



**GÖZENEKLİ İKİ DOĞRULTULU FONKSİYONEL
DERECELENDİRİLMİŞ KİRİŞLERİN STATİK,
SERBEST TİTREŞİM VE BURKULMA
ANALİZLERİ İÇİN RİTZ TABANLI ANALİTİK
ÇÖZÜM**

Nurhan TANRIVERDİ

Yüksek Lisans Tezi

İnşaat Mühendisliği

Ana Bilim Dalı

Doç. Dr. Muhittin TURAN

2025

(Her Hakkı Saklıdır)

T.C.
BAYBURT ÜNİVERSİTESİ
LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANA BİLİM DALI
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ TEZLİ YÜKSEK LİSANS PROGRAMI

GÖZENEKLİ İKİ DOĞRULTULU FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ
KİRİŞLERİN STATİK, SERBEST TİTREŞİM VE BURKULMA ANALİZLERİ
İÇİN RİTZ TABANLI ANALİTİK ÇÖZÜM

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Nurhan TANRIVERDİ

Danışman: Doç. Dr. Muhittin TURAN

BAYBURT - 2025

KABUL VE ONAY

Doç. Dr. Muhittin TURAN danışmanlığında, Nurhan TANRIVERDİ tarafından hazırlanan “Gözenekli İki Doğrultulu Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişlerin Statik, Serbest Titreşim ve Burkulma Analizleri için Ritz Tabanlı Analitik Çözüm” başlıklı bu çalışma, 19.06.2025 tarihinde yapılan savunma sınavı sonucunda oy birliği ile başarılı bulunarak jürimiz tarafından Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Doç. Dr. Gökhan ADIYAMAN

Üye : Doç. Dr. Erdal ÖNER

Üye : Doç. Dr. Muhittin TURAN

Bu tezin kabulü Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Yönetim Kurulu’nun/...../20... tarih ve 20...../.....-..... sayılı kararıyla onaylanmıştır.

Doç. Dr. Bünyamin ALIM
Enstitü Müdürü

BEYANNAME

Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü tez yazım kılavuzuna göre Doç. Dr. Muhittin TURAN danışmanlığında hazırlamış olduğum “Gözenekli İki Doğrultulu Fonksiyonel Derecelendirilmiş Kirişlerin Statik, Serbest Titreşim ve Burkulma Analizleri için Ritz Tabanlı Analitik Çözüm” başlıklı yüksek lisans tezimin bilimsel etik değerlere ve kurallara uygun, özgün bir çalışma olduğunu, aksinin tespit edilmesi halinde her türlü yasal yaptırımını kabul edeceğimi beyan ederim.

19.06.2025

Nurhan TANRIVERDİ



ÖN SÖZ

Bu tez çalışması Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanmıştır. Tez kapsamında gözenekli iki doğrultulu fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri Ritz tabanlı analitik çözüm yöntemi ile gerçekleştirilmiştir.

İlk olarak bana bu tez konusunu öneren, çalışmalarım boyunca beni hep destekleyen, bilgi ve birikimleri ile bana rehberlik eden, öğrencisi olmaktan onur duyduğum değerli danışman hocam Sayın Doç. Dr. Muhittin TURAN'a teşekkür ederim.

Tez jüri üyeliğini kabul ederek değerlendirmeleriyle çalışmama katkı sağlayan Sayın Doç. Dr. Erdal ÖNER ve Sayın Doç. Dr. Gökhan ADIYAMAN hocalarıma teşekkür ederim.

Tüm öğrenim hayatım boyunca üzerimde emeği olan kıymetli hocalarıma gönülden teşekkür ederim.

Bu süreçte bana sabır ve anlayış gösteren, her zaman yanımda olduklarını hissettiğim aileme teşekkür ederim. Çalışmamın ülkemize fayda sağlamasını içtenlikle temenni ederim.

Nurhan TANRIVERDİ

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

GÖZENEKLİ İKİ DOĞRULTULU FONKSİYONEL DERECELENDİRİLMİŞ KİRİŞLERİN STATİK, SERBEST TİTREŞİM VE BURKULMA ANALİZLERİ İÇİN RİTZ TABANLI ANALİTİK ÇÖZÜM

Nurhan TANRIVERDİ

Bayburt Üniversitesi

Lisansüstü Eğitim Enstitüsü

İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Muhittin TURAN

Bayburt-2025, Sayfa: 111

Bu çalışma kapsamında gözenekli iki doğrultulu fonksiyonel derecelendirilmiş (2D FD) kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri parabolik kayma deformasyon teorisine göre Ritz tabanlı analitik çözüm yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Ritz yöntemlerinde kullanılan çözüm fonksiyonlarının seçimi, yöntemleri birbirinden ayırmaktadır ve analitik çözümün doğruluğunu belirlemektedir. Bu çalışmada, çeşitli sınır şartlarına uygun polinom seri fonksiyonları önerilmiştir. Ayrıca, kirişin malzeme özelliklerinin bir kuvvet kuralına göre kalınlık (z eksen) ve uzunluk (x eksen) boyunca değiştiği varsayılmıştır. Çalışmada, üç farklı türde gözeneklilik dağılımına sahip kiriş kesiti dikkate alınmıştır. Hareket denklemleri Lagrange ilkesine göre türetilmiştir. Analiz sonuçları çeşitli sınır şartlarına, derecelendirme üstlerine (p_x, p_z), gözeneklilik katsayısına (e), gözeneklilik dağılımına ve narinlik oranlarına (L/h) bağlı olarak boyutsuzlaştırma yapılarak elde edilmiştir. Öncelikle önerilen polinom seri fonksiyonların bu problem için uygun olup olmadığı literatür ile kıyaslama yapılarak doğrulanmış ve elde edilen sonuçların mevcut literatürle uyumlu olduğu görülmüştür. Daha sonra, gözenekli iki doğrultulu fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri detaylı bir şekilde gerçekleştirilmiş ve önerilen yöntem ile elde edilen sonuçlar tablolar ve grafikler ile sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Statik analiz, serbest titreşim analizi, burkulma analizi, Ritz çözüm yöntemi, gözenekli 2D FD kiriş.

ABSTRACT

M. SC. THESIS

RITZ-BASED ANALYTICAL SOLUTION FOR STATIC, FREE VIBRATION, AND BUCKLING ANALYSES OF POROUS TWO-DIRECTIONAL FUNCTIONALLY GRADED BEAMS

Nurhan TANRIVERDİ

Bayburt University

Institute of Graduate Studies

Department of Civil Engineering

Thesis Advisor: Assoc. Prof. Dr. Muhittin TURAN

Bayburt-2025, Pages: 111

In this study, the static, free vibration, and buckling analyses of porous two-directional functionally graded (2D FG) beams were carried out using a Ritz-based analytical solution method based on the parabolic shear deformation theory. The choice of trial functions used in the Ritz method distinguishes different approaches and determines the accuracy of the analytical solution. In this work, polynomial series functions suitable for various boundary conditions were proposed. It was also assumed that the material properties of the beam vary along both the thickness (z -axis) and length (x -axis) directions according to a power-law distribution. The beam cross-section was considered with three different types of porosity distributions. The equations of motion were derived using Lagrange's principle. The analysis results were obtained in a non-dimensional form depending on various boundary conditions, grading indices (p_x , p_z), porosity coefficient (e), porosity distribution, and slenderness ratios (L/h). First, the suitability of the proposed polynomial series functions for this problem was verified by comparison with the literature, and the obtained results were found to be in good agreement with existing studies. Then, the static, free vibration, and buckling analyses of porous two-directional functionally graded beams were performed in detail, and the results obtained with the proposed method were presented through tables and graphs.

Keywords: Static analysis, free vibration analysis, buckling analysis, Ritz-based solution method, porous 2D FG beam.

İÇİNDEKİLER

KABUL VE ONAY	II
BEYANNAME	III
ÖN SÖZ	IV
ÖZET	V
ABSTRACT	VI
İÇİNDEKİLER	VII
TABLOLAR	VIII
ŞEKİLLER	XIII
KISALTMALAR	XVIII
SİMGELER	XIX
GİRİŞ	1
Araştırmanın Konusu ve Problemi	2
Araştırmanın Amacı	2
Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi	2
Araştırmanın Sınırlılıkları	2
Varsayımlar	3
BİRİNCİ BÖLÜM	4
1. KURAMSAL ÇERÇEVE	4
1.1. LİTERATÜR ÖZETİ	4
1.1.1. Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Yapılan Çalışmalar	4
1.1.2. Analitik Yöntemler ile Yapılan Çalışmalar	9
İKİNCİ BÖLÜM	18
2. YÖNTEM	18
2.1. TEORİ VE FORMÜLASYON	18
2.1.1. Gözenekli 2D FD Kirişin Malzeme Özellikleri	18
2.1.2. Matematiksel Formülasyon	21
ÜÇÜNCÜ BÖLÜM	30
3. BULGULAR	30
3.1. GÖZENEKLİ 2D FD KİRİŞLERİN STATİK ANALİZİ	30
3.2. GÖZENEKLİ 2D FD KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ	62
3.3. GÖZENEKLİ 2D FD KİRİŞLERİN BURKULMA ANALİZİ	82
SONUÇ VE ÖNERİLER	102
Sonuç	102
Öneriler	103
KAYNAKÇA	105
ÖZ GEÇMİŞ	111

TABLOLAR

Tablo 1: Analitik Çözümde Kullanılan Sınır Şartları ve Polinom Fonksiyonları	28
Tablo 2: Çözümlerde Kullanılan Malzeme Özellikleri	30
Tablo 3: Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmelerinin Seri Sayısına Bağlı Değişimi ($L/h = 5, p_x = p_z = 1, e=0,1$).....	31
Tablo 4: B-B Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	31
Tablo 5: B-B Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	32
Tablo 6: A-A Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	32
Tablo 7: A-A Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	32
Tablo 8: A-S Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	33
Tablo 9: A-S Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	33
Tablo 10: B-B Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Normal Gerilmeleri $\bar{\sigma}_{xx} (L/2, h/2)$	35
Tablo 11: B-B Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Kayma Gerilmeleri ($\bar{\tau}_{xz} (0,0)$)	36
Tablo 12: GFD-1 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	36
Tablo 13: GFD-2 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	37
Tablo 14: GFD-3 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	37
Tablo 15: GFD-1 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	38
Tablo 16: GFD-2 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	38
Tablo 17: GFD-3 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	39
Tablo 18: GFD-1 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	39
Tablo 19: GFD-2 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	40
Tablo 20: GFD-3 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	40
Tablo 21: GFD-1 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	41
Tablo 22: GFD-2 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	41
Tablo 23: GFD-3 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	42

Tablo 24: GFD-1 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	42
Tablo 25: GFD-2 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	43
Tablo 26: GFD-3 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$).....	43
Tablo 27: GFD-1 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	44
Tablo 28: GFD-2 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	44
Tablo 29: GFD-3 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$).....	45
Tablo 30: Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekanslarının Seri Sayısına Göre Değişimi ($L/h = 5, p_x = p_z = 1, e=0,1$)	63
Tablo 31: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin 2D FD Gözeneksiz Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekanslarının Doğrulanması ($L/h=5$).....	64
Tablo 32: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin 2D FD Gözeneksiz Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekanslarının Doğrulanması ($L/h=20$).....	65
Tablo 33: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$).....	66
Tablo 34: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$).....	67
Tablo 35: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$).....	68
Tablo 36: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$).....	68
Tablo 37: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$).....	69
Tablo 38: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$).....	70
Tablo 39: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$).....	69
Tablo 40: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$).....	70
Tablo 41: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$).....	70
Tablo 42: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$).....	72
Tablo 43: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$).....	73
Tablo 44: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$).....	74
Tablo 45: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$).....	74
Tablo 46: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$).....	75

Tablo 47: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$).....	76
Tablo 48: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$).....	76
Tablo 49: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$).....	77
Tablo 50: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$).....	78
Tablo 51: Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Seri Sayısına Göre Değişimi ($L/h = 5, p_x = p_z = 1, e=0,1$)	83
Tablo 52: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin 2D FD Gözeneksiz Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Doğrulanması ($L/h=5$).....	84
Tablo 53: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin 2D FD Gözeneksiz Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Doğrulanması ($L/h=20$).....	85
Tablo 54: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)	84
Tablo 55: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)	86
Tablo 56: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)	87
Tablo 57: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)	88
Tablo 58: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)	88
Tablo 59: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)	89
Tablo 60: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$).....	90
Tablo 61: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$).....	90
Tablo 62: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$).....	91
Tablo 63: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$).....	92
Tablo 64: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$).....	92
Tablo 65: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$).....	93
Tablo 66: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$).....	94
Tablo 67: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$).....	94
Tablo 68: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$).....	95
Tablo 69: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$).....	96

Tablo 70: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$).....	96
Tablo 71: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$).....	97



ŞEKİLLER

Şekil 1: 2D FD Kirişin Geometrisi ve Yüklemleri.....	18
Şekil 2: Kiriş Kesitinde Üç Farklı Gözeneklilik Tipi	19
Şekil 3: Statik Analizler için p_x , p_z ve e Değişkenlerine Göre Elastisite Modülünün $E(x,z)$ Değişimleri	19
Şekil 4: Serbest Titreşim ve Burkulma Analizleri için p_x , p_z ve e Değişkenlerine Göre Elastisite Modülünün $E(x,z)$ ve Yoğunluğun $\rho(x,z)$ Değişimleri	20
Şekil 5: a) İki Ucu Ankastre FD Kiriş, b) Basit Mesnetli FD Kiriş, c) Konsol FD Kirişin Mesnetlenme Şekilleri	28
Şekil 6: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin $p_x=0$ ve $p_z=0,1,5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması	45
Şekil 7: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin $p_x=0$ ve $p_z=0,1,5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması	45
Şekil 8: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin $p_x=0$ ve $p_z=0,1,5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması	46
Şekil 9: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin $p_z=0$ ve $p_x=0,1,5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması	46
Şekil 10: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin $p_z=0$ ve $p_x=0,1,5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması	46
Şekil 11: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin $p_z=0$ ve $p_x=0,1,5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması	47
Şekil 12: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz En Büyük Yer Değiştirmelerinin L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x = p_z = 2$)	47
Şekil 13: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz En Büyük Yer Değiştirmelerinin L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x = p_z = 2$)	47
Şekil 14: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz En Büyük Yer Değiştirmelerinin L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x = p_z = 2$)	48
Şekil 15: a) GFD-1, b) GFD-2, c) GFD-3 Kirişlerinin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Farklı Sınır Koşullarına ve p_z 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=1$).....	48
Şekil 16: a) GFD-1, b) GFD-2, c) GFD-3 Kirişlerinin En Büyük Yer Değiştirmelerinin Farklı Sınır Koşullarına ve p_x 'e Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_z=1$).....	48
Şekil 17: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 Tipindeki Kirişlerin Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=1, e=0,2$)	49

Şekil 18: a) GFD-1, b) GFD-2, c) GFD-3 Tipindeki Kirişlerin Farklı Sınır Şartına ve Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($p_x=p_z=1$).....	49
Şekil 19: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Değişen $p_z=0,1,2$ için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=0$).....	51
Şekil 20: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Değişen $p_z=0,1,2$ için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=0$).....	51
Şekil 21: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Değişen $p_z=0,1,2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=0$).....	51
Şekil 22: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin $p_x=2$ ve Değişen $p_z=0,1,2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=2$).....	52
Şekil 23: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin $p_x=2$ ve Değişen $p_z=0,1,2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=2$).....	52
Şekil 24: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin $p_x=2$ ve Değişen $p_z=0,1,2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=2$).....	52
Şekil 25: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin $p_z=0$ ve Değişen $p_x=0,1,2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=0$).....	53
Şekil 26: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin $p_z=0$ ve Değişen $p_x=0,1,2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=0$).....	53
Şekil 27: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin $p_z=0$ ve Değişen $p_x=0,1,2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=0$).....	53
Şekil 28: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin $p_z=2$ ve Değişen $p_x=0,1,2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=2$).....	54
Şekil 29: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin $p_z=2$ ve Değişen $p_x=0,1,2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=2$).....	54
Şekil 30: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre c) Konsol GFD-3 Kirişinin $p_z=2$ ve Değişen $p_x=0,1,2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=2$).....	54
Şekil 31: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Boyutsuz Normal Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z / h 'ye Bağlı Değişimleri.....	55
Şekil 32: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z / h 'ye Bağlı Değişimleri.....	56
Şekil 33: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Boyutsuz Normal Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z / h 'ye Bağlı Değişimleri.....	56
Şekil 34: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z / h 'ye Bağlı Değişimleri.....	57

Şekil 35: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Boyutsuz Normal Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z/h 'ye Bağlı Değişimleri.....	58
Şekil 36: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z/h 'ye Bağlı Değişimleri.....	58
Şekil 37: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1,GFD-2 ve GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Normal Gerilmelerinin z/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=1, e=0,1$)	59
Şekil 38: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1,GFD-2 ve GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin z/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=1, e=0,1$)	60
Şekil 39: Basit Mesnetli GFD-1 Kirişinin Çeşitli Derecelendirme Üstleri için a) Boyutsuz Normal Gerilmelerinin b) Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin z/h 'ye Bağlı Değişimleri	61
Şekil 40: İki Ucu Ankastre GFD-1 Kirişinin Çeşitli Derecelendirme Üstleri için a) Boyutsuz Normal Gerilmelerinin b) Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin z/h 'ye Bağlı Değişimleri	61
Şekil 41: Konsol GFD-1 Kirişinin Çeşitli Derecelendirme Üstleri için a) Boyutsuz Normal Gerilmelerinin b) Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin z/h 'ye Bağlı Değişimleri	62
Şekil 42: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1,GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Doğal Frekanslarının L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=2, e=0,1$).....	78
Şekil 43: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1,GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Doğal Frekanslarının p_z 'ye Göre Değişimlerinin Karşılaştırılması($L/h=5, p_x=2$).....	79
Şekil 44: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1,GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Doğal Frekanslarının p_x 'e Göre Değişimlerinin Karşılaştırılması($L/h=5, p_z=2$).....	79
Şekil 45: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz Doğal Frekanslarının L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=5$)	80
Şekil 46: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz Doğal Frekanslarının L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=5$)	80
Şekil 47: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz Doğal Frekanslarının L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=5$)	80
Şekil 48: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Titreşim Mod Şekilleri ($L/h=5, p_x=p_z=1$)	81
Şekil 49: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Titreşim Mod Şekilleri ($L/h=5, p_x=p_z=1$)	81
Şekil 50: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Titreşim Mod Şekilleri ($L/h=5, p_x=p_z=1$)	82
Şekil 51: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=2, e=0,1$)	98

Şekil 52: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1,GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p_z 'ye Göre Değişimlerinin Karşılaştırılması ($L/h=5$, $p_x=2$).....	98
Şekil 53: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1,GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p_x 'e Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($L/h=5$, $p_z=2$).....	99
Şekil 54: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Kritik Burkulma Yüklerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=5$)	99
Şekil 55: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Kritik Burkulma Yüklerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=5$)	100
Şekil 56: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Kritik Burkulma Yüklerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=5$)	100
Şekil 57: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Burkulma Mod Şekilleri ($L/h=5$, $p_x=p_z=1$)	100
Şekil 58: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Burkulma Mod Şekilleri ($L/h=5$, $p_x=p_z=1$)	101
Şekil 59: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Burkulma Mod Şekilleri ($L/h=5$, $p_x=p_z=1$)	101

KISALTMALAR

ANN	: Yapay Sinir Ağı
CFM	: Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi
FD	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş
FDM	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Malzeme
FDG	: Fonksiyonel Derecelendirilmiş Gözenekli
FEM	: Sonlu Elemanlar Yöntemi
FSDT	: Birinci Dereceden Kayma Deformasyon Teorisi
GDQM	: Genelleştirilmiş Diferansiyel Kareleme Yöntemi
GYM	: Genel Olmayan Teoriler
2D FD	: İki Doğrultulu Fonksiyonel Derecelendirilmiş
MFEM	: Karma Sonlu Elemanlar Yöntemi
MQRBF	: Çok Kademeli Radyal Taban Fonksiyonu
SBFEM	: Ölçeklendirilmiş Sınır Sonlu Elemanlar Yöntemi
SSPH	: Simetrik Düzgünleştirilmiş Parçacık Hidrodinamiği
CUF	: Birleştirilmiş Carrera Formülasyonu

SİMGELER

p_x, p_z	: Güç yasası endeksleri, derecelendirme üstleri
e	: Gözeneklilik katsayısı
L/h	: Narinlik oranı
P_0	: Basınç kuvveti
$E(x, z)$	: Elastisite modülü
$G(x, z)$	: Kayma modülü
$\rho(x, z)$	: Kütle yoğunluğu
$\nu(x, z)$	: Poisson oranı
$V_s(x, z)$	: Seramiğin hacimsel oran fonksiyonu
$f_e(z)$	: Gözeneklilik dağılım fonksiyonu
u_0, w_0	: Tarafsız eksenindeki yer değiştirmeler
ϕ_0	: Tarafsız eksenindeki dönme
σ_{xx}	: Normal gerilme
τ_{xz}	: Kayma gerilmesi
Π	: Lagrange fonksiyonu
T	: Kinetik enerji
U	: Şekil değiştirme enerjisi
V	: Dış yükler tarafından yapılan iş
$\psi_i(x), \psi_{i,x}(x)$	: Polinom seri fonksiyonları
m	: Polinom seri sayısı
M	: Kütle matrisi
K_e	: Rijitlik matrisi
K_g	: Geometrik rijitlik matrisi
F	: Yük vektörü
u	: Genelleştirilmiş yer değiştirme vektörü
ω	: Kirişin doğal frekansı
$(P_0)_{kr}$	: Kirişin kritik burkulma yükü

GİRİŞ

Teknolojinin gelişmesi, modern mühendislikte yüksek performanslı yeni malzeme ihtiyacını doğurmuştur. Bu gereksinimi karşılamak amacıyla araştırmacılar çok katmanlı kompozit malzemeleri geliştirmişlerdir. Kompozit malzemeler, farklı özelliklere sahip en az iki malzemenin tabakalar halinde biraraya getirilmesiyle üretilen katmanlı yapı malzemeleridir. Son yıllarda geleneksel malzemelere göre yüksek mukavemet, hafiflik, ısıya dayanıklılık ve esneklik gibi avantajlar sunmaktadır. Fakat katmanlar arasındaki geçiş bölgelerinde malzeme özelliklerinin ani değişmesiyle süreksizlikler meydana gelmektedir. Bu süreksizlikler yüksek kayma gerilmeleri, çatlak oluşumu ve yapısal stabilitenin bozulması gibi olumsuzlukları beraberinde getirmektedir. Araştırmacılar, bu olumsuzlukları giderebilmek için üstün özelliklere sahip fonksiyonel derecelendirilmiş (FD) malzemeyi geliştirmişlerdir.

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzeme (FDM) ilk olarak, uzay teknolojisinde yüksek sıcaklık farklarına karşı dayanabilecek malzemeye ihtiyaç duyulmasıyla tasarlanmıştır. FDM'ler genellikle seramik ve metal gibi farklı malzeme çiftlerinden oluşmaktadır. Katmanlar arasındaki geçiş malzeme özelliklerinin kademeli ve sürekli olarak değişmesiyle sağlanmaktadır. Böylece her iki malzemenin avantajları birleşerek daha dayanıklı ve verimli bir yapı tasarlanabilmektedir.

FDM'ler, yüksek mukavemet, hafiflik, termal direnç ve düşük titreşim gibi üstün mekanik özellikleri sayesinde uzay taşıtları, endüstriyel ekipmanlar, türbinler, savunma sanayi ve inşaat mühendisliği gibi birçok alanda yaygın şekilde kullanılmaktadır. Özellikle inşaat mühendisliğinde, araştırmacılar kiriş, plak ve kabuk gibi yapı elemanlarını fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerle tasarlayarak yapıların mekanik davranışlarını daha etkin şekilde analiz etmektedir. Ancak, FDM'lerin üretim süreci sırasında malzeme içerisinde oluşan gözeneklilik, yapı performansı açısından kritik bir rol oynamaktadır. Gözeneklilik, malzeme içinde düzensiz boşluklar veya mikro boşluklar oluşturarak elastisite modülü, mukavemet, titreşim davranışı ve burkulma dayanımı gibi mekanik özellikleri doğrudan etkileyebilir. Gözeneklerin konumu, yoğunluğu ve dağılım şekli, yapının genel davranışını belirlemede önemli faktörlerdir. Bu nedenle, FDM ile üretilen yapı elemanlarının tasarım aşamasında gözeneklilik dağılımı göz önünde bulundurulmalı; aksi takdirde, yapının taşıma kapasitesinde zayıflamalar ve öngörülemeyen sorunlar meydana gelebilir. Tasarım doğruluğunu artırmak ve daha güvenli mühendislik uygulamaları gerçekleştirebilmek adına, gözeneklilik etkisinin analitik ve sayısal yöntemlerle detaylı bir şekilde incelenmesi büyük önem taşımaktadır.

Araştırmanın Konusu ve Problemi

Bu çalışmanın konusu; çeşitli sınır koşullarına sahip, malzeme özellikleri iki doğrultuda değişen gözenekli fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma davranışlarını önerilen Ritz tabanlı analitik çözüm yöntemiyle incelemektir. Bu problemde GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 olmak üzere üç farklı gözeneklilik dağılımı dikkate alınarak gözenekliliğin kirişlerin mekanik davranışları üzerindeki etkileri belirlenecektir.

Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada, gözenekli iki doğrultulu FD kirişlerin mekanik davranışlarını belirlemek için parabolik kayma deformasyon teorisine dayalı Ritz tabanlı analitik bir çözüm yöntemi sunulmaktadır. Bu çalışma, ilgili problemin etkili bir çözümünü literatüre sunmayı amaçlamaktadır. Önerilen çözüm ile boyutsuz yer değiştirmeler, boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri, boyutsuz doğal frekanslar ve kritik burkulma yüklerinin elde edilmesi hedeflenmektedir. Elde edilen sonuçlar, literatürdeki mevcut verilerle karşılaştırılacak ve aralarındaki uyum gösterilecektir. Ayrıca bu çalışma, elde edilen sonuçlar doğrultusunda, çeşitli sınır koşulları, derecelendirme üstleri (p_x, p_z), gözeneklilik katsayısı (e), gözeneklilik dağılımı ve narinlik oranı (L/h) gibi parametrelere bağlı olarak kirişin mekanik davranışlarındaki değişimleri incelemeyi amaçlamaktadır.

Araştırmanın Önemi ve Gerekçesi

Günümüzde mühendislik tasarımlarında üstün özellikleri sebebiyle yaygın olarak kullanılan FD malzemelerden yapılmış kirişlerin mekanik davranışlarının belirlenmesi oldukça önemli hale gelmiştir. Ancak dikkat edilmelidir ki FD malzemelerin üretimi esnasında meydana gelen gözeneklilik kirişin mekanik davranışını etkilemektedir. Bu sebepten dolayı çalışmada farklı gözeneklilik dağılımları dikkate alınarak kirişlerin serbest titreşim, burkulma ve statik analizleri için yeni bir çözüm önerilmiştir. Yazarın bildiği kadarıyla literatürde gözenekli 2D FD kirişlerin davranışlarını önerilen çözüm yöntemi ile inceleyen başka bir çalışma yoktur. Dolayısıyla çalışmanın bilimsel literatürdeki mevcut boşluğu doldurması beklenmektedir.

Araştırmanın Sınırlılıkları

Çözüm yöntemi olarak önerilen Ritz tabanlı analitik yaklaşım, yalnızca belirli sınır koşullarına ve polinom tabanlı şekil fonksiyonlarına uygun şekilde yapılandırılmıştır; dolayısıyla karmaşık geometriye veya yükleme koşullarına sahip yapılar için doğrudan genellenemez. Ayrıca çalışmada sadece üç tip gözeneklilik dağılımı (GFD-1, GFD-2 ve GFD-3) ele alınmıştır. Gerçek uygulamalarda karşılaşılabilecek daha düzensiz veya çok boyutlu

gözenek dağılımları bu kapsamın dışında bırakılmıştır. Malzeme özelliklerinin yalnızca iki doğrultuda (x ve z eksenlerinde) değiştiği kabul edilmiştir; y yönünde veya izotropik olmayan daha karmaşık dağılımlar dikkate alınmamıştır.

Varsayımlar

Bu çalışmada analizler belirli mühendislik varsayımları çerçevesinde gerçekleştirilmiştir. Öncelikle, kiriş malzemesinin davranışı lineer elastik kabul edilmiştir. Bu kapsamda, malzemenin yalnızca elastik bölgedeki tepkisi dikkate alınmış; plastik deformasyon, hasar oluşumu, kırılma mekanikleri ya da zamanla değişen viskoelastik etkiler gibi daha karmaşık ve doğrusal olmayan malzeme davranışları analiz dışında tutulmuştur. Bununla birlikte, kirişin malzeme özelliklerinin yalnızca kalınlık (z eksen) ve uzunluk (x eksen) boyunca sürekli ve düzgün bir şekilde değiştiği, yani fonksiyonel derecelendirmenin yalnızca iki doğrultuda uygulandığı varsayılmıştır. Malzeme özelliklerinde ani değişimler, mikroyapısal düzensizlikler veya y yönünde varyasyonlar dikkate alınmamıştır.

BİRİNCİ BÖLÜM

1. KURAMSAL ÇERÇEVE

1.1. LİTERATÜR ÖZETİ

Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemeler ile ilgili ilk çalışmalar 1980'li yıllardan itibaren yapılmaya başlanmıştır. Bu malzemelerle ilgili çalışmalar ilerledikçe araştırmacılar bunları yapı elemanlarının tasarımında kullanmaya başlamışlardır. 1990'lardan sonra FDM'lerin üretim yöntemleri üzerine gelişmeler yaşanmış ve ilerleyen zamanlarda FDM'lerin üretim süreçlerinde yapılarında gözeneklerin olduğu tespit edilmiştir. Bu durum araştırmacıların dikkatini çekmiş ve gözenekliliğin FDM'lerin davranışına etkileri araştırılmaya başlanmıştır. Son yıllarda başarılı gelişim göstermeye devam eden bu malzemeler birçok araştırmacının araştırma konusu olmuştur. Akademik çevrede fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli ve gözeneksiz yapıların mekanik davranışını belirlemek için birçok çalışma yapılmış ve yapılmaya da devam edilmektedir. Literatür incelendiğinde, araştırmacıların çoğunlukla farklı çözüm yöntemleri kullanarak bu yapıların davranışını belirledikleri görülmüştür. Literatürdeki çalışmalarda gözenekli ve gözeneksiz FD kirişin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri için yaygın olarak analitik ve sonlu eleman yöntemleri kullanılmaktadır.

1.1.1. Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Yapılan Çalışmalar

Sonlu elemanlar yöntemi, karmaşık yapıların mekanik davranışlarının sayısal olarak analiz edilmesinde yaygın olarak kullanılan güçlü bir mühendislik yöntemidir ve bu bölümde, fonksiyonel derecelendirilmiş kirişleri sonlu elemanlar yöntemleri ile inceleyen çalışmalar özetlenmektedir.

Chakraborty vd. (2003) çalışmalarında, FDM ile yapılmış kirişin termoelastik davranışını incelemek için birinci dereceden kayma deformasyon teorisine dayalı yeni bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. FDM kirişinin kalınlığı boyunca malzeme ve termal özellikleri güç yasasına bağlı üstel biçimde değişmektedir. Geliştirilen sonlu eleman modeli ile FD kirişlerin dalga yayılım modellerini, statik ve serbest titreşim davranışlarını elde etmişlerdir.

Kadoli vd. (2008) yaptıkları çalışmada, yüksek dereceli kayma deformasyon teorisine dayalı fonksiyonel derecelendirilmiş metal-seramik kirişlerin statik davranışını incelemişlerdir. Kirişin malzeme özelliği güç yasasına bağlı üstel olarak değişmektedir. Statik denge denklemi için durağan potansiyel enerji ilkesi kullanarak, sonlu eleman çözümü sunmuşlardır.

Vo vd. (2014) yapmış oldukları çalışmada, fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişlerin titreşimi ve burkulması için kesme deformasyon teorisine dayalı bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Hareket denklemlerini, sınır koşulları ve Hamilton prensibinden yararlanarak elde etmişlerdir. Önerdikleri modelin sandviç kirişin titreşim ve burkulma probleminin çözümü için doğru sonuç verdiği görülmüştür.

Filippi vd. (2015) çalışmalarında, bir boyutlu birleştirilmiş Carrera Formülasyonu (CUF) oluşturmuşlar ve hareket denklemlerini ise virtüel yer değiştirme prensibi ile türetmişlerdir. Fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin farklı sınır ve yükleme koşullarında statik analizlerini sonlu elemanlar yöntemiyle yapmışlardır.

Kahya ve Turan (2017) yaptıkları çalışmada, fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin titreşimi ve burkulması için birinci dereceden kayma deformasyon teorisine dayalı bir sonlu eleman modeli geliştirmişlerdir. Mevcut eleman beş düğüm noktasına, on serbestlik derecesine ve farklı sınır şartlarına sahip olup kirişin kalınlığı boyunca malzeme özellikleri değişmektedir. Hareket denklemlerini Lagrange denklemleri yardımıyla türetilmişlerdir. Mevcut model ile kirişin frekansları ve kritik burkulma yüklerinin doğru şekilde tahmin edilebildiği görülmüştür.

Aria vd. (2019) çalışmalarında, ilk defa yerel olmayan elastisite teorisi ile çift parametrelili bir elastik temel kullanarak gözenekli fonksiyonel derecelendirilmiş nano kirişlerin termoelastik davranışını analiz etmek için bir sonlu eleman modeli önermişlerdir. Önerilen model ile elde edilen analiz sonuçları literatürdeki mevcut sonuçlar ile doğrulanmıştır.

Mollamahmutoğlu ve Mercan (2019) yaptıkları çalışmada, fonksiyonel derecelendirilmiş Timoshenko mikro-kirişlerinin eğilme, serbest titreşim ve burkulma analizlerini modifiye çift gerilme teorisine dayalı olarak yeni bir fonksiyonel ve Karma Sonlu Elemanlar Yöntemi (MFEM) çerçevesinde incelemişlerdir. Geliştirilen yöntemle elde edilen sonuçları literatürdeki mevcut değerlerle karşılaştırmışlardır. Yeni formülasyonun kesit momentinin birleşik ve klasik kısımlarının ayrı katkılarını tanımlayabildiğini görmüşlerdir.

Dangi vd. (2020) yapmış oldukları çalışmada, iki doğrultulu fonksiyonel olarak derecelendirilmiş Euler-Bernoulli nano-kirişin yerel olmayan serbest titreşim davranışını sonlu eleman yöntemi kullanarak doğrulamışlardır. Kiriş üstel olarak kalınlık yönünde güç yasasına göre derecelendirilmiştir. İlk üç mod için doğal frekansların literatür ile uyumlu olduğunu tespit etmişlerdir.

Liu vd. (2021) çalışmalarında, FD sandviç kirişlerin burkulma davranışının belirlenmesi için Ölçeklendirilmiş Sınır Sonlu Elemanlar Yöntemine (SBFEM) dayanan yeni bir yarı analitik çözüm önermişlerdir. Formülasyon iki boyutlu elastisite teorisi çerçevesince ve FD sandviç

kirişlerin her katmanı için tabanda ölçeklendirilmiş bir koordinat sistemi oluşturmuşlardır. Malzeme özellikleri bir güç kanununa göre kalınlık boyunca değişmektedir. İki boyutlu bünye modeli Katman-Bilge teorisine göre önerilen formülasyon ile uygulamışlardır. Burkulma hareket denklemleri ağırlıklı kalıntı yöntemi ile türetilmiş ve problem özdeğer analizi yöntemiyle çözülmüştür. Önerilen formülasyon literatürde mevcut çözümler ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Al-Itbi ve Noori (2022) yaptıkları çalışmada, malzeme özellikleri kalınlığı boyunca değişen FGP sandviç kirişlerde gözenekliliğin doğal frekanslara etkisini sonlu elemanlar yöntemi ile belirlemişlerdir. Analizde birinci dereceden kayma deformasyon teorisi kullanmışlardır. Analiz sonucunda gözeneklilik katsayısının FGP sandviç kirişlerin doğal frekanslarını belirgin olarak etkilediği görülmüştür.

Yildirim (2022) çalışmasında iki boyutlu fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin doğal frekanslarının belirlemek için yapay sinir ağı yaklaşımı geliştirmişlerdir. Geliştirilen yöntemle girdi katmanı kullanılarak FD kirişlerin serbest titreşim karakteristiklerinin tahminini ilk kez sunmuşlardır. Sonlu eleman çözümüyle kirişin doğal frekanslarını elde etmişlerdir. Sonuçlar literatürdeki mevcut verilerle karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

Turan (2022) çalışmasında, fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin (FDGK) trigonometrik kayma deformasyonlu kiriş teorisine bağlı, sonlu elemanlar yöntemiyle statik analizini gerçekleştirmiştir. Sonlu kiriş elemanı üç düğüm noktalı ve 12 serbestlik dereceli olarak modellemiştir. Lagrange prensibi yardımı ile denge denklemlerini türetmiştir. Önerilen yüksek dereceden sonlu kiriş eleman modeli ile elde edilen sonuçları literatürdeki verilerle karşılaştırarak doğrulamıştır.

Turan ve Hacıoğlu (2022) yapmış oldukları çalışmada, fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin burkulma davranışı için yüksek dereceden kayma deformasyon kiriş teorisine dayalı yeni bir sonlu eleman modeli sunmuşlardır. Denge denklemleri Lagrange denklemleri yardımıyla formüle etmişlerdir. Kiriş elemanı beş düğüm noktasına ve on altı serbestlik derecesine sahiptir. Analiz sonrası elde edilen sonuçları literatürle karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Mao vd. (2023) çalışmalarında, çoklu eğimli çatlaklara sahip fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerinde titreşim frekanslarını belirlemek için bir sonlu eleman yöntemi önermişlerdir. Üç serbestlik dereceli kiriş modeli kullanmışlardır. Malzeme özelliklerinin kirişin kalınlığı boyunca üstel güç yasasına göre değiştiği varsayılmıştır. Hareket denklemleri Euler-Bernoulli teorisi, Lagrange fonksiyonu ve Kelvin-Voigt modeli yardımıyla oluşturmuş

ve Newmark ortalama ivme yöntemi ile sayısal olarak çözülmüştür. Analiz sonuçlarını mevcut literatürdeki değerlerle karşılaştırmışlardır.

Chandel ve Talha (2023) yaptıkları çalışmada, kosinüs tipi gözeneklilik dağılımı dikkate alarak nano kirişlerin titreşim özelliklerini incelemiştir. Titreşim özelliklerini iki gözeneklilik modeli için karşılaştırmışlardır. Nano kirişlerin malzeme özelliklerini farklı güç yasası modellerinin değiştirilmesiyle elde etmişlerdir. Lagrange denklemlerini kullanarak hareket denklemlerini elde etmişlerdir. Hareket denkleminin çözümü için sonlu elemanlar metodu kullanmışlardır.

Adıyaman (2023) çalışmasında yüksek dereceli kayma deformasyon teorisine dayalı olan iki yönlü gözenekli fonksiyonel derecelendirilmiş bir kirişin serbest titreşim analizini incelemiştir. Kirişin malzeme özellikleri gözenekliliğe bağlı üstel bir fonksiyonla tanımlanmıştır. Bu çalışmada kullanılan mevcut yöntem, gözeneklilik parametreleri dahil olacak şekilde doğal frekansların hesaplanmasına olanak sağlamaktadır. Problemden üç farklı gözeneklilik dağılım fonksiyonu dikkate alınmış ve hareket denklemlerinin türetilmesinde Lagrange prensibinden yararlanılmıştır. Bu problemin hızlı ve doğru çözümü için sekiz serbestlik derecesini içeren iki düğüm noktalı sonlu eleman kullanılmıştır. Mevcut yöntemle bulunan normalleştirilmiş doğal frekans değerlerini literatürdeki yayınlanmış sonuçlarla doğrulamıştır.

Turan vd. (2023) çalışmalarında, çeşitli sınır koşulları etkisinde kalan fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizi için birinci dereceden kayma deformasyon teorisine dayanan Ritz tabanlı analitik bir çözüm sunmuşlardır. Çözümde ayrıca sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ve yapay sinir ağı (ANN) yöntemlerini kullanılmıştır. Analitik çözümde, her sınır koşulu için farklı polinom seri fonksiyonları önermişlerdir. Hareket denklemlerini Lagrange prensibi yardımıyla türetmişlerdir.

Turan ve Adıyaman (2023) yaptıkları çalışmada, çeşitli sınır koşulları etkisinde kalan ve parabolik kayma deformasyon teorisine dayanan 2D FD gözenekli kirişlerin statik analizi için yüksek mertebeden yeni bir sonlu eleman sunmuşlardır. Problemden üçüncü dereceden bir polinoma sahip yüksek dereceden sonlu eleman kullanmışlardır. Çalışmada sinüzoidal düzensiz dağılım fonksiyonunu ilk kez kullanmışlardır. Hareket denklemlerini Lagrange prensibiyle türetmişlerdir. Kirişin malzeme özellikleri güç yasasına göre değişmektedir. Önerilen yüksek mertebeli sonlu eleman yöntemiyle türetilen sonuçlar, literatürdeki sonuçlarla uyum içindedir.

Turan ve Adıyaman (2024) yaptıkları çalışmada, çeşitli sınır şartlarına maruz kalan gözenekli iki yönlü fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizleri için yüksek dereceli sonlu eleman modeli önermişlerdir. Bu model parabolik kayma

deformasyon teorisine dayanmaktadır. Analiz için üç farklı gözeneklilik tipi kullanmışlardır. Hareket denklemlerini Lagrange prensibinden yararlanarak formüle etmişlerdir. Kirişin iki yöndeki malzeme özellikleri güç yasası kuralına göre tanımlanmıştır. Analiz sonucunda önerilen yüksek mertebeden sonlu eleman modeli ile elde edilen verilerin literatürle uyum içinde olduğu görülmüştür.

Noori vd. (2024) çalışmalarında, çeşitli sınır şartlarına ve farklı malzeme özelliklerine sahip FD dikdörtgen plakaların sonlu elemanlar yöntemiyle sapma ve gerilme tepkilerini incelemişlerdir.

Kumar vd. (2024) yaptıkları çalışmada, tek doğrultulu düzgün yayılı dış yük etkisi altındaki fonksiyonel derecelendirilmiş plakaların serbest ve zorlanmış titreşim analizini sunmuşlardır. İki tip plaka dikkate alınmıştır. Tüm alan yöntemi ve sonlu elemanlar yöntemiyle problemi formüle etmişlerdir. Bünye denklemleri için plak teori ve Mindlin plak teorisi kullanmışlardır. Analiz verileri literatürdeki mevcut sonuçlarla karşılaştırılmış ve aralarında uyum olduğu görülmüştür.

Kafkas (2024) çalışmasında, fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli konsol mesnetli nano-kirişin statik yükler altında düşey yer değiştirmelerini değiştirilmiş gerilme çifti teorisine ve oluşturdukları sonlu elemanlar modeline dayalı olarak belirlemiştir. Kirişte iki farklı gözeneklilik dağılımı dikkate alınmıştır. Euler-Bernoulli kiriş teorisi yardımıyla denge denklemlerini türetilmiştir. Derecelendirilmiş yapının malzeme özelliklerinin kuvvet yasası teorisine göre değiştiği varsayılmıştır. Oluşturduğu sonlu eleman modelini literatürdeki mevcut bir çalışmayla doğrulamıştır.

Adıyaman ve Turan (2025) yaptıkları çalışmada, gözenekli iki doğrultulu fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin eğilme ve burkulma analizini, yüksek mertebeden bir kayma deformasyon teorisi kullanarak sunmuşlardır. Kirişin malzeme özelliklerinin değişiminde üstel fonksiyonları kullanmışlardır. Hareket denklemlerini Lagrange prensibi yardımıyla formüle etmişlerdir. Sonlu eleman çözümünde iki düğüm noktası ve sekiz serbestlik derecesini içeren sayısal model kullanmışlardır. Analiz sonuçlarını literatürdeki değerlerle karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Li vd. (2025) yapmış oldukları çalışmada, FD kirişlerin analizi için değiştirilmiş yüksek mertebeden kayma deformasyon teorisine dayalı bir sonlu eleman kiriş modeli geliştirilmiştir. Bu teorinin yeniliği, kayma deformasyonu ile kayma kuvveti arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde tanımlayan kayma sertliğinin elde edilmesidir. Teoride kuvvet tabanlı yüksek dereceli bir kiriş elemanı modeli önermişlerdir. Çözümün doğruluğunu ve verimliliğini kanıtlamışlardır.

1.1.2. Analitik Yöntemler ile Yapılan Çalışmalar

Analitik yöntemler, yapısal elemanların davranışlarını matematiksel ifadelerle hassas bir şekilde incelemeye olanak tanımaktadır. Bu bölümde, fonksiyonel derecelendirilmiş kirişler üzerine analitik yaklaşımlarla gerçekleştirilen çalışmalar ele alınmaktadır.

Sankar (2001) çalışmasında fonksiyonel derecelendirilmiş ve enine yüklere maruz kalan bir kiriş için elastisite teorisine dayalı bir çözüm gerçekleştirmiştir. Poisson oranını sabit tutmuş ve young modülünün kalınlık boyunca üstel olarak değiştiğini varsaymıştır. Düzlem kesitlerin, düzlem ve kesit eksenine dik kaldığı varsayımına dayanarak Euler-Bernoulli tipi kiriş teorisi geliştirmiştir. Geliştirilen bu kiriş teorisinin enine yüklemeli, yavaşça değişen ve uzun ince kirişler için geçerli olduğunu bulmuştur.

Ying vd. (2008) çalışmalarında, Winkler-Pasternak elastik temel üzerine oturan FD kirişlerin eğilme ve serbest titreşimi için iki eksenli elastisite teorisine dayalı yöntem geliştirmişlerdir. Kirişin bütün noktalarda ortotropik olduğunu varsaymışlardır. Ayrıca kirişin malzeme özellikleri kalınlık doğrultusunda üstel olarak değişmektedir. Mevcut yöntemin geçerliliğini göstermek için elastik temeller üzerindeki kirişler ve elastik temelsiz FD kirişler için sayısal karşılaştırmalar yapmışlardır.

Li (2008) tarafından yapılan çalışmada, FD kirişlerin statik ve dinamik davranışlarını analiz etmek için dönel atalet ile kesme deformasyonu dahil ederek Timoshenko kiriş teorisini geliştirmiştir. Önceki yaklaşımlardan farklı olarak, tüm fiziksel büyüklükleri dördüncü dereceden tanımlı kısmi diferansiyel denklemin çözümü cinsinden ifade etmiştir.

Şimşek (2009) çalışmasında, düzgün yaylı yüke maruz kalan basit mesnetli bir FD kirişin statik analizini, yüksek mertebeden kayma deformasyon kiriş teorileri ve Timoshenko kiriş teorilerini kullanarak incelemiştir. Ayrıca çözümde Ritz yöntemini kullanmıştır. Kirişin malzeme özellikleri kalınlık boyunca güç yasasına göre sürekli olarak değişmektedir. Sonuç olarak elastisite modülündeki değişimin FD kirişin yer değiştirmeleri ve gerilme dağılımlarında önemli rol oynadığı görülmüştür.

Şimşek ve Kocatürk (2009) yaptıkları çalışmada, FD basit mesnetli bir kirişin hareketli harmonik yük altında serbest titreşim karakteristiklerini ve dinamik davranışını incelemiştir. Hareket denklemleri Euler-Bernoulli kiriş teorisinin kabulleri doğrultusunda, Lagrange denklemlerini kullanarak türetmişlerdir. Kirişin malzeme özellikleri kalınlık yönünde güç yasasına göre üstel biçimde değişmektedir.

Li vd. (2010) çalışmalarında, yüksek mertebe kiriş teorisi kullanmışlardır. Devamlı değişen malzeme özellikleri ve çeşitli sınır şartlarına sahip konsol kiriş için Levinson kiriş

teorisi geliştirmişlerdir. FD kirişler için kayma şekil değiştirmesini dikkate almışlar ve hareket denklemini elastisite denklemlerinden türetmişlerdir. Young modülü ve poisson oranı kalınlık boyunca kademeli değişmektedir. Statik analizın sonuçlarını elastisite çözümleriyle karşılaştırmışlar ve yöntemin etkili olduğunu belirlemişlerdir.

Thai ve Vo (2012) yaptıkları çalışmada, FD kirişlerin serbest titreşim ve burkulma analizi için çeşitli yüksek mertebeden kayma deformasyon kiriş teorileri geliştirmişlerdir. Geliştirilen teoriler bazı açılardan (hareket denklemleri, sınır koşulları) Euler-Bernoulli kiriş teorisiyle birbirine yakındır. Hareket denklemlerini Hamilton prensibinden elde etmişlerdir. Önerilen tüm kiriş teorilerinin sonuçları birbirine benzer çıkmış olup mevcut çözümlerle uyum içindedir.

Huang vd. (2013) yapmış oldukları çalışmada, yerel olmayan küçük etkilere sahip 2D FD malzemelerden yapılmış nano kirişlerin elastisite yöntemine dayalı burkulma analizini incelemişlerdir. Euler-Bernoulli nano-kirişlerinin burkulma analizinde önceki çözümlerden farklı olarak iki yönlü değişen özelliklere sahip nano-kirişler için bir çözüm sunmuşlardır. Hareket denklemlerini minimum potansiyel enerji ilkesi yardımıyla oluşturmuşlardır. FD nano kirişin kritik burkulma yükünü belirlemek için genelleştirilmiş diferansiyel kareleme yöntemi (GDQM) kullanmışlardır. Malzeme değişim sabitindeki artış ile 2D FD Euler-Bernoulli nano kirişlerin kritik burkulma yüklerinde büyük bir artışın olduğunu gözlemlemişlerdir.

Mantari ve Yarasca (2015) yaptıkları çalışmada, FD sandviç kirişlerin statik analizi için dört bilinmeyenli yarı üç boyutlu hibrit tip teori geliştirmişlerdir. Sınır koşulları ile hareket denklemleri virtüel iş prensibine göre türetmişlerdir. Basit mesnetli sınır koşulları için sandviç kirişlerde Navier tipi çözüm yapmışlardır. Hibrit tip için kayma gerilmesi fonksiyonları saf trigonometrik fonksiyonlardan daha doğru sonuç vermiştir. Yarı üç boyutlu teoriyle elde ettikleri sonuçları, üç boyutlu yüksek mertebeden kayma deformasyon teorileriyle elde edilen sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Chen vd. (2015) çalışmalarında, dört farklı sınır koşullarında kayma deformasyonlu FGP kirişlerin elastik burkulma ve statik eğilme analizlerini incelemişlerdir. Gözenekli kompozitlerin elastisite modülleriyle kütle yoğunluğu iki farklı dağılım modeline göre kalınlık boyunca derecelendirildiğini varsaymışlardır. Ritz yöntemini kullanarak kritik burkulma yüklerini ve enine eğilme sapmalarını elde etmişlerdir.

Nejad vd. (2016) yapmış oldukları çalışmada, 2D FD malzemelerden yapılmış nano kirişlerin burkulma analizini yerel olmayan elastisite teorisine dayalı gerçekleştirmişlerdir. Bu çalışmanın yeniliği, iki yönlü fonksiyonel derecelendirilmiş malzemelerin özelliklerinin değişimlerini keyfi fonksiyonlar ile hesaba katarak çözümleme yapmış olmalarıdır. Hareket

denklemlerini, potansiyel enerjinin minimum prensibini kullanarak elde etmişlerdir. Çeşitli sınır koşullarındaki FD nano kirişlerin kritik burkulma yükünü GDQM ile hesaplamışlardır. Sunulan sonuçlara göre, nano kirişlerin uzunluğundaki artışla birlikte boyut etkisinin azaldığını tespit etmişlerdir.

Zhao vd. (2017) çalışmalarında, iki bileşenli eksenel FD kirişin eğilme, burkulma ve serbest titreşim analizi için yerel olmayan gerilme gradyanı teorisi ve Euler-Bernoulli kiriş teorisi çerçevesinde homojen olmayan kiriş modeli geliştirmişlerdir. Sınır koşulları ve hareket denklemlerini Hamilton prensibi yardımıyla çıkarmışlardır. Mevcut modelin çözümü için GDQM kullanmışlardır. Titreşim frekansları ve kritik burkulma yüklerinin azalan yerel olmayan parametre ve artan malzeme uzunluk ölçeği parametresiyle arttığını belirlemişlerdir. Yoğunlaştırılmış ve düzgün yaylı yükleri değerlendirerek maksimum sapmanın artan uzunluk ölçeği parametresiyle azaldığını belirlemişlerdir.

Karamanlı (2017) tarafından yapılan çalışmada, çeşitli sınır koşullarına maruz kalan iki yönlü fonksiyonel derecelendirilmiş sandviç kirişlerin statik davranışını belirlemek için yarı 3D kayma deformasyon teorisini ve geliştirilmiş simetrik düzgünleştirilmiş parçacık hidrodinamiği (SSPH) yöntemini kullanmıştır. FD sandviç kirişlerin davranışı için geliştirdiği SSPH kodu, basit mesnetli geleneksel fonksiyonel derecelendirilmiş kiriş problemini çözmüş ve literatürle doğrulamıştır.

Shafiei vd. (2017) yaptıkları çalışmada, Timoshenko kiriş teorisine dayalı olmak üzere ilk defa iki çeşit gözenekli malzemelerden yapılmış 2D FD nano ve mikro kirişlerin titreşim analizini sunmuşlardır. Nano ve mikro kirişlerin malzeme özellikleri güç yasasına göre değişmektedir. Farklı sınır koşullarına sahip nano ve mikro kirişlerin analizinde Eringen'in yerel olmayan elastisite ve modifiye çift gerilme teorilerini kullanmışlardır. Hareket denklemlerini GDQM ile analiz etmişlerdir.

Mirjavadi vd. (2017) yapmış oldukları çalışmada, 2D FD gözenekli nano kirişin termomekanik davranışını sunmuşlardır. Nano kirişin malzeme özellikleri güç yasası fonksiyonuna bağlı değişmektedir. Kirişin modellemesini Timoshenko kiriş teorisi çerçevesinde yapmışlardır. GDQM yardımıyla hareket denklemlerini çözümlenmişlerdir.

Jamshidi ve Arghavani (2017) yaptıkları çalışmada, iki boyutlu gözeneklilik dağılımı esas alınarak çeşitli sınır şartlarındaki FD gözenekli bir kirişin optimum dağılımlarını elde etmişlerdir. Timoshenko kiriş teorisini kullanarak mevcut kirişin hareket denklemlerini elde etmişlerdir. Çözüm için GDQM kullanmışlardır. Analiz sonuçlarını literatürdeki mevcut sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

Al Rjoub ve Hamad (2017) çalışmalarında, FD gözenekli Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişlerin dinamik davranışını belirlemek için analitik bir yöntem geliştirmişlerdir. Gözenekli kirişin malzeme özelliklerinin belirlenmesinde modifiye edilmiş karışım kuralı kullanmışlar ve transfer matrisi yöntemiyle doğal frekansları elde etmişlerdir. Analiz sonucu elde edilen değerleri literatürdeki sonuçlarla karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Karamanlı (2018), farklı sınır koşullarına maruz 2D FD kirişlerin burkulma davranışını üçüncü dereceden kayma deformasyon teorisine göre ve Ritz tipi analitik çözüm doğrultusunda sunmuştur. Kirişin malzeme özellikleri güç yasası dağılımına göre hem kalınlık hem de eksenel olarak değişmektedir. Elde ettiği sonuçları doğrulamak için mevcut çalışmayı önceki çalışmalarla karşılaştırmıştır.

Tang vd. (2018) yapmış oldukları çalışmada, kirişin burkulma davranışını belirlemek için Gauss rastgele alan teorisine göre yeni iki yönlü gözenekli kiriş modellemiştir. Denge denklemlerini türetmek için Euler-Bernoulli kiriş teorisini ve minimum toplam potansiyel enerji prensibini kullanmışlardır. Farklı porozite dağılım modellerinin çözümlerini genelleştirilmiş diferansiyel kareleme yöntemi ile elde etmişlerdir.

Tang vd. (2019) çalışmalarında, mikro ölçekteki gözenekli kirişlerin eğilme davranışını araştırmak için kalınlık etkisinde birleşik yerel olmayan gerilme gradyanlı kiriş modeli önermişlerdir. Hareket denklemlerini minimum toplam potansiyel enerji prensibiyle türetmişlerdir. Navier çözüm yöntemini kullanarak analitik sonuçlar elde etmişlerdir.

Tian vd. (2019) yaptıkları çalışmada, dönel çift konik kesitli ve gözenekli FD kirişlerin serbest titreşim analizi için yarı analitik model geliştirmişlerdir. Gözenekli kirişin malzeme özelliklerinin belirlenmesinde modifiye edilmiş karışım kuralı kullanmışlardır. Hareket denklemlerini türetmek için modifiye edilmiş varyasyonel yöntem ve çok alanlı karma yaklaşımlar kullanmışlardır. Analiz sonuçlarını literatürdeki mevcut değerlerle karşılaştırmışlardır.

Karamanli ve Aydogdu (2019) yapmış oldukları çalışmada, kayma-normal deformasyon kiriş teorisi ve modifiye çift gerilim teorilerine dayalı olarak dönel iki yönlü fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli sandviç mikro kirişlerin serbest titreşim davranışını incelemişlerdir. Sonuç olarak boyutsuz doğal frekansların boyutsuz dönme hızı ve gözeneklilik hacim katsayısının değişiminden önemli ölçüde etkilendiğini tespit etmişlerdir.

Zhao vd. (2019) çalışmalarında, orta kalınlıkta genel sınır koşullarına sahip gözenekli derin kavisli ve düz kirişin titreşim davranışını incelemek için birleşik bir analitik model geliştirmişlerdir. Formülasyonda birinci dereceden kiriş teorisi kullanmışlar ve formülasyonun

çözümünde modifiye edilmiş seri çözümü tercih etmişlerdir. Bu çözüm yönteminin kesin çözümü türetme fırsatı verdiğini görmüşlerdir. Mevcut modellerle elde edilen verilerin literatürle yakınsadığı görülmüştür.

Jalaei ve Civalek (2019) yaptıkları çalışmada, eksenel yönde bir yüke ve manyetik alana maruz viskoelastik gözenekli fonksiyonel derecelendirilmiş nano kirişin dinamik analizini sunmuşlardır. Gözenekli nano kirişin gözenekliliğe bağlı malzeme özelliklerini modifiye edilmiş bir güç yasası fonksiyonu ile tanımlamışlardır. Nano elemanın viskoelastisitesini Kelvin-Voigt modeline dayalı olarak ele almışlardır. Eringen'in diferansiyel yasasını ve Timoshenko kiriş teorisini kullanmışlardır. Hamilton'un varyasyonel prensibiyle hareket denklemlerini elde etmişlerdir. Çözümde Navier yönteminin yanı sıra kirişin dinamik kararsızlık bölgesini belirlemek için Bolotin'in yaklaşımını kullanmışlardır. Analizde nano kirişlerin dinamik kararlılığı üzerinde gözeneklilik etkisinin, güç indeksinin ve manyetik alan değerlerinin oldukça etkili olduğunu saptamışlardır.

Faroughi vd. (2020) çalışmalarında, dönen 2D FD gözenekli nano kirişlerin dalga yayılımını ilk kez incelemişlerdir. Dönen nano kirişlerin malzeme özellikleri hem kalınlık hem de uzunluk boyunca değişmekte olup bu kirişleri iki farklı malzemeden tasarlamışlardır. Modelin formülasyonunda Reddy'in kiriş teorisi ve genel olmayan teorileri (GYT) kullanmışlardır. 2D FD gözenekli nano kirişlerin hareket denklemlerini Hamilton prensibi yardımıyla oluşturmuşlardır.

Fouaidi vd. (2020) yapmış oldukları çalışmada, gözenekli FD kirişlerin doğrusal olmayan eğilme analizi için çok kademeli radyal taban fonksiyonu (MQRBF) yaklaşım yöntemi ve yüksek mertebeden Taylor serisi tabanlı formülasyon önermişlerdir. Gözenekli FD kirişlerin malzeme özelliklerini değiştirilmiş güç fonksiyonuyla belirlemişlerdir. Hareket denklemlerini ise birinci dereceden kayma deformasyon teorisine dayanarak oluşturmuşlardır. Geliştirilen formülasyon sonucu elde edilen verilerin mevcut literatürle yakınsadığını görmüşlerdir.

Taşkın ve Demirhan (2020) yaptıkları çalışmada, gözenekli FD kirişlerin serbest titreşim analizini sunmuşlardır. Hamilton prensibi ile kiriş denklemini elde etmişler ve kirişteki gözeneklilik oranını bir katsayı ile probleme dahil etmişlerdir. Malzeme özelliklerini karışımlar kuralıyla tanımlamışlar ve problemin çözümünde Navier çözüm yöntemini kullanmışlardır. Analizde elde edilen verilerin literatürle yakınsadığını tespit etmişlerdir.

Li vd. (2021) çalışmalarında, değişken kesitli ve pasternak elastik temeller üzerine oturan FD kirişlerin serbest titreşim analizi için etkili bir yaklaşım geliştirmişlerdir. İki boyutlu elastik teori temelinde ayrı değişken yöntemi ve Laplace yöntemi kullanılarak FD kiriş için yer değiştirmeler ve gerilmelerin genel ifadelerini elde etmişlerdir. FD kirişin alt ve üst sınır

koşulları altında serbest titreşimi için frekans denklemlerini Fourier serisi açılımıyla çıkarmışlardır. Birkaç tipik FD kiriş örneğini geliştirilen yöntemle çözmüşler ve yaklaşımı doğrulamışlardır.

Noori vd. (2021) yapmış oldukları çalışmada, çeşitli sınır şartlarında ve yükleme koşullarında kalınlığı boyunca malzeme özellikleri değişen FDG kirişlerin dinamik analizi için formülasyon sunmuşlardır. İlk defa kanonik eşlenik momentumlar ve türevlerini kullanarak hareket denklemlerini elde etmişlerdir. Bu denklemleri Laplace ve Tamamlayıcı Fonksiyonlar Yöntemi (CFM) yardımıyla çözmüşlerdir. Önerilen formülasyondaki değerleri mevcut literatürle karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Srikarun vd. (2021) yaptıkları çalışmada, farklı yükleme etkisinde çeşitli sınır koşullarındaki FDG sandviç kirişlerin doğrusal ve doğrusal olmayan eğilme davranışlarını belirlemişlerdir. Bu davranışları tanımlamak için Reddy'nin üçüncü dereceden kayma deformasyon teorisi ve von Karman'ın gerilme-deplasman bağıntılarını kullanmışlardır. Problemin çözümü için Ritz yöntemini kullanmışlardır. Analiz sonuçları literatürdeki değerlerle uyum içindedir.

Su vd. (2021) çalışmalarında, ayrık elastik temel üzerine oturan malzeme özellikleri kalınlığı boyunca değişen gözenekli FD piezoelektrik derin kavisli kirişlerin dinamik analizi için bir yöntem geliştirmişlerdir. Kirişin mekanik ve elektrik alanlarındaki süreklilik koşullarını sağlamak için temel fonksiyonlarda değiştirilmiş bir prensip önermişlerdir. Önerilen yöntemle elde ettikleri verileri literatürdeki mevcut değerlerle karşılaştırarak doğrulamışlardır. Çalışmanın yeniliği, FD piezoelektrik derin kavisli kirişlerin dinamik davranışının belirlenmesinde gözeneklilik etkisinin ilk kez incelenmesidir.

Shanab ve Attia (2022) yapmış oldukları çalışmada, çift yönlü FD üniform olmayan mikro ve nano kirişlerin eğilme, burkulma ve titreşim davranışlarını incelemişlerdir. Yüzey enerjisi ve mikro yapı sertleşmesinin etkilerini belirlemek için elastisite teorisi ile modifiye çift gerilim teorisini kullanarak yeni bir Euler-Bernoulli kiriş modeli geliştirmişlerdir. Hamilton prensibi yardımıyla hareket denklemleri ve sınır koşullarını türetmişlerdir. Analiz sonuçlarını mevcut literatürle karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Da Chen vd. (2022) yaptıkları çalışmada, kapalı hücreli köpüklerden yapılmış lamine FDG kirişlerin çok ölçekli modellemesini yaparak kirişin burkulma ve titreşim analizlerini sunmuşlardır. Gözeneklilik yapısı ve Young modülü arasındaki ilişki veri uydurma yoluyla elde etmişlerdir. Hareket denklemlerinin türetilmesinde Timoshenko kiriş teorisini, çözümünde ise Ritz yöntemini kullanmışlardır. Elde edilen veriler literatürdeki mevcut sonuçlarla

doğrulanmıştır. Bu çalışma, kapalı hücreli alüminyum köpüklerle oluşturulan derecelendirilmiş yapı tasarımlarında yol göstericidir.

Mutlak vd. (2022) çalışmalarında, Kerr temeline oturan hareketli bir kuvvet altında sabit hız ve ivmeye sahip FDG nano ölçekli kirişlerin serbest ve zorlanmış titreşimlerini incelemişlerdir. Nano kirişin modellenmesinde yerel olmayan gerilme gradyanı Rayleigh kiriş modeli kullanmışlardır. Kalınlığı boyunca malzeme özellikleri değişen nano kiriş güç fonksiyonuna bağlı olarak derecelendirilmiştir. Hareket denklemlerini Hamilton prensibiyle türetmişlerdir. Ayrıca Galerkin ayrıştırma yaklaşımı yardımıyla sistemin doğal frekanslarını ve dinamik tepkilerini belirlemişlerdir. Analiz sonuçlarını mevcut literatürdeki değerlerle karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Qing ve Wei (2022) yaptıkları çalışmada, dört farklı gözeneklilik dağılımına sahip FDG nano kirişin doğrusal ve doğrusal olmayan serbest titreşim analizini integral model temelinde gerçekleştirmişlerdir. Hareket denklemlerini Hamilton prensibi yardımıyla türetmişlerdir. Doğrusal serbest titreşimdeki bilinmeyenleri Laplace dönüşümüyle elde etmişlerdir.

Keleshteri ve Jelovica (2022) çalışmalarında, yüksek mertebeden çift doğrultulu FDG kirişlerin doğrusal olmayan serbest ve zorlanmış titreşimini sunmuşlardır. Hamilton prensibiyle hareket denklemlerini oluşturmuşlardır. Reddy kiriş teorisi ve von Karman bağıntıları ile de bir formülasyon türetmişlerdir. Önerilen gözeneklilik dağılımlarının geleneksel gözeneklilik dağılımlarından daha verimli olduğunu belirlemişlerdir.

Nguyen vd. (2022) yapmış oldukları çalışmada, üç tipik gözeneklilik dağılımına sahip simetrik FD kirişlerin serbest titreşimi, eğilmesi ve burkulması için iki değişkenli kayma deformasyon teorisi sunmuşlardır. Hareket denklemlerini Lagrange prensibi yardımıyla türetmişlerdir. Problemin çözümü için üstel yaklaşım fonksiyonları geliştirmişlerdir. Analiz sonuçları önerdikleri teorinin basit ve etkili olduğunu göstermiştir.

Hadji vd. (2023) yaptıkları çalışmada, elastik temeller üzerine oturan malzeme özelliği kalınlığı boyunca değişen FDG kirişlerde eğilme ve serbest titreşim analizi için analitik çözüm sunmuşlardır. Temelin doğrusal, homojen ve izotropik olduğunu kabul etmişler ve temelin modellenmesinde Winkler-Pasternak yasası kullanmışlardır. Hareket denklemleri için Hamilton prensibinden yararlanmışlardır. Önerilen çözümle elde ettikleri sonuçları mevcut literatürle karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Sekkal vd. (2023) çalışmalarında, değişken eksenel yük etkisindeki çift yönlü FDG gözenekli kirişlerin burkulma analizi için yarı üç boyutlu bir çözüm sunmuşlardır. Kirişler iki farklı malzemeden yapılmış ve özellikleri gözenekliliğe bağlı sürekli olarak değişmektedir.

Burkulma özelliklerinin değerlendirilmesinde Navier yaklaşımını kullanmışlardır. Mevcut formülasyonun sonuçlarını daha önce yayınlanan sonuçlarla karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Nguyen vd. (2023) yapmış oldukları çalışmada, Winkler-Pasternak elastik zemine oturan FDG kirişlerin mekanik davranışlarını belirlemek için yeni bir yaklaşım önermişlerdir. Hareket denklemlerini Lagrange denklemleri yardımıyla türetmişlerdir. Problemin çözümü için polinom fonksiyonları geliştirmişlerdir. Analizde simetrik dağılım ile asimetrik kırış dağılımları olmak üzere iki adet gözeneklilik tipi ele almışlardır. Elde edilen analiz sonuçlarının gelecekteki çalışmalara referans olması beklenmektedir.

Forghani vd. (2023) yaptıkları çalışmada, farklı sınır koşullarındaki 2D FD gözenekli kırışların doğrusal olmayan frekans analizini sunmuşlardır. Problemde Von Karman geometrik doğrusal olmayan, Green tensörü ve Reddy üçüncü mertebe kayma deformasyon teorisinden yararlanmışlardır. Hamilton prensibi yardımıyla bünye denklemlerini ve sınır koşullarını belirlemişlerdir. Denklemlerin çözümünde GDQM ve sayısal iterasyon yaklaşımı kullanmışlardır.

Aslan vd. (2023) çalışmalarında, farklı sınır koşullarına göre değişken kesitlere sahip FD sandviç kırışların serbest titreşim davranışını incelemek amacıyla sayısal formülasyon geliştirmişlerdir. Kırışın çekirdeğinin homojen, yüzeylerinin ise FDM'den yapıldığını varsaymışlardır. Kırışta meydana gelen kayma gerilmelerinin etkisini, birinci dereceden kayma deformasyon teorisi (FSDT)'ne göre incelemişlerdir. Kanonik eşlenik momentumlar yöntemini kullanarak kırışın hareket denklemlerini türetmişlerdir. Problemin çözümünde CFM kullanmışlardır. Önerdikleri sayısal çözümü mevcut literatürle doğrulamışlardır.

Turan (2024) çalışmasında, farklı sınır koşulları altında gözenekli 2D FD kırışların serbest titreşim ve burkulma analizi için Ritz yöntemine göre yeni bir analitik çözüm sunmuştur. Problem birinci dereceden kayma deformasyon teorisine dayanmaktadır. Çözüm fonksiyonlarını, karışık seri fonksiyonları olarak uyarlanmış polinom ve trigonometrik ifadelerin bir kombinasyonu olarak belirlemiştir. Önerdiği yöntemle elde ettiği sonuçları literatürdeki değerlerle karşılaştırarak doğrulamıştır.

Cui vd. (2024) yaptıkları çalışmada, Bernstein polinomları algoritmasına dayalı bir sayısal formülasyon geliştirerek viskoelastik FDG kırışların titreşim analizini sunmuşlardır. Hareket denklemlerinin çözümünde Adams şeması ve Newmark- β yöntemini kullanmışlardır. Önerdikleri yöntemle elde ettikleri sonuçları literatürdeki sonlu elamanlar çözümüyle karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Jiang ve Ke (2024) çalışmalarında, elastik olarak sınırlı ve pürüzlü yüzeye sahip doğrusal olmayan FDG mikro kirişlerin doğrusal ile doğrusal olmayan serbest titreşimini sunmuşlardır. FDG mikro kirişlerin tasarımı için yüzey pürüzlülüğü modeli geliştirmişlerdir. Modifiye edilmiş çift gerilme teorisi ve Euler kiriş teorisini kullanarak kirişi çözümlenmişlerdir. Hareket denklemleri ve sınır koşullarını Hamilton prensibi yardımıyla türetmişlerdir.

Le vd. (2024) yaptıkları çalışmada, 2D FD gözenekli kirişlerin serbest titreşim, burkulma ve eğilme davranışlarını belirlemek için Hermitian polinomlarını içeren yeni bir hibrit fonksiyon türetmişlerdir. Kiriş yüksek dereceden kayma deformasyon teorisine dayanmaktadır. Kirişte üç farklı gözeneklilik dağılımını ele almışlardır. Geliştirdikleri formülasyonla elde ettikleri sonuçları, literatürdeki sonlu elemanlar çözümü sonuçlarıyla karşılaştırarak doğrulamışlardır.

Liu vd. (2025) çalışmalarında, elastik FDG nano- kirişlerin doğal frekans ve kritik burkulma yükünü belirleyerek nano yapılarda optimum tasarım sunmuşlardır. Genetik algoritma ve baskın olmayan sıralama genetik algoritması-II kullanarak kirişin yüzey etkilerini analize dahil etmişlerdir. Nano kirişin modellenmesinde Yerel olmayan gerinim gradyan teorisi ve Gurtin-Murdoch yüzey elastikiyet teorisini kullanmışlardır. Hareket denklemlerini Reddy'nin üçüncü dereceden kesme deformasyon teorisine dayalı olarak belirlemişlerdir. Genelleştirilmiş diferansiyel quadrature yöntemi yardımıyla da problemi çözmüşlerdir.

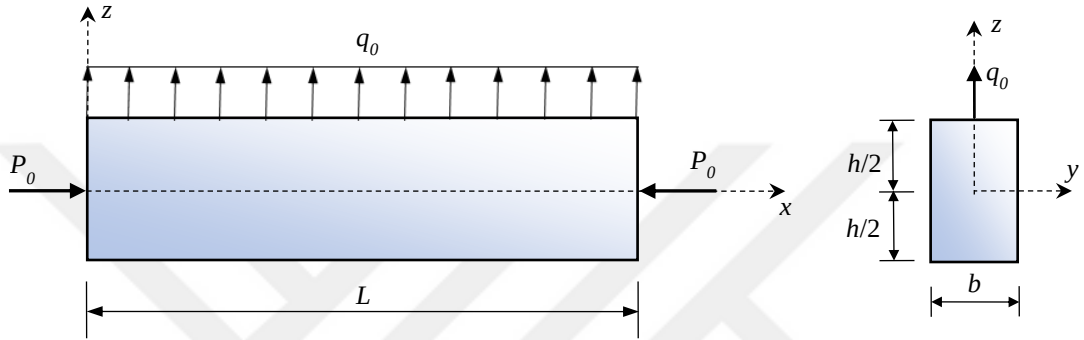
İKİNCİ BÖLÜM

2. YÖNTEM

2.1. TEORİ VE FORMÜLASYON

2.1.1. Gözenekli 2D FD Kirişin Malzeme Özellikleri

Şekil 1’de gösterildiği gibi kalınlığı h , genişliği b ve uzunluğu L olan gözenekli 2D FD kiriş geometrisi ele alınmıştır. Bu kiriş pozitif z yönünde düzgün yayılı bir yük ve x yönünde P_0 basınç kuvveti etkisindedir.



Şekil 1: 2D FD Kirişin Geometrisi ve Yüklemeleri

Kirişin elastisite modülü $E(x, z)$, kayma modülü $G(x, z)$ kütle yoğunluğu $\rho(x, z)$, poisson oranı $\nu(x, z)$ gibi malzeme özellikleri bir kuvvet yasasına göre kalınlık (z eksen) ile uzunluk (x eksen) boyunca (1)’deki denkleme göre değişim göstermektedir.

$$P(x, z) = P_m + (P_s - P_m)V_s(x, z) - \frac{e}{2} f_e(z)(P_s + P_m) \quad (1)$$

Burada P_m ve P_s sırasıyla metal ve seramiğin malzeme özellikleridir. e ise boşluk hacmi ile toplam hacim arasındaki oran olarak tanımlanan gözeneklilik katsayısıdır.

(1) denklemindeki $V_s(x, z)$, kirişteki seramiğin hacimsel oran fonksiyonudur. Bu fonksiyon statik analizde (2) denklemindeki gibi, serbest titreşim ve burkulma analizlerinde ise (3) denklemindeki gibi alınacaktır.

$$V_{s1}(x, z) = \left(1 - \frac{x}{2L}\right)^{p_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^{p_z} \quad (2)$$

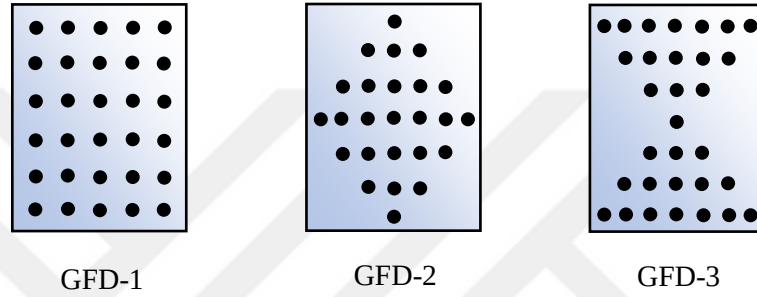
$$V_{s2}(x, z) = \left(\frac{x}{L}\right)^{p_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h}\right)^{p_z} \quad (3)$$

(2) ve (3)’te verilen p_x ile p_z , malzeme özelliklerinin değişimini kontrol eden güç yasası endeksleridir.

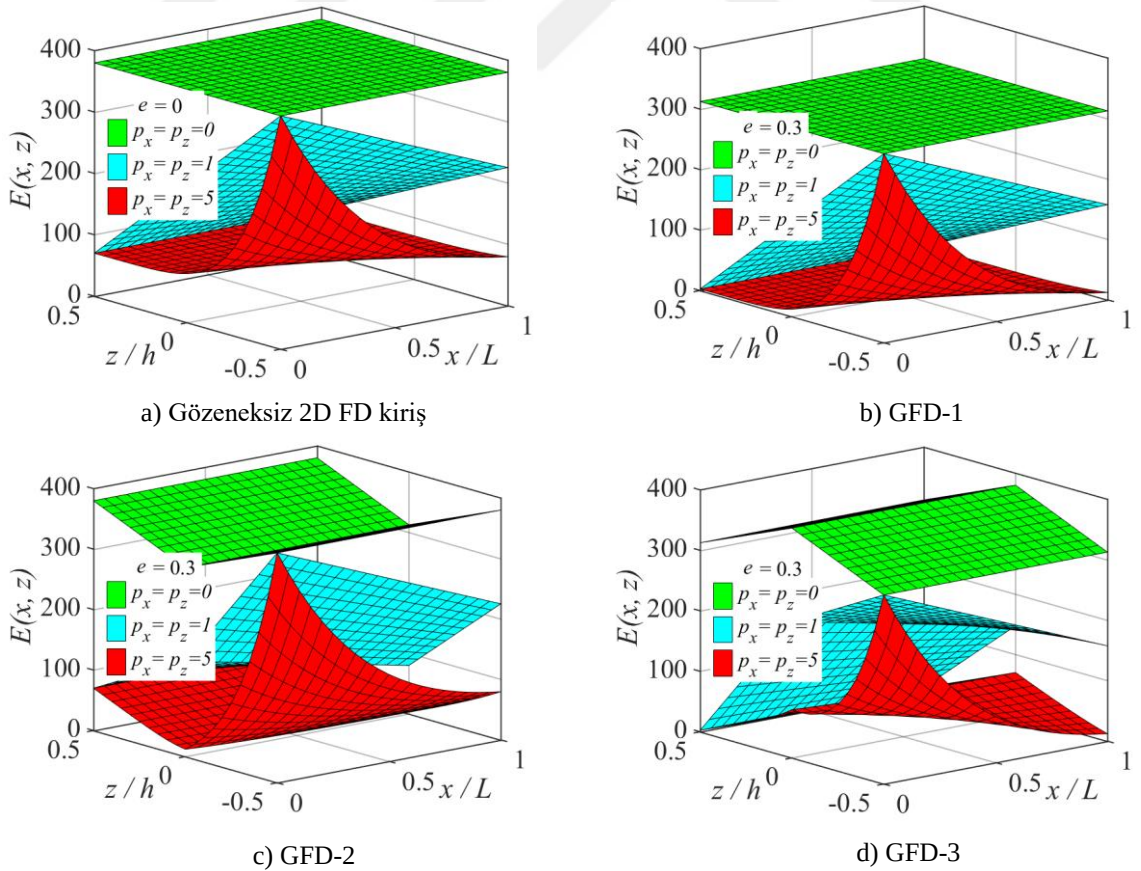
Ayrıca (1)'deki $f_e(z)$ gözeneklilik dağılım fonksiyonudur ve boşluğun kalınlık boyunca dağılımını temsil etmektedir. Bu çalışmada kullanılan GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 olmak üzere üç tip kirişin gözeneklilik dağılım fonksiyonu (4)'te ifade edilmiştir.

$$f_{e,1}(z)=1, \quad f_{e,2}(z)=1-\frac{2|z|}{h}, \quad f_{e,3}(z)=\frac{2|z|}{h} \quad (4)$$

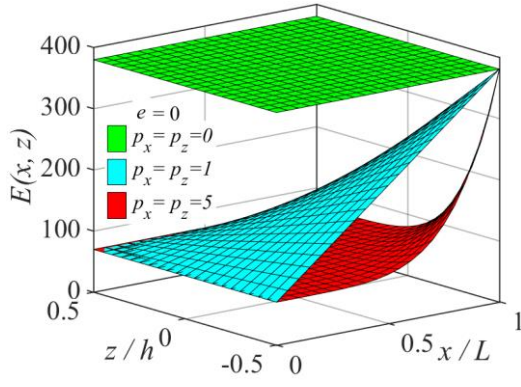
GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 olmak üzere üç farklı dağılım fonksiyonuna karşılık gelen üç farklı kiriş kesitleri sırasıyla Şekil 2'de verilmiştir. GFD-1'de gözenekler kiriş kesiti boyunca düzgün biçimde dağılırken, GFD-2 ve GFD-3'te gözenekler sırasıyla kesitin ortasına ve köşelerine yoğun bir şekilde yayılmıştır.



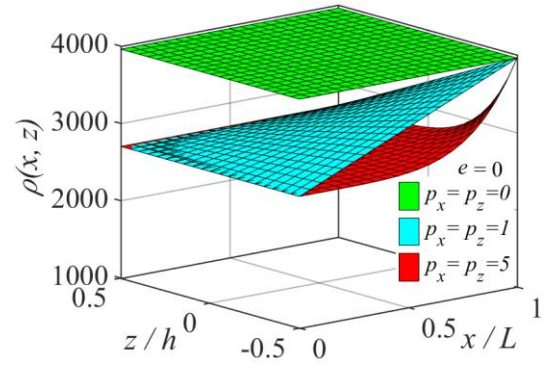
Şekil 2: Kiriş Kesitinde Üç Farklı Gözeneklilik Tipi



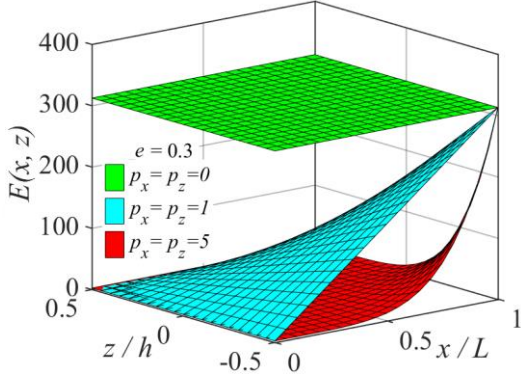
Şekil 3: Statik Analizler için p_x , p_z ve e Değişkenlerine Göre Elastisite Modülünün $E(x,z)$ Değişimleri



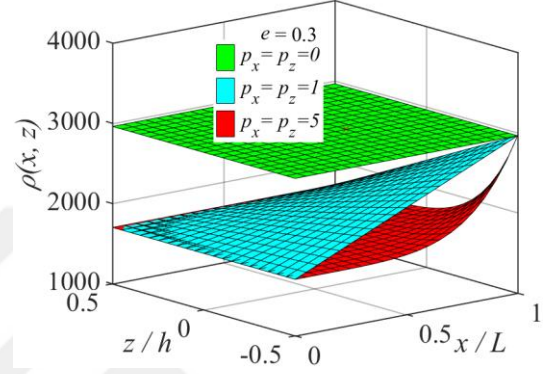
a) Gözeneksiz 2D FD kiriş



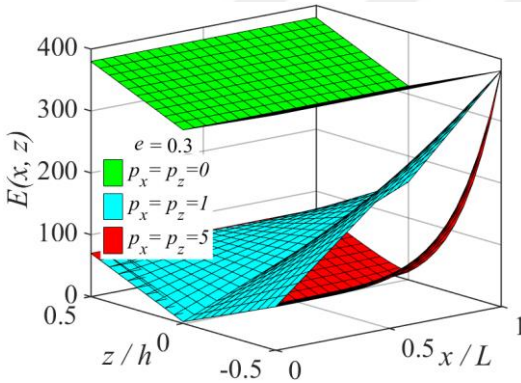
e) Gözeneksiz 2D FD kiriş



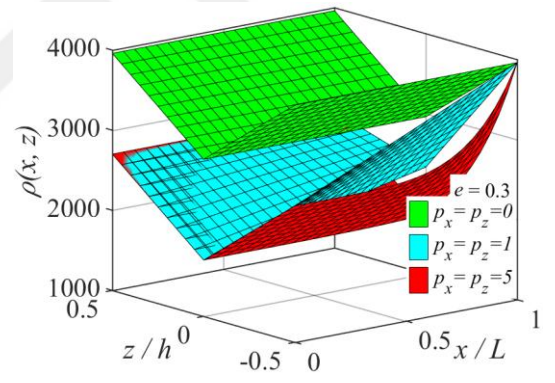
b) GFD-1



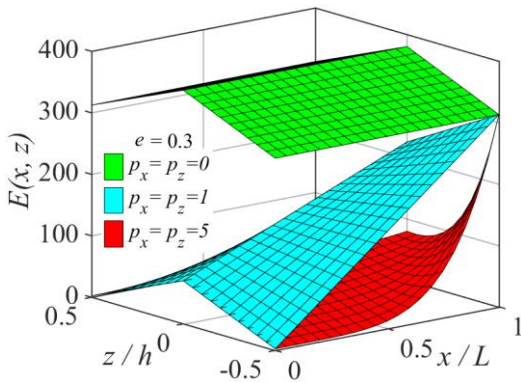
f) GFD -1



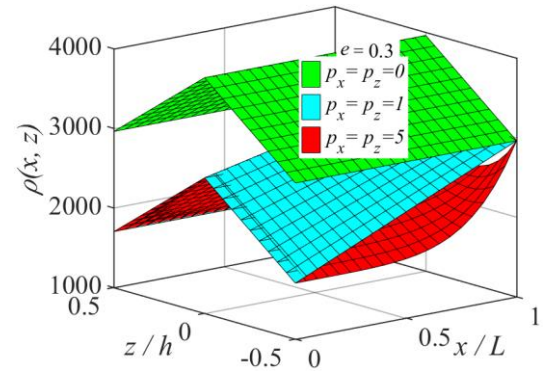
c) GFD-2



g) GFD -2



d) GFD-3



h) GFD -3

Şekil 4: Serbest Titreşim ve Burkulma Analizleri için p_x, p_z ve e Değişkenlerine Göre Elastisite Modülünün $E(x,z)$ ve Yoğunluğun $\rho(x,z)$ Değişimleri

GFD-1, GFD-2, GFD-3 ve gözeneksiz 2D FD kirişlerinin statik analizinde malzemenin elastisite modülündeki değişim Şekil 3'te, serbest titreşim ve burkulma analizlerinde ise malzemenin elastisite modülü ve yoğunluğundaki değişimler Şekil 4'te verilmiştir. Şekil 4'te FD kirişin yüzeyindeki elastisite modülü ve yoğunluğunun değişimleri karşılaştırılırsa değerler değişse de şekiller benzerdir. Gözeneksiz 2D FD kirişte elastisite modülünün değerleri 70-380 GPa arasında değişmektedir. Yani $p_x=p_z=0$ iken malzeme seramik özellikte, p_x ve p_z değerleri arttıkça malzeme metal özellik göstermektedir. Üç farklı gözeneklilik tipinde de gözeneklilik katsayısının artmasıyla malzeme özelliklerinin azaldığı açıkça görülmektedir. GFD-2 ve GFD-3 tipindeki kirişlerde malzeme özellikleri gözeneklilik dağılımlarından kaynaklı olarak kesitin ortasına ve köşelerine doğru azalmaktadır.

2.1.2. Matematiksel Formülasyon

Bu çalışma kapsamında parabolik kayma deformasyon kiriş teorisi kullanılarak Ritz tabanlı analitik çözüm yapılmıştır. Bu teoriye göre yer değiştirme alanı (5)'te verilmiştir.

$$u(x, z, t) = u_0(x, t) - z \frac{\partial w_0(x, t)}{\partial x} + \left(z - \frac{4z^3}{3h^2} \right) \phi_0(x, t), \quad (5)$$

$$w(x, z, t) = w_0(x, t)$$

Bu denklemde u ile w sırasıyla x (yatay) ve z (düşey) eksenlerindeki yer değiştirmelerdir. Ayrıca $z - (4z^3)/(3h^2)$ ise kesitteki yüksek dereceli deformasyonu yansıtan bir fonksiyondur.

FD gözenekli kirişinin şekil değiştirme ile yer değiştirme bağıntıları sırasıyla (6) ve (7)'de ifade edilmiştir.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0(x, t)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x^2} + \left(z - (4z^3)/(3h^2) \right) \frac{\partial \phi_0(x, t)}{\partial x} \quad (6)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{d \left(z - (4z^3)/(3h^2) \right)}{dz} \phi_0(x, t) \quad (7)$$

(6) ve (7) denklemlerindeki u_0 ve w_0 tarafsız eksendeki yer değiştirmeleri, ϕ_0 dönmeyi temsil etmektedir.

FD gözenekli kirişinin normal ve kayma gerilmeleri sırasıyla (8)'de ifade edilmiştir.

$$\sigma_{xx} = E(x, z) \varepsilon_{xx}, \quad \tau_{xz} = G(x, z) \gamma_{xz} \quad (8)$$

(8)'deki denklemde verilen $E(x, z)$ ve $G(x, z)$ ifadeleri sırasıyla malzemenin elastisite modülü ve kayma modülünü ifade etmektedir. Kiriş kalınlığı (z) ve uzunluğu (L) boyunca değişmektedirler.

(9)'da verilen Lagrange denklemi yardımıyla FD gözenekli kirişe ait hareket denklemleri türetilmiştir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \Pi}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = 0 \quad (9)$$

Burada q_i ; u_i , w_i ve φ_i 'ye karşılık gelen genelleştirilmiş değerleri, Π sembolü ise Lagrange fonksiyonunu temsil etmektedir. Π ifadesi (10)'daki biçimde tanımlanmıştır.

$$\Pi = T - (U + V) \quad (10)$$

10'daki T kinetik enerjiyi, U şekil değiştirme enerjisini ve V ise dış yükler tarafından yapılan işi ifade etmektedir. Kirişin deformasyondan kaynaklanan şekil değiştirme enerjisi (11)'de tanımlanmıştır. Burada A , kirişin kesit alanını temsil etmektedir.

$$U = \int_0^L \int_A (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dA dx \quad (11)$$

(11)'de σ_{xx} ve τ_{xz} ifadeleri yerine (8)'de tanımlanan ifadeler yazılırsa (12) denklemi elde edilmektedir.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \{ E(x, z) \varepsilon_{xx}^2 + G(x, z) \gamma_{xz}^2 \} dA dx \quad (12)$$

Statik analiz için U ifadesi (13) ve (14) denklemlerinde, serbest titreşim ve burkulma analizleri için ise (15) ve (16) denklemlerinde açıkça belirtilmiştir.

Statik analiz için U aşağıda açıkça ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}
U = & \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \left\{ \left((E_s - E_m) \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^{p_z} + E_m - \frac{e}{2} f_e(z) (E_s + E_m) \right) \right. \\
& \times \left(\left(\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 + 2z \left(-\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right) \right. \\
& + z^2 \left(-2 \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right) \\
& - \frac{8z^3}{3h^2} \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} + z^4 \frac{8}{3h^2} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \\
& \left. \left. - z^4 \frac{8}{3h^2} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 + \frac{16z^6}{9h^4} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right) \right. \\
& + \left((G_s - G_m) \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^{p_z} + G_m - \frac{e}{2} f_e(z) (G_s + G_m) \right) \\
& \left. \times (\phi_0(x,t))^2 \left(1 - 8 \frac{z^2}{h^2} + 16 \frac{z^4}{h^4} \right) \right\} dA dx
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
U = & \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \left(\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \left(A_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + A_1 \right) \right. \\
& + 2 \left(-\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right) \left(B_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + B_1 \right) \\
& + \left(-2 \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right) \left(C_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + C_1 \right) \\
& - \left(\frac{8}{3h^2} \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right) \left(D_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + D_1 \right) \\
& + \left(\frac{8}{3h^2} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} - \frac{8}{3h^2} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right) \left(E_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + E_1 \right) \\
& + \frac{16}{9h^4} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \left(F_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + F_1 \right) \\
& + (\phi_0(x,t))^2 X_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + (\phi_0(x,t))^2 X_1 - \frac{8}{h^2} (\phi_0(x,t))^2 Y_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} \\
& \left. - \frac{8}{h^2} (\phi_0(x,t))^2 Y_1 + \frac{16}{h^4} (\phi_0(x,t))^2 Z_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + \frac{16}{h^4} (\phi_0(x,t))^2 Z_1 \right\} dx
\end{aligned} \tag{14}$$

Serbest titreşim ve burkulma analizi için U aşağıda açıkça ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \left\{ \left((E_s - E_m) \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^{p_z} + E_m - \frac{e}{2} f_e(z) (E_s + E_m) \right) \right. \\
 & \times \left(\left(\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 + 2z \left(-\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right) \right. \\
 & + z^2 \left(-2 \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right) \\
 & - \frac{8z^3}{3h^2} \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} + z^4 \frac{8}{3h^2} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \\
 & \left. \left. - z^4 \frac{8}{3h^2} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 + \frac{16z^6}{9h^4} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right) \right. \\
 & + \left((G_s - G_m) \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^{p_z} + G_m - \frac{e}{2} f_e(z) (G_s + G_m) \right) \\
 & \left. \times (\phi_0(x,t))^2 \left(1 - 8 \frac{z^2}{h^2} + 16 \frac{z^4}{h^4} \right) \right\} dA dx
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \left(\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \left(A_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + A_1 \right) \right. \\
 & + 2 \left(-\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right) \left(B_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + B_1 \right) \\
 & + \left(-2 \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right) \left(C_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + C_1 \right) \\
 & - \left(\frac{8}{3h^2} \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial x} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right) \left(D_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + D_1 \right) \\
 & + \left(\frac{8}{3h^2} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} - \frac{8}{3h^2} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \right) \left(E_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + E_1 \right) \\
 & + \frac{16}{9h^4} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 \left(F_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + F_1 \right) \\
 & + (\phi_0(x,t))^2 X_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + (\phi_0(x,t))^2 X_1 - \frac{8}{h^2} (\phi_0(x,t))^2 Y_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} \\
 & \left. - \frac{8}{h^2} (\phi_0(x,t))^2 Y_1 + \frac{16}{h^4} (\phi_0(x,t))^2 Z_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + \frac{16}{h^4} (\phi_0(x,t))^2 Z_1 \right\} dx
 \end{aligned} \tag{16}$$

Buradaki rijitlik katsayıları aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}
[A_0, B_0, C_0, D_0, E_0, F_0] &= b \int_{-h/2}^{h/2} (E_s - E_m)(0.5 + z/h)^{p_z} [1, z, z^2, z^3, z^4, z^6] dz, \\
[A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1] &= b \int_{-h/2}^{h/2} \left(E_m - \frac{e}{2} f_e(z)(E_s + E_m) \right) [1, z, z^2, z^3, z^4, z^6] dz \\
[X_0, Y_0, Z_0] &= b \int_{-h/2}^{h/2} (G_s - G_m)(0.5 + z/h)^{p_z} [1, z^2, z^4] dz, \\
[X_1, Y_1, Z_1] &= b \int_{-h/2}^{h/2} \left(G_m - \frac{e}{2} f_e(z)(G_s + G_m) \right) [1, z^2, z^4] dz
\end{aligned} \tag{17}$$

Kirişin kinetik enerjisi olan T , (18)'deki gibi ifade edilmiştir.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \rho(x, z) \left(\left(\frac{du}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dw}{dt} \right)^2 \right) dAdx \tag{18}$$

Statik analiz için T ifadesi açıkça (19), (20) ve (21) denklemlerinde, serbest titreşim ve burkulma analizleri için ise (22), (23) ve (24) denklemlerinde elde edilmiştir.

$$\begin{aligned}
T &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \left\{ \left((\rho_s - \rho_m) \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^{p_z} + \rho_m - \frac{e}{2} f_e(z)(\rho_s + \rho_m) \right) \right. \\
&\quad \times \left. \left(\left(\frac{\partial u_0(x, t)}{\partial t} - z \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x \partial t} + \left(z - \frac{4z^3}{3h^2} \right) \frac{\partial \phi_0(x, t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_0(x, t)}{\partial t} \right)^2 \right) \right\} dAdx
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
T &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \left\{ \left((\rho_s - \rho_m) \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^{p_z} + \rho_m - \frac{e}{2} f_e(z)(\rho_s + \rho_m) \right) \right. \\
&\quad \times \left(\left(\frac{\partial u_0(x, t)}{\partial t} \right)^2 + 2z \left(-\frac{\partial u_0(x, t)}{\partial t} \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u_0(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \phi_0(x, t)}{\partial t} \right) \right. \\
&\quad + z^2 \left(-2 \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial \phi_0(x, t)}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_0(x, t)}{\partial t} \right)^2 \right) \\
&\quad - \frac{8z^3}{3h^2} \frac{\partial u_0(x, t)}{\partial t} \frac{\partial \phi_0(x, t)}{\partial t} + z^4 \frac{8}{3h^2} \frac{\partial^2 w_0(x, t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial \phi_0(x, t)}{\partial t} \\
&\quad \left. \left. - z^4 \frac{8}{3h^2} \left(\frac{\partial \phi_0(x, t)}{\partial t} \right)^2 + \frac{16z^6}{9h^4} \left(\frac{\partial \phi_0(x, t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_0(x, t)}{\partial t} \right)^2 \right) \right\} dAdx
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
T = & \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \left(\left(\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \right) \left(I_0 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + I_{00} \right) \right. \\
& + 2 \left(- \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right) \left(I_1 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + I_{11} \right) \\
& + \left(- 2 \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \right) \left(I_2 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + I_{22} \right) \\
& - \left(\frac{8}{3h^2} \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right) \left(I_3 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + I_{33} \right) \\
& + \left(\frac{8}{3h^2} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} - \frac{8}{3h^2} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \right) \left(I_4 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + I_{44} \right) \\
& \left. + \frac{16}{9h^4} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \left(I_5 \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{p_x} + I_{55} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{21}$$

Serbest titreşim ve burkulma analizi için T aşağıda açıkça ifade edilmiştir.

$$\begin{aligned}
T = & \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \left\{ \left((\rho_s - \rho_m) \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^{p_z} + \rho_m - \frac{e}{2} f_e(z) (\rho_s + \rho_m) \right) \right. \\
& \times \left(\left(\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} - z \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} + \left(z - \frac{4z^3}{3h^2} \right) \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \right) \left. \right\} dA dx
\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
T = & \frac{1}{2} \int_0^L \int_A \left\{ \left((\rho_s - \rho_m) \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^{p_z} + \rho_m - \frac{e}{2} f_e(z) (\rho_s + \rho_m) \right) \right. \\
& \times \left(\left(\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 + 2z \left(- \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right) \right. \\
& + z^2 \left(- 2 \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \right) \\
& - \frac{8z^3}{3h^2} \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} + z^4 \frac{8}{3h^2} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \\
& \left. \left. - z^4 \frac{8}{3h^2} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 + \frac{16z^6}{9h^4} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \right) \right\} dA dx
\end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
T = & \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \left(\left(\frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \right) \left(I_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + I_{00} \right) \right. \\
& + 2 \left(- \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} + \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right) \left(I_1 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + I_{11} \right) \\
& + \left(- 2 \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \right) \left(I_2 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + I_{22} \right) \\
& - \left(\frac{8}{3h^2} \frac{\partial u_0(x,t)}{\partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right) \left(I_3 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + I_{33} \right) \\
& + \left(\frac{8}{3h^2} \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x \partial t} \frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} - \frac{8}{3h^2} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \right) \left(I_4 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + I_{44} \right) \\
& \left. + \frac{16}{9h^4} \left(\frac{\partial \phi_0(x,t)}{\partial t} \right)^2 \left(I_5 \left(\frac{x}{L} \right)^{p_x} + I_{55} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{24}$$

Buradaki atalet katsayıları (25)'teki biçimde tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}
[I_0, I_1, I_2, I_3, I_4, I_5] &= b \int_{-h/2}^{h/2} (\rho_s - \rho_m) (0.5 + z/h)^{p_z} [1, z, z^2, z^3, z^4, z^6] dz, \\
[I_{00}, I_{11}, I_{22}, I_{33}, I_{44}, I_{55}] &= b \int_{-h/2}^{h/2} \left(\rho_m - \frac{e}{2} f_e(z) (\rho_s + \rho_m) \right) [1, z, z^2, z^3, z^4, z^6] dz
\end{aligned} \tag{25}$$

Kirişin uçlarındaki eksen boyunca etki eden P_0 basınç kuvveti ve düşey yayılı yük q_0 tarafından yapılan iş (26)'da ifade edilmektedir.

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L P_0 \left(\frac{\partial w_0(x,t)}{\partial x} \right)^2 dx + \int_0^L q_0 (w_0(x,t))^2 dx \tag{26}$$

Yukarıdaki denklemlerin sayısal çözümünde kullanılacak yer değiştirme (u_0 , w_0 ve ϕ_0) ifadeleri (27)'de belirtilmiştir.

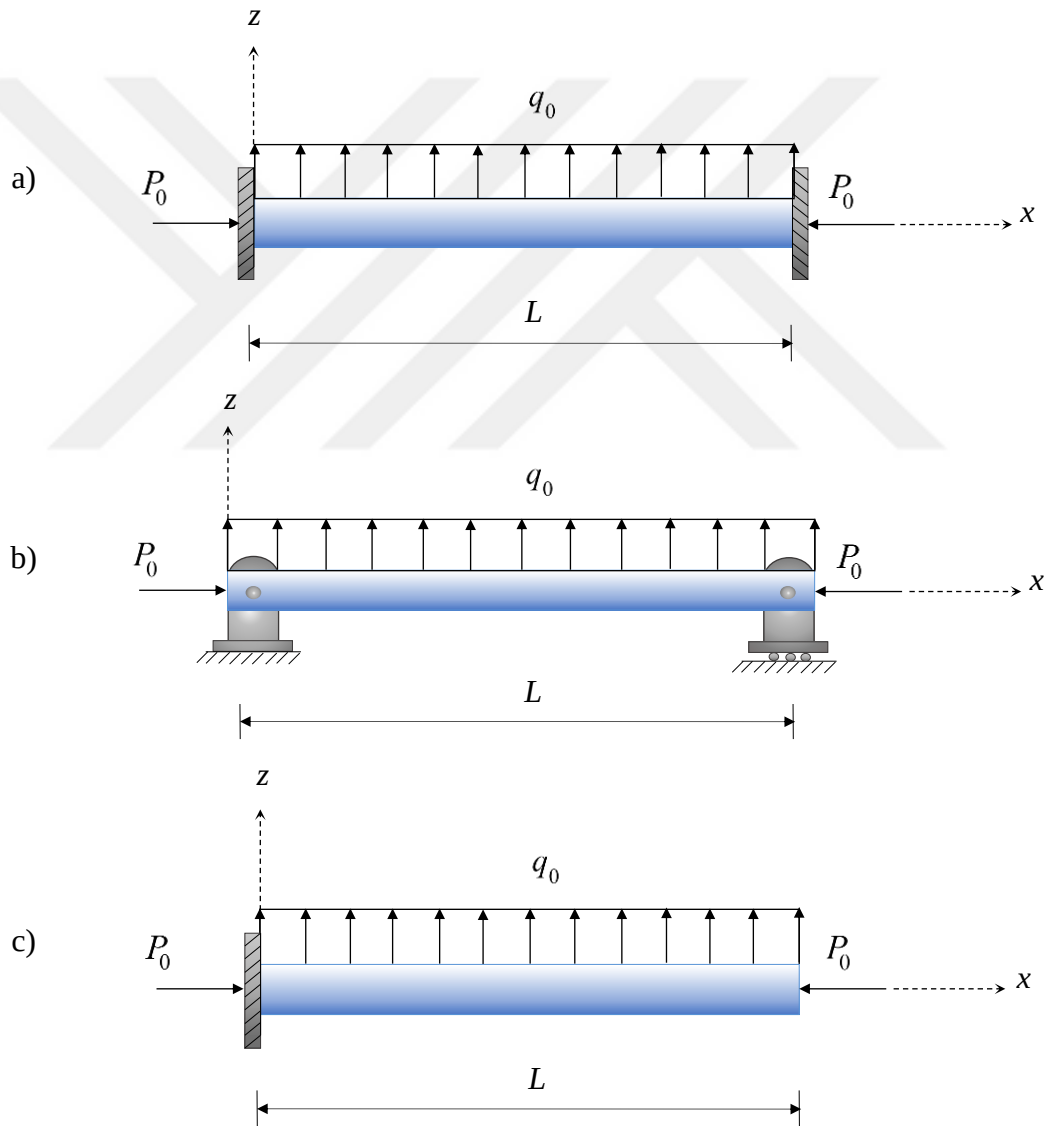
$$u_0(x,t) = \sum_{i=1}^m \psi_{i,x}(x) u_i(t), \quad w_0(x,t) = \sum_{i=1}^m \psi_i(x) w_i(t), \quad \phi_0(x,t) = \sum_{i=1}^m \psi_{i,x}(x) \phi_i(t) \tag{27}$$

Burada $\psi_i(x)$ ve $\psi_{i,x}(x)$ kirişin sınır şartlarına bağlı olarak değişen polinom seri fonksiyonlarını, $u_i(t)$, $w_i(t)$ ve $\phi_i(t)$ genelleştirilmiş yer değiştirmeleri, m ise polinom seri sayısını ifade etmektedir. Bu çalışmada, dikkate alınacak kirişlerin sınır şartlarını sağlamak için seçilen polinom serisi fonksiyonları Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Analitik Çözümde Kullanılan Sınır Şartları ve Polinom Fonksiyonları

Sınır koşulları	$\psi_i(x)$	$x = 0$	$x = L$
A-A	$(L-x)^2 x^{i+1}$	$u = 0, w = 0, \phi = 0, w' = 0$	$u = 0, w = 0, \phi = 0, w' = 0$
B-B	$(L-x)x^i$	$u = 0, w = 0$	$w = 0$
A-S	x^{i+1}	$u = 0, w = 0, \phi = 0, w' = 0$	

Tablo 1’de belirtilen çözüm fonksiyonları dikkate alınarak, iş ve enerji ifadeleri Lagrange denklemlerine yazılır ve denge denklemleri elde edilir. Buradaki A-A iki ucu ankastre kirişi, B-B basit mesnetli kirişi ve A-S konsol kirişi ifade etmektedir. Şekil 5’te FD kirişin mesnetlenme durumlarına ait şekiller verilmiştir.



Şekil 5: a) İki Ucu Ankastre FD Kiriş, b) Basit Mesnetli FD Kiriş, c) Konsol FD Kirişin Mesnetlenme Şekilleri

Sonuç olarak, L uzunluğundaki bir kiriş için hareket denklemi (28)'deki gibi türetilmektedir.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + (\mathbf{K}_e - P_0\mathbf{K}_g)\mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (28)$$

Burada $\mathbf{M}$ kütle matrisini, $\mathbf{K}_e$ rijitlik matrisini, $\mathbf{K}_g$ geometrik matrisini ve $\mathbf{F}$ ise yük vektörünü temsil etmektedir.

Genelleştirilmiş yer değiştirme vektörünü ifade eden $\mathbf{u}$ (29)'daki biçimde tanımlanmıştır.

$$\mathbf{u} = \{u_1, \dots, u_m, w_1, \dots, w_m, \phi_1, \dots, \phi_m\}^T \quad (29)$$

FD kirişin statik analiz için (28)'deki denklemde $\mathbf{M} = 0$, $P_0 = 0$ ve $\mathbf{X} = \mathbf{u}$ varsayılırsa problem (30)'daki ifadeye dönüşmektedir.

$$\mathbf{K}_e\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (30)$$

(30)'daki eşitlik ile verilen sistem denklemleri çözülerek problemdeki kirişlerin yer değiştirmeleri hesaplanmış ve bunlar ilgili denklemlerde yerine yazılarak gerilme değerleri bulunmuştur.

Kirişin serbest titreşim analizi için, (28)'deki ifade de $\mathbf{F} = 0$ ve $P_0 = 0$ varsayılır ve $\mathbf{X} = \mathbf{u}e^{i\omega t}$ çözüm olarak kabul edilirse denklem (31)'deki biçime dönüşmektedir.

$$(\mathbf{K}_e - \omega^2\mathbf{M})\mathbf{u} = 0 \quad (31)$$

Kirişin burkulma analizi için, (28)'deki ifade de $\mathbf{M} = 0$ ve $\mathbf{F} = 0$ varsayılır ve $\mathbf{X} = \mathbf{u}e^{P_0 x}$ çözüm olarak kabul edilirse denklem (32)'deki ifadeye dönüşmektedir.

$$(\mathbf{K}_e - P_0\mathbf{K}_g)\mathbf{u} = 0 \quad (32)$$

(31) ve (32) numaralı denklemler standart özdeğer problemlerini temsil etmektedir. Bu denklemlerde ω kirişin doğal frekanslarını, $P_0 = (P_0)_{kr}$ ise kirişin kritik burkulma yüklerini temsil etmektedir. Bu özdeğer problemlerinin çözümü, katsayılar matrislerini geçersiz (tekil) kılan ω ile P_0 değerlerinin bulunmasını sağlamaktadır. Böylece sistemin serbest titreşim ve burkulma özellikleriyle ilişkili özdeğerler (doğal frekanslar ve burkulma yükleri) elde edilmektedir.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

3. BULGULAR

Bu bölümde, malzeme özellikleri iki doğrultuda değişen ve çeşitli mesnetlenme koşullarına sahip gözenekli FD kirişlerin statik, serbest titreşim ve burkulma analizleri, parabolik kayma deformasyon teorisine dayalı önerilen analitik çözüm yöntemiyle gerçekleştirilmiştir. Çalışmada, farklı narinlik oranları (L/h), güç yasası endeksleri (p_x , p_z), gözeneklilik katsayısı (e) ve gözeneklilik dağılım türlerine bağlı olarak elde edilen sayısal sonuçlara yer verilmiştir. Bu sonuçlar Matlab programında yazılan kod yardımıyla elde edilmiştir. Şekil 2’de belirtildiği gibi üç farklı tip gözeneklilik dağılımına sahip FD kiriş modeli ele alınmıştır. Bu kiriş modellerinin analizinde kullanılan metal ve seramik malzemenin özellikleri Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2: Çözümlerde Kullanılan Malzeme Özellikleri

Malzeme	E (GPa)	ρ (kg/m ³)	ν
Alüminyum (Al)	$E_m = 70$	2702	0,30
Alüminyum Oksit (Al_2O_3)	$E_s = 380$	3960	0,30

3.1. GÖZENEKLİ 2D FD KİRİŞLERİN STATİK ANALİZİ

Düzgün yayılı $q_0 = 10000$ N/m’lik yük etkisindeki farklı sınır şartlarına ve narinlik oranlarına sahip gözenekli 2D FD kirişlerin önerilen analitik çözüm ile statik analizleri gerçekleştirilerek kirişlerin boyutsuz yer değiştirme, kayma ve normal gerilmeleri hesaplanmıştır. Elde edilen yer değiştirmeler, normal ve kayma gerilmeleri sırasıyla (33)’te verilen ifadelerle göre boyutsuzlaştırılmıştır.

$$\bar{w} = \frac{100E_m h^3}{q_0 L^4} w(x, 0), \quad \bar{\sigma}_{xx} = \frac{bh}{q_0 L} \sigma_{xx}(x, z), \quad \bar{\tau}_{xz} = \frac{bh}{q_0 L} \tau_{xz}(x, z) \quad (33)$$

Önerilen analitik çözüm ile çeşitli sınır şartlarındaki ve gözeneklilik tiplerindeki (GFD-1, GFD-2 ve GFD-3) 2D FD kirişlerin statik analizini incelemek için öncelikle önerilen analitik çözümde kullanılan seri sayısının belirlenmesi gerekmektedir. Bu sebepten Tablo 3’te $L/h = 5$, $p_x = p_z = 1$ ve $e=0,1$ için gözenekli kirişlerin boyutsuz maksimum yer değiştirmeleri seri sayısına (m) bağlı elde edilerek yakınsama yapılmıştır. Tablo incelendiğinde, belirli bir seri sayısından sonra boyutsuz maksimum yer değiştirmeler yakınsamaktadır. Bu sebepten, önerilen analitik çözümde kullanılan seri sayısı 6 olarak belirlenmiştir. Ayrıca en büyük boyutsuz yer değiştirmeler konsol mesnetli sınır şartında ve GFD-1 tip kirişte elde edilmiştir.

Tablo 3: Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmelerinin Seri Sayısına Bağlı Değişimi ($L/h = 5$, $p_x = p_z = 1$, $e=0,1$)

Seri sayısı (m)	GFD-1			GFD-2			GFD-3		
	B-B	A-A	A-S	B-B	A-A	A-S	B-B	A-A	A-S
1	7,0883	2,1861	52,8918	6,2840	1,9654	46,6283	6,7043	2,0569	50,1097
2	7,1974	2,2094	71,6034	6,3630	1,9826	63,7914	6,7997	2,0774	68,1113
3	8,7313	2,2106	71,4370	7,7240	1,9839	63,6762	8,2594	2,0779	67,9585
4	8,7515	2,2095	71,5218	7,7387	1,9829	63,7590	8,2775	2,0769	68,0383
5	8,7476	2,2597	71,5696	7,7358	2,0305	63,8051	8,2740	2,1232	68,0832
6	8,7475	2,2604	71,5976	7,7357	2,0311	63,8320	8,2739	2,1239	68,1095
8	8,7479	2,2577	71,6259	7,7361	2,0285	63,8592	8,2743	2,1214	68,1362
10	8,7476	2,2677	71,6375	7,7358	2,0378	63,8702	8,2741	2,1307	68,1472

Tablo 4– 9’da narinlik oranları $L/h=5$ ve $L/h=20$ için farklı sınır şartlarındaki gözeneksiz 2D FD kirişlerin maksimum boyutsuz yer değiştirmelerinin güç yasası endekslerine bağlı değişimleri elde edilerek literatür ile karşılaştırılmalı biçimde incelenmiştir. Bu çalışma sonuçlarının mevcut literatür ile uyumlu olduğu görülmüştür. Tablolar incelendiğinde, maksimum boyutsuz yer değiştirmelerin güç yasası endekslerindeki artışla birlikte arttığı görülmektedir. Tablo 4 ve 5 karşılaştırılırsa L/h oranının artması ile maksimum boyutsuz yer değiştirmelerde artış beklenmesine rağmen boyutsuzlaştırma işleminde sonuçların L^4 ile bölünmesi sebebiyle değerlerin azaldığı görülmektedir. Sınır koşulları karşılaştırıldığında, en büyük boyutsuz yer değiştirmelerin konsol kirişte, en küçüğü ise iki ucu ankastre mesnetli sınır şartında elde edilmiştir.

Tablo 4: B-B Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=0,5$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
0	Bu çalışma	3,1653	3,5691	4,0148	5,0239	8,5085
	Turan ve Adıyaman (2023)	3,1654	3,5710	4,0230	5,0581	8,6534
	Turan (2022)	3,1657	3,5696	4,0155	5,0247	8,5094
	Huang and Ouyang (2020)	3,165658	3,570196	4,018162	5,035384	8,543177
0,5	Bu çalışma	4,8284	5,3471	5,8965	7,0596	10,4631
	Turan ve Adıyaman (2023)	4,8285	5,3490	5,9060	7,0950	10,5816
	Turan (2022)	4,8349	5,3544	5,9045	7,0688	10,4737
	Huang and Ouyang (2020)	4,834847	5,355052	5,90771	7,081084	10,5115
1	Bu çalışma	6,2593	6,8070	7,3692	8,5053	11,5698
	Turan ve Adıyaman (2023)	6,2594	6,8087	7,3782	8,5361	11,6597
	Turan (2022)	6,2600	6,8082	7,3702	8,5064	11,5713
	Huang and Ouyang (2020)	6,259923	6,809204	7,374088	8,520527	11,60851
2	Bu çalışma	8,0675	8,5647	9,0638	10,0451	12,6192
	Turan ve Adıyaman (2023)	8,0680	8,5672	9,0708	10,0685	12,6723
	Turan (2022)	8,0304	8,5274	9,0252	10,0074	12,5844
	Huang and Ouyang (2020)	8,030299	8,528547	9,029599	10,02139	12,6109
5	Bu çalışma	9,8276	10,2485	10,6729	11,5166	13,6984
	Turan ve Adıyaman (2023)	9,8347	10,2551	10,6789	11,5258	13,7096
	Turan (2022)	9,6485	10,0798	10,5147	11,3769	13,5941
	Huang and Ouyang (2020)	9,648317	10,080426	10,51725	11,38281	13,59786

Tablo 5: B-B Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$)

p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=0,5$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
0	Bu çalışma	2,8962	3,2640	3,6713	4,6003	7,8651
	Turan ve Adıyaman (2023)	2,8962	3,2638	3,6720	4,6023	7,8739
	Turan (2022)	2,8963	3,2641	3,6717	4,6004	7,8653
	Huang and Ouyang (2020)	2,89625	3,26322	3,668114	4,585229	7,791128
0,5	Bu çalışma	4,4644	4,9389	5,4432	6,5160	9,6995
	Turan ve Adıyaman (2023)	4,4644	4,9384	5,4439	6,5181	9,7072
	Turan (2022)	4,4648	4,9395	5,4438	6,5166	9,7009
	Huang and Ouyang (2020)	4,464817	4,938653	5,440275	6,503195	9,652053
1	Bu çalışma	5,8049	6,3025	6,8150	7,8552	10,7066
	Turan ve Adıyaman (2023)	5,8049	6,3024	6,8153	7,8562	10,7124
	Turan (2022)	5,8049	6,3031	6,8149	7,8553	10,7071
	Huang and Ouyang (2020)	5,804923	6,302432	6,812172	7,845432	10,67415
2	Bu çalışma	7,4421	7,8835	8,3284	9,2146	11,5987
	Turan ve Adıyaman (2023)	7,4420	7,8835	8,3280	9,2163	11,6009
	Turan (2022)	7,4397	7,8816	8,3262	9,2125	11,5963
	Huang and Ouyang (2020)	7,439674	7,881153	8,324664	9,206755	11,57536
5	Bu çalışma	8,8182	9,1944	9,5793	10,3600	12,4323
	Turan ve Adıyaman (2023)	8,8186	9,1948	9,5793	10,3602	12,4326
	Turan (2022)	8,8069	9,1840	9,5700	10,3510	12,4264
	Huang and Ouyang (2020)	8,806879	9,183795	9,569164	10,34686	12,41100

Tablo 6: A-A Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=0,5$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
0	Bu çalışma	0,8476	0,9607	1,0816	1,3384	2,0546
	Turan ve Adıyaman (2023)	0,8578	0,9733	1,0985	1,3692	2,1290
	Turan (2022)	0,8547	0,9647	1,0737	1,2816	1,9214
	Huang and Ouyang (2020)	0,863026	0,978111	1,10022	1,356669	2,049671
0,5	Bu çalışma	1,2562	1,3996	1,5463	1,8373	2,5381
	Turan ve Adıyaman (2023)	1,2702	1,4166	1,5683	1,8751	2,6187
	Turan (2022)	1,2713	1,4119	1,5471	1,7945	2,5143
	Huang and Ouyang (2020)	1,282729	1,429198	1,578524	1,873337	2,571593
1	Bu çalışma	1,6142	1,7680	1,9198	2,2081	2,8513
	Turan ve Adıyaman (2023)	1,6314	1,7886	1,9462	2,2521	2,9397
	Turan (2022)	1,6262	1,7773	1,9191	2,1707	2,8374
	Huang and Ouyang (2020)	1,640251	1,797394	1,953105	2,249226	2,905973
2	Bu çalışma	2,1110	2,2588	2,4010	2,6601	3,2051
	Turan ve Adıyaman (2023)	2,1330	2,2847	2,4338	2,7115	3,2975
	Turan (2022)	2,0918	2,2369	2,3703	2,6014	3,1623
	Huang and Ouyang (2020)	2,11006	2,261353	2,408455	2,681505	3,259906
5	Bu çalışma	2,7650	2,8886	3,0050	3,2111	3,6210
	Turan ve Adıyaman (2023)	2,7991	2,9255	3,0472	3,2665	3,7030
	Turan (2022)	2,6216	2,7529	2,8723	3,0761	3,5429
	Huang and Ouyang (2020)	2,647691	2,784842	2,916499	3,154211	3,6278

Tablo 10’da $L/h=5$ ve 20 için basit mesnetli 2D FD gözeneksiz kirişinin boyutsuz normal gerilmelerinin, güç yasası endekslerine bağlı değişimleri literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmalı olarak sunulmuştur. Tablolar incelendiğinde boyutsuz normal gerilmeler, p_z ve L/h oranı arttıkça artmakta, p_x arttıkça ise azalmaktadır.

Tablo 7: A-A Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$)

p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=0,5$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
0	Bu çalışma	0,5929	0,6722	0,7571	0,9380	1,4426
	Turan ve Adıyaman (2023)	0,5935	0,6729	0,7580	0,9401	1,4474
	Turan (2022)	0,5931	0,6694	0,7450	0,8896	1,3350
	Huang and Ouyang (2020)	0,593618	0,672502	0,755911	0,930423	1,403893
0,5	Bu çalışma	0,9113	1,0132	1,1170	1,3223	1,8091
	Turan ve Adıyaman (2023)	0,9121	1,0141	1,1185	1,3255	1,8209
	Turan (2022)	0,9119	1,0106	1,1052	1,2779	1,7787
	Huang and Ouyang (2020)	0,912698	1,014243	1,116901	1,317594	1,791193
1	Bu çalışma	1,1840	1,2907	1,3956	1,5929	2,0281
	Turan ve Adıyaman (2023)	1,1850	1,2919	1,3981	1,5996	2,0528
	Turan (2022)	1,1843	1,2883	1,3853	1,5563	2,0099
	Huang and Ouyang (2020)	1,185251	1,291978	1,396487	1,593176	2,031677
2	Bu çalışma	1,5201	1,6149	1,7065	1,8741	2,2371
	Turan ve Adıyaman (2023)	1,5214	1,6171	1,7109	1,8870	2,2782
	Turan (2022)	1,5182	1,6112	1,6963	1,8438	2,2105
	Huang and Ouyang (2020)	1,519435	1,615071	1,70773	1,881155	2,264002
5	Bu çalışma	1,8148	1,8956	1,9744	2,1207	2,4316
	Turan ve Adıyaman (2023)	1,8173	1,8993	1,9812	2,1380	2,4726
	Turan (2022)	1,8045	1,8842	1,9581	2,0880	2,4024
	Huang and Ouyang (2020)	1,806252	1,888996	1,971252	2,126988	2,460596

Tablo 8: A-S Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=0,5$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
0	Bu çalışma	28,7295	30,1011	31,5583	34,7230	45,7136
	Turan ve Adıyaman (2023)	28,7709	30,1418	31,5982	34,7617	45,7498
	Turan (2022)	28,7473	30,1186	31,5755	34,7396	45,7295
	Huang and Ouyang (2020)	28,78105	30,15195	31,60848	34,77199	45,76062
0,5	Bu çalışma	44,1111	45,8922	47,7404	51,6040	63,7142
	Turan ve Adıyaman (2023)	44,1677	45,9478	47,7952	51,6573	63,7642
	Turan (2022)	44,1577	45,9387	47,7866	51,6488	63,7482
	Huang and Ouyang (2020)	44,20422	45,98466	47,83211	51,69343	63,79118
1	Bu çalışma	57,2904	59,1814	61,1065	65,0207	76,5875
	Turan ve Adıyaman (2023)	57,3602	59,2502	61,1744	65,0869	76,6504
	Turan (2022)	57,3202	59,2108	61,1355	65,0491	76,6154
	Huang and Ouyang (2020)	57,37739	59,26747	61,19166	65,10426	76,66856
2	Bu çalışma	73,5940	75,3031	77,0182	80,4451	90,2946
	Turan ve Adıyaman (2023)	73,6867	75,3944	77,1083	80,5332	90,3792
	Turan (2022)	73,4886	75,2007	76,9204	80,3606	90,2656
	Huang and Ouyang (2020)	73,56287	75,27434	76,99351	80,4327	90,33556
5	Bu çalışma	88,1219	89,5541	90,9986	93,9006	102,2709
	Turan ve Adıyaman (2023)	88,2794	89,7057	91,1450	94,0389	102,3983
	Turan (2022)	87,4922	88,9659	90,4545	93,4475	102,0546
	Huang and Ouyang (2020)	87,59765	89,07082	90,5589	93,55095	102,1562

Tablo 11’de $L/h=5$ ve 20 için basit mesnetli 2D FD gözeneksiz kirişinin boyutsuz kayma gerilmelerinin güç yasası endekslerine bağlı değişimleri literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılmalı olarak verilmiştir. Tablolar incelendiğinde boyutsuz kayma gerilmeleri p_x ve

L/h oranı arttıkça artmaktadır, p_z değerinin artması ile birlikte ise azalmaktadır. Eğer p_x artar ve p_z azalır kayma gerilmeleri artmaktadır.

Tablo 9: A-S Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$)

p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=0,5$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
0	Bu çalışma	27,7005	28,9823	30,3414	33,2866	43,5253
	Turan ve Adıyaman (2023)	27,7031	28,9849	30,3440	33,2891	43,5276
	Turan (2022)	27,7008	28,9828	30,3420	33,2873	43,5259
	Huang and Ouyang (2020)	27,70342	28,98523	30,3443	33,28938	43,52787
0,5	Bu çalışma	42,7186	44,3883	46,1176	49,7250	61,0442
	Turan ve Adıyaman (2023)	42,7222	44,3918	46,1211	49,7284	61,0474
	Turan (2022)	42,7204	44,3903	46,1197	49,7272	61,0459
	Huang and Ouyang (2020)	42,7241	44,39376	46,12296	49,73018	61,04855
1	Bu çalışma	55,5524	57,3181	59,1121	62,7539	73,5484
	Turan ve Adıyaman (2023)	55,5568	57,3225	59,1164	62,7581	73,5525
	Turan (2022)	55,5528	57,3187	59,1129	62,7549	73,5496
	Huang and Ouyang (2020)	55,55739	57,32303	59,11699	62,75864	73,55288
2	Bu çalışma	71,2030	72,7766	74,3557	77,5164	86,7000
	Turan ve Adıyaman (2023)	71,2091	72,7826	74,3617	77,5221	86,7055
	Turan (2022)	71,1944	72,7684	74,3479	77,5097	86,6972
	Huang and Ouyang (2020)	71,20037	72,7741	74,35345	77,51483	86,70173
5	Bu çalışma	84,2661	85,6006	86,9548	89,6988	97,7424
	Turan ve Adıyaman (2023)	84,2774	85,6115	86,9653	89,7087	97,7513
	Turan (2022)	84,2237	85,5610	86,9181	89,6680	97,7267
	Huang and Ouyang (2020)	84,2319	85,56895	86,92588	89,67549	97,73379

GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipinde basit mesnetli 2D FD gözenekli kirişlerin $L/h=5$ için maksimum boyutsuz yer değiştirmelerinin çeşitli derecelendirme üstleri ile gözeneklilik katsayısına (e) göre değişimi sırasıyla Tablo 12, 13 ve 14’te, $L/h=20$ için ise Tablo 15, 16 ve 17’de verilmiştir. Tablolarda GFD-1 ve GFD-2 için elde edilen sonuçlar literatür ile karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Karşılaştırılan analiz sonuçlarının literatür ile uyumlu olduğu görülmüştür. Tablolar incelendiğinde e , p_x ve p_z arttıkça boyutsuz maksimum yer değiştirmeler artmaktadır. Ayrıca L/h oranı arttıkça maksimum yer değiştirmeler azalış göstermektedir. En büyük boyutsuz yer değiştirmeleri GFD-1 kirişinde, en küçük boyutsuz yer değiştirmeleri ise GFD-2 kirişinde elde edilmiştir. Bunun sebebi, GFD-1 tipi gözenek dağılışıda kiriş kesitinde diğerlerine göre daha fazla boşluğun olmasıdır. Boşluk ne kadar çok olursa kirişin elastisite modülü o kadar fazla düşer ve bu durum yer değiştirmeyi arttıran bir etki yapmaktadır. p_x ve p_z değerleri arttıkça yani kirişte metal oranının artmasıyla birlikte gözeneklilik katsayısının değişimi sonucunda oluşan boyutsuz maksimum boyutsuz yer değiştirme değerlerinde artış daha belirgin hale gelmektedir.

Tablo 10: B-B Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Normal Gerilmeleri $\bar{\sigma}_{xx}(L/2, h/2)$

L/h	p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
5	0	Bu çalışma	3,8017	3,8001	3,7975	3,7970
		Turan ve Adıyaman (2023)	3,8022	3,8023	3,8023	3,8022
		Turan (2022)	3,7507	3,7509	3,7511	3,7508
		Karamanlı (2018a)	3,8005	3,7945	3,7703	3,6740
	1	Bu çalışma	5,8832	5,6257	5,3719	4,7117
		Turan ve Adıyaman (2023)	5,8841	5,6281	5,3763	4,7167
		Turan (2022)	5,7969	5,5445	5,2965	4,6474
		Karamanlı (2018a)	5,8815	5,6196	5,3454	4,6207
	2	Bu çalışma	6,8819	6,4196	6,0026	5,0267
		Turan ve Adıyaman (2023)	6,8890	6,4269	6,0100	5,0318
		Turan (2022)	6,7689	6,3154	5,9072	4,9507
		Karamanlı (2018a)	6,8821	6,4155	5,9789	4,9475
	5	Bu çalışma	8,1093	7,4801	6,9119	5,5405
		Turan ve Adıyaman (2023)	8,1357	7,4999	6,9258	5,5481
		Turan (2022)	7,9442	7,3363	6,7858	5,4535
		Karamanlı (2018a)	8,1145	7,4802	6,8933	5,4784
20	0	Bu çalışma	15,0130	15,0113	15,0110	15,0350
		Turan ve Adıyaman (2023)	15,0140	15,0135	15,0131	15,0125
		Turan (2022)	15,0027	15,0036	15,0045	15,0033
		Karamanlı (2018a)	15,0147	14,9895	14,8909	14,5014
	1	Bu çalışma	23,2054	22,1928	21,2001	18,6122
		Turan ve Adıyaman (2023)	23,2069	22,1951	21,2013	18,6041
		Turan (2022)	23,1877	22,1780	21,1858	18,5895
		Karamanlı (2018a)	23,2099	22,1731	21,0861	18,2136
	2	Bu çalışma	27,0992	25,2819	23,6481	19,8252
		Turan ve Adıyaman (2023)	27,1024	25,2856	23,6499	19,8206
		Turan (2022)	27,0754	25,2618	23,6288	19,8028
		Karamanlı (2018a)	27,1122	25,2728	23,5505	19,4770
	5	Bu çalışma	31,8131	29,3749	27,1709	21,8287
		Turan ve Adıyaman (2023)	31,8213	29,3817	27,1737	21,8356
		Turan (2022)	31,7769	29,3452	27,1433	21,8141
		Karamanlı (2018a)	31,8070	29,3394	27,0385	21,5344

Tablo 18-23 arasında, iki ucu ankastre mesnetli; Tablo 24-29 arasında ise konsol 2D FD kirişlerin (GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tiplerinde) $L/h = 5$ ve $L/h = 20$ oranları için çeşitli derecelendirme üstleri (p_x, p_z) ve gözeneklilik katsayısı (e) değerlerine bağlı olarak elde edilen maksimum boyutsuz yer değiştirme sonuçları sunulmuştur. Bu tablolarda yer alan veriler, genel eğilim açısından basit mesnetli kirişlerde elde edilen sonuçlarla benzerlik göstermektedir. Özellikle p_x, p_z ve e değerleri arttıkça maksimum boyutsuz yer değiştirme miktarının arttığı gözlemlenmiştir. Sınır koşulları karşılaştırıldığında, en büyük yer değiştirmelerin konsol kirişlerde, en küçük değerlerin ise iki ucu ankastre mesnetli kirişlerde elde edildiği tespit edilmiştir. Bu durum, iki ucu ankastre mesnetli sistemlerin kenar kısıtlamalarının daha fazla olması nedeniyle yapının deplasmanlarını daha çok sınırlamasından kaynaklanmaktadır.

Tablo 11: B-B Gözeneksiz 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Kayma Gerilmeleri ($\bar{\tau}_{xz}(0,0)$)

L/h	p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
5	0	Bu çalışma	0,7427	0,8101	0,8652	0,9382
		Turan ve Adıyaman (2023)	0,7369	0,7395	0,7421	0,7500
		Karamanlı (2018a)	0,7246	0,7923	0,8484	0,9278
	1	Bu çalışma	0,7427	0,7971	0,8371	0,8814
		Turan ve Adıyaman (2023)	0,7370	0,7392	0,7414	0,7479
		Karamanlı (2018a)	0,7234	0,7780	0,8186	0,8662
	2	Bu çalışma	0,6795	0,7185	0,7449	0,7713
		Turan ve Adıyaman (2023)	0,6809	0,6829	0,6850	0,6911
		Karamanlı (2018a)	0,6618	0,7017	0,7290	0,7582
	5	Bu çalışma	0,5986	0,6139	0,6229	0,6307
		Turan ve Adıyaman (2023)	0,6134	0,6145	0,6156	0,6186
		Karamanlı (2018a)	0,5840	0,6001	0,6099	0,6203
20	0	Bu çalışma	0,7495	0,8149	0,8677	0,9339
		Turan ve Adıyaman (2023)	0,7544	0,7551	0,7558	0,7578
		Karamanlı (2018a)	0,7425	0,8125	0,8718	0,9580
	1	Bu çalışma	0,7495	0,8023	0,8406	0,8801
		Turan ve Adıyaman (2023)	0,7558	0,7564	0,7570	0,7587
		Karamanlı (2018a)	0,7432	0,7993	0,8415	0,8901
	2	Bu çalışma	0,6867	0,7243	0,7494	0,7721
		Turan ve Adıyaman (2023)	0,6991	0,6997	0,7002	0,7018
		Karamanlı (2018a)	0,6789	0,7199	0,7486	0,7792
	5	Bu çalışma	0,6062	0,6210	0,6294	0,6355
		Turan ve Adıyaman (2023)	0,6306	0,6309	0,6311	0,6319
		Karamanlı (2018a)	0,6037	0,6223	0,6364	0,6385

Tablo 12: GFD-1 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	3,3645	4,3448	5,5659
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,3645	4,3547	5,6142
		0,2	Bu çalışma	3,5905	4,7345	6,2473
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,5905	4,7480	6,3155
		0,3	Bu çalışma	3,8490	5,2021	7,1299
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,8490	5,2208	7,2340
	1	0,1	Bu çalışma	7,2506	8,7475	10,3578
			Turan ve Adıyaman (2023)	7,2507	8,7611	10,4096
		0,2	Bu çalışma	8,6773	10,8678	13,4249
			Turan ve Adıyaman (2023)	8,6774	10,8888	13,5153
		0,3	Bu çalışma	10,9476	14,6710	19,8550
			Turan ve Adıyaman (2023)	10,9478	14,7062	20,0513
	2	0,1	Bu çalışma	10,0089	11,4401	12,8905
			Turan ve Adıyaman (2023)	10,0095	11,4525	12,9315
		0,2	Bu çalışma	13,5419	15,9933	18,5914
			Turan ve Adıyaman (2023)	13,5425	16,0180	18,6859
		0,3	Bu çalışma	22,6127	29,7411	39,1615
			Turan ve Adıyaman (2023)	22,6130	29,7919	39,4591

Tablo 13: GFD-2 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	3,2200	4,1044	5,1680
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,2200	4,1139	5,2107
		0,2	Bu çalışma	3,2769	4,1991	5,3228
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,2770	4,2102	5,3772
		0,3	Bu çalışma	3,3364	4,2993	5,4907
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,3366	4,3130	5,5612
	1	0,1	Bu çalışma	6,5304	7,7357	8,9820
			Turan ve Adıyaman (2023)	6,5305	7,7475	9,0250
		0,2	Bu çalışma	6,8345	8,1539	9,5352
			Turan ve Adıyaman (2023)	6,8348	8,1700	9,5984
		0,3	Bu çalışma	7,1792	8,6383	10,1908
			Turan ve Adıyaman (2023)	7,1798	8,6614	10,2902
	2	0,1	Bu çalışma	8,6034	9,7000	10,7823
			Turan ve Adıyaman (2023)	8,6046	9,7110	10,8177
		0,2	Bu çalışma	9,2489	10,4757	11,6899
			Turan ve Adıyaman (2023)	9,2517	10,4946	11,7496
		0,3	Bu çalışma	10,0475	11,4533	12,8539
			Turan ve Adıyaman (2023)	10,0531	11,4882	12,9705

Tablo 14: GFD-3 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-3	0	0,1	3,3052	4,2452	5,4001
		0,2	3,4585	4,5048	5,8422
		0,3	3,6272	4,7997	6,3707
	1	0,1	6,9121	8,2739	9,7197
		0,2	7,7333	9,4594	11,3846
		0,3	8,8010	11,0893	13,8319
	2	0,1	9,2640	10,5362	11,8229
		0,2	10,9438	12,6665	14,4727
		0,3	13,4962	16,0619	18,9087

Tablo 18-29’da, ayrıca GFD-1 tipi kirişlerde, gözenek dağılımının yapısı daha fazla zayıflatmasından dolayı diğer tiplere göre daha büyük yer değiştirmeler meydana gelmiştir. Bu bulgular, gözeneklilik dağılımının ve sınır koşullarının mekanik davranış üzerindeki belirleyici etkisini bir kez daha ortaya koymaktadır.

Tablo 15: GFD-1 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	3,0785	3,9727	5,0965
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,0785	3,9732	5,0985
		0,2	Bu çalışma	3,2853	4,3286	5,7178
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,2852	4,3289	5,7225
		0,3	Bu çalışma	3,5218	4,7555	6,5244
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,5218	4,7561	6,5309
	1	0,1	Bu çalışma	6,7458	8,1154	9,5956
			Turan ve Adıyaman (2023)	6,7456	8,1162	9,5979
		0,2	Bu çalışma	8,1093	10,1311	12,4973
			Turan ve Adıyaman (2023)	8,1092	10,1330	12,5036
		0,3	Bu çalışma	10,2985	13,7878	18,6632
			Turan ve Adıyaman (2023)	10,2983	13,7877	18,6763
	2	0,1	Bu çalışma	9,2856	10,5633	11,8689
			Turan ve Adıyaman (2023)	9,2855	10,5632	11,8724
		0,2	Bu çalışma	12,6873	14,9104	17,2679
			Turan ve Adıyaman (2023)	12,6872	14,9114	17,2708
		0,3	Bu çalışma	21,5861	28,3464	37,2863
			Turan ve Adıyaman (2023)	21,5856	28,3466	37,3061

Tablo 16: GFD-2 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	2,9402	3,7430	4,7160
			Turan ve Adıyaman (2023)	2,9401	3,7437	4,7183
		0,2	Bu çalışma	2,9856	3,8176	4,8379
			Turan ve Adıyaman (2023)	2,9855	3,8184	4,8408
		0,3	Bu çalışma	3,0323	3,8954	4,9668
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,0323	3,8962	4,9704
	1	0,1	Bu çalışma	6,0450	7,1340	8,2642
			Turan ve Adıyaman (2023)	6,0449	7,1345	8,2655
		0,2	Bu çalışma	6,3134	7,4954	8,7328
			Turan ve Adıyaman (2023)	6,3133	7,4962	8,7352
		0,3	Bu çalışma	6,6165	7,9105	9,2789
			Turan ve Adıyaman (2023)	6,6164	7,9118	9,2838
	2	0,1	Bu çalışma	7,9165	8,8771	9,8364
			Turan ve Adıyaman (2023)	7,9164	8,8769	9,8389
		0,2	Bu çalışma	8,4867	9,5405	10,5887
			Turan ve Adıyaman (2023)	8,4867	9,5407	10,5929
		0,3	Bu çalışma	9,1907	10,3682	11,5309
			Turan ve Adıyaman (2023)	9,1909	10,3694	11,5388

Tablo 17: GFD-3 Tipi B-B Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiş-tirmeleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-3	0	0,1	3,0304	3,8920	4,9611
		0,2	3,1776	4,1413	5,3859
		0,3	3,3399	4,4252	5,8945
	1	0,1	6,4405	7,6937	9,0328
		0,2	7,2426	8,8496	10,6542
		0,3	8,2888	10,4442	13,0475
	2	0,1	8,6077	9,7570	10,9334
		0,2	10,2532	11,8371	13,5143
		0,3	12,7665	15,1731	17,8658

Tablo 18: GFD-1 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiş-tirmeleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	0,9009	1,1717	1,4856
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,9117	1,1906	1,5236
		0,2	Bu çalışma	0,9614	1,2784	1,6723
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,9730	1,2999	1,7214
		0,3	Bu çalışma	1,0307	1,4074	1,9182
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,0430	1,4328	1,9855
	1	0,1	Bu çalışma	1,8527	2,2604	2,6674
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,8718	2,2920	2,7260
		0,2	Bu çalışma	2,1884	2,7733	3,4115
			Turan ve Adıyaman (2023)	2,2099	2,8124	3,4951
		0,3	Bu çalışma	2,7071	3,6686	4,9412
			Turan ve Adıyaman (2023)	2,7317	3,7182	5,0742
	2	0,1	Bu çalışma	2,5769	2,9903	3,3759
			Turan ve Adıyaman (2023)	2,6022	3,0314	3,4487
		0,2	Bu çalışma	3,3876	4,0698	4,7499
			Turan ve Adıyaman (2023)	3,4173	4,1246	4,8669
		0,3	Bu çalışma	5,3383	7,1101	9,3338
			Turan ve Adıyaman (2023)	5,3749	7,1870	9,5406

Şekil 6, Şekil 7 ve Şekil 8’de sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD kirişlerin önerilen analitik çözüm ile elde edilen boyutsuz en büyük yer değiş-tirmelerinin farklı gözeneklilik katsayıları ve değişen p_z değerlerine göre L/h ’ye bağlı değişimleri karşılaştırılmalı olarak verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, boyutsuz en büyük yer değiş-tirmelerin p_z ’nin artmasıyla arttığı ve L/h oranı arttıkça belirli bir L/h değerine kadar azaldıktan sonra sabit kaldığı görülmektedir. Gözeneksiz kirişte gözenekli kirişe göre daha az boyutsuz yer değiş-tirmeler oluşmaktadır ve aralarındaki fark p_z ’nin artmasıyla belirgin hale gelmektedir. Tüm gözeneklilik tiplerinde en büyük yer değiş-tirmeler konsol kirişte, en küçüğü ise iki ucu ankastre kirişte elde edilmiştir.

Tablo 19: GFD-2 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	0,8670	1,1139	1,3900
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,8774	1,1318	1,4252
		0,2	Bu çalışma	0,8876	1,1488	1,4473
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,8983	1,1681	1,4885
		0,3	Bu çalışma	0,9095	1,1868	1,5116
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,9205	1,2078	1,5614
	1	0,1	Bu çalışma	1,6929	2,0311	2,3566
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,7109	2,0601	2,4086
		0,2	Bu çalışma	1,7819	2,1602	2,5337
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,8008	2,1928	2,5981
		0,3	Bu çalışma	1,8837	2,3124	2,7505
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,9036	2,3502	2,8357
	2	0,1	Bu çalışma	2,2665	2,5972	2,8974
			Turan ve Adıyaman (2023)	2,2902	2,6342	2,9591
		0,2	Bu çalışma	2,4549	2,8407	3,1993
			Turan ve Adıyaman (2023)	2,4808	2,8843	3,2792
		0,3	Bu çalışma	2,6888	3,1536	3,6036
			Turan ve Adıyaman (2023)	2,7182	3,2096	3,7236

Tablo 20: GFD-3 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-3	0	0,1	0,8803	1,1365	1,4277
		0,2	0,9158	1,1981	1,5323
		0,3	0,9548	1,2678	1,6577
	1	0,1	1,7587	2,1239	2,4803
		0,2	1,9384	2,3883	2,8487
		0,3	2,1694	2,7480	3,3854
	2	0,1	2,3751	2,7322	3,0601
		0,2	2,7388	3,2015	3,6425
		0,3	3,2808	3,9349	4,5981

Şekil 9, Şekil 10 ve Şekil 11’de sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD kirişlerinin boyutsuz en büyük yer değiştirmelerinin farklı gözeneklilik katsayısı ve değişen p_x değerlerine göre L/h ’ye bağlı değişimleri karşılaştırılmalı olarak verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, boyutsuz yer değiştirme değerlerinin p_x ’in artmasıyla birlikte arttığı, L/h oranı arttıkça ise belirli bir L/h değerine kadar azaldığı ve daha sonra sabit kaldığı görülmektedir. Gözeneksiz kirişte gözenekli kirişe göre daha az boyutsuz yer değiştirmeler oluşmaktadır ve p_x ’in artmasıyla birlikte aralarındaki fark belirginleşmektedir.

Tüm gözeneklilik tiplerinde en büyük yer değiştirme konsol kirişte, en küçüğü ise iki ucu ankastre kirişte meydana gelmektedir.

Tablo 21: GFD-1 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	0,6302	0,8202	1,0418
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,6308	0,8213	1,0442
		0,2	Bu çalışma	0,6725	0,8951	1,1733
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,6732	0,8965	1,1765
		0,3	Bu çalışma	0,7209	0,9855	1,3477
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,7216	0,9871	1,3519
	1	0,1	Bu çalışma	1,3747	1,6621	1,9452
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,3758	1,6650	1,9533
		0,2	Bu çalışma	1,6506	2,0769	2,5353
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,6519	2,0792	2,5444
		0,3	Bu çalışma	2,0926	2,8342	3,8184
			Turan ve Adıyaman (2023)	2,0940	2,8377	3,8270
	2	0,1	Bu çalışma	1,8938	2,1625	2,4115
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,8953	2,1682	2,4292
		0,2	Bu çalışma	2,5808	3,0476	3,4990
			Turan ve Adıyaman (2023)	2,5825	3,0544	3,5241
		0,3	Bu çalışma	4,3692	5,7968	7,5688
			Turan ve Adıyaman (2023)	4,3712	5,8018	7,5835

Tablo 22: GFD-2 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	0,6022	0,7727	0,9630
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,6028	0,7736	0,9653
		0,2	Bu çalışma	0,6119	0,7889	0,9896
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,6125	0,7900	0,9923
		0,3	Bu çalışma	0,6219	0,8060	1,0179
			Turan ve Adıyaman (2023)	0,6225	0,8072	1,0212
	1	0,1	Bu çalışma	1,2336	1,4623	1,6775
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,2346	1,4650	1,6848
		0,2	Bu çalışma	1,2891	1,5380	1,7747
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,2902	1,5409	1,7829
		0,3	Bu çalışma	1,3518	1,6252	1,8888
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,3530	1,6284	1,8981
	2	0,1	Bu çalışma	1,6181	1,8209	2,0035
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,6196	1,8257	2,0178
		0,2	Bu çalışma	1,7359	1,9596	2,1608
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,7377	1,9650	2,1767
		0,3	Bu çalışma	1,8815	2,1331	2,3589
			Turan ve Adıyaman (2023)	1,8836	2,1394	2,3775

Tablo 23: GFD-3 Tipi A-A Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-3	0	0,1	0,6200	0,8028	1,0125
		0,2	0,6497	0,8544	1,1009
		0,3	0,6825	0,9135	1,2077
	1	0,1	1,3120	1,5743	1,8291
		0,2	1,4734	1,8102	2,1561
		0,3	1,6837	2,1368	2,6412
	2	0,1	1,7548	1,9958	2,2189
		0,2	2,0856	2,4169	2,7358
		0,3	2,5903	3,0927	3,6081

Tablo 24: GFD-1 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	30,5377	33,7713	37,4877
			Turan ve Adıyaman (2023)	30,5816	33,8136	37,5286
		0,2	Bu çalışma	32,5887	36,3214	40,7540
			Turan ve Adıyaman (2023)	32,6356	36,3665	40,7973
		0,3	Bu çalışma	34,9351	39,2935	44,6834
			Turan ve Adıyaman (2023)	34,9853	39,3416	44,7294
	1	0,1	Bu çalışma	66,4962	71,5976	76,9831
			Turan ve Adıyaman (2023)	66,5738	71,6727	77,0561
		0,2	Bu çalışma	79,8033	87,1609	95,2973
			Turan ve Adıyaman (2023)	79,8906	87,2449	95,3786
		0,3	Bu çalışma	101,0987	113,2276	127,9923
			Turan ve Adıyaman (2023)	101,1984	113,3231	128,0838
	2	0,1	Bu çalışma	91,6282	96,5293	101,5105
			Turan ve Adıyaman (2023)	91,7351	96,6327	101,6111
		0,2	Bu çalışma	124,7359	133,0964	141,8197
			Turan ve Adıyaman (2023)	124,8615	133,2175	141,9370
		0,3	Bu çalışma	210,7550	234,2678	262,0612
			Turan ve Adıyaman (2023)	210,9060	234,4124	262,1999

Şekil 12, Şekil 13 ve Şekil 14’te sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD kirişlerin önerilen çözüm ile elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin değişen gözeneklilik katsayısına ve L/h ’ye bağlı değişimleri verilmiştir. Grafikler incelendiğinde tüm sınır şartlarında e arttıkça boyutsuz maksimum yer değiştirmeler artmaktadır. Ayrıca L/h oranı arttıkça sonuçların belirli bir L/h değerine kadar azaldığı ve daha sonra sabit kaldığı görülmektedir. Ancak L/h arttıkça sonuçların artması beklenmektedir. Burada sonuçların azalmasının sebebi, değerlerin boyutsuz hale getirilirken L^4 ile bölünmesinden kaynaklanmaktadır.

Tablo 25: GFD-2 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	29,1883	32,1236	35,4337
			Turan ve Adıyaman (2023)	29,2309	32,1647	35,4735
		0,2	Bu çalışma	29,6635	32,7128	36,1821
			Turan ve Adıyaman (2023)	29,7076	32,7553	36,2236
		0,3	Bu çalışma	30,1563	33,3280	36,9732
			Turan ve Adıyaman (2023)	30,2021	33,3724	37,0173
	1	0,1	Bu çalışma	59,7018	63,8320	68,0985
			Turan ve Adıyaman (2023)	59,7754	63,9035	68,1683
		0,2	Bu çalışma	62,4008	66,9046	71,5988
			Turan ve Adıyaman (2023)	62,4791	66,9810	71,6745
		0,3	Bu çalışma	65,4530	70,4106	75,6404
			Turan ve Adıyaman (2023)	65,5373	70,4942	75,7268
	2	0,1	Bu çalışma	78,3594	82,1147	85,8810
			Turan ve Adıyaman (2023)	78,4613	82,2139	85,9781
		0,2	Bu çalışma	84,0916	88,2748	92,4847
			Turan ve Adıyaman (2023)	84,2065	88,3887	92,5989
		0,3	Bu çalışma	91,1741	95,9419	100,7750
			Turan ve Adıyaman (2023)	91,3087	96,0816	100,9269

Tablo 26: GFD-3 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-3	0	0,1	30,0373	33,1489	36,6939
		0,2	31,4714	34,9119	38,9141
		0,3	33,0513	36,8775	41,4371
	1	0,1	63,4511	68,1095	72,9837
		0,2	71,2174	77,0772	83,3747
		0,3	81,3353	89,0100	97,5815
	2	0,1	84,8906	89,2585	93,6888
		0,2	100,8057	106,7064	112,8028
		0,3	125,0680	133,8034	143,1025

Şekil 15'te $L/h=5$, $p_x=1$ ve $e=0,1$ için GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tip kirişlerde önerilen analitik çözüm ile elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin çeşitli sınır şartlarına ve değişen p_z değerlerine göre değişimi sunulmuştur. Grafikler incelendiğinde, tüm gözeneklilik tipleri için p_z değerinin artmasıyla en büyük boyutsuz yer değiştirmeler artmaktadır. Ayrıca konsol kirişlerde en büyük p_z değerinde maksimum boyutsuz yer değiştirme oluşmakta ve bu değer GFD-1 tipindeki kirişte diğerlerine göre daha büyüktür.

Tablo 27: GFD-1 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$)

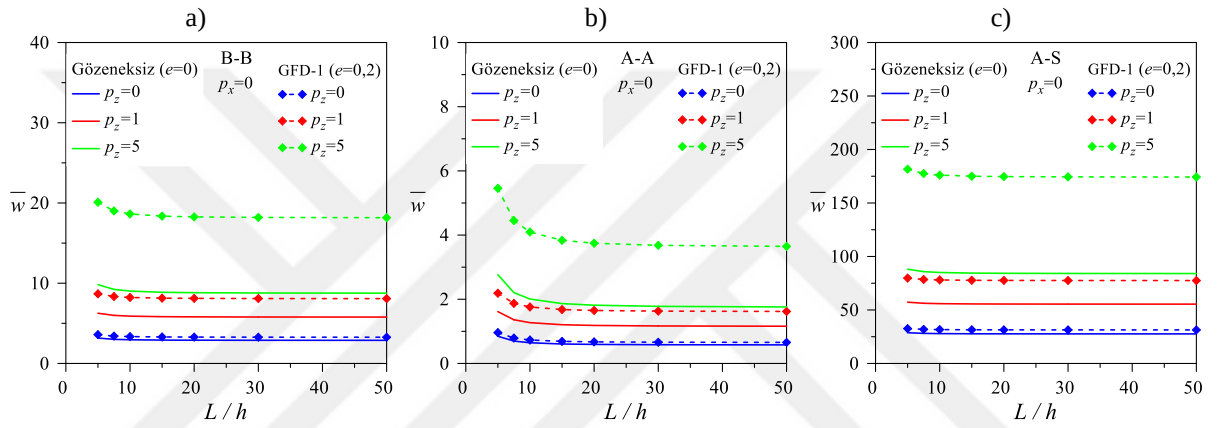
Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	29,4439	32,4613	35,9137
			Turan ve Adıyaman (2023)	29,4466	32,4640	35,9164
		0,2	Bu çalışma	31,4214	34,9026	39,0108
			Turan ve Adıyaman (2023)	31,4244	34,9055	39,0136
		0,3	Bu çalışma	33,6838	37,7455	42,7254
			Turan ve Adıyaman (2023)	33,6870	37,7486	42,7284
	1	0,1	Bu çalışma	64,5652	69,3416	74,3622
			Turan ve Adıyaman (2023)	64,5700	69,3464	74,3669
		0,2	Bu çalışma	77,6309	84,5630	92,1827
			Turan ve Adıyaman (2023)	77,6363	84,5683	92,1879
		0,3	Bu çalışma	98,6159	110,1626	124,1298
			Turan ve Adıyaman (2023)	98,6220	110,1686	124,1357
	2	0,1	Bu çalışma	88,8631	93,3870	97,9759
			Turan ve Adıyaman (2023)	88,8701	93,3938	97,9825
		0,2	Bu çalışma	121,4696	129,2718	137,3574
			Turan ve Adıyaman (2023)	121,4776	129,2796	137,3650
		0,3	Bu çalışma	206,8310	229,4401	256,0081
			Turan ve Adıyaman (2023)	206,8397	229,4489	256,0170

Tablo 28: GFD-2 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değiştirmeleri ($L/h=20$)

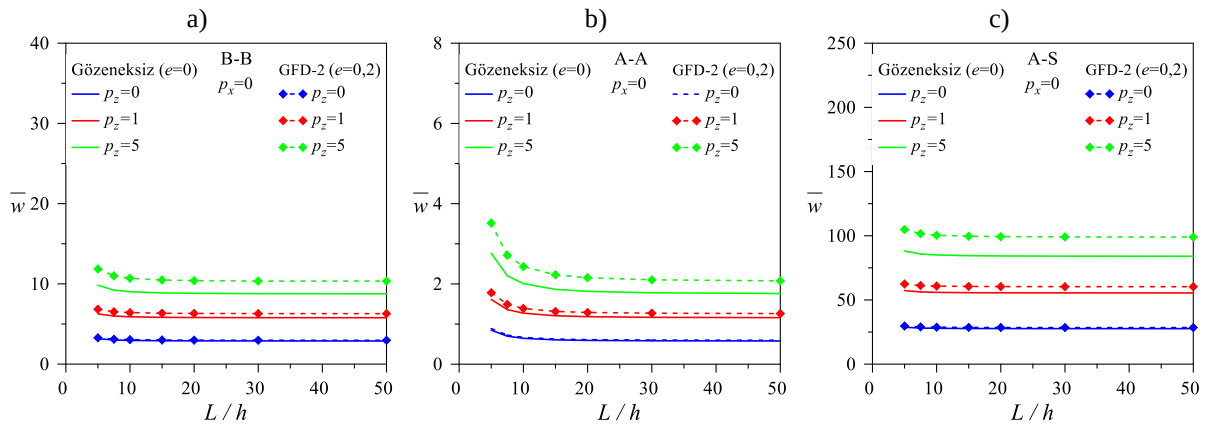
Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	28,1184	30,8473	33,9093
			Turan ve Adıyaman (2023)	28,1211	30,8500	33,9119
		0,2	Bu çalışma	28,5492	31,3707	34,5569
			Turan ve Adıyaman (2023)	28,5520	31,3735	34,5596
		0,3	Bu çalışma	28,9935	31,9125	35,2312
			Turan ve Adıyaman (2023)	28,9965	31,9155	35,2341
	1	0,1	Bu çalışma	57,8454	61,6760	65,6126
			Turan ve Adıyaman (2023)	57,8501	61,6806	65,6171
		0,2	Bu çalışma	60,4081	64,5568	68,8425
			Turan ve Adıyaman (2023)	60,4131	64,5618	68,8475
		0,3	Bu çalışma	63,3015	67,8315	72,5405
			Turan ve Adıyaman (2023)	63,3070	67,8371	72,5463
	2	0,1	Bu çalışma	75,7338	79,1515	82,5741
			Turan ve Adıyaman (2023)	75,7407	79,1581	82,5806
		0,2	Bu çalışma	81,1787	84,9303	88,6783
			Turan ve Adıyaman (2023)	81,1866	84,9381	88,6862
		0,3	Bu çalışma	87,9008	92,0969	96,2736
			Turan ve Adıyaman (2023)	87,9102	92,1067	96,2841

Tablo 29: GFD-3 Tipi A-S Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Maksimum Yer Değişimleri ($L/h=20$)

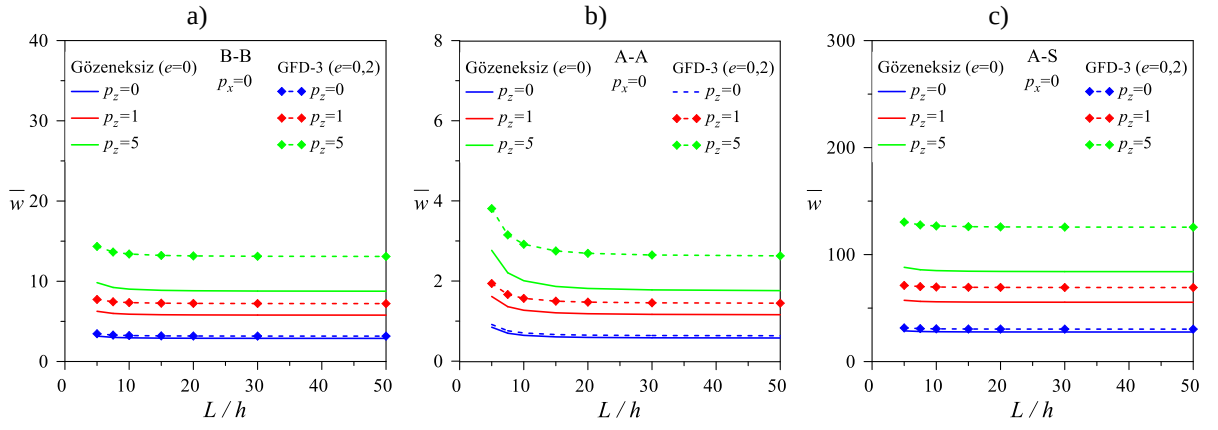
Tip	p_z	e	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$
GFD-3	0	0,1	28,9860	31,9013	35,2137
		0,2	30,3968	33,6318	37,3871
		0,3	31,9521	35,5629	39,8601
	1	0,1	61,6469	66,0290	70,6048
		0,2	69,3400	74,9009	80,8701
		0,3	79,3756	86,7261	94,9343
	2	0,1	82,3815	86,4496	90,5809
		0,2	98,1648	103,7327	109,4910
		0,3	122,2772	130,6414	139,5553



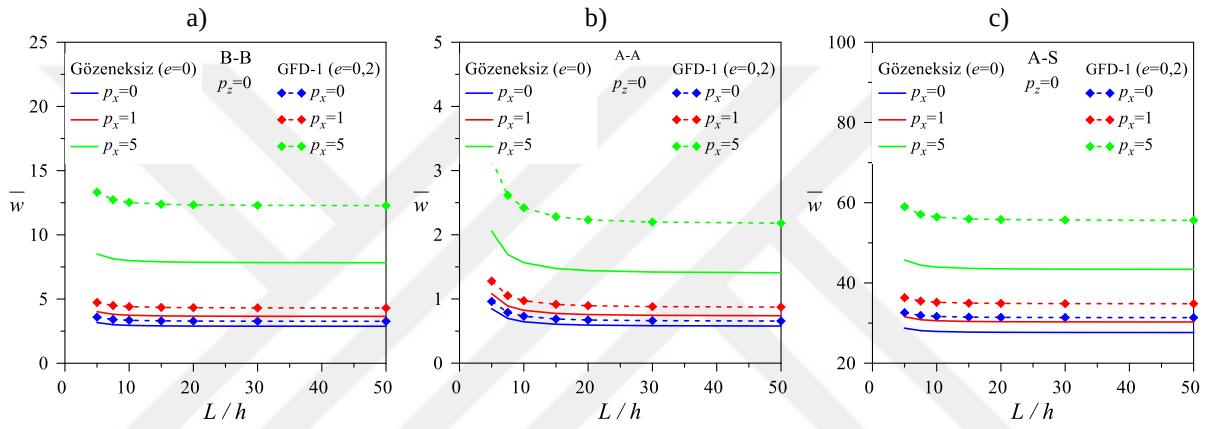
Şekil 6: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin $p_x=0$ ve $p_z=0, 1, 5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değişimlerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması



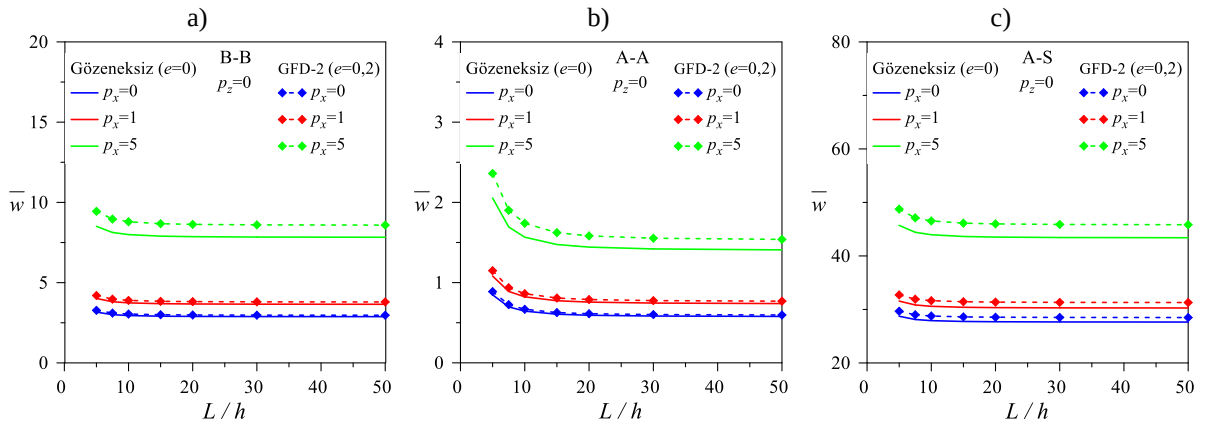
Şekil 7: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin $p_x=0$ ve $p_z=0,1,5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değişimlerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması



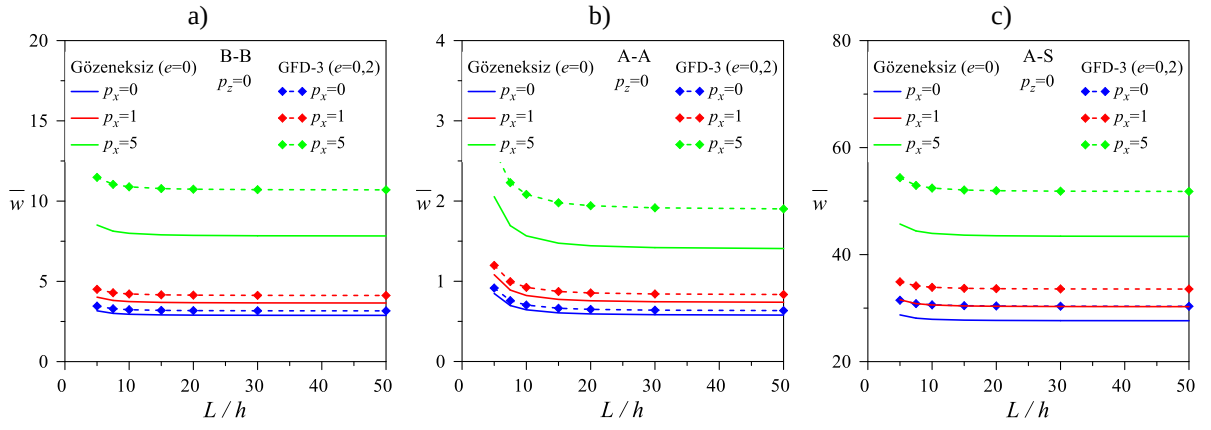
Şekil 8: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin $p_x=0$ ve $p_z=0, 1, 5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması



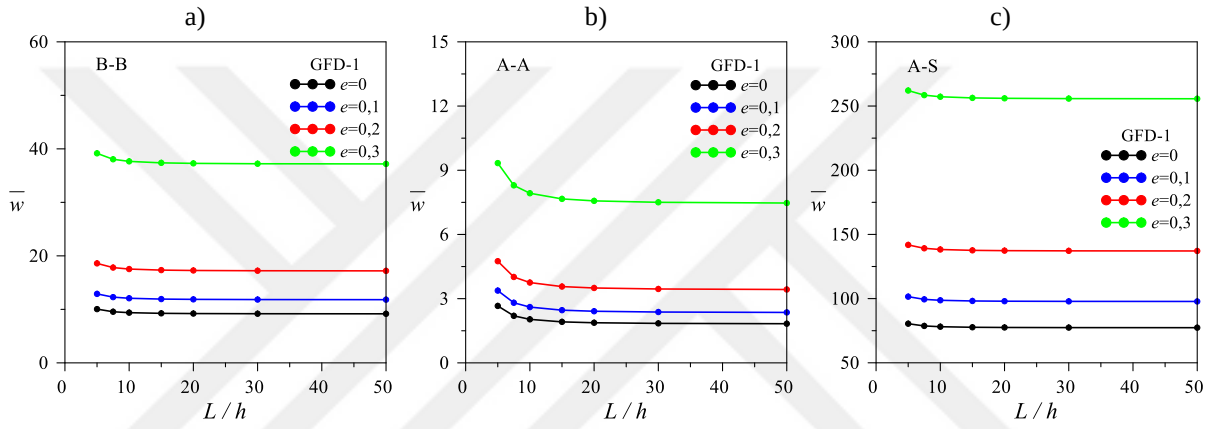
Şekil 9: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin $p_z=0$ ve $p_x=0, 1, 5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması



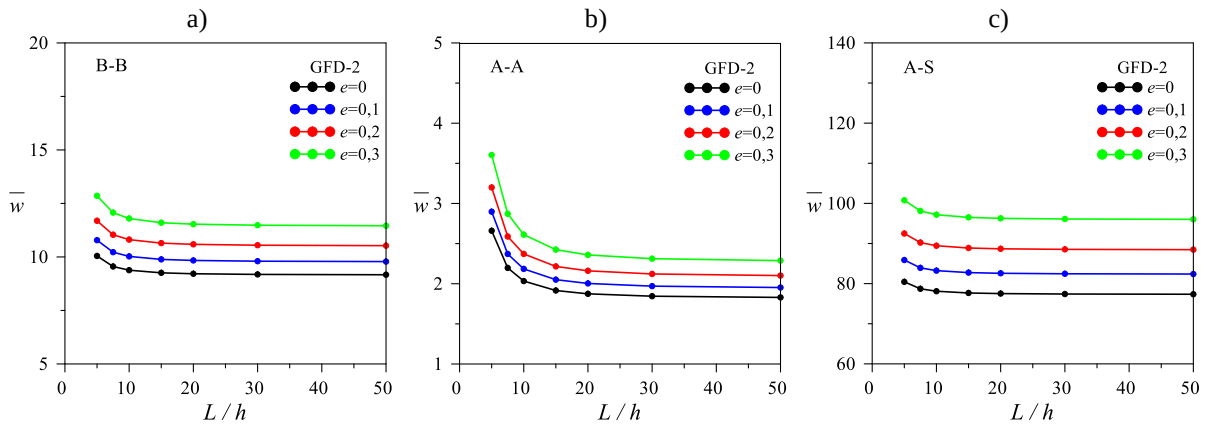
Şekil 10: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin $p_z=0$ ve $p_x=0, 1, 5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması



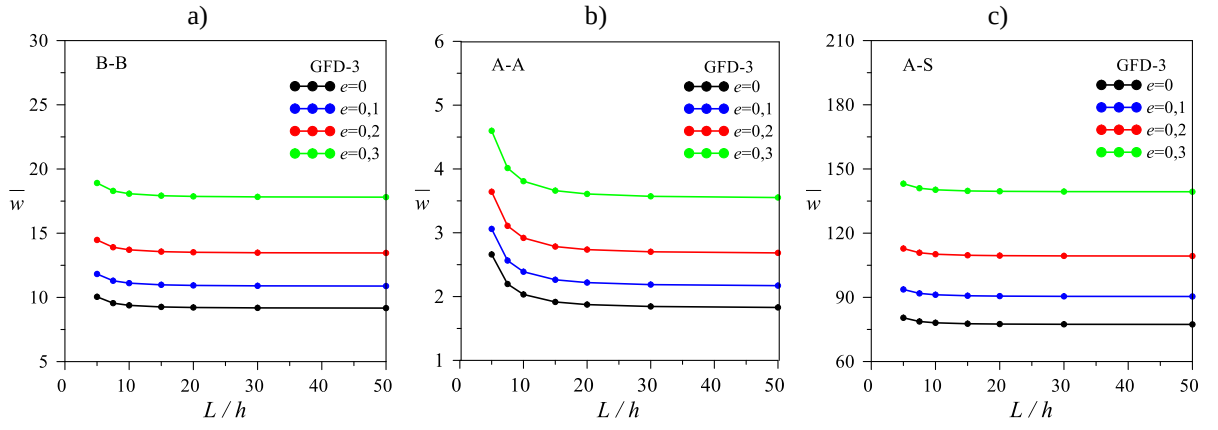
Şekil 11: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin $p_z=0$ ve $p_x=0, 1, 5$ için En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması



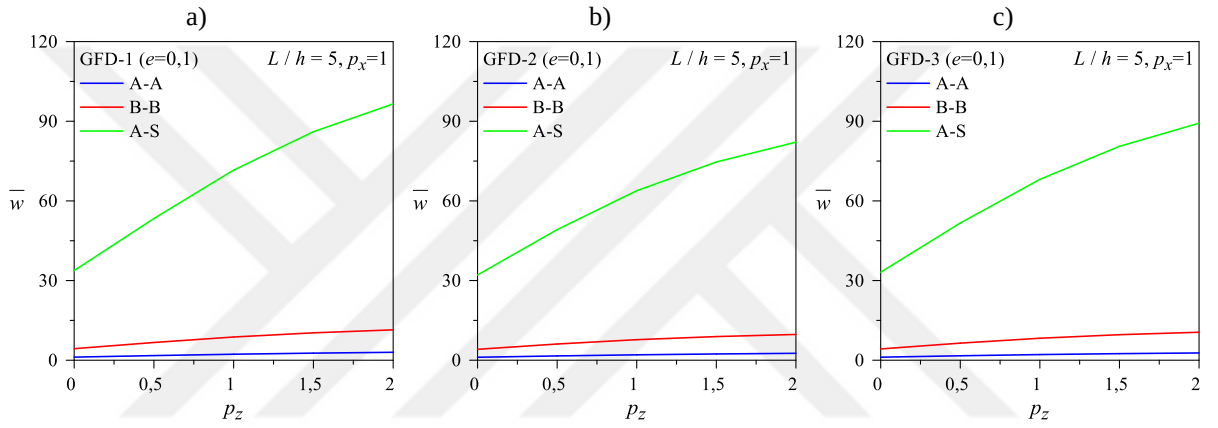
Şekil 12: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz En Büyük Yer Değiştirmelerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x = p_z = 2$)



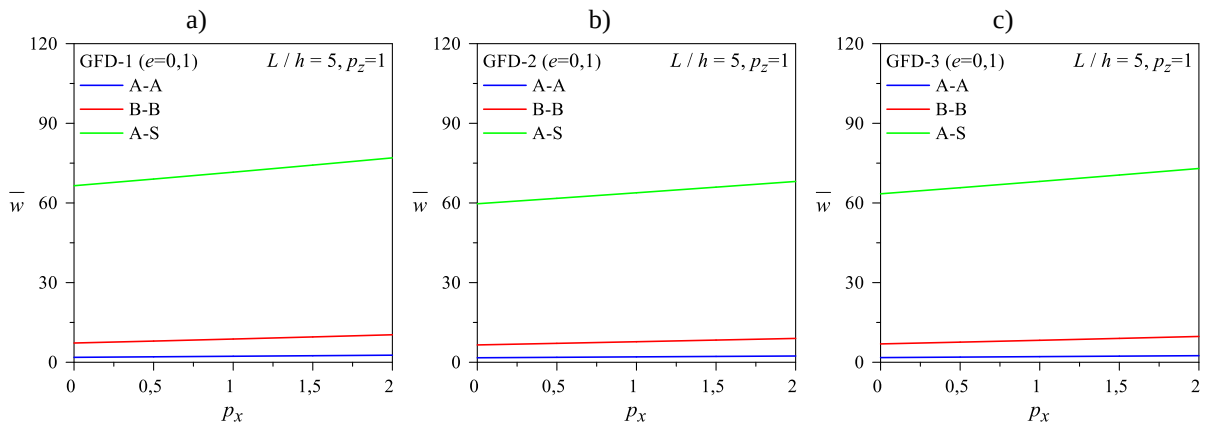
Şekil 13: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz En Büyük Yer Değiştirmelerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x = p_z = 2$)



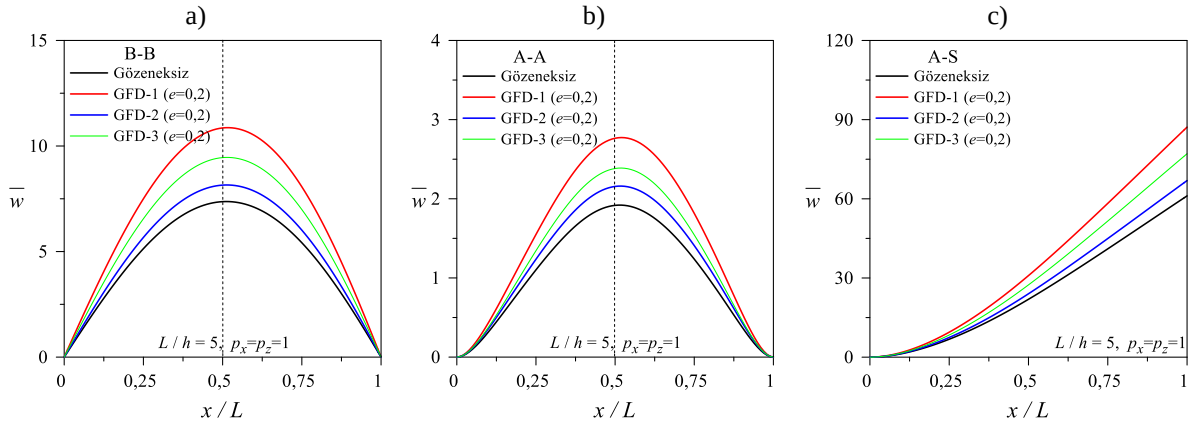
Şekil 14: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz En Büyük Yer Değiştirmelerinin L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x = p_z = 2$)



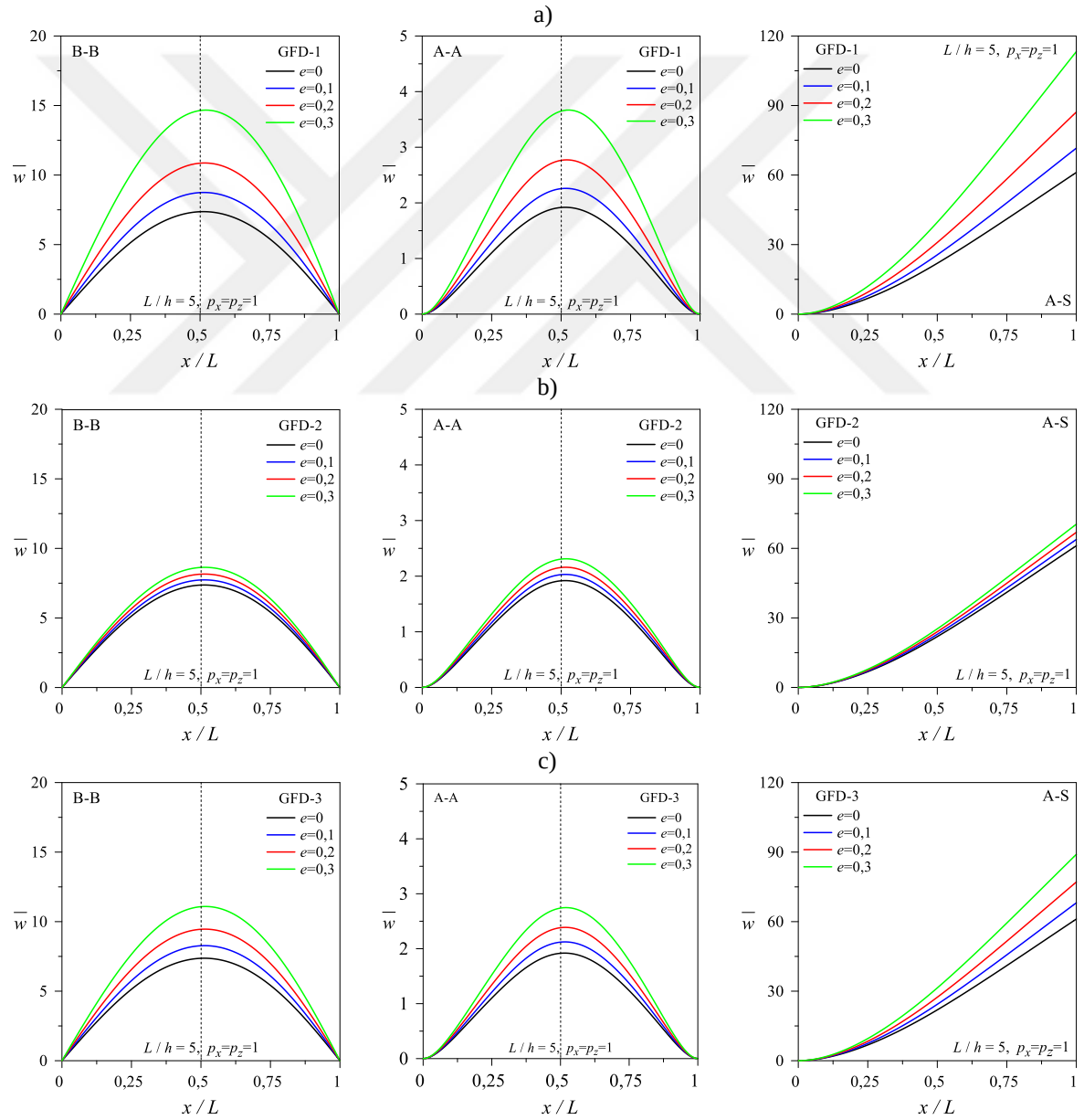
Şekil 15: a) GFD-1, b) GFD-2, c) GFD-3 Kirişlerinin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Farklı Sınır Koşullarına ve p_z 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x = 1$)



Şekil 16: a) GFD-1, b) GFD-2, c) GFD-3 Kirişlerinin En Büyük Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin Farklı Sınır Koşullarına ve p_x 'e Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_z = 1$)



Şekil 17: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 Tipindeki Kirişlerin Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=1, e=0,2$)



Şekil 18: a) GFD-1, b) GFD-2, c) GFD-3 Tipindeki Kirişlerin Farklı Sınır Şartına ve Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x / L 'ye Bağlı Değişimleri ($p_x=p_z=1$)

Şekil 16’da $L/h=5$, $p_z=1$ ve $e=0,1$ için GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tip kirişlerde önerilen analitik çözüm ile elde edilen en büyük boyutsuz yer değiştirmelerinin çeşitli sınır şartlarına ve değişen p_x değerlerine göre değişimi görülmektedir. Grafikler incelendiğinde tüm gözeneklilik tipleri için p_x değerinin artmasıyla sonuçların arttığı görülmektedir. Ayrıca konsol kirişlerde en büyük p_x değerinde maksimum boyutsuz yer değiştirme oluşmakta ve bu değer GFD-1 tipindeki kirişte diğerlerine göre daha fazladır.

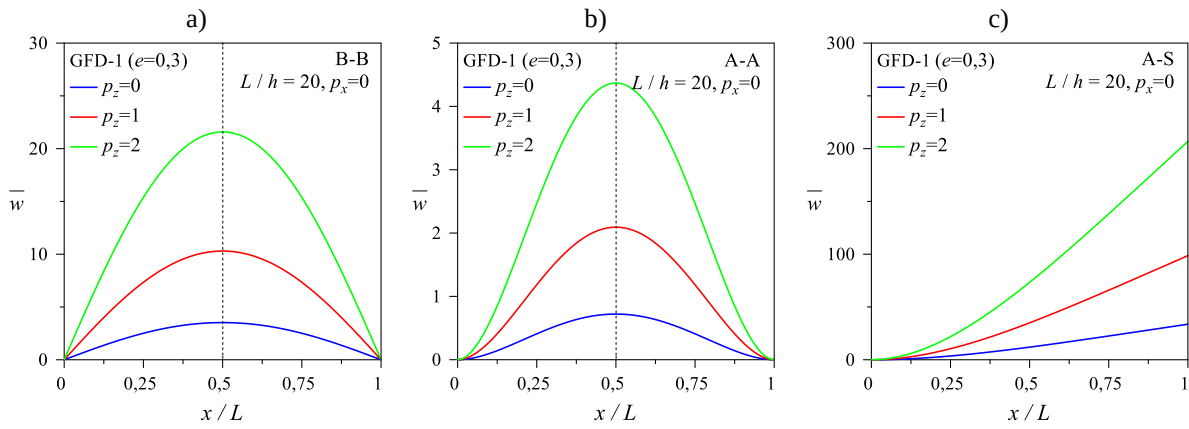
Şekil 17’de $L/h=5$, $e=0,2$ ve $p_x=p_z=1$ için farklı sınır şartlarına sahip 2D FD gözeneksiz, GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tip kirişlerde açıklık boyunca elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerinin değişimleri gösterilmiştir. Basit mesnetli ve iki ucu ankastre kirişlerde boyutsuz en büyük yer değiştirmeler kiriş uzunluğunun ortasında, konsol kirişlerde ise kirişin serbest ucunda oluşmaktadır. Gözeneksiz kirişlerde en küçük yer değiştirmeler meydana gelmektedir. Gözeneklilik tipleri karşılaştırıldığında ise en büyük yer değiştirmeler GFD-1 tip kirişlerde, en küçük yer değiştirmeler GFD-2 tip kirişlerde meydana gelmektedir. Sınır şartlarının boyutsuz yer değiştirmelerine etkisi incelenirse en büyük yer değiştirmeler konsol kirişte, en küçük yer değiştirmeler ise iki ucu ankastre kirişte meydana gelmektedir.

Şekil 18’de $L/h=5$ ve $p_x=p_z=1$ için farklı sınır şartlarına sahip 2D FD GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tip kirişlerde değişen gözeneklilik katsayısına göre elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerin kirişin açıklığı boyunca değişimleri gösterilmiştir. Grafikler incelendiğinde e arttıkça boyutsuz yer değiştirmelerin arttığı görülmektedir. Gözeneklilik tipleri karşılaştırılırsa en büyük boyutsuz yer değiştirmeler GFD-1 tip kirişlerde, en küçüğü ise GFD-2 tip kirişlerde meydana gelmektedir. Ayrıca en büyük yer değiştirmeler konsol kirişte, en küçük yer değiştirmeler ise iki ucu ankastre mesnetli kirişte oluşmaktadır.

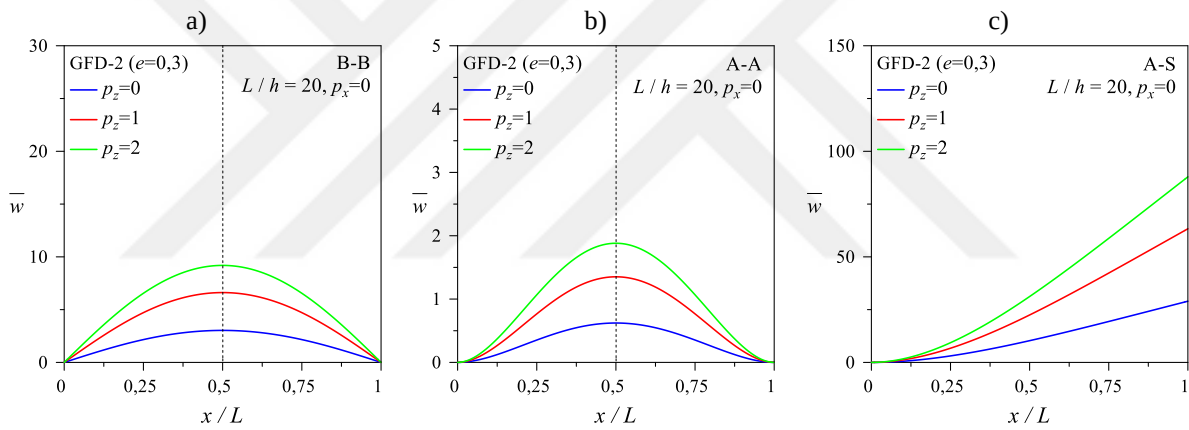
Şekil 19, Şekil 20 ve Şekil 21’de $p_x=0$ ve $L/h=20$ için sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD gözenekli kirişlerin farklı p_z değerlerine göre elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerin kirişin açıklığı boyunca değişimleri gösterilmiştir. p_z arttıkça boyutsuz yer değiştirmelerin arttığı görülmektedir. En büyük boyutsuz yer değiştirmeler konsol kirişte kirişin serbest ucunda, en küçüğü ise iki ucu ankastre mesnetli kirişte oluşmaktadır. En büyük yer değiştirmeler GFD-1 tip kirişte, en küçüğü ise GFD-2 tip kirişte elde edilmiştir.

Şekil 22, 23 ve 24’te $p_x=2$ ve $L/h=20$ için sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD gözenekli kirişlerin farklı p_z değerlerine göre elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerin kirişin açıklığı boyunca değişimleri gösterilmiştir. En büyük boyutsuz yer değiştirmeler konsol kirişte kirişin serbest ucunda, en küçüğü ise iki ucu ankastre mesnetli kirişte oluşmaktadır. En büyük yer değiştirmeler GFD-1 tip kirişte, en küçüğü ise

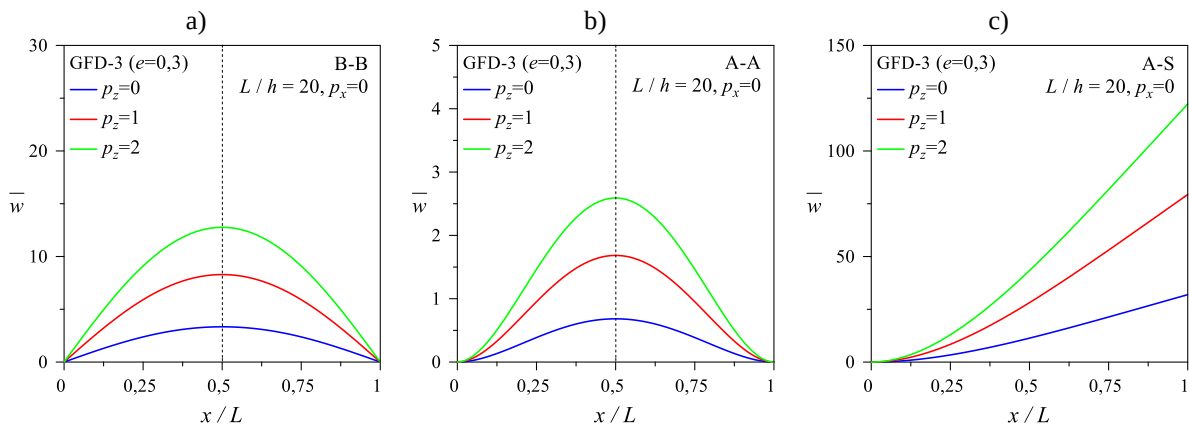
GFD-2 tip kirişte elde edilmiştir. Tüm gözeneklilik tiplerinde p_x değeri arttıkça boyutsuz yer değiştirme değerleri de artmaktadır. Örneğin Şekil 19 ve Şekil 22 karşılaştırılırsa en büyük yer değiştirme değerleri $p_x=2$ olduğu durumda elde edilmiştir.



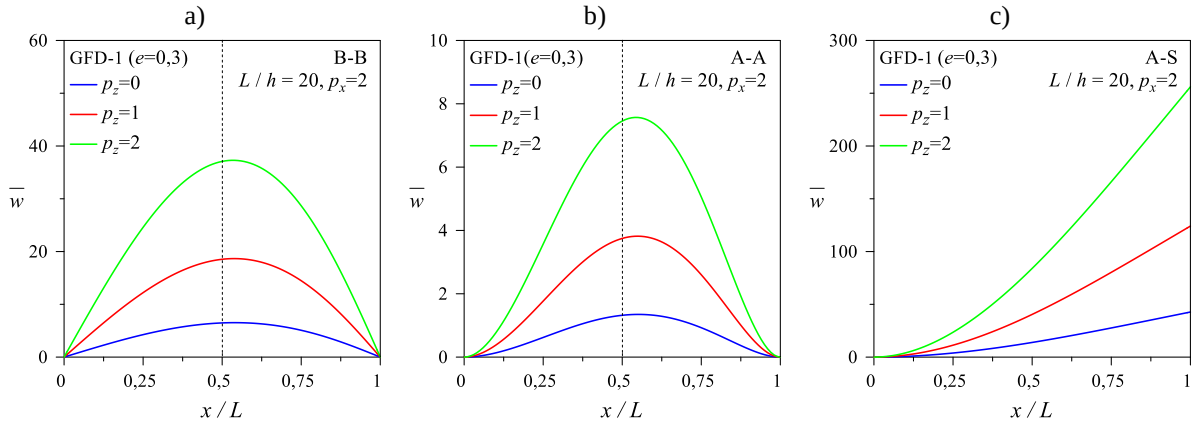
Şekil 19: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Değişen $p_z=0, 1, 2$ için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=0$)



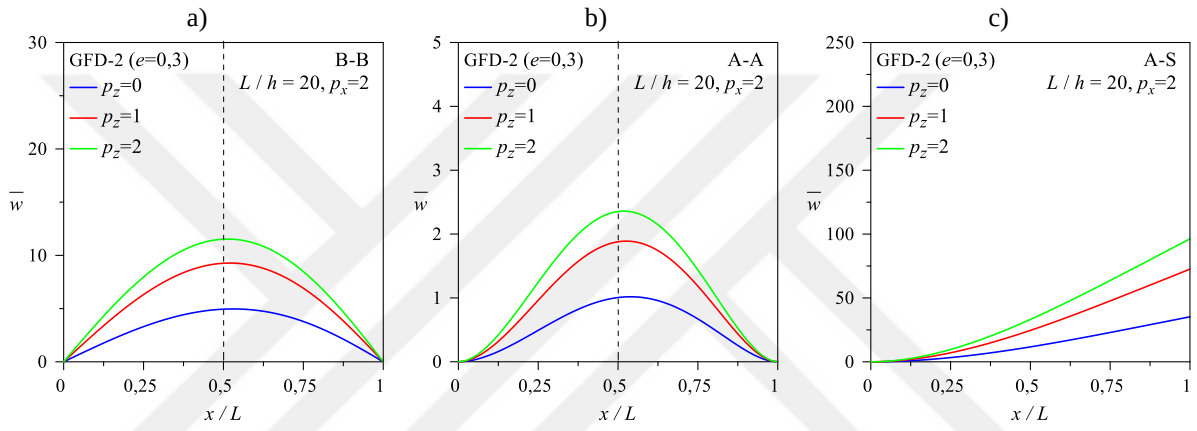
Şekil 20: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Değişen $p_z=0, 1, 2$ için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=0$)



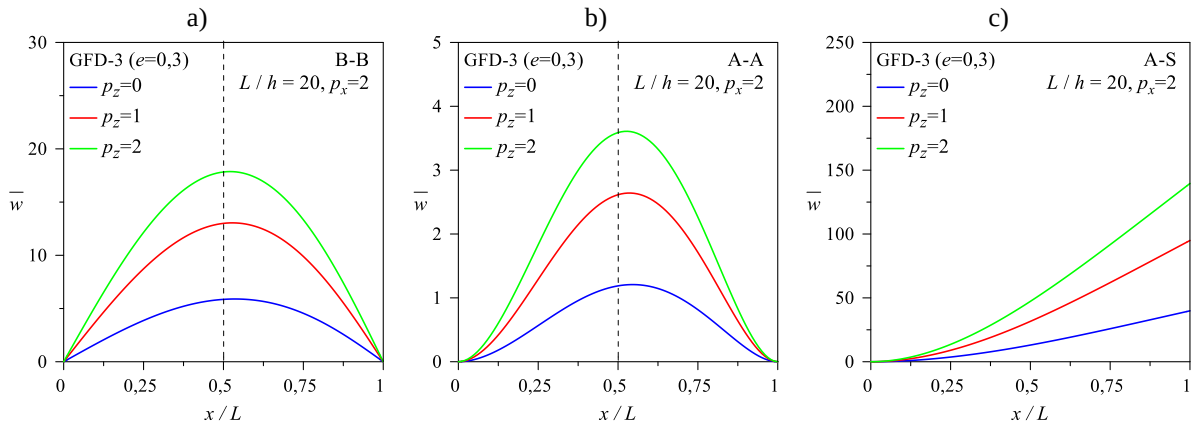
Şekil 21: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Değişen $p_z=0, 1, 2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=0$)



Şekil 22: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin $p_x=2$ ve Değişen $p_z=0, 1, 2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=2$)

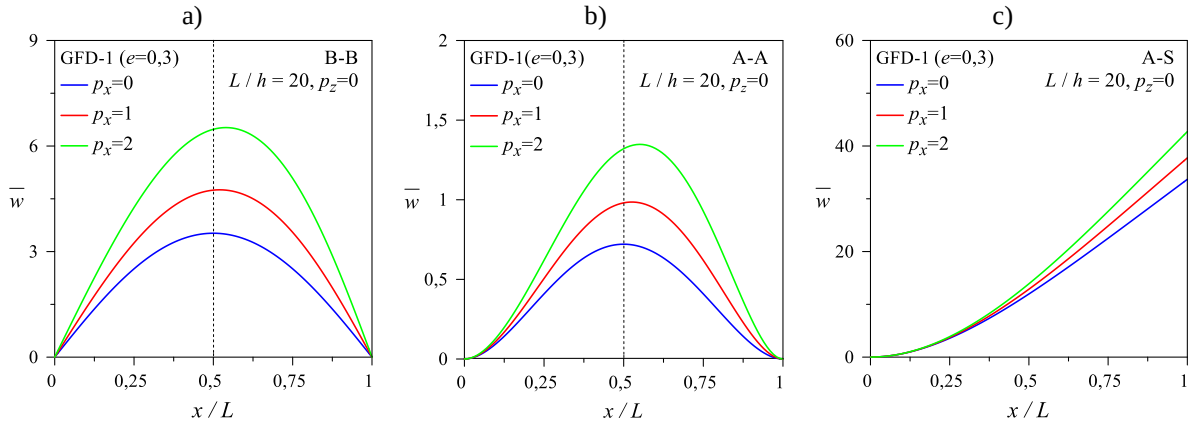


Şekil 23: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin $p_x=2$ ve Değişen $p_z=0, 1, 2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=2$)

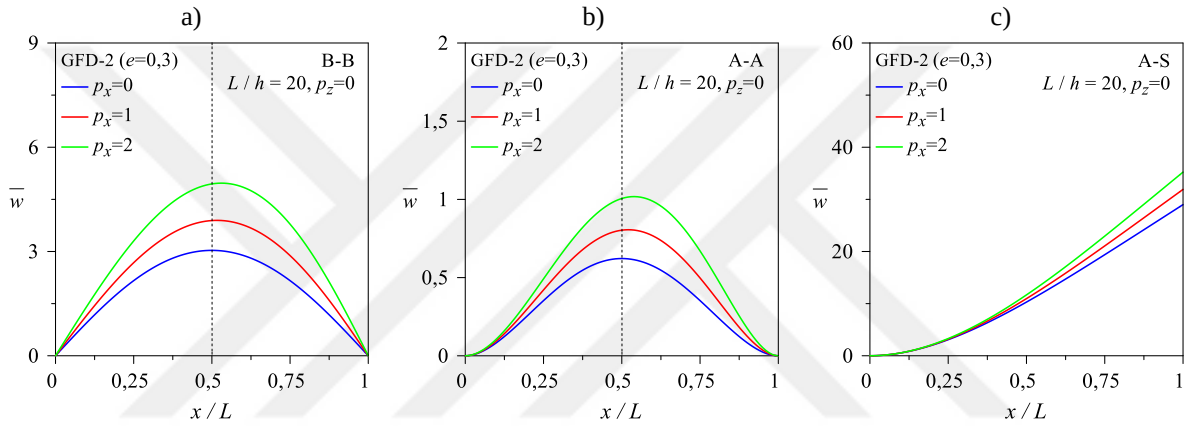


Şekil 24: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin $p_x=2$ ve Değişen $p_z=0, 1, 2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_x=2$)

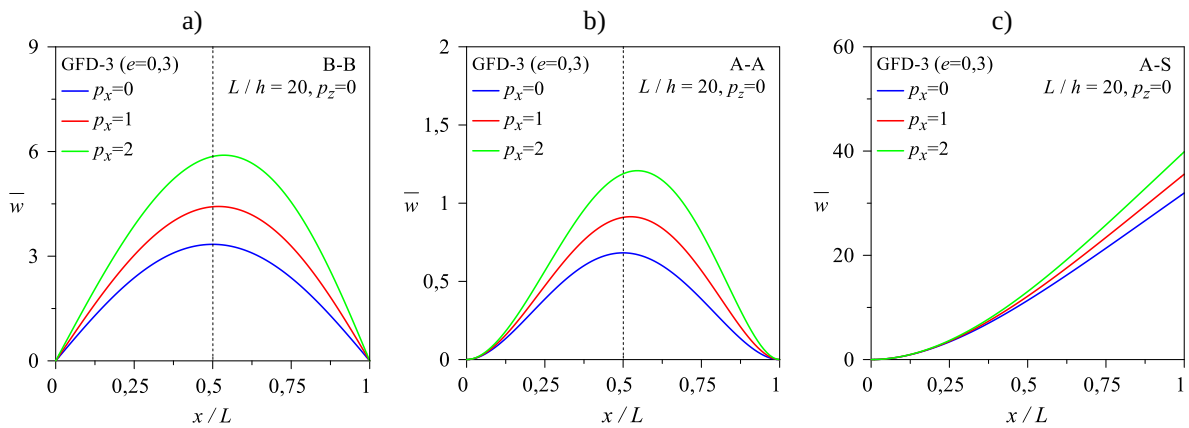
Şekil 25, 26 ve 27'de $p_z=0$ ve $L/h=20$ için sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD gözenekli kirişlerin farklı p_x değerlerine göre elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerin kirişin açıklığı boyunca değişimleri gösterilmiştir. En büyük yer değiştirmelerin p_x arttıkça arttığı görülmektedir.



Şekil 25: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin $p_z=0$ ve Değişen $p_x=0, 1, 2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=0$)



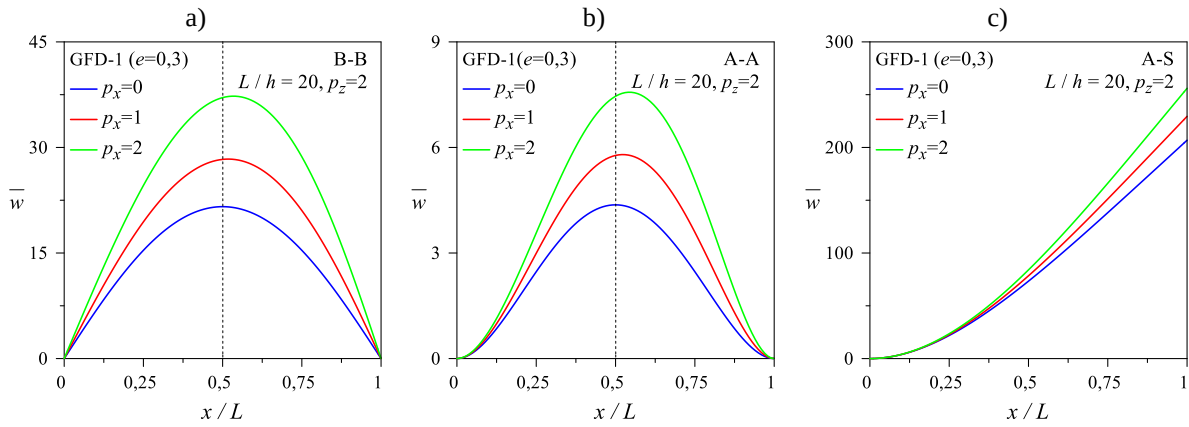
Şekil 26: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin $p_z=0$ ve Değişen $p_x=0, 1, 2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=0$)



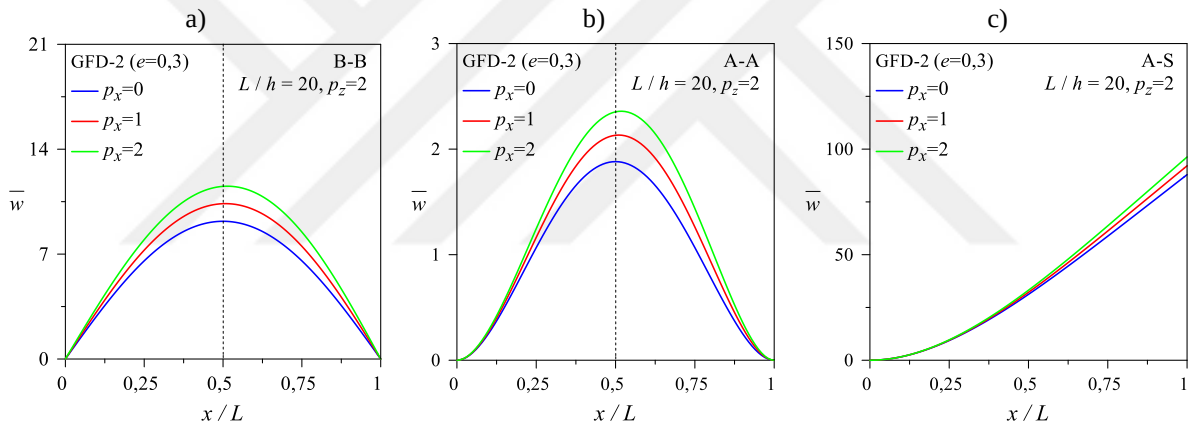
Şekil 27: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin $p_z=0$ ve Değişen $p_x=0, 1, 2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=0$)

Şekil 28, 29 ve 30'da $p_z=2$ ve $L/h=20$ için sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD gözenekli kirişlerin farklı p_x değerlerine göre elde edilen boyutsuz yer değiştirmelerin kirişin açıklığı boyunca değişimleri gösterilmiştir. Ayrıca tüm

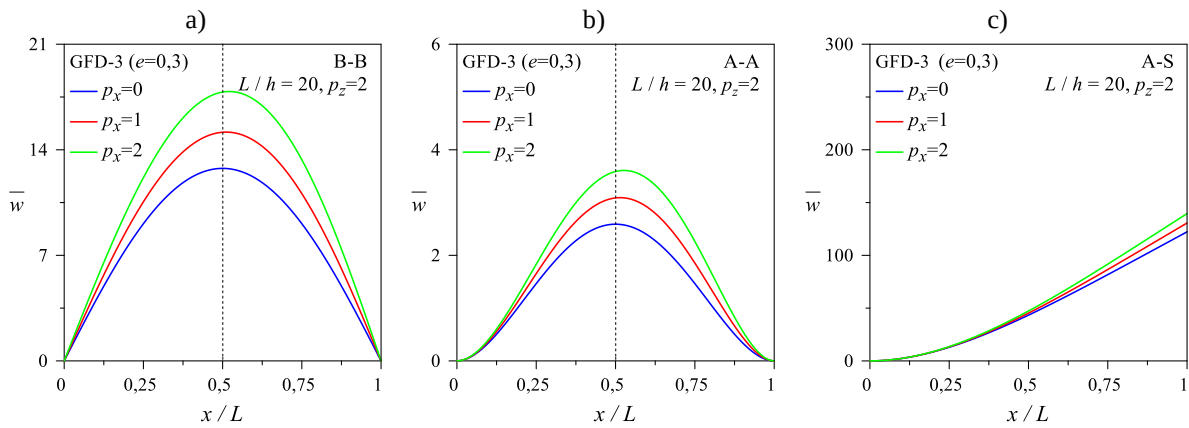
gözeneklilik tiplerinde p_x değeri arttıkça boyutsuz yer değiştirme değerleri de artmaktadır. Örneğin, Şekil 27 ve Şekil 30 karşılaştırılırsa en büyük yer değiştirme değerlerinin $p_z=2$ olduğu durumda elde edildiği görülmektedir.



Şekil 28: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin $p_z=2$ ve Değişen $p_x=0, 1, 2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=2$)

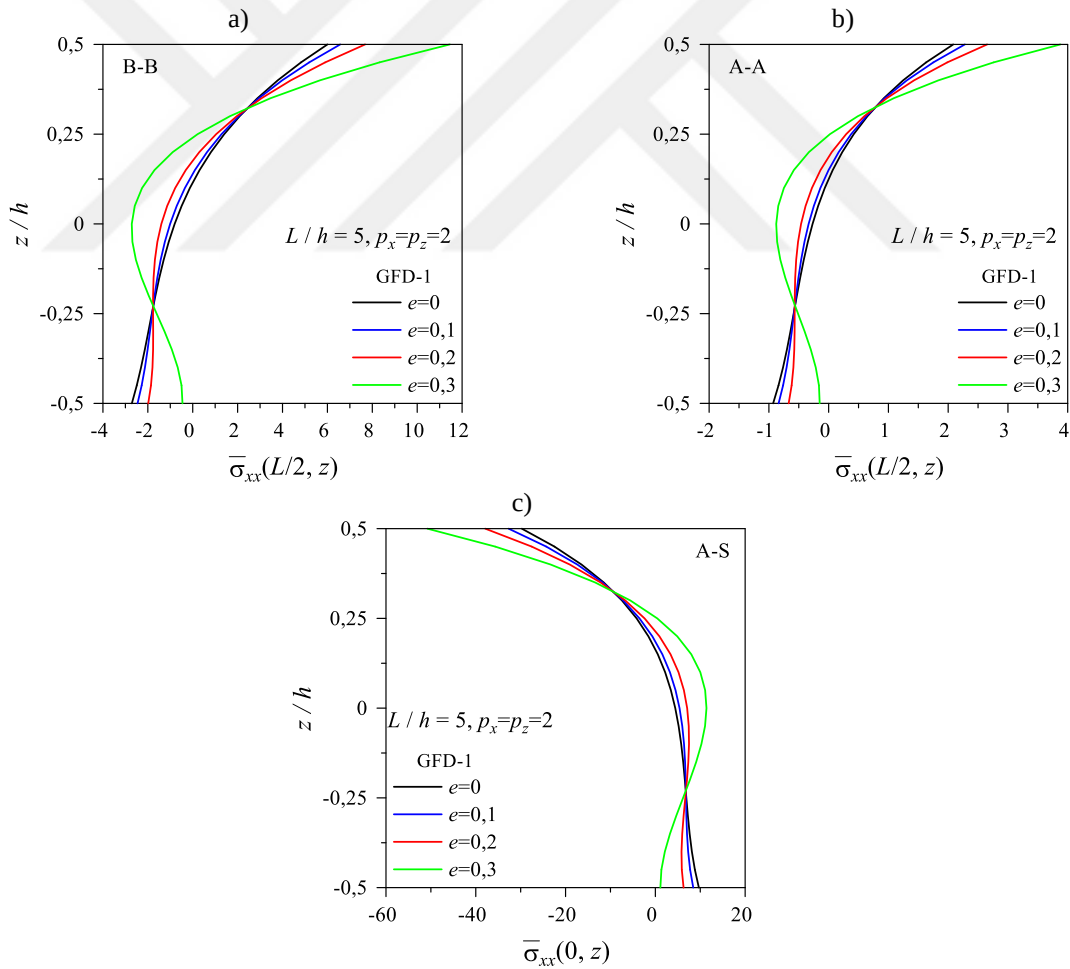


Şekil 29: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin $p_z=2$ ve Değişen $p_x=0, 1, 2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=2$)

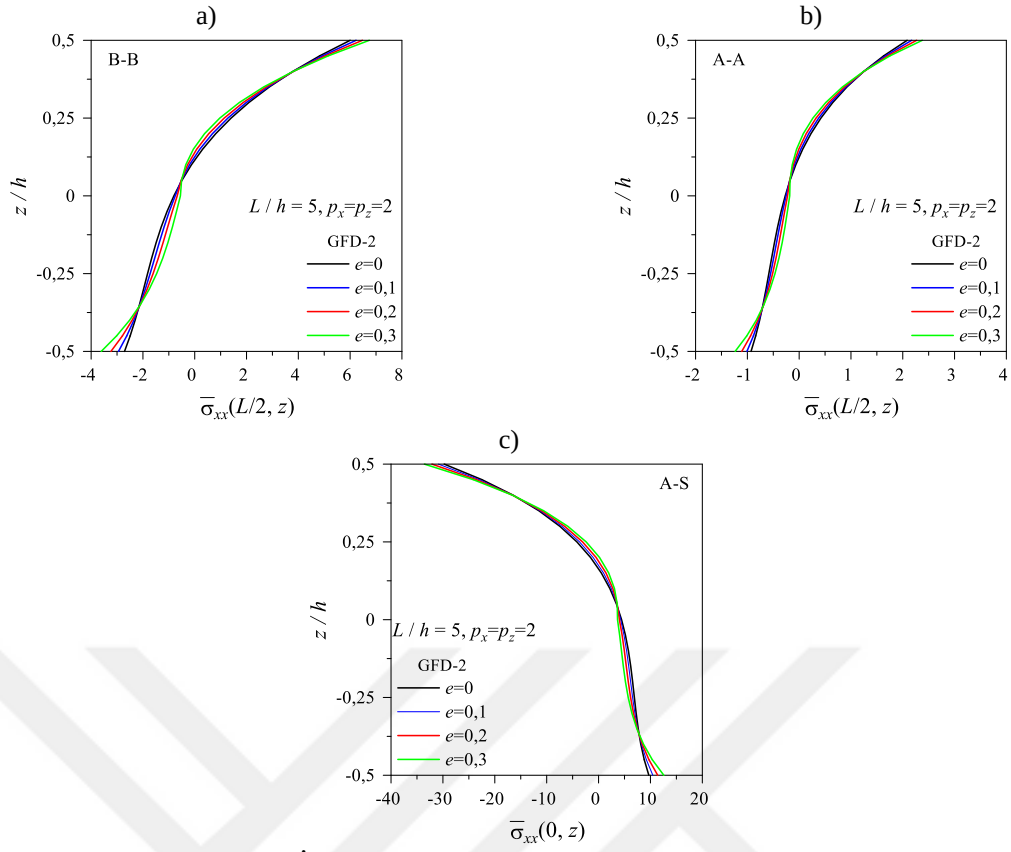


Şekil 30: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre c) Konsol GFD-3 Kirişinin $p_z=2$ ve Değişen $p_x=0, 1, 2$ Değerleri için Boyutsuz Yer Değiştirmelerinin x/L 'ye Bağlı Değişimleri ($L/h=20, p_z=2$)

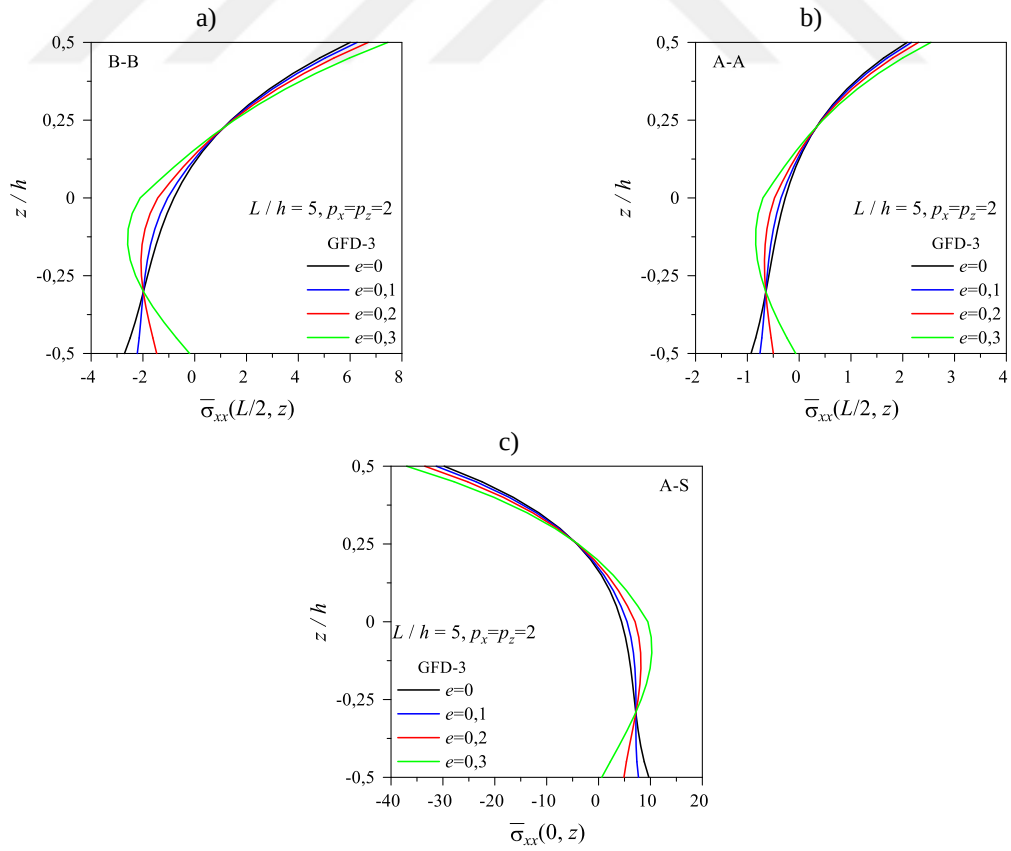
Şekil 31, 32 ve 33'te sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD kirişlerinde $L/h=5$ ve $p_x=p_z=2$ için değişen gözeneklilik katsayısına göre oluşan boyutsuz normal gerilmelerinin z/h 'ye bağlı değişimleri verilmiştir. B-B ve A-A kirişte eğilme momenti kirişin orta kesitinde, A-S'de ise ankastre mesnetin olduğu yerde en büyük olduğundan grafiklerdeki boyutsuz normal gerilmelere B-B ve A-A kirişin orta kesitinde, A-S kirişin sol kenarında bakılmaktadır. Konsol kirişte basınç bölgesi kiriş kesitinin üst kısmında, çekme bölgesi ise alt kısmında meydana gelmektedir. Üç farklı tipteki gözenekli kirişte de mutlak değerce en büyük boyutsuz normal gerilmeler kesitin üst yüzeyinde, en küçük gerilmeler ise kesitin alt yüzeyinde meydana gelmektedir. e arttıkça kiriş kesitinin üst yüzeyinde oluşan normal gerilmeler mutlak değerce artmakta, alt yüzeyinde ise azalmaktadır. e 'nin artmasıyla normal gerilmelerde artış, GFD-1 tip kirişte belirgin şekilde görülürken, GFD-2 ve GFD-3 tip kirişlerde daha az belirgindir. Mutlak değerce en büyük boyutsuz normal gerilmeler konsol kirişte oluşmaktadır.



Şekil 31: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Boyutsuz Normal Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z/h 'ye Bağlı Değişimleri

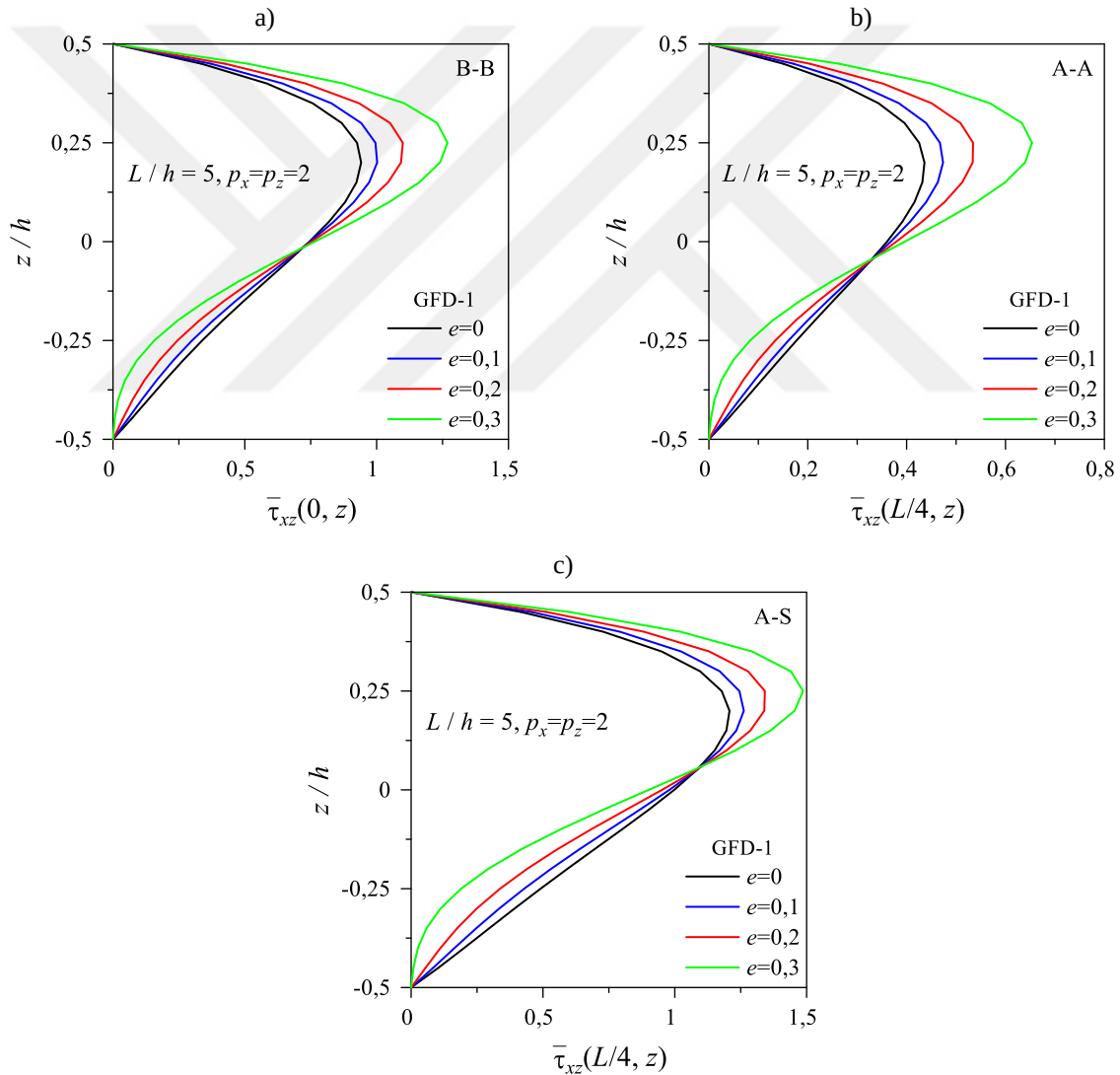


Şekil 32: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Boyutsuz Normal Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z/h 'ye Bağlı Değişimleri

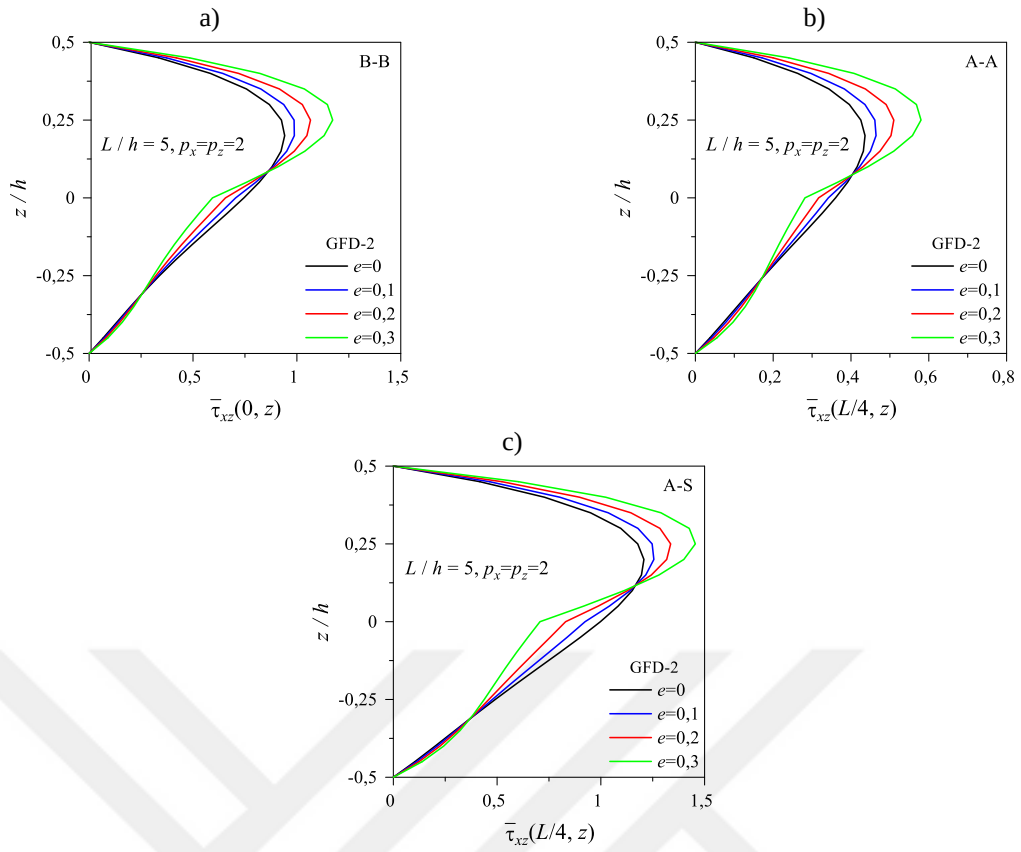


Şekil 33: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Boyutsuz Normal Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z/h 'ye Bağlı Değişimleri

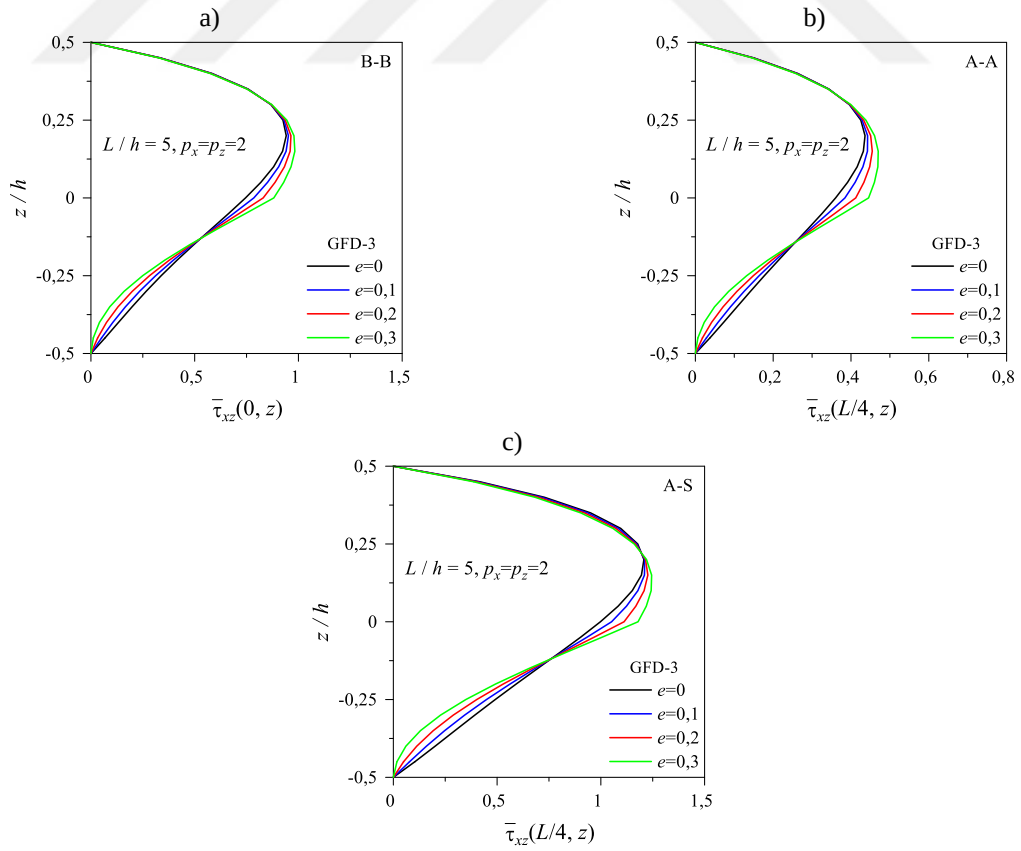
Şekil 34, 35 ve 36’da sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD kirişlerinde $L/h=5$ ve $p_x=p_z=2$ için değişen gözeneklilik katsayısına göre oluşan boyutsuz kayma gerilmelerinin z/h ’ye bağlı değişimleri verilmiştir. Basit mesnetli kirişte boyutsuz kayma gerilmelerine $x=0$ ’daki kesitte, iki ucu ankastre mesnetli ve konsol kirişte $x=L/4$ ’deki kesitte bakılmaktadır. Kesitler incelendiğinde, yaklaşık olarak en büyük boyutsuz kayma gerilmeleri $z/h=0,25$ ’e yakın bir bölgede oluşmaktadır. Bu durum z doğrultusundaki derecelendirme endeksine bağlıdır. Kesitin üst ve alt noktalarında kayma gerilme değeri sıfırdır. e arttıkça en büyük boyutsuz kayma gerilmelerinin değeri artmaktadır. e ’nin artmasıyla kayma gerilmelerinde en fazla artış GFD-1 tip kirişte, en az artış GFD-3 tip kirişte görülmektedir. Konsol kirişte en büyük değerler meydana gelmektedir.



Şekil 34: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z/h ’ye Bağlı Değişimleri

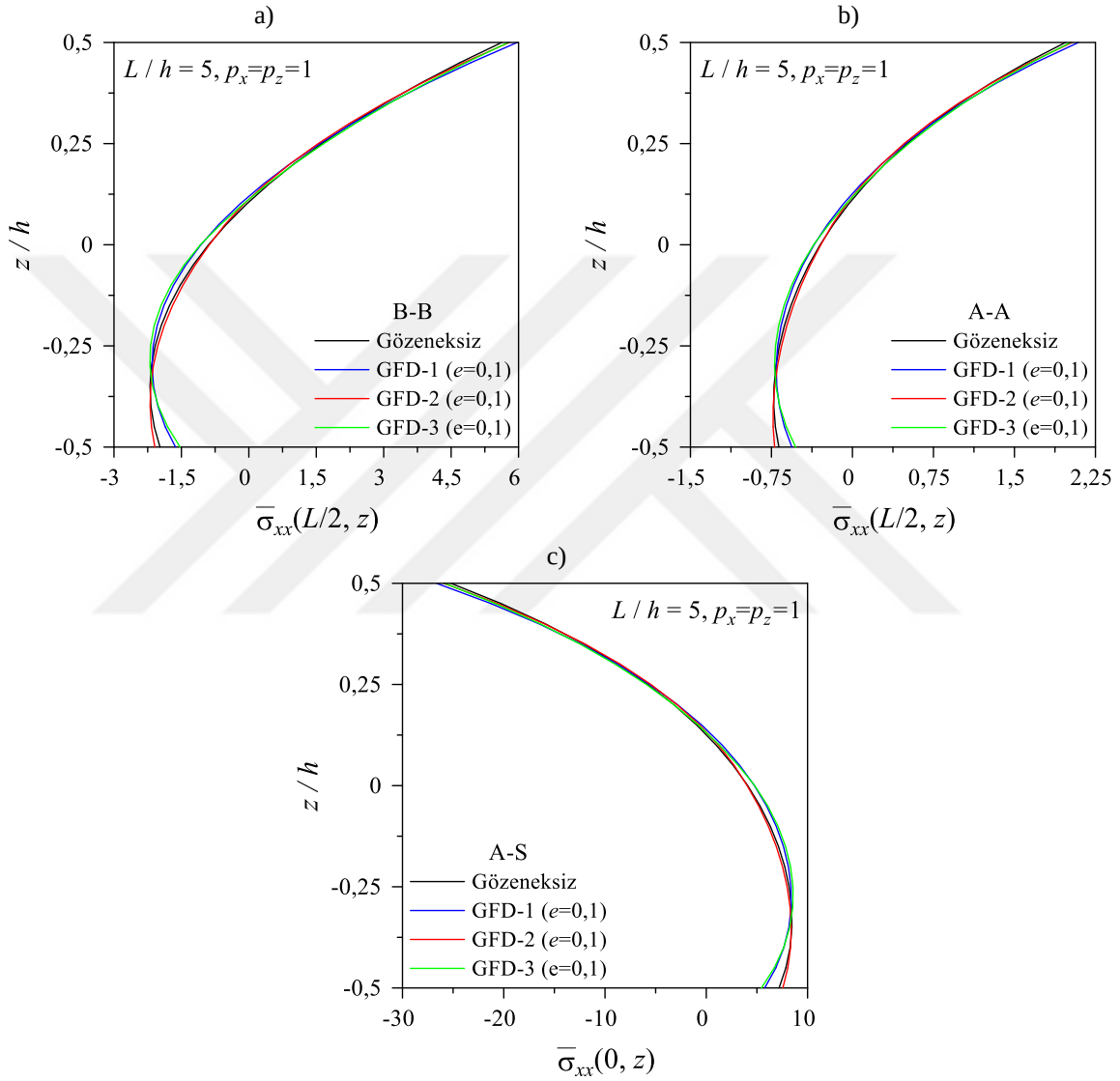


Şekil 35: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z/h 'ye Bağlı Değişimleri

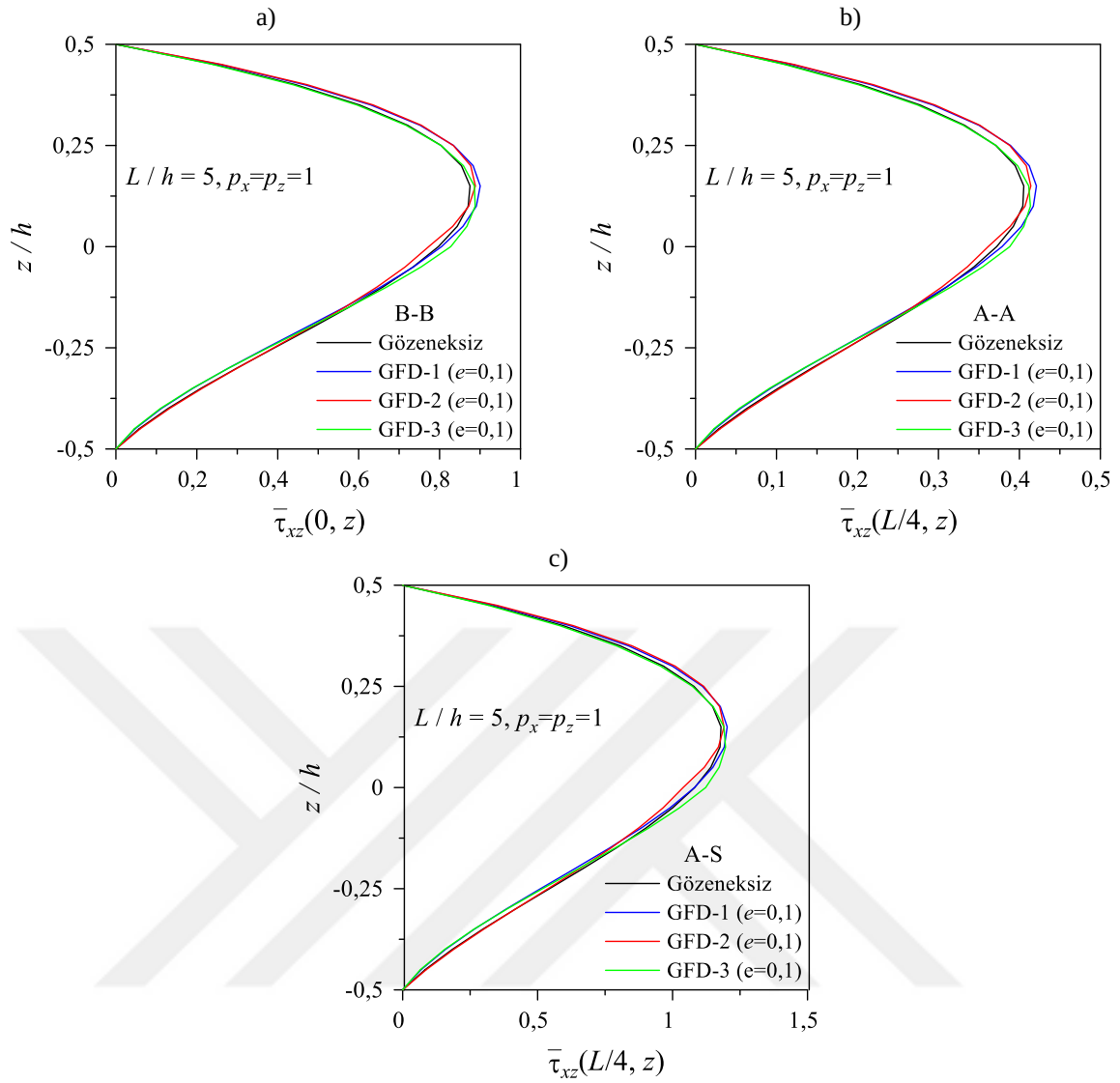


Şekil 36: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına ve z/h 'ye Bağlı Değişimleri

Şekil 37 ve 38’de $p_x=p_z=1$ ve $e=0,1$ için farklı sınır şartlarına sahip gözeneksiz, GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 kirişlerinin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin z/h ’ye bağlı değişimleri gösterilmiştir. Gözeneklilik tiplerinin boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri üzerindeki etkisi incelenirse, grafiklerdeki sonuçlar birbirine yakın çıkmış olsa da mutlak değerce en büyük boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri GFD-1 tip kirişte, en küçük değerler ise GFD-3 tip kirişte oluşmaktadır.

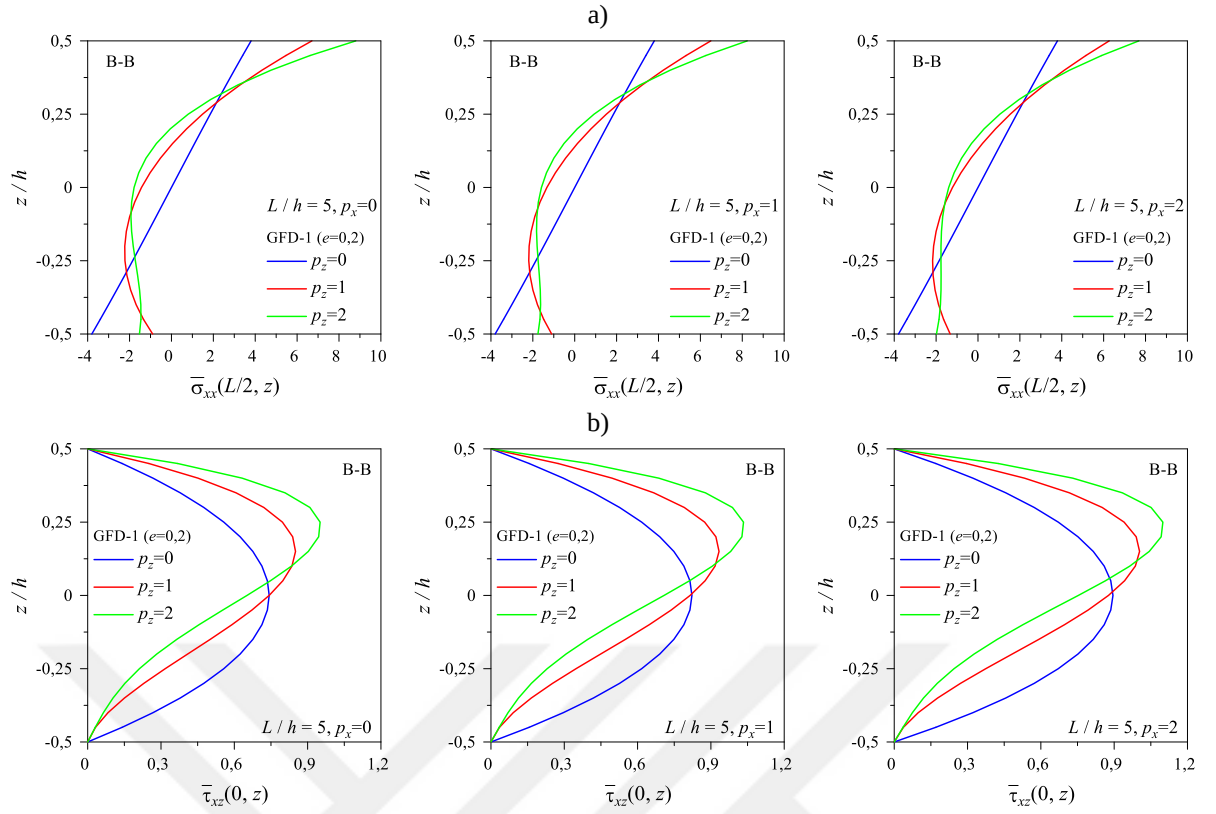


Şekil 37: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Normal Gerilmelerinin z/h ’ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=1, e=0,1$)

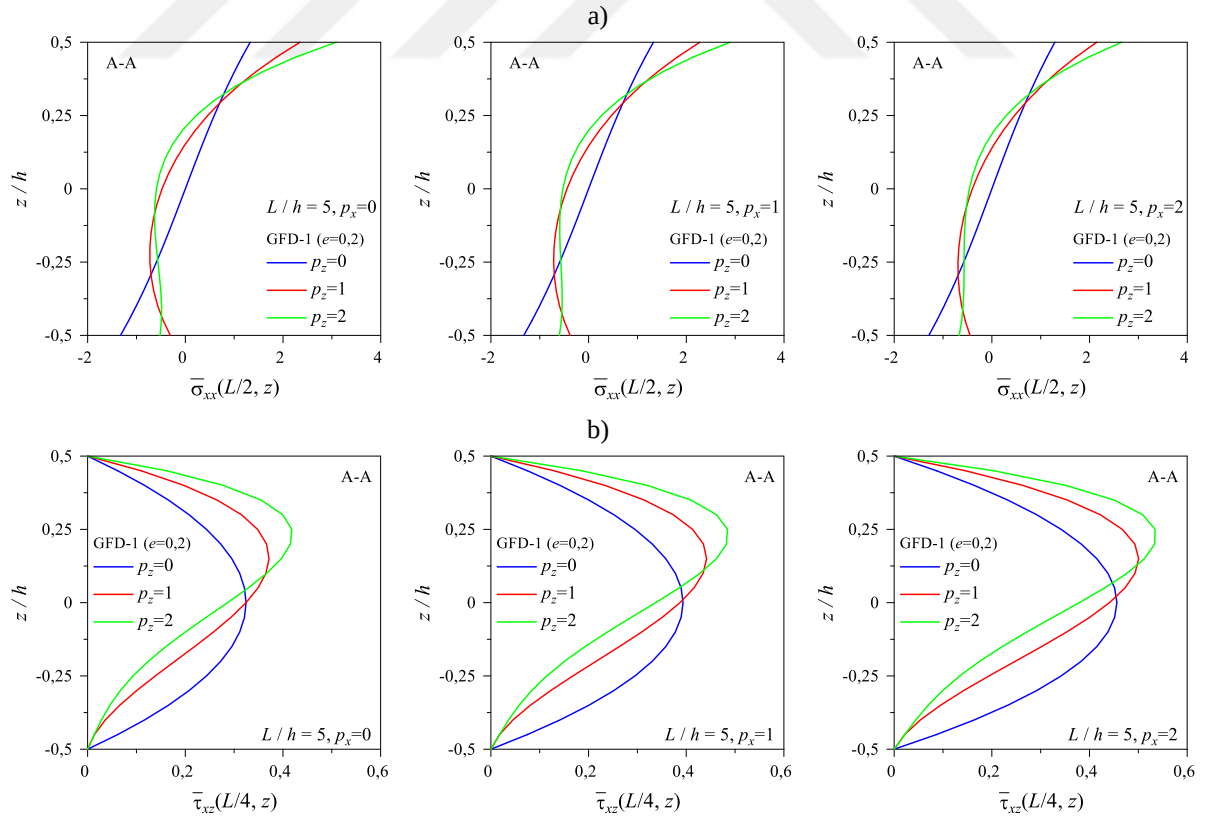


Şekil 38: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin z/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=1, e=0,1$)

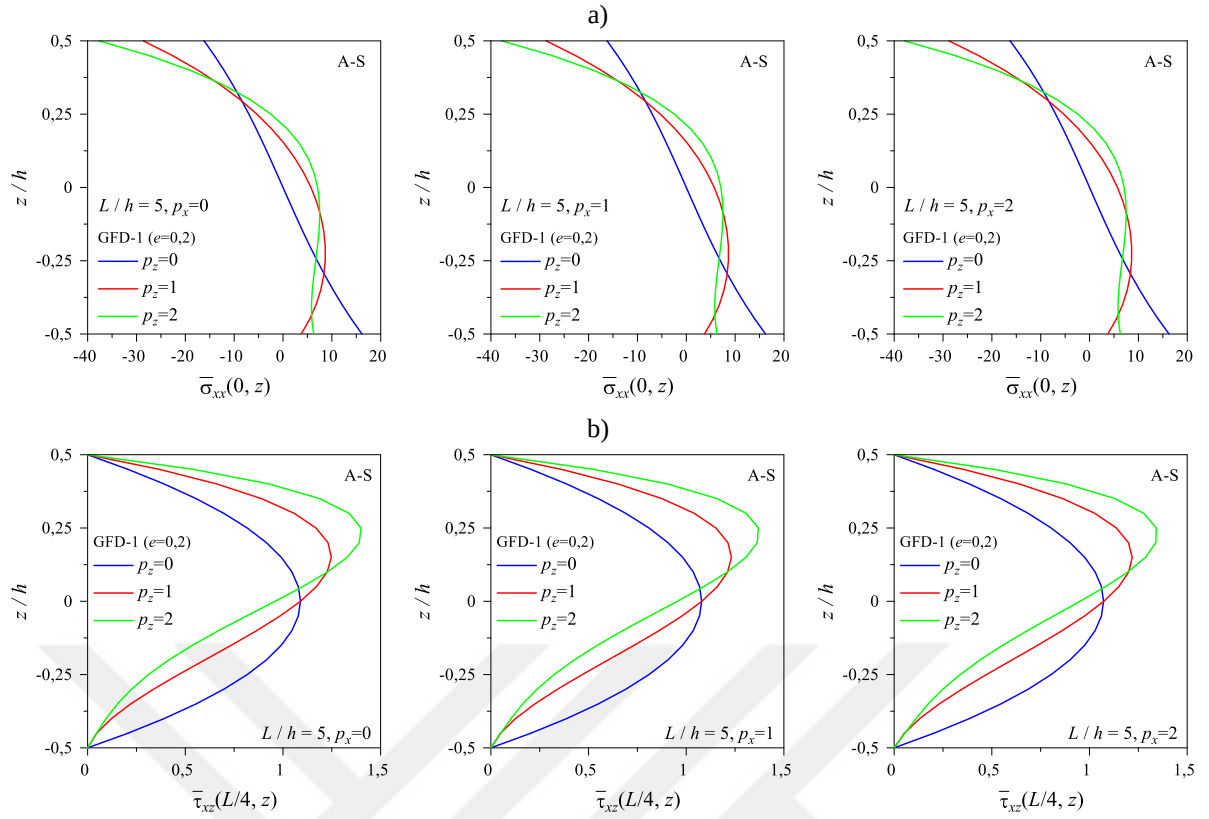
Şekil 39, 40 ve 41'de $L/h=5$ ve $e=0,2$ için sırasıyla basit mesnetli, iki ucu ankastre ve konsol 2D FD GFD-1 gözenekli kirişinin boyutsuz normal ve kayma gerilmelerinin güç yasası endekslerine bağlı değişimleri gösterilmiştir. Basit mesnetli ve iki ucu ankastre kirişte oluşan normal gerilmelere $x=L/2$ 'deki kesitte, konsol kirişte ise $x=0$ 'daki kesitte bakılmaktadır. Basit mesnetli kirişte kayma gerilmelerine $x=0$ 'da, iki ucu ankastre ve konsol kirişte ise $x=L/4$ 'de bakılmaktadır. Çünkü kesitteki en büyük normal ve kayma gerilmeleri yaklaşık olarak o bölgelerde meydana gelmektedir. Mutlak değerce en büyük boyutsuz normal gerilmeler kesitin üst yüzeyinde ve $p_x=p_z=2$ olduğu durumda, en küçük değerler ise kesitin alt yüzeyinde elde edilmektedir. Ayrıca p_z 'nin artması ile mutlak değerce en büyük boyutsuz normal ve kayma gerilmeleri artmaktadır. p_x değeri arttıkça ise sonuçlarda belirgin bir değişim olmamaktadır. En büyük kayma gerilmeleri $p_x=p_z=2$ olduğu durumda elde edilmektedir.



Şekil 39: Basit Mesnetli GFD-1 Kirişinin Çeşitli Derecelendirme Üstleri için a) Boyutsuz Normal Gerilmelerinin b) Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin z/h 'ye Bağlı Değişimleri



Şekil 40: İki Ucu Ankastre GFD-1 Kirişinin Çeşitli Derecelendirme Üstleri için a) Boyutsuz Normal Gerilmelerinin b) Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin z/h 'ye Bağlı Değişimleri



Şekil 41: Konsol GFD-1 Kirişinin Çeşitli Derecelendirme Üstleri için a) Boyutsuz Normal Gerilmelerinin b) Boyutsuz Kayma Gerilmelerinin z/h 'ye Bağlı Değişimleri

3.2. GÖZENEKLİ 2D FD KİRİŞLERİN SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ

Bu bölümde GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki 2D FD gözenekli kirişlerin serbest titreşim analizi önerilen analitik çözüm ile gerçekleştirilmiştir. Matlab programıyla yazılan bir kod yardımıyla elde edilen sonuçlar literatür ile karşılaştırılmıştır. Analizler çeşitli sınır koşulları, derecelendirme üstleri (p_x, p_z), gözeneklilik katsayıları (e), gözeneklilik dağılımları ve narinlik oranlarına (L/h) göre yapılmıştır. Analiz sonuçları tablolar ve grafikler yardımıyla incelenmiştir. Elde edilen doğal frekanslar (34)'e göre boyutsuz hale getirilerek literatürle karşılaştırılmıştır. Sonuçların literatürdeki veriler ile uyum içinde olduğu görülmüştür.

$$\bar{\omega} = \frac{\omega L^2}{h} \sqrt{\frac{\rho}{E_m}} \quad (34)$$

Bu çalışmada, gözenekli 2D FD kirişlerin önerilen analitik çözüm ile serbest titreşim analizini gerçekleştirmek için ilk olarak seri sayısı belirleme işlemi yapılmıştır. Bunun için Tablo 30'da yakınsama çalışması yapılmıştır. Önerilen analitik çözüm için 6 tane seri sayısının yeterli doğrulukta sonuç verdiği görülmektedir.

Tablo 30: Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekanslarının Seri Sayısına Göre Değişimi ($L/h = 5$, $p_x = p_z = 1$, $e=0,1$)

Seri sayısı (m)	GFD-1			GFD -2			GFD -3		
	B-B	A-A	A-S	B-B	A-A	A-S	B-B	A-A	A-S
1	3,7062	6,8322	1,5240	3,8670	7,0717	1,5989	3,7192	6,8819	1,5293
2	3,5245	6,6034	1,0115	3,7181	6,8877	1,0881	3,5513	6,6690	1,0232
3	3,3109	6,4852	0,9598	3,4703	6,7628	1,0429	3,3279	6,5614	0,9742
4	3,2956	6,4813	0,9536	3,4570	6,7598	1,0383	3,3132	6,5587	0,9689
5	3,2952	6,4429	0,9519	3,4567	6,7188	1,0370	3,3127	6,5230	0,9676
6	3,2951	6,4418	0,9513	3,4566	6,7179	1,0364	3,3127	6,5221	0,9671
8	3,2951	6,4262	0,9508	3,4566	6,7015	1,0359	3,3127	6,5074	0,9667
10	3,2951	6,4199	0,9506	3,4566	6,6951	1,0357	3,3127	6,5013	0,9665

Tablo 31 ve Tablo 32’de sırasıyla $L/h=5$ ve 20 için çeşitli sınır şartlarındaki 2D FD gözeneksiz kirişlerin önerilen çözüm yardımıyla elde edilen boyutsuz doğal frekanslarının güç yasası endekslerine bağlı değişimleri literatürle karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Sonuçların uyumlu olduğu görülmektedir. Çünkü p_x ve p_z değerleri arttıkça elastisite modülü $E(x,z)$ azalır, $E(x,z)$ azalırsa malzemenin rijitliği azalır, dolayısıyla boyutsuz doğal frekanslar azalmaktadır. Sınır şartları karşılaştırılırsa en büyük doğal frekanslar iki ucu ankastre mesnetli (A-A) durumda, en küçük boyutsuz doğal frekanslar ise konsol kiriş (A-S) durumunda elde edilmektedir. Tablolar karşılaştırılırsa, doğal frekans değerlerinin narinlik oranının artması ile artmaktadır. Ancak değerlerin azalması beklenmektedir. Burada artmasının sebebi, boyutsuzlaştırma işlemi sırasında doğal frekans değerlerinin L^2 ile çarpılmasından kaynaklanmaktadır.

Tablo 33, 34 ve 35’te $L/h=5$ için sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki basit mesnetli 2D FD kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının değişen derecelendirme üstleri ile gözeneklilik katsayısına (e) göre değişimi verilmiştir. Elde edilen sonuçlar literatür ile karşılaştırılmıştır. Sonuçların uyumlu olduğu görülmektedir. Tablolar incelendiğinde, p_x ve p_z değerleri arttıkça gözeneksiz kirişlere benzer şekilde doğal frekanslar azalmaktadır. e arttıkça boyutsuz doğal frekanslar azalmaktadır. e arttıkça sistemin elastisite modülü azalır, malzeme rijitliği azalır, dolayısıyla doğal frekanslar azalmaktadır. Gözeneklilik katsayısının boyutsuz doğal frekans değerlerine etkisi incelendiğinde, derecelendirme üstleri arttıkça aralarındaki farklar daha belirgin hale gelmektedir. Örneğin Tablo 33’te $p_x=p_z=5$ ve $e=0,3$ olmak üzere en büyük değerler ele alındığında, sistemin en düşük doğal frekansı 0,8165 olarak hesaplanmıştır.

Tablo 31: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin 2D FD Gözeneksiz Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekanslarının Doğrulaması ($L/h=5$)

Sınır şartı	p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
B-B	0	Bu çalışma	5,1527	4,1720	3,5712	2,9596
		Karamanli (2018b)	5,1616	4,1791	3,5772	2,9643
		Turan ve Adıyaman (2024)	5,1527	4,1287	3,5295	2,9435
		Turan (2024)	5,1525	4,1734	3,5713	2,9589
	1	Bu çalışma	3,9904	3,4624	3,1633	2,8411
		Karamanli (2018b)	4,0073	3,4744	3,1727	2,8468
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,9710	3,4396	3,1453	2,8339
		Turan (2024)	3,9902	3,4626	3,1632	2,8408
	2	Bu çalışma	3,6264	3,2752	3,0582	2,8073
		Karamanli (2018b)	3,6434	3,2888	3,0685	2,8132
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,5971	3,2582	3,0480	2,8037
		Turan (2024)	3,6344	3,2806	3,0623	2,8099
	5	Bu çalışma	3,4012	3,1393	2,9672	2,7703
		Karamanli (2018b)	3,4126	3,1504	2,9758	2,7758
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,3726	3,1308	2,9641	2,7694
		Turan (2024)	3,4312	3,1546	2,9783	2,7773
A-A	0	Bu çalışma	10,1014	7,9631	7,3657	6,6558
		Karamanli (2018b)	10,1759	8,0146	7,4211	6,7044
		Turan ve Adıyaman (2024)	10,0267	7,7992	7,2125	6,5930
		Turan (2024)	10,1201	8,0136	7,4138	6,6974
	1	Bu çalışma	7,9718	6,7785	6,4535	6,0688
		Karamanli (2018b)	8,0672	6,8189	6,4827	6,0929
		Turan ve Adıyaman (2024)	7,9201	6,6574	6,3325	5,9928
		Turan (2024)	8,0226	6,8461	6,4978	6,1064
	2	Bu çalışma	7,1959	6,3808	6,1492	5,8715
		Karamanli (2018b)	7,2947	6,4068	6,1621	5,8831
		Turan ve Adıyaman (2024)	7,1496	6,2720	6,0405	5,7908
		Turan (2024)	7,3004	6,4579	6,2196	5,9231
	5	Bu çalışma	6,5129	6,0010	5,8480	5,6688
		Karamanli (2018b)	6,5887	6,0187	5,8589	5,6831
		Turan ve Adıyaman (2024)	6,4626	5,9171	5,7654	5,5987
		Turan (2024)	6,7414	6,1571	5,9622	5,7028
A-S	0	Bu çalışma	1,8960	1,0871	0,9470	0,9089
		Karamanli (2018b)	1,9053	1,0953	0,9526	0,9134
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,8947	1,0856	0,9462	0,9083
		Turan (2024)	1,8986	1,1015	0,9492	0,9102
	1	Bu çalışma	1,4638	1,0455	0,9669	0,9447
		Karamanli (2018b)	1,4803	1,0534	0,9724	0,9493
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,4630	1,0445	0,9661	0,9440
		Turan (2024)	1,4656	1,0516	0,9686	0,9460
	2	Bu çalışma	1,3330	1,0413	0,9781	0,9581
		Karamanli (2018b)	1,3523	1,0491	0,9837	0,9628
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,3322	1,0404	0,9774	0,9574
		Turan (2024)	1,3361	1,0472	0,9802	0,9595
	5	Bu çalışma	1,2597	1,0405	0,9901	0,9721
		Karamanli (2018b)	1,2762	1,0474	0,9956	0,9769
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,2587	1,0396	0,9894	0,9714
		Turan (2024)	1,2670	1,0465	0,9928	0,9737

Tablo 32: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin 2D FD Gözeneksiz Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekanslarının Doğrulanması ($L/h=20$)

Sınır şartı	p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
B-B	0	Bu çalışma	5,4603	4,4305	3,7657	3,1032
		Karamanli (2018b)	5,4610	4,4310	3,7660	3,1030
		Turan ve Adıyaman (2024)	5,4603	4,4272	3,7624	3,1015
		Turan (2024)	5,4603	4,4324	3,7660	3,1026
	1	Bu çalışma	4,2051	3,6623	3,3350	2,9869
		Karamanli (2018b)	4,2345	3,6762	3,3414	2,9881
		Turan ve Adıyaman (2024)	4,2037	3,6607	3,3336	2,9862
		Turan (2024)	4,2050	3,6628	3,3350	2,9867
	2	Bu çalışma	3,8361	3,4755	3,2353	2,9604
		Karamanli (2018b)	3,8763	3,4936	3,2435	2,9620
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,8341	3,4743	3,2345	2,9600
		Turan (2024)	3,8368	3,4762	3,2356	2,9605
	5	Bu çalışma	3,6485	3,3568	3,1583	2,9348
		Karamanli (2018b)	3,6822	3,3703	3,1642	2,9360
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,6464	3,3562	3,1580	2,9347
		Turan (2024)	3,6509	3,3582	3,1591	2,9353
A-A	0	Bu çalışma	12,2295	9,6153	8,9013	8,0966
		Karamanli (2018b)	12,2721	9,6508	8,9312	8,1208
		Turan ve Adıyaman (2024)	12,2213	9,5961	8,8827	8,0889
		Turan (2024)	12,2346	9,6340	8,9086	8,1031
	1	Bu çalışma	9,4353	8,1089	7,7503	7,3381
		Karamanli (2018b)	9,5300	8,1285	7,7478	7,3283
		Turan ve Adıyaman (2024)	9,4300	8,0609	7,6921	7,2883
		Turan (2024)	9,4439	8,1215	7,7567	7,3441
	2	Bu çalışma	8,6011	7,7181	7,4517	7,1336
		Karamanli (2018b)	8,7146	7,7202	7,4274	7,1056
		Turan ve Adıyaman (2024)	8,5960	7,6480	7,3697	7,0631
		Turan (2024)	8,6155	7,7330	7,4615	7,1415
	5	Bu çalışma	8,1491	7,4535	7,2227	6,9571
		Karamanli (2018b)	8,2446	7,447	7,1994	6,9363
		Turan ve Adıyaman (2024)	8,1419	7,3870	7,1508	6,8984
		Turan (2024)	8,1825	7,4749	7,2384	6,9679
A-S	0	Bu çalışma	1,9496	1,1104	0,9683	0,9316
		Karamanli (2018b)	1,9531	1,1137	0,9703	0,9333
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,9496	1,1103	0,9682	0,9316
		Turan (2024)	1,9506	1,1236	0,9694	0,9322
	1	Bu çalışma	1,5011	1,0698	0,9904	0,9695
		Karamanli (2018b)	1,5141	1,0736	0,9927	0,9713
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,5010	1,0697	0,9904	0,9695
		Turan (2024)	1,5018	1,0747	0,9912	0,9701
	2	Bu çalışma	1,3696	1,0681	1,0036	0,9840
		Karamanli (2018b)	1,3863	1,0722	1,0059	0,9858
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,3696	1,0681	1,0035	0,9840
		Turan (2024)	1,3704	1,0720	1,0043	0,9846
	5	Bu çalışma	1,3034	1,0712	1,0181	0,9992
		Karamanli (2018b)	1,3176	1,0746	1,0203	1,0010
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,3033	1,0711	1,0180	0,9992
		Turan (2024)	1,3044	1,0740	1,0188	0,9998

Tablo 33: Çeşitli Derecelendirme Üstleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	5,2223	4,1282	3,4142	2,6841
			Turan (2024)	5,2221	4,1304	3,4154	2,6834
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,2223	4,0677	3,3561	2,6633
		0,2	Bu çalışma	5,3048	4,0578	3,1587	2,2367
			Turan (2024)	5,3045	4,0609	3,1648	2,2366
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,3048	3,9608	3,0658	2,2082
		0,3	Bu çalışma	5,4041	3,9132	2,5319	1,0976
			Turan (2024)	5,4038	3,9162	2,5456	1,0933
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,4041	3,6313	2,1978	1,0375
	1	0,1	Bu çalışma	3,9070	3,2951	2,9376	2,5503
			Turan (2024)	3,9069	3,2956	2,9376	2,5499
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,8836	3,2626	2,9115	2,5403
		0,2	Bu çalışma	3,7865	3,0382	2,5792	2,0846
			Turan (2024)	3,7864	3,0391	2,5801	2,0843
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,7577	2,9859	2,5362	2,0696
		0,3	Bu çalışma	3,6016	2,5412	1,7407	0,9454
			Turan (2024)	3,6015	2,5437	1,7521	0,9427
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,5658	2,3955	1,5980	0,9116
	2	0,1	Bu çalışma	3,4418	3,0525	2,8050	2,5104
			Turan (2024)	3,4496	3,0585	2,8096	2,5131
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,4051	3,0271	2,7893	2,5051
		0,2	Bu çalışma	3,1489	2,6902	2,3958	2,0356
			Turan (2024)	3,1554	2,6965	2,4011	2,0383
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,1024	2,6479	2,3676	2,0266
		0,3	Bu çalışma	2,6142	1,8880	1,4032	0,8824
			Turan (2024)	2,6174	1,8935	1,4099	0,8819
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,5573	1,7830	1,3124	0,8581
	5	0,1	Bu çalışma	3,1479	2,8852	2,6965	2,4676
			Turan (2024)	3,1816	2,9041	2,7099	2,4757
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,1083	2,8713	2,6911	2,4662
		0,2	Bu çalışma	2,6962	2,4521	2,2540	1,9848
			Turan (2024)	2,7295	2,4753	2,2707	1,9941
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,6404	2,4251	2,2423	1,9821
		0,3	Bu çalışma	1,5199	1,2540	1,0849	0,8165
			Turan (2024)	1,5271	1,2656	1,0980	0,8219
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,4574	1,1891	1,0358	0,8035

Tablo 36, Tablo 37 ve Tablo 38’de $L/h=20$ için sırasıyla basit mesnetli 2D FD GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının değişen derecelendirme üstleri ile gözeneklilik katsayısına (e) göre değişimi verilmiştir. Tablolar incelenirse, $L/h=5$ için yapılan yorumlara benzer yorumlar yapılabilir. Narinlik oranı arttıkça boyutsuz doğal frekans değerleri artmaktadır. Örneğin $p_x=p_z=2$ ve $e=0,1$ için Tablo 34 ve Tablo 37’deki boyutsuz doğal frekans değerleri karşılaştırılırsa $L/h=5$ ’te 3,0301 olarak $L/h=20$ ’de ise 3,2194’dir.

Tablo 39, 40 ve 41’de $L/h=5$ için, Tablo 42, 43 ve 44’de ise $L/h=20$ için sırasıyla iki ucu ankastre mesnetli 2D FD GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının değişen derecelendirme üstleri ile gözeneklilik katsayısına (e) göre değişimi verilmiştir. Tablolar incelendiğinde, basit mesnetli kiriş için yapılan yorumlar bu mesnetlenme durumu için de yapılabilir.

Tablo 34: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	5,2184	4,2050	3,5775	2,9355
			Turan (2024)	5,2202	4,2109	3,5815	2,9383
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,2184	4,1479	3,5198	2,9128
		0,2	Bu çalışma	5,2888	4,2383	3,5808	2,9041
			Turan (2024)	5,2931	4,2507	3,5909	2,9131
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,2888	4,1582	3,4937	2,8679
		0,3	Bu çalışma	5,3644	4,2696	3,5776	2,8582
			Turan (2024)	5,3715	4,2927	3,5989	2,8814
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,3644	4,1447	3,4211	2,7842
	1	0,1	Bu çalışma	4,0065	3,4566	3,1462	2,8097
			Turan (2024)	4,0085	3,4612	3,1504	2,8137
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,9850	3,4262	3,1203	2,7989
		0,2	Bu çalışma	4,0217	3,4450	3,1218	2,7688
			Turan (2024)	4,0264	3,4561	3,1329	2,7807
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,9978	3,4012	3,0801	2,7501
		0,3	Bu çalışma	4,0356	3,4231	3,0839	2,7093
			Turan (2024)	4,0435	3,4454	3,1084	2,7394
			Turan ve Adıyaman (2024)	4,0087	3,3511	3,0012	2,6657
	2	0,1	Bu çalışma	3,6070	3,2497	3,0301	2,7718
			Turan (2024)	3,6187	3,2615	3,0403	2,7801
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,5737	3,2268	3,0148	2,7660
		0,2	Bu çalışma	3,5785	3,2121	2,9905	2,7248
			Turan (2024)	3,5949	3,2337	3,0110	2,7437
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,5405	3,1787	2,9647	2,7139
		0,3	Bu çalışma	3,5376	3,1543	2,9299	2,6547
			Turan (2024)	3,5596	3,1928	2,9704	2,6976
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,4939	3,0971	2,8738	2,6255
	5	0,1	Bu çalışma	3,3540	3,1001	2,9298	2,7294
			Turan (2024)	3,3966	3,1278	2,9515	2,7451
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,3193	3,0884	2,9248	2,7278
		0,2	Bu çalışma	3,2848	3,0406	2,8751	2,6736
			Turan (2024)	3,3456	3,0894	2,9160	2,7055
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,2417	3,0220	2,8653	2,6693
		0,3	Bu çalışma	3,1811	2,9414	2,7843	2,5847
			Turan (2024)	3,2694	3,0319	2,8663	2,6548
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,1251	2,9043	2,7576	2,5690

Tablo 45, 46 ve 47’de $L/h=5$ için, Tablo 48, Tablo 49 ve Tablo 50’de ise $L/h=20$ için sırasıyla konsol 2D FD GFD-1, GFD-2 VE GFD-3 tipindeki kirişlerin boyutsuz doğal frekanslarının değişen derecelendirme üstleri ile gözeneklilik katsayısına (e) göre değişimi verilmiştir. Tablolar incelendiğinde, basit mesnetli kiriş için yapılan yorumların bu mesnetlenme durumu için de yapılabileceği görülmektedir. Tablo 38, Tablo 44 ve Tablo 50’de sınır koşullarının doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenirse, en büyük boyutsuz doğal frekanslar iki ucu ankastre mesnetli sınır şartında, en küçük boyutsuz doğal frekanslar ise A-S sınır şartında elde edilmektedir.

Tablo 35: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	5,1534	4,0975	3,4191	2,7287
			Turan (2024)	5,1511	4,0958	3,4170	2,7257
		0,2	Bu çalışma	5,1537	4,0066	3,2212	2,4229
			Turan (2024)	5,1495	4,0020	3,2187	2,4191
		0,3	Bu çalışma	5,1538	3,8910	2,9385	1,9751
			Turan (2024)	5,1477	3,8835	2,9421	1,9732
	1	0,1	Bu çalışma	3,8966	3,3127	2,9710	2,6028
			Turan (2024)	3,8945	3,3097	2,9679	2,5996
		0,2	Bu çalışma	3,7856	3,1264	2,7231	2,2891
			Turan (2024)	3,7819	3,1210	2,7183	2,2845
		0,3	Bu çalışma	3,6522	2,8837	2,3773	1,8350
			Turan (2024)	3,6473	2,8774	2,3739	1,8321
	2	0,1	Bu çalışma	3,4779	3,0963	2,8524	2,5671
			Turan (2024)	3,4825	3,0975	2,8524	2,5660
		0,2	Bu çalışma	3,2935	2,8690	2,5859	2,2512
			Turan (2024)	3,2953	2,8666	2,5830	2,2477
		0,3	Bu çalışma	3,0578	2,5645	2,2138	1,7947
			Turan (2024)	3,0573	2,5602	2,2108	1,7920
	5	0,1	Bu çalışma	3,2214	2,9458	2,7538	2,5292
			Turan (2024)	3,2446	2,9545	2,7589	2,5312
		0,2	Bu çalışma	2,9884	2,6962	2,4765	2,2121
			Turan (2024)	3,0045	2,6989	2,4766	2,2104
		0,3	Bu çalışma	2,6693	2,3531	2,0866	1,7540
			Turan (2024)	2,6786	2,3514	2,0842	1,7518

Tablo 36: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	5,5341	4,3877	3,5984	2,8093
			Turan (2024)	5,5341	4,3906	3,5997	2,8087
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,5341	4,3829	3,5937	2,8072
		0,2	Bu çalışma	5,6214	4,3203	3,3273	2,3345
			Turan (2024)	5,6215	4,3243	3,3340	2,3344
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,6215	4,3122	3,3199	2,3318
		0,3	Bu çalışma	5,7267	4,1904	2,6714	1,1384
			Turan (2024)	5,7267	4,1919	2,6870	1,1334
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,7267	4,1657	2,6279	1,1236
	1	0,1	Bu çalışma	4,1117	3,4836	3,0934	2,6762
			Turan (2024)	4,1117	3,4843	3,0935	2,6759
			Turan ve Adıyaman (2024)	4,1101	3,4812	3,0914	2,6752
		0,2	Bu çalışma	3,9776	3,2098	2,7109	2,1806
			Turan (2024)	3,7864	3,2110	2,7120	2,1803
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,9756	3,2058	2,7077	2,1791
		0,3	Bu çalışma	3,7732	2,6868	1,8251	0,9801
			Turan (2024)	3,7731	2,6890	1,8373	0,9773
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,7707	2,6748	1,8110	0,9736
	2	0,1	Bu çalışma	3,6335	3,2374	2,9648	2,6435
			Turan (2024)	3,6340	3,2383	2,9652	2,6435
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,6309	3,2355	3,1251	2,6834
		0,2	Bu çalışma	3,3123	2,8488	2,5275	2,1374
			Turan (2024)	3,3128	2,8499	2,5285	2,1373
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,3090	2,8456	2,5253	2,1364
		0,3	Bu çalışma	2,7311	1,9903	1,4723	0,9176
			Turan (2024)	2,7313	1,9923	1,4765	0,9153
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,7271	1,9821	1,4640	0,9130

5	0,1	Bu çalışma	3,3776	3,0905	2,8726	2,6133
		Turan (2024)	3,3803	3,0923	2,8737	2,6137
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,3746	3,0895	2,8722	2,6130
	0,2	Bu çalışma	2,8856	2,6313	2,4038	2,1000
		Turan (2024)	2,8882	2,6337	2,4053	2,1004
		Turan ve Adıyaman (2024)	2,8814	2,6293	2,4029	2,0996
	0,3	Bu çalışma	1,5952	1,3314	1,1507	0,8576
		Turan (2024)	1,5957	1,3325	1,1535	0,8564
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,5907	1,3263	1,1464	0,8547

Tablo 37: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	5,5369	4,4788	3,7831	3,0873
			Turan (2024)	5,5370	4,4812	3,7838	3,0869
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,5369	4,4743	3,7785	2,4889
		0,2	Bu çalışma	5,6193	4,5312	3,8013	3,0681
			Turan (2024)	5,6196	4,5344	3,8027	3,0682
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,7082	4,5779	3,8069	3,0380
		0,3	Bu çalışma	5,7082	4,5883	3,8200	3,0445
			Turan (2024)	5,7087	4,5927	3,8225	3,0457
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,6193	4,5248	3,7942	3,0648
	1	0,1	Bu çalışma	4,2276	3,6678	3,3282	2,9649
			Turan (2024)	4,2277	3,6686	3,3285	2,9650
			Turan ve Adıyaman (2024)	4,2261	3,6655	3,3262	2,9639
		0,2	Bu çalışma	4,2499	3,6707	3,3179	2,9387
			Turan (2024)	4,2503	3,6721	3,3189	2,9394
			Turan ve Adıyaman (2024)	4,2483	3,6674	3,3147	2,9371
		0,3	Bu çalışma	4,2716	3,6694	3,3024	2,9064
			Turan (2024)	4,2722	3,6717	3,3045	2,9085
			Turan ve Adıyaman (2024)	4,2697	3,6636	3,2957	2,9027
	2	0,1	Bu çalışma	3,8226	3,4625	3,2194	2,9364
			Turan (2024)	3,8235	3,4637	3,2202	2,9368
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,8202	3,4608	3,2183	2,9358
		0,2	Bu çalışma	3,8004	3,4415	3,1975	2,9075
			Turan (2024)	3,8016	3,4435	3,1991	2,9088
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,7976	3,4389	3,1954	2,9065
		0,3	Bu çalışma	3,7658	3,4080	3,1658	2,8714
			Turan (2024)	3,7675	3,4115	3,1691	2,8745
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,7626	3,4034	3,1611	2,8687
	5	0,1	Bu çalışma	3,6174	3,3383	3,1395	2,9096
			Turan (2024)	3,6208	3,3407	3,1412	2,9107
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,6147	3,3374	3,1391	2,9094
		0,2	Bu çalışma	3,5686	3,3090	3,1135	2,8791
			Turan (2024)	3,5735	3,3132	3,1168	2,8815
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,5652	3,3076	3,1127	2,8786
		0,3	Bu çalışma	3,4921	3,2611	3,0752	2,8403
			Turan (2024)	3,4994	3,2690	3,0820	2,8459
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,4873	3,2578	3,0728	2,8388

Tablo 38: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	5,4542	4,3421	3,5939	2,8487
			Turan (2024)	5,4540	4,3444	3,5946	2,8479
		0,2	Bu çalışma	5,4474	4,2358	3,3733	2,5164
			Turan (2024)	5,4470	4,2387	3,3757	2,5157
		0,3	Bu çalışma	5,4399	4,1029	3,0635	2,0385
			Turan (2024)	5,4394	4,1061	3,0730	2,0384
	1	0,1	Bu çalışma	4,0960	3,4920	3,1193	2,7226
			Turan (2024)	4,0958	3,4923	3,1191	2,7221
		0,2	Bu çalışma	3,9685	3,2827	2,8451	2,3801
			Turan (2024)	3,9682	3,2832	2,8450	2,3795
		0,3	Bu çalışma	3,8172	3,0140	2,4691	1,8940
			Turan (2024)	3,8168	3,0151	2,4706	1,8936
	2	0,1	Bu çalışma	3,6661	3,2720	3,0033	2,6926
			Turan (2024)	3,6665	3,2725	3,0033	2,6923
		0,2	Bu çalışma	3,4580	3,0168	2,7073	2,3457
			Turan (2024)	3,4581	3,0172	2,7073	2,3451
		0,3	Bu çalışma	3,1959	2,6805	2,3015	1,8548
			Turan (2024)	3,1958	2,6810	2,3022	1,8544
	5	0,1	Bu çalışma	3,4402	3,1348	2,9157	2,6639
			Turan (2024)	3,4420	3,1357	2,9160	2,6639
		0,2	Bu çalışma	3,1736	2,8521	2,6048	2,3130
			Turan (2024)	3,1749	2,8526	2,6048	2,3126
		0,3	Bu çalışma	2,8150	2,4700	2,1760	1,8169
			Turan (2024)	2,8157	2,4705	2,1761	1,8164

Tablo 39: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	10,2379	7,8025	7,0726	6,2050
			Turan (2024)	10,2397	7,8985	7,0874	6,2000
			Turan ve Adıyaman (2024)	10,1622	7,5996	6,8790	6,1357
		0,2	Bu çalışma	10,3995	7,5275	6,5633	5,4265
			Turan (2024)	10,4014	7,7039	6,6122	5,4222
			Turan ve Adıyaman (2024)	10,3226	7,2436	6,2845	5,3430
		0,3	Bu çalışma	10,5942	6,8898	5,0964	3,1269
			Turan (2024)	10,5961	7,3775	5,6111	3,1909
			Turan ve Adıyaman (2024)	10,5158	6,1513	4,3555	3,0006
	1	0,1	Bu çalışma	7,8410	6,4418	6,0405	5,5657
			Turan (2024)	7,8341	6,4721	6,0407	5,5606
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,7919	6,2999	5,8941	5,4806
		0,2	Bu çalışma	7,6487	5,9094	5,3701	4,7389
			Turan (2024)	7,6397	5,9621	5,3775	4,7339
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,6033	5,7301	5,1750	4,6381
		0,3	Bu çalışma	7,3463	4,7105	3,6641	2,5447
			Turan (2024)	7,3341	4,9322	3,8184	2,5472
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,3062	4,3622	3,2550	2,4110
	2	0,1	Bu çalışma	6,8854	5,9540	5,6756	5,3384
			Turan (2024)	6,9359	6,0148	5,7059	5,3502
			Turan ve Adıyaman (2024)	6,8439	5,8271	5,5444	5,2456
		0,2	Bu çalışma	6,3902	5,2664	4,9082	4,4712
			Turan (2024)	6,4301	5,3413	4,9439	4,4851
			Turan ve Adıyaman (2024)	6,3561	5,1092	4,7347	4,3566
		0,3	Bu çalışma	5,4570	3,6552	2,9941	2,2589
			Turan (2024)	5,4676	3,7750	3,0846	2,2709
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,4349	3,4274	2,6944	2,1090

5	0,1	Bu çalışma	6,0487	5,4928	5,3162	5,1042
		Turan (2024)	6,2762	5,6318	5,4050	5,1463
		Turan ve Adıyaman (2024)	6,0020	5,3975	5,2201	5,0242
	0,2	Bu çalışma	5,2612	4,6596	4,4512	4,1908
		Turan (2024)	5,4925	4,8348	4,5635	4,2453
		Turan ve Adıyaman (2024)	5,2217	4,5427	4,3272	4,0891
	0,3	Bu çalışma	3,2234	2,5156	2,2514	1,9056
		Turan (2024)	3,2728	2,6345	2,3637	1,9587
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,2141	2,3675	2,0516	1,7484

Tablo 40: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	10,2031	7,9664	7,3237	6,5489
			Turan (2024)	10,2200	8,0651	7,3666	6,5899
			Turan ve Adıyaman (2024)	10,1273	7,7659	7,1238	6,4700
		0,2	Bu çalışma	10,3112	7,9585	7,2531	6,3837
			Turan (2024)	10,3454	8,1058	7,3528	6,5047
			Turan ve Adıyaman (2024)	10,2342	7,6990	6,9671	6,2682
		0,3	Bu çalışma	10,4266	7,9312	7,1263	6,0925
			Turan (2024)	10,4804	8,1471	7,3255	6,3791
			Turan ve Adıyaman (2024)	10,3482	7,5644	6,6490	5,8714
	1	0,1	Bu çalışma	7,9842	6,7179	6,3645	5,9405
			Turan (2024)	7,9953	6,7736	6,3997	5,9806
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,9325	6,5757	6,2173	5,8543
		0,2	Bu çalışma	7,9931	6,6330	6,2376	5,7525
			Turan (2024)	8,0235	6,7331	6,3303	5,8715
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,9412	6,4534	6,0385	5,6428
		0,3	Bu çalışma	7,9969	6,5075	6,0389	5,4391
			Turan (2024)	8,0503	6,6811	6,2357	5,7207
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,9448	6,2498	5,7105	5,2548
	2	0,1	Bu çalışma	7,1347	6,2742	6,0255	5,7236
			Turan (2024)	7,2153	6,3708	6,0992	5,7852
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,0887	6,1511	5,9006	5,6364
		0,2	Bu çalışma	7,0543	6,1279	5,8511	5,5091
			Turan (2024)	7,1674	6,2904	5,9993	5,6599
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,0082	5,9773	5,6928	5,4065
		0,3	Bu çalışma	6,9477	5,9145	5,5816	5,1563
			Turan (2024)	7,1000	6,1827	5,8649	5,4890
			Turan ve Adıyaman (2024)	6,9010	5,6988	5,3308	5,0003
5	0,1	Bu çalışma	6,3518	5,8327	5,6776	5,4938	
		Turan (2024)	6,6326	6,0237	5,8219	5,5932	
		Turan ve Adıyaman (2024)	6,2970	5,7424	5,5894	5,4205	
	0,2	Bu çalışma	6,1318	5,5905	5,4293	5,2366	
		Turan (2024)	6,5217	5,9052	5,6932	5,4508	
		Turan ve Adıyaman (2024)	6,0665	5,4860	5,3285	5,1552	
	0,3	Bu çalışma	5,8205	5,2106	5,0273	4,8070	
		Turan (2024)	6,3676	5,7442	5,5182	5,2565	
		Turan ve Adıyaman (2024)	5,7300	5,0620	4,8823	4,6919	

Tablo 41: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	10,1291	7,8081	7,1334	6,3404
			Turan (2024)	10,1166	7,8667	7,1156	6,2997
		0,2	Bu çalışma	10,1577	7,5968	6,8095	5,8974
			Turan (2024)	10,1307	7,6687	6,7758	5,8274
		0,3	Bu çalışma	10,1872	7,2784	6,2988	5,1884
			Turan (2024)	10,1455	7,4125	6,2846	5,1116
	1	0,1	Bu çalışma	7,8357	6,5221	6,1538	5,7228
			Turan (2024)	7,8143	6,5222	6,1250	5,6834
		0,2	Bu çalışma	7,6681	6,1833	5,7490	5,2482
			Turan (2024)	7,6323	6,1722	5,6987	5,1819
		0,3	Bu çalışma	7,4586	5,6967	5,1426	4,5155
			Turan (2024)	7,4107	5,6999	5,0903	4,4453
	2	0,1	Bu çalışma	6,9705	6,0876	5,8275	5,5160
			Turan (2024)	6,9986	6,1106	5,8204	5,4885
		0,2	Bu çalışma	6,6794	5,6974	5,3938	5,0309
			Turan (2024)	6,6837	5,6976	5,3581	4,9727
		0,3	Bu çalışma	6,2897	5,1350	4,7494	4,2896
			Turan (2024)	6,2736	5,1316	4,7028	4,2238
	5	0,1	Bu çalışma	6,2463	5,6920	5,5165	5,3089
			Turan (2024)	6,4043	5,7630	5,5453	5,2993
		0,2	Bu çalışma	5,8903	5,2800	5,0708	4,8197
			Turan (2024)	6,0013	5,3112	5,0590	4,7727
		0,3	Bu çalışma	5,3805	4,6797	4,4085	4,0755
			Turan (2024)	5,4425	4,6849	4,3712	4,0132

Tablo 42: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	12,3947	9,4108	8,5417	7,5592
			Turan (2024)	12,3205	9,4159	8,4915	7,5135
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,3863	9,3867	8,5177	7,5506
		0,2	Bu çalışma	12,5904	9,0564	7,9175	6,6330
			Turan (2024)	12,5151	9,2170	7,8933	6,5972
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,5819	9,0203	7,8814	6,6217
		0,3	Bu çalışma	12,8261	8,2042	6,0957	3,9380
			Turan (2024)	12,7494	8,7093	6,6115	3,9511
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,8174	7,9868	5,9759	3,9112
	1	0,1	Bu çalışma	9,2299	7,6724	7,2316	6,7254
			Turan (2024)	9,1734	7,6369	7,1869	6,6837
			Turan ve Adıyaman (2024)	9,2250	7,6192	7,1634	6,6651
		0,2	Bu çalışma	8,9341	6,9819	6,3917	5,7214
			Turan (2024)	8,8790	6,9696	6,3547	5,6868
			Turan ve Adıyaman (2024)	8,9296	6,9260	6,3132	5,6480
		0,3	Bu çalışma	8,4824	5,4258	4,2760	3,0955
			Turan (2024)	8,4296	5,6226	4,3852	3,0797
			Turan ve Adıyaman (2024)	8,4787	5,3533	4,1948	3,0211
	2	0,1	Bu çalışma	8,1529	7,1689	6,8591	6,4831
			Turan (2024)	8,1091	7,1371	6,8205	6,4450
			Turan ve Adıyaman (2024)	8,1484	7,0866	7,2347	6,6786
		0,2	Bu çalışma	7,4421	6,2722	5,8902	5,4217
			Turan (2024)	7,4011	6,2556	5,8588	5,3909
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,4386	6,1815	5,7649	5,2998
		0,3	Bu çalışma	6,1513	4,1693	3,4780	2,7284
			Turan (2024)	6,1148	4,2308	3,5076	2,7139
			Turan ve Adıyaman (2024)	6,1494	4,1124	3,3826	2,5988

5	0,1	Bu çalışma	7,5462	6,8430	6,5872	6,2817
		Turan (2024)	7,5287	6,8208	6,5580	6,2487
		Turan ve Adıyaman (2024)	7,5392	6,7549	6,4879	6,1986
	0,2	Bu çalışma	6,4566	5,8024	5,5292	5,1778
		Turan (2024)	6,4445	5,7962	5,5091	5,1532
		Turan ve Adıyaman (2024)	6,4506	5,6846	5,3835	5,0472
	0,3	Bu çalışma	3,5968	2,9263	2,6800	2,3400
		Turan (2024)	3,5796	2,9357	2,6906	2,3317
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,5959	2,8562	2,5453	2,1369

Tablo 43: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	12,3975	9,6921	8,9454	8,0973
			Turan (2024)	12,3251	9,6733	8,8946	8,0529
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,3889	9,6674	8,9194	8,0867
		0,2	Bu çalışma	12,5780	9,7732	8,9888	8,0887
			Turan (2024)	12,5067	9,7661	8,9448	8,0550
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,5691	9,7389	8,9477	8,0708
		0,3	Bu çalışma	12,7727	9,8581	9,0278	8,0591
			Turan (2024)	12,7026	9,8671	8,9964	8,0497
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,7634	9,8043	8,9469	8,0156
	1	0,1	Bu çalışma	9,4834	8,1085	7,7358	7,3042
			Turan (2024)	9,4274	8,0688	7,6922	7,2645
			Turan ve Adıyaman (2024)	9,4780	8,0569	7,6716	7,2492
		0,2	Bu çalışma	9,5308	8,0999	7,7109	7,2559
			Turan (2024)	9,4766	8,0670	7,6745	7,2268
			Turan ve Adıyaman (2024)	9,5252	8,0430	7,6367	7,1930
		0,3	Bu çalışma	9,5763	8,0780	7,6677	7,1797
			Turan (2024)	9,5245	8,0554	7,6451	7,1746
			Turan ve Adıyaman (2024)	9,5705	8,0093	7,5685	7,0969
5	0,1	0,1	Bu çalışma	8,5677	7,6791	7,4100	7,0835
			Turan (2024)	8,5251	7,6462	7,3735	7,0481
			Turan ve Adıyaman (2024)	8,5624	7,6038	7,3195	7,0047
		0,2	Bu çalışma	8,5145	7,6205	7,3494	7,0141
			Turan (2024)	8,4761	7,5971	7,3230	6,9912
			Turan ve Adıyaman (2024)	8,5089	8,5385	7,5385	6,9244
		0,3	Bu çalışma	8,4334	7,5304	7,2565	6,9081
			Turan (2024)	8,4001	7,5225	7,2497	6,9139
			Turan ve Adıyaman (2024)	8,4274	7,4363	7,1319	6,7979
	0,2	0,1	Bu çalışma	8,0688	7,3964	7,1668	6,8971
			Turan (2024)	8,0562	7,3769	7,1418	6,8681
			Turan ve Adıyaman (2024)	8,0600	7,3215	7,0847	6,8291
		0,2	Bu çalışma	7,9454	7,3089	7,0843	6,8134
			Turan (2024)	7,9493	7,3089	7,0776	6,8017
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,9336	7,2232	6,9887	6,7328
		0,3	Bu çalışma	7,7537	7,1656	6,9504	6,6810
			Turan (2024)	7,7831	7,2041	6,9834	6,7109
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,7352	7,0611	6,8315	6,5781

Tablo 44: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	12,2192	9,3507	8,5279	7,6043
			Turan (2024)	12,1444	9,3419	8,4733	7,5537
		0,2	Bu çalışma	12,2076	9,0090	8,0323	6,9431
			Turan (2024)	12,1312	9,0403	7,9841	6,8955
		0,3	Bu çalışma	12,1946	8,5269	7,2996	5,9505
			Turan (2024)	12,1166	8,6572	7,2888	5,9118
	1	0,1	Bu çalışma	9,1965	7,7070	7,2874	6,8083
			Turan (2024)	9,1385	7,6663	7,2391	6,7622
		0,2	Bu çalışma	8,9164	7,2002	6,6909	6,1145
			Turan (2024)	8,8585	7,1692	6,6442	6,0701
		0,3	Bu çalışma	8,5830	6,5146	5,8522	5,1127
			Turan (2024)	8,5260	6,5144	5,8143	5,0758
	2	0,1	Bu çalışma	8,2280	7,2555	6,9504	6,5856
			Turan (2024)	8,1813	7,2177	6,9068	6,5423
		0,2	Bu çalışma	7,7696	6,6680	6,3053	5,8718
			Turan (2024)	7,7229	6,6356	6,2625	5,8297
		0,3	Bu çalışma	7,1900	5,8726	5,4076	4,8540
			Turan (2024)	7,1446	5,8583	5,3709	4,8185
	5	0,1	Bu çalışma	7,6943	6,9556	6,6970	6,3958
			Turan (2024)	7,6669	6,9233	6,6595	6,3558
		0,2	Bu çalışma	7,1102	6,3165	6,0182	5,6658
			Turan (2024)	7,0800	6,2855	5,9798	5,6260
		0,3	Bu çalışma	6,3206	5,4384	5,0712	4,6294
			Turan (2024)	6,2888	5,4179	5,0361	4,5949

Tablo 45: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	1,9216	1,0073	0,8436	0,7938
			Turan (2024)	1,9242	1,0292	0,8463	0,7950
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,9203	1,0054	0,8428	0,7933
		0,2	Bu çalışma	1,9520	0,8870	0,6866	0,6181
			Turan (2024)	1,9546	0,9278	0,6913	0,6189
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,9507	0,8833	0,6856	0,6176
		0,3	Bu çalışma	1,9885	0,6501	0,3231	0,2242
			Turan (2024)	1,9912	0,7695	0,3764	0,2244
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,9872	0,5961	0,3202	0,2238
	1	0,1	Bu çalışma	1,4322	0,9513	0,8579	0,8279
			Turan (2024)	1,4338	0,9596	0,8597	0,8291
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,4314	0,9502	0,8572	0,8273
		0,2	Bu çalışma	1,3866	0,8065	0,6898	0,6464
			Turan (2024)	1,3881	0,8208	0,6921	0,6473
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,3859	0,8050	0,6891	0,6459
		0,3	Bu çalışma	1,3169	0,4867	0,3022	0,2318
			Turan (2024)	1,3183	0,5412	0,3209	0,2320
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,3163	0,4719	0,3009	0,2315
	2	0,1	Bu çalışma	1,2637	0,9412	0,8672	0,8409
			Turan (2024)	1,2666	0,9487	0,8694	0,8422
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,2630	0,9402	0,8665	0,8403
		0,2	Bu çalışma	1,1539	0,7840	0,6942	0,6574
			Turan (2024)	1,1563	0,7956	0,6968	0,6585
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,1533	0,7828	0,6936	0,6569
		0,3	Bu çalışma	0,9543	0,4193	0,2916	0,2346
			Turan (2024)	0,9557	0,4458	0,3051	0,2350
			Turan ve Adıyaman (2024)	0,9540	0,4113	0,2908	0,2343

5	0,1	Bu çalışma	1,1660	0,9366	0,8776	0,8544
		Turan (2024)	1,1738	0,9440	0,8804	0,8560
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,1650	0,9356	0,8769	0,8538
	0,2	Bu çalışma	0,9972	0,7709	0,7004	0,6690
		Turan (2024)	1,0045	0,7817	0,7035	0,6703
		Turan ve Adıyaman (2024)	0,9963	0,7698	0,6997	0,6685
	0,3	Bu çalışma	0,5561	0,3571	0,2814	0,2375
		Turan (2024)	0,5578	0,3720	0,2917	0,2382
		Turan ve Adıyaman (2024)	0,5559	0,3519	0,2806	0,2372

Tablo 46: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	1,9215	1,0810	0,9339	0,8930
			Turan (2024)	1,9245	1,0973	0,9370	0,8953
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,9202	1,0792	0,9330	0,8923
		0,2	Bu çalışma	1,9488	1,0737	0,9185	0,8737
			Turan (2024)	1,9523	1,0925	0,9230	0,8781
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,9475	1,0715	0,9174	0,8728
		0,3	Bu çalışma	1,9783	1,0650	0,8993	0,8479
			Turan (2024)	1,9824	1,0870	0,9069	0,8578
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,9769	1,0621	0,8976	0,8459
	1	0,1	Bu çalışma	1,4707	1,0364	0,9538	0,9298
			Turan (2024)	1,4729	1,0436	0,9565	0,9323
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,4699	1,0352	0,9530	0,9291
		0,2	Bu çalışma	1,4775	1,0252	0,9380	0,9113
			Turan (2024)	1,4802	1,0340	0,9424	0,9163
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,4767	1,0238	0,9370	0,9104
		0,3	Bu çalışma	1,4839	1,0110	0,9173	0,8856
			Turan (2024)	1,4872	1,0223	0,9257	0,8970
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,4830	1,0089	0,9156	0,8834
	2	0,1	Bu çalışma	1,3272	1,0307	0,9650	0,9436
			Turan (2024)	1,3310	1,0380	0,9683	0,9464
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,3264	1,0296	0,9642	0,9429
		0,2	Bu çalışma	1,3182	1,0173	0,9488	0,9254
			Turan (2024)	1,3228	1,0266	0,9543	0,9309
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,3173	1,0158	0,9477	0,9244
		0,3	Bu çalışma	1,3047	0,9990	0,9265	0,8995
			Turan (2024)	1,3104	1,0122	0,9373	0,9121
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,3038	0,9968	0,9245	0,8971
	5	0,1	Bu çalışma	1,2458	1,0291	0,9771	0,9580
			Turan (2024)	1,2555	1,0372	0,9814	0,9611
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,2445	1,0279	0,9762	0,9573
		0,2	Bu çalışma	1,2248	1,0138	0,9602	0,9401
			Turan (2024)	1,2380	1,0257	0,9677	0,9462
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,2230	1,0120	0,9589	0,9390
		0,3	Bu çalışma	1,1927	0,9907	0,9356	0,9136
			Turan (2024)	1,2111	1,0105	0,9509	0,9280
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,1895	0,9871	0,9326	0,9109

Tablo 47: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	1,8950	1,0187	0,8636	0,8175
			Turan (2024)	1,8971	1,0376	0,8656	0,8180
		0,2	Bu çalışma	1,8937	0,9321	0,7570	0,7001
			Turan (2024)	1,8955	0,9600	0,7594	0,7000
		0,3	Bu çalışma	1,8924	0,8131	0,6072	0,5349
			Turan (2024)	1,8938	0,8615	0,6127	0,5348
	1	0,1	Bu çalışma	1,4274	0,9671	0,8785	0,8509
			Turan (2024)	1,4288	0,9742	0,8797	0,8513
		0,2	Bu çalışma	1,3847	0,8673	0,7649	0,7295
			Turan (2024)	1,3856	0,8771	0,7658	0,7293
		0,3	Bu çalışma	1,3337	0,7297	0,6051	0,5572
			Turan (2024)	1,3343	0,7475	0,6068	0,5570
	2	0,1	Bu çalışma	1,2760	0,9592	0,8882	0,8636
			Turan (2024)	1,2783	0,9654	0,8895	0,8641
		0,2	Bu çalışma	1,2057	0,8542	0,7720	0,7409
			Turan (2024)	1,2073	0,8619	0,7729	0,7407
		0,3	Bu çalışma	1,1166	0,7087	0,6080	0,5661
			Turan (2024)	1,1176	0,7218	0,6094	0,5659
	5	0,1	Bu çalışma	1,1902	0,9558	0,8987	0,8769
			Turan (2024)	1,1961	0,9613	0,9004	0,8775
		0,2	Bu çalışma	1,1008	0,8466	0,7801	0,7528
			Turan (2024)	1,1051	0,8526	0,7810	0,7527
		0,3	Bu çalışma	0,9795	0,6941	0,6118	0,5754
			Turan (2024)	0,9822	0,7033	0,6127	0,5752

Tablo 48: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	1,9760	1,0278	0,8617	0,8132
			Turan (2024)	1,9769	1,0487	0,8633	0,8136
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,9759	1,0274	0,8617	0,8131
		0,2	Bu çalışma	2,0072	0,9032	0,7001	0,6324
			Turan (2024)	2,0081	0,9438	0,7036	0,6327
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,0071	0,9014	0,6999	0,6324
		0,3	Bu çalışma	2,0447	0,6590	0,3272	0,2286
			Turan (2024)	2,0457	0,7806	0,3808	0,2284
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,0447	0,6066	0,3256	0,2283
	1	0,1	Bu çalışma	1,4677	0,9723	0,8780	0,8493
			Turan (2024)	1,4684	0,9795	0,8788	0,8497
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,4677	0,9721	0,8780	0,8493
		0,2	Bu çalışma	1,4197	0,8226	0,7048	0,6625
			Turan (2024)	1,4203	0,8361	0,7061	0,6629
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,4197	0,8222	0,7047	0,6625
		0,3	Bu çalışma	1,3466	0,4933	0,3067	0,2368
			Turan (2024)	1,3472	0,5486	0,3251	0,2367
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,3466	0,4798	0,3062	0,2366
	2	0,1	Bu çalışma	1,2971	0,9646	0,8892	0,8634
			Turan (2024)	1,2978	0,9702	0,8900	0,8639
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,2971	0,9645	0,9007	0,8647
		0,2	Bu çalışma	1,1823	0,8021	0,7110	0,6746
			Turan (2024)	1,1829	0,8119	0,7121	0,6749
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,1823	0,8019	0,7109	0,6745
		0,3	Bu çalışma	0,9746	0,4261	0,2969	0,2400
			Turan (2024)	0,9750	0,4523	0,3095	0,2400
			Turan ve Adıyaman (2024)	0,9745	0,4194	0,2967	0,2398

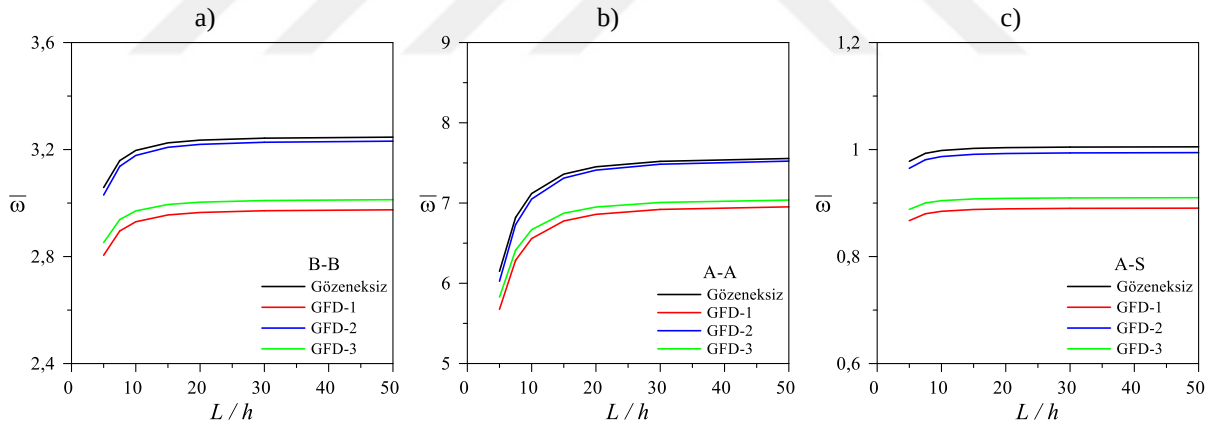
5	0,1	Bu çalışma	1,2067	0,9644	0,9023	0,8782
		Turan (2024)	1,2076	0,9682	0,9030	0,8787
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,2066	0,9643	0,9022	0,8782
	0,2	Bu çalışma	1,0308	0,7939	0,7200	0,6874
		Turan (2024)	1,0317	0,8007	0,7208	0,6878
		Turan ve Adıyaman (2024)	1,0307	0,7937	0,7199	0,6874
	0,3	Bu çalışma	0,5693	0,3664	0,2886	0,2437
		Turan (2024)	0,5696	0,3789	0,2971	0,2437
		Turan ve Adıyaman (2024)	0,5693	0,3626	0,2884	0,2436

Tablo 49: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	1,9771	1,1050	0,9564	0,9177
			Turan (2024)	1,9781	1,1198	0,9576	0,9182
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,9770	1,1048	0,9564	0,9176
		0,2	Bu çalışma	2,0066	1,0987	0,9430	0,9018
			Turan (2024)	2,0076	1,1154	0,9444	0,9024
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,0065	1,0984	0,9429	0,9017
		0,3	Bu çalışma	2,0385	1,0912	0,9274	0,8833
			Turan (2024)	2,0396	1,1104	0,9292	0,8844
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,0384	1,0909	0,9273	0,8831
	1	0,1	Bu çalışma	1,5092	1,0618	0,9791	0,9571
			Turan (2024)	1,5099	1,0672	0,9799	0,9576
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,5092	1,0617	0,9790	0,9570
		0,2	Bu çalışma	1,5173	1,0523	0,9660	0,9427
			Turan (2024)	1,5180	1,0583	0,9669	0,9434
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,5172	1,0521	0,9659	0,9426
		0,3	Bu çalışma	1,5251	1,0405	0,9505	0,9258
			Turan (2024)	1,5259	1,0474	0,9518	0,9270
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,5251	1,0403	0,9504	0,9256
	2	0,1	Bu çalışma	1,3649	1,0593	0,9926	0,9722
			Turan (2024)	1,3657	1,0636	0,9934	0,9728
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,3648	1,0592	0,9926	0,9722
		0,2	Bu çalışma	1,3571	1,0483	0,9798	0,9585
			Turan (2024)	1,3579	1,0532	0,9808	0,9593
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,3570	1,0482	0,9797	0,9584
		0,3	Bu çalışma	1,3449	1,0344	0,9645	0,9423
			Turan (2024)	1,3458	1,0400	0,9659	0,9436
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,3448	1,0342	0,9643	0,9421
	5	0,1	Bu çalışma	1,2926	1,0628	1,0079	0,9881
			Turan (2024)	1,2938	1,0659	1,0087	0,9887
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,2925	1,0627	1,0078	0,9881
		0,2	Bu çalışma	1,2756	1,0524	0,9959	0,9752
			Turan (2024)	1,2770	1,0560	0,9970	0,9760
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,2754	1,0522	0,9958	0,9751
		0,3	Bu çalışma	1,2488	1,0385	0,9813	0,9598
			Turan (2024)	1,2506	1,0431	0,9830	0,9612
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,2486	1,0382	0,9811	0,9596

Tablo 50: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Doğal Frekansları ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	1,9473	1,0388	0,8810	0,8356
			Turan (2024)	1,9482	1,0569	0,8823	0,8360
		0,2	Bu çalışma	1,9448	0,9487	0,7702	0,7131
			Turan (2024)	1,9457	0,9761	0,7722	0,7134
		0,3	Bu çalışma	1,9420	0,8257	0,6159	0,5425
			Turan (2024)	1,9429	0,8741	0,6208	0,5426
	1	0,1	Bu çalışma	1,4620	0,9874	0,8976	0,8708
			Turan (2024)	1,4626	0,9938	0,8983	0,8712
		0,2	Bu çalışma	1,4163	0,8833	0,7791	0,7438
			Turan (2024)	1,4169	0,8928	0,7800	0,7441
		0,3	Bu çalışma	1,3622	0,7410	0,6140	0,5655
			Turan (2024)	1,3627	0,7586	0,6156	0,5657
	2	0,1	Bu çalışma	1,3087	0,9815	0,9088	0,8844
			Turan (2024)	1,3094	0,9864	0,9094	0,8848
		0,2	Bu çalışma	1,2342	0,8715	0,7873	0,7559
			Turan (2024)	1,2348	0,8785	0,7880	0,7562
		0,3	Bu çalışma	1,1405	0,7207	0,6176	0,5748
			Turan (2024)	1,1410	0,7332	0,6187	0,5750
	5	0,1	Bu çalışma	1,2287	0,9813	0,9214	0,8987
			Turan (2024)	1,2296	0,9846	0,9220	0,8991
		0,2	Bu çalışma	1,1333	0,8664	0,7969	0,7686
			Turan (2024)	1,1340	0,8710	0,7974	0,7689
		0,3	Bu çalışma	1,0049	0,7075	0,6221	0,5846
			Turan (2024)	1,0055	0,7158	0,6229	0,5848



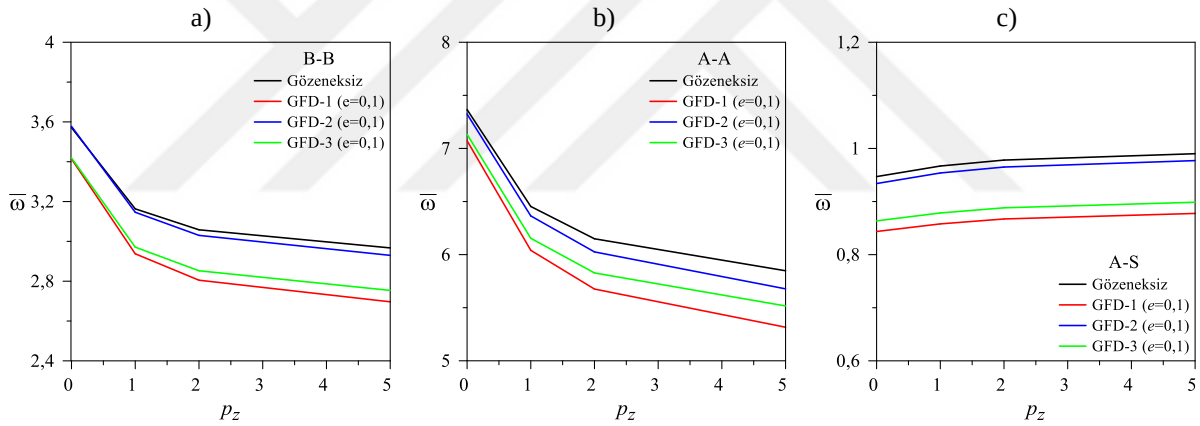
Şekil 42: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Doğal Frekanslarının L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=2$, $e=0,1$)

Şekil 42'de $p_x=p_z=2$, $e=0,1$ için farklı sınır şartlarına sahip 2D FD gözeneksiz, GFD-1, GFD-2, GFD-3 tip kirişlerinin önerilen çözüm ile elde edilen boyutsuz doğal frekanslarının L/h 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, gözeneksiz kiriş ile GFD-2 tip kiriş sonuçları yakındır ve en büyük boyutsuz doğal frekansı oluştururlar. En küçük sonuçlar ise GFD-1 tip kirişte elde edilmektedir. Ayrıca L/h oranının artması ile doğal frekansların belli bir L/h değerine kadar arttığı daha sonrasında sabit kaldığı görülmektedir. Ancak bir kirişin narinliği arttığında yani kesiti küçültüğünde doğal frekansın azalması beklenmektedir. Çünkü kirişin kesiti küçüldükçe eğilme rijitliği (EI) azalır, dolayısıyla da doğal

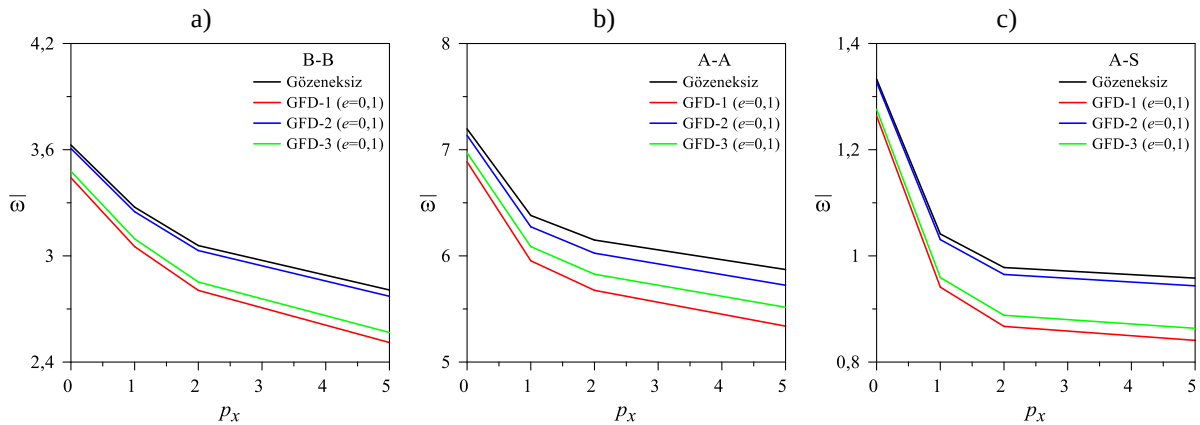
frekansın azalmasına neden olur. Burada elde edilen sonuçların artmasının nedeni boyutsuzlaştırma işleminde doğal frekans değerlerinin L^2 ile çarpılmasından kaynaklanmaktadır.

Şekil 43'te $L/h=5$ ve $p_x=2$ için farklı sınır şartlarına sahip 2D FD gözeneksiz, GFD-1, GFD-2, GFD-3 tip kirişlerinin önerilen çözüm ile elde edilen boyutsuz doğal frekanslarının p_z 'ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, gözeneksiz kiriş ile GFD-2 tip kiriş sonuçları yakındır ve en büyük boyutsuz doğal frekansı oluştururlar. En küçük sonuçlar ise GFD-1 tip kirişte elde edilmektedir. Basit ve ankastre mesnetli kirişte p_z arttıkça sonuçlar azalmakta, konsol mesnetli kirişte ise artmaktadır.

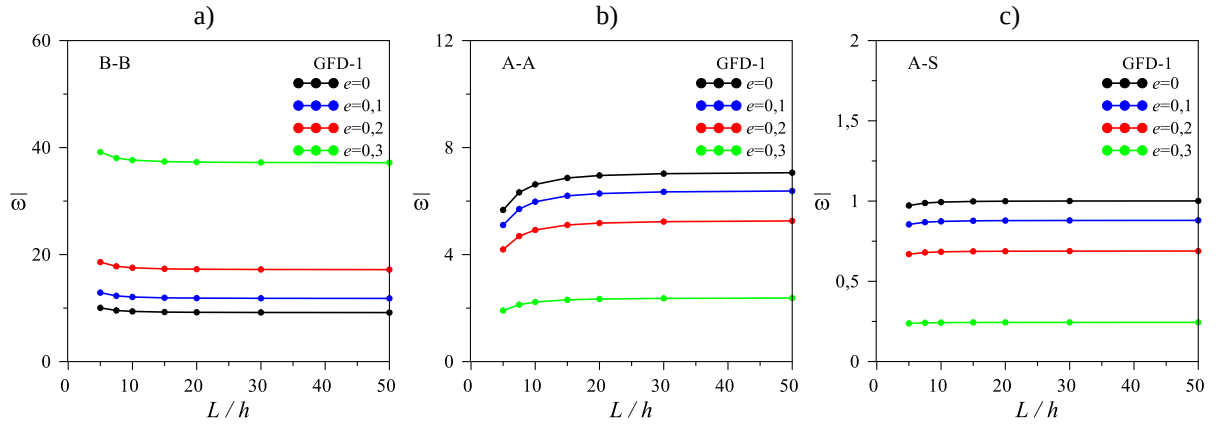
Şekil 44'te $L/h=5$ ve $p_z=2$ için farklı sınır şartlarına sahip 2D FD gözeneksiz, GFD-1, GFD-2, GFD-3 tip kirişlerinin önerilen çözüm ile elde edilen boyutsuz doğal frekanslarının p_x 'e bağlı değişimlerinin karşılaştırılması verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, en büyük boyutsuz doğal frekans gözeneksiz kirişte meydana gelmektedir. En küçük sonuçlar ise GFD-1 tip kirişte elde edilmektedir. p_x arttıkça boyutsuz doğal frekanslar azalmaktadır.



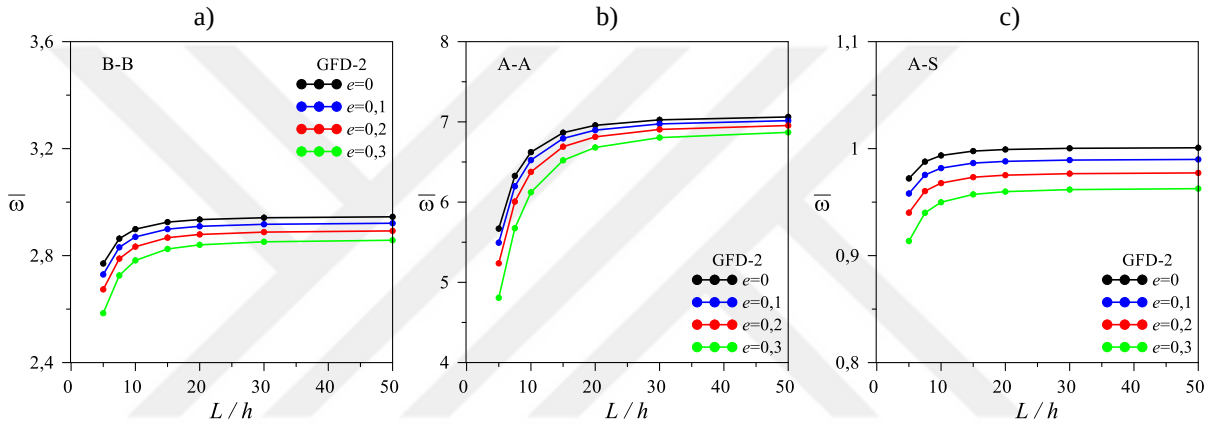
Şekil 43: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Doğal Frekanslarının p_z 'ye Göre Değişimlerinin Karşılaştırılması ($L/h=5$, $p_x=2$)



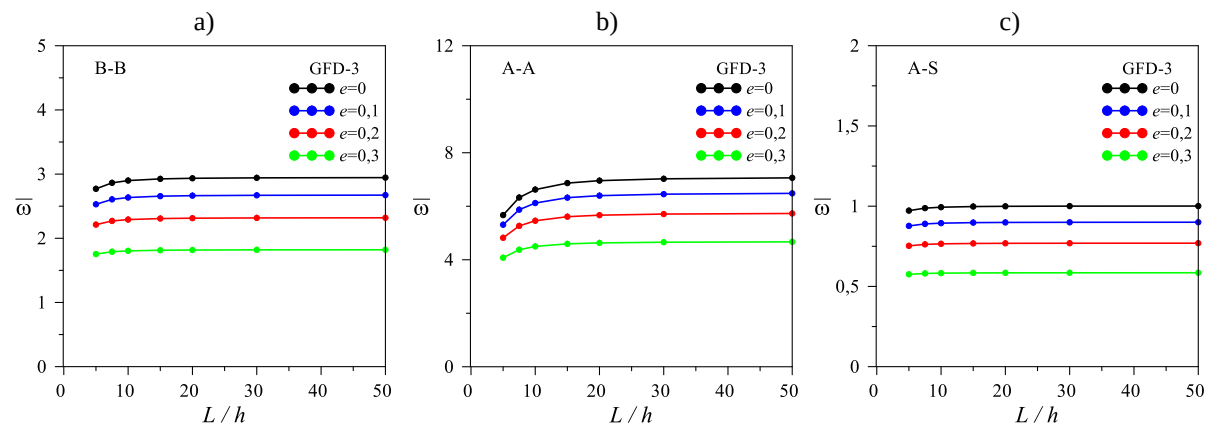
Şekil 44: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Doğal Frekanslarının p_x 'e Göre Değişimlerinin Karşılaştırılması ($L/h=5$, $p_z=2$)



Şekil 45: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz Doğal Frekanslarının L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x = p_z = 5$)



Şekil 46: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz Doğal Frekanslarının L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x = p_z = 5$)

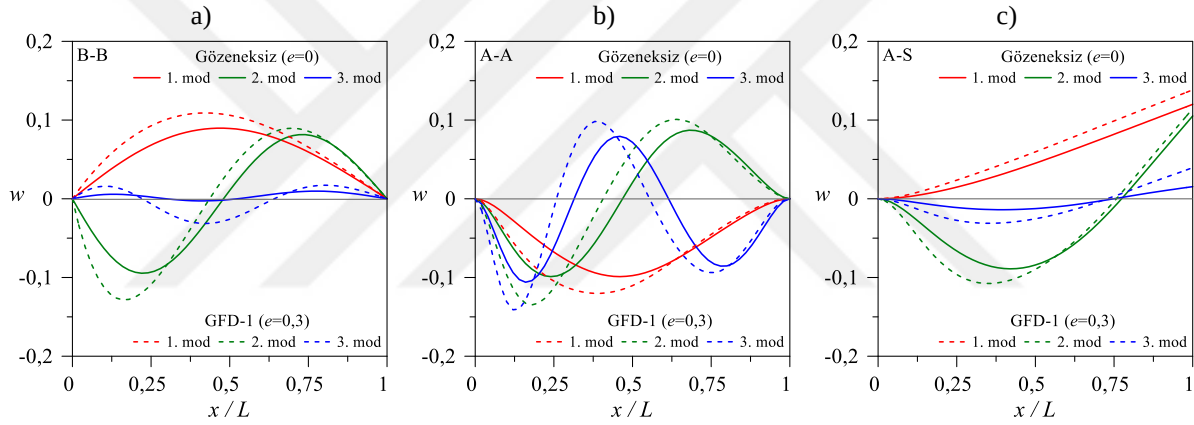


Şekil 47: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Boyutsuz Doğal Frekanslarının L / h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x = p_z = 5$)

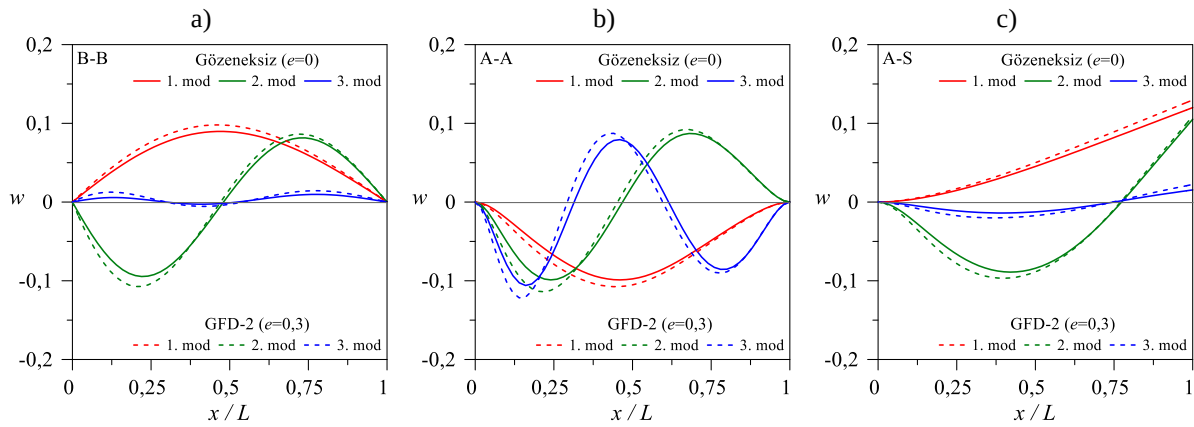
Şekil 45, Şekil 46 ve Şekil 47'de $p_x = p_z = 5$ için sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD kirişlerin değişen gözeneklilik katsayısına göre önerilen çözüm ile elde edilen en büyük boyutsuz doğal frekansların L/h 'ye bağlı değişimleri

karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Basit mesnetli GFD-1 kirişi hariç diğer tüm grafiklerde e arttıkça boyutsuz doğal frekansların azaldığı ve L/h oranı arttıkça sonuçların belirli bir L/h değerine kadar arttığı daha sonrasında ise sabit kaldığı görülmektedir. Basit mesnetli GFD-1 kirişinde tam tersi durum görülmektedir. Ayrıca, gözeneklilik katsayısı arttıkça boyutsuz doğal frekansların azaldığı şekillerden net olarak görülmektedir.

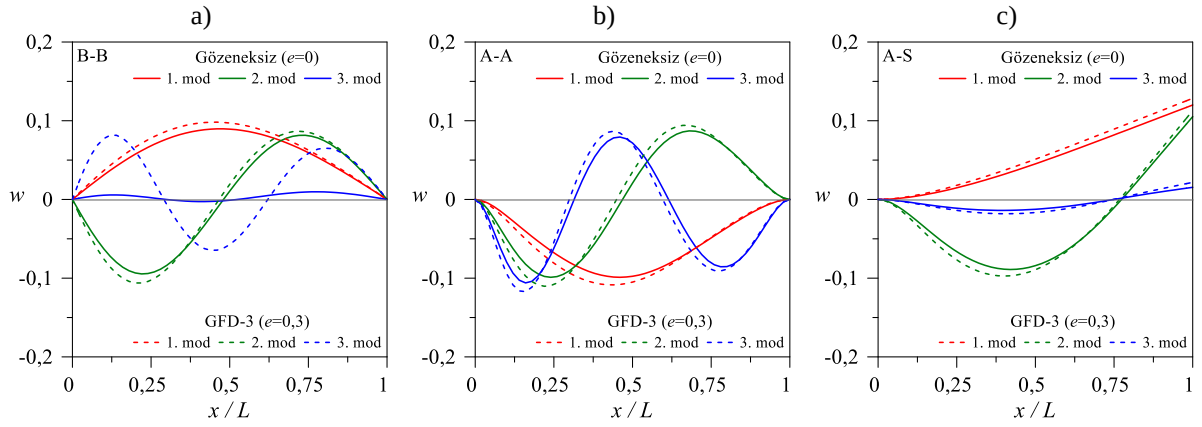
Şekil 48, Şekil 49 ve Şekil 50’de $L/h=5$ ve $p_x=p_z=1$ için sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına ve gözeneklilik katsayısına sahip 2D FD kirişlerin ilk üç titreşim mod şekilleri gösterilmiştir. Şekiller incelendiğinde, üç farklı tipteki kirişte de titreşim mod şekillerinin en büyük genliklerinin konumlarında değişiklik olsa da benzer dağılımlar sergilemektedirler. Basit mesnetli (B-B) ve iki ucu ankastre mesnetli (A-A) kirişler simetrik geometrilerine rağmen simetrik mod şekilleri göstermemektedir. Çünkü kirişlerdeki malzeme özellikleri asimetrik olarak değişmektedir.



Şekil 48: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Titreşim Mod Şekilleri ($L/h=5$, $p_x=p_z=1$)



Şekil 49: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Titreşim Mod Şekilleri ($L/h=5$, $p_x=p_z=1$)



Şekil 50: a) Basit Mesnetli, b) İki ucu ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Titreşim Mod Şekilleri ($L/h=5$, $p_x=p_z=1$)

3.3. GÖZENEKLİ 2D FD KİRİŞLERİN BURKULMA ANALİZLERİ

Bu bölümde önerilen analitik çözüm yöntemi kullanılarak farklı sınır şartlarına ve gözeneklilik dağılımlarına sahip iki doğrultulu fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerinin burkulma analizleri yapılmıştır. Analizlerde Şekil 2’de verilen GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 olmak üzere üç farklı gözenekli 2D FD kiriş modeli kullanılmıştır. Kirişlerin malzeme özellikleri olarak Tablo 2’de belirtilen değerler kullanılmıştır. Çeşitli L/h oranları, çeşitli p_x ile p_z değerleri, farklı gözeneklilik katsayıları ve farklı sınır şartları için kritik burkulma yükleri hesaplanarak (35)’teki denklem doğrultusunda boyutsuz hale getirilmiştir.

$$\bar{\lambda} = \frac{12(P_0)_{kr} L^2}{E_m h^3} \quad (35)$$

Tablo 51’de $L/h=5$, $p_x=p_z=1$ ve $e=0,1$ için farklı sınır şartlarına sahip 2D FD GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki kirişlerin analitik çözümünde kullanılan seri sayısını belirlemek amacıyla yakınsama çalışması yapılmıştır. Tablo incelendiğinde, üç farklı gözeneklilik dağılımı için de seri sayısının artmasıyla birlikte boyutsuz kritik burkulma yüklerinin azaldığı ve belirli bir seri sayısından sonra değerlerin yakınsadığı görülmektedir. Bu çalışmanın çözümünde yeterli olacak seri sayısı 6 olarak belirlenmiştir. Ayrıca, sınır şartları karşılaştırılırsa en büyük boyutsuz kritik burkulma yükleri ankastre mesnetli sınır şartında, en küçük boyutsuz kritik burkulma yükleri ise konsol kirişte oluşmaktadır. Gözeneklilik tipleri karşılaştırılırsa da en büyük boyutsuz kritik burkulma yükleri GFD-2 tip kirişte, en küçük boyutsuz kritik burkulma yükleri GFD-1 tip kirişte meydana gelmektedir.

Tablo 51: Gözenekli 2D FD Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Seri Sayısına Göre Değişimi ($L/h = 5$, $p_x = p_z = 1$, $e=0,1$)

Seri sayısı (m)	GFD-1			GFD -2			GFD -3		
	B-B	A-A	A-S	B-B	A-A	A-S	B-B	A-A	A-S
1	16,8519	47,4232	4,5757	19,4813	53,9140	5,3278	18,0068	51,0842	4,8694
2	14,7608	41,5701	2,7921	17,5360	48,4578	3,4095	15,9601	45,3071	3,0154
3	13,4108	41,0653	2,7183	15,7016	47,8140	3,3528	14,4172	44,8122	2,9456
4	13,2044	40,8458	2,7085	15,4965	47,5294	3,3469	14,2083	44,5563	2,9376
5	13,1930	47,4975	2,7068	15,4888	47,4975	3,3461	14,1981	44,5274	2,9364
6	13,1917	40,7778	2,7065	15,4880	47,4567	3,3460	14,1971	44,5005	2,9362
8	13,1915	40,7541	2,7065	15,4879	47,4338	3,3460	14,1969	44,4864	2,9361
10	13,1914	40,7465	2,7065	15,4879	47,4276	3,3460	14,1969	44,4820	2,9361

Tablo 52 ve Tablo 53'te sırasıyla $L/h=5$ ve 20 için çeşitli sınır şartlarındaki 2D FD gözeneksiz kirişlerin önerilen çözüm yardımıyla elde edilen boyutsuz kritik burkulma yüklerinin güç yasası endekslerine bağlı değişimleri literatürle karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Çalışmadaki sonuçların literatürdeki verilerle uyumlu olduğu görülmektedir. Tüm mesnetlenme durumları için güç yasası endeksleri arttıkça kritik burkulma yükleri azalmaktadır. Sınır şartlarının kritik burkulma değerlerine etkisi incelenirse en büyük sonuçlar iki ucu ankastre mesnetli (A-A) durumda, en küçük sonuçlar ise konsol kiriş (A-S) durumunda elde edilmektedir.

Tablo 54, Tablo 55 ve Tablo 56'da $L/h=5$ için, Tablo 57, Tablo 58 ve Tablo 59'da $L/h=20$ için sırasıyla basit mesnetli 2D FD GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki kirişlerin boyutsuz kritik burkulma yüklerinin değişen derecelendirme üstleri ile gözeneklilik katsayısına (e) göre değişimi verilmiştir. Elde edilen sonuçlar literatürdeki veriler ile karşılaştırılmıştır. Sonuçların uyum içinde olduğu görülmektedir. Tablolar incelendiğinde, güç yasası endeksleri arttıkça gözeneksiz kirişlere benzer şekilde boyutsuz kritik burkulma yüklerinin azaldığı görülmektedir. Tüm sınır şartlarında e değeri arttıkça boyutsuz kritik burkulma yükleri azalmaktadır. Bunun sebebi e 'nin artmasıyla elastisite modülü azalmakta ve sistemin rijitliği düşmektedir. Bu durum kirişin taşıma kapasitesini düşürmektedir. Dolayısıyla da kirişin kritik burkulma yükü azalmaktadır. Tablo 60–Tablo 71'de sırasıyla iki ucu ankastre ve konsol kirişlere ait üç farklı gözeneklilik tipi ve farklı narinlik oranları için sonuçlar verilmiştir. Bu tablolara göre, kirişlerimizin sınır koşulları değişse de yapılan yorumlar basit mesnetli kiriş için yapılan yorumlara benzer olmaktadır.

Tablo 52: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin 2D FD Gözeneksiz Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Doğrulanması ($L/h=5$)

Sınır şartı	p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
B-B	0	Bu çalışma	48,5959	25,6021	17,0293	11,0936
		Karamanli (2018b)	48,5959	24,9833	16,6297	10,9883
		Turan ve Adıyaman (2024)	48,5959	24,9814	16,6293	10,9880
		Turan (2024)	48,5904	25,6458	17,0382	11,0890
	1	Bu çalışma	24,5838	16,4784	13,0754	10,1900
		Karamanli (2018b)	24,5838	16,3126	12,9394	10,1423
		Turan ve Adıyaman (2024)	24,5838	16,3124	12,9394	10,1422
		Turan (2024)	24,5814	16,4833	13,0745	10,1873
	2	Bu çalışma	19,0709	14,3476	12,0713	9,9201
		Karamanli (2018b)	19,0709	14,2731	12,0082	9,8965
		Turan ve Adıyaman (2024)	19,0702	14,2727	12,0078	9,8962
		Turan (2024)	19,1617	14,3984	12,1037	9,9375
	5	Bu çalışma	15,6435	12,7527	11,1804	9,6239
		Karamanli (2018b)	15,6435	12,7414	11,1712	9,6200
		Turan ve Adıyaman (2024)	15,6327	12,7379	11,1685	9,6185
		Turan (2024)	15,9417	12,8794	11,2625	9,6717
A-A	0	Bu çalışma	152,1474	74,9009	54,0514	39,1408
		Karamanli (2018b)	152,1470	72,0959	52,0853	38,8730
		Turan ve Adıyaman (2024)	152,1427	72,0558	52,0674	38,8678
		Turan (2024)	152,1223	74,7420	54,3659	39,5159
	1	Bu çalışma	79,4836	51,2009	42,3344	34,7479
		Karamanli (2018b)	79,4835	50,0389	41,2629	34,3748
		Turan ve Adıyaman (2024)	79,4814	50,0340	41,2592	34,3724
		Turan (2024)	79,6582	51,1869	42,5883	34,8341
	2	Bu çalışma	60,8784	44,3598	38,6052	33,2710
		Karamanli (2018b)	60,8783	43,4884	37,7746	32,8623
		Turan ve Adıyaman (2024)	60,8755	43,4873	37,7729	32,8609
		Turan (2024)	61,8285	44,6681	38,9789	33,3455
	5	Bu çalışma	46,8870	38,2160	34,9549	31,7199
		Karamanli (2018b)	46,8870	37,7663	34,508	31,4285
		Turan ve Adıyaman (2024)	46,8132	37,7498	34,5000	31,4273
		Turan (2024)	49,6407	39,4170	35,4800	31,9395
A-S	0	Bu çalışma	13,0594	4,7500	3,3263	2,6054
		Karamanli (2018b)	13,0595	4,7498	3,3263	2,6053
		Turan ve Adıyaman (2024)	13,0594	4,7498	3,3263	2,6053
		Turan (2024)	13,0593	4,7949	3,3264	2,6053
	1	Bu çalışma	6,5352	3,5691	2,9107	2,5224
		Karamanli (2018b)	6,5352	3,5691	2,9107	2,5223
		Turan ve Adıyaman (2024)	6,5352	3,5691	2,9107	2,5223
		Turan (2024)	6,5352	3,5779	2,9107	2,5223
	2	Bu çalışma	5,0916	3,2877	2,8032	2,4983
		Karamanli (2018b)	5,0916	3,2877	2,8032	2,4983
		Turan ve Adıyaman (2024)	5,0915	3,2876	2,8032	2,4983
		Turan (2024)	5,0981	3,2971	2,8059	2,4998
	5	Bu çalışma	4,2704	3,0557	2,6993	2,4711
		Karamanli (2018b)	4,2704	3,0557	2,6993	2,4711
		Turan ve Adıyaman (2024)	4,2696	3,0551	2,6989	2,4709
		Turan (2024)	4,2925	3,0695	2,7068	2,4753

Tablo 53: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin 2D FD Gözeneksiz Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin Doğrulanması ($L/h=20$)

Sınır şartı	p_z	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
B-B	0	Bu çalışma	53,2364	28,5590	18,6783	11,9417
		Karamanli (2018b)	53,2364	28,5105	18,6436	11,9306
		Turan ve Adıyaman (2024)	53,2369	28,5107	18,6434	11,9303
		Turan (2024)	53,2364	28,6091	18,6885	11,9380
	1	Bu çalışma	26,5619	18,0467	14,2273	11,0005
		Karamanli (2018b)	26,5619	18,0342	14,2161	10,9954
		Turan ve Adıyaman (2024)	26,5622	18,0344	14,2163	10,9955
		Turan (2024)	26,5619	18,0541	14,2278	10,9988
	2	Bu çalışma	20,7185	15,7702	13,1979	10,7668
		Karamanli (2018b)	20,7185	15,7645	13,1927	10,7638
		Turan ve Adıyaman (2024)	20,7187	15,7646	13,1928	10,7639
		Turan (2024)	20,7253	15,7780	13,2007	10,7669
	5	Bu çalışma	17,4842	14,2177	12,3586	10,5352
		Karamanli (2018b)	17,4842	14,2169	12,3578	10,5342
		Turan ve Adıyaman (2024)	17,4835	14,2167	12,3577	10,5342
		Turan (2024)	17,5073	14,2298	12,3651	10,5382
A-A	0	Bu çalışma	208,9514	105,1985	77,5961	56,6851
		Karamanli (2018b)	208,9510	104,9660	77,3658	56,6534
		Turan ve Adıyaman (2024)	208,9592	104,9717	77,3652	56,6489
		Turan (2024)	209,3098	105,2145	78,1972	57,2851
	1	Bu çalışma	104,5636	69,4186	58,5866	48,8712
		Karamanli (2018b)	104,5630	68,7433	57,8242	48,3525
		Turan ve Adıyaman (2024)	104,5682	68,7463	57,8265	48,3537
		Turan (2024)	104,8285	69,5248	59,0023	49,0981
	2	Bu çalışma	81,4651	61,1620	53,9209	46,8019
		Karamanli (2018b)	81,4649	60,2068	52,8695	46,0630
		Turan ve Adıyaman (2024)	81,4674	60,2089	52,8714	46,0644
		Turan (2024)	81,6952	61,3745	54,0921	47,0010
	5	Bu çalışma	68,3269	55,1837	50,0625	44,8576
		Karamanli (2018b)	68,3268	54,3477	49,2052	44,2740
		Turan ve Adıyaman (2024)	68,3155	54,3461	49,2054	44,2754
		Turan (2024)	68,7914	55,1831	50,2148	44,9794
A-S	0	Bu çalışma	13,3729	4,8160	3,3729	2,6450
		Karamanli (2018b)	13,3730	4,8128	3,3684	2,6445
		Turan ve Adıyaman (2024)	13,3730	4,8128	3,3684	2,6445
		Turan (2024)	13,3730	4,8587	3,3685	2,6445
	1	Bu çalışma	6,6673	3,6220	2,9542	2,5659
		Karamanli (2018b)	6,6673	3,6222	2,9542	2,5659
		Turan ve Adıyaman (2024)	6,6674	3,6222	2,9542	2,5659
		Turan (2024)	6,6673	3,6312	2,9542	2,5659
	2	Bu çalışma	5,2021	3,3469	2,8529	2,5467
		Karamanli (2018b)	5,2021	3,3464	2,8529	2,5464
		Turan ve Adıyaman (2024)	5,2021	3,3464	2,8529	2,5464
		Turan (2024)	5,2025	3,3525	2,8530	2,5464
	5	Bu çalışma	4,3970	3,1288	2,7604	2,5267
		Karamanli (2018b)	4,3970	3,1291	2,7603	2,5264
		Turan ve Adıyaman (2024)	4,3969	3,1291	2,7603	2,5264
		Turan (2024)	4,3984	3,1325	2,7608	2,5266

Tablo 54: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	45,7185	22,1885	13,5290	7,9510
			Turan (2024)	45,7134	22,2500	13,5607	7,9482
			Turan ve Adıyaman (2024)	45,7185	21,3859	13,0611	7,8457
		0,2	Bu çalışma	42,8411	18,4320	9,6248	4,6598
			Turan (2024)	42,8363	18,5143	9,7315	4,6580
			Turan ve Adıyaman (2024)	42,8411	17,1996	9,0315	4,5586
		0,3	Bu çalışma	39,9637	12,9325	3,7407	0,7992
			Turan (2024)	39,9592	13,3511	3,8671	0,8080
			Turan ve Adıyaman (2024)	39,9637	6,1722	2,5097	0,7286
	1	0,1	Bu çalışma	21,2245	13,1917	9,8760	7,1827
			Turan (2024)	21,2225	13,1999	9,8775	7,1805
			Turan ve Adıyaman (2024)	21,2245	12,9881	9,7163	7,1318
		0,2	Bu çalışma	17,7371	9,6797	6,4647	4,0891
			Turan (2024)	17,7356	9,6938	6,4761	4,0880
			Turan ve Adıyaman (2024)	17,7371	9,4021	6,2665	4,0371
		0,3	Bu çalışma	14,0614	5,3175	2,0747	0,6385
			Turan (2024)	14,0603	5,3739	2,1309	0,6354
			Turan ve Adıyaman (2024)	14,0614	4,1335	1,6887	0,5989
	2	0,1	Bu çalışma	15,3742	11,0130	8,9120	6,9461
			Turan (2024)	15,4497	11,0605	8,9417	6,9604
			Turan ve Adıyaman (2024)	15,3735	10,9195	8,8341	6,9190
		0,2	Bu çalışma	11,3663	7,4125	5,5664	3,9033
			Turan (2024)	11,4189	7,4530	5,5948	3,9137
			Turan ve Adıyaman (2024)	11,3660	7,2883	5,4657	3,8732
		0,3	Bu çalışma	6,8105	2,9589	1,4566	0,5741
			Turan (2024)	6,8301	2,9981	1,4863	0,5739
			Turan ve Adıyaman (2024)	6,8105	2,6680	1,2841	0,5472
	5	0,1	Bu çalışma	11,9020	9,4921	8,0996	6,6892
			Turan (2024)	12,1800	9,6195	8,1785	6,7315
			Turan ve Adıyaman (2024)	11,8889	9,4716	8,0835	6,6824
		0,2	Bu çalışma	7,6542	5,9402	4,8600	3,7070
			Turan (2024)	7,8641	6,0581	4,9314	3,7397
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,6409	5,9081	4,8353	3,6983
		0,3	Bu çalışma	2,1169	1,3236	0,9334	0,5059
			Turan (2024)	2,1416	1,3573	0,9644	0,5121
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,1158	1,2756	0,8846	0,4931

Tablo 55: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	47,7681	24,5601	16,0331	10,2278
			Turan (2024)	47,8033	24,6881	16,1004	10,2572
			Turan ve Adıyaman (2024)	47,7681	23,7570	15,5064	10,0894
		0,2	Bu çalışma	46,9347	23,4263	14,9650	9,3208
			Turan (2024)	47,0142	23,6881	15,1300	9,4094
			Turan ve Adıyaman (2024)	46,9343	22,3066	14,2032	9,1162
		0,3	Bu çalışma	46,0949	22,0971	13,7402	8,3136
			Turan (2024)	46,2229	22,6215	14,1093	8,5356
			Turan ve Adıyaman (2024)	46,0937	20,2927	12,4143	7,9262
	1	0,1	Bu çalışma	23,5619	15,4880	12,1539	9,3488
			Turan (2024)	23,5877	15,5421	12,1955	9,3810
			Turan ve Adıyaman (2024)	23,5619	15,2657	11,9667	9,2827
		0,2	Bu çalışma	22,5123	14,4389	11,1814	8,4690
			Turan (2024)	22,5688	14,5663	11,2908	8,5608

		Turan ve Adıyaman (2024)	22,5118	14,1124	10,8920	8,3630
	0,3	Bu çalışma	21,4301	13,2833	10,1039	7,4946
		Turan (2024)	21,5203	13,5412	10,3475	7,7173
		Turan ve Adıyaman (2024)	21,4287	12,7132	9,5452	7,2675
2	0,1	Bu çalışma	17,8818	13,3108	11,1367	9,0740
		Turan (2024)	18,0087	13,4185	11,2194	9,1326
		Turan ve Adıyaman (2024)	17,8796	13,2051	11,0447	9,0390
	0,2	Bu çalışma	16,6324	12,2008	10,1426	8,1843
		Turan (2024)	16,7986	12,3919	10,3049	8,3127
		Turan ve Adıyaman (2024)	16,6279	12,0331	9,9887	8,1224
	0,3	Bu çalışma	15,3092	10,9653	9,0293	7,1885
		Turan (2024)	15,5179	11,2992	9,3451	7,4678
		Turan ve Adıyaman (2024)	15,3009	10,6368	8,6949	7,0363
5	0,1	Bu çalışma	14,3598	11,7002	10,2383	8,7670
		Turan (2024)	14,7567	11,9189	10,3938	8,8697
		Turan ve Adıyaman (2024)	14,3372	11,6741	10,2176	8,7568
	0,2	Bu çalışma	12,9566	10,5407	9,2156	7,8540
		Turan (2024)	13,4814	10,9039	9,4930	8,0516
		Turan ve Adıyaman (2024)	12,9111	10,4843	9,1700	7,8292
	0,3	Bu çalışma	11,3841	9,1787	8,0195	6,8028
		Turan (2024)	12,0825	9,8072	8,5413	7,2060
		Turan ve Adıyaman (2024)	11,2904	9,0210	7,8819	6,7192

Tablo 56: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	46,5411	23,2548	14,5526	8,8146
			Turan (2024)	46,4987	23,2467	14,5364	8,7908
		0,2	Bu çalışma	44,4809	20,8042	11,8997	6,4439
			Turan (2024)	44,4049	20,7476	11,8905	6,4161
		0,3	Bu çalışma	42,4150	18,1711	8,8961	3,9088
			Turan (2024)	42,3090	18,0609	8,9680	3,8920
	1	0,1	Bu çalışma	22,2649	14,1971	10,8038	8,0122
			Turan (2024)	22,2395	14,1684	10,7758	7,9887
		0,2	Bu çalışma	19,9034	11,8344	8,4334	5,7696
			Turan (2024)	19,8620	11,7855	8,3953	5,7414
		0,3	Bu çalışma	17,4916	9,3349	5,8712	3,4121
			Turan (2024)	17,4416	9,2843	5,8535	3,3973
	2	0,1	Bu çalışma	16,6112	12,0699	9,8483	7,7757
			Turan (2024)	16,6599	12,0764	9,8439	7,7649
		0,2	Bu çalışma	14,0646	9,7079	7,5421	5,5728
			Turan (2024)	14,0816	9,6856	7,5182	5,5511
		0,3	Bu çalışma	11,4079	7,2142	5,0848	3,2683
			Turan (2024)	11,4046	7,1828	5,0676	3,2553
	5	0,1	Bu çalışma	13,2456	10,5561	9,0317	7,5218
			Turan (2024)	13,4519	10,6162	9,0601	7,5299
		0,2	Bu çalışma	10,7249	8,2780	6,8116	5,3667
			Turan (2024)	10,8507	8,2886	6,8048	5,3539
		0,3	Bu çalışma	8,0257	5,8685	4,4635	3,1200
			Turan (2024)	8,0868	5,8535	4,4480	3,1089

Tablo 57: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	50,0842	24,9543	14,9054	8,5457
			Turan (2024)	50,0843	25,0236	14,9361	8,5435
			Turan ve Adıyaman (2024)	50,0847	24,8899	14,8643	8,5350
		0,2	Bu çalışma	46,9321	21,1319	10,7336	5,0011
			Turan (2024)	46,9321	21,2202	10,8399	5,0006
			Turan ve Adıyaman (2024)	46,9325	21,0276	10,6835	4,9902
		0,3	Bu çalışma	43,7799	16,6606	4,9089	0,8702
			Turan (2024)	43,7799	16,6912	4,9750	0,8738
			Turan ve Adıyaman (2024)	43,7803	16,2827	4,5996	0,8492
	1	0,1	Bu çalışma	22,8574	14,4573	10,7423	7,7339
			Turan (2024)	22,8575	14,4677	10,7450	7,7323
			Turan ve Adıyaman (2024)	22,8577	14,4420	10,7294	7,7287
		0,2	Bu çalışma	19,0142	10,6408	7,0406	4,3860
			Turan (2024)	19,0142	10,6569	7,0523	4,3854
			Turan ve Adıyaman (2024)	19,0145	10,6196	7,0246	4,3810
		0,3	Bu çalışma	14,9725	6,1035	2,3721	0,6834
			Turan (2024)	14,9725	6,1261	2,4362	0,6801
			Turan ve Adıyaman (2024)	14,9727	6,0378	2,3182	0,6743
	2	0,1	Bu çalışma	16,6053	12,0926	9,7355	7,5221
			Turan (2024)	16,6109	12,1013	9,7388	7,5219
			Turan ve Adıyaman (2024)	16,6055	12,0856	10,7294	7,7287
		0,2	Bu çalışma	12,1533	8,1176	6,0718	4,2107
			Turan (2024)	12,1571	8,1265	6,0788	4,2110
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,1534	8,1082	6,0633	4,2076
		0,3	Bu çalışma	7,1435	3,2553	1,6085	0,6152
			Turan (2024)	7,1448	3,2686	1,6272	0,6121
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,1436	3,2364	1,5891	0,6087
	5	0,1	Bu çalışma	13,2731	10,6123	8,9705	7,3196
			Turan (2024)	13,2945	10,6252	8,9770	7,3220
			Turan ve Adıyaman (2024)	13,2721	10,6108	8,9691	7,3182
		0,2	Bu çalışma	8,4404	6,6511	5,3959	4,0520
			Turan (2024)	8,4561	6,6638	5,4031	4,0537
			Turan ve Adıyaman (2024)	8,4395	6,6485	5,3934	4,0505
		0,3	Bu çalışma	2,1992	1,4300	1,0232	0,5495
			Turan (2024)	2,2010	1,4328	1,0301	0,5475
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,1994	1,4265	1,0181	0,5455

Tablo 58: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	52,4402	27,6573	17,7472	11,0951
			Turan (2024)	52,4433	27,7169	17,7643	11,0940
			Turan ve Adıyaman (2024)	52,4406	27,5934	17,7011	11,0811
		0,2	Bu çalışma	51,6435	26,7414	16,7996	10,2410
			Turan (2024)	51,6500	26,8150	16,8268	10,2442
			Turan ve Adıyaman (2024)	51,6439	26,6518	16,7317	10,2213
		0,3	Bu çalışma	50,8463	25,8073	15,8268	9,3748
			Turan (2024)	50,8565	25,9012	15,8731	9,3873
			Turan ve Adıyaman (2024)	50,8466	25,6611	15,7045	9,3377
	1	0,1	Bu çalışma	25,5068	17,0859	13,3308	10,1766
			Turan (2024)	25,5089	17,0973	13,3348	10,1776
			Turan ve Adıyaman (2024)	25,5071	17,0691	13,3157	10,1702
		0,2	Bu çalışma	24,4225	16,0958	12,4151	9,3461
			Turan (2024)	24,4268	16,1127	12,4246	9,3513

2	0,3	Turan ve Adıyaman (2024)	24,4227	16,0706	12,3915	9,3362
		Bu çalışma	23,3037	15,0652	11,4709	8,5026
		Turan (2024)	23,3105	15,0912	11,4904	8,5177
		Turan ve Adıyaman (2024)	23,3038	15,0203	11,4233	8,4819
	0,1	Bu çalışma	19,4768	14,7532	12,2907	9,9444
		Turan (2024)	19,4863	14,7655	12,2972	9,9476
		Turan ve Adıyaman (2024)	19,4768	14,7452	12,2830	9,9406
	0,2	Bu çalışma	18,1681	13,6876	11,3562	9,1139
		Turan (2024)	18,1805	13,7062	11,3691	9,1223
		Turan ve Adıyaman (2024)	18,1679	13,6744	11,3434	9,1076
	0,3	Bu çalışma	16,7762	12,5522	10,3800	8,2677
		Turan (2024)	16,7919	12,5813	10,4050	8,2879
		Turan ve Adıyaman (2024)	16,7758	12,5256	10,3509	8,2531
5	0,1	Bu çalışma	16,2068	13,2277	11,4729	9,7190
		Turan (2024)	16,2378	13,2473	11,4853	9,7261
		Turan ve Adıyaman (2024)	16,2050	13,2256	11,4712	9,7175
	0,2	Bu çalışma	14,8186	12,1787	10,5584	8,8938
		Turan (2024)	14,8602	12,2106	10,5809	8,9087
		Turan ve Adıyaman (2024)	14,8148	12,1739	10,5543	8,8910
	0,3	Bu çalışma	13,2766	11,0348	9,5929	8,0497
		Turan (2024)	13,3331	11,0903	9,6370	8,0822
		Turan ve Adıyaman (2024)	13,2683	11,0202	9,5799	8,0412

Tablo 59: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Basit Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	50,8800	25,8836	15,8814	9,4090
			Turan (2024)	50,8772	25,9430	15,9024	9,4048
		0,2	Bu çalışma	48,5232	23,1094	12,9120	6,8082
			Turan (2024)	48,5179	23,1812	12,9632	6,8055
		0,3	Bu çalışma	46,1659	20,1650	9,5868	4,0770
			Turan (2024)	46,1584	20,2393	9,7273	4,0736
	1	0,1	Bu çalışma	23,9411	15,4509	11,6649	8,5657
			Turan (2024)	23,9394	15,4581	11,6645	8,5625
		0,2	Bu çalışma	21,2898	12,7875	9,0227	6,0959
			Turan (2024)	21,2869	12,7972	9,0247	6,0926
		0,3	Bu çalışma	18,6027	10,0059	6,2126	3,5525
			Turan (2024)	18,5993	10,0214	6,2295	3,5511
	2	0,1	Bu çalışma	17,9130	13,1557	10,6690	8,3507
			Turan (2024)	17,9167	13,1612	10,6694	8,3487
		0,2	Bu çalışma	15,0386	10,4755	8,0803	5,9079
			Turan (2024)	15,0398	10,4803	8,0805	5,9052
		0,3	Bu çalışma	12,0782	7,6898	5,3729	3,4087
			Turan (2024)	12,0780	7,6964	5,3802	3,4074
	5	0,1	Bu çalışma	14,6560	11,6526	9,8790	8,1398
			Turan (2024)	14,6717	11,6600	9,8813	8,1396
		0,2	Bu çalışma	11,7170	9,0232	7,3523	5,7241
			Turan (2024)	11,7264	9,0278	7,3524	5,7225
		0,3	Bu çalışma	8,6240	6,2913	4,7351	3,2662
			Turan (2024)	8,6285	6,2957	4,7369	3,2647

Tablo 60: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	143,1387	63,2349	42,3733	28,4913
			Turan (2024)	143,1196	63,6192	42,6055	28,9360
			Turan ve Adıyaman (2024)	143,1342	59,4729	39,9889	28,2024
		0,2	Bu çalışma	134,1300	49,6617	29,2231	17,0232
			Turan (2024)	134,1121	51,8244	29,8543	17,3338
			Turan ve Adıyaman (2024)	134,1258	42,1343	25,9519	16,7133
		0,3	Bu çalışma	125,1213	30,3982	9,0364	2,8117
			Turan (2024)	125,1046	39,2437	15,8187	3,3746
			Turan ve Adıyaman (2024)	125,1173	6,8470	4,0899	2,5254
	1	0,1	Bu çalışma	69,1622	40,7778	32,0518	24,9294
			Turan (2024)	69,1811	40,7650	32,2731	25,0630
			Turan ve Adıyaman (2024)	69,1604	39,4357	30,8519	24,5554
		0,2	Bu çalışma	58,4466	29,4705	20,9374	14,6141
			Turan (2024)	58,4694	29,5094	21,0835	14,8140
			Turan ve Adıyaman (2024)	58,4452	27,7950	19,5397	14,2674
		0,3	Bu çalışma	47,1147	14,1116	5,8070	2,3574
			Turan (2024)	47,1414	16,0095	7,4408	2,4735
			Turan ve Adıyaman (2024)	47,1137	5,4090	3,7206	2,1767
	2	0,1	Bu çalışma	49,7583	34,0876	28,6125	23,6567
			Turan (2024)	50,5774	34,5583	29,0468	23,8163
			Turan ve Adıyaman (2024)	49,7558	33,1060	27,6838	23,2311
		0,2	Bu çalışma	37,6987	23,0366	17,9823	13,6628
			Turan (2024)	38,3059	23,4430	18,3413	13,8575
			Turan ve Adıyaman (2024)	37,6975	21,9231	16,9468	13,2528
		0,3	Bu çalışma	23,7238	8,7805	4,5361	2,1273
			Turan (2024)	23,9903	9,3555	5,1717	2,2136
			Turan ve Adıyaman (2024)	23,7238	4,9211	3,3015	1,9563
	5	0,1	Bu çalışma	35,8465	28,2355	25,2631	22,3081
			Turan (2024)	38,4662	29,4376	26,0085	22,5316
			Turan ve Adıyaman (2024)	35,7519	27,6987	24,7405	21,9804
		0,2	Bu çalışma	23,6316	17,5955	15,0998	12,6216
			Turan (2024)	25,7378	18,7338	15,7921	12,8535
			Turan ve Adıyaman (2024)	23,5258	16,9767	14,5005	12,2652
		0,3	Bu çalışma	7,5668	4,3136	3,0275	1,8374
			Turan (2024)	7,9025	4,7151	3,4308	1,9412
			Turan ve Adıyaman (2024)	7,5559	3,7847	2,4683	1,6380

Tablo 61: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	148,8449	70,6974	49,6003	34,9157
			Turan (2024)	149,2106	71,2298	50,5059	35,9568
			Turan ve Adıyaman (2024)	148,8440	66,8807	46,9385	34,5337
		0,2	Bu çalışma	145,4986	66,1176	44,5935	30,0644
			Turan (2024)	146,2791	67,5375	46,4295	32,1680
			Turan ve Adıyaman (2024)	145,4989	60,4401	40,6351	29,4321
		0,3	Bu çalışma	142,1036	60,7505	38,4406	23,8071
			Turan (2024)	143,3315	63,7197	42,0616	27,9857
			Turan ve Adıyaman (2024)	142,1015	50,5451	31,5504	22,5179
	1	0,1	Bu çalışma	75,8358	47,4567	38,4943	30,9440
			Turan (2024)	76,1365	47,8547	39,2338	31,5781
			Turan ve Adıyaman (2024)	75,8359	46,0149	37,1614	30,5239
		0,2	Bu çalışma	72,0973	43,4671	34,2434	26,6449
			Turan (2024)	72,7063	44,3700	35,7194	28,1592

2	0,3	Turan ve Adıyaman (2024)	72,0963	41,4854	32,3813	26,0868
		Bu çalışma	68,2547	39,0705	29,1325	21,2465
		Turan (2024)	69,1975	40,7464	31,9572	24,4781
	0,1	Turan ve Adıyaman (2024)	68,2480	35,6831	25,8649	20,2147
		Bu çalışma	56,7441	40,4735	34,7538	29,5113
		Turan (2024)	58,0508	41,4820	35,7554	30,2015
	0,2	Turan ve Adıyaman (2024)	56,7319	39,4552	33,7932	29,0845
		Bu çalışma	52,4348	36,2849	30,4887	25,2749
		Turan (2024)	54,1250	37,9516	32,2910	26,8352
	0,3	Turan ve Adıyaman (2024)	52,4043	34,9536	29,2337	24,7660
		Bu çalışma	47,9165	31,5889	25,3696	20,0081
		Turan (2024)	50,0159	34,2377	28,6013	23,2214
	0,1	Turan ve Adıyaman (2024)	47,8552	29,3802	23,2518	19,1461
5	0,1	Bu çalışma	42,1757	34,0693	31,0023	27,9721
		Turan (2024)	45,7471	36,0296	32,4307	28,7751
		Turan ve Adıyaman (2024)	42,0162	33,5484	30,5141	27,6721
	0,2	Bu çalışma	37,0556	29,4323	26,5430	23,7286
		Turan (2024)	41,6308	32,4733	28,9937	25,4566
		Turan ve Adıyaman (2024)	36,7378	28,7654	25,9483	23,3736
	0,3	Bu çalışma	31,3712	23,9185	21,0890	18,4500
		Turan (2024)	37,2175	28,6855	25,3170	21,8920
		Turan ve Adıyaman (2024)	30,7509	22,7838	20,0987	17,8301

Tablo 62: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	146,4007	67,5392	46,8134	32,5636
			Turan (2024)	146,0220	67,2684	46,5746	32,5454
		0,2	Bu çalışma	140,6113	59,4282	38,8455	25,4207
			Turan (2024)	139,9015	59,3855	38,2614	25,1703
		0,3	Bu çalışma	134,7759	49,7821	29,4338	17,1486
			Turan (2024)	133,7640	51,0501	29,1366	16,8808
	1	0,1	Bu çalışma	72,8206	44,5005	35,8075	28,5570
			Turan (2024)	72,5944	44,1608	35,6840	28,3028
		0,2	Bu çalışma	65,9350	37,3144	28,7692	21,9089
			Turan (2024)	65,5324	36,7799	28,3850	21,5114
		0,3	Bu çalışma	58,7795	29,2326	20,7394	14,3761
			Turan (2024)	58,2722	28,7881	20,3032	14,1430
	2	0,1	Bu çalışma	53,9627	37,9197	32,3430	27,2229
			Turan (2024)	54,5041	38,0168	32,3898	26,9977
		0,2	Bu çalışma	46,6426	31,0364	25,6368	20,7574
			Turan (2024)	46,8610	30,8389	25,3985	20,3602
		0,3	Bu çalışma	38,7786	23,3894	18,0996	13,4926
			Turan (2024)	38,7763	23,1052	17,7762	13,2332
	5	0,1	Bu çalışma	40,5720	32,2580	29,0414	25,8374
			Turan (2024)	42,5562	32,8721	29,2869	25,6530
		0,2	Bu çalışma	33,8012	25,9267	22,7511	19,5746
			Turan (2024)	35,0818	26,0682	22,6323	19,1776
		0,3	Bu çalışma	26,2996	18,9307	15,7477	12,5816
			Turan (2024)	26,9792	18,7975	15,4842	12,2833

Tablo 63: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	196,5793	89,7031	61,8758	41,9863
			Turan (2024)	197,0736	89,6856	62,2063	42,7047
			Turan ve Adıyaman (2024)	196,5866	89,4232	61,6036	41,9387
		0,2	Bu çalışma	184,2071	72,3126	44,1588	26,0749
			Turan (2024)	184,6704	73,3460	44,3645	26,8033
			Turan ve Adıyaman (2024)	184,2140	71,9392	43,7676	25,9634
		0,3	Bu çalışma	171,8351	48,0993	17,5164	5,4414
			Turan (2024)	172,2671	55,4872	23,3104	5,8745
			Turan ve Adıyaman (2024)	171,8414	45,8244	16,3494	5,2521
	1	0,1	Bu çalışma	90,0430	55,0576	44,5196	35,3645
			Turan (2024)	90,2715	55,0956	44,8603	35,6075
			Turan ve Adıyaman (2024)	90,0471	54,4205	43,7715	34,8587
		0,2	Bu çalışma	74,9763	39,5487	29,3776	21,1515
			Turan (2024)	75,1671	39,5565	29,5798	21,4482
			Turan ve Adıyaman (2024)	74,9800	39,0162	28,7091	20,7037
		0,3	Bu çalışma	59,1231	19,2821	9,4404	4,0101
			Turan (2024)	59,2741	20,6598	10,1727	4,1151
			Turan ve Adıyaman (2024)	59,1264	18,9295	8,9485	3,8125
	2	0,1	Bu çalışma	65,3733	46,6987	40,0369	33,5087
			Turan (2024)	65,6265	46,8335	40,3349	33,6993
			Turan ve Adıyaman (2024)	65,3754	45,7615	43,7715	34,8587
		0,2	Bu çalışma	47,9485	31,0393	25,2226	19,6463
			Turan (2024)	48,1306	31,1314	25,4174	19,8598
			Turan ve Adıyaman (2024)	47,9507	30,2484	24,2231	18,9096
		0,3	Bu çalışma	28,2968	11,2185	6,6647	3,4769
			Turan (2024)	28,3915	11,4570	6,8341	3,5644
			Turan ve Adıyaman (2024)	28,2989	10,9872	6,2610	3,1638
	5	0,1	Bu çalışma	51,8951	41,0644	36,5342	31,8180
			Turan (2024)	52,3541	41,3038	36,8392	31,9712
			Turan ve Adıyaman (2024)	51,8807	40,1384	35,5569	31,1515
		0,2	Bu çalışma	33,0811	25,6408	22,1594	18,3127
			Turan (2024)	33,4076	25,8288	22,3820	18,4682
			Turan ve Adıyaman (2024)	33,0663	24,7097	21,0881	17,5602
		0,3	Bu çalışma	8,7293	5,4689	4,3120	2,9307
			Turan (2024)	8,7783	5,5276	4,3840	2,9991
			Turan ve Adıyaman (2024)	8,7292	5,2605	3,8882	2,4646

Tablo 64: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	205,7327	101,2839	73,6012	52,8786
			Turan (2024)	206,2970	101,1650	74,2127	53,5896
			Turan ve Adıyaman (2024)	205,7401	100,9866	73,2793	52,8220
		0,2	Bu çalışma	202,5070	97,2807	69,4805	48,9314
			Turan (2024)	203,1146	97,2614	70,1350	49,8238
			Turan ve Adıyaman (2024)	202,5135	96,8686	68,9777	48,8192
		0,3	Bu çalışma	199,2732	93,1645	65,1691	44,6907
			Turan (2024)	199,9295	93,2954	65,9433	45,9580
			Turan ve Adıyaman (2024)	199,2784	92,5412	64,1967	44,3666
	1	0,1	Bu çalışma	100,3689	65,5408	54,8598	45,3183
			Turan (2024)	100,6551	65,6773	55,3135	45,6143
			Turan ve Adıyaman (2024)	100,3731	64,8692	54,0738	44,7853
		0,2	Bu çalışma	96,0583	61,5380	51,0146	41,6499
			Turan (2024)	96,3685	61,7204	51,5352	42,0703

2	0,3	Turan ve Adıyaman (2024)	96,0617	60,8618	50,1757	41,0871
		Bu çalışma	91,6114	57,3638	46,9786	37,7377
		Turan (2024)	91,9489	57,6176	47,6344	38,4357
	0,1	Turan ve Adıyaman (2024)	91,6133	56,6532	45,9683	37,0599
		Bu çalışma	76,5402	57,1061	50,1471	43,2640
		Turan (2024)	76,8814	57,3450	50,5588	43,5279
	0,2	Turan ve Adıyaman (2024)	76,5407	56,1502	49,0633	42,4925
		Bu çalışma	71,3532	52,8535	46,2158	39,5987
		Turan (2024)	71,7266	53,1664	46,7133	39,9901
	0,3	Turan ve Adıyaman (2024)	71,3506	51,9000	45,0868	38,7830
		Bu çalışma	65,8417	61,1620	42,0213	35,6618
		Turan (2024)	66,2503	48,7469	42,6920	36,3453
	0,1	Turan ve Adıyaman (2024)	65,8342	47,3501	40,7725	34,7420
5	0,1	Bu çalışma	63,1990	51,1844	46,3572	41,3756
		Turan (2024)	63,8334	51,5715	46,7923	41,6224
		Turan ve Adıyaman (2024)	63,1724	50,3017	45,4375	40,7428
	0,2	Bu çalışma	57,6156	46,9143	42,4539	37,7538
		Turan (2024)	58,3958	47,4687	43,0424	38,1466
		Turan ve Adıyaman (2024)	57,5589	45,9795	41,4565	37,0528
	0,3	Bu çalışma	51,3943	42,1780	38,1618	33,8081
		Turan (2024)	52,3821	43,0551	39,0892	34,5575
		Turan ve Adıyaman (2024)	51,2721	41,1468	37,0243	32,9766

Tablo 65: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin İki Ucu Ankastre Mesnetli 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	199,7916	93,8282	66,0889	45,9043
			Turan (2024)	200,2512	93,6830	66,4397	46,5365
		0,2	Bu çalışma	190,6252	81,6173	53,6785	34,5444
			Turan (2024)	191,0231	81,8366	53,7902	35,2294
		0,3	Bu çalışma	181,4519	67,7057	39,5014	22,0886
			Turan (2024)	181,7922	69,2890	39,7542	22,6602
	1	0,1	Bu çalışma	94,3427	59,0730	48,3544	38,9660
			Turan (2024)	94,5557	59,0911	48,6819	39,1595
		0,2	Bu çalışma	83,9882	48,3170	37,6877	28,7287
			Turan (2024)	84,1574	48,2695	37,9113	28,9382
		0,3	Bu çalışma	73,4768	36,7548	26,1237	17,8284
			Turan (2024)	73,6103	36,7633	26,2075	18,1174
	2	0,1	Bu çalışma	70,5454	50,9122	43,9066	37,0791
			Turan (2024)	70,7814	51,0128	44,1823	37,2241
		0,2	Bu çalışma	59,3318	40,3314	33,5713	27,1011
			Turan (2024)	59,5033	40,3619	33,7635	27,2386
		0,3	Bu çalışma	47,7512	29,1707	22,6069	16,6102
			Turan (2024)	47,8707	29,1811	22,6996	16,8075
	5	0,1	Bu çalışma	57,4002	45,2139	40,3123	35,3157
			Turan (2024)	57,7873	45,3849	40,5688	35,4219
		0,2	Bu çalışma	46,0158	34,9514	30,3081	25,5739
			Turan (2024)	46,2778	35,0238	30,4838	25,6519
		0,3	Bu çalışma	33,9888	24,1974	19,8221	15,4308
			Turan (2024)	34,1448	24,2068	19,9170	15,5444

Tablo 66: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	12,2862	3,8124	2,4528	1,8066
			Turan (2024)	12,2861	3,8872	2,4533	1,8065
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,2862	3,8117	2,4527	1,8065
		0,2	Bu çalışma	11,5129	2,7753	1,5193	0,9933
			Turan (2024)	11,5128	2,9246	1,5228	0,9931
			Turan ve Adıyaman (2024)	11,5129	2,7692	1,5186	0,9931
		0,3	Bu çalışma	10,7397	1,4339	0,3366	0,1256
			Turan (2024)	10,7396	1,8599	0,4286	0,1258
			Turan ve Adıyaman (2024)	10,7397	1,2536	0,3343	0,1251
	1	0,1	Bu çalışma	5,6277	2,7065	2,0885	1,7366
			Turan (2024)	5,6276	2,7207	2,0885	1,7366
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,6277	2,7065	2,0885	1,7366
		0,2	Bu çalışma	4,6860	1,7877	1,2338	0,9425
			Turan (2024)	4,6860	1,8150	1,2343	0,9424
			Turan ve Adıyaman (2024)	4,6860	1,7871	1,2337	0,9424
		0,3	Bu çalışma	3,6952	0,6368	0,2355	0,1136
			Turan (2024)	3,6952	0,7402	0,2548	0,1136
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,6952	0,6111	0,2349	0,1133
	2	0,1	Bu çalışma	4,0858	2,4319	1,9902	1,7158
			Turan (2024)	4,0912	2,4437	1,9923	1,7169
			Turan ve Adıyaman (2024)	4,0858	2,4317	1,9901	1,7157
		0,2	Bu çalışma	2,9968	1,5240	1,1502	0,9265
			Turan (2024)	3,0005	1,5418	1,1517	0,9272
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,9968	1,5236	1,1501	0,9265
		0,3	Bu çalışma	1,7685	0,4194	0,1975	0,1088
			Turan (2024)	1,7699	0,4531	0,2085	0,1090
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,7685	0,4101	0,1973	0,1086
	5	0,1	Bu çalışma	3,2434	2,2205	1,8991	1,6925
			Turan (2024)	3,2639	2,2348	1,9057	1,6960
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,2424	2,2198	1,8987	1,6923
		0,2	Bu çalışma	2,0676	1,3371	1,0776	0,9092
			Turan (2024)	2,0827	1,3532	1,0825	0,9117
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,0666	1,3362	1,0772	0,9090
		0,3	Bu çalışma	0,5456	0,2570	0,1622	0,1038
			Turan (2024)	0,5472	0,2683	0,1683	0,1042
			Turan ve Adıyaman (2024)	0,5455	0,2533	0,1618	0,1036

Tablo 67: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	12,8583	4,5191	3,1089	2,4027
			Turan (2024)	12,8611	4,5700	3,1098	2,4040
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,8583	4,5189	3,1089	2,4026
		0,2	Bu çalışma	12,6567	4,2848	2,8892	2,1981
			Turan (2024)	12,6628	4,3429	2,8910	2,2018
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,6566	4,2844	2,8892	2,1979
		0,3	Bu çalışma	12,4546	4,0465	2,6662	1,9894
			Turan (2024)	12,4642	4,1131	2,6698	1,9983
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,4545	4,0456	2,6661	1,9884
	1	0,1	Bu çalışma	6,2731	3,3460	2,7012	2,3213
			Turan (2024)	6,2750	3,3568	2,7023	2,3230
			Turan ve Adıyaman (2024)	6,2730	3,3460	2,7012	2,3212
		0,2	Bu çalışma	6,0036	3,1185	2,4893	2,1182
			Turan (2024)	6,0078	3,1316	2,4920	2,1229

2	0,3	Turan ve Adıyaman (2024)	6,0036	3,1185	2,4893	2,1179
		Bu çalışma	5,7257	2,8851	2,2735	1,9101
		Turan (2024)	5,7323	2,9007	2,2788	1,9214
		Turan ve Adıyaman (2024)	5,7256	2,8849	2,2733	1,9088
	0,1	Bu çalışma	4,7838	3,0605	2,5932	2,2968
		Turan (2024)	4,7929	3,0723	2,5977	2,3006
		Turan ve Adıyaman (2024)	4,7836	3,0603	2,5930	2,2967
	0,2	Bu çalışma	4,4596	2,8267	2,3797	2,0927
		Turan (2024)	4,4716	2,8415	2,3869	2,1005
		Turan ve Adıyaman (2024)	4,4592	2,8264	2,3794	2,0923
	0,3	Bu çalışma	4,1151	2,5832	2,1606	1,8825
		Turan (2024)	4,1302	2,6019	2,1724	1,8988
		Turan ve Adıyaman (2024)	4,1145	2,5824	2,1595	1,8804
5	0,1	Bu çalışma	3,9499	2,8308	2,4896	2,2686
		Turan (2024)	3,9796	2,8497	2,5011	2,2763
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,9481	2,8297	2,4888	2,2682
	0,2	Bu çalışma	3,6010	2,5968	2,2748	2,0624
		Turan (2024)	3,6406	2,6235	2,2928	2,0764
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,5973	2,5945	2,2731	2,0611
	0,3	Bu çalışma	3,2121	2,3471	2,0498	1,8467
		Turan (2024)	3,2657	2,3872	2,0804	1,8746
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,2044	2,3413	2,0448	1,8422

Tablo 68: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=5$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	12,4870	4,0549	2,6768	2,0100
			Turan (2024)	12,4842	4,1197	2,6768	2,0092
		0,2	Bu çalışma	11,9141	3,3147	1,9998	1,4066
			Turan (2024)	11,9088	3,4173	2,0008	1,4057
		0,3	Bu çalışma	11,3407	2,4871	1,2686	0,7888
			Turan (2024)	11,3334	2,6738	1,2755	0,7884
	1	0,1	Bu çalışma	5,8964	2,9362	2,3011	1,9374
			Turan (2024)	5,8947	2,9481	2,3004	1,9363
		0,2	Bu çalışma	5,2493	2,2812	1,6770	1,3469
			Turan (2024)	5,2464	2,3002	1,6765	1,3458
		0,3	Bu çalışma	4,5923	1,5817	1,0235	0,7469
			Turan (2024)	4,5889	1,6200	1,0243	0,7465
	2	0,1	Bu çalışma	4,4091	2,6654	2,2025	1,9165
			Turan (2024)	4,4126	2,6750	2,2035	1,9163
		0,2	Bu çalışma	3,7082	2,0259	1,5903	1,3298
			Turan (2024)	3,7095	2,0385	1,5906	1,3291
		0,3	Bu çalışma	2,9844	1,3541	0,9556	0,7347
			Turan (2024)	2,9843	1,3768	0,9562	0,7344
	5	0,1	Bu çalışma	3,5875	2,4500	2,1095	1,8934
			Turan (2024)	3,6026	2,4606	2,1136	1,8948
		0,2	Bu çalışma	2,8760	1,8303	1,5105	1,3113
			Turan (2024)	2,8850	1,8397	1,5123	1,3113
		0,3	Bu çalışma	2,1243	1,1846	0,8935	0,7217
			Turan (2024)	2,1286	1,1977	0,8944	0,7216

Tablo 69: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-1 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-1	0	0,1	Bu çalışma	12,5811	3,8595	2,4833	1,8341
			Turan (2024)	12,5812	3,9345	2,4812	1,8314
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,5812	3,8578	2,4806	1,8314
		0,2	Bu çalışma	11,7893	2,8055	1,5332	1,0052
			Turan (2024)	11,7894	2,9557	1,5372	1,0049
			Turan ve Adıyaman (2024)	11,7894	2,7983	1,5331	1,0049
		0,3	Bu çalışma	10,9975	1,4013	0,3333	0,1264
			Turan (2024)	10,9976	1,8754	0,4307	0,1267
			Turan ve Adıyaman (2024)	10,9976	1,2637	0,3362	0,1261
	1	0,1	Bu çalışma	5,7364	2,7428	2,1165	1,7642
			Turan (2024)	5,7365	2,7570	2,1165	1,7642
			Turan ve Adıyaman (2024)	5,7365	2,7425	2,1164	1,7642
		0,2	Bu çalışma	4,7707	1,8056	1,2427	0,9550
			Turan (2024)	4,7708	1,8349	1,2477	0,9554
			Turan ve Adıyaman (2024)	4,7708	1,8066	1,2472	0,9554
		0,3	Bu çalışma	3,7553	0,6338	0,2375	0,1128
			Turan (2024)	3,7553	0,7449	0,2560	0,1145
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,7553	0,6149	0,2362	0,1142
	2	0,1	Bu çalışma	4,1680	2,4714	2,0212	1,7466
			Turan (2024)	4,1683	2,4806	2,0225	1,7468
			Turan ve Adıyaman (2024)	4,1681	2,4714	2,0224	1,7467
		0,2	Bu çalışma	3,0489	1,5442	1,1663	0,9414
			Turan (2024)	3,0491	1,5606	1,1661	0,9413
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,0489	1,5442	1,1658	0,9413
		0,3	Bu çalışma	1,7902	0,4203	0,1989	0,1088
			Turan (2024)	1,7903	0,4556	0,2097	0,1099
			Turan ve Adıyaman (2024)	1,7903	0,4131	0,1987	0,1097
	5	0,1	Bu çalışma	3,3375	2,2725	1,9406	1,7291
			Turan (2024)	3,3388	2,2777	1,9412	1,7295
			Turan ve Adıyaman (2024)	3,3375	2,2727	1,9408	1,7293
		0,2	Bu çalışma	2,1210	1,3654	1,0995	0,9277
			Turan (2024)	2,1220	1,3753	1,0999	0,9280
			Turan ve Adıyaman (2024)	2,1210	1,3662	1,0995	0,9278
		0,3	Bu çalışma	0,5504	0,2593	0,1636	0,1055
			Turan (2024)	0,5510	0,2699	0,1695	0,1053
			Turan ve Adıyaman (2024)	0,5509	0,2567	0,1640	0,1051

Tablo 70: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-2 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)

Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-2	0	0,1	Bu çalışma	13,1745	4,5838	3,1583	2,4421
			Turan (2024)	13,1747	4,6312	3,1499	2,4418
			Turan ve Adıyaman (2024)	13,1746	4,5797	3,1497	2,4417
		0,2	Bu çalışma	12,9760	4,3445	2,9302	2,2364
			Turan (2024)	12,9764	4,4015	2,9293	2,2386
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,9761	4,3432	2,9289	2,2384
		0,3	Bu çalışma	12,7775	4,1042	2,7083	2,0291
			Turan (2024)	12,7781	4,1693	2,7063	2,0349
			Turan ve Adıyaman (2024)	12,7775	4,1026	2,7058	2,0343
	1	0,1	Bu çalışma	6,4032	3,3972	2,7437	2,3650
			Turan (2024)	6,4032	3,4074	2,7438	2,3652
			Turan ve Adıyaman (2024)	6,4032	3,3973	2,7438	2,3652
		0,2	Bu çalışma	6,1317	3,1674	2,5314	2,1638
			Turan (2024)	6,1319	3,1795	2,5315	2,1642
			Turan ve Adıyaman (2024)	6,1317	3,1681	2,5314	2,1640

	0,3	Bu çalışma	5,8515	2,9355	2,3166	1,9620
		Turan (2024)	5,8519	2,9458	2,3167	1,9627
		Turan ve Adıyaman (2024)	5,8515	2,9330	2,3163	1,9619
2	0,1	Bu çalışma	4,8910	3,1174	2,6426	2,3462
		Turan (2024)	4,8916	3,1250	2,6428	2,3460
		Turan ve Adıyaman (2024)	4,8910	3,1182	2,6426	2,3458
	0,2	Bu çalışma	4,5631	2,8836	2,4298	2,1451
		Turan (2024)	4,5639	2,8914	2,4303	2,1452
		Turan ve Adıyaman (2024)	4,5631	2,8836	2,4298	2,1447
	0,3	Bu çalışma	4,2143	2,6398	2,2125	1,9431
		Turan (2024)	4,2152	2,6487	2,2142	1,9437
		Turan ve Adıyaman (2024)	4,2143	2,6398	2,2133	1,9426
5	0,1	Bu çalışma	4,0780	2,9052	2,5530	2,3262
		Turan (2024)	4,0799	2,9108	2,5537	2,3460
		Turan ve Adıyaman (2024)	4,0779	2,9066	2,5529	2,3264
	0,2	Bu çalışma	3,7315	2,6776	2,3432	2,1256
		Turan (2024)	3,7341	2,6827	2,3443	2,1452
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,7313	2,6775	2,3430	2,1258
	0,3	Bu çalışma	3,3470	2,4379	2,1293	1,9248
		Turan (2024)	3,3506	2,4444	2,1314	1,9437
		Turan ve Adıyaman (2024)	3,3465	2,4375	2,1290	1,9238

Tablo 71: Çeşitli Derecelendirme Üsleri İçin Konsol 2D FD GFD-3 Gözenekli Kirişlerin Boyutsuz Kritik Burkulma Yükleri ($L/h=20$)

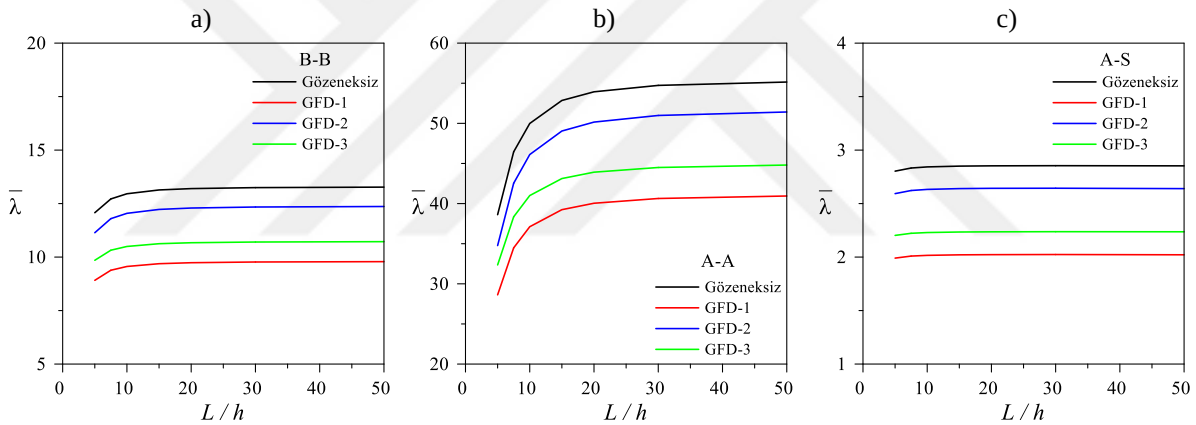
Tip	p_z	e	Çalışma	$p_x=0$	$p_x=1$	$p_x=2$	$p_x=5$
GFD-3	0	0,1	Bu çalışma	12,7796	4,1046	2,7081	2,0328
			Turan (2024)	12,7794	4,1697	2,7068	2,0356
		0,2	Bu çalışma	12,1863	3,3511	2,0244	1,4197
			Turan (2024)	12,1858	3,4542	2,0196	1,4208
		0,3	Bu çalışma	11,5929	2,5115	1,2777	0,7932
			Turan (2024)	11,5923	2,6982	1,2844	0,7942
	1	0,1	Bu çalışma	6,0079	2,9750	2,3304	1,9656
			Turan (2024)	6,0077	2,9872	2,3306	1,9656
		0,2	Bu çalışma	5,3411	2,3060	1,6946	1,3627
			Turan (2024)	5,3408	2,3263	1,6946	1,3624
		0,3	Bu çalışma	4,6655	1,5945	1,0274	0,7527
			Turan (2024)	4,6653	1,6344	1,0322	0,7527
	2	0,1	Bu çalışma	4,4959	2,7019	2,2360	1,9482
			Turan (2024)	4,4961	2,7150	2,2360	1,9478
		0,2	Bu çalışma	3,7727	2,0517	1,6099	1,3470
			Turan (2024)	3,7728	2,0643	1,6099	1,3470
		0,3	Bu çalışma	3,0285	1,3676	0,9638	0,7413
			Turan (2024)	3,0284	1,3901	0,9645	0,7411
	5	0,1	Bu çalışma	3,6836	2,5018	2,1509	1,9295
			Turan (2024)	3,6846	2,5061	2,1511	1,9297
		0,2	Bu çalışma	2,9429	1,8631	1,5345	1,3314
			Turan (2024)	2,9434	1,8687	1,5346	1,3312
		0,3	Bu çalışma	2,1641	1,2000	0,9037	0,7293
			Turan (2024)	2,1644	1,2122	0,9038	0,7291

Şekil 51’de $p_x=p_z=2$, $e=0,1$ için farklı sınır şartlarına sahip 2D FD gözeneksiz, GFD-1, GFD-2, GFD-3 tip kirişlerinin önerilen çözüm ile elde edilen boyutsuz kritik burkulma yüklerinin L/h ’ye bağlı değişimlerinin karşılaştırılması verilmiştir. Grafikler incelendiğinde gözeneksiz kirişlerde en büyük kritik burkulma yükü, en küçük sonuçlar ise GFD-1 tip kirişte oluşmaktadır. Ayrıca narinlik artmasıyla değerlerin belli bir narinliğe kadar arttıktan sonra sabit

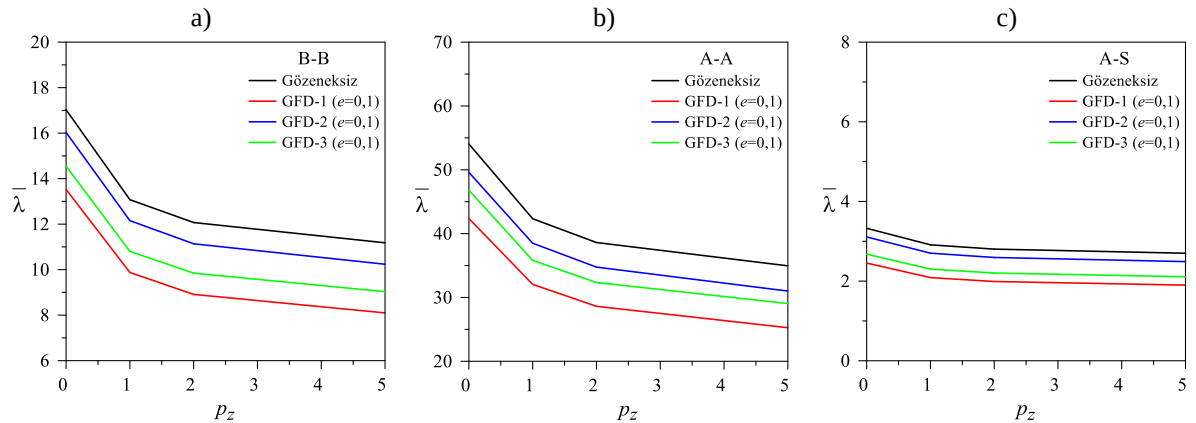
kaldığı görülmektedir. Ancak değerlerin azalması beklenmektedir. Elde edilen değerlerin boyutsuz forma getirilmesi sebebiyle sonuçlarda artış olmuştur.

Şekil 52’de farklı mesnetlenme durumlarındaki 2D FD gözeneksiz, GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki kirişlerin $L/h=5$, $p_x=2$ ve $e=0,1$ değerleri için hesaplanan boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p_z ’ye bağlı değişimleri karşılaştırılmalı olarak verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, en büyük kritik burkulma yükü gözeneksiz kirişte meydana gelmektedir. En küçük sonuçlar ise GFD-1 tip kirişte elde edilmiştir. Ayrıca p_z değeri arttıkça boyutsuz kritik burkulma yükleri azalmaktadır.

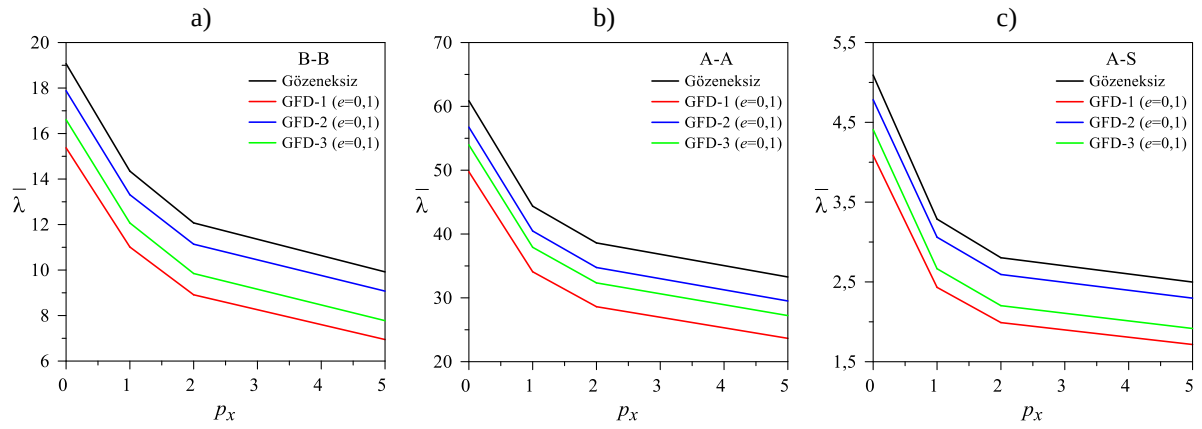
Şekil 53’te farklı mesnetlenme durumlarındaki 2D FD gözeneksiz, GFD-1, GFD-2, GFD-3 tip kirişlerinin $L/h=5$, $p_z=2$ ve $e=0,2$ değerleri için hesaplanan boyutsuz kritik burkulma yüklerinin p_x ’e bağlı değişimleri karşılaştırılmalı olarak verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, en büyük kritik burkulma yükü gözeneksiz kirişte meydana gelmektedir. En küçük sonuçlar ise GFD-1 tip kirişte elde edilmiştir. Ayrıca p_x değerinin artması ile sonuçlar azalmaktadır.



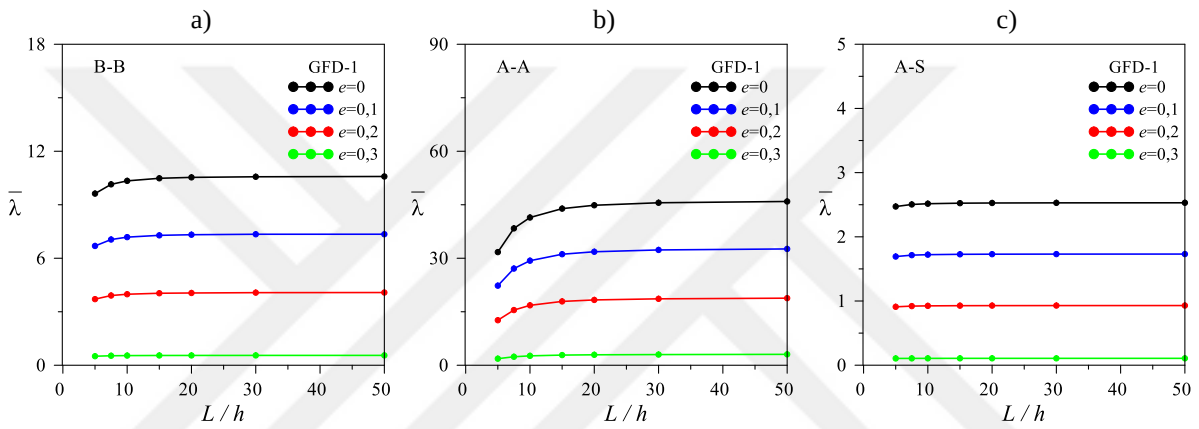
Şekil 51: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin L/h ’ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=2$, $e=0,1$)



Şekil 52: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p_z ’ye Göre Değişimlerinin Karşılaştırılması ($L/h=5$, $p_x=2$)



Şekil 53: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1, GFD-2, GFD-3 Kirişlerinin Boyutsuz Kritik Burkulma Yüklerinin p_x 'e Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($L/h=5$, $p_z=2$)

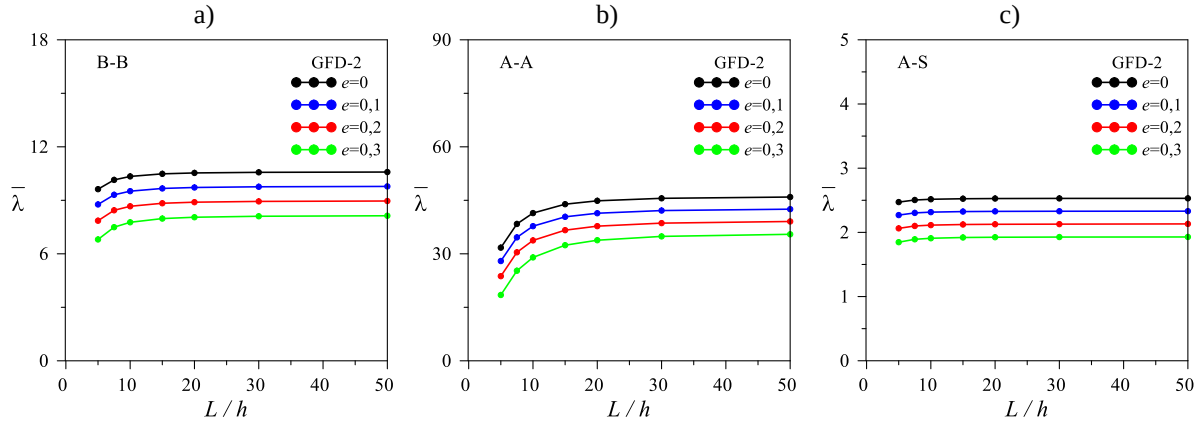


Şekil 54: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Kritik Burkulma Yüklerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=5$)

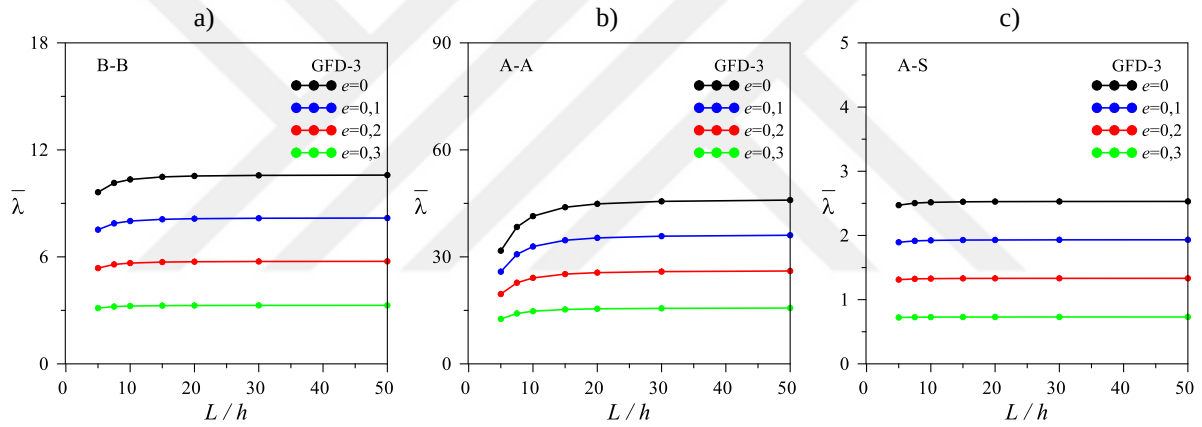
Şekil 54, Şekil 55 ve Şekil 56'da $p_x=p_z=5$ için sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki farklı sınır şartlarına sahip 2D FD kirişlerin değişen gözeneklilik katsayısı ile L/h 'ye bağlı hesaplanan en büyük kritik burkulma yüklerinin gözeneksiz kirişler ile karşılaştırılması verilmiştir. Grafikler incelendiğinde, tüm sınır koşullarında e 'nin artması kritik burkulma yüklerinde azalmaya neden olmaktadır. Ayrıca narinlik arttıkça sonuçlar belirli bir narinlik değerine ulaşana kadar artmakta daha sonrasında ise stabil duruma gelmektedir. Kirişte gözenekliliğin burkulma yüklerine etkisi GFD-1 ve GFD-3 tip kirişlerde daha fazla belirgin, GFD-2 tip kirişte daha az etkiye sahip olduğu gözlenmiştir. GFD-1 ve GFD-3 tip kirişlerin ortak özelliği boşluk dağılımlarının kesitin üst ve alt bölgelerine yoğunlaşmış olmasıdır.

Şekil 57, Şekil 58 ve Şekil 59'da sırasıyla GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki çeşitli sınır koşulları ve gözeneklilik katsayısına sahip 2D FD gözenekli kirişlerin ilk üç burkulma modu şekilleri gösterilmektedir. Grafikler incelendiğinde, burkulma mod şekillerinde maksimum genliklerin konumu ve büyüklüğünde değişiklik olsa da benzer dağılım göstermektedirler. A-A ve B-B sınır şartları simetrik geometriye sahip olmalarına rağmen

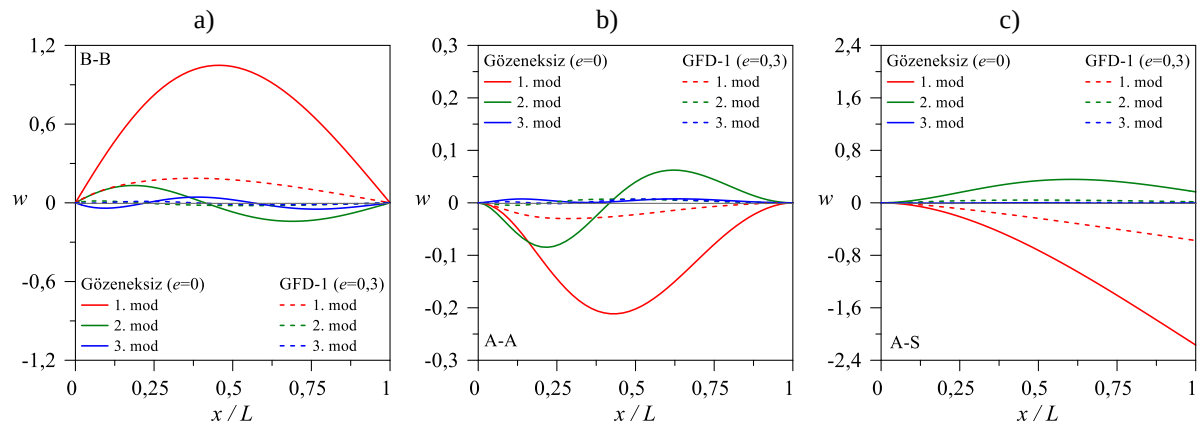
simetrik mod şekilleri göstermemelerinin sebebi malzeme özelliklerinin asimetrik bir şekilde değişmesinden kaynaklanmaktadır.



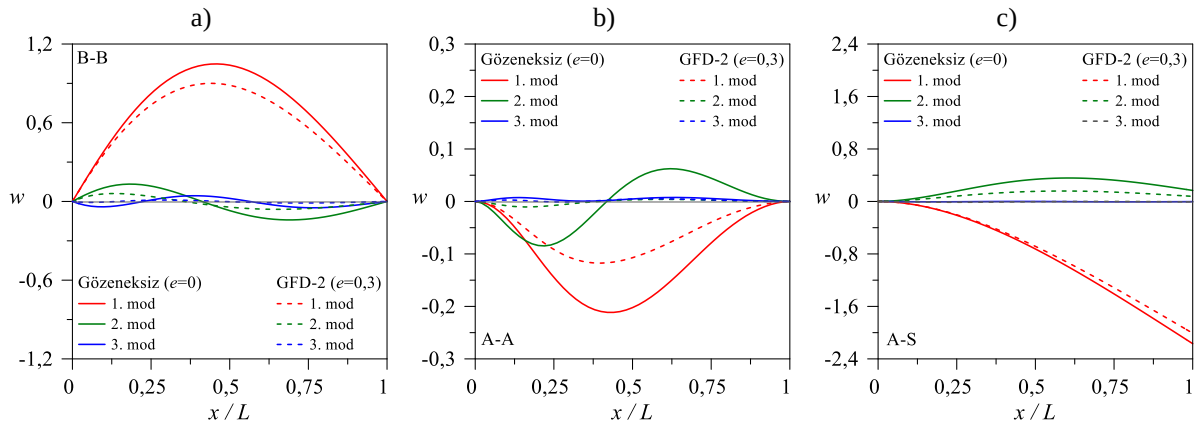
Şekil 55: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Kritik Burkulma Yüklerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=5$)



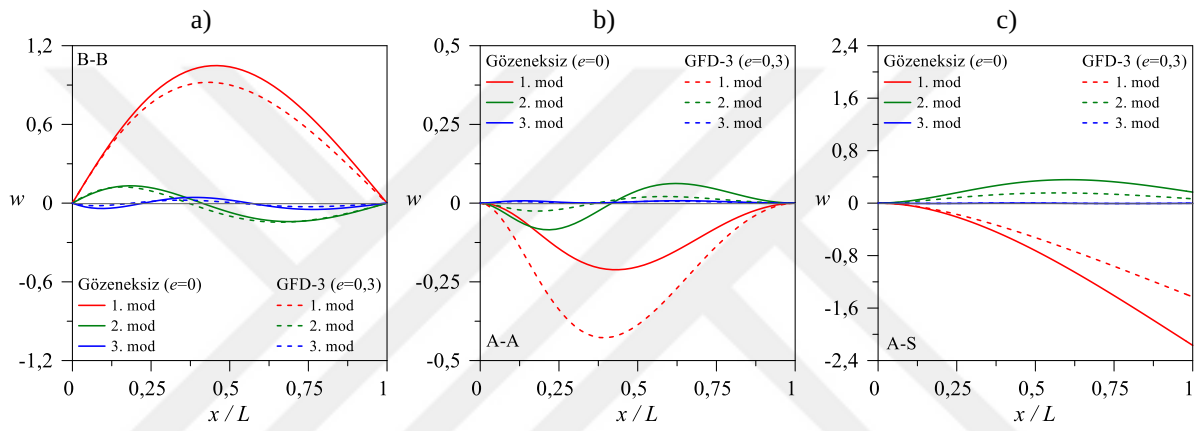
Şekil 56: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Katsayısına Göre Kritik Burkulma Yüklerinin L/h 'ye Bağlı Değişimlerinin Karşılaştırılması ($p_x=p_z=5$)



Şekil 57: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-1 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Burkulma Mod Şekilleri ($L/h=5$, $p_x=p_z=1$)



Şekil 58: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-2 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Burkulma Mod Şekilleri ($L/h=5$, $p_x=p_z=1$)



Şekil 59: a) Basit Mesnetli, b) İki Ucu Ankastre, c) Konsol GFD-3 Kirişinin Farklı Gözeneklilik Dağılımı için Burkulma Mod Şekilleri ($L/h=5$, $p_x=p_z=1$)

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, gözenekli iki doğrultulu fonksiyonel derecelendirilmiş (2D FD) kirişlerin mekanik davranışları, parabolik kayma deformasyon teorisine dayalı Ritz tabanlı analitik çözüm yöntemi kullanılarak kapsamlı bir şekilde analiz edilmiştir. Farklı sınır koşulları, derecelendirme üstleri, gözeneklilik katsayısı ve dağılım tipleri ile narinlik oranları dikkate alınarak statik, serbest titreşim ve burkulma davranışları değerlendirilmiş; elde edilen sonuçların literatür ile uyumlu olduğu doğrulanmıştır. Bu bölümde, yapılan analizlerin genel değerlendirmesi sunulmakta, elde edilen bulgular ışığında kiriş davranışları üzerine çıkarımlar yapılmakta ve çalışmanın öne çıkan sonuçları aşağıda özetlenmektedir.

Sonuç

- 2D FD GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 tipindeki kirişlerde boyutsuz en büyük yer değiştirmelerin kirişteki metal oranının artması ile arttığı, L/h değeri arttıkça azaldığı ve gözeneklilik katsayısı arttıkça arttığı görülmüştür.
- En büyük boyutsuz yer değiştirmeler konsol kirişte, en küçük boyutsuz yer değiştirmeler ise iki ucu ankastre mesnetli sınır şartında elde edilmiştir.
- Gözenek tipleri karşılaştırıldığında, GFD-1 tip kirişte en büyük boyutsuz yer değiştirmeler, GFD-2 tip kirişte ise en küçük yer değiştirmeler meydana gelmektedir.
- Gözeneksiz kirişte gözenekli kirişlere göre daha az boyutsuz yer değiştirme oluşmaktadır.
- Üç farklı gözenekli kiriş tipinde de mutlak değerce en büyük boyutsuz normal gerilmeler kesitin üst yüzeyinde, en küçük gerilmeler ise alt yüzeyinde meydana gelmektedir.
- Gözeneklilik katsayısı (e) arttıkça, üst yüzeydeki normal gerilmeler mutlak değerce artmakta, alt yüzeydekiler ise azalmaktadır.
- e 'nin artışıyla oluşan normal gerilme değişimi, GFD-1 tipinde belirgin, GFD-2 ve GFD-3 tiplerinde ise daha az belirgindir.
- En büyük mutlak boyutsuz normal gerilmeler, konsol kirişlerde elde edilmiştir.
- Gözeneklilik katsayısı (e) arttıkça, en büyük boyutsuz kayma gerilmesi değerleri artmaktadır.
- e 'nin artışıyla kayma gerilmesindeki en fazla artış GFD-1 tip kirişte, en az artış ise GFD-

3 tip kirişte gözlemlenmiştir.

- En büyük kayma gerilmeleri, konsol kirişlerde meydana gelmektedir.
- Boyutsuz doğal frekans değerleri kirişeki metal oranı arttıkça azalmaktadır.
- L/h oranının artmasına bağlı olarak en büyük boyutsuz doğal frekanslar artmaktadır.
- Gözeneklilik katsayısının artması ile boyutsuz doğal frekans değerleri azalmaktadır.
- Gözeneksiz kirişlerde oluşan boyutsuz doğal frekanslar gözenekli kirişlere göre daha büyüktür.
- En büyük boyutsuz doğal frekanslar GFD-2 tip kirişte, en küçük boyutsuz doğal frekanslar ise GFD-1 tipteki kirişte görülmektedir.
- 2D FD GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 kirişlerindeki ilk üç titreşim mod şekillerinde en büyük genliklerin konumlarında farklılık olsa da benzer davranış sergilemektedirler.
- Kirişte metal oranının artmasıyla kiritik burkulma yükleri azalmaktadır.
- Kritik burkulma yükleri gözeneklilik katsayısı arttıkça azalmaktadır.
- Narinlik oranı arttıkça kritik burkulma yükleri artmaktadır.
- En büyük kritik burkulma yükleri iki ucu ankastre mesnetli kirişte, en küçük kritik burkulma yükleri ise konsol kirişte elde edilmektedir.
- En küçük kritik burkulma yükleri GFD-1 tip kirişte, en büyük kritik burkulma yükleri ise GFD-2’de elde edilmektedir.
- GFD-1 ve GFD-3 tipindeki kirişlerde gözenekliliğin burkulma yüklerine etkisi daha belirgin, GFD-2 tip kirişte daha az etkiye sahiptir.
- 2D FD GFD-1, GFD-2 ve GFD-3 kirişlerin ilk üç burkulma mod şekillerinde en büyük genliklerinin konumları ve büyüklüklerinde farklılık olsa da benzer davranış sergilemektedirler.

Öneriler

Bu çalışma, gözenekli iki doğrultulu fonksiyonel derecelendirilmiş (2D FD) kirişlerin mekanik davranışlarını analitik yöntemle inceleyerek önemli sonuçlar ortaya koymuştur. Ancak, konunun daha geniş bir perspektifte ele alınması ve uygulamaya yönelik katkıların artırılması için aşağıdaki öneriler doğrultusunda gelecekteki araştırmalara yön verilmesi faydalı olacaktır:

- Bu çalışmada yalnızca mekanik yüklemeler dikkate alınmıştır. Gelecek çalışmalarda sıcaklık değişimleri altında kirişin davranışı incelenerek termo-mekanik analizler gerçekleştirilebilir.
- Darbe, sismik yükleme veya periyodik zorlamalar gibi zamana bağlı dış etkilerin kiriş üzerindeki etkileri araştırılabilir.
- Dikdörtgen kesit dışında I, T, L veya dairesel kesitli 2D FD gözenekli kirişlerin mekanik davranışları incelenebilir.
- Bu çalışmada yalnızca lineer elastik davranış varsayılmıştır. Malzemelerin plastikleşme, hasar gelişimi, viskoelastik ya da hiperelastik davranışları gibi daha karmaşık modeller de analize dahil edilebilir.
- Farklı fonksiyonel derecelendirme profillerine sahip katmanlı veya kompozit yapılarda gözenekliliğin etkisi araştırılabilir.
- Analitik çözüm yönteminin doğruluğunu pekiştirmek için ticari yazılımlar kullanılarak FEM analizleriyle sonuçlar karşılaştırılabilir.
- Analitik bulguların geçerliliğini artırmak adına fiziksel prototipler üretilerek deneysel verilerle doğrulama yapılabilir.

KAYNAKÇA

- Adıyaman, G. (2023). Free vibration analysis of a porous 2D functionally graded beam using a high-order shear deformation theory. *Journal of Vibration Engineering and Technologies*, (0123456789). doi:10.1007/s42417-023-00996-4
- Adıyaman, G. ve Turan, M. (2025). Bending and buckling analysis of porous 2D functionally graded beams with exponential material property variation. *Iranian Journal of Science and Technology - Transactions of Civil Engineering*, 49, 1359-1386. doi:10.1007/s40996-024-01508-4
- Al-Itbi, S. K. A. ve Noori, A. R. (2022). Influence of porosity on the free vibration response of sandwich functionally graded porous beams. *Journal of Sustainable Construction Materials and Technologies*, 7(4), 291-301. doi:10.47481/jscmt.1165940
- Al Rjoub, Y. S. ve Hamad, A. G. (2017). Free vibration of functionally Euler-Bernoulli and Timoshenko graded porous beams using the transfer matrix method. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 21(3), 792–806. doi:10.1007/s12205-016-0149-6
- Aslan, T. A., Noori, A. R. ve Temel, B. (2023). An efficient approach for free vibration analysis of functionally graded sandwich beams of variable cross-section. *Structures*, 58(September), 105397. doi:10.1016/j.istruc.2023.105397
- Chakraborty, A., Gopalakrishnan, S. ve Reddy, J. N. (2003). A new beam finite element for the analysis of functionally graded materials. *International Journal of Mechanical Sciences*, 45(3), 519–539. doi:10.1016/S0020-7403(03)00058-4
- Chandel, V. S. ve Talha, M. (2023). Vibration analysis of functionally graded porous nano-beams: A comparison study. *Materials Today: Proceedings*, (xxxx). doi:10.1016/j.matpr.2023.03.703
- Chen, D., Yang, J. ve Kitipornchai, S. (2015). Elastic buckling and static bending of shear deformable functionally graded porous beam. *Composite Structures*, 133, 54-61. doi:10.1016/j.compstruct.2015.07.052
- Chen, Da, Rezaei, S., Rosendahl, P. L., Xu, B. X. ve Schneider, J. (2022). Multiscale modelling of functionally graded porous beams: Buckling and vibration analyses. *Engineering Structures*, 266(June), 114568. doi:10.1016/j.engstruct.2022.114568
- Cui, Y., Zeng, T., Fan, M., Wu, R., Xu, G., Wang, X. ve Zhao, J. (2024). Dynamic analysis of viscoelastic functionally graded porous beams using an improved Bernstein polynomials algorithm. *Chaos, Solitons and Fractals*, 189(P1), 115698. doi:10.1016/j.chaos.2024.115698
- Dangi, C., Saini, S., Lal, R. ve Vir Singh, I. (2020). Size dependent FEM model for Bi-directional functionally graded nano-beams. *Materials Today: Proceedings*, 24, 1302–1311. doi:10.1016/j.matpr.2020.04.445
- Faroughi, S., Rahmani, A. ve Friswell, M. I. (2020). On wave propagation in two-dimensional functionally graded porous rotating nano-beams using a general nonlocal higher-order beam model. *Applied Mathematical Modelling*, 80, 169–190. doi:10.1016/j.apm.2019.11.040

- Filippi, M., Carrera, E. ve Zenkour, A. M. (2015). Static analyses of FGM beams by various theories and finite elements. *Composites Part B: Engineering*, 72, 1-9. doi:10.1016/j.compositesb.2014.12.004
- Forghani, M., Bazarganlari, Y., Zahedinejad, P. ve Kazemzadeh-Parsi, M. J. (2023). Nonlinear frequency analysis of porous bi directional functionally graded beams utilizing reddy shear deformation theory. *Heliyon*, 9(9), e19650. doi:10.1016/j.heliyon.2023.e19650
- Fouaidi, M., Jamal, M. ve Belouaggadia, N. (2020). Nonlinear bending analysis of functionally graded porous beams using the multiquadric radial basis functions and a Taylor series-based continuation procedure. *Composite Structures*, 252(July), 112593. doi:10.1016/j.compstruct.2020.112593
- Hadji, L., Bernard, F. ve Zouatnia, N. (2023). Bending and free vibration analysis of Porous-Functionally-Graded (PFG) beams resting on elastic foundations. *Fluid Dynamics and Materials Processing*, 19(4), 1043–1054. doi:10.32604/fdmp.2022.022327
- Huang, Y. ve Ouyang, Z.Y. (2020). Exact solution for bending analysis of two-directional functionally graded Timoshenko beams. *Archive of Applied Mechanics*, 90, 1005–1023. <https://doi.org/10.1007/s00419-019-01655-5>
- Huang, Y., Yang, L. E. ve Luo, Q. Z. (2013). Free vibration of axially functionally graded Timoshenko beams with non-uniform cross-section. *Composites Part B: Engineering*, 45(1), 1493–1498. doi:10.1016/j.compositesb.2012.09.015
- Jalaei, M. H. ve Civalek. (2019). On dynamic instability of magnetically embedded viscoelastic porous FG nanobeam. *International Journal of Engineering Science*, 143, 14-32. doi:10.1016/j.ijengsci.2019.06.013
- Jamshidi, M. ve Arghavani, J. (2017). Optimal design of two-dimensional porosity distribution in shear deformable functionally graded porous beams for stability analysis. *Thin-Walled Structures*, 120(September), 81–90. doi:10.1016/j.tws.2017.08.027
- Jiang, J. ve Ke, L. (2024). Linear and nonlinear vibrations of nonlinearly elastically constrained functionally graded porous microbeams with rough surface. *Engineering Structures*, 312(May), 118223. doi:10.1016/j.engstruct.2024.118223
- Kadoli, R., Akhtar, K. ve Ganesan, N. (2008). Static analysis of functionally graded beams using higher order shear deformation theory. *Applied Mathematical Modelling*, 32(12), 2509–2525. doi:10.1016/j.apm.2007.09.015
- Kafkas, U. (2024). Değiştirilmiş gerilme çifti teorisi ile gözenekli fonksiyonel derecelendirilmiş konsol nanokirişlerin stati analizi. *Uludağ University Journal of The Faculty of Engineering*, 393–412. doi:10.17482/uumfd.1459934
- Kahya, V. ve Turan, M. (2017). Finite element model for vibration and buckling of functionally graded beams based on the first-order shear deformation theory. *Composites Part B: Engineering*, 109, 108–115. doi:10.1016/j.compositesb.2016.10.039
- Karamanli, A. ve Aydogdu, M. (2019). Size dependent flapwise vibration analysis of rotating two-directional functionally graded sandwich porous microbeams based on a transverse shear and normal deformation theory. *International Journal of Mechanical Sciences*, 159(November 2018), 165–181. doi:10.1016/j.ijmecsci.2019.05.047

- Karamanlı, A. (2017). Bending behaviour of two directional functionally graded sandwich beams by using a quasi-3d shear deformation theory. *Composite Structures*, 174, 70-86. doi:10.1016/j.compstruct.2017.04.046
- Karamanlı, A. (2018a). Bending analysis of two directional functionally graded beams using a four-unknown shear and normal deformation theory. *Journal of Polytechnic*, 21, 861-874. <https://doi.org/10.2339/politeknik.389616>
- Karamanlı, A. (2018b). Analytical solutions for buckling behavior of two directional functionally graded beams using a third order shear deformable beam theory. *Academic Platform Journal of Engineering and Science*, 6(2), 164-178. doi:10.21541/apjes.357539
- Keleshteri, M. M. ve Jelovica, J. (2022). Analytical assessment of nonlinear forced vibration of functionally graded porous higher order hinged beams. *Composite Structures*, 298(April), 115994. doi:10.1016/j.compstruct.2022.115994
- Kumar, S., Roy, H., Mitra, A. ve Ganguly, K. (2024). Modelling of bidirectional functionally graded plates with geometric nonlinearity: A comparative dynamic study using whole domain and finite element method. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 130(November 2023), 107698. doi:10.1016/j.cnsns.2023.107698
- Le, Q. C., Nguyen, N. D. ve Vo, T. P. (2024). A novel hybrid function-based Ritz method for static and free vibration of axially loaded bi-directional functionally graded porous beams. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 1-29. doi:10.1080/15397734.2024.2407418
- Li, W., Chen, H., Chen, S. ve Liu, Z. (2025). A force-based beam element model based on the modified higher-order shear deformation theory for accurate analysis of FG beams. *Structures*, 71(December 2024), 107991. doi:10.1016/j.istruc.2024.107991
- Li, X. F. (2008). A unified approach for analyzing static and dynamic behaviors of functionally graded Timoshenko and Euler-Bernoulli beams. *Journal of Sound and Vibration*, 318(4-5), 1210-1229. doi:10.1016/j.jsv.2008.04.056
- Li, Xian Fang, Wang, B. L. ve Han, J. C. (2010). A higher-order theory for static and dynamic analyses of functionally graded beams. *Archive of Applied Mechanics*, 80(10), 1197-1212. doi:10.1007/s00419-010-0435-6
- Li, Z., Xu, Y. ve Huang, D. (2021). Analytical solution for vibration of functionally graded beams with variable cross-sections resting on Pasternak elastic foundations. *International Journal of Mechanical Sciences*, 191(September 2020), 106084. doi:10.1016/j.ijmecsci.2020.106084
- Liu, H., Basem, A., Jasim, D. J., Hashemian, M., Ali Eftekhari, S., Al-fanhrawi, H. J., ... Salahshour, S. (2025). Multi-objective optimization of buckling load and natural frequency in functionally graded porous nanobeams using non-dominated sorting genetic Algorithm-II. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 142(January), 109938. doi:10.1016/j.engappai.2024.109938
- Liu, J., He, B., Ye, W. ve Yang, F. (2021). High performance model for buckling of functionally graded sandwich beams using a new semi-analytical method. *Composite Structures*, 262(September 2020), 113614. doi:10.1016/j.compstruct.2021.113614

- Mantari, J. L. ve Yarasca, J. (2015). A simple and accurate generalized shear deformation theory for beams. *Composite Structures*, 134, 593-601. doi:10.1016/j.compstruct.2015.08.073
- Mao, J. J., Wang, Y. J., Zhang, W., Wu, M. Q., Liu, Y. Z. ve Liu, X. H. (2023). Vibration and wave propagation in functionally graded beams with inclined cracks. *Applied Mathematical Modelling*, 118, 166–184. doi:10.1016/j.apm.2023.01.035
- Mirjavadi, S. S., Mohasel Afshari, B., Shafiei, N., Hamouda, A. M. S. ve Kazemi, M. (2017). Thermal vibration of two-dimensional functionally graded (2D-FG) porous Timoshenko nanobeams. *Steel and Composite Structures*, 25(4), 415-426. doi:10.12989/scs.2017.25.4.415
- Mollamahmutoğlu, Ç. ve Mercan, A. (2019). A novel functional and mixed finite element analysis of functionally graded micro-beams based on modified couple stress theory. *Composite Structures*, 223(May), 110950. doi:10.1016/j.compstruct.2019.110950
- Mutlak, D. A., Muhsen, S., Waleed, I., Hadrawi, S. K., Khaddour, M. H. ve Ahmadi, S. (2022). Forced and free dynamic responses of functionally graded porous Rayleigh small-scale beams on Kerr foundation under moving force. *Materials Today Communications*, 33(June), 104919. doi:10.1016/j.mtcomm.2022.104919
- Nejad, M. Z., Hadi, A. ve Rastgoo, A. (2016). Buckling analysis of arbitrary two-directional functionally graded Euler-Bernoulli nano-beams based on nonlocal elasticity theory. *International Journal of Engineering Science*, 103, 1-10. doi:10.1016/j.ijengsci.2016.03.001
- Nguyen, N. D., Nguyen, T. N., Nguyen, T. K. ve Vo, T. P. (2022). A new two-variable shear deformation theory for bending, free vibration and buckling analysis of functionally graded porous beams. *Composite Structures*, 282(August 2021), 115095. doi:10.1016/j.compstruct.2021.115095
- Nguyen, N. D., Nguyen, T. N., Nguyen, T. K. ve Vo, T. P. (2023). A Legendre-Ritz solution for bending, buckling and free vibration behaviours of porous beams resting on the elastic foundation. *Structures*, 50(March), 1934–1950. doi:10.1016/j.istruc.2023.03.018
- Noori, A. R., Aslan, T. A. ve Temel, B. (2021). Dynamic analysis of functionally graded porous beams using complementary functions method in the laplace domain. *Composite Structures*, 256(October 2020), 113094. doi:10.1016/j.compstruct.2020.113094
- Noori, M., Bilgin, A., Diallo, H., Al Rousan, M. O. ve Noori, A. R. (2024). A study on the influence of material gradient index on bending and stress responses of FGM rectangular plates using the Finite Element Method. *Journal of Sustainable Construction Materials and Technologies*, 9(3), 239–254. doi:10.47481/jscmt.1555157
- Qing, H. ve Wei, L. (2022). Linear and nonlinear free vibration analysis of functionally graded porous nanobeam using stress-driven nonlocal integral model. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 109, 106300. doi:10.1016/j.cnsns.2022.106300
- Sankar, B. V. (2001). An elasticity solution for functionally graded beams. *Composites Science and Technology*, 61(5), 689–696. doi:10.1016/S0266-3538(01)00007-0
- Sekkal, M., Bachir Bouiadjra, R., Benyoucef, S., Tounsi, A., Ghazwani, M. H. ve Alnujaie, A. (2023). Investigation on static stability of bidirectional FG porous beams exposed to

variable axial load. *Acta Mechanica*, 234(3), 1239–1257. doi:10.1007/s00707-022-03370-9

- Shafiei, N., Mirjavadi, S. S., MohaselAfshari, B., Rabby, S. ve Kazemi, M. (2017). Vibration of two-dimensional imperfect functionally graded (2D-FG) porous nano-/micro-beams. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 322, 615-632. doi:10.1016/j.cma.2017.05.007
- Shanab, R. A. ve Attia, M. A. (2022). Semi-analytical solutions for static and dynamic responses of bi-directional functionally graded nonuniform nanobeams with surface energy effect. *Engineering with Computers* (C. 38). Springer London. doi:10.1007/s00366-020-01205-6
- Şimşek, M. (2009). Static analysis of a functionally graded beam under a uniformly distributed load by Ritz method. *Int J Eng Appl Sci*, 1(3), 1–11. http://ijeas.akdeniz.edu.tr/_dinamik/160/14.pdf adresinden erişildi.
- Şimşek, M. ve Kocatürk, T. (2009). Free and forced vibration of a functionally graded beam subjected to a concentrated moving harmonic load. *Composite Structures*, 90(4), 465-473. doi:10.1016/j.compstruct.2009.04.024
- Srikarun, B., Songsuwan, W. ve Wattanasakulpong, N. (2021). Linear and nonlinear static bending of sandwich beams with functionally graded porous core under different distributed loads. *Composite Structures*, 276(August), 114538. doi:10.1016/j.compstruct.2021.114538
- Su, J., Qu, Y., Zhang, K., Zhang, Q. ve Tian, Y. (2021). Vibration analysis of functionally graded porous piezoelectric deep curved beams resting on discrete elastic supports. *Thin-Walled Structures*, 164(April), 107838. doi:10.1016/j.tws.2021.107838
- Tang, H., Li, L. ve Hu, Y. (2018). Buckling analysis of two-directionally porous beam. *Aerospace Science and Technology*, 78, 471–479. doi:10.1016/j.ast.2018.04.045
- Tang, H., Li, L. ve Hu, Y. (2019). Coupling effect of thickness and shear deformation on size-dependent bending of micro/nano-scale porous beams. *Applied Mathematical Modelling*, 66, 527–547. doi:10.1016/j.apm.2018.09.027
- Taşkın, V. ve Demirhan, P. A. (2020). Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin serbest titreşim analizi. *Eskişehir Teknik Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi B - Teorik Bilimler*, 8(1), 49–60. doi:10.20290/estubtdb.538586
- Thai, H. T. ve Vo, T. P. (2012). Bending and free vibration of functionally graded beams using various higher-order shear deformation beam theories. *International Journal of Mechanical Sciences*, 62(1), 57–66. doi:10.1016/j.ijmecsci.2012.05.014
- Tian, J., Zhang, Z. ve Hua, H. (2019). Free vibration analysis of rotating functionally graded double-tapered beam including porosities. *International Journal of Mechanical Sciences*, 150(July 2018), 526–538. doi:10.1016/j.ijmecsci.2018.10.056
- Turan, M. (2022). Fonksiyonel derecelendirilmiş gözenekli kirişlerin sonlu elemanlar yöntemiyle statik analizi. *Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi*, 10(4), 1362–1374. doi:10.21923/jesd.1134356
- Turan, M. (2024). Mixed series solution for vibration and stability of porous bi-directional functionally graded beams. *Archive of Applied Mechanics*, 94(6), 1785–1806. doi:10.1007/s00419-024-02611-8

- Turan, M. ve Adiyaman, G. (2023). A new higher-order finite element for static analysis of two-directional functionally graded porous beams. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 48(10), 13303–13321. doi:10.1007/s13369-023-07742-8
- Turan, M. ve Adiyaman, G. (2024). Free vibration and buckling analysis of porous two-directional functionally graded beams using a higher-order finite element model. *Journal of Vibration Engineering and Technologies*, 12, 1133-1152. doi:10.1007/s42417-023-00898-5
- Turan, M. ve Hacıoğlu, M. İ. (2022). Buckling analysis of functionally graded beams using the finite element method. *Erzincan Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 15(Special Issue I), 98–109. doi:10.18185/erzifbed.1199454
- Turan, M., Uzun Yaylacı, E. ve Yaylacı, M. (2023). Free vibration and buckling of functionally graded porous beams using analytical, finite element, and artificial neural network methods. *Archive of Applied Mechanics*, 93(4), 1351–1372. doi:10.1007/s00419-022-02332-w
- Vo, T. P., Thai, H. T., Nguyen, T. K., Maheri, A. ve Lee, J. (2014). Finite element model for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams based on a refined shear deformation theory. *Engineering Structures*, 64, 12–22. doi:10.1016/j.engstruct.2014.01.029
- Yildirim, S. (2022). Free vibration of axially or transversely graded beams using finite-element and artificial intelligence. *Alexandria Engineering Journal*, 61(3), 2220–2229. doi:10.1016/j.aej.2021.07.004
- Ying, J., Lü, C. F. ve Chen, W. Q. (2008). Two-dimensional elasticity solutions for functionally graded beams resting on elastic foundations. *Composite Structures*, 84(3), 209–219. doi:10.1016/j.compstruct.2007.07.004
- Zhao, J., Wang, Q., Deng, X., Choe, K., Xie, F. ve Shuai, C. (2019). A modified series solution for free vibration analyses of moderately thick functionally graded porous (FGP) deep curved and straight beams. *Composites Part B: Engineering*, 165(November 2018), 155–166. doi:10.1016/j.compositesb.2018.11.080
- Zhao, Y., Huang, Y. ve Guo, M. (2017). A novel approach for free vibration of axially functionally graded beams with non-uniform cross-section based on Chebyshev polynomials theory. *Composite Structures*, 168, 277–284. doi:10.1016/j.compstruct.2017.02.012

ÖZ GEÇMİŞ

Nurhan TANRIVERDİ, ilköğrenimini Yomra Merkez İlköğretim Okulunda ve Yavuz Sultan Selim İlköğretim Okulunda tamamladı. 2016 yılında 15 Temmuz Şehitleri Anadolu Lisesi'nden mezun oldu. 2017 yılında Bayburt Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümünü kazandı ve 2021 yılında mezun oldu. 2022 yılında Bayburt Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Ana Bilim Dalı'nda yüksek lisans eğitimine başladı.

