir. - Gerçek sayılar kümesinde toplama ve çarpma işlemlerinin özellikleri üzerinde durulur. - R'nin geometrik temsilinin sayı doğrusu, $R \times R$'nin geometrik temsilinin de kartezyen koordinat sistemi olduğu vurgulanır.

Tablo 5.10.1 (Devam) 2018 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

Birinci Dereceden Denklemler ve Eşitsizlikler

- Gerçek sayı kümesinde aralık kavramı açıklanır.
- Mutlak değer içeren birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulur.
 - Bir gerçek sayının mutlak değeri hatırlatılarak mutlak değer özellikleri verilir. ($x, y \in R, n \in Z$ ve $a, b \in R^+$)

Üslü İfadeler ve Denklemler

- Üslü ifadeleri içeren denklemleri çözer.
- Üslü ifade kavramı hatırlatılır ve bir gerçek sayının tam sayı kuvveti ile ilgili uygulamalar yapılır.
- Köklü ifadeleri içeren denklemleri çözer.
 - Gerçek sayıların tam sayı kuvvetleri verilir.

SAYILAR VE CEBİR

FONKSİYONLAR

Fonksiyon Kavramı ve Gösterimi

- Fonksiyonlarla ilgili problemler çözer. Sadece gerçek sayılar üzerinde tanımlanmış fonksiyonlar ele alınır.

POLİNOMLAR

Bir değişkenli polinom kavramı, polinomun derecesi, katsayıları, sabit terimi ve polinomlarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerine yönelik kazanımlara yer verilmiştir. Ayrıca, çarpanlara ayırma yöntemleri ve rasyonel ifadelerin sadeleştirilmesine ilişkin işlemler de programa dâhil edilmiştir.

10.Sınıf

İKİNCİ DERECEDEN DENKLEMLER

İkinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemler

- İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklem kavramını açıklar.
 - İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin tarihsel gelişim sürecine ve bu süreçte rol alan Brahmagupta, Harezmi ve Abdulhamid İbn Türk'ün çalışmalarına yer verilir.
- Bir karmaşık sayının $a + ib$ ($a, b \in R$) biçiminde ifade edildiğini açıklar.
 - Diskriminantın sıfırdan küçük olduğu durumlarda ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin köklerinin bulunabilmesi için gerçek sayılar kümesini kapsayan yeni bir sayı kümesi tanımlama gereği örneklerle açıklanır.

Tablo 5.10.1 (Devam) 2018 Yılındaki Programlarda Yer Alan Sayılarla İlgili Kazanımlar

FONKSİYONLARDA UYGULAMALAR	
Fonksiyonlarla İlgili Uygulamalar, İkinci Dereceden Fonksiyonlar ve Grafikleri, Fonksiyonların Dönüşümleri	
Gerçek sayılar kümesinde ele alınmaktadır.	
11.Sınıf	DENKLEM VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ
	İkinci Dereceden İki Bilinmeyenli Denklem ve Eşitsizlik Sistemleri
	Doğrudan açık bir şekilde gerçek sayılar kümesi üzerinde olduğundan bahsedilmemiş ancak önceki öğrenmeler doğrultusunda bu konuların gerçek sayılar kümesinde ele alındığı aşikardır.
ÜSTEL VE LOGARİTMİK FONKSİYONLAR	
12.Sınıf	Diziler, Türev, Integral
	İçerikleri gereği bağlamsal olarak gerçek sayılar kümesinde ele alınmak zorundadır.

2018 yılında yayımlanan ortaokul ve lise matematik dersi programlarında, sayı sistemlerinin öğretimi, öğretimsel mantığa uygun olarak doğal sayılardan başlayıp gerçek sayılar kümesinde bütünleşecek şekilde hiyerarşik bir düzlemde yapılandırılmıştır. Bu yapı, ilk bakışta sayı kümeleri arasındaki geçişleri sistematik olarak ele alma amacı güdüyor gibi görünse de hem ortaokul hem de lise düzeyinde kazanımlar incelendiğinde, bu geçişlerin çoğunlukla işlem temelli sunulduğu; kavramsal yönlendirmenin ise sınırlı düzeyde yer aldığı dikkat çekmektedir.

Ortaokul programı kapsamında, sayı kümeleri arasındaki ilişkilerin öğrencinin anlamlandırma düzeyinde farkına varmasını sağlayacak sezgisel yönlendirmelere yeterince yer verilmemiştir. Ayrıca 8. sınıfta gerçek sayıların yalnızca Kareköklü İfadeler başlığı altında “Gerçek sayıları tanır, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirir.” ifadesi ile verilmesi dikkat çekmektedir. Bu durum gerçek sayı kavramının araşsal bilgi düzeyinde bırakılmasına yol açmaktadır. Gerçek sayıların küme yapısının bütüncül biçimde ele alınmaması, öğrencinin sayı doğrusu üzerindeki kapsayıcılık fikrini sezgisel olarak geliştirmesini güçleştirmektedir. Oysa Fischbein (1994)’in de vurguladığı gibi matematiksel düşünmenin yalnızca biçimsel işlemlerle değil, bu işlemlerin sezgisel olarak anlamlandırılmasıyla da geliştiği bilinmektedir. Bu yönüyle değerlendirildiğinde, programda hem sezgisel hem de formal yaklaşımların yeterince bütünleşmemesi, kavramsal geçişleri zayıflatmakta ve öğrencinin sayı sistemini anlamlandırma sürecini yüzeysel bir düzlemde bırakmaktadır.

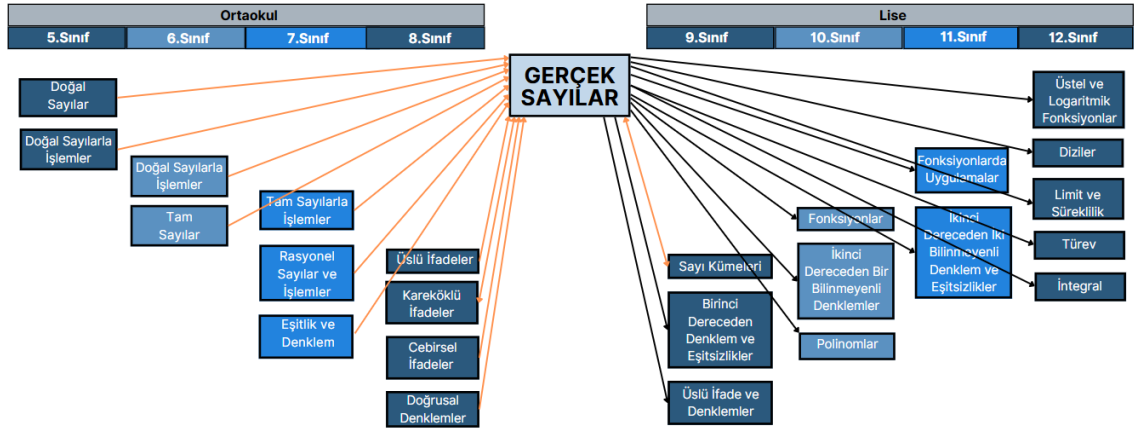
Lise düzeyine geçildiğinde, 9. sınıfta “Sayı kümelerini birbirleriyle ilişkilendirir.” kazanımı altında gerçek sayılara ilişkin sayı doğrusunda gösterme, geometrik temsil ve işlemlere ait açıklamalarla karşılaşılmaktadır. Ancak bu sunumun gerçek sayı başlığı altında verilmemiş olması ve kavramı derinlemesine anlamlandırmak yerine tanıtılmakla sınırlı kalınması programın kavramsal yapılandırmayı teşvik etmediğini göstermektedir.

10. sınıfta fonksiyonları yalnızca gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlanması, bu kümenin lise matematiğinin temelini oluşturduğunu ima etse de bu vurgu açık ve öğretici bir yönlendirme şeklinde sunulmamaktadır. 11 ve 12. sınıflarda fonksiyonlar, limit, türev ve integral gibi analiz temelli konular gerçek sayılar kümesi bağlamında ele alınmakta ancak bu yapı önceki yıllarda edinilen sayı bilgisiyle ilişkilendirilmeden doğrudan işlem düzeyinde işlenmektedir.

Genel olarak bu programlar, gerçek sayıların ardışık gelişimini ve bütüncül yapısını kavramsal temellendirme, sezgisel geçişleri destekleme ve kavramlar arası ilişkileri görünür kılma açısından yeterince desteklemeyen sınırlı bir yapı sunmaktadır. Özellikle gerçek sayılar gibi soyut ve üst düzey kavramların, öğrencinin zihinsel gelişimini destekleyecek biçimde çok yönlü ve ilişkisel bir yaklaşımla sunulmaması bu programların en önemli zayıf noktalarından biri olarak değerlendirilebilir.

Bu bağlamda, programlar sayıların işlem yönünü etkin bir biçimde geliştirirken; gerçek sayı kavramının zihinde yapılandırılmasına, anlamlandırılmasına ve üst düzey düşünme becerileriyle ilişkilendirilmesine daha fazla alan açabilecek bir öğretim anlayışına ihtiyaç duymaktadır.

Şekil 5.10.1 2018 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



Bu ekolojik model, 2018 Ortaokul ve Lise Matematik Dersi Öğretim Programlarında gerçek sayı kavramının öğretimsel ekosistem içerisindeki konumunu hem yatay (sınıf düzeyleri arası) hem de dikey (kavramsal derinlik) geçişlerle görselleştirmektedir. Gerçek sayılar, modelde yalnızca bir içerik alanı olarak değil; matematiksel yapılar arasında anlamlı bağlantılar kuran merkezi bir kavram olarak yapılandırılmıştır. Modelde, doğal sayılardan başlayarak ardışık biçimde gelişen sayı kümelerinin, gerçek sayılar kümesinde birleştiği ve bu yapının ileri düzey cebirsel ve analitik kavramları beslediği açık biçimde görselleştirilmiştir. 2013 programındaki ekolojik modele benzer bir yapı izlenmekle birlikte, burada kavramlar arası kopuklukların giderilmeye çalışıldığı ve daha bütüncül bir geçiş sunulduğu dikkat çekmektedir. Ancak 2005 programına kıyasla içerik kapsamının daraltıldığı ve özellikle kavramsal derinliğin anlam kurma sürecinde bazı boşluklar bırakılabileceğini göstermektedir.

5. 11 2024 Matematik Dersi Öğretim Programları – Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli

2024 Ortaokul ve Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programları, “Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli” doğrultusunda geliştirilmiş; bireyin bilişsel, duyuşsal ve psikomotor gelişimini esas alan çok boyutlu bir yapı sunmaktadır. Modelin, Türk Milli Eğitim Sistemi’nin dijital çağa duyarlılığını ve değişime öncülük potansiyelini yansıttığı ifade edilmektedir (MEB, 2024; s.5). Bu çerçevede programlar yalnızca bilgi aktarımını değil; kavramsal anlamayı, problem çözmeyi, eleştirel düşünmeyi ve matematiksel becerilerin sosyal-duygusal gelişimle birlikte yapılandırılmasını hedeflemektedir.

Bu program çağın getirdiği değişim ve dönüşüm ihtiyacına dayalı olarak kurgulanmıştır. 2018 programı, yapılandırmacı yaklaşım ve sarmal yapı temelli olarak kurgulanmış olsa da uygulama süreçlerinde kavramların parçalı sunumu, ön öğrenmelerin yeterince kullanılmaması ve becerilerin yüzeysel aktarımı gibi sınırlılıklar dikkat çekmiştir. Bu durum, beceri temelli ve bütüncül bir öğretim anlayışına duyulan ihtiyacı görünür hale getirmiştir (Yavuzsoy-Köse, 2024).

Bu ihtiyaç doğrultusunda, Milli Eğitim Bakanlığı tarafından UNICEF desteğiyle yürütülen çalışmalar sonucunda K12 Beceriler Çerçevesi Türkiye Bütüncül Modeli oluşturulmuştur. 2024 programı da bu çerçeveye dayalı olarak şekillendirilmiş ve disiplinler arası geçişkenliğe açık, bilişsel, sosyal-duygusal ve kavramsal gelişimi birlikte gözeten bir yapı kazanmıştır. Programın tasarımında, öğrencilerin uzun vadede beceri setleri geliştirmesi ve bu becerileri farklı bağlamlarda sergileyebileceği öğrenme deneyimleri yaşaması hedeflenmiştir (Erdoğan, 2024).

Öğrenme-öğretme süreci yalnızca akademik başarıya değil, öğrencinin matematiğe yönelik eğilimleri ve duyuşsal gelişimine de odaklanan ölçme ve değerlendirme yapısıyla desteklenmektedir. Programın “öğrenme-öğretme yaşantıları” bölümünde kavramsal öncüllük ve ardıllık ilişkisine dikkat çekilmektedir. Ayrıca, farklılaştırma ilkesi doğrultusunda yer verilen zenginleştirme uygulamaları, öğrencilerin bilişsel farklılıklarına göre derinleştirilmiş içeriklere ulaşmasını mümkün kılmaktadır.

Ortaöğretim düzeyinde ise kavramsal beceriler, matematik alan becerileri ve eğilimler temel alınarak; problem çözme, karar verme, modelleme, iletişim ve temsiller gibi üst düzey beceriler ön plana çıkarılmıştır. Bununla birlikte, soyut kavramların öğretiminde öğretmene bırakılan esneklik alanı geniştir ve bu durum içerik uygulamalarında tutarlılığın öğretmen yeterliklerine bağlı olarak değişmesine neden olabilmektedir.

Sonuç olarak, 2024 Matematik Dersi Öğretim Programları çağdaş öğrenme yaklaşımlarını esas alan, çok katmanlı bir yapı sunmakta; ancak bu yapının uygulamadaki sürdürülebilirliği öğretmenin içerik bilgisi, pedagojik becerileri ve kurumsal destek unsurlarıyla yakından ilişkilidir. Programa ait gerçek sayı konusu ile ilgili kazanımları içeren tablo EK-1’dedir.

Ortaokul programı, sayı kümelerinin öğretiminde önceki programlardan farklı olarak tematik, çok bileşenli bir yapı sunarak önceki programlara kıyasla daha çağdaş ve öğrenci merkezli bir yaklaşım benimsenmiştir. Program, öğrencinin yalnızca işlem yapabilmesini değil; kavramlar arasında ilişkiler kurabilmesini, temsillerle anlam çıkarabilmesini ve sayı sistemini kademeli olarak kavrayabilmesini hedefleyen bir kurguya sahiptir.

5 ve 6. sınıf düzeylerinde doğal sayılar, kesirler, ondalık gösterimler, çarpan-kat ilişkileri ve asal sayılar üzerinden öğrencinin sayı kavramına dair sezgisel ve işlemsel bir temel oluşturması amaçlanmıştır. Cebirsel temsillere hazırlık niteliğindeki örüntü ve algoritma temaları da sayı sisteminin soyut boyutuna geçişte önemli bir köprü işlevi görmektedir.

7. sınıfta “doğal sayılardan tam sayılara, tam sayılardan rasyonel sayılara genişletebilmesi” ifadesi ile sayılar kümesinin genişletilmesine vurgu yapılmıştır. Bu geçiş yalnızca işlem uygulamaları üzerinden değil; sayı doğrusunda temsiller, mutlak değer yorumları ve cebirsel ifade bağlantılarıyla desteklenmiştir. Bu yapı, öğrencinin sayı kümeleri arasındaki bütünlüğü fark etmesini ve kümeye dayalı düşünmeye yönelmesini sağlayan önemli bir aşamadır.

8. sınıf ise programın sayı kümeleri açısından kritik bir yapısal derinlik barındırmaktadır. Bu düzeyde gerçek sayılar kümesi açıkça tanıtılmakta, irrasyonel ve rasyonel sayı ayrımı, ondalık gösterimlerle çıkarımsal olarak yapılmakta ve sayı doğrusundaki temsillerle desteklenmektedir. Ayrıca açık ve kapalı aralıkların sayı doğrusu üzerinde modellenmesi yalnızca işlemsel değil, kümeler arası ilişkilerin görselleştirilerek kavramsal olarak anlamlandırılması açısından oldukça güçlü bir yön olarak öne çıkmaktadır.

Programın en dikkat çekici yönlerinden biri, kümelerle ilgili tanımları doğrudan sunmak yerine öğrencinin bu tanımları sezgisel ve ilişkişel olarak inşa etmesine olanak tanımasıdır. Bu yaklaşım, kavram gelişimini destekleyen bir yapı sunmakla birlikte, formal tanım ve kümeler arası açık sınırların öğrencinin kendi inisiyatifiyle inşa edilmesine bırakılması, uygulama tutarlılığı açısından pedagojik bir zorluk da doğurabilmektedir.

Öte yandan farklılaştırma, zenginleştirme ve destekleme bileşenleriyle her düzeyde farklı öğrenen profillerine hitap eden uygulama önerileri sunulmuş; materyal

destekleri, grup çalışmaları, açık uçlu ölçme araçları ve temsil temelli etkinliklerle öğrencinin aktif katılımı teşvik edilmiştir. Sonuç olarak 2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı, sayı kümelerinin öğretiminde sezgisel, işlemsel ve kavramsal bileşenleri bütüncül biçimde yapılandırmayı hedefleyen çağdaş bir yapı sunmaktadır. Ancak bu yapının formal düzeye geçişte tanımsal netliği öğretmene bırakması, uygulama düzeyinde içerik derinliğinin ve kavramsal tutarlılığın öğretmen yeterliklerine bağlı olarak değişmesine neden olabilecek bir kırılganlık da taşımaktadır. Bu nedenle program, güçlü yönlerinin yanında uygulamadaki sürdürülebilirliğin sağlanabilmesi için öğretimsel destek ve yönlendirme araçlarıyla birlikte değerlendirilmelidir.

Ortaöğretim programına geçildiğinde 8. sınıfta temelleri atılan gerçek sayı kavramının 9. sınıfta da sezgisel, işlemsel ve formal yaklaşımlarla geliştirildiği görülmektedir. Üslü ve köklü ifadelerle yapılan işlemlerde öğrencinin varsayım oluşturma, örüntü fark etme ve doğrulama gibi adımlarla kavramsal geçiş yapması hedeflenmiştir. Bu durum sezgisel düşünmenin formal yapıya taşınmasını destekleyen güçlü bir kurgu sunmaktadır.

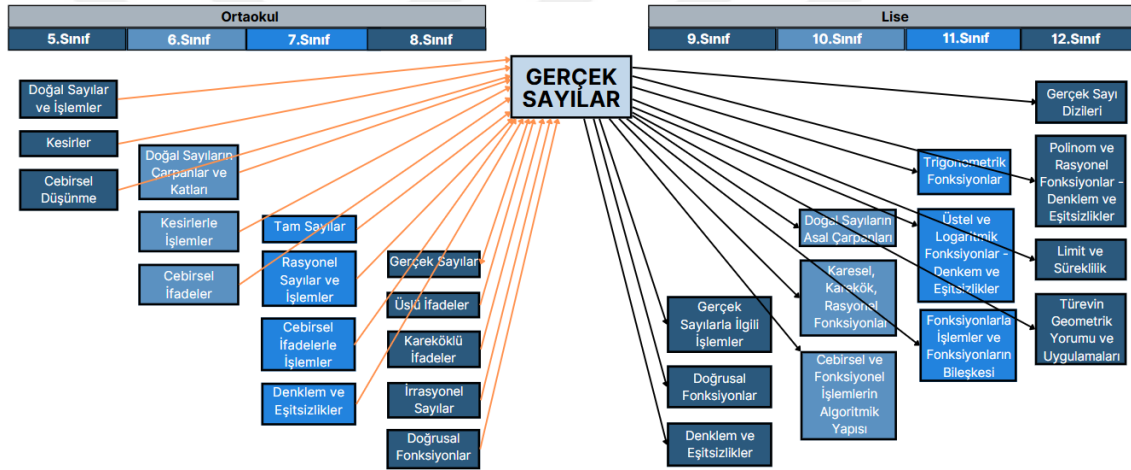
Gerçek sayı aralıklarının hem sayı doğrusu hem de küme işlemleriyle modellenmesi, çoklu temsil kullanımı açısından dikkat çekicidir. Sayı kümelerinin özellikleri ve işlem kuralları üzerine yapılan analogik akıl yürütmeler, öğrencinin işlem temelli bilgiyi cebirsel yapılarla ilişkilendirilmesine imkan tanımaktadır. Bu durum işlemde formal yapıya uzanan bir öğrenme hattı inşa etmektedir. Bunun yanı sıra ortaokul düzeyinde olduğu gibi burada da tanımsal netlik öğrenci inisiyatifine bırakılmıştır.

10. sınıftan itibaren giderek soyutlaşan yapılar içinde gerçek sayılar, tanım kümesi olarak kullanılmakta ve birçok üst düzey kavramın arka planını oluşturmaktadır. 10. sınıfta karesel, karekök ve rasyonel fonksiyonlarla başlayan yapı, 11. sınıfta üstel ve logaritmik fonksiyonlarla genişletilmiş; 12. sınıfta ise limit, süreklilik ve türev kavramlarıyla birlikte analitik bir derinliğe taşınmıştır. Bu süreçte gerçek sayılar yalnızca işlemsel bir araç değil, aynı zamanda fonksiyonel süreklilik, aralık temsilleri ve değişim analizi gibi kavramların temel taşı olarak konumlandırılmıştır. Bu durum daha önceki programlarda bir eksiklik olarak değerlendirilmekte iken bu programda güçlü bir yön olarak değerlendirilmektedir.

Lise programında da ortaokulda olduğu gibi, öğrencilerden sayı kümeleri arasındaki dönüşümleri ve gerçek sayıların tanımına ilişkin ilişkileri kendilerinin yapılandırmaları beklenmektedir. Ancak bu beklentiye rağmen formal düzeyde kavramsal netliğin sağlanamaması ve öğretmen rehberliğine olan bağımlılık, ilişkilerin yüzeysel kalmasına neden olabilmektedir.

Sonuç olarak 2024 programı, gerçek sayıları yalnızca araçsal bir yapı olarak değil ileri düzey matematiksel kavramların temeli olan merkezi bir unsur olarak sunmaktadır. Kavramların fonksiyonel ilişkilerle bütünleştirilmesi ve formal düzeye taşınması bakımından program, önceki dönemlere kıyasla daha dengeli ve tutarlıdır.

Şekil 5.11.1 2024 Matematik Dersi Öğretim Programlarında Gerçek Sayılar Kavramının Ekolojik Modelde Konumlandırılması



Bu ekolojik diyagram, 2024 öğretim programlarının önceki programlardan ayıran en belirgin yönlerini açık biçimde ortaya koymaktadır. Özellikle kavramların sınıf düzeylerine dağılımı ve kavramsal ilerleyiş, önceki programlarda görülen parçalı yapıdan uzaklaştırılmış yerine daha dengeli, bütüncül ve kavramsal süreklilik taşıyan bir kurgu getirilmiştir.

Diyagramda görüldüğü üzere 12. sınıfta integral konusunun kaldırılmıştır. Ayrıca gerçek sayı kavramını artık yalnızca analiz araçları için bir zemin olmaktan çıkıp doğrusal, polinom, rasyonel fonksiyonlar ve türev yapılarıyla ilişkili olarak daha işlevsel ve merkezi bir rol üstlenmektedir. Gerçek sayılar yalnızca beslenen değil aynı zamanda yeni yapıları besleyen ve taşıyan bir kurucu kavram olarak tüm sınıf düzeylerinde sistematik biçimde izlenmektedir.

Özelikle lise düzeyinde, gerçek sayılarla tanımlı fonksiyonların nitelikleri, bileşkeleri, eşitsizlikleri ve değişim temelli yorumları üzerinden inşa edilen yapı, kavramsal sürekliliğin güçlü ve açık bir matematiksel ekseninde yürütüldüğünü göstermektedir.

Sonuç olarak bu programlar, gerçek sayı kavramını önceki programların aksine yalnızca destekleyici bir araç olarak değil, matematiksel yapıların üzerine inşa edildiği merkezi ve taşıyıcı kavram olarak konumlandırmakta; kavramsal sürekliliği ve yapısal bütünlüğü sağlayan güçlü bir öğretimsel kurgu sunmaktadır.

6 SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

6.1 Sonuç

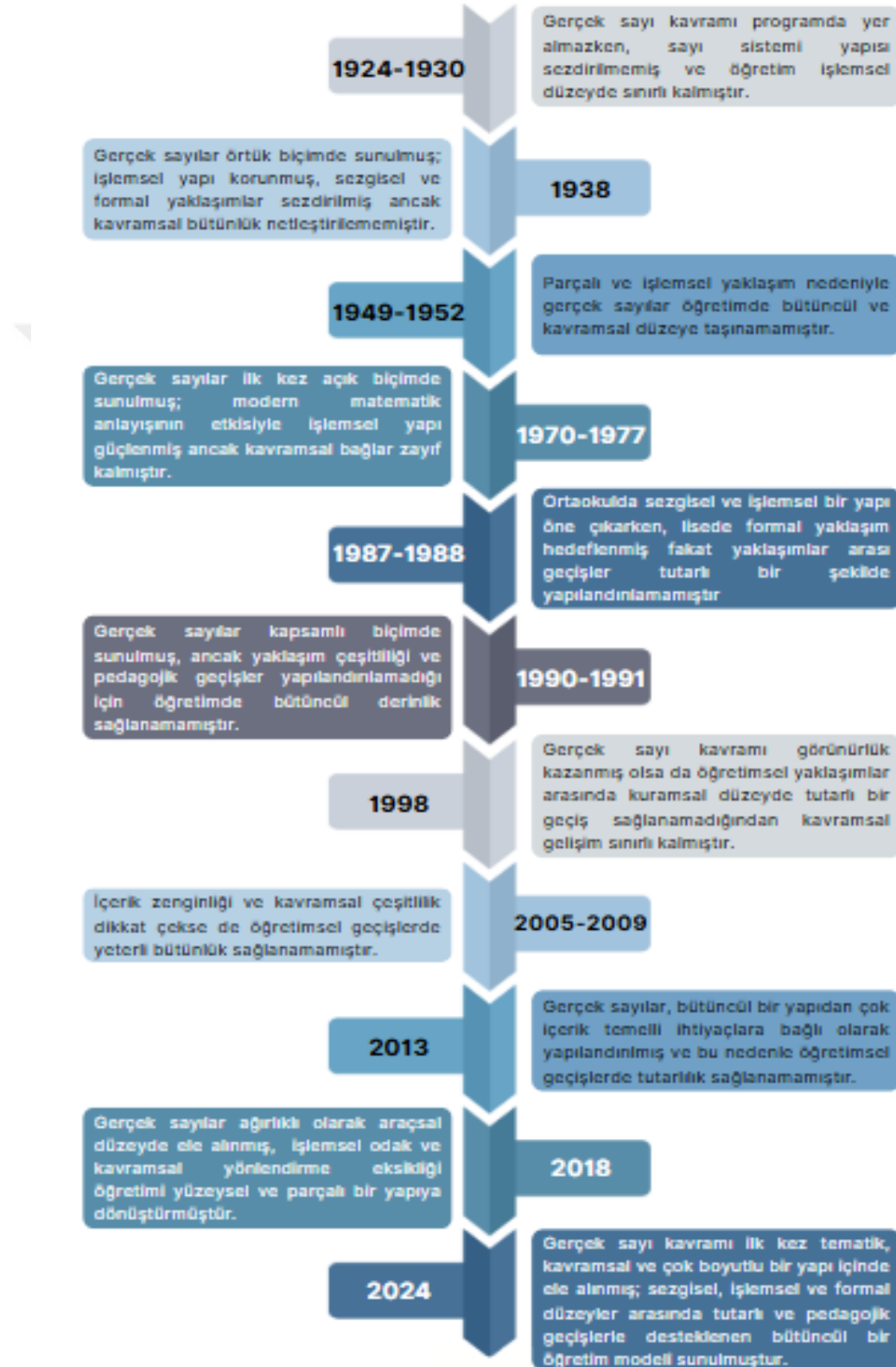
Bu araştırmada gerçek sayı kavramının tarihsel temelleri, kuramsal yansımaları ve Cumhuriyet Dönemi öğretim programlarında nasıl sunulduğu derinlemesine incelenmiştir. Gerçek sayıların tarihsel gelişimi, antik çağda yaşanan irrasyonel sayı krizinden başlayarak; Dedekind ve Cantor gibi matematikçilerin inşa ettikleri kuramsal yapılarla anlam kazanmış, sonsuz küçüklerden gerçek sayılara uzanan bir formalleşme sürecinde dönüşmüştür (Arcavi, Bruckheimer & Ben-Zvi, 1987). Bu tarihsel süreç, gerçek sayıların yalnızca nicel bir araç değil aynı zamanda kavramsal bir düşünme alanı olarak değerlendirilmesini gerekli kılmaktadır.

Bu doğrultusunda çalışmanın kuramsal çerçevesi çok yönlü biçimde yapılandırılmıştır. Yalnızca Didaktik Dönüşüm Teorisi ile sınırlı kalmayarak; gerçek sayıların öğretimine ilişkin sezgisel, işlemsel ve formal yaklaşımlar; Duchet ve Erdoğan'ın (2005) geliştirdiği matematiksel sit kavramı ile Erdoğan'ın (2023) ekolojik model açıklamaları bir arada değerlendirilmiştir. Bu çerçeve, öğretim programlarının yalnızca içerik değil pedagojik yapı, kavramlar arası ilişki ve öğretimsel geçiş açısından da değerlendirilmesine olanak sağlamıştır.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB) ve Talim Terbiye Kurulu tarafından yayımlanan öğretim programları esas alınarak yürütülen analiz sürecinde, 1924'ten 2024'e uzanan yüz yıllık dönemde gerçek sayılar konusuna dair kazanımlar sistematik biçimde incelenmiştir. Bulgular, dönemsel kazanım tabloları, kavramsal yapıların temsil edildiği ekolojik diyagramlarla ve yüz yıllık gelişimi görselleştiren zaman çizelgesiyle

desteklenmiştir. Bu görsel ve kavramsal yapılandırmalar aracılığıyla gerçek sayıların öğretimsel konumundaki tarihsel dönüşüm yapısal boyutlarıyla ortaya konmuştur.

Şekil 6.1.1 Gerçek Sayıların Öğretim Programlarındaki Tarihsel Seyri



Bu zaman çizelgesi, 1924'ten 2024'e kadar yayımlanmış olan matematik dersi öğretim programlarında gerçek sayı kavramının öğretimsel gelişimini dönemsel bir bakış açısıyla ortaya koymaktadır. Her bir döneme ait tek cümlelik çıkarımlar, hem program metinlerinde yer alan doğrudan ifadeler hem de sezgisel, işlemsel ve formal yaklaşımların pedagojik derinliği dikkate alınarak yapılandırılmıştır.

Cumhuriyet'in ilk yıllarında matematik öğretim programları, yeni eğitim sistemini yapılandırma çabası ve Atatürk ilke ve inkılapları doğrultusunda şekillenmiştir. Başlangıçta ulusal kimlik oluşturma ve eğitimi yaygınlaştırma hedefi öne çıkarken, ilerleyen yıllarda Batı ve Amerika'nın öğretim yaklaşımlarından etkilenilerek yapılandırmacı anlayışın izleri belirginleşmiştir. Bu süreçte birçok program güncellemesi ve pedagojik deneme yapılmış olsa da 2024'e kadar kavramlar arası ilişkilerin bütüncül biçimde kurulduğu, ekolojik ve kavramsal derinliği güçlü bir yapı geliştirilememiştir. Henüz yeni olan 2024 programında ise kazanımların yapısı incelendiğinde kavramların birbirini besleyen bir sistem içinde sunulduğu; gerçek sayılar öğretiminde ise odaklı, çok boyutlu ve tutarlı bir yaklaşım benimsendiği görülmektedir. Şekil 6.1.1'de, bu programlardaki gerçek sayılar kavramının tarihsel seyri sunulmuştur.

Çizelgede açıkça görülmektedir ki 1924 – 1950 arası programlarda gerçek sayılar ya hiç yer almamış ya da yalnızca sayı sistemi içinde örtük biçimde yer almaktadır. 1970'li yıllardan itibaren sezgisel temellere dayalı bazı girişimler görölse de bu dönemlerde kavramsal bütünlük ve yapılandırılmış geçişler büyük oranda eksik kalmıştır. 1988 ve sonrasındaki programlarda kavram artık doğrudan ele alınsa da işlemsel yaklaşımların ağırlığı, temsillerin sınırlılığı ve formal tanımların pedagojik temelden yoksunluğu belirleyici olmuştur.

2005 programıyla birlikte kavramsal çeşitlilik artmış ancak bu zenginlik tutarlı ve yapılandırılmış bir öğrenme süreciyle desteklenmemiştir. 2013 ve 2018 programlarında ise kavramlar arası geçişlerin dağınıklığı ve öğretimsel bütünlük eksikliği dikkat çekicidir. Buna karşılık, 2024 programı bu çizelgede önemli bir dönüm noktası olarak öne çıkmaktadır. Gerçek sayıların ilk kez tematik bir yapıda, bütünlük içinde ve kavramsal sürekliliği gözetilen bir yaklaşımla sunulmuş olması bu programı önceki dönemlerden ayıran temel niteliktir.

Zaman çizelgesinde ortaya konan tarihsel gelişim yalnızca dönemsel bir sıralamayla değil, aynı zamanda her dönemde benimsene pedagojik yaklaşımların izlerini

de barındırmaktadır. Bu doğrultuda, aşağıda sunulan tablo, gerçek sayılar öğretiminde kullanılan sezgisel, işlemsel ve formal yaklaşımları dönemler bazında sınıflandırarak bu dönüşümün didaktik boyutunu görünür kılmaktadır.

Tablo 6.1.2 Gerçek Sayıların Öğretim Programlarında Sezgisel, İşlemsel ve Formal Yaklaşımlarla Ele Alınışı (1924–2024)

PROGRAMLAR	SEZGİSEL		İŞLEMSEL		FORMAL
1924-1930	×		✓	↩	!
1938	!	↗	✓	↘	!
1949-1952	!	↗	✓		×
1970-1977	!	↗	✓	↩	!
1987-1988	!	↗	✓	↩	!
1990-1991	!	↗	✓	↩	!
1998	!	↗	✓	↩	!
2005-2009	!	↗	✓	↩	!
2013	!	↗	✓	↩	!
2018	✓	↗	✓	↩↩	!
2024	✓	↗	✓	↩↩↩	✓

Not. Tablo Açıklaması

✓ : İlgili yaklaşım öğretim programında açık ve belirgin biçimde yer almaktadır.

×

 : İlgili yaklaşım programda yer almamaktadır.

!

 : İlgili yaklaşım programda örtük biçimde veya sınırlı bir düzeyde yer almaktadır.

Çizilmiş olan oklar, programda bir yaklaşımın başka bir yaklaşıma doğru geçişini simgelemektedir. Bu oklar, sezgisel yaklaşımdan işlemsel yaklaşıma geçiş gibi kavramsal ilerlemeleri ve yaklaşımlar arasındaki öncüllük-ardıllık ilişkilerini temsil etmektedir.

Bu tablo, 1924'ten 2024'e kadar uygulanan matematik dersi öğretim programlarında gerçek sayılar kavramının nasıl ele alındığını; sezgisel, işlemsel ve formal yaklaşımlar ekseninde sınıflandırarak göstermektedir. Ayrıca, bu yaklaşımlar arasındaki geçişlerin yönü de işaretlenmiş, böylece yaklaşım düzeyleri arasında kurulan ya da kurulamayan bağlantılar da somut biçimde ortaya konmuştur.

Tablo incelendiğinde, 1924-1952 arası programlarda gerçek sayı kavramının açıkça sunulmadığı, işlemsel kazanımların ön planda tutulduğu ancak sezgisel ve formal yaklaşımların tamamen dışlandığı dikkat çekmektedir. Bu durum öğrencinin yalnızca hesap yapma becerisine yönlendirildiğini ve kavramsal bütünlük ile temsil çeşitliliği açısından yetersiz bir yapı oluşturulduğunu göstermektedir.

1970'li yıllarda sezgisel temsiller tabloya ilk kez girmiş olsa da bu sunumlar oldukça sınırlı kalmış, genellikle sayı doğrusu ve görsel modellerle sınırlanmıştır. İşlemsel yapı ise baskınlığını korumuş ve formal düzeye geçiş girişimleri çoğunlukla tanımsal düzeyde bırakılmıştır.

1987-1991 arası programlar, ortaokul düzeyinde sezgisel ve işlemsel yapıların birlikte sunulmaya başlandığı bir dönem olarak öne çıkmaktadır. Ancak bu yaklaşımlar arasında tutarlı bir geçiş yapılandırılmamış; formal yapı genellikle üst sınıflarda soyut düzeyde yer almış fakat öğrencinin kavramsal olarak içselleştirmesi açısından destekleyici yapılar oluşturulamamıştır.

2005-2009 programları sezgisel, işlemsel ve formal yapıları aynı sistem içinde bir araya getirmeyi hedeflemiş ancak geçişler çoğu zaman tek yönlü kalmıştır. Örneğin işlemsellikten sezgiselliğe dönüş ya da formallığa dayalı kavramsal temellendirme zayıf kalmıştır. 2013 programında da benzer biçimde üç düzey arasında bağ kurulamamış; özellikle formal yaklaşımlar yalnızca sembolik temsil düzeyinde yer almış ve pedagojik olarak derinleştirilememiştir. 2018 programı da diğer programların izlerinden kurtulamamış ancak yeniden yapılandırılarak sezgisel yapı güçlendirilmiştir.

2024 programı ise bu tablonun genelinden açıkça ayrılmakta; her üç yaklaşımın hem ayrı ayrı hem de birbirine geçişli biçimde yapılandırıldığı ilk bütüncül öğretim modeli olarak öne çıkmaktadır. Sezgisel temsiller sayı doğrusu, açık/kapalı aralıklar, irrasyonel sayı örnekleri ile güçlü şekilde sunulmuş ve işlemsel uygulamalarla desteklenmiştir. Formal düzeyde ise kavramın tanımı, gösterimi ve kümeler arası ilişkiler açıkça yapılandırılmıştır. Bu programda yaklaşımlar arası geçişlerin çift yönlü kurulması,

didaktik derinliği olan çok katmanlı bir ğretim anlayışının benimsendiğini göstermektedir.

Bu tablo, gerçek sayılar öğretiminin yalnızca kazanım düzeyinde değil, yaklaşım ve yapılandırma düzeyinde de tarihsel bir dönüşüm geçirdiğini ortaya koymaktadır. Özellikle pedagojik kırılma ve ilerleme noktalarının sezgisel düzeyden formal yapıya geçiş sürecinde nasıl yapılandırıldığını anlamaya olanak tanımaktadır.

Yapılan tüm bu analizlerin sonunda ortaya çıkan genel tablo, gerçek sayıların ğretim programlarındaki tarihsel serüveninin yüzeysel bir içerik sunumundan çok daha fazlasını temsil ettiğini göstermektedir. Gerçek sayı kavramı, yalnızca matematiksel bir bilgi değil kavramsal geçişlerin, pedagojik yapıların ve kuramsal yaklaşımların merkezinde yer alan çok katmanlı bir öğrenme nesnesidir. Öğretim programlarında bu kavrama yönelik yapılan her tercih, yalnızca kazanımlar düzeyinde değil öğrencinin matematiksel düşünme yapısını, soyutlama becerisini ve kavramsal süreklilik kurma kapasitesini de doğrudan etkilemektedir. Bu bağlamda, 2024 ğretim programı gerçek sayıların ğretimi açısından pedagojik bütünlüğü, yaklaşım çeşitliliğini ve kuramsal temellendirmeyi ilk kez eř zamanlı biçimde sağlayan özgün bir yapı sunmakta ve önceki dönemlerden açık biçimde ayrışarak tarihsel sürecin ulaştığı en bütüncül ğretim modelini temsil etmektedir.

6.2 Tartışma

Bu çalışmada ulaşılan bulgular, gerçek sayılar kavramının Türkiye’deki matematik dersi ğretim programlarında uzun yıllar boyunca işlemsel bir araç olarak konumlandırıldığını ortaya koymuştur. Sezgisel temsillerin sınırlı, formal yaklaşımların ise yüzeysel düzeyde kaldığı bu yapı, öğrencilerin kavramsal geçişleri kurmakta zorlanmasına neden olabilmektedir. Bu durum, Skemp’in (1976) işlemsel ve formal anlayış ayrımıyla yakından ilişkilidir. Skemp, yalnızca işlemsel bilgiye odaklanmanın, öğrencilerin kavramları anlamlı biçimde öğrenmelerine engel olduğunu belirtmiş; kavramsal anlayışın ise kavramlar arası ilişkilerin kurulmasını gerektirdiğini vurgulamıştır.

Bu bağlamda 2005 ve sonrası programlarda gerçek sayı kavramı içerik açısından belirli bir konuma sahip olsa da sezgisel ve formal düzeyler arasında anlamlı geçişlerin yapılandırılmadığı görülmektedir. Bu durum, öğrenciler tarafından gerçek sayı kümesini yalnızca işlem pratiği yapılan bir alan olarak algılanmasına neden olabilmekte; bu

kavramın sayı sistemleri içindeki yerinin anlamlandırılmasını zorlaştırabilmektedir. Türkiye’de yapılan bazı çalışmalar da bu eksikliklere dikkat çekmektedir. Baki (2020), işlemsel öğrenmeyi, öğrencinin matematiksel kavramların neden ve nasıl ortaya çıktığını sorgulamaksızın kendisine sunulan kural ya da formülleri doğrudan ezberleyip uygulamaya çalıştığı bir öğrenme biçimi olarak açıklamıştır. Matematik, işlemsel yaklaşıma göre birbirinden kopuk kurallar ve yöntemler bütünü olarak algılanmakta; kuralların öğrenilmesi genellikle ezber yoluyla ve öğretmenin yönlendirici otoritesiyle gerçekleşmektedir. Benzer şekilde, Ma (1999) da öğretmenlerin matematiksel kavramları yalnızca prosedürel yani işlemsel yönüyle değil, anlam derinliğiyle birlikte sunmalarının önemine dikkat çekmektedir.

Öte yandan, bu çalışmada oluşturulan ekolojik diyagramlar, öğretim programlarında kavramlar arası ilişkilerin nasıl yapılandırıldığını gözler önüne sermiştir. 2024 programına kadar olan süreçte, gerçek sayıların öğretimsel ekosistemdeki yeri oldukça zayıf bir bağ yapısına sahiptir. Bu kavram doğal sayılar, tam sayılar ve cebirsel yapılarla yalnızca yüzeysel ilişkilendirilmiş; ondan beslenen ileri düzey kavramlarla bağlantıları çoğunlukla ihmal edilmiştir. Ancak 2024 programı, bu noktada belirgin bir kırılma yaşamış ve gerçek sayı kavramını tematik, çok boyutlu ve kavramsal bir bütünlük içinde yapılandırılmıştır. Gerçek sayılar artık yalnızca bir içerik başlığı değil, sayı sisteminin merkezi bir bileşeni olarak sunulmuş, öğrencilerin kavramlar arası geçiş yapabilmesine olanak sağlayan öğrenme yaşantılarıyla desteklenmiştir.

Bu bağlamda, Duchet ve Erdoğan’ın (2005) geliştirdiği matematiksel sit kavramı da önemli bir teorik dayanak sunmaktadır. Bu kavrama göre, her matematiksel kavram, sistem içinde konuma ve işleve sahiptir ve bu konum, ancak o kavramın diğer kavramlarla kurduğu bağlarla anlam kazanır. Erdoğan, Eşmen ve Fındık (2015) ise öğretim materyallerinin ve kazanımların ekolojik bakış açısıyla değerlendirilmesi gerektiğini; bu yapıların bir bütün içinde anlam kazandığını savunmaktadır. Benzer şekilde Ercire, Narlı ve Aksoy’un (2016) çalışmasında matematiksel kavramların öğrenilmesinde, kavramlar arası sıralı yapının ve ön koşul ilişkisinin büyük önem taşıdığını aktarmıştır (Altun,1998). Bu çalışmada, gerçek sayı kavramının sağlıklı biçimde yapılandırılabilmesi için bu kümenin temel bir bileşeni olan irrasyonel sayıların kavranmış olması gerektiği üzerinde durulmuştur.

Tüm bunlardan, öğretim programlarının yalnızca bilgi aktaran bir yapı değil, zihinsel bağlar kurmaya olanak sağlayan bir sistemde kurgulanması gerektiği çıkarılabilir. Erdoğan (2023), bu noktada öğretim programlarının kavramlar arası ilişkileri gözeten bir zihinsel ağ şeklinde düzenlenmesi gerektiğini belirtmiş ve kazanımların yalnızca içeriksel değil, ilişkisel olarak da yapılandırılmasının önemine dikkat çekmiştir.

Öte yandan bu bulgular, yalnızca pedagojik değil tarihsel bağlamla birlikte değerlendirildiğinde daha anlamlı hale gelmektedir. Öğretim programlarında yaşanan yapısal dönüşümlerin, büyük ölçüde dönemin sosyal, siyasal ve kültürel koşullarıyla şekillendiği unutulmamalıdır. Bu bağlamda, 1970’lerde dünyada etkili olan modern matematik anlayışı, Türkiye’deki öğretim programlarında ancak 1990’lı yıllarda belirgin biçimde yer bulabilmiştir. Benzer şekilde 2000 sonrası dönemde ortaya çıkan yetkinlik/yeterlilik temelli eğitim anlayışı, bireylerin donanımlı ve çok yönlü yetiştirilmesini öncelik haline getirmiş; bu durum programlara öğrenciyi merkeze alan, aktif katılıma dayalı yapıların eklenmesini beraberinde getirmiştir (MEB, 2005; MEB, 2009; MEB, 2013; MEB, 2018; MEB, 2024).

Cumhuriyet’in ilk yıllarına ait programlarda ise içeriklerin dağınık ve bütüncül bir yapıdan uzak olması, yalnızca pedagojik eksiklik olarak değil dönemin koşullarıyla açıklanması gereken bir durumdur. Yeni kurulan bir devletin savaş sonrası toparlanma süreci, eğitim kurumlarının henüz inşa edilme aşamasında olması ve kaynak yetersizlikleri gibi unsurlar, öğretim programlarında görülen yapısal dağınıklığın tarihsel gerekçelerini oluşturmaktadır.

Sonuç olarak, bu araştırma bulguları öğretim programındaki yapısal evrimin yalnızca kazanım sayısındaki değişimle değil; kavramlar arası bağların niteliğiyle birlikte değerlendirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır. Gerçek sayıların, 2024 programı ile birlikte ekolojik yapısı güçlendirilmiş, kavramsal temsilleri çeşitlendirilmiş ve anlamlı öğrenmeye zemin hazırlayan bir yapıda sunulmaya başlandığı görülmektedir. Bu durum, yalnızca öğretim içeriği açısından değil de öğrencinin matematiksel düşünme becerilerini geliştirme açısından önemli bir dönüşüme işaret etmektedir.

6.3 Öneriler

6.3.1 Öğretim programı geliştiricilere yönelik öneriler

- Gerçek sayı kavramının yalnızca işlemsel düzeyde ele alınmasının öğrencilerin kavramsal bütünlük kurmasını zorlaştırdığı göz önünde bulundurularak sezgisel, işlemsel ve formal yaklaşımlar arasında geçişlerin bir bütünlük içinde yapılandırılması önem arz etmektedir.
- Gerçek sayıların, diğer matematiksel kavramların temellendirilmesini sağlayan merkezi bir yapı olarak ele alınması; bu doğrultuda çoklu temsillerle desteklenmiş, kavramsal geçişleri planlanmış ve formal ifadelerle bütünleştirilmiş içeriklerin sunulması dikkate alınması gereken bir husustur.
- Programların kavramsal sürekliliği destekleyecek biçimde tasarlanması önemli bir ihtiyaç olarak değerlendirilebilir. Bu kapsamda, gerçek sayı kavramının sayı kümeleri, denklemler ve fonksiyonlar gibi içeriklerle ekolojik bir bütünlük içinde sunulması, kavramın öğretim programlarındaki merkezi rolünü güçlendirebilir.
- Gerçek sayı kavramının tarihsel süreçte geçirdiği dönüşümlerin öğretim programlarında görünür kılınması, öğrencilerin bu soyut yapıyı yalnızca ezberlenecek bir bilgi değil de zaman içinde anlam kazanmış bir matematiksel yapı olarak kavramalarını destekleyebilir.

6.3.2 Öğretmenlere yönelik öneriler

- Gerçek sayıların öğretiminde yalnızca işlemsel becerilere odaklanan etkinlikler yerine, sayı doğrusu ve geometrik modeller gibi sezgisel temsillerin ve kümeler arası ilişkilerin açık biçimde işlendiği öğretim uygulamalarına yer verilmesi önem arz etmektedir.
- Öğretmenlerin, gerçek sayılar konusunu işlerken yalnızca mevcut öğretim programı çizgisini izlemekle sınırlı kalmayıp; bu kavramın diğer matematiksel yapılarla olan ekolojik ilişkilerini göz önünde bulundurmaları öğrencilerin kavramsal bütünlük kurmalarına katkı sağlayabilir.
- Gerçek sayıların tarihsel gelişimi, irrasyonel sayıların keşfi gibi bağlamların öğretim sürecine entegre edilmesi, öğrencilerin hem kavramı daha iyi anlamalarını hem de matematiğin gelişimsel doğasını fark etmelerini destekleyebilir.

6.3.3 Araştırmacılara yönelik neriler

- Gerçek sayı kavramının ğretim süreçlerindeki dönüşümüne ilişkin yürütülecek araştırmaların artırılması önem arz etmektedir. Bu bağlamda, ğretmen uygulamaları, ğrenci algıları ve kavramsal geçişlerin niteliğine ilişkin çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır.
- Gerçek sayı ğretiminde benimsenen sezgisel, işlemsel ve formal yaklaşımların etkisini karşılaştırmalı olarak inceleyen araştırmaların yapılması, ğretim stratejilerinin yeniden yapılandırılmasına katkı sağlayabilir.
- Gerçek sayılar konusunun ğretiminde tarihsel, epistemoloji ve felsefi bağlamların ğrenci öğrenmelerine etkisini araştıran disiplinler arası çalışmalara yer verilmesi önemli katkılar sağlayabilir.

6.3.4 Öğretim materyalleri ve kitaplara yönelik neriler

- Ders kitapları ve ğretim materyallerinin gerçek sayı konusu hakkında, sezgisel temsillere ve kavramsal inşa süreçlerine yeterli düzeyde yer verip vermediği açısından yeniden değerlendirilmesi önem arz etmektedir.
- Görsel temsiller, açık modeller ve kavramsal bütünlük taşıyan etkinliklerin materyallerde daha yaygım şekilde yer alması öğrencilerin soyut kavramları anlamlandırmalarını kolaylaştırabilir.

KAYNAKÇA

- Altun, M. (1998). Matematik öğretimi (6. baskı). Bursa: Alfa Yayın
- Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde Gelişmeler. *Journal of Uludag University Faculty of Education*, 19(2), 223-238.
- Altun, M. (2010). İlköğretim 2. kademe (6, 7, 8. sınıflarda) matematik öğretimi (7. Baskı). Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.
- Arcavi, A., Bruckheimer, M., & Ben-Zvi, R. (1982). Maybe a mathematics teacher can profit from the study of the history of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 3(1), 30–33.
- Arcavi, A., Bruckheimer, M., & Ben-Zvi, R. (1987). History of mathematics for teachers: The case of irrational numbers. *For the Learning of Mathematics*, 7(2), 18–23.
- Ardourel, V. (2015). A discrete solution for the paradox of Achilles and the tortoise. *Synthese*, 192(9), 2843-2861.
- Assude, T. (1994). Ecologie de l'objet "racine carrée" et analyse du curriculum, *Petit x*, 35, 43-58.
- Assude, T. (1996). Approche écologique et transposition didactique: Un exemple avec l'objet "racine carrée". *Quadrante*, 5(1), 109-121. <https://doi.org/10.48489/quadrante.22678>
- Baki, A. (2020). Matematik nasıl öğreniliyor? In A. Baki (Ed.), *Matematiği öğretme bilgisi* (3. Bs., ss. 274-398). Pegem Akademi Yayıncılık. Ankara.
- Balaban Salı, J. (2018). Verilerin Toplanması. A. Şimşek (Ed.), *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri* (Bölüm 6). T.C. Anadolu Üniversitesi Yayını No: 2653, Açıköğretim Fakültesi Yayını No: 1619. Eskişehir.
- Ball, W. W. R. (1908). *A Short Account of the History of Mathematics* (4th ed.). New York: Dover Publications, Inc. (1960'ta yeniden yayımlandı)
- Baltacı, A. (2019). Nitel araştırma süreci: Nitel bir araştırma nasıl yapılır?. *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 5(2), 368-388.
- Baykul, Y., (2012), İlkokulda Matematik Öğretimi, Pegem Akademi Yayıncılık, Ankara.
- Businskas, A. (2008). *Conversations about connections: how secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections*. Unpublished dissertation, Faculty of Education, Simon Fraser University, Canada.
- Cantor, G. (1954). Contributions to the founding of the theory of transfinite numbers (P. E. B. Jourdain, Trans.). Dover Publications. (Original work published 1915). Erişim adresi: <https://www.maths.ed.ac.uk/~v1ranick/papers/cantor1.pdf>
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble: La Pensée sauvage.
- Cole, S., & Breuer, K. (Eds.). (n.d.). *What is historical analysis?* In *How history is made: A student's guide to reading, writing, and thinking in the discipline* (Chap. 2). University of Texas at Arlington Libraries. <https://uta.pressbooks.pub/historicalresearch/chapter/what-is-historical-analysis/>
- Courant, R., & Robbins, H. (1996). *What is Mathematics?* (İlk baskı: 1941). Oxford University Press.
- Çetin, K., & Gülseren, H. Ö. (2003). Cumhuriyet dönemi eğitim stratejileri. *Milli Eğitim Dergisi*, (160), Güz.
- Çevikbaş, M., & Argün, Z. (2017). Geleceğin matematik öğretmenlerinin rasyonel ve irrasyonel sayı kavramları konusundaki bilgileri. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(2), 551–581. <https://doi.org/10.19171/uefad.368968>
- Çobanoğlu, R., & Yıldırım, A. (2021). Türkiye’de Program Geliştirme Çalışmaları: Cumhuriyet’in İlanından Günümüze Tarihsel Bir Analiz. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, 19(2), 810-830. <https://doi.org/10.37217/tebd.912329>

- Dedekind, R. (1901). Essays on the Theory of Numbers: I. Continuity and Irrational Numbers; II. The Nature and Meaning of Numbers (W. W. Beman, Trans.). *The Open Court Publishing Company*.
- Deveci, Ö., & Aykaç, N. (2020). Türkiye Cumhuriyeti'nde uygulanan ilkököl matematik dersi öğretim programlarının incelenmesi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(3), 1512–1532.
- Duchet P., and Erdogan A. (2005). Pupil's autonomous studying: From an epistemological analysis towards the construction of a diagnosis. In *CERME 4: Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, Sant Feliu de Guíxols, Spain.
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131.
- Ercan, Z. (2022). Şeyden Sayılara. Ankara: Palme Yayınevi.
- Ercire, Y. E., Narlı, S., & Aksoy, E. (2016). İrrasyonel Sayı Kümesinin Rasyonel ve Gerçek Sayı Kümeleriyle Olan İlişisine Yönelik Öğrenme Güçlükleri. *Turkish journal of computer and mathematics education*, 7(2), 417.
- Erdoğan, A. (2023). Okul matematiği. *Matematik Dünyası Dergisi*, 2023(116).
- Erdoğan, A. (2023). Matematik kavramlarını ilişkilendirme. A. Erdoğan (Ed.), *Eleştirel bir bakış açısıyla matematiksel ilişkilendirme* (ss. 1-11). Nobel Yayıncılık.
- Erdoğan, A. (2024, Kasım 7). Ulusal Beceri Çerçevesinden Beceri Odaklı Matematik Programlarına. *Matematik Eğitimi Gelişim Ağı (MEGA)*. <https://tr.ee/TrfmmYfqcH>
- Erdoğan, A., & Özdemir-Erdoğan, E. (2023). Matematik kavramlarını ilişkilendirme. A. Erdoğan (Ed.), *Matematiği felsefe ve mantık ile ilişkilendirme* (ss. 89-111). Nobel Yayıncılık.
- Ergün, M., Özmentar, F., Bay, E., Agaç, G. (). Cumhuriyetin ilanından günümüze eğitimde, program geliştirmede ve matematik programlarında yaşanan değişim ve gelişimler. In F. Özmentar, E. Bay, G. Agaç (Ed.), *Reform ve Değişim Bağlamında İlköğretim Matematik Öğretim Programları* (ss. 47-91). Pegem Akademi. Ankara.
- Ergün, N. (1994). Gerçek sayılarda dokuz temel eşdeğerlik. *Matematik Dünyası Dergisi*, 1994(5), 19.
- Fındık, S. (2019). *Türev Konusunun Matematiksel Sit Kavramı Çerçevesinde Ekolojik Analizi ve Kavramsal İlişkilerinin Didaktik Yapılandırılması* (Yayın Numarası: 553930) [Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi.
- Fischbein, E. (1994). The Interaction between the Formal, the Algorithmic, and the Intuitive Components in a Mathematical Activity. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Straber, & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 231-245). Dordrecht: Kluwer Academic
- Grattan-Guinness, I. (Ed.). (2005). Cours d'analyse (1821) and Résumé of the Calculus (1823) by A.-L. Cauchy. In *Landmark Writings in Western Mathematics 1640–1940* (pp. 341–353). Elsevier Science. <https://doi.org/10.1016/B978-044450871-3/50106-6>
- Gray, E. M., & Tall, D. O. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: A “Proceptual” View of Simple Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 116-140.
- Güven, Ö. (2020). Hilbert, matematiğin temelleri ve görüşü. *Felsefe Arşivi - Archives of Philosophy*, 52, 113–149. <https://doi.org/10.26650/arcp2020-007>
- Hilbert, J., & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.
- Kline, M. (1972). Mathematical thought from ancient to modern times (p. 271). Oxford University Press.
- Kültür Bakanlığı (KB). (1938). *Ortaokul programı*. İstanbul: Devlet Basımevi.
- Kültür Bakanlığı (KB). (1938). *Orta tecim okulları ile liselerinin aritmetik ve matematik dersleri programları hakkında karar*.
- Kültür Bakanlığı (KB). (1938). *İlköğretim okulları matematik müfredat programları kararı*.
- Launay, M. (2016). *Matematiğin Kısa Tarihi*. (Çev: G. Ünal). İstanbul: Say Yayınları.

- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Maarif Vekaleti (MV). (1926). *Ortamektep birinci devre sınıflarının ders tevzii müfredatı*. İstanbul: Devlet Matbaası.
- Memnun, D. (2013). Cumhuriyet Dönemi İlköğretim Matematik Programlarının Değişimi ve Gelişimine Genel Bir Bakış. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(25), 71-91.
- Meserve, B. (1983). The history of mathematics as a pedagogical tool. In M. Zweng (Ed.), *Proceedings of the 4th ICME* (pp. 398–400). Birkhäuser.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (1949). *Orta Okul programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB-TTKB). (1990). *5+3=8 İlköğretim matematik dersi programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB-TTKB). (1991). *Ders geçme ve kredi yönetmeliğini uygulayacak olan liseler için birinci ve ikinci dönemlere ait matematik programının kabul kararı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB-TTKB). (1991). *Ders geçme ve kredi sistemini uygulayan liselere ait matematik dersi öğretim programında değişiklik yapılması kararı*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB-TTKB). (1992). *Ders geçme ve kredi sistemini uygulayan orta dereceli okulların lise seçmeli dersler grubunda yer alan matematik, geometri ve analitik geometri dersi öğretim programlarının kabulü*. Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB-TTKB). (1998). *İlköğretim okulu matematik dersi öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB-TTKB). (2005). *Orta öğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB-TTKB). (2009). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB-TTKB). (2013). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB-TTKB). (2013). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul)*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2024). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı*. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2024). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli. Ankara: MEB.
- Milli Eğitim Gençlik ve Spor Bakanlığı (MEGSB), (1977). *Ortaokul programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi
- Milli Eğitim Gençlik ve Spor Bakanlığı (MEGSB), (1988). *Orta okul programı*. Ankara: Milli Eğitim Basımevi
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Nesin, A. (2010). Aksiyomatik Kümeler Kuramı II. Nesin Yayınevi. Erişim adresi: https://nesinkoyleri.org/wp-content/uploads/2020/08/001_aksiyomatik_kumeler.pdf
- Nesin, A. (2010). Aksiyomatik Kümeler Kuramı I. Nesin Yayınevi. Erişim adresi: https://nesinkoyleri.org/wp-content/uploads/2020/08/001_aksiyomatik_kumeler.pdf

- Obay, M., & Irmak, T. (2023). Ortaokul matematik öğretmenlerinin irrasyonel sayı kavramına ilişkin görüşleri. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 165–180.
- Özdemir Erdoğan, E., & Erdoğan, A. (2023). Matematik kavramlarını ilişkilendirme. A. Erdoğan (Ed.), *Matematik öğretiminde ilişkilendirme* (ss. 13-41). Nobel Yayıncılık.
- Özmantar, M. F., Akkoç, H., Kayıran, B., & Özyurt, H. (Ed.). (2018). *Ortaokul matematik öğretim programları: Tarihsel bir inceleme*. Pegem Akademi.
- Rudin, W. (1976). *Principles of Mathematical Analysis* (3rd ed.). McGraw-Hill.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1–36.
- Sıgır, Ü. (2023). Nitel Araştırma Yöntemleri. In *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri: Yeni Perspektifler, Araştırma Yöntemleri, Yeni Uygulamalar ve Bakış Açıları* (11. bölüm, s. 480). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Sirotic, N., & Zazkis, R. (2007). Irrational numbers on the number line – where are they? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(4), 477-488.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.
- Stillwell, J. (2010). *Mathematics and its history* (3rd ed.). Springer.
- Şen, Ö. (2017). Matematik dersi ortaokul öğretim programlarının karşılaştırılması: 2009-2013-2017. *Curr Res Educ*, 3(3), 116-128.
- Tall, D. (1992). The transition to advanced mathematical thinking: Functions, limits, infinity, and proof. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 495–511). Macmillan.
- Tan, Ş. N. (2024). Geometrinin Temellendirilmesinde Frege – Hilbert İhtilafının Kökenleri. *Felsefe Dünyası* (80), 70-97. <https://doi.org/10.58634/felsefedunyasi.1542606>
- Thorpe, R., & Holt, R. (Ed.). (2008). *Historical analysis*. In *The SAGE Dictionary of Qualitative Management Research*. SAGE Publications. <https://doi.org/10.4135/9780857020109.n50>
- Tosh, J. (2006). *The pursuit of history: Aims, methods and new directions in the study of modern history* (4th ed.). Longman.
- Türkdoğan, A., Güler, M., Bülbül, B., Danişman, Ş. (2015). Türkiye’de Matematik Eğitiminde Kavram Yanılgılarıyla İlgili Çalışmalar: Tematik Bir İnceleme. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2). <https://doi.org/10.17860/efd.26545>
- Ünal, F., & Ünal, M. (2010). Türkiye’de Ortaöğretim Programlarının Gelişimi. *Sosyal Bilimler Araştırmaları Dergisi*, 5(1), 110-125.
- Voskoglou, M. G. & Kosyvas, G. D. (2012). Analyzing students' difficulties in understanding real numbers. *Journal of Research in Mathematics Education*, 1 (3), 301 -336.
- Yavuzsoy-Köse, N. (2016). Didaktik dönüşüm teorisi. E. Bingölbali, S. Arslan & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (ss. 393-412). Ankara: Pegem Akademi.
- Yavuzsoy-Köse, N. (2024, Ekim 25). Matematik Dersi Öğretim Programlarında Bütüncül Yapının İpuçları. *Matematik Eğitimi Gelişim Ağı (MEGA)*. <https://tr.ee/m8So3d1gF8>
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (10. bölüm, Doküman İncelemesi, s. 189). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (1996). *Matematiksel Düşünme* (2. basım). İstanbul: Remzi Kitabevi.
- Yıldız, Ş. (2018). 2009, 2013 ve 2017 Ortaokul Matematik Öğretim Programlarının Karşılaştırılması. *Mustafa Kemal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(2), 1-25.
- Zeybek, S. (2012). *Matematik programlarının gelişimi (1924–2011)*. Pegem Akademi Yayıncılık.

Whitehead, A. N., & Russell, B. (1963). *Principia Mathematica* (Vol. 1, 2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press.



EKLER

EK-1. 2024 Yılındaki Programlarda Yer Alan Gerçek Sayılarla İlgili Kazanımlar

2024 Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı

TEMA: SAYILAR VE NİCELİKLER (1)

Bu temada öğrencilerin onluk sayı sistemine ilişkin ön bilgilerini çok basamaklı sayılara genelleyerek kullanabilmeleri, doğal sayılarla ilgili gerçek yaşam problemlerini çözebilmeleri ve dört işlem becerilerini çok basamaklı işlemlere yansıtabilmeleri amaçlanmaktadır.

TEMA: SAYILAR VE NİCELİKLER (2)

5.Sınıf

Bu temada öğrencilerin kesirlerin farklı gösterimlerini temsiller kullanarak yorumlayabilmeleri ve kullanılan temsilleri değerlendirebilmeleri, kesirlerin farklı gösterimlerinin karşılaştırılmasına yönelik çıkarım yapabilmeleri amaçlanmaktadır.

TEMA: İŞLEMLERLE CEBİRSEL DÜŞÜNME

Bu temada öğrencilerin eşitliğin korunumuna ve işlem özelliklerine yönelik muhakeme yapabilmeleri, karşılaştığı durumlarda işlem önceliğini yorumlayabilmeleri, verilen bir örüntünün istenen adımlarını oluşturabilmeleri, sözel ve sembolik temsiller aracılığıyla örüntünün kuralına ilişkin çıkarım yapabilmeleri amaçlanmaktadır. Ayrıca temada temel aritmetik işlemler içeren durumlardaki algoritmaları yorumlayabilmeleri de beklenmektedir.

TEMA: SAYILAR VE NİCELİKLER (1)

Bu temada öğrencilerin karşılaştığı problem durumlarında bir doğal sayının çarpan ve kat ilişkisine yönelik muhakeme yapabilmeleri, bölünebilme ile ilgili kriterlere ilişkin çıkarımda bulunabilmeleri ve bir doğal sayının asal olma durumunu ve asal çarpanlarını çözümleyebilmeleri beklenmektedir. Ayrıca temada iki doğal sayının ortak kat ve ortak bölenlerini çeşitli problemler üzerinden yorumlayabilmeleri amaçlanmaktadır.

6.Sınıf

TEMA: SAYILAR VE NİCELİKLER (2)

Bu temada öğrencilerin karşılaştığı gerçek yaşam durumlarında ondalık gösterimlerin basamak değerlerini kesirlerden yararlanarak yorumlayabilmeleri, kesir ve bölme işlemi arasındaki ilişkiye yönelik tümevarımsal akıl yürütebilmeleri beklenmektedir. Ayrıca bu temada, karşılaştığı günlük hayat ya da matematiksel durumlarda uzunluk ölçme birimlerini inceleyerek değerlendirebilmeleri ve gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan kesir, ondalık ve yüzde ile ilgili dört işlem gerektiren problemleri çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

TEMA: İŞLEMLERLE CEBİRSEL DÜŞÜNME VE DEĞİŞİMLER

Bu temada öğrencilerin gerçek yaşam durumlarındaki bilinmeyen niceliklerin temsiline ve anlamına ilişkin muhakeme yapabilmeleri, cebirsel ifadelerin anlamına yönelik çıkarımda bulunabilmeleri ve cebirsel ifadeler içeren durumlardaki algoritmaları yorumlayabilmeleri amaçlanmaktadır.

TEMA: SAYILAR VE NİCELİKLER (1)

Bu temada öğrencilerin sayılar hakkındaki bilgilerini doğal sayılardan tam sayılara, tam sayılardan rasyonel sayılara genişletebilmesi, paydası 1 olan rasyonel sayıları tam sayılar olarak yorumlayabilmesi ve tam sayılardan başlayarak rasyonel sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerini gerçek yaşam problemlerinden yola çıkarak çözebilmesi amaçlanmaktadır.

7.Sınıf

TEMA: İŞLEMLERLE CEBİRSEL DÜŞÜNME VE DEĞİŞİMLER

Bu temada öğrencilerin cebirsel ifadelerle toplama, çıkarma ve bir rasyonel sayıyı bir cebirsel ifadeyle çarpma işlemini yorumlayabilmeleri, denklem ve eşitsizlikleri kullanarak matematiksel problemleri çözebilmeleri, sayılar ve özellikleri üzerine muhakeme yapabilmeleri, temel aritmetik ve cebirsel ifadelerle işlem içeren durumlardaki süreci algoritma ifade yöntemlerini kullanarak yapılandırabilmeleri amaçlanmaktadır.

TEMA: SAYILAR VE NİCELİKLER (1)

Bu temada öğrencilerin üslü ifadelerle, özelliklerine ve üslü ifadelerle yapılan işlemlere ilişkin çıkarım yapabilmeleri, kareköklü ifadeler ile ilgili muhakeme yapabilmeleri, sayıların **rasyonel ya da irrasyonelliğini değerlendirebilmeleri, gerçek sayıları** ve aralıklarını sayı doğrusunda yorumlayabilmeleri amaçlanmaktadır.

Öğrenme Çıktıları ve Süreç Bileşenleri

- Karşılaştığı problem durumlarında kareköklü ifadeler ile ilgili muhakeme yapabilme
- Sayıların rasyonel ya da irrasyonelliğini değerlendirebilme (MAT.8.1.3)
 - Sayıların rasyonel ya da irrasyonel sayılar olup olmadığına ilişkin ondalık gösterimlerini ölçüt olarak belirler.
 - Sayıların ondalık gösterimlerini bölme işlemi ya da hesap makinesi kullanarak elde eder.
 - Elde ettiği ondalık gösterimi ölçütü ile karşılaştırır.
 - Karşılaştırmalarından hareketle bir sayının rasyonel olup olmadığına yönelik yargıda bulunur.
- Gerçek sayıları ve aralıklarını sayı doğrusunda yorumlayabilme (MAT.8.1.4)
 - Doğal sayılardan başlamak üzere tüm gerçek sayıları ve sayılar arası ilişkileri inceler.
 - Gerçek sayıları sayı doğrusuna yerleştirir.
 - Gerçek sayı aralıkları arasındaki ilişkiyi açıklar.

8.Sınıf

Genellemeler

- Gerçek sayılar rasyonel ve irrasyonel sayıları kapsar.
- Sayı doğrusu üzerinde iki farklı nokta arasında yer alan tüm gerçek sayılar bir aralık belirtir.

Temel Kabuller

Öğrencilerin rasyonel sayılarla işlem yapabilme, basamak değerlerini yorumlayabilme ve rasyonel sayılarla doğal/tam sayılar arasındaki ilişkiyi kurabilme yeterliliklerine sahip oldukları varsayılmaktadır.

Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilerin rasyonel sayılara dair hazırbulunuşlukları; sayı doğrusu, dört işlem, üs alma ve mutlak değer gibi konularda açık uçlu sorular içeren çalışmalarla değerlendirilebilir.

Köprü Kurma

Üslü ifadelerle geçiş için öğrencilerin tekrar eden çarpımları anlamlandırılmaları, günlük yaşamdan örneklerle ilişkilendirilerek üslü sayı kavramına yönlendirilmeleri hedeflenmiştir.

Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

MAT.8.1.3- Öğrenciler, sayıların rasyonel ya da irrasyonel olup olmadığını değerlendirirken ondalık gösterimlerden yararlanmalıdır. Bu doğrultuda çeşitli sayıların ondalık gösterimlerini hesaplayarak, sonlu ya da devirli olanların rasyonel; düzensiz sonsuz devam edenlerin ise irrasyonel olduğunu fark etmeleri hedeflenir. Ayrıca bu sayıların farklı temsilleriyle anlamlarının değişmediğini kavramaları ve rasyonellik/irrasyonellik ayrımını yapabilmeleri beklenir. Öğretim sürecinde tanılayıcı dallanmış ağaçlar, açık uçlu sorular ve eşleştirme etkinlikleri gibi araçlar önerilmektedir.

MAT.8.1.4- Gerçek sayıları ve aralıklarını sayı doğrusunda yorumlayabilme kazanımı kapsamında, öğrencilerden doğal, tam ve rasyonel sayılarla sayı doğrusu üzerinde modellemeler yapmaları istenmekte, irrasyonel sayıların boşlukları doldurduğu sezdirilmektedir. Gerçek sayılarla ifade edilen açık ve kapalı aralıklar modellenmekte, bu süreçte öğrenciler tartışmalarla çıkarımlara yönlendirilmekte, grup çalışmalarıyla süreç değerlendirilmekte ve kavramsal anlayış derinleştirilmektedir.

Farklılaştırma

Zenginleştirme:

Öğrencilerin $\sqrt{2}$ 'nin neden rasyonel olmadığını ispatını araştırmaları istenebilir. Öğrencilerden Theodorus (Teodorus) çarkını araştırmaları ve bu yöntemi kullanarak $\sqrt{7}$ 'nin sayı doğrusundaki konumunu belirlemeleri istenebilir.

Destekleme:

Öğrencilerin her kareköklü ifadeyi irrasyonel sayı olarak görmemeleri için kavram karikatürleri kullanılabilir. İrrasyonel sayıların yaklaşık değerinin tahmin edilmesinde en yakın referans sayıların (tam kare sayılar) karekök değerlerinin sayı doğrusundaki yerlerinin ve sayının bu referans sayılarla ilişkisinin gösterilmesini gerektiren çevrim içi oyunlar kullanılabilir.

TEMA: İŞLEMLERLE CEBİRSEL DÜŞÜNME VE DEĞİŞİMLER

Bu temada öğrencilerin gerçek yaşam durumlarında dik koordinat sistemini çözümleyebilmeleri, doğrusal fonksiyonları matematiksel olarak temsil edebilmeleri, iki doğrusal fonksiyonun birbirine göre durumuna ilişkin çıkarım yapabilmeleri ve doğrusal fonksiyonlara ilişkin problemlerin çözümlerini algoritma ifade yöntemlerini kullanarak yapılandırabilmeleri amaçlanmaktadır.

TEMA: SAYILAR

Bu temada öğrencilerin gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlerde muhakeme sürecini işe koşabilmeleri; gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme becerilerini geliştirebilmeleri amaçlanmaktadır. Ayrıca sayı kümelerini özellikleri bakımından karşılaştırarak gerçek sayıları anlamlandırabilmeleri ve analogik akıl yürüterek gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel ifadelerle genelledebilmeleri amaçlanmaktadır.

Öğrenme Çıktıları ve Süreç Bileşenleri

- Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme (MAT.9.1.1.)
- Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme (MAT.9.1.2.)
 - Gerçek sayı aralıkları ve bunlarla yapılan işlemlerde kullanılan küme sembol ve işlemlerini bağlamlarındaki anlamı ile tanıır; matematiksel durum veya probleme uygun olanı belirler ve kullanır.
- Farklı sayı kümelerinin özellikleri hakkında muhakeme yapabilme (MAT.9.1.3.)
 - Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar ve gerçek sayılara dair temel özelliklere (sıralama, arada olma ve işlem özellikleri) ilişkin varsayımlarda bulunur.
 - Farklı sayı kümelerinde elde ettiği örüntüleri listeleyerek varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.
 - Elde ettiği genellemelerden sayı kümelerinin özellikleri hakkında önermeler sunar. Önermelerin kullanılışlığını problem durumlarında değerlendirir.
 - Elde ettiği önermeleri ispatlamak ya da çürütmek için matematiksel ispat yöntemlerini kullanır.
 - Kullandığı matematiksel ispat yöntemlerini kullanılışlık açısından değerlendirir.
- Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analogik akıl yürütebilme (MAT.9.1.4.)
 - Gerçek sayıların işlem özellikleri ile bunların olası cebirsel karşılıklarını gözlemler.
 - Gözlemlerinden yola çıkarak gerçek sayıların işlem özellikleri ile bunların cebirsel karşılıklarını tespit eder. Tespit ettiği özelliklerden çıkarımlar yapar.

9.Sınıf**Genellemeler**

- Gerçek sayılar ve gerçek sayı aralıkları, sayı doğrusu ile temsil edilebilir.
- Bir gerçek sayıya karşılık gelen nicelik, farklı şekillerde (ondalık, üslü, köklü gibi) gösterilebilir.

Öğrenme Kanıtları (Ölçme ve Değerlendirme)

2024 Lise Matematik Programı'nda, öğrencilerin öğrenmelerini değerlendirmek amacıyla çalışma kâğıtları, performans görevleri ve araştırma ödevleri gibi araçlara yer verilmektedir. Gerçek sayılar, sayı aralıkları ve cebirsel işlemler gibi konular; disiplinler arası bağlamda, süreç odaklı ve analitik dereceli puanlama anahtarlarıyla değerlendirilmektedir. Bu yaklaşım, öğrencinin hem akademik başarısını hem de düşünme ve ilişkilendirme becerilerini bütüncül olarak ölçmeyi hedeflemektedir.

Öğrenme-Öğretme Yaşantıları

Temel Kabuller:

Bu bölümde, öğrencilerin ondalık gösterimlerle işlem yapabilme, irrasyonel sayıları tanıma, gerçek sayı aralıklarını belirleme ve sayı doğrusu üzerinde gösterebilme gibi temel bilgi ve becerilere sahip oldukları varsayılmaktadır. Ayrıca, cebirsel özellikler (değişme, birleşme, dağılım vb.) ile işlem yapabilme yetkinlikleri de ön kabul olarak ele alınmaktadır.

Ön Değerlendirme Süreci:

Bu bölümde, öğrencilerin ondalık, üslü ve köklü gösterimlere dair ön bilgileri değerlendirilmekte; sayı doğrusu üzerinde gerçek sayı aralıklarını modelleme, cebirsel ifadeleri tanıma ve temel işlem özelliklerini hatırlama becerileri ölçülmektedir.

Köprü Kurma:

Bu bölümde, öğrencilerin gerçek sayıların ondalık, üslü ve köklü gösterimlerine neden ihtiyaç duyulduğunu farklı disiplinlerden ve günlük yaşamdan örneklerle kavramaları amaçlanmakta; sayıların farklı temsillerine dair sınıf tartışmalarıyla anlam inşası desteklenmektedir.

Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

MAT.9.1.1.

Bu kazanım kapsamında öğrencilerden, gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimlerini gerçek yaşam durumları ve farklı disiplinlerle ilişkilendirmeleri beklenmektedir. Öğrencilerin bu gösterimlerle yapılan işlemlerden genellemeler çıkarmaları, varsayımlar üretmeleri ve bu varsayımları farklı problem durumlarında test etmeleri teşvik edilmektedir. Ayrıca irrasyonel sayıların yaklaşık değerleriyle yapılan tahminler, bilimsel gösterim örnekleri ve hata payı kavramları üzerinden matematiksel düşünmenin geliştirilmesi hedeflenmektedir.

MAT.9.1.2.

Bu kazanımda öğrencilerin, küme kavramına formel tanım yapılmadan sayı kümeleri (doğal, tam, rasyonel vb.) ve bu kümelerdeki işlemler (birleşim, kesişim, fark vb.) bağlamında temel kavramları öğrenmeleri hedeflenmektedir. Gerçek sayı aralıkları sayı doğrusu, cebirsel ve kümeyle gösterim biçimlerinde birlikte ele alınmakta; mutlak değer kavramı ve aralık gösterimleri üzerinden işlem yapılmaktadır. Ayrıca, bu içeriklerin matematiksel bağlamlarda kullanımı desteklenmekte ve öğrencilerden üslü-köklü ifadelerle ilişkili performans görevleri beklenmektedir.

MAT.9.1.3.

Bu kazanımda öğrenciler, farklı sayı kümelerinin tarihsel ortaya çıkışını ve kullanım gerekliliğini gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirerek tartışır. Gerçek sayıların fiziksel niceliklerle ilişkisi (örneğin hız, yer çekimi kuvveti) ele alınır. Sayı kümelerinin sıralı/arasız yapıları ve işlem özellikleri üzerinden geçerlilikleri tartışılır; sayı kümelerinin birbirinden farkları örneklerle sorgulanır. Öğrenciler genellemelere ulaşır, hipotez-hüküm ilişkisi kurar, karşı örnek geliştirir ve ispat sürecine yönlendirilir. Son olarak, sayı kümelerinin özellikleri ve aralarındaki ilişkiler çalışma kâğıdıyla değerlendirilir.

MAT.9.1.4.

Bu kazanımda öğrenciler, matematiksel önermeleri sözlü ve sembolik biçimlerde ifade eder. Sayı kümeleriyle ilgili işlem özellikleri (örneğin toplama, çıkarma, çarpma işlemlerinin değişme, birleşme gibi kuralları) tartışılarak bu önermelerin mantıksal yapıları incelenir. Ayrıca öğrenciler, bu işlemlerle ilgili genellemeler yapar, birbirlerinin düşüncelerini değerlendirir ve özdeşlikleri farklı stratejilerle açıklamaya yönlendirilir. Gerçek sayılarla ilgili örnekler üzerinden cebirsel temsiller geliştirmeleri beklenir.

Farklılaştırma

Zenginleştirme:

Öğrenciler, farklı bilim alanlarından örneklerle gerçek sayılar ve bilimsel gösterimler üzerine sunumlar yapar. Ayrıca gerçek sayıların tanımı ve sıralanabilirliği gibi kavramlar grup çalışmalarıyla derinleştirilir.

Destekleme:

Öğrenciler hesap makineleri ve dijital araçlar kullanarak ondalık, üslü ve köklü gösterimlerle ilgili doğrulamalar yapar. Günlük yaşamdan örneklerle konu pekiştirilir ve ilgi artırılır.

TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

Bu temada öğrencilerin gerçek sayılarda $f(x) = x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyondan hareketle doğrusal fonksiyonların nitel özellikleri hakkında muhakeme yapabilmeleri, mutlak değer fonksiyonlarını inceleyebilmek için doğrusal fonksiyonlara bağlı analogik akıl yürütebilmeleri ve doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemleri çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

Öğrenme Çıktıları ve Süreç Bileşenleri

- Gerçek sayılarda $f(x) = x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$, ($a, r, k \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme
- Gerçek sayılarda $f(x) = \pm |ax \pm b| \pm c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonlarının nitel özelliklerini incelemek için doğrusal fonksiyonlara bağlı analogik akıl yürütebilme

TEMA: SAYILAR

Bu temada öğrencilerin doğal sayıların asal çarpanları ve bölenlerine ilişkin çıkarım yapabilmeleri; en büyük ortak bölüne (EBOB), en küçük ortak kata (EKOK) ve bir doğal sayının belirli doğal sayılara bölümünden kalanlara dair muhakeme sürecini işe koşabilmeleri amaçlanmaktadır.

TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

Bu temada öğrencilerin gerçek sayılarda fonksiyon olma şartlarını ve fonksiyonların nitel özelliklerini matematiksel temsillerle değerlendirebilmeleri; karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlara ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine yönelik muhakeme yapabilmeleri; doğrusal, karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarına dair çıkarım yapabilmeleri; bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren gerçek yaşam problemlerini çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

11.Sınıf	TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (1) Bu temada öğrencilerin trigonometrik referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlara ve bunların nitel özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilmeleri, trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemler içeren problemleri çözebilmeleri amaçlanmaktadır. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (2) Bu temada öğrencilerin gerçekte sayılarda veya bir alt kümesinde tanımlı üstel ve logaritmik referans fonksiyonlarla bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine yönelik muhakeme yapabilmeleri, üstel fonksiyonların ters fonksiyonlarını inceleyerek logaritmik fonksiyona dair çıkarım yapabilmeleri, bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren gerçekte yaşam problemlerini çözebilmeleri amaçlanmaktadır. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (3) Bu temada öğrencilerin gerçekte sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyonların bileşkesine ilişkin muhakeme yapabilmeleri, bu fonksiyonların dört işlem özelliklerini yorumlayabilmeleri amaçlanmaktadır.
	TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (1) Bu temada öğrencilerin aritmetik ve geometrik dizilerin özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilmeleri, gerçekte sayılarda tanımlı fonksiyonlar ile gerçekte sayı dizilerini karşılaştırabilmeleri amaçlanmaktadır. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (2) Bu temada öğrencilerin gerçekte sayılarda tanımlı doğrusal ve karesel fonksiyonlar ile polinom fonksiyonlar arasındaki ilişkilere yönelik analogik akıl yürütebilmeleri, gerçekte katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarım yapabilmeleri, polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problemleri çözebilmeleri amaçlanmaktadır.
12.Sınıf	TEMA: DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (1) Bu temada öğrencilerin limit kavramını grafik üzerinden yorumlayabilmeleri, fonksiyonların belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitine ilişkin muhakemeler yapabilmeleri, bir fonksiyonun belirli bir noktadaki limitinin belirsizlik durumunu ve limiti kullanarak fonksiyonların belirli bir noktadaki sürekliliğini yorumlayabilmeleri amaçlanmaktadır. TEMA: DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (2) Bu temada öğrencilerin değişim oranı ve limit kavramlarını kullanarak bir fonksiyonun belirli bir noktadaki anlık değişimini veren türeve ve iki fonksiyonun toplamı, farkı, çarpımı, bölümü ve bileşkesinin türevine ilişkin muhakeme yapabilmeleri amaçlanmaktadır. TEMA: DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (3) Bu temada öğrencilerin türev kavramı, türevin özellikleri ve türevin geometrik yorumuna ilişkin çıkarımlar yapabilmeleri; bu çıkarımları kullanarak gerçekte yaşam problemlerini çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

EK-2. Etik Kurul Karar Belgesi

Evrak Kayıt Tarihi: 13.11.2024

Protokol No: 812457

Tarih: 26.11.2024



ANADOLU ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİĞİ KURULU
KARAR BELGESİ

ÇALIŞMANIN TÜRÜ:	Yüksek Lisans Tez Çalışması
KONU:	Eğitim Bilimleri
BAŞLIK:	Geçmişten Günümüze Gerçek Sayılar ve Cumhuriyet Dönemi Matematik Dersi Öğretim Programlarındaki Yeri
PROJE/TEZ YÜRÜTÜCÜSÜ:	Prof. Dr. Abdulkadir ERDOĞAN
TEZ YAZARI:	Ayşenur TÜRKAY
ALT KOMİSYON GÖRÜŞÜ:	-
KARAR:	Olumlu