

**T.C.  
İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ  
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ  
EKONOMETRİ ANABİLİM DALI**

**DOKTORA TEZİ**

**GLOBAL VAR YAKLAŞIMINDA ÜLKE/BÖLGE  
BOYUTUNUN SEÇİMİ İÇİN YENİ BİR BAKIŞ:  
TEORİ VE MONTE CARLO SİMÜLASYON**

**Halil İbrahim GÜNDÜZ**

**2502140046**

**TEZ DANIŞMANI**

**PROF. DR. Nilgün ÇİL**

**İSTANBUL – 2021**

## ÖZ

# GLOBAL VAR YAKLAŞIMINDA ÜLKE/BÖLGE BOYUTUNUN SEÇİMİ İÇİN YENİ BİR BAKIŞ: TEORİ VE MONTE CARLO SİMÜLASYON HALİL İBRAHİM GÜNDÜZ

Global Vektör Otoregresif modelleme yaklaşımı, merkez bankaları başta olmak üzere pek çok kamu ve özel kurum tarafından hem politika yapımında hem de akademik araştırmalarda sıklıkla kullanılmaktadır. Yaklaşımın makroekonomi alanında uygulamaları, ülke/bölge boyutunun nasıl biçimlendirildiğine bağlı olarak çok fazla model alternatifi imkânı sunmaktadır. Modellerin kurulması ile sonuçların elde edilmesi pek çok farklı adım içermektedir. Çoğu ara işlem ve bu işlemlere dair karar alma süreci, araştırmacı tarafından gerçekleştirilmektedir. Ülke/bölge boyutundaki artışla orantılı olarak hem ciddi anlamda işlem maliyeti bulunmakta hem de bu işlemlerin yapılmasında araştırmacının bireysel hata yapma olasılığı artmaktadır. Modellerin planlanması, iktisadi bazı gerekçelendirmeler üzerine yapılmaktadır. Ancak henüz herhangi bir istatistiksel analizden faydalanılması benimsenmemiştir. Yaklaşımın makroekonomi alanında kullanım amaçları, bir ülkenin önemli görülen değişkenlerinin açıklanması üzerine evrilmiştir. Böylelikle çalışmanın temel amacı, araştırma konusu kapsamında incelenen veri seti üzerinden kurulabilecek tüm mümkün model seçeneklerinin karşılaştırılmasında kullanılabilecek istatistiksel bir bakış açısının geliştirilmesi üzerinedir.

İstatistiksel ve ekonometrik modeller arasından uygun modelin seçilmesinde kullanılan en yaygın araçlardan bir tanesi Akaike bilgi kriteridir. Kriterin kavramsal ve teorik temelleri gözden geçirildiğinde, En Çok Olabilirlik tahmin yönteminin kullanılması gibi özellikler Global Vektör Otoregresif modelleme yaklaşımıyla uygunluk göstermektedir. Yaklaşımın uygulanmasıyla ilgili örneklem verisinin büyüklüğü gibi gereklilikler de Akaike kriterinde istenilen özellikler içerisinde. Önemli avantajlarına karşın bir dizi dezavantaja sahip olan Akaike bilgi kriterinin duyarlılık gösterdiği şartlara karşı dirençli hale getirilmesi gerekmiştir. Böylece, Akaike

tipi bilgi kriterine Global Vektör Otoregresif modellerin ekonometrik teorisine uygun olacak şekilde bazı uyarlamalar yapılmıştır.

Türetilen her iki kriterin sınırlı örneklem özellikleri, Monte Carlo simülasyon deneyleriyle incelenmiştir. Deney tasarlanmasında, makroekonomik çerçevede karşılaşılabilecek çeşitli durumların yansıtılması amaçlanmıştır. Sonuç olarak, Global Vektör Otoregresif modellerde yatay kesit birim boyutunun yapısının belirlenmesinde kullanılabilecek bir ölçüt elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Global VAR, Model Seçimi, Akaike Bilgi Kriteri, Ad-Hoc Yaklaşım, Sınırlı Örneklem, Monte Carlo Simülasyon.



## **ABSTRACT**

### **A NEW LOOK FOR COUNTRY / REGION SIZE SELECTION IN THE GLOBAL VAR APPROACH: THEORY AND MONTE CARLO SIMULATION**

**HALİL İBRAHİM GÜNDÜZ**

The Global Vector Autoregressive modeling approach is often used by many public and private institutions, especially central banks, both in policy making and in academic research. The application of the approach in the field of macroeconomics offers many model alternatives depending on how the country/region dimension is formatted. Creating models and achieving results involves many different steps. Most intermediate operations and decision-making processes related to these operations are carried out decisively by the researcher. In proportion to the increase in the size of the country/region, there is both a serious transaction cost and the probability that the researcher will make individual mistakes in making these transactions increases. Planning of models is done on some economic justification. But it has not yet been adopted to use any statistical analysis. The purposes of the approach's use in the field of macroeconomics have evolved to explain the variables that are considered important in a country. Thus, the main aim of the study is to develop a statistical point of view that can be used to compare all possible model options that can be established through the data set studied within the scope of the research topic.

One of the most common tools used to select the appropriate model from among statistical and econometric models is the Akaike information criterion. When the conceptual and theoretical foundations of the criterion are reviewed, features such as the use of the probability estimation method at most are compatible with the Global Vector Autoregressive modeling approach. Requirements, such as the size of the sample data related to the implementation of the approach, are also within the desired characteristics of the Akaike criterion. Despite its significant advantages, the Akaike information criterion, which has a number of disadvantages, had to be made resistant to the conditions in which it is sensitive. Thus, some adaptations are made to the

Akaike-type information criterion to conform to the econometric theory of Global vector autoregressive models.

The limited sample characteristics of both criteria derived were studied by Monte Carlo simulation experiments. In the design of the experiment, it is aimed to reflect various situations that can be encountered in the macroeconomic framework. As a result, a criterion has been obtained that can be used to determine the structure of the cross-section unit size in Global Vector Autoregressive models.

**Keywords:** Global VAR, Model Selection, Akaike Information Criterion, Ad-Hoc Approach, Small Sampling, Monte Carlo Simulation.



## ÖNSÖZ

Yüksek boyutlu panel zaman serisi modelleri kapsamında ele alınan Global VAR (GVAR) modelleme yaklaşımı makroekonometrik politika çıkarımı başta olmak üzere pek çok kurum ve kuruluş ile araştırmacılar ve politika yapıcılar tarafından uygulama alanına sahip olan bir yöntem olarak görülmektedir. Yaygın kullanımına rağmen gelecekteki araştırmalar için büyük fayda sağlayabilecek pek çok alana sahip olduğu teorik geliştiricileri tarafından ifade edilmektedir. Bu çalışmada GVAR yaklaşımına daha derin bir ekonometrik anlayışın geliştirilebilmesi amacıyla makroekonometrik modellerde içermesi gerek uygun ülke boyutunun belirlenmesi sürecine odaklanılmıştır. İstatistik literatüründe yer edinmiş çeşitli temel tekniklerin GVAR yaklaşımına uyarlanması gerçekleştirilmiştir. Bu tekniklerin içerisinde hem geleneksel hem de geleneksel olmayan duruma müsait kullanılabilen araçlar yer almaktadır. Her iki bakış açısının geliştirilmesinde teorik ispatlar gerçekleştirilerek bir dizi simülasyon deneyi küçük örnek özelliklerinin çıkarımında kullanılmıştır. Geliştirilen bu yaklaşım sayesinde GVAR modelleme yaklaşımının farklı durumlar altındaki davranışları da gözlemlenmiştir.

Doktora eğitimim sırasında değerli görüşlerini benden esirgemeyen sayın danışman hocam Prof. Dr. Nilgün ÇİL'e teşekkürlerimi sunuyorum. Ayrıca, hayatımın her aşamasında daima desteklerini esirgemeyen aileme de teşekkür ederim.

Halil İbrahim GÜNDÜZ

İSTANBUL, 2021

# İÇİNDEKİLER

## Sayfa

|                          |      |
|--------------------------|------|
| ÖZ .....                 | ii   |
| ABSTRACT.....            | iv   |
| ÖNSÖZ .....              | vi   |
| İÇİNDEKİLER.....         | vii  |
| TABLolar LİSTESİ .....   | viii |
| KISALTMALAR LİSTESİ..... | ix   |
| GİRİŞ .....              | 1    |

## BİRİNCİ BÖLÜM GVAR MODELLEME YAKLAŞIMI

|                                                            |    |
|------------------------------------------------------------|----|
| 1.1. VARX* Modelleri .....                                 | 6  |
| 1.2. Çözüm Stratejisi .....                                | 9  |
| 1.3. GVAR Modellemesinde Ülkelerin Toplulaştırılması ..... | 10 |

## İKİNCİ BÖLÜM GVAR YAKLAŞIMI İÇİN MODEL SEÇİMİ: AKAIKE BİLGİ KRİTERİ

|                                                                                |    |
|--------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1. GVAR Model Büyüklüğünün Belirlenmesi: Akaike Bilgi Kriterinin Türetilmesi | 13 |
| 2.2. İyileştirme: Bilgi Kriterine Ad-Hoc Bir Eklenti.....                      | 26 |

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM SINIRLI ÖRNEKLEM ÖZELLİKLERİ: MONTE CARLO SİMÜLASYON

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| 3.1. Simülasyon Dizaynı .....  | 31 |
| 3.2. Monte Carlo Sonuçlar..... | 39 |

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM TARTIŞMA VE SONUÇ

|                                       |    |
|---------------------------------------|----|
| KAYNAKÇA .....                        | 50 |
| EKLER.....                            | 53 |
| EK-1: Türetmeler.....                 | 53 |
| EK-2: Monte Carlo Simülasyonlar ..... | 61 |
| ÖZGEÇMİŞ .....                        | 73 |

## TABLÖLAR LİSTESİ

|                                                                                                             |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Tablo 3.1.</b> $D$ Değişkeninin Önceden Belirlenmiş Değerleri .....                                      | 33 |
| <b>Tablo 3.2.</b> <b>DGP1</b> için Ülke Düzeyinde Ticaret İlişkilerine ait Değerler .....                   | 33 |
| <b>Tablo 3.3.</b> <b>DGP1</b> için Ülke Düzeyinde Ticaret Oranlarına ait Değerler .....                     | 33 |
| <b>Tablo 3.4.</b> <b>DGP2</b> için Ülke Düzeyinde Ticaret İlişkilerine ait Değerler .....                   | 34 |
| <b>Tablo 3.5.</b> <b>DGP2</b> için Ülke Düzeyinde Ticaret Oranlarına ait Değerler .....                     | 34 |
| <b>Tablo 3.6.</b> <b>DGP4</b> için Ülke Düzeyinde Ticaret İlişkilerine ait Değerler .....                   | 35 |
| <b>Tablo 3.7.</b> <b>DGP4</b> için Ülke Düzeyinde Ticaret Oranlarına ait Değerler .....                     | 35 |
| <b>Tablo 3.8</b> <b>DGP1</b> için $GAIC$ ve $GAIC^{ad-hoc}$ ile Ortalama Seçilen Model Frekansı .....       | 41 |
| <b>Tablo 3.9.</b> $S_{N,DM}^{DGP_{y=1}}$ için Ülkeler Arasındaki İlişki .....                               | 42 |
| <b>Tablo 3.10.</b> $S_{N,TEM_3}^{DGP_{y=1}}$ için Ülkeler Arasındaki İlişki .....                           | 42 |
| <b>Tablo 3.11.</b> $S_{N,DM=4}^{DGP_{y=1}}$ ve $S_{N,DM=4}^{DGP_{y=2}}$ için Ülkeler Arasındaki İlişki..... | 42 |
| <b>Tablo 3.12.</b> <b>DGP2</b> için $GAIC$ ve $GAIC^{ad-hoc}$ ile Ortalama Seçilen Model Frekansı..         | 43 |
| <b>Tablo 3.13.</b> <b>DGP3</b> için $GAIC$ ve $GAIC^{ad-hoc}$ ile Ortalama Seçilen Model Frekansı..         | 44 |
| <b>Tablo 3.14.</b> <b>DGP4</b> için $GAIC$ ve $GAIC^{ad-hoc}$ ile Ortalama Seçilen Model Frekansı..         | 45 |



## KISALTMALAR LİSTESİ

|                  |                                                               |
|------------------|---------------------------------------------------------------|
| <b>ABD</b>       | : Amerika Birleşik Devletleri                                 |
| <b>AIC</b>       | : Akaike Information Criterion                                |
| <b>DdPS</b>      | : Dees, S., Mauro, F. D., Pesaran, M. H., ve Smith, L. V.     |
| <b>EÇO</b>       | : En Çok Olabilirlik.                                         |
| <b>GVAR</b>      | : Global Vektör Otoregresif                                   |
| <b>GVAR-DdPS</b> | : DdPS modelinin veri seti                                    |
| <b>K-L</b>       | : Kullback-Leibler Bilgi Ölçümü                               |
| <b>PSW</b>       | : Pesaran, M.H., Schuermann, T., Weiner, S.M.                 |
| <b>VAR</b>       | : Vektör Otoregresif Model                                    |
| <b>VARX*</b>     | : Dışsal Değişkenler ile Düzenlenmiş Vektör Otoregresif Model |
| <b>VEC</b>       | : Vektör Hata Düzeltme                                        |

## GİRİŞ

Makroekonometrik modellerin kullanıldığı ampirik araştırmalarda, yatay kesit ( $N$ ) ve zaman ( $T$ ) boyutuna sahip göreceli olarak daha zengin veri setleri son yıllarda yaygın şekilde kullanılmaktadır. Bu durum daha fazla bilgi sağlamakta iken, küresel sistemdeki bireysel ekonomilerin çeşitli kanallar vasıtasıyla birbirleriyle olan bağımlılığı gibi koşulları da beraberinde getirmektedir. Bu özelliklere sahip veri setleri ile nasıl çalışılacağına ilişkin çeşitli yaklaşımlar mevcuttur. Kimi çalışmalarda yüksek boyutlu vektör otoregresif (VAR) modeller gibi genel bir doğrusal dinamik çerçeveden yararlanılmaktadır. Öte yandan, bu modellerin tahmin edilmesi çeşitli zorlukları beraberinde getirmektedir. Her biri  $m$  sayıda aynı değişkenlere sahip  $N$  ülkeli bir veri setinde  $p$  gecikmeli durağan bir VAR modeli, tahmin edilmesi gereken  $N(m + pm^2)$  sayıda parametre içerecektir.

Bu problemin üstesinden gelmek ve dünya ekonomisinin tutarlı bir küresel modelini oluşturmak için pragmatik bir çözüm olarak Global VAR (GVAR) modelleme yaklaşımı Pesaran v. d. (2004)<sup>1</sup> tarafından önerilmiştir. Teorik bir çerçevede ele alınması ile küresel faktör modeline bir yaklaşım olarak türetilmesi ise Dees v. d. (2007)<sup>2</sup> tarafından yapılmıştır. GVAR modeli, içsel değişkenlerin ülkeye özgü spesifik dışsal değişkenler ile ilişkilendirildiği her bir bireysel ülkeye özgü spesifik modellerin bir araya getirildiği küresel bir modeldir.

Küresel ekonomi gibi karmaşık bir sistemin modellenmesinde, birçok belirsizlik mevcuttur. Bireysel ülke modellerinde, modele dâhil edilecek değişkenler, gecikme uzunlukları, eşbütünleşme ilişkisi sayıları, parametrelere konulabilecek kısa ve uzun dönemli teori kısıtları bunlardan bazılarıdır. Bu tür seçimlerden oluşturulabilecek GVAR modellerinin sayısı ise çok fazla olacaktır.

GVAR modelleme yaklaşımının makroekonomi alanında uygulanmasında belirsizliğin en temel kaynağı, araştırmaya konu olan veri setinde yatay kesit birim boyutunu oluşturan ülke/bölgelerin büyüklüğü ve yapısıdır. Modele çok sayıda ülke/bölge dâhil edildiğinde veri yönetimi, hesaplamalar ve analiz zaman bakımından maliyetli olacaktır. Yaklaşımı birkaç temel ülkeye ayrı ayrı uygulamak ve ardından

---

<sup>1</sup> Bundan sonra PSW kısaltması kullanılacaktır.

<sup>2</sup> Bundan sonra DdPS kısaltması kullanılacaktır.

kalan ülkeleri 5-10 blok veya bölgeye toplamak, analizi daha yönetilebilir hale getirebilecektir.

GVAR modelleme yaklaşımının uygulandığı makroekonomi alanında yapılmış çalışmalar incelendiğinde, analize konu olan veri setlerinin 3 ortak özellik içerdiği görülmektedir. Bunlardan birincisi, referans alınan ülkedir. İktisadi büyüklük, doların referans para birimi olması ve ekonomisinde yaşanan gelişmelerin takip edilmesinden dolayı pek çok uygulamalı çalışmada Amerika Birleşik Devletleri (ABD) referans ülke olarak belirlenmiştir. İkinci olarak hedef alınan ülkedir. PSW ve DdPS'in yaptığı çalışmalarda sonuçlar, genel olarak değerlendirilmektedir. Literatürde yapılan diğer çalışmaların çoğunluğunda ise, tüm GVAR sistemi içerisinde spesifik belirlenen hedef bir ülkenin öncelik verilen değişkenlerinin açıklanması üzerinde durulmaktadır. Üçüncü ortak özellik, referans ile hedef ülke dışında yer alan diğer ülkelerdir. GVAR modelleme yaklaşımı, diğer ülkelerin bir kısmının ya da tamamının modele bireysel olarak eklenmesine izin vermekte, bir kısmının ya da tamamının ise toplulaştırılabilmesine ya da model dışarısında tutulmasına olanak sağlamaktadır. Hangi ülkelerin bloklar halinde bölgesel olarak birleştirileceği ile hangi ülkelerin bireysel olarak ele alınacağı, GVAR modelleme yaklaşımının mantıksal bir gereksinimi olmasına karşın henüz bu konu istatistiksel bir çerçevede ele alınmamıştır. Yatay kesit birim boyutu ülke/bölge olan GVAR modellerinde toplulaştırma belirsizliği model seçim problemi olarak ele alınarak, bilgi kriteri yaklaşımının geliştirilmesini temel alan bu tez çalışması beş bölümden oluşmaktadır.

## **BİRİNCİ BÖLÜM**

### **GVAR MODELLEME YAKLAŞIMI**

Bireysel olarak incelenen ülke ekonomileri, küresel bir ekonomi sistemi içerisinde yer almaktadır. Çeşitli kanallar aracılığıyla birbirleriyle ilişkili halledirler. Kıt kaynakların (petrol ve diğer emtialar gibi) paylaşılması, siyasi ve teknolojik gelişmeler, finansal varlıklarda ülke sınırlarını aşan ticaret, mal ve hizmet ticareti, ülkeler arasında emek ve sermaye hareketi bunlardan bazılarıdır. Petrol fiyatlarındaki değişiklikler gibi yaygın olarak gözlenen küresel şoklar, teknolojik ilerlemenin küresel anlamda yayılması gibi gözlemlenememiş fakat sonuçları tüm ekonomiler üzerinde etkili olan faktörler sonucunda bireysel ülke ekonomileri bağımlılık gösterecektir. Ekonomiler arasında gittikçe artarak daha da fazlalaşan bağlantıya karşın, ekonometrik modellerde bu durumun yeterli şekilde dikkate alındığı yaklaşımların kullanılması gerekmektedir. Bu tür etkilere izin verdikten sonra bile, gözlemlenememiş etkileşimler ve ortak etkileşim kanallarının doğru şekilde ifade edilememesi durumunda ekonometrik varsayımlardan sapmalar nedeniyle bir modelin kalıntılarında hala karşılıklı bağımlılıkları giderilemeyebilecektir. Bu etkileşim kanallarını dikkate almak, küresel ekonomiyi modellemek ve politika simülasyonları ile gerçeğe çok yakın senaryo analizleri yapmak ciddi anlamda bir zorluk teşkil etmektedir. Dünya ekonomisinde bu kadar çeşitli ortak hareketin göreceli önemini araştırmak için oldukça ayrıntılı bir küresel çerçeveye ihtiyaç olacaktır.

Literatürde bir dizi çalışma, hızla yükselen bir finansal piyasa entegrasyonunun daha fazla yakınlıkta bir finansal ve reel uluslararası karşılıklı bağımlılığa yol açacağını savunmaktadır. Örneğin, Gregory v. d. (1997) Kalman filtrelemesi ve dinamik faktör analizi ile G-7 ülkeleri için gelir, tüketim ve yatırımı ortak faktörlere ayrıştırarak analiz etmektedir. Dünya ekonomisi ile ülke ekonomilerine özgü ortak faktörlerin, yedi ülkenin her biri için farklı düzeylerde de olsa etkili olduğu bulgusuna ulaşmıştır<sup>1</sup>. Rae ve Turner (2001), Amerika Birleşik Devletleri, Avrupa Bölgesi ve Japonya'yı kapsayan küçük bir tahmin modeli geliştirmiştir. Ana ekonomik bölgelerin, uluslararası bağlantılar sayesinde birbirleriyle etkileşim halinde oldukları

---

<sup>1</sup> Gregory, A. W., Head, A. C., & Raynauld, J. (1997). Measuring world business cycles. *International Economic Review*, p. 677-701.

sonucuna ulaşmıştır<sup>2</sup>. Kose v. d. (2003), 63 ülke için üretim, tüketim ve yatırımda Bayesyen latent faktör modelini kullanmıştır. Dünya için geçerli olan ortak faktörün, çoğu ülke ekonomisindeki değişkenler için önemli değişkenlik kaynağı sağladığını ve dünya için geçerli bir konjonktürel dalgalanma olduğu bulgusuna ulaşmıştır<sup>3</sup>. Monfort v. d. (2003), G-7 ülkelerinin reel ekonomik faaliyetlerde ortak dinamikleri paylaştığını ve ülkeler arasında açıkça tanımlanabilir ortak dalgalanmalar olduğunu göstermektedir<sup>4</sup>. Stock ve Watson (2002) tarafından yapılan çalışmada, çok sayıda makroekonomik değişken temel bileşenler analizi ve faktör modelleri kullanılarak açıklanmıştır<sup>5</sup>. Faktör modelleri, makroekonomik değişkenleri tahmin etmede önemli uygulamalara sahip olsa da, özellikle ekonomik bir sonuç çıkarımı verilmek istendiğinde sorunlu bulunmaktadır<sup>6</sup>.

GVAR yaklaşımı 1997 Asya finans krizinin sonrasında, makroekonomik gelişmelerin büyük finansal kuruluşların kayıpları üzerine etkisinin ölçülmesi için geliştirilmiştir. PSW, 33 ülkeyi kapsayan, 25'i bireysel ve geri kalan ülkelerin birleştirildiği bir küresel model kurmuştur. 1999'da Euro'ya katılan 11 ülkeden 8'i bir bölge ekonomisiyle modellenmiştir. Bu modelleme yaklaşımında ülke ekonomilerinde içsel değişkenler, hem kendi gecikmeleriyle hem de her değişkene karşılık ticaret ağırlıklarıyla oluşturulmuş dışsal değişkenlerle açıklanmaktadır. Öncelikle birbirleriyle bağlantı kurulan 26 ülke/bölge ekonomisi için ayrı ayrı kurulan modeller tahmin edilmekte daha sonra ise bireysel modeller birleştirilmektedir. PSW, farklı şokların ve iletim mekanizması kanallarının göreceli öneminin kantitatif olarak yansıtıldığını ve pratik, küresel bir modelleme çerçevesi sağlanabildiğini ifade etmektedir. Ülke ekonomileri ile büyük finansal kuruluşlar, küresel ve bölgesel şoklardan kaynaklanan risklere maruz kalmakta ve bu etkilerin ölçülmesinde kullanışlı, simüle edilebilir ve tutarlı bir model ihtiyacı bulunmaktadır. Yaklaşım, ekonomiler arası etkileşimleri ve pazar etkileşimlerini modellemek için yaygın olarak kullanılmaktadır.

---

<sup>2</sup> OECD (2020), (Çevrimiçi) <https://www.oecd-ilibrary.org/content/paper/628640803664>, Erişim Tarihi: 10 Kasım 2020.

<sup>3</sup> Kose, M. A., Otrok, C., & Whiteman, C. H. (2003). International business cycles: World, region, and country-specific factors. *American Economic Review*, 93(4), p. 1216-1239.

<sup>4</sup> REPEC (2020), (Çevrimiçi) <https://repec.cepr.org/repec/cpr/ceprdp/DP4119.pdf>, Erişim Tarihi: 10 Kasım 2020.

<sup>5</sup> Stock, J. H., & Watson, M. W. (2002). Macroeconomic forecasting using diffusion indexes. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(2), p. 147-162.

<sup>6</sup> Detaylı bilgi için bakınız DdPS, p. 3.

GVAR modelleme yaklaşımının makroekonomik uygulamalarında<sup>7</sup> sistemde  $N$  tane ülkenin olduğu varsayılmaktadır,  $i = 1, 2, \dots, N$ . Amaç  $i$ . ülkeye özgü  $k_i \times 1$  tipinde içsel değişkenler vektörü  $\mathbf{x}_{it}$ 'de meydana gelen değişimlerin kaynaklarının açıklanmasıdır. Şayet toplamda  $k$ ,  $k = \sum_{i=1}^N k_i$ , tane içsel değişken,  $\mathbf{x}_t = (\mathbf{x}'_{1t}, \mathbf{x}'_{2t}, \dots, \mathbf{x}'_{Nt})'$ , VAR modeli ile tahmin edilmeye çalışılırsa boyutlandırma problemi olarak adlandırılan sorun ile karşılaşılacaktır<sup>8</sup>. GVAR yaklaşımında bu problem iki aşamada çözülmektedir. İlk aşamada, her bir ülke için bireysel olarak yatay kesit ortalamalar ile düzenlenmiş koşullu VARX\*(Dışsal değişkenler ile düzenlenmiş VAR modeli) modelleri tahmin edilmektedir. Burada dışsal değişkenler ülkeye özgü ağırlıklandırma ile oluşturulmaktadır. (\*) ifadesi ile aslında bir başka ülke modelinde açıklanan içsel değişkenlerin, diğer bir ülke modelinde sisteme ağırlıklandırılarak dışsal olarak eklendiği anlatılmaktadır. İkinci aşamada, tahmin edilen bu koşullu modeller bir sistem içerisinde birleştirilmektedir.

Bu kısımda, GVAR modellerine ait bazı ön bilgiler verilecektir. Öncelikle, kullanılacak ekonometrik notasyonlar hakkında kısa bir bilgilendirme yapılacaktır.  $\mathbf{A} \in \mathbb{M}^{n \times n}$  olmak üzere  $\mathbf{A}$  matrisinin determinantı,  $|\mathbf{A}|$  ile ifade edilecektir. Matrisler kalın büyük, vektörler ise kalın küçük harflerle temsil edilecektir. Tüm vektörler sütun vektörleri olarak alınacaktır.  $\mathbf{A}$  matrisinin köşegen elemanları toplamı, trace,  $tr(\mathbf{A})$ , ile gösterilecektir.  $vec$  ifadesi ile  $\mathbf{A}$  matrisi,  $vec(\mathbf{A})$ , sütun elemanlarının sırasıyla dizildiği  $n^2 \times 1$  tipinde bir vektör haline gelmektedir

$$vec(\mathbf{A}) = (a_{11}, a_{21}, \dots, a_{n1}, a_{12}, a_{22}, \dots, a_{n2}, \dots, a_{1n}, a_{2n}, \dots, a_{nn})'.$$

$vech$  ifadesi ile  $\mathbf{A}$  matrisi,  $vech(\mathbf{A})$ , sütun elemanlarının köşegen elemanlarından itibaren sırasıyla dizildiği  $n(n+1)/2 \times 1$  tipinde bir vektör haline gelmektedir

$$vech(\mathbf{A}) = (a_{11}, a_{21}, \dots, a_{n1}, a_{22}, \dots, a_{n2}, \dots, a_{nn})'.$$

$\mathbf{A}$  matrisinin Öklidyen normu

$$\|\mathbf{A}\|_2 = [tr(\mathbf{A}'\mathbf{A})]^{1/2} = \left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}^2 \right)^{1/2}.$$

<sup>7</sup> Diğer uygulama alanlarındaki örnekler için bakınız (Chudik ve Pesaran, 2016).

<sup>8</sup> Chudik, A., Grossman, V., & Pesaran, M. H. (2016). A multi-country approach to forecasting output growth using PMIs. *Journal of Econometrics*, 192(2), 349-365, p. 354.

### 1.1. VARX\* Modelleri

GVAR modelleme yaklaşımının ilk aşamasında, ülke ekonomileri için bireysel modeller kurulmaktadır. Bu modellerde bir dizi içsel değişken ile dışsal değişken bir aradadır. İçsel ve dışsal değişken sayıları ülkeden ülkeye farklılık gösterebilecektir.

Bireysel VARX  $^*(p_i, q_i)$  modeli

$$\mathbf{x}_{it} = \mathbf{a}_{i0} + \mathbf{a}_{i1}t + \sum_{\ell=1}^{p_i} \Phi_{i\ell} \mathbf{x}_{i,t-\ell} + \Lambda_{i0} \mathbf{x}_{it}^* + \sum_{\ell=1}^{q_i} \Lambda_{i\ell} \mathbf{x}_{i,t-\ell}^* + \epsilon_{it}. \quad (1.1)$$

Burada  $\mathbf{x}_{it}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $k_i \times 1$  tipinde içsel değişkenler vektörü,  $\mathbf{x}_{it}^*$ ,  $k_i^* \times 1$  tipinde dışsal değişkenler vektörü,  $p_i$  ve  $q_i$  ise sırasıyla içsel ve dışsal değişkenlerin gecikme uzunluklarıdır<sup>9</sup>.  $\ell = 1, 2, \dots, p_i$  olmak üzere  $\Phi_{i\ell}$ ,  $k_i \times k_i$  tipinde gecikmeli katsayılar matrisi,  $\ell = 0, 1, 2, \dots, q_i$  olmak üzere  $\Lambda_{i\ell}$ ,  $k_i \times k_i^*$  tipinde ülkeye özgü spesifik dışsal değişkenlere ait katsayılar matrisidir.

$\mathbf{x}_{it}^*$  dışsal değişkenler vektörü

$$\mathbf{x}_{it}^* = \sum_{n=1}^N w_{in} \mathbf{x}_{nt}$$

olmak üzere içsel değişkenlerin ağırlıklandırılmış ortalamasıdır.  $w_{in}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ ,  $w_{ii} = 0$  ve  $\sum_{n=1}^N w_{in} = 1$  özelliklerinde bir dizi ağırlıklardır.

$i$ . ülkenin  $h$ . ve  $h'$ . değişkenleri arasındaki ilişki,  $\sigma_{ii,hh'} = cov(\epsilon_{iht}, \epsilon_{ih't})$ 'dir. Hata terimi  $\epsilon_{it}$ 'nin, beklenen değerine ait vektör  $E[\epsilon_{it}] = \mathbf{0}$  ve tersine çevrilebilir özellikte  $k_i \times k_i$  tipinde varyans-kovaryans matrisi  $\Sigma_{ii}$  vardır<sup>10</sup> ve  $\epsilon_{it}$  otokorelasyonsuzdur.

$\Sigma_{ii} = (\sigma_{ii,hs})$  olmak üzere  $\epsilon_{it}$ 'nin sahip olduğu özellikler kapalı formda yazılacak olursa<sup>11</sup>

$$\epsilon_{it} \sim IID(\mathbf{0}, \Sigma_{ii}). \quad (1.2)$$

<sup>9</sup> Petrol fiyatları gibi küresel ölçekte gözlemlenebilir değişkenler modele eklenmek istendiğinde, bu değişkenlerin eş-zamanlı ve gecikmeli değerleri eşitliğin sağ tarafında yer alacaktır.

<sup>10</sup> Tersine çevrilebilirlik ancak ve ancak matris tam rank ise gerçekleşir.

<sup>11</sup> Bağımsız ve Özdeş Dağılımı, IID ile gösterilecektir.

$i$ . ülkedeki şokun  $n$ . ülkedeki şok ile eş-zamanlı bağımlılığı yatay kesit kovaryans matrisi ile ifade edilir,  $i \neq n$ ,  $\Sigma_{in} = (\sigma_{in,hh'})$ ,

$$\Sigma_{in} = cov(\epsilon_{it}, \epsilon_{nt}) = E(\epsilon_{it} \epsilon_{nt}'). \quad (1.3)$$

VARX<sup>\*</sup>( $p_i, q_i$ ) modellerinde amaç, ülkeye özgü içsel değişkenlerin ülkeler arasındaki bağımlılıkla beraber açıklanmasıdır. Hata teriminin yapısında ülkeler arasında eş-zamanlı korelasyona (zayıf yatay kesit bağımlılık) izin verilmektedir<sup>12</sup>.

GVAR modelleme yaklaşımının birinci aşamasında (1.1) de verilen VARX<sup>\*</sup>( $p_i, q_i$ ) modeline ait parametreler, tüm ülkeler için tahmin edilmektedir. Öncelikle  $(k_i + k_i^*) \times 1$  tipinde  $\mathbf{z}_{it} = (\mathbf{x}'_{it}, \mathbf{x}_{it}^*)'$  içsel ve dışsal değişkenleri içeren vektör oluşturulmakta ve (1) denklemi

$$\mathbf{A}_{i0}\mathbf{z}_{it} = \mathbf{a}_{i0} + \mathbf{a}_{i1}t + \sum_{\ell=1}^p \mathbf{A}_{i\ell}\mathbf{z}_{it-\ell} + \epsilon_{it}, \quad (1.4)$$

olacak şekilde düzenlenmektedir. Burada  $\ell = 1, 2, \dots, p$ ,

$$\mathbf{A}_{i0} = (\mathbf{I}_{k_i}, -\mathbf{\Lambda}_{i0}), \mathbf{A}_{i\ell} = (\mathbf{\Phi}_{i\ell}, \mathbf{\Lambda}_{i\ell}),$$

$p = \max_i(p_i, q_i)$ , ve  $\ell > p_i$  için  $\mathbf{\Phi}_{i\ell} = \mathbf{0}$ , ve benzer şekilde  $\ell > q_i$  için  $\mathbf{\Lambda}_{i\ell} = \mathbf{0}$ 'dır.

Şayet  $\mathbf{x}_{it}$  vektörü düzey değerlerinde durağan değilse (1.4) de verilen bireysel ülke modellerinin hata düzeltme modeli

$$\Delta \mathbf{x}_{it} = \mathbf{a}_{i0} + \mathbf{a}_{i1}t + \mathbf{\Lambda}_{i0}\Delta \mathbf{x}_{it}^* - \mathbf{\Pi}_i\mathbf{z}_{i,t-1} + \sum_{\ell=1}^p \mathbf{H}_{i\ell}\Delta \mathbf{z}_{i,t-\ell} + \epsilon_{it}, \quad (1.5)$$

kurulur. Burada

---

<sup>12</sup> Pesaran, M. H. Schuermann, T. & Weiner, S. M. Modeling regional interdependencies using a global error-correcting macroeconomic model Journal of Business & Economic Statistics, Taylor & Francis, 2004, 22, p. 129-162.



$$\Pi_i = A_{i0} - \sum_{\ell=1}^p A_{i\ell}, \text{ and } H_{i\ell} = -(A_{i,\ell+1} + A_{i,\ell+2} + \dots + A_{i,\ell+p}).$$

Zayıf dışsal  $I(1)$  olan değişkenlere sahip VARX<sup>\*</sup>( $p_i, q_i$ ) modellerine ait tahmin teorisi Harbo v. d. (1998) ve Pesaran v. d. (2000) tarafından geliştirilmiştir. PSW zayıf dışsallık varsayımının, test edilebilir olduğunu belirtmektedir. Söz konusu ülke ekonomisi dünyanın geri kalanına göre küçük ve (\*) değişkenlerinin oluşturulmasında kullanılan ağırlıklar tanecikli<sup>13</sup> olduğunda genellikle reddedilemeyeceğini ifade etmektedir<sup>14</sup>.

(1.5) hata düzeltme modeli, kısıtsız sabit ve kısıtlı trend katsayısı durumu için tekrar düzenlenirse

$$\Delta \mathbf{x}_{it} = \mathbf{c}_{i0} - \alpha_i \beta_i' [\mathbf{z}_{i,t-1} - \gamma_i(t-1)] + \Lambda_{i0} \Delta \mathbf{x}_{it}^* + \sum_{\ell=1}^p \Gamma_{i\ell} \Delta \mathbf{z}_{i,t-\ell} + \epsilon_{it}, \quad (1.6)$$

olarak elde edilir. Burada,  $\alpha_i$  ve  $\beta_i$  rankı  $r_i$  olan sırasıyla  $k_i \times r_i$  ve  $(k_i + k_i^*) \times r_i$  tipinde matrislerdir.  $\beta_i$  matrisi,  $\beta_i = (\beta_{ix}', \beta_{ix*}')'$  olmak üzere hem içsel değişkenlerin kendi arasında hem de içsel ve dışsal değişkenler arasında eşbütünleşme durumu gözlemlenebilecektir

$$\beta_i'(\mathbf{z}_{it} - \gamma_i t) = \beta_{ix}' \mathbf{x}_{it} + \beta_{ix*}' \mathbf{x}_{it}^* - (\beta_i' \gamma_i) t.$$

(1.6) da model indirgenmiş rank regresyonu temel alınarak tahmin edilmektedir<sup>15</sup>.  $\forall i \in N$ ,  $r_i$ , eşbütünleşme ilişki sayısını,  $\alpha_i$ , uyarlanma hız katsayılarını ve  $\beta_i$  eşbütünleşme vektörünü göstermektedir.

---

<sup>13</sup> Pesaran (2006) ağırlıkların taşınması gereken koşulları  
(i):  $w_i = O\left(\frac{1}{N}\right)$ , (ii):  $\sum_{i=1}^N w_i = 1$ , (iii):  $\sum_{i=1}^N |w_i| < K$ ,

olarak belirtmiştir.

<sup>14</sup> Pesaran, M. H., Schuermann, T., & Weiner, S. M. (2004). Modeling regional interdependencies using a global error-correcting macroeconomic model. *Journal of Business & Economic Statistics*, 22(2), 129-162, p. 137.

<sup>15</sup> Pesaran, M. H. (2015). *Time series and panel data econometrics*, Oxford University Press, p. 461.

## 1.2. Çözüm Stratejisi

GVAR yaklaşımının ikinci aşamasında, bireysel olarak tahmin edilen ülke modelleri büyük bir küresel VAR modeli oluşturmak için birleştirilir. Bu birleştirmenin gerçekleşmesinde  $(k_i + k_i^*) \times k$  tipinde ülkeye özgü spesifik ağırlıkların yer aldığı 'bağıntı' matrisi  $\mathbf{W}_i$  kullanılır.  $k = \sum_{i=1}^N k_i$  toplam içsel değişken sayısı iken, toplam dışsal değişken sayısı  $k^* = \sum_{i=1}^N k_i^*$ 'dır. Bu matris ile,  $k \times 1$  tipinde ülkeye özgü modellerin küresel değişken vektörü  $\mathbf{x}_t$  açısından yazılmasına olanak sağlanır

$$\mathbf{z}_{it} = \mathbf{W}_i \mathbf{x}_t. \quad (1.7)$$

Bu eşitliğin sağ tarafındaki kısım, (1.4) de yerine yazıldığında

$$\mathbf{A}_{i0} \mathbf{W}_i \mathbf{x}_t = \mathbf{a}_{i0} + \mathbf{a}_{i1} t + \sum_{\ell=1}^p \mathbf{A}_{i\ell} \mathbf{W}_i \mathbf{x}_{t-\ell} + \epsilon_{it}, \quad (1.8)$$

elde edilir.

Kapalı formda ise

$$\mathbf{G}_0 \mathbf{x}_t = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t + \sum_{\ell=1}^p \mathbf{G}_\ell \mathbf{x}_{t-\ell} + \epsilon_t \quad (1.9)$$

olacaktır. Burada,  $\ell = 0, 1, 2, \dots, p$ ,

$$\mathbf{G}_\ell = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{1,\ell} \mathbf{W}_1 \\ \mathbf{A}_{2,\ell} \mathbf{W}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_{N,\ell} \mathbf{W}_N \end{pmatrix}, \mathbf{a}_0 = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{10} \\ \mathbf{a}_{20} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{N0} \end{pmatrix}, \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{11} \\ \mathbf{a}_{21} \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{N1} \end{pmatrix}, \text{ ve}$$

$$\epsilon_t = \begin{pmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \\ \vdots \\ \epsilon_{Nt} \end{pmatrix}.$$

Ağırlık matrislerine ve parametre tahminlerine bağlı olan  $\mathbf{G}_0$  tersine çevrilebilir olduğunda, (1.9)'de eşitliğin her iki tarafı  $\mathbf{G}_0^{-1}$  ile çarpılarak GVAR( $p$ ) modeli elde edilir,

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}_1 \mathbf{t} + \sum_{\ell=1}^p \mathbf{H}_\ell \mathbf{x}_{t-\ell} + \mathbf{u}_t. \quad (1.10)$$

Burada

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_0 &= \mathbf{G}_0^{-1} \mathbf{a}_0, \mathbf{b}_1 = \mathbf{G}_0^{-1} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{H}_\ell &= \mathbf{G}_0^{-1} \mathbf{G}_\ell, \mathbf{u}_t = \mathbf{G}_0^{-1} \epsilon_t. \end{aligned}$$

PSW, küresel modeldeki ilişki sayısının ülke modellerinde olan uzun dönemli ilişki sayılarının toplamını geçemeyeceğini ifade etmektedir<sup>16</sup>.

### 1.3. GVAR Modellemesinde Ülkelerin Toplulaştırılması

GVAR modelleme yaklaşımı, küresel ölçekte çeşitli bağlantıları dikkate alması açısından esnek bir yöntemdir. Ancak çok fazla sayıda ülke içeren bir modelde, veri yönetimi, hesaplamalar ve veri analizi açısından zorluklarla karşılaşılacaktır. Analizi daha yönetilebilir hale getirmenin olası bir yolu, önem derecesi yüksek ülkeleri bireysel, kalan ülkeleri ise bir veya birkaç farklı bölgeye toplamak olabilecektir. Çalışmanın bu kısmında ülkelerin bölgesel olarak nasıl toplulaştırılacağı aktarılacaktır.

Toplamda  $R$  ülke/bölge olmak üzere,  $i = 1, 2, \dots, R$ ,  $i$  bölgesinin  $N_i$  ülke içerdiği varsayalım.  $i$ . bölgedeki  $j$ . ülkenin içsel değişkenler vektörü,  $j = 1, 2, \dots, N_i$ ,  $\mathbf{x}_{ijt}$  ile, dışsal değişken vektörü ise  $\mathbf{x}_{ijt}^*$  ile ifade edilsin. (1.1),  $i$  bölge  $N_i$  ülke içerecek şekilde uyarlandığında

$$\mathbf{x}_{ijt} = \mathbf{a}_{ij0} + \mathbf{a}_{ij1} t + \sum_{\ell=1}^{p_i} \Phi_{ij\ell} \mathbf{x}_{ij,t-\ell} + \Lambda_{ij0} \mathbf{x}_{ijt}^* + \sum_{\ell=1}^{q_i} \Lambda_{ij\ell} \mathbf{x}_{ij,t-\ell}^* + \epsilon_{ijt}, \quad (1.11)$$

olacaktır. Burada  $\Phi_{ij\ell}$ ,  $\Lambda_{ij0}$  ve  $\Lambda_{ij\ell}$  parametrelerindeki heterojenliğin kaynağı ülkeye özgü spesifik model katsayılarındaki farklılaşmadır. Modelin toplulaştırılması için bölgesel ağırlıklar kullanılır.

<sup>16</sup> Pesaran, M. H., Schuermann, T., & Weiner, S. M. (2004). Modeling regional interdependencies using a global error-correcting macroeconometric model. Journal of Business & Economic Statistics, 22(2), 129-162., p. 134.

$j$ . ülkenin  $i$ . bölge içerisindeki ağırlığı  $w_{ij}^0$  olmak üzere ülkelerin o bölge içerisindeki ağırlıklarının toplamı 1'dir,

$$\sum_{j=1}^{N_i} w_{ij}^0 = 1.$$

(1.1) dekine benzer şekilde bölgesel model, ağırlıklandırılmış bölgesel değişkenler

$$\mathbf{x}_{it} = \sum_{j=1}^{N_i} w_{ij}^0 \mathbf{x}_{ijt},$$

yardımla elde edilir

$$\mathbf{x}_{it} = \mathbf{a}_{i0} + \mathbf{a}_{i1}t + \sum_{\ell=1}^{p_i} \Phi_{i\ell} \mathbf{x}_{i,t-\ell} + \Lambda_{i0} \mathbf{x}_{it}^* + \sum_{\ell=1}^{q_i} \Lambda_{i\ell} \mathbf{x}_{i,t-\ell}^* + \epsilon_{it}. \quad (1.12)$$

Burada

$$\mathbf{a}_{i0} = \sum_{j=1}^{N_i} w_{ij}^0 \mathbf{a}_{ij0}, \quad \mathbf{a}_{i1} = \sum_{j=1}^{N_i} w_{ij}^0 \mathbf{a}_{ij1}$$

ve

$$\epsilon_{it} = \sum_{j=1}^{N_i} w_{ij}^0 \epsilon_{ijt}.$$

Bölgeye özgü dışsal değişkenler,  $\mathbf{x}_{it}^*$ , bölgesel ticaret ağırlıkları veya ülkeye özgü ticaret ağırlıkları kullanılarak oluşturulabilir<sup>17</sup>.

GVAR modelleme yaklaşımını pragmatik ve teorik anlamda geliştiren PSW ve DdPS'den sonra yapılan çalışmalarda amaç, hedeflenen bir ülkenin temel değişkenlerinin açıklanması üzerinedir. Bu durum, hedef ülke dışındaki ülkelerin nasıl konumlandırılacağı sorusunu beraberinde getirmektedir. Assenmacher (2013) yaptığı çalışmada, İsviçre ekonomisi için düzenlediği GVAR'da İsviçre'nin kendisi ile birlikte sadece üç ticaret ortağını modellemiştir. Bu çalışmada DdPS çalışmasının veri seti<sup>18</sup> kullanılmıştır<sup>19</sup>. En yüksek ticaret oranlarına sahip (yaklaşık %80) üç ülke dışındaki diğer ülkeler model dışında bırakılmıştır. Daha kısıtlı bir GVAR ile çalışılması, analizin yapılmasının daha kolay olmasıyla gerekçelendirilmiştir. Az sayıda ülke ile daha az

<sup>17</sup> a.g.e., p. 139.

<sup>18</sup> Bundan sonra GVAR-DdPS kısaltması kullanılacaktır.

<sup>19</sup> GVAR-DdPS veri seti: 1979Q1-2004Q4 çeyrek dönemlik 33 ülkenin verisidir. Avrupa bölgesi birleştirilerek 26 bölge/ülke ekonomisi verisini içerir.

sayıda parametre tahmin edilmesi hedeflenmiştir. Ancak farklı model alternatifleri ve bunların içerisinde niçin bir tanesinin seçildiği üzerinde durulmamıştır.

Benzer şekilde De Waal v. d. (2015), Güney Afrika için GVAR-DdPS veri seti üzerinden kısıtlı ve kısıtsız olmak üzere iki biçimde model kurmuştur. Kısıtlandırılmış modelde GVAR-DdPS verisinden sadece Güney Afrika ve üç ana ticaret ortağı (yaklaşık %55) için veriler yer almakta, kısıtlanmamış modelde ise GVAR-DdPS verisinin tamamı kullanılmaktadır. Modellerin bu şekilde oluşturulma gerekçesi, Assenmacher (2013) çalışmasında belirtilen ticaret ortaklık payı için verilen alt sınır ile çelişmektedir<sup>20</sup>. Çalışmada şayet Güney Afrika için ticaret ortaklığı %80'e yaklaştırılırsa, GVAR-DdPS veri setinin neredeyse tamamının alınması gerektiği ve bu durumda kısıtlanmış ve kısıtlanmamış model arasında farklılaşmanın ortadan kalkacağı belirtilmektedir<sup>21</sup>. İki model arasında hangisinin seçilebileceği yönünde bir sonuca varılamadığı görülmektedir.

Literatürdeki çalışmaların ortak özelliği, veri setinde ülke boyutunda bir sınırlandırma yapılmasıyla oluşturulan modellerde dünyanın geri kalan kısmının tamamıyla göz ardı edilerek modelden dışlanmasıdır. Bu durum model kurma hatası çelişmesine neden olabilecektir. Aynı zaman boyutuna sahip veri setlerinde, hedef ülke ekonomisine ait dinamiklerin açıklanması için farklı ülke bileşenlerinin olduğu rakip modeller göz önüne alınmamaktadır. Coğrafi, kültürel ya da siyasi bölgelerden oluşturulabilecek modellerin kullanımları incelenebilecektir. Birden fazla model seçeneği göz önüne alındığında, içlerinden hangisinin seçilmesi gerektiği, model seçim konusu kapsamındadır. Aynı veri setine sahip farklı ülke ve/veya bölgeleri içeren GVAR modelleri arasından uygun modelin istatistiksel bir yaklaşımla seçimi literatürdeki en temel eksiklik olarak düşünülmektedir. Açıkçası yukarıda bahsi geçen belirsizliğin giderilmesinde, model seçim kriterlerinden faydalanılabilecektir. Böylelikle Akaike tipi bir bilgi kriteri ele alınarak aynı veri seti içerisinde oluşturulabilecek tüm mümkün GVAR model spesifikasyonları arasından seçim yapılmasına olanak sağlayacak bir kriter türetilmeye çalışılacaktır.

---

<sup>20</sup> Assenmacher, K. (2013). Forecasting the Swiss economy with a small GVAR model. The GVAR Handbook: Structure and Applications of a Macro Model of the Global Economy for Policy Analysis, 244-254., p. 246.

<sup>21</sup> De Waal, A., Van Eyden, R., & Gupta, R. (2015). Do we need a global VAR model to forecast inflation and output in South Africa?. Applied Economics, 47(25), 2649-2670, p. 2653.

## İKİNCİ BÖLÜM

### GVAR YAKLAŞIMI İÇİN MODEL SEÇİMİ: AKAIKE BİLGİ KRİTERİ

Bu bölümde, GVAR modellerinde uygun yatay kesit birim boyutuna karar verilmesinde kullanılabilecek bilgi kriterleri tanıtılacaktır. Çalışmanın ana odağında Kullback–Leibler (K-L) bilgi ölçümünün bir tahmincisi olan Akaike (1973) bilgi kriteri (AIC) yer almaktadır<sup>1</sup>. Model seçim kriteri niteliğinde geliştirilen ilk istatistiksel yaklaşım olduğu kabul edilmektedir. 1973 yılında Hirotugu Akaike tarafından maksimum olasılık ilkesinin bir devamı olarak türetilmiştir<sup>2</sup>. Kriterin istatistiksel uygulamalarda, en çok bilinen ve kullanılan model seçim araçlarından biri olmaya devam ettiği ifade edilmektedir<sup>3</sup>.

AIC, çok çeşitli modelleme çerçevelerinde uygulanabilmektedir. Sadece En Çok Olabilirlik (EÇO) tahmin edicisinin geleneksel büyük örnek özelliklerine ihtiyaç duymaktadır. Gerçekte doğru kabul edilen modelin, rakip modeller içerisinde yer almasına bağlı değildir. Ancak istatistik, regresyon, zaman serisi ve faktör modellerinde türetilirken, gerçekte doğru olan modelin rakip modeller içerisinde olduğu varsayılmaktadır. Çalışmanın bu bölümünde AIC'nin temel prensipleri ve metodolojisinden hareketle GVAR modellerinde uygun yatay kesit ülke boyutuna karar verilmesi için kullanılacak yapı açıklanacaktır<sup>4</sup>.

#### 2.1. GVAR Model Büyüklüğünün Belirlenmesi: Akaike Bilgi Kriterinin Türetilmesi

Kriterin türetilmesinde Gourieroux ve Monfort (1995)'da verilen genel prensip benimsenmiştir<sup>5</sup>. Açıklamayı basitleştirmek<sup>6</sup> için GVAR modelinde  $p_i = q_i = p$  olduğu ve veri setinde toplamda  $N$  tane ülke için analiz yapıldığı varsayılacaktır,  $i \in \mathcal{S}_{(N)} \equiv$

<sup>1</sup> Not: Kullback–Leibler bilgi (ölçümü) mesafesi için bakınız Burnham ve Anderson (2003).

<sup>2</sup> Not: Akaike hakkında daha fazla bilgi için bakınız: Lovric, M. (2011). International Encyclopedia of Statistical Science. Springer. (Lovric, 2011).

<sup>3</sup> Cavanaugh, J. E., & Neath, A. A. (2019). The Akaike information criterion: Background, derivation, properties, application, interpretation, and refinements. Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics, 11(3), e1460. p. 1.

<sup>4</sup> AIC ve türevlerinin türetilmesi için bakınız McQuarrie ve Tsai (1998)

<sup>5</sup> Gourieroux, C., & Monfort, A. (1995). Statistics and econometric models (Vol. 2). Cambridge University Press., p. 307–309.

<sup>6</sup> Bu durumda genellik kaybı yaşanmayacaktır.

$\{1, \dots, N\} \subseteq \mathbb{N}$ . (1.4) de tanımlanmış olan ve sistemin tamamında yer alan değişkenleri içeren  $\mathbf{z}_{it}$  vektörü  $\mathbf{z}_t = (\mathbf{x}'_t, \mathbf{x}^{*'}_t)'$  düzeninde tekrar ifade edilir. Burada  $\mathbf{x}_t$  ve  $\mathbf{x}^{*'}_t$  sırasıyla  $k \times 1$  ve  $k^* \times 1$  tipinde Bölüm 1.2'de tanımlandığı şekliyle uyumludur.  $\mathbf{z}_t$  değişkeni

$$\mathbf{z}_t = \sum_{\ell=1}^p \Phi_{\ell} \mathbf{z}_{t-\ell} + \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t + \epsilon_t, \quad (2.1)$$

GVAR modelleme yaklaşımının çözüm olarak kullanıldığı Bölüm 1'de tanıtılan boyut problemine sahip VAR( $p$ ) yapısındadır.  $\mathbf{z}_t$ 'nin birim kök ve eşbütünleşme özellikleri, VAR( $p$ ) modelinin hata düzeltme model yapısıyla ifade edilir. Model aşağıdaki gibi düzenlenirse

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{z}_t + \mathbf{z}_{t-1} &= \Phi_1 \mathbf{z}_{t-1} + \Phi_2 (\mathbf{z}_{t-1} - \Delta \mathbf{z}_{t-1}) + \dots \\ &+ \Phi_p (\mathbf{z}_{t-1} - \Delta \mathbf{z}_{t-1} - \dots - \Delta \mathbf{z}_{t-p+1}) + \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t + \epsilon_t, \end{aligned}$$

böylece vektör hata düzeltme (VEC) modeli

$$\Delta \mathbf{z}_t = -\Pi \mathbf{z}_{t-1} + \sum_{\ell=1}^{p-1} \Gamma_{z\ell} \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} + \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t + \epsilon_t, \quad (2.2)$$

elde edilir. Burada

$$\Pi = \mathbf{I}_{(k+k^*)} - \sum_{\ell=1}^p \Phi_{\ell}, \quad \Gamma_{z\ell} = -\sum_{\tau=\ell+1}^p \Phi_{\tau}, \quad (2.3)$$

$\ell = 1, \dots, p-1$ , olmak üzere  $\{\Gamma_{z\ell}\}_{\ell=1}^{p-1}$ , kısa dönemli tepki matrisleri ve  $\Pi, (k + k^*) \times (k + k^*)$  tipinde uzun dönem çarpan matrisidir.

(2.1) de yer alan  $(k + k^*) \times 1$  tipinde hata terimi vektörü  $\epsilon_t$ , (1.2) de kapalı formda verilen  $\epsilon_{it}$ 'nin (1.1) VEC modeli için düzenlenmiş hali olmak üzere aşağıdaki varsayım yapılacaktır.

**Varsayım 1.** (Yatay Kesit Zayıf Bağımlı Hatalar).  $\epsilon_t$  hata terimi bağımsız ve özdeş olmak üzere çok değişkenli normal dağılmaktadır,  $\epsilon_t \sim IIDN(0, \Sigma)$ , ve  $\Sigma$ , pozitif tanımlıdır,  $\|\Sigma\|_2 > 0$ .

**Yorum 1.**  $\epsilon_t$ , (1.2) de verilen  $\epsilon_{it}$  ile uyumlu olarak birimler arası eş-zamanlı korelasyonludur. Buna ek olarak **Varsayım 1**, (2.2) de verilen VEC modelinde olabilirlik analizinin yapılmasına ve modelin koşullu olarak ifade edilmesine olanak sağlar<sup>7</sup>.

$\epsilon_t$ ,  $\mathbf{z}_t = (\mathbf{x}'_t, \mathbf{x}'^*_t)'$  ile uyumlu olarak  $\epsilon_t = (\epsilon'_{xt}, \epsilon'_{x^*t})'$  olacak şekilde tekrar düzenlendiğinde (2.2) VEC modeli

$$\begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x}_t \\ \Delta \mathbf{x}^*_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Pi_x \\ -\Pi_{x^*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{t-1} \\ \mathbf{x}^*_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma^*_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x}_{t-1} \\ \Delta \mathbf{x}^*_{t-1} \end{pmatrix} + \dots \\ + \begin{pmatrix} \Gamma_{p-1} \\ \Gamma^*_{p-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x}_{t-p+1} \\ \Delta \mathbf{x}^*_{t-p+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{x0} \\ \mathbf{a}_{x^*0} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{x1} \\ \mathbf{a}_{x^*1} \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} \epsilon_{xt} \\ \epsilon_{x^*t} \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

olacaktır.

**Varsayım 1.** gereğince modelin varyans-kovaryans matrisi

$$E(\epsilon_t \epsilon'_t) = \Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{xx} & \Sigma_{xx^*} \\ \Sigma_{x^*x} & \Sigma_{x^*x^*} \end{pmatrix},$$

olacaktır. Burada  $\Sigma_{xx}$ ,  $\Sigma_{xx^*}$ ,  $\Sigma_{x^*x}$  ve  $\Sigma_{x^*x^*}$  sırasıyla  $k \times k$ ,  $k \times k^*$ ,  $k^* \times k$  ve  $k^* \times k^*$  tipinde matrislerdir.

Böylece (2.4) de  $\epsilon_{xt}$ ,  $\epsilon_{x^*t}$  ile ifade edilir<sup>8</sup>

$$\epsilon_{xt} = \Sigma_{xx^*} \Sigma_{x^*x}^{-1} \epsilon_{x^*t} + v_t, \quad (2.5)$$

burada  $v_t \sim IIDN(0, \Sigma_{vv})$ ,  $\Sigma_{vv} = \Sigma_{xx} - \Sigma_{xx^*} \Sigma_{x^*x}^{-1} \Sigma_{x^*x}$  ve  $v_t$ ,  $\epsilon_{x^*t}$  ile ilişkisizdir.

$\Delta \mathbf{x}_t$  için koşullu modelin elde edilmesinde, (2.5) (2.4) de yerine yazılır

<sup>7</sup> Detaylı bilgi için bakınız: Harbo v. d. (1998) ve Pesaran v. d. (2000).

<sup>8</sup> Dönüşüm için bakınız Bierens, H. J. (2004). Introduction to the mathematical and statistical foundations of econometrics. Cambridge University Press. s.f., 115.



$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{x}_t &= -\Pi_x \mathbf{z}_{t-1} + \Sigma_{xx^*} \Sigma_{x^*x^*}^{-1} (\Delta \mathbf{x}_t^* + \Pi_{x^*} \mathbf{z}_{t-1} - \sum_{\ell=1}^{p-1} \Gamma_\ell^* \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} - \mathbf{a}_{x^*0} - \mathbf{a}_{x^*1} t) + \mathbf{a}_{x0} + \mathbf{a}_{x1} t + \mathbf{v}_t \\
&= (\Sigma_{xx^*} \Sigma_{x^*x^*}^{-1} \Pi_{x^*} - \Pi_x) \mathbf{z}_{t-1} + \Sigma_{xx^*} \Sigma_{x^*x^*}^{-1} \Delta \mathbf{x}_t^* + \sum_{\ell=1}^{p-1} \Lambda_\ell \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} + \mathbf{c}_0 + \mathbf{c}_1 t + \mathbf{v}_t \\
&= -\Pi_{xx,x^*} \mathbf{z}_{t-1} + \Lambda_0 \Delta \mathbf{x}_t^* + \sum_{\ell=1}^{p-1} \Lambda_\ell \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} + \mathbf{c}_0 + \mathbf{c}_1 t + \mathbf{v}_t,
\end{aligned} \tag{2.6}$$

burada  $\Pi_{xx,x^*} = \Pi_x - \Sigma_{xx^*} \Sigma_{x^*x^*}^{-1} \Pi_{x^*}$ ,  $\Lambda_0 = \Sigma_{xx^*} \Sigma_{x^*x^*}^{-1}$ ,  $\ell = 1, \dots, p-1$  için  $\Lambda_\ell = \Gamma_\ell - \Sigma_{xx^*} \Sigma_{x^*x^*}^{-1} \Gamma_\ell^*$ ,  $\mathbf{c}_0 = \mathbf{a}_{x0} - \Sigma_{xx^*} \Sigma_{x^*x^*}^{-1} \mathbf{a}_{x^*0}$  ve  $\mathbf{c}_1 = \mathbf{a}_{x1} - \Sigma_{xx^*} \Sigma_{x^*x^*}^{-1} \mathbf{a}_{x^*1}$ 'dir.

Bölüm 1.1'de ifade edilen ve PSW'nin GVAR modelleme yaklaşımında kullanmış olduğu zayıf dışsallık varsayımı, Pesaran v. d. (2000) tarafından yapılan zayıf dışsallık varsayımıdır. Buraya uyarlandığında  $\{\mathbf{x}_t^*\}_{t=1}^\infty$  süreci uzun vadeli çarpan parametrelerinin matrisine göre zayıf dışsal olduğu varsayılacaktır<sup>9</sup>

$$\Pi_{x^*} = 0,$$

böylece  $\Pi_{xx,x^*} = \Pi_x$  olacaktır. Zayıf dışsallık varsayımının geçerliliği ile (2.4) de verilen eşitlikler sistemi

$$\Delta \mathbf{x}_t = -\Pi_x \mathbf{z}_{t-1} + \Lambda_0 \Delta \mathbf{x}_t^* + \sum_{\ell=1}^{p-1} \Lambda_\ell \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} + \mathbf{c}_0 + \mathbf{c}_1 t + \mathbf{v}_t, \tag{2.7}$$

ve

$$\Delta \mathbf{x}_t^* = \sum_{\ell=1}^{p-1} \Lambda_\ell \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} + \mathbf{a}_{x^*0} + \epsilon_{x^*t}, \tag{2.8}$$

olacaktır. Garratt v. d. (2006) kuadratik trendi ortadan kaldırmak ve  $\mathbf{x}_t$ 'nin deterministik kısımdaki eğilimin doğrusal olmasını sağlamak için, trend katsayılarının sınırlandırılması gerektiğini ifade etmektedir<sup>10</sup>. Bu durumda  $\mathbf{a}_{x^*1} = 0$  olacağından  $\mathbf{c}_1 = \mathbf{a}_{x1}$  olur.

<sup>9</sup> Pesaran, M. H., Shin, Y., & Smith, R. J. (2000). Structural analysis of vector error correction models with exogenous I (1) variables. Journal of Econometrics, 97(2), 293-343, p, 219.

<sup>10</sup> Garratt, A., Lee, K., Pesaran, M., & Shin, Y. (2006). Global and National Macroeconometric Modelling: A Long-Run Structural Approach. Oxford University Press. p.120.

(2.2) de verilen denklem sisteminin aslında, içsel değişkenler,  $\Delta \mathbf{x}_t$ , ve dışsal değişkenlerin,  $\Delta \mathbf{x}_t^*$  farklı dinamiklere sahip olduğu iki kısımdan meydana geldiği görülmektedir. Granger ve Lin (1995) ile Pesaran v. d. (2000) zayıf dışsallık kavramı ile ilişkilendirdiği  $I(1)$  özelliğine sahip değişkenleri, "uzun dönem nedeni"<sup>11</sup> ve "uzun dönem etkileyen" olarak nitelendirmektedir<sup>12</sup>.  $\{\mathbf{x}_t^*\}_{t=1}^{\infty}$  ve  $\{\mathbf{x}_t\}_{t=1}^{\infty}$  süreci sırasıyla koşullu ve marjinal model tanımlarıyla uyumlu olacaktır<sup>13</sup>. Böylece GVAR modelleme yaklaşımı için üretilecek bilgi kriteri Engle v. d. (1983) olabilirlik çerçevesinde ele alınabilecektir<sup>14</sup>.

(1.6) da kullanılan kısıtsız sabit ve kısıtlı trend model seçeneği,  $\mathbf{c}_0 \neq 0$  ve  $\mathbf{c}_1 = \mathbf{\Pi}_x \gamma$ , burada kullanıldığında (2.7)

$$\Delta \mathbf{x}_t = \mathbf{c}_0 + \mathbf{\Pi}_{\tilde{\mathbf{x}}} \tilde{\mathbf{z}}_{t-1} + \mathbf{\Lambda}_0 \Delta \mathbf{x}_t^* + \sum_{\ell=1}^{p-1} \mathbf{\Lambda}_{\ell} \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} + \mathbf{v}_t, \quad (2.9)$$

olur. Burada  $\tilde{\mathbf{z}}_{t-1} = (t, \mathbf{z}'_{t-1})'$ , ve  $\mathbf{\Pi}_{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{\Pi}_x (-\gamma, I_{(k+k^*)})$ .

Elde edilen denklem eşitlik (1.6) ile uyumludur. Burada  $\mathbf{\Pi}_x = \alpha_x \beta'$  olmak üzere  $\mathbf{\Pi}_x$ ,  $\alpha_x$  ve  $\beta$  sırasıyla  $k \times (k + k^*)$ ,  $k \times r$  ve  $(k + k^*) \times r$  tipinde matrislerdir.  $r = \sum_{i=1}^N r_i$ , GVAR sistemindeki toplam eşbütünleşme sayısıdır.

(2.9) da verilen VEC modeli  $T$  gözlem için bir araya getirildiğinde

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{c}_0' + \mathbf{\Lambda} \Delta \mathbf{Z}_{-} + \mathbf{\Pi}_{\tilde{\mathbf{x}}} \tilde{\mathbf{Z}}_{-1} + \mathbf{V}, \quad (2.10)$$

burada  $\Delta \mathbf{X} \equiv (\Delta \mathbf{x}_1, \dots, \Delta \mathbf{x}_T)$ ,  $T, T \times 1$  tipinde vektör  $T \equiv (1, \dots, 1)'$ ,  $\Delta \mathbf{X}^* \equiv (\Delta \mathbf{x}_1^*, \dots, \Delta \mathbf{x}_T^*)$ ,  $\Delta \mathbf{Z}_{-\ell} \equiv (\Delta \mathbf{z}_{1-\ell}, \dots, \Delta \mathbf{z}_{T-\ell})$ ,  $\ell = 1, \dots, p-1$ ,  $\mathbf{\Lambda} \equiv (\mathbf{\Lambda}_0, \mathbf{\Lambda}_1, \dots, \mathbf{\Lambda}_{p-1})$ ,  $\Delta \mathbf{Z}_{-} \equiv (\Delta \mathbf{X}^*, \Delta \mathbf{Z}'_{-1}, \dots, \Delta \mathbf{Z}'_{1-p})'$ ,  $\tilde{\mathbf{Z}}_{-1} \equiv (T, \mathbf{Z}'_{-1})'$   $\mathbf{Z}_{-1} \equiv (\mathbf{z}_0, \dots, \mathbf{z}_{T-1})$ , ve  $\mathbf{V} \equiv (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_T)$ .

<sup>11</sup> Granger, C. W., & Lin, J. L. (1995). Causality in the long run. *Econometric theory*, 530-536, p. 534.

<sup>12</sup> Pesaran, M. H., Shin, Y., & Smith, R. J. (2000). Structural analysis of vector error correction models with exogenous  $I(1)$  variables. *Journal of Econometrics*, 97(2), 293-343, p. 315.

<sup>13</sup> Koşullu ve marjinal model kavramları için bakınız: Pesaran (2015), p. 243.

<sup>14</sup> Engle, R. F., Hendry, D. F., & Richard, J. F. (1983). Exogeneity. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 277-304, p. 287.

Direk tahmin edilmesinde boyut problemi yaşanacak olan (2.2) koşulsuz  $VEC(p-1)$  modeli yerine (2.10) da verilen modelin kullanılabilmesi için logaritmik olabilirlik fonksiyonunun koşullu ve marjinal model olmak üzere iki parçada ele alınması gerekmektedir. Aşağıda verilen yardımcı teorem ile bu gerçekleştirilir.

**Yardımcı Teorem 1.** *Şayet zayıf dışsallık varsayımı geçerliyse,  $\Pi_{x^*} = 0$ , (2.2) koşulsuz modelinin logaritmik olabilirlik fonksiyonu (2.10) ve (2.8) de verilen koşullu ve marjinal modellerin logaritmik olabilirliklerinden oluşacaktır*

$$\ell(\theta_{\Delta Z}, \Sigma) = \ell_v(\theta, \Sigma_{vv}) + \ell_*(\theta^* \Sigma_{x^*x^*}),$$

burada  $\theta_{\Delta Z}$ ,  $\theta$  ve  $\theta^*$  sırasıyla koşulsuz, koşullu ve marjinal modelin parametre vektörleridir.

**Yardımcı Teorem 1.** ispatı EK-1’de verilmiştir.

(2.10) koşullu modeline ait logaritmik olabilirlik fonksiyonu

$$l(\theta) = \frac{-kT}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\Sigma_{vv}| - \frac{1}{2} \text{tr}(\Sigma_{vv}^{-1} VV'), \quad (2.11)$$

burada  $K \times 1$  tipinde  $\theta$  parametre vektörü

$$\theta = (\text{vec}(\Lambda)', \text{vec}(\alpha_x)', \text{vec}(\beta_x)', \text{vech}(\Sigma_{vv})')',$$

iken bu vektörün boyutu  $K$ ,

$$K = \left[ k \times [k^* + (k + k^*)(p-1)] + kr + (k + k^*) \times r + \left( \frac{k(k+1)}{2} \right) \right]. \quad (2.12)$$

(2.2) de yer alan  $\Delta z_t$  vektörü,  $\Delta z_t = (\Delta x_t', \Delta x_t^{*'})'$ ,  $\Delta Z$  sürekli rassal değişkeni olmak üzere  $f(\Delta z, \theta_{\Delta Z})$  olasılık yoğunluk fonksiyonu ile karakterize edilmektedir.  $\theta_{\Delta Z}$ ,  $K_{\Delta Z} \times 1$  tipinde parametre vektörüdür,  $\theta_{K_{\Delta Z}} \in \Theta \subset \mathbb{R}^{K_{\Delta Z}}$ .  $\theta_{\Delta Z}$ ’nın gerçekte "doğru" olan

ancak bilinmeyen parametre vektörü  $\theta_{\Delta z_0}$  olmak üzere, gözlemlenmiş örnek verisi gerçekte doğru olan olasılık yoğunluk fonksiyonu  $f(\Delta z, \theta_{\Delta z_0})$ 'dan gelecektir. Öyle bir  $\theta_{\Delta z}$  seçilmelidir ki, gerçek parametre vektörü  $\theta_{\Delta z_0}$ 'a "yakın" olmalıdır. Böylece  $f(\Delta z, \theta_{\Delta z})$  ve  $f(\Delta z, \theta_{\Delta z_0})$  olasılık yoğunluk fonksiyonları sırasıyla rakip ve gerçek model olarak ifade edilebilecektir. **Yardımcı Teorem 1** kullanılarak bu modeller  $f(\Delta x, \theta)$  ve  $f(\Delta x, \theta_0)$  olarak nitelendirilir.

İki model arasındaki uzaklık mesafesinin ölçülmesinde K-L bilgisinin kullanılabilmesi için literatürde düzenlilik koşulları olarak bilinen varsayımlar yapılacaktır<sup>15</sup>.  $i'$ ,  $\theta$ 'nın  $i'$ 'nci elemanı olmak üzere

**Varsayım 2.** (DK1)  $\forall \theta \in \theta$ ,

$$\frac{\partial \log f(\Delta x, \theta)}{\partial \theta_{i'}}, \frac{\partial^2 \log f(\Delta x, \theta)}{\partial \theta_{i'} \partial \theta_{j'}}, \frac{\partial^3 \log f(\Delta x, \theta)}{\partial \theta_{i'} \partial \theta_{j'} \partial \theta_{k'}}$$

türevleri tüm  $\Delta x$  ve  $i', j', k' = 1 \dots K$  için vardır.

**Varsayım 3.** (DK2)  $\theta_0 \in \theta$  için  $G(\Delta x)$ ,  $H(\Delta x)$  ve  $K(\Delta x)$  olacak şekilde fonksiyonlar vardır,

$$\left| \frac{\partial f(\Delta x, \theta)}{\partial \theta_{i'}} \right| \leq G_{i'}(\Delta x), \left| \frac{\partial^2 f(\Delta x, \theta)}{\partial \theta_{i'} \partial \theta_{j'}} \right| \leq H_{i'j'}(\Delta x), \left| \frac{\partial^3 f(\Delta x, \theta)}{\partial \theta_{i'} \partial \theta_{j'} \partial \theta_{k'}} \right| \leq K_{i'j'k'}(\Delta x),$$

eşitsizlikleri tüm  $\Delta x$  ve  $i', j', k' = 1 \dots K$  için vardır ve

$$\int G_{i'}(\Delta x) d\Delta x < \infty, \int H_{i'j'}(\Delta x) d\Delta x < \infty, \int K_{i'j'k'}(\Delta x) d\Delta x < \infty.$$

**Varsayım 4.** (DK3)  $\theta \in \theta$  için,

<sup>15</sup> Detaylı bilgi için bakınız Hogg, R. V., McKean, J., & Craig, A. T. (2005). Introduction to mathematical statistics. Pearson Education. p. 687.

$$\mathbf{B}(\theta) = E \left[ \left( \frac{\partial \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta} \right) \left( \frac{\partial \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta'} \right)' \right] \quad (2.13)$$

vardır ve  $\|\mathbf{B}(\theta)\|_2 > 0$ .

**Yorum 2.**  $\frac{\partial \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta}$ , DK1 **Varsayımı** ile  $\theta$ 'nın bir fonksiyonu olarak Taylor serisi genişlemesine sahip olacaktır.  $\frac{\partial \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta}$  türevi literatürde skor vektörü olarak nitelendirilmiştir<sup>16</sup>. DK2 **Varsayımı**,  $\int f(\Delta \mathbf{x}, \theta) d\Delta \mathbf{x}$ 'un ve  $\int \left[ \frac{\partial \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta} \right] d\Delta \mathbf{x}$ 'in  $\theta$ 'ya göre türevi alınabilmesine izin vermektedir. Son olarak, DK3 **Varsayımı**, Skor vektörünün sonlu bir varyansa sahip olmasını gerektirir.

**Yardımcı Teorem 2.** Şayet düzenlilik koşulları DK1-DK3 sağlanıyorsa, skor vektörü,  $\mathbf{S}(\theta) = \frac{\partial \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta}$ , ortalaması sıfır ve sabit varyanslıdır.

**Yardımcı Teorem 2.** ispatı EK-1'de verilmiştir.

(2.10) da verilen VEC modeli için K-L bilgisi

$$\begin{aligned} K - L(\theta_0; \theta) &= E[\log f(\Delta \mathbf{X}, \theta_0) - \log f(\Delta \mathbf{X}, \theta)] \\ &= \int f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0) \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0) d\Delta \mathbf{x} - \int f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0) \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta) d\Delta \mathbf{x} \\ &= H(\theta_0; \theta_0) - H(\theta_0; \theta), \end{aligned} \quad (2.14)$$

olacaktır. Burada  $E$ ,  $\Delta \mathbf{X}$ 'in gerçek dağılımı  $f(\Delta \mathbf{X}, \theta_0)$ 'ya göre beklentiği gösterir.

İfade düzenlendiğinde

$$K - L(\theta_0; \theta) = \int f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0) \log \left( \frac{f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0)}{f(\Delta \mathbf{x}, \theta)} \right) d\Delta \mathbf{x}, \quad (2.15)$$

olacaktır.

**Önerme 1.** Şayet düzenlilik koşulları DK1-DK3 sağlanıyorsa, (2.10) da verilen VEC modeli için  $f(\Delta \mathbf{x}, \theta)$ 'nın  $f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0)$  olasılık yoğunluk fonksiyonuna olan uzaklığın bilgi miktarı  $K - L(\theta_0; \theta)$ , negatif olmayan bir ölçüdür.

<sup>16</sup> a.g.e., p. 364.

**Önerme 1**'in ispatı Ek-1'de verilmişti.

**Sonuç 1. Önerme 1** (2.10) da verilen VEC modeli için  $K - L(\theta_0; \theta)$  bilgi miktarının analitik özelliklerinin

1.  $f(\Delta x, \theta_0) \neq f(\Delta x, \theta)$  ise  $K - L(\theta_0; \theta) > 0$  olur.

2. Ancak ve ancak  $f(\Delta x, \theta_0) = f(\Delta x, \theta)$  ise, kısaca model doğru belirlenmiş ise  $K - L(\theta_0; \theta) = 0$  olur.

3.  $\Delta X$  bağımsız ve özdeş dağıldığı için,  $K - L(\theta_0; \theta)$  toplamsaldır.

olmasını sağlamaktadır.

Yazım kolaylığı açısından  $f(\Delta x, \theta_0)$  ve  $f(\Delta x, \theta)$  yerine sırasıyla  $f_0$  ile  $f$  kullanılacaktır.  $g$ ,  $f$ 'ten farklı başka bir rakip model olursa, (2.14) üzerinden

$$K - L(f_0; f) = H(f_0) - H(f_0; f)$$

$$K - L(f_0; g) = H(f_0) - H(f_0; g)$$

$$K - L(f_0; f) - K - L(f_0; g) = H(f_0; g) - H(f_0; f),$$

olacaktır. Rakip modellerin karşılaştırılmasında gerçekte doğru olan  $f_0$  modelinin bilinmesi gerekmeyecektir. Buna ek olarak  $f_0$  modeli hiçbir zaman bilinemez. Böylelikle (2.15) de verilen K-L bilgi miktarında öncelik, rakip model  $f$ 'in tahmin edilmesi olacaktır

$$K - L(f_0; \hat{f}) = H(f_0) - H(f_0; \hat{f}).$$

K-L bilgi miktarının tahmini  $\hat{f}$ 'e bağlı olduğu için rassaldır. Akaike, beklenen K-L bilgi miktarı üzerinde durmaktadır<sup>17</sup>

---

<sup>17</sup> Gourieroux, C., & Monfort, A. (1995). Statistics and econometric models (Vol. 2). Cambridge University Press. p. 307.

$$E[K - L(f_0; \hat{f})] = \int f_0(\Delta \mathbf{x}) \log f_0(\Delta \mathbf{x}) d\Delta \mathbf{x} - E\left[\int f_0(\Delta \mathbf{x}) \log \hat{f}(\Delta \mathbf{x}) d\Delta \mathbf{x}\right]. \quad (2.16)$$

Burada beklenti  $\hat{f}$  üzerinedir. Daha önce de bahsedildiği üzere, ilk terimin rakip modeller arasında seçim yaparken kullanılmasına gerek yoktur. Bu nedenle, beklenen K-L miktarının minimize edilmesi, ikinci terimin maksimize edilmesidir. İkinci terimin -2 ile çarpılmasıyla<sup>18</sup>, amaç fonksiyonu

$$A = -2E\left[\int f_0(\Delta \mathbf{x}) \log \hat{f}(\Delta \mathbf{x}) d\Delta \mathbf{x}\right]. \quad (2.17)$$

Burada integral gerçek doğru olan  $f_0$ ' a göre  $\Delta \mathbf{X}$  anakütle rassal değişkeni üzerinedir. Daha öncede belirtildiği üzere gerçekte doğru olan olasılık yoğunluk fonksiyonu hiçbir zaman bilinemeyecektir. Ancak  $\Delta \mathbf{X}$ 'ten çekilen örneklem üzerinden tahminler gerçekleştirilir,  $\Delta \tilde{\mathbf{x}}$ . Bundan dolayı, (2.17)

$$A = -2E[\log \hat{f}(\Delta \tilde{\mathbf{x}})]. \quad (2.18)$$

gibi yazılır.  $\Delta \tilde{\mathbf{x}}$ ,  $f_0$  olasılık yoğunluk fonksiyona sahip  $\Delta \mathbf{X}$  rassal değişkeninden çekilen bağımsız bir örnektir. Böylece  $A$ , logaritmik olabilirliğin beklenen tahminidir<sup>19</sup>. Burnham ve Anderson (2003),  $A$  değerleri düşük olan modellerin, örneklem dışı logaritmik olabilirliklerinin iyi uyuma sahip olacağını ifade etmektedir<sup>20</sup>.

$$\mathbf{v}_t = \Delta \mathbf{x}_t - \mathbf{c}_0 - \mathbf{\Pi}_{\tilde{\mathbf{x}}} \tilde{\mathbf{z}}_{t-1} - \mathbf{\Lambda}_0 \Delta \mathbf{x}_t^* - \sum_{\ell=1}^{p-1} \mathbf{\Lambda}_{\ell} \Delta \mathbf{z}_{t-\ell},$$

<sup>18</sup> Logaritmik olasılığın -2 ile çarpımı,  $\chi^2$  parametre boyutlandırma ile benzerdir. Lovric (2011) p. 25.

<sup>19</sup> a.g.e. p. 308.

<sup>20</sup> Burnham, K. & Anderson, D. Model selection and multimodel inference: A practical information-theoretic approach. Springer New York, 2003. p. 368.

olmak üzere (2.11) de verilen koşullu modelin logaritmik olabilirlik fonksiyonu tekrar yazıldığında

$$l(\boldsymbol{\theta}) = \frac{-kT}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\boldsymbol{\Sigma}_{vv}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \mathbf{v}_t' \boldsymbol{\Sigma}_{vv}^{-1} \mathbf{v}_t, \quad (2.19)$$

olacaktır. Gerçekte doğru olan parametreler ile sistemin logaritmik olabilirlik fonksiyonunun maksimum değeri

$$l(\boldsymbol{\theta}_0) = \frac{-kT}{2} \log(2\pi) - \frac{T}{2} \log|\boldsymbol{\Sigma}_{vv,0}|,$$

elde edilecektir. Dolayısıyla  $A$  fonksiyonun istenilen değeri

$$A_0 = kT \log(2\pi) + T \log|\boldsymbol{\Sigma}_{vv,0}|, \quad (2.20)$$

olacaktır. Bu, herhangi bir tahmin hatası yoksa elde edilen değer olacaktır<sup>21</sup>.

**Yardımcı Teorem 3.** *Şayet  $K$  parametre sayısına sahip ve varyans-kovaryans matrisi  $\boldsymbol{\Sigma}_{vv,0}$  olan (2.10) koşullu VEC modeli, gerçekte doğru model  $f_0$  iken  $\hat{f}(\Delta \mathbf{x})$  ile tahmin edilirse*

$$A = kT(\log(2\pi) + 1) + T \log|\boldsymbol{\Sigma}_{vv,0}| + K, \quad (2.21)$$

ve

$$E[-2\ell_T(\hat{\boldsymbol{\theta}})] = kT(\log(2\pi) + 1) + T \log|\boldsymbol{\Sigma}_{vv,0}| - K, \quad (2.22)$$

---

<sup>21</sup> Anakütle varyans-kovaryans matrisi bilinemez fakat  $\boldsymbol{\Sigma}_{vv,0}$  bilindiği durumda hesaplamalar kolaylıkla gösterilebilecektir.



olacaktır.

**Yardımcı Teorem 3.** ispatı EK-1’de verilmiştir.

(2.21) de  $A$  amaç fonksiyonun, istenilen değeri olan  $A_0$ ’dan  $K$  parametre sayısı kadar fazla olduğu görülmektedir. İkinci ifade, beklenen K-L bilgi miktarıyla ölçülen parametre tahminin maliyetidir. Gerçek parametre değerleri yerine parametreler tahmin edildiğinde, K-L miktarı  $K$  parametre sayısı ile birlikte doğrusal artış gösterir.

(2.22) de aynı sonuç farklı şekilde ele alınır. Örnek logaritmik olabilirlik fonksiyonu istenilen değer olan  $A_0$ ’dan  $K$  parametre sayısı kadar azdır. Bu örneklem içi aşırı uyum maliyetidir. Örnek logaritmik olabilirliği, örneklem içi bir uyum ölçüsüdür ve bu nedenle anakütle logaritmik olabilirliğinin daha altındadır. Bu iki ifade birlikte, örnek logaritmik olabilirliğin amaç değeri  $A$ ’dan  $2K$  daha küçük olduğunu göstermektedir. Bu, aşırı uyum ile parametre tahmininin birleşim maliyetidir.

(2.21) ve (2.22) ifadesi birleştirilerek

$$AIC = -2 \times (\text{logaritmikolabilirlik}) + 2 \times (\text{parametresayısı}),$$

AIC’nin genel yapısını oluşturmaktadır. Burada *olabilirlik*, parametrelerin tahmin edilmesiyle elde edilmektedir.  $-2 \times (\text{logaritmikolabilirlik})$  kısmı *uyumun iyiliği* ve  $2 \times (\text{parametresayısı})$  kısmı ise *ceza terimi* olarak nitelendirilmektedir<sup>22</sup>.

**Teorem 1.** *GVAR-Akaike bilgi kriteri (GAIC): (2.10) da verilen VEC modelinde ülke/bölge yapısına göre şekillenen tüm rakip modellerin kümesi  $\{ \mathfrak{M}_{\tilde{k}_{(N)}} : \tilde{k}_{(N)} = \tilde{k}_{(N),1}, \tilde{k}_{(N),2}, \dots, \tilde{k}_{(N),K} \in \mathbb{Z}^+, N \in \mathbb{N} \}$ , olmak üzere **Yardımcı Teorem 1-3** geçerliliği altında*

$$\begin{aligned} GAIC(\tilde{k}_{(N)}) &= -2 \log \ell(\hat{\theta}_{\tilde{k}_{(N)}}) + 2\tilde{k}_{(N)} \\ &= k(\log(2\pi) + 1) + \log |\hat{\Sigma}_{vv,0}| + \frac{2\tilde{k}_{(N)}}{T}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

<sup>22</sup> Cavanaugh ve Neath (2019) p. 3.

*kriteri rakip modellerin içerisinde bir  $\mathfrak{M}_{\tilde{k}(N)}$  modeli seçmek için minimize edilen (2.21) de verilen amaç fonksiyonun iki katının bir tahmincisidir. Burada  $k$  içsel değişken sayısı,  $\tilde{k}(N)$  ise ülke/bölge sayısı  $N$ 'e bağlı olarak değişen parametre sayısıdır.*

**Teorem 1**'in ispatı Ek-1'de yer almaktadır. *GAIC* tarafından bir modelin seçilmesi, her model için kriterin hesaplanması ve en düşük değere sahip modelin seçilmesidir.

AIC'nin avantajları, hesaplanmasının basit, uygulanmasının ve yorumlanmasının kolaylığıdır. Özetle, olabilirliğe her ilave parametre tahmininin maliyetinin (ceza) yansıtıldığı sezgisel bir yaklaşımdır.

Kriterin bu avantajlarının yanı sıra, literatürde de genel kabul görmüş bazı dezavantajları da bulunmaktadır. Cavanaugh ve Neath (2019) parametre sayısının gözlem sayısına oranla büyük olduğu durumlarda, kriterin sağ tarafında yer alan maliyet ifadesinin ciddi anlamda etkileneceğini ve kriterin yanlış sonuçlar vereceğini belirtmektedir<sup>23</sup>. Bu durumun özellikle örnek boyutunun artmasıyla daha da belirginleştiği ifade edilmektedir. Shibata (1989), AIC kriterinin parametre sayısına hassas bir kriter olduğunu vurgulamaktadır<sup>24</sup>. Linhart ve Zucchini (1986), kriterin parametre sayısındaki artışla ciddi anlamda yanlış model seçimine yöneleceği sonucuna ulaşmıştır<sup>25</sup>. GVAR modelleme yaklaşımı için geliştirilen *GAIC* kriteri de literatürde değinilen bu olgulara benzer şekilde bir durumla karşı karşıya kalacaktır. Özellikle bireysel ülke/bölge modellerindeki artış ile içsel ve dolayısıyla dışsal değişken sayısının artmasıyla parametre vektörünün boyutu gözlem sayısından fazla olacaktır. Bu durum makroekonomik analizlerin ve dolayısıyla GVAR modelleme yaklaşımında kullanılan veri setlerinin en belirgin özelliklerindendir. Yapılan simülasyon deneylerinde Akaike tipi kriterlerde görülen sınırlı örneklem özellikleri, *GAIC* kriteri için de gözlemlenmiştir. Bölüm 2.2'de *GAIC* kriteri için bir eklenti getirilerek yapılan çözüm önerisi gerekçeleriyle açıklanacaktır.

<sup>23</sup> Cavanaugh, J. E., & Neath, A. A. (2019). The Akaike information criterion: Background, derivation, properties, application, interpretation, and refinements. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 11(3), e1460. p. 5.

<sup>24</sup> Shibata, R. (1989). Statistical aspects of model selection. In *From data to model* (pp. 215-240). Springer, Berlin, Heidelberg. s.f., 225.

<sup>25</sup> Linhart, H., & Zucchini, W. (1986). *Model selection*. John Wiley & Sons., s.f., 78.

## 2.2. İyileştirme: Bilgi Kriterine Ad-Hoc Bir Eklenti

$K$  sayıda parametreye sahip GVAR modeli için (2.23) de verilen  $GAIC$  kriteri

$$GAIC(K) = k(\log(2\pi) + 1) + \log|\hat{\Sigma}_{vv,0}| + \frac{2K}{T}, \quad (2.24)$$

olmak üzere parametre vektörünün boyutu

$$K = \left[ k \times [k^* + (k + k^*)(p - 1)] + kr + (k + k^*) \times r + \left( \frac{k(k+1)}{2} \right) \right]. \quad (2.25)$$

GVAR sistemindeki toplam içsel ve dışsal değişken sayısı

$$k = \sum_{i=1}^N k_i = N\bar{k},$$

$$k^* = \sum_{i=1}^N k_i^* = N\bar{k}^*,$$

ortalama değerleri ile ifade edilirse

$$GAIC(K) = N\bar{k}(\log(2\pi) + 1) + \log|\hat{\Sigma}_{vv,0}| + \frac{2K}{T}, \quad (2.26)$$

olacaktır.

Burada

$$\begin{aligned} K = & \left( \sum_{i=1}^N k_i \right) \left[ \left( \sum_{i=1}^N k_i^* \right) + \left( \left( \sum_{i=1}^N k_i \right) + \left( \sum_{i=1}^N k_i^* \right) \right) (p - 1) \right] \\ & + \left( \sum_{i=1}^N k_i \right) \left( \sum_{i=1}^N r_i \right) \\ & + \left( \left( \sum_{i=1}^N k_i \right) + \left( \sum_{i=1}^N k_i^* \right) \right) \left( \sum_{i=1}^N r_i \right) + \left( \frac{\left( \sum_{i=1}^N k_i \right) \left( \left( \sum_{i=1}^N k_i \right) + 1 \right)}{2} \right), \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$= N\bar{k}\{N\bar{k}^* + [N\bar{k} + N\bar{k}^*](p-1)\} + rN\bar{k} + r[N\bar{k} + N\bar{k}^*] + \left(\frac{N\bar{k}[N\bar{k}+1]}{2}\right), \quad (2.28)$$

$$= N\bar{k}[N\bar{k}^* + (p-1)N\bar{k} + (p-1)N\bar{k}^*] + rN\bar{k} + rN\bar{k} + rN\bar{k}^* + \left(\frac{N^2\bar{k}^2 + N\bar{k}}{2}\right), \quad (2.29)$$

$$= N^2\bar{k}\bar{k}^* + (p-1)N^2\bar{k}^2 + (p-1)N^2\bar{k}\bar{k}^* + 2rN\bar{k} + rN\bar{k}^* + \frac{1}{2}N^2\bar{k}^2 + \frac{1}{2}N\bar{k}, \quad (2.30)$$

ve

$$= (p-1)N^2\bar{k}^2 + pN^2\bar{k}\bar{k}^* + 2rN\bar{k} + rN\bar{k}^* + \frac{1}{2}N^2\bar{k}^2 + \frac{1}{2}N\bar{k}, \quad (2.31)$$

olacaktır. İfadenin içerisinde toplam ülke sayısı,  $N$ , ve karesi,  $N^2$  ile  $\bar{k}$ ,  $\bar{k}^*$  çarpımsal olarak bulunmaktadır.

(2.26) da verilen  $GAIC(K)$  kriteri kısaca

$$Kriter = f_1(N, \bar{k}) + f_2(\hat{\Sigma}_{vv,0}) + f_3(N^2, N, p, r, \bar{k}, \bar{k}^*, 2T^{-1}),$$

olmak üzere 3 farklı tipte fonksiyondan oluşmaktadır.

İlk fonksiyon

$$f_1(N, \bar{k}) = N\bar{k}(\log(2\pi) + 1),$$

deterministik bir yapıdadır ve  $N$ 'ye bağlı doğrusal bir fonksiyondur.

İkinci fonksiyon

$$f_2(\hat{\Sigma}_{vv,0}) = \log|\hat{\Sigma}_{vv,0}|,$$

$\hat{\Sigma}_{vv,0}$ ,  $k \times k$  tipinde bir matris olmak üzere stokastik bir yapıdadır. Varyans-kovaryans matrisinin tahmini

$$\hat{\Sigma}_{vv,0} = \sum_{t=1}^T \hat{v}_t \hat{v}_t' / T, \quad (2.32)$$

ülke/bölge spesifik modellerinin tahmin edilen kalıntılarından hesaplanmaktadır. Şayet GVAR modelindeki toplam içsel değişken sayısı,  $k = N\bar{k}$ , zaman boyutu  $T$ 'den daha büyük ise,  $\hat{\Sigma}_{vv,0}$  pozitif tanımlı olmayabilecektir<sup>26</sup>. Bu durum kriterin hesaplanmasında önemli bir sorun teşkil edecektir.

(2.32) de verilen matris

$$\hat{\Sigma}_{vv,0} = \begin{pmatrix} \widehat{cov}(\hat{v}_{1t}, \hat{v}_{1t}) & \widehat{cov}(\hat{v}_{1t}, \hat{v}_{2t}) & \cdots & \widehat{cov}(\hat{v}_{1t}, \hat{v}_{Nt}) \\ \widehat{cov}(\hat{v}_{2t}, \hat{v}_{1t}) & \widehat{cov}(\hat{v}_{2t}, \hat{v}_{2t}) & \cdots & \widehat{cov}(\hat{v}_{2t}, \hat{v}_{Nt}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \widehat{cov}(\hat{v}_{Nt}, \hat{v}_{1t}) & \widehat{cov}(\hat{v}_{Nt}, \hat{v}_{2t}) & \cdots & \widehat{cov}(\hat{v}_{Nt}, \hat{v}_{Nt}) \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

boyutunda olmasıyla Bailey v. d. (2019) tarafından değinilen büyük boyutlu varyans-kovaryans matrislerinin tahmin edilmesi, karşılaşılmakta olan sorunlar ve çözüm önerilerine uygunluk göstermektedir. Çözüm önerilerinden bir tanesi (2.33) de verilen matrisin köşegen elemanlarıyla sınırlı tutulmasıdır<sup>27</sup>. Buna ek olarak PSW, GVAR modelleme yaklaşımıyla zayıf yatay kesit bağımlılığa olanak tanıdığını ifade etmektedir,<sup>28</sup>  $N \rightarrow \infty$ ,

<sup>26</sup> Smith ve Galesi (2014), p. 145.

<sup>27</sup> Bailey, N., Pesaran, M. H., & Smith, L. V. (2019). A multiple testing approach to the regularisation of large sample correlation matrices. *Journal of econometrics*, 208(2), 507-534, p., 520.

<sup>28</sup> (Pesaran v.d., 2004) p. 137.

$$\frac{\sum_{i,n=1}^N \sigma_{in,hh'}}{N} \rightarrow 0.$$

Bu yaklaşımlar çerçevesinde *GAIC* kriteri için yapılacak ad-hoc bir eklentide  $f_2(\hat{\Sigma}_{vv,0})$  fonksiyonunda

$$f_2^{ad-hoc}(Bdiag\hat{\Sigma}_{vv,0}) = \frac{\sum_{l=1}^N \log|\hat{\Sigma}_{v_l v_l,0}|}{N},$$

dönüşümüne gidilecektir<sup>29</sup>.

Üçüncü fonksiyon ise deterministik yapıda

$$f_3(N^2, N, p, r, \bar{k}, \bar{k}^* 2T^{-1}),$$

olmak üzere (2.31) den görüleceği üzere,  $N$ 'e bağlı olan parabolik bir fonksiyondur.

Burada  $\varrho = 2/T$  olmak üzere<sup>30</sup>,

$$f_3^{ad-hoc}(\bar{K}) = \frac{\varrho \times \dim K}{N}. \quad (2.34)$$

2. ve 3. fonksiyonlarda yapılan uyarılama ile 1. fonksiyonda da aynı ortalama düzleminin elde edilebilmesi için

$$f_1^{ad-hoc}(\bar{k}) = \frac{N\bar{k}(\log(2\pi)+1)}{N} = \bar{k}(\log(2\pi) + 1), \quad (2.35)$$

olacaktır. Böylelikle *GAIC* kriteri için ad hoc bir yaklaşım benimsenecektir

---

<sup>29</sup> *Bdiag*, köşegen dışı elemanların kısıtlandırıldığı ve ana köşegen matrislerin (33) de verildiği şekliyle alındığı anlamındadır.

<sup>30</sup> Not: *dim*, boyut anlamındadır.

$$GAIC(K)^{ad-hoc} = f_1^{ad-hoc}(\bar{k}) + f_2^{ad-hoc}(Bdiag\hat{\Sigma}_{vv,0}) + f_3^{ad-hoc}(\bar{K}). \quad (2.36)$$

Ekonometrik modellerin seçimi için geliştirilen bilgi kriteri yaklaşımlarının sınırlı örneklem özellikleri, simülasyon çalışmasıyla gerçekleştirilmektedir. Gerçekte doğru olan model tarafından üretilen örneklem verisi için karşılaştırılan rakip modellerin içerisinde, hem gerçekte doğru olan model hem de rakip modellerin olduğu varsayılmaktadır. Fujikoshi ve Satoh (1997) yaptığı çalışmada, rakip modelleri oluştururken gerçekte doğru olan modelin parametre sayısının kendisinden daha az ve daha fazla parametreye sahip olduğu model alternatiflerini kullanmıştır<sup>31</sup>. Yukarıda bahsedilen gerekçeler ile *GAIC* kriterinin türetilmesinde kullanılan varsayım gereğince tez çalışmasının 3. bölümünde yer verilen simülasyon deneylerinde, hem gerçekte doğru olan modeller rakip modeller içerisinde yer alacak hem de gerçekte doğru olan modelin parametre boyutu rakip modellerin parametre boyutundan daha büyük ve daha küçük olarak belirlenecektir.

---

<sup>31</sup> Fujikoshi, Y. & Satoh, K. Modified AIC and Cp in multivariate linear regression. *Biometrika*, Oxford University Press, 1997, 84, 707-716., p. 708.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### SINIRLI ÖRNEKLEM ÖZELLİKLERİ: MONTE CARLO SİMÜLASYON

Tez çalışmasının bu kısmında, Bölüm 2’te teorik türetmeleri gösterilen bilgi kriterlerinin sınırlı örneklem özellikleri incelenecektir. Bunun için Monte Carlo simülasyon çalışması yapılacaktır. Öncelikle simülasyonun genel tasarımı anlatılacak, daha sonra elde edilen bulgular tartışılacaktır.

#### 3.1. Simülasyon Dizaynı

Çalışmada, 4 farklı durumu yansıtan Veri Üretim Süreci (Data Generating Process: DGP) tasarlanacaktır. Çeşitli durumların analiz edilmesinin temel sebebi, aynı veri seti ile çalışma yapıldığında ekonomisi açıklanmaya çalışılan hedef ülkeye bağlı olarak, kurulması gereken GVAR modelinde hangi ülkelerin bireysel olarak alınacağı, hangi ülkelerin ise birleştirileceğinin değişkenlik göstermesidir. Makroekonometrik araştırmalarda kullanılan ampirik veri setlerinin sahip olduğu en temel özellikler, simülasyon deneylerine yansıtılmaya çalışılacaktır<sup>1</sup>.

DGP’lerin düzenlenmesinde temel alınan hususlar kısaca şu şekildedir:

- Ekonomisi açıklanmaya çalışılan *hedef ülkenin* ekonomik büyüklüğü, diğer ülkelerden daha küçüktür. *Referans ülkenin* ekonomik büyüklüğü ile olan ilişkisi ise diğer ülkeler ile olan ilişkisiyle karşılaştırıldığında daha fazladır.
- Ekonomisi açıklanmaya çalışılan *hedef ülkenin* ekonomik büyüklüğü, diğer ülkelerden daha küçüktür. *Referans ülkenin* ekonomik büyüklüğü ile olan ilişkisi ise diğer ülkeler ile olan ilişkisiyle karşılaştırıldığında daha azdır.
- Ekonomisi açıklanmaya çalışılan *hedef ülkenin* ekonomik büyüklüğü, diğer ülkelerden daha büyüktür fakat *referans ülkenin* ekonomik büyüklüğünden küçüktür. *Hedef ülkenin, referans ülke* ile olan ilişkisi ise diğer ülkeler ile olan ilişkisiyle karşılaştırıldığında daha fazladır.

---

<sup>1</sup> Bu sebeple simülasyon çalışmasının anlatımında *yatay kesit birim boyutu* ifadesi ile *ülke* ifadesi birbirlerinin yerine geçecek şekilde kullanılmıştır.



• Ekonomisi açıklanmaya çalışılan *hedef ülkenin* ekonomik büyüklüğü, diğer ülkelerden daha büyüktür fakat *referans ülkenin* ekonomik büyüklüğünden küçüktür. *Hedef ülkenin*, *referans ülke* ile olan ilişkisi ise diğer ülkeler ile olan ilişkisiyle karşılaştırıldığında daha azdır.

Ülkeler arasındaki ilişkiler ile ülke ekonomilerinin kendilerine özgü özellikleri, DGP'lerde incelenen durumların temel kaynağıdır. Monte Carlo simülasyonlarında ülkeleri temsilen yatay kesit birim boyutu,  $i = 1,2,3,4,5,6,7$ , olacak şekilde hem numaralandırılmış hem de etiketlenmiştir. Bu doğrultuda oluşturulan 4 çeşit DGP:

**DGP1:** Etiket numarası 6 olan hedef ülke ekonomisi tüm ülke ekonomilerinden küçüktür ( $6 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 7$ ). Etiket numarası 1,2,3,4 ve 5 olan ülkeler ile ilişkisi zayıftır ancak etiket numarası 7 olan referans ülke ekonomisi ile ilişkisi güçlüdür.

**DGP2:** Etiket numarası 6 olan hedef ülke ekonomisi tüm ülke ekonomilerinden küçüktür ( $6 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 7$ ). Etiket numarası 1,2,3,4 ve 5 olan ülkeler ile ilişkisi güçlüdür ancak etiket numarası 7 olan referans ülke ekonomisi ile ilişkisi zayıftır.

**DGP3:** Etiket numarası 5 olan hedef ülke ekonomisi etiket numarası 7 olan referans ülke ekonomisinden sonra en büyük ikinci ekonomidir, ( $6 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 7$ ). Etiket numarası 1,2,3,4 ve 6 olan ülkeler ile ilişkisi zayıftır ancak etiket numarası 7 olan referans ülke ekonomisi ile ilişkisi güçlüdür.

**DGP4:** Etiket numarası 5 olan hedef ülke ekonomisi etiket numarası 7 olan referans ülke ekonomisinden sonra en büyük ikinci ekonomidir, ( $6 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 7$ ). Etiket numarası 1,2,3,4 ve 6 olan ülkeler ile ilişkisi güçlüdür ancak etiket numarası 7 olan referans ülke ekonomisi ile ilişkisi zayıftır.

Tüm DGP'ler için geçerli olan ortak özellik, ülkelerin büyüklük sıralamasıdır,  $6 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 7$ . Bu durumu temsil etmesi için  $D$  değişkenine atanmış önceden belirlenmiş değerler kullanılacaktır<sup>2</sup>:

---

<sup>2</sup> Bu değişkene atanmış olan değerler sadece  $6 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 7$  büyüklük sıralamasının sağlanması içindir. Sıralama aynı kalmak koşuluyla değerlerin keyfi olarak atanması hesaplamalarda herhangi bir değişikliğe sebebiyet vermeyecektir.

**Tablo 3.1.** *D* Değişkeninin Önceden Belirlenmiş Değerleri

| i | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6    | 7     |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|
| D | 10000 | 20000 | 30000 | 40000 | 50000 | 5000 | 70000 |

Bölüm 1.2'de anlatılan bağıntı matrisi  $W_i$ 'yi temsil etmesi için değerleri önceden belirlenmiş "ticaret" değişkeni oluşturulmuştur. **DGP1**'de etiket numarası 6 olan hedef ülke ile etiket numarası 1,2,3,4 ve 5 olan ülkeler arasındaki ilişkinin zayıf ancak etiket numarası 7 olan referans ülke ekonomisi ile ilişkinin güçlü olduğu durum aşağıda verilen Tablo 4.2 gösterilmiştir.

**Tablo 3.2.** **DGP1** için Ülke Düzeyinde Ticaret İlişkilerine ait Değerler

|   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5    | 6   | 7    |
|---|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|
| 1 | 0   | 250 | 350 | 450 | 650  | 100 | 800  |
| 2 | 160 | 0   | 400 | 500 | 700  | 120 | 1000 |
| 3 | 200 | 300 | 0   | 550 | 750  | 140 | 1200 |
| 4 | 250 | 350 | 450 | 0   | 800  | 150 | 1400 |
| 5 | 310 | 400 | 500 | 600 | 0    | 200 | 1600 |
| 6 | 350 | 100 | 150 | 250 | 350  | 0   | 600  |
| 7 | 400 | 500 | 600 | 700 | 1200 | 800 | 0    |

Burada etiket numarası 6 olan hedef ülkenin etiket numarası 7 olan referans ülke ile yapmış olduğu yapay ticaret miktarı 800'dür. Bu değerler kullanılarak ticaret ağırlıkları oluşturulacaktır<sup>3</sup>.

**Tablo 3.3.** **DGP1** için Ülke Düzeyinde Ticaret Oranlarına ait Değerler

|   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
|---|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 0    | 0.13 | 0.14 | 0.15 | 0.15 | 0.07 | 0.12 |
| 2 | 0.1  | 0    | 0.16 | 0.16 | 0.16 | 0.08 | 0.15 |
| 3 | 0.12 | 0.16 | 0    | 0.18 | 0.17 | 0.09 | 0.18 |
| 4 | 0.15 | 0.18 | 0.18 | 0    | 0.18 | 0.1  | 0.21 |
| 5 | 0.19 | 0.21 | 0.2  | 0.2  | 0    | 0.13 | 0.24 |
| 6 | 0.21 | 0.05 | 0.06 | 0.08 | 0.08 | 0    | 0.09 |
| 7 | 0.24 | 0.26 | 0.24 | 0.23 | 0.27 | 0.53 | 0    |

<sup>3</sup> Yuvarlama hataları nedeniyle bazı hücrelerin toplamı tam olarak bir çıkmayabilmektedir.

Etiket numarası 7 olan *referans ülkenin* etiket numarası 6 olan *hedef ülke* için önemi %53'tür. *Hedef ülke* için *referans ülkenin* önemi diğer ülkelerin öneminden daha fazladır.

**DGP2**'de etiket numarası 6 olan hedef ülke ile etiket numarası 1,2,3,4 ve 5 olan ülkeler arasındaki ilişkinin güçlü ancak etiket numarası 7 olan referans ülke ekonomisi ile ilişkinin zayıf olduğu Tablo 4.4 de gösterilmiştir.

**Tablo 3.4. DGP2 için Ülke Düzeyinde Ticaret İlişkilerine ait Değerler**

|   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5    | 6   | 7    |
|---|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|
| 1 | 0   | 250 | 350 | 450 | 650  | 100 | 800  |
| 2 | 160 | 0   | 400 | 500 | 700  | 120 | 1000 |
| 3 | 200 | 300 | 0   | 550 | 750  | 140 | 1200 |
| 4 | 250 | 350 | 450 | 0   | 800  | 150 | 1400 |
| 5 | 310 | 400 | 500 | 600 | 0    | 200 | 1600 |
| 6 | 350 | 100 | 150 | 250 | 350  | 0   | 600  |
| 7 | 400 | 500 | 600 | 700 | 1200 | 50  | 0    |

Burada etiket numarası 6 olan *hedef ülkenin* etiket numarası 7 olan *referans ülke* ile yapmış olduğu yapay ticaret miktarı 50'dir. Bu değerler kullanılarak ticaret ağırlıkları oluşturulacaktır.

Etiket numarası 7 olan *referans ülkenin* etiket numarası 6 olan *hedef ülke* için önemi %7'dir. *Hedef ülke* için *referans ülkenin* önemi diğer ülkelerin öneminden daha azdır.

**Tablo 3.5. DGP2 için Ülke Düzeyinde Ticaret Oranlarına ait Değerler**

|   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
|---|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 0    | 0.13 | 0.14 | 0.15 | 0.15 | 0.13 | 0.12 |
| 2 | 0.1  | 0    | 0.16 | 0.16 | 0.16 | 0.16 | 0.15 |
| 3 | 0.12 | 0.16 | 0    | 0.18 | 0.17 | 0.18 | 0.18 |
| 4 | 0.15 | 0.18 | 0.18 | 0    | 0.18 | 0.2  | 0.21 |
| 5 | 0.19 | 0.21 | 0.2  | 0.2  | 0    | 0.26 | 0.24 |
| 6 | 0.21 | 0.05 | 0.06 | 0.08 | 0.08 | 0    | 0.09 |
| 7 | 0.24 | 0.26 | 0.24 | 0.23 | 0.27 | 0.07 | 0    |

**DGP3**'de etiket numarası 5 olan *hedef ülke* ile etiket numarası 1,2,3,4 ve 6 olan ülkeler arasındaki ilişkinin zayıf ancak etiket numarası 7 olan *referans ülke* ekonomisi ile ilişkinin güçlü olduğu durum Tablo 4.5'de görüleceği üzere %27'dir.

**Tablo 3.6. DGP4 için Ülke Düzeyinde Ticaret İlişkilerine ait Değerler**

|   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7    |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 1 | 0   | 250 | 350 | 450 | 650 | 100 | 800  |
| 2 | 160 | 0   | 400 | 500 | 700 | 120 | 1000 |
| 3 | 200 | 300 | 0   | 550 | 750 | 140 | 1200 |
| 4 | 250 | 350 | 450 | 0   | 800 | 150 | 1400 |
| 5 | 310 | 400 | 500 | 600 | 0   | 200 | 1600 |
| 6 | 350 | 100 | 150 | 250 | 350 | 0   | 600  |
| 7 | 400 | 500 | 600 | 700 | 500 | 800 | 0    |

**DGP4**'de etiket numarası 5 olan *hedef ülke* ile etiket numarası 1,2,3,4 ve 6 olan ülkeler arasındaki ilişki güçlü ancak etiket numarası 7 olan *referans ülke* ekonomisi ile ilişkinin zayıf olduğu durum Tablo 4.7'de görüleceği üzere %13'dür.

**Tablo 3.7. DGP4 için Ülke Düzeyinde Ticaret Oranlarına ait Değerler**

|   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
|---|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 0    | 0.13 | 0.14 | 0.15 | 0.17 | 0.07 | 0.12 |
| 2 | 0.1  | 0    | 0.16 | 0.16 | 0.19 | 0.08 | 0.15 |
| 3 | 0.12 | 0.16 | 0    | 0.18 | 0.2  | 0.09 | 0.18 |
| 4 | 0.15 | 0.18 | 0.18 | 0    | 0.21 | 0.1  | 0.21 |
| 5 | 0.19 | 0.21 | 0.2  | 0.2  | 0    | 0.13 | 0.24 |
| 6 | 0.21 | 0.05 | 0.06 | 0.08 | 0.09 | 0    | 0.09 |
| 7 | 0.24 | 0.26 | 0.24 | 0.23 | 0.13 | 0.53 | 0    |

Tüm DGP'lerde ülkeler için,  $i = 1, \dots, N$ , içsel değişken sayısı,  $k_i = 2$ 'dir,  $\mathbf{x}_{it} = (x_{i1}, x_{i2})'$ .  $\mathbf{x}_t$  içsel değişken vektörü,  $2N \times 1$  tipindedir,  $\mathbf{x}_t = (\mathbf{x}'_{1t}, \mathbf{x}'_{2t}, \dots, \mathbf{x}'_{Nt})'$ .  $t = -101, -100, \dots, 0, 1, 2, \dots, T$  olmak üzere tüm ülkeler için bütün değişkenlerin başlangıç değeri sıfırdır,  $\mathbf{x}_{-101} = \mathbf{0}$ . Simülasyonlarda zaman boyutu için her deneyde  $T \in \{100, 200, 500\}$  ve tekrar sayısı 2000 alınacaktır.

Dees v. d. (2007), (1.1)'de verilen GVAR modellemesinin küresel bir faktör modeline yaklaşımını türetmiştir<sup>4</sup>. Bu sebeple tüm DGP'ler, DdPS'de kurulan kanonik global faktör modelinden yararlanılmıştır

<sup>4</sup> Dees, S.; Mauro, F. d.; Pesaran, M. H. & Smith, L. V. Exploring the international linkages of the euro area: a global VAR analysis Journal of applied econometrics, Wiley Online Library, 2007, 22, 1-38, p. 7.

$$\mathbf{x}_{it} = \delta_{i0} + \mathbf{\Gamma}_{if} f_t + \xi_{it}, \quad (3.1)$$

burada  $\delta_{i0}$  ve  $\mathbf{\Gamma}_{if}$  sırasıyla  $2 \times 1$  tipinde sabit katsayı vektörü ile faktör yükleri vektörüdür ve

$$\delta_{i0} \sim IIDN(1,1),$$

$$\mathbf{\Gamma}_{if} = \begin{pmatrix} \gamma_{i11} \\ \gamma_{i21} \end{pmatrix} \sim IID \begin{pmatrix} N(0,0.50) \\ N(0.5,0.50) \end{pmatrix},$$

olacak şekilde üretilecektir.

Gözlemlenemeyen global faktörler vektörü  $f_t$ ,

$$f_t = f_{t-1} + \eta_{ft},$$

I. mertebeden durağan bir fark serisidir ve  $\eta_{f,t} \sim IIDN(0,1)$ 'den üretilmiştir.

Ülke/bölgeye özgü spesifik etkilerin gösterildiği  $\xi_{it}$ ,  $2 \times 1$  tipinde vektördür.

$\xi_t = (\xi'_{1,t}, \xi'_{2,t}, \dots, \xi'_{N,t})'$  olmak üzere VEC model yapısındadır

$$\xi_t = (\mathbf{I}_{2N} - \mathbf{\Pi}_{\xi}) \xi_{t-1} + \mathbf{u}_t, \quad (3.2)$$

burada  $\mathbf{u}_t = (\mathbf{u}'_{1t}, \mathbf{u}'_{2t}, \dots, \mathbf{u}'_{Nt})'$ , ile  $\mathbf{u}_t \sim IIDN_{2N}(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ 'dan üretilecektir.

$i, n = 1, 2, \dots, N$ , uzun dönemli ilişkiyi gösteren  $\mathbf{\Pi}_{\xi} = \{\Pi_{\xi, in}\}$   $2N \times 2N$  tipindedir

$$\mathbf{\Pi}_{\xi} = \alpha_{\xi} \beta'_{\xi}.$$

Burada sistemin uyarlanma hızını gösteren  $\alpha_{\xi}$ ,  $\alpha_{\xi} = \{\alpha_{\xi, in}\}$ , ile uzun dönem katsayılarını gösteren  $\beta_{\xi}$ ,  $\beta_{\xi} = \{\beta_{\xi, in}\}$ ,  $2N \times r$  tipindedir.  $r = \sum_{i=1}^N r_i$ , eşbütünleşme uzayı  $\forall i$  için  $r_i = 1$ 'dir.

$$Rank(\mathbf{\Pi}_\xi) = Rank(\boldsymbol{\alpha}_\xi) = Rank(\boldsymbol{\beta}_\xi) = r < 2N,$$

koşulunun sağlanmasında,  $\forall i \in N$ ,

$$\alpha_{\xi,i} = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \beta_{\xi,i} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

olmak üzere

$$\boldsymbol{\alpha}_\xi = \begin{pmatrix} \alpha_{\xi 1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \alpha_{\xi 2} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \alpha_{\xi N} \end{pmatrix},$$

ve

$$\boldsymbol{\beta}_\xi = \begin{pmatrix} \beta_{\xi 1} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \beta_{\xi 2} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \beta_{\xi N} \end{pmatrix},$$

alınacaktır.

(3.2) de verilmiş olan modelin sağlanması gereken temel özellikler Ek-2'de yer almaktadır.

Simülasyon çalışmasında, gerçekte doğru olan model ile tahmin edilen diğer rakip modellerin karşılaştırılabilmesi için bir dizi tanımlamalar yapılacaktır.  $y = 1,2,3,4$  için  $\mathcal{S}_N^{DGP_y} = \{i: i \in N\}$ ,  $y$ .  $DGP$ 'de yer alan ülkeleri göstermektedir.  $DM$ : Doğru Model,  $m = 1,2,3,4,5$ , için  $TEM_m$ :  $m$ . Tahmin Edilen Model (Rakip Model) ve  $b = 0,1,2,3,4$  için  $DGK_b$ :  $b$ . Dünyanın Geri Kalanı bölgesini ifade etmektedir<sup>5</sup>. Simülasyonda yaklaşımın anlaşılması için örnek bir  $DGP$ 'nin özellikleri aşağıda verilmiştir<sup>6</sup>:

<sup>5</sup> Tüm  $DGP$ 'ler için aynı tanımlamalar yapılmıştır.

<sup>6</sup> Diğer durumların tamamı Ek-2'de yer almaktadır.

•  $y$ .  $DGP$  için gerçekte doğru model 4 ülke/bölge içerecektir. Bunlar sırasıyla  $DGK$ , 5 numaralı ülke, 6 numaralı *hedef ülke* ve 7 numaralı *referans ülkedir*.

$$\mathcal{S}_{N,DM=4}^{DGP_{y=1}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_1}^{DGP_{y=1}}, 5, 6, 7\}.$$

•  $y$ .  $DGP$  için  $DGK$  bölgesi 1, 2, 3, 4 numaralı ülkelerin birleştirilmesinden oluşmaktadır:

$$\mathcal{S}_{N,DGK_1}^{DGP_{y=1}} = \{1, 2, 3, 4\}.$$

•  $y$ .  $DGP$  için 1. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_1}^{DGP_{y=1}} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_0}^{DGP_{y=1}} = \{\}.$$

•  $y$ .  $DGP$  için 2. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=1}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_1}^{DGP_{y=1}}, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_1}^{DGP_{y=1}} = \{1, 2\}.$$

•  $y$ .  $DGP$  için 3. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=1}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1}}, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1}} = \{1, 2, 3\}.$$

•  $y$ .  $DGP$  için 4. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=1}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1}}, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1}} = \{1, 2, 3, 4\}.$$

•  $y$ .  $DGP$  için 5. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=1}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1}}, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1}} = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Örnekte anlatılan yapıya benzer şekilde, diğer durumlar da oluşturulmuştur. Sırasıyla gerçekte doğru olan modelin ülke boyutu 3, 4, 5, 6 ve 7 ülkeli model olan alternatif sınamalar yapılmıştır. Böylece Bölüm 3’de teorik yapısı açıklanan bilgi kriterlerinin sınırlı örneklem özellikleri, mümkün olabilen tüm durumları kapsayabilecek ve literatür ile uyumlu simülasyon deneyleri oluşturulacaktır.

### 3.2. Monte Carlo Sonuçlar

Bölüm 3.1’de anlatılan Monte Carlo simülasyon deneyleri için  $GAIC$  ve  $GAIC^{ad-hoc}$  kriterine ait sonuçlar, burada verilmiş olan tablolarda yer almaktadır. Tablolarda kriterlerin doğru ve yanlış modelleri yakalama frekansları verilmektedir. Satırlarda gerçekte kurulması gereken model büyüklükleri, sütunlarda ise tahmin edilen modeller belirtilmiştir. \* ile işaretlenmiş olan hücrelerde, kriterin doğru modeli tespit etme frekansı görülmektedir. Diğer hücrelerde ise rakip modelin seçilme frekansına ait sonuçlara yer verilmektedir.

$DGP_{y=1}$  için elde edilen sonuçlar Tablo 3.8’dedir. Gerçekte kurulması gereken modelin büyüklüğü 3 ülkeli iken  $GAIC$  kriterinin 3 ülkeli modeli seçmesi  $T$  zaman boyutunun tüm değerlerinde yaklaşık %100 düzeyindedir. Ancak  $GAIC$  kriteri için \* ile işaretlenmiş diğer sonuçlarda, gerçekte doğru modelin büyüklüğündeki artışı ile kriter performansının kötüleşmekte ve kriter 3 ülkeli model alternatifini seçme eğilimindedir. Bölüm 2.2’de anlatıldığı üzere Akaike temelli bir kriterin, aşırı parametrize olma özelliği burada da karşımıza çıkmaktadır. Örneğin gerçekte doğru modelin büyüklüğü 4 ülkeli iken kriterin değeri artmakta ve en yakın alternatif olan 3 ülkeli modelin seçimine doğru eğilim içerisinde olmaktadır.  $GAIC$  kriteri, parametre sayısına doğal olarak ülke sayısına duyarlılık göstermektedir.

Tablo 3.8’de  $GAIC^{ad-hoc}$  kriterine ait sonuçlar incelendiğinde, 3 ülkeli model gerçekte doğru iken tüm zaman boyutlarında 3 ülkeli modelin seçilme frekansı yaklaşık %90’dır. 4 ülkeli model gerçekte doğru ve  $T = 100$  iken  $GAIC$  %4,  $GAIC^{ad-hoc}$  %50 düzeyinde doğru modeli seçmektedir. Buna ek olarak zaman boyutunda artışla beraber  $GAIC^{ad-hoc}$  kriterinin doğru model seçme frekansında azalma meydana gelmektedir. Bu eğilim  $GAIC$  ile benzerlik gösterse de Tablo 3.11 ile birlikte ele alındığında, bu azalmanın hızında yavaşlama meydana geldiği görülecektir.  $DGP_{y=1}$ ’de  $DM = 4$  için  $T = 100, 200$  ve  $500$  iken elde edilen sonuçlar sırasıyla yaklaşık %50, %22 ve %1 iken  $DGP_{y=2}$ ’de %56, %37 ve %15 çıkmaktadır. Tablo 3.11



den görüleceği üzere 6 numaralı hedef ülke ile DGK arasındaki ilişki %34'ten %67'ye artmaktadır. Tablo 3.9 ve Tablo 3.10 incelendiğinde  $DGP_{y=1}$ 'de  $DM = 4$  iken 6 numaralı hedef ülke ile 5 numaralı ülkenin ilişkisi zayıf,  $DGP_{y=1}$ 'de  $TEM_2 = 3$  iken 6 numaralı hedef ülke ile DGK arasındaki ilişki fazladır. Bu iki durum ülkeler arasındaki ilişki düzeyinin model seçiminde önemli bir belirleyici olduğunu göstermektedir.

$DGP_{y=1,2}$ 'de  $DM = 4,5$  için  $T = 100,200$  ve  $500$  iken  $GAIC^{ad-hoc}$  kriteri,  $TEM = 3$  alternatifine karşı duyarlılık göstermektedir. Buna karşın  $DGP_{y=1,2}$ 'de  $DM = 6,7$  için  $T = 100,200$  ve  $500$  iken  $GAIC^{ad-hoc}$  kriteri,  $TEM = 3$  alternatifine karşı daha az duyarlılık göstererek dirençlidir. Aslında  $S_{N,DGK_1}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2\}$  olmak üzere  $S_{N,DM=6}^{DGP_{y=1,2}} = \{S_{N,DGK_1}^{DGP_{y=1,2}}, 3,4,5,6,7\}$  kümesi ile  $S_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3,4,5\}$  olmak üzere  $S_{N,TEM=3}^{DGP_{y=1,2}} = \{S_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}}, 6,7\}$  kümesine ait  $GAIC^{ad-hoc}$  kriter değerleri karşılaştırılır.  $DGP_{y=1,2}$ 'de  $DM = 4,5$  ile  $DM = 6,7$  arasındaki en belirgin fark, gerçekte doğru olan modelde ülkelerin neredeyse tamamının bireysel olarak alınması gerekliliğidir. Böylelikle  $GAIC$  kriterine yapılan ad-hoc uyarılama, yapısı gereği hem ülke boyutunun büyük olduğu hem de GVAR modelleme yaklaşımında ülkelerin bireysel olarak ele alınması gerektiği durumlarda daha başarılı sonuçlara ulaşmaktadır.

Açıkçası bu durum  $DGP_{y=3,4}$ 'de  $DM = 5,6$  için de elde edilmektedir.

**Tablo 3.8 DGP1 için  $GAIC$  ve  $GAIC^{ad-hoc}$  ile Ortalama Seçilen Model Frekansı**

| T=100  |      |      |    |    |    |                 |        |        |        |       |        |
|--------|------|------|----|----|----|-----------------|--------|--------|--------|-------|--------|
| $GAIC$ |      |      |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |        |        |        |       |        |
| DM/TEM | 3    | 4    | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3      | 4      | 5      | 6     | 7      |
| 3      | 100* | 0    | 0  | 0  | 0  | 3               | 90.55* | 2.75   | 0.65   | 0.55  | 5.5    |
| 4      | 99.6 | 0.4* | 0  | 0  | 0  | 4               | 30.55  | 50.20* | 2.40   | 1.65  | 15.2   |
| 5      | 100  | 0    | 0* | 0  | 0  | 5               | 36.65  | 2.90   | 45.05* | 1.1   | 14.30  |
| 6      | 100  | 0    | 0  | 0* | 0  | 6               | 21.80  | 1.65   | 1.35   | 65.4* | 9.8    |
| 7      | 100  | 0    | 0  | 0  | 0* | 7               | 10.65  | 7.85   | 35.2   | 7.05  | 39.25* |
| T=200  |      |      |    |    |    |                 |        |        |        |       |        |
| $GAIC$ |      |      |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |        |        |        |       |        |
| DM/TEM | 3    | 4    | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3      | 4      | 5      | 6     | 7      |
| 3      | 100* | 0    | 0  | 0  | 0  | 3               | 91*    | 2.15   | 0.35   | 0.1   | 6.4    |
| 4      | 100  | 0*   | 0  | 0  | 0  | 4               | 54.9   | 22.30* | 2.35   | 0.90  | 19.55  |
| 5      | 100  | 0    | 0* | 0  | 0  | 5               | 58.65  | 1      | 20.65* | 0.65  | 18.65  |
| 6      | 100  | 0    | 0  | 0* | 0  | 6               | 39.75  | 1.6    | 0.85   | 46.2* | 11.6   |
| 7      | 100  | 0    | 0  | 0  | 0* | 7               | 5.15   | 7.15   | 40.75  | 4.90  | 42.05* |
| T=500  |      |      |    |    |    |                 |        |        |        |       |        |
| $GAIC$ |      |      |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |        |        |        |       |        |
| DM/TEM | 3    | 4    | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3      | 4      | 5      | 6     | 7      |
| 3      | 100* | 0    | 0  | 0  | 0  | 3               | 87*    | 2.3    | 0.55   | 0.15  | 9.75   |
| 4      | 99.6 | 0.4* | 0  | 0  | 0  | 4               | 78.9   | 1.10*  | 1.85   | 0.65  | 17.5   |
| 5      | 100  | 0    | 0* | 0  | 0  | 5               | 77.75  | 1      | 6.85*  | 0.15  | 14.4   |
| 6      | 100  | 0    | 0  | 0* | 0  | 6               | 69.20  | 1.7    | 0.85   | 14.7* | 13.55  |
| 7      | 100  | 0    | 0  | 0  | 0* | 7               | 5.55   | 12.35  | 28.40  | 3.6   | 50.10* |

Not: DM: Doğru Model, TEM: Tahmin Edilen Model. \* simgesi DM ile TEM'in aynı geldiği yerleri vurgulamaktadır.

$GAIC$  kriteri için Tablo 3.11, Tablo 3.12 ve Tablo 3.13 de verilen sonuçlar, Tablo 3.8 de elde edildiği şekildedir. Daha önce ifade edildiği üzere, bu durum literatür ile uyumludur.

$DGP_{y=3}$ 'de  $DM = 5,6$  için  $T = 100, 200$  ve  $500$  iken Tablo 3.13 de verilen sonuçlar sırasıyla yaklaşık %87, %80 ve %78 ile %90, %87 ve %78'dir.

**Tablo 3.9**  $\mathcal{S}_{N,DM}^{DGP_{y=1}}$  için Ülkeler Arasındaki İlişki

|     | DGK  | 5    | 6    | 7    |
|-----|------|------|------|------|
| DGK | 0    | 0.65 | 0.34 | 0.67 |
| 5   | 0.37 | 0    | 0.13 | 0.24 |
| 6   | 0.17 | 0.08 | 0    | 9    |
| 7   | 0.45 | 0.27 | 0.53 | 0    |

**Tablo 3.10**  $\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=1}}$  için Ülkeler Arasındaki İlişki

|     | DGK  | 6    | 7    |
|-----|------|------|------|
| DGK | 0    | 0.47 | 0.91 |
| 6   | 0.26 | 0    | 0.09 |
| 7   | 0.74 | 0.53 | 0    |

**Tablo 3.11**  $\mathcal{S}_{N,DM=4}^{DGP_{y=1}}$  ve  $\mathcal{S}_{N,DM=4}^{DGP_{y=2}}$  için Ülkeler Arasındaki İlişki

|     | DGK  | 5    | 6    | 7    |     | DGK  | 5    | 6    | 7    |
|-----|------|------|------|------|-----|------|------|------|------|
| DGK | 0    | 0.65 | 0.34 | 0.67 | DGK | 0    | 0.65 | 0.67 | 0.67 |
| 5   | 0.37 | 0    | 0.13 | 0.24 | 5   | 0.37 | 0    | 0.26 | 0.24 |
| 6   | 0.17 | 0.08 | 0    | 0.09 | 6   | 0.17 | 0.08 | 0    | 0.09 |
| 7   | 0.45 | 0.27 | 0.53 | 0    | 7   | 0.45 | 0.27 | 0.07 | 0    |

Benzer bir durum Tablo 3.14 de verilen sonuçlarda da görülecektir.  $DGP_{y=4}$ 'de  $DM = 5,6$  için  $T = 100,200$  ve  $500$  iken sırasıyla yaklaşık %87, %76 ve %77 ile %92, %88 ve %77'dir. Bu sonuçları  $DGP_{y=1,2}$ 'de  $DM = 5,6$  ve  $T = 100,200$  ve  $500$  için elde edilen sonuçlar ile karşılaştırdığımızda

- *hedef ülkenin* ekonomik büyüklüğünün artması,
- *DGK bölgesinin* ekonomik büyüklüğündeki azalması,

$GAIC^{ad-hoc}$  kriterinin daha fazla oranda başarılı olmasını sağlamıştır.

DGP'lerde kullanılan yapı dikkate alındığında

$$\mathcal{S}_{N,DM=5}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM=5}}^{DGP_{y=1,2}}, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DM=5}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM=5}}^{DGP_{y=3,4}}, 3, 4, 5, 7\},$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM=5}}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM=5}}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,6\},$$

**Tablo 3.12 DGP2 için  $GAIC$  ve  $GAIC^{ad-hoc}$  ile Ortalama Seçilen Model Frekansı**

| T=100  |       |       |    |    |    |                 |       |        |        |        |        |
|--------|-------|-------|----|----|----|-----------------|-------|--------|--------|--------|--------|
| $GAIC$ |       |       |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |       |        |        |        |        |
| DM/TEM | 3     | 4     | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3     | 4      | 5      | 6      | 7      |
| 3      | 100*  | 0     | 0  | 0  | 0  | 3               | 91.2* | 3      | 0.65   | 0.65   | 4.5    |
| 4      | 99.75 | 0.25* | 0  | 0  | 0  | 4               | 26.8  | 55.8*  | 2.6    | 1.5    | 13.3   |
| 5      | 100   | 0     | 0* | 0  | 0  | 5               | 36.45 | 4      | 44.35* | 1.35   | 14.3   |
| 6      | 100   | 0     | 0  | 0* | 0  | 6               | 26.20 | 2.95   | 1.5    | 57.45* | 11.9   |
| 7      | 100   | 0     | 0  | 0  | 0* | 7               | 11.45 | 7.55   | 30.1   | 7.15   | 43.75* |
| T=200  |       |       |    |    |    |                 |       |        |        |        |        |
| $GAIC$ |       |       |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |       |        |        |        |        |
| DM/TEM | 3     | 4     | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3     | 4      | 5      | 6      | 7      |
| 3      | 100*  | 0     | 0  | 0  | 0  | 3               | 92*   | 2      | 0.6    | 0.40   | 5.3    |
| 4      | 100   | 0*    | 0  | 0  | 0  | 4               | 44.35 | 37.05* | 2.65   | 1.00   | 14.95  |
| 5      | 100   | 0     | 0* | 0  | 0  | 5               | 59.10 | 2      | 19.75* | 0.75   | 18.55  |
| 6      | 100   | 0     | 0  | 0* | 0  | 6               | 40.30 | 2.10   | 0.8    | 43.6*  | 13.2   |
| 7      | 100   | 0     | 0  | 0  | 0* | 7               | 4.8   | 8.45   | 33.85  | 5.35   | 47.55* |
| T=500  |       |       |    |    |    |                 |       |        |        |        |        |
| $GAIC$ |       |       |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |       |        |        |        |        |
| DM/TEM | 3     | 4     | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3     | 4      | 5      | 6      | 7      |
| 3      | 100*  | 0     | 0  | 0  | 0  | 3               | 88*   | 2.45   | 0.5    | 0.2    | 9.3    |
| 4      | 100   | 0*    | 0  | 0  | 0  | 4               | 67.1  | 15.1*  | 2.05   | 0.90   | 14.85  |
| 5      | 100   | 0     | 0* | 0  | 0  | 5               | 77.45 | 1      | 6.5*   | 0.25   | 14.55  |
| 6      | 100   | 0     | 0  | 0* | 0  | 6               | 58.75 | 1.55   | 1.00   | 27.2*  | 11.5   |
| 7      | 100   | 0     | 0  | 0  | 0* | 7               | 3.85  | 13.20  | 25.65  | 3.85   | 53*    |

Not: DM: Doğru Model, TEM: Tahmin Edilen Model. \* simgesi DM ile TEM'in aynı geldiği yerleri vurgulamaktadır.

**Tablo 3.13 DGP3 için  $GAIC$  ve  $GAIC^{ad-hoc}$  ile Ortalama Seçilen Model Frekansı**

| T=100  |       |       |    |    |    |                 |        |        |        |        |       |
|--------|-------|-------|----|----|----|-----------------|--------|--------|--------|--------|-------|
| $GAIC$ |       |       |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |        |        |        |        |       |
| DM/TEM | 3     | 4     | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3      | 4      | 5      | 6      | 7     |
| 3      | 100*  | 0     | 0  | 0  | 0  | 3               | 61.7*  | 1.05   | 3.3    | 33.75  | 0.2   |
| 4      | 99.55 | 0.45* | 0  | 0  | 0  | 4               | 1.8    | 27.75* | 9      | 61.25  | 0.2   |
| 5      | 100   | 0     | 0* | 0  | 0  | 5               | 5.60   | 0.90   | 87.15* | 0.40   | 5.95  |
| 6      | 100   | 0     | 0  | 0* | 0  | 6               | 0.85   | 1.50   | 6.25   | 90.95* | 0.45  |
| 7      | 99.95 | 0.05  | 0  | 0  | 0* | 7               | 7.95   | 17.10  | 14.30  | 60     | 0.65* |
| T=200  |       |       |    |    |    |                 |        |        |        |        |       |
| $GAIC$ |       |       |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |        |        |        |        |       |
| DM/TEM | 3     | 4     | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3      | 4      | 5      | 6      | 7     |
| 3      | 100*  | 0     | 0  | 0  | 0  | 3               | 51.35* | 0.45   | 2.25   | 45.8   | 0.15  |
| 4      | 100   | 0*    | 0  | 0  | 0  | 4               | 0.5    | 5.8*   | 8.35   | 85.25  | 0.1   |
| 5      | 100   | 0     | 0* | 0  | 0  | 5               | 9.85   | 0      | 80.05* | 0.05   | 9.65  |
| 6      | 100   | 0     | 0  | 0* | 0  | 6               | 0.45   | 1.50   | 9.85   | 87.85* | 0.35  |
| 7      | 100   | 0     | 0  | 0  | 0* | 7               | 0.60   | 17.    | 19.1   | 62.4   | 0.9*  |
| T=500  |       |       |    |    |    |                 |        |        |        |        |       |
| $GAIC$ |       |       |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |        |        |        |        |       |
| DM/TEM | 3     | 4     | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3      | 4      | 5      | 6      | 7     |
| 3      | 100*  | 0     | 0  | 0  | 0  | 3               | 26.05* | 0.55   | 4.55   | 68.85  | 0     |
| 4      | 100   | 0*    | 0  | 0  | 0  | 4               | 0.6    | 0.35*  | 8      | 91     | 0.05  |
| 5      | 100   | 0     | 0* | 0  | 0  | 5               | 7.80   | 0      | 78.25* | 0.25   | 13.3  |
| 6      | 100   | 0     | 0  | 0* | 0  | 6               | 1      | 2.55   | 17.75  | 78.45* | 0.25  |
| 7      | 100   | 0     | 0  | 0  | 0* | 7               | 0.85   | 14.1   | 23.7   | 61     | 0.35* |

Not: DM: Doğru Model, TEM: Tahmin Edilen Model. \* simgesi DM ile TEM'in aynı geldiği yerleri vurgulamaktadır.

**Tablo 3.14 DGP4 için  $GAIC$  ve  $GAIC^{ad-hoc}$  ile Ortalama Seçilen Model Frekansı**

| T=100  |       |      |    |    |    |                 |       |        |        |        |       |
|--------|-------|------|----|----|----|-----------------|-------|--------|--------|--------|-------|
| $GAIC$ |       |      |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |       |        |        |        |       |
| DM/TEM | 3     | 4    | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3     | 4      | 5      | 6      | 7     |
| 3      | 100*  | 0    | 0  | 0  | 0  | 3               | 61.5* | 0.95   | 3.35   | 33.95  | 0.25  |
| 4      | 99.5  | 0.5* | 0  | 0  | 0  | 4               | 1.7   | 28.05* | 8.7    | 61.25  | 0.3   |
| 5      | 100   | 0    | 0* | 0  | 0  | 5               | 5.80  | 0.85   | 87.05* | 0.4    | 5.9   |
| 6      | 100   | 0    | 0  | 0* | 0  | 6               | 0.80  | 1.45   | 5.90   | 91.55* | 0.3   |
| 7      | 99.95 | 0.05 | 0  | 0  | 0* | 7               | 6.10  | 16.25  | 14.45  | 62.2   | 1*    |
| T=200  |       |      |    |    |    |                 |       |        |        |        |       |
| $GAIC$ |       |      |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |       |        |        |        |       |
| DM/TEM | 3     | 4    | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3     | 4      | 5      | 6      | 7     |
| 3      | 100*  | 0    | 0  | 0  | 0  | 3               | 51.3* | 0.5    | 2.2    | 45.95  | 0.05  |
| 4      | 100   | 0*   | 0  | 0  | 0  | 4               | 0.65  | 5.95*  | 8.5    | 84.80  | 0.1   |
| 5      | 100   | 0    | 0* | 0  | 0  | 5               | 9.5   | 0      | 76.25* | 0.2    | 13.6  |
| 6      | 100   | 0    | 0  | 0* | 0  | 6               | 0.5   | 1.55   | 9.25   | 88.4*  | 0.3   |
| 7      | 100   | 0    | 0  | 0  | 0* | 7               | 0.75  | 15     | 22.1   | 61.55  | 0.6*  |
| T=500  |       |      |    |    |    |                 |       |        |        |        |       |
| $GAIC$ |       |      |    |    |    | $GAIC^{ad-hoc}$ |       |        |        |        |       |
| DM/TEM | 3     | 4    | 5  | 6  | 7  | DM/TEM          | 3     | 4      | 5      | 6      | 7     |
| 3      | 100*  | 0    | 0  | 0  | 0  | 3               | 25.7* | 0.6    | 4.7    | 69     | 0     |
| 4      | 100   | 0*   | 0  | 0  | 0  | 4               | 0.55  | 0.4*   | 8      | 90.9   | 0.15  |
| 5      | 100   | 0    | 0* | 0  | 0  | 5               | 8.05  | 1      | 77.1*  | 0.25   | 14    |
| 6      | 100   | 0    | 0  | 0* | 0  | 6               | 1.20  | 2.15   | 19.6   | 76.9*  | 0.15  |
| 7      | 100   | 0    | 0  | 0  | 0* | 7               | 0.85  | 15.90  | 22.95  | 59.85  | 0.45* |

Not: DM: Doğru Model, TEM: Tahmin Edilen Model. \* simgesi DM ile TEM'in aynı geldiği yerleri vurgulamaktadır.

kriterin uyarlanması izlenilen süreçte

$$f_2^{ad-hoc}(Bdiag\hat{\Sigma}_{vv,0}) = \frac{\sum_{i=1}^N \log|\hat{\Sigma}_{v_i v_i,0}|}{N},$$

dönüşümünden de görüleceği üzere ekonomisi büyük olan ülke için GVAR modeli tarafından açıklanamayan kısmı için ekonomisi küçük olan ülkelerin değişkenlerinden meydana gelen şoklar tek tek ele alınmayacak kadar etkisiz kalacak ve böylelikle bu ülkeler birleştirilebilecektir. Hedef alınan ülkenin ekonomik büyüklüğü, etrafında şekillendirilecek ülke/bölge alternatiflerinde ekonomik büyüklüğü kendisinden küçük olan ülkelerin toplulaştırılması için önemli bir gösterge olacaktır. Böylelikle daha fazla sayıda model tahmin edilmesine gerek kalmadan uygun model seçeneği elde edilebilecektir. Benzer bir durum 6 ülkeli modelin doğru olduğu şartlar için de gözlemlenmiştir.

$DGP_{y=3,4}$  de gerçekte doğru olan modelin 3 ülkeli model olduğu durumda elde edilen sonuçlar  $DGP_{y=1,2}$  de elde edilen sonuçlar ile karşılaştırıldığında yukarıda elde edilen bulgular ile uyumludur. DGK bölgesinin ekonomik büyüklüğü hedef ülke için önemlidir.

3 ülkeli modelin doğru olduğu durumda

$$\mathcal{S}_{N,DM=3}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM=3}}^{DGP_{y=1,2}}, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DM=3}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM=3}}^{DGP_{y=3,4}}, 5, 7\},$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM=3}}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3, 4, 5\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM=3}}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 2, 3, 4, 6\},$$

olacaktır. Burada  $DGP_{y=1,2}$ 'de 5 numaralı ikinci en büyük ekonomiye sahip ülke DGK içerisinde yer almasıyla daha önemli bir konumda iken 6 numaralı ekonomisi en zayıf ülkenin yer almasıyla daha önemsiz olmaktadır. Yukarıda bahsedildiği şekliyle  $f_2^{ad-hoc}(Bdiag\mathfrak{L}_{vv,0})$ 'yle gerçekleştirilen uyarlamada -doğası gereği- ekonomik büyüklüğe bağlı olarak ülkelerde gelen şokların önemine bağlıdır. 4 ülkeli modelin doğru olduğu durumda da elde edilen sonuçlar benzerlik gösterecektir. Böylelikle hedef ülke için kurulması gereken modelde DGK bölgesi ile olan ekonomik büyüklük farkının çok fazla olmaması gerektiği sonucuna ulaşılabacaktır.

$DGP_{y=3,4}$  de 7 ülkeli model gerçekte doğru olduğu durum için en yakın 6 ülkeli model alternatifi seçimi öne çıkmaktadır. Bu durumda

$$\mathcal{S}_{N,DM=7}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,TEM=5}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{TEM=5}}^{DGP_{y=3}}, 2, 3, 4, 5, 7\},$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM=7}}^{DGP_{y=3,4}} = \{\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{TEM}=5}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,6\},$$

olacaktır.

6 ölkeli model alternatifinde DGK bölgesi ekonomik büyüklüğü en küçük olan 1 ve 6 etiket numaralı ölkelerden oluşmaktadır. Tablo 3.7 incelendiğinde etiket numarası 5 olan *hedef ülkenin* etiket numarası 1 olan ülke ile ilişkisi etiket numarası 7 olan *referans ülke* ile olan ilişkisinden fazladır. Buna ek olarak 1 numaralı ülke için 6 numaralı ülke en fazla ilişkili olduğu ikinci ülkedir. Ülke modellerinin bireysel olarak ele alınması gerektiği durumlarda ölkeler arasındaki ilişkilerin karmaşıklığına karşı  $GAIC^{ad-hoc}$  kriteri duyarlılık göstermektedir. Şayet *hedef ülke* dışında kalan ölkelerin ölçülemeyecek olsa dahi coğrafi sebepler gibi unsurlarla birbirleriyle olan bağılılıkları, GVAR modelleme yaklaşımında ve dolayısıyla kriterde filtrelenememektedir.



## **DÖRDÜNCÜ BÖLÜM**

### **TARTIŞMA VE SONUÇ**

GVAR modelleme yaklaşımında aynı veri seti üzerinden ülke/bölge büyüklüğüne bağlı olarak kullanılabilecek birden fazla model seçeneği bulunmaktadır. Alternatif modeller arasından hangi modelin kullanılması gerektiği, model kurma hatası olarak değerlendirilebilecektir. Veri setindeki değişimleri en iyi şekilde açıklayacak olan modelin seçimi önemli bir sorun teşkil etmektedir. Bunun yanı sıra, makroekonomik veri setleri kullanılarak GVAR modellemesi yapmanın çok ciddi işlem maliyeti bulunmasından dolayı uygun modelin en az maliyetle belirlenmesi, bu yaklaşımın kullanılmasında öncelikli bir konu olarak düşünülmektedir.

Problemin çözümünde literatürde henüz istatistiksel bir yaklaşım benimsenmemiştir. GVAR modellerinin genel yapısı ve işleyişi dikkate alındığında, model seçim kriterlerinin kullanılabileceği görülmüştür. Böylelikle tez çalışmasında, istatistiksel bir kriterin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Akaike tipi geliştirilen bu model seçim kriterinin avantajlarının yanı sıra bir dizi dezavantajının da bulunduğu tespit edilmiştir. Açıkçası bu durum Akaike bilgi kriterini temel alan yaklaşımların tamamında görülen durumlar ile aynıdır. GVAR modelleme yaklaşımının taşıdığı en temel özellikler de Akaike bilgi kriterinin dezavantajlı olacağı durumlar ile örtüşmektedir. Bu spesifik özel durum karşısında kullanışlı ad-hoc bir eklentiden yararlanılabilecektir. Tez çalışması sürecinde, denenmiş olan pek çok seçenek arasından temelleri ekonometrik tekniklerle gerekçelendirilen bir uyarılama ile kriterin dirençli biçimine ulaşılması amaçlanmıştır.

Geliştirilen kriterlerin sınırlı örneklem özellikleri bir dizi simülasyon deneyi ile incelenmiştir. Deneylerin tasarlanmasında temel prensip, gerçekte doğru kabul edilen model büyüklüğünün hem rakip modeller kümesini kapsamaması hem de bir alt kümesi olması üzerinedir. Bu yaklaşım sayesinde makroekonomik veri setlerinde karşılaşılabilecek tüm mümkün durumların etkilerinin yansıtılabileceği ve böylelikle GVAR modelleme yaklaşımının esnekliğinin de sınanabileceği düşünülmektedir.

Elde edilen bulgular üç kısım halinde ele alınabilmektedir. Öncelikle açıklanmaya çalışılan hedef ülkenin ekonomik büyüklüğü kurulması gereken GVAR modelinin ülke/bölge yapısına etki etmektedir. Ekonomisi büyük olan bir ülke, küçük

olan bir ülkeyle karşılaştırıldığı zaman ülkeler arası ilişkilerden etkilenmesi daha az kırılganlık göstermektedir.

 kinci olarak, GVAR modelleme yaklaşımının sonuçları ülkelerin ekonomik büyüklükleri ne olursa olsun referans ülke olarak belirlenen ülke ile olan ilişkisine karşı duyarlılık göstermektedir. Hedef  lke için referans ülke ile olan ilişkinin zayıflaması diğer ülkelerin bireysel olarak modelde daha fazla oranda katılımına olanak tanımaktadır.

Son olarak, GVAR modelleme yaklaşımının ve bağlantılı olarak model seçim kriterlerinin başarısı, toplulaştırılan daha kompakt bölgeler oluşturulmasındansa ülke/bölge modellerinin bireysel olarak sistemde yer almaları durumunda daha yüksek çıkmaktadır.

Bu tez çalışmasından elde edilen sonuçlardan hareketle ileriye dönük yapılacak olan çalışmalarda,

- Akaike dışında farklı bilgi kriterleri temel alınarak GVAR model büyüklüğünün seçiminde kullanılmak üzere kriterlerinin türetilmesi

- LASSO, Elastic Net, Bagging gibi Makine  ğrenmesi kapsamında ele alınmakta olan yaklaşımların, GVAR modellemesinde yatay kesit birim boyutu olan ülke büyüklüğünün belirlenmesi problemine uyarlanması

amaçlanmaktadır.

Ayrıca elde edilen sonuçlardan hareketle GVAR modelleme yaklaşımının içerisinde uygulanması öngörülecek bir dizi prensip ile ülke büyüklüğüne karar verilmesinde bir yöntem çalışması yapılabilir.

## KAYNAKÇA

### KİTAPLAR

- Akaike, H.: "Information Theory And An Extension Of The Maximum Likelihood Principle", In Selected Papers Of Hirotugu Akaike, 1973, pp. 199–213. Springer.
- Assenmacher, K: "Forecasting The Swiss Economy With A Small Gvar Model." The GVAR Handbook: Structure and Applications of a Macro Model of the Global Economy for Policy Analysis, 2013, pp. 244–254.
- Bierens, H. J.: "Introduction To The Mathematical And Statistical Foundations of Econometrics", 2004, Cambridge University Press.
- Burnham, K. P., Anderson, D. R.: "Model Selection And Multimodel Inference: A Practical Information-Theoretic Approach.", 2003, Springer Science & Business Media.
- Cavanaugh, J. E., Neath, A. A.: "The Akaike Information Criterion: Background, Derivation, Properties, Application, Interpretation, And Refinements.", 2019, Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics, 11(3), e1460.
- Garratt, A., Lee, K., Pesaran, M., Shin, Y.: "Global And National Macroeconometric Modelling: A Long-Run Structural Approach.", 2006, Tech. rep., Oxford University Press.
- Gourieroux, C., Monfort, A.: "Statistics And Econometric Models", vol. 1., 1995, Cambridge University Press.
- Hogg, R. V.: "Introduction To Mathematical Statistics.", 2005,
- Linhart, H., Zucchini, W.: "Model Selection.", 1986, John Wiley & Sons.
- Lovric, M.: "International Encyclopedia of Statistical Science.", 2011, Springer.
- McQuarrie, A. D., Tsai, C.-L.: "Regression And Time Series Model Selection.", 1998, World Scientific
- Pesaran, M. H.: "Time Series And Panel Data Econometrics.", 2015, Oxford University Press.

Shibata, R.: “Statistical aspects of model selection. In From data to model.”, 1989, pp. 215–240. Springer.

## MAKALELER

Bailey, N., Pesaran, M. H., Smith, L. V.: “A Multiple Testing Approach To The Regularisation Of Large Sample Correlation Matrices.” *Journal of Econometrics*, 2019, 208(2), 507–534.

Chudik, A., Pesaran, M. H.: “Theory and practice of gvar modelling. *Journal of Economic Surveys*,” 2016, 30(1), 165–197.

De Waal, A., Van Eyden, R., Gupta, R.: “Do We Need A Global Var Model to Forecast Inflation And Output In South Africa?” *Applied Economics*, 2015, 47(25), 2649–2670.

Dees, S., Mauro, F. d., Pesaran, M. H., Smith, L. V.: “Exploring The International Linkages Of The Euro Area: A Global Var Analysis.”, *Journal Of Applied Econometrics*, 2007, 22(1), 1–38.

Engle, R. F., Hendry, D. F., Richard, J.-F.: “Exogeneity.” *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1983, (pp. 277–304).

Fujikoshi, Y., Satoh, K.: “Modified AIC And Cp In Multivariate Linear Regression.” *Biometrika*, 1997, 84(3), 707–716.

Granger, C. W., Lin, J.-L.: “Causality in The Long Run.”, 1995, *Econometric theory*, (pp. 530–536).

Gregory, A. W., Head, A. C., Raynauld, J.: “Measuring World Business Cycles.”, 1997, *International Economic Review*, (pp. 677–701).

Harbo, I., Johansen, S., Nielsen, B., Rahbek, A.: “Asymptotic Inference On Cointegrating Rank In Partial Systems.”, 1998, *Journal of Business & Economic Statistics*, 16(4), 388–399.

Kose, M. A., Otrok, C., Whiteman, C. H.: “International Business Cycles: World, Region, And Country-Specific Factors. *American Economic Review*,” 2003, 93(4), 1216–1239.

Monfort, A., Renne, J.-P., Ruffer, R., Vitale, G.: “Is Economic Activity In The G7 Synchronized? Common Shocks Versus Spillover Effects.”, 2003,

- Pesaran, M. H.: "Estimation And Inference In Large Heterogeneous Panels With A Multifactor Error Structure." *Econometrica*, 2006. 74(4), 967–1012.
- Pesaran, M. H., Schuermann, T., Weiner, S. M.: "Modeling regional interdependencies using a global error-correcting macroeconomic model.", *Journal of Business & Economic Statistics*, 2004, 22(2), 129–162.
- Pesaran, M. H., Shin, Y., Smith, R. J.: "Structural Analysis of Vector Error Correction Models With Exogenous I(1) Variables.", *Journal of Econometrics*, 2000, 97(2), 293–343.
- Rae, D., Turner, D.: 2001. A small global forecasting model.  
<https://www.oecdlibrary.org/content/paper/628640803664>
- Smith, L., Galesi, A.: 2014. GVAR toolbox 2.0. University of Cambridge: Judge Business School.  
<https://sites.google.com/site/gvarmodelling/gvar-toolbox/download>
- Stock, J. H., Watson, M. W.: 2002. Macroeconomic forecasting using diffusion indexes. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20(2), 147–162.

## EKLER

### EK-1: Türetmeler

#### Yardımcı Teorem 1'in ispatı

*İspat.* (2.2), da verilen koşulsuz, modelin logaritmik olabilirlik fonksiyonu

$$\ell(\theta_{\Delta Z}, \Sigma_{ZZ}) = -\frac{T(k+k^*)}{2}(\log 2\pi) - \frac{T}{2} \log |\Sigma_{ZZ}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \epsilon_t' \Sigma_{ZZ}^{-1} \epsilon_t, \quad (\text{Ek-1.1})$$

olmak üzere  $\epsilon_t = (\epsilon_{xt}', \epsilon_{x^*t}')'$ dan

$$\epsilon_t' \Sigma^{-1} \epsilon_t = \epsilon_{xt}' \Sigma^{xx} \epsilon_{xt} + 2\epsilon_{xt}' \Sigma^{xx*} \epsilon_t^* + \epsilon_t^{*'} \Sigma^{x^*x^*} \epsilon_t^*, \quad (\text{Ek-1.2})$$

olacaktır. Burada

$$\Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} \Sigma^{xx} & \Sigma^{xx*} \\ \Sigma^{x^*x} & \Sigma^{x^*x^*} \end{pmatrix}, \quad (\text{Ek-1.3})$$

ve

$$|\Sigma| = |\Sigma_{x^*x^*}| |\Sigma_{xx} - \Sigma_{xx*} \Sigma_{x^*x^*}^{-1} \Sigma_{x^*x}|.$$

(2.5) eşitliğinden,  $v_t = \epsilon_{xt} - \Sigma_{xx*} \Sigma_{x^*x}^{-1} \epsilon_{x^*t}$ ,

$$\epsilon_t' \Sigma^{-1} \epsilon_t = v_t' \Sigma_{vv}^{-1} v_t + \epsilon_{x^*t}' \Sigma_{x^*x^*}^{-1} \epsilon_{x^*t} \quad (\text{Ek-1.4})$$

burada

$$\Sigma_{vv} = \Sigma_{xx} - \Sigma_{xx*} \Sigma_{x^*x^*}^{-1} \Sigma_{x^*x}. \quad (\text{Ek-1.5})$$

Buna ek olarak,

$$\mathbf{v}_t = \epsilon_{xt} - \mathbf{\Lambda}_0 \epsilon_{x^*t} = \Delta \mathbf{x}_t - \mathbf{\Pi}_{xx,x^*} \mathbf{z}_{t-1} - \mathbf{\Lambda}_0 \Delta \mathbf{x}_t^* - \sum_{\ell=1}^{p-1} \mathbf{\Lambda}_\ell \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} - \mathbf{c}_0 - \mathbf{c}_1 t, \quad (\text{Ek-1.6})$$

(2.6) da gerçekleştirilen işlemin bir benzeridir. Zayıf dışsallık varsayımıyla beraber,  $\mathbf{\Pi}_{xx,x^*} = \mathbf{\Pi}_x$ ,

$$\ell(\boldsymbol{\theta}_{\Delta Z}, \boldsymbol{\Sigma}) = \ell_v(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}_{vv}) + \ell_*(\boldsymbol{\theta}^* \boldsymbol{\Sigma}_{x^*x^*}), \quad (\text{Ek-1.7})$$

olacaktır. Burada

$$\begin{aligned} \ell_v(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\Sigma}_{vv}) &= -\frac{Tk}{2} (\log 2\pi) - \frac{T}{2} \log |\boldsymbol{\Sigma}_{vv}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \\ &(\Delta \mathbf{x}_t - \mathbf{\Pi}_x \mathbf{z}_{t-1} - \mathbf{\Lambda}_0 \Delta \mathbf{x}_t^* - \sum_{\ell=1}^{p-1} \mathbf{\Lambda}_\ell \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} - \mathbf{c}_0 - \mathbf{c}_1 t)' \boldsymbol{\Sigma}_{zz}^{-1} \\ &(\Delta \mathbf{x}_t - \mathbf{\Pi}_x \mathbf{z}_{t-1} - \mathbf{\Lambda}_0 \Delta \mathbf{x}_t^* - \sum_{\ell=1}^{p-1} \mathbf{\Lambda}_\ell \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} - \mathbf{c}_0 - \mathbf{c}_1 t), \end{aligned}$$

ve (2.8)'den

$$\begin{aligned} \ell_*(\boldsymbol{\theta}^* \boldsymbol{\Sigma}_{x^*x^*}) &= -\frac{Tk^*}{2} (\log 2\pi) - \frac{T}{2} \log |\boldsymbol{\Sigma}_{x^*x^*}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \\ &(\Delta \mathbf{x}_t^* - \sum_{\ell=1}^{p-1} \mathbf{\Lambda}_\ell \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} - \mathbf{a}_{x^*0})' \boldsymbol{\Sigma}_{zz}^{-1} \\ &(\Delta \mathbf{x}_t^* - \sum_{\ell=1}^{p-1} \mathbf{\Lambda}_\ell \Delta \mathbf{z}_{t-\ell} - \mathbf{a}_{x^*0}). \end{aligned}$$

O halde zayıf dışsallık varsayımı ile (2.2) VEC( $p - 1$ ) modelinin logaritmik olabilirliği, (2.10) ile (2.8) modellerinin logaritmik olabilirliklerinin toplamıdır. Bu nedenle koşullu model parametre vektörü  $\theta$ , marjinal modelden,  $\ell_*(\theta^* \Sigma_{x^*x^*})$ , bağımsız olacaktır. Nihayetinde  $\theta$ 'nın koşullu model EÇÖ tahmini, koşulsuz modelden dolaylı olarak elde edilmesiyle özdeş olacaktır. ■

### Yardımcı Teorem 2'nin ispatı

*İspat.*  $f(\Delta \mathbf{x}, \theta)$  bir olasılık yoğunluk fonksiyonu olduğu için

$$\int f(\Delta \mathbf{x}, \theta) d\Delta \mathbf{x} = 1.$$

Eşitliğin her iki tarafının da  $\theta$ 'ya göre kısmi türevi alındığında<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} \int \frac{\partial f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta} d\Delta \mathbf{x} &= \mathbf{0}, \\ \int \left\{ \frac{1}{f(\Delta \mathbf{x}, \theta)} \right\} \frac{\partial f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta} f(\Delta \mathbf{x}, \theta) d\Delta \mathbf{x} &= \mathbf{0}, \\ \int \frac{\partial \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta} f(\Delta \mathbf{x}, \theta) d\Delta \mathbf{x} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (\text{Ek-1.8})$$

Böylece  $\int \mathbf{S}(\theta) \partial f(\Delta \mathbf{x}, \theta) d(\theta) = \mathbf{0}$  ya da  $E[\mathbf{S}(\theta)] = \mathbf{0}$  olacaktır<sup>2</sup>.

$\mathbf{S}(\theta)$  varyansı DK3 varsayımınca sonludur,

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathbf{S}(\theta)] &= E[\mathbf{S}(\theta) \mathbf{S}(\theta)'] \\ &= E \left[ \frac{\partial \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \log f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{\partial \theta'} \right]. \end{aligned} \quad (\text{Ek-1.9})$$

<sup>1</sup> DK2 varsayımı ile türev ve integral yer değiştirebilir.

<sup>2</sup> Burada beklenti  $f(\Delta \mathbf{x})$ 'ya göredir.



### Önerme 1'in ispatı

*İspat.* (2.15) de tanımlanan K-L uzaklığı

$$K - L(\theta_0; \theta) = - \int f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0) \log \left( \frac{f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0)} \right) d\Delta \mathbf{x}, \quad (\text{Ek-1.10})$$

burada (2.2) den

$$\theta = (\text{vec}(\Lambda)', \text{vec}(\alpha_x)', \text{vec}(\beta_x)', \text{vech}(\Sigma_{vv})')',$$

ve

$$\theta_0 = (\text{vec}(\Lambda_{00})', \text{vec}(\alpha_{x0})', \text{vec}(\beta_{x0})', \text{vech}(\Sigma_{vv0})')',$$

ve (2.5) değinildiği üzere  $v_{0t} \sim IIDN(0, \Sigma_{vv0})$  olmak üzere  $\log \left[ \frac{f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0)} \right], \frac{f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0)}$  dışbükey bir fonksiyonu olduğu için Jensen eşitsizliği kullanılarak<sup>3</sup>

$$E \left[ \log \left( \frac{f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0)} \right) \right] \leq \log E \left[ \left( \frac{f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0)} \right) \right], \quad (\text{Ek-1.11})$$

olacaktır.

Burada

$$\begin{aligned} E \left( \frac{f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0)} \right) &= \int \frac{f(\Delta \mathbf{x}, \theta)}{f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0)} f(\Delta \mathbf{x}, \theta_0) d\Delta \mathbf{x} \\ &= \int f(\Delta \mathbf{x}, \theta) d\Delta \mathbf{x} = 1, \end{aligned}$$

olmak üzere

Ek-1.11 de yerine konulduğunda

---

<sup>3</sup> Detaylı bilgi için bakınız Hogg (2005) p. 81.

$$E \left[ \log \left( \frac{f(\Delta \mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})}{f(\Delta \mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_0)} \right) \right] \leq \log(1) = 0,$$

böylece

$$E[\log f(\Delta \mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})] \leq E[\log f(\Delta \mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_0)]. \quad (\text{Ek-1.12})$$

■

### Yardımcı Teorem 3'ün ispatı

*İspat.* 2.19 ve Pesaran v. d. (2000) EÇÖ tahmincisinin sapmasızlığını göstermiştir. Buradan hareketle<sup>4</sup>

$$\begin{aligned} \int f_0(\Delta \mathbf{x}) \log f(\Delta \mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) d\Delta \mathbf{x} &= -\frac{kT}{2} \log 2\pi - \frac{T}{2} \log |T^{-1} \int \Delta \hat{\mathbf{x}} (\mathbf{I}_T - \hat{\mathbf{Z}}_{-1}^{*'} \boldsymbol{\beta}_* \\ &\times (\boldsymbol{\beta}_*' \hat{\mathbf{Z}}_{-1}^* \hat{\mathbf{Z}}_{-1}^{*'} \boldsymbol{\beta}_*)^{-1} \boldsymbol{\beta}_*' \hat{\mathbf{Z}}_{-1}^*) \Delta \hat{\mathbf{x}}' d\Delta \mathbf{x}|, \end{aligned}$$

burada  $\Delta \hat{\mathbf{x}}$  ile  $\hat{\mathbf{Z}}_{-1}^{*'}$  En Küçük Kareler (EKK)  $\Delta \mathbf{x}$ 'in ve  $\mathbf{Z}_{-1}^*$ ,  $(\mathbf{I}_T, \Delta \mathbf{Z}_{-1}')$  ile olan regresyonundan elde edilen kalıntılardır.

Böylece

$$\begin{aligned} \int f_0(\Delta \mathbf{x}) \log f(\Delta \mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) d\Delta \mathbf{x} &= -\frac{kT}{2} \log 2\pi - \frac{k}{2} \\ &- \frac{T}{2} \log |\boldsymbol{\Sigma}_{v,v,0}| - \text{tr} \left[ I(\boldsymbol{\theta}_0) [\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0 [\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0']] \right]. \end{aligned} \quad (\text{Ek-1.13})$$

burada  $I(\boldsymbol{\theta}_0)$ , DK3'te tanımlanan Fisher bilgi matrisi olmak üzere

$$\begin{aligned} A &= -2E \left[ \int f_0(\Delta \mathbf{x}) \log f(\Delta \mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) d\Delta \mathbf{x} \right] \\ &= kT \log 2\pi + k + T \log |\boldsymbol{\Sigma}_{v,v,0}| + \text{tr} E \left[ I(\boldsymbol{\theta}_0) [\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0 [\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}_0']] \right], \\ &= kT (\log 2\pi + 1) + T \log |\boldsymbol{\Sigma}_{v,v,0}| + K, \end{aligned}$$

<sup>4</sup> Pesaran, M. H., Shin, Y., & Smith, R. J. (2000). Structural analysis of vector error correction models with exogenous I (1) variables. Journal of Econometrics, 97(2), 293-343., p. 302.

olacaktır. Bu eşitlik (2.21)'dir.

Benzer şekilde (2.19) da  $\hat{\beta}$  olacak şekilde

$$-2\ell_{\hat{\beta}} = k(\log 2\pi) + T^{-1}\hat{\mathbf{V}}\hat{\mathbf{V}}'.$$

Beklenti alınırsa

$$-E[2\ell_{\hat{\beta}}] = kT(\log 2\pi + 1) + T\log|\Sigma_{v,v,0}| - K$$

olacaktır.

■

### Teorem 1'in ispatı

*İspat.* Burada EÇÖ tahmincisinin asimptotik dağılım teorisine benzer şekilde Taylor açılımı kullanılacaktır<sup>5</sup>

$f(\Delta\mathbf{x}, \theta_0)$  modelinin  $\hat{f}(\Delta\mathbf{x}) = f(\Delta\mathbf{x}, \hat{\theta})$  ile tahmin edilecektir. (2.18) de verilen amaç fonksiyonu

$$A = -2E[\log f(\Delta\tilde{\mathbf{x}}, \hat{\theta})],$$

burada  $\Delta\tilde{\mathbf{x}}$  bağımsız bir örneklemin çekilmesi anlamındadır.  $\tilde{\theta}$  bu örneklemden hesaplanan EÇÖ tahmini olsun. Bu tahmin  $\hat{\theta}$ 'dan bağımsızdır.

Böylece aynı amaç fonksiyonu

$$A = -2E[\log f(\Delta\mathbf{x}, \tilde{\theta})], \quad (\text{Ek-1.14})$$

<sup>5</sup> Detaylı bilgi için bakınız Hogg, R. V.; McKean, J. & Craig, A. T. Introduction to mathematical statistics, Pearson Education, 2005, p. 81. (Hogg, 2005)

olacaktır.

*DK2* varsayımı gereğince Hessian matrisi

$$\mathbb{H} = -\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta} \partial \boldsymbol{\theta}'} E[\log f(\boldsymbol{\Delta x}, \boldsymbol{\theta})] > 0,$$

olmak üzere

$f(\boldsymbol{\Delta x}, \tilde{\boldsymbol{\theta}})$  fonksiyonunun logaritmik olabilirliği  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  etrafında II. mertebeden Taylor açılımı ile

$$\log f(\boldsymbol{\Delta x}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \log f(\boldsymbol{\Delta x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) + \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}'} \log f(\boldsymbol{\Delta x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}) - \frac{1}{2} (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}})' \mathbb{H} (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}) + O_p(T^{-1/2}), \quad (\text{Ek-1.15})$$

olacaktır<sup>6</sup>. Bu eşitlikte EÇÖ tahmincisinin ilk koşulunun sağlanmasıyla

$$\log f(\boldsymbol{\Delta x}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \log f(\boldsymbol{\Delta x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) - \frac{T}{2} (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}})' \mathbb{H} (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}) + O_p(T^{-1/2}) \quad (\text{Ek-1.16})$$

*DK1-3* varsayımı kullanılarak

$$A = E[2 \log f(\boldsymbol{\Delta x}, \hat{\boldsymbol{\theta}})] + E[T(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}})' \mathbb{H} (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}})] + O(T^{-1/2}),$$

ve

$$\begin{aligned} &= -E[2 \log L(\hat{\boldsymbol{\theta}})] + E[T(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})' \mathbb{H} (\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})] \\ &+ E[T(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})' \mathbb{H} (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})] + 2E[T(\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})' \mathbb{H} (\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta})] + O(T^{-1/2}). \end{aligned}$$

---

<sup>6</sup>  $O_p$  olasılıkta yakınsama anlamındadır. Detaylı bilgi için bakınız (Pesaran, 2015), p. 176.

olacaktır.

$DK1-3$ 'ün geçerliliği altında EÇÖ tahmincisinin asimptotik yakınsama özelliklerine sahip olacaktır<sup>7</sup>. Böylece,

$$A = -E[2\ell_T(\hat{\theta})] + E[\chi_K^2] + E[\tilde{\chi}_K^2] + O(T^{-1/2}),$$

$$= -E[2\ell_T(\hat{\theta})] + 2K + O(T^{-1/2}),$$

olacaktır.

■

---

<sup>7</sup> Pesaran, M. H.; Shin, Y. & Smith, R. J. Structural analysis of vector error correction models with exogenous I (1) variables, Journal of Econometrics, Elsevier, 2000, 97, p. 310.

## EK-2: Monte Carlo Simülasyonlar

Bölüm 3.1'de yer alan (3.2) de verilen modelden tutarlı bir şekilde veri üretilmesi için bazı hususlara dikkat edilmesi gerekmektedir.

VAR modeli VEC formunda açık haliyle

$$\begin{bmatrix} \Delta \xi_{1t} \\ \Delta \xi_{2t} \\ \vdots \\ \Delta \xi_{Nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \cdots & \Pi_{1N} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} & \cdots & \Pi_{2N} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \Pi_{N1} & \Pi_{N2} & \cdots & \Pi_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{1t-1} \\ \xi_{2t-1} \\ \vdots \\ \xi_{Nt-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1t} \\ \mathbf{u}_{2t} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{Nt} \end{bmatrix},$$

olacaktır. Burada birimlere özgü spesifik faktörler,  $\xi_{it}$ , yapısı eşbütünleşme özelliklerine sahip olacak şekilde düzenlenecektir. Öncelikle  $\Pi_{\xi}$  matrisinin köşegen dışı elemanları kısıtlanacaktır. Böylelikle PSW tarafından ifade etmiş olduğu toplam eşbütünleşme sayı kısıtı sağlanmış olacaktır.

$\forall i \in N$  için

$$\xi_{it} = (\mathbf{I}_2 - \Pi_{\xi i}) \xi_{i,t-1} + \mathbf{u}_{it}, \quad (\text{Ek-2.1})$$

VEC model yapısı

$$\begin{aligned} \Delta \xi_{it} &= -\Pi_{\xi i} \xi_{i,t-1} + \mathbf{u}_{it} \\ &= -\alpha_{\xi i} (\beta'_{\xi i} \xi_{i,t-1}) + \mathbf{u}_{it}, \end{aligned} \quad (\text{Ek-2.2})$$

olmak üzere

$$\begin{pmatrix} \Delta \xi_{1,it} \\ \Delta \xi_{2,it} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{1i} \\ \alpha_{2i} \end{pmatrix} (\beta_{1i} \xi_{1i,t-1} + \beta_{2i} \xi_{2i,t-1}) + \begin{pmatrix} u_{1,it} \\ u_{2,it} \end{pmatrix}. \quad (\text{Ek-2.3})$$

Burada

$$v_{it} = \beta_{1i}\xi_{1i,t-1} + \beta_{2i}\xi_{2i,t-1},$$

ve

$$v_{i,t+1} = \beta_{1i}\xi_{1i,t} + \beta_{2i}\xi_{2i,t},$$

olacaktır.

(Ek-2.3),  $\beta'_{\xi i}$  ile çarpılırsa

$$\Delta v_{i,t+1} = (\beta'_{\xi i} \alpha_{\xi i}) v_{it} + \beta'_{\xi i} \mathbf{u}_{it}$$

burada  $\alpha_{\xi i} = (\alpha_1, \alpha_2)'$  ve  $\mathbf{u}_{it} = (u_{1,it}, u_{2,it})'$  olmak üzere

$$v_{i,t+1} = (1 + \beta'_{\xi i} \alpha_{\xi i}) v_{it} + \beta'_{\xi i} \mathbf{u}_{it}, \quad (\text{Ek-2.4})$$

olacaktır.

$$\beta'_{\xi i} \mathbf{u}_{it} \sim I(0),$$

olması için (Ek-2.4) de

$$|1 + \beta'_{\xi i} \alpha_{\xi i}| = |1 + \beta_{1i} \alpha_{1i} + \beta_{2i} \alpha_{2i}| < 1, \quad (\text{Ek-2.5})$$

ya da

$$\beta_{1i} \alpha_{1i} + \beta_{2i} \alpha_{2i} < 0$$

ve

$$\beta_{1i}\alpha_{1i} + \beta_{2i}\alpha_{2i} > -2.$$

olması gerekmektedir.

$\alpha_{1i}$ 'nin tek başına işareti  $\beta_{1i}\alpha_{1i} + \beta_{2i}\alpha_{2i}$  ile  $\beta_{1i}\alpha_{1i} + \beta_{2i}\alpha_{2i} + 2$  ifadelerinin işaretini değiştirmemelidir.

$\alpha_{1i}$  parametresini  $(-2,0)$  arasında kısıtlarsak normalizasyon altında,  $\beta_{1i} = 1$ ,  $\alpha_{2i} = 0$  olmasıyla  $\xi_{2,it}$   $\xi_{1,it}$ 'nin uzun dönemli etkileyenidir<sup>8</sup>.

Bu çıkarımdan hareketle 7 ülkeli modelin DGP'sinde,  $i = 1, \dots, 7$ ,

$$\alpha_{1i} = -0.5,$$

$$\alpha_{2i} = 0,$$

$$\beta_{1i} = 1,$$

$$\beta_{2i} = -1,$$

olabilecektir.

Bölüm 3.2 de tanımlanan DGP'ler için örnek olarak 4 ülkeli kurulan modelin yapısı açıklanmıştır. Burada diğer 3, 5, 6 ve 7 ülke modellere ait tasarımlar verilecektir.

---

<sup>8</sup> Daha fazla bilgi için bakınız (Granger ve Lin, 1995).



- $y$ .  $DGP$  için gerçekte doğru model 3 ülke/bölge içerecektir:

$$\mathcal{S}_{N,DM=3}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=1,2}}, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DM=3}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=3,4}}, 5, 7\}.$$

- $y$ .  $DGP$  için  $DGK$  bölgesi aşağıda verilen ülkelerin birleştirilmesinden oluşmaktadır:

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3, 4, 5\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 2, 3, 4, 6\}$$

- $y$ .  $DGP$  için 1. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_1}^{DGP_{y=1,2,3,4}} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_0}^{DGP_{y=1,2,3,4}} = \{\}.$$

- $y$ .  $DGP$  için 2. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1,2}}, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=3,4}}, 2, 3, 4, 5, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 6\}.$$

- $y$ .  $DGP$  için 3. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}}, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=3,4}}, 3,4,5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,6\}.$$

- *y. DGP için 4. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:*

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1,2}}, 5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3,4\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=3,4}}, 4,5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,3,6\}.$$

- *y. DGP için 5. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:*

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=1,2}}, 6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3,4,5\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=3,4}}, 5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,3,4,6\}.$$

5 ülkeli model gerçekte doğru olması durumunda

- *y. DGP için gerçekte doğru model 5 ülke/bölge içerecektir:*

$$\mathcal{S}_{N,DM=5}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=1,2}}, 4,5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DM=5}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=3,4}}, 3,4,5,7\}.$$

- *y. DGP için DGK bölgesi aşağıda verilen ülkelerin birleştirilmesinden oluşmaktadır:*

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,6\}.$$

- $y$ .  $DGP$  için 1. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_1}^{DGP_{y=1,2,3,4}} = \{1,2,3,4,5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_0}^{DGP_{y=1,2,3,4}} = \{\}.$$

- $y$ .  $DGP$  için 2. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1,2}}, 3,4,5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_1}^{DGP_{y=3,4}}, 2,3,4,5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,6\}.$$

- $y$ .  $DGP$  için 3. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}}, 4,5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=3,4}}, 3,4,5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,6\}.$$

- $y$ .  $DGP$  için 4. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1,2}}, 5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3,4\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=3,4}}, 5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,3,4,6\}.$$

- $y$ .  $DGP$  için 5. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=1,2}}, 6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3,4,5\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=3,4}}, 5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,3,4,6\}.$$

6 ülkeli model gerçekte doğru olması durumunda

- $y$ .  $DGP$  için gerçekte doğru model 6 ülke/bölge içerecektir:

$$\mathcal{S}_{N,DM=6}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=1,2}}, 3,4,5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DM=6}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=3,4}}, 3,4,5,6,7\}.$$

- $y$ .  $DGP$  için  $DGK$  bölgesi aşağıda verilen ülkelerin birleştirilmesinden oluşmaktadır:

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,6\}$$

- $y$ .  $DGP$  için 1. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_1}^{DGP_{y=1,2,3,4}} = \{1,2,3,4,5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_0}^{DGP_{y=1,2,3,4}} = \{\}.$$

- $y$ . DGP için 2. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1,2}}, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_1}^{DGP_{y=3,4}}, 3, 4, 5, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 2, 6\}.$$

- $y$ . DGP için 3. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}}, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3, 4\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=3,4}}, 4, 5, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 2, 3, 6\}.$$

- $y$ . DGP için 4. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1,2}}, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3, 4\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=3,4}}, 4, 5, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 2, 3, 6\}.$$

- $y$ . DGP için 5. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=1,2}}, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=3,4}}, 5, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 2, 3, 4, 6\}.$$

7 ülkeli model gerçekte doğru olması durumunda

- $y$ . DGP için gerçekte doğru model 7 ülke içerecektir:

$$\mathcal{S}_{N,DM=7}^{DGP_{y=1,2,3,4}} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_0}^{DGP_{y=1,2,3,4}} = \{\}.$$

- $y$ . DGP için 1. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_1}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_1}^{DGP_{y=1,2}}, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_1}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_1}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_1}^{DGP_{y=3,4}}, 5, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_1}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 2, 3, 4, 6\}.$$

- $y$ . DGP için 2. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1,2}}, 3, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=3,4}}, 2, 3, 4, 5, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 6\}.$$

• y. DGP için 3. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}}, 4, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=3,4}}, 3, 4, 5, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 2, 6\}.$$

• y. DGP için 4. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1,2}}, 5, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3, 4\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=3,4}}, 4, 5, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=3,4}} = \{1, 2, 3, 6\}.$$

• y. DGP için 5. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=1,2}}, 6, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=1,2}} = \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=3,4}}, 5, 7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,3,4,6\}.$$

4 ölkeli modelin  $y = 2,3,4$  DGP'ler için oluşturulan modeller,

- $y$ . DGP için gerçekte doğru model 5 ölkeli/bölge içerecektir:

$$\mathcal{S}_{N,DM=4}^{DGP_{y=2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=2}}, 5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DM=4}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=3,4}}, 4,5,7\}.$$

- $y$ . DGP için DGK bölgesi aşağıda verilen ölkelerin birleştirilmesinden oluşmaktadır:

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3,4\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_{DM}}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,3,6\}$$

- $y$ . DGP için 1. rakip modelde tahmin edilen ölkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_1}^{DGP_{y=2,3,4}} = \{1,2,3,4,5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_0}^{DGP_{y=2,3,4}} = \{\}.$$

- $y$ . DGP için 2. rakip modelde tahmin edilen ölkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1,2}}, 3,4,5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_2}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=3,4}}, 2,3,4,5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_2}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,6\}.$$

- $y$ . DGP için 3. rakip modelde tahmin edilen ölkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}}, 4,5,6,7\},$$



$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_3}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=3,4}}, 3,4,5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_3}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,6\}.$$

•  $y$ . DGP için 4. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1,2}}, 4,5,6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_4}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=3,4}}, 3,4,5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_4}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,6\}.$$

•  $y$ . DGP için 5. rakip modelde tahmin edilen ülkeler:

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=1,2}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=1,2}}, 6,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=1,2}} = \{1,2,3,4,5\}.$$

ve

$$\mathcal{S}_{N,TEM_5}^{DGP_{y=3,4}} = \{\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=3,4}}, 5,7\},$$

$$\mathcal{S}_{N,DGK_5}^{DGP_{y=3,4}} = \{1,2,3,4,6\}.$$

## ÖZGEÇMİŞ

Halil İbrahim GÜNDÜZ, lisans eğitimini 2005- 2010 yılları arasında Gazi Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Ekonometri bölümünden almıştır. 2011 yılında İstanbul Üniversitesi, İktisat Fakültesi, Ekonometri bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaya başlamıştır. İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı, Ekonometri Bilim Dalında 2014 yılında “Panel Veri Modellerinde Parametre Homojenlik Testlerinin Performanslarının Karşılaştırılması Ve Risk İle Getiri Oranı Arasındaki İlişkinin Analizi” başlıklı Yüksek Lisans tezini tamamlamıştır. Aynı yıl İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı, Ekonometri Bilim Dalında doktora programına başlamıştır. Uluslararası ve Ulusal sempozyum ve hakemli dergilerde yayımlanmış bilimsel çalışmaları ile bildirileri bulunan Gündüz, iyi derecede İngilizce bilmektedir.