

T.C.
ONDOKUZ MAYIS ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İSTATİSTİK ANA BİLİM DALI



GERÇEK BİR VERİ İLE ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Yüksek Lisans Tezi

Ayhan GÜLEÇ

Danışman
Prof. Dr. Vedat SAĞLAM

SAMSUN
2023

BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI

Hazırladığım Yüksek Lisans tezinin bütün aşamalarında bilimsel etiğe ve akademik kurallara riayet ettiğimi, çalışmada doğrudan veya dolaylı olarak kullandığım her alıntıya kaynak gösterdiğimi ve yararlandığım eserlerin Kaynaklar'da gösterilenlerden oluştuğunu, her unsurun enstitü yazım kılavuzuna uygun yazıldığını ve TÜBİTAK Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu Yönetmeliği'nin 3. bölüm 9. maddesinde belirtilen durumlara aykırı davranılmadığını taahhüt ve beyan ederim.

Etik Kurul Gerekli mi ?

Evet ☐ (Gerekli ise ekler kısmına ekleyiniz)

Hayır ☒

23 /11 / 2023
Ayhan GÜLEÇ

TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI

Tez Başlığı : GERÇEK BİR VERİ İLE ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİNİN
KARŞILAŞTIRILMASI

Yukarıda başlığı belirtilen tez çalışması için şahsım tarafından 14.12.2023 tarihinde intihal tespit programından alınmış olan özgünlük raporu sonucunda;

Benzerlik oranı : % 10

Tek kaynak oranı : % 2 çıkmıştır.

14 /12 / 2023
Prof. Dr. Vedat SAĞLAM

ÖZET

GERÇEK BİR VERİ İLE ÖRNEKLEME YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Ayhan GÜLEÇ

Ondokuz Mayıs Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

İstatistik Ana Bilim Dalı

Yüksek Lisans, Kasım/2023

Danışman: Prof. Dr. Vedat SAĞLAM

Bu çalışmada bir çok araştırmada kullanılan Basit Rasgele Örneklem, Tabakalı Rasgele Örneklem, Tek Aşamalı Küme Örneklemesi ve İki Aşamalı Küme Örneklemesi ele alındı. Bu bağlamda Ondokuz Mayıs Üniversitesindeki bölümlerde okuyan ortalama öğrenci sayısı yukarıda verilen yöntemlere göre tahmin edildi ve tahmin edicilerin varyansları hesaplandı. Tabakalı Rasgele Örneklem ile yapılan tahmin edicinin varyansının diğer tahmin edicilerin varyanslarından daha küçük olduğu görüldü. Tabakalı Rasgele Örneklem ile seçilen örneklemin tabakalara dağıtımında ise Neyman dağıtımı kullanıldı. Daha sonra tahmin edicilerin parametrelerinin güven aralıkları bu dört farklı yöntemle göre verildi. Dolayısıyla Tabakalı Rasgele Örneklem ile tahmin edilen parametre diğer yöntemler için bulunan güven aralıklarına göre daha dar bir alanda elde edildi.

Anahtar Sözcükler: Tabakalı Rasgele Örneklem, Küme Örneklemesi, Örneklem Genişliği, Neyman Dağıtımı, Güven Aralığı

ABSTRACT

COMPARİSON OF SAMPLİNG METHODS WİTH REAL DATA

Ayhan GÜLEÇ
Ondokuz Mayıs University
Institute of Graduate Studies
Department of Statistics
Master, November/2023
Supervisor: Prof. Dr. Vedat SAĞLAM

In this study, Simple Random Sampling, Stratified Random Sampling, One-Stage Cluster Sampling and Two-Stage Cluster Sampling, which are used in many studies, were discussed. In this context, the average number of students studying in departments at Ondokuz Mayıs University was estimated according to the methods given above and the variances of the estimators were calculated. It was observed that the variance of the estimator made with Stratified Random Sampling was smaller than the variances of other estimators. Neyman distribution was used to distribute the sample selected by Stratified Random Sampling to the strata. Then, the confidence intervals of the parameters of the estimators were given according to these four different methods. Therefore, the parameter estimated by Stratified Random Sampling was obtained in a narrower area than the confidence intervals found for other methods.

Keywords: : Stratified Random Sampling, Cluster Sampling, Sample Size, Neyman Allocation, Confidence İnterval

ÖN SÖZ VE TEŞEKKÜR

Yüksek Lisans eğitimim boyunca ve tez çalışmamın her aşamasında bana desteğini ve yardımını esirgemeyen, olumlu tavırlarıyla beni cesaretlendiren değerli tez danışmanım Prof. Dr. Vedat SAĞLAM'a, bu süreç boyunca desteklerini ve teşviklerini sürekli hissettiğim ailem ve arkadaşlarıma teşekkür ederim.

Ayhan GÜLEÇ



İÇİNDEKİLER

TEZ KABUL VE ONAYI	i
BİLİMSEL ETİĞE UYGUNLUK BEYANI	ii
TEZ ÇALIŞMASI ÖZGÜNLÜK RAPORU BEYANI	ii
ÖZET	iii
ABSTRACT	iv
ÖNSÖZ VE TEŞEKKÜR	v
İÇİNDEKİLER	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR	vii
TABLolar DİZİNİ	viii
1. GİRİŞ	1
2. BASİT RASGELE ÖRNEKLEME	2
2.1. Kitle Ortalaması ve Toplamının Tahmin Edicileri.....	2
2.2. Kitle Ortalaması ve Toplamının Tahmin Edicilerinin Varyansları ve Bunların Tahmin Edicileri.....	3
2.3. Örneklem Büyüklüğünün Tahmini	4
3. TABAKALI RASGELE ÖRNEKLEME.....	5
3.1. Kitle Ortalaması ve Toplamının Tahmin Edicileri.....	5
3.2. Kitle Ortalaması ve Toplamı Tahmin Edicilerinin Varyansları ve Bunların Tahmini..	8
3.3. Örneğin Paylaştırılması.....	11
3.1.1. Eşit Paylaştırma	12
3.3.2. Orantılı Paylaştırma	12
3.3.3. En Uygun Paylaştırma	12
3.3.4. Neyman Paylaştırma	13
4. KÜME ÖRNEKLEMESİ.....	14
4.1. Kitle Toplamı, Ortalaması ve Kitledeki Herhangi Bir Kümenin Ortalamasının Tahmin Edicileri.....	15
4.2. Kitle Toplamının, Küme Başına Ortalamanın ve Kitle Ortalamasının Tahmin Edicilerinin Varyansı ve Bunların Tahmin Edicileri	18
5. UYGULAMA	21
6. SONUÇ VE ÖNERİ	32
KAYNAKLAR	34
ÖZGEÇMİŞ.....	35

SİMGELER VE KISALTMALAR

BÖB	: Birincil Örneklem Birimi
BRÖ	: Basit Rastgele Örneklem
İKÖ	: İki Aşamalı Küme Örneklemesi
İÖB	: İkincil Örneklem Birimi
KÖ	: Küme Örneklemesi
MÖS	: Mümkün Örnek Sayısı
TRÖ	: Tabakalı Rasgele Örneklem
TÖ	: Tabakalı Örneklem



TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 3.1. Kitlenin tabakalara ayrılması	6
Tablo 3.2. Örneklemin tabakalara ayrılması	7
Tablo 4.1. Kitlerdeki herhangi bir birimin örnekleme seçilme olasılığı	15
Tablo 4.2. Kitlenin kümelerle ayrılması	15
Tablo 4.3. Kitlerden örnekleme seçilen kümeler	16
Tablo 4.4. Kitlerden örnekleme seçilen kümelerden örneğe seçilen iöb'ler	16
Tablo 5.1. BRÖ yöntemi uygulanarak seçilen örneklem	21
Tablo 5.2. TRÖ yöntemi uygulanarak önlisans bölümlerinden seçilen örneklem birimleri	23
Tablo 5.3. TRÖ yöntemi uygulanarak lisans bölümlerinden seçilen örneklem birimleri	24
Tablo 5.4. TRÖ yöntemi uygulanarak lisansüstü bölümlerinden seçilen örneklem birimleri	25
Tablo 5.5. Örnekleme seçilen birinci küme	26
Tablo 5.6. Örnekleme seçilen ikinci küme	26
Tablo 5.7. Örnekleme seçilen üçüncü küme	26
Tablo 5.8. Örnekleme seçilen dördüncü küme	27
Tablo 5.9. Örnekleme seçilen beşinci küme	27
Tablo 5.10. Örnekleme seçilen altıncı küme	27
Tablo 5.11. Örnekleme seçilen yedinci küme	27
Tablo 5.12. Örnekleme seçilen sekizinci küme	28
Tablo 5.13. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen birinci küme	28
Tablo 5.14. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen ikinci küme	29
Tablo 5.15. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen üçüncü küme	29
Tablo 5.16. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen dördüncü küme	29
Tablo 5.17. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen beşinci küme	29
Tablo 5.18. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen altıncı küme	29
Tablo 5.19. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen yedinci küme	30
Tablo 5.20. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen sekizinci küme	30
Tablo 5.21. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen dokuzuncu küme	30
Tablo 5.22. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen onuncu küme	30
Tablo 5.23. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen on birinci küme	31
Tablo 5.24. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen on ikinci küme	31
Tablo 5.25. Ortalama, varyans ve standart hata tahminleri	32
Tablo 5.26. %95 güven düzeyinde Güven aralığı tahminleri	32

1. GİRİŞ

İstatistiksel teoride en önemli konulardan biri kitleyi en iyi biçimde temsil edecek örnekleme seçmektir. Kitleden belirli yöntemlere göre seçilen ve kitleyi en iyi biçimde temsil edecek birimlerin oluşturduğu gruba örneklem, kitleden örneklem seçme işlemine de örnekleme adı verilir. Örnekleme tespit ederken, bir hata oluşması kaçınılmazdır. Çünkü kitlenin yapısını ve kitledeki ilişkileri bütünüyle ifade edecek bir örneklem seçmek kolay değildir. Bu hatayı azaltmak için kitle dinamiklerine uygun bir örneklem seçme yöntemi belirlenmelidir. Bu örnekleme yöntemlerinden araştırma süresini ve maliyetini minimize ederken kitle parametrelerinin tahminlerini daha duyarlı elde edebilecek yöntemleri kullanmak oldukça önemlidir (Cochran, 1977).

En fazla kullanılan örneklem seçme yöntemlerinden biri basit rastgele örnekleme (BRÖ) yöntemidir. Bu yöntemde katılımcıların araştırma sürecine katılma olasılıkları eşit olmakla birlikte, kitle de homojendir (Yağar ve Dökme, 2018). Küçük boyutlu kitleler için bu yöntem ile örneklemin oluşturulması kolay olsa da daha büyük kitleler için çoğunlukla böyle örneklemelerin oluşturulması kolay olmaz. Ayrıca kitlenin geniş bir coğrafi alana yayılmış olduğu büyük çaplı araştırmalarda, rasgele olarak seçilen bireylerle görüşmek için araştırmacının uzun yolculuklar yapması gerekir. Bu durum araştırma süresini arttıracak gibi ulaşım masraflarını arttırarak, araştırmanın maliyetini de artırır. Bu bağlamda küme örnekleme (KÖ) ve tabakalı rasgele örnekleme (TRÖ) kullanılması gerekebilir. KÖ birden çok kitle birimine sahip örneklem birimlerinin örnekleme çekilmesi ile uygulanan yöntemdir. TRÖ ise ayrı ayrı bütün kitle birimleri sadece bir tabakaya ait olacak şekilde ve kitle birimlerinden hiçbirisi boşta kalmayacak şekilde, tabaka içi varyasyon mümkün olduğu kadar düşük, tabakalar arası varyasyon büyük kalacak biçimde alt kategorilere ayrılarak örneklemin her tabakadan ayrı ayrı ve bağımsız olarak çekildiği yöntemdir (Lin, 1976).

Bu çalışmanın ilk bölümünde BRÖ ile, ikinci bölümünde TRÖ ile, üçüncü bölümünde KÖ ile tahmin edicilerden bahsedilmiştir. Dördüncü bölümde Ondokuz Mayıs Üniversitesi bölümlerindeki ortalama öğrenci sayısı BRÖ, TRÖ, KÖ ve İki Aşamalı Küme Örnekleme (İKÖ) kullanılarak tahmin edilmiş ve ortalama öğrenci sayısı tahmininin varyans tahminleri karşılaştırılmıştır.

2. BASİT RASGELE ÖRNEKLEME

BRÖ, örneklem alınacak olan kitlenin her bir üyesinin eşit olasılıkla seçildiği bir örneklem yöntemidir. Bu yöntemde, her bir bireyin seçilme olasılığı diğer bireylerden farklı değildir ve örneklem büyüklüğü n , kitle büyüklüğü N 'ye göre küçük olduğunda, bu yöntem oldukça doğru sonuçlar verir (Thompson, 1945).

Kitle büyüklüğü N olan bir kitleden n birim örneklem geri yerine koymadan çekildiğinde toplam örneklem sayısı $\binom{N}{n}$ olur. Bu örneklemelerden her birinin aynı seçilme olasılığına sahip olduğu varsayılarak kullanılan örneklem yöntemi BRÖ denir. Burada her bir örneklem $\frac{1}{\binom{N}{n}}$ ve her bir örneklem birimi $\frac{n}{N}$ seçilme olasılığına sahip olur (Özden, 1977).

Kitle büyüklüğü N olan bir kitleden n , tane örneklem, geri yerine koymadan ve eşit olasılıkla çekilirse; her birim, örneklem $P_i = \frac{n}{N}$ olasılığı ile katılır. i . ve j . birimlerin aynı anda örneklemde bulunma olasılığı ise $P_{ij} = \frac{n(n-1)}{N(N-1)}$ olur. Çünkü, N birimlik bir kitleden n birimlik bir örneklem $B = \binom{N}{n}$ farklı biçimde çekilebilir. Yani örneklem uzayı $\binom{N}{n}$ 'dir. Örneklem uzayından belli bir y_i birimini içeren örneklem sayısı $\binom{N-1}{n-1}$ olacağı için, y_i biriminin örneklem seçilme olasılığı $P_i = \frac{\binom{N-1}{n-1}}{\binom{N}{n}} = \frac{n}{N}$ olur. Benzer şekilde y_i ve y_j birimlerini içeren örneklem sayısı $\binom{N-2}{n-2}$ olacağından, her iki biriminde birlikte aynı örneklemde bulunma olasılığı $P_{ij} = \frac{\binom{N-2}{n-2}}{\binom{N}{n}} = \frac{n(n-1)}{N(N-1)}$ şeklinde bulunur (Özden, 1977).

BRÖ'de her bir örneklem eşit olasılık ile seçilerek, seçilen birim geri yerine konulmadan istenilen örneklem büyüklüğü elde edilinceye kadar birer birer rasgele seçilir.

Örneklem birimlerinin seçimi için farklı yöntemler kullanılabilir. Bunlardan en basiti kura yöntemidir. (Sing ve Masuku, 2014).

2.1. Kitle Ortalaması ve Toplamının Tahmin Edicileri

$y_1, y_2, \dots, y_N$, N birimli kitle, $y_1, y_2, \dots, y_n$ ise n birimli örnek olsun. Bu durumda, kitle ortalaması;

$$\bar{Y} = \frac{1}{N}(y_1 + y_2 + \dots + y_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.1)$$

Kitle ortalamasının tahmin edicisi;

$$\bar{y} = \frac{1}{n}(y_1 + y_2 + \dots + y_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.2)$$

şeklinde olur. Örneklem ortalaması kitle ortalamasının yansız bir tahmin edicisidir ve $E(\bar{y}) = \bar{Y}$ şeklinde ifade edilir.

Kitle toplamı ise

$$Y = \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.3)$$

Kitle toplamının tahmin edicisi ise

$$\hat{Y} = N\bar{y} = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.4)$$

olur. Kitle toplamının tahmin edicisi de yansızdır. $E(\hat{Y}) = Y$ şeklinde ifade edilir (Yamane, 2001).

2.2. Kitle Ortalaması ve Toplamının Tahmin Edicilerinin Varyansları ve Bunların Tahmin Edicileri

Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansı,

$$V(\bar{y}) = E(\bar{y} - \bar{Y})^2 \quad (2.5)$$

olarak ifade edilebilir.

N birimlik kitleden BRÖ ile n birimlik bir örneklem alındığında ortalama tahmin edicisi $\bar{y}$ 'nin varyansı,

$$V(\bar{y}) = \frac{N-n}{N} \frac{S^2}{n} = (1-f) \frac{S^2}{n} \quad (2.6)$$

olur. (2.6) eşitliğinde $f = \frac{n}{N}$ oranı, örnekleme oranıdır.

$$S^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{Y})^2 / (N - 1) \quad (2.7)$$

ifadesi ise kitlede birim başına düşen varyansı ifade eder.

Kitle toplamı tahmin edicisi $\hat{Y}$ 'nin varyansı ise,

$$V(\hat{Y}) = E(\hat{Y} - Y)^2 \quad (2.8)$$

olarak ifade edilir. Buradan,

$$V(\hat{Y}) = \frac{N(N-n)}{n} S^2 = N^2(1-f) \frac{S^2}{n} \quad (2.9)$$

formülüne ulaşılabilir.

Kitle ortalaması tahmin edicisi $\bar{y}$ 'nin varyansının tahmin edicisi

$$\hat{V}(\bar{y}) = \frac{(N-n)}{N} \frac{s^2}{n} = (1-f) \frac{s^2}{n} \quad (2.10)$$

olur. Bu denklemde s^2 ifadesi

$$s^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / (n-1) \quad (2.11)$$

olarak ifade edilir (Çingir, 2009).

2.3. Örneklem Büyüklüğünün Tahmini

BRÖ'de örneklem büyüklüğü yerine koymaksızın belirlenirken

$$d^2 = z^2 \frac{s^2}{n} \frac{(N-n)}{N} \quad (2.12)$$

ifadesinde,

z : Tablo değeri

d : Belirlenen sapma değeri veya hoşgörü miktarı, olmak üzere n değeri (2.12) formülünden çekilirse,

$$n = \frac{N(zs)^2}{Nd^2 + (zs)^2} \quad (2.13)$$

olarak bulunur (Yamane, 2001).

3. TABAKALI RASGELE ÖRNEKLEME

Tabakalı Örneklem, örneklem birimlerinden herhangi biri açıkta kalmayacak biçimde ve örneklem birimlerinin sadece bir tabakaya ait olacak şekilde yer alması ve her tabaka için ayrı ayrı tahmin edicilerin hesaplanması yapılır. Bu tahmin edicilerin tabakalara göre ağırlıkları ile çarpılıp tabaka sayısına göre toplanması kitlenin tahmin edicisini verir (Etikan ve Bala, 2017). Yani her tabaka bir alt kitleymiş gibi kabul edilerek, her alt kitleden örneklem çekilmekte ve bunlara ait tahminler ayrı olarak hesaplanmaktadır. Çekilen örneklem farklı genişlikte olabileceği gibi aynı genişlikte de olabilir. Özellikle değişkenliği yüksek olan kitlelerde kullanılır. Çünkü bu kitleler bütün olarak değerlendirilip örneklem yapıldığında varyans değerleri çok büyük çıkabilir. Bu ise parametrenin çok geniş bir aralıkta tahmin edilmesine neden olur buda istenilmeyen bir durumdur. Bu durumdan kurtulmak için örneklem büyüklüğünü arttırabiliriz ancak bu durum zaman, maliyet ve iş gücü gibi ihtiyaçlar yaratabilir. Bunun yerine kitleyi kendi içinde homojen tabakalara ayırmak daha kullanışlı olacaktır (Kılıç, 2013). Dolayısıyla kitleye ait varyans küçülecek ve parametrenin daha dar bir alanda tahmin edilmesine olanak sağlayacaktır.

Kitle tabakalara ayrıldığında her tabakaya BRÖ yöntemi uygulandığında bu örneklem yöntemine TRÖ denir.

3.1. Kitle Ortalaması ve Toplamının Tahmin Edicileri

N genişliğinde bir kitlede birimler $y_1, y_2, \dots, y_N$ olsun. Kitleyi K adet kendi aralarında homojen olan tabakaya ayırılabilir ve her bir tabakada N_h adet birim olsun ($h = 1, 2, \dots, K$). Buna göre kitle genişliği

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_K = \sum_{h=1}^K N_h \quad (3.1)$$

olarak ifade edilir (Freund and Wilson, 2003).

Tablo 3.1. Kitlenin tabakalara ayrılması

Tabaka 1	Tabaka 2	...	Tabaka K
y_{1_1}	y_{2_1}	...	y_{K_1}
y_{1_2}	y_{2_2}	...	y_{K_2}
.	.	...	.
.	.	...	.
.	.	...	.
$y_{1_{N_1}}$	$y_{2_{N_2}}$	...	$y_{K_{N_K}}$

Burada, y_{h_i} h . tabakadaki i . birimin değeri ve N_h h . tabakadaki birim sayısı olmak üzere, h . tabakanın toplamı

$$y_h = y_{h_1} + y_{h_2} + \dots + y_{h_{N_h}} = \sum_{i=1}^{N_h} y_{h_i} \quad (3.2)$$

şeklinde yazılır. Bu tabakada birim başına ortalama ise

$$\bar{Y}_h = \frac{y_{h_1} + y_{h_2} + \dots + y_{h_{N_h}}}{N_h} = \frac{\sum_{i=1}^{N_h} y_{h_i}}{N_h} = \frac{y_h}{N_h} \quad (3.3)$$

şeklinde yazılır. Buradan kitle toplamı ise,

$$Y = \sum_{h=1}^K y_h = \sum_{h=1}^K \sum_{i=1}^{N_h} y_{h_i} \quad (3.4)$$

şeklinde yazılır. Kitle ortalaması ise,

$$\bar{Y}_{tb} = \frac{Y}{N} = \frac{\sum_{h=1}^K Y_h}{N} = \frac{\sum_{h=1}^K N_h \bar{Y}_h}{N} = \frac{\sum_{h=1}^K \sum_{i=1}^{N_h} y_{h_i}}{N} \quad (3.5)$$

şeklinde yazılır.

Kitle ortalaması ve toplamının tahmin edicileri ise, K tabakanın tek tek hepsinden n_h çaplı örneklem alınır. Bu örneklemin toplam genişliği,

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_K = \sum_{h=1}^K n_h \quad (3.6)$$

şeklinde olur.

Tablo 3.2. Örneklemen tabakalara ayrılması

Tabaka 1	Tabaka 2	...	Tabaka K
y_{1_1}	y_{2_1}	...	y_{K_1}
y_{1_2}	y_{2_2}	...	y_{K_2}
.	.	...	.
.	.	...	.
.	.	...	.
$y_{1_{n_1}}$	$y_{2_{n_2}}$	...	$y_{K_{n_K}}$

Çekilebilecek mümkün örneklem sayısı (MÖS),

$$MÖS = \binom{N_1}{n_1} \binom{N_2}{n_2} \dots \binom{N_K}{n_K} = \prod_{h=1}^K \binom{N_h}{n_h} \quad (3.7)$$

olur. y_{h_i} h . tabakadan örnekleme alınan i . birimin değeri ve n_h h . tabakadan örnekleme alınan birim sayısı olmak kaydı ile, h . tabakadaki örneklem toplamı,

$$y_h = y_{h_1} + y_{h_2} + \dots + y_{h_{n_h}} = \sum_{i=1}^{n_h} y_{h_i} \quad (3.8)$$

şeklinde yazılır. Bu tabakada birim başına ortalamanın tahmin edicisi ise,

$$\bar{y}_h = \frac{y_{h_1} + y_{h_2} + \dots + y_{h_{n_h}}}{n_h} = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{h_i}}{n_h} = \frac{y_h}{n_h} \quad (3.9)$$

şeklinde yazılır. Bu tahmin edici yansızdır ve $E(\bar{y}_h) = \bar{Y}_h$ şeklinde yazılır.

h . tabakanın toplamının tahmin edicisi ise

$$\hat{Y}_h = N_h \bar{y}_h \quad (3.10)$$

şeklinde yazılır. h . Tabakanın toplamı için elde ettiğimiz bu tahmin edici ise $\binom{N_h}{n_h}$ adet olası tahminden biri olur. Bu tahmin edici yansızdır ve $E(\hat{Y}_h) = Y_h$ şeklinde yazılabilir.

Kitle toplamının tahmin edicisi ise

$$\hat{Y}_{tb} = \sum_{h=1}^K \hat{Y}_h = \sum_{h=1}^K N_h \bar{y}_h = \sum_{h=1}^K N_h \frac{y_h}{n_h} = \sum_{h=1}^K N_h \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{h_i}}{n_h} \quad (3.11)$$

şeklinde yazılır. Kitle toplamı için elde bulunan bu tahmin edici ise $\prod_{h=1}^K \binom{N_h}{n_h}$ adet olası tahminden biri olur. Bu tahmin edici yansızdır ve $E(\hat{Y}_{tb}) = Y$ şeklinde yazılır.

Kitle ortalamasının tahmini ise,

$$\bar{y}_{tb} = \frac{\hat{Y}_{tb}}{N} = \frac{\sum_{h=1}^K \hat{Y}_h}{N} = \frac{\sum_{h=1}^K N_h \bar{y}_h}{N} = \frac{\sum_{h=1}^K N_h \frac{y_h}{n_h}}{N} = \frac{\sum_{h=1}^K N_h \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}}{n_h}}{N} \quad (3.12)$$

şeklinde yazılır. Kitle ortalaması için bulunan bu tahmin edicinin örnek uzayında almış olduğu değerlerin sayısı $h = \prod_{h=1}^K \binom{N_h}{n_h}$ adet olası tahminden biri olur. Bu tahmin edici yansızdır ve $E(\bar{y}_{tb}) = \bar{Y}$ şeklinde yazılır (Özdemir vd., 2015).

3.2. Kitle Ortalaması ve Toplamı Tahmin Edicilerinin Varyansları ve Bunların Tahmin Edicileri

TRÖ’de kitle toplamının varyansını elde etmek için iki farklı yöntem kullanılabilir. Bu iki yöntem ile kitle varyansının tabakalar arası ve tabakalar içi olmak üzere varyansları,

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^K \sum_{i=1}^{N_h} (y_{hi} - \bar{Y})^2 \quad (3.13)$$

veya

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{h=1}^K \sum_{i=1}^{N_h} (y_{hi} - \bar{Y})^2 \quad (3.14)$$

olarak ifade edilir. Buradan h . Tabakanın varyansı ise,

$$\sigma_h^2 = \frac{1}{N_h} \sum_{i=1}^{N_h} (y_{hi} - \bar{Y})^2 \quad (3.15)$$

veya

$$S_h^2 = \frac{1}{N_h-1} \sum_{i=1}^{N_h} (y_{hi} - \bar{Y})^2 \quad (3.16)$$

şeklinde yazılır.

Burada kitle yeterince büyük ise $N \cong N - 1$ kabul edilebileceği için $\sigma^2 = S^2$ ve benzer biçimde, tabaka (alt kitle) genişlikleri da büyük olacağından $N_h \cong N_h - 1$ şeklinde olur ve buradan $\sigma_h^2 = S_h^2$ olur. Burada σ^2 kitle varyansı, kitledeki birim

değerlerinin kitle ortalamasına göre değişimlerini, S_h^2 tabaka varyansı ise, tabakadaki birim değerlerinin tabaka ortalamasına göre değişimlerini ifade etmektedir.

Kitle varyansı tabakalar arası ve tabaka içi olmak üzere iki varyans olarak ele alınabilir. (3.13) eşitliğinden

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^K N_h \sigma_h^2 + \frac{1}{N} \sum_{h=1}^K N_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2 \quad (3.17)$$

ifadesi yazılabilir Burada

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^K N_h \sigma_h^2 \quad (3.18)$$

(3.18) eşitliği tabaka içi varyansı ifade eder.

$$\sigma_R^2 = \frac{1}{N} \sum_{h=1}^K N_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2 \quad (3.19)$$

(3.19) eşitliği ise tabakalar arası varyansı ifade eder.

TRÖ yöntemi ile daha iyi bir duyarlılık istendiği için kitle homojen tabakalara ayrılabilir. Buda tabaka içi varyansın küçük, tabakalar arası varyansın büyük olması ile sonuçlanır. Tabaka içi varyans küçük olması, kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansının da küçük olmasını sağlayacaktır.

Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansı ise,

$$V(\bar{y}_{tb}) = E(\bar{y}_{tb} - E(\bar{y}_{tb}))^2 \quad (3.20)$$

şeklinde yazılır. Burada kitle ortalamasının tahmin edicisi yansız bir istatistik olduğu için $E(\bar{y}_{tb}) = \bar{Y}$ ifadesi yerine yazıldığında,

$$V(\bar{y}_{tb}) = E(\bar{y}_{tb} - \bar{Y})^2 \quad (3.21)$$

(3.21) eşitliğinde $(\bar{y}_{tb} - \bar{Y})^2$ ifadesi tüm olası değerlerin ortalamasıdır. $N = \sum_{h=1}^K N_h$ kitleden, $n = \sum_{h=1}^K n_h$ genişlikli çekilebilecek MÖS $\prod_{h=1}^K \binom{N_h}{n_h}$ olur. Buradan kitle ortalaması tahmin edicisi için varyans ifadesi,

$$V(\bar{y}_{tb}) = \frac{1}{M\ddot{O}S} \sum_{i=1}^{M\ddot{O}S} (\bar{y}_{tb_i} - \bar{Y})^2 \quad (3.22)$$

burada MÖS ifadesini yerine yazdığımız zaman,

$$V(\bar{y}_{tb}) = \frac{1}{\prod_{h=1}^K \binom{N_h}{n_h}} \sum_{i=1}^{\prod_{h=1}^K \binom{N_h}{n_h}} (\bar{y}_{tbi} - \bar{Y})^2 \quad (3.23)$$

şeklinde yazılır. Farklı olarak daha kullanışlı olan ve tabaka özelliklerini daha iyi yansıtan yığın ortalamasının varyansı ise, (3.12) eşitliğinden,

$$\bar{y}_{tb} = \frac{N_1}{N} \bar{y}_1 + \frac{N_2}{N} \bar{y}_2 + \dots + \frac{N_K}{N} \bar{y}_K \quad (3.24)$$

elde edilir. İfade ettiğimiz $\frac{N_h}{N}$ terimine tabaka ağırlığı denip, T_h ile gösterirsek, kitle ortalamasının tahmini

$$\bar{y}_{tb} = T_1 \bar{y}_1 + T_2 \bar{y}_2 + \dots + T_K \bar{y}_K \quad (3.25)$$

şeklinde ifade edilir. Buradan her tabakadan seçilen örneklem rasgele biçimde çekildiğinden ve birbirinden bağımsız oldukları için,

$$V(\bar{y}_{tb}) = V(T_1 \bar{y}_1 + T_2 \bar{y}_2 + \dots + T_K \bar{y}_K) \quad (3.26)$$

ifadesi,

$$V(\bar{y}_{tb}) = T_1^2 V(\bar{y}_1) + T_2^2 V(\bar{y}_2) + \dots + T_K^2 V(\bar{y}_K) \quad (3.27)$$

şeklinde yazılır. Buradan yerine koymadan örnekleme için h. tabakada birim başına ortalamasının tahmin edicisinin varyansı ise

$$V(\bar{y}_h) = \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{S_h^2}{n_h} \quad (3.28)$$

şeklinde yazılır. Buradan TRÖ'de kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansını ise

$$V(\bar{y}_{tb}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^K N_h^2 \frac{(N_h - n_h)}{N_h} \frac{S_h^2}{n_h} \quad (3.29)$$

şeklinde bulunur. Eğer (3.29) eşitliğinde düzeltme terimi olan $\frac{n_h}{N_h} < 0,05$ ise $\frac{(N_h - n_h)}{N_h} \cong$

1 olarak alınır, kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansı,

$$V(\bar{y}_{tb}) = \sum_{h=1}^K \frac{(T_h S_h)^2}{n_h} \quad (3.30)$$

şeklinde yazılır.

Kitle toplamının tahmin edicisinin varyansı ise, $\frac{N_h - n_h}{N_h} \cong 1$ alırsak

$$V(\hat{Y}_{tb}) = \sum_{h=1}^K \frac{(N_h S_h)^2}{n_h} \quad (3.31)$$

şeklinde yazılır (Yamane, 2001).

Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansının tahmin edicisi,

$$s_h^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi} - \bar{y}_h)^2 \quad (3.32)$$

h. tabakanın varyansı olmak üzere,

$$\hat{V}(\bar{y}_{tb}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^k N_h^2 \frac{(N_h - n_h)}{N_h} \frac{s_h^2}{n_h} \quad (3.33)$$

Şeklinde olur.

Kitle toplamının tahmin edicisinin varyansının tahmin edici ise

$$\hat{V}(\hat{Y}_{tb}) = \sum_{h=1}^k N_h^2 \frac{N_h - n_h}{N_h} \frac{s_h^2}{n_h} \quad (3.34)$$

olarak ifade edilir (Özdemir vd., 2015).

Neyman Dağıtımı kullanılarak örneklem büyüklükleri tabakalara dağıtılsa kitle ortalamasının tahmin edicisinin en küçük varyans değeri ise ($T_h = \frac{N_h}{N}$) olmak üzere,

$$\hat{V}(\bar{y}_{tb}) = \frac{(\sum_{h=1}^k T_h s_h)^2}{n} \frac{\sum_{h=1}^k T_h s_h^2}{N} \quad (3.35)$$

şeklinde ifade edilir (Çıngı, 2009).

3.3. Örneklemin Paylaştırılması

TRÖ’de kitle parametrelerinin tahmin edicileri ve bu tahminlere ilişkin varyansların bulunabilmesi için örneklem genişliği n ve bu örneklemden tabakalara ayrılacak n_h ’ların bilinmesi gerekir. Buda örneklem seçildikten sonra tabakaları nasıl ayrılacağı sorusunu ortaya çıkarır. Burada varyansı ölçü alıp maliyeti en aza indirmeye çalışabiliriz ya da maliyeti ölçü alıp varyansı en az indirmeye çalışabiliriz (Suner vd., 2009). Örneklemin tabakalara paylaştırma işlemi için kullanılan yöntemler; eşit

paylaştırma, orantılı paylaştırma, en uygun paylaştırma ve Neyman paylaştırma olarak sıralayabiliriz (Baltacı, 2018).

3.3.1. Eşit Paylaştırma

En basit paylaştırma yöntemidir. Her tabakadan aynı sayıda örnek seçilmesi şeklinde uygulanır. Tabaka genişlikleri, varyansları ve örnek seçme maliyetinin benzer olduğu koşullarda uygulanabilir. n birimlik örneklemi kitledeki K tabakaya eşit bir biçimde paylaştırdığımız zaman her tabakadan çekilecek örnek sayısı, $n_h = \frac{n}{K}$, $h = 1, 2, \dots, K$ olur (Yamane, 2001).

3.3.2. Orantılı Paylaştırma

Bu yöntem ile n genişlikli örneği tabakadaki birim sayıları ile orantılı olarak pay etme yöntemi ile uygulanır. Örneklem oranı her tabaka için aynı olur. Orantılı paylaştırmayı tabakadaki birim sayıları arasında belirgin bir farklılık olduğunda kullanmak uygun olur. Örneklem oranını,

$$f = \frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2} = \dots = \frac{n_K}{N_K} = \frac{n}{N} \quad (3.36)$$

şeklinde ifade edebiliriz.

Bu yöntemde n gerektiği kadar büyük olursa, $V(\bar{y}_{tb})$ değeri daha küçük bir değer alabilir buda orantılı paylaştırma yöntemi ile elde edilen duyarlılığı arttıracaktır (Yamane, 2001).

3.3.3. En Uygun Paylaştırma

Bu yöntem belirli bir bütçe ile çalışılması gereken durumlarda kullanılır. Tabakalardan seçilecek örnekler maliyet dikkate alınarak seçilmelidir. n genişlikli örnekleminden belirli bir maliyet fonksiyonu ile varyansı en küçük yapacak şekilde kullanılır. Maliyet fonksiyonu,

$$c = c_0 + \sum_{h=1}^K n_h c_h \quad (3.37)$$

şeklinde tanımlanabilir. Maliyet fonksiyonunda c ifadesi toplam maliyeti, c_0 ifadesi sabit maliyeti, c_h ifadesi ise h . tabakadan bir birim seçme maliyetini gösterir.

Bu maliyet fonksiyonu ile n birimlik örneklemi K tabakaya pay etmek için her tabakadan seçilmesi gereken örnek sayısı,

$$n_h = \frac{N_h S_h / \sqrt{C_h}}{\sum_{h=1}^K N_h S_h / \sqrt{C_h}} n \quad (3.38)$$

şeklinde ifade edilir (Yamane, 2001).

3.3.4. Neyman Paylaştırma

Bu yöntem tabakalara ait c_h maliyetleri çok fazla farklılık göstermediğinde kullanılabilir. Bu yüzden tüm tabakalarda c_h maliyetlerinin aynı olacağı değerlendirilebilir. Bu bağlamda Neyman paylaştırma yöntemi

$$n_h = n \frac{N_h S_h}{\sum_{h=1}^K N_h S_h} \quad (3.39)$$

şeklinde olur (Yamane, 2001).

4. KÜME ÖRNEKLEMESİ

Çok büyük kitleli araştırmalarda, kitle geniş bir alana dağılacığı için kitleyi tamamen kapsayan bir örneklemin seçilmesi zaman, maliyet ve iş gücü gibi güçlüklerden dolayı kolay olmayacaktır. Bu gibi durumlarda kitle coğrafi olarak ya da farklı özellikleri için alt kümelere ayrılabilir.

KÖ'de kitle, ayrı ayrı tüm kitle birimleri bir kümeye dahil edilecek şekilde ve kitle birimlerinden hiçbiri açıkta kalmaması sağlanarak kümelere ayrılır ise, kümeler aracılığı ile örnek seçiminin ilk aşaması tamamlanmış olur. Bu sayede kitle birimlerinin hepsine gerek olmadan yalnızca kümelerin oluşturduğu liste ile yerine koymadan rasgele olarak kümeler seçilebilecektir.

Tek Aşamalı Küme Örneklemesi, araştırma örneğe alınan b kümenin tamamı kullanılarak yapılması iken, İKÖ ise, örneğe alınan b kümenin her birinden rasgele örnek seçilmesi ile uygulanır.

Kitlenin B kümeden meydana geldiğini varsayalım. Bu B küme birincil örnekleme birimi(böb) biçiminde adlandırılır. İlk olarak B küme listelenir ve bu listeden b adet küme BRÖ ile yerine koymadan seçilir. Seçilen bu kümelerde bulunan gözlem birimlerine ikincil örnekleme birimi(iöb) denir. İöb'den BRÖ ile n_i ($i = 1, 2, \dots, b$) birim örneğe seçilir.

KÖ ile örnekleme birimleri iki kademedede seçilmektedir. Kitle $N = N_1 + N_2 + \dots + N_b = \sum_{i=1}^b N_i$ iken, örnek seçme işleminin ilk aşamasında kitledeki B küme arasından b kümenin örneğe çekilmesidir. Burada rasgele bir kümenin örneğe çekilme olasılığı $\frac{1}{B}$ olur ve $\binom{B}{b}$ kadar olası küme örneğe çekilebilir. Daha sonra ikinci aşamada ise b kümenin tek tek hepsinden n_i adet birimin örneğe çekilmesidir. Bu durumda, i . kümeden bir birimin örnekleme çekilme olasılığı $\frac{1}{N_i}$ olacaktır. Aynı zamanda bu kümeden $\binom{N_i}{n_i}$ olası birim örnekleme seçilebilir. Böylece toplam örnek büyüklüğü $n = \sum_{i=1}^b n_i$ olacaktır. KÖ'de kümedeki birim sayıları eşit ise, kitledeki herhangi bir birimin örnekleme seçilme olasılığı eşit olur. Eğer eşit değil ise, herhangi bir birimin örnekleme seçilme olasılığı da aynı olmayacaktır (Çingir, 2009).

Tablo 4.1. Kitledeki herhangi bir birimin örnekleme seçilme olasılığı (Özdemir vd., 2015)

	Küme birim sayısı eşit $N_1 = N_2 = \dots = N_b = \bar{N}$ $N = B\bar{N}$	Küme birim sayısı aynı değil ise $N_1 \neq N_2 \neq \dots \neq N_b$ $N = \sum_{i=1}^B N_i$
i . kümenin örnekleme seçilme olasılığı	$\frac{1}{B}$	$\frac{1}{B}$
i . kümeden herhangi bir birimin seçilme olasılığı	$\frac{1}{\bar{N}}$	$\frac{1}{N_i}$
Kitledeki herhangi bir birimin örnekleme seçilme olasılığı	$\frac{1}{B} \frac{1}{\bar{N}} = \frac{1}{N}$	$\frac{1}{B} \frac{1}{N_i} = \frac{1}{BN_i}$

4.1. Kitle Toplamı, Ortalaması ve Kitledeki Herhangi Bir Kümenin Ortalamasının Tahmin Edicileri

N kitlenin birim değerleri $y_1, y_2, \dots, y_N$ olduğunu varsayalım. Kitle birim sayıları N_i olan B kümeye ayırmak istediğimizde,

Tablo 4.2. Kitlenin kümelere ayrılması

1. Küme	2. Küme	...	B . Küme
y_{1_1}	y_{2_1}	...	y_{B_1}
y_{1_2}	y_{2_2}	...	y_{B_2}
.	.	...	.
.	.	...	.
.	.	...	.
$y_{1_{N_1}}$	$y_{2_{N_2}}$	...	$y_{B_{N_B}}$

Tüm kümelerdeki birim sayısı toplamı kitle popülasyonunu verecektir.

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_B = \sum_{i=1}^B N_i \quad (4.1)$$

Örnekleme ilk olarak kitlede bulunan B adet kümeden BRÖ kullanılarak, yerine koymadan b adetinin seçilmesi ile başlanır. $\frac{1}{B}$ olasılık ile kitledeki herhangi bir birim örnekleme seçilebilir. B adet kümeye sahip kitleden seçilebilecek b adet farklı küme sayısı ise $\binom{B}{b}$ adet olur. Seçtiğimiz b adet kümenin bilgilerinin tablodaki gibi olduğunu varsayalım.

Tablo 4.3. Kitleden örnekleme seçilen kümeler

1. Küme	2. Küme	...	b . Küme
y_{1_1}	y_{2_1}	...	y_{b_1}
y_{1_2}	y_{2_2}	...	y_{b_2}
.	.	...	.
.	.	...	.
.	.	...	.
$y_{1_{N_1}}$	$y_{2_{N_2}}$	...	$y_{b_{N_b}}$

Daha sonra örnekleme seçtiğimiz b adet kümenin hepsinden n_i adet iöb seçilmesi ikinci aşama olacaktır. $\frac{1}{N_i}$ olasılık ile i . böl'deki herhangi bir birim örnekleme seçilebilecektir. N_i birimi olan bir kümeden n_i adet farklı iöb'ün seçilme sayısı ise $\binom{N_i}{n_i}$ olacaktır. Örnekleme seçtiğimiz b adet kümenin hepsinden örnekleme çekilen iöb'lerin tablodaki gibi olduğunu varsayalım.

Tablo 4.4. Kitleden örnekleme seçilen kümelerden örneğe seçilen iöb'ler

1. Küme	2. Küme	...	b . Küme
y_{1_1}	y_{2_1}	...	y_{b_1}
y_{1_2}	y_{2_2}	...	y_{b_2}
.	.	...	.
.	.	...	.
.	.	...	.
$y_{1_{n_1}}$	$y_{2_{n_2}}$	...	$y_{b_{n_b}}$

Bu tablodan N birimli kitleden çekilen toplam örnek sayısı n ise,

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_b = \sum_{i=1}^b n_i \quad (4.2)$$

şeklinde olacaktır.

Örnekleme seçilme durumu iki aşamada yapıldığı için kitle toplamının tahmininin yapılması da iki aşamada olacaktır. İlk olarak örnekleme çekilen kümelerden i . böl'ün toplamı tahmin edilecek, daha sonra ise, örnekleme çekilen b adet kümenin toplamı ile kitle toplamı tahmin edilebilecektir.

Örnekleme çekilen i . küme toplamı, aynı kümeden çekilen iöb'lerin değerlerinin toplamıdır (Özdemir vd., 2015).

$$y_i = y_{i_1} + y_{i_2} + \cdots + y_{i_{n_i}} = \sum_{j=1}^{n_i} y_{i_j} \quad (4.3)$$

i . kümedeki birim başına ortalamanın tahmin edicisi ise,

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n_i} (y_{i_1} + y_{i_2} + \cdots + y_{i_{n_i}}) = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{i_j} \quad (4.4)$$

şeklinde olur. Bu tahmin yansız bir tahmin edici olur $E(\bar{y}_i) = \bar{Y}_i$. Buradan i . küme toplamının tahmini ise,

$$\hat{Y}_i = N_i \bar{y}_i = \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{i_j} = \frac{N_i}{n_i} (y_{i_1} + y_{i_2} + \cdots + y_{i_{n_i}}) \quad (4.5)$$

şeklinde olacaktır. Yine bu tahminde yansız bir tahmin edicidir $E(\hat{Y}_i) = \hat{Y}_i$.

Örnekleme çekilen b adet kümenin toplamının tahmin edicisi ise,

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^b \hat{Y}_i = \sum_{i=1}^b N_i \bar{y}_i = \sum_{i=1}^b N_i \frac{y_i}{n_i} = \sum_{i=1}^b \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{i_j} \quad (4.6)$$

şeklinde olur. Buradan kitledeki kümelerden herhangi biri için ortalamanın tahmin edicisi ise,

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{\hat{y}}{b} = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b \hat{Y}_i = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b N_i \bar{y}_i = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b N_i \frac{y_i}{n_i} = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{i_j} \quad (4.7)$$

şeklinde olur. Bu tahminde yansız bir tahmin edicidir $E(\hat{\bar{Y}}) = \bar{Y}$.

Kitle toplamının tahmin edicisi ise,

$$\hat{Y}_{ik} = B \hat{\bar{Y}} = B \frac{\hat{y}}{b} = \frac{B}{b} \sum_{i=1}^b \hat{Y}_i = \frac{B}{b} \sum_{i=1}^b N_i \bar{y}_i = \frac{B}{b} \sum_{i=1}^b N_i \frac{y_i}{n_i} = \frac{B}{b} \sum_{i=1}^b \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{i_j} \quad (4.8)$$

şeklinde olur. Bu tahminde yansız bir tahmin edicidir $E(\hat{Y}) = Y$.

Kitlede birim başına ortalamanın tahmin edicisi ise,

$$\hat{\bar{Y}}_{ik} = \frac{\hat{Y}_{ik}}{N} = \frac{1}{N} \frac{B}{b} \sum_{i=1}^b \frac{N_i}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{i_j} \quad (4.9)$$

şeklinde olur ve yansızdır $E(\hat{\bar{Y}}) = \bar{Y}$ (Özdemir vd., 2015).

4.2. Kitle Toplamının, Küme Başına Ortalamasının ve Kitle Ortalamasının Tahmin Edicilerinin Varyansı ve Bunların Tahmin Edicileri

KÖ'de varyans böb'lerin seçilmesi ile oluşan böb'ler arası değişim ve böb'lerden rasgele örneklem seçme ile oluşan böb içi değişimden etkilenmektedir. Buna göre kitle toplamı tahmin edicisinin varyansı,

$$V(\hat{Y}_{ik}) = B^2 \frac{B-b}{B} \frac{S_c^2}{b} + \frac{B}{b} \sum_{i=1}^B N_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i} \frac{S_d^2}{n_i} \quad (4.10)$$

şeklinde olur. Burada böb'ler arası değişim $B^2 \frac{B-b}{B} \frac{S_c^2}{b}$ ile gösterilirken, böb'ler arası değişim ise $\frac{B}{b} \sum_{i=1}^B N_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i} \frac{S_d^2}{n_i}$ ile ifade edilir. (4.10) ifadesinde S_c^2 , kümeler arası varyanstır. Küme toplamlarının, kitledeki her küme başına ortalama sapmasını belirtir ve

$$S_c^2 = \frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (4.11)$$

şeklinde ifade edilir. (4.10) ifadesinde S_d^2 ise i . kümenin varyansıdır. i . kümedeki birimlerin, küme ortalaması etrafındaki sapmaları belirtir ve

$$S_d^2 = \frac{1}{N_i - 1} \sum_{j=1}^{N_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 \quad (4.12)$$

şeklinde ifade edilir. Eğer kitledeki tüm kümeler örnekleme çekilirse (4.10) ifadesi,

$$V(\hat{Y}_{ik}) = \sum_{i=1}^B N_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i} \frac{S_d^2}{n_i} \quad (4.13)$$

şeklini alır. Burada varyans değeri kümeler içi değişime bağlı olur. Eğer örnekleme çekilen tüm kümelerdeki birimler örnekleme alınırsa (4.10) ifadesi,

$$V(\hat{Y}_{ik}) = B^2 \frac{B-b}{B} \frac{S_c^2}{b} \quad (4.14)$$

şeklini alır. Burada varyans değeri kümeler arası değişime bağlı olur.

KÖ'nde kitledeki herhangi bir küme başına ortalamanın tahmin edicisinin varyansı ise,

$$V(\hat{Y}_{ik}) = \frac{B-b}{B} \frac{S_c^2}{b} + \frac{1}{Bb} \sum_{i=1}^B N_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i} \frac{S_d^2}{n_i} \quad (4.15)$$

şeklinde yazılabilir.

KÖ'nde kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansı ise,

$$V(\hat{\bar{Y}}_{ik}) = \frac{1}{N^2} \left(B^2 \frac{B-b}{B} \frac{S_c^2}{b} + \frac{B}{b} \sum_{i=1}^B N_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i} \frac{S_d^2}{n_i} \right) \quad (4.16)$$

şeklinde olur. N kitle büyüklüğü bilinmediğinde kullanılamayacağı için N_i küme genişlikleri ve kümelerden çekilen örneklem büyüklükleri n_i 'lerin aynı olduğu varsayılırsa kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansı,

$$V(\hat{\bar{Y}}_{ik}) = \frac{B-b}{B} \frac{1}{b} \frac{S_c^2}{\bar{N}^2} + \frac{1}{b\bar{n}} \frac{\bar{N} - \bar{n}}{\bar{N}} \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B S_d^2 \quad (4.17)$$

şeklını alır. Burada,

$$S_{1c}^2 = \frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}})^2 \quad (4.18)$$

ve

$$S_{2d}^2 = \frac{1}{B} \frac{1}{\bar{N} - 1} \sum_{i=1}^B \sum_{j=1}^{N_i} (Y_{ij} - \bar{\bar{Y}}_i)^2 \quad (4.19)$$

olur. Buradan

$$V(\hat{\bar{Y}}_{ik}) = \frac{B-b}{B} \frac{S_{1c}^2}{b} + \frac{\bar{N} - \bar{n}}{\bar{N}} \frac{S_{2d}^2}{m\bar{n}} \quad (4.20)$$

şeklını alır (Yamane, 2001).

Kitle toplamının tahmin edicisinin varyansının tahmini ise,

$$\hat{V}(\hat{Y}_{ik}) = B^2 \frac{B-b}{B} \frac{s_c^2}{b} + \frac{B}{b} \sum_{i=1}^b N_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i} \frac{s_d^2}{n_i} \quad (4.21)$$

şeklinde olur. Burada

$$s_c^2 = \frac{1}{b-1} \sum_{i=1}^b (\hat{Y}_i - \hat{\bar{Y}})^2 \quad (4.22)$$

ve

$$s_d^2 = \frac{1}{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (4.23)$$

olarak ifade edilir (Özdemir vd., 2015).

Kitlede herhangi bir küme başına ortalamanın tahmin edicisinin varyansının tahmini ise,

$$\hat{V}(\hat{\bar{Y}}_{ik}) = \frac{B-b}{B} \frac{s_c^2}{b} + \frac{1}{Bb} \sum_{i=1}^B N_i^2 \frac{N_i - n_i}{N_i} \frac{s_d^2}{n_i} \quad (4.24)$$

olur.

Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansının tahmini ise,

$$\hat{V}(\hat{\bar{\bar{Y}}}_{ik}) = \frac{B-b}{B} \frac{1}{b} \frac{s_c^2}{\bar{N}^2} + \frac{1}{B\bar{n}} \frac{\bar{N} - \bar{n}}{\bar{N}} \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b s_d^2 \quad (4.25)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,

$$s_{1c}^2 = \frac{s_c^2}{\bar{N}^2} = \frac{1}{\bar{N}^2} \frac{1}{b-1} \sum_{i=1}^b (\hat{Y}_i - \hat{\bar{Y}})^2 \quad (4.26)$$

ve

$$s_{2d}^2 = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b s_i^2 = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^b \frac{1}{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (4.27)$$

olarak ifade edilirse,

$$\hat{V}(\hat{\bar{\bar{Y}}}_{ik}) = \frac{B-b}{B} \frac{s_{1c}^2}{b} + \frac{\bar{N} - \bar{n}}{\bar{N}} \frac{s_{2d}^2}{B\bar{n}} \quad (4.28)$$

olur (Özdemir vd., 2015).

5. UYGULAMA

Bu çalışmanın uygulama kısmında, Ondokuz Mayıs Üniversitesi bölümlerindeki ortalama öğrenci sayıları BRÖ, TRÖ, KÖ ve İKÖ yöntemleri kullanılarak tahmin edilmiş ve bu tahminlerin varyans tahminleri karşılaştırılmıştır. Daha sonra bu dört farklı yöntemle göre bulunan ortalama tahminlerinin güven aralıkları bulunmuştur. Örneklem seçilen bölümlerdeki öğrenci sayılarının tamamı alınmıştır. Veriler 07 Kasım 2023 tarihinde <https://sayilarla.omu.edu.tr> web sitesinden alınmıştır. Bölüm sayısı 299 olup ortalama öğrenci sayısı 152 standart sapması 164,4573 olarak bulunur.

Çalışmanın ilk bölümünde BRÖ yöntemi kullanılarak örneklem seçilmiş olup, (2.13) formülü kullanılarak seçilecek bölüm sayısı belirlenmiştir. Burada %95 güvenilirlikle ($z=1,96$) ve duyarlılığı $d=20$ olarak belirlersek.

$$n = \frac{N(z\sigma)^2}{Nd^2 + (z\sigma)^2} = \frac{299(1,96 * 164,4573)^2}{299 * 20^2 + (1,96 * 164,4573)^2} = 138,99 \cong 139$$

seçilecek örneklem büyüklüğü 139 bölüm olarak bulunur. BRÖ ile örneklem seçilen 139 bölüm Tablo 5.1 de verilmiştir.

Tablo 5.1. BRÖ yöntemi uygulanarak seçilen örneklem

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
İnşaat Mühendisliği Bölümü	453	Ağız ve Diş Sağlığı P.	149
İletişim Bilimleri	104	Biyoloji Öğretmenliği	98
Felsefe Bölümü	66	Veterinerlik İç Hastalıkları	16
Bitki Koruma Bölümü	195	Periodontoloji	10
Fizik Bölümü	40	Gıda Teknolojisi Programı	94
Sağlık Hukuku	10	Girişimcilik ve Yenilikçilik	81
Kimya	50	Dini Danışmanlık ve Rehber	75
Okul Öncesi Öğretmenliği	265	Elektrik-Elektronik Müh.	130
Beslenme Bilimleri	32	Gazetecilik Bölümü	346
Büro Yönetimi ve Yönetici As. P.	82	Çocuk Gelişimi Programı	127
Diş Protez Teknolojisi Programı	89	Uluslararası Tic. ve Loj. B.	377
Bilgisayar Programcılığı Programı	223	Hayvan Besleme	36
Akıllı Sistemler Mühendisliği	99	Fizyoterapi ve Reh.	12
Özel Güvenlik ve Koruma Programı	61	Seracılık Programı	122
Turizm Rehberliği	11	Gıda Kalite Kontrolü ve A.	93
Emlak Yönetimi Programı	77	Optisyonluk Programı	171
İslam Tarihi ve Sanatları	102	Anatomi (Tıp)	22
Türk Dili ve Edebiyatı	185	Kenevir Araştırmaları	12
Felsefe	88	Fizyoterapi Programı	158

Fen Bilgisi Öğretmenliği	208	Deniz ve Liman İşlet. P.	95
Hemşirelik	174	Odyoloji Bölümü	171
Fizyoterapi Programı	135	İşletme Bölümü	394
Bilgisayar Programcılığı Programı	102	Bilişim Güvenliği Tek. P.	109
Kamu Yönetimi	160	Veteriner Hekimliği	482
İlk ve Acil Yardım Programı	142	Turizm İşletmeciliği P.	164
Medya ve İletişim Programı	190	Mimarlık Bölümü	421
Resim Bölümü	109	Lojistik Programı	89
Temel İslam Bilimleri	453	Bilgisayar Mühendisliği	53
Endüstri Mühendisliği Bölümü	337	Matematik	71
Peyzaj ve Süs Bitkileri Yet. P.	122	Temel Eğitim	162
İnternet ve Ağ Teknolojileri P.	80	Rekreasyon Bölümü	147
Fizik Öğretmenliği	75	Basım ve Yayım Tek. P.	176
Ormancılık ve Orman Ürünleri	118	Grafik Tasarımı Programı	225
Mimari Dekoratif Sanatlar Programı	175	Sosyal Hizmet	281
Metalurji ve Malzeme Mühendisliği	53	Tıbbi Görüntüleme Tek. P.	141
İç Mekan Tasarımı Programı	60	İktisat (İngilizce)	222
Diş Hekimliği	658	Odyometri	113
Sanat Tarihi Bölümü	239	Kimya Bölümü	58
Turizm ve Seyahat Hizmetleri P.	161	Evlilik ve Aile Danışmanlığı	112
Adalet Programı	167	Psikoloji	49
Türk Dili ve Edebiyatı Bölümü	112	Sosyoloji Bölümü	65
Anestezi Programı	124	Kimya Mühendisliği	28
İlahiyat Programı	1075	Veterinerlik Mikrobiyolojisi	25
(DSPL) Sanat ve Tasarım	13	Sosyal Hizmet	56
Makine Mühendisliği Bölümü	416	İnşaat Mühendisliği	185
Muhasebe ve Vergi Uygulamaları P.	114	Moleküler Tıp (DSPL)	12
Turizm ve Otel İşletmeciliği P.	21	Makine Mühendisliği	101
Çevre Mühendisliği Bölümü	128	Moleküler Biyoloji ve Gen.	45
Zootečni Bölümü	164	Şehir ve Bölge Planlama P.	164
Patoloji Laboratuvar Teknikleri P.	151	Metalurji ve Malzeme M. B.	134
Ortez ve Protez Bölümü	173	Yaşlı Bakımı Programı	161
Türkçe Öğretmenliği	197	Antrenörlük Eğitimi	56
Antrenörlük Eğitimi Bölümü	297	İç Mimarlık Bölümü	30
Elektrik Programı	117	Zootečni	45
Acil Hemşireliği	26	Müzikoloji	31
Arkeoloji Bölümü	59	Sosyal Güvenlik Programı	146
Radyolojik Bilimler	14	Tıp	1537
Nöropazarlama (DSPL)	21	Bankacılık ve Sigortacılık P.	156
Beden Eğitimi ve Spor	77	İlahiyat Programı	738
Turizm ve Otel İşletmeciliği P.	145	Kamu Hukuku	138
Eğitim Bilimleri	438	Endüstriyel Tasarım Bölümü	185

Arkeoloji Bölümü	204	Bilgisayar ve Öğr. Tek. Öğr.	30
Rehberlik ve Psikolojik Dan. P.	272	Bilgisayar Programcılığı P.	107
Veterinerlik Viroloji	16	İstatistik Bölümü	48
Bitki Koruma	73	Beden Eğitimi ve Spor Ö. B.	238
İlahiyat Programı	1149	Adli Bilimler	22
Çocuk Gelişimi Programı	135	Harita Mühendisliği Bölümü	202
Sosyal Güvenlik Programı	157	Hukuk Bölümü	503
Tarım Makineleri ve Tek. Müh. B.	126	Sağlık Yönetimi Programı	314
Mekatronik Programı	84		

Seçilen örnekleme göre kitle ortalamasının tahmini (2.2) formülü kullanılarak $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = 169,88 \cong 170$ olarak bulunur. Kitle ortalamasının tahminin varyansının tahmini ise (2.10) ve (2.11) formülleri kullanılarak $\hat{V}(\bar{y}) = 22984,89$ ve standart hatası $sh(\bar{y}) = 151,64$ olarak bulunur. Kitle ortalaması tahmini için %95'lik güven aralığı ($z = 1,96$) ise, $P\left(\bar{y} - z \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \bar{Y} \leq \bar{y} + z \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 0,95$ formülünden $P(0 < \bar{Y} \leq 467,1) = 0,95$ olarak bulunur.

TRÖ yöntemi kullanıldığında da kitle önlisans da 85 bölüm, lisans da 114 bölüm ve lisansüstünde 100 bölüm olarak tespit edilerek 3 tabaka olarak ele alınmıştır. Daha sonra bu tabakalar Neyman paylaşırması ile seçilecek bölüm sayıları önlisans için 21, lisans için 91 ve lisansüstü için 27 bölüm olarak bulunmuştur. 3 tabakadan seçilen toplam 139 birimlik örneklem Tablo 5.2, Tablo 5.3 ve Tablo 5.4'te verilmiştir.

Tablo 5.2. TRÖ yöntemi uygulanarak önlisans bölümlerinden seçilen örneklem birimleri

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Tıbbi Görüntüleme Teknikleri P.	141	Gıda Teknolojisi Programı	103
Posta Hizmetleri Programı	22	Çağrı Merkezi Hizmetleri P.	183
Gıda Kalite Kontrolü ve Analizi	93	Bankacılık ve Sigortacılık P.	148
Bilgisayar Programcılığı Programı	223	Bilgisayar Programcılığı P.	102
Muhasebe ve Vergi Uygulamaları P.	84	Peyzaj ve Süs Bitki. Yet. P.	122
Medya ve İletişim Programı	190	Diyaliz Programı	141
Adalet Programı	167	Patoloji Laboratuvar Tek. P.	143
Emlak Yönetimi Programı	77	Sosyal Güvenlik Programı	157
Bilgisayar Programcılığı Programı	127	Tıbbi Dok. ve Sek. P.	123
Turizm ve Otel İşletmeciliği P.	95	Odyometri	113
Sosyal Güvenlik Programı	146		

Tablo 5.3. TRÖ yöntemi uygulanarak lisans bölümlerinden seçilen örneklem birimleri

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Biyoloji Bölümü	56	Spor Yöneticiliği Bölümü	200
İlahiyat Programı	1075	İlköğretim Matematik Öğr.	214
Harita Mühendisliği Bölümü	202	Fen Bilgisi Öğretmenliği	208
İktisat (İngilizce)	222	Sınıf Öğretmenliği	233
İletişim ve Tasarımı	117	Antrenörlük Eğitimi Bölümü	297
İlahiyat Programı	738	İstatistik Bölümü	136
Uluslararası Ticaret ve Lojistik B.	377	Bahçe Bitkileri Bölümü	181
Makine Mühendisliği Bölümü	416	Almanca Öğretmenliği	240
İç Mimarlık Bölümü	30	Türkçe Öğretmenliği	197
Sosyoloji Bölümü	165	Türk Dili ve Edebiyatı B.	112
Psikoloji Bölümü	105	Sosyal Hizmet	281
Rekreasyon Bölümü	147	Ebelik Programı	369
Tarım Makineleri ve Tek. Müh. B.	126	Fizik Öğretmenliği	75
Gıda Mühendisliği Bölümü	224	Çevre Mühendisliği Bölümü	128
Çocuk Gelişimi Bölümü	48	Tarih Bölümü	93
Radyo Televizyon ve Sinema B.	325	Hemşirelik Bölümü	478
Sosyoloji Bölümü	65	Spor Yöneticiliği Bölümü	298
Fransızca Öğretmenliği	211	Arkeoloji Bölümü	59
İşletme Bölümü	394	Veteriner Hekimliği	482
Endüstriyel Tasarım Bölümü	185	Malzeme Bilimi ve Müh. B.	18
Fizik Bölümü	40	Metalurji ve Malzeme M. B.	134
Sağlık Yönetimi Programı	314	Kimya Bölümü	58
Tıp (İngilizce)	561	Zootehni Bölümü	164
Dil ve Konuşma Terapisi	222	Bitki Koruma Bölümü	195
Moleküler Biyoloji ve Genetik	100	Bilgisayar ve Öğretim T. Ö.	30
İngilizce Öğretmenliği Programı	371	Resim Bölümü	109
Tarih Bölümü	256	Bilgisayar Mühendisliği P.	519
Mimarlık Bölümü	421	Yabancı Diller	98
Elektrik-Elektronik Mühendisliği B.	485	Tarım Ekonomisi Bölümü	194
Matematik Bölümü	85	Beslenme ve Diyetetik	382
Felsefe Bölümü	66	Seramik ve Cam Bölümü	55
Halkla İlişkiler ve Tanıtım	261	Ortez ve Protez Bölümü	173
Arkeoloji Bölümü	204	Kimya Mühendisliği B.	276
Endüstri Mühendisliği Bölümü	337	Sanat Tarihi Bölümü	65
Sanat Tarihi Bölümü	239	Resim İş Öğretmenliği	131
Coğrafya Bölümü	72	Kimya Bölümü	138
Turizm İşletmeciliği Programı	164	Grafik Bölümü	105
Türk Dili ve Edebiyatı Bölümü	263	Beden Eğitimi ve Spor Ö. B.	238
Fizyoterapi ve Rehabilitasyon B.	58	Tarımsal Biyoteknoloji B.	127

Tıp	1537	İnşaat Mühendisliği Bölümü	453
Biyoloji Öğretmenliği	98	Sigortacı ve Aktüerya B. B.	117
Odyoloji Bölümü	171	Müzik Öğretmenliği	114
İktisat Programı	416	Geleneksel Türk Müziği P.	81
Matematik Öğretmenliği	117	Coğrafya Bölümü	206
Antrenörlük Eğitimi Bölümü	202	Tarla Bitkileri Bölümü	174
Tarih	152		

Tablo 5.4. TRÖ yöntemi uygulanarak lisansüstü bölümlerinden seçilen örneklem birimleri

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Hayvan Besleme ve Beslenme H.	36	Vet. Doğum ve Jinekolojisi	23
Veterinerlik Cerrahisi	27	Fizik	43
(DSPL) Sanat ve Tasarım	13	Veterinerlik İç Hastalıkları	16
Radyolojik Bilimler	14	Kamu Yönetimi	160
Gıda Mühendisliği	58	Psikoloji	49
Eğitim Bilimleri	438	Veterinerlik Viroloji	16
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi	158	Tarımsal Yapılar ve Sulama	40
Bitki Koruma	73	Sanat Tarihi	50
Veterinerlik Fizyolojisi	10	Adli Bilimler	22
Matematik	71	Veterinerlik Anatomisi	11
Ruh Sağlığı ve Has. Hemşireliği	20	Kadın ve Aile Araştırmaları	99
Ebelik	28	Beslenme Bilimleri	32
Moleküler Biyoloji ve Genetik	23	İletişim Bilimleri	104
İnşaat Mühendisliği	185		

Tabakalı Rasgele Örneklemeye göre kitle ortalamasının (3.12) formülü kullanılarak $\bar{y}_{tb} = 184,1295 \cong 184$ olarak bulundu. Kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansının tahmini ise (3.32) ve (3.33) formülleri kullanılarak tabaka varyansları sırasıyla önlisans, lisans ve lisansüstü için $s_{h_1}^2 = 1960,56$ $s_{h_2}^2 = 46553,91$ ve $s_{h_3}^2 = 7833,09$ olarak bulunur. Bu değerler kullanılarak Neyman dağıtımına göre kitle ortalamasının tahmin edicisinin varyansının tahmini ise $\hat{V}(\bar{y}_{tb}) = 41,438$, standart hatası da $sh(\bar{y}_{tb}) = 6,438$ olarak bulunur. Kitle ortalaması tahmini için güven aralığı $P(171,51 \leq \bar{Y} \leq 196,75) = 0,95$ olarak bulunur.

Küme Örneklemesi yöntemi kullanılarak, kitle bölümlerin bağlı bulunduğu fakülte, enstitü ve yüksekokullar dikkate alınarak 18 farklı kümeye ayrılmıştır. Öncelikle tek aşamalı küme örneklemesi kullanılarak 8 küme rasgele seçilmiş ve seçilen kümelerdeki bölümlerin tamamı örneklem alınmıştır. Seçilen 139 örneklem

birimi Tablo 5.5, Tablo 5.6, Tablo 5.7, Tablo 5.8, Tablo 5.9, Tablo 5.10, Tablo 5.11 ve Tablo 5.12’de verilmiştir.

Tablo 5.5. Örneklemeye seçilen birinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Ağız ve Diş Sağlığı Programı	149	Tıbbi Görüntüleme Tek. P.	141
Anestezi Programı	124	Tıbbi Laboratuvar Tek. P.	146
Diş Protez Teknolojisi Programı	89	Yaşlı Bakımı Programı	161
Diyaliz Programı	141	İlk ve Acil Yardım Programı	142
İlk ve Acil Yardım Programı	142	Patoloji Laboratuvar Tek. P.	151
Odyometri	113	Tıbbi Doküman. ve Sek. P.	126
Optisyenlik Programı	171	Tıbbi Görüntüleme Tek. P.	119
Patoloji Laboratuvar Teknikleri P.	143	Yaşlı Bakımı Programı	137
Tıbbi Dokümantasyon ve Sek. P.	123		

Tablo 5.6. Örneklemeye seçilen ikinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Basım ve Yayım Teknolojileri P.	176	Tarım Makineleri Programı	81
Bilgisayar Programcılığı Programı	487	Turizm ve Otel İşlet. P.	145
Çocuk Gelişimi Programı	321	Bilgisayar Programcılığı P.	33
Grafik Tasarımı Programı	225	Turizm ve Otel İşlet. P.	21
Halkla İlişkiler ve Tanıtım Programı	190	Dış Ticaret Programı	110
Medya ve İletişim Programı	190	Gıda Kalite Kont. ve Analizi	93
Mimari Dekoratif Sanatlar Programı	175	Gıda Teknolojisi Programı	103
Muhasebe ve Vergi Uygulamaları P.	162	Lojistik Programı	89
Peyzaj ve Süs Bitkileri Yetiştir. P.	122	Muhasebe ve Vergi Uy. P.	114
Seracılık Programı	122	Pazarlama Programı	81

Tablo 5.7. Örneklemeye seçilen üçüncü küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Bilgisayar Programcılığı Programı	107	Biyomedikal Cihaz Tek. P.	139
Çocuk Gelişimi Programı	135	Elektrik Programı	117
İç Mekan Tasarımı Programı	60	Elektronik Teknolojisi P.	132
İnternet ve Ağ Teknolojileri P.	80	Endüstriyel Kalıpcılık P.	97
Muhasebe ve Vergi Uygulamaları P.	91	Gıda Teknolojisi Programı	94
Ormancılık ve Orman Ürünleri	118	Kimya Teknolojisi Programı	106
Bilgisayar Programcılığı Programı	102	Mekatronik Programı	84
Çocuk Gelişimi Programı	127	Otomotiv Teknolojisi P.	113
Ormancılık ve Orman Ürünleri	92	Silah Sanayi Teknikerliği P.	87

Tablo 5.8. Örnekleme seçilen dördüncü küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Hukuk Bölümü	503	Grafik Bölümü	105
Sigortacılık ve Aktüerya Bilim. B.	117	Resim Bölümü	109
Tarih	152	Seramik ve Cam Bölümü	55
Geleneksel Türk Müziği Programı	81	İlahiyat Programı	1075
Müzikoloji	31	İlahiyat Programı	738
Türk Sanat Müziği	10	İlahiyat Programı	1149
Diş Hekimliği	658	İç Mimarlık Bölümü	30
Endüstriyel Tasarım Bölümü	185	Mimarlık Bölümü	421
Görsel İletişim Tasarımı Bölümü	103	Şehir ve Bölge Planlama P.	164

Tablo 5.9. Örnekleme seçilen beşinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Beslenme ve Diyetetik	382	Sağlık Yönetimi Programı	314
Çocuk Gelişimi Bölümü	48	Sosyal Hizmet	281
Dil ve Konuşma Terapisi	222	Biyoloji Bölümü	56
Ebelik Programı	369	Fizik Bölümü	40
Fizyoterapi ve Rehabilitasyon B.	58	İstatistik Bölümü	48
Hemşirelik Bölümü	478	Kimya Bölümü	58
Odyoloji Bölümü	171	Matematik Bölümü	85
Ortez ve Protez Bölümü	173	Moleküler Biyoloji ve Gen.	45

Tablo 5.10. Örnekleme seçilen altıncı küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
(DSPL) Sanat ve Tasarım	13	Beden Eğitimi ve Spor	77
Acil Hemşireliği	26	Beslenme Bilimleri	32
Adli Bilimler	22	Bilgisayar Mühendisliği	53
Ağız Diş ve Çene Cerrahisi	10	Bilgisayar ve Öğretim T. Eğ.	38
Akıllı Sistemler Mühendisliği	99	Bitki Koruma	73
Anatomi (Tıp)	22	Biyoloji	87
Antrenörlük Eğitimi	56	Coğrafya	93
Arkeoloji	41	Çevre Mühendisliği	138
Bahçe Bitkileri	50		

Tablo 5.11. Örnekleme seçilen yedinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi	158	Radyolojik Bilimler	14

Metalurji ve Malzeme Mühendisliği	53	Resim	17
Moleküler Biyoloji ve Genetik	23	Ruh Sağlığı ve Has. Hemşir.	20
Moleküler Tıp (DSPL)	12	Sağlık Hukuku	10
Müzik	49	Sağlık Yönetimi	138
Nanobilim ve Nanoteknoloji (İng.)	35	Sanat Tarihi	50
Nöropazarlama (DSPL)	21	Sinir Bilimleri	24
Periodontoloji	10	Sosyal Hizmet	56
Psikoloji	49		

Tablo 5.12. Örneklemeye seçilen sekizinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Turizm Rehberliği	11	Veterinerlik Fizyolojisi	10
Türk Dili ve Edebiyatı	185	Veterinerlik İç Hastalıkları	16
Türkçe ve Sosyal Bilimler Eğitimi	114	Veterinerlik Mikrobiyolojisi	25
Veterinerlik Anatomisi	11	Veterinerlik Parazitolojisi	12
Veterinerlik Besin Hijyeni ve Tek.	25	Veterinerlik Viroloji	16
Veterinerlik Biyokimyası	31	Yabancı Diller Eğitimi	167
Veterinerlik Cerrahisi	27	Yenilenebilir Enerji ve Uy.	23
Veterinerlik Doğum Ve Jinekolojisi	23	Zootečni	45

Küme örnekleme tek aşamalı uygulandığında kitle ortalamasının tahmini $\hat{Y}_k = 130,67 \cong 131$ olarak bulunur. Bu tahmin edicinin varyans tahmini ise $\hat{V}(\hat{Y}_k) = 15061,76$, standart hatası da $sh(\bar{y}_k) = 122,726$ olarak bulunur. Kitle ortalaması tahmini için güven aralığı $P(0 < \bar{Y} \leq 371,21) = 0,95$ olarak bulunur.

İki Aşamalı Küme örnekleme uygulanırsa, öncelikle 18 farklı kümeye ayrılan kitleden 12 küme rasgele olarak seçilmiş olup, daha sonra örnekleme seçilen bu kümelerden 139 bölüm rasgele olarak seçilmiştir. Tablo 5.13'ten Tablo 5.24'e kadar örnekleme seçilen birimler verilmiştir.

Tablo 5.13. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen birinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Spor Yöneticiliği Bölümü	200	Zootečni Bölümü	164
Tarla Bitkileri Bölümü	174	Beden Eğitimi ve Spor Ö. B.	238
Yabancı Diller	98	Bahçe Bitkileri Bölümü	181
Antrenörlük Eğitimi Bölümü	297	Bitki Koruma Bölümü	195
Spor Yöneticiliği Bölümü	298	Rekreasyon Bölümü	147
Tarım Ekonomisi Bölümü	194	Tarımsal Biyoteknoloji B.	127

Tablo 5.14. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen ikinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Veterinerlik İç Hastalıkları	16	Veterinerlik Parazitolojisi	12
Türkçe ve Sosyal Bilimler Eğitimi	114	Türk Dili ve Edebiyatı	185
Turizm Rehberliği	11	Veterinerlik Anatomisi	11
Veterinerlik Cerrahisi	27	Veterinerlik Biyokimyası	31
Veterinerlik Mikrobiyolojisi	25	Vet. Besin Hijyeni ve Tek.	25
Yabancı Diller Eğitimi	167	Veterinerlik Viroloji	16

Tablo 5.15. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen üçüncü küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Sosyoloji Bölümü	165	Matematik Bölümü	253
Biyoloji Bölümü	163	Moleküler Biyoloji ve Gen.	100
Türk Dili ve Edebiyatı Bölümü	263	Psikoloji Bölümü	253
Sanat Tarihi Bölümü	239	Kimya Bölümü	138
Tarih Bölümü	256	Felsefe Programı	172
Fizik Programı	67	Coğrafya Bölümü	206

Tablo 5.16. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen dördüncü küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Diş Protez Teknolojisi Programı	89	Diyaliz Programı	141
Tıbbi Laboratuvar Teknikleri P.	146	Tıbbi Görüntüleme Tek. P.	141
Patoloji Laboratuvar Teknikleri P.	151	Tıbbi Dok. ve Sek. P.	123
Patoloji Laboratuvar Teknikleri P.	143	Anestezi Programı	124
Tıbbi Görüntüleme Teknikleri P.	119	Optisyonluk Programı	171
Yaşlı Bakımı Programı	161	Ağız ve Diş Sağlığı P.	149

Tablo 5.17. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen beşinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Elektrik-Elektronik Mühendisliği	130	Eğitim Bilimleri	438
Harita Mühendisliği	93	Dölerme ve Suni Toh. (Vet.)	14
Girişimcilik ve Yenilikçilik (DSPL)	81	Fizyoterapi ve Reh.	12
Evde Hasta Bakımı Hemşireliği	17	Görsel İletişim Tasarımı	22
Gıda Mühendisliği	58	Güzel Sanatlar Eğitimi	150
Ebelik	28	Evlilik ve Aile Danışmanlığı	112

Tablo 5.18. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen altıncı küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
-----------	----------------	-----------	----------------

Ormancılık ve Orman Ürünleri	118	İnternet ve Ağ Tek. P.	80
Gıda Teknolojisi Programı	94	Biyomedikal Cihaz Tek. P.	139
Endüstriyel Kalıpcılık Programı	97	Silah Sanayi Teknikerliği P.	87
Muhasebe ve Vergi Uygulamaları P.	91	Elektronik Teknolojisi P.	132
Ormancılık ve Orman Ürünleri	92	Kimya Teknolojisi Programı	106
Mekatronik Programı	84	Bilgisayar Programcılığı P.	107

Tablo 5.19. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen yedinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Matematik	71	Kimya Mühendisliği	28
İşletme	136	Hemşirelik	174
Hayvan Besleme ve Beslenme Has.	36	Kamu Hukuku	138
İstatistik	188	Kamu Yönetimi	160
Hesaplamalı Bilimler	16	İnşaat Mühendisliği	185
Kenevir Araştırmaları (DSPL)	12	Kimya	50

Tablo 5.20. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen sekizinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Muhasebe ve Vergi Uygulamaları P.	162	Dış Ticaret Programı	110
Çocuk Gelişimi Programı	321	Basım ve Yayım Tek. P.	176
Peyzaj ve Süs Bitkileri Yet. P.	122	Grafik Tasarımı Programı	225
Mimari Dekoratif Sanatlar Programı	175	Tarım Makineleri Programı	81
Turizm ve Otel İşletmeciliği P.	145	Pazarlama Programı	81
Lojistik Programı	89		

Tablo 5.21. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen dokuzuncu küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Özel Eğitim Öğretmenliği	354	Matematik Öğretmenliği	117
Resim İş Öğretmenliği	131	İngilizce Öğretmenliği P.	371
Almanca Öğretmenliği	240	Fen Bilgisi Öğretmenliği	208
Türkçe Öğretmenliği	197	Sosyal Bilgiler Öğretmenliği	235
Müzik Öğretmenliği	114	İlköğretim Matematik Öğr.	214
Biyoloji Öğretmenliği	98		

Tablo 5.22. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen onuncu küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Özel Güvenlik ve Koruma Programı	61	Lojistik Programı	25
Çağrı Merkezi Hizmetleri Programı	115	Deniz ve Liman İşl. P.	95
Lojistik Programı	166	Muhasebe ve Vergi Uyg. P.	84

Bitki Koruma Programı	83	Posta Hizmetleri Programı	345
Posta Hizmetleri Programı	22	Bilgisayar Programcılığı P.	127
Adalet Programı	167		

Tablo 5.23. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen on birinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Tarım Makinaları ve Tek. Müh.	41	Tarla Bitkileri	47
Su Ürünleri Hastalıkları (Veteriner)	20	Tarih	174
Tarımsal Biyoteknoloji	35	Tıbbi Resimleme	10
Tarımsal Yapılar ve Sulama	40	Taşınmaz Değerleme ve Gel.	90
Tarım Ekonomisi	80	Spor Yöneticiliği	66
Toprak Bilimi ve Bitki Besleme	54		

Tablo 5.24. İki aşamalı küme örnekleme ile seçilen on ikinci küme

Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı	Bölüm Adı	Öğrenci Sayısı
Coğrafya Bölümü	72	Arkeoloji Bölümü	59
İktisat (İngilizce)	222	İşletme Bölümü	394
Siyaset Bilimi ve Kamu Yönetimi B.	372	Felsefe Bölümü	66
Sosyoloji Bölümü	65	Tarih Bölümü	93
Uluslararası Ticaret ve Lojistik B.	377	Gazetecilik Bölümü	346
Sanat Tarihi Bölümü	65		

Seçilen örnekleme göre kitle ortalamasının tahmini (4.9) formülünün yardımı ile $\hat{\bar{Y}}_{ik} = 139,39 \cong 139$ olarak bulunur. ve varyansının tahmini ise (4.26), (4.27) ve (4.28) formülleri kullanılarak, $\hat{V}(\hat{\bar{Y}}_{ik}) = 96,64$ standart hatası ise $sh(\bar{y}_{ik}) = 9,83$ olarak bulunur. Kitle ortalaması tahmini için güven aralığı $P(120,12 \leq \bar{Y} \leq 158,66) = 0,95$ olarak bulunur.

6. SONUÇ VE ÖNERİ

Dört farklı örnekleme yöntemi ile tahmin edilen ortalama ve varyans değerleri Tablo 6.1’de verilmiştir.

Tablo 6.1. Ortalama, varyans ve standart hata tahminleri

	BRÖ	TRÖ	KÖ	İKÖ
$\bar{y}$	170	184	131	139
$V(\bar{y})$	22984,89	41,438	15061,76	96,64
$sh(\bar{y})$	151,64	6,438	122,726	9,83

Elde edilen bu değerlere göre dört yöntem arasından en küçük varyans değeri Tabakalı Rasgele Örnekleme yöntemi ile elde edilmiştir.

Kitle ortalamasının tahmini için elde edilen güven aralıkları %95 güven düzeyinde Tablo 6.2’de verilmiştir.

Tablo 6.2. %95 güven düzeyinde Güven aralığı tahminleri

	Güven Aralığı	Genişlik
BRÖ	0 ; 467,1	467,10
TRÖ	171,51 ; 196,75	25,24
KÖ	0 ; 371,21	371,21
İKÖ	120,12 ; 158,66	38,54

Tabakalı Rasgele Örnekleme yöntemi ile elde edilen güven aralığının diğer üç yöntemden daha dar bir aralık olduğu görülmüştür. Bunun nedeni tabaka içi değişimlerin homojen tabakalar arası değişimlerin heterojen olmasından dolayı varyansın küçülmesidir. Ayrıca aynı güven düzeyinde diğer yöntemlere göre elde edilen tahminler ve bunların varyansları da bulunmuştur. Tabakalı Rasgele Örnekleme yönteminden sonra İki Aşamalı Küme Örnekleme yönteminin, Basit Rasgele Örnekleme ve Küme Örnekleme yöntemlerine göre daha duyarlı olduğu söylenebilir.

Yukarıda verilen dört yönteme göre bulunan tahmin edicilerin varyansların sıralanışları aşağıdaki gibi olur.

$$\hat{V}(\bar{y}_{tb}) < \hat{V}(\hat{\bar{y}}_{ik}) < \hat{V}(\hat{\bar{y}}_k) < \hat{V}(\bar{y})$$

Bu tür çalışmalarda Tabakalı Rasgele Örnekleminin kullanılması araştırmacılara tavsiye edilebilir.

Daha sonraki çalışmalarda Sistematik rnekleme yöntemi ile seçim ve tahmin yöntemleri kullanarak yukarda verilen örnekleme yöntemleri ile karşılaştırma yapılabilir.



KAYNAKLAR

- Baltacı, A. (2018). Nitel Araştırmalarda Örneklem Yöntemleri ve Örnek Hacmi Sorunsalı Üzerine Kavramsal Bir İnceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*. 7(1). 231-274.
- Cochran, W.G. (1977). *Sampling Techniques(Third Edition)*. New York: John Wiley & Sons.
- Çıngı, H. (2009). *Örneklem Kuramı*. Ankara: Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi Yayınevi.
- Etikan I. ve Bala K. (2017). Sampling and sampling methods. *Biometrics & Biostatistics International Journal*. 5(6). 215-217.
- Freund R.J. and Wilson W.J. (2003). *Statistical Methods(Second Edition)*. California: Academic Press.
- Kılıç, S. (2013). Örneklem Yöntemleri. *Journal of Mood Disorders*. 3(1). 44-46.
- Lin, N. (1976). *Foundations of Social Research*. USA: Mc Graw-Hill.
- Sing A.S. ve Masuku S.B. (2014). Sampling Techniques & Determination Of Sample Size In Applied Statistics Research: An Overview. *International Journal of Economics, Commerce and Management*. 2(11). 1-22.
- Suner A., Firuzan .A.R., Ayvaz Y.Y. (2009) İzmir'deki Üniversite Öğrencileri Üzerinde İstatistiksel Bir Araştırma. *Süleyman Demirel üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*. 14(1). 407-424.
- Özdemir Y.A., Şahin Tekin S.A. ve Esin A.A. (2015). *Örneklem Yöntemlerine Giriş*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Özden H. (1977). *Örneklemeye Giriş*. Ankara: H.Ü. Fen Fakültesi Basımevi.
- Thompson S.K. (1945). *Sampling(Third Edition)*. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Yağar F. ve Dökme S. (2018). Niteliksel Araştırmaların Planlanması: Araştırma Soruları, Örneklem Seçimi, Geçerlik Ve Güvenirlik. *Gazi Sağlık Bilimleri Dergisi*. 3(3). 1-9.
- Yamane, T. (2001). *Temel Örneklem Yöntemleri*. çev. Esin A., Bakır M.A., Aydın C. and Gürbüzsel E. Ankara: Literatür Yayınları.

ÖZ GEÇMİŞ

Ayhan GÜLEÇ, Ankara İncirli Lisesi’ni bitirdikten sonra Anadolu Üniversitesi Fen Fakültesi, İstatistik bölümünden 19.06.2013 tarihinde mezun oldu. 2020 yılında OMÜ LEE İstatistik Ana Bilim Dalı Yüksek Lisans programına girdi. Orta derecede İngilizce bilmektedir (YDS:83,75). (21.11.2023).

İletişim Bilgileri

ORCID ID : 0009-0000-6008-1904

Yayınlar:

1. Güleç, A., (2023, Mart). “Tabakalı küme örnekleme ve bir uygulama”. 16. UBAK Uluslararası Bilimsel Araştırmalar Kongresi, Ankara.
2. Güleç A., Sağlam V. (2023, Temmuz). “Tabakalı Küme Örneklemesinde Oransal Tahmin Edicilerin İncelenmesi”. G. Pekcan ve N. Yalçın(ed.). *Fen Bilimleri ve Matematik Alanında Akademik Analiz ve Tartışmalar*. (s.75-96). Gaziantep: Özgür Yayınları.