KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ ★ YER BİLİMLERİ FAKÜLTESİ

K.T.Ü. Yayın No. : 150 ★ Y.B.F. Yayın No : 40

T. C. K.T.Ü. Jeofizik Yer Bilimler Fakültesi Kütüphanesi
Dem. No: 947/24
Fiat: 200.-

GEL-GİT KAYITLARINDA KISA PERİYOTLU TİTREŞİMLERDEKİ BOZUCU ETKİLERİN ARAŞTIRILMASI ve MODELLENMESİ

K.Ü.
REKTÖRLÜĞÜ
KÜTÜPHANE ve DÖKÜMANTASYON
DAİRESİ BAŞKANLIĞI
DEM. NO. 14412/1
FİATI 200 —

Şerif HEKİMOĞLU

K.T.Ü. Basımevi - Trabzon

—1982—

ÖZET

Jeodezi'nin uğraş alanları içinde önemli bir yer tutan yeryuvarı biçimi ve büyüklüğünün belirlenmesinde işlevi olan gravite vektörünün zamana bağlı değişimlerinin araştırılması güncel sorunlar arasındadır. Bu değişimlerde en önemli payı gel-git olayı almaktadır.

Bu çalışmada; yazıcı gravimetrelerin artan duyarlığına paralel olarak, gel-git kayıtlarının analizinde kullanılan fonksiyonel modelin geliştirilmesi düşüncesi ile; özellikle kısa periyotlu gel-git titreşimlerindeki deterministik bozucu etkilerin araştırılması ve dengeleme sırasında bunların fonksiyonel modelde gözönüne alınması amaçlanmıştır.

Gel-git kayıtlarını rahatsız eden çok çeşitli determiniszik bozucu etkiler vardır. Burada özellikle katı yerin ve ölçü sisteminin gel-git kuvvetleri karşısındaki tepkilerinin doğrusal olmamasından kaynaklanan bozucu etkiler araştırılmıştır.

Zaman dizilerinin incelenmesinde genel olarak kullanılan Fourier Analizi'ni gel-git kayıtlarına, frekansların yapısına uygun biçimde uygulamak için, burada "Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi„ geliştirilmiştir. Bununla aynı zamanda frekans bantlarının bozucu etkiler tarafından rahatsız edildiği gösterilmiştir. Bu yöntem, gel-git kayıtlarına uygulanarak, birincil frekans bantlarının ortalama genlik çarpanları (δ) ve faz kaymaları ($\Delta\psi$) hesaplanmıştır. Ayrıca birincil frekans bantlarında, her bir titreşim için adı geçen yöntemle hesaplanan $\delta(\omega_i)$ genlik çarpanları ve $\Delta\psi(\omega_i)$ faz kaymalarının bozucu etkiler den kaynaklanan değişimlerinin genel eğilimleri, yapay modellerdeki birincil frekans bantlarının $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerindeki bozucu etkilerden kaynaklanan değişimlerin genel eğilimleriyle karşılaştırılmış; birincil frekans bantlarında yer alan deterministik bozucu etkilerin, doğrusal olmayan tepkilerden kaynaklandığı saptanmıştır.

Bunun yanısıra, birincil frekans bantlarındaki bozucu etkilerin yapısını belirlemek için, keyfi bir faydalı sinyalin gel-git kayıtlarından çıkarılmasıyla oluşturulan, keyfi bozucu sinyalin maksimum genlik spektrumuna karşılık gelen frekansları incelemeye dayanan diğer bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem gel-git kayıtlarına uygulanarak, birincil frekans bantlarının spektral enerji haritaları çıkarılmıştır. Bunların, yapay modellerdeki benzer spektral enerji haritaları ile karşılaştırılmasıyla, birincil frekans bantlarındaki deterministik bozucu etkilerin, doğrusal olmayan tepkilerin bir sonucu olduğu görülmektedir.

Bu alanda diğer araştırıcılar tarafından ileri sürülen gel-git kayıtlarındaki doğrusal olmayan tepkilerin varlığı, çalışmada önerilen yöntemlerden elde edilen sonuçlarla doğrulanmış olmaktadır.

Gel-git kayıtlarının dengelenmesi sırasında, doğrusal olmayan tepkilerden oluştuğu saptanan deterministik bozucu etkilerin, fonksiyonel modelde faydalı sinyalle birlikte, faydalı sinyalin 3. dereceden bir polinomu biçiminde olduğu sonucuna varılmıştır. Buradan elde edilen birincil frekans bantlarının genlik çarpanları, sonuçta doğrusal fonksiyonel modele göre %3 kadar büyümektedir.

Ayrıca gel-git kayıtlarındaki stokastik sinyalin korelasyonlu olduğu, yani Fourier genlik spektrumunun frekansa bağlı olarak azaldığı saptanmıştır. Bu özellikten yararlanarak, hem dengeleme ve hem de Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi ile elde edilen parametrelerin içerdiği stokastik kısımların ümit değeri koruyan bir biçimde tahmin edilebileceği gösterilmiştir.

MODEL-UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE STÖRUNGEN IN DEN KURZPERIODISCHEN SCHWINGUNGEN BEI DEN ERDGEZEITEN-REGISTRIERUNGEN

ZUSAMMENFASSUNG

Zur Bestimmung der Figur und Grösse der Erde spielt der Schwerevektor $\vec{g}$ eine wesentliche Rolle. Die zeitabhängigen Änderungen von Betrag und richtung des Schwerevektors werden als ein aktuelles Problem in der Geodäsie untersucht. Der wesentliche Anteil der betr. Änderungen wird durch die Gezeitenkräften hervorgebracht, worunter die Newton'schen Anziehungskräfte verstanden werden, welche die Sonne und der Mond wegen ihrer Mässe auf die Erde ausüben.

Gemäss der Genauigkeitssteigerung bei den Registrier-Gravimetern müsste noch das in der Erdgezeiten-Analyse verwendete funktionale Modell weiterentwikkelt werden. Unter diesem Aspekt versucht man in dieser Arbeit zu erzielen, dass die deterministischen Störeffekte in den kurzperiodischen Tiden untersucht und bei der Ausgleichung in dem funktionalen Modell in Betracht gezogen werden.

Wie bekannt, werden die Gezeiten-Registrierungen durch vielartige deterministische Störeffekte beeinflusst. Davon werden hier besonders die Störeffekte untersucht, die daraus stammen, dass der Erdkörper und der Registrier-Gravimeter gegenüber den Gezeitenkräften non-linear reagieren. Zum Beweis des Vorhandenseins und zur Bestimmung der Struktur von den betr. Deterministischen Störungen in den kunzperiodischen Tiden wurden die folgenden Methoden vorgeschlagen:

- Interpolationsverfahren bei den Fourier-Amplituden und Phasenspektren,
- Die Untersuchung des Verhaltens der Frequenzen, die den max. Amplituden in den Amplitudenspektren der Quasi-Störsignalen zugeordnet sind, die durch die willkürliche Wahl der Gezeiten-Parameter (δ = Amplitudenquatient, $\Delta\psi$ = Phasenverschiebung),
- Ferner werden die stochastischen Anteile in den Gezeiten-Parametern abgeschätz, die durch die Methode der kleinsten Quadrate oder durch die Interpolation bei den Fourier-Spektren ermittelt werden.

Bekanntlich werden die Fourier-Analyse im allgemeinen auf die Zeitreihen vollgezogen. Um sie gleichzeitig gemäss der Struktur der Gezeiten-Frequenzen auf die Gezeiten-Registrierungen anzuwenden, wird hier die Interpolationsmethode bei den Fourier-Spektren entwickelt. Es wird damit ebenfalls gezeigt, dass die Frequenzbänder durch die gezeitenfremden Effekte gestört werden. Während dieses Verfahren auf die Gezeiten-Registrierungen angewendet wurde, sind die mittleren Amplitudenquotienten (δ) und Phasenunterschiede ($\Delta\psi$) für jedes Hauptfrequenzband berechnet. Ausserdem sind die Amplitudenquotienten $\delta(\omega_i)$ und Phasenverschiebungen $\Delta\psi(\omega_i)$ für jede Tide in einem Hauptfrequenzband mit Hilfe dieses ebengenannten Verfahrens gerechnet. Dann werden sie auf die Frequenzachse übertragen. Entsprechend der Registrierung wird ein Theoretisches Gezeiten-Modell mit den Störungen (= Quasi - Regist-

rierung) aufgebaut. Das obengenannten Verfahren wird auf diese Quasi - Registrierung angewendet. Die von den Frequenzen abhängigen Änderungen der Gezeiten - Parameter $|\delta(\omega_i)$ bzw. $\Delta\psi(\omega_i)|$ in einem Frequenzband zeigen bestimmte Tendenzen auf. Dadurch, dass die betr. Tendenzen in den $\delta(\omega_i)$ bzw. $\Delta\psi(\omega_i)$ der Hauptfrequenzbänder bei der Registrierung mit den Tendenzen in den entsprechenden $\delta(\omega_i)$ bzw. $\Delta\psi(\omega_i)$ bei der Quasi-Registrierung verglichen werden, ist es bestimmt, dass die deterministischen Störungen in Hauptfrequenzbändern durch die non-linearen Effekte verursacht werden.

Um nebenbei die Struktur der Störungen in den Hauptfrequenzbändern bestimmen zu können, wird hier eine neue Methode entwickelt, wobei die Frequenzen untersucht werden, welche die Maximums von dem Amplitudenspektrum des willkürlich aufgebauten Störsignals zugeordnet sind. Dieses Störsignal wird durch Subtraktion des aus dem Theoretischen Gezeiten-Modell künstlich aufgebauten Nutzsignals aus den Registrierungen bestimmt. Durch Anwendung dieses Verfahrens auf die Registrierung sind die Spektralbilder der Hauptfrequenzbänder aufgezeichnet. Durch Vergleich dieser Spektralbilder mit den entsprechenden Spetralbildern der künstlich aufgebauten Quasi - Registrierungen sind es festgestellt, dass die deterministischen Störungen in den Hauptfrequenzbändern durch die non-linearen Effekte verursacht werden.

Die Tatsache, der Erdkörper und der Registrier - Gravimeter gegenüber den Gezeitenkräften non - linear zu reagieren, wurde schon von einigen Wissenschaftlern festgestellt. Sie wurde noch mit den hier vorgeschlagenen Analysen - Methoden wieder bestätigt.

Das durch die hier genannten Methoden bestimmte Non-Linearity wurde mit Hilfe des Polynoms vom 3. Grade des Nutzsignals festgestellt und so während der Ausgleichung der Gezeiten-Registrierung als mathematisches Modell in Ansatz gebracht. Dieses Modell wurde schon in dem Rechenprozess konvergiert. Die auf diese Weise berechneten Amplitudenquotienten werden in Bezug auf das lineare funktionale Modell ungefähr drei Prozent vergrössert und als endgültiges Ergebnis betrachtet.

Ausserdem wird es hierbei aufgezeigt, das stochastisches Signal in der Gezeiten-Registrierung mit sich korreliert ist, bzw. sein Fourier-Amplitudenspektrum, abhängig von der Frequenz, immer kleiner wird. Dadurch, dass diese Eigenschaft des Amplitudenspektrums von dem stochastischen Signal ausgenutz wird, ist es angegeben, wie der stochastische Anteil innerhalb der Parameter erwartungstreu abgeschätz werden, die schon sowohl durch die Ausgleichung als auch durch das Verfahren von der Interpolation bei den Fourier -Spektren bestimmt werden.

İÇİNDEKİLER

Sayfa No:

ÖZET

İÇİNDEKİLER

1 GİRİŞ 1

2 GEL-GİT İVMESİ VE JEODEZİ'DEKİ YERİ 4
.1 GEL-GİT İVMESİNİN JEODEZİ'DEKİ UYGULAMA ALANLARI 5

3 ZAMAN DİZİLERİNİN FOURIER ANALİZİ'NDE AĞIRLIK FONKSİYONLARI 9
.1 SONLU ZAMAN FONKSİYONLARININ FOURIER ANALİZİ'NDE AĞIRLIK FONKSİYONLARI 9
.11 Çeşitli Ağırlık Fonksiyonları ve Özellikleri 12
.12 Ağırlık Fonksiyonlarının Seçimi 16
.2 ZAMAN DİZİLERİNİN FOURIER ANALİZİ'NDE AĞIRLIK FONKSİYONLARI 16
.21 Ayrık Durumda Çeşitli Ağırlık Fonksiyonları 18
.3 ZAMAN DİZİLERİNİN FOURIER ANALİZİ'NDE AĞIRLIK FONKSİYONLARININ ETKİSİ 20

4 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON VE DENGELEME 25
.1 FOURIER GENLİK VE FAZ SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON 25
.2 SPEKTRAL ANALİZ VE DENGELEME 26
.3 FOURIER ANALİZİ VE DENGELEME 27

5 GEL-GİT KAYITLARININ FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ İLE ANALİZİNDE TEORİK ESASLAR 44
.1 GEL-GİT KAYITLARI (= SİNYALİ) 44
.2 GEL-GİT SİNYALİNİN SİSTEM TEORİSİ YÖNÜNDEN AÇIKLANMASI 46
.3 GEL-GİT KAYITLARINDAKİ BOZUCU ETKİLER 47
.4 GEL-GİT KAYITLARININ SİNYALLERE AYRILMASI 49
.5 GEL-GİT KAYITLARININ FOURIER ANALİZİ 52
.51 Gel-git Kayıtlarının Deterministik ve Stokastik Kısımlara Ayrılması 54
.52 Genlik Katsayıları ile Faz Kaymalarının Fourier Analizi ile Elde Edilmesi 58
.6 GEL-GİT KAYITLARININ FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ İLE ANALİZİ 60
.7 GEL-GİT KAYITLARININ ANALİZİNDE İKİ ANA VARSAYIM 62
.8 GEL-GİT KAYITLARININ FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ İLE ANALİZİNDE MODEL HATALARI 63
.81 Model Hatalarının Gösterilmesi 66

.9 BİR FREKANS BANDINDA BULUNAN BOZUCU SİNYALİN GENLİK SPEKTRUMUNDA ARAŞTIRILMASI 74

.10 STOKASTİK BOZUCU ETKİNİN TAHMİN EDİLMESİ 79
.101 Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nde Stokastik Etkiler 79
.102 Stokastik Bozucu Sinyalin Fourier Genlik Spektrumu 82
.103 Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nde Stokastik Etkinin Tahmin Edilmesi 83

6 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ'NİN TEST MODELİNE UYGULANMASI VE YAN BANT ETKİLERİNİN SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ 86
.1 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ'NİN BİR TEST MODELİNE UYGULANMASI 86
.11 Test Modeli (= Yapay Gel-git Sinyali) 86
.12 Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nin Yapay Gel-git Zaman Dizisine Uygulanması 87

.2 YAN BANT ETKİLERİNİN SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ 91
.21 Ağırlık Fonksiyonlarının Ayırma Yeteneği ve Yan Bantları 92
.22 Çeşitli Ağırlık Fonksiyonlarında Yan Bant Etki Alanlarının Belirlenmesi 93
.23 Yan Bant Etkileri Açısından Ağırlık Fonksiyonlarının Karşılaştırılması 102

7 ÇEŞİTLİ STOKASTİK VE DETERMİNİSTİK SİNYAL MODELLERİ VE BUNLARIN SAYISAL OLARAK ÜRETİLMESİ 103
.1 STOKASTİK BOZUCU SİNYAL MODELLERİ 103
.11 Stokastik Sinyallerin Güç ve Fourier Genlik Spektrumları 109
.12 Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nde Stokastik Kısmın Tahmin Edilmesi 112
.13 En Küçük Kareler Yöntemi'yle Bulunan Bilinmeyenlerdeki Stokastik Kısmın Tahmin Edilmesi 117

.2 DETERMİNİSTİK BOZUCU SİNYAL MODELLERİ 120
.21 Çeşitli Sayısal Örnek Modeller 121
.22 Sayısal Sonuçların Yorumu 123

8 BİR FREKANS BANDINDA BULUNAN BOZUCU SİNYALİN GENLİK SPEKTRUMUNDA ARAŞTIRILMASI 128
.1 STOKASTİK BOZUCU SİNYALLER 129
.2 DETERMİNİSTİK BOZUCU SİNYALLER 133

9 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİNİN GRAVİMETRİK KAYITLARA UYGULANMASI VE GERÇEK BOZUCU SİNYALİN YAPISININ ARAŞTIRILMASI 137
.1 VERİLERİN KAYNAĞI 137
.2 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ'NİN VERİLERE UYGULANMASI 137
.3 FREKANS BANTLARINDAKİ GENEL BOZUCU ETKİLER 137
.31 Deterministik Bozucu Etkiler 138

.4	FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ'NDE STOKASTİK SİNYALİN DURUMU	140
.41	Stokastik Sinyalin Fourier Genlik Spektrumu	140
.42	Stokastik Sinyalin Fourier Genlik Spektrumunda Görünen Düzenlilik	141
.43	Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nde Stokastik Kısmın Tahmin Edilmesi	142
.5	GEL-GİT KAYITLARININ EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ İLE ANALİZİ	143
.6	STOKASTİK SİNYAL VE EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ	144
.7	BİR FREKANS BANDININ GENLİK SPEKTRUMUNDA DETERMİNİSTİK BOZUCU SİNYALİN YAPISININ ARAŞTIRILMASI VE MODELLENMESİ	147
10	GEL-GİT KAYITLARININ DENGELENMESİNDE DETERMİNİSTİK BOZUCU SİNYALİN FONKSİYONEL MODELDE GÖZÖNÜNE ALINMASI	150
11	SONUÇ VE ÖNERİLER	152
	KAYNAKLAR	166
	TEŞEKKÜR	171

1 GİRİŞ

Jeodezi'de yeryuvarının büyüklük ve biçiminin belirlenmesinde işlevi olan $\vec{g}$ gravite vektörünün büyüklük ve doğrultusu ile bunların zaman içindeki değişimlerinin saptanması araştırmalara konu olmaktadır.

Jeodezi'de gravite vektörü deyince, yeryuvarını oluşturan kütlelerin çekim kuvveti ile yerin kendi ekseni çevresinde dönmesinden doğan merkezkaç kuvvetin bileşkesi olan yalın bir $\vec{g}'$ kuvveti olarak düşünülür. Öte yandan gravite vektörünün gerek büyüklük ve gerekse doğrultusunu ölçen aletleri etkileyen yalnızca $\vec{g}'$ kuvveti değildir, bunun yanısıra başka birçok kuvvetler vardır (GÜRKAN 1979:2). Yani bu ölçü aletleri ile doğadaki gerçek $\vec{g}$ gravite vektörünün bileşenleri ölçülür. Jeodezi'de kullanılan yalın $\vec{g}'$ vektörü, yukarıda sözü edilen kuvvetlerin etkilerinin hesaplanabilenleri $\vec{g}$ vektöründen indirgenerek elde edilir. Bunlardan en önemlisi ise, Ay ve Güneş'in kütle çekim kuvvetlerinden doğan gel-git kuvvetleridir. Yeryüzündeki bir noktaya göre Ay ve Güneş'in konumu sürekli değiştiğinden, bu noktadaki gel-git kuvvetleri de zamana bağlı olarak değişmektedir. Bu kuvvetlerin $\vec{g}$ gerçek gravite vektörünün yatay bileşeninde yarattığı değişimler sarkaçlarla, düşey bileşenindekiler ise gravimetre aletleriyle yeryüzündeki bazı noktalarda sürekli kaydedilmektedir. Böylelikle yeryuvarının esnekliği ile yerin biçiminin zaman içindeki değişimlerini belirleme olanağı doğmaktadır. Dolayısıyla zaman, Jeodezi'ye dördüncü bir boyut olarak katılmaktadır. Son 30 yıldır bu kayıtların analizi Jeodezi'deki bilimsel araştırma konuları arasında yer almaktadır.

Yer, Ay ve Güneş'in gerek büyüklük ve biçimleri ve gerekse birbirine göre konumları yeterince doğru bilindiğinden teorik bir yer modeli kurularak buradaki gravite vektöründe gel-git kuvvetlerinin yarattığı değişimler hesaplanabilmektedir. Bu çalışmada anılan teorik yer modeline özgü değişimler ile gerçek gravite vektörünün gel-git kuvvetlerinden doğan ve ölçülen değişimleri arasında daha iyi bir uyum sağlamak için gel-git kayıtlarının analizinde kullanılan matematik modelin geliştirilmesi amaçlanmıştır.

Çağdaş teknolojik gelişmeler gravimetrelere de yansıyarak gravite farklarını ölçen taşınabilir gravimetrelerdeki doğruluk ±2-3 μ Gal'e, gravite vektörünün düşey bileşeninde gel-git ivmesinden doğan zamana bağlı değişimlerini saptayan yazıcı gravimetrelerin doğruluğu ise son 10 yılda 10 kat artarak ±0.8 μ Gal'e erişmiştir. Bu doğruluk artışına paralel olarak gravite ölçülerine getirilecek gel-git düzeltmelerinin doğruluğu önem kazanmıştır. Bu düzeltmelerin en azından yaklaşık ±1 μ Gal'lik bir doğrulukla saptanması ölçü tekniğinin sunduğu olanakların tam olarak kullanılması açısından zorunlu görülmektedir. Düzeltmelerin hesabında teorik gel-git modeli kullanıldığına göre, istenen doğruluğa erişmek için, gel-git kayıtlarının analizinden elde edilen δ genlik çarpanlarının yaklaşık ±0.005 lik ve $\Delta\psi$ faz kaymalarının ise ±0.°3 lik bir doğrulukla bilinmesi gerekir (WENZEL 1976).

Bu nedenle özellikle kısa periyotlu gel-git titreşimlerinin genlik çarpanları ile faz kaymalarının bozucu etkilerden arındırılmış olarak gel-git kayıt-

larından elde edilmesi önem kazanmaktadır. Bu açıdan gel-git kayıtlarının analizinde kullanılan matematik modellerin yeniden ele alınarak geliştirilmesi ve tamamlanması kaçınılmaz olmuştur. Günümüzde bu kayıtların analizinde ortaya çıkan ana sorunlar şöyle sıralanabilir:

1° Gel-git frekans bantlarındaki deterministik bozucu etkilerin yapısını belirlemek ve dengelemenin matematik modelinde göz önüne almak,

2° Stokastik modeli doğru kurmak, yani stokastik sinyalin varyans - kovaryans matrisini dengelemede dikkate almak,

3° (2°) gerçekleştirilemiyorsa, en azından gel-git parametrelerindeki stokastik kısmı doğru tahmin etmek.

Gel-git kayıtlarının, aletin iç yapısından, çevre koşullarından, kayıtların gravite birimine dönüştürülmesinden, vb nedenlerden kaynaklanan bir dizi bozucu etki altında kaldığı bilinmektedir.

Son yıllarda yapılmış bazı araştırmalarda gel-git frekans bantlarına özgü genlik çarpanlarının zamana ve kullanılan gravimetreye göre değiştiği fark edilmiştir (ROCHOLL-WOLF 1974, TORGE-WENZEL 1974).

Kısa periyotlu gel-git titreşimlerinin oldukça önemli bir biçimde bozucu etkiler altında kaldığı ilk kez SCHÜLLER (1976) tarafından ortaya konmuştur. Buna göre yeterli uzunlukta seçilen bir test zaman parçası, kayıtların yer aldığı zaman aralığında zaman ekseni boyunca kaydırılarak, En Küçük Kareler Yöntemi ile bulunan parametreler zamana bağlı olarak tanımlanmakta ve bunların değişmesi bozucu etkilerin varlığını göstermektedir. Ayrıca bazı araştırıcılar, katı yerin (the solid earth) ve ölçü sisteminin gel-git kuvvetleri karşısında tepkilerinin doğrusal olmadığını ileri sürmektedirler (SCHÜLLER-WENZEL-ZÜRN 1979). Doğrusal olmayan bu tepkiler gel-git frekans bantları üzerinde bozucu etki yaratacaktır. Bunların araştırılması diğer bozucu etkilerin yanında güncel bir önem taşımaktadır. Doğrusal olmayan tepkilerden kaynaklanan bozucu etkilerin yapısını belirlemek ve fonksiyonel modelde dikkate almak bu çalışmanın hedeflerinden biridir.

Ayrıca gel-git frekans bantlarının bozucu etkiler tarafından rahatsız edildiği, Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon yoluyla da, yani frekans alanında (frequency domain) çalışılarak gösterilmiştir.

Gel-git kayıtlarının analizinde şimdiye değin çeşitli yöntemler geliştirilmiştir (VENEDIKOV 1966, USANDIVARAS-DUCARME 1969, SCHUSTER 1970, SCHULZ 1972, CHOJNICKI 1973, SCHÜLLER 1976, WENZEL 1976, DEMIREL 1978 vb). Bunlardan VENEDIKOV, CHOJNICKI ve SCHÜLLER'in yöntemleri en yaygın olanlarıdır. Bu yöntemlerde deterministik bozucu etkiler fonksiyonel modelde dikkate alınmamıştır.

Gel-git kayıtlarının zamana bağlı olarak değiştiği düşünülürse, bunlar, bir zaman fonksiyonu ve ayrık (diskrete) durumda bir zaman dizisi olarak ele alınabilir. Ayrıca gel-git kayıtları stokastik sinyali de içerdiğinden matematik istatistikteki "Stokastik Süreçler Teorisi" açısından stokastik süreçten bir gerçekleşme olarak düşünülebilir. Bu bakımdan gel-git kayıtları hem stokastik süreç hem de zaman dizilerinin analizi ile ilgili teorilerin uygulanmasına açıktır. Ayrık gel-git kayıtları bir zaman dizisi olduğuna göre bunlara da Fourier Analizi uygulanabilir. Şimdiye değin Fourier Analizi gel-git kayıtlarının analizinde kullanılmış fakat aşağıdaki

sorunlar çıkmıştır:

- Fourier Analizi'nde kullanılan asıl frekanslar ile gel-git frekansları birbirine eşit düşmemektedir.

- Yan bant etkileri, analizden elde edilen parametreleri bozmaktadır.

- Fourier Analizi deterministik bir model olduğundan stokastik sinyal modelde tanımlanmamıştır. Bu nedenle anılan yöntemle bulunan genlik çarpanları ile faz kaymalarının içerdiği stokastik kısım tahmin edilememektedir.

Sözü geçen sorunlara çözüm getirebilmek için bu çalışmada, Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi geliştirilerek bu yöntemle En Küçük Kareler Yöntemi arasındaki ilişki gel-git frekanslarının özelliği açısından incelenmiştir.

Şimdiye değin bazı çalışmalarda (SCHÜLLER 1976, WENZEL 1976) gel-git kayıtlarının analizinde En Küçük Kareler Yöntemi ile bulunan bilinmeyenlerin karesel ortalama hatalarının, bunlardaki gerçek stokastik etkileri ümit değeri koruyan (erwartungstreu) bir biçimde yansıtıp yansıtmadığı tartışılmaktadır. WENZEL (1976) ek olarak, dengelemeyle bulunan parametrelerin karesel ortalama hatalarının, bunlardaki gerçek stokastik etkiyi tam olarak karşılamadığını belirtmiş ve stokastik etkinin dengelemeden sonra elde edilen düzeltmelere ilişkin Fourier genlik spektrumundan yararlanarak tahmin edilmesini önermiştir.

Bu çalışmada ise En Küçük Kareler Yöntemi ile bulunan bilinmeyenlerin içerdiği stokastik kısımların ümit değeri koruyan bir biçimde tahmin edilmesi konusuna açıklık getirilmiştir.

Çalışmanın 2 nci bölümünde gel-git ivmesinin Jeodezi'deki önemine değinilmiş, 3 üncü bölümde Fourier Analizi'nde kullanılan ağırlık fonksiyonlarına ilişkin ayrıntılı bilgi verilmiştir. 4 üncü bölümde Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi ile En Küçük Kareler Yöntemi arasındaki ilişki incelenmiştir. 5 inci bölümden başlayarak asıl gel-git kayıtlarının analizine geçilmiştir.

2 GEL-GİT İVMESİ VE JEODEZİ'DEKİ YERİ

Yeryüzünde alınan bir noktadaki çekül doğrultusu, gerçekte bu noktadaki yerin çekim ve merkezkaç kuvveti ile Ay ve Güneş'in bu noktaya uyguladıkları çekim kuvvetlerinin bileşkesi olan gravite vektörünün ($\vec{g}$) doğrultusudur (JUNG 1961:2). Bu noktadaki $\vec{g}$ gravite vektöründe yer gel-gitlerinin yarattığı etki, daha doğrusu gel-git ivmesi son derece küçüktür. Pratikte, gel-git ivmesi gözardı edilebilir (GÜRKAN 1979:2). Fakat bu gel-git ivmesi, örneğin yeryuvarının zamana bağlı biçim değişmeleri, yerkabuğunun iç yapısı gibi konulardaki araştırmalar bakımından giderek artan bir önem kazanmaktadır.

Günümüzde HELMERT (1880)'e dayanan Jeodezi'nin klasik tanımı değiştirilerek şu şekilde verilmektedir:

"Jeodezi'nin ödevi, yeryuvarının (ve diğer gökcisimlerinin) biçimi ile dış gravite alanını ve aynı zamanda ortalama yer elipsoidini, yeryüzünde ve yeryüzünün dışında yapılmış gözlemlerden yararlanarak zamanın bir fonksiyonu olarak belirlemektir" (TORGE 1975:10).

Bu yeni tanım ile Jeodezi'ye yeni bir boyut katılmaktadır: Zaman. Yerin biçimi çeşitli fiziksel olaylar nedeniyle zaman içinde sürekli değişmektedir. Bu olaylardan özellikle gel-git kuvvetlerinden kaynaklanan periyodik değişimler, Jeodezi açısından önem kazanmaktadır. Yerin belli bir t anındaki biçimi öz dönme hareketinin, yeryuvarı içindeki kütle dağılımının ve özellikle gel-git kuvvetlerinin bir fonksiyonu olarak ele alınmalıdır. Böyle olunca yerin biçimi salt geometrik ölçü yöntemleriyle belirlenemez. Geometrik ölçülere ek olarak gravite vektörünün değeri ve doğrultusunun bilinmesi gerekir (BONATZ 1976:3).

Günümüzde ölçü tekniğindeki sıçrama derecesindeki gelişmelerle hem daha doğru ve daha duyarlı sonuçların alınması hem de çok uzun uzaklıkların yanısıra çok küçük sayılan fiziksel büyüklüklerin de ölçülmesi olanağı doğmuştur. Böylelikle uygulanagelen jeodezik ölçü ve değerlendirme yöntemleri de ölçü tekniğinin getirdiği olanaklarla değişmeye, gelişmeye ve daha mükemmelleşmeye başlamıştır. Daha önceleri bir bölge için küçük sayılan, ölçülemeyen ve dolayısıyla gözardı edilen çeşitli fiziksel büyüklükler artık ölçülmeye başlanmış ve global değerlendirmelerde dikkate almak zorunluluğu doğmuştur. İşte gel-git olayının etkisi de bunlardan biridir.

Gelişen ölçü tekniği ile artık statik bir yeryuvarı modeli (3 boyutlu Jeodezi) yetmemekte, bunun yerine zamanın eklenmesiyle dinamik bir yer modeli bir başka deyişle 4 boyutlu Jeodezi'ye gereksinim duyulmaktadır. Son yıllarda Jeodezi'deki çoğu araştırmalarda zaman boyutu da dikkate alınmaktadır. Böylece Jeodezi'deki temel büyüklükler (açı, uzunluk, gravite değeri) zamanın bir fonksiyonu olarak düşünülmeye başlanmıştır.

Ölçü tekniğindeki gelişmelerle gel-git kuvvetlerinin gravite vektöründe yarattıkları zamana bağlı değişimleriyle, yerkabuğu üzerinde alınan noktaların karşılıklı uzaklıklarının zamana bağlı olarak değişimleri düzenli

olarak kaydedilmeye başlanmıştır. Yeryüzündeki yer gel-git'lerinin neden olduğu biçim değişmelerinin anlamlı olarak saptanabilmesi için gravite ve yerkabuğundaki gerilim (extensometre ile ölçülür) ölçülerinin 10^{-8} den ve eğim ölçülerinde ise (10^{-3})" den daha küçük bir doğrulukla elde edilmeleri temel bir varsayım olarak kabul edilmelidir (BONATZ 1976:5). Son yıllarda bu öngörülen doğruluğa yaklaşılmıştır. Örneğin gel-git gravimetrelerinin doğruluğu son 10 yılda 10 kat daha artmıştır.

Bundan aşağı-yukarı 25 yıl önce IUG (Ulusulararası Jeodezi Birliği)'de gel-git kuvvetleri için sürekli bir komisyonun ve aynı zamanda Brüksel'de uluslararası gel-git merkezinin kurulması kararlaştırılmıştır. Jeodezi'de son çeyrek yüzyılda gravite vektörünün gerek mutlak değer ve gerekse doğrultu bakımından zamana bağlı olarak oluşan değişimlerinin kaydedilmesi ve bunların incelenmesini konu edinen yer gel-git'leri adıyla Jeodezi'nin Jeofizik'le ortak, yeni bir alt bilim dalı ortaya çıkmıştır. Bu alt bilim dalı, yeryuvarının Ay ve Güneş'in kütlelerinin çekim kuvvetlerinden kaynaklanan gel-git kuvvetlerinin yarattığı biçim değişikliği (deformasyon) ile uğraşmaktadır. Sözkonusu periyodik biçim değişmeleri en çok 0.5 m kadardır, doğal olarak bunlar denizlerde daha fazladır. Bu değişimler yerin yapısının bir fonksiyonu olarak meydana gelir. Gel-git kuvvetleri deniz kütlelerinin yer değiştirmesine neden olurlar, bunlara deniz (yahut okyanus) gel-git'leri denir. Bunlar özellikle kıyılarda kısmen esnek yerkabuğu üzerine periyodik bir basınç uygulayarak yerin gravite potansiyelini değiştirir. Okyanus gel-git'lerinin yerkabuğunun gel-git deformasyonları üzerindeki bu ek etkisi "dolaylı etki" olarak adlandırılır (BONATZ 1971: 226). Ayrıca gel-git kuvvetleri hava kütlelerinin de yer değiştirmesine neden olur (atmosfer gel-git'leri).

Gel-git kuvvetlerinden dolayı gerek yeryüzünün biçiminin ve gerekse kütle dağılımının zaman içinde değişmesi ile yerin kendine özgü dönüş hareketi etkilenmektedir. Böyle olunca Jeodezi, Jeofizik ve Astronomi bilim dalları bu olayla ilgilenmek zorunda kalmıştır. Bu çerçevede, yerin gel-git olayından kaynaklanan biçim değişikliklerinin ölçülmesi Jeodezi bilim dalına düşmektedir.

2.1 GEL-GİT İVMESİNİN JEODEZİ'DEKİ UYGULAMA ALANLARI

Gel-git olayı ile Jeodezi bilim dalı arasındaki ilişki gravite vektörünün gerek büyüklük ve gerekse doğrultu (çekül doğrultusu) bakımından Jeodezi'de çok önemli olmasından kaynaklanmaktadır. Ölçü tekniğindeki gelişmeler Jeodezi'de kullanılan hesap yöntemlerinin geliştirilmesini zorlamakta ve dolayısıyla daha önceleri gözardı edilen bazı fiziksel etkilerin, örneğin gel-git olayının etkisi gibi kullanılan matematik modele alınmasını gerektirmektedir. Önceleri, varolan ölçü duyarlığının altında kalan bazı fiziksel etkiler, ölçü duyarlığının artmasıyla ölçü tekniğindeki gelişmelerin sunduğu duyarlık ve doğruluk artışı olanağının tam olarak kullanılması bakımından artık gözardı edilemez. Özellikle gravimetrelerin duyarlığının artmasıyla gel-git etkisinin gözardı edilmesi olanaksız hale gelmiştir.

Günümüzde gel-git ivmesinden kaynaklanan etkiler Jeodezi'de aşağıdaki durumlarda gözönüne alınmaktadır:

a. Astronomik Yer Belirlemede

Günümüzde astronomik doğrultu ölçülerinin erişilebilir doğruluğu ±0".1 ile ±0".01 arasında değişmektedir. Çekül doğrultusunun gel-git ivmesinden kaynaklanan salınımlarını etkisiz kılmak için bir miktar düzeltme getirmek gerekmektedir. Katı bir yeryuvarı için çekül doğrultusuna getirilecek düzeltme bir ilk yaklaşımla

$$\Delta\phi_{ka} = 0".017 \sin 2z_{ay} + 0".008 \sin 2z_{gü} \qquad (2\text{-}1)$$

biçiminde verilmektedir (GROTEN 1980:525). Burada z zenit uzaklığıdır. Yeryuvarı esnek olduğundan bu değer γ azaltıcı çarpanla çarpılır:

$$\Delta\phi_{es} = \gamma \cdot \Delta\phi_{ka} \qquad (2\text{-}2)$$

(Bu eşitliklerdeki ka katı yeryuvarını, es esnek yeryuvarını, ay Ay'ı, gü Güneş'i simgelemektedir.) Bu getirilecek düzeltmenin doğruluğu hata teorisi kuralları bakımından gözlem verilerin doğruluğundan daha yüksek olmalıdır. Deniz kıyılarına yakın yerlerde deniz gel-git'lerinin dolaylı etkisi nedeniyle çekül doğrultusunun gel-git'leri teorik gel-git'lerin bir kaç katına eriştiğinden bu koşul ancak ölçü yapılarak sağlanabilir (BONATZ 1976:10). Kısaca denize yakın yerlerde gel-git düzeltmesinin teorik gel-git'lerden bulunması yetmez.

b. Duyarlı Nivelman Ölçülerinde

Çekül doğrultusunun zamana bağlı olarak gel-git olayı nedeniyle değişmesi duyarlı nivelmanda bakış doğrultusunun zamana bağlı olarak eğilmesine neden olmaktadır. Bu bakımdan duyarlı nivelman ölçülerine aşağıda verildiği gibi bir gel-git düzeltmesi getirilmektedir:

$$d(\Delta h) = s\{k_{ay} \sin 2z_{ay} \cos(A_{ay}-\alpha) + k_{gü} \sin 2z_{gü} \cos(A_{gü}-\alpha)\} \text{ (mm/km)} \qquad (2\text{-}3)$$

(GROTEN 1980:530, TORGE 1975:133). Burada s nivelman geçkisinin uzunluğu (km), z zenit uzaklığı, A gökcisminin azimutu, $k_{ay} = 0.5 \times 10^{-2}$, $k_{gü} = 3.9 \times 10^{-2}$, α nivelman geçkisinin azimutu olarak tanımlanır.

Gel-git etkisi uzun nivelman geçkilerinde kısmen ortadan kalkar (TORGE 1975:133). Gel-git olayının yarattığı çekül doğrultusundaki salınımlar nedeniyle ilke olarak belirli duyarlı yükseklik ifadelerinde dayanak yüzeyi olan eş potansiyelli yüzeylerin yeryüzüne göre bağıl değişimlerinin gözönüne alınması gerekir. Ayrıca deniz kıyılarında ya da kıyılara yakın yerlerde deniz gel-git kütlelerinin yatay atraksiyon kuvvetlerinin nivelman ölçü aletlerinin kompansatör yahut düzeç durumu üzerine yaptığı etkiler artık gözardı edilemez (BONATZ 1976:10).

c. Uydu Jeodezisinde

Son zamanlara kadar gerek klasik Jeodezi'de ve gerekse Uydu Jeodezisi'nde yeryuvarı için katı, zamanın akışı içinde biçim değiştirmeyen bir yer mo-

deli kullanılmaktaydı. Artık günümüzde ölçü tekniğindeki gelişmelerin sunduğu olanakların tam olarak kullanılması açısından bu modelin yetmeyeceği görülmektedir. Daha önceleri yeterli duyarlıkta ölçülemeyen gel-git ivmesi artık günümüzde yeterli duyarlıkta belirlenebilmektedir. Bu nedenle bu etkinin modelde gözönüne alınması gerekmektedir. Böylece statik bir yer modeli, yerini dinamik bir yer modeline bırakacaktır (SIGL 1977, HEITZ 1978).

Uydu Jeodezisi'ndeki araştırma konuları arasında gel-git olayı da yer almaktadır (SEEGER 1977).

Gerek laser uzaklık ölçerlerde ve gerekse uzun bazlı radyointerferometride çok yakın bir gelecekte doğruluğun 1 dm nin altına düşmesi beklenmektedir. Bu durumda katı yer modeli yerini dinamik yer modeline bırakacaktır. Dinamik bir yer modelinde gel-git olayının yarattığı etkiler zamanın bir fonksiyonu olarak gözönüne alınması gerekir. Bu sistemde gel-git ivmeleri temel bir rol oynar (BONATZ 1976:11, HEITZ 1978).

Bu açıdan bakıldığında gel-git olayı yapay uyduların yörüngesini etkilemekte ve ayrıca yeryuvarının gel-git deformasyonu ve okyanus gel-git'i nedeniyle ek kuvvetler ortaya çıkarmaktadır. Ayrıca yeryüzü noktaları arasında, uydu ile yeryüzündeki bir nokta ya da yeryüzündeki bir nokta ile ay yüzündeki bir nokta arasındaki uzaklık ölçülerinde —eğer yakın gelecekte ölçü doğruluğu 1 dm nin altına düşerse— mutlaka gel-git olayının yarattığı etki gözönüne alınmalıdır. Bu amaç için yeryüzündeki yahut ay yüzündeki noktalarda gel-git hareketlerinin en azından aynı doğrulukta bilinmesi gerekir. Yoksa öngörülen bu doğruluktan tam olarak yararlanılmamış olur (BONATZ 1976, CAMPBELL 1979).

d. Gravite Ölçülerinde

Günümüzde taşınabilir modern gravimetrelerde ölçülen gravite farklarındaki doğruluk için ±2-3 μ Gal verilmektedir (GROTEN 1980:449). Buradan gravite değerlerine getirilecek gel-git düzeltmelerinin en az ±1 μ Gal lik bir doğrulukla elde edilmesi gerekmektedir (WEICHEL 1980:84). Gel-git ivmesinin, $\vec{g}$ gravite vektörünün büyüklüğünde yarattığı zamana bağlı değişimler yaklaşık en çok ±200 μ Gal tutmaktadır. Bunlar gel-git düzeltmesiyle giderilir. Pratikte gel-git düzeltmesini hesaplayabilmek için teorik katı bir yeryuvarı modeli alınarak, gel-git ivmesinin düşey bileşeni CARTWRIGHT-EDDEN açınımına göre 504 titreşimden hesaplanır. Bu bulunan değer faz kayması gözardı edilerek yalnızca,

$$\delta = \frac{\text{gel-git titreşimlerinin gözlenmiş genliği}}{\text{gel-git titreşimlerinin teorik genliği}} \qquad (2\text{-}4)$$

genlik çarpanı ile çarpılır. Bu amaçla pratikte örneğin Almanya için GERNSTENECKER-GROTEN (1978), GROTEN (1980) $\delta \simeq 1.16$ ve WEICHEL (1980) $\delta \simeq 1.17$ önermektedirler. Eğer kısa yoldan sonuca gitmek istenirse bir ilk yaklaşımla k tı yer için gravite ölçü değerlerine getirilecek gel-git düzeltmesi,

$$dg_{ka} = 0.082(\cos 2\,z_{ay} + \tfrac{1}{3}) + 0.038(\cos 2\,z_{gü} + \tfrac{1}{3}) \quad [\text{m Gal}] \qquad (2\text{-}5)$$

olarak verilmektedir (GROTEN 1980:525). Burada z ilgili göksisminin zenit uzaklığıdır. Esnek bir yer için bu değer δ genlik çarpanı ile çarpılır:

$$dg_{es} = \delta \cdot dg_{ka} \quad . \qquad (2\text{-}6)$$

Eğer gel-git düzeltmeleri teorik olarak hesaplanan gel-git'lerden türetilirse bu takdirde, örneğin bütün titreşimler için $\delta = 1.20$ alınması ve faz kaymasının gözardı edilmesi durumunda elde edilecek gel-git düzeltmesinde yaklaşık ±10 μ Gal lik bir hata hesaplanmalıdır. Bu hata gerek öngörülen ±1 μ Gal lik doğruluk ve gerekse duran mutlak gravite ölçüleri bakımından uygun görülemez. Bu nedenle kesin gravite ölçüleri için ölçü bölgesinde yer gel-git ölçülerinin yapılması ve elde edilen genlik çarpanları ile faz kaymalarının gel-git düzeltmesi hesabında gözönüne alınması gerekir (WENZEL 1976:3). Gel-git düzeltmelerinin ±1 μ Gal lik bir doğrulukla hesaplanması isteniyorsa, bunun için genlik çarpanlarının ±5 ‰ ve faz kaymalarının 0.3° lük bir doğrulukla bilinmesi gerekmektedir (WENZEL 1976:3).

Gel-git düzeltmesinin öngörülen bir genlik çarpanı değeriyle teorik yer gel-git'lerinden hesaplanması, özellikle ölçü bölgesinin denize yakın olduğu yerlerde bizi doğru sonuçlara götürmez. Bu sakıncadan kurtulmak için özellikle ölçü bölgesinin 50-100 km denizden içerde olmasına özen gösterilmelidir (BONATZ 1976:12).

3 ZAMAN DİZİLERİNİN FOURIER ANALİZİNDE AĞIRLIK FONKSİYONLARI

3.1 SONLU ZAMAN FONKSİYONLARININ FOURIER ANALİZİNDE AĞIRLIK FONKSİYONLARI

Zaman fonksiyonlarının incelenmesinde genellikle Fourier Analizi vazgeçilmez bir yöntemdir. Fourier Analizi periyodik zaman fonksiyonları üzerine kurulmuştur. Bir zaman fonksiyonunun Fourier açınımının yahut Fourier Dönüşümünün yapılabilmesi için verilen bir zaman aralığında en az bir tam periyodla gerçekleşmiş olması gerekir. Periyodik olmayan zaman fonksiyonlarının Fourier açınımı, ancak zaman aralığının sonsuza kadar uzandığı varsayımı ile yapılabilir. Diğer bir deyişle, periyodik olmayan bir fonksiyon sonsuz zaman aralığında periyodik bir fonksiyon gibi düşünülmektedir. Halbuki gerçekte fiziksel olarak ölçülebilen zaman fonksiyonlarının zaman aralıkları sınırlı olmak zorundadır. Aynı şekilde sözkonusu. zaman fonksiyonları ölçülebildikleri bu sonlu zaman aralıkları içinde genel olarak periyodik değildir. Fakat pratikte, periyodik olmayan sonlu zaman fonksiyonları, ölçülebildikleri zaman aralıklarında sanki periyodik bir fonksiyonmuş gibi düşünülüp bir ağırlık fonksiyonu ile çarpılarak Fourier açınımına tabi tutulabilmektedir. Bu durum teoriyle çeliştiğinden tam doğru olmamakta ancak gerçek değerlere bir yaklaşım sözkonusu olmaktadır.

$f(t)$ sürekli ve $-\infty \leq t \leq \infty$ arasında uzanan bir zaman fonksiyonu olsun. Bu fonksiyon, aşağıda tanımlanan bir $w(t)$ ağırlık fonksiyonu ile çarpılarak

$$w(t) = \begin{cases} w(t) & , \quad |t| \leq T/2 \\ 0 & \quad |t| > T/2 \end{cases} \tag{3-1}$$

sürekli fakat sonlu periyodik olmayan bir zaman fonksiyonu $z(t)$ elde edilir:

$$z(t) = f(t) \cdot w(t) = \begin{cases} z(t) & , \quad |t| \leq T/2 \\ 0 & \quad |t| > T/2 \end{cases} \tag{3-2}$$

Fourier Dönüşümü yapılarak frekans alanına geçilir ve frekans alanındaki konvolüsyon teoremi (HSU 1967:91, SPATARU 1973:114) anımsanırsa,

$$\begin{aligned} Z_T(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, w(t)\, e^{-j\omega t} dt \triangleq \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, w(t)\, e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda)\, W(\omega-\lambda)\, d\lambda \end{aligned} \tag{3-3}$$

yazılabilir. Bu $Z_T(\omega)$ ya kısa zaman spektrumu da denir. Eğer $w(t)$ ağırlık fonksiyonu $-\infty \leq t \leq \infty$ arasında yer alsaydı

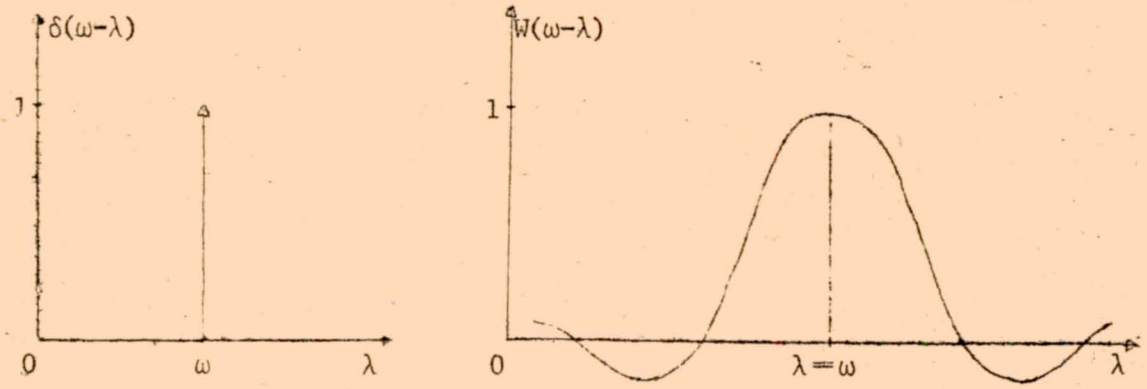
$$Z(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, w(t)\, e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda)\, W(\omega-\lambda)\, d\lambda = F(\omega)^{*} \qquad (3\text{-}4)$$

olması gerekecekti. Bu eşitlik ancak

$$W(\omega) = \delta(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega = 0 \\ 0 & |\omega| \neq 0 \end{cases} \qquad (3\text{-}5)$$

olması durumunda gerçekleşebilir.

Sonlu ve sürekli bir zaman aralığında hiçbir ağırlık fonksiyonunun Fourier Dönüşümü — kısaca F.D.** — DIRAC fonksiyonuna eşit olamaz, ancak $W_{(\omega)}$ Delta fonksiyonuna bir ölçüde yaklaşabilir (JENKINS-WATS 1968:49). Örneğin $\delta_{(\omega-\lambda)}$ birim impuls fonksiyonuna $\lambda=\omega$ olması durumunda $W_{(\omega-\lambda)}$ fonksiyonu ile yaklaşılabilir (Şekil 3.1).



a) İdeal durum b) Gerçekleştirilen durum

Şekil 3.1 Frekans alanında birim impuls fonksiyonuna ağırlık fonksiyonu ile yaklaşma.

Bu durumda ancak

$$\lim_{T \to \infty} Z_T(\omega) = Z(\omega) = F(\omega) \qquad (3\text{-}6)$$

yazılabilir. Bunun dışında

$$Z_T(\omega) \approx Z(\omega) \qquad (3\text{-}7)$$

olabilir.

---

* Zaman fonksiyonları küçük harfle, bunların Fourier Dönüşümleri büyük harfle gösterilecektir.

** Bundan sonra Fourier Dönüşümü yerine F.D. kısaltması kullanılacaktır.

(3-4) eşitliğinden görüldüğü gibi $Z(\omega)$ spektral değeri, tüm frekans alanındaki $F(\omega)$ spektral değerlerinin $W(\omega)$ ağırlık fonksiyonunun F.D. ile çarpılıp toplanmasından elde edilmektedir. Böylelikle bir frekans bandı üzerine bundan uzakta bulunan frekans bantlarının yayılma (leakage) etkileri eklenmektedir.

Pratikte sonlu, periyodik olmayan bir zaman fonksiyonunun gerçek Fourier spektrumu hiç bir zaman kesin olarak belirlenemez. Ancak seçilen ağırlık fonksiyonu ne derece Delta fonksiyonuna yaklaşırsa, o derece doğru ve kesin değerler elde edilebilir. Bu düşünceler periyodik zaman fonksiyonları için de geçerlidir.

Örneğin periyodik basit bir zaman fonksiyonu alarak bu düşünceleri irdeleyelim:

$$f(t) = a\cos\omega_1 t \quad , \quad -\infty \leq t \leq +\infty$$

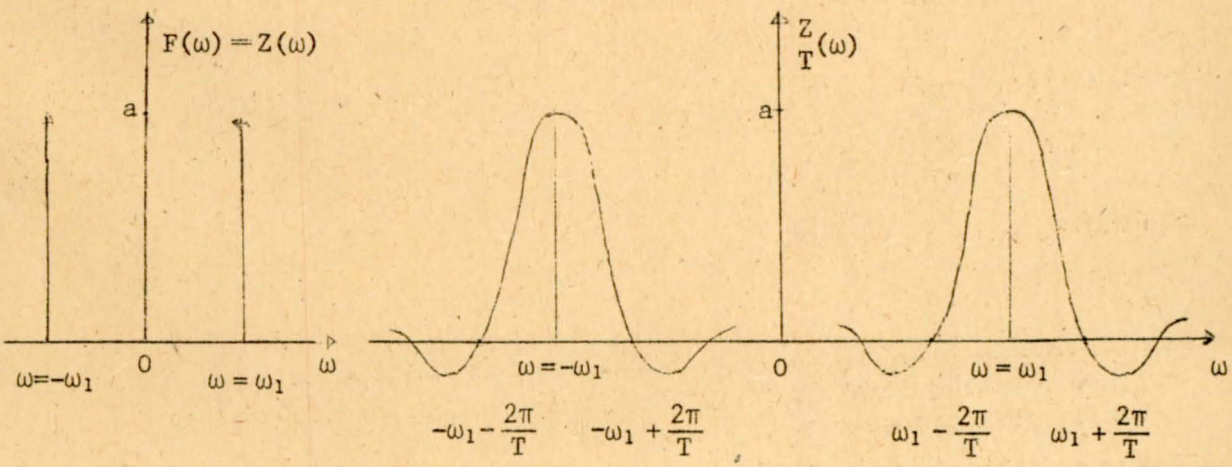
$$z(t) = \begin{cases} f(t)\,w(t) & |t| \leq T/2 \\ 0 & |t| > T/2 \end{cases}$$

$z(t)$ fonksiyonunun F.D.: $Z_T(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,w(t)\,e^{-j\omega t}dt = \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda)\,W(\omega-\lambda)\,d\lambda$

Ağırlık fonksiyonu için $w(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq T/2 \\ 0 & |t| > T/2 \end{cases}$ dikdörtgen ağırlık fonksiyonu alınırsa,

$$Z_T(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} a\cos\omega_1 t\, e^{-j\omega t}dt = \frac{a}{2}T\left\{\frac{\sin[(\omega-\omega_1)T/2]}{(\omega-\omega_1)T/2} + \frac{\sin[(\omega+\omega_1)T/2]}{(\omega+\omega_1)T/2}\right\}$$

elde edilir (PANTER 1965:43, JENKINS-WATTS 1968:33) (Şekil 3.2).



Şekil 3.2 Sonlu zaman aralığında periyodik bir fonksiyonun Fourier Dönüşümü.

Burada sınır durumunda ($T \to \infty$)

$$\lim_{T\to\infty} \frac{T}{\pi} \frac{\sin \omega T}{\omega T} = \delta(\omega) \qquad (3\text{-}8)$$

olduğu (THOMAS 1969:587) gözönüne alınırsa

$$Z_{(\omega)} = a\pi \{\delta(\omega-\omega_1) + \delta(\omega+\omega_1)\} \qquad (3\text{-}9)$$

yazılabilir (JENKINS-WATTS 1968:33, HSU 1967:105). Ancak $\omega = \pm\omega_1$ olduğu zaman $Z_{(\omega_1)} = a$ olur (Şekil 3.2). Buradan görüldüğü gibi kısaca ancak $T \to \infty$ sınır durumunda

$$W(\omega-\lambda) = \delta(\omega-\lambda)$$

olacaktır (Şekil 3.2).

Gözlem zamanı ($-T/2 \leq t \leq T/2$) büyüdükçe sinyalin enerjisi (Fourier spektrumu) $\pm\omega_1$ frekansı etrafında yoğunlaşır, öyle ki en son $T \to \infty$ durumunda

$$Z_T(\omega) \to Z(\omega) \to \delta(\omega \pm \omega_1)$$

$Z_{T(\omega)}$ bir çizgi spektrumuna ulaşır. Gerçekte bu sınıra hiçbir biçimde ulaşılamaz, ancak pratikte gözlem süresi olabildiğince uzun tutulup sinyalin tüm enerjisinin ω_1 etrafında yoğunlaşması sağlanır. $Z_{T(\omega)}$ kısa zaman F.D. hem frekansa ve hem de T zaman aralığına bağlıdır.

(3-3) ile (3-4) eşitliklerinden görülebileceği gibi ağırlık fonksiyonunun F. D. tüm frekans alanına $|\omega| \leq \infty$ yayıldığından belli bir $\omega = \omega_1$ frekans bandında, bu banttan uzakta bulunan spektrum değerlerinin yayılma etkisini dikkate almak gerekmektedir. $F_{(\omega)}$ ya yaklaşan bir $Z_{T(\omega)}$ elde edebilmek için kullanılacak ağırlık fonksiyonlarında şu özellikler aranır (RABINER - GOLD 1975:90):

a. Ağırlık fonksiyonunun F.D. alındığında yan bantları hızlı bir biçimde sönmelidir, diğer bir deyişle yan bantlar hızlı bir biçimde sıfıra gitmelidir. Böylelikle frekans bantlarının yayılma etkileri en az düzeyde kalabilsin.

b. Ağırlık fonksiyonunun frekans alanında frekansları ayırma yeteneği yüksek, bir başka deyişle asıl bant genişliği küçük olmalıdır.

Pratikte bu iki özelliği de gerçekleştiren bir ağırlık fonksiyonu bulmak olanaksızdır. Ancak bazısında (a) özelliği, bazısında da (b) özelliği ağır basacak biçimde gerçekleşir.

3.11 Çeşitli Ağırlık Fonksiyonları ve Özellikleri

1. Dikdörtgen Ağırlık Fonksiyonu

Dikdörtgen ağırlık fonksiyonu zaman alanında (JENKINS-WATTS 1968:48, OPPENHEIM-SCHAFER 1975:242, RABINER-GOLD 1975:90),

$$w_D(t) = \begin{cases} 1 & , |t| \leq T/2 \\ 0 & , |t| > T/2 \end{cases} \qquad (3\text{-}10)$$

şeklinde tanımlanır. D harfi ile gösterilen alt işaret dikdörtgen kelimesinin kısaltılmışıdır. Bunun F.D.,

$$W_D(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} e^{-j\omega t} dt = \int_{-T/2}^{T/2} \cos\omega t\, dt = 2\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\omega} = T\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}} \qquad (3\text{-}11)$$

olur.

Dikdörtgen ağırlık fonksiyonunun F.D.'nün özellikleri:

a. $W_D(\omega)$ fonksiyonunun ω eksenini kestiği noktalar (sıfır noktaları):

$$\omega_{o,k} = \frac{2\pi}{T}k \qquad (k = \pm1, \pm2, \pm3, \ldots) \qquad (3\text{-}12)$$

b. Frekans bant genişliği (yahut kısaca bant genişliği):

$$b_D = \omega_{0,1} - \omega_{0,-1} = \frac{4\pi}{T} \qquad (3.13)$$

c. Yan maksimumlar (yan bantlar) ana maksimumun % 20 si kadardır.

d. $W_D(\omega)$, ω arttıkça sıfıra doğru yavaş söner (Şekil 3.3).

2. Hanning Ağırlık Fonksiyonu

Hanning ağırlık fonksiyonu zaman alanında

$$w_H(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + \cos\frac{2\pi t}{T}) & , |t| \leq T/2 \\ 0 & , |t| > T/2 \end{cases} \qquad (3\text{-}14)$$

şeklinde tanımlanır (BLACKMAN-TUKEY 1958:14). Bunun F.D.:

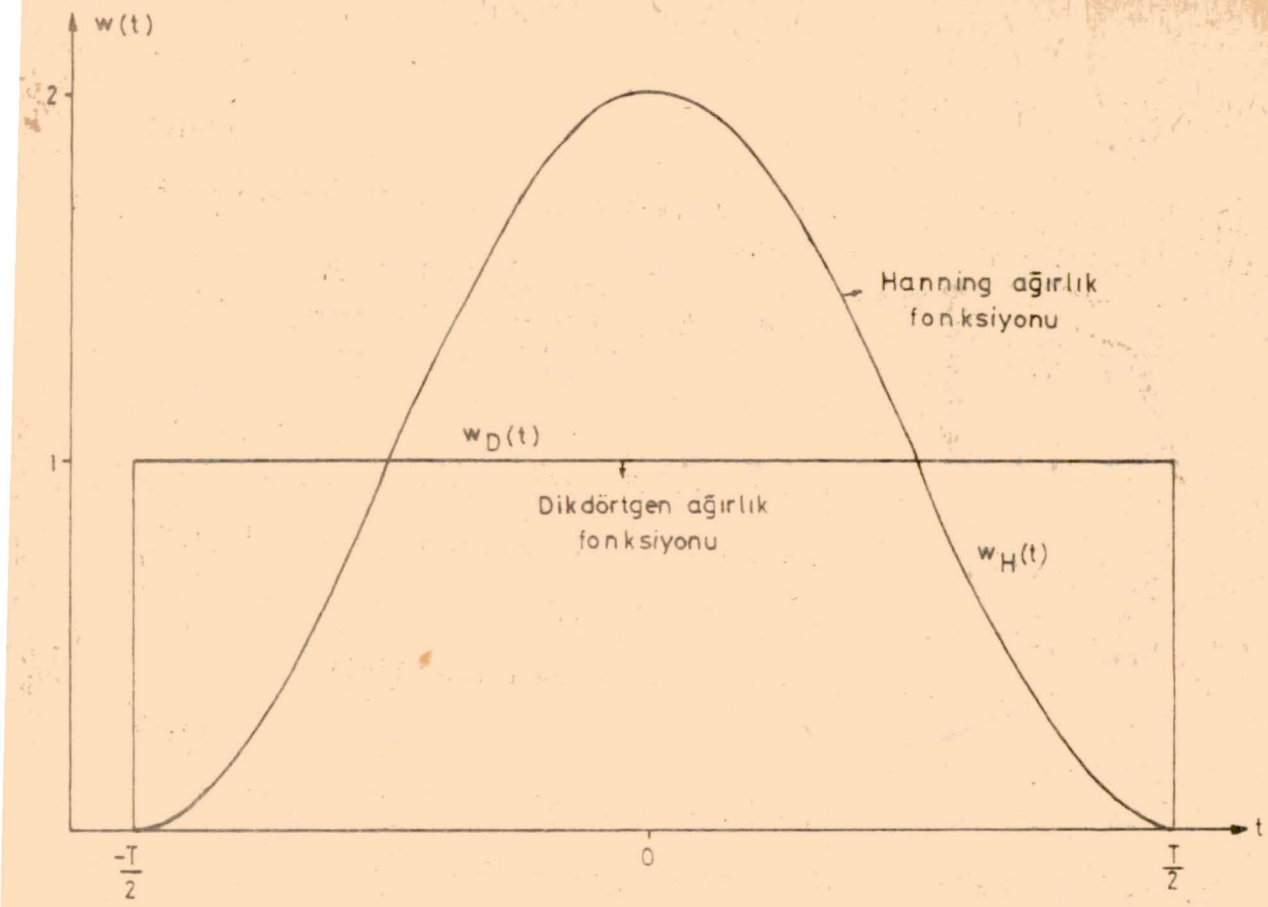
$$W_H(\omega) = \frac{1}{2}\int_{-T/2}^{T/2}(1+\cos\frac{2\pi t}{T})\, e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{2}\int_{-T/2}^{T/2} e^{-j\omega t} dt + \frac{1}{2}\int_{-T/2}^{T/2} \cos\frac{2\pi t}{T} e^{-j\omega t} dt$$

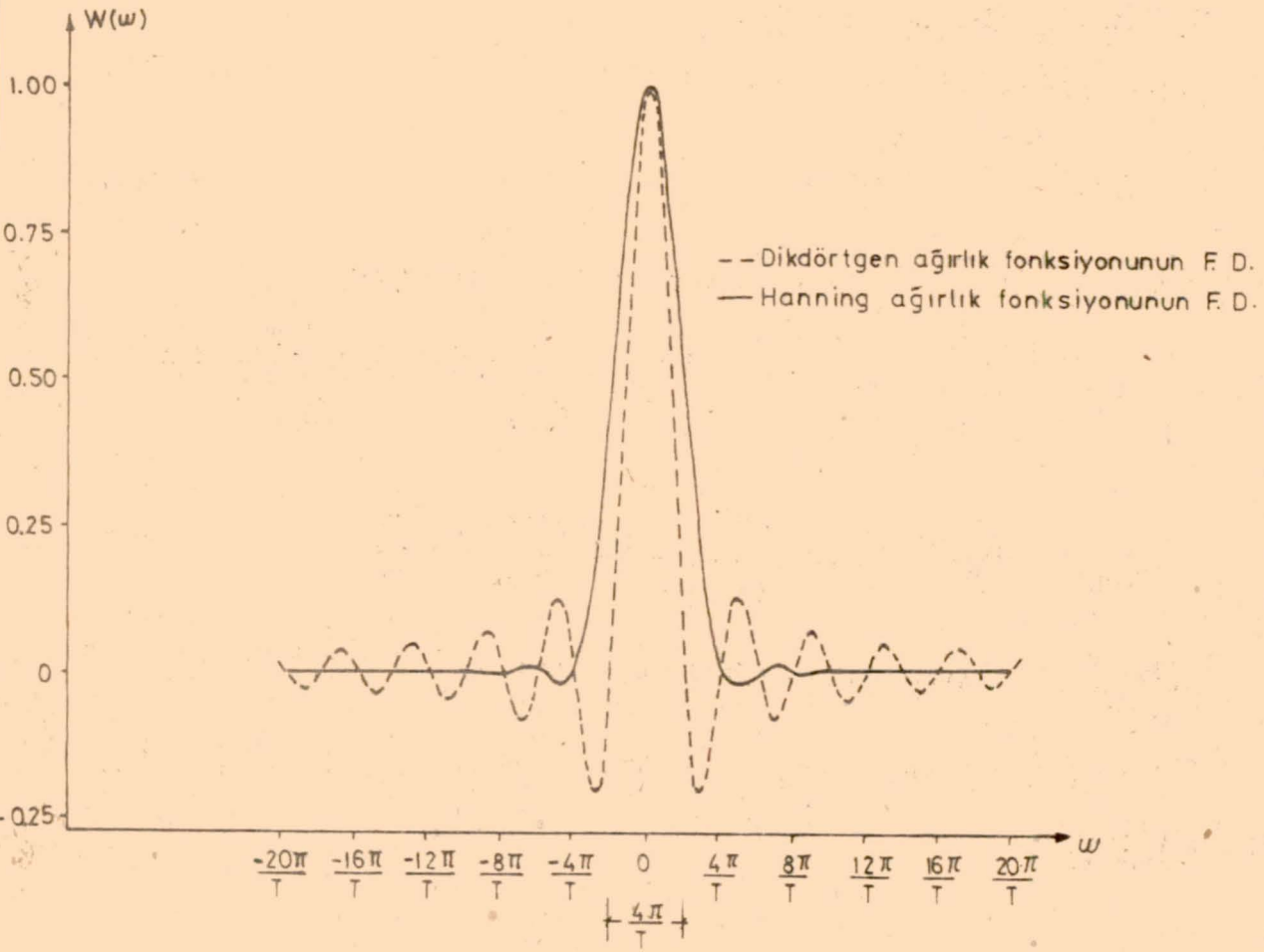
$$W_H(\omega) = \frac{1}{2}\{T\frac{\sin\frac{\omega T}{2}}{\omega\, T/2}\} + \frac{1}{4}\{T\frac{\sin\frac{T}{2}(\omega - \frac{2\pi}{T})}{(\omega - \frac{2\pi}{T})\, T/2} + T\frac{\sin\frac{T}{2}(\omega + \frac{2\pi}{T})}{(\omega + \frac{2\pi}{T})\, T/2}\} \qquad (3\text{-}15)$$

şeklinde elde edilir. Bu, dikdörtgen ağırlık fonksiyonunun F.D. cinsinden,

$$W_H(\omega) = \frac{1}{2} W_D(\omega) + \frac{1}{4}\{W_D(\omega - \frac{2\pi}{T}) + W_D(\omega + \frac{2\pi}{T})\} \qquad (3\text{-}16)$$

yazılabilir.





Şekil 3-3 Dikdörtgen ve Hanning ağırlık fonksiyonlarının zaman ve frekans alanındaki görüntüleri

$W_H(\omega)$ nın özellikleri:

a. Sıfır noktaları:

$$\omega_{0,k} = \frac{2\pi}{T}k \qquad (k = \pm 2, \pm 3, \pm 4, \ldots) \tag{3-17}$$

b. Bant genişliği:

$$b_H = \frac{8\pi}{T} \tag{3-18}$$

c. Yan bantlar (salınımlar) ana maksimumun % 2-3 ü kadardır.

d. $W_H(\omega)$, ω arttıkça sıfıra doğru hızlı bir biçimde söner.

Şekil 3.3 te dikdörtgen ağırlık fonksiyonu ile (3-14) Hanning ağırlık fonksiyonu, gerek zaman alanında ve gerekse frekans alanında birlikte gösterilmiştir.

3. Blackman Ağırlık Fonksiyonu

Blackman ağırlık fonksiyonu (OPPENHEIM-SCHAFER 1975:242)

$$w_B(t) = \begin{cases} 0.42 + 0.5\cos\frac{2\pi t}{T} \; 0.08\cos\frac{4\pi t}{T}, & |t| \leq T/2 \\ 0 & |t| > T/2 \end{cases} \tag{3-19}$$

şeklinde tanımlanır. Bu ağırlık fonksiyonunun F.D. (3-16) ya benzer olarak

$$W_B(\omega) = 0.42\,W_D(\omega) + 0.25\,W_D(\omega - \tfrac{2\pi}{T}) + 0.25\,W_D(\omega + \tfrac{2\pi}{T}) + \\ + 0.04\,W_D(\omega - \tfrac{4\pi}{T}) + 0.04\,W_D(\omega + \tfrac{4\pi}{T}) \tag{3-20}$$

şeklinde yazılabilir.

Blackman ağırlık fonksiyonunun F.D. nün özellikleri:

a. Sıfır noktaları:

$$\omega_{0,k} = \frac{2\pi}{T}k \qquad (k = \pm 3, \pm 4, \ldots) \tag{3-21}$$

b. Bant genişliği:

$$b_B = \frac{12\pi}{T} \tag{3-22}$$

c. Yan bantlar ana bandın % 1 inden daha küçük kalır.

d. $W_B(\omega)$, ω nın artan değerleriyle sıfıra doğru hızlı bir biçimde yakınsar.

4. Kaiser Ağırlık Fonksiyonu

Kaiser ağırlık fonksiyonu zaman alanında

$$w_K(t) = \begin{cases} \dfrac{I_0\{\beta\sqrt{1-(\frac{2t}{T})^2}\}}{I_0(\beta)} & , \quad |t| \leq T/2 \\ 0 & \quad |t| > T/2 \end{cases} \qquad (3\text{-}23)$$

şeklinde verilir (OPPENHEIM-SCHAFER 1975:242, RABINER-GOLD 1975:94, SCHÜSSLER 1973:106). Burada $I_0(x)$,

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{(x/2)^k}{k!}\right] \qquad (3\text{-}24)$$

sıfırıncı mertebeden BESSEL fonksiyonudur; $x = 0.5$ için 5 terim ve $x \geq 19$ için 25 terim alınmalıdır. β ise yaklaşık olarak $2 < \beta < 15$ arasında çeşitli değerler alabilen bir sabittir. Bu Kaiser ağırlık fonksiyonuna optimal ağırlık fonksiyonu da denir. β sabitinin değiştirilmesiyle en uygun durum elde edilebilir.

3.12 Ağırlık Fonksiyonlarının Seçimi

Ağırlık fonksiyonları, Fourier Dönüşümleri'nin DIRAC fonksiyonuna yaklaşmaları açısından farklı özelliklere sahiptirler. Frekans alanında bant ayırma işlemi en uygun olarak dikdörtgen ağırlık fonksiyonu ile yapılabilmesine karşın, bunun yan salınımlarının yavaş sönmesi nedeniyle komşu veya daha uzakta bulunan frekans bantlarının yayılma etkileri ortaya çıkar. Fakat diğer ağırlık fonksiyonlarının dikdörtgen ağırlık fonksiyonuna göre frekans alanında ayırabildikleri bant genişliği Hanning ağırlık fonksiyonunda iki kat, Blackman ağırlık fonksiyonunda üç kat daha büyüktür. Buna karşılık bu sözü edilen ağırlık fonksiyonlarının yan bantları hızlı bir biçimde söner. Böylece kullanılacak ağırlık fonksiyonunun seçimi zaman fonksiyonunun (sinyalin) gerçek spektrumuna bağlı kalır. Eğer sinyalin gerçek spektrumu dar bir frekans alanına yayılmışsa dikdörtgen, geniş bir frekans alanına yayılmışsa diğer sözü geçen ağırlık fonksiyonları kullanılması gerekir. Çünkü yeterince geniş frekans aralığında ($\Delta\omega > b$) frekans bantları birbirinden bağımsız olarak ayrılabilir.

3.2 ZAMAN DİZİLERİNİN FOURIER ANALİZİ'NDE AĞIRLIK FONKSİYONLARI

Pratik çalışmalarda zaman fonksiyonlarını incelemek ve değerlendirmek için bunların herhangi bir biçimde sayılarla belirtilmesi gerekmektedir. Bu nedenle gerek zaman (=t) ekseni ve gerekse fonksiyon ekseni {=f(t)} üzerinde karşılıklı sayılarla tanımlanmış değerlere (ölçülere) gerek vardır. İşte gerek değişken ve gerekse fonksiyon için karşılıklı sayısal değer belirleme işlemine örnekleme yahut yaklaşık olarak sayısallaştırma denir.

Gerek zaman ve gerekse frekans alanında sürekli (analog) belirli bir fonksiyondan ayrık (diskret) duruma geçiş işlemi (kısaca sayısallaştırma), hatasız olarak örnekleme teoremleri yardımıyla gerçekleştirilmektedir (HSU 1967, LÜKE 1975, RABINER-GOLD 1975, SCHÜSSLER 1973, SPATARU 1973, THOMAS 1969).

Sürekli f(t) fonksiyonundan zaman alanında yapılan örnekleme T periyotlu impuls dizisi $[\delta_T(t)]$ ile:

$$f_s(t) = f(t)\ \delta_T(t) \tag{3-25}$$

ve f(t) nin F.D. F(ω) fonksiyonundan frekans alanında yapılan örnekleme ise $\delta_T(t)$ nin F.D. $\delta_T(\omega)$ fonksiyonu ile gerçekleştirilmektedir:

$$F_p(\omega) = F(\omega)\ \delta_T(\omega) \quad . \tag{3-26}$$

F(ω) fonksiyonu, eğer zaman alanında örneklenmiş zaman dizisi $f_s(t)$ nin F.D. olan $F_s(\omega)$ fonksiyonundan bindirme (aliasing) olmaksızın yeniden elde edilmek istenirse $F_s(\omega)$, bir ağırlık fonksiyonu ile (frekans alanında) çarpılması gerekir:

$$F(\omega) = F_s(\omega)\ W(\omega) \quad . \tag{3-27}$$

Buna karşılık, f(t) fonksiyonu, eğer frekans alanında örneklenmiş bir $F_p(\omega)$ fonksiyonunun ters Fourier Dönüşümü olan $f_p(t)$ zaman fonksiyonundan bindirmesiz ve hatasız bir biçimde geri elde edilmek istenirse $f_p(t)$, bir $[w(t)]$ ağırlık fonksiyonu ile çarpılır:

$$f(t) = f_p(t)\ w(t) \quad . \tag{3-28}$$

Böylece gerek zaman alanında ve gerekse frekans alanındaki örneklemelerde karşı alanlara (zaman ↔ frekans) geçişlerde bindirmeleri önlemek ve ayrıca geçişlerin hatasız yapılması için ağırlık fonksiyonları kullanılır.

Sınırlı bir zaman aralığında örneklenmiş bir zaman dizisi $f_s(t)$ nin Δ eş aralıklı (genellikle Δ=1 alınır) ayrık değerleri

$$f_s(t) = \begin{cases} f_s(t), & |t| \leq T/2 \\ 0 & |t| > T/2 \end{cases} \quad \text{veya} \quad \begin{matrix} |t| \leq (N-1)/2 \\ |t| > (N-1)/2 \end{matrix} \tag{3-29}$$

yahut

$$f_s(t) = \{ f_s(0),\ f_s(1),\ f_s(2),\ \ldots\ldots,\ f_s(N-1) \} \tag{3-30}$$
$$t = 0,\quad 1,\quad 2,\ \ldots\ldots\ldots,\ N-1$$

şeklinde verilir. Zaman başlangıç noktasının zaman aralığının ortasına alınması ile oluşturulacak $[-(N-1)/2 \leq t \leq (N-1)/2]$ simetriklikten dolayı genel olarak N sayısının tek olması, yani $(N-1)/2 + (N-1)/2 + 1 = N$ istenir. $(t=0)$

Bu örneklenmiş $f_s(t)$ zaman dizisi Fourier Analizi'ne sokulmadan önce bir ağırlık fonksiyonu ile çarpılır. Bu durumda (3-25) ve (3-28) eşitliklerinin gözönüne alınması ile,

$$\bar{f}(t) = \begin{cases} f_s(t)\, w(t) = f(t)\, \delta_T(t)\, w(t) & , \quad |t| \leq (N-1)/2 \\ 0 & \quad |t| > (N-1)/2 \end{cases} \qquad (3\text{-}31)$$

yazılabilir (RAYNER 1971:66, JENKINS-WATTS 1968:48).

Pratikte, teoride kolayca öngörüldüğü gibi zaman aralığını sonsuza kadar uzatmak olası değildir. Buna karşın yine de araştırma yapılırken zaman aralığını olabildiğince geniş almak gerçek değerlere daha iyi yaklaşmak açısından gerekmektedir.

3.21 Ayrık Durumda Çeşitli Ağırlık Fonksiyonları

Ağırlık fonksiyonları bölüm 3.11 de sürekli durumda incelenmişti. Bu kısımda bu fonksiyonlar ayrık durumda ele alınacaktır.

1. Dikdörtgen Ağırlık Fonksiyonu

$$w_D(t) = \begin{cases} 1 & , \quad |t| \leq (N-1)/2 \\ 0 & \quad |t| > (N-1)/2 \end{cases} \quad \text{yahut} \quad \begin{matrix} 0 \leq t \leq N-1 \\ N-1 < t < 0 \end{matrix} \quad . \qquad (3\text{-}32)$$

Bu fonksiyonun ayrık F.D.

$$W_D(n\omega_o) = \sum_{t=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} w_D(t)\, e^{-j\frac{2\pi}{N}nt} = \sum_{t=0}^{N-1} w_D(t)\, e^{-j\frac{2\pi}{N}nt} = \frac{\sin\frac{n\omega_o N}{2}}{\sin\frac{n\omega_o}{2}}^{*} , \qquad (3\text{-}33)$$

(RABINER-GOLD 1975:91).

2. Hanning Ağırlık Fonksiyonu

Bu ağırlık fonksiyonu çeşitli biçimlerde verilmektedir. Bazı kaynaklarda dikdörtgen ağırlık fonksiyonu ile zaman alanında maksimum yükseklikleri eşit olacak şekilde verilir (BLACKMAN-TUKEY 1958:14, OPPENHEIM-SCHAFER 1975:242):

$$w_H(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(1 + \cos\frac{2\pi t}{N-1}\right) & , \quad |t| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \quad |t| > \frac{N-1}{2} \end{cases} \qquad (3\text{-}34)$$

veya

---

* Sayısal Fourier Analizi'nde $\omega_o = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{N}$ frekansına asıl frekans denir.

$$w_H(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - \cos\frac{2\pi t}{N-1}) & , \quad 0 \leq t \leq N-1 \\ 0 & \quad N-1 < t < 0 \end{cases} \quad . \qquad (3\text{-}35)$$

Bazı kaynaklarda ise dikdörtgen ağırlık fonksiyonu ile frekans alanında maksimum yükseklikleri (peaks) eşit olacak şekilde verilir, yani kısaca bu verilen $w_H(t)$ formüllerinin iki katı alınır.

(3-34) ün F.D.:

$$W_H(n\omega_o) = \sum_{t=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} w_H(t)\, e^{-j\frac{2\pi}{N}nt} = \sum_{t=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} w_H(t) \cos n\omega_o t$$

veya

$$W_H(n\omega_o) = \frac{1}{2} W_D(n\omega_o) + \frac{1}{4}\{ W_D(n\omega_o - \frac{2\pi}{N-1}) + W_D(n\omega_o + \frac{2\pi}{N-1})\} \quad . \qquad (3\text{-}36)$$

3. Blackman Ağırlık Fonksiyonu

$$w_B(t) = \begin{cases} 0.42 + 0.5\cos\frac{2\pi t}{N-1} + 0.08\cos\frac{4\pi t}{N-1} & , \quad |t| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \quad |t| > \frac{N-1}{2} \end{cases} \qquad (3\text{-}37)$$

yahut

$$w_B(t) = \begin{cases} 0.42 - 0.5\cos\frac{2\pi t}{N-1} + 0.08\cos\frac{4\pi t}{N-1} & , \quad 0 \leq t < N-1 \\ 0 & \quad N-1 < t < 0 \end{cases} \qquad (3\text{-}38)$$

(OPPENHEIM-SCHAFER 1975:242).

(3-37) eşitliğinden F.D.:

$$W_B(n\omega_o) = 0.42\, W_D(n\omega_o) + 0.25\, W_D(n\omega_o - \frac{2\pi}{N-1}) + 0.25\, W_D(n\omega_o + \frac{2\pi}{N-1}) + \\ + 0.04\, W_D(n\omega_o - \frac{4\pi}{N-1}) + 0.04\, W_D(n\omega_o + \frac{4\pi}{N-1}) \quad . \qquad (3\text{-}39)$$

4. KAISER Ağırlık Fonksiyonu

$$w_K(t) = \begin{cases} \dfrac{I_o\{\beta\sqrt{1-(\frac{2t}{N-1})^2}\}}{I_o(\beta)} & , \quad -\frac{N-1}{2} \leq t \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 \end{cases} \qquad (3\text{-}40)$$

veya

$$w_K(t) = \begin{cases} \dfrac{I_o\{\beta\sqrt{1-(\frac{2t}{N-1}-1)^2}\}}{I_o(\beta)} & , \quad 0 < t < N-1 \\ 0 & \quad N-1 < t < 0 \end{cases} \qquad (3\text{-}41)$$

(RABINER-GOLD 1975:94, OPPENHEIM-SCHAFER 1975:242, SCHÜSSLER 1973:106).

3.3 ZAMAN DİZİLERİNİN FOURIER ANALİZİ'NDE AĞIRLIK FONKSİYONLARININ ETKİSİ

Bant genişliği Fourier Analizi'nde kullanılan ağırlık fonksiyonuna göre değişir. Bunun için çeşitli tanımlar vardır. Burada ise şu tanım esas alınmıştır: Kullanılan ağırlık fonksiyonunun Fourier Spektrumunun ana maksimumunun ω frekans eksenini kestiği iki sıfır noktası arasındaki frekans farkına bant genişliği denir (Şekil 3-3). Kuantum fiziğindeki HEISENBERG belirsizlik kuralına benzer olarak Fourier Analizi'nde de

Bant genişliği × sinyalin zaman alanındaki akış süresi = sabit (3-42)

şeklinde bir sınırlama verilebilir (LÜKE 1975:98, SPATARU 1973:136).

Bu durumda örneğin dikdörtgen ağırlık fonksiyonu kullanılırsa bant genişliği $4\pi/T$ ve sinyalin zaman süresi $(-T/2 \leq t \leq T/2)$ T kadar ise (3-42) sınırlaması

$$\frac{4\pi}{T} T = 4\pi$$

olur. Buradan sinyalin akış süresi ile bant genişliğinin aynı anda herhangi bir biçimde küçültülemeyeceği çıkmaktadır. Bu durum, frekans alanında titreşimlerin tek anlamlı olarak yorumlanmasını ve bunların frekanslarının birbirinden ayrılmasını zorlaştırır. Bunu çeşitli durumlarda (sürekli, sonlu sürekli ve ayrık) ve kolay olması yönünden ağırlık fonksiyonu olarak dikdörtgen ağırlık fonksiyonunu seçip örneklerle açıklayalım.

Örneğin sinyal aşağıdaki gibi verilmiş olsun:

a. $f(t) = a\cos(\omega_1 t + \phi_1) \quad , \quad -\infty \leq t \leq \infty$

$[f'(t) = f(t)\ w(t)]$.

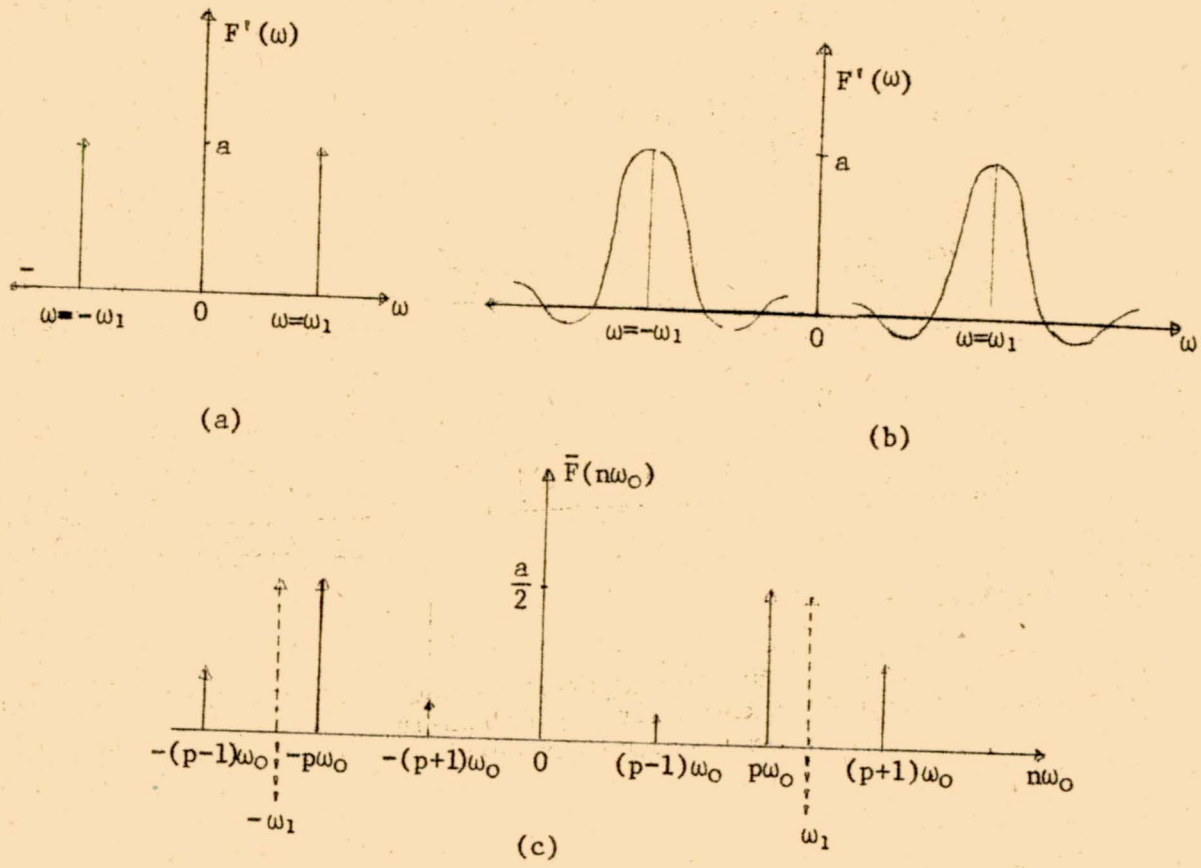
Bu sinyalin F.D.:

$$F'(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, w(t)\, e^{-j\omega t} = \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda)\, W(\omega-\lambda)\, d\lambda = a\pi\left[e^{j\phi_1}\delta(\omega-\omega_1) + e^{-j\phi_1}\delta(\omega+\omega_1)\right] \qquad (3\text{-}43)$$

bulunur (Şekil 3-4a). Burada (3-6) ya benzer olarak

$$F'(\omega) = F(\omega) \qquad (3\text{-}44)$$

yazılabilir.



Şekil 3.4 Periyodik bir fonksiyonun Fourier Dönüşümü.
(a)Zaman sürekli, (b)Zaman sonlu sürekli,
(c)Zaman sonlu ve ayrık.

b. $f(t) = a\cos(\omega_1 t + \phi_1) \quad , \quad -T/2 \leq t \leq T/2$

$[f'(t) = f(t)\ w(t)]$

$$F'_T(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, w(t)\, e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda)\, W(\omega-\lambda)\, d\lambda$$

$$F'_T(\omega) = \frac{a}{2} T \{ e^{j\phi_1} \frac{\sin[\frac{T}{2}(\omega-\omega_1)]}{(\omega-\omega_1)T/2} + e^{-j\phi_1} \frac{\sin[\frac{T}{2}(\omega+\omega_1)]}{(\omega+\omega_1)T/2} \} \qquad (3\text{-}45)$$

(Şekil 3.4b).

$F'(\omega)$ ile $F'_T(\omega)$ arasındaki ilişki şöyle verilebilir:

$$\lim_{T\to\infty} F'_T(\omega) \Rightarrow F'(\omega) = F(\omega)$$

c. $f(t) = \begin{cases} a\cos(\omega_1 t + \phi_1) & , \quad |t| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & \quad |t| > \frac{N-1}{2} \end{cases}$

$$[\bar{f}(t) = f_s(t)\ w(t)]$$

$$\bar{F}(n\omega_o) = \sum_{t=-\frac{N-1}{2}}^{(N-1)/2} f_s(t)\ w(t)\ e^{-jn\omega_o t}$$

Burada

$$\sum_{t=-\frac{N-1}{2}}^{(N-1)/2} e^{j\theta t} = \sum_{t=-\frac{N-1}{2}}^{(N-1)/2} \cos\theta t = \frac{\sin\frac{N}{2}\theta}{\sin\theta/2} \qquad (3\text{-}46)$$

(OTNES-ENOCHSON 1972:453) olduğu anımsanırsa

$$\bar{F}(n\omega_o) = \frac{a}{2}\left\{ e^{j\phi_1} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(n\omega_o-\omega_1)\right]}{\sin\frac{n\omega_o-\omega_1}{2}} + e^{-j\phi_1} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(n\omega_o+\omega_1)\right]}{\sin\frac{n\omega_o+\omega_1}{2}} \right\} \qquad (3\text{-}47)$$

yazılabilir (Şekil 3.4c).

Şekil 3.4c den görüldüğü gibi ayrık bir zaman dizisinin F.D. ω_o eş aralıkları ile ayrık çizgi şeklindedir. ω_1 frekansına en yakın $\bar{F}(n\omega_o)$ da (örneğin bu $\bar{F}(p\omega_o)$ olsun) bir maksimum verecektir. Ayrık durumda hiçbir zaman

$$p\omega_o = \omega_1$$

eşitliği gerçekleşmez.

$F'(\omega)$ ile $\bar{F}(n\omega_o)$ arasında bir ilişki ancak

$$\lim_{(N-1)\to+\infty} \bar{F}(n\omega_o) \Rightarrow F'(\omega)$$

şeklinde verilebilir.

Şekil 3.4b de açıkça görüldüğü gibi frekansı belli bir titreşim frekans alanında kullanılan ağırlık fonksiyonunun bant genişliği kadar bir frekans bandına karşılık gelecektir. Tersine, frekans alanında, bir tepe (peak) şeklinde ortaya çıkan bir görüntü, zaman alanında her zaman tek bir titreşime karşılık demek değildir. Zaman alanında frekansları birbirine yakın bulunan yani bir bant oluşturan titreşimlerin frekans alanındaki görüntüsü yine bir peak şeklinde olacaktır.

Şekil 3.4c den görüleceği gibi sayısal bir zaman dizisinin F.D. nden titreşimin frekansı ancak $\pm\omega_o/2$, daha doğrusu $\pm b/4$ duyarlıkla elde edilebilir. Bu duyarlık yeterli değildir.

Zaman fonksiyonunu bu kez iki titreşimli olarak alalım:

a. $f(t) = a_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) + a_2\cos(\omega_2 t + \phi_2)$, $\quad -\infty < t < +\infty$

$$F'(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\ w(t)\ e^{-j\omega t}\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda)\ W(\omega-\lambda)\,d\lambda =$$

$$= a_1\pi\left[e^{j\phi_1}\delta(\omega-\omega_1) + e^{-j\phi_1}\delta(\omega+\omega_1)\right] + a_2\pi\left[e^{j\phi_2}\delta(\omega-\omega_2) + e^{-j\phi_2}\delta(\omega+\omega_2)\right] \qquad (3\text{-}48)$$

b. $f(t) = a_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) + a_2\cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad , \quad -T/2 \leq t \leq T/2$

$$F'_T(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, w(t)\, e^{-j\omega t}dt = \int_{-\infty}^{\infty} F(\lambda)\, W(\omega-\lambda)\, d\lambda$$

$$F'_T(\omega) = \frac{a_1}{2}T\left\{e^{j\phi_1}\frac{\sin\left[\frac{T}{2}(\omega-\omega_1)\right]}{\frac{T}{2}\left(\frac{\omega-\omega_1}{2}\right)} + e^{-j\phi_1}\frac{\sin\left[\frac{T}{2}(\omega+\omega_1)\right]}{\frac{T}{2}\left(\frac{\omega+\omega_1}{2}\right)}\right\} + \frac{a_2}{2}T\left\{e^{j\phi_2}\frac{\sin\left[\frac{T}{2}(\omega-\omega_2)\right]}{\frac{T}{2}\left(\frac{\omega-\omega_2}{2}\right)} + e^{-j\phi_2}\frac{\sin\left[\frac{T}{2}(\omega+\omega_2)\right]}{\frac{T}{2}\left(\frac{\omega+\omega_2}{2}\right)}\right\} \qquad (3\text{-}49)$$

c. $f(t) = a_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) + a_2\cos(\omega_2 t + \phi_2) \quad , \quad -\frac{N-1}{2} \leq t \leq \frac{N-1}{2}$

$$\bar{F}(n\omega_o) = \frac{a_1}{2}\left\{e^{j\phi_1}\frac{\sin\left[\frac{N}{2}(n\omega_o-\omega_1)\right]}{\sin\frac{n\omega_o-\omega_1}{2}} + e^{-j\phi_1}\frac{\sin\left[\frac{N}{2}(n\omega_o+\omega_1)\right]}{\sin\frac{n\omega_o+\omega_1}{2}}\right\} + \frac{a_2}{2}\left\{e^{j\phi_2}\frac{\sin\left[\frac{N}{2}(n\omega_o-\omega_2)\right]}{\sin\frac{n\omega_o-\omega_2}{2}} + e^{-j\phi_2}\frac{\sin\left[\frac{N}{2}(n\omega_o+\omega_2)\right]}{\sin\frac{n\omega_o+\omega_2}{2}}\right\} \qquad (3\text{-}50)$$

f(t) zaman fonksiyonunun bu üç ayrı durumdaki F.D. Şekil 3.5 te gösterilmiştir.

Bu iki titreşimin frekansları birbirine yakınsa F.D.'nde bunları peak'ler şeklinde ayırabilmek için T(=N) zaman aralığı —dikdörtgen ağırlık fonksiyonunun kullanılması durumunda—

$$T \geq \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} \qquad (3\text{-}51)$$

olmalıdır (JENKINS-WATTS 1968:50), veyahut

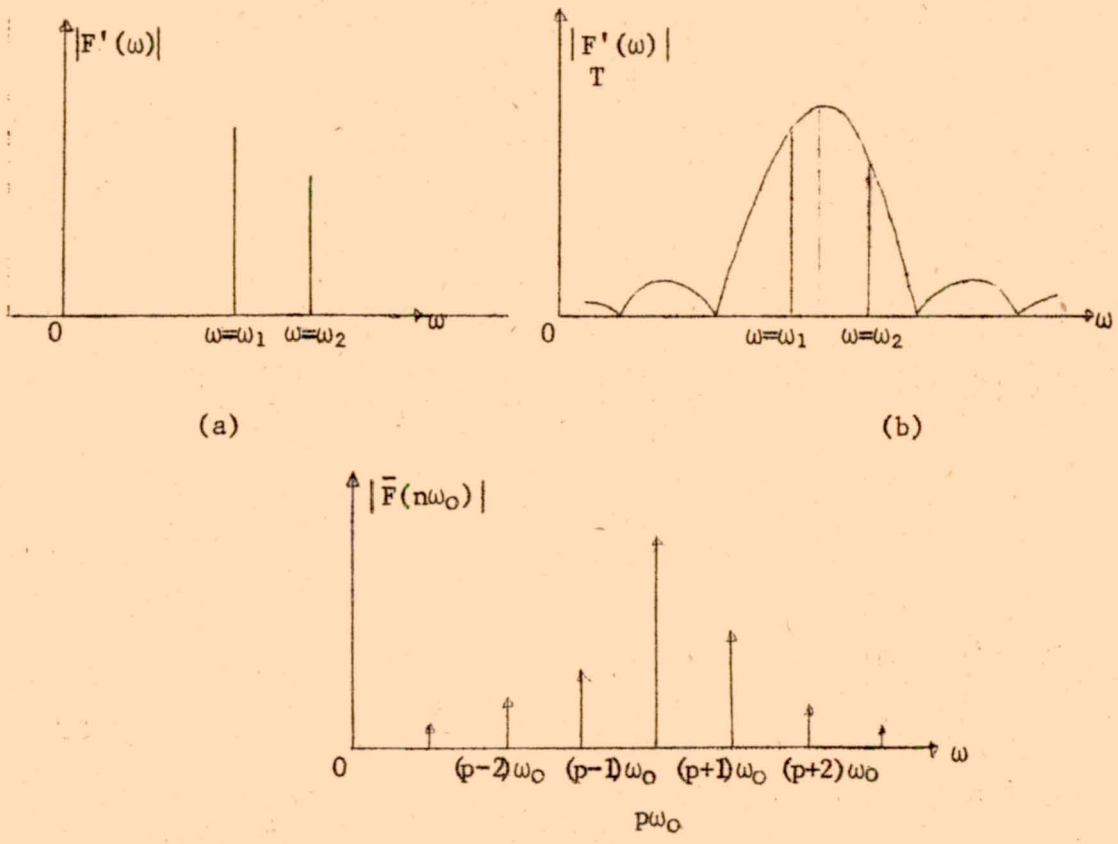
$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \geq \frac{2\pi}{T} = \omega_o \qquad (3\text{-}52)$$

yazılabilir.

Bant genişliği (=b) her ağırlık fonksiyonunda değiştiği için

$$\Delta\omega \geq b/2 \qquad (3\text{-}53)$$

şeklinde, daha genel olarak verilebilir.



Şekil 3.5 Periyodik iki titreşimin Fourier Dönüşümü.
(a) Zaman sürekli, (b) Zaman sonlu sürekli,
(c) Zaman sonlu ve ayrık.

4 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON VE DENGELEME

4.1 FOURİER GENLİK VE FAZ SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON

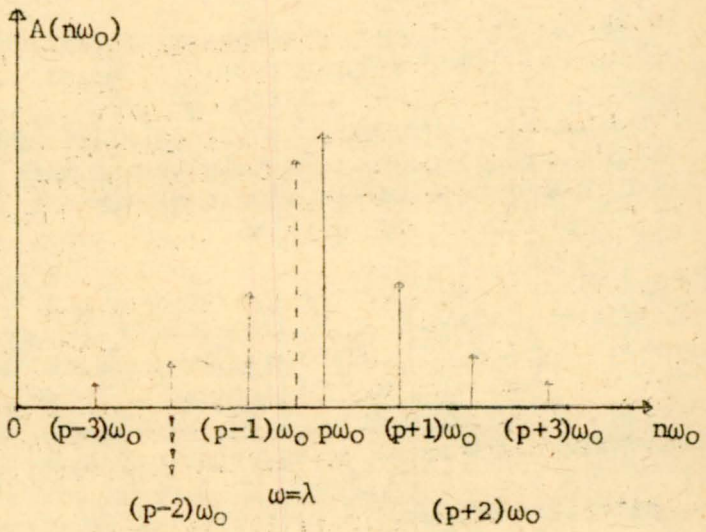
Fiziksel nedenlerle zaman alanının sınırlı olmasından dolayı Sayısal Fourier Analizi'nden elde edilen spektral bilgiler yeterli duyarlıkta olmamaktadır. Özellikle bir titreşimin varlığı için kanıt olan frekans alanındaki belirgin bir peak'e karşılık gelen frekans değeri $p\omega_o$ ile $A(p\omega_o)$ genlik değerinin duyarlığı (bir ölçüde doğruluğu) sinyalin zaman alanındaki süresine $[(-T/2) \leq t \leq T/2]$ dolayısıyla asıl frekans (ω_o) a bağlıdır.

Sinyalin zaman alanındaki süresi artırılarak frekans alanında daha doğru ve daha duyarlı değerler elde edilebilir. Fakat böyle bir seçenek örneğin gel--git kayıtları için zor olmaktadır. Çünkü kayıtlar, arada bir çeşitli nedenlerle kesilerek süreklilik bozulmaktadır. Özellikle duyarlığı artırmak için bir seçenek frekans alanında enterpolasyon yapmaktır. Böylece peak gösteren yerden daha duyarlı frekans, genlik ve faz değerleri elde edilebilecektir.

Sayısal Fourier Analizi'nde genlik ve faz spektrumlarını hesaplarken

$$n\omega_o = \omega \qquad (4\text{-}1)$$

koyarak bir çeşit Fourier Spektrum Enterpolasyonu yapılırsa doğrudan klasik Fourier Spektrumu'nun verdiği peak değerlerinin duyarlılığı (bir ölçüde de doğruluğu) —eğer periyodik sinyallerin varlığı kesinlikle herhangi bir biçimde biliniyorsa— artırılabilir (Şekil 4.1). Bu bir çeşit frekans alanında peak'i daha belirgin bir şekilde çizmektir. Kısaca eğer sinyal, verilen zaman aralığında sayısal değil de analog olarak elde edilseydi, frekans alanında örneğin Şekil 3.5b deki peak gibi görünecekti. İşte enterpolasyonla bu görünüş nokta nokta çizilmeye çalışılmaktadır. Bu yeni yöntem, (SCHULZ 1972) de sözü edilen spektral büyüteç yöntemine benzer. Orada aynı işlem güç spektrumunda yapılmıştır. Burada ise Fourier genlik ve faz spektrumlarında yapılacaktır.



Şekil 4.1 Fourier Genlik Spektrumunda Enterpolasyon.

Klasik Sayısal Fourier Analizi'nde genlik spektrumu

$A(n\omega_o) = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ ve faz spektrumu $\phi(n\omega_o) = \arctan -(b_n/a_n)$ şeklinde tanımlanır.

İşte bu eşitliklerde $n\omega_o$ yerine herhangi bir istenen $\omega=\lambda$ değeri konarak $A(\lambda)$ ve $\phi(\lambda)$ değerleri enterpolasyonla bulunabilir:

$$A(\lambda) = \sqrt{a_\lambda^2 + b_\lambda^2} \quad , \quad a_\lambda = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f(t)\, w(t) \cos \lambda t$$

$$\phi(\lambda) = \arctan - \frac{b_\lambda}{a_\lambda} \quad , \quad b_\lambda = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f(t)\, w(t) \sin \lambda t \quad . \qquad (4\text{-}2)$$

Bu λ değerleri, örneğin peak $p\omega_o$ frekansına karşılık geliyorsa şu sınırlar

$$\omega_o(p-1) \leq \lambda \leq (p+1)\omega_o$$

arasında istenen duyarlıkta alınabilir. Örneğin şu eşitlikte

$$\lambda_m = (p-1)\omega_o + m\, 10^{-k} \qquad (4\text{-}3)$$

m ve k istenilen biçimde seçilebilir. Sonra $A(\lambda_m)$ değerlerinden en büyüğüne karşılık gelen, örneğin λ_j değeri aranan frekans değerini, buna karşılık gelen $A(\lambda_j)$ ise genlik değerini ve $\phi(\lambda_j)$ ise faz değerini verir.

Böylece frekans alanında Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi ile Klasik Fourier Analizi'nin verdiği değerlerden daha duyarlı değerler elde edilebilir. Doğal olarak bu $A(\lambda)$ ve $\phi(\lambda)$ değerlerinin Klasik Fourier Analizi'nde herhangi bir tanımsal yeri yoktur. Yani bu değerlerden f(t) zaman fonksiyonu hiçbir biçimde geri elde edilemez.

4.2 SPEKTRAL ANALİZ VE DENGELEME

Spektral Analiz (güç spektrumundan bir titreşimin genlik ve frekansının bulunması) ile En Küçük Kareler Yöntemi birbirlerini tamamlayıcı bir biçimde (SCHULZ 1972 ve HEKİMOĞLU 1976) gel-git kayıtlarının analizinde kullanılmıştır. Bu yöntemler titreşimlerin frekanslarını bilinmeyen olarak ele aldıklarından gel-git kayıtlarının analizine uygun düşmemektedir. Bilindiği gibi gel-git kayıtlarının alanalizinde titreşimlerin frekanslarının genellikle yeterli doğrulukta bilindiği kabul edilmektedir.

Dengeleme yapmak için bir hedef fonksiyonu seçilir. Bu fonksiyon, frekans bantlarını temsil eden frekanslar bilinmeyen olarak ele alındığından doğrusal değildir, TAYLOR serisine açılarak doğrusallaştırılır. Bu nedenle tüm bilinmeyenlerin yaklaşık değerleri gereklidir. Bunlar gel-git kayıtlarının spektral analizinden elde edilir. İterasyon sonucu dengelemeden elde edilen değerler yakınsarsa kesin değerler olarak kabul edilir.

Spektral dengeleme yöntemi ile iki titreşimin ayrılabilmesi için (3-53) e benzer olarak frekansları arasındaki farkın

$$\frac{b}{2} \leq \Delta\omega \qquad (4\text{-}5)$$

olması gerekir. Bu sınır, girişim parametreleri yardımı ile

$$\frac{b}{4} \leq \Delta\omega \qquad (4\text{-}6)$$

küçültülebilir (HEKİMOĞLU 1976).

4.3 FOURİER ANALİZİ VE DENGELEME

Fourier Analizi ile dengeleme arasındaki ilişki zaman dizileri bakımından ilk kez SCHÜLLER tarafından ele alınmıştır (SCHÜLLER 1976:34-38). Bu ilişki, ancak dengelemeye giren titreşimlerin frekansları (ω_i) Fourier Analizi'ndeki asıl frekansa yahut bunun katlarına eşit olursa, yani

$$\omega_i = n\omega_o \qquad (4\text{-}7)$$

kurulabilir. Ancak Schüller genel durumda, bu koşula tamamen uymanın gerekmediğini belirtmektedir (SCHÜLLER 1976:35). Fakat böyle bir durumda, yani

$$\omega_i \neq n\omega_o \qquad (4\text{-}8)$$

klasik anlamda bir Fourier Analizi'nden nasıl söz edilebilir? Böyle bir ilişki ancak bölüm 4.1 de sözü edilen Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi ile kurulabilir. Artık bu durumda yalnızca Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi ile dengeleme arasındaki ilişkiden söz edilebilir.

Bu kısımda Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon ile dengeleme arasındaki ilişki basit model fonksiyonları alınarak verilmeye çalışılacaktır. Fonksiyonel modelde yer alacak titreşimlerin frekanslarının bilindiği varsayılacaktır. Ayrıca zaman alanının sürekli, sonlu sürekli ve ayrık olması durumları ayrı ayrı ele alınacaktır.

A. <u>Deterministik Model</u> (Tek titreşimli):

$$f(t) = a_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) \qquad (4\text{-}9)$$

1° Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi (=FSKY) ile

a.
$$a(\omega_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, w(t) \cos\omega_1 t\, dt$$
$$b(\omega_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, w(t) \sin\omega_1 t\, dt \qquad (-\infty < t < \infty) \qquad (4\text{-}10)$$

b.
$$a_T(\omega_1) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, w(t) \cos\omega_1 t\, dt$$
$$b_T(\omega_1) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, w(t) \sin\omega_1 t\, dt \qquad \left(-\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}\right) \qquad (4\text{-}11)$$

$$c.\quad a_N(\omega_1) = \frac{2}{N}\sum_{t=0}^{N-1} f(t)\,w(t)\cos\omega_1 t$$

$$b_N(\omega_1) = \frac{2}{N}\sum_{t=0}^{N-1} f(t)\,w(t)\sin\omega_1 t \qquad \left(-\frac{N-1}{2} \le t \le \frac{N-1}{2}\right) \quad \text{veya} \quad t = 0, 1, 2, \ldots, N-1 \qquad (4\text{-}12)$$

$$A(\omega_1) = \sqrt{a^2(\omega_1) + b^2(\omega_1)}\ , \qquad \tan\Phi(\omega_1) = -\frac{b(\omega_1)}{a(\omega_1)}$$

a.	$A(\omega_1) = a_1$	$\Phi(\omega_1) = \phi_1$
b.	$A_T(\omega_1) \neq a_1$	$\Phi_T(\omega_1) \neq \phi_1$
c.	$A_N(\omega_1) \neq a_1$	$\Phi_N(\omega_1) \neq \phi_1$

(4-13)

Genel olarak

$$\lim_{\substack{T\to\infty \\ N\to\infty}} A_N(\omega_1) \Rightarrow A_T(\omega_1) \Rightarrow a_1\ , \qquad \lim_{\substack{T\to\infty \\ N\to\infty}} \Phi_N(\omega_1) \Rightarrow \Phi_T(\omega_1) \Rightarrow \phi_1 \qquad (4\text{-}14)$$

yazılabilir.

2° Dengeleme ile

Fonksiyonel model: $f(t) + v(t) = a\cos(\omega_1 t + \phi_1) = a_1\cos\phi_1\cos\omega_1 t - a_1\sin\phi_1\sin\omega_1 t$

Bilinmeyenler : $x = a_1\cos\phi_1\ , \quad y = a_1\sin\phi_1$ (4-15)

Ağırlık : $p(t) = w(t) = \begin{cases} w_D(t), & |t| \le \frac{N-1}{2} \\ 0, & |t| > \frac{N-1}{2} \end{cases}$

Burada kolay olması bakımından ağırlık fonksiyonu olarak dikdörtgen ağırlık fonksiyonu seçilmiştir. Ayrıca burada v(t) sembolik anlamdadır.

Normal denklemler:

$$\begin{bmatrix} \sum_{t=0}^{N-1} \cos^2\omega_1 t\, w_D(t) & -\sum_{t=0}^{N-1} \cos\omega_1 t \sin\omega_1 t\, w_D(t) \\ -\sum_{t=0}^{N-1} \cos\omega_1 t \sin\omega_1 t\, w_D(t) & \sum_{t=0}^{N-1} \sin^2\omega_1 t\, w_D(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{t=0}^{N-1} f(t)\, w_D(t)\cos\omega_1 t \\ \sum_{t=0}^{N-1} f(t)\, w_D(t)\sin\omega_1 t \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}16)$$

Bilindiği gibi:

c. $$\sum_{t=0}^{N-1} \cos^2\omega_1 t\, w_D(t) = \sum_{t'=-\frac{N-1}{2}}^{(N-1)/2} \cos^2\omega_1 t' w_D(t') = \sum_{t'=-\frac{N-1}{2}}^{(N-1)/2} \frac{1+\cos 2\omega_1 t'}{2} w_D(t') =$$

$$= \frac{N}{2}\left(1 + \frac{\sin\omega_1 N}{N \sin\omega_1}\right) = \frac{N}{2}\{W_D(0) + W_D(2\omega_1)\} \qquad (4\text{-}17)$$

(Burada $t = t' + \frac{N-1}{2}$ dönüşümü yapılır.)

b. $$\int_{-T/2}^{T/2} \cos^2\omega_1 t\, w_D(t) = \int_{-T/2}^{T/2} \frac{1+\cos 2\omega_1 t}{2} w_D(t) = \frac{T}{2}\left(1 + \frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T}\right) =$$

$$= \frac{T}{2}\{W_D(0) + W_D(2\omega_1)\} \qquad (4\text{-}18)$$

c. $$\sum_{t=0}^{N-1} \sin^2\omega_1 t\, w_D(t) = \sum_{t'=-\frac{N-1}{2}}^{(N-1)/2} \frac{1-\cos 2\omega_1 t}{2} w_D(t) = \frac{N}{2}\left(1 - \frac{\sin\omega_1 N}{N \sin\omega_1}\right) =$$

$$= \frac{N}{2}\{W_D(0) - W_D(2\omega_1)\} \qquad (4\text{-}19)$$

b. $$\int_{-T/2}^{T/2} \sin^2\omega_1 t\, w_D(t) = \int_{-T/2}^{T/2} \frac{1-\cos 2\omega_1 t}{2} w_D(t) = \frac{T}{2}\left(1 - \frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T}\right) \qquad (4\text{-}20)$$

c. $$\sum_{t=0}^{N-1} \cos\omega_1 t \sin\omega_1 t\, w_D(t) = \frac{1}{2} \sum_{t'=-\frac{N-1}{2}}^{(N-1)/2} \sin 2\omega_1 t\, w_D(t) = 0 \qquad (4\text{-}21)$$

b. $$\int_{-T/2}^{T/2} \cos\omega_1 t \sin\omega_1 t\, w_D(t)\, dt = \frac{1}{2} \int_{-T/2}^{T/2} \sin 2\omega_1 t\, w_D(t)\, dt = 0 \qquad (4\text{-}22)$$

O halde normal denklemler ayrık durumda (c)

$$\begin{bmatrix} \frac{N}{2}\left(1 + \frac{\sin\omega_1 N}{N \sin\omega_1}\right) & 0 \\ 0 & \frac{N}{2}\left(1 - \frac{\sin\omega_1 N}{N \sin\omega_1}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{N}{2} a_N(\omega_1) \\ \frac{N}{2} b_N(\omega_1) \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}23)$$

şeklinde yazılabilir.

Bir köşegen matrisin inversi köşegen üzerindeki elemanların tersine eşit

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad A^{-1}=\begin{bmatrix} 1/a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 1/a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 1/a_{nn} \end{bmatrix} \tag{4-24}$$

olduğu gözönüne getirilerek (4-23) çözülürse,

$$x = \frac{a_N(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})} \qquad x = \frac{a_T(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T})} \tag{4-25}$$

veya

$$y = \frac{b_N(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})} \qquad y = \frac{b_T(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T})} \tag{4-26}$$

elde edilir. Buradan

$$a_1^2 = \frac{a_N^2(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} + \frac{b_N^2(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} \tag{4-27}$$

veya

$$a_1^2 = \frac{a_T^2(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T})^2} + \frac{b_T^2(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T})^2} \tag{4-28}$$

ayrıca

$$\tan\phi_1 = \frac{y}{x} = \frac{1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}{1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}} \frac{b_N(\omega_1)}{a_N(\omega_1)} = -\frac{1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}{1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}} \tan\Phi_N(\omega_1) \tag{4-29}$$

veya

$$\tan\phi_1 = \frac{y}{x} = \frac{1+\frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T}}{1-\frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T}} \frac{b_T(\omega_1)}{a_T(\omega_1)} = -\frac{1+\frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T}}{1-\frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T}} \tan\Phi_N(\omega_1) \tag{4-30}$$

elde edilir. İşte bu (4-27), (4-28), (4-29) ve (4-30) eşitlikleri Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon ile dengeleme arasındaki ilişkiyi verir. Aslında bu eşitlikler $\omega_1 = n\omega_0$ özel durumunda Fourier Analiz ile dengeleme arasındaki ilişkiyi gösterir.

(4-27) ile (4-28) eşitlikleri, $N \to \infty$ veya $T \to \infty$ durumunda

ÇİZELGE 4.1 En Küçük Kareler Yöntemi (Dengeleme) ile Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nin çeşitli ağırlık fonksiyonlarının kullanılması durumunda birbiriyle karşılaştırılması

Titreşim	Frekans Genlik Faz	Ağırlık Fonksiyonu	Gen. Kat.	Faz Far.	En Küçük Kareler Yöntemi			Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi				
					Genlik	Gen. Kat.	Faz	Faz Far.	Genlik	Gen. Katsa.	Faz	Faz Farkı
K1	15.0410683..	1) Dikdörtgen			42.8729125..		121.9009586..		42.91864..		121.9695..	
	42.8729125..	2) Dikdörtgen	1.1	-2		1.1		-2		1.09990533..		-1.995882...
	121.9009586..	1) Hanning			42.8729125..		121.9009586..		42.85495..		121.9009..	
		2) Hanning	1.1	-2		1.1		-2		1.100000002..		-2.00000009..
		2) Blackman	1.1	-2		1.1		-2		1.100000001..		-2.00000001..
Zaman Aralığı : $0 \leq t \leq 2386$ saat												

Not : 1) durumunda titreşimin frekansı verilip genlik ile fazı, 2) durumunda ise genlik katsayısı ile faz farkı bulunmuştur.

$$\lim_{N\to\infty} \frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1} = 0 \quad , \quad \lim_{T\to\infty} \frac{\sin\omega_1 T}{\omega_1 T} = 0 \qquad (4\text{-}31)$$

olduğu düşünülerek aşağıdaki biçimde

$$\lim_{N\to\infty} a_1^2 = a_N^2(\omega_1) + b_N^2(\omega_1) \ , \quad \lim_{N\to\infty} \tan\phi_1 = -\tan\Phi_N(\omega_1)$$

$$\lim_{T\to\infty} a_1^2 = a_T^2(\omega_1) + b_T^2(\omega_1) \ , \quad \lim_{T\to\infty} \tan\phi_1 = -\tan\Phi_T(\omega_1)$$

yazılabilir.

(4-27), (4-28) ile (4-29), (4-30) eşitliklerinden görüleceği gibi dengeleme ile bulunacak genlik ve faz değerleri, FSEY ile bulunacak bunlara karşılık gelen değerlerden daha doğru olmaktadır. En Küçük Kareler Yöntemi, zaman aralığının $[-T/2 \leq t \leq T/2 \ , \ -(N-1)/2 \leq t \leq (N-1)/2]$ kısa oluşunun neden olduğu FSEY ile elde edilen değerlerin yaklaşıklığını $[pvv]$ minimum koşulu ile zorlayarak düzeltmektedir. Bu iki yöntem arasındaki fark, en çok zaman aralığının genişliğine, bir ölçüde de kullanılan ağırlık fonksiyonuna bağlıdır ve yeterince uzun bir zaman aralığında oldukça küçük kalır. Örneğin, Çizelge 4.1 de her iki yöntemle ve farklı ağırlık fonksiyonları kullanılarak elde edilmiş genlik ve fazlar verilmiştir. Bu çizelgeden de görüleceği gibi söz konusu iki yöntem arasındaki farklar son derece küçüktür, örneğin genlikteki bağıl hata dikdörtgen ağırlık fonksiyonu kullanılırsa 0.0011 den, Hanning ağırlık fonksiyonu kullanılırsa 0.0004 ten küçük kalmaktadır.

B. Deterministik + Stokastik Model:

Bu bölümün (A) kısmında incelenen tek titreşimli basit modele r(t) stokastik sinyali eklenirse deterministik + stokastik bir model elde edilir, yani

$$\bar{f}(t) = f(t) + r(t) = a_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) + r(t) \ . \qquad (4\text{-}32)$$

1° Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi ile

a.
$$\bar{a}(\omega_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}(t)\, w(t) \cos\omega_1 t\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, w(t) \cos\omega_1 t\, dt + \int_{-\infty}^{\infty} r(t)\, w(t) \cos\omega_1 t\, dt$$

$$\bar{b}(\omega_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}(t)\, w(t) \sin\omega_1 t\, dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, w(t) \sin\omega_1 t\, dt + \int_{-\infty}^{\infty} r(t)\, w(t) \sin\omega_1 t\, dt \qquad (4\text{-}33)$$

$$\bar{a}(\omega_1) = a(\omega_1) + a^r(\omega_1)$$

$$\bar{b}(\omega_1) = b(\omega_1) + b^r(\omega_1) \qquad (4\text{-}34)$$

b.
$$\bar{a}_T(\omega_1) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \bar{f}(t)\, w(t) \cos\omega_1 t\, dt =$$

$$= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, w(t) \cos\omega_1 t\, dt + \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} r(t)\, w(t) \cos\omega_1 t\, dt$$

$$\bar{b}_T(\omega_1) = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \bar{f}(t)\, w(t) \sin\omega_1 t\, dt = \qquad \} \quad (4\text{-}35)$$

$$= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t)\, w(t) \sin\omega_1 t\, dt + \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} r(t)\, w(t) \sin\omega_1 t\, dt$$

c.

$$\bar{a}_N(\omega_1) = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t)\, w(t) \cos\omega_1 t =$$

$$= \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f(t)\, w(t) \cos\omega_1 t + \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} r(t)\, w(t) \cos\omega_1 t$$

$$\bar{b}_N(\omega_1) = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t)\, w(t) \sin\omega_1 t = \qquad \} \quad (4\text{-}36)$$

$$= \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f(t)\, w(t) \sin\omega_1 t + \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} r(t)\, w(t) \sin\omega_1 t$$

Üç ayrı durum için geçerli olacak şekilde Fourier genlik ve faz spektrumları aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\bar{A}^2(\omega_1) = \bar{a}(\omega_1)^2 + \bar{b}(\omega_1)^2 = \{a(\omega_1) + a^r(\omega_1)\}^2 + \{b(\omega_1) + b^r(\omega_1)\}^2 \quad (4\text{-}37)$$

$$\tan\bar{\Phi}(\omega_1) = -\frac{\bar{b}(\omega_1)}{\bar{a}(\omega_1)} = -\frac{b(\omega_1) + b^r(\omega_1)}{a(\omega_1) + a^r(\omega_1)} \quad (4\text{-}38)$$

Burada $a^r(\omega_1)$, stokastik sinyale ait $a(\omega_1)$ değerini; $b^r(\omega_1)$, stokastik sinyale ait $b(\omega_1)$ değerini gösterir.

a. $\bar{A}(\omega_1) \neq a_1$, $\bar{\Phi}(\omega_1) \neq \phi_1$

b. $\bar{A}_T(\omega_1) \neq a_1$, $\bar{\Phi}_T(\omega_1) \neq \phi_1$ (4-39)

c. $\bar{A}_N(\omega_1) \neq a_1$, $\bar{\Phi}_N(\omega_1) \neq \phi_1$

2° Dengeleme ile

Fonksiyonel model: $\bar{f}(t) + v(t) = a_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) = x\cos\omega_1 t - y\sin\omega_1 t$

Bilinmeyenler : $x = a_1 \cos\phi_1$, $y = a_1 \sin\phi_1$

Ağırlık : $f(t) = w(t) = \begin{cases} w_D(t) & , \quad |t| \leq T/2 \\ 0 & , \quad |t| > T/2 \end{cases}$

Aslında $v(t) = -r(t)$ olması gerekir. Eğer $r(t)$, normal dağılmış rastgele bir zaman dizisi ise yaklaşık olarak böyle kabul edilebilir.

Normal denklemler (4-16) ya benzer olarak kurulur ve bazı kısaltmalar yapılırsa,

$$\begin{bmatrix} \frac{N}{2}(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}) & 0 \\ 0 & \frac{N}{2}(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t)\, w_D(t) \cos\omega_1 t = \frac{N}{2}\bar{a}_N(\omega_1) = \frac{N}{2}\{a_N(\omega_1) + a_N^r(\omega_1)\} \\ \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t)\, w_D(t) \sin\omega_1 t = \frac{N}{2}\bar{b}_N(\omega_1) = \frac{N}{2}\{b_N(\omega_1) + b_N^r(\omega_1)\} \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}40)$$

elde edilir. Bu sistem çözülürse,

$$x = \frac{\bar{a}_N(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})} = \frac{a_N(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})} + \frac{a_N^r(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})}$$

$$y = \frac{\bar{b}_N(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})} = \frac{b_N(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})} + \frac{b_N^r(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})} \qquad (4\text{-}41)$$

bulunur. Buradan

$$\bar{a}_1^2 = \frac{\bar{a}_N^2(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} + \frac{\bar{b}_N^2(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} = \frac{a_N^2(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} + \frac{b_N^2(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} +$$

$$+ \frac{2a_N(\omega_1)a^r(\omega_1) + a^{r2}(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} + \frac{2b_N(\omega_1)b^r(\omega_1) + b^{r2}(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} \qquad (4\text{-}42)$$

veya (4-27) dikkate alınırsa,

$$\bar{a}_1^2 = a_1^2 + \frac{2a_N(\omega_1)a^r(\omega_1) + a^{r2}(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} + \frac{2b_N(\omega_1)b^r(\omega_1) + b^{r2}(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} \qquad (4\text{-}43)$$

ve ayrıca

$$\tan\bar{\phi}_1 = \frac{y}{x} = \frac{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})\bar{b}_N(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})\bar{a}_N(\omega_1)} = \frac{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})\{b_N(\omega_1)+b_N^r(\omega_1)\}}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})\{a_N(\omega_1)+a_N^r(\omega_1)\}} =$$

$$= -\frac{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})}\tan\bar{\Phi}(\omega_1) \qquad (4\text{-}44)$$

yazılabilir.

(4-41), (4-42) ve (4-44) eşitliklerinden görüleceği gibi stokastik kısım, gerek genlik değerlerinin ve gerekse faz değerlerinin içinde yer almaktadır. Bu stokastik kısmın azaltılması yönünde dengeleme, FSEY'ne göre hiçbir yeni yaklaşım getirmemekte, ancak modelde bir zorlama yaparak $\bar{A}_N(\omega_1)$ içindeki $A_N(\omega_1)$ in a_1 ve $\bar{\Phi}_N(\omega_1)$ içindeki $\Phi_N(\omega_1)$ in ϕ_1 olmasını sağlamaktadır.

Buraya kadar ele alınan modellerde genlik katsayısı ile faz kayması söz konusu edilmemiştir. Eğer bunlar fonksiyonel modele yani,

$$g(t) = a_1\delta\cos(\omega_1 t + \phi_1 + \Delta\psi)$$

şeklinde alınırsa FSEY'nde,

$$\delta_F = \frac{A^g(\omega_1)}{A^f(\omega_1)} \quad , \quad \Delta\psi_F = \Phi^g(\omega_1) - \Phi^f(\omega_1) \qquad (4\text{-}45)$$

şeklinde tanımlanır. Daha önce de değinildiği gibi genlik çarpanı (genlik katsayısı) δ ile, faz kayması (faz farkı) $\Delta\psi$ ile gösterilir.
Dengeleme yönteminde ise fonksiyonel model değiştiği için bilinmeyenler de değişir:

$$\text{Fonksiyonel model: } g(t)+v(t) = x\{a_1\cos(\omega_1 t+\phi_1)\} - y\{a_1\sin(\omega_1 t+\phi_1)\}$$
$$\text{Bilinmeyenler} \quad : x=\delta\cos\Delta\psi \quad , \quad y=\delta\sin\Delta\psi \quad . \qquad (4\text{-}46)$$

Fakat FSEY ile kolay ilişki kurulması için bilinmeyenler biraz değiştirilir:

$$\text{Fonksiyonel model: } g(t)+v(t) = x\cos\omega_1 t - y\sin\omega_1 t$$
$$\text{Bilinmeyenler} \quad : x = \delta a_1\cos(\phi_1+\Delta\psi) \quad , \quad y = \delta a_1\sin(\phi_1+\Delta\psi) \qquad (4\text{-}47)$$

Doğal olarak δ ve $\Delta\psi$ bulunmak istendiğine göre a_1, ϕ_1 ve ω_1 değerleri veriliyor demektir. (4-47) eşitliklerinden δ ve $\Delta\psi$

$$\delta^2 = \frac{x^2+y^2}{a_1^2} \quad \text{ve} \quad \tan(\phi_1+\Delta\psi) = \frac{y}{x} \qquad (4\text{-}48)$$

bulunabilir.

Normal denklemler kurulup çözülürse,

$$\delta^2 = \frac{1}{a_1^2}\left\{\frac{a_N^{g\,2}(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} + \frac{b_N^{g\,2}(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2}\right\} \qquad (4\text{-}49)$$

ve

$$\tan(\phi_1+\Delta\psi) = \frac{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})}\,\frac{b^g(\omega_1)}{a^g(\omega_1)} \qquad (4\text{-}50)$$

elde edilir.

Fourier katsayıları (a_n, b_n) ile Fourier genlik ve faz spektrumları arasındaki aşağıdaki ilişkilere

$$\begin{aligned} a_n &= A(n\omega_o)\cos\Phi(n\omega_o) \\ b_n &= -A(n\omega_o)\sin\Phi(n\omega_o) \end{aligned} \qquad (4\text{-}51)$$

benzer olarak,

$$\begin{aligned} a^g(\omega_1) &= \delta_F A^f(\omega_1)\cos\left[\Phi^f(\omega_1)+\Delta\psi_F\right] \\ b^g(\omega_1) &= -\delta_F A^f(\omega_1)\sin\left[\Phi^f(\omega_1)+\Delta\psi_F\right] \end{aligned} \qquad (4\text{-}52)$$

yazılabilir. Bu eşitlikler, (4-49) ve (4-50) de gözönüne alınırsa,

$$\delta^2 = \frac{\delta_F^2}{a_1^2}\{A^f(\omega_1)\}^2\left\{\frac{\cos^2\left[\Phi^f(\omega_1)+\Delta\psi_F\right]}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} + \frac{\sin^2\left[\Phi^f(\omega_1)+\Delta\psi_F\right]}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2}\right\} \qquad (4\text{-}53)$$

ve

$$\begin{aligned} \tan(\phi_1+\Delta\psi) &= -\frac{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})}\tan\Phi^g(\omega_1) = \\ &= -\frac{1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}{1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}\tan\left[\Phi^f(\omega_1)+\Delta\psi_F\right] \end{aligned} \qquad (4\text{-}54)$$

elde edilir. Böylece her iki yöntemle elde edilen genlik katsayıları ve faz farkları arasındaki ilişki kurulmuş olur. Hemen görüleceği gibi

$$\lim_{N\to\infty}\ \delta_F \Rightarrow \delta \quad , \quad \lim_{N\to\infty}\ \Delta\psi_F \Rightarrow \Delta\psi \qquad (4\text{-}55)$$

olacaktır.

Model hataları olarak açıklanabilecek olan δ, $\Delta\psi$ ile FSEY'nden bulunacak olan δ_F, $\Delta\psi_F$ arasındaki farklar şöyle açıklanabilir: (4-49) eşitliği (4-27) eşitliğine bölünür ve kısaltılırsa,

$$\delta^2 = \frac{a_1^2\delta^2}{a_1^2} = \frac{\dfrac{a^{g\,2}(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} + \dfrac{b^{g\,2}(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2}}{\dfrac{a^{f\,2}(\omega_1)}{(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2} + \dfrac{b^{f\,2}(\omega_1)}{(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2}} =$$

$$= \frac{[a^{g\,2}(\omega_1) + b^{g\,2}(\omega_1)]\{1+(\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2\}+2\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}[b^{g\,2}(\omega_1)-a^{g\,2}(\omega_1)]}{[a^{f\,2}(\omega_1) + b^{f\,2}(\omega_1)]\{1+(\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2\}+2\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}[b^{f\,2}(\omega_1)-a^{f\,2}(\omega_1)]} \quad (4\text{-}56)$$

elde edilir. Burada (4-45) eşitlikleri ile (4-52) eşitlikleri gözönüne alınırsa,

$$\delta^2 = \frac{\delta_F^2\{1+(\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2 - 2\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}\cos 2\Phi^g(\omega_1)\}}{1+(\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2 - 2\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}\cos 2\Phi^f(\omega_1)} \quad (4\text{-}57)$$

ve yaklaşık olarak

$$\delta \approx \delta_F\{1-2(\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})^2\cos 2\Phi^g(\omega_1)\cos 2\Phi^f(\omega_1)\} \quad (4\text{-}58)$$

bulunur. (4-57) den kolayca görüleceği gibi eşitliğin en sağında pay ve paydadaki parantezler birbirine eşit olmadığı için δ ile δ_F eşit olmayacaktır. Bu durum özellikle dikdörtgen ağırlık fonksiyonu kullanılınca Çizelge 4.1 den görüleceği gibi küçük de olsa bir fark oluşturmaktadır. Hanning yahut Blackman ağırlık fonksiyonları kullanıldığında bu fark sıfır diyebileceğimiz çok küçük bir miktara düşmektedir. Bu durum Çizelge 4.1 de çok açık bir şekilde görülmektedir. Özetle, dikdörtgen ağırlık fonksiyonu dışında bir ağırlık fonksiyonu kullanılırsa model hatası ($\delta-\delta_F$) yok denilebilecek kadar küçülür.

Faz farkları için (4-57) ye benzer olarak (4-54) eşitliğinden

$$\Delta\psi = \arctan\left[-\frac{1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}{1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}\tan\{\Phi^f(\omega_1)+\Delta\psi_F(\omega_1)\}\right] - \phi_1$$

yazılabilir. Bu eşitlik ayrıca ϕ_1 yerine (4-29) eşitliği konursa,

$$\Delta\psi = \arctan\left[-\frac{1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}{1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}\tan\{\Phi^f(\omega_1)+\Delta\psi_F(\omega_1)\}\right] -$$

$$-\arctan\left[-\frac{1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}{1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}\tan\Phi^f(\omega_1)\right]$$

veya

$$\Delta\psi = \arctan \frac{-\dfrac{1+\dfrac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}{1-\dfrac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}} \left\{ \tan\left[\Phi^f(\omega_1) + \Delta\psi_F(\omega_1)\right] - \tan\Phi^f(\omega_1) \right\}}{1 + \left(\dfrac{1+\dfrac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}{1-\dfrac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}}\right)^2 \left\{ \tan\left[\Phi^f(\omega_1) + \Delta\psi_F(\omega_1)\right] \tan\Phi^f(\omega_1) \right\}} \qquad (4\text{-}59)$$

elde edilir. Buradan $(\sin\omega_1 N)/(N\sin\omega_1)$ değerinin çok küçük olduğu düşünülüp yaklaşık olarak,

$$\Delta\psi \cong \arctan - \frac{\tan\Delta\psi_F \left(1+2\dfrac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}\right)}{1+4\dfrac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1} \dfrac{\tan\{\Phi^f(\omega_1)+\Delta\psi_F(\omega_1)\}\tan\Phi^f(\omega_1)}{1+\tan\{\Phi^f(\omega_1)+\Delta\psi_F(\omega_1)\}\tan\Phi^f(\omega_1)}} \approx$$

$$\approx \arctan - \tan\Delta\psi_F \left(1 - 2\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1}\right) \qquad (4\text{-}60)$$

yazılabilir.

(4-58) eşitliğinden görüleceği gibi FSEY ile elde edilen $\Delta\psi_F(\omega_1)$ değeri $\Delta\psi$ değerinden ağırlık fonksiyonuna ve zaman aralığına bağlı olarak küçük bir miktar sapar (Çizelge 4.1). Bu küçük sapmalar Hanning, Blackman, Kaiser vb. ağırlık fonksiyonları kullanılırsa pratik olarak çok küçüktür ve sıfır olarak kabul edilebilir. Halbuki dikdörtgen ağırlık fonksiyonu kullanılırsa bu farklar oldukça büyür (Çizelge 4.1).

Buradan bu çalışmada dikdörtgen ağırlık fonksiyonunun neden kullanılmadığı böylece anlaşılmış olmaktadır. Dikdörtgen ağırlık fonksiyonu dışındaki diğer ağırlık fonksiyonları kullanıldığında, eğer zaman aralığı yeterince uzun (yaklaşık 90 gün ve daha büyük) seçilirse, bu açıdan model hatası $(\Delta\psi - \Delta\psi_F)$ yok sayılabilir.

C. İki Titreşimli Deterministik Model:

Bu bölümde buraya kadar hep basit bir periyodik fonksiyon alınmıştır. Şimdi bir adım daha ileri gidilerek f(t) için deterministik model olarak

$$f(t) = a_1\cos(\omega_1 t + \phi_1) + a_2\cos(\omega_2 t + \phi_2) \qquad (4\text{-}61)$$

alınacaktır. Burada $\omega_2 - \omega_1 \geq b$ ve $\omega_2 > \omega_1$ varsayılmıştır.

FSEY ile $A(\omega_1)$, $A(\omega_2)$; $\Phi(\omega_1)$ ve $\Phi(\omega_2)$ daha doğrusu $a(\omega_1)$, $b(\omega_1)$ ve $a(\omega_2)$, $b(\omega_2)$ ler hesaplanır.

Dengeleme ile hesaplamaya gelince, burada her şeyden önce artık fonksiyonel model değişecektir:

$$f(t) + v(t) = x_1\cos\omega_1 t - y_1\sin\omega_1 t + x_2\cos\omega_1 t - y_2\sin\omega_2 t \quad . \qquad (4\text{-}62)$$

Bilinmeyenler : $x_1 = a_1 \cos\phi_1$, $x_2 = a_2 \cos\phi_2$

$y_1 = a_1 \sin\phi_1$, $y_2 = a_2 \sin\phi_2$

Ağırlık : $p(t) = w(t) = \begin{cases} w_D(t) & , \ |t| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & , \ |t| > \frac{N-1}{2} \end{cases}$

Bundan öncekilerde olduğu gibi normal denklemler kurulur ve çözülürse,

$$x_1 = \frac{\frac{N^2}{4}(1+\frac{\sin\omega_2 N}{N\sin\omega_2})}{P_1} a(\omega_1) - \frac{\frac{N^2}{4}\{\frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_1+\omega_2)}{N\sin(\frac{\omega_1+\omega_2}{2})} + \frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_2-\omega_1)}{N\sin(\frac{\omega_2-\omega_1}{2})}\}}{P_1} a(\omega_2)$$

$$y_1 = \frac{\frac{N^2}{4}(1-\frac{\sin\omega_2 N}{N\sin\omega_2})}{P_2} b(\omega_1) - \frac{\frac{N^2}{4}\{\frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_2-\omega_1)}{N\sin(\frac{\omega_2-\omega_1}{2})} - \frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_1+\omega_2)}{N\sin(\frac{\omega_1+\omega_2}{2})}\}}{P_2} b(\omega_2)$$

$$x_2 = \frac{\frac{N^2}{4}(1+\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})}{P_1} a(\omega_2) - \frac{\frac{N^2}{4}\{\frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_1+\omega_2)}{N\sin(\frac{\omega_1+\omega_2}{2})} + \frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_2-\omega_1)}{N\sin(\frac{\omega_2-\omega_1}{2})}\}}{P_1} a(\omega_1) \qquad (4\text{-}63)$$

$$y_2 = \frac{\frac{N^2}{4}(1-\frac{\sin\omega_1 N}{N\sin\omega_1})}{P_2} b(\omega_2) - \frac{\frac{N^2}{4}\{\frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_2-\omega_1)}{N\sin(\frac{\omega_2-\omega_1}{2})} - \frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_1+\omega_2)}{N\sin(\frac{\omega_1+\omega_2}{2})}\}}{P_2} b(\omega_1)$$

bulunur. Burada P_1, P_2 şöyle hesaplanır:

$$P_1 = \frac{N^2}{4}\left[(1+\frac{\sin N\omega_1}{N\sin\omega_1})(1+\frac{\sin N\omega_2}{N\sin\omega_2}) - \{\frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_2+\omega_1)}{N\sin(\frac{\omega_2+\omega_1}{2})} + \frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_2-\omega_1)}{N\sin(\frac{\omega_2-\omega_1}{2})}\}^2\right]$$

$$P_2 = \frac{N^2}{4}\left[(1-\frac{\sin N\omega_1}{N\sin\omega_1})(1-\frac{\sin N\omega_2}{N\sin\omega_2}) - \{\frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_2-\omega_1)}{N\sin(\frac{\omega_2-\omega_1}{2})} - \frac{\sin\frac{N}{2}(\omega_1+\omega_2)}{N\sin(\frac{\omega_1+\omega_2}{2})}\}^2\right] \qquad (4\text{-}64)$$

Her iki yöntemi daha iyi karşılaştırabilmek için teorik gel-git titreşimlerinden büyük genlikli altı titreşim alınarak bir test modeli oluşturulmuştur (Çizelge 4.2)

Çizelge 4.2 Altı titreşimli test modeli

Nr	Titreşim	Genlik	Faz	Frekans
1	Q1	5.8345788667	140.8202896810	13.3986608597
2	O1	30.4831269043	292.6834588815	13.9430355725
3	K1	42.8729125515	121.9009586470	15.0410686394
4	N2	5.7844511662	82.7212483280	28.4397294991
5	M2	30.2219268207	234.5844175284	28.9841042119
6	S2	14.0610755390	194.1666000000	30.0000000000

İlk önce bu altı ana titreşimden ikisi (K1 ve M2) ile ayrı bir test modeli oluşturulmuştur. Buradan dengeleme ile FSEY'den bulunan sonuçlar Çizelge 4.3 te sergilenmiştir.

Çizelge 4.3 İki titreşimle test modelinde dengeleme ile FSEY'nin karşılaştırılması

Titreşim	Verilen		Dengeleme		Fourier Sp. Enterpolasyon		Ağırlık Fonk.
	δ	$\Delta\psi$	δ	$\Delta\psi$	δ	$\Delta\psi$	
K1	1.1	-2.0	1.10000	-2.00000	1.10000001	-2.000000	Blackman
M2	1.2	+1.0	1.20000	1.00000	1.19999997	0.999999	

Daha sonra Çizelge 4.2 deki test modelinden Blackman ağırlık fonksiyonu ile dengeleme ve FSEY'nden elde edilen sonuçlar Çizelge 4.4 te verilmiştir.

Çizelge 4.4 Altı titreşimli test modelinde dengeleme ile FSEY'nin karşılaştırılması

Titreşim	Verilen		Dengeleme		Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon			
	δ	$\Delta\psi$	δ	$\Delta\psi$	δ_F	$\delta - \delta_F$	$\Delta\psi_F$	$\Delta\psi - \Delta\psi_F$
Q1	1.1	1.0	1.10	1.00	1.10022918	-0.00022918	0.997200	0.002800
O1	1.1	-1.0	1.10	-1.00	1.10001445	-0.00001445	-1.000102	0.000102
K1	1.1	-2.0	1.10	-2.00	1.10000270	-0.00000270	-1.999898	-0.000102
N2	1.2	-1.0	1.20	-1.00	1.19973691	0.00026309	-0.998481	-0.001519
M2	1.2	1.0	1.20	1.00	1.19998170	0.00001830	0.999936	0.000064
S2	1.2	-2.0	1.20	-2.00	1.19995994	0.00004006	-1.999956	-0.000044

Çizelge 4.4 ten görüldüğü gibi En Küçük Kareler Yöntemi ile FSEY'den bulunan genlik çarpanları arasındaki farklar °/oo 0.3 ten ve faz kaymaları arasındaki farklar 0°.003 ten daha küçük kalmaktadır. Bu farklar (4-57) ile (4-59) eşitlikleriyle açıklanabilir. Bunlar görüldüğü gibi son derece küçüktür, pratik olarak sıfır sayılabilir. Buradan şu sonuç çıkarılabilir: Zaman aralığı yeterince uzun (3 ay ve daha fazla) seçilir ve dikdörtgen ağırlık fonksiyonundan başka bir ağırlık fonksiyonu alınırsa FSEY bir analiz yöntemi olarak kullanılabilir.

D. Deterministik Model (Bir Frekans Bantlı):

Gel-git sinyalinin titreşimlerinin frekansları çok sayıda bant oluşturur, örneğin O1, P1-K1, M2 bantları gibi. Yani bir grup titreşimin frekansları birbirine çok yakındır. İşte bunlar bir frekans bandı oluştururlar. Yaklaşık iki frekans bandı arası 0.30 °/h kadardır. Tüm 504 gel-git titreşimlerini birbirinden bağımsız olarak ayırmak ve bunların δ ve $\Delta\psi$ değerlerini herhangi bir analiz yöntemiyle hesaplamak sınırlı zaman aralıkları için olası değildir. Bu nedenle genel olarak her bir frekans bandı sanki bir titreşimmiş gibi dengelemeye sokulur (CHOJNICKI 1972, SCHÜLLER 1976). Böyle bir durumda dengeleme ile Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi arasında bir ilişki kurmak zorlaşmaktadır.

Burada kolay olması nedeniyle yalnızca bir frekans bandı incelenecektir.

$$\text{Frekans bandı} : f(t) = \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad , \quad \omega_{alt} < \omega_i \leq \omega_{üst}$$

$$\bar{f}(t) = \delta \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \Delta\psi)$$

Burada ω_{alt} frekans bandının en küçük, $\omega_{üst}$ ise en büyük frekansını belirtir. Her bir frekans bandının kendine özgü ortak bir genlik katsayısı ile ortak bir faz farkına sahip olduğu varsayılır.

1° Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi

$$\delta(\omega_i) = \frac{\bar{A}(\omega_i)}{A(\omega_i)} \quad , \quad \Delta\psi(\omega_i) = \bar{\Phi}(\omega_i) - \Phi(\omega_i)$$

$$\bar{A}(\omega_i) = \sqrt{\bar{a}^2(\omega_i) + \bar{b}^2(\omega_i)} \quad , \quad A(\omega_i) = \sqrt{a^2(\omega_i) + b^2(\omega_i)} \quad , \quad \tan\bar{\Phi}(\omega_i) = -\frac{\bar{b}(\omega_i)}{\bar{a}(\omega_i)}$$

$$a(\omega_i) = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f(t) w(t) \cos\omega_i t \quad , \quad \bar{a}(\omega_i) = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t) w(t) \cos\omega_i t$$

$$b(\omega_i) = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} f(t) w(t) \sin\omega_i t \quad , \quad \bar{b}(\omega_i) = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t) w(t) \sin\omega_i t$$

$$\tan\Phi(\omega_i) = -\frac{b(\omega_i)}{a(\omega_i)}$$

$$\delta(\omega_1) = \delta(\omega_2) = \ldots\ldots\ldots = \delta(\omega_{m_1}) = \delta$$

$$\Delta\psi(\omega_1) = \Delta\psi(\omega_2) = \ldots\ldots\ldots = \Delta\psi(\omega_{m_i}) = \Delta\psi$$

2° Dengeleme

Fonksiyonel model: $\bar{f}(t) + v(t) = \delta \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \Delta\psi)$

$$= x \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i) - y \sum_{i=1}^{m_1} a_i \sin(\omega_i t + \phi_i)$$

Bilinmeyenler :

$$x = \delta \cos \Delta\psi$$
$$y = \delta \sin \Delta\psi \qquad (4\text{-}65)$$

Ağırlık :

$$w(t) = \begin{cases} w_D(t) & |t| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & |t| > \frac{N-1}{2} \end{cases}$$

Normal denklemler

$$\begin{bmatrix} \sum_{t=0}^{N-1} \{ \sum_{i=1}^{m_1} a_i^2 \cos^2(\omega_i t+\phi_i) \} w_D(t) & \sum_{t=0}^{N-1} \{ \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos(\omega_i t+\phi_i) \} w_D(t) \{ \sum_{j=1}^{m_1} a_j \sin(\omega_j t+\phi_j) \} \\ \ldots\ldots & \sum_{t=0}^{N-1} \{ \sum_{i=1}^{m_1} a_i^2 \sin^2(\omega_i t+\phi_i) \} w_D(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t)\, w_D(t) \{ \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \} \\ \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t)\, w_D(t) \{ \sum_{i=1}^{m_1} a_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \} \end{bmatrix} \qquad (4\text{-}66)$$

Bazı kısaltmalar yapılarak

$$\sum_{t=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{m_1} a_i^2 \sin^2(\omega_i t+\phi_i) w_D(t) = \sum_{i=1}^{m_1} \frac{a_i^2}{2} N \left(1 - \cos 2\phi_i \frac{\sin \omega_i N}{N \sin \omega_i}\right)$$

$$\sum_{t=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{m_1} a_i^2 \cos^2(\omega_i t+\phi_i) w_D(t) = \sum_{i=1}^{m_1} \frac{a_i^2}{2} N \left(1 + \cos 2\phi_i \frac{\sin \omega_i N}{N \sin \omega_i}\right)$$

$$-\sum_{t=0}^{N-1} w_D(t) \{ \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos(\omega_i t+\phi_i) \} \{ \sum_{j=1}^{m_1} a_j \sin(\omega_j t+\phi_j) \} =$$

$$= -\sum_{t=0}^{N-1} w_D(t) \sum_{i=1}^{m_1} a_i^2 \cos(\omega_i t+\phi_i) \sin(\omega_i t+\phi_i) -$$

$$- \sum_{t=0}^{N-1} w_D(t) \sum_{\substack{i=1 \\ (i\neq j)}}^{m_1} \sum_{j=1}^{m_1} a_i a_j \cos(\omega_i t+\phi_i) \sin(\omega_j t+\phi_j) =$$

$$= -\sum_{i=1}^{m_1} \frac{a_i^2}{2} \sin 2\phi_i \frac{\sin \omega_i N}{\sin \omega_i} - \sum_{\substack{i=1 \\ (i\neq j)}}^{m_1} \sum_{j=1}^{m_1} \frac{a_i a_j}{2} \{\sin(\phi_i+\phi_j) \frac{\sin \frac{N}{2}(\omega_i+\omega_j)}{\sin \frac{\omega_i+\omega_j}{2}} -$$

$$- \sin(\phi_j-\phi_i) \frac{\sin \frac{N}{2}(\omega_j-\omega_i)}{\sin(\frac{\omega_j-\omega_i}{2})} \}$$

$$\sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t) w_D(t) \{\sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos(\omega_i t+\phi_i)\} = \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos\phi_i \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t) w_D(t) \cos\omega_i t -$$

$$-\sum_{i=1}^{m_1} a_i \sin\phi_i \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t) w_D(t) \sin\omega_i t =$$

$$= \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos\phi_i \frac{N}{2} a(\omega_i) - \sum_{i=1}^{m_1} a_i \sin\phi_i \frac{N}{2} b(\omega_i) \qquad (4\text{-}67)$$

$$\sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t) w_D(t) \{\sum_{i=1}^{m_1} a_i \sin(\omega_i t+\phi_i)\} = \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos\phi_i \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t) w_D(t) \sin\omega_i t +$$

$$+ \sum_{i=1}^{m_1} a_i \sin\phi_i \sum_{t=0}^{N-1} \bar{f}(t) w_D(t) \cos\omega_i t =$$

$$= \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos\phi_i \frac{N}{2} b(\omega_i) + \sum_{i=1}^{m_1} a_i \sin\phi_i \frac{N}{2} a(\omega_i) \qquad (4\text{-}68)$$

normal denklemler açıklanabilir. Normal denklemler çözülerek iki yöntem arasındaki ilişki çıkarılabilir. Ara terimler aslında çok küçük sayılardır. (4-67) ile (4-68) eşitliklerinden görüldüğü gibi bir frekans bandını tek bir titreşim gibi düşünüp dengeleme yapılsa bile yine de sabit terimlerde Fourier katsayılarında enterpolasyon kullanılmaktadır.

5 GEL-GİT KAYITLARININ FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ İLE ANALİZİNDE TEORİK ESASLAR

5.1 GEL-GİT KAYITLARI (= SİNYALİ)

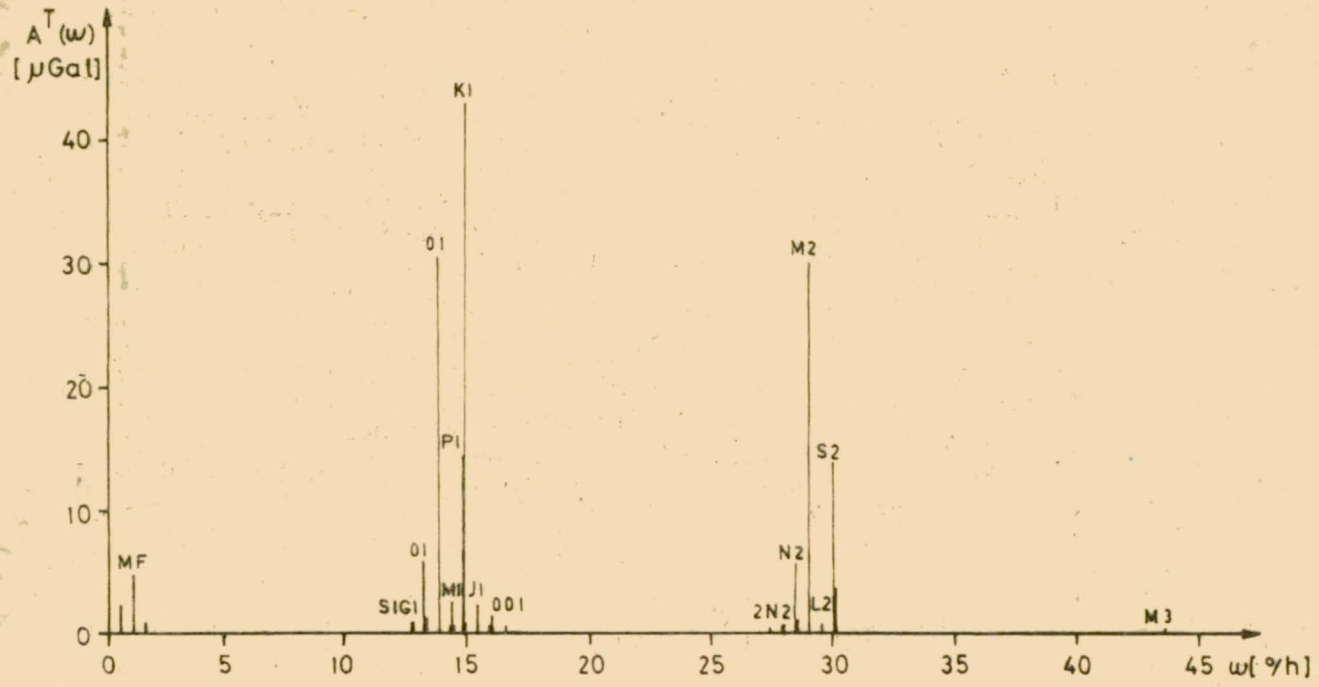
Ay ve Güneş'in fiziksel yeryüzüne uyguladığı kütle çekim kuvvetleri yerin gravite alanını zamana bağlı olarak değiştirir. Dolayısıyla çekim olayı yeryüzündeki bir noktada $\vec{g}$ gravite vektörünün gerek doğrultu ve gerekse büyüklük bakımından değişmesine neden olur. Bu olay ile bu olayın yarattığı yeryuvarındaki biçim değişimleri "gel-git olayı„ olarak adlandırılır.

$\vec{g}$ gravite vektörünün gel-git olayından kaynaklanan doğrultu ve büyüklüğünün zamana bağlı olarak değişimlerine "gel-git ivmesi„ denir. Gel-git ivmesinden gel-git potansiyeline geçilir. Bu gel-git potansiyeli bilindiği gibi DOODSON'a göre çok sayıda titreşimlerin toplamı şeklinde gösterilmektedir. Gel-git potansiyelinin hesabı en son, geliştirilmiş olarak CARTWRIGHT – TAYLER – EDDEN adlı araştırıcılar tarafından verilmiş ve CHOJNICKI'nin de buna katkısı olmuştur. Buna göre yeryüzünün herhangi bir noktasındaki gel-git potansiyeli hesaplanabilmektedir. Gel-git titreşimlerinin frekansları yeryüzünün her noktası için aynı kalmasına karşın, genlik ve fazlar yer ve zamana bağlı olarak değişirler. Gel-git ivmesinin bileşenleri gel-git potansiyelinden düşey (çekül) ve yatay (doğu-batı, kuzey-güney) doğrultularda kısmi türevler alınarak elde edilir. Gel-git titreşimlerin sayısı, düşey ve kuzey-güney doğrultuları için 504, uzun periyotlu titreşimlerin bulunmaması nedeniyle doğu-batı doğrultusu için 377 dir.

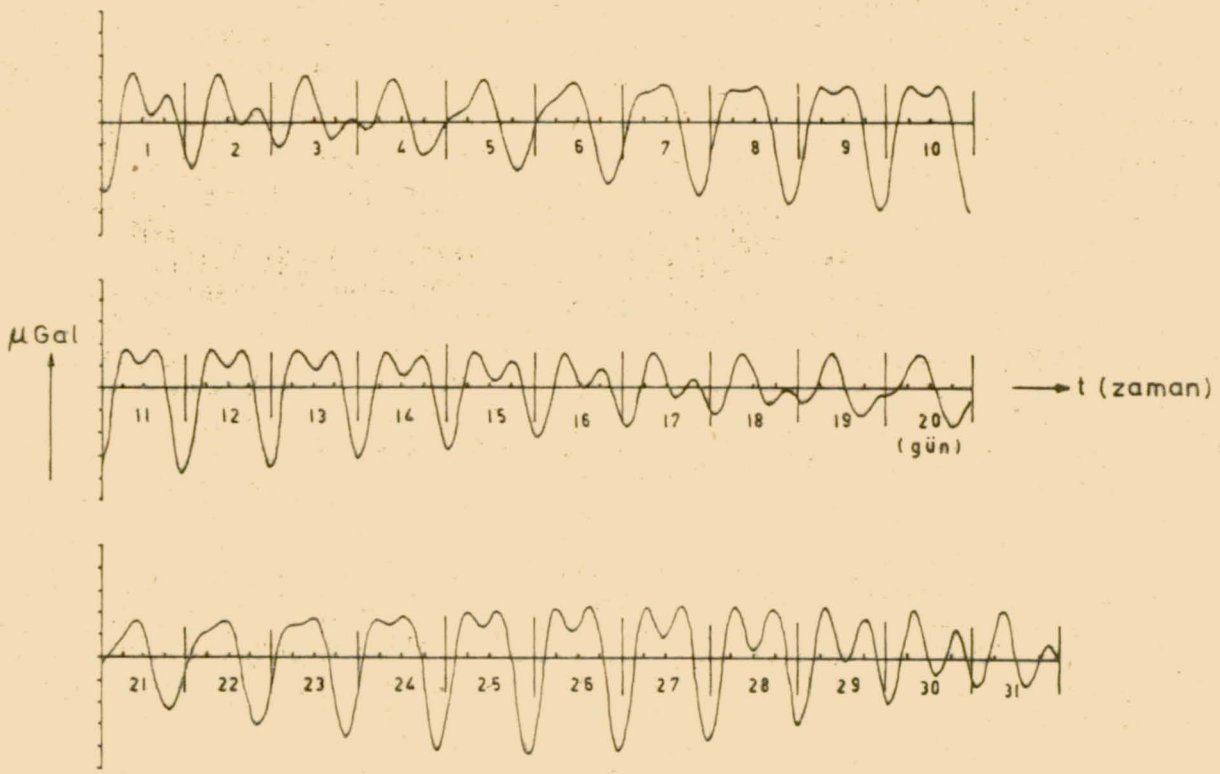
Yıllarca astronomik gözlemler sonunda elde edilen frekanslar (açısal hızlar) hatasız büyüklükler yani sabitler olarak düşünülür. Genel olarak tüm gel-git titreşimleri dört ana grupta toplanır:

	frekans	titreşim sayısı
Uzun periyotlu titreşimler	$0 \leq \omega \leq 3.2$ °/h	127
Günlük titreşimler	$11.7 \leq \omega \leq 17.7$ °/h	205
Yarım günlük titreşimler	$26.3 \leq \omega \leq 31.7$ °/h	155
Üçtebir günlük titreşimler	$41.9 \leq \omega \leq 44.6$ °/h	+ 17
		504

Ayrıca bu ana gruplar frekans alanında kendi içlerinde yaklaşık 0.3 - 0.4 °/h lük aralıklarla yeni gruplara ayrılırlar. Bu yeni grupların içindeki titreşimlerin frekansları birbirine çok yakın durur ve bunlar frekans bantlarını oluştururlar. Bu frekans bantları, içlerindeki genliği en büyük olan titreşimin adını alır, örneğin Q1, O1, K1, M2 gibi.



Şekil 5-1 Bonn gravimetre istasyonunda teorik gelgitlerin düşey bileşeninin genlik spektrumu



Şekil 5-2 Bonn gravimetre istasyonunda teorik gelgitlerin düşey bileşeninin zamana göre değişimi

Bu frekans bantlarının ana titreşimleri Şekil 5.1 de ve teorik gel-git sinyalinin zaman içindeki akışı Şekil 5.2 de Bonn istasyonuna göre verilmiştir (SCHÜLLER 1976:25). Pratikte gel-git ivmesinin düşey bileşeni bir istasyonda sabit duran gravimetre ile, yatay bileşeni ise yatay ve düşey sarkaç ile ölçülür. Bu çalışmada yalnızca düşey bileşen ölçüleri (gravimetre kayıtları) kullanılacaktır. Fakat burada geliştirilen yöntem yatay bileşene de uygulanabilir.

Her saat başı alınan gel-git kayıtları yalnızca gel-git kuvvetlerine karşı olan tepkileri içermez, bu sinyale eklenmiş olarak bir sürü bozucu etkiler de birlikte ölçülür, örneğin: Aletin sıfır noktası yürümesinin yarattığı etkiler, deniz gel-git'lerinin etkileri, yerin temel su seviyesinin değişimlerinin, istasyona yakın tabakaların jeolojik etkileri, tektonik etkiler, yerkabuğu hareketleri vb.

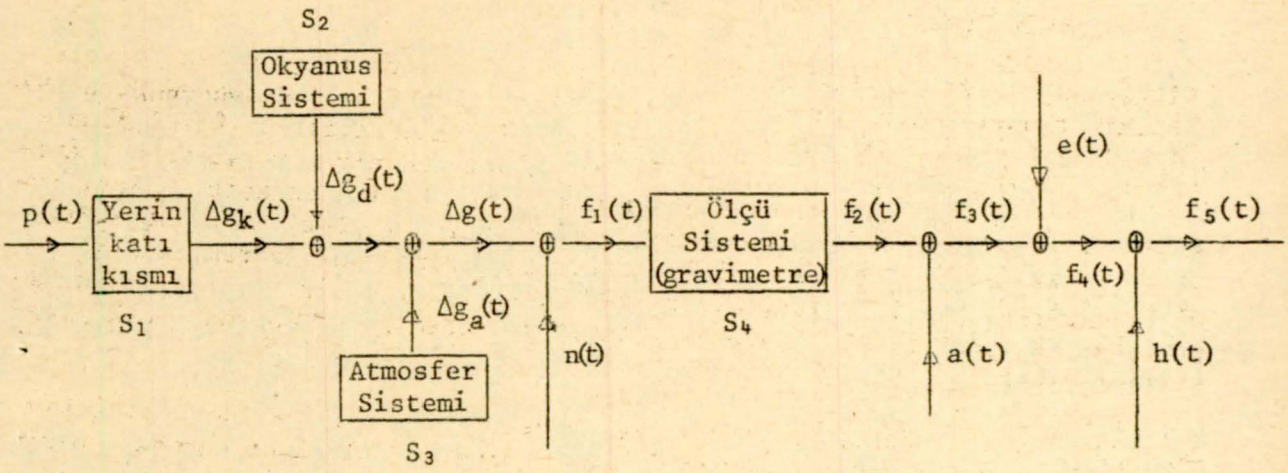
5.2 GEL-GİT SİNYALİNİN SİSTEM TEORİSİ YÖNÜNDEN AÇIKLANMASI

Gel-git sinyali de diğer sinyaller gibi bir ölçü sonucu elde edilir. Bu sinyal ölçme yahut kayıt aşamasına gelinceye kadar çeşitli fiziksel ve aletsel kuvvetlerin etkisinde kalır.

Her cisim ya da sistem yapısına bağlı olarak kendisine yöneltilen kuvvete karşı farklı biçimde davranır. Yerin katı kısmının gel-git kuvvetlerine karşı olan tepkisine yerin katı kısmının gel-git'i denir. Bu olay $\vec{g}$ gravite vektörünün gerek büyüklük ve gerekse doğrultusunun değişimi biçiminde görünür. Ayrıca okyanuslar da yerin katı kısmından farklı olarak bu kuvvete karşı tepki gösterir. Bu tepki denizin kabarması ve alçalması olarak gözle görülecek biçimde belirgin olmaktadır. Buna deniz gel-git'i denir. Ayrıca deniz gel-git'leri nedeniyle denizler, kıyılarda karalara ek bir kuvvet uygular. Buna dolaylı etki denir. Ayrıca atmosfer de Ay ve Güneş'in çekim kuvvetlerine karşı bir tepki gösterir: Atmosfer gel-git'i. Fakat atmosfer gel-git'i ölçülemeyecek kadar küçük kalır.

Gel-git kuvvetlerine karşı tepkilerin toplamı olan doğal gel-git ivmesinin düşey bileşeni bir gravimetre ile ölçülür. Bu ölçme sırasında aletin yer aldığı istasyonun çevresinin ve aletin kendisinden gelen fiziksel etkiler ölçü sinyaline eklenir, bir başka deyişle sinyali bozarlar. Sonra uzunluk birimi cinsinden ölçülen sinyal, gravite birimine dönüştürülmesi sırasında bir ayarlama işleminden geçirilir. Bu işlem sinyalin az ölçüde bozulmasına neden olabilir. Ayrıca sinyalin sayısallaştırılması sırasında da hata yapılabilir.

Böylece ana çizgileri ile gel-git sinyalinin kaynaktan analiz aşamasına gelinceye kadar etkisinde kaldığı olaylar bir bir sıralanmıştır. Bu olaylar (DEMIREL 1978:12) deki sistem teorisi ile yapılan açıklamaya benzer olarak şöyle verilebilir (Şekil 5.3):



Şekil 5.3 Gel-git sinyalinin oluşumu.

$p(t)$: Gel-git ivmesi

$\Delta g_k(t)$: Yerin katı kısmının gel-git ivmesine karşı tepkisi

$\Delta g_d(t)$: Denizlerin gel-git ivmesine karşı tepkisi

$\Delta g_a(t)$: Atmosferin gel-git ivmesine karşı tepkisi

$\Delta g(t) = \Delta g_k(t) + \Delta g_d(t) + \Delta g_a(t)$: $\vec{g}$ gravite vektörünün belirli bir doğrultudaki değişimi.

$n(t)$: Yerel fiziksel bozucu etkiler

$f_1(t)$: $\Delta g(t) + n(t)$

$f_2(t)$: Ölçü sisteminin $f_1(t)$ kuvvetine karşı tepkisi

$a(t)$: Ölçü aletinden kaynaklanan bozucu etkiler

$f_3(t)$: Gözlenen sinyal = kayıtlar

$e(t)$: Ayarlamadan kaynaklanan bozucu etkiler, $f_4(t)$: Ayarlanmış sinyal

$h(t)$: Sayısallaştırmadan kaynaklanan bozucu etkiler

$f_5(t)$: Analize hazır sayısal sinyal değerleri

5.3 GEL-GİT KAYITLARINDAKİ BOZUCU ETKİLER

1. Aletin Sıfır Noktasının Yürümesi

Gerek gravimetre ve gerekse sarkaç gibi gel-git aletlerinde ilginç bir olay gözlenir. Bu aletlerin sıfır noktaları zamanla yavaş yavaş değişir, yürür (SCHÜLLER 1976:24, SCHUSTER 1970:6, CHOJNICKI 1974:4, DEMİREL 1978:43). Buna neden olarak aletin iç ısısının ve hava basıncının değişimi yahut alette kullanılan malzemenin özelliği gösterilmektedir. Aletin sıfır noktasının değişimi genellikle uzun periyotlu bir karakter göstermektedir. Periyodik olmayan bir fonksiyon gibi düşünülebilir.

2. Dolaylı Etki

Gel-git kayıtları özellikle denize yakın bulunan duraklarda deniz gel-git olayının şiddetli bir biçimde etkisinde kalır (SCHUSTER 1970:5, ROCHOLL 1974 :5). Gel-git olayı nedeniyle denizdeki su kütleleri, kıyılarda karalar üzerine bir basınç kuvveti uygular ve bu kuvvet nedeniyle yeryüzünün gravite potansiyeli değişir. Bundan dolayı yeryüzünün biçimi değişir. Dolayısıyla deniz kıyılarına yakın istasyonlardaki gel-git aletleri de bu etkiye maruz kalır. Deniz gel-git'lerinin deniz kıyılarına yakın duraklarda $\vec{g}$ gravite vektörüne uyguladıkları ek etkiye dolaylı etki denir. Kıyıya yakın duraklarda bu dolaylı etki, karasal gel-git kuvvetlerinin (doğrudan etki) yarattığı etkiye eklenir.

Dolaylı etkiyi, denizlerdeki su kütlelerine uygulanan Ay ve Güneş'in çekim kuvvetleri yarattığından dolayısıyla kara gel-git'i ile aynı kaynaklı olmasından dolayı bu etki de gel-git potansiyelinde olduğu gibi titreşimlerin toplamı olarak gösterilebilir.

3. Fiziksel Bozucu Etkiler

Bu sayılan bozucu etkiler dışında gel-git sinyalini rahatsız eden çok sayıda fiziksel olay vardır. Bunlardan özellikle hava basıncı ve ısısının zamana göre değişimi ve bunların yerkabuğunda neden oldukları az ya da çok periyodik değişimler sayılabilir. Bu değişimler yeryüzüne yakın istasyonlarda gel-git kayıtlarını olumsuz yönde etkiler. Ayrıca yerkabuğundaki yerel eğim değişiklikleri, yerin temel suyunun mevsime göre değişmesi vb. çeşitli etkiler sayılabilir.

Gravimetre aletlerinin gerek içinde bulundukları mekanın ısısının ve gerekse aletin iç ısısının stabil tutulması büyük önem taşır (BONATZ-SCHÜLLER 1977: 2-3). Örneğin bir Askania gravimetresinde bir okumada ±1 μ Gal'lik bir doğruluğa erişmek için aletin iç ısısının $\pm 3\ 10^{-4}$ °C lık bir doğrulukla stabil tutulması gerekir (WENZEL 1976:159).

4. Stokastik Bozucu Etkiler

Fiziksel büyüklüklerin ölçülmesinde olduğu gibi gel-git kayıtları da çok çeşitli nedenlerden kaynaklanan rastgele etkilerle yüklüdür. Aletin yapısından ve çeşitli dış etkilerden kaynaklanan, örneğin mikro sismik gibi, bu rastgele etkiler kısa periyotludur ve belli bir düzenliliği olmayan etkilerdir. Hepsi stokastik sinyal adı altında toplanabilir.

5. Ayar Fonksiyonunun Değişimlerinin Yarattığı Etki

Gravimetre ile alınan kayıtlar uzunluk birimindendir. Bunların gravite birimine dönüştürülmesi gerekir. Bu nedenle her gravimetre aleti için bir ayar çarpanı yahut bir ayar fonksiyonunun belirlenmesi gerekir. Günümüzde iyi ayarlanmış gel-git kayıtları için yaklaşık ±1-2 μ Gal'lik bir doğruluk verilebilir (ROCHOLL 1976:317).

Birincil frekans bantlarının genlik çarpanlarının °/oo 1 doğrulukla elde edilebilmesi için gel-git kayıtlarının °/oo 1 doğrulukla mutlak olarak ayar

edilmesi gerekir (WENZEL 1976:148). Günümüzde böyle bir doğruluğa henüz erişilememiştir. Ayar yöntemleri ile ilgili olarak (MELCHIOR 1966, WENZEL 1976) de geniş bilgi verilmektedir.

Ayar fonksiyonunun —özellikle Lacoste-Romberg gravimetresi için (BONATZ — SCHÜLLER 1977:4)— bir takım sapmalar göstereceği kabul edilmektedir (SCHÜLLER 1976:40). Bu nedenle ayar fonksiyonunun zamana bağlı bir fonksiyon gibi düşünülebileceği varsayımı ile bu etki sanki bir bozucu sinyal gibi asıl gel-git sinyalini rahatsız edebilecektir.

6. Doğrusal Olmayan Tepkiler

Şekil 5.3 ten ve buraya kadar sayılan bozucu etkilerden görüleceği gibi gözlenen gel-git sinyali kaynaktan analiz aşamasına gelinceye kadar çeşitli sistemlerden geçmekte ve çeşitli bozucu kuvvetlerin etkisi altında kalmaktadır.

Analize girilmeden önce sistem teorisi açısından var olan sistemlerin kendilerine gelen kuvvete karşı gösterdikleri tepkilerin doğrusal olduğu varsayılır. Fakat Jeofizik biliminin verilerine göre örneğin katı yerin gel—git kuvvetlerine karşı tepkisinin doğrusal olmadığı başka bir deyişle bu doğrusallığın küçük ölçekte de olsa bozulduğu gözlenmektedir; örneğin yerin sıvı çekirdek kısmının gel-git kuvvetlerine karşı rezonans etkisi, relativistik etki vb. (SCHÜLLER-WENZEL-ZÜRN 1979:5-6). Aynı şekilde ölçü aletlerinin gel-git kuvvetlerine karşı tepkilerinde de doğrusallıktan sapmalar gözlenmiştir (SCHÜLLER-WENZEL-ZÜRN 1979:5). Benzer olarak okyanusların ve atmosferin tepkilerinin doğrusallığı tartışılmaktadır.

Katı yerin, okyanusların ve atmosferin gel-git kuvvetleri karşısındaki tepkilerinin sistem teorisi açısından doğrusal olmayışları önlenemez. Ancak ölçü aletinin doğrusal olmayışı istenen bir durum değildir, çünkü bu takdirde doğal sistemlerin, Ay ve Güneş'in çekim kuvvetlerine karşı tepkilerinin toplamı olan gel-git sinyali bozulabilir.

Bu çalışmada faydalı sinyal olarak yorumlanan s(t) aslında Şekil 5.3 te sözü edilen dört sistemin gel-git kuvvetleri karşısındaki tepkilerinin doğrusal olan kısımlarını kapsamaktadır. Doğrusallıktan sapmalar genel olarak bozucu etkiler kavramı içine alınmıştır. Gel-git kayıtlarında s(t) faydalı sinyal dışında kalan, kaynağı ne olursa olsun tüm etkiler, burada bozucu sinyal kavramı içinde toplanacaktır.

5.4 GEL-GİT KAYITLARININ SİNYALLERE AYRILMASI

Gel-git sinyalleri tüm olarak stokastik kısımları nedeniyle stokastik bir süreç olarak yorumlanabilir. Genellikle gel-git sinyalleri periyodik bir zaman fonksiyonu olarak değil tersine periyodik olmayan bir zaman fonksiyonu olarak düşünülebilir. Gravimetre ile yalnızca saf gel-git sinyali değil tüm bozucu etkiler stokastik sinyal de birlikte olmak üzere ölçülmektedir. Buna göre x(t) gel-git kayıtları

$$x(t) = s(t) + r(t) \qquad (5\text{-}1)$$

şeklinde verilebilir (HEKİMOĞLU 1976:6): Burada

$x(t)$: Gözlenmiş ve ayarlanmış analize hazır sinyal,

$s(t)$: Saf gel-git olayının yarattığı etki, faydalı sinyal,

$r(t)$: Stokastik kısmı da içermek üzere faydalı sinyalin dışında kalan tüm bozucu etkiler.

Daha sonra faydalı sinyal de yeniden üçe ayrılabilir:

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) + s_3(t) \quad , \qquad (5\text{-}2)$$

burada

$s_1(t)$: Doğrudan gel-git etkisi; yeryuvarının katı kısmının gel-git'i "kara gel-git'i" (direkter Effekt);

$s_2(t)$: Dolaylı gel-git etkisi; deniz gel-git'lerinin neden olduğu dolaylı etki (indirekter Effekt);

$s_3(t)$: Atmosfer gel-git'inin etkisi; aslında gel-git ivmesine yaptığı etki gözardı edilebilir. Fakat teorik olarak hesaba katılması gerekir (KERTZ 1969:115-118).

$r(t)$, genel olarak bozucu sinyal adı verilen bu zaman fonksiyonu şöyle açıklanabilir: Eğer $s(t)$ bilinse ve $x(t)$ gel-git kayıtlarından çıkarılsaydı geriye kalan tüm deterministik-stokastik karakterdeki bozucu etkiler $r(t)$ olurdu. Genel olarak bu sinyal, yalnızca uzun periyotlu titreşimlerin bulunduğu frekans alanına değil tüm frekans alanına ($0 \leq \omega \leq \omega_s^*$), yani özellikle günlük, yarım günlük ve üçtebir günlük frekans alanına, yayılmış olarak düşünülmelidir. Deterministik ve stokastik yapıda olabilir.

$r(t)$ bozucu sinyali de, içindeki determenistik yahut koşullu deterministik kısım $r_1(t)$ ile, stokastik kısım $r_2(t)$ ile gösterilmek üzere ikiye ayrılabilir:

$$r(t) = r_1(t) + r_2(t) \qquad (5\text{-}3)$$

$r_1(t)$ bozucu sinyali, faydalı $s(t)$ sinyali ile korelasyonlu olabilir; yani $r_1(t)$ ile $s(t)$ sinyallerinin Fourier spektrumları yahut güç spektrumları frekans alanında çakışabilir, birbiri üzerine bindirebilir. Kısaca belli bir frekans aralığında her iki sinyalin de frekans bandı olabilir. Dolayısıyla $r_1(t)$ bozucu sinyali $s(t)$ sinyalini rahatsız edecektir. Bu çeşit bozucu sinyaller $s(t)$ ile aynı kaynaktan (örneğin sistemlerin doğrusal olmayışları) çıkabildiği gibi başka kaynaklardan (örneğin aletsel ve yerel fiziksel bozucu etkiler) da çıkabilir.

---

* ω_s e sınır frekansı ya da NYQUIST frekansı denir. Saat başı alınan sayısal gel-git kayıtları için $\omega_s = \pi$ olur.

$r_1(t)$ için çeşitli analitik modeller tasarlanabilir. Örneğin bölüm 5.3 te sistemlerin doğrusallıktan sapan kısımları bozucu sinyal kavramı içine sokulmuştu. Buradan hareketle $r_1(t)$ için

$$r_1(t) = \sum_{i=2}^{\nu} a_i \, s^i(t) \qquad (5\text{-}4)$$

veya faydalı sinyal bozucu bir m(t) sinyali tarafından module edilmiş olursa

$$r_1(t) = m(t) \; s(t) \qquad (5\text{-}5)$$

şeklinde modeller verilebilir. Bu durumda x(t) gel-git sinyali

$$x(t) = s(t) + \sum_{i=2}^{\nu} a_i \, s^i(t) + r_2(t)$$

veya

$$x(t) = s(t) \; \{1 + m(t)\} + r_2(t)$$

şeklinde olur.

Ayrıca $r_1(t)$ frekansları teorik gel-git modelinde yer almayan periyodik,

$$r_1(t) = \sum_{i=1}^{n_1} \bar{a}_i \cos(\bar{\omega}_i t + \bar{\phi}_i) \quad , \qquad 0 < \bar{\omega}_i < \omega_s \qquad (5\text{-}6)$$

veya genliği ve fazı zamana göre rastgele değişen

$$r_1(t) = \sum_{i=1}^{n_1} \bar{a}_i(t) \cos\left[\bar{\omega}_i t + \bar{\phi}_i(t)\right] , \quad 0 < \bar{\omega}_i < \omega_s \qquad (5\text{-}7)$$

veyahut yalnızca fazı değişen

$$r_1(t) = \sum_{i=1}^{n_1} \bar{a}_i \cos\left[\bar{\omega}_i t + \bar{\phi}_i(t)\right] , \qquad 0 < \bar{\omega}_i < \omega_s \qquad (5\text{-}8)$$

titreşimlerden oluşmuş olabilir.

Buna karşılık $r_2(t)$ rastgele bir sinyaldir. Genellikle bu sinyal gürültü (noise=Rauschen) olarak adlandırılır. Bu sinyal faydalı sinyalle doğrusal bir bağımlılık içinde bulunmayan (korelasyonlu olmayan) tüm rastgele bozucu etkileri içerir; bunların toplamıdır (SPATARU 1973:317). Bu sinyalin durağan ve ergodik olduğu varsayılır.

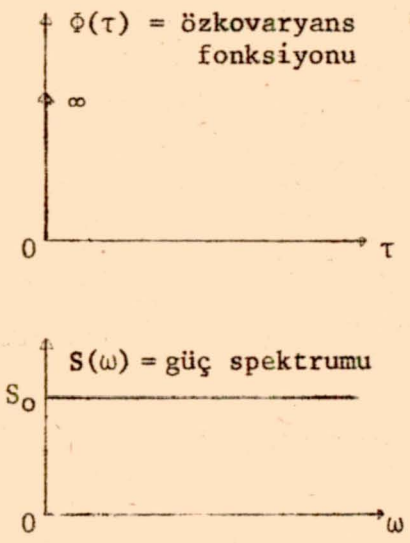
Gürültü sinyali genel olarak ikiye ayrılır:

a) Beyaz gürültü,

b) Renkli gürültü .

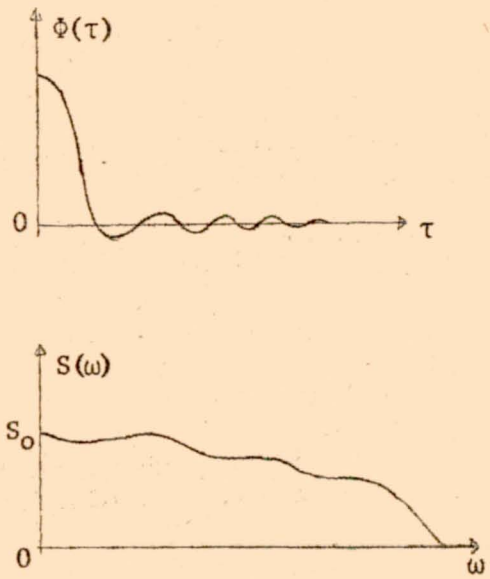
Eğer bir gürültü sinyali yaklaşık olarak sabit bir güç spektrumuna sahipse bu takdirde beyaz gürültüden söz edilir. Tersine, eğer gürültünün güç spektrumu frekansa bağlı olarak değişiyorsa böyle bir gürültüye renkli gürültü denir.

$r_2(t)$ nin beyaz gürültü olması durumunda bu sinyal yalnızca deterministik sinyallerle $[s(t) + r_1(t)]$ korelasyonlu olmayan rastgele bozucu etkileri içerir. Beyaz gürültünün özkovaryans fonksiyonu ve güç spektrumu Şekil 5.4 te gösterilmiştir (SCHLITT-DITTRICH 1972:55).



Şekil 5.4 Beyaz gürültünün öz kovaryans fonksiyonu ile güç spektrumu.

Fakat beyaz gürültü için tasarlanan bu düşünce gerçekçi değildir. Pratikte fiziksel olarak gerçekleştirilen bir gürültünün özkovaryans fonksiyonu τ nun sıfıra yakın değerleri için hemen düşmez, fakat τ nun artan değerleri için hızlı bir biçimde düşmeye başlar. Güç spektrumu ise geniş bir frekans alanına yayılır (Şekil 5.5). Böylesi bir gürültüye geniş bantlı gürültü de denir. Renkli gürültü yaklaşık olarak dar bantlı bir sinyale benzer. Geniş ve dar bantlı gürültüler matematik modellerdir. Bunların tam olarak gerçekleşmesi mümkün olmaz, çünkü fiziksel olarak gerçekleştirilebilen gürültünün güç spektrumu kesin olarak sınırlanmaz tersine yavaş bir biçimde sıfıra doğru söner (LANGE 1973:178).



Şekil 5.5 Geniş bantlı gürültünün özkovaryans fonksiyonu ile güç spektrumu.

5.5 GEL-GİT KAYITLARININ FOURIER ANALİZİ

Yer gel-git kayıtları genel olarak periyodik olmayan bir sinyaldir. Periyodik zaman fonksiyonları için geliştirilmiş olan Fourier Analizi genelleştirilerek periyodik olmayan zaman fonksiyonları için de uygulanır.

x(t) gel-git sinyali sürekli durumda

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega$$

ve bunun Fourier Dönüşümü

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t}\, d\omega$$

şeklinde verilebilir.

Pratikte gel-git sinyali çoğun analog olarak kaydedilir. Bu kayıtlardan her saat başı örnekleme sonunda sayısallaştırılmış değerler elde edilir.

x(t) gel-git sinyali için her saat başı örneklenmiş N adet sayısal değerler

$$x(t)\ ,\quad t = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ ,\ N-1$$

veya (5-9)

$$x(t) = \begin{cases} x(t) & ,\quad |t| \leq \frac{N-1}{2} \\ 0 & |t| > \frac{N-1}{2} \end{cases}$$

şeklinde verilir. Burada ağırlık fonksiyonunu sınırlı zaman aralığına $[-(N-1)/2 \leq t \leq (N-1)/2]$ yerleştirirken simetrikliği sağlaması açısından genellikle N sayısının tek olmasına dikkat edilir. Daha sonra eldeki bu zaman dizisi seçilen uygun bir ağırlık fonksiyonu ile çarpılır:

$$\bar{x}(t) = x(t)\, w(t)\ ,\qquad w(t) = \begin{cases} w(t) & ,\quad |t| \leq (N-1)/2 \\ 0 & |t| > (N-1)/2 \end{cases} \qquad (5\text{-}10)$$

Bu yer gel-git sinyali $\bar{x}(t)$ Fourier serisine açılırsa

$$\bar{x}(t) = \bar{x}_o + \sum_{i=1}^{\nu} (a_i \cos i\omega_o t + b_i \sin i\omega_o t)\ , \qquad (5\text{-}11)$$

$$\omega_o = \frac{2\pi}{N}\ ,\quad \nu\omega_o = \pi \text{ (NYQUIST frekansı)}\ ,\quad \nu = \frac{N}{2}$$

$$\left.\begin{aligned} a_i = a(i\omega_o) &= \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} x(t)\, w(t) \cos i\omega_o t \\ b_i = b(i\omega_o) &= \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} x(t)\, w(t) \sin i\omega_o t \end{aligned}\right\}\ i = 1,\ 2,\ ..,\ \frac{N}{2} \qquad (5\text{-}12)$$

$$\bar{x}_o = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} x(t)\, w(t)$$

elde edilir.

Ayrıca Fourier genlik ve faz spektrumları

$$A_i = A(i\omega_o) = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \quad \Rightarrow \quad \text{Fourier genlik spektrumu}$$

$$\Phi_i = \Phi(i\omega_o) = \arctan - \frac{b_i}{a_i} \quad \Rightarrow \quad \text{Fourier faz spektrumu} \qquad (5\text{-}13)$$

şeklinde verilir.

Bu hesaplarda yani sayısal Fourier Dönüşümü'nün hesabında asıl güçlük çok sayıda (a_i , b_i) Fourier katsayılarını belirlemede yatar. Sayısal Fourier Analizi son yıllarda elektronik hesap makinalarının yaygın olarak kullanılmasıyla birçok uygulamalı bilim dallarında özellikle komünikasyon, sismoloji ve radar teorisinde çok kullanılmaktadır. Günümüzde Jeodezi'de de özellikle gel-git kayıtlarının analizinde uygulanmaktadır. Fourier katsayılarının kolay ve hızlı bir biçimde hesaplanabilmesi için COOLEY-TUKEY (1965) tarafından Hızlı Fourier Dönüşümü adıyla bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemde hep asıl frekans ($=\omega_o$) ve bunun katları ile çalışılır.

5.51 Gel-git Kayıtlarının Deterministik Ve Stokastik Kısımlara Ayrılması

Gel-git sinyali daha önce değinildiği gibi çeşitli sinyallerin toplamı olarak

$$x(t) = s(t) + r_1(t) + r_2(t)$$

veya (5-10) a benzer olarak bir ağırlık fonksiyonu ile çarpılırsa aşağıdaki gibi

$$\bar{x}(t) = \bar{s}(t) + \bar{r}_1(t) + \bar{r}_2(t)$$

gösterilebilir.

Bu alt sinyallerin her biri ayrı ayrı Fourier serisine açılarak

$$\bar{x}(t) = \bar{x}_o + \sum_{i=1}^{\nu} (a_i^x \cos i\omega_o t + b_i^x \sin i\omega_o t) \qquad (5\text{-}14)$$

$$\bar{s}(t) = \bar{s}_o + \sum_{i=1}^{\nu} (a_i^s \cos i\omega_o t + b_i^s \sin i\omega_o t)$$

$$\bar{r}_1(t) = \bar{r}_{1o} + \sum_{i=1}^{\nu} (a_i^{r_1} \cos i\omega_o t + b_i^{r_1} \sin i\omega_o t) \qquad \} \qquad (5\text{-}15)$$

$$\bar{r}_2(t) = \bar{r}_{2o} + \sum_{i=1}^{\nu} (a_i^{r_2} \cos i\omega_o t + b_i^{r_2} \sin i\omega_o t)$$

yazılabilir. (5-14) ile (5-15) eşitlikleri karşılaştırılarak

$$\bar{x}_o = \bar{s}_o + \bar{r}_{10} + \bar{r}_{20}$$

$$a_i^x = a_i^s + a_i^{r_1} + a_i^{r_2} \quad , \quad b_i^x = b_i^s + b_i^{r_1} + b_i^{r_2} \tag{5-16}$$

ve ayrıca deterministik sinyaller bir arada toplanmak istenirse

$$c_i^{sr_1} = a_i^s + a_i^{r_1} \quad , \quad d_i^{sr_1} = b_i^s + b_i^{r_1} \tag{5-17}$$

yazılabilir.

Gel-git sinyalinin genlik spektrumu bu yeni durumda

$$A^x(i\omega_o) = A_i^x = \sqrt{\{a_i^s + a_i^{r_1} + a_i^{r_2}\}^2 + \{b_i^s + b_i^{r_1} + b_i^{r_2}\}^2} \tag{5-18}$$

veya

$$A^{x^2}(i\omega_o) = (a_i^s)^2 + (b_i^s)^2 + (a_i^{r_1})^2 + (b_i^{r_1})^2 + 2\{a_i^s a_i^{r_1} + b_i^s b_i^{r_1}\} +$$

$$+ 2\{a_i^s a_i^{r_2} + b_i^s b_i^{r_2} + a_i^{r_1} a_i^{r_2} + b_i^{r_1} b_i^{r_2}\} + (a_i^{r_2})^2 + (b_i^{r_2})^2$$

elde edilir. s(t), $r_1(t)$ ve $r_2(t)$ sinyallerinin genlik spektrumları ile bu eşitlik

$$A^{x^2}(i\omega_o) = A_i^{s^2} + A_i^{r_1^2} + 2\{a_i^s a_i^{r_1} + b_i^s b_i^{r_1}\} +$$

$$+ 2\{a_i^s a_i^{r_2} + b_i^s b_i^{r_2} + a_i^{r_1} a_i^{r_2} + b_i^{r_1} b_i^{r_2}\} + A_i^{r_1^2} \tag{5-19}$$

şekline sokulabilir. Bu eşitlik faydalı sinyalle bozucu sinyaller arasındaki ilişkiyi açık bir biçimde gözler önüne sermektedir. Eğer s(t) ile r(t), frekans alanında herhangi bir $(i\omega_o)$ frekansına karşılık spektral değerleri varsa bunlar sonuçta birbirini etkileyecek bir başka deyişle r(t) sinyali s(t) sinyalini bozacaktır; yani s(t), genel olarak r(t) ile modüle edilecektir.

(5-19) eşitliği iki ana kısımda düşünülebilir:

$$1^o \quad A^{sr_1^2}_{(i\omega_o)} = (c^{sr_1}_{(i\omega_o)})^2 + (d^{sr_1}_{(i\omega_o)})^2 = A^{s^2}_{(i\omega_o)} + A^{r_1^2}_{(i\omega_o)} +$$

$$+ 2\{a^s_{(i\omega_o)}\, a^{r_1}_{(i\omega_o)} + b^s_{(i\omega_o)}\, b^{r_1}_{(i\omega_o)}\} =$$

$$= \text{genlik spektrumunun deterministik kısmı}$$

$$2^{o}\quad SK(i\omega_o) = A_i^{r_2\,2} + 2(a_i^{s} a_i^{r_2} + b_i^{s} b_i^{r_2} + a_i^{r_1} a_i^{r_2} + b_i^{r_1} b_i^{r_2}) =$$

$$= \text{genlik spektrumunun stokastik kısmı}$$

Böylece gel-git sinyalinin genlik spektrumu (5-17) eşitliklerinin gözönüne alınmasıyla

$$A_{(i\omega_o)}^{x\;2} = A_i^{sr_1\;2} + 2\{c_i^{sr_1} a_i^{r_2} + d_i^{sr_1} b_i^{r_2}\} + A_i^{r_2\;2} \quad , \qquad (5\text{-}20)$$

ve ayrıca

$$A_{(i\omega_o)}^{x\;2} = A_i^{sr_1\;2}\left(1 + \frac{2\{c_i^{sr_1} a_i^{r_2} + d_i^{sr_1} b_i^{r_2}\} + A_i^{r_2\;2}}{A_i^{sr_1\;2}}\right) \quad , \qquad (5\text{-}21)$$

veya

$$A^{x}(i\omega_o) = A_i^{sr_1}\sqrt{1 + \frac{2\{c_i^{sr_1} a_i^{r_2} + d_i^{sr_1} b_i^{r_2}\} + A_i^{r_2\;2}}{A_i^{sr_1\;2}}} \qquad (5\text{-}21\,a)$$

yazılabilir.

Özellikle gel-git sinyalinin birincil frekans bantları için stokastik kısmın deterministik kısımdan çok küçük olduğu söylenebilir, yani

$$\left|\frac{2\{c_i^{sr_1} a_i^{r_2} + d_i^{sr_1} b_i^{r_2}\} + A_i^{r_2\;2}}{A_i^{sr_1\;2}}\right| < 1 \quad . \qquad (5\text{-}22)$$

Böylece (5-21 a) eşitliğindeki kareköklü ifade için

$$\sqrt{1+\varepsilon} = 1 + \frac{1}{2}\varepsilon - \frac{1}{2}\frac{1}{4}\varepsilon^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{4}\frac{3}{6}\varepsilon^3 - \ldots\ldots\ldots \quad , \quad |\varepsilon| < 1$$

gözönüne alınarak

$$A_{(i\omega_o)}^{x} = A_i^{sr_1}\left\{1 + \frac{2\{c_i^{sr_1} a_i^{r_2} + d_i^{sr_1} b_i^{r_2}\} + A_{(i\omega_o)}^{r_2}}{2\,A_i^{sr_1\;2}} - \right.$$

$$\left. - \frac{\left[2\{c_i^{sr_1} a_i^{r_2} + d_i^{sr_1} b_i^{r_2}\} + A_i^{r_2\;2}\right]^2}{8\,A_i^{sr_1\;4}} + \ldots\ldots\ldots\right\} \qquad (5\text{-}23)$$

elde edilir. Bu, genel olarak deterministik ve stokastik kısımların toplamı biçiminde

$$A^{x}_{(i\omega_o)} = A^{sr_1}_{(i\omega_o)} + A^{sk}_{(i\omega_o)} \qquad (5\text{-}24)$$

yazılabilir. Burada

$$A^{sk}_{(i\omega_o)} = \frac{2\{c_i^{sr_1} a_i^{r_2} + d_i^{sr_1} b_i^{r_2}\} + A_i^{r_2}}{2\,A_i^{sr_1}} - \frac{\left[2\{c_i^{sr_1} a_i^{r_2} + d_i^{sr_1} b_i^{r_2}\} + A_i^{r_2}\right]^2}{8\{A_i^{sr_1}\}^3} + \ldots \qquad (5\text{-}25)$$

Fourier genlik spektrumundaki stokastik kısmı tanımlar.

Fourier genlik spektrumunda yapıldığı gibi Fourier faz spektrumu da alt sinyallerin Fourier katsayıları cinsinden

$$\tan \Phi^{x}_{(i\omega_o)} = \tan \Phi^{x}_{i} = -\frac{b_i^x}{a_i^x}$$

ve ayrıca (5-16), (5-17) eşitlikleri gözönüne alınarak

$$\tan \Phi^{x}_{(i\omega_o)} = -\frac{b_i^s + b_i^{r_1} + b_i^{r_2}}{a_i^s + a_i^{r_1} + a_i^{r_2}} = -\frac{d_i^{sr_1} + b_i^{r_2}}{c_i^{sr_1} + a_i^{r_2}} \qquad (5\text{-}26)$$

yazılabilir. Bu eşitliğin sağ yanı c_i^{sr} ile bölünürse

$$\tan \Phi^{x}_{(i\omega_o)} = -\frac{\dfrac{d_i^{sr_1}}{c_i^{sr_1}} + \dfrac{b_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}}}{1 + \dfrac{a_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}}} = -\frac{-\tan \Phi_i^{sr_1} + \dfrac{b_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}}}{1 + \dfrac{a_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}}} \qquad (5\text{-}27)$$

çıkar. Eğer stokastik kısım deterministik kısım karşısında küçük kalıyor

$$\left| \frac{a_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}} \right| < 1 \qquad (5\text{-}28)$$

ve

$$\frac{c}{1+\varepsilon} = c(1 - \varepsilon + \varepsilon^2 - \varepsilon^3 + \ldots\ldots) \quad , \quad |\varepsilon| < 1 \text{ ise}$$

olduğu gözönüne alınırsa

$$\tan\Phi^{x}_{(i\omega_o)} = \{\tan\Phi_i^{sr_1} - \frac{b_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}}\}\left[1-\frac{a_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}}+(\frac{a_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}})^2 - (\frac{a_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}})^3 + ...\right]$$

elde edilir. Buradan parantezler açılırsa

$$\tan\Phi^{x}_{(i\omega_o)} = \tan\Phi_i^{sr_1} + \{-\frac{b_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}} - \tan\Phi_i^{sr_1}\frac{a_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}}+\frac{a_i^{r_2}b_i^{r_2}}{(c_i^{sr_1})} + ...\} \quad (5\text{-}29)$$

veya kısaca

$$\tan\Phi^{sk}_{(i\omega_o)} = -\frac{b_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}} - \tan\Phi_i^{sr_1}\frac{a_i^{r_2}}{c_i^{sr_1}}+\frac{a_i^{r_2}b_i^{r_2}}{(c_i^{sr_1})^2} + ... \quad (5\text{-}30)$$

kısaltmasıyla

$$\tan\Phi^{x}_{(i\omega_o)} = \tan\Phi^{sr_1}_{(i\omega_o)} + \tan\Phi^{sk}_{(i\omega_o)} \quad (5\text{-}31)$$

yazılabilir. Bu son eşitlikte

$\Phi^{sr_1}_{(i\omega_o)} = \Phi_i^{sr_1}$ = Fourier faz spektrumunun deterministik kısmı

$\Phi^{sk}_{(i\omega_o)} = \Phi_i^{sk}$ = Fourier faz spektrumunun stokastik kısmı

olarak tanımlanır.

5.52 Genlik Katsayıları ile Faz Kaymalarının Fourier Analizi ile Elde Edilmesi

Gel-git araştırmalarında asıl ödev şudur: Yerin esnekliği ile zamana bağlı deformasyonlarını belirlemede kullanılan, her bir frekans bandı için ayrı ayrı hesaplanan genlik çarpanları ile faz kaymalarını tüm deterministik bozucu etkilerden arındırılmış olarak elde etmek.

İdeal durumda, yani elimizde $-\infty < t < \infty$ arasında uzanan kesiksiz bir zaman dizisi olsaydı δ_i ve $\Delta\psi_i$ değerleri her gel-git titreşimi için hesaplanabilirdi. Teorik gel-git potansiyelinin düşey bileşenini oluşturan 504 titreşime bakılırsa (CHOJNICKI 1972:47-56, WENZEL 1976:VI-XV) iki titreşimi Fourier Analizi ile elde edebilmek, yani bunların frekanslarını ayırabilmek için bir T_{min} zaman aralığına gerek duyulacaktır. Örneğin frekansları arasında $\Delta\omega = 0.0053\ ^o/h$ lük bir frekans farkı olan iki titreşimi Fourier Analizi ile ayırabilmek için (3-53) e göre

$$\Delta\omega \geq \frac{b}{2}$$

olması gerekir. O halde örneğin dikdörtgen ağırlık fonksiyonu kullanılırsa

$$\Delta\omega \geq \frac{2\pi}{T} \qquad \rightarrow \qquad T > \frac{2\pi}{\Delta\omega} > 7.75 \text{ yıl}$$

$T_{min} \simeq 7.75$ yıllık ve Hanning ağırlık fonksiyonu kullanılırsa $T_{min} \simeq 15.5$ yıllık bir zaman aralığına gerek duyulacaktı.

$x(t)$, $-\infty < t < \infty$ zaman aralığında uzanan gel-git kayıt fonksiyonu ve $y(t)$ de teorik gel-git fonksiyonu olsun. Böyle olunca 504 titreşimin her biri için δ ve $\Delta\psi$ değerleri hesaplanabilirdi, yani

$$\delta(\omega_i) = \frac{A^x_{(\omega_i)}}{A^y_{(\omega_i)}} \quad , \quad \Delta\psi(\omega_i) = \phi^x_{(\omega_i)} - \phi^v_{(\omega_i)} \quad . \qquad (5\text{-}32)$$

Burada i indisi en son CARTWRIGHT-TAYLER-EDDEN teorik gel-git modeline göre

$$i = 1, 2, 3, \ldots, 504$$

kadar gidecek ve ayrıca

$$A^x_{(\omega_i)} = \sqrt{a^{x\,2}_{(\omega_i)} + b^{x\,2}_{(\omega_i)}} \quad , \quad \tan\phi^x_{(\omega_i)} = -\frac{b^x_{(\omega_i)}}{a^x_{(\omega_i)}}$$

$$A^y_{(\omega_i)} = \sqrt{a^{y\,2}_{(\omega_i)} + b^{y\,2}_{(\omega_i)}} \quad , \quad \tan\phi^y_{(\omega_i)} = -\frac{b^y_{(\omega_i)}}{a^y_{(\omega_i)}} \qquad (5\text{-}33)$$

$$a^x_{(\omega_i)} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\cos\omega_i t\, dt \quad , \quad a^y_{(\omega_i)} = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)\cos\omega_i t\, dt$$

$$b^x_{(\omega_i)} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\sin\omega_i t\, dt \quad , \quad b^y_{(\omega_i)} = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)\sin\omega_i t\, dt \qquad (5\text{-}34)$$

olacaktı.

Pratikte zaman aralığı sınırlı, yani $[-(N-1)/2 \leq t \leq (N-1)/2]$ kaldığından Fourier Analizi ile ancak

$$\delta(i\omega_o) = \frac{A^x_{(i\omega_o)}}{A^y_{(i\omega_o)}} \quad , \quad \Delta\psi(i\omega_o) = \phi^x_{(i\omega_o)} - \phi^y_{(i\omega_o)} \qquad (5\text{-}35)$$

şeklinde hesaplanır. Burada $A^x(i\omega_o)$, $A^y(i\omega_o)$, $\Phi^x(i\omega_o)$, $\Psi^y(i\omega_o)$ (5-12) ve (5-13) eşitliklerinden bulunur. Fourier frekanslarının ($i\omega_o$) gel-git titreşimlerinin frekans alanlarına, yani $0 \leq i\omega_o \leq 3.2$ °/h , $11.7 \leq i\omega_o \leq 17.7$ °/h , $26.3 \leq i\omega_o \leq 31.7$ °/h , $41.9 \leq i\omega_o \leq 44.6$ °/h ve özellikle bir frekans bandına rastlaması gerekir. Hiçbir şekilde teorik gel-git frekansları (ω_i) ile ($i\omega_o$) Fourier frekansları arasında

$\omega_i = i\omega_o$

eşitliği söz konusu değildir.

5.6 GEL-GİT KAYITLARININ FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

Ayrık, sayısal bir zaman dizisinin yine ayrık Fourier spektrumları vardır. Fourier spektrumları $\{A(i\omega_o)$ ve $\Phi(i\omega_o)\}$ yalnızca $i\omega_o$ frekansları için tek anlamlı olarak bellidir. Fakat bunlar herhangi bir ω_i frekansı için tanımlanmamıştır.

Gel-git sinyalinin içindeki titreşimlerin frekansları uzun astronomik gözlemler sonucu hatasız kabul edilebilecek derecede bilinmektedir. Bu gel-git sinyallerinin analizini büyük ölçüde kolaylaştırmaktadır. Bir yanda Fourier frekansı diyebileceğimiz $i\omega_o$ ve bir yanda gel-git frekansları ω_i bulunmaktadır. Fourier Analizi'nde ancak genlikleri büyük olan frekans bantları örneğin Q1, O1, P1-K1, N2, M2, S2-K2 frekans alanında birer peak şeklinde belirir ve bu büyük bantlar zaman aralığının büyüklüğüne göre bir ya da iki Fourier frekansı ile temsil edilebilir. İşte Fourier Analizi daha doğrusu Fourier frekansları ile gel-git sinyalinin frekansları arasında daha iyi bir uyum sağlamak için Fourier Analizi'ndeki spektrumlarda $i\omega_o$ yerine ω_i gerçek gel-git frekansları kullanılacaktır; yani bölüm 4.1 de olduğu gibi frekans alanında enterpolasyon yapılacaktır.

Aslında $i\omega_o$ yerine ω_i koymak bölüm 5.5 te belirtildiği gibi ancak zaman aralığı $-\infty \leq t < \infty$ arasında yer aldığı zaman tek anlamlılık kazanır, yani $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ tek anlamlı olarak belirlenebilir.

Pratikte ise zaman aralığı ayrık ve sınırlı olduğundan ancak $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ ler için enterpole yapılabilir. Bu Fourier Analizi'nde $a(i\omega_o)$, $b(i\omega_o)$ yı hesaplarken $i\omega_o$ yerine ω_i koymak demektir, öyleyse

$$\delta(\omega_i) = \frac{A^x_{(\omega_i)}}{A^y_{(\omega_i)}} \quad , \quad \Delta\psi(\omega_i) = \Phi^x_{(\omega_i)} - \Phi^y_{(\omega_i)} \qquad (5\text{-}38)$$

yazılabilir. Buradaki ifadeler (4-2) eşitliklerine göre şöyle bulunur:

$$A^x_{(\omega_i)} = \sqrt{a^{x\,2}_{(\omega_i)} + b^{x\,2}_{(\omega_i)}} \qquad A^y_{(\omega_i)} = \sqrt{a^{y\,2}_{(\omega_i)} + b^{y\,2}_{(\omega_i)}} \qquad (5\text{-}39)$$

$$\tan\Phi^x_{(\omega_i)} = -\frac{b^x_{(\omega_i)}}{a^x_{(\omega_i)}} \qquad \tan\Phi^y_{(\omega_i)} = -\frac{b^y_{(\omega_i)}}{a^y_{(\omega_i)}}$$

$$a^x_{(\omega_i)} = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} x(t)\, w(t) \cos \omega_i t \;, \quad a^y_{(\omega_i)} = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} y(t)\, w(t) \cos \omega_i t$$

$$b^x_{(\omega_i)} = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} x(t)\, w(t) \sin \omega_i t \;, \quad b^y_{(\omega_i)} = \frac{2}{N} \sum_{t=0}^{N-1} y(t)\, w(t) \sin \omega_i t \qquad (5\text{-}40)$$

Bu eşitliklerdeki $a^x(\omega_i)$, $b^x(\omega_i)$ ve $a^y(\omega_i)$, $b^y(\omega_i)$ katsayıları hiçbir şekilde tek anlamlı Fourier katsayıları $a^x(i\omega_o)$, $b^x(i\omega_o)$, $a^y(i\omega_o)$, $b^y(i\omega_o)$ değildir. Fourier katsayıları ile x(t) zaman alanında tek anlamlı olarak belirlenebildiği halde, $a^x(\omega_i)$, $b^x(\omega_i)$ lerle x(t), tek anlamlı olarak belirlenemez; bunlar enterpole edilmiş bir yapıya sahiptir. Bölüm 5.5 te çıkarılan (5-11, -14, -15) eşitlikleri dışındaki tüm eşitlikler, buralarda $i\omega_o$ yerine ω_i koymak suretiyle bulunacak Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi durumunda da geçerli olur. Böylece Fourier Analizi'nin gel-git sinyallerinin analizinde, özellikle frekans alanında $i\omega_o$ ların frekans bantlarını iyi bir şekilde temsil edememesinden doğan noksanlık, Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi ile giderilmiş olur. Bu, özellikle sinyalin frekans alanındaki görüntüsü ve durumu bakımından yararlı olacaktır.

Genellikle gel-git sinyallerinin En Küçük Kareler Yöntemi ile analizinde her bir frekans bandı için örneğin

$$\delta \sum_{i=1}^{m_1} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \Delta\psi) \quad ,$$

yalnızca birer δ(=genlik çarpanı) ile $\Delta\psi$(=faz kayması) parametreleri tanımlanmasına karşın bu frekans bandını oluşturan tüm titreşimler modelde dikkate alınır.

Aslında teorik olarak böyle bir modelin anlamlılığı açık olmamasına karşın sırf modelin tamamlanması açısından tüm gel-git titreşimlerinin dikkate alınması Fourier Enterpolasyon Yöntemi'nin zaman alanındaki bir başka ifadesidir. Bölüm 4.3 te (4-27) ile (4-28) eşitliklerinden de görüleceği gibi sabit terimlerde yer alan $a(\omega_i)$, $b(\omega_i)$ Fourier enterpolasyonundan başka bir şey değildir.

Fourier Analizi'nde olduğu gibi Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nde de asıl zorluk $a(\omega_i)$, $b(\omega_i)$ katsayılarının hesaplanmasındadır. Hızlı Fourier Dönüşümü asıl frekans ve bunun katları ile çalıştığından burada kullanılamaz. Buna karşın, $\cos\omega_i t$ ve $\sin\omega_i t$ trigonometrik fonksiyonlarını bilgisayarda hesaplarken her t değeri için bu fonksiyonları çağırmak yerine bunların aşağıda gösterildiği gibi geriye dönüşlü olmalarından yararlanarak bilgisayarda kullanılan hesap zamanı önemli ölçüde (yaklaşık 4-5 kat) azaltılabilir:

$$\begin{bmatrix} \cos \omega_i (t+1) \\ \sin \omega_i (t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \omega_i & -\sin \omega_i \\ \sin \omega_i & \cos \omega_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega_i t \\ \sin \omega_i t \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}41)$$

$$t = 0, 1, 2, \ldots, N/2$$

(OTNES-ENOCHSON 1972:139).

5.7 GEL-GİT KAYITLARININ ANALİZİNDE İKİ ANA VARSAYIM

1° Her gel-git sinyalinin analizinde sessizce şu varsayım kabul edilir:

Eğer saf gel-git sinyali hiçbir biçimde bozucu etkilerle rahatsız edilmemişse, her bir frekans bandı için ayrı olmak üzere tek bir genlik katsayısı ve tek bir faz kayması vardır. Başka bir deyişle bir frekans bandı içinde δ ve $\Delta\psi$ sabit kalır.

Genel olarak

$$\delta(\omega_{ij}) = \frac{A^{s}_{(\omega_{ij})}}{A^{y}_{(\omega_{ij})}} \quad , \quad \Delta\psi(\omega_{ij}) = \phi^{s}_{(\omega_{ij})} - \phi^{y}_{(\omega_{ij})}$$

yazılabilir. Burada i indisi frekans bantlarını, j indisi frekans bandında bulunan titreşimleri tanımlar.

Her bir frekans bandı içindeki tüm titreşimlerin genlik katsayıları ve faz farkları birbirine eşittir, yani

$$\delta(\omega_{i1}) = \delta(\omega_{i2}) = \delta(\omega_{i3}) = \ldots\ldots\ldots = \delta(\omega_{ij}) = \delta(\omega_i) = \delta_i$$

$$\Delta\psi(\omega_{i1}) = \Delta\psi(\omega_{i2}) = \Delta\psi(\omega_{i3}) = \ldots\ldots = \Delta\psi(\omega_{ij}) = \Delta\psi(\omega_i) = \Delta\psi_i \qquad (5\text{-}42)$$

2° Deniz ve atmosfer gel-git'lerinin karalara yaptığı etkiler yer gel-git sinyaline eklenir.

Gel-git istasyonları denize ne kadar yakınsa o derece gel-git sinyali deniz gel-git'lerinin etkisinde kalır. Deniz ve atmosfer gel-git'leri de kara gel-git'leri gibi Ay ve Güneş'in kütlesel çekim etkisinden kaynaklandığı için yer gel-git'leri ile aynı frekanslara sahip olmak zorundadır (ROCHOLL 1974 :8). Bunun için bunların etkilerini analiz sırasında doğrudan ayırmak olası değildir, ancak bunlardan en önemlisi olan deniz gel-git'lerinin etkisi ayrı bir hesapla bulunup düzeltme olarak gel-git ölçülerine getirilebilir (ROCHOLL 1974:84).

Burada frekans bantlarında deniz ve atmosfer gel-git'lerinin yer gel-git'leri üzerine uyguladıkları etkilerin genlik katsayılarında doğrusal ve faz kaymalarında sabit bir kayma biçiminde olduğu varsayılmıştır.

Bölüm 5.4 te olduğu gibi yer gel-git'i $s_1(t)$ ve deniz gel-git'inin etkisi $s_2(t)$, yani

$$s_1(t) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m_i} a^{s_1}_{ij} \cos(\omega_{ij}t + \phi^{s_1}_{ij})$$

$$s_2(t) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m_i} a^{s_2}_{ij} \cos(\omega_{ij}t + \phi^{s_2}_{ij})$$

arasındaki ilişki, bu iki sinyalin genlikleri

$$a_{ij}^{s_2} = k_i \, a_{ij}^{s_1}$$

yahut (5-43)

$$a_{ij}^{s} = \ell_i \, a_{ij}^{s_1}$$

ve fazları arasında

$$\phi_{ij}^{s_2} = \phi_{ij}^{s_1} + \Delta\varepsilon_i$$

yahut (5-44)

$$\phi_{ij}^{s} = \phi_{ij}^{s_1} + \Delta\theta_i$$

şeklinde verilebilir. Burada i indisi frekans bantlarını, j indisi frekans bantlarındaki titreşimleri gösterir. Saf gel-git sinyalinin

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t)$$

olduğu düşünülürse ℓ_i, k_i ve $\Delta\varepsilon_i$, $\Delta\theta_i$ arasında

$$\ell_i = \sqrt{1 + k_i^2 + 2 k_i \cos \Delta\varepsilon_i}$$

$$\tan \Delta\theta_i = \frac{k_i \sin \Delta\varepsilon_i}{1 + k_i \cos \Delta\varepsilon_i} \qquad (5\text{-}45)$$

yazılabilir. (5-43) ve (5-44) ilişkilerine benzer olarak

$$a_{(\omega_{ij})}^{s_2} = k_i \, a_{(\omega_{ij})}^{s_1}, \quad a_{(\omega_{ij})}^{s} = \ell_i \, a_{(\omega_{ij})}^{s_1}, \quad \Phi_{(\omega_{ij})}^{s_2} = \Phi_{(\omega_{ij})}^{s_1} + \Delta\varepsilon_i$$

(5-46)

$$b_{(\omega_{ij})}^{s_2} = k_i \, b_{(\omega_{ij})}^{s_1}, \quad b_{(\omega_{ij})}^{s} = \ell_i \, b_{(\omega_{ij})}^{s_1}, \quad \Phi_{(\omega_{ij})}^{s} = \Phi_{(\omega_{ij})}^{s_1} + \Delta\theta_i$$

verilebilir.

Bu varsayım atmosferik gel-git'ler için de geçerlidir.

5.8 GEL-GİT KAYITLARININ FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ İLE ANALİZİNDE MODEL HATALARI

Bu çalışmada özellikle FSEY'de model deyince (5-38) eşitlikleri anlaşılmaktadır. Gel-git analizlerinde asıl ödev frekans bantlarının genlik çarpanları ile faz kaymalarının bulunmasıdır, yoksa gel-git titreşimlerinin genlik ve fazlarının bulunması değil.

Eğer sorun, gel-git titreşimlerinin genlik ve fazlarının bulunması olarak ortaya konursa FSEY ile bulunacak genlik ve fazlar (4-27) ve (4-29) eşitlikle-

rinden görüldüğü gibi bozucu etkiler gözardı edilirse titreşimlerin gerçek genliğini ya da fazını vermeyecek, bir miktar bundan sapacaktır. Bu sapmalar kullanılan zaman aralığına ve ağırlık fonksiyonuna bağlı olarak değişir (Çizelge 4.1) ve zaman aralığı büyüdükçe sıfıra yaklaşır.

Eğer asıl ödev genlik ve fazların bulunması olsaydı bu farklar model hatası olarak görülebilirdi.

Fakat asıl ödev gel-git sinyalindeki frekans bantlarının genlik çarpanları ile faz kaymalarının bulunması olduğuna göre teorik olarak bozucu etkilerin olmadığı bir sinyalden dengeleme ile FSEY'nden bulunacak değerler arasında — eğer dikdörtgen ağırlık fonksiyonu dışında herhangi bir ağırlık fonksiyonu kullanılır ve zaman aralığı yeterince uzun alınırsa — oluşacak farklar son derece küçük kalır (Çizelge 4.1). Bir başka deyişle bu açıdan model hatası yok sayılabilir.

Model hatası deyince genellikle fiziksel bir olayı açıklamada kullanılan matematik modelin mükemmel olmayışı, bazı fiziksel etkilerin matematik modelde yer almaması olarak anlaşılır. Kısaca teori ile pratik arasındaki ilişkilerin tam doğru kurulamadığını vurgular. Bu çalışmada genel olarak model hatası kavramı, gel-git analizlerinde kabul edilen varsayımlara aykırılık olarak anlaşılacaktır. Bu genel çerçevede model hataları iki ana grupta toplanabilir:

1° Bozucu etkiler (deterministik, koşullu deterministik, stokastik),

2° Yan bant etkileri.

1° Bozucu Etkiler

Bozucu etkilerden ne anlaşıldığı bölüm 5.3 te anlatılmıştır. Bunlar deterministik, koşullu deterministik ve stokastik yapıdaki bozucu etkilerdir. Stokastik bozucu etkilerden kaçınmak olası değildir ve bunlardan tüm frekans bantları etkilenir. Yer, deniz ve gravimetre sistemlerinin gel-git kuvvetlerine karşı doğrusal olmayan tepkilerini de içeren tüm deterministik, koşullu deterministik yapıdaki bozucu etkiler matematik modelde dikkate alınmazsa sonuçta elde edilen parametreleri bozarlar. Bu durum, ancak bozucu etkilerin frekans bantları saf gel-git sinyalinin frekans bantları ile çakışırsa, birbiri üzerine bindirirse ortaya çıkar ve örneğin böyle bir frekans bandına ait $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerleri frekansa bağlı olarak değişir.

2° Yan Bant Etkileri

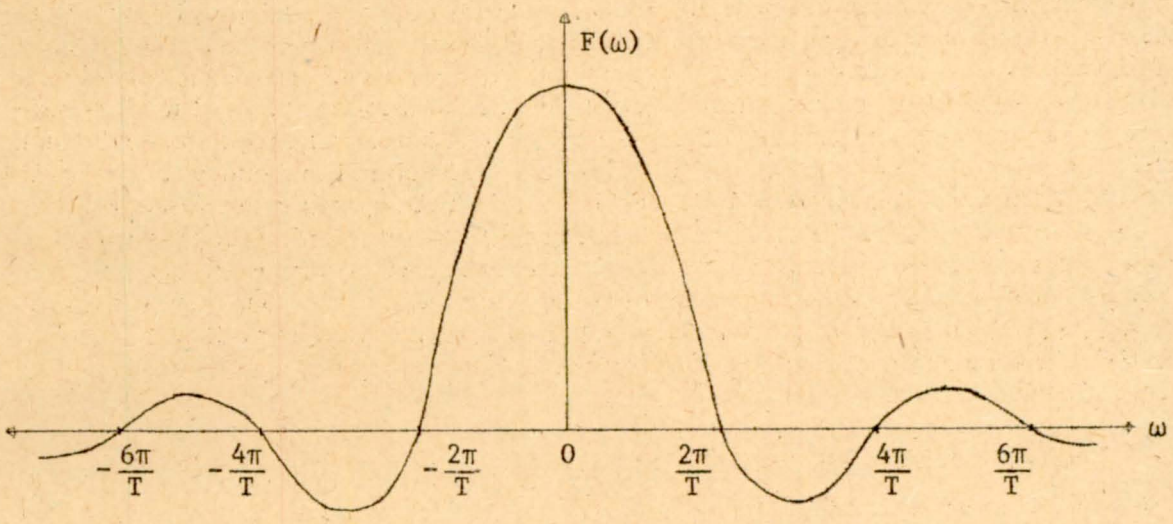
Fourier Analizi teorisinde zamanın sürekli ($-\infty < t < \infty$) olduğu varsayılır. Fakat bilindiği gibi pratikte böyle sonsuz, sürekli bir zaman alanı gerçekleştirilemez, tersine verilerin zaman alanı sınırlıdır. Bu nedenle sonlu ve sayısal zaman dizilerinden elde edilecek değerler gerçek değerler değil, bunlara yaklaşan değerler olacaktır. En uygun yaklaşık değerleri elde edebilmek için ağırlık fonksiyonları kullanılır. Bölüm 3.1 de anlatıldığı gibi ağırlık fonksiyonlarından şu iki özellik beklenir:

a. Frekans bantlarını frekans alanında en iyi biçimde birbirinden ayırmak,

b. Yan bant etkilerini en aza indirmek.

Bilindiği gibi bir ağırlık fonksiyonunun bant genişliği ne kadar küçükse frekans bantlarını birbirinden ayırma yeteneği de o kadar yüksek olur. Bilinen böyle bir ağırlık fonksiyonu dikdörtgen ağırlık fonksiyonudur. Buna doğal ağırlık fonksiyonu da denebilir. Çünkü hiçbir ağırlık fonksiyonu kullanılmadan Fourier Analizi yapılsa bile mutlaka zaman fonksiyonu dikdörtgen ağırlık fonksiyonu ile çarpılmış demektir.

Buna karşılık dikdörtgen ağırlık fonksiyonunun yan bantları diğer ağırlık fonksiyonlarına göre bağıl olarak daha büyüktür ve hızlı bir biçimde sönmez (Şekil 3.3 , Şekil 5.6).



Şekil 5.6 Dikdörtgen ağırlık fonksiyonunun Fourier Dönüşümü.

Bir titreşimin frekans alanında görüntüsü şöyle olur: Titreşimin frekansına karşılık gelen yerde bir tepe (peak) ve bunun yanında gittikçe sönen küçük tepecikler (salınımlar) yer alır. İşte frekans alanında peak dışındaki küçük tepeciklere yan bantlar denir. Aslında ideal durumda ($-\infty < t < \infty$) bir titreşimin frekans alanındaki görüntüsü, frekansına karşılık gelen yerde bir çizgi biçimindedir. Fakat zamanın sınırlı olmasından dolayı çizgi, bir banda ve gittikçe sönen yan bantlara dönüşür. Kullanılan ağırlık fonksiyonunun F.D. istenmeyen bir biçimde periyodik olarak tüm frekans alanına yayılır (bak. Bölüm 3.1). İşte bu yan bantlar bu yayılmanın sonucudur.

Frekans alanında ayrıca ikinci bir titreşime ait bant varsa bu takdirde birinin yan bantları diğerinin bant ve yan bantları üzerine karşılıklı bindirecektir. İşte komşu bantlardan kaynaklanan yan bantların asıl banda bindirmesi (eklenmesi) dolayısıyla onu bozması olayı yan bant etkisi olarak adlandırılır. Her ağırlık fonksiyonunun yan bantlarının yüksekliği değişiktir. Asıl olarak yan bantlar zaman aralığının genişliğine ($0 < t < N-1$) bağlıdır. Zaman aralığı ne kadar geniş seçilirse yan bant etkisi o derece küçük olur.

Dikdörtgen ağırlık fonksiyonunun yan bantları hızlı bir biçimde sönmediğinden bunun yerine başka ağırlık fonksiyonları kullanılır. Fakat bu ağırlık fonksiyonlarının yan bantları hızlı bir biçimde sönmesine karşılık ayırma

yetenekleri dikdörtgen ağırlık fonksiyonuna göre azalır. Hem ayırma yeteneği üstün ve hem de yan bant etkileri küçük olan ideal bir ağırlık fonksiyonu bilinmemektedir.

5.81 Model Hatalarının Gösterilmesi

Bu çalışmanın asıl hedefi, gerek deterministik-stokastik yapıdaki tüm bozucu etkilerin ve gerekse zaman alanının sınırlı olması nedeniyle kullanılan ağırlık fonksiyonlarının yan bant etkilerinin frekans alanında, daha doğrusu $\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ fonksiyonlarında neden oldukları değişimleri sergilemek, belirlemek ve mümkün ise bir frekans bandında etkin olan deterministik bozucu sinyalin yapısını saptayıp modellendirerek nihayet bu bozucu etkileri gidermektir. Model hataları olarak adlandırılan bozucu tüm etkilerin her bir frekans bandında her bir titreşim için hesaplanan $\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ fonksiyonlarında neden oldukları değişimler, FSEY ile gösterilebilir. Model hataları olmadığı varsayılan bir gel-git sinyalinin frekans bantlarında $\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ değerleri değişmeden kalır. Bu ana varsayım tüm bozucu etkileri sergilemek için hareket noktası olacaktır. Model hataları yine iki grupta ele alınacaktır.

1° Yan Bant Etkileri

Bölüm 5.8 de anlatılan bu bozucu etkilerin $\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ fonksiyonlarına yansıması, başka deyişle bu fonksiyonların söz konusu bozucu etkilere karşı tepkisi aşağıdaki gibi bir test modeli kurularak kolayca gösterilebilir:

$$s_y(t) = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \sum_{j=1}^{n_i} a_{ij} \cos(\omega_{ij}t + \phi_{ij} + \Delta\psi_i) = \text{yapay faydalı sinyal}$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n_i} a_{ij} \cos(\omega_{ij}t + \phi_{ij}) = \text{teorik gel-git sinyali}$$

Daha sonra FSEY'ne göre her bir frekans bandında $\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ değerleri hesaplanır. Hiçbir bozucu etki olmadığına göre her bir frekans bandında (5-42) ana varsayımı geçerli demektir. Modelde yan bant etkileri dışında hiçbir bozucu etki olmadığına göre (5-42) ana varsayımından olan sapmalar yan bant etkilerinden kaynaklanacaktır. İlerde bu konu geniş bir biçimde sayısal olarak bölüm 6.2 de incelenecektir.

Birincil frekans bantlarında (Q1, O1, K1, N2, M2, S2) genlik çarpanlarının ±1 °/oo ve faz kaymalarının ±0°.05 lik bir doğrulukla elde edilmesi (100-200 günlük kayıt süresi için) (WENZEL 1976:169) bu çalışmada yan bant etkileri için bir üst sınır olarak alınacaktır. Yan bant etkilerinin, genlik çarpanları ve faz kaymaları için öngörülen doğruluğu olumsuz yönde etkilememesi için, bunların neden olduğu sapmaların, öngörülen doğruluk sınırlarının altında kalması gerekir. Kısaca yan bant etkilerinin neden olduğu sapmaların, birincil frekans bantlarının genlik çarpanlarında, ortalama mutlak değer olarak 1 °/oo den ve faz kaymalarında ise yine ortalama mutlak değer olarak 0°.05 den daha küçük kalması gerekir.

Bu durumda bozucu etkilerin $\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ fonksiyonlarındaki yansımalarını göstermek için yapay gel-git sinyali yerine yalnızca yapay bir frekans bandı alınır. Örneğin $s_k(t)$, yapay gel-git sinyalinin k frekans bandından oluşan faydalı sinyal ve $y_k(t)$ ise buna karşılık gelen teorik gel-git sinyali olsun:

$$s_k(t) = \delta_k \sum_{i=1}^{n_k} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \Delta\psi_k) \tag{5-47}$$

$$y_k(t) = \sum_{i=1}^{n_k} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \tag{5-48}$$

Burada n_k, k frekans bandındaki titreşim sayısı, $\delta_k = \delta$ bu frekans bandına ait genlik çarpanı ve $\Delta\psi_k = \Delta\psi$ ise faz farkı olsun.

Bu frekans bandı, frekans ya da frekansları bu frekans bandının içine; ya da yaklaşık olarak sözü edilen frekans bandının en büyük genlikli titreşiminin frekansını merkez olarak alan ağırlık fonksiyonunun bant genişliğinin içine düşen deterministik, koşullu deterministik titreşimlerle rahatsız edilsin. Genel olarak deterministik, koşullu deterministik bozucu tüm sinyaller için bölüm 5.3 te öngörülen tüm modeller burada da geçerlidir. Yalnızca kolaylığı nedeniyle deterministik bozucu sinyal için şöyle

$$p(t) = \bar{a} \cos(\bar{\omega} t + \bar{\phi}) \tag{5-49}$$

alınıp $s_k(t)$ faydalı sinyale eklenir:

$$x_k(t) = s_k(t) + p(t) \tag{5-50}$$

Şimdilik yan bant etkileri gözardı edilmek koşuluyla genel olarak model hatalarının $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ deki yansımaları araştırılmak istenmektedir.

Önce söz konusu banttaki her bir titreşim için genlik çarpanları ile faz kaymaları hesaplanır. Bunlardan şimdi genlik çarpanları ele alınsın:

$$\delta^x_{(\omega_i)} = \frac{A^x_{(\omega_i)}}{A^y_{(\omega_i)}}$$

(5-20) eşitliğine benzer olarak

$$A^{x\,2}_{(\omega_i)} = \{a^s_{(\omega_i)} + a^p_{(\omega_i)}\}^2 + \{b^s_{(\omega_i)} + b^p_{(\omega_i)}\}^2$$

ve

$$A^{x\,2}_{(\omega_i)} = A^{s\,2}_{(\omega_i)} + A^{p\,2}_{(\omega_i)} + 2\{a^s_{(\omega_i)} a^p_{(\omega_i)} + b^s_{(\omega_i)} b^p_{(\omega_i)}\}$$

yazılabilir. Buradan genlik çarpanlarına geçilir

$$\delta^{x\,2}_{(\omega i)} = \frac{A^{s\,2}_{(\omega i)} + A^{p\,2}_{(\omega i)} + 2\{a^{s}_{(\omega i)} a^{p}_{(\omega i)} + b^{s}_{(\omega i)} b^{p}_{(\omega i)}\}}{A^{y\,2}_{(\omega i)}} \qquad (5\text{-}51)$$

ve ana varsayıma göre

$$\frac{A^{s}_{(\omega_1)}}{A^{y}_{(\omega_1)}} = \frac{A^{s}_{(\omega_2)}}{A^{y}_{(\omega_2)}} = \frac{A^{s}_{(\omega_3)}}{A^{y}_{(\omega_3)}} = \ldots\ldots\ldots = \frac{A^{s}_{(\omega i)}}{A^{y}_{(\omega i)}} = \delta \qquad (5\text{-}52)$$

olduğu düşünülürse

$$\delta^{x\,2}_{(\omega i)} = \delta^2 + \frac{2\{a^{s}_{(\omega i)} a^{p}_{(\omega i)} + b^{s}_{(\omega i)} b^{p}_{(\omega i)}\} + A^{p\,2}_{(\omega i)}}{A^{y\,2}_{(\omega i)}} \qquad (5\text{-}53)$$

elde edilir. (5-53) eşitliğinin ikinci terimi

$$\frac{2\{a^{s}_{(\omega i)} a^{p}_{(\omega i)} + b^{s}_{(\omega i)} b^{p}_{(\omega i)}\} + A^{p\,2}_{(\omega i)}}{A^{y\,2}_{(\omega i)}} \qquad (5\text{-}54)$$

bozucu sinyalin genlik çarpanlarına yaptığı etkiyi göstermektedir. Aslında (5-51) eşitliği, faydalı sinyalin, frekansı faydalı sinyalin bant genişliği içine düşen bir bozucu sinyal tarafından modüle edilmesi olarak yorumlanabilir. Bu bozucu sinyal modelde (daha doğrusu teorik gel-git modelinde) gözönüne alınmadığı için komşu bantların yan bant etkileri gözardı edilirse hiçbir şekilde

$$\delta^{x}_{(\omega_1)} = \delta^{x}_{(\omega_2)} = \delta^{x}_{(\omega_3)} = \ldots\ldots\ldots = \delta^{x}_{(\omega i)} = \delta^{x} \qquad (5\text{-}55)$$

koşulu gerçekleşmeyecektir. Öyleyse bunun tersi şu denebilir: Bir frekans bandında (5-55) koşulu (ana varsayım) gerçekleşmezse bu frekans bant model hataları ile yüklü olmak zorundadır. Bir başka deyişle bu frekans bant bozucu etkilerle rahatsız edilmiş demektir. Bölüm 6.2 de ayrıntılı bir şekilde değinileceği gibi yan bant etkileri yeterince geniş zaman aralığında gözardı edilebilir.

(5-54) kesrindeki gerek $A^{p\,2}_{(\omega i)}$ ve gerekse $2\{a^{s}(\omega i)\ a^{p}(\omega i) + b^{s}(\omega i)\ b^{p}(\omega i)\}$ terimi $(\omega i - \bar{\omega})$ farkına bağlı olarak değişir (SCHÜLLER 1976:60). Dolayısıyla $\delta^{x}(\omega i)$ değerleri de $(\omega i - \bar{\omega})$ farkına bağlı olarak değişecektir.

Bu durum daha açık olarak şöyle gösterilebilir:

(5-50) eşitliği haliyle kullanılan herhangi bir ağırlık fonksiyonu ile doğal olarak çarpılacaktır.

$$\bar{x}_k(t) = \bar{s}_k(t) + \bar{p}(t)$$

yani

$$\bar{x}_k(t) = x_k(t)\ w(t) = s_k(t)\ w(t) + p(t)\ w(t)$$

Bu eşitliğin her iki yanının F.D. için

$$\bar{X}_k(\omega) = \bar{S}_k(\omega) + \bar{P}(\omega) \qquad (5\text{-}56)$$

yazılabilir. p(t) için basit olarak (5-49) eşitliği alınırsa (3-43) ile (3-45) e göre

$$P(\omega) = \bar{a}\pi \{ e^{j\bar{\phi}}\ \delta(\omega-\bar{\omega}) + e^{-j\bar{\phi}}\ \delta(\omega+\bar{\omega}) \} \quad , \quad -\infty < t < \infty \qquad (5\text{-}57)$$

$$\bar{P}_T(\omega) = \frac{\bar{a}}{2} \{ e^{j\bar{\phi}}\ W(\omega-\bar{\omega}) + e^{-j\bar{\phi}}\ W(\omega+\bar{\omega}) \} \quad , \quad -T/2 < t < T/2 \qquad (5\text{-}58)$$

elde edilir. Burada W(ω) ağırlık fonksiyonunun F.D.'nü belirtir. Ayrıca

$$P(\omega) = a^P(\omega_i) - jb^P(\omega_i) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t)\ w(t) \cos \omega t\ dt - j \int_{-\infty}^{\infty} p(t)\ w(t) \sin \omega t\ dt$$

yazılır ve (5-57) ile ilişki kurulursa

$$\begin{aligned} a^P(\omega) &= \bar{a}\pi \{ \delta(\omega-\bar{\omega}) \cos \bar{\phi} + \delta(\omega+\bar{\omega}) \cos \bar{\phi} \} \\ b^P(\omega) &= \bar{a}\pi \{ \delta(\omega-\bar{\omega}) \sin \bar{\phi} - \delta(\omega+\bar{\omega}) \sin \bar{\phi} \} \end{aligned} \qquad (5\text{-}59)$$

bulunur. FSEY ile çalışıldığından ω yerine gel-git frekansları (ω_i) konursa (5-56), (5-58) ve (5-59) eşitlikleri

$$\begin{aligned} \bar{X}_k(\omega_i) &= \bar{S}_k(\omega_i) + \bar{P}(\omega_i) \\ \bar{P}_T(\omega_i) &= \frac{\bar{a}}{2} \{ e^{j\bar{\phi}}\ W(\omega_i-\bar{\omega}) + e^{-j\bar{\phi}}\ W(\omega_i+\bar{\omega}) \} \\ a^P(\omega i) &= \bar{a}\pi \{ \delta(\omega_i-\bar{\omega}) \cos \bar{\phi} + \delta(\omega_i+\bar{\omega}) \cos \bar{\phi} \} \\ b^P(\omega_i) &= \bar{a}\pi \{ \delta(\omega_i-\bar{\omega}) \sin \bar{\phi} - \delta(\omega_i+\bar{\omega}) \sin \bar{\phi} \} \end{aligned} \qquad (5\text{-}60)$$

biçimine dönüşür.

Bu son eşitliklerden açıkça görüleceği gibi $a^P(\omega_i)$, $b^P(\omega_i)$ ve dolayısıyla $AP(\omega_i)$, $\omega_i-\bar{\omega}$ frekans farkına bağlı olarak değişir.

Teorik gel-git modelinde yer almayan yabancı bir titreşimin yahut titreşim grubunun frekansı yahut frekansları bir frekans bandına ne derece yaklaşırsa o derece frekans bandı bu titreşim yahut titreşimler tarafından rahatsız edilir.

Bir frekans bandı $\omega_{alt} \leq \omega_i \leq \omega_{üst}$ sınır değerleri arasında yer alıyorsa, herhangi bir bozucu sinyal tarafından rahatsız edilmemesi için en azından bozucu sinyalin frekansı $\bar{\omega}$

$$\bar{\omega} < \omega_{alt} - \frac{b}{2}$$

veya (5-61)

$$\bar{\omega} > \omega_{üst} + \frac{b}{2}$$

frekans bandının kenarlarından en az kullanılan ağırlık fonksiyonunun bant genişliğinin yarısı kadar uzak durması gerekir (bak. Bölüm 3.3).

Bir frekans bandının yalnızca stokastik bir bozucu sinyalle rahatsız edilmesi istenir. Çünkü bundan kaçınılamaz. Ancak bir frekans bandında deterministik bozucu etkiler olabildiğince yok edilmelidir.

(5-54) kesri ne derece küçükse genlik çarpanlarındaki bozucu etki o derece küçük olur. Bu kesir birden büyük ise frekans bandının şiddetli bir biçimde rahatsız edilmiş olduğu anlaşılır ve böyle bir frekans bandı için bulunacak değerlerin anlamı yoktur.

(5-53) eşitliğinden karekök alınarak

$$\delta^x(\omega_i) = \delta \sqrt{1 + \frac{2\{a^s(\omega_i)a^p(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^p(\omega_i)\} + A^{p^2}(\omega_i)}{\delta^2 A^{y^2}(\omega_i)}}$$

veya (5-52) eşitliği dikkate alınırsa

$$\delta^x(\omega_i) = \delta \sqrt{1 + \frac{2\{a^s(\omega_i)a^p(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^p(\omega_i)\} + A^{p^2}(\omega_i)}{A^{s^2}(\omega_i)}} \qquad (5\text{-}62)$$

elde edilir.

$$\frac{2\{a^s(\omega_i)a^p(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^p(\omega_i)\} + A^{p^2}(\omega_i)}{A^{s^2}(\omega_i)} < 1 \quad \text{ise} \qquad (5\text{-}63)$$

(5-62) eşitliği Binom serisine göre açılarak

$$\delta^x(\omega_i) = \delta + \frac{1}{2}\frac{A^{p^2}(\omega_i) + 2\{a^s(\omega_i)a^p(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^p(\omega_i)\}}{A^{s^2}(\omega_i)}\delta -$$

$$- \frac{1}{8}\left[\frac{A^{p^2}(\omega_i) + 2\{a^s(\omega_i)a^p(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^p(\omega_i)\}}{A^{s^2}(\omega_i)}\right]^2 \delta + \ldots \qquad (5\text{-}64)$$

yazılabilir. Bu eşitliğin sağ yanındaki ikinci ve bunu izleyen terimler $\delta_{bz}(\omega_i)$ adı altında toplanırsa

$$\delta^x(\omega_i) = \delta + \delta_{bz}(\omega_i) \qquad (5\text{-}65)$$

olur. Burada

$$\delta_{bz}(\omega_i) = \frac{1}{2}\,\frac{A^{p^2}(\omega_i) + 2\{a^s(\omega_i)a^p(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^p(\omega_i)\}}{A^{s^2}(\omega_i)}\,\delta -$$

$$- \frac{1}{8}\left[\frac{A^{p^2}(\omega_i) + 2\{a^s(\omega_i)a^p(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^p(\omega_i)\}}{A^{s^2}(\omega_i)}\right]\delta + \ldots.$$

$\delta_{bz}(\omega_i)$ = Deterministik bozucu sinyalin neden olduğu $\delta^x(\omega_i)$ deki bozucu kısım

δ = Faydalı sinyalin genlik çarpanı

olarak bellidir.

FSEY ile bulunacak $\delta^x(\omega_i)$ lerden bir frekans bandının model hataları ile yüklü olup olmadığı bir başka deyişle bozucu etkilerle rahatsız edilip edilmediği ana varsayıma göre kolayca görülebilir.

Model hatalarının genlik katsayılarına nasıl yansıdığı incelendi. Aynı biçimde model hatalarının bu kez de faz kaymalarına nasıl yansıyacağı incelenecektir.

Bozulmuş faydalı sinyal $\bar{x}(t)$ eye özgü faz kayması

$$\Delta\psi^x(\omega_i) = \Phi^x(\omega_i) - \Phi^y(\omega_i) \qquad (5\text{-}66)$$

şeklinde tanımlanır. Burada

$$\tan\Phi^x(\omega_i) = -\frac{b^x(\omega_i)}{a^x(\omega_i)} = -\frac{b^s(\omega_i) + b^p(\omega_i)}{a^s(\omega_i) + a^p(\omega_i)} \qquad (5\text{-}67)$$

$$\tan\Phi^y(\omega_i) = -\frac{b^y(\omega_i)}{a^y(\omega_i)}$$

olarak verilir.

(5-66) eşitliğinin her iki yanının tanjantı alınır

$$\tan\Delta\psi^x(\omega_i) = \frac{\tan\Phi^x(\omega_i) - \tan\Phi^y(\omega_i)}{1 + \tan\Phi^x(\omega_i)\ \tan\Phi^y(\omega_i)}$$

ve (5-67) eşitlikleri gözönüne getirilirse

$$\tan\Delta\psi^x(\omega_i) = \frac{-\frac{b^x(\omega_i)}{a^x(\omega_i)} + \frac{b^y(\omega_i)}{a^y(\omega_i)}}{1 + \frac{b^x(\omega_i)}{a^x(\omega_i)}\,\frac{b^y(\omega_i)}{a^y(\omega_i)}} = \frac{-\frac{b^s(\omega_i) + b^p(\omega_i)}{a^s(\omega_i) + a^p(\omega_i)} + \frac{b^y(\omega_i)}{a^y(\omega_i)}}{1 + \frac{b^s(\omega_i) + b^p(\omega_i)}{a^s(\omega_i) + a^p(\omega_i)}\,\frac{b^y(\omega_i)}{a^y(\omega_i)}} =$$

$$= \frac{-b^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^y(\omega_i)a^s(\omega_i) - b^p(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^y(\omega_i)a^p(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i) + a^p(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^p(\omega_i)b^y(\omega_i)}$$

elde edilir. Bu eşitliğin sağ yanı, birinci kez $a^s(\omega_i)\,a^y(\omega_i)$ ile sonra da ikinci kez $-\left[1 + \{b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)\} / \{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i)\}\right]$ ile bölünürse

$$\tan\Delta\psi^x(\omega_i) = \frac{-\dfrac{b^s(\omega_i)}{a^s(\omega_i)} + \dfrac{b^y(\omega_i)}{a^y(\omega_i)} - \dfrac{b^p(\omega_i)a^y(\omega_i) - b^y(\omega_i)a^p(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)}}{1 + \dfrac{b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i)}} =$$

$$= \frac{\tan\{\Phi^s(\omega_i) - \Phi^y(\omega_i)\} - \dfrac{b^p(\omega_i)a^y(\omega_i) - b^y(\omega_i)a^p(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)}}{1 + \dfrac{a^p(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^p(\omega_i)b^y(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)}}$$

bulunur.

Bu eşitlikte $|a^p(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^p(\omega_i)b^y(\omega_i)| < |a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)|$ ise (5-68)

$$\frac{C}{1+x} = C(1 - x + x^2 - x^3 + \ldots\ldots), \qquad |x| < 1$$

serisi gözönüne alınarak

$$\tan\Delta\psi^x(\omega_i) = \left[\tan\{\Phi^s(\omega_i) - \Phi^y(\omega_i)\} - \frac{b^p(\omega_i)a^y(\omega_i) - b^y(\omega_i)a^p(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)}\right] \cdot$$

$$\left[1 - \frac{a^p(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^p(\omega_i)b^y(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)} + \right.$$

$$\left. + \left\{\frac{a^p(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^p(\omega_i)b^y(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)}\right\}^2 \ldots\ldots\right] \qquad (5\text{-}69)$$

yazılabilir.

$$\tan\Phi_{bz}(\omega_i) = -\frac{b^p(\omega_i)a^y(\omega_i) - b^y(\omega_i)a^p(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)} +$$

$$+ \left[\tan\Phi^s(\omega_i) - \Phi^y(\omega_i)\right] - \frac{b^p(\omega_i)a^y(\omega_i) - b^y(\omega_i)a^p(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)}\Bigg] \cdot$$

$$\Bigg[-\frac{a^p(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^p(\omega_i)b^y(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)} +$$

$$+ \left\{\frac{a^p(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^p(\omega_i)b^y(\omega_i)}{a^s(\omega_i)a^y(\omega_i) + b^s(\omega_i)b^y(\omega_i)}\right\}^2 \ \ldots\ldots\Bigg] \qquad (5\text{-}70)$$

kısaltması ile (5-69) eşitliği daha kısa olarak

$$\tan\Delta\psi^x(\omega_i) = \tan\left\{\Phi^s(\omega_i) - \Phi^y(\omega_i)\right\} + \tan\Phi_{bz}(\omega_i) \qquad (5\text{-}71)$$

ve buradan ana varsayıma göre

$$\Phi^s_{(\omega_1)} - \Phi^y_{(\omega_1)} = \Phi^s_{(\omega_2)} - \Phi^y_{(\omega_2)} = \Phi^s_{(\omega_3)} - \Phi^y_{(\omega_3)} = \ldots = \Phi^s_{(\omega_i)} - \Phi^y_{(\omega_i)} = \Delta\psi \qquad (5\text{-}72)$$

yani

$$\tan\Delta\psi^x(\omega_i) = \tan\Delta\psi + \tan\Phi_{bz}(\omega_i) \qquad (5\text{-}73)$$

veya

$$\Delta\psi^x(\omega_i) = \arctan\left\{\tan\Delta\psi + \tan\Phi_{bz}(\omega_i)\right\}$$

elde edilir.

Bu son eşitliğin sağ yanı $\arctan x$ gibi düşünülüp seriye açılırsa

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots\ldots \ , \qquad |x| < 1$$

$$\Delta\psi^x(\omega_i) = \tan\Delta\psi + \tan\Phi_{bz}(\omega_i) - \frac{1}{3}\left\{\tan\Delta\psi + \tan\Phi_{bz}(\omega_i)\right\}^3 +$$

$$+ \frac{1}{5}\left\{\tan\Delta\psi + \tan\Phi_{bz}(\omega_i)\right\}^5 \ldots\ldots\ldots$$

elde edilir. Bu eşitlikte $\tan\Delta\psi$ seriye açılır

$$\tan\Delta\psi = \Delta\psi + \frac{1}{3}\Delta\psi^3 + \frac{2}{15}\Delta\psi^5 + \frac{17}{315}\Delta\psi^7 + \ldots\ldots \ , \qquad |\Delta\psi| < \frac{\pi}{2}$$

ve $\Delta\psi$ dışındaki terimler $\tan\theta_{bz}(\omega_i)$ altında toplanırsa

$$\Delta\psi^x(\omega_i) = \Delta\psi + \tan\theta_{bz}(\omega_i) \qquad (5\text{-}74)$$

yazılabilir.

(5-68) eşitsizliğinin gerçekleşmemesi durumunda frekans bandı kuvvetli bir biçimde rahatsız edilmiş demektir. Böyle bir frekans bandına özgü bulunacak $\Delta\psi^x(\omega_i)$ değerleri anlamsız olacak yani söz konusu frekans bandının faydalı sinyalini temsil edemeyecektir. (5-74) eşitliğinden görüldüğü gibi model hataları $\Delta\psi$ faz kaymasını frekansa bağlı olarak bozmaktadır. Genlik çarpanlarında olduğu gibi $\Delta\psi^x(\omega_i)$ lerdeki değişimin $(\omega_i - \bar{\omega})$ farkına bağlı olarak değiştiği gösterilebilir.

$\Delta\psi^x(\omega_i)$ değerleri frekans bandındaki her bir titreşim için hesaplanırsa (5-72) ana varsayımından olan sapmalar, yani bozucu sinyalin faz kayması üzerindeki etkileri görülebilir.

Bir frekans bandında yapılan incelemeden görüldüğü gibi genel olarak model hataları her frekans bandı için FSEY ile hesaplanan $\delta^x(\omega_i)$ ve $\Delta\psi^x(\omega_i)$ değerlerinin her birinin kendi içinde birbirinden farklı olmasını doğurmaktadır. Tersine eğer bir frekans bandına özgü $\delta^x(\omega_i)$ ve $\Delta\psi^x(\omega_i)$ değerleri kendi içlerinde (5-42) ana varsayımını sağlamıyorsa bu frekans bandı herhangi bir biçimde model hataları ile yüklü veya diğer bir deyişle

- Yan bant etkileri
- Deterministik yahut koşullu deterministik bozucu sinyal
- Deterministik yapıdaki yer-gravite sistemlerinin doğrusal olmayan tepkileri
- Periyodik stokastik bir sinyal
- Stokastik bozucu etkiler

olasılıklarından bir ya da birkaçı tarafından rahatsız edilmiş demektir.

Bunlardan yan bant etkileri, yeterince uzun zaman alanında istenilen derecede küçük kalmaları sağlanabileceğinden diğerlerine bakarak ikincil bir önem taşır.

5.9 BİR FREKANS BANDINDA BULUNAN BOZUCU SİNYALİN GENLİK SPEKTRUMUNDA ARAŞTIRILMASI

Gel-git zaman dizisi yeterince uzun seçilir ve uygun bir ağırlık fonksiyonu kullanılırsa yan bant etkileri en az düzeye indirilebilir (bak. Bölüm 6.2). Böylece geriye yalnızca bozucu sinyal olarak genelleştirilen r(t) sinyalinin frekans bantlarında neden olduğu deformasyonlar kalacaktır.

Bölüm 4.3 te açıklandığı gibi ister En Küçük Kareler Yöntemi ile ister FSEY ile bulunacak her frekans bandına özgü δ ve $\Delta\psi$ değerleri, deterministik ve hatta stokastik bozucu etkilerden —eğer bunlar modelde yer almamış ise— mutlak surette arındırılamazlar.

Bir frekans bandının deterministik ve stokastik bozucu etkilerle rahatsız edildiği HYCON yöntemi ile kesinlikle gösterilmektedir (SCHÜLLER 1976, 1977 b, c). Bu yöntem de zaman alanında kaydırma yapılarak parametrelerin değiş-

şimi incelenir. Öz olarak bir frekans bandının rahatsız edildiği FSEY ile de gösterilmektedir. Bu yöntemde ise frekans alanında çalışılır.

Güncel olan ana sorun bir adım daha ileriye gidilerek özellikle deterministik türdeki bozucu sinyal için model geliştirip bunu fonksiyonel modelde gözönüne almaktır. Bunun için de bozucu sinyalin türü (deterministik, stokastik) ve yapısı (doğrusallıktan sapmalar, doğrusal modülasyon, periyodik veya periyodik olmayan; gürültü, korelasyonlu gürültü) hakkında daha fazla bilgi edinmek gerekmektedir.

Bunun için önce faydalı sinyal $s(t)$ iki kısıma bölünür:

$$s(t) = \bar{s}(t) + s_1(t) \quad , \quad s_1(t) < \bar{s}(t)$$

Sonra $\bar{s}(t)$, $x(t)$ kayıt sinyalinden çıkarılarak yaklaşık $\bar{r}(t)$ bozucu sinyal elde edilir. $s_1(t)$ ne kadar küçük alınırsa o derece $r(t)$ ye yaklaşılmış olur. Daha sonra FSEY ile $\bar{r}(t)$ ye özgü $A^{\bar{r}}(\omega)$ spektrum değerlerinin maksimumunun değişiminden $r(t)$ nin türü ve yapısı ile ilgili bilgi edinilmeye çalışılacaktır.

Bozucu sinyali inceleyebilmek için herşeyden önce onun bilinmesi gerekmektedir. $r(t)$ (5-1) eşitliğinden

$$r(t) = x(t) - s(t)$$

veya

$$r(t) = x(t) - \sum_{i=1}^{n} \delta_i \sum_{j=1}^{n_i} a_{ij} \cos(\omega_{ij} t + \phi_{ij} + \Delta\psi_i) \qquad (5\text{-}75)$$

teorik olarak elde edilir. Gerçek δ_i ve $\Delta\psi_i$ ler bilinmediği için gerçek $r(t)$ yi elde etmek olanaksızdır. Ancak bu çalışmada $r(t)$ nin elde edilmesi ve yapısının incelenmesi için iteratif bir yöntem önerilecektir. Bu da gerçek δ_i ve $\Delta\psi_i$ ler yerine keyfi değerler vererek $r(t)$ yi elde etmektir. δ_i ve $\Delta\psi_i$ için keyfi değerler şöyle seçilir:

$$\begin{aligned} \delta'_i &= (\delta_{analiz})_i \pm k\,\Delta\delta \\ \Delta\psi'_i &= (\Delta\psi_{analiz})_i \pm \ell\,\Delta\theta \end{aligned} \qquad (5\text{-}76)$$

Böylece bulunacak keyfi bozucu sinyaller

$$\bar{r}(t) = \bar{r}(t, \delta'_i, \Delta\psi'_i) =$$

$$= x(t) - \sum_{i=1}^{n} \delta'_i \sum_{j=1}^{n_i} a_{ij} \cos(\omega_{ij} t + \phi_{ij} + \Delta\psi'_i) \qquad (5\text{-}77)$$

δ'_i , $\Delta\psi'_i$ lerin birer fonksiyonu olacaklardır. $\Delta\delta$ ve $\Delta\theta$ istenildiği kadar küçük seçilebilir. δ'_i ve $\Delta\psi'_i$ ler öyle seçilsin ki mümkün mertebe gerçek δ_i ve $\Delta\psi_i$ değerlerine yaklaşık eşit olsun. Böylece $r(t)$ ye olabildiğince iyi bir yaklaşım içine girilsin ve bu yaklaşık $\bar{r}(t)$ nin genlik spektrumunun maksimum olduğu frekansların $(\delta', \Delta\psi')$ düzlemindeki dağılımından bilgi elde edilebilsin.

Bunun için önce teorik gel-git sinyalinin her bir frekans bandının FSEY ile genlik spektrumu $A_i(\omega)$ hesaplanır. Burada i indisi frekans bant numarasını ya da adını belirtmektedir, örneğin O1 frekans bandı gibi. Bu FSEY ile bulunan $A_i(\omega)$ genlik spektrumu, ilgili frekans bandın sınırları ($\omega_{alt} < \omega_j < \omega_{üst}$) içinde kalır, yani

$$A_i(\omega_j) = \sqrt{a^{y^2}(\omega_j) + b^{y^2}(\omega_j)} \quad , \quad \omega_j = \omega_{alt} + k\,\Delta\omega \qquad (5\text{-}78)$$

ω_j ilgili frekans bandın sınırları içinde kalmak koşulu ile yeterince duyarlı seçilerek

$$A_i^y(\omega_j) \quad , \quad j = 1, 2, \ldots\ldots , r_i$$

$A_i^y(\omega_j)$ değerlerinin maksimumu bulunur. Bu maksimum genlik spektrumuna karşılık gelen, örneğin ω_m frekansı bu frekans bandı için asıldır. Bu frekansa burada frekans bandının merkezsel frekansı adı verilecektir. Daha sonra bu merkezsel frekansa göre eş aralıklı ve ilgili frekans bandın sınırları içinde kalacak şekilde

$$\omega_{\pm\ell} = \omega_m \pm \ell\,\Delta\omega \quad , \quad \begin{matrix} \ell = 1, 2, 3, \ldots. \\ \omega_{alt} < \omega_\ell < \omega_{üst} \end{matrix} \qquad (5\text{-}79)$$

ω_ℓ frekansları hesaplanır. $\Delta\omega$ aralığı istenildiği kadar küçük seçilebilir. Ancak belirgin sonuçlar alabilmek için mümkün mertebe $\Delta\omega$ aralığı öyle seçilmeli ki, $\omega_m+\Delta\omega$ ve $\omega_m-\Delta\omega$ frekanslarına karşılık gelen $A(\omega_m-\Delta\omega)$, $A(\omega_m+\Delta\omega)$ değerleri $A(\omega_m)$ değerinden belirgin olarak fark edilecek kadar küçük olsun.

Sonra ilgili frekans bandı için δ_i', $\Delta\psi_i'$ değer çiftleri seçilir. Daha sonra bu seçilen δ_i' ve $\Delta\psi_i'$ her bir değer çiftine göre $A^{\bar{r}}{}_i(\omega_\ell)$ değerleri hesaplanır. Artık yeni durumda gel-git frekanslarının yerini ω_ℓ frekansları almıştır. Bu $A^{\bar{r}}{}_i(\omega_\ell)$ değerlerinin maksimumlarına karşılık gelen frekanslar alınır ve δ', $\Delta\psi'$ eksenlerinin oluşturduğu düzleme taşınır.

FSEY'nin en önemli yararlarından biri (5-77) deki tüm model yerine tek bir frekans bantla çalışmaya elverişli olmasıdır. Böyle olunca bundan sonraki düşünceler hep belli bir frekans bandı üzerinde yoğunlaşacaktır.

Bir frekans bandına özgü gerçek δ, $\Delta\psi$ değerleri bilinmediğinden bu banda özgü gerçek bir faydalı sinyal yerine yapay faydalı sinyal $\bar{s}(t)$, δ_1 ve $\Delta\psi_1$ değişkenlerine bağlı olarak

$$\bar{s}(t) = f(\delta_1,\Delta\psi_1) = \delta_1 \sum_{i=1}^{kn} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \Delta\psi_1) \qquad (5\text{-}80)$$

ve bu kez $\bar{s}(t)$ ye bağlı olarak yapay bir $\bar{r}(t)$ bozucu sinyali bulunacaktır:

$$\bar{r}(t) = x(t) - \bar{s}(t) = f(\delta_1,\Delta\psi_1) \qquad (5\text{-}81)$$

Aynı frekans bandına özgü $x(t)$ yerine $s(t)+r(t)$ yazılırsa

$$\bar{r}(t) = s(t) - \bar{s}(t) + r(t) = s_1(t) + r(t) \qquad (5\text{-}82)$$

elde edilir. Bu durumda

$$\bar{r}(t) = f(\delta_1, \Delta\psi_1) = \delta \sum_{i=1}^{kn} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \Delta\psi) -$$

$$- \delta_1 \sum_{i=1}^{kn} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \Delta\psi_1) + r(t)$$

ve

$$s_1(t) = \delta \sum_{i=1}^{kn} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \Delta\psi) - \delta_1 \sum_{i=1}^{kn} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \Delta\psi_1) \qquad (5\text{-}83)$$

yazılabilir. Bu son eşitlik daha açık olarak

$$s_1(t) = \sum_{i=1}^{kn} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \{\delta \cos \Delta\psi - \delta_1 \cos \Delta\psi_1\} -$$

$$- \sum_{i=1}^{kn} a_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \{\delta \sin \Delta\psi - \delta_1 \sin \Delta\psi_1\}$$

veya

$$s_1(t) = \Delta\delta \sum_{i=1}^{kn} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \overline{\Delta\psi}) =$$

$$= \Delta\delta \cos \overline{\Delta\psi} \sum_{i=1}^{kn} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i) - \Delta\delta \sin \overline{\Delta\psi} \sum_{i=1}^{kn} a_i \sin(\omega_i t + \phi_i)$$

yazılıp bir önceki eşitlikle karşılaştırılırsa

$$\Delta\delta \cos \overline{\Delta\psi} = \delta \cos \Delta\psi - \delta_1 \cos \Delta\psi_1$$

$$\Delta\delta \sin \overline{\Delta\psi} = \delta \sin \Delta\psi - \delta_1 \sin \Delta\psi_1 \qquad (5\text{-}84)$$

elde edilir. Buradan

$$\Delta\delta = \sqrt{\delta^2 + \delta_1^2 - 2\,\delta\,\delta_1 \cos(\Delta\psi - \Delta\psi_1)} \quad ,$$

$$\tan \overline{\Delta\psi} = \frac{\delta \sin \Delta\psi - \delta_1 \sin \Delta\psi_1}{\delta \cos \Delta\psi - \delta_1 \cos \Delta\psi_1} \qquad (5\text{-}85)$$

bulunur. O halde kısaca

$$s_1(t) = \Delta\delta \sum_{i=1}^{kn} a_i \cos(\omega_i t + \phi_i + \overline{\Delta\psi}) = f(\delta_1, \Delta\psi_1) \qquad (5\text{-}86)$$

yazılabilir. a_i, ϕ_i, ω_i değerleri teorik gel-git titreşimlerinin söz konusu frekans bandına özgü sabitleridir.

Öz olarak bir frekans bandına özgü gerçek δ, $\Delta\psi$ değerleri bilinmediği için gerçek bozucu sinyal r(t) yi incelemek olanaksız olduğundan ancak yaklaşık (grafik) bir yöntem seçmek zorunluğu vardır.

Gerek $s_1(t)$ ve gerekse buna bağlı olarak bulunan $\bar{r}(t)$ sinyali δ_1 ve $\Delta\psi_1$ değerlerinin birer fonksiyonudur. İstenen, δ_1 ve $\Delta\psi_1$ değişkenleri belli sınırlar içinde değişirken, $\bar{r}(t)$ keyfi bozucu sinyalin $A^{\bar{r}}(\omega_\ell)$ genlik spektrumunun maksimum olduğu frekansların, $(\delta_1, \Delta\psi_1)$ eksenler düzlemindeki dağılımının belli yapıda bozucu sinyaller için bir düzenlilik göstermesidir.

Bir frekans bandına özgü $A^y(\omega_\ell)$ değerleri belli bir ω_m frekansında bir maksimum veriyorsa $A^s(\omega_\ell)$ değerleri de mutlaka ω_m de bir maksimum verir. Çünkü $A^y(\omega_\ell)$ ile $A^s(\omega_\ell)$ arasında doğrusal bir ilişki vardır:

$$A^s(\omega_\ell) = \delta\, A^y(\omega_\ell) \quad .$$

(5-82) eşitliği ile tanımlanan ilgili frekans bandına özgü keyfi bozucu sinyalin FSEY'ne göre ω_ℓ frekansları için Fourier genlik spektrumları hesaplanırsa

$$A^{\bar{r}}{}^2_{(\omega_\ell)} = A^{s_1}{}^2_{(\omega_\ell)} + 2\{a^{s_1}_{(\omega_\ell)} a^r_{(\omega_\ell)} + b^{s_1}_{(\omega_\ell)} b^r_{(\omega_\ell)}\} + A^r{}^2_{(\omega_\ell)} \qquad (5\text{-}87)$$

elde edilir. Aslında bu eşitlik, $s_1(t)$ sinyalinin frekans alanında r(t) tarafından modülasyona uğratılması demektir, ya da tersi.

δ_1, $\Delta\psi_1$ değerleri değişirken (5-87) eşitliğinde şu durumlar olabilir:

1° $A^{s_1}(\omega_\ell) > A^r(\omega_\ell)$

Bu durumda (5-82) eşitliğinde yani $\bar{r}(t)$ sinyalinde $s_1(t)$ sinyali egemen duruma geçer. Dolayısıyla $A^{\bar{r}}(\omega_\ell)$ genlik spektrumlarının maksimum olduğu frekanslar ilgili frekans bandın merkezsel frekansına yaklaşır.

2° $A^{s_1}(\omega_\ell) < A^r(\omega_\ell)$

Bu durumda $\bar{r}(t)$ sinyalinde gerçek bozucu sinyal [=r(t)] egemen olur. Dolayısıyla $A^{\bar{r}}(\omega_\ell)$ genlik spektrumlarının maksimum olduğu frekanslar, ilgili frekans bandın merkezsel frekansından uzaklaşarak bozucu spektral enerjinin yoğun olduğu frekanslara doğru kayar.

Zaman alanında önce $\bar{r}(t, \delta_1, \Delta\psi_1)$ i oluşturup sonra bu sinyalden $A^{\bar{r}}(\omega_\ell)$ leri hesaplamak oldukça büyük bilgisayar zamanını gerektirir. Buna karşılık frekans alanında çalışarak bilgisayar zamanını oldukça büyük ölçekte azaltmak olasıdır.

Frekans alanında $A^{\bar{r}}(\omega_\ell)$ leri hesaplayabilmek için önce Fourier katsayıları ile Fourier genlik ve faz spektrumları arasında şu ilişkiler gözönüne getirilir:

$$\begin{aligned}
&A^s(i\omega_o) = \delta\, A^y(i\omega_o) \quad , \quad \Phi^s(i\omega_o) = \Phi^y(i\omega_o) + \Delta\psi \\
&a^s(i\omega_o) = \delta\, A^y(i\omega_o)\, \cos[\Phi^y(i\omega_o) + \Delta\psi] \\
&b^s(i\omega_o) = -\delta\, A^y(i\omega_o)\, \sin[\Phi^y(i\omega_o) + \Delta\psi]
\end{aligned} \qquad (5\text{-}88)$$

Bu ilişkiler FSEY'nde de yani $i\omega_o = \omega_i$ konması durumunda da geçerlidir. İlgili frekans bandı için ω_ℓ eş aralıklı frekanslar belirlendikten sonra

$$a^y(\omega_\ell),\ b^y(\omega_\ell),\ a^x(\omega_\ell),\ b^x(\omega_\ell)$$

hesaplanır. δ_1 ve $\Delta\psi_1$ değerleri istenildiği gibi seçilerek her bir δ_1, $\Delta\psi_1$ değer çiftine karşılık $a^{\bar{s}}(\omega_\ell)$ ve $b^{\bar{s}}(\omega_\ell)$ değerleri (5-88) e göre hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} a^{\bar{s}}(\omega_\ell) &= \delta_1 A^y(\omega_\ell) \cos[\Phi^y(\omega_\ell) + \Delta\psi_1] = g(\delta_1, \Delta\psi_1) \\ b^{\bar{s}}(\omega_\ell) &= -\delta_1 A^y(\omega_\ell) \sin[\Phi^y(\omega_\ell) + \Delta\psi_1] = g(\delta_1, \Delta\psi_1) \end{aligned} \qquad (5\text{-}89)$$

Bir adım daha ileri gidip, (5-81) eşitliğinden yola çıkarak

$$\begin{aligned} a^{\bar{r}}(\omega_\ell) &= a^x(\omega_\ell) - a^{\bar{s}}(\omega_\ell) = h(\delta_1, \Delta\psi_1) \\ b^{\bar{r}}(\omega_\ell) &= b^x(\omega_\ell) - b^{\bar{s}}(\omega_\ell) = h(\delta_1, \Delta\psi_1) \end{aligned} \qquad (5\text{-}90)$$

ve

$$A^{\bar{r}\,2}(\omega_\ell) = a^{\bar{r}\,2}(\omega_\ell) + b^{\bar{r}\,2}(\omega_\ell) \qquad (5\text{-}91)$$

yazılabilir.

Böylece (5-89) eşitliğinden görüldüğü gibi δ_1 ve $\Delta\psi_1$ değişkenlerinin her bir değeri için zaman alanından frekans alanına geçmeye gerek yoktur. Yalnızca δ_1 ve $\Delta\psi_1$ değişkenlerinin değerlerinin değiştirilmesi yetecektir. Bu olanak bilgisayardaki hesap zamanı açısından büyük bir kazançtır. Böylelikle bozucu sinyalin yapısı hakkında bilgi edinirken zaman alanında çalışmak yerine frekans alanında çalışmak özellikle bilgisayarda hesap zamanı açısından çok büyük önem taşımaktadır.

5.10 STOKASTİK BOZUCU ETKİNİN TAHMİN EDİLMESİ

FSEY'nde genellikle zaman fonksiyonu deterministik ve stokastik sinyal olarak ikiye ayrılıp düşünülmemektedir. Bunun yerine zaman fonksiyonu tüm olarak incelenmektedir. İleride bölüm 6.12 de anlatılacağı gibi her bir frekans bandında bulunan tüm titreşimler için hesaplanan $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinin aritmetik veya ağırlıklı ortalamaları alınıp, ayrıca bunların standart sapmaları da verilir. Fakat bu standart sapmalar ilgili frekans bandın iç duyarlılığını belirtir, gerçek stokastik etkiyi göstermekten uzaktır. Bu nedenle gerçek stokastik etkilerin başka bir yolla tahmin edilmesi gerekmektedir.

5.101 Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nde Stokastik Etkiler

Bölüm 5.51 de gel-git kayıt sinyalinin Fourier Analizi yapılırken tüm sinyal, deterministik ve stokastik kısımlara ayrılmıştı. Aynı ayırma işlemi FSEY'nde de yapılabilir.

Genel olarak (5-20) ye benzer biçimde

$$A^{x\,2}_{(\omega_i)} = A^{sr_1\,2}_{(\omega_i)} + 2\{c^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)} + d^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\} + A^{r_2\,2}_{(\omega_i)} \qquad (5\text{-}92)$$

yazılır, bu eşitlik $A^{y\,2}_{(\omega_i)}$ ye bölünür ve

$$\delta^{sr_1\,2}_{(\omega_i)} = \frac{A^{s\,2}_{(\omega_i)} + A^{r_1\,2}_{(\omega_i)} + 2\{a^{s}_{(\omega_i)} a^{r_1}_{(\omega_i)} + b^{s}_{(\omega_i)} b^{r_1}_{(\omega_i)}\}}{A^{y\,2}_{(\omega_i)}} = \text{Deterministik kısım}$$

$$(5\text{-}93)$$

$$SK(\omega_i) = \frac{A^{r_2\,2}_{(\omega_i)} + 2\{c^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)} + d^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\}}{A^{y\,2}_{(\omega_i)}} = \text{Stokastik kısım}$$

kısaltmaları yapılırsa

$$\delta^{x\,2}(\omega_i) = \delta^{sr_1\,2}(\omega_i) + SK(\omega_i) \qquad (5\text{-}94)$$

elde edilir. Buradan karekök alınırsa

$$\delta^{x}(\omega_i) = \delta^{sr_1}_{(\omega_i)} \sqrt{1 + \frac{SK(\omega_i)}{\delta^{sr_1\,2}_{(\omega_i)}}} =$$

$$= \delta^{sr_1}_{(\omega_i)} \sqrt{1 + \frac{A^{r_2\,2}_{(\omega_i)} + 2\{c^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)} + d^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\}}{A^{s\,2}_{(\omega_i)} + A^{r_1\,2}_{(\omega_i)} + 2\{a^{s}_{(\omega_i)} a^{r_1}_{(\omega_i)} + b^{s}_{(\omega_i)} b^{r_1}_{(\omega_i)}\}}}$$

bulunur.

Genel olarak gel-git kayıtlarının kısa periyotlu (tam ve yarım günlük) kısmında stokastik kısmın deterministik kısımdan daha küçük olduğu varsayılabilir, yani

$$\left| \frac{A^{r_2\,2}_{(\omega_i)} + 2\{c^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)} + d^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\}}{A^{s\,2}_{(\omega_i)} + A^{r_1\,2}_{(\omega_i)} + 2\{a^{s}_{(\omega_i)} a^{r_1}_{(\omega_i)} + b^{s}_{(\omega_i)} b^{r_1}_{(\omega_i)}\}} \right| < 1 \qquad (5\text{-}95)$$

Buna göre yukarıdaki karekök içi seriye açılabilir:

$$\delta^{x}_{(\omega_i)} = \delta^{sr_1}_{(\omega_i)} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{SK(\omega_i)}{\delta^{sr_1\,2}_{(\omega_i)}} - \frac{1}{8} \{\frac{SK(\omega_i)}{\delta^{sr_1\,2}_{(\omega_i)}}\}^2 + \ldots\ldots\right] .$$

Burada

$$\delta^{sk}_{(\omega i)} = \frac{1}{2}\frac{SK(\omega_i)}{\delta^{sr_1}_{(\omega i)}} - \frac{1}{8}\frac{SK(\omega_i)}{\delta^{sr_1\ 3}_{(\omega i)}} + \ldots\ldots \qquad (5\text{-}96)$$

kısaltması yapılırsa

$$\delta^{x}_{(\omega i)} = \delta^{sr_1}_{(\omega i)} + \delta^{sk}_{(\omega i)} \qquad (5\text{-}97)$$

elde edilir. Burada $\delta^{sk}(\omega_i)$ ye genlik çarpanlarının stokastik yahut rastgele kısmı olarak bakılabilir.

Bölüm 5.51 de Fourier Analizi yapılırken faz spektrumunun hesabında yapıldığı gibi FSEY'nde de (5-31) e benzer olarak

$$\tan \Phi^{x}(\omega_i) = \tan \Phi^{sr_1}(\omega_i) + \tan \Phi_{sk}(\omega_i) \qquad (5\text{-}98)$$

yazılabilir. Burada

$$\tan \Phi_{sk}(\omega_i) = -\frac{b^{r_2}_{(\omega i)}}{c^{sr_1}_{(\omega i)}} - \tan \Phi^{sr_1}_{(\omega i)} \frac{a^{r_2}_{(\omega i)}}{c^{sr_1}_{(\omega i)}} + \frac{a^{r_2}_{(\omega i)}\, b^{r_2}_{(\omega i)}}{\{c^{sr_1}_{(\omega i)}\}^2} - \ldots\ldots \qquad (5\text{-}99)$$

faz hesabındaki stokastik bozucu kısmı gösterir.

FSEY'nde faz farkları için (5-66) eşitliği geçerlidir, yani

$$\Delta\psi(\omega_i) = \Phi^{x}(\omega_i) - \Phi^{y}(\omega_i)$$

Bölüm 5.81 de faz farkları için geliştirilen formüllerde

$$b^{s}(\omega_i) = d^{sr_1}(\omega_i) \quad , \quad a^{s}(\omega_i) = c^{sr_1}(\omega_i) \quad ,$$

$$a^{p}(\omega_i) = a^{r_2}(\omega_i) \quad , \quad b^{p}(\omega_i) = b^{r_2}(\omega_i)$$

konursa

$$\left| a^{r_2}_{(\omega i)} a^{y}_{(\omega i)} + b^{r_2}_{(\omega i)} b^{y}_{(\omega i)} \right| < \left| c^{sr_1}_{(\omega i)} a^{y}_{(\omega i)} + d^{sr_1}_{(\omega i)} b^{y}_{(\omega i)} \right| \qquad (5\text{-}100)$$

koşulu ile

$$\tan\Delta\psi^{x}(\omega_i) = \tan\{\Phi^{sr_1}(\omega_i) - \Phi^{y}(\omega_i)\} + \tan\Phi_{sk}(\omega_i) \qquad (5\text{-}101)$$

yazılabilir. Burada $\Phi^{sr_1}(\omega_i)$ ve $\tan\Phi_{sk}(\omega_i)$ şöyle tanımlanır:

$\Phi^{sr_1}(\omega_i)$ = Faz spektrumundaki deterministik kısım

$$\tan\Phi_{sk}(\omega_i) = -\frac{b^{r_2}_{(\omega i)}a^{y}_{(\omega i)} - b^{y}_{(\omega i)}a^{r_2}_{(\omega i)}}{c^{sr_1}_{(\omega i)}a^{y}_{(\omega i)} + d^{sr_1}_{(\omega i)}b^{y}_{(\omega i)}} +$$

$$+\left\{\tan\left[\Phi^{sr}_{(\omega i)} - \Phi^{y}_{(\omega i)}\right] - \frac{b^{r_2}_{(\omega i)}a^{y}_{(\omega i)} - b^{y}_{(\omega i)}a^{r_2}_{(\omega i)}}{c^{sr_1}_{(\omega i)}a^{y}_{(\omega i)} + d^{sr_1}_{(\omega i)}b^{y}_{(\omega i)}}\right\} \cdot$$

$$\left[-\frac{a^{r_2}_{(\omega i)}a^{y}_{(\omega i)} + b^{r_2}_{(\omega i)}b^{y}_{(\omega i)}}{c^{sr_1}_{(\omega i)}a^{y}_{(\omega i)} + d^{sr_1}_{(\omega i)}b^{y}_{(\omega i)}} + \left\{\frac{a^{r_2}_{(\omega i)}a^{y}_{(\omega i)} + b^{r_2}_{(\omega i)}b^{y}_{(\omega i)}}{c^{sr_1}_{(\omega i)}a^{y}_{(\omega i)} + d^{sr_1}_{(\omega i)}b^{y}_{(\omega i)}}\right\}^2 - \ldots\right]$$

Son olarak (5-74) e benzer şekilde

$$\Delta\psi^{x}(\omega_i) = \Phi^{sr_1}_{(\omega i)} - \Phi^{y}_{(\omega i)} + \tan\theta_{sk}(\omega_i) \qquad (5\text{-}102)$$

elde edilir. Burada $\tan\theta_{sk}(\omega_i)$ faz kaymalarındaki stokastik bozucu etkiyi belirtir.

5.102 Stokastik Bozucu Sinyalin Fourier Genlik Spektrumu

Stokastik bozucu sinyal genel olarak bölüm 5.4 te $r_2(t)$ ile gösterilmişti.

Rastgele bozucu etkiler hakkında bilgi edinmek için x(t) gel-git kayıt sinyalinin Fourier genlik spektrumunun yahut güç spektrumunun gel-git frekans bantlarının yer almadığı kısımlarına bakılmalıdır.

x(t) gel-git kayıtlarının Fourier genlik spektrumu (5-20) eşitliğine göre şöyle idi:

$$A^{x\ 2}_{(i\omega_o)} = A^{sr_1\ 2}_{(i\omega_o)} + 2\{c^{sr_1}_{(i\omega_o)}a^{r_2}_{(i\omega_o)} + d^{sr_1}_{(i\omega_o)}b^{r_2}_{(i\omega_o)}\} + A^{r_2\ 2}_{(i\omega_o)} \qquad (5\text{-}20)$$

Bu eşitlikteki stokastik kısım,

$$SK(i\omega_o) = A^{r_2\ 2}_{(i\omega_o)} + 2\{c^{sr_1}_{(i\omega_o)}a^{r_2}_{(i\omega_o)} + d^{sr_1}_{(i\omega_o)}b^{r_2}_{(i\omega_o)}\} \qquad (5\text{-}103)$$

olur. (5-20) eşitliğinden görüldüğü gibi $A^{r_2}(i\omega_o)$ stokastik bozucu sinyalin genlik spektrumunu elde edebilmek için olabildiğince deterministik sinyallerin frekans bantlarından uzak kalınması gerekir. Ancak

$$A^{sr_1}(i\omega_o) \Rightarrow 0$$

dolayısıyla

$$2\{c^{sr_1}_{(i\omega_o)}a^{r_2}_{(i\omega_o)} + d^{sr_1}_{(i\omega_o)}b^{r_2}_{(i\omega_o)}\} \Rightarrow 0$$

olduğu zaman

$$A^{x}(i\omega_o) \approx A^{r_2}(i\omega_o) \qquad (5\text{-}104)$$

olabilir.

Bölüm 5.5 te değinildiği gibi x(t) gel-git kayıt sinyalinin Fourier genlik spektrumu, gel-git kayıtları $\Delta t = 1$ saat eş aralıklarla sayısallaştırıldığından frekans alanında $0 < i\omega_o < \pi$ arasında yer almak zorundadır. Kullanılan ağırlık fonksiyonunun yan bant etkileri gözardı edilirse $A^{r_2}(i\omega_o)$ hakkında teorik gel-git modelinde yer alan frekans bantlarının dışında, yani

1°	3.2 °/h - 11.7 °/h	=	Uzun periyotlu titreşimlerle günlük titreşimler arası
2°	17.7 °/h - 26.3 °/h	=	Günlük titreşimlerle yarım günlük titreşimler arası
3°	31.7 °/h - 41.9 °/h	=	Yarım günlük titreşimlerle üçtebir günlük titreşimler arası
4°	44.6 °/h -180 °/h	=	Üçtebir günlük titreşimlerden sonrası

bilgi edinilebilir. Doğal olarak bu sayılan frekans alanlarında deterministik yapıdaki başka titreşimler yok varsayılmıştır (bak. WENZEL 1976:43).

(HEKİMOĞLU 1976:69) daki çizelgeye bakılırsa 1° frekans alanında teorik gel-git modelinde yer almayan koşullu deterministik yapıda bazı titreşimler olabilir. Bu nedenle bu frekans alanında $A^{r_2}(i\omega_o)$ nın doğru elde edileceği kuşkuludur.

5.103 Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nde Stokastik Etkinin Tahmin Edilmesi

Bu kısımda x(t) gel-git kayıt sinyalinden FSEY ile elde edilen $\delta^{x}(\omega_i)$ genlik çarpanlarındaki toplam stokastik etkinin hesaplanması üzerine bir tahmin yürütülecektir.

FSEY'nde genlik spektrumundaki stokastik kısım için (5-103) eşitliğine benzer olarak

$$SK(\omega_i) = 2\{c^{sr_1}_{(\omega i)} a^{r_2}_{(\omega i)} + d^{sr_1}_{(\omega i)} b^{r_2}_{(\omega i)}\} + A^{r_2\,2}_{(\omega i)} \qquad (5\text{-}105)$$

yazılabilir. Burada $A^{r_2}(\omega_i)$, bölüm 5.102 de verilen 4 frekans alanından elde edilecek $A^{r_2}(i\omega_o)$ lerde ω_i gel-git frekansları için enterpolasyon yapılarak bulunabilir (bak. Bölüm 9.4, WENZEL 1976:44). (5-105) eşitliğinde ayraç içindeki kısmı hesaplayabilmek için şu eşitsizlikten yararlanılır:

$$\left| c^{sr_1}_{(\omega i)} a^{r_2}_{(\omega i)} \right| + \left| d^{sr_1}_{(\omega i)} b^{r_2}_{(\omega i)} \right| \leq A^{sr_1}_{(\omega i)} A^{r_2}_{(\omega i)} \quad . \qquad (5\text{-}106)$$

Bunu açıklamak için şu eşitsizlikten hareket edilir:

$$|2xy| \leq x^2 + y^2$$

Burada $x = c^{sr_1}(\omega_i)\, b^{r_2}(\omega_i)$, $y = d^{sr_1}(\omega_i)\, a^{r_2}(\omega_i)$ konursa söz konusu eşitsizlik

$$\left|2\, c^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)} d^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)}\right| \leq \left[c^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2 + \left[d^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2$$

şekline dönüşür. Bu eşitsizliğin her iki yanına $|c^{sr_1}(\omega_i)\, a^{r_2}(\omega_i)|^2 + |d^{sr_1}(\omega_i)\, b^{r_2}(\omega_i)|^2$ eklenirse eşitsizliğin değeri değişmez, yani

$$\left[c^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2 + \left[d^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2 + 2\left|c^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)} d^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)}\right| \leq$$

$$\leq \left[c^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2 + \left[d^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2 + \left[c^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2 + \left[d^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2$$

elde edilir. Bu eşitsizliğin her iki yanı geliştirilerek

$$\left\{\left|c^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)}\right| + \left|d^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\right|\right\}^2 \leq$$

$$\leq \left[c^{sr_1}_{(\omega_i)}\right]^2 \left\{\left[a^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2 + \left[b^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2\right\} + \left[d^{sr_1}_{(\omega_i)}\right]^2 \left\{\left[a^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2 + \left[b^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2\right\}$$

ve

$$\left\{\left|c^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)}\right| + \left|d^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\right|\right\}^2 \leq \left[A^{sr_1}_{(\omega_i)}\right]^2 \left[A^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2$$

$$\left|c^{sr_1}_{(\omega_i)} a^{r_2}_{(\omega_i)}\right| + \left|d^{sr_1}_{(\omega_i)} b^{r_2}_{(\omega_i)}\right| \leq A^{sr_1}_{(\omega_i)}\, A^{r_2}_{(\omega_i)}$$

bulunur. Halbuki (5-105) eşitliğinde ayraç içindeki ifadelerin mutlak değerleri söz konusu olmadığından $SK(\omega_i)$ nin alabileceği en büyük ve en küçük değerler

$$-2\, A^{sr_1}_{(\omega_i)} A^{r_2}_{(\omega_i)} + \left[A^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2 \leq SK(\omega_i) \leq 2\, A^{sr_1}_{(\omega_i)} A^{r_2}_{(\omega_i)} + \left[A^{r_2}_{(\omega_i)}\right]^2 \qquad (5\text{-}107)$$

şeklinde sınırlandırılabilir.

FSEY'nde genlik çarpanları içindeki stokastik kısım (5-96) ya göre

$$\delta^{sk}_{(\omega_i)} = \frac{1}{2}\frac{SK(\omega_i)}{\delta^{sr_1}_{(\omega_i)}} - \frac{1}{8}\frac{\left[SK(\omega_i)\right]^2}{\left[\delta^{sr_1}_{(\omega_i)}\right]^3} + \cdots\cdots$$

olarak verilmişti. Bu eşitliğin ilk terimi ile yetinilirse yaklaşık olarak

$$\delta^{sk}_{(\omega_i)} \simeq \frac{SK(\omega_i)}{2\delta^{sr_1}_{(\omega_i)}} = \frac{1}{2}\frac{SK(\omega_i)/A^{y^2}_{(\omega_i)}}{A^{sr_1}_{(\omega_i)}/A^{y}_{(\omega_i)}} = \frac{SK(\omega_i)}{2\, A^{sr_1}_{(\omega_i)} A^{y}_{(\omega_i)}} \qquad (5\text{-}108)$$

yazılabilir. Buradaki $SK(\omega_i)$ yerine (5-107) eşitsizliği konursa, yaklaşık olarak

$$\frac{-2\,A^{sr_1}_{(\omega_i)}A^{r_2}_{(\omega_i)} + A^{r_2}_{(\omega_i)}A^{r_2}_{(\omega_i)}}{2\,A^{sr_1}_{(\omega_i)}A^{y}_{(\omega_i)}} \leqq \delta^{sk}_{(\omega_i)} \leqq \frac{2\,A^{sr_1}_{(\omega_i)}A^{r_2}_{(\omega_i)} + A^{r_2}_{(\omega_i)}A^{r_2}_{(\omega_i)}}{2\,A^{sr_1}_{(\omega_i)}A^{y}_{(\omega_i)}} \qquad (5\text{-}109)$$

veya $A^{sr_1}(\omega_i) \approx \delta^{x}_{ort}A^{y}(\omega_i)$ koyarak

$$\frac{-2\,A^{y}_{(\omega_i)}A^{r_2}_{(\omega_i)}\delta^{x}_{ort} + A^{r_2}_{(\omega_i)}A^{r_2}_{(\omega_i)}}{2\,\delta^{x}_{ort}\,A^{y}_{(\omega_i)}A^{y}_{(\omega_i)}} \leqq \delta^{sk}_{(\omega_i)} \leqq \frac{2\,A^{r_2}_{(\omega_i)}\delta^{x}_{ort}A^{y}_{(\omega_i)} + A^{r_2}_{(\omega_i)}A^{r_2}_{(\omega_i)}}{2\,\delta^{x}_{ort}\,A^{y}_{(\omega_i)}A^{y}_{(\omega_i)}} \qquad (5\text{-}110)$$

elde edilir. Bu formülde yalnızca kesirlerdeki ilk terimler alınarak elde edilen

$$-\frac{A^{r_2}_{(\omega_i)}}{A^{y}_{(\omega_i)}} \leqq \delta^{sk}_{(\omega_i)} \leqq \frac{A^{r_2}_{(\omega_i)}}{A^{y}_{(\omega_i)}} \qquad (5\text{-}111)$$

eşitsizliği (WENZEL 1976:45) de verilen (5.2.15) eşitliği ile uyuşmaktadır.

6 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ'NİN TEST MODELİNE UYGULANMASI VE YAN BANT ETKİLERİNİN SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ

6.1 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ'NİN BİR TEST MODELİNE UYGULANMASI

6.11 Test Modeli (=Yapay Gel-git Sinyali)

Bölüm 4.1 ve 5.6 da açıklanan Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi' (FSEY) nin sayısal olarak denenmesi için test modeli olarak yapay bir gel -git sinyali alınmıştır. Yapay gel-git zaman dizisi, ancak teorik gel-git zaman fonksiyonundan üretilebilir. Gerçek gravite vektörünün düşey bileşenine özgü gel-git zaman dizisi için elimizde yalnızca Bonn gravimetre istasyonuna ($\phi = 50^{\circ}7333$, $\lambda = 7^{\circ}0833$, $h = 59$ m) özgü değerler olduğundan, bir paralellik kurulabilmesi açısından düşey bileşene özgü teorik gel-git zaman dizisi de aynı istasyon için hesaplanacaktır. Yapay gel-git zaman dizisi $s_y(t)$ teorik gel-git sinyali $[y(t)]$ nde her frekans bandı için keyfi δ ve $\Delta\psi$ değerleri verilerek aşağıdaki gibi elde edilir:

$$s_y(t) = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \sum_{j=1}^{n_i} a_{ij} \cos(\omega_{ij} t + \phi_{ij} + \Delta\psi_i) \qquad (6\text{-}1)$$

Burada i indisi frekans bantlarını, j indisi bu frekans bandı içindeki titreşimleri; δ_i, i frekans bandının genlik çarpanını, $\Delta\psi_i$ ise söz konusu frekans bandının faz kaymasını; a_{ij}, ϕ_{ij}, ω_{ij} ise sırasıyla teorik gel-git sinyalinin genliklerini, frekans ve fazlarını gösterir. Teorik gel-git sinyali için

$$y(t) = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \cos(\omega_{ij} t + \phi_{ij}) \;, \qquad m = \sum_{i=1}^{n} n_i = 504 \qquad (6\text{-}2)$$

yazılabilir.

Teorik gel-git modeli için CARTWRIGHT-EDDEN modeli alınmıştır (WENZEL 1976). Bu modelde 504 titreşim bulunmaktadır. Bu titreşimler 29 frekans bandına ayrılmış ve her frekans bandı için keyfi δ ve $\Delta\psi$ değerleri verilerek yapay bir gel-git sinyali elde edilmiştir (Çizelge 6.1). $\Delta t = 1$ saatlik sayısallaştırma aralıklı 2388 saatlik ($\approx$99.5 gün) bir zaman alanında söz konusu yapay gel-git zaman dizisi hesaplanmıştır.

ÇİZELGE 6.1 Yapay Gel-git Modeli

Frekans Bantları	Bandın Sınırları [°/h]	Genlik Çarpanı	Faz Kayması [o]	Düşünceler
SSA	0.002- 0.164	1.0	0.0	
MM	0.428- 0.667	1.1	1.0	Uzun
MF	0.94 - 1.18	1.2	3.0	Periyotlu
MTM	1.44 - 1.68	1.3	4.0	Titreşimler
MSQM	2.03 - 2.19	1.4	2.0	
	2.58 - 3.20	1.5	3.0	
	11.76 - 11.91	1.0	0.0	
	12.30 - 12.49	1.2	2.0	
S1G1	12.81 - 13.01	1.2	2.0	Günlük
Q1	13.31 - 13.55	1.3	3.0	
O1	13.85 - 14.09	1.2	4.0	Titreşimler
M1	14.37 - 14.61	1.4	4.0	
K1	14.87 - 15.16	1.1	-2.0	
J1	15.47 - 15.66	1.3	3.0	
OO1	15.98 - 16.18	1.4	-3.0	
V1	16.52 - 16.69	1.4	-4.0	
	17.15 - 17.69	1.2	-5.0	
	26.33 - 26.40	1.1	1.0	
	26.80 - 26.99	1.0	2.0	
EPS2	27.34 - 27.53	1.4	5.0	Yarım
2N2	27.82 - 28.08	1.3	-1.0	Günlük
N2	28.35 - 28.55	1.5	2.0	Titreşimler
M2	28.87 - 29.10	1.1	-3.0	
L2	29.41 - 29.61	1.2	5.0	
S2	29.91 - 30.16	1.4	-7.0	
ETA2	30.51 - 30.63	1.5	2.0	
	31.05 - 31.18	1.7	1.0	
	31.64 - 31.72	1.1	-2.0	
M3	41.91 - 44.57	1.4	-5.0	Üçtebir Günlük Titreşimler

6.12 Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nin Yapay Gel-git Zaman Dizisine Uygulanması

Bölüm 4.1 ve 5.6 da açıklandığı gibi her bir titreşim için $\delta(\omega_i)$ veya $\delta(\omega_{ij})$ genlik çarpanları ve $\Delta\psi(\omega_i)$ veya $\Delta\psi(\omega_{ij})$ faz farkları (5-38) eşitliklerine göre hesaplanabilir. Bu eşitliklerdeki x(t) gel-git kayıt fonksiyonu yerine $s_y(t)$ yapay gel-git sinyali alınır. Ana varsayıma göre; her bir frekans bandı içinde —bozucu etkiler olmadığına ve yan bant etkileri gözardı edilebildiğine göre— her bir titreşime özgü genlik çarpanları ile faz kaymalarının birbirine eşit olması gerekir. Kullanılan ağırlık fonksiyonuna ve zaman aralığına bağlı olarak yan bant etkileri, genlik çarpanı ile faz kaymalarını etkileyecektir, yani değiştirecektir. Bir frekans bandı

için ortalama bir genlik çarpanı ve ortalama bir faz kayması verilmek istenirse bu takdirde

$$\delta_{ort} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \delta(\omega_j)}{n} \quad , \quad \Delta\psi_{ort} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \Delta\psi(\omega_j)}{n} \qquad (6\text{-}3)$$

ve bunların ortalama hataları

$$m_{\delta_{ort}} = \frac{m_{o_\delta}}{\sqrt{n}} \quad , \quad m_{\Delta\psi_{ort}} = \frac{m_{o_{\Delta\psi}}}{\sqrt{n}}$$

$$m_{o_\delta}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \{\delta_{ort} - \delta(\omega_j)\}^2}{n-1} \quad , \quad m_{o_{\Delta\psi}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \{\Delta\psi_{ort} - \Delta\psi(\omega_j)\}^2}{n-1} \qquad (6\text{-}4)$$

şeklinde hesaplanır.

Ayrıca frekans bandı içinde bulunan titreşimlerin genlikleri ağırlık olarak alınıp ilgili frekans bandı için ortalama bir genlik çarpanı ve ortalama bir faz kayması elde edilebilir:

$$\delta_{ort} = \frac{\sum_{j=1}^{n} p_j \, \delta(\omega_j)}{\sum_{j=1}^{n} p_j} \quad , \quad \Delta\psi_{ort} = \frac{\sum_{j=1}^{n} p_j \, \Delta\psi(\omega_j)}{\sum_{j=1}^{n} p_j} \quad , \quad p_j = a_j \qquad (6\text{-}5)$$

Bunların karesel ortalama hataları için (6-4) eşitlikleri ağırlıklı olarak yazılır. Ağırlıkları oluşturan genlikler teorik gel-git modelindeki ilgili frekans bandına özgü genliklerdir.

FSEY ile elde edilen frekans bantlarına özgü ortalama genlik çarpanlarıyla ortalama faz kaymaları ve bunların olması gereken değerlerden olan sapmaları (çeşitli ağırlık fonksiyonlarının kullanılması durumunda) Çizelge 6.2 de verilmiştir. Bu söz konusu sapmalar, bu yapay modelde bozucu etkiler yer almadığına göre ancak yan bant etkileri ile açıklanabilir. Bu konu bundan sonraki kısım 6.2 de ayrıntılı bir biçimde incelenecektir. Çizelge 6.2 den görüldüğü gibi dikdörtgen ağırlık fonksiyonunun kullanılması durumunda, söz konusu sapmalar, kabul edilemez dereceye varmaktadır. Bu ağırlık fonksiyonu FSEY'nde kullanılmamalıdır. Ayrıca ortalama değerlerin olması gerekenden olan sapmaları, genlikleri bağıl olarak büyük frekans bantlarında (Q1, O1, P1-K1, N2, M2, S2) son derece küçük, fakat diğer frekans bantlarında oldukça büyük olmaktadır. Bu konuda şu soru sorulabilir: FSEY ile bulunacak ortalama değerler doğru değerler olarak kabul edilebilir mi? Bunun için yan bant etkilerinden kaynaklanan sapmaların (model hataları) genlik çarpanlarında ±°/oo 1 den, fay kaymalarında ±0°.05 ten küçük kalması önerilebilir (WENZEL 1976:6). Buna göre bu koşul, altı birincil frekans bandında (Q1, O1, K1, N2, M2, S2) dikdörtgen ağırlık fonksiyonu dışında başka ağırlık fonksiyonu kullanılmak koşulu ile büyük ölçüde bu yöntemde sağlanmaktadır. Yalnız N2 frekans bandının faz ortalaması, bu öngörülen doğruluğu Hanning ve Blackman ağırlık fonksiyonlarının kullanılması durumunda sağlamamaktadır. Bu öngörülen koşul en iyi Kaiser ağırlık fonksiyonu kullanılması durumunda sağlanmaktadır (Çizelge 6.2 a, b, c, d).

Çizelge 6-2a Dikdörtgen ağırlık fonksiyonu ile Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi (= FSEY)

Nr.	Frekans bant	$\delta_{ort.}$	İç duyarlık (standart sapma)	δ gereken	$\delta - \delta$ ger. ort.	$\Delta\psi_{ort.}$	İç duyarlık (standart sapma)	$\Delta\psi$ gereken	$\Delta\psi - \Delta\psi$ ger. ort.
1	S1G1	1.165460	0.033554	1.2	-0.034540	3.320222	1.6940	2.	-1.320222
2	Q1	1.319426	0.053793	1.3	-0.019426	4.303454	1.4576	3.	-1.303454
3	O1	1.209167	0.047206	1.2	-0.009167	3.244656	3.8610	4.	-0.755344
4	M1	1.222087	0.127643	1.4	0.177913	5.177478	3.8199	4.	-1.177478
5	P1-K1	1.100007	0.005804	1.1	-0.000007	-2.064488	0.3413	-2.	0.064488
6	J1	1.171364	0.090008	1.3	0.128636	-6.940644	8.0128	3.	3.940644
7	OO1	1.200440	0.089147	1.4	0.199560	-3.628704	6.9272	-3.	0.628704
8	2N2	1.267234	0.079045	1.3	0.032766	-5.997470	4.9689	-1.	4.997470
9	N2	1.442899	0.037149	1.5	0.057101	6.002591	4.6720	2.	-4.002591
10	M2	1.100809	0.002256	1.1	-0.000809	-2.817676	0.1380	-3.	-0.182324
11	L2	1.189350	0.132623	1.2	0.010650	-0.257520	4.0538	5.	5.257520
12	S2	1.383382	0.028999	1.4	0.016618	-6.739066	1.1434	-7.	-0.260034

Çizelge 6-2b Hanning ağırlık fonksiyonu FSEY

1	S1G1	1.199527	0.003398	1.2	0.000473	1.994027	0.193869	2.	0.005973
2	Q1	1.299208	0.002516	1.3	0.000792	2.967494	0.205103	3.	0.032506
3	O1	1.200022	0.000125	1.2	-0.000022	3.997293	0.016050	4.	0.002707
4	M1	1.390257	0.015128	1.4	0.009743	3.499279	1.399598	4.	0.500721
5	P1-K1	1.099982	0.000136	1.1	0.000018	-2.000033	0.008755	-2.	0.000033
6	J1	1.287058	0.010676	1.3	0.012942	3.537087	0.541522	3.	-0.537087
7	OO1	1.399940	0.008570	1.4	0.000060	-2.991031	0.141380	-3.	-0.008969
8	2N2	1.297379	0.010367	1.3	0.002621	-1.016866	0.543185	-1.	0.016866
9	N2	1.499746	0.000508	1.5	0.000254	1.678049	0.420710	2.	0.321951
10	M2	1.100037	0.000243	1.1	-0.000037	-3.016542	0.023262	-3.	0.016542
11	L2	1.219608	0.028627	1.2	-0.019608	4.923327	0.532516	5.	0.076673
12	S2	1.400071	0.000388	1.4	-0.000071	-7.002773	0.017438	-7.	0.002773

Çizelge 6-2c Blackman ağırlık fonksiyonu ile FSEY

Nr.	Frekans bant	$\delta_{ort.}$	İç duyarlık (standart sapma)*)	δ gereken	$\delta - \delta$ ger. ort.	$\Delta\psi_{ort.}$	İç duyarlık (standart sapma)	$\Delta\psi$ gereken	$\Delta\psi - \Delta\psi$ ger. ort.
1	S1G1	1.200785	0.001348	1.2	-0.000785	2.038115	0.055896	2.	-0.038115
2	Q1	1.299596	0.000690	1.3	0.000404	2.977634	0.048872	3.	0.022366
3	O1	1.199998	0.000025	1.2	0.000002	3.998889	0.003570	4.	0.001111
4	M1	1.406537	0.015568	1.4	-0.006537	3.567752	0.706685	4.	0.432248
5	P1-K1	1.100045	0.000089	1.1	-0.000045	-2.000582	0.003736	-2.	0.000582
6	J1	1.298306	0.001738	1.3	0.001694	3.079910	0.094758	3.	-0.079910
7	OO1	1.400302	0.002014	1.4	-0.000302	-2.994758	0.054676	-3.	-0.005242
8	2N2	1.301660	0.004844	1.3	-0.001660	-0.893517	0.211148	-1.	-0.106483
9	N2	1.499971	0.000188	1.5	0.000029	1.941879	0.048818	2.	0.058121
10	M2	1.100059	0.000130	1.1	-0.000059	-3.003409	0.004212	-3.	0.003409
11	L2	1.193472	0.020332	1.2	0.006528	4.968436	0.109170	5.	0.031564
12	S2	1.400006	0.000160	1.4	-0.000006	-7.001726	0.010373	-7.	0.001726

Çizelge 6-2d Kaiser ağırlık fonksiyonu ile FSEY

1	S1G1	1.200415	0.001250	1.2	0.000415	2.021590	0.053925	2.	-0.021590
2	Q1	1.299874	0.000790	1.3	0.000126	2.988556	0.046580	3.	0.011444
3	O1	1.199997	0.000028	1.2	0.000003	3.998965	0.001427	4.	0.001035
4	M1	1.405891	0.014505	1.4	-0.005891	3.716716	0.680452	4.	0.283284
5	P1-K1	1.100040	0.000094	1.1	-0.000040	-2.000427	0.003413	-2.	0.000427
6	J1	1.299973	0.001067	1.3	0.000027	2.998590	0.079963	3.	0.001410
7	OO1	1.400434	0.000414	1.4	-0.000434	-3.010634	0.029977	-3.	0.010634
8	2N2	1.301735	0.004573	1.3	-0.001735	-0.927206	0.235054	-1.	-0.072704
9	N2	1.499980	0.000132	1.5	0.000020	1.996996	0.039878	2.	0.003004
10	M2	1.100042	0.000124	1.1	-0.000042	-3.000192	0.006909	-3.	0.000192
11	L2	1.193388	0.019423	1.2	0.006612	4.961775	0.062110	5.	0.038225
12	S2	1.400009	0.000100	1.4	-0.000009	-6.999817	0.007346	-7.	-0.000183

*) İç duyarlık olarak tanımlanan bu karesel ortalama hata, kavram olarak tam doğru değildir. Çünkü buradaki $\delta(\omega_i) - \delta_{ort}$ sapmaları stokastik yapıda değildir. Fakat yinede ortalamadan olan sapmalar için bir fikir vermektedir.

ÇİZELGE 6.3 Ağırlık Fonksiyonları

Ağırlık Fonksiyonları	F o r m ü l	Zaman Alanı	Bant Genişliği
Dikdörtgen	$w(t) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$	$0 \leq t \leq N-1$ bunun dışında	$\frac{4\pi}{N} = 2\,\omega_o$
Hanning	$w(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left[1-\cos\left(\frac{2\pi t}{N-1}\right)\right] \\ 0 \end{cases}$	$0 \leq t \leq N-1$ bunun dışında	$\frac{8\pi}{N} = 4\,\omega_o$
Hamming	$w(t) = \begin{cases} 0.54-0.46\cos\left(\frac{2\pi t}{N-1}\right) \\ 0 \end{cases}$	$0 \leq t \leq N-1$ bunun dışında	$\frac{8\pi}{N} = 4\,\omega_o$
Blackman	$w(t) = \begin{cases} 0.42-0.5\cos\left(\frac{2\pi t}{N-1}\right)+ \\ \quad +0.08\cos\left(\frac{4\pi t}{N-1}\right) \\ 0 \end{cases}$	$0 \leq t \leq N-1$ bunun dışında	$\frac{12\pi}{N} = 6\,\omega_o$
Kaiser	$w(t) = \begin{cases} \dfrac{I_o\left\{\beta\sqrt{1-\left(\frac{2t}{N-1}-1\right)^2}\right\}}{I_o(\beta)} \\ 0 \end{cases}$	$0 \leq t \leq N-1$ bunun dışında	

6.2 YAN BANT ETKİLERİNİN SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ

Yan bant etkilerinin nereden kaynaklandığı konusu bölüm 5.8 de anlatılmıştı. Bu bölümde bu etkilerin sayısal sonuçları üzerinde durulacaktır. Bilindiği gibi yan bant etkileri kullanılan ağırlık fonksiyonu ile zaman aralığına bağlıdır. Bu nedenle ağırlık fonksiyonları büyük önem taşımaktadır. Bu çalışmada kullanılan ağırlık fonksiyonları Çizelge 6.3 te toplanmıştır.

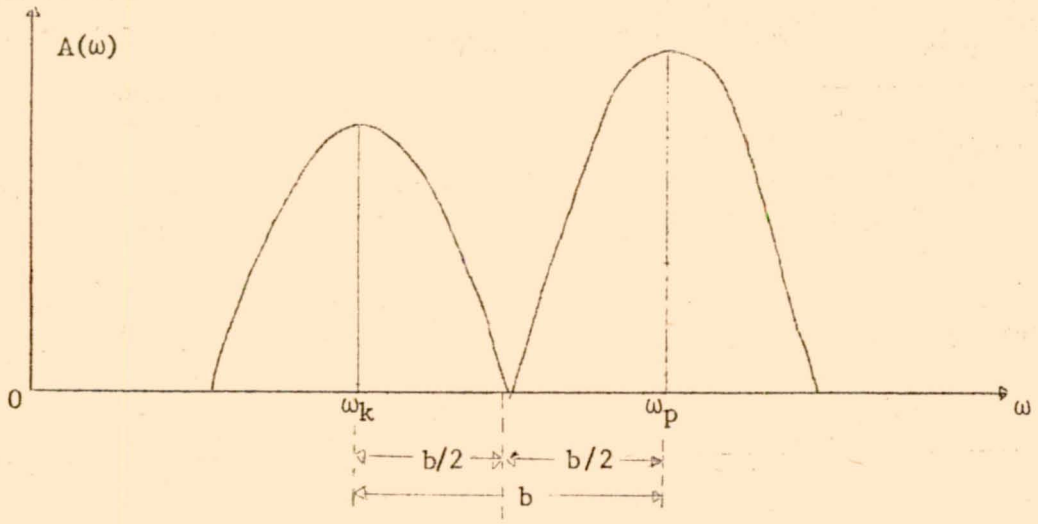
Çizelge 6.2 den görüldüğü gibi her bir frekans bandı için hesaplanan ortalama genlik çarpanı ile faz kaymaları aynı zaman aralığında ($0 \leq t \leq 2386$ saat) çeşitli ağırlık fonksiyonlarının kullanılması halinde değişmektedir. Bu ortalama değerlerin olması gereken değerlerden olan farkları yan bant etkilerinden bir başka deyişle model hatalarından kaynaklanmaktadır. Bu farklar her ağırlık fonksiyonu için değişmektedir. Çizelge 6.2 den hemen şu sonuçlar çıkarılabilir:

a. Dikdörtgen ağırlık fonksiyonu FSEY için uygun değildir. Diğer ağırlık fonksiyonları bu yöntem için kullanılabilir.

b. Yan bant etkileri, dikdörtgen ağırlık fonksiyonu dışında kalan diğer ağırlık fonksiyonları kullanıldığı zaman birincil frekans bantlarında, öngörülen doğruluğun —genlik çarpanları için ±°/oo1 ve faz kaymaları için ±0°05 ten küçük— altında kalmaktadır.

6.21 Ağırlık Fonksiyonlarının Ayırma Yeteneği Ve Yan Bantları

Ağırlık fonksiyonlarının ayırma yeteneği deyince, iki frekans bandının yahut iki titreşimin frekans alanında birbirinden bağımsız ayrılabilmesi için, frekansların ya da frekans bantlarının merkezleri arasındaki farkın ne olması gerektiği anlaşılır (Şekil 6.1).



Şekil 6.1 İki titreşimin Fourier genlik spektrumu.

Bu şekilden de görüleceği gibi bu frekans farkının ($\omega_p - \omega_k = \Delta\omega$) ağırlık fonksiyonunun bant genişliğinden büyük olması gerekir,

$$\Delta\omega \geq b \quad . \qquad (6\text{-}6)$$

(3-3), (3-4) eşitliklerinden görüldüğü gibi ağırlık fonksiyonunun spektrumu tüm frekans alanına yayılmaktadır. Bu nedenle belli bir $\omega = \omega_i$ frekansında uzakta bulunan spektral değerlerin yayılma etkilerinin olabileceğini düşünmek gerekir. Bu spektral yayılma yan bantlar halinde olmaktadır. Örneğin $\omega = \omega_1$ frekanslı bir titreşimin spektrumunda $\omega \approx \omega_1$ civarında bir peak, bunun sağında ve solunda tüm frekans alanına kadar uzanan ve gittikçe küçülen yan salınımlar (bantlar) olacaktır. İşte yayılma etkisinden bu anlaşılmaktadır.

Her ağırlık fonksiyonunun farklı büyüklüklerde kendine özgü yan bantları vardır. Bu yan bantlar ağırlık fonksiyonuna göre hızlı veya yavaş bir biçimde sıfıra doğru yakınsarlar. Ayrıca her ağırlık fonksiyonunun bant genişliği farklıdır.

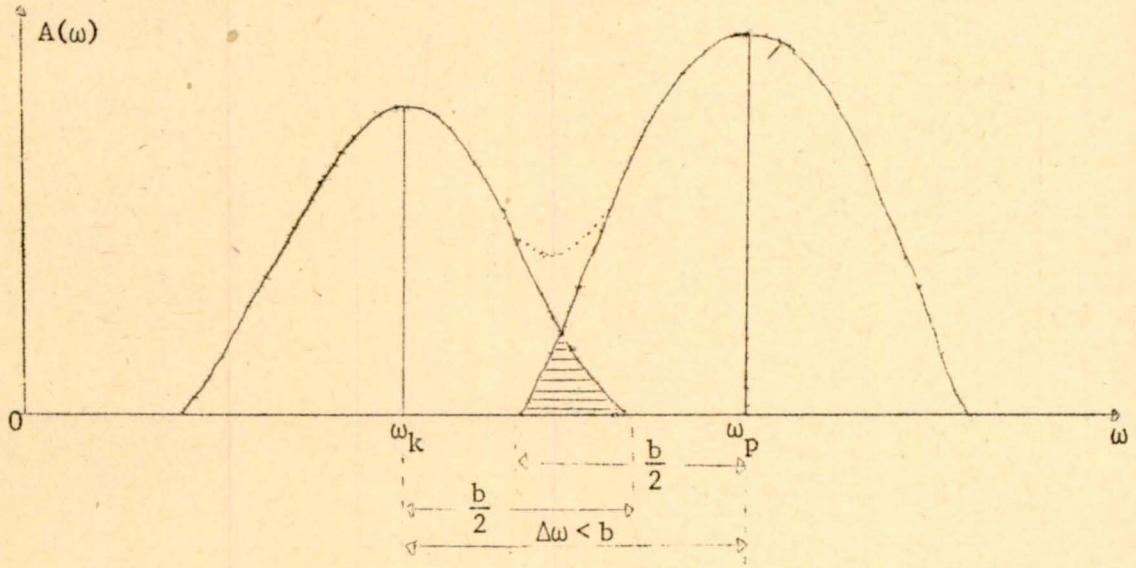
Yan bant etkileri iki kısımda toplanabilir:

1° Yayılma etkisi

2° Bindirme etkisi

Bindirme etkisi deyince, iki komşu titreşim ya da frekans bandının peak'lerinin birbiri üzerine bindirmesi anlaşılır (Şekil 6.2). Bu durum, titreşimlerin frekans farklarının ya da peak'lerin merkezleri arasındaki farkın ($\Delta\omega$) ağırlık fonksiyonunun bant genişliğinden küçük olması halinde ortaya çıkar:

$$\Delta\omega < b \qquad (6\text{-}7)$$



Şekil 6.2 İki titreşimin Fourier genlik spektrumlarının birbiri üzerine bindirmesi.

6.22 Çeşitli Ağırlık Fonksiyonlarında Yan Bant Etki Alanlarının Belirlenmesi

Bölüm 6.1 de yapılan sayısal araştırmalar gösteriyor ki her frekans bandı, — hangi ağırlık fonksiyonu kullanılırsa kullanılsın— komşu frekans bantların yan bant etkileriyle az ya da çok rahatsız edilmektedir. Çizelge 6.4 a, b den görüleceği gibi yan bant etkileri özellikle frekans bantlarının kenarlarında etkin olmaktadır. Hedef bu etkilerin genlik çarpanlarında $\pm^{o}/_{oo}$ 1 den, faz kaymalarında $\pm 0.^{o}05$ den küçük kalmalarını, özellikle büyük frekans bantları için sağlamaktır.

Burada çeşitli ağırlık fonksiyonları kullanılması halinde yan bant etkilerinin özellikle etkin olduğu frekans alanları belirlenecektir.

1° DİKDÖRTGEN Ağırlık Fonksiyonu

Bu ağırlık fonksiyonunun ayırma yeteneği ağırlık fonksiyonları içinde en yüksek olanıdır ve $\Delta\omega \geq b = (4\pi/N) = 2\omega_o$ $(= 0.30\ ^{o}/h)$ şeklinde verilir. Frekansları arasında $\Delta\omega \geq b$ kadar fark olan frekans bantları birbirine bindirmez. Ayrıca $(b/2) < \Delta\omega \leq b$ aralığında da frekans bantları birbirinden ayrılabilir. Fakat bunlar bindirme etkisi ile yüklüdürler, yani birbirinden bağımsız değildirler.

ÇİZELGE 6-4a. Pl-Kl Frekans Bandında Çeşitli Ağırlık Fonksiyonları ile FSEY'nin Kullanılması
(δ olması gereken = 1.1, $\Delta\psi$ olması gereken = $-2^{o}0$).

Frekanslar	Genlikler	Hanning Ağırlık Fonksiyonu ile				Blackman Ağırlık Fonksiyonu ile			
		$\delta(\omega_i)$	$\delta_{ger.} - \delta(\omega_i)$	$\Delta\psi(\omega_i)$	$\Delta\psi_{ger.} - \Delta\psi(\omega_i)$	$\delta(\omega_i)$	$\delta_{ger.} - \delta(\omega_i)$	$\Delta\psi(\omega_i)$	$\Delta\psi_{ger.} - \Delta\psi(\omega_i)$
14.87680	0.033	1.099662	0.000337	-1.958810	-0.041190	1.100519	-0.000519	-2.019647	0.019647
14.91566	0.006	1.099655	0.000344	-1.986255	-0.013745	1.100121	-0.000121	-2.002385	0.002385
14.91786	0.831	1.099663	0.000336	-1.987484	-0.012516	1.100110	-0.000110	-2.002016	0.002016
14.95452	0.011	1.099835	0.000164	-2.001833	0.001833	1.100010	-0.000010	-1.999834	-0.000166
14.95672	0.159	1.099846	0.000153	-2.002354	0.002354	1.100007	-0.000007	-1.999839	-0.000161
14.95893	14.190	1.099857	0.000142	-2.002840	0.002840	1.100006	-0.000006	-1.999852	-0.000148
14.95894	0.003	1.099857	0.000142	-2.002840	0.002840	1.100006	-0.000006	-1.999852	-0.000148
14.96357	0.007	1.099879	0.000120	-2.003750	0.003750	1.100003	-0.000003	-1.999898	-0.000102
14.96822	0.021	1.099901	0.000098	-2.004515	0.004515	1.100001	-0.000001	-1.999965	-0.000035
14.97042	0.004	1.099911	0.000088	-2.004830	0.004830	1.100001	-0.000001	-2.000002	0.000002
15.00000	0.118	1.100025	-0.000025	-2.006460	0.006460	1.100007	-0.000007	-2.000557	0.000557
15.00000	0.336	1.100025	-0.000025	-2.006460	0.006460	1.100007	-0.000007	-2.000557	0.000557
15.00221	0.008	1.100032	-0.000032	-2.006419	0.006419	1.100008	-0.000008	-2.000590	0.000590
15.02958	0.008	1.100090	-0.000090	-2.004634	0.004634	1.100021	-0.000021	-2.000790	0.000798
15.03422	0.005	1.100096	-0.000096	-2.004160	0.004160	1.100023	-0.000023	-2.000794	0.000794
15.03643	0.040	1.100098	-0.000098	-2.003924	0.003924	1.100024	-0.000024	-2.000788	0.000788
15.03666	0.005	1.100098	-0.000098	-2.003899	0.003899	1.100024	-0.000024	-2.000787	0.000787
15.03863	0.005	1.100100	-0.000100	-2.003682	0.003682	1.100025	-0.000025	-2.000779	0.000779
15.03886	0.850	1.100100	-0.000100	-2.003656	0.003656	1.100025	-0.000025	-2.000778	0.000778
15.04107	42.872	1.100102	-0.000102	-2.003408	0.003408	1.100026	-0.000026	-2.000767	0.000767
15.04328	5.811	1.100103	-0.000103	-2.003155	0.003155	1.100027	-0.000027	-2.000753	0.000753
15.04548	0.126	1.100104	-0.000104	-2.002899	0.002899	1.100027	-0.000027	-2.000737	0.000737
15.04571	0.014	1.100104	-0.000104	-2.002872	0.002872	1.100028	-0.000028	-2.000735	0.000735
15.04792	0.005	1.100105	-0.000105	-2.002613	0.002613	1.100028	-0.000028	-2.000717	0.000717
15.08214	0.341	1.100083	-0.000083	-1.998788	-0.001212	1.100035	-0.000035	-2.000165	0.000165
15.08434	0.006	1.100080	-0.000080	-1.998592	-0.001408	1.100036	-0.000036	-2.000112	0.000112
15.11392	0.021	1.100024	-0.000024	-1.997285	-0.002715	1.100039	-0.000039	-1.999109	-0.000891
15.11613	0.006	1.100019	-0.000019	-1.997315	-0.002685	1.100039	-0.000039	-1.999001	-0.000999
15.12320	0.008	1.100003	-0.000003	-1.997566	-0.002434	1.100041	-0.000041	-1.998608	-0.001392
15.12321	0.610	1.100003	-0.000003	-1.997566	-0.002434	1.100041	-0.000041	-1.998608	-0.001392
15.12541	0.023	1.099998	0.000001	-1.997694	-0.002306	1.100041	-0.000041	-1.998467	-0.001533
15.12762	0.011	1.099993	0.000006	-1.997847	-0.002153	1.100042	-0.000042	-1.998318	-0.001682
15.16427	0.035	1.099934	0.000065	-2.004688	0.004688	1.100071	-0.000071	-1.993388	-0.006612

ÇİZELGE 6-4b. M1 Frekans Bandında Çeşitli Ağırlık Fonksiyonları ile FSEY'nin Uygulanması
(δ olması gereken = 1.4 , $\Delta\psi$ olması gereken = 4°)

Frekanslar	Genlikler	Hanning Ağırlık Fonksiyonu ile				Blackman Ağırlık Fonksiyonu ile			
		$\delta_{(\omega_i)}$	$\delta_{ger.}-\delta_{(\omega_i)}$	$\Delta\psi_{(\omega_i)}$	$\Delta\psi_{ger.}-\Delta\psi_{(\omega_i)}$	$\delta_{(\omega_i)}$	$\delta_{ger.}-\delta_{(\omega_i)}$	$\Delta\psi_{(\omega_i)}$	$\Delta\psi_{ger.}-\Delta\psi_{(\omega_i)}$
14.37349	0.010	1.408132	-0.008132	5.775584	-1.775584	1.395286	0.004713	4.168536	-0.168536
14.41235	0.050	1.398059	0.001940	3.981726	0.018274	1.400133	-0.000133	4.070535	-0.070535
14.41456	0.224	1.397737	0.002262	3.913112	0.086888	1.400180	-0.000180	4.057534	-0.057534
14.45098	0.004	1.395610	0.004389	3.037004	0.962996	1.399849	0.000150	3.849415	0.150585
14.45563	0.012	1.395620	0.004379	2.953978	1.046022	1.399755	0.000244	3.828484	0.171516
14.48300	0.014	1.395964	0.004035	2.598628	1.401372	1.399450	0.000549	3.748006	0.251994
14.48520	0.159	1.395982	0.004017	2.581293	1.418707	1.399459	0.000540	3.744849	0.255151
14.48741	0.862	1.395996	0.004003	2.565893	1.434107	1.399474	0.000525	3.742174	0.257826
14.48985	0.110	1.396004	0.003995	2.551220	1.448780	1.399500	0.000499	3.739767	0.260233
14.49205	0.745	1.396004	0.003995	2.540102	1.459898	1.399533	0.000467	3.738069	0.261931
14.49426	0.097	1.395996	0.004003	2.531123	1.468877	1.399574	0.000425	3.736814	0.263186
14.49449	0.069	1.395995	0.004004	2.530316	1.469684	1.399578	0.000421	3.736708	0.263292
14.49669	2.396	1.395979	0.004020	2.523778	1.476222	1.399630	0.000369	3.735920	0.264080
14.49890	0.480	1.395953	0.004046	2.519527	1.480473	1.399692	0.000307	3.735536	0.264464
14.50111	0.012	1.395917	0.004082	2.517637	1.482363	1.399764	0.000235	3.735532	0.264468
14.53312	0.012	1.393756	0.006243	2.805298	1.194702	1.402621	-0.002621	3.754833	0.245162
14.53776	0.014	1.393073	0.006926	2.904466	1.095534	1.403446	-0.003446	3.754588	0.245412
14.56734	0.012	1.384649	0.015350	3.959806	0.040194	1.413275	-0.013275	3.611056	0.388944
14.56955	0.458	1.383630	0.016369	4.069992	-0.069992	1.414441	-0.014441	3.581762	0.418238
14.57175	0.101	1.382539	0.017460	4.184684	-0.184684	1.415684	-0.015684	3.548257	0.451743
14.61061	0.019	1.348005	0.051994	6.877648	-2.877648	1.450620	-0.050620	1.561639	2.438361
14.61282	0.004	1.345041	0.054958	7.061313	-3.061313	1.452850	-0.052850	1.310519	2.689481

Yan bant etkileri bakımından her frekans bandı şiddetli bir biçimde rahatsız edilir. Bu nedenle bu ağırlık fonksiyonu FSEY için uygun değildir.

2° HANNING Ağırlık Fonksiyonu

Bu ağırlık fonksiyonunun ayırma yeteneği $\Delta\omega \geq b = (8\pi/N) = 4\omega_o$ dır. Burada kullanılan zaman alanı için $\Delta\omega \geq 0.60$ °/h olur. Bindirme etkisi ile yüklü ayırma yeteneği ise

$$\Delta\omega > \frac{b}{2} \quad (=0.30 \text{ °/h})$$

olur. Bindirme etkisi $(b/2) < \Delta\omega \leq b$ $(0.30 < \Delta\omega \leq 0.60$ °/h) arasında yer alır.

Yan bant etkileri bakımından Hanning ağırlık fonksiyonu FSEY için uygundur. Bu ağırlık fonksiyonunda yan bant etkileri özellikle ilk yan bantlardan kaynaklanmaktadır. Diğer yan bantların etkileri ise bunlara göre daha küçük kalır. Hanning ağırlık fonksiyonunda ilk yan bantlar frekans bandının iki yanında ve frekans bandının merkezinden itibaren $(b/2)-(3/4)b$ arasında yer alır (Şekil 6.3 b).

Sayısal araştırmalar, yan bant etkilerinin frekans alanında özellikle peak'in merkezinden yahut frekans bandının asıl titreşiminden $(3/4)b$ uzaklığa kadar etkin olduklarını gösterdi. Bu tür ilk yan bant etkileri hemen hemen her frekans bandının kenarlarına doğru gittikçe büyürler (Çizelge 6.4 a, b).

Bu durumu daha iyi anlatmak için, örneğin M1 frekans bandını ele alalım. Eğer bu frekans bandına özgü $\delta_{gereken} - \delta(\omega_j)$, $\Delta\psi_{gereken} - \Delta\psi(\omega_j)$ farklarına bakılırsa, bunların frekans bandının ortalarında önemli ölçüde küçük ve düzenli olarak değiştiği, fakat frekans bandının kenarlarına doğru giderek büyüdüğü görülür (Çizelge 6.4 b). Bu durumun nedeni aşağıdaki Çizelge 6.5 te açıklanmaktadır.

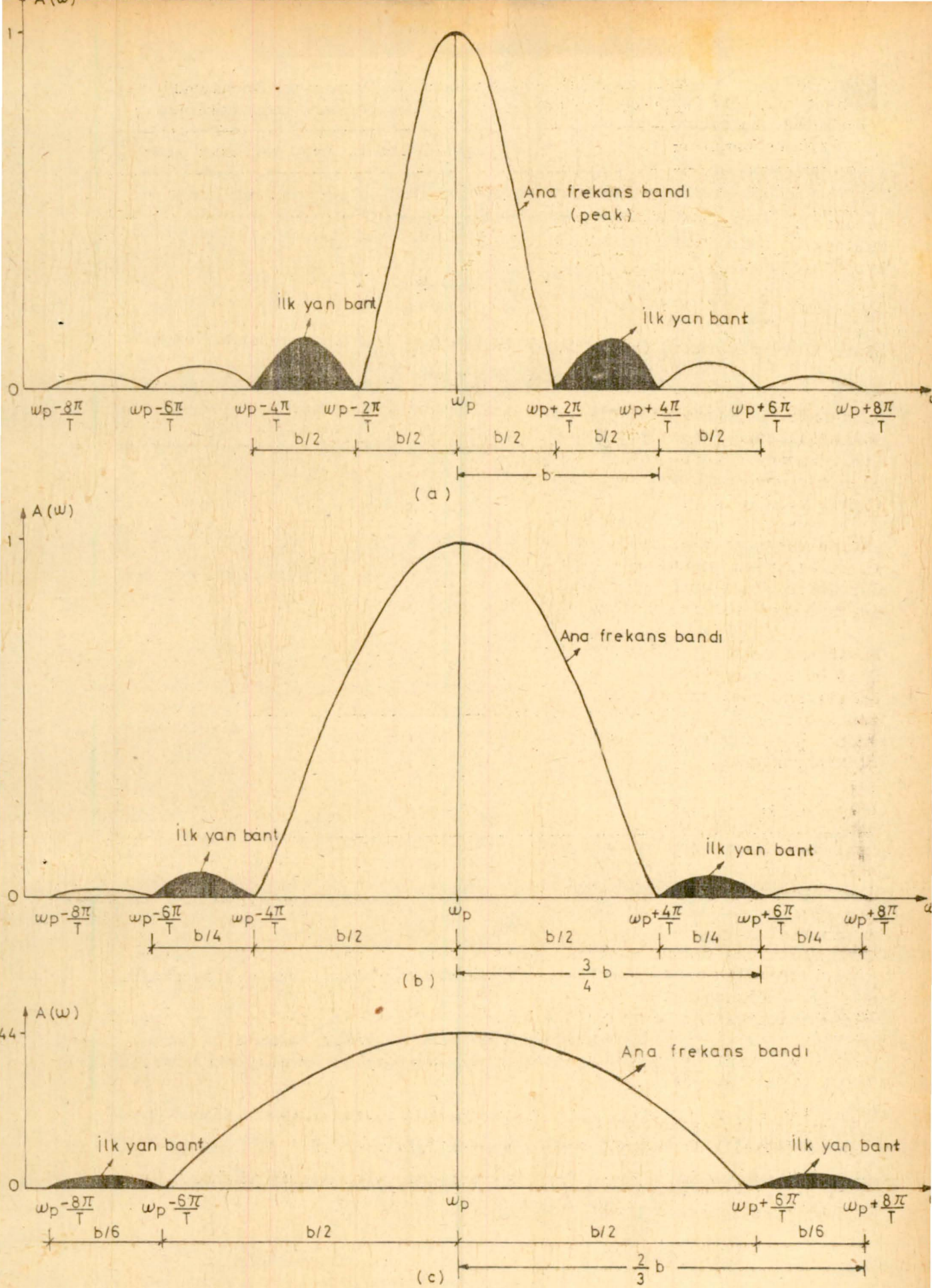
Altı birincil frekans bandı (Q1, O1, P1-K1, N2, M2, S2) diğer küçük frekans bantları üzerine oldukça rahatsız edici büyüklükte yan bant etkileri göndermektedir. Buna karşılık ikincil frekans bantlarının (yani genlikleri, altı büyük frekans bandın genlikleri karşısında küçük olan) birincil frekans bantları üzerine gönderdikleri yan bant etkileri oldukça küçük kalmaktadır, bunlar gözardı edilebilir. Teorik gel-git modelindeki kısa periyotlu titreşimlerin frekanslarına bakılırsa frekans bantları arasındaki farkların ortalama 0.30 °/h kadar olduğu görülür.

Bir ilk yaklaşımla tüm frekans bantlarının ilk yan bant etkilerinden arındırılması için en azından $(3/4)b \leq 0.30$ °/h olması ve dolayısıyla

$$\frac{3}{4}b = \frac{3}{4}\frac{8\pi}{N} = 0.30 \text{ °/h} \quad \rightarrow \quad N = 3600 \text{ saat} \quad (150 \text{ gün, } 5 \text{ ay})$$

150 günlük bir zaman aralığına gerek vardır. Bu zaman aralığına burada Hanning ağırlık fonksiyonu için "optimal zaman aralığı" adı verilecektir.

Eğer bir frekans bandında hiçbir biçimde yan bant etkisinin olması istenmez ise bu takdirde en azından $b \leq 0.30$ °/h olması ve dolayısıyla



Şekil 6-3 Frekans alanında çeşitli ağırlık fonksiyonlarının yan bantları; (a): Dikdörtgen, (b): Hanning, (c): Blackman ağırlık fonksiyonu

ÇİZELGE 6.5 Hanning Ağırlık Fonksiyonunun Kullanılması Durumunda $\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ lerde Yan Bant Etkilerinin Açıklanması

Frekans Bantları			$\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ içindeki yan bant etki alanı	
	Frekans	Genlik	İlk yan bant etki alanı	Diğer yan bant etkileri
	13.85	0.013		
O1	13.94	30.483	13.94 °/h	
	14.10	0.007	$\frac{3}{4}$b = 0.45 °/h	b = 0.60 °/h
	14.37	0.010	14.39 °/h	14.36 °/h
M1	14.49	2.396	M1 Frekans bandı	
	14.61	0.004	14.51 °/h	14.54 °/h
			$\frac{3}{4}$b = 0.45 °/h	b = 0.60 °/h
	14.87	0.033		
P1	14.96	14.190	14.96 °/h	
K1	15.04	42.872		
	15.16	0.035		

$$b = 0.30\ °/h \rightarrow \frac{8\pi}{N} = 0.30\ °/h \rightarrow N = 4800 \text{ saat (200 gün, } \approx 6.5 \text{ ay)}$$

200 günlük bir zaman aralığına gerek vardır. Bu zaman aralığına burada Hanning ağırlık fonksiyonu için "ideal zaman aralığı„ adı verilecektir.

Özetle bir frekans bandının —daha doğrusu bu banda özgü $\delta(\omega_j)$ ve $\Delta\psi(\omega_j)$ değerlerinin—, frekans ekseninde kendisine en yakın bulunan ve komşu frekans bantlarının içinde yer alan, çevresine göre büyük genlikli titreşimlerin frekanslarından,

— ilk yan bant etkilerinin dışında kalması için (3/4)b kadar,

— tüm yan bant etkilerinden arınması için b kadar

uzak durması gerekir, yani zaman aralığı buna göre seçilmelidir.

3° BLACKMAN Ağırlık Fonksiyonu

Bu ağırlık fonksiyonunun ayırma yeteneği

$$\Delta\omega \geq b = \frac{12\pi}{N} = 6\omega_o$$

şeklinde verilir. Burada kullanılan zaman aralığı için $\Delta\omega \geq b = 0.90$ °/h olur. Bu şekilde tanımlanan ayırma yeteneğinde bindirme etkisi yoktur. Bindirme etkisi ile yüklü ayırma yeteneği için Hanning ağırlık fonksiyonuna benzer olarak

$$\Delta\omega > \frac{b}{2}$$

verilebilir. Bu, burada kullanılan zaman aralığı bakımından $\Delta\omega > 0.45$ °/h demektir. Eğer $\Delta\omega < b$ ise mutlaka $\delta(\omega_j)$ ve $\Delta\psi(\omega_j)$ fonksiyonlarında komşu peak'lerin bindirme etkileri ortaya çıkar (Şekil 6.4). Bu bindirme etkisinin yayılma alanı frekans alanında

$$\frac{b}{2} < \Delta\omega < b$$

şeklinde tanımlanır. Bu, burada kullanılan zaman aralığı için 0.45 °/h $< \Delta\omega < 0.90$ °/h olur.

Blackman ağırlık fonksiyonu kullanılması durumunda yan bant etkileri özellikle bindirme etkisinden kaynaklanmaktadır. Bir frekans bandı komşu frekans bantlarının ana titreşimlerinin frekanslarından b/2 frekans uzaklığı içinde kalıyorsa, mutlaka komşu frekans bantlarının peak'lerinin bindirme etkisi altında kalır. Bu bindirme etkisini her frekans bandına özgü $\delta(\omega_j)$, $\Delta\psi(\omega_j)$ değerlerinde görmek olasıdır (Çizelge 6.4 a, b). Bunlar, genellikle frekans bandının kenarlarına doğru giderek büyür ve kenarlarda en büyük değerlerini alır.

Yan bant etkilerinden yayılma etkisi olarak adlandırılan ilk yan bant etkisi Blackman ağırlık fonksiyonunun kullanılması durumunda da önemli bir rol oynar, fakat bunlar Hanning ağırlık fonksiyonunda olduğu kadar büyük değildir.

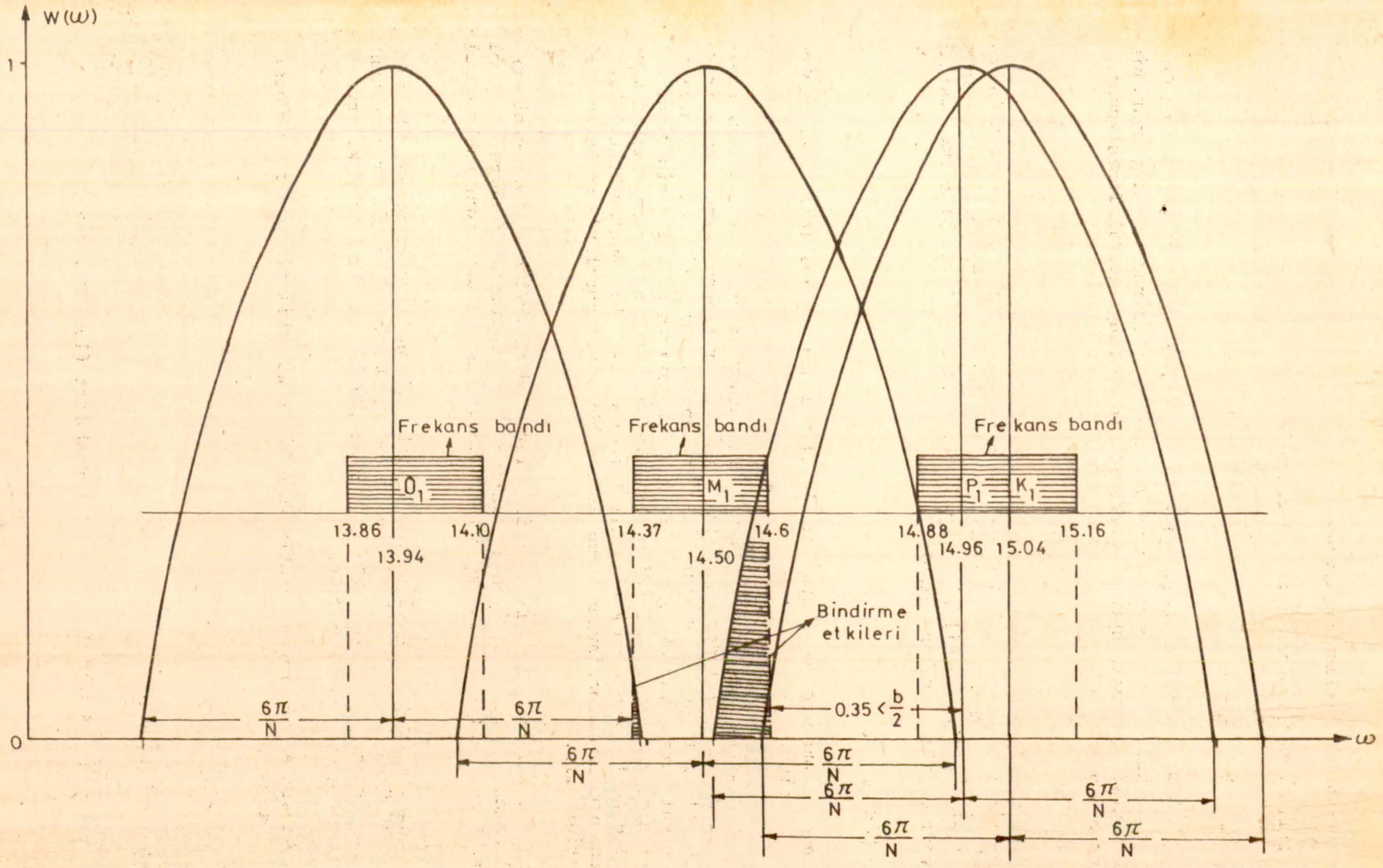
Altı birincil frekans bantlarının ikincil frekans bantları üzerine bağıl olarak büyük yan bant etkileri göndermesine karşın, ikincil frekans bantlarının birincil frekans bantları üzerine yönelttiği yan bant etkileri önemsiz denecek kadar küçüktür.

İlk yaklaşımla tüm frekans bantlarının bindirme etkilerinden uzak kalması için en azından

$$\frac{b}{2} \leq 0.30 \text{ °/h}$$

olması gerekir, yani

$$\frac{b}{2} = \frac{1}{2}\frac{12}{N} \leq 0.30 \text{ °/h} \quad \rightarrow \quad N \geq 3600 \text{ saat (150 gün, 5 ay)}$$



Şekil 6-4 Blackman ağırlık fonksiyonu kullanılması durumunda M1 frekans bandına komşu O1 ve P1-K1 frekans bantlarının bu banda bindirmelerinin açıklanması.

150 günlük bir zaman aralığına gerek vardır. Burada N=150 günlük zaman aralığına Blackman ağırlık fonksiyonu için "optimal zaman aralığı„ adı verilir.

Eğer bir frekans bandında hiçbir biçimde yan bant etkisi istenmiyorsa bu takdirde $b \leq 0.30$ °/h olması gerekir, yani

$$b = \frac{12\pi}{N} \leq 0.30 \text{ °/h} \qquad N \geq 7200 \text{ saat (300 gün, 10 ay)}$$

300 günlük bir zaman aralığına gerek vardır. Bu zaman aralığına Blackman ağırlık fonksiyonu için "ideal zaman aralığı„ adı verilir.

Özetle bir frekans bandının —daha doğrusu bu banda özgü $\delta(\omega_j)$ ve $\Delta\psi(\omega_j)$ değerlerinin— frekans eksenine göre kendine en yakın bulunan ve komşu frekans bantlarının içinde yer alan, çevresine göre büyük genlikli titreşimlerin frekanslarından

- bindirme etkilerinin dışında kalması için (b/2) kadar,
- tüm yan bant etkilerinden arınması için b kadar

uzak durması gerekir, yani zaman aralığı buna göre seçilmelidir.

Yan bant etkilerinin açıklanması için ileri sürülen bu düşünceler test modeli olarak kullanılan bölüm 6.1 de sözü edilen yapay gel-git modelinde özellikle $\delta_{gereken}-\delta(\omega_j)$ farklarını tam olarak, buna karşın $\Delta\psi_{gereken}-\Delta\psi(\omega_j)$ farklarını yaklaşık olarak açıklamaktadır.

4° KAISER Ağırlık Fonksiyonu

Zaman alanında öyle bir ağırlık fonksiyonu bulunmalı ki, bunun Fourier genlik spektrumu, seçilen bir frekans aralığı dışında minimum spektral enerjisi olsun; yani seçilen frekans bandı içinde en büyük spektral enerjiyi toplasın. Böyle optimum problemi olarak ortaya konan bir ağırlık fonksiyonu, KAISER tarafından sonlu zaman dizileri için gerçekleştirilmiştir (RABINER -GOLD 1975:93). Yapay gel-git sinyali, (3-41) eşitliği ile verilen Kaiser ağırlık fonksiyonunun yan bant etkilerinin araştırılmasında kullanılmıştır. (3-41) eşitliğinde geçen β parametresi için değişik değerler alınarak seçilen N=2387 saatlik bir zaman aralığı için en uygun değer $\beta=8.5$ bulunmuştur. $I_0(\beta)$ BESSEL fonksiyonunun hesabında (RABINER-GOLD 1975:103) te verilen FORTRAN alt programı kullanılmıştır. Yayınlarda Kaiser ağırlık fonksiyonunun bant genişliği hakkında bir bilgiye rastlanmadığı için bu ağırlık fonksiyonundaki yan bant etkilerinin açıklanmasına ayrıntılı olarak girilmeyecektir. Sayısal araştırmalarda $\beta=8.5$ alınması durumunda yan bant etkileri yaklaşık olarak Blackman ağırlık fonksiyonunun yan bant etkileri kadardır ve bant genişliği ise Blackman ağırlık fonksiyonununkine yaklaşık olarak eşit ($b \approx 1$ °/h) hesaplanmıştır.

Kaiser ağırlık fonksiyonunda yan bant etkileri, özellikle frekans bandının en büyük genlikli titreşiminin frekansının çevresinde bir başka deyişle frekans bandının ortasında çok küçük ve hatta Blackman ağırlık fonksiyonuna özgü yan bant etkilerinden daha küçüktür. Genel olarak yan bant etkilerinin en az olması açısından en uygun ağırlık fonksiyonu Kaiser ağırlık fonksiyonudur.

6.23 Yan Bant Etkileri Açısından Ağırlık Fonksiyonlarının Karşılaştırılması

Daha önce de belirtildiği gibi Dikdörtgen ağırlık fonksiyonu dışında diğer ağırlık fonksiyonları FSEY için uygundur. Yan bant etkilerinin büyüklüğü açısından Blackman ve Kaiser ağırlık fonksiyonları, Hanning ağırlık fonksiyonundan daha uygundur. Kaiser ağırlık fonksiyonunun yan bant etkileri özellikle frekans bandının ortasında Blackman ağırlık fonksiyonununkilerden daha küçüktür. Fakat bindirme etkileri, Blackman ağırlık fonksiyonuna göre Kaiser ağırlık fonksiyonunda daha büyüktür.

Bu çalışmada gerek hesaplama kolaylığı ve gerekse bindirme etkileri daha az olan Blackman ağırlık fonksiyonu seçilmiştir.

7 ÇEŞİTLİ STOKASTİK VE DETERMİNİSTİK SİNYAL MODELLERİ VE BUNLARIN SAYISAL OLARAK ÜRETİLMESİ

Bu bölümde bozucu sinyal için çeşitli modeller kurulup, bunların, frekans bantlarının $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerleri üzerindeki etkileri araştırılacaktır. Bölüm 5.4 te belirtildiği gibi bozucu sinyal, deterministik ve stokastik kısımlara ayrılabilir. Burada gerek stokastik ve gerekse deterministik türde bozucu sinyaller yapay olarak üretilecektir.

Elde gerçek gel-git sinyaline özgü 2388 saatlik sayısal veriler bulunduğu için, kurulan yapay modellerin buna paralel olması açısından, bu bölümde sözü edilen tüm yapay sinyal modelleri de aynı zaman aralığı içinde hesaplanmış ve hep Blackman ağırlık fonksiyonu kullanılmıştır.

7.1 STOKASTİK BOZUCU SİNYAL MODELLERİ

(HEKİMOĞLU 1981) de anlatıldığı gibi, ortalama değeri ve varyansı istenen değerleri alabilen bir rastgele sayı dizisi üretilebilir. Bu kısımda, (WENZEL 1976) da yapıldığı gibi yapay stokastik sinyal için iki model seçilmiştir:

$$1^{o} \quad \{r_2(t) : N(\mu=0, \sigma=1)\} \qquad (7\text{-}1)$$

$$2^{o} \quad \{r_2(t) : N(\mu=0, \sigma=5)\} \quad . \qquad (7\text{-}2)$$

Daha sonra böyle elde edilen yapay stokastik sinyal $r_2(t)$, bölüm 6.1 de verilen yapay (faydalı) gel-git sinyaline eklenir:

$$x_y(t) = s_y(t) + r_2(t) \qquad (7\text{-}3)$$

Bu yapay gel-git sinyali FSEY'ne tabi tutulup, $r_2(t)$ nin, her bir frekans bandına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinde yarattığı bozucu etkiler görülebilir. Buna örnek olarak Çizelge 7.1 a da (7-2) modelinde yalnızca P1-K1 frekans bandı için $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerleri gösterilmiştir. Bu çizelgeden görüldüğü gibi stokastik sinyal, bir frekans bandına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinde frekansa bağlı olarak yaklaşık doğrusal bir değişime (deformasyona) neden olmaktadır. Bozucu etkinin şiddeti, frekans bandının genliklerinin büyüklüğüne göre değişmektedir. Bu, birincil frekans bantlarında bağıl olarak küçük ($\delta(\omega_i)$ lerde virgülden sonra 3. basamaktan, $\Delta\psi(\omega_i)$ lerde ise virgülden sonra 1. basamaktan itibaren başlamaktadır) olmasına karşın, ikincil frekans bantlarında daha büyük olmaktadır. Birincil frekans bantlarının bu yapay gel-git sinyalinden FSEY ile hesaplanmış ortalama δ ve $\Delta\psi$ değerleri Çizelge 7.2 ve 7.3 te verilmiştir.

Bilgisayarda normal dağılmış rastgele sayılar üretmek için önce eş (dikdörtgen) dağılımda sayılar elde edilir:

$$r'_{j+1} \equiv a\, r'_j + b \pmod{m} \quad , \qquad j = 0, 1, 2, \ldots, n \quad ,$$

$$r_j = \frac{r'_j}{m}$$

a, b ve m için (HEISTER-WELSCH 1972) de verilen sayılar, KTÜ'deki bilgisayarın kapasitesine göre aşağıdaki gibi

$$a = 314\,159\,265 \qquad r'_0 = 1$$

$$b = 148\,689\,697 \qquad m = 7 \times 10^8 \approx 2^{29}$$

alınarak bir r_j sayı dizisi elde edilir.

a, b sayılarının tamsayı olmasına gerek yoktur, ancak m sayısı ve $(a r'_j + b)/m$ kesrinin tamsayı olması gerekir. m sayısı bilgisayarda alınabilecek en büyük tamsayılardan biridir. Daha sonra bu elde edilen sayı dizisi m sayısına bölünerek (0,1) aralığında eş dağılımlı rastgele sayılar hesaplanır. Bu sayı dizisinden normal dağılımlı rastgele sayılar elde etmek için (HEKİMOĞLU 1981) de verilen 1. Yol seçilmiştir.

Normal dağılımda korelasyonlu rastgele bir sayı dizisi elde etmek için önce özkovaryans fonksiyonu bilinen bir $\eta(u)$ fonksiyonu alınır. Bunun için özkovaryansı

$$\Phi_{\eta\eta}(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} \qquad (7\text{-}3\,a)$$

olan

$$\eta(u) = \sqrt{2\alpha}\; e^{-\alpha|u|}$$

bir fonksiyon seçilir. Burada $\alpha = 0.01$ alınmak ve (HEKİMOĞLU 1981) de yapıldığı gibi düzeltilmek suretiyle

$$\eta(u) \quad , \qquad u = 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots, 500$$

bir zaman dizisi hesaplanır. Sonra bu zaman dizisi, zaman ekseninin başlangıç noktası biraz kaydırılarak, daha önce bulunmuş olan $\{\varepsilon(t): N(\mu,\sigma)\}$ normal dağılmış rastgele $\varepsilon(t)$ dizisiyle konvolüsyona uğratılır. Böylece istenen μ ve σ lı normal dağılmış korelasyonlu rastgele bir sayı dizisi

$$z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta(u)\; \varepsilon(t-u)\, du$$

veya

$$z(t) = \sum_{u=-M/2}^{M/2} \eta(u)\; \varepsilon(t-u) \quad ,$$

veyahut

$$z(t) = \sum_{u=0}^{M-1} \eta(u)\; \varepsilon(t-u)$$

elde edilir. Bu z(t) dizisinin (μ,σ) parametreleri, olması gereken değerlerinden farklı çıkarsa düzeltilir (HEKİMOĞLU 1981). Bu z(t) dizisinin özkovaryans fonksiyonu hesaplanır

$$\Phi_{zz}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{t=0}^{N-1} z(t)\, z(t+\tau)$$

ve normlandırılırsa, yani

$$\rho(\tau) = \Phi_{zz}(\tau) \,/\, \Phi_{zz}(0)$$

olması gereken teorik

$$\Phi_{\eta\eta}(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$$

özkovaryans fonksiyonundan % 2-3 kadarlık bir sapma gösterir (bak. WENZEL 1976:124). Aynı z(t) fonksiyonu, zaman ekseninin başlangıç noktası kaydırılmadan da

$$z(t) = \sum_{u=0}^{M-1} \eta(u)\, \varepsilon(t+u) \quad , \quad \begin{matrix} t = 0, 1, 2, \ldots, 2386 \\ u = 0, 1, 2, \ldots, 500 \end{matrix} \qquad (7\text{-}4)$$

bulunabilir (bak. WENZEL 1976:123).

Yine bu kısımda da iki model seçilmiştir:

$$1^{o} \quad \{r_2(t):\ N(\mu=0,\ \sigma=1);\ \ \eta(u) = \eta_o\, e^{-\alpha|u|} \ ,\ \ \alpha = 0.01\ \} \qquad (7\text{-}5)$$

$$\{r_2(t):\ N(\mu=0,\ \sigma=5);\ \ \eta(u) = \eta_o\, e^{-\alpha|u|} \ ,\ \ \alpha = 0.01\ \} \qquad (7\text{-}6)$$

Böyle elde edilen korelasyonlu normal dağılmış rastgele sayı dizileri, yapay gel-git sinyaline eklenerek FSEY'ne tabi tutulur. Bu stokastik bozucu sinyalin, her bir frekans bandına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerleri üzerindeki etkileri görülebilir. (7-6) modelinde yalnızca P1-K1 frekans bandı için $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerleri Çizelge 7.1 b de gösterilmiştir. Bu çizelgeden de görüleceği gibi sözü edilen stokastik bozucu sinyal, genel olarak her bir frekans bandına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinde frekansa göre yaklaşık doğrusal değişimlere neden olmaktadır. (7-5) ve (7-6) modelleriyle gerçekleştirilen yapay gel-git sinyalinin FSEY ile hesaplanan her bir frekans bandına özgü ortalama δ ve $\Delta\psi$ değerleri Çizelge 7.4 ve 7.5 te gösterilmiştir.

Gerek Çizelge 7.2 , 7.3 ve gerekse Çizelge 7.4 , 7.5 teki FSEY ile hesaplanan her bir frekans bandına özgü ortalama δ ve $\Delta\psi$ değerlerine bakılırsa, stokastik sinyalin etkisinin ortalama almakla giderilemediği ve bu değerlerin belli bir küçük miktar kadar olması gereken δ ve $\Delta\psi$ değerlerinden saptığı görülmektedir. Ayrıca her bir frekans bandında bu δ_{ort} ve $\Delta\psi_{ort}$ ların yanısıra standart sapmalar da hesaplanmıştır. Fakat bunlar gerçek stokastik etkiyi ifade etmekten uzaktırlar, ancak iç duyarlık için bir ölçü olabilirler.

Stokastik sinyallerin $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinde yarattığı değişimlerin ortalamaları, yukarıda adı geçen çizelgelerde $\delta_{ort}-\delta_{gereken}$ ve $\Delta\psi_{ort}-\Delta\psi_{gereken}$

ÇİZELGE 7-1a. (7.2) modelinde P1-K1 frekans bandının $\delta_{(\omega_i)}$ ve $\Delta\psi_{(\omega_i)}$ değerleri ($\delta_{gereken}=1.1$, $\Delta\psi_{gereken}=-2^{o}$)

Frekanslar	Genlikler	$\delta^{x}_{(\omega_i)}$	$\delta_{gerek.}-\delta^{x}_{(\omega_i)}$	Gerçek Stok.Etki. $\delta^{x}_{(\omega_i)}-\delta^{s}_{(\omega_i)}$	$\Delta\psi_{(\omega_i)}$	$\Delta\psi_{gerek.}-\Delta\psi_{(\omega_i)}$	Gerçek Stok.Etki. $\Delta\psi^{x}_{(\omega_i)}-\Delta\psi^{s}_{(\omega_i)}$
14.87680	0.033	1.092608	0.007391	-0.007910	-1.651257	-0.348743	0.368390
14.91566	0.006	1.093775	0.006224	-0.006346	-1.745915	-0.254085	0.256470
14.91786	0.831	1.093834	0.006165	-0.006275	-1.750490	-0.249510	0.251526
14.95452	0.011	1.094699	0.005300	-0.005310	-1.814789	-0.185211	0.185045
14.95672	0.159	1.094745	0.005254	-0.005262	-1.818009	-0.181991	0.181830
14.95893	14.190	1.094789	0.005210	-0.005216	-1.821163	-0.178837	0.178689
14.95894	0.003	1.094789	0.005210	-0.005216	-1.821168	-0.178832	0.178684
14.96357	0.007	1.094880	0.005119	-0.005122	-1.827584	-0.172416	0.172314
14.96822	0.021	1.094968	0.005031	-0.005033	-1.833726	-0.166274	0.166239
14.97042	0.004	1.095008	0.004991	-0.004992	-1.836551	-0.163449	0.163451
15.00000	0.118	1.095487	0.004512	-0.004519	-1.869175	-0.130825	0.131381
15.00000	0.336	1.095487	0.004512	-0.004519	-1.869179	-0.130821	0.131377
15.00221	0.008	1.095518	0.004481	-0.004489	-1.871267	-0.128733	0.129323
15.02958	0.008	1.095862	0.004137	-0.004159	-1.894051	-0.105949	0.106748
15.03422	0.005	1.095913	0.004086	-0.004109	-1.897433	-0.102567	0.103361
15.03643	0.040	1.095937	0.004062	-0.004086	-1.899001	-0.100999	0.101787
15.03666	0.005	1.095940	0.004059	-0.004084	-1.899162	-0.100838	0.101625
15.03863	0.005	1.095961	0.004038	-0.004064	-1.900544	-0.099456	0.100235
15.03886	0.850	1.095963	0.004036	-0.004061	-1.900703	-0.099297	0.100075
15.04107	42.872	1.095986	0.004013	-0.004039	-1.902221	-0.097779	0.098546
15.04328	5.811	1.096009	0.003990	-0.004017	-1.903716	-0.096284	0.097037
15.04548	0.126	1.096032	0.003967	-0.003995	-1.905191	-0.094809	0.095546
15.04571	0.014	1.096034	0.003965	-0.003993	-1.905343	-0.094657	0.095393
15.04792	0.005	1.096057	0.003942	-0.003971	-1.906795	-0.093205	0.093922
15.08214	0.341	1.096386	0.003613	-0.003649	-1.927519	-0.072481	0.072646
15.08434	0.006	1.096408	0.003591	-0.003627	-1.928785	-0.071215	0.071327
15.11392	0.021	1.096727	0.003272	-0.003311	-1.945758	-0.054242	0.053350
15.11613	0.006	1.096755	0.003244	-0.003284	-1.947051	-0.052949	0.051951
15.12320	0.008	1.096849	0.003150	-0.003191	-1.951241	-0.048759	0.047367
15.12321	0.610	1.096849	0.003150	-0.003191	-1.951243	-0.048757	0.047364
15.12541	0.023	1.096881	0.003118	-0.003160	-1.952567	-0.047433	0.045901
15.12762	0.011	1.096913	0.003086	-0.003128	-1.953899	-0.046101	0.044419
15.16427	0.035	1.097667	0.002403	-0.002403	-1.977290	-0.022710	0.016098

ÇİZELGE 7-1b (7-6) modelinde P1-K1 frekans bandının $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerleri ($\delta_{gereken}=1.1$; $\Delta\psi_{gereken}=-2^{o}$)

Frekanslar	Genlikler	$\delta^{x}_{(\omega_i)}$	$\delta_{gerek.}-\delta^{x}_{(\omega_i)}$	Gerçek Stok.Etki. $\delta^{x}_{(\omega_i)}-\delta^{s}_{(\omega_i)}$	$\Delta\psi_{(\omega_i)}$	$\Delta\psi_{gerek.}-\Delta\psi_{(\omega_i)}$	Gerçek Stok. Etki $\Delta\psi^{x}_{(\omega_i)}-\Delta\psi^{s}_{(\omega_i)}$
14.87680	0.033	1.096460	0.003539	-0.004058	-2.191528	0.191528	-0.171881
14.91566	0.006	1.097232	0.002767	-0.002889	-2.142482	0.142482	-0.140097
14.91786	0.831	1.097272	0.002727	-0.002837	-2.140662	0.140662	-0.138646
14.95452	0.011	1.097869	0.002131	-0.002141	-2.118611	0.118611	-0.118777
14.95672	0.159	1.097900	0.002099	-0.002107	-2.117642	0.117642	-0.117803
14.95893	14.190	1.097931	0.002068	-0.002074	-2.116703	0.116703	-0.116851
14.95894	0.003	1.097931	0.002068	-0.002074	-2.116701	0.116701	-0.116849
14.96357	0.007	1.097995	0.002004	-0.002007	-2.114815	0.114815	-0.114917
14.96822	0.021	1.098057	0.001942	-0.001943	-2.113039	0.113039	-0.113074
14.97042	0.004	1.098086	0.001913	-0.001914	-2.112230	0.112230	-0.112228
15.00000	0.118	1.098428	0.001571	-0.001578	-2.103110	0.103110	-0.102553
15.00000	0.336	1.098428	0.001571	-0.001578	-2.103109	0.103109	-0.102552
15.00221	0.008	1.098451	0.001548	-0.001556	-2.102529	0.102529	-0.101939
15.02958	0.008	1.098701	0.001298	-0.001319	-2.096097	0.096097	-0.095298
15.03422	0.005	1.098739	0.001260	-0.001284	-2.095111	0.095111	-0.094318
15.03643	0.040	1.098756	0.001243	-0.001267	-2.094651	0.094651	-0.093863
15.03666	0.005	1.098758	0.001241	-0.001266	-2.094603	0.094603	-0.093816
15.03863	0.005	1.098773	0.001226	-0.001251	-2.094194	0.094194	-0.093415
15.03886	0.850	1.098775	0.001224	-0.001249	-2.094147	0.094147	-0.093369
15.04107	42.872	1.098792	0.001207	-0.001233	-2.093695	0.093695	-0.092928
15.04328	5.811	1.098809	0.001190	-0.001218	-2.093247	0.093247	-0.092494
15.04548	0.126	1.098825	0.001174	-0.001202	-2.092802	0.092802	-0.092064
15.04571	0.014	1.098827	0.001172	-0.001200	-2.092756	0.092756	-0.092020
15.04792	0.005	1.098843	0.001156	-0.001185	-2.092313	0.092313	-0.091597
15.08214	0.341	1.099074	0.000925	-0.000961	-2.085475	0.085475	-0.085310
15.08434	0.006	1.099088	0.000911	-0.000947	-2.085009	0.085009	-0.084897
15.11392	0.021	1.099283	0.000716	-0.000756	-2.077732	0.077732	-0.078624
15.11613	0.006	1.099298	0.000701	-0.000740	-2.077071	0.077071	-0.078070
15.12320	0.008	1.099349	0.000650	-0.000691	-2.074782	0.074782	-0.076175
15.12321	0.610	1.099350	0.000649	-0.000691	-2.074781	0.074781	-0.076174
15.12541	0.023	1.099366	0.000633	-0.000675	-2.074008	0.074008	-0.075541
15.12762	0.011	1.099383	0.000616	-0.000659	-2.073204	0.073204	-0.074886
15.16427	0.035	1.099729	0.000270	-0.000342	-2.052799	0.052799	-0.059411

Çizelge 7-2 (7-2) Rastgele sinyalli yapay gelgit sinyalinin FSEY ile analizi

Freka. bant	δ Ortalama	Teorik δ	Yan bant Etkisi ort.	Stokastik Etki (ort.)	iç *) Duyarlık	Tahmin edi. Stokast. ku	ΔΨ Ortalama	Teorik ΔΨ	Yan bant Etkişi	Stokastik Etki (ort.)	iç Duyarlık	Ta ed
Q1	1.250431	1.3	0.000404	-0.0492	0.0100	0,0416	3.463886	3	0,0224	0.4863	0.61275	1.°
O1	1,198939	1.2	-0.000002	-0.0011	0.00093	0,0082	4.239324	4	0,0011	0.2404	0.1377	0.°
P1-K1	1.095689	1.1	-0.000045	-0.0044	0.00105	0,0051	-1,878175	-2	0,0006	0,1224	0.0703	0.°
N2	1.461398	1.5	0.000029	-0.0386	0.00434	0,0534	2,987638	2	-0.0582	1,0458	0.3113	1,°
M2	1,103990	1.1	-0,000059	0.0039	0.00057	0,0095	-3.026374	-3	0.0034	-0,0230	0.0495	0.°
S2	1,417047	1,4	-0.000006	0.0170	0,00167	0,0256	-6,55553	-7	0.0017	0,4462	0.2489	1,°

Çizelge 7-3 (7-1) Rastgele sinyalli yapay gelgit sinyalinin FSEY ile analizi

Q1	1.289744	1.3	0.000404	-0.00985	0.0024	0,0082	3.071207	3	0.0224	0.0936	0,1104	0.°
O1	1,199784	1,2	0,000002	-0.00021	0.00020	0.0016	4.046928	4	0,0011	0.0480	0.0293	0.°
P1-K1	1,099173	1.1	-0.000045	-0.00087	0.00019	0.0010	-1.976189	-2	0.0006	0,0244	0.0120	0.°
N2	1.492214	1.5	0,000029	-0.00776	0,00085	0.0104	2.146567	2	-0.0582	0.2047	0.0815	0.°
M2	1,100845	1.1	-0,000059	0.00079	0.00022	0.0020	-3.008013	-3	0.0034	-0.0046	0.0129	0.°
S2	1.403406	1.4	0,000006	0,0034	0,00047	0.0053	-6.911657	-7	0.0017	0.0901	0,0425	0.°

Çizelge 7-4 (7-5) Rastgele sinyalli yapay gelgit sinyalinin FSEY ile analizi

Q1	1.297691	1.3	0,000404	-0,0019	0,0021	0,0053	2,751566	3	0,0224	-0,2261	0,07359	0.°
O1	1,199465	1.2	0,000002	-0,00053	0,00032	0,0010	3,997600	4	0,0011	-0,00129	0,00385	0.°
P1-K1	1.099748	1,1	-0,000045	-0,00030	0,00012	0.0006	-2.020449	-2	0,0006	-0,01987	0,00764	0.°
N2	1,498115	1.5	0,000029	-0,00186	0,00035	0,0048	1,881581	2	-0,0582	-0,0603	0,0467	0.°
M2	1,100134	1,1	-0,000059	0,00008	0,00038	0,0006	-2,993721	-3	0,0034	0,0097	0,0056	0.°
S2	1,399704	1.4	-0,000006	-0,00030	0,00048	0.0016	-6,962723	-7	0,0017	0,0390	0,0101	0.°

Çizelge 7-5 (7-6) Rastgele sinyalli yapay gelgit sinyalinin FSEY ile analizi

Q1	1,290275	1,3	0,000404	-0,0093	0,00852	0,0260	1,839769	3	0,0224	-1,1379	0,2164	1.°
O1	1,197333	1,2	0,000002	-0,0027	0,00154	0,0049	3,992415	4	0,0011	-0,0065	0,0119	0.°
P1-K1	1,098563	1,1	-0,000045	-0,0015	0,00072	0,0029	-2,100050	-2	0,0006	-0,0995	0,0252	0.°
N2	1,490703	1,5	0,000029	-0,0093	0,0020	0,0162	1,638780	2	0,0582	-0,3031	0,0433	0.°
M2	1,100436	1,1	-0,000059	0,00038	0,00010	0,0029	-2,954960	-3	0,0034	0,0484	0,0119	0.°
S2	1,398500	1,4	-0,000006	-0,0015	0,00176	0,0076	-6,806531	-7	0,0017	0,1952	0,0098	0.°

*) Buradaki iç duyarlıklar karesel ortalama hatalardır.

farkları demektir. Bu farklar açık olarak δ_{ort} ve $\Delta\psi_{ort}$ parametrelerindeki stokastik etkiyi gösterir.

7.11 Stokastik Sinyallerin Güç Ve Fourier Genlik Spektrumları

Normal dağılmış rastgele bir zaman dizisi, beyaz gürültü için ancak zaman aralığı sonsuza kadar genişlediği zaman, bir model oluşturur. Beyaz gürültünün güç spektrumu şöyle tanımlanır:

$$S(\omega) = S_o = \text{sabit} \qquad (7\text{-}7)$$

(SCHLITT-DITTRICH 1972:55, THOMAS 1969:112). Beyaz gürültü stokastik bir sinyal için ideal bir modeldir. Gerçekte zaman aralığı sınırlı olduğundan böyle bir model oluşturulamaz. Ancak bunun yerine normal dağılmış rastgele zaman dizisi alınabilir. Bu dizinin güç spektrumunun yaklaşık sabit kalması beklenir.

Bu çalışmada genellikle Fourier spektrumları ile çalışıldığından güç spektrumu yerine Fourier genlik spektrumu alınmıştır. Bu ikisi arasındaki ilişki ancak zaman fonksiyonunun periyodik olması durumunda

$$S(n\omega_o) = |F(n\omega_o)|^2 = \frac{1}{4} A^2(n\omega_o) \qquad (7\text{-}8)$$

verilebilir (PANTER 1965:28, SPATARU 1973:86).

Genel olarak stokastik sinyaller Fourier Analizi'ne tabi tutulabilir. Rastgele zaman dizileri, zaman aralığı sınırlı ise ancak bu verilen zaman aralığında sanki periyodikmiş gibi kabul edilerek Fourier Analizi'ne tabi tutulabilir. Bu durumda (7-8) eşitliği ancak yaklaşık olarak geçerli olur.

(7-2) Normal dağılmış yapay rastgele bir dizinin Fourier genlik spektrumu Şekil 7.1 de gösterilmiştir. Buradan görüldüğü gibi Fourier genlik spektrumu belli bir ortalama değer çevresinde değişen değerler almaktadır. (7-1) ve (7-2) modellerinin Fourier genlik spektrumlarını daha yakından incelemek için frekans alanı 12 eşit parçaya bölünmüş ve her parçada yer alan $A(n\omega_o)$ ların ortalama değerleri ve standart sapmaları hesaplanmıştır (Çizelge 7.6). Buradan görüldüğü gibi Fourier genlik spektrumunun ortalaması ve standart sapması her parçada aşağı yukarı sabit kalmaktadır. Bu spektrumlar, gerçekleştirilebilen bir beyaz gürültünün Fourier genlik spektrumu olarak görülebilir. Bu araştırmadan normal dağılmış rastgele dizilerin Fourier genlik spektrumlarının bir düzenlilik içinde olduğu, daha doğrusu sabit bir ortalama değer çevresinde sabit bir varyansla değiştiği ortaya çıkmıştır.

(7-5) ve (7-6) Normal dağılmış korelasyonlu yapay rastgele dizilerin Fourier genlik spektrumları da hesaplanmıştır. (7-6) modelinin Fourier genlik spektrumu Şekil 7.2 de verilmiştir. Bu şekilden görüleceği gibi normal dağılmış korelasyonlu rastgele dizilerin Fourier genlik spektrumları frekans alanının başında büyük değerler alırken, giderek hızlı bir biçimde azalmaktadır. Bu inişin bir kurala bağlı olup olmadığı incelenecektir.

ÇİZELGE 7.6 Normal Dağılmış Rastgele Dizilerin Fourier Genlik Spektrumlarındaki Düzenlilik

No	Frekans Aralığı $i\omega_o - j\omega_o$	i	j	j-i	(7-1) modeli		(7-2) modeli	
					μ_k	s_k	μ_k	s_k
1	0.151 - 15.082	1	100	100	0.0234	0.0120	0.1173	0.0604
2	15.233 - 30.163	101	200	100	0.0234	0.0117	0.1174	0.0585
3	30.314 - 45.245	201	300	100	0.0217	0.0132	0.1108	0.0642
4	45.396 - 60.327	301	400	100	0.0186	0.0109	0.0952	0.0508
5	60.478 - 75.408	401	500	100	0.0233	0.0120	0.1164	0.0602
6	75.559 - 90.490	501	600	100	0.0202	0.0120	0.1011	0.0599
7	90.641 - 105.572	601	700	100	0.0261	0.0114	0.1305	0.0568
8	105.723 - 120.654	701	800	100	0.0206	0.0096	0.1029	0.0478
9	120.804 - 135.735	801	900	100	0.0206	0.0110	0.1029	0.0551
10	135.886 - 150.817	901	1000	100	0.0217	0.0114	0.1085	0.0571
11	150.968 - 165.899	1001	1100	100	0.0211	0.0113	0.1101	0.0696
12	166.049 - 179.925	1101	1193	93	0.0234	0.0146	0.1188	0.0666
(7-1): $(\mu_k)_{ort.} = 0.0220 \pm 0.0020$, $(s_k)_{ort.} = 0.0118 \pm 0.0012$								
(7-2): $(\mu_k)_{ort.} = 0.1110 \pm 0.0097$, $(s_k)_{ort.} = 0.0589 \pm 0.0062$								

Verilen zaman aralığı içinde, sözü geçen korelasyonlu rastgele dizilerin periyodik oldukları varsayılarak bunların güç spektrumları ile Fourier genlik spektrumları arasında yaklaşık olarak (7-8) eşitliği kurulabilir. Burada —korelasyonlu rastgele zaman dizilerinin özkovaryans fonksiyonlarının $\Phi(\tau) = A\, e^{-\beta|\tau|}$ şeklinde bir fonksiyon olduğu varsayılabilirse—

$$A(n\omega_o) \simeq 2\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2 + (n\omega_o)^2}\,\frac{\varepsilon_o}{\tau_m}} \qquad (7\text{-}9)$$

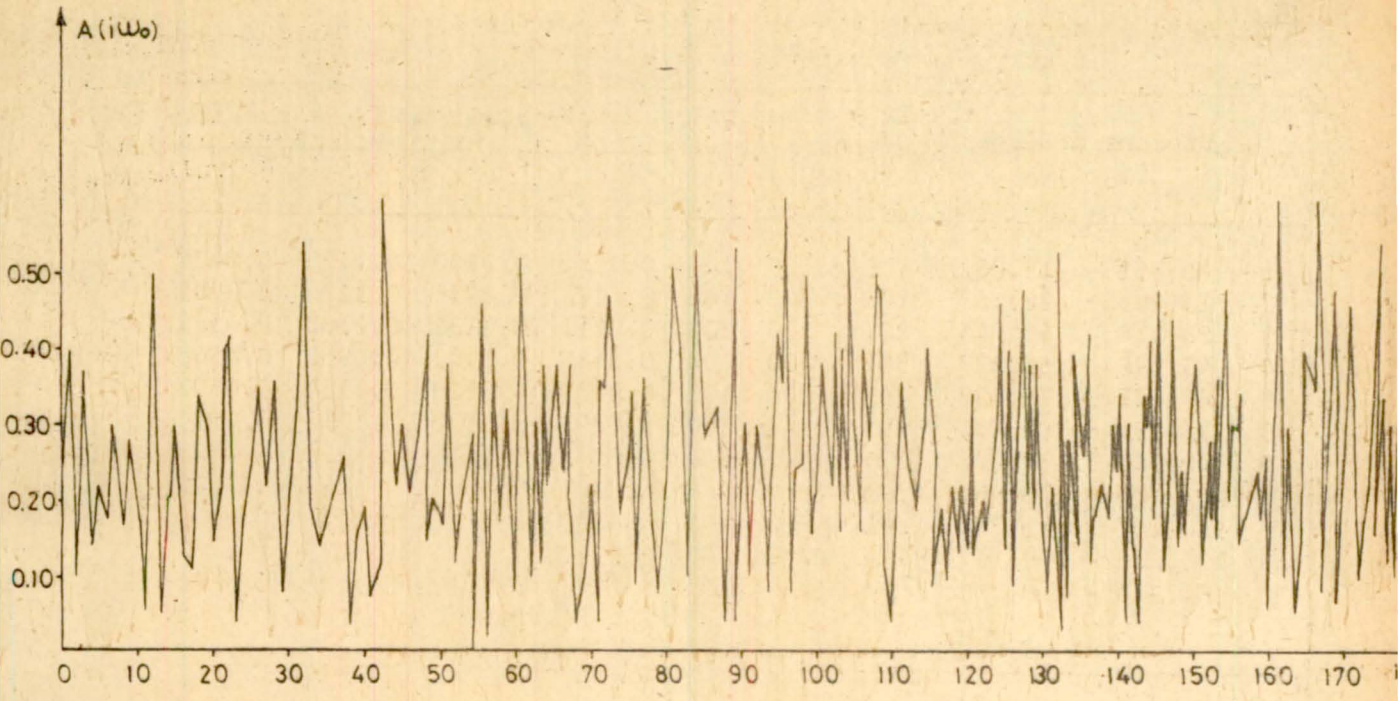
yazılabilir (SCHULZ 1972:74, HEKİMOĞLU 1981). Burada τ_m, özkovaryansın hesabında geçen en büyük zaman kayması (lag) dır.

Bu eşitlikte $\varepsilon_o = \sigma^2$ alınırsa

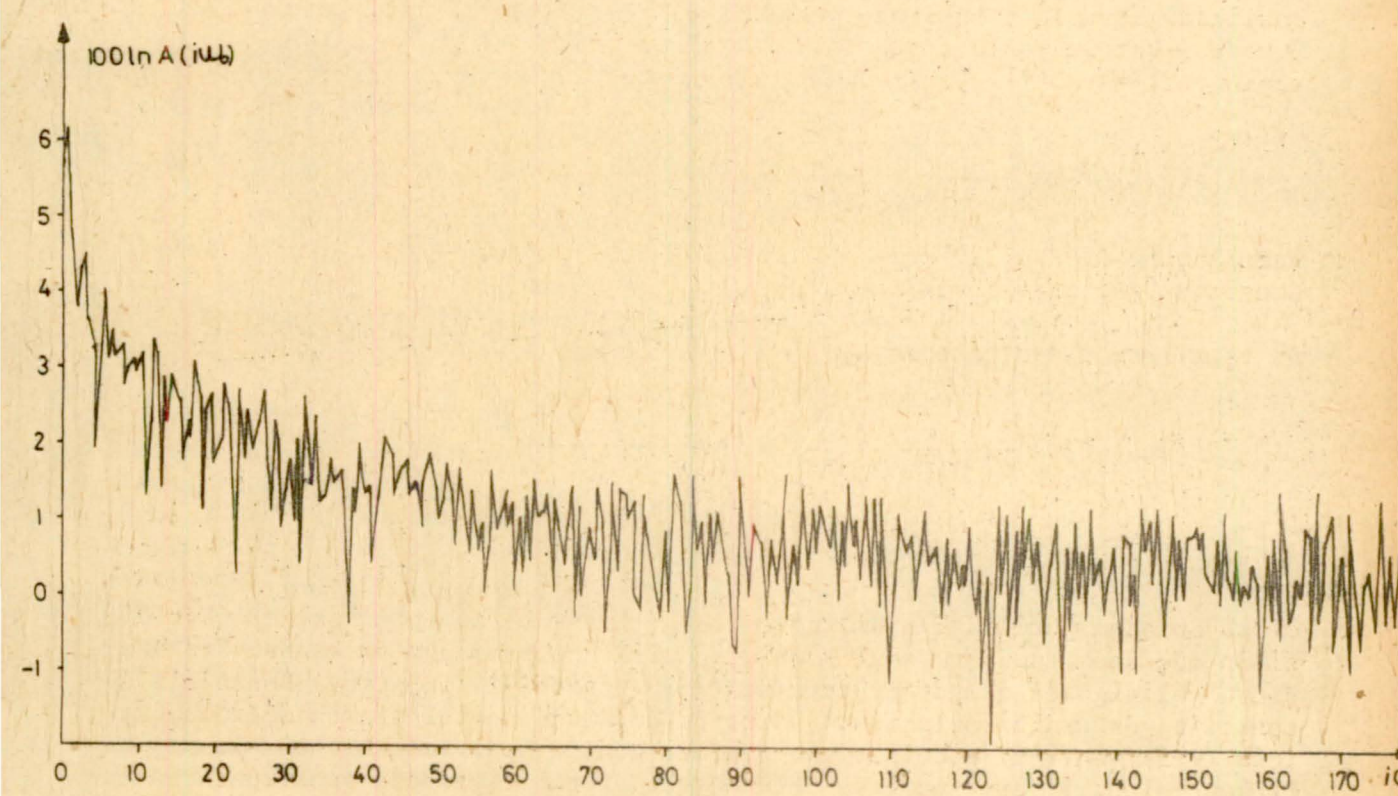
$$A(n\omega_o) \simeq 2\sigma\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2 + (n\omega_o)^2}\,\frac{1}{\tau_m}} = 2\sigma\sqrt{\beta}\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2 + (n\omega_o)^2}} = \gamma\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2 + (n\omega_o)^2}} \qquad (7\text{-}10)$$

$$\beta = \frac{1}{\tau_m} \quad \text{ve} \quad \gamma = 2\sigma\sqrt{\beta}$$

olur. Buradan görüldüğü gibi, normal dağılmış korelasyonlu rastgele bir dizinin güç spektrumunun yahut Fourier genlik spektrumunun frekansa göre akışının gelişigüzel olmadığı, tersine (7-10) eşitliği ile ortaya konan bir düzenlilik gösterdiği anlaşılmaktadır. Bu durumu deneysel olarak doğrulamak için (7-5) ve (7-6) modellerinin Fourier genlik spektrumları hesaplanmış ve frekans alanı 12 eşit parçaya bölünmüştür. Her bir parçada spektrumların ortalamaları ve standart sapmaları hesaplanmıştır (Çizelge 7.7, 7.8). Şekil 7.2



Şekil 7-1 Normal dağılmış rastgele bir dizinin $\{N(\mu=0,\sigma=5)\}$ Fourier genlik spektrumu (Hanning ağırlık fonksiyonu ile)



Şekil 7-2 Normal dağılmış korelasyonlu rastgele bir dizinin {(6-7) modeli} Fourier genlik spektrumu (Hanning ağırlık fonksiyonu ile)

den de görüldüğü gibi korelasyonlu rastgele dizilerin Fourier genlik spektrumları $\omega = 3\omega_o$ için bir peak vermektedir. Bu peak gözardı edilirse spektrum düzenli bir iniş göstermektedir. Bu peak yaklaşık 0°-1?81 arasında yer almaktadır. Bu aykırılık dışında her parçanın ortalama değerleri (μ_k), (7-10) eşitliği ile $-\alpha$ verilmek koşulu ile- verilen düzenliliği doğrulamaktadır:

$$\mu_k(\omega_k) \simeq \gamma \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega_k^2}} \qquad (7\text{-}11)$$

Ayrıca standart sapmalar da (7-10) eşitliğine benzer bir düzenlilik göstermektedir:

$$S_k(\omega_k) = \theta \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega_k^2}} \qquad (7\text{-}12)$$

Burada ω_k alınan frekans aralığının ortasıdır.

Eğer α katsayısı bilinmiyor ve de küçükse, örneğin burada $\alpha = 0.01$, (WENZEL 1976:124) te $\alpha = 0.05$, (7-11) eşitliği yaklaşık olarak

$$\mu_k(\omega_k) = \gamma' \frac{1}{\omega_k} \qquad (7\text{-}13)$$

şeklinde yazılabilir. (7-5) ve (7-6) modellerinin Fourier genlik spektrumlarında ortaya çıkan düzenlilik (7-12) eşitliği ile de yaklaşık olarak verilebilmektedir (Çizelge 7.7, 7.8). (7.1), (7.2), (7.5) ve (7.6) modellerinin Fourier genlik spektrumlarının hesabında (3-35) eşitliği ile verilen Hanning ağırlık fonksiyonu kullanılmıştır.

(7-12) eşitliğine benzer olarak standart sapmalar için de

$$S_k(\omega_k) \approx \theta' \frac{1}{\omega_k} \qquad (7\text{-}14)$$

yazılabilir.

7.12 Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nde Stokastik Kısmın Tahmin Edilmesi

Bölüm 5.10 da değinildiği gibi FSEY'nde stokastik sinyal, matematik modelde yer almadığından $\delta_{ort.}$ ve $\Delta\psi_{ort.}$ parametrelerindeki stokastik kısmın belli bir istatistiksel güvenle ve başka bir yolla tahmin edilmesi gerekmektedir. İç duyarlık böyle bir tahmin için uygun değildir. Bölüm 7.11 de görüldüğü gibi stokastik sinyallerin Fourier genlik spektrumları belli bir düzenlilik göstermektedir. Öyleyse, stokastik sinyalin gel-git frekanslarının bulunduğu frekans aralıklarındaki spektrumuna doğrudan erişilemediği için bu kısımdaki spektrum, gel-git frekanslarının yer almadığı frekans aralıklarındaki spektrumlardan enterpolasyon yapılarak tahmin edilebilir.

ÇİZELGE 7.7 (7-5) Korelasyonlu Rastgele Bir Dizinin Fourier Genlik Spektrumundaki Düzenlilik

No	Frekans Aralığı	n	ω_k	$\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2+\omega_k^2}}$	$\frac{1}{\omega_k}$	μ_k	$\sqrt[v]{\frac{\alpha}{\alpha^2+\omega_k^2}}$	$\sqrt[v]{\frac{1}{\omega_k}}$	s_k	$\sqrt[\bar{v}]{\frac{\alpha}{\alpha^2+\omega_k^2}}$	$\sqrt[\bar{v}]{\frac{1}{\omega_k}}$
	(0.151- 1.810	12	0.98			0.2258			0.1098)		
1	1.961- 15.082	88	8.52	0.6709	6.7241	0.0237	-0.0007	-0.0006	0.0181	-0.0015	-0.0015
2	15.233- 30.163	100	22.70	0.2523	2.5240	0.0079	0.0008	0.0008	0.0042	0.0021	0.0020
3	30.314- 45.245	100	37.78	0.1516	1.5166	0.0044	0.0008	0.0008	0.0028	0.0010	0.0010
4	45.396- 60.327	100	52.86	0.1084	1.0839	0.0028	0.0009	0.0009	0.0015	0.0012	0.0012
5	60.478- 75.408	100	67.94	0.0843	0.8433	0.0027	0.0002	0.0002	0.0014	0.0007	0.0007
6	75.559- 90.490	100	83.02	0.0690	0.6901	0.0019	0.0005	0.0005	0.0011	0.0006	0.0006
7	90.641-105.572	100	98.11	0.0584	0.5840	0.0022	-0.0002	-0.0002	0.0009	0.0005	0.0005
8	105.723-120.654	100	113.19	0.0506	0.5062	0.0016	0.0001	0.0001	0.0007	0.0006	0.0006
9	120.804-135.735	100	128.27	0.0447	0.4467	0.0015	0.0000	0.0000	0.0008	0.0003	0.0003
10	135.886-150.817	100	143.35	0.0400	0.3997	0.0015	-0.0001	-0.0001	0.0008	0.0002	0.0002
11	150.968-165.899	100	158.43	0.0362	0.3616	0.0014	-0.0002	-0.0002	0.0007	0.0002	0.0002
12	166.049-179.925	93	172.99	0.0331	0.3312	0.0015	-0.0004	-0.0004	0.0009	-0.0001	-0.0001

$\gamma = 0.0344 \pm 0.00015$ $\qquad \theta = 0.0243 \pm 0.00029$

$\gamma' = 0.0034 \pm 0.00015$ $\qquad \theta' = 0.00248 \pm 0.00029$

ÇİZELGE 7.8 (7-6) Korelasyonlu Rastgele Bir Dizinin Fourier Genlik Spektrumlarındaki Düzenlilik

No	Frekans Aralığı	n	ω_k	$\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2+\omega_k^2}}$	$\frac{1}{\omega_k}$	μ_k	$\sqrt[v]{\frac{\alpha}{\alpha^2+\omega_k^2}}$	$\sqrt[v]{\frac{1}{\omega_k}}$	s_k	$\sqrt[\bar{v}]{\frac{\alpha}{\alpha^2+\omega_k^2}}$	$\sqrt[\bar{v}]{\frac{1}{\omega_k}}$
	(0.151- 1.810	12	0.98			1.1295			0.5494)		
1	1.961- 15.082	88	8.52	0.6709	6.7241	0.1135	-0.0023	-0.0025	0.0924	-0.0077	-0.0076
2	15.233- 30.163	100	22.70	0.2523	2.5240	0.0392	0.0026	0.0024	0.0213	0.0106	0.0105
3	30.314- 45.245	100	37.78	0.1516	1.5166	0.0222	0.0029	0.0028	0.0138	0.0053	0.0053
4	45.396- 60.327	100	52.86	0.1084	1.0839	0.0138	0.0042	0.0041	0.0076	0.0061	0.0061
5	60.478- 75.408	100	67.94	0.0843	0.8433	0.0133	0.0007	0.0006	0.0070	0.0036	0.0036
6	75.559- 90.490	100	83.02	0.0690	0.6901	0.0097	0.0017	0.0017	0.0057	0.0030	0.0030
7	90.641-105.572	100	98.11	0.0584	0.5840	0.0110	-0.0013	-0.0014	0.0047	0.0027	0.0027
8	105.723-120.654	100	113.19	0.0506	0.5062	0.0079	0.0005	0.0005	0.0037	0.0027	0.0027
9	120.804-135.735	100	128.27	0.0447	0.4467	0.0073	0.0001	0.0001	0.0039	0.0017	0.0017
10	135.886-150.817	100	143.35	0.0400	0.3997	0.0073	-0.0007	-0.0007	0.0038	0.0013	0.0012
11	150.968-165.899	100	158.43	0.0362	0.3616	0.0068	-0.0008	-0.0008	0.0036	0.0010	0.0010
12	166.049-179.925	93	172.99	0.0331	0.3312	0.0076	-0.0021	-0.0021	0.0043	-0.0001	-0.0001

$\gamma = 0.1657 \pm 0.0006$ $\qquad$ $\theta = 0.1263 \pm 0.0015$

$\gamma' = 0.0165 \pm 0.0006$ $\qquad$ $\theta' = 0.0126 \pm 0.0014$

Bu çalışmada asıl olarak δ parametresindeki stokastik kısım için tahmin yürütülecektir. (5-109) eşitliğinin ortalaması alınırsa

$$-\frac{E\{A^{r_2}_{(\omega_i)}\}}{E\{A^{y}_{(\omega_i)}\}}+\frac{E\{A^{r_2}_{(\omega_i)}{}^2\}}{2E\{A^{sr_1}_{(\omega_i)}A^{y}_{(\omega_i)}\}}\leq E\{\delta^{sk}_{(\omega_i)}\}\leq\frac{E\{A^{r_2}_{(\omega_i)}\}}{E\{A^{y}_{(\omega_i)}\}}+\frac{E\{A^{r_2}_{(\omega_i)}{}^2\}}{2E\{A^{sr_1}_{(\omega_i)}A^{y}_{(\omega_i)}\}}$$

elde edilir. Bu eşitlik

$$E\{A^{r_2}_{(\omega_i)}\}\approx\bar{x}\quad,\qquad E\{A^{sr_1}_{(\omega_i)}A^{y}_{(\omega_i)}\}\cong E\{A^{x}_{(\omega_i)}A^{y}_{(\omega_i)}\}\cong\delta_{ort.}E\{A^{y}_{(\omega_i)}{}^2\}$$

$$E\{A^{r_2}_{(\omega_i)}{}^2\}\approx\bar{x}^2$$

yaklaşıklıkları ile

$$-\frac{\bar{x}}{E\{A^{y}_{(\omega_i)}\}}+\frac{\bar{x}^2}{2\delta_{ort.}E\{A^{y}_{(\omega_i)}{}^2\}}\leq\delta^{sk}_{ort.}\leq\frac{\bar{x}}{E\{A^{y}_{(\omega_i)}\}}+\frac{\bar{x}^2}{2\delta_{ort.}E\{A^{y}_{(\omega_i)}{}^2\}}\qquad(7\text{-}15)$$

biçiminde yazılabilir. % 95 istatistiksel güvenle $r_2(t)$ stokastik sinyalinin Fourier genlik spaktrumunun ω_i frekansındaki μ ortalama değerinin güven sınırları

$$\bar{x}-s\frac{c}{\sqrt{n}}<\mu<\bar{x}+s\frac{c}{\sqrt{n}}$$

şeklinde hesaplanır (KREYSZIG 1972:192). Burada s standart sapma, n ise belli bir frekans aralığında ortalamaya sokulan spektrum sayısı, c de istatistik kitaplarında ilgili çizelgelerden alınan değerdir. Bu durumda (7-15) eşitliği

$$-\frac{\bar{x}+s\frac{c}{\sqrt{n}}}{E\{A^{y}_{(\omega_i)}\}}+\frac{(\bar{x}+s\frac{c}{\sqrt{n}})^2}{2\delta_{ort.}E\{A^{y}_{(\omega_i)}{}^2\}}\leq\delta^{sk}_{ort.}\leq\frac{\bar{x}+s\frac{c}{\sqrt{n}}}{E\{A^{y}_{(\omega_i)}\}}+\frac{(\bar{x}+s\frac{c}{\sqrt{n}})^2}{2\delta_{ort.}E\{A^{y}_{(\omega_i)}{}^2\}}\qquad(7\text{-}16)$$

biçimine dönüşür. $\bar{x}-s(c/\sqrt{n})$ sınırı bu eşitlikte verilen sınırlar içinde kaldığından ve asıl amacın belli bir istatistiksel güvenle $\delta^{sk}_{ort.}$ değerinin alabileceği, mutlak değerce en küçük ve en büyük sınır değerleri bulmak olduğundan, sözü edilen sınırın ayrıca gösterilmesi gereksiz olmaktadır.

Buraya kadar hep $E\{A^{r_2}(\omega_i)\}\approx\bar{x}$ değerinin bilindiği öngörülmüştür. Halbuki bu değere, gel-git titreşimlerinin yer aldığı frekans aralığında doğrudan ulaşmak mümkün değildir. Frekans bantlarında doğrudan hesaplanamayan $E\{A^{r_2}(\omega_i)\}$ değerleri ve standart sapmalar, stokastik sinyallerin Fourier genlik spektrumlarında görülen düzenlilikten yararlanmak suretiyle ilgili frekans bantlarının maksimum genliklerine karşılık gelen frekanslar için, enterpolasyon yapılarak bulunabilir. Bir başka deyişle, her frekans bandı için $E\{A^{r_2}(\omega_i)\}$ değeri ve standart sapma, gel-git frekans bantlarının dışında yer alan $A^{r_2}(i\omega_o)$ değerlerinden enterpolasyonla bulunabilir.

$\delta_{ort.}^{sk}$ nın tahmini, yalnızca birincil frekans bantları için yapılmıştır. Bu hesaplar için önce teorik gel-git sinyalinde birincil frekans bantlarının $E\{A^y(\omega_i)\}$ ve $A(\omega_i)_{max}$ değerleri ayrı ayrı hesaplanmıştır (Çizelge 7.9). Daha sonra %95 istatistiksel güvenle stokastik sinyal için öngörülen 4 ayrı modelde, FSEY ile bulunan birincil frekans bantlarında genlik çarpanlarının içerdiği stokastik kısım tahmin edilmiştir (Çizelge 7.2, 7.3, 7.4, 7.5). Burada stokastik sinyal normal dağılmış rastgele bir dizi ise, her frekans bandı için (7-16) eşitliğinde gerekli olan $\bar{x}$, s, n değerleri Çizelge 7.6 dan $\bar{x}=\mu_{ort.}$, $s=s_{ort.}$, $n=100$ alınarak hesaplanmıştır. Stokastik sinyal normal dağılmış korelasyonlu rastgele bir dizi ise $\bar{x}$, s değerleri Çizelge 7.7 ve 7.8 de bulunan γ ve θ değerlerinden yararlanılarak (7-11) ve (7-12) eşitliklerinde ω_k yerine ilgili frekans bandında $A(\omega)_{max}$ veren frekanslar alınarak (Çizelge 7.9) enterpole edilir.

Burada yapılan tüm hesaplarda, aynı tip ağırlık fonksiyonu kullanılması gerekir. Fakat burada spektrum hesaplarında, hiçbir nedene dayanmaksızın rastgele farklı ağırlık fonksiyonları kullanılmıştır. Bu durumda Fourier genlik spektrumlarında

$$A(n\omega_o)_{Blackman} \approx 0.42\, A(n\omega_o)_{Hanning} \qquad (7\text{-}17)$$

dönüşümü yapılarak birinden diğerine geçilebilir.

Çizelge 7.2, 7.3, 7.4 ve 7.5 ten görüleceği gibi, yapay modellerdeki stokastik etkiler, genel olarak %95 istatistiksel güvenle tahmin edilen stokastik kısmın altında kalmaktadır. Bu da yapılan tahminin doğruluğunu göstermektedir.

Faz kaymalarındaki stokastik etkinin tahmini daha karmaşık bir durum gösterdiğinden, burada bu konu ele alınmamıştır. Ancak yaklaşık bir tahmin için (WENZEL 1976:45) te verilen

$$\frac{A^{r_2}(\omega_i)}{A^x(\omega_i)}\rho \qquad (7\text{-}18)$$

eşitliğinden, (7-15) eşitliğine benzer olarak

$$\Delta\psi_{ort}^{sk} \approx \left| \frac{\bar{x}\,\rho}{\delta_{ort.}E\{A^y(\omega_i)\}} \right| \qquad (7\text{-}19)$$

ve (7-16) ya benzer olarak %95 istatistiksel güvenle

$$\frac{\bar{x} - s\frac{c}{\sqrt{n}}}{\delta_{ort.}E\{A^y(\omega_i)\}}\rho \leq \Delta\psi_{ort.}^{sk} \leq \frac{\bar{x} + s\frac{c}{\sqrt{n}}}{\delta_{ort.}E\{A^y(\omega_i)\}}\rho \qquad (7\text{-}20)$$

verilebilir.

7.13 En Küçük Kareler Yöntemi'yle Bulunan Bilinmeyenlerdeki Stokastik Kısmın Tahmin Edilmesi

Genel olarak ölçülerin En Küçük Kareler Yöntemi ile analizinde deterministik ve stokastik kısımlar matematik modelde tam olarak tanımlansa bile, bilinmeyenlerin karesel ortalama hataları, bilinmeyenlerin emdiği stokastik kısımları ancak % 68 lik bir istatistiksel güvenle tahmin edebilir. Bilinmeyenlerin içerdiği stokastik kısmı daha doğru tahmin etmek için % 95 lik bir istatistiksel güvenle bilinmeyenlerin güven sınırları bulunmalıdır. Genel olarak dengelemeden bulunan (x) bilinmeyenlerin güven sınırları

$$x \pm t\, m_x$$

şeklinde verilir (WOLF 1975:260, KREYSZIG 1972:192). Burada t, (t=Student) dağılımı ile ilgili cetvellerden (n-u) serbestlik derecesine göre alınır.

Gerek bu durumu sergilemek ve gerekse FSEY ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırma yapmak için bölüm 7.1 de üretilen (7.1), (7.2) ve (7.5), (7.6) modelleriyle oluşturulan stokastik sinyaller teorik gel-git sinyaline eklenerek yapay gel-git sinyali elde edilmiş ve En Küçük Kareler Yöntemi ile her bir frekans bandının gel-git parametreleri ($\delta, \Delta\psi$) hesaplanmıştır (Çizelge 7.10, 7.11, 7.12, 7.13). Bu çizelgelerden de görüldüğü gibi, dengelemeden bulunan bilinmeyenlerin karesel ortalama hataları, bilinmeyenlerin içerdiği stokastik kısmı tam olarak ifade etmekte her zaman yeterli olmamaktadır. Örneğin bu çizelgelerde yapay modeldeki, altı çizili olan gerçek stokastik etkiler, bilinmeyenlerin karesel ortalama hatalarından büyüktür. Beklenilenin tersine, korelasyonlu stokastik sinyalli modellerde bu sözü edilen aykırılıklar daha az ortaya çıkmıştır. Bu durum stokastik sinyali üretirken seçilen özkovaryans fonksiyonundan kaynaklanmaktadır. Örneğin (WENZEL 1976 :115) de seçilen modelde, bu aykırılıklar daha çok ortaya çıkmıştır. Sözü edilen modelde korelasyonlu stokastik sinyali üretirken, farklı bir özkovaryans fonksiyonu

$$\Phi(\tau) = \Phi_o\, e^{-0.05\,\tau} \cos 15\,\tau \quad , \qquad 0 < |\tau| < 42 \text{ saat}$$

seçilmiştir.

Alınan yapay modellerde, bilinmeyenlerin içerdiği stokastik kısımlarla bilinmeyenlerin karesel ort. hataları arasındaki farkların istatistiksel olarak belirgin (signifikant) olup olmadığı t-testi ile denetlenir (WOLF 1975 :273). Yukarıda adı geçen çizelgelerde altı çizilmiş olan bilinmeyenlerin içerdiği stokastik kısımlar ($\delta_{gereken} - \delta_{deng.}$ $\Delta\psi_{gereken} - \Delta\psi_{deng.}$) bilinmeyenlerin karesel ortalama hatalarına bölünerek %95 istatistiksel güvenle t-testi uygulanmış ve bunlardan yalnızca Çizelge 7.10 ve 7.11 de yıldız simgesiyle gösterilenler, aşağıdaki sıfır hipotezini reddetmiştir:

$$\frac{\text{Bilinmeyenlerdeki stokastik kısımlar}}{\text{Bilinmeyenlerin karesel ortalama hataları}} = 1$$

Çizelge 7.10, 7.11, 7.12 ve 7.13 te bilinmeyenlerin karesel ortalama hataları yanında %95 istatistiksel güvenle güven aralıkları da verilmiştir. Bilinmeyenlerdeki gerçek stokastik etkilerle güven aralıkları arasındaki farklar %95 istatistiksel güvenle sözü edilen hipotezi sağlamaktadır.

Özellikle zaman dizilerinde, ölçülerin içerdiği tüm deterministik kısımlar fonksiyonel modelde tam olarak tanımlanmazsa, hem dengelemeden elde edilen parametreler hem de bunların içerdiği stokastik kısımlar ümit değeri koruyucu bir biçimde doğru olarak tahmin edilemez. Bu durumu sergilemek için, teorik gel-git sinyaline deterministik bir

$$x_y(t) = s_y(t) + 5 \cos 15\, t$$

titreşim eklenmiştir. Dengelemeden bulunan sonuçlar Çizelge 7.14 te verilmiştir. Bu çizelgeden görüldüğü gibi, gerçekte stokastik bir sinyal olmadığı halde hem bir karesel ortalama hata, hem de bilinmeyenlerin karesel ortalama hataları görünmektedir. Buradan yola çıkılarak şu söylenebilir: Eğer ölçülerin içerdiği tüm deterministik kısımlar matematik modelde tam olarak yer almazsa, modelde tanımlanmayan deterministik yapının bir bölümü parametrelerce emilir, diğer bölümü stokastik sinyale karışır. Bu nedenle En Küçük Kareler Yöntemi ile analizde tüm deterministik kısımları matematik modelde tam olarak tanımlamak —özellikle gel-git kayıtlarının analizinde— çok güç olduğu için, parametrelerin içerdiği stokastik kısmı, dengelemeden elde edilen karesel ortalama hatadan değil, bölüm 7.12 de anlatılan yöntem ile tahmin etmek daha doğrudur. Dengelemede matematik model zaman alanında kurulmasına karşın, bölüm 7.12 de verilen yöntemde ise frekans alanında çalışılmakta ve stokastik sinyalin yalnızca bir frekans bandına düşen kısmı ile ilgilenilmektedir.

Burada asıl sorun, ölçülerin içerdiği deterministik kısımların tümünün tam olarak bilinememesinden kaynaklanmaktadır.

ÇİZELGE 7.9 Teorik gel-git modelinde birincil frekans bantlarına özgü bazı değerler

Frekans bant	$\omega_{A\ max}$	$\frac{1}{\omega_k}$	$\alpha = 0.01$ $\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2+\omega_k^2}}$	$E\{A^y_{(\omega_i)}\}$	$E\{A^{y\ 2}_{(\omega_i)}\}$	$A_{(\omega_i)\ max}$	Düşünceler
Q1	13.406	4.2739	0.4270	2.770 ±0.278	7.746	2.990	
O1	13.944	4.1040	0.4106	13.798 ±1.540	192.670	15.049	Blackman
P1-K1	15.024	3.8136	0.3811	22.267 ±2.510	501.465	24.501	ağırlık
N2	28.446	2.0142	0.2014	2.174 ±0.168	4.753	2.319	fonksiyonu
M2	28.984	1.9768	0.1976	11.331 ±1.012	129.375	12.228	kullanıldı.
S2	29.980	1.9111	0.1911	4.232 ±0.744	18.430	4.966	

Çizelge 7-10 (7-2) Rastgele dizili yapay gel-git sinyalinin En Küçük Kareler Yöntemi ile analizi

Frekans bant	δ Dengelemeyle	δ Teoc	δ - δ Teor. Deng.	m δ	Güven Aralığı	Δψ Dengelemeyle	Δψ Teor.	Δψ - Δψ Teor. Deng.	m Δψ	Güven Aralığı	Düşünceler
Q1	1,2573	1,3	0,0427*	0,0200	0,0392	3,3831	3	-0,3831	0,9125	1,7885	$m_o = \pm$
O1	1,1994	1,2	0,0006	0,0040	0,0078	4,1753	4	-0,1753	0,1903	0,3730	3,1947
P1-K1	1,0959	1,1	0,0041	0,0024	0,0047	-1,8780	-2	-0,1220	0,1274	0,2497	μGal
N2	1,4656	1,5	0,0344	0,0258	0,0505	2,9417	2	-0,9417	1,0083	1,9763	
M2	1,1037	1,1	-0,0037	0,0049	0,0096	-3,0548	-3	0,0548	0,2544	0,4986	
S2	1,4136	1,4	-0,0136	0,0118	0,0267	-6,3434	-7	-0,6566	0,4782	0,9373	

Çizelge 7-11 (7-1) Rastgele dizili yapay gel-git sinyalinin En Küçük Kareler Yöntemi ile analizi

Q1	1,2915	1,3	0,0085*	0,0040	0,0078	3,0746	3	-0,0746	0,1776	0,3481	$m_o = \pm$
O1	1,1999	1,2	0,0001	0,0008	0,0016	4,0350	4	-0,0350	0,0380	0,0745	0,6388
P1-K1	1,0992	1,1	0,0008	0,0005	0,0010	-1,9757	-2	-0,0243	0,0254	0,0498	μGal
N2	1,4931	1,5	0,0069	0,0052	0,0102	2,1849	2	-0,1849	0,1979	0,3879	
M2	1,1007	1,1	-0,0007	0,0010	0,0020	-3,0110	-3	0,0110	0,0510	0,1000	
S2	1,4027	1,4	-0,0027	0,0024	0,0047	-6,8677	-7	-0,1323	0,0964	0,1889	

Çizelge 7-12 (7-6) Karelasyonlu rastgele dizili yapay gel-git sinyalinin En Küçük Kareler Yöntemi ile analizi

Q1	1,2923	1,3	0,0077	0,0216	0,0423	2,0132	3	0,9868	0,9560	1,8738	$m_o = \pm$
O1	1,1981	1,2	0,0019	0,0043	0,0084	3,9997	4	0,0003	0,2051	0,4020	3,4404
P1-K1	1,0985	1,1	0,0015	0,0026	0,0051	-2,0932	-2	-0,0932	0,1369	0,2683	μGal
N2	1,4916	1,5	0,0084	0,0278	0,0545	1,7304	2	0,2696	1,0669	2,0911	
M2	1,1005	1,1	-0,0005	0,0053	0,0104	-2,9571	-3	-0,0429	0,2747	0,5384	
S2	1,3970	1,4	0,0030	0,0127	0,0249	-6,8240	-7	-0,1760	0,5211	1,0214	

Çizelge 7-13 (7-5) Karelasyonlu rastgele dizili yapay gel-git sinyalinin En Küçük Kareler Yöntemi ile analizi

Q1	1,2984	1,3	0,0016	0,0043	0,0084	2,8036	3	0,1964	0,1901	0,3726	$m_o = \pm$
O1	1,1996	1,2	0,0004	0,0009	0,0018	3,9999	4	0,0001	0,0409	0,0802	0,6874
P1-K1	1,0997	1,1	0,0003	0,0005	0,0010	-2,0186	-2	0,0186	0,0273	0,0535	μGal
N2	1,4983	1,5	0,0017	0,0056	0,0110	1,9463	2	0,0537	0,2122	0,4159	
M2	1,1001	1,1	-0,0001	0,0010	0,0020	-2,9914	-3	-0,0086	0,0549	0,1076	
S2	1,3994	1,4	0,0006	0,0025	0,0049	-6,9649	-7	-0,0351	0,1039	0,2036	

ÇİZELGE 7.14 $x_y(t) = s_y(t) + 5 \cos 15\,t$ modelinde dengelemeden bulunan sonuçlar

Frekans bant	δ Dengeleme	δ Teo.	m_δ	Δψ Dengeleme	Δψ Teo.	$m_{\Delta\psi}$	Düşünceler
Q1	1.299971	1.3	0.00246	3.0009	3	0.1082	$m_o = \pm 0.3918$ μ Gal
O1	1.200016	1.2	0.00049	4.0006	4	0.0233	
P1-K1	1.016281	1.1	0.00030	-2.4693	-2	0.0169	
N2	1.500000	1.5	0.00320	2.0000	2	0.1208	Blackman ağırlık fonksiyonu
M2	1.100000	1.1	0.00060	-3.0000	-3	0.0313	
S2	1.400000	1.4	0.00145	-7.0000	-7	0.0592	

7.2 DETERMİNİSTİK BOZUCU SİNYAL MODELLERİ

Bu bölümde deterministik yapıdaki bozucu sinyaller için çeşitli modeller kurularak, bunların her bir frekans bandına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerleri üzerindeki bozucu etkileri incelenecektir. Bu bozucu sinyaller birkaç grupta toplanabilir:

a. Doğrusal Olmayan (Non linearity) Tepkiler

Bölüm 5.2 de anlatıldığı gibi gel-git kayıtları birkaç sistemin, gel-git kuvvetlerine karşı tepkilerinin toplamı gibi düşünülebilir. Şimdiye değin gel-git kayıtlarının analizinde bu tepkilerin doğrusal olduğu varsayılmıştır. Fakat son yıllarda yapılan araştırmalarda bunların doğrusal olmadığı konusunda bulgular vardır.

Genellikle doğrusal olmayan bir gel-git sinyal modeli şöyle verilmektedir:

$$x(t) = s(t) + \sum_{i=2}^{m} a_i s^i(t) \qquad (7\text{-}21)$$

(SCHÜLLER-WENZEL-ZÜRN 1979:6).

Bu durumda deterministik bozucu sinyal

$$r_1(t) = x(t) - s(t) = \sum_{i=2}^{m} a_i s^i(t) \qquad (7\text{-}22)$$

olarak verilir.

b. Doğrusal Genlik Modülasyonu

BEAUMONT-BERGER (1974) in araştırmalarına göre, deprem olduğu zaman gel-git ivmesinin yatay bileşeninde yer alan titreşimlerin genlikleri değişmektedir (SCHÜLLER-WENZEL-ZÜRN 1979:11). Bu açıdan bakılırsa doğrusal genlik modülas-

yonu (PANTER 1965:175, SPATARU 1973:357, THOMAS 1969:423, HSU 1967:156) bozucu sinyal modeli olarak alınabilir, yani

$$x(t) = s(t)\{1 \pm a_m \cos(\omega_m t + \phi_m)\} \qquad (7\text{-}23)$$

Bu durumda faydalı sinyal $\{s(t)\}$ taşıyıcı olmuş ve ω_m frekanslı bir titreşimle modüle edilmiştir.

c. Periyodik Sinyal

Burada frekansı teorik gel-git modelinde yer almayan bir titreşim söz konusudur. Bir frekans bandının böyle bir titreşim tarafından rahatsız edilebilmesi için titreşimin frekansının, frekans alanında ilgili frekans bandının içinde bulunduğu bant genişliği içine düşmesi gerekir. Bu durumda bir frekans bandını rahatsız eden deterministik bozucu sinyal

$$r_1(t) = \sum_{i=1}^{p} \bar{a}_i \cos(\bar{\omega}_i t + \bar{\phi}_i) \qquad (7\text{-}24)$$

şeklinde verilebilir.

Genel olarak $\bar{a}_i$, $\bar{\phi}_i$ parametreleri zaman içinde rastgele değişebilir. Böylesi bir sinyale koşullu deterministik sinyal denir (SPATARU 1973:77).

Bu kurulan yapay modellerde, gravimetre aletlerinde gözlenen sıfır noktası yürümesi de gözönüne alınmak istenirse, bunun için şu modeller ileri sürülebilir:

Bir doğru olabilir : $c_1 t$, (7-25)

Periyodik bir yapıda olabilir : $c_0 + c_2 \bmod(t,T)$ (7-26)

(SCHÜLLER-WENZEL-ZÜRN 1979:10).

7.21 Çeşitli Sayısal Örnek Modeller

a) Doğrusal olmayan tepkiler:

1° $x_y(t) = s_y(t) + a_2\{s_y(t)\}^2$, $a_2 = 10^{-3}$

2° $x_y(t) = s_y(t) + a_3\{s_y(t)\}^3$, $a_3 = 10^{-5}$

3° $x_y(t) = s_y(t) + a_2\{s_y(t)\}^2 + a_3\{s_y(t)\}^3$, $a_2 = 5\times10^{-4}$, $a_3 = 10^{-6}$

4° $x_y(t) = s_y(t) + a_2\{s_y(t)\}^2 + a_3\{s_y(t)\}^3$, $a_2 = 10^{-4}$, $a_3 = 5\times10^{-6}$

5° $x_y(t) = s_y(t) + c_1 t + a_2\{s_y(t) + c_1 t\}^2 + a_3\{s_y(t) + c_1 t\}^3$,

$a_2 = 5\times10^{-4}$, $a_3 = 10^{-6}$, $c_1 = 1\,\mu$ Gal/gün

6° $x_y(t) = s_y(t) + c_o + c_2 \mathrm{mod}(t,T) + a_2\{s_y(t) + c_o + c_2\mathrm{mod}(t,T)\}^2 + a_3\{s_y(t) + c_o + c_2\mathrm{mod}(t,T)\}^3$

$a_2 = 5\times10^{-4}$, $a_3 = 10^{-6}$, $c_2 = 5\ \mu$Gal/gün, T=167.5 saat , $c_o = -17.5\ \mu$Gal

b) Doğrusal genlik modülasyonu:

7° $x_y(t) = s_y(t)\{1 + a_m \cos \omega_m t\}$, $a_m = 5\times10^{-2}$, $\omega_m = 0.05$ °/h

8° $x_y(t) = s_y(t)\{1 + a_m \sin \omega_m t\}$, $a_m = 5\times10^{-2}$, $\omega_m = 0.05$ °/h

9° $x_y(t) = \{s_y(t) + c_1 t\}\{1 + a_m \cos \omega_m t\}$

$a_m = 5\times10^{-2}$, $\omega_m = 0.05$ °/h , $c_1 = 1\ \mu$Gal/gün

10° $x_y(t) = \{s_y(t) + c_1 t\}\{1 + a_m \sin \omega_m t\}$

$a_m = 5\times10^{-2}$, $\omega_m = 0.05$ °/h , $c_1 = 1\ \mu$Gal/gün

11° $x_y(t) = \{s_y(t) + c_o + c_2\mathrm{mod}(t,T)\}\{1 + a_m \cos \omega_m t\}$

$a_m = 5\times10^{-2}$, $\omega_m = 0.05$ °/h , $c_2 = 5\mu$Gal/gün, T=167.5 saat , $c_o = -17.5$

c) Periyodik sinyal:

12° $x_y(t) = s_y(t) + \sum_{i=1}^{6} \bar{a}_i \cos(\bar{\omega}_i + \bar{\phi}_i)$

	Birincil Frekans Bantları					
Bozucu sinyal	Q1	O1	P1-K1	N2	M2	S2
genlik = $\bar{a}_i$ (μGal)	0.5	2.5	4.0	0.60	2.5	1.5
faz = $\bar{\phi}_i$ (°)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
frekans=$\bar{\omega}_i$ (°/h)	13.45	14.02	15.0	28.30	28.91	30.00

d) Karma modeller:

Bu bölümde genel bir gel-git sinyal modeli, üretilen deterministik bozucu sinyallere bölüm 7.1 de elde edilen stokastik sinyaller eklenerek oluşturulabilir:

13° $x_y(t) = s_y(t) + a_2\{s_y(t)\}^2 + a_3\{s_y(t)\}^3 + \{{}^{\mu=0}_{\sigma=7}\ ,\ \eta(u) = \eta_o e^{-\alpha|u|}\}$

$a_2 = 5\times10^{-4}$, $a_3 = 10^{-6}$, $\alpha = 0.01$

14° $x_y(n) = s_y(t)\{1 + a_m \cos \omega_m t\} + \{{}^{\mu=0}_{\sigma=7}\ ,\ \eta(u) = \eta_o e^{-\alpha|u|}\}$

$a_m = 0.05$, $\omega_m = 0.05\ ^o/h$, $\alpha = 0.01$

7.22 Sayısal Sonuçların Yorumu

Bu bölümde yapay olarak kurulan deterministik yapıdaki bozucu sinyal, yapay gel-git sinyaline eklenerek FSEY ile incelenecektir. Amaç, belli yapıdaki bozucu sinyal karşısında frekans bandına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerindeki değişimlerin belli bir düzenlilik gösterip göstermediğini araştırmaktır. Bu araştırmayı daha iyi sergilemek için FSEY ile analizde gel-git frekansları yerine bölüm 5.9 da sözü edilen frekanslar kullanılmıştır. Çeşitli yapıdaki bozucu sinyallerle oluşturulan yapay gel-git sinyallerinin FSEY ile elde edilen sonuçları aşağıda türlere ayrılarak incelenecektir.

a) Doğrusal olmayan tepkiler:

Bu bölümde 7.21 de kurulan (a / 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6°) çeşitli modellerde FSEY ile her bir frekans bandında hesaplanan $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerindeki değişimlerin genel eğilimleri Çizelge 7.15 te yaklaşık olarak sergilenmiştir. Bu çizelgede şeklin ucları frekans bandının başlangıç ve bitiş değerleri olmaktadır.

Karesel doğrusallıktan sapma durumunda Q1, O1, S2 frekans bantları bir grup, P1-K1, N2, M2 frekans bantları ayrı bir grup olarak, kendi aralarında $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ lerdeki değişimlerin genel eğilimleri benzerlik göstermektedir.

Kübik doğrusallıktan sapma durumunda yine aynı grup frekans bantları kendi aralarında sözü geçen genel eğilim bakımından benzerlik göstermektedir. Fakat kübik durumdaki genel eğilimler, karesel durumdakilerin tersi yönde olmaktadır. 3. derece (karesel + kübik) doğrusallıktan sapma durumunda ise, hangi özellik (karesel veya kübik) ağır basıyorsa, o özellik etkin olmaktadır. Örneğin karesel terim kübik terimden daha büyükse, karesel durumdaki özellikler ortaya çıkmaktadır (Çizelge 7.15).

Periyodik bir sıfır noktası yürümesinin faydalı sinyale eklenmesiyle oluşturulan 3. derece doğrusallıktan sapma durumunda frekans bantlarındaki ana değişim eğilimleri, 3. derece doğrusallıktan sapma modeline göre belirgin bir değişiklik göstermemektedir. Doğrusal bir sıfır noktası yürümesinin eklenmesiyle oluşturulan 3. derece doğrusallıktan sapma durumunda ise, ana değişim eğilimleri belirgin olarak değişmektedir.

b) Doğrusal genlik modülasyonu:

Genel olarak S2 frekans bandı dışındaki diğer frekans bantlarının $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ lerdeki değişimlerin genel eğilimleri yaklaşık birbirine benzemektedir. Özellikle $\delta(\omega_i)$ lerdeki değişimler içbükey bir görüntü vermektedir. $\Delta\psi(\omega_i)$ lerdeki ana değişim eğilimleri, modüle edici titreşim $\sin\omega_m t$ veya $\cos\omega_m t$ olması durumunda birbirinin ters yönünde olmaktadır (Bölüm 7.21 de b/7°,8° modelleri, Çizelge 7.16). Aynı kısımdaki b/9°,10° modelleri durumunda, P1-K1, N2, M2 ve S2 frekans bantlarında $\delta(\omega_i)$ lerdeki ana değişim eğilimleri dışbükey bir görüntü vermekte ve b/11° modelinde ise genel olarak belirgin bir değişiklik olmamaktadır.

c) Periyodik sinyal:

Bu modelde $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ lerdeki değişimlerin —S2 frekans bandı dışında— genel eğilimleri doğrusal olmaktadır. Bu genel eğilimler karesel ve kübik doğrusallıktan sapma modellerindeki genel eğilimlere benzemektedir (Çizelge 7.16 en altta).

d) Karma modeller:

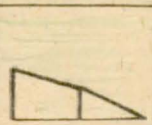
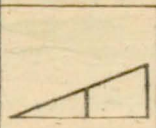
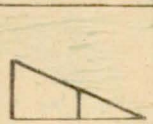
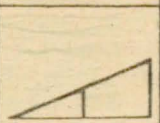
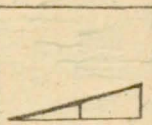
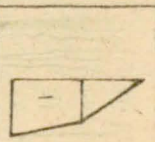
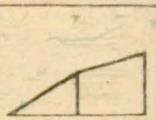
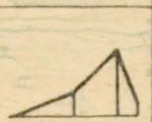
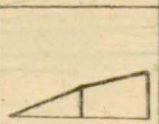
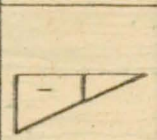
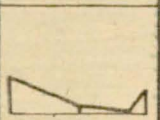
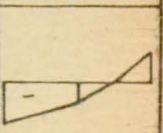
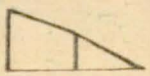
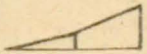
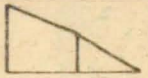
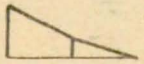
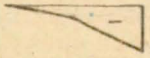
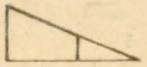
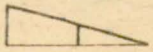
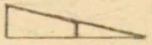
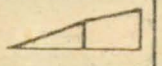
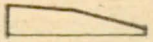
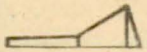
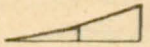
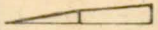
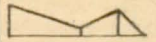
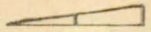
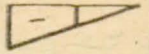
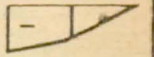
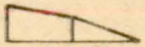
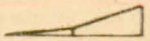
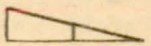
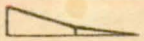
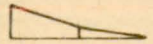
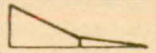
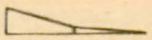
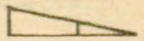
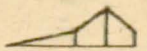
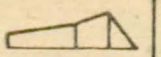
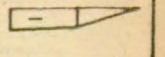
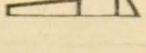
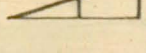
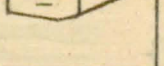
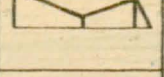
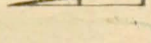
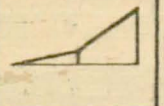
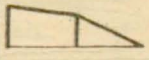
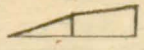
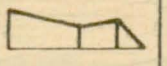
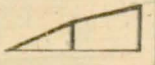
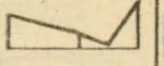
Bölüm 7.21 de d/13° model durumunda, a/3° modelindeki $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ lerdeki ana değişim eğilimleri genel olarak değişmemektedir (Çizelge 7.15).

d/14° modelinde ise b/7° modelindeki ana değişim eğilimleri M2 ve S2 frekans bantları dışında tamamen değişmektedir (Çizelge 7.16).

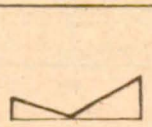
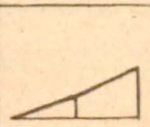
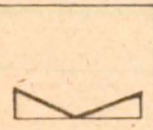
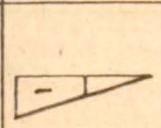
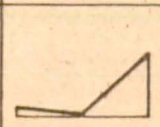
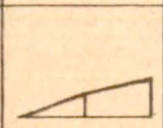
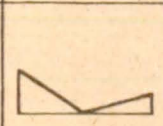
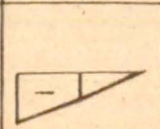
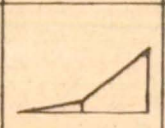
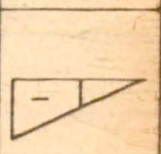
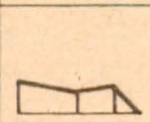
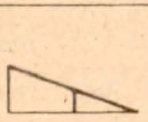
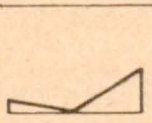
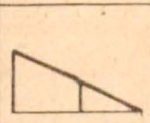
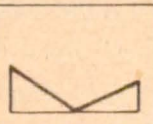
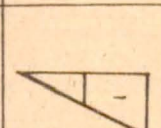
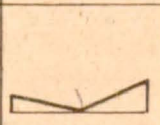
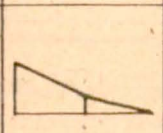
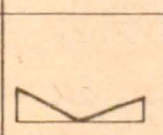
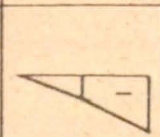
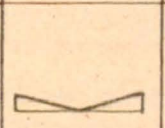
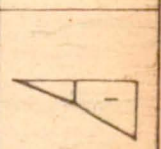
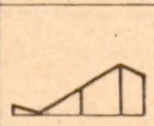
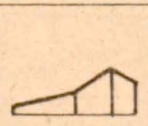
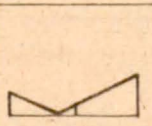
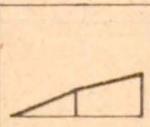
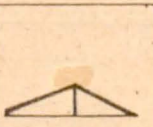
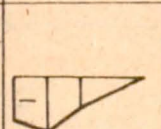
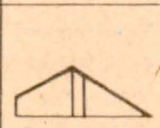
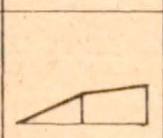
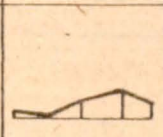
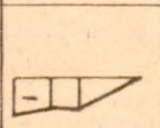
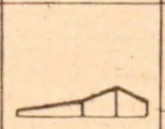
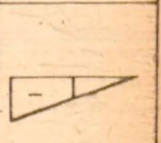
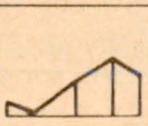
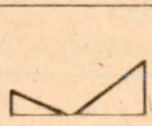
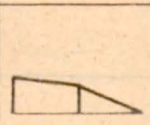
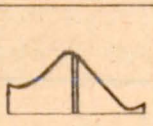
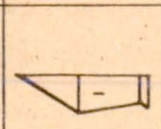
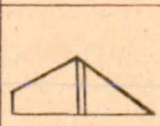
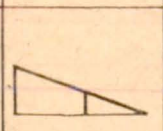
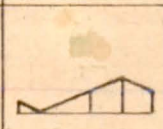
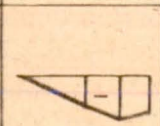
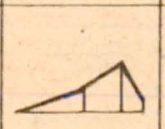
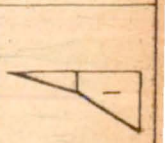
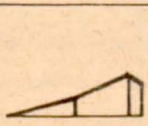
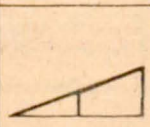
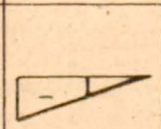
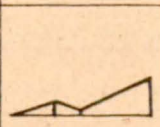
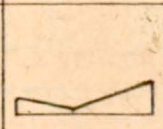
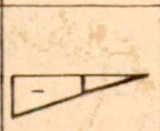
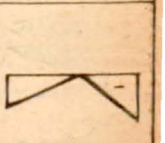
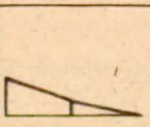
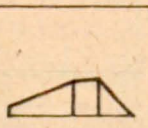
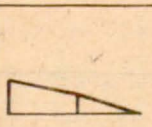
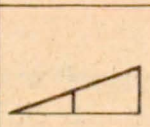
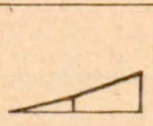
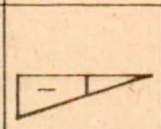
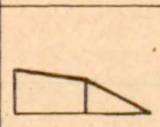
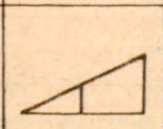
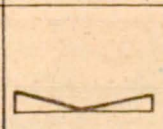
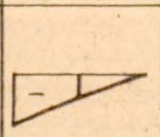
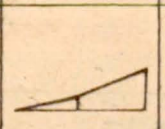
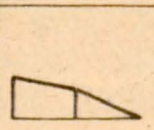
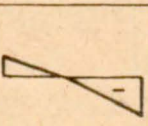
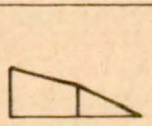
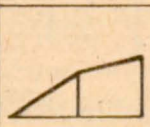
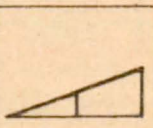
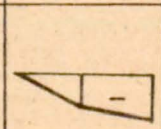
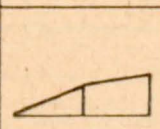
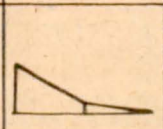
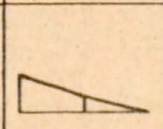
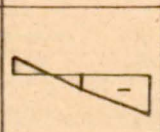
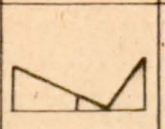
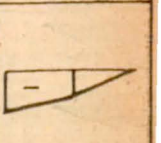
Genel olarak her bir frekans bandında, çeşitli tür bozucu sinyaller karşısında $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerindeki değişimlerin genel eğilimleri farklı olmaktadır. Bir diğer deyişle, belli tür bir bozucu sinyal $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinde belirli bir ana değişim eğilimi yaratmaktadır. Bununla bozucu sinyalin türü ve yapısı hakkında ipucları elde edilebilir.

Ayrıca burada stokastik sinyallerin birincil frekans bantlarının $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinde yarattığı değişimlerin genel eğilimleri de incelenmiştir. (8-5) ve (8-6) modelleri oluşturulmuş ve normal dağılmış stokastik ve korelasyonlu stokastik sinyallerin neden olduğu $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ lerdeki değişimlerin genel eğilimleri Çizelge 7.17 de sergilenmiştir. Stokastik bozucu sinyal karşısında P1-K1, S2 ve O1, N2 kendi aralarında ve korelasyonlu stokastik bozucu sinyal karşısında Q1, O1, N2 ve P1-K1, S2 kendi aralarında benzer genel eğilimler göstermektedir. Her iki tür bozucu sinyal karşısında tüm birincil frekans bantlarının $\delta(\omega_i)$ değerlerindeki genel eğilimler, benzerlik göstermekte ve ayrıca M2 dışında tüm birincil frekans bantlarının $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerindeki genel eğilimler ise birbirinin ters yönünde olmaktadır.

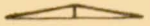
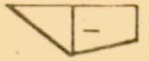
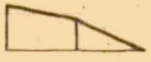
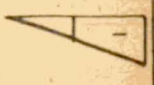
Çizelge 7–15 Doğrusal olmayan tepkilerden oluşan bozucu sinyallerin birincil frekans bantlarında $\delta(\omega i)$ ve $\Delta\Psi(\omega i)$'lerde neden oldukları değişimlerin genel eğilimleri

Model No	Q1		O1		P1-K1		N2		M2		S2	
	$\delta(\omega i)$	$\Delta\Psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\Psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\Psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\Psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\Psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\Psi(\omega i)$
1												
2												
3												
4												
5												
6												
13												
Frekans bant →	13.31 13.43 13.56	13.31 13.43 13.56	13.85 13.97 14.10	13.85 13.97 14.10	14.87 15.02 15.17	14.87 15.02 15.17	28.35 28.45 28.56	28.35 28.45 28.56	28.86 28.98 29.11	28.86 28.98 29.11	29.91 30.03 30.17	29.91 30.03 30.17

Çizelge 7-16 Doğrusal genlik modülayonun birincil frekans bantlarında $\delta(\omega i)$ ve $\Delta\psi(\omega i)$'lerde yarattığı değişimlerin genel eğilimleri

Model No	Q1		O1		P1-K1		N2		M2		S2	
	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$
7												
8												
9												
10												
11												
14												
12												
Frekans bant →	13.31 13.43 13.56	13.31 13.43 13.56	13.85 13.97 14.10	13.85 13.97 14.10	14.87 15.02 15.17	14.87 15.02 15.17	28.35 28.45 28.54	28.35 28.45 28.56	28.86 28.98 29.11	28.86 28.98 29.11	29.91 30.03 30.17	29.91 30.03 30.17

Çizelge 7-17 Stokastik bozucu sinyallerin birincil frekans bantlarında $\delta(\omega i)$ ve $\Delta\psi(\omega i)$ değerlerinde neden olduğu değişimlerin genel eğilimi

Model No	Q1		O1		P1-K1		N2		M2		S2	
	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$	$\delta(\omega i)$	$\Delta\psi(\omega i)$
(8-6)												
(8-5)												
Frekans bant →	13.31 13.43 13.56	13.31 13.43 13.56	13.85 13.97 14.10	13.85 13.97 14.10	14.87 15.02 15.17	14.87 15.02 15.17	28.35 28.45 28.56	28.35 28.45 28.56	28.86 28.98 29.11	28.86 28.98 29.11	29.91 30.03 30.17	29.91 30.03 30.17

8 BİR FREKANS BANDINDA BULUNAN BOZUCU SİNYALİN GENLİK SPEKTRUMUNDA ARASTIRILMASI

Bir önceki bölümde, çeşitli tür ve yapıda olan bozucu sinyallerin, frekans bantlarının $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinde yarattıkları değişimler incelenmişti. Bu bölümde ise, yaklaşık olarak oluşturulan bozucu sinyalin genlik spektrumu incelenecektir. Bunun için önce bir frekans bandında yaklaşık bir faydalı sinyal oluşturulur ve bu yapay gel-git sinyalinden çıkarılarak yaklaşık bozucu sinyal elde edilir. Yaklaşık faydalı sinyal değiştirilmek suretiyle, yaklaşık bozucu sinyalin genlik spektrumunun maksimum olduğu frekansların değişimi incelenecektir. Burada amaç, başka bir yol izlenerek her bir frekans bandının yahut tüm frekans bantlarının belli bir tür veya yapıdaki bozucu sinyal karşısında tepkisinin yahut tepkilerinin bir düzenliliğini, bir tanıtım biçimini ortaya çıkarmaktır.

Bölüm 5.9 da anlatıldığı gibi, önce teorik gel-git sinyalinin her bir birincil frekans bantları için genlik spektrumları hesaplanır ve bunların maksimum oldukları frekanslar (merkezsel frekanslar) bulunur. Bu frekanslar (ω_m) esas alınarak, tüm frekans bandı eş aralıklı frekanslara ayrılır:

$$\omega_{\pm\ell} = \omega_m \pm \ell\,\Delta\omega \quad , \quad \Delta\omega = 10^{-2}\ ^\circ/h \quad , \quad \pm\ell = 1,\ 2,\ \ldots\ldots \tag{8-1}$$

Bu eş aralıklı frekanslar ilgili frekans bandın sınırları içinde kalmalıdır, yani

$$\omega_{alt} \leq \omega_\ell \leq \omega_{üst} \tag{8-2}$$

Sonra bu ω_ℓ frekansları için, teorik gel-git sinyalinin $a^y(\omega_\ell)$, $b^y(\omega_\ell)$ ve yapay kayıt sinyalinin $a^x(\omega_\ell)$, $b^x(\omega_\ell)$ değerleri hesaplanır:

$$a^y(\omega_\ell) = \frac{2}{N}\sum_{t=0}^{N-1} y(t)\,w(t)\cos\omega_\ell t \qquad a^x(\omega_\ell) = \frac{2}{N}\sum_{t=0}^{N-1} x_y(t)\,w(t)\cos\omega_\ell t$$

$$b^y(\omega_\ell) = \frac{2}{N}\sum_{t=0}^{N-1} y(t)\,w(t)\sin\omega_\ell t \qquad b^x(\omega_\ell) = \frac{2}{N}\sum_{t=0}^{N-1} x_y(t)\,w(t)\cos\omega_\ell t \tag{8-3}$$

Daha sonra ilgili frekans bandına özgü faydalı sinyalin δ ve $\Delta\psi$ parametreleri için eş aralıklı değerler seçilerek bölüm 5.9 da verilen yöntemle bozucu sinyalin δ ve $\Delta\psi$ değişkenlerine bağlı olarak bir spektral enerji harita (=SEH)sı çıkarılır.

Buraya kadar verilen açıklamaları daha açık sergilemek için, örnek olarak bölüm 7.21 de verilen a/1° sayısal modeline özgü iki frekans bandının SEH'ları Şekil 8.1 de gösterilmiştir. Spektral enerji haritalarında düşey eksen δ, yatay eksen $\Delta\psi$ alınmış ve (5.91) eşitliği ile tanımlanan $\bar{A^r}(\omega_\ell)$ genlik spektrumlarının maksimumlarına karşılık gelen frekanslar belli bir düzen içinde gösteril-

miştir. Bir frekans bandı için (5-79) ile verilen ω_ℓ frekansların en küçüğü $\omega_{\ell o} \approx \omega_{alt}$ esas alınır. Buna göre diğer ω_ℓ ler — (5-79) eşitliği geçerli olmak üzrere —

$$\omega_i = \omega_{\ell o} + i\,\Delta\omega \quad , \qquad i = 1, 2, 3, \ldots$$
$$\omega_{alt} < \omega_i < \omega_{üst} \tag{8-4}$$

yeniden büyüklüklerine göre sıralanır. Bu ω_i frekansları, spektral enerji haritalarında ardışık i sayıları ile temsil edilmiştir. Şekil 8.1 den görüleceği gibi merkezsel frekansların sınırladığı kısım çerçece içine alınmıştır. Genel olarak SEH'larındaki frekanslar merkezsel frekansa göre dıştan içe doğru bir simetriklik gösterir. Örneğin Şekil 8.1 de O1 frekans bandında, 9 ve 11 frekansları 10 merkezsel frekansına göre büyüklük bakımından simetriktir.

Bu biçimde elde edilen birincil frekans bantlarına özgü SEH'larının biri ya da ikisinin bir milimetrik kağıt üzerine çizildiği ve her bir modelde 6 birincil frekans bandının olduğu düşünülürse bu durumda, tüm olarak bölüm 7.21 de verilen 14 sayısal model denendiğine göre, yaklaşık 14×6 adet sayfalık SEH'sı gerekecektir. Bu kadar çok sayıda sayfadan kaçınmak için SEH'larının en önemli kısmı olan merkezsel frekansların sınırladığı çerçevenin biçimi her bir SEH'sı için keyfi bir ölçek seçilerek küçültülmüş ve hepsi bir arada Çizelge 8.1, 8.2 ve 8.3 te gösterilmiştir.

8.1 STOKASTİK BOZUCU SİNYALLER

Burada stokastik bozucu sinyal olarak, normal dağılmış rasgele bir dizi ile normal dağılmış korelasyonlu rasgele bir dizi alınmış ve bunlar yapay gel -git sinyaline eklenmiştir:

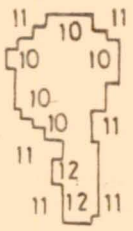
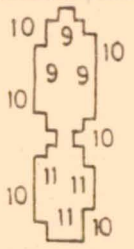
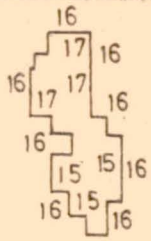
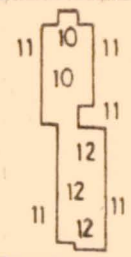
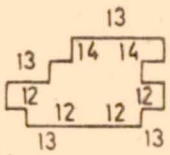
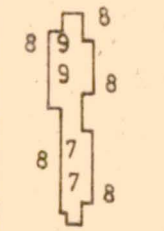
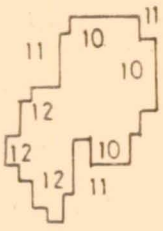
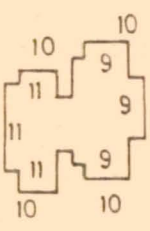
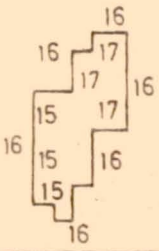
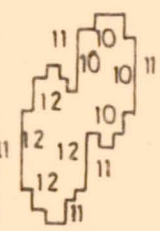
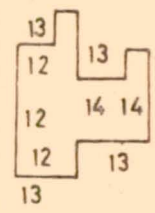
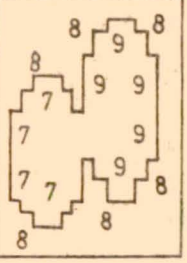
$$1^o \quad x_y(t) = s_y(t) + \{{}^{\mu=0}_{\sigma=7}\} \tag{8-5}$$

$$2^o \quad x_y(t) = s_y(t) + \{{}^{\mu=0}_{\sigma=7} \;,\; \eta(u) = \eta_o\, e^{-\alpha|u|} \;,\; \alpha = 0.01\} \tag{8-6}$$

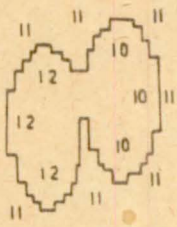
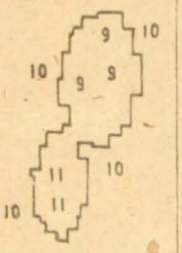
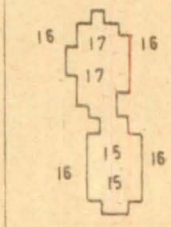
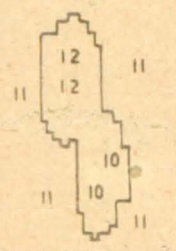
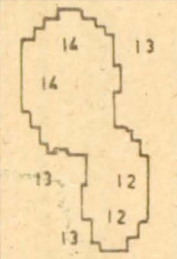
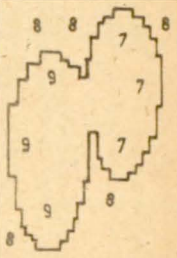
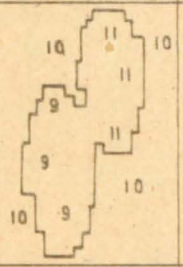
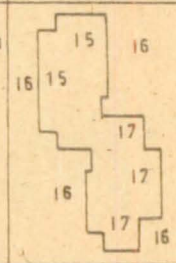
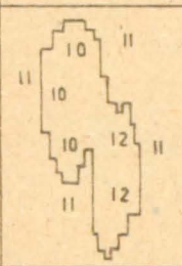
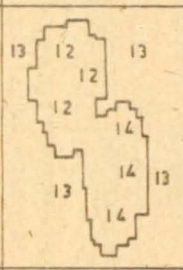
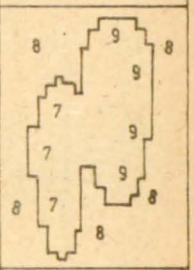
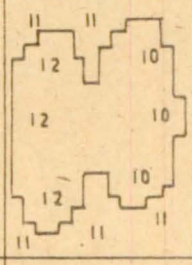
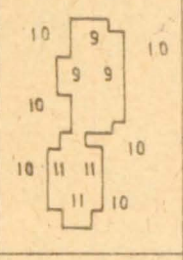
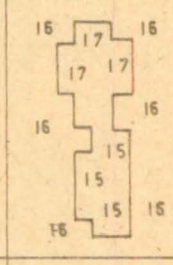
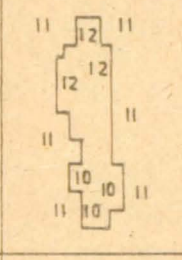
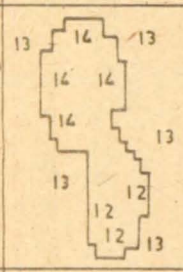
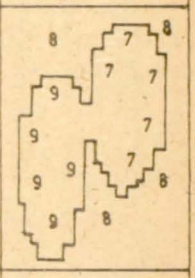
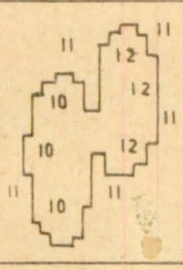
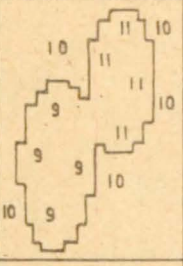
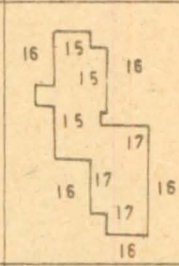
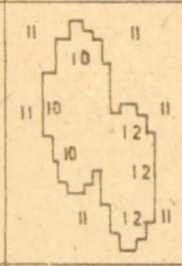
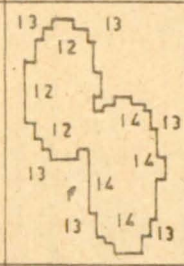
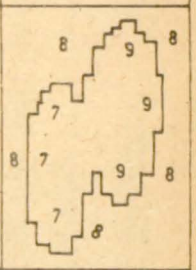
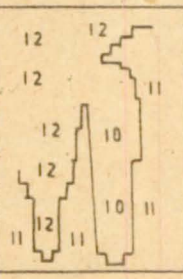
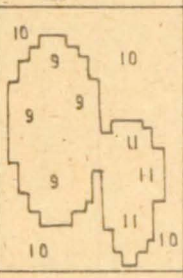
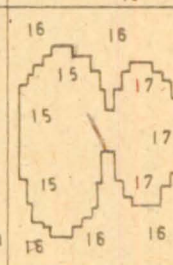
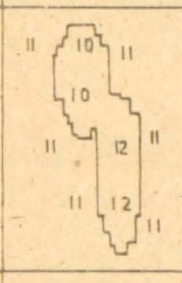
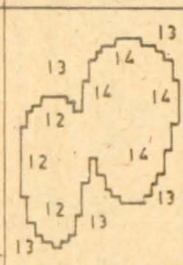
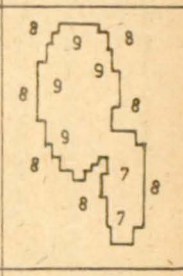
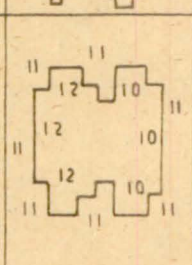
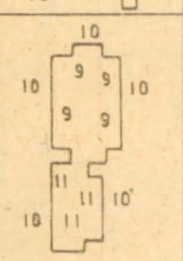
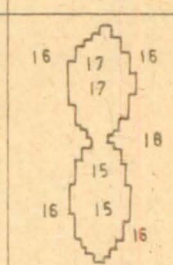
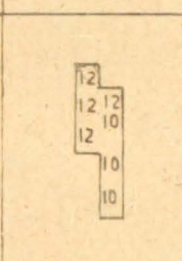
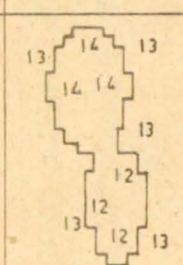
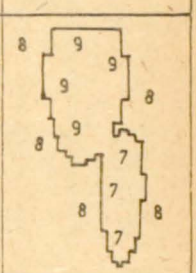
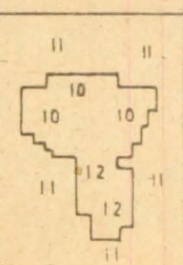
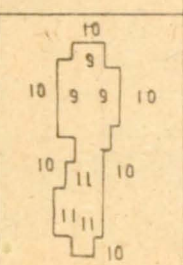
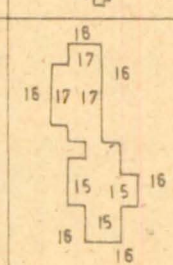
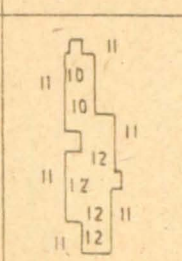
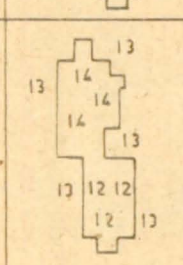
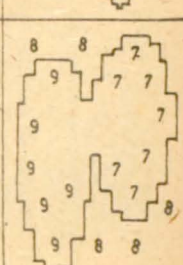
Bu yapay modellerin birincil frekans bantlarına özgü SEH'larının merkezsel frekansların sınırladığı alanların biçimi Çizelge 8.1 de küçültülerek verilmiştir. Birincil frekans bantları, bu çizelgeden görüldüğü gibi, birbirine göre kaymış yan yana duran iki böbrek biçiminde benzer tepki göstermektedir. Bağıl olarak sırasıyla Q1, N2, S2 frekans bantları daha çok —dolayısıyla merkezsel frekansların sınırladığı alanlar daha büyük—; O1, P1-K1, M2 ise daha az —dolayısıyla merkezsel frekansların sınırladığı alanlar daha küçük— rahatsız olmuştur. Burada (8-5) modeli söz konusudur.

Yine aynı çizelgede birincil frekans bantları, normal dağılmış korelasyonlu stokastik bozucu sinyal karşısında M2 dışında alt alta duran iki böbrek biçimininde benzer bir tepki göstermektedir. Aslında M2 nin SEH'na daha yakından bakılırsa aynı benzerlik görülebilir. Kısaca stokastik bozucu sinyal durumunda birbirine göre kaymış duran iki böbrekten sağdaki, stokastik sinyalin korelasyonlu olması durumunda yukarıya çıkarak iki böbrek alt alta gelmektedir.

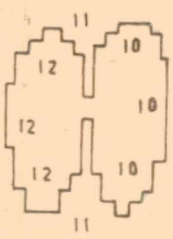
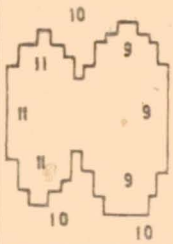
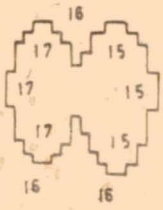
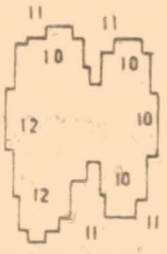
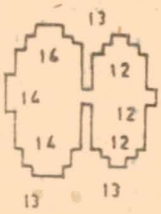
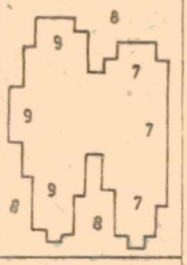
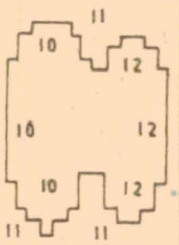
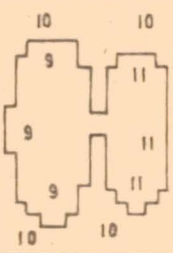
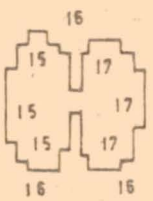
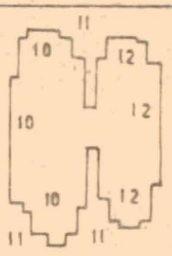
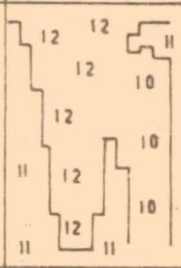
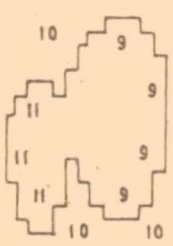
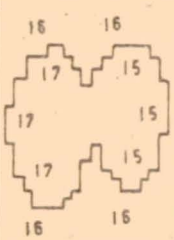
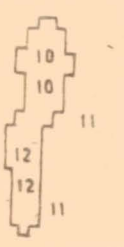
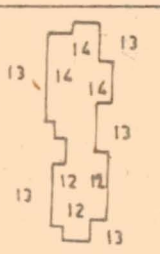
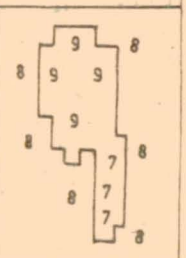
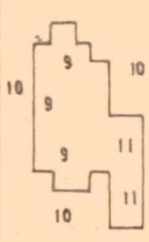
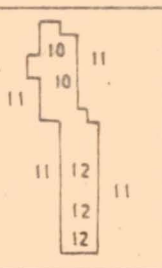
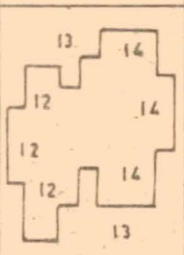
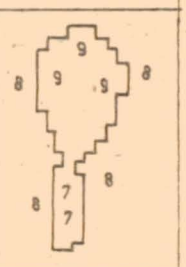
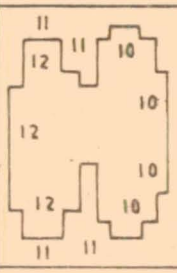
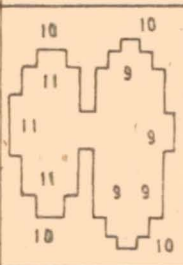
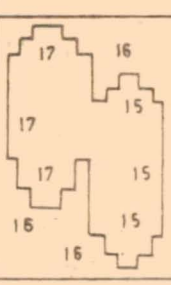
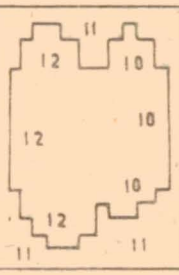
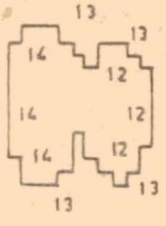
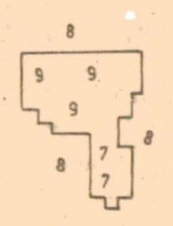
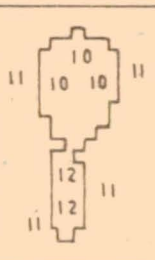
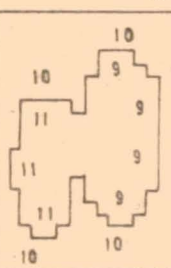
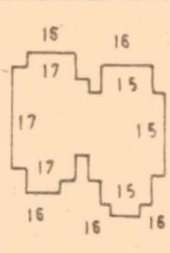
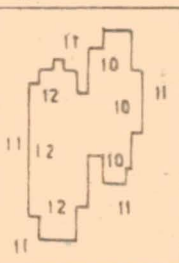
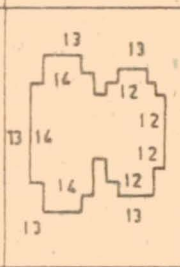
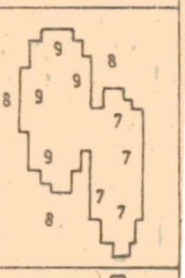
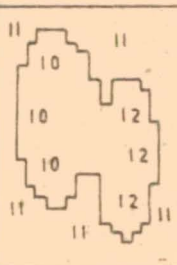
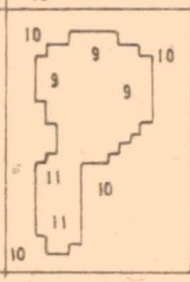
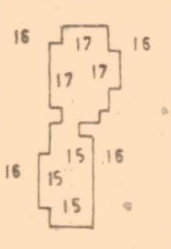
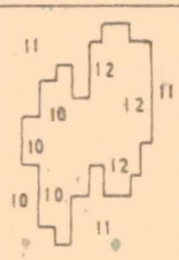
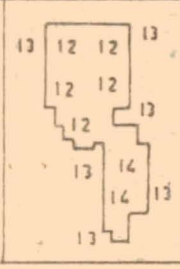
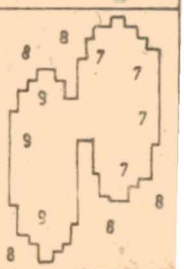
izelge 8-1 Stokastik bozucu sinyalli modellerde birincil frekans bantlarının spektral enerji haritaları

Yapay Modeller	Q1	O1	P1-K1	N2	M2	S2
(8-6)						
(8-5)						

Çizelge 8-2 Doğrusal olmayan tepkilerden oluşan modellerde birincil frekans bantlarının spektral enerji haritaları

Yapay Modeller	Q1	O1	P1-K1	N2	M2	S2
7-21/1°						
7-21/2°						
7-21/3°						
7-21/4°						
7-21/5°						
7-21/6°						
7-21/13°						

Çizelge 8-3 Doğrusal genlik modülasyonundan oluşan modellerde birincil frekans bantlarının spektral enerji haritaları

Yapay Modeller	Q1	O1	P1 K1	N2	M2	S2
7-21/7°						
7-21/8°						
7-21/9°						
7-21/10°						
7-21/11°						
7-21/14°						
7-21/12°						

8.2 DETERMİNİSTİK BOZUCU SİNYALLER

a) Doğrusal olmayan tepkiler:

Burada, bölüm 7.21 de a) da kurulan 6 model ve ayrıca yine bölüm 7.21 de d) de yer alan 13°. model için birincil frekans bantlarının SEH'larındaki merkezsel frekansların sınırladığı çerçevelerin biçimleri, keyfi ölçekler altında küçültülüp Çizelge 8.2 de gösterilmiştir.

Her birincil frekans bandının gerek karesel ve gerekse kübik doğrusal olmayan bozucu etkiler karşısında SEH'ındaki çerçevesinin biçimi, ayrı olmasına karşın, genel olarak birbirine göre az ya da çok kaymış veyahut alt alta gelmiş iki böbrek biçiminde olmaktadır. Karesel durumdan kübik duruma geçerken çerçevelerin biçimi biraz değişmekte, ayrıca büyüklük bakımından merkezsel frekansa göre dıştan içe doğru simetrik durumda olan böbreklerdeki frekanslar yer değiştirmektedir. Örneğin karesel durumda Q1 da, sol böbrekteki frekans 12 ve sağdaki 10 ise, kübik durumda soldaki 10 ve sağdaki 12 olmaktadır.

3. dereceden (karesel + kübik) doğrusallıktan sapma durumunda genellikle, karesel ya da kübik yapıdan hangisi daha etkin ise, SEH'larındaki çerçevelerin biçimi o yapınınkine yakın çıkmaktadır.

5°. model durumunda doğrusal sıfır noktası yürümesi, tüm frekans bantlarının SEH'larındaki çerçevelerin biçimini değiştirmektedir.

6°. model durumunda genellikle, 3. derecenin etkin yapısı (karesel veya kübik) korunmaktadır. Yalnızca çerçevenin biçimi biraz değişmektedir.

Karma model (13°. model) durumunda ise, büyük genlikli frekans bantlarında (O1, P1-K1, M2, S2) genellikle korelasyonlu stokastik bozucu sinyal, deterministik yapıdaki bozucu sinyalin asıl karakterini bozmamasına karşın, Q1 ve N2 frekans bantlarında böbreklerin konumunu değiştirmektedir; ayrıca böbreklerin biçiminin biraz küçülmesine neden olmaktadır.

b) Doğrusal genlik modülasyonu:

Doğrusal genlik modülasyonuna uğramış bir titreşimin SEH'sının genel özelliklerini ortaya koymak için

$1^{\circ}\ z(t) = 30\cos(15.024\,t)\{1 + 0.05\cos 0.05\,t\}$

$2^{\circ}\ z(t) = 30\cos(15.024\,t + 70)\{1 + 0.05\cos 0.05\,t\}$

$3^{\circ}\ z(t) = 30\cos(15.024\,t + 70)\{1 + 0.05\cos(0.05\,t + 80)\}$

$4^{\circ}\ z(t) = 30\cos(15.024\,t)\{1 + 0.05\sin 0.05\,t\}$

$5^{\circ}\ z(t) = 30\cos(15.024\,t + 70)\{1 + 0.05\sin 0.05\,t\}$

$6^{\circ}\ z(t) = 30\cos(15.024\,t + 70)\{1 + 0.05\sin(0.05\,t + 80)\}$

yapay modellerinin SEH'ları çıkarılmıştır (Şekil 8.2). Buradan görüldüğü gibi tüm modellerde doğrusal modüle edilmiş tek bir titreşimin SEH'sındaki çerçeveler, olması gereken $\Delta\psi$ faz kaymasına göre tam olarak simetrik iki

böbrek biçiminde olmaktadır. Titreşimin fazının böbreklerin biçimlerinin oluşmasında hiçbir etkisi olmamasına karşın, modüle eden titreşimin fazı genellikle böbreklerin biçimini küçültmektedir.

Doğrusal genlik modülasyonuna ilişkin olarak bölüm 7.21 de kurulan 5 model ile karma modellerden 14°. modele özgü SEH'larındaki çerçevelerin biçimleri Çizelge 8.3 te verilmiştir.

7°. ve 8°. modellerde SEH'ların çerçeveleri, farklı büyüklükte yan yana duran iki böbreği andırmaktadır. Bu böbrekler frekans bantları tek bir titreşimden oluşsaydı, Şekil 8.2 de görüldüğü gibi olması gereken $\Delta\psi$ ye göre tam simetrik olacaktı; fakat frekans bantları tek bir titreşimden oluşmadığı için bu böbreklerin biçimleri biraz değişik olmaktadır. Ancak bu böbrekler olması gereken $\Delta\psi$ ye göre yaklaşık olarak simetrik konumda bulunmaktadır, fakat büyüklükleri bakımından tam simetrik değildir.

9°. modelde doğrusal sıfır noktası yürümesi SEH'larındaki böbreklerin biçimini bozmakta; M2, S2 frekans bantlarında sol böbrekler N2 de sağ böbrek üste çıkmakta, diğer Q1, O1 ve P1-K1 da ise böbreklerin biçimleri bozulmasına karşın konumları bozulmamaktadır.

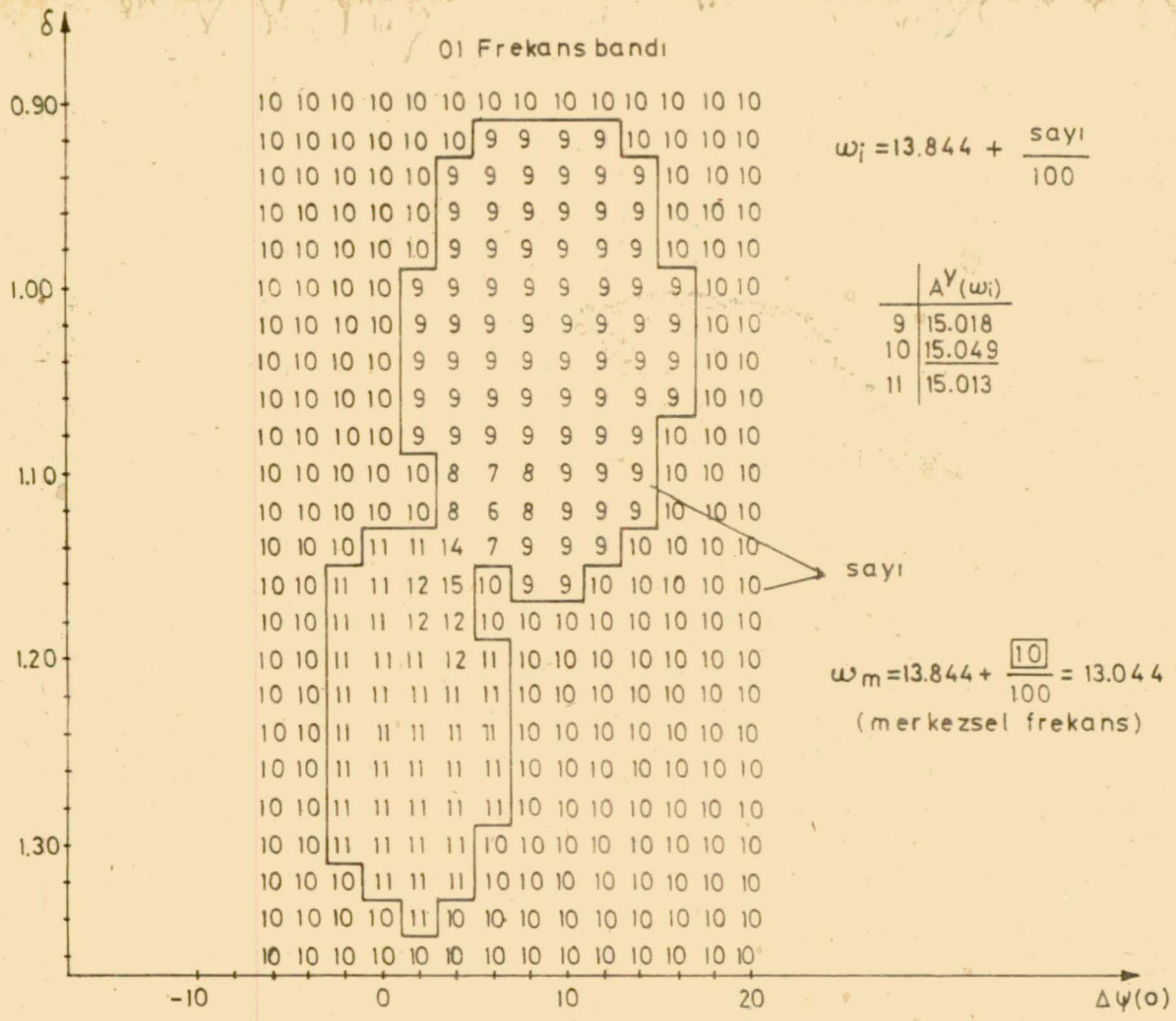
10°. modelde doğrusal sıfır noktası yürümesi, SEH'larındaki böbreklerin biçim ve konumlarını genel olarak bozmaktadır. Q1, O1, P1-K1, N2 frekans bantlarında sol böbrekler ve M2, S2 frekans bantlarında ise sağ böbrekler biraz öne doğru çıkmıştır.

11°. modelde ise, periyodik sıfır noktası yürümesi S2 dışında genellikle SEH'larındaki böbreklerin biçimini önemli ölçüde bozmamaktadır. Yalnız P1-K1 ve S2 da sol böbrekler biraz öne doğru çıkmıştır.

14°. karma modelde korelasyonlu stokastik bozucu sinyal, Q1 dışında diğer frekans bantlarının SEH'larındaki böbreklerin konumunu genellikle bozmamasına karşın, biçimlerini biraz değiştirmektedir. Q1 frekans bandında sağ böbrek üste, sol böbrek alta gelmiş ve O1, N2 frekans bantlarında sol böbrekler biraz aşağıya kaymıştır.

c) Periyodik bozucu sinyal:

Bölüm 7.21 de c) de kurulan modele özgü SEH'larındaki merkezsel frekansların sınırladığı çerçevelerin biçimi, Çizelge 8.3 te en altta yer almıştır. Çizelgeden görüldüğü gibi, bu modele özgü SEH'larındaki böbrekler her bir frekans bandında farklıdır. Bunlar Q1, N2 frekans bantlarında doğrusal genlik modülasyonuna ilişkin, O1, P1-K1, S2 de karesel, M2 de kübik bir karakter göstermektedir.

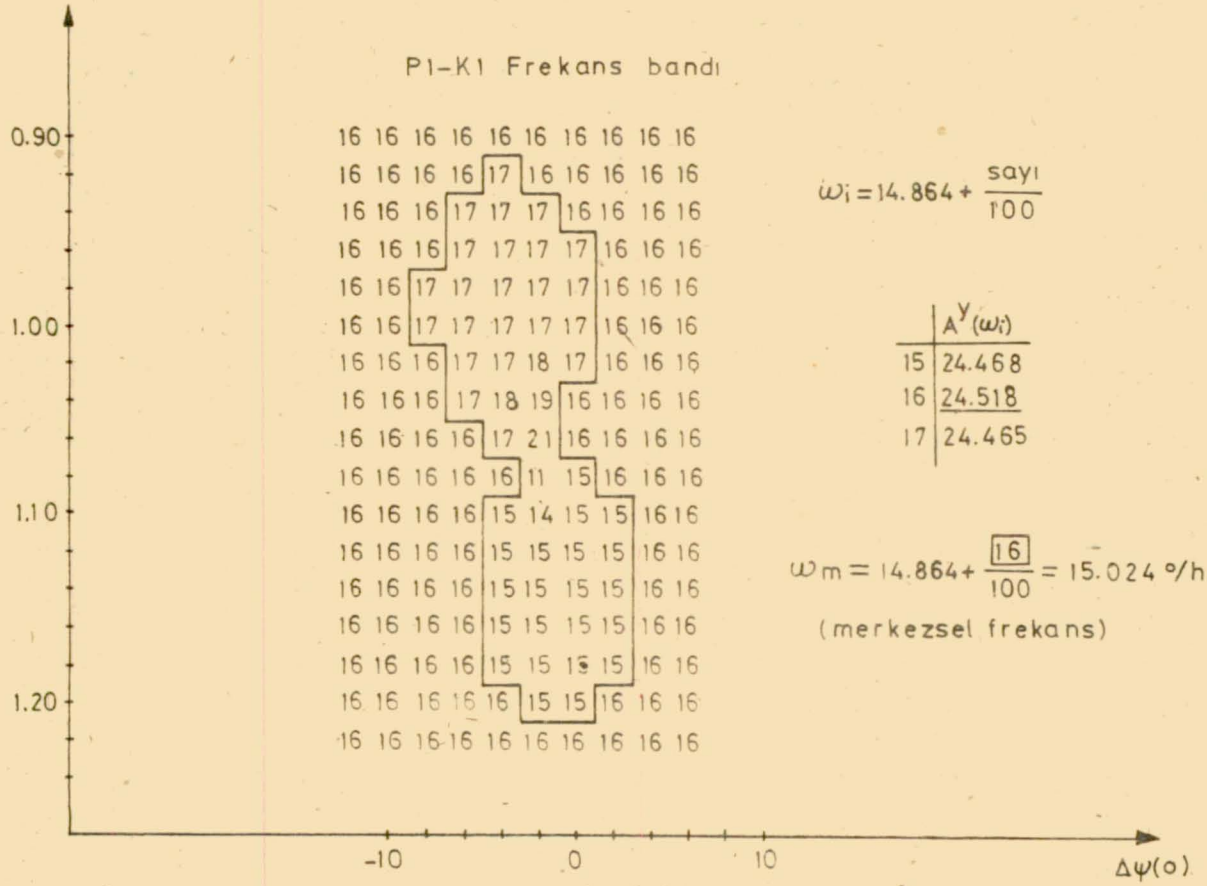


$$\omega_i = 13.844 + \frac{\text{sayı}}{100}$$

	$A^Y(\omega_i)$
9	15.018
10	15.049
11	15.013

$$\omega_m = 13.844 + \frac{\boxed{10}}{100} = 13.044\ \text{°/h}$$

(merkezsel frekans)



$$\omega_i = 14.864 + \frac{\text{sayı}}{100}$$

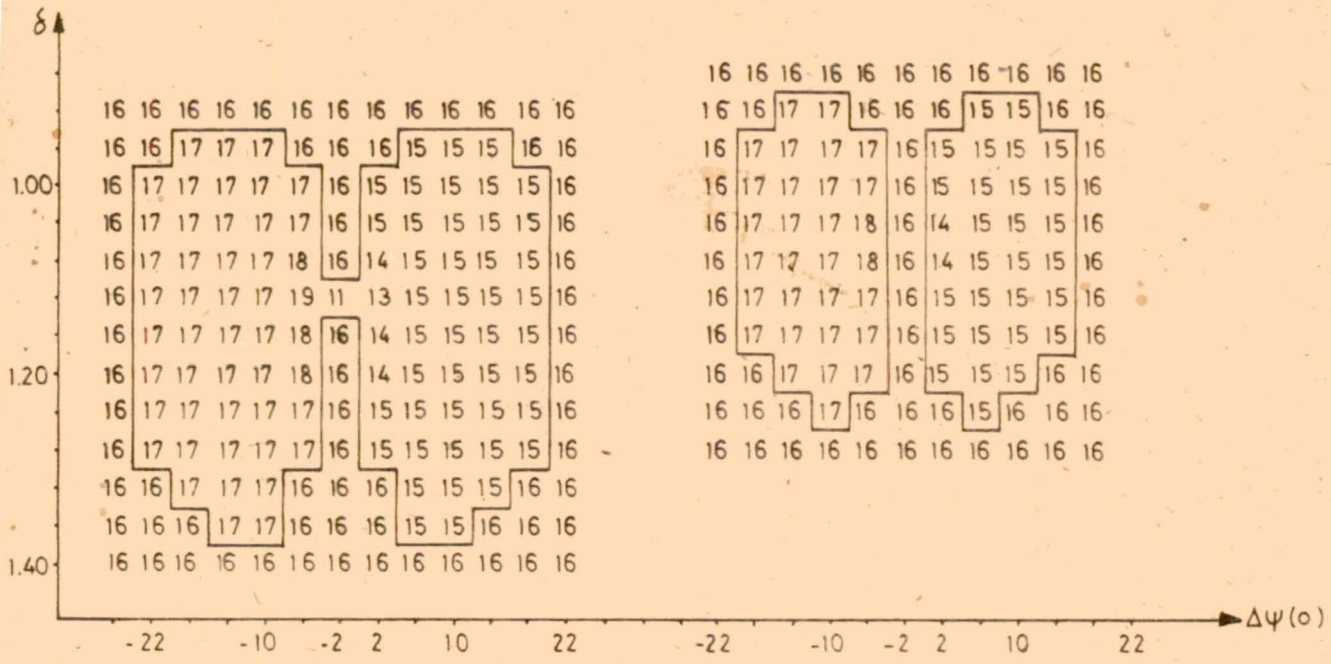
	$A^Y(\omega_i)$
15	24.468
16	24.518
17	24.465

$$\omega_m = 14.864 + \frac{\boxed{16}}{100} = 15.024\ \text{°/h}$$

(merkezsel frekans)

Şekil 8-1 Doğrusal olmayan tepkileri içeren (7-21/f) modelinde spektral enerji haritaları

$Z(t) = 30\cos(15.024t + 70)\{1 + 0.05\cos(0.05t)\}$ $Z(t) = 30\cos(15.024t + 70)\{1 + 0.05\cos(0.05t + 80)\}$



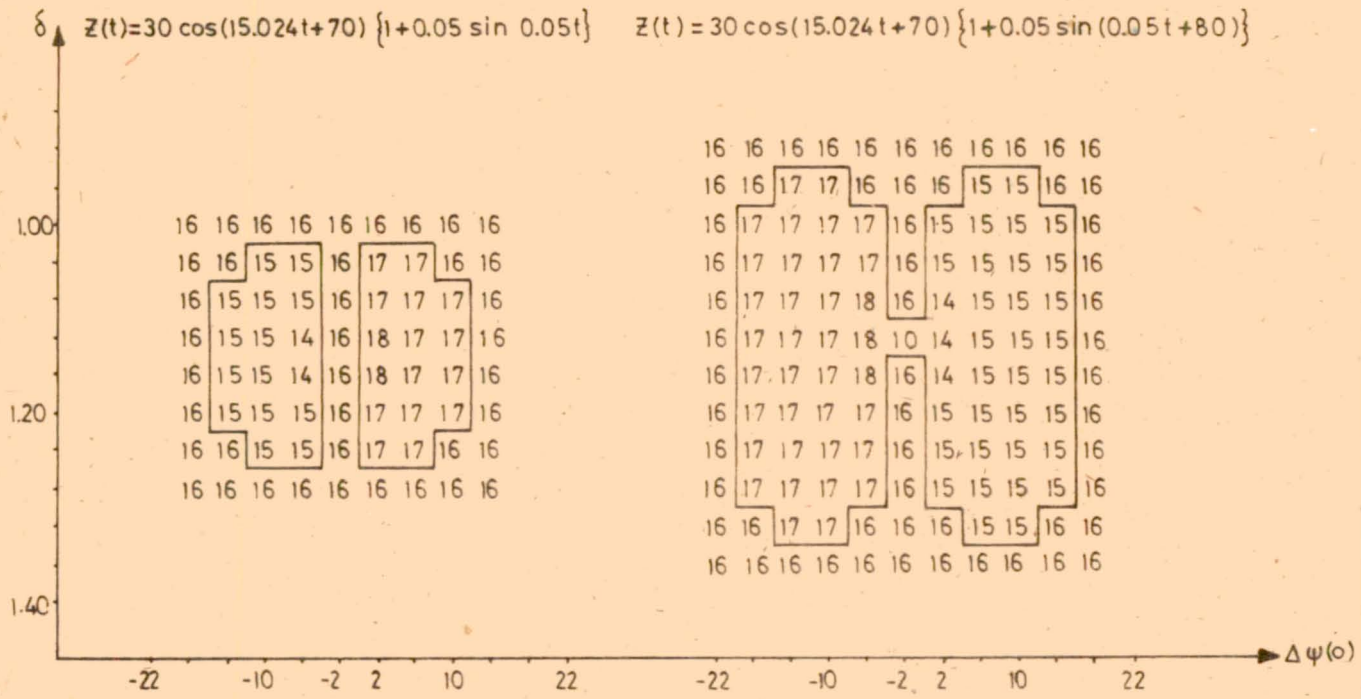
$\delta = 1.1$
$\Delta\psi = -2^{\circ}$
(verilen değerler)

$$\omega_i = 14.864 + \frac{\text{sayı}}{100}$$

$$\omega_m = 14.864 + \frac{\boxed{16}}{100}$$

$A^{y}(\omega_i) \Rightarrow \omega_m = 15.024$
max

$Z(t) = 30\cos(15.024t + 70)\{1 + 0.05\sin 0.05t\}$ $Z(t) = 30\cos(15.024t + 70)\{1 + 0.05\sin(0.05t + 80)\}$



Şekil 8-2 Doğrusal genlik modülasyonuna uğramış titreşimlerin spektral enerji haritaları

9 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ'NİN GRAVİMETRİK KAYITLARA UYGULANMASI VE GERÇEK BOZUCU SİNYALİN YAPISININ ARASTIRILMASI

9.1 VERİLERİN KAYNAĞI

Bu çalışma için, gerçek bir gravimetrik kayıt sinyali olarak, Bonn gravimetre istasyonunda (ϕ=50°43'43", λ=7°05'16", h=59 m) GS-12 ASKANIA gravimetresi ile 17.10.1967, 0^{oo}UT - 24.01.1968, 11^{oo}UT arasında 2388 saatlik (99.5 gün) bir zaman aralığında kesintisiz elde edilen sayısal kayıtlar kullanılmıştır.

9.2 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ'NİN VERİLERE UYGULANMASI

Bölüm 4.1 ve 5.6 da anlatılan FSEY, yukarıda verilen 2388 saatlik gerçek gravimetrik kayıtlara uygulandı. Bilindiği gibi, ağırlık fonksiyonlarının zaman aralığına tam simetrik olarak yerleştirilmesi bakımından, eş zaman aralıklı veri toplam sayısının tek olması gerekir. Buna göre, burada N=2387 alınmıştır.

Bir frekans bandındaki her bir titreşim için (5-38) e göre

$$\delta(\omega_{ij}) = \frac{A^x(\omega_{ij})}{A^y(\omega_{ij})} \quad , \qquad \Delta\psi(\omega_{ij}) = \phi^x(\omega_{ij}) - \phi^y(\omega_{ij})$$

değerleri hesaplanmıştır. i indisi frekans bandını ve j indisi bu banttaki titreşimi belirtir.

Gerçek kayıt sinyalinin FSEY'ne göre analizinde, sırasıyla, Blackman, Hanning, Kaiser ağırlık fonksiyonları kullanılmış olmasına karşın, burada, standart bir ağırlık fonksiyonu olarak Blackman ağırlık fonksiyonu alınmıştır.

Her bir frekans bandında $\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ değerlerinin ortalamaları ile standart sapmaları ve ayrıca bölüm 6.12 de değinildiği gibi, titreşimlerin genlikleri ağırlık olarak alınıp, ortalama değerler ile standart sapmalar hesaplanmıştır (Çizelge 9.1, 9.2).

9.3 FREKANS BANTLARINDAKİ GENEL BOZUCU ETKİLER

Bölüm 6.2 de yapılan sayısal araştırmaların gösterdiğine göre, yan bant etkileri $\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ değerlerini olumsuz yönde etkilemektedir. Bu etkiler, kullanılan ağırlık fonksiyonuna ve özellikle zamana bağlı olarak değişir. Gel-git kayıtlarının FSEY ile analizine girilmeden önce, aynı duraktaki eşdeğer yapay gel-git modelinde yan bant etkilerinin birincil frekans bantlarının genlik çarpanlarında °/oo 1 den ve faz kaymalarında 0°.05 den küçük

kalıp kalmadığı araştırılmalıdır. Tersi durumda, bu yöntemle elde edilen sonuçlara güvenilemez.

Yan bant etkileri, ikincil frekans bantları üzerinde birincillerden daha fazla etkin oldukları için birincil frekans bantlarından daha doğru bilgi elde edilir.

Dikdörtgen ağırlık fonksiyonu dışında kalan diğer ağırlık fonksiyonları FSEY'nde kullanılabilir. Gel-git kayıtlarının analizinde zaman aralığı yeterince geniş (100 gün ve daha büyük) olunca Blackman veya Kaiser ağırlık fonksiyonları önerilebilir.

Gel-git kayıtlarının FSEY ile elde edilen her bir frekans bandına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerine bakılırsa, tüm frekans bantlarının az ya da çok rahatsız olduğu görülür. Bir frekans bandına ilişkin $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerleri genellikle frekans bandının bir ucundan diğer ucuna doğru giderek artmakta yahut azalmaktadır. Birincil frekans bantlarına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ lerdeki değişimler, virgülden sonra birinci basamağa kadar gelmektedir. Özellikle Q1, N2, S2 frekans bantları O1, P1-K1 ve M2 ye göre daha fazla rahatsız edilmiştir. Bu durumu daha iyi sergilemek ve bozucu sinyal hakkında bilgi elde etmek bakımından bölüm 7.22 de kurulan yapay gel-git modelleriyle karşılaştırma yapmak için, Şekil 9.1 de gösterilen gel-git kayıtlarının $\delta(\omega_k)$ ve $\Delta\psi(\omega_k)$ değerlerinin FSEY ile hesabında, gel-git frekansları yerine bölüm 5.9 da sözü edilen eş aralıklı frekanslar kullanılmıştır.

9.31 Deterministik Bozucu Etkiler

Şekil 9.1 de görüldüğü gibi gel-git kayıtlarının bozucu sinyallerce rahatsız edildiği, bölüm 5.7 de sözü edilen (5-42) ana varsayımına göre açık bir biçimde görülmektedir. Bu rahatsızlıklar, stokastik bir bozucu sinyalden mi yoksa deterministik bir bozucu sinyalden mi kaynaklanmaktadır? Doğal olarak mutlaka bir stokastik bozucu sinyal olacağı açıktır. Gravimetrik kayıtların analizinde, uzun periyotlu kısımların filtre edilmesinden sonra geriye kalan kısımdaki stokastik bozucu etkilerin, genel olarak $\pm 2\,\mu$Gal'lik bir standart sapmaya sahip olduğu, analiz sonuçlarından bilinmektedir. Özellikle burada kullanılan gravimetrik kayıtlarda, spektral analiz ve dengeleme yöntemiyle tüm deterministik kısımlar alındıktan sonra, geriye $m_o = \pm 3.5\,\mu$Gal'lik bir stokastik kısım kalmıştır (HEKİMOĞLU 1976:66). Ayrıca genel olarak ASKANIA gravimetreleri ile elde edilen gel-git kayıtlarında stokastik kısmın $m_o = \pm 1.5 \ldots 2\,\mu$Gal arasında değiştiği bilinmektedir (WENZEL 1976:170). Her ne kadar stokastik sinyale özgü bu bilgiler tam doğru değilse de, genelde bir fikir vermektedir. Ayrıca genel olarak gravimetrik kayıtlarda bozucu sinyal, özellikle uzun periyotlu titreşimlerde etkin olmaktadır (HEKİMOĞLU 1976). Bu durum, uzun periyotlu titreşimlere özgü, FSEY ile elde edilen $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinden kolayca görülebilir. Buradan yola çıkarak, gel-git kayıtlarında genellikle tam, yarım ve üçtebir günlük titreşimleri rahatsız eden bozucu etkiler için —dikdörtgen ağırlık fonksiyonu kullanılmadığı zaman— genlik büyüklükleri bakımından şu sıralama yapılabilir:

Deterministik bozucu sinyal > Stokastik bozucu sinyal > Yan bant etkileri

Bu açıdan bakılınca, gel-git kayıtlarından FSEY ile elde edilen $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinin değişimlerinde, stokastik etkiler ve yan bant etkileri ikincil bir rol oynar.

Deterministik yapıdaki bozucu sinyalin yapısı hakkında bilgi elde etmek için, Şekil 9.1 de verilen gel-git kayıtlarının birincil frekans bantlarına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ —burada ω_i ler için bölüm 5.9 da sözü edilen frekanslar kullanıldı— değerlerindeki değişimlerin genel eğilimleri, bölüm 7.1 ve 7.2 de deterministik, stokastik ve deterministik + stokastik yapıdaki yapay bozucu sinyallerin birincil frekans bantlarının $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinde neden oldukları değişimlerin genel eğilimleri (Çizelge 7.15, 7.16 ve 7.17) ile karşılaştırılırsa, şu sonuçlar elde edilir:

Q1 frekans bandı : Kübik yanı ağır basan, doğrusal olmayan tepkiler

O1 frekans bandı : Yaklaşık kübik yanı ağır basan, doğrusal olmayan tepkiler veya doğrusal genlik modülasyonu (bölüm 7.21 : model 11)

P1-K1 frekans bandı: Yaklaşık doğrusal sıfır noktası yürümeli, 3. dereceden doğrusal olmayan tepkiler

N2 frekans bandı : Karesel yanı ağır basan, doğrusal olmayan tepkiler

M2 frekans bandı : Yaklaşık kübik yanı ağır basan, doğrusal olmayan tepkiler

S2 frekans bandı : Periyodik sıfır noktası yürümeli, 3. dereceden doğrusal olmayan tepkiler veya doğrusal genlik modülasyonu (bölüm 7.21 : model 7)

Doğal olarak gel-git kayıtlarında, deterministik ve stokastik bozucu etkiler, birlikte etkili olmaktadır. Bu yüzden Çizelge 7.15 ve 7.16 da çeşitli deterministik bozucu sinyal modelleri için, birincil frekans bantlarında $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerindeki değişimlerin genel eğilimlerinin biçimi, stokastik bozucu sinyalin eklenmesiyle biraz bozulmaktadır. Eğer deterministik bozucu sinyal, doğrusal olmayan tepkilerden oluşuyorsa, stokastik sinyalin neden olduğu sözü edilen biçim bozulması, Q1 ve N2 frekans bantlarında görülebilir. Gerçi bu yapay modelde, stokastik bozucu sinyalin standart sapması oldukça büyük ($\sigma = 7\ \mu$Gal) seçilmiştir. Haliyle σ büyüdükçe, stokastik sinyalin etkisi de büyüyecektir. Deterministik bozucu sinyal doğrusal genlik modülasyonundan kaynaklanıyorsa, bu durumda, Çizelge 7.16 dan görüldüğü gibi, stokastik bozucu sinyal M2, S2 dışındaki frekans bantlarında, özellikle $\delta(\omega_i)$ lerdeki genel eğilimin biçimini bozmasına karşın, $\Delta\psi(\omega_i)$ lerdeki genel eğilimin biçimini ise değiştirmemektedir. Aslında bu durum, biraz önce de değinildiği gibi, yapay stokastik modelin standart sapmasının oldukça büyük seçilmesinden kaynaklanmaktadır. Böyle olunca, yukarıda her birincil frekans bandı için deterministik bozucu sinyalin yapısı hakkında ileri sürülen çıkarımların doğruluğu, gel-git kayıtlarındaki bozucu stokastik sinyalin standart sapmasına bağlı kalmaktadır.

Bir başka biçimde, aynı istasyonda aynı tip yazıcı gravimetrenin çeşitli zaman aralıklarından aynı analiz yöntemi kullanılarak elde edilen δ ve $\Delta\psi$ değerleri, bunlardan elde edilen ortalama değerlerle karşılaştırılarak, arada çıkan önemli farkların deterministik bozucu sinyalden kaynaklandığı söylenebilir.

Bu biçimde yapılan ön araştırmadan seçilen gel-git kayıtları için deterministik bozucu sinyalin yapısı hakkında tüm kısa periyotlu birincil frekans bantları için geçerli olabilecek, şöyle bir model önerilebilir:

$$x(t) = s(t) + a_2\ s(t)^2 + a_3\ s(t)^3 + r_2(t) \qquad (9\text{-}1)$$

9.4 FOURIER SPEKTRUMLARINDA ENTERPOLASYON YÖNTEMİ'NDE STOKASTİK SİNYALİN DURUMU

FSEY ile çalışıldığı zaman, bir frekans bandındaki her bir titreşim için enterpolasyonla $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerleri ve bunların ortalama değeri ile standart sapması hesaplanır. Burada, gerçek veri olarak kullanılan gel-git kayıtlarının FSEY ile bulunan sonuçları Çizelge 9.1 de gösterilmiştir. Burada verilen standart sapmalar, bir frekans bandına ilişkin $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinin, deterministik ve stokastik bozucu sinyallerin toplam etkisinden kaynaklanan değişimlerinin iç duyarlılığı hakkında bilgi verir.

FSEY kullanılınca, her bir frekans bandına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerleri bölüm 5.101 de (5-97) ve (5-102) eşitliklerinde görüldüğü gibi hem deterministik ve hem de stokastik bozucu sinyallerin etkilerini taşır. Bu nedenle, burada sözü geçen standart sapmalar, hiçbir biçimde ne deterministik ve ne de stokastik bozucu etkilerin tahmin edilmesinde bir ölçü olamaz, kısaca bunlar yardımı ile ortalama değerlerdeki stokastik etki tahmin edilemez.

9.41 Stokastik Sinyalin Fourier Genlik Spektrumu

Gel-git kayıtlarındaki bozucu sinyaller, genel olarak uzun periyotlu bir yapıya sahiptir (HEKİMOĞLU 1976). Bu nedenle, özellikle uzun periyotlu gel-git titreşimleri, şiddetli bir biçimde bozucu sinyallerden rahatsız olmuştur (HEKİMOĞLU 1976, WENZEL 1976:170, DEMİREL 1978:77). Bu durum, açıkça, gel-git kayıtlarının FSEY ile analizinden görülebilir.

Bölüm 5.102 de değinildiği gibi, bozucu stokastik sinyal $\{r_2(t)\}$, daha doğrusu bunun Fourier genlik spektrumu $\{A^{r_2}(i\omega_o)\}$ hakkında bilgi elde edebilmek için, frekans alanında ancak gel-git frekans bantları dışında kalan kısımlara bakmak gerekir. Öyleyse

1°	3.20 - 11.77	°/h
2°	17.70 - 26.34	°/h
3°	31.73 - 41.92	°/h
4°	44.58 - 180	°/h

frekans aralıkları içinde kalan kısımlarda bilinen herhangi bir titreşimin frekansı olmadığı kabulüne göre (WENZEL 1976:43), bu frekans aralıkları içinde görünen genlik spektrumlarının bozucu sinyal $\{r(t)\}$ eye ait olduğu kabul edilecektir. Eğer bozucu sinyalin, deterministik yahut koşullu deterministik yapıda olan bir kısmı varsa, bunun frekans alanında bağıl olarak dar bir frekans aralığında, çevresine göre bir yükselti (peak) vermesi gere-

kir. Aksi durumda, yani frekans alanında belli dar bir frekans aralığında, çevreye göre belirgin bir peak yoksa bu kısım stokastik bozucu sinyalin spektrumu olarak yorumlanacaktır.

Gel-git kayıt sinyalinin Fourier genlik spektrumu $\{A(i\omega_o)\}$ hesaplanırsa, Şekil 9.3 te görüldüğü gibi, 3.20-6.5 °/h frekans aralığında peak'ler bulunmaktadır. Şekil 9.3 te 6.5-11.77 °/h arasında çevresine göre belirgin bir peak olmadığına göre, bu kısımdaki spektrumun stokastik bozucu sinyal $r_2(t)$ ye ait olduğu rahatlıkla kabul edilebilir.

17.70-26.34 °/h frekans aralığında da çevresine göre belirgin bir peak görünmemektedir. Yalnızca küçük ($\leq 0.5\,\mu$Gal) peak'ler vardır. Bu kısım da rahatlıkla stokastik bozucu sinyal $r_2(t)$ ye ait olarak yorumlanabilir (Şekil 9.2).

31.73-41.92 °/h arasında ise, yine çevresine göre belirgin bir peak yoktur. Ancak küçük ($\approx 0.5\,\mu$Gal) bir peak bulunmaktadır. Genel olarak bu kısmın spektrumu, bir önceki frekans aralığındaki spektruma göre, daha küçük değerler almaktadır. Bu kısım da rahatlıkla $r_2(t)$ ye ait olmalıdır (Şekil 9.2).

44.58-180 °/h arasında ise, bir iki küçük ($\leq 0.5\,\mu$Gal) peak dışında, giderek ılımlı bir biçimde azalan bir spektrum vermektedir. Hele yaklaşık 80 -180 °/h arası gerçekleştirilebilir bir beyaz gürültünün spektrumunu yansıtmaktadır (Şekil 9.2). Buna göre 6.5-80 °/h arasında kalan bozucu stokastik sinyale ait olduğu öngörülen spektrumlar, renkli gürültü spektrumu olarak değerlendirilebilir. Özellikle yukarıda verilen son üç frekans aralıklarına dikkatle bakılırsa, gel-git frekanslarından uzaklaştıkça spektrumun giderek küçüldüğü gözlenir (bak. DEMİREL 1978: Şekil 34, WENZEL 1976:43, Şekil 15). Buradan $r_2(t)$ stokastik bozucu sinyalin az ya da çok gel-git sinyali ile korelasyonlu olduğu söylenebilir.

9.42 Stokastik Sinyalin Fourier Genlik Spektrumunda Görünen Düzenlilik

Bundan önceki bölümde incelenen 4 frekans aralığındaki spektrumları daha yakından incelemek için, bu frekans aralıkları olabildiği ölçüde eş aralıklı olacak şekilde, yaklaşık 15 °/h lik kısımlara ayrılarak, her kısımda genlik spektrumunun ortalaması ve standart sapması hesaplanır:

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_{i=nj}^{mj} A(i\omega_o)}{mj - nj} \qquad (9\text{-}2) \quad , \quad s^2 = \frac{\sum_{i=nj}^{mj} \{A(i\omega_o) - \bar{\mu}\}^2}{(mj - nj) - 1} \qquad (9\text{-}3)$$

Bunlarla ilgili sonuçlar, Çizelge 9.4 te gösterilmiştir. Bu çizelgeden görüldüğü gibi, $\bar{\mu}$ ortalama genlik spektrumu ve s standart sapma, frekans alanının başından sonuna doğru gittikçe azalmaktadır. Bölüm 7.11 de yapılan sayısal araştırmalardan edinilen sonuçlara göre, böyle bir spektrum normal dağılmış rastgele bir diziye ait olamaz, ancak normal dağılmış korelasyonlu bir rastgele diziye ait olabilir. Bu sav, Çizelge 9.4 te verilen ortalama genlik spektrumları, korelasyonlu stokastik sinyallerin Fourier genlik spektrumları için öngörülen düzenliliği belirten (7-10) eşitliğini sağlarlarsa,

doğrulanmış olacaktır. Bu eşitlikte yer alan α katsayısı hakkında herhangi bir bilgi olmadığından bu eşitlik ancak yaklaşık olarak denenebilir. Burada

$$\gamma' = \gamma\sqrt{\alpha} \tag{9-4}$$

kısaltması ile ve α^2 nin çok küçük olduğu düşünülürse

$$A^{r_2}(i\omega_o) = \gamma\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha^2 + (i\omega_o)^2}} \approx \gamma' \frac{1}{i\omega_o} \tag{9-5}$$

şeklinde yazılabilir (bak. WENZEL 1976:44).

Buna göre, ortalama genlik spektrumları için (7-13) e benzer olarak

$$\bar{\mu}_k + v_k = \gamma' \frac{1}{\omega_k} \quad , \quad p = \frac{n}{100} \tag{9-6}$$

ve standart sapmalar için de (7-14) e benzer olarak

$$s_k + \bar{v}_k = \theta' \frac{1}{\omega_k} \quad , \quad p = \frac{n}{100} \tag{9-7}$$

fonksiyonel modelleri kurularak, dengeleme ile γ' ve θ' değerleri ve bunların ortalama hataları hesaplanır. Burada k indisi eş aralıklı frekans bölge sayısını, ω_k ise ilgili frekans aralığının ortasını, p = ağırlığı, n ise frekans aralığına düşen spektrum sayısını gösterir. Bununla ilgili sonuçlar, Çizelge 9.4 te sergilenmiştir. Bu çizelgeden de görüldüğü gibi, ortalama genlik spektrumları ile standart sapmalar, öngörülen (9-6) ve (9-7) modelleri ile iyi bir uyum içinde oldukları görülmektedir. Buradan sonuç olarak, burada ele alınan gel-git kayıtlarında yer alan stokastik sinyalin korelasyonlu olduğu, açıkça görülmektedir.

9.43 Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi'nde Stokastik Kısmın Tahmin Edilmesi

Bölüm 9.42 de gel-git kayıtlarındaki stokastik sinyalin Fourier genlik spektrumunda ortaya çıkarılan düzenliliğinden yararlanarak, stokastik sinyalin bir frekans bandına isabet eden ortalama Fourier genlik spektrumu ile ortalama standart sapması enterpolasyonla bulunabilir. Bunun için γ' ve θ' hesaplandıktan sonra ilgili frekans bandının ortasına düşen frekansı, yahut merkezsel frekansı, (9-5) ve buna benzer olarak

$$s(i\omega_o) \approx \theta \frac{1}{i\omega_o} \tag{9-8}$$

eşitliklerinde $i\omega_o$ yerine koyarak, ilgili frekans bandına isabet eden $\bar{\mu}$ ve s değerleri hesaplanmıştır.

Buradan bir adım daha ileri gidilerek $\delta(\omega_{ij})$ ve $\Delta\psi(\omega_{ij})$ lerdeki stokastik kısımlar, % 95 istatistiksel güvenle ve n için Çizelge 9.4 ten yaklaşık 75 alınarak, bölüm 7.12 de verilen yöntemle tahmin edilmiştir (Çizelge 9.1).

9.5 GEL-GİT KAYITLARININ EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

FSEY ile birincil frekans bantları için elde edilen δ, $\Delta\psi$ değerleri ile karşılaştırma yapmak için, ele alınan gel-git kayıtları, dikdörtgen ağırlık fonksiyonu dışında bir ağırlık fonksiyonu kullanılarak dengelemeye tabi tutulur. Dengelemeden önce x(t) gel-git kayıtları yalnızca

$$\bar{x} = \frac{\sum_{t=0}^{N-1} x(t)}{N}$$

ortalama değeri ile merkezlendirilir:

$$x'(t) = x(t) - \bar{x} \qquad (9\text{-}9)$$

Bölüm 6.2 de yapılan sayısal araştırmalar göstermiştir ki, bozucu sinyalin frekansı kendine en yakın frekans bandından, kullanılan ağırlık fonksiyonunun bant genişliğinden daha büyük ($\Delta\omega > b$) bir uzaklıkta ise, bu bozucu sinyal, adı geçen bu frekans bandını hiçbir biçimde rahatsız etmemektedir. Öyleyse, gel-git kayıtlarının uzun periyotlu tüm kısımlarının (sıfır noktası yürümesi + uzun periyotlu titreşimler + tüm diğer uzun periyotlu yapıdaki bozucu sinyaller) dengelemeden önce kayıtlardan çıkarılması zorunlu değildir (bak. SCHÜLLER 1976:78).

Sonra seçilen ağırlık fonksiyonu, dengelemede kullanılan ağırlık anlamında düşünülerek

$$p(t) = w(t) \qquad \text{(ağırlık fonksiyonu)} \qquad (9\text{-}10)$$

veya matris gösterimiyle

$$\underline{P} = \underline{Q}_x^{-1} = \text{köşegen } \{w(t)\} \quad , \qquad (9\text{-}11)$$

(SCHÜLLER 1976:40) aşağıdaki fonksiyonel modelde

$$x'(t) + v(t) = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \sum_{j=1}^{m_i} a_{ij} \cos(\omega_{ij} t + \phi_i + \Delta\psi_i) \quad , \quad p(t) = w(t) \qquad (9\text{-}12)$$

$$t = 0, 1, 2, .., N-1 \quad , \quad N = \text{tek sayı}$$

En Küçük Kareler Yöntemi'ne göre dengeleme yapılır. Burada δ_i, $\Delta\psi_i$ bilinmeyenler, i indisi frekans bantlarını, j indisi bu bantlar içindeki titreşimleri, a_{ij}, ϕ_{ij} ve ω_{ij} ise adı geçen istasyon noktasındaki teorik gel-git sabitleridir. Bu fonksiyonel modelde yalnızca tam, yarım ve üçtebir günlük titreşimler yer almıştır. Blackman ağırlık fonksiyonu ile dengelemeden elde edilen birincil frekans bantlarına ilişkin δ ve $\Delta\psi$ değerleri Çizelge 9.3 te verilmiştir. Dengeleme sonunda bulunan m_o, hiçbir biçimde stokastik sinyali temsil etmediği için (bölüm 9.6 da açıklanan nedenlerden dolayı), buna dayanarak bulunacak bilinmeyenlerin ortalama hatalarının da bir anlamı yoktur. O halde δ ve $\Delta\psi$ lerin içerdiği stokastik kısım nasıl tahmin edilecektir? Bunun için ilke olarak, bölüm 7.12 de FSEY'nde stokastik kısmın tahmin edilmesindeki yöntem uygulanacaktır. Buna göre Çizelge 9.1 de para-

metrelerdeki stokastik kısım için verilen sınırlar, dengelemeden bulunan δ ve $\Delta\psi$ değerleri için de geçerlidir.

Dengeleme ile bulunan Çizelge 9.3 teki δ ve $\Delta\psi$ değerleri ile FSEY ile bulunan Çizelge 9.1 deki sonuçlar arasında, δ larda virgülden sonra iki basamak, $\Delta\psi$ lerde ise virgülden sonra ilk basamak birbiriyle tutmaktadır. Özellikle FSEY ile bir frekans bandının içinde yer alan titreşimlerin teorik genliklerinin ağırlık olarak alınması durumunda bulunan Çizelge 9.2 deki sonuçlarla, dengelemeden bulunan sonuçlar arasındaki uyum daha da artmakta, özellikle O1, P1-K1, M2, S2 frekans bantlarında hemen hemen δ larda virgülden sonra beşinci, $\Delta\psi$ lerde virgülden sonra ikinci basamağa kadar birbiriyle tutmaktadır.

9.6 STOKASTİK SİNYAL VE EN KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ

Gel-git kayıtlarının En Küçük Kareler Yöntemi ile analiz edilmesi durumunda elde edilen sonuçların güvenilir olabilmesi, kurulan fonksiyonel modelin fiziksel gerçeğe uymasına, bir başka deyişle verilerin içerdiği tüm deterministik ve stokastik kısımların fonksiyonel modelde tam olarak tanımlanmasına bağlıdır. Bu durum gerçekleşmezse, dengelemeden bulunacak sonuçlar güvenilir veya ümit değeri koruyucu olmazlar.

Bu kısımda genel olarak gel-git kayıtlarının içerdiği stokastik kısım üzerinde durulacaktır. Gel-git kayıtlarındaki stokastik sinyalin $\{r_2(t)\}$ duragan ve ergodik bir stokastik sürecin bir gerçekleşmesi olduğu varsayılırsa bu stokastik sinyal ayrık durumda;

a) Normal dağılmış ("beyaz gürültü„ nün gerçekleştirilebilen bir modeli) rastgele bir dizi,

b) Normal dağılmış korelasyonlu rastgele bir dizi

olabilir.

Dengelemede stokastik kısım $\underline{v}$ {burada $v(t)$} ile gösterildiğine göre, dengeleme

a) durumunda $\underline{v}^T \underline{v} = \text{minimum}$ veya $\underline{v}^T \underline{P} \underline{v} = \text{minimum}$

b) durumunda $\underline{v}^T \underline{Q}^{-1} \underline{v} = \text{minimum}$

ilkesine göre yapılır (GOTTHARDT / AYTAÇ 1974, GROSSMANN / ÖZGEN 1962, ULSOY 1974, WOLF 1968). Burada P ağırlık matrisi, Q ise ölçüler arasındaki varyans -kovaryans matrisidir.

$r_2(t)$ stokastik sinyal, ister korelasyonlu isterse korelasyonsuz olsun, bunun bir kısmı dengelemeden sonra parametreler tarafından emilecektir. Amaç, bilinmeyenlerce emilen bu stokastik kısmı, belli bir istatistiksel güvenle tahmin etmektir.

1° $r_2(t)$, normal dağılmış rastgele bir dizi ise, genellikle dengelemeden sonra bilinmeyenlerin içerdiği stokastik kısım, bilinmeyenlerin ortalama

hatası ile gösterilir. Böyle yapılırsa, bölüm 7.13 te değinildiği gibi, bilinmeyenlerin emdiği stokastik kısım, teorik olarak ancak %68 lik bir istatistiksel güvenle tahmin edilmiş olur. Halbuki, istatistikte bu orandaki güven yeterli olmaz ve genel olarak %95 alınır. Bu, bilinmeyenlerin %95 istatistiksel güvenle, güven sınırlarının hesaplanması demektir. Genellikle (x) bilinmeyenlerinin standart sapmaları önceden bilinmediğine göre, bilinmeyenlerin güven sınırları

$$x \pm t\, m_x \tag{9-13}$$

eşitliğine göre hesaplanır (AKSOY 1978). Burada t, t-(=Student) dağılımı ile ilgili cetvellerden (n-u) serbestlik derecesine göre alınır.

2° $r_2(t)$, normal dağılmış korelasyonlu stokastik bir dizi ise, bu takdirde bu rastgele dizinin özkovaryans fonksiyonundan türetilen varyans -kovaryans matrisinin, dengelemede dikkate alınması gerekir. Bilinmeyenlerdeki stokastik kısım, yine güven aralıkları ile verilir. Fakat varyans -kovaryans matrisi bilinse bile, gel-git kayıtları için bu matrisin boyutları (örneğin, burada ele alınan gel-git kayıtları için 2387 × 2387) çok büyük olduğundan, günümüzdeki bilgisayarda bu matrisin tersini almak mümkün değildir (DEMİREL 1978:61, SCHÜLLER 1976:44, WENZEL 1976:108).

İleride bilgisayarlarda, böyle büyük boyutlu matrislerin tersleri alınabilse bile, $r_2(t)$ nin varyans-kovaryans matrisi, daha doğrusu özkovaryans fonksiyonu nasıl hesaplanacaktır? Bölüm 7.11 ve 9.42 de uygulanan yönteme göre gel-git kayıtlarındaki stokastik sinyal, korelasyonlu ise, bunun özkovaryansı (7-3a) eşitliğine benzer olarak

$$\Phi_{r_2 r_2}(\tau) = \sigma^2\, e^{-\alpha|\tau|} \tag{9-14}$$

yazılabilir. Burada τ ve α bilinmemektedir. Ancak (7-10) ve (9-4) eşitliklerinden bulunan

$$\gamma' = 2\sigma \sqrt{\frac{1}{\tau_m}} \sqrt{\alpha} \tag{9-15}$$

eşitliğinde $\tau_m \approx 1000$ saat alınır ve γ' hesaplanırsa

$$\sigma\sqrt{\alpha} = 15.8114\, \gamma' \tag{9-16}$$

elde edilir. Fakat buradan da, ancak belli keyfi σ lar için α değerleri bulunabilir. Bu bulunan α değerleri (7-10) eşitliğinde yerine konarak, gerçek verilere en iyi uyan α değeri dolayısıyla σ değeri bulunarak (9-14) eşitliği oluşturulabilir.

Korelasyonlu stokastik bir sinyalin Fourier genlik spektrumu, başlangıçtan sona doğru giderek azaldığından, yarım günlük titreşimler, tam günlüklere göre bu stokastik sinyalden daha az rahatsız olur. Bu durum, varyans -kovaryans matrisinin dengelemede gözönüne alınmasının önemini azaltır. Fakat asıl sorun, $r_2(t)$ stokastik sinyalini fonksiyonel modelde temsil eden düzeltmelerin $\{v(t)\}$

— zaman ve frekans alanında kesintiye uğraması, bir kısmının süzülmesi,

- deterministik veya koşullu deterministik olabilecek bozucu sinyalleri içermesi

durumunda ortaya çıkar. Böyle olunca v(t), gel-git kayıtlarındaki gerçek stokastik sinyali temsil edemez, yani

$$v(t) \neq r_2(t) \quad .$$

Dolayısıyla bu v(t) ye dayanarak yapılan bilinmeyenlerdeki stokastik kısım tahminleri doğru olmaz, bir başka deyişle ümit değeri koruyucu özellikte olmaz.

SCHÜLLER'in 1976 da deneysel olarak gösterdiği ve bölüm 9.43 te değinildiği gibi, gel-git frekans bantlarının δ ve $\Delta\psi$ parametrelerini En Küçük Kareler Yöntemi'yle elde etmek için, tüm uzun periyotlu kısımların dengelemeden önce çıkarılması zorunlu değildir. Fakat bu durumda, bilinmeyenlerin karesel ortalama hataları, karesel ortalama hatanın çok büyük çıkmasından dolayı gel-git parametrelerinin içerdiği stokastik kısmın tahmininde doğru sonuç vermez. Kısaca dengelemede, fonksiyonel modelde yer alan v(t) düzeltmeleri, $r_2(t)$ stokastik bozucu sinyalle eşdeğer olmaz. Öyleyse, parametrelerin emdiği stokastik kısım, ümit değeri koruyan bir biçimde doğru olarak nasıl tahmin edilecektir, asıl sorun budur.

Dengeleme yapılırken, fonksiyonel modelde yer alan v(t) düzeltmelerinin gerçek $r_2(t)$ stokastik sanyali temsil etmesi için, deterministik ve koşullu deterministik yapıdaki tüm bozucu faydalı sinyallerin tam olarak tanımlanmış olması ve $r_2(t)$ ye özgü varyans-kovaryans matrisinin gözönüne alınması gerekir.

Gel-git kayıtlarında deterministik bozucu sinyaller, genellikle uzun periyotlu bir yapı gösterdiğinden, özellikle uzun periyotlu gel-git titreşimleri bunlar tarafından şiddetli olarak rahatsız edilir (DEMİREL 1978:77, WENZEL 1976:95 ve 166, HEKİMOĞLU 1976:89). Bu nedenle, genellikle uzun periyotlu gel-git titreşimleri analiz dışında bırakılır.

Gel-git kayıtlarının Fourier genlik spektrumuna (Şekil 9.3) bakılırsa, uzun periyotlu titreşimler ile tüm günlük titreşimlerin frekans alanları arasında (3.2 - 11.7 °/h) da peak veren deterministik ya da koşullu deterministik yapıda bozucu etkiler görülecektir.

Genel olarak kısa periyotlu gel-git titreşimlerinin En Küçük Kareler Yöntemi ile analizinde, uzun periyotlu kısımlar için şöyle yapılır:

ii : Sıfır noktası yürümesi polinomla yahut titreşimlerle ifade edilir. Ya dengelemede fonksiyonel modelde yer alır, ya da dengelemeden önce çıkarılır.

jj : Sıfır noktası yürümesi, uzun periyotlu titreşimlerle birlikte ya da tüm uzun periyotlu (0-11.7 °/h) kısımlar bir filtre ile dengelemeden önce, kayıtlardan süzülür.

Bu konuda, WENZEL (1976) in çalışmasında geniş bilgi verilmiştir.

Genel olarak jj durumunda $r_2(t)$ stokastik sinyalinin bir kısmı filtreleme ile alıp götürülecek ve ii durumunda ise $v(t)$ düzeltmeleri, uzun periyotlu gel-git titreşimleri fonksiyonel modelde yer alsa bile, bunların dışındaki uzun periyotlu deterministik bozucu etkileri içerecektir.

Frekans alanında 0-11.7 °/h arasında yer alan deterministik ve koşullu deterministik bozucu etkiler, fonksiyonel modelde tam olarak tanımlanamadığına göre, herhangi bir biçimde dengeleme yapılırsa, parametrelerin emdiği stokastik kısım belli bir istatistiksel güvenle nasıl tahmin edilecektir?

WENZEL (1976) bu konuda ayrıntılı sayısal araştırmalar yapmıştır. CHOJNICKI (1973) yöntemine göre, sıfır noktası yürümesi ile uzun periyotlu gel-git titreşimleri, üst geçirimli PERTSEV filtresi ile gel-git kayıtlarından elenmiş ve geriye kalan kısım kısa periyotlu titreşimler için dengelemeye tabi tutulmuştur. Gel-git parametrelerinin doğruluğunu, dengelemeden sonra bulunan düzeltmelerin $\{v(t)\}$ Fourier genlik spektrumundan yararlanarak hesaplamıştır (WENZEL 1976:116, 162, 169). Bu yöntemin doğru sonuç vermesi, tüm deterministik yapıdaki uzun periyotlu titreşimlerin, fonksiyonel modelde yer almasına ya da dengelemeden önce çıkarılmasına bağlıdır. Burada tüm uzun periyotlu kısımlar süzülürken, stokastik sinyalden bir parçanın da birlikte süzülmesi önlenmelidir. Bunun için, süzülme işleminde sınır frekansı olarak hemen kısa periyotlu titreşimlerin başladığı 11.7 °/h alınmamalı ve 3.2-11.7 °/h arasında gel-git kayıtlarının Fourier genlik spektrumuna bakılmalıdır. Eğer, bu aralıkta bir peak yoksa, sınır frekansı 3.2 °/h den biraz büyük ve eğer, örneğin ω=5 °/h frekansında bir peak varsa, sınır frekansı 5 °/h den biraz büyük alınmalıdır. Böylece stokastik sinyalin bir kısmı daha modele alınmış olur.

Bu çalışmada dengelemeyle bulunan parametrelerin emdiği stokastik kısım, FSEY'nde olduğu gibi bölüm 7.12 de önerilen yöntemle stokastik sinyalin Fourier genlik spektrumundan —daha doğrusu gel-git kayıtlarının Fourier genlik spektrumunun gel-git frekans bantları arasında kalan kısımlarından (bak. bölüm 9.41)— enterpolasyon yapılarak tahmin edilmiştir.

9.7 BİR FREKANS BANDININ GENLİK SPEKTRUMUNDA DETERMİNİSTİK BOZUCU SİNYALİN YAPISININ ARAŞTIRILMASI VE MODELLENMESİ

Bölüm 8 de açıklanan frekans bantlarındaki deterministik bozucu sinyalin yapısının ortaya çıkarılması için geliştirilen yöntem, burada ele alınan gravimetrik gel-git kayıtlarına uygulanarak, birincil frekans bantlarının spektral enerji haritaları çıkarılmıştır (Şekil 9.4). Bu SEH'ları, bölüm 7.21 de çeşitli yapıdaki deterministik bozucu sinyallerle kurulan yapay modellerin Çizelge 8.2 ve 8.3 teki SEH'ları ile karşılaştırılarak, frekans bantlarındaki gerçek deterministik bozucu sinyalin yapısı hakkında bilgi elde edilecektir.

Q1 frekans bandı : İlk bakışta, bu frekans bandının tipik bir doğrusal genlik modülasyonuna uğradığı görülmektedir. Aynı zamanda, kübik yanı ağır basan doğrusal olmayan tepkilerle de rahatsız edildiği söylenebilir. Bu frekans bandına özgü SEH'sındaki 11 sayısı, bu frekans bantla ilgili teorik gel-git sinyalinin genlik spektrumunun maksimum olduğu frekansı (merkezsel

frekansı) gösterir. Diğer sayılar da Şekil 9.4 te verilen ilişkiye göre bir frekansa karşılık gelir. Örneğin, 12 sayısı

$$\omega_{12} = 13.296 + \frac{12}{100} = 13.416 \ ^{o}/h$$

frekansına karşılık gelir. Bu SEH'larında böbrek biçimindeki çerçevelerdeki frekanslara karşılık gelen sayılar, dıştan içe doğru karşılıklı simetriktir. Bozucu etkilerin en yoğun olduğu kısım böbreklerin birbirine değdikleri bölgedir.

Sonuç olarak, deterministik bozucu sinyalle birlikte bu frekans bandındaki deterministik yapı için

$$s(t)\{1 + a_m \sin \omega_m t\}$$

ve

$$s(t) + a_2 s(t)^2 + a_3 s(t)^3$$

modelleri önerilebilir.

<u>O1 frekans bandı :</u> Bu frekans bandı, doğrusal olmayan tepkilerden rahatsız olmuş olabilir. Böbreklerin biri diğerine göre aşağıya inmemiş olsaydı, hemen bu frekans bandının doğrusal genlik modülasyonuna uğradığı söylenebilecekti. Böbreklerin birbirine göre kaymasına, stokastik sinyal de neden olmuş olabilir. O halde sonuç olarak, deterministik bozucu sinyalle birlikte bu frekans bandındaki deterministik yapı için şu modeller önerilebilir:

$$s(t) + a_2 s(t)^2 + a_3 s(t)^3$$

ve

$$s(t)\{1 + a_m \cos \omega_m t\} \quad .$$

<u>P1-K1 frekans bandı :</u> Bu frekans bandı, kübik yanı ağır basan doğrusal olmayan bir tepki ile rahatsız edilmiş olabilir. Belki de O1 frekans bandında olduğu gibi doğrusal genlik modülasyonuna uğramış olabileceği ileri sürülebilir. Bu durumda, böbreklerin yan yana durmamasına stokastik sinyal neden olmuş olabilir. O halde sonuç olarak bu frekans bandındaki tüm deterministik yapı için şu modeller önerilebilir:

$$s(t) + a_2 s(t)^2 + a_3 s(t)^3$$

ve

$$s(t)\{1 + a_m \sin \omega_m t\} \quad .$$

<u>N2 frekans bandı :</u> Bu frekans bandının diğer birincil frekans bantları yanında daha şiddetli olarak rahatsız edildiği, kazanılan deneyimlere göre üstteki böbreğin oluşmamasından anlaşılmaktadır. Bir frekans bandında bozucu etki ne kadar küçükse, böbreklerin biçimi de o derece daha küçük olur.

SEH'sını oluştururken δ için sıfıra kadar inen değerler verilmesine karşın, merkezsel frekans (11) elde edilememiştir. Böylesi durumlarda SEH'sında, böbreklerdeki frekansların dıştan içe doğru simetrik olması özelliğinden yararlanarak, böbrekleri oluşturan (dış çerçeve) merkezsel frekansın soldaki ve sağındaki (örneğin, 11-1=10 ve 11+1=12) frekans sayılarına göre çizilebilir.

Bu frekans bandı, böbreklerin biçimlerinden ve içlerindeki frekans sayılarından karesel yanı ağır basan doğrusal olmayan bir tepkiden rahatsız olmuş olabilir. Dolayısıyla, sonuç olarak bu frekans bandındaki tüm deterministik yapı için şu model önerilebilir:

$$s(t) + a_2\, s(t)^2 + a_3\, s(t)^3$$

M2 frekans bandı : Bu frekans bandı, kübik yanı ağır basan doğrusal olmayan tepkilerden rahatsız olmuştur. O halde bu frekans bandındaki deterministik kısım için

$$s(t) + a_2\, s(t)^2 + a_3\, s(t)^3$$

modeli önerilir.

S2 frekans bandı : Bu frekans bandı, karesel yanı ağır basan doğrusal olmayan tepkilerden rahatsız olmuştur. Tüm deterministik kısım için şu model önerilir:

$$s(t) + a_2\, s(t)^2 + a_3\, s(t)^3$$

Gravimetrik kayıtların birincil frekans bantlarının SEH'ları ile yapay olarak kurulan modellerde, birincil frekans bantlarının SEH'ları arasında yüzde yüz bir uyum (böbreklerin biçimi ve birbirine göre konumu) beklenemez. Çünkü stokastik bozucu etki, genel olarak kısa periyotlu titreşimler için deterministik bozucu etkilerden daha küçük olmasına karşın yine de az da olsa SEH'larındaki böbreklerin biçimlerini bozmaktadır (bak. Çizelge 8.2, 8.3).

10 GEL-GİT KAYITLARININ DENGELENMESİNDE DETERMİNİSTİK BOZUCU SİNYALİN FONKSİYONEL MODELDE GÖZÖNÜNE ALINMASI

Bölüm 9.31 de yapılan araştırmalara göre, gravimetrik kayıtlarda kısa periyotlu titreşimlerde deterministik yapıdaki bozucu sinyalin, genel olarak doğrusal olmayan tepkilerden oluştuğu söylenebilir. Buna göre tüm deterministik kısım için aşağıdaki gibi bir model oluşturulabilir:

$$s(t) + a_2\, s(t)^2 + a_3\, s(t)^3 \qquad (10\text{-}1)$$

Bölüm 9.7 deki, yapılan araştırmalara göre de, deterministik yapıdaki bozucu sinyalin genel olarak doğrusal olmayan tepkilerden oluştuğu söylenebilir, yani tüm deterministik kısım için (10-1) modeli önerilebilir.

Farklı iki yoldan gidilerek aynı sonuca ulaşılması, sonucun doğruluğunu göstermektedir. Gerçi bölüm 9.7 de, tam günlük titreşimler için doğrusal genlik modülasyonu modeli, ayrı bir seçenek gibi ortaya çıkmaktadır. Fakat, bu üç (Q1, O1, P1-K1) frekans bandı arasında bir uyum olmadığından, bu model olası görülmemiştir.

Bütün bu araştırmalardan gel-git kayıtlarındaki s(t) faydalı gel-git sinyalini rahatsız eden deterministik bozucu sinyalin, kuvvetli bir olasılıkla doğrusal olmayan tepkilerden oluştuğu ortaya çıkmaktadır. Bu durumda amaç, bu deterministik bozucu etkileri En Küçük Kareler Yöntemi ile dengelemede, fonksiyonel modelde gözönüne almak olacaktır. O halde (10-1) eşitliğinden yola çıkarak fonksiyonel model için

$$x(t) + v(t) = s(t) + a_2\, s(t)^2 + a_3\, s(t)^3 \qquad (10\text{-}2)$$

alınır ve $s(t) = \sum_{i=1}^{k} \delta_i \sum_{j=1}^{m_i} a_i \cos(\omega_{ij} t + \phi_{ij} + \Delta\psi_i)$ olduğu gözönüne getirilirse,

$$x(t) + v(t) = \sum_{i=1}^{k} \delta_i \sum_{j=1}^{m_i} a_i \cos(\omega_{ij} t + \phi_{ij} + \Delta\psi_i) + a_2 \Big\{ \sum_{i=1}^{k} \delta_i \sum_{j=1}^{m_i} a_i \cos(\omega_{ij} t + \phi_{ij} + \Delta\psi_i) \Big\}^2 + a_3 \Big\{ \sum_{i=1}^{k} \delta_i \sum_{j=1}^{m_i} a_i \cos(\omega_{ij} t + \phi_{ij} + \Delta\psi_i) \Big\}^3 \qquad (10\text{-}3)$$

yazılabilir. Burada bilinmeyenler: a_2, a_3, δ_i, $\Delta\psi_i$, k=14; i indisi frekans bantlarını, j indisi bu bantlardaki titreşimleri, a_{ij}, ϕ_{ij}, ω_{ij} kısa periyotlu titreşimlere ait gel-git kayıtlarının alındığı istasyondaki teorik gel-git sabitleridir. Fonksiyonel modelde 6 birincil frekans bandının ayrı ayrı yer almasına karşın, hesaplamada kolaylık nedeniyle, Çizelge 6.1 de verilen, kısa periyotlu titreşimlerden oluşan 23 frekans bandından geriye kalan 17 ikincil frekans bandı, birbirine yakın olanları birleştirilerek,

8 frekans bandında toplanmıştır. Ayrıca ağırlık olarak Blackman ağırlık fonksiyonu alınmış ve dengelemeden önce x(t) gel-git kayıtları (9-9) a göre merkezlendirilmiştir.

Böyle bir fonksiyonel model, doğrusal olmadığından, TAYLOR'a göre seriye açılarak doğrusallaştırılır ve yalnızca birinci terimler alınır. Bu durumda doğal olarak bilinmeyenlerin yaklaşık değerlerine gerek vardır. δ_i ve $\Delta\psi_i$ parametreleri için bölüm 9.5 te doğrusal modelden elde edilen değerler (Çizelge 9.3) ve a_2, a_3 için

$$(a_2)_o = 2 \times 10^{-4}$$

$$(a_3)_o = 3 \times 10^{-6}$$

değerleri, yaklaşık değerler olarak alınıp iterasyon yapılmış ve fonksiyonel model yakınsamıştır (Şekil 9.5). a_2 , a_3 değerleri daha uygun seçilseydi, özellikle işaret bakımından, fonksiyonel model daha hızlı yakınsardı. Faydalı sinyal s(t) nin doğrusal alınmasıyla bulunan (yani ilk) sonuçlarla doğrusal olmaması durumunda bulunan sonuçlar karşılaştırılırsa, birincil frekans bantlarının genlik çarpanları % 1.5 - 4 arasında artmıştır (Çizelge 9.5). a_2 , a_3 parametrelerinin eksi çıkmasından da görülmektedir ki, bu gel-git kayıtları, parametreleri azaltıcı yönde etkileyen bir bozucu sinyal tarafından rahatsız edilmiştir. Bu durum, aynı zamanda burada yaklaşık değerler olarak alınan genlik çarpanları, aynı istasyonda (Bonn) 1971-1976 arasında çeşitli gel-git gravimetreleriyle elde edilen kayıtların HYCON yöntemiyle analizinden elde edilen parametrelerin ortalamalarından bulunan değerlerle (BONATZ-SCHÜLLER 1977) —özellikle genlik çarpanlarıyla— karşılaştırılırsa açık olarak görülebilir. (10-3) modelinden elde edilen değerler bile, bu sözü edilen ortalama değerlere ulaşmamaktadır.

Ayrıca doğrusal olmayan tepkileri tanımlayıcı diğer bir fonksiyonel model olarak 4. dereceden bir polinom

$$x(t) + v(t) = s(t) + a_2\, s(t)^2 + a_3\, s(t)^3 + a_4\, s(t)^4 \qquad (10\text{-}4)$$

alınmıştır. Bu fonksiyonel model, (10-3) te kullanılan yaklaşık değerlerle (ek olarak $a_4 = 1 \times 10^{-8}$) yakınsamamıştır.

Bu denemelerle, bölüm 9.31 ve bölüm 9.7 de yapılan araştırmalardan elde edilen bilgilere dayanarak, gel-git kayıtlarında kısa periyotlu titreşimlerin içerdiği deterministik bozucu sinyalin doğrusal olmayan tepkilerden oluştuğu sonucunun fiziksel gerçeği yansıttığı doğrulanmaktadır.

11 SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada kısa periyotlu gel-git titreşimlerinin çeşitli bozucu etkiler tarafından rahatsız edildiği, zaman alanı yerine frekans alanında çalışılarak, Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi ile gösterilmiştir. Bu yöntemde, Fourier Analizi'ndeki asıl frekans yerine, gel-git frekansları alınmıştır. Bu şekilde gel-git frekans bantlarının teorik gel-git modelinde yer almayan bozucu etkilerce rahatsız edildiği, —bir frekans bandındaki tüm titreşimlerin $\delta(\omega_i)$ genlik çarpanları ile $\Delta\psi(\omega_i)$ faz kaymalarının birbirine eşit olması— ana varsayımından sapmalarla ortaya konmaktadır. Ayrıca bu yöntemle, bir frekans bandında bulunan her bir titreşimin genlik çarpanı ile faz kaymasının hesaplanması olanağı doğmaktadır.

Fourier Spektrumlarında Enterpolasyon Yöntemi, yahut kısaltılmış adıyla FSEY'nde özellikle etkin olarak ortaya çıkan yan bant etkileri, kurulan test modellerinde birincil frekans bantlarında ayrıntılı olarak incelenmiştir. Bunların burada ele alınan 99.5 günlük zaman aralığında WENZEL (1976) tarafından ileri sürülen —genlik çarpanlarında $\pm^{o}/ool$ den ve faz kaymalarında $\pm0^{o}.05$ ten daha küçük— sınırlar altında kaldığı saptanmıştır.

Fourier Analizi, gel-git kayıtlarının analizinde FSEY ile yeniden önem kazanmıştır. Fourier Analizi gibi deterministik bir model olan FSEY'nde stokastik kısmın modelde yer almaması sakıncası, daha sonra stokastik kısmın tahmin edilmesiyle ortadan kalkmaktadır.

Çalışmanın 7. bölümünde, bir frekans bandında bulunan tüm titreşimlerin FSEY ile hesaplanan $\delta(\omega_i)$ genlik çarpanları ile $\Delta\psi(\omega_i)$ faz kaymalarının çeşitli yapılardaki deterministik ve stokastik bozucu etkiler karşısındaki tepkileri, test modeller kurularak araştırılmıştır. Burada, özellikle her bir birincil frekans bandına özgü $\delta(\omega_i)$ ile $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinin belli tür ve yapıdaki bozucu sinyaller karşısındaki değişimlerinin genel eğilimleri saptanmış ve daha sonra FSEY gravimetrik kayıtlara uygulanarak, her bir birincil frekans bandına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerindeki değişimlerin genel eğilimleri belirlenmiştir. Bunlardan sonuncular, yapay modellerde eşdeğer birincil frekans bantlarına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerindeki değişimlerin genel eğilimleri ile karşılaştırılarak, gel-git frekans bantlarındaki deterministik bozucu etkilerin yapısı saptanmıştır. Buna göre, kısa periyotlu gel-git titreşimlerindeki deterministik bozucu etkilerin doğrusal olmayan tepkilerden kaynaklandığı ortaya çıkmaktadır.

Bölüm 5.9 da bir başka yoldan gidilerek, gel-git kayıtlarında bir frekans bandının içerdiği deterministik bozucu sinyalin yapısını belirlemek için, faydalı gel-git sinyalini iki kısma ayırmaya dayanan "bir frekans bandında bulunan bozucu sinyalin genlik spektrumunda araştırılması" adıyla yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemle, frekans bandında bulunan bozucu sinyalin yapısı hakkında bilgi veren spektral enerji haritaları çıkarılmış ve yöntem, sayısal olarak kurulan yapay modellere ve ayrıca gerçek gravimetrik gel-git kayıtlarına uygulanmıştır. Gel-git kayıtlarının birincil frekans bantlarının spektral enerji haritaları, yapay modellerin birincil frekans

bantlarının spektral enerji haritaları ile karşılaştırılarak, gel-git frekans bantlarındaki deterministik bozucu sinyalin yapısı saptanmıştır. Buna göre, kısa periyotlu gel-git titreşimlerindeki deterministik bozucu etkilerin, genellikle doğrusal olmayan tepkilerden kaynaklandığı görülmüştür. Burada ulaşılan sonuçla, daha önce gel-git birincil frekans bantlarının $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerindeki değişimlerinin genel eğilimlerinden çıkan sonuç, uyum göstermektedir.

Her iki yöntemle elde edilen saptamalardan, ele alınan gel-git kayıtlarında birincil frekans bantlarının içerdiği deterministik bozucu etkilerin, 3. dereceden doğrusal olmayan tepkilerden oluştuğu ortaya çıkmaktadır. 3. dereceden doğrusal olmayan tepkiler, faydalı gel-git sinyali ile birlikte En Küçük Kareler Yöntemi ile kurulan fonksiyonel modelde, faydalı gel-git sinyalinin 3. dereceden polinomu biçiminde modellendirilmiştir. Fonksiyonel modelin doğrusallaştırılmasında, gel-git parametrelerinin yaklaşık değerlerine gereksinim doğmakta ve bunun için birincil frekans bantlarının dengeleme ile bulunan gel-git parametreleri, fonksiyonel modelde yaklaşık değerler olarak alınmaktadır.

Burada kurulan, doğrusal olmayan fonksiyonel model yakınsamış ve bununla gel-git kayıtlarındaki deterministik bozucu sinyalin yapısını belirleyen ve daha önce açıklanan iki yöntemle bulunan sonuçlar, En Küçük Kareler Yöntemi ile doğrulanmıştır. Ele alınan gel-git kayıtlarının En Küçük Kareler Yöntemi ile analizinde, doğrusal olmayan tepkileri içeren fonksiyonel modelden elde edilen parametrelerin bozucu etkilerden arındırılması sonucu, özellikle birincil frekans bantlarının genlik çarpanlarının %3 oranında büyüdüğü görülmüştür. Genlik çarpanlarının ±‰ 5 lik bir doğrulukla bilinmesi hedef alındığına göre, bu arındırmanın ne derece gerekli olduğu anlaşılmaktadır.

Korelasyonlu stokastik bir sinyalin Fourier genlik spektrumu, frekans büyüdükçe düzenli olarak azalmaktadır. Bu düzenli iniş, geliştirilen bir formül ile teorik olarak açıklanmış ve bu formülün korelasyonlu stokastik bir zaman dizisinin Fourier genlik spektrumuna uygulanması için pratik bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem, sayısal olarak kurulan yapay modellerde denenmiş ve doğrulanmıştır. Daha sonra aynı yöntem, gel-git kayıtlarının Fourier genlik spektrumunun stokastik bozucu sinyale ait olduğu kabul edilen kısımlarına uygulanmıştır. Buna göre, gel-git kayıtlarındaki stokastik sinyalin korelasyonlu olduğu açık olarak gösterilmiştir. Buradan gidilerek stokastik sinyalin özkovaryans ve dolayısıyla varyans-kovaryans matrisinin nasıl hesaplanacağı belirtilmiştir.

Ayrıca, gerek dengelemeden ve gerekse FSEY'nden bulunan parametrelerin içerdiği stokastik kısmın, ümit değeri koruyan bir biçimde belli bir istatistiksel güvenle doğru tahmin edilmesi için bir öneri geliştirilmiştir.

ÇİZELGE 9.1 Gravimetrik Kayıtların FSEY ile Analizi

Frekans Bandı	δ_{ort}	İç Duyarlık m_o	Tahmin Edilen Stokast. Kısım	$\Delta\psi_{ort}$	İç Duyarlık m_o	Tahmin Edilen Stokast. Kısım	Düşünceler
Q1	1.1381	0.0062	0.0826	5.3952	1.1526	4°02	
O1	1.1016	0.0012	0.0155	-0.3638	0.1692	0°80	Ağırlık
P1-K1	1.0558	0.0016	0.0089	1.2370	0.2656	0°48	fonksiyonu:
N2	1.1586	0.0159	0.0489	4.8053	0.2185	2°37	Blackman
M2	1.1334	0.0023	0.0091	2.0001	0.0172	0°46	
S2	1.1402	0.0041	0.0236	1.5566	0.1720	1°17	

ÇİZELGE 9.2 Gravimetrik Kayıtların Ağırlıklı FSEY ile Analizi

Q1	1.1358	0.00036	0.0826	5.7807	0.1027	4°02	
O1	1.1015	0.00003	0.0155	-0.4001	0.0063	0°80	Ağırlık
P1-K1	1.0564	0.00011	0.0089	1.2808	0.0212	0°48	fonksiyonu:
N2	1.1545	0.00181	0.0489	4.6964	0.0056	2°37	Blackman
M2	1.1336	0.00005	0.0091	1.9900	0.0004	0°46	
S2	1.1386	0.00027	0.0236	1.4705	0.0246	1°17	

ÇİZELGE 9.3 Gravimetrik Kayıtların En Küçük Kareler Yöntemi ile Analizi

Frekans Bandı	δ	m_δ	$\Delta\psi$	$m_{\Delta\psi}$	Düşünceler
Q1	1.1310	0.0736	5.8669	3.7285	
O1	1.1014	0.0146	-0.3989	0.7615	Ağırlık fonksiyonu:
P1-K1	1.0569	0.0090	1.2746	0.4857	Blackman
					$m_o = \pm 11.7425$
N2	1.1540	0.0948	4.4959	4.7069	μ Gal
M2	1.1336	0.0180	1.9894	0.9102	
S2	1.1389	0.0434	1.3516	2.1816	

Çizelge 9-4: Gelgit kayıtlarının Fourier genlik spektrumunun stokastik sinyale ait olduğu kabul edilen kısımlarında görülen düzenlilik

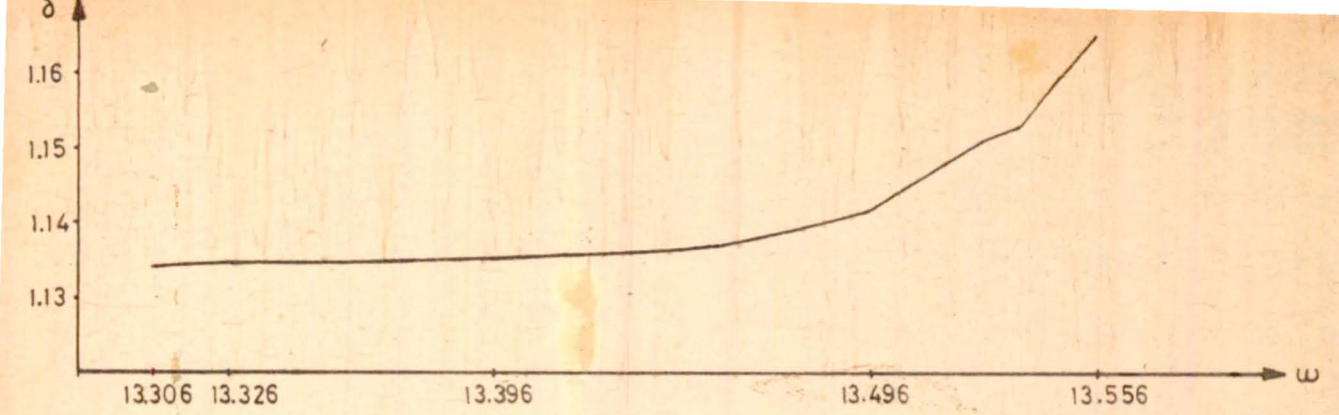
No	Frekans Aralığı $(j\omega_o) - (i\omega_o)$	n	ω_k	$\frac{1}{\omega_k}$	$\bar{\mu}_k$	$\gamma' \frac{1}{\omega_k}$	σ_k	s_k	$\theta' \frac{1}{\omega_k}$	$\bar{\sigma}_k$
1	6,6359 – 11,6456	35	9,20	6,23	0,2916	0,2874	-0,0042	0,1387	0,1441	0,0054
2	17,7964 – 26,2421	57	22.02	2,60	0,1102	0,1199	0,0097	0,0558	0,0601	0,0043
3	31,8224 – 41,7763	67	36,80	1,56	0,0691	0,0720	0,0029	0,0371	0,0361	-0,0010
4	44,6418 – 59,5727	100	52,11	1,10	0,0639	0,0507	-0,0132	0,0390	0,0254	-0,0136
5	59,7235 – 74,6544	100	67,19	0,85	0,0441	0,0392	-0,0049	0,0291	0,0197	-0,0094
6	74,8052 – 89,7361	100	82,27	0,70	0,0330	0,0323	-0,0007	0,0153	0,0162	0,0009
7	89,8869 – 104,8178	100	97,35	0,59	0,0232	0,0272	0,0040	0,0118	0,0136	0,0018
8	104,9686 – 119,8995	100	112,43	0,51	0,0172	0,0235	0,0063	0,0095	0,0118	0,0023
9	120,0503 – 134,9811	100	127,52	0,45	0,0174	0,0208	0,0034	0,0082	0,0104	0,0022
10	135,1320 – 150,0628	100	142,60	0,40	0,0145	0,0185	0,0040	0,0079	0,0093	0,0014
11	150,2137 – 165,1445	100	157,68	0,36	0,0118	0,0166	0,0048	0,0064	0,0083	0,0019
12	165,2953 – 179,9246	98	172,53	0,33	0,0124	0,0152	0,0028	0,0057	0,0076	0,0019

$\gamma' = 0,0461 \pm 0.0017$ $\qquad$ $\theta' = 0,0231 \pm 0,0016$

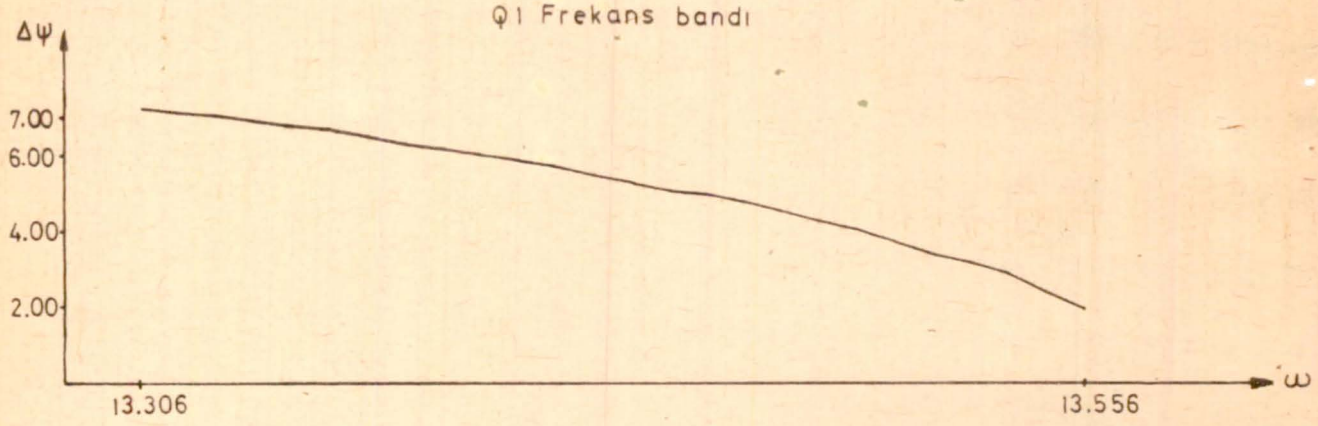
Ağırlık fonksiyonu: Blackman

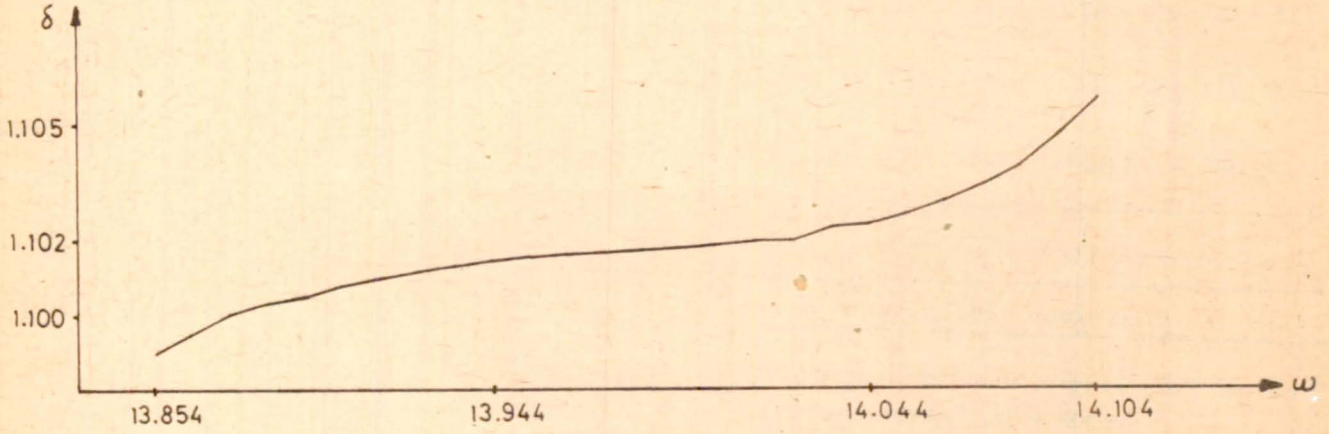
Çizelge 9-5: Gelgit kayıtlarının En Küçük Kareler Yöntemi ile analizinde doğrusal olmayan tepkilerin fonksiyonel modelde dikkate alınması durumundaki sonuçlar.

Frekans bant	δ_o (9-12)	δ 7. İterasyon değeri	m_δ	$\Delta\psi_o$ (°) (9-12)	$\Delta\psi$ (°) 7. İterasyon değeri	$m_{\Delta\psi}$	Düşünceler
Q1	1,1310	1,1722	0,0797	5,8669	5,4870	3,6860	
O1	1,1014	1,1300	0,0211	-0,3989	-0,3710	0,7614	
P1-K1	1,0569	1,0815	0,0149	1,2746	1,2414	0,4837	$m_o = \pm 11,4581$ μGal
N2	1,1540	1,1853	0,0997	4,4959	5,6173	4,6994	
M2	1,1336	1,1488	0,0235	1,9894	1,8853	0,9199	
S2	1,1389	1,1716	0,0497	1,3516	1,6610	2,1949	Blackman Ağırlık fonksiyonu
a_2	$-4,5453 \cdot 10^{-4}$		$\pm 0,00013$	7. İterasyon değeri			
a_3	$-4,5552 \cdot 10^{-6}$		$\pm 0,000002$	7. İterasyon değeri			

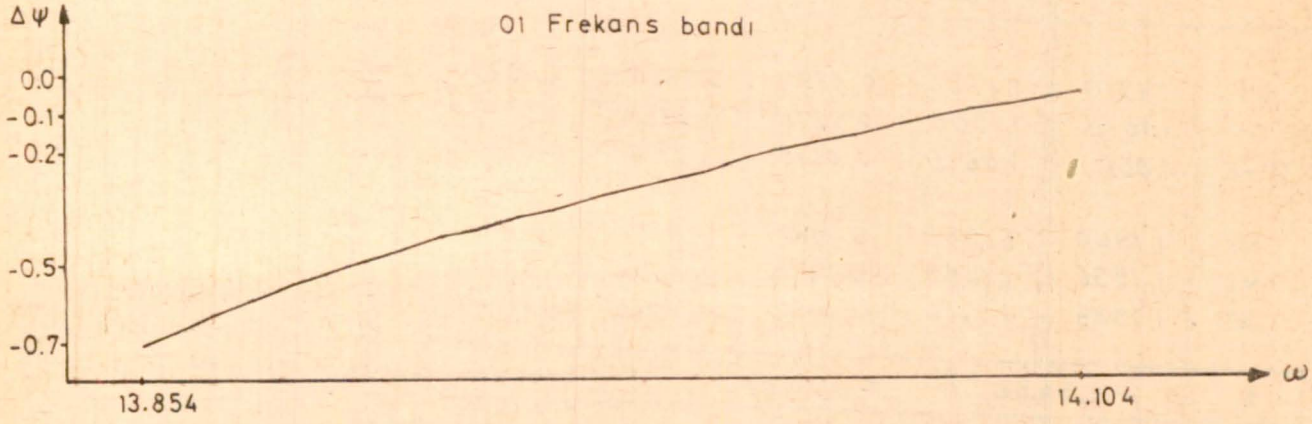


Q1 Frekans bandı

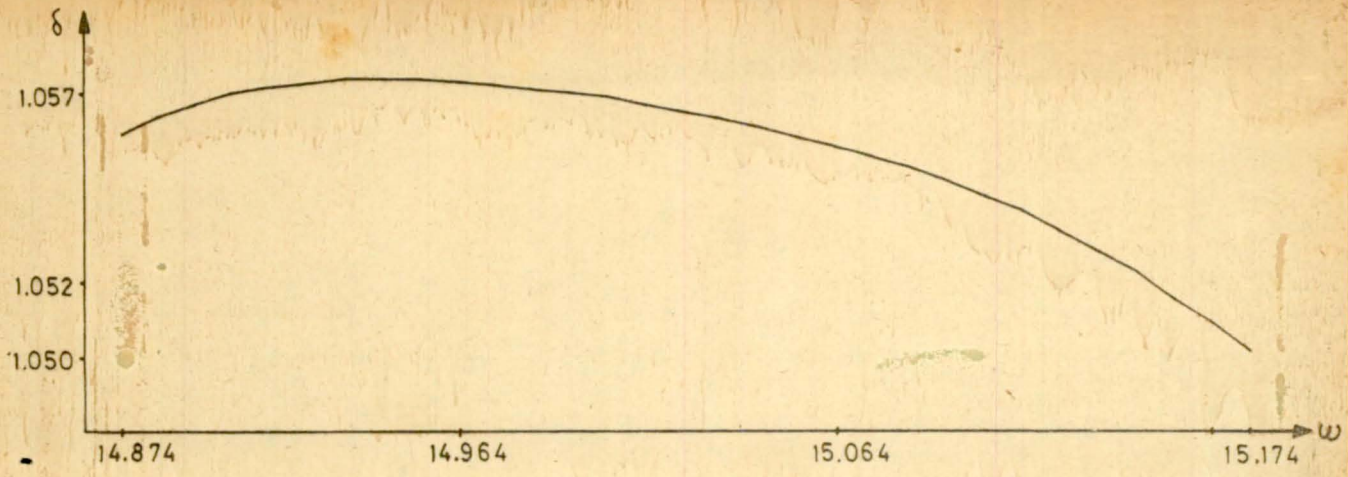


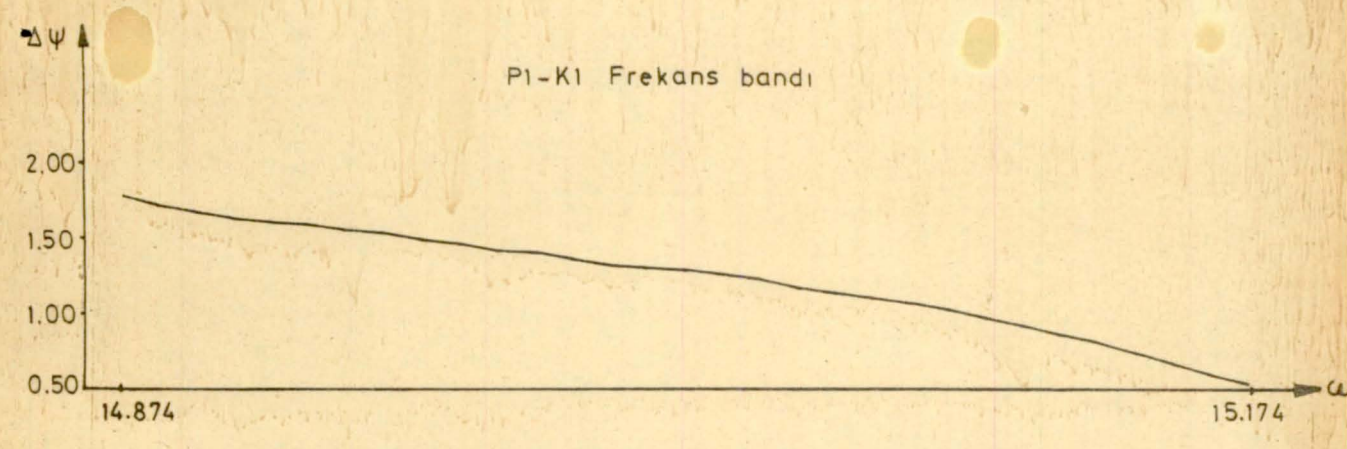


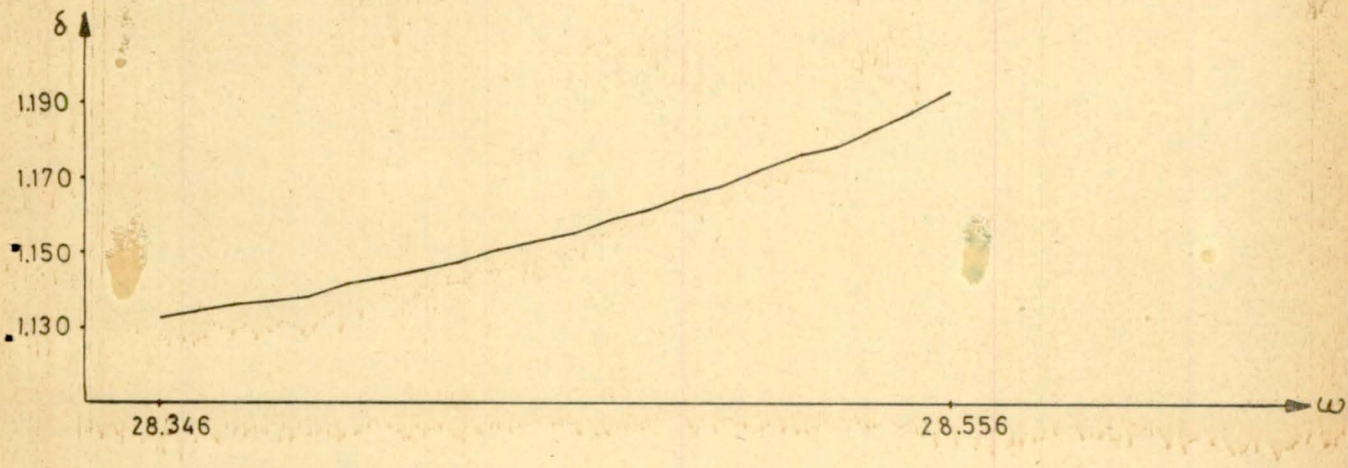
O1 Frekans bandı

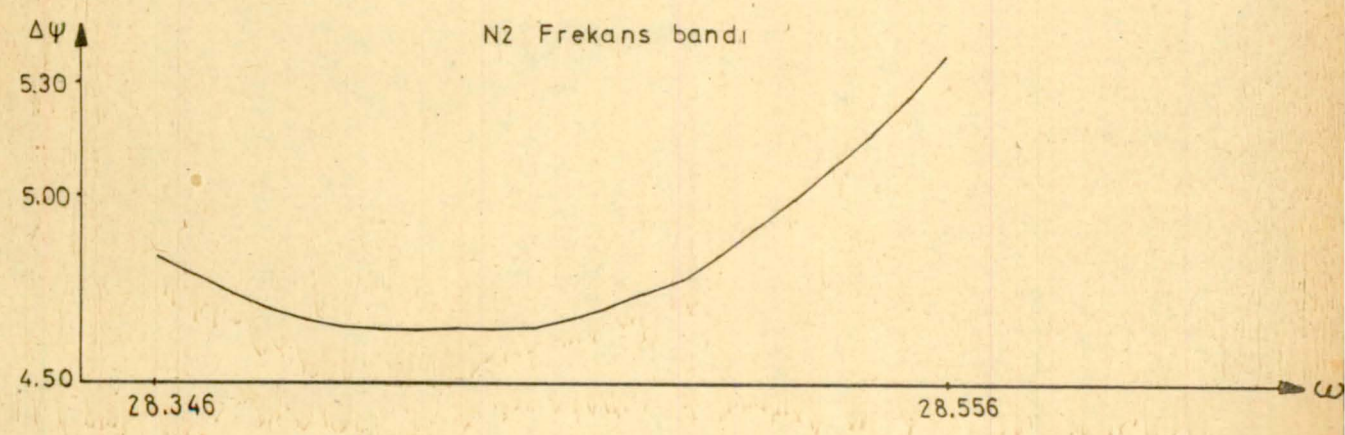


Şekil 9-1 Gel-git kayıtlarının birincil frekans bandlarına özgü $\delta(\omega_i)$ ve $\Delta\psi(\omega_i)$ değerlerinin değişimleri

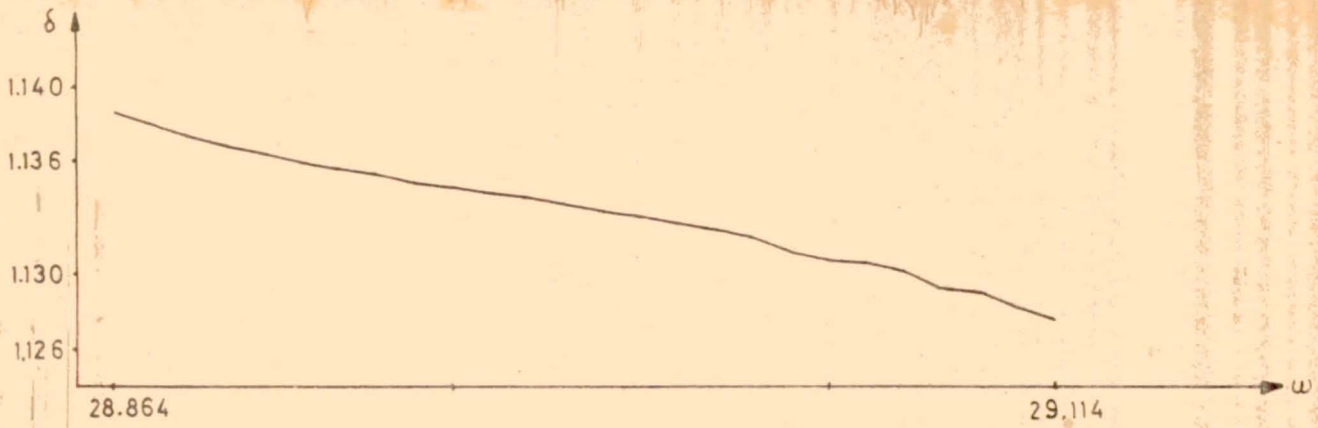


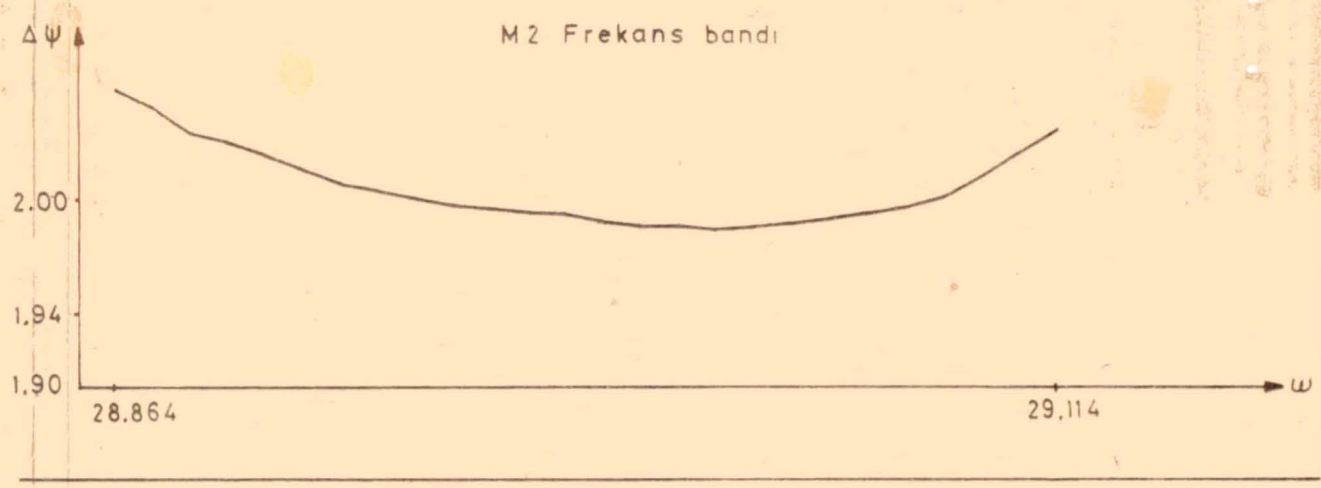




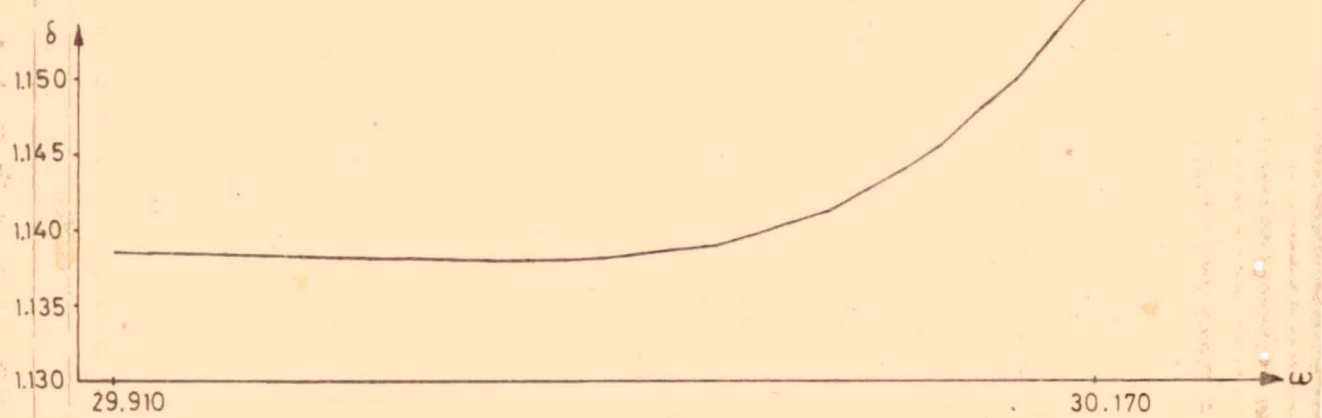


Şekil 9-1 (devamı)

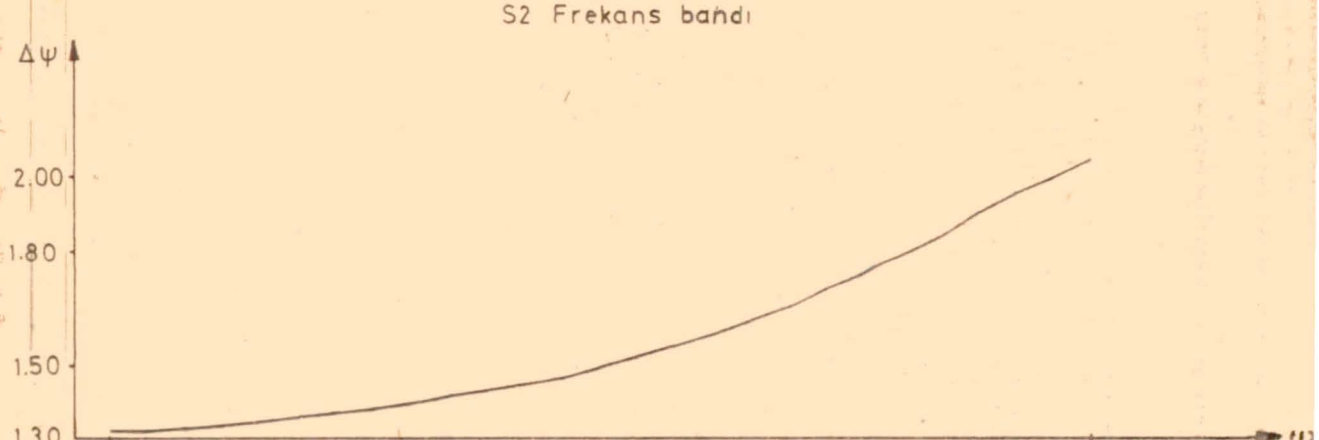




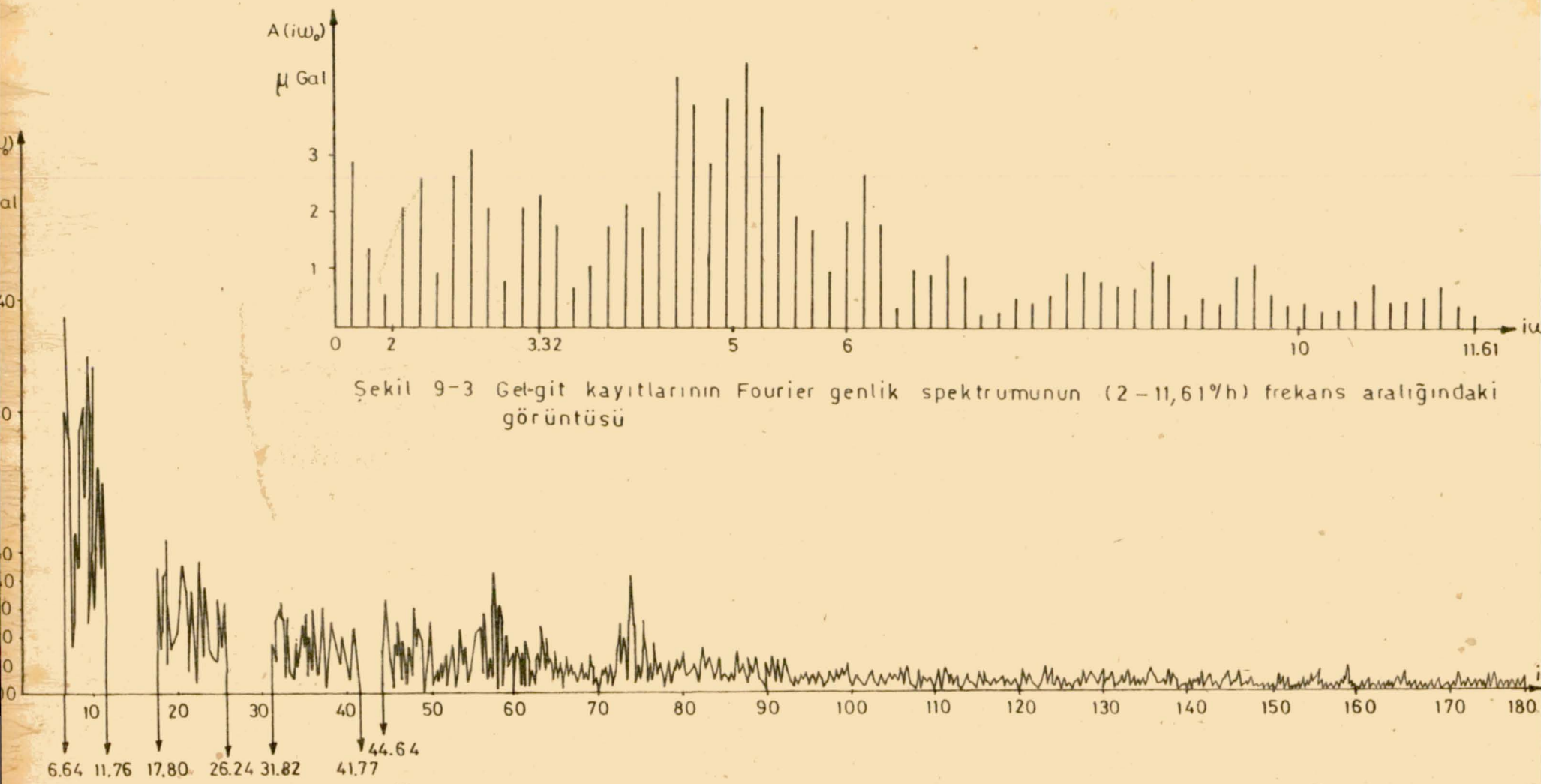
M2 Frekans bandı



S2 Frekans bandı

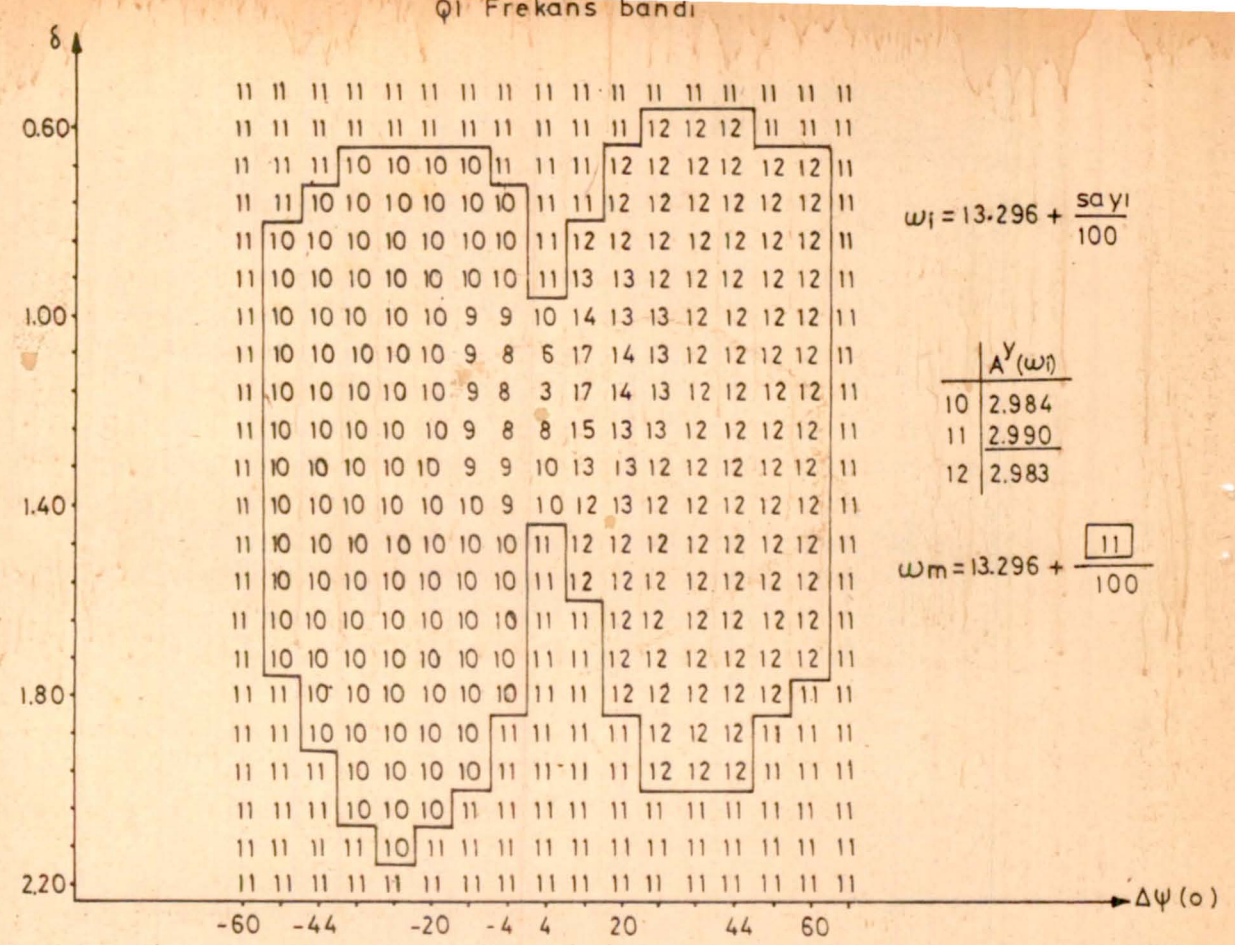


Şekil 9-1 (devamı)



Şekil 9-3 Gel-git kayıtlarının Fourier genlik spektrumunun (2 – 11,61 %/h) frekans aralığındaki görüntüsü

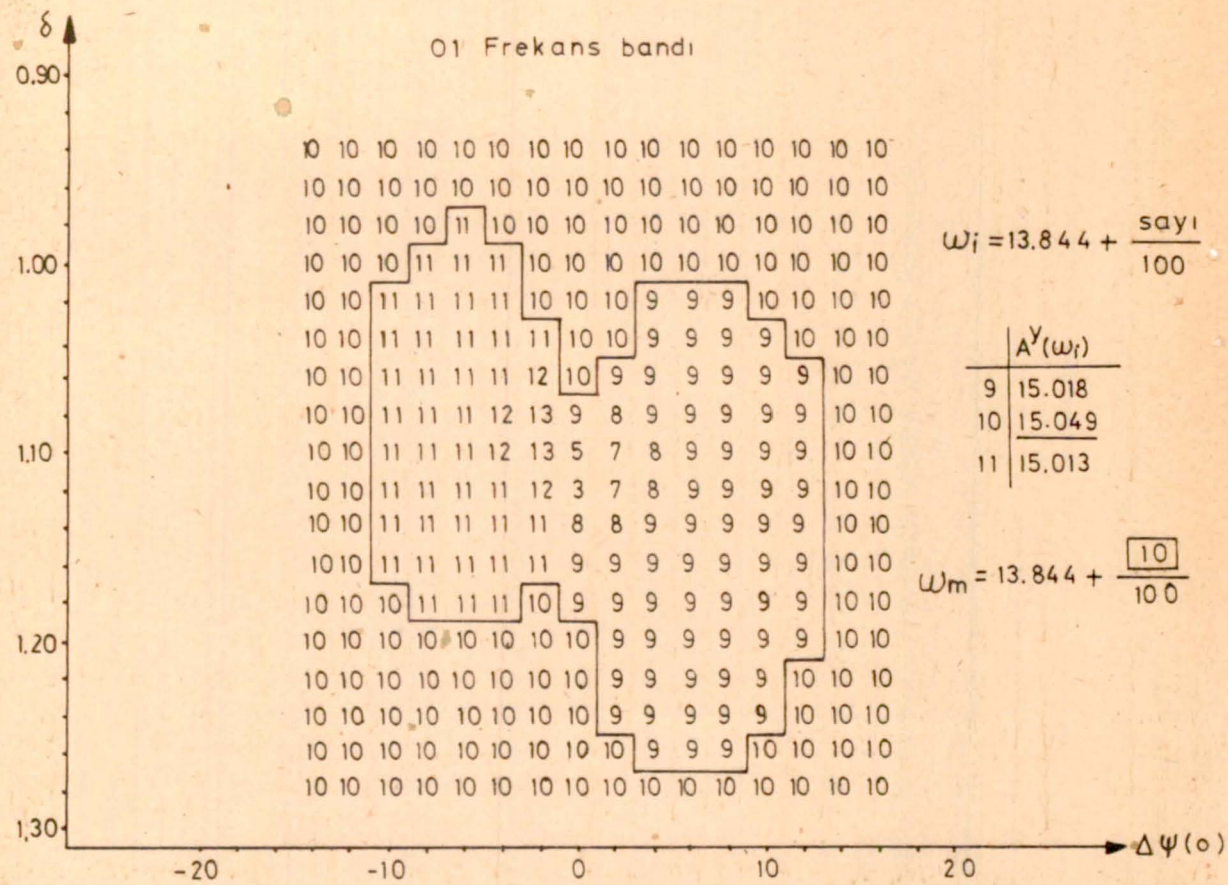
Şekil 9-2 Gel-git kayıtlarının Fourier genlik spektrumu (gel-git frekans bantları dışında)



$$\omega_i = 13.296 + \frac{\text{sayı}}{100}$$

	$A^y(\omega_i)$
10	2.984
11	2.990
12	2.983

$$\omega_m = 13.296 + \frac{\boxed{11}}{100}$$



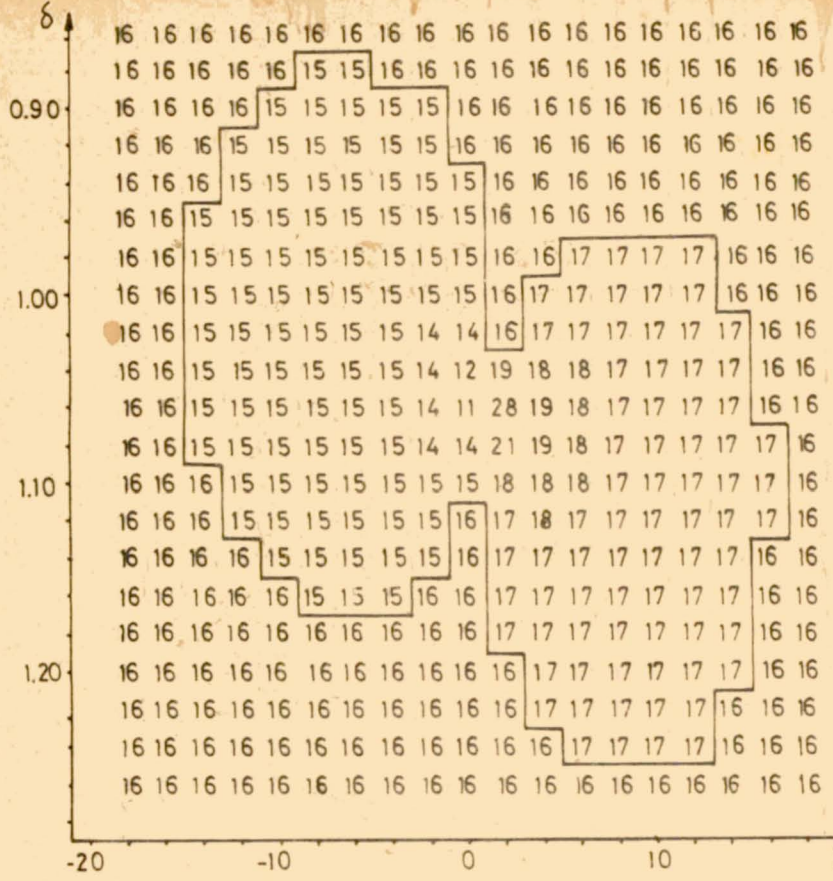
$$\omega_i = 13.844 + \frac{\text{sayı}}{100}$$

	$A^y(\omega_i)$
9	15.018
10	15.049
11	15.013

$$\omega_m = 13.844 + \frac{\boxed{10}}{100}$$

Şekil 9-4 Gel-git kayıtlarının birincil frekans bantlarındaki spektral enerji haritaları

P1-K1 Frekas bandı

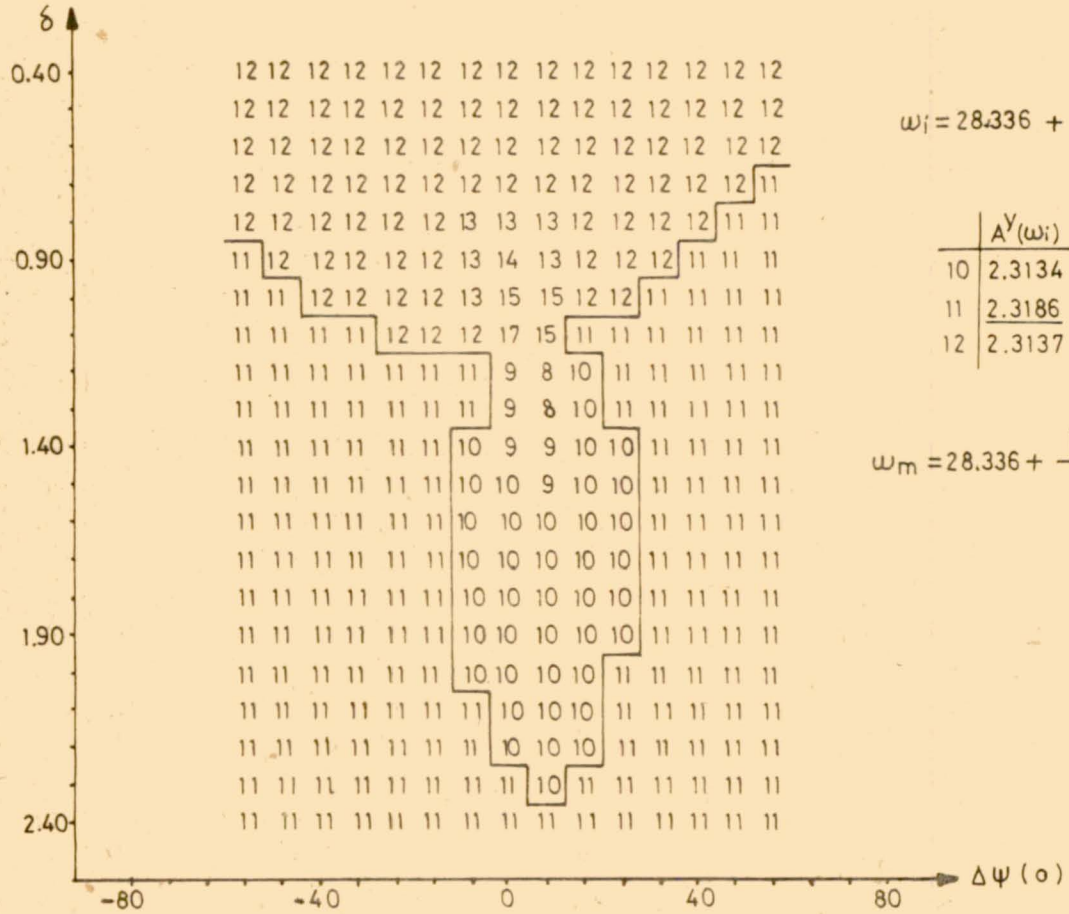


$$\omega_i = 14.864 + \frac{\text{sayı}}{100}$$

	$A^y(\omega_i)$
15	24.468
16	24.518
17	24.465

$$\omega_m = 14.864 + \frac{\boxed{16}}{100}$$

N2 Frekans bandı



$$\omega_i = 28.336 + \frac{\text{sayı}}{100}$$

	$A^y(\omega_i)$
10	2.3134
11	2.3186
12	2.3137

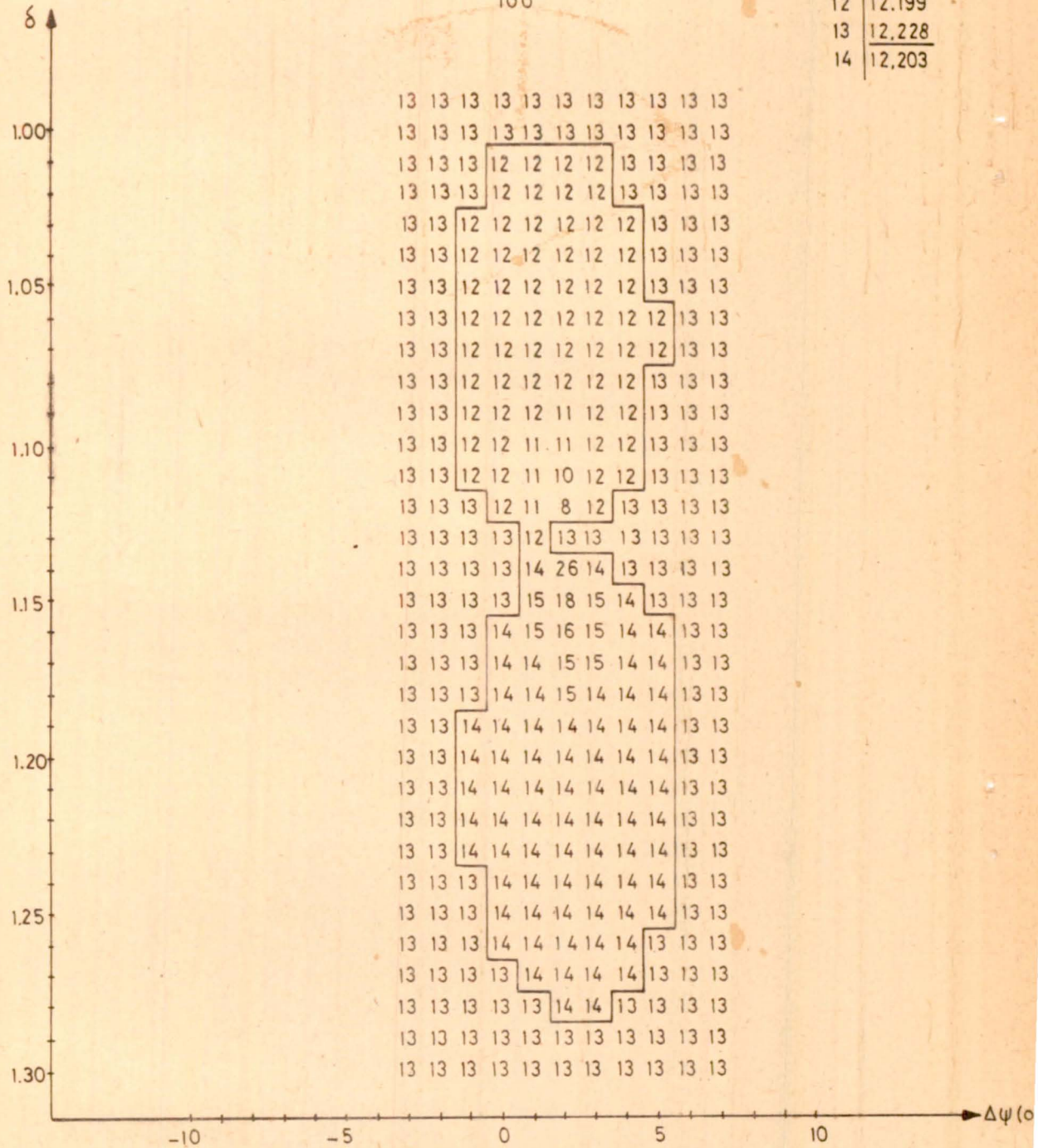
$$\omega_m = 28.336 + \frac{\boxed{11}}{100}$$

Şekil 9-4 (devamı)

M2 Frekans bandı

$$\omega_i = 28.854 + \frac{\text{sayı}}{100}$$

	$A^y(\omega_i)$
12	12.199
13	12.228
14	12.203

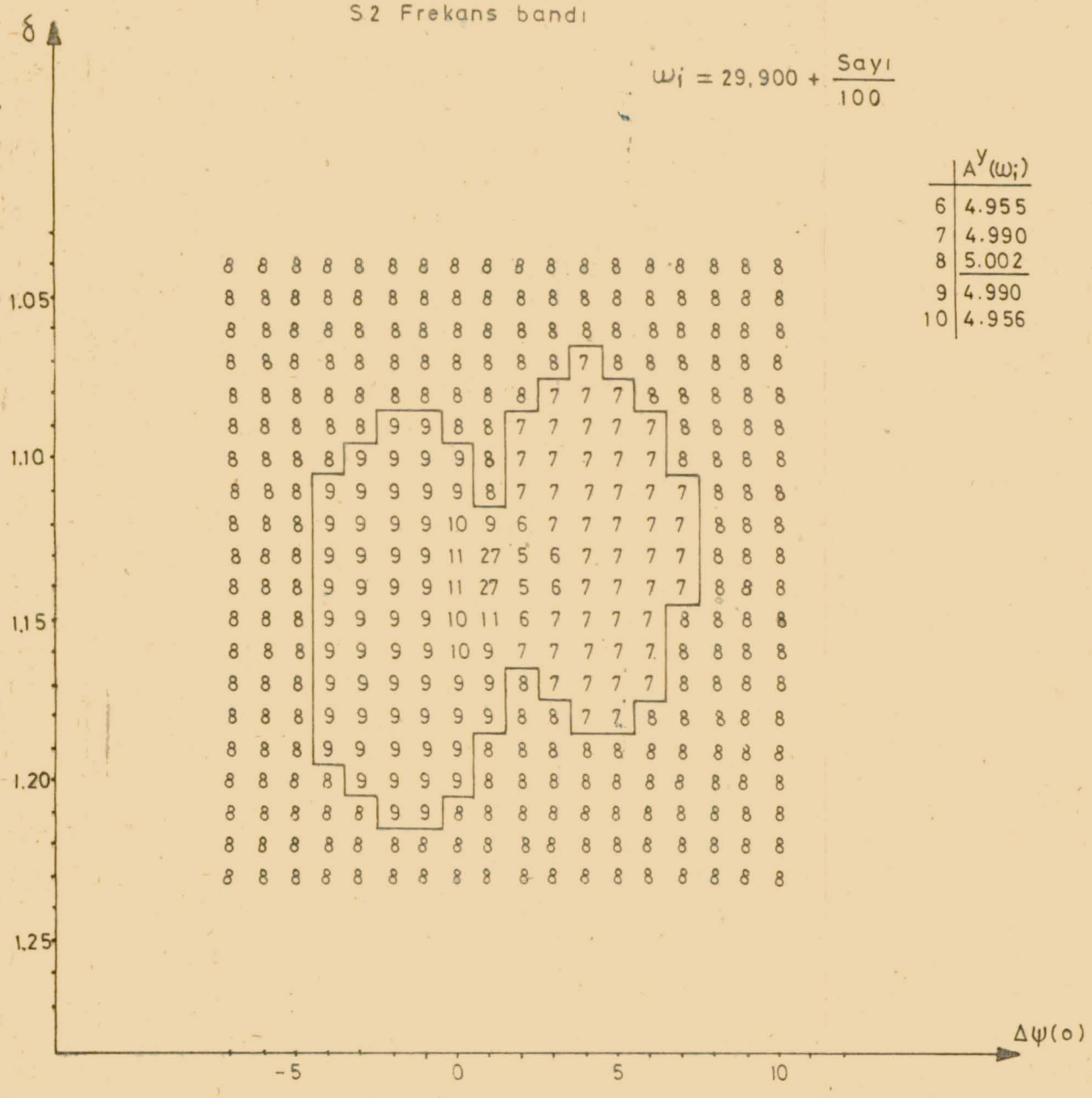


Şekil 9-4 (devamı)

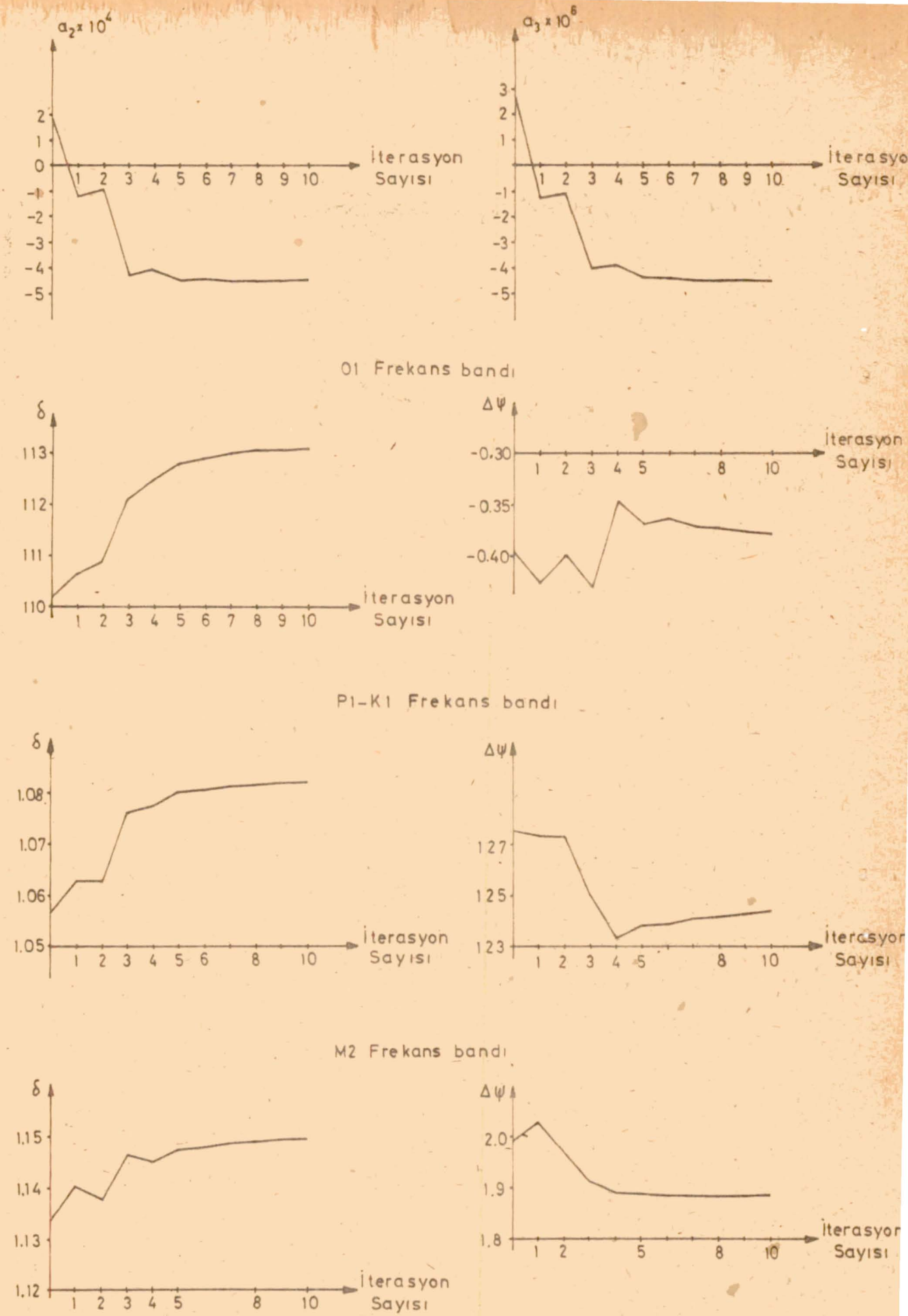
S2 Frekans bandı

$$\omega_i = 29{,}900 + \frac{\text{Sayı}}{100}$$

	$A^y(\omega_i)$
6	4.955
7	4.990
8	5.002
9	4.990
10	4.956

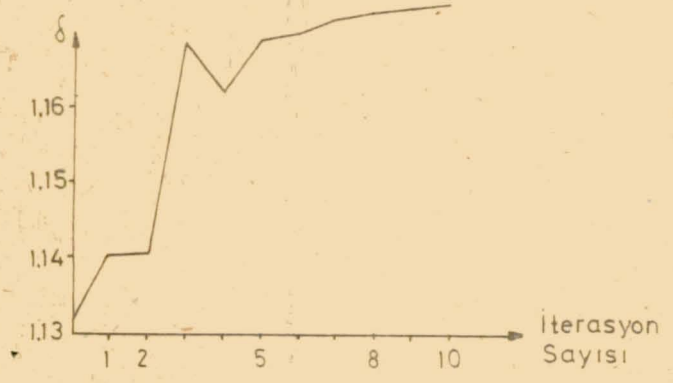


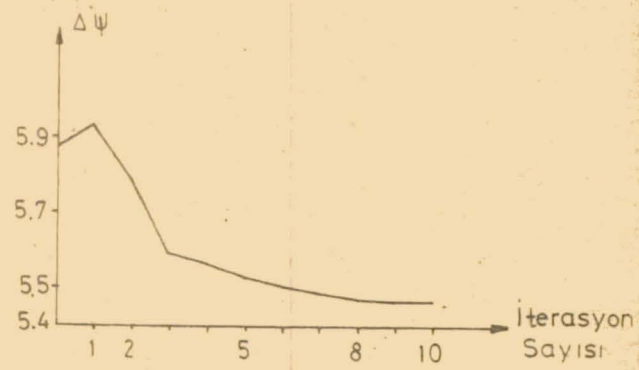
Şekil 9-4 (devamı)



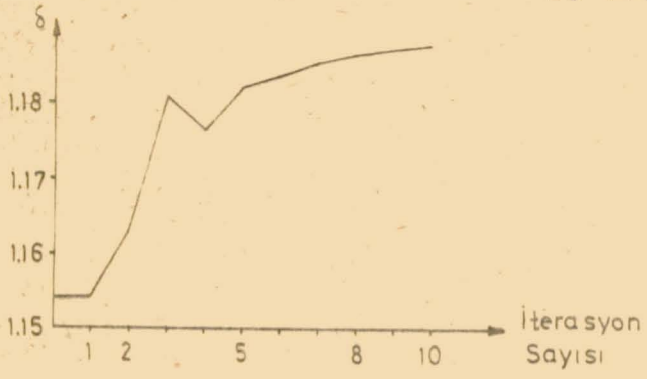
Şekil 9-5 Doğrusal olmayan fonksiyonel modelde parametrelerin yakınsama

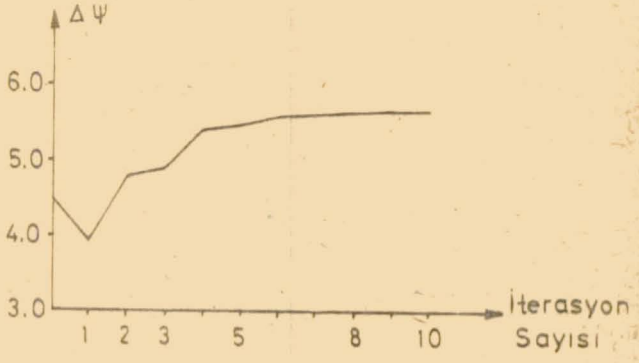
P1 Frekans bandı



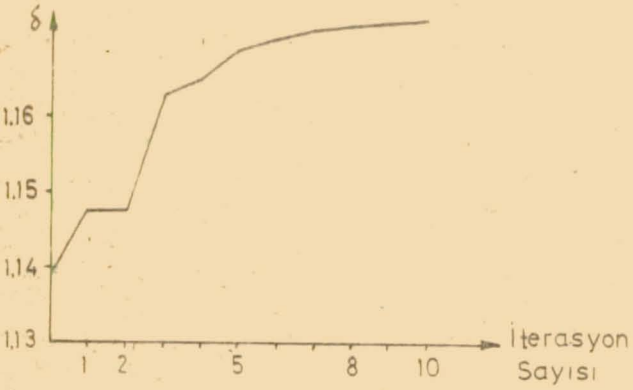


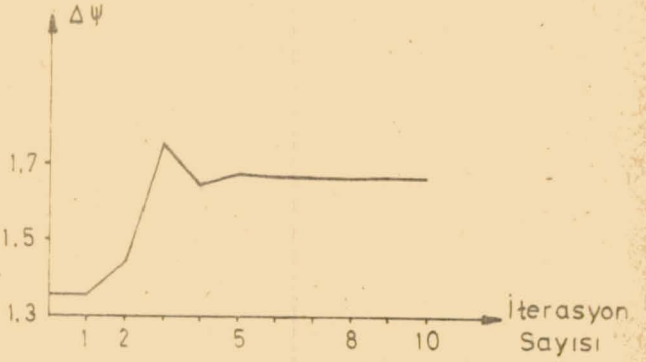
N2 Frekans bandı





S2 Frekans bandı





Şekil 9-5 (devamı)

KAYNAKLAR

AKSOY, A. (1978) : Matematik İstatistik Ders Notları. KTÜ Yer Bilimleri Fakültesi, Trabzon, 1978 (Yayınlanmamış)

BACHEM, H.C. (1973) : Zur äusseren Genauigkeit der Erdgezeitenregistrierung mit Horizontalpendeln unter Berücksichtigung lokaler tektonischer Störeffekte. Dissertation Wiss. Arb. der lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der TU Hannover, Nr. 52, 1973.

BARTELS, J. (1957) : Gezeitenkräfte. In S.FLÜGGE (Heausg.): Handbuch der Physik, Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, S.734-774, 1957.

BLACKMAN, R.B. TUKEY, J.W. (1958) : The Measurement of Power Spectra. Dover Publications, Inc., New York, 1958.

BONATZ, M. (1971) : Gravimetrische Messungen zur Bestimmung der Gezeitendeformationen des Erdkörpers. Jeodezi Bülteni, Cilt 1, Sayı 5, S.225-239, Trabzon, 1971.

BONATZ, M. (1975) : Beiträge zur Erdgezeitenforschung des Arbeitskreises Geodäsie / Geophysik der BRD. DGK, Reihe B, Nr.211, München, 1975.

BONATZ, M. (1976) : Zur Bedeutung der Erdgezeitenforschung für die Geodäsie. Mitt. aus dem Institut für Theo. Geod. der Uni. Bonn, Nr. 41, Bonn, 1976.

BONATZ, M. SCHÜLLER, K. (1977) : -Erdgezeitenstation Bonn- Ergebnisse für die Parameter der Hauptpartialtiden und ihre Konfidenzintervalle nach der HYCON Methode aus Registrierungen mit elf Gravimetern im Zeitraum 1971-1976. Mitt. aus dem Institut für Theo. Geod. der Univ. Bonn, Nr. 50, Bonn, 1977.

BONATZ, M. (1979) : Erdgezeiten. Landesbericht der BRD über die in den Jahren 1975-bis 1978 ausgeführten Geodatischen Arbeiten (vorgelegt von R.SIGL), Sektion V:Physikalische Interpretation, S.148-162. DGK, Reihe B, Nr.244, Mühchen, 1979.

CAMPBELL, J. (1979) : Die Radiointerferometrie auf langen Basen als geodätisches Messprinzip höher Genauigkeit. DGK, Reihe C, Nr.254, München, 1979.

CHOJNICKI, T. (1972) : Ein Verfahren zur Erdgezeitenanalyse in Anlehnung an das Prinzip der kleinsten Quadrate. Mitt. aus dem Institut für Theo. Geod. der Univ. Bonn, Nr.15, Bonn, 1972.

DEFANT, A. (1957) : Flutwellen und Gezeiten des Wassers. In S.FLÜGGE (Herausg.): Handbuch der Physik, Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, S.846-923, 1957.

DEMİREL, H.H. (1978) : Statistische Analyse von Erdgezeitenbeobachtungen. Dissertation, Darmstadt, 1978.

DOODSON, A.T. (1921) : The Harmonic Development of the Tide Generating Potential. Proc. Roy. Soc. 100, S.305 ff, 1921.

GERSTENECKER,C. GROTEN, E. (1978) : Zur Berechnung der Gezeitenkorrektion von genauen Schweremessungen im Rahmen von Nivellements I. Ordnung. In: Beiträge zur Physikalischen Geodäsie (zusamm. E.GROTEN) S.133-140, DGK, Reihe B, Nr.233, München, 1978.

GOTTHARDT, E./ AYTAÇ, M. vd. (1974) : Dengeleme'ye Giriş. İTÜ Kütüphanesi, Sayı 997, İstanbul, 1974.

GROSSMANN, W./ ÖZGEN, M.G. (1962) : En Küçük Kareler Metodu'na göre Dengeleme Hesabının Ana Hatları. İTÜ Kütüphanesi, Sayı:523, İstanbul, 1962.

GROTEN, E. (1980) : Geodesy and the Earth's Gravity Field. Vol.II, Geodynamics and Advanced Methods. Ferd. Dümmlers Verlag, Bonn, 1980.

GÜRKAN, O. (1979) : Çekül Sapması Kavramı ve Türleri. Harita Dergisi, Sayı:86, S.24-45, 1979.

HEISTER, H. WELSCH, W. (1972) : Erzeugung und Test normalverteilter Zufallszahlen. ZfV, Nr.10, S.446-456, Stuttgart, 1972.

HEITZ, S. (1978) : Bezugs -und Koordinatensysteme für globale geodätische Methoden im Subdezimeter- Genauigkeitsbereich. ZfV,Nr.4, S.156-162, Stuttgart, 1978.

HEKİMOĞLU, Ş. (1976) : Absolute und relative Erdgezeiten-Analyse mit Schwebungsparametern und spektraler Darstellung des Störsignals. DGK, Reihe C, Nr.226, München, 1976.

HEKİMOĞLU, Ş. (1981) : Rastgele Sayıların Üretilmesi. KTÜ Jeodezi ve Fotogrametri Bölümü, Trabzon, 1981.

HELMERT, F.R. (1880) : Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. Teubner, Leipzig, 1880/1884.

HSU, P.H. (1967) : Fourier Analysis. Simon and Schuster, New York, 1967.

JENKINS, G.M. WATTS, D.G. (1968) : Spectral Analysis and its Applications. Holden Day, San Francisco, 1968.

JUNG, K. (1961) : Schwerkraftverfahren in der angewandten Geophysik. Akad. Verlagsges. Geest. u. Portig KG, Leipzig, 1961.

KERTZ, W. (1969) : Einführung in die Geophysik I. B.I. Hochschultaschenbücher Band 275, Mannheim/Wien /Zürich, 1969.

KREYSZIG, E. (1972) : Statistische Methoden und Ihre Anwedungen. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen, 1972.

LANGE, F.H. (1973) : Signale und Systeme. Band 3 Regellose Vorgänge, Einführung in die Informationstheorie, Stochastik und Korrelationstechnik, Berlin, 1973.

LECOLAZET, R. (1963) : Le developpement harmonique de la marée de deformation. Bulletin d'Information, Marées Terrestres, Nr.31, S.820 -828, Brüssel, 1963.

LÜKE, H.D. (1975) : Signalübertragung. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1975.

MELCHIOR, P. (1966) : Earth Tides. Oxford/London/Edinburgh/New York/Paris, 1966.

MELCHIOR, P. (1978) : Tides of the Planet Earth. Pergamon Press, 1978.

OPPENHEIM, A.V. SCHAFER, R.W. (1975) Digital Signal Processing. Prentice-Hall,Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.

OTNES, R.K. ENOCHSON, L. (1972) : Digital Time Series Analysis. A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, New York, London, Sydney, Toronto, 1972.

PANTER, P.F. (1965) Modülation, Noise and Spectral Analysis. McGraw-Hill Book Company, New York, San Francisco, London, 1965.

RABINER, L.R. GOLD, B. (1975) : Theory and Application of Digital Signal Processing. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.

RAYNER, J.N. (1971) : An Introduction to spectral Analysis. Pion Limited, 207 Brondesburg Park, London, 1971.

ROCHOLL, W. (1974) : Untersuchungen zur Attraktionswirkung der Meeresgezeiten auf die Erdgezeitenregistrierungen in Europa (Diss.Bonn). DGK, Reihe C, Nr.203, München, 1974.

ROCHOLL, W. WOLF, H. (1974) : Peoridizitäten in den berechneten Amplitudenquotienten aus gravimetrischen Erdgezeitenbeobachtungen. Mitt. aus dem Institut für Theo. Geod. der Univ. Bonn, Nr.30, Bonn, 1974.

ROCHOLL, W. (1976) : Erdgezeitenforschung - Geodätische Spezialwissenschaft. Forum Nr.3, Bochum, 1976.

SAKUMA, A. (1974) : Report on Absolute Measurements of Gravity, 7th Meeting of International Gravity Commission, Paris, 1974.

SCHLITT, H. DITTRICH, F. (1972) : Statistische Methoden der Regelungstechnik. B.I. Hochschultaschenbücher Band 526, Mannheim, Wien, Zürich, 1972.

SCHÜLLER, K. (1976) : Ein Beitrag zur Auswertung von Erdgezeitenregistrierungen (Diss. Bonn). DGK, Reihe C, Nr.227, München, 1976.

SCHÜLLER, K. (1977 a) : Über die Interpretation der Ergebnisse von Fourieranalysen eindimensionaler diskreter Prozesse im Zeit-und Frequenzberich. Mitt. aus dem Institut für Theo. Geod. der Univ. Bonn, Nr.54, Bonn, 1977.

SCHÜLLER, K. (1977 b) : Tidal Analysis by the Hybrid Least Squares Frequency Domain Convolution Method. 8. Intern. Symp. on Earth Tides, Bonn, 1977.

SCHÜLLER, K. (1977 c) : Standard Tidal Analysis And Its Modification By Frequency Domain Convolution. 8. Intern. Symp. on Earth Tides, Bonn, 1977.

SCHÜLLER, K. WENZEL, G. ZÜRN, N. (1979) : Analysis of Simulated Nonlinear Systems Driven By Tides. In: Beiträge zur Erdgezeitenforschung des Arbeitskreises Geodäsie / Geophysik der BRD (herausg. M.BONATZ). DGK, Reihe B, Nr.231, S.5-25, München, 1979.

SCHULZ, B.S. (1972) : Die schrittweise Spektralausgleichung, eine Methode zur Erdgezeitenanalyse (Diss. Bonn). DGK, Reihe C, Nr.184, München, 1972.

SCHÜSSLER, H.W. (1973) : Digitale Systeme zur Signalverarbeitung. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1973.

SCHUSTER, O. (1970) : Strenge Zweigruppen - Erdgezeitenanalyse nach der Methode der kleinsten Quadrate (Diss. Bonn). DGK, Reihe C, Nr.146, Mühchen, 1970.

SEEGER, H. (1977) : Der Beitrag des SFB 78 zur Beobachtung von GEOS-III in den Jahren 1975/76. ZfV, Heft Nr.4, S.165-173, Stuttgart, 1977.

SIGL, R. (1977) : Aktuelle Aufgaben der Satellitengeodäsie. ZfV, Heft Nr.1, S.20-40, Stuttgart, 1977.

SPATARU, A. (1973) : Theorie der Informationsübertragung, Signale und Störungen. Friedr. Vieweg + Sohn, Braunschweig, 1973.

THOMAS, J.B. (1969) : An Introduction to Statistical Communication Theory. John Wiley & Sons, Inc., New York, London, 1969.

TORGE, W. (1975) : Geodäsie. Sammlung Göschen, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1975.

ULSOY, E. (1974) : Dengeleme Hesabı, En Küçük Kareler Metodu. İDMMA Yayınları, Sayı 87, İstanbul, 1974.

WENZEL, H.G. (1976) : Zur Genauigkeit von gravimetrischen Erdgezeitenbeobachtungen. Wiss.Arb. der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der TU Hannover, Nr.67, Hannover, 1976.

YARASA, R. (1976) : Fourier Analizi. Çağlayan Basımevi, İDMMA Yayınları, Sayı:131, İstanbul, 1976.

WEICHEL, B.C. (1980) : Methoden zur Genauigkeitssteigerung in der Präzisionsgravimetrie. DGK, Reihe C, Nr.260, München, 1980.

WILHELM, H. (1976) : Bestimmung elastischer Parameter des Erdinnern durch Erdgezeiten. DGK, Reihe C, Nr.222, München, 1976.

WOLF, H. (1968) : Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Bonn, 1968.

WOLF, H. (1975) : Ausgleichungsrechnung, Formeln zur Praktischen Anwendung. Bonn, 1975.

Kısaltmalar :

DGK : Deutsche Geodätische Kommission

ZfV : Zeitschrift für Vermessungswesen

TEŞEKKÜR

Tezdeki tüm hesaplar, KTÜ EHBE Dr. NECDET BULUT BİLGİSAYAR MERKEZİ'nde yapılmıştır. Merkezdeki tüm görevlilere özverili yardımları dolayısıyla;

Tezi, yazım kurallarına uygun ve düzgün bir biçimde daktilo eden Yer Bilimleri Fakültesi Yazım ve Basım Birimi daktilografları sayın Nurhan ONUR'a ve sayın Nurhayat DOĞAN'a;

Şekilleri çizen Jeodezi ve Fotogrametri Bölümü teknik ressamı sayın Yaşar YAVUZ'a;

Tezin çoğaltılmasında emeği geçen Temel TOSUN, S.Nusret YILMAZ ve Hüdaver BOSTAN'a;

Teşekkürü bir borç bilirim.