



T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

GEOGEBRA DESTEKLİ ACODESA METODU İLE ORTAOKUL
ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ
İLİŞKİLENDİRME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

RENAS ŞEKER

Temmuz 2025

DİYARBAKIR

T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ
EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

GEOGEBRA DESTEKLİ ACODESA METODU İLE ORTAOKUL
ÖĞRENCİLERİNİN ÇOKGENLER KONUSUNDAKİ
İLİŞKİLENDİRME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

HAZIRLAYAN
RENAS ŞEKER

DANIŞMAN
PROF. DR. KEMAL ÖZGEN

Temmuz 2025

DİYARBAKIR

KABUL VE ONAY

T.C.

DİCLE ÜNİVERSİTESİ

EĞİTİM BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜ

DIYARBAKIR

Renas ŞEKER tarafından yapılan “GeoGebra Destekli ACODESA Metodu ile Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi” konulu bu çalışma, jürimiz tarafından Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyesinin

	<u>Ünvanı</u>	<u>Adı Soyadı</u>
Başkan	: Doç. Dr.	Emrullah ERDEM
Üye	: Prof. Dr.	Yılmaz ZENGİN
Üye	: Prof. Dr.	Kemal ÖZGEN

Tez Savunma Sınavı Tarihi:10/07/2025

Yukarıdaki bilgilerin doğruluğunu onaylarım.

.../.../2025

Doç. Dr. Sadreddin TUSUN

ENSTİTÜ MÜDÜRÜ

(MÜHÜR)

BİLDİRİM

Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırlanan bu tez çalışmasında yer alan tüm bilgilerin akademik kurallara ve etik ilkelere uygun olarak elde edildiğini ve sunulduğunu beyan ederim. Ayrıca, bahse konu bu kural ve ilkelerin gerektirdiği üzere, bu çalışmada özgün olmayan tüm bilimsel içerikleri kurallara uygun biçimde alıntılıyıp kaynak gösterdiğimi beyan ederim. Beyanımınla çelişen herhangi bir delil bulunduğu takdirde tüm sorumluluğu üstleneceğimi kabul ederim.

Renas ŞEKER

10/07/2025

ÖNSÖZ

Yüksek lisans tezimin hazırlanma sürecinde akademik bilgi ve deneyimleriyle bana rehberlik eden, her aşamada destek ve sabırla yanımda olan çok değerli danışmanım Sayın Prof. Dr. Kemal Özgen'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Lisans ve yüksek lisans öğrenimim boyunca bilgi ve deneyimlerinden faydalandığım, ayrıca tez savunma jürimde yer alarak çalışmama kıymetli katkılarda bulunan Sayın Prof. Dr. Yılmaz Zengin ile derslerinden edindiğim bilgi ve bakış açısıyla akademik gelişimime önemli katkılar sağlayan Sayın Doç. Dr. Mehmet Aydın'a teşekkür ederim. Ayrıca tez jürimde yer alarak önerileriyle çalışmamı zenginleştiren Sayın Doç. Dr. Emrullah Erdem'e de şükranlarımı sunarım

Aynı zamanda, her zaman yanımda olarak manevi desteklerini esirgemeyen sevgili aileme, özellikle anne ve babama ve canım kardeşim Şewal Şeker'e teşekkür ederim.

Son olarak araştırma sürecimin her aşamasında yanımda durarak beni motive eden, başaracağıma dair inancını koruyan yol arkadaşım Mekiye Aydın'a en içten minnet duygularıyla teşekkür ederim.

Renas Şeker

İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ	iii
İÇİNDEKİLER	iv
ÖZET	vi
ABSTRACT	vii
TABLolar LİSTESİ	viii
ŞEKİLLER LİSTESİ	xi
SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ	xvi
1. GİRİŞ.....	1
1.1. PROBLEM DURUMU	1
1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI.....	8
1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ	8
1.4. ARAŞTIRMANIN SINIRLIKLARI.....	12
1.5. ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI	12
1.6. TANIMLAR.....	12
2. KURAMSAL ÇERÇEVE	14
2.1. MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME	14
2.2. MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME TÜRLERİ	16
2.2.1. Matematik Dışı İlişkilendirme	16
2.2.2. Matematik İçi İlişkilendirme.....	19
2.3. MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRMEDE GEOGEBRA’NIN ÖNEMİ	25
2.4. ACODESA METODU	28
2.5. ÇOKGENLER.....	30
2.6. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR	32
3. YÖNTEM	40
3.1. ARAŞTIRMANIN MODELİ.....	40
3.2. KATILIMCILAR	41
3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI.....	41
3.3.1. Matematiksel Etkinlikler.....	41
3.3.2. GeoGebra Dosyaları.....	47
3.3.3. Video ve Ses Kayıtları	47
3.4. PİLOT ÇALIŞMA	47
3.5. UYGULAMA SÜRECİ	48
3.6. VERİLERİN ANALİZİ	50
3.7. ARAŞTIRMANIN GEÇERLİK VE GÜVENİRLİĞİ	52

4. BULGULAR.....	54
4.1. ETKİNLİK 1: DÜZGÜN ÇOKGENLER	54
4.1.1. Özelliklerle İlişkilendirme	54
4.1.2. İşlemsel İlişkilendirme.....	61
4.1.3. Anlamsal İlişkilendirme.....	67
4.1.4. Parça-Bütün İlişkilendirme	70
4.1.5. Farklı Temsillerle İlişkilendirme	78
4.1.6. Çıkarımsal İlişkilendirme.....	88
4.1.7. Öğretime Yönelik İlişkilendirme	92
4.1.8. Metaforik ilişkilendirme	93
4.2. ETKİNLİK 2: ÖZEL DÖRTGENLER	96
4.2.1. Özelliklerle İlişkilendirme	96
4.2.2. Parça-Bütün İlişkilendirme	110
4.2.3. Çıkarımsal İlişkilendirme.....	118
4.2.4. Öğretime Yönelik İlişkilendirme	120
4.2.5. İşlemsel İlişkilendirme.....	121
4.2.6. Anlamsal İlişkilendirme.....	123
4.2.7. Farklı Temsillerle İlişkilendirme	123
4.3. ETKİNLİK 3: EŞKENAR DÖRTGEN VE YAMUĞUN ALANI.....	132
4.3.1. Parça-Bütün İlişkilendirme	132
4.3.2. Çıkarımsal İlişkilendirme.....	139
4.3.3. Özelliklerle İlişkilendirme	144
4.3.4. Anlamsal İlişkilendirme.....	147
4.3.5. İşlemsel İlişkilendirme.....	150
4.3.6. Farklı Temsillerle İlişkilendirme	157
4.4. ETKİNLİK 4: ALAN PROBLEMLERİ	167
4.4.1. Farklı Temsillerle İlişkilendirme	167
4.4.2. Parça-Bütün İlişkilendirme	174
4.4.3. İşlemsel İlişkilendirme.....	177
4.4.4. Anlamsal İlişkilendirme.....	179
4.4.5. Öğretime Yönelik İlişkilendirme	182
5. TARTIŞMA.....	185
6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER.....	192
7. KAYNAKLAR.....	196
8. EKLER	207
9. ÖZGEÇMİŞ	224

ÖZET

GeoGebra Destekli ACODESA Metodu ile Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi

Bu araştırmanın amacı teknoloji destekli iş birlikli bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin matematik içi ilişkilendirmelerini incelemektir. Bu çalışma, öğretim deneyi yöntemiyle yapılandırılmış olup, katılımcılarını amaçlı örnekleme yöntemiyle seçilen altı ortaokul öğrencisi oluşturmaktadır. Veri toplama araçları olarak etkinlik kâğıtları, uygulama sürecinde alınan ekran ve ses kayıtları, GeoGebra dosyaları ile sınıf içi ses ve video kayıtları kullanılmıştır. Araştırmanın uygulama süreci; 4 haftalık keşfedici öğretim ve 4 haftalık öğretim bölümleri olmak 8 haftalık bir sürede gerçekleşmiştir. Keşfedici öğretim süreci; öğrencilerin iki grup halinde bilgisayar üzerinde iş birliği içerisinde çalıştıkları, GeoGebra'yı öğrenmeye yönelik yapılan uygulamaları içermektedir. Öğretim bölümleri ise uzman görüşü alınarak geliştiren 5 etkinliğin, GeoGebra destekli ACODESA metoduna uygun bir öğrenme ortamında öğrencilere uygulanması ile gerçekleştirilmiştir. Araştırmadan elde edilen veriler tematik analiz yöntemiyle analiz edilerek; öğrencilerin işlemsel, çıkarımsal, öğretime yönelik, metaforik, parça-bütün, özelliklerle, farklı temsillerle ve anlamsal türlerine yönelik ilişkilendirmeleri incelenmiştir. Çalışmanın bulguları, öğrencilerin teknoloji destekli iş birlikli bir öğrenme ortamında çokgenlere yönelik matematik içi ilişkilendirmelerinin tüm türler altında ortaya çıktığını ve bazı türlere yönelik daha fazla ilişkilendirme yapabildiklerini ortaya koymaktadır. GeoGebra'nın sağladığı dinamik ve keşfedici öğrenme ortamı öğrencilerin iş birliği içerisinde çalışırken etkinliğe yönelik fikirlerini, açıklamalarını, işlemlerini, çözümlerini birbirleriyle paylaşmaları için bir ortam yaratmış ve bu süreç öğrencilerin ilişkilendirme kurma süreçlerini desteklemiştir. Bununla beraber daha az tanımlanan ilişkilendirme türleri incelendiğinde; bu ilişkilendirmelerin daha çok sınıf tartışması aşamasında ortaya çıktığı görülmektedir. Öğretmenin sınıf tartışması aşamasında öğrencileri farklı çözüm yolları ortaya koymaları için yönlendirmesi ancak bağımsız düşünme süreçlerini engellememesi, farklı ilişkilendirme türlerinin ortaya çıkmasında önemli bir rol oynamıştır. Sonuç olarak öğrencilerin farklı türlere yönelik matematik içi ilişkilendirme becerilerinin desteklenmesinde teknoloji destekli iş birlikli öğrenme ortamlarının oluşturulması önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: ACODESA, Çokgenler, GeoGebra, Matematiksel İlişkilendirme, Ortaokul Öğrencileri

ABSTRACT

An Investigation of Middle School Students' Ability to Make Connections on Polygons through the GeoGebra-Supported ACODESA Method

The purpose of this study is to examine secondary school students' connections in a technology-supported collaborative learning environment. This study was structured using the teaching experiment method, and its participants consisted of six secondary school students selected through purposive sampling. Data were collected through activity sheets, screen and audio recordings taken during the implementation process, GeoGebra files, and in-class audio and video recordings. The implementation process lasted eight weeks in total, consisting of four weeks of exploratory teaching and four weeks of instructional phases. The exploratory teaching process included activities aimed at helping students learn how to use GeoGebra while working collaboratively in pairs on computers. The instructional phase involved the implementation of five expert-reviewed activities within a learning environment designed according to the ACODESA method, supported by GeoGebra. The data obtained were analyzed using thematic analysis, and students' connections were examined under the following categories: procedural connections, inferential connections, instructional connections, metaphorical connections, part-whole connections, feature connections, connections between different representations, and meaning connections. The findings show that in a technology-supported collaborative learning environment, students were able to construct all these types of connections regarding polygons, with some types being more prominent than others. The dynamic and exploratory learning environment provided by GeoGebra enabled students to collaborate effectively, creating a space for them to share their ideas, explanations, operations, and solutions, which supported their connection-making processes. Additionally, it was observed that the less frequently constructed types of connections often emerged during the class discussion stage. The teacher's guidance during this stage—encouraging students to propose alternative solutions without obstructing their independent thinking—played a significant role in the emergence of diverse types of connections. In conclusion, it is recommended that technology-supported collaborative learning environments be developed to support students' ability to construct various types of intra-mathematical connections.

Keywords: ACODESA, GeoGebra, Mathematical Connections, Middle School Students, Polygons

TABLÖLAR LİSTESİ

Tablo 1.	Matematik İçi İlişkilendirme Türlerine Yönelik Yapılan Bazı Çalışmalar	35
Tablo 2.	GeoGebra Destekli ACODESA Metoduna Yönelik Yapılan Bazı Çalışmalar .	37
Tablo 3.	Etkinliklerin Kazanımlara Göre Dağılımı	42
Tablo 4.	Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliğinin Sağlanmasında Kullanılan Stratejiler .	53
Tablo 5.	Öğrencilerin düzgün çokgenin özelliklerine yönelik açıklamaları.....	56
Tablo 6.	Öğrencilerin düzgün dörtgene yönelik açıklamaları	60
Tablo 7.	Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Özellikler Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	61
Tablo 8.	Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin İşlemsel Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler	66
Tablo 9.	Öğrencilerin “Düzgün” Çokgeni Anlamlandırmaya Yönelik Açıklamaları.....	67
Tablo 10.	Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Anlamsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	69
Tablo 11.	Grup 2 Öğrencilerinin Etkinlik 1’e Ait Dış Açıların Ölçüleri Toplamına Yönelik Açıklamaları	76
Tablo 12.	Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Parça-Bütün Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	77
Tablo 13.	Grup 1’in Etkinlik 1’e Ait Takım Çalışmasındaki Düzgün Çokgenlere Yönelik Çizimleri ve Açıklamaları	79
Tablo 14.	Grup 2’nin Etkinlik 1’e Ait Takım Çalışmasındaki Düzgün Çokgenlere Yönelik Çizimleri ve Açıklamaları	79
Tablo 15.	Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Farklı Temsiller Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	87
Tablo 16.	Etkinlik 1 Kapsamında Elif’in Çıkarımsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler	91
Tablo 17.	Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Öğretime Yönelik Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	93
Tablo 18.	Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Metaforik Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	96
Tablo 19.	Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin Özellikler Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	110
Tablo 20.	Öğrencilerin Paralelkenar Olan Dörtgenlere Yönelik Yazılı Açıklamaları.....	113
Tablo 21.	Öğrencilerin Eşkenar Dörtgen ve Kare Arasındaki İçerme/Kapsama İlişisine Yönelik Yazılı Açıklamaları.....	115
Tablo 22.	Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin Parça-bütün Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	117
Tablo 23.	Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin Çıkarımsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	120

Tablo 24.	Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin Öğretime Yönelik Kurduğu İlişkilendirmeler.....	121
Tablo 25.	Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin İşlemsel Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler	123
Tablo 26.	Öğrencilerin Yamuğa Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Temsillere Örnekler.....	124
Tablo 27.	Öğrencilerin Paralelkenara Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Temsillere Örnekler.....	125
Tablo 28.	Öğrencilerin Dikdörtgene Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Temsillere Örnekler.....	127
Tablo 29.	Öğrencilerin Kareye Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Temsillere Örnekler.....	128
Tablo 30.	Öğrencilerin Eşkenar Dörtgene Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Temsillere Örnekler.....	129
Tablo 31.	Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin Farklı Temsillerle Kurduğu İlişkilendirmeler.....	131
Tablo 32.	Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin Parça-bütün Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	139
Tablo 33.	Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin Çıkarımsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	144
Tablo 34.	Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin Kurduğu Özelliklerle İlişkilendirmeler	147
Tablo 35.	Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin Anlamsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	149
Tablo 36.	Öğrencilerin Dikdörtgenin Alanına Yönelik İşlemleri.....	150
Tablo 37.	Öğrencilerin Üçgenin Alanına Yönelik İşlemleri.....	152
Tablo 38.	Öğrencilerin Yamuğun Alanına Yönelik İşlemleri	154
Tablo 39.	Öğrencilerin Eşkenar Dörtgenin Alanına Yönelik İşlemleri	156
Tablo 40.	Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin İşlemsel Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler	157
Tablo 41.	Öğrencilerin Yamuğun Alanına Yönelik Farklı Temsillerle İlişkilendirmeleri	163
Tablo 42.	Öğrencilerin Eşkenar Dörtgenin Alanına Yönelik Farklı Temsillerle İlişkilendirmeleri	165
Tablo 43.	Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin Farklı Temsillerle Kurduğu İlişkilendirmeler.....	166
Tablo 44.	Etkinlik 4 Kapsamında Öğrencilerin Farklı Temsillerle Kurduğu İlişkilendirmeler.....	173
Tablo 45.	Etkinlik 4 Kapsamında Öğrencilerin Farklı Temsillerle Kurduğu İlişkilendirmeler.....	176

Tablo 46. Öğrencilerin Çöp Olan Bölgenin Alanını Bulmak Amacıyla Oluşturdukları Geometrik Şekillerin Alanlarına Yönelik İşlemleri.....	177
Tablo 47. Öğrencilerin Birim Karelerden Faydalanarak Uzunluk ve Alan Belirleme Süreçleri.....	178
Tablo 48. Etkinlik 4 Kapsamında Öğrencilerin İşlemsel Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler	179
Tablo 49. Öğrencilerin Deniz Çöplerinin Bulunduğu Bölgenin Alanını Belirleme Sürecine Yönelik Açıklamaları	180
Tablo 50. Etkinlik 4 Kapsamında Öğrencilerin Anlamsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	182
Tablo 51. Etkinlik 4 Kapsamında Öğrencilerin Anlamsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler.....	184



ŞEKİLLER LİSTESİ

Şekil 1.	Matematiksel İlişkilendirme Çerçevesi (Garcia-Garcia ve Dolores-Flores (2019); Rodriguez-Nieto ve diğerlerinin (2022) çalışmalarından uyarlanmıştır).....	20
Şekil 2.	Düzgün Beşgenin Bir İç Açısının Formülle Bulunması.....	22
Şekil 3.	Alternatif Temsiller Arasındaki Geçiş.....	24
Şekil 4.	Eş Değer Temsiller Arasındaki İşlem.....	24
Şekil 5.	GeoGebra Destekli ACODESA Metodu ve Aşamaları (Hitt & González-Martín, 2015; Zengin, 2018).	29
Şekil 6.	Ortaokul Düzeyinde Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflandırılması (MEB, 2018).....	31
Şekil 7.	Matematiksel Etkinliklerin Geliştirilme Süreci.....	42
Şekil 8.	Etkinlik 1’de Yer Alan GeoGebra Materyaline Ait Ekran Görüntüsü.....	44
Şekil 9.	Etkinlik 1’e Ait Etkinlik Değerlendirme Formunda Yer Alan Uzman Görüşü.	45
Şekil 10.	Etkinlik 1’e Ait Uzman Görüşü Sonrasında Yapılan Değişiklik.....	45
Şekil 11.	Etkinlik 2’ye Ait Uzman Görüşü.....	46
Şekil 12.	Etkinlik 3’e Ait Uzman Görüşü.....	46
Şekil 13.	Etkinlik 4’e Ait Uzman Görüşü.....	47
Şekil 14.	Araştırmanın Uygulama Süreci	50
Şekil 15.	Elif’in GeoGebra üzerinde düzgün üçgen oluşturma süreci.....	54
Şekil 16.	Ali’nin Bireysel Aşamada GeoGebra Üzerinde Düzgün Çokgen Oluşturma Süreci.....	55
Şekil 17.	Oya’nın Çokgenlerin Bir Köşesinden Geçen Köşegenlere Yönelik Açıklaması	56
Şekil 18.	Eda’nın Öz Yansıtma Aşamasındaki Düzgün Çokgenin İç Açılar Toplamına Yönelik Açıklamaları	58
Şekil 19.	Zeynep’in Öz Yansıtma Aşamasındaki Düzgün Çokgenlerin Dış Açılarını Belirlemeye Yönelik Açıklamaları.....	59
Şekil 20.	Elif’in Düzgün Çokgenin İç ve Dış Açılarına Yönelik Açıklamalar.....	60
Şekil 21.	Elif’in Etkinlik 1’e Ait Çokgenin Tüm Köşegenlerini Belirlemeye Yönelik İşlemi	61
Şekil 22.	Öğrencilerin Etkinlik 1’e Ait Düzgün Çokgenlerin Bir İç Açısını Bulmaya Yönelik İşlemleri.....	62
Şekil 23.	Etkinlik 1’e Ait Zeynep’in Öz Yansıtma Aşamasındaki Çalışması	64
Şekil 24.	Etkinlik 1’e Ait Çokgenin Bir Dış Açısının Belirlenmesine Yönelik Sınıf Tartışması Aşamasından Bir Görüntü	65
Şekil 25.	Etkinlik 1’e Ait Fatma’nın Öz Yansıtma Aşamasındaki Dış Açılar Toplamına Yönelik İşlemi	65

Şekil 26.	Etkinlik 1'e Ait Ali'nin Öz Yansıtma Aşamasındaki Dış Açılar Toplamına Yönelik Açıklaması.....	66
Şekil 27.	Etkinlik 1'e Ait Elif'in Üçgen Ve Dörtgene Yönelik Açıklamaları.....	69
Şekil 28.	Etkinlik 1'e Ait Elif'in Beşgen, Altıgen Ve Çokgene Yönelik Açıklamaları...	69
Şekil 29.	Etkinlik 1'e Ait Zeynep'in Köşegene Yönelik Açıklamaları.....	69
Şekil 30.	Takım 1'in Çokgenin Bir Köşesinden Çizilen Köşegenlere Yönelik Geogebra Üzerinde Oluşturduğu Şekiller.....	72
Şekil 31.	Eda'nın Etkinlik 1'e Ait Sınıf Tartışması Aşamasındaki Yazılı Üretimleri.....	73
Şekil 32.	Elif'in Etkinlik 1'e Ait Sınıf Tartışması Aşamasındaki Açıklaması.....	74
Şekil 33.	Etkinlik 1'e Ait Düzgün Çokgenin Dış Açısına Yönelik Öğrencilerin Sınıf Tartışması Aşamasındaki Yazılı Üretimleri.....	76
Şekil 34.	Elif'in Çokgenin İç ve Dış Açılar Toplamına Yönelik Açıklamaları.....	77
Şekil 35.	Ali'nin Düzgün Olmayan Çokgene Yönelik Çizimi Ve Açıklaması.....	80
Şekil 36.	Etkinlik 1'e Ait Grup 1 Öğrencilerinin Bir Çokgenin Bir Köşesinden Çizilen Köşegenlere Yönelik Farklı Temsillerle İlişkilendirme Yapısı.....	81
Şekil 37.	Etkinlik 1'e Ait Elif'in Çokgenin Köşegenlerine Yönelik Öz-Yansıtma Aşamasından Etkinlik Kağıdından Örnek.....	81
Şekil 38.	Zeynep'in Etkinlik 1'e Ait üçgen sayısını farklı temsillerle ilişkilendirmesine örnek.....	82
Şekil 39.	Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Çokgenlerin İç Açılar Toplamına Yönelik Temsillerle İlişkilendirmesi.....	83
Şekil 40.	Öğrencilerin Sınıf Tartışması Aşamasından Üçgenin İç Açılar Toplamına Yönelik Temsiller Arası Geçiş Örneği.....	84
Şekil 41.	Elif'in Etkinlik 1'e Ait Düzgün Çokgelerin Bir İç Açısına Yönelik Kullandığı Temsillere Örnekler.....	85
Şekil 42.	Ali'nin Etkinlik 1'e Ait Düzgün Çokgelerin Bir İç Açısına Yönelik Kullandığı Temsillere Örnekler.....	85
Şekil 43.	Fatma'nın Öz Yansıtma Aşamasındaki Etkinlik Kağıdından Bir Dış Açıyı Farklı Temsillerle İlişkilendirme Örneği.....	86
Şekil 44.	Elif'in Öz Yansıtma Aşamasındaki Etkinlik 1'e Ait Farklı Temsillerle İlişkilendirme Örneği.....	87
Şekil 45.	Etkinlik 1'e Ait Elif'in Çokgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamına Yönelik İlişkilendirme Süreci.....	88
Şekil 46.	Etkinlik 1'e Ait Elif'in Çokgenin Bir İç Açısının Ölçüsüne Yönelik Açıklaması.....	89
Şekil 47.	Etkinlik 1'e Ait Elif'in Çokgenin Bir İç Açısının Ölçüsüne Yönelik İlişkilendirme Süreci.....	89
Şekil 48.	Etkinlik 1'e Ait Sınıf Tartışması Aşamasında Elif'in Çokgenin Bir İç Açısını	90

Şekil 49.	Etkinlik 1'e Ait Elif'in Çokgenin Bir İç Açısının Ölçüsüne Yönelik İlişkilendirme Süreci.....	90
Şekil 50.	Etkinlik 1'e Ait Elif'in Üçgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamına Yönelik İlişkilendirme Süreci.....	91
Şekil 51.	Elif'in sınıf tartışması aşamasından çokgenlerin iç açılar toplamına yönelik açıklaması	93
Şekil 52.	Fatma'nın çokgene yönelik metaforik ilişkilendirmesinin karakterize edilmesi	94
Şekil 53.	Öğrencilerin çokgene yönelik metaforik ilişkilendirmesinin karakterize edilmesi	95
Şekil 54.	Elif'in Bireysel Aşamada Geogebra Üzerinde Sürükleme Sonucunda Oluşturduğu Özel Dörtgenler	97
Şekil 55.	Öğrencilerin Bireysel Aşamada GeoGebra üzerinde Oluşturduğu Özel Dörtgenler.....	97
Şekil 56.	Grup 1 Öğrencilerinin Geogebra Üzerinde Oluşturdukları Yamuklar Ve Ölçümleri.....	98
Şekil 57.	Grup 1 Öğrencilerinin Geogebra Üzerinde Oluşturdukları Yamuklar Ve Ölçümleri.....	99
Şekil 58.	Grup 1'in Takım Çalışması Aşamasında Geogebra Üzerinde Oluşturduğu Paralelkenar ve Doğrulama Süreci	101
Şekil 59.	Sınıf Tartışması Esnasında Öğrencilerin Paralelkenarın Köşegenlerini Ölçme Süreci.....	102
Şekil 60.	Öğrencileri Paralelkenarın İç Açılarına Yönelik Etkinlik Kağıdına Yansıttıkları Açıklamaları	102
Şekil 61.	Öğrencilerin Takım Çalışması ve Sınıf Tartışması Aşamasında Oluşturduğu Dikdörtgenler.....	104
Şekil 62.	Elif'in Köşegenlerin Dik Olma Durumuna Yönelik Öz Yansıtma Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Cevabı.....	107
Şekil 63.	Fatma'nın Takım Çalışması Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Açıklaması.....	108
Şekil 64.	Elif'in Öz Yansıtma Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Açıklaması... ..	108
Şekil 65.	Öğrencilerin Dörtgenlerin İç Açılar Toplamına Yönelik Açıklamaları	109
Şekil 66.	Zeynep'in Öz Yansıtma Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Özel Dörtgenlerin Özellik Tablosu	109
Şekil 67.	Öğrencilerin Yamuk ile Diğer Özel Dörtgenler Arasındaki Hiyerarşik İlişkilendirmesi	112
Şekil 68.	Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişkilendirmesine Yönelik Sınıf Tartışması Görüntüleri	117
Şekil 69.	Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişkilendirmesine Yönelik Öğrenci Etkinlik Kağıtları	117

Şekil 70.	Öğrencilerin Sınıf Tartışması Aşamasında Geogebra Üzerinde Oluşturduğu Şekiller.....	119
Şekil 71.	Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Çıkarımsal İlişkilendirmesi	120
Şekil 72.	Öğrencilerin Etkinlik-2'de Yer Alan ix. Soruya Yönelik Cevapları.....	122
Şekil 73.	Eda'nın Öz Yansıtma Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Dörtgeni Tanımlamaya Yönelik Açıklamaları	123
Şekil 74.	Elif ve Oya'nın Yamuğa Yönelik Şekil ve Çizim temsilleri.....	124
Şekil 75.	Elif'in Özel Dörtgenler Arasındaki Hiyerarşik İlişkilere Yönelik Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Farklı Temsiller.....	130
Şekil 76.	Eda Ve Oya'nın Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişkilerine Yönelik Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Farklı Temsiller.....	131
Şekil 77.	Elif'in Takım Çalışması Aşamasında Üçgenin Alanına Yönelik GeoGebra Üzerinde Oluşturduğu Çizimler.....	133
Şekil 78.	Grup 1'in Takım Çalışması Aşamasında GeoGebra Üzerinde Oluşturduğu Yeşil Alana yönelik Çizimleri.....	135
Şekil 79.	Zeynep'in Sınıf Tartışması Aşamasında Yeşil Bölgenin Alanına Yönelik Hesaplamaları	136
Şekil 80.	Grup 1 Öğrencilerinin Takım Çalışması Aşamasında GeoGebra Üzerinde Eşkenar Dörtgenin Alanını Parçalama Süreci	137
Şekil 81.	Grup 2'nin Takım Çalışması Aşamasında GeoGebra üzerinde Eşkenar Dörtgenin Alanını Bulmaya Yönelik Ölçümleri.....	138
Şekil 82.	Elif'in Yamuğun Alanını Bulmaya Yönelik Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Açıklamaları	138
Şekil 83.	Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Geogebra Üzerinde Yamuğun Alanını Oluşturma Süreci	140
Şekil 84.	Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Eşkenar Dörtgenin Alanını Belirlemeye Yönelik Açıklamaları	142
Şekil 85.	Oya'nın Sınıf Tartışması Aşamasından Eşkenar Dörtgenin Alanına Yönelik Açıklamaları	143
Şekil 86.	Zeynep ve Fatma'nın Eşkenar Dörtgenin Alanına Yönelik Etkinlik Kağıtlarındaki Açıklamaları	144
Şekil 87.	Soldan Sağa Sırasıyla; Oya, Zeynep, Ali ve Eda'nın Üçgenin Dik Kenarlarına Yönelik Etkinlik Kağıtlarındaki Çizimleri	145
Şekil 88.	Öğrencilerin Eşkenar Dörtgenin Köşegen Özelliklerine Yönelik Çizim ve Açıklamaları	146
Şekil 89.	Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Bahçe Taşlarının Döşeneceği Alanı Bulmaya Yönelik Açıklamaları.....	148
Şekil 90.	Öğrencilerin Bahçe Taşlarının Döşeneceği Alanı Bulmaya Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Açıklamaları	148

Şekil 91.	Elif'in Etkinlik 3'de Yer Alan 3. Soruya Yönelik Cevabı	149
Şekil 92.	Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Geogebra Üzerinde Farklı Boyutlardaki Yamukların Alanlarını Ölçme Süreci.....	154
Şekil 93.	Elif'in GeoGebra Üzerinde Üçgenin Alanına Yönelik Yaptığı Çizimleri.....	158
Şekil 94.	Elif ve Zeynep'in Üçgenin Alanına Yönelik Farklı Temsillerle İlişkilendirmesi	160
Şekil 95.	Grup 1'in Ev Planına Yönelik GeoGebra Üzerindeki Çizimi	161
Şekil 96.	Öğrencilerin Bireysel Aşamada GeoGebra Üzerinde Alan Belirlemeye Yönelik Üretimleri.....	168
Şekil 97.	Öğrencilerin Takım Çalışması Aşamasında Deniz Çöplerinin Bulunduğu Bölgenin Alanını Belirlemeye Yönelik Geogebra Üzerindeki Çizimleri.....	169
Şekil 98.	Öğrencilerin Sınıf Tartışması Aşamasında Deniz Çöplerinin Olduğu Bölgenin Alanını Belirlemeye Yönelik Çözümleri.....	171
Şekil 99.	Zeynep'in Deniz Çöplerinin Olduğu Bölgenin Alanını Belirlemeye Yönelik Etkinlik Kağıdına Yansıttıkları.....	173
Şekil 100.	Öğrencilerin Deniz Çöplerinin Miktarını Bulmaya Yönelik Açıklamaları.....	181

SİMGELER VE KISALTMALAR LİSTESİ

Simge

Açıklama

Kısaltma

Açıklama

ACODESA

Apprentissage Collaboratif (iş birlikli öğrenme), **Débat Scientifique** (bilimsel tartışma), Auto-réflexion (öz yansıtma)

MEB

Milli Eğitim Bakanlığı

NCTM

National Council of Teachers of Mathematics

1. GİRİŞ

Çalışmanın bu bölümünde problem durumuna, amacına, önemine, sınırlılıklarına, varsayımlarına ve araştırmada kullanılan tanımlara yer verilmiştir.

1.1. PROBLEM DURUMU

Matematik eğitiminin temel hedeflerinden biri öğrencilerin matematiği anlayarak öğrenmelerini sağlamaktır (Stylianides & Stylianides, 2007). Öğrenciler matematiği anlayarak öğrendiklerinde, bilgi ve becerilerini yeni konuları öğrenmek, rutin olmayan problemleri çözmek ve gerçek yaşamda karşılaştıkları problemlerin üstesinden gelmek için kullanabilirler (Hiebert & Grouws, 2007). Okul Matematiği için İlkeler ve Standartlar'da belirtilen öğrenme ilkesi, tüm öğrenciler için temel bir hedef olarak matematiksel anlamının sağlanması gerektiğini vurgulamaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Hiebert ve Carpenter (1992) matematiksel anlamayı bir kavramın, prosedürün veya bilginin bireyin zihninde oluşturduğu içsel ağın bir parçası olarak tanımlamakta ve bu ağlar arasındaki ilişkilendirmelerin sayısı ve gücü arttıkça daha iyi bir anlamının sağlandığını vurgulamaktadır. Matematik eğitimi araştırmacıları bir öğrencinin matematiksel anlayışı ile matematiksel ilişkilendirme becerisi arasındaki bu ilişkiyi güçlü bir şekilde ortaya koymaktadır: bir öğrencinin matematiksel fikirler, kavramlar temsiller ya da prosedürler arasında ilişkilendirme yapması, anlamasının önemli bir göstergesi olduğu gibi aynı zamanda anlamasının bir sonucudur (Cai & Ding, 2015; García-García & Dolores-Flores, 2021a).

Matematiksel anlayış için ilişkilendirme yapmanın önemi konusunda fikir birliği olmasına rağmen, ilişkilendirme kavramının anlamı çok geniştir ve kullanıldığı bağlama göre değişebilmektedir (De Gamboa vd., 2023). Businskas (2008), literatürde matematiksel ilişkilendirmenin üç farklı şekilde ele alındığını belirtmektedir: (1) matematiksel kavramlar arasında var olan ve öğrenciden bağımsız olarak tanımlanabilen ilişkiler, (2) öğrencinin zihninde inşa edilen ilişkiler ve (3) matematik yapma faaliyetinin bir parçası olan dinamik bir süreç olarak ilişkilendirme. Bu yaklaşımlar matematiksel ilişkilendirmenin ürün, beceri veya süreç olarak farklı şekillerde tanımlanmasına yol açmıştır (Özgen, 2013a). Yapılandırmacı bir bakış açısıyla ele alındığında matematiksel ilişkilendirme; zihinsel bir ağ içindeki bir şemanın bileşenleri ya da şema grupları olarak tanımlanmaktadır (Eli vd., 2011). Diğer taraftan matematiksel ilişkilendirme “bir kişinin iki veya daha fazla matematiksel fikir,

kavram, tanım, teorem, prosedür ve temsili kendi aralarında, diğer disiplinlerle veya gerçek hayatla ilişkilendirdiği bilişsel bir süreç” olarak ele alınabilir (García-García & Dolores-Flores, 2018). Matematiksel ilişkilendirmeye yönelik farklı tanımlamaların yapıldığı görülse de genel olarak matematiksel ilişkilendirme matematiksel fikirler arasında bir köprü ya da bağlantı olarak ele alınabilir (Eli vd., 2013).

Matematiksel ilişkilendirme üzerine yapılan araştırmalar incelendiğinde ise farklı sınıflandırmaların yapıldığı ve ilişkilendirme türlerinin belirlendiği görülmektedir (Özgen, 2013a). Schroeder (1993) öğrencilerin rutin olmayan problemleri çözerken kurduğu ilişkilendirmeleri içsel ve dışsal ilişkilendirme olmak üzere iki ana başlık altında ele almıştır: Öğrencilerin matematiksel kavramlar ve prosedürler arasında kurdukları ilişkilendirmeleri içsel ilişkilendirme olarak ele alırken gerçek yaşam problemlerini matematiksel ifadelerle temsil etme becerilerini dışsal ilişkilendirmeler olarak ele almıştır. Evitts (2004) önemli olduğuna inandığı beş temel matematiksel ilişkilendirme türü belirlenmiştir: modelleme ilişkilendirmesi (gerçek dünya bilgisinin uygun bir matematiksel temsil ile etkileşimi), yapısal ilişkilendirmeler (iki matematiksel fikir veya yapının aynılığı), temsili ilişkilendirmeler (grafik, sayısal, sembolik, resim veya sözel formlar gibi temsiller arasındaki matematiksel ilişkilendirmeler), prosedür-kavram ilişkilendirmeleri (kavramsal ve prosedürel bilgi arasındaki ilişkilendirmeler) ve matematiğin kolları arasındaki ilişkilendirmeler (matematiğin entegre bir bütün olarak kavranmasına katkıda bulunan matematiğin çeşitli alanları arasındaki ilişkilendirmeler). Businskas (2008) ise öğretmenlerin matematiksel ilişkilendirmeyi öğretim süreçlerine nasıl uyguladıklarına yönelik anlayışlarını incelediği çalışmada beş matematiksel ilişkilendirme türü tanımlamıştır: çıkarımsal, farklı temsillerle, özelliklerle, parça-bütün ve işlemsel. Matematik eğitimi müfredat ve standart belgelerinde ise matematiksel ilişkilendirme üç geniş kategori altında sınıflandırılmaktadır: matematiği gerçek yaşamla ilişkilendirme, farklı disiplinlerle ilişkilendirme ve kendi içerisinde ilişkilendirme (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013; NCTM, 2000). Genel olarak yapılan sınıflandırmalar ve türler incelendiği zaman matematik içi ve matematik dışı olmak üzere iki tür matematiksel ilişkilendirme arasında ayırım yapılabilir (De Gamboa vd., 2022).

Matematiksel kavramlar, prosedürler, temsiller ve özellikler arasındaki matematik içi ilişkilendirme süreci kendi başına matematik öğretiminin temel unsurlarından biridir (Boaler, 2002). İlişkilendirme süreci öğrencilerin matematiği birbirinden kopuk, izole kavramlar ve beceriler bütünü olarak görmenin ötesine geçerek ilişkili yapısını fark etmeleri

ve bütünleşik bir alan olarak görmeleri için önemlidir (Evitts, 2004; Richland vd., 2012). Dolayısıyla ilişkilendirme süreci öğrencilerin matematiği tutarlı bir bütün olarak görmelerine olanak tanıyarak matematiğe yönelik inançlarını etkiler (García-García, 2023) ve öğrencilerin matematiksel anlayışlarının daha derin ve kalıcı olmasını sağlar (NCTM, 2000). Öğrencilerin matematiğe yönelik inançları matematiksel anlayışlarının gelişimini önemli ölçüde etkileyebileceği gibi anlayış oluşturma süreçleri de inançlarını etkiler (Hiebert & Carpenter, 1992). Diğer taraftan matematiksel ilişkilendirmeler öğrencilerin kişisel ilgi duyduğu konuları dikkate alabileceğinden anlayış oluşturma süreçlerine katkı sağlayabilir (Bosse, 2006). Öğrenciler matematiksel kavramlar arasında ilişkilendirme kurduklarında bilgilerini yeni durumlara aktarmak ve karmaşık problemleri çözmek için daha donanımlı olurlar (García-García, 2023). Lawson ve Chinnappan (2000) öğrencilerin problem kurma performansları ile bilgi organizasyonunun kalitesi arasındaki ilişkiyi incelediği çalışmada daha zengin bir bağlantı kümesine sahip olan öğrencilerin problem çözerken daha iyi performans gösterdiklerini, bilgi transferine sahip olduklarını ve doğru bilgiye daha hızlı ulaşabildiklerini ortaya koymaktadır. Matematiksel ilişkilendirme becerileri iyi olan öğrenciler ise matematiksel problemleri çözmede başarılı olma eğilimindeyken, matematiksel ilişkilendirme becerileri zayıf olan öğrenciler matematiksel problemleri çözmede başarısız olma eğilimine sahiptirler (Pambudi vd., 2020). Dolayısıyla matematiksel ilişkilendirme matematiği öğrenme ve öğretme süreçlerinde önemli bir rol oynar (Eli vd., 2011).

Öğrenme ve öğretme süreçlerinde öğrencilerin matematiksel kavramlar, fikirler, temsiller ve prosedürler arasında ilişkilendirme yapmaya teşvik edilmesi yönünde bir fikir birliği olmasına rağmen bu ilişkilendirmeleri teşvik eden öğretim uygulamaları literatürde yeterince belirlenmemiştir (Foster, 2021). Öğrenme ve öğretme sürecinde öğrencilerin kavramsal bir anlayışa ulaşmasında ilişkilendirmelerin açıkça teşvik edilmesinin yanında öğrencilerin matematik konularıyla ve problemlerle açıkça mücadele etmeleri gerekir (Hiebert & Grouws, 2007). Mücadele süreci öğrencilerin daha aktif bir katılım ile kendi ilişkilendirme süreçlerini daha güçlü şekillerde genişletmeyi içerir (Hiebert & Grouws, 2007). Hiebert ve diğerleri (1997, s.101) matematiksel ilişkilendirmelerin desteklenmesine yönelik entegre bir süreç aracılığıyla uygulanacak üç temel öğretim yöntemi önermektedir:

1. Öğrencilerin matematiksel kavramların farklı temsillerini ilişkilendirmelerini sağlamak.

2. Öğrencilerin problem çözme süreçlerinde kendi çözüm yöntemlerini açıklamalarını ve arkadaşlarının yöntemlerini dinleyerek benzerlik ve farklılıkları keşfetmelerini teşvik etmek.
3. Öğrencilerin yeni öğrenme deneyimlerini mevcut bilgileri üzerine inşa edebilecekleri etkinlikler sunmak.

Öğrenme ve öğretme sürecinde uygulanan matematiksel etkinlikler öğrencilerin düşünme süreçleri üzerinde önemli bir etkiye sahiptir (Stein & Lane, 1996). Öğrenme ve öğretme sürecinde öğrencilerin ilişkilendirme kurmasını teşvik eden etkinliklerin uygulanması zengin ve anlamlı bir kavrayış sağlar (Lockwood, 2011). Matematiksel etkinlikler tasarlanırken etkinliklerin uygulanma sürecinde ne tür matematiksel bilgi ve düşünmeyi mümkün kıldığıнын ötesinde etkinliğin tamamlaması için ne tür matematiksel düşünmenin ve bilginin gerekli ve yeterli olduğunun belirlenmesi gerekir (Sierpinska, 2004). Dolayısıyla öğrencilerin işlemlere odaklanmak yerine matematiksel ilişkilendirmeyi teşvik etmenin bir yolu olarak bu ilişkilendirmeleri yapmalarını gerektiren matematiksel etkinliklerin belirlenmesi gerekmektedir (Stein vd., 1996). Örneğin, bir öğretmen bir etkinlikte öğrencilerden “ $(n - 2) \times 180$ ” formülünü kullanarak bir çokgenin iç açılar toplamını hesaplamalarını isterse, bu yalnızca işlemsel bir uygulama gerektirir. Ancak, öğretmen öğrencilerden bu formülün neden işe yaradığını açıklamalarını, kendi çözüm yollarını geliştirmelerini veya formülün herhangi bir çokgen için geçerli olup olmadığını gerekçelendirmelerini isterse, bu durum matematiksel kavramlar, fikirler, temsiller ve prosedürler arasında ilişkilendirme kurmalarını teşvik eden bir etkinliğe dönüşür (Richland vd., 2012). Ancak ilişkilendirme yapmayı gerektiren bir etkinlik tasarlamak ders sırasında öğrencilerin ilişkilendirmelere açıkça dikkat etmesini ve yapmasını her zaman sağlamaz (Foster, 2021). Sullivan ve diğerleri (2016, s. 159-160) öğrencilerin matematiksel kavramlar arasında kendi başlarına (öğretmen tarafından sunulmadan) ilişkilendirme yapmalarını teşvik etmek için kullanılabilecek etkinlik türlerini ve bu etkinliklerin uygulanma yolları olarak vurguladığı noktalardan bazılarını şunlar oluşturmaktadır: (a) ders öğrencilerin kendi başlarına keşfetmelerine olanak tanıyan zorlu bir etkinlik ile başlamalıdır, (b) öğretmen öğrencilerin farklı çözümlerini sınıfça tartışacakları bir ortam yaratarak ve farklı çözüm stratejilerini birleştirerek öğrenmeyi pekiştirmelidir. Etkinliklerde yer alan çoklu çözüm stratejilerinin varlığı, çoklu çözüm stratejilerine ne ölçüde elverişli olduğu ve öğrencilerden ne ölçüde açıklama ve gerekçe talep ettiği gibi özellikler öğrencilerin düşünme, akıl yürütme ve anlamlandırma süreçlerine katılımı için önemli olan kriterleri ifade eder (Stein & Lane,

1996). Öğretmen, etkinliği uygularken sınıf ortamında; akran desteği (öğrencilerin birbirlerinden öğrenmelerini destekleyen etkileşimler), iskele kurma (zor görevlerde adım adım rehberlik) ve iş birliği gibi öğrencilerin aktif katılımını gerektiren süreçlere yer vermelidir (Henningsen & Stein, 1997).

Nitekim sosyokültürel bakış açısından ele alındığında matematiksel ilişkilendirme yapmayı öğrenmek daha yetenekli akranlar ve öğretmenlerle etkileşimin sağlandığı bir öğrenme ortamını gerektirir (Businskas, 2008). Dolayısıyla iş birlikli grup çalışmaları ve sınıf içi tartışmalar öğrencilerin yaptıkları ilişkilendirmeleri tanımlamaları ve açıklamaları için etkileşimli bir ortam sağlayabilir (Hiebert & Carpenter, 1992). Webb ve diğerleri (2023) üretken diyalogu teşvik eden iş birlikli bir öğrenme ortamında kapsamlı matematik bilgisine sahip olmayan öğrencilerin bile matematiksel fikirler ve temsiller arasında nasıl yeni ilişkilendirmeler kurabildiklerini ve problem çözme stratejilerini katılımlarıyla doğrudan ilişki bir şekilde genişletebildiklerini ortaya koymaktadır. Öğrenciler kendi düşüncelerini açıkça ortaya koyduklarında diğer öğrencilerin de bu fikirlerle etkileşime geçmesi için fırsatlar doğar; öğrenciler bu fırsatları birbirlerinin fikirlerini sorgulayarak, detaylandırarak, genişleterek, mevcut birden fazla matematiksel fikir arasında ilişkilendirme kurarak ve sunulan fikirlerle diğer olasılıklar arasında ilişkilendirme kurarak kullanabilirler (Webb vd., 2023). Öğretmen bu süreçte öğrencilerin matematiksel kavramları ilişkilendirmelerine yardımcı olmak için sınıf içi tartışmaları yönlendirmelidir ancak bağımsız düşünme süreçlerini engellememelidir (Hiebert vd., 1997).

İş birlikli çalışma ve sınıf içi tartışmaların yer aldığı öğrenme ortamlarına dinamik matematik yazılımlarının entegre edilmesi öğrencilerin iletişim süreçlerini ve sosyal etkileşimlerini destekler (Zengin, 2018). Dinamik matematik yazılımlarının öğrenme ortamlarına entegrasyonu statik kağıt-kalem temsilleriyle mümkün olmayan bir şekilde matematiksel nesnelerin temsil edilmesine, görselleştirilmesine, manipüle edilmesine ve tartışılmasına imkan tanır (Dikovic, 2009a; Yu vd., 2009). Dinamik matematik yazılımlarının statik ve dinamik görüntüler üretme ve farklı temsiller arasında ilişkilendirme kurma potansiyeli öğrencilerin aynı matematiksel nesnelerin nasıl ilişkili olduklarını anlamalarına ve yorumlamalarına fırsat sağlar (Pedersen vd., 2021). Dinamik matematik yazılımlarından biri olan GeoGebra öğrencilerin dinamik olarak bağlantılı matematiksel kavramların çoklu temsillerini üretmeleri için uygundur (Haciomeroglu vd., 2009).

GeoGebra ile öğrenciler benzersiz dinamik yapılar oluşturarak önceki bilgileri ile mevcut keşifleri arasında ilişkilendirme yapma fırsatına sahip olurlar (Zengin, 2019).

Sosyal etkileşim ortamlarında öğrenmeyi ve teknoloji kullanımını teşvik etmek amacıyla geliştirilen öğretim metotlarından birini ACODESA oluşturmaktadır (Hitt, 2011). Bu çalışmada öğrencilerin teknoloji destekli iş birlikli grup çalışmalarına ve sınıf tartışmalarına katılmalarına olanak tanıdığı için bir öğretim metodu olarak ACODESA kullanılmış ve GeoGebra yazılımı bu metoda entegre edilmiştir (Zengin, 2018). ACODESA metodu öğretim sürecinde uygulanmak üzere beş aşamadan oluşur: bireysel aşama, takım çalışması, sınıf tartışması, öz yansıtma ve kurumsallaştırma (Hitt, González & Martín, 2015). ACODESA metodunun ilk aşaması, öğrencilerin bireysel olarak rutin olmayan bir etkinlik üzerinde çalışarak diğer öğrencilerle etkileşime geçmeden önce fikirler üretmelerine olanak sağlar (Hitt vd., 2017a). Bireysel aşamada öğrencilerin etkinlikte yer alan problem durumunu anlamlandırmaları bir mücadele sürecini gerektirir. Bu süreç öğrencilerin zihinlerindeki matematiksel kavramları, fikirleri ve prosedürleri yeniden yapılandırmalarına fırsat tanır (Hiebert & Grouws, 2007). Bu aşamada ve diğer aşamalar boyunca öğrencilerin etkinlikteki yönlendirici soruları cevaplamak için GeoGebra yazılımını kullanmaları çoklu temsiller üretmeleri için bir ortam sağlar (Demir & Zengin, 2023). Diğer taraftan öğrencilerin GeoGebra yazılımı üzerindeki çizim, inşa ve ölçme süreçleri matematiksel nesnelerin özelliklerini keşfetmeleri ve tanımlamaları için fırsat sağlar (Aksu & Zengin, 2022). Takım çalışması aşamasında ise öğrencilerin etkinliği tamamlamak için iş birliği içerisinde çalışması gerekir (Hitt & González-Martín, 2015). Öğrencilerin iş birliği içerisinde etkinlikte yer alan probleme yönelik farklı çözüm stratejileri belirlemeleri ve takım arkadaşlarıyla paylaşımları ilişkilendirme yapmalarını teşvik eder (Leikin & Waynberg, 2007). Ayrıca problemin farklı çözüm stratejilerindeki benzerlik ve farklılıkların ele alınması ve aralarındaki ilişkilerin belirlenmesi öğrencilerin ilişkilendirme kurma sürecini destekler (Hiebert vd., 1997). Sınıf tartışması aşamasına geçildiğinde ise öğrenciler etkinliği tamamlarken ürettikleri çözümler üzerinde hep beraber tartışır. Öğretmen bu aşamada öğrencilere rehberlik ederek çözümlerini açıklamaları ve gerekçelendirmeleri için teşvik etmelidir (Hitt vd., 2017a). Takım çalışması ve sınıf tartışması boyunca öğrencilerin GeoGebra yazılımı ile çizim, inşa, kaydırma/sürüklenme yoluyla matematiksel nesnelerin değişmez özelliklerini keşfetme/doğrulama ve ölçme araçlarını kullanma süreçleri öğrenmelerini ve iletişimlerini destekler (Aksu, 2022; Demir, 2022). Öz yansıtma aşamasında ise öğrenciler ilk üç aşama boyunca tamamladıkları etkinliğin yeni bir kopyasını

olarak bireysel olarak yeniden tamamlarlar (Hitt & González-Martín, 2015). Kurumsallaştırma aşamasında ise öğretmen öğrencilerin önceki aşamalardaki üretimlerini ve gelişimlerini dikkate alarak etkinliğin çözümünü sınıfa sunar (Hitt vd., 2017b).

Öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme becerilerinin gelişiminde geometrik kavramlar büyük bir öneme sahiptir (Goldenberg, Cuoco & Mark, 1998). Geometrik kavramlar matematik eğitiminin temel bir parçasıdır çünkü öğrencilerin içinde yaşadıkları dünyayı analiz etmelerine ve yorumlamalarına olanak tanır ve öğrencilere matematiğin diğer alanlarında kullanabilecekleri araçlar sunar (Özerem, 2012). Bu nedenle geometrik kavramlar öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfetmelerine ve anlamalarına yardımcı olmak için bir bağlam sağlayarak, matematiğin farklı alanları arasında ilişkilendirme kurmalarını kolaylaştırır (NCTM, 2000). Geometrinin en temel kavramlarından birini çokgenler oluşturmaktadır ve çokgenlerin öğretimi bir çok geometrik kavramın öğretilmesinde temel rol oynar (Aksu & Zengin, 2022). Matematik dersi öğretim programındaki çokgenler alt öğrenme alanı; düzgün çokgenler, özel dörtgenler, uzunluk ve alan ölçme konularını içeren geniş bir kapsama sahiptir (MEB, 2018). Ancak yapılan çalışmalar öğrencilerin ve hatta öğretmen adaylarının bile çokgenlere yönelik sınırlı bir anlayışa sahip olduklarını ortaya koymaktadır. Öğrenciler ve öğretmen adaylarının çokgen kavramına yönelik anlamakta zorluk yaşadığı durumlar ve kavram yanlışları şunları içermektedir;

- İlkokul düzeyindeki öğrenciler çokgen kavramına yönelik tanımlama, sınıflandırma ve aralarındaki ilişkileri belirleme ile ilgili kavram yanlışları ve bilgi eksikliklerine sahiptirler (Ay & Başbay, 2017; Bernabeu, Moreno & Llinares, 2021).
- Ortaokul öğrencileri bir çokgenin köşegenlerini çizerken yanlış ve eksik çizmiş, köşegen kavramını kenar ve yükseklik kavramlarıyla karıştırmışlardır (Özkan & Bal, 2017).
- Öğrenciler ve öğretmen adayları özel dörtgenlerin tanımlanması, sınıflandırılması ve aralarındaki hiyerarşik ilişkilerin belirlenmesi konusunda bir takım kavram yanlışlarına sahiptirler (Baktemur, Cıvak & Isiksal-Bostan, 2021; Fujita & Jones, 2008).
- Ortaokul öğrencileri, çokgenlerin çevre ve alan kavramlarına yönelik kavramsal ilişkiler kuramamakla beraber problemi anlama ve işlem yapma kapasiteleri de zayıftır (Ay & Başbay, 2017).

Yapılan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin çokgenler konusuna yönelik matematiksel anlamalarının zayıf olduğu görülmektedir. Öğrencilerin anlama düzeylerinin matematiksel fikirler, kavramlar, prosedürler, temsiller, özellikler arasında matematik içi ilişkilendirmeler yaptıkça ve bu ilişkilendirmeler güçlendikçe artacağı görüşü bir çok araştırmacı tarafından benimsenmiştir (Cai & Ding, 2015, Hiebert & Carpenter, 1992). Dolayısıyla öğrencilerin anlamakta zorluk yaşadığı çokgenler konusuna yönelik ilişkilendirme yapmalarını teşvik eden öğrenme ortamları tasarlamak önemlidir. Bu amaçla öğrencilerin çokgenlere yönelik matematik içi ilişkilendirme becerilerinin iş birlikli ve teknoloji destekli bir sınıf ortamında incelenmesi bu ilişkilendirmelerin nasıl ortaya çıktığını belirlemekle beraber bu öğrenme ortamının öğrencilerin ilişkilendirme becerilerini ne ölçüde desteklediğini ortaya çıkarmamıza yardımcı olabilir.

1.2. ARAŞTIRMANIN AMACI

Bu araştırmada dinamik matematik yazılımı ile desteklenen iş birlikli bir öğrenme ortamında öğrencilerin matematiksel etkinlikler ile öğrenirken yaptıkları matematik içi ilişkilendirmelerin incelenmesi amaçlanmaktadır. İş birlikli öğrenme ortamının sağlanmasında ACODESA metodu kullanılmış ve bu metot dinamik matematik yazılımı GeoGebra ile desteklenmiştir. Bu kapsamda gerçekleşen öğrenme süreci boyunca öğrencilerin işlemsel, çıkarımsal, anlamsal, parça-bütün, özelliklerle, farklı temsillerle, öğretime yönelik ve metaforik türlerine ait yaptıkları matematik içi ilişkilendirmelerin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla aşağıdaki araştırma sorusuna cevap aranmıştır:

GeoGebra destekli ACODESA metodu ile sağlanan bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çokgenlere yönelik matematik içi ilişkilendirmeleri nasıldır?

1.3. ARAŞTIRMANIN ÖNEMİ

Matematik eğitimi müfredat ya da standart belgeleri matematiği öğrenme ve yapmada önemli becerilerden biri olarak ilişkilendirmeyi vurgulamaktadır (Chapman, 2012). Nitekim Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM, 2000) tarafından hazırlanan okul matematiği için ilke ve standartlarda, öğrencilerin sahip olması gereken süreç becerilerinden birini ilişkilendirme oluşturmaktadır. Ülkemiz matematik öğretim programında ise öğrencilerin matematiği gerçek yaşamla, sanat ve estetikle, farklı disiplinlerle ve kendi içerisinde farklı kavram ve temsillerle ilişkilendirmenin önemine vurgu yapılmaktadır (MEB, 2018). Yapılan araştırmalar incelendiğinde genel olarak matematik içi

ve matematik dışı ilişkilendirmelere vurgu yapıldığı görülmektedir. Matematik içi ilişkilendirmeler yani matematiksel kavramlar, farklı temsiller, özellikler ve süreçler arasındaki ilişkilendirmelerin yapılması matematiksel düşünmenin temel unsurlarındandır (Özgen, 2013b; Vale & Karishnan, 2010). Her okul seviyesi için matematiği bir bütün olarak yani birbiriyle ilişkili fikirlerden oluşan bir disiplin olarak görmek matematik içi ilişkilendirmelerin incelenmesi ve düşünülmesi ihtiyacını ortaya çıkarır (NCTM, 2000).

Matematik içi ilişkilendirmelerin matematik eğitimindeki önemi literatürde geniş kabul görmektedir ancak farklı matematiksel ilişkilendirme türlerinin sınıf etkileşimlerinde nasıl ortaya çıktığını ve öğrencilerin öğrenmesini nasıl desteklediğini açıklığa kavuşturmak için daha fazla araştırmaya ihtiyaç duyulmaktadır (Weingarden, 2024). Eğitimciler matematiksel ilişkilendirmelerin doğasını anlayarak bu ilişkilendirmeleri teşvik eden öğrenme ortamları tasarlayabilir ve öğrencilerin matematiksel anlayışlarını geliştirebilir (García-García, 2023). Nitekim bir çok araştırmacı matematik içi ilişkilendirmelerin sınıf içi öğrenme süreçlerinde, farklı konu içeriklerinde, farklı sınıf düzeylerinde ve farklı bağlamlarda (etkinlik ve problem çözme süreçlerinde) incelenmesine yönelik araştırmaların yapılmasını önermektedir (De Gamboa vd., 2023; García-García & Dolores-Flores, 2021b; Salgado-Beltrán & García-García, 2024). Ancak matematik içi ilişkilendirmelere yönelik yapılan araştırmalar incelendiğinde büyük bir kısmının şu araştırma konularına yönelik çalışmalardan oluştuğu görülmektedir;

- Öğretmen adaylarının ya da öğretmenlerin yaptıkları matematik içi ilişkilendirmelerin belirlenmesine yönelik çalışmalar (Businskas, 2008; Eli vd., 2011; Hatisaru, 2023a; Hatisaru vd., 2024; Rodríguez-Nieto vd., 2022).
- Lise veya üniversite öğrencilerinin problem/etkinlik çözerken kurdukları matematik içi ilişkilendirmelerin belirlenmesine yönelik çalışmalar (Dolores-Flores vd., 2019; García-García & Dolores-Flores, 2018; García-García & Dolores-Flores, 2021a; Jailani vd., 2020).
- Ders kitaplarında veya öğretim programlarında yer alan matematik içi ilişkilendirmelerin belirlenmesi yönelik çalışmalar (Campo-Meneses vd., 2023; Sun, 2018).
- Matematiksel ilişkilendirme ve diğer teorik yaklaşımlar arasında bağlantı kuran çalışmalar (Rodríguez-Nieto vd., 2022; Rodríguez-Nieto vd., 2023).

Diğer taraftan sınıf bağlamında öğretmen ve öğrenciler tarafından yapılan matematik içi ilişkilendirmeleri inceleyen çok az sayıda çalışma yer almaktadır (Caviedes vd., 2024; De Gamboa vd., 2023). Ancak bu çalışmalar öğrencilerin ilişkilendirme becerisini geliştirmeye yönelik sınıf içi öğretim müdahalelerini içermekten ziyade geleneksel bir öğretim ortamında ortaya çıkan matematik içi ilişkilendirmeleri incelemeyi amaçlamaktadır. Bu araştırma, öğrencilerin matematik içi ilişkilendirmelerini destekleme potansiyeli yüksek olan bir öğretim müdahalesini içerdiğinden diğer araştırmalardan farklıdır. Yapılan araştırmalar, matematik eğitimi uzmanlarının, öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme becerilerini desteklemek amacıyla aşağıdaki öğretim süreçlerini vurguladığını göstermektedir:

- Öğrencilerin ilişkilendirme yapmasını teşvik eden matematiksel etkinliklerin tasarlanarak öğretim sürecine dahil edilmesi (Lockwood, 2011; Stein & Lane, 1996).
- Öğrencilerin mücadele etmesini/zorlanmasını gerektiren, rutin olmayan problemlerin teşvik edilmesi (Hiebert & Grouws, 2007).
- Problem çözme süreçlerinde farklı çözüm stratejilerinin teşvik edilmesi ve farklı çözümler arasındaki benzerlik ve farklılıkların vurgulanması (Hiebert vd. 1997; Hiebert & Grouws, 2007; Leikin & Waynberg, 2007).
- Farklı temsiller arasındaki ilişkilendirmeleri teşvik eden öğretim yöntemlerinin geliştirilmesi (Bodemer & Faust, 2006; Özcan, 2023).
- İş birlikli grup çalışmaları ve sınıf içi tartışmalar yoluyla sosyal etkileşim-iletişimi sağlayan öğrenme ortamlarının tasarlanması (Foster, 2021; Webb vd., 2023).
- Dinamik matematik yazılımlarının kullanılması (Barragán Mosso vd., 2024; Dikovic, 2009; Zengin, 2019).

Yapılan çalışmaların sınırlıkları göz önüne alındığında dinamik matematik yazılımı ile desteklenen iş birlikli bir öğrenme ortamında öğrencilerin kurdukları matematik içi ilişkilendirmelerin incelenmesinin ilgili literatüre katkı sağlayacağı ve matematik eğitimcilerine/öğretmenlere içgörü kazandıracağı düşünülmektedir. Bu amaçla öğrencilerin ilişkilendirme yapmasını teşvik etmek amacıyla GeoGebra destekli ACODESA metodu kullanılmıştır. Bu metot öğretim sürecinde uygulanmak üzere matematiksel etkinliklerin tasarımını gerekli kılar (Hitt vd., 2017b). Dolayısıyla bu çalışmada ACODESA metodunun

aşamalarına ve matematik içi ilişkilendirmelerin teşvik edilmesine uygun etkinlikler tasarlanmıştır. Etkinlikler rutin olmayan bir problemde ve bu probleme yönelik alt sorulardan oluşmaktadır. ACODESA metodunun sınıf tartışması aşamasında, öğretmen öğrencilerin etkinliğe yönelik çeşitli fikirlerini sunmaları ve tartışmaları için teşvik etmelidir (Hitt vd., 2017a). Bu süreç etkinliğe yer alan probleme ilişkin farklı çözüm stratejilerinin ve aralarındaki benzerlik ve farklılıkların ortaya çıkması için fırsat sağlayabilir. Diğer taraftan bu metodun dinamik matematik yazılı ile desteklenmesinde GeoGebra yazılımı kullanılmıştır. GeoGebra yazılımının matematiksel nesnelerin çeşitli temsillerini sağlama ve birbiriyle dinamik olarak ilişkilendirme potansiyeli göz önüne alındığında öğretim süreçlerine dahil edilmesi önemlidir (Dikovic, 2009; Hacıomeroglu vd., 2009). Matematiksel ilişkilendirme, GeoGebra gibi dinamik matematik yazılımları kullanılarak teşvik edildiğinde ilköğretimden yükseköğretime kadar her düzeydeki öğrenci için matematiksel anlama fırsatları ortaya çıkarabilir (Zengin, 2019). Zengin (2018) çalışmasında GeoGebra destekli ACODESA metodunun keşfedici bir öğrenme ortamı sağladığını ve öğrencilerin verimli tartışmalara katılımını desteklediğini ortaya koymaktadır.

NCTM (2000) ortaokul matematiğinin ayrı bölümlerden ve standartlardan oluşan bir koleksiyon olmadığını, aksine bütünleşik bir çalışma alanı olduğunu belirtmektedir. Ortaokul matematik öğretim programında geometri ve ölçme öğrenme alanında yer alan çokgenler konusu pek çok konuyu kapsayan önemli bir konudur (MEB, 2018). Bununla beraber çokgenler konusu geometri ve ölçme öğrenme alanındaki diğer konuların da eksiksiz anlaşılması açısından önem arz etmektedir (Akdemir & Narlı, 2022). Ayrıca öğrenciler çokgenler hakkında yeterli bilgi ve anlayışa sahip olduklarında matematik öğretim programlarında yer alan farklı konu alanları arasında çalışmaya başlayabilirler (Soucie vd., 2011). Dolayısıyla öğrencilerin anlamakta zorluk yaşadığı çokgenler konusuna yönelik matematik içi ilişkilendirme becerilerini teşvik eden bir öğrenme ortamının tasarlanması önemlidir.

Öğrenme ortamlarında öğrencilerin ilişkilendirme becerisini geliştirmek öğretmen adayları ve yeni öğretmenler için zordur (Dışbudak-Kuru & Işıksal-Bostan, 2023). Öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin bu zorluğun üstesinden gelmesinin bir yolu öğrencilerin yaptıkları ilişkilendirmeleri kavramsal olarak analiz etme ve öğretim uygulamalarına yansıtma becerisine sahip olmaktır (Dışbudak-Kuru & Işıksal-Bostan, 2023). Bu çalışma öğretmen adayları ve öğretmenlere ilişkilendirmelerin nasıl inceleneceği ve öğretim

ortamlarına nasıl yansıtılacağı konusunda yol gösterici olabilir. Dolayısıyla bu çalışmanın matematik eğitimi literatürüne bir çok açıdan katkı sunacağı düşünülmektedir.

1.4. ARAŞTIRMANIN SINIRLIKLARI

Bu araştırmanın sınırlılıklarını aşağıdaki durumlar oluşturmaktadır:

- Araştırmanın uygulama aşamasında kullanılan etkinlikler, 7. Sınıf matematik dersi öğretim programında (MEB, 2018) yer alan çokgenler alt öğrenme alanındaki kazanımlara yöneliktir.
- Araştırmanın uygulama süreci akıllı tahtanın yer aldığı geleneksel bir sınıf ortamına taşınabilir teknolojik araçların (tablet ve laptop) dahil edilmesiyle gerçekleştirilmiştir.
- Araştırmada yer alan katılımcıların öğretim süreci başlamadan önceki GeoGebra deneyimleri üç haftalık eğitim ile sınırlıdır.

1.5. ARAŞTIRMANIN VARSAYIMLARI

- Araştırmanın katılımcılarının etkinlikleri kendi açıklamaları ve çözümleri ile tamamladıkları varsayılmaktadır.

1.6. TANIMLAR

ACODESA: Fransızca'da "işbirlikçi öğrenme, bilimsel tartışma ve öz yansıtma" (Fransızca: Apprentissage Collaboratif, scientifique Debate, Auto-reflexion) kelimelerinin kısaltılması sonucunda adlandırılan bir öğretim metodu (Hitt & González-Martín, 2015).

Dinamik Matematik Yazılımı: Dinamik matematik yazılımı, dinamik geometri yazılımı, bilgisayar cebir sistemleri ve elektronik tabloların belirli özelliklerini tek bir pakette birleştirmek üzere tasarlanmış yazılımlara verilen genel isimdir (Preiner, 2008).

GeoGebra: Geometri ve cebir arasındaki bağlantıyı dinamik olarak kuran, öğrencilerin matematiksel kavramları keşfetmesine olanak sağlayan ücretsiz ve açık kaynak kodlu bir dinamik matematik yazılımıdır (Hohenwarter vd., 2009).

Matematiksel Etkinlik: Matematiksel etkinlik öğrencilerin dikkatini matematiksel bir fikre odaklamak amacıyla geliştirilmiş, birbiriyle ilişkili birkaç problemi veya tek bir karmaşık problemi içeren sınıf aktivitesi olarak tanımlanmaktadır (Stein vd., 1996; Stein & Smith, 1998).

Matematiksel İlişkilendirme: Çok geniş zihinsel süreçler içeren, matematiksel kavramların, işlemlerin, özelliklerin, öğrenme alanlarının (cebir, sayılar, geometri, vb.), farklı temsillerin (sözel, cebirsel, tablo, şekil, denklem, grafik, somut modeller, vb.) yanı sıra diğer disiplinlerle ve günlük hayat ile bağ kurma süreci ve becerileri olarak tanımlanabilir (Özgen, 2016).



2. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME

Matematiksel kavramların birbirleriyle, farklı disiplinlerle ve gerçek yaşamla ilişkili doğası derin bir matematiksel anlayışa ulaşmada ilişkilendirme yapmanın önemini ortaya koymaktadır (NCMT, 2000). Nitekim farklı görünen matematiksel kavramlar arasında ilişkilendirme yapma sürecinin kavramsal anlamının sağlanmasında kritik öneme sahip olduğu vurgulanmaktadır (Anthony & Walshaw, 2010). Matematiğin kendi içerisinde ilişkilendirilmesini içeren bu süreç matematiğin bütünleşik bir alan olarak görülmesine izin verir ve tutarlılığı teşvik eder (Evitts, 2004). Diğer taraftan matematiğin, matematik dışındaki farklı bağlamlarda ele alınması zengin ve keşfedici bir öğrenme ortamı sağlamanın yanında matematiksel kavramların öğrenilmesinde önemli bir yere sahiptir (Bosse, 2006). Öğrencilerin bu süreçte matematiğin farklı disiplinlerdeki ve gerçek yaşamdaki kullanım alanlarını görmesi matematiğin önemini ve faydasını takdir etmelerini sağlar (NCTM, 2000). Dolayısıyla öğrencilerin matematiği hem kendi içerisinde hem de farklı disiplinlerle ve gerçek yaşamla ilişkilendirme beceresine sahip olması gerekir (MEB, 2018).

Bir beceri olarak matematiksel ilişkilendirme, matematiksel kavramların diğer disiplinlerle ve kendi içerisindeki ilişkilerini açıklama yeteneği olarak tanımlanabilir (Jatiriska vd., 2020). Diğer taraftan matematiksel ilişkilendirmeyi, matematiksel fikirleri tutarlı sistemler ve şemalar halinde organize etme becerisi olarak ele almak mümkündür (Businskas, 2008). Nitekim öğrenciler bu beceriye sahip olduklarında bilgilerini yeni durumlara aktarmak, gerçek dünya bağlamlarında matematiği kullanmak ve karmaşık problemleri çözmek için daha donanımlı hale gelirler (García-García, 2023). Dolayısıyla öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme becerisini geliştirmeleri, böylece matematiksel kavramlar arasında farklı türde ilişkiler kurarak matematiğin doğasını anlamaları gerekmektedir (Hernández-Yañez vd., 2023).

Matematik eğitiminde ilişkilendirme, yalnızca öğrencilere kazandırılması gereken bir beceri olarak değil, aynı zamanda farklı kuramsal yaklaşımlarla ele alınabilen çok boyutlu bir kavram olarak değerlendirilmektedir. Hiebert ve Carpenter (1992) matematiksel ilişkilendirmeyi, örümcek ağı gibi yapılanmış zihinsel ağın bir parçası olarak tanımlamaktadır. Bu metaforik tanımlamada ipliklerin birleşim noktaları ve düğümler bilgi parçalarını temsil ederken iplikler ise bağlantıları ve ilişkileri temsil etmektedir. Eli ve

diğerleri (2011) ise benzer bir bakış açısından matematiksel ilişkilendirmeyi, bir şemanın bileşenleri veya zihinsel bir ağ içindeki şema grupları olarak tanımlamaktadır. İlişkilendirmelerin kurulması ve güçlendirilmesi yoluyla bu tür zihinsel yapıların/şemaların oluşturulması ve güçlendirilmesi matematik öğreniminde önemli bir rol oynamaktadır (Eli vd., 2011). García-García ve Dolores-Flores (2018, s. 229) ise matematiksel ilişkilendirmeyi *“bir kişinin iki veya daha fazla fikri, kavramı, tanımı, teoremi, işlemi, temsili ve anlamı birbiriyle, diğer disiplinlerle veya gerçek hayatla ilişkilendirdiği bilişsel bir süreç”* olarak ele almaktadır. Yapılan tanımlamalar göz önüne alındığında matematiksel ilişkilendirmenin; matematiğin bir özelliği, zihinsel yapılar veya dinamik bir süreç olmak üzere farklı şekillerde ele alınabileceği görülmektedir (Businskas, 2008).

García-García ve Dolores-Flores (2018, s. 230) ise yapılan çalışmaları göz önüne alarak matematiksel ilişkilendirmenin aşağıdaki özelliklerini vurgulamaktadır:

- Doğru cevap öğrencinin matematiksel ilişkilendirme yaptığı anlamına gelmez, ancak matematiksel ilişkilendirmelerin kullanılması matematiksel bakış açısından tutarlı cevaplara yol açar.
- Farklı temsillerin kullanılması matematiksel ilişkilendirmenin önemli bir parçasıdır.
- İçerme/kapsama ve genelleme gibi mantıksal ilişkiler matematiksel ilişkilendirme kurmanın bir parçasıdır. Matematiksel olmayan problemlerin modellenmesi de bir tür matematiksel ilişkilendirmedir.
- İlişkilendirme, öğrenciye atfedilen inanç sisteminin bir ürünüdür. Bu nedenle her öğrenci farklı bir düzeyde matematiksel ilişkilendirme kuracaktır.
- Matematiksel ilişkilendirmeler gerçek ilişkilerdir ve matematiksel anlamaya ulaşmada kullanılmalıdır.

Matematiksel anlamamanın sağlanmasında kritik bir rol oynayan matematiksel ilişkilendirmenin ne olduğunun yanında türlerinin de ne olduğu ve nasıl sınıflandırılması gerektiği de matematik eğitiminde cevaplanması gereken bir soru olarak yer almaktadır (Özgen, 2016). Nitekim öğrencilerin sınıf ortamlarında ne tür matematiksel ilişkilendirmeler yaptıklarının araştırılması; ilişkilendirmelerin doğasını anlamak, öğrencilerin öğrenmesini nasıl destekleyeceğini açıklığa kavuşturmak, öğrencilerin matematiksel anlama düzeylerini incelenmek ve öğretim uygulamalarını ve materyallerini geliştirmek gibi açılardan kritik öneme sahip olduğu düşünülmektedir (Adu-Gyamfi vd., 2017; Weingarden, 2024). Dolayısıyla matematik eğitiminde yapılan çalışmalarda ilişkilendirmelerin nasıl

sınıflandırıldığı ve hangi türlere ayrıldığının anlaşılması önemli bir yer tutmaktadır. Aşağıda ilişkilendirme türlerine yönelik farklı yaklaşımlar kapsamında literatür ele alınmıştır.

2.2. MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRME TÜRLERİ

Matematiksel ilişkilendirme kavramına artan ilgi, matematik öğrenme ve öğretme süreçlerindeki ilişkilendirmeleri incelemeyi ve karakterize etmeyi amaçlayan bir araştırma çizgisinin ortaya çıkmasına yol açmış ve birçok araştırmacı tarafından farklı yaklaşımlar benimsenmiştir (De Gamboa vd. 2023). Özgen (2013b) yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme becerilerini problem çözme bağlamında incelemiş ve ilişkilendirme becerilerini üç tür altında ele almıştır: matematiği kendi içinde ilişkilendirme, matematiği gerçek yaşamla ilişkilendirme ve matematiği farklı disiplinlerle ilişkilendirme. Benzer şekilde öğretim programlarında ve standart belgelerinde de bu üç tür ilişkilendirmeye vurgu yapıldığı görülmektedir (NCTM 2000, MEB, 2018). Bingölbalı ve Coşkun (2016) ise matematiksel ilişkilendirmeye yönelik kavramsal bir çerçeve önermek amacıyla yaptıkları çalışmada ilişkilendirmeyi; kavramlar arasında, kavramın farklı gösterimleri arasında, gerçek hayatla ve farklı disiplinlerle olmak üzere dört bileşen altında incelemiştir. Bununla beraber matematiğin kendi içinde ilişkilendirilmesine odaklanan çalışmalar da yer almaktadır (Businskas, 2008; Eli vd., 2011). Yapılan çalışmalar göz önüne alındığında iki ana ilişkilendirme türünün tanımlanmasında fikir birliğinin olduğu görülmektedir: matematik içi ilişkilendirmeler ve matematik dışı ilişkilendirmeler. Matematik içi ilişkilendirme; matematiksel kavramlar, işlemler, teoremler, argümanlar ve temsiller arasında kurulan ilişkilendirmeleri içermektedir (Dolores-Flores & García-García, 2017). Diğer taraftan matematik dışı ilişkilendirme ise matematiksel bir kavram veya modelin matematiksel olmayan bağlamdaki bir problemle veya tam tersi yönde ilişkilendirilmesini içermektedir (Dolores-Flores & García-García, 2017). Yani matematiği gerçek yaşam ve diğer disiplinlerle ilişkilendirmeyi içerir.

2.2.1. *Matematik Dışı İlişkilendirme*

Bu çalışmanın merkezinde matematik içi ilişkilendirme türleri yer alsa da matematik dışı ilişkilendirme gerçek yaşamla ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme olmak üzere iki tür altında ele alınarak açıklanmıştır.

2.2.1.1. Gerçek Yaşamla İlişkilendirme

Gerçek yaşamla ilişkilendirme, okulda öğretilen matematik ile dış dünya arasındaki ilişkilendirmeler olarak ele alınabilir (Mosvold, 2008). Bingölbalı ve Coşkun (2016) gerçek yaşamla ilişkilendirme kapsamında iki alt-bileşen tanımlamaktadır: kavramı bir bağlam içerisinde ele alma ve gerçek hayat ilişkisinin sözel örneklerle ifade edilmesi. Kavramı bir bağlam içerisinde ele alma matematiksel kavramların gerçek yaşam bağlamı içeren durumlar ile öğretimlerinin yapılmasını içermektedir. Diğer taraftan gerçek yaşam ilişkisinin sözel örneklerle ifade edilmesi matematiksel bir kavram öğretilirken gerçek yaşam bağlamının sadece sözel olarak kullanımını içermektedir (Bingölbalı ve Coşkun, 2016). Örneğin, negatif sayılar öğretilirken “bir asansöre bindiğimizde sıfırın altındaki katları göstermek için bu sayıları kullanırız” şeklinde sözel olarak ifade edilmesi bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Gainsburg (2008) ise gerçek yaşamla ilişkilendirme kapsamında matematik eğitimi literatürünün şu uygulamaları içerdiğini vurgulamaktadır: basit analogiler, kelime problemleri, gerçek verilerin analizi, toplumsal matematik tartışmaları (örneğin medyanın kamuoyu görüşünü etkilemek için istatistikleri kötüye kullanması), matematiksel kavramların uygulamalı temsilleri (örneğin hacimi bir kabın alacağı sıvı miktarı ile ilişkilendirme) ve gerçek yaşam olguların matematiksel olarak modellenmesi.

Matematiksel ilişkilendirme, teorik bilgi ile pratik uygulamalar arasında köprü görevi görerek öğrencilerin matematiğin gerçek yaşam bağlamlarıyla ilgisini görmelerini sağlar (Gainsburg, 2008). Diğer taraftan matematiksel kavramları ve prosedürleri gerçek yaşam bağlamlarıyla ilişkilendirmek öğrencilere matematiksel fikirleri anlamlı şekillerde uygulama fırsatları sunar (NCTM, 2000). Öğrencilerin bu süreçte matematiği gerçek yaşamlarındaki önemli problemleri çözmek için kullanabileceklerini keşfetmeleri matematiğe karşı ilgi duymalarına fırsat tanır (Anthony & Walshaw, 2009). Matematik dersi öğretim programlarında ve standart belgelerinde matematiksel kavramların öğretiminde gerçek yaşamla ilişkilendirmeye sıklıkla vurgu yapıldığı görülmektedir (MEB, 2018, 2024a; NCTM, 2000).

Matematik dersi öğretim programında öğrencilerin sahip olması gereken sekiz anahtar yetkinlikten biri olan matematiksel yetkinlik, “günlük hayatta karşılaşılan bir dizi problemi çözmek için matematiksel düşünme tarzı geliştirme ve uygulama” olarak ele alınmaktadır (MEB, 2013). Diğer taraftan “Öğretim Programı’nın Özel Amaçları” başlığı altında öğrencilerin; günlük yaşamda, yakın çevresinde ve doğada meydana gelen olgu ve

olaylara ilişkin merak, tutum ve ilgi geliştirmeleri ve matematik dersiyle ilişkilendirmelerinin amaçlandığına yer verilmektedir (MEB, 2024b). Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli kapsamında hazırlanan matematik dersi öğretim programında ise öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenirken gerçek yaşamda karşılaşılan durumlara yönelik problem çözmeleri ve kurmaları hedeflenmektedir (MEB, 2024a).

2.2.1.2. Farklı Disiplinlerle İlişkilendirme

Günümüzde öğrencilerin çok yönlü gelişim göstermeleri, farklı alanlarda bilgi ve becerilere sahip olmaları beklenmektedir (MEB, 2024a). Öğretim programlarında öğrencilere bu yeterliklerin kazandırılması amacıyla bütüncül bir yaklaşım benimsenerek disiplinler arası ilişkilere yer verildiği görülmektedir (MEB, 2024b; NCTM, 2000). Bu yaklaşıma sahip olan Türkiye Yüzyılı Maarif Modelinde; disiplinler arası ilişkiler vurgulanarak, öğrencilere farklı disiplinlerin konu alanları arasında ilişkilendirme kurma, çoklu bakış açıları geliştirme ve karmaşık problemleri çözme becerileri kazandırmak hedeflenmektedir (MEB, 2024b). Maarif Modeli kapsamında hazırlanan matematik dersi öğretim programında ise başta fen bilimleri olmak üzere farklı disiplin ve alanlarda matematiğin kullanıldığı bağlam ve problemlere yer verilerek, öğrencilerin matematiksel kavramları diğer disiplinlerle ilişkilendirmeleri amaçlanmaktadır (MEB, 2024a). Nitekim farklı disiplinleri problem kaynağı olarak kullanmak öğrencilerin matematiksel anlayışlarını geliştirebilir (NCTM, 2000).

Matematik bir çok disiplinle kapsamlı ilişkileri olan bir disiplin olmasından dolayı öğretim sürecinde bir çok farklı disiplinle ilişkilendirmenin kurulması sağlanabilir (Baran-Bulut & Yüksel, 2024; NCTM, 2000). Fen bilimleri, sosyal bilimler, coğrafya, bilgisayar ve sanat gibi disiplinler ölçüm, veri, cebir ve geometri gibi matematiğin farklı içerik alanlarının öğretilmesinde zengin fırsatlara sahiptir (NCTM, 2000). Örneğin matematiğin; müzik dersinde kesirlerle, görsel sanatlar da oran konusuyla, tarih dersinde zaman şeridiyle, fen dersinde ısı sıcaklık, sürat gibi konularla ilişkilendirilmesi öğrenme ve öğretme süreçlerinin niteliğini daha iyi hale getireceği söylenebilir (Özgen, 2019). Nitekim matematiksel kavramların ilişkilendirmeler yoluyla inşa edilmesi matematiği zorlu, ilgi çekici ve heyecan verici bir çalışma alanı haline getirebilir (NCTM, 2000). Diğer taraftan matematiğin farklı disiplinlerle ilişkilendirilmesi işlemsel bilginin yanı sıra kavramsal bilginin derinlemesine anlaşılmasını sağlamada önemli bir rol oynamaktadır (Schwalbach & Dosemagen, 2000).

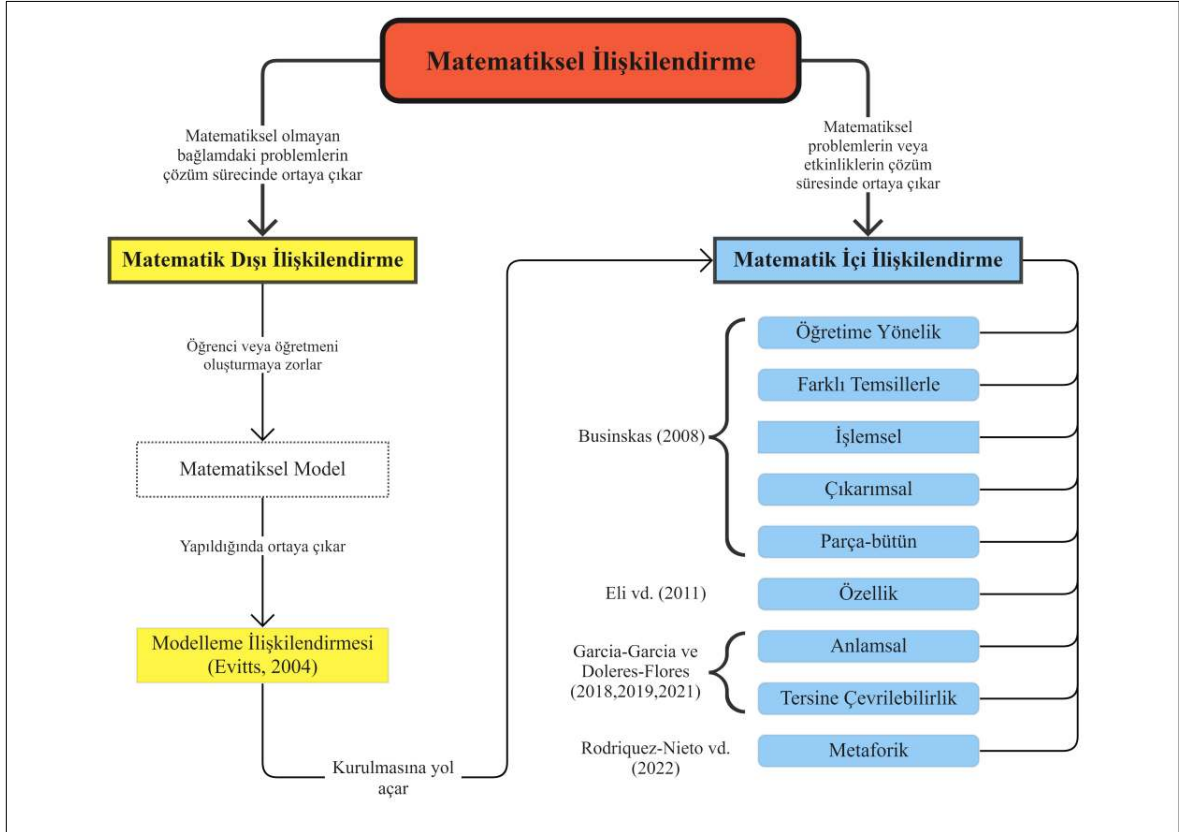
Matematiğin farklı disiplinlerle ilişkilendirilmesi öğretim sürecinde iki alt bileşen altında ele alınabilir (Bingölbali & Coşkun, 2016): matematiksel bir kavramın farklı bir disiplin bağlamı içerisinde ele alınması veya matematiksel kavramın farklı disiplinlerdeki kullanımını içeren sözel örneklerin verilmesi. Örneğin bakterilerin artış oranını içeren bir problem aracılığıyla üslü ifadelerin öğretilmesi matematiksel bir kavramın farklı bir disiplin bağlamı içerisinde ele alınmasını içermektedir. Diğer taraftan oran konusunu öğretilirken “bir kişinin vücut ağırlığının boyuna oranı vücut kitle endeksini gösterir, böylelikle bu oran ile kişinin zayıf mı kilolu mu olduğunu anlayabiliriz” şeklinde bir açıklama yapılması matematiksel bir kavramın farklı bir disiplinindeki kullanımına yönelik sözel örnek verilerek ilişkilendirme yapmayı içermektedir.

2.2.2. Matematik İçi İlişkilendirme

Matematik içi ilişkilendirmeler genel olarak iki matematiksel fikir arasındaki gerçek ilişkiler olarak ele alınmaktadır (Businskas, 2008). Businskas (2008) öğretmen adaylarıyla fonksiyonlar ve ikinci dereceden denklemleri içeren etkinliklere yönelik yaptığı görüşmeler sonucunda beş matematik içi ilişkilendirme türü belirlemiştir: farklı temsillerle, işlemsel, çıkarımsal, parça-bütün ve öğretime yönelik. Benzer şekilde Eli ve diğerleri (2011) öğretmen adaylarının geometrik kavramlara yönelik kart sıralama etkinliklerine katıldıklarında ortaya çıkan ilişkilendirmeleri analiz etmiştir. Businskas'ın (2008) yanı sıra iki farklı ilişkilendirme türü önermiştir: kategorik ve karakteristik/özellik. García-García ve Dolores-Flores (2018) ise Businskas (2008) ile Eli ve diğerleri (2011) tarafından tanımlanan ilişkilendirme türlerini kullanarak, lise öğrencilerinin türev ve integral problemlerini çözerken yaptıkları ilişkilendirmeleri incelemişlerdir. Mevcut ilişkilendirme türlerinin yanında iki tür daha önermiştir: tersine çevrilebilirlik ve anlamsal. Rodríguez-Nieto ve diğerleri (2022) ise Businskas (2008) tarafından önerilen ve diğer araştırmacıların katkılarıyla genişletilen matematiksel ilişkilendirme modeline yönelik teorik bir yansıma yapmıştır. Bu yansıma sonucunda metaforik ilişkilendirmenin, matematiksel kavramların anlaşılmasında metaforların önemi, öğrenme ve öğretme süreçlerinde metaforların kullanımına ilişkin hatalar ve zorluklarla ilgili gerekçeleri göz önüne alarak modele dahil edilmesini önermişlerdir (Rodríguez-Nieto vd., 2022).

Matematik içi ilişkilendirmeler öğrenciler matematiksel problemleri çözerken veya etkinlikleri tamamlarken temsiller, tanımlar, kavramlar, prosedürler ve önermeler arasında bir ilişki belirlediğinde ortaya çıkmaktadır (De Gamboa vd., 2022). Bununla beraber

öğrenciler matematiksel olmayan bağlamdaki (farklı disiplinlerle veya gerçek yaşamla ilgili) problemleri çözerken uygun matematiksel model veya ifade oluşturmaları sonucunda modelleme ilişkilendirmesi tanımlanmaktadır (Evitts, 2004). Modelleme ilişkilendirmesi sürecinde öğrencinin genellikle matematiksel olarak farklı fikirlerle etkileşime girmesi gerekir dolayısıyla bu süreç öğrencinin matematik içi ilişkilendirme kurmasına yol açar (Evitts, 2004).



Şekil 1. Matematiksel İlişkilendirme Çerçevesi (Garcia-Garcia ve Dolores-Flores (2019); Rodriguez-Nieto ve diğerlerinin (2022) çalışmalarından uyarlanmıştır).

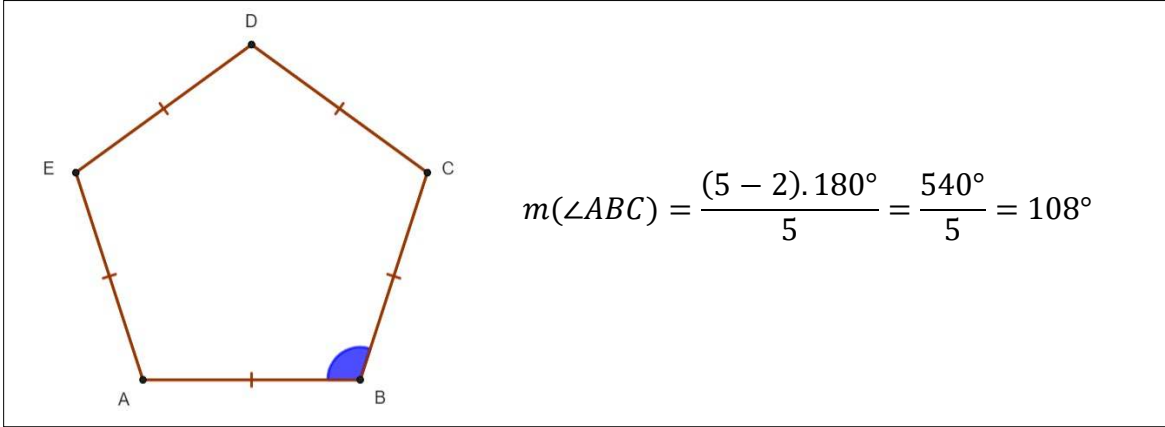
Matematik içi ilişkilendirme türlerinin belirlenmesi, tanımlanması ve genişletilmesine yönelik yapılan çalışmalarda genellikle Businskas (2008) tarafından belirlenen matematik içi ilişkilendirme türleri referans olarak alınmıştır. Yapılan çalışmalar kapsamında tanımlanan matematik içi ilişkilendirmelere ve ilk olarak hangi araştırmacı tarafından belirlendiğine Şekil 1’de yer verilmiştir. Bu çalışma kapsamında da öğrencilerin kurduğu matematik içi ilişkilendirmeler incelendiğinden aşağıda bu ilişkilendirme türleri detaylı olarak açıklanmaktadır.

2.2.2.1. Öğretime Yönelik İlişkilendirme

Bir özne tarafından daha önceden anlaşılmış olması gereken A ve B kavramlarına dayalı olarak bir C kavramının anlaşılmasını ifade eder (Businskas, 2008). Bu ilişkilendirme türü iki şekilde ortaya çıkar: yeni bir kavram önceki bilgilerle ilişkilendirildiğinde ve bağlantılı matematiksel kavramlar ve prosedürler, öğrencilerin yeni bir kavram geliştirmeden önce ustalaşmaları gereken önkoşullar veya beceriler olarak ele alındığında (Businskas, 2008). Bunun yanında Hatisaru (2023), daha önceden öğretilen veya öğrenilen bilginin yeniden gözden geçirilmesi veya hatırlatılması durumunda da öğretime yönelik ilişkilendirmenin gerçekleştiğini belirtmektedir. Öğrenciler yeni bir matematik konusunu öğrenme sürecinde gerekli temel ve önkoşul bilgilere sahip olmadıklarında öğrenmeleri istenen düzeyde gerçekleşmeyebilir; dolayısıyla öğrencilerin yeni bilgileri önceki öğrenmeleriyle ilişkilendirmeleri kritik önem arz etmektedir (Boaler, 2022). Örneğin bir öğrencinin aynı alana sahip dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını bir sayının çarpanları ile açıklaması öğretime yönelik ilişkilendirme kurulduğunu göstermektedir.

2.2.2.2. İşlemsel İlişkilendirme

A, B kavramı üzerinde çalışılırken kullanılan bir prosedürdür (Businskas, 2008). Bu ilişkilendirme türü öğrenci bir etkinlik üzerinde çalışırken formüller, kurallar veya algoritmalar kullandığında ortaya çıkar (García-García & Dolores-Flores, 2019). Aynı zamanda, bir öğrencinin bu formülleri kullanmak için sunduğu açıklamalar, argümanlar veya bir sonuca ulaşmak için bunları nasıl uyguladığı da bu ilişkilendirmenin içerisinde yer alır (García-García & Dolores-Flores, 2021b). Öğrencilerin prosedürleri, kuralları ve algoritmaları esnek, doğru, verimli ve uygun bir şekilde yürütme becerisi geliştirmesi, kavramsal ve işlemsel anlama arasında bir denge ve ilişkilendirme gerektirir (Mhlolo, 2012). Kavramsal anlayış ile desteklenen işlemsel bilgi sembollerin anlam kazanmasını ve prosedürlerin daha iyi hatırlanıp daha etkili bir şekilde kullanılmasını sağlar (Hiebert & Lefevre, 2013). Diğer taraftan işlemsel anlama, kavramsal bilginin uygulanmasını kolaylaştırabilir çünkü rutinleşmiş prosedürler problem çözme sırasında bilişsel yükü azaltır ve karmaşık görevlerin çözülmesini mümkün kılar (Hiebert & Lefevre, 2013). Örneğin, bir öğrencinin düzgün bir beşgenin bir iç açısının ölçüsünü $\frac{(n-2).180}{n}$ (n kenar sayısı) kuralı ile bulması sonucunda işlemsel ilişkilendirme ortaya çıkar (Şekil 2).



Şekil 2. Düzgün Beşgenin Bir İç Açısının Formülle Bulunması

2.2.2.3. Çıkarımsal İlişkilendirme

Bir A kavramından mantıksal bir ilişki kurularak B kavramına geçiş yapıldığında bu ilişkilendirme ortaya çıkar (Businskas, 2008). Bu ilişkilendirmede var olan süreç, matematikte mantıksal akıl yürütme yoluyla sunulur ve “eğer ... ise” yapısına sahip olan ilişkilendirmeler önerir (Rodríguez-Nieto vd., 2021). Matematikteki mantıksal akıl yürütme, genellemelerle de yakından ilişkili olan, ancak yalnızca bu şekilde olmayan, “eğer ... ise” doğasına sahip ilişkilendirmeleri önerir (Mhlolo, 2012). Örneğin, bir öğrencinin üçgenin iç açılar toplamından yola çıkarak herhangi bir çokgenin iç açılar toplamını belirlemesi durumunda çıkarımsal ilişkilendirme tanımlanır.

2.2.2.4. Anlamsal İlişkilendirme

Anlamsal ilişkilendirme, bir öğrenci matematiksel bir kavrama bir anlam yüklediğinde, yani onun için ne anlama geldiğini ifade ettiğinde ortaya çıkar. (García-García & Dolores-Flores, 2021b). Anlamsal ilişkilendirme, özelliklerle ilişkilendirmeden farklıdır çünkü matematiksel kavramların özellikleri ve nitelikleri tanımlanmaz (García-García & Dolores-Flores, 2021b). Diğer taraftan öğrenciler, kullanım bağlamları veya tanımları da dahil olmak üzere matematiksel kavramın kendileri için ne anlama geldiğini ifade ettikleri durumda da anlamsal ilişkilendirme ortaya çıkar (García-García & Dolores-Flores, 2021b). Öğrencilerin bir kavramı nasıl anlamlandırdığı problem durumlarına uygulama şekillerini etkilemektedir (Zazkis, 2001). Dolayısıyla öğrenciler problem çözme sürecinde bir kavrama yanlış anlam yüklediklerinde bu yanlış cevaplara yol açabilir (Rodríguez-Nieto vd., 2021). Örneğin, bir ortaokul öğrencisinin çokgeni tanımlamak için “doğru parçalarının birbirini

kesmeden uç uca eklenmesiyle elde edilen kapalı şekil” gibi bir açıklama yapması durumunda anlamsal ilişkilendirme belirlenir.

2.2.2.5. Parça-Bütün İlişkilendirme

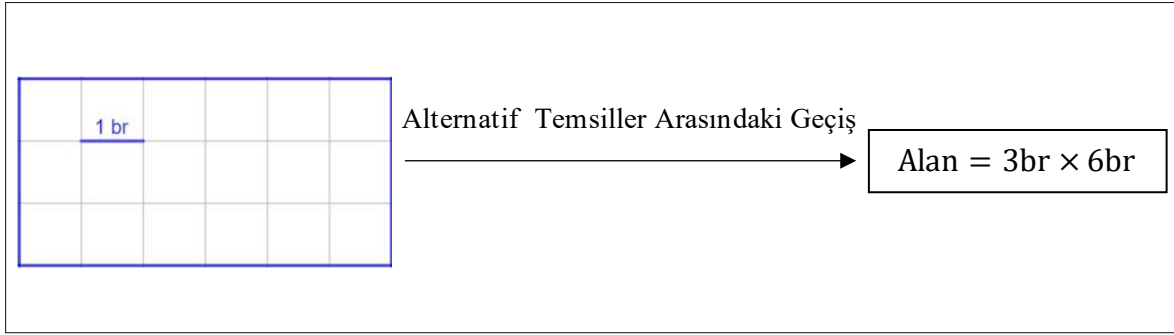
“A, B'ye dahildir (B'nin bir bileşenidir); B, A'yı içerir (A'yı içerir)” veya “A, B'nin bir genellemesidir; B, A'nın belirli bir örneğidir” yapısındaki ilişkilendirmeleri içerir (Businskas, 2008). Bu ilişkilendirme türü öğrenciler matematiksel kavramlar arasında genelleme ve içerme gibi mantıksal çıkarımlarda bulunduğu ortaya çıkar (García-García ve Dolores-Flores, 2019). Örneğin bir öğrenci “her paralelkenar bir yamuktur çünkü paralelkenarın kenar çiftlerinden ikisi de paraleldir” şeklinde bir açıklama yaparak özel dörtgenler arasındaki içerme ilişkilerini belirttiğinde parça-bütün ilişkilendirmesi ortaya çıkar.

2.2.2.6. Özelliklerle İlişkilendirme

Özelliklerle ilişkilendirme, matematiksel bir kavramın özellikleri belirtildiğinde veya kavramın özellikleri onu diğerlerinden benzer veya farklı kılan şeyler açısından tanımlandığında ortaya çıkar (Eli vd., 2011; García-García & Dolores-Flores, 2021a). Özelliklerle ilişkilendirme, bir matematiksel gösterimin bileşenlerinin (cebirsal, geometrik, grafiksel vb.) sözlü veya yazılı açıklamalarını veya hatta bir teoremin özelliklerini içerebilir (García-García, 2023). Örneğin “tüm kenarları eşit olan dikdörtgene kare denir” şeklinde bir açıklama yapıldığında özellik türüne ait ilişkilendirme belirlenir. Özelliklerle ilişkilendirme bazı matematiksel kavramların geliştirilmesi ve soyutlanmasında önemli bir rol oynar (Eli vd., 2011; García-García & Dolores-Flores, 2021b).

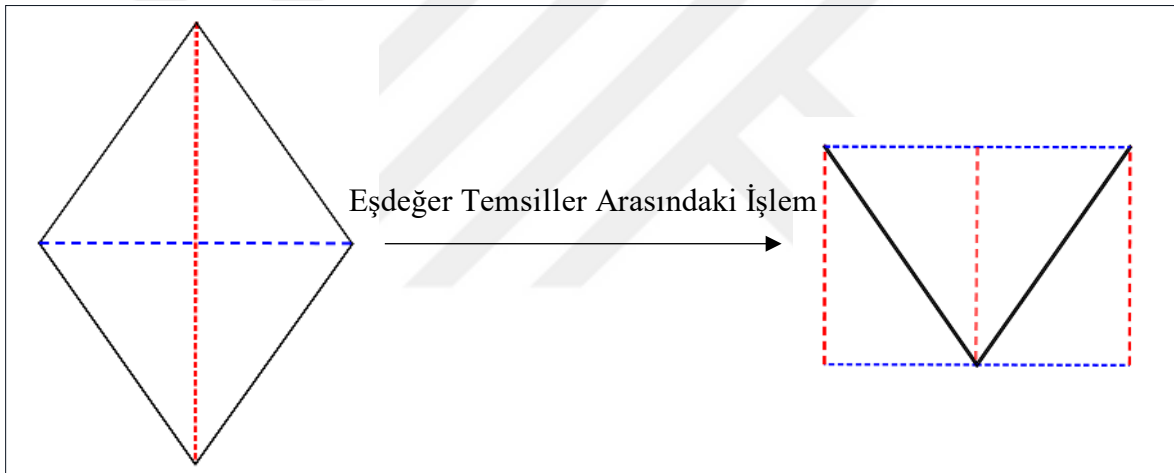
2.2.2.7. Farklı Temsillerle İlişkilendirme

Farklı temsillerle ilişkilendirme iki şekilde ortaya çıkar (Businskas, 2008): alternatif temsiller ve eşdeğer temsiller. Alternatif temsiller, bir öğrenci matematiksel bir kavramın bir semiyotik kaydından diğerine dönüşüm yaptığı (Duval, 2006) ortaya çıkar. Diğer bir deyişle, öğrenci cebirsal-nümerik veya tablo-grafiksel gibi farklı gösterimler arasında bir dönüşüm gerçekleştirir. Örneğin, bir öğrenci verilen bir dikdörtgenin alanını bulmak için görsel temsilden nümerik temsile geçiş yaptığı farklı temsillerle ilişkilendirme tanımlanır.



Şekil 3. Alternatif Temsiller Arasındaki Geçiş

Eşdeğer temsiller, bir öğrenci görsel-görsel, cebirsel-cebirsel vb. gibi aynı semiyotik kayıt içinde bir temsilden diğerine bir işlem yaptığında ortaya çıkar (Duval, 2017). Örneğin bir öğrenci eşkenar dörtgeni, dikdörtgene çevirdiğinde eş değer temsiller (görsel temsil) arasında geçiş yaparak ilişkilendirme kurar.



Şekil 4. Eş Değer Temsiller Arasındaki İşlem

2.2.2.8. Metaforik İlişkilendirme

Metaforik ilişkilendirme, bilinen bir alana ait özelliklerin, karakteristiklerin vb. daha az bilinen başka bir alanı (soyut) yapılandırmak üzere yansıtılması olarak anlaşılmalıdır (Rodríguez-Nieto vd., 2022). Örneğin, öğretmen veya öğrenci 'kalemi kağıttan kaldırmadan içinden geçebiliriz (hareket edebiliriz)' gibi 'grafik bir yoldur' kavramsal metaforunu dolaylı olarak öneren sözlü veya yazılı ifadeler kullandığında metaforik ilişkilendirme ortaya çıkar (Rodríguez-Nieto vd., 2022).

2.2.2.9. Tersine Çevrilebilirlik

Bir öğrenci A kavramından B kavramına geçebildiğinde ve daha sonra B'den başlayıp A'ya dönerek süreci tersine çevirebildiğinde ortaya çıkar (García-García & Dolores-Flores, 2019). Örneğin, logaritmik ve üstel fonksiyonlar arasında, türev ve integral arasında veya toplama ve çıkarma işlemleri arasında var olan tersinirlik ilişkisidir (Rodríguez-Nieto vd., 2022).

2.3. GEOGEBRA'NIN MATEMATİKSEL İLİŞKİLENDİRMEDE ÖNEMİ

Öğrenme ve öğretme süreçlerinde teknolojinin kullanılması matematik eğitiminde önemli bir yere sahiptir (NCTM, 2000). Teknolojinin eğitimde kullanılması matematiksel yapıların çoklu temsiller yoluyla aktif olarak keşfedilmesi için bir ortam sağlar ve öğrencilere matematiğin kalem ve kağıtla mümkün olmayan bazı yönlerini göstermek için imkan tanır (Dikovic, 2009).

Bu teknolojilerden biri olan GeoGebra, Markus Hohenwarter tarafından Avusturya Salzburg Üniversitesi'ndeki yüksek lisans tez projesi için oluşturulmuş açık kaynak kodlu ve ücretsiz olarak temin edilebilen dinamik bir matematik yazılım programıdır (Hohenwarter vd., 2009). Yazılımın temel fikri diğer paketlerin ayrı ayrı ele aldığı geometri, cebir ve hesaplama, ilkokuldan üniversite düzeyine kadar matematik öğrenmek ve öğretmek için kullanımı kolay tek bir pakette birleştirmeye dayanmaktadır (Hohenwarter vd., 2008). Bu amaçla çoklu pencere kullanımına sahip olan GeoGebra; cebir, grafik ve hesap tablosu gibi pencerelerinin birinde yapılan değişikliği eş zamanlı olarak diğer pencerelerde görmeye olanak tanır (Hohenwarter & Jones, 2007; Preiner, 2008). Dolayısıyla GeoGebra dinamik olarak bağlantılı matematiksel kavramların çoklu temsillerini içeren etkinliklerin geliştirilmesine uygun bir yazılımdır (Hacıomeroglu vd., 2009). Öğrenciler matematiksel şekiller ve yapılar oluşturmak için sınıfta önemli miktarda zaman harcamak zorunda kalmadan matematiksel kavramları keşfedebilir ve bu kavramların cebirsel, grafik ve sayısal temsillerini dinamik olarak bağlayabilirler (Hacıomeroglu vd., 2009). GeoGebra'nın sağladığı dinamik yapılar öğrencilere bağlantısal bir öğrenme ortamı sağlayarak ilişkilendirme becerilerinin gelişimini destekler (Furner & Marinas, 2020; Zengin, 2019).

Matematik öğrenme ve öğretmede önemli bir rol oynayan ilişkilendirme, GeoGebra gibi dinamik matematik yazılımları kullanılarak sağlandığında, ilköğretimden yükseköğretime kadar her seviyedeki öğrenci kapsamlı matematiksel anlama fırsatları elde

edebilir (Zengin, 2019). GeoGebra ile desteklenen bir öğrenme ortamında öğrencilerin matematik içi ilişkilendirmelerini doğrudan inceleyen çalışmalar oldukça sınırlı sayıdadır ancak farklı çalışmalar GeoGebra gibi Dinamik Geometri Yazılımlarının (DGS) öğrencilerin matematik içi ilişkilendirme becerileri üzerindeki etkisini potansiyel olarak ortaya koymaktadır (Özcan & Zengin, 2023). DGS (GeoGebra vb.) ile desteklenen bir öğrenme ortamının öğrencilerin matematik içi ilişkilendirme becerilerini geliştirme potansiyeli, yapılan çalışmalar göz önüne alınarak aşağıda açıklanmıştır:

- *Farklı Temsillerle İlişkilendirme:* DGS, matematiksel kavramların çoklu temsillerinin oluşturulmasına ve bu çoklu temsillerin manipüle edilmesi yoluyla aralarındaki ilişkilerin dinamik olarak gözlemlenmesine imkan tanır (Özcan vd., 2022).
- *Özelliklerle İlişkilendirme:* DGS, dinamik olarak oluşturulan matematiksel nesnelerin çeşitli araçlar yoluyla (uzunluk ölçme, alan ölçme vb.) niteliklerinin belirtilmesi ve sürükleme yoluyla değişmez özelliklerinin keşfedilmesi için bir ortam sağlar (Arzarello vd., 2012; Healy & Hoyles, 2002). Özellikle DGS’de oluşturulan dinamik yapılar, öğrencilerin dikkatlerini aynı konfigürasyon veya temsil içindeki öğeleri hareket ettirirken ortaya çıkan ortak özelliklere odaklamalarına yardımcı olur (Santos vd., 2003).
- *İşlemsel İlişkilendirme:* DGS’nin sağladığı navigasyon (yazılım üzerinde nesneleri hareket ettirme ve gezinme), inşa (dinamik temsiller oluşturma) ve etkileşim (geri bildirim olanağı tanıması) özellikleri öğrencilerin akıcı bir şekilde problemler üzerinde çalışmalarına ve işlemleri test etmelerine olanak tanır (Romero Albaladejo & García López, 2023). Bu süreç öğrencilerin kuralları ve formülleri ezberlemek yerine altında yatan kavramsal yapıyı anlamalarına olanak tanır (Birgin & Uzun Yazıcı, 2021).
- *Çıkarımsal İlişkilendirme:* DGS’nin sağladığı öğrenme ortamı öğrencilerin teorik olmayan keşifler ile mantıksal veya tümdengelimli argümanlar arasında ilişkilendirme kurmasını destekler (Jones, 2005). Öğrenciler DGS’de oluşturdukları yapılar hakkında varsayımda bulunabilir, varsayımlarını test edebilir ve bu varsayımların geçerliliğini keşfetmek ve desteklemek için deneyler yapabilir (Santos-Trigo, 2006; Venturi & Sinclair, 2017).

- *Parça-Bütün İlişkilendirme:* DGS, öğrencilerin çoklu temsiller oluşturmalarına ve aralarındaki ilişkileri gözlemlemelerine olanak tanır, bu süreç öğrencilerin genellemelere ulaşmasını destekler (Demir & Zengin, 2023). Diğer taraftan öğrenciler, DGS yazılımı üzerinde geometrik nesneleri manipüle ederek (özellikle sürüklenme yoluyla) farklı şekil sınıfları arasındaki özellikleri ilişkilendirebilir ve hiyerarşik ilişkiler kurabilir (Erbaş & Yenmez; Ubuz vd., 2009; Jones, 2000). Dolayısıyla DGS öğrencilerin farklı matematiksel nesneler arasındaki içerme ve kapsama ilişkilerini keşfetmeleri için bir ortam sağlar.
- *Öğretme Yönelik İlişkilendirme:* DGS; nokta, doğru, doğru parçası, daire vb. bir takım temel nesneden geometrik nesneler oluşturmak için araçlar sağlar (Jones, 2005). Bununla beraber yazılımda bulunan orta nokta, dikme, paralel doğrular vb. araçlar yapıların oluşturulmasına imkan tanır (Jones, 2005). Öğrenciler bu araçları kullanarak benzersiz dinamik yapılar oluşturarak önceki bilgileri ve yeni keşifleri arasında ilişkilendirme kurma fırsatına sahip olabilirler (Zengin, 2019).
- *Anlamsal İlişkilendirme:* Yapılan çalışmalar öğrencilerin DGS ile desteklenen iş birlikli öğrenme ortamlarında çalıştıkça söylemlerinin günlük dilden matematiksel dile doğru değiştiğini ve matematiksel kavramları daha doğru bir şekilde anlamlandırdıklarını ve tanımlayabildiklerini ortaya koymaktadır (Granberg & Olsson, 2015; Jones, 2000). Bununla beraber GeoGebra'nın aracı rolü öğrencilerin düşüncelerini açıkça ifade etmelerine ve verimli tartışmalar yapmalarına katkı sağlar (Aksu & Zengin, 2022; Zengin, 2018). Öğrencilerin matematiksel kavramları veya süreçleri kendi sözleriyle ifade edebilmeleri için mevcut bilişsel yapılarını kullanarak bilgiyi işlemeleri gerekir, bu süreç anlamlı öğrenmeyi teşvik eder (Cai & Ding, 2015). Dolayısıyla DGS ile desteklenen iş birlikli öğrenme ortamlarının öğrencilerin anlamsal ilişkilendirme süreçlerini desteklediği söylenebilir.

GeoGebra, öğrenci gruplarının matematiksel içerikleri tartışmaları ve problemler üzerinde iş birliği içinde çalışmaları veya ilginç matematik problemlerini birlikte keşfetmeleri için bir ortam sağlar (Takaçi vd., 2015). Diğer taraftan yapılan araştırmalar GeoGebra ile desteklenen iş birlikli öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematik başarısı, akıl yürütmeleri, kavramsal anlamaları ve tutumları üzerinde olumlu etkileri olduğunu ortaya koymaktadır (Albaladejo & García López, 2023; Birgin & Topuz, 2021; Demir & Zengin,

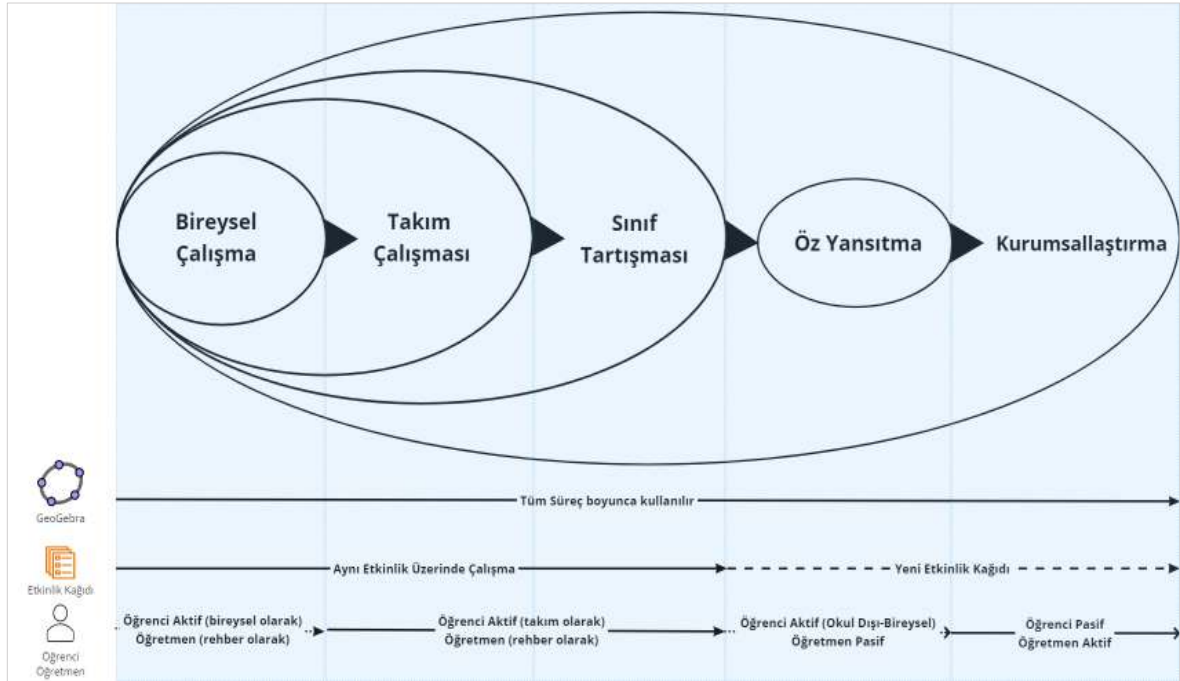
2023). Bu çalışmada ise öğrencilerin GeoGebra üzerinde iş birlikli bir öğrenme ortamında çalışmaları amacıyla ACODESA metodu kullanılmıştır.

2.4. GEOGEBRA DESTEKLİ ACODESA METODU

ACODESA (Fransızca: Apprentissage Collaboratif, Débat Scientifique, Auto-reflexion) (Hitt vd., 2017a); işbirlikli öğrenme, bilimsel tartışma ve öz-yansıtma ilkeleri üzerine kurulu olan bir öğretim metodudur (Hitt & González-Martín, 2015). Hitt ve González-Martín'e (2015) göre bu metod; sınıftaki iletişimi, matematiksel kavramların yapılandırılmasında baskın faktör olarak görmektedir. Sınıftaki matematik problemlerinin çözümünde iletişimi teşvik etmek için bir öğretim yöntemi ve etkinlik tasarımının gerekliliğine duyulan ihtiyaç ACODESA metodunun geliştirilmesinde etken rol oynamıştır (Hitt vd., 2017b). ACODESA metoduna uygun olarak bir problem durumunun ilk aşamasında öğrencilerin çeşitli düşünceler ortaya koymasını teşvik etmek gerekirken, sonraki aşamalarda öğrencilerin takımlar halinde çalışmasını ve sınıf tartışmasına katılmasını sağlamak, amaca yönelik düşüncenin ortaya çıkmasına fırsat sağlayacaktır (Hitt, González & Martín, 2015). Bununla beraber problem durumlarının çözüm sürecinde kağıt-kalem ve teknolojinin dengelenerek kullanılması gerekmektedir (Hitt vd., 2017b).

Zengin (2018) çalışmasında ACODESA metodunun GeoGebra ile desteklenmesinin öğrencilerin diferansiyel ve türev kavramları arasındaki ilişkiyi kurmalarında kalıcı ve keşfedici bir öğrenme ortamı sağladığını ve iletişim kurma süreçlerini destekleyerek verimli tartışmalar gerçekleştirmelerine fırsat sağladığını ortaya koymaktadır. Demir ve Zengin (2023) ise GeoGebra destekli ACODESA metodu ile sağlanan bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin örüntü problemlerini çözme süreçlerini incelemiştir. Teknoloji ile desteklenen iş birlikli öğrenme ortamı öğrencilerin çoklu temsiller oluşturmaları, geliştirmeleri ve dönüştürmelerinde kritik rol oynarken; teknolojinin sağladığı dinamik geometri ortamı öğrencilerin bu temsiller arasında ilişkilendirme kurmalarına ve örüntüyü genellemelerine fırsat sağlamıştır (Demir & Zengin, 2023). Ortaokul öğrencilerinin akıl yürütmelerini incelemek amacıyla yapılan benzer bir çalışma ise GeoGebra yardımıyla yürütülen verimli tartışmaların öğrencilerin iddia, varsayım ve gerekçelendirme süreçlerine katkı sağladığını ortaya koymaktadır (Aksu & Zengin, 2022). Bununla beraber dinamik geometri yazılımı ile yürütülen verimli tartışma ortamı öğrencilerin mevcut bilgileri ile çokgen kavramı arasında ilişkilendirme yapmalarını da desteklemiştir (Aksu & Zengin, 2022). Yapılan çalışmalar ACODESA metodunun GeoGebra ile desteklenmesinin

öğrencilerin keşfedici, zengin ve verimli bir öğrenme ortamında tartışmalar yürüterek matematiksel kavramları anlamlandırılmalarına katkı sağladığını göstermektedir. Dolayısıyla bu çalışmada öğrencilerin kurdukları matematik içi ilişkilendirmeleri incelemek amacıyla GeoGebra destekli ACODESA metodu kullanılmıştır.



Şekil 5. GeoGebra Destekli ACODESA Metodu ve Aşamaları (Hitt & González-Martín, 2015; Zengin, 2018).

ACODESA metodu bireysel çalışma, takım çalışması, sınıf tartışması, öz yansıtma ve kurumsallaştırma olmak üzere beş aşamadan oluşur (Şekil 5). Bu aşamalar boyunca öğretmenin ve öğrencinin rolü detaylı olarak aşağıda açıklanmıştır (Hitt & González-Martín, 2015; Hitt vd., 2017a; Hitt vd., 2017b):

Bireysel Çalışma: Bu aşamanın amacı öğrenciyi başkalarıyla iletişime hazırlamaktır. Bazı öğrenciler genellikle fikir geliştirmek için diğerlerinden daha hızlı olduğundan amaç takım arkadaşlarıyla etkileşime geçmeden önce derinlemesine düşünmeyi teşvik etmektir. Öğrenciler bu aşamada verilen etkinliği anlamaya, kendi temsillerini oluşturmaya ve çok çeşitli düşünmeye odaklanılır.

Takım Çalışması: Bu aşamada öğretmen, öğrencileri 2-3 kişilik gruplara ayırır. Gruplar oluşturulurken teknolojiyi iyi kullanan, baskın karakterli ve akıl yürütme becerileri iyi öğrencilerin farklı gruplarda olmasına dikkat edilir. Öğrenciler aynı etkinlik üzerinde grup olarak tartışırlar. Öğretmenin rolü öğrencileri tartışmaya ve bulundukları takımla

işbirliği içerisinde çalışmaya teşvik etmektir. Takım üyelerinin; fiziksel nesneleri kimin manipüle ettiğini, bilgisayarı kimin kullandığını, takımın ilerleyişini kimin not ettiğini ve takımın başarılarını genel tartışma için kimin öne çıkardığını belirlemesi gerekir.

Sınıf Tartışması: Bu aşamada öğrenciler takım çalışmasında yaptıklarını tüm sınıf ile tartışır. Öğrencilerin bu aşamada oluşturduğu varsayımlarını, çalışmalarını dinamik yazılımı kullanarak gerekçelendirmesi, arkadaşlarını ikna etmeye çalışması ve diğerlerinin varsayımlarını test etmesi gerekir. Bu aşamada da öğretmen rehber yolunda olup sınıf tartışmasını teşvik eder ve gerektiğinde öğrencileri yönlendirir. Bu aşama sonunda öğrencilerin çalışma kağıtları toplanır.

Öz yansıtma: Matematik sınıflarında fikir birliği genellikle geçicidir. Bu durum, önceki üç adımda tasarlanan ve tartışılanla ilgili olarak bir yeniden yapılandırma sürecinin önemini ortaya koymaktadır. Dolayısıyla bilginin istikrarlı inşası, öğrencilerin o bilgiyi bireysel olarak yeniden inşa etme sürecini içermelidir. Bu aşamada, öğrencilere ilk üç aşamada çalıştıkları etkinliğin yeni bir kopyası verilerek evde bireysel olarak etkinliği çözmeleri ve ilk üç aşamadaki öğrenmelerini de dikkate alarak yeniden yapılandırmaları istenir.

Kurumsallaştırma: Öğrencinin bulunduğu ortamda aktif rol oynadığı sosyokültürel bilgi oluşturma sürecinde, öğretmen tarafından geleneksel sunum yoluyla matematiksel bir kavramın üretilmesi beklenmez. Dolayısıyla bu aşamada; öğretmen, öğrencilerin temsillerinin gelişimini ve sonuçlarını dikkate alarak kurumsal temsilleri içerecek şekilde dersi işler.

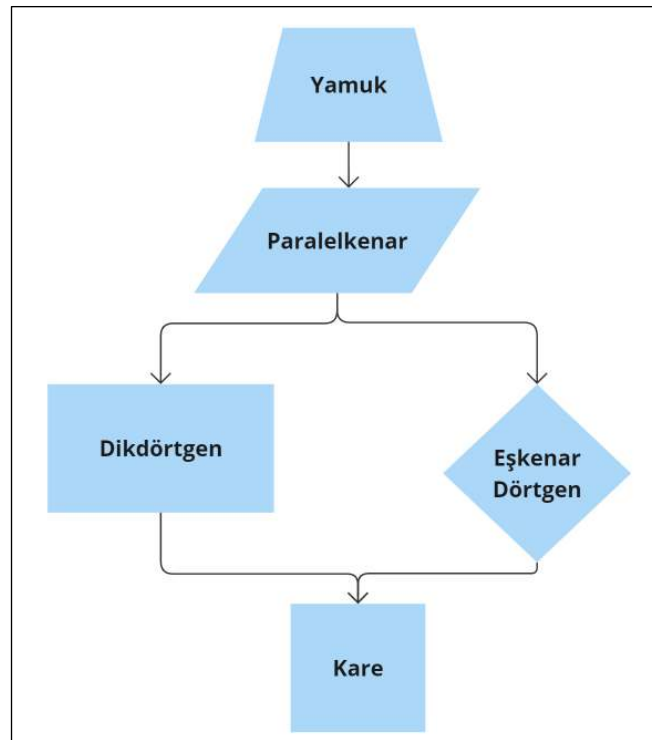
2.5. ÇOKGENLER

Yapılan çalışmalar çokgenlerin sınıf seviyelerine göre farklı şekillerde tanımlandığını ortaya koymaktadır. Bernabeu ve diğerleri (2021) ilkokul düzeyindeki öğrencilerle yaptıkları çalışmada çokgenleri "Düz, kesişmeyen kenarlarla sınırlanmış kapalı bir iki boyutlu şekil" olarak tanımlamışlardır. Baykul (2009, s. 409) ise ortaokul düzeyinde bir tanım yaparak çokgenleri "Birinin uç noktası diğerinin başlangıç noktasıyla çakışık doğru parçalarından oluşturulmuş basit kapalı eğrilere çokgen denir" şeklinde tanımlamıştır. Argün ve diğerleri (2014, s. 92) ise daha formel bir şekilde aşağıdaki gibi tanımlamıştır:

$n \geq 3$ bir doğal sayı olmak üzere aynı düzlemde herhangi üçü doğrusal olmayan $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ nokta olsun, birbirini kesmeyen $[A_1, A_2], [A_2, A_3], \dots, [A_{n-1}, A_n], [A_n, A_1]$

doğru parçalarının birleştirilmesiyle oluşan $[A_1, A_2] \cup [A_2, A_3] \cup \dots \cup [A_{n-1}, A_n] \cup [A_n, A_1]$ kümesine $A_1 A_2 A_3 \dots A_n$ çokgeni denir.

Matematik öğretim programında çokgenlerin (üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgen) öğretimi ortaokul düzeyinde tüm kademelerde yer almakta ve dışbükey çokgenler ile sınırlandırılmaktadır (MEB, 2024b). Ortaokul Matematik Öğretim Programları (MEB, 2018, 2024b) incelendiğinde öğrencilerin çokgenleri tanımlamaları, iç ve dış açıları belirlemeleri, köşegenlerini oluşturmaları, iç açılarının ölçüleri toplamını üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamıyla ilişkilendirerek belirlemeleri, dış açıların ölçüleri toplamını belirlemeleri ve düzgün çokgenlerin her bir dış açısının ölçüsünü belirlemeleri hedeflenmektedir. Diğer taraftan öğretim programında çokgenlere yönelik yer alan önemli hedeflerden biri özel dörtgenlerin hiyerarşik olarak sınıflandırılmasını ve ortak özelliklerinin ilişkilendirilmesini içermektedir (MEB, 2024b). Hiyerarşik sınıflandırma bir dizi kavramın, daha özel kavramlar daha genel kavramların alt kümesini oluşturacak şekilde sınıflandırılmasını içermektedir (De Villiers, 1994). Örneğin öğrencilerin yamuğu “karşılıklı kenar çiftlerinden en az biri paralel olan dörtgen” olarak tanımlaması paralelkenarı yamuğun özel bir durumu olarak görmelerine izin verir. Bu çalışma kapsamında da öğrencilerin özel dörtgenleri Şekil 6’da yer alan hiyerarşik yapıda oluşturmalarına fırsat sağlayacak etkinlikler geliştirilmiştir.



Şekil 6. Ortaokul Düzeyinde Özel Dörtgenlerin Hiyerarşik Sınıflandırılması (MEB, 2018).

Özel dörtgenlere yönelik öğretilmesi amaçlanan önemli hedeflerden bir diğeri de alan ölçmedir. Matematik dersi öğretim programında öğrencilerin yamuk ve eşkenar dörtgenin alan bağıntılarına dair çıkarımlarda bulunmalarına ve gerçek hayat durumlarında, özel dörtgenlerle modellenen şekillerin alanlarına ilişkin problem çözme becerilerine yer verilmektedir (MEB, 2024b). Diğer taraftan öğrencilerin dikdörtgenin alan bağıntısına yönelik deneyimlerini paralelkenar ve üçgenin alan bağıntılarına yansıtmaları hedeflenmektedir (MEB, 2024b).

Bu araştırma kapsamında öğrencilerin “düzgün çokgenler, özel dörtgenler, eşkenar dörtgen/yamuğun alanı ve alan ile ilgili problemlere” yönelik konularda hazırlanan etkinlikler yoluyla teknoloji destekli iş birlikli bir öğrenme ortamında kurdukları matematik içi ilişkilendirmelerin incelenmesi amaçlanmıştır.

2.6. İLGİLİ ARAŞTIRMALAR

Araştırmanın bu bölümünde matematiksel ilişkilendirme ve GeoGebra destekli ACODESA metoduna yönelik yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

Schroeder (1993) yaptığı çalışmada matematiksel ilişkilendirmenin, NCTM (2000) tarafından vurgulanan önemli bir süreç olmasına rağmen bu kapsamda deneysel çalışmaların azlığına vurgu yapmıştır. Bu amaçla 10. Sınıf öğrencilerinin rutin olmayan iki problemi çözerken yaptıkları matematiksel ilişkilendirmeleri incelemiştir. Yaptığı çalışmada iki ana ilişkilendirme türü arasında ayırım yapmıştır: içsel ve dışsal ilişkilendirmeler. Araştırmanın sonuçları öğrencilerin matematiksel kavramlar ve prosedürler arasındaki ilişkilendirmeleri içeren içsel ilişkilendirmeleri anlamakta zorluk yaşadıklarını göstermektedir. Özellikle öğrencilerin çarpma ve çarpanlara ayırma arasında ilişkilendirme yapmada zorlandıklarını bulmuştur. Benzer şekilde öğrenciler gerçek dünya problemlerini matematiksel ifadelerle temsil etmeyi içeren dışsal ilişkilendirmeleri yapmada da zorluk yaşamışlardır. Araştırmanın sonucunda uygulanan iki problem çok çeşitli yanıtlar ortaya çıkarmış ve öğrencilerin üstbilişsel olarak hareket etmelerini, çalıştıkları matematiksel araçların amaçlarını fark etmelerini ve çözüme giden yolda alt hedefleri belirlemelerini gerektirmiş ve bu nedenle öğrencilerin matematiksel ilişkilendirmelerle ilgili yeteneklerini keşfetmek için değerli bir araç olduğu sonucuna varılmıştır.

Özgen (2013b) ise yaptığı çalışmada öğretmen adaylarının problem çözme becerileri ile ilişkilendirme becerileri arasındaki ilişkiyi incelemek amacıyla özel durum çalışması

kullanmıştır. Araştırmanın sonuçları öğretmenlerin problem çözme becerilerinin düşük ve orta düzeyde olduğunu göstermektedir. Bununla beraber orta düzeyde problem çözme becerisine sahip olan öğretmen adaylarının bile ilişkilendirme becerilerinin düşük olduğu görülmüştür. Üç problem türüne yönelik çözümlerde en fazla matematiği kendi içinde ilişkilendirme becerisi kullanılırken farklı disiplinlerle ve gerçek yaşamla ilişkilendirme becerilerinin daha az kullanıldığı görülmüştür. Araştırmanın sonuçları öğretmen adaylarının problem çözme ve ilişkilendirme becerileri arasında pozitif yönde bir ilişkinin olduğunu göstermektedir. Matematik öğrenme ve öğretme süreçlerinde önemli rol oynayan problem çözme ve ilişkilendirme becerilerinin birbirinden ayrık olmadığı göz önüne alındığında öğretmen adaylarının problem çözerken yaptıkları ilişkilendirmelerin ne düzeyde olduğunun sebepleriyle araştırılmasının önemli olduğu görülmektedir.

Matematiksel ilişkilendirme alanındaki çalışmaları göz önüne aldığımızda ilk kavramsal modellerden biri Evitts (2004) tarafından önerilmiştir. Evitts (2004) okul matematiğinin kritik bir bileşeni olarak matematiksel ilişkilendirmenin pedagojik alan bilgisinin önemli bir yönünü oluşturduğunu belirtmektedir. Yaptığı çalışma ile ortaöğretim öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde ve doğal bir ortamda kurduğu matematiksel ilişkilendirmelerin türlerini belirlemeyi amaçlamıştır. Bu çalışma sonucunda beş matematiksel ilişkilendirme türü belirlemiştir: yapısal (iki matematiksel fikir veya yapının aynılığı), modelleme (gerçek dünya bilgisinin uygun bir matematiksel temsil ile etkileşimi), temsillerle (grafiksel, sayısal, sembolik, resimsel veya sözel formlar gibi temsiller arasındaki matematiksel ilişkilendirmeler), prosedür-kavram (kavramsal ve prosedürel bilgi) ve matematiğin kolları arasındaki ilişkilendirmeler (matematiğin entegre bir bütün olarak kavranmasına katkıda bulunan matematiğin çeşitli alanları arasındaki ilişkilendirmeler).

Businskas (2008) doktora tezinde ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel ilişkilendirmeye yönelik kavrayışlarını incelemek amacıyla yapılandırılmış görüşmeler yapmıştır. Çalışmasında matematiksel ilişkilendirmeyi “iki matematiksel fikir, A ve B arasındaki gerçek bir ilişki” (s. 18) olarak ele almıştır. Görüşmeler ikinci dereceden fonksiyonlar ve denklemlerle ilgili ortak bir etkinlik de dahil olmak üzere öğretmenlerin belirli matematiksel konularla alakalı ilişkilendirmelerine odaklanmıştır. Yazıya dökülen görüşmeleri analiz etmek için yedi farklı matematiksel ilişkilendirme türü içeren bir ön çerçeve belirlemiştir. Öğretmenlerin üretimlerinin analizi sonucunda yedi ilişkilendirme türünü revize ederek farklı temsillerle, prosedürel, çıkarımsal, parça-bütün ve öğretime

yönelik olmak üzere beş ilişkilendirme türü tanımlamıştır. Diğer taraftan çalışmanın sonuçları; öğretmenlerin ilişkilendirme hakkındaki düşüncelerinin öğretim hakkındaki düşünceleriyle tamamen ilişkili olduğunu, sadece bir kaçının öğrencilerine ilişkilendirmeyi teşvik etme konusunda açıkça istekli olduğunu ve bazı öğretmenlerin kavramları öğretmek ve algoritmaları öğretmek arasında bir kararsızlığa sahip olduğunu göstermektedir. Businskas (2008) öğrencilerin ilişkilendirme kurmasına yardımcı olmak için öğretmenlerin matematiği birbiriyle ilişkili bir fikirler ağı olarak anlamaları ve hangi öğretim müdahalelerinin öğrencilerin ilişkilendirme yapmasını kolaylaştıracağını bilmesi gerektiğini bildirmektedir. Bu araştırma geliştirilen modelin öğretmenlerin matematiksel ilişkilendirmelerinin belirlenmesinde önemli bir rol oynadığını ve alan bilgileri hakkında önemli çıkarımlar yapmaya olanak tanıdığını doğrulamaktadır.

Eli ve diğerleri (2011) tarafından yapılan çalışmada ise ortaokul öğretmen adaylarının geometri öğretimi için matematik bilgilerini ve matematiksel ilişkilendirmelerini belirlemek için açık ve kart sıralama etkinlikleri sırasındaki matematiksel ilişkilendirmeleri incelenmiştir. Çalışma sonucunda beş ilişkilendirme türü tanımlanmıştır: kategorik, özelliklerle, işlemsel, türetimsel, öğretime yönelik. Öğretmen adayları daha çok işlemsel ve kategorik ilişkilendirmeler yaparken, türetimsel ve öğretime yönelik ilişkilendirmeleri daha az yapmışlardır. Araştırmacılar bu eğilimin geleneksel müfredatın işlemsel süreçlere odaklanmasından kaynaklanıyor olabileceğini belirtmişlerdir. Çalışma, öğretmen eğitimi programlarında matematiksel ilişkilendirme becerilerinin geliştirilmesine daha fazla önem verilmesi gerektiğini önermektedir.

Matematiksel ilişkilendirmeye yönelik farklı bağlamlarda ve farklı katılımcı grupları ile yapılan çalışmalar incelendiğinde matematiksel ilişkilendirmelerin sınıflandırılmasında farklı yaklaşımların olduğu görülmektedir. Ancak yapılan çalışmaların büyük bir çoğunluğunda Eli ve diğerleri (2011, 2013) ve Businskas (2008) tarafından belirlenen matematiksel ilişkilendirme türlerinin kapsamı genişletilmiş ve yeni matematiksel ilişkilendirme türleri önerilmiştir. Bu çalışmada öğrencilerin matematik içi ilişkilendirmeleri incelendiğinden Tablo 1’de bu kapsamda yapılan çalışmalara yer verilmiştir.

Tablo 1. Matematik İçi İlişkilendirme Türlerine Yönelik Yapılan Bazı Çalışmalar

Yazar Analiz Katılımcılar	Amaç	Sonuçlar
- García-García ve Dolores-Flores (2018) - Nitel/Etkinlik Temelli Görüşme - Lise Öğrencileri	Bu araştırmanın amacı lise öğrencilerinin türev ve integrale yönelik etkinlikleri çözerken yaptıkları ilişkilendirmeleri belirlemektir.	Araştırmada sonucunda beş farklı matematiksel ilişkilendirme türü tanımlanmıştır: farklı temsiller, prosedürel, özellikler, tersine çevrilebilirlik ve anlamsal. Çalışmada, cebirsel ve grafik temsiller ile cebirsel ve sözel temsiller arasında ilişkilendirmelerin sıklıkla ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. Öğrencilerin kurdukları matematiksel ilişkilendirmelerin Analizin Temel Teoremi'ni anlamalarına katkı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.
- Dolores-Flores ve diğerleri (2019) - Nitel/Etkinlik Temelli Görüşme - Üniversite Öncesi Öğrencileri	Bu araştırmanın amacı üniversite öncesi öğrencilerin değişim oranlarını içeren etkinlikleri çözerken kurdukları matematiksel ilişkilendirmeleri inceleyen bir araştırmanın sonuçlarını rapor etmektedir.	Öğrencilerin çoğu işlemsel türde matematiksel ilişkilendirmeler kurarken, özellik türünde ilişkilendirmeler daha az, genelleme türünde ilişkilendirmeler ise çok az yapılmıştır. Öğrenciler en fazla etkinliğin sözel ifadeleri ile cebirsel temsiller arasında olmak üzere farklı temsillerle ilişkilendirme yapmışlardır. Öğrenciler eğimi genellikle cebirsel gösterimle ilişkilendirmiş veya geometrik yorumu ezberleyerek algoritma olarak kullanmışlardır. Öğrencilerin çoğu eğitim ve değişim oranına yönelik işlemsel anlamaya sahipken, kavramsal anlamaları sınırlı kalmıştır.
- Rodríguez-Nieto ve diğerleri (2022) - Durum Çalışması - Öğretmen	Bu araştırmanın amacı Businskas (2008) tarafından önerilen ve diğer araştırmacıların katkılarıyla genişletilen matematiksel ilişkilendirme modeline teorik bir yansıma yapmak ve yeni bir ilişkilendirme türü önererek katkıda bulunmaktır.	Araştırmada türev öğretimi sırasında bir öğretmenin kurduğu matematiksel ilişkilendirmeler analiz edilmiştir. Sekiz a-priori ilişkilendirme türü dikkate alınmıştır. Araştırmacılar mevcut sekiz ilişkilendirme türüne ek olarak "metaforik ilişkilendirme" türünü önermiştir. Araştırmacıların metaforik ilişkilendirmeyi dahil etmesinin gerekçesi metaforların önemi ve öğretme-öğrenme süreçlerindeki rolünü göz önüne almalarıdır. Sonuçlar, özellikle "grafik bir yoldur" kavramsal metaforunun öğretmen söylemindeki kullanımını göstermiştir.
- De Gamboa ve diğerleri (2023) - Durum Çalışması	Bu araştırmanın amacı 12-13 yaşlarında tam sayıların öğretimine yönelik yapılan derslerde ortaya çıkan matematiksel	Bu araştırma kapsamında ilişkilendirme, öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşimlerden kaynaklanan bağlantı ağları olarak tanımlanmıştır. İlişkilendirmeler dört ana kategoriye ayrılmıştır: temsil içi ve

Ortaokul Öğrencileri	ilişkilendirmeleri kategorize etmektedir.	temsiller arası matematik içi kavramsal ilişkilendirmeler, süreçlerle ilgili matematik içi ilişkilendirmeler ve matematik dışı ilişkilendirmeler. Diğer taraftan ilişkilendirmelerin iç yapısını oluşturan bağlantılar dört kategoriye ayrılmıştır: temsillerle, ortak özelliklere dayalı, prosedürel ve argümana dayalı. Bu araştırmanın sonuçları, öğretmen ve öğrenciler arasındaki etkileşimin teşvik edildiği sınıf ortamlarında matematiksel ilişkilendirmelerin nasıl ortaya çıktığını anlamak için özellikle yararlı olabileceğini göstermektedir.
- Hatisaru ve diğerleri (2024) - Nitel/Araştırma Çalışması - Öğretmen Adayları	Bu araştırmanın amacı ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının cebir problemlerine yönelik belirlediği matematiksel ilişkilendirmeleri analiz etmektedir.	Genişletilmiş Matematiksel İlişkilendirme Teorisi (ETMC) kullanılarak dört tür ilişkilendirme tespit edilmiştir: farklı temsiller, işlemsel, parça-bütün ve anlamsal. ETMC'nin kapsamadığı bazı ilişkilendirme türleri (anlam, çıkarım, modelleme) tespit edilmiştir, bu da çerçevenin sınırlılıklarına işaret etmektedir. Farklı ilişkilendirme türlerinin farklı tane boyutlarına sahip olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 1’de yer alan çalışmalar, öğrenci veya öğretmenlerin kurduğu matematiksel ilişkilendirmelerin genellikle problem çözme veya etkinlik temelli görüşmeler yoluyla belirlendiğini göstermektedir. Bununla beraber çalışmalar incelendiğinde öğretmen adayları veya lise/üniversite seviyesindeki öğrencilere yönelik yapılan çalışmaların daha çok olduğu görülmektedir. Ancak az da olsa ortaokul seviyesindeki öğrencilerin kurduğu matematiksel ilişkilendirmeleri inceleyen çalışmaların da olduğu görülmektedir (Caviedes vd., 2024; De Gamboa vd., 2023).

Caviedes ve diğerleri (2024) yaptıkları çalışmada 13-14 yaşlarındaki ortaokul öğrencilerinin alan konusuna yönelik etkinlikleri çözerken kurdukları matematiksel ilişkilendirmeleri incelemişlerdir. Bu araştırma öğrencilerin alan ölçme sürecinde formülleri mekanik bir şekilde uygulamanın ötesine geçerek farklı prosedürleri uygulamalarında, farklı temsilleri kullanmanın kritik bir rol oynadığını göstermektedir. Dolayısıyla araştırmanın sonuçları, alan ölçüm süreçlerini doğru bir şekilde yürütmek için farklı matematiksel nesneleri eş zamanlı olarak devreye sokmak gerektiğini göstermektedir. Bu gerçekleşmediği takdirde, formüllerin mekanik bir şekilde kullanılması riski ortaya çıkmaktadır (Hiebert & Carpenter, 1992).

Tablo 2’de GeoGebra destekli ACODESA metoduna yönelik yapılan araştırmalara yer verilmiştir. Zengin (2018) çalışmasında üniversite öğrencilerinin takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında dinamik materyaller oluştururken sınıf ortamında verimli tartışmalar yaptıkları sonucuna varmış ve katılımcıların görüşleri yoluyla iletişim kurulduğunu ve üretkenliklerinin olumlu yönde geliştiğini destekleyerek ortaya koymuştur. Aksu (2022) ve Demir (2023) tarafından yapılan çalışmalar ise GeoGebra destekli ACODESA metodunun ortaokul öğrencilerinin matematiksel akıl yürütmelerinin hem yapısal boyutunu hem de süreç boyutunu desteklediği sonucunu ortaya koymuştur. Diğer taraftan öğrencilerin varsayım üretme, varsayımlarını doğrulama, genellemeye varma, üretken tartışmalara katılma, matematiksel değişmezlikleri fark etme ve doğru sonuçlara ulaşma süreçlerinin gelişiminde ACODESA metodunun GeoGebra ile desteklenmesinin önemine vurgu yapılmıştır.

Tablo 2. GeoGebra Destekli ACODESA Metoduna Yönelik Yapılan Bazı Çalışmalar

Yazar Analiz Katılımcılar	Amaç	Sonuçlar
• Zengin (2018) • Üniversite Öğrencileri	Bu araştırmanın amacı üniversite öğrencilerinin diferansiyel ve türev kavramları arasındaki ilişkiyi GeoGebra ve ACODESA metodunun bir arada kullanılmasıyla nasıl kurduklarını keşfetmektir.	Araştırma sonuçları, GeoGebra ve ACODESA yönteminin birleşiminin üniversite öğrencilerinin diferansiyel ve türev kavramları arasındaki ilişkiyi anlamalarında etkili olduğunu göstermiştir. Bu birleşim öğrencilerin sosyokültürel bir öğrenme süreci içinde cebirsel ve geometrik ilişkiler kurmalarına yardımcı olmuştur. Katılımcılar, bu yöntemin bireysel ve işbirlikli çalışma fırsatları sağladığını, verimli tartışmalar yapma imkanı sunduğunu ve matematiksel iletişimi geliştirdiğini belirtmişlerdir. Ayrıca, bu yöntem öğrencilerin varsayımlar ve argümanlar üretmelerine olanak tanımış, kavram yanlışlarının giderilmesine yardımcı olmuş ve kalıcı, keşfedici bir öğrenme ortamı sağlamıştır.
• Zengin (2021) • Üniversite Öğrencileri	Bu çalışma, ACODESA yönteminin ve GeoGebra’nın entegrasyonu yoluyla yapılan kolektif argümantasyonun, öğrencilerin parametrik denklemleri anlamalarına	Araştırmanın sonuçları GeoGebra ve ACODESA yönteminin entegrasyonu ile oluşturulan sosyal etkileşim ve iletişim ortamının öğrencilerin var olan bilgilerini kullanarak cebirsel ve geometrik temsiller arasında ilişkilendirme kurmalarını sağlayarak parametrik denklemleri

	nasıl katkı sağladığını incelemektedir.	kavramsal düzeyde anlamalarına katkı sunduğunu ortaya koymuştur.
• Aksu (2022) • Etnografik Durum Çalışması • Ortaokul Öğrencileri	Bu araştırmanın amacı yedinci sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin GeoGebra destekli ACODESA metodu ile incelenmesidir.	Araştırmanın bulguları öğrencilerin akıl yürütmenin yapısal boyutunda tündengelimsel, tümevarımsal ve geri çıkarımsal; süreç boyutunda ise sınıflandırma, karşılaştırma, gerekçelendirme ve genelleme süreçleri sıklıkla ortaya çıkmıştır. Araştırmanın sonuçları GeoGebra ve ACODESA metodu ile desteklenen öğrenme ortamının öğrencilerin akıl yürütmelerinin hem süreç boyutlarının hem de yapısal boyutlarını desteklediğini göstermektedir.
• Demir (2023) • Öğretim Deneyi • Ortaokul Öğrencileri	Bu araştırmanın amacı GeoGebra destekli işbirlikli bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerini incelemek ve akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarının birbirini nasıl desteklediğini ortaya koymaktır.	Araştırmanın sonuçları, ACODESA metodu ve GeoGebra yazılımı kullanılarak oluşturulan teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamının, öğrencilerin üçgenler konusunda argümanlar ve iddialar üretmesine, açıklamalar ve doğrulamalar yapmasına, matematiksel ilişkileri ve değişmezlikleri fark etmesine, doğru sonuçlara ulaşmasına ve formülleri keşfetmesine olanak sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Bu süreçlerin, öğrencilerin akıl yürütmelerini geliştirdiği görülmüştür. Araştırmanın sonuçları doğrultusunda, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin yapısal ve süreç boyutlarını desteklemek için teknoloji destekli işbirlikli öğrenme ortamlarının kullanılması önerilmektedir.
• Demir ve Zengin (2023) • Öğretim Deneyi • Ortaokul Öğrencileri	Bu araştırmanın amacı, GeoGebra yazılımı destekli işbirlikli öğrenme ortamının bir grup öğrencinin problemleri birlikte çözerken çoklu temsiller kullanmasına ve genellemelere ulaşmasına nasıl katkıda bulunduğunu göstermektir.	Araştırmanın sonuçları, GeoGebra yazılımı destekli işbirlikli öğrenme ortamının ortaokul öğrencilerinin çoklu temsilleri kullanma, cebirsel akıl yürütme ve genelleme yapma konusunda desteklediğini ortaya koymuştur. Öğrencilere örüntüyü çoklu temsillerle ifade etme ve inceleme fırsatı sunan GeoGebra yazılımı, öğrencilerin veri elde etmelerine, varsayımlarını test etmelerine ve böylece genellemeye ulaşmalarına yardımcı olmuştur.

GeoGebra destekli ACODESA metoduna yönelik yapılan çalışmalar incelendiğinde ortaokul seviyesindeki öğrencilerin akıl yürütme süreçlerinin veya farklı temsilleri kullanmalarının incelendiği görülmektedir (Aksu, 2022; Demir, 2023; Demir & Zengin, 2023).

Bu çalışmada ise GeoGebra'nın entegre edildiği ACODESA metodu ile öğrencilerin kurdukları matematik içi ilişkilendirmelerin incelenmesi amaçlanmaktadır. Matematik içi ilişkilendirmelerin incelenmesi öğrencilerin matematiksel anlamalarının ve düşünme süreçlerinin anlaşılmasında ve öğretim süreçlerinin tasarlanmasında önemli bir rol oynar. Bu alanda çalışan araştırmacılar, matematiksel ilişkilendirme türlerinin nasıl ortaya çıktığının anlaşılmasında farklı katılımcı grupları ile farklı bağlamlarda yapılan çalışmaların büyük bir öneme sahip olduğunu bildirmektedir (García-García, 2023; Weingarden, 2024). Dolayısıyla bu çalışmada teknoloji destekli iş birlikli bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin kurdukları matematik içi ilişkilendirmelerin belirlenmesinin literatüre katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

3. YÖNTEM

3.1. ARAŞTIRMANIN MODELİ

Bu araştırmada GeoGebra destekli ACODESA metodunu içeren bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki matematiksel ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırma nitel bir yaklaşıma sahip olup öğretim deneyi (Cobb, 2000) yöntemine göre tasarlanmıştır.

Araştırmalarda öğretim deneyi yönteminin kullanılmasının birincil sebeplerinden biri öğrencilerin matematiksel öğrenme ve akıl yürütmelerinin ilk elden deneyimlenmesidir (Steffe & Thompson, 2000). Öğretim deneyleri, araştırmanın bağlamına ve amacına göre farklı şekillerde tasarlanabilir (Steffe & Thompson, 2000). Bir öğretim deneyi bir veya daha fazla öğrencinin matematiksel faaliyetlerinin bireysel olarak incelendiği “yapılandırmacı öğretim deneyi” (Steffe & Ulrich, 2014) tasarımına sahip olabileceği gibi bireysel faaliyetlerle beraber sınıf içi sosyal etkileşimlerin göz önüne alındığı “sınıf öğretim deneyi” (Cobb & Yackel, 1996) tasarımına da sahip olabilir.

Bu araştırmada öğretim bölümlerinin uygulanması bir araştırmacı/öğretmen rehberliğinde altı öğrencinin dahil olduğu işbirlikli öğrenme, bilimsel tartışma ve öz yansıtma yaklaşımlarına sahip ACODESA metoduna dayalı olarak gerçekleşmiştir. Çalışmada işbirlikli öğrenme ortamlarının öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme becerilerinin gelişimini desteklediği düşünüldüğünden ve dolayısıyla sosyokültürel bir yaklaşıma sahip olan ACODESA metoduna göre tasarlandığından dolayı sınıf öğretim deneyi kullanılmıştır.

Bu araştırmada yer alan öğretim deneyi keşfedici öğretim, öğretim bölümleri ve geriye dönük kavramsal analizden oluşan bir öğretim dizisini içermektedir (Steffe & Ulrich, 2014). Steffe ve Thompson (2000) daha önce öğretim deneyi gerçekleştirmemiş araştırmacılara keşfedici öğretim gerçekleştirmelerini önermektedir. Dolayısıyla araştırmacı tarafından öğretim deneyi sürecine aşinalık kazanmak, öğrenciler asıl çalışmaya geçmeden önce teknoloji kullanma deneyimsizliklerini gidermek ve iş birlikli öğrenme ortamına alışmalarını sağlamak amacıyla keşfedici öğretim gerçekleştirilmiştir. Öğretim bölümleri ise araştırmacının öğretim faaliyetini gerçekleştirdiği ve kayıt altına aldığı süreci içermektedir (Steffe & Ulrich, 2014). Bu araştırmanın öğretim bölümleri her bir etkinliğin ACODESA metoduna uygun olarak uygulandığı ve kayıt altına alındığı süreci içermektedir. Son olarak

öğretim bölümlerinin her birinin uygulanması sonunda geriye dönük analizler ile bir sonraki öğretim bölümüne yönelik düzenlemeler yapılmıştır.

3.2. KATILIMCILAR

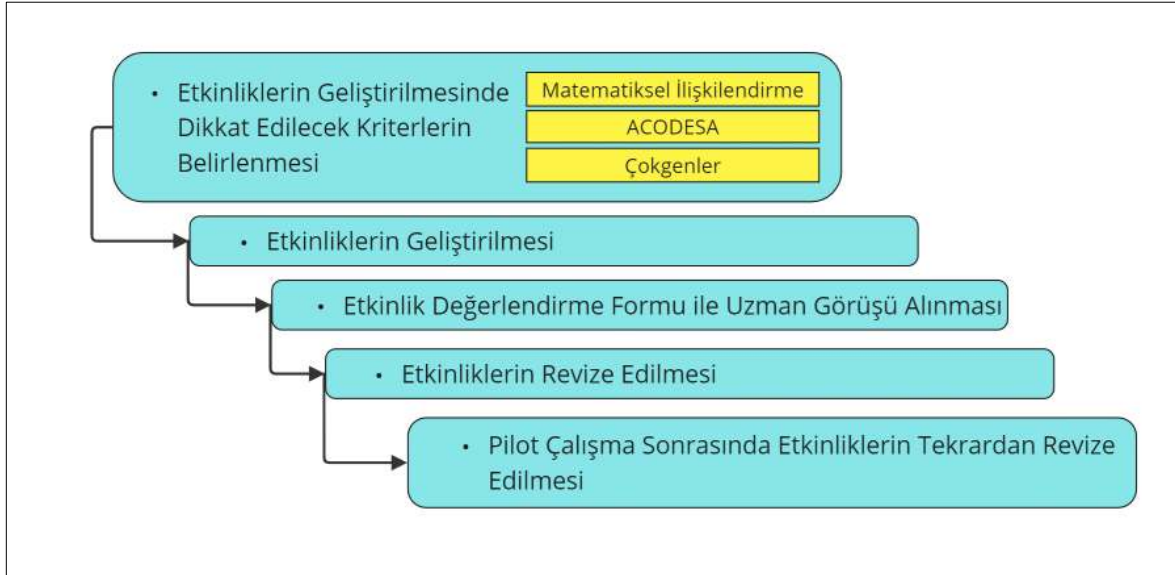
Bu araştırmanın katılımcılarını araştırmacının görev yaptığı ortaokuldaki 6 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın katılımcılarının belirlenmesinde amaçlı örnekleme yönteminden faydalanılmıştır. Amaçlı örnekleme yönteminde araştırmacı bilgi sahibi olduğu popülasyon içerisinde araştırmanın konusuna uygun en iyi ve en zengin bilgiyi sağlayacağını düşündüğü katılımcıları seçer (McMillan & Schumacher, 2014). Bu doğrultuda araştırmanın katılımcılarının belirlenmesinde sosyal etkileşimde bulunabileceği, teknolojiyi etkin bir şekilde kullanabileceği ve araştırmaya devamlılık sağlayabileceği düşünülen katılımcıların seçilmesine dikkat edilmiştir. Araştırmada yer alan katılımcıların velilerinden veli onay formu ile izin alınmış, öğrenciler çalışmanın içeriği hakkında bilgilendirilmiş ve katılım gönüllülük esasına dayalı olarak gerçekleştirilmiştir. Araştırmanın raporlanmasında katılımcıların gerçek isimleri kullanılmamış; Elif, Zeynep, Fatma, Ali, Eda ve Oya olarak isimlendirilmiştir. ACODESA metodunun takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında Elif, Zeynep ve Fatma 1. grupta yer alırken diğer üç öğrenci ise 2. grupta yer almışlardır.

3.3. VERİ TOPLAMA ARAÇLARI

Bu araştırmanın veri toplama araçlarını matematiksel etkinlikler, GeoGebra dosyaları, sınıf içi video ve ses kayıtları oluşturmaktadır. Veri toplama araçlarının geliştirilme ve uygulama süreci aşağıda açıklanmıştır.

3.3.1. *Matematiksel Etkinlikler*

Bu araştırmada öğrencilerin çokgenler konusuna yönelik matematik içi ilişkilendirmelerini incelemek amacıyla beş matematiksel etkinlik geliştirilmiştir. Etkinliklerin hangi konu içeriğine yönelik hazırlanacağına karar verildikten sonra etkinliklerin matematik içi ilişkilendirme türlerini (işlemsel, çıkarımsal, öğretime yönelik, parça-bütün, farklı temsillerle, özelliklerle, anlamsal ve metaforik) destekleyecek şekilde ve ACODESA metodunun aşamalarına uygun olmasına dikkat edilmiştir. Etkinliklerin geliştirilmesi sürecinden dikkat edilen kriterlere Şekil 7’de yer verilmiştir.



Şekil 7. Matematiksel Etkinliklerin Geliştirilme Süreci

Etkinlikler, Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (2018) 7. Sınıf düzeyinde yer alan çokgenler alt öğrenme alanındaki kazanımlara göre hazırlanmıştır. Bu kapsamda geliştirilen etkinliklerin hangi kazanımlara yönelik olduklarına Tablo 3'te yer verilmiştir.

Tablo 3. Etkinliklerin Kazanımlara Göre Dağılımı

Etkinlik 1	- Düzgün çokgenlerin kenar ve açı özelliklerini açıklar. - Çokgenlerin köşegenlerini, iç ve dış açılarını belirler; iç açılarının ve dış açılarının ölçüleri toplamını hesaplar.
Etkinlik 2	Dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgeni tanıır; açı özelliklerini belirler.
Etkinlik 3	Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur, ilgili problemleri çözer.
Etkinlik 4	Alan ile ilgili problemleri çözer. <i>Üçgen, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk veya eşkenar dörtgenden oluşan bileşik şekillerin alanlarını bulmayı gerektiren problemlere yer verilir.</i>

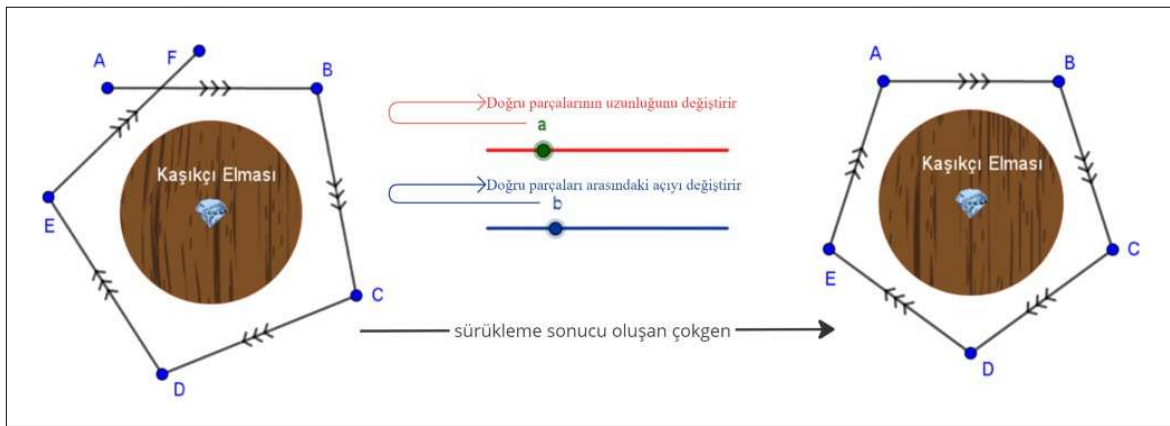
Öğrencilerin ilişkilendirme yapmasını teşvik etmek amacıyla geliştirecek etkinliklerin niteliğinin ve düzeyinin doğru belirlenmesi gerekir (Stein & Lane, 1996). Dolayısıyla bu çalışmada yer alan etkinliklerin geliştirilmesinde, Smith ve Stein (1998)'in matematiksel etkinlik geliştirme ve uygulama aşamasında birbiriyle ilişkili olarak tanımladığı iki boyut göz önüne alınmıştır: bilişsel talepler ve etkinlik özellikleri. Bilişsel talepler etkinliğin tamamlanması sürecinde hangi düzeyde düşünme süreçleri gerektirdiğini içermektedir (Stein & Lane, 1996). Düşük düzeyde bilişsel talep gerektiren etkinlikler

öğrencilerin ezberleme ve ilişkilendirme yapmadan prosedürleri uygulamasını içerirken yüksek düzeyde bilişsel talep gerektiren etkinlikler öğrencilerin prosedürler yoluyla ilişkilendirme kurma ve matematik yapma süreçlerini ortaya çıkarmayı içerir (Stein vd., 1996). İlişkilendirme kurma süreci; (a) prosedürlerin altında yatan ve kavramsal anlayışı geliştiren fikirlerle ilgilenmeyi, (b) çoklu temsiller arasında ilişkilendirme kurmayı ve (c) prosedürlerin altından yatan kavramsal yapıyı anlamak için kapsamlı adımları uygulamayı içerir (Stein vd., 1996). Diğer taraftan matematik yapma süreci; (a) matematiksel kavramların, süreçlerin veya ilişkilerin doğasını keşfetme ve anlamayı ve (b) karmaşık ve algoritmik olmayan düşünmeyi gerektirir (Stein vd., 1996). Etkinlik özellikleri ise öğrencilerin düşünme, akıl yürütme ve anlamlandırma süreçlerine katılımı için önemli olan kriterleri içeren etkinlik yönlerini ifade eder (Stein & Lane, 1996). Etkinliğin çoklu çözüm stratejilerine, çoklu temsillere ne ölçüde elverişli olduğu ve etkinliğin öğrencilerden ne ölçüde açıklama ve/veya gerekçe talep ettiği gibi kriterler yüksek düzeyde bilişsel talep gerektiren etkinliklerin önemli özelliklerindendir (Stein vd., 1996). Bu doğrultuda öğrencilerin ilişkilendirme yapmasını teşvik etmek ve ortaya çıkarmak amacıyla hazırlanan etkinliklerin; öğrencilerin açıklama yapmasını, çözümlerini gerekçelendirmesini ve farklı temsilleri kullanmasını gerektirecek yönlendirici sorular içermesine ve yüksek düzeyde bilişsel talep gerektirmesine dikkat edilmiştir.

Etkinliklerin geliştirilmesinde dikkate alınan bir diğer önemli kriter ise ACODESA metodunun aşamalarına uygun olmasıdır (Hitt vd., 2017b). Etkinlikler problem durumundan ve bu problem durumuna yönelik yönlendirici sorulardan oluşmaktadır. Etkinliklerin bireysel aşamasını içeren yönlendirici sorular hazırlanırken öğrencilerin problem durumu üzerinde düşünerek çeşitlendirilmiş düşünceler ortaya koymasını teşvik etmesine dikkat edilmiştir. Diğer taraftan etkinliklerin takım çalışması ve sınıf tartışması aşamalarını içeren yönlendirici soruların hazırlanmasında ise öğrencilerin hedefe yönelik düşünceler ortaya koymasını teşvik etmesine dikkat edilmiştir. Aşağıda, Etkinlik 1'e ait problem durumuna ve ACODESA metodunun aşamaları boyunca öğrenciden ne beklendiğine, yönlendirici sorular ile ne hedeflendiğine yer verilmiştir.

Etkinlik 1'in problem durumunda Topkayı Sarayı Müzesi'nde bir masa üzerinde yer alan Kaşıkçı Elmas'ının güvenliğini bir robot ile sağlanacağı, bu robotun görevini sürekli aynı mesafe gidip aynı açı ile dönerek yapacağı ve başladığı noktadan tekrar geçmesi gerektiği bilgisi verilmiştir (etkinliklerin tam hali için Eklere bakınız). Etkinlik-1'e ait i. ve

ii. soru, robotun başlangıç noktasına 2, 3, 4 ve 5 dönme yaparak ulaşması için izlemesi gereken yolların GeoGebra üzerinde oluşturulmasını ve bu yolların olduğu geometrik şekillerin tanımlanması ve isimlendirilmesini içermektedir. Takım çalışması aşamasında ise öğrencilerle GeoGebra materyalinin (Şekil 8) paylaşılması ve Etkinlik 1’de yer alan tüm soruların takım halinde çözülmesi ve cevaplarının etkinlik kağıdına yansıtılması amaçlanmaktadır. GeoGebra materyali aracılığıyla öğrencilerin sürgüleri kullanarak ve ölçme yaparak robotun izlemesi gereken yolları oluşturmaları ve bu yolların oluşturduğu geometrik şekilleri göz önüne alarak soruları cevaplamaları amaçlanmıştır. Sınıf tartışması aşamasına geçildiğinde ise öğrencilerin ilk iki aşamada yaptıklarını diğer takımlar ile tartışması ve bu süreçteki üretimlerini etkinlik kağıdına yansıtmaları amaçlanmaktadır.

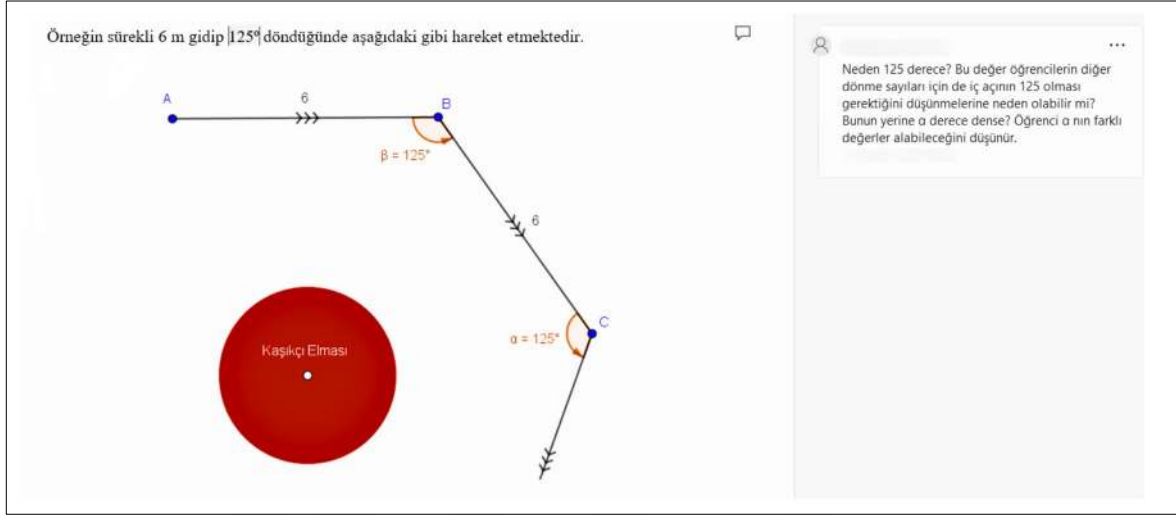


Şekil 8. Etkinlik 1’de Yer Alan GeoGebra Materyaline Ait Ekran Görüntüsü

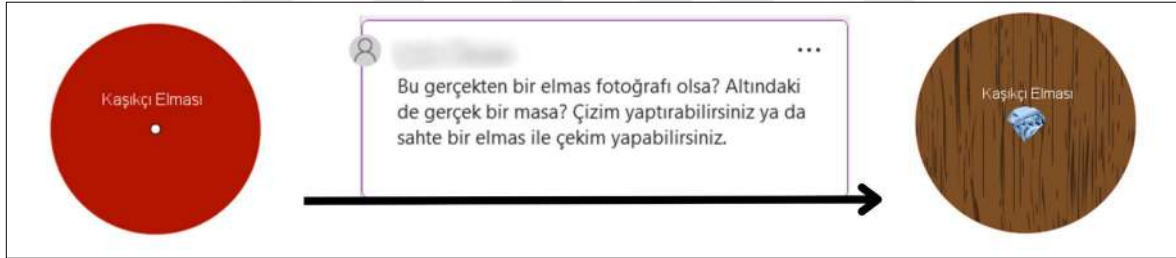
Etkinliklerin geliştirilme sürecinde Etkinlik Değerlendirme Formu (Ek-x) hazırlanarak matematik eğitimi alanında çalışan ve çalışmanın konusuna yönelik araştırma deneyimi olan bir akademisyenin ve bilim uzmanı dört öğretmenin görüşüne başvurulmuştur. Etkinlik değerlendirme formu aracılığıyla elde edilen uzman yorumları ve pilot çalışmanın uygulanması ile elde edilen veriler sonucunda etkinlikler üzerinde düzeltmeler yapılmıştır.

Etkinlik 1’in problem durumuna yönelik yapılan uzman görüşlerinden birine Şekil 9’da yer verilmiştir. Uzman görüşü sonucunda etkinliğin problem durumunda yer alan “125°” ifadesi “a°” olarak revize edilmiştir. Bununla beraber başka bir uzman tarafından Etkinlik 1’in problem durumunun altında yer alan şeklin gerçek bir masa görüntüsü ve elmas içermesinin daha uygun olacağı belirtilmiştir (Şekil 10). Dolayısıyla etkinlik kağıdı ve GeoGebra materyali üzerinde düzenleme yapılarak şekil değiştirilmiştir. Pilot çalışmanın uygulamasında Etkinlik 1’de tek bir tabloya yer verilmiştir. Ancak öğrencilerin farklı

sayfalarda yer alan sorulara yönelik çözümlerini bu tabloya girmek zorunda kalmalarından ve tablonun bir çok veri içermesinden dolayı öğrencilerin tabloyu yorumlamakta zorlandıkları görülmüştür. Dolayısıyla etkinlikte yer alan tablo bölünerek her bir yönlendirici sorunun altında ayrı ayrı yer alacak şekilde düzenlenmiştir.



Şekil 9. Etkinlik 1'e Ait Etkinlik Değerlendirme Formunda Yer Alan Uzman Görüşü



Şekil 10. Etkinlik 1'e Ait Uzman Görüşü Sonrasında Yapılan Değişiklik

Etkinlik 2'ye yönelik dil ve anlatım açısından bir uzman tarafından önerilen düzeltmelerin bir kısmına Şekil 11'de yer verilmiştir. Benzer şekilde uzman görüşleri ve pilot çalışma neticesinde, diğer etkinliklerde yer alan dil ve anlatım bozuklukları da giderilmiştir.

Etkinlik 2

Ali ve sınıf arkadaşları okulları tarafından düzenlenecek olan Uçurtma Yarışması'na katılmak için bir uçurtma yapmaya karar verirler. Uçurtmanın hangi şekle sahip olacağına karar vermek için Ali ve arkadaşları arasında aşağıdaki konuşma geçer.

Ali: Arkadaşlar dört kenarlı bir uçurtma yapmalıyız ancak bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerektiğinden emin değilim. Fikri olan kimse var mı?

Buse: Benim fikrim var. Bence bu şeklin karşılıklı kenar çiftlerinden en az biri paralel olmalı.

Can: Peki böylese bu özellikleri sağlayan tüm şekilleri GeoGebra da plüşturalım. Daha sonra oylama yaparak bu şekillerden hangisini seçeceğimize karar veririz.

hangi geometrik şekle

Yanıtla

Bu kelimeye gerek yok.

Yanıtla

bu geometrik şeklin

Yanıtla

Şekil 11. Etkinlik 2'ye Ait Uzman Görüşü

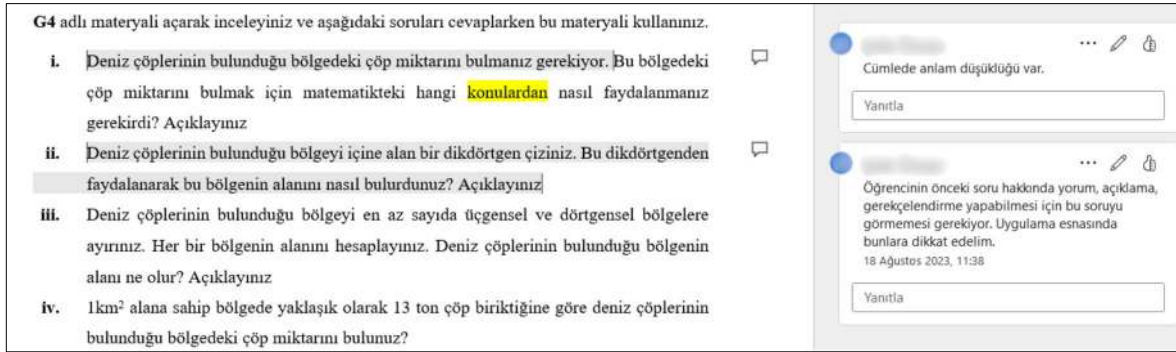
Şekil 12'de ise Etkinlik 3'ün matematiksel ilişkilendirme türlerine uygunluğuna yönelik bir uzman tarafından yapılan açıklamaya yer verilmiştir. Uzmanlardan biri tarafından etkinliğin parça-bütün ve anlamsal türlerine kısmen uygun olduğu belirtilmiştir. Bununla beraber pilot çalışma esnasında öğrencilerin Etkinlik 3'ün problem durumunu anlamada ve yönlendirici soruları GeoGebra üzerinde uygulamada zorlanmaları sonucunda etkinliğin problem durumunda ve alt sorularında değişiklik yapılmıştır. Etkinliğin problem durumu gerçek yaşam bağlamı içerecek şekilde değiştirilmiştir.

Aday etkinlik belirtilen matematik içi ilişkilendirme türlerine uygun mudur?	Farklı temsil	X			Öğrenci çokgenlerin alanları ile ilgili genel bir ifade elde edebilecek mi? Bundan çok emin olmadım.
	Çıkarımsal	X			
	Parça-Bütün		X		
	Anlamsal		X		
	Özellik	X			
	Metaforik	X			

Şekil 12. Etkinlik 3'e Ait Uzman Görüşü

Etkinlik 4'e yönelik yapılan uzman görüşleri incelendiği zaman, yönlendirici sorular uygulanırken dikkat edilmesi gereken hususların belirtildiği görülmektedir. Bir uzman tarafından öğrencilerin i. soruyu cevaplarken yorum, açıklama ve gerekçelendirme yapabilmesi için ii. soruyu görmemeleri gerektiği belirtilmiştir. Bu sebeple Etkinlik 4'teki yönlendirici sorular farklı sayfalarda yer alacak şekilde hazırlanmış ve uygulama aşamasında öğrencilere her aşamada ilgili etkinlik kağıdı verilmiştir. Benzer şekilde tüm etkinliklerde öğrencilerin bireysel aşamada tamamlayacağı yönlendirici sorular ile takım çalışması ve sınıf tartışması aşamalarında tamamlayacakları yönlendirici sorular farklı sayfalarda olacak

şekilde hazırlanmıştır. Dolayısıyla bu değişiklik öğretmenin ACODESA metodunun aşamaları boyunca etkinlikleri daha kolay bir şekilde uygulayabilmesine fırsat sağlamıştır.



Şekil 13. Etkinlik 4'e Ait Uzman Görüşü

3.3.2. GeoGebra Dosyaları

Bu araştırmada yer alan etkinliklerin ACODESA metoduna göre uygulanması teknoloji kullanımını gerektirmektedir. Öğrenciler ACODESA metodunun aşamaları boyunca etkinlikleri GeoGebra yazılımını kullanarak tamamlamışlardır. Dolayısıyla uygulama süreci boyunca öğrencilerin GeoGebra üzerindeki üretimleri ekran kayıt programı ile kayıt altına alınmıştır.

3.3.3. Video ve Ses Kayıtları

Öğrencilerin matematiksel ilişkilendirmeleri bir etkinliği tamamladıklarında ve bunları sözlü ve yazılı üretimlerinde ortaya çıkmaktadır (García-García & Dolores-Flores, 2018). Dolayısıyla öğrenme sürecinin ses ve video kaydı altına alınması kritik öneme sahiptir. Öğrencilerin iş birliği içerisinde çalıştıkları bilgisayarlar ve sınıfın tamamını gören bir kayıt cihazı üzerinden tüm süreç ses ve video kaydına alınmıştır.

3.4. PİLOT ÇALIŞMA

Araştırmanın problem durumu ve yöntemi belirlenip matematiksel etkinlikler geliştirildikten sonra geliştirilen ilk üç etkinliğin uygulandığı pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmanın katılımcılarını bir ortaokulda yer alan 7. sınıf düzeyindeki 12 öğrenci oluşturmaktadır. Araştırmanın katılımcıları kolay ulaşılabilir durum örneklemesi ile belirlenmiştir. Araştırmacı yaz döneminde bu okuldaki bir kursta yer alan öğrencileri araştırmanın içeriği konusunda bilgilendirmiş ve katılmaya gönüllü olan öğrencileri seçmiştir. Öğrencilerin belirlenmesi ile okulun bilgisayar laboratuvarında GeoGebra eğitimleri ve öğretim bölümlerinin uygulanması kursun olduğu günlerde kurstan önce gerçekleştirilmiştir. Öğretim bölümlerinin uygulanmasına geçilmeden önce öğrencilere

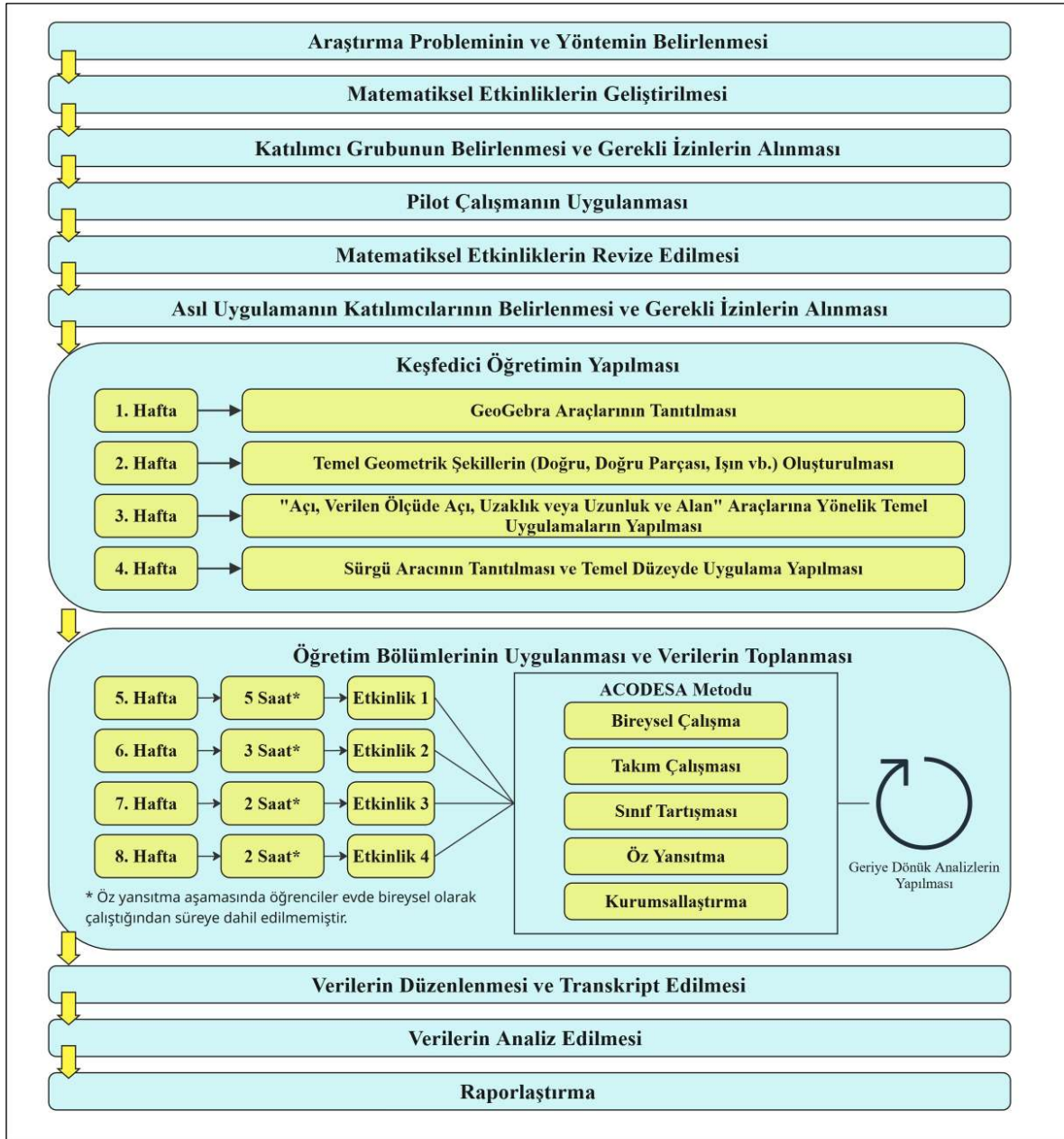
iki haftalık bir süreçte toplam dört saat boyunca GeoGebra eğitimi verilmiştir. Öğretim bölümlerinin uygulanmasında ilk etkinlik dört ders saati, ikinci etkinlik üç ders saati ve son etkinlik iki ders saati süresince gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler takım çalışması aşamasında üçerli gruplara ayrılarak dört takım belirlenmiştir. Etkinliklerin uygulanma sürecinde, bilgisayar laboratuvarında akıllı tahta veya beyaz tahta bulunmadığından dolayı öğrenciler sınıf tartışması aşamasında etkinliğe yönelik fikirlerini açıklamakta zorlanmışlardır çünkü bu süreçte sadece çalışmakta oldukları bilgisayarları kullanmaları gerekmiş ve fikirlerini yazarak aktarabilecekleri bir tahtanın eksikliğini hissetmişlerdir. Diğer taraftan uygulama sürecinin ortasında bazı katılımcılar uygulamadan ayrılma talebinde bulunmuşlar veya katılım göstermemişlerdir. Dolayısıyla araştırmacı/öğretmen öğretim bölümlerinin uygulama sürecinde öğrencilerin takımlarını birleştirmek zorunda kalmıştır. Araştırma sürecinde yaşanan bir diğer zorluk, uygulamanın gerçekleşeceği zamanın sınırlı olmasından dolayı araştırmacı öğrencileri yeterince tanıyamamış ve etkileşimleri sınırlı kalmıştır. Dolayısıyla uygulama sürecinde öğretmen, öğrencileri takımlara ayırmakta zorlanmış ve bazı öğrenciler öğretmenle etkileşime geçmekten ve fikirlerini açıklamaktan çekinmişlerdir. Pilot çalışmanın uygulanması sürecinde yaşanan bu durumlar araştırmanın sağlıklı bir şekilde ilerlemesine yönelik karşılaşılan zorlukları ortaya koymaktadır. Dolayısıyla araştırmacı asıl çalışmayı görev yaptığı okulda dersine girdiği öğrenciler ile gerçekleştirmiştir. Diğer taraftan araştırmaya düzenli katılım sağlayacağını düşündüğü öğrencileri seçmeye özen göstermiş ve araştırmayı akıllı tahtanın bulunduğu bir sınıf ortamında gerçekleştirmiştir.

3.5. UYGULAMA SÜRECİ

Bu araştırmanın tamamını içeren uygulama sürecine Şekil 14'te yer verilmiştir. Araştırma probleminin ve yönteminin belirlenmesinden sonra araştırmada kullanılacak matematiksel etkinlikler geliştirilmiştir. Daha sonra Sosyal ve Beşerî Bilimler etik kurul onayı, Veli Onay Formu ile öğrencinin katılım süreciyle ilgili izinler ve Milli Eğitim Müdürlüğünden araştırma uygulama izni alınmıştır. Gerekli izinlerin alınmasıyla beraber 5 haftalık bir pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışmanın ilk iki haftasında toplam 4 ders saati boyunca katılımcılara GeoGebra ile temel uygulamalar yaptırılmış ve sonraki 3 haftada toplam 8 ders saati boyunca ilk üç etkinliğin uygulanmasına geçilmiştir. Pilot çalışma sonrasında matematiksel etkinlikler revize edilmiştir. Asıl uygulamanın katılımcıları belirlendikten sonra öğretim bölümlerinden önce keşfedici öğretim gerçekleştirilmiştir.

Keşfedici öğretim ve öğretim bölümlerinin uygulama süreci öğrencilerin öğrenim gördükleri okulun bir sınıfında gerçekleştirilmiştir. Sınıfta akıllı tahta dışında herhangi bir bilgisayar yer almadığından araştırmacı tarafından uygulama sürecinde sınıfa altı bilgisayar/tablet kurulmuştur. Keşfedici öğretim süresi boyunca öğrenciler üçerli gruplar halinde işbirlikli olarak iki bilgisayar üzerinde çalışmışlardır. Bu süreçte öğretmen tarafından öğrencilere GeoGebra araçları tanıtılarak temel düzeyde uygulamalar yaptırılmıştır. Sonrasında öğretim bölümlerinin uygulanması sürecine geçilmiştir. Öğretim bölümlerinin her biri etkinliklerin ACODESA metoduna göre uygulanmasını ile gerçekleştirilmiştir. Öğretim bölümlerinin ACODESA metodunun aşamalarına göre uygulama süreci aşağıdaki gibi gerçekleştirilmiştir:

Bireysel aşamada öğretmen tarafından etkinlik kağıtları öğrencilere dağıtılarak problem durumunu okumaları istenmiş ve GeoGebra uygulamasını kullanarak bireysel olarak tamamlamaları gereken yönlendirici sorular belirtilmiştir. Öğretim bölümlerinin bireysel aşaması ortalama olarak 20 dakika civarında gerçekleştirilmiştir. Takım çalışması aşamasına geçildiğinde öğretmen öğrencileri üçerli olacak şekilde iki takıma ayırmıştır. Öğrenciler takımlara ayrılırken GeoGebra'yı kullanma becerisi yüksek olan öğrencilerin farklı takımlarda olmasına; birlikte uyumlu bir şekilde çalışacak öğrencilerin aynı takımlarda olmasına dikkat edilmiştir. Öğrenciler takımlara ayrıldıktan sonra etkinlikte yer alan yönlendirici sorular üzerinde takımlar halinde çalışmışlardır. Takım çalışması boyunca öğretmen takımlara sadece rehberlik etmiş ve öğrencilerin varsayımlarını, fikirleri ve çözümlerini birbirleriyle paylaşmaları için teşvik etmiştir. Takım çalışmasının süresi etkinliklere göre farklılık göstermekle beraber yaklaşık olarak bir ders saati kadar sürmüştür. Sınıf tartışması aşamasında ise öğretmen takımların birbiriyle tartışmalarını ve fikirlerini diğer takımlara açıklamalarını amaçlamıştır. Sınıf tartışması aşamaları yaklaşık olarak 30 dakikada gerçekleştirilmiştir. Öz yansıtma aşamasında öğretmen öğrencilerin etkinlik kağıtlarını toplayarak yeni bir kopyasını vermiştir. Öğrenciler bu aşamada etkinlikleri bireysel olarak evde tamamlamış ve bir sonraki ders (1 hafta sonra) öğretmene teslim etmişlerdir. Son olarak kurumsallaştırma aşamasında öğretmen öğrencilerin ilk dört aşamadaki üretimlerini dikkate alarak dersi anlatmıştır. Öğretim bölümlerinin uygulanması aşamasında her bir öğretim bölümünden sonra geriye dönük analizler ve ileriye dönük değişimler yapılmıştır. Verilerin analizi yapıldıktan sonra raporlaştırma aşamasına geçilerek uygulama süreci tamamlanmıştır.



Şekil 14. Araştırmanın Uygulama Süreci

3.6. VERİLERİN ANALİZİ

Bu araştırmanın veri analizi öğrencilerin ACODESA metodunun aşamaları boyunca yaptıkları matematik içi ilişkilendirmeleri incelemek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Öğrencilerin yaptıkları matematik içi ilişkilendirmelerin belirlenmesinde söylemsel etkileşimlerin analiz edilmesi önemli bir yere sahiptir (De Gamboa vd., 2023). Diğer taraftan öğrencilerin, ACODESA metodunun aşamaları boyunca etkinlikleri tamamlama süreçlerindeki sözlü ve yazılı üretimlerinin incelenmesi yaptıkları matematik içi ilişkilendirmelerin analiz edilmesinde çok önemlidir (García-García & Dolores-Flores,

2018). Dolayısıyla bu araştırmanın veri analizi öğrencilerin öğretim bölümleri boyunca ortaya çıkan sözlü ve yazılı üretimlerinin incelenmesi yoluyla gerçekleştirilmiştir.

Bu çalışmada öğrencilerin düzgün çokgenlere yönelik matematiksel ilişkilendirme becerileri kuramsal çerçevede açıklanan ilişkilendirme türleri göz önüne alınarak incelenmiştir. Tersinirlik türüne ait ilişkilendirmenin yalnızca birbirine dönüştürülebilir iki kavram ile çalışıldığında ortaya çıkacağı (Barragán Mosso vd., 2024) göz önüne alındığından öğrencilerin düzgün çokgenlere yönelik bu ilişkilendirmeyi kurması beklenmemektedir. Dolayısıyla öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde tersine çevrilebilirlik türüne ait ilişkilendirme aranmamıştır.

Araştırmadan elde edilen verilerin analizi tematik analiz ile gerçekleştirilmiştir. Tematik analiz nitel verilerdeki belirgin temaları sistematik olarak belirleme, analiz etme ve raporlama süreçlerine yönelik bir yöntemler bütünüdür (Braun & Clarke, 2012). Tematik analizin gerçekleştirilmesinde iki temel yaklaşım vardır: tümevarımsal tematik analiz ve tümdengelimsel tematik analiz (Braun & Clarke, 2012). Tümevarımsal yaklaşım, veri setinden elde edilen gözlemlerden ve bilgilerden yola çıkarak daha genel temalar oluşturmayı hedefler. Bu yöntem, araştırmacının veriyi açıklıkla incelemesine ve veri üzerinden yeni kavramlar geliştirmesine olanak tanır. Tümdengelimsel yaklaşım ise önceden belirlenmiş bir teorik çerçeve veya kuramsal yaklaşımdan yola çıkarak verilerin analiz edilmesini içermektedir. Bu çalışmada öğrencilerin GeoGebra destekli ACODESA metodunun aşamaları boyunca yaptıkları matematiksel ilişkilendirmelerin tematik analizi, araştırmanın kuramsal çerçevesinde açıklanan matematik içi ilişkilendirme türlerine göre yapılmıştır. Dolayısıyla bu araştırma tümdengelimsel tematik analiz yaklaşımına sahiptir.

Bu araştırmanın veri analizi tematik analizin altı aşaması boyunca aşağıdaki gibi gerçekleştirilmiştir (Braun & Clarke, 2023):

Verilere Aşinalık Kazanma: Öğretim bölümlerinin uygulama sürecindeki sınıf içi ve takım içi video ve ses kayıtları transkript edildi. Transkript edilen metin; GeoGebra ekran kayıtları ve etkinlik kağıtlarıyla birlikte defalarca incelenerek verilere aşına olundu.

Başlangıç Kodlarının Oluşturulması: Öğrencilerin sözlü ve yazılı ifadeleriyle beraber jest ve mimikleri incelenerek matematiksel ilişkilendirme yaptıkları durumlar belirlendi ve bu durumlara kodlar atandı.

Temaların ve Alt Temaların Araştırılması: Bu aşamada kodlar arasındaki anlam örüntüleri araştırılarak alt temalar altında birleştirildi. Daha sonra her alt temanın karşılık geldiği ana tema belirlendi. Bu çalışmada alt temalar öğrencilerin düzgün çokgenlerle ilgili yaptıkları matematik içi ilişkilendirmelerin bir anlam örüntüsü altında birleştirildiği durumlardan oluşmaktadır. Temalar ise kuramsal çerçevede açıklanan matematik içi ilişkilendirme türlerine karşılık gelmektedir.

Temaların ve Alt Temaların Gözden Geçirilmesi: Oluşturulan alt temalar ve temalar araştırmacı dışındaki bir uzman tarafından yeniden analiz edilerek geçerlilik ve güvenilirlik artırıldı. Görüş farklılıklarının olduğu durumlarda oluşturulan temalar uzmanlar arasında uzlaşma sağlanana kadar tartışıldı ve nihai temalar belirlendi.

Temaların Tanımlanması: Bu aşamada her alt temanın karşılık geldiği tema belirlenmiş ve temaların sınırları net bir şekilde tanımlanarak açıklanmıştır.

Raporun Hazırlanması: Son aşamada tematik analiz sonucunda ortaya çıkan matematiksel ilişkilendirmeler her bir tema (matematiksel ilişkilendirme türleri) altında alt temalarla birlikte açıklanmış ve matematiksel ilişkilendirmelerin ACODESA metodunun hangi aşamasında ortaya çıktığı belirtilerek rapor edilmiştir. Raporlama sürecine öğrencilerin etkinlik kağıtları, sınıf içindeki söylemleri ve GeoGebra ekran görüntüleri dahil edilmiştir.

3.7. ARAŞTIRMANIN GEÇERLİK VE GÜVENİRLİĞİ

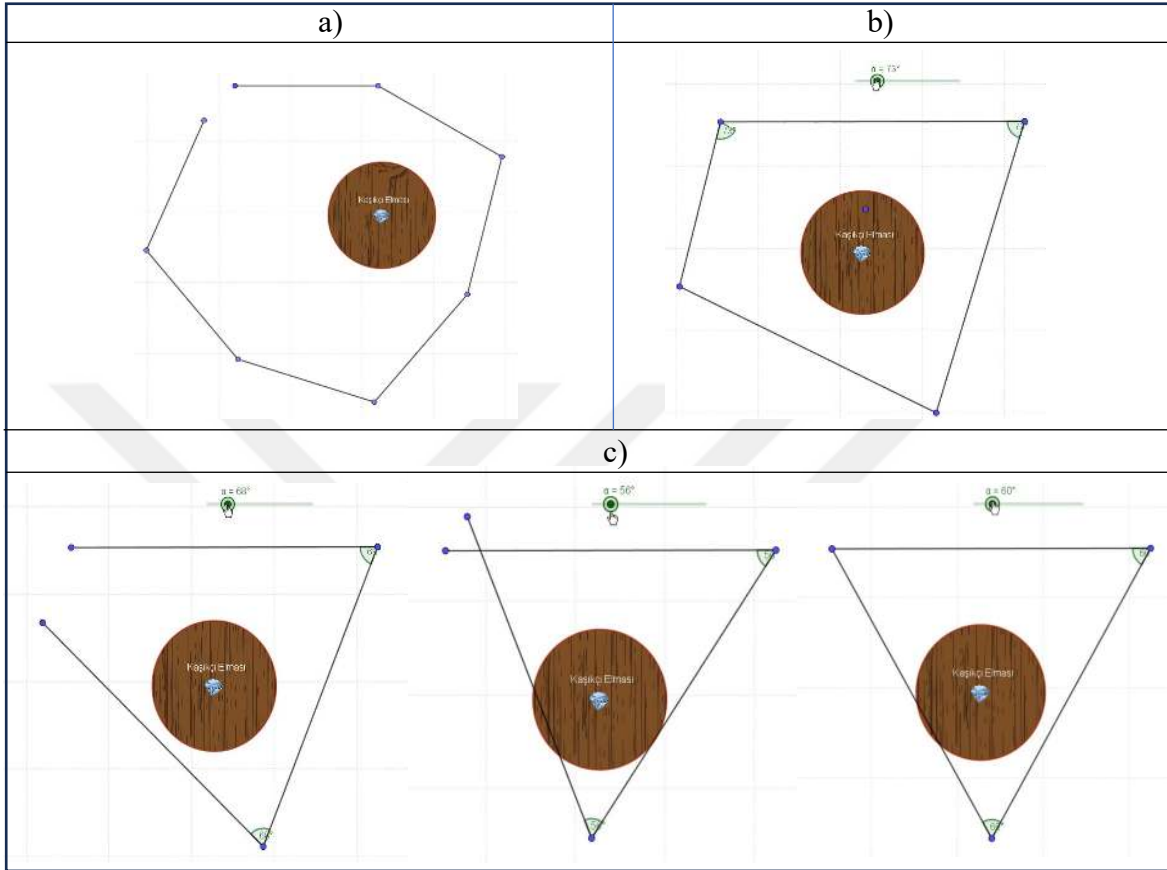
Bilimsel araştırmalardan elde edilen sonuçların geçerlik ve güvenilirliğinin artırılması araştırmanın kabul görülebilirliği ve güven duyulabilirliği açısından temel bir gerekliliktir (Creswell & Poth, 2016). Bu amaçla araştırmacılar yaptıkları araştırmaların geçerlik ve güvenilirliğini arttırmak amacıyla bir çok yöntem belirlemektedir (McMillan & Schumacher, 2014). Uygulanacak bu yöntemlerin araştırmanın geçerlik ve güvenilirliğini tehlikeye atan durumları tamamen ortadan kaldırması mümkün olmasa da en az düzeye düşürülmesinde önemli bir rol oynadığı söylenebilir (Cohen vd., 2018). Diğer taraftan belirlenecek yöntemler uygulanacak araştırmanın türüne göre değişiklik göstermektedir (Cohen vd., 2018). Lincoln ve Guba (1985) nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirliğin artırılmasında kullanılabilecek yöntemleri; inandırıcılık, aktarılabilirlik, güvenilebilirlik ve onaylanabilirlik olmak üzere dört ölçüt altında ele almıştır. Bu araştırmada da geçerlik ve güvenilirliğin artırılması amacıyla Lincoln ve Guba (1985) tarafından geliştirilen ölçütler kapsamında farklı stratejiler

uygulanmıştır. Tablo 4'te bu araştırmada geçerlik ve güvenirliği sağlamak amacıyla uygulanan stratejilere yer verilmiştir.

Tablo 4. Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliğin Sağlanmasında Kullanılan Stratejiler

Ölçüt	Kapsamı	Strateji
İnandırıcılık	Araştırma sonuçlarının gerçeği yansıtmasına yönelik geliştirilen stratejiler	- Araştırmacı görev yaptığı okuldaki dersine girdiği öğrencilerle uygulamayı gerçekleştirmiştir. - Uygulama öğrencilerin öğrenim gördüğü okulda gerçekleştirilmiştir, dolayısıyla katılımcılar ve araştırmacı ortama uyum sağlayabilmişlerdir. - Veri toplama araçlarının geliştirilmesinde uzman görüşü alınmıştır. - Veri toplama amacıyla bir çok araç kullanılmıştır.
Güvenilebilirlik	Araştırmadan elde edilen bulguların tutarlılığına yönelik geliştirilen stratejiler	- Araştırma sınıf öğretim deneyi yapılarak gerçekleştirilmiştir. - Veri analizi araştırmacı ve bir uzmanın bağımsız analizi (verilerin bir kısmı) yoluyla yapılmış ve süreç içerisinde uzman görüşü alınmıştır.
Onaylanabilirlik	Bulguların tarafsız verilere dayandırılması ve nesnel bir şekilde ele alınmasına yönelik stratejiler	- Araştırmanın bulgularında farklı veri toplama araçlarından elde edilen verilerin analizine yer verilmiştir. - Araştırma sürecinin tamamı araştırmacı tarafından dinlenerek katılımcıların sözlü üretimleri transkript edilmiştir. - Aynı veri setine ait analiz farklı zamanlarda gözden geçirilmiş ve nihai analiz gerçekleştirilmiştir.
Aktarılabirlik	Ortam, katılımcılar ve bağlam hakkında ayrıntılı bilgi sunmaya yönelik stratejiler	- Araştırmanın katılımcılar amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiş ve katılımcılar hakkında ayrıntılı bilgi verilmiştir. - Verilerin analizi matematik içi ilişkilendirme çerçevesi (Rodríguez-Nieto vd., 2022) ile tematik analiz yapılarak gerçekleştirilmiştir. - Raporlaştırma aşamasında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerine doğrudan yerilmiştir.

düzgün dörtgen oluşturamamıştır (Şekil 16b). Elif ve Ali, bireysel aşamada GeoGebra üzerinde oluşturdukları çokgenlerin özelliklerini etkinlik kağıdına yansıtmışlardır. Diğer öğrenciler bireysel aşamada robotun izlediği yolları oluşturamamışlardır.



Şekil 16. Ali'nin Bireysel Aşamada GeoGebra Üzerinde Düzgün Çokgen Oluşturma Süreci

Öğretmen sınıf tartışması aşamasında robotun izleyebileceği yolların hangi şekillerden oluştuğunu sormuştur [1]. Ali üçgen, dörtgen... şeklinde isimlendirmiştir [2]. Elif bu şekillerin kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin eşit olduğunu dolayısıyla herhangi bir üçgen, dörtgen olmayacağını belirtmiştir [3]. Diğer öğrencilerin hepsi de etkinlik kağıtlarında bu şekillerin hepsinin düzgün çokgen olduğunu belirtmişlerdir [5-6] (Tablo 5). Öğrencilerin bu süreçte düzgün çokgenin özelliklerini belirtmeleri “*Tüm açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşit olan çokgene düzgün çokgen denir*” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.

- [1] Öğretmen: Söyleyin bakalım hangi şekiller oluştu?
- [2] Ali: Üçgen, dörtgen, beşgen, altıgen
- [3] Elif: Öyle olmaz, sıradan bir üçgen, dörtgen değil tüm kenar ve açıları eşit o yüzden olmaz.
- [4] Öğretmen: Ne deriz peki?

- [5] Elif: Düzgün veya eşkenar.
 [6] Ali: Ha! Düzgün çokgen.

Tablo 5. Öğrencilerin Düzgün Çokgenin Özelliklerine Yönelik Açıklamaları

Fatma	Düzen Altıgen = kenarları ve açıları eşitse düzgün altıgen olarak adlandırılır.
Zeynep	Kenar uzunlukları ve açıları eşit olduğunda Düzgün çokgen oluşur
Eda	Açıları eşit olmaz ve kenarları. Düzgün bir çokgen ortaya çıkmazdı.

Öğrenciler oluşturdukları şekillerin köşegenlerini çizerek özelliklerini de açıklamışlardır. Sınıf tartışması aşamasında öğrenciler, GeoGebra üzerinde düzgün üçgen oluşturarak köşegen çizmeye çalışmışlardır ancak çizemediklerini fark etmişlerdir [7]. Elif üçgenin tüm köşelerinin komşu olmasından dolayı köşegen çizilemeyeceğini söylemiştir [9]. Daha sonra düzgün dörtgen, beşgen ve altıgenin bir köşesinden geçen köşegenlerini çizerek etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır (Şekil 17). Öğrencilerin düzgün çokgenlerin bir köşesinden geçen köşegen sayısını belirtmeleri “Düzgün çokgenlerin bir köşesinden çizilen köşegen sayısını belirtme” alt temasının ortaya çıkmasını sağlamıştır.

- [7] Elif: Üçgenin köşegeni yoktur.
 [8] Öğretmen: Niye yok.
 [9] Elif: Bu noktayı alalım köşegen olması için komşu olmaması gerekiyor ama komşu olmayan köşe yok bunun için sıfır olur.

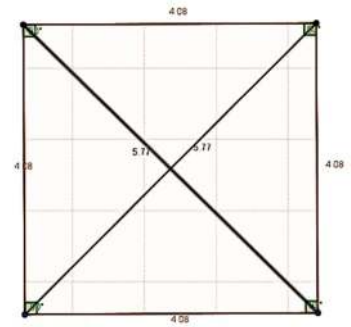
Şeklin Adı	Üçgen	Dörtgen	Beşgen	Altıgen	...	n-gen
Kenar sayısı	3	4	5	6	...	n
Bir köşesinden geçen köşegen sayısı	0	1	2	3	...	n-3

İlişki vardır. Kenar sayısı kaç ise bir köşesinden geçen köşegen sayısı sıfır olur.

Şekil 17. Oya'nın Çokgenlerin Bir Köşesinden Geçen Köşegenlere Yönelik Açıklaması

Elif takım çalışması aşamasında GeoGebra üzerinde oluşturdukları düzgün dörtgenin köşegen uzunluklarının eşit olduğunu söylemiştir [11]. Öğrencilerin düzgün dörtgenin köşegen özelliğini açıklamaları sonucunda “Düzgün dörtgenin köşegenleri eşittir” alt teması belirlenmiştir.

- [10] Elif: Bu çizdiğiniz dörtgenin özelliklerini de yazın.
 [11] Elif: Ne diyoruz kare mi düzgün dörtgen de diyebiliriz, bu çizdiğiniz dörtgen var ya köşegen uzunlukları birbirine eşittir (GeoGebra üzerinde dörtgenin köşegenlerini oluşturur ve uzunluk aracı yardımıyla uzunluklarını ölçer).

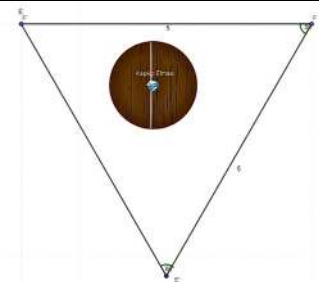


Öğrenciler düzgün çokgenlerin açı özelliklerini de belirtmişlerdir. Grup 2 öğrencileri takım çalışması aşamasında GeoGebra üzerinde robotun 2 ve 3 dönme sonucunda izlemesi gereken yolları oluştururken verilen ölçüde açı aracını kullanmışlardır [12-17]. Beşgeni aynı araçla oluşturmaya çalışmışlar ancak bir iç açısının ölçüsünü bilmedikleri için yapamamışlardır [18-22]. Öğretmen bu durumda başka bir araç kullanabileceklerini hatırlatmıştır [23]. Öğrenciler ise düzgün çokgen aracını seçerek beşgen ve altıgen oluşturarak iç açı özelliklerini keşfetmiştir [30,35]. Öğrencilerin düzgün çokgenlerin iç açı özelliklerini açıklamaları “*Düzgün çokgenlerin iç açılarının ölçüsünü belirtme*” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.

[12] Ali: Şimdi biz buradan çizeceğiz.

[13] Eda: 60° .

[14] Ali: Hepsi 60° 'tir.



[15] Ali: Şimdi verilen ölçüde açı aracı ile 90° derece yapıyoruz.

[16] Eda: Ali bunun bütün kenarları 90° mi olacak şimdi, çizeyim mi kare?

[17] Ali: Ha! Zaten yapmış, tamam her biri 90° 'dir (Şekil 39).



[18] Eda: Şimdi dört dönme için beşgen yapacağız. Her tarafa 70 mi yapalım?

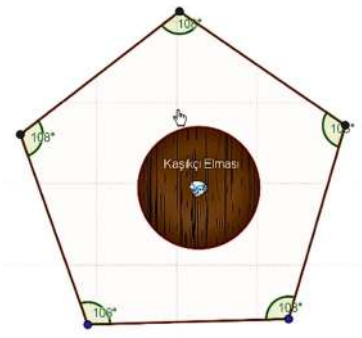
[19] Oya: 70 kere beş 350

[20] Ali: 80 kere 5

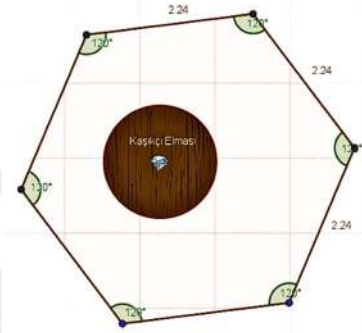
[21] Oya: 400

[22] Ali: 70, 70 daha 140 yarısı 35 daha 175 yapıyor olmuyor.

- [23] Öğretmen: Tamam güzel beşgen yapacaksınız. Bakın burada ne aracım var ?
- [24] Oya: Çokgen.
- [25] Öğretmen: Çokgenden beşgen çizemez misiniz?
- [26] Ali: Gel düzgün çokgene.
- [27] Öğretmen: Güzel düzgün çokgen diyorsunuz. Tamam tıkla.
- [28] Ali: Çokgen oluşturacağız açılarını ve kenarlarını da aynı.
- [29] Eda: Açığı tıkla, tam ortaya tıkla hepsi çıkacak
- [30] Eda: Hepsini 108° .



- [31] Ali: Şimdi 6 nokta yapacağız.
- [32] Eda: Bunu ben yapayım.
- [33] Ali: Eda sen bilmiyorsun ha.
- [34] Eda: Düzgün çokgene tıklamıyor muyuz, tamam (Eda düzgün çokgen aracını seçer), tamam 6 (Düzgün altıgeni oluşturur, iç açılarının ölçülerini GeoGebra üzerinden belirler).
- [35] Eda: Hepsini 120° .



Öğrenciler çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını da belirtmişlerdir. Eda'nın öz yansıtma aşamasındaki “Düzgün çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını belirtme” alt temasına yönelik açıklamaları Şekil 18’de verilmiştir.

Şeklin Adı	üçgen	dörtgen	beşgen	altıgen	...	n-gen
Kenar sayısı	3	4	5	6		n
Üçgen sayısı	1	2	3	4		n
İç açılar toplamı	180	2.180	3.180	4.180		$(n-2) \cdot 180$

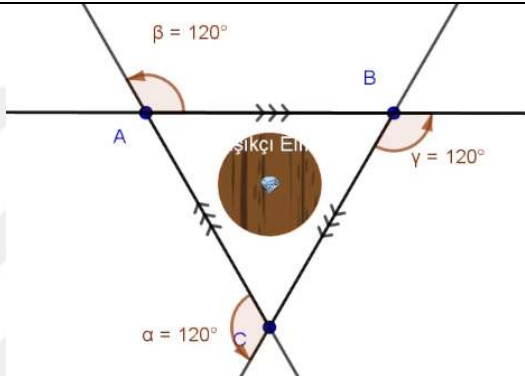
kenar sayısı 3 yani bir tane üçgen var demektir. Bir üçgenin iç açıları toplamı 180° olur. Dörtgende 4 kenar var ve dörtgende 2 tane üçgen var yani $180 \cdot 2 = 360$ olur.

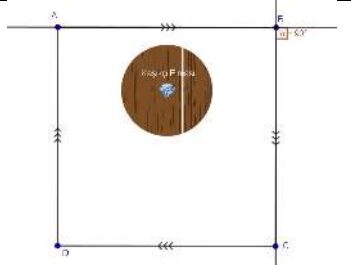
Şekil 18. Eda'nın Öz Yansıtma Aşamasındaki Düzgün Çokgenin İç Açılar Toplamına Yönelik Açıklamaları

Grup 1 öğrencileri takım çalışması aşamasında GeoGebra üzerinde inşa ettikleri düzgün çokgenlerin dış açılarını oluşturarak özelliklerini keşfetmeleri [36-42] “Düzgün çokgenlerin dış açılarının ölçüsünü belirtme” alt temasına yönelik ilişkilendirme yapılmasına imkan tanımıştır. Zeynep’in öz yansıtma aşamasında -düzgün çokgenlerin dış açılarına yönelik- etkinlik kağıdına yansıttığı açıklamalar Şekil 19’da verilmiştir.

	<u>Dış Aç.</u>	<u>Kenar. S</u>
D. Üçgen	120°	3
D. Dörtgen	90°	4
D. Beşgen	72°	5
D. Altıgen	60°	6

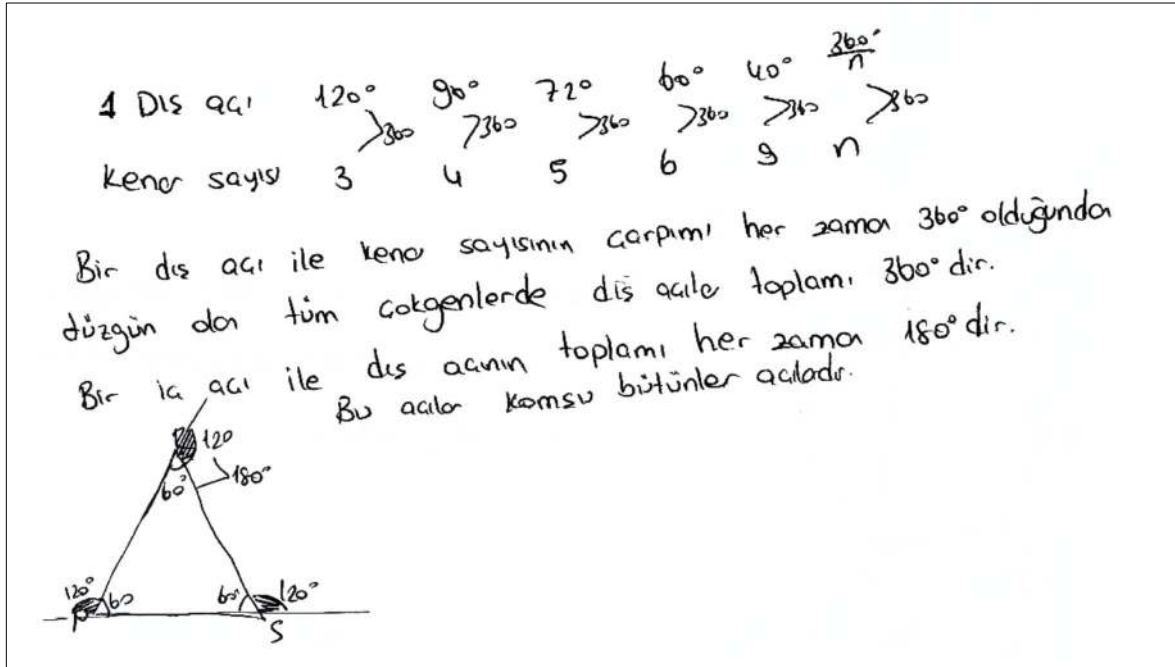
Şekil 19. Zeynep'in Öz Yansıtma Aşamasındaki Düzgün Çokgenlerin Dış Açılarını Belirlemeye Yönelik Açıklamaları

[36] Elif: Dış açılarını oluşturalım. Üçgen yapalım. [37] Zeynep: Ekranı küçült biraz. [38] Elif: Biz yanlış mı yaptık, üçgenin kaç tane dış açısı var? [39] Fatma: Bunu sil sil, çizgileri (doğru) yapmayacaktın. [40] Elif: (doğru yardımı ile bir dış açıyı oluşturur) aynısı burada olmalı [41] Zeynep: Bence hepsi 120° dir. [42] Elif: Bir saniye göstermemiz lazım.	 Grup 1'in Takım Çalışması Aşamasında Üçgenin Dış Açılarını Belirlemeye Yönelik Geogebra Materyali
---	--

[43] Eda: Kenar sayısı 4 tamam mı? Bir dış açısının ölçüsü 90°; sonra diyeceğiz kenar sayısı ile bir dış açısının ölçüsünün çarpımı 360°; bu kadar basit işte, bütün dış açılar toplamını buluruz. [44] Eda: Yazsana, sen niye yazmıyorsun? [45] Ali: Evet bir ilişki vardır. [46] Eda: Tamam işte 4 kenarı var 90 ile çarparsak 360°. [47] Oya: 90° çarpı 4. [48] Eda: Dış açılar toplamıdır.	 Grup 2'nin Geogebra Üzerinde Dörtgenin Dış Açılarını Belirlemeye Yönelik İnşası
--	--

Öğrenciler GeoGebra üzerinde düzgün çokgenlerin bir dış açısını oluşturduktan sonra dış açılarının ölçüleri toplamını da belirlemişlerdir. Grup 2 takım çalışması aşamasında bir dış açının ölçüsü ile kenar sayısını çarparak dış açılar toplamını belirlemiştir [43-48]. Elif bazı düzgün çokgenlerin bir dış açısının ölçüsünü kenar sayısı ile çarparak 360° 'ye eşit olduğunu göstermiş ve daima 360° olacağını açıklamıştır. Öğrencilerin çokgenin dış açılarına yönelik özellikleri belirtmeleri “Bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı daima 360° dir” alt teması belirlenmiştir.

Elif'in Şekil 20'de üçgenin bir iç ve bir dış açısının ölçüleri toplamının 180° olduğunu çizim yaparak göstermesi ve bir iç açı ile bir dış açının komşu bütünler olduğunu belirtmesi “Bir çokgenin iç ve dış açıları komşu bütünlerdir” alt temasının tanımlanmasını sağlamıştır.



Şekil 20. Elif'in Düzgün Çokgenin İç ve Dış Açılara Yönelik Açıklamalar

Öğrenciler düzgün dörtgenin karşılıklı kenarlarının paralel olduğunu, takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında sözlü olarak belirtmeseler de etkinlik kağıtlarında yazılı olarak belirtmeleri sonucunda “Düzgün dörtgenin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir” alt teması tanımlanmıştır. Öğrencilerin düzgün dörtgene yönelik yazılı açıklamalarına Tablo 6’da yer verilmiştir.

Tablo 6. Öğrencilerin düzgün dörtgene yönelik açıklamaları

Elif	Düzgün dörtgenin kenarları eşit ve karşılıklı kenarları paraleldir.
Zeynep	Dört kenarının da uzunluğu birbirine eşittir. Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.
Oya	Bu dörtgende her bir açı 90° ’dir ve kenarları birbirine paraleldir.

Etkinlik 1 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan özellik türüne ait ilişkilendirmeleri içeren alt temalara Tablo 7’de yer verilmiştir.

Tablo 7. Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Özellikler Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Tüm açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşit olan çokgene düzgün çokgen denir	•	•	•	•	•	•
Düzgün çokgenlerin bir köşesinden çizilen köşegen sayısını belirtme	•	•	•			•
Düzgün dörtgenin köşegenleri eşittir	•	•				
Düzgün çokgenlerin iç açılarının ölçüsünü belirtme	•	•	•	•	•	•
Düzgün çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını belirtme	•	•	•	•	•	•
Düzgün çokgenlerin dış açılarının ölçüsünü belirtme	•	•	•	•	•	•
Bir çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı daima 360°dir	•	•	•	•	•	•
Düzgün dörtgenin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir	•		•			•
Bir çokgenin iç ve dış açıları komşu bütünlerdir	•					

Tablo 7 incelendiğinde Elif'in tüm alt temalara yönelik diğer öğrencilerin de çoğu alt temalara yönelik ilişkilendirme yapabildikleri görülmektedir. Bununla beraber grup 1 öğrencilerinin özelliklerle ilişkilendirmeleri daha fazla yapabildikleri görülmektedir.

4.1.2. İşlemsel İlişkilendirme

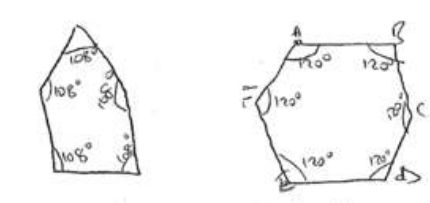
İşlemsel ilişkilendirme öğrencilerin; düzgün çokgenlerin tüm köşegenlerinin sayısını, iç açılar toplamını, bir iç açısının ölçüsünü, dış açılar toplamını ve bir dış açısının ölçüsünü hesaplama sürecinde yapılmıştır. Elif öz yansıtma aşamasında bir çokgenin tüm köşegenlerinin sayısının $\frac{n(n-3)}{2}$ kuralı ile bulunacağını belirtmiş ve üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgenin tüm köşegenlerinin sayısını bu kural aracılığıyla bulmuştur (Şekil 21). Öğrencinin çokgenlerin tüm köşegenlerini belirlerken bir formül kullanması “Herhangi bir çokgende yer alan tüm köşegenlerin sayısını $\frac{n(n-3)}{2}$ kuralını kullanarak bulma” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.

Şeklin Adı	Düzgün Üçgen	Düzgün Dörtgen	Düzgün Beşgen	Düzgün Altıgen	...	Düzgün n-gen
Kenar sayısı	3	4	5	6	...	n
Bir köşesinden geçen köşegen sayısı	0	1	2	3	...	n-3

Bir çokgende $= \frac{n \cdot (n-3)}{2}$ çizilen tüm köşegenler
 $\frac{3(3-3)}{2} = 0$
 $\frac{4(4-3)}{2} = 1$
 $\frac{5(5-3)}{2} = 2$
 $\frac{6(6-3)}{2} = 3$
 Bir çokgende komşu kenarlara ve kendisine köşegen çizilemez.

Şekil 21. Elif'in Etkinlik 1'e Ait Çokgenin Tüm Köşegenlerini Belirlemeye Yönelik İşlemi

Öğrenciler robotun beşgen bir yol boyunca hareket ederken dönme açısını değiştirerek altıgen bir yol boyunca hareket etmesi için kaç derece dönme açısını değiştirmesi gerektiğine yönelik soruyu cevaplarken $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ kuralını kullanmışlardır. Öğrenciler düzgün beşgen ve altıgenin bir iç açısının ölçüsünü kural aracılığıyla bularak aradaki farkı hesaplamışlardır. Bu süreç “*Herhangi bir düzgün çokgende bir iç açının ölçüsünü $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ kuralını kullanarak bulma*” alt temasının belirlenmesine yol açmıştır. Her bir öğrencinin bu süreçte kurduğu işlemsel ilişkilendirmelere Şekil 22’de yer verilmiştir.

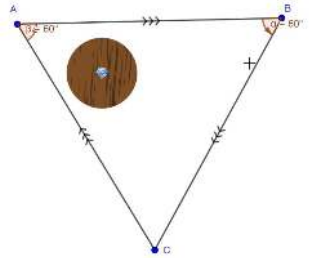
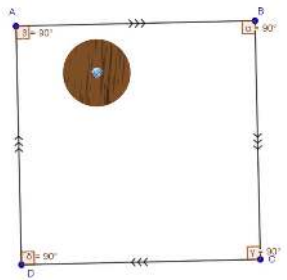
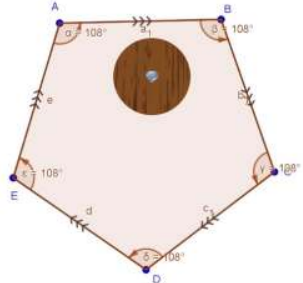
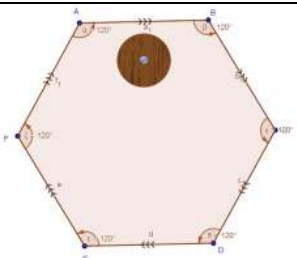
Elif	Ali
Beşgenin bir iç açısı = 108° Altıgenin bir iç açısı = 120° $120^\circ - 108^\circ = 12^\circ$ $\frac{(n-2) \cdot 180}{n} = \frac{(6-2) \cdot 180}{6} = \frac{4 \cdot 180}{6} = 120$ $\frac{(5-2) \cdot 180}{5} = \frac{3 \cdot 180}{5} = 108^\circ$	 $\frac{180 \cdot (5-2)}{5} = 108$ $\frac{180 \cdot (6-2)}{6} = 120$ $120 - 108 = 12$
Zeynep	Oya
$\frac{180 \cdot (n-2)}{n} = \frac{180 \cdot (6-2)}{6} = 120$ $\frac{180 \cdot (5-2)}{5} = 108$ $120 - 108 = 12$	$\frac{540}{5} = 108$ $\frac{720}{6} = 120$ $120 - 108 = 12$ $\frac{180 \cdot (n-2)}{n}$

Şekil 22. Öğrencilerin Etkinlik 1’e Ait Düzgün Çokgenlerin Bir İç Açısını Bulmaya Yönelik İşlemleri

Grup 1 öğrencileri düzgün çokgenlerin iç açılar toplamını belirlerken GeoGebra üzerinde düzgün çokgenler oluşturarak her birinin bir iç açısı ile kenar sayısını çarpmışlardır. Grup 2 ise düzgün çokgenlerin hepsinin iç açılar toplamını tekrarlı toplama yaparak bulmuştur [49,50,52,55]. Grup 1 takım çalışması aşamasında düzgün üçgenin iç açılar toplamını tekrarlı toplama yaparak bulmuş, GeoGebra üzerinde sürükleme yaparak üçgenin iç açılar toplamının değişip değişmediğini kontrol etmiştir [58,59]. Daha sonra düzgün dörtgen, beşgen ve altıgenin iç açılar toplamını ise iç açılarının sayısını her bir iç açının ölçüsü ile çarparak bulmuşlardır [61,62,66]. Öğrencilerin çokgenlerin iç açılar toplamını bulurken algoritmik bir şekilde hareket etmeleri “*Herhangi bir düzgün çokgenin iç açılar toplamını*

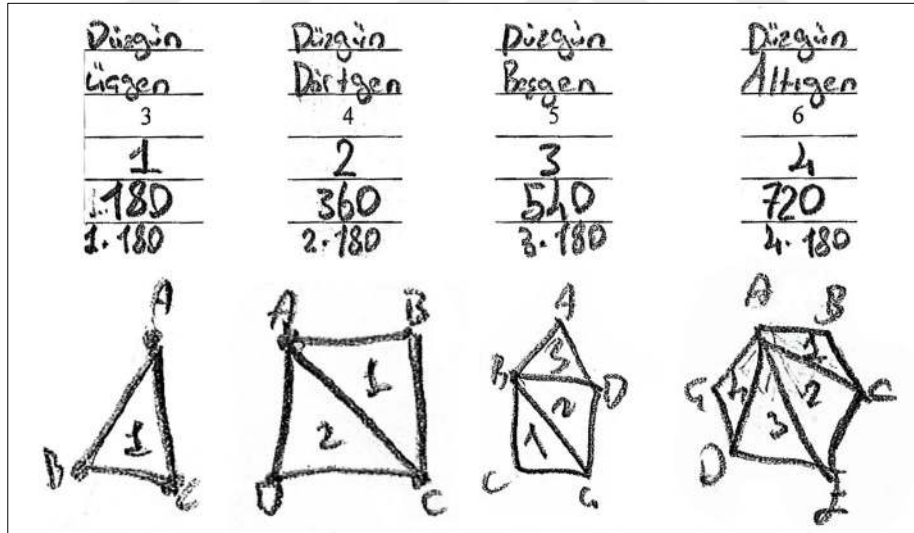
kenar sayısı ile bir iç açısının ölçüsünü çarparak bulma” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.

[49] Eda: Tamam, üçgenin iç açlarına geçelim, $60+60+60=180^\circ$’dir işte, şimdi dörtgeni yapacağım. [50] Ali: Eda karenin iç açılar toplamı kaçtır? Bak hele hepsi $90+90+90+90=360^\circ$’dir. [51] Eda: 5 tane 100, 500; [52] Ali: $500 + 40=540$; altıgende 720°’dir.	[53] Ali: Eda, anladınız mı beni? [54] Eda: Ama üçgenlerin iç açılar toplamını soruyor, hah! oldu (GeoGebra üzerinde b sürgüsü yardımıyla altıgen oluştururlar). [55] Ali: $120+120+120+120+120=600$, $600+120=720^\circ$. [56] Eda: Ali kaç dedin? [57] Ali: 720°.
--	--

Diyalog	Grup 1’in GeoGebra üzerinde oluşturdukları şekiller
[58] Zeynep: Eee 180° olur 60°, 60°, burası da 60° olur. [59] Elif: Sonunda (uzun bir uğraştan sonra üçgenin üç iç açılarının ölçüsünü GeoGebra üzerinde gösterir), üçgenin iç açılar toplamı kaç 180°, değişiyor mu (sürgü aracılığıyla üçgenin kenar uzunluklarını değiştirir)?	
[60] Fatma: Hepsı doksandır. [61] Elif: Tamam gösterelim işte, hah tamamdır, <u>90 çarpı 4’ten 360.</u>	
[62] Elif: Kenarları hareket ettirdiğinde değişmiyor (a sürgüsünü hareket ettirir) <u>108 çarpı 5 oradan iç açıları (duraksar) 540 yapar.</u> İç açılar toplamı 540°’tır. [63] Zeynep: Tamam 540 yazdım.	
[64] Elif: Altı oldu değil mi? (b sürgüsünü hareket ettirerek altıgen oluşturur ve iç açılarını bulur). [65] Zeynep: En kolay yol bu sabahlandı kendimizi paralıyorduk. 120 oldu, değişince. [66] Elif: (a sürgüsünü hareket ettirerek farklı uzunluklarda altıgenler oluşturur) Yine aynı <u>6 çarpı 120, 720</u>’dir.	

Öğrenciler sınıf tartışması aşamasında düzgün çokgenlerin iç açılar toplamını düzgün çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler sonucunda oluşan üçgen sayısını 180° ile çarparak da bulmuşlardır [75,77]. Zeynep ise öz yansıtma aşamasında etkinlik kağıdına çokgenleri çizerek içinde oluşan üçgen sayılarını göstermiş ve iç açılarını belirlerken bu üçgenlerin sayısı ile ilişkili olarak göstermiştir (Şekil 23). Öğrencilerin bu süreçte düzgün çokgenlerin iç açılar toplamını algoritmik bir şekilde hesaplamaları “*Herhangi bir düzgün çokgenin iç açılar toplamını içindeki üçgenleri sayarak 180 ile çarpma*” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.

[67] Öğretmen: Güzel, iç açılar toplamına başka biri kalsın, Eda sen kalk, üçgenin iç açılar toplamı kaçtır?	[72] Elif: Neden 360° Eda.
[68] Eda: 180 (tahtaya yazar).	[73] Eda: Çünkü iki tane üçgen var 180° den 360 yapıyor.
[69] Öğretmen: Dörtgende.	[74] Öğretmen: Güzel o zaman ilişkiyi gösterecek şekilde yaz.
[70] Elif: 360°	[75] Ali: 2 çarpı 180.
[71] Eda: 360°	[76] Öğretmen: Diğer.
	[77] Eda: 3 çarpı 180...

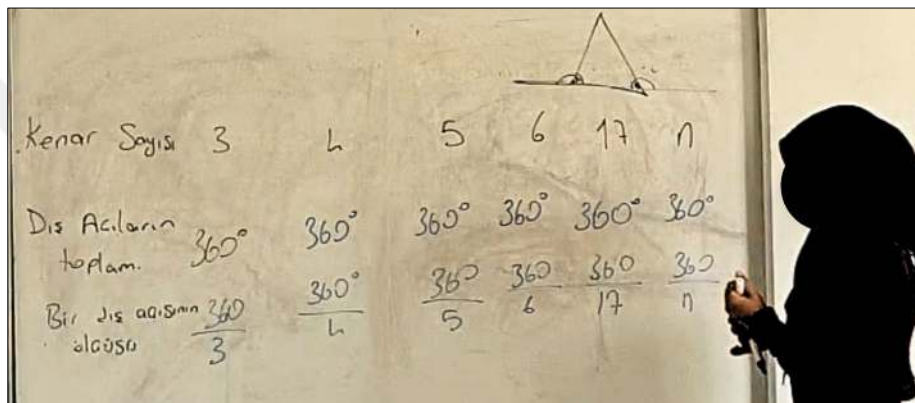


Şekil 23. Etkinlik 1'e Ait Zeynep'in Öz Yansıtma Aşamasındaki Çalışması

Grup 1 düzgün üçgenin bir dış açısını, dış açılar toplamını kenar sayısına bölerek hesaplamıştır [80]. Düzgün dörtgenin dış açılar toplamını ise zihinden yaparak bulmuşlardır [81]. Daha sonra diğer düzgün çokgenleri yapmayarak n kenarlı çokgene geçmişlerdir [82]. Öğretmen diğerlerinde yaptıkları gibi düşüncelerini söylemiştir [83]. Elif 360° 'yi kenar sayısına bölmeleri gerektiğini söyleyerek gerçekleştirdikleri prosedürü belirtmiştir [84]. Daha sonra Elif herhangi bir çokgenin bir dış açısını belirlemeye yönelik kuralı üretmiştir [87]. Diğer taraftan öğrenciler bu kuralı etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır. Takım çalışması

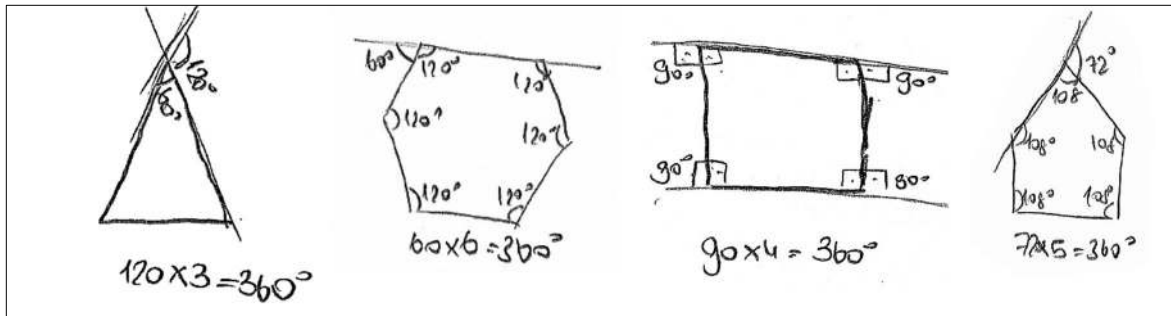
ve sınıf tartışması aşamasında (Şekil 24) öğrencilerin formül kullanarak düzgün çokgenin bir dış açısını belirlemeleri “Herhangi bir düzgün çokgenin bir dış açısını $\frac{360^\circ}{n}$ kuralını kullanarak bulma” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.

[78] Zeynep: Tamam bir dış açısına geçelim.	[83] Öğretmen: Diğerlerinde yaptığımız gibi düşünün.
[79] Fatma: Üçgen.	[84] Elif: 360° 'ı kenar sayısına bölüyoruz.
[80] Elif: $360 \div 3 = 120$.	[85] Öğretmen: Tamam işte n nedir.
[81] Zeynep: Tamam dörtgen de 90 olur.	[86] Zeynep: Kenar Sayısı.
[82] Elif: Onları geçin şu n'yi nasıl yapacağız? Of çıkmıyor.	[87] Elif: Vay! Tamam $\frac{360^\circ}{n}$



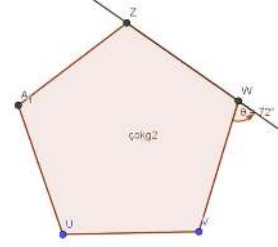
Şekil 24. Etkinlik 1'e Ait Çokgenin Bir Dış Açısının Belirlenmesine Yönelik Sınıf Tartışması Aşamasından Bir Görüntü

Öğrenciler GeoGebra üzerinde düzgün çokgenlerin dış açılarını; doğru parçası ve açı araçları yardımıyla oluşturarak, ölçmüşlerdir. Grup 1 takım çalışması aşamasında beşgenin dış açılar toplamını belirlerken (benzer şekilde diğerlerini de bulmuştur) bir dış açı ile kenar sayısını çarpmıştır [93]. Benzer şekilde öğrenciler öz yansıtma aşamasında da (Şekil 25 ve 26) “Herhangi bir düzgün çokgenin dış açılar toplamını kenar sayısı ile bir dış açısının ölçüsünü çarparak bulma” alt temasına ait ilişkilendirme kurmuşlardır.

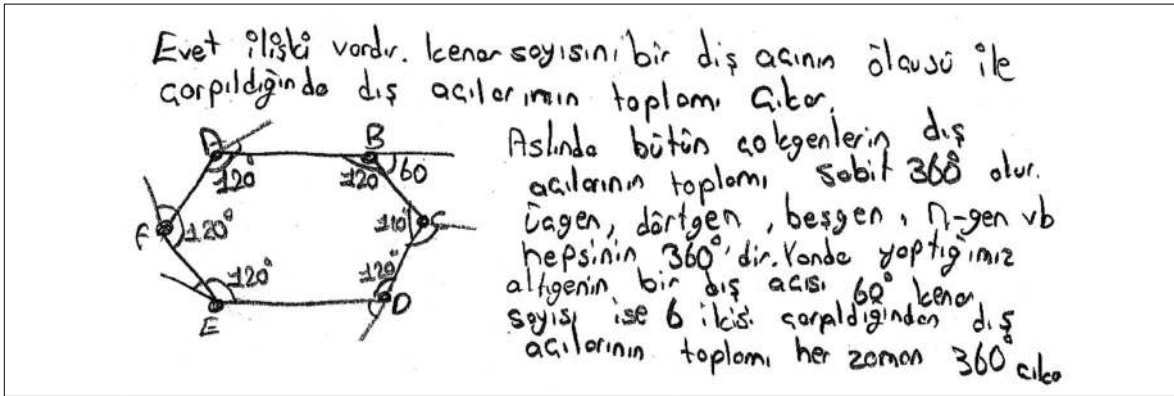


Şekil 25. Etkinlik 1'e Ait Fatma'nın Öz Yansıtma Aşamasındaki Dış Açılar Toplamına Yönelik İşlemi

- [88] Fatma: Hepsi 360° yaptı.
 [89] Elif: Bir saniye fazla uğraşmayacağım bir tane tek gösterecem.
 [90] Fatma: Evet.
 [91] Elif: 72°.
 [92] Zeynep: Bu 72°.
 [93] Elif: Bi dakika her köşede zaten bir tane dış açı olduğu için 72° çarpı 5'ten 360°.



Grup 1'in takım çalışması aşamasında GeoGebra üzerinde oluşturduğu beşgenin dış açıları



Şekil 26. Etkinlik 1'e Ait Ali'nin Öz Yansıtma Aşamasındaki Dış Açılar Toplamına Yönelik Açıklaması

Etkinlik 1 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan işlemsel türüne ait ilişkilendirmeleri içeren alt temalara Tablo 8'de yer verilmiştir.

Tablo 8. Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin İşlemsel Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Herhangi bir düzgün çokgende yer alan tüm köşegenlerin sayısını $\frac{n(n-3)}{2}$ kuralını kullanarak bulma	•					
Herhangi bir düzgün çokgende bir iç açının ölçüsünü $\frac{(n-2)180^\circ}{n}$ kuralını kullanarak bulma	•	•		•		•
Herhangi bir düzgün çokgenin iç açılar toplamını kenar sayısı ile bir iç açının ölçüsünü çarparak bulma	•	•	•	•	•	•
Herhangi bir düzgün çokgenin iç açılar toplamını içindeki üçgen sayısını 180° ile çarparak bulma	•		•		•	
Herhangi bir düzgün çokgenin bir dış açısını $\frac{360^\circ}{n}$ kuralını kullanarak bulma	•					•
Herhangi bir düzgün çokgenin dış açılar toplamını kenar sayısı ile bir dış açısının ölçüsünü çarparak bulma	•	•		•	•	

Tablo 8 incelendiğinde tüm öğrencilerin işlemsel türüne ait ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Öğrenciler işlemsel ilişkilendirmeyi en çok öz yansıtma aşamasında yapmışlardır. Bireysel aşamada ise öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde işlemsel ilişkilendirmeye rastlanmamıştır.

4.1.3. Anlamsal İlişkilendirme

Anlamsal ilişkilendirme öğrenciler çokgen kavramına ve temel elemanlarına (örneğin köşegen) yönelik bir tanım yaptığında veya bir anlam yüklediğinde ortaya çıkmıştır. Grup 1 öğrencilerinden Elif bireysel çalışma aşamasında, Fatma ve Zeynep ise takım çalışması aşamasında etkinlik kağıtlarında düzgün çokgenin açı ölçülerinin ve kenar uzunluklarının eşit olmasından dolayı düzgün olarak adlandırıldığını belirtmiştir (Tablo 9). Öğrenciler çokgeni “düzgün” olarak adlandırmanın ne anlama geldiğini belirtmelerinden dolayı “Açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşit olduğu için bu çokgenler düzgün olarak adlandırılır” alt teması tanımlanmıştır.

Tablo 9. Öğrencilerin “Düzgün” Çokgeni Anlamlandırmaya Yönelik Açıklamaları

Elif	Tüm kenar ve açılar eşit olduğu için bu şekilde adlandırılır.
Fatma	tüm kenar ve açıları eşit olduğu için bu şekilde adlandırılır
Zeynep	(Tüm kenarları ve açıları eşittir bu yüzden bu şekilde adlandırılmıştır.)

Anlamsal ilişkilendirmeye yönelik diğer alt temalar öğrenciler üçgen, dörtgen, beşgen, çokgen ve köşegene yönelik kendi tanımlarını oluşturduğu durumlarda ortaya çıkmıştır. Öğretmen sınıf tartışması aşamasında öğrencilere soru sorarak çokgeni nasıl tanımladıklarını ortaya çıkarmaya çalışmıştır [94]. Elif’in üçgene ne anlam verdiğini açıklaması [97] ve daha sonra daha doğru bir şekilde etkinlik kağıdında tanımlaması (Şekil 27) “Farklı doğrular üzerinde bulunan üç noktanın art arda birleştirilmesiyle oluşturulan kapalı geometrik şekillere üçgen denir” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır. Öğretmen, Elif’in “noktaların kesişimi” ifadesini sınıfa sorarak doğruluğunu sorgulamalarını istemiştir [100]. Ali noktaların birleşimi olması gerektiğini ifade etmiştir [101]. Öğretmen üç noktayı birleştirmenin üçgen oluşması için yeterli olup olmadığını çizin yaparak öğrencilere sormuştur [102]. Ali oluşmadığını söylemiş öğretmen ise öyleyse daha farklı şekilde tanımlamalarını istemiştir [103-104]. Elif bu şekillerin en az üç noktadan oluşması gerektiğini [109], Ali ise kapalı geometrik şekil olduğunu [110] belirtmiştir. Elif bu şekillerin

başlangıç noktalarının aynı olmaması gerektiğini söylemiştir, öğretmen Elif'in doğrusal olmayan noktaları söylemek istediğini düşünerek tahtaya doğrusal olan üç nokta çizmiştir [112]. Böylelikle Elif bu noktaların aynı doğru üzerinde olmaması gerektiğini [113], Fatma ise aynı doğru üzerinde olması durumunda çokgen oluşmayacağını belirtmiştir [115]. Öğretmenin sorgulaması sonucunda öğrenciler noktaların doğru parçaları ile birleştirilmesi [120,122] ve kapalı olması gerektiğini [124] belirtmiştir. Son olarak Elif'in bu kriterleri göz önüne alarak dörtgeni tanımlaması [128] ve öğrencilerin tanımlarını etkinlik kağıtlarına yazılı olarak aktarması sonucunda “*Herhangi üçü doğrusal olmayan dört noktanın art arda doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşan kapalı şekle dörtgen denir*” alt teması belirlenmiştir.

[94] Öğretmen: Peki bu şekilleri nasıl tanımlarsınız? [95] Elif: Ayrı ayrı yaptık. [96] Öğretmen: Ayrı ayrı veya hepsini beraber düşünerek. [97] Elif: Üçgen için başlangıç noktaları farklı olan üç noktanın kesişiminden oluşan geometrik şekil. [98] Öğretmen: Başka. [99] Ali: Tüm kenarları, açıları eşit olan geometrik şekiller. [100] Öğretmen: Tanımladığınız şeyleri çizmeye çalışın, Elif dedi ki başlangıcı noktaları farklı olan noktaların kesişimi. [101] Ali: Birleşimi. [102] Öğretmen: Peki üç noktayı birleştirelim, üçgen mi oluştu? [103] Ali: Hayır. [104] Öğretmen: Bu eksikliklerden yola çıkarak yeni bir tanım daha yapmaya çalışın. Bu şekillerin ortak noktası nedir? [105] Ali: Geometrik şekil olmaları. [106] Öğretmen: Daha özel bir şey söyleyelim. [107] Fatma: Düzgün çokgen. [108] Öğretmen: Evet çokgen, peki çokgeni nasıl tanımlarsınız.	[109] Elif: En az üç noktadan oluşan. [110] Ali: Kapalı geometrik şekil. [111] Elif: Başlangıç noktaları aynı olmayan [112] Öğretmen: Başlangıç noktaları mı yoksa şöyle mi (doğrusal üç nokta çizer). [113] Elif: Aynı doğru üzerinde olmayan üç nokta değil mi. [114] Öğretmen: Güzel, neden peki? [115] Fatma: Çokgen olmaz. [116] Elif: Üçgen olmaz. [117] Öğretmen: Güzel peki bu noktaları nasıl birleştiriyoruz? [118] Fatma: Düzgün bir şekilde [119] Öğretmen: Düzgün ile neyi kastediyorsun? [120] Elif: Doğrusal bir şekilde. [121] Öğretmen: Hayır noktaları ne ile birleştiriyoruz? [122] Elif: Doğru parçaları ile. [123] Öğretmen: Tamam güzel, peki rastgele mi birleştiriyoruz? [124] Ali: Yok kapalı olacak şekilde. [125] Öğretmen: Art arda değil mi? [126] Zeynep: Evet. [127] Öğretmen: Peki dörtgen için bu tanımlı uygularsanız. [128] Elif: Üçü doğrusal olmayan dört noktanın art arda doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşan kapalı şekil.
--	---

Düzgün Üçgen = Farklı doğrular üzerinde bulunan 3 noktanın art arda doğru parçasıyla birleşmesiyle oluşan kapalı şekil.
Düzgün Dörtgen = Farklı doğrular üzerinde bulunan 4 noktanın art arda doğru parçasıyla birleştirilip oluşturulan kapalı şekil.

Şekil 27. Etkinlik 1'e Ait Elif'in Üçgen Ve Dörtgene Yönelik Açıklamaları

Benzer şekilde Elif'in etkinlik kağıdında beşgeni tanımlaması sonucunda “*Herhangi üçü doğrusal olmayan beş noktanın art arda doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşan kapalı şekle beşgen denir*”, altıgeni tanımlaması sonucunda “*Herhangi üçü doğrusal olmayan altı noktanın art arda doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşan kapalı şekle altıgen denir*” ve çokgeni tanımlaması sonucunda “*Farklı doğrular üzerinde bulunan en az üç noktanın art arda doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşturulan kapalı geometrik şekillere çokgen denir*” alt teması belirlenmiştir (Şekil 28).

Düzgün Beşgen = Farklı doğrular üzerinde bulunan 5 noktanın art arda doğru parçasıyla birleşmesiyle oluşan kapalı şekil.
Düzgün Altıgen = Farklı doğrular üzerinde bulunan 6 noktanın art arda doğru parçasıyla birleşmesiyle oluşan kapalı şekil.
Düzgün Çokgen = Kenarları ve açıları eşit olan çokgenlere denir.

Şekil 28. Etkinlik 1'e Ait Elif'in Beşgen, Altıgen ve Çokgene Yönelik Açıklamaları

Zeynep'in öz yansıtma aşamasında köşegeni tanımlaması sonucunda “*Köşegen, komşu olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçasıdır*” alt teması belirlenmiştir (Şekil 29).

Çokgenlerde kenar sayısı “n” harfiyle adlandırılır. Köşegen ise; komşu olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçasıdır. Bir köşesinden, $(n-3)$ köşegen çizilebilir.

Şekil 29. Etkinlik 1'e Ait Zeynep'in Köşegene Yönelik Açıklamaları

Tablo 10'da öğrencilerin Etkinlik 1 kapsamında oluşturulan alt temalara yönelik ACODESA metodunun hangi aşamalarında anlamsal türüne ait ilişkilendirme kurdukları gösterilmiştir.

Tablo 10. Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Anlamsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1	Grup 2
----------	--------	--------

	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Açı ölçüleri ve kenar uzunlukları eşit olduğu için bu çokgenler düzgün olarak adlandırılır	•	•	•			
Farklı doğrular üzerinde bulunan üç noktanın art arda birleştirilmesiyle oluşturulan kapalı geometrik şekillere üçgen denir.	•					
Herhangi üçü doğrusal olmayan dört noktanın art arda doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşan kapalı şekle dörtgen denir	•					
Herhangi üçü doğrusal olmayan beşi noktanın art arda doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşan kapalı şekle beşgen denir	•					
Herhangi üçü doğrusal olmayan altı noktanın art arda doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşan kapalı şekle altıgen denir	•					
Farklı doğrular üzerinde bulunan en az üç noktanın art arda doğru parçalarıyla birleştirilmesiyle oluşturulan kapalı geometrik şekillere çokgen denir	•					
Köşegen, komşu olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçasıdır			•			

Tablo 10’da görüldüğü gibi anlamsal ilişkilendirme öğrenciler tarafından çok az yapılmıştır. Bununla birlikte ilişkilendirmelerin nerdeyse hepsi sınıf tartışması aşamasından sonra ortaya çıkmıştır. Grup 2 öğrencilerinin hiçbirisi tarafından düzgün çokgenlere yönelik anlamsal ilişkilendirme yapılmamıştır.

4.1.4. Parça-Bütün İlişkilendirme

Parça-bütün ilişkilendirmesi öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde genelleme ya da kapsamaya yönelik mantıksal ilişkilerin belirlenmesi durumunda ortaya çıkmıştır. Takım çalışması aşamasında Elif robotun aynı mesafe gitmeyip aynı açı ile dönmediği durumları belirlerken 2 dönme sonucunda oluşan geometrik şekli üçgen olarak adlandırmanın doğru olmayacağını belirtmiş, bu durumda eşkenar üçgeninde üçgene dahil olduğuna yönelik açıklama yapmıştır [129-135]. Elif’in eşkenar üçgenin üçgenlerin özel bir durumu olduğuna yönelik açıklaması “Eşkenar üçgen, üçgen ailesinin bir alt kümesidir” alt temasının belirlenmesine yol açmıştır.

[129] Elif: Aynı mesafe gitmeyerek aynı açı ile dönmeyerek... tamam da yine aynı bu şekiller oluşur ama direkt eşkenar üçgen falan yazmayacağız.

[130] Zeynep: Tamam ne yazıyoruz.

[131] Elif: Kenar uzunlukları ve açıları eşit değil.

[132] Fatma: Ee tamam ne yazacağız.

[133] Elif: Çeşitkenar üçgen mi yazsak yoksa ikizkenar mı?

[134] Öğretmen: Sadece üçgen yazsanız ne olur?

[135] Elif: Eşkenar üçgen buna dahil olur.

Öğrenciler takım çalışması ve sınıf tartışması aşamalarında robotun izlemesi gereken yolları oluşturduktan sonra bu yolların hangi geometrik şekillerden oluştuğunu belirlemeleri gerekmiştir. Öğrenciler robotun 2,3,4 ve 5 dönme sonucunda oluşturduğu geometrik

şekillerin düzgün üçgen, düzgün dörtgen, düzgün beşgen ve düzgün altıgen olduğunu belirtmiş [137,139,140] ve bu şekillerin birer düzgün çokgen olduğunu [142] söylemişlerdir. Öğrencilerin üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgenin çokgen ailesine dahil olduğunu (yani çokgen; üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgeni kapsar) belirtmesi “*Eşkenar üçgen, dörtgen, beşgen, altıgen... birer düzgün çokgendir*” alt temasının belirlenmesine yol açmıştır.

Takım 1	Takım 2
[136]Elif: Ne olduğunu anladınız mı? [137]Zeynep: Düzgün çokgen, mesela burada iki, üç, dört ve beş diyor ya ... [138]Zeynep: Çokgen oluşturacağız açılar ve kenarları da aynı.	[139]Ali: Üçgen, dörtgen, beşgen, altıgen. [140]Elif: Öyle olmaz, sıradan bir üçgen, dörtgen değil tüm kenar ve açıları eşit o yüzden olmaz. [141]Öğretmen: Ne deriz peki? [142]Elif: Düzgün veya eşkenar. [143]Ali: Ha düzgün çokgen.

Öğrenciler takım çalışması sırasında robotun izlediği yolların oluştuğu çokgenleri GeoGebra üzerinde oluşturup tanımladıktan sonra bu çokgenlerin (üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgen) bir köşesinden çizilen köşegenlerin sayısını bulmaya çalışmışlardır [144-154]. Öğrenciler n -gen için bir köşesini aldıklarında o köşeden kendisine ve komşu olan köşelerine yani kenar sayısının 3 eksiği kadar köşegen çizilemeyeceğini belirtmişlerdir [155-166]. Öğrencilerin üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgenden (özel durum) yola çıkarak n kenarlı bir çokgenin (genel durum) bir köşesinden çizilen köşegen sayısını açıklamaları “ *n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegen sayısı $n-3$ ’tür*” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.

[144]Elif: Kenar sayısı üç, üçgenin köşegenleri var mıdır? [145]Fatma: Yok (Şekil 30a). [146]Elif: Yoktur o zaman 0 yazıyoruz. [147]Elif: Dörtgen için... e bi köşeden sadece bir tane oluşur. Diğer ikisi komşu olduğu için olmaz e geriye sadece bir tane kalır (Şekil 30b) [148]Zeynep: Bir köşesi. [149]Elif: Evet dörtgene 1 yazın. [150]Elif: Peki beşgenin ki. [151]Zeynep: D’ye gider, B’ye gitmez komşu, E de komşudur (Şekil 30c) [152]Elif: O zaman iki. [153]Zeynep: Kesin... [154]Elif: Altıgenin de büyük ihtimal üçtür (güler).	[155]Zeynep: Evet (Şekil 30d). [156]Elif: Hocam. Buraya ne diyeceğiz. [157]Öğretmen: Ne derdiniz? [158]Fatma: n derdim. [159]Öğretmen: n tek mi. [160]Fatma: n-gen derdim düzgün n-gen [161]Elif: Tamam n-gen diyelim. Şimdi bunun köşegen sayısını nasıl bulacağız. İki köşe komşu mu? [162]Zeynep: Komşu. [163]Elif: E bi de köşeden kendisine çizilmez. Üç köşeden çizilemediği için çıkarıyoruz <u>yani 3 eksiği kadar olur.</u> [164]Zeynep: n-gen için ne diyeceğiz. [165]Elif: n’nin 3 eksiği ne olur. [166]Fatma: <u>$n-3$.</u>
---	---

Öğrenciler çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenleri belirledikten sonra bu köşegenler sonucunda oluşan üçgen sayısını belirlemiştir. Öğrencilerin hepsi üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgen (özel durum) için oluşan üçgen sayısını belirlemiştir. Ancak herhangi bir çokgene yönelik genel ifadeye sadece Elif ulaşabilmiştir [169,171]. Diğer öğrenciler daha sonra etkinlik kağıtlarına n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler sonucunda oluşan üçgen sayısını $n-2$ olarak belirtmelerine rağmen açıklama yapmamışlardır (Şekil 30). Elif'in yazılı ve sözlü üretimleri " n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler sonucunda oluşan üçgen sayısı $n-2$ 'dir" alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.

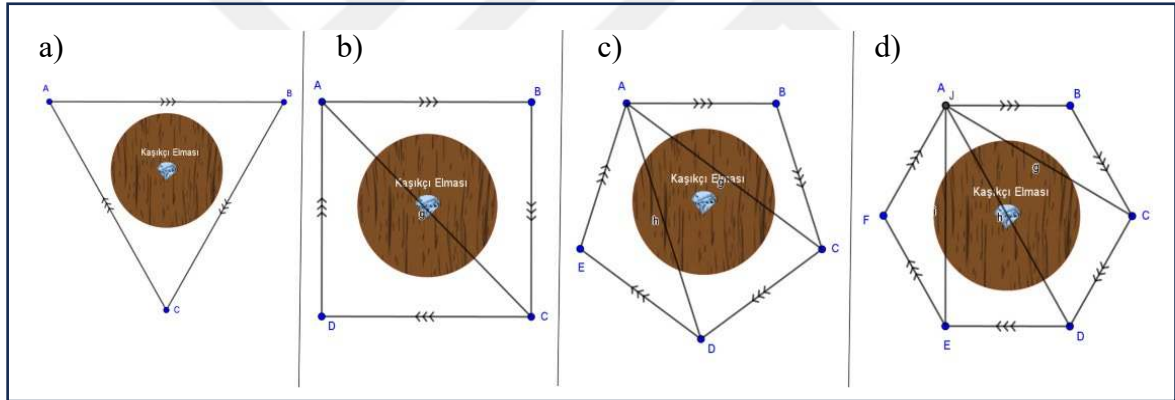
[167] Elif: n 'de kaç olur. Her seferinde birer birer artıyorsa... bi dakika.

[168] Fatma: n eksi kaç olur?

[169] Elif: Köşegen sayısına eşit, bi dakika (Sesini yükseltir)! Köşegen sayısının bir fazlasıdır, aynen. Bir çizgi çeksem iki üçgen oluşur, bir fazlası oluyor.

[170] Öğretmen: Ama soruya dikkat edin kenar ile arasında olan ilişkiyi soruyor.

[171] Elif: Kenarında iki eksiği o zaman $n-2$ olur bu.



Şekil 30. Grup 1'in Çokgenin Bir Köşesinden Çizilen Köşegenlere Yönelik Geogebra Üzerinde Oluşturduğu Şekiller

Öğrenciler herhangi bir çokgenin iç açıları toplamını GeoGebra üzerinde şekillerin iç açılarını ölçerek hesaplamışlardır. Her iki takım da üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgenin (özel durum) iç açıları toplamını etkinlik kağıdına yansıtmış (Şekil 31) ancak n kenarlı bir çokgenin (genel durum) iç açıları toplamının genel ifadesine Grup 1'de yer alan Elif ve Zeynep ulaşabilmiştir. Elif takım çalışması aşamasında iç açıları toplamının hep 180° arttığını söylemiştir [44]. Öğretmen öğrencileri özel bir duruma yönlendirerek ve üçgen sayısını göz önüne alarak düşünmelerini istemiştir [45]. Elif ongen için iç açıları toplamını içindeki üçgen sayısı ile 180° 'yi çarparak bulmuş ve daha sonra bu durumu herhangi bir çokgen için nasıl genelleyeceğini düşünmüştür [48]. Daha sonra n kenarlı bir çokgenin iç açıları toplamına

yönelik genel ifadeye ulaşmıştır [49]. Elif'in ve Zeynep'in sözlü ve yazılı üretimleri “*n* kenarlı çokgenin iç açıları toplamı $(n-2) \cdot 180^\circ$ 'dir” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.

[172] Elif: İç açıları toplamı da 180° artıyor hep.

[173] Öğretmen: Güzel, düşünün bakalım kenarla iç açıları toplamı arasında nasıl bir ilişki var, örneğin yirmigen için düşünün iç açıları toplamını nasıl bulurdunuz.

[174] Elif: Ongen olsun (güler). Daha kolay olur.

[175] Öğretmen: Kaç üçgen oluşur?

[176] Elif: Ha 8 tane üçgen demek 8 tane 180 demek, değil mi? Üçgenin iç açıları toplamı 180 ise 8 tane 180 oluyor. Bi dakika bunu nasıl göstereceğiz?

[177] Elif: Bu 180 çarpı 4 değil mi? O da kaçtır? 720, evet tamam. Oluşan üçgen sayısının 180 ile çarpımı. Yani $180 \cdot (n - 2)$ 'dir.

[178] Elif: Nedenini anladınız mı?

[179] Zeynep: Hayır.

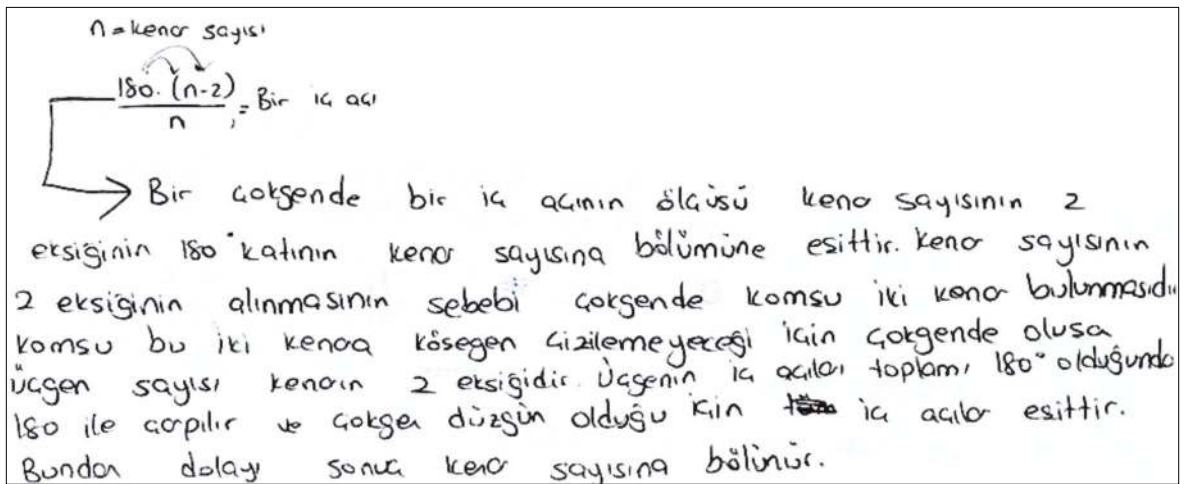
Oluşan geometrik şekillerin iç açılarını oluşturarak tabloyu doldurunuz. Oluşan geometrik şekillerin kenar sayısı ile iç açıları toplamı arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

Şeklin Adı	üçgen	dörtgen	beşgen	altıgen	...	n-gen
Kenar sayısı	3	4	5	6		n
Üçgen sayısı	1	2	3	4		n
İç açıları toplamı	180	2.180	3.180	4.180		$(n-2) \cdot 180^\circ$

Şekil 31. Eda'nın Etkinlik 1'e Ait Sınıf Tartışması Aşamasındaki Yazılı Üretimleri

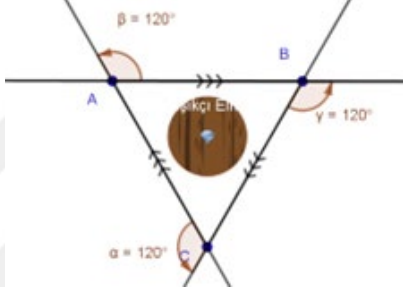
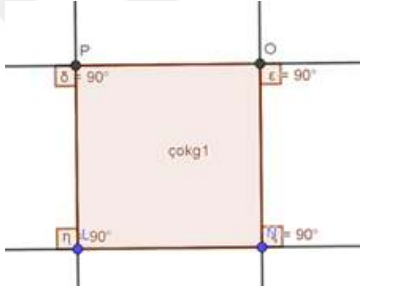
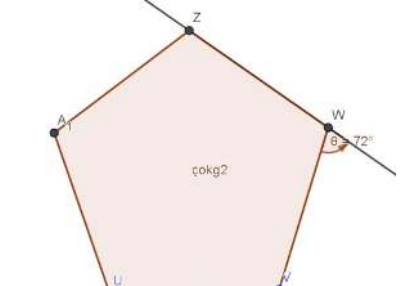
Düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsünün bulunmasına yönelik genel bir ifadeye sadece Elif ulaşabilmiştir. Diğer öğrenciler üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgenin (özel durum) bir iç açısını GeoGebra üzerinde ölçme yaparak bulmuşlardır. Elif, çokgenlerin iç açıları toplamından yola çıkarak bir iç açısını belirlemiştir [180,181]. Bu şekillerin düzgün çokgen olduğundan dolayı açılarının eşit olması gerektiği ve dolayısıyla iç açıları toplamının her birine eşit dağıtılması gerektiğini belirtmiştir [182-187]. Elif *n* kenarlı bir çokgenin (genel durum) her bir iç açısının ölçüsünü (genel ifade) takım çalışması aşamasında belirtmemiştir. Ancak sınıf tartışması aşamasında öğretmenin geri dönütleri eşliğinde genel ifadeye ulaşabilmiştir [199-208]. Daha sonrasında etkinlik kağıdına genellemeye ulaşırken kurduğu mantıksal ilişkilere yönelik açıklamalarda bulunmuştur (Şekil 32). Elif'in sözlü ve yazılı üretimlerinin sonucunda “*n* kenarlı düzgün çokgenin bir iç açısı $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ 'dir” alt teması belirlenmiştir.

Grup 1'e ait Takım Çalışması	
[180] Elif: Şimdi bunun içinde kaç tane üçgen var (Düzgün beşgeni gösterir)? Bunu 180° ile çarpıp iç açılar toplamını buluyoruz. [181] Zeynep: 3 çarpı 180° işte. [182] Elif: 540° işte, şimdi bunun kaç tane açısı var? Açıları eşit değil mi? [183] Fatma: Beş [184] Elif: Tamam 540°'ı 5'e bölüyoruz hepsine dağıtıyoruz [185] Zeynep: Tamam 108° yapıyor. [186] Elif: Altıgenin bir iç açısı kaç? [187] Fatma: 120°	[188] Elif: Neden? [189] Fatma: Bilmiyorum (Güler) [190] Zeynep: (Kağıtta yazdığı cevaba bakar). [191] Elif: Bakmayın nedenini istiyorum. [192] Zeynep: Nasıl yani. [193] Elif: 4 tane üçgen olmadı mı? (GeoGebra üzerinden düzgün altıgen oluşturur ve bir köşesinden geçen köşegenlerini oluşturur). [194] Zeynep: Evet. [195] Fatma: Evet, Hepsi 180°. [196] Elif: Evet 180° çarpı 4'ten 720°. [197] Fatma: Evet. [198] Elif: Kaç tane açısı varsa bölmemiz lazım? 720° bölü 6'dan 120°.
Sınıf Tartışması	
[199] Öğretmen: Güzel bu bir yol başka bir yoldan bulmaya çalışalım. Bunun bir iç açısını ben başka nasıl bulabilirim. [200] Elif: Üçgen sayısı [201] Öğretmen: Güzel o yoldan bul [202] Elif: Bunun içindeki üçgenleri nasıl çizeceğim. Öğretmen: Çizmek zorunda değilsin kaç tane olur.	[203] Elif: n eksi kaçtı 1 mi? [204] Öğretmen: Bilmem bi daha düşün? [205] Elif: Tamam n-2 olur. İç açılar toplamını istediniz değil mi? n-2 çarpı 180° olur, e zaten onu biliyoruz [206] Öğretmen: Hayır biz bir iç açısının ölçüsünü bulmaya çalışıyoruz. [207] Elif: Bölü n değil mi? [208] Öğretmen: Güzel.



Şekil 32. Elif'in Etkinlik 1'e Ait Sınıf Tartışması Aşamasındaki Açıklaması

Her iki grup da GeoGebra üzerinde çokgenlerin dış açılarını oluşturup ölçtükten sonra dış açıların toplamını hesaplamışlardır [209-222]. Grup 1 öğrencileri üçgen, dörtgen ve beşgenin dış açıların toplamının 360° olmasından yola çıkarak -düzgün altıgeni GeoGebra üzerinde oluşturmadan- altıgenin de dış açıların toplamının 360° olacağını belirtmişlerdir [215-220]. Grup 2’de yer alan öğrencilerin Etkinlik kağıtlarında yer alan açıklamalara Tablo 11’de yer verilmiştir. Öğrencilerin bu süreçte belirli çokgenlerden yola çıkarak herhangi bir çokgenin dış açıların toplamına yönelik genel bir ifadeye ulaşmaları sonucunda “*n kenarlı çokgenin dış açıların toplamı 360° ’dir*” alt teması belirlenmiştir.

[209]Elif: Aynısı burada olmalı (doğru yardımı ile bir dış açıyı oluşturur). [210]Zeynep: Bence hepsi 120°’dir. [211]Elif: Bir saniye göstermemiz lazım.	 Takım 1’in Üçgenin Dış Açısına Yönelik GeoGebra Çalışması
[212]Zeynep: Tamam dörtgene geçelim, tüm açılar 90° olur yapmaya gerek yok. [213]Elif: Dur göstereceğim. [214]Fatma: Hepsini 360° yaptı.	 Takım 1’in Dörtgenin Dış Açısına Yönelik GeoGebra Çalışması
[215]Elif: Bi saniye fazla uğraşmayacağım bir tane tek gösterecem (Elif düzgün çokgen aracı ile beşgen oluşturur). [216]Fatma: Evet. [217]Elif: 72°. [218]Zeynep: Bu 72°. [219]Elif: Bi dakika her köşede zaten bir tane dış açı olduğu için 72 çarpı 5’ten 360°. [220]Fatma: Hepsini 360°. [221]Zeynep: Yazalım hepsini 360°. [222]Elif: Yaz hepsine 360° yaz.	 Takım 1’in Beşgenin Dış Açısına Yönelik GeoGebra Çalışması

Tablo 11. Grup 2 Öğrencilerinin Etkinlik 1'e Ait Dış Açıların Ölçüleri Toplamına Yönelik Açıklamaları

Ali:	<i>Çokgen kaç kenarlı olursa olsun dış açılar toplamı sabit 360°'dir.</i>
Eda:	<i>Bütün çokgenlerin dış açılar toplamı 360°'ye eşittir.</i>
Oya:	<i>Her bir şeklin kenar sayısı değiştikçe dış açılar toplamı değişmez.</i>

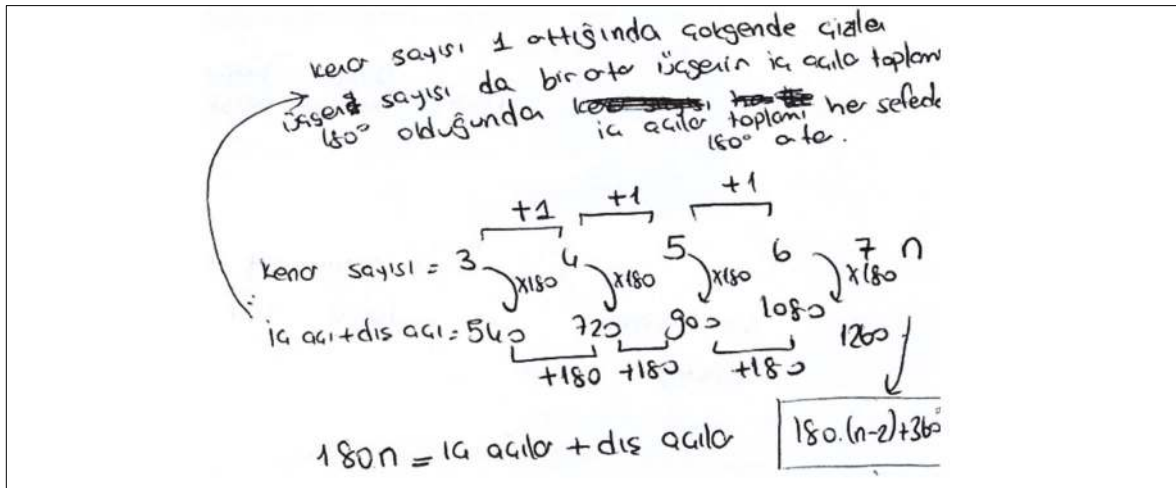
Öğrenciler çokgenlerin dış açılar toplamını belirledikten sonra her bir dış açısının ölçüsünü belirlemeye yönelik soruyu takımlar halinde cevaplamaya çalışmıştır. Bu süreçte öğretmen; Takım 1'in üçgen ve dörtgenin bir dış açısını, dış açılar toplamından yola çıkarak kolayca bulduklarını [225-226] ancak genel ifadeyi belirlemekte zorlandıklarını görmüştür [227]. Elif 360'ın kenar sayısına bölünmesi gerektiğini söylemiştir, öğretmen kenar sayısının n olduğunu hatırlatarak [230] genel ifadeyi bulmalarına yardımcı olmuştur. Daha sonra Elif n kenarlı bir çokgenin dış açısına yönelik genel ifadeye ulaşmıştır [232]. Sınıf tartışması aşamasında da öğrenciler özel durumdan yola çıkarak genel durum için bir dış açısının ölçüsünü belirlemişlerdir (Şekil 33). Öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinden “*n kenarlı düzgün çokgenin bir dış açısı $\frac{360^\circ}{n}$ 'dir*” alt teması ortaya çıkmıştır.

[223] Zeynep: Tamam bir dış açısına geçelim. [224] Fatma: Üçgen. [225] Elif: 360 bölü 3'ten 120. [226] Zeynep: Tamam dörtgen de 9022 olur. [227] Elif: Onları geçin şu n'yi nasıl yapacağız? Of çıkmıyor.	[228] Öğretmen: Diğerlerinde yaptığınız gibi düşünün.. [229] Elif: 360'ı kenar sayısına bölüyoruz. [230] Öğretmen: Tamam işte n nedir. [231] Zeynep: Kenar Sayısı. [232] Elif: Vay! Tamam 360 bölü n. [233] Öğretmen: Güzel.
--	--

Kenar Sayısı	3	4	5	6	17	n
Dış Açılarının toplamı	360°	360°	360°	360°	360°	360°
Bir dış açısının ölçüsü	$\frac{360}{3}$	$\frac{360}{4}$	$\frac{360}{5}$	$\frac{360}{6}$	$\frac{360}{17}$	$\frac{360}{n}$

Şekil 33. Etkinlik 1'e Ait Düzgün Çokgenin Dış Açısına Yönelik Öğrencilerin Sınıf Tartışması Aşamasındaki Yazılı Üretimleri

Elif 3,4,5,6 ve 7 kenarlı düzgün çokgenlerin iç ve dış açıları toplamından yola çıkarak n kenarlı bir çokgenin iç ve dış açıları toplamını $n.180^\circ$ olarak belirlemiştir (Şekil 34). Öğrencinin bu süreçte özel durumlar arasında mantıksal ilişki kurarak genellemeye varması parça-bütün ilişkilendirmesinin tanımlanmasına yol açmıştır. Dolayısıyla Elif'in sınıf tartışması sırasında etkinlik kağıdına yansıttığı yazılı açıklamaları sonucunda “Bir çokgenin iç ve dış açıları toplamı kenar sayısının 180° katına eşittir” alt temasına yönelik parça-bütün ilişkilendirmesi belirlenmiştir.



Şekil 34. Elif'in Çokgenin İç ve Dış Açıları Toplamına Yönelik Açıklamaları

Öğrencilerin Etkinlik-1 kapsamında parça-bütün türüne ait yaptıkları ilişkilendirmeler sonucunda ortaya çıkan alt temalar Tablo 12'de verilmiştir.

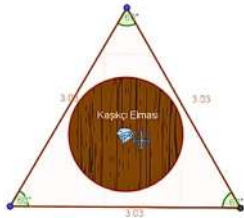
Tablo 12. Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Parça-Bütün Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Eşkenar üçgen, üçgen ailesinin bir alt kümesidir	•					
Eşkenar üçgen, dörtgen, beşgen, altıgen... birer düzgün çokgendir	•	•	•	•	•	•
n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegen sayısı $n - 3$ 'tür	•	•	•	•	•	•
n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler sonucunda oluşan üçgen sayısının -2 'dir	•		•			
n kenarlı çokgenin iç açıları toplamı $(n - 2) \cdot 180^\circ$ 'dir	•		•			
n kenarlı düzgün çokgenin bir iç açısı $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ 'dir	•					
n kenarlı çokgenin dış açıları toplamı 360° 'dir	•	•	•	•	•	•
n kenarlı düzgün çokgenin bir dış açısı $\frac{360^\circ}{n}$ 'dir	•		•	•	•	
Bir çokgenin iç ve dış açıları toplamı kenar sayısının 180° katına eşittir	•					

Tablo 12 incelendiğinde Elif’in tüm alt temalara yönelik ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Zeynep’in ise öz yansıtma aşaması sonucunda bazı alt temalara yönelik ilişkilendirmeleri etkinlik kağıdına yansıtması sonucunda bazı alt temalara yönelik ilişkilendirmeleri sonradan yapmıştır.

4.1.5. Farklı Temsillerle İlişkilendirme

Öğrenciler düzgün çokgen ve temel elemanlarına (köşegen, açı) yönelik eşdeğer veya alternatif temsilleri kullandıklarında farklı temsillerle ilişkilendirme ortaya çıktı. Grup 1’in takım çalışması aşamasında, Elif düzgün üçgen oluşturmak için çokgen aracını kullanmayı önermiştir [235]. Öğrenciler şeklin kenarlarının eşit olması gerektiğini söyleyerek [236-237] 2 dönme için kaç kenarlı çokgen oluşacağını belirlemeye çalışmışlardır [228-239]. Öğrenciler kenar sayısının 3 olacağını ve üçgen oluşacağını belirtmişlerdir. Benzer şekilde düzgün dörtgen, beşgen ve altıgen de oluşturmuşlardır. Grup 2 öğrencilerinden Ali üç dönme sonucunda kare yapacaklarını takım arkadaşlarına söylemiştir [244]. Verilen ölçüde açı aracını kullanarak GeoGebra üzerinde düzgün dörtgen oluşturmuşlardır [246]. Öğrencilerin bu süreçte GeoGebra üzerinde oluşturdukları şekillere yönelik sözlü açıklamalarda bulunmaları görsel-sözel temsiller arasında ilişkilendirme kurmalarını sağlamıştır. Diğer taraftan öğrenciler etkinlik kağıtlarında bu şekilleri çizip yazılı açıklamalarda bulunarak; görsel-çizim, çizim-sözel temsilleri arasında ilişkilendirme kurmuşlardır (Tablo 13 ve 14). Öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri “*Düzgün çokgenleri (üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgeni) farklı temsillerle ilişkilendirme*” alt temasını ortaya çıkarmıştır.

Grup 1 Takım Çalışması	
[234]Fatma: Biz ne yapıyoruz, şu anda? [235]Elif:Yolu çizmemiz lazım hem açıları hem de kenarları aynı, <u>çokgen</u> aracını kullanabiliriz. [236]Zeynep: Kenarların uzunluğu da aynı [237]Elif: <u>Tüm kenarları eşittir</u>, peki kaç tane nokta var? [238]Zeynep: Beş [239]Elif: Atma kafadan beş tane olması için 4 dönme yapması gerekir, buradan başlıyoruz buraya geldiğimizde bir defa dönüyoruz burada da bir defa dönüyoruz. [240]Zeynep: 2 [241]Elif: 2 defa döndüğünde <u>üçgen</u> oluşmuyor mu? [242]Zeynep: Evet [243]Elif: O zaman ne diyeceğim ... <u>3</u> (GeoGebra üzerinde düzgün çokgen aracı ile üçgen oluşturur).	 Grup 1’in Takım Çalışması Aşamasında Geogebra Üzerinde Oluşturduğu Üçgen

Tablo 14. Grup 2'nin Etkinlik 1'e Ait Takım Çalışmasındaki Düzgün Çokgenlere Yönelik Çizimleri ve Açıklamaları

Ali	Eda	Oya
Tüm kenarları birbirine eşittir, açıları birbirine eşit olmaktadır.	Bu şekle üçgen denir. Tüm kenarları ve açıları eşittir.	Bu dörtgende her bir açı 90° olur çünkü hepsi aynı açığa sahip ve kenarları da eşittir.

Grup 2 Takım Çalışması	
[244] Ali: Şimdi <u>kare</u> yapıyoruz, anladınız mı? Oya sen yaptın mı? [245] Oya: Ben yaptım, Eda yapmamış. [246] Ali: Şimdi verilen uzunlukta açı aracı ile 90° yapıyoruz. [247] Eda: Ali bunun bütün kenarları 90° mi olacak şimdi, çiziyim mi kare? [248] Ali: Bekle bitmeden hiçbir şey yapma, E ile F mi yapacam şimdi? [249] Oya: E ile F. [250] Ali: Ha! Zaten yapmış, tamam her biri 90°'dır.	Grup 2'nin Takım Çalışması Aşamasında Geogebra Üzerinde Oluşturduğu Dörtgen

Tablo 13. Grup 1'in Etkinlik 1'e Ait Takım Çalışmasındaki Düzgün Çokgenlere Yönelik Çizimleri ve Açıklamaları

Elif	Fatma	Zeynep
Düzgün üçgen, farklı doğrular üzerinde bulunan açıları ve kenar uzunlukları eşit olan üçgenlere denir.	Düzgün dörtgen, açıları ve kenarları eşittir, aynı mesafe gidip yine başladığı noktaya geri döner.	Kenarları ve açılara eşit olan şekle düzgün beşgen denir.

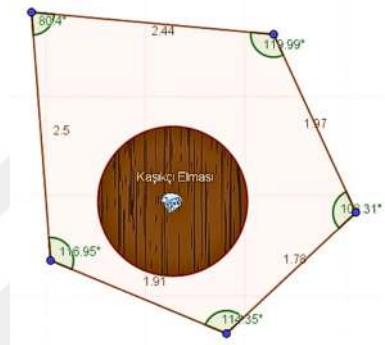
Öğrenciler robotun aynı mesafe gitmeyip aynı açı ile dönmediği durumları GeoGebra üzerinde göstererek açılarını ve kenar uzunluklarını belirlemişlerdir. Grup 2 öğrencilerinden Ali, robotun nasıl gitmesi gerektiğini tekrarlamıştır [251]. Eda şeklin çokgen aracını kullanarak yapılacağını söylemiştir [252-254]. Daha sonra öğrenciler GeoGebra üzerinde çokgen aracını seçerek rastgele beş nokta belirleyip beşgen oluşturmuş ve açılarını belirleyerek kenar uzunluklarını ölçmüşlerdir. Öğrencilerin görsel-çizim, çizim-sözel ve görsel-sözel temsilleri arasında ilişkilendirme kurmaları sonucunda “*Düzgün olmayan çokgeni farklı temsillerle ilişkilendirme*” alt teması belirlenmiştir.

[251] Ali: Sürekli aynı mesafe gitmeyerek aynı açı ile dönmeyerek.

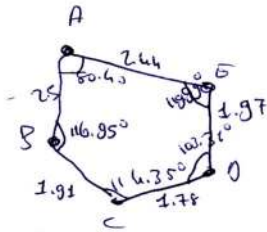
[252] Eda: Yani biz yapamaz, bırak ben yapayım, ha bak şöyle çokgenle yapamaz (çokgen aracını seçerek beşgen oluşturur).

[253] Ali: Ben yapmışım böyledir.

[254] Eda: Bunun açısını yapalım ona göre yapamaz, kenarlarını da göstereyim (Geogebra üzerinde çokgenin açılarını ve kenar uzunluklarını gösterir).



Grup 2'nin GeoGebra Üzerinde Oluşturduğu Beşgen

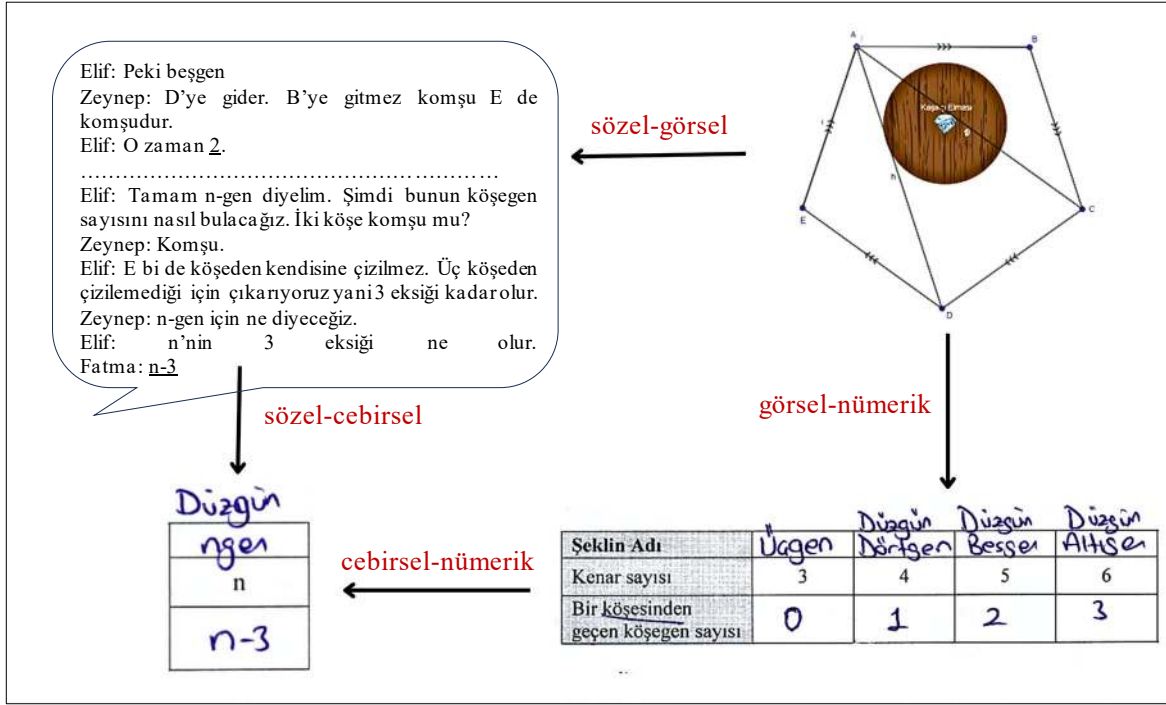


Hepsinin kenarları birbirine eşit olmazdı
Ayrıca birbirine eşit olmazdı. Düzgün bir çokgen
ortaya çıkamazdı.

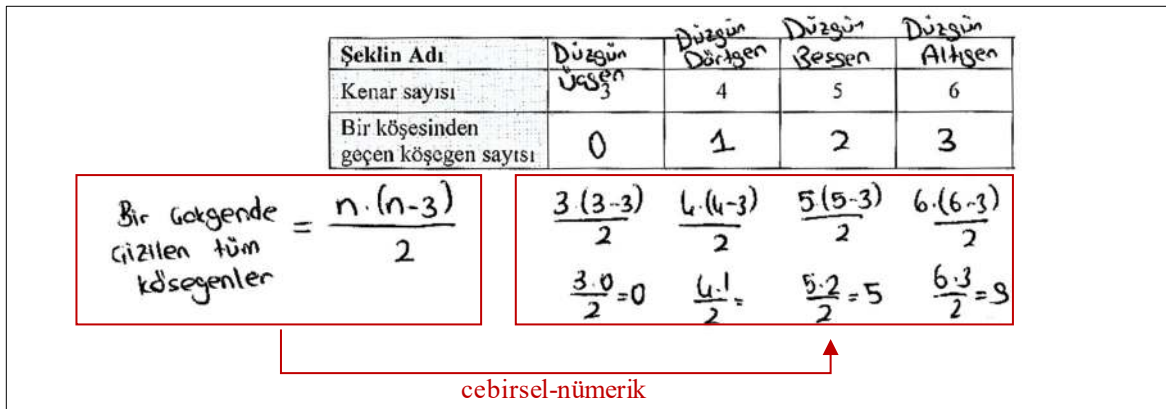
Şekil 35. Ali'nin Düzgün Olmayan Çokgene Yönelik Çizimi Ve Açıklaması

Öğrenciler GeoGebra üzerinde robotun izlediği yolları oluşturduktan sonra oluşan çokgenlerin bir köşesinden geçen köşegenleri doğru parçası aracılığıyla belirlemişlerdir. Grup 1 öğrencilerinin “*Bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegen sayısını farklı temsillerle ilişkilendirme*” alt temasına yönelik yaptığı ilişkilendirme Şekil 36’da şematize edilmiştir. Öğrenciler GeoGebra üzerinde köşegenleri oluşturarak sözel açıklamalarda bulunmuş ve görseli inceleyerek oluşan köşegen sayısını tabloya doldurmuşlardır. Daha sonra sözel veya nümerik temsillerden yola çıkarak bir çokgenin bir köşesinden geçen köşegen sayısını cebirsel olarak temsil etmişlerdir. Öğrencilerin GeoGebra dosyaları, sözlü-yazılı açıklamaları sonucunda bireysel olarak hangi temsillerle ilişkilendirme kurduğu Tablo 15’te

açıklanmıştır. Elif, öz yansıtma aşamasında bir çokgenin tüm köşegenlerinin nasıl bulunacağını cebirsel olarak ifade edip düzgün üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgenin tüm köşegenlerinin sayısını hesaplamıştır (Şekil 37). Öğrencinin cebirsel-nümerik ve nümerik-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme kurması sonucunda “Çokgenin tüm köşegenlerinin sayısını farklı temsillerle ilişkilendirme” alt teması belirlenmiştir.



Şekil 36. Etkinlik 1'e Ait Grup 1 Öğrencilerinin Bir Çokgenin Bir Köşesinden Çizilen Köşegenlere Yönelik Farklı Temsillerle İlişkilendirme Yapısı

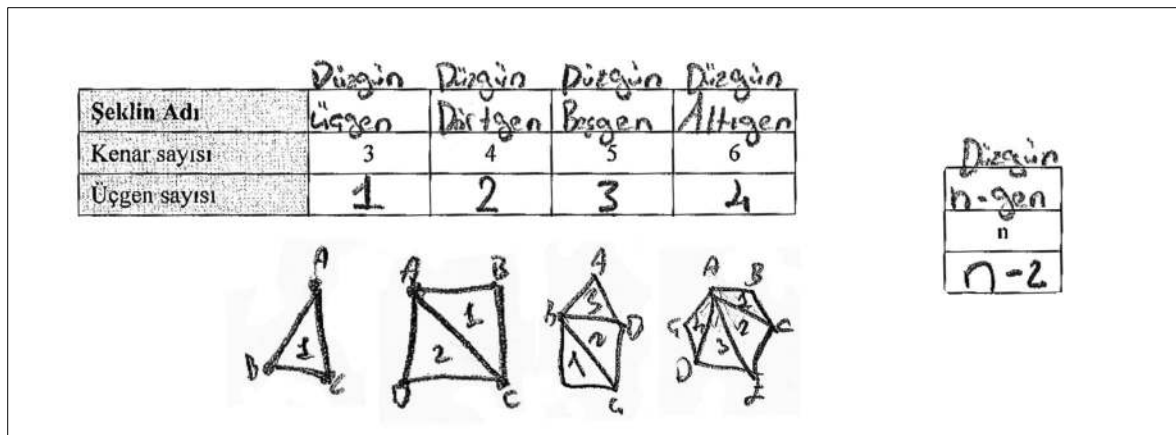


Şekil 37. Etkinlik 1'e Ait Elif'in Çokgenin Köşegenlerine Yönelik Öz-Yansıtma Aşamasından Etkinlik Kağıdından Örnek

Öğrenciler çokgenlerin bir köşesinden geçen köşegenleri belirledikten sonra bu köşegenler sonucunda oluşan üçgen sayısını da belirlemiştir [256-258]. Her bir çokgenin

bir köşesinden geçen köşegenleri sayarak tabloyu doldurmuşlardır (Şekil 38). Daha sonra n kenarlı çokgende oluşan üçgen sayısının köşegen sayısının bir fazlası olduğunu söylemişlerdir [263]. Öğretmen kenar ile üçgen sayısı arasındaki ilişkiyi sorduğunu hatırlatınca [264] öğrenciler kenar sayısının iki eksiği kadar olduğunu belirtmiştir [265]. Daha sonra tabloyu doldurarak n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler sonucunda $n-2$ sayıda üçgen oluştuğunu etkinlik kağıdına yansıttıkları görülmüştür (Şekil 38). Diğer taraftan Zeynep'in sınıf tartışması esnasında etkinlik kağıdına çokgenleri çizerek içindeki üçgen sayısını gösterdiği durum Şekil 38'de verilmiştir. Öğrencilerin görsel, çizim, şekil, nümerik ve cebirsel temsilleri kullanması sonucunda “Herhangi bir çokgenin bir köşesinden çizilen köşegenler sonucunda oluşan üçgen sayısını farklı temsillerle ilişkilendirme” alt teması belirlenmiştir.

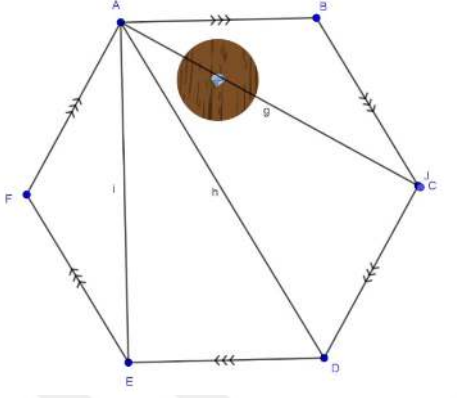
[255] Elif: Dörtgende bi saniye <u>iki</u> üçgen olur. Beşgende ise <u>üç</u> değilse ben bir şey bilmiyorum. [256] Fatma: Öbüründe üç üç. [257] Zeynep: Altıgende <u>dört</u> tane. [258] Elif: Durun durun (GeoGebra üzerinde bir köşeden geçen köşegenleri çizer). Tamam bir, iki, üç. [259] Zeynep: Böyle sırasıyla bir iki üç dört diye gidiyor.	[260] Elif: n'de kaç olur. Her seferinde birer birer artıyorsa bi dakika... [261] Fatma: n eksi kaç olur? [262] Elif: Köşegen sayısına eşit, bi dakika (Sesini yükseltir)! Köşegen sayısının bir fazlasıdır, aynen. Bir çizgi çeksem iki üçgen oluşur, bir fazlası oluyor. [263] Öğretmen: Ama soruya dikkat edin kenar ile arasında olan ilişkiyi soruyor. [264] Elif: Kenarında iki eksiği o zaman $n-2$ olur. Yazdınız mı?
--	---



Şekil 38. Zeynep'in Etkinlik 1'e Ait üçgen sayısını farklı temsillerle ilişkilendirmesine örnek

Öğrenciler sınıf tartışması aşamasında robotun izlediği yolları GeoGebra üzerinde oluşturduktan sonra (görsel temsil) bu şekillerin üçgen sayısından yola çıkarak iç açılarının ölçüleri toplamını hesaplamaya çalışmışlardır (sözel temsil) [289]. Daha sonra hesapladıkları

değerleri (nümerik temsil) etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır (Şekil 39). Elif'in çokgenlerin iç açılar toplamına yönelik etkinlik kağıdına yansıttığı; çizim, nümerik ve cebirsel temsiller arasında yaptığı ilişkilendirme aşağıda verilmiştir [265-270].



[265] Elif: Şimdi üçgenin iç açılar toplamı 180° değil mi?

[266] Zeynep: Evet

[267] Elif: Şimdi bir geometrik şeklin (çokgen) içinde kaç tane üçgen olursa bunu 180 ile çarpıyoruz.

[268] Şimdi Burada 4 tane üçgen yok mu?

[269] Fatma: Evet

[270] Elif: İç açılar toplamı 180° değil mi? O zaman 180° çarpı 4 diyeceğiz direkt 720° . Kaç olursa da üçgen sayısı ile 180° 'i çarpıyoruz.

Grup 1'in Geogebra Üzerinde Oluşturduğu Altıgen

nümerik temsil
cebirsel temsil

nümerik temsil

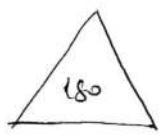
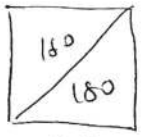
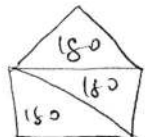
Kenar

İç açılar toplamı

Üçgen sayısı

Kenar	3	4	5	6	7	n
İç açılar toplamı	180	360	540	720	900	$180(n-2)$
Üçgen sayısı	1	2	3	4	5	$n-2$

çizim temsili


Şekil 39. Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Çokgenlerin İç Açılar Toplamına Yönelik Temsillerle İlişkilendirmesi

Sınıf tartışması aşamasında öğretmen öğrencilere üçgenin iç açılar toplamını sormuştur [287]. Eda 180° olduğunu söylemiştir [288] ve dörtgenin iç açılar toplamının ise içinde iki tane üçgen olduğundan dolayı 360° olduğunu belirtmiştir [293]. Öğretmen diğer çokgenlerin iç açılar toplamını da ilişkiyi gösterecek şekilde yazmalarını istemiştir [294]. Şekil 40'ta öğrencilerin sınıf tartışması aşamasında oluşturdukları çokgen çizimleri ve bu çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamına yönelik kurduğu farklı temsillere örnek verilmiştir. Öğrencilerin üçgenin iç açılar toplamına yönelik görsel, sözel, çizim, nümerik ve

cebirsel temsilleri kullanması sonucunda “*Düzgün çokgenlerin iç açılar toplamını farklı temsillerle ilişkilendirme*” alt teması belirlenmiştir.

[271] Öğretmen: Eda üçgenin iç açılar toplamı kaçtır?

[272] Eda: 180° (tahtaya yazar)

[273] Öğretmen: Dörtgenin ki kaçtır?

[274] Elif: 360°

[275] Eda: 360°

[276] Elif: Neden 360° ? Eda.

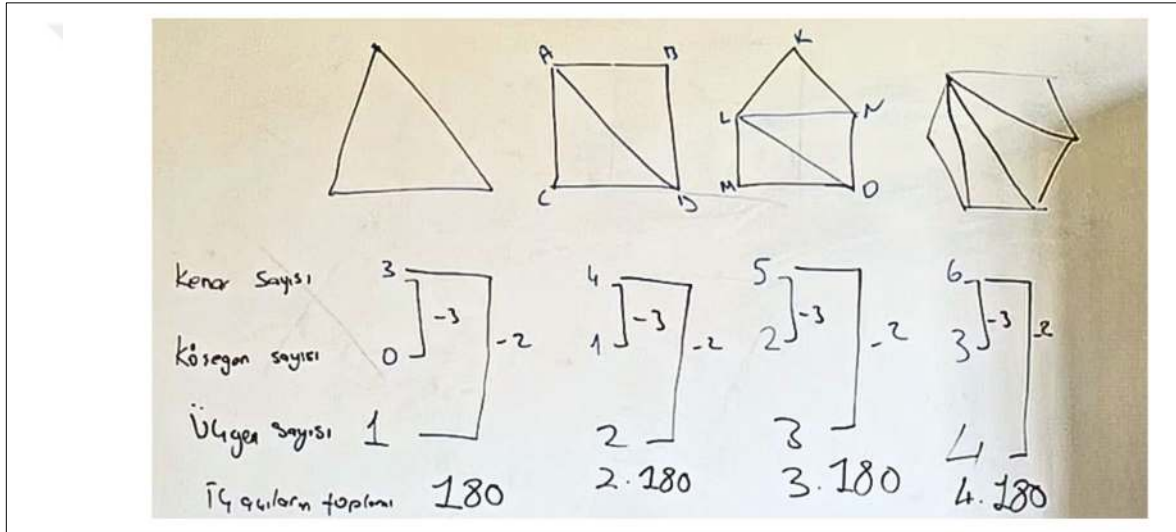
[277] Eda: Çünkü iki tane üçgen var 180° 'den 360° yapıyor

[278] Öğretmen: Güzel o zaman ilişkiyi gösterecek şekilde yaz.

[279] Ali: $2 \times 180^\circ$

[280] Öğretmen: diğeri

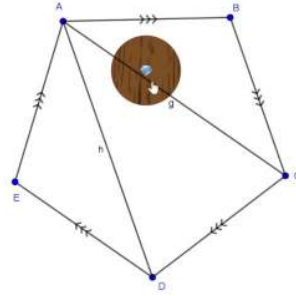
[281] Eda: $3 \times 180^\circ$



Şekil 40. Öğrencilerin Sınıf Tartışması Aşamasından Üçgenin İç Açılar Toplamına Yönelik Temsiller Arası Geçiş Örneği

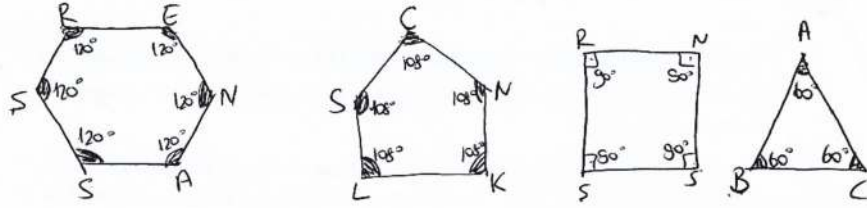
Öğrenciler çokgenlerin her bir iç açısına yönelik de farklı temsilleri ilişkilendirmiştir. Ancak “*Düzgün çokgenlerin bir iç açısını farklı temsillerle ilişkilendirme*” alt temasına yönelik ilişkilendirme çok az öğrenci tarafından kurulmuştur. Elif takım çalışması aşamasında düzgün çokgenlerin bir iç açısını sözel olarak ifade ettikten sonra [306,308] etkinlik kağıdına çokgenleri çizerek iç açılarını oluşturmuştur. Diğer taraftan bir iç açının ölçüsünü sözel ve cebirsel olarak ifade etmiştir. Şekil 41’de Elif’in sınıf tartışması aşamasında oluşturduğu çokgen çizimleri ve bu çokgenlerin her bir iç açısına yönelik kurduğu farklı temsillere (sözel, cebirsel, çizim) örnek verilmiştir. Ali ise beşgen ve altıgeni çizerek bir iç açısının ölçüsünü nümerik temsil olarak ifade ettikten sonra hesaplama yaparak tekrar nümerik temsil olarak ifade etmiştir. Şekil 41’de Ali’nin etkinlik kağıdına öz yansıtma aşamasında yansıttığı çizim ve nümerik temsilleri kullanma durumu verilmiştir.

- [282] Elif: Şimdi bunun içinde kaç tane üçgen var (Düzgün beşgeni gösterir). Bunu 180° ile çarpıp iç açılar toplamını buluyoruz.
- [283] Zeynep: 3 çarpı 180° işte
- [284] Elif: 540° işte, şimdi bunun kaç tane açısı var? Açıları eşit değil mi?
- [285] Fatma: Beş
- [286] Elif: Tamam 540° 'i 5'e bölüyoruz hepsine dağıtıyoruz.
- [287] Zeynep: Tamam 108° yapıyor.



Grup 1'in Takım Çalışması Aşamasında Oluşturduğu Beşgen

çizim temsili



cebirsel temsil

$n = \text{kenar sayısı}$

$$\frac{180 \cdot (n-2)}{n} = \text{Bir iç açı}$$

$180 - \text{bir dış açı} = \text{İç açı}$

$$\frac{180n - 360}{\text{kenar sayısı}} = \text{Bir iç açı}$$

sözel temsil

Bir çokgende bir iç açının ölçüsü kenar sayısının 2 eşitsizinin 180° 'nin kenar sayısına bölümüne esittir.

Şekil 41. Elif'in Etkinlik 1'e Ait Düzgün Çokgelerin Bir İç Açısına Yönelik Kullandığı Temsillere Örnekler

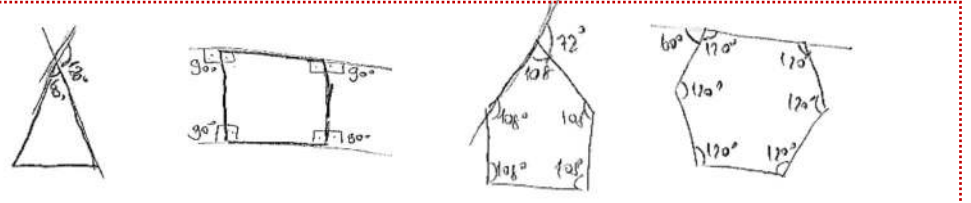
çizim temsili	$\frac{180 \cdot (5-2)}{5} = 108$ nümerik temsiller	çizim temsili	$\frac{180 \cdot (6-2)}{6} = 120$ nümerik temsiller
----------------------	--	----------------------	--

Şekil 42. Ali'nin Etkinlik 1'e Ait Düzgün Çokgelerin Bir İç Açısına Yönelik Kullandığı Temsillere Örnekler

Öğrenciler takım çalışması aşamasında GeoGebra üzerinde düzgün çokgenlerin dış açılarını oluşturmuşlardır. Grup 2 öğrencileri, GeoGebra üzerinde düzgün altıgen ve beşgenin dış açılarını doğru parçası aracıyla oluşturmaya çalışmışlardır; doğru parçalarını oluşturduktan sonra açı aracı yardımıyla düzgün çokgenlerin bazı dış açılarını oluşturarak

ölçülerini belirlemişlerdir [288-300]. Şekil 43'te ise Grup 1 öğrencilerinden Fatma'nın düzgün çokgenlerin dış açılarının ölçüsüne yönelik öz yansıtma aşamasında etkinlik kağıdına yansıttığı; çizim, nümerik ve cebirsel temsil örnekleri verilmiştir.

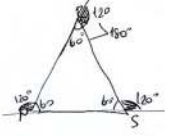
[288]Eda: Dış açılar toplamını istiyor bunu ben yapacağım, burası 60°, hepsi mi 60° olacak? Dur denemeden göremeyiz [289]Ali: Hepsi 60°'dir. [290]Öğretmen: Nereden biliyorsun? [291]Ali: Çünkü tüm kenarları eşittir, açıları da eşit olur. $6 \times 60^\circ = 360^\circ$ olur. [292]Öğretmen: Tamam beşgeni de yapın [293]Ali: Yıldız oluştu. [294]Öğretmen: Diğerleri kaç? [295]Ali: Diğerleri de 72°, $5 \times 72^\circ = 360^\circ$ olur. Ali: Hocam 360°, hepsi 360°'dir. [296]Eda: Kenar sayısı 4 tamam mı? Bir dış açısının ölçüsü 90°, sonra diyeceğiz kenar sayısı ile bir dış açısının ölçüsünün çarpımı 360° bu kadar basit işte, bütün dış açılar toplamını buluruz. [297]Ali: Evet bir ilişki vardır. [298]Eda: Tamam işte 4 kenarı var 90° ile çarparsak 360° olur. [299]Oya: $90^\circ \times 4$ [300]Eda: Dış açılar toplamıdır.	 Grup 2'nin GeoGebra üzerinde altıgenin dış açılarına yönelik inşası Grup 2'nin GeoGebra üzerinde beşgenin dış açılarına yönelik inşası
--	--

cebirsel temsil	$n = \text{kenar sayısı}$ $\frac{360}{n} = \text{bir dış açısının ölçüsü}$
çizim temsili	
nümerik temsiller	$120 \times 3 = 360^\circ$ $90 \times 4 = 360^\circ$ $72 \times 5 = 360^\circ$ $60 \times 6 = 360^\circ$

Şekil 43. Fatma'nın Öz Yansıtma Aşamasındaki Etkinlik Kağıdından Bir Dış Açıyı Farklı Temsillerle İlişkilendirme Örneği

Grup 1 öğrencilerinden Elif'in çokgenlerin bir dış açısına ve dış açılar toplamına yönelik etkinlik kağıdına yansıttığı çizim, cebirsel, sözel ve nümerik temsilleri kullanma durumu Şekil 44'te verilmiştir. Öğrencilerin düzgün çokgenlerin bir dış açısına yönelik nümerik, görsel, çizim, cebirsel ve sözel temsilleri kullanması sonucunda “Düzgün

çokgenlerin bir dış açısını farklı temsillerle ilişkilendirme” alt teması belirlenmiştir. Diğer taraftan düzgün çokgenlerin dış açılar toplamına yönelik nümerik, görsel, çizim, cebirsel ve sözel temsilleri kullanması sonucunda ise “Düzgün çokgenlerin dış açılar toplamını farklı temsillerle ilişkilendirme” alt teması belirlenmiştir.

cebirsel temsil Tüm çokgenlerde dış açılar toplamı 360° ’dir. $\frac{360^\circ}{\text{kenar sayısı}} = \text{Bir dış açı} = \frac{360^\circ}{n}$	nümerik temsil 4 Dış açı 120° 90° 72° 60° 40° $\frac{360^\circ}{n}$ Kenar sayısı 3 4 5 6 8 n
çizim temsili 	sözel temsil Bir dış açı ile kenar sayısının çarpımı her zaman 360° olduğunda düzgün olan tüm çokgenlerde dış açılar toplamı 360° ’dir. Bir iç açı ile dış açının toplamı her zaman 180° ’dir. Bu açılar komşu bitişik açılardır.

Şekil 44. Elif’in Öz Yansıtma Aşamasındaki Etkinlik 1’e Ait Farklı Temsillerle İlişkilendirme Örneği

Tablo 15’te öğrencilerin etkinlik kapsamında alt temalara yönelik hangi temsilleri kullanarak ilişkilendirme yaptıkları verilmiştir.

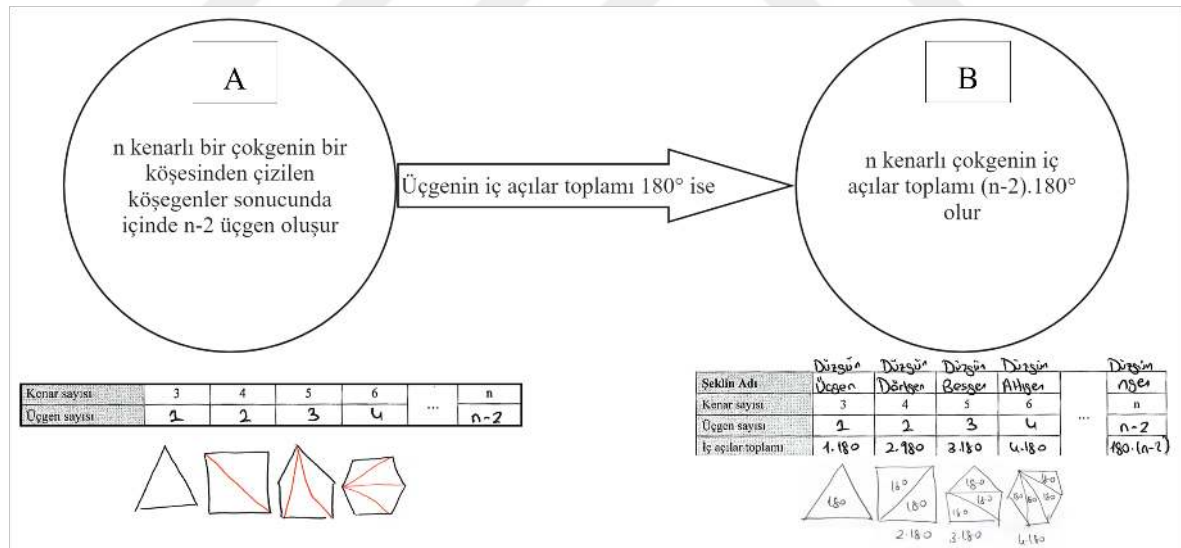
Tablo 15. Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Farklı Temsiller Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Düzgün çokgenleri (üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgen) farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-sözel görsel-çizim çizim-sözel	çizim-sözel	görsel-sözel çizim-sözel	görsel- sözel çizim-sözel	görsel- sözel	çizim-sözel
Düzgün olmayan çokgenleri farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-sözel				sözel-görsel	
Düzgün çokgenlerin bir köşesinden çizilen köşegen sayısını farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-nümerik görsel-sözel sözel-cebirsel	nümerik- cebirsel	çizim- nümerik sözel-nümerik	nümerik-sözel sözel-cebirsel	görsel-sözel görsel-nümerik	görsel-sözel görsel-nümerik
Çokgenlerin tüm köşegenlerinin sayısını farklı temsillerle ilişkilendirme	cebirsel-nümerik nümerik-nümerik		sözel-cebirsel			
Düzgün çokgenlerin bir köşesinden çizilen köşegenler sonucunda oluşan üçgen sayısını farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-nümerik nümerik-sözel sözel-cebirsel		çizim- nümerik		nümerik- nümerik	
Düzgün çokgenlerin iç açılar toplamını farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-görsel sözel-cebirsel nümerik-nümerik cebirsel-cebirsel çizim-cebirsel		nümerik- nümerik sözel-cebirsel	sözel-nümerik nümerik- nümerik sözel-cebirsel	nümerik- nümerik	nümerik- nümerik
Düzgün çokgenlerin bir iç açısını farklı temsillerle ilişkilendirme	sözel-cebirsel nümerik-nümerik cebirsel-nümerik	nümerik- nümerik	görsel-sözel	nümerik- nümerik		
Düzgün çokgenlerin dış açılar toplamını farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-nümerik	sözel-nümerik nümerik- nümerik	sözel-nümerik	görsel-sözel nümerik- nümerik nümerik-sözel	nümerik- nümerik	nümerik- nümerik
Düzgün çokgenlerin bir dış açısını farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-nümerik sözel-nümerik nümerik-nümerik sözel-cebirsel	görsel-sözel çizim-nümerik		nümerik-cebirsel		

Tablo 15 incelendiğinde öğrencilerin Etkinlik 1 kapsamında sözel, nümerik, cebirsel, görsel ve çizim temsillerini kullanarak ilişkilendirme kurmuşlardır. Tabloda öğrencilerin eşdeğer temsiller arasında yaptıkları ilişkilendirmeler kırmızı renk ile gösterilirken alternatif temsiller arasında yaptıkları ilişkilendirmeler ise siyah renk ile gösterilmektedir.

4.1.6. Çıkarımsal İlişkilendirme

Çıkarımsal ilişkilendirme türü bir öğrenci tarafından A'dan B'ye mantıksal bir geçiş yapıldığı durumlarda ortaya çıkmıştır. Elif takım çalışması aşamasında bir üçgenin iç açılar toplamının 180° olduğunu belirtmiştir [301]. Altıgenin bir köşesinden çizilen köşegenler sonucunda 4 tane üçgen oluştuğunu ve dolayısıyla altıgenin iç açılarının ölçüleri toplamının üçgen sayısı ile 180° 'nin çarpımı olduğunu anlatmaya çalışmıştır [305]. Öğrencinin etkinlik kağıdı incelendiğinde bu süreci herhangi bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını verecek şekilde genelleştirdiği görülmektedir (Şekil 45). Öğrencinin bu süreçte üçgen sayısından iç açılar toplamına mantıksal bir geçiş yapması “*n kenarlı çokgenin içinde oluşan üçgen sayısı $n - 2$ ve bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan bu çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n - 2) \cdot 180^\circ$ olur*” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.



Şekil 45. Etkinlik 1'e Ait Elif'in Çokgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamına Yönelik İlişkilendirme Süreci

[301] Elif: Şimdi üçgenin iç açılar toplamı 180 değil mi?

[302] Zeynep: Evet.

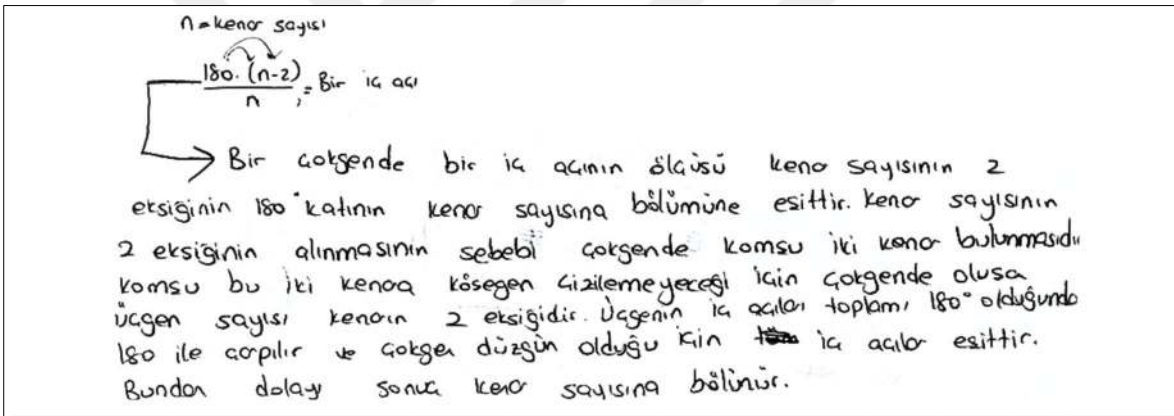
[303] Elif: Şimdi bir geometrik şeklin (çokgen) içinde kaç tane üçgen olursa bunu 180 ile çarpıyoruz çünkü... (Fatma güler, ardından Elif güler). Bi dakika anlatamıyorum. Şimdi burada 4 tane üçgen yok mu?

[304] Fatma: Evet.

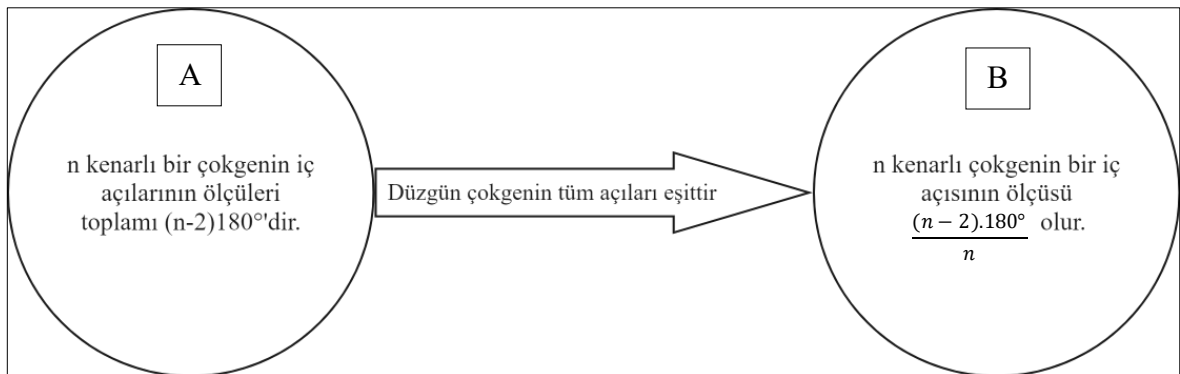
[305] Elif: İç açılar toplamı 180 değil mi? O zaman 180 çarpı 4 diyeceğiz direkt 720. Kaç olursa da üçgen sayısı ile 180'i çarpıyoruz. Anlamadınız mı?

Elif takım çalışması aşamasında düzgün beşgenin her bir iç açısının eşit olduğunu [306] dolayısıyla iç açılarının ölçüleri toplamını 5'e bölerek bunlara dağıtmamız gerektiğini belirtmiştir [307-311]. Elif düzgün çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamından yola çıkarak her bir iç açısının ölçüsüne yönelik mantıksal bir geçiş yapmıştır (Şekil 46). Öğrencinin mantıksal akıl yürütmesi (Şekil 47) “*n* kenarlı düzgün çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ve bütün iç açıları eşit olduğunda dolayı her bir iç açısının ölçüsü $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ olur” alt temasının ortaya çıkmasını sağlamıştır.

[306]Elif: Şimdi bunun içinde kaç tane üçgen var. (GeoGebra üzerinde düzgün beşgeni gösterir). Bunu 180° ile çarpıp iç açılar toplamını buluyoruz. [307]Zeynep: 3 çarpı 180° işte	[308]Elif: 540° işte, şimdi bunun kaç tane açısı var? Açıları eşit değil mi? [309]Fatma: Beş. [310]Elif: Tamam 540°'ı 5'e bölüyoruz hepsine dağıtıyoruz [311]Zeynep: Tamam 108° yapıyor
---	---



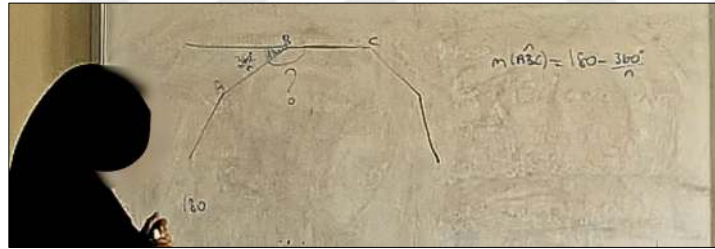
Şekil 46. Etkinlik 1'e Ait Elif'in Çokgenin Bir İç Açısının Ölçüsüne Yönelik Açıklaması



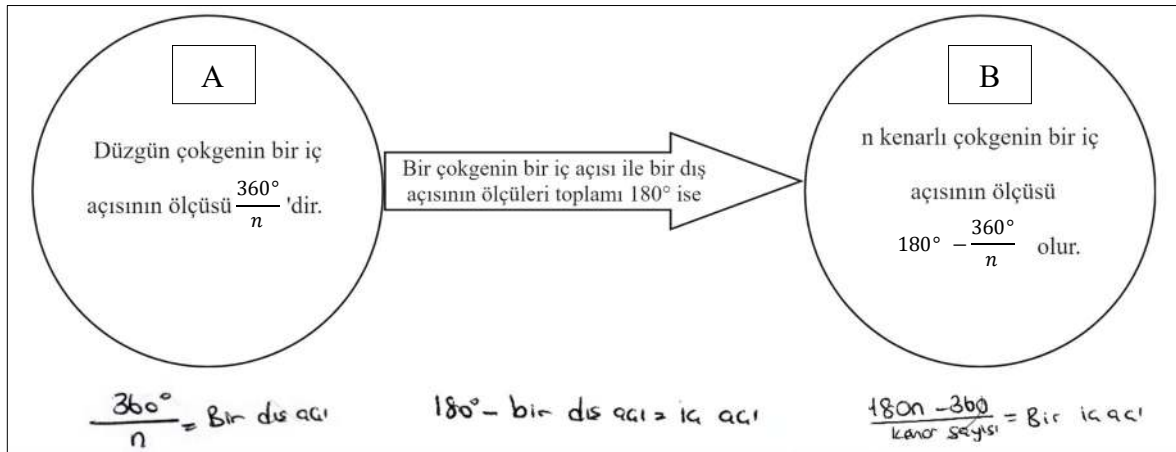
Şekil 47. Etkinlik 1'e Ait Elif'in Çokgenin Bir İç Açısının Ölçüsüne Yönelik İlişkilendirme Süreci

Elif sınıf tartışması aşamasında düzgün çokgenin bir kenarını doğrusal olarak uzatarak bir dış açısını göstermiştir [312-317] (Şekil 48). Öğretmen her bir dış açının kaç derece olması gerektiğini sorarak belirlemesini istemiştir [318]. Elif bir dış açısının ölçüsünü belirledikten sonra 180° 'den çıkararak iç açıyı belirlemiştir [323]. Öğrencinin bir dış açının ölçüsünden yola çıkarak bir iç açısının ölçüsünü mantıksal bir ilişki kurarak belirlemesi (Şekil 49) “Bir düzgün çokgende bir iç açının ölçüsü $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ olur” alt temasının ortaya çıkmasını sağlamıştır.

[312] Öğretmen: Evet şimdi, düzgün çokgenin bir açısı ile bir kenarı arasında bir ilişki var mıdır? Buna geçelim [313] Elif: Hocam vardır ders kitabında görmüştüm öyle hatırlıyorum [314] Öğretmen: Elif bize düzgün bir n-gen çiz bakalım [315] Elif: Nasıl çizeceğim? [316] Öğretmen: Şöyle çizebilirsin. Bak biz neyi bulmaya çalışıyoruz, $m(\angle ABC)$ yazabilirsin iç açının ölçüsünü göstermek için, nasıl bulacağız?	[317] Elif: Hocam dış açıyı uzatmayacak mıyız? [318] Öğretmen: Güzel uzat bakalım, her bir dış açıya kaç düşer? [319] Ali: 360°. [320] Öğretmen: Hayır, her bir dış açıyı soruyorum. [321] Elif: $\frac{360^\circ}{n}$. Peki bu (bir iç açısını gösterir) ne oluyor? [322] Öğretmen: Ne oluyor? [323] Elif: 180°'den dış açısını çıkarıyorum. Bir iç açısı $180 - \frac{360^\circ}{n}$ olur
---	--

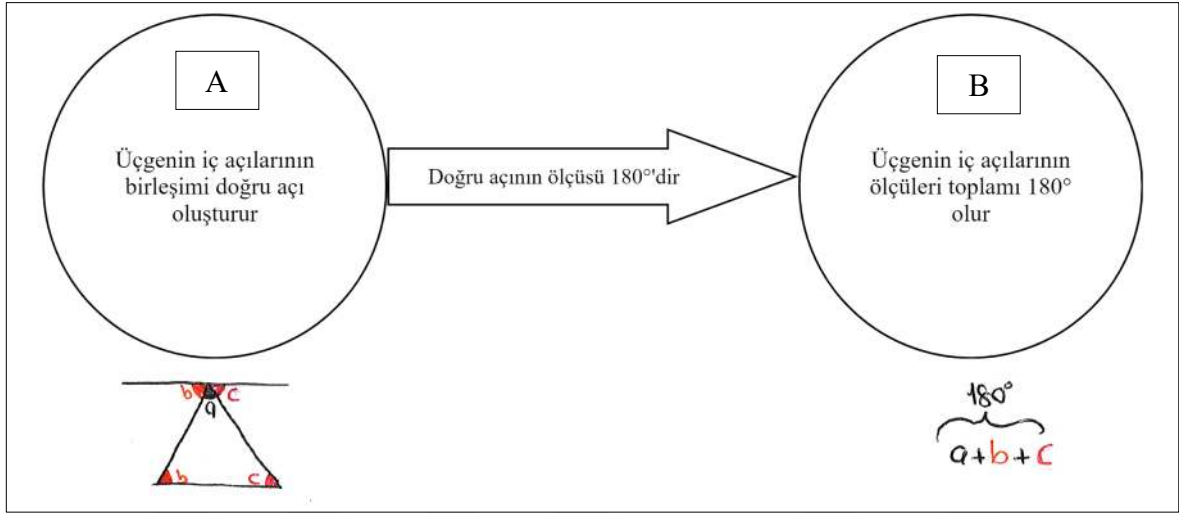


Şekil 48. Etkinlik 1'e Ait Sınıf Tartışması Aşamasında Elif'in Çokgenin Bir İç Açısını Belirlemesi



Şekil 49. Etkinlik 1'e Ait Elif'in Çokgenin Bir İç Açısının Ölçüsüne Yönelik İlişkilendirme Süreci

Elif öz-yansıtma aşamasında üçgenin iç açılarını, açılar aynı doğru üzerinde yer alacak şekilde göstermiştir. Daha sonra bu üç açının ölçüleri toplamını 180° olarak belirtmiştir. Öğrenci bu süreçte açıklama yapmamış sadece çizim yaparak göstermiştir. Öğrencinin renklendirme ve isimlendirme yaparak üçgenin iç açılarını taşıması mantıksal bir ilişki kurduğunu göstermektedir (Şekil 33). Öğrencinin yazılı üretimleri “Üçgenin iç açılarının birleşimi ile doğru açı oluştuğundan dolayı iç açıların ölçüleri toplamı 180° ’dir” alt temasının belirlenmesini sağlamıştır.



Şekil 50. Etkinlik 1'e Ait Elif'in Üçgenin İç Açılarının Ölçüleri Toplamına Yönelik İlişkilendirme Süreci

Etkinlik 1 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan çıkarımsal türüne ait ilişkilendirmeleri içeren alt temalara Tablo 16'da yer verilmiştir.

Tablo 16. Etkinlik 1 Kapsamında Elif'in Çıkarımsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
n kenarlı çokgenin içinde oluşan üçgen sayısı $n - 2$ ve bir üçgenin iç açıların ölçüleri toplamı 180° olduğundan bu çokgenin iç açıların ölçüleri toplamı $(n - 2) \cdot 180^\circ$ olur	•					
n kenarlı düzgün çokgenin iç açıların ölçüleri toplamı $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ve bütün iç açılan eşit olduğunda dolayı her bir iç açısının ölçüsü $\frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$ olur	•					
Bir düzgün çokgende bir iç açının ölçüsü $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ olur	•					
Üçgenin iç açıların birleşimi ile doğru açı oluştuğundan dolayı iç açılarn ölçüleri toplamı 180° 'dir	•					

Tablo 16’da incelendiğine sadece Elif’in çıkarımsal türünde ilişkilendirme kurduğu görülmektedir. Elif’in çıkarımsal türüne ait yaptığı ilişkilendirmelerin çoğun takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında ortaya çıkmıştır.

4.1.7. Öğretime Yönelik İlişkilendirme

Öğretime yönelik ilişkilendirme öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde; A ve B kavramlarına dayalı olarak C kavramının anlaşıldığı durumlarda (önceki bilgilerin üzerine inşa etme) ve öğretilen bilginin tekrardan hatırlatıldığı durumlarda ortaya çıktı. Elif düzgün çokgenlerin iç açılar toplamını bulurken üçgenin iç açılar toplamının 180° olma durumunu arkadaşlarına hatırlatmıştır [324]. Diğer taraftan düzgün çokgenlerin bir köşesinden çizilen köşegenler sonucunda oluşan üçgen sayısını da hatırlatmıştır [326]. Elif’in takım arkadaşlarına düzgün çokgenlerin iç açılar toplamını öğretilen bilgileri tekrardan hatırlatarak açıklaması sonucunda “*Düzgün çokgenin iç açılar toplamını öğretilen bilgileri hatırlatarak açıklama*” alt teması belirlenmiştir.

[324] Elif: Şimdi üçgenin iç açılar toplamı 180° değil mi?

[325] Zeynep: Evet.

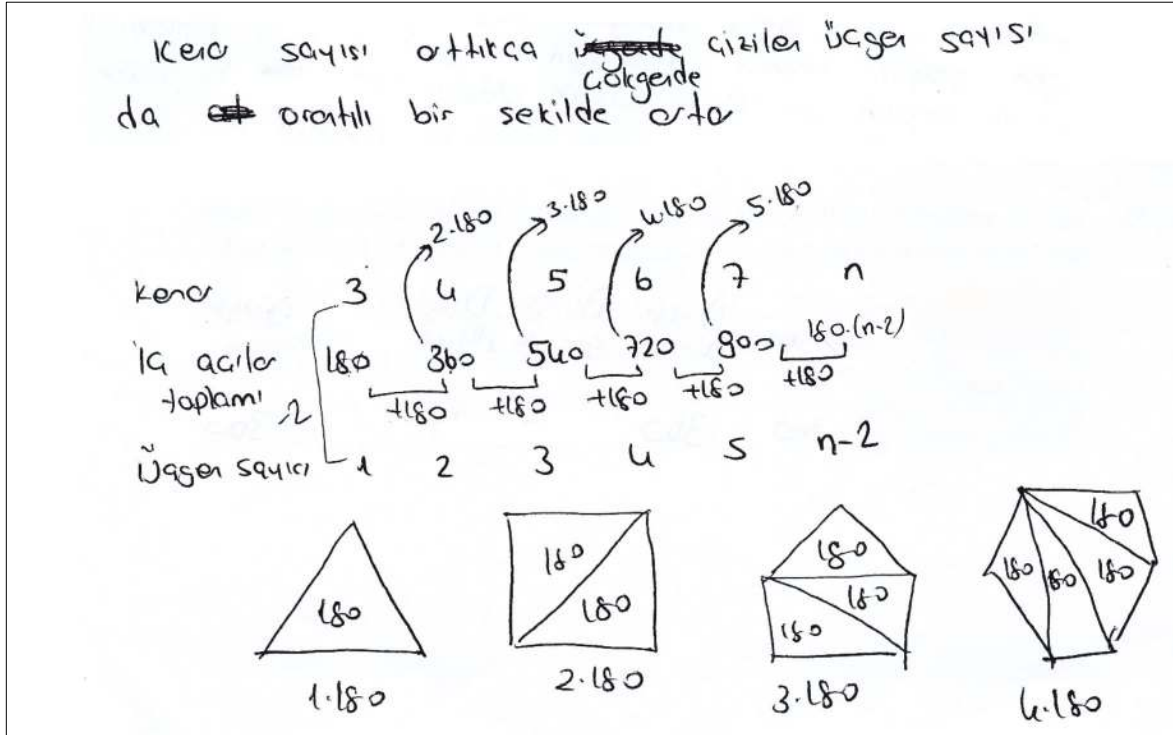
[326] Elif: Şimdi bir geometrik şeklin (çokgen) içinde kaç tane üçgen olursa bunu 180° ile çarpıyoruz. Şimdi burada 4 tane üçgen yok mu?

[327] Fatma: Evet.

[328] Elif: İç açılar toplamı 180° değil mi? O zaman 180 çarpı 4 diyeceğiz direkt 720° . Kaç olursa da üçgen sayısı ile 180° ile çarpıyoruz. Anlamadınız mı ?

[329] Zeynep: Tamam.

Elif düzgün çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını belirlerken çokgenlerin kenar sayısı arttıkça üçgen sayısının da orantılı olarak artacağını açıklamıştır. Elif çokgenlerin içindeki üçgen sayısının orantılı olarak arttığını şekil çizerek ve diyagram oluşturarak göstermiş ve iç açılarının ölçüleri toplamını yapılandırmıştır (Şekil 51). Elif’in doğru orantı (A) ve üçgenin iç açılarını (B) ilişkilendirerek çokgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamını (C) yapılandırması sonucunda “*Bir çokgende yer alan üçgen sayısı kenar ile orantılı olarak artar*” alt teması belirlenmiştir.



Şekil 51. Elif'in sınıf tartışması aşamasından çokgenlerin iç açılar toplamına yönelik açıklaması

Etkinlik 1 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan öğretime yönelik ilişkilendirmeleri içeren alt temalara Tablo 17'de yer verilmiştir.

Tablo 17. Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Öğretime Yönelik Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

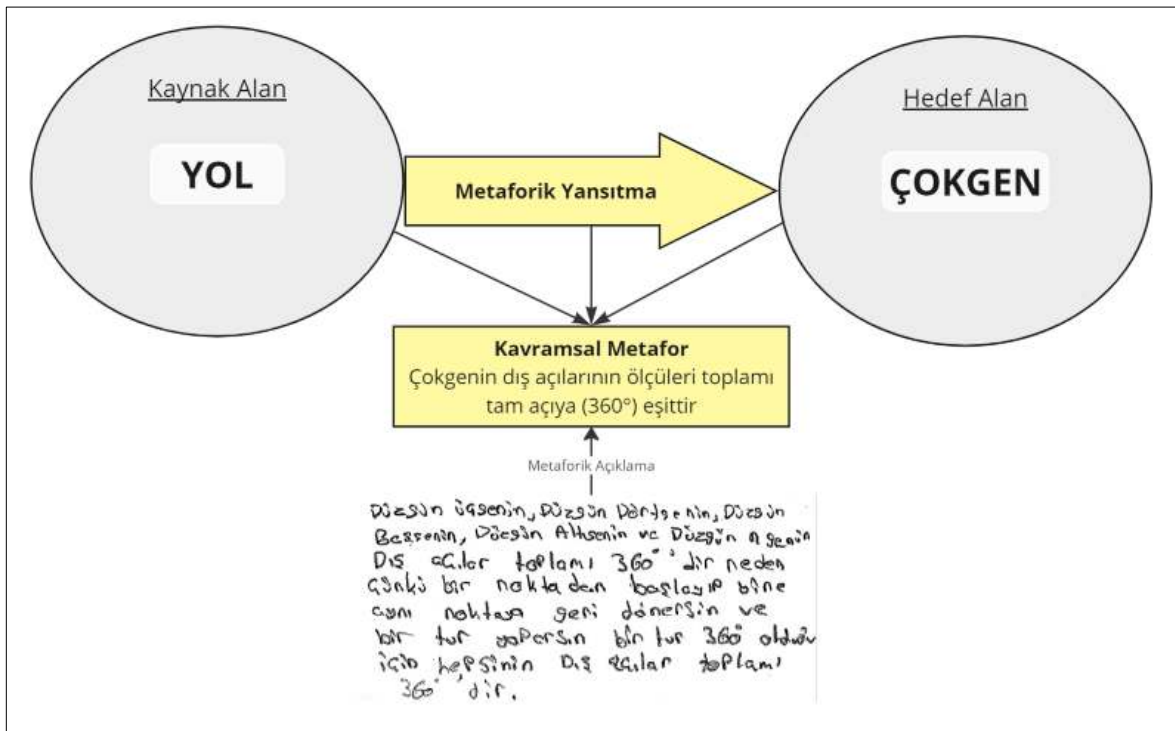
Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Düzgün çokgenin iç açılar toplamını öğretilen bilgileri hatırlatarak açıklama	•					
Bir çokgende yer alan üçgen sayısı kenar ile orantılı olarak artar	•					

Tablo 17 incelendiğinde sadece Elif'in öğretime yönelik ilişkilendirme yaptığı görülmektedir.

4.1.8. Metaforik ilişkilendirme

Metaforik ilişkilendirme öğrenciler başlangıç veya kaynak alanın (aşına olduğumuz alan) özelliklerini bir son veya hedef alana (yeni ve soyut olan) yansıttığı durumlarda belirlenmiştir. Şekil 52'de Fatma'nın metaforik ilişkilendirme kurduğu durum karakterize edilmiştir. Fatma bir rota boyunca hareket etmeye olanak tanıyan ulaşım şeridi olarak "yol" ile soyut bir matematiksel kavram olarak "çokgen" arasında metaforik bir yansıtma

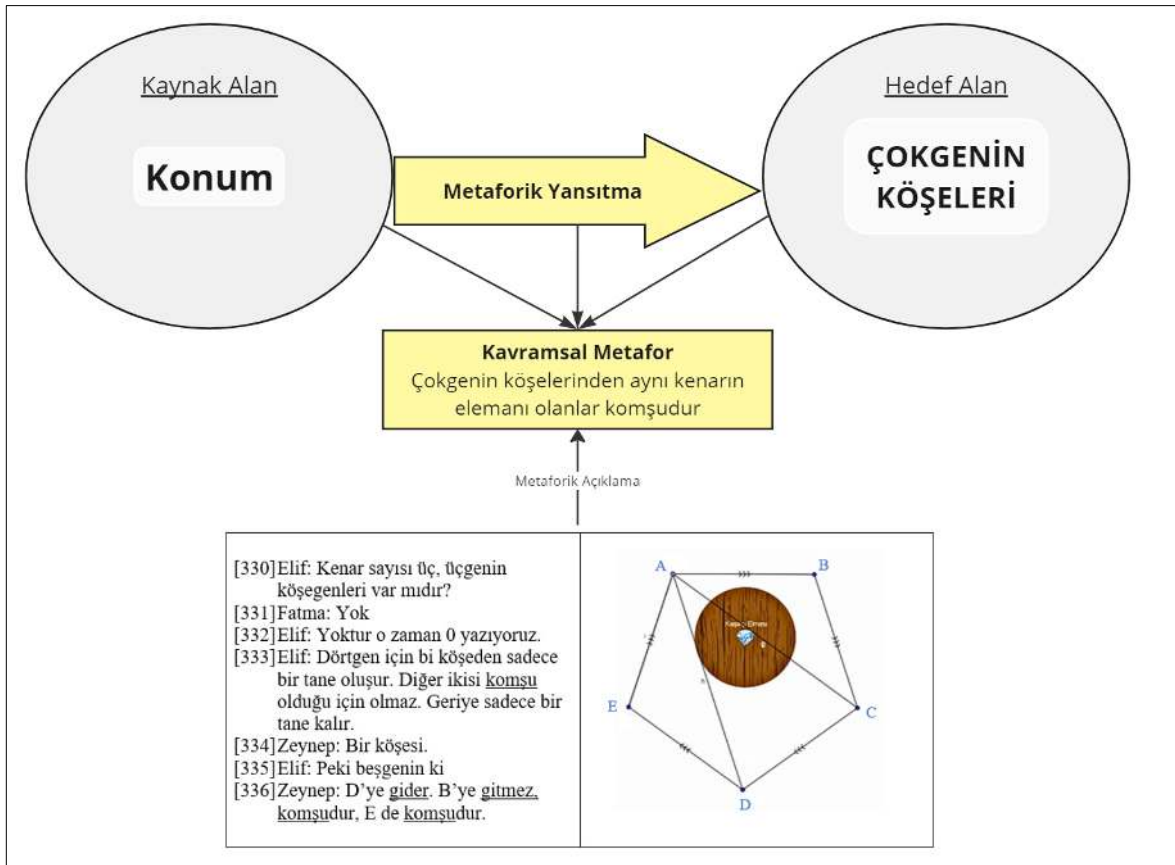
yapmıştır. Öğrenci çokgeni döngüsel bir yol gibi düşünerek bir noktadan harekete başlayıp aynı noktaya ulaşıldığında tam bir tur atıldığını dolayısıyla tüm çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğunu belirtmiştir. Fatma'nın sınıf tartışması esnasında etkinlik kağıdına yansıttığı “Bir noktadan başlayıp yine aynı noktaya geri dönersin ve bir tur yaparsın...” açıklaması “Çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamı tam açıya eşittir” kavramsal metaforunu örtük olarak belirttiğinden dolayı “Bir çokgende bir köşeden başlayıp aynı köşeye vardığımızda tam tur atarız yani 360° derece dönmüş oluruz” alt teması tanımlanmıştır. Kavramsal metafor birey tarafından doğrudan kurulmayabilir ancak jest, mimik, sözlü ve yazılı ifadelerinin ima etmesi durumunda örtük olarak çıkarılır.



Şekil 52. Fatma'nın çokgene yönelik metaforik ilişkilendirmesinin karakterize edilmesi

Şekil 53'te öğrencilerin “Bir çokgende aynı kenar üzerinde yer alan köşeler birbirine komşudur” alt temasına yönelik kurduğu metaforik ilişkilendirme karakterize edilmiştir. Öğrenciler GeoGebra üzerinde çokgenlerin köşegenlerini parmakları ile göstererek diğer köşelere doğru hareket ettirmişlerdir [336]. Öğrenciler bir nesnenin bulunduğu yer olarak “konum” ile matematiksel bir kavram olarak “çokgenin köşeleri” arasında metaforik bir yansıtma yapmıştır. Öğrencilerin köşeleri “komşu” olarak ifade etmesi ve “D’ye gider, B’ye gitmez” şeklindeki açıklamaları köşeleri “konum” olarak gördüklerini göstermektedir. Öğrencilerin kaynak alanın (konum) özelliklerini hedef alana (çokgenin köşeleri) yansıtması

sonucunda “Çokgenin köşelerinden aynı kenarın elemanı olanlar komşudur” kavramsal metaforu belirlenmiştir.



Şekil 53. Öğrencilerin çokgene yönelik metaforik ilişkilendirmesinin karakterize edilmesi

Diğer taraftan öğrenciler çokgenlerin iç ve dış açılarını da “komşu” olarak isimlendirmiştir [338]. Ancak öğrenciler iç ve dış açıları sadece “komşu” olarak belirtmiş, buna yönelik daha fazla sözlü ve yazılı açıklamalarda bulunmadıklarından ilişkilendirme olarak ele alınmamıştır.

[337] Öğretmen: Peki bir çokgenin bir iç açısı ile bir dış açısı arasında bir ilişki var mıdır?
[338] Zeynep: Komşu bütünlerdir.

Öğrencilerin metaforik ilişkilendirmeyi ACODESA metodunun hangi aşamalarında yaptıkları Tablo 18’de gösterilmiştir.

Tablo 18. Etkinlik 1 Kapsamında Öğrencilerin Metaforik Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Bir çokgende aynı kenar üzerinde yer alan köşeler birbirine komşudur	•		•	•		
Bir çokgende bir köşeden başlayıp aynı köşeye vardığımızda tam tur atarız yani 360° derece dönmüş oluruz		•				

Tablo 18 incelendiğinde Metaforik türüne ait ilişkilendirmelerin daha çok Grup 1 öğrencileri tarafından yapıldığı, Grup 2 öğrencilerinden ise sadece Ali tarafından bu ilişkilendirmenin yapıldığı görülmektedir.

4.2. ETKİNLİK 2: ÖZEL DÖRTGENLER

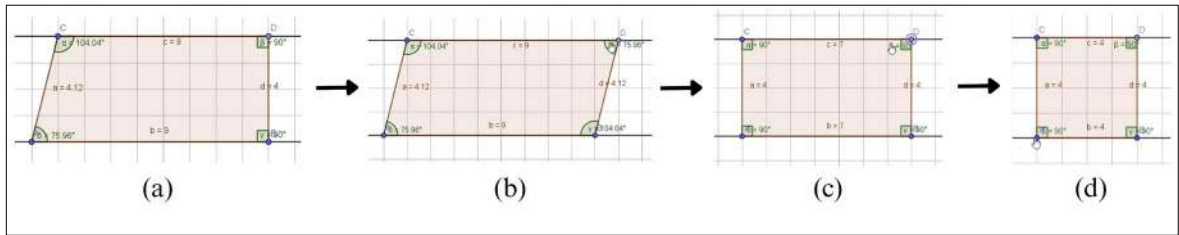
Etkinlik 2'nin problem durumunda “Ali ve sınıf arkadaşlarının, okulları tarafından düzenlenecek uçurtma yarışmasına katılmak için karşılıklı kenarlarından en az biri paralel olan dört kenarlı tüm uçurtma şekilleri arasından oylama yaparak uçurtma şeklini belirleyecekleri” bilgisi verilmiştir. Etkinliğin bireysel aşamasında öğrencilerden GeoGebra üzerinde bu özelliklere sahip olan tüm özel dörtgenleri oluşturmaları ve özelliklerini keşfetmeleri beklenmektedir. Takım çalışması aşamasında ise öğrencilerin verilen GeoGebra materyali üzerinde takımlar halinde çalışarak özel dörtgenleri, özelliklerini ve aralarındaki hiyerarşik ilişkileri keşfetmeleri beklenmektedir.

Etkinlik 2 kapsamında öğrencilerin yaptıkları matematik içi ilişkilendirme türlerine başlıklar halinde aşağıda yer verilmiştir.

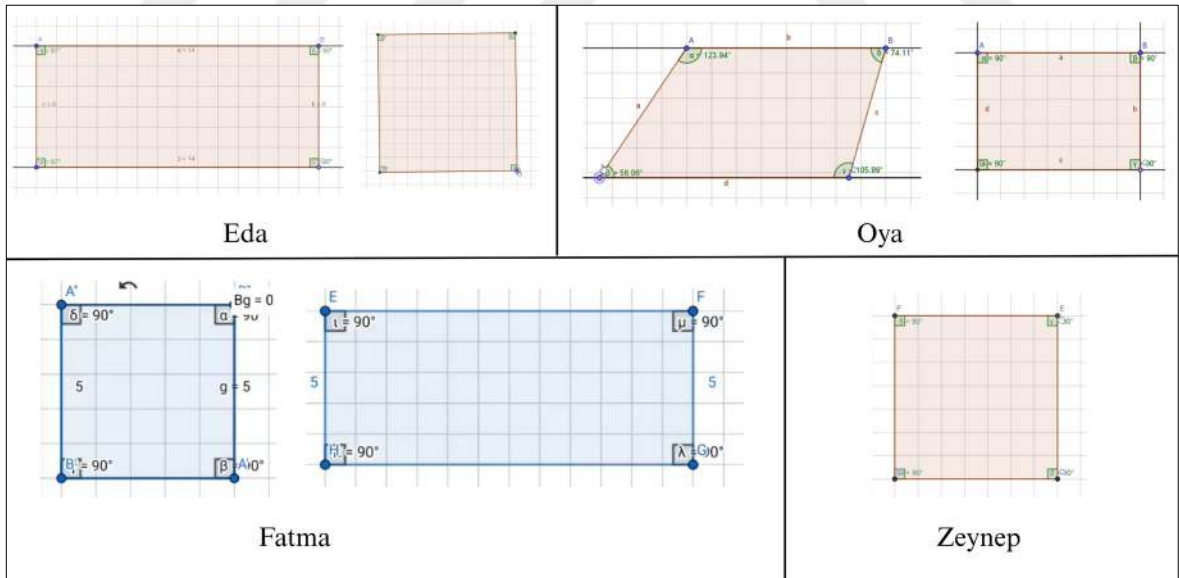
4.2.1. Özelliklerle İlişkilendirme

Etkinliğin bireysel aşamasında öğrenciler GeoGebra üzerinde uçurtma şekillerini oluşturmaya çalışmışlardır. Elif, GeoGebra üzerinde paralel doğru aracını kullanarak birbirine paralel olan iki doğru oluşturmuştur. Daha sonra bu doğrular üzerinde rastgele 4 nokta alarak yamuk inşa etmiştir (Şekil 54). Elif, oluşturduğu yamuğun kenarlarının uzunluğunu ve iç açılarının ölçüsünü ölçme yaparak belirlemiş ve yamuğun köşelerini hareket ettirerek diğer şekilleri oluşturmaya çalışmıştır. Şekil 54'te Elif'in GeoGebra üzerinde yamuğu oluşturduktan sonra sürükleme yoluyla inşa ettiği paralelkenar (b), dikdörtgen (c) ve kare (d) gösterilmiştir. Eda ise GeoGebra üzerinde paralel doğru ve dik doğru araçlarını kullanarak dikdörtgen, düzgün çokgen aracını kullanarak kare inşa etmiştir

ancak diğer özel dörtgenleri oluşturmamıştır. Oya ise paralel doğru aracını kullanarak öncelikle yamuk inşa etmiş daha sonra oluşturduğu yamuğun köşelerini sürükleyerek dikdörtgen oluşturmuştur. Zeynep ise sadece düzgün çokgen aracını kullanarak kare oluşturmuştur. Fatma ise GeoGebra üzerinde doğru parçası ve verilen ölçüde açı araçlarını kullanarak dikdörtgen ve kare inşa etmiştir. Öğrencilerin bireysel aşamada GeoGebra üzerinde oluşturduğu özel dörtgenler incelendiğinde bazı uçurtma şekillerini belirleyebildikleri görülmektedir (Şekil 55). Diğer taraftan öğrencilerin GeoGebra üzerinde uçurtma şekillerinin bazılarını oluşturmaları ve bu şekillerin kenar uzunluklarının ve iç açılarının ölçüsünü belirlemeleri, bu özel dörtgenlerin özelliklerini keşfetmelerine fırsat sağlamıştır.



Şekil 54. Elif'in Bireysel Aşamada GeoGebra Üzerinde Sürükleme Sonucunda Oluşturduğu Özel Dörtgenler

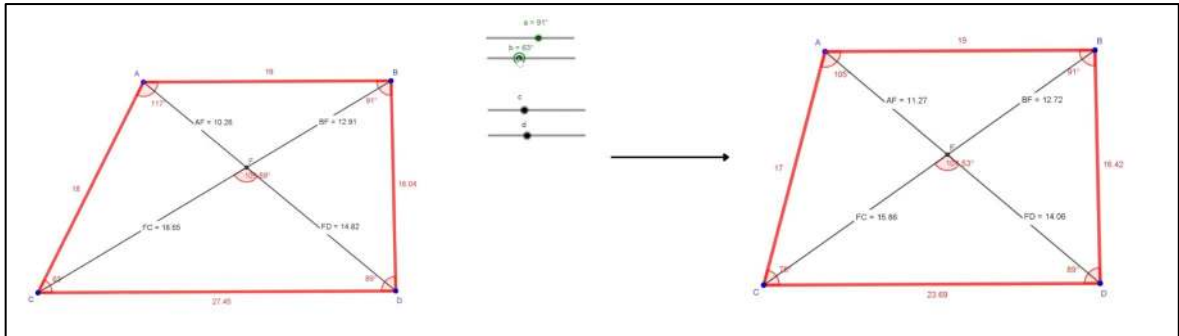


Şekil 55. Öğrencilerin Bireysel Aşamada GeoGebra üzerinde Oluşturduğu Özel Dörtgenler

Takım çalışması aşamasında öğrenciler GeoGebra materyali üzerinde sürgüleri kullanarak özel dörtgenleri keşfetmeye devam etmişlerdir. Grup 1 öğrencilerinden Elif, GeoGebra üzerinde sürgüleri hareket ettirerek yamuk oluşturmuş (Şekil 56) ve kenar çiftlerinden yalnızca birinin paralel olduğunu, kenar uzunluklarının ve açı ölçülerinin ise

birbirinden farklı olduğunu belirtmiştir [3]. Elif'in yamuğun özelliklerini belirtirken yalnızca bir kenar çiftinin paralel olduğunu, açı ölçülerinin ve kenar uzunluklarının ise birbirinden farklı olduğunu vurgulaması yamuğu diğer özel dörtgenleri de kapsayan bir şekil olarak görmediğini göstermektedir [3]. Zeynep ise yamuğun köşegenlerinin birbirini ortalayıp ortalamadığını incelemek istemiş ancak Elif ne olduğunu bilmediğinden öğretmene sormuştur [4-5]. Öğretmenin açıklaması ile öğrenciler, GeoGebra üzerinde doğru parçası aracı ile yamuğun köşegenlerini oluşturup uzunluklarını ölçtükten sonra köşegenlerin birbirini ortalamadığını görmüşlerdir [6-9]. Daha sonra öğrenciler yamuğun köşegenleri arasındaki açıyı oluşturarak köşegenlerin birbirini dik kesmediğini fark etmişlerdir [10-12].

[1] Elif: Tamam yamuğa geçelim, bu da yamuktur. Tüm kenarları ve açıları farklı ve karşılıklı kenar çiftlerinden yalnızca biri paraleldir. [2] Zeynep: Tamam devam edelim köşegenleri birbirini ortalarmı? [3] Elif: Hocam köşegenleri birbirini ortalardan kastı ne? [4] Öğretmen: Şimdi köşegenleri birbirini kesecek ya peki tam ortadan mı kesecek.	[5] Elif: Ha tamam (GeoGebra üzerinde yamuğun köşegenlerini oluşturarak ölçüm yapar). [6] Zeynep: Ortalamıyor bence. [7] Elif: Evet ortalamıyor. [8] Fatma: Köşegenler birbirini dik kesiyor mu? [9] Zeynep: Dik kesiyor bence. [10] Elif: Dik kesmiyor (GeoGebra üzerinde ölçüm yapar).
---	--

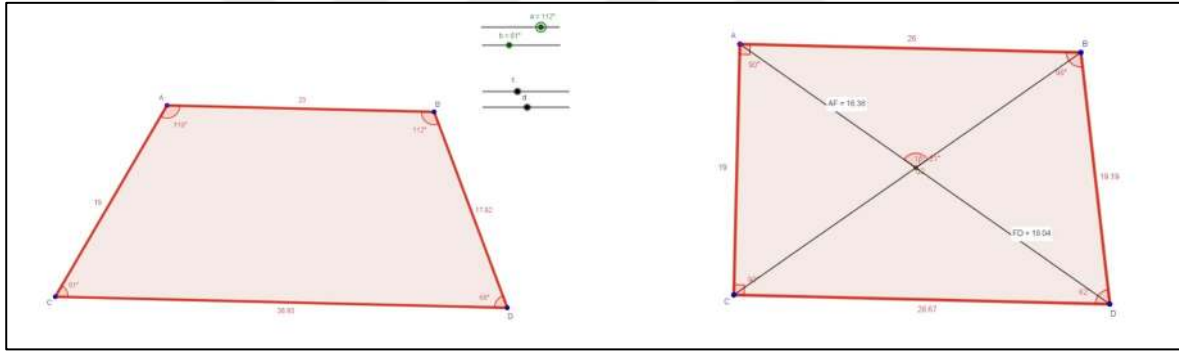


Şekil 56. Grup 1 Öğrencilerinin Geogebra Üzerinde Oluşturdıkları Yamuklar Ve Ölçümleri

Takım çalışması esnasında öğretmen, Grup 2 öğrencilerinin etkinlik kağıdına göz attığında tabloya üçgen, beşgen ve altıgen yazdığını fark etmiş ve öğrencilere GeoGebra üzerindeki şekli göstererek kaç kenarı olduğunu sormuştur [11]. Ali, tüm şekillerin dörtgen olması gerektiğini fark etmiş ve şeklin yamuk olabileceğini söylemiştir [12]. Sonrasında Eda GeoGebra materyalindeki sürgüleri hareket ettirerek yamuk oluşturmuş (Şekil 57) ve oluşan bir çok şeklin yamuk olduğunu söylemiştir [15, 16]. Ancak Eda yamuğun karşılıklı kenarlarından en az birinin paralel olduğunu fark etmemiş [18] ve öğrenciler yamuğun

özelliklerini tek bir örnek üzerinden incelemiş, şekil üzerinde sürükleme yaparak bu özelliklerin farklı yamuklar için de doğru olup olmadığına bakmamışlardır [23].

[11] Öğretmen: Şimdi siz buraya beşgen, altıgen falan yazmışsınız? Bu şekilden beşgen falan oluşur mu? Bi düşünün bakalım bunun kaç kenarı var? [12] Ali: Başka dörtgenler mi bulacağız o zaman. Yamuk dörtgen olur mu? [13] Öğretmen: Evet olur. [14] Eda: Tamam kare yapalım önce, ben yapayım mı? [15] Ali: Hoca yamuk dedi Eda, yamuk yap. [16] Eda: Tamam bak oldu işte bu yamuktur bu da yamuktur (GeoGebra üzerinde sürgüyü hareket ettirerek yamuk olan şekiller oluşturur).	[17] Ali: Kenar ölçülerinden en az biri paralel mi? [18] Eda: Hayır. [19] Ali: Karşılıklı kenarları eşit mi? Hayır. Tüm kenarları eşit mi? Hayır. [20] Eda: Köşegenler birbirini ortalar mı? Tamam bunu yapalım. [21] Ali: Hayır ortalamaz. [22] Eda: Köşegenler birbirini dik keser mi? [23] Ali: Yok kesmiyor (GeoGebra üzerinde doğrulama yapmaz).
--	--



Şekil 57. Grup 1 Öğrencilerinin Geogebra Üzerinde Oluşturdıkları Yamuklar Ve Ölçümleri

Sınıf tartışması aşamasında öğretmen etkinlikteki problem durumuna dikkat çekerek öğrencilere oluşturacakları şeklin ne olabileceğini sormuştur [24]. Elif kenarların en az birinin paralel olmasından dolayı şeklin yamuk olacağını söylemiştir [29]. Öğretmen bu özelliğin bir şeklin yamuk olması için gerekli ve yeterli olan bir özellik mi olduğunu sorduğunda öğrenciler evet diyerek cevaplamışlardır [34,35]. Öğretmenin tablodaki diğer özelliklerden hangisinin yamuğun bir özelliği olduğunu sorması üzerine öğrenciler başka bir özelliği olmadığını belirtmiştir [33]. Öğrencilerin takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında bir şeklin yamuk olması için gerekli ve yeterli olan durumu belirlemesi sonucunda “*Yamuğun karşılıklı kenar çiftlerinden en az biri paraleldir*” alt teması belirlenmiştir.

[24] Öğretmen: Buse ne demiş dikkat ettiniz mi?	[30] Öğretmen: Yani belirleyeceğimiz paraşütlerin hepsi hangi şekil olur?
[25] Elif: Tamam en az biri paralel olacak demiş yamuk olur.	[31] Fatma: Yamuk.
[26] Öğretmen: Kesinlikle bu şekil paralelkenar mıdır?	[32] Öğretmen: Peki, yamuk için bu tabloyu dolduralım.
[27] Elif: Hayır, diyemiyoruz.	[33] Elif: Sadece kenar çiftlerinden biri paralel olacak, başka özelliği yok.
[28] Öğretmen: Güzel, her halükarda bu şekil ne olacak?	[34] Öğretmen: Gerekli ve yeterli olan özelliği değil mi?
[29] Fatma: Yamuk.	[35] Fatma: Evet.

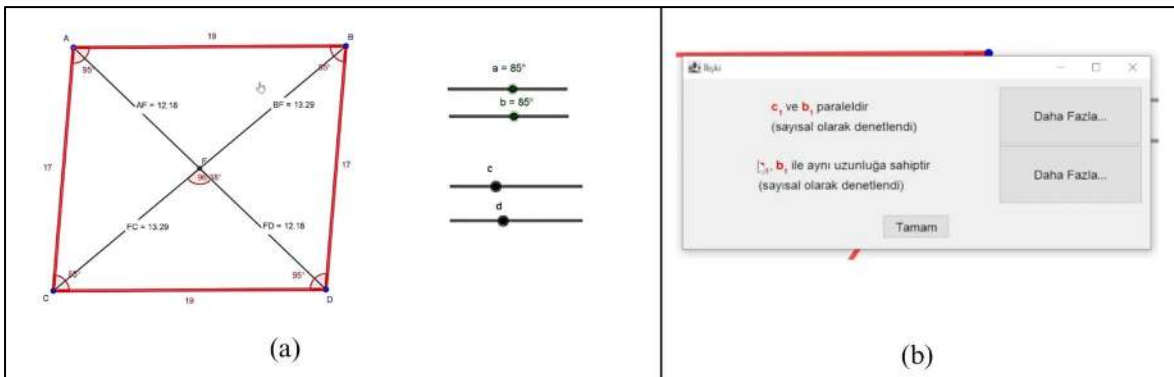
Grup 1 öğrencileri takım çalışması esnasında, GeoGebra üzerinde sürgüleri hareket ettirerek paralelkenar da oluşturmuş ve çapraz açılarının eşit olduğunu, karşılıklı kenarlarının paralel ve eşit olduğunu söylemiştir [36-37] (Şekil 58). Öğrenciler daha sonra GeoGebra üzerinde ölçüm yaparak paralelkenarın köşegenlerinin birbirini ortaladığını ama birbirini dik kesmediğini de fark etmişlerdir [38-45]. Grup 2 öğrencileri ise takım çalışması esnasında, GeoGebra üzerinde sürgüleri kullanarak şekli paralelkenara çevirememiş ve uçurtmanın paralelkenar olabileceğini fark etmemişlerdir. Sınıf tartışmasında ise öğrenciler uçurtmanın yamuk olacağını söyledikten sonra öğretmen başka hangi şekil olabileceğini sormuştur [46]. Öğrenciler paralelkenar olabileceğini söyledikten sonra öğretmen bu şekli akıllı tahtayı kullanarak GeoGebra üzerinde oluşturmalarını istemiştir [49]. Öğrenciler GeoGebra materyalini kullanarak paralelkenar oluşturmuş ve tablodaki özelliklerden hangilerinin paralelkenarın bir özelliği olduğunu ölçme yaparak belirlemişlerdir [50-62] (Şekil 59). Öğrencilerin paralelkenarın kenar özelliklerini açıklaması sonucunda “*Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paraleldir ve uzunlukları eşittir*” alt teması belirlenmiştir. Diğer taraftan öğrencilerin GeoGebra üzerinde köşegenleri oluşturup uzunluklarını ölçmesi ve özelliklerini belirlemesi sonucunda “*Paralelkenarın köşegenleri birbirini ortalar*” alt teması ortaya çıkmıştır.

Grup 1 Takım Çalışması	
[36] Elif: Tamam paralelkenarı yapalım (GeoGebra üzerinde sürgüleri kullanarak paralelkenar oluşturur).	[41] Elif: Yok daha olmadı. Hıh tamam oldu.
[37] Elif: Paralelkenar çapraz açıları eşittir ve karşılıklı tüm kenarları birbirine paraleldir. Bak bu kenarlar birbirine paraleldir (Karşılıklı iki kenarı ilişki	[42] Elif: En bir kenar çifti paralel mi? Evet ikisi de paralel. Tüm iç açıları eşit mi? Hayır karşılıklı olanları eşit. İç açıları ölçüleri 90° mi? Hayır değil. Karşılıklı kenarlar eşit midir?

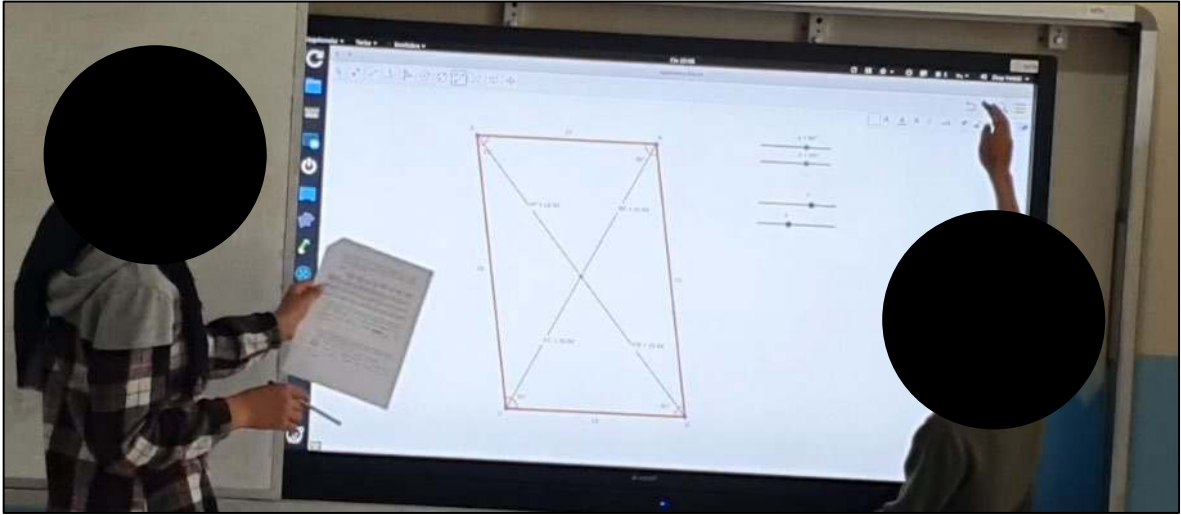
aracı ile seçerek paralel olduğunu gösterir). [38] Fatma: Köşegenler birbirini dik kesiyor mu? ... [39] Rabia: Paralelkenara bakalım. [40] Zeynep: Paralelkenar oldu mu?	Evet, tüm kenarları eşit değildir. Köşegenler birbirini ortalar mı? Evet. [43] Fatma: Köşegenler birbirini dik keser mi? [44] Rabia: 96° [45] Zeynep: Değil.
---	---

Sınıf Tartışması

[46] Öğretmen: Peki başka hangi şekil olur? [47] Ali: Paralelkenar. [48] Elif: Kenar çiftlerinden ikisi de paralel, karşılıklı kenarları eşit. [49] Öğretmen: Hadi biri şu tahtadaki şekli paralelkenara çevirsin bakalım. Eda sen kalk. [50] Eda: Tamam şimdi oldu. [51] Öğretmen: Güzel nasıl anlıyoruz peki paralelkenar olduğunu? [52] Eda: Çünkü karşılıklı kenarları eşit. ... [53] Öğretmen: Peki şu iki kenarı düşünelim, birbirine paralel midir? [54] Elif: Evet... [55] Öğretmen: Güzel, paralelkenarın özelliklerine bakalım. İç açı ölçüleri eşit midir?	[56] Fatma: Hayır. [57] Öğretmen: İç açı ölçüleri 90° mi? [58] Zeynep: Hayır. [59] Öğretmen: Olmak zorunda mı? [60] Elif: Hayır, değil. [61] Elif: Karşılıklı kenarları eşittir. [62] Zeynep: Evet, doğru. [63] Eda: Tüm kenarları eşit değildir. [64] Öğretmen: Köşegenleri birbirini ortalar. [65] Elif: Evet, onu biz yapalım. [66] Öğretmen: Fatma yapsın. Nasıl anladınız birbirine eşit olduğunu? Elif: Hocam AF ile FD birbirine eşit. BF ile FC eşit, o zaman ort alıyor. [67] Elif: Hocam AF ile FD birbirine eşit. BF ile FC eşit, o zaman ort alıyor.
--	---

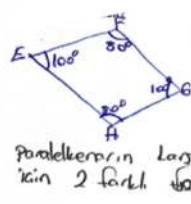
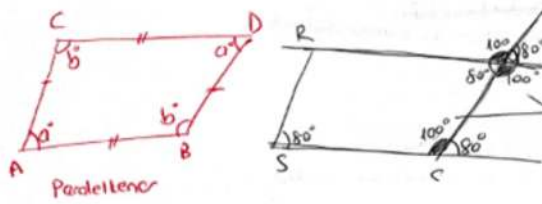


Şekil 58. Grup 1'in Takım Çalışması Aşamasında Geogebra Üzerinde Oluşturduğu Paralelkenar ve Doğrulama Süreci



Şekil 59. Sınıf Tartışması Esnasında Öğrencilerin Paralelkenarın Köşegenlerini Ölçme Süreci

Grup 1 öğrencileri takım çalışması esnasında GeoGebra materyalinde oluşturdukları paralelkenarı inceleyerek çapraz iç açılarının ölçüsünün eşit olduğunu keşfetmişlerdir [68-72]. Sınıf tartışması aşamasında ise Ali paralelkenarın komşu iç açılarının ölçüleri toplamının 180° olduğunu belirtmiştir. Şekil 60'ta öğrencilerin paralelkenarın açı özelliklerine yönelik etkinlik kağıtlarına yansıttığı açıklamalara yer verilmiştir. Öğrencilerin paralelkenarın komşu açıları arasındaki özelliği belirlemesi sonucunda “Paralelkenarın komşu iç açılarının ölçüleri toplamı 180° 'dir” alt teması, çapraz açıları arasındaki özelliği belirlemesi sonucunda ise “Paralelkenarın çapraz iç açılarının ölçüleri birbirine eşittir” alt teması belirlenmiştir.

Paralelkenarlarda karşılıklı açılar birbirine eşittir, komşu açıların toplamı da 180 derecedir. Fatma	Paralel kenar karşılıklı kenarları eşit olan iç açılar toplamı 360 derece olan bir dörtgendir. Karşılıklı kenarlar paralel ve eşittir. Dört kenar ve açılar birbirine eşit olan paralelkenardır. Paralelkenarda karşılıklı iç açılar birbirine eşit ve karşılıklı kenarların da birbirine paralel olduğunu söyleyebiliriz. Bu durumun değişik bir sonucu olarak karşılıklı kenar uzunlukları da birbirine eşit olur. Yani iki komşu iç açının toplamı 180 derece yapar. Paralelkenar karşılıklı kenarları birbirine eşit olan bir dörtgendir. Zeynep
 Bu şekilde $\widehat{GFE}$ açısı 80° ise; karşılıklı kenarları eşit olduğu için $\widehat{FEH}$ açısı ile $\widehat{FGH}$ açısı 100° $\widehat{GHE}$ " 80° olur. Paralelkenarın karşılıklı kenarları eşit olduğu için 2 farklı farklı açı kullanılır. Oya	 Paralelkenar Elif

Şekil 60. Öğrencileri Paralelkenarın İç Açılara Yönelik Etkinlik Kağıdına Yansıttıkları Açıklamaları

[68] Öğretmen: Güzel nasıl anlıyoruz peki paralelkenar olduğunu?

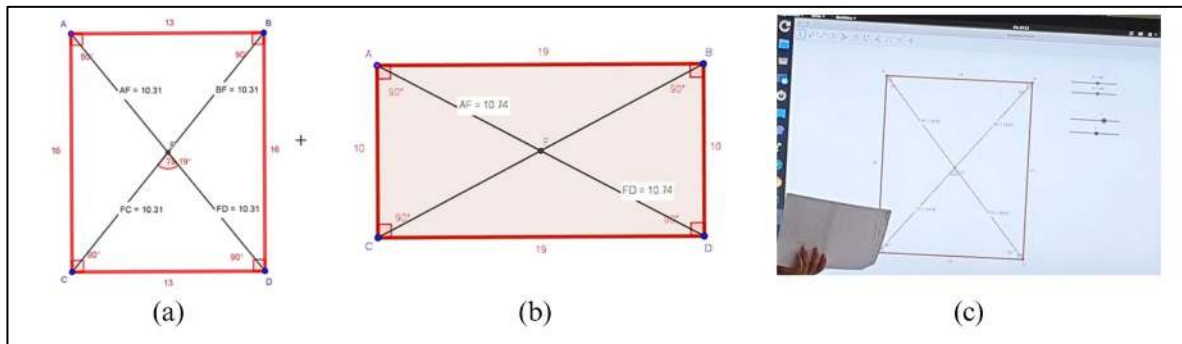
[69] Eda: Çünkü karşılıklı kenarları eşit.

- [70] Elif: Hayır, çapraz açıları birbirine eşittir.
 [71] Öğretmen: AB ile CD'nin birbirine paralel olduğunu nereden biliyorum.
 [72] Ali: Toplamları 180° 'dir.

Her iki grup da takım çalışması esnasında uçurtmanın dikdörtgen olabileceğini keşfetmiştir. Grup 2 öğrencileri GeoGebra materyali üzerinde dikdörtgen oluşturmuş (Şekil 61a) ancak bu şekli dörtgen olarak adlandırmışlardır [73]. Daha sonra öğrenciler GeoGebra üzerinde bu şeklin özelliklerini incelemişler ve karşılıklı kenarlarının paralel ve eşit uzunlukta olduğunu ve iç açılarının ölçüsünün 90° olduğunu belirtmişlerdir [77-95]. Eda köşegenlerin birbirini ortaladığını söylemiş ancak öğretmen baktığında GeoGebra üzerinde şeklin köşegenlerinin oluşturulmadığını fark etmiş ve öğrencilere ölçme yaparak bulmalarını söylemiştir [90]. Öğretmen, öğrencilerin etkinlik kağıdına baktığında ise bu şekli dörtgen olarak yazdıklarını fark etmiş ve bu dörtgenin özel bir adının olup olmadığını sorduğunda Ali dikdörtgen olduğunu söylemiştir [90]. Öğrenciler dikdörtgenin köşegenlerinin birbirini ortaladığını, yalnızca bir köşegenin uzunluğunu ölçerek belirlemiş, diğer köşegenin uzunluğunu ölçme ihtiyacı duymamıştır. Grup 1 öğrencileri ise GeoGebra üzerinde sürgüleri hareket ettirerek dikdörtgen oluşturmuş (Şekil 61b), sonrasında Elif, arkadaşlarının dikdörtgenin özelliklerini keşfetmesine fırsat tanımadan hızlıca tablodaki özelliklerden hangilerinin sağlandığını cevaplamıştır [98-103]. Sınıf tartışmasında ise öğrenciler benzer şekilde GeoGebra üzerinde dikdörtgen oluşturarak hangi özelliklere sahip olduğunu belirlemiştir [104-126] (Şekil 61c). Öğrencilerin dikdörtgenin kenar özelliklerini açıklaması sonucunda “*Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir ve uzunlukları eşittir*”, iç açılarının özelliklerini açıklamaları sonucunda “*Dikdörtgenin tüm iç açıları 90° derecedir*” ve köşegen özelliklerini açıklamaları sonucunda ise “*Dikdörtgenin köşegenleri birbirini ortalar*” alt teması belirlenmiştir.

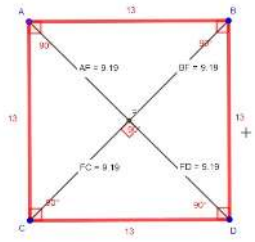
Grup 2 Takım Çalışması	
[73] Ali: Tamam dörtgen yaz, beşgene geçelim.	[85] Eda: Hayır hayır, karşılıklı kenarları eşit.
[74] Oya: Bi dur bi deneyelim beşgen olursa yazarız.	[86] Ali: Köşegenleri birbirini ortalar ne demek?
[75] Eda: Bundan beşgen olmaz ki, Ali bu büyüyüp küçülüyor sadece.	[87] Oya: Köşegenler vardır ya, onlar birbirini ortalıyor.
[76] Ali: Tamam bi düşünelim.	[88] Öğretmen: Köşegenleri çizmeden görebilir misiniz?
[77] Eda: Kenar çiftlerinden en az biri paralel mi?	[89] Eda: Hayır.
[78] Ali: Paralel mi?	[90] Öğretmen: Hım şimdi siz buna dörtgen demişsiniz de normal bi dörtgen midir? Örneğin kare midir?

[79] Eda: Evet ikisi de paralel bak bu buna paralel bu da buna paralel (GeoGebra üzerinde paralel kenarları gösterir). [80] Ali: İç açı ölçüleri eşit, artı at. [81] Eda: İç açı ölçüleri 90° mi? Evet, doğru. [82] Ali: Tüm kenarları eşit mi? [83] Eda: Evet eşit. [84] Oya: Tüm kenarları eşit değil.	[91] Ali: Dikdörtgen. [92] Öğretmen: Tamam güzel uzunluk aracıyla neden ölçmüyorsunuz köşegenlerini? [93] Ali: Tamam oldu. [94] Öğretmen: Güzel, birbirini ortalıyor mu? [95] Ali: Evet.
Grup 1 Takım Çalışması	
[96] Elif: Ne kaldı geriye? [97] Zeynep: Dikdörtgen. [98] Elif: Tamam bu da dikdörtgen oldu. [99] Zeynep: Bence bunda da hepsi doğru. Karşılıklı kenarlarından en az biri paralel mi?	[100] Elif: Evet ikisi de paralel, bu sağlıyor. İç açıları ölçülerinin hepsi eşit, 90°. Tüm kenarları eşit mi? Değil, karşılıklı kenarları eşit. Köşegenler birbirini ortalıyor mu? Evet. Köşegenler birbirini dik kesiyor mu? [101] Zeynep: Hayır.
Sınıf Tartışması	
[102] Elif: Dikdörtgene geçelim, ben çizeyim mi? [103] Fatma: Çiz. [104] Zeynep: Kareyi de ben çizeceğim. [105] Ali: Kare yok. [106] Zeynep: Hayır var. [107] Elif: Tamam bu dikdörtgen oldu mu? Kare oldu... Tamam şimdi oldu (Sürgüyü hareket ettirerek bir kenarını değiştirir). [108] Elif: Dikdörtgenin karşılıklı kenarları paralel midir? [109] Fatma: Evet. [110] Ali: Çünkü karşılıklı kenarları paraleldir.	[111] Elif: Tamam da nereden anladın. [112] Eda: Belli gözüküyor zaten. [113] Elif: Kenar çiftlerinden ikisi de paraleldir. [114] Eda: Evet. [115] Elif: İç açı ölçüleri eşit mi? [116] Zeynep: Evet, hepsi 90°. [117] Elif: Karşılıklı kenarları eşit midir? [118] Eda: Evet. [119] Elif: Tüm kenarları eşit midir? [120] Ali: Hayır. [121] Elif: Köşegenler birbirini ortalıyor mı? [122] Zeynep: Evet. [123] Elif: Köşegenler birbirini dik keser? [124] Zeynep: Hayır.



Şekil 61. Öğrencilerin Takım Çalışması ve Sınıf Tartışması Aşamasında Oluşturduğu Dikdörtgenler

Grup 1 öğrencileri takım çalışması aşamasında uçurtmanın kare de olabileceğini keşfederken grup 2 öğrencileri keşfedememiştir. Grup 1 öğrencilerinden Elif GeoGebra materyali üzerinde oluşturdukları şekli düzgün dörtgen olarak adlandırmış, şeklin kare olduğunu belirtmemişlerdir [125]. Öğrencilerin bir önceki etkinlikte kenar uzunlukları ve açılarının ölçüsü eşit olan çokgeni düzgün dörtgen olarak adlandırmaları bu etkinlikte de bu isimlendirmeyi tercih etmelerinde etkili olmuş olabilir. Daha sonra öğrenciler oluşturdukları şeklin tablodaki tüm özellikleri sağladığını belirtmiş ve etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır [125-129]. Sınıf tartışmasında ise Zeynep GeoGebra üzerinde kare oluşturmak için tahtaya kalkar, Öğretmen, öğrencilerin dikdörtgen ve kare arasındaki ilişkiyi keşfetmesi için tahtadaki dikdörtgene bakmalarını ister [131]. Elif, karenin de iç açılarının 90° olduğundan dolayı kenar uzunluğunun değiştirilmesinin yeterli olacağını söyler [132]. Zeynep ise sürgüleri hareket ettirerek hızlıca şekli kareye çevirmiş ve öğrenciler karenin özelliklerini beraber keşfetmiş ve etkinlikte yer alan tablodaki tüm özellikleri sağladığını onaylamıştır [134-145]. Öğrencilerin karenin kenar özelliklerini belirlemesi sonucunda “Karenin tüm kenarlarının uzunluğu birbirine eşittir ve karşılıklı kenarları paraleldir” alt teması, iç açılarının özelliğini belirtmesi sonucunda ise “Karenin tüm iç açıları 90 derecedir” alt teması tanımlanmıştır.

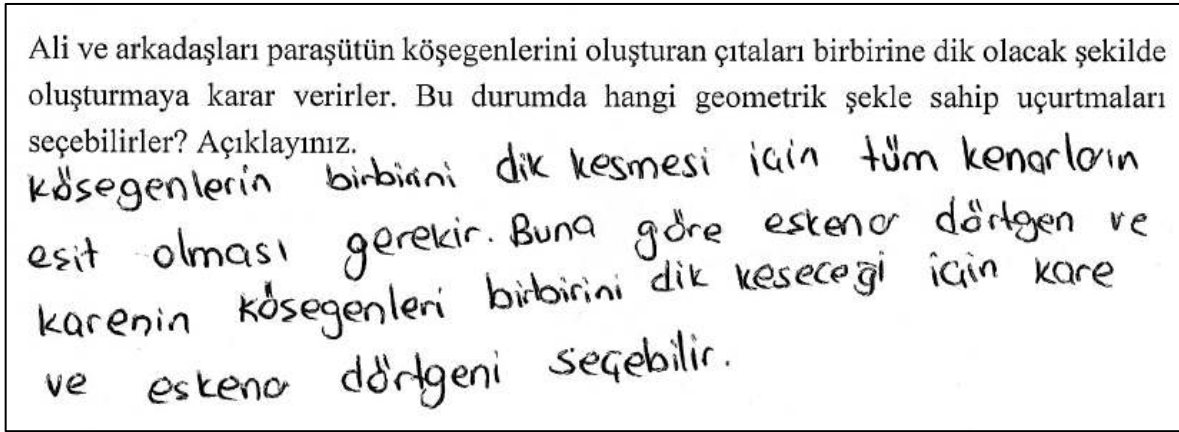
Grup 1 Takım Çalışması	
[125]Elif: Tamam, düzgün dörtgen yazın. Karşılıklı kenarları paralel değil mi? [126]Zeynep: Evet. [127]Elif: Göstereyim mi? İkisi de paralel. İç açıları ölçüleri eşit mi? Hepsi 90°, evet bu da doğru. [128]Zeynep: Karşılıklı kenarları eşittir. [129]Elif: Bütün kenarları eşittir. Köşegenleri birbirini ortalıyor mu? Evet. Köşegenler birbirini dik kesiyor mu? Evet. Hepsi doğru çıktı.	 Grup 1 öğrencilerinin takım çalışması esnasında GeoGebra üzerinde oluşturdukları kare
Sınıf Tartışması	
[130]Elif: Tamam kareye geçelim. Zeynep gel. [131]Öğretmen: Zeynep dur, önce şekle bak bakalım. [132]Elif: Zeynep şimdi karenin de iç açılarının hepsi 90° oluyor ya açılara karışma. Kenarları eşit yap. [133]Zeynep: Tamam oldu, yaptım.	[135]Zeynep: Evet, doğrudur. [136]Eda: Evet 90°. [137]Elif: Karşılıklı kenarları eşit midir? [138]Ali: Evet. [139]Elif: Köşegenler birbirini dik keser? [140]Zeynep: Evet. [141]Eda: Evet. [142]Öğretmen: Köşegenler eşit midir? [143]Eda: Evet.

...	[144]Öğretmen: Tüm özellikleri sağlıyor o zaman. [145]Elif: Evet.
[134]Elif: İç açı ölçüleri eşit mi?	

Öğrenciler takım çalışması aşamasında uçurtmanın eşkenar dörtgen de olabileceğini belirtse de GeoGebra materyali üzerinde sürgüleri hareket ettirerek oluşturmamışlardır [146-149]. Sınıf tartışması aşamasında öğretmen, öğrencilerin kalan şekilleri bulmak için tartışmalarını istemiştir [156]. Ali, GeoGebra materyalinde eşkenar dörtgen oluşturmaya çalışmış ancak ilk aşamada yapamamış, öğretmenin öğrencilere sürgülerin hangi açıları oluşturduğunu sorgulatması ve Elif'in yönlendirmeleri sonucunda oluşturabilmiştir [160-165]. Daha sonra öğrenciler, GeoGebra üzerinde eşkenar dörtgeni inceleyerek hangi özelliklere sahip olduğunu keşfetmişlerdir [164-181]. Öğrencilerin, eşkenar dörtgenin kenar özelliklerini belirtmesi sonucunda “*Eşkenar dörtgenin tüm kenarları birbirine eşittir ve karşılıklı kenarları paraleldir*” alt teması belirlenmiştir.

Grup 1 Takım Çalışması	Grup 2 Takım Çalışması
[146]Elif: Ne kaldı ya? Düzgün dörtgen zaten karedir. [147]Zeynep: Eşkenar dörtgen. [148]Fatma: Eşkenar dörtgen yapalım. [149]Elif: Neyse bunu geçelim, olmuyor (sürgüleri hareket ettirir ancak yeni bir dörtgen oluşturamaz)	[150]Eda: Eşkenar dörtgen olur mu? [151]Ali: Eşkenar dörtgen tüm kenarları eşittir. [152]Eda: Oya al sen yap. [153]Oya: Paralelkenar olmadı mı? [154]Öğretmen: Nasıl gidiyor? [155]Eda: Kötü
Sınıf Tartışması	
[156]Öğretmen: Peki sonraki şekilleri siz tartışın bakalım. [157]Elif: Tamam ben kalkayım. Eşkenar dörtgen var, kenar çiftlerinden en az biri paralel midir? [158]Ali: Evet. [159]Elif: Ama burada göstermemiz lazım. Ali, eşkenar dörtgen yap. [160]Ali: Olmuyor. [161]Elif: Kenarların hepsini 20 yap, açıları da değiştirmen lazım ki olsun. [162]Öğretmen: Şimdi o sürgüler hangi açıları gösteriyor? Onları bulmaya çalışın bakalım. [163]Elif: a, B açısını gösteriyor. b de D açısını gösteriyor. [164]Öğretmen: Güzel bunlar nasıl açılar, çapraz açılar.	[165]Elif: İkisini de eşit yap. Tamam şunu da 20 yap, eşkenar dörtgen oldu. [166]Elif: İç açı ölçüleri eşit mi? [167]Fatma: Eşit değil. [168]Ali: Karşılıklı kenarları eşit değildir. [169]Fatma: Eşittir. [170]Ali: Eşittir. [171]Elif: İç açı ölçüleri 90° midir? [172]Oya: Hayır değil. [173]Elif: Karşılıklı kenarları? [174]Eda: Eşittir. [175]Elif: Tüm kenarları eşit midir? [176]Fatma: Evet eşkenardır zaten. [177]Elif: Köşegenler birbirini ortalar mı? [178]Zeynep: Evet, ortalar. [179]Elif: Köşegenler birbirini dik keser mi ? [180]Ali: Evet kesiyor. [181]Elif: 90°, kesiyor doğrudur.

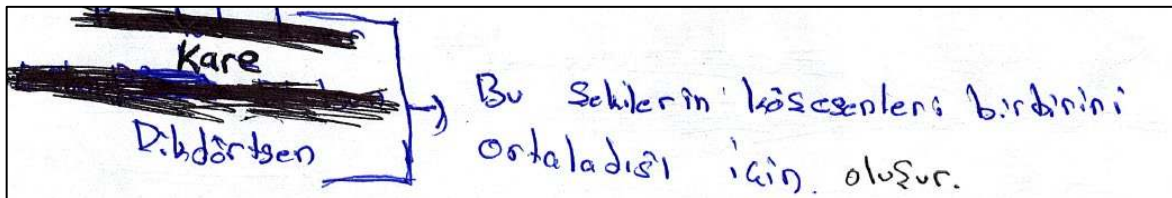
Öğrencilerin etkinlik kağıtları incelendiğinde özel dörtgenlerin özelliklerini yazılı olarak da üretimlerine yansıttıkları görülmektedir. Örnek olarak, Elif'in Öz yansıtma aşamasındaki etkinlik kağıdına yansıttığı, köşegenlerin birbirine dik olma durumuna yönelik soruya verdiği cevabı verilmiştir (Şekil 62). Öğrencilerin eşkenar dörtgen ve karenin köşegenleri arasında kalan açığa yönelik sözlü [140, 180] ve yazılı (Şekil 62) açıklamaları sonucunda “*Kare/Eşkenar dörtgende köşegenler birbirini dik keser*” alt temaları belirlenmiştir.



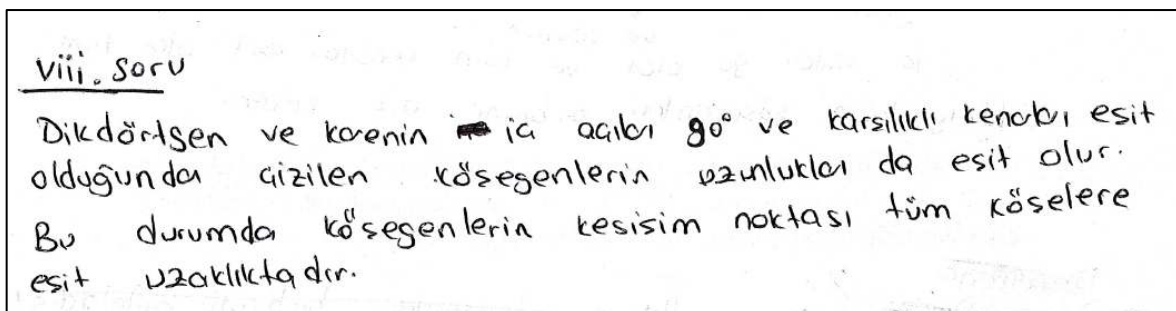
Şekil 62. Elif'in Köşegenlerin Dik Olma Durumuna Yönelik Öz Yansıtma Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Cevabı

Öğrenciler sınıf tartışması aşamasında etkinliğin sekizinci sorusunu okumuş, ancak anlayamamışlardır [182-184]. Öğrenciler, köşegenlerin kesişim noktasının tüm köşelere eşit uzaklıkta olması için köşegenlerin birbirini ortalamasının yeterli olduğuna yönelik açıklamalarını sözlü ve yazılı olarak üretimlerine yansıtmışlardır [184] (Şekil 63). Dolayısıyla öğrenciler takım çalışması esnasında bu soruyu yanlış cevaplamışlardır [188]. Her iki takım da bu soruyu anlamadığından, öğretmen teker teker tüm dörtgenleri GeoGebra üzerinde göstererek hangi durumlarda köşegenlerin kesişim noktasının, tüm köşelere eşit uzaklıkta olduğunu öğrencilerin keşfetmesini sağlamıştır [189-213]. Ancak öğrencilerin etkinlik kağıtları incelendiğinde bazılarının bu özelliğe sahip özel dörtgenleri doğru belirlediği görülmektedir. Örneğin, Elif'in bu soruya yönelik öz yansıtma aşamasında etkinlik kağıdına yansıttığı açıklamaya Şekil 64'te yer verilmiştir. Öğrencilerin dikdörtgen ve karenin köşegenlerine yönelik sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda “*Dikdörtgenin ve karenin köşegenlerinin kesişim noktası tüm köşelere eşit uzaklıktadır*” alt teması belirlenmiştir.

[182]Öğretmen: Peki sonraki soruya geçelim. Elif sen oku. [183]Elif: Ali ve arkadaşları uçurtmayı köşegenlerinin kesiştiği nokta tüm köşelere eşit uzunlukta olacak şekilde belirlemeye karar verir. Bu durumda oluşacak geometrik şekil GeoGebra üzerinde oluşturunuz. Hangi geometrik şekiller oluşur? Açıklayınız. [184]Elif: Yani köşegenlerinin birbirini ortalamasını istiyor. [185]Öğretmen: Eşit demiş, ortalıyor demiş mi? [186]Elif: Hepsi eşit uzunlukta yani [187]Öğretmen: Peki hangi durumlarda eşit? [188]Elif: Dikdörtgen, Kare, Eşkenar Dörtgen, Paralelkenar [189]Öğretmen: Emin misiniz? Yaptınız mı? Yapalım bu bir paralelkenar mı? [190]Fatma: Evet [191]Öğretmen: Peki köşegenler eşit midir? [192]Elif: Evet hocam, o kendi arasında eşit, o kendi arasında eşit [193]Öğretmen: Şimdi bir saniye, köşegen ne demek? Kim köşegendir burada? [194]Elif: A, D ve B ile C	[195]Öğretmen: AD doğru parçası ile BC doğru parçası birbirine eşit midir? [196]Ali: Evet [197]Elif: Hayır, ama o kendi arasında eşit... [198]Öğretmen: Tamam, bu ortalıyor demek, bu köşegeni bu diğer köşegen ne yaptı tam ortadan ikiye böldü mü? [199]Elif: Evet [200]Öğretmen: Köşegenlerin eşitliği başka bir şeydir, değil mi? [201]Elif: Yanlış yaptık o zaman bu soruyu. [202]Öğretmen: Paralelkenarda çıktı mı? [203]Ali: Çıkmadı [204]Öğretmen: Hangi şekillerde çıkacak peki? [205]Elif: Eşkenar dörtgen ve kare [206]Öğretmen: Kare yapalım, eşit mi? [207]Ali: Evet [208]Öğretmen: Dikdörtgene yaptık, eşit mi? [209]Elif: Eşit [210]Öğretmen: Başka ne kaldı, eşkenar...Eşit mi? [211]Fatma: Eşit [212]Öğretmen: Neden doğrulamıyorsunuz? Bakın, AD daha uzundur BC'den, değil mi? [213]Elif: Evet
--	--

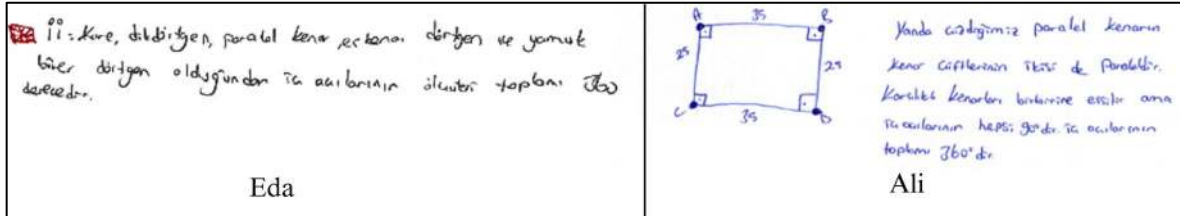


Şekil 63. Fatma'nın Takım Çalışması Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Açıklaması



Şekil 64. Elif'in Öz Yansıtma Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Açıklaması

Öğrenciler takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında sözlü açıklamalarında belirtmeseler de uçurtmanın sahip olabileceği şekillerin dörtgen olmasından dolayı iç açılarının ölçüleri toplamının 180° olduğunu etkinlik kağıtlarında belirtmişlerdir. Şekil 65'te öğrencilerin özel dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamına yönelik açıklamalarına yer verilmiştir. Öğrencilerin dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamına yönelik açıklamaları sonucunda “Dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° 'dir” alt teması belirlenmiştir.



Şekil 65. Öğrencilerin Dörtgenlerin İç Açılar Toplamına Yönelik Açıklamaları

Özellik türüne yönelik ilişkilendirmelerin büyük bir kısmı, öğrencilerin uçurtmanın sahip olabileceği özel dörtgenleri keşfetme sürecinde ve etkinlikte yer alan tabloyu doldurmak amacıyla özel dörtgenlerin özelliklerini GeoGebra materyali aracılığıyla incelemeleri sırasında ortaya çıkmıştır. Ayrıca, öğrenciler öz yansıtma aşamasında da özel dörtgenlerin özelliklerini etkinlik kağıdına doğru ve tutarlı bir şekilde aktarmışlardır. Bu duruma örnek olarak, Zeynep'in öz yansıtma sürecinde etkinlikte yer alan tabloyu nasıl doldurduğu Şekil 66'ta yer verilmiştir.

Özellikler	Kenar Çiftlerinden En Az Biri Paralel	Kenar Çiftlerinden ikisi de paralel	İç Açılar Ölçüleri Eşit	İç Açılar Ölçüleri 90°	Karşılıklı Kenarları Eşit	Bütün Kenarları Eşit	Köşegenler Birbirini Ortalar	Köşegenler Birbirini Dik Keser
Uçurtma Şekli								
Yamuk	+							
Paralel Kenar	+	+			+		+	
E. Dörtgen	+	+			+	+	+	+
D. Dörtgen	+	+	+	+	+		+	
Kare	+	+	+	+	+	+	+	+

Şekil 66. Zeynep'in Öz Yansıtma Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Özel Dörtgenlerin Özellik Tablosu

Etkinlik 2 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan özellik türüne ait ilişkilendirmeleri içeren alt temalara Tablo 19'da yer verilmiştir.

Tablo 19. Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin Özellikler Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Yamuğun karşılıklı kenar çiftlerinden en az biri paraleldir	•	•	•	•	•	•
Paralelkenarın karşılıklı kenarları birbirine paraleldir ve uzunlukları eşittir	•	•	•	•	•	•
Paralelkenarın köşegenleri birbirini ortalar	•			•		
Paralelkenarın komşu iç açılarının ölçüleri toplamı 180° 'dir	•			•	•	
Paralelkenarın çapraz iç açılarının ölçüleri birbirine eşittir	•				•	•
Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir ve uzunlukları eşittir	•	•	•	•	•	•
Dikdörtgenin tüm iç açıları 90° 'dir	•	•	•	•	•	•
Karenin tüm kenarlarının uzunluğu birbirine eşittir ve karşılıklı kenarları paraleldir	•	•	•	•	•	•
Karenin tüm iç açıları 90° 'dir	•	•	•	•	•	•
Karenin köşegenleri birbirini dik keser	•	•	•	•		
Eşkenar dörtgenin tüm kenarları birbirine eşittir ve karşılıklı kenarları paraleldir	•	•	•		•	•
Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirini dik keser	•			•		
Dikdörtgenin ve karenin köşegenlerinin kesişim noktası tüm köşelere eşit uzaklıktadır	•					
Dörtgenlerin iç açılarının ölçüleri toplamı 360° 'dir				•	•	

Tablo 19'da görüldüğü gibi özel dörtgenlere yönelik öğrencilerin neredeyse hepsi belirlenen alt temalara yönelik özelliklerle ilişkilendirme yapmıştır. Öğrencilerin özel dörtgenleri GeoGebra üzerinde oluşturup özelliklerini incelemeleri bu türe ait ilişkilendirmelerin yapılmasında kritik rol oynamıştır.

4.2.2. Parça-Bütün İlişkilendirme

Bireysel aşamada öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde parça-bütün türüne ait ilişkilendirme ortaya çıkmamıştır. Takım çalışmasında ise öğrenciler uçurtmanın sahip olabileceği dörtgenleri keşfederken Grup 1 öğrencilerinden Elif, GeoGebra materyalinde yer alan dörtgenin karşılıklı iki kenarı arasındaki paralelliğin değişmez olduğunu fark etmiştir [214]. Dolayısıyla öğrenci bu materyal üzerinde sürükleme yoluyla oluşturacağı her şeklin aslında bir yamuk olacağını fark etmiştir [214]. Grup 1 öğrencileri hangi şekillerin yamuk olduğuna yönelik soruyu okuduktan sonra sadece paralelkenarın yamuk olduğunu söyleyip geçmişlerdir [215]. Öğrenciler daha sonra yamuğun bir paralelkenar olup olmadığını sorgulamış ancak ortak bir fikre varamamışlardır [216-223]. Öğrenciler bu aşamada öğretmene sorarak özel dörtgenler arasındaki ilişkiyi anlamaya çalışmışlardır [224]. Öğretmen, öğrencilere yamuğun tanımlanmasında gerekli ve yeterli olan özelliği sorarak hangi şeklin aslında yamuk olduğunu bu özellik ile kolayca anlayabileceklerini belirtmiştir [224-234]. Elif, belirledikleri özel dörtgenlerin hepsinin aslında bir yamuk olamayacağını

düşünse de sonrasında hepsinin yamuk olduğunu belirtmiş ve emin olmak için de öğretmene sormuştur [230, 236]. Grup 2 öğrencileri takım çalışması aşamasında dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri keşfedememiş, buna yönelik aralarında fikir üreten olmamıştır. Sınıf tartışması aşamasında ise öğretmen dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilerin fark edilmesi için bir diyagram yaparak sınıflandırılmasını teşvik etmiştir [237-241]. Bu aşamada öğrenciler hangi özel dörtgenin diğerlerini kapsadığına yönelik fikir ayrılıkları yaşamıştır [242-247]. Elif, karenin kenar çiftlerinin ikisinin de paralel olduğundan dolayı yamuk olduğunu belirtmiş, ardından dikdörtgenin de yamuk olduğunu belirtmiştir [249-252]. Daha sonra araştırmacı tahtaya yazdığı özel dörtgenlerin hangilerinin yamuk olduğunu sorduğunda Ali hepsinin yamuk olduğunu belirtmiştir [253-254]. Öğrencilerin etkinlik kağıtları incelendiğinde yamuk ile diğer özel dörtgenler arasındaki içerme/kapsama ilişkilerini kısmen doğru/doğru bir şekilde kurdukları görülmektedir. Bu duruma örnek olarak, etkinlikte yer alan “Tabloda belirlediğiniz geometrik şekillerden hangisi yamuktur, neden?” sorusuna yönelik Elif’in ve Oya’nın verdiği cevaplara Şekil 67’de yer verilmiştir. Öğrencilerin, özel dörtgenlerin de (A) yamuk (B) olduğunu belirtmesi (B, A’yı içerir/kapsar) sonucunda parça-bütün ilişkilendirmeye yönelik “*Paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare; yamuk sınıfının alt kümeleridir*” alt teması belirlenmiştir.

Grup 1 Takım Çalışması	
... [214] Elif: Ne kaldı ya bir tane daha dörtgen bulalım. Bir şey söyleyeyim mi bu şekil de bu kenarlar birbirine hep paralel zaten, hoca öyle yapmış? Her paralelkenar bir yamuktur aslında. ... [215] Elif: Tabloda verilen dörtgenlerden hangileri bir yamuktur? Paralelkenarda bir yamuktur. Çünkü yamuk olması için kenar çiftlerinden en az biri paralel olması gerekiyor, en az bir tanesi paralel olması yetiyor, eee ikisi de paralel olursa yine olur. Paralelkenarda ikisi de paralel olduğu için yamuk olur. [216] Elif: Şimdi bir şeklin paralelkenar olması için hangi özellikleri sağlaması gereklidir? Kenar çiftlerinin ikisi de paralel olmalıdır.	[223] Elif: Hayır paralelkenar bir yamuktur ama yamuk bir paralelkenar değildir. ... [224] Elif: Hocam her paralelkenar mı bir yamuktur yoksa her yamuk mu bir paralelkenardır? [225] Öğretmen: Şimdi yamuğun özelliği demişsiniz ki sadece bunu sağlar. [226] Fatma: Evet [227] Öğretmen: Paralelkenar da bu özelliği sağladığına göre yamuk değil midir? [228] Elif: Evet. E bunlar da bu özelliği sağlıyor. [229] Öğretmen: E hepsi yamuk mudur o zaman? [230] Elif: Hayır hepsi olamaz bence. [231] Öğretmen: Bak şimdi bu özelliği sağlayan şekillere ben ne diyorum? Yamuk. [232] Elif: Diğer özellikleri sağlamıyor ama biz baktık.

[217] Elif: Şekillerden hangileri bir paralelkenardır? Yamuk bir paralelkenardır değil mi? [218] Fatma: Evet. [219] Elif: Hayır, dur emin olamıyorum. [220] Zeynep: E buradan bakalım. [221] Elif: Bence değildir. [222] Fatma: E biz niye yazdık o zaman.	[233] Öğretmen: Şimdi şöyle düşüneceksiniz, bu paralelkenara baktığım zaman yamuk olma özelliğinden bir şey kaybetti mi? [234] Fatma: Hayır. [235] Elif: O zaman hepsi yamuk oluyor, değil mi? [236] Öğretmen: Evet.
Sınıf Tartışması	
[237] Öğretmen: Peki şimdi bu yazdığımız dörtgenlere geçelim. Bunlar belirli özelliklere sahip olan özel dörtgenlerdir değil mi? [238] Zeynep: Evet, çokgendirler. [239] Öğretmen: Tamam çokgen de nasıl çokgendirler. [240] Elif: Dörtgendirler. [241] Öğretmen: Bunları şimdi kendi arasında bi sıralamaya tabi tutalım, diyagram oluşturalım. [242] Ali: Hocam bence en üstte dikdörtgen olur. [243] Elif: Hayır yamuk olur. [244] Öğretmen: Peki her kare bir yamuk mudur?	[245] Fatma: Hayır. [246] Ali: Hayır. [247] Elif: Hayır...Evet. [248] Öğretmen: Neden? [249] Elif: Yamuk en az bir kenar çifti paraleldir. Eee karenin ise ikisi de. [250] Öğretmen: Doğal olarak? [251] Ali: Yamuk olur. [252] Elif: Dikdörtgen de yamuktur. [253] Öğretmen: Peki şunlara bakın, hangisi yamuktur? (Tahtadaki özel dörtgenlerin yazılı olduğu kısmı gösterir). [254] Ali: Hepsi yamuktur. [255] Öğretmen: Güzel ondan dolayı yamuk en üsttedir, değil mi? [256] Elif: Evet.
Kenar çiftlerinden en az birini sağlaması yeterlidir. Tahtadaki tüm geometrik şekillerin en az bir kenar çifti paralel olduğundan tahtadaki tüm geometrik şekiller bir yamuktur. Elif	Uzunluğunun yamuk olması için kenar çiftlerinden en az birini paralel sağlaması yeterlidir. Tahtadaki bütün şekiller birer yamuktur. Oya

Şekil 67. Öğrencilerin Yamuk ile Diğer Özel Dörtgenler Arasındaki Hiyerarşik İlişkilendirmesi

Grup 1 öğrencileri takım çalışması aşamasında etkinlikte yer alan hiyerarşik ilişkilerin belirlenmesine yönelik sorulara ya kısa cevaplar vermiş ya da cevaplamadan geçmişlerdir. Elif bu soruyu “Tamam şimdi bakın yamuk paralelkenar olmaz ama düzgün dörtgen de dikdörtgen de paralelkenar olur çünkü iki kenar çifti de birbirine paraleldir” şeklinde cevaplamış ve takım arkadaşlarıyla beraber üzerinde daha fazla fikir üretmemişlerdir. Sınıf tartışması aşamasında öğretmen öğrencilerin fikir üretmelerini teşvik etmek içi özel dörtgenler arasındaki içerme/kapsama ilişkilerini ikili olarak düşünmelerini istemiştir [257]. Elif her paralelkenarın bir eşkenar dörtgen olduğunu belirtmiştir [258].

Öğretmen, öğrencinin hatasını fark etmesi için GeoGebra üzerinde tüm kenarları eşit olmayan bir paralelkenar oluşturmuş ve öğrencilere bu şeklin bir eşkenar dörtgen olup olmadığını sormuştur [259]. Daha sonra öğrenciler tüm kenarları eşit olan paralelkenarın eşkenar dörtgen de olacağını fark etmiş ve her eşkenar dörtgenin bir paralelkenar olacağını belirtmişlerdir [262-265]. Daha sonra öğrenciler önce dikdörtgenin daha sonra yamuk dışında kalan tüm özel dörtgenlerin paralelkenar olacağını belirtmişlerdir [266-269]. Öğrencilerin paralelkenar olan özel dörtgenlere yönelik açıklamalarına Tablo 20’de yer verilmiştir. Öğrencilerin sözlü ve yazılı açıklamaları incelendiği zaman dikdörtgen, kare ve eşkenar dörtgeni; paralelkenarın özel bir durumu olarak tanımlamalarından ve bu şekillerin tüm örneklerinin paralelkenar olduğunu belirtmeleri sonucunda “*Dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare; paralelkenar sınıfının alt kümeleridir*” alt teması tanımlanmıştır.

[257] Öğretmen: Peki diğerlerini ikili olarak düşünelim. Kim kimin altındadır? ... [258] Elif: Her paralelkenar bir eşkenar dörtgendir. [259] Öğretmen: Peki bu bir paralelkenar, eşkenar mıdır? (GeoGebra üzerinde paralelkenar oluşturur). [260] Elif: Hayır. [261] Ali: Hayır. [262] Elif: O zaman tüm kenarları eşit olan paralelkenar bir eşkenar dörtgendir. [263] Öğretmen: Bu durumda ne olur? [264] Ali: Her eşkenar dörtgen bir paralelkenar olur. [265] Öğretmen: Peki, başka?	... [266] Ali: Hocam her dikdörtgen de bir paralelkenar değil mi? [267] Öğretmen: Dur dur! O aklında kalsın. ... [268] Öğretmen: Peki bunlardan hangileri bir paralelkenardır? [269] Ali: Dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare. [270] Öğretmen: Yamuk dışında hepsi aynı zamanda paralelkenar olmadı mı? Nasıl bir şekil olacak? [271] Ali: Hocam yamuk sonra paralelkenar... [272] Elif: Önce yamuk sonra paralelkenar.
---	--

Tablo 20. Öğrencilerin Paralelkenar Olan Dörtgenlere Yönelik Yazılı Açıklamaları

Elif	Tüm kenar çiftlerinin paralel olması yeterlidir. Bu özelliğe sahip olan kare ve dikdörtgen bir paralelkenardır.
Zeynep	eşkenar dikdörtgen bir paralel kenardır. Çünkü kenar çiftlerinden ikisi de paraleldir. Yani kenar çiftlerinin ikisi de paralel olmalı kenarın kenar çiftlerinden en az ikisi de paraleldir.
Eda	Örneğin: Dikdörtgen dik açılı bir paralelkenardır kare ise dik açılı ve eşit kenarlı bir paralel kenardır

Öğrenciler kare, eşkenar dörtgen ve dikdörtgen arasındaki hiyerarşik ilişkilere yönelik takım çalışması aşamasında fikir üretmemiş, sınıf tartışması aşamasında öğretmenin özel dörtgenlerin aralarındaki ilişkileri ikili olarak sorgulamaları için teşvik etmesinden sonra fikir üretmeye devam etmişler [257]. Elif, dikdörtgenin özelliklerinin kare de olmasından dolayı karenin de bir dikdörtgen olduğunu belirtmiştir [274-277]. Daha sonra bazı öğrencilerin dikdörtgen ve kare arasındaki bu ilişkiyi anlamaması üzerine öğretmen GeoGebra üzerinde bir dikdörtgen oluşturmuş ve bu şeklin hangi durumda kareye dönüşeceğini sormuştur [278]. Öğrenciler başta yanlış cevaplarsa da sonradan dikdörtgenin tüm kenarlarının eşitlenmesi durumunda kare olacağını belirtmişlerdir [282-285]. Bunun üzerine öğretmenin sorması ile öğrenciler karenin, dikdörtgenin özel bir formu olduğunu doğrulamışlardır [288-289]. Oya tüm kenarların eşit olması durumunda şeklin kare olduğunu belirtse de Elif cevabını kısa bulmuş ve karenin, tüm kenarları eşit olan dikdörtgen olduğunu belirtmiştir [290-302]. Öğrencilerin etkinlik kağıtları incelendiğinde dikdörtgen ve kare arasındaki içerme/kapsama ilişkisine yönelik diyagram ve küme gösterimleri ile bu ilişkiyi temsil ettikleri, bir açıklamaya ise sadece Oya'nın yer verdiği görülmüştür. Oya ise "Bütün kenarları eşit olan bu dikdörtgene ise kare denir" şeklinde bir açıklamada bulunmuştur. Etkinlikte kare ve dikdörtgen arasındaki ilişkiye yönelik doğrudan bir sorunun olmaması öğrencilerin bu ilişkiyi yazılı olarak ifade etmemelerine sebebiyet vermiş olabilir. Sınıf tartışması aşamasında, bazı öğrencilerin karenin (A), dikdörtgenin (B) özel bir durumu olduğunu (B, A'yı içerir/kapsar) açıklamaları sonucunda parça-bütün ilişkilendirmeye ait "*Kare, dikdörtgen sınıfının bir alt kümesidir*" alt teması belirlenmiştir.

[273] Ali: Dikdörtgen karenin... [274] Elif: Kare bir dikdörtgendir. [275] Ali: Evet. [276] Öğretmen: Peki kare bir dikdörtgendir diyorsunuz. Neden? [277] Elif: Dikdörtgenin karşılıklı kenarları eşittir, karenin de karşılıklı kenarları eşit, Dikdörtgenin iç açıları 90° eşittir karenin de. [278] Öğretmen: Oya sen söyle bakalım kare neden bir dikdörtgendir? ... [279] Öğretmen: Peki şu şekil bir nedir? (GeoGebra üzerinde dikdörtgeni gösterir). [280] Ali: Dikdörtgen.	[287] Fatma: Hayır. [288] Öğretmen: Hmm o zaman kare dikdörtgenin özel bir formudur değil mi? [289] Ali: Evet. [290] Öğretmen: Peki kare nasıl bir dikdörtgendir? Zeynep sen söyle bakalım. [291] Zeynep: Hocam öyle bir soru sordunuz ki! [292] Öğretmen: Var mı söylemek isteyen. [293] Elif: Ben. [294] Öğretmen: Söyle bakalım. [295] Eda: Karşılıklı kenarları eşit olan. [296] Oya: Hayır tüm kenarları eşit olan.
--	--

[281] Öğretmen: Ben bunu ne yaparsam kare olur? [282] Elif: Karşılıklı kenarları eşitlerseniz. [283] Öğretmen: Karşılıklı kenarları mı? Yoksa... [284] Ali: Tüm kenarları. [285] Elif: Tüm. [286] Öğretmen: Peki kenarları eşitledim. Bu şeklin dikkdörtgenliği bozuldu mu?	[297] Öğretmen: Oya tam cümle kur. [298] Oya: Tüm kenarları eşittir. [299] Elif: Oya kuramadın. [300] Öğretmen: Elif söyle bakalım. [301] Elif: Tüm kenarları eşit olan dikkdörtgenlere kare denir. [302] Öğretmen: Tamam buradan karenin bir dikkdörtgen olduğunu anladık.
---	---

Elif her karenin aynı zamanda bir eşkenar dörtgen de olduğunu söylemiş ve öğretmenin sebebini sorması üzerine karenin de tüm kenarlarının eşit olmasından dolayı eşkenar dörtgen olduğunu belirtmiştir [303-306]. Daha sonra, öğrenciler karenin hem dikkdörtgen hem de eşkenar dörtgen olmasından dolayı diyagramda en alta karenin geleceğini belirtmişlerdir [307-321]. Öğrencilerin etkinlikle kağıtları incelendiği zaman karenin özel bir eşkenar dörtgen olduğuna yönelik açıklamalar yaptığı görülmektedir. Örnek olarak Tablo 21’de öğrencilerin etkinlik kağıdına yansıttığı bazı açıklamalara yer verilmiştir. Öğrencilerin karenin (A), eşkenar dörtgenin (B) özel bir durumu olduğunu (B, A’yı içerir/kapsar) açıklamaları sonucunda parça-bütün ilişkilendirmeye ait “*Kare, dikkdörtgen sınıfının bir alt kümesidir*” alt teması belirlenmiştir.

[303] Öğretmen: Peki, başka? [304] Elif: Hocam her kare bir eşkenar dörtgendir. [305] Öğretmen: Neden? [306] Elif: Çünkü karenin de tüm kenarları eşittir. ... [307] Elif: Önce yamuk sonra paralelkenar. [308] Ali: Sonra dikkdörtgen. [309] Öğretmen: Güzel. [310] Ali: Sonra eşkenar dörtgen. [311] Elif: Hayır kare var. [312] Öğretmen: Tamam şuraya ne gelir? (Paralelkenarın altına yeni bir çizgi çizer).	[313] Elif: Eşkenar dörtgen. [314] Öğretmen: Kare peki hangisinin altında olur? [315] Elif: Dikkdörtgenin altında ama eşkenar dörtgenin de altında, ikisinin de altında olur. [316] Araştırma: Kare hem... [317] Fatma: Dikkdörtgendir. [318] Öğretmen: Hem de bir... [319] Zeynep: Eşkenar dörtgendir. [320] Öğretmen: Güzel böyle bir şekil oluştu değil mi? [321] Ali: Evet.
--	--

Tablo 21. Öğrencilerin Eşkenar Dörtgen ve Kare Arasındaki İçerme/Kapsama İlişisine Yönelik Yazılı Açıklamaları

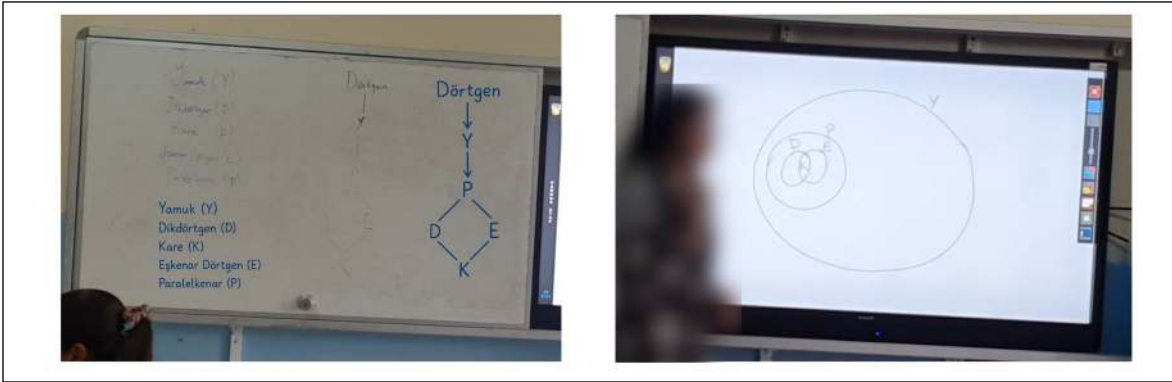
Zeynep	Kareye, dört adet diğ. açısı bulunan bir eşkenar dörtgen dizebiliriz.
--------	---

Fatma	Tüm kenarları eşit olmalı ve bu özellik sahip olan çokgen kare'dir o yüzden kare bir eşkenar dörtgendir.
Oya	Uçurtmanın eşkenar dörtgen olması için bütün kenarları eşit olması gerekir. Geometrik şekillerden kare bir eşkenar dörtgendir.
Elif	Tüm kenarların eşit uzunlukta olması yeterlidir. Bu özelliği bulunduran kare bir eşkenar dörtgendir.

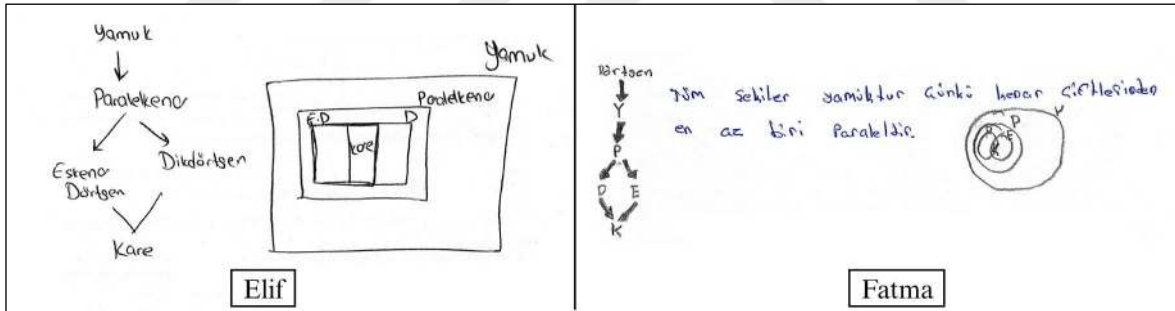
Öğrenciler sınıf tartışması aşamasında özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri diyagram olarak gösterdikten sonra öğretmen küme gösterimi yoluyla göstermeleri için teşvik etmiştir [322]. Elif çok istekli bir ses tonuyla gösterebileceğini belirterek tahtaya kalmıştır [323]. Elif tahtada ilk olarak büyük bir küme gösterir, öğretmen bu kümenin ne olduğunu sorduğunda Ali yamuk olduğunu söyler ve Fatma diğer özel dörtgenlerin bu küme içine gireceğini belirtir [328]. Araştırmacı yamuğun diğer iki kenarının da paralel olması durumunda ne olacağını sorar ve Ali paralelkenar oluşacağını söyler [340]. Öğrenciler benzer şekilde diğer özel dörtgenler arasındaki içerme/kapsama ilişkilerini de öğretmenin soruları eşliğinde açıklamışlardır [342-345]. Şekil 68’de sınıf tartışması aşamasında uçurtmanın sahip olabileceği özel dörtgenlerin sınıflandırılmasına yönelik öğrencilerin yönlendirmesi sonucunda öğretmenin tahtada oluşturduğu diyagrama ve Elif’in oluşturduğu küme gösterimine yer verilmiştir. Öğrenciler özel dörtgenler arasındaki içerme/kapsama ilişkilerini etkinlik kağıtlarına da yansıtmışlardır. Öğrencilerden bazılarının etkinlik kağıdına yansıttığı açıklamalara ve çizimlere Şekil 69’da yer verilmiştir. Öğrencilerin bu özel dörtgenlere yönelik parça-bütün ilişkilendirmesi (A, B’yi içerir veya B, A’nın özel durumudur) sonucunda “Özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri belirtme” alt teması belirlenmiştir.

[322] Öğretmen: Peki bu şekiller arasındaki ilişkileri küme ile gösterebilir miyiz? Kim cesaret ediyor göstermeye. [323] Elif: Ben! [324] Zeynep: Nasıl yani? [325] Elif: Bilmiyorum, dur yapacağım. [326] Öğretmen: Elif biraz büyük çiz. [327] Öğretmen: Bu ne oldu? [328] Ali: Yamuk.	[336] Elif: Bu D’dir. [337] Öğretmen: Şimdi ben böyle bir şekil çizersem ne olur? [338] Fatma: Yamuk. [339] Öğretmen: Diğer kenarları da paralel yaparsam? [340] Ali: Paralelkenar. [341] Öğretmen: Kenarları eşit yaparsam eşkenarın içine girer. Açıları dik yaparsam?
---	--

[329] Öğretmen: Kim yamuğun içinde olur? Hepsi mi? [330] Fatma: Evet. [331] Zeynep: Hepsi. [332] Elif: Tamam şimdi paralelkenar içinde olur. Tamam ben anladım ne yapacağımı. [333] Öğretmen: Oldu mu? [334] Elif: Oldu. [335] Fatma: Oldu oldu.	[342] Elif: Dikdörtgen. [343] Öğretmen: Karenin içine yani dikdörtgenin de içine girer. Sonra açıları dik yaptım ama karşılıklı kenarları farklı yaptım, nereye girer? [344] Elif: Sadece dikdörtgen. [345] Öğretmen: Anladınız mı? Aralarında böyle bir ilişki var. Sonraki soruya geçelim.
---	--



Şekil 68. Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişkilendirmesine Yönelik Sınıf Tartışması Görüntüleri



Şekil 69. Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişkilendirmesine Yönelik Öğrenci Etkinlik Kağıtları

Etkinlik 2 Kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan parça-bütün türüne ait ilişkilendirmeleri içeren alt temalara Tablo 22’de yer verilmiştir.

Tablo 22. Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin Parça-Bütün Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

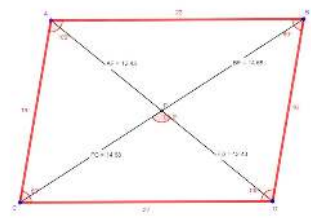
Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare; yamuğun alt kümeleridir	•	•	•	•		•
Dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve kare; paralelkenar sınıfının alt kümeleridir	•		•			•
Kare, eşkenar dörtgen sınıfının bir alt kümesidir	•					
Kare, dikdörtgen sınıfının bir alt kümesidir	•					•
Özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri belirtme	•	•			•	•

Tablo 22 incelendiğinde Elif'in tüm alt temalara yönelik ilişkilendirme kurduğu görülmektedir. Diğer taraftan bazı öğrenciler dörtgenler arasındaki içermek/kapsama ilişkilerini ikili olarak (örneğin kare ve eşkenar dörtgen arasındaki) açıklamasa da tüm dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri diyagram veya küme gösterimi belirtmelerinden dolayı parça-bütün türüne ait ilişkilendirme kurmuşlardır.

4.2.3. Çıkarımsal İlişkilendirme

Grup 1 öğrencilerinden Elif, takım çalışması aşamasında etkinlikte yer alan son soruyu hızlıca cevaplamış ve geçmiştir. Takım arkadaşları Elif'in çözümüne yönelik bir geri bildirimde bulunmamış ve kendi fikirlerini bildirmemişlerdir. Elif, karşılıklı açıları 80° olan özel dörtgeni GeoGebra yazılımı üzerinde oluşturmuş ve diğer açılarının u kuralından dolayı 100° olacağını belirtmiş ve varsayımını GeoGebra üzerinde oluşturduğu paralelkenar ile doğrulamıştır [347]. Sınıf tartışması aşamasında ise öğretmen, GeoGebra üzerinde oluşturdukları dörtgenin paralelkenar olduğunu nasıl anladıklarını öğrencilere sormuştur [348-350]. Eda, kenarlarının eşit olduğu söylemiş, Elif karşı çıkarak çapraz açılarının eşit olduğunu belirtmiştir [351-352]. Ali ise toplamlarının 180° olduğundan dolayı eşit olduğunu söylemiştir [351-356]. Elif ise u kuralı olduğunu söylemiştir [355]. Öğretmen u kuralı ile ne demek istediklerini anlayarak iki paralel kenar ile ne olduğunu ortaya çıkarmak istemiş, Ali ise kesen olduğunu söylemiştir [358]. Sınıf tartışmasının ilerleyen aşamalarında Elif, iki kenarın uzunluklarının eşit olması durumunda kenarların paralel olup olmayacağını sormuştur [362]. Ali olacağını söylese de varsayımını doğrulayamamış, öğretmen ise Elif'ten aksi bir örnek vermesini istemiştir [363]. Elif, GeoGebra üzerinde kenarları birbirine eşit olan ama paralel olmayan bir dörtgen oluşturarak Ali'nin varsayımını çürütmüştür [366]. Ali ise sonradan tahtada olan karenin A ile B ve C ile D açılarının toplamlarının 180° olmasından dolayı kenarlarının paralel olduğunu belirtmiştir [372]. Elif ise tahtada parmaklarıyla karşılıklı kenarları göstermiş daha sonra karşılıklı kenarlar arasında kalan açılarının ölçüleri toplamının 180° olmasından dolayı bu kenarların paralel olacağını belirtmiştir [373]. Öğrencilerin iki paralel doğru ve bir kesenin oluşturduğu açılarının özelliklerinden yola çıkarak paralelkenarın kenar özelliklerini belirlemesi sonucunda “İki kenar arasında kalan açılarının ölçüleri toplamı 180° ise bu kenarlar paraleldir” alt teması belirlenmiştir.

[346] Elif: Karşılıklı açıları eşit olan ve açılardan biri 80° olan demiş. Tamam karşılıklı açıları eşit, bir açısını da 80° yapalım. Tamam diğer açısı kaç derece oluyor? 100° olur, şimdi karşılıklı kenarları birbirine paralel ya u kuralından açılarının toplamı 180° olmalı. E bundan dolayı diğerleri 100° oluyor. Zaten görüyorsunuz (GeoGebra üzerinde oluşturur).



Elif'in GeoGebra üzerinde oluşturduğu şekil

[347] Öğretmen: Hadi biri şu tahtadaki şekli paralelkenara çevirsin bakalım. Eda sen kalk.

[348] Eda: Tamam şimdi oldu.

[349] Öğretmen: Güzel nasıl anlıyoruz peki paralelkenar olduğunu?

[350] Eda: Çünkü karşılıklı kenarları eşit.

[351] Elif: Hayır, çapraz açıları birbirine eşittir.

[352] Öğretmen: AB ile CD'nin birbirine paralel olduğunu nereden biliyorum (Şekil 69a).

[353] Ali: Topamları 180° 'dir.

[354] Öğretmen: Yani, ne diyoruz?

[355] Elif: U kuralı var.

[356] Öğretmen: İki paralel kenar bi de...

[357] Ali: Kesen var.

[358] Öğretmen: Güzel.

[359] Öğretmen: Peki şu iki kenarı düşünelim (AB ile CB), birbirine paralel midir?

[360] Elif: Evet AC kesen olur. Topamları yine 180° yani paraleldir.

[361] Elif: Peki bir şey soracağım, karşılıklı kenarlarının eşit olması paralel olduğunu mu gösteriyor?

[362] Ali: Evet.

[363] Elif: Nereden biliyorsun!

[364] Öğretmen: Göstermeyebilir. Aksi bi örnek göster bakalım tahtada.

[365] Elif: Oldu işte, hadi söyleyin bakalım paralel olduğunu (Şekil 69c).

[366] Eda: Paralel değil tabi ki.

[367] Öğretmen: 8 cm olan kenarlar paralel mi?

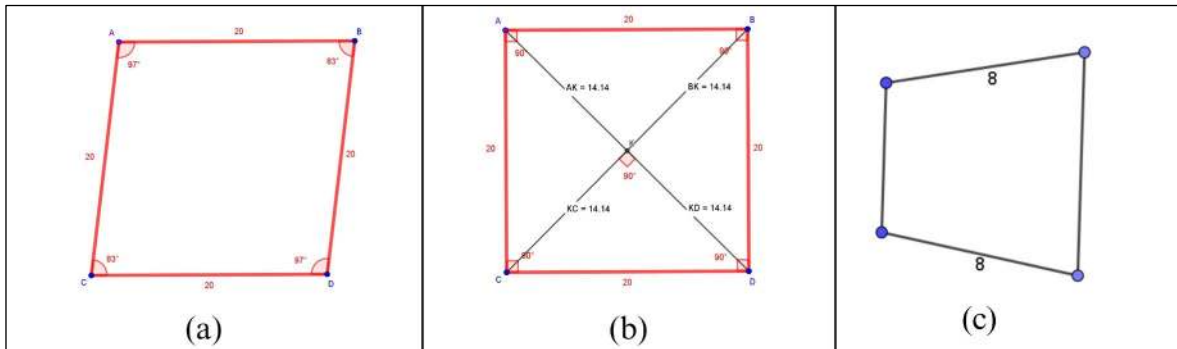
[368] Fatma: Hayır.

[369] Öğretmen: Ne diyoruz o zaman?

[370] Elif: Kenarların eşit olması paralel olduklarını göstermez.

[371] Ali: Hocam A ile B'nin, C ile D'nin açıları toplamı 180° 'dir. U kuralı var (Şekil 69b).

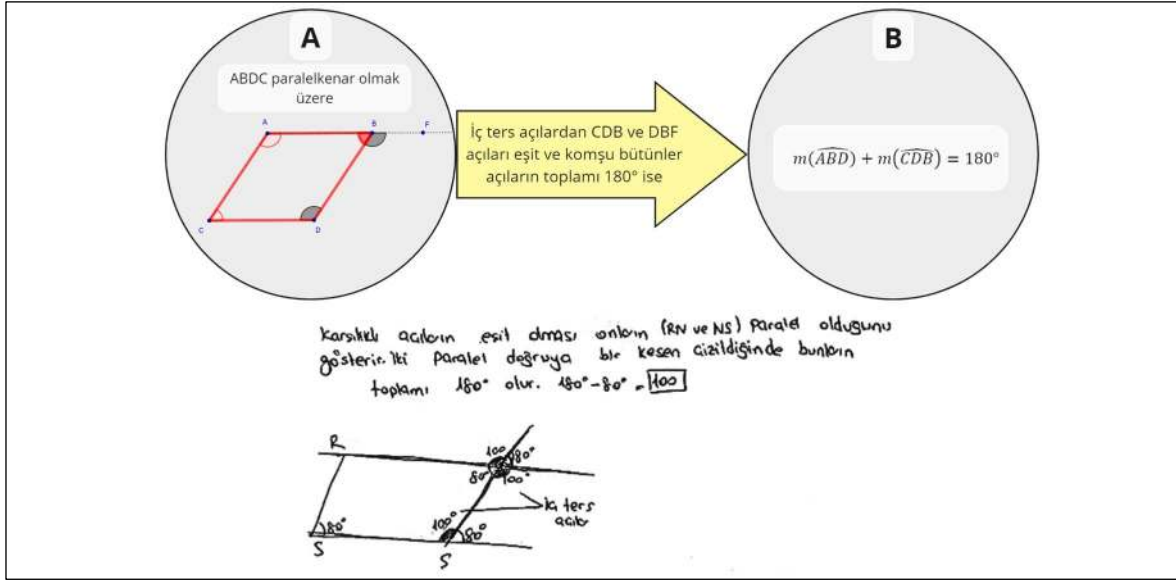
[372] Elif: Kenarlarının ikisi de paralel. Bu da 180° bu da (komşu açıları gösterir).



Şekil 70. Öğrencilerin Sınıf Tartışması Aşamasında Geogebra Üzerinde Oluşturduğu Şekiller

Öğrencilerin etkinlik kağıtları incelendiğinde, yalnızca Elif'in karşılıklı kenarların paralel olma durumuna yönelik mantıksal bir çıkarım kurduğu görülmektedir (Şekil 71). Elif bir paralelkenarda komşu açıların (başlangıç noktaları aynı kenar üzerinde olan)

toplamlarının 180° olduğunu iki paralel doğru ve bir kesenin arasında kalan açılar kullanarak göstermiştir (Şekil 71). Öğrencilerin iki paralel ve bir kesenin oluşturduğu açılar ile paralelkenarın iç açıları arasında çıkarımsal ilişkilendirme kurması sonucunda “Paralelkenarda komşu açılar birbirinin bütünleri olduğundan dolayı toplamları 180° olur” alt teması belirlenmiştir.



Şekil 71. Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Çıkarımsal İlişkilendirmesi

Etkinlik 2 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan çıkarımsal türüne ait ilişkilendirmeleri içeren alt temalara Tablo 23'te yer verilmiştir.

Tablo 23. Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin Çıkarımsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
İki kenar arasında kalan açılar ölçülürse toplamı 180° ise bu kenarlar paraleldir	•			•		
Paralelkenarda komşu açılar birbirinin bütünleri olduğundan dolayı toplamları 180° olur	•					

Tablo 23'te görüldüğü gibi çıkarımsal türüne ait sadece iki alt tema belirlenmiş ve yalnızca iki öğrencinin sözlü ve yazılı üretimlerinde ortaya çıkmıştır.

4.2.4. Öğretime Yönelik İlişkilendirme

Öğrencilerin paralelkenarın açıları arasındaki ilişkileri keşfetme sürecinde “iki paralel doğru ve bir kesenin oluşturduğu açılar” konusundaki bilgileri önemli bir rol oynamıştır. Şekil 71'te Elif'in paralelkenarda verilmeyen açıları bulurken “iç ters açılardan”

faaydalandığı görölmektedir. Diğer taraftan, öğrenciler takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında paralelkenarda komşu açılarının ölçülerinin toplamını hesaplarırken ya da karşılıklı kenarların paralel olma durumunu değerlendirirken “u kuralı” olduğunu belirtmişlerdir [376-380]. “U kuralı”, iki paralel doğru ve bir kesenin oluşturduğu açılardan u harfi biçimindeki bölge içinde kalan açılarının toplamının 180° olduğunu öğretmek amacıyla kullanılan bir terimdir. Öğrencilerin bir dörtgenin karşılıklı kenarlarının paralel olma durumunu ve paralelkenarın açıları arasındaki ilişkileri daha önce öğrendikleri bir konu ile ilişkilendirmeleri sonucunda “*Paralelkenarın açıları arasındaki ilişkiyi iki paralel doğru ve bir kesenin oluşturduğu açılardan faydalananarak belirleme*” alt teması tanımlanmıştır.

[373] Öğretmen: AB ile CD’nin birbirine paralel olduğunu nereden biliyorum (Şekil 70a).

[374] Ali: Topamları 180° ’dir.

[375] Öğretmen: Yani, ne diyoruz?

[376] Elif: U kuralı var.

[377] Öğretmen: İki paralel kenar bi de...

[378] Ali: Kesen var.

...

[379] Elif: Kenarların eşit olması paralel olduklarını göstermez.

[380] Ali: Hocam A ile B’nin, C ile D’nin açıları toplamı 180° ’dir. U kuralı var (Şekil 69b).

Etkinlik 2 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan öğretime yönelik ilişkilendirmeyi içeren alt temaya Tablo 24’te yer verilmiştir.

Tablo 24. Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin Öğretime Yönelik Kurduğu İlişkilendirmeler

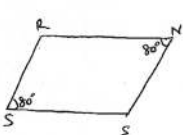
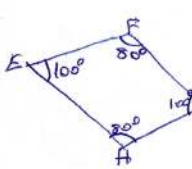
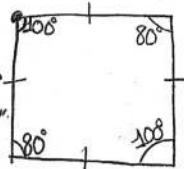
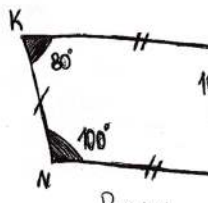
Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Paralelkenarın açıları arasındaki ilişkiyi iki paralel doğru ve bir kesenin oluşturduğu açılardan faydalananarak belirleme	•			•		

Tablo 24 incelendiğinde öğretime yönelik ilişkilendirmeye ait belirlenen alt tema, Elif ve Ali’nin sözlü ve yazılı üretimlerinde ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin eski bilgilerinden yola çıkarak (iki paralel ve bir kesenin oluşturduğu açılar) ilişkilendirme yapması çıkarımsal ilişkilendirme kurmalarında da kritik bir rol oynamıştır.

4.2.5. İşlemsel İlişkilendirme

İşlemsel ilişkilendirme öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde etkinlikte yer alan ix. soruda ortaya çıkmıştır. Öğrenciler sınıf tartışması aşamasında soruyu okuduktan sonra Elif, komşu olan açılarının ölçüleri toplamının 180° olmasından dolayı diğer açılarının ölçüsünü zihinden işlem yaparak 100° olarak bulmuştur [383]. Ali ise GeoGebra üzerinde geometrik

şekli çizerek bilinmeyen açılarını ölçülerini bulmuş ve Elif'in cevabını doğrulamıştır [385-392]. Şekil 72'te öğrencilerin bu soruya yönelik cevaplamaları verilmiştir. Öğrencilerin cevapları incelendiğinde yalnızca Elif'in denklem kurduğu görülmektedir. Diğer öğrenciler bilinmeyen açının ölçüsünü denklem kurmadan bulmuş doğrudan sonucu yazmışlardır. Öğrencilerin bir dörtgendeki verilmeyen açıyı zihinden hesap yaparak, GeoGebra üzerinde paralelkenar oluşturarak veya denklem kurarak bulması sonucunda “Bir paralelkenarda verilmeyen açıyı işlem yaparak bulma” alt teması belirlenmiştir.

[381]Öğretmen: Peki sonraki soruya geçelim. [382]Fatma: Ali ve arkadaşları karşılıklı açıları eşit olan bir uçurtma şekli belirlemeye karar verir. Bu açılardan birini 80° olarak belirlerler. Bu geometrik şeklin diğer açıları kaç derece olmalıdır? [383]Zeynep: 100° [384]Elif: Paralel olduğu için komşu açıları toplamı 180° olmalıdır. Diğer açısı da 100° olur.	[385]Öğretmen: Ali tahtaya kalk bu özellikleri sağlayan şekli göster bakalım. [386]Ali: Hocam oldu mu? [387]Öğretmen: Bu şekil neden olmadı? [388]Elif: Öyle olmaz ki karşılıklı açıların ikisi de 80° olmalıdır. [389]Öğretmen: Hangi ikisi? [390]Ali: Hocam bunla bu 80° olmalı. [391]Öğretmen: Diğer açıları kaç derece olmalıdır? [392]Ali: Hocam 100, 80, 100, 80.
 Elif	 Oya
a: Bu geometrik şekillerin toplamı 360° ye eşittir. Komşu açılarının toplamı 180° dir. $2 \cdot 180 = 360$ olur.  Eda	 Bir açısı 80° ise 180° olması için 100° olmalıdır. Zeynep

Şekil 72. Öğrencilerin Etkinlik-2’de Yer Alan ix. Soruya Yönelik Cevapları

Etkinlik 2 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan işlemsel ilişkilendirmeye yönelik alt temaya Tablo 25’te yer verilmiştir.

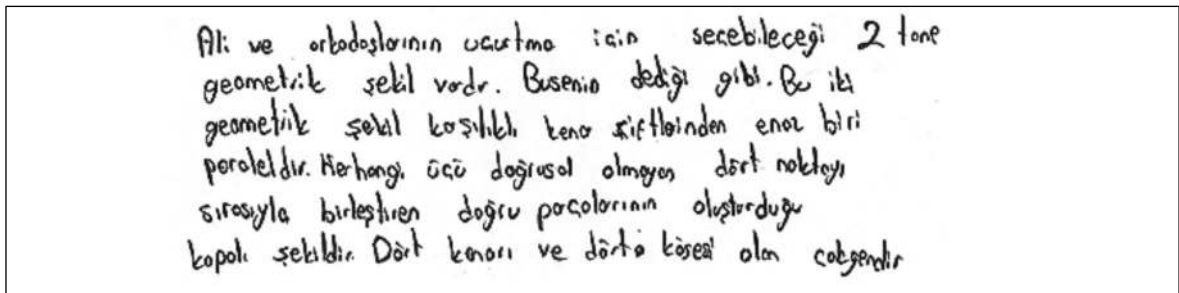
Tablo 25. Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin İşlemsel Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Paralelkenarın açıları arasındaki ilişkiyi iki paralel doğru ve bir kesenin oluşturduğu açılardan faydalananarak belirleme	•		•	•	•	•

Tablo 25 incelendiğinde işlemsel ilişkilendirmeye yönelik alt tema Fatma dışında tüm öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinden ortaya çıkmıştır.

4.2.6. Anlamsal İlişkilendirme

Öğrenciler takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında ve etkinlik kağıtlarında özel dörtgenleri “kare, tüm kenarları eşit olan dikdörtgendir” şeklinde açıklamalar yaparak tanımlamışlardır ancak öğrencilerin bu üretimleri, özel dörtgenler arasındaki içermek/kapsama ilişkilerini de içerdiğinden parça-bütün türüne ait ilişkilendirme altında ele alınmıştır. Eda uçurtmanın sahip olabileceği şekillerin hepsinin dörtgen olacağını belirtmiş ve öz yansıtma aşamasında Etkinlik kağıdında dörtgeni tanımlamaya yönelik açıklamalara yer vermiştir (Şekil 73). Diğer öğrenciler ise üretimlerinde özel dörtgenlerin özelliklerini belirtmeden bir tanımlama yapmamışlardır. Dolayısıyla öğrencilerin yaptıkları bu tanımlar özelliklerle ilişkilendirme altında ele alınmıştır. Eda’nın dörtgeni tanımlaması sonucunda “Dörtgen, herhangi üçü doğrusal olmayan dört noktanın sırasıyla birleştirilmesiyle oluşturulan kapalı şekildir” alt teması belirlenmiştir. Diğer öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde bu ilişkilendirmeye yönelik alt tema tanımlandığından tablo olarak bu ilişkilendirmeye yer verilmemiştir.

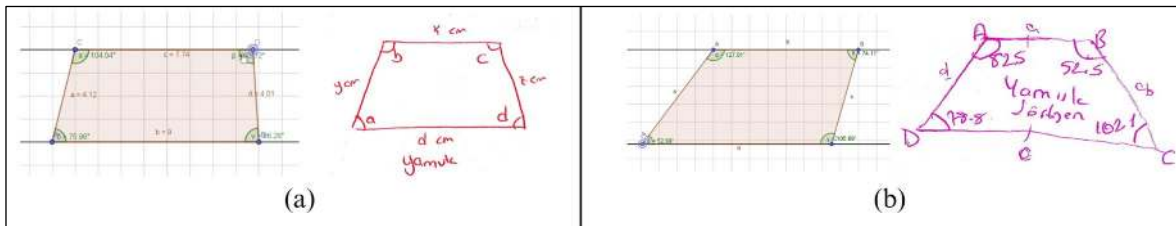


Şekil 73. Eda’nın Öz Yansıtma Aşamasında Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Dörtgeni Tanımlamaya Yönelik Açıklamaları

4.2.7. Farklı Temsillerle İlişkilendirme

Öğrenciler bireysel aşamada uçurtmanın sahip olabileceği geometrik şekilleri belirlerken yalnızca Elif ve Oya GeoGebra üzerinde yamuk oluşturabilmiştir (Şekil 74).

Daha sonra öğrenciler oluşturdukları yamuğu etkinlik kağıdına yansıtarak çizim yapmış ve yamuk olarak isimlendirmişlerdir (Şekil 74). Ancak Elif ve Oya'nın, etkinlik kağıtlarında yaptıkları çizimler incelendiğinde yamuğun özelliklerini göstermediklerinden dolayı yapılan çizimden şeklin yamuk olduğu anlaşılmamaktadır. Ayrıca Oya'nın etkinlik kağıdına yansıttığı yamuk çizimi incelendiğinde açı ölçülerini yanlış belirttiği görülmektedir (Şekil 74b). Takım çalışması [1-23] ve sınıf tartışması [24-35] aşamalarında ise öğrenciler GeoGebra üzerinde yamuk oluşturarak (görsel temsil) özelliklerini incelemiş ve sözel olarak (sözel temsil) temsil etmişlerdir.

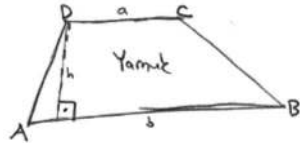


Şekil 74. Elif ve Oya'nın Yamuğa Yönelik Şekil ve Çizim temsilleri

Öğrencilerin takım çalışması, sınıf tartışması ve öz yansıtma aşamalarında etkinlik kağıtlarına yansıttıkları yamuğa yönelik temsillere Tablo 26'da yer verilmiştir.

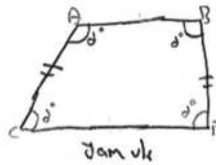
Tablo 26. Öğrencilerin Yamuğa Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Temsillere Örnekler

- Zeynep
- Öz Yansıtma
- Çizim-sözel temsil



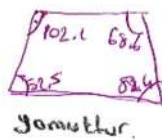
yamuk, en az iki kenarı paralel olan dörtgen. Paralel olan kenarlarına "yamuğun tabanları", paralel olmayan kenarına ise "yanal kenarlar" adı verilir.

- Fatma
- Öz Yansıtma
- Çizim-sözel temsil



Yalnızca iki kenarı paralel olan dörtgendir ve paralel kenarların uzunlukları her zaman birbirinden farklıdır. Bununla birlikte bir özellik vardır adı karşılıklı köşelerinden en az biri paralel olması zaten yamuklar yamuktur.

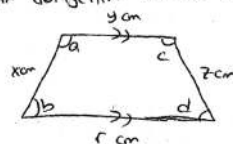
- Oya
- Takım çalışması-Sınıf tartışması
- Çizim-sözel temsil



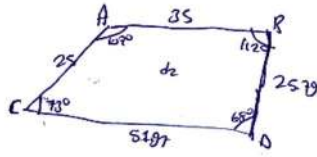
Uçukmanın yamuk olması için kenar çiftlerinden en az biri paralel olması yeterlidir. Tablodaki bütün şekiller birer yamuktur.

- Elif
- Takım çalışması-Sınıf tartışması
- Çizim-sözel temsil

Bir dörtgenin en az bir kenar çifti paralel olursa yamuk olur.

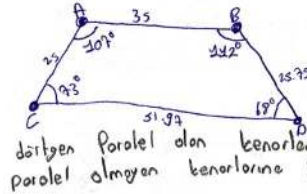


- Ali
- Takım çalışması-
Sınıf tartışması
- Çizim-sözel temsil



Yamuk dörtgen olması gerekir. Çünkü yamuk dörtgenin: Kenar ölçülerinden en az 6 tane paralel olması gerekir.

- Eda
- Takım çalışması-
Sınıf tartışması
- Çizim-sözel temsil



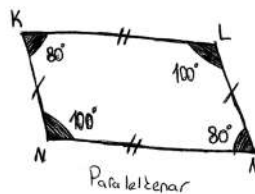
Eşit olduğu durumlarda bu yamukta ikizkenar yamuk adı verilir. Yamuk iki kenarları paralel olan "Yamukun tabanları" paralel olmayan kenarlarına ise "yanal kenarlar" denir.

Tablo 26 incelendiğinde öğrencilerin yamuka yönelik çizim ve sözel temsiller arasında ilişkilendirme kurduğu, diğer temsilleri kullanmadıkları görülmektedir. Ayrıca sadece Elif'in kullandığı sözel ifadeye uygun bir şekilde çizim yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin yamuka yönelik sözlü ve yazılı üretimleri incelendiğinde çizim, görsel ve sözel temsilleri birbirleriyle ilişkilendirmelerinden dolayı "Yamuk farklı temsillerle ilişkilendirme" alt teması belirlenmiştir.

Elif, uçurtmanın sahip olabileceği geometrik şekillerden paralelkenarı GeoGebra üzerinde oluşturarak etkinlik kağıdına çizim olarak yansıtmıştır (Tablo 27). Diğer öğrenciler ise bireysel aşamada uçurtmanın paralelkenar olabileceğini keşfedememiş ve GeoGebra üzerinde oluşturamamışlardır. Grup 1 öğrencileri takım çalışması aşamasında GeoGebra üzerinde paralelkenar oluşturarak (görsel temsil) özelliklerini keşfetmiş ve sözlü olarak (sözel temsil) üretimlerine yansıtmışlardır [36-45] (Şekil 58). Benzer şekilde öğrenciler sınıf tartışması aşamasında GeoGebra üzerinde paralelkenar oluşturarak kenar, açı ve köşegen özelliklerini keşfetmiş (görsel temsil) ve bu özellikleri sözel olarak temsil etmişlerdir [46-67] (Şekil 59). Öğrencilerin paralelkenara yönelik etkinlik kağıtlarına yansıttıkları temsillere Tablo 27'de örnekler verilmiştir. Öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri incelendiği zaman paralelkenara yönelik çizim, görsel ve sözel temsiller arasında ilişkilendirme kurmalarından dolayı "Paralelkenar farklı temsillerle ilişkilendirme" alt teması tanımlanmıştır.

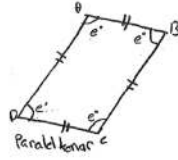
Tablo 27. Öğrencilerin Paralelkenara Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Temsillere Örnekler

- Zeynep
- Öz Yansıma
- Çizim-sözel temsil



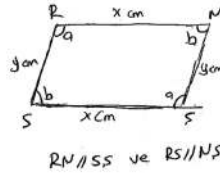
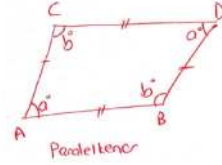
Bir açısı 80° ise 180° olması için 100° olmalıdır.
Paralelkenarın 2 farklı uzunlu-
ğuna sahip, toplam 4 kenarı var.
Paralelkenarın alanı hesap-
lanırken taban ile yüksek-
lik kullanılır.

- Fatma
- Öz yansıma
- Çizim-sözel temsil



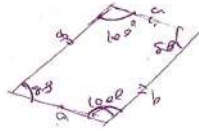
Karşılıklı kenarları, her birine paralel olan dörtgene Paralel kenar denir. ve iç açları toplamı 360 olan bir dörtgendir. Ayrıca Paralel kenarın karşılıklı kenar çiftlerinden ikisi de paraleldir o yüzden birer Paralel ve karşılıklı kenarları eşittir ayrıca her tarafta bükme açısı var o da bükme açıları.

- Elif
- Bireysel Çalışma-Takım Çalışması-Sınıf Tartışması
- Görsel-Çizim-sözel temsil



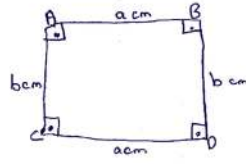
Şekildeki dörtgenin iki kenar çifti de paraleldir. Bu yüzden bu şekil bir paralelkenardır. Bu paralelkenarın iç açıları 90° olduğunda bir dikdörtgen olur.

- Oya
- Takım Çalışması-Sınıf Tartışması
- Çizim-sözel temsil



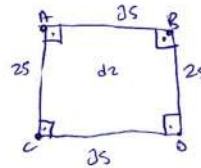
Dörtgenin paralel kenar olması için kenar çiftlerinden ikisi de paralel, karşılıklı kenarları eşit olması yeterlidir.

- Eda
- Takım Çalışması-Sınıf Tartışması
- Çizim-sözel temsil



Yanda çizdiğimiz paralel kenarın çiftlerinin ikisi de paraleldir, karşılıklı kenarları birbirine eşittir ama iç açlarının hepsi 90° dir. iç açlarının toplamı 360° dir.

- Ali
- Takım Çalışması-Sınıf Tartışması
- Çizim-sözel temsil



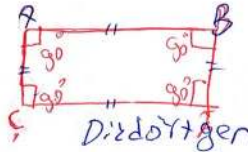
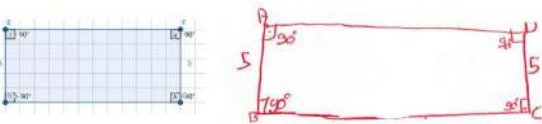
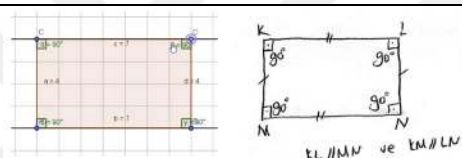
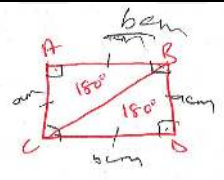
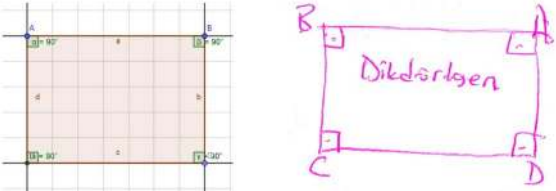
Yanda çizdiğimiz paralel kenarın kenar çiftlerinin ikisi de paraleldir.

Tablo 27'deki öğrencilerin çizimleri ve yazılı açıklamaları incelendiğinde; Elif'in paralelkenarın karşılıklı kenarları arasındaki paralelliği çizim ve sembolik gösterim ile temsil ettiği, Fatma dışında diğer öğrencilerin hepsinin ise karşılıklı kenarların eşliğini çizim üzerinde gösterdiği; Ali, Eda ve Fatma'nın ise paralelkenarın tüm açılarının ölçülerini eşit gösterdikleri görülmektedir. Bununla beraber hiçbir öğrenci sözlü ve yazılı üretimlerinde paralelkenarların köşegenlerine yönelik bir çizim yapmamıştır.

Öğrencilerin dikdörtgene yönelik kullandıkları temsillere bakıldığında Elif, Fatma, Eda ve Oya'nın bireysel aşamada GeoGebra üzerinde dikdörtgen oluşturabildikleri görülmektedir (Tablo 28). Takım çalışması (her iki grup da) ve sınıf tartışması aşamalarında

ise öğrenciler GeoGebra üzerinde dikdörtgen oluşturarak kenar, açı ve köşegen özelliklerini keşfetmiş ve Etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır [73-124]. Öğrencilerin ACODESA metodunun aşamaları boyunca dikdörtgene yönelik etkinlik kağıtlarına yansıttıkları temsillere örnek Tablo 28’de verilmiştir.

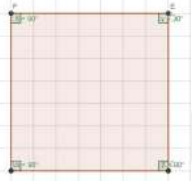
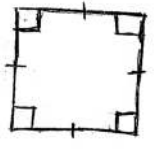
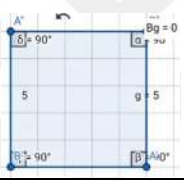
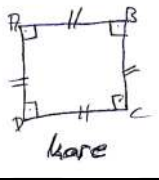
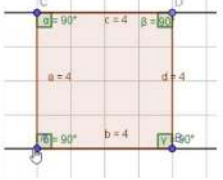
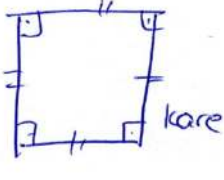
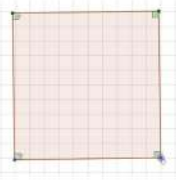
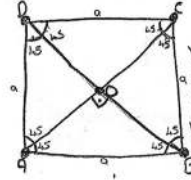
Tablo 28. Öğrencilerin Dikdörtgene Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Temsillere Örnekler

• Zeynep • Takım çalışması-sınıf tartışması • Çizim-sözel temsil	 <u>Dikdörtgen</u> = Karşılıklı kenarları birbirine eşit, diğ. ve paralel olan dörtgene denir.
• Fatma • Bireysel-takım çalışması-sınıf tartışması • Görsel-çizim-sözel temsil	 <u>Dikdörtgen</u> açıları eşittir herisi 90°'dir. Dikdörtgenin kenarları eşittir bu şekilde paralel ve 90° açılarla oluşan eşit kenarlı kenarlar her iki eşit ve dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine eşittir.
• Elif • Bireysel-takım çalışması-sınıf tartışması • Görsel-çizim-sözel temsil	 Sevildiği dörtgenin iç açıları 90° ve karşılıklı kenarları paralel ve eşit bu yüzden bu bir dikdörtgendir. Bu dikdörtgenin tüm kenarları eşit olursa bu bir kare olur.
• Ali • Bireysel-takım çalışması-sınıf tartışması • Çizim-sözel temsil	 En az 1 kenar birbirine paraleldir, karşılıklı kenarları birbirine eşittir. İç açıları toplamı her daim 360°'dir. Bütün açıların ölçüsü birbirine eşittir. Karşılıklı kenar açılarına da en az 1 tane paraleldir.
• Oya • Bireysel Aşama • Görsel-çizim temsil	

Tablo 28 incelendiğinde öğrencilerin görsel, çizim ve sözel temsillerden en az ikisini kullanarak ilişkilendirme kurdukları görülmektedir. Öğrencilerin hepsi çizim temsillerinde dikdörtgenin iç açılarının dik olduğunu belirtmiştir. Ancak karşılıklı kenarların eşitliğini yalnızca Elif ve Ali’nin gösterdiği görülmektedir. Diğer taraftan Oya’nın etkinlik kağıdında dikdörtgene yönelik sözel temsillere yer vermediği görülmektedir. Öğrencilerin ACODESA metodunun aşamaları boyunca dikdörtgene yönelik görsel-çizim ve sözel temsilleri arasında ilişkilendirme yapmalarından dolayı “Dikdörtgeni farklı temsillerle ilişkilendirme” alt teması tanımlanmıştır.

Öğrencilerin kare kavramına yönelik kullandıkları temsillere bakıldığında, Elif, Fatma, Eda ve Zeynep'in bireysel çalışma aşamasında GeoGebra ortamında kare oluşturabildikleri görülmektedir (Tablo 28). Takım çalışması (Grup 1 öğrencileri) [125-129] ve sınıf tartışması aşamalarında [130-145] ise öğrenciler, GeoGebra üzerinde kare oluşturarak karenin kenar, açı ve köşegen özelliklerini tartışarak keşfetmiş ve etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır. Öğrencilerin ACODESA metodunun aşamaları boyunca kare kavramına yönelik geliştirdikleri temsillere ilişkin örnekler Tablo 29'da sunulmuştur.

Tablo 29. Öğrencilerin Kareye Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Temsillere Örnekler

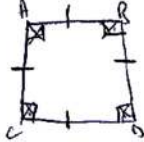
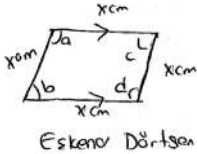
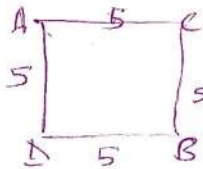
• Zeynep • Bireysel-Öz Yansıtma • Görsel-çizim-sözel temsil	 Kare = Dört kenarında uzunluğunu birbirine eşittir. Karşılıklı kenarları birbirine paraleldir. Dört açısında 90 derecedir, iç açılarının toplamı 360 derecedir. 
• Fatma • Bireysel-Öz yansıtma • Görsel-çizim-sözel temsil	 karenin açıları ve kenarları eşittir. Kenar çiftlerinin her ikisinde paraleldir. iç aç. ölçüleri eşittir. iç aç. ölçüsü 90°'dir. Karşılıklı kenarları eşittir ve bütün kenarlar da eşittir. ve köşegenler birbirini ortalar ve dik keser. kare bir simetriktir çünkü simetri eksenine. 
• Elif • Bireysel Çalışma-Takım Çalışması-Sınıf Tartışması • Görsel-Çizim-sözel temsil	  Yandaki şeklin tüm kenarları eşit olduğu için bir eşkenar dörtgendir. iç açıları 90° olduğunda aynı zamanda bir karedir. $RR // IA$ ve $RI // BA$
• Eda • Bireysel-öz yansıtma • Görsel-çizim-sözel temsil	  Dörtgenin köşegenleri birbirini ortalar. Yani $AO = OC = BO = OD$ şeklindedir. Dörtgenin köşegenleri birbirine diktir. Yani $[AC] \perp [BD]$'dir. Karenin köşegenleri açıortaydır. Yani $\angle OAC = \angle CAB = 45^\circ$'dir. Kareye dört adet dik açı bulunur bir eşkenar dörtgen diyebiliriz.

Tablo 29 incelendiğinde dört öğrencinin de karenin kenar ve açı özelliklerini çizim temsili üzerinde doğru bir şekilde gösterdikleri görülmektedir. Bununla beraber Eda çiziminde köşegenlerin açıortay olduğunu ve birbirini dik kestiğini de göstermiştir. Oya ve Ali ise etkinlik kağıtlarında kareye yönelik sadece bir temsile yer verdiklerinden ilişkilendirme kurmamışlardır. Öğrencilerin ACODESA metodunun aşamaları boyunca

kare kavramına yönelik görsel-çizim ve sözel temsilleri arasında ilişkilendirme yapmalarından dolayı “Kareyi farklı temsillerle ilişkilendirme” alt teması tanımlanmıştır.

Öğrencilerin eşkenar dörtgen kavramına yönelik geliştirdikleri temsiller incelendiğinde, bireysel çalışma aşamasında hiçbir öğrencinin GeoGebra ortamında eşkenar dörtgen oluşturamadığı görülmüştür. Takım çalışması sürecinde ise bazı öğrenciler uçurtmanın eşkenar dörtgen biçiminde olabileceğini ifade etmiş olsalar da GeoGebra üzerinde inşa edememişlerdir [146–155]. Buna karşılık, sınıf tartışması aşamasında öğrenciler GeoGebra üzerinde eşkenar dörtgen inşa edebilmiş (görsel temsil); bu süreçte şeklin kenar uzunlukları, açı ölçüleri ve köşegen özelliklerini tartışarak farklı şekillerde temsil etmiş ve etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır [156–181]. ACODESA metodunun farklı aşamaları boyunca öğrenciler tarafından oluşturulan eşkenar dörtgen temsillerine ilişkin örnekler Tablo 30’da verilmiştir.

Tablo 30. Öğrencilerin Eşkenar Dörtgene Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Temsillere Örnekler

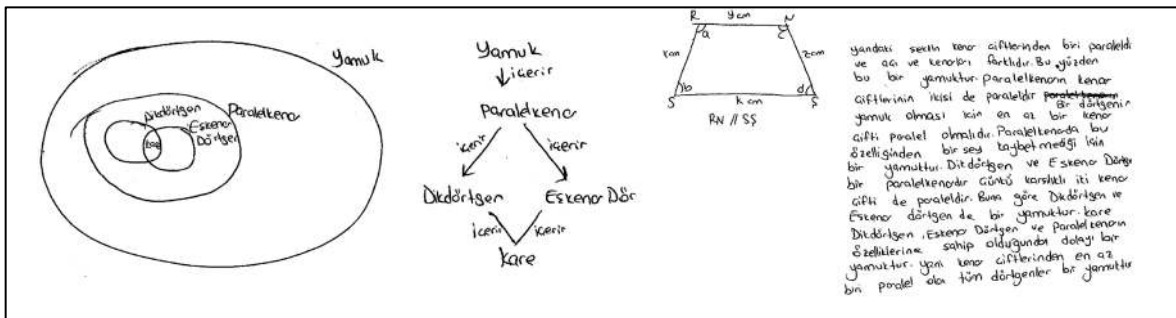
• Ali • Takım Çalışması-Sınıf Tartışması • Çizim-sözel temsil		Yani çizdiğimiz dörtgenin eşkenar olabilmesi için kenarları ve açıları birbirlerine eşit olması gerekir. Bütün kenarları yani birbirine eşittir.
• Elif • Öz yansıma • Çizim-sözel temsil	 Eşkenar Dörtgen	Bir dörtgenin eşkenar olması için tüm kenarın aynı olması yeterlidir. Bu özelliğe sahip tüm dörtgenler bir eşkenar dörtgen dir.
• Oya • Takım Çalışması-Sınıf Tartışması • Çizim-sözel temsil		Eşkenar dörtgen olması için kenar çiftlerinden ilisi paralel ve bütün kenarları eşit olması gerekir. Kare bir eşkenar dörtgendir. Çünkü her bir eşkenar dörtgen karedir.

Tablo 30 incelendiğinde, yalnızca üç öğrencinin etkinlik kağıtlarında eşkenar dörtgene yönelik çizim ve sözel temsilleri kullanarak ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Ali’nin başlangıçta eşkenar dörtgen çiziminde iç açıları dik gösterdiği ancak sonradan bu çizimi sildiği görülmektedir. Tüm öğrenciler eşkenar dörtgenin kenar uzunluklarını eşit olacak şekilde çizmişlerdir. Ancak, kenarların paralelliğine yalnızca Elif çiziminde yer vermiştir. Buna karşılık Elif de yalnızca karşılıklı kenar çiftlerinden birinin paralel olduğunu belirtmiştir. Öğrencilerin ACODESA metodunun aşamaları boyunca eşkenar dörtgen

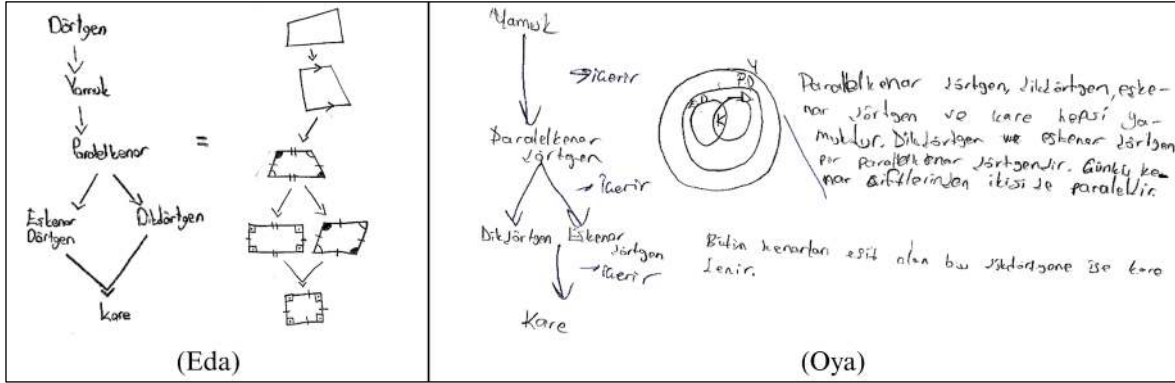
kavramına yönelik görsel-çizim ve sözel temsilleri arasında ilişkilendirme yapımlarından dolayı “*Eşkenar dörtgeni farklı temsillerle ilişkilendirme*” alt teması belirlenmiştir.

Takım çalışması [214-236] ve sınıf tartışması [237-321] aşamasında, öğrenciler uçurtmanın sahip olabileceği özel dörtgenleri ve bu dörtgenlerin özelliklerini keşfetmiş; ardından bu dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri tartışmışlardır (bkz. 4.2.2 Parça-bütün İlişkilendirme). Sınıf tartışması aşamasında ise öğretmen, öğrencileri tüm özel dörtgenler arasındaki içerme/kapsama (özel-genel) ilişkilerini bir diyagram aracılığıyla ifade etmeye teşvik etmiştir. Öğrenciler bu doğrultuda çizim ve sözel temsiller kullanarak dörtgenler arasındaki ilişkileri temsil etmişlerdir. Örnek olarak Tablo 20 ve 21 incelendiğinde, öğrencilerin “*Kareye dört dik açısı bulunan bir eşkenar dörtgen diyebiliriz*” ve “*Dikdörtgen dik açılı bir paralelkenardır, kare ise dik açılı ve eşit kenarlı bir paralelkenardır*” şeklinde sözel temsiller kullanarak dörtgenleri birbirleriyle ilişkilendirdikleri görülmektedir. Sınıf tartışması aşamasında ise Elif, tahtaya çıkarak içerme/kapsama ilişkilerini küme gösterimi yoluyla ifade etmiştir [322-346]. Takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında öğrencilerin oluşturduğu çizim ve sözel temsillere, “Parça-Bütün İlişkilendirme” başlığı altında yeterince yer verildiğinden; bu aşamada, öğrencilerin takım çalışması ve sınıf tartışması aşamalarında etkinlik kâğıtlarına yansıttıkları temsillere öncelik verilmiştir. Öğrencilerin özel dörtgenler arasındaki içerme/kapsama ilişkilerini etkinlik kâğıtlarında farklı temsillerle nasıl ilişkilendirdiklerine yönelik Şekil 75 ve 76’te örneklere yer verilmiştir.

Şekil 75 ve 76 incelendiğinde Elif ve Oya’nın çizim ve sözel temsilleri arasında Eda’nın ise çizim temsilleri arasında ilişkilendirme kurduğu görülmektedir. Öğrencilerin dörtgenlerin hiyerarşik sınıflandırmasına yönelik sözel ve çizim temsillerini ilişkilendirmesi sonucunda “*Özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri farklı temsillerle ilişkilendirme*” alt teması belirlenmiştir.



Şekil 75. Elif’in Özel Dörtgenler Arasındaki Hiyerarşik İlişkilere Yönelik Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Farklı Temsiller



Şekil 76. Eda ve Oya'nın Dörtgenlerin Hiyerarşik İlişkilerine Yönelik Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Farklı Temsiller

Etkinlik 2 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan farklı temsillerle ilişkilendirmeye yönelik alt temalara Tablo 31'te yer verilmiştir. Öğrencilerin belirlenen alt temalara yönelik hangi temsilleri kullanarak ilişkilendirme yaptıklarına tabloda yer verilmiştir. Tablo 31'de öğrencilerin eşdeğer temsiller arasında kurduğu ilişkilendirmeler kırmızı renk ile gösterilirken alternatif temsiller arasında kurduğu ilişkilendirmeler ise siyah renk ile gösterilmiştir.

Tablo 31. Etkinlik 2 Kapsamında Öğrencilerin Farklı Temsillerle Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Yamuğu farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-çizim görsel-sözel çizim-sözel	çizim-sözel	çizim-sözel	görsel-sözel çizim-sözel	görsel-sözel çizim-sözel	görsel-çizim çizim-sözel
Paralelkenarı farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-çizim görsel-sözel çizim-sözel	çizim-sözel	çizim-sözel	görsel-sözel çizim-sözel	çizim-sözel	çizim-sözel
Dikdörtgeni farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-çizim görsel-sözel çizim-sözel	çizim-sözel	görsel-sözel çizim-sözel	görsel-sözel çizim-sözel	görsel-sözel	görsel-çizim
Kareyi farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-çizim görsel-sözel çizim-sözel	görsel-çizim çizim-sözel	görsel-çizim çizim-sözel		görsel-sözel görsel-çizim çizim-sözel	
Eşkenar dörtgeni farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-çizim görsel-sözel çizim-sözel			çizim-sözel		çizim-sözel
Özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkileri farklı temsillerle ilişkilendirme	çizim-çizim çizim-sözel	çizim-çizim	çizim-çizim	çizim-sözel	çizim-çizim	çizim-çizim çizim-sözel

Tablo 31 incelendiğinde öğrencilerin özel dörtgenlere yönelik görsel, çizim ve sözel temsiller arasında ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Elif'in ACODESA metodunun aşamaları boyunca GeoGebra üzerinde özel dörtgenleri inşa ederek özelliklerini keşfetmesi görsel temsilleri, çizim ve sözel temsillerle ilişkilendirmesine fırsat sağlamıştır. Diğer öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerine bakıldığında ise daha çok çizim ve sözel temsiller arasında ilişkilendirme kurduğu görülmektedir.

4.3. ETKİNLİK 3: EŞKENAR DÖRTGEN VE YAMUĞUN ALANI

Etkinlik 3’te, bir arsa üzerine inşa edilecek eve ait plan sunulmuştur. Planda ev, havuz ve yeşil alanın ölçüleri verilmiş; bu alanlar dışında kalan kısımların bahçe taşıyla döşeneceği bilgisi ve döşeme işleminde kullanılacak iki farklı bahçe taşının (yamuk ve eşkenar dörtgen şeklinde) ölçüsü verilmiştir. Etkinlik, bahçe taşı döşenecek alanı belirlemeye ve bu alana döşenecek taş sayısını bulmaya yönelik yönlendirici alt sorular içermektedir. Etkinliğin bireysel aşamasını içeren yönlendirici alt sorular öğrencilerin bahçe taşları ile döşenecek alanı ve kullanılacak taş sayısını nasıl belirleyebileceklerini düşünmelerini ve GeoGebra üzerinde bu bahçe taşlarını kullanarak bir bölgeyi döşemeye çalışmalarını içermektedir. Takım çalışması ve sınıf tartışmasında ise öğrenciler etkinlikte yer alan tüm yönlendirici alt soruları GeoGebra üzerinde cevaplamaya çalışmışlardır. Etkinlikte yer alan GeoGebra materyalleri (G3b ve G3c) ile öğrencilerin farklı boyutlara sahip eşkenar dörtgen ve yamukları incelemeleri ve alanları hakkında bir varsayımda bulunmaları amaçlanmıştır.

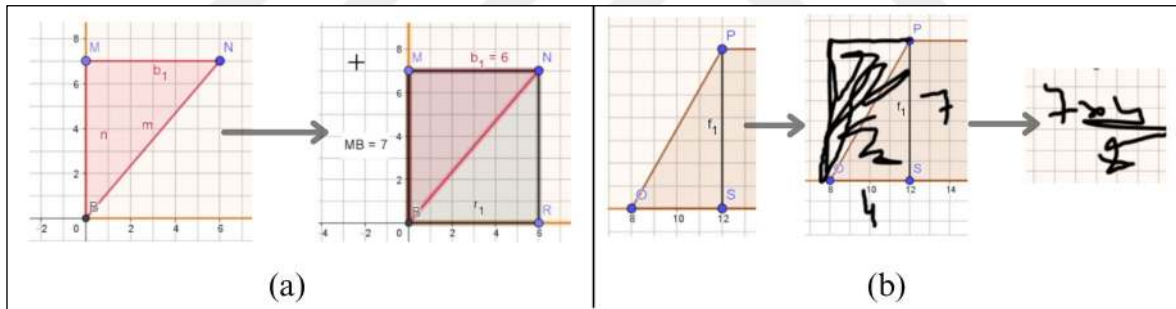
Etkinlik 3 kapsamında öğrencilerin yaptıkları matematik içi ilişkilendirme türlerine başlıklar halinde aşağıda yer verilmiştir.

4.3.1. Parça-Bütün İlişkilendirme

Grup 1 öğrencileri takım çalışması aşamasında, ev planını GeoGebra ortamında oluşturduktan sonra arsa, ev, havuz ve yeşil bölgenin alanlarını belirlemeye çalışmışlardır. Bu süreçte Elif, takım arkadaşlarına üçgensel yeşil bölgenin alanının nasıl bulunacağını sormuştur [1]. Fatma ve Zeynep, üçgenin 6 m ve 7 m uzunluğundaki kenarlarının çarpılmasıyla alanın bulunabileceğini ifade etmiştir [2, 6]. Ardından Elif, GeoGebra üzerinde “çokgen” aracını kullanarak, üçgenin dik kenarları dikdörtgenin kısa ve uzun kenarları olacak şekilde bir dikdörtgen oluşturmuştur (Şekil 77a). Elif, üçgensel yeşil bölgenin bu dikdörtgenin yarısı olduğunu, dolayısıyla üçgenin alanının dikdörtgenin alanının yarısı olarak hesaplanması gerektiğini ifade etmiştir [11]. Daha sonra Elif, GeoGebra üzerinde yamuk şeklinde olan yeşil bölgenin bir kısmını üçgensel bölge olarak çizip alanını sormuştur [17]. Fatma’nın bu bölgenin alanının 7×4 olduğunu söylemesi üzerine Elif, üçgenin üzerine dikdörtgen çizerek bu bölgenin alanının 7×4 olduğunu belirtmiştir [20-22] (Şekil 77b). Fatma ise daha sonrasında 7×4 ’ün ikiye bölünmesi gerektiğini belirtmiştir [22]. Elif’in üçgenin alanını “dikdörtgenin yarısı” şeklinde kavramsallaştırması ve genel bir kural belirtmesi sonucunda parça-bütün ilişkilendirmesine

yönelik “Üçgenin alanı aynı taban ve yüksekliğe sahip dikdörtgenin alanının yarısıdır” alt teması belirlenmiştir.

[1] Elif: Bunu nasıl bulacaksınız? Üçgen... [2] Fatma: 6 çarpı 7. [3] Elif: Eee... [4] Fatma: Eee, bi uzun kenar bi kısa kenar. [5] Elif: Zeynep... [6] Zeynep: 6 ile 7'yi çarpacağız. [7] Elif: Aslında bunun tamamı böyle değil mi? (Şekil 76a). Dikdörtgenin alanı nasıl bulunuyordu? Kısa kenar çarpı uzun kenar değil mi? [8] Fatma: Evet. [9] Elif: 6 çarpı 7 yaptığımda şu siyah kısmın alanını bulmuş olmuyor muyum? [10] Zeynep: Evet. [11] Elif: Benden kırmızı kısmın alanını istemiyor mu? O da yarısı değil mi? 6 ile 7'yi çarpıp yarısını alırım. Bu üçgen bu dikdörtgenin yarısı değil mi?	[12] Zeynep: Hı hı. [13] Elif: O zaman 6 ile 7'yi çarpıp yarısını alıyoruz. Bu üçgenin alanını anladınız mı? [14] Zeynep: Ben anladım. [15] Fatma: 6 çarpı 7 diyorum, onun yarısını alıyorum. Değil mi? [16] Elif: Evet. ... [17] Elif: Burası kaçtır? [18] Fatma: 7 [19] Elif: Burası kaçtır? 4. [20] Fatma: 7 çarpı 4. [21] Elif: 7 çarpı 4 dersin buranın alanını bulmuş olursun (Şekil 76b). [22] Fatma: E tamam ikiye bölüyoruz.
--	---

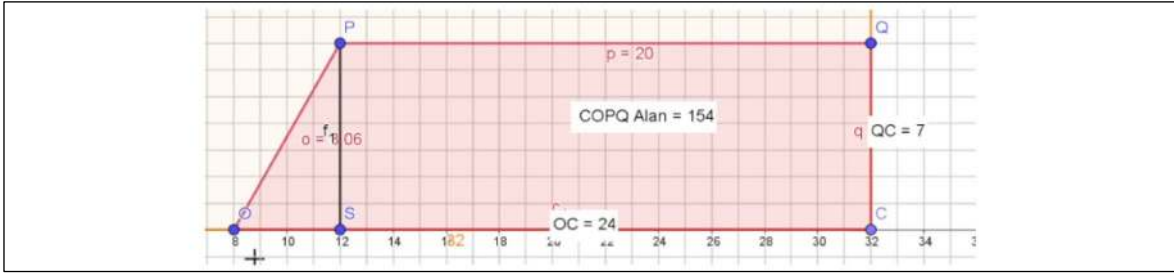


Şekil 77. Elif'in Takım Çalışması Aşamasında Üçgenin Alanına Yönelik GeoGebra Üzerinde Oluşturduğu Çizimler

Takım çalışması aşamasında Elif, arkadaşlarına yamuk biçiminde olan yeşil bölgenin alanını nasıl hesaplayabileceklerini sormuştur [23]. Fatma başlangıçta hangi şeklin yamuk olduğunu anlamamış, alanı bulmak için doğrudan uzun kenar ile yüksekliği çarpmayı önermiştir [24-26]. Elif GeoGebra üzerinde “doğru parçası” aracılığıyla yamuğu dikdörtgen ve üçgen olmak üzere iki parçaya ayırarak, Fatma'nın yalnızca yamuğu içine alan dikdörtgenin alanını bulduğunu belirtmiştir [27] (Şekil 78). Fatma böylece yaptığı hesaplamasının hatalı olduğunu fark etmiştir [28]. Elif, yamuk şeklinin bir dikdörtgen ve bir üçgenden oluştuğuna dikkat çekerek takım arkadaşlarını parçaların alanlarını ayrı ayrı hesaplamaya yöneltmiştir [31-33]. Elif'in yönlendirmeleri sonucunda Grup 1 öğrencileri, dikdörtgen ve üçgenin alanlarını toplayarak yamuğun alanını doğru bir şekilde bulmuş ve GeoGebra üzerinde

“alan” aracını kullanarak yamuğun alanını doğru bir şekilde bulduklarını doğrulamışlardır [41-43]. Grup 2 öğrencileri ise takım çalışması aşamasında ev planını GeoGebra üzerinde oluşturmamış; ev, havuz ve yeşil bölgenin alanını etkinlik kağıdı üzerinde hesaplamaya çalışmışlardır. Grup 2 öğrencilerinin ise benzer şekilde yamuğun alanını üçgensel ve dikdörtgensel bölgelere bölerek alanlarını buldukları görülmektedir [48-53]. Ancak öğrenciler yamuk olan yeşil bölgenin alanını belirtmemişlerdir.

Grup 1 - Takım Çalışması	
[23] Elif: Evet. Bu yamuğun alanını nasıl buluyorsunuz? [24] Fatma: Nerede yamuk? [25] Elif: Bu yamuk ya. [26] Fatma: 20 çarpı 7. [27] Elif: 20 çarpı 7 dediğin zaman şu P'den indirdiğin şurasının alanını bulmuş oluyorsun. Uzun kenar, kısa kenar; dikdörtgenin alanını bulmuş oluyorsun. [28] Fatma: Evet evet tamam anladım. [29] Elif: Zeynep sen. [30] Zeynep: Düşüneyim bir dakika [31] Elif: Şimdi şu yamuk bir dikdörtgen ve bir üçgenden oluşmuyor mu? [32] Fatma: Evet. [33] Elif: Dikdörtgenin alanı 20 çarpı 7'den 140 olur. [34] Elif: Burası kaçtır?	[35] Fatma: 7. [36] Elif: Burası kaçtır? 4. [37] Fatma: 7 çarpı 4. [38] Elif: 7 çarpı 4 dersin buranın alanını bulmuş olursun (Dikdörtgeni gösterir). [39] Fatma: E tamam ikiye bölüyoruz. [40] Elif: Tamam. Neyin alanını buldu? [41] Fatma: 154 çıkıyor. [42] Elif: Ooo bak bunu dahil etmiş. [43] Fatma: Evet o hepsi. [44] Elif: Şimdi burası 20 çarpı 7'den 140 oldu. Üçgenin alanı nedir? Taban çarpı yükseklik bölü 2. [45] Fatma: Evet. [46] Elif: Şimdi 7 çarpı 4 dersem bu dikdörtgenin de alanını bulmuş olurum. Üçgen dikdörtgenin yarısı olur. 7 çarpı 4 bölü 2 diyeceğim, 24'ün yarısından 14 olur. Anladınız mı? [47] Fatma: Evet.
Grup 2 - Takım Çalışması	
[48] Eda: Sen niye buraya 150 yazmışsın. [49] Oya: Alanı o kadardır. [50] Eda: Bu şekil bir yamuktur. Bunu dikdörtgen yaparsak uzun kenarı 20 dir. Şurası da 7'dir. Buraya 4 kalıyor.	[51] Oya: 4 niye kalıyor. [52] Eda: 24 ya burası da 20, buraya 4 kalıyor. Üçgenin alanı kısa kenar ile uzun kenarı çarpıp ikiye bölmemiz lazım. 6 çarpı 7, 42. [53] Ali: 42'nin yarısı 21.

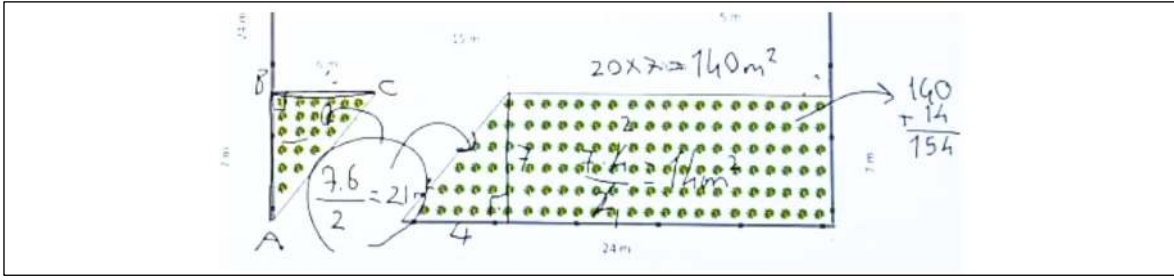


Şekil 78. Grup 1'in Takım Çalışması Aşamasında GeoGebra Üzerinde Oluşturduğu Yeşil Alana önelik Çizimleri

Sınıf tartışması aşamasında ise Zeynep tahtaya kalkarak yamuk şeklindeki yeşil bölgenin alanını bulmaya çalışmıştır. Zeynep yamuğu üçgen ve dikdörtgen olacak şekilde iki parçaya ayırmış ancak sadece dikdörtgen bölgenin alanını bulmuştur (Şekil 79). Elif'in uyarması ile üçgen olan bölgenin alanını Fatma hesaplamıştır [61-62]. Zeynep ise üçgenin alanının, dik kenarları 6 ve 7 m olan üçgenin alanı ile aynı olduğunu belirtmiş ancak öğretmenin ve Elif'in müdahalesi sonucunda bu üçgenlerin eş olmadığını farkına varmıştır [64-68]. Daha sonra Elif ve Ali'nin yönlendirmesi sonucunda Zeynep, bulduğu dikdörtgen ve üçgenin alanlarını toplayarak yamuk şeklindeki yeşil bölgenin alanını belirleyebilmiştir [74-77].

- [54] Öğretmen: Tamam diğerine geçelim.
 [55] Zeynep: Hocam ben kalkayım mı?
 [56] Öğretmen: Kalk.
 [57] ...
 [58] Elif: Zeynep biraz anlat direkt yazdın.
 [59] Zeynep: Yazayım sonra anlatırım.
 [60] Fatma: Bu üçgenin alanı ne olur?
 [61] Elif: Hayır Zeynep, sen sadece dikdörtgenin alanını buldun. Üçgenin alanı?
 [62] Fatma: $7 \times 4 \div 2$
 [63] Öğretmen: Bul üçgenin alanını.
 [64] Zeynep: Hocam bunla bu aynı (diğer üçgeni gösterir).
 [65] Elif: Hayır aynı değiller. Alanı aynı şekilde buluyorsun.

- [66] Zeynep: Hocam bunlar aynı ama.
 [67] Öğretmen: Aynı değil ki bunun dik kenarları 6'ya 7, diğerinin dik kenarları 4'e 7. Bunlar eş üçgen mi?
 [68] Zeynep: Hm hayır.
 [69] Elif: Direkt sadeleştir, 4 ile 2'yi
 [70] ...
 [71] Öğretmen: Doğru mu?
 [72] Elif: Yanlış. 7×2 yapıyoruz.
 [73] Zeynep: 14.
 [74] Elif: Zeynep tamamının alanını bul.
 [75] Ali: Topla.
 [76] Elif: Aynen öyle.
 [77] Zeynep: 154 m^2 .



Şekil 79. Zeynep’in Sınıf Tartışması Aşamasında Yeşil Bölgenin Alanına Yönelik Hesaplamaları

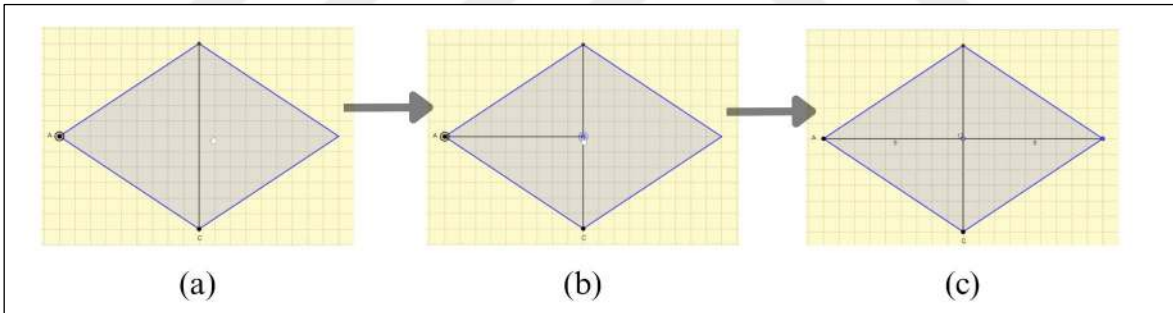
Öğrencilerin yamuğu, üçgen ve dikdörtgenin birleşiminden oluşan bir geometrik şekil olarak düşünmesi ve alanını bu bileşenlerin alanlarının toplamı olarak yapılandırması sonucunda parça-bütün ilişkilendirmeye yönelik “*Yamuğu alanını, geometrik şekillere ayırma ve bu şekillerin alanlarını toplayarak ölçme*” alt teması belirlenmiştir.

Grup 1 öğrencileri takım çalışması aşamasında eşkenar dörtgen içeren GeoGebra materyalini açarak farklı boyuttaki eşkenar dörtgenler için alanı bulmaya çalışmışlardır [78-79]. Elif, GeoGebra üzerinde “doğru parçası” aracıyla eşkenar dörtgenin bir köşegenini oluşturarak bu şeklin iki adet üçgenden oluştuğunu belirtmiştir [81]. Sonrasında bu üçgenlerden birinin alanını taban ve yüksekliği çarpıp yarısını alarak belirler [87]. Elif, diğer üçgenin alanını ise yeniden hesaplama gereği duymaz ve iki üçgenin alanlarının eşit olmasından yola çıkarak bulduğu üçgenin alanını iki ile çarparak eşkenar dörtgenin alanını belirler [87]. Zeynep eşkenar dörtgenin dört eş üçgene ayrılmasından dolayı 4 ile çarpılması gerektiğini belirtir ancak Elif şekli iki eş üçgene ayırdıklarından dolayı iki ile çarptıklarını açıklar ve 4 ile çarpmak için şekli 4 eş üçgene ayırmak gerektiğini söyler ve bu durumda sonucun yine aynı çıkacağını gösterir [88-91]. Daha sonra Elif, eşkenar dörtgenin boyutlarını değiştirerek Zeynep’ten alanını bulmasını ister ve Zeynep doğru bir şekilde iki üçgenin alanından yola çıkarak eşkenar dörtgenin alanı belirler [91-121].

- [78] Fatma: G3b adlı GeoGebra materyalini açınız ve ...
 [79] Elif: Farklı büyüklükte şekiller oluşturunuz ve alanını bulunuz. Tamam bunun alanını nasıl bulacağız.
 [80] Zeynep: Alana basıp bulacağız (güler). Daha kolay yolu var.
 [81] Elif: Hayır (güler). Şimdi bu şekil iki adet üçgen oluşmuyor mu (Şekil 79a)?
 [82] Fatma: Evet!
 [83] Elif: Üçgenlerin yükseklikleri yok mu?

- [94] Elif: Az önce ne yaptık.
 [95] Fatma: İki tane üçgen yapıyoruz. Bunun şeyini buluyoruz.
 [96] Zeynep: Yüksekliğini.
 [97] Fatma: Tamam bunun da yüksekliğini buluyoruz.
 [98] Zeynep: İkisini çarpıyoruz.
 [99] Elif: Üçgenin alanı nasıl bulunuyor?
 [100] Fatma: Taban bölü....
 [101] Elif: Taban çarpı yükseklik bölü iki, tamam bunun tabanını bulun.

[84] Fatma: Evet var. [85] Elif: Tamam nerede dik olduğu biliyorum (Şekil 79b). Bunlar üçgenin yükseklikleri (Şekil 79c). Şimdi 9 ile 12'yi çarpıp yarısını almıyor muyum? [86] Zeynep: Evet. [87] Elif: Tamam bu üçgenin alanı 54'tür. Ee bu üçgenin de alanı 54. İki çarpı 54'ten 108 yapar. [88] Zeynep: 4 çarpı 54 değil mi? [89] Elif: Değil, iki tane üçgen yaptık. Bu 12 tamamının uzunluğu, dört ile değil iki ile çarpıyorsun. ... [90] Elif: Dört olması için burası 6 oldu, 6 çarpı 9 bölü 2'den 27 yapar. 4 çarpı 27 olur. Anladın mı? [91] Zeynep: Tamam. [92] Elif: Tamam bunu bulalım. Zeynep, nasıl buluruz? [93] Zeynep: Az önce yaptığımız gibi.	[102] Zeynep: Kaç olur? [103] Elif: Tamam say. [104] Zeynep: Taban 6. [105] Fatma: Hayır. [106] Elif: Yükseklik 6. [107] Zeynep: Taban 4. [108] Fatma: Hayır... [109] Elif: Neden hayır? [110] Zeynep: 24. [111] Elif: Ne 24 bakalım doğru buldun mu. Evet bu 24 bu da 24 tamamı 48. [112] Elif: Tamam bu şekil ne olur? [113] Fatma: Bir dörtgen. [114] Elif: Tamam bak bunlar eşittir. [115] Zeynep: Evet dörtgen. [116] Elif: Tamam da nasıl dörtgen. [117] Zeynep: İkizkenar diyeceğim de olmaz...Eşkenar dörtgen. [118] Elif: Hayır, tüm kenarları eşit mi? [119] Fatma: Paralelkenar dörtgen. [120] Elif: Evet evet! Eşit, eşkenar dörtgen. [121] Zeynep: Evet.
---	---



Şekil 80. Grup 1 Öğrencilerinin Takım Çalışması Aşamasında GeoGebra Üzerinde Eşkenar Dörtgenin Alanını Parçalama Süreci

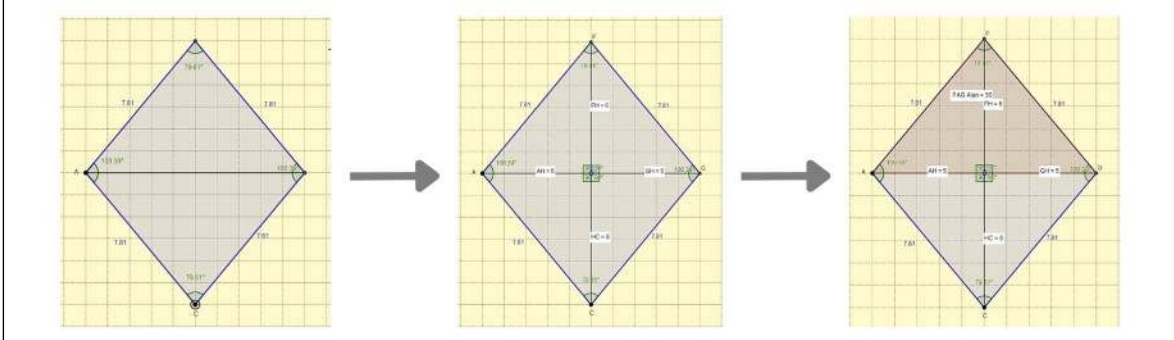
Grup 2 öğrencileri ise takım çalışması aşamasında GeoGebra materyali üzerinde eşkenar dörtgeni dört eş üçgene ayırmış ancak tek bir üçgenin alanını belirlemiş, eşkenar dörtgenin alanını incelemiden geçmişlerdir [122-132] (Şekil 81).

[122] Öğretmen: Tamam bu şeklin alanını bulmaya çalışın. [123] Oya: Üçgen de yapabiliriz. [124] Eda: Ali bize bunun alanını bulacaksın. [125] Ali: Nasıl bulacağız? [126] Oya: Tamam yükseklik çarpı taban bölü iki.	[128] Oya: O açıdır ha. Şuradan deneyelim bi önce (uzaklık veya uzunluk aracını seçer, köşegenin parçalarının uzunluğunu hesaplar). [129] Eda: Oya sen niye öyle yapıyorsun. FAG 30. [130] Oya: Yarısı kaç olur?
---	---

[127]Eda: Yükseklik 79.

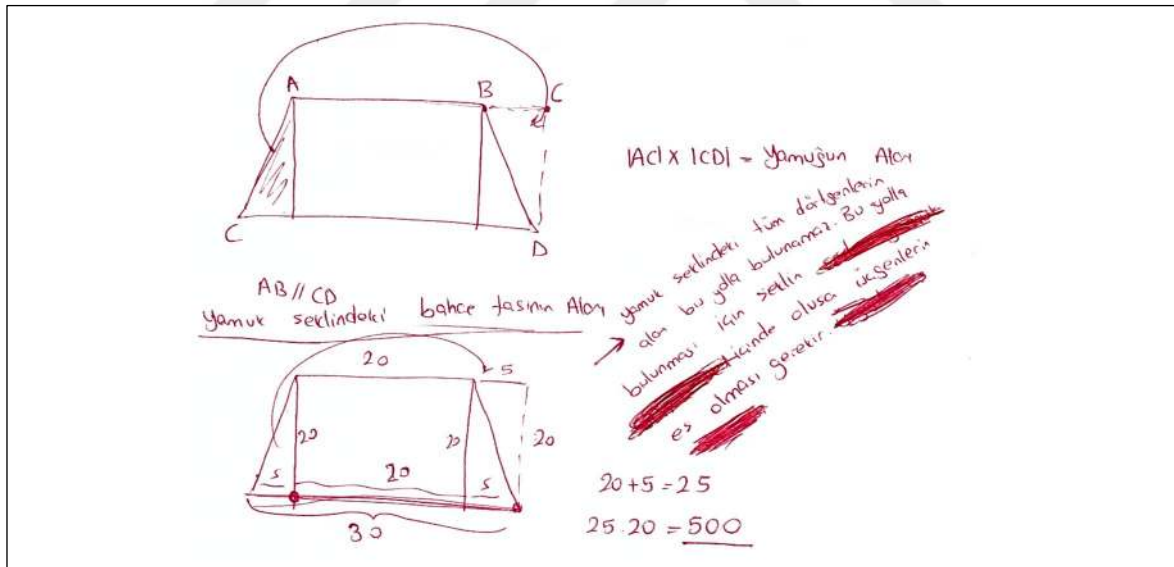
[131]Eda: İkiye böl 15.

[132]Oya: Tamam yazın.



Şekil 81. Grup 2'nin Takım Çalışması Aşamasında GeoGebra üzerinde Eşkenar Dörtgenin Alanını Bulmaya Yönelik Ölçümleri

Öğrencilerin eşkenar dörtgeni, eş üçgenlerin birleşiminden oluşan bir geometrik şekil olarak düşünmesi ve alanını bu bileşenlerin alanlarının toplamı olarak yapılandırması sonucunda parça-bütün ilişkilendirmeye yönelik “Eşkenar dörtgenin alanını, geometrik şekillere ayırma ve bu şekillerin alanlarını toplayarak ölçme” alt teması belirlenmiştir.



Şekil 82. Elif'in Yamuğun Alanını Bulmaya Yönelik Etkinlik Kağıdına Yansıttığı Açıklamaları

Elif'in sınıf tartışması sürecinde -etkinlik kağıdına yansıttığı- yamuğun alanını bulmaya yönelik açıklamalarına Şekil 82'de yer verilmiştir. Elif'in açıklamaları incelendiğinde yamuğu iki dik üçgen ve bir dikdörtgenden oluşacak şekilde parçalara ayırdığı görülmektedir. Daha sonra üçgenlerden birini taşıyarak yamuğu dikdörtgene çevirmiş ve yamuğun alanını dikdörtgenin alanını kullanarak belirlemiştir. Elif'in, yamuğu

parçalara ayırma ve taşıma işleminin ardından dikdörtgen oluşabilmesi için üçgenlerin eş olması gerektiğini belirtmesi; geometrik parçalar arasındaki ilişkileri doğru bir şekilde belirleyebildiğini ve bu yöntemin yalnızca yamuğun özel bir durumu için (ikizkenar yamuk) geçerli olduğunu fark ettiğini göstermektedir. Öğrencinin yamuğun özel bir durumunun alanını belirlemek için şekli geometrik parçalara ayırması ve bu parçalar arasındaki ilişkileri kullanarak yamuğu yeniden yapılandırması ve dikdörtgene çevirmesi sonucunda “*Yamuğun alanını parçalama ve yeniden birleştirme yoluyla ölçme*” alt teması belirlenmiştir.

Etkinlik 3 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan parça-bütün ilişkilendirmesine yönelik alt temalara Tablo 32’de yer verilmiştir.

Tablo 32. Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin Parça-bütün Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Üçgenin alanı aynı taban ve yüksekliğe sahip dikdörtgenin alanının yarısıdır	•				•	
Yamuğu alanını, geometrik şekillere ayırma ve bu şekillerin alanlarını toplayarak ölçme	•	•	•	•	•	•
Yamuğun alanını parçalama ve yeniden birleştirme yoluyla ölçme	•					
Eşkenar dörtgenin alanını, geometrik şekillere ayırma ve bu şekillerin alanlarını toplayarak ölçme	•					

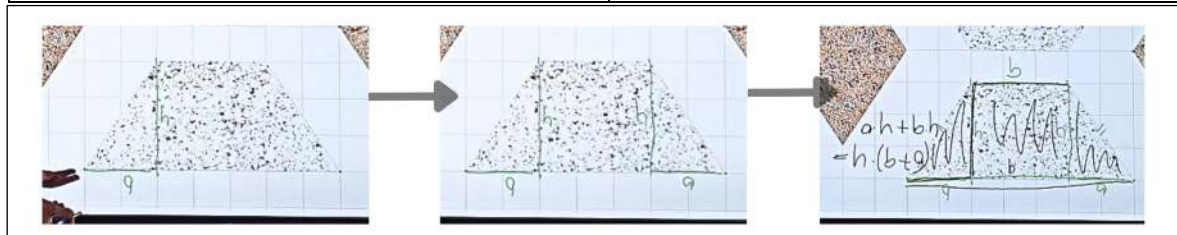
Tablo 32 incelendiğinde, belirlenen alt temaların üçgen, yamuk ve eşkenar dörtgenin alanını doğrudan formüllerle değil; bu şekilleri üçgen veya dikdörtgen gibi daha temel parçalara ayırma ve bu parçaların alanlarını birleştirme ya da toplama yoluyla belirlemeye yönelik olduğu görülmektedir. Elif’in tüm alt temalara yönelik, diğer öğrencilerin ise en fazla iki alt temaya yönelik ilişkilendirme kurduğu görülmektedir.

4.3.2. Çıkarımsal İlişkilendirme

Sınıf tartışması aşamasında Elif, bahçe taşlarının ne kadarlık bir alan kapladığının belirlenmesi için her bir bahçe taşının alanının bulunması gerektiğini belirtmiştir [133-134]. Elif yamuk şeklinde olan bahçe taşının alanını bulabilmek için kenar uzunluklarının bilinmesi gerektiğini belirtmiştir [136]. Öğretmen, yamuğun alanına yönelik genel bir kural belirlemek için Elif’i değer vermeden cebirsel ifadeleri kullanmaya teşvik etmiştir [137-139, 154]. Elif doğrudan yamuğun alan formülünü yazarak bu şekilde alanının bulunabileceğini belirtmiştir [140]. Ancak öğretmen ezber yapmadan yamuğun alanını kendi başına oluşturmasını istemiştir [141]. Bunun üzerine Elif, yamuğu “iki üçgen bir kare” olacak şekilde üç parçaya ayırarak yeniden yapılandırmıştır [157]. Elif, önce üçgenlerin alanları

toplamını $a \cdot h$ olarak daha sonra karenin alanını ise $b \cdot h$ olarak belirlemiştir (Şekil 83). Elif'in üçgen ve dikdörtgenin alanlarından yamuğun alanına mantıksal (bir şeklin alanı parçalarının alanlarının toplamını kadardır) bir geçiş yapması sonucunda çıkarımsal ilişkilendirmeye yönelik “İkizkenar yamuğun alanını, onu oluşturan üçgen ve dikdörtgen bölgelerin alanlarını kullanarak belirleme” alt teması belirlenmiştir.

... [133] Öğretmen: Taşların alanını bulmamız lazım ki her bir taş ne kadar alan kaplıyor görelim. 4 tane bahçe taşı kullanırsam ne kadar alan kaplar? [134] Elif: E tamam her bir taşın alanını bulmalıyız. [135] Öğretmen: E tamam kalk bul bakalım. [136] Elif: Ama kenarlarını falan görseydim. [137] Öğretmen: Önemi var mı kaç olduğunun; bu kenarı a olsun bu kenarı da b olsun diyebilirsiniz. [138] Elif: Yükseklik de (c olarak gösterir). [139] Öğretmen: Yüksekliği h söyle, belli olsun. [140] Elif: Ben bunu yapmıştım daha önce (Yamuğun alan formülünü yazar). [141] Öğretmen: Bir saniye sen ezber yapıyorsun zaten. Formülü kullanmadan bu şeklin alanını nasıl bulursun diyoruz sana. [142] Elif: Üçgenlerden... [143] Öğretmen: Yap. Buradan a de o zaman. [144] Elif: E üçgenin alanı da ezberdir. [145] Öğretmen: Ezber yapma o zaman. Niye bu üçgenin alanı a çarpı h... [146] Elif: Dikdörtgen olduğundan dolayı (Eli ile üçgeni dikdörtgenin yarısı olacak şekilde gösterir). [147] Öğretmen: E ezber midir? [148] Elif: Değil.	[149] Elif: Burası da a olur. Değil mi? [150] Öğretmen: Nereden biliyorsun a olduğunu. [151] Elif: Bu iki bu da iki (iki kenarında iki birime eşit olduğunu anlatır). ... [152] Öğretmen: Tamam devam et. [153] Elif: E buraya da h yazmam lazım. [154] Öğretmen: h yazma karışmasın. Bir şey olmaz b söyle. Yükseklik gibi anlaşılmasın. b aslında yamuğun neyidir? [155] Elif: Paralel olan kenarlarından birisidir işte [156] Öğretmen: Evet üst kenarı diyebiliriz. Elif diyor ki yamuğu kaç parçaya ayırdım? [157] Elif: Üç parçaya. İki üçgen bir tane kare. [158] Öğretmen: İki üçgenin alanı $h(a + b)$ midir? [159] Elif: İki üçgenin alanı değil direk yamuğun alanını şey yaptım. Üçgenler, bu ikisini çarpıp ikiye böldük zaten iki tane üçgen olduğu için bölmedik. [160] Öğretmen: Tamam $a \cdot h$'mı dedin. [161] Elif: Evet. Bu da $b \cdot h$ oluyor. [162] Öğretmen: Tamam bu durumda ne oluyor. [163] Elif: Bu şekilde çıkıyor işte.
---	--

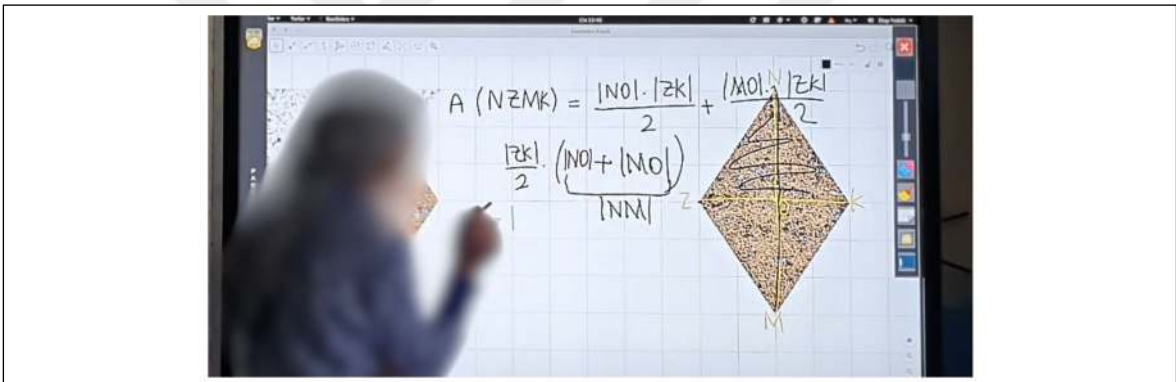


Şekil 83. Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Geogebra Üzerinde Yamuğun Alanını Oluşturma Süreci

Sınıf tartışması, öğretmenin eşkenar dörtgen şeklindeki bahçe taşının alanının nasıl bulunabileceğini öğrencilere sormasıyla devam etmiştir [164]. Elif, eşkenar dörtgenin alanını bulmak için “üçgen yapsak” önerisinde bulunmuş; Ali ise köşegenlerin çizilmesini önermiştir [165-166]. Elif tahtaya kalkarak eşkenar dörtgenin bir köşegenini çizmiş ve eşkenar dörtgeni iki üçgene ayırmış ve bu üçgenlerin eş olduğunu belirtmiştir [172]. Daha sonra bir üçgene ait yüksekliği çizmiş ve “h” olarak isimlendirmiş, öğretmen diğer üçgenin yüksekliğini de çizerek göstermesini istemiştir [173]. Öğretmenin önerisi ile Elif, eşkenar dörtgenin köşelerini ve köşegenlerin kesişim noktasını da harflendirmiştir [175]. Elif, seçtiği üçgenin alanını taban ve yüksekliği çarpıp ikiye bölerek hesaplamış ve hangi üçgenin alanını bulduğunu göstererek içini taramıştır [189-193]. Aynı yöntemi diğer üçgen için de uygulayan Elif, bu alanları ortak paranteze alarak toplam alanı sadeleştirmiştir [195-201]. Araştırmacının yönlendirmesiyle, Elif iki yüksekliğin toplamının eşkenar dörtgenin bir köşegenine eşit olduğunu fark etmiş ve matematiksel ifadeyi bu doğrultuda yeniden düzenlemiştir [209-211]. Son olarak öğrenciler köşegenlerin çarpımının yarısının, eşkenar dörtgenin alanını verdiğini ifade etmiştir [217].

[164]Öğretmen: Fikri olan var mı? Eşkenar dörtgenin alanını nasıl bulunuz? [165]Elif: Üçgen yapsak. [166]Ali: Hocam köşegenleri çizeriz. [167]Öğretmen: Yap. ... [168]Elif: (Eşkenar dörtgeni iki eş üçgene ayırır). [169]Öğretmen: Tamam, başka? [170]Elif: (Yüksekliği çizer). [171]Öğretmen: Tamam güzel. Aşağıdaki üçgen? [172]Elif: O da aynı. [173]Öğretmen: Göster eşit olduğunu. Aşağının da h olduğunu nereden biliyorum. [174]Elif: E eşkenar dörtgen ya. [175]Öğretmen: h deme, noktalar ile göster. [176]Elif: Harf mi vereyim. [177]Öğretmen: Evet. Ortaya da o söyle. ... [178]Elif: Böyle mi kalıyor (Köşegeni yarıya kadar çizer).	[190]Öğretmen: Tamam ne yaptın açıkla da bilsinler. [191]Elif: $\frac{Yükseklik \times taban}{2}$ [192]Öğretmen: Tamam ne yaptın hangi üçgenin alanını buldun? [193]Elif: Bu. [194]Öğretmen: Tamam içini tarala. [195]Elif: Şimdi diğeri, $\frac{ MO \times ZK }{2}$ [196]Öğretmen: Güzel devam et. [197]Elif: Diğeri şekil mi? [198]Öğretmen: Buradan sadeleştirmeye gidemiyor muyuz? $\frac{ ZK }{2}$ parantezine alamaz mıyız. Değil mi? [199]Elif: Evet. Paranteze mi alayım şimdi? [200]Öğretmen: Ortak paranteze al. [201]Elif: Ortak paranteze alır. [202]Öğretmen: $NO + MO$ neye eşit. [203]Elif: İki tane yükseklik [204]Öğretmen: İkisinin toplamı nasıl bir doğru parçasıdır. Hangi iki nokta arasındaki uzaklığa eşittir. [205]Elif: Tamam NM [206]Öğretmen: Evet! [207]Elif: Onu mu soruyorsunuz.
---	--

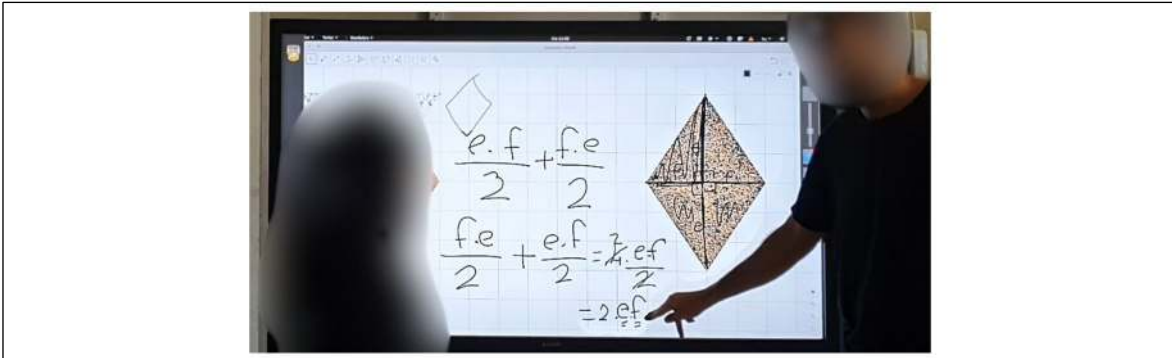
[179] Öğretmen: İndir aşağıya kadar... Tamam şimdi bul bakalım. [180] Elif: Alan eşkenar dörtgen. [181] Öğretmen: NZMK'nin alanı [182] Ali: Eşittir. [183] Öğretmen: Bitmiyor, alan neylerden oluşuyor? [184] Ali: Üçgenlerden... [185] Elif: Kaç tane yapayım? [186] Öğretmen: iki tane yap. Hatta istediğin iki tanesini alabilirsin. Nasıl istiyorsan öyle yap. Ya da dört tane... [187] Ali: Üçgen. [188] Öğretmen: Tamam, bütün hepsini teker teker yaz. [189] Elif: Bir üçgenin alanını yazar.	[208] Öğretmen: Onu soruyorum ne soracağım. Tamam yaz $NO + NM$ yerine ne yazacaksın. [209] Elif: NM [210] Öğretmen: Tamam aşağıya yaz. [211] Elif: Eşkenar dörtgenin formülünü yazar. [212] Öğretmen: Şimdi ZK ile MN eşkenar dörtgenin neyidir? [213] Ali: Köşegenleri [214] Öğretmen: Köşegenleri midir? [215] Eda: Evet. [216] Öğretmen: Nasıl tanımlayacağım o zaman ben eşkenar dörtgenin alanını? [217] Eda: Köşegenlerin çarpımının yarısı. [218] Öğretmen: Bu kadar!
---	--



Şekil 84. Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Eşkenar Dörtgenin Alanını Belirlemeye Yönelik Açıklamaları

Öğretmen eşkenar dörtgenin alanını farklı bir yolla belirlemek için Oya'yı kaldırmış ve üçgenin dik kenarlarını “e” ve “f” olarak belirlemesi için yönlendirmiştir [219]. Ali ise eşkenar dörtgenin köşegenlerinin birbirini ortalamasından dolayı diğer üçgenlerin de dik kenarlarının “e” ile “f” olacağını belirtmiştir [220-230]. Diğer öğrencilerin yönlendirmesiyle beraber Oya her bir üçgenin alanını $\frac{ef}{2}$ olarak belirlemiştir (Şekil 84). Elif, tüm üçgenlerin eşit olmasından yola çıkarak eşkenar dörtgenin alanını $4 \cdot \frac{ef}{2} = 2ef$ biçiminde sadeleştirmiştir [246]. Ardından öğrenciler, “e” ve “f” uzunluklarının köşegenlerin yarısı olduğunu fark etmiş ve böylece alanın “2ef” kuralıyla ifade edilmesi gerektiğini belirlemişlerdir [247-254].

[219]Öğretmen: Başka bir yoldan çözelim. Oya sen gel...Şimdi buraya e de buraya da f de. Bunun üzerinden devam et. [220]Ali: OM de f olur. [221]Öğretmen: Ali diyor ki OM de f olur. [222]Ali: Evet OK de f olur. [223]Öğretmen: Neden olur? [224]Oya: Bunlar eşittir birbirlerine. [225]Öğretmen: Köşegenler birbirini.. [226]Ali: Ortalar. [227]Öğretmen: Oya köşegenler birbiri ortalıyorsa bu parça buna eşit değil mi? [228]Oya: Evet, burası da e olur. [229]Öğretmen: Tamam burası da f ise burası ne olur? [230]Zeynep: f [231]Öğretmen: Tamam şimdi her bir üçgenin alanı, diklik var mı burada? [232]Elif: Var. [233]Öğretmen: Köşegenler birbirini... [234]Oya: Dik keser. [235]Öğretmen: Güzel her bir üçgenin alanını bul bakalım...Şu üçgenin alanı nedir?	[236]Oya: e. f [237]Öğretmen: $e.f$ midir? [238]Elif: Bölü iki. Zaten tüm üçgenler eş olduğu için dörtle çarpsam hepsini bulurum. [239]Öğretmen: Tamam bu üçgenin alanını söyle. [240]Oya: $\frac{ef}{2}$ [241]Öğretmen: Bunun alanını söyle bize [242]Oya: O da aynıdır. [243]Öğretmen: Aşağıya yaz onu da devam et...Bu dördü aynı şey mi? [244]Elif: Evet [245]Öğretmen: E ne olur bunun toplamı. [246]Elif: $4 \frac{e.f}{2}$, $2ef$ desek daha iyi olur. [247]Öğretmen: Peki e ile f nedir? [248]Elif: Dik kenarlar. [249]Öğretmen: Tamam da eşkenar dörtgenin neyidir? [250]Elif: Köşegenidir. [251]Öğretmen: e köşegen midir? Yoksa $2e$ mi köşegenidir. e köşegenin nesidir? [252]Ali: Yarısı. [253]Öğretmen: f nedir? [254]Elif: O da köşegenin yarısı.
---	--



Şekil 85. Oya'nın Sınıf Tartışması Aşamasından Eşkenar Dörtgenin Alanına Yönelik Açıklamaları

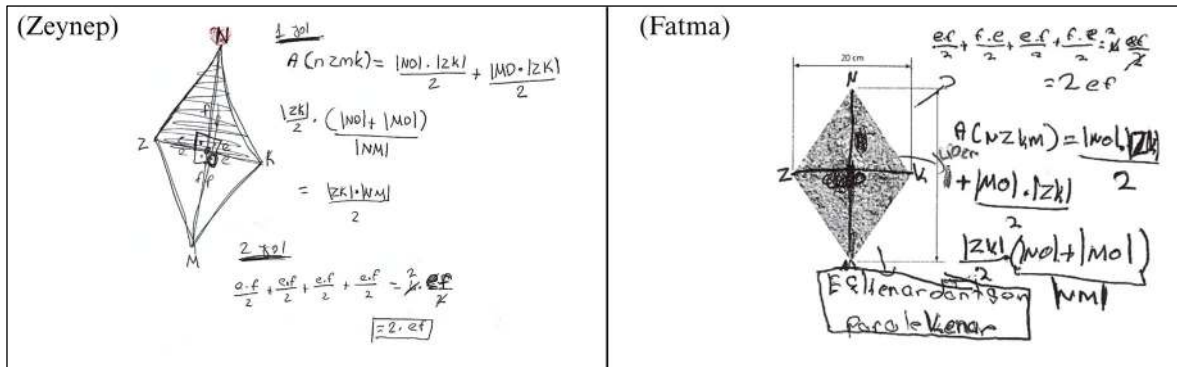
Öğrencilerin, eşkenar dörtgenin alanını, onu dört eş dik üçgene ayırıp her bir üçgenin alanını ayrı ayrı hesaplamaları ve böylece köşegenlerin uzunluğuna bağlı olarak eşkenar dörtgenin alanını mantıksal bir çıkarımla oluşturmalarından dolayı “Eşkenar dörtgenin alan formülünü üçgenin alanını kullanarak belirleme” alt teması belirlenmiştir.

Etkinlik 3 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda belirlenen çıkarımsal ilişkilendirmelere Tablo 33'te yer verilmiştir.

Tablo 33. Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin Çıkarımsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
İkizkenar yamuğun alanını, onu oluşturan üçgen ve dikdörtgen bölgelerin alanlarını kullanarak belirleme	•					
Eşkenar dörtgenin alan formülünü üçgenin alanını kullanarak belirleme	•					•

Tablo 33 incelendiğinde, sadece Elif ve Oya'nın çıkarımsal türünde ilişkilendirme yapabildikleri görülmektedir. Diğer öğrencilerin etkinlik kağıtlarındaki yazılı üretimlerinde “Eşkenar dörtgenin alan formülünü üçgenin alanını kullanarak belirleme” alt temasına yönelik açıklamalar yer alsa da bu öğrencilerin sınıf tartışması aşamasında Elif ve Oya'nın gerçekleştirdiği yazılı üretimleri doğrudan etkinlik kağıtlarına aktardıkları görülmektedir. Bu duruma örnek olarak Şekil 86'ta Zeynep ve Fatma'nın etkinlik kağıtlarındaki yazılı üretimlerine yer verilmiştir. Şekil 86'ta görüldüğü gibi öğrencilerin eşkenar dörtgenin alanını kendi açıklamalarıyla yapılandırmadıkları görülmektedir.



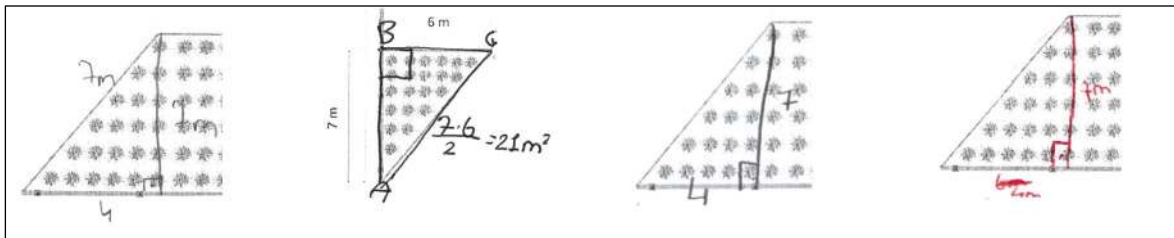
Şekil 86. Zeynep ve Fatma'nın Eşkenar Dörtgenin Alanına Yönelik Etkinlik Kağıtlarındaki Açıklamaları

4.3.3. Özelliklerle İlişkilendirme

Takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında öğrencilerin üçgenin alanını belirleyebilmek için “taban”, “yükseklik” ve aralarındaki dikliğe vurgu yaptığı görülmektedir. Bu duruma örnek olarak öğrencilerin sınıf tartışması aşamasındaki diyaloglarına yer verilmiştir [255-268]. Eda üçgensel yeşil bölgenin alanını doğru bir şekilde hesaplamış; Elif'in nasıl bulduğunu sorması üzerinde dik kenarları göstererek bunları

çarptığını söylemiştir [256-260]. Öğretmenin bu kenarların üçgenin neyi olduğunu sorgulaması üzerine Eda, uzun ve kısa kenarı olduğunu belirtmiştir [263]. Elif ise üçgende kısa ve uzun kenarın olup olmadığını sorması üzerine öğretmen, dikdörtgende bu şekilde adlandırıldığını belirtmiştir [264, 265]. Sonrasında Oya, üçgenin “taban” ve “yüksekliğine” vurgu yaparak alanın nasıl bulunacağını belirtmiştir [266]. Bunun üzerine Eda şekil üzerinde doğru bir şekilde hangi kenarın “taban” hangi kenarın “yükseklik” olduğunu belirtmiştir [268]. Öğrencilerin etkinlik kağıtları incelendiğinde, üçgenin alanını belirlerken kenarlar arasındaki dikliği gösterdikleri görülmektedir. Şekil 87’de bu duruma örnek olarak bazı öğrencilerin etkinlik kağıtlarına yansıttıkları açıklamalara yer verilmiştir. Öğrencilerin üçgenin alanını belirlerken temel elemanlarına ve aralarındaki dikliğe vurgu yapması sonucunda özelliklerle ilişkilendirmeye yönelik “Üçgenin alanını bulurken ‘taban’, ‘yükseklik’ ve aralarındaki dikliği belirtme” alt teması belirlenmiştir.

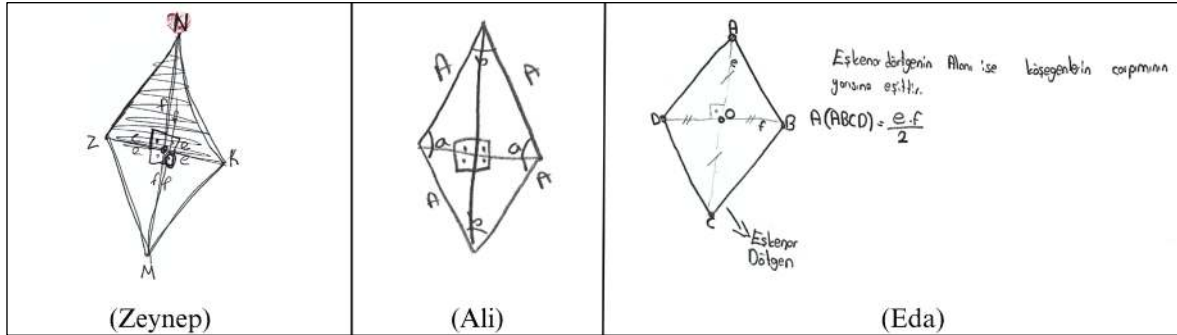
[255] Elif: Üçgenin alanını nasıl buldun? [256] Eda: $\frac{6 \times 7}{2}$ [257] Elif: Onu bende biliyorum, onu nasıl buldun? [258] Eda: İki kenarın çarpımı. [259] Elif: Hangi kenarlar? [260] Eda: Bunlar (Üçgenin dik kenarlarını gösterir). [261] Elif: Hmm bir şey söyleyeceğim de. Hocam sizin bir şey söylemeniz lazım.	[262] Öğretmen: Güzel güzel, rastgele iki kenar mı diyor Elif. [263] Eda: Uzun kenar ile kısa kenar [264] Elif: Üçgenin uzun ile kısa kenarı olur mu? [265] Öğretmen: Bu dikdörtgen mi? Uzun kenar ile kısa diyeyim. Üçgende hangi kenarlar diyorduk? [266] Oya: Taban çarpı yükseklik. [267] Öğretmen: Taban hangisi? Hemen ABC diyelim. [268] Eda: Taban BC, yükseklik de AB olur.
---	---



Şekil 87. Soldan Sağa Sırasıyla; Oya, Zeynep, Ali ve Eda’nın Üçgenin Dik Kenarlarına Yönelik Etkinlik Kağıtlarındaki Çizimleri

Sınıf tartışması aşmasında Oya eşkenar dörtgenin alanını belirlerken öğretmenin sorgulaması üzerine öğrenciler, köşegenlerin birbirini ortaladığını ve dik kestiğini belirtmiş ve eşkenar dörtgenin alanını yapılandırırken bu özelliklere dikkat etmişlerdir [219-254]. Şekil 87’de öğrencilerin eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerine yönelik etkinlik kağıtlarına yansıttıkları çizimlere ve açıklamalara örnek verilmiştir. Şekil 88’de görüldüğü gibi

öğrencilerin eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerini doğru bir şekilde etkinlik kağıtlarına yansıttıkları görülmektedir. Öğrencilerin eşkenar dörtgenin köşegen özelliklerini belirlemeleri sonucunda “*Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirini ortalar ve dik keser*” alt teması ortaya çıkmıştır.



Şekil 88. Öğrencilerin Eşkenar Dörtgenin Köşegen Özelliklerine Yönelik Çizim ve Açıklamaları

Öğrenciler eşkenar dörtgen ve yamuğun alanını belirlerken şekilleri parçalara ayırmış ve bu parçalar arasındaki eşlik ilişkisini açıklayarak toplam alanı hesaplamışlardır. Eşkenar dörtgen örneğinde, öğrenciler şekli köşegenler yardımıyla dört eş üçgene ayırmışlardır (Şekil 82-83). Her bir üçgenin alanını aynı matematiksel ifade ile belirten öğrenciler, bu parçaların eşitliğini açıkça dile getirmiştir: Oya sınıf tartışması aşamasında, “ $\frac{e \cdot f}{2}$ ” şeklinde bir üçgenin alanını yazmış; ardından diğer üçgen için “o da aynıdır” demiştir [242]. Elif ise tüm üçgenlerin eşit olduğunu vurgulayarak “... zaten tüm üçgenler eş olduğu için dörtle çarpsam hepsini bulurum” şeklinde açıklama yapmıştır [238]. Benzer şekilde Elif, yamuğun alanını hesaplarken şekli iki eş üçgene ve bir dikdörtgene ayırmıştır (Şekil 81). Elif, bu üçgenlerin eş olduğunu örtük bir şekilde “...üçgenler bu ikisinin çarpıp ikiye böldük zaten, iki tane üçgen olduğu için bölmedik” açıklaması ile belirtmiştir [159]. Öğrencilerin geometrik şekilleri eş parçalara ayırarak aynı miktarda yüzeyi kapladıklarını fark etmeleri ve açıklamalarına yansıtmaları sonucunda özelliklerle ilişkilendirmeye yönelik “*Eş şekillerin alanları da eşittir*” alt teması belirlenmiştir.

Etkinlik 3 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan özelliklerle ilişkilendirme türüne ait alt temalara Tablo 34’te yer verilmiştir. Öğrenciler, eşkenar dörtgen, yamuk ve paralelkenar gibi dörtgen türlerinin özelliklerine dair çeşitli açıklamalarda bulunmuştur. Ancak öğrencilerin bu açıklamaları alan kavramıyla doğrudan ilişkilendirilmediği durumlarda, söz konusu özelliklere yönelik ayrı alt temalar oluşturulmamıştır.

Tablo 34. Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin Kurduğu Özelliklerle İlişkilendirmeler

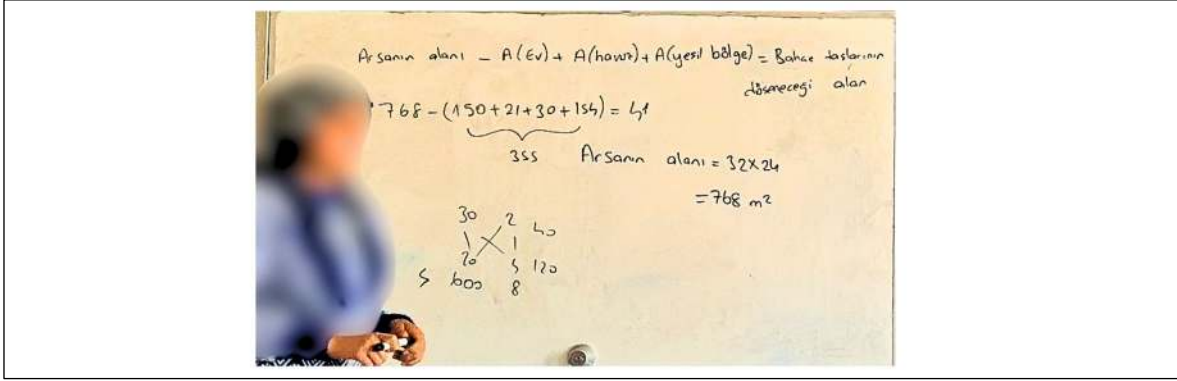
Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Üçgenin alanını bulurken ‘taban’, ‘yükseklik’ ve aralarındaki dikliği belirtme	•	•	•	•	•	•
Eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirini ortalar ve dik keser	•			•		•
Eş şekillerin alanları da eşittir	•					•

Tablo 34 incelendiği zaman tüm öğrencilerin özelliklerle ilişkilendirme kurduğu görülmektedir. Elif ve Oya tüm alt temalara yönelik ilişkilendirme kurarken Fatma, Zeynep ve Eda sadece bir alt temaya yönelik ilişkilendirme kurmuşlardır.

4.3.4. Anlamsal İlişkilendirme

Sınıf tartışmasının başında öğretmen Ali’nin etkinlikte yer alan ilk soruyu özetlemesini istemiş ve daha sonra bahçe taşları ile kaplanacak alanın nasıl bulunacağını sormuştur [269-273]. Elif, arsanın alanından ev, havuz ve yeşil alanın çıkarılması yoluyla bahçe taşlarının döşeneceği alanın bulunabileceğini belirtmiştir [276]. Sonrasında Elif tahtaya kalkarak bahçe taşları ile döşenecek alanı matematiksel olarak ifade etmiş ve sonucu bulmuştur (Şekil 89). Şekil 90’da öğrencilerin bahçe taşlarının döşeneceği alanı bulmaya yönelik etkinlik kağıtlarına yansıtıkları açıklamalara yer verilmiştir. Öğrencilerin etkinlik kağıtları incelendiğinde benzer şekilde bahçe taşları ile döşenecek alanı, tüm alandan istenmeyen alanı çıkararak buldukları görülmektedir. Hem sözlü hem de yazılı üretimlerinde öğrenciler, alanı doğrudan ölçmek yerine daha büyük bir bütünden belirli bölgeleri çıkararak yapılandırmış; bu da onların alan kavramını parça-bütün ilişkisi içinde anlamlı bir biçimde yorumladıklarını ortaya koymuştur. Bu nedenle anlamsal ilişkilendirmeye yönelik “*Bir bölgenin belirli bir kısmının alanı, bütün bölgeden istenmeyen alt bölgelerin çıkarılması yoluyla bulunur*” alt teması belirlenmiştir.

[269]Öğretmen: Ali bize soruyu özetle. [270]Ali: Hocam bir tane arkadaş varmış ev, havuz bi de yeşil alan yapmış. Kalan kısmı bahçe taşları ile süsleyecektmiş. ... [271]Öğretmen: Tamam güzel ilk soru ne diyor. Elif okusana.	[272]Elif: Ev planını inceleyin, bahçe taşlarının döneceği alanı nasıl bulursunuz? Açıklayınız. [273]Öğretmen: Tamam, güzel. Nasıl bulursunuz? [274]Ali: Hocam evin mi? [275]Öğretmen: Hayır. [276]Elif: Arsanın alanının tamamını bulup; ev, havuz ve yeşil alanı çıkarırsak buluruz.
---	---



Şekil 89. Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Bahçe Taşlarının Döşeneceği Alanı Bulmaya Yönelik Açıklamaları

Bahçe taşlarının döşeneceği alanı şu şekilde bulduk. Önce ev, havuz ve yeşil alanın alanını bulduk. Sonra bütün bahçenin alanından çıkardık. (Eda)	$768 - (150 + 21 + 30 + 154) = 413 \text{ m}^2$ Arsanın alanı = $A(\text{Ev}) + A(\text{havuz}) + A(\text{Yeşil bölge}) = \text{Bahçe taşlarının döşeneceği alan}$ (Zeynep)
--	--

Şekil 90. Öğrencilerin Bahçe Taşlarının Döşeneceği Alanı Bulmaya Yönelik Etkinlik Kağıtlarına Yansıttıkları Açıklamaları

Sınıf tartışması aşamasında öğretmen, öğrencilerin alanı nasıl anlamlandırdıklarını ortaya çıkarmak amacıyla geometrik şekillerin alanını nasıl belirlediklerini sorgulamıştır [277]. Elif, dikdörtgenin alanının uzun ve kısa kenarların çarpılması yoluyla bulunduğunu ifade etmiştir [282]. Öğretmen, bu işlemin neden doğru olduğunu sorguladığında Elif açıklamaya “içinde kaç tane...” diyerek başlamak istemiş, ancak Ali onun sözünü tamamlayarak “Hocam, içindeki birim karelerin sayısı” şeklinde cevap vermiştir [285]. Bu açıklama üzerine öğretmen, dikdörtgen içerisinde yer alan birim karelerin sayısını bulmak amacıyla çarpma işlemi yapıldığını belirtmiş, Ali de bunu onaylamıştır [286, 287]. Öğrencilerin alana yönelik sözlü üretimleri alanı yalnızca işlem olarak değil, yüzeyin birim karelerle kaplandığı bir bütün olarak anlamlandırdıklarını göstermektedir.

Sınıf tartışması aşamasında öğretmenin, bahçe taşlarıyla kaplanacak bir alanın nasıl bulunacağını sorgulaması üzerine Elif, her bir bahçe taşının alanının bulunması gerektiğini belirtmiştir. Şekil 91’de görüldüğü gibi Elif’in, belirli bir bölgenin alanını bu bölgede yer alan eş şekillerin alanlarının toplanması yoluyla bulunabileceğini belirttiği görülmektedir. Bu yazılı üretim, daha önce sınıf tartışması aşamasında Elif’in “her bir taşın alanını bulmalıyız” ifadesiyle örtüşmektedir ve alanı eş birimlerin toplamı olarak görme eğilimini tutarlı biçimde sözlü ve yazılı üretimlerine yansıttığı görülmektedir.

Sınıf Tartışması – Farklı Zaman Aralıklarında Gerçekleşen Diyaloglar	
[277] Öğretmen: Tamam güzel yamuğun formülünü biliyor muyuz? [278] Elif: Yok [279] Öğretmen: Üçgenin peki? [280] Elif: Bir tanesini bilmemiz lazım ki yapalım. [281] Öğretmen: Dikdörtgenin bilersen aslında hepsini çıkarıyorsun. Dikdörtgeni alanı da zaten bellidir. [282] Elif: Kısa kenar çarpı uzun kenar. [283] Öğretmen: Neden kısa kenar çarpı uzun kenar? [284] Elif: İçinde kaç tane... [285] Ali: Hocam içindeki birim karelerin sayısı. [286] Öğretmen: Aslında çarpmadır değil mi? [287] Ali: Evet.	[288] Öğretmen: Şimdi bu şekilde taşları döşerseniz, her bir taş ne kadarlık bir alan düşüyor? Biliyor musunuz? [289] Elif: Tamam şekillerin alanlarını bulmamız lazım. [290] Öğretmen: Hangi şekiller. [291] Elif: Bahçe taşlarının [292] Öğretmen: Taşların alanını bulmamız lazım ki her bir taş ne kadar alan kaplıyor görelim. 4 tane bahçe taşı kullanırsam ne kadar alan kaplar? [293] Elif: E tamam her bir taşın alanını bulmalıyız.

iii. GeoGebra üzerinde bu geometrik şekilleri kullanarak yüzeyi süslemeye çalışınız. Bu şekillerle süslediğiniz bir yüzeyin alanını nasıl bulurdunuz? Açıklayınız. Şekillerin alanını bulup her birinden kaç tane kullanılırsa onunla çarpılarak bulunur.

Şekil 91. Elif'in Etkinlik 3'de Yer Alan 3. Soruya Yönelik Cevabı

Öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde, belirli bir bölgenin alanını yalnızca sayısal bir işlem sonucu olarak değil, şekli kaplayan parçaların oluşturduğu bir bütün olarak anlamlandırdıkları görülmüştür. Öğrenciler alanı eş büyüklükteki parçaların birleşimi olarak düşünmüş ve bu parçaların her birinin belirli bir alan kapladığını ve bu alanların toplamının tüm yüzeyin alanını verdiğini ifade etmelerinden dolayı anlamsal ilişkilendirmeye yönelik “Bir bölgenin alanı, bu bölgeyi kaplayan eş büyüklükteki şekillerin alanlarının toplamı kadardır” alt teması belirlenmiştir.

Tablo 35. Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin Anlamsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Bir bölgenin alanı, bu bölgeyi kaplayan eş büyüklükteki şekillerin alanlarının toplamı kadardır	•			•		
Bir bölgenin belirli bir kısmının alanı, bütün bölgeden istenmeyen alt bölgelerin alanlarının çıkarılması yoluyla bulunur	•	•	•		•	•

Etkinlik 3 kapsamında, öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda belirlenen anlamsal ilişkilendirmeye yönelik alt temalara Tablo 35’te yer verilmiştir. Tablo 35 incelendiğinde Elif dışında diğer öğrencilerin sadece bir alt temaya yönelik anlamsal ilişkilendirme yaptığı görülmektedir.

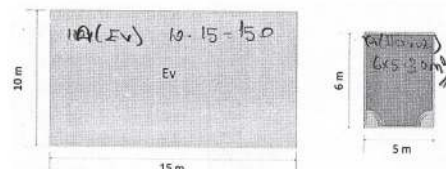
4.3.5. İşlemsel İlişkilendirme

Öğrenciler takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında ev planında yer alan dikdörtgensel bölgeye sahip olan arsa, ev ve havuzun alanını uzun ve kısa kenarını çarparak belirlemiştir. Takım çalışması sırasında Elif, evin olduğu dikdörtgenin alanını sorduğunda Zeynep kenarları çarpmış, Fatma ise kenarların çarpılması gerektiğini ifade etmiştir [294-296]. Aynı yaklaşım havuzun alanını hesaplarken de tekrar etmiş; Zeynep ve Fatma, uzun kenar ile kısa kenarın çarpılması gerektiğini belirtmişlerdir [298, 299]. Sınıf tartışması sürecinde ise öğretmen neden 10 çarpı 15 işleminin yapıldığını sorguladığında, Ali yalnızca “bu kısa kenar bu da uzun kenar” diyerek şeklin dikdörtgen olduğunu belirtmiştir [300-303]. Öğrencilerin, dikdörtgenin alanını bir kural uygulayarak belirlediği durumlara yönelik yazılı üretimlerine Tablo 36’da yer verilmiştir.

Grup 1 - Takım Çalışması	Sınıf Tartışması
[294] Elif: Şunun alanı nasıl bulunur? (Evin olduğu dikdörtgeni gösterir). [295] Zeynep: Ben biliyorum. 10 ile 15’i çarpacağız. [296] Fatma: Uzun kenar ile kısa kenarı çarpacağız. [297] Elif: Bu (havuzu gösterir). [298] Zeynep: O da aynı şekilde. [299] Fatma: Onun da uzun kenar ile kısa kenar	[300] Öğretmen: Neden 10 çarpı 15 yaptın. [301] Ali: Hocam bu kısa kenar bu da uzun kenar [302] Öğretmen: Ev nedir? [303] Ali: Dikdörtgen.

Tablo 36. Öğrencilerin Dikdörtgenin Alanına Yönelik İşlemleri

Elif	
Fatma	Arsanın alanını $32 \times 24 = 768$ buldum çünkü kısa kenar çarpı uzun kenar olur. Evin alanı $15 \times 10 = 150$ buldum çünkü kısa kenar çarpı uzun kenar olur. Evin alanını $15 \times 10 = 150$ buldum çünkü yine kısa kenar çarpı uzun kenar olur. Havuzun alanı $6 \times 5 = 30$ buldum çünkü kısa kenar çarpı uzun kenar olur.
Zeynep	arsanın alanı $= 32 \cdot 24 = 768m^2$ evin alanı $= 15 \cdot 10 = 150m^2$ havuzun alanı $= 30 \cdot 5 = 150$

Ali	Dikdörtgen. Bu bahçede dikdörtgen şeklinde yapılmış ev ve havuz vardır. Bu ev ve havuzun alanını kısa kenar çarpı uzun kenar olur. İstemi ise $10 \cdot 15 = 150$ m, $6 \cdot 5 = 30$ m olur.
Eda	Bahçe işlerinin işleneceği alanı öyle bulduk. Havuzun alanını $6 \cdot 5 = 30$ olarak yaptık çünkü havuz bir dikdörtgendir. Evin alanını $10 \cdot 15 = 150$ olarak yaptık çünkü ev bir dikdörtgendir.
Oya	

Öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri incelendiğinde, dikdörtgenin alanını hesaplama sürecinde genellikle uzun ve kısa kenarın uzunluklarını çarpıp sonucu söylemeleri yani alanı işlem yaparak belirlemeleri sonucunda “*Dikdörtgenin alanını uzun ve kısa kenarları çarpılarak bulma*” alt teması belirlenmiştir.

Öğrenciler takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında üçgen şeklinde olan yeşil bölgenin ya da diğer şekilleri parçalayıp oluşturdukları üçgenlerin alanını bulurken genellikle bir kural olarak dik kenarları çarpıp yarısını almışlardır. Grup 1 öğrencilerinden Elif, GeoGebra üzerinde oluşturduğu üçgenin alanını bulurken “Şimdi 9 ile 12’yi çarpıp yarısını almıyor muyum?” şeklinde takım arkadaşlarına sormuş ve Zeynep de bunu onaylamıştır [304–305]. Grup 2 öğrencilerinden Eda ise üçgenin alanını belirlerken ilk aşamada “ $6 \times 7 = 42$ ” işlemini yapmış; Ali ise sonucu “42’nin yarısı 21” diyerek tamamlamıştır [306–307]. Sınıf tartışmasında ise öğretmenin üçgen şeklindeki yeşil bölgelerin alanını sorması üzerine Eda “ $6 \times 7 \div 2$ ” demiş, Fatma ise “ $7 \times 4 \div 2$ ” şeklinde doğrudan sonucu söylemiştir [310, 313]. Tablo 37’de öğrencilerin etkinlik kağıtlarına yansıttıkları, üçgenin alanını bir kural uygulayarak/işlem yaparak belirlediği durumlara yönelik yazılı üretimlerine yer verilmiştir.

Grup 1 - Takım Çalışması	Grup 2 - Takım Çalışması
... [304] Elif: Tamam nerede dik olduğu biliyorum. Bunlar üçgenin yükseklikleri. Şimdi 9 ile 12’yi çarpıp yarısını almıyor muyum? [305] Zeynep: Evet.	... [306] Eda: Üçgenin alanı kısa kenar ile uzun kenarı çarpıp ikiye bölmemiz lazım: $6 \times 7 = 42$ [307] Ali: 42’nin yarısı 21.

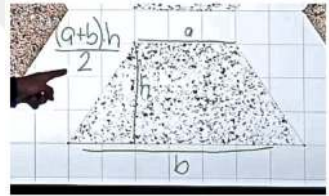
Sınıf Tartışması
[308]Öğretmen: Eda kalk bize oradaki üçgenin alanını bul? [309]Elif: Üçgenin alanını nasıl buldun? [310]Eda: $6 \times 7 \div 2$ [311]... [312]Elif: Hayır Zeynep, sen sadece dikdörtgenin alanını buldun. Üçgenin alanı? [313]Fatma: $7 \times 4 \div 2$

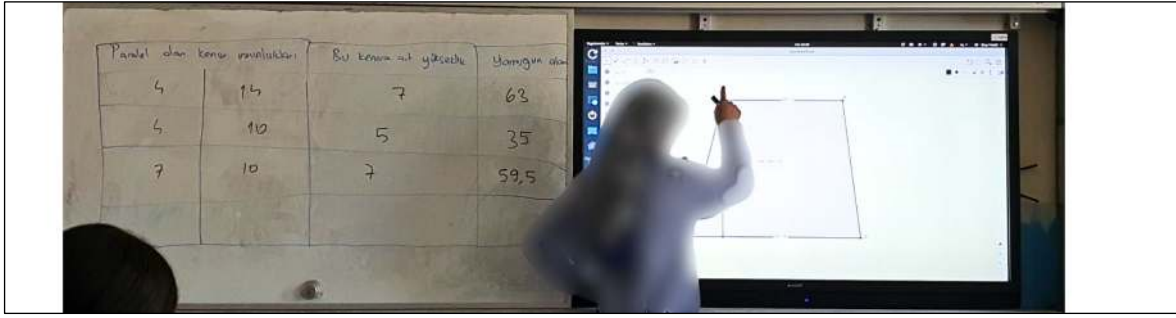
Tablo 37. Öğrencilerin Üçgenin Alanına Yönelik İşlemleri

Elif		Ali	
Fatma		Eda	
Zeynep		Oya	

Öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri incelendiğinde, üçgenin alanını belirlerken genellikle doğrudan bir kural uyguladıkları; uyguladıkları kuralın dayandığı kavramsal ilişkilerle ilgili açıklamalara sınırlı yer verdikleri görülmüştür. Öğrenciler, üçgenin alanını belirlemek için çoğunlukla “taban $\times$ yükseklik $\div 2$ ” kuralını kullanmış yani işlem yaparak sonucu belirlemişlerdir. Etkinlik kağıtlarındaki yazılı üretimlerinde de bu yaklaşımın sürdüğü, öğrencilerin kısa ve uzun kenarı çarpıp ikiye bölerek doğrudan alanı hesapladıkları gözlemlenmiştir. Bu nedenle, öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde alanı işlem yoluyla belirledikleri bu durumlar doğrultusunda “Üçgenin alanını kenar ve bu kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısını alarak bulma” alt teması belirlenmiştir.

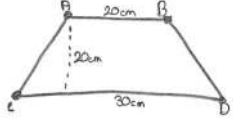
Grup çalışması ve sınıf tartışması aşamasında öğrenciler, yamuğun alanını şekli parçalara ayırarak bu parçaların alanlarını toplama ya da parçaları taşıyarak şekli yeniden düzenleme yoluyla belirlemişlerdir (bkz. Tablo 32-33). Elif, sınıf tartışması aşamasında yamuk şeklinde olan bahçe taşının alanını bir formül tahtaya yazıp bu formül ile bulabileceğini belirtmiş, ancak öğretmen alanı ezbere dayalı belirlememesini istemiştir [314-316]. Sınıf tartışmasının devamında öğrenciler, GeoGebra materyali üzerinde farklı boyutlardaki yamukları inceleyerek bu yamukların paralel kenarları, bu kenarlar arasındaki yükseklik ve alanları arasında ilişki kurmaya çalışmış; sonuç olarak “paralel olan kenarların toplamının yükseklik ile çarpımının yarısı” şeklinde bir alan kuralı oluşturmuşlardır [317-325]. Şekil 92’de sınıf tartışması aşamasında öğrencilerin yamuğun alanını belirlemeye yönelik doldurdıkları tabloya yer verilmiştir. Öğrencilerin yamuğun alanını bulmaya yönelik bir kural belirledikten sonra, etkinlik kağıtlarında yamuk şeklinde olan bölgelerin veya şekillerin alanını işlem yaparak hesapladıkları görülmektedir. Tablo 38’de öğrencilerin etkinlik kağıtlarında yamuğun alanını bulmaya yönelik yaptıkları işlemlere yer verilmiştir.

Sınıf Tartışması	
... [314] Elif: Ben bunu yapmıştım daha önce (Yamuğun alan formülünü yazar). [315] Öğretmen: Bir saniye sen ezber yapıyorsun zaten. Formülü kullanmadan bu şeklin alanını nasıl bulursun diyoruz sana. [316] Elif: Üçgenlerden...	
... [317] Öğretmen: Tamam yamuk için de tabloyu vermiş. Devam et, yüksekliği nasıl oluşturacağız? [318] Elif: Doğru parçası ile. [319] Öğretmen: Doğru parçası ile olmayabilir. [320] Elif: Olur da yine dik doğruyla yapayım.	[321] Öğretmen: Tamam kesiştir. [322] Elif: Nokta olur mu? [323] Öğretmen: olur olur...Aslında noktadan noktaya yap ki o da beyaz gözüksün. [324] Elif: 4, 14, 7 (Şekil 90). Değiştireyim mi şimdi? [325] Öğretmen: Evet değiştir. ...



Şekil 92. Elif'in Sınıf Tartışması Aşamasında Geogebra Üzerinde Farklı Boyutlardaki Yamukların Alanlarını Ölçme Süreci

Tablo 38. Öğrencilerin Yamuğun Alanına Yönelik İşlemleri

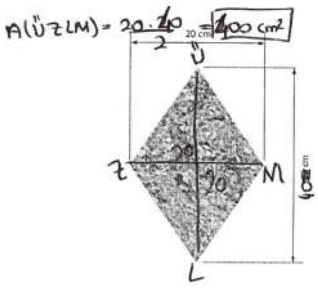
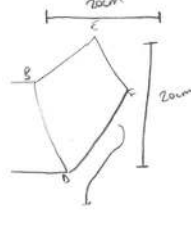
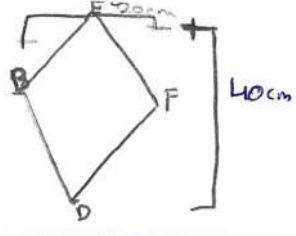
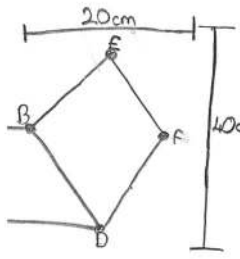
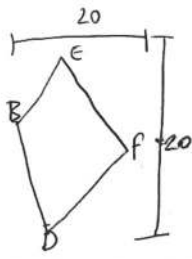
Elif	$20 + 30 = 50 \rightarrow$ Paralel olan kenar uzunlukları toplanır. $50 \cdot 20 = 1000 \rightarrow$ yükseklik ile çarpılır. $\frac{1000}{2} = 500 \rightarrow$ Yamuk şeklindeki bölge bölünerek yamuğun alanı bulunur.	Ali	$\frac{(4 + 14) \cdot 7}{2} = 63 \text{ olun}$
Fatma	Paralel olan kenarları yükseklik ile çarpılır ve alan bulunur. $\frac{(5+14) \cdot 7}{2} = 66.5$ $\frac{(8+6) \cdot 7}{2} = 49$ $\frac{(6+12) \cdot 5}{2} = 45$ $\frac{(13+11) \cdot 4}{2} = 48$	Eda	 $A(ABCD) = \frac{(20+30) \cdot 20}{2}$
Zeynep	yamuğun alanı = $\frac{(20+24) \cdot 7}{2} = 154$	Oya	$A(ABCD) = \frac{(20+30) \cdot 20}{2}$ $50 \cdot 20 = 1000$ $\frac{1000}{2} = 500 \text{ cm}^2$

Öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri incelendiğinde, yamuğun alanını belirlerken genellikle şekli parçalama, üçgenlere ayırma ya da parçaları taşıyarak yeniden düzenleme gibi stratejiler kullandıkları görülmüştür. Sınıf tartışması ve grup çalışması aşamalarında öğrenciler, çoğunlukla doğrudan bir kural uygulamaktan ziyade, şekli anlamlandırarak alanı bulmaya çalışmışlardır. Buna karşın, etkinlik kağıtlarındaki yazılı üretimlerinde bu kuralın daha yaygın biçimde uygulandığı, öğrencilerin yamuğun alanını doğrudan formül aracılığıyla işlem yaparak hesapladıkları gözlemlenmiştir. Bu nedenle, öğrencilerin özellikle yazılı üretimlerinde alanı işlem yoluyla belirledikleri bu durumlar doğrultusunda “*Yamuğun alanını, paralel kenarlarının uzunlukları toplamının yükseklik ile çarpımının yarısını alarak bulma*” alt teması belirlenmiştir.

Öğrenciler sınıf tartışması aşamasında eşkenar dörtgenin alanını şekli eş üçgenlere ayırıp oluşan eş üçgenlerin alanlarından yola çıkarak belirmiş ve “köşegenlerinin çarpımının yarısı” şeklinde bir genellemeye varmışlardır (bkz. 4.3.1. Parça-Bütün İlişkilendirme ve 4.3.6. Çıkarımsal İlişkilendirme başlıkları). Sınıf tartışması aşamasının ilerleyen süreçlerinde ise öğretmen, öğrencilerin GeoGebra üzerine farklı boyutlardaki eşkenar dörtgenleri inceleyerek alanı nasıl bulabileceklerini sorgulamıştır [326]. Ali, daha önceden bir kural belirledikleri için “köşegenlerin çarpımının yarısı” alınarak bulunabileceğini belirtmiş ve yeni bir fikir üretmemiştir [327]. Öğrenciler daha sonra öğretmenin teşvik etmesiyle, GeoGebra üzerinde farklı boyutlarda eşkenar dörtgenler oluşturarak yeniden köşegenler ile alan arasındaki ilişkiyi sorgulamış ve aynı kuralı tekrardan oluşturmuşlardır [328-355]. Öğrencilerin yazılı üretimleri incelendiğinde eşkenar dörtgene yönelik belirledikleri bu kuralı etkinlik kağıtlarına yansıttıkları görülmektedir.

[326] Öğretmen: Şimdi GeoGebra üzerinde bir alan formülü bulmak istersek bu şekil için, bir eşkenar dörtgenin alanını nasıl buluruz? [327] Ali: Hocam köşegenlerin çarpımının yarısı [328] Öğretmen: Evet biliyoruz bulduk zaten, GeoGebra üzerinde doğrulayalım. Tamam Zeynep sen kalk. Tablo da gösterelim. ... [329] Öğretmen: Köşegenler kaç? Kaç cm? Kaç birim? [330] Zeynep: 8'e 6 [331] Öğretmen: Alan kaç? [332] Zeynep: 24 [333] Öğretmen: Değiştir, başka bir eşkenar dörtgen için yap.... Alan kaç? [334] Zeynep: 70. [335] Elif: E sadece bir tane üçgenin alanını buluyorsunuz. [336] Öğretmen: Hayır, daha bir şey yapmadık ki. Bu tablo, köşegenleri 8'e 6 olan eşkenar dörtgenin alanı kaç?	[337] Elif: 24. [338] Öğretmen: Köşegenleri 10'a 24 olan eşkenar dörtgenin alanı kaç? [339] Zeynep: 70. [340] Öğretmen: Tamam bunu yap. [341] Zeynep: 4'e 4, alanı 8. [342] Öğretmen: Tamam bunu yap 2'e 12 olsun. Alan kaç? [343] Zeynep: 12 [344] Öğretmen: Tamam şimdi buna bakarak köşegenler ile alan arasında bir ilişki var mı? [345] Elif: Köşegenlerin çarpımının yarısı. [346] Öğretmen: Çarp, 8 kere 6 [347] Elif: 48, yarısı 24 [348] Öğretmen: Diğerleri? ... [349] Zeynep: 4 kere 4, 16; yarısı 8. [350] Elif: Zeynep söylesene. [351] Zeynep: 2 çarpı 12, 24; yarısı 12. [352] Öğretmen: Tamam ne yaptınız bu ikisini? [353] Zeynep: Çarpıyoruz. [354] Öğretmen: Sonra [355] Elif: Yarısını alıyoruz.
---	--

Tablo 39. Öğrencilerin Eşkenar Dörtgenin Alanına Yönelik İşlemleri

Elif	 $A(\text{ÜZLM}) = \frac{20 \cdot 40}{2} = 400 \text{ cm}^2$	Ali	 $A(\text{BEFD}) = \frac{20 \cdot 20}{2} = 200 \text{ cm}^2$
Fatma	 $A(\text{BEFD}) = \frac{20 \cdot 40}{2} = 400 \text{ cm}^2$	Eda	 $A(\text{BEFD}) = \frac{20 \cdot 40}{2} = 400 \text{ cm}^2$
Zeynep	 $A(\text{BEFD}) = \frac{20 \cdot 20}{2} = 200 \text{ cm}^2$	Oya	köşegenleri çarpıp yarı- sını alırsak alanı bulur- bizimle $\frac{\text{Köşegenler}}{2} = \text{Alan}$ $\frac{e \cdot f}{2} = \text{Alan}$

Tablo 39 incelendiğinde Eda'nın formülü doğru yazdığı ancak işlemi yanlış yaptığı, Oya'nın ise kuralı belirtmesine rağmen eşkenar dörtgen şeklindeki bahçe taşının alanını hesaplamadığı görülmektedir. Etkinliklerde öğrencilerin eşkenar dörtgenin alanını belirlerken köşegen uzunluklarını çarpıp ikiye böldükleri ve işlemi doğrudan formül yoluyla gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir. Öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde şeklin alanını doğrudan kural uygulayarak belirledikleri durumlar sonucunda işlemsel ilişkilendirmeye yönelik “Eşkenar dörtgenin alanını, köşegenlerinin çarpımının yarısını alarak bulma” alt teması belirlenmiştir.

Etkinlik 3 kapsamında, öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda belirlenen işlemsel ilişkilendirmeye yönelik alt temalara Tablo 40'ta yer verilmiştir. Tablo incelendiğinde öğrencilerin hepsinin sözlü ve yazılı üretimlerinde tüm alt temalara yönelik işlemsel ilişkilendirme kurdukları görülmektedir. Bazı alt temalara yönelik, öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri incelendiğinde bir formül/kural belirtmesine rağmen bu kuralı

doğru bir şekilde uygulayamadığı veya işlem hatası yaptığı görülmektedir. Ancak öğrencilerin ilgili geometrik şeklin alanını bir formül aracılığıyla belirlemeye çalışmaları, o alt temaya yönelik işlemsel bir ilişkilendirme kurduklarını göstermektedir. Bu nedenle, formülü doğru kullanamamaları dahi, kural belirtme yönündeki üretimleri dikkate alınarak ilgili alt temaya dahil edilmişlerdir.

Tablo 40. Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin İşlemsel Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Dikdörtgenin alanını uzun ve kısa kenarları çarparak bulma	•	•	•	•	•	•
Üçgenin alanını kenar ve bu kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısını alarak bulma	•	•	•	•	•	•
Yamuğun alanını, paralel kenarlarının uzunlukları toplamının yükseklik ile çarpımının yarısını alarak bulma	•	•	•	•	•	•
Eşkenar dörtgenin alanını, köşegenlerinin çarpımının yarısını alarak bulma	•	•	•	•	•	•

4.3.6. Farklı Temsillerle İlişkilendirme

Grup 1 öğrencileri, Etkinlik 3'te yer alan ev planını GeoGebra üzerinde oluşturarak arsa, ev, havuz ve yeşil bölgenin alanını belirlemeye çalışmışlardır (çizim-çizim). Elif, GeoGebra üzerinde oluşturdukları üçgen şeklindeki yeşil bölgenin alanını nasıl bulacaklarını takım arkadaşlarına sormuştur (Şekil 93a) [356]. Fatma ve Zeynep, GeoGebra üzerinde yer alan üçgenin alanının, kenarların çarpılmasıyla bulunacağını belirtmiştir (çizim-sözel) [357, 359 361]. Bu sırada Elif, üçgeni içine alan bir dikdörtgen çizmiş ve bu dikdörtgenin alanını kısa kenar ile uzun kenarın çarpımıyla belirlemiştir (çizim-sözel-nümerik) [364]. Elif'in GeoGebra üzerinde dikdörtgen ve üçgeni farklı renklerde olacak şekilde düzenlemesi ve söylemlerinde renkleri belirterek üçgen ve dikdörtgenin alanı arasında ilişkilendirme kurduğu görülmektedir (çizim-çizim, çizim-sözel) [364, 366]. Şekil 93b'de görüldüğü gibi Elif, yamuk şeklinde olan bölgeyi iki parçaya ayırarak üçgen şeklinde olan kısmın alanını dikdörtgenin alanından faydalanarak belirlemiştir (çizim-çizim, çizim-nümerik).

[356] Elif: Bunu nasıl bulacaksınız?
Üçgen...

[357] Fatma: 6 çarpı 7

[358] Elif: Eee...

[359] Fatma: Eee, bi uzun kenar bi kısa kenar.

[360] Elif: Zeynep...

[361] Zeynep: 6 ile 7'yi çarpacağız.

[364] Elif: 6 çarpı 7 yaptığımda şu siyah kısmın alanını bulmuş olmuyorum?

[365] Zeynep: Evet.

[366] Elif: Benden kırmızı kısmın alanını istemiyor mu? O da yarısı değil mi? 6 ile 7'yi çarpıp yarısını alırım. Bu üçgen bu dikdörtgenin yarısı değil mi?

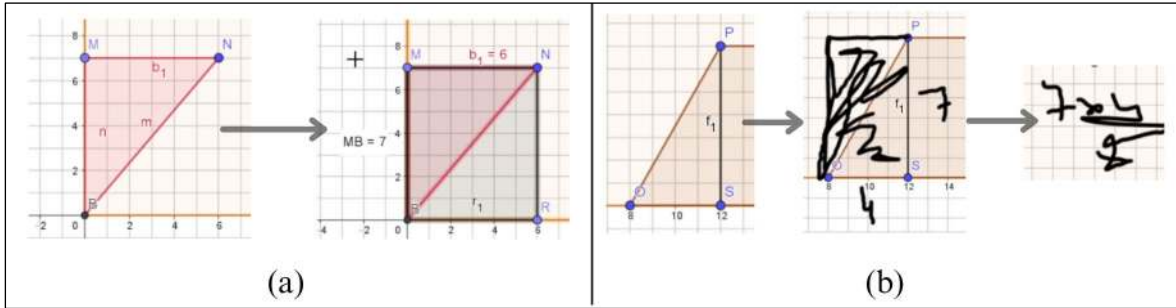
[362] Elif: Aslında bunun tamamı böyle değil mi? (Üçgeni içine alan dikdörtgen çizer). Dikdörtgenin alanı nasıl bulunuyordu? Kısa kenar çarpı uzun kenar değil mi?

[363] Fatma: Evet.

[367] Zeynep: Hı Hı.

[368] Elif: O zaman 6 ile 7'yi çarpıp yarısını alıyoruz. Bu üçgenin alanını anladınız mı?

[369] Zeynep: Ben anladım.

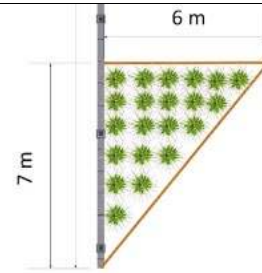


Şekil 93. Elif'in GeoGebra Üzerinde Üçgenin Alanına Yönelik Yaptığı Çizimleri

Grup 2 öğrencileri ise takım çalışması aşamasında ev planını GeoGebra üzerinde oluşturmamış; etkinlik kağıdı üzerinde arsa, ev, havuz ve yeşil bölgenin alanını hesaplamaya çalışmışlardır. Eda, üçgenin kısa ve uzun kenarının çarpılması gerektiğini belirtmiş ve “ $6 \times 7 = 42$ ” şeklinde işlemi uygulamıştır (çizim-sözel, çizim-nümerik) [370]. Ali ise bu sonucu ikiye bölerek alanı belirlemiştir (nümerik-nümerik) [371].

[370] Eda: Üçgenin alanı kısa kenar ile uzun kenarı çarpıp ikiye bölmemiz lazım. 6 çarpı 7, 42.

[371] Ali: 42'nin yarısı 21.



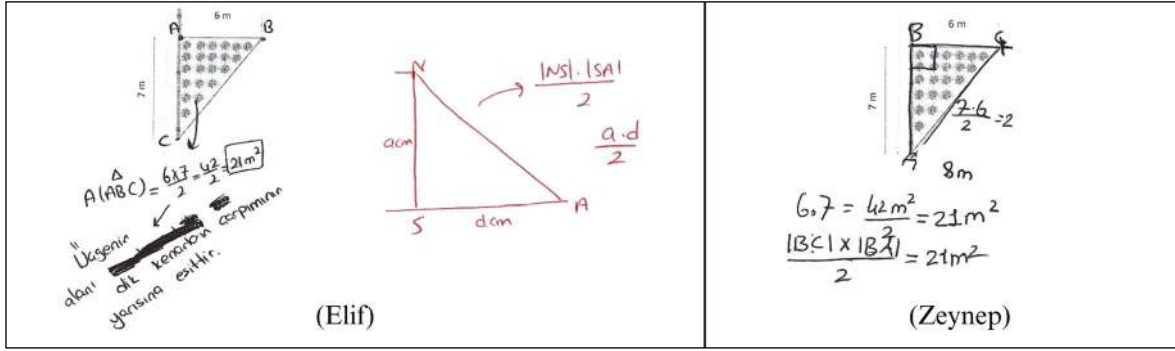
Ev Planında Yer Alan Üçgen Şeklindeki Yeşil Bölge

Sınıf tartışması aşamasında ise öğretmen, öğrencilerden üçgenin alanını bulmalarını istediğinde, Eda, “ $6 \times 7 \div 2$ ” ifadesiyle sözel açıklama yapmıştır [372-374]. Elif'in bu işlemi sorgulaması üzerine Eda, hangi kenarları çarpıldığını çizim üzerinde göstermiştir [378]. Eda'nın uzun ve kısa kenarın çarpılacağını belirtmesi üzerine Oya ise taban ve yüksekliğin çarpılacağını belirtmiştir [384]. Öğretmenin teşvik etmesiyle Eda, üçgenin köşegenlerini harflendirmiş ve taban ile yüksekliği “BC” ve “AB” şeklinde belirtmiştir (sözel-çizim) [386]. Eda, sonrasında üçgenin alanını hesaplamış (çizim-nümerik) ve üçgenin, dikdörtgenin

yarısı olduğundan dolayı kenarların çarpımının yarısını aldığını belirtmiştir (sözel) [391-393]. Bu süreçte öğrenciler çizim temsiline dayalı şekli; sözel açıklamalarla ilişkilendirmiş ve alanı hesaplamaları sonucunda “ $6 \times 7 \div 2 = 21$ ” şeklinde nümerik temsilleri kullanmışlardır.

[372] Araştırmacı: Eda kalk bize oradaki üçgenin alanını bul? [373] Elif: Üçgenin alanını nasıl buldun? [374] Eda: $6 \times 7 \div 2$ [375] Elif: Onu bende biliyorum, onu nasıl buldun? [376] Eda: İki kenarın çarpımı. [377] Elif: Hangi kenarlar? [378] Eda: Bunlar (Üçgenin dik kenarlarını gösterir). [379] Elif: Hmm bir şey söyleyeceğim de. Hocam sizin bir şey söylemeniz lazım. [380] Araştırmacı: Güzel güzel, rastgele iki kenar mı diyor Elif. [381] Eda: Uzun kenar ile kısa kenar. [382] Elif: Üçgenin uzun ile kısa kenarı olur mu?	[383] Araştırmacı: Bu dikdörtgen mi? Uzun kenar ile kısa diyeyim. Üçgende hangi kenarlar diyorduk? [384] Oya: Taban çarpı yükseklik. [385] Araştırmacı: Taban hangisi? Hemen ABC diyelim. [386] Eda: Taban BC, yükseklik de AB olur. [387] Araştırmacı: Ya da tam tersi BA taban ise diğer köşeden yüksekliği çektim. CB taban oldu mu? [388] Fatma: Evet. [389] ... [390] Araştırmacı: Kaç çıktı? [391] Eda: 21 m^2 [392] Elif: Neden yarısını aldın? [393] Eda: Çünkü üçgen dikdörtgenin yarısıdır.
--	---

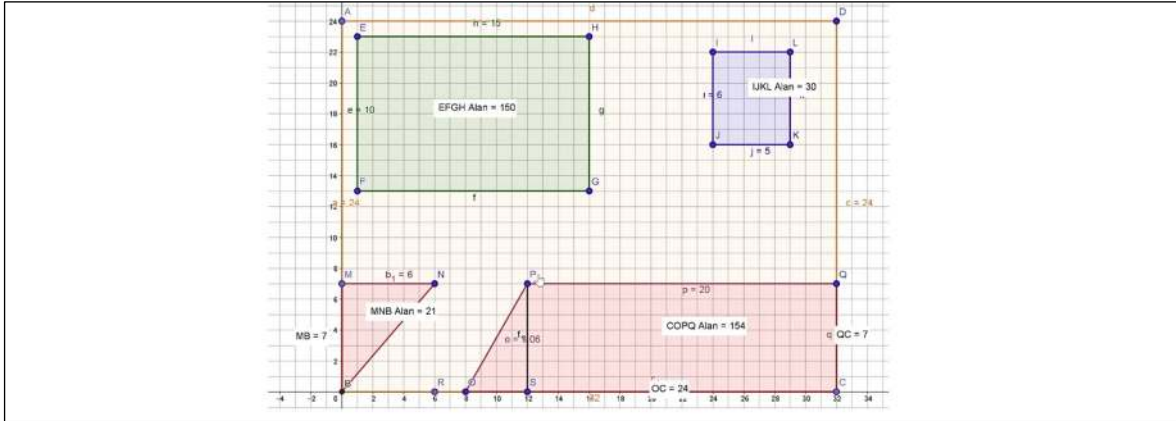
Öğrencilerin etkinlik kağıtlarındaki yazılı üretimleri incelendiğinde üçgenin alanını farklı temsillerle ilişkilendirdikleri görülmektedir. İşlemsel ilişkilendirme başlığı altında verilen -üçgenin alanını hesaplamaya yönelik- Tablo 37 incelendiğinde; Ali’nin sözel-nümerik, diğer öğrencilerin ise çizim-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme kurduğu görülmektedir. Öğrencilerin, etkinlik kağıtlarında üçgenin alanını farklı temsillerle ilişkilendirdikleri diğer durumlara ise Şekil 94’te yer verilmiştir. Şekil 94 incelendiğinde Elif’in çizim, sözel, nümerik ve cebirsel temsilleri, Zeynep’in ise çizim, nümerik ve cebirsel temsilleri ilişkilendirdiği görülmektedir. Öğrencilerin üçgenin alanına yönelik farklı temsillerle ilişkilendirme kurmasından dolayı “*Üçgenin alanını farklı temsillerle ilişkilendirme*” alt teması belirlenmiştir.



Şekil 94. Elif ve Zeynep'in Üçgenin Alanına Yönelik Farklı Temsillerle İlişkilendirmesi

Elif, GeoGebra üzerinde ev planını oluşturduktan sonra oluşan şekillerin kenar uzunluklarını belirlemiş ve takım arkadaşlarına dikdörtgen şeklindeki bölgelerin alanını nasıl bulacaklarını sormuştur [394, 397]. Zeynep ve Fatma'nın söylemleri incelendiğinde zaman, uzun ve kısa kenarın çarpılması gerektiğini belirttiği veya işlem yaparak sonuca ulaştıkları görülmektedir [395, 396, 399]. Elif ise bu aşamada GeoGebra üzerinde şekillerin alanlarını "alan" aracını kullanarak belirlemiş ve takım arkadaşlarının hesaplamalarının doğruluğunu göstermiştir (Şekil 95). Elif'in GeoGebra üzerinde ev planını çizmesi ve daha sonra dikdörtgenin kenar uzunluklarını ve alanını belirlemesi sonucunda çizim-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme kurduğu görülmektedir. Zeynep ve Fatma da çizimde yer alan dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını incelemiş ve alanı bu kenarları çarparak belirlemişlerdir. Dolayısıyla bu öğrenciler ise çizim-sözel ve çizim-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme kurmuştur. Sınıf tartışması aşamasında ise öğrencilerin benzer şekilde çizim-nümerik ve çizim-sözel temsiller arasında ilişkilendirme kurduğu görülmektedir.

[394] Elif: Şunun alanı nasıl bulunur? (Evin olduğu dikdörtgeni gösterir). [395] Zeynep: Ben biliyorum. 10 ile 15'i çarpacağız. [396] Fatma: Uzun kenar ile kısa kenarı çarpacağız.	[397] Elif: Bu (havuzu gösterir). [398] Zeynep: O da aynı şekilde. [399] Fatma: Onun da uzun kenar ile kısa kenar. ... [400] Elif: Arsanın alanı kaç? 32×24 değil mi?
--	--



Şekil 95. Grup 1'in Ev Planına Yönelik GeoGebra Üzerindeki Çizimi

İşlemsel ilişkilendirme başlığı altında verilen -dikdörtgenin alanını hesaplamaya yönelik- Tablo 36 incelendiğinde ise öğrencilerin işlemlerinde çizim-sözel, çizim-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme kurduğu görülmektedir. Öğrencilerin dikdörtgenin alanına yönelik farklı temsillerle ilişkilendirme kurmasından dolayı “*Dikdörtgenin alanını farklı temsillerle ilişkilendirme*” alt teması belirlenmiştir.

Öğrencilerin yamuğun alanını belirlemeye yönelik parça-bütün ilişkilendirmesi altında verilen diyalogları incelendiği zaman Elif'in takım çalışması aşamasında GeoGebra üzerinde oluşturduğu yamuk şeklindeki yeşil bölgeyi “doğru parçası” aracıyla üçgen ve dikdörtgen bölgelere ayırdığı ve bu bölgelerin alanlarını toplayarak yamuğun alanını belirlediği görülmektedir [23-47]. Elif, GeoGebra üzerinde yamuğu parçalaması sonucunda çizim-çizim temsiller arasında ilişkilendirme kurmuştur. Daha sonra Elif'in; çizime yönelik “Şimdi şu yamuk bir dikdörtgen ve bir üçgenden oluşmuyor mu?” şeklinde açıklamalar yapması sonucunda çizim-sözel, parçalara ayırdığı bölgelerin alanını hesaplaması sonucunda çizim-nümerik ve hesapladığı alanları toplayıp yamuğun alanını belirlemesi sonucunda ise nümerik-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme kurduğu görülmektedir.

Grup 1 öğrencileri takım çalışmasının devamında GeoGebra materyalini açarak farklı boyutlarda yamuklar oluşturmuş ve alanını belirlemeye çalışmıştır. Elif, GeoGebra üzerindeki şeklin bir yamuk olduğunu belirtmiş (sözel temsil) ve paralel olan kenar uzunluklarının kaç olduğunu söylemiştir (nümerik temsil) [404, 406]. Daha sonra Elif, bu kenara ait yüksekliği çizmiş (çizim temsili) ve “uzunluk ve uzaklık” aracı ile uzunluğunu belirlemiştir (nümerik temsil) [411]. Sonrasında öğrenciler farklı boyutlarda yamuklar oluşturmuş ve bu yamuklara yönelik ölçümlerini etkinliklerinde yer alan tabloya geçirmişlerdir (çizim-nümerik temsil) [412-427].

[401]Elif: Tamam G3b'ye geçelim. [402]Fatma: Paralel olan kenarlar ile yükseklik arasında... [403]Zeynep: Bir şey soracağım Elif. Bu paralel olan bu da kenar uzunlukları, bunlar birleşik mi? [404]Elif: Bu şekil yamuk, yamuğun bir kenar çifti paralel, paralel olan kenarların uzunluklarını ortaya yazıyoruz. [405]Zeynep: Tamam [406]Elif: Şimdi paralel kenarların uzunlukları belli zaten. Kaç? 5 ve 14. [407]Fatma: Evet. [408]Elif: Tamam yaz. [409]Elif: Bu kenarları ait yükseklik diyor, nereden çizeceğiz. Buradan mı? [410]Zeynep: Evet. [411]Elif: Köşeden indirsek daha mantıklı. Yükseklik 7. Alanı kendimiz de bulabiliriz de. Alanı 66.5 [412]Fatma: Böyle mi yazalım. [413]Elif: He valla. [414]Zeynep: Tamam tüm açılarını 90° yap.	[415]Elif: Tamam bu da bir yamuk değil mi? (Dikdörtgen oluşturur). [416]Zeynep: Evet. [417]Elif: Yaz, bunun kenarları 5, 5. Bunun alanı kaç? Gerçi bunu biliyoruz. Kenarları 5 ve 7 bu dikdörtgen. Alanı 35 olur. [418]Elif: Tamam bunu yapalım; 6, 8, yükseklik 7. Alan 49. [419]Elif: Bu şekilleri çizelim mi? [420]Fatma: Hayır. [421]Elif: Tamam yükseklik 5 olsun. Zeynep sen yap kenarların uzunluğunu göster. CD'nin uzunluğunu göster. [422]Fatma: Uzaklık veya Uzunluk [423]Elif: 12'ymiş. Tamam bunu da yazın. Diğer kenar 6, yükseklik de 5. [424]Zeynep: Tamam şimdi ben başka şekil çizeyim. [425]Elif: Tamam yap, tamsayı olsun. [426]Zeynep: Tamam böyle olsun. [427]Elif: Yükseklik 4, alan da 48 olur.
---	--

Grup 2 öğrencileri ise takım çalışması aşamasında yeşil bölgenin yamuk olduğunu belirtmeler de alanını belirleyememişlerdir [48-53]. Eda, bu bölgenin yamuk olduğunu söyleyerek şekli parçalamış ancak devamını getirmemiştir. Dolayısıyla bu süreçte yamuğun alanına yönelik sadece çizim-çizim eş değer temsiller arasında ilişkilendirme kurmuştur. Sınıf tartışması aşamasında ise Zeynep, benzer şekilde yamuk şeklindeki yeşil bölgeyi parçalara ayırmış ve bu parçaların alanlarını toplayarak yamuk şeklindeki yeşil bölgenin alanını belirlemiştir [54-77]. Zeynep, bu süreçte öğretmenin ve sınıf arkadaşlarının yönlendirmesiyle; yamuk şeklindeki bölgeyi üçgen ve dikdörtgen bölgelere ayırmış (çizim-çizim), ayırdığı bölgelerin alanlarını belirlemiş (çizim-nümerik) ve bu alanları toplayarak yamuğun alanını bulmuştur (nümerik-nümerik). Elif ise sınıf tartışması aşamasında öğretmenin yönlendirmesiyle, yamuğun kenarlarını ve yüksekliğini cebirsel olarak belirlemiş ve yamuğun alanını cebirsel olarak temsil etmiştir (Şekil 82) [133-163]. Elif'in bu süreçte; yamuğu parçalara ayırması sonucunda çizim-çizim, her bir bölgenin alanını cebirsel olarak belirlemesi sonucunda çizim-cebirsel, daha sonra cebirsel olarak belirlediği bu bölgelerin alanını toplayarak yamuğun alanını oluşturması sonucunda cebirsel-cebirsel ve

öğrencinin bu süreç boyunca sözlü olarak açıklamalarda bulunması sonucunda ise çizim-sözel ve cebirsel-sözel temsiller arasında ilişkilendirme kurmuştur. Sınıf tartışmasının ilerleyen süreçlerinde ise Elif, GeoGebra üzerinde farklı boyutlarda yamuklar oluşturarak bir tablo oluşturmuştur (Şekil 92). Elif'in GeoGebra üzerinde yamuğun alanını incelemesi ve tablo oluşturması sonucunda görsel-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme kurmuştur. Diğer öğrenciler de Elif'in GeoGebra üzerinde oluşturduğu yamuğa yönelik ölçümleri etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır (Örneğin, Tablo 41'de yer alan Fatma'nın yazılı üretimleri).

Öğrencilerin -etkinlik kağıtlarına yansıttıkları- yamuğun alanına yönelik farklı temsiller arasındaki ilişkilendirmelerinin bir kısmına Tablo 41'de yer verilmiştir.

Tablo 41. Öğrencilerin Yamuğun Alanına Yönelik Farklı Temsillerle İlişkilendirmeleri

- Elif
- Öz Yansıtma
- Çizim-sözel

yamuğun içindeki iki üçgen eş olduğu için (ACE) ni ~~bu~~ şekil bir dikdörtgen olarak şekilde taşıyabilir ve dikdörtgenin alanını kullanarak bu yamuğun alanı bulabiliriz.

- Fatma
- Sınıf Tartışması
- sözel-nümerik
- nümerik-nümerik

Paralel olan kenar uzunlukları	Bu kenarlara ait yükseklik	Yamuğun alanı	
5	14	7	66.5
8	6	7	49
6	12	5	45
13	11	4	48

Paralel olan kenarları yükseklik ile karpılır ve alan buluruz.

$$\frac{(5+14) \cdot 7}{2} = 66.5 \quad \frac{(8+6) \cdot 7}{2} = 49 \quad \frac{(6+12) \cdot 5}{2} = 45 \quad \frac{(13+11) \cdot 4}{2} = 48$$

- Eda
- Öz Yansıtma
- çizim-sözel
- çizim-cebirsel
- sözel-cebirsel

Yamuk

Yamuğun alanını bulabilmek için 3 parçaya ayırdık. 1. bölge üçgen 2. bölge: Dikdörtgen 3. bölge ise üçgen çıktı. 1. bölgenin alanını şu şekilde bulduk " $\frac{c \cdot b}{2}$ " bu formülü kullanmamızın sebebi üçgenin yükseklik ve tabanını 2'ye böldük 2'ye bölmemizin sebebi de üçgen dikdörtgenin yarısıdır.

iii- Eğer 2'ye bölmeseydik dörtgenin alanını bulmuş olurduk. 2. bölgenin alanını kısa kenar x uzunkenar şeklinde yaptık. 3. bölgeyi 1. bölgeye gibi yaptık. $\frac{c \cdot b}{2}$ şeklinde yaptık. Sonra bu yamuğun alanını bulmak için hepsini topladık.

$$\frac{c \cdot b}{2} + \text{kısa kenar} \times \text{uzunkenar} + \frac{c \cdot b}{2} = \text{Yamuğun alanı}$$

Grup 1 öğrencileri takım çalışması aşamasında [78-121] GeoGebra üzerinde eşkenar dörtgenin alanını belirlemeye çalışırken Elif “doğru parçası” aracıyla şekli iki eş üçgene ayırmış (Şekil 80) ve yüksekliklerini oluşturmuştur (görsel-görsel). Daha sonra bu üçgenlerin tabanının ve yüksekliğinin uzunluğunu GeoGebra üzerinde “uzaklık ve uzunluk” aracı ile ölçmüş (Şekil 81) ve sözel olarak ifade etmişlerdir (görsel-sözel, görsel-nümerik). Son olarak öğrenciler eş üçgenlerin alanlarını toplayarak eşkenar dörtgenin alanına ulaşmışlardır (nümerik-nümerik). Grup 2 öğrencileri ise takım çalışması aşamasında [122-132] GeoGebra üzerinde eşkenar dörtgenin köşegenlerini oluşturmuş ve uzunluklarını “uzaklık ve uzunluk” aracı ile belirlemişlerdir (görsel-görsel, görsel-nümerik). Öğrenciler, eşkenar dörtgenin köşegenlerinin çizilmesiyle oluşan üçgenlerin alanlarını bularak tüm şeklin alanını bulabileceklerini belirtmiş ancak bir üçgenin alanını hesaplamış, eşkenar dörtgenin alanını belirlememişlerdir (çizim-sözel, çizim-nümerik).

Sınıf tartışması aşamasında [164-218] ise öğretmenin “eşkenar dörtgenin alanı nasıl bulunur?” sorusuna cevap olarak; Elif, şekli üçgene dönüştürmeyi önermiş, Ali ise köşegenlerin çizilmesi gerektiğini belirtmiştir (çizim-sözel). Ardından Elif tahtaya kalkarak eşkenar dörtgenin bir köşegenini çizmiş, şekli iki eş üçgene ayırmış ve bu üçgenlerin eş olduğunu belirtmiştir (çizim-çizim, çizim-sözel). Elif, seçtiği üçgenin alanını bulmak için yükseklik çizmiş ve “h” harfiyle ifade ederek sembolik bir adlandırma yapmıştır; öğretmen ise diğer üçgene ait yüksekliği de göstermesini ve eşkenar dörtgenin köşegenlerini harflendirmesini istemiştir. Alanı hesaplamak üzere Elif, taban ve yüksekliği çarpıp ikiye bölerek üçgenin alanını sembolik olarak göstermiş ve hangi üçgenin alanını belirlediğini içini tarayarak belirtmiştir (çizim-cebirsal). Aynı yöntemi diğer üçgen için de uygulayan Elif, elde ettiği alan ifadelerini ortak paranteze alarak sadeleştirmiş ve toplam alanı sembolik biçimde ifade etmiştir (cebirsal-cebirsal). Bu sürecin devamında öğretmen, Elif’in bulduğu sonucun yorumlanmasını istediğinde öğrenciler, köşegenlerin çarpımının yarısının eşkenar dörtgenin alanına eşit olduğunu ifade etmişlerdir (cebirsal-sözel).

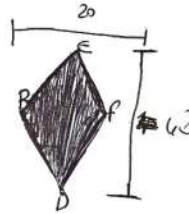
Öğretmen sınıf tartışmasının ilerleyen süreçlerinde ise öğrencilerden, GeoGebra üzerinde farklı boyutlarda eşkenar dörtgenler oluşturarak varsayımlarını doğrulamalarını istemiştir [326-355]. Öğrenciler, GeoGebra üzerinde farklı eşkenar dörtgenler oluşturmuş ve köşegen uzunluklarını ve alanını belirlemişlerdir (görsel-nümerik). Daha sonra eşkenar dörtgenlerin köşegen uzunluklarını ve alanını tabloya aktarmış (görsel-nümerik) ve köşegenlerin çarpımının yarısını alarak GeoGebra üzerinde buldukları alan ile

karşılaştırmışlardır (nümerik-nümerik). Son olarak öğrenciler tekrardan eşkenar dörtgenin alanına yönelik bir genellemeye ulaşarak sözel olarak ifade etmişlerdir (nümerik-sözel).

Öğrencilerin eşkenar dörtgenin alanına yönelik -etkinlik kağıtlarına yansıttıkları- farklı temsillerle ilişkilendirmelerinin bir kısmına Tablo 42’de yer verilmiştir. Tablo incelendiğinde Fatma’nın farklı köşegenlere sahip eşkenar dörtgenlerin alanlarını tabloda göstererek aralarındaki ilişkiyi sözel olarak açıklamasından dolayı nümerik-sözel temsiller arasında ilişkilendirme kurmuştur. Zeynep ve Elif’in ise eşkenar dörtgene yönelik çizim yaptıkları ve sözel, cebirsel temsillerle ilişkilendirdikleri görülmektedir. Zeynep ayrıca cebirsel temsili kullanarak bahçe taşının alanını doğru belirlediğinden dolayı da cebirsel-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme yaptığı görülmektedir.

Tablo 42. Öğrencilerin Eşkenar Dörtgenin Alanına Yönelik Farklı Temsillerle İlişkilendirmeleri

- Zeynep
- Öz Yansıtma
- çizim-sözel
- çizim-cebirsel
- cebirsel-nümerik



eşkenardörtgen'in alanı köşegenlerin çarpımının yarısına eşittir.

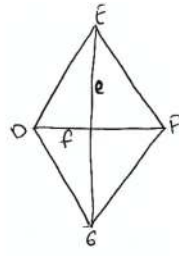
$$A(BEFD) = \frac{|ED| \times |BF|}{2} = \frac{20 \times 40}{2} = 400$$

- Fatma
- Öz Yansıtma
- nümerik-sözel

köşegenler		Alan
8	6	24
14	6	44
20	3	30
8	4	16
x		÷ 2

köşegenlerin çarpımının yarısı olan alanı bulunur.

- Elif
- Öz yansıtma
- çizim-sözel
- çizim-cebirselsel
- cebirselsel-sözel
- cebirselsel-cebirselsel



İçindeki üçgenler yardımıyla bu şeklin alanı bulunabilir.

$\frac{e \cdot f}{2} \rightarrow$ Bir tane üçgenin alanı 4 üçgen oluştuğu için 4 ile çarpılır.

$$\frac{e \cdot f}{2} \cdot 4 \rightarrow \text{Alan (DEFG)}$$

$$\frac{e \cdot f}{2} \cdot 4 = 2ef$$

Etkinlik 3 kapsamında öğrencilerin farklı temsillerle kurdukları ilişkilendirmelere Tablo 43'te yer verilmiştir. Bu tabloda öğrencilerin belirlenen alt temalara yönelik hangi temsiller arasında ilişkilendirme kurduğuna yer verilirken; eşdeğer temsiller arasında kurduğu ilişkilendirmeler kırmızı renk ile alternatif temsiller arasında kurduğu ilişkilendirmeler ise siyah renk ile gösterilmiştir. Öğrencilerin eşkenar dörtgenin alanına yönelik farklı temsiller arasında ilişkilendirme kurmasından dolayı “Eşkenar dörtgenin alanını farklı temsillerle ilişkilendirme” alt teması belirlenmiştir.

Tablo 43. Etkinlik 3 Kapsamında Öğrencilerin Farklı Temsillerle Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Üçgenin alanını farklı temsillerle ilişkilendirme	çizim-çizim çizim-sözel çizim-nümerik nümerik-sözel çizim-cebirselsel	çizim-sözel çizim-nümerik	çizim-sözel çizim-nümerik	sözel-nümerik	çizim-sözel çizim-nümerik	çizim-nümerik çizim-sözel
Dikdörtgenin alanını farklı temsillerle ilişkilendirme	çizim-sözel çizim-nümerik	çizim-sözel çizim-nümerik	çizim-sözel çizim-nümerik	çizim-sözel çizim-nümerik	çizim-sözel çizim-nümerik	çizim-sözel çizim-nümerik
Yamuğun alanını farklı temsillerle ilişkilendirme	çizim-çizim çizim-sözel çizim-nümerik çizim-cebirselsel cebirselsel-cebirselsel cebirselsel-sözel nümerik-sözel	çizim-nümerik sözel-nümerik nümerik-nümerik	çizim-çizim çizim-nümerik nümerik-nümerik	çizim-çizim çizim-nümerik sözel-nümerik	çizim-çizim çizim-sözel çizim-cebirselsel sözel-cebirselsel çizim-nümerik	çizim-nümerik nümerik-sözel
Eşkenar dörtgenin alanını farklı temsillerle ilişkilendirme	görsel-görsel görsel-sözel görsel-nümerik nümerik-nümerik çizim-sözel çizim-cebirselsel cebirselsel-cebirselsel	nümerik-sözel çizim-nümerik	çizim-nümerik nümerik-sözel çizim-cebirselsel cebirselsel-cebirselsel	çizim-sözel nümerik-sözel	çizim-sözel nümerik-sözel çizim-cebirselsel çizim-nümerik	çizim-nümerik nümerik-sözel

Tablo 43 incelendiği zaman öğrencilerin en fazla çizim-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Öğrencilerin etkinlikte yer alan şekillerin alanlarını hesaplama süreci, bu ilişkilendirmelerin ortaya çıkmasında etkili olmuş olabilir. Bununla beraber öğrenciler, cebirselsel ile diğer temsiller arasında daha az ilişkilendirme yapmışlardır.

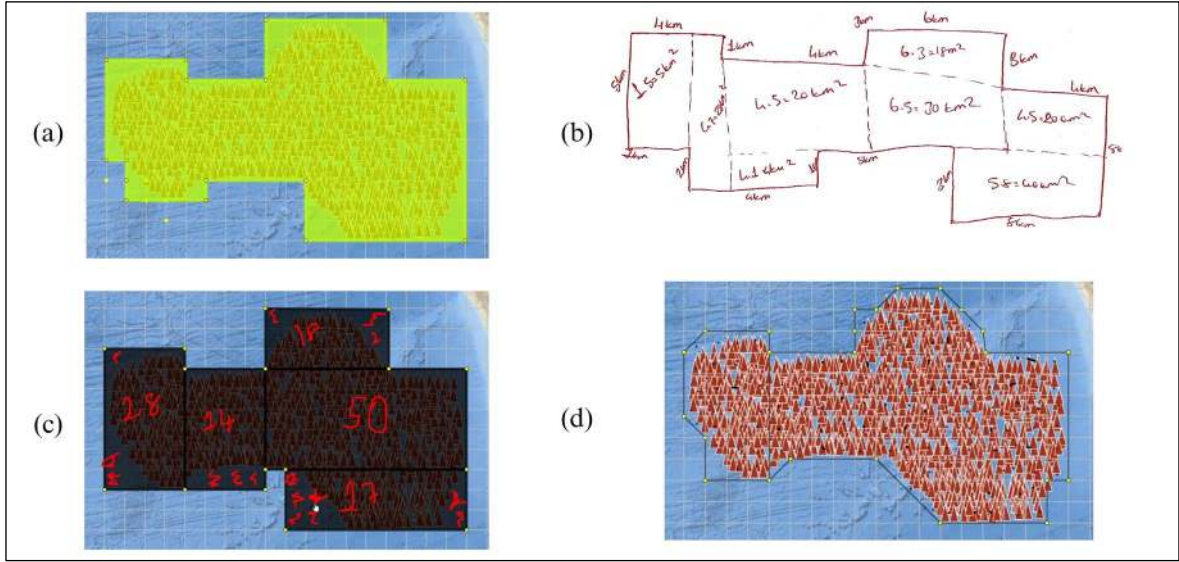
4.4. ETKİNLİK 4: ALAN PROBLEMLERİ

Etkinlik 4, “bileşik şekillerin alanlarını bulmayı gerektiren problemlere yer verilir” kazanım açıklamasına yönelik hazırlanmıştır. Bu amaçla etkinlikte yer alan problem durumunda, deniz çöplerinin bulunduğu bir bölgenin uydu görüntüsü verilmiştir. Etkinliğin GeoGebra materyali ise bu uydu görüntüsüne ait çizimi içermektedir. Etkinliğin bireysel aşamasında öğrenciler, bu bölgede yer alan çöp miktarını nasıl bulmaları ve hangi konuları kullanmaları gerektiğine yönelik yönlendirici soruyu cevaplamaya çalışmışlardır. Takım çalışması aşamasında ise öğrenciler etkinlikte yer alan tüm yönlendirici soruları GeoGebra üzerinde iş birliği içerisinde cevaplamaya çalışmışlardır. Sınıf tartışması aşamasında ise öğrenciler önceki aşamalardaki fikirlerini/üretimlerini tüm sınıf ile tartışmış ve etkinlikte yer alan sorulara cevap vermeye çalışmışlardır.

Etkinlik 4 kapsamında öğrencilerin kurduğu matematik içi ilişkilendirme türlerine başlıklar halinde aşağıda yer verilmiştir.

4.4.1. *Farklı Temsillerle İlişkilendirme*

Bireysel aşamada tüm öğrenciler, GeoGebra üzerinde -deniz çöplerinin bulunduğu bölgenin alanını belirlemek için- deniz çöplerinin olduğu bölgeyi, “çokgen” veya “doğru parçası” araçlarını kullanarak çokgen içerisine almışlardır. Ali, GeoGebra üzerinde deniz çöplerinin olduğu bölümü “çokgen” aracını kullanarak tek bir çokgen içerisine almıştır (Şekil 96a). Etkinlik kağıdı incelendiğinde Ali’nin bu çokgeni dikdörtgenlere ayırarak her birinin alanını belirlediği görülmektedir. (96b). Elif ise ilk aşamada GeoGebra üzerinde “çokgen” aracını kullanarak şekli dikdörtgenler içerisine almış ve bu dikdörtgenlerin alanını belirtmiştir (Şekil 96c), sonraki aşamada ise “doğru parçası” aracını kullanarak çöp olan bölgeyi çokgen içerisine almış, alanı bu çokgen içerisindeki birim karelerin her birine işaret koyarak teker teker saymıştır (Şekil 96d). Diğer öğrenciler de benzer şekilde deniz çöplerinin olduğu bölgeyi çokgen içerisine almaya çalışmışlardır. Ancak sadece Zeynep bu çokgeni parçalara ayırarak alanını belirlemiştir. Diğer öğrenciler ise alanı bulmaya çalışmamış sadece GeoGebra üzerinde çizim yapmışlardır. Öğrencilerin bireysel aşamadaki üretimleri incelendiğinde; deniz çöplerinin olduğu bölgeyi çokgen içerisine almalarından ve bu çokgeni parçalamalarından dolayı çizim-çizim, bu parçaların alanını belirlemelerinden dolayı çizim-nümerik ve bu parçaların alanını toplamalarından dolayı ise nümerik-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme kurmuşlardır.



Şekil 96. Öğrencilerin Bireysel Aşamada GeoGebra Üzerinde Alan Belirlemeye Yönelik Üretimleri

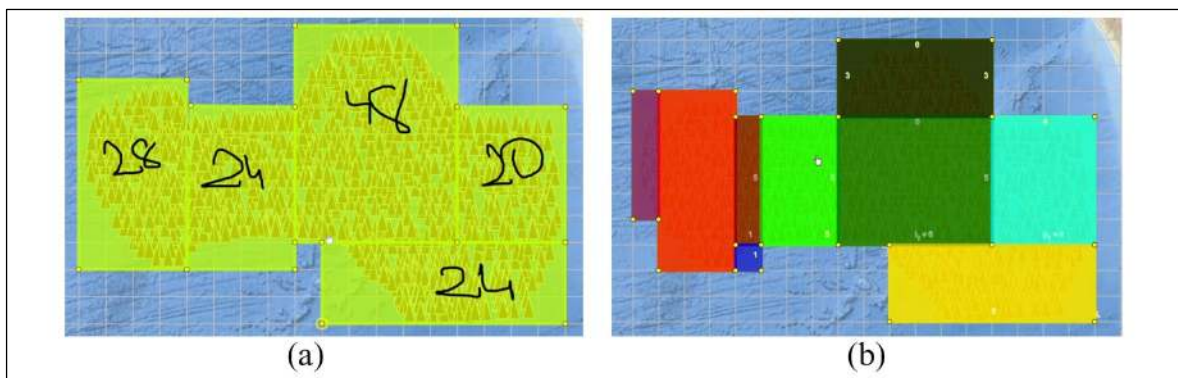
Takım çalışması aşamasında Grup 1 öğrencileri, deniz çöplerinin olduğu bölgeyi çokgen içerisine almaları gerektiğine karar vermişlerdir [1-2]. GeoGebra üzerinde “çokgen” aracını kullanarak öğrenciler, deniz çöplerinin olduğu bölge içinde kalacak şekilde dikdörtgenler oluşturmuş, daha sonra bu dikdörtgenlerin alanını belirlemişlerdir [3-6]. Ancak işlem hatası yaptıklarından dolayı toplam alanı yanlış bulmuşlardır [6]. Öğretmen, öğrencilerin oluşturdukları şekillerde deniz çöplerinin bulunmadığı bölgeleri çok fazla dahil ettiklerine dikkat çekmiştir. Bunun üzerine öğrenciler, 'doğru parçası' aracını kullanarak yeni bir çokgen oluşturmuşlardır [11-12]. Bunun üzerine Zeynep, oluşturdukları bu çokgenin alanının, deniz çöplerinin olduğu bölgenin alanına daha yakın olduğunu belirtmiştir [14]. Ancak öğrenciler deniz çöplerinin miktarını bulmaya yönelik bir strateji belirlemeye çalıştıklarından bu çokgenin alanını bulmamışlardır [15]. Grup 2 öğrencileri ise benzer şekilde bölgeyi dikdörtgen bölgelere ayırarak daha sonra alanını bulmaya çalışmışlardır. Ancak öğrenciler GeoGebra üzerinde şekli oluşturduktan sonra tartışmamış alanı herkes bireysel olarak etkinlik kağıtlarında bulmaya çalışmışlardır [16-30].

Grup 1 – Takım Çalışması	
[1] Elif: Şimdi bunu çokgenler içerisine almamız lazım.	[7] Öğretmen: Onları çıkarmak yerine şu noktaları hareket ettirip daha düzgün bir şekil ortaya çıkarsanız.
[2] Zeynep: Çöpleri çokgenler içine alarak alanı bulabiliriz, tamam.	[8] Elif: O da olur.
	[9] Öğretmen: Daha mantıklı değil mi?
	[10] Fatma: Böyle daha güzel.

[3] Elif: Tamam dur bunu çokgenler içerisine alalım...Şimdi Zeynep bunların kapladığı alanı bulacağız. ... [4] Elif: Burası kaç 4, burası kaç 7; 28 km²'lik çöp alanı. 24 yaptı burası da. Burası kaç? 8, 6 daha 48 km²'lik çöp. 4'e 5, 20 km². Hepsi yaklaşık değeri verir. 3, 3; 6, 8. [5] Zeynep: 9 orada var. [6] Elif: Yok 8 var. 8 çarpı 3'ten 24 yapar burası da. O zaman bunları toplarsam eğer bu ikisi 32 yapar, 80 yapar, 124 yapar.	[11] Öğretmen: Sadece dikdörtgen olmaz başka şekillerde kullanın. ... [12] Elif: Aslında böyle daha yakın oldu bence. [13] Fatma: Evet. [14] Zeynep: Evet bence de çok daha yakın oldu. Çokgen aracılığıyla şey yapalım böyle hepsini birleştirelim. [15] Elif: Şimdi bizden bir sayı olarak istemiyor.
---	---

Grup 2 – Takım Çalışması

[16] Ali: Bunları sayın, bunları çarpın alanı bulun. Örneğin bu 1×5'ten 5. [17] Eda: E bunun uzunluğu kaç? [18] Oya: 1, 2, 3. ... [19] Eda: Dur sana bakayım. [20] Ali: Belki yanlış yapmışım. [21] Oya: Ali, alttaki 8 mi? [22] Ali: 8 km. [23] Eda: Şöyle yapalım mı? Şunların şeylerini bulalım, uzunluklarını...	[24] Ali: Yapma, bu uzunluklara hiç gerek yok. [25] Eda: Burası da 6 oluyor. [26] Ali: Ne 6'sı asıl 5. [27] Eda: $3 \times 6 = 18$. [28] Ali: $5 \times 4 = 20$. Alanı yaptık. ... [29] Eda: Çevre uzunluğu yaptın (Ali sonra siler). [30] Ali: Eda şurayı bul. Eda: Oya çabuk yap, diğer soruya geçeceğiz.
---	---



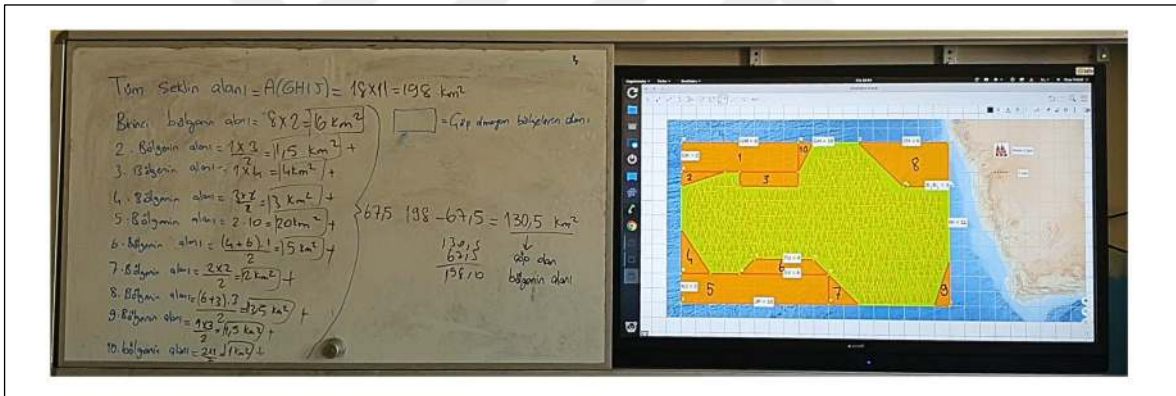
Şekil 97. Öğrencilerin Takım Çalışması Aşamasında Deniz Çöplerinin Bulunduğu Bölgenin Alanını Belirlemeye Yönelik Geogebra Üzerindeki Çizimleri

Sınıf tartışması aşamasında ise öğrenciler deniz çöplerinin olduğu bölgeyi dikdörtgen içine almayı önermişlerdir. Elif, çöp miktarını bulmak için bu dikdörtgenin alanından çöp olmayan bölgelerin alanının çıkarılması gerektiğini belirtmiş ve GeoGebra üzerinde bu

bölgeyi içine alan dikdörtgen oluşturmuştur [32]. Daha sonra Elif, diğer öğrencilerin de yardımıyla bu dikdörtgenin içinde çöp olmayan bölgeleri başka çokgensel bölgelere ayırmıştır [39-51]. Öğrenciler çöp olmayan bölgeleri çokgen içine alırken olabildiğince alanı büyütme çalışmışlar ve böylelikle çöp olan bölgenin alanını daha yakın bulabileceklerini belirtmişlerdir [53]. Elif ise daha sonra çöp olan bölgeyi sözel olarak ifade etmiş [55] ve sonrasında belirlediği çokgenlerin alanını hesaplamıştır [58-70]. Son olarak öğrenciler, tüm bölgenin alanından istenmeyen bölgelerin alanını çıkararak çöp olan bölgenin alanını belirlemişlerdir [78]. Öğrencilerin bu süreçteki deniz çöplerinin olduğu bölgenin alanını belirlemeye yönelik tahtaya yansıttıklarına Şekil 98’de yer verilmiştir. Öğrencilerin bu süreçteki üretimleri incelendiğinde çöp olan bölgenin alanını; GeoGebra üzerinde “çokgen” ve “doğru parçası” araçlarından faydalanarak bölgeyi çokgen içine almaları sonucunda çizim-çizim, daha sonra çokgenler yardımıyla bu bölgeleri sözel olarak tanımlamaları sonucunda çizim-sözel, çokgenlere ayırıp alanını bulmaları sonucunda çizim-nümerik, sözel olarak açıkladıkları bölgelerin alanını belirlemeleri sonucunda ise sözel-nümerik, sonra dikdörtgenin alanından istenmeyen bölgelerin alanı çıkararak istenen bölgenin alanını bulmaları sonucunda ise nümerik-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme kurmuşlardır.

[31] Öğretmen: Çöp miktarını bulmak için bir yol belirleyiniz? ... [32] Elif: Çokgen içine alalım.... Dikdörtgen yapacağım. [33] Öğretmen: Yap. [34] Elif: Diğerlerinin alanını çıkaracağız değil mi? [35] Öğretmen: Çıkar. [36] Elif: Burayı üçgen yapıp çıkaramaz mıyım? [37] Öğretmen: Çıkar. [38] Elif: (Çokgen aracını seçerek üçgen oluşturur). [39] Oya: Altta üçgen çıkıyor. Dikdörtgenin yanı. [40] Elif: Şurası mı? [41] Oya: Evet. [42] Elif: Oldu işte. [43] Oya: O diğer kare de çıkmıyor mu? [44] Elif: Yok küçük bir şey var orada, çıkmaz o. ...	[55] Elif: Tüm şeklin alanını bulacağız, sonra bu şekillerin alanını ayrı olarak bulup hepsini toplayıp çıkaracağız. [56] Öğretmen: Tamam güzel yap. [57] Elif: Şunun kenarlarına harf... ... [58] Elif: Alan(GHIJ), dikdörtgenin alanı 18×11 [59] Fatma: Kaça eşit olur. [60] Elif: Bir saniye, 10 tane 180, 198 değil mi? [61] Öğretmen: Güzel. 198? [62] Elif: Tamam bakıyorum, km^2 diyeceğim değil mi? [63] Öğretmen: Şimdi burası bir km ise 18 tanesi ne olur? [64] Ali: 18 km. [65] Öğretmen: Bakın burada ne kullandım yine. [66] Elif: Doğru orantı değil mi? [67] Ali: Evet hocam. [68] Elif: Alan 1 nasıl yazacağım. ...
--	--

[45] Öğretmen: Tamam hangisini değiştirirsin. Örneğin şunu buraya mı getirirsin. Bu mu daha doğru bu mu daha doğru? [46] Ali: Bu. [47] Elif: Şunu da şöyle taşısak. [48] Öğretmen: Yap bakalım. [49] Seniha: Evet. [50] Öğretmen: Ya da şuna bak, şunu şuraya taşısak. [51] Elif: Şunu şuranın üstüne vereyim. [52] Öğretmen: Şimdi az bir miktar çöpü içine alsa ne olur. Hiçbir şey olmaz. Şöyle yapsam ne olur? [53] Elif: Daha yakın bir sonuç çıkar. Şunu bence şuraya alsam. [54] Öğretmen: Şimdi çöp olan bölgenin alanını nasıl bulacaksın? Elif. ...	[69] Öğretmen: 1. Bölgenin alanı yaz. Bize bunu yaparken şeklin ne olduğunu da söyle, alanı nasıl bulduğunu da söyle. [70] Elif: Dikdörtgen uzun kenar çarpı kısa kenar. 8×2'den 16 oldu. ... [71] Öğretmen: Güzel, şimdi biz burada çöp miktarını mı bulduk? [72] Elif: Hayır çöplerin kapladığı alan. [73] Öğretmen: Çöplerin kapladığı alanın yaklaşık değeriymi değil mi? [74] Ali: Evet. [75] Öğretmen: Şimdi işlem yaparken bu buçuğu da görmezden gelebiliriz. [76] Elif: 131 [77] Öğretmen: Ya da [78] Oya: 130.
--	---



Şekil 98. Öğrencilerin Sınıf Tartışması Aşamasında Deniz Çöplerinin Olduğu Bölgenin Alanını Belirlemeye Yönelik Çözümleri

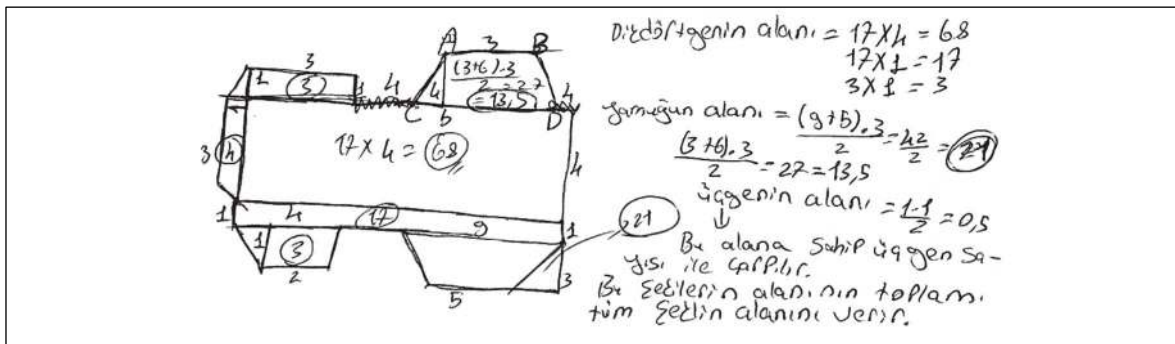
Öğretmenin deniz çöplerinin bulunduğu bölgenin alanının başka bir çözüm yolu ile bulunmasını istemesiyle beraber öğrenciler, deniz çöplerinin bulunduğu bölgeyi sınırlamak için farklı çokgen türlerini tartışmış ve şekiller üzerinde denemeler yapmıştır [79-104]. Öğrenciler bu aşamada bölgeyi çokgen içerisine alıp yamuk, dikdörtgen, üçgen gibi farklı şekillere parçaladıktan sonra bu şekillerin uygunluğunu, boşluk oranlarını ve şekillerin birbirine dönüşümünü tartışmışlardır. Örneğin, öğretmenin çokgenin bir köşesini bir birim yukarı kaldırmaya yönelik önerisine cevaben Fatma, alt bölgenin yamuk olma durumunu bozduğu için reddetmiştir [96]. Öğretmenin yönlendirmesiyle beraber öğrenciler ortak bir geometrik şekil belirledikten sonra her bir şeklin alanını sembolik olarak formülle ifade etmiş ve işlem yaparak toplam alanı bulmuşlardır [107-123]. Öğrencilerin bu süreçteki

üretimleri incelendiğinde, deniz çöplerinin bulunduğu bölgenin alanını belirlerken eşdeğer ve alternatif temsiller arasında ilişkilendirme yapmışlardır. GeoGebra ortamında “çokgen” ve “doğru parçası” araçlarını kullanarak bölgeyi sınırlamış, bu çizimler üzerinde tartışarak şekilleri yeniden düzenlemeleri sonucunda çizim-çizim temsilleri arasında ilişkilendirme yapmışlardır. Şekilleri sözel olarak tanımladıklarında çizim-sözel, alan hesaplamalarında çizim-nümerik, açıklamalarla işlemleri birleştirdiklerinde sözel-nümerik ve alanları toplayarak sonuca ulaştıklarında nümerik-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme yapmışlardır.

[79] Öğretmen: Şimdi sonraki yola geçelim.	[100] Öğretmen: Tamam bu şekil üzerinde bi gidelim.
[80] Elif: Direk parçalara böleceğiz çokgeni.	[101] Zeynep: Hayır olmaz hocam, şu köşeleri düzeltelim.
...	...
[81] Öğretmen: Eda kalk bakalım.	[102] Öğretmen: Şunu şuraya alsam ne olur.
[82] Eda: (Çöp olan bölgenin bir kısmını dikdörtgen içerisine alır).	[103] Elif: Yine olmaz.
[83] Öğretmen: Şimdi dur, niye dikdörtgen düşünüyorsun hemen. Ne oldu şurayı içine aldın mı?	[104] Zeynep: Çok boşluk kalıyor hocam.
[84] Eda: Hayır.	...
[85] Zeynep: Yamuk olacak orası.	...
....	[105] Öğretmen: Buradaki şekillerin hepsi nedir?
[86] Zeynep: Orayı üçgen yapsaydın.	[106] Elif: Dört yamuk, bir dikdörtgen...Aslında hepsi yamuktur.
[87] Öğretmen: Devam et, şimdi taşı aracını al düzelt.	[107] Öğretmen: Oya başla. A(SJKR) şeklinde yazarak bul bütün alanları. SJ kaçtır? SJ'yi de bul.
[88] Fatma: Eda en köşedekini üstekinin üzerine bırak.	[108] Oya: SJ 10'dur.
[89] Ali: Eda çaprazına getir.	[109] Öğretmen: Oya uzunluk aracımız var değil mi?
[90] Zeynep: Hocam ben göstereyim mi?	[110] Zeynep: 18
[91] Öğretmen: Daha iyisini yaparım diyen.	[111] Öğretmen: Güzel
[92] Fatma: Hepsini sileyim mi?	[112] Fatma: 18×5
[93] Öğretmen: Hayır sadece köşelerini oynat.	[113] Elif: 90 yapar, km^2
...	[114] Oya: A(STUV)...
[94] Öğretmen: Hatta bir tane daha taşısak.	[115] Elif: 2 ile 3'ü toptasak
[95] Zeynep: Evet hocam oluyor.	[116] Oya: 2 ile 4
[96] Fatma: Hayır, şu noktanın hizasında olsun (yamuk olan parçanın diğer köşesini gösterir).	[117] Elif: Ha! Evet.
...	[118] Elif: Yükseklik 1.
[97] Zeynep: Ama hocam oradaki çok dışarı çıkmış.	[119] Öğretmen: Tamam yaz Oya.
	[120] Oya: $\frac{(2+4) \cdot 1}{2}$
	[121] Elif: 8'in yarısından 4 gelir.
	...
	[122] Elif: Hepsini toplam Oya.
	...
	[123] Zeynep: Evet 130.5

[98] Öğretmen: Tamam o zaman onu bitane kaydıralım.	[124] Elif: Aaa!
[99] Zeynep: Tamam.	[125] Öğretmen: İkisi de aynı mı çıktı?
	[126] Zeynep: Evet! (Şaşkınlık)

Öğrencilerin etkinlik kağıtları incelendiğinde benzer şekilde deniz çöplerinin olduğu bölgenin alanını farklı stratejiler ile hesaplamışlardır. Örnek olarak Zeynep'in etkinlik kağıdına yer verilmiştir (Şekil 99). Öğrenci, şekli dikdörtgen, yamuk ve üçgen gibi parçalara ayırarak çizim-çizim temsiller arasında ilişkilendirme kurmuş; her bir şekli isimlendirip formüllerle açıklayarak çizim-sözel ve çizim-nümerik temsilleri ilişkilendirmiştir. Toplam alanı bulması sonucunda ise nümerik-nümerik temsiller arasında ilişkilendirme yapmıştır.



Şekil 99. Zeynep'in Deniz Çöplerinin Olduğu Bölgenin Alanını Belirlemeye Yönelik Etkinlik Kağıdına Yansıtıkları

Öğrencilerin deniz çöplerinin bulunduğu bölgenin alanına yönelik sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda ortaya çıkan temsillerle ilişkilendirmelere Tablo 44'te yer verilmiştir.

Tablo 44. Etkinlik 4 Kapsamında Öğrencilerin Farklı Temsillerle Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Deniz çöplerinin olduğu bölgenin alanını farklı temsillerle ilişkilendirme	çizim-çizim çizim-sözel çizim-nümerik nümerik-sözel nümerik-nümerik	çizim-çizim çizim-sözel çizim-nümerik nümerik-sözel nümerik-nümerik	çizim-çizim çizim-sözel çizim-nümerik nümerik-sözel nümerik-nümerik	çizim-çizim çizim-sözel çizim-nümerik nümerik-sözel nümerik-nümerik	çizim-çizim çizim-sözel çizim-nümerik nümerik-sözel nümerik-nümerik	çizim-çizim çizim-sözel çizim-nümerik nümerik-sözel nümerik-nümerik

Tablo 44 incelendiğinde tüm öğrencilerin deniz çöplerinin olduğu bölgenin alanına yönelik aynı temsiller arasında ilişkilendirme kurduğu görülmektedir. Öğrencilerin etkinlik kağıtlarına takım ve sınıf tartışması aşamasında yapılanları doğrudan yansıtması bu temsillerin ortaya çıkmasında etkili olmuş olabilir. Diğer taraftan öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde üçgen ve dörtgenlerin alanına yönelik farklı temsiller arasında ilişkilendirme olsa da bu etkinliğin bileşik şekillerin alanına yönelik olmasından dolayı bu duruma yönelik alt tema belirlenmemiştir.

4.4.2. Parça-Bütün İlişkilendirme

Grup 1 öğrencilerinin takım çalışmasında, deniz çöplerinin bulunduğu alanı belirlemek için öncelikle bu bölgeyi sınırlayan bir şekil çizmeyi amaçlamış ve bu şekli bir bütün olarak kabul ederek işe başlamışlardır. Elif'in "bunu çokgenler içerisine almamız lazım" [127] yönlendirmesiyle, bölgeyi çevreleyen bir dış sınır oluşturulmuş ve bu sınırın geometrik biçimde modellenmesi için farklı çokgen seçenekleri tartışılmıştır. Ardından, Elif'in "en az sayıda çokgen olması için" şekli yeniden düzenlemesi [130], öğrencilerin bütünü parçalara ayırmadan önce yapısal bir plan geliştirdiklerini ve parçalama stratejilerini bilinçli biçimde seçtiklerini göstermektedir. Bu noktadan itibaren öğrenciler, bütünü oluşturan parçaları tanımlamaya başlamış; "bu bir yamuk", "burayı da dikdörtgen yap", "buraya bir kare yapabilirsin" gibi söylemler [130–133] öğrencilerin hem şekilleri sınıflandırdığını hem de bütünü parçalara ayırarak anlamlandırmaya çalıştıklarını ortaya koymuştur. Elif'in "Her bir bölgenin alanını bulacağız şimdi" [134] ifadesi ise, parçaların alanlarını hesaplayarak toplam alanı elde etme stratejisini net biçimde ifade etmektedir.

Grup 1 – Takım Çalışması	
[127]Elif: Şimdi bunu çokgenler içerisine almamız lazım. [128]Zeynep: Çöpleri çokgenler içine alarak alanı bulabiliriz, tamam. [129]Elif: Tamam dur bunu çokgenler içerisine alalım...Şimdi Zeynep bunların kapladığı alanı bulacağız. ... [130]Elif: Şimdi en az sayıda diyor ben bunları siliyorum. Bence biz bunu aşağı indirelim en sayıda çokgen olması için. Bu bir yamuk.	[131]Fatma: Evet o da bir yamuk. Burayı da dikdörtgen yap. [132]Elif: Bu da bir yamuk. [133]Fatma: Evet. [134]Seniha: Buraya bir kare yapabilirsin. [135]Elif: En az sayıda, bir dikdörtgen yapacağım. Tamam en az sayıda oldu. Her bir bölgenin alanını bulacağız şimdi. [136]Fatma: Çizecek miyiz? Çizmeliyim.

Grup 2 öğrencileri GeoGebra üzerinde deniz çöplerinin bulunduğu bölgeyi temsil eden bir şekil çizmiş, bu şekli alt parçalara ayırarak alanını hesaplamaya yönelik bir strateji geliştirmişlerdir. Eda, "Bölgede farklı farklı şekiller oluşturduk, üçgen, kare... kenar çiftlerinden en az biri paralel bu da yamuk değil mi?" diyerek bütünü oluşturan parçaları hem geometrik özellikleriyle tanımlamış hem de parçaların ayırımına yönelik düşüncüyü ifade etmiştir [137]. Ali, bu parçalama fikrini destekleyerek "Bu şekil nedir? Dörtgen. Bu şekil? Dörtgen" şeklinde parçaları açıkça işaret etmiş [141]; Oya ise bu parçaların alanının nasıl

hesaplanacağını sorarak bütünü oluşturan parçaların matematiksel değerini sorgulamıştır [145]. Alan hesaplamasına geçildiğinde, Eda “bu üçgen, bu ikisini çarpıp yarısını alıyorduk ya. Sonra hepsini bulup toplayacağız” [150] diyerek her bir parçanın alanını hesapladıktan sonra bu değerleri birleştirerek toplam alana ulaşma stratejisini ortaya koymuştur. Ali ise bu stratejiyi genelleyerek, “Deniz çöplerini içine alan bir çokgen çizin... çokgenin içinde dörtgen, üçgen, yamuk varsa tüm şeklin alanını bulabiliriz” [151] diyerek parça-bütün ilişkisinin temelini açıklamıştır.

Grup 2 – Takım Çalışması	
[137]Eda: Ben böyle diyorum. Bölgede farklı farklı şekiller oluşturduk, üçgen, kare...dur. Kenar çiftlerinden en az biri paralel bu da yamuk değil mi? [138]Ali: Tamam bunlarla uğraşmayın. Öncelikle diyelim çokgen aracıyla yaptık. [139]Oya: Bu bölgedeki deniz çöplerinin alanını... [140]Eda: Biz çokgen oluşturmadık ki. [141]Ali: Eda bunlar nedir. Bu şekil nedir? Dörtgen. Bu şekil? Dörtgen. [142]Oya: Hangi yolla belirleriz? [143]Eda: Biz sarı bir şey çizdik ya? Onların içine de bunları çizdik? [144]Ali: Tamam bu şekli çizdik, içinde de yamuk vardır, kenar çiftlerinden az biri paralel.	[145]Oya: Alanını nasıl bulduğumuzu soruyor. [146]Eda: Oya bizimle beraber yaz, sonra beklemeyelim. [147]Oya: Hepsini toparlayalım buraya aktarırız. [148]Eda: Dedik ya deniz çöplerini içine alan bir şey çizdik, onu da içine alan çokgenler çizdik. [149]Oya: Alanını nasıl buluyoruz. [150]Eda: Bak bu üçgen, bu ikisini çarpıp yarısını alıyorduk ya. Sonra hepsini bulup toplayacağız. [151]Ali: Deniz çöplerini içine alan bir çokgen çizin, çokgenin içinde dörtgen, üçgen yamuk varsa tüm şeklin alanını bulabiliriz. Mesela yamuğun alanı köşegenlerin toplamının yarısının yükseklik ile çarpımıdır.

Sınıf tartışması sürecinde öğrenciler, deniz çöplerinin bulunduğu bölgenin alanını hesaplamak için iki farklı strateji geliştirmiştir [152-167]. Strateji 1’de, Elif’in öncülüğünde öğrenciler, çöp bölgesini kapsayan büyük bir dikdörtgen çizmiş ve bu dikdörtgenin içindeki çöp içermeyen alt bölgelerin alanlarını çıkararak sonuca ulaşma yolunu seçmiştir [152-158]. Elif’in “Tüm şeklin alanını bulacağız, sonra bu şekillerin alanını ayrı olarak bulup hepsini toplayıp çıkaracağız” [158] ifadesi bu yöntemin mantığını özetlemektedir. Bu strateji, bütün üzerinden parçaları çıkararak hedef alanı bulma esasına dayanır. Strateji 2’de ise öğrenciler, bölgeyi doğrudan tanıdık geometrik parçalara (dört yamuk ve bir dikdörtgen) ayırarak her bir parçanın alanını hesaplamış, elde ettikleri alanları toplayarak toplam çöp alanını bulmuşlardır [159-167]. Bu yöntemde Elif’in “Direk parçalara böleceğiz çokgeni” [160]

demesi ve sonrasında Zeynep’in “Evet 130.5”, Elif’in “Aaa!” tepkisiyle birlikte farklı stratejilerin aynı sonuca ulaştığı görülmüştür. Bu iki yaklaşım, öğrencilerin parça-bütün ilişkilendirme becerisini hem bütünden parçalara çıkarım yaparak hem de parçalardan bütünü inşa ederek kullandıklarını ve problem çözme süreçlerinde stratejik çeşitlilik geliştirdiklerini göstermektedir.

Sınıf Tartışması	
Strateji 1	Strateji 2
... [152] Elif: Dikdörtgen yapacağım. [153] Öğretmen: Yap [154] Elif: Diğerlerinin alanını çıkaracağız değil mi? [155] Öğretmen: Çıkar. [156] Elif: Burayı üçgen yapıp çıkaramaz mıyım? ... [157] Öğretmen: Şimdi çöp olan bölgenin alanını nasıl bulacaksın? Elif. [158] Elif: Tüm şeklin alanını bulacağız, sonra bu şekillerin alanını ayrı olarak bulup hepsini toplayıp çıkaracağız.	[159] Öğretmen: Şimdi sonraki yola geçelim. [160] Elif: Direkt parçalara böleceğiz çokgeni. ... [161] Öğretmen: Aslında buradaki şekillerin hepsi nedir? [162] Elif: Dört yamuk, bir dikdörtgen...Aslında hepsi yamuktur. ... [163] Elif: Hepsini toplam Oya. [164] ... [165] Zeynep: Evet 130.5 [166] Elif: Aaa! ... [167] Elif: Tamam 130 diyelim.

Öğrencilerin deniz çöplerinin bulunduğu bölgenin alanını belirlemeye yönelik geliştirdikleri stratejiler sonucunda ortaya çıkan parça-bütün ilişkilendirmesine ait alt temalara Tablo 45’yer verilmiştir.

Tablo 45. Etkinlik 4 Kapsamında Öğrencilerin Farklı Temsillerle Kurduğu İlişkilendirmeler

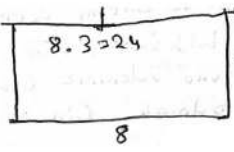
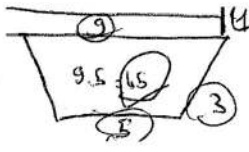
Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Bileşik şekillerin alanını; geometrik şekillere parçalama ve parçalanan şekillerin alanını toplayarak bulma	•	•	•	•	•	•
Bileşik şekillerin alanını, bu şekli kaplayan dikdörtgenin alanından istenmeyen alt bölgelerin alanını çıkararak bulma	•	•	•	•	•	•

Tablo 45 incelendiğinde parça-bütün türündeki alt temalara yönelik tüm öğrencilerin ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Öğrenciler takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında iş birlikli olarak kolektif bir şekilde bu ilişkilendirmeyi yaparken etkinlik kağıtları bireysel olarak da bu ilişkilendirmeleri yansıtabildiklerini göstermektedir.

4.4.3. İşlemsel İlişkilendirme

Öğrenciler bireysel çalışma, takım çalışması ve sınıf tartışması aşamalarında deniz çöplerinin olduğu bölgenin alanını belirlerken şekli üçgen, dikdörtgen ve yamuk gibi şekillere ayırarak bu şekillerin alanlarını belirlemiş ve daha sonra bu şekillerin alanlarını toplayarak ya da çıkararak istenen bölgenin alanını belirlemişlerdir. Öz yansıtma aşamasında ise benzer şekilde bu şekillerin alanlarını işlem yaparak belirlemişlerdir. Öğrencilerin bu süreç boyunca gerçekleştirdikleri söylemlerine ve etkinlik kağıtlarına yansıttıkları açıklamalara Tablo 46’da yer verilmiştir.

Tablo 46. Öğrencilerin Çöp Olan Bölgenin Alanını Bulmak Amacıyla Oluşturdukları Geometrik Şekillerin Alanlarına Yönelik İşlemleri

Elif	 6. Bölgenin alanı: $\frac{3 \times 1}{2} = 1,5 \text{ km}^2$	Ali	1. bölgenin alanı: $8 \cdot 2 = 16 \text{ km}^2$ 2. bölgenin alanı: $\frac{1 \times 3}{2} = 1,5 \text{ km}^2$ 6. bölgenin alanı: $\frac{6 \times 1}{2} = 3 \text{ km}^2$
Fatma	 	Eda	5. bölgenin alanı: 2 20 8. bölgenin alanı: $\frac{(6+3) \cdot 3}{2} = 13,5$ 10. bölgenin alanı: $\frac{2 \cdot 1}{2} = 1$
Zeynep	Dikdörtgenin alanı: $17 \times 4 = 68$ $17 \times 1 = 17$ $3 \times 1 = 3$ Yamuğun alanı: $\frac{(9+6) \cdot 3}{2} = 22,5$ Üçgenin alanı: $\frac{1 \cdot 1}{2} = 0,5$	Oya	$A(SJKR) = 18 \times 5 = 90 \text{ km}^2$ $A(STUV) = \frac{(2+4) \cdot 1}{2} = 3 \text{ km}^2$

Tablo 46 incelendiğinde öğrencilerin deniz çöplerinin olduğu bölgenin alanını bulmak amacıyla üçgen, dikdörtgen ve yamuğun alanından faylanmışlardır. Bu bölgelerin alanını bir kural/formül yardımıyla belirlemişlerdir. Fatma’nın yamuğa yönelik işlemi

incelendiğinde işlemi yanlış uygulayarak paralel kenarları çarptığı görülmektedir, dolayısıyla yanlış sonuca varmıştır. Öğrencilerin üçgen, dikdörtgen ve yamuğun alanını bir kural/formül yardımıyla işlem yaparak belirlemeleri sonucunda “Üçgenin alanını kenar ve bu kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısını alarak bulma”, “Dikdörtgenin alanını uzun ve kısa kenarları çarparak bulma” ve “Yamuğun alanını, paralel kenarlarının uzunlukları toplamının yükseklik ile çarpımının yarısını alarak bulma” alt temaları belirlenmiştir.

Öğrenciler GeoGebra üzerinde deniz çöplerinin olduğu düzensiz bölgeyi geometrik şekiller ile temsil ettikten sonra, uygulamada yer alan “ızgara” yapısını etkin biçimde kullanmışlardır. Bu ızgara, öğrencilerin oluşturdukları çokgenlerin kenar uzunluklarını ve yüksekliklerini birim kareler aracılığıyla doğrudan sayarak belirlemelerine olanak sağlamıştır. Şekillerin ölçümsel özellikleri bu sayım yoluyla ifade edilmiş, “burası da 6, yüksekliği de 3” gibi söylemlerle doğrudan birim kareler üzerinden işlem yapılmıştır. Tablo 47’de öğrencilerin birim kareleri kullanarak uzunluk ve alan belirlemeye yönelik söylemlerine yer verilmiştir. Öğrencilerin bazı durumlarda resmi ölçü araçları ya da formül kullanımından önce başvurduğu bu yaklaşım, ölçme ve alan kavramına yönelik sezgisel ve doğrudan ölçme stratejilerinin kullanıldığını göstermektedir.

Tablo 47. Öğrencilerin Birim Karelerden Faydalananarak Uzunluk ve Alan Belirleme Süreçleri

Grup	Söylem	Açıklama
Grup 1	Zeynep: 9 orada var. Elif: Yok 8 var.	
	...	
	Elif: 1, 2, 3, 4, 5, 6; burası da 6, yüksekliği de 3. Zeynep: Tamam.	
	...	
	Elif: Şimdi biz 1 br ² , şunların bir tanesinde 1 km ² değil mi? Zeynep: Evet.	Öğrencilerin GeoGebra üzerinde oluşturdukları çokgenlerin kenar uzunluklarını belirlerken doğrudan ölçme yerine birim kareleri sayarak işlem yaptıklarını ve bu ölçümleri grup içinde sözlü olarak doğruladıklarını göstermektedir.
Grup 2	Ali: Şu noktaları bir say. Eda: 1,2,3...16.	
	...	
	Ali: Buraya gelir, buraya gelir. 8 km değil mi? Eda: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.	
	...	
	Oya: Ali, alttaki 8 mi? Ali: 8 km.	

Şekil 95d incelendiği zaman ise Elif’in bireysel aşamada deniz çöplerinin olduğu bölgeyi çokgen içerisine aldıktan sonra bu çokgen içerisinde kalan birim karelerin sayısını belirlemeye çalıştığı görülmektedir. Öğrencilerin şekillerin kenar uzunluklarını, taban ve yükseklik gibi temel elemanlarını birim birim sayarak belirlemeleri ve alan hesaplamalarını

içerdikleri birim kareleri sayarak yapmaları, alan kavramını somut ve görsel bir temelde yapılandırdıklarını göstermektedir. Bu nedenle, öğrencilerin bu uygulamaları doğrultusunda “*Geometrik şekillerin temel elemanlarının uzunluğunu (kenar, yükseklik vb.) birimleri sayarak, alanlarını ise içindeki birim kareleri sayarak belirleme*” alt teması belirlenmiştir.

Öğrencilerin deniz çöplerinin bulunduğu bölgenin alanını belirlemeye yönelik yaptıkları veya açıkladıkları işlemler sonucunda ortaya çıkan işlemsel ilişkilendirmelere ait alt temalara Tablo 48’de verilmiştir.

Tablo 48. Etkinlik 4 Kapsamında Öğrencilerin İşlemsel Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Dikdörtgenin alanını uzun ve kısa kenarları çarparak bulma	•	•	•	•	•	•
Üçgenin alanını kenar ve bu kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısını alarak bulma	•	•	•	•	•	•
Yamuğun alanını, paralelkenarlarının uzunlukları toplamının yükseklik ile çarpımının yarısını alarak bulma	•	•	•	•	•	•
Geometrik şekillerin temel elemanlarının uzunluğunu (kenar, yükseklik vb.) birimleri sayarak, alanlarını ise içindeki birim kareleri sayarak belirleme	•		•	•	•	

Tablo 48 incelendiğinde, öğrencilerin hepsi işlemsel ilişkilendirmeyi içeren alt temaların çoğuna yönelik ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Fatma bu süreçte yamuğun alanına yönelik kuralı yanlış uygulasa da öz yansıtma aşamasında doğru bir şekilde işlemi gerçekleştirdiğinde bu alt temaya yönelik ilişkilendirme yaptığı belirlenmiştir.

4.4.4. Anlamsal İlişkilendirme

Öğrenciler, deniz çöplerinin bulunduğu düzensiz bölgeyi içine alacak şekilde çokgenler oluşturmuş ve bu çokgenlerin alanını hesaplayarak çözüm üretmişlerdir. Öğrencilerin bu süreçte bölgenin alanının doğrudan bulmak yerine çokgen içerisine alma girişimleri; bölgeyi sınırlamak için kapalı bir şekil çizme, o bölgeyi netleştirme ve ölçülecek alanı geometrik olarak tanımlama ihtiyacını ortaya koymaktadır. Nitekim öğrencilerin bölgeyi içine alan şekli parçalara ayırırken dikdörtgen, üçgen ve yamuk gibi şekiller belirlemeleri ise; bölgenin alanını temsil edilebilir, ölçülebilir ve hesaplanabilir bir şekilde ifade etme anlayışlarının bir sonucu olarak ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin bu anlayışa yönelik grup çalışması ve sınıf tartışması aşamalarındaki söylemlerine veya etkinlik kağıtlarına yansıttıkları açıklamalara Tablo 49’da yer verilmiştir.

Tablo 49. Öğrencilerin Deniz Çöplerinin Bulunduğu Bölgenin Alanını Belirleme Sürecine Yönelik Açıklamaları

Öğrenci	Söylem/Etkinlik Kağıdındaki Açıklama
Elif	“Şimdi bunu çokgenler içerisine almamız lazım.” “Tamam dur, bunu çokgenler içerisine alalım... Şimdi Zeynep, bunların kapladığı alanı bulacağız.”
Fatma	<i>Çokgen oluşturup alanını bulabiliriz bulduğumuz alanları toplarsak yaklaşık olarak çöp miktarını bulabiliriz.</i>
Zeynep	“Çöpleri çokgenler içine alarak alanı bulabiliriz, tamam.” “Evet o da bir yamuk. Burayı da dikdörtgen yap.”
Ali	<i>Gecebu ıstımarında deniz çöplerinin bulunduğu rüme adı bir çokgen çizdik. Bu çokgenlerin rüme dörtgen, yamuk, üçgen ve diğer çizdiklerimiz. Çokgenlerin alanlarını bulabiliriz. Çizdiğimiz geometrik şekiller hepsini toplarsak deniz çöplerinin bulunduğu alanı buluruz.</i>
Eda	<i>Öncelikle deniz çöpünü içine ab alabilecek şekilde büyük bir dörtgen çizdim. Ondan sonra hepsini parçalara ayırdım. Parçalara ayırdıklarımın hepsinin tek tek alanlarını bulmaya çalıştım ve buldum bulduğumuzu bütün alanları topladık ve yaklaşık çöp miktarını bulduk hepsini topladığımızda hepsinin toplamı 129 m² çıktı.</i> “Dedik ya, deniz çöplerini içine alan bir şey çizdik, onu da içine alan çokgenler çizdik.”

Öğrencilerin söylemleri/açıklamaları çokgenin bir çözüm aracı olarak kullanıldığını ve öğrencilerin bu şekilleri ölçülebilir alt yapılara dönüştürerek anlam oluşturduklarını ortaya koymaktadır (Tablo 49). Dolayısıyla öğrencilerin etkinlikte yer alan problemi matematiksel olarak yorumlama ve ifade etmeleri sonucunda “*Bileşik şekillerin alanı, o bölgeyi içine alan çokgenlerin alanı yardımıyla bulunabilir*” alt teması belirlenmiştir.

Öğrenciler, deniz çöplerinin kapladığı alanı hesapladıktan sonra bu alanın ne kadar çöp içerdiğini belirlemek amacıyla doğru orantıya dayalı bir strateji geliştirmiştir. Sınıf tartışması aşamasında öğretmenin deniz çöplerinin toplam miktarını nasıl bulacaklarını sorması üzerine öğrenciler, 1 km²'ye 13.000 çöp düştüğü bilgisini sabit oran olarak tanımlanmış ve bu oran, öğrenciler tarafından alanla ilişkilendirilerek toplam çöp miktarını bulmak için kullanılmıştır [168]. Sürecin başında Ali ve Elif bu oranı doğrudan 130 km² ile çarparak sonucu elde etmeyi önermiştir [172, 174], ancak öğretmen işlemde önce orantının yapısının kurulması gerektiği vurgulanmıştır [175]. Bunun üzerine Elif, alan ve çöp miktarı arasındaki ilişkiyi “1 km²'de 13.000 ise, 130 km²'de ne kadar olur?” biçiminde açıklayarak orantısal bir şekilde ifade etmişlerdir [176]. Bu süreçte öğrenciler doğru orantıyı yalnızca bir

işlem adımı olarak değil, iki farklı büyüklük (alan ve çöp miktarı) arasında anlamlı bir ilişki kurma biçimi olarak ele almıştır. Öğretmenin yöneltici sorusuyla bu ilişkinin doğru orantı olduğunu nasıl anladıkları sorulduğunda, Elif, her km^2 'ye sabit miktarda çöp düştüğü için miktarın orantılı artacağını ifade ederek açıklamıştır [178]. Bu ilişkiyi kurarken öğrencilerin, bir büyüklük arttığında diğerrinin de aynı oranda artacağını fark etmeye ve bunu hesaplamaya dönüştürmeye dayanan orantısal düşünme becerisinden yararlandıkları görülmüştür. Sonuç olarak öğrenciler, hesaplamayı tamamlayarak yaklaşık çöp miktarını 1.690.000 olarak belirlemişlerdir [180]. Örnek olarak öğrencilerden bazılarının etkinlik kağıtlarına yansıttıkları açıklamalara Şekil 100'de yer verilmiştir. Öğrencilerin oranı ezbere değil, problemin bağlamı içinde hangi niceliklerin birbirine nasıl bağlı olduğunu anlayarak kullanmaları sonucunda “Deniz çöplerinin miktarını belirlerken doğru orantı kullanma veya doğru orantı kullanılması gerektiğini belirtme” alt teması belirlenmiştir.

[168] Elif: E zaten şey demiş bir km^2'ye 13000 tane çöp. Ben yapayım mı? [169] Ali: Hocam ben yapabilir miyim? [170] Öğretmen: Fatma sen kalk. [171] Fatma: Hayır ben yapmıyorum. [172] Ali: Hocam 130×13000, çok kolaydır. [173] Öğretmen: Elif sen kalk, önce ne yapacağını söyle bize. [174] Elif: 1 km^2'lik alana 13000 çöp adet çöp vardır. Alanı 130 km^2 bulduk 13000 ile çarparsak. [175] Öğretmen: Direkt çarpma orantıyı kur.	[176] Elif: Tamam, 1 km^2'ye 13000 tane ise 130 km^2'ye ne kadar sığar? İçler dışlar çarpımı yaparsak. [177] Öğretmen: Doğru orantı olduğunu nereden anladın? [178] Elif: E tamam bir tanesinde 13000, e 130 tanesinde aynı oranda olacak. Yaklaşık mı yazayım toplam mı? [179] Öğretmen: Yaklaşık toplam çöp miktarı... [180] Elif: 169, dört tane sıfır: 1690000. Evet, bu kadar. Bir milyon altı yüz doksan bin adet.
---	---

Eğer 1 km^2 13.000 adet çöp ise 130 km^2 X adet çöp denektir X'i bulalım $X = 169.0000$ $\frac{130 \cdot 13.000}{1} = 169.0000$ Kotlaşık çöp miktarı. (Zeynep)	1 km^2 alana şehir başına yaklaşık olarak 13.000 çöp biriktirse toplamı = $13.000 \cdot 130 = 1.690.000$ Çünkü Şehir birinde Çöplerden oluşur 1 km^2 Şehir alanlarını bulduk Çöplerin Çöplerinin alanı 130 km^2 olduğundan 1 km^2'de yaklaşık olarak 13.000 se 13.000'i 130 ile Çarparsak ve yaklaşık olarak Çöp miktarını bulabiliriz. (Fatma)
--	--

Şekil 100. Öğrencilerin Deniz Çöplerinin Miktarını Bulmaya Yönelik Açıklamaları

Etkinlik 4 kapsamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri sonucunda belirlenen anlamsal ilişkilendirmeye yönelik alt temalara Tablo 50'de yer verilmiştir.

Tablo 50. Etkinlik 4 Kapsamında Öğrencilerin Anlamsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Bileşik şekillerin alanı, o bölgeyi içine alan çokgenlerin alanı yardımıyla bulunabilir	•	•	•	•	•	
Deniz çöplerinin miktarını belirlerken doğru orantı kullanma veya doğru orantı kullanılması gerektiğini belirtme	•	•	•	•	•	

Tablo 50 incelendiğinde, Oya dışındaki tüm öğrencilerin anlamsal ilişkilendirme kurduğu görülmektedir. Oya etkinlik kağıdını teslim etmediğinden dolayı yazılı üretimleri incelenememiştir. Dolayısıyla bu etkinlikte yer alan alt temalara yönelik etkinlik kağıdında ilişkilendirme yapıp yapmadığı tespit edilememiş, sadece sözlü üretimleri incelenmiştir.

4.4.5. Öğretime Yönelik İlişkilendirme

Öğretime yönelik ilişkilendirme öğrencilerin problemi çözmek için hangi konuları kullanmaları gerektiğini belirttikleri durumlarda ve çözüm sürecinde farklı konular arasında ilişki kurdukları durumlarda ortaya çıkmıştır. Takım çalışması sırasında Elif, problemi çözmeden önce hangi matematiksel konuların bu problemi çözmek için gerekli olduğunu anlamaya odaklanmıştır [181]. Bu noktada “ölçek” kavramını belirtmiş ve bunun, matematiksel olarak “oran” kavramıyla ilişkili olduğunu hatırlatmıştır [183]. Bu ilişkilendirmeyi yaparken daha önce çözmüş olduğu harita sorularından hareketle önceki öğrenmelerini problem durumuna taşımıştır [185]. Elif, bu bilgiyi hatırladıktan sonra gruptaki diğer öğrencilerle birlikte düşünmeye devam etmiş ve çözümde “oran” ve “orantı” kavramlarının kullanılmasının neden gerekli olduğunu açıklamıştır [187]. Bu açıklamaları yaparken küçültme ve büyültme işlemlerini gündeme getirmiş; bu sayede ölçme bağlamında kullanılan oranların, alan gibi büyüklüklerle nasıl ilişkili olduğunu ifade etmiştir [185]. Fatma problemin çözüm sürecinde çokgenler konusunun kullanılması gerektiğini belirtse de Elif bu öneriye karşı çıkarak oran ve orantının bu problemi anlamlandırmak için daha uygun kavramlar olduğunu belirtmiştir [187]. Süreç ilerledikçe Elif ve arkadaşları, doğru orantı, alan ve çarpma kavramlarını bir arada düşünmeye başlamışlardır [194]. Elif, bir birim karelik alanın 1 km²'ye karşılık geldiğini, bu nedenle toplam alan için kaç birim varsa bu sayının sabit oranla çarpılması gerektiğini ifade etmiştir [194]. Öğrencilerin etkinlik kağıtları incelendiğinde; alan, oran, orantı ve çarpma gibi konuların problemin çözüm sürecinde kullanılması gerektiğini belirttikleri görülmektedir [195, 196]. Kavramlar arasında kurulan bu ilişkilendirme hem ön bilgilerin hatırlanmasına hem de bu bilgilerin yeni bir duruma

uyarlanmasına dayanır. Böylece Elif, farklı matematiksel konuların birbiriyle nasıl ilişkili olduğunu somut bir problem içinde tartışmaya açmış ve öğretime yönelik ilişkilendirmeyi açık biçimde gerçekleştirmiştir.

[181]Elif: Şimdi bizden bir sayı olarak istemiyor. [182]Zeynep: Bulalım ya. [183]Elif: Hayır bizden değer istemiyor ki, nasıl bulmak gerektiğini, hangi konuların kullanılmasının gerektiğini soruyor. Ölçek hangi şey de kullanılıyor? Hatırlamıyor musunuz? Üslü ifadeler değil mi? Ben öyle hatırlıyorum. Ölçek çünkü oran! [184]Zeynep: Orantı falan. [185]Elif: Oran, Orantı kullanılır. Durun daha yazmayın düşünelim önce. Oran kullanılır çünkü küçültüp büyültüyoruz...Harita sorularını çok çözmüştüm oradan aklıma geliyor. Başka hangi konu kullanır? [186]Fatma: Çokgenler konusu. [187]Elif: Olmaz o bence, oran ve orantı...Tamam bulduğumuz konuları kendi cümlelerinizle yazın.	[188]Zeynep: Nasıl? Yani yazalım mı burada oran ve orantı... [189]Fatma: Doğru orantı mı? [190]Elif: Evet. [191]Zeynep: Elif devamını nasıl getirebilirim. Çöp miktarını bulmak için doğru orantı ve alan... [192]Elif: Konuları kullanılır. ... [193]Zeynep: Dur ben soruyu yeniden okuyayım... [194]Elif: Çarpma. Bir br^2'lik alanın kapladığı şey...bir km^2 oluyor ya, diğerlerini de kaplamak için çarpma yapmıyor muyuz? [195]Zeynep: Evet. Ben o zaman şunu yazacağım: oran yazacağım, doğru orantı yazacağım, alan ve çarpma yazacağım. [196]Elif: Tamam yaz.
---	---

Sınıf tartışması sırasında ise öğrenciler, problem çözümünde hangi matematiksel konuların kullanıldığını öğretmen'in yönlendirmesiyle birlikte düşünmüşlerdir. Öğretmen hangi konuların kullanıldığını sorduğunda Elif, alan konusunu ifade etmiş, Zeynep ise doğru orantı kavramını belirtmiştir [198-201]. Elif bu kavramları daha da açarak, ölçek kavramının oranla ilişkili olduğunu ve aynı oranda artma ya da azalma durumunun doğru orantı anlamına geldiğini ifade etmiştir [200-202]. Bu açıklamalar, öğrencilerin daha önce öğrendikleri oran, orantı ve ölçeklendirme bilgilerini problem bağlamında yeniden hatırladıklarını ve çözüm sürecine entegre ettiklerini göstermektedir. Daha sonra öğrenciler, çöpün kapladığı alanın bir çokgen olup olmadığı üzerine düşünmüş; Elif bu bölgenin geometrik bir şekil olmadığını söylemiştir [207]. Bunun üzerine öğretmen'in yönlendirmesiyle, bu düzensiz şekli yaklaşık olarak çokgensel bir forma dönüştürmeye çalıştıkları anlaşılmıştır [209, 210]. Bu süreç, öğrencilerin alan, oran, doğru orantı ve ölçeklendirme gibi farklı konuları bağlam içinde nasıl ilişkilendirdiğini ve düzensiz bir bölgeyi geometrik şekillerle temsil ederek çözüm sürecini yapılandırdıklarını göstermektedir. Böylece öğrenciler, hem daha önce öğrendikleri

bilgileri yeni bir problemle ilişkilendirmiş hem de bu kavramları birlikte düşünerek öğretime yönelik ilişkilendirme gerçekleştirmiştir.

[197]Öğretmen: Tamam güzel hangi konuları kullanmış oluyoruz? [198]Elif: Alan. [199]Zeynep: Doğru orantı. [200]Elif: Ölçek için oran. Aynı oranla artıp azalacağı için doğru orantı olmuyor mu? [201]Öğretmen: Öyle olduğunu biliyor muyuz? Her bir br²'ye eşit miktarda çöp miktarı mı düşmüş? [202]Elif: Hayır, hocam ben kenarlarına diyorum. ...	[203]Ali: Hocam çokgenle buluruz. [204]Öğretmen: Peki bu şekil bir çokgen mi? [205]Elif: Hayır. [206]Öğretmen: Ya da çöplerin bulunduğu bölge bir geometrik şekil mi? [207]Elif: Hayır. [208]Öğretmen: Biz ne yapıyoruz. [209]Elif: Geometrik şekiller çiziyoruz. [210]Öğretmen: Hmm yani bu şekli - yaklaşık olarak- geometrik şekil olarak çiziyor muyuz? [211]Fatma: Evet.
--	--

Sınıf tartışması sırasında öğrencilerin, deniz çöplerinin kapladığı alanı ve bu alana karşılık gelen çöp miktarını belirlerken yalnızca tek bir matematiksel konuya odaklanmadıkları, bunun yerine farklı kavramları birlikte ele alarak çözüm sürecini yapılandırdıkları gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin deniz çöplerinin alanını ve miktarını belirlerken alan, oran, doğru orantı, ölçek ve çokgenler gibi konuları bağlam içinde ilişkilendirmelerinden dolayı öğretime yönelik “Deniz çöplerinin alanını ve miktarını belirleme sürecini farklı konuları (çokgen, alan, oran, çarpma veya ölçek) ilişkilendirerek açıklama” alt teması belirlenmiştir.

Tablo 51. Etkinlik 4 Kapsamında Öğrencilerin Anlamsal Türünde Kurduğu İlişkilendirmeler

Alt Tema	Grup 1			Grup 2		
	Elif	Fatma	Zeynep	Ali	Eda	Oya
Deniz çöplerinin alanını ve miktarını belirleme sürecini farklı konuları (çokgen, alan, oran, çarpma veya ölçek) ilişkilendirerek açıklama	•	•	•	•	•	

Diğer öğrenciler bu konuların kullanılması gerektiğini etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır; ancak takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında öğretime yönelik ilişkilendirmenin çoğunlukla Elif’in üretimleri sonucunda ortaya çıktığı görülmektedir.

5. TARTIŞMA

Araştırmanın bu bölümünde, GeoGebra destekli ACODESA metodu ile tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilerin çokgenlere yönelik olarak yaptıkları; özelliklerle, çıkarımsal, farklı temsillerle, işlemsel, parça-bütün, metaforik, öğretime yönelik ve anlamsal türündeki ilişkilendirmeleri incelenmiş ve elde edilen bulgular ilgili literatürle ilişkilendirilerek tartışılmıştır.

Düzgün çokgenlere yönelik uygulanan Etkinlik 1 kapsamında öğrencilerin, sözlü ve yazılı üretimlerinde tüm türlere yönelik matematik içi ilişkilendirmelerin belirlendiği görülmektedir. Öğrenciler tarafından en fazla “özelliklerle, farklı temsillerle, işlemsel ve parça-bütün” ilişkilendirme yapılırken “anlamsal ve metaforik” ilişkilendirme türleri öğrenciler tarafından daha az yapılmıştır. Bununla beraber “çıkarımsal ve öğretime yönelik” ilişkilendirmelerin yalnızca bir öğrenci tarafından yapıldığı görülmüştür. Bu ilişkilendirmelerin ortaya çıkmasında ACODESA ve GeoGebra’nın rolü aşağıda detaylıca tartışılmış ve literatür açısından ele alınmıştır.

ACODESA metodunun aşamaları boyunca öğrenciler, GeoGebra üzerinde farklı düzgün çokgenler (üçgen, dörtgen, beşgen, altıgen) inşa etmiş ve “doğru”, “doğru parçası”, “açı”, “uzunluk ve uzaklık” araçlarını kullanarak çokgenlerin temel elemanlarına (açı, köşegen vb.) yönelik özellikleri incelemiş ve keşfettikleri özellikleri etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır. Bu süreçte tüm öğrenciler, aktif bir şekilde GeoGebra üzerinde çokgenlerin özelliklerini iş birlikli olarak keşfetmiş dolayısıyla bu süreç tüm öğrencilerin özelliklerle ilişkilendirme yapmasına fırsat sağlamıştır. Nitekim Özçakır ve Çakıroğlu’nun (2019) çalışmasında da belirtildiği üzere, dinamik geometri etkinlikleri öğrencilere geometrik şekillerin özelliklerini birbirleriyle ilişkilendirmeleri ve kavramaları için zengin imkânlar sunmaktadır. Etkinlikte yer alan, düzgün çokgenlerin kenar sayısı ile köşegen sayısı, iç açılarının ve dış açıların ölçüleri arasındaki ilişkileri belirlemeye ve gerekçelendirmeye yönelik yönlendirici sorular ise öğrencilerin çıkarımsal ve parça-bütün türüne yönelik ilişkilendirme kurmasında kritik rol oynamıştır. Yönlendirici soruların tablo içermesi ve “n” kenarlı bir çokgene yönelik köşegen, iç açı ve dış açıların belirlenmesini içermesi, öğrencilerin takım çalışması ve sınıf tartışması boyunca GeoGebra üzerinde farklı çokgenler inşa edip özelliklerini incelemelerine ve bu özellikleri etkinlik kağıtlarında yer alan tabloya aktararak özel durumdan genel duruma doğru ilerlemelerine fırsat sağlamıştır. Örneğin, öğrenciler GeoGebra üzerinde üçgen, dörtgen, beşgen ve altıgen için bir köşeden geçen

köşegenleri oluşturup köşegen sayısını tabloya aktarmış ve daha sonra tabloyu inceleyerek kenar sayısı ile bir köşeden geçen köşegen sayısı arasında bir genellemeye varmışlardır. Özellikle dinamik geometri ortamlarında, farklı örneklerin sistematik biçimde incelenmesinin öğrencilerin kural belirleme ve formül geliştirme süreçlerini desteklediği rapor edilmiştir (Yerushalmy, 1991; Hohenwarter & Jones, 2007). Sınıf tartışması aşamasında ise öğretmen öğrencilerin varsayımlarını gerekçelendirmelerini istemiş ve sorular sorarak “eğer-o zaman” yapısında mantıksal ilişkiler kurmalarını teşvik etmiştir. Örneğin, öğretmen sınıf tartışması aşamasında, öğrencilere çokgenlerin kenar sayısı ile iç açılarının ölçüleri toplamı arasındaki ilişkiyi gerekçelendirmeleri için “İçinde kaç üçgen oluşur?” şeklinde yönlendirici sorular sormuş ve bu süreç öğrencilerin, üçgenin iç açılar toplamından yola çıkarak herhangi bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını belirlemesine fırsat sağlayarak öğrencinin çıkarımsal ilişkilendirme kurmasını teşvik etmiştir. Benzer şekilde Aksu (2022) tarafından yapılan çalışma da GeoGebra destekli ACODESA metodu ile tasarlanan bir öğrenme ortamında öğretmenin sınıf tartışması sürecinde öğrencilere yönlendirici sorular sormasının, genelleme ve akıl yürütme süreçlerini desteklediğini ortaya koymaktadır. Diğer taraftan, öğrenciler ACODESA metodunun aşamaları boyunca GeoGebra’yı etkin bir şekilde kullanmış ve elde ettikleri bulguları sözlü ve yazılı üretimlerine yansıtarak “farklı temsillerle” ilişkilendirme yapma fırsatı bulmuşlardır. Öğrencilerin farklı temsiller arasındaki ilişkilendirmeleri incelendiğinde, en çok “görsel–çizim–sözel” ve “nümerik–nümerik” temsiller arasında ilişkilendirme yaptıkları görülmektedir. ACODESA metodunun iş birliğine dayalı yapısı, öğrencilerin GeoGebra üzerinde ortak inşa süreçleri yürütmesini sağlayarak matematiksel fikirlerin tartışılmasına ve farklı temsillerin bir arada kullanılmasına olanak tanımaktadır. Demir ve Zengin (2023) tarafından yapılan çalışma temsiller arası geçişlerin iş birliğine dayalı öğrenme ortamlarında daha etkili gerçekleştiğini ve çoklu temsillerin öğrencilerin genelleme süreçlerinde kritik bir rol oynadığını göstermiştir. Etkinlikte yer alan herhangi bir çokgenin bir iç açısını bulmaya yönelik yönlendirici soru öğrencilerin bir kural uygulayarak işlemsel ilişkilendirme yapmasını desteklemiştir. İşlemsel ve kavramsal anlamının birbirini olumlu yönde etkilediği literatürde sıkça vurgulanmaktadır (Hiebert & Lefevre, 1986). Bu bağlamda, öğrencilerin kavramsal anlayışı işlemsel becerilerini derinleştirirken, işlemsel uygulamalar da kavramsal kavramların pekişmesini sağlamaktadır. GeoGebra, dinamik ve anında geribildirim sunan yapısıyla öğrencilerin işlemsel sonuçlarını görsel olarak doğrulamalarına ve olası hatalarını fark etmelerine olanak tanır. Bu bağlamda, öğrenciler DGS ortamında kuralları uygularken

aynı zamanda kavramsal yapıyı keşfederek matematiksel düşüncelerini derinleştirme fırsatı bulmaktadır (Birgin & Uzun Yazıcı, 2021).

Özel dörtgenlerin (yamuk, paralelkenar, eşkenar dörtgen, dikdörtgen ve kare) özellikleri ve sınıflandırmasına yönelik hazırlanan Etkinlik 2 kapsamında öğrencilerin, sözlü ve yazılı üretimlerinde metaforik ilişkilendirme dışında diğer ilişkilendirmeleri yaptıkları görülmektedir. Bireysel aşamada öğrencilerin GeoGebra üzerinde farklı özel dörtgenleri inşa etmeye çalışmışları, takım çalışması aşamasında öğrencilerin zaman kaybetmeden daha hızlı bir şekilde özel dörtgenleri belirlemelerine fırsat sağlamıştır. Öğrenciler takım çalışması aşamasında GeoGebra üzerinde dörtgenler üzerinde sürükleme yaparak özel dörtgenleri keşfetmeye çalışmış ve özelliklerini tartışmışlardır. Bu süreç öğrencilerin özel dörtgenlerin özelliklerine yönelik görsel, şekil ve sözel temsiller arasında ve özelliklerle ilişkilendirme yapmasına fırsat sağlamıştır. Bununla beraber öğrencilerin GeoGebra üzerinde sürükleme yoluyla özel dörtgenler arasında geçiş yapmaları ve değişmeyen özellikler üzerine tartışmaları, özel dörtgenler arasındaki içerme/kapsama ilişkilerini (örneğin, “karenin dikdörtgenin özel bir hali olduğu” gibi) görmelerine fırsat tanımıştır. De Villiers (1994) bu tür hiyerarşik sınıflandırmaların, öğrencilerin dörtgenleri tanımaktan çok, aralarındaki içerme/kapsama ilişkilerini kavramalarıyla mümkün olduğunu belirtmiştir. Nitekim öğretmenin takım çalışması ve sınıf tartışması sürecinde öğrencilerin özel dörtgenler arasındaki bu ilişkileri tartışmalarını teşvik etmesi özel dörtgenler arasındaki ilişkileri farklı temsillerle ilişkilendirmelerine fırsat sağlamış ve bu süreç parça-bütün ilişkilendirmesinin sınıf tartışması sırasında daha fazla ortaya çıkmasını desteklemiştir. Dolayısıyla bu çalışmada, GeoGebra’nın sağladığı keşfedici öğrenme ortamının yanında öğretmenin rehberliği öğrencilerin bu ilişkilendirmeleri yapmasında önemli bir rol oynamıştır. Benzer şekilde Erez ve Yerushalmy (2006), öğretmen rehberliği olmadan dinamik bir ortamda gerçekleştirilen sürükleme etkinliklerinin kavramsal öğrenme açısından yetersiz kaldığını ve öğrencilerin yeni bilgileri yapılandırmakta zorlandığını ortaya koymuştur.

Yamuk ve eşkenar dörtgenin alanına yönelik hazırlanan Etkinlik 3 kapsamında öğrencilerin yaptıkları ilişkilendirmeler incelendiğinde; farklı temsillerle, parça-bütün, işlemsel, anlamsal, çıkarımsal ve farklı temsillerle ilişkilendirme kurdukları görülmektedir. İşlemsel, farklı temsillerle ve anlamsal ilişkilendirme öğrenciler tarafından daha çok yapılırken; parça-bütün, çıkarımsal ve öğretime yönelik ilişkilendirmeler daha az öğrenci tarafından yapılmıştır. Öğrencilerin takım çalışması aşamasında iş birliği içerisinde

çalışırken etkinlikte yer alan problem durumunu GeoGebra ile modellemeleri; problem çözme stratejilerini takım arkadaşlarıyla paylaşımları ve gerekçelendirmeleri için keşfedici bir ortam sağlamıştır. Örneğin, öğrenciler üçgenin alanını yapılandırırken üçgeni içine alan bir dikdörtgen çizerek üçgen ve dikdörtgenin alanı arasında doğrudan bir ilişki kurmuş ve GeoGebra aracılığıyla gerekçelendirmişlerdir. Bununla beraber öğrenciler alan formülünü bilmedikleri farklı geometrik şekilleri (örneğin yamuk) GeoGebra üzerinde kolayca parçalara ayırarak (ve bu parçaların özelliklerini belirleyerek) alanlarını farklı stratejiler yoluyla kendileri oluşturmuşlardır. Geometrik şekillerin alanını, parçalara ayırma ve bu parçaların alanlarını birleştirme yoluyla belirleme stratejisi; öğrencilerin bu geometrik şeklin alt parçalarının özelliklerini belirlemesini ve bu parçalar ile bütün arasındaki mantıksal ilişkiyi (bir şeklin alanı parçalarının alanının toplamı kadardır) kurmasını içerdiğinden parça-bütün ilişkilendirme olarak belirlenir. Şekilleri ayırıştırma ve birleştirme stratejisi gibi parça-bütün ilişkilendirmeleri öğrencilerin kavramsal anlayışlarının gelişiminde kritik bir öneme sahiptir (Lehmann, 2023). Dolayısıyla bu çalışmanın sonuçları göz önüne alındığında GeoGebra destekli iş birlikli öğrenme ortamının öğrencilerin alan kavramına yönelik kavramsal anlayışlarını desteklediği söylenebilir. Ayrıca GeoGebra'nın sağladığı “ızgara” özelliği öğrencilerin farklı geometrik şekillerin alanlarını görsel olarak yapılandırmalarını kolaylaştırmıştır. Clements ve diğerleri (2017) alanı, kapalı bir bölgenin içerdiği iki boyutlu alan/yüzey miktarı olarak tanımlamakta ve alan bulma sürecinin bir bölgeyi iki boyutlu bir ölçü birimiyle kaplamayı (veya alt bölümlere ayırmayı) içerdiğini belirtmektedir. Nitekim öğrenciler GeoGebra ortamında geometrik şekillerin içerisinde yer alan birim karelerin sayısı ile alan arasında doğrudan ilişki kurmuş dolayısıyla bu süreç öğrencilerin alanı anlamsal olarak ilişkilendirmelerini desteklemiştir. Öğrencilerin bu etkinliğe yönelik yaptıkları işlemsel ilişkilendirmeler incelendiğinde ise öğrencilerin üçgen, dikdörtgen, yamuk ve eşkenar dörtgenin alanını bir kural/formül yardımıyla belirledikleri görülmektedir. Öğrencilerin bu süreçte GeoGebra üzerinde bu şekillerin temel elemanlarını ve uzunluklarını belirlemeleri, işlemlerini doğru bir şekilde yapmalarını desteklemiştir. Örneğin öğrenciler üçgenin alanını belirlerken tabana ait yüksekliği “doğru parçası” aracı ile oluşturmuş ve taban ile dik kesiştiğini “açı” aracı ile belirlemişlerdir. Bununla beraber öğrenciler bu şekillerin alanlarını kural/formül yoluyla belirledikten sonra GeoGebra üzerinde “alan” aracı ile ölçme süreci, geri bildirim almalarına olanak sağlayarak işlemlerinin doğruluğunu görmelerine fırsat sağlamıştır. Öğrencilerin bu etkinliğe yönelik kurdukları farklı temsiller incelendiğinde, GeoGebra'nın sağladığı dinamik geometri ortamı öğrencilerin yamuk ve

eşkenar dörtgene yönelik farklı temsilleri ilişkilendirmelerini desteklemiştir. Örneğin öğrenciler GeoGebra üzerinde eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarının ve alanını belirlemiş ve sürükleme yoluyla farklı eşkenar dörtgenleri inceleyerek köşegenleri ile alan arasındaki ilişkileri gözlemlemiş ve tartışmışlardır. Daha sonra etkinlikte yer alan tabloyu doldurarak eşkenar dörtgenin alanına yönelik üretimlerini yazılı olarak açıklamışlardır. Bu süreç öğrencilerin görsel, nümerik, sözel ve cebirsel temsiller arasında ilişkilendirme kurması ile sonuçlanmıştır. Benzer şekilde Demir ve Zengin (2023), teknoloji destekli iş birlikli bir öğrenme ortamında öğrencilerin, dinamik olarak bağlantılı temsilleri gözlemleyerek farklı temsiller arasında ilişkilendirme yapabildiklerini ortaya koymaktadır. Öğrencilerin üretimlerinde ortaya çıkan çıkarımsal ilişkilendirmeler incelendiğinde, ilk olarak sınıf tartışması aşamasında ortaya çıktığı görülmektedir. Sınıf tartışması aşamasında yamuk ve eşkenar dörtgenin alanını belirleme sürecinde, öğretmen öğrencileri köşegenleri, kenarları ve yüksekliği cebirsel olarak ifade etmeye teşvik etmiş ancak öğrencileri açık bir şekilde müdahale etmemiştir. Sonrasında öğrenciler yamuk ve eşkenar dörtgenin alan bağıntısını; üçgen veya dikdörtgenin alan bağıntısından faydalanarak kendi başlarına oluşturmuşlardır. Nitekim, Hiebert ve diğerleri (1997), matematiksel kavramların ilişkilendirme sürecinde öğretmenlerin sınıf içi tartışmaları yönlendirmeleri gerektiğini ancak fazla müdahale ederek öğrencilerin bağımsız düşünme süreçlerinin engellenmemesi gerektiğini ifade etmektedir.

Bileşik şekillerin alanını bulmayı gerektiren problemlere yönelik hazırlanan Etkinlik 4 kapsamında öğrencilerin yaptıkları matematik içi ilişkilendirmeler beş tür altında ortaya çıkmıştır: anlamsal, parça-bütün, özelliklerle, farklı temsillerle ve işlemsel. Matematiksel kavramların anlaşılıp tanımlanması durumunda ortaya çıkan anlamsal ilişkilendirme; bir problemin anlaşılabilir matematiksel olarak ifade edilmesi durumunda da ortaya çıkmaktadır (Hatisaru vd., 2024). Bu etkinlik kapsamında öğrencilerin anlamsal ilişkilendirmeleri incelendiğinde, etkinlikte yer alan problemi anlamlandırma ve çözüm stratejisi belirleme sürecinde ortaya çıktığı görülmektedir: Öğrenciler problemde yer alan düzensiz bölgenin alanını geometrik şekiller ile kaplayarak bulabileceklerini belirtmişlerdir. Bununla beraber öğrencilerin bu bölge içerisinde kalan çöp miktarını “oran” konusunu kullanarak belirtmeleri ve “bu bölge içerisinde kaç km^2 var ise...” şeklinde açıklamaları alanı iki boyutlu bir ölçü birimiyle kaplamaya yönelik anlayışlarını yansıtmaktadır. Zazkis (2001) öğrencilerin bir kavrama yönelik anlayışlarının bu kavramı problem durumlarına uygulama süreçlerini etkilediğini ortaya koymaktadır. Bu çalışmada da öğrencilerin etkinlikte yer alan problemi

çözme süreçlerinde, anlayışlarına uygun olarak GeoGebra üzerinde “çokgen” aracını kullanarak alanı belirlemeye çalıştıkları görülmektedir. Öğrencilerin parça-bütün türüne yönelik yaptıkları ilişkilendirmeler incelendiğinde ise sınıf tartışması aşamasında öğretmenin öğrencileri farklı çözüm stratejiler belirlemeleri için teşvik etmesi, bu ilişkilendirmeye yönelik farklı alt temaların ortaya çıkmasına fırsat sağlamıştır. Nitekim Leikin ve Waynberg (2007), matematiksel problemlerin farklı çözüm stratejileri ile ele alınmasının, öğrencilerin ilişkilendirme becerisini geliştirmede etkili olduğunu ortaya koymaktadır. Bununla beraber problem çözme sürecinde öğrencilerin kendi stratejilerini geliştirerek bu süreçleri başkalarına açıklamaları ilişkilendirme kurmalarını destekler (Hiebert vd., 1997). Bu çalışmada da öğrencilerin iş birlikli bir öğrenme ortamında çözümlerini arkadaşlarına açıklama sürecinde aktif bir şekilde ilişkilendirme kurdukları görülmektedir. Öğrencilerin etkinlikte yer alan problemi çözme sürecinde bileşik şekli alt şekiller ayrıştırma ve bu şekillerin alanlarını belirleme süreci, işlemsel ilişkilendirmenin ortaya çıkmasını sağlamıştır. Öğrenciler bu süreçte üçgen, dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını kullanarak işlem yapmış ve bu alt şekillerin alanlarını belirlemişlerdir. Ayrıca öğrenciler şekillerin alanını belirlerken, GeoGebra’nın “ızgara” özelliğinden faydalanmış ve bu şekillerin içerisinde yer alan birim kareleri sayarak da alanı işlemsel bir şekilde belirlemişlerdir. Dolayısıyla GeoGebra, öğrencilerin yaptıkları işlemlerin kavramsal alt yapısını görmeleri için bir ortam sağlamıştır. Son olarak öğrencilerin öğretime yönelik kurduğu ilişkilendirmeler incelendiğinde etkinlikte yer alan “bu problemin çözüm sürecinde matematikte hangi konuların kullanılması gerektiğini belirleyiniz” tarzındaki soruların etkili olduğu görülmektedir. Öğrencilerin takım çalışması ve sınıf tartışması aşamasında bu soruya cevap vermek için fikirlerini açıklamaları, farklı konular arasında ilişkilendirme kurmalarını teşvik etmiş ve problemi çözmelerini kolaylaştırmıştır. Hiebert ve diğerleri (1997) anlamlı öğrenmenin gerçekleşmesi için öğrencilerin yeni öğrenmeleri ile eski bilgilerini ilişkilendirmenin gerekli olduğunu belirtmektedir. Dolayısıyla etkinlik geliştirme sürecinde öğrencilerin öğretime yönelik ilişkilendirmeler yapmasına fırsat sağlayacak soruların geliştirilmesi kritik bir öneme sahiptir.

Bu araştırmanın öğretim bölümlerinin her biri çokgenlere yönelik geliştirilen etkinliklerin ACODESA metodunun aşamalarına uygun olarak uygulanmasını içermektedir. Öğrenciler bireysel aşamada etkinliklerde yer alan problem durumunu okuyarak anlamaya çalışmıştır. Bu aşama, öğrencilerin iş birliği içerisinde takım arkadaşlarıyla etkinliği tamamlama sürecine geçmeden önce fikirlerini geliştirmelerini sağlayacak bir/iki

yönlendirici soru ile desteklenmiştir. Örneğin son etkinliğin bireysel aşamasında öğrencilerden problemin çözüm sürecinde hangi konulardan faydalanabileceklerinin sorulması, öğrencilerin kendi fikirlerini geliştirmelerine fırsat sağlamıştır. Öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinin desteklenmesinde aktif katılımın ve bağımsız düşünmenin önemi göz önüne alındığında bu sürecin öğrencilerin bilgiyi kendi zihinlerinde yapılandırmalarını teşvik ettiği söylenebilir (Hiebert vd., 1997). Bununla beraber etkinliklerde rutin olmayan ve zorlayıcı problem durumlarına ve yönlendirici sorulara yer verilmiştir. Öğrencilerin zorlandıklarında durumu anlamlandırmak için daha aktif ve gayretli bir şekilde çalışmaları, mevcut bilgileriyle daha bağlantılı yorumlar oluşturmalarını ve/veya bildiklerini yeniden yapılandırmalarını destekler (Hiebert & Grouws, 2007). Bu durumun öğrencilerin matematiksel fikirler, kavramlar ve prosedürler arasında ilişkilendirme yapma sürecini desteklediğini belirten Hiebert ve Grouws'un (2007) düşüncelerine paralel olarak, bu çalışmada da öğrenciler takım çalışması aşamasında zorlayıcı etkinlikleri mevcut öğrenmeleri ile ilişkilendirmiş ve farklı matematiksel kavramlar, fikirler ve prosedürler arasında ilişkilendirme yapmışlardır. Sınıf tartışması aşamasından sonra öğrencilerin etkinliğin yeni bir kopyasını bireysel olarak yeniden tamamladığı öz yansıtma aşamasında, öğrenciler ilk üç aşama boyunca ortaya çıkan ilişkilendirmeleri etkinlik kağıtlarına yansıtmış ve bazı durumlarda yeni ilişkilendirmelere de yer vermişlerdir. Bu süreç bilginin kalıcılığını destekleyerek öğrencilerin öğrenmelerine olumlu katkı sunmaktadır (Aksu, 2022). Ancak öğrencilerin öz yansıtma aşamasındaki etkinlik kağıtları incelendiğinde bazı bölümleri aynı şekilde tamamladıkları görülmüştür. Öğrencilerin etkinliği çok fazla çaba sar etmeden kendi başlarına ilişkilendirme kurmadan tamamlamaları anlamalarının gelişimine engel olabilir (Hiebert & Carpenter, 1992). Dolayısıyla bu aşamada öğrencilerin etkinlikleri kendi başlarına tamamlamalarını sağlamak önemlidir.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın amacı, GeoGebra destekli ACODESA (Hitt, 2011) metodu ile oluşturulan işbirlikli bir öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin çokgenlere yönelik matematik içi ilişkilendirmelerini incelemektir. Araştırmanın katılımcılarını altı ortaokul öğrencisi oluşturmaktadır. Uygulama süreci, bireysel çalışma, takım çalışması, sınıf tartışması, öz yansıtma ve öğretmenin dersi anlattığı kurumsallaştırma aşaması olmak üzere beş aşamalı bir öğretim metodu olan ACODESA ile gerçekleştirilmiştir. Öğretim deneyi yöntemine göre tasarlanan araştırmanın verileri; sınıf içi ses-video kayıtları, GeoGebra dosyaları ve etkinlik kağıtları ile toplanmıştır. Verilerin analiz edilmesinde tematik analiz yöntemi kullanılmış ve öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimleri Rodriguez-Nieto ve diğerlerinin (2022) çalışmasında yer alan matematik içi ilişkilendirme türlerine göre analiz edilmiştir.

Araştırmanın sonuçları GeoGebra destekli ACODESA metoduna göre tasarlanan öğrenme ortamında öğrencilerin sözlü ve yazılı üretimlerinde, tüm ilişkilendirme türlerine yönelik matematik içi ilişkilendirme yaptıklarını ortaya koymaktadır. Özelliklerle, işlemsel ve farklı temsillerle ilişkilendirmeler öğrenciler tarafında daha çok yapılırken çıkarımsal, parça-bütün, metaforik ve öğretime yönelik ilişkilendirmeler daha az öğrenci tarafından yapılmıştır. Benzer bulgular Barragán Mosso ve diğerleri (2024) tarafından lise öğrencileriyle gerçekleştirilen çalışmada da raporlanmıştır; bu çalışmada GeoGebra kullanılarak uygulanan beş etkinlik sonucunda öğrencilerin modelleme, özellik, anlamsal, farklı temsiller ve işlemsel türlerinde ilişkilendirmeler kurdukları; en sık görülen ilişkilendirmelerin farklı temsiller ve işlemsel olduğu, en az sıklıkta görülen ilişkilendirmenin ise anlamsal ilişkilendirme olduğu bildirilmiştir. Ayrıca Barragán Mosso ve diğerleri (2024) bu araştırmanın sonuçlarıyla tutarlı olarak GeoGebra'nın problem durumlarının modellenmesine ve öğrencilerin aktif katılımına olanak tanıyarak ilişkilendirme kurmalarını teşvik ettiğini ve GeoGebra ile desteklenen etkinliklerin öğrencilerin doğrusal denklemlerle çalışırken eşitlik ilişkisini analiz etmelerine katkı sağladığını belirtmiştir. Bununla beraber bir öğrencinin, tanımlanan alt temaların neredeyse hepsine yönelik matematik içi ilişkilendirme yaptığı görülmektedir. Matematik içi ilişkilendirmelere yönelik yapılan çalışmalar; öğretime yönelik, çıkarımsal ve parça-bütün türüne yönelik ilişkilendirmelerin öğrencilerin yanında, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin üretimlerinde de daha az yapıldığını ortaya koymaktadır (Dolores-Flores vd.,

2019; García-García & Dolores-Flores, 2018; Hatisaru vd., 2024). Bu ilişkilendirmelerin öğrenciler tarafından daha az yapılması, bu tür ilişkilendirmelerin bilişsel olarak daha karmaşık olmasından kaynaklanıyor olabilir (García-García, 2023). Öğrencilerin sınıf içi uygulamalara katıldıkça bilgilerinin geliştiği ve bilgiyle ilişki kurduğu göz önüne alındığında (Boaler, 2002); daha uzun soluklu çalışmalar ile öğrencilerin matematik içi ilişkilendirmelerinin incelenmesinin, daha az yapılan matematik içi ilişkilendirmelerin bu süreçteki gelişimini görmek açısından faydalı olabilir.

Bu çalışmada, takım çalışması ve sınıf tartışması aşamalarında öğrencilerin ilişkilendirme becerilerinde belirgin bir artış gözlemlenmiştir. Bireysel aşamada henüz şekillenmeyen bazı ilişkilendirmeler, işbirlikli etkinlikler sırasında hem akran etkileşimi hem de öğretmen yönlendirmesi ile ortaya çıkmıştır. Ayrıca öz yansıtma aşamasında öğrencilerin aynı etkinliği bireysel olarak yeniden çözmeleri ve kurumsallaştırma aşamasında öğretmenin öğrenci üretimlerini tartışmaya açarak ders içinde kullanması, Hiebert ve Carpenter 'ın (1992) bilgi ağlarının güçlenmesi yoluyla kalıcılık sağlayacağına dair argümanlarıyla tutarlıdır. Elde edilen sonuçlar, ACODESA'nın iş birlikli bir öğrenme ortamı yaratma ve öğrencilerin matematik içi ilişkilendirmelerini destekleme gücünü ortaya koymaktadır. Takım çalışması aşamasında öğrenciler etkinlikte yer alan yönlendirici soruları cevaplamak için GeoGebra üzerinde iş birliği içerisinde çalışmışlardır. Öğrenciler etkinlikte yer alan soruları cevaplamak için öğretmen tarafından hazırlanan dinamik materyalleri kullanmış ve çözümlerini etkinlik kağıtlarına yansıtmışlardır. Zengin (2022) kağıt-kalem ortamlarının teknoloji ile desteklenmesinin matematik öğreniminde önemli olduğunu vurgulamaktadır. Bu çalışmada da ACODESA metoduna uygun olarak kağıt-kalem ve teknoloji arasında bir denge kurulmuştur (Hitt, 2011). Kağıt-kalem ortamı öğrencilerin çözümlerini kendi başlarına etkinlik kağıtlarına yansıtma fırsatı verirken, teknoloji öğrencilerin bir arada çalışmaları için zengin, keşfedici bir öğrenme ortamı sağlamış ve verimli bir şekilde tartışmalarına imkan tanımıştır (Demir, 2023; Zengin, 2018).

Sınıf tartışması aşamasında öğretmenin; öğrencilerin mevcut öğrenmelerini açığa çıkarmak, fikirlerini açıklamak ve gerekçelendirmek için yönlendirici sorular sorması, ayrıca farklı çözüm yollarını paylaşmaları ve karşılaştırmaları için teşvik etmesi, öğrencilerin farklı matematik içi ilişkilendirmeler kurmasını desteklemiştir. Problemlerin farklı çözüm yollarıyla ele alınması, öğrencilerin bu yollar arasındaki benzerlikleri ve farklılıkları fark etmelerine olanak sağlayarak ilişkilendirme kurmalarını teşvik etmektedir (Hiebert vd.,

1997). Sullivan ve diğerkleri (2016) ise öğretmenin, öğrencilerin problem çözerken kendi çözümlerini oluşturmalarını desteklemesinin ve bu çözümlerin sınıf tartışması aşamasında birleştirilerek pekiştirilmesinin önemine dikkat çekmektedir. Aksu (2022) ve Demir (2023)'de öğretmen rehberliğinin öğrencilerin düşünme süreçlerinde önemli bir rol oynadığını ortaya koymaktadır. Nitekim bu çalışmada; çıkarımsal, parça-bütün gibi takım çalışması aşamasında daha az ortaya çıkan ilişkilendirme türleri, sınıf tartışması aşamasında öğretmenin rehberliğiyle öğrencilerin üretimlerinde daha fazla gözlemlenmiştir. Dolayısıyla bu çalışma, iş birlikli öğrenme ortamlarında öğretmenin öğrencilerin matematik içi ilişkilendirmelerini nasıl destekleyebileceğini göstermesi açısından önemlidir.

Bu çalışmada, öğrencilerin matematik içi ilişkilendirme becerileri, sınıf içi etkileşimin bulunduğu teknoloji destekli bir öğrenme ortamında incelenmiştir. Yapılan çalışmalar incelendiğinde, öğrencilerin matematik içi ilişkilendirme becerilerinin genellikle sınıf dışı ortamlarda etkinlik temelli görüşmeler yoluyla incelendiğı, sınıf içi farklı öğrenme yöntemlerinin uygulanması sürecinde bu ilişkilendirmelerin nasıl ortaya çıktığına yönelik araştırma eksiğinin olduğu görölmektedir (Dolores-Flores vd., 2019; García-García & Dolores-Flores, 2021a; Hatisaru vd., 2024). Ancak matematik içi ilişkilendirmelerin sınıf içi öğrenme ortamlarında nasıl geliştiğini araştırmak, öğrencilerin öğrenme süreçlerini desteklemenin yollarını anlamak açısından büyük önem taşımaktadır (Weingarden, 2024). Bununla birlikte, öğrencilerin gerçekleştirdiğı matematik içi ilişkilendirmelerin incelenmesi, onların kavramsal anlama düzeylerine ilişkin önemli bir gösterge niteliğindedir (Cai & Ding, 2015; García-García & Dolores-Flores, 2021b). Bu bağlamda, bu çalışmanın öğretmenlerin öğrencilerin matematik içi ilişkilendirmelerini nasıl tanıyabileceklerini ve değerlendirebileceklerini görmeleri açısından da literatüre katkı sağladığı düşünülmektedir.

Sonuç olarak, GeoGebra destekli ACODESA metodunun düzgün çokgenler bağlamında öğrencilerin matematik içi ilişkilendirme becerilerine olumlu katkı sağladığı; ancak özellikle çıkarımsal ve öğretime yönelik ilişkilendirmelerin güçlendirilmesi için daha yapılandırılmış sorular ve rehberliğin gerekli olduğu söylenebilir. Bu doğrultuda, matematik öğretiminde hem dinamik matematik yazılımlarının hem de iş birlikli öğrenme metotlarının birlikte ve eşgüdömlü kullanılması; öğrencilerin farklı temsiller arasında geçiş yapma, kavramsal bağlantılar kurma ve çözümlerini akranlarına açıklama/öğretme gibi matematik içi ilişkilendirme becerilerinin geliştirilmesi açısından önerilebilir. Bu çalışma yalnızca çokgenler konusu ve ortaokul öğrencileriyle sınırlı olduğundan, benzer uygulamaların farklı

matematik konularında, farklı sınıf seviyelerinde ve yüz yüze, hibrit ya da çevrimiçi gibi farklı öğretim ortamlarında denenmesi önemlidir. Özellikle sınıf içi öğretim yöntemleri açısından, bu tür araştırmaların öğretmenlerin ilişkilendirmeleri nasıl teşvik ettiğini ve öğrencilerin bu süreçte nasıl tepki verdiğini ortaya koyması değerli olacaktır. Ayrıca, karma yöntemli ve uzun süreli çalışmalar yapılarak yalnızca yöntemin etkisinin büyüklüğü değil, öğrencilerin kurduğu ilişkilendirmelerin niteliği ve bu becerilerin zaman içinde ne kadar geliştiği de incelenmelidir. Böyle çalışmalar, hem sınıf içi öğretim stratejilerini geliştirmeye hem de öğrencilerin matematiksel anlamalarını daha iyi kavramaya yardımcı olacaktır (Weingarden, 2024).



7. KAYNAKLAR

- Adu-Gyamfi, K., Bossé, M. J., & Chandler, K. (2017). Student connections between algebraic and graphical polynomial representations in the context of a polynomial relation. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(5), 915–938. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9730-1>
- Akdemir, M., & Narlı, S. (2022). Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki algılarının incelenmesi. *Uluslararası Karamanoğlu Mehmetbey Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 4(1), 74–92. <https://doi.org/10.47770/ukmead.1123023>
- Aksu, N. (2022). GeoGebra destekli ACODESA metodu ile 7. sınıf öğrencilerinin çokgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi. Yüksek lisans tezi, Dicle Üniversitesi, Diyarbakır.
- Aksu, N., & Zengin, Y. (2022). Disclosure of students' mathematical reasoning through collaborative technology-enhanced learning environment. *Education and Information Technologies*, 27(2), 1609–1634. <https://doi.org/10.1007/s10639-021-10686-x>
- Anthony, G., & Walshaw, M. (2009). *Effective pedagogy in mathematics* (Vol. 19). International Academy of Education.
- Argün, Z., Halıcıoğlu, S., Arıkan, A., & Bulut, S. (2020). *Temel matematik kavramların künyesi*. Palme Yayınevi.
- Arzarello, F., Ferrara, F., & Robutti, O. (2012). Mathematical modelling with technology: The role of dynamic representations. *Teaching Mathematics and its Applications*, 31(1), 20–30. <https://doi.org/10.1093/teamat/hrr027>
- Ay, Y., & Başbay, A. (2017). Çokgenlerle ilgili kavram yanılgıları ve olası nedenler. *Ege Eğitim Dergisi*, 18(1), 83–104. <https://doi.org/10.12984/egeefd.328377>
- Baktemur, G., Ayan Civak, R., & Işıksal Bostan, M. (2021). Pre-service middle school mathematics teachers' (mis)conceptions of definitions, classifications, and inclusion relations of quadrilaterals. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 9(4), 183–198. <https://doi.org/10.30935/scimath/11206>
- Baran-Bulut, D., & Yüksel, T. (2024). Interdisciplinary teaching: Solving real-life physics problems through mathematical modelling. *The Electronic Journal for Research in Science & Mathematics Education*, 27(4), 118–140.
- Barragán Mosso, G., Campo-Meneses, K. G., & García-García, J. (2024). Conexiones matemáticas asociadas a la ecuación lineal que establecen estudiantes de bachillerato. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (25), 9–31. <https://doi.org/10.35763/aiem25.4616>
- Baykul, Y. (2020). Düzlemsel şekiller ve öğretimi. *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8. sınıflar)*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2021). Primary school students' understanding of polygons and the relationships between polygons. *Educational Studies in Mathematics*, 106(2), 251–270. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10012-1>
- Bernabeu-Martínez, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2024). Polygon class learning opportunities: Interplay between teacher's moves, children's geometrical thinking,

- and geometrical task. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 22(6), 1381–1403. <https://doi.org/10.1007/s10763-023-10425-3>
- Bingölbali, E., & Coşkun, M. (2016). İlişkilendirme becerisinin matematik öğretiminde kullanımının geliştirilmesi için kavramsal çerçeve önerisi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 233–249. <https://doi.org/10.15390/EB.2016.4764>
- Birgin, O., & Topuz, F. (2021). Effect of the GeoGebra software-supported collaborative learning environment on seventh grade students' geometry achievement, retention and attitudes. *The Journal of Educational Research*, 114(5), 474–494. <https://doi.org/10.1080/00220671.2021.1983505>
- Birgin, O., & Uzun Yazıcı, K. (2021). The effect of GeoGebra software-supported mathematics instruction on eighth-grade students' conceptual understanding and retention. *Journal of Computer Assisted Learning*, 37(4), 925–939.
- Boaler, J. (2002). Exploring the nature of mathematical activity: Using theory, research and 'working hypotheses' to broaden conceptions of mathematics knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1), 3–21. <https://doi.org/10.1023/A:1022468022549>
- Boaler, J. (2022). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative mathematics, inspiring messages and innovative teaching* (2nd ed.). Jossey-Bass.
- Bodemer, D., & Faust, U. (2006). External and mental referencing of multiple representations. *Computers in Human Behavior*, 22(1), 27–42. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2005.01.005>
- Bosse, M. J. (2006). Beautiful mathematics and beautiful instruction: Aesthetics within the NCTM standards. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 11(28), 1–15.
- Braun, V., & Clarke, V. (2012). Thematic analysis. In H. Cooper, P. M. Camic, D. L. Long, A. T. Panter, D. Rindskopf, & K. J. Sher (Eds.), *APA handbook of research methods in psychology, Vol. 2: Research designs: Quantitative, qualitative, neuropsychological, and biological* (pp. 57–71). American Psychological Association.
- Braun, V., & Clarke, V. (2023). Thematic analysis. In H. Cooper, M. N. Coutanche, L. M. McMullen, A. T. Panter, D. Rindskopf, & K. J. Sher (Eds.), *APA handbook of research methods in psychology: Research designs: Quantitative, qualitative, neuropsychological, and biological* (2nd ed., pp. 65–81). American Psychological Association. <https://doi.org/10.1037/0000319-004>
- Businskas, A. (2008). Conversations about connections: how secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections. Unpublished doctoral dissertation, Faculty of Education, Simon Fraser University, Canada.
- Cai, J., & Ding, M. (2015). On mathematical understanding: Perspectives of experienced Chinese mathematics teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(1), 5–29.
- Campo-Meneses, K. G., & García-García, J. (2023). Mathematical connections related to exponential and logarithmic functions: A literature review. *Range: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(1), 118–131. <https://doi.org/10.32938/jpm.v5i1.4738>

- Caviedes, S., De Gamboa, G., & Badillo, E. (2024). Mathematical connections involved in area measurement processes. *Research in Mathematics Education*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1080/14794802.2024.2370333>
- Chapman, O. (2012). Challenges in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 15(4), 263–270. <https://doi.org/10.1007/s10857-012-9223-2>
- Clements, D. H., Sarama, J., & Miller, A. L. (2017). Chapter 3: Area. In *Journal for Research in Mathematics Education Monograph* (Vol. 16, pp. 71–82). National Council of Teachers of Mathematics.
- Cobb, P. (2000). Conducting teaching experiments in collaboration with teachers. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 307–333). Erlbaum.
- Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational Psychologist*, 31(3-4), 175–190. <https://doi.org/10.1080/00461520.1996.9653265>
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). Validity and reliability. In *Research methods in education* (8th ed., pp. 245–357). Routledge.
- Creswell, J. W., & Poth, C. N. (2016). *Qualitative inquiry & research design: Choosing among five approaches* (4th ed.). SAGE Publications.
- De Gamboa, G., Badillo, E., & Font, V. (2023). Meaning and structure of mathematical connections in the classroom. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 23(2), 241-261.
- De Gamboa, G., Caviedes, S., & Badillo, E. (2022). Mathematical connections and the mathematics teacher's specialised knowledge. *Mathematics*, 10(21), 4010. <https://doi.org/10.3390/math10214010>
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 11–18.
- Demir, M. (2022). ACODESA metodu ile tasarlanan GeoGebra destekli öğrenme ortamında ortaokul öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel akıl yürütmelerinin incelenmesi. Yüksek lisans tezi, Dicle Üniversitesi, Diyarbakır.
- Demir, M., & Zengin, Y. (2023). Investigation of generalisation processes of secondary school students using multiple representations in a pattern task. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 56(3), 417–444. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2023.2240795>
- Dışbudak-Kuru, Ö., & Işıksal-Bostan, M. (2023). Supporting the development of preservice teachers' mathematical connection skills in a teacher education programme. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(8), 1393–1419. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2022.2158381>
- Dikovic, L. (2009). Implementing dynamic mathematics resources with GeoGebra at the college level. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*, 4(3), 51–54. <https://doi.org/10.3991/ijet.v4i3.901>
- Dolores Flores, C., & García-García, J. (2017). Conexiones intramatemáticas y extramatemáticas que se producen al resolver problemas de cálculo en contexto: un

- estudio de casos en el nivel superior. *Bolema Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 158–180. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a08>
- Dolores-Flores, C., Rivera-López, M. I., & García-García, J. (2019). Exploring mathematical connections of pre-university students through tasks involving rates of change. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 50(3), 369–389. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1507050>
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Duval, R. (2017). *Understanding the mathematical way of thinking – The registers of semiotic representations* (T. M. M. Campos, Ed.). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-56910-9>
- Eli, J. A., Mohr-Schroeder, M. J., & Lee, C. W. (2011). Exploring mathematical connections of prospective middle-grades teachers through card-sorting tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 23(3), 297–319. <https://doi.org/10.1007/s13394-011-0017-0>
- Eli, J. A., Mohr-Schroeder, M. J., & Lee, C. W. (2013). Mathematical connections and their relationship to mathematics knowledge for teaching geometry. *School Science and Mathematics*, 113(3), 120–134. <https://doi.org/10.1111/ssm.12009>
- Erbaş, A. K., & Yenmez, A. A. (2011). The effect of inquiry-based explorations in a dynamic geometry environment on sixth grade students' achievements in polygons. *Computers & Education*, 57(4), 2462–2475. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2011.07.002>
- Erez, M. M., & Yerushalmy, M. (2006). "If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle..." Young students experience the dragging tool. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11(3), 271–299. <https://doi.org/10.1007/s10758-006-9106-7>
- Evitts, T. A. (2004). *Investigating the mathematical connections that preservice teachers use and develop while solving problems from reform curriculum*. Doctoral dissertation, The Pennsylvania State University.
- Foster, J. K. (2021). *Prospective secondary mathematics teachers' pedagogical considerations of mathematical connections*. Doctoral dissertation, University of Georgia.
- Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3–20. <https://doi.org/10.1080/14794800008520167>
- Furner, J. M., & Marinas, C. A. (2020). Teaching math with GeoGebra while developing a passion for photography. *Proceedings of the 32nd International Conference on Technology in Collegiate Mathematics (ICTCM)*, 1–17. <https://www.pearson.com/content/dam/one-dot-com/one-dot-com/us/en/files/ICTCM20-Proceedings-Furner-Marinas.pdf>
- Gainsburg, J. (2008). Real-world connections in secondary mathematics teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(3), 199–219. <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9070-8>

- García-García, J. (2023). Mathematical understanding based on the mathematical connections made by Mexican high school students regarding linear equations and functions. *The Mathematics Enthusiast*, 21(3), 673–718. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1646>
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2018). Intra-mathematical connections made by high school students in performing calculus tasks. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(2), 227–252. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1355994>
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2021a). Pre-university students' mathematical connections when sketching the graph of derivative and antiderivative functions. *Mathematics Education Research Journal*, 33(1), 1–22. <https://doi.org/10.1007/s13394-019-00286-x>
- García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2021b). Exploring pre-university students' mathematical connections when solving Calculus application problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(6), 912–936. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1729429>
- Goldenberg, E. P., Cuoco, A. A., & Mark, J. (1998). A role for geometry in general education. In R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), *Designing learning environments for developing understanding of geometry and space* (pp. 1–14). Lawrence Erlbaum Associates.
- Granberg, C., & Olsson, J. (2015). ICT-supported problem solving and collaborative creative reasoning: Exploring linear functions using dynamic mathematics software. *Journal of Mathematical Behavior*, 37, 48–62. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.11.001>
- Haciomeroglu, E. S., Bu, L., Schoen, R. C., & Hohenwarter, M. (2009). Learning to develop mathematics lessons with GeoGebra. *MSOR Connections*, 9(2), 24–26. <https://doi.org/10.11120/msor.2009.09020024>
- Hatisaru, V. (2023). Mathematical connections established in the teaching of functions. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, 41(3), 207–227. <https://doi.org/10.1093/teamat/hrac013>
- Hatisaru, V., Stacey, K., & Star, J. (2024). Mathematical connections in preservice secondary mathematics teachers' solution strategies to algebra problems. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 25, 33–55. <https://doi.org/10.35763/aiem25.6354>
- Healy, L., & Hoyles, C. (2002). Software tools for geometrical problem solving: Potentials and pitfalls. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 235–256. <https://doi.org/10.1023/a:1013305627916>
- Henningesen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524–549. <https://doi.org/10.2307/749690>
- Hernández-Yañez, M. E., García-García, J., & Campo-Meneses, K. G. (2023). Mathematical connections skills associated with the concept of quadratic equation established by prospective Mexican mathematics teachers. *Uniciencia*, 37(1), 228–253. <https://doi.org/10.15359/ru.37-1.13>

- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In: D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65–92). New York: Macmillan.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–404). NCTM.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1–27). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., Olivier, A., & Human, P. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Heinemann.
- Hitt, F. (2011). Construction of mathematical knowledge using graphic calculators (CAS) in the mathematics classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(6), 723–735.
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2011.583364>
- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational Studies in Mathematics*, 88(2), 201–219.
<https://doi.org/10.1007/s10649-014-9578-7>
- Hitt, F., Saboya, M., & Cortés, C. (2017a). Task design in a paper and pencil and technological environment to promote inclusive learning: An example with polygonal numbers. In G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini, & U. Gellert (Eds.), *Mathematics and technology: A C.I.E.A.E.M. sourcebook* (pp. 57–74). Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-51380-5_4
- Hitt, F., Saboya, M., & Cortés-Zavala, C. (2017b). Rupture or continuity: The arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environment. *Educational Studies in Mathematics*, 94(1), 97–116.
<https://doi.org/10.1007/s10649-016-9717-4>
- Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126–131. <https://www.bsrlm.org.uk/wp-content/uploads/2016/02/BSRLM-IP-27-3-22.pdf>
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). Teaching and learning calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. In *Proceedings of the 11th International Congress on Mathematical Education (ICME 11)* (pp. 1–9). Universidad Autónoma de Nuevo León.
https://www.researchgate.net/publication/228869636_Teaching_and_Learning_Calculus_with_Free_Dynamic_Mathematics_Software_GeoGebra
- Hohenwarter, M., Jarvis, D., & Lavicza, Z. (2009). Linking geometry, algebra, and mathematics teachers: GeoGebra software and the establishment of the International GeoGebra Institute. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 16(2), 83–86.

- Jailani, R., Retnawati, H., Apino, E., & Santoso, A. (2020). High school students' difficulties in making mathematical connections when solving problems. *International Journal of Learning, Teaching and Educational Research*, 19(8), 255–277. <https://doi.org/10.26803/ijlter.19.8.14>
- Jatjariska, I. G. A., & Astawa, I. W. P. (2020, Temmuz). The influence of Knisley Mathematical Learning Model with Geogebra towards mathematical connection and mathematical disposition. *Journal of Physics: Conference Series*, 1503(1), 012013. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1503/1/012013>
- Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1), 55–85. <https://doi.org/10.1023/a:1012789201736>
- Jones, K. (2005). Research on the use of dynamic geometry software: Implications for the classroom. In J. Edwards & D. Wright (Eds.), *Integrating ICT into the Mathematics Classroom* (pp. 27–29). Derby: Association of Teachers of Mathematics.
- Lawson, M. J., & Chinnappan, M. (2000). Knowledge connectedness in geometry problem solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 26–43. <https://doi.org/10.2307/749818>
- Lehmann, T. H. (2023). Learning to measure the area of composite shapes. *Educational Studies in Mathematics*, 112, 531–565. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10191-z>
- Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 349–371. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9071-z>
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Sage Publications.
- Lockwood, E. (2011). Student connections among counting problems: An exploration using actor-oriented transfer. *Educational Studies in Mathematics*, 78(3), 307–322. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9320-7>
- McMillan, J., & Schumacher, S. (2014). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7th ed.). Boston, MA: Pearson.
- Mhlolo, M. K. (2012). Mathematical connections of a higher cognitive level: A tool we may use to identify these in practice. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 16(2), 176–191. <https://doi.org/10.1080/10288457.2012.10740738>
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Matematik dersi (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınevi.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024a). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2024b). *Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Öğretim Programları Ortak Metni*. Ankara: Millî Eğitim Bakanlığı Yayınları.

- Mosvold, R. (2008). Real-life connections in Japan and the Netherlands: National teaching patterns and cultural beliefs. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 9(1), 1–15.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- Özcan, Ş., & Zengin, Y. (2023). Matematiksel ilişkilendirme becerisini geliştirmede teknoloji kullanımı. In H. Y. Mumcu, A. Osmanoglu, & H. Korkmaz (Eds.), *Matematik eğitiminde ilişkilendirme* (ss. 203–297). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Özçakir, B., & Çakiroğlu, E. (2019). Effects of dynamic geometry activities on seventh graders' achievement in area of quadrilaterals. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20(2), 257–271.
- Özerem, A. (2012). Misconceptions in geometry and suggested solutions for seventh grade students. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 55, 720–729. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.557>
- Özgen, K. (2013a). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirmeye yönelik görüş ve becerilerinin incelenmesi. *Journal of Turkish Studies*, 8(8), 2001–2020. <https://doi.org/10.7827/TurkishStudies.5321>
- Özgen, K. (2013b). Problem çözme bağlamında matematiksel ilişkilendirme becerisi: Öğretmen adayları örneği. *Education Sciences*, 8(3), 323–345. <https://doi.org/10.12739/NWSA.2013.8.3.1C0590>
- Özgen, K. (2016, Mayıs). Designing effective problem-based learning (PBL) problems: The sample of mathematics course. In *International Conference on Research in Education and Science* (ss. 235–245). ICRES Publishing.
- Özgen, K. (2019). Öğretmen adaylarının matematiği farklı disiplinler ile ilişkilendirme etkinlikleri tasarlama becerileri. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(1), 101–118. <https://doi.org/10.17679/inuefd.363984>
- Özkan, M., & Bal, A. P. (2017). Analysis of the misconceptions of 7th grade students on polygons and specific quadrilaterals. *Eurasian Journal of Educational Research*, 67, 161–182. <https://doi.org/10.14689/ejer.2017.67.10>
- Pambudi, D. S., Budayasa, I. K., & Lukito, A. (2020). The role of mathematical connections in mathematical problem solving. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 14(2), 129–144. <https://doi.org/10.22342/jpm.14.2.11496.129-144>
- Pedersen, M. K., Bach, C. C., Gregersen, R. M., Højsted, I. H., & Jankvist, U. T. (2021). Mathematical representation competency in relation to use of digital technology and task design—A literature review. *Mathematics*, 9(4), 444. <https://doi.org/10.3390/math9040444>
- Preiner, J. (2008). *Introducing dynamic mathematics software to mathematics teachers: The case of GeoGebra*. Doktora tezi, Salzburg Üniversitesi, Avusturya.
- Richland, L. E., Stigler, J. W., & Holyoak, K. J. (2012). Teaching the conceptual structure of mathematics. *Educational Psychologist*, 47(3), 189–203. <https://doi.org/10.1080/00461520.2012.667065>
- Rodríguez-Nieto, C. A., Rodríguez-Vásquez, F. M., & Font Moll, V. (2022). A new view about connections: The mathematical connections established by a teacher when

- teaching the derivative. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(6), 1231–1256. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1799254>
- Rodríguez-Nieto, C. A., Rodríguez-Vásquez, F. M., & Font, V. (2023). Combined use of the extended theory of connections and the onto-semiotic approach to analyze mathematical connections by relating the graphs of f and f' . *Educational Studies in Mathematics*, 114, 63–88. <https://doi.org/10.1007/s10649-023-10246-9>
- Rodríguez-Nieto, C. A., Rodríguez-Vásquez, F. M., & García-García, J. (2021). Pre-service mathematics teachers' mathematical connections in the context of problem-solving about the derivative. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 12(1), 202–220. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.797182>
- Romero Albaladejo, I. M., & García López, M. D. M. (2023). Mathematical attitudes transformation when introducing GeoGebra in the secondary classroom. *Education and Information Technologies*, 29(8), 10277–10302. <https://doi.org/10.1007/s10639-023-12085-w>
- Salgado-Beltrán, G., & García-García, J. (2024). Conexiones matemáticas utilizadas por profesores mexicanos de nivel medio superior al resolver tareas sobre la pendiente. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 18(3), 255–283. <https://doi.org/10.30827/pna.v18i3.27691>
- Santos-Trigo, M. (2006). Dynamic representation, connections and meaning in mathematical problem solving. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 21–25.
- Schroeder, T. L. (1993, March). *Mathematical connections: Two cases from an evaluation of students' mathematical problem solving* [Conference presentation]. Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), Seattle, WA, United States.
- Schwalbach, E. M., & Dosemagen, D. M. (2000). Developing student understanding: Contextualizing calculus concepts. *School Science and Mathematics*, 100(2), 90–98. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2000.tb17241.x>
- Sierpinska, A. (2004). Research in mathematics education through a keyhole: Task problematization. *For the Learning of Mathematics*, 24(2), 7–15. <https://www.jstor.org/stable/40248450>
- Soucie, T., Svedrec, R., Radović, N., & Kokić, I. (2011). Teaching and assessing polygons using technology. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 18(4), 165–170. <https://doi.org/10.1740/17442710.2011.18.4.165>
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267–307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Steffe, L. P., & Ulrich, C. (2014). Constructivist teaching experiment. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_32
- Stein, M. K., & Lane, S. (1996). Instructional tasks and the development of student capacity to think and reason: An analysis of the relationship between teaching and learning in a reform mathematics project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50–80. <https://doi.org/10.1080/1380361960020103>

- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(4), 268–275. <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268>
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455–488. <https://doi.org/10.3102/00028312033002455>
- Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2007). Learning mathematics with understanding: A critical consideration of the learning principle in the principles and standards for school mathematics. *The Mathematics Enthusiast*, 4(1), 103–114. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1063>
- Sullivan, P., Borcek, C., Walker, N., & Rennie, M. (2016). Exploring a structure for mathematics lessons that initiate learning by activating cognition on challenging tasks. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 159–170. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.12.002>
- Sun, X. H. (2018). Bridging whole numbers and fractions: Problem variations in Chinese mathematics textbook examples. *ZDM – International Journal on Mathematics Education*, 51(1), 109–123. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-01013-9>
- Takači, D., Stankov, G., & Milanovic, I. (2015). Efficiency of learning environment using GeoGebra when calculus contents are learned in collaborative groups. *Computers & Education*, 82, 421–431. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2014.11.006>
- Ubuz, B., Üstün, I., & Erbaş, A. K. (2009). Effect of dynamic geometry environment on immediate and retention level achievements of seventh grade students. *Eğitim Araştırmaları – Eurasian Journal of Educational Research*, 35, 147–164. <https://hdl.handle.net/11511/55198>
- Vale, C., McAndrew, A., & Krishnan, S. (2011). Connecting with the horizon: Developing teachers' appreciation of mathematical structure. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 14(3), 193–212. <https://doi.org/10.1007/s10857-010-9162-8research.monash.edu+4link.springer.com+4dergipark.org.tr+4>
- Venturini, M., & Sinclair, N. (2017). Designing assessment tasks in a dynamic geometry environment. In A. Leung & A. Baccaglioni-Frank (Eds.), *Digital technologies in designing mathematics education tasks* (pp. 77–98). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-43423-0_5
- Webb, N. M., Franke, M. L., Johnson, N. C., Ing, M., & Zimmerman, J. (2023). Learning through explaining and engaging with others' mathematical ideas. *Mathematical Thinking and Learning*, 25(4), 438–464. <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1990744>
- Weingarden, M. (2024). The role of mathematical connections in object-level and meta-level learning: A potential lens for supporting pre-service teacher learning. *Research in Mathematics Education*, 26(2), 258–282. <https://doi.org/10.1080/14794802.2024.2371542>
- Yu, P., Barrett, J., & Presmeg, N. C. (2009). Prototypes and categorical reasoning: A perspective to explain how children learn about interactive geometry objects.

Educational Studies in Mathematics, 70(1), 39–56. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9144-2>

Zazkis, R. (2000). Factors, divisors, and multiples: Exploring the web of students' connections. *Research in Collegiate Mathematics Education IV*, 210–238.

Zengin, Y. (2018). Examination of the constructed dynamic bridge between the concepts of differential and derivative with the integration of GeoGebra and the ACODESA method. *Educational Studies in Mathematics*, 99(3), 311–333. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9832-5>

Zengin, Y. (2019). Development of mathematical connection skills in a dynamic learning environment. *Education and Information Technologies*, 24(3), 2175–2194. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09870-x>

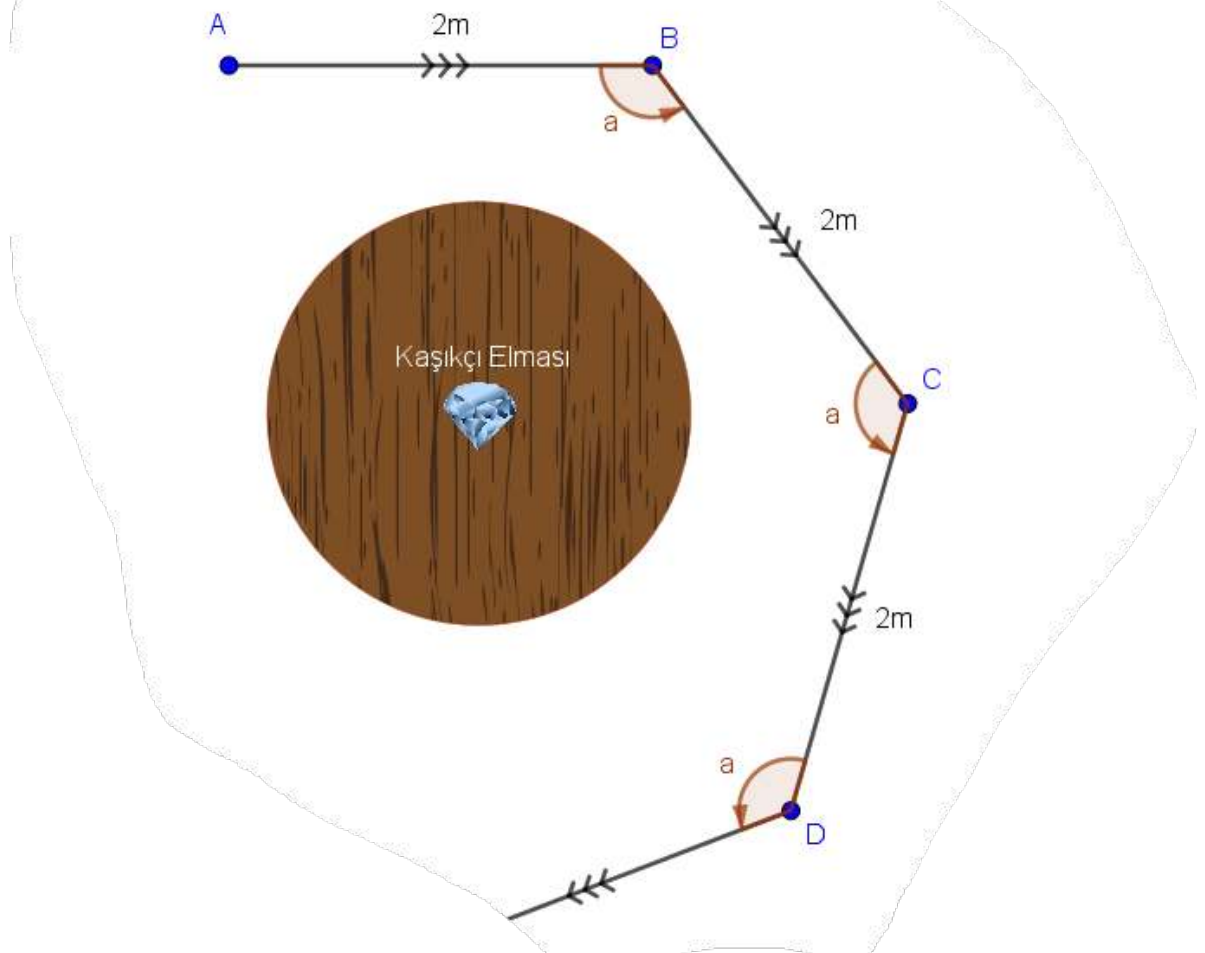


8. EKLER

EK 1 – MATEMATİKSEL ETKİNLİKLER

Etkinlik 1

Topkapı Sarayı Müzesi’nde yuvarlak bir masa üzerinde sergilenen Kaşıkçı Elmasının güvenliğini sağlamak amacıyla bir güvenlik şirketi ile anlaşma yapılmıştır. Bu şirketten kamera ve alarm sistemi bulunan bir robot satın alınmıştır. Bu robotun masa etrafında dönerek görevini yapabilmesi için göreve başladığı noktadan tekrar geçmesi gerekmektedir. Bu robot çalışmaya başladıktan sonra sürekli aynı mesafeyi gidip aynı açı ile dönmektedir. Örneğin robot A noktasında harekete başladıktan sonra sürekli 2 metre gidip a° döndüğünde aşağıdaki gibi hareket etmektedir.



G1a adlı materyali açarak robotun başlangıç noktasına toplam 2, 3, 4 ve 5 dönme yaparak ulaşması için izleyeceği yolları oluşturunuz.

- i. Farklı dönme sayıları için robotun izlediği yolları çiziniz. Robotun izlediği yollar hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır. Bu geometrik şekilleri nasıl adlandırdığınızı açıklayınız.
- ii. Bu geometrik şekilleri nasıl tanımlarsınız? Açıklayınız.
- iii. Robot sürekli aynı mesafe gitmeyerek ve aynı açı ile dönmeyerek başlangıç noktasına ulaşıyorsa hangi geometrik şekiller oluşurdu. İlk duruma göre oluşan şekillerden farkı ne olurdu?

G1b adlı materyali açarak a ve b sürgülerini hareket ettirerek robotun başlangıç noktasına ulaştığı durumlarda oluşan geometrik şekilleri belirleyiniz. Bu geometrik şekiller için aşağıdaki soruları cevaplayınız.

- iv. Bu şekillerin bir köşesinden çizilebilen tüm köşegenleri oluşturarak tabloyu doldurunuz. Geometrik şeklin bir köşesinden çizilen köşegen sayısı ile kenar sayısı arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

Şeklin Adı						
Kenar sayısı	3	4	5	6	...	n
Bir köşesinden geçen köşegen sayısı						

- v. Oluşan geometrik şekillerin bir köşesinden çizilen tüm köşegenler sonucunda oluşan üçgen sayısını ve iç açılar toplamını belirleyiniz. Oluşan geometrik şekillerin kenar sayısı ile iç açılar toplamı arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

Şeklin Adı						
Kenar sayısı	3	4	5	6	...	n
Üçgen sayısı						
İç açılar toplamı						

- vi.** Oluşan geometrik şekillerin dış açılarını oluşturarak tabloyu doldurunuz. Oluşan geometrik şekillerin kenar sayısı ile dış açıları toplamı arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

Şeklin Adı					...	
Kenar sayısı	3	4	5	6		n
Dış açıları toplamı						

- vii.** Oluşan geometrik şekillerin kenar sayısı ile bir iç açısının ölçüsü arasında bir ilişki var mıdır? Varsa bu ilişki nedir? Açıklayınız.
- viii.** Oluşan geometrik şekillerin kenar sayısı ile bir dış açısının ölçüsü arasında bir ilişki var mıdır? Varsa bu ilişki nedir? Açıklayınız.
- ix.** Robot masa etrafında beşgen bir yol boyunca hareket ederken dönme açısı değiştirilerek altıgen bir yol boyunca hareket etmesi sağlanacaktır. Dönme açısının kaç derece değişmesi gerektiğini belirleyiniz.

Etkinlik 2

Ali ve sınıf arkadaşları okulları tarafından düzenlenecek olan Uçurtma Yarışması'na katılmak için bir uçurtma yapmaya karar verirler. Uçurtmanın hangi geometrik şekle sahip olacağına karar vermek için Ali ve arkadaşları arasında aşağıdaki konuşma geçer.

Ali: Arkadaşlar dört kenarlı bir uçurtma yapmalıyız ancak bu şeklin hangi özelliklere sahip olması gerektiğinden emin değilim. Fikri olan var mı?

Buse: Benim fikrim var. Bence bu şeklin karşılıklı kenar çiftlerinden en az biri paralel olmalı.

Can: Peki öyleyse bu özellikleri sağlayan tüm şekilleri GeoGebra da oluşturalım. Daha sonra oylama yaparak bu şekillerden hangisini seçeceğimize karar veririz.

Ali ve arkadaşlarına yardımcı olmaya ne dersiniz.

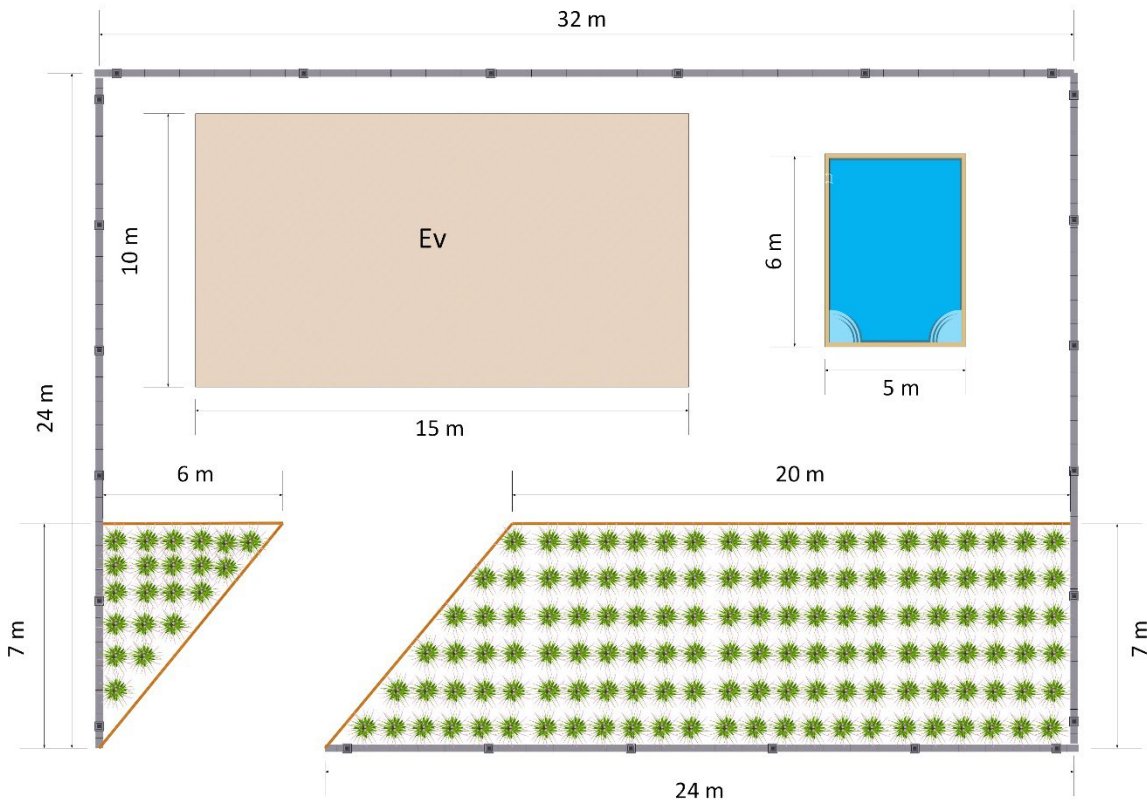
- i. Siz olsaydınız uçurtmanın hangi geometrik şekle sahip olmasını isterdiniz? Bu geometrik şekli nasıl tanımlarsınız? Açıklayınız.
- ii. Ali ve arkadaşlarının uçurtma için seçebileceği kaç farklı geometrik şekil olduğunu belirleyiniz. Bu geometrik şekilleri çizerek adlandırınız. Geometrik şekiller arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.
- iii. G2 adlı materyali açarak şeklin köşegenlerini, kenar uzunluklarını ve iç açılarını belirleyiniz. Sürgüleri hareket ettirerek farklı özelliklerde geometrik şekiller oluşturunuz. Oluşturduğunuz bu geometrik şekillerin hangi özellikleri sağladığını tabloda “+” işareti ile belirtiniz.

Özellikler Uçurtma Şekli	Kenar Çiftlerinden En Az Biri Paralel	Kenar Çiftlerinden ikisi de paralel	İç Açı Ölçüleri Eşit	İç Açı Ölçüleri 90°	Karşılıklı Kenarları Eşit	Bütün Kenarları Eşit	Köşegenler Birbirini Ortalar	Köşegenler Birbirini Dik Keser

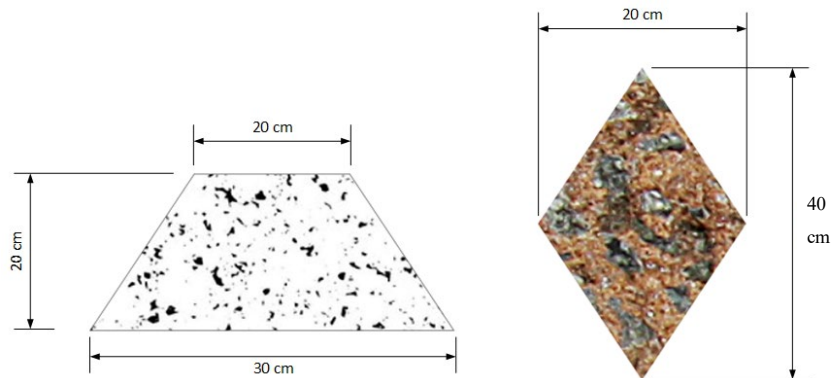
- iv. Uçurtmanın yamuk olması için tabloda verilen özelliklerden hangisini/hangilerini sağlaması yeterlidir? Tabloda belirlediğiniz geometrik şekillerden hangileri yamuktur? Neden? Açıklayınız.
- v. Uçurtmanın paralelkenar olması için tabloda verilen özelliklerden hangisini/hangilerini sağlaması yeterlidir? Tabloda belirlediğiniz geometrik şekillerden hangileri paralelkenardır? Neden? Açıklayınız.
- vi. Uçurtmanın eşkenar dörtgen olması için tabloda verilen özelliklerden hangisini/hangilerini sağlaması yeterlidir? Tabloda belirlediğiniz geometrik şekillerden hangileri eşkenar dörtgendir? Neden? Açıklayınız.
- vii. Ali ve arkadaşları paraşütün köşegenlerini oluşturan çıtaları birbirine dik olacak şekilde oluşturmaya karar verirler. Bu durumda hangi geometrik şekle sahip uçurtmaları seçebilirler? Açıklayınız.
- viii. Ali ve arkadaşları uçurtmayı köşegenlerinin kesiştiği nokta tüm köşelere eşit uzunlukta olacak şekilde belirlemeye karar verir. Bu durumda oluşacak geometrik şekli GeoGebra üzerinde oluşturunuz. Hangi geometrik şekiller oluşur? Açıklayınız
- ix. Ali ve arkadaşları karşılıklı açıları eşit olan bir uçurtma şekli belirlemeye karar verir. Bu açılardan birini 80° olarak belirlerler.
 - a. Bu geometrik şeklin diğer açıları kaç derece olmalıdır?
 - b. Bu geometrik şekle sahip bir paraşütün kenarları için kaç farklı uzunluğa sahip çıta kullanılmalıdır?

Etkinlik 3

Bir arkadaşınız köydeki arsasına bir ev yapmaya karar verir. Yapacağı evin planını Şekil 1’de gösterildiği gibi oluşturduktan sonra ev, yeşil alan ve havuz dışında kalan kısmı bahçe taşları ile süslemeye karar verir. İnternette yaptığı araştırmalar sonucunda aşağıda Şekil 2’de gösterilen iki farklı kaldırım taşını kullanarak bu alanı süsleme kararı alır. Ancak bu bahçe taşlarından kaçar adet sipariş vermesi gerektiğini bilemez. Bu konuda arkadaşınıza yardımcı olabilmek için aşağıdaki soruları inceleyiniz.



Şekil 1. Ev Planı



Şekil 2. Bahçe taşları

- i. Ev planını inceleyiniz. Bahçe taşlarının döşeneceği alanı nasıl bulursunuz? Açıklayınız.
- ii. **G3a** adlı GeoGebra materyalini açarak bahçe taşları ile aynı olan geometrik şekilleri inceleyiniz. Bahçe taşları hangi geometrik şekillerden oluşmaktadır? Açıklayınız.
- iii. GeoGebra üzerinde bu geometrik şekilleri kullanarak yüzeyi süslemeye çalışınız. Bu şekillerle süslediğiniz bir yüzeyin alanını nasıl bulurdunuz? Açıklayınız.
- iv. **G3b** adlı GeoGebra materyalini açınız. GeoGebra üzerinde geometrik şeklin noktalarını sürükleyerek farklı büyüklüğe sahip şekiller oluşturunuz. Bu şekillerin alanını nasıl bulursunuz? Açıklayınız.
- v. **G3c** adlı GeoGebra materyalini açınız. GeoGebra üzerinde geometrik şeklin noktalarını sürükleyerek farklı büyüklüğe sahip şekiller oluşturunuz. Bu geometrik şeklin alanı ile paralel olan kenar uzunlukları ve bu kenarlara ait yükseklik arasında nasıl bir ilişki vardır? Açıklayınız.

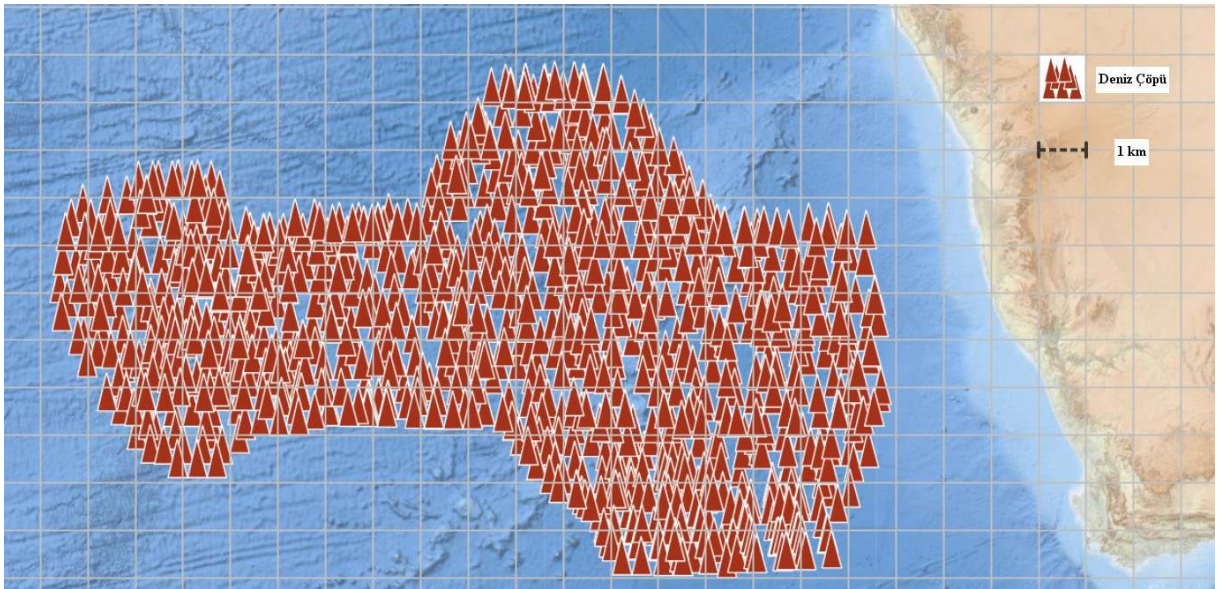
Paralel olan kenar uzunlukları	Bu kenarlara ait yükseklik	Yamuğun alanı

- vi. Arkadaşınızın sipariş vermesi gereken bahçe taşı miktarını belirleyiniz.

Etkinlik 4

Deniz çöpleri, günümüzde okyanusların karşı karşıya olduğu en önemli sorunlardan biridir. Okyanuslarda yer alan deniz çöpleri gezegenimiz için büyük bir tehlike oluşturmaktadır. Deniz çöplerini önlemek, izlemek ve temizlemek için birçok teknolojik çözümler üretilmektedir. Bunlardan biri de denizlerde yer alan çöplerin bulundukları alanı tespit etmek için uydu görüntülerinden faydalanmaktır. Böylece bölgede yer alan deniz çöplerinin kapladığı alan bulunmakta ve yaklaşık çöp miktarı hesaplanmaktadır.

Şekil 1’de yer alan görsel, deniz çöplerinin bulunduğu bir bölgeye ait uydu görüntüsünü vermektedir.



Şekil 1

G4 adlı materyali açarak inceleyiniz ve aşağıdaki soruları cevaplarken bu materyali kullanınız.

- i. Şekil 1’de verilen bölgedeki çöp miktarını yaklaşık olarak bulmanız gerekiyor. Bu bölgedeki çöp miktarını bulmak için bir yol belirleyiniz ve matematikteki hangi konulardan faydalanmanız gerektiğini nedeniyle açıklayınız.
- ii. Deniz çöplerinin bulunduğu bölgeyi içine alan bir dikdörtgen çiziniz. Bu dikdörtgenden faydalanarak bu bölgenin alanını nasıl bulurdunuz? Açıklayınız.
- iii. Deniz çöplerinin bulunduğu bölgeyi en az sayıda üçgensel ve dörtgensel bölgelere ayırınız. Her bir bölgenin alanını hesaplayınız. Deniz çöplerinin bulunduğu bölgenin alanı ne olur? Açıklayınız.

- iv. 1km² alana sahip bölgede yaklaşık olarak 13.000 adet çöp biriktiği bilinmektedir. Buna göre yukarıda *Şekil 1* 'de verilen alanda yaklaşık olarak ne kadar çöp biriktiğini tespit ediniz.



Etkinlik 5

Halı restorasyonu, tarihi veya kültürel değere sahip halıların özgün biçimlerini koruyacak şekilde yenileme ve onarma işlemidir. Halı restorasyonu halının yüzeyi veya kenarları üzerinde yapılmaktadır. Bir halı restorasyon firmasının yüzey ve kenarlara yönelik restorasyon ücret tarifesini aşağıda vermiştir.

Yüzey Restorasyonu m ² ücreti	Kenar Restorasyonu m ücreti
800 TL	300 TL

Bu restorasyon firması aynı alana sahip farklı dikdörtgen halıların ücretlerini gösteren bir tablo hazırlayacaktır. Aşağıdaki soruları cevaplayarak bu firmaya yardımcı olunuz.

- Aynı alana sahip olan ancak kenar uzunlukları farklı olan halılar olabilir mi? Açıklayınız. Cevabınız evet ise örnek veriniz.
- G5** adlı GeoGebra materyalini açarak dikdörtgen halının kenarlarını ve alanını ölçünüz. a sürgüsünü hareket ettirdiğinizde oluşan dikdörtgen halıların hangi özellikleri sabit kalıp hangi özellikleri değişmektedir? Açıklayınız.
- Bu firma bir halının tamamının yüzey restorasyonunu 19.200 TL'ye yapmaktadır. Yüzey restorasyonu bu fiyata yapılabilecek halıları çizerek gösteriniz. Bu halıların kenar restorasyonunun ne kadara yapılacağını belirleyiniz.
- 60 m² alana sahip bir halının kenar uzunluklarının hangi tamsayılar olabileceğini bularak tabloyu doldurunuz. Sizce aynı alana sahip farklı dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını hangi konu yardımıyla tespit edebiliriz? Açıklayınız

Halının Alan	Kenar Uzunlukları		Çevre	Kenar Restorasyon Ücreti	Yüzey Restorasyon Ücreti
60 m ²					

- v. **G5** adlı GeoGebra materyalini açarak aynı alana sahip farklı dikdörtgenleri inceleyiniz. Bu firma, alanı aynı olan halılardan kenar ölçüleri arasında nasıl bir ilişki olan halılardan daha az ücret alır? Açıklayınız.



EK 2 – ETİK KURUL İZİN BELGESİ

Evrak Tarih ve Sayısı: 08/05/2023-490491

Evrak Tarih ve Sayısı: 05/05/2023-489231

	DİCLE ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU PROJE ONAY BELGESİ FORMU (EK 4)

Üniversitemiz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı 22978018 numaralı tezli yüksek lisans öğrencisi olan Renas ŞEKER'in "GeoGebra destekli ACODESA metodu ile ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi" başlıklı çalışması, Dicle Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Yönergesi uyarınca değerlendirilmiştir.

SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER ETİK KURULU KARARI (Etik Kurul tarafından doldurulacaktır)	
Başvuru formunun Etik Kurula ulaştığı tarih	24/04/2023-483795
Etik Kurul Karar toplantı tarihi ve karar sayısı	28.04.2023—133
☒ XProje etik açısından uygun bulunmuştur. ☐ Proje etik açısından geliştirilmesi gerekmektedir. Açıklama:	
☐ Proje etik açısından uygun bulunmamıştır. Açıklama:	

Prof. Dr. H. Musa BAĞCI
BAŞKAN

Prof. Dr. Hasan TANRIVERDİ
ÜYE

Prof. Dr. Mehmet Mesut ERGİN
ÜYE

Prof. Dr. Kemal ÖZGEN
ÜYE

Prof. Dr. Mehmet Halis ÖZER
ÜYE

Prof. Dr. Bahar BURTAN DOĞAN
ÜYE

Prof. Dr. Oktay BOZAN
ÜYE

ASLI GİBİDİR

HKM-FRM-499/00

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Evrak Tarih ve Sayısı: 08/05/2023-490491



T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Hukuk Müşavirliği



Sayı : E-14679147-663.05-490491
Konu : İnceleme (Projenin Değerlendirilmesi)

08/05/2023

Sayın RENAS ŞEKER

"GeoGebra destekli ACODESA metodu ile ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi" başlıklı çalışmanız Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Çalışma ve Yayın Etiği Yönergesi uyarınca Üniversitemiz Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Başkanlığı tarafından değerlendirilmiş olup söz konusu çalışmanın bilimsel etik açısından uygun olduğuna ilişkin Üniversitemiz Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu Başkanlığı kararı Üniversitemiz Rektörlük Makamının 05.05.2023 tarih ve 489231 sayılı Olur'u ile uygun görülmüştür.

Bilgilerini rica ederim.

Av. Rengin AVCI
Hukuk Müşaviri V.

Ek: İlgili Belgeler(1 sayfa)

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu :BSEZ9188Z8 Pin Kodu :01452
Adres:Dicle Üniversitesi Rektörlüğü, 21280-Diyarbakır
Telefon:+90 412 241 10 00 Faks:+90 412 241 10 56
e-Posta:gensek@dicle.edu.tr Elektronik Ağ:http://www.dicle.edu.tr
Kep Adresi: dicleuniversitesi@hs01.kep.tr

Belge Takip Adresi : <https://turkiye.gov.tr/ebd?eK=5539&eD=BSEZ9188Z8&eS=490491>

Bilgi için: Erkan Seyrek
Unvanı: Büro Personeli



Tel No: 2237

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

EK 3 – ARAŞTIRMA UYGULAMA İZNİ

Evrak Tarih ve Sayısı: 22/09/2023-567448



T.C.
DİCLE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜ
Eğitim Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü



Sayı : E--044-567448
Konu : Anketler (Renas ŞEKER)

22/09/2023

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI BAŞKANLIĞINA

Matematik Eğitimi Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Öğrencisi Renas ŞEKER'in "GeoGebra Destekli ACODESA Metodu İle Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Matematiksel İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi" konulu araştırma çalışmasını İlimize bağlı [REDACTED] öğrencilerine uygulama talebi ile ilgili gelen cevabı yazı ekte sunulmuştur.

Gereğini bilgilerinize rica ederim

Dr. Öğr. Üyesi Mehmet BARS
Enstitü Müdürü V.

Ek: 2 sayfa

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Belge Doğrulama Kodu : *BSRCTVENYZ* Pin Kodu : 84623

Belge Takip Adresi :

<https://turkiye.gov.tr/ebd?eK=5539&eD=BSRCTVENYZ&eS=567448>

Adres:Dicle Üniversitesi Rektörlüğü, 21280-Diyarbakır
Telefon:+90 412 241 10 00 Faks:+90 412 248 82 16
e-Posta:gensek@dicle.edu.tr Elektronik Ağ:http://www.dicle.edu.tr
Kep Adresi: dicleuniversitesi@hs01.kep.tr

Bilgi için: Semih Akman
Unvanı: İdari Büro Görevlisi



Tel No: 8494

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Evrak Tarih ve Sayısı: 22/09/2023-567448
Evrak Tarih ve Sayısı: 19/09/2023-566076



T.C.
DİYARBAKIR VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-30769799-44-84335809
Konu : Araştırma İzni (Renas ŞEKER)

18.09.2023

DİCLE ÜNİVERSİTESİ REKTÖRLÜĞÜNE
(Öğrenci İşleri Daire Başkanlığı)

İlgi : 23/08/2023 tarih ve 549792 sayılı yazınız.

Üniversiteniz Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Öğrencisi Renas ŞEKER'in "GeoGebra Destekli ACODESA Metodu İle Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Matematiksel İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi" konulu araştırma çalışmasını ilimize bağlı Çınar ilçesine bağlı [REDACTED] öğrencilerine uygulama talebi 18.09.2023 tarih ve 84186769 sayılı müdürlük onayı ile uygun görülmüştür.

Bilgilerinize arz ederim.

Mehmet BULUT
Müdür a.
İl Millî Eğitim Müdür Yard.

Ek:

1- Müdürlük Onayı

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : şehitlik mahallesi mehmet akif ersoy bulvarı eski eğitim fakültesi binası
Telefon No : 0 (412) 322 22 35
E-Posta: arge21@meh.gov.tr
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>
Bilgi için: Nevin KAÇMAZ
Unvan : Memur
İnternet Adresi: Faks:

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrak.sorgu.meb.gov.tr> adresinden 2b62-76cd-364f-9ffe-385a kodu ile teyit edilebilir.

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Evrak Tarih ve Sayısı: 22/09/2023-567448



T.C.
DİYARBAKIR VALİLİĞİ
İl Milli Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-30769799-44-84186769
Konu : Araştırma İzni (Renas ŞEKER)

18.09.2023

MÜDÜRLÜK MAKAMINA

- İlgi: a) MEB Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21/01/2020 tarih ve 1563890 sayılı 2020/2 Nolu Genelgesi
b) Dicle Üniversitesi Rektörlüğünün 23/08/2023 tarih ve 549792 sayılı yazısı.

Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı Matematik Eğitimi Bilim Dalı Tezli Yüksek Lisans Öğrencisi Renas ŞEKER'in "GeoGebra Destekli ACODESA Metodu İle Ortaokul Öğrencilerinin Çokgenler Konusundaki Matematiksel İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi" konulu araştırma çalışmasını İlimize bağlı [REDACTED] öğrencilerine uygulama talebi ilgi (b) yazıda belirtilmektedir.

Söz konusu araştırma çalışmasının Türkiye Cumhuriyeti Anayasası, Milli Eğitim Temel Kanunu ile Türk Milli Eğitiminin Genel amaçlarına uygun olarak ilgili yasal düzenlemelerde belirtilen ilke, esas ve amaçlara aykırılık teşkil etmeyecek şekilde gönüllülük esasına bağlı olarak yapılması uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görülmesi halinde olurlarınıza arz ederim.

Mehmet BULUT
İl Milli Eğitim Müdür Yard.

OLUR
Murat KÜÇÜKALİ
İl Milli Eğitim Müdürü

EK:

- 1- Anket Belgeleri
- 2- Değerlendirme Formu

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : şehitlik mahallesi mehmet akif ersoy bulvarı eski eğitim fakültesi Bina : Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>
Bilgi için: BİNGÖL GÜLTEKİN
Telefon No : 0 (412) 322 22 35 Unvan : İşçi
E-Posta: arge21@meb.gov.tr İnternet Adresi: Faks: _____
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrak.sorgu.meb.gov.tr> adresinden 8038-7c28-3bb1-a2df-5287 kodu ile teyit edilebilir.

Bu belge, güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

EK 4 – ETKİNLİK DEĞERLENDİRME FORMU

ETKİNLİK DEĞERLENDİRME FORMU				
KRİTERLER	Uygun	Kısmen Uygun/ Düzeltilmeli	Uygun Değil	AÇIKLAMA
Aday etkinliğin dil ve anlatımı ortaokul öğrencilerine uygun mudur?				
Aday etkinlik 7. Sınıf öğrencilerinin ön öğrenmelerine uygun mudur?				
Aday etkinlikte kullanılan tablo ve görsel konuya uygun mudur?				
Aday etkinlik 7. sınıf matematik dersi çokgenler konusunun kazanımlarına uygun mudur?				
Aday etkinlik belirtilen matematik içi ilişkilendirme türlerine uygun mudur?	Prosedürel			
	Farklı temsil			
	Çıkarımsal			
	Parça-Bütün			
	Anlamsal			
	Öğretime Yönelik			
	Özellik			
	Metaforik			
Aday etkinlik matematiği gerçek yaşam ile ilişkilendirmeye uygun mudur?				
Aday etkinlik ACODESA metodunun aşamalarına uygun mudur?				
Aday etkinlik öğrencinin ilgili kazanıma yönelik kağıt-kalem veya GeoGebra ile çizim yapmasına uygun mudur?				
Aday etkinlik ilgili kazanıma yönelik GeoGebra araçlarının doğru kullanımına uygun mudur?				

9. ÖZGEÇMİŞ

2016 yılında Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesinde başladığı Lisans eğitimini, İlköğretim Matematik Öğretmenliğini programında yaparak 2020 yılında mezun oldu. 2020 yılında Diyarbakır'ın Çınar İlçesinde ilköğretim matematik öğretmeni olarak başladığı görevine halen devam etmektedir. 2022 yılında Dicle Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Matematik Eğitimi Bilim Dalında yüksek lisans eğitimine başlamıştır.

