



T.C.

ÇANKIRI KARATEKİN ÜNİVERSİTESİ

SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

FELSEFE ANABİLİM DALI

**GELENEKSEL MANTIKTAN PUSLU MANTIĞA
DOĞRULUK DEĞERİ**

Duygu SIRBUDAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Mustafa YILDIRIM**

Çankırı-2019

T.C.
ÇANKIRI KARATEKİN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
FELSEFE ANABİLİM DALI

GELENEKSEL MANTIKTAN PUSLU MANTIĞA
DOĞRULUK DEĞERİ

Duygu SIRBUDAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Danışman
Dr. Öğr. Üyesi Mustafa YILDIRIM

ankırı- 2019

İÇİNDEKİLER

Sayfa

Bilimsel Etik Bildirimi	iv
Tez Kabul ve Onay.....	v
Önsöz.....	vi
Özet	vii
Summary.....	viii
Kısaltmalar.....	ix
Tablo Listesi	x
Şekil Listesi	xi

GİRİŞ.....	1
-------------------	----------

BÖLÜM 1: GELENEKSEL MANTIK	4
1.1. Mantık Nedir?	4
1.2. Mantığın İlkeleri	5
1.2.1. Özdeşlik İlkesi	5
1.2.2. Çelişmezlik İlkesi.....	6
1.2.3. Üçüncü Halin İmkânsızlığı İlkesi	7
1.2.4. Yeter- Sebep İlkesi.....	8

BÖLÜM 2: MODERN MANTIK	10
2.1. İki Değerli Mantık.....	11
2.1.1. Önergeler Mantığı	11
2.1.1.2. Önerme Eklemleri Ve Sembolleştirilmesi	12
2.1.1.2.1. Değilleme Eklemleri.....	12
2.1.1.2.2. Birlikte Evetleme (Tümel Evetleme) Eklemleri.....	13
2.1.1.2.3. Tikel Evetleme Eklemleri	13
2.1.1.2.4. Koşul Eklemleri.....	14
2.1.1.2.5. Karşılıklı Koşul Eklemleri	15
2.1.1.3. Doğruluk Değeri Tablosu ve Denetleme	15
2.1.1.3.1. Tutarlılık Denetlemesi	16
2.1.1.3.2. Eşdeğerlilik Denetlemesi	19
2.1.1.3.3. Geçerlilik Denetlemesi	20
2.1.1.4. Çözümleyici Çizelge(Ağaç Yöntemi) ile Denetleme	20
2.1.1.4.1. Tümel Evetlemenin Çözümleme Kuralı	21
2.1.1.4.2. Tikel Evetlemenin Çözümleme Kuralı	21
2.1.1.4.3. Koşul Önermesinin Çözümleme Kuralı.....	22
2.1.1.4.4. Karşılıklı Koşul Önermesinin Çözümleme Kuralı	22
2.1.1.4.5. Tümel Evetlemenin Değillenmesinin Çözümleme Kuralı.....	23
2.1.1.4.6. Tikel Evetlemenin Değillenmesinin Çözümleme Kuralı.....	24
2.1.1.4.7. Koşul Önermesinin Değillenmesinin Çözümleme Kuralı	24
2.1.1.4.8. Karşılıklı Koşul Önermesinin Değillenmesinin Çözümleme Kuralı.....	25

2.1.1.5. Tutarlılık Denetlemesi	26
2.1.1.6. Çıkarımın Geçerlilik Denetlemesi.....	26
2.1.1.7. Eşdeğerlilik Denetlemesi	27
2.1.2. Niceleme Mantığı.....	28
2.1.2.1. Niceleyiciler ve Sembolleştirme	30
2.1.2.2. Niceleme Mantığı Önergelerinin Doğruluk Değeri	30
2.1.2.3. Niceleme Mantığında Çözümleyici Çizelge ile Denetleme.....	32
2.1.2.3.1. Niceleyici Değilleme Kuralları	32
2.1.2.3.1.1. Tümel Niceleyicinin Değilleme Kuralı	32
2.1.2.3.1.2. Tikel Niceleyicinin Değilleme Kuralı	33
2.1.2.3.2. Özelleme Kuralları	33
2.1.2.3.2.1. Tümel Özelleme	34
2.1.2.3.2.2. Tikel Özelleme	34
2.1.2.3.3. Tutarlılık Denetlemesi	35
2.1.2.3.4. Çıkarımın Geçerlilik Denetlemesi.....	36
2.1.2.3.5. Eşdeğerlilik Denetlemesi	37
2.1.3. Modal (Kipler) Mantık	37
2.1.3.1. Modal Önergeler	39
2.1.3.1.1. Yalın (Assertorik) Önerme	39
2.1.3.1.2. Zorunlu (Apodiktik) Önerme	40
2.1.3.1.3. Mümkün (Problematik) Önerme	40
2.1.3.2. Modal Önergelerin Doğruluk Değerleri, Denetlenmesi ve Yorumlanması...41	
2.2. Çok Değerli Mantık.....	46
2.2.1. Çok Değerli Mantığın Doğruluk Değerleri, Denetlenmesi ve Yorumlanması 48	
2.2.2. Tutarlılık Denetlemesi	50
2.2.3. Geçerlilik Denetlemesi	51
2.2.4. Eşdeğerlilik Denetleme	52
2.3. Üç Değerli Mantık	52
2.3.1. Lukasiewicz'in Üç Değerli Mantık Sistemi	54
2.3.2. Bochvar'ın Üç Değerli Mantık Sistemi.....	55
2.3.3. Kleen'in Üç Değerli Mantık Sistemi.....	56
2.3.4. Reichenbach'ın Üç Değerli Mantık Sistemi	57
BÖLÜM 3: PUSLU MANTIK.....	58
3.1. Puslu Mantık Kavramı	58
3.2. Puslu Mantığın Ortaya Çıkışı ve Gelişimi.....	60
3.3. Puslu Mantığın Genel Özellikleri	61
3.4. Puslu Mantığı Diğer Mantık Sistemlerinden Ayıran Özellikler	62
3.5. Puslu Mantığın Önermiş Olduğu Doğruluk Değeri	64
3.6. PusluMantığın Günümüzde Kullanım Alanları	67
SONUÇ.....	71

KAYNAKÇA.....	73
ÖZGEÇMİŞ	77



BİLİMSEL ETİK BİLDİRİMİ

Yüksek Lisans tezi olarak hazırladığım *Geleneksel Mantıktan Puslu Mantığa Doğruluk Değeri* adlı çalışmanın öneri aşamasından sonuçlanmasına kadar geçen süreçte bilimsel etiğe ve akademik kurallara özenle uyduğumu, tez içindeki tüm bilgileri bilimsel ahlak ve gelenek çerçevesinde elde ettiğimi, tez yazım kurallarına uygun olarak hazırladığım bu çalışmamda doğrudan ve dolaylı olarak yaptığım her alıntıya kaynak gösterdiğimi ve yararlandığım eserlerin kaynakçada gösterilenlerden oluştuğunu beyan ederim.

10 / 07 / 2019

Duygu SIRBUDAK

ÇANKIRI KARATEKİN ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Duygu SIRBUDAK tarafından hazırlanan *Geleneksel Mantıktan Puslu Mantığa Doğruluk Değeri* başlıklı bu çalışma, 10.07.2019 tarihinde yapılan tez savunma sınavı sonucunda *oybirliğiyle* başarılı bulunarak jürimiz tarafından *Felsefe* Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

TEZ JÜRİSİ ÜYELERİ (Unvanı, Adı ve Soyadı)

Danışman : Dr.Öğr.Üyesi Mustafa YILDIRIM İmza:

Üye : Dr.Öğr.Üyesi Murat ÖNER İmza:

Üye : Dr.Öğr.Üyesi Ceyhun Akın CENGİZ İmza:

ONAY

Bu Tez, Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yönetim Kurulunun/...../201... tarih ve sayılı oturumunda belirlenen jüri tarafından kabul edilmiştir.

Doç. Dr. Yüksel ÖZGEN
Enstitü Müdürü V.

ÖNSÖZ

Geleneksel Mantıktan Puslu Mantığa Doğruluk Değeri adlı tezimizin konusu, mantık açısından önemli bir yere sahip olan mantık ilkelerine yöneltile eleştiriler sonucunda ortaya çıkan “doğruluk değeri” problemini geleneksel, modern ve puslu mantık açısından nasıl ele alınacağı üzerinde durulacaktır.

Çalışmamızın 3. Bölümü olan puslu mantık, geleneksel ve modern mantığa göre yeni bir alan olmasından, bu alan üzerine felsefi ve mantıksal alanda çok az sayıda çalışmaların bulunması, daha çok mühendislik alanında çalışmaların bulunması tez çalışmamızı yazarken yaşadığımız zorluklardan biridir.

Bu çalışmanın ortaya çıkışında özveriyle ve sabırla yaptığı katkılarından, desteklerinden ve bana duyduğu güvenden dolayı danışman hocam Dr. Öğr. Üyesi Mustafa YILDIRIM’a; çalışma süresince ihtiyaç duyduğum her durumda yardımlarını esirgemediği için sayın hocam Prof. Dr. Yücel YÜKSEL’e ve eğitim hayatım boyunca yetişmemde katkısı olan tüm hocalarıma teşekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Çalışmamı tamamlamam konusunda moral ve motivasyonumu üst düzeyde tutmama yardımcı olan aileme ve değerli arkadaşım İsmail KORKU’ya şükranlarımı sunarım.

10/07/2019

Duygu SIRBUDAK

**Çankırı Karatekin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Yüksek Lisans Tez
Özeti**

Tezin Başlığı : Geleneksel Mantıktan Puslu Mantığa Doğruluk Değeri
Tezin Yazarı : Duygu SIRBUDAK
Danışman : Dr. Öğr. Üyesi Mustafa YILDIRIM
Anabilim Dalı: Felsefe
Bilim Dalı : -
Kabul Tarihi : 10.07.2019
Sayfa Sayısı : 14 Sayfa (ön kısım) + 76 Sayfa (tez) + 1 Sayfa (özgeçmiş)
“Doğruluk Değeri” mantık ilkeleri üzerine açılan tartışmalar sonucunda ortaya çıkmıştır. Bununla beraber ortaya mantık ilkelerini dışlayan mantık sistemleri gelişme göstermiştir. Bu tez çalışmasının mantığın ana ilkelerinden biri olan “Üçüncü Halin İmkansızlığı” ilkesine getirilen eleştiriler sonucunda ortaya çıkan mantık sistemlerinin doğruluk değerlerini; mantığın başlangıcında, gelişiminde ve bugününde nasıl ele alınıp inceleneceği ve mantık sistemleri arasındaki benzerliği ve farklılığı olabildiğince açık, anlaşılır kılma hedeflenmektedir. Çalışmanın ilk bölümünde geleneksel mantığın ve mantık ilkelerinin neliği ortaya konulmaya çalışılmıştır. İkinci bölüm modern mantığa ayrılmıştır. Bu bölümde geleneksel mantığın sembolleştirilmesiyle oluşan modern mantığın temelleri, iki değerli ve çok değerli mantıkta doğruluk değeri ve denetleme yöntemi ele alınmıştır. Son bölüm de ise, 20. yüzyılın ikinci yarısında ortaya çıkmış puslu mantığın gelişimi, doğruluk değerleri ve günümüzde kullanım alanları ele alınmıştır.
Anahtar Kelimeler: Mantık, Geleneksel Mantık, Modern Mantık, Puslu Mantık, Doğruluk Değeri

**Çankırı Karatekin University Institute of Social Sciences Abstract of
Master's Thesis**

Title of the Thesis: The Truth Value From the Classical Logic to Fuzzy Logic	
Author	: Duygu SIRBUDAK
Supervisor	: Dr. Öğr. Üyesi Mustafa YILDIRIM
Department	: Philosophy
Sub-field	: -
Date	: 10.07.2019
The truth value has emerged as a result of discussion on the principles of logic. However, logic systems that excludes logic principles have evolved. This thesis aims to make clear and understandable as possible the similarity and difference between logic systems and secondly, to show how to examine the truth values of logic systems that have emerged as a result of criticism brought to the law of the excluded middle, one of the main principles of logic, at the beginning, developmental period and today. In the first part of the study, it is tried to put forward what the classical logic and logic principles are. The second part is devoted to modern logic. In this chapter, the Fundamentals of modern logic formed by the symbolization of classical logic, truth value and control method in bivalent and multivalued logic are discussed. In the last part, the development of fuzzy logic which emerged in the second half of the 20th century, truth values and usage areas are discussed.	
Keywords: Logic, Classical Logic, Modern Logic, Fuzzy Logic, Truth Value	

KISALTMALAR

- s.** : Sayfa
S. : Sayı
T.C. : Türkiye Cumhuriyeti
vb. : Ve benzeri
Çev. : Çeviren



TABLO LİSTESİ

<u>Tablo No</u>	<u>Sayfa</u>
Tablo 2.1. Değilleme eklemi.....	12
Tablo 2.2: Tümel evetleme eklemi.....	13
Tablo 2.3: Tikel evetleme eklemi.....	14
Tablo 2.4: Koşul eklemi.....	14
Tablo 2.5: Karşılıklı-köşul eklemi.....	15
Tablo 2.6: Doğruluk değeri tablosu tüm değeri.....	16
Tablo 2.7: $(p \Rightarrow \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$ önermesinin tutarlılık denetlemesinin gösterimi.....	17
Tablo 2.8: $p \vee \sim q, \sim p \Rightarrow \sim q, \sim p \Leftrightarrow q$ önermelerinin birbirleriyle tutarlı olup olmadığının gösterimi.....	18
Tablo 2.9: $p \Leftrightarrow q, \sim p \wedge q, \sim p \Rightarrow q$ önermelerinin birbirleriyle tutarlı olup olmadığının gösterimi.....	18
Tablo 2.10: $\sim(p \vee \sim q), \sim(\sim p \Rightarrow \sim q)$ önermesinin eşdeğerlilik denetlemesinin gösterimi.....	19
Tablo 2.11: $(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim(p \vee \sim q)$ önermesinin geçerlilik denetlemesinin gösterimi.....	20
Tablo 2.12: P önermesinin zorunlu ($\Box A$) ve mümkün ($\Diamond A$) önermelerde doğruluk değeri gösterimi.....	42
Tablo 2.13: Zorunlu ($\Box A$) ve mümkün ($\Diamond A$) önermelerin doğruluk değeri tablosu.....	44
Tablo 2.14: Çok değeri mantığın doğruluk değeri tablosu.....	49
Tablo 2.15: $\sim(p \vee \sim q) \vee \sim(p \Rightarrow q)$ önermesinin tutarlılığının denetlemesinin gösterimi.....	50
Tablo 2.16: $(p \vee \sim q) \vee \sim(p \wedge q)$ önermesinin geçerliliğinin denetlemesinin gösterimi.....	51
Tablo 2.17: $\sim(p \wedge \sim p)$ ve $(\sim p \vee p)$ önermelerinin eşdeğerlilik denetlemesinin....	52
Tablo 2.18: Üç değeri mantık doğruluk tablosu.....	53

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil No

Sayfa

Şekil 3.1: Puslu mantıkta p ve q önermelerinin 2/3, 3/4 oranlarının doğruluk değeri gösterimi.....	65
Şekil 3.2: Geleneksel mantık ve puslu mantığın doğruluk değerlerinin birlikte gösterimi.....	66



GİRİŞ

Mantık öğrenmeden de düşünme etkinliğinde bulunabilir miyiz? İnsanın mantıklı düşünebilmesi için mantık bilimini öğrenmesi gerekir mi? “Mantık ilmi kurulmadan önce de mantıklı ve doğru düşünme vardır. Yani insan, gramer bilmeden konuşabildiği gibi, mantık bilimini öğrenmeden de mantıklı düşünebilir.”¹ İnsanoğlunun en önemli özelliklerinden birisi düşünmeye sahip olmasıdır. Bu durum insanı diğer canlılardan önemli bir özelliktir. İnsanın düşünebilen bir varlık oluşu mantık bilimini bilmeden de düşünme etkinliği yapabileceğini gösterir. Ancak insanın düşünebilen canlı olması onun sürekli doğruyu bileceğini göstermez. Çünkü doğrunun bilinmesi için doğru düşünme yöntemlerinin iyi bir şekilde bilinmesi gerekir.² “Her ne kadar insanın yaratılışı ile birlikte düşünce boyutu olsa da düşünceye dayalı olarak mantığın sistemleşmesi uzun zaman almıştır.”³ Mantık bilimin kurucusu Aristoteles’tir. (M.Ö.384- 322). Aristoteles’ten önce de Elea Okulu ve Sofistlerin mantık biliminin kurulması için hazırlık çalışmaları yaptığı bilinmektedir.

“Elealı Zenon (M.Ö. 490-430) öğretmeni Parmenides’in görüşlerini kanıtlamak için dolaylı bir mantık/ akıl yürütme biçimine başvurdu. Parmenides’e göre “Varlık vardır, birdir, değişmezdir; buna karşılık yokluk yoktur ve yok olan da düşünülemez.” Zenon bu varlık anlayışını desteklemek için karşı varlık kuramını yani “varlığın çokluk, değişim ve hareket içinde olduğu” görüşündeki mantıksal çelişkileri ortaya koyan birçok argüman öne sürdü. Böylece Zenon mantıksal kanıtlama yöntemini felsefe tarihinde kullanması ve savunmasıyla ün kazanmıştır.”⁴

Aristoteles öncesi mantık çalışmaları systemsiz olmalarına rağmen Aristoteles için ön hazırlık durumunda ve bunun sonucunda buradaki birikimleri kullanan Aristoteles mantık ilmini disiplinli bir şekilde sistemleştirerek araç bilimi haline getirmiştir.⁵

¹ İbrahim Emiroğlu, *Klasik Mantığa Giriş*, Elis Yayınları, Ankara 2014, s. 12.

² Kadir Çüçen, *Klasik Mantık*, Asa Kitabevi, Bursa 2004, s. 12.

³ İbrahim Çapak, *Ana Hatlarıyla Mantık*, Ensar Neşriyat, İstanbul 2016, s. 31.

⁴ Çüçen, s. 31-32.

⁵ Çüçen, s. 36.

“Aristoteles sonrası yorumcular tarafından ‘alet/araç’ anlamındaki Organon terimiyle adlandırılan Aristoteles’in mantığa ilişkin görüşlerini sergilediği altı kitabı – Kategoriler, Yorum Üzerine (Önermeler), Birinci Analitikler, İkinci Analitikler, Topikler ve Sofistik Kanıtlar/Çürütmeler- ile birlikte, bunlara İ.S. 3. yüzyılda Ammonios Saccas tarafından eklenen üç kitap- Aristoteles’in Retorik ve Poetika’sıyla yeni-Platoncu Porphyrios’un (İ.S. 232/233-304) Isagoge’si- tarafından temeli oluşturulan bu mantıksal çerçeve, 9.-12. yüzyıllar arasında İslam felsefesini de büyük ölçüde etkileyerek büyük Türk düşünürlerinden Farabi ve İbni Sina geleneğine bağlı mantığın oluşumunun yolunu açar.”⁶

Aristoteles’in mantık ilmini sistemli bir şekilde ele almasıyla beraber geleneksel mantık sistemi başlamış olur. Geleneksel mantık, mantık ilkelerini temele alan bir mantık sistemidir. Bu mantık ilkeleri özdeşlik, çelişmezlik ve üçüncü halin imkânsızlığı ilkeleridir.

Bu tez çalışmasında Aristoteles’in mantık anlayışının temelinde yer alan mantık ilkeleri üzerine yapılan eleştirilerin sonucunda ortaya çıkan mantık sistemleri ve bu mantık sistemlerinde doğruluk değerinin nasıl ele alındığı üzerinde durulacaktır.

Geleneksel mantığın iki değerli sisteminin bazı durumları açıklamada yetersiz kalması sonucunda çok değerli ve puslu mantık sistemleri gelişme göstermiştir.

Mantık ilkeleri mantık tarihinde önemli bir yere sahiptir. Mantık ilkelerine yöneltilen eleştiriler “Doğruluk değeri” problemini ortaya çıkarmıştır. Tezimizin amacı mantık ilkelerine yöneltilen bu eleştirilerin sonucunda oluşan mantık sistemlerinin aralarında benzer veya farklılıkları ortaya koyma, doğruluk değeri analizini incelemek ve Aristoteles’in koyduğu ilkelerin dışında da ilkeler geliştirmenin bu mantık sistemlerinde olup olmadığının incelenmesidir. Kısaca çalışmamızda bu iki sorunsal üzerinde durulacaktır. Doğruluk değeri mantık sistemlerinde nasıl ele alınmıştır?

⁶ Zekiye Kutlusoy, *Temel Sembolik Mantık*, Art, Ankara 2003, s. 9.

Mantıkta “doğru ve yanlış” değerinden başka doğruluk değeri var mıdır? Bu sorulara cevap bulabilmek için çalışmamızda ilk olarak mantığın ortaya çıkışından günümüze kadar olan değişimi üzerinde durduk.

Öncelikle birinci bölümde tez çalışmamıza ön hazırlık olması amacıyla mantığın kelime ve terim anlam açısından ne anlama geldiği, mantığın ana ilkelerinin ne olduğu aktarılmaya çalışılacaktır.

Tezin ikinci bölümünde modern mantığın ortaya çıkışı, modern mantıkta doğruluk değeri, iki değerli mantık, çok değerli mantık ve üç değerli mantık sistemi kapsamlı bir şekilde ele alınmıştır.

Tezin üçüncü bölümünde ise günümüzde oldukça geniş bir hal alan puslu mantığın ortaya çıkışı, gelişimi, geleneksel mantık sistemlerinin iki değerlilik prensibinin puslu mantık açısından nasıl değerlendirildiği, puslu mantığı diğer mantık sistemlerinden ayıran özellikler ve puslu mantığın günümüzde kullanım alanları üzerinde durulacaktır.

BÖLÜM 1

GELENEKSEL MANTIK

1.1.Mantık Nedir?

Mantık nedir? sorusunu kelime ve terim anlamı açısından incelediğimizde şu şekilde tanımlanmaktadır. İlk olarak kelime açısından nasıl tanımlandığına baktığımızda mantık sözcüğü Arapça “nutk” kökünden türetilmiş olup “dile getirmek, konuşmak, demek” anlamlarına gelen Arapça bir kelimedir. Grekçe’ de mantık sözcüğü “logos” sözcüğünün karşılığıdır ve “söz, akıl, ilke, yasa, düşünme vb. anlamlara karşılık gelir.

Mantık sözcüğü bu anlamlardan “söz” anlamını esas alarak Arapça’ya ve Arapçadan da Türkçe’ye girmiştir.⁷ Mantık kelimesi eski ilim adamları ve filozoflarca üç anlama gelmektedir:

- “1. Ruhta bulunan sözdür ve bu da kelimelerin delâlet ettiği mâkullerdir (buna içten konuşma denir).*
- 2. Ses ile çıkan sözdür ve insanın içinde bulunan şeyi dil bununla ifade eder (buna da dıştan konuşma denir).*
- 3. İnsanda yaratılıştan, fitrî olarak, bulunan ruh kuvvetidir ki başka hayvanlarda bulunmayan ve insanlara mahsus olan temyiz gücü ile varlıkları birbirinden ayırt etmek bunun sayesinde.”⁸*

Terim anlam açısından baktığımızda ise mantığın, düşünme tarzı ve bilim dalı olarak iki anlamı vardır. Düşünme tarzı olarak; “mantık, doğru ve düzgün düşünme ya da tutarlı düşünmeye karşılık gelen bir düşünme türüne ve tarzına verilen addır.”⁹ Düzgün düşünme, mantıksal düşünme tarzına konu edinen bilime verilen ad olarak; “[...] mantık, mantıklı, doğru, tutarlı ve düzgün düşünmektir. Doğru ve düzgün düşünme formlarını inceleyen bilim dalı ise mantık bilimidir. O halde; bir bilim dalı

⁷ Doğan Özlem, *Mantık*, Anahtar Kitaplar, İstanbul 1996, s. 27.

⁸ Farabi’den aktaran, İbrahim Emiroğlu, *Klasik Mantığa Giriş*, Elis Yayınları, Ankara 2014, s. 11.

⁹ Çüçen, s. 16.

olarak mantık, doğru ve düzgün düşünme formlarını inceler.”¹⁰ “Mantıklı düşünme ile mantık bilimi arasında sıkı bir ilişki vardır. Mantık, mantıklı denen düşünme tarzını kendisine konu olarak alan bilime verilen addır.”¹¹ Mantık bilimini daha iyi anlamak için yüzyıllardan beri tanımlanan bazı mantık tanımlarına bakacak olursak şöyledir:

- “1. Mantık, doğru düşünme kurallarının ve formlarının bilgisidir.
2. Mantık, düşünme yasalarının bilimidir.
3. Mantık, dilsel ifadelerin, dile getirmelerin, dilsel anlatımların formel koşullarının öğretisidir.
4. Mantık, doğru önerme formlarının, kesin ifade kalıplarının kuramıdır.”¹²

1.2.Mantığın İlkeleri

Genellikle mantık ilkeleri olarak karşımıza üç ana ilke çıkmaktadır. Bu mantık ilkeleri; özdeşlik ilkesi, çelişmezlik ilkesi ve üçüncü halin olmazlığı ilkesidir. Çoğu mantıkçı bu üç mantık ilkesini kabul etmektedir. Bu mantık ilkelerine ek olarak bazı mantıkçılar yeter-sebep ilkesini eklemektedir. Mantığın ilkelerine “akıl ilkeleri” de denir. Bu mantık ilkeleri akıl için uyulması gereken zorunlu ilkelere dir. Doğruluk değerleri mantık ilkelerinden çıkıyor. Bu ilkeleri kısaca ele alıp inceleyelim.

1.2.1.Özdeşlik İlkesi

Özdeşlik kavramı bir şeyin kendi kendisine uygun olması anlamına gelmektedir. “A, A’dır” sembollerinin simgeleştirilmesi ile gösterilir. Örneğin; kitap, kitaptır gibi bir önermenin doğruluğu kendisinin doğruluğu ile belirlenir.¹³ Özdeşlik kavramı eşitlik ve benzerlik kavramlarıyla karıştırılmaktadır; ancak tanımlarına baktığımızda özdeşliğin, eşitlik ve benzerlik anlamlarından farklı bir anlama sahip olabileceğini göreceğiz. Benzerlik, iki farklı şeyin çok sayıda ortak özelliklerinin olması

¹⁰ Çüçen, s. 17.

¹¹ Necati Öner, *Klasik Mantık*, Divan Kitap, İstanbul 2011, s. 14.

¹² Özlem, s. 28.

¹³ Çüçen, s. 23.

durumudur. Eşitlik ise iki farklı şeyin bütün özelliklerinin ortak olmasıdır. Ancak özdeşlik ilkesi eşitlik ve benzerler kavramını farklı olarak iki farklı şey arasındaki bütün özelliklerinin ortak olmasıdır.

Özdeşlik ilkesi ile kurulan önermelerin her zaman zorunlu olarak doğru önerme olması ve yüklemün özneye yeni bir bilgi katmamasından dolayı totolojik ve analitik bir yapıya sahip olduğundan söz edilebilir. Totolojik bir önermede öznenin kendisini tekrar etmesi söz konusudur. Örneğin; “Bekâr, evli olmayan kişidir” önermesi bir totolojik yapıya sahip özdeşlik ilkesine uygun olarak yapılmış bir önermedir. Ve bu örnekte gördüğümüz özne olan “bekâr” ile yüklem olan “evli olmayan kişi” aynı anlama gelmektedir. Yüklem olan “evli olmayan kişi” nin özne olan “bekâr” a yeni bir bilgi katmadığından ve yüklemün özneyi tekrar etmesinden dolayı bu önermelere analitik önermeler denir. Her iki terim de aynı şeyi belirtir. Bunun gibi önermeler aprioridir ve zorunlu olarak doğrudur.¹⁴

1.2.2. Çelişmezlik İlkesi

Çelişmezlik ilkesi, “bir şey aynı anda ve aynı yerde hem kendisi hem de kendisinden başka bir şey olamaz”¹⁵ şeklinde ifade edilir. Aristoteles çelişmezlik ilkesini “aynı niteliğin aynı şeye aynı zamanda ve aynı bakımdan hem ait olması, hem de olmaması imkânsızdır” sözü ile ifade etmiştir.¹⁶ Başka bir tanımda ise şöyle şöyle ifade edilir: “Anon-A değildir. Sembolik mantık dili ile A.A yani herhangi bir hüküm karşıt hali ile yan yana bulunamaz. Zihin, bunlardan birisini kabul ederse, diğerini reddeder. Biri yanlışsa diğeri doğrudur.”¹⁷ Ele alınan bu tanımlardan hareketle çelişmezlik ilkesini özdeşlik ilkesinden bağımsız düşünemeyiz. Aksine çelişmezlik ilkesi, özdeşlik ilkesini temel alarak türemiş gözükmektedir. Ve bundan hareketle çelişmezlik ilkesi, özdeşlik ilkesinin bir türevidir diyebiliriz. Çelişmezlik ilkesini özdeşlik ilkesi olmadan düşünmek mümkün değildir. Mantığın bu iki ilkesini tek bir

¹⁴ Çüçen, s. 24.

¹⁵ Çüçen, s. 25.

¹⁶ Aristoteles, *Metafizik*, Çev. Ahmet Arslan, Sosyal Yayınları, İstanbul 2010, s. 46.

¹⁷ Necati Öner, “Mantığın Ana İlkeleri ve Bu İlkelerin Varlıkla Olan İlişkileri”, *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Cilt: XVII, 1969, s. 286.

cümle içinde şöyle ifade edebiliriz:¹⁸ “Her şey kendisi ile özdeşdir; hiçbir şey kendisinden başka bir şeyle özdeş olamaz.”¹⁹

Kısaca çelişmezlik ilkesinde bir şey ya doğru ya da yanlış olur. Aynı zamanda doğruluğundan ve yanlışlığından bahsetmemiz mümkün değildir. Örneğin; bir öğrencinin aynı zamanda okulda olması ve okulda olmaması mümkün değildir. Çünkü bir şeyin kendisinin doğruluğu söz konusu olduğunda kendisi olmayan yanlış olacaktır. Kendisinin yanlış olması durumunda, kendisi olmayanın doğru olması gerekir. Özdeşlik ilkesini tek başına ele aldığımızda düşünmemiz kısır bir ilkeden başka bir şey değildir. Eğer düşünmemiz yalnızca özdeşlik ilkesine bağlı kalsaydı o zaman bir şeyin kendi kendisi ile uygun olmasından başka yeni bir şey söyleyemezdik. Özdeşlik sadece kendi olmama, başka olma ile durumunda düşünme için faydalı bir hal alabilir.²⁰

1.2.3. Üçüncü Halin Olmazlığı İlkesi

Üçüncü halin olmazlığı ilkesi A ile A olmayan arasında üçüncü bir imkânın olamayacağını ifade eder. “Bu ilkeyi doğru yanlış çiftine uygularsak bir şey ya doğrudur ya da yanlıştır; üçüncü bir hal olamaz.”²¹ Bu ilke doğru-yanlış çiftine uygulandığından iki hakikat değerli mantıkta geçerlidir. Bu ilkeyi ilk defa Aristoteles belirtiyor. Aristoteles’in “tasdik veya inkâr gerekli olarak doğru veya yanlıştır”²² ifadesinden hareketle bir önerme ya doğru ya da yanlış değeri alır ve bu değerlerden başka üçüncü bir değer alması mümkün değildir. Aristoteles bu ilkeyi başka bir ifade ile şöyle açıklıyor: “İki çelişik ifade arasında herhangi bir aracı (*intermediare*)’nin bulunması mümkün değildir.”²³ Üçüncü halin olmazlığı ilkesine önemli itirazlar gelmiştir ve bunun sonucunda çok değerli mantıklar kurulmuştur. Bu konuda itiraz edenler üçüncü halin olmazlığı ilkesini kabul etmeyip ikiden fazla değer olduğunu

¹⁸ Özlem, s. 46.

¹⁹ Özlem, s. 46.

²⁰ Emiroğlu, s. 16-17.

²¹ Necati Öner, *Klasik Mantık*, Divan Kitap, İstanbul 2011, s. 15.

²² Aristoteles, *Organon II Önerme*, Çev. Hamdi Ragıp Atademir, MEB Yayınları, İstanbul 1996, s. 13.

²³ Aktaran: Necati Öner, “Mantığın Ana İlkeleri ve Bu İlkelerin Varlıkla Olan İlişkileri”, *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Cilt: XVII, 1969, s. 289.

ileri sürmüşlerdir. Öner, bu ilkenin doğru-yanlış çiftinde bulunduğu uygulamada oluşan bazı güçlükleri şöyle açıklamıştır:

*“Matematik ve fizikte iki hakikat değerli mantıkla açıklanamayan haller mevcuttur. Buralarda üçüncü şıkkın imkansızlığı ilkesi uygulanamaz. Mesela Ferma Teorem’i ne cerhedilebilmiş ne de doğruluğu isbat edilebilmiştir. Eğer $n > 2$ ise $x^n + y^n = z^n$ bu eşitliği sağlayacak bir sayının olup olmadığı gösterilemez.”*²⁴

Blanche, bu ilkenin verilen yargılarda yetersiz kaldığını ve şüpheyi düşüren örneğini şöyle veriyor: 3.14 olarak pi sayısının devam eden serisinin herhangi bir yerinde 0123456789 dizisiyle karşılaşp karşılaşmayacağı sorulsaydı bu soruya, ne evet ne de hayır cevabını vermek pek mümkün olmayacaktır. Çünkü pi sayısının ondalık biçimde gösteriminde serinin hiçbir yerde durmaması sonsuza kadar gitmesinden dolayı sonsuz serilerde üçüncü halin olmazlığı ilkesini uygulayamayız.²⁵

Ele aldığımız özdeşlik, çelişmezlik ve üçüncü halin olmazlığı ilkeleri sadece şekilsel düşünce için yeterlidir. Bu ilkelere, şekilsel bilimler olan mantık ve matematikte zihin uyar. Ancak zihin, gerçekliğin ne olduğunu açıklamasına yönelirse o zaman bunlara ek olarak “her şey varoluş sebebine sahiptir”, diye ifade edilen yeter-sebep ilkesine ihtiyaç duyma zorunluluğu doğacaktır.²⁶

1.2.4.Yeter-Sebep İlkesi

Genellikle mantığın ilkeleri olarak özdeşlik, çelişmezlik ve üçüncü halin olmazlığı ilkeleri karşımıza çıkmaktadır. Çoğu mantıkçı bu üç ilkeyi kabul etmektedir. Bazı mantıkçılar ise bu üç ilkeye ek olarak yeter-sebep ilkesini ilave etmektedir. Yeter-sebep ilkesi varlık ilkesi olarak kabul edilmektedir. Bundan dolayı ontologların en önemli ilkesidir. Bu ilkeyi mantık ilkeleri arasında sayan kişi Leibniz’dir. Leibniz’e

²⁴ Öner, s. 290-291.

²⁵ Öner, s. 291.

²⁶ Necati Öner, *Klasik Mantık*, Divan Kitap, İstanbul 2011, s. 15.

göre akıl yürütmelerimiz iki büyük ilkeye dayanır. Leibniz Monadoloji'nin 31 ve 32. paragrafında şöyle demiştir:

“31. Muhakemelerimiz şu iki büyük ilke üzerinde temellendirilmiştir: içinde çelişki taşıyanın yanlış, yanlışla karşıt ya da yanlışla çelişki olanın ise doğru olduğuna onun sayesinde hükmettiğimiz çelişme ilkesi.”

“32. Ve yeter-sebep ilkesi icabı da, neden başka türlü değil de böyle olduğunun bir yeter-sebebi bulunmaksızın, hiçbir olgu hakiki ya da mevcut ve hakkındaki hiçbir beyanı da doğru sayamayacağımızı düşünürüz. Her ne kadar bu sebepler çoğunlukla bize hiç malum değilse de.”²⁷

Burada da gördüğümüz gibi Leibniz yeter-sebep ilkesi ile çelişmezlik ilkesine büyük önem vermekle birlikte bunları aynı önemde sayıyor. Bu ilke “ Her şeyin bir var olma sebebi vardır. Bir şeyin sebebi ya onun varlığını meydana getiren kaynaktır, yahut onun niçin ve neden öyle olduğunu anlatan şeydir”²⁸ şeklinde ifade edilebilir. Leibniz’e göre yeter-sebep ilkesi mantık ilkesi olarak ele alındığında şöyle açıklanabilir: “Eğer doğruluk, düşünme ile nesnenin bir uygunluğu ise, her ifade doğru olmak, yani gerçeklik içinde sebebini bulmak zorundadır.”²⁹

Yeter-sebep ilkesi ele alınan mantığın diğer üç ilkesinden farklı bir doğaya sahiptir. Diğer üç ilke arasında sıkı bir ilişki varken yeter-sebep ilkesi için aynı durum söz konusu değildir.³⁰ Bundan dolayı yeter-sebep ilkesi bazı mantıkçılara göre mantığın ilkesi olarak sayılmamıştır.

²⁷ Leibniz, *Monadoloji: Metafizik Üzerine Konuşma*, Çev. Atakan Altınörs, Bilge Kültür Sanat Yayın, İstanbul 2014, s. 47.

²⁸ Emiroğlu, s. 19.

²⁹ Özlem, s. 50.

³⁰ Öner, s. 293.

BÖLÜM 2

MODERN MANTIK

Modern mantık, matematik ve mantıkçıların çalışmaları sonucu ortaya çıkan ve formel mantık veya sembolik mantık gibi farklı isimler alan ve günümüze kadar gelişimini sürdürmüş olan mantık türüdür.³¹ Başka bir tanımla modern mantık, geleneksel mantığın sembolleştirilmesi sonucu oluşan ve somut düşüncelerin yanında soyut düşünceleri de içeren önermelerle genel sonuçlar elde edilebilen geleneksel mantığın farklı bir düzeyidir.³² En genel anlamda ise modern mantık, doğru düşünmenin bilimi olarak görülür ve bir arada olan ifadelerin tutarlılığıyla birlikte akıl yürütmelerin geçerliliğini araştırır.³³

Modern mantığın ortaya çıkışında ilk adımı De Morgan atmıştır. De Morgan, mantığı 1847’de matematiksel yapı yönüyle sembollerle ele alan ilk matematikçidir. Ve Aristoteles mantığında özne-yüklem ilişkisini içeren önerme formlarının dışında başka önerme formlarının da olabileceği görüşünü ileri sürmüştür. De Morgan’ın çalışmalarını C.S. Peirce takip ederek gelişmesini sağlamıştır. Peirce, Boole, Schröder, Venn gibi matematikçiler mantığın matematiksel bir biçime göre kurulması gerektiğini savunmuşlardır. Bunlara karşılık Frege, Matematğin mantıktan meydana gelebileceği tezini ileri sürerek modern mantıkta önemli gelişmeler sağlamıştır.³⁴ “Sembolik mantık son şeklini daha sonraki yıllarda Bertrand Russel (1872-1970) ile Alfred North Whitehead (1861-1947) tarafından 1910-1913 tarihlerinde ortaklaşa yayınladıkları ‘Principia Mathematica’ adlı eserde kendisini gösterebilmiştir.”³⁵

³¹ Şafak Ural, “Sembolik Mantık ve Uygulaması”, *Felsefe Arkivi*, S: 26, 1987, s. 143, <https://www.safakural.com/makaleler/sebolik-mantik-ve-uygulamasi>, Erişim Tarihi: 31.01.2018.

³² Zekai Şen, *Modern Mantık*, Bilge Kültür Sanat Yayınları, İstanbul 2003, s. 73.

³³ Kutlusoy, s. 12.

³⁴ Özlem, s. 187.

³⁵ Şen, s. 74.

2.1. İki Değerli Mantık

Özdeşlik, çelişmezlik, üçüncü halin imkânsızlığı ilkelerine dayanan mantığa iki değerli mantık denir. Üçüncü halin imkânsızlığı ilkesi, iki değerli mantık sisteminde geçerlidir; ancak ikiden fazla değerli bir mantık sisteminde geçerli değildir.³⁶ Mantığın üç ana ilkesine göre önermeler ya “doğru” ya da “yanlış” değeri alabilir ancak; bu iki değerden başka bir değer alması mümkün değildir. İki değerlilik ilkesinin temelini bir p önermesinin geçerliliğini sağlayan ve almış olduğu bu “doğru” , “yanlış” doğruluk değerleri oluşturur.³⁷

“Örneğin; bir kutuda iki renkte bilye bulunuyorsa, kutudan ancak bu iki renkten birini taşıyan bilye çıkabilir, üçüncü bir hal mümkün değildir. Eğer kutuda üç renkte bilyeler bulunsaydı, bu durumda dördüncü renkte bilyenin çıkması mümkün olmazdı. Kaç değerli mantık sistemi kabul edersek, ona göre üçüncü halin imkânsızlığı ilkesini kabul etmemiz gerekecektir. Bunu şöyle ifade edebiliriz: n (mantığın değeri) $+1$ imkânsızdır.”³⁸

2.1.1. Önermeler Mantığı

Önermeler mantığını ele almadan önce konunun daha anlaşılabilir olması için “önerme nedir?” sorusu üzerinde duralım. Önerme, “Bir savı öne süren ya da bir durumu dile getiren (genellikle bildiri kipinde olan) bir tümce; belli bir yorumda belli bir doğruluk değeri kazanan düzgün deyim.”³⁹ olarak tanımlanır. Aristoteles’e göre önerme; “bir şey hakkında bir şey tasdik veya inkar eden sözdür.”⁴⁰ Önermeler mantığı modern mantığın temelidir. Önermeler mantığının temelini önerme eklemleri olarak adlandırılan mantıksal değişmezler ile inşa edilen önermeler oluşturur. Bu mantıksal değişmezler önermelerde ve çıkarımlarda yer alan belli deyimlerin adıdır.

³⁶ Emiroğlu, s. 18.

³⁷ Teo Grünberg, *Sembolik Mantık El Kitabı III. Cilt: Sembolik Mantığın Uygulamaları*, ODTÜ Geliştirme Vakfı Yayıncılık, Ankara 2000, s. 353.

³⁸ Emiroğlu, s. 18.

³⁹ Teo Grünberg ve Adnan Onart, *Mantık Terimleri Sözlüğü*, Ara Yayıncılık, İstanbul 1989, s. 104-105.

⁴⁰ Aristoteles, *Organon III. Analitikler*, (Çev. Hüseyin Ragıp Atademir), MEB Yayınları, Ankara 1996, s. 3.

Önermeler mantığında mantıksal değişmezler “değil, ve, veya, ise, ancak ve ancak” olarak bilinir.⁴¹

2.1.1.2. Önerme Eklemleri ve Sembolleştirilmesi

“Önerme eklemleri değilme ($\sim$, $\neg$, $^-$) tümel evetleme (ve, $\wedge$), tikel evetleme (veya, $\vee$), içirme (koşul, ise, $\Rightarrow$), karşılıklı koşul (ancak ve ancak, $\Leftrightarrow$) gibi olarak sayılabilir.”⁴² Bu önerme eklemlerini kısaca ele alalım.

2.1.1.2.1. Değilleme Eklemleri

Değilleme eklemleri; “Doğru bir önermeden yanlış bir önermeyi, yanlış bir önermeden de doğru bir önermeyi oluşturan doğrusal birli eklemler.”⁴³ olarak tanımlanır. Değilleme eklemleri şu semboller ile gösterilir: ($\sim$, $\neg$, $^-$) Kısaca verilen bir önermenin değilleme eklemleriyle değilleme önermesi oluşturulur. Örneğin; “gül kırmızıdır” önermesini değilleme eklemlerinde ele aldığımızda “gül kırmızı değildir” şeklinde bir önerme karşımıza çıkar. Bu önerme sembolik olarak “ $\sim$ (gül kırmızı)” şeklinde gösterilir. Ele alınan bu önermeyi “p” ile sembolleştirdiğimizde değilleme eklemleriyle oluşturulan önermeler “ $\sim p$ ” şeklinde sembolleştirilir ve doğruluk çizelgesinde gösterimi şu şekildedir.

Tablo 2.1: Değilleme eklemleri

p	$\sim p$
D	Y
Y	D

⁴¹ Kadir Çüçen, *Mantık*, Asa Kitabevi, Bursa 2009, s. 107.

⁴² Nazife Baykal ve Timur Beyan, *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri*, Bıçaklar Kitabevi, Ankara 2004, s. 26.

⁴³ Teo Grünberg ve Adnan Onart, s. 44.

2.1.1.2.2.Birlikte Evetleme (Tümel Evetleme) Eklemi

Tümel evetleme eklemi; “Ana bileşenlerinin ancak tümü doğru olduğunda doğru olan bir bileşik önermeyi oluşturan ikili ya da genel olarak n-li doğrusal eklem.”⁴⁴ olarak tanımlanır ve “ $\wedge$ ” şeklinde gösterilir. Birlikte evetleme eklemi günlük dilde “ve” nin mantıktaki karşılığıdır. Tümel evetleme eklemiyle iki farklı önermenin bir araya getirilmesiyle $p \wedge q$ sembolik mantık önermesi oluşturulur. p burda birinci bileşen q ise ikinci bileşendir. Bu iki önermenin $\vee(\wedge)$ eklemiyle kurulması sonucu ortaya çıkan $p \wedge q$ önermesi, tümel evetleme önermesini ortaya çıkarır.⁴⁵ Örneğin; “kuş hayvandır” ve “kedi hayvandır” önermelerini “ve” eklemiyle birleştirdiğimizde “kuş hayvandır ve kedi hayvandır” biçiminde tümel evetleme örneği elde ederiz. Tablo ile gösterim aşağıdaki gibidir:

Tablo 2.2: Tümel evetleme eklemi

p	q	$p \wedge q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	Y

2.1.1.2.3.Tikel Evetleme Eklemi

Tikel evetleme eklemi, “Ancak ana bileşenlerinin en az biri doğru olduğunda doğru olup, ancak tümü yanlış olduğunda yanlış olan bir bileşik önermeyi oluşturan ikili ya da genel olarak n-li doğrusal eklem”⁴⁶ şeklinde tanımlanır. Tikel evetleme eklemi günlük dilde “veya”nın mantıktaki karşılığıdır ve “ $\vee$ ” işaretiyle gösterilir. Tikel evetleme eklemiyle p ve q iki farklı önerme “veya ($\vee$)” işaretiyle birleştirilerek $p \vee q$ tikel evetleme önermesi oluşturulur. Burda da p birinci bileşen olurken q ikinci bileşendir. Örneğin “tatil için Antalya’ya veya İzmir’e gideceğim” önermelerin veya eklemiyle birleştirdiğimizde tikel evetleme örneğini elde ederiz.

⁴⁴ Teo Grünberg ve Adnan Onart, s. 135.

⁴⁵ Şen, s. 77.

⁴⁶ Teo Grünberg ve Adnan Onart, s. 130.

Tablo 2.3: Tikel evetleme eklemi

p	q	$p \vee q$
D	D	D
D	Y	D
Y	D	D
Y	Y	Y

2.1.1.2.4. Koşul Eklemleri

Koşul eklemi; “Ancak önbileşeni doğru, artbileşeni yanlış olduğunda yanlış olan bir bileşik önermeyi oluşturan ikili doğrusal eklem”⁴⁷ olarak tanımlanır. Koşul eklemi günlük dilde “ise”nin mantıktaki karşılığıdır ve “ $\Rightarrow$ ” işaretiyle gösterilir. p ve q iki farklı önerme koşul ekleminde $p \Rightarrow q$ şeklinde gösterilir. Bu $p \Rightarrow q$ önermesine koşul önermesi denir. p burda önbileşen, q ise artbileşen durumundadır. Örnek verecek olursak; “derslerine çalışmaz” ve “sınıfta kalacak” önermelerini koşul eklemi (ise) ile birleştirdiğimizde “derslerine çalışmaz ise sınıfta kalacak” biçiminde koşul önermesi elde ederiz.

Tablo 2.4: Koşul eklemi

p	q	$p \Rightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	D
Y	Y	D

⁴⁷ Teo Grünberg ve Adnan Onart s. 89.

2.1.1.2.5.Karşılıklı- Koşul Eklemi

Karşılıklı- koşul eklemi, “Ancak anabileşenlerinin aynı doğruluk değerini taşıması durumunda doğru olan bir bileşik önermeyi oluşturan ikili doğrusal eklem”⁴⁸ olarak tanımlanır. Karşılıklı koşul eklemi günlük dilde “ancak ve ancak”ın mantıktaki karşılığıdır ve “ $\Leftrightarrow$ ”semboliyle gösterilir. p ve q iki farklı önerme karşılıklı koşul eklemine $p \Leftrightarrow q$ şeklinde gösterilir ve $p \Leftrightarrow q$ önermesine karşılıklı koşul önermesi denir. Örneğin; “Ali başarılı olur” ve “Ali ders çalışır” önermelerini karşılıklı-koşul (ancak ve ancak) eklemi ile birleştirdiğimizde “Ali başarılı olur ancak ve ancak ders çalışır ise” biçiminde karşılıklı-koşul önermesini elde ederiz.

Tablo 2.5: Karşılıklı-koşul eklemi

p	q	$p \Leftrightarrow q$
D	D	D
D	Y	Y
Y	D	Y
Y	Y	D

2.1.1.3.Doğruluk Değeri Tablosu ve Denetleme

“Doğruluk fonksiyonu, bir bileşik önermenin bileşenlerinin alabilecekleri doğruluk değerlerine göre, bileşik önermenin kendisinin doğruluk değerinin belirlenmesi anlamına gelir.”⁴⁹ Doğruluk fonksiyonu mantığı başka bir tanımda ise, doğruluk değeri kavramıyla yakından ilişkilidir. Doğruluk fonksiyonu mantığı bütün mantıksal denetlemelerin önermelerinin doğruluk değerlerini temele alır. Bir önermenin doğruluk değeri ele alınırken bileşenlerinin ana eklemine göre belirlenir.⁵⁰

⁴⁸ Teo Grünberg ve Adnan Onart s. 85.

⁴⁹ Özlem, s. 193.

⁵⁰ Kutlusoy, s. 16.

“Doğruluk tablosunda denetlemenin amacı, her bir bileşik önermenin doğruluk değeri için ana eklemin doğruluk değerini ortaya koyarak önerme hakkında yorum yapmaktır.”⁵¹ Doğruluk değeri önermelerin almış olduğu doğru ve yanlış değerlerdir. Doğru değerler “D” , yanlış değerler ise “Y” ile gösterilmektedir.

Bir önermenin doğruluk tablosu oluşturulurken 2^n formülü ile önermelerin alacağı değer sayısına ulaşırız. 2 rakamı bu mantığın iki değerli bir mantık sistemi olduğunu gösterir. 2^n formülünde 2, doğru değer sayısını bize verirken n ise önerme sayısını vermektedir. Örneğin içinde tek bir yalın önermenin yer aldığı bileşik önermenin $2^1=2$ satırlık doğruluk değeri, iki yalın önerme yer alırsa $2^2=4$ satırlık, üç yalın önerme yer alırsa $2^3=8$ satırlık doğruluk değeri tablosu olacaktır.⁵² Önerme eklemlerinin doğruluk değeri tablosunun tüm değerleri aşağıdaki tabloda gösterilmektedir.

Tablo 2.6: Doğruluk değeri tablosu tüm değerler⁵³

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	Y	Y	D	D	D	D
D	Y	Y	D	Y	D	Y	Y
Y	D	D	Y	Y	D	D	Y
Y	Y	D	D	Y	Y	D	D

Doğruluk tablosunda denetleme yöntemi ile önerme eklemleriyle kurulan bileşik önermelerin tutarlılığı, eşdeğerliliği ve çıkarımlarının geçerliliği denetlenebilir.

2.1.1.3.1. Tutarlılık Denetlemesi

Bir önermenin tutarlı olup olmadığını denetlerken doğruluk tablosunda almış olduğu değerlere bakıp yorumlama yapılabilir. Eğer önerme doğruluk tablosunda en az bir doğru değeri almışsa bu önerme tutarlı bir önermedir. Bunun aksine hiçbir satırda

⁵¹ Çüçen, s. 115.

⁵² Kutlusoy, s. 27.

⁵³ Özlem, s. 199.

doğru yorum değeri almazsa bu önerme tutarsız bir önermedir.⁵⁴ Tutarlılık denetlemesinde tek bir önermenin ve birden fazla önermenin tutarlılığı denetlenebilir.

Tek bir önermenin tutarlılığı denetlenirken önerme ilk olarak bileşenlerine ayrılır. Bu bileşenlerinin tek tek doğruluk değerleri ele alınıp hesaplanması sonucunda bu önermenin doğruluk değeri tekrardan kurulur. Bu durumda doğruluk tablosunda bulunan beş esas bileşik önermeden her biri için en az bir yorumunda doğru değeri alırsa bu önerme tutarlı bir önermedir.⁵⁵

Örneğin; $(p \Rightarrow \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$ önermesinin tutarlılık denetlemesini inceleyelim.

Tablo 2.7: $(p \Rightarrow \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$ önermesinin tutarlılık denetlemesinin gösterimi

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow \sim q$	$\sim p \wedge q$	$(p \Rightarrow \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$
D	D	Y	Y	Y	Y	Y
D	Y	Y	D	D	Y	<u>D</u>
Y	D	D	Y	D	D	<u>D</u>
Y	Y	D	D	D	Y	<u>D</u>

Ele aldığımız bu örnekte önermenin almış olduğu en az bir doğru değeri sonucunda tutarlı olduğunu söyleyebiliriz.

Birden fazla önermenin tutarlılığı denetlenirken ilk olarak önermeler bileşenlerine ayrılır. Bunun ardından bileşenlerin ve bu bileşenlere göre önermelerin kendi doğruluk değerleri ele alınır. Ele alınan önermeleri aynı anda doğru yapan ortak bir doğrulayıcının olması bu önermelerin birbirleriyle tutarlı olduğunu gösterir. Bu önermelerin doğruluk tablosunda gösterimi aynı doğruluk değerini gösteren yatay dizilişin altlarının çizilmesi ya da dikdörtgen içine alınması ile belirtilir.⁵⁶

⁵⁴ Çüçen, s. 116.

⁵⁵ Özlem, s. 205.

⁵⁶ Özlem, s. 206-207.

Örneğin; $p \vee \sim q$, $\sim p \Rightarrow \sim q$, $\sim p \Leftrightarrow q$ önermelerinin birbirleriyle tutarlı olup olmadığını denetleyelim.

Tablo 2.8: $p \vee \sim q$, $\sim p \Rightarrow \sim q$, $\sim p \Leftrightarrow q$ önermelerinin birbirleriyle tutarlı olup olmadığının gösterimi

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$\sim p \Leftrightarrow q$
D	D	Y	Y	D	D	Y
D	Y	Y	D	<u>D</u>	<u>D</u>	<u>D</u>
Y	D	D	Y	Y	Y	D
Y	Y	D	D	D	D	Y

Ele aldığımız $p \vee \sim q$, $\sim p \Rightarrow \sim q$, $\sim p \Leftrightarrow q$ önermelerini aynı anda doğru yapan ortak bir doğrulayıcının olmasından dolayı bu önermelerin birbirleriyle tutarlı olduğunu söyleyebiliriz.

Eğer önermeleri aynı anda doğru kılan hiçbir doğrulayıcı yorum bulunmazsa bu önermeler birbirleriyle tutarsız olur.

Örneğin; $p \Leftrightarrow q$, $\sim p \wedge q$, $\sim p \Rightarrow q$ önermelerinin birbirleriyle tutarlı olup olmadığını denetleyelim.

Tablo 2.9: $p \Leftrightarrow q$, $\sim p \wedge q$, $\sim p \Rightarrow q$ önermelerinin birbirleriyle tutarlı olup olmadığının gösterimi

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \Leftrightarrow q$	$\sim p \wedge q$	$\sim p \Rightarrow q$
D	D	Y	Y	D	Y	D
D	Y	Y	D	Y	Y	D
Y	D	D	Y	Y	D	D
Y	Y	D	D	D	Y	Y

Ele aldığımız $p \Leftrightarrow q$, $\sim p \wedge q$, $\sim p \Rightarrow q$ önermelerinin aynı anda doğruluğunu sağlayan hiçbir doğrulayıcı yorumun olmamasından dolayı bu önermelerin birbirleriyle tutarsız olduğunu söyleyebiliriz.

2.1.1.3.2.Eşdeğerlilik Denetlemesi

Doğruluk değeri tablosunda aynı değere sahip olan ve mümkün durumların tamamında mantık açısından aynı doğruluk değeri alan önermeler eşdeğer önermelerdir.⁵⁷ Eşdeğerlilik adından da anlaşılabilir gibi iki önermenin aynı doğruluk değerlerine sahip olması demektir. Bileşik önermelerin eşdeğerliliğini denetleyebilmek için önermeler önce bileşenlerine ayrılır daha sonra bu bileşenlere göre doğruluk değerleri incelenir. Bunun sonucunda her iki önermenin de aldıkları doğruluk değerleri her satırda aynı olursa bu iki önerme birbirine eşdeğerdir.⁵⁸

Örneğin; $\sim(p \vee \sim q)$, $\sim(\sim p \Rightarrow \sim q)$ önermesinin eşdeğerlilik denetlemesini inceleyelim.

Tablo 2.10: $\sim(p \vee \sim q)$, $\sim(\sim p \Rightarrow \sim q)$ önermesinin eşdeğerlilik denetlemesinin gösterimi

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim(p \vee \sim q)$	$\sim(\sim p \Rightarrow \sim q)$
D	D	Y	Y	<u>Y</u>	<u>Y</u>
D	Y	Y	D	<u>Y</u>	<u>Y</u>
Y	D	D	Y	<u>D</u>	<u>D</u>
Y	Y	D	D	<u>Y</u>	<u>Y</u>

Ele alınan bu önermede tüm satırlar birbirleriyle aynı oldukları için iki önermenin birbirine eşdeğer olduğunu söyleyebilir.

⁵⁷ Kutlusoy, s. 39.

⁵⁸ Özlem, s. 207-208.

2.1.1.3.3. Geçerlilik Denetlemesi

Bir önermenin geçerli olabilmesi için önermenin doğruluk tablosunun bütün satırlarında doğru değeri alması gerekir. Bunun aksine önerme bütün satırlarda doğru değeri alırken en az bir satırında yanlış değeri alırsa bu önerme geçersiz bir önermedir. Bu durumda geçerli olan tüm önermenin tutarlı olduğunu söyleyebiliriz; ancak tutarlı olan tüm önermenin geçerli önerme olduğunu söyleyemeyiz.⁵⁹

Örneğin; $(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim (p \vee \sim q)$ önermesinin geçerlilik denetlemesini inceleyelim.

Tablo 2.11: $(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim (p \vee \sim q)$ önermesinin geçerlilik denetlemesinin gösterimi

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p \wedge q)$	$\sim(p \vee \sim q)$	$(\sim p \wedge q) \Rightarrow \sim(p \vee \sim q)$
D	D	Y	Y	Y	Y	<u>D</u>
D	Y	Y	D	Y	Y	<u>D</u>
Y	D	D	Y	D	D	<u>D</u>
Y	Y	D	D	Y	Y	<u>D</u>

Ele alınan bu önerme tüm satırlarda doğru değeri aldığı için hem tutarlı hem de geçerlidir.

2.1.1.4.Çözümleyici izelge (Ağaç Yöntemi) ile Denetleme

Doğruluk değeri tablosunda denetleme yöntemi ile kurulan bileşik önermelerin tutarlılık, eğdeğerlilik ve geçerlilik denetlemesinin nasıl olduğunu ele almıştık. Doğruluk tablosunda önermelerin alacağı değer sayısının 2^n formülü ile bulunduğunu gördük. Örneğin; p, q, r önermelerinin yer aldığı bileşik önermenin doğruluk değeri $2^3=8$ olur. Fakat nerme sayısının artması sonucu doğruluk tablosu ile denetleme zorlaşacaktır. Örneğin; p, q, r, s, t önermelerinin doğruluk değeri $2^5=32$ olur. Bu durumda doğruluk tablosunda 32 tane değer yazmak uzun ve zahmetli olacaktır. Bu bakımdan özümleyici izelge ile denetleme işimizi daha da kolaylaştıracaktır.

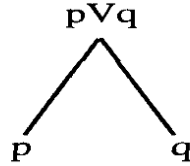
⁵⁹ en, s. 120.

2.1.1.4.1. Tümel Evetlemenin Çözümleme Kuralı

$$p \wedge q$$
$$\begin{array}{c} p \\ q \end{array} \quad \begin{array}{|l} \hline \\ \hline \end{array}$$

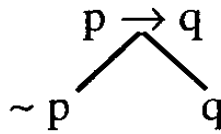
21

karşılığıdır.”⁶⁴ “Çatala giden bileşenler alt alta değil de ayrık yazılır.”⁶⁵ $p \vee q$ tikel evetleme önermesinin birinci bileşeni p sol çatala, ikinci bileşeni olan q ise sağ çatala olduğu gibi yazılır. Bu durumda kural belirlenerek numaralandırma çatalın arasına yazılarak çatal açma fonksiyonunun hangi sol taraftaki numaraya ait olduğunu belirtir ve aşağıdaki gibi gösterilir.⁶⁶



2.1.1.4.3. Koşul Önermesinin Çözümleme Kuralı

$p \Rightarrow q$ koşul önermesini doğruluk tablosunda, ön bileşenlerini doğru, art bileşeni yanlış olduğunda yanlış ve diğer bütün durumlarda doğru olduğunu önerme eklemleri konusunda ele almıştık. Bu durumda koşul önermesine eklenen “diğer bütün durumlarda doğru” ifadesi koşul önermesinin çözümleyici çizelgesinde çatala gitme söz konusudur. “Birinci bileşen olan ön bileşenin değili çatalın sol tarafına ve ikinci bileşen olan art bileşenin kendisi çatalın sağ tarafına yazılmak suretiyle koşul önermesinin çözümleyici çizelgesi kurulur.”⁶⁷



2.1.1.4.4. Karşılıklı Koşul Önermesinin Çözümleyici Çizelge Kuralı

$p \Leftrightarrow q$ karşılıklı koşul önermesinin doğruluk tablosunda bileşenlerinin ancak aynı doğruluk değerini almaları durumunda doğru olduklarını önerme eklemleri konusunda değinmiştik. Burada iki seçenek söz konusu olduğundan yani hem p

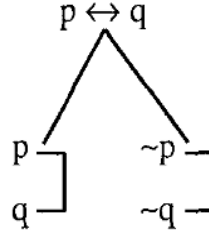
⁶⁴ Özlem, s. 213.

⁶⁵ Çüçen, s. 124

⁶⁶ Çüçen, s. 124.

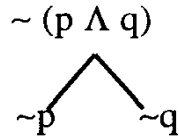
⁶⁷ Çüçen, s. 125.

doğru ve q doğru hem de p yanlış q yanlış gibi iki seçenek karşımıza çıkmaktadır. Bu durumda karşılıklı koşul önermesinin çözümleyici çizelgesinde çatala gitme söz konusudur. “Çatalın sol tarafında hem ön bileşenin hem de art bileşenin doğru olması yani aynen yazılması gerekmektedir. Çatalın sağ tarafına hem ön bileşenin hem de art bileşenin değili alınarak yazılır.”⁶⁸



2.1.1.4.5. Tümel Evetlemenin Değillenmesinin Çözümleme Kuralı

$\sim(p \wedge q)$ tümel evetlemenin değillenmesi ile önermenin eşdeğeri olan $\sim p \vee \sim q$ önermesi elde edilir. Çözümleyici çizelge $\sim(p \wedge q)$ tümel evetlemenin değillenmesi sonucu elde edilen ve eşdeğeri olan $\sim p \vee \sim q$ önermesine göre oluşturulur. Bu durumda tikel evetleme olan eşdeğeri kural 2’den dolayı çatala gitme durumu söz konusudur. Birinci bileşen olan $\sim p$ çatalın soluna, ikinci bileşen olan $\sim q$ çatalın sağına yazılır. Bunun sonucunda tümel evetlemenin değillenmesinin çözümleyici çizelgede yazılışı birinci bileşenin değili çatalın sol tarafına yazılırken ikinci bileşenin değili ise çatalın sağ tarafına yazılır ve gösterimi aşağıdaki gibidir.⁶⁹



⁶⁸ Çüçen, s. 125.

⁶⁹ Çüçen, s. 125-126.

2.1.1.4.6. Tikel Evetlemenin Değillemesinin Çözümleme Kuralı

$\sim(p \vee q)$ tikel evetlemenin değillenmesi ile önermenin eşdeğeri $\sim p \wedge \sim q$ önermesi elde edilir. Çözümleyici çizelge kuralı elde edilen $\sim p \wedge \sim q$ önermesine göre yapılır. Bu durumda eşdeğeri olan tümel evetlemenin çözümleyici kuralı uygulanır. Alt alta yazılarak çengele gitme söz konusu olur. Birinci bileşenin değili olan $\sim p$ önce yazılır ve ikinci bileşenin değili olan $\sim q$ da altına yazılır ve gösterimi aşağıdaki gibidir.⁷⁰

$$\sim (p \vee q)$$

$$\begin{array}{l} \sim p \\ \sim q \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \sim p \\ \sim q \end{array}} \right\}$$

2.1.1.4.7. Koşul Önermesinin Değillemesinin Çözümleme Kuralı

$p \Rightarrow q$ önermesinin eşdeğeri p 'nin yanlış, q 'nun doğru değeri aldığı tikel evetleme önermesinin doğruluk koşuludur. Bu durumda $p \Rightarrow q$ önermesi, $\sim p:D$ ya da $q:D$ doğruluk değeri alırsa tikel evetleme önermesinin eş değeri olur. Yani $p \Rightarrow q$ koşul önermesinin eşdeğeri $\sim p \vee q$ tikel evetleme önermesidir.⁷¹ Bu $p \Rightarrow q$ koşul önermesinin değillemesini aldığımızda önermenin eşdeğeri olan $p \wedge \sim q$ tümel evetleme önermesini elde ederiz. Tikel evetleme önermesinin çözümleyici çizelgesinde çengele gitme söz konusu olacağından değillenmiş koşul önermesi de çengele gider. Birinci bileşen olan p ve ikinci bileşen olan $\sim q$ alt alta yazılır ve $\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$ eşdeğerliliğine dayanarak koşul önermesinin değillemesinin çözümleme kuralının gösterimi aşağıdaki gibidir.⁷²

$$\sim (p \rightarrow q)$$

$$\begin{array}{l} p \\ \sim q \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} p \\ \sim q \end{array}} \right\}$$

⁷⁰ Çüçen s. 126.

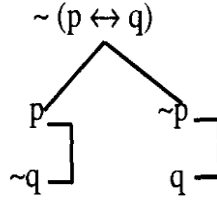
⁷¹ Özlem, s. 214-215.

⁷² Çüçen, s. 126.

2.1.1.4.8. Karşılıklı Koşul Önermesinin Değillemesinin Çözümleme Kuralı

$(p \Leftrightarrow q)$ karşılıklı koşul önermesinin eşdeğeri $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ önermesidir. $\sim(p \Leftrightarrow q)$ karşılıklı koşul önermesini değilleyerek eşdeğeri olan $(p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$ şeklinde tikel evetleme önermesini elde ederiz. Bunun sonucunda tikel evetleme önermesinde çatala gitme söz konusu olduğundan $\sim(p \Leftrightarrow q)$ karşılıklı koşul önermesinin değillemesinin çözümleme kuralında çatala gitme söz konusudur. Çatalın soluna çengel açılarak alt alta ön bileşenin kendisi, altına ise art bileşenin değili yazılır. Çatalın sağına ise ön bileşenin değili altına da art bileşenin kendisi yazılır.⁷³

$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$ eşdeğerliliğine dayanarak karşılıklı koşul önermesinin değillemesinin çözümleme kuralının gösterimi aşağıdaki gibidir:



Ele aldığımız bu çözümleme kurallarını elde etmek için çözümlenen önermeler eşdeğeri olan başka önermelere dönüştürülür. Bu dönüştürme sonucunda ortaya çıkan eşdeğerliliklere De Morgan kuralı denir. De Morgan kuralları çözümleme kurallarının elde edilmesinde ve bu kurallar sonucunda yapılan çözümleyici çizelge ile denetleme yönteminde kolaylık sağlar. Ele aldığımız çözümleyici çizelge kurallarının De Morgan kurallarına göre eşdeğerlerinin toplu şekilde gösterimi aşağıdaki gibidir:

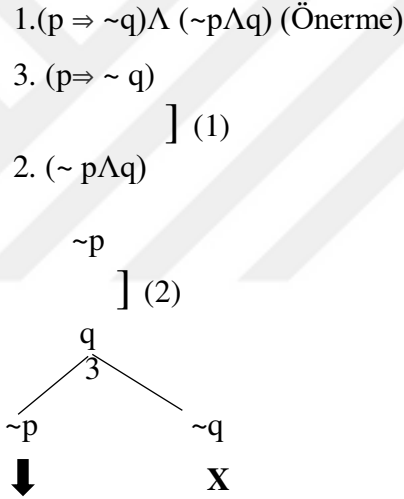
$$\begin{aligned}\sim(p \vee q) &\equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim(p \wedge q) &\equiv \sim p \vee \sim q \\ p \rightarrow q &\equiv \sim p \vee q \\ \sim(p \rightarrow q) &\equiv p \wedge \sim q \\ p \leftrightarrow q &\equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q) \\ \sim(p \leftrightarrow q) &\equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)\end{aligned}$$

⁷³ Çüçen, s. 127.

2.1.1.5.Tutarlılık Denetlemesi

Çözümleyici çizelgede önermenin tutarlı olması için çözümleme sonunda çelişik önermenin olup olmadığı kontrol edilerek en az bir yolda çelişik önermenin olmaması halinde bu yolun açık olduğu ve en az bir yolun açık olmasının tutarlılığı sağlaması söz konusudur.⁷⁴ Eğer hiçbir yol açık değilse bu durumda önermeler birbirleriyle tutarsızdır.

Örneğin; $(p \Rightarrow \sim q) \wedge (\sim p \wedge q)$ önermesinin tutarlılığını çözümleyici çizelgede denetleyelim.



Örnek önermemizde çözümlememiz sonunda $\sim q$ ile q önermesi aynı yol üzerinde olduğu için birbirleriyle çeliştiğinden bu yol kapalıdır. Diğer tarafta $\sim p$ 'nin aynı yol üzerinde çelişeceği p olmadığından bu yol açıktır. Bu durumda açık bir yolun olmasından dolayı bu önerme tutarlıdır.

2.1.1.6.Çıkarımın Geçerlilik Denetlemesi

Bir çıkarımın geçerlilik denetlemesi yapılırken ilk önce çıkarımın öncülleri olduğu gibi alınarak başlangıç önermeleri yapılır daha sonra sonuç değillenenek öncüllerin

⁷⁴ Çüçen, s. 127.

2. $\sim (p \wedge \sim q)$ ($\sim$ Sonuç)

p

$\sim q$] (1)

$\sim p$ 2

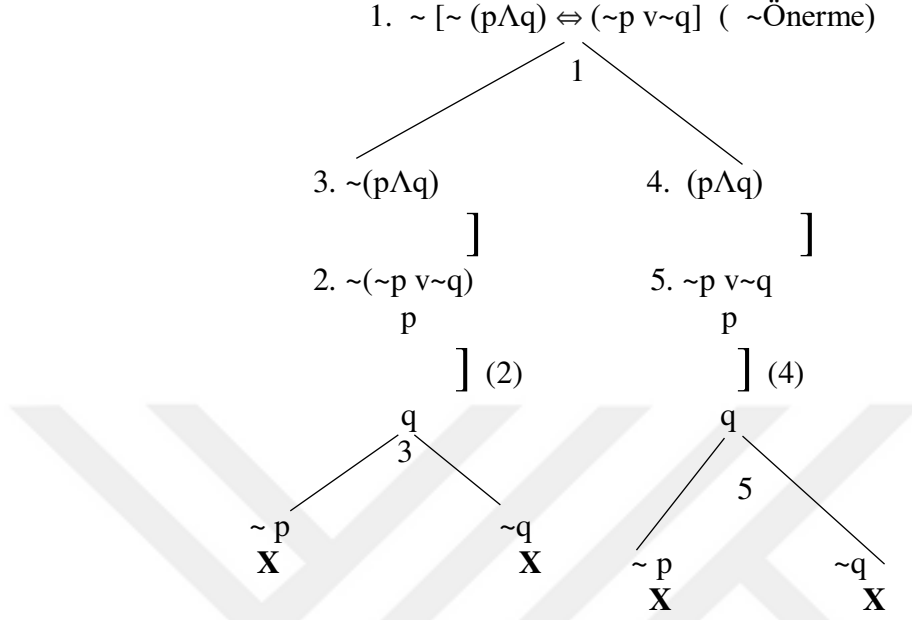
q

X **X**

2.1.1.7.Eşdeğerlilik Denetlemesi

⁷⁷ Özlem, s. 226.

Örneğin; $\sim(p \wedge q)$, $\sim p \vee \sim q$ önermelerinin eşdeğerliliğini çözümleyici çizelgede denetleyelim.



Örnek önermemizde önermenin değilini aldığımızda sonucun hem tutarsız hem de geçersiz olması nedeniyle $\sim(p \wedge q)$, $\sim p \vee \sim q$ önermeleri birbirine eşdeğerdir.⁷⁸

2.1.2. Nicelleme Mantığı

Önceki bölümde önermeler mantığını ele aldık. Önermeler mantığında önerme eklemleriyle kurulmuş olan bileşik önermeleri ve bu önermelerin, doğruluk değeri tablosu ve çözümleyici çizelge yöntemi ile nasıl denetlendiğini inceledik. “Şimdiye kadar incelediğimiz doğruluk mantığı, önermeleri nicelikleri bakımından ele almamıştır. Önermeler, sadece önerme bağlaçları açısından incelenerek çıkarımlar yapılmıştır.”⁷⁹ Kısaca önermeler, önermeler mantığında nitelikleri yönünden ele alınırken nicelikleri yönünden yetersiz kalmıştır.

⁷⁸ Çüçen, s. 136.

⁷⁹ Şen, s. 103.

Bazı önermeler, önermeler mantığında ifade edildiği zaman geçersizdir ve bu önermelerin önermeler mantığında ifade edilmesi mümkün değildir. Bu sebeple böyle önermeler niceleme mantığında ifade edilip sembolleştirilerek çözümleyici çizelgeyle denetlenir.⁸⁰

Örneğin;

(1) 1. Tüm A'lar B'dir.

2. Bazı C'ler B değildir.

3. $\therefore$ Bazı C'ler A değildir.

Çıkarımı geleneksel mantıkta geçerlidir; ancak bu çıkarımdaki önermeler doğruluk fonksiyonu terimleriyle ele alındığında meydana gelen çıkarım geçerli değildir. P, Q ve R önermelerinin değişkenleri ile temsil edilmesi şu şekildedir:

(2) 1. P

2. Q

3. $\therefore R$

Bu durumda (1)'deki türden çıkarımlar için Doğruluk Fonksiyonu Mantığının ispatlama yönteminin yetersiz kaldığını görüyoruz. Çünkü böyle çıkarımların geçerli olabilmesinde basit önermelerin bağlaçlardan faydalanarak bileşik önermeleri meydana getirme biçimlerine dayanmamaktadır.⁸¹ “Doğruluk mantığının yetersizliklerini gidermek için geliştirilen bazı kural ve yöntemleri içine alan mantığa ‘niceleme mantığı’ denir.”⁸² Niceleme mantığının önermeler mantığına göre daha kapsamlı olmasından dolayı önermeler mantığında geçerli olan bütün çıkarımlar niceleme mantığında da aynen geçerlidir; ancak bu ifadenin tersi doğru değildir.⁸³

⁸⁰ Çüçen, s. 138.

⁸¹ Cemal Yıldırım, *Mantık: Doğru Düşünme Yöntemi*, Bilgi Yayınevi, Ankara 1999, s. 149-150.

⁸² Şen, s. 103.

⁸³ Çüçen, s. 138.

2.1.2.1. Niceleyiciler ve Sembolleştirme

Niceleme mantığı iki niceleyici vardır. Bunlar tümel niceleyici ve tikel niceleyicidir. Türkçede tümel niceleyiciler bütün, her, hepsi, herkes, herhangi bir gibi anlamlara; tikel niceleyiciler ise bazı, bir kısım, kimi anlamlara karşılık gelmektedir.⁸⁴ Niceleme mantığının niceleyicileri genellikle “tüm ve bazı” sözcükleridir. Tümel niceleyici olan “tüm” , ‘ $\forall$ ’ sembolü ile gösterilirken tikel niceleyici olan “bazı” ise “ $\exists$ ” sembolüyle gösterilmektedir. “Bir tümel önermede geçen ‘her x için’ veya ‘bütün x’ler için’ deyimleri, yani tümellik bildiren bu deyimler, sembolik dilde ‘ $\forall x$ ’ şeklinde ifade edilir.”⁸⁵ Örneğin; “tüm balıklar suda yaşar.” tümel olumlu önermesi niceleme mantığında şu şekilde sembolleştirilir. $\forall x (Fx \Rightarrow Gx)$ Burda “ $\forall$ ” tümel niceleyiciyi, “x” bireysel değişken balıkları, “F” balıkları, “G” ise suda yaşamayı belirtmektedir. Bu önermeyi olumsuz yaptığımızda ise “hiçbir balık suda yaşamaz” şeklinde önerme elde ederiz ve şu şekilde gösterilir. $\forall x (Fx \Rightarrow \sim Gx)$ Tikel önermede ise, “bazı x’ler için” tikellik belirten ifadeler “ $\exists x$ ” şeklinde sembolleştirilir.⁸⁶ Örneğin; “Bazı kuşlar beyazdır.” Tikel olumlu önermesi niceleme mantığında şu şekilde sembolleştirilir: $\exists x (Fx \wedge Gx)$ Burda “ $\exists$ ” tikel niceleyiciyi, “F” kuşları, G ise beyazı belirtmektedir. “En az bir x için, x hem kuş hem de beyazdır.” şeklinde sembolleştirilen tikel niceleyicide “hem... hem de” önermeler mantığına “ve” önerme eklemine karşılık geldiğinden oraya ($\wedge$) sembolü konulur. Genel olarak önerme şu şekilde gösterilir: $\exists x (Fx \wedge Gx)$.

2.1.2.2. Niceleme Mantığı Önermelerinin Doğruluk Değeri

Niceleyici ile kurulmuş önermelerin doğruluk değeri, önermelerin nicelikleri açısından ele alınmaktadır. Niceleme mantığında tümel ve tikel niceleyici olmak üzere iki tür niceleyici vardır. Bu niceleyicilerin doğruluk değerlerini kısaca inceleyelim.

⁸⁴ Kutlusoy, s. 91.

⁸⁵ Özlem, s. 240.

⁸⁶ Özlem, s. 241.

“ ‘ $\forall x Fx$ ’ formundaki bir tümel önermenin doğru olabilmesi için, x ’in alabileceği tüm değerler yerine konulduğunda, önermenin hep doğru olması şarttır.”⁸⁷ Başka bir ifade ile;

“Tümel bir önermenin doğruluk koşulu, söz konusu evrendeki tüm bireylerin iddia edilen özelliğe sahip olup olmamasıdır. “ (x) ($\forall x$)” önermesi, tüm somut örneklerinin ($\forall a, \forall b, \dots \forall w$) birlikte doğru olması halinde doğru, en az birinin yanlış olması halinde yanlıştır.”⁸⁸

Bu durumda $\forall x Fx$ tümel önermesinde tümel evetleme eklemiyle ($\wedge$) tüm özelliklerin doğruluğu sınanır. Örnek ile ele alacak olursak;

“‘Tüm x ’ler filozoftur.’ Önermesinin doğruluğunu inceleyelim.

$\forall x Fx \dots \dots E: \{Sokrates, Platon, Kant\}$

$Fa \wedge Fb \wedge Fc \dots \dots E\{a, b, c\}$

Sokrates filozoftur $\wedge$ Platon filozoftur $\wedge$ Kant filozoftur

Fa

Fb

Fc

Fa $\wedge$ Fb $\wedge$ Fc

D $\wedge$ D $\wedge$ D

D”⁸⁹

Ele aldığımız örnekte de görüldüğü gibi Fx önermesinde özellikler doğru olduğundan dolayı tümel niceleme önermesi de doğrudur.

“ $\exists x Fx$ formundaki tikel bir önermenin doğru olabilmesi için, x ’in alabileceği bazı değerler yerine konulduğunda, önermenin doğru olması şarttır.”⁹⁰ Başka bir ifade ile “($\exists x$) $\forall x$ ’in doğru olması için, $\forall a, \forall b, \dots \forall w$ gibi önermelerden en az birinin doğru olması gerekli ve yeterlidir.”⁹¹ Kısaca $\exists x Fx$ tikel önermesinde tikel evetleme ($\vee$) eklemiyle tüm özelliklerin doğruluğunun sınanmasında eğer Fx önermesinde en az

⁸⁷ Özlem, s. 242.

⁸⁸ Yıldırım, s. 152.

⁸⁹ Özlem, s. 243

⁹⁰ Özlem s. 243.

⁹¹ Yıldırım, s. 151-152.

bir doğru değerinin olması durumunda tikel niceleme önermesi doğru olur. Ancak aksi durum söz konusu olursa yani Fx önermesinde bütün özellemler yanlış olursa tikel niceleme önermesi de yanlış olur. Örnek ile ele alacak olursak;

“‘Bazı x ’ler romancıdır.’ Önermesinin doğruluğunu inceleyelim.

$\exists xFx \dots \dots \dots E:\{a,b,c\}$

‘ x romancıdır.’ $E:\{Newton, Einstein, Galileo\}$

$Newton \text{ romancıdır} \vee Einstein \text{ romancıdır} \vee Galileo \text{ romancıdır}$

Fa

Fb

Fc

$Fa \vee Fb \vee Fc$

$Y \vee Y \vee Y$

Y ”⁹²

2.1.2.3. Niceleme Mantığında Çözümleyici Çizelge ile Denetleme

Önermeler mantığında ele aldığımız çözümleyici çizelge kuralları niceleme mantığında da geçerlidir. Ancak niceleme mantığında bu kuralların dışında yeni kurallar ilave edilmiştir. Bu kuralları kısaca ele alalım.

2.1.2.3.1. Niceleyici Değilleme Kuralları

“Niceleyici değilleme kuralları, tümel önermenin tikel önermeye, tikel önermenin tümel önermeye dönüştürülmesini sağlayan kurallardır.”⁹³ Bu kurallar, tümel niceleyicinin değilleme kuralı ve tikel niceleyicinin değilleme kuralı olmak üzere ikiye ayrılır.

2.1.2.3.1.1. Tümel Niceleyicinin Değilleme Kuralı

“Herhangi bir tümel önermede tümel niceleyicisi değilleme simgesini izliyorsa, o önerme, varlıksal niceleyicisini değilleme simgesinin izlediği tikel bir önerme ile yer değiştirebilir; iki önerme eşdeğerdir.”⁹⁴ $\forall xFx$ tümel önermesinin değilinin alınması

⁹² Özlem, s. 244.

⁹³ Özlem, s. 245.

⁹⁴ Yıldırım, s. 153.

sonucu ($\sim\forall x Fx$), $\exists x\sim Fx$ tikel önermesi elde edilir. Bu iki önerme birbirine denktir ve gösterimi şu şekildedir:

$$\sim\forall x Fx \equiv \exists x\sim Fx$$

Örneğin; $\sim\forall x (Fx\Rightarrow Tx)$ önermesini tümel niceleyicinin değilleme kuralına göre çözümlersek;

$$1. \sim\forall x (Fx\Rightarrow Tx)$$

$$\exists x\sim (Fx\Rightarrow Tx) (1)$$

sonucunu elde ederiz. İşlem sonucunda da görüldüğü gibi denklik söz konusudur.

2.1.2.3.1.2. Tikel Niceleyicinin Değilleme Kuralı

Tikel niceleyicinin değilleme kuralında $\sim\exists x Fx$ değillenmiş bir tikel önermenin, Fx önermesinin alabileceği değerlerden en az birinin ele alınan bu önermeyi gerçekleştirememesi sonucunda $\sim Fx$ önermesinin gerçekleştiğini gösterir ve bu durumun sembolik mantıkta gösterimi $\forall x\sim Fx$ şeklindedir.⁹⁵ Başka bir ifade ile tikel niceleyicinin değilleme kuralında ise $\sim\exists x Fx$ tikel önermesinin değilinin alınması sonucunda $\forall x\sim Fx$ tümel önermesi elde edilir. Bu iki önerme birbirine eşdeğerdir ve şu şekilde gösterilir:

$$\sim\exists x Fx \equiv \forall x\sim Fx$$

Çözümleyici çizelgede bu eşdeğer olan önermeler birbirinin yerine konulabilir.

2.1.2.3.2. Özelleme Kuralları

Özelleme kuralları da tümel ve tikel özelleme olmak üzere iki tanedir.

⁹⁵ Şen, s. 106.

2.1.2.3.2.1. Tümel Özelleme

Çözümleyici çizelgede denetleme yapılırken açık bir yol üzerinde $\forall xFx$ gibi bir tümel niceleme önermesi geçiyorsa bu yol üzerinde daha önce geçmiş ad sembolü “a” gibi ve bir yüklem sembolü “A” kullanarak yapılır. Ancak daha önce yol üzerinde geçmiş bir ad sembolü yoksa özelleme arzuya göre seçilen bir ad sembolü ile yapılır. Yol üzerinde birden fazla farklı ad sembolleri varsa tümel önermenin ayrı ayrı özellemesi yapılır. Tümel önermenin özellemesi şu şekilde gösterilir: ⁹⁶

$\forall xAx$

Aa

2.1.2.3.2.2. Tikel Özelleme

Çözümleyici çizelgede denetleme yaparken açık bir yol üzerinde $\exists xFx$ gibi bir tikel niceleme önermesi geçiyorsa bu önermenin özellemesi bu yol üzerinde daha önce geçmiş olan bir ad sembolünün olup olmadığına bakılır ve yol üzerinde ad sembolü var ise tikel niceleme önermesinin özellemesi bu ad sembolünden başka bir ad sembolü seçilerek yapılır. Tikel önermesinin özellemesi şu şekilde gösterilir: ⁹⁷

$\exists xAx$

Aa

Niceleme mantığında çözümleyici çizelge ile denetleme yapabilmek için aşağıdaki işlem akışı tablosundaki kuralları uygulamak gerekir:

“1. Niceleyici Değilleme Kuralları

1.1. Tümel Niceleyicinin Değillenmesi

1.2. Tikel Niceleyicinin Değillemesi

2. Alt Alta Yazma Kuralları

2.1. Tümel Evetleme

⁹⁶ Özlem, s. 246.

⁹⁷ Özlem, s. 247.

2.2.Koşul Önermesinin Değillemesi

2.3.Tikel Evetlemenin Değillemesi

3.Tikel Özelleme Kuralı

4.Çatal Açma Kuralları

4.1.Tikel Evetleme

4.2.Koşul Önermesi

4.3.Tümel Evetlemenin Değillemesi

4.4.Karşılıklı Koşul

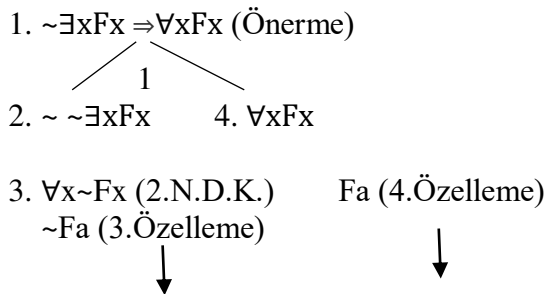
4.5.Karşılıklı Koşulun Değillemesi

5.Tümel Özelleme Kuralı”⁹⁸

Yukarıda ele aldığımız kuralları niceleme mantığında önermelere uyguladığımızda çözümleyici çizelge ile tutarlılık denetlemesi, geçerlilik denetlemesi ve eşdeğerlilik denetlemesi yapabiliriz. Bu denetlemeleri kısaca ele alalım.

2.1.2.3.3. Tutarlılık Denetlemesi

Bir önerme veya önermelerin tutarlılık denetlemesinde ilk olarak bu önerme veya önermelerin başlangıç önermesi yapılır. Daha sonra çözümleyici çizelge kurallara göre oluşturulur. Bunun sonucunda açık yolun olup olmadığı kontrol edilerek tutarlılık denetlemesi yapılır. En az bir yol açıksa önerme tutarlıdır; ancak hiç açık yol yok ise yani bütün yollar kapalıysa önerme tutarsızdır.⁹⁹ Örneğin; $\sim\exists xFx \Rightarrow \forall xFx$ önermesinin tutarlılık denetlemesini inceleyelim.



Açık yol olduğu için $\sim\exists xFx \Rightarrow \forall xFx$ önermesi tutarlıdır.

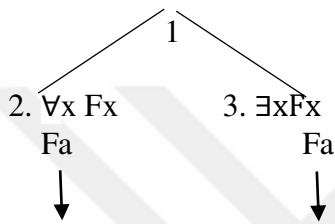
⁹⁸ Özlem, s. 248-249.

⁹⁹ Çüçen, s. 143.

2.1.2.3.4.Çıkarımın Geçerlilik Denetlemesi

Daha önce önermeler mantığında gördüğümüz gibi, bir önermenin geçerliliğini denetleyebilmemiz için önermenin değilini almamız gerekir. Daha sonra çözümleme sonucuna bakılarak yolların kapalı olması durumunda önerme geçerli, açık olması durumunda ise önerme geçersizdir. Örneğin; $\sim\forall xFx \vee \exists xFx$ önermesinin geçerliliğini denetleyelim.

1. $\sim\sim\forall x Fx \vee \exists xFx$ ($\sim\ddot{O}$)



Yollar açık olduğundan; $\sim\forall x Fx \vee \exists xFx$ önermesi geçersizdir.

Niceleme mantığında önermelerin geçerliliğinin yanında çıkarımlarında geçerliliği denetlenebilir. Çıkarımın geçerliliğini denetlemek için, çıkarımda verilen öncüller aynen alınırken sonucun değilini alınıp çözümleme yapılır. Çözümleme sonunda eğer tüm yollar kapalıysa çıkarım geçerli, en az bir açık yol varsa çıkarım geçersizdir.

Örneğin; $\sim Fx \wedge \sim Gx \therefore \exists x (Fx \wedge Gx)$ çıkarımının geçerliliğini denetleyelim.

1. $\sim Fx \wedge \sim Gx$ ($\ddot{O}$)

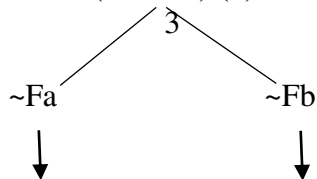
2. $\exists x (Fx \wedge Gx)$ ($\sim S$)

$\sim Fa$

$\sim Ga$

3. $\forall x \sim (Fx \wedge Gx)$ (2)

3. $\forall x \sim (Fx \wedge Gx)$ (2)



Yollar açık olduğundan $\sim Fx \wedge \sim Gx \therefore \exists x (Fx \wedge Gx)$ çıkarımı geçersizdir.

2.1.2.3.5. Eşdeğerlilik Denetlemesi

Bir önermenin eşdeğerliliği denetlenirken iki önerme karşılıklı koşul eklemi ile birbirine bağlanır. Daha sonra elde edilen yeni önermenin değili alınarak çözümleyici çizelgesi oluşturulur. Bunun sonucunda tüm yollar kapalıysa iki önerme birbirine eşdeğerdir. Örneğin; $\forall x \sim Fx, \sim \exists x Fx$ önermelerinin eşdeğerliliğini denetleyelim.

1. $(\forall x \sim Fx \Leftrightarrow \sim \exists x Fx) (\sim \ddot{O})$	
1	
3. $\forall x \sim Fx$	4. $\sim \forall x \sim Fx$
]	
2. $\exists x Fx$	5. $\sim \exists x Fx$
Fa (2.Ö)	6. $\exists x Fx$ (4.N.D.K.)
$\sim Fa$ (3.Ö)	7. $\forall x \sim Fx$ (5.N.D.K.)
X	Fa (6.Ö)
	$\sim Fa$ (7.Ö)
	X

Tüm yollar kapalı olduğundan $\forall x \sim Fx, \sim \exists x Fx$ önermeleri birbirine eşdeğerdir:

$$\forall x \sim Fx \equiv \sim \exists x Fx.$$

2.1.3. Modal (Kipler) Mantık

Modal mantık, kategorik önermelerdeki özne ve yüklem arasındaki ilişkinin nicelik ve nitelik yönündeki özelliklerinin aksine önermelerin tamamına ait özelliklerin dikkate alınıp tamamlanmasıyla¹⁰⁰ ve temel mantığa “zorunlu (apodiktik) ve “mümkün (problematik)” mantık değişmezlerinin eklenmesiyle elde edilen mantık disiplini¹⁰¹dir. Aristoteles, “bir hükmün kayıtsız şartsız; 1) varlığın kendisinin; ya da

¹⁰⁰ Şafak Ural, *Temel Mantık*, Genişletilmiş 3. Baskı, Çantay Kitabevi, İstanbul 2011, s. 52.

¹⁰¹ Teo Grünberg, *Sembolik Mantık El Kitabı II. Cilt: Özel Mantık Sistemleri*, Ankara ODTÜ Geliştirme Vakfı Yayıncılık, Ankara 2000, s. 10.

2) zaruriliğinin; veya 3) varlığın mümkünlüğünün tasdik edilmesi olduğunu”¹⁰² bunlar arasındaki ayrımı incelemek için modalite meselesini ele alarak mantıkta modalite çalışmalarının ilk temelini atmıştır. “ ‘A, B’dir; A’nın B olması zaruridir; A’nın B olması mümkündür, gibi önermeler ancak, açık bir şekilde Aristo tarafından ayırt edilerek konulmuştur.”¹⁰³

“Modalite kavramı, modern mantıkta önemli bir yer tutmaktadır. Modern mantıkçılar modaliteye önem vererek, mantık çalışmaları içinde çok önemli bir yeri olduğunu belirtmişlerdir.”¹⁰⁴ Öyleyse ne demektir modalite? Modalite, “özne ve yüklem arasında kaplam ve işlem yönünden kurulan bir ilişki değildir; o önermenin işaret ettiği şeyle olan bir ilişkisidir.”¹⁰⁵ Başka bir deyişle “Bir önermede bazan konu ile yüklem arasındaki nisbet bir kayıtlı kayıtlanır. Önermenin doğruluğu o kaydın doğruluğuna bağlıdır. İşte o kayda önermenin modalitesi (ciheti) denir.”¹⁰⁶ Goblott böyle bir kayıtlamanın iki şekilde anlaşılabilir olduğunu belirtir:

“(1) Ya fazla sayıda modaliteden bahsetmek mümkündür ve modalitelerin sayısı zarfların (adverplerin) sayısı kadar olur. Örneğin; “Sokrates iyi münakaşa ediyor” önermesinde yargı “iyi” ile kayıtlanmış durumdadır. Böyle zarflar ile değiştirilen yargıların sayısı sınırsızdır. Aristoteles’i yorumlayanlar da (Ammonius, Philon, Boéce) mod’u bu şekilde anlıyorlardı. Bu anlam da modalite, önermeye birleşen herhangi bir zarf olur.

(2) Ya da Aristoteles’ deki gibi, önermelerde yüklem ile özne arasındaki ilişkiyi kayıtlayan belli sayıda modaliteden bahsedilir ve mantıkçıların tercih ettiği yol budur. Özne ile yüklem arasındaki ilişkinin değişikliğe tabi tutulması sonucu modal önermede iki yargı vardır ve bu durumda modal önerme iki küçük önermeden kurulmuş bileşik önermedir. Böylece

¹⁰² Hamdi Ragıp Atademir, *Aristo’nun Mantık ve İlim Anlayışı*, Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Yayınları, Ankara 1974, s. 110.

¹⁰³ Atademir, s. 110.

¹⁰⁴ İsmail Köz, Modal Mantık’ta ‘Strict İmplication- Material İmplication’ (Sıkı Gerektirme- Maddi Gerektirme) Teorisi, *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Cilt XLIV 2003, Sayı 1, s. 162.

¹⁰⁵ Özlem, s. 116.

¹⁰⁶ Necati Öner, Klasik Mantıkta Modalite Modal Önermeler, *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Cilt: XV, 1967, s. 69.

bu iki önermeden biri diğeri üzerine verilmiş bir yargıdır. Bunun sonucunda modalite, yargı üzerine verilmiş yargı olarak tanımlanabilmektedir. Örneğin; “Ateşin sıcak olması zorunludur.” önermesi modal önermeye örnektir. Bu modal önermede ‘ateş sıcaktır’ ve ‘zorunludur’ yargılarını içine alır. Burada ‘zorunludur’ yargısı, ‘ateş sıcaktır’ yargısı hakkında verilmiş bir yargıdır.”¹⁰⁷

2.1.3.1. Modal Önergeler

Modal mantık, modalitesine göre kurulmuş önergelerden meydana gelen iki değerli bir mantık disiplindir. Önergeler modalitesine göre üçe ayrılır. 1) Yalın (assertorik) önerme 2) Zorunlu (apodiktik) önerme 3) Mümkün (problematik) önerme¹⁰⁸ Aristoteles’de “Organon’un ikinci kitabında mümkün (possible), imkansız (impossible), zorunlu (nécessaire) ve “contingent”¹⁰⁹ olmak üzere modalitesine göre önergelerden bahsetmiştir. Modalitesine göre önergeleri kısaca ele alalım.

2.1.3.1.1.Yalın (Assertorik) Önerme

Yalın önergeler, “öznesi ve yüklemi arasında basit bir bağın kurulduğu önergelerdir.”¹¹⁰ Başka bir ifade ile “öznenin bir özelliğinin yüklemde ifade edildiği bir önerme formuna, yani ‘A, B’dir’¹¹¹ formuna sahip önergelerdir. Bu durumda A, B’dir biçimindeki bir önermede özne olan A’nın, yüklem olan T’ye ait özellikler barındırması söz konusudur. Örnek ile ele alacak olursak “spor yapmak faydalıdır” gibi assertorik önermede özne ile yüklem arasında bağ vardır. Assertorik önergelerde yüklemde yer alan özelliğin deney veya gözlem sonunda gerçekliğinin tespit edilmesi sonucu bütün empirik önergelerin kiplikleri bakımından assertorik önergeler sayılması söz konusudur. Bu durumda assertorik önergelerin empirik yoldan elde edilmeleri sonucu doğrulanması veya yanlışlanması muhtemeldir.¹¹²

¹⁰⁷ Öner, s. 69.

¹⁰⁸ Çüçen, s. 282.

¹⁰⁹ Öner, s. 70.

¹¹⁰ Ural, s. 52.

¹¹¹ Özlem, s. 117.

¹¹² Özlem, s. 117.

“Birbirinin tersi iki assertorik önermenin gerçekleşmesi bir çelişki yaratmaz.”¹¹³ Örneğin; “bütün kuşların gagaları vardır” gibi assertorik önermenin doğruluğunu veya yanlışlığını deney ve gözleme başvurarak denetleyebiliriz. Aynı zamanda bu tür assertorik önermelerin hem kendisi hem de tersi doğru olabilir

2.1.3.1.2.Zorunlu (Apodiktik) Önerme

Zorunlu (apodiktik) önermeler, her zaman ve her koşulda doğru olan ve doğruluğu tartışılmayan, yüklemnin öznede zorunlu olarak yer alıp almadığını ifade eden önermelerdir. Aristoteles’e göre, “Zorunlu başka türlü olmayan şeydir.”¹¹⁴ Günlük dilde önermenin modalitesini belirten “zorunlu” ve “mümkün” sözcüklerini kullanırız. “Zorunlu” sözcüğü “mantıkça zorunlu” anlamında kullanıldığı zaman zorunluluk değişmezi olarak bilinen bir mantık değişmezi işlevi durumundadır. Zorunluluk değişmezi zorunluluk işareti olarak bilinen “ $\Box$ ” işaretiyle simgeleştirilir.¹¹⁵ “Apodiktik önermelerin zorunluluğundan anlaşılması gereken şey, biçimsel/mantıksal bir zorunluluk değil, önermenin içeriğine, yani işaret ettiği nesne ve duruma ait bir zorunluluktur.”¹¹⁶ Zorunlu önerme “A, B’dir zorunludur, yani A nın B olması zorunludur.”¹¹⁷ şeklinde ifade edilir. Örneğin; ateşin sıcak olması zorunludur önermesini, “ $\Box p = p$ zorunludur” biçiminde sembolleştirebiliriz.¹¹⁸ Ateşin sıcak olması zorunludur örneği her durumda doğru değeri alır. “Zorunlu önermenin doğruluğu tüm olası dünyalardaki doğruluğuna bağlı olduğundan mantıksal zorunluluk ve doğruluğu içermektedir.”¹¹⁹

2.1.3.1.3.Mümkün (Problematic) Önerme

Mümkün sözcüğü “mantıkça mümkün” anlamında kullanıldığı zaman imkan değişmezi (olanaklılık değişmezi) denilen bir mantık değişmezi işlevi durumundadır

¹¹³ Ural, s. 52.

¹¹⁴ Aristoteles’den aktaran, Öner, s. 71.

¹¹⁵ Teo Grünberg, *Sembolik Mantık El Kitabı II. Özel Mantık Sistemleri*, Ankara ODTÜ Geliştirme Vakfı Yayıncılık, Ankara 2000, s. 62.

¹¹⁶ Çüçen, s. 123.

¹¹⁷ Özlem, s. 118.

¹¹⁸ Necati Öner, *Klasik Mantık*, Divan Kitap, İstanbul 2011, s. 93.

¹¹⁹ Çüçen, s. 283.

¹²⁰ Çüçen, s. 283.

ve imkan değişmezi imkan işareti olarak bilinen “ $\Diamond$ ” işaretiyle simgeleştirilir.¹²⁰ Bu durumda $\Diamond p$ biçimindeki önermelere mümkün önerme denir. Başka bir tanımla mümkün önermeler olasılığı dile getiren önermelerdir. Mümkün nermeler “A, B’dir.” şeklinde basit önerme formundadırlar. Fakat burada önermenin bildirdiği özellik, ne bir deney ve gözleme dayalı olumsallık ne de Aristoteles’in matematiksel önermelerde keşfettiği türden bir zorunluluktur. Böyle nermeler imkan ve olasılığı bildirirler.¹²¹ Mümkün önermenin doğruluğu en az bir olanaklı dünyada doğru ise doğrudur.¹²² Söz gelişi bizim dünyamızda kar beyaz iken mümkün dünyaların birinde kar sarıdır. Fakat hiçbir mümkün dünyada imkânsız durumlar söz konusu değildir. Mesela hiçbir mümkün dünyada hem kare hem de yuvarlak olan şekillerin olması mümkün değildir.¹²³

2.1.3.2. Modal nermelerin Doğruluk Değerleri, Denetlenmesi ve Yorumlanması

Zorunlu ($\Box A$) ve mümkün ($\Diamond A$) nermelerinin doğruluk değerlerini ele aldığımızda bu önermelerin doğruluk değerleri A önermesinin doğruluk değerine bağlıdır. Bu bağıntılı oldukça karmaşık bir yapıya sahiptir. Bu bağıntı mümkün dünyalarda şu şekilde dile getirilir.¹²⁴

“(i) $\Box A$ ’nın gerçek dünyada doğru olması, A’nın bütün mümkün dünyalarda doğru olması demektir.

(ii) $\Diamond A$ ’nın gerçek dünyada doğru olması, A’nın en az bir mümkün dünyada doğru olması demektir.

(iii) Bir önermenin (mutlak) doğruluk değeri, önermelerin gerçek dünyadaki doğruluk değeri demektir. Gerçek dünya mümkün dünyalardan biri sayılır. Dolayısıyla $\Box A$ gerçek dünyada doğru ise, A önermesi de gerçek dünyada doğru olur.”¹²⁵

¹²⁰ Grünberg (2000a), s. 62.

¹²¹ zlem, s. 118.

¹²² en, s. 283.

¹²³ Grünberg (2000a), s. 66.

¹²⁴ Grünberg (2000a), s. 66.

¹²⁵ Grünberg (2000a), s. 66.

Teo Grünberg ele aldığı bu kuralları açıklamak için aşağıdaki çizelgeyi oluşturmuştur:

Tablo 2.12: P önermesinin zorunlu ($\Box A$) ve mümkün ($\Diamond A$) önermelerde doğruluk değerinin gösterimi

(1)

p olarak seçilen örnek	p	$\Box A$	$\Diamond A$
1. Kar beyazdır.	D	Y	D
2. Kar beyazdır veya kar beyaz değildir.	D	D	D
3. Kar beyaz değildir.	Y	Y	D
4. Kar beyazdır ve kar beyaz değildir.	Y	Y	Y

Bu çizelgeye göre zorunlu önerme ($\Box A$), p'nin değeri Doğru değerini aldığı örneklerden birinde Yanlış değerini, diğerinde ise Doğru değerini aldığı görülür. Bu durumda " $\Box p$ " nin doğruluk değerini, p'nin doğruluk değerince tek bir biçimde belirlenmesi söz konusu değildir. Bunun sonucunda " $\Box p$ " nin doğruluk değeri p'nin doğruluk değerinin bir fonksiyonu değildir. O halde " $\Box$ " doğruluk fonksiyonu durumunda bir önerme eklemi sayılmaz. Diğer yandan mümkün önermeye (" $\Diamond p$ ") baktığımızda " $\Diamond p$ ", p'nin yanlış değerini aldığı örneklerinden birisinde Doğru değerini alırken diğerinde ise Yanlış değerini alıyor. Bu durumda " $\Diamond p$ " nin doğruluk değeri de p'nin doğruluk değerinin fonksiyonu değildir. O halde " $\Diamond$ " doğruluk fonksiyonu durumunda bir önerme eklemi sayılmaz. Bu çizelgeye göre " $\Box p$ " ile " $\Diamond p$ " nin doğruluk çizelgeleri aşağıdaki gibi olur.¹²⁶

¹²⁶ Grünberg (2000a), s. 67.

(2) p	$\Box p$
D	D, Y
Y	Y

(3) p	$\Diamond p$
D	D
Y	D, Y ¹²⁷

Ele alınan (2) ve (3) doğruluk çizelgeleri (i) ve (ii) kurallarına göre şu şekilde açıklanabilir. P önermesi gerçek dünyada doğru olurken, p bütün mümkün dünyalarda doğru olabilir de, olmayabilir de. “ $\Box p$ ” de birinci şıkta doğru değeri alırken ikinci şıkta ise yanlış değeri alır. Bu durumda p ’nin doğru olması durumunda “ $\Box p$ ” de ya doğru ya da yanlış olur. Ancak gerçek dünyada yanlış olması p ’nin başka bir mümkün dünyada ya doğru değeri almasına ya da bütün mümkün dünyalarda yanlış değer almasına neden olur. Birinci şıkta “ $\Diamond p$ ” doğru değeri alırken ikinci şıkta ise yanlış değeri alır. Bu durumda p ’nin yanlış olması durumunda “ $\Diamond p$ ” duruma göre ya doğru ya da yanlış değeri alır.¹²⁸

Genel olarak bütün modal önermelerin doğruluk değerlerini çelişikleriyle beraber ele aldığımızda şu tablo karşımıza çıkar:

¹²⁷ Grünberg (2000a), s. 67.

¹²⁸ Grünberg (2000a), s. 67-68.

Tablo 2.13: Zorunlu ($\Box A$) ve mümkün ($\Diamond A$) önermelerin doğruluk değeri tablosu¹²⁹

	a	b	c	d	e	f	g	h
	p	$\sim p$	$\Box p$	$\Diamond p$	$\sim \Diamond \sim p$	$\sim \Box \sim p$	$\Box \Diamond p$	$\Diamond \Box p$
1	D	Y	Y	D	Y	D	D	Y
2	D	Y	D	D	D	D	D	D
3	Y	D	Y	D	Y	D	D	Y
4	Y	D	Y	Y	Y	Y	Y	Y

Bu tabloda verilen sütunların doğruluk değerlerini kısaca alacak olursak; Daha önce a,b,c,d sütunlarının doğruluk değerlerini incelemiştik. e sütununa baktığımızda $\sim \Diamond \sim p$ yanlış olması imkansız bir önermesinin doğruluk değerleri verilmiştir. Tabloya baktığımızda e sütunundaki doğruluk değerleri ile c sütunundaki doğruluk değerleri bütün satırda aynı durumdadır. Bu durumda ($\sim \Diamond \sim p$) yanlış olması imkansız önermesi ile ($\Box p$) zorunlu önermesi eşdeğerdir. f sütununa baktığımızda ise ($\sim \Box \sim p$) yanlış olması zorunlu olmayan bir önermenin doğruluk değerleri verilmiştir. Tabloda f sütunundaki ($\sim \Box \sim p$) önermesinin doğruluk değerleri ile d sütunundaki ($\Diamond p$) mümkün önermenin doğruluk değerleri tüm satırlarda aynı değerleri almıştır. Bu durumda bu iki önerme birbirlerine eşdeğerdir. g sütununda ($\Box \Diamond p$) mümkün olması zorunlu olan önermenin doğruluk değeri verilmiştir. Tabloya baktığımızda bu önermenin doğruluk değerleri ile d sütununda verilen mümkün önermenin doğruluk değerlerinin bütün satırlarda aynı değerleri almıştır. Dolayısıyla bu iki önerme birbirine eşdeğer durumdadır. Son olarak h sütununa baktığımızda ise ($\Diamond \Box p$) zorunlu olması mümkün bir önermenin doğruluk değerleri verilmiştir. Bu önermenin doğruluk değerleri ile c ile e sütunlarında verilen doğruluk değerleri bütün satırlarda aynıdır. Bu durumda ($\Diamond \Box p$) zorunlu olması mümkün olan bir önerme ile ($\Box p$) zorunlu ve ($\sim \Diamond \sim p$) yanlış olması imkansız bir önerme eşdeğerdir.¹³⁰

¹²⁹ Halil İbrahim Çetres, *Modal Mantıkta Sıkı İçerme Kavramı*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul 2014, s. 32.

¹³⁰ Çetres, s. 32.

Tablo 8’den hareketle yalın, zorunlu ve mümkün modları arasındaki ilişkiyi doğruluk değerlerini inceledik. Bu ilişkiler sonucunda bazı geçerlilikler ve eşdeğerlikler ortaya çıkmaktadır. Bu geçerlilikler ve eşdeğerlikleri sırasıyla ele alalım.

“Geçerlilikler

1. $p \Rightarrow \Diamond p$ önermesi doğru ise bu önermeden meydana gelen “ p mümkündür” önermesi de doğru olmak durumundadır. Bu durumda önermenin tamamı doğru, tutarlı ve geçerlidir.

2. $\Box p \Rightarrow p$. Zorunlu p önermesi bütün mümkün dünyalarda doğru olduğundan p önermesi de doğru olmak durumundadır. Dolayısıyla her iki önerme de doğru olduğuna göre koşul önermesi tutarlı ve geçerlidir.

3. $\Box p \Rightarrow \Diamond p$. Zorunlu p önermesi doğru ise zorunlu olarak mümkün önermesi de doğru olmak durumundadır. Çünkü doğru olan zorunlu p önermesi en az bir mümkün dünyada da doğru olması sonucu tüm önerme hem tutarlı hem de geçerlidir.

4. $\Box(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\Box p \Rightarrow \Box q)$

5. $\Diamond(p \wedge q) \Rightarrow (\Diamond p \wedge \Box q)$ ¹³¹

“Eşdeğerlikler

1. $\sim \Box p \equiv \Diamond \sim p$

2. $\sim \Diamond p \equiv \Box \sim p$

3. $\Box p \equiv \sim \Diamond \sim p$

4. $\Diamond p \equiv \Box \Diamond p$ ¹³²

“ $\Box A$ ”ve “ $\Diamond A$ ” gibi bir kiplik önermesi yorumlanırken A ’nın içerisinde yer alan P_1 , P_2 , P_3 ... P_n önerme temsilcilerine bütün mümkün dünyada tek tek doğruluk değerleri verilir. Bu durumda kiplik önermesinde yorumlama için mümkün dünyalar kümesi ile bütün mümkün dünyada ayrı bir değerlendirme yapmak gerekir. Mümkün dünyalar kümesi M ile M ’nin öğeleri olan mümkün dünyalarda m_0 , m_1 , m_2 ... ile gösterilir.

¹³¹ Çüçen, s. 284.

¹³² Çüçen, s. 284.

Tüm yorumlamalarda Ma gerçek dünyayı temsil eder.¹³³ Örneğin; $\Box(p \Rightarrow q)$ kiplik önermesini yorumlarsak;

Mümkün dünyalar kümesi $M = \{m_0, m_1, m_2\}$ olsun. Yorumlama yaparken M'nin yanı sıra p ile q'da mümkün dünyalar kümesindeki m_0, m_1 ve m_2 'deki değerlemeleri yer almalıdır. Her değerlendirme sadece D değeri verilen önerme temsilcilerinin sıralanmasıyla dile getirilecek ve şu şekilde yorumlanır.

(m: $\{m_0, m_1, m_2\}$; $m_0:q$; $m_1:p$; $m_2:p, q$). Bu gösterimi şu şekilde açıklayabiliriz.

m_0 'daki değerlendirme q'yu, m_1 'deki değerlendirme p'yi, m_2 'deki değerlendirme ise p ve q'yu gösterir. m_0 : q değerlemesinde p'ye Yanlış, q'ya Doğru değeri, m_1 :p değerlemesinde p'ye Doğru, q'ya Yanlış değeri, m_2 : p, q değerlemesinde ise hem p'ye hem de q'ya Doğru değeri verilir. Hem değerlemeler arasına hem de mümkün dünyalar kümesinin ardına noktalı virgül (;) konur. Daha sonra $\Box(p \Rightarrow q)$ önermesinin doğruluk değeri “ $\Box A$ 'nın gerçek dünyada doğru olması, A'nın bütün mümkün dünyalarda doğru olması demektir.” ilkesi gereği bu önermenin doğru olması etki alanının tüm mümkün dünyalarda doğru olması sonucunu çıkarır. Bu durumda “ $p \Rightarrow q$ ” etki alanının bütün mümkün dünyalardaki doğruluk değeri hesaplanır. Ve şu şekilde gösterilir.

<u>m_0</u>	<u>m_1</u>	<u>m_2</u>
$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow q$
$Y \Rightarrow D$	$D \Rightarrow Y$	$D \Rightarrow D$
D	Y	D

Bu hesaplamaya göre “ $p \Rightarrow q$ ” m_0 ve m_2 ' de Doğru, m_1 de ise yanlış değeri alıyor. Bundan dolayı “ $p \Rightarrow q$ ” tüm mümkün dünyalarda doğru olmadığından $\Box(p \Rightarrow q)$ önermesi yorumlandığında yanlış olacaktır.¹³⁴

¹³³ Grünberg (2000a), s. 68.

¹³⁴ Grünberg (2000a), s. 68-69.

2.2. Çok Değerli Mantık

Bilindiği üzere iki değerli mantıkta p önermesi üçüncü halin imkânsızlığı ilkesi gereği sadece “doğru” veya “yanlış” olmak üzere iki doğruluk değeri alabilir. Yani bir önerme ya “doğrudur” ya da “yanlıştır.” Üçüncü bir doğruluk değeri söz konusu değildir. Ancak Aristoteles temelini attığı önermeleri iki değerli olarak ele almış olmasına karşın bazı durumlarda bir takım önermelerin üçüncü bir değer alabileceğini “yarın deniz savaşı olacak” önermesi ile işaret etmiştir. Bunun gibi önermeler geleceğe ilişkin bilgi verdiğinden dolayı ne doğru ne de yanlıştır. Bu türden önermeler için üçüncü bir doğruluk değeri “belirsizlik” olma hali söz konusu olabilir.¹³⁵ Bu durumda mantığın ana ilkelerinden olan üçüncü halin imkânsızlığı ilkesinin uygulanmasından dolayı geleneksel mantığa getirilen eleştiriler çok değerli mantığın gelişmesini sağlamıştır.

Geleneksel mantıktaki, üçüncü halin imkânsızlığı ilkesinin uygulanması sonucunda bir takım güçlükler ile karşılaşılır. Mesela matematik ve fizikte iki değerli mantıkla açıklanamayan durumlar vardır. Örneğin; Ferma Teoremi’nin ne doğruluğu ne de yanlışlığı ispat edilebilmiş değildir. Eğer $n > 2$ ise $x^n + y^n = z^n$ eşitliğini sağlayacak bir sayının olup olmadığı gösterilemez.¹³⁶ Görülüyor ki bazı durumlarda iki değerli mantığın yetersizliği söz konusudur. Bu durumda geleneksel mantığın üçüncü halin imkânsızlığı ilkesinin evrenselliğinden şüphe edilmesi sonucu, doğru ve yanlış değer çiftini temele alan iki değerli mantığın yanında ikiden fazla değerli mantıkların kurulmasıyla beraber çok değerli mantık sistemi gelişme göstermiştir.¹³⁷ Bazı mantıkçılar iki değerli mantığın aldığı doğru ve yanlış değerlerin yanına belirsiz ve nötr adını verdikleri üçüncü bir değeri katması sonucu üç değerli mantıklar kurmaya çalışmışlardır. Bu konudaki ilk düşüncüyü Lukasiewicz (1920) ortaya attıktan sonra Post (1921) ve Brouwer (1925) bu düşüncüyü takip etmişlerdir.

¹³⁵ Şafak Ural, “Çok Değerli Mantık”, Felsefe Arkivi, S: 26, <https://www.safakural.com/makaleler/cok-degerli-mantik>, s.301, (Erişim Tarihi: 31.01.2018).

¹³⁶ Necati Öner, “Mantığın Ana İlkeleri ve Bu İlkelerin Varlıkla Olan İlişkileri”, *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Cilt: XVII, 1969, s. 290-291.

¹³⁷ Öner, s. 292.

Lukasiewicz, p önermesinin alabildiği üç doğruluk değerini; doğru, yanlış ve nötr olduğunu ve bu değerlerin gösterimlerini doğru için 1, yanlış için 0 ve nötr için 1/2 sembollerini kullanarak ifade etmiştir. Bu durumda doğru ve yanlış arasına üçüncü bir değer koyarak, üçüncü halin imkânsızlığı ilkesinin dışına çıkmış bulunmaktadır. Lukasiewicz'den sonra ikiden fazla değerli mantık arayışları artış göstermiştir. Reichenbach' de çok değerli hakikat mantığı, olasılık mantığı haline getirmiş ve doğru ile yanlış arasında sürekli bir değerler skalası bulunduğunu ileri sürmüştür. Üçüncü halin imkânsızlığı ilkesine yönelik yapılan eleştiriler ve oluşturulan çok değerli mantıklar bu ilkenin yanlış bir ilke olduğunu değil, sınırlı olduğunu ortaya koyar.¹³⁸

2.2.1.Çok Değerli Mantığın Doğruluk Değerleri, Denetlenmesi ve Yorumlanması

Üç değerli mantık, iki değerli mantıkta kullanılan “değil” ($\sim$), “ve” ($\wedge$), “veya” ($\vee$), “ise” ($\Rightarrow$), “ancak ve ancak” ($\Leftrightarrow$) gibi mantıksal değişmezleri aynı biçimde kullanır. Ancak iki değerli mantığın öngördüğü iki değer yerine üç değeri temele alması sonucu bu mantıksal değişmezlerin doğruluk yorumunda farklılık gösterir.¹³⁹ Üç değerli mantıkta doğru, yanlış ve belirsiz olmak üzere üç değer vardır. Doğruluk çizelgesinde doğruluk değerlerini bulmak için; değer sayısını “m” ve önerme sayısına “n” ile göstererek $m^n = 3^2 = 9$ formülünü kullanırız. Bu formülden hareketle 9 satırdan oluşan değer tablosunun gösterimi şu şekildedir:

¹³⁸ Öner, s. 292.

¹³⁹ Çüçen, s. 187.

Tablo 2.14: Çok değerli mantığın doğruluk değeri tablosu ¹⁴⁰

p	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
D	D	Y	D	D	D	D
D	B	Y	B	D	B	B
D	Y	Y	Y	D	Y	Y
B	D	B	B	D	D	B
B	B	B	B	B	D	D
B	Y	B	Y	B	B	B
Y	D	D	Y	D	D	Y
Y	B	D	Y	B	D	B
Y	Y	D	Y	Y	D	D

Bu değer tablosundan hareketle önermelerin doğruluk yorumları şu şekilde yapılabilir.

- a) *Değil önermesi doğruluk değerlerini önermenin değilsiz durumundaki değerlerine göre alır. Eğer önerme doğru ise yanlış, belirsiz ise yine belirsiz ve yanlış ise doğru değer alır.*
- b) *Tümel evetleme önermesinin her iki bileşeni doğru ise önerme doğru olur. En az bir bileşeni yanlış ise yanlış olur. En az bir bileşeni belirsiz ve diğeri yanlış değilse önerme belirsiz olur.*
- c) *Tikel evetleme önermesinin her iki bileşeni yanlış ise önerme yanlış olur. En az bir bileşeni doğru ise önerme doğru olur. En az bir bileşeni belirsiz ve diğeri doğru değilse önerme belirsiz olur.*
- d) *Koşul önermesinin ön bileşeni doğru, art bileşeni yanlış ise yanlış olur. “D B” ve “B Y” durumlarında da belirsizdir. Diğer tüm durumlarda doğrudur.*
- e) *Karşılıklı koşul önermesinin iki bileşeni de aynı değeri alıyorsa önermenin kendisi doğru olur. Bileşenlerinden biri doğru diğeri yanlış ise önerme yanlış olur. Diğer tüm durumlarda belirsiz değeri alır.”¹⁴¹*

¹⁴⁰ Çüçen, s. 187.

Bilindiği gibi iki değerli mantıkta önermeler; geçerli, tutarsız ve geçerli ama tutarlı olmak üzere üç farklı şekildedirler. Ancak çok değerli mantıkta ise önermeler; geçerli önermeler, geçersiz ve tutarlı önermeler, tutarsız olmayan yarı – tutarsız önermeler, tutarsız önermeler olmak üzere beş farklı şekil alır.¹⁴² Bu önermelerden hareketle üç değerli mantıkta önermeleri doğruluk tablosuyla tutarlılık, geçerlilik ve eşdeğerlilik denetlemesini yapacağız.

2.2.2.Tutarlılık Denetlemesi

Önermenin üç değerli mantıkta doğruluk tablosundan hareketle eğer en az bir yorumlamada doğru olan bir önerme varsa bu önerme tam tutarlı, hiçbir yorumlamada doğru değeri almayan ancak bazı satırlarda belirsiz, bazı satırlarda yanlış değer alan önerme varsa bu önermeye yarı tutarlı önerme; bütün yorumlamada yanlış değeri alan önermelere ise tutarsız önermeler denir.¹⁴³

Örneğin $\sim(p \vee \sim q) \vee \sim(p \Rightarrow q)$ önermesinin tutarlılığını denetleyelim.

Tablo 2.15: $\sim(p \vee \sim q) \vee \sim(p \Rightarrow q)$ önermesinin tutarlılığının denetlemesinin gösterimi

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim(p \vee \sim q)$	$p \Rightarrow q$	$\sim(p \Rightarrow q)$	$\sim(p \vee \sim q) \vee \sim(p \Rightarrow q)$
D	D	Y	Y	D	Y	D	Y	Y
D	B	Y	B	D	Y	B	B	B
D	Y	Y	D	D	Y	Y	D	D
B	D	B	Y	B	B	D	Y	B
B	B	B	B	B	B	D	Y	B
B	Y	B	D	D	Y	B	B	B
Y	D	D	Y	Y	D	D	Y	D
Y	B	D	B	B	B	D	Y	B
Y	Y	D	D	D	Y	D	Y	Y

¹⁴¹ Çüçen, s. 188.

¹⁴² Grünberg (2000a), s. 297.

¹⁴³ Çüçen, s. 188-189.

Ele aldığımız örneğe baktığımızda $\sim(p \vee \sim q) \vee \sim(p \Rightarrow q)$ önermesinin tam tutarlı bir önerme olduğunu görüyoruz.

2.2.3. Geçerlilik Denetlemesi

Geçerli önermeler, tüm yorumlamalarda doğru (D) değeri alan önermelerdir. Bu önermelere aynı zamanda çok değerli totoloji de denir.¹⁴⁴ Bir önermenin ya da çıkarımın geçerlilik denetlemesini yaparken çıkarımın öncüllerini “ve” eklemiyle sonucun öncüllerine “ise” eklemiyle bağlayarak çıkarımı önerme haline getirebiliriz. Daha sonra önermenin doğruluk tablosunu oluşturarak geçerlilik denetlemesini yaparız.¹⁴⁵

Örneğin; $(p \vee \sim q) \vee \sim(p \wedge q)$ önermesinin geçerliliğini denetleyelim.

Tablo 2.16: $(p \vee \sim q) \vee \sim(p \wedge q)$ önermesinin geçerliliğinin denetlemesinin gösterimi

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$(p \vee \sim q) \vee \sim(p \wedge q)$
D	D	Y	D	D	Y	D
D	B	B	D	B	B	D
D	Y	D	D	Y	D	D
B	D	Y	B	B	B	B
B	B	B	B	B	B	B
B	Y	D	D	Y	D	D
Y	D	Y	Y	Y	D	D
Y	B	B	B	Y	D	D
Y	Y	D	D	Y	D	D

Ele aldığımız örneğe baktığımızda $(p \vee \sim q) \vee \sim(p \wedge q)$ önermesi için tutarlı fakat geçersiz bir önermedir diyebiliriz.

¹⁴⁴ Grünberg (2000a), s. 297.

¹⁴⁵ Çüçen, s. 189.

2.2.4.Eşdeğerlilik Denetlemesi

Eşdeğerlilik denetlemesi yapılırken iki önermenin tüm yorumlarında aynı değeri alıp almadığına bakılır. Eğer iki önerme tüm yorumlarında aynı değeri alıyorsa bu iki önerme birbirine eşdeğer önermedir, aksi olursa eşdeğer değildir. Örneğin; $\sim(p \wedge \sim p)$ ve $(\sim p \vee p)$ önermelerinin eşdeğerlilik denetlemesini yapalım.

Tablo 2.17: $\sim(p \wedge \sim p)$ ve $(\sim p \vee p)$ önermelerinin eşdeğerlilik denetlemesinin gösterimi

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$	$\sim p \vee p$
D	Y	Y	D	D
B	B	B	B	B
Y	D	Y	D	D

$\sim(p \wedge \sim p)$ ve $(\sim p \vee p)$ önermeleri aynı doğruluk değerini aldıklarından birbirine eşdeğer önermelerdir ve şu şekilde gösterilir:

$$\sim(p \wedge \sim p) \equiv (\sim p \vee p)$$

2.3. Üç Değerli Mantık

İki değerli mantığın temel ilkelerinden biri olan üçüncü halin imkânsızlığı ilkesi gereği bir p önermesinin ya doğru ya da yanlış değeri alabileceği söz konusu iken, bu doğruluk değerleri dışında başka bir doğruluk değeri alması söz konusu değildir. “Fakat bazı önermelerin doğruluğu ya da yanlışlığı hakkında karar vermek mümkün değildir. Geleceğe ilişkin bu tip önermeler ile kuantum fiziğinin belirsizlik yasası, iki değerli mantığın dışında çok değerli mantıkların olabileceğini ortaya koymuştur.”¹⁴⁶

¹⁴⁶ Nazife Baykal ve Timur Beyan, s. 35.

Üç değerli mantık geleneksel mantığın genelleştirilmesi sonucu elde edilen ve çok değerli mantık içerisinde yer alan mantık sistemidir. İki değerli mantıkta önermelerin doğru-yanlış olmak üzere iki değeri bulunurken üç değerli mantıkta bu doğruluk değerler kümesine önermenin doğruluğu ya da yanlışlığı hakkında kararsız olduğunu ifade eden “1/2(belirsiz)” değeri eklenmiştir.¹⁴⁷ İki değerli mantıkta kullanılan mantıksal değişmezler ($\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$) üç değerli mantıkta da aynen geçerlidir; ancak doğruluk çizelgesinde farklılık göstermektedir. Üç değerli mantık doğruluk çizelgesi ile önermelerin tutarlılığını, geçerliliğini ve eşdeğerliliğini denetleyebiliriz. Önermelerin tam tutarlı olması için en az bir doğru yorumun olması, yarı tutarlı olması için hiç doğru değer almaması ve bazı satırlarda belirsiz, bazı satırlarda da yanlış değer alması, tutarsız olması için ise bütün satırlarda yanlış değer alması gerekir. Bir önermenin geçerliliği denetlenirken, çıkarımın öncülleri ve eklemi sonucu öncüllere ise eklemi ile bağlanarak önerme haline getirilerek doğruluk çizelgesindeki almış olduğu değerlere bakılarak yorumlanır. Geçerli olması için önermenin bütün satırlarda doğru değer alması gerekir. İki önerme bütün satırlarda aynı değeri alırsa bu durumda bu iki önerme eşdeğerdir. Üç değerli mantıkta mantığın ilkelerinden özdeşlik ilkesi geçerli olmasına karşın çelişmezlik ilkesi ve üçüncü halin imkânsızlığı ilkeleri geçerli değildir.¹⁴⁸ Üç değerli mantıkta mantıksal değişmezler ile oluşturulan bileşik önermelerin alabileceği doğruluk tablosu şöyledir.

Tablo 2.18. Üç değerli mantık doğruluk çizelgesi¹⁴⁹

p	q	$\sim p$	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	0	1	1	1	1
1	½	0	1	½	½	½
1	0	0	1	0	0	0
½	1	½	1	½	1	½
½	½	½	½	½	1	1
½	0	½	½	0	½	½
0	1	1	1	0	1	0
0	½	1	½	0	1	½
0	0	1	0	0	1	1

¹⁴⁷ Nazife Baykal ve Timur Beyan, s. 36.

¹⁴⁸ Nazife Baykal ve Timur Beyan, s. 36.

¹⁴⁹ Nazife Baykal ve Timur Beyan, s. 36.

2.3.1.Lukasiewicz'in Üç Değerli Mantığı

Lukasiewicz, 1921’de Aristoteles’in rastlantısal problemini çözmek için üç değerli mantık sistemini kurmuştur ve kendi sözleriyle şöyle ifade etmiştir:¹⁵⁰

“Bir çelişkiye dümeden, gelecek yılın belli bir anında, mesela 21 Aralık öğle üzeri Varsova’da olmamın, simdiden olumlu ya da olumsuz olarak halledilmediğini varsayabilirim. Belirtilen zamanda Varsova’da olmam mümkündür fakat, zorunlu değildir. Bu önceden farztme sırasında, “gelecek yıl 21 Aralık öğleyin Varsova’da olacağım” cümlesi, simdiki zamanda ne doğrudur ne de yanlış. Doğru olsaydı benim gelecekte Varsova’da olmam, önceden farzettığımızla çelisik olarak, zorunlu olacakti. Benzer şekilde, eğer yanlış olsaydı, yine önceden farzettığımızla çelişik olarak, Varsova’da olmam mümkün olmayacaktı. Dolayısıyla bu cümle ne doğrudur ne de yanlış; 0 ve 1’den, doğru ve yanlışten farklı olan üçüncü bir değeri olmalıdır. Bunu $1/2$ ile gösterebiliriz: ‘Mümkündür’.”¹⁵¹

Lukasiewicz'in kendi ifadesinde belirttiği bu yeni değerler bizi iki değerli mantık sisteminden farklı olarak üç değerli mantık sisteminin ortaya çıktığını gösterir. Lukasiewicz'in ortaya koyduğu üç değerli mantıkta bir p önermesi Doğru (D), Yanlış (Y) ve Belirsiz (Mümkün) değerlerini alır ve önerme eklemlerini şu şekilde gösterilmiştir.¹⁵²

$A \sim B$	$A \wedge B$	$d \ b \ y \ B$	$A \vee B$	$d \ b \ y \ B$
d y	d d b y	d d d d	d d d d	
b b	b b b y	b d b b	b d b b	
y d	y y y y	y d b y	y d b y	
	A	A	A	

$A \rightarrow B$	$d \ b \ y \ B$	$A \leftrightarrow B$	$d \ b \ y \ B$
d d b y		d d b y	
b d d b		b b d b	
y d d d		y y b d	
B		A	

¹⁵⁰ Osman Çetinkaya, “Çok Değişkenli Mantık”, *İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Fakültesi Dergisi* No:27, Ekim 2002, s. 30.

¹⁵¹ Kneale'den aktaran: Çetinkaya, s. 30.

¹⁵² Ural, s. 301.

Tabloda gösterdiğimiz doğruluk değerlerini D:1, Y:0 ve B: 1/2 değerlerini kullanarak şu şekilde de ifade etmemiz mümkündür:

$$\begin{aligned}
 & \sim p = 1-p \\
 & p \wedge q = \min(p, q) \\
 & p \vee q = \max(p, q) \\
 & p \Rightarrow q = \text{eğer } p \leq \text{ ise, } 1 \\
 & \quad \text{eğer } p > q \text{ ise, } 1 - A+B \\
 & \quad \text{veya diğer bir ifadeyle,} \\
 & \quad = [\min(1, (1-p) + q)] \\
 & \quad = [\min(1-p) + q, 1] \\
 & p \Leftrightarrow q = (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) = \min[\min(1, 1-p+q), \min(1, 1-p+q)]^{153}
 \end{aligned}$$

“Üç-değerli mantıkta üçüncü hâlin imkânsızlığı ilkesinin bir kenara bırakılması, iki-değerli mantığın bir eksikliği olarak yorumlanmıştır. Çünkü üç değerli mantık için dördüncü hâl, dört-değerli mantık için ise beşinci hâl, vd imkânsızdır. Bu bakımdan, kaç değerli olursa olsun, bir mantık sistemi için önemli olan nokta, çelişik olmayan bir formel-aksiyomatik sistem halinde kurulmuş olmaktır.”¹⁵⁴

2.3.2. Bochvar’ın Üç Değerli Mantık Sistemi

Bochvar üç değerli mantık sisteminde üçüncü değer olarak “paradoksal (anlamsız)” kavramını kullanarak üç değerli mantığın başka bir versiyonunu ortaya koymuştur. Bochvar “bu cümle yanlıştır” ifadesinin eğer bu cümlemin doğruluğu kabul edilirse yanlış, cümlemin yanlışlığı kabul edilirse doğru değeri alabileceği durumundan dolayı böyle paradoksal ifadelerin ne doğruluğu ne de yanlış değer alabilecekleri söz konusu değildir. Bochvar’ın üç değerli mantığının temeli böyle paradoksal ifadelere dayanmaktadır. Böyle paradoksal ifadelerde gördüğümüz gibi her iki durumda çelişkiden kurtulmamız mümkün değildir, üçüncü bir değer yani paradoksal olma

¹⁵³ Ural, s. 302.

¹⁵⁴ Ural, s. 304.

hali söz konusudur. Bochvar'ın böyle paradoksal ifadelerden kurtulmak amacıyla oluşturduğu üç değerli mantık için oluşturduğu doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.

d: Doğru, y: Yanlış, p: Paradoksal.¹⁵⁵

A	~A	A	∧	B	d	p	y	B	A	∨	B	d	p	y	B
d	y	d	d	p	y				d	d	p	d			
p	p	p	p	p	p				p	p	p	p			
y	d	y	y	p	y				y	d	p	y			
A		A							A						

A	→	B	d	p	y	B	A	↔	B	d	p	y	B
d	d	p	y				d	d	p	y			
p	p	p	p				p	p	p	p			
y	d	p	d				y	y	p	d			
A							A						

2.3.3.Kleen'in Üç Değerli Mantık Sistemi

Kleen, bir ifadenin doğru mu yanlış mı olduğunun belirlenememesi durumunu üçüncü değer alması sonucu üç değerli mantık sistemi oluşmuştur. Kleen'in temele aldığı bu düşünce Lukasiewicz'in düşüncesinden farklıdır. Bu farklılık Lukasiewicz'in önermenin gelecekte alacağı doğruluk değerinin şuan için belirsiz olma durumunu üçüncü değer olarak alması bunun aksine Kleen'in bir ifadeye ne doğru ne de yanlış değeri atfetmemesinden kaynaklanmaktadır. Kleen'in oluşturduğu bu üç değerli mantık için doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir: d: Doğru, y: Yanlış, k: Karar verilemez.¹⁵⁶

A	~A	A	∧	B	d	k	y	B	A	∨	B	d	k	y	B
d	y	d	d	k	y				d	d	d	d			
k	k	k	k	k	y				k	d	k	k			
y	d	y	y	y	y				y	d	k	y			
A		A							A						

A	→	B	d	k	y	B	A	↔	B	d	k	y	B
d	d	k	y				d	d	k	y			
k	d	k	k				k	k	k	k			
y	d	d	d				y	y	k	d			
A							A						

¹⁵⁵ Ural, s. 304.

¹⁵⁶ Ural, s. 305-306.

2.3.4. Reichenbach'ın Üç Değerli Mantık Sistemi

Reichenbach üç değerli mantık sisteminde kuantum fiziğine bağlı olarak ortaya çıkan sorunlara çözüm getirmeyi amaçlamıştır. Bu sorun Heisenberg'in belirsizlik ilkesiyle ilgilidir. Bu ilkeye göre elementer hakkında farklı bilgi veren iki farklı önerme birlikte doğru kabul edilir. Bunun sonucunda p , q gibi iki önermenin birlikte doğru olması durumunda $p \wedge q$ nun doğru olması gerekirken yukarıda ele aldığımız durumu ifade eden $p \wedge q$ birlikte doğru olması artık söz konusu olamaz. Böyle durumdan hareketle Reichenbach üç değerli mantık sistemini ortaya koymuştur. Reichenbach'a göre p önermesi kuantum fiziğini ilgilendiren bir olayı dile getiriyorsa böyle önerme “doğru” ve “yanlış” dışında “belirsiz” değerini de alır.¹⁵⁷

¹⁵⁷ Ural, s. 306-307.

BÖLÜM 3

PUSLU MANTIK

Bu bölümde öncelikle puslu mantık kavramına ilişkin tanımlar ele alınarak puslu mantığın ortaya çıkışı, gelişimi genel özellikleri, diğer mantık sistemleriyle karşılaştırılması, önermiş olduğu doğruluk değeri ve günümüzde kullanım alanları incelenecektir.

3.1.Puslu Mantık Kavramı

“Türkçe’de ‘bulanık’ kelimesi genel olarak puslu, dumanlı, kesinlikle ayırt edilmeyen, kesin olmayan, belirsiz, kafa karıştıran, müphem gibi bir dizi anlama sahiptir.”¹⁵⁸ İngilizce Fuzzy Logic terimi günümüzde yaygın olarak bulanık, puslu, saçaklı mantık olarak ele alınmıştır. Genellikle mühendislik alanında bulanık mantık terimi kullanılırken felsefe alanında ise puslu mantık terimi kullanılmıştır. Biz de çalışmamızda puslu mantık terimini kullanacağız. “Puslu mantık” kavramını, “puslu küme” kavramıyla birlikte düşünmek gerekir.¹⁵⁹ “Puslu mantık, belirsiz veya kesin olmayan tanımların ifadesi için kullanılan “puslu kümeler” üzerine inşa edilmiş bir teoridir. Bu nedenle puslu mantık teorisinin ortaya çıkışı ve gelişimi, puslu küme kavramının tarihçesinden bağımsız olarak ele alınamaz.”¹⁶⁰ Zadeh’e göre puslu kümeler klasik kümelerden, belirsiz veya kesin olmayan, bunun sonucunda ‘dereceli olan’ terimleri ifade etme yönünden farklılık gösterir. Klasik küme teorisinde “1” değeri ilgili kümenin elemanı olan nesnelerin üyelik derecesini, “0” değeri ise elemanı olmayan üyelerin derecesine karşılık gelir. Puslu kümelerde klasik kümelerde farklı olarak bir elemanın üyelik derecesi 0 ve 1 dahil olmak üzere herhangi bir değere sahip olabilir.¹⁶¹ “Puslu küme kavramı böylelikle “bir özelliğe

¹⁵⁸ Zekai Şen, *Bulanık Mantık İlkeleri ve Modelleme*, 3. Baskı, Su Vakfı Yayınları, İstanbul 2009, s. 26.

¹⁵⁹ Şafak Ural, *Puslu Mantık Felsefe İçin Yeni Bir Açılım Olabilir mi?* Prof. Dr. Hayri Bolay Armağan Kitabı, Gazi Kitabevi, Ankara 2005, s. 151.

¹⁶⁰ Yücel Yüksel, *Puslu Mantık ve Felsefi Arka Planı*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayınlanmamış Doktora Tezi, İstanbul 2006, s. 2.

¹⁶¹ Yücel Yüksel, “Kesinlik ve Puslu Mantık”, *İstanbul Üniversitesi Sosyoloji Dergisi*, 3. Dizi, S:22, 2011, s. 527.

sahip olması” ile “o özelliğe sahip olmaması” arasında keskin bir sınır çizilemeyecek kavramların tanımına imkân tanımaktadır.”¹⁶²

*“Örnek olarak çeşitli elmalardan oluşan bir kümeyi düşünelim. Bu elmaların hepsi elmalar kümesinin tam elemanı olsun. Bir tanesinin bir parçasını yediğimizi düşünelim. Bu elma elmalar kümesinin elemanı mıdır? Bir ısırık daha, bir ısırık daha... Elma olma ile elma olmama arasındaki sınır neresidir? Ya da cetveller kümesinden bir cetvel alalım. Bunu ikiye bölelim. Hala cetvel midir? Bir daha bölelim. Bir daha, bir daha. Hala cetvel midir? Bu nerede sona erer? Böldüğümüz cetvel hala tam üye midir?”*¹⁶³

Ele alınan bu gibi örneklerde tam olarak üye olan ya da üye değil diyemeyeceğimiz durumlarda (0,1) arası değer alan kısmi üyelik derecesi yeterince faydalı olacaktır.¹⁶⁴ Puslu kümelerde mevcut olan bu durumun aksine klasik kümelerde o küme içerisinde bulunan herhangi bir objenin üyelik derecesi 1 değeri alırken o küme içerisinde bulunmayan bir objenin üyelik derecesi 0 değeri alır.¹⁶⁵ Örnek ile ele alacak olursak klasik küme için insan terimine baktığımızda tanımı gereği tek tek insanları kapsadığından dolayı her birinin alacağı üyelik derecesi 1’dir. Bir kuş ya da bir çiçek bu küme bağlamında ele alındığında alacağı üyelik derecesi ise 0’dır.¹⁶⁶ “Zadeh, puslu kümeyi $f_A(x)$ şeklinde gösterilebilecek bir üyelik fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. Bu gösterimde A puslu bir kümeyi, x ise bu küme içindeki bir elemanı, fonksiyonun alacağı değer ise x ’in üyelik derecesini gösterir.”¹⁶⁷ Zadeh puslu, mantığı üç anlamda ele alır:

“-Dar anlam: Çok değerli mantığın bir genişletilmesi ve bir genelleştirilmesi sayılabilecek bir yaklaşıksal akıl yürütme mantığıdır.

¹⁶² Yüksel, s. 527-528.

¹⁶³ Nazife Baykal ve Timur Beyan, s. 74.

¹⁶⁴ Nazife Baykal ve Timur Beyan, s. 74.

¹⁶⁵ Yücel Yüksel, *Puslu Mantık ve Felsefi Arka Planı*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayınlanmamış Doktora Tezi, İstanbul 2006, s. 29-30.

¹⁶⁶ Yücel Yüksel, s. 30.

¹⁶⁷ Yücel Yüksel, *Yapay Zekâ ve Puslu Mantık*, Felsefe Arkivi, S:32, İstanbul 2008, s. 43.

-Biraz geniş anlam: Bulanık mantığın bulanık kümeler kuramıyla genişletilmesinden elde edilen mantıktır.

-En geniş anlam: Bulanık mantık, bulanık aritmetik ve bulanık otomatiklerden bulanık biçim tanıma, bulanık diller ve bulanık uzman sistemlere kadar birçok branşı içerir.”¹⁶⁸

3.2.Puslu Mantığın Ortaya Çıkışı ve Gelişimi

1921 Bakü doğumlu Lütü Ali Askerzade, 1960’lı yıllarda Kaliforniya Berkeley Üniversitesi’nde sistem teorileri konusu üzerine çalışma yaparken geleneksel sistem analiz tekniklerinin gerçek dünya sorunları için çok kesin olduğunun farkına varmıştır. Kısaca Zadeh adıyla bilinen Lütü Ali Askerzade, 1965 yılında “Fuzzy Sets” (Puslu Kümeler) isimli makalesi ile “puslu küme” kavramını geliştirerek bu kavramın özelliklerini ele alıp puslu mantığın temelini atarak puslu mantığın öncüsü olmuştur.¹⁶⁹ Zadeh’in geliştirdiği puslu mantık teorisi, felsefî bir çalışmadan ziyade teknik problemlerin çözüme kavuşturulması gayretindedir.¹⁷⁰ Puslu mantık, teknolojiye çok başarılı devrim sayılabilecek uygulamaların gelişmesini sağlamıştır.¹⁷¹ “Puslu mantık teknolojisinin ilk örneği olarak H. E. Mamdani ve S. Assilian’ın 1974 yılında bir buhar makinesinin kontrolü üzerine yaptıkları çalışma gösterilmektedir.”¹⁷² Puslu mantık teknolojisinin endüstri alanında ilk örneği çimento ocağı denetleyicisidir. Bu çimento ocağı denetleyicisi Blue Circle Cement ve SIRA tarafından 1976 yılında Danimarka’da geliştirilmiş ve 1982 yılında uygulamaya konulmuştur.¹⁷³

¹⁶⁸ Şevki Işıklı, “Lotfi A. Zadeh’in Hayat Hikâyesi ve Bulanık Paradigmanın Üç Temel Unsuru”, *Kutadgubilig Felsefe- Bilim Araştırmaları Dergisi*, S:17, Mart 2010, s. 96-97.

¹⁶⁹ Yücel Yüksel, *Puslu Mantık ve Felsefî Arka Planı*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayınlanmamış Doktora Tezi, İstanbul 2006, s. 7.

¹⁷⁰ Yücel Yüksel, “Kesinlik ve Puslu Mantık”, *İstanbul Üniversitesi Sosyoloji Dergisi*, 3. Dizi, S:22, 2011, s. 525.

¹⁷¹ Şafak Ural, *Puslu Mantık Felsefe İçin Yeni Bir Açılım Olabilir mi? Prof. Dr. Hayri Bolay Armağan Kitabı*, Gazi Kitabevi, 2005, s. 151.

¹⁷² Zadeh’den aktaran, Yücel Yüksel, *Puslu Mantık ve Felsefî Arka Planı*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayınlanmamış Doktora Tezi, İstanbul 2006, s. 9.

¹⁷³ Yen’den aktaran, Yüksel, s. 9.

3.3.Puslu Mantığın Genel Özellikleri

Puslu mantığın özelliklerine baktığımızda ilk olarak klasik küme anlayışının temel aldığı ilkelerin dışında bazı ilkelere dayanması karşımıza çıkmaktadır. Örnek ile ele alacak olursak; klasik bir düşüncede bir A kümesi ve onun değili olan $\bar{A}$ kümesi yer alır. Ancak puslu mantıkta aynı durum söz konusu değildir. Puslu mantıkta küme anlayışı $[0,1]$ değerleri arasındadır. Başka bir ifade ile bir nesnenin bulanık kümeye ait olduğu üyelik değeri 0 ile 1 arasında gerçek bir sayıdır.¹⁷⁴ Klasik mantıkta bir eleman A kümesine ait değilse onun değili olan $\bar{A}$ kümesine aittir. Örneğin bir elma kırmızı elmalar kümesine ait değilse $\bar{A}$ kümesine ait olur. Puslu mantıkta ise kırmızı olmayan elma tam olarak yeşil de değilse, belli bir yüzde ile kırmızı kabul edilir. Bunun sonucunda en fazla kırmızı olan elmanın değeri 1, en az kırmızı olan elmanın değeri 0 kabul edilebilir. Bu durumda diğer tüm elmaları kızarıklık derecesine göre nitelemek mümkündür. Örneğin; % 50, % 70, % 80, ... oranında kırmızıdır gibi. Bu örneğe bakıldığında klasik mantığın “bir şey aynı anda ve aynı yerde hem kendisi hem de kendisinden başka bir şey olamaz” olarak bilinen çelişmezlik ilkesinin dışına çıkıldığı görülmektedir. Örneğin bir a nesnesi aynı anda hem % 40 oranında A özelliğini hem de % 60 oranında A olmama özelliğini birlikte taşır. Bu durumda 0 ve 1 aralığında yer alacak bir nesne için “A ve $\bar{A}$ ” birlikte doğru olur.¹⁷⁵

Zadeh’e göre puslu mantığın özellikleri şöyledir:

1. Puslu mantıkta takribî değerlere dayalı bir düşünme yöntemi kullanılır. Mutlak nedenlere dayanan düşünme yöntemi yoktur.
2. Puslu mantıkta her şey belirli bir derece ile gösterilir. Bu derece $[0,1]$ aralığında olmak zorundadır.
3. Puslu mantıkta bilgi, bazı sözel ifadeler aracılığıyla gösterilir. Bu ifadeler büyük, küçük, az, çok gibi ifadelerdir.
4. Puslu çıkarım işlemleri bazı kurallar ile yapılır. Bu kurallar sözel ifadeler arasında tanımlanan kurallardır.

¹⁷⁴ John Yen, “Fuzzy Logic-A Modern Perspective”, (Çevrimiçi)

https://www.researchgate.net/publication/3296813_Fuzzy_logic-A_modern_perspective, (Erişim Tarihi: 30.01.2018), s. 4.

¹⁷⁵ Ural, s. 152.

5. Mantıksal sistemlerin tamamı puslu olarak ifade edilebilir.
6. Çok zor elde edilebilen sistemler için en uygun model puslu mantık matematiksel modelidir.¹⁷⁶
- 7.

3.4. Puslu Mantığı Diğer Mantık Sistemlerinden Ayıran Özellikler

Bölüm 1’de mantığın üç ana ilkesine ve bu ilkelerin özdeşlik, çelişmezlik ve üçüncü halin imkânsızlığı ilkelerinin olduğuna değinmiştik. Puslu mantık ile diğer mantık sistemleri mantığın ana ilkeleri konusunda farklılık göstermektedir.

“Bulanık mantığı, diğer mantık sistemlerinden ayıran önemli özelliklerden birisi, üçüncünün olmazlığı ilkesi ve çelişmezlik ilkesi olarak adlandırılan, ve diğer mantık sistemleri için oldukça önemli olan, hatta temel kural denilebilecek iki özelliğin, bulanık mantık için geçerli olmamasıdır. Bulanık mantıkta bir önerme aynı zamanda hem doğru hem de yanlış olamaz denilemez.”¹⁷⁷

Geleneksel ve puslu mantık arasındaki farkın temelinde Aristoteles’in üçüncü halin imkânsızlığı diye isimlendirdiği ilke vardır. Klasik küme teorisinde bir nesne, bir kümeye ait olan ya da ait olmayandır.¹⁷⁸ İlk olarak üçüncü halin olmazlığı ilkesini ele aldığımızda puslu mantıkta bu ilkenin üçüncü değil, dördüncü ve daha çok durumlarının söz konusu olduğunu söyleyebiliriz.¹⁷⁹ Bu ilke Aristoteles’e göre “tasdik ve inkâr gerekli olarak doğru veya yanlıştır”¹⁸⁰ şeklinde tanımlanmıştır. Bu durumda ele alınan bir önerme için ya doğru ya da yanlış olma durumu söz konusu olurken bu ikisi arasında üçüncü bir halin olma durumu söz konusu değildir. Puslu mantık üzerindeki tek kısıtlama, bütünleyici gruplardaki nesnelerin üyelik derecelerinin birliğe tamamlanmak zorunda olmasıdır. Eğer hava %20 serinse aynı zamanda %80 serin olmamalıdır. Bu nedenle puslu mantık %100 serin ve %100 serin olmayan gibi genel mantığı tahrip edebilecek iki değerli tezatlardan uzak durmalıdır.

¹⁷⁶ Nazife Baykal ve Timur Beyan, s. 41.

¹⁷⁷ Nazife Baykal ve Timur Beyan, s. 39.

¹⁷⁸ Bart Kosko, Satoru Isaka, “Fuzzy Logic”, (Çevrimiçi)

<http://sipi.usc.edu/~kosko/Scientific%20American.pdf>, (Erişim Tarihi: 30.01.2018). s. 76.

¹⁷⁹ Zekai Şen, *Modern Mantık*, Bilge Kültür Sanat Yayınları, İstanbul 2003, s. 117.

¹⁸⁰ Aristoteles, *Organon II Önerme*, Çev. Hamdi Ragıp Atademir, MEB Yayınları, Ankara 1996, s. 13.

Üçüncü halin imkânsızlığı ilkesi puslu mantıkta yalnızca bir nesne %100 bir gruba aittir şeklindeki özel durumu barındırır.¹⁸¹

Puslu mantığı diğer mantık sistemlerinden ayıran bir diğer mantık ilkesi de çelişmezlik ilkesidir. Çelişmezlik ilkesi Aristoteles'e göre "aynı niteliğin aynı şeye aynı zamanda ve aynı bakımdan hem ait olması, hem de olmaması imkânsızdır."¹⁸² Puslu mantık geleneksel mantık ve modern mantığın bu ilkesine karşı çıkararak çelişen kavramları da benimsemiştir. Yani a ile a olmayan kavramları arasındaki değişmez hudut, bu kavramların birinden öbürüne geçişindeki değişmez hudut, bu kavramların birinden öbürüne geçişteki birdenbire sıçramalar, puslu mantıkta dereceli geçişlere bırakılarak, çelişebilirlik söz konusu olmaktadır. Geleneksel ve modern mantık türlerinde a ile a olmayan önermeleri boş bir kavrama karşılık gelmesine, yani imkânsız olmasına rağmen, puslu mantıkta bu tip önermeler fazlaca tutulur. Örneğin 'inançlı ile inançlı olmayan' önermesi klasik ve sembolik mantık türlerinde olanaksızdır. Çünkü bir kişinin inançlı olması yahut inançlı olmaması lazımdır. Aynı anda bu ikisine de sahip olması mümkün değildir. Fakat puslu mantıkta bir kişi biraz inançlı biraz da inançsız olabilmektedir.¹⁸³

Puslu mantık ve diğer mantık sistemleri arasındaki farkı mantığın ana ilkeleri dışında karşılaştırmak mümkündür. Üç mantık türü arasındaki ciddi farklardan bir diğeri ise puslu mantık önermelerinin yazılırken, yalnızca kavramların özelliklerine değil, bununla beraber niceliklerine ve sayısal değerlerine de yer verilmesi yani bilimsel inceleme yapılırken her kavramın özelliği ile beraber ona karşılık gelen sayısal değerlerin de dikkate alınmasıdır. Diğer mantık türlerinde önermeler oluşturulurken bu önermelerin öncül yahut soncul kavramlarının sayısal değerleri ile ilgili olarak detaylı bilgiler yer almaz. Fakat bulanık mantıkta önermelerden çıkarımlar yapılabilmesi için bu nicellemeye gereksinim duyulmaktadır.¹⁸⁴ Geleneksel ve modern mantık türlerindeki çıkarımlar netlik kazanmış nihai değerler olduğundan dolayı, bunların iyilik derecelerinin artırılması için eğitilmeleri mümkün değildir. Oysaki puslu mantık yaklaşımında kavramlar puslu alt kümeler halinde, araştırıcı

¹⁸¹ Bart Kosko ve Satoru Isaka, s. 76.

¹⁸² Aristoteles, *Metafizik*, Çev. Ahmet Arslan, Sosyal Yayınlar, Üçüncü Baskı 2010, İstanbul, s. 46.

¹⁸³ Şen, s. 117.

¹⁸⁴ Şen, s. 118.

tarafından fazlaca öznel olarak tayin edildiğinden, önermelerde sözel olarak 'uzman görüşler' dahi barındırılmasına rağmen bu önermelerin reel olarak ölçülebilir verilerle eğitilmesi gündemdedir. Böylelikle, puslu mantık önermelerine bağımlı olan farklı olayların çıkarımları, yapılmış gözlemler sayesinde eğitilerek en iyileştirilebilendir.¹⁸⁵

3.5. Puslu Mantığın Önermiş Olduğu Doğruluk Değeri

“Bulanık mantığın ardındaki temel fikir, bir önermenin doğruluğunun, önermelerle, kesin yanlış ve kesin doğru arasındaki sonsuz sayıda doğruluk değerlerini içeren bir kümedeki değerler ya da sayısal olarak $[0,1]$ gerçel sayı aralığıyla ilişkilendiren bir fonksiyon olarak kabulüdür.”¹⁸⁶

Geleneksel ve modern mantıktan farklı olarak puslu mantıkta, “mutlak bir doğru değil, 1 ve 0 değerlerinin arasındaki bölgede ve bir süreklilik içinde düşünülmesi gereken, gri, kısmi, bulanık bir ‘doğru’ söz konusudur.”¹⁸⁷ Lütfi Ali Askerzade’nin ele aldığı; “1) Puslu mantığın doğruluk değerleri kelimelerdir, sayılar değil! 2) Bu kelimeler, *çok doğru, oldukça doğru, çok yanlış* gibi terimler içerir. Puslu mantığın doğruluk tabloları kesinlik içermez.”¹⁸⁸ şeklindeki görüşü puslu mantıkta doğruluğun kısmen doğru, oldukça doğru, çok doğru vb. şeklinde isimlendirilen puslu kümeler olarak ifade edildiğini gösterir.¹⁸⁹ Zadeh’e göre puslu kümeler kesin tanım ve sınırları bulunan terimleri belirtmek için klasik kümelerin aksine belirsiz ya da kesin olmayan, dereceli olan terimleri belirten kümelerdir. Aynı zamanda puslu küme $f\Lambda(x)$ şeklinde gösterilebilecek üyelik fonksiyonudur. Bu durumda Λ puslu bir kümeyi belirtirken, x ise bu küme içerisinde bulunan elemanı, fonksiyonun alacağı değerler ise x ’in üyelik derecesini gösterir. Klasik kümelerde o küme içerisinde bulunan herhangi bir nesne ‘1’ üyelik derecesi değerini alırken o küme içerisinde

¹⁸⁵ Şen, s. 119.

¹⁸⁶ Nazife Baykal ve Timur Beyan, s. 39.

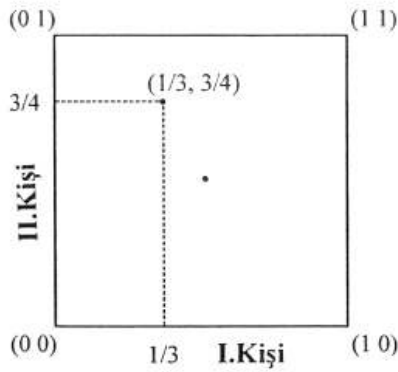
¹⁸⁷ Şafak Ural, “Puslu (Fuzzy) Mantık”, *Matematik ve Felsefe- I. Ulusal Sempozyumu*, İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları, 26-28 Eylül 2004, <https://www.safakural.com/makaleler/puslu-%28fuzzy%29-mantik>, (Erişim Tarihi: 31.01.2018), s. 8.

¹⁸⁸ Ural, s.6.

¹⁸⁹ Yücel Yüksel, “Puslu Mantığın Doğuşu ve Evrimi”, *Kutadgubilig, Felsefe-Bilim Araştırmaları*, 12 Ekim 2017, s. 180.

bulunmayan nesneler de ‘0’ üyelik derecesini alır. Klasik kümelerin tersine puslu kümelerde ise bir elemanın üyelik derecesinin alabileceği değerler $[0,1]$ aralığında herhangi bir değer olabilir.¹⁹⁰ Örneğin geleneksel mantıkta p önermesi 1 ve 0 değerini alırken p ve q önermeleri ise sırasıyla 11, 10, 01 ve 00 değerlerini almaktadır. Puslu mantıkta ise bu p ve q önermeleri sırasıyla örneğin $2/3$ ve $3/4$ oranlarında doğru oldukları kabul edildiğinde aşağıda gösterilen şekil elde edilir.

Şekil 3.1:Puslu mantıkta p ve q önermelerinin $2/3$, $3/4$ oranlarının doğruluk değeri gösterimi



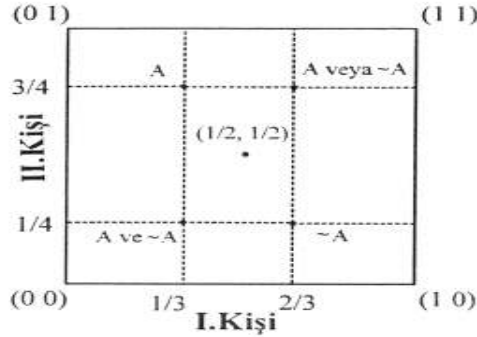
ŞEKİL 1

Bu şekle bakıldığında geleneksel mantığın ve puslu mantığın ilgilendiği alanlar farklılık göstermektedir. Geleneksel mantık yalnızca ele alınan bu şekille belirtilen karenin dört köşesiyle ilgilenirken puslu mantık da karenin yüzeyi ile belirtilen geniş bir alan hakkında bilgi verir. Ele alınan bu iki elemanın doğruluk değerleri birlikte gösterildiğinde şu şekil karşımıza çıkmaktadır.¹⁹¹

¹⁹⁰ Yücel Yüksel, “Yapay Zekâ ve Puslu Mantık” *Felsefe Arkivi*, S:32, İstanbul 2008, s. 43.

¹⁹¹ Ural, s. 2-3.

Şekil 3.2: Geleneksel ve puslu mantığın doğruluk değerlerinin birlikte gösterimi



ŞEKİL 2

“Bu gösterimde 1 ve 0 değerleriyle iş gören klasik mantığın, puslu mantığın bir özel halini ifade ettiği açıkça görülmektedir. Ayrıca puslu mantık, 1 ve 0 değerleri arasındaki bölgeyi (kesirli sayıları) doğruluk değeri olarak kabul etmekle, klasik mantıktan çok daha zengin ve farklı bir anlatım olanağına kavuşmuş olmaktadır.”¹⁹²

Puslu mantığın bu zengin ve farklı anlatımının dayanağı pusluluk ile sembolik anlamlar arasındaki farkın anlamlı dilbilimsel değişkenlerden kaynaklanmaktadır. Pusluluk ile sembolik anlamlar arasındaki farkın dayanağı, anlamlı dilbilimsel değişkenlerdir. Puslu mantık, tabiatın devamlı oluşunu, dilbilimsel önermelere transfer etme yöntemini benimsemiş olduğundan salt değil dilbilimsel ve semantiktir. İki değerli mantıklarda, geleneksel ve modern mantıklarda semboller içerikten yoksun olduğundan bu mantıklar salttır ve anlambilimsel bir eksiklik taşırlar. Geleneksel ve puslu mantıklar arasındaki geçiş de tıpkı puslu önermeler arasındaki doğruluk değerinin sonsuz olabilmesi gibi pusluluğa sahiptir. Siyah beyaz ölçeğinde, siyah-beyaz klasiğin, bu ikisi arasındaki büyük gri alan ise pusluluğun simgesidir.¹⁹³

¹⁹² Ural, s. 3.

¹⁹³ Işıklı, s. 96.

3.6.Puslu Mantığın Günümüzde Kullanım Alanları

Puslu mantık, doğuşundan beri biraz tartışmalı bir teknoloji olmuştur. Bununla birlikte, özellikle Japonya’da gelişen 1990’lı yıllardaki başarılı endüstriyel puslu mantık uygulamalarının büyük sayısı, puslu mantıkta yükselen bir ilgi oluşturmuştur.¹⁹⁴ . Puslu mantığın gelişmesiyle beraber günümüzde teknolojiye pek çok uygulamanın yer aldığını söyleyebiliriz. Puslu mantığın teknoloji alanındaki ilk örneğine baktığımızda Mamdani ve Assilian tarafından 1974 yılında bir buhar makinesinin kontrolünün puslu sistemle modellenmesi üzerine yaptığı çalışmalar olmuştur. Ve bu puslu mantık kontrolü çeşitli alanlarda kullanılmıştır. Bu alanlardan birkaçına örnek olarak Japonya’daki Sendai metrosunda Sugeno’nun puslu otomobili ve Yamaichi’ nin fon yönetim sistemi vb. gösterilebilir.¹⁹⁵ Puslu mantık kontrolünün kullanıldığı bu örneklerden Japonya’daki Sendai metrosuna baktığımızda bu metro dünyanın en gelişmiş metrosu olarak bilinmektedir. Sendai metrosundaki trenin uzunluğu yaklaşık 14 km uzunluğunda olup 16 istasyona sahiptir. Tren hareket ettiğinde ayakta bulunan yolcular trenin yumuşak hareket etmesi sonucu yalnızca hafif bir sallanmayla karşılaşmaktadır. Bu trenin yumuşak hareket etmesi sonucu yolcuların çoğu ayakta bir tutunmadan yolculuk edebilir. Ancak bir vagona bulunan yirmi yolcudan sadece dört-beş kişi bir yere tutunma ihtiyacındadır. Bunun yanı sıra bu metroda akvaryumun hiç suyunu dökmeden taşımak mümkündür. Ele alınan örneklerle bakıldığında bu dizgenin temelinde insanlardaki puslu mantığın olduğu görülmektedir. Puslu mantıktaki etki-tepki süresi insanlardakine oranla üç kat daha kısa olup %10 yakıt tasarrufu sağlamaktadır.¹⁹⁶ Ayrıca en ünlü puslu uygulama olan Sendai’ de kullanılan, insan operatörlerine ve klasik otomatik kontrolörlere üstün gelen yeraltı vagon kontrolörüdür. Klasik kontrolörler bir treni etkinleştirerek, aracın bir istasyondan ne kadar uzak olduğunu gösteren pozisyon işaretçisini başlatır ve durdurur. Çünkü kontrolörler katı bir şekilde programlandığından tren yokuş yukarı

¹⁹⁴ John Yen, “Fuzzy Logic-A Modern Perspective”, (Çevrimiçi)

https://www.researchgate.net/publication/3296813_Fuzzy_logic-A_modern_perspective, (Erişim Tarihi: 30.01.2018), s. 1

¹⁹⁵ Yücel Yüksel, “Puslu Mantığın Doğuşu ve Evrimi”, *Kutadgubilig, Felsefe-Bilim Araştırmaları*, 12 Ekim 2017, s. 183.

¹⁹⁶ Şevki Işıklı, *Bulanık Mantık ve Bulanık Teknolojiler*, Araştırma Ankara Üniversitesi, DTCF Felsefe Bölümü Dergisi, Cilt: 19, S:0, 2008, s. 9-10.

veya yokuş aşağı gidiyor olsa bile istasyondan 100 metre uzaktayken bile aynı fren basıncını uygular.¹⁹⁷

Puslu mantık ticari olarak ise ilk olarak Danimarka’da, çimento fabrikasındaki fırını kontrol etmek kullanılmıştır. Çimento içerisinde yer alan kimyasal maddeler istenen sıcaklığın üzerinde bir derecede yakıldığı zaman meydana gelen katı madde sert bir yapıda olduğu için ufalanamayacaktır. İstenen sıcaklığın altında bir derecede yakmak ise kalitenin düşmesine neden olur. Bunun için ayarlama işleminin çok iyi yapılması gerekir. Ancak bu ayarlama işlemi saatlerce sürebilir. Bu durumda bir insan gücü bu ayarlama işlemi için yeterli bir güce sahip değildir. Çünkü 8 saat boyunca dikkatini hiç dağıtmadan maddeleri, ısıyı, fırın içindeki rotasyonu ayarlamak durumundadır. Yerini başkasına verdiğinde bu ayarlar değişir. Bu ayarların değişmemesi için puslu mantık ile oluşturulan bir dizge, bilgisayar desteğinde, duyarlı alıcılardan, ısı ve maddelere ait bilgileri alarak geri-besleme mekanizması aracılığıyla değişkenleri kontrol eder. Bu ayarlama işlemini yaparken hassas ölçümler kullanılarak önemli ölçüde enerji tasarrufu sağlanmış olunur.¹⁹⁸

Puslu mantığın çimento fabrikasındaki fırını kontrol etmesinden sonra puslu mantık kavramları dünyanın çeşitli yerlerinde giderek kullanılmıştır.¹⁹⁹ Puslu mantığa ait temel teorik fikirler ABD’den çıkmıştır. Ancak bu teoriyi çok çabuk benimseyen ve puslu mantık teknolojisinin gelişmesine katkı sağlayan ülkeler arasında karşımıza en çok Japonya, Çin Halk Cumhuriyeti gibi Uzakdoğu ülkeleri çıkmaktadır.²⁰⁰ Puslu mantığın kullanılmaya başlanması bu ülkelerde hızlı ve etkili bir şekilde gelişme gösterirken Batı’da bunun tam tersine daha yavaş gelişme göstermesi söz konusudur. Özellikle teknolojiye hayranlığı ile bilinen Japon mühendisleri puslu mantık aracılığıyla kontrol birimleri kurmanın basit olduğunu görmüş ve bunu cihazların yapımında kullanmışlardır.²⁰¹

¹⁹⁷ Bart Kosko, Satoru Isaka, “Fuzzy Logic”, (Çevrimiçi)

<http://sipi.usc.edu/~kosko/Scientific%20American.pdf>, (Erişim Tarihi: 30.01.2018), s. 78.

¹⁹⁸ Alan’dan aktaran: Işıklı, s. 9.

¹⁹⁹ Şen, s. 115.

²⁰⁰ Yücel Yüksel, *Puslu Mantık ve Felsefi Arka Planı*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayınlanmamış Doktora Tezi, İstanbul 2006, s. 8.

²⁰¹ Şen, s. 115.

Günümüzde puslu mantık teknolojisinin merkezinde Japonya'nın olduğunu söyleyebiliriz.²⁰² Büyük Japon firmalarının çoğu puslu mantık teknolojisini kullanarak ev gereçleri, video kameralar, otomotiv ve uzay endüstrisi, robotik vb. alanlarda üretim yaparak dünya çapında puslu mantık teknolojisine olan ilginin önemli ölçüde gelişmesine katkı sağlamıştır. Japonya'daki "puslu patlama" sayesinde 1990 yılından itibaren içerinden NASA'nın da yer aldığı ABD ve Avrupa'nın büyük kurum ve şirketleri olmak üzere bu teknolojiden faydalanmıştır.²⁰³ "Japonya'da puslu teknoloji'nin ilk örnekleri 1985 yılından Yagishita tarafından bir atık su arıtma sistemi ile Sugeno'nun geliştirdiği puslu robottur."²⁰⁴ "Puslu mantığın Japonya'daki etkinliği 1989'da LIFE'nin (The Laboratory of Internatinol Fuzzy Engineering") ve 1990'da FLS'in (Fuzzy Logic Systems Research Institute") kurulmasıyla daha da artmıştır."²⁰⁵ Japonya'da puslu mantık kuramını firmalar uygulama alana olarak fotoğraf ve video kameralarında, otomobil, tren ve sanayi işlemlerinde kullanmışlardır. Günümüzde Umtacı, Mitsubishi, Toshiba, Sony, Orison, Konan, Piko, Honda vb. birçok firmalar bu kuramı ticari amaçlı üretimde kullanarak önemli gelirler sağlamışlardır.²⁰⁶

1987'de Tokyo'da Uluslararası Puslu Dizgeler Derneği'nin bir konferans düzenlemesi sonucu puslu mantığa ilişkin ilgi bir anda gelişme göstermiştir. Bu konferansta, puslu mantık kuramıyla programlanan robot, bir çiçeği ince bir çubuğun üzerinde yere düşmeyecek şekilde bırakarak seyircilerin ilgisini kazanmıştır. Ayrıca bunun dışında esas ilgiyi çeken ise robotun bunu yaptığını gören bir izleyicinin mühendise, dizgeden bir devreyi çıkarmasını istemesinden sonra olmuştur. İzleyici çiçeğin ne tarafa düşeceğini merak ettiğini söyleyerek mühendisin devreyi çıkarınca düşeceği endişesinin aksine kabul etmiştir. Mühendisin devreyi çıkarmasından sonra robot aynı titizlikle çiçeği hiç düşürmeden çubuğun üzerine bırakarak herkesi şaşkına uğratmıştır. Bu durumda bulanık mantık dizgelerinin yetersiz bilgi tayin edilse bile

²⁰² Yüksel, s. 8.

²⁰³ Baturone'den aktaran, Yüksel, s. 9-10.

²⁰⁴ Yüksel, s. 9.

²⁰⁵ Yüksel, s. 9.

²⁰⁶ Işıklı, s. 10.

aynı insanların yaptığı gibi bir tür “sağduyu”dan faydalanarak yani, mevcut bilgiler desteğiyle sonuca götürücü uslamaları gerçekleştirebilmesi söz konusudur.²⁰⁷

Puslu mantığın teknolojideki kullanımı giderek dünyada elektrikli süpürgeler, çamaşır makinaları, asansörler vb. konularda kullanılarak mühendislik dalında, veri tabanlarının sözelleştirilmesinde yaygınlık kazanmıştır.²⁰⁸

Puslu mantığın ele alınan bu teknolojik çalışmalardan farklı olarak fırtınalı havalarda denizde mahsur kalan gemicileri kurtarma çalışmasından da söz edebiliriz. Bilindiği gibi fırtınalı havalarda helikopterleri kumanda etmek oldukça zordur. Bunun için Japonya’da bir araştırma enstitüsü bu helikopterlerin benzetimini hazırlayıp daha sonra da maketini hazırlamışlardır. Puslu mantık programıyla kontrol altına alınan benzetim ve makette herhangi bir sallantı ve sarsıntı olmadan insanların kullandığı helikopterlerin aksine sabit bir şekilde tıpkı çivi çakılmış gibi havada kaldığı gözlemlenmiştir.²⁰⁹

Puslu mantığın uygulama alanlarından önemli olan bir başka çalışma ise küresel bilgisayar ağı/internettir. Bazı şirketler internette arama problemine ilişkin olarak puslu mantığı kullanarak “yüksek görünürlük” kalitesini elde etmişlerdir. Zadeh puslu mantığın internet üzerindeki en önemli araştırma alanı olarak “tanıma teknolojilerini” öngörmüştür. Zadeh’in öngördüğü bu tanıma biçimleri özellik tanıma ve el yazısı tanıma vb. teknolojiler internette kullanılmaya başlanmıştır.²¹⁰

²⁰⁷ Işıklı, s. 11.

²⁰⁸ Şen, s. 115.

²⁰⁹ Alan’dan aktaran: Işıklı, s. 11.

²¹⁰ Işıklı, s. 12.

SONUÇ

Geleneksel mantıkta Aristoteles mantığının temelini oluşturan özdeşlik, çelişmezlik ve üçüncü halin imkânsızlığı mantık ilkeleri önemli bir yere sahiptir. Geleneksel mantık ile puslu mantık arasındaki en önemli tartışma konusu mantık ilkelerinde önemli bir ilke olan “Üçüncü Halin İmkansızlığı” ilkesi üzerinedir. Üçüncü halin imkansızlığı ilkesi kendini iki değerli mantıkta doğru- yanlış uygulandığında gösterir. J. Lukasiewicz ve E.L. Post bu üçüncü halin imkansızlığı ilkesini reddetmeleri sonucu Çok Değerli Mantık sistemi ortaya çıkmıştır. Burada da gördüğümüz gibi geleneksel mantığın temel mantık ilkelerinin dışlanması sonucu “doğruluk değeri” kavramı üzerine yani mantık sistemleri gelişme göstermiştir. Doğruluk değeri, mantığın temel unsurları olan önermelerin doğru-yanlış çiftine olabileceklerine ilişkin kabulü içerir. Mantık açısından önemli yere sahip olan bu “doğruluk değeri” kavramı mantıkta “doğru ve yanlış” değerinden başka doğruluk değerinin olup olmaması gibi mantık sorunlarına yol açmıştır. Genel olarak çalışmamızda doğruluk değerinin geleneksel mantıktan puslu mantığa nasıl ele alındığı ve mantıkta “doğru-yanlış” değerinden başka doğruluk değerlerinin olup olmadığı problemlerini eksiksiz olarak ortaya koymaya çalıştık. Sonuç itibarıyla tez çalışmamızda “doğruluk değeri” ile ilgili aşağıdaki bilgilere ulaştık.

İki değerli mantık sisteminde özdeşlik, çelişmezlik ve üçüncü halin imkânsızlığı ilkeleri geçerlidir. Üçüncü halin imkânsızlığı ilkesi ikiden fazla değerli mantık sisteminde geçerli değildir.

Niceleme mantığında niceleyici ile kurulmuş bir önermenin doğruluk değeri, önermenin nicelikleri açısından değerlendirilir. $\forall xFx$ formundaki bir tikel önermenin doğru olabilmesi için x 'in alabileceği tüm değerler yerine konulduğunda önermenin doğru olması gerekirken $\exists xFx$ formundaki tikel bir önermenin doğru olabilmesi için ise x 'in alabileceği bazı değerlerin yerine konulduğunda önermenin doğru olması gerekir.

Modal önerme olan Zorunlu ($\Box A$) ve Mümkün ($\Diamond A$) önermelerinin doğruluk değerleri A önermesinin almış olduğu doğruluk değerine bağlıdır.

Geleneksel mantığın üçüncü halin imkansızlığı ilkesinin evrenselliğinden şüphe edilmesi sonucu doğru ve yanlış değer çiftini temele alan iki değerli mantığın yanında ikiden fazla değerli mantıkların kurulmasıyla beraber çok değerli mantık sistemi gelişme göstermiştir. Bazı mantıkçılar iki değerli mantığın aldığı doğru ve yanlış değerın yanına belirsiz ve nötr adını verdikleri üçüncü bir değeri katması sonucu üç değerli mantıklar kurulmaya başlanmıştır. Bu durumda “doğru ve yanlış” değeri arasına üçüncü bir değeri konularak üçüncü halin imkansızlığı ilkesinin dışına çıkılmıştır.

Puslu mantığı diğer mantık sistemlerinden ayıran önemli özelliklerden birisi, üçüncü halin olmazlığı ve çelişmezlik ilkesinin diğer mantık sistemleri için çok önemli bir yere sahip olmasına karşın puslu mantık için geçerli olmamasıdır. Çünkü puslu mantıkta bir önerme için aynı zamanda hem doğru hem de yanlış olamaz denilemez.

Puslu mantıkta, geleneksel ve modern mantıktan farklı olarak mutlak bir doğru değil, 1 ve 0 değerlerinin arasındaki bölgede ve bir süreklilik içinde düşünülmesi gereken gri, kısmi bulanık bir doğru söz konusudur.

Zadeh’e göre puslu mantığın doğruluk değeri kelimelerdir, sayılar değil. Bu kelimeler çok doğru, oldukça doğru, oldukça doğru, çok yanlış gibi terimler içerir.

Puslu mantık üzerine inceleme yaptığımızda bu mantık sisteminin yeni bir teori olması bizi bazı zorluklarla karşılaştırdı. Genellikle teknik alanlardaki uygulamalarıyla ön plana çıkmış ve mühendislik alanında yapılan çalışmaların temelini oluşturmuştur. Sosyal bilimlerde yapılan çok az çalışmalar bu konuda çalışacak akademisyenlerin yaşayacağı sorunlardan biridir. Amacımız puslu mantığın daha çok sosyal bilimler alanında göz ardı edilmesinin önüne geçmek ve felsefi anlamda yapılacak çalışmalara katkı sunmaktır.

KAYNAKÇA

ARİSTOTELES, *Metafizik*, Çev. Ahmet Arslan, Sosyal Yayınları, İstanbul 2010, 652 s.

ARİSTOTELES, *Organon II Önerme*, Çev. Hamdi Ragıp Atademir, MEB Yayınları, Ankara 1996, 47 s.

ARİSTOTELES, *Organon III Birinci Analitikler*, Çev. Hamdi Ragıp Atademir, MEB Yayınları, Ankara 1996, 194 s.

ATADEMİR Hamdi Ragıp, *Aristo'nun Mantık ve İlim Anlayışı*, Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Yayınları, Ankara 1974.

BAYKAL Nazife ve Beyan, Timur, *Bulanık Mantık İlke ve Temelleri*, Bıçaklar Kitabevi, Ankara 2004.

ÇAPAK İbrahim, *Ana Hatlarıyla Mantık*, Ensar Neşriyat, İstanbul 2016.

ÇETİNKAYA Osman, “Çok Değişkenli Mantık”, *İ.Ü. Sosyal Bilimler Fakültesi Dergisi* No:27, Ekim 2002, s.30.

ÇETRES, Halil İbrahim, *Modal Mantıkta Sıkı İçerme Kavramı*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul 2014, 98 s.

ÇÜÇEN Abdulkadir, *Klasik Mantık*, Asa Kitabevi, Bursa 2004.

EMİROĞLU İbrahim, *Klasik Mantığa Giriş*, 1.Baskı, Elis Yayınları, Ankara 2009.

GRÜNBERG Teo, *Sembolik Mantık El Kitabı: I.Cilt Temel Mantık*, Ankara ODTÜ Geliştirme Vakfı Yayıncılık, Ankara 2000.

GRÜNBERG Teo, *Sembolik Mantık El Kitabı: II.Cilt Özel Mantık Sistemleri*, Ankara, ODTÜ Geliştirme Vakfı Yayıncılık, Ankara 2000.

GRÜNBERG Teo, *Sembolik Mantık El Kitabı: III.Cilt Sembolik Mantığın Uygulamaları*, Ankara, ODTÜ Geliştirme Vakfı Yayıncılık, Ankara 2000.

GRÜNBERG, Teo ve Onart, Adnan, *Mantık Terimleri Sözlüğü*, Ara Yayıncılık, İlk Baskı, İstanbul 1989.

İŞIKLI Şevki, “Bulanık Mantık ve Bulanık Teknolojiler”, *Araştırma Ankara Üniversitesi, DTCF Felsefe Bölümü Dergisi*, Cilt:19, Sayı:0, 2008, s.9-12.

İŞIKLI Şevki, “Lotfi A. Zadeh’in Hayat Hikayesi ve Bulanık Paradigmanın Üç Temel Unsuru”, *Kutadgubilig Felsefe- Bilim Araştırmaları Dergisi*, Sayı:17, Mart 2010, s. 96-97.

KOSKO Bart ve ISAKA Satoru, “Fuzzy Logic”, (Çevrimiçi) <http://sipi.usc.edu/~kosko/Scientific%20American.pdf>, İnternet Erişim Tarihi: 30.01.2018, s.76-78.

KÖZ İsmail, “Modal Mantık’ta ‘Strict Implication- Material Implication’ (Sıkı Gerektirme- Maddi Gerektirme) Teorisi”, *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Cilt XLIV 2003, sayı 1. s.162.

KUTLUSOY Zekiye, *Temel Sembolik Mantık*, Art, Ankara 2003.

Leibniz, *Monodoloji Metafizik Üzerine Konuşma* çev. Atakan Altınörs, Bilge Kültür Sanat Yayınlar İstanbul 2014.

ÖNER Necati, “Klasik Mantıkta Modalite: Modal Önermeler”, *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, Cilt:XV, 1967.

ÖNER Necati, “Mantığın Ana İlkeleri ve Bu İlkelerin Varlıkla Olan İlişkileri”, *Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi*, cilt: XVII, 1969, s.286-291.

ÖNER Necati, *Klasik Mantık*, 11.Baskı, Divan Yayın. Ankara 2011.

ÖNER Necati, *Klasik Mantıkta Modalite*, Ankara Üniversitesi İlahiyat Fakültesi Dergisi, Cilt: XV, 1967. s.69.

ÖZLEM Doğan, *Mantık*, 2.Basım, Anahtar Kitaplar Yayınevi, İstanbul 1996.

ŞEN Zekai, *Bulanık Mantık İlkeleri ve Modelleme*, 3. Baskı, Su Vakfı Yayınları, İstanbul 2009.

ŞEN Zekai, *Modern Mantık*, Bilge Kültür Sanat Yayınları, İstanbul 2003.

URAL Şafak, "Sembolik Mantık ve Uygulaması", *Felsefe Arkivi*, Sayı: 26, 1987, s. 143-160, <https://www.safakural.com/makaleler/sembolik-mantik-ve-uygulamasi>, Erişim Tarihi: 31.01.2018,

URAL Şafak, “Çok Değerli Mantık”, *Felsefe Arkivi*, Sayı: 26, 1987, <https://www.safakural.com/makaleler/cok-degerli-mantik>, Erişim Tarihi: 31.01.2018, s.301-307.

URAL Şafak, “Puslu (Fuzzy) Mantık”, *Mantık, Matematik ve Felsefe – I. Ulusal Sempozyumu*, İstanbul Kültür Üniversitesi Yayınları, 26-28 Eylül 2004, <https://www.safakural.com/makaleler/puslu-%28fuzzy%29-mantik>, Erişim Tarihi: 31.01.2018, s.8.

URAL Şafak, *Puslu Mantık: Felsefe İçin Yeni Bir Açılım Olabilir mi? Prof. Dr. Hayri Bolay Armağan Kitabı*, Gazi Kitabevi, Ankara 2005.

URAL Şafak, *Temel Mantık*, Genişletilmiş 3. Baskı, Çantay Kitabevi, İstanbul 2011.

YEN John, “Fuzzy Logic-A Modern Perspective”, (Çevrimiçi)
https://www.researchgate.net/publication/3296813_Fuzzy_logic-A_modern_perspective , Erişim Tarihi: 30.01.2018, s.1-4.

YILDIRIM Cemal, *Mantık: Doğru Düşünme Yöntemi*, Bilgi Yayınevi. Üçüncü Basım, Ankara 1999.

YÜKSEL Yücel, “Kesinlik ve Puslu Mantık”, *İstanbul Üniversitesi Sosyoloji Dergisi*, 3.Dizi, sayı:22, 2011, s.525-527.

YÜKSEL Yücel, “Puslu Mantığın Doğuşu ve Evrimi”, *Kutadgubilig, Felsefe-Bilim Araştırmaları*, 12 Ekim 2017, s.180-183.

YÜKSEL Yücel, *Puslu Mantık ve Felsefi Arka Planı*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayınlanmamış Doktora Tezi, İstanbul 2006, 87 s.

YÜKSEL Yücel, “Yapay Zekâ ve Puslu Mantık”, *Felsefe Arkivi*, sayı: 32, İstanbul 2008, s.43.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı	Duygu SIRBUDAK
Doğum Yeri	İstanbul
Doğum Tarihi	24.02.1992

LİSANS EĞİTİM BİLGİLERİ

Üniversite	İstanbul Üniversitesi
Fakülte	Edebiyat Fakültesi
Bölüm	Felsefe

YABANCI DİL BİLGİSİ

İngilizce	KPDS (....) ÜDS (....) TOEFL (....) EILTS (....)
...	

İŞ DENEYİMİ

Çalıştığı Kurum	
Görevi/Pozisyonu	
Tecrübe Süresi	

KATILDIĞI

Kurslar	
Projeler	

İLETİŞİM

Adres	
E-mail	duygusirbudak@gmail.com