

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

GRAFEN TABAKALARIN MEMBRAN VE PLAK İLE MODELLENMESİ

Sedat ÇAKIRTAŞ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

2016

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

GRAFEN TABAKALARIN MEMBRAN VE PLAK İLE MODELLENMESİ

Sedat ÇAKIRTAŞ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

2016

**T.C.
AKDENİZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

GRAFEN TABAKALARIN MEMBRAN VE PLAK İLE MODELLENMESİ

Sedat ÇAKIRTAŞ

**YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞAAT MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

Bu tez .././2016 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Oybirliği/Oyçokluğu ile kabul edilmiştir.

Prof. Dr. Ömer CİVALEK

.....

Yrd. Doç. Dr. Rıfat TÜR

.....

Yrd. Doç. Dr. Mehmet AVCAR (SDÜ)

.....

ÖZET

GRAFEN TABAKALARIN MEMBRAN VE PLAK İLE MODELLENMESİ

Sedat ÇAKIRTAŞ

Yüksek Lisans Tezi, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı

Danışman: Prof. Dr.Ömer CİVALEK

Haziran 2016, 63 Sayfa

Bu tez çalışmasında grafen tabakaların iki farklı mekanik model ile titreşim hesabı yapılmıştır. Kullanılan mekanik modeller membrane ve elastik plaktır. Her iki sistem için hareket denklemleri elde edilmiş ve analitik olarak çözülmüştür. Tek katmanlı grafen tabakaların serbest titreşim hesabı her iki model için yapılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır.

ANAHTAR KELİMLER: Grafen tabakalar, titreşim, membran, elastik plak.

JÜRİ: Prof. Dr. Ömer CİVALEK (Danışman)
Yrd.Doç. Dr. Rifat TÜR
Yrd.Doç. Dr. Mehmet AVCAR (SDU)

ABSTRACT

MEMBRANE AND PLATE MODELS FOR GRAPHENE SHEETS

Sedat ÇAKIRTAŞ

MSc. Thesis in Civil Engineering

Supervisor: Prof. Dr. Ömer CİVALEK

June 2016, 63 pages

In this thesis, free vibration analysis of graphene sheets is analysed via two different mechanical models. The using mechanical models are the membranes and elastic plates. The equation of motions have been obtained for both of the models and solved by analytically. Free vibrations of single-layer graphenes have been made via these two models and results have been compared.

KEYWORDS: Graphene sheets, vibration, membrane, elastic plates.

COMMITTEE: Prof. Dr. Ömer CİVALEK (Supervisor)

Asst. Prof. Dr. Rıfat TÜR

Asst. Prof. Dr. Mehmet AVCAR (SDU)

ÖNSÖZ

Teknolojik imkânların günümüzdeki artışıyla mikro ve nano boyutlardaki çalışmalara hız verilmiştir ve önem kazanmıştır. Nanoteknoloji ülkeler için stratejik bir önem taşımasının yanı sıra TÜBİTAK tarafından hazırlanan Vizyon 2023 Programı'na öncelikli alanlardan biri olarak alınmış bulunuyor. Bu tez çalışmasında nanoteknoloji hakkında bilgi verilmiş, nanoteknolojinin ülkemizde ve diğer ülkelerdeki durumundan bahsedilmiştir. Nanoteknolojinin uygulamaları arasında bulunan karbon nanotüpler ve grafenden bahsedilmiş. Grafen son zamanlarda ilgi uyandıran bir malzeme olarak dikkat çekmektedir. Membranlar ise burkulumaya karşı rijitliği olmayan çok ince plaklardır. Yanal güçleri eksenel ve merkezi kesme kuvvetleri ile taşırlar. Böyle yük taşımaları, aşırı incelikleri ve moment taşıma güçlerinin ihmal edilebilir olmasından. Membranın bu özelliği gergin kablo ağlarına benzetilir.

Bu verilerden yola çıkılarak grafen plakaya dikdörtgen membran uygulaması yapılmıştır. Membranın titreşim hareketi incelenmiştir. Titreşim hareketinden yola çıkılarak membran için titreşim denklemleri çıkarılmıştır. Sınır koşulları belirlenerek membran modellenmiştir.

Bu tezin oluşmasında tüm imkanları sunan ve yardımlarını esirgemeyen danışman hocam Prof. Dr. Ömer CİVALEK' e ve hayatımın her noktasında maddi-manevi her türlü desteği veren aileme, eğitim öğretim hayatımda fikirleri ile beni aydınlatan amcama teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	i
ABSTRACT	ii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	vi
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	vii
ÇİZELGELER DİZİNİ	1
1. GİRİŞ	1
2. KURAMSAL BİLGİLER VE KAYNAK TARAMALARI.....	2
2.1.Nanoteknoloji Nedir?	2
2.2. Karbon Elementi ve Karbon Nanotüpler	3
2.2.1. Çok duvarlı karbon nanotüpler	7
2.2.2. Tek duvarlı karbon nanotüpler	7
2.3. Grafen.....	8
2.3.1. Grafenin elektronik yapısı.....	9
2.3.2. Grafenin fiziksel özellikleri	9
2.3.3. Grafenin kullanım alanları	10
3. MATERYAL VE METOT	11
3.1. Membran	11
3.1.1. Enine titreşimler için hareket denklemleri	11
3.2. Dikdörtgen Membranların Serbest Titreşimi	15
3.2.1. Dört kenarı ankastre dikdörtgen membran için sonuçlar	17
3.2.2. İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membran için sonuçlar	18
3.3. Dikdörtgen Plakların Serbest Titreşimleri	21
3.3.1. Plak teorisi.....	21
3.3.2. Özdeğer problemi.....	25
3.3.3. İki kenarı basit mesnetli, diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plak için sonuçlar	27
3.3.4. Dört kenarı basit mesnetli plak için sonuçlar	30
4. SAYISAL SONUÇLAR	34
4.1. İki Kenarı Ankastre, İki Kenarı Serbest Dikdörtgen Membran İçin Sonuçlar.....	34
4.2. Dört Kenarı Ankastre Dikdörtgen Membran İçin Sonuçlar	40
4.3. İki Kenarı Basit Mesnetli , Diğer Kenarları Ankastre ve Serbest Dikdörtgen Plak İçin Sonuçlar	47
4.4. Dört Kenarı Basit Mesnetli Dikdörtgen Plak İçin Sonuçlar	53

5. SONUÇ ve TARTIŞMA	60
6.KAYNAKLAR	61
ÖZGEÇMİŞ	



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler

a	: Malzemenin x yönündeki uzunluğu
b	: Malzemenin y yönündeki uzunluğu
c	: Sönüm oranı
E	: Elastisite modülü
f	: Frekans
h	: Plak kalınlığı
i,k	: Değer sabitleri
λ	: Doğal frekans
t	: Zaman
ρ	: Kütle yoğunluğu
u_l	: Membranın yer değiştirme fonksiyonu
λ_n	: Doğal-dairesel frekans
T	: Membrana etki eden gerilme
D	: Plağa etki eden gerilme
σ	: Normal gerilme
∇	: Laplace Operatörü
ν	: Poisson oranı

Kısaltmalar

SSFC	: İki kenarı hareketli diğer kenarları ankastre ve serbest olan plak
SSSS	: Dört Kenarı Hareketli Plak
N&T	: Nano-Teknoloji
KNT	: Karbon Nanotüp
TDKNT	: Tek Duvarlı Karbon Nanotüp
ÇDKNT	: Çok Duvarlı Karbon Nanotüp
TTM	: Taramalı Tünelleme Mikroskobu
AKM	: Atomik Kuvvet Mikroskobu

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 2.1. Karbon atomlarının bağlanım geometrisi	4
Şekil 2.2. 3B: elmas; 2B: grafit; 1B: nanotüp; 0B: nanotop;	4
Şekil 2.3. Fullerene yapısı	5
Şekil 2.4. KNT modelleri (1) koltuk, (2) zigzag, (3) kiral	6
Şekil 2.5. Çok duvarlı KNT	7
Şekil 2.6. Tek duvarlı KNT	7
Şekil 2.7. Grafenin bal betegine benzeyen yapısı	8
Şekil 2.8. Grafenin örgü yapısı	9
Şekil 2.9. Grafenin bazı özelliklerinin diğer malzemeler ile kıyaslanması.....	10
Şekil 3.1. Membran sınırında düzgün olmayan çekme gerilme	12
Şekil 3.2. Membranın bileşke gerilmelerle yer değiştirmesi.....	12
Şekil 3.3. Boyutları a ve b olan dikdörtgen membran.....	15
Şekil 3.4. Dört kenarı ankastre dikdörtgen membran	17
Şekil 3.5. İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membran	18
Şekil 3.6. Enine titreşimdeki bir dikdörtgen plak	22
Şekil 3.7. Bir plak elementteki iç kuvvetler	22
Şekil 3.8. İki kenarı basit mesnetli, diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plak	27
Şekil 3.9. Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plak.....	30
Şekil 4.1. İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membran	34
Şekil 4.2. Dört kenarı ankastre dikdörtgen membran	40
Şekil 4.3. $(i,k)=(1,1)$ ve $a=10$ iken b ve T' 'ye bağlı frekans değerleri.....	46
Şekil 4.4. $k=1$ ve $a/b=1$ iken i ve T' 'ye bağlı frekans değerleri.....	46

Şekil 4.5. İki kenarı basit mesnetli , diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plak	47
Şekil 4.7. $(m,n)=(1,1)$ ve $a=10$ iken b ve D' 'ye bağlı frekans değerleri	59
Şekil 4.8. $m=1$ ve $a/b=1$ iken n ve D' ye bağlı frekans değerleri	59



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 4.1 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	35
Çizelge 4.2 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	35
Çizelge 4.3 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	36
Çizelge 4.4 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	36
Çizelge 4.5 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	37
Çizelge 4.6 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	37
Çizelge 4.7 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	38
Çizelge 4.8 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	38
Çizelge 4.9 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	39
Çizelge 4.10 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	41
Çizelge 4.11 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	41
Çizelge 4.12 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	42
Çizelge 4.13 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	42

Çizelge 4.14 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	43
Çizelge 4.15 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	43
Çizelge 4.16 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	44
Çizelge 4.17 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	44
Çizelge 4.18 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	45
Çizelge 4.19 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	48
Çizelge 4.20 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	48
Çizelge 4.21 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	49
Çizelge 4.22 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	49
Çizelge 4.23 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	50
Çizelge 4.24 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri	50

Çizelge 4.25 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri.....	51
Çizelge 4.26 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri.....	51
Çizelge 4.27 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri.....	52
Çizelge 4.28 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	54
Çizelge 4.29 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	54
Çizelge 4.30 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	55
Çizelge 4.31 Dört kenarı basit mesnetli i dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	55
Çizelge 4.32 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	56
Çizelge 4.33 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	56
Çizelge 4.34 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	57
Çizelge 4.35 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	57
Çizelge 4.36 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri	58

1. GİRİŞ

Günümüzde teknolojik imkânların artmasıyla mikro ve nano boyutlardaki çalışmalara hız verilmiştir. Nanoteknoloji ülkeler için stratejik bir önem taşımaya başlamış durumdadır. Gelişmiş ülkeler öncelikli alanlarını belirleyip çalışma ve eğitim programlarını geliştirirken, ülkemizde nanoteknoloji araştırmalarının çoğu kuramsal ve bireysel düzeyde. Avrupa Birliği'nin 6. Çerçeve Programı sayesinde nanoteknoloji araştırmaları yeniden yapılanma ve ivme kazanmıştır. Bu arada nanoteknoloji, TÜBİTAK tarafından hazırlanan Vizyon 2023 Programı'na öncelikli alanlardan biri olarak alınmış bulunuyor.

Nanoteknolojinin gelecekte birçok alanda gelişmeler sağlayacağı düşünülmektedir. Gelişmiş ülkeler nanoteknolojinin Ar-Ge çalışmalarına ciddi bir bütçe ayırmışlardır. Malzeme ve imalat sektörü, nano elektronik ve bilgisayar teknolojileri, sağlık sektörü, havacılık ve uzay araştırmaları ve savunma sanayisi, nanoteknolojinin gelecekteki uygulama alanları olarak görülmektedir.

Grafen ise son zamanlarda oldukça ilgi uyandıran bir malzemedir. Grafenler sp² bağ yapısına sahip olan tek tabakalı düzlemsel karbon yapılarıdır. Grafenler üç boyutlu grafitlerin 2 boyutlu kopyalarıdır (<http://en.wikipedia.org/wiki/Graphene> 2007). Mükemmel yapıdaki grafenler, hekzagonal hücrelerden oluşur. Tek duvarlı karbon nanotüpler grafenin silindire yuvarlanmış hali olarak düşünülebilirler. Grafene duyulan ilgi, Manchester Üniversitesi'nden Konstantin Novoselov ve Andre Geim'in çalışmaları sonucu artmıştır. Bu konuya çalışmanın ilerideki aşamalarında daha da ayrıntılı değinilecektir. Grafenin gösterdiği önemli özelliklerden biri sıcaklıktan bağımsız 104 cm² V-1s-1 değerine ulaşan mobilitesi olup, diğer önemli bir özelliği de Kesirli Kuantum Hall etkisidir (Moğulkoç 2008).

Membranlar ise burkulmaya karşı rijitliği olmayan ince plaklardır. Yanal güçleri eksenel ve merkezi kesme kuvvetleri ile taşırlar. Böyle yük taşımaları, aşırı incelikleri ve moment taşıma güçlerinin ihmal edilebilir olmasından dolayı gergin kablo ağlarına benzetilebilirler.

Bu çalışmada nanoteknoloji ve uygulama alanlarından bahsedilmiştir. Grafenin nanoteknolojideki yeri ve belirgin özellikleri belirtilmiştir. Bu verilerden yola çıkılarak grafen plakaya dikdörtgen membran uygulaması yapılmıştır. Membranın titreşim hareketi incelenmiştir. Titreşim hareketinden yola çıkılarak membran için titreşim denklemleri çıkarılmıştır. Sınır koşulları belirlenerek membran modellenmiştir.

2. KURAMSAL BİLGİLER VE KAYNAK TARAMALARI

2.1.Nanoteknoloji Nedir?

Nano” terimi, bir şeyin bir milyarda biri anlamına gelmektedir “Nanoteknoloji” “nanobilim” gibi başında “nano” öneki bulunan terimler, “nanometre” teriminden ortaya çıkmıştır. Temel olarak nanometre, diğer ölçüm skalaları gibi, bir ölçüm skalasıdır. Bir metrede 1.000.000.000 nano vardır ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$). Yani bir nanometre, 1 metreden 1.000.000.000 kadar küçüktür. 1 nanometre orta boyuta bir molekülün örneğin 60 C atomu içeren bir molekülün boyutundadır (Sharifzadeh 2006).

Nanobilim, nano ölçülerinde yapıların elde ettiği gibi özellikleri kuantum kuramı yardımıyla sağlarken, nanoteknoloji nano yapılara yeni atom ve moleküller ekleyerek yeni özellikler sentezlemektedir(Çıracı 2006). Yani nanoteknoloji atom ve moleküllerin bir araya getirilmesiyle nanometre ölçeklerde işlevli yapıların oluşturulması şeklinde özetlenebilir(Erkoç 2008).Nanoteknolojinin prensibi atomlar ve molekülleri tek tek alıp hassas şekilde birleştirilerek istenen ürünleri elde etmektir. Bu nanoteknolojinin temeli, doğada ki atomik dizilimi taklit etme ilkesine dayanmaktadır. Bilindiği gibi bütün maddeler atomlardan oluşmuştur. Özelliklerini de atomlarının dizilişlerinden almaktadırlar. Atomları hareket ettirerek doğadaki atomik dizilim taklit edilerek herşey kopyalanabilmektedir (Işık 2011).

Nano ölçeklerde ki bir yapıya ilavesi olan her bir atomun fiziksel özelliklerde neden olduğu değişiklikler atomun türüne, cinsine, nano yapının geometrisine bağlı olarak belirginleşmektedir. Örneğin, nano yapının iletkenliği o yapıya tek bir atom bir atomun eklenmesi bile bağ yapısında değişikliğe uğrayabilmekte ve mekanik olarak malzeme güçlenip zayıflamasıyla elektronik olarak tamamen değişebilmektedir(<http://nanoteknolojinedir.com>). Örneğin olarak yarı iletken olarak bilinen ve çağımızın en önemli malzemesi olan silisyumdan yapılan bir telin çapı nanometreye yaklaşırken tel iletken bir karakter sergilemektedir. Diğer ilginç bir malzemede C elementidir. Yapı taşının C atomunun oluşturduğu elmas kristali, bilinen en sert ve yalıtkan maddedir. Kurşun kalemlerden tanıdığımız 2 boyutlu düzlemsel grafit tabakaları C atomunun yumuşak ve iletken bir yapısıdır. Bir boyutta ise C atomları çelikten çok daha yüksek bir çekme mukavemetine sahip olan ve normal koşullarda çok iyi bir iletken olan kararlı sicimleri yaparlar (Işık 2011).

Nanobilim ve Nanoteknolojinin Kronolojisi

1959: Richard Feynman meşhur konuşmasını yaptı; “Eğer moleküler düzeyde malzemeler ve cihazlar yapılabilirse bu, yeni buluşların kaynağı olacaktır.”

1974: Aviram ve Seiden ilk moleküler aygıt için patent aldı.

1981: G.K. Binnig ve H. Rohrer atomları tek tek görüntüleyebilmek için TTM’yi icat etti.

1985: R. Curl Jr, H. Kroto, R. Smalley C₆₀’ı keşfettiler.

1986: G.K. Binnig, C.F. Quate, C. Gerber AFM’yi icat ettiler.

1986: K.E. Drexler ‘Engines of Creation’ kitabını yayınladı (moleküler nanoteknoloji fikri).

1987: iletkenliğin kuantum özelliği ilk defa gözlemlendi.
1987: T.A. Fulton ve G.J. Dolan ilk defa tek elektron transistörü yaptı.
1988: W. De Grado ve ekibi ilk defa suni protein yaptılar.
1989: IBM (Zurich)'de 35 Xe atomundan IBM yazısı yazıldı.
1991: Iijima çok duvarlı karbon nanotüpleri keşfetti.
1993: Iijima ve Bethune tek duvarlı karbon nanotüpleri keşfetti.
1993: Rice Üniversitesi'nde (ABD) ilk 'nanoteknoloji' laboratuvarı kuruldu.
1997: N. Seeman ilk defa DNA molekülü kullanarak nanomekanik aygıt yaptı.
1998: C. Dekker ve ekibi TUBEFFET yaptı.
1999: M. Reed ve J.M. Tour ilk defa tek organik molekül ile elektronik anahtar yaptı.
2000: ABD'de ilk defa nanoteknoloji araştırmaları için 422 Milyon \$ kaynak ayırdı.
2001: ilk defa nanotüplerden transistör ve mantık devreleri yapıldı.
2001: ZnO nanotel laseri yapıldı.
2002: Süperörgü nanoteller yapıldı.
2005: ilk dört tekerlekli nano araba modeli hareket ettirildi (Erkoç 2007).

Nanoteknolojinin amaçları kısaca aşağıdaki gibi verilebilir:

- Nanometre ölçekli yapıların analizi
- Nanometre boyutunda yapıların fiziksel özelliklerinin anlaşılması
- Nanometre ölçekli yapıların imalatı
- Nano hassasiyetli cihazların geliştirilmesi
- Nano ölçekli cihazların geliştirilmesi
- Uygun yöntemler ile makroskopik ve nanoskopik bağın kurulabilmesi (Cenger 2006).

Nanoteknolojinin kullanım alanları:

- Malzeme ve imalat
- Nanoelektronik ve bilgisayar teknolojisi
- Havacılık ve uzay çalışmaları
- Tıp ve sağlık
- Çevre ve enerji
- Biyoteknoloji ve tarım
- Bunlardan başka; daha hafif ve daha emniyetli taşıma sistemleri; kirlilik ölçümleri, kontrolü, azaltıcı yöntemleri geliştirmeleri; güvenilir adli araştırmalar, kaliteli baskı işleri, kuantum özellikleri ile bilgisayar uygulamalarında, nanometre boyutunda miknatıslar yapılabilir (Erkoç 2008).

2.2. Karbon Elementi ve Karbon Nanotüpler

Biyolojik yapılar nanoteknolojinin gelişmesinde önem arz etmektedir. C elementi canlıların temel taşıdır. Nanoteknoloji çağının başlamasında en önemli rolü oynayan C nano yapılar nano makinelerin, nano robotların vazgeçilmez elemanları olacaktır. C nano yapılar, bu tür nano sistemlerin yapılmasında şimdilik tek alternatiftir(<http://nanotup.nedir.com/>). Nanoteknolojide uygun malzeme ve bu

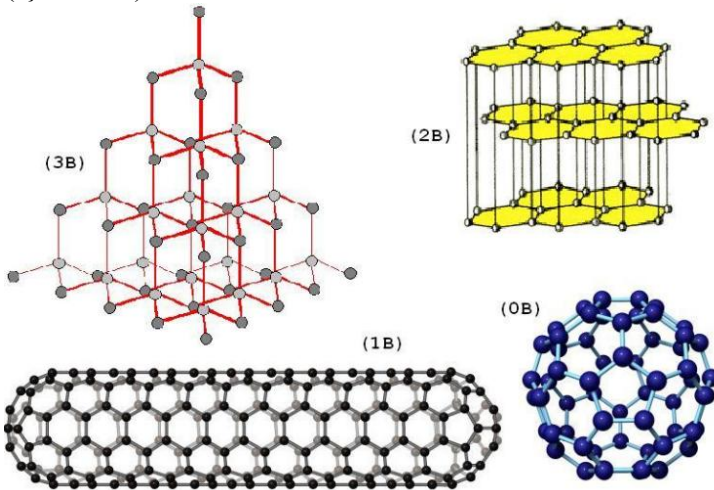
malzemeyi işleyebilecek teknik düzenek en önemli iki unsurdur. Günümüzde bunu sağlayabilen en uygun elementde C'dur.

C atomu 6 elektronu ile ($1s^2 2s^2 2p^2$) periyodik tabloda IV. Grup elementlerinin ilk elemanıdır. C atomları kendi aralarında, bağlanmaya karışan elektronların sayısına göre sp^3 , sp^2 ve sp gösterimleriyle ifade edilen 3 farklı bağlanma şekli ile önümüze çıkmaktadır (Şekil 2.1). Bu gösterimler aynı zamanda bağlanma geometrisinde temsil etmektedir. C elementi, Her 3 bağlanma geometrisini gösterebilen tek element olması bakımından istisnai bir özelliğe sahiptir (<http://enginsalli.blogcu.com/>).



Şekil 2.1. Karbon atomlarının bağlanım geometrisi

C atomlarından oluşan malzemeler C atomlarının kendi aralarında ki bağlanma geometrisine göre, çok farklı fiziksel ve kimyasal özellikler göstermektedirler. C atomunun bu niteliğiye, 6 adet elektron olmasından kaynaklanır. Bu elektronlardan ikisinin ($1s^2$) bağlanmaya hiç etkisi yoktur; ayrıca $1s^2$ elektronlarıyla geri kalan elektronların enerjileri arasında büyük fark vardır. Bu sayede C, 3 boyutlu (3B) yarıiletken elmas yapıdan, 2 boyutlu (2B) yarı metalik grafit, bir boyutlu (1B) iletken ve yarıiletken nanotüplere ve 0 boyutlu (0B) nanotoplara kadar farklı kararlı yapılara ve birçok ilginç özelliğe sahip önemli bir element olmaktadır. C 1B ve 0B yapıları nanometre düzeyde olması nedeniyle bu sistemlere nanotüpler ve nanotoplar denir (Şekil 2.2). Diğer bir deyişle C nano yapıların aslını toplar ve tüpler oluşturmaktadır (Işık 2011).



Şekil 2.2. 3B: elmas; 2B: grafit; 1B: nanotüp; 0B: nanotop;

C nanotoplar; Karbondan top şeklinde kafes yapısı oluşabileceğini ilk büyük D.E.H Jones söylemiştir. Daha sonra 1970 yılında E. Osawa kase şeklinde olan “Coranulene” molekülünü sentezlemesiyle bunların birkaçının bir araya gelerek top yapısını oluşturabileceği fikrini öne sürsede zamanında pek ilgi görmemişlerdir. En son 1984 yılında R.E. Smalley vd. grafit kristallerini eritip buharlaştırdıkları sırada farklı büyüklükte top şeklinde kafes yapılar oluştuğunu farketmişlerdir. Bu toplar içerisinde özellikleri en iyi bilinen ve en sağlamı C60’dır. Genel olarak ismine “Fullerene” denmektedir ve yapısı Şekil 2.3’deki gibidir. En küçüğünde 20 tane C atomu vardır ve düzgün beşgenden oluşan bir yapıdadır (Işık 2011).



Şekil 2.3. Fullerene yapısı

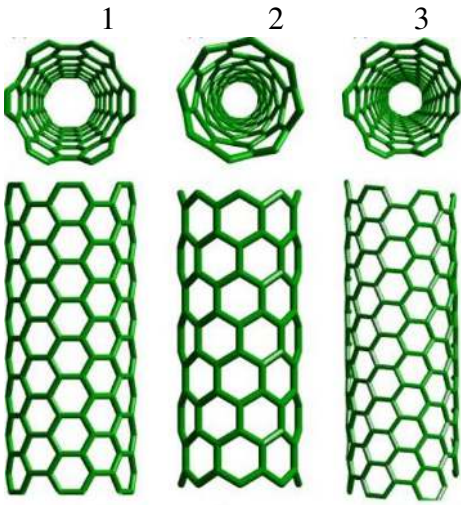
C nanotüpler; Karbonun tüp şeklinde yapı oluşturabileceği ilk olarak 1991 yılında Iijima tarafından deneysel olarak fark edilmiştir. Karbon nanotüp grafitin bal peteğini andıran atom düzleminin bir silindir üzerine hiçbir kusur oluşturmada kesiksiz olarak sarılmış bir şekli olarak düşünülebilir. C nanotüplerin çapları nanometre, boyları mikrometre düzeyinde olabilmektedir. Nanotüplerin çapları şimdiye kadar üretilebilen en ileri yarı iletken aygıtlarınkinden çok daha küçüktür, geometrilerine bağlı olarak yarı iletken ve metalik özellik gösterirler.

Nanotüpün sadece geometrik özelliklerinin değiştirilmesi suretiyle elektronik özellikleride değiştirilebilmektedir (Erkoç 2008). Nanotüplerin çok ilginç özelliklerinden dolayı karbon nanotüplerin yarı iletken teknolojisinden kullanılmaya başlanması yarı iletken fiziğinde çok büyük bir atılıma vesile olacaktır. Tüpün geometrisine bağlı olarak nanotüpler metal veya yarı iletkenlik özelliği gösterebilmektedir. Tüpün elektronik özellikleri katkı maddesi olmaksızın yalnızca geometrik parametrelerle ayarlanabilmektedir (Çıracı 2005)

Bunların yanında Karbon nanotüpler bilinen en sağlam malzeme olma özelliğine sahiptir. Hasarsız bir karbon nanotüp, kendi ağırlığının 300.000.000 katı bir ağırlığa dayanabilmektedir. Karbon nanotüplerin bir başka ender özelliği de eksenleri boyunca çelikten bile kat kat dirençli, radyal yönde yüksek elastik özelliklere sahip olmalarıdır. Çok esnek ve sağlam olmaları nedeniyle, tüp eksen yönünde çekilmeye karşı, hasar görmeksizin diren gösterebilmektedir. Küçük çaplı tüplerden oluşturulmuş bir demeti koparabilmek için uygulanan çekme kuvvetinin büyüklüğü yaklaşık 36

gigapascaldır. Buna göre, nanotüp fiberlerin gerilmeye karşı en sağlam malzeme özelliğini taşıdığı sonucuna varılabilir.

Farklı çap ve boyda olabilen bu yapıların uçları da açık veya kapalı olabilir. Duvarlarıysa ya tek, yada iç içe geçmiş silindirlere halindedir. Grafit plakasının kıvrılma yönüne göre nanotüpler değişik mekanik ve elektronik özellikler gösterebilmektedir. Nanotüp yapıda grafit plakalarında olduğu gibi sadece altıgen şekiller bulunuyor; yapı, eğer tüpün uç kısmına gelen kısım altıgenin kenarıysa “sandalye kolu”, köşesiye “zikzak” olarak adlandırılmaktadır (Şekil 2.4). Sandalye kolu modeli metal özelliği gösterirken zikzak modeli yarı iletken özelliğindedir. Ancak zikzak model, tüpün çevresinde ki altıgen sayısının 3ün katları olması durumunda metal özelliği gösterebilmektedir (Erkoç 2008).



Şekil 2.4. KNT modelleri (1) koltuk, (2) zigzag, (3) kiral

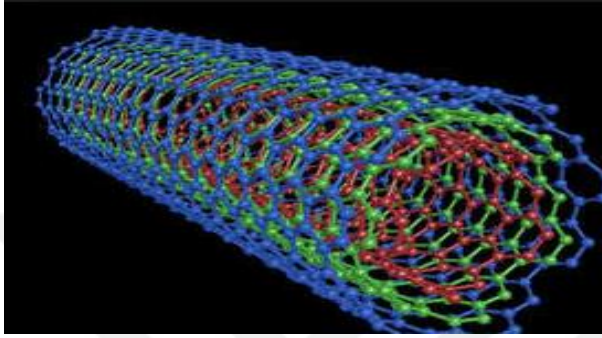
C tüplerin makroskopik büyüklüklerde oluşmaları mümkünse de bunlar çok kırılğan nanometre düzeyinde ki boyutlara sahip tüplerse çok esnek ve sağlam özelliktedir. Şerit halinde ve helezoni şekilde de üretilebilen nanotüplerin farklı çaplarda olanları birbirine eklenebilmekte; eklem, bükülme ve kıvrılma yerlerinde farklı geometrik şekiller oluşmaktadır.

C nanotüplerin bilimsel macerası 1985’de 60 yada daha fazla C atomunun birleştirilmesiyle oluşan “Fulleren”in elde edilmesiyle başlamıştır. Daha sonralarda grafit elektroduna kobalt eklenmesi suretiyle tek duvarlık karbon nanotüpler üretilebilmiştir (Koç 2003).

Karbon nanotüplerin elektronik malzeme olarak kullanılabileceği öngörülmektedir. 1 boyutlu silindir şeklinde teller olarak, hafıza ve anahtar aygıtları olarak, optik ve manyetik malzeme olarakta kullanılabileceği laboratuvar şartlarında gösterilmiştir. Ayrıca kapasitör, transistör, diot, mantık devresi ve elektronik anahtar yapımında kullanım alanları vardır (Erkoç 2008).

2.2.1. Çok duvarlı karbon nanotüpler

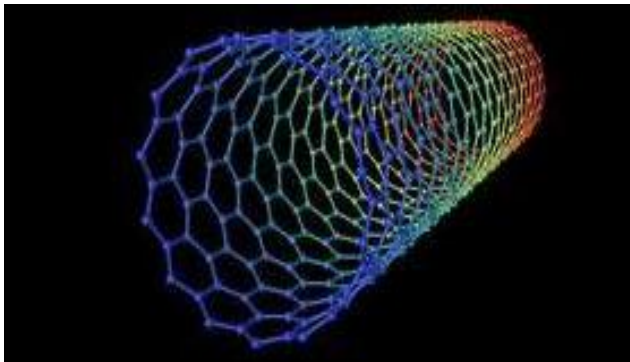
İç içe dizilmiş eş merkezli silindirlere oluşan çok katmanlı görünüme sahip nanotüpler, çok duvarlı C nanotüpler (ÇDKNT) olarak adlandırılır (Şekil 2.5). Çok duvarlı karbon nanotüplerin dış yarıçapları 15 nm'den küçük olan nano yapılarla sınırlıdır. Çok duvarlı C nanotüpler çok geniş yapısal oranlarda sentezlendiğinden temel yapı taşlarının özelliklerinin incelenmesi ilgi çekmiştir. Bunlar; geometrilerine bağlı olarak metalik veya yarı iletken olabilirler (Sevi 2006, Işık 2011).



Şekil 2.5. Çok duvarlı KNT

2.2.2. Tek duvarlı karbon nanotüpler

Çok duvarlı karbon nanotüplerin yapıtaşısıdır. Tek silindirden oluşan yapı tek duvarlı karbon nanotüp (TDKNT) olarak adlandırılır (Şekil 2.6). TDKNT'lerin elektriksel iletkenlikleri, yüksek gerilme kuvvetleri ve cihaz uygulamaları potansiyellerinden dolayı büyük önemi vardır. Nano ölçekli yapılardaki inceleme ve araştırmalarda ilk sırada gelen malzemelerdir. Tek duvarlı karbon nano tüpler silindir şeklinde ek yeri olmaksızın tüp haline getirilmiş grafit tabakası olarak düşünülebilmektedir. Grafitin 6 tane C atomundan oluşan bal peteği örgülerden oluşmaktadır (Sevi 2006, Işık 2011).

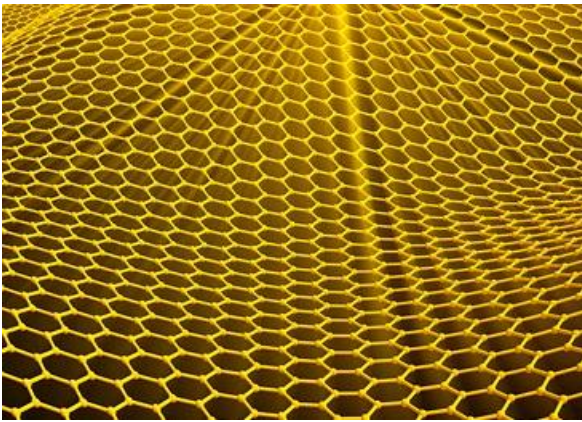


Şekil 2.6. Tek duvarlı KNT

2.3. Grafen

Grafen, karbon atomunun bal peteği örgülü yapılarından bir tanesine verilen isimdir (Şekil 2.7). Periyodik tablodaki en ilginç elementlerden biri Karbon atomudur (Salvetat vd 1999). Karbonun grafit (kurşun kalem, katı yağlayıcılar vb.) ve elmas gibi gündelik hayattan çok iyi bilinen allotroplarının yanında nanotüp ve fullerene gibi yeni sentezlenen formları da mevcuttur. Özellikle karbon nanotüpler ve C60 (fulleren) molekülleri ilk sentezlendikleri yıllardan günümüze kadar katı hal fiziğini son derece aktif araştırma alanları arasına girmiştir (Şimşek 2010, Williams ve Adams 2007, Zhang vd 2005-2007). Karbonun bal peteğine benzeyen örgülü bir yapısı olan grafen, grafit, karbon nanotüp ve fullerene sp^2 melezleşmesinin ürünüken elmas ise sp^3 melezleşmesi ve dört-yüzlü ağ örgüsü ile öncekilerden farklı bir kategoride değerlendirilir. Grafen, iki boyutlu planar yapıların çok ender örneklerinden birisidir. Karbon atomları 1s ve 2p orbitallerinin birleşimi ile 120 derece açılı sp^2 melezleşmesi yaparken boşta kalan pz orbitalleri de grafen malzemesine sıra dışı özellikler kazandırmaktadır (<https://tr.wikipedia.org/wiki/Grafen>).

Olağanüstü özelliklere sahip bir madde olan ve endüstriyel anlamda çığır açabileceğine inanılan grafen çelikten 100 kat daha güçlü, ince ve esnek bir madde. İletkenliği bakırdan daha fazla ve plastiğin içine % 1 oranında karıştırıldığında plastiği elektrik iletken hale getiriyor. Grafenin elektronik alanındaki silikonun yerine geçebileceği düşünülüyor. Bunun yanı sıra su ıslahı, petrol sızıntısı temizliği ve hatta çok daha ince kondom üretebilmek konusunda da faydası dokunabileceği düşünülüyor. Bilim insanları bir süredir bu olağanüstü maddeden büyük miktarlarda ve defosuz üretim yapabilmenin yollarını arıyor. İrlanda ve İngiltere'den bilim insanlarının oluşturduğu ekip grafen elde edebilmek için kurşun kalemlerde kullanılan grafit tozunu mutfak robotuna döküp ardından su ve bulaşık deterjanı ekleyerek yüksek devirde karıştırdı. Bu deneyin sonuçları Nature Materials dergisinde yayınlandı. Grafit aslında gündelik hayatımızda kullandığımız çok basit bir eşyada bulunuyor: Kurşun kalemde. Kurşun kalemlerdeki kurşunu üretmek için kille karıştırılan grafit, grafen tabakalarının üst üste binmesinden oluşuyor (Dede 2013).

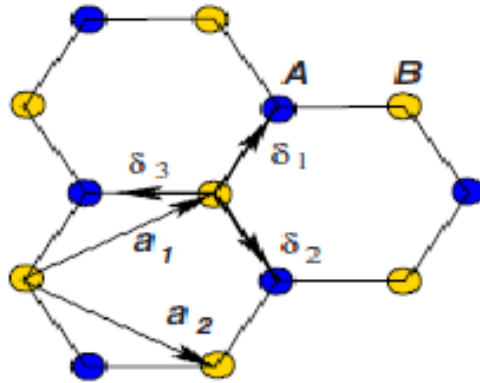


Şekil 2.7. Grafenin bal peteğine benzeyen yapısı

2010 yılında Manchester Üniversitesi araştırmacısı Andre Geim ve Konstantin Novoselov grafeni bularak Nobel ödülü kazandılar. Şu anda grafen, kimyasal buhar çöktürme yöntemiyle atom atom üretiliyor. Her ne kadar bu yöntemle metre ölçülerinde grafen tabakaları üretmek söz konusu olsa da, tabakalarda defolar meydana gelebiliyor bu da malzemenin kalitesini düşürebiliyor.

2.3.1. Grafenin elektronik yapısı

İki boyutlu grafitin elektronik özellikleri ile ilgili çıkmış ilk yayın Semenoff' un 1984 yılındaki yayınıdır. Bu yayında iki boyuttaki anormalliklerin sonuçlarını tartışmak amaçlanmıştır. Diğer bir deyişle, o tarihlerdeki adıyla iki boyuttaki grafitin yani şu anki ismiyle grafenin elektromanyetik özelliklerini incelemek amaçlanmıştır (Moğulkoç 2008). Grafenin örgü yapısı Şekil 2.8'de gösterildiği gibidir.



Şekil 2.8. Grafenin örgü yapısı (Neto 2007)

2.3.2. Grafenin fiziksel özellikleri

Grafen, bilinen en ince malzeme olmasına rağmen aynı zamanda çok güçlü bir malzemedir.

Grafen, çelikten 100 kat daha güçlüdür.

Herhangi bir döndürme işlemine gerek olmadan CNT kadar kuvvetli elektronik özelliklere sahip, daha az hacimsel yer kaplar.

Dalgalı yapı gösterir. 2D düzlemsel bir şekilde durabilmesi için fonksiyonelliğe ihtiyaç duyar.

C atomunun küçüklüğünden dolayı kullanımı avantajlıdır.

Düzenli kristalin yapı gösterir.

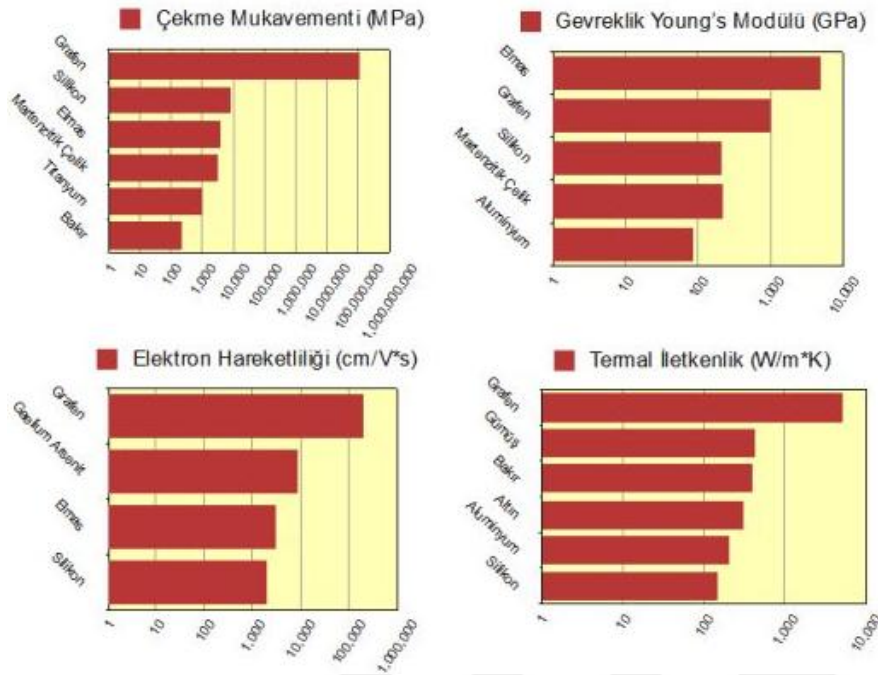
Kimyasal olarak çok reaktif değildir.

Yüksek sıcaklık direnci (-75 ile +200°C arasında grafenin özelliklerinde bir değişiklik gözlenmiyor.)

Yüksek termal iletkenlik

Yüksek gerilme direncine sahiptir (Beytepe 2010).

Şekil 2.9'da grafenin bazı özelliklerinin diğer malzemeler ile kıyaslanması gösterilmiştir.



Şekil 2.9. Grafenin bazı özelliklerinin diğer malzemeler ile kıyaslanması

2.3.3. Grafenin kullanım alanları

Grafenin rulo haline gelmiş formu olan karbon nanotüpler ile alakalı günümüze kadar elektronikten sağlığa kadar birçok alanda binlerce kullanım alanı düşünülmüştür. Grafenin de karbon nanotüpler için ön görülen alanlarda adapte edilmesi mümkündür. Nanotüpler için edinilmiş deneyimlerden yararlanılması sayesinde grafen teknolojisinin önümüzdeki yıllarda büyük bir atılım gerçekleştirmesi ümit edilmektedir. Grafenin nanotüplere oranla daha basit olan elde edilme teknikleri ve bu tekniklerin nanotüplere göre daha kontrol edilebilir olması grafenin nanotüp teknolojisi üzerine hâkimiyet kurmasını da beraberinde getirebilir (Dede 2013).

Grafenin bazı kullanım alanları şunlardır;

- Pil teknolojisi
- Hidrojen depolama
- Grafen sensörler
- Grafen transistörler
- Spintronik

3. MATERYAL VE METOT

3.1. Membran

Membran düz, ince bir yapı elemanıdır. Bundan dolayı gerilmelere karşı direnç gösterip ve kendi düzleminde gerilebilir. Yapıda oluşan gerilme hesapları Hooke Konunu ve Newton Temel yasaları teşkil eder.

Uygulama amacına göre birçok geometrik yapıya sahip olurlar (Dikdörtgen, dairesel, kare vb.) membran sistemlerin statik hesabı ya da serbest ve zorlanmış titreşim hesabı; sonlu farklar, sonlu elemanlar, Ritz, Galerkin, sınır elemanlar, diferansiyel kuadratur yöntemleri ya da bazı analitik yöntemler ile yapılmaktadır.

Membran pek çok alanda uygulaması vardır. Müzik ve akustik alanındaki hoparlörlerin, mikrofonların, davulların ve bunlar gibi daha birçok müzik aletinin yüzey elemanlarını teşkil ederler.

Fiziksel bilimlerde, membranlar iki boyutlu dalga mekaniği ve yayılımı incelemek için kullanılırlar. İki boyutlu dalga yayılımının temel denklemleri ile membranların titreşim denklemleri aynıdır.

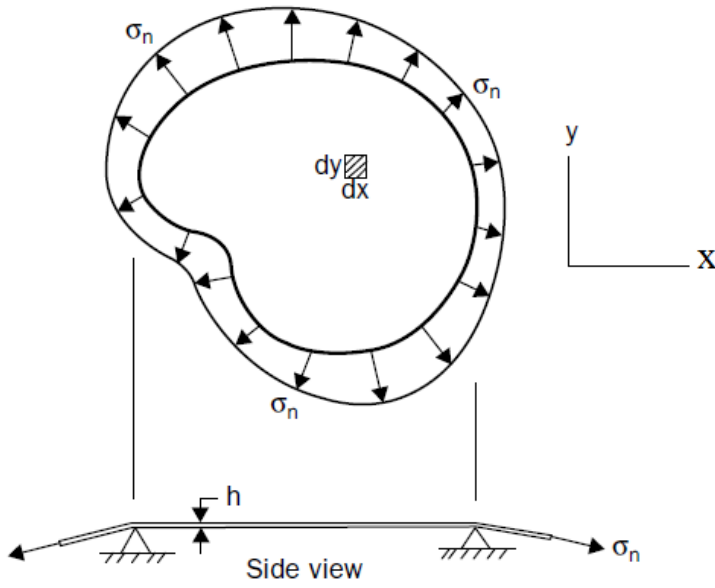
Tıp alanında araştırmacıların birçoğu insan dokusunun membran yapısına benzediğini söylemektedir. Örneğin; kulak zarındaki titreşim hareketleri işitme için önem arz etmektedir buna bağlı olarak işitme cihazlarının tasarımı bunlara dikkat edilir. (Dede 2013)

3.1.1. Enine titreşimler için hareket denklemleri

Membranların titreşim hareketlerinin irdelenmesinde enine titreşim hareket denklemleri bir başlangıç teşkil eder. Bu denklemlerin elde edilmesinde birtakım sayısal analizlerden yararlanılmaktadır.

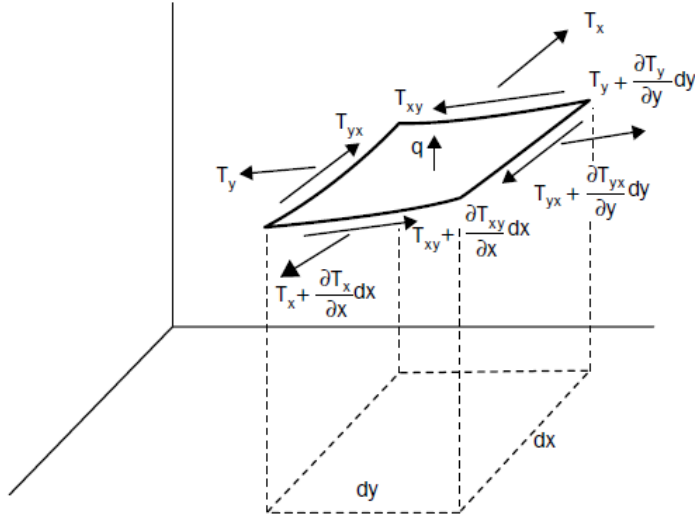
Membranın bir sonraki titreşim deplasmanı sabit tutulduğunda, gerilmeler titreşim sırasında sabit kalacak şekilde yeterli büyüklükteki gerilmeler ile gerildiği varsayılır. Uygulamada, bu durum genellikle bir destek çerçevesinde uzanan dengeli bir membran gerilmesi oluşturur. Ancak, çekme gerilmesinin gerçekte tek tip olmaması gerekir. Ayrıca, çekme gerilmesine ek olarak, panellerin kayma gerilmeleri destek çerçevesine (membran sınırlarına) uygulanabilir.

Şekil 3.1’de rastgele eğrisel bir şekle sahip bir sınır üzerinde gerilebilir bir membran gösterilmektedir. Normal gerilme (σ_n), dıştan uygulanan gerilme boyunca değişiklik gösterebilir. Buna ek olarak, değişken bir kesme kuvveti membran sınırının içinde hareket edebilir. Bu gerilmelerin zamanla değişiklik göstermeyeceği varsayılır. Membran, şekilde görüldüğü gibi statik denge konumunda gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Membran sınırında düzgün olmayan çekme gerilme (Leissa, Qatu 2011)

Membranın sonsuz bir eleman arasında enine hareketini göz önünde bulunduralım. Şekil 3.1’de gösterildiği gibi, membranın boyutları $dx * dy$ ve kalınlığı h olduğu gösterilmektedir. Şekil 3.2’de, orta yüzeyin yer değiştirmiş konumunun tipik 3 boyutlu çizimi gösterilmiştir. Gerilmelerin her birim teğet uzunluktaki kuvvet boyutları vardır. Ayrıca, membran yüzeyinde güç/alan birimlerine sahip olan ‘ q ’ basıncı mevcuttur (Dede 2013).



Şekil 3.2. Membranın bileşke gerilmelerle yer değiştirmesi (Leissa, Qatu 2011)

Titreşim hareketi sırasında membran eğimlerinin küçük olduğu varsayıldığında ve z yönünde kuvvetler toplandığında :

$$\begin{aligned}
& -T_x \frac{\partial w}{\partial x} dy + \left(T_x + \frac{\partial T_x}{\partial x} dx \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} dx \right) dy \\
& -T_y \frac{\partial w}{\partial y} dx + \left(T_y + \frac{\partial T_y}{\partial y} dy \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} dy \right) dx \\
& -T_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} dy + \left(T_{xy} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} dx \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} dx \right) dy \\
& -T_{yx} \frac{\partial w}{\partial x} dx + \left(T_{yx} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial y} dy \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} dy \right) dx \\
& + q dx dy = (\rho h dx dy) \partial^2 w / \partial t^2
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Burada; ρ , malzemenin birim hacim ağırlığıdır. h ise membran kalınlığıdır. Şekil 3.1’de xy düzlemi ile yapılan açının sinüsünün teğet yeri, yayların titreşimi sırasında kütlenin açısının teğet değeri ile aynıdır.

(3.1)’de görüldüğü gibi, gerilme bileşeninin sadece bir kenar elemanı ile onun karşısındaki kenar elemanı arasında büyüklük olarak değiştiği görülür.

(3.1)’de, kenar boyunca T_x yerine $\{T_x + [T_x + (\partial T_x / \partial y) dy] \} / 2$ ve $\partial w / \partial x$ yerine $\{ \partial w / \partial x + [\partial w / \partial x + (\partial (\partial w / \partial x) / \partial y) dy] \} / 2$ koyarak türetme yapıldığında aşağıdaki denklem elde edilir:

$$-T_x \frac{\partial w}{\partial x} dy + \left(T_x \frac{\partial w}{\partial x} + T_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx + \frac{\partial T_x}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial T_x}{\partial x} dx * \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \right) dy \tag{3.2}$$

(3.1)’deki hatlar üzerindeki argümanlar $dx dy$ ile bölündüğünde, şu denklem elde edilir:

$$\left(T_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial T_x}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \left(T_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial T_y}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \left(T_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$+ \left(T_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + q = \rho h (\partial^2 w / \partial t^2) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(T_{xy} \frac{\partial}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_{yx} \frac{\partial}{\partial x} \right) + q = \rho h (\partial^2 w / \partial t^2) \quad (3.4)$$

x ve y yönlerindeki kuvvetler toplanarak, önemli ivmeleri veya x ve y yönündeki gövde kuvvetlerinin bir olduğunu varsayarsak (yerçekimi ve merkezkaç gibi), bir düzlem elastisite klasik denge denklemleri elde edilir:

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (3.5.a)$$

$$\frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} = 0 \quad (3.5.b)$$

(3.5a) $\partial w / \partial x$ ile, (3.5b) $\partial w / \partial y$ ile çarpıldığında, ikisi de (3.3)'e yerleştirildiğinde, aşağıdaki denklem elde edilir:

$$T_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2T_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + T_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + q = \rho h (\partial^2 w / \partial t^2) \quad (3.6)$$

(9.6)'nın en yaygın kullanılan formunda, düzlem içi kayma gerilmesi sıfır olup, kalan çekme gerilmeleri her yönde ve aynı olduğundan $T_x = T_y = T$ aşağıdaki denklem elde edilir.

$$T \nabla^2 w + q = \rho h (\partial^2 w / \partial t^2) \quad (3.7)$$

Burada; ∇^2 Laplace operatörüdür ve şu şekilde ifade edilir:

$$\nabla^2 = (\partial^2 / \partial x^2) + (\partial^2 / \partial y^2) \quad (3.8)$$

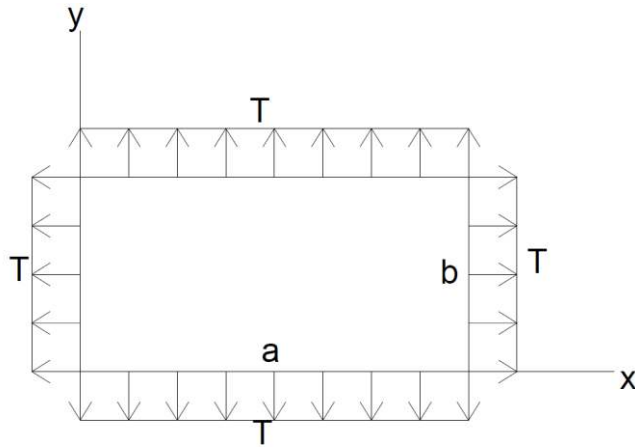
Bu irdellemeler sonucunda, serbest ve sönümsüz titreşimler için, şu şekilde bir denklem elde edilir:

$$T\nabla^2 w = \rho h (\partial^2 w / \partial t^2) \quad (3.9)$$

(3.9)'da ifade edilen denklem, iki boyutta klasik bir titreşim denklemidir (Leissa, Qatu 2011).

3.2. Dikdörtgen Membranların Serbest Titreşimi

Boyutları a ve b olan dikdörtgen membran Şekil 3.3'de gösterilmiştir. Tüm yönlerde uygulanan gerilmelerin eşit olduğu kabul edildiğinde, serbest titreşim hareket denklemi, denklem (3.10)'a tabidir.



Şekil 3.3. Boyutları a ve b olan dikdörtgen membran

Serbest ve sönümsüz titreşimler için;

$$T\nabla^2 w = \rho h (\partial^2 w / \partial t^2) \quad (3.10)$$

ile ifade edilen denklem, iki boyutta klasik bir titreşim denklemidir.

Değişkenlere ayırma metodu kullanılarak (3.10) denkleminin bir çözümü varsayılarak aşağıdaki bağıntı elde edilir.

$$w(x, y, t) = X(x)Y(y)T(t) \quad (3.11)$$

(3.11) Bağıntısı (3.10) bağıntısında yerine konulup ve $XYveT$ 'ye bölünmesiyle aşağıdaki sonuç elde edilir:

$$\frac{x''}{x} + \frac{y''}{y} = \frac{\rho h}{P} \frac{t''}{t} \quad (3.12)$$

x, y, t farklı değişkenlerin sabit fonksiyonları olup, bunları (3.12)'deki terimlerin her birini bir sabite eşitleyelim. Sabitlerin $-\alpha^2, -\beta^2, -\gamma^2$ olması durumunda eşitlikler sonucu aşağıdaki bağıntılar görünür.

$$X'' + \alpha^2 X = 0 \quad (3.13a)$$

$$Y'' + \beta^2 Y = 0 \quad (3.13b)$$

$$T'' + \left(\frac{P}{\rho h} \right) \gamma^2 T = 0 \quad (3.13c)$$

ve

$$\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2 \text{ dir.} \quad (3.14)$$

Denklem (3.13c)'de $\left(\frac{P}{\rho h} \right) \gamma^2$ yerine, sabit λ^2 değeri frekans olacak şekilde yerine koyulduğunda, (3.13)'teki çözümler için bağıntılar şu şekilde olur;

$$T = A \sin \lambda t + B \cos \lambda t \quad (3.15a)$$

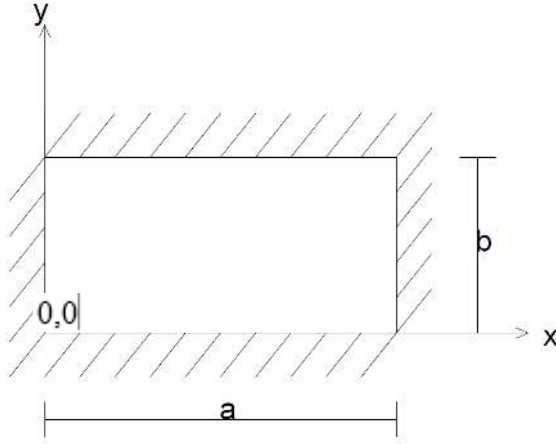
$$X = C \sin \alpha x + D \cos \alpha x \quad (3.15b)$$

$$Y = E \sin \beta y + F \cos \beta y \quad (3.15c)$$

ve (3.14) için

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{\rho h}{P} \lambda^2 \quad (3.16)$$

3.2.1. Dört kenarı ankastre dikdörtgen membran için sonuçlar



Şekil 3.4. Dört kenarı ankastre dikdörtgen membran

Şekil 3.4'te Boyutları a ve b olan dikdörtgen membranın tüm sınır koşulları sabit kabul edilip aşağıdaki bağıntılar elde edilir. Bunlarda değişkenlere ayırma metodu kullanılarak frekans değerini veren formülasyon elde edilecektir.

$$w(0, y, t) = 0 \quad 0 \leq y \leq b \quad t \geq 0 \quad (3.17a)$$

$$w(a, y, t) = 0 \quad 0 \leq y \leq b \quad t \geq 0 \quad (3.17b)$$

$$w(x, 0, t) = 0 \quad 0 \leq x \leq a \quad t \geq 0 \quad (3.17c)$$

$$w(x, b, t) = 0 \quad 0 \leq x \leq a \quad t \geq 0 \quad (3.17d)$$

Bağıntı (3.17a, 3.17b, 3.17c, 3.17d)' den;

$$X(0) = 0 \quad (3.18a)$$

$$X(a) = 0 \quad (3.18b)$$

$$Y(0) = 0 \quad (3.18c)$$

$$Y(b) = 0 \quad (3.18d)$$

Denklem (3.13a,3.13b)' de sınır ve başlangıç koşullarından gerekli işlemler yapıldıktan sonra $A=C=0$ olur

$X(a) = 0$ ve $Y(b) = 0$ da sınır koşulları yardımıyla işlemler yapılırsa;

$$\sin \alpha a = 0 \quad (3.19a)$$

$$\sin \beta b = 0 \quad (3.19b)$$

$$\alpha_i = \frac{i\pi}{a} \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (3.20a)$$

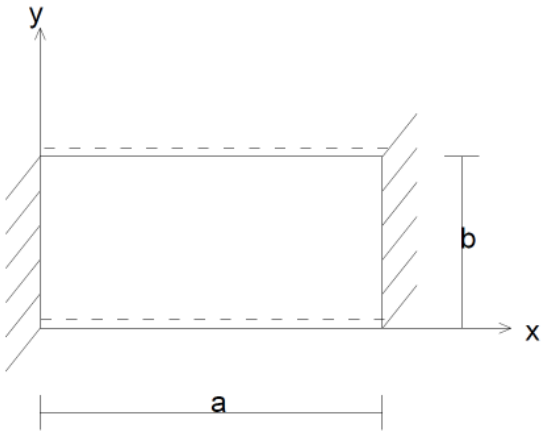
$$\beta_k = \frac{k\pi}{b} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (3.20b)$$

$$\lambda_{ik}^2 = c^2 (\alpha_i^2 + \beta_k^2) \quad (3.21)$$

$$\lambda_{ik} = \pi * c \left[\left(\frac{i}{a} \right)^2 + \left(\frac{k}{b} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.22)$$

Denklem (3.22) Dikdörtgen membranın frekans değerini verir.

3.2.2. İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membran için sonuçlar



Şekil 3.5. İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membran

Temel eşitlikler Şekil 3.5'te uzunluğu a ve genişliği b olan bir dikdörtgen membran, tektip T gerilimi (birim uzunluğa düşen kuvvet) altındadır. Serbest titreşimdeki membranın çapraz deplasmanı farklı bir eşitlik ile düzenlenir. Bu eşitlik;

$$TV^2w(x, y, z) = \rho(\partial^2 w(x, y, z) / \partial t^2), \quad 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq b, \quad (3.23)$$

Burada ρ malzeme yoğunluğudur (birim alandaki kütle), ve Laplacian operatörü

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (3.24)$$

Membranın kenarı boyunca, iki tür sınır koşulu belirlenmiştir

Ankastre Kenarlar

$$\text{Kenar } x = 0, a \text{ ve } y = 0, b \quad w = 0 \quad (3.25)$$

Serbest Kenarlar

$$\text{Kenar } x = 0, \text{ ve } x = a \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (3.26a)$$

$$\text{Kenar } y = 0, \text{ ve } y = b \quad \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (3.26b)$$

Özdeğer Problemi

Membranın serbest titreşimdeki temel bir problem uygun sınır koşullarına uyan (3.23) denklemini çözmektir. Bu membran deplasmanını

$$w(x, y, z) = W(x, y) \cos \lambda t \quad (3.27)$$

olarak ifade edilir. Bu denklem (3.23) denklemi yerine yazıldığında aşağıdaki eşitliği verir,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) W(x, y) + \frac{\rho \lambda^2}{T} W(x, y) = 0 \quad (3.28)$$

(3.28) Denklemi, sınır koşulları ile birlikte, membranın bir özdeğer problemini tanımlar. Buradaki ω bir özdeğer ya da doğal frekanstır, ve $W(x, y)$ bir öz fonksiyon ya da mod şekil fonksiyonudur (membranın doğal frekansına karşılık gelen bir modu olarak da tanımlanabilir).

$$W(x, y) = X(x)Y(y) \quad (3.29)$$

Diferansiyel denklemleri oluşturmak için (3.29) denklemi yerine (3.28) denklemi yazılırsa,

$$\frac{\partial^2 x}{\partial x^2} + \alpha^2 x = 0 \quad (3.30a)$$

ve

$$\frac{\partial^2 y}{\partial y^2} + \beta^2 y = 0 \quad (3.30b)$$

Burada α ve β parametreleri aşağıdaki denklem ile ilişkilidir.

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{\rho \lambda^2}{T} \quad (3.31)$$

Denklem (3.30), $X(x)$ ve $Y(y)$ fonksiyonlarının sinüzoidal forma sahip olduğunu göstermektedir, (3.28) denkleminin çözümü şöyle devam eder

$$W(x, y) = A_1 \sin \alpha x \sin \beta y + A_2 \sin \alpha x \cos \beta y + A_3 \cos \alpha x \sin \beta y + A_4 \cos \alpha x \cos \beta y \quad (3.32)$$

Burada A_k değerleri belirlenen sabitler olup,

(3.32) denklemi sınır koşulları ile kullanıldığında öz çözümleri (doğal frekanslar ve mod şekilleri) belirler. Örneğin $x = 0$, $x = a$ ve $y = b$ kenarlarında ankastre ve $y = 0$ kenarında serbest olan bir membran düşünün. Membranın sınır koşulları,

$$(i) \quad x = 0 \text{ kenarında} \quad W(0, y) = 0 \quad (3.33)$$

$$(ii) \quad y = 0 \text{ kenarında} \quad \left. \frac{\partial W(x, y)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (3.34)$$

$$(iii) \quad x = a \text{ kenarında} \quad W(a, y) = 0 \quad (3.35)$$

$$(iv) \quad y = b \text{ kenarında} \quad W(x, b) = 0 \quad (3.36)$$

(i) ve (ii) koşullarının 3.32 denkleminde uygulaması $A_1 = A_3 = A_4 = 0$ verir ve

$$W(x, y) = A_2 \sin \alpha x \cos \beta y \quad (3.37)$$

(iii) ve (iv) koşulları ile karakteristik denklemler oluşturulur.

$$\sin \alpha a = 0, \quad \cos \beta b = 0 \quad (3.38)$$

Karakteristik kökler

$$\alpha_i = \frac{i\pi}{a}, \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (3.39)$$

$$\beta_k = \frac{(k - 1/2)\pi}{b}, \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (3.40)$$

(3.31) bağıntısıyla membranların doğal frekansları

$$\lambda_{ik} = \pi^* \sqrt{\left[\left(\frac{i}{a} \right)^2 + \left(\frac{k - \frac{1}{2}}{b} \right)^2 \right] \left(\frac{T}{\rho} \right)^{1/2}} \quad i, k = 1, 2, \dots \quad (3.41)$$

Ve birleşik mod şekilleri

$$W_{ik}(x, y) = \sin \alpha_i x + \cos \beta_k y \quad (3.42)$$

3.3. Dikdörtgen Plakların Serbest Titreşimleri

3.3.1. Plak teorisi

Yer Değiştirme Eşitliği Şekil 3.6'da uzunluğu a , genişliği b ve kalınlığı h olan bir dikdörtgen plak homojen ve izotropik elastik materyalden yapılır. Serbest titreşimde plakın nötral yüzeyinin enine yer değişimi (yan sapma) diferansiyel eşitlikle düzenlenir.

$$D \nabla^2 w(x, y, z) + \rho (\partial^2 w(x, y, z) / \partial t^2) = 0 \quad 0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq b, \quad (3.43)$$

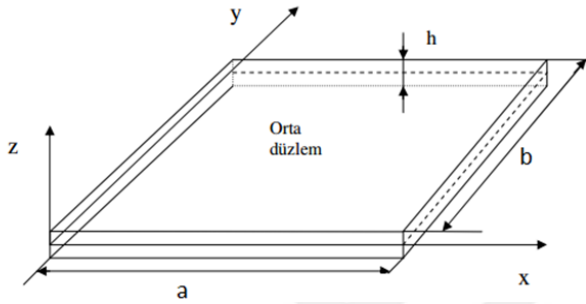
Biharmonik operatör yerine;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (3.44)$$

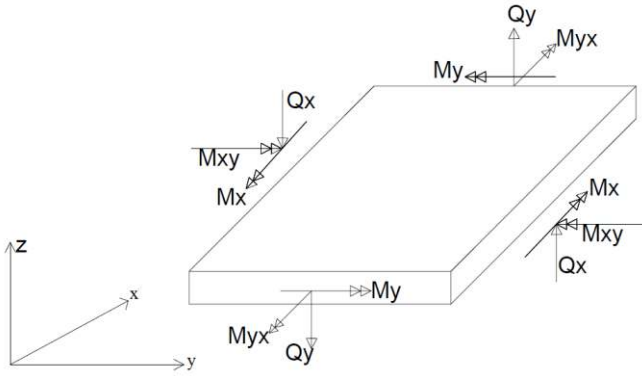
E'nin Young modülü ve ν 'nin Poisson oranı olduğu $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ ile verilen plakın kütle yoğunluğu (birim alandaki kütle) ρ , eğilme ya da bükülme sertliği ise D 'dir.

İç Kuvvetler kenarları sırasıyla x ve y eksenlerine paralel olan küçük bir dikdörtgen plak element düşününüz. Bu kenarlar üzerindeki hareketin eğilme momentleri M_x ve M_y , bükülme momentleri M_{xy} ve M_{yx} , gerilme kuvvetleri ise Q_x ve Q_y 'dir.

Şekil 3.7'ye bakınız, bir momentin sembolü sağ el kuralıyla yönlendirilmesini gösterir. Bu iç kuvvetler şununla ilgilidir.



Şekil 3.6. Enine titreşimdeki bir dikdörtgen plak



Şekil 3.7. Bir plak elementteki iç kuvvetler

Eğilme momentleri;

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (3.45)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.46)$$

$$Q_x = \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} = -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3.47)$$

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3.48)$$

Gerginlik, Gerilme ve Eğrilik Kirchhoff'un varsayımlarına göre gerilimler verilen şu eşitlik ile bükülmeye neden olur

$$\varepsilon_x = zK_x, \quad \varepsilon_y = zK_y, \quad \gamma_{xy} = 2zK_{xy} \quad (3.49)$$

Burada z, plakın nötral yüzeyden uzaklıktır. Şekil (3.6)'da gösterilen nötral yüzeyin eğrilikleri K_x , K_y ve K_{xy} 'dir. Eğrilikler enine yer değişimiyle ilgilidir.

$$K_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad K_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad K_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.50)$$

Lineer elastik materyal için, plakın gerilim bileşenleri verilmiştir.

$$\sigma_x = \frac{Ez}{1-\nu^2} (K_x + \nu K_y), \quad \sigma_y = \frac{Ez}{1-\nu^2} (K_y + \nu K_x), \quad \tau_{xy} = \frac{Ez}{1+\nu} K_{xy} \quad (3.51)$$

Moment-Eğim ilişkisi plakın momentleri tanımlanmıştır.

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz, \quad M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y z dz, \quad M_{xy} = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz \quad (3.52)$$

Burada (3.51) eşitliği moment – eğim ilişkisine neden olur.

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = D \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} K_x \\ K_y \\ K_z \end{pmatrix} \quad (3.53)$$

(3.53) eşitliği ile plakın gerilimi moment açısından ifade edilebilir, yani;

$$\sigma_x = \frac{12M_x}{h^3} z, \quad \sigma_y = \frac{12M_y}{h^3} z, \quad \tau_{xy} = \frac{12M_{xy}}{h^3} z \quad (3.54)$$

Üstelik (3.50) eşitliğinin (3.53) eşitliği ile değişimi (3.46) eşitliğini verir.
Sınır Koşulları plakın üç klasik sınırı şu şekilde tarif edilmiştir.

Basitçe Desteklenmiş Kenarlar Kenarda $x=0$, $x=a$

$$w = 0 \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (3.56)$$

ve kenar $y = 0$ ya da $y = b$

$$w = 0 \quad (3.57)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (3.58)$$

Ankastre Kenarlar Kenar $x = 0$ ya da $x=a$

$$w = 0 \quad (3.59)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (3.60)$$

ve kenar $y = 0$ ya da $y = b$

$$w = 0 \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (3.62)$$

Serbest Kenarlar Kenar $x = 0$ ya da $x=a$

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (3.63)$$

$$V_x = Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right] \quad (3.64)$$

ve kenar $y = 0$ ya da $y = b$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (3.65)$$

$$V_y = Q_y + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = -D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right] \quad (3.66)$$

Birim uzunluk başına etkin enine kuvvetler V_x ve V_y 'dir.

Kinetik ve Gerilim Enerjisi Plakın kinetik enerjisi,

$$T = \frac{1}{2} \iint_A \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (3.67)$$

Plakın gerilim enerjisi şöyle verilmiştir;

$$U = \frac{1}{2} \iint_A (M_x K_x + M_y K_y + 2M_{xy} K_{xy}) dx dy \quad (3.68)$$

Burada (3.46) ve (3.50) eşitlikleri ile şu sağlanmıştır

$$U = \frac{1}{2} \iint_A D \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad (3.69)$$

Üst enerji fonksiyonelleri, plak titreşim problemi için yaklaşık çözüm metodlarının gelişiminde Rayleigh-Ritz metodu ve sonulu element metodu gibi kullanışlıdır.

3.3.2. Özdeğer problemi

Plakların serbest titreşim analizindeki temel sorun uygun sınır koşullarına tabi olan diferansiyel eşitliği (3.43)'ü çözmektir. Değişkenler ayrılarak bir plakın enine deplasmanı şu şekilde ifade edilmektedir:

$$w(x, y, t) = W(x, y) \cos(\omega t + \theta) \quad (3.70)$$

Burada belirlenmesi için θ rastgele seçilmiş bir sabit, $W(x, y)$ bilinmeyen bir fonksiyon, ve ω bilinmeyen bir parametredir. (3.70) eşitliğinin yerine (3.43) eşitliği getirildiğinde şu elde edilir. Burada ω özdeğer, $W(x, y)$ özfonksiyondur.

$$\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) W(x, y) - \frac{\rho \omega^2}{D} W(x, y) = 0 \quad (3.71)$$

(3.71) eşitliği uygun sınır koşulları ile birlikte plakın bir özdeğer problemini tanımlar. Fiziksel olarak, ω plakın doğal bir frekansı, $W(x,y)$ ise ilişkili mod şeklidir. $w(x,y,t)$ yerine $W(x,y)$ getirilerek (3.71) eşitliği için sınır koşulları (3.55, 3.56) ile (3.63, 3.64) arasındaki eşitlikler ile verilmiştir.

Bir plakın doğal frekansları $\omega = X\sqrt{D/\rho}$ ile ifade edilir, X parametresi materyale ve plakın geometrik özelliklerine bağlıdır. Plak serbest bir kenara sahip değilse, X a uzunluğunun ve b genişliğinin bir fonksiyonudur ve Poisson oranına (ν) bağlı değildir. Bundan dolayı (3.55-3.58) ve (3.59-3.62) sınır koşulları ν 'yi kapsamaz. Diğer yandan, eğer plak en az bir serbest kenara sahip ise, (3.63-3.66) Poisson oranında olduğu gibi plak uzunluğu ve genişliğine bağlı olduğuna işaret eder.

Sonra gelende üst özdeğer problemi için üç çözüm tekniği tanıtılmaktadır: Navier çözüm yöntemi, Levy çözüm yöntemi, ve sonlu elemanlar yöntemi. Sonlu elemanlar yöntemi nümerik bir yöntem iken Navier ve Levy yöntemleri analitik yöntemlerdir.

Basitçe desteklenmiş plaklar için Navier Çözümleri basitçe desteklenmiş bir plak için tüm kenarlar boyunca, deplasmanı şöyle varsayılır:

$$W(x, y) = A \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3.72)$$

Buradaki m ve n tamsayılar, A ise sıfıra eşit olmayan bir sabit değildir. (3.72) eşitliğindeki ifade otomatik olarak sınır koşullarını spesifikleşmiş olan (3.55-3.58) eşitliğinde sağlamaktadır. (3.71) eşitliğinde yerine konulduğunda ise şu karakteristik eşitlik elde edilir:

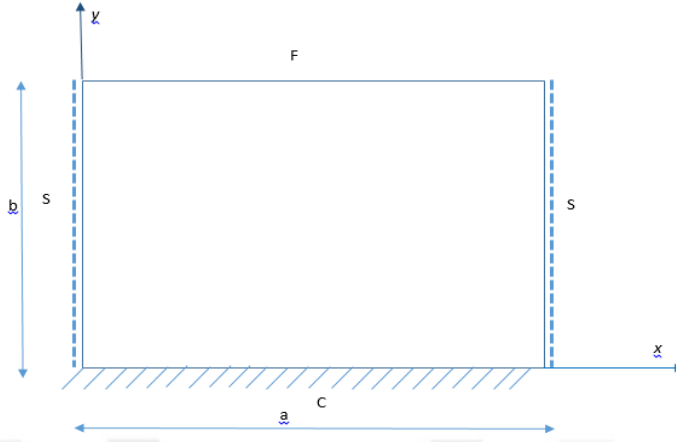
$$\pi^4 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - \frac{\rho \omega^2}{D} = 0 \quad (3.73)$$

eşitliğinin kökleri plakın doğal frekanslarıdır, şöyle ki

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{D}{\rho}}, \quad m, n = 1, 2, \dots \quad (3.74)$$

Mod şekilleri, sırasıyla x ve y yönlerine yarım sinüs dalgalarının sayısını gösteren m ve n ile birlikte (3.74) eşitliğinde verilmiştir. Üst işlem Navier çözümü olarak bilinmektedir.

3.3.3. İki kenarı basit mesnetli, diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plak için sonuçlar



Şekil 3.8. İki kenarı basit mesnetli, diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plak

Basitçe mesnetli iki karşı kenarla plaklar için Levy Çözümleri Plak nispeten basitçe desteklenmiş $x=0$ ve $x=a$ kenarlarındadır, ve diğer iki kenarda ($y=0$ ve $y=b$) rastgele seçilmiş destek (sınır) koşullarına sahiptir. Şekil 3.8’de S, C ve F harfleri sırasıyla basitçe desteklenmiş, kenetlenmiş ve serbest kenarları göstermektedir.

$$W(x, y) = Y(y) \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (3.75)$$

Buradaki m bir tam sayı ve $Y(y)$ belirlenecek bir bilinmeyen fonksiyondur. Önceki eşitlikteki sinüs fonksiyonu otomatik olarak sınır koşullarını $x=0$ ve b ’de olmasını sağlamaktadır. Levi tipi çözüm olarak bilinen (3.71) eşitliği aşağıdaki eşitliği elde etmek için (3.63-3.66)’nın yerine yazılır.

$$\frac{d^4}{dy^4} Y(y) - 2\alpha_m^2 \frac{d^2}{dy^2} Y(y) + (\alpha_m^4 + \gamma^4) Y(y) = 0 \quad (3.76)$$

ile

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \gamma^4 = \frac{\rho\omega^2}{D} \quad (3.77)$$

Üstelik, Y için sınır koşulları şu şekilde türetilmektedir:

$$\text{Basitçe desteklenmiş } y=0 \text{ y da } b: \quad Y = 0, Y'' = 0 \quad (3.78a)$$

Kenetlenmiş $y=0$ ya da b ; $Y = 0, Y' = 0$ (3.78b)

Serbest $y=0$ ya da b ; $Y'' - \nu \alpha^2 Y = 0 \quad Y''' - (2 - \nu) \alpha_m^2 Y'' = 0$ (3.78c)

Burada $Y' = dY / dy$.

(3.76) diferansiyel eşitliğin çözümü üç formdan birisine dahildir:

(i) $0 < \gamma < \alpha_m$ için,

$$Y(y) = A \cosh \alpha y + B \sinh \alpha y + C \cosh \beta y + D \sinh \beta y \quad (3.79)$$

$$\alpha = \sqrt{\alpha_m^2 + \gamma^2} \quad \text{ve} \quad \beta = \sqrt{\alpha_m^2 - \gamma^2} \quad (3.80)$$

(ii) $\gamma = \alpha_m$ için,

$$Y(y) = A \cosh \alpha y + B \sinh \alpha y + Cy + D \quad (3.81)$$

Burada $\alpha = \sqrt{2} \alpha_m$.

(iii) $\gamma > \alpha_m$ için

$$Y(y) = A \cosh \alpha y + B \sinh \alpha y + C \cos \beta y + D \sin \beta y \quad (3.82)$$

$$\text{Burada } \alpha = \sqrt{\alpha_m^2 + \gamma^2} \quad \text{ve} \quad \beta = \sqrt{\gamma^2 - \alpha_m^2}.$$

Plakın karakteristik eşitliği (3.79) ile (3.82) arasındaki eşitlikler sınır koşullarının (3.78) yerine konularak elde edilir. Buradan plakın doğal frekansları hesaplanabilmektedir. Bir örnek olarak Şekil 3.5'te gösterilen plak için, $y=0$ ve b kenarlarındaki sınır koşulları

$$Y(0) = 0, Y'(0) = 0$$

$$Y''(b) - \nu \alpha_m^2 Y(b) = 0, \quad Y'''(b) - (2 - \nu) \alpha_m^2 Y'(b) = 0. \quad (3.83)$$

$\gamma \succ a_m$ için, (3.82) eşitliği yerine sınır koşullarının konulması aşağıdaki eşitliği verir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ d_1 \cosh ab & d_1 \sinh ab & -d_2 \cos \beta b & -d_2 \sin \beta b \\ d_3 \sinh ab & d_3 \cosh ab & d_4 \sin \beta b & -d_4 \cos \beta b \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix} = 0 \quad (3.84)$$

Burada $d_1 = \alpha^2 - \nu \alpha_m^2, d_2 = \beta^2 + \nu \alpha_m^2, d_3 = \alpha^3 - (2 - \nu) \alpha_m^2 \alpha$, ve

$$d_4 = \beta^3 + (2 - \nu) \alpha_m^2 \beta. \quad (3.85)$$

eşitliğindeki matriksin determinantının yok edilmesi plakın karakteristik eşitliğini verir.

$$d_1 d_3 - d_2 d_4 \cos 2\beta b + (d_1 d_4 - d_2 d_3)(\cosh ab \cdot \cos \beta b + \sinh ab \cdot \sin \beta b) = 0. \quad (3.86)$$

Üstteki eşitliğin çözümü plakın doğal frekanslarını verir. Ayrıca, bilinen bir doğal frekansla (3.82) teki eşitliğindeki A,B,C ve D katsayılarının açık olamayan bir çözümü (3.75) ve (3.82) eşitlikleriyle ilişik mod şeklini verir. Üstteki çözüm prosedürü de $0 < \gamma < a_m$ ve $\gamma = a_m$ örneklerine uygulanabilir.

doğal frekans değeri aşağıdaki gibi olur.

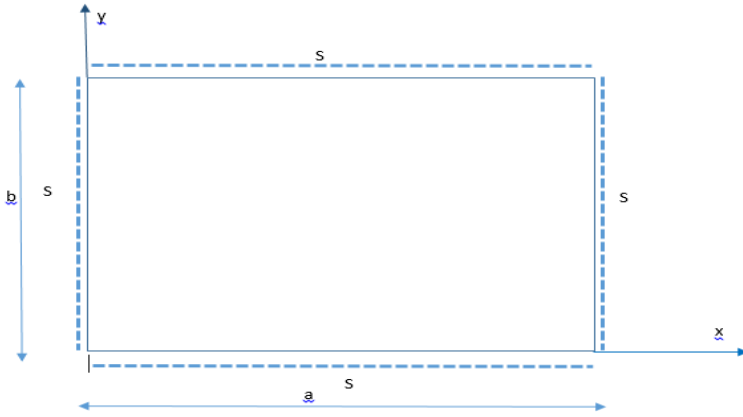
$$\lambda^2 = \omega \sqrt{\frac{gh}{D}} = \pi^2 \left(\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n + (1/2)}{b} \right)^2 \right) \quad (3.87)$$

Ve birleşik mod şekli ise;

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n + (1/2)}{b} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{D}{gh}} \quad (3.88)$$

$$f : \frac{\omega}{2 * \pi} \quad (3.89)$$

3.3.4. Dört kenarı basit mesnetli plak için sonuçlar



Şekil 3.9. Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plak

- Sınır koşulları göz önüne alındığında her iki uçta düşey deplasman ($w = 0$) olur.
- Bu kenarlarda $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$ ve $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$ dır.

Şekil 3.9’da dört kenarı hareketli plak için elde ettiğimiz sınır koşullarını aşağıdaki gibi sıralı bir biçimde yazmak mümkündür,

$$x = 0 \text{ ve } x = a \quad w = 0 \quad (3.90)$$

$$x = 0 \text{ ve } x = a \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (3.91)$$

$$y = 0 \text{ ve } y = b \quad w = 0 \quad (3.92)$$

$$y = 0 \text{ ve } y = b \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (3.93)$$

$W(x) = X_1(x) + X_2(x)$ denkleminin çözümünden aşağıdaki ifadeyi buluruz.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\bar{A}\beta_1^2 \sin \beta_{1x} - \bar{B}\beta_1^2 \cos \beta_1^2 x + \bar{E}\beta_1^2 \sinh \beta_1 x + \bar{F}\beta_1^2 \cosh \beta_1 x \quad (3.94)$$

Yukarıdaki denklem e göre sınır koşullarımızı uyguladığımızda

$x = 0$ durumunda düşey deplasman $w = 0$ olduğundan işlemler yapıldıktan sonra aşağıdaki sabitler kalır;

$$\bar{B} + \bar{F} = 0 \quad (3.95)$$

$x = a$ da $w = 0$ ise

$$\bar{A} \sin \beta_1 a + \bar{B} \cos \beta_1 a + \bar{E} \sinh \beta_1 a + \bar{F} \cosh \beta_1 a = 0 \quad (3.96)$$

$x = 0$ ve $x = a$ $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$ durumuna göre $x = 0$ olursa denklem;

$$-\beta_1^2 \bar{B} + \beta_1^2 \bar{F} = 0 \quad (3.97)$$

$x = a$ olması durumunda

$$-\bar{A}\beta_1^2 \sin \beta_{1a} - \bar{B}\beta_1^2 \cos \beta_{1a} + \bar{E}\beta_1^2 \sinh \beta_{1a} + \bar{F}\beta_1^2 \cosh \beta_{1a} = 0 \quad (3.98)$$

(3.96) ve (3.97) denklemlerinde $\bar{B} = \bar{F} = 0$ olması durumunda $\beta_1^2 \neq 0$ olduğunu görürüz.

$$\bar{A} \sin \beta_{1a} + \bar{E} \sinh \beta_{1a} = 0 \quad (3.99)$$

Ve

$$-\beta_1^2 \bar{A} \sin \beta_{1a} + \beta_1^2 \bar{E} \sinh \beta_{1a} = 0 \quad (3.100)$$

gerekli işlemleri yaptıktan sonra;

$$\bar{E} \sinh \beta_{1a} = -\bar{A} \sin \beta_{1a} \quad (3.101)$$

(3.101)'i (3.100)'da yerine yazdığımızda şu bağıntı elde edilir

$$\bar{A} \sin \beta_{1a} = 0 \quad (3.102)$$

aşık olmaya çözümler aranır ve bundan dolayı aşağıdaki ifadeler ortaya çıkmaktadır.

$$W(x, y, t) = W(x) = \bar{A} \sin \beta_{1a} = 0 \quad (\bar{A} \neq 0, \sin \beta_{1a} = 0)$$

Eşitlikler matris formda yazılırsa;

$$|K| = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \sin \beta_{1a} & \cos \beta_{1a} & \sinh \beta_{1a} & \cosh \beta_{1a} \\ 0 & -\beta_1^2 & 0 & \beta_1^2 \\ -\beta \sin \beta_{1a} & -\beta_1^2 \cos \beta_{1a} & \beta_1 \sin \beta_{1a} & \beta_1^2 \cosh \beta_{1a} \end{bmatrix} \quad (3.103)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \sin \beta_{1a} & \cos \beta_{1a} & \sinh \beta_{1a} & \cosh \beta_{1a} \\ 0 & -\beta_1^2 & 0 & \beta_1^2 \\ -\beta \sin \beta_{1a} & -\beta_1^2 \cos \beta_{1a} & \beta_1 \sin \beta_{1a} & \beta_1^2 \cosh \beta_{1a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A} \\ \bar{B} \\ \bar{E} \\ \bar{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ işleminde}$$

$$|K| = 0 \text{ olur}$$

$$\underbrace{\sin \beta_{1a} \sinh \beta_{1a}}_0 = 0 \quad (3.104)$$

$$\sin \beta_{1a} = 0 \text{ olursa, } \beta_1 = \frac{m\pi}{a} \text{ olur.}$$

Aynı işlem adımlarını plağın b yönünde yaparsak ; $\beta_2 = \frac{n\pi}{b}$ bağıntısı elde edilir.

$\lambda^2 = \beta_1^2 + \beta_2^2$ temel eşitliğinde doğal frekans değeri aşağıdaki gibi olur.

$$\lambda^2 = \omega \sqrt{\frac{gh}{D}} = \pi^2 \left(\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right) \quad (3.105)$$

Ve birleşik mod şekli ise;

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{D}{gh}} \quad (3.106)$$

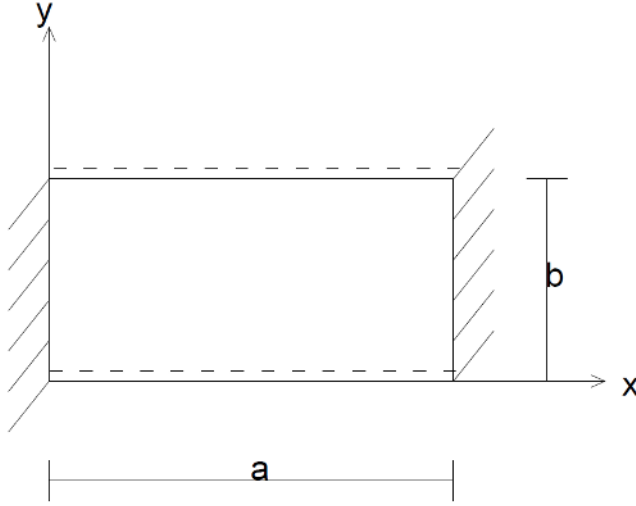
$$\omega_{mn}(x, y) = A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \text{ bağıntısıdır.} \quad (3.107)$$

$$f : \frac{\omega}{2 * \pi} \quad (3.108)$$

4. SAYISAL SONUÇLAR

4.1. İki Kenarı Ankastre, İki Kenarı Serbest Dikdörtgen Membran İçin Sonuçlar

Şekil 4.1’de, boyutları a ve b olan dikdörtgen membran gösterilmiştir. Bölüm 3.2.2’de olduğu gibi membran boyutlarında çeşitli değişikliklere gidilmiş ve farklı boyutlar için farklı sonuçlar elde edilmiş olup sonuçlar aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 4.1. İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membran

Dikdörtgen membranın açısal frekansı ve açısal frekansa bağlı frekansı şu bağıntıdan elde edilir :

$$\lambda_{ik} = \pi * \sqrt{\left[\left(\frac{i}{a} \right)^2 + \left(\frac{k - \frac{1}{2}}{b} \right)^2 \right]} \left(\frac{T}{\rho} \right)^{1/2} \quad (4.1)$$

$$f : \frac{\lambda}{2 * \pi} \quad (4.2)$$

Çizelge 4.1 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	2,34	37,3
(1,2)	2250	3,78	60,1
(1,3)	2250	5,64	89,8
(2,1)	2250	4,32	68,7
(2,2)	2250	5,24	83,3
(2,3)	2250	6,71	106,7
(3,1)	2250	6,37	101,4
(3,2)	2250	7,02	111,8
(3,3)	2250	8,18	130,2

Çizelge 4.2 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	2,16	34,4
(1,2)	2250	2,62	41,7
(1,3)	2250	3,35	53,4
(2,1)	2250	4,22	67,2
(2,2)	2250	4,47	71,2
(2,3)	2250	4,94	78,6
(3,1)	2250	6,3	100,3
(3,2)	2250	6,48	103,1
(3,3)	2250	6,81	108,3

Çizelge 4.3 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	2,12	33,8
(1,2)	2250	2,34	37,3
(1,3)	2250	2,73	43,4
(2,1)	2250	4,2	66,9
(2,2)	2250	4,32	68,7
(2,3)	2250	4,54	72,2
(3,1)	2250	6,29	100,2
(3,2)	2250	6,37	101,4
(3,3)	2250	6,52	103,8

Çizelge 4.4 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	3,31	52,7
(1,2)	2250	5,34	85
(1,3)	2250	7,98	126,9
(2,1)	2250	6,11	97,2
(2,2)	2250	7,4	117,9
(2,3)	2250	9,48	150,9
(3,1)	2250	9,01	143,4
(3,2)	2250	9,93	158,1
(3,3)	2250	11,6	184,1

Çizelge 4.5 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	3,05	48,6
(1,2)	2250	3,7	58,9
(1,3)	2250	4,74	75,5
(2,1)	2250	5,97	95
(2,2)	2250	6,33	100,7
(2,3)	2250	6,99	111,2
(3,1)	2250	8,92	141,9
(3,2)	2250	9,16	145,8
(3,3)	2250	9,63	153,2

Çizelge 4.6 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	3	47,8
(1,2)	2250	3,31	52,7
(1,3)	2250	3,86	61,4
(2,1)	2250	5,94	94,6
(2,2)	2250	6,11	97,2
(2,3)	2250	6,42	102,1
(3,1)	2250	8,9	141,6
(3,2)	2250	9,01	143,4
(3,3)	2250	9,22	146,8

Çizelge 4.7 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	4,06	64,5
(1,2)	2250	6,54	104,1
(1,3)	2250	9,77	155,5
(2,1)	2250	7,48	119
(2,2)	2250	9,07	144,3
(2,3)	2250	11,6	184,8
(3,1)	2250	11	175,6
(3,2)	2250	12,2	193,6
(3,3)	2250	14,2	225,5

Çizelge 4.8 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

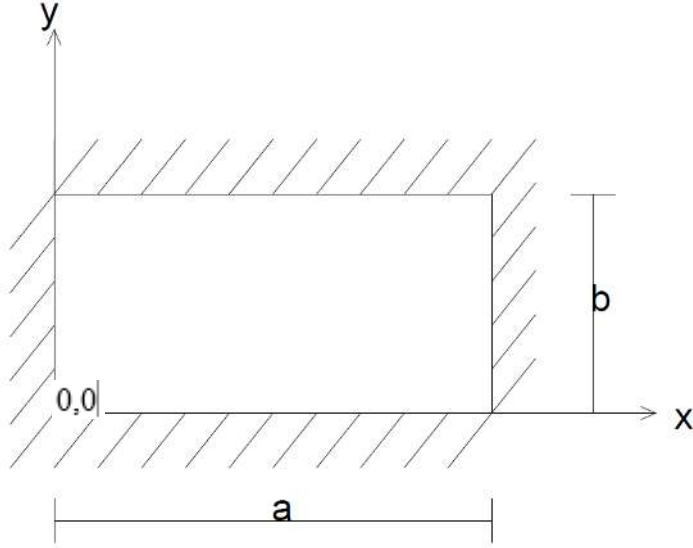
Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	3,74	59,5
(1,2)	2250	4,53	72,2
(1,3)	2250	5,81	92,4
(2,1)	2250	7,31	116,4
(2,2)	2250	7,75	123,3
(2,3)	2250	8,56	136,2
(3,1)	2250	10,9	173,8
(3,2)	2250	11,2	178,5
(3,3)	2250	11,8	187,6

Çizelge 4.9 İki kenarı ankastre, iki kenarı serbest dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	3,68	58,5
(1,2)	2250	4,06	64,5
(1,3)	2250	4,72	75,2
(2,1)	2250	7,28	115,9
(2,2)	2250	7,48	119
(2,3)	2250	7,86	125,1
(3,1)	2250	10,9	173,5
(3,2)	2250	11	175,6
(3,3)	2250	11,3	179,8

4.2. Dört Kenarı Ankastre Dikdörtgen Membran İçin Sonuçlar

Şekil 4.2’de, boyutları a ve b olan dikdörtgen membran gösterilmiştir. Membran boyutlarında çeşitli değişikliklere gidilmiş ve farklı boyutlar için farklı sonuçlar elde edilmiş olup sonuçlar aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 4.2. Dört kenarı ankastre dikdörtgen membran

Dikdörtgen membranın açısal frekansı ve açısal frekansa bağlı frekansı şu bağıntıdan elde edilir :

$$\lambda_{ik} = \pi * c \left[\left(\frac{i}{a} \right)^2 + \left(\frac{k}{b} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (4.3)$$

$$\lambda = \pi * \sqrt{\left(\frac{T}{\rho} \right) \left[\left(\frac{i}{a} \right)^2 + \left(\frac{k}{b} \right)^2 \right]} \quad (4.4)$$

$$f : \frac{\lambda}{2 * \pi} \quad (4.5)$$

Çizelge 4.10 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	2,96	47,1
(1,2)	2250	4,68	74,5
(1,3)	2250	6,62	105,4
(2,1)	2250	4,68	74,5
(2,2)	2250	5,92	94,3
(2,3)	2250	7,55	120,2
(3,1)	2250	6,62	105,4
(3,2)	2250	7,55	120,2
(3,3)	2250	8,89	141,4

Çizelge 4.11 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	2,34	37,3
(1,2)	2250	2,96	47,1
(1,3)	2250	3,78	60,1
(2,1)	2250	4,32	68,7
(2,2)	2250	4,68	74,5
(2,3)	2250	5,24	83,3
(3,1)	2250	6,37	101,4
(3,2)	2250	6,62	105,4
(3,3)	2250	7,02	111,8

Çizelge 4.12 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=1$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	2,21	35,1
(1,2)	2250	2,52	40,1
(1,3)	2250	2,96	47,1
(2,1)	2250	4,25	67,6
(2,2)	2250	4,42	70,3
(2,3)	2250	4,68	74,5
(3,1)	2250	6,32	100,6
(3,2)	2250	6,44	102,4
(3,3)	2250	6,62	105,4

Çizelge 4.13 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	4,19	66,7
(1,2)	2250	6,62	105,4
(1,3)	2250	9,37	149,1
(2,1)	2250	66,2	105,4
(2,2)	2250	83,8	133,3
(2,3)	2250	10,7	170
(3,1)	2250	93,7	149,1
(3,2)	2250	10,7	170
(3,3)	2250	12,6	200

Çizelge 4.14 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	3,31	52,7
(1,2)	2250	4,19	66,7
(1,3)	2250	5,34	85
(2,1)	2250	6,11	97,2
(2,2)	2250	6,62	105,4
(2,3)	2250	7,4	117,9
(3,1)	2250	9,01	143,4
(3,2)	2250	9,37	149,1
(3,3)	2250	9,93	158,1

Çizelge 4.15 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=2$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	3,12	49,7
(1,2)	2250	3,56	56,7
(1,3)	2250	4,19	66,7
(2,1)	2250	6,01	95,6
(2,2)	2250	6,24	99,4
(2,3)	2250	6,62	105,4
(3,1)	2250	8,94	142,3
(3,2)	2250	9,1	144,9
(3,3)	2250	9,37	149,1

Çizelge 4.16 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

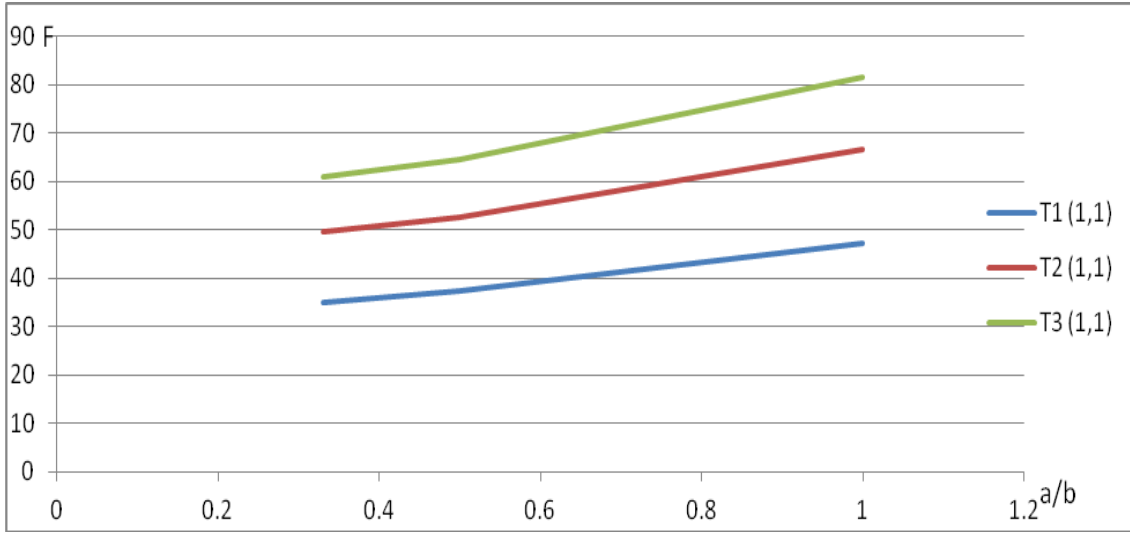
Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	5,13	81,6
(1,2)	2250	8,11	129,1
(1,3)	2250	11,5	182,6
(2,1)	2250	8,11	129,1
(2,2)	2250	10,3	163,3
(2,3)	2250	13,1	208,2
(3,1)	2250	11,5	182,6
(3,2)	2250	13,1	208,2
(3,3)	2250	15,4	244,9

Çizelge 4.17 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

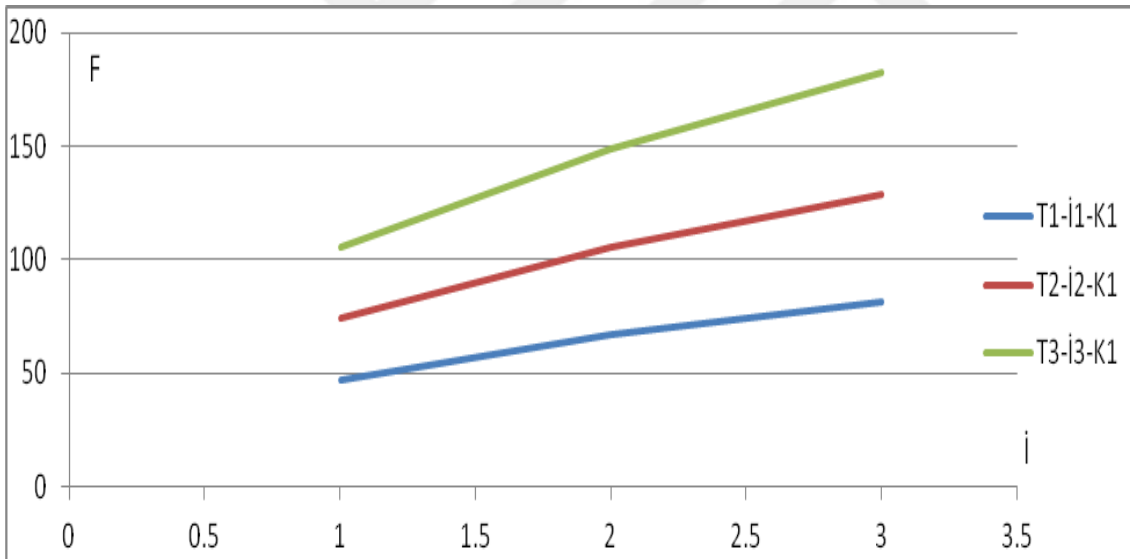
Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	4,06	64,5
(1,2)	2250	5,13	81,6
(1,3)	2250	6,54	104,1
(2,1)	2250	7,48	119
(2,2)	2250	8,11	129,1
(2,3)	2250	9,07	144,3
(3,1)	2250	11	175,6
(3,2)	2250	11,5	182,6
(3,3)	2250	12,2	193,6

Çizelge 4.18 Dört kenarı ankastre dikdörtgen membranda $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $T=3$ nN/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (i,k)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\lambda * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	3,82	60,9
(1,2)	2250	4,36	69,4
(1,3)	2250	5,13	81,6
(2,1)	2250	7,36	117,1
(2,2)	2250	7,65	121,7
(2,3)	2250	8,11	129,1
(3,1)	2250	10,9	174,3
(3,2)	2250	11,1	177,4
(3,3)	2250	11,5	182,6



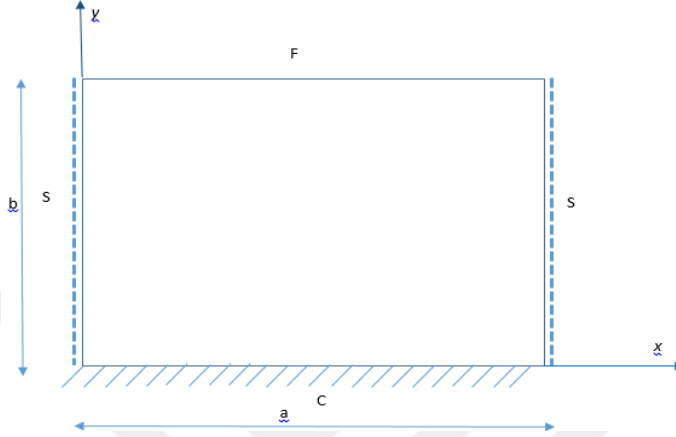
Şekil 4.3. $(i,k)=(1,1)$ ve $a=10$ iken b ve T' 'ye bağlı frekans değerleri



Şekil 4.4. $k=1$ ve $a/b=1$ iken i ve T' ye bağlı frekans değerleri

4.3. İki Kenarı Basit Mesnetli , Diğer Kenarları Ankastre ve Serbest Dikdörtgen Plak İçin Sonuçlar

Şekil 4.3'te, boyutları a ve b olan dikdörtgen plak gösterilmiştir. Plak boyutlarında çeşitli değişikliklere gidilmiş ve farklı boyutlar için farklı sonuçlar elde edilmiş olup sonuçlar aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 4.5. İki kenarı basit mesnetli , diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plak

Dikdörtgen plağın açısal frekansı ve açısal frekansa bağlı frekansı şu bağıntıdan elde edilir :

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n + (1/2)}{b} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{D}{gh}} \quad (4.6)$$

$$f : \frac{\omega}{2 * \pi} \quad (4.7)$$

Çizelge 4.19 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	2,138	34
(1,2)	2250	4,770	75,9
(1,3)	2250	8,718	138,8
(2,1)	2250	4,112	65,4
(2,2)	2250	6,744	107,3
(2,3)	2250	10,692	170,2
(3,1)	2250	7,402	117,8
(3,2)	2250	10,034	159,7
(3,3)	2250	13,982	222,5

Çizelge 4.20 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,028	16,4
(1,2)	2250	1,686	26,8
(1,3)	2250	2,673	42,5
(2,1)	2250	3,002	47,8
(2,2)	2250	3,659	58,3
(2,3)	2250	4,646	74
(3,1)	2250	6,291	100,1
(3,2)	2250	6,949	110,6
(3,3)	2250	7,936	126,3

Çizelge 4.21 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açılal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	0,822	13,1
(1,2)	2250	1,115	17,7
(1,3)	2250	1,554	24,7
(2,1)	2250	2,796	44,5
(2,2)	2250	3,089	49,2
(2,3)	2250	3,527	56,1
(3,1)	2250	6,086	96,9
(3,2)	2250	6,379	101,5
(3,3)	2250	6,817	108,5

Çizelge 4.22 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açılal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	3,024	48,1
(1,2)	2250	6,746	107,4
(1,3)	2250	12,329	196,2
(2,1)	2250	5,816	92,6
(2,2)	2250	9,537	151,8
(2,3)	2250	15,120	240,7
(3,1)	2250	10,460	166,6
(3,2)	2250	14,190	225,8
(3,3)	2250	19,773	314,7

Çizelge 4.23 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,453	23,1
(1,2)	2250	2,384	37,9
(1,3)	2250	3,780	60,2
(2,1)	2250	4,245	67,6
(2,2)	2250	5,175	82,4
(2,3)	2250	6,571	104,6
(3,1)	2250	8,898	141,6
(3,2)	2250	9,828	156,4
(3,3)	2250	11,224	178,6

Çizelge 4.24 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,163	18,5
(1,2)	2250	1,576	25,1
(1,3)	2250	2,197	35
(2,1)	2250	3,954	62,9
(2,2)	2250	4,368	69,5
(2,3)	2250	4,988	79,4
(3,1)	2250	8,607	137
(3,2)	2250	9,020	143,6
(3,3)	2250	9,641	153,4

Çizelge 4.25 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	3,703	58,9
(1,2)	2250	8,262	131,5
(1,3)	2250	15,100	240,3
(2,1)	2250	7,122	113,4
(2,2)	2250	11,681	185,9
(2,3)	2250	18,519	294,7
(3,1)	2250	12,821	204,1
(3,2)	2250	17,379	276,6
(3,3)	2250	24,217	385,4

Çizelge 4.26 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısıl frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,780	28,3
(1,2)	2250	2,920	46,5
(1,3)	2250	4,629	73,7
(2,1)	2250	5,199	82,8
(2,2)	2250	6,339	100,9
(2,3)	2250	8,048	128,1
(3,1)	2250	10,897	173,4
(3,2)	2250	12,037	191,6
(3,3)	2250	13,747	218,8

Çizelge 4.27 İki kenarı basit mesnetli diğer kenarları ankastre ve serbest dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,425	22,7
(1,2)	2250	1,931	30,7
(1,3)	2250	2,691	42,8
(2,1)	2250	4,843	77,1
(2,2)	2250	5,349	85,1
(2,3)	2250	6,109	97,2
(3,1)	2250	10,541	167,8
(3,2)	2250	11,048	175,8
(3,3)	2250	11,808	187,9

4.4. Dört Kenarı Basit Mesnetli Dikdörtgen Plak İçin Sonuçlar

Şekil 4.6’da, boyutları a ve b olan dikdörtgen plak gösterilmiştir. Plak boyutlarında çeşitli değişikliklere gidilmiş ve farklı boyutlar için farklı sonuçlar elde edilmiş olup sonuçlar aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 4.6. Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plak

Dikdörtgen plağın açısal frekansı ve açısal frekansa bağlı frekansı şu bağıntıdan elde edilir :

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{n}{b} \right)^2 \right] \sqrt{\frac{D}{gh}} \quad (4.8)$$

$$\omega_{mn}(x, y) = A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \text{ bağıntısıdır.} \quad (4.9)$$

$$f : \frac{\omega}{2 * \pi} \quad (4.10)$$

Çizelge 4.28 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,316	20,9
(1,2)	2250	3,290	52,4
(1,3)	2250	6,580	104,7
(2,1)	2250	3,290	52,4
(2,2)	2250	5,264	83,8
(2,3)	2250	8,554	136,1
(3,1)	2250	6,580	104,7
(3,2)	2250	8,554	136,1
(3,3)	2250	11,844	188,5

Çizelge 4.29 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	0,822	13,1
(1,2)	2250	1,316	20,9
(1,3)	2250	2,138	34,0
(2,1)	2250	2,796	44,5
(2,2)	2250	3,290	52,4
(2,3)	2250	4,112	65,4
(3,1)	2250	6,086	96,9
(3,2)	2250	6,580	104,7
(3,3)	2250	7,402	117,8

Çizelge 4.30 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=1$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	0,731	11,6
(1,2)	2250	0,950	15,1
(1,3)	2250	1,316	20,9
(2,1)	2250	2,705	43,1
(2,2)	2250	2,924	46,5
(2,3)	2250	3,290	52,4
(3,1)	2250	5,995	95,4
(3,2)	2250	6,214	98,9
(3,3)	2250	6,580	104,7

Çizelge 4.31 Dört kenarı basit mesnetli i dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,861	29,6
(1,2)	2250	4,653	74,0
(1,3)	2250	9,305	148,1
(2,1)	2250	4,653	74,0
(2,2)	2250	7,444	118,5
(2,3)	2250	12,097	192,5
(3,1)	2250	9,305	148,1
(3,2)	2250	12,097	192,5
(3,3)	2250	16,749	266,6

Çizelge 4.32 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,163	18,5
(1,2)	2250	1,861	29,6
(1,3)	2250	3,024	48,1
(2,1)	2250	3,955	62,9
(2,2)	2250	4,653	74,0
(2,3)	2250	5,816	92,6
(3,1)	2250	8,607	137,0
(3,2)	2250	9,305	148,1
(3,3)	2250	10,468	166,6

Çizelge 4.33 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=2$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,034	16,5
(1,2)	2250	1,344	21,4
(1,3)	2250	1,861	29,6
(2,1)	2250	3,825	60,9
(2,2)	2250	4,136	65,8
(2,3)	2250	4,653	74,0
(3,1)	2250	8,478	134,9
(3,2)	2250	8,788	139,9
(3,3)	2250	9,305	148,1

Çizelge 4.34 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=10$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

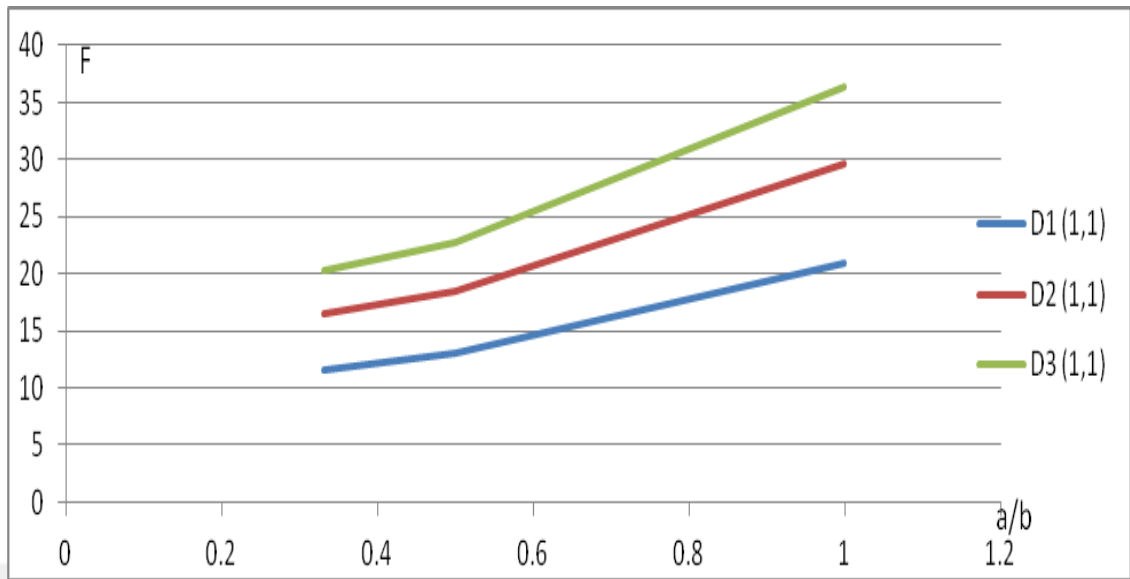
Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	2,279	36,3
(1,2)	2250	5,698	90,7
(1,3)	2250	11,396	181,4
(2,1)	2250	5,698	90,7
(2,2)	2250	9,117	145,1
(2,3)	2250	14,815	235,8
(3,1)	2250	11,396	181,4
(3,2)	2250	14,815	235,8
(3,3)	2250	20,514	326,5

Çizelge 4.35 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=20$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

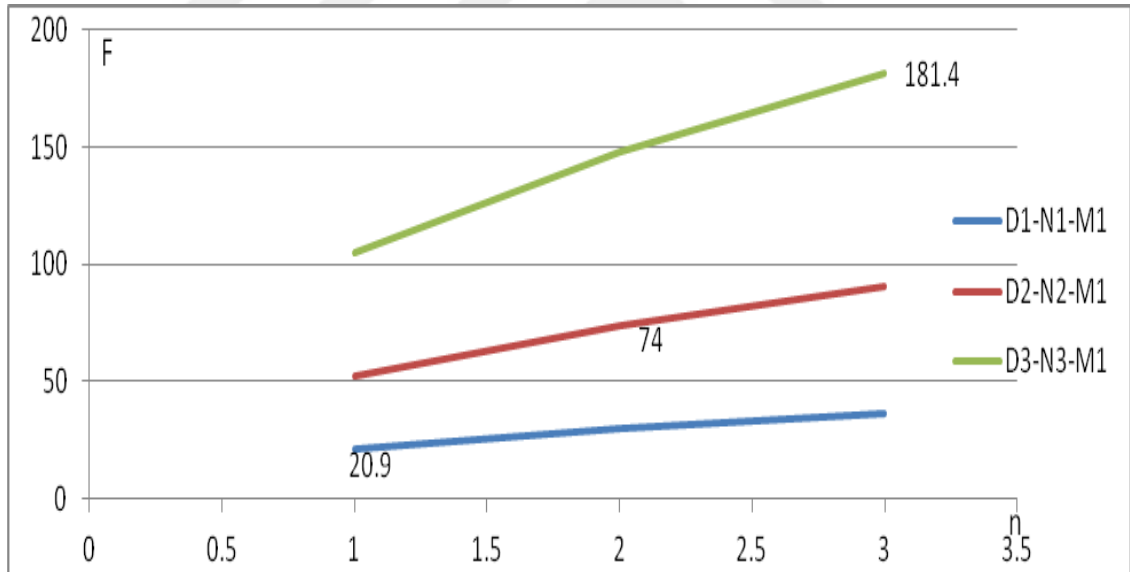
Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,425	22,7
(1,2)	2250	2,279	36,3
(1,3)	2250	3,704	58,9
(2,1)	2250	4,843	77,1
(2,2)	2250	5,698	90,7
(2,3)	2250	7,123	113,4
(3,1)	2250	10,542	167,8
(3,2)	2250	11,396	181,4
(3,3)	2250	12,821	204,1

Çizelge 4.36 Dört kenarı basit mesnetli dikdörtgen plakta $a=10$ nm, $b=30$ nm ve $D=3$ nNs/nm için ilk dokuz moddaki açısal frekans ve frekans değerleri

Mod (m,n)	$\rho * 10^{-27}$ (kg/nm ³)	$\omega * 10^{11}$ (rad/s)	F (GHz)
(1,1)	2250	1,266	20,2
(1,2)	2250	1,646	26,2
(1,3)	2250	2,279	36,3
(2,1)	2250	4,685	74,6
(2,2)	2250	5,065	80,6
(2,3)	2250	5,698	90,7
(3,1)	2250	10,383	165,3
(3,2)	2250	10,763	171,3
(3,3)	2250	11,396	181,4



Şekil 4.7. $(m,n)=(1,1)$ ve $a=10$ iken b ve D' 'ye bağlı frekans değerleri



Şekil 4.8. $m=1$ ve $a/b=1$ iken n ve D' 'ye bağlı frekans değerleri

5. SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında nanoteknoloji hakkında bilgi verilmiş, Nanoteknolojinin uygulamaları arasında bulunan karbon nanotüplerden bahsedilmiş, karbon nanotüplerin mekanik davranışını ortaya koyan çalışmalar sunulmuştur. Yine nanoteknolojinin uygulamaları arasında bulunan grafenden bahsedilmiş, grafenin özellikleri ve kullanım alanları hakkında bilgi verilmiştir.

Bu çalışmanın en önemli amacını ise grafen plakanın dikdörtgen membran ve plak uygulaması oluşturmaktadır. Öncelikle dikdörtgen membran ve plak hakkında bilgi verilmiştir. Dikdörtgen membran ve dikdörtgen plaklara ait hareket denklemleri çıkarılmıştır. Bu denklemlerden hareketle dört kenarı ankastre ve iki kenarı ankastre, iki kenarı serbest membranlar için; iki kenarı hareketli, iki kenarı ankastre ve dört kenarı hareketli plaklar için membranların ve plakların nihai titreşim denklemleri çıkartılıp belirtilen mesnet koşullarına göre başlangıç ve sınır koşulları yerine konularak açısal frekans ve frekans denklemleri elde edilmiştir. Membran ve plak için a/b ve i, k, m, n sabitlerinin değişimi esas alınıp frekanstaki değişimler grafikler yardımıyla gözlemlenmiştir.

6.KAYNAKLAR

- CENGER, Y. 2006. Nanoteknoloji ve karbon nanoyapılar, Bitirme Tezi, Ankara Üniversitesi, 80 ss.
- ÇIRACI, S. 2006. Nanoteknolojide yeni ufuklar, Bilim ve Teknik Dergisi.
- ÇIRACI, S. 2005. Nanoteknolojide yeni ufuklar, Bilim ve Teknik Dergisi.
- DEDE, N.,BOZKURT, L.2013. Nanoteknoloji, uygulamaları, grafen ve grafen plakaya dikdörtgen membran uygulamasının yapılması.Lisans Bitirme Tezi, Akdeniz Üniversitesi, 69 sayfa.
- ERKOÇ, Ş. 2001. Karbon nano yapılar, Bilim ve Teknik Dergisi.
- ERKOÇ, Ş. 2008. Nanobilim ve Nanoteknoloji, O.D.T.Ü. Bilim ve Toplum Kitapları Dizisi, 107 ss.
- IŞIK, Ç. 2011. Nano ve mikro yapıların lokal olmayan elastisite teorisi ile eğilme ve titreşim hesabı, Yüksek Lisans Tezi, Akdeniz Üniversitesi, 143 sayfa.
- KOÇ, M. B. 2003. Nanotüpler. Bitirme Tezi, Ankara Üniversitesi, 25 sayfa.
- KOÇ, Y. 2006. Euler-Bernoulli ve Timoshenko teorileri kullanılarak basit mesnetli kirişlerin serbest titreşimlerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, 67 sayfa.
- LEISSA, W.A., QATU, S.M. 2011. Vibration of continuouns systems.pp.181-220.
- MOĞULKOÇ, A. 2008. Grafende kütsüz dırac fermiyonları gazı, Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi, 54 sayfa.
- NETO, A. H.C., Guinea, F., Peres, N.M.R., Novoselov, K.S. and Geim, A. K. 2007.
- NOVOSELOV, K.S. and GEİM, A.K. 2007 “The rise of graphene”, Nature, 6, 183-191.
- RAMSDEN, J. 2009. Nanoteknolojinin Esasları. ÖDTÜ Geliştirme Vakfı Yayıncılık ve İletişim A.Ş. Yayınları, Ankara, 156ss.
- SALVETAT, J.-P., BONARD, J.-M., THOMSON, N.H., KULİK, A.J., FORRÓ, L., BENOIT, W. and ZUPPIROLI, L. 1999. Mechanical properties of carbon nanotubes. Applied Physics A, 69(3): 255-260.
- SEVİ, A.H. 2006. Nanoteknolojideki Karbon nanotüplerin dayanıklılık simülasyonları. Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, 53 sayfa.
- SHARIFZADEH, M. 2006. Nanotechnology Sector Report, Cronus Capital Markets, 1st Quarter.
- ŞİMŞEK, M. 2010. Vibration analysis of a single-walled carbon nanotube under action of a moving harmonic load based on nonlocal elasticity theory, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 43: 182-191.
- WILLIAMS, L. and ADAMS, W. 2007. Nanotechnology Demystified. The McGraw-Hill Companies, USA.

YOUNG, A.F. ,KİM, P. 2009. "Quantum interference and Klein tunnelling in graphene heterojunctions",NaturePhysics5:222.

ZHANG, Y.Q., LIU, G.R. and LIU, X. 2007.Thermal effect on transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes. Nanotechnology, 18: 445701.

ZHANG, Y.Q., LIU, G.R. and XIE, X.Y. 2005. Free transverse vibrations of double-walled carbon nanotubes using a theory of nonlocal elasticity. Physical Review B, 71: 195404.

www.nanotr.bilkent.edu.tr (25.06.2014)

www.kuark.org/tag/karbon-nanotupler (25.06.2014)

<http://nanotup.nedir.com/> (01.06.2016)

<http://enginsalli.blogcu.com/> (01.06.2016)

<http://en.wikipedia.org/> (01.06.2016)



ÖZGEÇMİŞ

Sedat akırtaş, 1992 yılında VAN’ da doğdu. İlk ve orta öğrenimini Van’da tamamladı. 2014 yılında Akdeniz Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü’ nden mezun oldu. 2014 yılında Akdeniz Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı’ nda Yüksek Lisans öğrenimine başladı. Antalya Büyükşehir Belediyesinde İnşaat mühendisi olarak çalışmaktadır.

