

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

DOKTORA PROGRAMI

**GELİR YAKINSAMA HİPOTEZİNİN YENİ UZAMSAL AĞIRLIK MATRİSLERİ
ALTINDA TEST EDİLMESİ: AVRUPA ÖRNEĞİ**

DOKTORA TEZİ

Sinan YILDIRIM

ŞUBAT-2025

TRABZON

KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ

EKONOMETRİ ANABİLİM DALI

DOKTORA PROGRAMI

GELİR YAKINSAMA HİPOTEZİNİN YENİ UZAMSAL AĞIRLIK MATRİSLERİ
ALTINDA TEST EDİLMESİ: AVRUPA ÖRNEĞİ

DOKTORA TEZİ

Sinan YILDIRIM

Tez Danışman: Prof. Dr. Zehra ABDİOĞLU

ŞUBAT-2025

TRABZON

ONAY

Sinan YILDIRIM tarafından hazırlanan “Gelir Yakınsama Hipotezinin Yeni Uzamsal Ağırlık Matrisleri Altında Test Edilmesi: Avrupa Örneği” adlı bu Çalışma 11/04/2025 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oybirliği / oyçokluğu ile başarılı bulunarak jürimiz tarafından Ekonometri Anabilim Dalı Doktora Programı’nda **doktora tezi** olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyesi		Karar		İmza
Unvanı - Adı ve Soyadı	Görevi	Kabul	Ret	
Prof. Dr. Zehra ABDİOĞLU	Başkan	☐	☐	
Prof. Dr. Rahmi YAMAK	Üye	☐	☐	
Prof. Dr. Yakup KÜÇÜKKALE	Üye	☐	☐	
Prof. Dr. Serdar KURT	Üye	☐	☐	
Prof. Dr. Mehmet DURKAYA	Üye	☐	☐	

Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduklarını onaylarım.

Prof. Dr. Haydar AKYAZI
Enstitü Müdürü

BİLDİRİM

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca KTÜ - Sosyal Bilimler Enstitüsü Tez Yazım Kılavuzu'na uygun olarak hazırlanan bu çalışmada yararlanılan kaynakların tümüne eksiksiz atıf yapıldığını, aksinin ortaya çıkması durumunda her tür yasal sonucu kabul edeceğimi beyan ederim.

Sinan YILDIRIM

13.02.2025

ÖNSÖZ

Bu tez, Avrupa'da gelir yakınsamasını incelemek amacıyla geleneksel yöntemlerin ötesine geçerek uzamsal ekonometrik modellerde temel bir bileşen olan uzamsal ağırlık matrislerinin seçimi ve tasarımı üzerine yeni öneriler sunmayı hedeflemektedir. Ekonomik, sosyolojik ve coğrafi süreçlerin mekânsal bağımlılıkla şekillendiği günümüz dünyasında, bu bağımlılığın doğru bir şekilde modellenmesi, politika yapıcılar ve araştırmacılar için kritik bir önem taşımaktadır. Ancak, uzamsal analizlerde kullanılan ağırlık matrisleri çoğunlukla önceden belirlenmiş kurallara göre oluşturulmakta ve bu da model sonuçlarının hassasiyetini etkileyebilmektedir. Bu çalışmada, daha esnek, veri odaklı ve ampirik yaklaşımlara dayanan uzamsal ağırlık matrisi önerileri geliştirilmiş ve ekonometrik performansı test edilmiştir.

Hem teorik hem de ampirik boyutta sağlam bir çerçeve oluşturmak için literatürdeki yaklaşımlar detaylı bir şekilde incelenerek hem matematiksel hem de istatistiksel olarak tutarlı bir yapı geliştirilmeye çalışılmıştır. Akademik çalışmaların doğasında var olan zorluklara rağmen, bu araştırma sürecinin bana kazandırdığı bilgi birikimi ve metodolojik bakış açısı, ilerleyen akademik çalışmalarım için büyük bir motivasyon kaynağı olmuştur.

Bu çalışmanın ortaya çıkmasında katkısı olan pek çok kişiye teşekkürü bir borç bilirim. Öncelikle, akademik gelişimime büyük katkı sağlayan ve tez sürecim boyunca değerli rehberliği ile bana yol gösteren danışman hocam Prof. Dr. Zehra ABDİOĞLU'na; tez izleme süreçlerinde yaptıkları olumlu katkılarından dolayı Prof. Dr. Rahmi YAMAK ve Prof. Dr. Yakup KÜÇÜKKALE'ye sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, akademik yolculuğum boyunca desteklerini esirgemeyen aileme, arkadaşlarıma ve çalışma arkadaşlarıma minnettarım.

Bu tezin, uzamsal ekonometrik modelleme alanında çalışan araştırmacılara ve uygulayıcılara katkı sağlayacağı öngörülmektedir.

Şubat, 2025

Sinan YILDIRIM

İÇİNDEKİLER

ONAY.....	II
BİLDİRİM.....	III
ÖNSÖZ	IV
ÖZET	VIII
ABSTRACT.....	IX
TABLolar LİSTESİ	X
ŞEKİLLER LİSTESİ	XII
KISALTMALAR LİSTESİ.....	XIII
GİRİŞ.....	1-4

BİRİNCİ BÖLÜM

1. UZAMSAL VERİ ÇÖZÜMLEMESİ.....	5-38
1. 1. Uzamsal Verinin Yapısı	5
1. 2. Uzamsal Bağımlılık ve Uzamsal Heterojenlik	6
1. 3. Uzamsal Bağlantının Kurulması	8
1. 3. 1. Sınır Ağırlıklandırması	9
1. 3. 2. Uzaklık Ağırlıklandırması.....	10
1. 3. 3. Önerilen Ağırlık Matrisleri	12
1. 3. 4. Ağırlık Matrislerinin Karşılaştırılması.....	16
1. 4. Uzamsal Bağımlılık Sınamaları	17
1. 5. Uzamsal Regresyon Modelleri.....	19
1. 5. 1. Uzamsal Gecikme Modeli (Spatial Lag Model)	20
1. 5. 2. Uzamsal Durbin Model (Spatial Durbin Model)	26
1. 5. 3. Uzamsal Hata Modeli (Spatial Error Model).....	28
1. 5. 4. Genel Uzamsal Model (Anselin's General Spatial Model).....	31

1. 6. Uzamsal Modellerin Karşılaştırılması.....	35
---	----

İKİNCİ BÖLÜM

2. UZAMSAL PANEL VERİ ÇÖZÜMLEMESİ	39-52
2. 1. Havuzlanmış Uzamsal Paneller	40
2. 1. 1. Havuzlanmış Uzamsal Gecikme Modeli.....	40
2. 1. 2. Havuzlanmış Uzamsal Hata Modeli	41
2. 2. Sabit Terim Yönünden Heterojen Uzamsal Paneller	42
2. 2. 1. Sabit Etkili Uzamsal Gecikme Modeli.....	42
2. 2. 2. Sabit Etkili Uzamsal Hata Modeli.....	45
2. 2. 3. Tesadüfi Etkili Uzamsal Gecikme Modeli	46
2. 2. 4. Tesadüfi Etkili Uzamsal Hata Modeli.....	48
2. 2. 5. Genelleştirilmiş Tesadüfi Etkili Uzamsal Hata Modeli	50
2. 3. Panel Veride Uzamsal Bağımlılığın Sınanması	52

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YAKINSAMA HİPOTEZİ: TEORİK ALTYAPI	53-78
3.1. Yakınsama Varsayımının Ortaya Çıkışı	54
3.2. Yakınsama Çeşitleri	59
3.2.1. β Yakınsaması	59
3.2.2. σ Yakınsaması	63
3.2.3. Mutlak Yakınsama	65
3.2.4. Koşullu Yakınsama	66
3.2.5. Kulüp Yakınsaması	67
3.3. Uzamsal Veriler İçin Yakınsama Varsayımı	68
3.3.1 Uzamsal Yatay – Kesit Çözümlemesi- β Yakınsaması.....	69
3.3.2 Uzamsal Panel Veri Çözümlemesi- β Yakınsaması.....	69

3.4. Önerilen Uzamsal Ağırlık Matrisleri İçin Yakınsama Varsayımı.....	71
3.4.1. Eşik Uzamsal Model İçin Yakınsama Varsayımı	74
3.4.2. İki Eşikli Uzamsal Model İçin Yakınsama Varsayımı.....	75
3.4.3. Komşu Yönünden Asimetrik (KYA) Uzamsal Model İçin Yakınsama Varsayımı	76

DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. AVRUPA ÜLKELERİ İÇİN YAKINSAMA HİPOTEZİNİN ÖNERİLEN UZAMSAL AĞIRLIK MATRİSLERİYLE ÇÖZÜMLENMESİ 79-114

4.1. Veri Seti	79
4.2. Bulgular.....	80
4.2.1. Mutlak Yakınsama Varsayımını Sınayan Çözümlemeler	81
4.2.2. Koşullu Yakınsama Varsayımını Sınayan Çözümlemeler	96
4.2.3. Modellerin Karşılaştırılması	112
SONUÇ	115
KAYNAKÇA.....	119
ÖZGEÇMİŞ	126

ÖZET

Bu çalışma, Avrupa'da gelir yakınsamasını incelemek amacıyla uzamsal ekonometrik yöntemlere yenilikçi yaklaşımlar önermektedir. Çalışmanın temel hedefi, komşuluk ilişkilerine dayanarak oluşturulan uzamsal ağırlık matrisini her komşunun etkisinin aynı olmaması durumuna göre şekillendirerek tahminlerde daha uygun sonuçlara ulaşabilmektir. Çalışmada önerilen uzamsal ağırlık matrisleri kullanılarak “yakınsama hipotezi” çerçevesinde Avrupa ülkeleri için 2000-2021 dönemi itibariyle uygulama yapılmıştır. Bu bağlamda mutlak ve koşullu yakınsama hipotezleri “vezir”, “eşik”, “iki eşikli” ve “komşu yönünden asimetrik” ağırlık matrisleriyle kurulan “sabit etkili” ve “tesadüfi etkili” panel veri modelleri ile “uzamsal gecikme modeli”, “uzamsal hata modeli”, “uzamsal Durbin model” ve “genel uzamsal model” için test edilmiştir.

Önerilen ağırlık matrisleri açısından modeller incelendiğinde, modellerin çoğunda “komşu” ağırlık matrisi ile oluşturulan modellerin en iyi performansa sahip olduğu görülmektedir. Eşik ve iki eşikli uzamsal ağırlık matrisi ile kurulan modellerin performansının geleneksel ağırlık matrisi ile kurulan modellerin performansını aşamadığı görülmüştür. Dolayısıyla önerilen eşik, iki eşikli ve komşu yönünden asimetrik ağırlık matrislerinden sadece komşu yönünden asimetrik ağırlık matrisinin geleneksel ağırlık matrisinden daha iyi sonuç verdiğiine ilişkin bulgulara ulaşılmıştır. Komşu yönünden asimetrik ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemeye göre, Avrupa’da gelir ıraksaması mevcuttur. Gelir ıraksamasının bulunması, Avrupa’da gelişmekte olan ülkelerin gelişmiş ülkeleri yakalamasından ziyade, aralarındaki ekonomik gelişmişlik farkının giderek açıldığını göstermektedir. Başlangıç anında düşük gelire sahip olan ülkeler, Neo-klasik modelin varsaydığı gibi zamanla başlangıç anında yüksek gelire sahip olan ülkelere yakınsamamış, aksine onlardan daha düşük bir büyüme gerçekleştirmişlerdir. Bu durum, Avrupa’da var olan eşitsizlik durumunun devam ettiği veya daha kötü bir duruma geldiğini göstermektedir. Politika yapıcılar için yerel ekonomik koşulların ve sosyal yapıların dikkate alınması, gelir eşitsizliklerini azaltmaya yönelik stratejilerin geliştirilmesinde kritik bir unsur olarak öne çıkmaktadır.

Sonuç olarak, bu çalışmada herhangi bir birimin kendi değerinden daha yüksek ya da daha düşük değerli komşu gözlem değerlerinin uzamsal etkisinin diğer komşu birimlerden daha farklı olabileceği gösterilmiştir. Bu sebeple, daha yüksek log-olabilirlik değerleri elde ederek daha iyi tahminlerde bulunmak adına, bu çalışmada önerilen komşu yönünden asimetrik uzamsal ağırlık matrisinin yapılacak olan uzamsal ekonometrik çalışmalarda kullanılması faydalı olacaktır.

Anahtar Sözcükler: Uzamsal Ekonometri, Uzamsal Panel Veri Analizi, Yakınsama Hipotezi, Gelir Yakınsaması, Avrupa Ülkeleri.

ABSTRACT

This study proposes innovative approaches to spatial econometric methods to examine income convergence in Europe. The primary objective of the research is to shape the spatial weight matrix, constructed based on neighborhood relationships, in a way that accounts for the unequal effects of each neighbor, thereby achieving more accurate predictions. Using the proposed spatial weight matrices, applications have been carried out within the framework of the "convergence hypothesis" for European countries during the period from 2000 to 2021. In this context, absolute and conditional convergence hypotheses have been tested through "fixed effects" and "random effects" panel data models established with "queen," "threshold," "two-threshold," and "neighbor-asymmetric" weight matrices, as well as through "spatial lag model," "spatial error model," "spatial Durbin model," and "general spatial model."

When examining the models based on the proposed weight matrices, it is observed that models constructed with the "neighbor" weight matrix generally exhibit the best performance. The performance of models established with threshold and two-threshold spatial weight matrices cannot surpass that of models constructed with conventional weight matrices. Therefore, findings indicate that only the neighboring asymmetric weight matrix out of the proposed threshold, two-threshold and neighboring asymmetric weight matrices gives better results than the conventional weight matrix. According to the analysis conducted with the neighbor-asymmetric weight matrix, income divergence exists in Europe. The identification of income divergence suggests that, rather than developing countries catching up with developed countries, the economic development gap between them is widening. Countries with low initial income levels have not converged toward those with high initial income levels, as posited by the neoclassical model; instead, they have exhibited lower growth rates. This situation indicates that the existing inequality in Europe persists or has worsened. For policymakers, considering local economic conditions and social structures emerges as a critical factor in developing strategies to reduce income inequalities.

As a result, in this study, it has been shown that the spatial effect of neighboring observation values higher or lower than the value of any unit may be different from other neighboring units. Therefore, to achieve better estimates by obtaining higher log-likelihood values, it would be beneficial to utilize the proposed neighbor-asymmetric spatial weight matrix in future spatial econometric studies.

Keywords: Spatial Econometrics, Spatial Panel Data Analysis, Convergence Hypothesis, Income Convergence, European Countries.

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1. Uzamsal Yatay-Kesit Çözümlemesi - β Yakınsaması	70
Tablo 2. Uzamsal Panel Veri Çözümlemesi - β Yakınsaması	72
Tablo 3. Çalışmaya Dahil Edilen Ülkeler	80
Tablo 4. Çalışmada Kullanılan Değişkenler ve Kaynakları.....	80
Tablo 5. Vezir Ağırlık Matrisi için Moran I ve Geary C İstatistikleri	81
Tablo 6. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir).....	82
Tablo 7. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir).....	83
Tablo 8. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir).....	84
Tablo 9. Mutlak Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir).....	85
Tablo 10. Eşik Model Moran I ve Geary C İstatistikleri.....	85
Tablo 11. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik).....	86
Tablo 12. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik).....	87
Tablo 13. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik).....	88
Tablo 14. Mutlak Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik).....	89
Tablo 15. İki Eşikli Model Moran I ve Geary C İstatistikleri	89
Tablo 16. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli) ..	90
Tablo 17. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli) ..	91
Tablo 18. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli) ..	91
Tablo 19. Mutlak Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli) ..	92
Tablo 20. KYA Model Moran I ve Geary C İstatistikleri	93
Tablo 21. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)	93
Tablo 22. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)	94
Tablo 23. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)	95
Tablo 24. Mutlak Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)	96
Tablo 25. Koşullu Yakınsama İçin Vezir Modeli Moran I ve Geary C İstatistikleri	97
Tablo 26. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir).....	98
Tablo 27. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir).....	98
Tablo 28. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir).....	99
Tablo 29. Koşullu Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir).....	100
Tablo 30. Koşullu Yakınsama İçin Eşik Modeli Moran I ve Geary C İstatistikleri.....	101
Tablo 31. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik).....	102
Tablo 32. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik).....	102
Tablo 33. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik).....	103
Tablo 34. Koşullu Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik).....	104

Tablo 35. Koşullu Yakınsama İçin İki Eşikli Model Moran I ve Geary C İstatistikleri	105
Tablo 36. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)	105
Tablo 37. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)	106
Tablo 38. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)	107
Tablo 39. Koşullu Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)	108
Tablo 40. Koşullu Yakınsama İçin KYA Model Moran I ve Geary C İstatistikleri	109
Tablo 41. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)	109
Tablo 42. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)	110
Tablo 43. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)	111
Tablo 44. Koşullu Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)	112
Tablo 45. Modellerin LM İstatistiklerinin Karşılaştırılması	113
Tablo 46. Önerilen Ağırlık Matrislerinin Karşılaştırılması (GUM ile çözülmüş)	113
Tablo 47. Önerilen Ağırlık Matrislerinin Tüm Modeller İçin Karşılaştırılması (AIC).....	114

ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.1. Farklı uzamsal bağımlılık tipleri için çeşitli uzamsal regresyon modelleri (Yatay-kesit veri için).....	21
Şekil 1.2. Uzamsal regresyonlar için karar süreci.....	38



KISALTMALAR LİSTESİ

2AEKK	: 2 Aşamalı En Küçük Kareler
AIC	: Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criterion)
EÇO	: En Çok Olabilirlik
EKK	: En Küçük Kareler
GSYİH	: Gayri Safi Yurtiçi Hasıla
GMM	: Genelleştirilmiş Momentler Metodu
GUM	: Genel Uzamsal Model
GYM	: Genel Yuvalama Modeli
HUGM	: Havuzlanmış Uzamsal Gecikme Modeli
HUHM	: Havuzlanmış Uzamsal Hata Modeli
KYA	: Komşu Yönünden Asimetrik
LM	: Lagrange Çarpanı (Lagrange Multiplier)
OOS	: Olabilirlik Oran Sınaması
SCH	: Schwarz Bilgi Kriteri (Schwarz Information Criterion)
SEKK	: Sıradan En Küçük Kareler
UDM	: Uzamsal Durbin Model
UGEKK	: Uygulanabilir Genelleştirilmiş En Küçük Kareler
UGM	: Uzamsal Gecikme Modeli
UHM	: Uzamsal Hata Modeli

GİRİŞ

Ekonomik büyüme ve gelir dağılımı sosyal bilimler ve ekonomi alanında önemli bir tartışma konusudur. Gelir yakınsaması, ülkeler veya bölgeler arasındaki gelir farklarının zamanla azalması anlamına gelir ve bu süreç, ekonomik gelişimin sürdürülebilirliğini sağlamada kritik bir rol oynamaktadır. Özellikle Avrupa, farklı ekonomik yapıları ve sosyal politikalarıyla dikkat çeken bir bölge olarak gelir yakınsamasının dinamiklerini anlamak için ideal bir örnek sunmaktadır.

Bu tez, Avrupa'da gelir yakınsamasını incelemek amacıyla geleneksel yöntemlerin ötesine geçerek yeni uzamsal ağırlık matrisleri kullanmayı hedeflemektedir. Uzamsal ağırlık matrisleri, coğrafi verilerin analizinde önemli bir araç olarak kabul edilmekte ve ekonomik etkileşimlerin uzamsal boyutunu anlamak için kullanılmaktadır. Bu bağlamda uzamsal bağımlılığın gelir yakınsaması üzerindeki etkilerini daha iyi kavrayabilmek için farklı bölgeler arasındaki ekonomik ilişkilerin incelenmesi gerekmektedir.

Uzamsal diğer bir ifadeyle mekânsal ekonometrinin çıkış noktasının Cliff ve Ord (1969)'un uzamsal otokorelasyondan bahsettiği öncü makalesindeki görüşlere dayandığı belirtilmektedir. Bu görüşler, istatistik ve coğrafyanın bir arada düşünülmesine ve istatistik teorisinin uzamsal veriye uygulanmasına ışık tutmuştur. İstatistik ve coğrafyanın bir arada düşünülmesi, zamanla iki alt disiplini ortaya çıkarmıştır. Bunlar uzamsal istatistik ve uzamsal ekonometridir. Ripley (1981) ve Cressie (1993)'in uzamsal dağılımlar ve uzamsal olasılıksal varyans ile ilgili yayınlamış olduğu kitaplar uzamsal istatistiğin geliştirilmesine vesile olmuştur. Uzamsal ekonometri disiplini ise Paelinck ve Klaassen (1979)'in yayınladığı Spatial Econometrics isimli kitap ile kök salmaya başlamıştır. Bu kitapta yeni bir alan olan uzamsal ekonometri, kentsel ve bölgesel modellemenin dahil edilmesiyle ekonomik ilişkilerdeki uzamsal bağımlılık ve uzamsal asimetri ile tanımlanmıştır. (Beenstock ve Felsenstein, 2019:49).

Uzamsal ekonometri, coğrafi birimler arasındaki uzamsal etkileşimle ilgilenmektedir. Bu coğrafi birimler ilçeler, iller, bölgeler, eyaletler, ülkeler ve benzeri birimler olabilir. Uzamsal ekonometrik modeller, aynı zamanda bireyler, firmalar veya hükümet gibi ekonomik aktörlerin davranışlarını açıklamak için de kullanılabilir. Bu tarz bir kullanım giderek yaygınlaşsa da coğrafi birimler arasındaki etkileşimi açıklayan modellere göre daha az kullanılmaktadır (Elhorst, 2014:1).

Tüm ekonometrik modellerde olduğu gibi yatay kesit bağımlılık modellerinin bir türü olan uzamsal ekonometrik modellerde de amaç kitle parametrelerini en iyi şekilde tahmin edebilmektir. Bu sebeple, uzamsal ekonometrik yöntemlerde bağımsız değişken ya da değişkenlerin bağımlı

değişken üzerindeki etkileri araştırılırken geleneksel ekonometrik yöntemlere ilaveten her bir yatay kesitin komşu coğrafi birim olan kesitten/kesitlerden nasıl etkilendiğini gösteren parametre ya da parametreler de uzamsal modellere katılmaktadır.

Zaman serileri literatürü gözlemler arasındaki zamana göre bağımlılığa odaklanır ve zaman gecikmeli verileri sembolize etmek için $(t - 1)$ 'i kullanırken, uzamsal ekonometri literatürü gözlemler arası uzamsal bağımlılığa odaklanır ve örneklemdaki coğrafi birimlere ilişkin uzamsal ağırlıkları tanımlamak için uzamsal ağırlık matrisi W 'yi kullanır. Uzamsal ekonometri, zaman serilerinin basit bir uzantısı değildir. İkisi arasındaki en önemli fark, zaman serilerinde iki gözlemin birbirini etkileyememesine rağmen uzamsal ekonometride iki coğrafi birimin birbirini etkileyebilmesidir (Elhorst, 2014:1).

Uzamsal ekonometrik yöntemlerin temelinde uzamsal bağımlılığın ele alındığı modeller, bu modellerin temelinde ise uzamsal ağırlık matrisi yatmaktadır. Uzamsal ağırlık matrisleri, bir yatay kesit ile diğer kesitlerin komşu olup olmadığını ifade ederek komşuluk ilişkilerini nitelikten niceliğe dökmeye yarayan ya da komşular arasındaki belli mesafeleri belli formüllerle ağırlık matrisine işleyerek, komşular arasındaki mesafe arttıkça ağırlık değerinin azalması yoluyla komşuluk ilişkilerini ifade eden matrislerdir. Bu ağırlık matrislerinden birincisi, bir i yatay kesiti için belli bir kritere göre komşu olarak nitelendirilen tüm yatay kesitlerin i yatay kesitini aynı oranda etkilediğini varsaymaktadır. Bu ağırlık matrislerinden ikincisi ise iki yatay kesit arasındaki mesafenin belli bir şekilde formüle edilmesi yoluyla elde edilen ağırlık değerlerinden aynı ağırlık değerine sahip tüm yatay kesitlerin i yatay kesitini aynı oranda etkilediğini varsaymaktadır. Örneğin, Avrupa için yapılan bir uzamsal ekonometrik çözümlemede birbirine sınırı olan her ülkenin komşu sayılacağını varsayalım. Avusturya'nın komşuları Almanya, Çek Cumhuriyeti, İsviçre, İtalya, Macaristan, Slovakya ve Slovenya'dır. Geleneksel uzamsal ekonometrik çözümlemede, sayılan bu komşuların her birinin Avusturya'ya ait gözlem değeri üzerinde eşit miktarda etkisi bulunmaktadır.

Yukarıdaki örnekte, Avusturya'ya ait herhangi bir gözlem değerine (bağımlı değişken, açıklayıcı değişken ya da hata terimi olabilir) etki edecek olan değerler komşu olarak sayılan birimlerdeki gözlem değerleridir. Fakat Avusturya'nın komşularından, örneğin, Almanya ile Slovakya aynı özelliklere sahip değildir. Dolayısıyla aynı gözlem değerine sahip olsalar dahi, Almanya ile Slovakya'nın komşuları Avusturya'yı aynı otokorelasyon katsayısıyla etkilemesi söz konusu olmayabilir. Bu sebeple bu çalışmada, geleneksel uzamsal ağırlık matrisinin yapısını değiştirerek onu daha iyi şekillendirmek yoluyla literatürdeki eksikliği gidermek adına, bütün komşuların aynı uzamsal otokorelasyon katsayısıyla hareket edeceği varsayımı eleştirilerek, komşuların bazı durumlara göre farklı hareket ettiği uzamsal ağırlık matrisleri uygulanmıştır. Buradaki temel çıkış noktası, komşu olarak nitelendirilen tüm yatay kesitlerin aynı özelliklere sahip olmamasıdır.

Tezin temel amacı, Avrupa'nın farklı bölgeleri arasındaki gelir farklarını analiz etmek ve bu farkların zaman içindeki evrimini yeni uzamsal ağırlık matrisleri yardımıyla ortaya koymaktır. Bu çalışmada hem teorik hem de ampirik yöntemler kullanılarak gelir yakınsamasının uzamsal boyutları ele alınmış ve bu bağlamda politika önerileri geliştirilmiştir. Ayrıca uzamsal analizlerin sağladığı derinlik sayesinde gelir yakınsamasının sadece ekonomik değil aynı zamanda sosyal ve politik boyutları da değerlendirilmiştir. Uzamsal ağırlık matrislerine yenilikçi yaklaşımlar önerilmesinin amacı uzamsal ekonometrik modelleri diğer ekonometrik modellerden ayıran ve komşuluk ilişkilerine dayanarak oluşturulan uzamsal ağırlık matrisini her komşunun etkisinin aynı olmaması durumuna göre şekillendirerek daha yüksek olabilirlik seviyeleri elde etmek ve kitle parametrelerinin tahminlerinde daha uygun sonuçlara ulaşabilmektir. Çalışmanın konusu, birbirine asimetrik bir şekilde etki eden yatay kesitlerin varlığı durumunda geleneksel uzamsal ağırlık matrislerinden daha etkin sonuçlar veren ağırlık matrisleriyle yakınsama hipotezini Avrupa ülkeleri için test etmektir. Çalışmanın araştırma sorusu yatay kesitlerin asimetrik olarak birbirini etkilediği durumlarda bu asimetrik etkileşimi dikkate alarak oluşturulan ağırlık matrislerinin geleneksel matrislere göre daha uygun sonuçlar verip vermeyeceğidir.

Çalışmada “yakınsama hipotezi”, 36 Avrupa ülkesi için 2000-2021 dönemine ait yıllık verilerle araştırılmıştır. Bu bağlamda mutlak ve koşullu yakınsama hipotezleri “vezir”, “eşik”, “iki eşikli” ve “komşu yönünden asimetrik” ağırlık matrisleriyle kurulan “sabit etkili” ve “tesadüfi etkili” panel veri modelleri ile “uzamsal gecikme modeli”, “uzamsal hata modeli”, “uzamsal Durbin model” ve “genel uzamsal model” için test edilmiştir. Önerilen ağırlık matrisleri geleneksel ağırlık matrisi (vezir) ile karşılaştırılmıştır. Çalışmanın bulguları politika yapıcılar ve araştırmacılar için önemli bilgiler içermekte, ekonomik eşitsizliklerin azaltılmasına yönelik stratejilerin geliştirilmesine katkıda bulunmaktadır.

Çalışma, dört bölümden oluşmaktadır. Birinci, ikinci ve üçüncü bölümde sırasıyla uzamsal veri çözümlemesi, uzamsal panel veri çözümlemesi ve yakınsama hipotezi tanıtılmış, dördüncü bölümde ise uygulamaların bulgularına yer verilmiştir. Çalışma, sonuç bölümüyle tamamlanmıştır.

Birinci bölümde öncelikle uzamsal verinin yapısı, uzamsal bağımlılık ve uzamsal heterojenlik kavramları, uzamsal bağlantının kurulması kapsamında sınır ağırlıkları, uzaklık ağırlıklandırması ve bu çalışmada önerilen ağırlık matrisleri tanıtılmıştır. Ardından uzamsal bağımlılık sınamaları ve uzamsal regresyon modelleri ele alınmıştır. İkinci bölümde uzamsal panel veri modellerinden havuzlanmış uzamsal gecikme ve uzamsal hata modelleri, sabit etkili uzamsal gecikme, uzamsal hata ve uzamsal Durbin modeller, tesadüfi etkili uzamsal gecikme, uzamsal hata, genelleştirilmiş uzamsal hata ve uzamsal Durbin modeller ile genel uzamsal model tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde yakınsama hipotezinin teorik altyapısı tanıtılmış, ardından beta yakınsaması, sigma yakınsaması, mutlak yakınsama, koşullu yakınsama ve kulüp yakınsaması kavramları açıklanmıştır. Son olarak uzamsal

veriler için yakınsama varsayımı ele alınmış, önerilen ağırlık matrisleri yakınsama varsayımı değişkenleriyle formüle edilmiştir. Dördüncü bölümde öncelikle veri seti tanıtılmış, ardından “vezir”, “eşik”, “iki eşikli” ve “komşu yönünden asimetrik” ağırlık matrisleriyle incelenen tüm panel veri modellerine ait çözümleme bulgularına yer verilmiştir. Son olarak en uygun sonuç veren modelin tahminleri yorumlanmış, ayrıca tüm modeller için önerilen matrislerin geleneksel matrisle kıyaslaması yapılmıştır.



BİRİNCİ BÖLÜM

1. UZAMSAL VERİ ÇÖZÜMLEMESİ

Uzamsal¹ veriler, coğrafi olarak komşuluk ilişkileri içerisinde bulunan ve bu komşuluk ilişkileri ile birbirini etkileyen yatay kesitlere ait verilerdir. Bu yatay kesitler ilçeler, iller, bölgeler, eyaletler, ülkeler ve benzeri birimler olabilir. Uzamsal veriler, yapıları itibarıyla diğer ekonometrik verilerden farklılık göstermektedir.

Uzamsal veri çözümlemesi başlığı altında öncelikle uzamsal verinin yapısı tanıtılmış, ardından uzamsal bağımlılık ve uzamsal heterojenlik kavramları incelenmiştir. Uzamsal bağlantının kurulması başlığı altında, uzamsal ağırlıklandırma matrisleri tanıtılmıştır. Uzamsal regresyon modelleri başlığıyla uzamsal ekonometrik regresyon modelleri tanıtılmış, bu regresyon modellerine ait olabilirlik fonksiyonları türetilmiş, modellerin tahminlerinde kullanılacak yöntemler belirtilmiş ve hipotez sınamaları gösterilmiştir. Ardından uzamsal bağımlılığın genel amaçlı sınamaları ile model karşılaştırmaları tanıtılmıştır.

1. 1. Uzamsal Verinin Yapısı

Beenstock ve Felsenstein (2019:50)'a göre uzamsal veriler, doğası gereği karmaşık bir yapıya sahiptir. Doğa bilimlerinde, meteoroloji bilimindeki atmosfer ve deniz biliminde okyanuslar gibi yüzeyler iki boyutlu kafesler veya üç boyutlu bloklar olarak ölçülebilmektedir. Sosyal bilimlerde ise uzamsal veriyle, uzamsal ekonominin kaotik gelişimi nedeniyle her türlü şekil ve boyutta karşılaşılmaktadır. Arşiv, anket veya sosyal medyadan elde edilen uzamsal veri, coğrafi alanlardan toplanmaktadır. Bu nedenle uzamsal veriler, stokastik modelleme için geçerli olan klasik istatistiksel ölçüm kurallarına tam olarak uymadığından hipotez sınamalarında ve çıkarımlarda kullanılan istatistiksel varsayımları da ihlal etmektedir. Uzamsal veriler genellikle zaman serileri gibi eşit aralıklara sahip değildir. Uzamsal gözlemler toplu olabilir, öyle ki yeni gözlem eklendikçe bağımlılık yapısı değişebilir ve uzamsal durağanlık yok olabilir. Ayrıca, iklim, okulların kalitesi, devlet teşvikleri gibi fiziksel ve sosyoekonomik olanaklar vb. karakteristik özellikleri farklı olduğundan hane halkı ve firmaların yer seçimleri bu özelliklere bağlıdır. Bundan dolayı uzamsal verinin yapı taşları olan coğrafi alanlar içsel olabilmektedir. Aynı durum coğrafik olmayan uzay alanı için de

¹ Türkçe literatürde sıklıkla “uzamsal” ifadesi yerine Arapça kökenli “mekânsal” ifadesi kullanılmaktadır. “Uzamsal” ifadesi de dahil olmak üzere bu çalışmada kullanılan ekonometrik terimlerin büyük bir çoğunluğu Prof. Dr. Mehmet BALÇILAR'ın geliştirdiği “Türk Dil Kurumu Ekonometri Terimleri Sözlüğü” yazılımının 1.8. sürümünden elde edilmiştir.

geçerlidir. Firmalar kârlarını maksimize etmek için belli bir ürün alanına yerleşirler. Dolayısıyla konumları içseldir. Firmaların konum seçimine yönelik enstrümantasyon ve diğer ürün konumlarına olan mesafesini hesaplamak zordur. Dolayısıyla konum seçimi esas olarak dışsal, konumların karakteristik özellikleri ise veri olarak kabul edilir.

Zaman serilerine ait birimler temel olarak uzamsal birimlerden farklı hareket eder. Zaman serilerinde bir değişkenin t anında aldığı değer zamanın nasıl ölçüldüğüne göre değişmezken uzamsal verideki birimlere ait bir değişkenin aldığı değer uzayın nasıl ölçüldüğüne bağlıdır. Örneğin, yıllık GSYİH, üç aylık GSYİH'nin toplamıdır. Zamansal toplama, GSYİH ölçümündeki kavramsal konuları dikkate almaz. Uzamsal birimler bir araya gelecek olursa durum farklılaşır. A ve B uzamsal birimlerinin birleştirilmesi A ve B birimleri arasındaki akışı gizleyecektir (Beenstock ve Felsenstein, 2019:50).

Uzamsal ekonometrik çözümleme yapılırken yapısı gereği uzamsal veri, uzamsal bağımlılık ya da uzamsal heterojenlik durumlarına göre modellenmektedir.

1. 2. Uzamsal Bağımlılık ve Uzamsal Heterojenlik

y_i bağımlı değişken ($i = 1, \dots, n$), X_i bağımsız değişken matrisi olmak üzere, n sayıda bağımsız gözlem ile kurulan geleneksel yatay-kesit (uzamsal olmayan) doğrusal regresyon modeli eşitlik (1.1) ile gösterilmiştir.

$$y_i = X_i\beta + \varepsilon_i \quad (1.1)$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad i = 1, \dots, n \quad (1.2)$$

(1.1)'deki X_i , $(1 \times k)$ boyutundaki bağımsız değişken vektörünü; β , $(k \times 1)$ boyutundaki parametre vektörünü; (1.2)'de kullanılan $N(0, \sigma^2)$ ifadesi sıfır ortalamalı ve sabit varyanslı normal dağılımı ifade etmektedir. Bu model doğrusal regresyon modelleri için genelde varsayılan modeldir. Her gözlem, $X_i\beta$ ortalama değeri etrafında ε_i tesadüfi bileşeni ile dalgalanmaktadır. Bu modelde i coğrafi biriminin gözlem değeri diğer bir coğrafi birimin gözlem değerinden bağımsızdır. İstatistiksel olarak bağımsız gözlemler şu şekilde ifade edilebilir: $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i)E(\varepsilon_j) = 0$. Bu bağımsızlık varsayımı modelleri kolaylaştırır da uzamsal veri çözümlemesinde bu varsayım sağlanamayabilir.

Uzamsal bağımlılık, bir coğrafi birime ait gözlem değerinin komşu coğrafi birimlere ait gözlem değerlerine bağlı olarak hareket etmesi durumudur. Örneğin, $i = 1$ ve $j = 2$ birimlerinin belli bir komşuluk tanımına göre² komşu kabul edildiği varsayılırsa, veri üretim süreci (1.3)'te ifade edilmiştir (LeSage ve Pace, 2009:2).

² Örneğin, birimler sınırdaş ise sınırdaş olan birimlerin birbirine komşu sayılması durumu.

$$y_i = \varphi_i y_j + X_i \beta + \varepsilon_i \quad (1.3a)$$

$$y_j = \varphi_j y_i + X_j \beta + \varepsilon_j \quad (1.3b)$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2) \quad i = 1 \quad (1.3c)$$

$$\varepsilon_j \sim N(0, \sigma^2) \quad j = 2 \quad (1.3d)$$

Bu durum, eş-anlı bir etkileşime neden olmakta, y_i 'nin aldığı değer y_j 'ye, y_j 'nin aldığı değer de y_i 'ye bağlı hareket etmektedir. Bu bağımlılık, genel bir formülle (1.4)'te ifade edilmiştir.

$$y_i = f(y_j), \quad i = 1, \dots, n \quad i \neq j \quad (1.4)$$

Uzayda bir noktada gözlenen bir değer, başka bir noktada gözlenen bir değere neden bağlı olduğu merak konusu olmaktadır. Bunun iki temel sebebi vardır. Birincisi, ilçe, il, eyalet, bölge veya ülke gibi uzamsal birimlere ilişkin veri toplanırken yapılan ölçüm hatalarıdır. Örneğin işsizlik oranları ile işgücüne katılım oranları düşünölsün. İşçiler iş bulabilmek için rahatlıkla sınırdaş olan coğrafi birimler arası geçiş yapabilmektedir (İşgücü mobilitesi). Dolayısıyla, kişinin yaşadığı yer baz alınarak hesaplanan bir işsizlik oranı ya da işgücüne katılım oranı, uzamsal bağımlılık sonucunu doğuracaktır. Uzamsal bağımlılığın beklenmesinin ikinci ve daha önemli nedeni ise sosyo-demografik, ekonomik veya bölgesel aktivitelerin uzamsal boyutunun bir modelleme problemine yol açmasıdır. Bölgesel bilim, konum ve mesafenin beşerî coğrafya ve pazar aktiviteleri açısından önemli etkilere sahip olduğunu vurgulamaktadır (LeSage, 1999:3). Uzamsal bağımlılığı dikkate almamak veya yok saymak, etkin olmayan, yanlış tahmin edicilere, geçersiz çıkarımlara ve tüm bunların sonucunda da yanlış bulgulara yol açabilecektir (Cliff ve Ord, 1981).

Uzamsal heterojenlik kavramı, belli bir uzay içerisindeki ilişkilerin birbirine bağımlı olmadan değiştiğı durumu ifade eder. Bu durumda yine coğrafi birim etkilidir ancak coğrafi birimler birbirini etkilememektedir. Değişken değerleri belli bir sistematığe bağılı olmadan, birimden birime göre değişmektedir. Bu doğrusal ilişki, (1.5)'te ifade edilmiştir.

$$y_i = X_i \beta_i + \varepsilon_i \quad (1.5)$$

i alt indisi, $i = 1, \dots, n$ olacak şekilde uzamsal birimi, X_i , $(1 \times k)$ boyutundaki açıklayıcı değişken vektörünü, β_i , birimine ait $(k \times 1)$ boyutundaki parametre vektörünü ifade etmektedir. y_i , i birimine ait bağımlı değişkendir. ε_i , doğrusal ilişkideki stokastik hata terimini ifade eder. Daha teknik ifade edilecek olursa, (1.4) eşitliğı i alt indisi gösterilerek (1.6) elde edilir (LeSage, 1999:4).

$$y_i = f_i(X_i \beta_i + \varepsilon_i) \quad (1.6)$$

Uzamsal heterojenlik durumunda, her bir coğrafi birim için ayrı bir parametre hesaplanması gerekir. Bu da n sayıda yatay kesiti olan bir model için n sayıda parametre anlamına gelmektedir. Bu durum serbestlik derecesi problemine yol açmaktadır.

1. 3. Uzamsal Bağlantının Kurulması

Moran (1948, 1950) ve Geary (1954) tarafından geliştirilen uzamsal bağımlılığın veya daha net ifadesiyle uzamsal otokorelasyonun ölçümü, orijinal haliyle uzamsal birimler arası ikili komşuluğa dayanmaktadır. Bu ölçümde uzamsal birimler komşu ise 1, değilse 0 değerini alıyordu. Cliff ve Ord (1973, 1981) bu basit konsepti geliştirerek iki uzamsal birimin potansiyel etkileşimini ölçen genel bir ölçüm sunmuştur. Bu ölçüm uzamsal ağırlık matrisi W , diğer bir ifadeyle Cliff-Ord ağırlık matrisi olarak adlandırılır. Bu matrisin her bir elemanının belirlenmesi için kullanılacak olan uygun spesifikasyonun seçimi, uzamsal ekonometrideki yöntemsel konular içerisinde en zor ve en tartışmalı olan konu olmuştur (Anselin, 1988).

Dışsal olarak şekillenen W matrisi, N tane uzamsal birimin olduğu bir durumda ($N \times N$) boyutundadır ve her bir elemanı w_{ij} ile sembolize edilir ($i = 1, 2, \dots, N$). w_{ij} , i birimi ile j birimi arasındaki uzamsal ilişkiyi göstermektedir. Uzamsal birim i 'nin kendisi ile uzamsal bir ilişkisi olamayacağına göre $w_{ii} = 0$ olmalıdır. Bu durum tüm birimler için düşünüldüğünde bağlantı matrisi W 'nin köşegen elemanlarının sıfır olduğu anlaşılır. W matrisini şekillendirmenin birçok yolu vardır. Örneğin, yalnızca bitişik birimlerin ilişkili sayıldığı durumda, birimler bitişik olmadığında w_{ij} sıfır değerini alır. Uzamsal bağlantı, birimler arasındaki uzaklığa göre de kurulabilir. Bu durumda kurulan bağlantı matrisi (W) simetrik olur. Çünkü i biriminden j birimine olan mesafe ile j biriminden i birimine olan mesafe aynı olacaktır³ (Beenstock ve Felsenstein, 2019).

Yorumlama kolaylığı açısından, W matrisi genellikle satır toplamı 1'e eşit olacak şekilde⁴ standartlaştırılarak kullanılır. Bu standartlaştırma işlemi, W matrisi elemanlarının satır toplamlarına bölünmesi yoluyla gerçekleştirilir. Böylelikle ağırlıklandırma işlemi, komşu gözlem değerlerinin ortalamasını almak olarak yorumlanabilecektir. W matrisi elemanları pozitif olduğu için standartlaştırılmış W matrisi elemanları 0 ile 1 arasında olur (Elhorst, 2014:12).

Standartlaştırma işlemi yapılmadığında nispeten fazla sayıda komşu birimi olan bir yatay kesitin uzamsal olarak daha fazla etkilenmesi söz konusu olmaktadır. Standartlaştırma işlemi yapıldığında ise fazla sayıda komşusu olan birimin toplam satır değeri ve az sayıda komşuya sahip

³ m_{ij} : i ve j birimleri arasındaki mesafeyi göstermek üzere; $m_{ij} = m_{ji} \Rightarrow w_{ij} = w_{ji}$

⁴ $\sum_{j=1}^N w_{ij} = 1$

birimin toplam satır değeri 1'e eşit olur. Bu durumda, fazla sayıda komşuya sahip olan bir birim ile az sayıda komşuya sahip olan bir birimin komşuluk etkileri standartlaştırılmış olur.

Alternatif olarak W matrisi, sütun toplam değeri 1 olacak şekilde de standartlaştırılabilir. Bu tarz normalleştirme, bazen yeni sosyal ekonomi literatürü içinde kullanılmaktadır (Leenders, 2002; Aktaran Elhorst, 2014:12). Satır bazlı matris standartlaştırma işlemi yapıldığında ağırlık matrisi belli bir birim üzerindeki tüm komşuların etkisini gösterirken, sütun bazlı matris standartlaştırma işlemi yapıldığında ağırlık matrisi belli bir birimin tüm birimler üzerindeki etkisini göstermektedir. Bu çalışmada, alan yazında sıklıkla kullanılan ve yorumlama kolaylığı sağlayan satır standartlaştırılması kullanılmıştır.

W matrisi, uzamsal ekonometrik modellemenin temel elemanı ve gözlemler arası uzamsal bağımlılığın resmi ifadesi olarak tanımlanır (Anselin, 1988). Bu sebeple, Beenstock ve Felsenstein (2019)'e göre uzamsal ekonometri için daimî bir problem olan W matrisinin nasıl oluşturulacağı konusu, üzerinde durulması gereken önemli bir konudur. Çünkü bazen uzamsal ağırlık matrisi seçimi, parametreleri tahmin etmede kullanılan yöntemlerin seçiminden kaynaklanan farklılıklara göre daha fazla farklılık yaratmaktadır (Bell ve Bockstael, 2000:72). Stakhovych ve Bijmolt (2008), W matrisi yanlış oluşturulduğunda, uzamsal gecikme modellerinde parametre tahminlerinin yanlış ve tutarsız olacağını belirtmişlerdir.

Uzamsal ağırlık matrisleri, tamamen dışsal olarak belirlenen uzamsal ağırlık matrisleri ve model içerisinde tahmin edilen ağırlık matrisleri olarak ikiye ayrılabilir. Bu çalışmada ağırlık matrisleri dışsal olarak belirlenmiştir. Dışsal uzamsal ağırlık matrisleri, birimlerin birbirine olan sınır durumuna göre veya birbirlerine uzaklık durumuna göre sınır ağırlıklandırması ve uzaklık ağırlıklandırması olarak iki şekilde sınıflandırılabilir.

1. 3. 1. Sınır Ağırlıklandırması

Sınır ağırlıklandırması, sınır uzunluklarına ya da merkezlerin birbirine uzaklıklarına bakılmaksızın değerlendirilen bir ağırlıklandırma değildir. Sınır ağırlıklandırmasında, uzamsal birimlerin sınırlarıyla alakalı belli bir kritere göre komşu seçilen birimler 1, diğerleri 0 değerini alır. Böylelikle komşu birimlerin sınırlarıyla alakalı nitelendirme işlemi niceliğe dönüşmüş olur. Sınır ağırlıklandırmasına örnek sayılabilecek uzamsal ağırlık matrisleri aşağıda sıralanmıştır (Anselin, 1988:20; LeSage, 1999:11).

Doğrusal komşuluk: Eğer i ve j birimlerinin ortak bir sınırı var ise $w_{ij} = w_{ji} = 1$, aksi halde ise $w_{ij} = w_{ji} = 0$ olur. Örneğin (5×5) 'lik bir ağırlık matrisinde 1 numaralı coğrafi birim ile hiçbir birimin ortak sınırı yok ise $w_{1j} = 0$ olur ($j = 1, \dots, 5$). Diğer taraftan, 3 numaralı coğrafi

birim ile sadece 2 numaralı coğrafi birimin ortak sınırı olduğunu düşünürse $w_{32} = 1$, diğer 3. satır elemanları ise sıfır olur.

*Kale komşuluk*⁵: Eğer i ve j birimlerinin doğu, batı, kuzey, güney yönlerinden birinde ortak bir sınırı var ise $w_{ij} = 1$, aksi halde ise $w_{ij} = 0$ olur.

Fil komşuluk: Eğer i ve j birimlerinin kuzeydoğu, kuzeybatı, güneydoğu, güneybatı yönlerinden birinde ortak bir sınırı var ise $w_{ij} = 1$, aksi halde ise $w_{ij} = 0$ olur.

Vezir komşuluk: Eğer i ve j birimlerinin doğu, batı, kuzey, güney, kuzeydoğu, kuzeybatı, güneydoğu, güneybatı yönlerinden birinde ortak bir sınırı var ise $w_{ij} = 1$, aksi halde ise $w_{ij} = 0$ olur.

İkincil komşuluk: Eğer i ve j birimlerinin doğu, batı, kuzey, güney yönlerinden birinde ortak bir komşu birimi var ise $w_{ij} = 1$, aksi halde ise $w_{ij} = 0$ olur. Örneğin bir ağırlık matrisinde 1 numaralı coğrafi birim ile 2 numaralı coğrafi birim komşu fakat 3 numaralı birim komşu olmasın. Ancak 2 numaralı birimle 3 numaralı birim komşu olsun. Bu durumda 3 numaralı birim, 1 numaralı birimin komşusunun komşusu olduğundan ikincil komşuluğa göre $w_{13} = 1$ olur.

1. 3. 2. Uzaklık Ağırlıklandırması

Uzaklık ağırlıklandırmasında, uzamsal birimlerin birbirlerine olan uzaklıkları, sınır boylarının uzaklığı veya merkezlerinin birbirlerine olan uzaklığı dikkate alınabilir. Uzaklık ağırlıklandırması ile oluşturulan uzamsal ağırlık matrislerine örnekler aşağıda sıralanmıştır (Arbia, 2006:37; Anselin, 1988:19)

Kritik değere dayalı komşuluk: i ve j birimleri arasındaki mesafe m_{ij} , kritik bir mesafe olarak adlandırılan, önceden subjektif olarak belirlenmiş bir değerin (m^*) altında ise i ve j birimleri komşu birimler olarak adlandırılır ($0 \leq m_{ij} < m^*$).

En yakındaki komşu: j birimi eğer mesafe olarak i biriminin en yakınındaki birimse, i ve j birimleri komşudur.

⁵ Anselin (1988), satranç oyunundan hareketle Kale, Fil ve Vezir komşuluğu kavramlarını ortaya koymuştur. Oyunda kale doğu, batı, kuzey, güney yönlerine, fil kuzeydoğu, kuzeybatı, güneydoğu, güneybatı yönlerine, vezir ise her yöne hareket edebilmektedir.

Ters mesafe matrisi: i ve j birimleri arasındaki komşuluğu ölçen değer w_{ij} , iki birim arasındaki mesafenin ters fonksiyonu şeklinde tanımlanır (Eşitlik 1.7). Böylelikle iki birim arasındaki mesafe arttıkça kullanılan ağırlık azalmaktadır.

$$w_{ij} = f[m_{ij}] \quad (1.7)$$

Ters mesafe matrisi için eşitlik (1.8)'deki uzamsal ağırlık matrisi örnek verilebilir.

$$w_{ij} = m_{ij}^{-\alpha} \quad \alpha > 0 \quad (1.8)$$

Cliff ve Ord ağırlıklandırması: i ve j birimleri arasındaki mesafeyi ve i ve j birimlerinin birbirleriyle olan sınırlarının uzunluklarını dikkate alır (Cliff ve Ord, 1973). Cliff – Ord uzamsal ağırlık matrisi (1.9) eşitliğinde verilmiştir.

$$w_{ij} = m_{ij}^{-\alpha} \delta_{ij}^{\beta} \quad (1.9)$$

(1.9) eşitliğinde m_{ij} , i ve j birimleri arasındaki mesafeyi; δ_{ij} , i ve j birimlerinin birbirleriyle olan sınırlarının uzunluklarının bütün sınır uzunlukları toplamına oranını; α ve β ise parametreleri ifade eder.

Bodson ve Peeters ağırlıklandırması: Kara yolları, demiryolları gibi ulaşım araçlarının uzamsal ağırlıklandırmadaki önemine vurgu yapmaktadır (Bodson ve Peeters, 1975). θ_j , ulaşım araçlarının önemini; m_{ij} , uzamsal birimler arasındaki mesafeyi; α , β ve γ ise parametreleri göstermek üzere çalışmada kullanılan ağırlık matrisi (1.10) eşitliğinde verilmiştir.

$$w_{ij} = \sum_j \theta_j \left\{ \frac{\alpha}{[1 + \beta \cdot \exp(-\gamma_j m_{ij})]} \right\} \quad (1.10)$$

Demografik özellikleri dikkate alarak yapılan ağırlıklandırma: Bu ağırlıklandırma türünde, birimler arası mesafenin yanı sıra nüfus ve ekonomik göstergeler gibi faktörler dikkate alınmaktadır. Fingleton (2001), Biles (2003) ve Darmofal (2006)'ın önerdiği ağırlık matrisleri, demografik özellikleri dikkate alarak yapılan ağırlıklandırmaya örnek olarak gösterilebilir. Fingleton (2001), ekonomik çıktı seviyesine ve birimler arası mesafeye dayanan bir ağırlık matrisi önermiştir:

$$w_{ij} = Q_j^{\alpha} m_{ij}^{-\gamma} \quad (1.11)$$

(1.11) eşitliğinde Q_j , ekonomik çıktı düzeyini, m_{ij} ise i ve j birimleri arasındaki mesafeyi göstermektedir. Buna göre $\alpha = 0$ olduğu durumda ağırlık matrisi sadece mesafe etkisini, $\gamma = 0$ olduğu durumda ise sadece ekonomik büyüklük etkisini gösterecektir.

Biles (2003), önerdiği ağırlık matrisinde ekonomik göstergeler ile birimler arası mesafeyi dikkate almıştır. Bu ağırlık matrisi eşitlik (1.12)'de sunulmuştur.

$$v_{ij} = \frac{E_j}{m_{ij}^2} \quad (1.12)$$

(1.12) eşitliğinde E_j , j birimine ait ekonomik gösterge değerini; m_{ij} , i ve j birimleri arasındaki mesafeyi; v_{ij} ise i biriminin j birimine göre ekonomik potansiyelini göstermektedir. Darmofal (2006), mesafe arttıkça ağırlığın üstel olarak azalacağı matrisler önermiştir.

$$w_{ij} = \frac{S_j}{m_{ij}^\alpha} \quad (1.13)$$

$$w_{ij} = S_j e^{-\beta m_{ij}} \quad (1.14)$$

(1.13) ve (1.14) eşitliklerinde gösterilen ağırlık matrislerinde S_j nüfus, GSYİH, sınır uzunluğu vb. faktörler olabilmektedir. m_{ij} , i ve j birimleri arasındaki mesafeyi gösterir. (1.13)'te mesafe arttıkça ağırlık belli bir üsse göre azalmaktadır. (1.14)'te ise ağırlık e üssü mesafenin tersine göre değişmektedir. Dolayısıyla (1.14)'ün (1.13)'e göre mesafeye daha hassas olduğu söylenebilir.

x , enlem ve y , boylam değerlerini göstermek üzere belli bir kritik mesafe değeri k için $m_{ij} < k$ koşulunu sağlayan birimlerin komşu sayılacağı, Öklid mesafesine dayanan uzamsal ağırlık matrisi de kullanılabilir (Yılğör, 2019:61). Bu durumda her bir mesafe (1.15) numaralı eşitlikteki gibi hesaplanır.

$$m_{ij} = \sqrt{[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2]} \quad (1.15)$$

1. 3. 3. Önerilen Ağırlık Matrisleri

Uzamsal ekonometri literatüründe yaygın olarak kullanılan ağırlık matrisleri, hangi tarzda seçilirse seçilsin tüm komşuların ilgili birim üzerinde aynı etkiye sahip olduğunu ifade etmektedir. Örneğin vezir komşuluğuna göre oluşturulan bir ağırlık matrisinde, belli bir birimin güneyinde ve kuzeybatısında sınırı olan bir birim varsa, bu birimler komşu kabul edilir ve bu birimlerin ilgili birim üzerindeki etkisinin aynı olduğu varsayılır. Aynı şekilde birimler arası ters mesafe matrisine göre

oluşturulan bir uzamsal ağırlık matrisinde, aynı mesafedeki iki birimin ilgili birim üzerindeki etkisi aynı olur. Ancak gerçek hayatta, aynı birime komşu olsalar bile farklı birimlerin aynı birim üzerinde farklı komşuluk etkileri olabilmektedir. Bu farklılıklar komşuluk etkisinin simetrik değil de asimetrik olarak dağılması olarak yorumlanabilir. Bu durumda tüm komşuların aynı etkiye sahip olduğu geleneksel yaklaşım “simetrik komşu etkisi” şeklinde isimlendirilirse bu çalışmada önerilen ve tüm komşuların aynı etkiye sahip olmadığını, belli özelliklere göre farklılaştığını savunan yaklaşım ise “asimetrik komşu etkisi” olarak kavramlaştırılabilir.

Bu çalışmada önerilen asimetrik⁶ komşu etkisine sahip ağırlık matrisleri, eşik uzamsal ağırlık matrisi, iki eşikli uzamsal ağırlık matrisi ve komşu yönünden asimetrik (KYA) uzamsal ağırlık matrisi olarak nitelendirilmiştir. Önerilen uzamsal matrisler incelenirken, bağımlı değişken Y için her biri 1. birimden N . birime kadar sıralanan Y gözlemlerinden oluşan N satırlı bir matrise ihtiyaç vardır. Bu matrisi elde etmek için N boyutlu ve 1’lerden oluşan ι_N vektörü ile bağımlı değişken matrisi Y ’nin devriği Y^T (1.16)’da gösterildiği şekilde çarpılır.

$$Y^* = \iota_N \cdot Y^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} [Y_1 \quad Y_2 \quad Y_3 \quad \dots \quad Y_N] = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \dots & Y_N \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_N \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

(1.16)’da tanımlanan Y^* matrisi, eşik, iki eşikli ve komşu yönünden asimetrik (KYA) uzamsal ağırlık matrislerini oluştururken ilgili birime ait Y değerinin ($Y_1, Y_2, \dots, Y_N$), ilgili birime ait eşik değerinden veya komşu gözlem değerinden büyük olup olmadığının tespitinde işe yarayacaktır.

1. 3. 3. 1. Eşik Uzamsal Ağırlık Matrisi

Varsayım 1: Eşik uzamsal modelde, komşu gözlemler içerisinde belli bir eşik değerinin üzerinde değer alanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır. Burada bahsedilen eşik değeri subjektif olarak belirlenebileceği gibi gözlemlerin ortalaması alınarak da hesaplanabilir.

1. Adım: W^E ağırlık matrisinin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E ’den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir. (1.17)’de ilgili dönüşüm gösterilmiştir.

⁶ Her ne kadar komşu etkisinin homojen olarak dağılmadığını ifade etmek adına asimetrik kavramı tercih edilse de matematiksel olarak bu ağırlık matrisleri standartlaştırılmamış haliyle simetrik olacaktır ($w_{ij} = w_{ji}$).

$$W_{ij}^E = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^* > E \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (1.17)$$

2. Adım: W^E matrisi, mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi, (1.18)'de gösterildiği gibi W ile Hadamard çarpımı ile çarpılır.

$$W \odot W^E \quad (1.18)$$

3. Adım: 2. adımdaki Hadamard⁷ çarpımı sonrası oluşan matris, uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılır.

1. 3. 3. 2. İki Eşikli Uzamsal Ağırlık Matrisi

Varsayım 2: İki eşikli uzamsal modelde de komşu gözlemler içerisinde belli bir eşik değerinin üzerinde değer alanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır. Fakat burada, iki farklı grup ve iki farklı eşik değeri bulunmaktadır.

1. Adım: Belli bir kriter baz alınarak komşular iki gruba ayrılır. Bu kriter coğrafi konuma göre (Doğu- batı, kuzey-güney) olabileceği gibi ülkelerin gelişmişlik düzeyine göre de ayrılabilir (gelişmiş-gelişmekte olan- az gelişmiş).

2. Adım: Bu iki farklı komşu grubunun her birine E_1 ve E_2 şeklinde farklı bir eşik değeri belirlenir.

3. Adım: Y_{ij}^* 'nin 1. gruptan olup olmadığını gösteren $K^{(1)}$, 2. gruptan olup olmadığını gösteren $K^{(2)}$ matrisleri (1.19)'daki gibi oluşturulur.

$$K_{ij}^{(1)} = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^*, 1. \text{ grupta ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad K_{ij}^{(2)} = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^*, 2. \text{ grupta ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (1.19)$$

4. Adım: $W^{(1)}$ ağırlık matrisinin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E_1 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir.

⁷ Hadamard çarpımı, $A = [a_{ij}]$ ve $B = [b_{ij}]$ şeklindeki aynı boyuttaki iki matrisin çarpılmasıyla elde edilir. Bu matrisler kare matris olmak zorunda değildir. Burada A matrisinin her bir elemanı, B matrisinde kendisiyle aynı satır ve sütuna karşılık gelen elemanla çarpılır. Sonuçta $A \odot B = [a_{ij}b_{ij}]$ şeklinde aynı boyutta bir matris elde edilir. (Detaylı bilgi için bakınız: Horn, 1990:88)

5. Adım: $W^{(2)}$ ağırlık matrisinin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E_2 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir. $W^{(1)}$ ve $W^{(2)}$ ağırlık matrislerinin her bir elemanı (1.20)'deki gibi elde edilir.

$$W_{ij}^{(1)} = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^* > E_1 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad W_{ij}^{(2)} = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^* > E_2 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (1.20)$$

6. Adım: $W^{(1)}$ matrisi, Y_{ij}^* 'nin 1. gruptan olup olmadığını gösteren $K^{(1)}$ matrisi ve mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi W ile Hadamard çarpımı aracılığıyla çarpılır.

7. Adım: 6. adımda uygulanan işlem $W^{(2)}$ ve $K^{(2)}$ matrisleri için tekrar edilir.

8. Adım: 6. ve 7. adımlarda oluşturulan matrisler toplanır. Bu toplam sonrası oluşan nihai matris, uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılacak yeni ağırlık matrisidir. Bu durum, (1.21)'deki gibi formüle edilir.

$$W \odot K^{(1)} \odot W^{(1)} + W \odot K^{(2)} \odot W^{(2)} \quad (1.21)$$

1. 3. 3. 3. Komşu Yönünden Asimetrik (KYA) Uzamsal Ağırlık Matrisi

Varsayım 3: KYA uzamsal modelde, komşu gözlemler içerisinde ilgililenen birimden daha yüksek değer alanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır.

1.Adım: Bu model incelenirken, bağımlı değişken Y için her biri 1. birimden N . birime kadar sıralanan Y gözlemlerinden oluşan N sütunlu bir matrise ihtiyaç vardır. Bu matrisi elde etmek için N

boyutlu ve 1'lerden oluşan ι_N vektörünün devriği (ι_N^T) ile bağımlı değişken matrisi Y Kronecker çarpımı⁸ aracılığıyla çarpılarak Y^K matrisi (1.22)'deki gibi elde edilir.

⁸ $(m \times n)$ boyutundaki $A = [a_{ij}]$ ve $(r \times s)$ boyutundaki $B = [b_{ij}]$ matrislerinin Kronecker çarpımı $A \otimes B$ şu şekilde hesaplanır:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}$$

$$Y^K = \iota_N^T \otimes Y = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_1 & \dots & Y_1 \\ Y_2 & Y_2 & \dots & Y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_N & Y_N & \dots & Y_N \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

2.Adım: Y^K matrisinde yer alan her bir i. satır ve j. sütun elemanı, Y^* matrisinin aynı satır ve sütunundaki değere karşılık gelen elemandan büyükse 1, değilse 0 değeri W_{ij}^K elemanlarına verilerek (1.23)'te gösterildiği gibi W^K ağırlık matrisi oluşturulur.

$$W_{ij}^K = \begin{cases} 1 & (Y_{ij}^* - Y_{ij}^K) > 0 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (1.23)$$

3.Adım: W^K matrisi, mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi W ile (1.24)'teki gibi Hadamard çarpımı ile çarpılır.

$$W \odot W^K \quad (1.24)$$

4. Adım: 3. adımdaki Hadamard çarpımı sonrası oluşan matris, uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılır.

1. 3. 4. Ağırlık Matrislerinin Karşılaştırılması

Bir uzamsal modelin kurulabilmesi için birçok farklı şekilde oluşturulabilecek olan ağırlık matrisi W 'ye ihtiyaç duyulur. Sadece komşuları dikkate alan birinci düzey bir ağırlık matrisi, komşuların komşularını da dikkate alan ikinci düzey bir ağırlık matrisi, birbirlerine sınırı olan tüm birimleri komşu kabul eden bir ağırlık matrisi, sadece en yakındaki birimi komşu kabul eden bir ağırlık matrisi, bu çalışmada önerilen ağırlık matrisleri ve daha niceleri ağırlık matrislerine⁹ örnek olarak gösterilebilir.

Böylelikle A matrisinin her bir elemanına B matrisi yerleştirilmiş olur. Oluşan yeni matris $(mr \times ns)$ boyutunda iken bu matrisin her bir bloğu olan $a_{ij}B$, $(r \times s)$ boyutunda olacaktır (Ayrıntılı bilgi için bakınız: Graham, 1981:21).
Örneğin,

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, \quad A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{12}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & a_{12}b_{21} & a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{22}b_{11} & a_{22}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{21}b_{22} & a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

⁹ Hangi uzamsal ağırlık matrisi seçilirse seçilsin, satır bazlı normalleştirme işlemi ile uzamsal ağırlık matrisi standartlaştırılmalıdır.

Farklı uzamsal ağırlık matrisleri arasında tercih yapmanın bir yolu, farklı uzamsal ağırlık matrisiyle modelleri tahmin ederek bu modellere ait log-olabilirlik fonksiyonu değerlerini karşılaştırmaktır (Anselin, 1992:25). Bayesian yaklaşım, log-olabilirlik değerleri ile model olasılık (prob.) değerlerini dikkate almaktadır. Buna göre en yüksek log-olabilirlik değerini veren modele ait uzamsal ağırlık matrisi tercih edilmelidir. Tercih edilen bu model, veriye ve parametrelere ilişkin dağılımlara en çok uyan model olacaktır (LeSage ve Pace, 2009:161; Elhorst, 2010:17).

1. 4. Uzamsal Bağımlılık Sınamaları

Uzamsal regresyon analizi yapılmadan önce, uzamsal bağımlılık sınamaları yapılmaktadır. Uzamsal bağımlılık, Moran I ve Geary C istatistikleri ile sınanabilmektedir. Moran I istatistiği Moran (1948, 1950) tarafından ortaya konulmuş, Cliff ve Ord (1972) tarafından geliştirilmiştir. Moran I, uzamsal olarak ağırlıklandırılmış hata terimleri kovaryansının hata terimleri varyansına bölünmesi ile aşağıdaki gibi bulunur:

$$I = \frac{1}{\sum_i \sum_j w_{ij}} \times \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} \hat{\epsilon}_i \hat{\epsilon}_j}{\frac{1}{N} \sum_i \hat{\epsilon}_i^2} \quad (1.25)$$

Burada $\hat{\delta}^T$, $\hat{\delta}$ matrisinin transpozisini; N uzamsal gözlem sayısını; $\hat{\epsilon}_i = Y_i - \hat{\delta}^T X_i$ eşitliğinde ifade edilen En Küçük Kareler (EKK) regresyon hata terimini; $w_{ij} \in W$ olmak üzere W , $(N \times N)$ boyutundaki uzamsal ağırlık matrisini; X , açıklayıcı değişken matrisini; $\hat{\delta}$, parametre vektörünün EKK tahminlerini ifade etmektedir. W ağırlık matrisi satır bazında standartlaştırılırsa, $\sum_i \sum_j w_{ij} = N$ olacağından eşitlik (1.25) aşağıdaki gibi yazılır¹⁰.

$$I = \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} \hat{\epsilon}_i \hat{\epsilon}_j}{\sum_i \hat{\epsilon}_i^2} \quad (1.26)$$

Pozitif bulunan bir Moran I değeri, yüksek gözlem değerli yatay kesitlerin yüksek, düşük gözlem değerli yatay kesitlerin de düşük gözlem değerli yatay kesitlerle komşu olduğunu göstermektedir. Negatif bulunan bir Moran I değeri ise yüksek gözlem değerli yatay kesitlerin düşük, düşük gözlem değerli yatay kesitlerin ise yüksek gözlem değerli yatay kesitlerle komşu olduğunu göstermektedir (Rusche, 2010:11).

Eşitlik (1.26)'da $\hat{\epsilon}_i = \hat{\epsilon}_j$ ise bu durumda hata terimleri arasında kusursuz bir biçimde pozitif korelasyon söz konusu olur ve $I = 1$ bulunur. Tam tersi durumda yani $\hat{\epsilon}_i = -\hat{\epsilon}_j$ durumunda ise hata

¹⁰ Eğer standartlaştırılmış ağırlık matrisi W^* ile gösterilirse, Moran I istatistiğinin matris formunda yazılışı şu şekilde olur: $I = (\hat{\epsilon}^T \hat{\epsilon})^{-1} (\hat{\epsilon}^T W^* \hat{\epsilon})$.

terimleri arasında kusursuz bir biçimde negatif korelasyon söz konusu olur ve $I = -1$ bulunur. Eğer hata terimleri uzamsal olarak beyaz gürültü sürecine sahipse (korelasyon yoksa) bu durumda $I = 0$ olur (Beenstock ve Felsenstein, 2019:57).

I istatistiği için hipotezler şu şekilde kurulur:

H_0 : Uzamsal otokorelasyon yoktur.

H_1 : Uzamsal otokorelasyon vardır.

H_0 hipotezini sınamak için, I istatistiğinden beklenen değeri $E(I)$ çıkarılarak standart hatası $S(I)$ 'ya bölünür ve z istatistiği elde edilir.

$$z = \frac{I - E(I)}{S(I)} \sim N(0, 1) \quad (1.27)$$

Eşitlik (1.26)'daki I istatistiğinin beklenen değeri ve varyansı sırasıyla (1.28) ve (1.29) eşitliklerinde verilmiştir (Cliff ve Ord, 1972; 1981).

$$E(I) = \frac{k - 1}{n - k - 1} \text{tr}(\theta W^*) \quad (1.28)$$

ve

$$V(I) = \frac{\text{tr}(\theta W^* \theta W^{*T}) + \text{tr}(\theta W^*)^2 + [\text{tr}(\theta W^*)]^2}{(n - k - 1)(n - k + 1)} - E(I)^2 \quad (1.29)$$

(1.28) ve (1.29) eşitliklerindeki “tr”, ilgili matrisin izini (trace), $\theta = I - X(X^T X)^{-1} X^T$ şeklinde formüle edilen bir matrisi ifade etmektedir. k , modeldeki sabit terim dahil olmak üzere katsayı sayısıdır (Arbia, 2006:92).

Moran I istatistiğine alternatif olarak, hata terimleri farklarının kareleri toplamı da uzamsal ağırlık matrisi ile düzenlenmiş hata terimleri varyansına bölünebilir. Bu istatistik, Geary C istatistiği olarak bilinmektedir (Geary, 1954) ve (1.30)'da gösterilmiştir.

$$C = \frac{(N - 1) \sum_i \sum_j w_{ij} (\hat{\epsilon}_i - \hat{\epsilon}_j)^2}{2 \sum_i \sum_j w_{ij} \hat{\epsilon}_i^2} \quad (1.30)$$

Eğer $\hat{\varepsilon}_i = \hat{\varepsilon}_j$ ise bu durumda hata terimleri arasında kusursuz bir biçimde pozitif korelasyon söz konusu olur ve $C = 0$ bulunur. Tam tersi durumda yani $\hat{\varepsilon}_i = -\hat{\varepsilon}_j$ durumunda ise hata terimleri arasında kusursuz bir biçimde negatif korelasyon söz konusu olur ve $C = 2$ bulunur. Eğer hata terimleri uzamsal olarak beyaz gürültü sürecine sahipse (korelasyon yoksa) bu durumda $C = 1$ olur (Beenstock ve Felsenstein, 2019:58).

C istatistiğinin beklenen değer ve varyansı sırasıyla eşitlik (1.31) ve (1.32)'de verilmiştir (Tatoğlu, 2022:122-123, 135-136).

$$E(C) = 1 \quad (1.31)$$

$$V(C) = \left\{ \frac{2}{(N+1)N^2} \left[\left(\sum \sum w_{ij} + \sum w_{ij}^2 \right) (N-1) - N^2 \right] \right\} \quad (1.32)$$

Geary C istatistiği için z değeri de (1.33)'teki gibi hesaplanır.

$$z = \frac{C - E(C)}{\sqrt{V(C)}} = \frac{C - 1}{\sqrt{V(C)}} \sim N(0, 1) \quad (1.33)$$

1. 5. Uzamsal Regresyon Modelleri

Uzamsal bağımlılığın belirlenmesi durumunda uzamsal bağlantının kurulmasını sağlayan ağırlık matrisinin modeller içerisine dahil edilmesiyle uzamsal regresyon modelleri oluşturulur ve uzamsal bağımlılığın yapısına göre bu modeller çeşitlenir. Uzamsal regresyon modelleri; uzamsal gecikme modeli (UGM), uzamsal Durbin model (UDM), uzamsal hata modeli (UHM) ve genel uzamsal model (GUM) olarak sınıflanabilir¹¹ (Arbia, 2006). Tüm modellerin bir arada gösterildiği, genel yuvalama modeli (GYM) diye tabir edilen model eşitlik (1.34)'te verilmiştir (Elhorst, 2014:8).

$$Y = \alpha_N + \varphi WY + X\delta + WX\theta + \varepsilon \quad (1.34a)$$

$$\varepsilon = \tau W\varepsilon + u \quad (1.34b)$$

(1.34a) eşitliğinde WY bağımlı değişkenler arası içsel etkileşimi gösteren uzamsal terimi, WX bağımsız değişkenler arası dışsal etkileşimi gösteren uzamsal terimi; (1.34b) eşitliğindeki τW hata terimleri (bozucu terim) arasındaki etkileşimi göstermektedir. φ uzamsal otokorelasyon katsayısını,

¹¹ Uzamsal Durbin hata modeli, tüm bu sayılan modellere ilave edilebilir. Uzamsal Durbin hata modelinde, bağımlı ve açıklayıcı değişkenlerin yanı sıra hata terimleri de uzamsal olarak bağımlılık gösterir. Böylesi bir modelde oluşacak olan üçlü uzamsal bağımlılığı tahmin etmek oldukça güçtür. Bu yüzden Uzamsal Durbin hata modeli pek tercih edilmez (Tatoğlu, 2022:54). Genellikle 1 ya da 2 uzamsal bağımlılığı barındıran modeller tercih edilir. Bu çalışmada da uzamsal Durbin hata modeline yer verilmemiştir.

τ uzamsal hata katsayısını ifade etmektedir. δ ve θ , $(K \times 1)$ boyutundaki tahmin edilmek istenen parametrelerin vektörleridir. W , $(N \times N)$ boyutunda pozitif değerler alan ve coğrafi komşuluk ilişkilerini gösteren bir ağırlık matrisidir.

(1.34) eşitliğindeki genel yuvalama modelinden diğer modellerin elde edilişi Şekil.1.1’de gösterilmiştir. Buna göre, genel yuvalama modelinde sadece açıklayıcı değişkenlerin uzamsal etkileşimini gösteren parametre istatistiksel olarak anlamsız ise GUM, sadece hata terimlerinin uzamsal etkileşimini gösteren parametre istatistiksel olarak anlamsız ise UDM elde edilir. Açıklayıcı değişkenlerin uzamsal etkileşimini gösteren parametreye ilaveten; bağımlı değişkenin uzamsal etkileşimini gösteren parametre istatistiksel olarak anlamsız ise UHM, hata terimlerindeki uzamsal etkileşimi gösteren parametre istatistiksel olarak anlamsız ise UGM elde edilir. Açıklayıcı değişkenlerin uzamsal etkileşimini gösteren parametre, bağımlı değişkenin uzamsal etkileşimini gösteren parametre ve hata terimlerindeki uzamsal etkileşimi gösteren parametrenin üçünün de istatistiksel olarak anlamsız olduğu durumda sıradan EKK modeli elde edilir.

1. 5. 1. Uzamsal Gecikme Modeli (Spatial Lag Model)

Uzamsal gecikme modeli (UGM)¹², bağımlı değişkenin kendi kendiyile uzamsal olarak etkileşim içerisinde olduğu, başka bir ifadeyle komşu bağımlı değişken değerlerinin de ilgili bağımlı değişken değerlerini etkilediği bir modeldir. UGM modelinde uzamsal bağımlılık sadece bağımlı değişkendedir, hata terimlerinde veya açıklayıcı değişkende değildir.

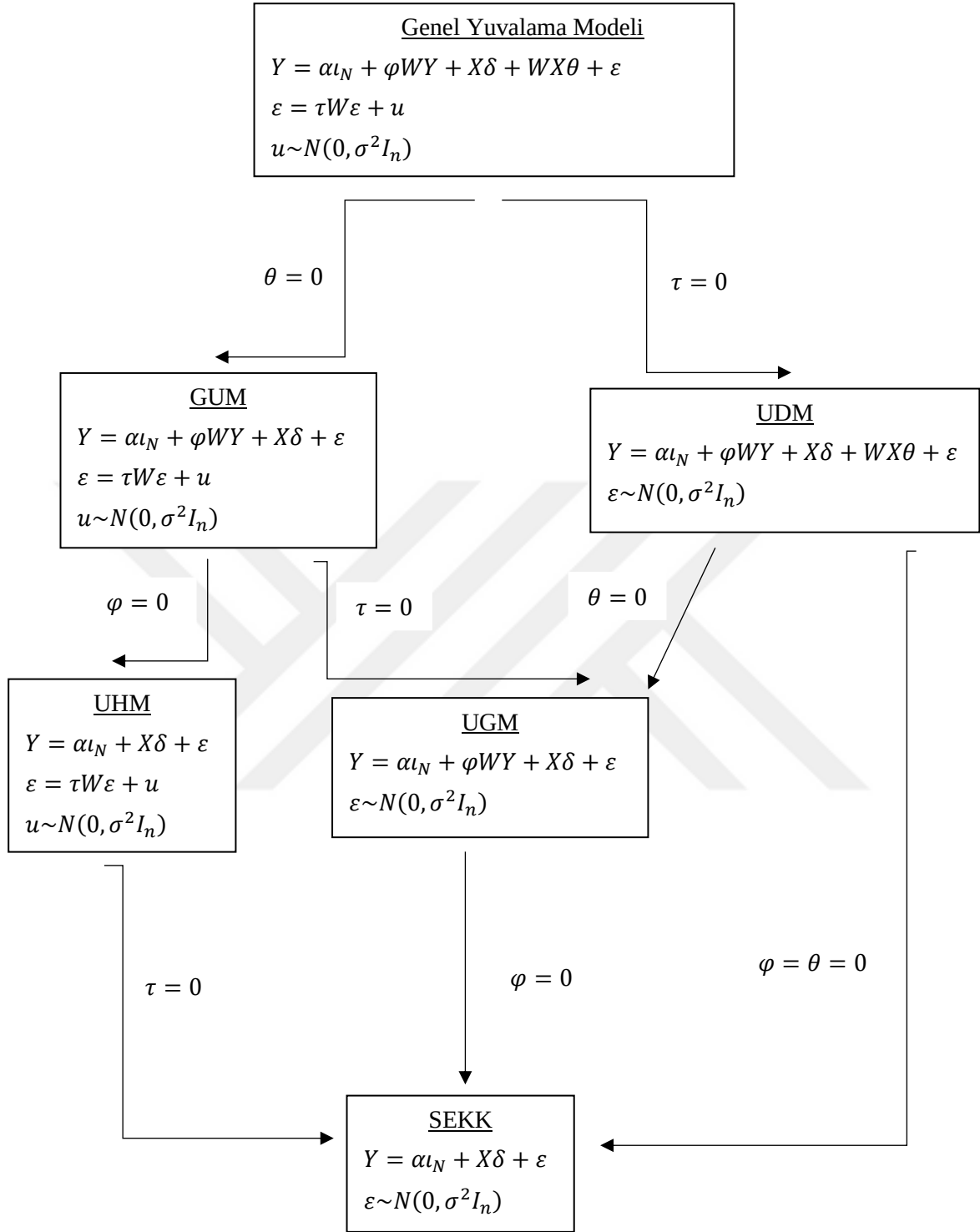
N sayıda yatay-kesitten oluşan bir modelde Y , bağımlı değişken vektörünü; X , $(K \times N)$ boyutundaki bağımsız değişken matrisini (sabit terim dahil); W , komşuluk ilişkilerini gösteren ağırlık matrisini; φ , uzamsal otokorelasyon katsayısını¹³; δ , açıklayıcı değişken veya değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkisini gösteren katsayıyı ve ε , hata terimleri vektörünü göstermek üzere, UGM modeli eşitlik (1.35a) ile ifade edilmiştir (Anselin, 1988:34).

$$Y = \varphi WY + X\delta + \varepsilon \quad (1.35a)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n) \quad (1.35b)$$

¹² Bu model, uzamsal otoregresif model olarak da adlandırılmaktadır (LeSage, 1999). Bu çalışmada, Anselin ve Bera (1998)’nin kullandığı “uzamsal gecikme modeli” ifadesi tercih edilmiştir.

¹³ Literatürde genellikle uzamsal otokorelasyon katsayısı olarak ρ kullanılsa da bu çalışmada Anselin v.d. (1996)’nin çalışması örnek alınarak φ tercih edilmiştir.



Şekil 1.1. Farklı uzamsal bağımlılık tipleri için çeşitli uzamsal regresyon modelleri (Yatay-kesit veri için)
Halleck Vega ve Elhorst (2013)'tan uyarlanarak yazar tarafından oluşturulmuştur.

Eşitlik (1.35a)'da $\delta = 0$ olarak düşünülürse, oluşacak yeni modelde φ parametresinin EKK tahmini (1.36)'daki gibi olur.

$$\hat{\varphi} = (Y'W'WY)^{-1}Y'W'Y \quad (1.36)$$

(1.36) tahmininin beklenen değeri $E(\hat{\varphi})$:

$$E(\hat{\varphi}) = E[(Y'W'WY)^{-1}Y'W'(\varphi WY + \varepsilon)] \quad (1.37a)$$

$$= \varphi + E[(Y'W'WY)^{-1}Y'W'\varepsilon] \quad (1.37b)$$

Eşitlik (1.37b) için $E(\hat{\varphi}) = \varphi$ eşitliği sağlanamadığından UGM için EKK çözümü yanlıdır (LeSage, 1999:45). Ayrıca $\varphi = 0$ olmadıkça (uzamsal bağımlılığın olmadığı durum), (1.38) eşitliği 0 değerini alamaz.

$$plimN^{-1}(Y'W'\varepsilon) = plimN^{-1}\varepsilon'W(I - \varphi Y)^{-1}\varepsilon \quad (1.38)$$

Dolayısıyla uzamsal otokorelasyonlu modellerde EKK çözümü tutarsızdır (Anselin, 1988:56). Bu yüzden uzamsal ekonometrik modellerin çözümü için EKK yöntemine alternatif yöntemler önerilmiştir. Elhorst (2014), bu yöntemleri şu şekilde sıralamıştır: En Çok Olabilirlik (EÇO) yöntemi (Ord, 1975), Quasi En Çok Olabilirlik Yöntemi (Lee, 2004), Araç Değişkenleri Yöntemi (Anselin, 1988), Genelleştirilmiş Momentler Metodu (Kelejian ve Prucha, 1998, 1999) ve Bayesyen Markov Zincirleri Monte Carlo Yöntemi (LeSage, 1997). Bu çalışmada, literatürde sıklıkla kullanılan en çok olabilirlik yöntemi üzerinde durulmuştur. En çok olabilirlik yönteminin uygulanabilmesi için modellere ait olabilirlik fonksiyonu türetilmelidir.

1.5.1.1. Olabilirlik Fonksiyonunun Türetilmesi

Uzamsal gecikme modelinin en çok olabilirlik yöntemi ile tahmininde kullanılacak olan olabilirlik fonksiyonunu türetmek için (1.35a)'daki bağımlı değişken Y eşitliğin sol tarafına atılırsa (LeSage ve Pace, 2009:46; Beenstock ve Felsenstein, 2019:53),

$$Y - \varphi WY = X\delta + \varepsilon \quad (1.39a)$$

$$(I - \varphi W)Y = X\delta + \varepsilon \quad (1.39b)$$

$$Y = (I - \varphi W)^{-1}X\delta + (I - \varphi W)^{-1}\varepsilon \quad (1.39c)$$

$$Y = (I - \varphi W)^{-1}(X\delta + \varepsilon) \quad (1.39d)$$

veya;

$$Y = RX\delta + R\varepsilon \quad (1.40a)$$

$$R = (I - \varphi W)^{-1} \quad (1.40b)$$

elde edilir.

Y 'nin beklenen değeri " $E(Y)$ ", eşitlik (1.41)'de; varyans-kovaryans matrisi " V " ise eşitlik (1.42)'de verilmiştir.

$$E(Y) = E[(I - \varphi W)^{-1}(X\delta + \varepsilon)] = (I - \varphi W)^{-1}X\delta \quad (1.41)$$

$$E(YY^T) = V(\sigma^2, \varphi) = \sigma^2(I - \varphi W)^{-1}(I - \varphi W)^{-T} \quad (1.42)$$

(1.41) ve (1.42) eşitliklerinden hareketle, $s(Y)$ eşitlikteki sabit terimi ifade etmek üzere, Gaussçu olabilirlik fonksiyonu şu şekilde türetilir (Arbia, 2006:112-113):

$$L = s(Y) |V(\sigma^2, \varphi)|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [Y - (I - \varphi W)^{-1}X\delta]^T V^{-1} [Y - (I - \varphi W)^{-1}X\delta] \right\} \quad (1.43)$$

Eşitlik (1.43)'den hareketle türetilen log-olabilirlik fonksiyonu eşitlik (1.44)'te verilmiştir.

$$l = s(Y) - \frac{1}{2} \ln |V(\sigma^2, \varphi)| - \frac{1}{2} [Y - (I - \varphi W)^{-1}X\delta]^T V^{-1} [Y - (I - \varphi W)^{-1}X\delta] \quad (1.44)$$

Eşitlik (1.42)'teki $V(\sigma^2, \varphi)$ ifadesi, $|V(\sigma^2, \varphi)|$ determinantında yerine yazılır ise (1.45) ifadesi elde edilir.

$$|V(\sigma^2, \varphi)| = |\sigma^2(I - \varphi W)^{-1}(I - \varphi W)^{-T}| = \sigma^{2n} |(I - \varphi W)^{-1}(I - \varphi W)^{-T}| \quad (1.45)$$

$|(I - \varphi W)^{-1}(I - \varphi W)^{-T}|$ ifadesi $|(I - \varphi W)^{-1}| |(I - \varphi W)^{-T}|$ ifadesinin eşiti olduğundan, $V(\sigma^2, \varphi)$ matrisinin determinanı (1.46)'daki gibi yazılır.

$$|V(\sigma^2, \varphi)| = \sigma^{2n} |I - \varphi W|^{-2} \quad (1.46)$$

(1.42), (1.44) ve (1.46) eşitliklerinden hareket ederek, aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

$$l = s(Y) - \frac{1}{2} \ln(\sigma^{2n} |I - \varphi W|^{-2}) - \frac{1}{2} [Y - (I - \varphi W)^{-1}X\delta]^T [\sigma^2(I - \varphi W)^{-1}(I - \varphi W)^{-T}]^{-1} [Y - (I - \varphi W)^{-1}X\delta] \quad (1.47a)$$

$$= s(Y) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |I - \varphi W| - \frac{1}{2\sigma^2} [Y - (I - \varphi W)^{-1} X \delta]^T (I - \varphi W)^T (I - \varphi W) [Y - (I - \varphi W)^{-1} X \delta] \quad (1.47b)$$

$(I - \varphi W)[Y - (I - \varphi W)^{-1} X \delta]$ ifadesi $(I - \varphi W)Y - X \delta$ şeklinde yazılabileceği için, UGM log-olabilirlik fonksiyonu nihai haliyle aşağıdaki şekilde belirtilir.

$$l = s(Y) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |I - \varphi W| - \frac{1}{2\sigma^2} [(I - \varphi W)Y - X \delta]^T [(I - \varphi W)Y - X \delta] \quad (1.48)$$

1.5.1.2. Parametre Tahmini

UGM log-olabilirlik fonksiyonunun tespitinin ardından, ilgilenilen parametrelerin tahmin edilmesi için bu fonksiyon maksimize edilir. Fakat (1.48) eşitliğindeki fazla sayıda doğrusal olmayan parametreden dolayı bu maksimizasyona analitik olarak ulaşılamaz. Dolayısıyla (1.48) eşitliğinin maksimizasyonu yoluyla tam bir çözüme ulaşılamayacağından Anselin (1988), pseudo-olabilirliğe dayalı farklı bir algoritma önermiştir. Bu algoritmanın 1. adımında, (1.49) numaralı eşitlikte gösterildiği gibi bağımlı değişken Y sadece bağımsız değişken X üzerine koşudur.

$$Y = X\beta + u \quad (1.49)$$

Birinci adımda herhangi bir uzamsal terim söz konusu değildir. Dolayısıyla β katsayısı sıradan EKK yöntemiyle tahmin edilir. Bu durumda $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$ olur.

İkinci adımda bağımlı değişken Y, uzamsal ağırlık matrisiyle çarpılarak yeni bağımlı değişken WY oluşturulur. Yeni eşitlik (1.50), açıklayıcı değişken kısmında içsel bir değişken barındırmadığından, yine sıradan EKK yöntemi ile çözülür. Bu durumda $\hat{\Gamma} = (X^T X)^{-1} X^T WY$ olur (Arbia, 2006:114).

$$WY = X\Gamma + \eta \quad (1.50)$$

Üçüncü adımda, ilk iki adımda tahmin edilen denklemlerin hata terimleri (1.51) ve (1.52)'deki gibi hesaplanır.

$$\hat{u} = Y - X\hat{\beta} \quad (1.51)$$

$$\hat{\eta} = WY - X\hat{\Gamma} \quad (1.52)$$

Dördüncü adımda, üçüncü adımda tahmin edilen hata terimlerinden kısmi log-olabilirlik fonksiyonu hesaplanır¹⁴.

$$l = s(\hat{u}, \hat{\eta}) + \ln|I - \varphi W| - \frac{n}{2} \ln \left[\frac{1}{n} (\hat{u} - \varphi \hat{\eta})^T (\hat{u} - \varphi \hat{\eta}) \right] \quad (1.53)$$

Ardından, eşitlik (1.53)'teki log-olabilirlik fonksiyonu, φ 'nin bir tahmini olan $\hat{\varphi}$ değerinin elde edilmesi için maksimize edilir (Arbia, 2006:114).

Son adımda, $\hat{\varphi}$ tahmini, δ ve σ^2 'ın tahmin değerlerinin hesaplanması için (1.54) ve (1.55)'teki gibi kullanılır (LeSage, 1999:64).

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} (\hat{u} - \hat{\varphi} \hat{\eta})^T (\hat{u} - \hat{\varphi} \hat{\eta}) \quad (1.54)$$

$$\hat{\delta} = (\hat{\beta} - \hat{\varphi} \Gamma) \quad (1.55)$$

1.5.1.3. Hipotez Sınaması

Olabilirlik fonksiyonu elde edildikten sonra, sıfır ($H_0: \varphi = 0$) ve alternatif ($H_1: \varphi \neq 0$) hipotezlerin sınanabileceği bir hipotez sınaması yapılabilir. Alternatif hipotez geçerli ise uzamsal terim içeren bir doğrusal regresyon modeli geçerli olacağından, alternatif hipotez altında olabilirlik fonksiyonu (1.56) eşitliğindeki gibi olur.

$$l_a = s(Y) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln|I - \varphi W| - \frac{1}{2\sigma^2} [(I - \varphi W)Y - X\delta]^T [(I - \varphi W)Y - X\delta] \quad (1.56)$$

Sıfır hipotezi ($H_0: \varphi = 0$) geçerli olduğunda, olabilirlik fonksiyonu (1.57) şeklinde ifade edilir:

$$l_0 = s(Y) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [Y - X\delta] \quad (1.57)$$

Sonuç olarak Olabilirlik Oran Sınaması (OOS) istatistiği (1.58)'teki gibi yazılır:

$$OOS = -2(l_a - l_0) \quad (1.58)$$

¹⁴ $s(\hat{u}, \hat{\eta})$, sabit terimi ifade etmektedir.

Eşitlik (1.56) ve eşitlik (1.57), (1.58) eşitliğinde yerine yazılırsa (1.59) numaralı eşitlik elde edilir.

$$OOS = -2 \left\{ \left\{ -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |I - \varphi W| - \frac{1}{2\sigma^2} [(I - \varphi W)Y - X\delta]^T [(I - \varphi W)Y - X\delta] \right\} \right. \\ \left. - \left\{ -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [Y - X\delta] \right\} \right\} \quad (1.59)$$

Eşitlik (1.59), birtakım cebirsel işlemler sonrası (1.60)'daki gibi sadeleştirilebilir.

$$OOS = \left\{ -2 \ln |I - \varphi W| + \frac{1}{\sigma^2} [(I - \varphi W)Y - X\delta]^T [(I - \varphi W)Y - X\delta] \right. \\ \left. - \frac{1}{\sigma^2} [Y - X\delta]^T [Y - X\delta] \right\} \quad (1.60)$$

Eşitlik (1.60)'da verilen OOS istatistiği, asimptotik olarak 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uymaktadır (Arbia, 2006:116).

1. 5. 2. Uzamsal Durbin Model (Spatial Durbin Model)

Uzamsal Durbin modelde (UDM), UGM'nin açıklayıcı değişkenlerine ilave olarak, uzamsal ağırlık matrisi bağımsız değişken matrisiyle çarpılıp açıklayıcı değişken olarak modele eklenmiştir. Böylelikle bir birimin değerini UGM'de sadece komşu bağımlı değişken değerleri etkilemekteyken UDM'de komşu bağımsız değişken değerleri de etkilemektedir.

UDM model, UGM'ye uzamsal ağırlık matrisi ile açıklayıcı değişken matrisinin çarpılmış hali eklenerek (1.61) numaralı eşitliklerdeki gibi bulunur.

$$Y = \varphi WY + X\delta + WX\theta + \varepsilon \quad (1.61a)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n) \quad (1.61b)$$

(1.61a) eşitliğindeki φ , uzamsal otokorelasyon katsayısını; W , uzamsal ağırlık matrisini; X , açıklayıcı değişken matrisini; δ , açıklayıcı değişken ya da değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkisini gösteren parametreyi; θ , komşu birimlerin açıklayıcı değişken ya da değişkenlerinin ilgili birim üzerindeki etkisini gösteren parametreyi ve ε , hata terimlerini göstermektedir. Eşitlik (1.61a)'daki bağımlı değişken Y eşitliğin solunda toplanacak olursa, ilgili denklem (1.62)'deki gibi yazılabilir (LeSage ve Pace, 2009:46).

$$Y = (I - \varphi W)^{-1} (X\delta + WX\theta + \varepsilon) \quad (1.62a)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n) \quad (1.62b)$$

(1.61a) eşitliğinde, $Z = [X \quad WX]$ ve $\Psi = [\delta \quad \theta]^{-1}$ şeklinde yazılır ise (1.61a) eşitliği (1.63a) eşitliğine dönüşür:

$$Y = \varphi WY + Z\Psi + \varepsilon \quad (1.63a)$$

$$Y = (I - \varphi W)^{-1} Z\Psi + (I - \varphi W)^{-1} \varepsilon \quad (1.63b)$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_n) \quad (1.63c)$$

(1.63a) eşitliğindeki φ 'nin gerçek değeri φ^* olarak yazılırsa (1.64) elde edilir.

$$Y - \varphi^* WY = Z\Psi + \varepsilon \quad (1.64)$$

Bu durumda Ψ 'nin tahmini olan $\hat{\Psi}$ ve varyans tahmini $\hat{\sigma}^2$, sırasıyla (1.65) ve (1.66)'daki gibi yazılır.

$$\hat{\Psi} = (Z'Z)^{-1} Z'(I - \varphi^* W)Y \quad (1.65)$$

$$\hat{\sigma}^2 = n^{-1} e(\varphi^*)' e(\varphi^*) \quad (1.66a)$$

$$e(\varphi^*) = Y - \varphi^* WY - Z\hat{\Psi} \quad (1.66b)$$

1.5.2.1. Olabilirlik Fonksiyonunun Türetilmesi

UDM'nin EÇO yöntemiyle parametre tahmininin yapılabilmesi için UDM'nin olabilirlik fonksiyonu gereklidir. UDM'ye ait log-olabilirlik fonksiyonu (1.67)'deki gibi ifade edilmektedir.

$$l = -\frac{n}{2} \ln(\pi\sigma^2) + \ln|I - \varphi W| - \frac{e'e}{2\sigma^2} \quad (1.67a)$$

$$e = Y - \varphi WY - Z\Psi \quad (1.67b)$$

UDM'nin tahmin ve hipotez sınamaları, UGM ile benzerdir. Bu nedenle bu bölümde tekrar anlatılmamıştır.

1. 5. 3. Uzamsal Hata Modeli (Spatial Error Model)

Uzamsal hata modeli (UHM)¹⁵, uzamsal otokorelasyonu sadece hata terimlerinde barındırır. Dolayısıyla bağımlı ya da bağımsız değişkenlerin uzamsal ağırlık matrisiyle çarpılmış halleri açıklayıcı değişken olarak modelde yer almaz. Uzamsal hata modeli genelde uzamsal otokorelasyonun varlığının nerden kaynaklandığının belli olmadığı durumlarda geçerli olabilir. UHM, aşağıdaki eşitliklerle ifade edilir.

$$Y = X\delta + \varepsilon \quad (1.68a)$$

$$\varepsilon = \tau W\varepsilon + u \quad (1.68b)$$

$$u \sim N(0, \sigma^2 I_n) \quad (1.68c)$$

(1.68)'de X , $(N \times K)$ boyutundaki sabit terim içerebilen açıklayıcı değişken matrisini; δ , $(K \times 1)$ boyutundaki parametre vektörünü, W , uzamsal ağırlık matrisini ve τ , uzamsal otokorelasyonlu hata terimlerinin etkisini gösteren parametreyi ifade etmektedir. (1.68b) eşitliğinde ε eşitliğin soluna atılır ise eşitlik (1.69)'daki gibi yazılır.

$$\varepsilon - \tau W\varepsilon = u \quad (1.69a)$$

$$\varepsilon(I - \tau W) = u \quad (1.69b)$$

$$\varepsilon = (I - \tau W)^{-1}u \quad (1.69c)$$

Bu durumda (1.69c) eşitliği kullanılarak (1.68a) eşitliği (1.70)'deki gibi yeniden yazılabilir (LeSage ve Pace, 2009:50).

$$Y = X\delta + (I - \tau W)^{-1}u \quad (1.70a)$$

$$u \sim N(0, \sigma^2 I_n) \quad (1.70b)$$

1.5.3.1. Olabilirlik Fonksiyonunun Türetilmesi

(1.68a) eşitliğine ait log-olabilirlik fonksiyonunun türetilmesi için öncelikle varyans – kovaryans matrisinin tanıtılması gerekmektedir. Bu matris (1.71) eşitliğinde verilmiştir.

$$V = \sigma^2(I - \tau W)^{-1}(I - \tau W)^{-T} \quad (1.71)$$

(1.68a) eşitliğinden yararlanılarak hata terimi (1.72)'deki gibi elde edilir.

¹⁵ Bazı kaynaklarda, uzamsal otoregresif hata modeli olarak anılsa da UGM ile karışmaması adına, literatürde genellikle kullanılan “uzamsal hata modeli” ifadesi tercih edilmiştir (Bakınız: Anselin ve Bera, 1998; Anselin vd., 2004; Arbia, 2006).

$$\varepsilon = Y - X\delta \quad (1.72)$$

u ve dolayısıyla ε 'nin normal dağıldığı varsayıldığından, $s(Y)$ sabit terim olmak üzere, (1.68a) eşitliğine ait olabilirlik fonksiyonu (1.73)'deki gibi hesaplanır (Arbia, 2006:102-103).

$$L = s(Y) |V(\sigma^2, \tau)|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \varepsilon^T V(\sigma^2, \tau)^{-1} \varepsilon \right\} \quad (1.73)$$

(1.72) eşitliği, (1.73) eşitliğinde yerine yazıldığında (1.74) numaralı eşitlik elde edilir.

$$L = s(Y) |V(\sigma^2, \tau)|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [Y - X\delta]^T V(\sigma^2, \tau)^{-1} [Y - X\delta] \right\} \quad (1.74)$$

Varyans – kovaryans matrisini tanımlayan (1.71) eşitliği, (1.74) eşitliğinde yerine yazılır ise (1.74) eşitliği (1.75) numaralı eşitlikteki gibi yazılır.

$$L = s(Y) (\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} |(I - \tau W)^{-1} (I - \tau W)^{-T}|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [(I - \tau W)^{-1} (I - \tau W)^{-T}]^{-1} [Y - X\delta] \right\} \quad (1.75)$$

Sonuç olarak (1.75) eşitliğinin logaritması alınarak UHM'ye ait log-olabilirlik fonksiyonu elde edilir.

$$l = s(Y) - \frac{n}{2} (\sigma^2) - \frac{1}{2} |(I - \tau W)^{-1} (I - \tau W)^{-T}| - \frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [(I - \tau W)^{-1} (I - \tau W)^{-T}]^{-1} [Y - X\delta] \quad (1.76)$$

(1.76) eşitliğinde verilen log-olabilirlik fonksiyonu maksimize edilerek σ^2 , δ ve τ tahmin edilir.

1.5.3.2. Hipotez Sınaması

UHM için yapılacak hipotez sınamasında $H_0: \tau = 0$ şeklindeki uzamsal hata korelasyonunun olmadığını ifade eden sıfır hipotezi, $H_1: \tau \neq 0$ şeklindeki uzamsal hata bağımlılığının olduğunu ifade eden alternatif hipoteze karşı sınanır. Alternatif hipotezin geçerli olduğu varsayımı altında olabilirlik fonksiyonu eşitlik (1.77)'de verilmiştir.

$$L_a = s(Y)(\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} |(I - \tau W)^{-1}(I - \tau W)^{-T}|^{-\frac{1}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [(I - \tau W)^{-1}(I - \tau W)^{-T}]^{-1} [Y - X\delta] \right\} \quad (1.77)$$

Sonuç olarak alternatif hipotez için log-olabilirlik fonksiyonu (1.78) numaralı eşitlik şeklinde olur.

$$l_a = s(Y) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2} \ln |(I - \tau W)^{-1}(I - \tau W)^{-T}| - \frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [(I - \tau W)^{-1}(I - \tau W)^{-T}]^{-1} [Y - X\delta] \quad (1.78)$$

Buna karşılık olarak sıfır hipotezinin (uzamsal bağımsızlık) geçerli olduğu varsayımı altında olabilirlik fonksiyonu (1.79)'daki gibi yazılır.

$$L_0 = s(Y)(\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [Y - X\delta] \right\} \quad (1.79)$$

Eşitlik (1.79)'un logaritması alındığında (1.80) numaralı log-olabilirlik fonksiyonu elde edilir.

$$l_0 = s(Y) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [Y - X\delta] \quad (1.80)$$

Eşitlik (1.78) ve (1.80)'den, uzamsal bağımsızlığın sınıandığı bir olabilirlik oran sınaması istatistiği (1.81)'deki gibi elde edilir (Arbia, 2006:105).

$$OOS = -2(l_a - l_0) \quad (1.81)$$

Eşitlik (1.78) ve (1.80), eşitlik (1.81)'de yerine yazıldığında (1.82) numaralı OOS istatistiği bulunur.

$$OOS = -2 \left\{ -\frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2} \ln |(I - \tau W)^{-1}(I - \tau W)^{-T}| - \frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [(I - \tau W)^{-1}(I - \tau W)^{-T}]^{-1} [Y - X\delta] + \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [Y - X\delta] \right\} \quad (1.82)$$

Birtakım cebirsel işlemlerden sonra (1.82) eşitliği (1.83)'teki gibi sadeleştirilebilir:

$$OOS = -\ln |(I - \tau W)^{-1}(I - \tau W)^{-T}| - \frac{1}{\sigma^2} (Y - X\delta)^T [(I - \tau W)^{-1}(I - \tau W)^{-T}]^{-1} (Y - X\delta) + \frac{1}{\sigma^2} (Y - X\delta)^T (Y - X\delta) \quad (1.83)$$

Eşitlik (1.83)'de verilen olabilirlik oran sınaması istatistiği, asimptotik olarak 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uymaktadır.

Anselin (1988), olabilirlik oran sınaması ile aynı hipotezleri sınanan Wald ve Lagrange çarpanı sınamalarını önermiştir. Wald sınaması istatistiği eşitlik (1.84)'te verilmiştir.

$$WS = \hat{t}^2 \left(K + M - \frac{Z^2}{n} \right) \quad (1.84a)$$

$$K = \text{tr}\{[W(I - \hat{t}W)^{-1}]^T [W(I - \hat{t}W)^{-1}]\} \quad (1.84b)$$

$$M = \text{tr}[W(I - \hat{t}W)^{-1}]^2 \quad (1.84c)$$

$$Z = \text{tr}[W(I - \hat{t}W)^{-1}] \quad (1.84d)$$

Burada $\hat{t}$, uzamsal hata katsayısının maksimum olabilirlik tahmincisini ifade etmektedir. Lagrange çarpanı sınaması istatistiği (1.85)'te sunulmuştur.

$$LM = \frac{(Y - X\hat{\delta})^T W(Y - X\hat{\delta})}{\sqrt{H}\sigma^2} \quad (1.85a)$$

$$H = \text{tr}[(W + W^T)W] \quad (1.85b)$$

Eşitlik (1.84a) ve (1.85a)'da verilen Wald sınaması ve Lagrange çarpanı sınaması istatistiklerinin her biri, asimptotik olarak 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uymaktadır.

1. 5. 4. Genel Uzamsal Model (Anselin's General Spatial Model)

Genel uzamsal model¹⁶ (GUM), UGM ile UHM'nin bir nevi birleştirilmesiyle oluşur. Bu modelde sadece bağımlı değişken değerleri komşu bağımlı değişken değerlerinden etkilenmez, aynı zamanda hata terimleri de komşu hata terimi değerlerinden etkilenir. GUM'un UGM'ye benzeyen kısmı bağımlı değişken vektörünün uzamsal etkileşimli halinin modelde açıklayıcı değişken olarak yer alması iken UHM'ye benzeyen kısmı ise hata terimlerinde yer alan uzamsal terimdir.

Anselin (1988:61), genel uzamsal modeli (1.86)'da gösterildiği şekilde ifade etmiştir.

$$Y = \varphi W_1 Y + X\delta + \varepsilon \quad (1.86a)$$

$$\varepsilon = \tau W_2 \varepsilon + u \quad (1.86b)$$

¹⁶ “Genel uzamsal model” ifadesi Anselin (1988) tarafından literatüre kazandırılmıştır. Ancak bazı kaynaklarda genel uzamsal model ifadesi yerine “uzamsal otoregresif birleşik model” ifadesi de kullanılmaktadır (Örneğin LeSage, 1999).

$$u \sim N(0, \sigma^2 I_n) \quad (1.86c)$$

Burada φ , otoregresif parametreyi; W_1 ve W_2 , uzamsal ağırlık matrislerini; X , $(K \times N)$ boyutundaki sabit terim de içerebilen açıklayıcı değişken matrisini; δ , $(K \times 1)$ boyutundaki parametre vektörünü; ε , otoregresif hata terimlerini ve u ise normal dağılımlı hata terimlerini ifade etmektedir. W_1 ve W_2 matrisleri aynı olmak zorunda değildir (Arbia, 2006:116).

1.5.4.1. Olabilirlik Fonksiyonunun Türetilmesi

Genel uzamsal modelin En Çok Olabilirlik tahmin edicisini elde etmek için öncelikle (1.86a) ve (1.86b) eşitliklerinde bağımlı değişkenler eşitliklerin sol tarafında toplanır.

$$(I - \varphi W_1)Y = X\delta + \varepsilon \quad (1.87a)$$

$$\varepsilon = (I - \tau W_2)^{-1}u \quad (1.87b)$$

(1.87a) ve (1.87b) eşitlikleri birleştirilerek eşitlik (1.88) elde edilir.

$$(I - \varphi W_1)Y = X\delta + (I - \tau W_2)^{-1}u \quad (1.88)$$

Eşitlik (1.88)'deki u , eşitlikte yalnız bırakılırsa (1.89) eşitliği elde edilir.

$$u = (I - \tau W_2)[(I - \varphi W_1)Y - X\delta] \quad (1.89)$$

$u \sim N(0, \sigma^2 I_n)$ olduğundan, (1.89) eşitliği ile birlikte u için olabilirlik fonksiyonu (1.90)'daki gibi türetilir.

$$L = s(u) |V|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}u^T V^{-1}u\right) \quad (1.90)$$

Burada V , u 'ya ait varyans-kovaryans matrisini, $s(u)$ sabit terimi ifade etmektedir. $V = \sigma^2 I$ olduğundan $|V| = \sigma^{2n} |I|$ olur. Varyans-kovaryans matrisinin tersi $V^{-1} = \sigma^{-2} I$ olarak yazılırsa eşitlik (1.90) (1.91)'deki gibi düzenlenebilir.

$$L = s(u) (\sigma^{2n})^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}u^T u\right) \quad (1.91)$$

u yerine u 'nın eşitlik (1.89)'daki karşılığı (1.91)'de yerine yazılacak olursa, bu durumda Jacobian¹⁷ dönüşümü yapılmalıdır (Arbia, 2006:118).

$$J = \left| \frac{\partial u}{\partial Y} \right| = |I - \tau W_2| |I - \varphi W_1| \quad (1.92)$$

Eşitlik (1.89) ve eşitlik (1.92), eşitlik (1.91)'de yerine yazılır ise Y 'nin olabilirlik fonksiyonu (1.93)'teki gibi elde edilir.

$$L = s(Y) (\sigma^{2n})^{-\frac{1}{2}} |I - \tau W_2| |I - \varphi W_1| \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} \{ (I - \tau W_2) [(I - \varphi W_1)Y - X\delta] \}^T \{ (I - \tau W_2) [(I - \varphi W_1)Y - X\delta] \} \right) \quad (1.93)$$

(1.93) eşitliğinde verilen olabilirlik fonksiyonunun logaritması alınırsa, Y 'nin log-olabilirlik fonksiyonu (1.94)'teki gibi elde edilir.

$$l = s(Y) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 + \ln |I - \tau W_2| + \ln |I - \varphi W_1| - \frac{1}{2\sigma^2} \{ (I - \tau W_2) [(I - \varphi W_1)Y - X\delta] \}^T \{ (I - \tau W_2) [(I - \varphi W_1)Y - X\delta] \} \quad (1.94)$$

1.5.4.2. Parametre Tahmini

UGM'de olduğu gibi, eşitlik (1.94) fazla sayıda doğrusal olmayan parametre barındırdığı için analitik olarak maksimize edilemez. Dolayısıyla bazı parametreler yerine onların tutarlı tahmin edicileri kullanılarak tahmin yapılabilir. Bunun için öncelikle parametre vektörü δ , ardından ε ve σ^2 ağırlıklı EKK ile tahmin edilir. Ardından bu tahminler log-olabilirlik fonksiyonunda kullanılarak φ ve τ tahmin edilir (LeSage, 1999). Bu tahmin süreci için (1.95)'te verilen indirgenmiş model kullanılır.

$$(I - \tau W_2)Y = X\delta + \varepsilon \quad (1.95)$$

δ parametre vektörü, $\Omega = (I - \varphi W_1)^T (I - \varphi W_1)$ eşitliği aracılığıyla (1.96) eşitliği ile tahmin edilir.

$$\hat{\delta} = (X^T \Omega X)^{-1} X^T \Omega (I - \tau W_2)Y \quad (1.96)$$

¹⁷ Hata terimi u , iyi davranışlı bir ortak dağılıma sahiptir. Ancak buna rağmen gözlenemez. Dolayısıyla olasılık fonksiyonu, Y 'ye dayandırılmalıdır. Bu nedenle, Y için u 'dan türetilen ortak bir dağılıma izin veren Jacobian dönüşümü kullanılmalıdır (Anselin, 1988:62).

Ardından (1.95) eşitliğinin hata terimi ε (1.97) numaralı eşitlikteki gibi elde edilir.

$$\hat{\varepsilon} = (I - \tau W_2)Y - X\hat{\delta} \quad (1.97)$$

ε tahmin edildikten sonra hata terimleri varyansının tahmincisi (1.98)'deki gibi tahmin edilir.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon}}{n} \quad (1.98)$$

Eşitlik (1.96) ve (1.98), eşitlik (1.94)'deki log-olabilirlik fonksiyonunda yerine yazıldığında (1.99) numaralı log-olabilirlik fonksiyonu elde edilir.

$$l = s(Y) + \ln|I - \tau W_2| + \ln|I - \varphi W_1| - \frac{1}{2\hat{\sigma}^2} \{(I - \tau W_2)[(I - \varphi W_1)Y - X\hat{\delta}]\}^T \{(I - \tau W_2)[(I - \varphi W_1)Y - X\hat{\delta}]\} \quad (1.99)$$

Bu fonksiyonun sayısal olarak maksimize edilmesiyle $\hat{\varphi}$ ve $\hat{\tau}$, $\hat{\varphi}$ ve $\hat{\tau}$ değerlerinin yerlerine konulmasıyla $\hat{\delta}$ ve $\hat{\sigma}^2$ tahmin edilir.

1.5.4.3. Hipotez Sınaması

GUM için yapılacak hipotez sınamasında uzamsal gecikme ve uzamsal hata otokorelasyonlarını gösteren katsayıların ikisinin birden sıfıra eşit olduğunu ifade eden $H_0: \varphi = 0 \cap \tau = 0$ şeklindeki sıfır hipotezi, uzamsal gecikme veya uzamsal hata katsayılarından en az birinin sıfırdan farklı olduğunu gösteren $H_1: \varphi \neq 0 \cup \tau \neq 0$ şeklindeki alternatif hipoteze karşı sınanır. Sıfır hipotezinin geçerli olduğu durumda olabilirlik fonksiyonu eşitlik (1.100)'de verilmiştir (Arbia, 2006:119).

$$l_0 = s(Y) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} [Y - X\delta]^T [Y - X\delta] \quad (1.100)$$

Eşitlik (1.94) ile eşitlik (1.100) kullanılarak, OOS istatistiği (1.101)'deki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} OOS &= -2(l_a - l_0) \\ &= -2\ln|I - \tau W_2| - 2\ln|I - \varphi W_1| - \frac{1}{\sigma^2} [Y - X\delta]^T [Y - X\delta] + \\ &\quad + \frac{1}{\sigma^2} \{(I - \tau W_2)[(I - \varphi W_1)Y - X\delta]\}^T \{(I - \tau W_2)[(I - \varphi W_1)Y - X\delta]\} \end{aligned} \quad (1.101)$$

1. 6. Uzamsal Modellerin Karşılaştırılması

Uzamsal modeller ile uzamsal olmayan geleneksel modellerden hangisinin tercih edileceği, uzamsal modeller seçilmiş ise hangi uzamsal modelin seçilmesi gerektiği bir takım istatistiksel sınamalarla tespit edilebilmektedir. Uzamsal ekonometrik çözümlerlerde en çok olabilirlik yönteminin kullanılmasının ardından elde edilen parametre tahminleriyle Wald ve OOS gibi sınamalar yapılarak ilgili uzamsal parametrenin anlamlılığı sınanabilmektedir. Ancak en çok olabilirlik yönteminin uygulanması zor olduğundan, literatürde genellikle EKK yöntemi ile elde edilen hata terimlerini ve uzamsal ağırlık matrisini kullanan Lagrange Çarpan (LM) istatistikleri tercih edilmektedir (LeSage ve Pace, 2009:155).

LM istatistiklerine örnek olarak Burridge (1980)'in UHM alternatifine karşı EKK yöntemini sınıadığı LM testi verilebilir. (1.102)'de ilgili test istatistiği verilmiştir:

$$LM_{UHM} = LM_{\tau} = \frac{\left[\frac{\hat{\varepsilon}^T W \hat{\varepsilon}}{(\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon})/n} \right]^2}{tr(W^2 + W^T W)} \quad (1.102)$$

UGM için LM istatistiği ise eşitlik (1.103a)'da verilmiştir (Anselin ve Florax, 1995:25).

$$LM_{UGM} = LM_{\varphi} = \frac{\frac{\hat{\varepsilon}^T W \hat{\varepsilon}}{(\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon})/n}}{(WX\delta)^T \Psi WX\delta + tr(W^2 + W^T W)} \quad (1.103a)$$

$$\Psi = I - X(X^T X)^{-1} X \quad (1.103b)$$

$\hat{\varepsilon}$, EKK hata terimlerini ve W , uzamsal ağırlık matrisini göstermek üzere eşitlik (1.102) ve (1.103a)'da ifade edilen LM istatistikleri asimptotik olarak 1 serbestlik dereceli χ^2 dağılımına uymaktadır (Öndes, 2019:1050).

UGM ile UHM arasında tercih yapabilmek için, klasik yaklaşımdan yararlanılabilir. Klasik yaklaşıma göre model tercihi için izleyen adımlar takip edilir (Florax vd., 2003:561).

1. $Y = X\delta + \varepsilon$ şeklindeki başlangıç modeli EKK ile çözülür.
2. Uzamsal bağımlılığın olmadığını iddia eden sıfır hipotezleri modelden dışlanmış bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ya da uzamsal hata katsayısı olma ihtimaline karşılık LM_{φ} ve LM_{τ} istatistikleriyle sınanır.
3. LM_{φ} ve LM_{τ} istatistikleri ile mevcut sıfır hipotezleri reddedilememişse, bu durumda 1. adımda EKK ile çözülen regresyon modeli geçerlidir.

4. LM_φ ve LM_τ istatistiklerinin ikisi ile de mevcut sıfır hipotezleri reddedilebilmişse, bu durumda daha yüksek olan LM istatistiği tercih edilmelidir. Özetle, $LM_\varphi > LM_\tau$ ise UGM; $LM_\tau > LM_\varphi$ ise UHM tercih edilmelidir.
5. LM_φ istatistiği ile sıfır hipotezi reddedilebilmişken, LM_τ istatistiği ile reddedilememişse, bu durumda UGM tercih edilmelidir.
6. LM_τ istatistiği ile sıfır hipotezi reddedilebilmişken, LM_φ istatistiği ile reddedilememişse, bu durumda UGM tercih edilmelidir.

LM_φ ve LM_τ istatistiklerine ilaveten, dirençli LM istatistikleri LM_φ^* ve LM_τ^* de mevcuttur. Bu istatistikler Bera ve Yoon (1993) tarafından oluşturulmuş, Anselin vd. (1996) tarafından uzamsal modeller için geliştirilmiştir. LM_φ^* ve LM_τ^* istatistikleri, UGM geçerli olduğunda UHM sınaması için, UHM geçerli olduğunda ise UGM sınaması için kullanılır (Zeren, 2010:28). UGM geçerli olduğunda LM_τ^* istatistiği (1.104a)'daki gibi hesaplanır.

$$LM_\tau^* = \frac{\left[\frac{\hat{\varepsilon}^T W_2 \hat{\varepsilon} - tr(W_2 W_1 + W_2^T W_1)(n\Gamma)^{-1} \hat{\varepsilon}^T W_1 Y}{(\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon})/n} \right]^2}{tr(W_2 W_2 + W_2^T W_2) - tr(W_2 W_1 + W_2^T W_1)^2 (n\Gamma)^{-1}} \quad (1.104a)$$

$$\hat{\varepsilon} = Y - X\hat{\delta} \quad (1.104b)$$

$$(n\Gamma)^{-1} = \frac{(\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon})}{n} \left[(W_1 X \delta)^T \Psi (W_1 X \delta) + tr(W_1 W_1 + W_1^T W_1) \frac{(\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon})}{n} \right]^{-1} \quad (1.104c)$$

$$\Psi = I - X(X^T X)^{-1} X \quad (1.104d)$$

UHM geçerli olduğunda LM_φ^* istatistiği (1.105)'teki gibi hesaplanır.

$$LM_\varphi^* = \frac{\left[\frac{\hat{\varepsilon}^T W_1 \hat{\varepsilon} - tr(W_1 W_2 + W_1^T W_2) [tr(W_2 W_2 + W_2^T W_2)]^{-1} \hat{\varepsilon}^T W_2 \hat{\varepsilon}}{(\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon})/n} \right]^2}{(n\Gamma) - tr(W_2 W_1 + W_2^T W_1)^2 [tr(W_2 W_2 + W_2^T W_2)]^{-1}} \quad (1.105)$$

Dirençli LM istatistikleri LM_φ^* ve LM_τ^* hesaplandıktan sonra, karar aşaması için izleyen adımları takip eden hibrid bir spesifikasyon stratejisi oluşturulabilir (Florax vd., 2003:562).

1. $Y = X\delta + \varepsilon$ şeklindeki başlangıç modeli EKK ile çözülür.

2. Uzamsal bağımlılığın olmadığını iddia eden sıfır hipotezleri modelden dışlanmış bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ya da uzamsal hata katsayısı olma ihtimaline karşılık LM_ϕ ve LM_τ istatistikleriyle sınanır.
3. LM_ϕ ve LM_τ istatistikleri ile mevcut sıfır hipotezleri reddedilememişse, bu durumda 1. adımda EKK ile çözülen regresyon modeli geçerlidir.
4. LM_ϕ ve LM_τ istatistiklerinin ikisi ile de mevcut sıfır hipotezleri reddedilebilmişse, bu durumda daha yüksek olan dirençli LM istatistiği tercih edilmelidir. Özetle, $LM_\phi^* > LM_\tau^*$ ise UGM; $LM_\tau^* > LM_\phi^*$ ise UHM tercih edilmelidir.
5. LM_ϕ istatistiği ile sıfır hipotezi reddedilebilmiş iken, LM_τ istatistiği ile reddedilememişse, bu durumda UGM tercih edilir.
6. LM_τ istatistiği ile sıfır hipotezi reddedilebilmiş iken, LM_ϕ istatistiği ile reddedilememişse, bu durumda UGM tercih edilir.

Bu tercih stratejisi, Şekil 1.2’de görsel olarak ifade edilmiştir. Şekil 1.2.’ye göre EKK’dan elde edilen hata terimleri ile hesaplanan LM ve dirençli LM istatistikleri aracılığıyla EKK, UGM, UHM arasında tercih yapılmaktadır.

Model tercihi yanlış yapıldığında UGM, UDM, UHM ve GUM için aşağıdaki durumlar sıralanabilir (LeSage ve Pace, 2009:157).

1. Doğru veri üretim süreci sadece hata terimlerinde uzamsal bağımlılığı barındıran UHM iken UGM, UDM ve GUM yansız fakat etkin olmayan katsayılar tahmin eder. UGM ve UDM’nin açıklayıcı değişkenlere ilişkin asimptotik varyans-kovaryans matrisleri de uzamsal hata bağımlılığı dikkate alınmadığı için yanlış bilgi verecektir.
2. Doğru veri üretim süreci sadece bağımlı değişkendeki uzamsal bağımlılığı dikkate alan UGM ise bu durumda UHM tahmini yanlış; UGM, UDM ve GUM tahmini ise yansız olacaktır. Burada dikkat edilmesi gereken husus, UDM’de uzamsal terimle çarpılmış açıklayıcı değişkenlerin katsayısı veya GUM’da yer alan uzamsal hata terimine ilişkin katsayının sıfır veya istatistiksel olarak anlamsız bulunması durumunda bu modellerin yanlışlık yaratmayacağıdır.
3. Doğru veri üretim süreci bağımlı değişkendeki uzamsal bağımlılığın yanında açıklayıcı değişkenlerdeki uzamsal bağımlılığı da dikkate alan UDM ise; UGM, UHM ve GUM açıklayıcı değişkenlerdeki uzamsal bağımlılığı dikkate almadığından bu modellerde dışlanmış değişken yanlışlığı durumu söz konusu olur. UHM, bağımlı değişkendeki uzamsal bağımlılığı dikkate almadığından, dışlanmış değişken yanlışlığına ilave bir yanlışlık durumuna sebep olur.

İKİNCİ BÖLÜM

2. UZAMSAL PANEL VERİ ÇÖZÜMLEMESİ

Uzamsal yatay-kesit veri çözümlemesinde, verilere ait zaman boyutu çözümlemelere dahil edilmemektedir. Zaman boyutundaki gözlemleri elde edilebilen bir veri seti için, ayrı ayrı çözümlemeler yapmak yerine panel veri analizi kullanılabilir. Böylelikle yatay-kesit modellere göre daha çok bilgi içeren ve daha etkin olan modeller kurulabilir (Baltagi, 2005:5).

Yatay-kesit veriler için türetilen uzamsal veri çözümlemesi modellerini uzamsal panel veri çözümlemesine uyarlamak için öncelikle uzamsal ağırlık matrisini panel veriye uyarlamak gerekmektedir. Birimlerin komşuluk durumları zamanla değişmeyeceğinden bu ağırlık matrisinin zaman içerisinde değişmediği varsayılmaktadır. W_N yatay-kesitler için oluşturulan uzamsal ağırlık matrisi olarak nitelendirilirse uzamsal panel veri için oluşturulan uzamsal ağırlık matrisi W_{NT} olarak ifade edilebilir. $(NT \times NT)$ boyutundaki W_{NT} ağırlık matrisi, eşitlik (2.1)'de verilmiştir (Anselin vd. 2008:629).

$$W_{NT} = I_T \otimes W_N \quad (2.1)$$

Eşitlik (2.1)'deki I_T , T boyutundaki birim matrisi; $\otimes$, Kronecker çarpanını ifade etmektedir. Eşitlik (2.1)'den hareketle, uzamsal gecikmeli bağımlı değişken vektörü eşitlik (2.2)'deki gibi elde edilir.

$$W_y = W_{NT}y = (I_T \otimes W_N)y \quad (2.2)$$

Aynı mantıkla türetilen uzamsal gecikmeli açıklayıcı değişkenler (2.3)'te, uzamsal gecikmeli hata terimleri ise (2.4)'te verilmiştir.

$$WX = W_{NT}X = (I_T \otimes W_N)X \quad (2.3)$$

$$W\varepsilon = W_{NT}\varepsilon = (I_T \otimes W_N)\varepsilon \quad (2.4)$$

Uzamsal panel veri modelleri, modellerdeki sabit terim katsayısının durumuna göre havuzlanmış uzamsal panel veri modelleri ve heterojen uzamsal panel veri modelleri olarak ikiye ayrılır.

2. 1. Havuzlanmış Uzamsal Paneller

Havuzlanmış uzamsal panel veri çözümlemesinde sabit terim, eğim parametreleri ve uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayıların tamamı tüm birimler için homojendir. Havuzlanmış uzamsal panel veriler, havuzlanmış uzamsal gecikme modeli (HUGM) ve havuzlanmış uzamsal hata modeli (HUHM) olarak iki farklı şekilde çözümlenebilmektedir.

2. 1. 1. Havuzlanmış Uzamsal Gecikme Modeli

Havuzlanmış uzamsal gecikme modelinde bağımlı değişken uzamsal ağırlık matrisiyle çarpılarak regresyon denkleminde açıklayıcı değişken olarak eklenir. Bu durum, bağımlı değişken değerlerini sadece açıklayıcı değişken/değişkenlerin değil aynı zamanda komşu birim bağımlı değişken değerlerinin de etkilediği anlamına gelmektedir. HUGM’de hata terimleri arasında uzamsal bir otokorelasyon yoktur. HUGM eşitliği (2.5)’te verilmiştir.

$$y = \varphi(I_T \otimes W_N)y + X\delta + \varepsilon \quad (2.5)$$

(2.5) eşitliğinde φ uzamsal otoregresif parametreyi ifade etmektedir. Uzamsal gecikme terimi, zaman serilerindeki gecikme terimlerinin aksine içsel olarak belirlenmektedir. (2.5) eşitliğindeki y ’ler eşitliğin soluna atılırsa bu durumda eşitlik (2.6) elde edilir (Anselin vd. 2008:631).

$$y = [I_T \otimes (I_N - \varphi W_N)^{-1}]X\delta + [I_T \otimes (I_N - \varphi W_N)^{-1}]\varepsilon \quad (2.6)$$

HUGM, araç değişkenleri, genelleştirilmiş momentler metodu veya en çok olabilirlik yöntemi ile çözülebilmektedir. Bu çalışmada en çok olabilirlik yöntemi tercih edilmiştir. En çok olabilirlik yönteminin uygulanmasındaki en önemli problem uzamsal panel modellerde $(N \times T)$ boyutundaki Jacobian determinantının hesaplanmasıdır. Bu problemi aşabilmek için Jacobian determinanı uzamsal ağırlık matrisinin özdeğerleri dikkate alınarak ayrıştırılır. Bu durumda ω_i , W_N matrisinin özdeğeri olmak üzere HUGM için Jacobian determinanı $|I_N - \varphi W_N| = \prod_i (1 - \varphi \omega_i)$ olacaktır (Ord, 1975).

Hata terimlerinin $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I_{NT})$ şeklinde normal dağıldığı varsayımıyla HUGM log-olabilirlik fonksiyonu (2.7)’deki gibidir (Anselin vd. 2008:649).

$$L = \ln |I_T \otimes (I_N - \varphi W_N)| - \frac{NT}{2} \ln \sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \varepsilon' \varepsilon \quad (2.7)$$

(2.7) eşitliğinde $\varepsilon = y - \varphi(I_T \otimes W_N)y - X\delta$ 'dir ve $\ln|I_T \otimes (I_N - \varphi W_N)|$ Jacobian determinantını temsil etmektedir. Jacobian teriminin blok-diyagonal yapısından dolayı log-olabilirlik fonksiyonu (2.8)'deki gibi basitleştirilebilir.

$$L = T \ln|I_N - \varphi W_N| - \frac{NT}{2} \ln \sigma_\varepsilon^2 - \frac{1}{2\sigma_\varepsilon^2} \varepsilon' \varepsilon \quad (2.8)$$

2. 1. 2. Havuzlanmış Uzamsal Hata Modeli

Havuzlanmış uzamsal hata modelinde, hata terimleri komşu birimlere ait hata terimleriyle uzamsal olarak etkileşim halindedir. HUHМ'de HUGM'deki gibi yatay-kesitlere ait bağımlı değişkenler uzamsal olarak birbirlerini etkilemezler. Dolayısıyla HUHМ'de uzamsal ağırlık matrisi sadece hata terimleriyle çarpılmaktadır.

Zaman serileri çözümlemesine benzer şekilde, HUHМ'de hata terimlerinin otoregresif sürece sahip olduğu model eşitlik (2.9)'da verilmiştir.

$$\varepsilon_t = \tau W_N \varepsilon_t + u_t \quad (2.9)$$

(2.9) eşitliğinde W_N , $(N \times N)$ boyutundaki uzamsal ağırlık matrisini; τ , uzamsal otoregresif hata parametresini; u_t , $(N \times 1)$ boyutundaki hata vektörünü temsil etmektedir. Hata terimleri varyansı σ_u^2 sabittir. (2.9) eşitliğinde ε_t yalnız bırakılırsa eşitlik (2.10) elde edilir.

$$\varepsilon_t = (I_N - \tau W_N)^{-1} u_t \quad (2.10)$$

Bu durumda $\theta_N = (I_N - \tau W_N)$ olmak üzere $(NT \times NT)$ boyutundaki hata kovaryans matrisi (2.11)'deki gibi yazılır (Anselin vd., 2008:633).

$$\Sigma_{NT} = \sigma_u^2 [I_T \otimes (\theta_N' \theta_N)^{-1}] \quad (2.11)$$

HUHМ'ye ait log-olabilirlik fonksiyonu ise (sabit terimleri hariç) eşitlik (2.12)'de verilmiştir.

$$L = -\frac{1}{2} \ln|\Sigma| - \frac{1}{2} \varepsilon' \Sigma^{-1} \varepsilon \quad (2.12)$$

(2.11) eşitliğinden hareketle Σ^{-1} , eşitlik (2.13)'teki gibi yazılır.

$$\Sigma_{NT}^{-1} = \frac{1}{\sigma_u^2} [I_T \otimes (\theta_N' \theta_N)] \quad (2.13)$$

Eşitlik (2.13)'te verilen Σ^{-1} , eşitlik (2.12)'de yerine yazılır ise nihai haliyle HUEM'ye ait log-olabilirlik fonksiyonu (2.14)'teki gibi olur.

$$L = -\frac{NT}{2} \ln \sigma_u^2 + T \ln |\theta_N| - \frac{1}{2\sigma_u^2} \varepsilon' [I_T \otimes (\theta_N' \theta_N)] \varepsilon \quad (2.14)$$

Burada $\varepsilon = y - X\delta$ şeklindedir. Tutarlı bir τ tahmincisi kullanılarak δ , uzamsal Uygulanabilir Genelleştirilmiş En Küçük Kareler (UGEKK) yönetimi ile $\theta_N = (I_N - \tau W_N)$ olmak üzere (2.15)'teki gibi tahmin edilir (Anselin vd. 2008:651).

$$\hat{\delta} = [X' [I_T \otimes (\theta_N' \theta_N)] X]^{-1} X' [I_T \otimes (\theta_N' \theta_N)] y \quad (2.15)$$

2. 2. Sabit Terim Yönünden Heterojen Uzamsal Paneller

Uzamsal panel modellerin sabit terimi heterojen yapıda olabilmektedir. Bu heterojenlik sabit terimin yatay-kesitlere göre değişmesine neden olmaktadır. Sabit terimin belli bir sabit etrafında tesadüfi olarak dalgalanması durumunda tesadüfi etkiler modelinden, sabit terimin her bir birim için belli bir kritere bağlı olmadan değişmesi durumunda ise sabit etkiler modelinden bahsedilir.

Sabit terim yönünden heterojen uzamsal paneller için uzamsal gecikme modeli (2.16)'daki gibi yazılır (Elhorst, 2014:44).

$$y_{it} = \varphi \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + x_{it} \delta + \mu_i + \varepsilon_{it} \quad (2.16)$$

(2.16) eşitliğinde w_{ij} , zamana göre sabit olan uzamsal ağırlık matrisinin bir elemanıdır. Sabit terim yönünden heterojen uzamsal paneller için uzamsal hata modeli (2.17)'deki gibi yazılır.

$$y_{it} = x_{it} \delta + \mu_i + u_{it} \quad (2.17a)$$

$$u_{it} = \tau \sum_{j=1}^N w_{ij} u_{jt} + \varepsilon_{it} \quad (2.17b)$$

2. 2. 1. Sabit Etkili Uzamsal Gecikme Modeli

Sabit etkili uzamsal panel modellerin HUEM'den farkı, sabit terimin tüm yatay-kesitler için farklı olmasıdır. Tüm uzamsal gecikme modellerinde olduğu gibi sabit etkili UGM'de de uzamsal olarak etkileşim halinde olan bağımlı değişken modelde açıklayıcı değişken olarak yer alır. Mezkûr

uzamsal terimin içsellikinden dolayı model EÇO ile tahmin edilmektedir. Sabit etkili UGM için EÇO yönteminde kullanılacak log-olabilirlik fonksiyonu (2.18)'de verilmiştir.

$$l = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + T \ln |I_N - \varphi W_N| - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left[y_{it} - \left(\varphi \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + x_{it} \delta + \mu_i \right) \right]^2 \quad (2.18)$$

Eşitlik (2.18)'de yer alan $T \ln |I_N - \varphi W_N|$ terimi Jacobian dönüşümünü ifade etmektedir. Bu dönüşüm sayesinde $\sum w_{ij} y_{jt}$ teriminin içsellik de dikkate alınarak log-olabilirlik fonksiyonu y 'ye bağlı yazılabilmektedir (Anselin, 1988:62).

(2.18)'de verilen log-olabilirlik fonksiyonunun μ_i 'ye göre kısmi türevi alınırsa eşitlik (2.19) elde edilir ($i = 1, \dots, N$).

$$\frac{\partial l}{\partial \mu_i} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^T \left[y_{it} - \left(\varphi \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + x_{it} \delta + \mu_i \right) \right] = 0 \quad (2.19)$$

(2.19) eşitliğinden μ_i çekildiğinde (2.20) eşitliğine ulaşılır ($i = 1, \dots, N$).

$$\mu_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left[y_{it} - \left(\varphi \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + x_{it} \delta + \mu_i \right) \right] \quad (2.20)$$

(2.20) eşitliğinden elde edilen μ_i ile eşitlik (2.18)'de verilen log-olabilirlik fonksiyonu (2.21)'deki gibi yeniden yazılırsa, fonksiyon δ , φ ve σ^2 'ye bağlı olarak yazılmış olur.

$$l = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + T \ln |I_N - \varphi W_N| - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left\{ y_{it}^\Delta - \left[\varphi \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} \right)^\Delta + x_{it}^\Delta \delta \right] \right\}^2 \quad (2.21a)$$

$$y_{it}^\Delta = y_{it} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it} \quad (2.21b)$$

$$x_{it}^{\blacktriangle} = x_{it} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it} \quad (2.21c)$$

Çözüm aşamasında Anselin ve Hudak (1992:526)'ın önerdiği yol izlenebilir. Buna göre öncelikle $Y^{\blacktriangle}$, ardından $(I_T \otimes W)Y^{\blacktriangle}$ bağımlı değişken olarak $X^{\blacktriangle}$ bağımsız değişkeni üzerine EKK yöntemiyle koşulur. Elde edilen tahminler sırasıyla b_0 ve b_1 ; hata terimleri sırasıyla $e_0^{\blacktriangle}$ ve $e_1^{\blacktriangle}$ olsun. Bu durumda φ parametresinin EÇO tahmincisi eşitlik (2.22)'deki gibi olur.

$$l = S - \frac{NT}{2} \ln \left[(e_0^{\blacktriangle} - \varphi e_1^{\blacktriangle})^T (e_0^{\blacktriangle} - \varphi e_1^{\blacktriangle}) \right] + T \ln |I_N - \varphi W_N| \quad (2.22)$$

Burada S , φ 'ye bağılı olmayan bir sabiti ifade etmektedir. φ parametresinin tahmini elde edildikten sonra δ ve σ^2 eşitlik (2.23) ve (2.24)'teki gibi tahmin edilir.

$$\delta = b_0 - \varphi b_1 = (X^{\blacktriangle T} X^{\blacktriangle})^{-1} X^{\blacktriangle T} [Y^{\blacktriangle} - \varphi (I_T \otimes W) Y^{\blacktriangle}] \quad (2.23)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{NT} (e_0^{\blacktriangle} - \varphi e_1^{\blacktriangle})^T (e_0^{\blacktriangle} - \varphi e_1^{\blacktriangle}) \quad (2.24)$$

$K = W(I_N - \varphi W)^{-1}$ olmak üzere parametrelerin standart hatalarının ve dolayısıyla t-değerlerinin hesaplanmasında kullanılacak asimptotik varyans matrisi (2.25)'teki gibi elde edilir (Elhorst, 2014:46).

$$As. Var(\delta, \varphi, \sigma^2) = [a_{ij}]^{-1} \quad (2.25a)$$

$$a_{11} = \frac{X^{\blacktriangle T} X^{\blacktriangle}}{\sigma^2} \quad (2.25b)$$

$$a_{21} = a_{12} = \frac{X^{\blacktriangle T} (I_T \otimes K) X^{\blacktriangle} \delta}{\sigma^2} \quad (2.25c)$$

$$a_{31} = a_{13} = 0 \quad (2.25d)$$

$$a_{22} = T \times tr(KK + K^T K) + \frac{\delta^T X^{\blacktriangle T} (I_T \otimes K^T K) X^{\blacktriangle} \delta}{\sigma^2} \quad (2.25e)$$

$$a_{32} = a_{23} = \frac{T}{\sigma^2} tr(K) \quad (2.25f)$$

$$a_{33} = \frac{NT}{2\sigma^4} \quad (2.25g)$$

2. 2. 2. Sabit Etkili Uzamsal Hata Modeli

Sabit etkili UHM’de sabit etkili UGM gibi sabit terim tüm yatay kesitler için farklıdır. Sabit etkili UHM’nin sabit etkili UGM’den farkı, bağımlı değişkenin uzamsal etkileşimi yerine hata terimlerinin uzamsal etkileşiminin modelde yer almasıdır. Eşitlik (2.17)’de denklemleri verilen sabit etkili UHM için log-olabilirlik fonksiyonu eşitlik (2.26)’da verilmiştir (Elhorst, 2014:47).

$$l = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + T \ln |I_N - \tau W_N| - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left\{ y_{it}^\Delta - \tau \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} \right)^\Delta - \left[x_{it}^\Delta - \tau \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} x_{jt} \right)^\Delta \right] \delta \right\}^2 \quad (2.26)$$

τ bilindiğinde, δ ve σ^2 sırasıyla (2.27) ve (2.28)’deki gibi elde edilir.

$$\delta = \left\{ [X^\Delta - \tau(I_T \otimes W)X^\Delta]^T [X^\Delta - \tau(I_T \otimes W)X^\Delta] \right\}^{-1} \times [X^\Delta - \tau(I_T \otimes W)X^\Delta]^T [Y^\Delta - \tau(I_T \otimes W)Y^\Delta] \quad (2.27)$$

$$\sigma^2 = \frac{e(\tau)^T e(\tau)}{NT} \quad (2.28a)$$

$$e(\tau) = Y^\Delta - \tau(I_T \otimes W)Y^\Delta - [X^\Delta - \tau(I_T \otimes W)X^\Delta] \delta \quad (2.28b)$$

Bu durumda δ ve σ^2 bilindiğinde τ ’nın EÇO tahmin edicisi için yoğunlaştırılmış log-olabilirlik fonksiyonu (2.29)’daki gibi yazılır.

$$l = -\frac{NT}{2} \ln[e(\tau)^T e(\tau)] + T \ln |I_N - \tau W_N| \quad (2.29)$$

$M = W(I_N - \tau W)^{-1}$ olmak üzere parametrelerin standart hatalarının ve dolayısıyla t-değerlerinin hesaplanmasında kullanılacak asimptotik varyans matrisi (2.30)’daki gibi elde edilir.

$$As. Var(\delta, \tau, \sigma^2) = [a_{ij}]^{-1} \quad (2.30a)$$

$$a_{11} = \frac{X^{\Delta T} X^{\Delta}}{\sigma^2} \quad (2.30b)$$

$$a_{21} = a_{12} = a_{31} = a_{13} = 0 \quad (2.30c)$$

$$a_{22} = T \times \text{tr}(MM + M^T M) \quad (2.30d)$$

$$a_{32} = a_{23} = \frac{T}{\sigma^2} \text{tr}(M) \quad (2.30e)$$

$$a_{33} = \frac{NT}{2\sigma^4} \quad (2.30f)$$

Son olarak, uzamsal sabit etkiler (2.31)'deki gibi tahmin edilir ($i = 1, \dots, N$).

$$\mu_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_{it} - x_{it} \delta) \quad (2.31)$$

2. 2. 3. Tesadüfi Etkili Uzamsal Gecikme Modeli

Tesadüfi etkili uzamsal panel modellerde tıpkı sabit etkili uzamsal panel modellerde olduğu gibi sabit terim yatay-kesitlere göre değişmektedir. Ancak, sabit etkili panel modellerde sabit terim farklılaşması herhangi bir şeye bağlı değilken tesadüfi etkili panel modellerde sabit terimler belli bir sabitin etrafında tesadüfi olarak dalgalanmaktadır. Tesadüfi etkili UGM için log-olabilirlik fonksiyonu (2.32)'de verilmiştir (Elhorst, 2014:49).

$$l = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + T \ln |I_N - \phi W_N| + \frac{N}{2} \ln \Omega^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left\{ y_{it}^{\diamond} - \phi \left(\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} \right)^{\diamond} - x_{it}^{\diamond} \delta \right\}^2 \quad (2.32a)$$

$$y_{it}^{\diamond} = y_{it} - (1 - \Omega) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it} \quad (2.32b)$$

$$x_{it}^{\diamond} = x_{it} - (1 - \Omega) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it} \quad (2.32c)$$

$$0 \leq \Omega^2 = \frac{\sigma^2}{(T\sigma_\mu^2 + \sigma^2)} \leq 1 \quad (2.32d)$$

δ , φ ve σ^2 bilindiğinde Ω (2.33)'te verilen log-olabilirlik fonksiyonunun maksimize edilmesiyle bulunur (Elhorst, 2014:50).

$$l = -\frac{NT}{2} \ln[e(\Omega)^T e(\Omega)] + \frac{N}{2} \ln \Omega^2 \quad (2.33)$$

Eşitlik (2.33)'te verilen $e(\Omega)$ 'nin tipik bir elemanı, (2.34)'te verilmiştir.

$$e(\Omega)_{it} = y_{it} - (1 - \Omega) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it} - \varphi \left[\sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} - (1 - \Omega) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} \right] - \left[x_{it} - (1 - \Omega) \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it} \right] \delta \quad (2.34)$$

$K = W(I_N - \varphi W)^{-1}$ olmak üzere parametrelerin standart hatalarının ve dolayısıyla t-değerlerinin hesaplanmasında kullanılacak asimptotik varyans matrisi (2.35)'teki gibi elde edilir.

$$As. Var(\delta, \varphi, \Omega, \sigma^2) = [a_{ij}]^{-1} \quad (2.35a)$$

$$a_{11} = \frac{X^{\diamond T} X^{\diamond}}{\sigma^2} \quad (2.35b)$$

$$a_{21} = a_{12} = \frac{X^{\diamond T} (I_T \otimes K) X^{\diamond} \delta}{\sigma^2} \quad (2.35c)$$

$$a_{31} = a_{13} = a_{41} = a_{14} = 0 \quad (2.35d)$$

$$a_{22} = T \times tr(KK + K^T K) + \frac{\delta^T X^{\diamond T} (I_T \otimes K^T K) X^{\diamond} \delta}{\sigma^2} \quad (2.35e)$$

$$a_{32} = a_{23} = -\frac{1}{\sigma^2} tr(K) \quad (2.35f)$$

$$a_{33} = N \left(T + \frac{1}{\Omega^2} \right) \quad (2.35g)$$

$$a_{42} = a_{24} = \frac{T}{\sigma^2} \text{tr}(K) \quad (2.35h)$$

$$a_{43} = a_{34} = -\frac{N}{\sigma^2} \quad (2.35g)$$

$$a_{44} = \frac{NT}{2\sigma^4} \quad (2.35i)$$

2. 2. 4. Tesadüfi Etkili Uzamsal Hata Modeli

Tesadüfi etkili UHM’de, uzamsal etkileşim sadece hata terimlerindedir. Tesadüfi etkili UGM’deki gibi bağımlı değişken uzamsal etkileşim içinde değildir. HUHM’den farkı, sabit terimin tüm yatay-kesitlerde homojen olmamasıdır. Sabit terim, belli bir değer etrafında tesadüfi olarak dalgalanmaktadır. Hata terimleri ise uzamsal otokorelasyonludur. Tesadüfi etkili UHM için log-olabilirlik fonksiyonu (2.36)’da verilmiştir (Elhorst, 2014:50).

$$l = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2} \ln|Z| + (T-1) \sum_{i=1}^N \ln|H| \\ - \frac{1}{2\sigma^2} e^T \left(\frac{1}{T} l_T l_T^T \otimes Z^{-1} \right) e - \frac{1}{2\sigma^2} e^T \left(I_T - \frac{1}{T} l_T l_T^T \right) \otimes (H^T H) e \quad (2.36a)$$

$$Z = T\psi I_N + (H^T H)^{-1} \quad (2.36b)$$

$$H = I_N - \tau W \quad (2.36c)$$

$$\psi = \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma^2} \quad (2.36d)$$

$$e = Y - X\delta \quad (2.36e)$$

Elhorst (2003:252), $\ln|Z|$ ’yi uzamsal ağırlık matrisi W ’nin karakteristik kökleri yardımıyla eşitlik (2.37)’deki gibi açıklamayı önermiştir.

$$\ln|Z| = \ln|T\psi I_N + (H^T H)^{-1}| = \sum_{i=1}^N \ln \left[T\psi + \frac{1}{(1 - \tau\omega_i)^2} \right] \quad (2.37)$$

p_{ij} , $(N \times N)$ boyutundaki P matrisinin¹⁸ bir elemanı olmak üzere eşitlik (2.38a) ve (2.38b) yazılabilir (Elhorst, 2014:51).

$$y_{it}^{\circ} = y_{it} - \tau \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ [p_{ij} - (1 - \tau w_{ij})] \frac{1}{T} \sum_{j=1}^N y_{jt} \right\} \quad (2.38a)$$

$$x_{it}^{\circ} = x_{it} - \tau \sum_{j=1}^N w_{ij} x_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ [p_{ij} - (1 - \tau w_{ij})] \frac{1}{T} \sum_{j=1}^N x_{jt} \right\} \quad (2.38b)$$

i -nci sütunu r_i , uzamsal ağırlık matrisi W ile aynı karakteristik vektöre sahip olan ve Z matrisinin karakteristik vektörünü ifade eden $(N \times N)$ boyutundaki R matrisi kullanılarak, $P = \Lambda^{-1/2} R$ olmak üzere P matrisi Z^{-1} matrisinin spektral ayrıştırması olarak kullanılabilir. Burada Λ , $(N \times N)$ boyutundaki diyagonal matristir ve bu matrisin i -nci köşegen elemanı $c_i = T\psi + 1/(1 - \tau\omega_i)^2$ olmak üzere karakteristik kökü ifade eder.

$e^{\circ} = Y^{\circ} - X^{\circ}\beta$ olmak üzere eşitlik (2.37), (2.38a) ve (2.38b)'den eşitlik (2.39) elde edilir.

$$l = -\frac{NT}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln[1 + T\psi(1 - \tau\omega_i)^2] + T \sum_{i=1}^N \ln(1 - \tau\omega_i) - \frac{1}{2\sigma^2} e^{\circ T} e^{\circ} \quad (2.39)$$

δ ve σ^2 , $\delta = (X^{\circ T} X^{\circ})^{-1} (X^{\circ T} Y^{\circ})$ ve $\sigma^2 = (Y^{\circ} - X^{\circ}\delta)^T (Y^{\circ} - X^{\circ}\delta) / NT$ şeklinde çözülrse τ ve ψ 'ye ait log olabilirlik fonksiyonu eşitlik (2.40)'taki gibi elde edilir¹⁹.

$$l = \alpha - \frac{NT}{2} \ln[e(\tau, \psi)^T e(\tau, \psi)] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln[1 + T\psi(1 - \tau\omega_i)^2] + T \sum_{i=1}^N \ln(1 - \tau\omega_i) \quad (2.40)$$

$e(\tau, \psi)$ 'nin tipik bir elemanı (2.41)'deki gibi yazılır (Elhorst, 2014:52).

$$e(\tau, \psi)_{it} = y_{it} - \tau \sum_{j=1}^N w_{ij} y_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ [p_{ij} - (1 - \tau w_{ij})] \frac{1}{T} \sum_{j=1}^N y_{jt} \right\} - \left\{ x_{it} - \tau \sum_{j=1}^N w_{ij} x_{jt} + \sum_{j=1}^N \left\{ [p_{ij} - (1 - \tau w_{ij})] \frac{1}{T} \sum_{j=1}^N x_{jt} \right\} \right\} \delta \quad (2.41)$$

¹⁸ P için $P^T P = Z^{-1} P$ eşitliği geçerlidir.

¹⁹ α , τ ve ψ 'ye bağlı olmayan bir sabit terimi ifade etmektedir.

$\Gamma = (W^T H + H^T W)(H^T H)^{-1}$ ve $\Pi = Z^{-1}(H^T H)^{-1}$ olmak üzere, tesadüfi etkili UHM için parametrelerin standart hatalarının ve dolayısıyla t-değerlerinin hesaplanmasında kullanılacak asimptotik varyans matrisi (2.42)'deki gibi elde edilir (Elhorst, 2014:53).

$$As. Var(\delta, \tau, \sigma_\mu^2, \sigma^2) = [a_{ij}]^{-1} \quad (2.42a)$$

$$a_{11} = \frac{X^{\circ T} X^{\circ}}{\sigma^2} \quad (2.42b)$$

$$a_{21} = a_{12} = a_{31} = a_{13} = a_{41} = a_{14} = 0 \quad (2.42c)$$

$$a_{22} = \frac{T-1}{2} tr(\Gamma)^2 + \frac{1}{2} tr(III)^2 \quad (2.42d)$$

$$a_{32} = a_{23} = \frac{T}{2\sigma^2} tr(III Z^{-1}) \quad (2.42e)$$

$$a_{33} = \frac{T^2}{2\sigma^4} tr(Z^{-1})^2 \quad (2.42f)$$

$$a_{42} = a_{24} = \frac{T-1}{2\sigma^2} tr(\Gamma) + \frac{1}{2\sigma^2} tr(IIII) \quad (2.42g)$$

$$a_{43} = a_{34} = \frac{T}{2\sigma^4} tr(II Z^{-1}) \quad (2.42h)$$

$$a_{44} = \frac{1}{2\sigma^4} [(T-1)N + tr(II)^2] \quad (2.42i)$$

2. 2. 5. Genelleştirilmiş Tesadüfi Etkili Uzamsal Hata Modeli

Genelleştirilmiş tesadüfi etkili UHM'de, sadece hata terimleri değil, birimler arası tesadüfi olarak değişen terim de uzamsal etkileşim içerisindedir. Bu durum sabit terim yönünden heterojen paneller için uzamsal hata modeli olarak ifade edilen eşitlik (2.17)'nin matris formunda yeniden yazılmasıyla eşitlik (2.43)'teki gibi ifade edilir (Baltagi vd., 2013:653).

$$y = X\delta + (\iota_T \otimes I_N)\mu + \varepsilon \quad (2.43a)$$

$$\mu = \tau_1 W\mu + u \quad (2.43b)$$

$$\varepsilon = \tau_2 (I_T \otimes W)\varepsilon + \vartheta \quad (2.43c)$$

(2.43)'te N yatay-kesit sayısını, K sabit terim ile açıklayıcı değişken sayısı toplamını göstermek üzere; y , $(NT \times 1)$ boyutundaki bağımlı değişken vektörünü; X , $(NT \times K)$ boyutundaki açıklayıcı değişken matrisini; δ , $(K \times 1)$ boyutundaki parametre vektörünü; μ , $(N \times 1)$ boyutundaki zamana göre sabit birimlere göre tesadüfi olarak değişen tesadüfi etkileri; ι_T , T boyutundaki 1'lerden oluşan vektörü; I_N , N boyutundaki birim matrisi; ε , $(NT \times 1)$ boyutundaki hata terimleri vektörünü; W , $(N \times N)$ boyutundaki uzamsal ağırlık matrisini; τ_1 ve τ_2 uzamsal otokorelasyon parametrelerini; u ve ϑ birbirinden bağımsız olmak üzere ilgili modellerin hata terimlerini göstermektedir. u için $N(0, \sigma_u^2 I_N)$, ϑ için $N(0, \sigma_\vartheta^2 I_{NT})$ geçerlidir.

Uzamsal ağırlık matrisi W satır bazlı standartlaştırılırsa, τ_1 ve τ_2 'nin -1 ile +1 arasında değer alması beklenir. $\tau_1 = 0$ durumunda tesadüfi etkili UHM; $\tau_1 = \tau_2 = 0$ durumunda uzamsal olmayan tesadüfi etkili panel model; $\tau_1 = \tau_2$ için Kapoor ve diğerlerinin (2007) önerdiği model geçerli olur.

$A = (I_N - \tau_1 W)$ ve $B = (I_N - \tau_2 W)$ olmak üzere μ ve ε için (2.44) ve (2.45) eşitlikleri geçerli olur.

$$\mu = A^{-1}u \sim N(0, \sigma_u^2 (A' A)^{-1}) \quad (2.44)$$

$$\varepsilon = (I_T \otimes B^{-1})\vartheta \sim N(0, \sigma_\vartheta^2 (I_T \otimes (B' B)^{-1})) \quad (2.45)$$

$\bar{E}_T = I_T - \bar{J}_T$ olmak üzere²⁰, genelleştirilmiş tesadüfi etkili UHM için varyans-kovaryans matrisi ve bu matrisin tersi sırasıyla eşitlik (2.46) ve (2.47)'deki gibi yazılır (Baltagi vd., 2013:653).

$$\begin{aligned} \Omega &= E\{[(\iota_T \otimes I_N)\mu + \varepsilon][(\iota_T \otimes I_N)\mu + \varepsilon]'\} \\ &= \sigma_u^2 (J_T \otimes (A' A)^{-1}) + \sigma_\vartheta^2 (I_T \otimes (B' B)^{-1}) \\ &= [\bar{J}_T \otimes (T \sigma_u^2 A' A)^{-1} + \sigma_\vartheta^2 (B' B)^{-1}] + \sigma_\vartheta^2 [\bar{E}_T \otimes (B' B)^{-1}] \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\Omega^{-1} = \left\{ \bar{J}_T \otimes [T \sigma_u^2 (A' A)^{-1} + \sigma_\vartheta^2 (B' B)^{-1}]^{-1} \right\} + \frac{1}{\sigma_\vartheta^2} (\bar{E}_T \otimes B' B) \quad (2.47)$$

Bu durumda genelleştirilmiş tesadüfi etkili UHM için varyans-kovaryans matrisinin determinantı $|\Omega|$, eşitlik (2.48)'teki gibi olur.

$$|\Omega| = \left| [T \sigma_u^2 (A' A)^{-1} + \sigma_\vartheta^2 (B' B)^{-1}]^{-1} \right| \left| [\sigma_\vartheta^2 (B' B)^{-1}]^{T-1} \right| \quad (2.48)$$

²⁰ J_T , T boyutunda 1'lerden oluşan bir matris olmak üzere, $\bar{J}_T = J_T / T$ şeklindedir.

Son olarak, genelleştirilmiş tesadüfi etkili UHM'ye ait log-olabilirlik fonksiyonu (2.49)'daki gibi elde edilir (Baltagi vd., 2013:654).

$$l = -\frac{NT}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln \left| [T\sigma_u^2(A'A)^{-1} + \sigma_\theta^2(B'B)^{-1}]^{-1} \right| - \frac{T-1}{2} \ln \left| [\sigma_\theta^2(B'B)^{-1}]^{-1} \right| - \frac{1}{2} (y - X\delta)' \Omega^{-1} (y - X\delta) \quad (2.49)$$

2. 3. Panel Veride Uzamsal Bağımlılığın Sınanması

Panel verilerde uzamsal bağımlılığın sınanması uzamsal gecikme modelleri için $H_0: \varphi = 0$, uzamsal hata modelleri için $H_0: \tau = 0$ ve genel uzamsal model için $H_0: \varphi = 0 \cap \tau = 0$ şeklindeki sıfır hipotezlerinin sırasıyla $H_1: \varphi \neq 0$, $H_1: \tau \neq 0$ ve $H_1: \varphi \neq 0 \cup \tau \neq 0$ şeklindeki alternatif hipotezlere karşı sınanması ile yapılmaktadır. Bu sınamalarda tıpkı yatay-kesit veride uygulanan uzamsal bağımlılık sınamalarında olduğu gibi karmaşık EÇO yöntemlerinden sakınmak adına sadece sıfır hipotezinin geçerliliği altında hesaplamaları yapılan Lagrange Çarpanı tercih edilmektedir.

Lagrange Çarpan istatistikleri, yatay-kesit modellerde uzamsal bağımlılığın sınanması için kullanılan istatistiklere uygun düzeltmeler yapılarak elde edilmektedir. $(NT \times 1)$ boyutundaki regresyon hata terimleri vektörü $e = y - X\hat{\delta}$ olmak üzere uzamsal gecikme ve uzamsal hata modelleri için sırasıyla $LM_{UGM} = LM_\varphi$ ve $LM_{UHM} = LM_\tau$ istatistikleri eşitlik (2.50) ve (2.51)'de verilmiştir (Anselin vd., 2008:655).

$$LM_\varphi = \frac{\left[\frac{e^T (I_T \otimes W_N) y}{(e^T e)/NT} \right]^2}{\left\{ \frac{(W\hat{y})^T [I_{NT} - X(X^T X)^{-1} X^T] (W\hat{y})}{\hat{\sigma}^2} \right\} + T \text{tr}(W_N^2 + W_N^T W_N)} \quad (2.50)$$

Eşitlik (2.43)'teki $(W\hat{y})$, regresyon tahmin değerlerinin uzamsal gecikmeli hali olup $(W\hat{y}) = (I_T \otimes W_N) X\hat{\delta}$ şeklinde ifade edilir.

$$LM_\tau = \frac{\left[\frac{e^T (I_T \otimes W_N) e}{(e^T e)/NT} \right]^2}{\text{tr}[(I_T \otimes W_N^2) + (I_T \otimes W_N^T W_N)]} = \frac{\left[\frac{e^T (I_T \otimes W_N) e}{(e^T e)/NT} \right]^2}{T \text{tr}(W_N^2 + W_N^T W_N)} \quad (2.51)$$

LM_φ ve LM_τ istatistikleri asimptotik olarak $\chi^2(1)$ dağılımına uymaktadır. Bu istatistikler, başlık 1.6.'da anlatıldığı gibi dirençli hale getirilebilirler.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. YAKINSAMA HİPOTEZİ: TEORİK ALTYAPI

Yakınsama, durağan durumda olan ya da kendisi de belli bir hedefe yaklaşmakta olan bir hedef ile aradaki ortak ölçü birimi cinsinden olan mesafeyi kapatma anlamında kullanılmaktadır. Bu durumda yakınsayan ile kendisine yakınsama eylemi gerçekleştirilen arasındaki mesafe son derece küçülecek fakat yakınsayan ile yakınsanan asla kesişmeyecektir. Yakalama kavramı ise, yakınsama aşamasının sonuna gelindiğini ve yakınsayan ile yakınsananın bir noktada kesiştiği durumu ifade eder. Yakınsama olgusunun tersi bir durum söz konusu olduğunda ise ıraksama gerçekleşmiş olur.

Çoğu bilim alanında birbirine yakınsayan değişkenler bulunabilmektedir. Dolayısıyla yakınsama kavramı birçok bilim alanında kullanılmaktadır. Örneğin Janowitz (1971)'in ordu personelinin sosyal hayata daha çok uyum sağlaması suretiyle askeri güçlerle sivil toplumun bütünleşmesi konusundaki düşünceleri sosyolojik yakınsama olarak ifade edilebilir. İlâveten, ıraksak seri – yakınsak seri kavramları matematikteki yakınsamaya (Hardy, 1949), yakın akrabalık ilişkisi olmadığı halde soyların biyolojik özelliklerinin birbirine benzer olması durumunda kullanılan yakınsak evrim kavramı biyolojik yakınsamaya (Morris, 2003) örnektir. Merceklerdeki ışınların birbirine yaklaşmasını ölçmede kullanılan ve odak uzaklığın tersi olarak hesaplanan yakınsama kavramı ise optik bilimindeki yakınsamaya örnek olarak gösterilebilir.

İktisadi anlamda yakınsama kavramı genellikle gelir yakınsaması için kullanılmaktadır. Bununla birlikte, yakınsama kavramı iktisadi literatürde sadece ekonomik büyüme yakınsaması ile sınırlı kalmamıştır. Ekonomik büyüme yakınsamasına ilâveten zamanla işsizlik yakınsaması (Bayer ve Juessen, 2007; Tyrowicz ve Wójcik, 2009; Baktetur ve Özmen, 2017 vb.), enflasyon yakınsaması (Koçenda ve Papell, 1997; Holmes, 2002; Buseti vd., 2006 vb.) gibi yakınsama kavramlarının da literatürde sıklıkla kullanıldığı bilinmektedir.

İktisadi yakınsama hipotezinin fikri alt yapısını oluşturan düşünceler 18. yüzyıla dayanmaktadır. David Hume'a (18.yy) göre, ekonomiler arası yakınsama ekonomik büyüme sürecinin doğal bir neticesidir (Elmslie, 1995:208). 19. yüzyılın başlarında Veblen, teknolojinin gelişmiş ekonomiden az gelişmiş olana doğru oluşacak hareketinin az gelişmiş ekonomilerin gelişmiş ekonomilere yakınsamasıyla sonuçlanacağını vurgulamıştır (Ceylan, 2010:50). Ayrıca Gerschenkron (1952), teknolojik olarak geride bulunmanın bir ekonomiye dezavantaj değil avantaj sağladığını ifade ederek yakınsama düşüncesine katkıda bulunmuştur. Ancak iktisadi anlamda

yakınsamaya ilişkin kullanılan modern modellerin öncüsü, temeli Solow (1956) ve Swan (1956) tarafından atılan Neo-klasik büyüme modelidir.

Neo-klasik büyüme modeline göre, her ülke belli bir ekonomik büyüme seviyesine ulaşacak ve sonraki süreçte ekonomik büyüme seviyesi durağan seviyede seyredecektir. Dolayısıyla belli bir başlangıç anından itibaren nispeten düşük gelirli/fakir ülkeler, yüksek gelirli/zengin ülkelere yakınsayacak ve fakir ülkelerin ekonomik büyüme seviyeleri zengin ülkelerin ekonomik büyüme seviyelerine yaklaşacaktır.

3.1. Yakınsama Varsayımının Ortaya Çıkışı

Ekonomik büyüme, ekonomik gelişmişlik durumu fark etmeksizin tüm ülkelerin en önemli ve temel ekonomik amaçlarından biri olmuştur. Bu amaç doğrultusunda çalışmalarını şekillendiren ülkeler, amaçlarını ne ölçüde gerçekleştirebildiklerine göre sınıflandırılmaktadır. Bu sınıflamaya göre bazı ülkeler gelişmiş, bazıları gelişmekte olan ve bazıları ise az gelişmiş ülke olarak nitelendirilmektedir. Az gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerin cevabını aradığı soru, ekonomik büyüme amaçlarını gerçekleştirmeye çalışırken neden gelişmiş ülkelere geride kaldıkları yönündeki sorudur. Neden, bazı ülkeler diğerlerine göre daha fakirdir? Neden bazı ülke ya da bölgeler diğerlerine göre daha hızlı bir şekilde ekonomik olarak büyümektedir? Neden bazı ülkeler ekonomik büyüme yarışında diğer ülkelerin gerisinde kalmıştır? Ekonomik büyüme kuramcıları, bu sorulara cevap bulmak amacıyla varsayımlar geliştirmeye çalışmışlardır.

Neo-klasik büyüme kuramı nüfus, teknoloji, tasarruf ve yatırımları ekonominin dışsal belirleyicileri olarak nitelendirmiştir. Bazı ülkelerin (bölgelerin) diğerlerinden daha zengin ya da fakir olma nedenlerini, bazı ülkelerin (bölgelerin) daha hızlı kalkınma sebeplerini, başlangıçta nispeten daha zengin olan ülkelerin büyüme yarışında hız kesmeye başlamasına rağmen başlangıçta nispeten daha fakir olan ülkelerin ekonomik büyüme hızını artırarak yollarına devam etme nedenlerini incelemiştir. Sonuç olarak, başlangıçta nispeten daha fakir olan bölgenin ekonomik büyüme hızının zaman içerisinde başlangıçta nispeten daha zengin olan bölgenin ekonomik büyüme hızına yakınsayacağı düşüncesi ortaya konmuştur (Solow, 1956; Swan, 1956).

Neo-klasik düşüncede yakınsama kavramının arkasında sermayenin azalan marjinal getiriye sahip olduğu varsayımı yatmaktadır. Buna göre başlangıçta daha az sermayeye sahip olan nispeten fakir ülkelere 1 birimlik ilave sermayenin getirisi, başlangıçta daha çok sermayeye sahip olan nispeten zengin ülkelerdeki 1 birimlik ilave sermayenin getirisinden çok daha fazla olacaktır. Örneğin hiç otomobil fabrikası olmayan veya nispeten az sayıda otomobil fabrikası olan bir ülkeye açılacak bir otomobil fabrikasının sermaye başına getirisi yüksek olacakken, halihazırda çok sayıda otomobil fabrikası olan bir ülkeye yapılacak yeni bir otomobil fabrikasının sermaye başına getirisi

daha düşük olacaktır. Yine aynı mantıkla, sermayenin azalan marjinal getirisi varsayımı gereği, bu örnekteki ülkelere ilave olarak açılacak otomobil fabrikalarının getirisi her seferinde düşecektir. Dolayısıyla başlangıçta aynı ilave sermaye ile daha yüksek getiri elde eden nispeten fakir ülke zamanla zenginleşecek, başlangıçta aynı ilave sermaye ile daha düşük getiri elde eden nispeten zengin ülke ise zamanla bir durağan dengeye doğru hareket edecektir. Bu durumda başlangıçta fakir olan ülkenin ekonomik göstergelerinin başlangıçta zengin olan ülkenin ekonomik göstergelerine yakınsayacağı söylenebilir.

Neo-klasik büyüme modelinin diğer varsayımları ise şu şekilde sıralanabilir (Ateş, 1996:3'ten aktaran: Karaalp, 2008):

1. Girdiler ve finansal varlıklar hane halkına aittir.
2. Üretimde tek sektör bulunmaktadır.
3. Üretim teknolojisi açısından ölçeğe göre sabit getiri mevcuttur.
4. Teknoloji dışsaldır. Dolayısıyla dışardan veri olarak alınır, modeldeki bir değişkene bağlı olarak değişmez.
5. Hane halkları, firmaların ihtiyacı olan sermayeyi ve işgücünü arz ederler. Sonuç olarak elde edilen çıktıyı da hane halkları ve firmalar satın alır.
6. Mal ve faktör piyasalarında eksik rekabet yoktur. Tam rekabet koşulları işlemektedir.
7. Ekonomide devlet yoktur. Ekonomi, dışa kapalıdır. Bu yüzden tasarruflar yatırımlara eşittir.

Tüm bu varsayımlar altında Solow modelinde çıktı fonksiyonu aşağıdaki Cobb – Douglas tipi üretim fonksiyonu aracılığıyla açıklanır (Solow, 1956):

$$Y = F(K, L) = AK^\alpha L^\beta \quad (3.1)$$

Burada Y, toplam çıktıyı; K, sermaye birikimini ve L, emeği ifade etmektedir. Bu durumda Y, K ve L'nin bir fonksiyonudur. α , üretim sürecinde sermayeye ait elastikiyeti; β üretim sürecinde emeğe ait elastikiyeti ve A ise mevcut teknoloji seviyesini göstermektedir. Modelde ölçeğe göre sabit getiri varsayıldığından $\alpha + \beta = 1$ olmalıdır. Dolayısıyla β yerine $1 - \alpha$ yazılabilir. Bu şekilde (3.1) eşitliği (3.2)'deki gibi ifade edilebilir.

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha} \quad (3.2)$$

Nüfus artışı sabit bir hızda (n) artmaktadır ve dışsaldır. Dolayısıyla L (3.3) numaralı eşitlikteki gibi yazılabilir (Çınar, 2016:5).

$$\frac{\dot{L}}{L} = n \quad (3.3)$$

Bu dış ülkelere kapalı ekonomi modelinde üretimden elde edilen tüm gelir tüketim ve yatırım mallarına harcanmaktadır. Tasarrufların her zaman yatırımlara eşit olduğu varsayımından hareketle, yaratılan gelirin marjinal tasarruf eğilimi (s) ile çarpılması sonucunda elde edilen sonuç yatırımların brüt tutarı olur. Bu brüt yatırımlardan aşınma miktarı yani amortismanlar çıkarılırsa geriye net yatırımlar kalır. Yatırım malları aşınma oranı δ ile gösterilirse, bu durumda net yatırımlar (3.4)'teki gibi ifade edilebilir.

$$\dot{K} = sY - \delta K \quad (3.4)$$

Bu ifadenin iki tarafı K 'ya bölündüğünde (3.5) numaralı eşitliğe ulaşılır.

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{sY}{K} - \delta \quad (3.5)$$

Bu durumda (3.6) numaralı eşitlik yazılabilir (Arbia, 2006:9).

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{K} - n = \frac{sY}{K} - \delta - n = sy - k(\delta + n) \quad (3.6)$$

Solow modelinde, emek başına çıktıyı elde etmek için (3.2) eşitliği L 'ye bölünerek (3.7)'ye ulaşılır.

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{AK^\alpha L^{1-\alpha}}{L} = AK^\alpha L^{-\alpha} = A \frac{K^\alpha}{L^\alpha} = Ak^\alpha \quad (3.7)$$

(3.7)'de $y = \frac{Y}{L}$, kişi başına çıktıyı; $k = \frac{K}{L}$ ise kişi başına sermayeyi göstermektedir. (3.7) eşitliği (3.6) eşitliğinde y yerine yazıldığında (3.8) numaralı eşitlik elde edilir (Arbia, 2006:10):

$$\frac{\dot{k}}{k} = sAk^\alpha - k(\delta + n) \quad (3.8)$$

Durağan durum denge değeri için (3.8) eşitliği sıfıra eşitlenir ve bu eşitlikten hareketle emek başına sermayenin durağan durum denge değerine ulaşılır (Çınar, 2016:5).

$$k^* = \left(\frac{sA}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (3.9)$$

(3.9) eşitliği, denge durumunda tasarruf oranı arttıkça emek başına sermayenin de artacağını, nüfus artışı arttıkça da emek başına sermayenin azalacağını göstermektedir. Dolayısıyla emek başına sermaye, tasarruf oranı ile doğru orantılıyken nüfus artış hızı ile ters orantılıdır. Durağan durum dengesinde oluşacak çıktı miktarı ise (3.9) eşitliğinin (3.7) eşitliğinde k yerine koyulmasıyla elde edilir.

$$y^* = A \left[\left(\frac{sA}{\delta + n} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^\alpha \quad (3.10a)$$

$$y^* = A \left(\frac{sA}{\delta + n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{AA^{\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)} s^{\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)}}{(\delta + n)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}} = A^{\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)} s^{\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)} (\delta + n)^{\left(\frac{-\alpha}{1-\alpha}\right)} \quad (3.10b)$$

(3.10b) eşitliğinin her iki tarafının logaritması alındığında (3.11) numaralı eşitlik elde edilir.

$$\log(y^*) = \frac{\log(A)}{1-\alpha} + \frac{\alpha}{1-\alpha} \log s - \frac{\alpha}{1-\alpha} \log(\delta + n) \quad (3.11)$$

$\frac{\log(A)}{1-\alpha} = \beta_0$, $\frac{\alpha}{1-\alpha} = \beta_1$ ve $-\frac{\alpha}{1-\alpha} = \beta_2$ alınır (3.11) eşitliği (3.12)'deki gibi regresyon biçimine dönüştürülmüş olur.

$$E[\log(y_i) | X] = \beta_0 + \beta_1 \log s + \beta_2 \log(\delta + n) \quad (3.12)$$

(3.12) numaralı regresyonun tahmininde β_0 , β_1 ve β_2 katsayılarının istatistiksel olarak anlamlı bulunması beklenmektedir. Bununla birlikte β_0 'ın pozitif, β_1 ve $|\beta_2|$ 'nin ise istatistiksel olarak birbirine eşit olması gerekir (Çınar, 2016:6).

Bu durağan durum denge denklemi teknolojik büyüme hızı da dikkate alınarak tekrar oluşturulabilir. (3.3) eşitliğinde olduğu gibi emek faktörü için yazılan eşitlik teknoloji için de yazılacak olursa, g sabit orandaki üstel büyüme hızını göstermek üzere (3.13)'teki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{\dot{A}}{A} = g \quad (3.13)$$

İşgücü başına sermaye $k = \frac{K}{L}$, teknoloji başına tekrar hesaplanır ise “etkin işgücü başına sermaye” bulunmuş olur. Bu durumda k , $k = \frac{K}{AL}$ şeklinde yeniden yazılır. $\dot{k}$ için zincir kuralı uygulanarak (3.14) numaralı eşitliğe ulaşılır (Romer, 1996:12).

$$\dot{k}(t) = \frac{\dot{K}(t)}{A(t)L(t)} - \frac{K(t)}{[A(t)L(t)]^2} [A(t)\dot{L}(t) + L(t)\dot{A}(t)] \quad (3.14)$$

$$= \frac{\dot{K}(t)}{A(t)L(t)} - \frac{K(t)}{A(t)L(t)} \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} - \frac{K(t)}{A(t)L(t)} \frac{\dot{A}(t)}{A(t)}$$

$\frac{K}{AL} = k$, $\frac{\dot{L}}{L} = n$, $\frac{\dot{A}}{A} = g$ ve eşitlik (3.4) de eşitlik (3.14)'te yerlerine yazılırsa (3.15) eşitliği elde edilir.

$$\dot{k}(t) = \frac{sY(t) - \delta K(t)}{A(t)L(t)} - k(t)n - k(t)g = s \frac{Y(t)}{A(t)L(t)} - \delta k(t) - nk(t) - gk(t) \quad (3.15)$$

(3.15)'da $Y/AL = f(k)$ şeklinde yeniden düzenlenirse (3.8) eşitliği (3.16)'daki gibi dönüşür.

$$\dot{k}(t) = sf\{k(t)\} - k(t)(\delta + n + g) \quad (3.16)$$

(3.16) eşitliği, Solow büyüme modelinin özünü oluşturmaktadır. Etkin işgücü başına sermaye birikimi eşitliği diye adlandırılabilir olan bu eşitlik, iki terimin farkından oluşmaktadır. Birinci terim olan $sf(k)$, etkin işgücü başına gerçekleşen yatırım miktarını, ikinci terim $k(n + g + \delta)$ ise k 'yı olduğu düzeyde sabit tutabilmek için gereken yatırım miktarını göstermektedir. İkinci terim içerisindeki δk , etkin işgücü başına sermayenin sabit tutulabilmesi için öncelikle aşınan sermaye kadarlık bir yatırım yapılması gerektiğini ortaya koymaktadır. Aynı mantıkla yine ikinci terim içerisinde yer alan $k(n + g)$, etkin işgücü başına sermayeyi sabit tutabilmek için $(n + g)$ oranında artan etkin işgücü miktarı kadarlık bir yatırım yapılması gerekliliğini ortaya koymaktadır (Romer, 1996:13).

Teknoloji üstel büyüme hızını ifade eden g 'nin de dahil edilmesiyle (3.8) eşitliği (3.16) şeklinde yazılmıştı. Aynı şekilde durağan denge durumunda etkin işgücü başına sermaye stokunu gösteren (3.9), durağan durum dengesinde oluşacak çıktı miktarı (3.10) ve durağan durum dengesi çıktı miktarının logaritmik denklemini gösteren (3.11) eşitlikleri teknoloji üstel büyüme hızı g 'nin de dahil edilmesiyle sırasıyla (3.17) ve (3.18)'de gösterilmiştir (Karaalp, 2008:145).

$$k^* = \left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (3.17)$$

$$y^* = A \left[\left(\frac{s}{\delta + n + g} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right]^{\alpha} \quad (3.18a)$$

$$\log(y^*) = \log(A) + \frac{\alpha}{1-\alpha} \log s - \frac{\alpha}{1-\alpha} \log(\delta + n + g) \quad (3.18b)$$

3.2. Yakınsama Çeşitleri

Neo-klasik büyüme modelinin temelleri 1956 yılında Solow ve Swan tarafından atılmış olsa da modelin varsayımlarından olan yakınsama varsayımına ilişkin uygulamalar yıllar sonra daha geniş veri setlerinin elde edilmesiyle ve yakınsama kavramının test edilebileceği formüllerin ve yöntemlerin geliştirilmesiyle birlikte test edilmeye başlanmıştır.

Yakınsama varsayımına ilişkin öncü çalışmaların başında Baumol (1986)'un çalışması gösterilebilir. Bu çalışma “ β yakınsaması” ve “ σ yakınsaması” kavramlarının temel dayanağı olarak görülmektedir. Bununla birlikte Abramovitz (1986), De Long (1988), Dowrick ve Nguyen (1989), Grier ve Tullock (1989), Barro vd. (1991), Barro ve Sala-i-Martin (1990, 1992a, 1995) ve Mankiw vd. (1992) çalışmaları sonrasında yakınsama hipotezi ekonomik büyüme literatüründe önemli bir yer tutmaya başlamıştır.

Yakınsama kavramı önceleri β yakınsaması ve σ yakınsaması şeklinde bir ayrıma tabi tutulsa da zaman içerisinde yakınsama kavramı için kullanılan tanımlamalar çeşitlenmiştir. Bu tanımlamalardan sıklıkla kullanılanları şunlardır (İslam, 1998:1):

- a) Ülke içindeki yakınsama – ülkeler arasındaki yakınsama
- b) Büyüme oranı bakımından yakınsama – gelir seviyeleri bakımından yakınsama
- c) β yakınsaması – σ yakınsaması
- d) Mutlak yakınsama –koşullu yakınsama
- e) Tek durağan durum dengesine yakınsama – kulüp içi dengesine doğru yakınsama (kulüp yakınsaması)
- f) Gelir/büyüme yakınsaması – toplam faktör verimliliği açısından yakınsama
- g) Deterministik yakınsama – Stokastik yakınsama

3.2.1. β Yakınsaması

Temeli ilk olarak Baumol (1986) tarafından atılmış olsa da β yakınsaması kavramını ilk olarak Barro ve Sala-i Martin (1990) kullanmıştır. β yakınsamasına göre belli bir başlangıç anında nispeten zengin olan ülkeler, nispeten fakir olan ülkelere göre daha yavaş bir ekonomik büyüme gösterecektir. Aynı mantıkla, başlangıç anında nispeten fakir olan ülkeler nispeten zengin olan ülkelere göre daha yüksek bir ekonomik büyüme hızı ile büyüyecektir. Bu durumda fakir ülkeler zengin ülkelere

yakınsayacaktır. Zengin ülkeler de Neo-klasik modelde varsayılan durağan durum denge düzeyine yakınsamalarına devam edeceklerdir.

Tüm ekonomiler durağan durum dengesine erişebilirse fakir ülkeler zengin ülkeleri yakalamış olur. Dolayısıyla tüm ülkeler zengin ülke sınıfına girer. Bir ekonomide durağan durum dengesindeki kişi başı gelir seviyesi (y^*) ile t anındaki kişi başı gelir seviyesi (y_t) arasında bir fark var ise yakınsama varsayımına göre zamanla bu fark azalacak ve sifıra yakınsayacaktır. Durağan durum dengesinden sapma anlamına gelebilecek bu fark ($\ln y^* - \ln y_t$) şeklinde gösterilebilir. Birim zamanda (örneğin 1 yıl içinde) bu farkın belli bir miktarı (örneğin λ kadarı) kapanacaktır. Dolayısıyla cari kişi başı gelir seviyesinin zamana göre türevi alınırsa durağan durum dengesine ait sapmanın birim zamanda kapanan kısmı (3.19) numaralı eşitlikle gösterilebilir.

$$\frac{d \ln y_t}{dt} = \lambda (\ln y^* - \ln y_t) \quad (3.19)$$

Burada λ , yakınsama oranını ya da sık kullanılan tabirle yakınsama hızını ifade etmektedir. $\ln y_0$, belli bir başlangıç anı için kişi başı gelir seviyesini göstermek üzere (3.19) eşitliğinden (3.20) numaralı eşitlik elde edilir (Mankiw vd., 1992:19).

$$\ln y_t = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^* + e^{-\lambda t} \ln y_0 \quad (3.20)$$

(3.20) eşitliği (3.21) numaralı eşitlikteki gibi açılabilir.

$$\begin{aligned} \ln y_t &= \ln y^* - e^{-\lambda t} \ln y^* + e^{-\lambda t} \ln y_0 \\ &= \ln y^* - e^{-\lambda t} (\ln y^* - \ln y_0) \\ &= \ln y^* - \frac{(\ln y^* - \ln y_0)}{e^{\lambda t}} \end{aligned} \quad (3.21)$$

(3.21)'de gösterilen açılım, herhangi bir t anı için kişi başı çıktı seviyesinin doğal logaritma değerini gösteren $\ln y_t$ 'nin, durağan durum denge çıktı düzeyi $\ln y^*$ 'den $\frac{(\ln y^* - \ln y_0)}{e^{\lambda t}}$ kadar farklı olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla t anında $\ln y_t$, $\ln y^*$ değerinden durağan durum dengesi ile başlangıç seviyesi arasındaki farkın belli bir oranı kadar uzaktadır. $\frac{(\ln y^* - \ln y_0)}{e^{\lambda t}}$ terimi, t değeri büyüdükçe üstel olarak küçülmekte olup başlangıç anından uzaklaştıkça gerçekleşen cari kişi başı çıktı değerinin durağan durum denge kişi başı çıktı değerine yakınlaşacağını garanti etmektedir.

(3.20) eşitliğinin her iki tarafından $\ln y_0$ çıkartılarak (3.22) numaralı eşitlik yazılabilir.

$$\ln y_t - \ln y_0 = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^* - (1 - e^{-\lambda t}) \ln y_0 \quad (3.22)$$

Eşitlik (3.22) yeniden düzenlenirse (3.23) numaralı eşitlik elde edilir.

$$\ln \left(\frac{y_t}{y_0} \right) = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^* - (1 - e^{-\lambda t}) \ln y_0 \quad (3.23)$$

(3.23) eşitliği, bir regresyon eşitliği biçimine dönüştürülecek olursa (3.24)'teki regresyon denklemi elde edilir (Arbia, 2006:13).

$$\ln \left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}} \right) = \alpha + \beta \ln y_{0,i} + \varepsilon_i \quad (3.24)$$

(3.24)'te $\alpha = (1 - e^{-\lambda T}) \ln y^*$ olup Neo-klasik büyüme modelinde durağan durum dengesindeki kişi başı gelir düzeyi sabit varsayıldığı için bir sabit terimdir. Ayrıca $y_{t,i}$, i bölgesinin t anındaki kişi başı gelirini göstermektedir ($t = 0, \dots, T; i = 1, \dots, n$). Sistemik olmayan ε_i bileşeni regresyonun hata terimlerini ifade etmektedir. (3.24) numaralı regresyonda β katsayısı için $\beta = -(1 - e^{-\lambda T})$ eşitliği geçerlidir. Buradan hareketle yakınsama hızı (3.25)'te gösterilmiştir.

$$\lambda = -\frac{\ln(1 + \beta)}{T} \quad (3.25)$$

Yakınsama varsayımı (3.24) eşitliği için (3.26) numaralı hipotezler ile test edilmektedir.

$$H_0: \beta = 0, \text{Yakınsama yoktur} \quad (3.26a)$$

$$H_1: \beta < 0, \text{Yakınsama vardır.} \quad (3.26b)$$

Sıfır hipotezinin reddedilmesi, β katsayısının istatistiksel olarak anlamlı ve negatif olduğu anlamına gelir. Bu katsayının negatif olması, başlangıç anındaki kişi başı gelir seviyesi $\ln y_0$ ile t anında başlangıç durumundaki değerin kaç kat arttığını gösteren $\ln \left(\frac{y_t}{y_0} \right)$ arasında ters yönlü bir ilişki olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla başlangıç düzeyi $\ln y_0$ artarsa büyüme hızı düşecek, başlangıç düzeyi $\ln y_0$ azalırsa büyüme hızı artacaktır. Özetle, başlangıç anında kişi başı gelir seviyesi düşük olan nispeten fakir ülkelerin büyüme hızları daha yüksek olacakken başlangıç anında kişi başı gelir seviyesi yüksek olan nispeten zengin ülkelerin büyüme hızları daha düşük olacaktır. Bu durumda fakir ülkeler zengin ülkelere yakınsayacaktır.

β katsayısının istatistiksel olarak anlamlı ve negatif olduğu yani yakınsama olgusunun bulunduğu durumda başlangıç anındaki kişi başı gelir ile durağan durum dengesindeki kişi başı gelir seviyesi arasındaki farkın ne kadar sürede yarılanacağı merak uyandırmaktadır. (3.21)²¹ eşitliğinden yola çıkılarak $(\ln y^* - \ln y_0)$ farkının yarısının kapandığı bir $\ln y_t$ değeri için, $e^{-\lambda t}$ değerinin $\frac{1}{2}$ olması gerektiği anlaşılmaktadır. Böylelikle $e^{-\lambda t}(\ln y^* - \ln y_0)$ değeri $0.5 \times (\ln y^* - \ln y_0)$ olacaktır. Dolayısıyla yarılanma süresi, (3.27a) eşitliğinden hareketle (3.27b) eşitliğindeki gibi türetilir (Barro ve Sala-i Martin, 1998:37; Arbia, 2006:11).

$$e^{-\lambda t} = \frac{1}{2} \quad (3.27a)$$

$$t = 0.6931(\lambda^{-1}) \quad (3.27b)$$

Özetle, (3.24) eşitliğinde ifade edilen regresyon modeli, yakınsama varsayımının regresyon analizi ile test edilmesine olanak sağlamaktadır. Bu analiz ile tahmin edilen bir β katsayısı kullanılarak $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ eşitliği aracılığıyla yakınsama hızı (λ) hesaplanabilmektedir. Buna ilaveten Neo-klasik büyüme modelinin durağan durum dengesi olan k^* ile λ (3.28)'deki gibi ilişkilendirilebilir (Mankiw vd., 1992:19; Barro ve Sala-i Martin, 1998:36).

$$\lambda = (1 - \alpha)(\delta + n + g) \quad (3.28)$$

(3.28) eşitliği, k 'nın k^* etrafındaki birinci sıra Taylor açılımı ile elde edilir²² (Barro ve Sala-i Martin, 1998:53).

$$k^{1-\alpha} = \frac{sA}{(\delta + n + g)} + \left[k_0 - \frac{sA}{(\delta + n + g)} \right] e^{-(1-\alpha)(\delta+n+g)t} \quad (3.29)$$

Eşitlik (3.29)'a göre, $k^{1-\alpha}$ ile bu değerlerin durağan durum denge değeri arasındaki fark olan $sA/(\delta + n + g)$ değeri belli bir orana göre azalmaktadır. Bu oran $(1 - \alpha)(\delta + n + g)$ şeklinde ifade edilmiştir.

²¹ $\ln y_t = \ln y^* - e^{-\lambda t}(\ln y^* - \ln y_0)$

²² n. derece Taylor açılımına göre f fonksiyonunun n. dereceden türevinin α noktasındaki değeri:

$$f(x) = f(\alpha) + \frac{f'(\alpha)}{1!}(x - \alpha) + \frac{f''(\alpha)}{2!}(x - \alpha)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(\alpha)}{n!}(x - \alpha)^n$$

şeklinde. Dolayısıyla bir f fonksiyonunun birinci derece Taylor açılımı aşağıdaki gibi olur:

$$f(x) = f(\alpha) + f'(\alpha)(x - \alpha)$$

3.2.2. σ Yakınsaması

Neo-klasik ekonomik büyüme modeli varsayımları altında, belli bir başlangıç anından itibaren durağan durum dengesine doğru gidilirken nispeten fakir olan ülkeler nispeten zengin ülkelere göre daha yüksek bir ekonomik büyüme gerçekleştirip bu ülkelere yakınsayacaklardır. Bu durumda başlangıç anından itibaren her bir t anı için hesaplanacak olan varyans değeri zaman içerisinde küçülecektir. Çünkü varyans (σ^2), bir seride ortalama değerinden ayrılışların kareleri toplamının gözlem başına aldığı değeridir. İncelenen tüm ülkelerin belli bir durağan durum dengesine ve fakir olan ülkelerin zengin olanlara yakınsaması halinde, varyans serisindeki gözlem değerlerinin birbirine yaklaşması suretiyle ortalama değerinden ayrılışların da azalmasıyla başlangıç anından durağan durum dengesine doğru gidildikçe varyans azalmak durumundadır. Bu durum, $\sigma_{t_0}^2$ başlangıç anı t_0 için varyans değeri olmak üzere (3.30)'daki gibi ifade edilebilir. Literatürde bu türdeki yakınsama σ yakınsaması olarak adlandırılmaktadır.

$$\sigma_t^2 < \sigma_{t-1}^2 < \dots < \sigma_{t_0}^2 \quad (3.30)$$

Baumol (1986)'un çalışması, tıpkı β yakınsaması gibi σ yakınsaması için de öncü çalışma olarak kabul edilmektedir. Bununla birlikte, Barro ve Sala-i-Martin (1990)'in çalışması, β ve σ yakınsaması için daha açıklayıcı formüller üretmek suretiyle yakınsama literatürü için önemli bir kaynak konumuna gelmiştir. Barro vd. (1991) ile Barro ve Sala-i-Martin (1992a, 1992b)'in çalışmaları da σ yakınsaması kavramının uygulamalarının yaygınlaşmasını sağlayan makaleler arasında gösterilebilir.

σ yakınsamasının β yakınsaması ile olan ilişkisinin ortaya konulması adına β yakınsaması için kullanılan eşitlik (3.24), (3.31)'deki gibi yazılabilir.

$$\ln\left(\frac{y_{it}}{y_{i0}}\right) = \alpha_{it} - (1 - e^{-\lambda})\ln y_{i0} + u_{it} \quad (3.31)$$

σ_t^2 , t anındaki $\ln(y_{it})$ değerine ait yatay-kesit varyans değeri olsun. Eşitlik (3.31)'in her iki tarafından $\ln y_{i0}$ değeri çıkartılırsa σ_t^2 değeri, yeterli sayıda yatay kesitin varlığı durumunda ve $[\text{Cov}(u_{it}, \ln y_{i0})] = 0$ koşulu altında (3.32)'deki gibi yazılır (Barro ve Sala-i-Martin, 2003:463).

$$\sigma_t^2 = e^{-2\lambda} \sigma_{t_0}^2 + \sigma_{ut}^2 \quad (3.32)$$

Hata terimleri varyansı (σ_{ut}^2), zamana göre sabit olursa ($\sigma_{ut}^2 = \sigma_u^2$, bütün t 'ler için) (3.32) eşitliğinin birinci sıra denklemi (3.33)'teki gibi olur:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sigma_u^2}{1 - e^{-2\lambda}} + \left(\sigma_0^2 - \frac{\sigma_u^2}{1 - e^{-2\lambda}} \right) e^{-2\lambda t} \quad (3.33)$$

(3.33) numaralı eşitlikte σ_0^2 , $\ln(y_{i0})$ 'nin varyansıdır. Eşitlik (3.33), σ_t^2 değerinin, σ_u^2 arttıkça arttığını, λ arttıkça azaldığını ve kendi durağan durum dengesine $\left(\frac{\sigma_u^2}{1 - e^{-2\lambda}} \right)$ doğru yaklaştığını vurgulamaktadır. λ katsayısının pozitif olduğu her durumda başlangıç değeri σ_0^2 , durağan durum değerinden $\left(\frac{\sigma_u^2}{1 - e^{-2\lambda}} \right)$ büyükse zamanla (t arttıkça) σ_t^2 değeri azalacaktır. Yani başlangıçtaki varyans durağan durumdaki varyanstan fazla ise zamanla varyans değeri azalacaktır. Dolayısıyla (3.30) eşitsizliği, yani σ yakınsaması gerçekleşmiş olacaktır. Fakat tersi durumda, yani λ katsayısı pozitif iken başlangıç değerinin (σ_0^2), durağan durum değerinden $\left(\frac{\sigma_u^2}{1 - e^{-2\lambda}} \right)$ küçük olduğu durumda zaman geçtikçe t anındaki varyans değeri (σ_t^2) artacaktır. Dolayısıyla λ katsayısının pozitif olması σ yakınsaması için gereklidir ancak yeterli değildir. λ ile β arasındaki $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ eşitliğinden hareketle pozitif bir λ katsayısının $\beta < 0$ koşulunu sağlayarak β yakınsamasına neden olacağı düşünüldüğünde β yakınsamasının σ yakınsaması için gerekli bir önkoşul olduğu fakat yeterli olmadığı görülmektedir (Barro ve Sala-i-Martin, 2003:464).

σ yakınsaması ile β yakınsaması arasındaki ilişki, 3 farklı şekilde ifade edilebilir (Sala-i-Martin, 1996:1021). Birincisi σ yakınsaması ile β yakınsamasının birlikte gerçekleştiği durumdur. Bu durumda başlangıçta düşük kişi başı gelir değerine sahip fakir ülkeler daha yüksek bir ekonomik büyüme gerçekleştirip zamanla başlangıçta daha yüksek kişi başı gelir değerine sahip olan ve ayrıca kişi başı gelirini durağan durum dengesine doğru artırmakta olan ülkelere yakınsayacaktır (β yakınsaması). Ayrıca başlangıç anında kişi başı gelir seviyeleri yüksek olan ülkelere ait varyans, durağan durum dengesine yaklaşıldıkça azalacak ve σ yakınsaması gerçekleşecektir. İkinci durumda, başlangıç anında düşük kişi başı gelir değerine sahip nispeten fakir ülkelerin kişi başı gelirleri zamanla yükselirken, başlangıçta yüksek kişi başı gelir değerine sahip nispeten zengin ülkelerin kişi başı gelir değerleri zamanla azalmaktadır. Böylesi bir durumda fakir ülkelerin zengin ülkeleri yakalayacağı ana kadar hem β hem de σ yakınsaması yaşanacaktır. Ancak yakalama anından sonra, eskiden fakir olan ülke zengin ülke konumuna geçecek ve kişi başı gelir büyümesi devam edecektir. Eskiden zengin olan ülke ise fakir ülke konumuna geçecek ve kişi başı gelir seviyesindeki azalma devam edecektir. Dolayısıyla başlangıç anındaki kişi başı gelir değeriyle t anındaki kişi başı gelir değeri arasındaki ters yönlü ilişki devam ettiği için β yakınsaması geçerli olsa bile yakalama anından itibaren gelir dağılımları ortalama değerden uzaklaşacağı için σ yakınsaması yerini ıraksamaya bırakacaktır. Üçüncü durumda, başlangıçta nispeten fakir olan ülke zamanla daha da fakirleşecek, başlangıçta nispeten zengin olan ülke ise daha da zenginleşecektir. Dolayısıyla böylesi bir durumda fakir ülkenin avantajı söz konusu değildir. Başlangıç anındaki kişi başı gelir değeri ile t anındaki kişi başı gelir değeri arasındaki ilişki doğru yönlüdür. Yani başlangıç kişi başı gelir değeri yükseldikçe t anındaki kişi başı gelir değeri artacak, başlangıç kişi başı gelir değeri azaldıkça t anındaki kişi başı

gelir değeri azalacaktır. Böylesi bir durumda β yakınsaması geçerli değildir. Kişi başı gelir seviyeleri de zamanla ortalama kişi başı gelir seviyesinden daha da uzaklaştığı için σ yakınsaması da geçerli olmayacaktır.

Yakınsama, mutlak yakınsama ve koşullu yakınsama olarak iki farklı şekilde gerçekleşebilmektedir:

3.2.3. Mutlak Yakınsama

Yakınsama varsayımının dayandığı Neo-klasik ekonomik büyüme modelinde, durağan durum dengesi kişi başı sermaye düzeyi (3.16) nolu eşitlikte belirtilmiştir²³. Homojen grupları kapsayan bir çözümlemede (bir ülkenin içindeki bölgeler gibi), homojen bölgelere ait s, δ, n ve g değerleri de özdeş olacağı için durağan durum denge değerleri k^* ve y^* tüm birimler için aynı olacaktır. Ancak s, δ, n ve g değerlerinin farklılaşacağı heterojen bir grup yatay kesit için durağan durum denge değerlerinin farklı olacağı aşikardır.

Ekonomiler arası tek farklılığın başlangıç kişi başı sermaye ve çıktı değerleri olduğu ve ekonomilerin başka hiçbir karakteristik özelliği dikkate alınmadığı durumda, nispeten fakir ekonomilerin nispeten zengin ekonomilere göre daha hızlı ekonomik büyüme eğilimi göstermesi durumu mutlak yakınsama olarak adlandırılmaktadır (Barro ve Sala-i-Martin, 1998:26).

Ekonomilerin karakteristik özelliklerini yansıtan ve durağan durum denge değerlerini birbirinden farklı kılabilen olan değişken/değişkenler x ile gösterilmek üzere β yakınsaması kavramı için ifade edilen eşitlik (3.24) genişletilirse (3.34) numaralı eşitlik elde edilir.

$$\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) = \alpha + \beta \ln y_{0,i} + \sum_{k=1}^K \theta_k x_{k,i} + \varepsilon_i \quad (3.34)$$

Eşitlik (3.34) daha açık haliyle eşitlik (3.34)'teki gibi yazılabilir.

$$\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) = \alpha + \beta \ln y_{0,i} + \theta_1 x_{1,i} + \theta_2 x_{2,i} + \dots + \theta_K x_{K,i} + \varepsilon_i \quad (3.35)$$

²³ $\dot{k}(t) = sf\{k(t)\} - k(t)(\delta + n + g)$ (3.16)

Burada α sabiti için $\alpha = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^*$, yakınsama katsayısı β için $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ eşitlikleri geçerlidir. Mutlak yakınsamanın varlığının sınanması için (3.36a) ve (3.36b) de belirtilen sıfır ve alternatif hipotezler kurulur.

$$H_0: \beta = 0, \text{Yakınsama yoktur.} \quad (3.36a)$$

$$H_1: \beta < 0 \cap \forall \theta_k = 0 (\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_K = 0), \quad \text{Mutlak Yakınsama vardır.} \quad (3.36b)$$

Bu durumda herhangi bir x değişkenine ait katsayının istatistiksel olarak anlamlı bulunamaması ve β katsayısının negatif ve istatistiksel olarak anlamlı bulunması durumunda tüm ekonomilerin tek bir durağan durum dengesine doğru yakınsadığı mutlak yakınsamanın geçerli olduğu söylenir.

Barro ve Sala-i-Martin (1998), 20 OECD ülkesinin 1960-1985 dönemine ait verileri ile yaptıkları analizde ortalama reel kişi başı GSYİH büyümesine ilişkin mutlak yakınsama hipotezinin geçerli olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Aynı çalışmada, daha homojen bir grup olan Amerika Birleşik Devletleri eyaletlerinin 1880-1990 yıllarına ait logaritmik kişi başı gelir verilerini kullanarak yaptıkları analizde de mutlak yakınsama tespit etmişlerdir. Ancak 118 ülkenin 1960-1985 dönemine ait reel kişi başı GSYİH verileri ile yaptıkları analizde mutlak yakınsamanın geçerli olmadığı sonucuna ulaşmışlardır. Dolayısıyla incelenen ekonomiler homojenlikten uzaklaştıkça, mutlak yakınsamanın geçerliliğini yitirdiği düşünülmektedir. Mutlak yakınsamanın geçerli olmadığı durumda koşullu yakınsamanın varlığı araştırılabilir.

3.2.4. Koşullu Yakınsama

Mutlak yakınsamada, ekonomiler arasındaki tek fark başlangıç anındaki sermaye seviyeleridir. Ancak başlangıç anı sermaye seviyesine ilaveten beşerî sermaye düzeyi, tasarruf oranı, nüfus yapısı ve teknoloji seviyesi gibi etkenler de ekonomiler arası farklılık gösterebilmektedir. Ekonomilerin başlangıç sermayesiyle birlikte karakteristik özelliklerini yansıtan birtakım değişkenler yönünden de farklılık göstermesi tüm ekonomilerin aynı durağan durum dengesine yakınsayacağına ilişkin varsayımın geçerliliğini yitirmesine neden olmaktadır.

Bütün ekonomilerin aynı parametrelere ve dolayısıyla aynı durağan durum dengesine sahip olacağına ilişkin varsayımın geçerli olmadığı durumda farklı durağan durum dengeleri oluşacaktır. Böylesi bir durumda mutlak yakınsama yerine koşullu bir yakınsamanın varlığından söz edilir. Koşullu yakınsama varsayımında ekonomiler, başlangıçta kendi durağan durum dengelerinden ne kadar uzaktalarsa o kadar hızlı büyümektedirler (Barro ve Sala-i-Martin, 1998:28). Eğer mutlak yakınsama varsayımında ifade edildiği gibi fakir ekonomilerin ekonomik seviyeleri zengin

ekonomilerin ekonomik seviyelerine yakınsayacaksa, fakir ekonomilerin teknoloji seviyesi, tasarruf oranı, nüfus, hükümet politikaları ve kurumsal yapıları gibi özelliklerinin de zengin ekonomilerin özelliklerine yakınsaması gerekmektedir (Karaalp, 2008:158).

Ekonomilerin karakteristik özelliklerini gösteren değişken/değişkenler x , durağan durum dengesine ait sabit $\alpha = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^*$, yakınsama katsayısı $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ olmak üzere, eşitlik (3.35) tekrar yazılarak (3.37)'de gösterilmiştir.

$$\ln \left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}} \right) = \alpha + \beta \ln y_{0,i} + \theta_1 x_{1,i} + \theta_2 x_{2,i} + \dots + \theta_K x_{K,i} + \varepsilon_i \quad (3.37)$$

Koşullu yakınsamaya ilişkin hipotezler (3.38a) ve (3.38b) numaralı sıfır ve alternatif hipotezler şeklinde kurulur.

$$H_0: \beta = 0, \text{Yakınsama yoktur.} \quad (3.38a)$$

$$H_1: \beta < 0 \cap \theta_k \neq 0, \quad \text{Koşullu yakınsama vardır.} \quad (3.38b)$$

Mutlak yakınsamada tüm ekonomiler tek bir durağan durum dengesine doğru yakınsamaktayken koşullu yakınsamada tüm ekonomiler kendi durağan durum dengelerine doğru yakınsarlar. Ekonomilerin benzer yapısal özellikte olanlarının benzer bir durağan durum dengesine yakınsaması durumunda kulüp yakınsamasından bahsedilir.

3.2.5. Kulüp Yakınsaması

Kulüp yakınsaması kavramı ilk olarak Baumol'un σ ve β yakınsamalarının da öncüsü olan çalışmasında kullanılmıştır (Baumol, 1986:1079). Kulüp yakınsamasında, mutlak yakınsamada olduğu gibi tek bir durağan durum dengesi yoktur. Koşullu yakınsamada olduğu gibi her ekonomi için farklı bir durağan durum dengesi de bulunmamaktadır. Kulüp yakınsamasında benzer yapısal özellikler (beşerî sermaye, tasarruf, nüfus ve teknoloji seviyesi vb.) gösteren ekonomiler benzer bir durağan durum dengesine doğru yakınsamaktadır. Kendisine yakınsanılan her bir durağan durum dengesine bir yakınsama kulübü denilir. Yakınsama kulüplerinin birbirine yakınsamadıkları varsayılır. Buna karşılık kulüp içindeki ülkelerin her biri kendi kulübünün durağan durum dengesine doğru yakınsamaktadır.

Kulüp yakınsamasının formüle edilişi ve çözüm teknikleri Durlauf ve Jonhson (1995), Galor (1996) ve Phillips ve Sul (2007) tarafından ortaya konulmuştur. Durlauf ve Jonhson (1995), ekonomilerin büyüme modellerinin tek bir rejimle hareket edip etmediğini araştırmışlardır.

Regresyon ağacı yaklaşımı ile, ülkelerin ana sınıflandırmaları yapılmış, ardından ağaç kollarından hareketle alt kümeler belirlenmiştir. Phillips ve Sul (2007), bireysel heterojenliğe izin veren ve ekonomilerin geçiş sürecindeki davranış biçimlerini de modelleyen bir panel veri modeli ile mutlak/koşullu yakınsama, ıraksama, kulüp yakınsaması gibi kavramlar arasında daha kolay ayırım yapmaya yarayan bir yakınsama testi önermişlerdir (Aktaran: Ursavaş, 2020). Galor (1996:1062), ise kulüp yakınsaması için geleneksel Neo-klasik büyüme modelinden hareketle formüller türetmiştir.

3.3. Uzamsal Veriler İçin Yakınsama Varsayımı

Yakınsama varsayımında karakteristik özellikleri aynı olan ekonomiler aynı durağan durum dengesine doğru, farklı karakteristik özellikler gösterenler kendi durağan durum dengesine doğru ve benzer karakteristik özellikler gösterenler de yakınsama kulüplerine ait durağan durum dengesine doğru yakınsamaktadırlar. Uzamsal yakınsama varsayımında ekonomiler durağan durum dengelerine doğru yakınsarlarken aynı zamanda komşu ekonomilerin de etkisi altındadırlar.

Yakınsama varsayımına ilişkin ampirik çalışmalarda, ekonomiler homojenleştikçe yakınsama varsayımının geçerliliğinin arttığı görülmektedir. Ekonomilerin homojenleşmesi genelde onların aynı coğrafi bölgede bulunmasından kaynaklanmaktadır. Birbiriyle komşuluk ilişkileri bulunan ekonomilere ilişkin yakınsama varsayımının sınanması uzamsal ekonometrik yöntemlerin devreye sokulmasıyla uygulanmalıdır. Çünkü uzamsal bağımlılık durumunda bu bağımlılığın dikkate alınmadığı standart ekonomik büyüme denklemi ciddi manada yanlış tasarlanmış olur (Arbia vd. 2010:14).

Geleneksel β yakınsaması uzamsal modellere uygulandığında sıralanan uzamsal yakınsama modelleri elde edilir.

1. Uzamsal Yatay – Kesit Çözümlemesi
 - a. Uzamsal Gecikme Modeli - β yakınsaması
 - b. Uzamsal Durbin Model - β yakınsaması
 - c. Uzamsal Hata Modeli - β yakınsaması
 - d. Genel Uzamsal Model - β yakınsaması
2. Uzamsal Panel Veri Çözümlemesi
 - a. Havuzlanmış Uzamsal Modeller
 - i. Havuzlanmış Uzamsal Gecikme Modeli - β yakınsaması
 - ii. Havuzlanmış Uzamsal Hata Modeli - β yakınsaması
 - b. Sabit Etkili Uzamsal Modeller
 - i. Sabit Etkili Uzamsal Gecikme Modeli - β yakınsaması

- ii. Sabit Etkili Uzamsal Durbin Model - β yakınsaması
- iii. Sabit Etkili Uzamsal Hata Modeli - β yakınsaması
- c. Tesadüfi Etkili Uzamsal Modeller
 - i. Tesadüfi Etkili Uzamsal Gecikme Modeli - β yakınsaması
 - ii. Tesadüfi Etkili Uzamsal Durbin Model - β yakınsaması
 - iii. Tesadüfi Etkili Uzamsal Hata Modeli - β yakınsaması
 - iv. Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş Uzamsal Hata Modeli - β yakınsaması
- d. Genel Uzamsal Model - β yakınsaması

3.3.1 Uzamsal Yatay – Kesit Çözümlemesi- β Yakınsaması

Rey ve Montouri (1999), Arbia vd. (2005), Magalhães vd. (2005), Fingleton ve López-Bazo (2006), Egger ve Pfaffermayr (2006), Buccellato (2007) ve Arbia vd. (2010)'nın çalışmalarından hareketle, uzamsal yakınsama varsayımına ilişkin denklem (3.39)'daki gibi yazılabilir.

$$\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) = \alpha + \beta \ln y_{0,i} + \varphi W \ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) + \delta X + \gamma W \ln y_{0,i} + \theta WX + (I - \tau W)^{-1} u_i \quad (3.39)$$

Burada $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$, başlangıç anına göre kişi başı gelir seviyesinin kaç kat arttığının doğal logaritmasını; $\ln y_{0,i}$, başlangıç anındaki kişi başı gelir seviyesinin doğal logaritmasını; $\alpha = (1 - e^{-\lambda t}) \ln y^*$, Neo-klasik büyüme modelindeki durağan durum sabitini; $\beta = -(1 - e^{-\lambda t})$ yakınsama katsayısını; φ , uzamsal otokorelasyon katsayısını; W , uzamsal ağırlık matrisini; γ ve θ sırasıyla UDM'ye ait katsayıyı ve katsayı matrisini; X , koşullu yakınsama için gerekli olan kontrol değişkenleri matrisini; τ , uzamsal hata katsayısını ve $\varepsilon_i = \tau W \varepsilon_i + u_i$ olmak üzere u_i sıfır ortalamalı hata terimlerini göstermektedir. Farklı $\beta, \varphi, \delta, \gamma, \theta$ ve τ durumları için oluşan model türleri Tablo 1'de ifade edilmiştir.

3.3.2 Uzamsal Panel Veri Çözümlemesi- β Yakınsaması

Ekonomiler arası teknoloji farklılıklarının veya bu farklılıkların gözlenemeyen/ölçülemeyen kısımlarının panel veri çözümlemesindeki bireysel etkiler ile modellenmesi, dışlanmış değişkenlere ilişkin yanlılığı düzeltmektedir. Bu yüzden, yakınsama varsayımı sınanırken klasik yatay-kesit çözümleme yerine panel veri çözümlemesi kullanmak dışlanmış verilerden veya heterojenlikten kaynaklanan yanlılığın düzeltilmesine olanak sağlamaktadır (Islam, 2003:325). Yakınsama varsayımının sınanmasında kullanılacak olan panel veri modeli (3.40)'daki gibi yazılabilir (Arbia vd., 2005:14).

$$\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) = \alpha_i + \beta \ln y_{t,i} + \varepsilon_{t,i} \quad (3.40)$$

Tablo 1. Uzamsal Yatay-Kesit Çözümlemesi - β Yakınsaması

β	φ	δ	γ	θ	τ	Sonuç
$\beta < 0$	$\varphi = 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi = 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	UGM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	UGM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	UDM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta \neq 0$	$\tau = 0$	UDM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi = 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	UHM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi = 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	UHM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	GUM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	GUM-Koşullu β Yakınsaması

Not: UGM: Uzamsal Gecikme Modeli, UDM: Uzamsal Durbin Model, UHM: Uzamsal Hata Modeli, GUM: Genel Uzamsal Model.

(3.40) numaralı eşitlikte i ($i = 1, 2, \dots, N$), yatay kesitler olan ekonomileri göstermekteyken t ($t = 1, 2, \dots, T$) ise zaman periyodunu ifade etmektedir. $\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right)$, i ekonomisinin kişi başı gelir büyümesini ve $\ln y_{t,i}$, i ekonomisinin her bir periyodun başındaki kişi başı gelir seviyesini göstermektedir. β yakınsama katsayısıdır. α_i terimi zamana göre sabittir ve regresyona değişken olarak katılmamış olan tüm birim etkilerini göstermektedir. α_i parametresinin iki farklı yorumu bulunmaktadır. α_i parametresi, her bir birim için ayrı bir değer alıyor ve bu değerler tesadüfi olarak dağılmıyor ise bu durumda sabit etkili panel veri çözümlemesi; her bir birim için ayrı bir değer alıyor ve bu değerler tesadüfi olarak dağılıyor ise tesadüfi etkili panel veri çözümlemesi devreye girecektir.

Panel veri için kullanılan yakınsama denklemi olan (3.40) uzamsal paneller için genişletilirse (3.41a) ve (3.41b) eşitlikleri elde edilir.

$$\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) = \alpha_i + \beta \ln y_{t,i} + \varphi \sum_{j=1}^n w_{ij} \ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) + \delta X + \gamma W \ln y_{t,i} + \theta WX + \varepsilon_{t,i} \quad (3.41a)$$

$$\varepsilon_{t,i} = \tau \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_{t,i} + u_{ti} \quad (3.41b)$$

(3.41) numaralı eşitliklerde $\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right)$, i ekonomisinin kişi başı gelir büyümesini; $\ln y_{t,i}$, i ekonomisinin her bir periyodun başındaki kişi başı gelir seviyesini; β , yakınsama katsayısını; φ , uzamsal otokorelasyon katsayısını; w_{ij} , uzamsal ağırlık matrisi W 'nin bir elemanını; X , koşullu yakınsama için gerekli olan kontrol değişkenleri matrisini; τ , uzamsal hata katsayısını ve u_{ti} normal dağılımlı, açıklayıcı değişkenlerden bağımsız, sıfır ortalamalı ve belli bir varyanslı hata terimlerini göstermektedir. Buna göre, farklı $\alpha_i, \beta, \varphi, \delta$ ve τ durumları için oluşan model türleri Tablo 2'de ifade edilmiştir.

Uzamsal yakınsama hipotezinde önerilen uzamsal ağırlık matrisi kullanılması durumunda, önerilen uzamsal modeller için yakınsama varsayımı devreye girecektir.

3.4. Önerilen Uzamsal Ağırlık Matrisleri İçin Yakınsama Varsayımı

(3.39) ve (3.41) eşitliklerinde kullanılan W ağırlık matrisi, komşuluk ilişkilerine dayalı olarak oluşturulmuş bir ağırlık matrisidir. Bu ağırlık matrisi belli tanımlara göre (kale, fil, vezir vb.) birimlerinin bazılarının komşu sayılıp bazılarının sayılmadığı ikili (0-1) bir ağırlık matrisi olabileceği gibi komşu birimler arası mesafenin tersine veya sınır uzunluğuna dayalı olarak da oluşturulabilmektedir. Komşuluk matrisi ne şekilde oluşturulursa oluşturulsun, komşu sayılan birimlerin (mesafe matrislerinde aynı mesafedeki komşuların) ilgili birim üzerindeki etkisi aynı sayılmaktadır. Bu tez çalışmasında 3 farklı ağırlık matrisi önerilerek, her komşu birimin etkisinin aynı olmadığı durumlar için daha iyi sonuçlar alınması hedeflenmiştir. Dolayısıyla önerilen ağırlık matrisleri ile her komşunun etkisinin aynı olduğu “simetrik” uzamsal yaklaşıma karşı bu çalışmada “asimetrik” uzamsal yaklaşım önerilmiştir. Önerilen ağırlık matrislerinin yakınsama varsayımına dair denklemlerde kullanılması ile önerilen uzamsal ağırlık matrisleri için yakınsama varsayımları gösterilebilir.

Tablo 2. Uzamsal Panel Veri Çözümlemesi - β Yakınsaması

β	α_i	φ	δ	γ	θ	τ	Sonuç
$\beta < 0$	$\alpha_i = \alpha$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Havuzlanmış UGM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i = \alpha$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Havuzlanmış UGM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i = \alpha$	$\varphi = 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Havuzlanmış UHM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i = \alpha$	$\varphi = 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Havuzlanmış UHM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Sabit Etkili UGM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Sabit Etkili UGM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Sabit Etkili UDM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta \neq 0$	$\tau = 0$	Sabit Etkili UDM- Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi = 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Sabit Etkili UHM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	α_i sabit etkili	$\varphi = 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Sabit Etkili UHM- Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Tesadüfi Etkili UGM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Tesadüfi Etkili UGM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi \neq 0$	$\delta = 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta = 0$	$\tau = 0$	Tesadüfi Etkili UDM-Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi \neq 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma \neq 0$	$\theta \neq 0$	$\tau = 0$	Tesadüfi Etkili UDM-Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi = 0$	$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Tesadüfi Etkili UHM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i \sim N(0; \sigma_\alpha^2)$	$\varphi = 0$	$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Tesadüfi Etkili UHM- Koşullu β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i = \tau_1 \sum_{j=1}^n w_{ij} \alpha_i + \mu_i$ $\varepsilon_{t,i} = \tau_2 \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_{t,i} + u_{ti}$		$\delta = 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş UHM- Mutlak β Yakınsaması
$\beta < 0$	$\alpha_i = \tau_1 \sum_{j=1}^n w_{ij} \alpha_i + \mu_i$ $\varepsilon_{t,i} = \tau_2 \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_{t,i} + u_{ti}$		$\delta \neq 0$	$\gamma = 0$	$\theta = 0$	$\tau \neq 0$	Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş UHM- Koşullu β Yakınsaması

Not: UGM: Uzamsal Gecikme Modeli, UDM: Uzamsal Durbin Model, UHM: Uzamsal Hata Modeli, GUM: Genel Uzamsal Model.

(3.39) ve (3.41) eşitliklerindeki ağırlık matrisi W , uygun matris ile değiştirilerek önerilen uzamsal modeller için yakınsama varsayımı modelleri elde edilir. Bu durumda mutlak yakınsama/koşullu yakınsama, UGM, UHM, UDM, GUM ve havuzlanmış panel, sabit/tesadüfi etkiler modelleri için Tablo 1. ve Tablo 2.'deki sınıflandırmalar geçerliliğini yitirmeyecektir. Bu çalışmada önerilen, W ağırlık matrisinin çeşitli durumları için farklılaşan asimetrik uzamsal modeller için yakınsama varsayımı modelleri aşağıda sıralanmıştır.

1. Eşik Uzamsal Modeller İçin Yakınsama Varsayımı
2. İki Eşikli Uzamsal Modeller İçin Yakınsama Varsayımı
3. KYA Uzamsal Modeller İçin Yakınsama Varsayımı

Önerilen modellerdeki uzamsal terim incelenirken, yatay-kesit veriler ile yapılan çözümlemede bağımlı değişken $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ için her biri 1. birimden N . birime kadar sıralanan ve $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ gözlemlerinden oluşan N satırlı bir matrise ihtiyaç vardır. Bu matrisi elde etmek için N boyutlu ve 1'lerden oluşan ι_N vektörü ile bağımlı değişken matrisi $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ 'nin devriği (3.42a)'daki gibi çarpılarak (3.42b) elde edilir.

$$Y^* = \iota_N \cdot \ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,2}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,3}}{y_{0,3}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,N}}\right) \end{bmatrix} \quad (3.42a)$$

$$= \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,2}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,N}}\right) \\ \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,2}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,N}}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,2}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,N}}\right) \end{bmatrix} \quad (3.42b)$$

Panel veriler ile yapılan çözümlemede (3.42a) eşitliğinde bağımlı değişken $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ yerine $\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right)$ yazılır. Bu durumda Y^* matrisinin boyutu $(N \times N)$ değil $(NT \times NT)$ olacaktır.

Panel veri çözümlemesinde farklı bir durum daha ortaya çıkmaktadır. Yatay-kesitlerin komşuluk ilişkileri zaman içerisinde değişmediği için komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan W ağırlık matrisi elemanlarının da zaman içerisinde değişmediği kabul edilmektedir. Bu yüzden yatay-kesit çözümlemesinden panel veri çözümlemesine geçildiğinde, yatay-kesit çözümlemesi için $(N \times N)$ boyutunda oluşturulan W ağırlık matrisini zaman boyutu da kazanan bağımlı değişkenin

$(NT \times NT)$ boyutuyla uyumlu hale getirmek adına $(T \times T)$ boyutundaki birim matris ile W ağırlık matrisi Kronecker çarpımı aracılığıyla çarpılır. Sonuç olarak $(I_T \otimes W_N)$ uzamsal ağırlık terimi elde edilir (Anselin vd., 2008:629).

Bu durumda $(NT \times NT)$ boyutundaki $(I_T \otimes W_N)$ uzamsal ağırlık terimi ile $(NT \times NT)$ boyutundaki asimetrik terim çarpılacaktır. Uygulamada genelde $(N \times N)$ boyutundaki W ağırlık matrisi oluşturulduktan sonra paket programlar $(NT \times NT)$ boyutundaki $(I_T \otimes W_N)$ matrisini kendileri hesaplayarak panel veri çözümlemelerini yapmaktadırlar. Dolayısıyla uygulama kolaylığı açısından, öncelikle $(N \times N)$ boyutundaki W ağırlık matrisi ile $(N \times N)$ boyutundaki asimetrik terimin çarpılması ve ardından oluşan terimin $(T \times T)$ boyutundaki birim matris ile çarpılması daha uygun olacaktır. Bu durumda asimetrik terim $(N \times N)$ boyutunda kalmalıdır. Bunu sağlayabilmek için panel veriler ile yapılan çözümlemede (3.42a) eşitliğinde $\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) = \left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_i$ şeklinde yazılırsa, bağımlı değişken $\left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_i$ 'nin zaman boyutundaki ortalaması $\left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_i$ kullanılabilir. Böylelikle asimetrik terim $(N \times N)$ boyutunda kalacaktır. Yeni haliyle eşitlik (3.42a), panel veri için (3.43a) eşitliğindeki gibi yazılarak (3.43b) eşitliğine ulaşılır.

$$Y^* = \iota_N \cdot \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_i^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_1 & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_2 & \dots & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_N \end{bmatrix} \quad (3.43a)$$

$$= \begin{bmatrix} \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_1 & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_2 & \dots & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_N \\ \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_1 & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_2 & \dots & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_1 & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_2 & \dots & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_N \end{bmatrix} \quad (3.43b)$$

3.4.1. Eşik Uzamsal Model İçin Yakınsama Varsayımı

Eşik uzamsal model için yakınsama varsayımında, komşu ekonomilerin $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ değerlerinden belli bir eşik değerinin üzerinde yer alanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır. Burada eşik değeri subjektif olarak belirlenebileceği gibi $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ değerlerinin ortalaması olarak da alınabilir. Böylelikle durağan durum dengesine doğru yakınsama olgusu gerçekleşirken, mevcut durumdaki ekonomilerin ortalaması baz alınarak bu ortalamanın

altında kalan komşu ekonomiler ile bu ortalama değerin üstüne çıkan komşu ekonomilerin komşuluk etkisi ayrı ayrı görülebilecek ve modellenebilecektir.

Eşik uzamsal model için yakınsama varsayımı çözümü 3 adımdan oluşmaktadır:

1.Adım: W^E ağırlık matrisi oluşturulur. W^E 'nin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir. Bu durum (3.44)'de gösterilmiştir.

$$W_{ij}^E = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^* > E \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (3.44)$$

2. Adım: W^E matrisi, mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi W ile (3.45)'te gösterildiği gibi Hadamard çarpımı ile çarpılır.

$$W \odot W^E \quad (3.45)$$

3. Adım: 2. adımdaki Hadamard çarpımı sonrası oluşan matris, (3.39) ve (3.41) eşitliklerinde W matrisi yerine konularak uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılır.

3.4.2. İki Eşikli Uzamsal Model İçin Yakınsama Varsayımı

İki eşikli uzamsal model için yakınsama varsayımına göre öncelikle ekonomiler iki gruba ayrılmaktadır. Ardından her bir grup için farklı bir eşik değeri belirlenir. Bu modelde komşu gözlemler içerisinde kendi grubu için belirlenen eşik değerinin üzerinde değer alanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile hareket edeceği varsayılmaktadır. Ekonomiler iki farklı gruba bir çok farklı şekilde ayrılabilir; örneğin doğu-batı, kuzey-güney, gelişmiş-gelişmekte olan, Avrupa kıtasında olan - Asya kıtasında olan ekonomiler gibi.

İki eşikli uzamsal model için yakınsama varsayımı çözümü 7 adımdan oluşmaktadır:

1.Adım: Belli bir kriter baz alınarak ekonomiler iki gruba ayrılır. Y_{ij}^* 'nin 1. gruptan olup olmadığını gösteren K_1 matrisi ile 2. gruptan olup olmadığını gösteren K_2 matrisleri (3.46)'daki gibi oluşturulur.

$$K_1 = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^*, 1. \text{ grupta ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad K_2 = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^*, 2. \text{ grupta ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (3.46)$$

2. Adım: Bu iki farklı ekonomi grubunun her birine E_1 ve E_2 olmak üzere farklı bir eşik değeri belirlenir.

3. Adım: $W^{(1)}$ ağırlık matrisi oluşturulur. $W^{(1)}$ 'nin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E_1 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir. $W^{(1)}$ ağırlık matrisinin her bir elemanı (3.47)'deki gibi elde edilir.

$$W_{ij}^{(1)} = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^* > E_1 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (3.47)$$

4. Adım: $W^{(2)}$ ağırlık matrisi oluşturulur. $W^{(2)}$ 'nin her bir elemanına, Y^* matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen her bir elemanı için belirtilen eşik değeri E_2 'den büyükse 1, değilse 0 değeri verilir. $W^{(2)}$ ağırlık matrisinin her bir elemanı (3.48)'deki gibi elde edilir.

$$W_{ij}^{(2)} = \begin{cases} 1 & Y_{ij}^* > E_2 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (3.48)$$

5. Adım: $W^{(1)}$ matrisi, Y_{ij}^* 'nin 1. gruptan olup olmadığını gösteren K_1 matrisi ve mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi W ile Hadamard çarpımı aracılığıyla (3.49)'daki gibi çarpılır.

$$W \odot K_1 \odot W^{(1)} \quad (3.49)$$

6. Adım: 5. adımda uygulanan işlem $W^{(2)}$ ve K_2 matrisleri için (3.50)'deki gibi tekrar edilir.

$$W \odot K_2 \odot W^{(2)} \quad (3.50)$$

7. Adım: 5 ve 6. adımlarda oluşturulan matrisler (3.51)'deki gibi toplanır. Bu toplam sonrası oluşan nihai matris, (3.39) ve (3.41) eşitliklerinde W matrisi yerine konularak uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılır.

$$W \odot K_1 \odot W^{(1)} + W \odot K_2 \odot W^{(2)} \quad (3.51)$$

3.4.3. Komşu Yönünden Asimetrik (KYA) Uzamsal Model İçin Yakınsama Varsayımı

KYA uzamsal model için yakınsama varsayımında, komşu ekonomiler içerisinde ilgililenen birimden yüksek gözlem değerine sahip olanların farklı bir uzamsal otokorelasyon katsayısı ile

hareket edeceği varsayılmaktadır. Bu varsayımın temel motivasyonu, bir ekonomiyi etkileyen komşu ekonomiler içerisinde Neo-klasik büyüme modeli durağan durum dengesine kendisinden daha yakında olan komşu ekonominin etkisi ile kendisinden daha uzakta olan komşu ekonominin etkisinin aynı olmayacağı düşüncesidir.

KYA uzamsal model için yakınsama varsayımının çözümü, 4 adımdan oluşmaktadır.

1.Adım: Bu model incelenirken, bağımlı değişken $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ için her bir sütunu 1. birimden N. birime kadar sıralanan $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ gözlemlerinden oluşan N sütunlu bir matrise ihtiyaç vardır. Bu matrisi elde etmek için N boyutlu ve 1'lerden oluşan ι_N vektörünün devriği (ι_N^T) ile bağımlı değişken matrisi $\ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right)$ Kronecker çarpanı aracılığıyla çarpılır. Bu çarpımdan elde edilen Y^K matrisi (3.52)'deki gibi yazılır.

$$Y^K = \iota_N^T \otimes \ln\left(\frac{y_{T,i}}{y_{0,i}}\right) = \begin{bmatrix} \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,1}}{y_{0,1}}\right) \\ \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,1}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,2}}{y_{0,1}}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,1}}\right) & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,1}}\right) & \dots & \ln\left(\frac{y_{T,N}}{y_{0,1}}\right) \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

Panel veri çözümlemesi durumunda bağımlı değişken $\left[\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)\right]_i$ 'nin zaman boyutundaki ortalaması $\left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_i$ kullanılabilir. Bu durumda Y^K matrisi (3.53)'teki gibi yazılır.

$$Y^K = \iota_N^T \otimes \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_i = \begin{bmatrix} \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_1 & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_1 & \dots & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_1 \\ \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_2 & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_2 & \dots & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_N & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_N & \dots & \left[\overline{\ln\left(\frac{y_{t+k}}{y_t}\right)}\right]_N \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

2.Adım: W^K ağırlık matrisinin her bir elemanına, Y^* matrisinde yer alan her bir i. satır ve j. sütun elemanı, Y^K matrisinin aynı satır ve sütundaki değere karşılık gelen elemandan büyükse 1, değilse 0 değeri verilerek (3.54)'te gösterildiği gibi W^K matrisi oluşturulur.

$$W_{ij}^K = \begin{cases} 1 & (Y_{ij}^* - Y_{ij}^K) > 0 \text{ ise} \\ 0 & \text{değilse} \end{cases} \quad (3.54)$$

3.Adım: W^K matrisi, mekanlar arası komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan ağırlık matrisi W ile Hadamard çarpımı ile çarpılır.

$$W \odot W^K \tag{3.55}$$

4. Adım: 3. adımdaki Hadamard çarpımı sonrası oluşan matris, (3.39) ve (3.41) eşitliklerinde W matrisi yerine konularak uzamsal ekonometrik çözümlemelerde kullanılır.



DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

4. AVRUPA ÜLKELERİ İÇİN YAKINSAMA HİPOTEZİNİN ÖNERİLEN UZAMSAL AĞIRLIK MATRİSLERİYLE ÇÖZÜMLENMESİ

Bu tez çalışmasında geleneksel uzamsal ağırlık matrisine göre daha iyi sonuç vereceği düşünülen uzamsal ağırlık matrisleriyle (eşik, iki eşikli, komşu ağırlık matrisleri) gelir yakınsaması hipotezi Avrupa ülkeleri için incelenmiştir. Bu bağlamda mutlak ve koşullu yakınsama hipotezleri sırasıyla; tesadüfi etkili uzamsal gecikme modeli, sabit etkili uzamsal gecikme modeli, tesadüfi etkili uzamsal Durbin model, sabit etkili uzamsal Durbin model, tesadüfi etkili uzamsal hata modeli, sabit etkili uzamsal hata modeli, genelleştirilmiş tesadüfi etkili uzamsal hata modeli ve genel uzamsal model ile çözümlenmiştir.

4.1. başlığında çalışmada kullanılan otuz altı ülkeye ait veri seti tanıtılmıştır. 4.2. başlığında çözümlemelere ait bulgulara yer verilmiştir. 4.2. başlığının alt başlıklarında ise mutlak ve koşullu yakınsama hipotezine ait çözümlmeler ayrı ayrı incelenmiş ve son olarak modeller karşılaştırılmıştır. Tüm uzamsal modeller, 4 ayrı matris ile çözümlenmiştir. Uzamsal ekonometrik modellerde En Çok Olabilirlik yöntemi tercih edilmiştir. Çözümlmelerde STATA 14.0 paket programı kullanılmıştır.

4.1. Veri Seti

Çalışmada 36 Avrupa ülkesine ait 2000-2021 dönemi yıllık verileri kullanılmıştır.²⁴ Çalışmaya dahil edilen Avrupa kıtasında yer alan ülkeler, uzamsal ağırlık matrislerinde kullanılan sıra numaralarına²⁵ göre Tablo 3'te verilmiştir. İki eşikli uzamsal ağırlık matrislerinde Doğu Avrupa ülkelerinin ortalama değeri farklı bir eşik değeri, diğer Avrupa ülkelerinin ortalama değeri farklı bir eşik değeri olarak alındığı için Tablo 3'te Doğu Avrupa ülkeleri (D) ile belirtilmiştir.

Çözümlmelerde mutlak ve koşullu yakınsama hipotezlerine uygun olarak kişi başına düşen GSYİH ve kamu harcamaları değişkenleri kullanılmıştır. Bu değişkenler ve kaynakları Tablo 4'te verilmiştir.

²⁴ $k = 5$ alınmıştır. Dolayısıyla kurulan tüm modellerde gözlem sayısı 612'dir.

²⁵ Sıra numaraları ülkelerin İngilizce isimlerinin alfabetik sırasına göre verilmiştir.

Tablo 3. Çalışmaya Dahil Edilen Ülkeler

1. Arnavutluk (D)	13. Almanya	25. Polonya (D)
2. Avusturya	14. Yunanistan (D)	26. Portekiz
3. Belarus (D)	15. Macaristan (D)	27. Romanya
4. Belçika	16. İrlanda	28. Rusya Federasyonu (D)
5. Bosna Hersek (D)	17. İtalya	29. Sırbistan (D)
6. Bulgaristan (D)	18. Letonya	30. Slovak Cumhuriyeti (D)
7. Hırvatistan (D)	19. Litvanya	31. Slovenya (D)
8. Çek Cumhuriyeti (D)	20. Lüksemburg	32. İspanya
9. Danimarka	21. Moldova (D)	33. İsveç
10. Estonya	22. Hollanda	34. İsviçre
11. Finlandiya	23. Kuzey Makedonya (D)	35. Ukrayna (D)
12. Fransa	24. Norveç	36. Birleşik Krallık

Tablo 4. Çalışmada Kullanılan Değişkenler ve Kaynakları

Değişken	Değişkenin Sembolü	Değişken Birimi	Değişkenin Kaynağı
Kişi Başı GSYİH	y	ABD doları	Dünya Bankası
Kamu (Hükümet) Harcamaları	x	ABD doları	Dünya Bankası

Üretilen mal ve hizmetlerin amortisman ve doğal kaynakların tükenmesine bağlı giderleri düşülmeden hesaplanan GSYİH, ekonomide bulunan tüm yerleşiklerin üretime kattığı brüt değerlerin, mal ve hizmet vergilerinin ve ürünlerin değerlerine katılmayan sübvansiyonların toplanmasıyla hesaplanmaktadır. Kişi başına düşen GSYİH ise, GSYİH'nin yıl ortasındaki nüfusa bölünmesiyle bulunur. Kişi başı GSYİH, sabit (2015) Amerikan doları cinsinden hesaplanmıştır.

Kamu (hükümet) nihai harcamaları, çalışan tazminatları dahil olmak üzere hükümetlerin bütün cari mal ve hizmet harcamalarını kapsamaktadır. Bu harcamalara milli savunma harcamalarının büyük kısmı dahilken sermaye oluşumuna destek veren hükümete ait askeri harcamalar dahil değildir. Hükümet harcamaları da kişi başı GSYİH gibi sabit (2015) fiyatlarıyla (ABD doları) hesaplanmıştır.

4.2. Bulgular

Rey ve Montouri (1999), Arbia vd. (2005), Magalhães vd. (2005) Fingleton ve López-Bazo (2006), Egger ve Pfaffermayr (2006), Buccellato (2007) ve Arbia vd. (2010)'nın çalışmalarından yola çıkarak, yakınsama varsayımının uzamsal ekonometrik modellerle incelenmesine ilişkin denklem (4.1a) ve (4.1b)'deki gibi yazılabilir.

$$\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) = \alpha_i + \beta \ln y_{t,i} + \varphi \sum_{j=1}^n w_{ij} \ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) + \delta x_{t,i} + \gamma W \ln y_{t,i} + \theta W x_{t,i} + \varepsilon_{t,i} \quad (4.1a)$$

$$\varepsilon_{t,i} = \tau \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_{t,i} + u_{ti} \quad (4.1b)$$

Bu bölümde eşitlik (4.1a) ve (4.1b) kullanılarak öncelikle mutlak yakınsama varsayımı, ardından koşullu yakınsama varsayımı sırasıyla; tesadüfi etkili UGM, sabit etkili UGM, tesadüfi etkili UDM, sabit etkili UDM, tesadüfi etkili UHM, sabit etkili UHM, genelleştirilmiş tesadüfi etkili UHM ve GUM ile çözümlenmiştir. Tüm bu sayılan modeller komşuluk ilişkilerine göre oluşturulan vezir komşuluğu (geleneksel ağırlık matrisi), eşik uzamsal modele ait ağırlık matrisi, iki eşikli uzamsal modele ait ağırlık matrisi ve komşu yönünden asimetrik uzamsal ağırlık matrislerine ithafen sırasıyla “vezir”, “eşik”, “iki eşikli” ve “KYA” diye nitelendirilen ağırlık matrisleriyle teker teker çözümlenmiş ve elde edilen bulgular karşılaştırılarak en iyi modele karar verilmiştir.

Mutlak ve koşullu yakınsama modelleri için eşitlik (4.1a) ve (4.1b)’nin çözümleme sonuçları 4.2.1. ve 4.2.2 başlıkları ve bu başlıklara ait alt başlıklarda sırasıyla açıklanmıştır.

4.2.1. Mutlak Yakınsama Varsayımını Sınayan Çözümlmeler

Mutlak yakınsama varsayımının geçerliliğini sınayan çözümlmeler, geleneksel ağırlık matrisi (vezir), eşik ağırlık matrisi, iki eşikli ağırlık matrisi ve KYA ağırlık matrisi ile yapılan çözümlmeler olarak sıralanmıştır. Bu çözümlmeler için (4.2a) ve (4.2b) denklemleri kullanılmıştır.

$$\ln \left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}} \right) = \alpha_i + \beta \ln y_{t,i} + \varphi \sum_{j=1}^n w_{ij} \ln \left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}} \right) + \gamma W \ln y_{t,i} + \varepsilon_{t,i} \quad (4.2a)$$

$$\varepsilon_{t,i} = \tau \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_{t,i} + u_{ti} \quad (4.2b)$$

Çözümlmelerde öncelikle uzamsal ekonometrik yaklaşımlarla çalışılıp çalışmayacağını belirlemek üzere Moran I ve Geary C istatistikleri, ardından uygun yöntemin uzamsal yöntemler olması durumunda uzamsal ekonometrik model tahminleri sunulmuştur.

4.2.1.1. Mutlak Yakınsama İçin Geleneksel Ağırlık Matrisi (Vezir) ile Yapılan Çözümlmeler

Tablo 5. Vezir Ağırlık Matrisi için Moran I ve Geary C İstatistikleri

Test	İstatistik	Olasılık
Moran I	0.5213	0.0000
Geary C	0.5527	0.0000

Uzamsal otokorelasyonu araştıran Moran I ve Geary C istatistiklerine göre geleneksel ağırlık matrisi (Vezir) ile yapılan çözümlemelerde uzamsal otokorelasyon mevcuttur (Tablo 5). Uzamsal otokorelasyonun olmadığına ilişkin yokluk hipotezi reddedilmiştir. Dolayısıyla bu çözümlemede uzamsal ekonometrik modeller kullanılmalıdır.

Tablo 6. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
Sabit Terim		0.4195316 ^a (0.0317326)
$\hat{\beta}$	0.0099998 ^a (0.0029222)	-0.0028303 ^a (0.0010243)
$\hat{\phi}$	0.6556712 ^a (0.0262957)	0.6129755 ^a (0.0275187)
AIC	-4141.028	-3999.07
SCH	-4127.777	-3976.987
Log-olabilirlik	2073.5138	2004.5352
LM		1723.7377 ^a
LM (Direncili)		2.18e+04 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10
Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 6’da mutlak yakınsama varsayımı için, vezir ağırlık matrisi ile çözümlenmiş UGM sonuçları verilmiştir. Tablo 6 sonuçlarına göre, mutlak yakınsama varsayımını sınavan vezir ağırlık matrisli UGM’ye ait LM ve direncili LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, Akaike Bilgi Kriteri (AIC) ve Schwarz Bilgi Kriteri (SCH) değerlerinin de tesadüfi etkili modele göre sabit etkili modelde daha düşük olduğu görülmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı sabit etkili modelde pozitif, tesadüfi etkili modelde negatif, her iki modelde de %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla vezir ağırlık matrisiyle çözülen UGM’de AIC ve SCH değerleri tesadüfi etkili modele göre daha düşük olan sabit etkili model baz alındığında Avrupa’da gelir ıraksaması olduğu söylenebilir.

Tablo 7’de vezir ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının UDM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 7. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
Sabit Terim		0.4482758 ^a (0.0376474)
$\hat{\beta}$	0.034994 ^a (0.0034596)	-0.022026 ^a (0.0043348)
$\hat{\gamma} (WX_1)$	-0.0453495 ^a (0.0041293)	-0.0315512 ^a (0.0051217)
$\hat{\phi}$	0.6723921 ^a (0.0244481)	0.6484218 ^a (0.0259919)
AIC	-4248.794	-4033.986
SCH	-4231.127	-4007.486
Log-olabilirlik	2128.3971	2022.9932

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10
Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 7'ye göre sabit etkili UDM'ye ait log-olabilirlik değeri tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerleri de tesadüfi etkili modele göre daha düşüktür. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı sabit etkili modelde pozitif, tesadüfi etkili modelde negatif, her iki modelde de %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla sabit etkili modele göre Avrupa'da gelir ıraksaması mevcutken tesadüfi etkili modele göre mutlak β yakınsaması olduğu söylenebilir. Açıklayıcı değişkenin (başlangıç anı kişi başı GSYİH) uzamsal ağırlık matrisi ile çarpılmış hali olan WX_1 değerine ilişkin katsayı da her iki modelde negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Log-olabilirlik değeri tesadüfi etkili modele göre daha yüksek olan sabit etkiler modeli baz alınır, vezir ağırlık matrisiyle çözülen UDM'ye göre Avrupa'da gelir ıraksaması olduğu söylenebilir.

Tablo 8'de vezir ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının UHM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 8. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model	Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş Hata Modeli
<i>Sabit Terim</i>		1.052247 ^a (0.0124305)	0.8833515 ^a (0.0696772)
$\hat{\beta}$	0.0348571 ^a (0.0036287)	-0.0041136 ^a (0.0012606)	0.0131642 ^c (0.0071589)
$\hat{\tau}$	0.7266694 ^a (0.0223852)	0.6189055 ^a (0.028243)	
$\hat{\tau}_1$			1.508679 ^a (0.0690996)
$\hat{\tau}_2$			0.6720453 ^a (0.0328232)
AIC	-4209.798	-3990.998	-3981.472
SCH	-4196.548	-3968.914	-3954.971
Log-olabilirlik	2107.8992	2000.4989	1996.7358
LM		307.5447 ^a	
LM (Direnci)		2.04e+04 ^a	

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10
Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 8 sonuçlarına göre, mutlak yakınsama varsayımını sınanan vezir ağırlık matrisli UHM'ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal hataya ilişkin otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellere göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de diğer modellere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren τ , τ_1 ve τ_2 katsayıları pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı sabit etkili ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellerde pozitif ve sırasıyla %1 ve %10 anlamlılık düzeylerinde istatistiksel olarak anlamlı bulunurken, tesadüfi etkili modelde negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla vezir ağırlık matrisiyle çözülen UHM'de tesadüfi etkili modele göre daha yüksek log-olabilirlik değerine sahip sabit etkili modele göre Avrupa'da gelir ıraksaması vardır.

Tablo 9'da vezir ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının GUM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 9. Mutlak Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir)

$\hat{\beta}$	0.0273979 ^a (0.003127)
$\hat{\phi}$	-0.5061132 ^a (0.0523239)
$\hat{\tau}$	0.8635086 ^a (0.0156091)
AIC	-4268.847
SCH	-4251.18
Log-olabilirlik	2138.4233
LM	1723.7377 ^a
LM (Dirençli)	2.18e+04 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 9 sonuçlarına göre, mutlak yakınsama varsayımını sınavan vezir ağırlık matrisli GUM'a ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Ayrıca GUM'a ait log-olabilirlik değerinin UGM, UDM ve UHM modellerine göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de UGM, UDM ve UHM modellerine göre daha düşük olduğu görülmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı τ , pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla vezir ağırlık matrisiyle çözülen GUM'a göre Avrupa'da gelir ıraksaması vardır.

Geleneksel ağırlık matrisi ile yapılan UGM, UDM, UHM ve GUM uzamsal ekonometrik çözümlemelerine göre, Avrupa ülkeleri arasında gelir ıraksaması olduğu söylenebilir.

4.2.1.2. Mutlak Yakınsama İçin Eşik Ağırlık Matrisi ile Yapılan Çözümlemeler

Tablo 10-14'te eşik ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 10. Eşik Model Moran I ve Geary C İstatistikleri

Test	İstatistik	Olasılık
Moran I	0.1993	0.0000
Geary C	0.2214	0.0000

Uzamsal otokorelasyonu araştıran Moran I ve Geary C istatistiklerine göre eşik ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemelerde uzamsal otokorelasyon mevcuttur (Tablo 10). Uzamsal otokorelasyonun olmadığına ilişkin yokluk hipotezi reddedilmiştir. Dolayısıyla bu çözümlemelerde uzamsal ekonometrik modeller kullanılmalıdır.

Tablo 11’de mutlak yakınsama varsayımı için, eşik ağırlık matrisi ile çözümlenmiş UGM sonuçları verilmiştir.

Tablo 11. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
<i>Sabit Terim</i>		1.080178 ^a (0.0094048)
$\hat{\beta}$	-0.0065629 ^c (0.0037482)	-0.0068384 ^a (0.0010026)
$\hat{\phi}$	0.4699977 ^a (0.0475873)	-0.0016643 (0.0023759)
AIC	-3878.449	-3702.114
SCH	-3865.199	-3680.03
Log-olabilirlik	1942.2247	1856.0570
LM		3.14e+04 ^a
LM (Dirençli)		1.33e+05 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 11 sonuçlarına göre, mutlak yakınsama varsayımını sınanan eşik ağırlık matrisli UGM’ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de tesadüfi etkili modele göre daha düşük olduğu görülmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , sabit etkili modelde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunurken, tesadüfi etkili modelde istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de negatif, sabit etkili modelde %10, tesadüfi etkili modelde %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla eşik ağırlık matrisiyle çözümlenen UGM’ye göre Avrupa’da mutlak β yakınsaması mevcuttur.

Tablo 12’de eşik ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının UDM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 12. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
Sabit Terim		1.065846 ^a (0.0127606)
$\hat{\beta}$	-0.0091722 ^a (0.003815)	-0.0052806 ^a (0.001369)
$\hat{\gamma} (WX_1)$	0.0307059 ^a (0.0089605)	-0.0062578 ^c (0.0034978)
$\hat{\phi}$	0.3969924 ^a (0.0540526)	0.0619526 ^c (0.0356919)
AIC	-3888.284	-3703.777
SCH	-3870.617	-3677.277
Log-olabilirlik	1948.1422	1857.8884

a: $p < 0.01$, b: $p < 0.05$, c: $p < 0.10$
Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 12'ye göre sabit etkili UDM'ye ait log-olabilirlik değeri tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerleri de tesadüfi etkili modele göre daha düşüktür. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , her iki modelde de pozitif, sabit etkili modelde %1, tesadüfi etkili modelde %10 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Dolayısıyla eşik ağırlık matrisiyle çözülen UDM'ye göre ülkeler arasında mutlak β yakınsaması vardır. Açıklayıcı değişkenin (başlangıç anı kişi başı GSYİH) uzamsal ağırlık matrisi ile çarpılmış hali olan WX_1 değerine ilişkin katsayı sabit etkili modelde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı, tesadüfi etkili modelde negatif ve %10 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bu katsayının anlamlılığı, komşu birimlerin açıklayıcı değişkenlerinin ilgili birim bağımlı değişkenlerinde etki yarattığını göstermektedir.

Tablo 13'te eşik ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının UHM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Bulunan sonuçlara göre, mutlak yakınsama varsayımını sınavan eşik ağırlık matrisli UHM'ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal hataya ilişkin otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellere göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de diğer modellere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren τ katsayıları, genelleştirilmiş tesadüfi etkili modeldeki τ_1 katsayısı hariç tüm modellerde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde

istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Tüm modellerde negatif bulunan β katsayısı sabit etkili modelde %5, tesadüfi etkili ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellerde %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla Avrupa ülkeleri arasında mutlak β yakınsamasının uzamsal hata modelleri çerçevesinde bulunduğu söylenebilir.

Tablo 13. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model	Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş Hata Modeli
<i>Sabit Terim</i>		1.082822 ^a (0.0097077)	1.084241 ^a (0.0103637)
$\hat{\beta}$	-0.0091009 ^b (0.0037921)	-0.0071907 ^a (0.0009964)	-0.0073106 ^a (0.0010514)
$\hat{\tau}$	0.4659825 ^a (0.0466757)	0.4658789 ^a (0.0479549)	
$\hat{\tau}_1$			0.1157657 (0.2519941)
$\hat{\tau}_2$			0.4654823 ^a (0.0479574)
AIC	-3881.132	-3778.938	-3777.141
SCH	-3867.882	-3756.854	-3750.64
Log-olabilirlik	1943.5662	1894.4688	1894.5703
LM		22.7917 ^a	
LM (Dirençli)		1.01e+05 ^a	

a: $p < 0.01$, b: $p < 0.05$, c: $p < 0.10$

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 14'te eşik ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının GUM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Tabloda verilen sonuçlara göre, mutlak yakınsama varsayımını sınavan eşik ağırlık matrisli GUM'a ait LM ve dirençli LM istatistikleri uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Buna göre komşu birim bağımlı değişkenleri ile ilgili birim bağımlı değişkeni arasında negatif yönlü bir ilişki vardır. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı τ , pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Buna göre komşu hata terimleri arasında pozitif bir ilişki mevcuttur. Bir komşu birimin hatası arttığında, ilgili birimin hatası da artar. β katsayısı negatif ve %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla GUM'a göre Avrupa'da mutlak gelir yakınsaması vardır.

Tablo 14. Mutlak Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik)

$\hat{\beta}$	-0.0075378 ^b (0.0038326)
$\hat{\phi}$	-0.2542048 ^a (0.0523239)
$\hat{\tau}$	0.2893513 ^a (0.0910473)
AIC	-3885.958
SCH	-3868.291
Log-olabilirlik	1946.9790
LM	1.33e+05 ^a
LM (Dirençli)	2.18e+04 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10
Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

4.2.1.3. Mutlak Yakınsama İçin İki Eşikli Ağırlık Matrisi ile Yapılan Çözümlemeler

Tablo 15-19'da iki eşikli ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının çözümü sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 15. İki Eşikli Model Moran I ve Geary C İstatistikleri

Test	İstatistik	Olasılık
Moran I	0.3571	0.0000
Geary C	0.4429	0.0000

Uzamsal otokorelasyonu araştıran Moran I ve Geary C istatistiklerine göre iki eşikli ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemelerde uzamsal otokorelasyon mevcuttur (Tablo 15). Uzamsal otokorelasyonun olmadığına ilişkin yokluk hipotezi reddedilmiştir. Dolayısıyla bu çözümlemelerde uzamsal ekonometrik modeller kullanılmalıdır.

Tablo 16'da mutlak yakınsama varsayımı için, iki eşikli ağırlık matrisi ile çözümlenmiş UGM sonuçları verilmiştir.

Tablo 16. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
Sabit Terim		0.4158095 ^a (0.0566114)
$\hat{\beta}$	0.0090411 ^a (0.0031534)	0.0070108 ^b (0.0033103)
$\hat{\phi}$	0.6230958 ^a (0.0289976)	0.553963 ^a (0.0343185)
AIC	-4084.368	-3739.942
SCH	-4071.117	-3717.858
Log-olabilirlik	2045.1838	1874.9709
LM		8608.0816 ^a
LM (Dirençli)		5.51e+04 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 16 sonuçlarına göre, mutlak yakınsama varsayımını sınavan iki eşikli ağırlık matrisli UGM'ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun olmadığını ileri süren sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de tesadüfi etkili modele göre daha düşük olduğu görülmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de pozitif ve sabit etkili modelde %1, tesadüfi etkili modelde %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla her iki modele göre de Avrupa'da gelir ıraksaması mevcuttur.

Tablo 17'de iki eşikli ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının UDM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Tabloya göre sabit etkili UDM'ye ait log-olabilirlik istatistiği tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerleri de tesadüfi etkili modele göre daha düşüktür. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı çıkmıştır. Açıklayıcı değişkenin (başlangıç anı kişi başı GSYİH) uzamsal ağırlık matrisi ile çarpılması sonucu elde edilen WX_1 değerine ilişkin katsayı da her iki modelde negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla iki eşikli ağırlık matrisiyle çözülen UDM'ye göre Avrupa'da gelir ıraksaması mevcuttur.

Tablo 17. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
Sabit Terim		0.7684394 ^a (0.0361385)
$\hat{\beta}$	0.0156374 ^a (0.0033843)	0.0194194 ^a (0.0031093)
$\hat{\gamma} (WX_1)$	-0.0278542 ^a (0.0060008)	-0.0483902 ^a (0.0033567)
$\hat{\phi}$	0.6434134 ^a (0.0284036)	0.5268968 ^a (0.0343367)
AIC	-4103.356	-3842.885
SCH	-4085.69	-3816.384
Log-olabilirlik	2055.6782	1927.4424

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10
Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 18’de iki eşikli ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının UHM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 18. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model	Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş Hata Modeli
Sabit Terim		1.064278 ^a (0.011487)	1.0639 ^a (0.0106932)
$\hat{\beta}$	0.0152383 ^a (0.003469)	-0.005278 ^a (0.0011557)	-0.0052893 ^a (0.00107)
$\hat{\tau}$	0.6466811 ^a (0.0289428)	0.5821295 ^a (0.0303807)	
$\hat{\tau}_1$			-0.1860157 (0.2857013)
$\hat{\tau}_2$			0.582533 ^a (0.0303445)
AIC	-4094.894	-3946.352	-3944.759
SCH	-4081.644	-3924.269	-3918.258
Log-olabilirlik	2050.4470	1978.1762	1978.3793
LM		107.9647 ^a	
LM (Dirençli)		4.66e+04 ^a	

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 18 sonuçlarına göre, mutlak yakınsama varsayımını sınavan iki eşikli ağırlık matrisli UHM'ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal hataya ilişkin otokorelasyonun varlığını %1 anlamlılık düzeyinde göstermektedir. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellere göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de diğer modellere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren τ katsayıları, genelleştirilmiş tesadüfi etkili modeldeki τ_1 katsayısı hariç tüm modellerde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Tüm modellerde %1 anlamlılık düzeylerinde istatistiksel olarak anlamlı bulunan β katsayısı sabit etkili modelde pozitif, diğer modellerde negatif olarak elde edilmiştir. Dolayısıyla iki eşikli ağırlık matrisiyle çözülen UHM'de log-olabilirlik değeri tesadüfi etkili modele göre daha yüksek olan sabit etkili model için Avrupa'da gelir ıraksaması vardır.

Tablo 19'da iki eşikli ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının GUM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 19. Mutlak Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)

$\hat{\beta}$	0.0130021 ^a (0.0032483)
$\hat{\phi}$	-0.3168444 ^a (0.0650912)
$\hat{\tau}$	0.7858488 ^a (0.0290447)
AIC	-4109.142
SCH	-4091.475
Log-olabilirlik	2058.5708
LM	5.52e+04 ^a
LM (Dirençli)	5.52e+04 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 19 sonuçlarına göre, mutlak yakınsama varsayımını sınavan iki eşikli ağırlık matrisli GUM'a ait LM ve dirençli LM istatistikleri uzamsal otokorelasyonun varlığını göstermektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı τ , pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla iki eşikli ağırlık matrisiyle çözümlenen GUM'a göre Avrupa ülkeleri arasında gelir ıraksaması vardır.

4.2.1.4. Mutlak Yakınsama İçin KYA Ağırlık Matrisi ile Yapılan Çözümlmeler

Tablo 20-24'te KYA ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 20. KYA Model Moran I ve Geary C İstatistikleri

Test	İstatistik	Olasılık
Moran I	0.5213	0.0000
Geary C	0.5527	0.0000

Uzamsal otokorelasyonu araştıran Moran I ve Geary C istatistiklerine göre KYA ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemelerde uzamsal otokorelasyon söz konusudur (Tablo 20). Uzamsal otokorelasyonun olmadığına ilişkin yokluk hipotezi reddedilmiştir. Dolayısıyla bu çözümlemede uzamsal ekonometrik modellerin kullanımı uygundur.

Tablo 21'de mutlak yakınsama varsayımı için KYA ağırlık matrisi ile çözümlenmiş UGM sonuçları verilmiştir.

Tablo 21. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
Sabit Terim		0.1791888 ^b (0.0773646)
$\hat{\beta}$	0.0169523 ^a (0.0031745)	0.0152998 ^a (0.0032911)
$\hat{\phi}$	0.9116396 ^a (0.0393359)	0.8403944 ^a (0.0427592)
AIC	-4184.334	-3772.563
SCH	-4171.084	-3750.479
Log-olabilirlik	2095.1669	1891.2815
LM		1.73e+05 ^a
LM (Dirençli)		5.43e+05 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 21 sonuçlarına göre, mutlak yakınsama varsayımını sınanan KYA ağırlık matrisli UGM'ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de tesadüfi etkili modele göre daha düşük olduğu görülmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren

katsayı φ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bu sonuç her iki modele göre de Avrupa ülkeleri arasında ıraksama olduğunu kanıtlamaktadır.

Tablo 22’de KYA ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının UDM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 22. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
<i>Sabit Terim</i>		0.8542232 ^a (0.031431)
$\hat{\beta}$	0.0482893 ^a (0.0482893)	0.013582 ^a (0.0029544)
$\hat{\gamma} (WX_1)$	-0.0734081 ^a (0.0062241)	-0.0359994 ^a (0.0034778)
$\hat{\varphi}$	1.013084 ^a (0.0365341)	0.3806311 ^a (0.0360089)
AIC	-4307.676	-3891.904
SCH	-4290.009	-3869.82
Log-olabilirlik	2157.8380	1950.9518

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10
Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 22’den gözleneceği üzere sabit etkili UDM’ye ait log-olabilirlik değeri tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, sabit etkili modelin AIC ve SCH değerleri de tesadüfi etkili modele göre daha düşüktür. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Açıklayıcı değişkenin (başlangıç anı kişi başı GSYİH) uzamsal ağırlık matrisi ile çarpımı sonucu elde edilen WX_1 değerine ilişkin katsayı da her iki modelde negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla her iki modele göre de Avrupa’da gelir ıraksaması vardır.

Tablo 23’te KYA ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının UHM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 23. Mutlak Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model	Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş Hata Modeli
<i>Sabit Terim</i>		1.047236 ^a (0.0135804)	0.9303843 ^a
$\hat{\beta}$	0.0512912 ^a (0.0041664)	-0.0036808 ^a (0.0013578)	0.0064803 (0.0050994)
$\hat{\tau}$	1.089369 ^a (0.0356934)	0.8277343 ^a (0.0419681)	
$\hat{\tau}_1$			1.367662 ^a (0.0959222)
$\hat{\tau}_2$			0.8712668 ^a (0.0466376)
AIC	-4286.035	-4014.714	-4046.466
SCH	-4272.785	-3992.63	-4019.965
Log-olabilirlik	2146.0174	2012.3568	2029.2329
LM		307.5447 ^a	
LM (Dirençli)		3.70e+05 ^a	

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10
Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 23 sonuçlarına göre, mutlak yakınsama varsayımını sınavan KYA ağırlık matrisli UHM'ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal hataya ilişkin otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellere göre daha yüksek, yine sabit etkili modelin AIC ve SCH değerlerinin de diğer modellere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren τ , τ_1 ve τ_2 katsayıları pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı sabit etkili modelde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı, tesadüfi etkili modelde negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunurken, genelleştirilmiş tesadüfi etkili modelde istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Dolayısıyla KYA ağırlık matrisiyle çözülen UHM sonuçları, log olabilirlik değeri tesadüfi etkili modele göre daha yüksek olan sabit etkili modele göre Avrupa'da gelir ıraksaması olduğunu göstermektedir.

Tablo 24'te KYA ağırlık matrisi için mutlak yakınsama varsayımının GUM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 24. Mutlak Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)

$\hat{\beta}$	0.0459422 ^a (0.0042484)
$\hat{\varphi}$	-0.2493165 ^a (0.0631474)
$\hat{\tau}$	1.128981 ^a (0.0310187)
AIC	-4298.987
SCH	-4281.32
Log-olabilirlik	2153.4933
LM	5.43e+05 ^a
LM (Dirençli)	5.43e+05 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 24 sonuçlarına göre, mutlak yakınsama varsayımını sınavan KYA ağırlık matrisli GUM'a ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun olmadığını ileri süren sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı çıkmıştır. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı τ , pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Dolayısıyla KYA ağırlık matrisiyle çözümlenen GUM'a göre Avrupa ülkeleri arasında gelir ıraksaması vardır.

Tablo 25-29'da vezir ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

4.2.2. Koşullu Yakınsama Varsayımını Sınavan Çözümlmeler

Koşullu yakınsama sınavası için gerekli olan x değişkeni ve Durbin modelde kullanılan Wx değişkenleri ($Wlny_{t,i}$ ve $Wx_{t,i}$) mutlak yakınsama çözümlemesinde kullanılan eşitlik (4.2a)'ya eklenerek eşitlik (4.3a) elde edilmiştir. Koşullu yakınsama sınavası için eşitlik (4.3a) ve (4.3b) kullanılmıştır.

$$\ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) = \alpha_i + \beta \ln y_{t,i} + \varphi \sum_{j=1}^n w_{ij} \ln\left(\frac{y_{t+k,i}}{y_{t,i}}\right) + \gamma Wlny_{t,i} + \delta x_{t,i} + \theta Wx_{t,i} + \varepsilon_{t,i} \quad (4.3a)$$

$$\varepsilon_{t,i} = \tau \sum_{j=1}^n w_{ij} \varepsilon_{t,i} + u_{ti} \quad (4.3b)$$

Koşullu yakınsama varsayımının geçerliliğini sınavan çözümlemeler, geleneksel ağırlık matrisi (vezir), eşik ağırlık matrisi, iki eşikli ağırlık matrisi ve KYA ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemeler olarak sıralanmıştır.

Çözümlemelerde öncelikle uzamsal ekonometrik yaklaşımlarla çalışılıp çalışmayacağını belirlemek üzere Moran I ve Geary C istatistikleri, ardından uygun yöntemin uzamsal yöntemler olması durumunda uzamsal ekonometrik model tahminleri sunulmuştur.

4.2.2.1. Koşullu Yakınsama İçin Geleneksel Ağırlık Matrisi (Vezir) ile Yapılan Çözümlemeler

Tablo 25. Koşullu Yakınsama İçin Vezir Modeli Moran I ve Geary C İstatistikleri

Test	İstatistik	Olasılık
Moran I	0.5343	0.0000
Geary C	0.5470	0.0000

Uzamsal otokorelasyonu araştıran Moran I ve Geary C istatistiklerine göre geleneksel ağırlık matrisi (Vezir) ile yapılan çözümlemelerde uzamsal otokorelasyon mevcuttur (Tablo 25). Uzamsal otokorelasyonun olmadığına ilişkin sıfır hipotezi reddedilmiştir. Dolayısıyla bu çözümlemede uzamsal ekonometrik modeller kullanılmalıdır.

Tablo 26’da koşullu yakınsama varsayımı için, vezir ağırlık matrisi ile çözümlenmiş UGM sonuçları verilmiştir. Koşullu yakınsama varsayımını sınavan vezir ağırlık matrisli UGM’ye ait LM ve dirençli LM istatistiklerine göre uzamsal otokorelasyonun vardır. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de tesadüfi etkili modele göre daha düşük olduğu görülmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. β katsayısı sabit etkili modelde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıyken tesadüfi etkili modelde negatif ve %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Ayrıca, koşullu yakınsamanın varlığının test edilmesi için modele katılan hükümet harcamaları değişkenine ilişkin katsayı sabit etkili modelde %10 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunurken tesadüfi etkili modelde %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı olduğu belirlenmiştir. Bu katsayının negatif olması, kamu harcamaları ile durağan durum dengesine yaklaştıran büyüme oranı arasında negatif bir ilişki olduğunu göstermektedir. Sonuç olarak vezir ağırlık matrisiyle çözümlenen UGM’ye göre log-olabilirlik değeri tesadüfi etkili modele göre daha yüksek olan sabit etkili model için Avrupa’da gelir ıraksaması olduğu söylenebilir.

Tablo 26. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
Sabit Terim		0.4131687 ^a
$\hat{\beta}$	0.0112122 ^a (0.0029793)	-0.0021379 ^b (0.0010827)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-3.88e-14 ^c (2.08e-14)	-1.23e-14 ^b (6.16e-15)
$\hat{\phi}$	0.658833 ^a (0.0262021)	0.613839 ^a (0.0275007)
AIC	-4144.507	-4003.091
SCH	-4131.257	-3981.007
Log-olabilirlik	2075.2535	2006.5453
LM		346.3855 ^a
LM (Dirençli)		27.0733 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10
Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 27'de vezir ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının UDM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

Tablo 27. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
Sabit Terim		0.481392 ^a (0.0410773)
$\hat{\beta}$	0.0342733 ^a (0.0034463)	0.0211705 ^a (0.0043331)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-9.84e-15 (1.97e-14)	1.16e-14 (1.36e-14)
$\hat{\gamma}$ (WX_1)	-0.0471654 ^a (0.0042299)	-0.0345871 ^a (0.0052047)
$\hat{\theta}$ (WX_2)	4.60e-14 ^a (1.64e-14)	2.81e-14 ^b (1.34e-14)
$\hat{\phi}$	0.6756517 ^a (0.0243178)	0.647848 ^a (0.0260362)
AIC	-4256.629	-4039.161
SCH	-4238.962	-4012.661
Log-olabilirlik	2132.3143	2025.5805

Tablo 27’den gözleneceği üzere sabit etkili UDM’ye ait log-olabilirlik değeri tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerleri de tesadüfi etkili modele göre daha düşüktür. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Açıklayıcı değişken X_1 ’in (başlangıç anı kişi başı GSYİH) uzamsal ağırlık matrisi ile çarpılmış hali olan WX_1 değerine ilişkin katsayı da her iki modelde negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Açıklayıcı değişken X_2 ’in (Hükümet Harcamaları) uzamsal ağırlık matrisi ile çarpılmış hali olan WX_2 değişkenine ilişkin katsayının da her iki modelde pozitif olduğu tablodan görülmektedir. İlgili katsayı sabit etkili modelde %1, tesadüfi etkili modelde ise %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Ayrıca koşullu yakınsamanın varlığının test edilmesi için modele ilave edilen hükümet harcamaları değişkenine ilişkin katsayı iki modelde de istatistiksel olarak anlamsız çıkmıştır. Dolayısıyla vezir ağırlık matrisiyle çözülen UDM’ye göre Avrupa’da koşullu yakınsama söz konusu değildir.

Tablo 28. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model	Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş Hata Modeli
<i>Sabit Terim</i>		1.004884 ^a (0.014338)	
$\hat{\beta}$	0.0347006 ^a (0.003607)	0.0009888 (0.0014731)	0.0044371 ^a (0.000443)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-3.51e-14 ^b (1.66e-14)	-2.57e-14 ^a (8.11e-15)	-1.02e-14 (7.77e-15)
$\hat{\tau}$	0.7292556 ^a (0.0223635)	0.6394107 ^a (0.0272294)	
$\hat{\tau}_1$			0.6615511 ^a (0.1356814)
$\hat{\tau}_2$			0.6463701 ^a (0.0262411)
AIC	-4214.219	-3994.885	-3995.275
SCH	-4200.969	-3977.218	-3973.192
Log-olabilirlik	2110.1095	2001.4424	2002.6377
LM		321.9451 ^a	
LM (Dirençli)		2.6328	

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 28’de vezir ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının UHM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Bulunan sonuçlara göre, koşullu yakınsama varsayımını sınavan vezir ağırlık matrisli UHM’ye ait LM istatistiği, uzamsal hataya ilişkin otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermekteyken dirençli LM istatistiği aynı sıfır hipotezinin reddedilemeyeceğini göstermektedir. Sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellere göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de diğer modellere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren τ , τ_1 ve τ_2 katsayıları pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı sabit etkili ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellerde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı iken, tesadüfi etkili modelde istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Koşullu yakınsamanın varlığının test edilmesi için modele katılan hükümet harcamaları değişkenine ilişkin katsayı sabit etkili modelde %5, tesadüfi etkili modelde %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı iken genelleştirilmiş tesadüfi etkili modelde istatistiksel olarak anlamsız çıkmıştır. Dolayısıyla log-olabilirlik değeri daha yüksek olan sabit etkili modele göre vezir ağırlık matrisiyle çözülen UHM için Avrupa’da gelir ıraksaması olduğu söylenebilir.

Tablo 29. Koşullu Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Vezir)

$\hat{\beta}$	0.0274281 ^a (0.0031296)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-1.58e-14 (1.32e-14)
$\hat{\varphi}$	-0.4983627 ^a (0.0530654)
$\hat{\tau}$	0.8631478 ^a (0.0157266)
AIC	-4270.284
SCH	-4252.617
Log-olabilirlik	2139.1422
LM	349.0184 ^a
LM (Dirençli)	349.0184 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 29’da vezir ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının GUM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Tablodaki sonuçlara göre, koşullu yakınsama varsayımını sınavan vezir ağırlık matrisli GUM’a ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı

bulunmuştur. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı τ , pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Koşullu yakınsamanın varlığının test edilmesi için modele katılan hükümet harcamaları değişkenine ilişkin katsayı ise istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Dolayısıyla vezir ağırlık matrisiyle çözülen GUM'a göre Avrupa'da koşullu yakınsama söz konusu değildir.

Tablo 30-34'te eşik ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir.

4.2.2.2. Koşullu Yakınsama İçin Eşik Ağırlık Matrisi ile Yapılan Çözümlemeler

Tablo 30. Koşullu Yakınsama İçin Eşik Modeli Moran I ve Geary C İstatistikleri

Test	İstatistik	Olasılık
Moran I	0.2009	0.0000
Geary C	0.2177	0.0000

Uzamsal otokorelasyonu araştıran Moran I ve Geary C istatistiklerine göre eşik ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemelerde uzamsal otokorelasyon mevcuttur (Tablo 30). Uzamsal otokorelasyonun olmadığına ilişkin sıfır hipotezi reddedilmiştir. Dolayısıyla bu çözümlemede uzamsal ekonometrik modellerin kullanılması uygundur.

Tablo 31'de koşullu yakınsama varsayımı için, eşik ağırlık matrisi ile çözümlenmiş UGM sonuçları verilmiştir. Tabloda verilen sonuçlara göre, koşullu yakınsama varsayımını sınavan eşik ağırlık matrisli UGM'ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını göstermektedir. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de tesadüfi etkili modele göre daha düşük olduğu görülmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , sabit etkili modelde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunurken tesadüfi etkili modelde istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de negatif, sabit etkili modelde %10 anlamlılık düzeyinde, tesadüfi etkili modelde %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Ayrıca, koşullu yakınsama katsayısı sabit etkili modelde istatistiksel olarak anlamsız bulunurken tesadüfi etkili modelde %10 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Log-olabilirlik değeri tesadüfi etkili modele göre daha yüksek olan sabit etkiler modeli baz alındığında eşik ağırlık matrisiyle çözülen UGM'ye göre Avrupa'da koşullu yakınsama söz konusu değildir.

Tablo 31. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
<i>Sabit Terim</i>		1.074573 ^a (0.0094809)
$\hat{\beta}$	-0.0064209 ^c (0.0038309)	-0.0061342 ^a (0.0010291)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-4.95e-15 (2.76e-14)	-1.09e-14 ^c (5.86e-15)
$\hat{\phi}$	0.4697262 ^a (0.0476194)	-0.0018586 (0.0022721)
AIC	-3878.482	-3705.422
SCH	-3865.231	-3683.339
Log-olabilirlik	1942.2408	1857.7112
LM		6241.7361 ^a
LM (Dirençli)		3.22e+04 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 32. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
<i>Sabit Terim</i>		1.069811 ^a (0.0128474)
$\hat{\beta}$	-0.0079981 ^b (0.0039723)	-0.0056487 ^a (0.0013911)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-2.00e-14 (2.85e-14)	-7.15e-15 (6.56e-15)
$\hat{\gamma}$ (WX_1)	0.0354477 ^a (0.0102916)	-0.0058388 (0.0036403)
$\hat{\theta}$ (WX_2)	-1.56e-14 (2.24e-14)	8.60e-15 (6.85e-15)
$\hat{\phi}$	0.3822907 ^a	0.0562468 (0.0368555)
AIC	-3889.483	-3707.157
SCH	-3871.816	-3680.656
Log-olabilirlik	1948.7413	1859.5783

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 32’de eşik ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının UDM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Tabloya göre log-olabilirlik, AIC ve SCH değerleri, sabit etkili modelin tesadüfi etkili modele göre daha iyi olduğunu göstermektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , sabit etkili modelde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı, tesadüfi etkili modelde ise istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de negatif ve sabit etkili modelde %5, tesadüfi etkili modelde %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Açıklayıcı değişken X_1 ’in (başlangıç anı kişi başı GSYİH) uzamsal ağırlık matrisi ile çarpılmış hali olan WX_1 değerine ilişkin katsayı sabit etkili modelde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı, tesadüfi etkili modelde ise istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Açıklayıcı değişken X_2 ’in (Hükümet Harcamaları) uzamsal ağırlık matrisi ile çarpılmış hali olan WX_2 değişkenine ilişkin katsayı her iki modelde istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Ayrıca, koşullu yakınsamanın varlığının test edilmesi için modele katılan hükümet harcamaları değişkenine ilişkin katsayı iki modelde de istatistiksel olarak anlamsız çıkmıştır. Dolayısıyla eşik ağırlık matrisiyle çözülen UDM’ye göre Avrupa’da koşullu yakınsama söz konusu değildir.

Tablo 33. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model	Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş Hata Modeli
<i>Sabit Terim</i>		1.07852 ^a (0.0095688)	1.081786 ^a (0.0106389)
$\hat{\beta}$	-0.0090517 ^b (0.0037883)	-0.0066379 ^a (0.0009974)	-0.0069443 ^a (0.0010924)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-1.81e-14 (2.61e-14)	-1.10e-14 ^c (5.72e-15)	-1.12e-14 ^b (5.49e-15)
$\hat{\tau}$	0.4670002 ^a (0.0466321)	0.467158 ^a (0.0479274)	
$\hat{\tau}_1$			0.1803659 (0.2308722)
$\hat{\tau}_2$			0.4662339 ^a (0.0479296)
AIC	-3881.615	-3782.42	-3780.994
SCH	-3868.364	-3760.336	-3754.494
Log-olabilirlik	1943.8073	1896.2100	1896.4972
LM		23.0845 ^a	
LM (Dirençli)		2.59e+04 ^a	

Tablo 33'te eşik ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının UHM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Tabloda verilen sonuçlara göre koşullu yakınsama varsayımını sınavan eşik ağırlık matrisli UGM'ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Log-olabilirlik, AIC ve SCH değerleri, sabit etkili modelin tesadüfi ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellere göre daha iyi olduğunu ortaya koymaktadır. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren τ katsayıları, genelleştirilmiş tesadüfi etkili modeldeki τ_1 katsayısı hariç tüm modellerde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Üç modelde de negatif bulunan β katsayısı sabit etkili modelde %5, diğer modellerde %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Koşullu yakınsama katsayısı sabit etkili modelde istatistiksel olarak anlamsız, tesadüfi etkili modelde %10, genelleştirilmiş tesadüfi etkili modelde %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. En yüksek log-olabilirlik değerine sahip sabit etkiler modeli baz alınır, eşik ağırlık matrisiyle çözülen UHM'ye göre Avrupa'da koşullu yakınsama söz konusu değildir.

Tablo 34. Koşullu Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: Eşik)

$\hat{\beta}$	-0.0073942 ^c (0.0038467)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-1.55e-14 (2.81e-14)
$\hat{\varphi}$	0.2501829 ^a (0.0950908)
$\hat{\tau}$	0.2938729 ^a (0.0906516)
AIC	-3886.261
SCH	-3868.594
Log-olabilirlik	1947.1304
LM	3.22e+04 ^a
LM (Dirençli)	3.22e+04 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 34'te eşik ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının GUM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Tabloda verilen sonuçlara göre, koşullu yakınsama varsayımını sınavan eşik ağırlık matrisli GUM'a ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını göstermektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı τ , pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı negatif ve %10 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Koşullu yakınsamanın varlığının test edilmesi

için modele katılan hükümet harcamaları değişkenine ilişkin katsayı ise istatistiksel olarak anlamsızdır. Dolayısıyla eşik ağırlık matrisiyle çözülen GUM'a göre Avrupa'da koşullu yakınsama söz konusu değildir.

4.2.2.3. Koşullu Yakınsama İçin İki Eşikli Ağırlık Matrisi ile Yapılan Çözümlemeler

Tablo 35-39'da iki eşikli ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Uzamsal otokorelasyonu araştıran Moran I ve Geary C istatistiklerine göre iki eşikli ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemelerde uzamsal otokorelasyon mevcuttur (Tablo 35). Uzamsal otokorelasyonun olmadığına ilişkin sıfır hipotezi reddedilmiştir. Dolayısıyla bu çözümlemede uzamsal ekonometrik modeller kullanılmalıdır.

Tablo 35. Koşullu Yakınsama İçin İki Eşikli Model Moran I ve Geary C İstatistikleri

Test	İstatistik	Olasılık
Moran I	0.3653	0.0000
Geary C	0.4412	0.0000

Tablo 36. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
Sabit Terim		0.4135837 ^a (0.0568394)
$\hat{\beta}$	0.009493 ^a (0.0032188)	0.0073029 ^b (0.0033849)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-1.55e-14 (2.24e-14)	-9.46e-15 (2.33e-14)
$\hat{\phi}$	0.6232573 ^a (0.0289866)	0.5543452 ^a (0.0342897)
AIC	-4084.843	-3740.107
SCH	-4071.593	-3718.024
Log-olabilirlik	2045.4214	1875.0537
LM		209.9794 ^a
LM (Dirençli)		3600.2305 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 36'da koşullu yakınsama varsayımı için, iki eşikli ağırlık matrisi ile çözümlenmiş UGM sonuçları verilmiştir. Belirtilen sonuçlara göre, koşullu yakınsama varsayımını sınavan iki eşikli ağırlık matrisli UGM'ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Ayrıca sabit etkili

modele ait log-olabilirlik değerin tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de tesadüfi etkili modele göre daha düşük olduğu görülmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. β katsayısı her iki modelde de pozitif, sabit etkili modelde %1, tesadüfi etkili modelde %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Ayrıca, koşullu yakınsama katsayısı her iki modelde de istatistiksel olarak anlamsız çıkmıştır. Dolayısıyla iki eşikli ağırlık matrisiyle çözülen UGM'ye göre Avrupa'da koşullu yakınsama söz konusu değildir.

Tablo 37. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
<i>Sabit Terim</i>		0.7947995 ^a (0.0369095)
$\hat{\beta}$	0.0151486 ^a (0.0034253)	0.0169132 ^a (0.0032402)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-1.43e-14 (2.25e-14)	1.50e-14 (1.90e-14)
$\hat{\gamma}$ (WX_1)	-0.0314179 ^a (0.0063374)	-0.0507809 ^a (0.0034755)
$\hat{\theta}$ (WX_2)	3.45e-14 ^c (1.88e-14)	4.42e-14 ^b (1.73e-14)
$\hat{\varphi}$	0.6473546 ^a (0.0283126)	0.5386163 ^a (0.0340392)
AIC	-4106.753	-3850.554
SCH	-4089.086	-3824.053
Log-olabilirlik	2057.3764	1931.2768

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 37'de iki eşikli ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının UDM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Tabloya bakıldığında UDM için sabit etkili modelin performansının daha iyi olduğu gözlenmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Açıklayıcı değişken X_1 'in (başlangıç anı kişi başı GSYİH) uzamsal ağırlık matrisi ile çarpılmış hali olan WX_1 değerine ilişkin katsayı da her iki modelde negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Açıklayıcı değişken X_2 'in (Hükümet Harcamaları) uzamsal ağırlık matrisi ile çarpılmış hali olan WX_2 değişkenine ilişkin katsayı da her iki modelde pozitif, sabit etkili modelde %10, tesadüfi etkili modelde %5 anlamlılık düzeylerinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Ayrıca,

koşullu yakınsama katsayısı iki modelde de istatistiksel olarak anlamsız çıkmıştır. Dolayısıyla iki eşikli ağırlık matrisiyle çözülen UDM'ye göre Avrupa'da koşullu yakınsama söz konusu değildir.

Tablo 38. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model	Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş Hata Modeli
<i>Sabit Terim</i>		1.06064 ^a (0.0114369)	1.058852 ^a (0.0111733)
$\hat{\beta}$	0.0153601 ^a (0.0034653)	-0.0047551 ^a (0.0011661)	-0.004601 ^a (0.0011366)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-1.77e-14 (1.95e-14)	-1.37e-14 ^b (5.91e-15)	-1.41e-14 ^b (6.03e-15)
$\hat{\tau}$	0.6479333 ^a (0.0289807)	0.5842401 ^a (0.0302629)	
$\hat{\tau}_1$			-0.1793903 (0.2602819)
$\hat{\tau}_2$			0.5853306 ^a (0.0302486)
AIC	-4095.715	-3951.696	-3950.162
SCH	-4082.464	-3929.613	-3923.661
Log-olabilirlik	2050.8573	1980.8482	1981.0808
LM		112.6263 ^a	
LM (Dirençli)		3502.8774 ^a	

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 38'de iki eşikli ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının UHM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Bulunan sonuçlara göre koşullu yakınsama varsayımını sınavan iki eşikli ağırlık matrisli UGM'ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellere göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de diğer modellere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren τ katsayıları, genelleştirilmiş tesadüfi etkili modeldeki τ_1 katsayısı hariç tüm modellerde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Üç modelde de %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunan β katsayısı sabit etkili modelde pozitif, diğer modellerde negatiftir. Koşullu yakınsamanın varlığının test edilmesi için modele katılan hükümet harcamaları değişkenine ilişkin katsayı sabit etkili modelde istatistiksel olarak anlamsız bulunurken, tesadüfi etkili ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellerde

%5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Sabit etkili modelin log-olabilirlik değeri tesadüfi etkili modellerden yüksek olduğu için, iki eşikli ağırlık matrisiyle çözülen UHM'ye göre Avrupa'da koşullu yakınsamanın gerçekleşmediği söylenebilir.

Tablo 39'da iki eşikli ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının GUM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Bulunan sonuçlara göre, koşullu yakınsama varsayımını sınanan iki eşikli ağırlık matrisi ile oluşturulan GUM'a ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını göstermektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı τ , pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Koşullu yakınsama katsayısı ise istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Dolayısıyla iki eşikli ağırlık matrisiyle çözülen GUM'a göre Avrupa'da koşullu yakınsamanın varlığından bahsedilemez.

Tablo 39. Koşullu Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: İki Eşikli)

$\hat{\beta}$	0.013087 ^a (0.0032444)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-1.67e-14 (1.67e-14)
$\hat{\phi}$	-0.3177645 ^a (0.0648917)
$\hat{\tau}$	0.7873833 ^a (0.0289339)
AIC	-4110.139
SCH	-4092.472
Log-olabilirlik	2059.0695
LM	3712.8567 ^a
LM (Dirençli)	3712.8567 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

4.2.2.4. Koşullu Yakınsama İçin KYA Ağırlık Matrisi ile Yapılan Çözümler

Tablo 40-44'te KYA ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Uzamsal otokorelasyonu araştıran Moran I ve Geary C istatistiklerine göre KYA ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemelerde uzamsal otokorelasyon mevcuttur (Tablo 40). Uzamsal otokorelasyonun olmadığına ilişkin sıfır hipotezi reddedilerek bu çözümlemede uzamsal ekonometrik modellerin kullanımının uygun olduğu belirlenmiştir.

Tablo 40. Koşullu Yakınsama İçin KYA Model Moran I ve Geary C İstatistikleri

Test	İstatistik	Olasılık
Moran I	0.5343	0.0000
Geary C	0.5470	0.0000

Tablo 41’de koşullu yakınsama varsayımı için, KYA ağırlık matrisi ile çözümlenmiş UGM sonuçları verilmiştir.

Tablo 41. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UGM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
<i>Sabit Terim</i>		0.1750408 ^b (0.0775968)
$\hat{\beta}$	0.0175783 ^a (0.003238)	0.0158562 ^a (0.0033578)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-2.11e-14 (2.19e-14)	-1.85e-14 (2.26e-14)
$\hat{\phi}$	0.9121811 ^a (0.0393102)	0.8411904 ^a (0.0427183)
AIC	-4185.26	-3773.23
SCH	-4172.01	-3751.146
Log-olabilirlik	2095.6302	1891.6148
LM		2.43e+05 ^a
LM (Dirençli)		8.75e+05 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 41’deki sonuçlara göre, koşullu yakınsama varsayımını sınanan KYA ağırlık matrisli UGM’ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Ayrıca sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi etkili modele göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de tesadüfi etkili modele göre daha düşük olduğu görülmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ϕ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. β katsayısı her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Ayrıca, koşullu yakınsamanın varlığının test edilmesi için modele katılan hükümet harcamaları değişkenine ilişkin katsayı her iki modelde de istatistiksel olarak anlamsız çıkmıştır. Dolayısıyla KYA ağırlık matrisiyle çözülen UGM’ye göre Avrupa’da koşullu yakınsama yoktur.

Tablo 42’de KYA ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının UDM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Tabloya bakıldığında sabit etkili UDM’nin performansının tesadüfi etkili modele göre daha iyi olduğu gözlenmektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı her iki modelde de pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. WX_1 değişkenine ilişkin katsayı da her iki modelde negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. WX_2 değişkenine ilişkin katsayı ise her iki modelde istatistiksel olarak anlamsız çıkmıştır. Ayrıca, koşullu yakınsama katsayısı sabit etkili modelde negatif ve %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı, tesadüfi etkili modelde istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur.

Tablo 42. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UDM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model
<i>Sabit Terim</i>		0.4543383 ^a (0.0402408)
$\hat{\beta}$	0.0490015 ^a (0.0040219)	0.0508587 ^a (0.0037091)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-4.06e-14 ^b (2.01e-14)	-2.30e-14 (1.88e-14)
$\hat{\gamma}$ (WX_1)	-0.0749003 ^a (0.0062512)	-0.0870623 ^a (0.0037835)
$\hat{\theta}$ (WX_2)	2.80e-14 (2.62e-14)	1.52e-14 (2.43e-14)
$\hat{\phi}$	1.016112 ^a (0.0364257)	0.9217003 ^a (.037823)
AIC	-4312.268	-4039.135
SCH	-4294.601	-4012.634
Log-olabilirlik	2160.1341	2025.5673

a: $p < 0.01$, b: $p < 0.05$, c: $p < 0.10$

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 43’te KYA ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının UHM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Bulunan sonuçlara göre koşullu yakınsama varsayımını sınavan KYA ağırlık matrisli UGM’ye ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Sabit etkili modele ait log-olabilirlik değerinin tesadüfi ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellere göre daha yüksek, AIC ve SCH değerlerinin de diğer modellere göre daha düşük olduğu görülmektedir. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren τ , τ_1 ve τ_2 katsayıları pozitif ve %1 anlamlılık

düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. β katsayısı da tüm modellerde pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlıdır. Koşullu yakınsamanın varlığının test edilmesi için modele katılan hükümet harcamaları değişkenine ilişkin katsayı sabit etkili ve genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellerde istatistiksel olarak anlamsız bulunurken, tesadüfi etkili modelde %5 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Sabit etkili modelin log-olabilirlik değeri tesadüfi etkili modellerin log-olabilirlik değerinden yüksek olduğu için, KYA ağırlık matrisiyle çözülen UHM'ye göre Avrupa'da koşullu yakınsamanın gerçekleşmediği söylenebilir.

Tablo 43. Koşullu Yakınsama Varsayımı için UHM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)

	Sabit Etkili Model	Tesadüfi Etkili Model	Tesadüfi Etkili Genelleştirilmiş Hata Modeli
<i>Sabit Terim</i>		0.6849567 ^a (0.0638595)	0.65931 ^a (0.0735423)
$\hat{\beta}$	0.0515248 ^a (0.0041585)	0.0336665 ^a (0.0064644)	0.0320489 ^a (0.0069414)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-2.45e-14 (1.68e-14)	-3.63e-14 ^b (1.67e-14)	-1.27e-16 (1.18e-14)
$\hat{\tau}$	1.093046 ^a (0.0358588)	1.013945 ^a (0.0463603)	
$\hat{\tau}_1$			1.264792 ^a (0.0879834)
$\hat{\tau}_2$			1.001932 ^a (0.0482637)
AIC	-4288.146	-4009.049	-4049.2
SCH	-4274.896	-3986.965	-4022.699
Log-olabilirlik	2147.0729	2009.5245	2030.5999
LM		321.9451 ^a	
LM (Dirençli)		6.33e+05 ^a	

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

Tablo 44'te KYA ağırlık matrisi için koşullu yakınsama varsayımının GUM çözümleme sonuçlarına yer verilmiştir. Tabloda verilen sonuçlara göre, koşullu yakınsama varsayımını sınavan KYA ağırlık matrisi ile oluşturulan GUM'a ait LM ve dirençli LM istatistikleri, uzamsal otokorelasyonun varlığını yok sayan sıfır hipotezinin %1 anlamlılık düzeyinde reddedildiğini göstermektedir. Uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı φ , negatif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Hata terimlerinde uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı τ , pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı çıkmıştır. β katsayısı pozitif ve %1 anlamlılık düzeyinde istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Koşullu yakınsamanın varlığının test

edilmesi için modele katılan hükümet harcamaları değişkenine ilişkin katsayı ise istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Bu sonuç KYA ağırlık matrisiyle çözülen GUM'a göre koşullu yakınsamanın Avrupa ülkeleri için geçerli olmadığı şeklinde yorumlanabilir.

Tablo 44. Koşullu Yakınsama Varsayımı için GUM Sonuçları (Ağırlık Matrisi: KYA)

$\hat{\beta}$	0.0461602 ^a (0.0042449)
$\hat{\delta}$ (Hükümet Harcamaları)	-2.34e-14 (1.64e-14)
$\hat{\varphi}$	-0.2477121 ^a (0.062952)
$\hat{\tau}$	1.131716 ^a (0.031116)
AIC	-4301.012
SCH	-4283.345
Log-olabilirlik	2154.5061
LM	8.75e+05 ^a
LM (Dirençli)	8.75e+05 ^a

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10
Standart hatalar parantez içinde verilmiştir.

4.2.3. Modellerin Karşılaştırılması

Kurulan modellerden UGM, UHM ve GUM arasındaki tercih 1.6. numaralı başlıkta açıklandığı üzere LM istatistiklerine bakılarak yapılmaktadır (Burridge 1980; Bera ve Yoon, 1993; Anselin ve Florax, 1995; Anselin vd., 1996; Florax vd., 2003; Anselin, 2005; LeSage ve Pace, 2009). Hata terimlerinde bir uzamsal otokorelasyon barındırmayan UDM de bir uzamsal gecikme modeli olduğu için UGM'ye ait LM istatistiği ile değerlendirilmiştir. Modellere ait LM istatistiklerinin karşılaştırılması Tablo 45'te verilmiştir.

Tablo 45'e göre, koşullu yakınsama hipotezi için vezir ağırlık matrisiyle çözülen UHM'ye ait dirençli LM istatistiği haricindeki tüm modellere ait LM ve dirençli LM istatistikleri %1 anlamlılık seviyesinde istatistiksel olarak anlamlıdır. UGM ile UHM modellerine ait LM istatistikleri karşılaştırıldığında UGM'ye ait LM istatistiklerinin UHM'ye ait LM istatistiklerinden daha büyük değerde olduğu görülmektedir. UGM'ye ait dirençli LM istatistikleri de UHM'ye ait dirençli LM istatistiklerinden büyüktür. GUM'a ait LM istatistikleri ise UGM ve UHM modellerine ait LM istatistiklerinden büyüktür. Dolayısıyla UGM, UHM ve GUM modelleri arasında GUM modeli diğer modellere tercih edilir.

Tablo 45. Modellerin LM İstatistiklerinin Karşılaştırılması

İstatistik	Mutlak Yakınsama			
	Vezir	Eşik	İki Eşikli	KYA
LM_{UGM}	1723.7377 ^a	3.14e+04 ^a	8608.0816 ^a	1.73e+05 ^a
LM_{UHM}	307.5447 ^a	22.7917 ^a	107.9647 ^a	307.5447 ^a
LM_{UGM}^*	2.18e+04 ^a	1.33e+05 ^a	5.51e+04 ^a	5.43e+05 ^a
LM_{UHM}^*	2.04e+04 ^a	1.01e+05 ^a	4.66e+04 ^a	3.70e+05 ^a
LM_{GUM}	1723.7377 ^a	1.33e+05 ^a	5.52e+04 ^a	5.43e+05 ^a
	Koşullu Yakınsama			
	Vezir	Eşik	İki Eşikli	KYA
LM_{UGM}	346.3855 ^a	6241.7361 ^a	209.9794 ^a	2.43e+05 ^a
LM_{UHM}	321.9451 ^a	23.0845 ^a	112.6263 ^a	321.9451 ^a
LM_{UGM}^*	27.0733 ^a	3.22e+04 ^a	3600.2305 ^a	8.75e+05 ^a
LM_{UHM}^*	2.6328	2.59e+04 ^a	3502.8774 ^a	6.33e+05 ^a
LM_{GUM}	349.0184 ^a	3.22e+04 ^a	3712.8567 ^a	8.75e+05 ^a

a: p<0.01

Mutlak ve koşullu yakınsama hipotezleri için vezir, eşik, iki eşikli ve KYA ağırlık matrisleriyle çözülen GUM modellerinin karşılaştırması Tablo 46'da verilmiştir. Tabloya göre koşullu yakınsama modellerinin tümünde koşullu yakınsama katsayısı istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Dolayısıyla mutlak yakınsama hipotezini test eden modeller, koşullu yakınsama modellerine tercih edilmelidir. Mutlak yakınsama hipotezini test eden modeller içerisinde en yüksek log-olabilirlik, en düşük AIC ve SCH değerlerine sahip olan model KYA ağırlık matrisi ile kurulan modeldir. KYA ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemeye göre, Avrupa'da gelir iraksaması mevcuttur.

Tablo 46. Önerilen Ağırlık Matrislerinin Karşılaştırılması (GUM ile çözülmüş)

	Mutlak Yakınsama			
	Vezir	Eşik	İki Eşikli	KYA
$\hat{\beta}$	0.0273979 ^a	-0.0075378 ^b	0.0130021 ^a	0.0459422 ^a
$\hat{\phi}$	-0.5061132 ^a	-0.2542048 ^a	-0.3168444 ^a	-0.2493165 ^a
$\hat{\tau}$	0.8635086 ^a	0.2893513 ^a	0.7858488 ^a	1.128981 ^a
Log-olabilirlik	2138.4233	1946.9790	2058.5708	2153.4933
AIC	-4268.847	-3885.958	-4109.142	-4298.987
SCH	-4251.18	-3868.291	-4091.475	-4281.32
	Koşullu Yakınsama			
	Vezir	Eşik	İki Eşikli	KYA
$\hat{\beta}$	0.0274281 ^a	-0.0073942 ^c	0.013087 ^a	0.0461602 ^a
$\hat{\delta}$	-1.58e-14	-1.55e-14	-1.67e-14	-2.34e-14
$\hat{\phi}$	-0.4983627 ^a	0.2501829 ^a	-0.3177645 ^a	-0.2477121 ^a
$\hat{\tau}$	0.8631478 ^a	0.2938729 ^a	0.7873833 ^a	1.131716 ^a
Log-olabilirlik	2139.1422	1947.1304	2059.0695	2154.5061
AIC	-4270.284	-3886.261	-4110.139	-4301.012
SCH	-4252.617	-3868.594	-4092.472	-4283.345

a: p<0.01, b: p<0.05, c: p<0.10

Önerilen 3 uzamsal ağırlık matrisinin performanslarını tüm modellerde karşılaştırabilmek adına, Tablo 47 oluşturulmuştur. Bu tabloda modellerin performansına göre sıralamaları (1,2,3,4)

verilmiştir. Buna göre en düşük AIC değerlerini alan modeller 1, en yüksek AIC değerlerini alan modeller ise 4 değerini almıştır.

Tablo 47. Önerilen Ağırlık Matrislerinin Tüm Modeller İçin Karşılaştırılması (AIC)

	Mutlak Yakınsama			
	Vezir	Eşik	İki Eşikli	KYA
UGM (Sabit Etkiler)	2	4	3	1
UGM (Tesadüfi Etkiler)	1	4	3	2
UDM (Sabit Etkiler)	2	4	3	1
UDM (Tesadüfi Etkiler)	1	4	3	2
UHM (Sabit Etkiler)	2	4	3	1
UHM (Tesadüfi Etkiler)	2	4	3	1
UHM (Genelleştirilmiş Tesadüfi Etkiler)	2	4	3	1
GUM	2	4	3	1
	Koşullu Yakınsama			
	Vezir	Eşik	İki Eşikli	KYA
UGM (Sabit Etkiler)	2	4	3	1
UGM (Tesadüfi Etkiler)	1	4	3	2
UDM (Sabit Etkiler)	2	4	3	1
UDM (Tesadüfi Etkiler)	1	4	3	2
UHM (Sabit Etkiler)	2	4	3	1
UHM (Tesadüfi Etkiler)	2	4	3	1
UHM (Genelleştirilmiş Tesadüfi Etkiler)	2	4	3	1
GUM	2	4	3	1

Tablo 47'ye göre, modellerin çoğunda önerilen uzamsal ağırlık matrislerinden KYA uzamsal ağırlık matrisinin diğer matrislere göre daha iyi performans sergilediği görülmektedir. Eşik ve iki eşikli uzamsal ağırlık matrisi ile kurulan modellerin AIC değerlerine bakıldığında ise geleneksel ağırlık matrisi olan vezir ağırlık matrisi ile kurulan modelin performans olarak gerisinde kaldıkları söylenebilir.

SONUÇ

Bu çalışma Avrupa'da gelir yakınsamasının dinamiklerini yeni uzamsal ağırlık matrisleri kullanarak incelemeyi amaçlamış ve bu süreçte elde edilen bulgular önemli sonuçlar ortaya koymuştur. Çalışmanın temel bulguları ekonomik büyüme ve gelir dağılımı arasındaki ilişkilerin uzamsal boyutlarını aydınlatmakta ve gelir yakınsamasının yalnızca ekonomik faktörlerle değil, aynı zamanda coğrafi ve sosyal etkileşimlerle şekillendiğini göstermektedir.

Uzamsal ağırlık matrislerine yenilikçi yaklaşımlar önerilmesinin amacı, uzamsal ekonometrik modelleri diğer ekonometrik modellerden ayıran ve komşuluk ilişkilerine dayanarak oluşturulan uzamsal ağırlık matrisini her komşunun etkisinin aynı olmaması durumuna göre şekillendirerek daha yüksek olabilirlik seviyeleri elde etmek ve kitle parametrelerinin tahminlerinde daha uygun sonuçlara ulaşabilmektir.

Çalışmada “yakınsama hipotezi”, Avrupa ülkeleri için 2000-2021 dönemine ait verilerle araştırılmıştır. Bu bağlamda mutlak ve koşullu yakınsama hipotezleri “vezir”, “eşik”, “iki gruplu eşik” ve “komşu yönünden asimetrik” ağırlık matrisleriyle kurulan “sabit etkili” ve “tesadüfi etkili” panel veri modelleri ile “uzamsal gecikme modeli”, “uzamsal hata modeli”, “uzamsal Durbin model” ve “genel uzamsal model” için test edilmiştir.

Çalışmada 4 farklı ağırlık matrisi ile 64 farklı model kurulmuştur. Bu modellerden koşullu yakınsama varsayımını araştıran modellerin büyük bir çoğunluğunda koşullu yakınsamanın varlığının test edilmesi için seçilen hükümet harcamaları değişkeni istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Hükümet harcamaları değişkeninin istatistiksel olarak anlamlı bulunduğu modellerden birkaçında ise açıklayıcı değişkenlerde uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı ya da uzamsal hata otokorelasyonunu gösteren katsayılardan bazıları anlamsız bulunmuştur. Bununla birlikte koşullu yakınsama varsayımını test eden uzamsal Durbin modellerden çoğunda açıklayıcı değişkenlerde uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Ayrıca koşullu yakınsamayı sınanan birkaç modelde β katsayısı, birkaç modelde de uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayı istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Dolayısıyla Avrupa’da koşullu yakınsamanın varlığından söz etmek için yeterli delile ulaşılamamıştır.

Mutlak yakınsama varsayımını sınanan modellerden genelleştirilmiş tesadüfi etkili modellerde hata terimlerine ait uzamsal otokorelasyonu gösteren katsayının ya da β katsayısının genellikle istatistiksel olarak anlamsız olduğu görülmektedir. Buna karşılık tesadüfi etkili UGM modeline ait uzamsal otokorelasyon katsayısı haricindeki katsayılar istatistiksel olarak anlamlıdır. Kurulan

modellerin çoğunda β katsayısı ile uzamsal gecikme ve uzamsal hata otokorelasyonunu gösteren katsayılar pozitif bulunmuştur. Bu durumda Avrupa’da mutlak ıraksama vardır. Ayrıca ülkelerin büyüme değerleri komşu ülkelerin büyüme değerleriyle, kurulan modellerin hataları ise komşu ülke hatalarıyla pozitif yönlü ilişkilidir. Tahmin edilen denklemlerin hemen hemen tümünde sabit etkili modellerin log-olabilirlik değerinin tesadüfi etkili modellere göre daha yüksek, Akaike ve Schwarz bilgi kriteri değerlerinin de tesadüfi modellere göre daha düşük olduğu görülmektedir.

Kurulan modellerden UGM, UHM ve GUM arasındaki tercih LM istatistiklerine bakılarak yapılmış ve GUM modelinin performansının diğer modellere göre daha üstün olduğu görülmüştür. GUM modellerinin tümünde koşullu yakınsama katsayısı istatistiksel olarak anlamsız bulunduğu için, mutlak yakınsamayı inceleyen GUM modelleri tercih edilmiştir. Mutlak yakınsama hipotezini test eden modeller içerisinde en yüksek log-olabilirlik, en düşük Akaike ve Schwarz bilgi kriteri değerlerine sahip olan modelin KYA ağırlık matrisi ile kurulan model olduğu belirlenmiştir. KYA ağırlık matrisi ile yapılan çözümlemeye göre, Avrupa’da gelir ıraksaması mevcuttur.

Kurumların kalite farklılıkları, ülkelerin teknoloji erişimi farklılıkları, eğitim düzeyleri ve ekonomik büyümeyi engelleyici politik kararlar gelir ıraksamasının nedeni olabilmektedir. Yolsuzluklar, siyasi istikrarın elde edilemeyişi ve coğrafi engeller de ıraksama sürecinin nedenleri arasında sayılabilir. Gelir ıraksamasının bulunması, Avrupa’da gelişmekte olan ülkelerin gelişmiş ülkeleri yakalamasından ziyade, aralarındaki ekonomik gelişmişlik farkının giderek açıldığını göstermektedir. Başlangıç anında düşük gelire sahip olan ülkeler, Neo-klasik modelin varsaydığı gibi zamanla başlangıç anında yüksek gelire sahip olan ülkelere yakınsamamış, aksine onlardan daha düşük bir büyüme gerçekleştirmişlerdir. Bu durum, Avrupa’da var olan eşitsizlik durumunun devam ettiğini veya daha kötü bir duruma geldiğini göstermektedir. Bu sonuçlar Paas ve Schlitte (2006), Vojinović ve Próchniak (2009), Nowak ve Kochkova (2011), Glawe ve Wagner (2021)’in sonuçlarıyla örtüşmekte; Borsi ve Metiu (2015), Bolea vd. (2018), Szendi (2024) ve Alemu vd. (2024)’nin sonuçlarıyla çelişmektedir.

Son yıllarda Avrupa kıtasında gözlemlenen gelir ıraksaması, çeşitli sosyo-ekonomik ve politik faktörlerin bir araya gelmesiyle derinleşmiştir. Özellikle Rusya-Ukrayna Savaşı, bu süreçte önemli bir katalizör olarak öne çıkmaktadır. Rusya-Ukrayna Savaşı’nın yarattığı belirsizlik ve istikrarsızlık yalnızca savaşan ülkeleri değil, çevresindeki tüm Avrupa ülkelerinin de ekonomik performansını doğrudan etkilemiş, bu durum da gelir dağılımındaki eşitsizlikleri artırmıştır. Enerji fiyatlarındaki artış, tedarik zincirlerinde yaşanan aksaklıklar ve göç dalgaları, ekonomik büyümeyi engellemiş ve gelir ıraksamasını derinleştirmiştir. Özellikle Doğu Avrupa ülkeleri, savaşın yarattığı ekonomik baskılar nedeniyle daha fazla zarar görmüş, bu da gelir düzeyleri arasındaki farkların açılmasına yol açmıştır.

Rusya-Ukrayna Savaşı'nın yanı sıra COVID-19 pandemisi, küresel ölçekte ekonomik duraklamaya neden olmuş ve Avrupa'daki birçok ekonomi bu durumdan olumsuz etkilenmiştir. Pandemi sürecinde, sağlık sistemlerinin yetersizliği ve ekonomik dayanıklılığın eksikliği, gelir eşitsizliğini artıran yapısal kırılmalara yol açmıştır. Özellikle düşük gelirli haneler, pandeminin olumsuz etkilerinden daha fazla etkilenmiş, bu da gelir ıraksamasını derinleştirmiştir.

Avrupa ülkeleri için ıraksama kavramı küreselleşme ile de ilişkilendirilebilir. Küreselleşme, Avrupa ülkeleri arasında ekonomik entegrasyonu artırırken, aynı zamanda gelir eşitsizliğini de beraberinde getirmiştir. Yüksek teknoloji ve bilgi tabanlı sektörlerdeki büyüme, bazı ülkelerin hızlı bir şekilde zenginleşmesine olanak tanırken, diğer ülkelerin bu teknolojik gelişmelerin gerisinde kalmasına neden olmuştur. Bu durum, gelir ıraksamasının artmasına katkıda bulunmuş, özellikle gelişmiş ve gelişmekte olan ülkeler arasındaki uçurumu derinleştirmiştir.

Sonuç olarak Avrupa kıtasında gözlemlenen gelir ıraksaması Rusya-Ukrayna Savaşı, pandeminin etkileri ve küreselleşmenin yarattığı yapısal kırılmaların bir yansıması olarak değerlendirilebilir. Bu faktörlerin bir araya gelmesi ülkeler arasındaki ekonomik eşitsizliklerin derinleşmesine ve gelir düzeyleri arasında belirgin farklılıkların ortaya çıkmasına neden olmuştur. Ekonomik entegrasyonun yakınsamayı teşvik etmesine rağmen artan eşitsizlikler bireylerin memnuniyetsizliğine yol açabilmekte, bu durum toplumun uyumunu zayıflatmakta ve dolayısıyla uzun vadede ülkenin rekabet gücünü ve ekonomik büyümesini olumsuz etkilemektedir. Bu bağlamda daha az gelişmiş bölgelerin daha zengin bölgelerde ortaya çıkan yenilikleri etkili bir biçimde benimseme fırsatlarını artırarak ekonomik büyümelerini desteklemek kritik öneme sahiptir. Bu hedefe ulaşmak için yerel insan sermayesine sistematik yatırımlar yapılması ve iş gücü mobilitesinin teşvik edilmesi gerekmektedir. Gelecekte, bu sorunların çözümü için uluslararası iş birliği ve sürdürülebilir politikaların geliştirilmesi büyük önem taşımaktadır.

Çalışmanın bulguları, Avrupa'da gelir eşitsizliklerinin azaltılması için politika yapıcıların dikkate alması gereken önemli noktaları içermektedir. Özellikle, yerel ekonomik koşulların ve sosyal yapının göz önünde bulundurulması, etkili stratejilerin geliştirilmesi için kritik bir unsur olarak öne çıkmaktadır. Ayrıca uzamsal analizlerin sağladığı derinlik gelir yakınsamasının yalnızca ekonomik değil aynı zamanda toplumsal uyum açısından da önem taşıdığını ortaya koymaktadır.

Önerilen ağırlık matrisleri açısından modeller incelendiğinde modellerin çoğunda KYA ağırlık matrisi ile oluşturulan modellerin en düşük AIC değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Eşik ve iki eşikli uzamsal ağırlık matrisi ile kurulan modellerin AIC değerleri, bu matrislerin performansının geleneksel ağırlık matrisi ile kurulan modellerin performansından daha geride olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla önerilen eşik, iki eşikli ve KYA ağırlık matrislerinden sadece KYA ağırlık matrisinin geleneksel ağırlık matrisinden daha iyi sonuç verdiğine ilişkin bulgulara ulaşılmıştır.

Bu çalışmada, uzamsal ekonometrik yöntemlerle çalışma yapılırken herhangi bir birimin kendi değerinden daha yüksek ya da daha düşük değerli komşu gözlem değerlerinin uzamsal etkisinin diğer komşu birimlerden daha farklı olabileceği gösterilmiştir. Bu sebeple, daha yüksek log-olabilirlik değerleri elde ederek daha iyi tahminlerde bulunmak için bu çalışmada önerilen KYA uzamsal ağırlık matrisinin yapılacak olan uzamsal ekonometrik çalışmalarda kullanılması faydalı olacaktır.

Sonuç olarak bu çalışma Avrupa'da gelir yakınsamasının incelenmesinde yenilikçi bir yaklaşım sunmuş ve mevcut literatüre katkıda bulunmuştur. Gelecek çalışmalarda geliştirilmiş momentler metodu (GMM) ve iki aşamalı EKK (2AEKK) gibi farklı çözüm metotları, dinamik uzamsal ekonometrik analiz gibi yeni uzamsal yöntemler, farklı örneklemeler (Asya ülkeleri, Amerika ülkeleri vb.), farklı dönemler ve farklı ağırlık matrisleri kullanılabilir. Böylelikle bu çalışmada bulunan bulgular derinleştirilerek, farklı bölgelerdeki gelir dinamikleri daha kapsamlı bir şekilde ele alınabilir. Bu sayede ekonomik eşitsizliklerin azaltılmasına yönelik daha etkili politikalar geliştirilmesine katkıda bulunulabilir. Ayrıca farklı iktisadi teoremler denenerek önerilen ağırlık matrislerinin başarılarına ilişkin daha güçlü bulgular elde edilebilir.

KAYNAKÇA

- Abramovitz, Moses (1986), “Catching Up, Forging Ahead, and Falling Behind”, **The Journal of Economic History**, 46(2), 385-406.
- Alemu, Seboka vd. (2024), “Income Convergence in Central and Eastern Europe: Evidence from Cross-Country Panel Data Analysis”, **Acta Oeconomica**, 74(3), 329-357.
- Anselin, Luc (1988), **Spatial Econometrics: Methods and Models**, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Anselin, Luc (1992), “Spatial Data Analysis with GIS: A Introduction to Application in the Social Sciences”, <https://escholarship.org/uc/item/58w157nm> (21.03.2024).
- Anselin, Luc (2005), “Exploring Spatial Data with GeoDaTM: A Workbook”, **Center for Spatially Integrated Social Science**, 1963, 157.
- Anselin, Luc vd. (2008), “Spatial Panel Econometrics”, L. Matyas, ve P. Sevestre (Ed.), **The Econometrics of Panel Data** içinde (625-657), Springer, Berlin.
- Anselin, Luc ve Bera, Anıl K., (1998), “Spatial Dependence in Linear Regression Models with an Introduction to Spatial Econometrics”, A. Ullah ve D. Giles (editörler), **Handbook of Applied Economic Statistics** içinde, Marcel Dekker, New York: 237-289.
- Anselin, Luc, Bera, Anıl K., Raymond J. Florax ve Mann, Yoon (1996), “Simple Diagnostics Tests for Spatial Dependence”, **Regional Science and Urban Economics**, 26, 77-104.
- Anselin, Luc ve Florax, Raymond J.G.M. (1995), “New Directions in Spatial Econometrics: Introduction”, **New Directions in Spatial Econometrics** içinde (3-18), Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Anselin, Luc, Florax Raymond J.G.M. ve Rey Sergio, (2004), **Advances in Spatial Econometrics: Methodology, Tools and Applications**, Springer-Verlag, New York.
- Anselin, Luc ve Hudak, Sheri (1992), “Spatial Econometrics in Practice: A Review of Software Options. **Regional Science and Urban Economics**, 22(3), 509-536.
- Arbia, Giuseppe (2006), **Spatial Econometrics: Statistical Foundations and Applications to Regional Convergence**, Springer Science & Business Media.
- Arbia, Giuseppe vd. (2005), “Using Spatial Panel Data in Modelling Regional Growth and Convergence”, **Istituto Di Studi E Analisi Economica**, Working paper n. 55

- Arbia, Giuseppe vd. (2010), “Institutions and Geography: Empirical Test of Spatial Growth Models for European Regions”, **Economic Modelling**, 27(1), 12-21.
- Baktemur, Fatma İdil ve Özmen, Mehmet (2017), “Gelişmiş AB Ülkeleri İçin İşsizlik Yakınsamasının Mekansal Ekonometrik Analizi”, **Finans Politik ve Ekonomik Yorumlar**, (626), 33-42.
- Baltagi, Badi H. (2005). **Econometric Analysis of Panel Data**, John Wiley & Sons, Ltd.
- Baltagi, Badi H. vd. (2013), “A Generalized Spatial Panel Data Model with Random Effects”, **Econometric Reviews**, 32(5-6), 650-685.
- Barro, R. J. ve Sala-i-Martin, X. (1990), “Economic Growth and Convergence Across the United States”, **NBER Working Paper Series**, Working Paper No: 3419, A.B.D.
- Barro, Robert J. vd. (1991), “Convergence Across States and Regions”, **Brookings Papers on Economic Activity**, 1991(1), 107-182.
- Barro, Robert J. ve Sala-i-Martin, Xavier (1992a), “Convergence”, **Journal of political Economy**, 100(2), 223-251.
- Barro, Robert J. ve Sala-i-Martin, Xavier (1992b), “Regional Growth and Migration: A Japan-United States Comparison”, **Journal of the Japanese and International Economies**, 6(4), 312-346.
- Barro, Robert J. ve Sala-i-Martin, Xavier (1995), **Economic Growth Theory**, Boston: McGraw-Hill.
- Barro, Robert J. ve Sala-i-Martin, Xavier (1998), **Economic Growth**, MIT press.
- Barro, Robert J. ve Sala-i-Martin, Xavier (2003), **Economic Growth**, MIT press.
- Baumol, William J. (1986), “Productivity Growth, Convergence, and Welfare: What The Long-Run Data Show”, **The American Economic Review**, 76(5), 1072-1085.
- Bayer, Christian ve Juessen, Falko (2007), “Convergence in West German Regional Unemployment Rates”, **German Economic Review**, 8(4), 510-535.
- Beenstock, Michael ve Felenktesin, Daniel (2019), **The Econometric Analysis of Non-Stationary Spatial Panel Data**, Springer International Publishing.
- Bell, Kathleen P., ve Bockstael, Nancy E. (2000), “Applying The Generalized-Moments Estimation Approach to Spatial Problems Involving Micro-Level Data”, **Review of Economics and Statistics**, 82(1), 72-82.
- Bera Anil K, Mann J. Yoon (1993), “Specification Testing with Locally Misspecified Alternatives”, **Econometric Theory**, 9(4), 649-658.

- Biles, J. James (2003), "Using Spatial Econometric Techniques to Estimate Spatial Multipliers: An Assessment of Regional Economic Policy in Yucatán, Mexico", **Review of Regional Studies**, 33(2), 121-141.
- Bodson, P., ve Peeters, Dominique (1975), "Estimation of The Coefficients of A Linear Regression In The Presence Of Spatial Autocorrelation. An Application to A Belgian Labour-Demand Function", **Environment and Planning A**, 455-472.
- Bolea, Lucía vd. (2018), "From Convergence to Divergence? Some New Insights into the Evolution of the European Union", **Structural Change and Economic Dynamics**, 47, 82-95.
- Borsi, Mihály Tamás ve Metiu, Norbert (2015), "The Evolution of Economic Convergence in the European Union", **Empirical Economics**, 48, 657-681.
- Buccellato, Tullio (2007), "Convergence Across Russian Regions: A Spatial Econometrics Approach", **Economics Working Paper**, No. 72
- Burridge, Peter (1980), "On the Cliff-Ord Test for Spatial Correlation", **Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)**, 42(1), 107-108.
- Busetti, Fabio vd. (2006), "Inflation Convergence and Divergence within The European Monetary Union", **European Central Bank Working Paper Series**, No: 574
- Ceylan, Reşat (2010), "Yakınsama Hipotezi: Teorik Tartışmalar", **Sosyoekonomi**, 11(11), 47-60.
- Cliff, Andrew ve Ord J., Keith (1969), "The Problem of Spatial Autocorrelation". In: Scott AJ (ed) **Studies in Regional Science**, London papers in regional science. Pion, London, pp 25-55.
- Cliff, Andrew ve Ord J., Keith (1972), "Testing for Spatial Autocorrelation Among Regression Residuals", **Geographical Analysis**, 4: 267-84.
- Cliff, Andrew ve Ord J., Keith (1973), **Spatial Autocorrelation**, London: Pion.
- Cliff, Andrew ve Ord J., Keith (1981), **Spatial Processes: Models and Applications**, Pion, London
- Cressie N. A. C. (1993), **Statistics for Spatial Data**. Wiley, New York
- Çınar, İbrahim Tuğrul (2016), **Türkiye’de Bölgeler Arası İşgücü Verimliliğinin Yakınsaması 2005-2011 Arası Mekansal Panel Veri Analizi**, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dumlupınar Üniversitesi.
- Darmofal, David (2006), "Spatial Econometrics and Political Science", **Society for Political Methodology Working Paper** Archive: <http://polmeth.wustl.edu/workingpapers.php>.
- De Long, J. Bradford (1988), "Productivity Growth, Convergence, and Welfare: Comment", **The American Economic Review**, 78(5), 1138-1154.
- Dowrick, Steve ve Nguyen, Duc-Tho (1989), "OECD Comparative Economic Growth 1950-85: Catch-Up and Convergence", **The American Economic Review**, 79(5), 1010-1030.

- Durlauf, Steven N. ve Johnson, Paul A. (1995), “Multiple Regimes and Cross-Country Growth Behaviour”, **Journal of Applied Econometrics**, 10(4), 365-384.
- Egger, Peter ve Pfaffermayr, Michael (2006), “Spatial convergence”, **Papers in Regional Science**, 85(2), 199-215.
- Elhorst, J. Paul (2003), “Specification and Estimation of Spatial Panel Data Models”, **International Regional Science Review**, 26(3), 244-268.
- Elhorst, J. Paul (2010), “Applied Spatial Econometrics: Raising The Bar”, **Spatial Economic Analysis**, 5(1), 9-28.
- Elhorst, J. Paul (2014), **Spatial Econometrics: From Cross-Sectional Data to Spatial Panels**, Heidelberg: Springer.
- Elmslie, Bruce Truitt (1995), “Retrospectives: The Convergence Debate Between David Hume and Josiah Tucker”, **Journal of Economic Perspectives**, 9(4), 207-216.
- Fingleton, Bernard (2001), “Equilibrium and Economic Growth: Spatial Econometric Models and Simulations”, **Journal of Regional Science**, 41(1), 117-147.
- Fingleton, Bernard ve López-Bazo, Enrique (2006), “Empirical Growth Models with Spatial Effects”, **Papers in Regional Science**, 85(2), 177-198.
- Florax, Raymond J., Folmer, Hendrik ve Rey, Sergio J. (2003), “Specification Searches in Spatial Econometrics: The Relevance of Hendry’s Methodology”, **Regional Science and Urban Economics**, 33(5), 557-579.
- Galor, Oded (1996), “Convergence? Inferences from Theoretical Models”, **The Economic Journal**, 106(437), 1056-1069.
- Geary, R. Charles (1954), “The Contiguity Ratio and Statistical Mapping”, **The Incorporated Statistician**, 5(3), 115-146.
- Gerschenkron Alexander (1952), “Economic Backwardness in Historical Perspective”, in Bert F. Hoselitz (Ed.), **The Progress of Underdeveloped Areas**. University of Chicago Press.
- Glawe, Linda ve Wagner, Helmut (2021), “Divergence Tendencies in the European Integration Process: A Danger for the Sustainability of the E (M) U?”, **Journal of Risk and Financial Management**, 14(3), 104.
- Graham, Alexander (1981), **Kronecker Products and Matrix Calculus with Applications**, Ellis Horwood Limited.
- Grier, Kevin B., ve Tullock, Gordon (1989), “An Empirical Analysis of Cross-National Economic Growth, 1951–1980”, **Journal of Monetary Economics**, 24(2), 259-276.

- Halleck Vega, Sol Maria ve Elhorst, J. Paul (2013), "On Spatial Econometric Models, Spillover Effects, and W", **In 53rd ERS Congress**, Palermo, Italy, 1-28.
- Hardy, Godfrey Harold (1949), **Divergent Series**, Clarendon Press, Oxford.
- Holmes, Mark J. (2002), "Panel Data Evidence on Inflation Convergence in The European Union", **Applied Economics Letters**, 9(3), 155-158.
- Horn, Roger A. (1990), "The Hadamard Product", Editör: Charles R. Johnson, **Matrix Theory and Applications** içinde (87-169), American Mathematical Society Providence, Rhode Island.
- Islam, Nazrul (1998), "Convergence: Variation in Concept and Empirical Results", **Department of Economics Emory University, Emory College of Arts and Sciences**, Atlanta, 1-60.
- Islam, Nazrul (2003), "What Have We Learnt From The Convergence Debate?", **Journal of Economic Surveys**, 17(3), 309-362.
- Janowitz, Morris (2017), **The Professional Soldier: A Social and Political Portrait**, Simon and Schuster.
- Kapoor, Mudit vd. (2007), "Panel Data Models with Spatially Correlated Error Components", **Journal of Econometrics**, 140(1), 97-130.
- Karaalp, Hacer Simay (2008), **Türkiye’de Sektörel Yığılmalar ve Bölgeler Arası Yakınsamaya Etkisi**, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi.
- Kelejian, Harry H. ve Prucha, Ingmar R. (1998), "A Generalized Spatial Two-Stage Least Squares Procedure for Estimating A Spatial Autoregressive Model with Autoregressive Disturbances", **The Journal of Real Estate Finance and Economics**, 17(1), 99-121.
- Kelejian, Harry H. ve Prucha, Ingmar R. (1999), "A Generalized Moments Estimator for The Autoregressive Parameter in A Spatial Model", **International Economic Review**, 40(2), 509-533.
- Kočenda, Evzen ve Papell, David H. (1997), "Inflation Convergence Within The European Union: A Panel Data Analysis", **International Journal of Finance & Economics**, 2(3), 189-198.
- Lee, Lung-Fei (2004), "Asymptotic Distribution of Quasi-Maximum Likelihood Estimators for Spatial Autoregressive Models", **Econometrica** 72(6):1899–1925.
- Leenders, Roger T. A. J. (2002), "Modeling Social Influence Through Network Autocorrelation: Constructing The Weight Matrix", **Soc Netw** 24(1):21–47.
- LeSage, James P. (1997), "Bayesian Estimation of Spatial Autoregressive Models", **International Regional Science Review**. 20, 113–129.
- LeSage, James P. (1999), **The Theory and Practice of Spatial Econometrics**, University of Toledo. Toledo, Ohio, 28(11), 1-39.

- LeSage, James ve Pace, R. Kelley (2009), **Introduction to Spatial Econometrics**, Chapman and Hall/CRC.
- Magalhães, André vd. (2005), “Spatial Dependence and Regional Convergence in Brazil”, **Investigaciones Regionales**, (6), 5-20
- Mankiw, N. Gregory vd. (1992), “A Contribution to The Empirics of Economic Growth”, **The Quarterly Journal of Economics**, 107(2), 407-437.
- Moran P. Alfred (1950), “Notes on Continuous Stochastic Phenomena”, **Biometrika**. 37:17–23.
- Moran, P. Alfred (1948), “The Interpretation of Statistical Maps”, **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, 10(2), 243-251.
- Morris, Simon Conway (2003), **Life’s Solution: Inevitable Humans in a Lonely Universe**, Cambridge University Press.
- Nowak, Jan ve Kochkova, Olena (2011), “Income, Culture, and Household Consumption Expenditure Patterns in the European Union: Convergence or Divergence?”, **Journal of International Consumer Marketing**, 23(3-4), 260-275.
- Ord, Keith (1975), “Estimation Methods for Models of Spatial Interaction”, **Journal of the American Statistical Association**, 70(349), 120-126.
- Öndes, Hakan (2019), “Türkiye’de Mutluluk Düzeyini Etkileyen Faktörler: Mekânsal Ekonometri Analizi”, **Dokuz Eylül Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi**, 21(4), 1039-1064.
- Paas, Tiit ve Schlitte, Friso (2006), “Regional Income Disparities: Convergence or Divergence within the EU-25”, **In 14 th Inforum Conference**, Traunkirchen, Austria.
- Paelinck, Jean ve Klaassen, Leo (1979), **Spatial Econometrics**, Saxon House, Farnborough
- Phillips, Peter C.ve Sul, Donggyu (2007), “Transition Modeling and Econometric Convergence Tests”, **Econometrica**, 75(6), 1771-1855.
- Rey, Sergio J., ve Montouri, Brett D. (1999), “US Regional Income Convergence: A Spatial Econometric Perspective”, **Regional Studies**, 33(2), 143-156.
- Ripley, Brian D. (1981), **Spatial Statistics**, Wiley, New York.
- Romer, David (1996), **Advanced Macroeconomics**, The McGraw-Hill Companies.
- Rusche, Karsten (2010), “Quality of Life in The Regions: An Exploratory Spatial Data Analysis for West German Labor Markets”, **Jahrb Reg Wiss**, 30, 1-22.
- Sala-i-Martin Xavier (1996), “The Classical Approach to Convergence Analysis”, **The Economic Journal**, 106(437), 1019–1036.
- Solow, Robert M. (1956), “A Contribution to The Theory of Economic Growth”, **The Quarterly Journal of Economics**, 70(1), 65-94.

- Stakhovych, Stanislav ve Bijmolt, Tammo H. A. (2008) “Specification of Spatial Models: A Simulation Study on Weights Matrices”, **Pap Reg Sci** 88:389–409.
- Swan, Trevor Winchester (1956), “Economic Growth and Capital Accumulation”, **Economic Record**, 32(2), 334-361.
- Szendi, Dora (2024), “Testing the Validity of Spatial Beta Convergence for the Countries of Southern Europe”, **Theory, Methodology, Practice–Review of Business and Management**, 20(02), 55-67.
- Tyrowicz, Joanna ve Wójcik, Piotr (2011), “Nonlinear Stochastic Convergence Analysis of Regional Unemployment Rates in Poland”, **Review of Economic Analysis**, 3(1), 59-79.
- Ursavaş, Neslihan (2020), **Küreselleşme, Demokrasi ve Ekonomik Performans: Kulüp Yakınsama Analizine Göre Sınıflanmış Ülkeler Üzerine Ampirik Analiz**, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi.
- Vojinović, Borut ve Próchniak, Mariusz (2009), “Divergence Period in the European Convergence Process”, **Transition Studies Review**, 15, 685-700.
- Yerdelen Tatoğlu, Ferda (2022), **Mekansal Ekonometri Stata Uygulamalı**, Beta Basım Yayım Dağıtım AŞ, İstanbul.
- Yılgör, Metehan (2019), **Mekansal Ekonometri**, DER Yayınları, İstanbul.
- Zeren, Fatma (2010), “Mekansal Etkileşim Analizi”, **Istanbul University Econometrics and Statistics e-Journal**, (12), 18-39.

ÖZGEÇMİŞ

Sinan YILDIRIM, 2003 yılında Mehmet Akif ERSOY İlköğretim Okulunu bitirdi. Aynı yıl lise öğrenimine Kuleli Askerî Lisesinde başlayan YILDIRIM, 2006 yılında Kanuni Anadolu Lisesine geçerek 2008 yılında buradan mezun oldu. 2010 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi – İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümüne başladı ve 2014 yılında birincilikle bitirdi. 2013 yılında Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankasında staj yaptı. 2014-2015 yılları arasında Türkiye İsrافی Önleme Vakfı – Türkiye Grameen Mikro Finans Projesinde saha sorumlusu olarak çalıştı. 2015 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi – Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalında yüksek lisansa başlayan YILDIRIM, 2016 yılında Öğretim Elemanı Yetiştirme Programı kapsamında Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi – Ekonometri Bölümüne Araştırma Görevlisi olarak atandı. Süleyman Demirel Üniversitesi – Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalında yüksek lisansa yeniden başlayan YILDIRIM, 2018 yılında yüksek lisansı bitirdi. 2019 yılında Karadeniz Teknik Üniversitesi – Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalında doktora programına başladı. Halen doktora eğitimi için geçici olarak görevlendirildiği Karadeniz Teknik Üniversitesi – Sosyal Bilimler Enstitüsünde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

YILDIRIM, evli ve iki çocuk babası olup, İngilizce bilmektedir.