



T.C.

KONYA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

LİSANSÜSTÜ EĞİTİM ENSTİTÜSÜ



**GRAVİMETRİK JEOİT BELİRLEMEDE KULLANILAN İKİ BOYUTLU
YÜZEY İNTEGRALİNİN PARALEL HESAPLAMA İLE ÇÖZÜLMESİ**

Ramazan Alpay ABBAK

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı

Aralık - 2025

KONYA

Her Hakkı Saklıdır

TEZ KABUL VE ONAYI

Ramazan Alpay ABBAK tarafından hazırlanan “*Gravimetrik Jeoit Belirlemede Kullanılan İki Boyutlu Yüzey İntegralinin Paralel Hesaplama İle Çözülmesi*” adlı tez çalışması 10/12/2025 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından oy birliği ile Konya Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Jüri Üyeleri**İmza****Başkan****Doç. Dr. Hüseyin HAKLI**

Danışman**Prof. Dr. Erkan ÜLKER**

Üye**Dr. Öğr. Üyesi Vahit TONGUR**

Yukarıdaki sonucu onaylarım.

Prof. Dr. Mevlüt UYAN

Enstitü Müdürü

TEZ BİLDİRİMİ

Bu tezdeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edildiğini ve tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade ve bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

DECLARATION PAGE

I hereby declare that all information in this document has been obtained and presented in accordance with academic rules and ethical conduct. I also declare that, as required by these rules and conduct, I have fully cited and referenced all material and results that are not original to this work.

Ramazan Alpay ABBAK

Tarih: 25/10/2025

ÖZET**YÜKSEK LİSANS TEZİ****GRAVİMETRİK JEOİT BELİRLEMEDE KULLANILAN İKİ BOYUTLU
YÜZEY İNTEGRALİNİN PARALEL HESAPLAMA İLE ÇÖZÜLMESİ****Ramazan Alpaz ABBAK****Konya Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü****Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı****Danışman: Prof. Dr. Erkan ÜLKER****2025, 48 sayfa****Jüri****Prof. Dr. Erkan ÜLKER****Doç. Dr. Hüseyin HAKLI****Dr. Öğr. Üyesi Vahit TONGUR**

Bilgisayarların artan gücüne rağmen, bazı algoritmalar, görevler veya problemlerin kişisel bir bilgisayarda çalıştırılması, yerine getirilmesi veya çözülmesi için hala aşırı hesaplama süresi gerekmektedir. Bu nedenle, mühendislik hesaplamalarında paralel programlama ve hesaplama yöntemlerinin çekiciliği son yıllarda artmaktadır ve araştırmacıların iyi bilinen yöntemleri ve algoritmaları paralel olarak yürütmek için çabaları yoğunlaşmaktadır. Paralel programlama yaklaşımlarına geçişin temel nedenleri, veri boyutundaki hızlı büyüme ve donanımlardaki hızlanan gelişmelerdir.

Yer bilimlerinde yükseklikler için referans yüzey olarak kabul edilen “Jeoit”, yeryuvarının gerçek şeklini temsil eden kapalı bir yüzeydir. Literatürde, jeoidin belirlenmesi için birçok yöntem önerilmiş olup, bunlardan gravite verilerine dayalı gravimetrik yöntem sık kullanılan bir yaklaşımdır. Gravimetrik yöntemin en önemli zorluğu, yöntemin içinde bulunan iki boyutlu integralin çözülmesinin hesaplamsal açıdan ciddi zaman alan bir süreç olmasıdır. Bu tez çalışmasında, iş parçacıkları (threads) kullanılarak gravimetrik jeoit belirlemedeki çift yüzeyli bir integralin paralel hesaplanmasının adımları, güçlü ve zayıf yönleri tartışılmaktadır. Hızlandırma grafikleri, entegrasyon yarıçapına, iş parçacığı sayısına ve grid aralığına göre çizilmektedir. Sayısal sonuçlar, paralel hesaplamanın jeoit belirleme süreçlerine önemli ölçüde katkıda bulunduğunu göstermektedir. Örneğin, paralel hesaplama, entegrasyon yarıçapına göre 8 kata kadar ve veri yoğunluğuna göre 10 kata kadar zaman kazancı sağlamıştır.

Anahtar Kelimeler: Çekirdek, Gravimetrik Jeoit Belirleme, KTH yöntemi, Paralel Hesaplama, Paralel Programlama, İş parçacığı.

ABSTRACT**MS THESIS****SOLUTION OF TWO DIMENSIONAL CONVOLUTION INTEGRAL IN
GEOID DETERMINATION BY PARALLEL COMPUTING****Ramazan Alpay ABBAK****Konya Technical University Institute of Graduate Studies****Department of Computer Engineering****Advisor: Prof. Dr. Erkan ÜLKER****2025, 48 Pages****Jury****Prof. Dr. Erkan ÜLKER****Assoc. Prof. Dr. Hüseyin HAKLI****Assist. Prof. Dr. Vahit TONGUR**

Despite the increasing power of computers; some algorithms, tasks, or problems still require excessive computation time to run on a personal computer. In recent years, the appeal of parallel computing methods in engineering calculations has grown, and researchers have been striving to execute well-known methods and algorithms in parallel. The primary reasons for the shift to parallel methods are the rapid growth in data size and the accelerating advancements in hardware.

The geoid, which serves as the reference surface for heights in Earth sciences, is a closed surface representing the Earth's real shape. In the literature, various methods have been proposed for geoid determination; among them, the gravimetric approach, which relies on gravity data, is one of the most commonly used. The major challenge of the gravimetric method lies in solving the two-dimensional integral involved in the formulation, which is a computationally time-consuming process. In this study, the computational steps, strengths, and weaknesses of parallel computation of two-dimensional integral involved in gravimetric geoid determination using threads are discussed. The speed-up graphs are plotted based on the integration cap size, the grid interval, and the number of threads. Numerical results demonstrate that parallel computing significantly contributes to geoid determination processes. For illustration, parallel computing provides time gain up to 8 times and 10 times from the point of view of the cap size and data density, respectively.

Keywords: Core, Gravimetric Geoid Determination, KTH Method, Parallel computing, Parallel programing, Thread.

ÖNSÖZ

Yüksek lisans çalışmam boyunca her aşamada beni yönlendiren sayın hocam Prof. Dr. Erkan ÜLKER'e, Bilgisayar ve Yazılım Mühendisliği bölümünde çalışan diğer tüm hocalarıma gönülden teşekkür ederim. Paralel hesaplama teknolojisi hakkında bilgi veren Dr. Öğr. Üyesi Vahit TONGUR'a (Yazılım Mühendisliği Bölümünde) ve Dr. Öğr. Üyesi Alper KILIÇ'a (Bilgisayar Mühendisliği Bölümünde) özel olarak teşekkürlerimi sunarım. Tez üzerindeki yapıcı eleştirilerinden dolayı tezin iyileşmesine katkı veren Jüri üyesi Doç. Dr. Hüseyin HAKLI ayrıca teşekkür ederim.

Eğitim ve öğretim hayatımın her aşamasında maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen, her zorlukta yanımda olan ve beni motive eden canım aileme teşekkürü borç bilirim. Bu nedenle tezimi, eşim Hatice'ye ve çocuklarım İzem, Eymen ve Nevgül'e ithaf ederim.

Son ama en az değil; bana çalışma azmini ve kararlılığını aşılayan sevgili Annem Nevin ABBAK'a ve rahmetli babam Akif ABBAK'a da minnettar olduğumu ifade etmek isterim.

Ramazan Alpay ABBAK

KONYA-2025

İÇİNDEKİLER

ÖZET	iv
ABSTRACT	v
ÖNSÖZ	vi
SİMGELER VE KISALTMALAR	ix
1. GİRİŞ	1
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	5
3. MATERYAL	10
3.1 Çalışma Sahası	10
3.2 Global Veriler	10
3.2.1 Küresel yerpotansiyel model	11
3.2.2 Sayısal yükseklik modeli	12
3.3 Lokal Veriler	13
3.3.1 Yersel gravite verileri	13
3.3.2 GNSS-nivelman gözlemleri	14
3.4 Çalışma Ortamı ve Bilgisayar Donanımı	16
4. METOTLAR	17
4.1 KTH Yöntemi	17
4.1.1 Topoğrafik düzeltme	19
4.1.2 İndirgeme düzeltmesi	20
4.1.3 Atmosferik düzeltme	21
4.1.4 Elipsoidal düzeltme	21
4.2 Paralel Hesaplama ve Programlama	21
4.2.1 Sayısal integrasyonun paralel çözülmesi	25
4.3 Jeoit Belirleme Modelinin Doğruluk Testi	29
5. DENEYSEL SONUÇLAR	31
5.1 Gravite Anomalilerinin Gridlenmesi	31
5.2 Paralel Hesaplamanın Mevcut Yazılıma Uyarlanması	33
5.3 Paralel Hesaplamanın Zamansal Etkileri	35

5.3.1	İntegrasyon yarıçapına göre karşılaştırma	35
5.3.2	Çözünürlük değişimine göre karşılaştırma	35
5.3.3	İş parçacığı sayısına göre karşılaştırma	36
5.4	Jeoit Modellerinin Değerlendirilmesi	37
6. SONUÇ VE ÖNERİLER		42
KAYNAKLAR		44



SİMGELER VE KISALTMALAR

Simgeler

h	: elipsoidal yükseklik (m)
n	: derece
m	: sıra
$\bar{C}_{nm} \bar{S}_{nm}$	: n . derece ve m . sıradaki harmonik katsayı
b_n	: KTH modifikasyon parametreleri
G	: newton çekim sabiti
H	: ortometrik yükseklik (m)
N	: jeoit yüksekliği/ondülasyonu (m)
R	: yeryuvarının ortalama yarıçapı (m)
$S(\psi)$	: Stokes fonksiyonu
s_n	: KTH modifikasyon parametreleri
Δg	: serbest hava gravite anomalisi (mGal)
φ	: jeodezik enlem (°)
γ	: normal gravite (mGal)
λ	: jeodezik boylam (°)
ψ	: jeosentrik açı (°)

Kısaltmalar

CPU	: Merkezi İşlem Birimi (Central Processing Unit)
EKK	: En Küçük Kareler yöntemi
FFT	: Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform)
GB	: 2^{30} Bayt
GNSS	: Küresel Konumlama Sistemleri (Global Navigation Satellite Systems)
GOCE	: Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer
GRACE	: Gravity Recovery And Climate Experiment
ICGEM	: International Center for Global Gravity Field Models
İP	: İş Parçacığı (Thread)
İTÜ	: İstanbul Teknik Üniversitesi
KOH	: Karesel Ortalama Hata
KTH	: Kungliga Tekniska Höskolan
KYM	: Küresel Yerpotansiyel Model
MB	: 2^{20} Bayt
LSMS	: Least-Squares Modification of Stokes' Formula
SRTM	: Shuttle Radar Topography Mission
RAM	: Rasgele Erişimli Bellek (Random Access Memory)
SYM	: Sayısal Yükseklik Modeli
WGS84	: World Geodetic System 1984

1. GİRİŞ

Jeodezi disiplini, zaman değişkenli (dinamik) ve üç boyutlu uzayda gravite alanını da göz önünde bulundurarak yeryuvarının şeklini ve gravite alanını belirleyen ve bu büyüklükleri zamana bağlı değişimini izleyen bir bilim dalıdır. Bu çerçevede günümüz jeodezisinin üç temel görevi vardır. Bunlar,

- yeryuvarının geometrik şeklini belirlemek,
- gravite alanını modellemek ve
- bu büyüklüklerin zamana göre değişimini incelemek

şeklinde özetlenebilir (Ustun, 2006).

Gravite alanı, yeryuvarının kütle çekimi ile kendi eksenini etrafındaki dönüşünden kaynaklanan merkezkaç kuvvetinin bileşkesini ifade eden bir fiziksel büyüklüktür. Bu büyüklük, jeoidin belirlenmesi için gereklidir. Yeryuvarının gerçek şekli olan "jeoit", jeodezideki en temel kavramlardan birisidir. 1828 yılında, Carl Frederick Gauss, yeryuvarının şekline, "Geometrik anlamda yeryuvarının şekli olarak adlandırılan yüzey, her noktasında çekül doğrularını dik açılarla kesen ve okyanus yüzeyi ile kısmen çakışan bir yüzeydir." tanımını yapmıştır. 1873 yılında, J. B. Listing ise bu tanıma jeoit ismini vermiştir (Ustun, 2006). Tanımdan da anlaşılacağı üzere jeoit, durgun okyanus yüzeylerinin ve kıtaların altından geçtiği varsayılan bir yüzeydir; yüksek çözünürlükte ve yüksek doğrulukla hesaplanması gerekmektedir. Jeoit, fiziksel yeryüzünden daha az pürüzlü bir yapıya sahip olup, yeryuvarının geometrik modeli olan dönел elipsoide çok yakındır. Bu yüzden doğrudan jeoidi belirlemek yerine dönел elipsoitten sapmaları ifade eden jeoit yüksekliğini belirlemek daha uygun olacaktır. Bu kapsamda, birçok farklı yaklaşım kullanılarak yüksek doğruluklu jeoit belirleme çalışmaları literatürde sıcak bir konudur ve günümüzde halen devam etmektedir.

Literatür incelendiğinde birçok jeoit belirleme yöntemi bulunmaktadır. Yöntemler modellemede kullanılan veri çeşidine bağlı olarak dört ana başlıkta

toplanabilir. Bunlar;

- Astro-jeodezik yöntem,
- Geometrik yöntem,
- Gravimetrik yöntem ve
- Hibrit yöntem

biçiminde sıralanabilir (Ustun, 2006; Aydın, 2014).

Astro-jeodezik yöntem, çekül sapmalarından (jeoit ile elipsoit normalleri arasındaki açısal fark) jeoidin yüksek doğruluklu olarak belirlenmesini ifade eder. Jeoit normalinin (çekül doğrultusunun) belirlenmesinin zorluğu ve yalnızca karalarda profil şeklinde uygulanmasından dolayı bu yöntem jeoit belirleme çalışmalarında tercih edilen bir yöntem olmamıştır. Çoğunlukla, farklı yöntemler yardımıyla hesaplanan jeoidin ölçeklendirilmesi, doğrulanması ve yönlendirilmesi için kullanılır (Aydın, 2014).

Geometrik yöntem, belirli bir çalışma alanında küresel uydu konumlama sistemi (GNSS: Global Navigation Satellite System) ile hassas nivelmanın birlikte gerçekleştirilmesine dayanır. Uydu sisteminden noktaların elipsoidal yüksekliği ve hassas nivelmandan ortometrik yüksekliği belirlenir. Bu iki büyüklük arasındaki fark, jeoit yüksekliğini verir. Çalışma sahasında benzer şekilde belirlenen jeoit yükseklikleri polinomal yüzey ile ifade edilebilir. Ancak, bu yöntem hassas nivelman uygulamasının ağır iş yükü, kısıtlı zamanlarda uygulanabilirliği ve oldukça fazla zaman alması nedenleriyle genelde küçük çalışma alanları (yerel) ($\leq 50 \text{ km}^2$) için uygulanabilmektedir.

Gravimetrik yöntem, gravite gözlemlerini kullanan Stokes/Hotine/-Molodenski integrallerinin sayısal olarak değerlendirilmesine dayanır. Diğer yöntemlere göre girdi verilerinin (gravite) pratik şekilde üretilmesi nedeniyle, bölgesel jeoit modelleme çalışmalarında gravimetrik yöntem sıklıkla tercih edilmektedir (Ustun, 2006; Aydın, 2014).

Hibrit (melez) yöntem ise yukarıdaki maddelerde anılan yöntemlerden seçilen iki yöntemin birlikte çözüme katılmasıyla yüksek doğruluklu jeoidin belirlenmesidir. Böylesi bir çözümde, çoğunlukla gravimetrik ve geometrik yöntemler bir arada yer alır.

Bu tez çalışmasında, gravimetrik yöntem kullanılması tercih edildiği için tez dökümanında gerekli detaylar ve içerikler bu kapsamda sunulacaktır. Gravimetrik jeoit belirleme yöntemleri birçok alt yaklaşımlara ayrılır. Bunlardan birisi olan KTH yaklaşımı, İsveç Kraliyet Teknoloji Enstitüsünde (KTH: Kungliga Tekniska Högskolan) geliştirilmiştir (Sjöberg, 1981, 1984, 1991, 2003a). KTH yaklaşımının temelinde En Küçük Kareler (EKK) yöntemiyle Stokes fonksiyonunun modifikasyon işlemi yatar. Bu yüzden KTH yaklaşımı literatürde LSMS (Least Squares Modification of Stokes Formula) metodu olarak da adlandırılmaktadır.

Gravimetrik yöntemde yaklaşım ne olursa olsun, iki katlı yüzey integralinin (Stokes veya Hotine formüllerinden biri) sayısal olarak çözülmesi gerekmektedir. Bu işlem standart hesaplamalarla oldukça uzun zaman alan bir süreçtir. Bunun için literatürde (içlerinde tez yazarının katkısının da olduğu) hızlı çözüm sağlayan birçok teknik kullanılmıştır (Schwarz ve diğ., 1990; Haagmans ve diğ., 1993; Huang ve diğ., 2000; Abbak ve diğ., 2024). Hızlı Fourier dönüşümü (FFT: Fast Fourier Transform) bunlardan bir tanesidir. Tek boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu FFT uygulanarak zamandan tasarruf edilir. Ancak, FFT'nin uygulamasında, bazı zorluklar ve yaklaşım hataları ile karşı karşıya kalınır (Schwarz ve diğ., 1990; Haagmans ve diğ., 1993). Örneğin FFT'de verileri değerlendirmek için veri sayısı 2'nin katı olması gerekir. Bu durumda yapay yaklaşımla veriler 2'nin katına tamamlanır. Bu ve benzer problemlerin üstesinden gelmek için alternatif yöntem olarak bilgisayar bilimlerinde sıklıkla başvurulanan paralel hesaplama teknolojisinin gravimetrik jeoit belirleme çalışmasında kullanılması daha faydalı olacağı değerlendirilmiştir. Bu yönüyle ele alındığında tez çalışması, jeodezi alanında ilk defa paralel programlama dahil edilen çalışma olmuştur.

Son zamanlarda bilgisayarlar daha güçlü hale gelmelerine rağmen yukarıda bahsedildiği gibi bazı algoritmalar, görevler veya problemler kişisel bir bilgisayarda çalışmak için hala çok fazla hesaplama zamanı gerektirmektedir. Bu nedenle, mühendislik hesaplamalarında paralel hesaplama yöntemlerinin cazibesi artmıştır ve araştırmacılar, bilinen yöntemleri ve algoritmaları paralel olarak çalıştırmak için uğraş vermektedir. Paralel yöntemlere geçişin temel nedenleri, veri boyutundaki hızlı büyüme ve hızlanan donanım gelişmeleridir. Gerçekleştirilen tez çalışmasında, gravimetrik jeoit belirlemede yer alan iki katlı yüzey integralinin iş parçacığı

(thread) kullanarak paralel hesaplama yaklaşımlarıyla çözülmesi için gerekli işlem adımları, üstün ve zayıf tarafları, hızlandırma şekilleri, diğer yaklaşımlarla kıyaslanması ve sonuçların analiz edilerek yaklaşımın doğruluğunun ispatlanması süreçleri ele alınmıştır. İntegrasyon yarıçapı, iş parçacığı sayısı, grid aralığı ve probleme etki eden diğer parametrelere bağlı olarak hızlanmanın sayısal ve görsel sunumları ile teknik analizleri gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar yorumlanmış ve diğer ek geliştirmelerle yeni sayısal sonuçlar irdelenerek, paralel hesaplamanın jeoit belirleme işlemlerine yapacağı katkılar bilimsel bir şekilde gösterilmiştir.

Tezin organizasyonu, öncelikle iki katlı integralin hızlı bir şekilde hesaplanmasını ele alan araştırmalar ve genel yorumlar içeren literatür taraması ile başlamıştır. Sonra tez çalışması sırasında kullanılan genel girdi verileri hakkında detaylı bilgiler materyal başlığı altında verilmiştir. Ardından, Metotlar bölümünde, jeoit belirlemede kullanılan KTH yönteminin temel prensipleri ve paralel hesaplama teknolojisi hakkındaki bilgiler ele alınmıştır. Sayısal uygulama bölümünde, tez kapsamında gerçekleştirilen, çalışma sahasında paralel hesaplama ile hızlı olarak gravimetrik jeoit belirleme çalışması sunulmuştur. Tez kapsamında geliştirilen yeni yazılım uygulamasına LSMSSOFT2.0 ismi verilmiştir. Son olarak, sonuç ve öneriler bölümünde sayısal uygulamalardan elde edilen bulgular değerlendirilmiş ve gelecek çalışmalar için önerilerde bulunulmuştur. Sonuç ürünün (LSMSSOFT2.0 yazılımı) son kullanıcılar için internet üzerinden ücretsiz olarak dağıtımına açılması planlanmıştır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Literatürde jeoit belirleme işlemleri için hızlı integrasyon yapılarak elde edilen sonuçlar arasındaki hesaplamsal zaman farkını inceleyen çok az çalışma bulunmaktadır. Sınırlı sayıdaki çalışmalardan elde edilen çıkarımlar bu bölümde kısaca özetlenmeye çalışılmıştır.

Sideris (1985), çift katlı integral çözümü gerektiren topografik düzeltmenin hesabında ilk kez hızlı Fourier dönüşümü (Fast Fourier Transform) yöntemini sunmaktadır. Böylelikle konumsal alandaki hesaplama süreci, spektral alana taşınmış ve sonuçlar hızlı bir şekilde elde edilmiştir. Yöntem, düzenli bir grid üzerinde yükseklik bilgisi gerektirir ve tüm grid noktalarında topografik düzeltme değerlerini üretir. Böylesi bir çözümde örneğin 1 km grid aralığı için, doğruluk genellikle tipik engebeli bölgelerde 1.5 mgal'den daha iyidir. Bu yöntemde gerekli CPU (Central Processing Unit: Merkezi İşlem Birimi) süresine bakıldığında, N tane grid verisini $N \log N$ karmaşıklığında çözüme ulaştırdığı gözlemlenmektedir. Sayısal sonuçlar, FFT yaklaşımının benzer iki katlı integral çözümlerinde verimli bir şekilde kullanılabileceğini göstermiştir. Makale ayrıca, Fourier teknikleri ile kovaryans fonksiyonu hesaplamasını da tartışmaktadır. Bu yöntem, özellikle jeodezik sınır değer problemlerinin çözümünde uygulanmaya uygundur. Ek olarak yöntem, FFT iki katlı integral içeren diğer yer bilimleri problemlerinde kullanılabilir.

Schwarz ve diğ. (1990), Hızlı Fourier Dönüşümü yöntemlerinin matematiğini ve pratik sorunlarını gözden geçirerek, bu yöntemlerin özellikle avantajlı olduğu fiziksel jeodezi uygulamalarından örnekler sunmaktadır. Hotine, Stokes, Vening-Meinesz ve Molodensky integrallerinin spektral değerlendirilmesi, frekans alanında en küçük karelerle kollokasyonu, arazi düzeltmeleri ve hava gravimetrisi için integrallerin hesabı ve ayrıca kovaryans ve güç spektral yoğunluk fonksiyonlarının hesabı ayrıntılı bir şekilde ele alınmıştır. Sayısal örnekler, FFT yaklaşımının diğer yöntemlere göre etkinliğini göstermektedir.

Haagmans ve diğ. (1993)'nin çalışmasında grid verilerine dayalı olarak, küre yüzeyinde iki katlı integralleri değerlendirmek için 1 boyutlu FFT kullanan yeni bir yöntem tanıtılmıştır. Literatürde önceki geliştirilen 2 boyutlu FFT yöntemi yaklaşık sonuçlar verirken, bu yeni yöntem kürede integralin kesin olarak hesaplanmasını sağlamıştır. Bu yöntemin Vening-Meinesz, Hotine, Poisson ve Stokes integrallerine nasıl uygulanabileceği gösterilmiştir. Bu yöntem, büyük veri kümelerinde, küredeki 2 boyutlu FFT yöntemlerine kıyasla daha fazla bilgisayar zamanı gerektirebilir; ancak nokta bazlı integrasyondan hâlâ daha hızlıdır. Ayrıca bellek (RAM: Random Access Memory–Rasgele Erişimli Bellek) kullanımında dikkate değer bir azalma sağlamaktadır. Bunun yanı sıra, yöntem vektör işlemleri için oldukça uygundur. Stokes integrali için bu yöntemin performansı, Avrupa'daki bir gravite seti üzerinde mevcut 2 boyutlu FFT yöntemleri ile karşılaştırılmıştır. Maksimum enlem farkının 14° olduğu bir test alanında, küresel 2 boyutlu FFT hesaplamasının, 1 boyutlu FFT ile Stokes formülünün değerlendirilmesine kıyasla 12 cm'ye kadar hata yapabileceği bulunmuştur. Bağlı hatalar ise 100 km de 4-6 cm arasında değişmektedir.

Peng ve diğ. (1995), arazi düzeltmelerinin hesabını, üç boyutlu hızlı Fourier dönüşümü (3B FFT) yöntemi ile gerçekleştirmiştir. 3 boyutlu grid yoğunluk değerleri kullanılarak, yeryüzündeki noktaların arazi düzeltmelerinin değerlendirildiği, düzeltme gridi oluşturulmuştur. Bu teknik, sonuçları doğrudan jeoit seviyesinde, yani topografik indirgemenin dolaylı etkisinde ve topoğrafya seviyesinde vermektedir. 3B FFT ile elde edilen sayısal sonuçlar, hesaplama doğruluğu ve gereken süre açısından, doğrusal 2B FFT ve sayısal entegrasyon yöntemleri ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar, z yönündeki grid aralığı küçük olduğunda, 3B FFT doğrusal 2B FFT'ye göre daha doğru sayısal sonuçlar elde edilebileceğini göstermektedir. Taylor serisi açılımında daha fazla terimi değerlendirerek 2B FFT yöntemiyle karşılaştırılabilir sonuçlar elde etmek mümkün olsa da, 2B FFT yönteminin uygulanamayacağı iki durum vardır: (a) yoğunluğun z yönünde değiştiği durumlar ve (b) arazi eğimlerinin yüksek olduğu durumlar. Bu durumlarda, 3B FFT yöntemi sayısal integrasyona tek etkili çözümdür. 3B FFT yönteminin uygulanabilirliği ve doğruluğunun yanı sıra, makalede, gerekli bilgisayar belleği (RAM) ve CPU süresini en aza indirmek

için bazı stratejiler de ele alınmaktadır.

Tsoulis (1998)'in çalışmasında, arazi düzeltmesi integralinin sayısal uygulaması için çeşitli hesaplama teknikleri mevcuttur. İki temsili yöntem vardır: Bunlar, doğru ancak zahmetli olan klasik prizma çözümü ve verimli olan ancak belirli yakınsama kriterlerinin karşılanması gereken FFT tekniğidir. Orijinal FFT serisinin ıraksak olduğu, Alpler'de yoğun örneklenmiş 15×20 km'lik bir yükseklik verisi için arazi düzeltmelerinin hesaplanmasında her iki yöntem birleştirilmektedir. Hesaplama alanı iki bölgeye ayrılmıştır. Birincisi, hesaplama noktasının etrafındaki bir iç bölgedir ve bu, Newton çekiminin dikdörtgen prizmalar yardımıyla hesaplandığı yerdir. Dış alan, temel fonksiyonda uygun bir değişiklik yapıldıktan sonra FFT yaklaşımıyla ele alınır. Bu hibrit yaklaşımın iki olumlu etkisi vardır. İlk olarak, arazide 45° 'den büyük eğimler olduğunda FFT serisinin yakınsaması geri kazanılır. İkinci olarak, prizma yönteminin arazi düzeltmesi, FFT ile hesaplanan doğrusal yaklaşımından daha iyi bir şekilde yaklaştırmaktadır.

Huang ve diğ. (2000), yukarıda bahsedilen FFT yöntemleri yerine alternatif olabilecek sayısal bir yöntem önermiştir. Yöntemde tekrarlı hesaplamaları bir diziye aktaran ve sonrasında gerektiğinde dizinden kolayca çağırın bir yaklaşım ele alınmıştır. Nitekim FFT kadar olmasa da hızlı bir yöntemdir. Ayrıca, herhangi bir yaklaşım hatası da bulundurmamaktadır. Burada; gravimetrik jeoidin hesaplanmasında kullanılan Stokes integrali, hesap noktası ile integrasyon noktası arasındaki küresel mesafenin bir fonksiyonudur. Bu nedenle, fonksiyonun değerleri jeoit üzerindeki iki nokta çiftinin konumlarından (enlem ve boylam değerlerinden) elde edilir. Hesap noktasına yakın bölgesi için yapılacak entegrasyonlarda, fonksiyon değerlerinin bir dizi olarak önceden oluşturulması avantajlı olacaktır. Bu dizideki her bir giriş, ilgili iki noktanın konumlarına veya hesap noktası ile integrasyon noktası arasındaki enlem ve boylam farkına karşılık gelir. Aynı enlem üzerindeki ilgilenilen noktalar için, Stokes fonksiyonu değerler dizisi değişmez ve yalnızca bir kez hesaplanabilir. Ayrıca, bu dizinin yalnızca yarısı hesaplanmalıdır, çünkü sayısal değerler boylam eksenine göre simetrik bir yapıya sahiptir; bu nedenle, yakın bölgede hesaplanan noktanın meridyeni boyunca katlanabilir. Çalışmadaki sayısal testler, bu algoritmanın uygulanmasıyla hesaplama hızının önemli ölçüde arttığını göstermektedir. $5^\circ \times 10^\circ$ 'lik bir alan için, $5' \times 5'$ 'lık

bir gride, hesaplama süresi yarım saatten yaklaşık 1 dakikaya düşmektedir. Bu algoritma, hızlı Fourier dönüşümü algoritmasıyla karşılaştırıldığında, uygulanması daha kolaydır.

Hirt ve diğ. (2011) çalışmalarında, jeodezik çift katlı integrallerinin sayısal değerlendirmesinde, sayısal ve analitik olmak üzere 2 yöntem sunmuştur. Sayısal yöntem, verimli bir integrasyon tekniği olarak Gauss-Legendre kareleme (GLQ) yöntemine dayanmaktadır. Analitik yaklaşım, hesaplama noktasına yakın düzlemsel yaklaşımda hesaplanan ve düzlemsel olmayan temel fonksiyonları noktadan ortalama gösterime dönüştürmek için kullanılan ağırlıklandırma faktörlerine dayanmaktadır. Makaledeki sayısal çalışma, Stokes integralinde ortalama fonksiyon kullanmanın faydalarını örneklemektedir. Yöntem, EGM2008 küresel yer potansiyel modeline dayalı testler kullanılarak doğrulanmış ve nokta fonksiyonları yerine ortalama fonksiyonları kullanılmasının sayısal integrasyon hatalarını yaklaşık 5 kat azalttığını (10' lık bir grid çözünürlüğünde) ortaya koymuştur. Daha sonra, yaygın olarak kullanılan diğer jeodezik çift katlı integraller için analitik ortalama fonksiyon çözümleri türetilmiştir. Bu çözümler; Hotine, Eötvös, Green-Molodensky, gelgit yer değiştirmesi, okyanus gelgit yükü, çekül sapması, Vening-Meinesz, ters Vening-Meinesz, ters Stokes, ters Hotine, arazi düzeltmesi, birincil dolaylı etki, Molodensky'nin G_1 terimi ve Poisson integralidir. Çalışmada, jeodezik çift katlı integralleri doğru bir şekilde değerlendirmek için ortalama fonksiyonların kullanılması önerilmektedir.

Tez yazarının aynı zamanda ortak yazar olduğu ve bu teze esin kaynağı olan Abbak ve Üstün (2015) tarafından geliştirilen LSMSSOFT yazılımı, Huang ve diğ. (2000)'in önerdiği sayısal integrasyon yaklaşımını biraz daha geliştirerek kullanmıştır. Abbak ve Üstün (2015), integrasyon işleminde arama bölgesini önceden belirlenen hareketli bir çerçeve (frame) içine almıştır. Bu durum integrasyon işlemlerini biraz daha hızlandırmıştır. Çalışmada yapılan sayısal testler, çerçeve kullanılarak önerilen yaklaşımla geliştirilen yeni yöntemin daha pratik sonuçlar verdiğini göstermektedir. Ayrıca, algoritma herhangi bir yaklaşım hatası da barındırmamaktadır.

Abdalla ve Ferreira (2022), Stokes formülünün jeoit hesaplamasını hızlandırmak için bir optimizasyon algoritması önermişlerdir. Stokes integrali,

yersel gravite verilerinden yaklaşık jeoit yüksekliğini hesaplar. Ancak, Stokes integrasyonunun yoğun gravite gridleri üzerinde uygulanması zaman alıcıdır ve etkin bir şekilde optimize edilmesi gerekir. Bu nedenle, MATLAB® ve Octave yazılımlarında, döngüler ve koşullu ifadeleri optimize etmek için vektörleştirme (vectorizations) teknikleri ve ilişkisel operatörler kullanılmıştır. Sunulan algoritmanın verimliliği, farklı gravite gridlerinde ve integrasyon yarıçapında, optimizasyon öncesi ve sonrasında değerlendirilmiş ve test edilmiştir. Algoritmanın verimliliğini ölçmek için orijinal ve optimize edilmiş Stokes integrali üzerindeki toplam çalışma süreleri karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, algoritma test edilen tüm senaryolarda yüksek performans göstermiştir. Önerilen algoritma, 1' çözünürlükteki bir grid üzerinde, 0.25° ile 1.5° arasında değişen integrasyon yarıçaplarında toplam çalışma süresini 7 kat azaltmayı başarmıştır. Böylelikle bu algoritma tüm çift katlı integralin çözümünde kolaylıkla kullanılabilir.

Literatür incelendiğinde, integrasyonun hızlı çözülmesine ilişkin sınırlı sayıda çalışma olduğu görülmektedir. Ancak, bunlardan hiçbiri paralel hesaplama ve paralel programlama ile integrasyonun hızlandırıldığı bir çalışma değildir. Bu nedenle, gerçekleştirilen bu tez çalışması, sayısal integrasyonun paralel hesaplanmasına ilişkin öncü bir çalışma olacaktır. Böylelikle, tez çalışmasının literatüre önemli katkılar yapacağı öngörülmektedir.

3. MATERYAL

Bu bölümde çalışma bölgesi ve KTH yöntemiyle bölgesel jeoit belirleme için gerekli veriler ele alınmıştır. Ayrıca, paralel hesaplamanın potansiyelini görmek için çok çekirdekli bir sunucuya gereksinim bulunduğu için, kullanılan sunucuya ilişkin detaylarda bu bölümün son kısmında açıklanmıştır.

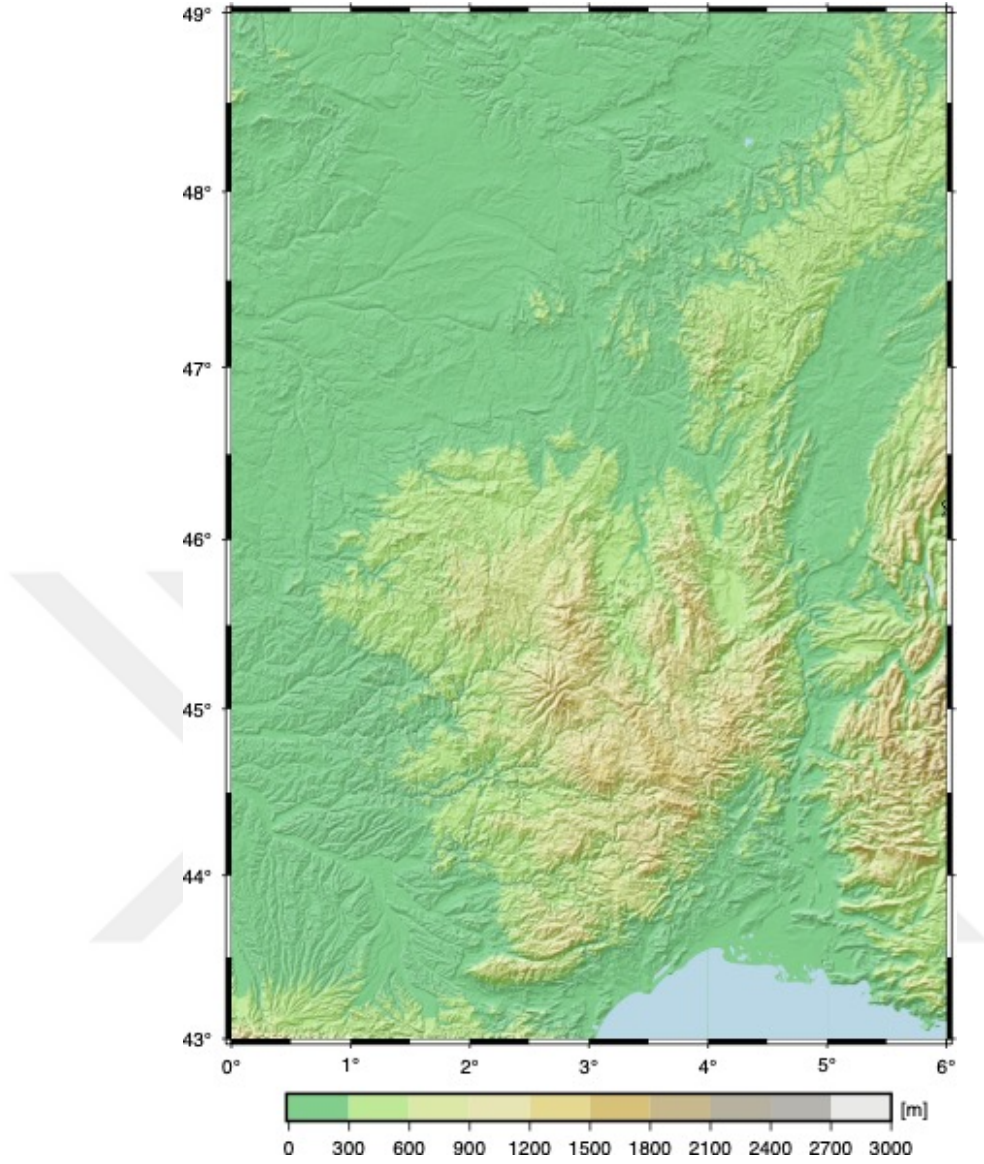
3.1 Çalışma Sahası

Çalışma sahası olarak Fransa'nın Auvergne bölgesi seçilmiştir. Bölgenin coğrafi sınırları $43^{\circ} \leq \varphi \leq 49^{\circ}$ kuzey enlemleri ile $0^{\circ} \leq \lambda \leq 6^{\circ}$ doğu boylamları arasında kalmaktadır. Çalışma sahası, yaklaşık olarak 310 000 km²'lik yüzölçümüne sahip bir alanı kaplamaktadır (Şekil 3.1). Bu saha, birçok jeoit araştırma çalışmasına ev sahipliği yapmaktadır. Bu nedenle uluslararası jeoit belirleme test sahası olarak adlandırılmaktadır.

Coğrafi özellik olarak bölgenin güney ve doğu kesimleri Alp sıra dağlarının bir kısmını içermekte olup, oldukça dağlık ve engebeli arazilerden meydana gelmektedir. Çalışma bölgesinin kuzey-doğu kesimi daha çok ova ve düzlüklerden meydana gelmektedir. Bölgeye ait ortalama yükseklik yaklaşık 1250 metre iken, en düşük yükseklik deniz kenarında 0 metreden başlayıp Alplerde 3000 metreye kadar çıkmaktadır. Çalışma bölgesinin coğrafi özellikleri göz önüne alındığında, topoğrafya bakımından oldukça heterojen (karmaşık) bir yapıya sahiptir. Bu karmaşık yapısından yola çıkarak, jeoit değişimini incelemek için oldukça uygun bir bölge olduğu değerlendirilebilir.

3.2 Global Veriler

Jeoit belirmede toplam 4 adet veri bulunmaktadır. Bunlardan bir kısmı uzaysal yöntemlerle elde edilmiş ve tüm dünyaya ait global verilerden oluşmaktadır. Diğerleri ise, o bölgenin veya ülkenin kendi imkanlarıyla ürettiği lokal verilerden



Şekil 3.1. Çalışma sahasının topoğrafyası.

oluşmaktadır. Bu bölümde global veriler hakkında bilgiler sunulmuştur.

3.2.1 Küresel yerpotansiyel model

Küresel Yerpotansiyel Modeller (KYM) çoğunlukla yer gravite alanının uzun ve orta dalga boylu bileşenlerini küresel harmonik katsayılar ($\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$) yardımıyla ifade eder. Geçmişten günümüze yaklaşık olarak 180'den fazla KYM bulunmaktadır ve ICGEM (The International Centre for Global Earth Models) internet sayfasından ücretsiz şekilde erişilebilir (Ince ve diğ., 2019). Veri kaynakları

göz önüne alınarak KYM'ler, uydu bazlı, bütünleşik ve yeniden biçimlendirilmiş model olmak üzere üçe ayrılabilir (Vaníček ve Featherstone, 1998; Abbak, 2021). Uydu bazlı modeller genelde KYM'leri yapay uyduların yörüngelerindeki sapmaları gözlemleyerek hesaplarken, bütünleşik modellerde tüm gravite (uydu ve yersel) kaynakları işlenerek sonuca ulaşılır. Uydu yörüngelerindeki sapmaların temel sebebi yeryuvarının kütle yoğunluğundaki değişimlerdir.

KYM seçimi gravimetrik jeoit belirleme çalışmalarında jeoidin doğruluğunu önemli ölçüde etkilemektedir (örneğin, Yılmaz ve Çakır, 2025). Daha önce yapılan bir çalışmada yeni nesil KYM yersel verilerle değerlendirilmiş, en iyi sonuç veren ve çalışma bölgesini temsil eden KYM, ITU_GGC16 olarak belirlenmiştir (Abbak ve diğ., 2022). ITU_GGC16, 2016 yılında GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) ve GOCE (The Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer Mission) uydu görevlerinin verileri kullanılarak, Akyılmaz ve diğ. (2016) tarafından oluşturulan sadece uydu bazlı bir modeldir ve modelin maksimum açınım derecesi (n_{maks}) 280'dir.

3.2.2 Sayısal yükseklik modeli

Gravimetrik jeoit belirleme çalışmalarında, Stokes fonksiyonu yeryuvarını küre olarak kabul eder. Ancak, pratikte yeryuvarı tam bir küre değildir. Bu kürenin dışında topoğrafik ve atmosferik kütleler bulunmaktadır. Söz konusu kütleler belirli yoğunlukta hesaba katılarak, yaklaşık jeoit yüksekliği düzeltilmeli ve kesin jeoit yüksekliği hesaplanmalıdır. Topoğrafik ve atmosferik düzeltmelerin yanı sıra indirgeme düzeltmeleri için de yükseklik bilgisi gerekmektedir. Ayrıca, gravite anomalilerinin gridlenmesi sırasında da yükseklik bilgisine ihtiyaç duyulur. Dolayısıyla, KYM seçimi jeoit yüksekliğinin doğruluğunu doğrudan etkiler.

Sayısal yükseklik modellerine duyulan ilginin artması ile uydulardan elde edilen global modeller, özellikle büyük yüzölçümüne sahip çalışmalar için önem arz etmektedir. 2000 yılında, SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) görevi, radar interferometrisi kullanarak küresel yükseklik bilgisi üretmek için NASA (National Aeronautics and Space Administration) ve NGA (National Geospatial-Intelligence Agency) ortaklığında yürütülen bir projenin ürünüdür. Endeavour uzay mekiğinin 11 günlük uçuşuyla radar görüntüleri toplanmış ve $\pm 60^\circ$ enlemleri arasında kalan

alanın 1 saniye çözünürlüklü (ekvatorda 30 m aralıklı) SYM elde edilmiştir. Söz konusu SYM internet üzerinden ücretsiz olarak sunulmaktadır. SRTM SYM'nin yatay datumu WGS84 (World Geodetic System 1984) iken düşey datumu EGM96 (The Earth Gravitational Model 1996)'dır. SYM'nin doğruluğu küresel ölçekte 16 m belirtilmesine karşın, dağlık alanlardaki karşılaştırmalar bile doğruluğun 10 m'nin altında olduğunu göstermektedir (örneğin, Bildirici ve diğ., 2008; Ustun ve diğ., 2006). Çözünürlük ve doğruluk göz önüne alındığında, jeoit belirleme çalışmalarında en uygun SYM olarak değerlendirilmektedir (İl ve diğ., 2018; Cakir, 2025).

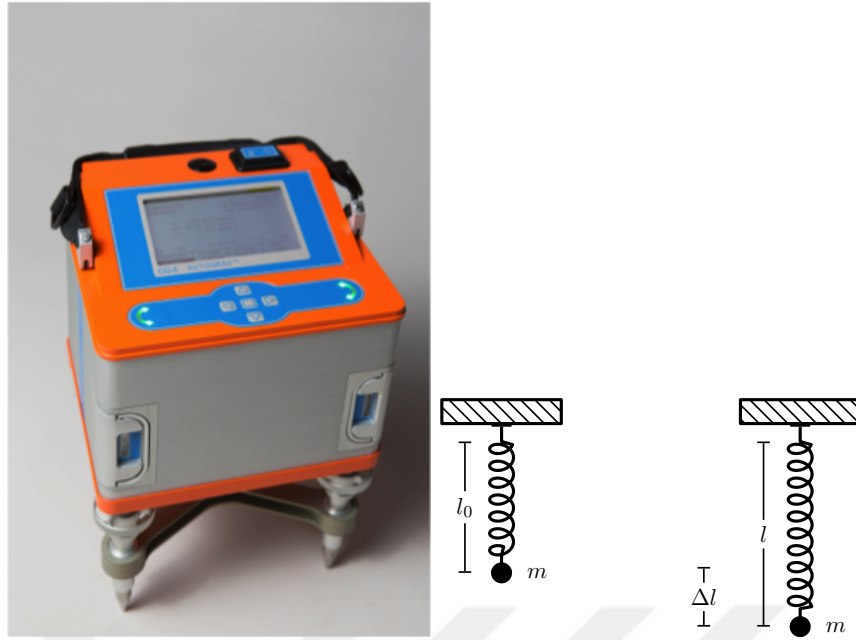
3.3 Lokal Veriler

Lokal veriler, ilgili ülkelerin jeodezik altyapısında yer alan verilerdir. Bu verilerin paylaşımı, tamamen ülkelerin insiyatifindedir. Çalışma sahasındaki lokal veriler ücretsiz olarak internette yayınlandığından, uluslararası jeoit test bölgesi olarak anılmaktadır.

3.3.1 Yersel gravite verileri

Yersel gravite verileri jeoit belirlemenin en önemli girdi verisi olup, gravite alanının orta dalga boylu bileşenlerini oluşturmaktadır. Uygulamada kullanılan yersel gravite verileri Valty ve diğ. (2012)'den temin edilmiştir. Gravite verileri genel olarak 2 şekilde üretilir: mutlak ve bağıl yöntemler. Mutlak yöntemler, çoğunlukla boşlukta bırakılan cismin düşey hareketinden yola çıkarak yerin gravite ivmesini doğrudan ölçen sistemlerdir. Bu sistemler, biraz pahalı ve hareket kabiliyeti düşüktür. Diğer yandan, bağıl sistemler ise çoğunlukla helis şeklindeki bir yayın ucuna eklenen cismin hareketinden gravite büyüklüğünü belirler (Şekil 3.2). Gravite ölçme yöntemleri hakkındaki detaylar Abbak (2021) kaynağından öğrenilebilir.

Çalışmada kullanılan gravite noktalarının yatay, düşey ve gravite datumları sırasıyla; WGS84, Marsilya ortalama deniz düzeyi ve IGSN71 (International Gravity Standardization Net 1971) olarak verilmiştir. Çalışma bölgesinde toplam 244000 adet gravite verisi (mGal biriminde) bulunmaktadır ve bu sayı her 0.5



Şekil 3.2. Bağıl gravimetre ve temel çalışma prensibi

km²'de bir gravite verisi olduğu anlamına gelmektedir. Gravite verilerinin doğruluğu 0.5 ile 1.0 mGal arasında değişiklik göstermektedir (Valty ve diğ., 2012). Gravite gözlemlerinin konumsal dağılımı Şekil 3.3'de gösterilmiştir. Verilerin istatistik değerleri Çizelge 3.1'de verilmiştir.

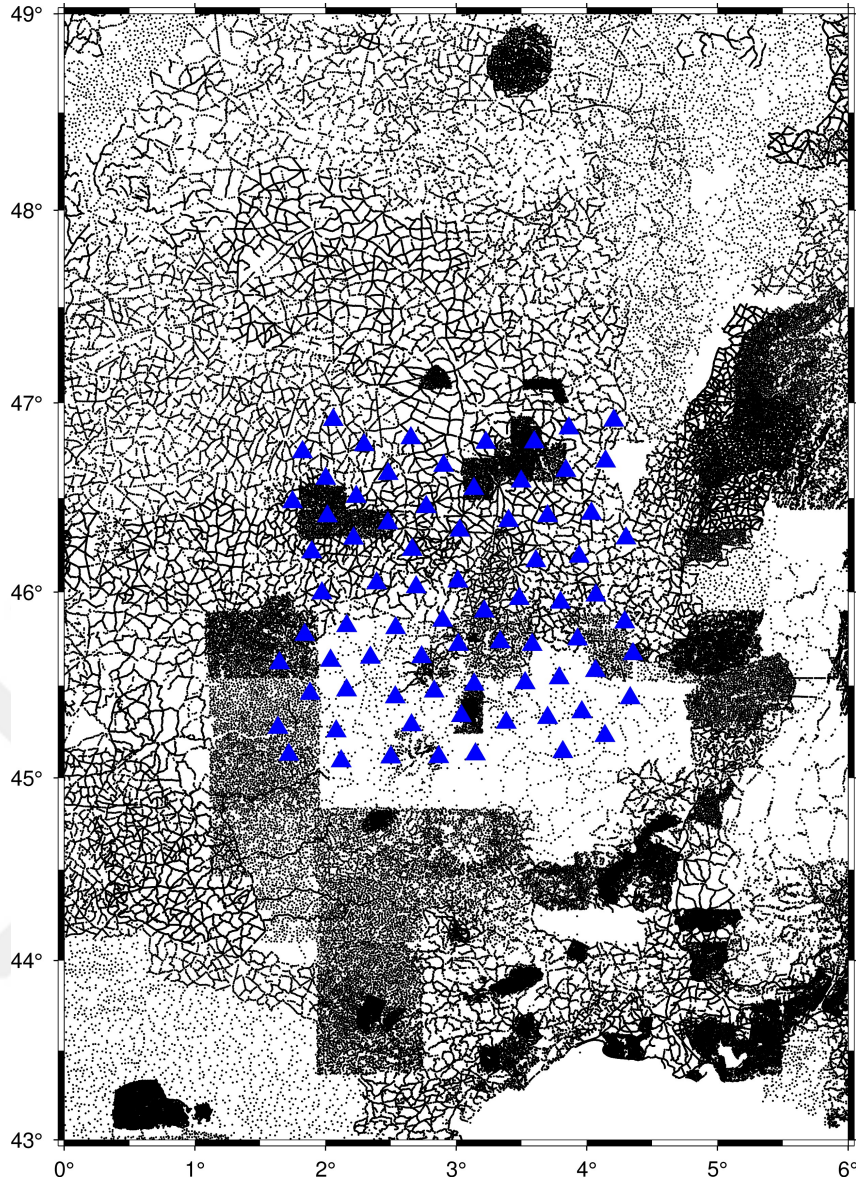
Çizelge 3.1. Yersel gravite verilerinin istatistiği

	Minimum	Maksimum	Ortalama	St. Sapma
Enlem (°)	43.000146	48.998896	45.798879	1.761664
Boylam (°)	-1.001147	6.999507	3.200728	2.282803
Ortometrik Yük. (m)	0	2677.272	288.244	234.138
Gravite (mGal)	979911.539	980967.793	980605.395	178.574

3.3.2 GNSS-nivelman gözlemleri

GNSS–nivelman gözlemleri hesaplanan gravimetrik jeoidin doğruluğunu değerlendirmek üzere jeoit belirleme çalışmalarında kontrol verisi olarak literatürde sıklıkla kullanılmaktadır. Çalışma bölgesinde bulunan 75 adet GNSS-nivelman noktası bu amaçla çalışmaya dahil edilmiştir. GNSS-nivelman noktalarının konumsal dağılımı Şekil 3.3'de gösterilmiştir. Verilerin istatistik değerleri Çizelge 3.2'de verilmiştir.

Bu veri grubunda aynı yersel noktada hem GNSS yardımıyla yüksek



Şekil 3.3. Yersel gravite gözlemlerinin (siyah nokta) ve GNSS-nivelman (mavi üçgenler) noktalarının dağılımı.

doğruluklu elipsoidal yükseklikler (h) hem de hassas nivelman yardımıyla yüksek doğruluklu ortometrik yükseklikler (H) elde edilmiştir. GNSS verilerinden türetilen elipsoidal yüksekliklerin doğruluğu yaklaşık 1 cm iken, ortometrik yüksekliklerin doğruluğu 2 cm civarındadır (Valty ve diğ., 2012). Dolayısıyla bu bölgede GNSS-nivelman verilerinden elde edilen geometrik jeoit yüksekliğinin ($N = h - H$) doğruluğu 3 cm'nin altındadır.

Çizelge 3.2. GNSS-nivelman verilerinin özeti

	Minimum	Maksimum	Ortalama	St. sapma
Enlem (°)	45.090937	46.911398	45.955976	0.546905
Boylam (°)	1.636016	4.353142	2.988409	0.806136
Jeoit Yük. (m)	46.769	52.099	49.527	1.460

3.4 Çalışma Ortamı ve Bilgisayar Donanımı

Paralel hesaplamada çekirdek sayısı oldukça önemli etkindir. Çekirdek sayısı arttıkça paralelleştirme sayısı da artacaktır. Bu nedenle, Konya Teknik Üniversitesi Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi envanterinde kayıtlı bulunan 16 çekirdekli, 2.1 GHz işlemcili, 48 GB hafıza kartına (RAM) sahip Intel Xeon sunucu bu çalışmada tercih edilmiştir. Her çekirdek 2 iş parçacığı içermektedir. Dolayısıyla, sunucu donanımsal olarak 32 iş parçacığı içermektedir. Ayrıca, sunucuda Linux işletim sistemlerinden Debian 11 versiyonu kuruludur. Bu yönüyle paralelleştirme için ideal araştırma ortamı sağlanmıştır.

4. METOTLAR

Bu bölümde öncelikle jeoit belirlemede kullanılan KTH yönteminin matematiksel teorisi tartışılmıştır. Buna ek olarak, iki katlı integralin çözümüne ilişkin paralel hesaplama teknolojisi hakkında temel bilgiler yine bu başlık altında ele alınmıştır. Son olarak, jeoit modellerinin doğruluk analizinde başvurulacak mutlak ve bağıl değerlendirme teorisi anlatılmıştır.

4.1 KTH Yöntemi

Jeoidin belirlenmesi, kavramsal olarak yeryüzünde belirli bir noktada jeoit yüksekliği değerinin kestirilmesi anlamına gelmektedir. Bu kapsamda, gravimetrik yöntemde jeoit belirleme birçok alt gruba ayrılır. Bunlardan en yaygın kullanılanlardan biri KTH yöntemidir. KTH yönteminin temelleri Stokes formülüne dayanır. 1849 yılında, George Gabriel Stokes serbest hava gravite anomalilerinden jeoit yüksekliğinin hesaplanmasına imkan veren formülünü,

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma} S(\psi) \Delta g d\sigma \quad (4.1)$$

şeklinde tanımlamıştır. Bu eşitliğe Stokes formülü ya da Stokes integrali denmektedir (Stokes, 1849). Eşitlikte, R ortalama yer yarıçapı, γ referans elipsoidi yüzeyindeki normal gravite (enleme bağı), ψ jeosentrik açı, Δg serbest hava gravite anomalisi, $d\sigma$ birim yarıçaplı kürenin yüzey elemanı ve $S(\psi)$ ise Stokes fonksiyonudur. $S(\psi)$ Stokes fonksiyonu,

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin(\psi/2)} + 1 - 5 \cos(\psi) - 6 \sin(\psi/2) - 3 \cos(\psi) \ln (\sin(\psi/2) + \sin^2(\psi/2)) \quad (4.2)$$

ile ifade edilir. Burada ψ hesap ve integrasyon noktası arasındaki merkezi açıdır (s. 102, Hofmann-Wellenhof ve Moritz, 2006). Stokes fonksiyonu, gravite anomalileri için ağırlık fonksiyonu görevi yapar. Örneğin, hesap noktası ile integrasyon noktası

arasındaki mesafe kısa ise Stokes fonksiyonu büyük değer alır. Ya da tam tersi, mesafe uzun ise Stokes fonksiyonunun değeri küçülür.

Eşitlik (4.1)'in gerçekte uygulanabilmesi için tüm yeryuvarına homojen şekilde dağılmış serbest hava gravite anomalisi gerekmektedir. Ancak, tüm yeryuvarına ait gravite gözlemi temin etmek ve değerlendirmek oldukça zordur. Bu nedenle, Stokes formülü çalışma alanı için yerelleştirilir (localization/modification). Yerelleştirmede, çalışma sahasının dışarısında kalan alanlar (gravite verisinin dahil edilmediği) bir kesme hatasına (truncation error) neden olur. Molodenski (1962) eğer Stokes formülünde, KYM'den elde edilen gravite alanının uzun dalga boylu bileşenleri, yersel gravite gözlemleri ile birlikte birleştirilirse bu kesme hatasının küçültülebileceğini belirtmiştir. Daha sonra bu teori daha da geliştirilerek, kesme hatasını en aza indirmek için deterministik ve stokastik yaklaşımlar ortaya atılmıştır (Sjöberg, 1981).

KTH yöntemi, İsveç Kraliyet Teknoloji Enstitüsü (KTH: Kungliga Tekniska Högskolan)'nde geliştirilen stokastik bir yaklaşımdır (Sjöberg, 1981, 1984). Bir başka deyişle, Stokes integralini en küçük kareler ile modifiye ederek hem kesme hatasını hem de yersel gravite ve KYM verisinden gelen hataları optimize eden bir yöntemdir. Bu kapsamda, Stokes integralini modifikasyon parametreleri (s_n and b_n) kullanarak,

$$\tilde{N} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma_o} S^L(\psi) \Delta g d\sigma + \frac{R}{2\gamma} \sum_{n=2}^M b_n \Delta g_n^{\text{KYM}} \quad (4.3)$$

şeklinde tekrar yazılabilir. Eşitlikte, $\tilde{N}$ yaklaşık jeoit yüksekliği, $S^L(\psi)$ yerelleştirilmiş Stokes fonksiyonu, M KYM'nin en yüksek açınım derecesi ve Δg_n^{KYM} ise KYM'den türetilen serbest hava gravite anomalisidir. Yerelleştirilmiş Stokes fonksiyonu,

$$S^L(\psi) = S(\psi) - \sum_{n=2}^L \frac{2n+1}{2} s_n P_n(\cos \psi) \quad (4.4)$$

ile hesaplanır. Eşitlikte, $S(\psi)$ eşitlik (4.2)'de ifade edilen Stokes fonksiyonu, $P_n(\cos \psi)$ Legendre fonksiyonu ve L yerelleştirme için kullanılan harmonik katsayıların en yüksek açınım değeridir. b_n modifikasyon parametresi, $2 \leq n \leq M$ için,

$$b_n = (Q_n^L + s_n) \frac{c_n}{c_n + dc_n} \quad (4.5)$$

eşitliği ile hesaplanır. Eşitlikte, Q_n^L Molodenski kesme katsayısı, s_n modifikasyon parametresi ve c_n derece varyansdır (Sjöberg, 2003a; Pa'suya ve diğ., 2021). Molodenski kesme katsayısı,

$$Q_n^L = Q_n - \sum_{k=2}^L \frac{2k+1}{2} s_k c_{nk} \quad (4.6)$$

ve Eşitlikteki Q_n kesme katsayısı,

$$Q_n = \int_{\psi_o}^{\pi} S(\psi) P_n(\cos \psi) \sin \psi d\psi \quad (4.7)$$

kullanılarak hesaplanır.

Eşitlik (4.1)'de bahsedilen Stokes integrali yeryuvarını küre kabul eder ve jeoit üzerinde herhangi bir kütlenin (atmosferik ve topoğrafik) olmadığını varsayar. Gerçekte jeoit üzerinde topoğrafik ve atmosferik bir kütlelerin varlığı söz konusu olduğu için dört çeşit düzeltme değerleri hesaplanarak işleme dahil edilmesi gerekir. KTH yönteminde bu düzeltme değerleri, hesaplanan yaklaşık jeoit yüksekliğine doğrudan eklenir (Sjöberg, 2003b). Yaklaşık jeoit yüksekliğine (Eşitlik 4.3) eklenen düzeltmeler sırasıyla,

$$\hat{N} = \tilde{N} + \delta N_{\text{Top}} + \delta N_{\text{DWC}} + \delta N_{\text{Atm}} + \delta N_{\text{Ell}} \quad (4.8)$$

şeklinde ifade edilebilir. Eşitlikte, δN_{Top} topoğrafik düzeltme, δN_{DWC} indirgeme düzeltmesi, δN_{Atm} atmosferik düzeltme ve δN_{Ell} elipsoidal düzeltmedir. Bu düzeltmelerin gerekçeleri ve sayısal hesabı aşağıdaki alt başlıklarda kısaca ifade edilmiştir.

4.1.1 Topoğrafik düzeltme

Fiziksel yeryüzü noktası ile jeoit arasında kalan topoğrafik kütlenin etkisinin yaklaşık jeoit yüksekliğine eklenmesi gerekmektedir. Bu düzeltme,

$$\delta N_{\text{Top}} = -\frac{2\pi G \rho H^2}{\gamma} \left(1 + \frac{2H}{3R} \right) \quad (4.9)$$

ile hesaplanır. Burada, G evrensel (newton) kütle çekim sabiti, H grid noktasının ortometrik yüksekliği ve ρ (2.67 g/cm^3) ortalama kabuk yoğunluğudur (Sjöberg, 2007). Literatür incelendiğinde kabuk yoğunluğunun sabit olmadığı bölgeden

bölgeye değiştiği bilinmektedir. Bu nedenle duyarlılığı artırmak için daha gerçekçi yoğunluk modelinin kullanılması önemle tavsiye edilir (örneğin, Nergizci ve diğ., 2024).

4.1.2 İndirgeme düzeltmesi

Yeryüzünde ölçülen gravite değerleri, jeoit belirleme çalışmalarında deniz yüzeyine indirgenmelidir. Söz konusu dönüşüm, indirgeme düzeltmesini gerektirir. Sjöberg (2003c) indirgeme düzeltmesini,

$$\delta N_{\text{DWC}} = \delta N_{\text{dwc}}^{(1)} + \delta N_{\text{dwc}}^{L1,\text{Far}} + \delta N_{\text{dwc}}^{L2} \quad (4.10)$$

eşitliği ile ifade etmiştir. Bu eşitlik kısa, orta ve uzun dalga boylu olmak üç temel bileşenden oluşmaktadır ve bu bileşenler sırasıyla,

$$\delta N_{\text{dwc}}^{(1)} = \frac{\Delta g_P}{\gamma} H_P + 3 \frac{\tilde{N}}{r_P} H_P - \frac{1}{2\gamma} \frac{\partial \Delta g}{\partial r} \Big|_P H_P^2 \quad (4.11)$$

$$\delta N_{\text{dwc}}^{L1,\text{Far}} = \frac{R}{2\gamma} \sum_{n=2}^M b_n \left[\left(\frac{R}{r_P} \right)^{n+2} - 1 \right] \Delta g_n^{\text{KYM}} \quad (4.12)$$

$$\delta N_{\text{dwc}}^{L2} = \frac{R}{4\pi\gamma} \iint_{\sigma_o} S^L(\psi) \left[\frac{\partial \Delta g}{\partial r} \Big|_P (H_P - H_Q) \right] d\sigma_o \quad (4.13)$$

formülleri ile hesaplanır. Eşitliklerde, $r_P = R + H_P$ hesap noktasının küresel yarıçapı, H_P hesap noktasının ortometrik yüksekliğidir (Sjöberg, 2003c).

İndirgeme düzeltmesinde geçen gravitenin düşey gradyenti,

$$\frac{\partial \Delta g}{\partial r} \Big|_P = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma_0} \frac{\Delta g_Q - \Delta g_P}{l_0^3} - \frac{2}{R} \Delta g \quad (4.14)$$

sayısal integrasyonla hesaplanabilir. Eşitlikte l_0 , hesap noktası ile integrasyon noktası arasındaki küresel mesafe olup,

$$l_0 = 2R \sin \left(\frac{\psi_{PQ}}{2} \right) \quad (4.15)$$

eşitliği ile belirlidir. Eşitlikteki ψ_{PQ} hesap noktası ile integrasyon noktası arasındaki merkezi açıdır.

4.1.3 Atmosferik düzeltme

Uluslararası Jeodezi Birliği (IAG) tarafından önerilen yaklaşımda yeryuvarı küresel atmosferik halkalarla çevrili bir küre kabul edilerek düzeltme değerleri hesaplanır. Sjöberg (1999), KTH yöntemi için atmosferik düzeltme değerini iki katlı integral ile,

$$\delta N_{\text{Atm}} = -\frac{GR\rho^a}{\gamma} \iint_{\sigma_0} S^L(\psi) H d\sigma \quad (4.16)$$

ifade etmiştir. Eşitlikte, ρ^a (1.23 kg/m^3) deniz seviyesindeki atmosferin ortalama yoğunluğudur.

4.1.4 Elipsoidal düzeltme

Stokes integrali, yaklaşık jeoit yüksekliğini R yarıçaplı küre yüzeyinde hesaplar. Yeryuvarının geometrik modeli elipsoit olduğundan, küre yüzeyindeki jeoit yüksekliğinin elipsoit yüzeyine indirgenmesi gerekir. Bu nedenle, yaklaşık jeoit yüksekliğine elipsoidal düzeltme getirilir. Elipsoidal düzeltme,

$$\delta N_{\text{Ell}} = [(0.0036 - 0.0109 \sin^2 \varphi) \Delta g + 0.0050 \tilde{N} \cos^2 \varphi] Q_0^L \quad (4.17)$$

formülü ile bulunur. Burada Q_0^L Molodenski kesme katsayısı (Eşitlik 4.6) ve φ hesap noktasının jeodezik enlemdir (Ellmann ve Sjöberg, 2004).

Sonuç olarak, KTH yöntemiyle gravimetrik jeoit belirleme işlemlerinden; yaklaşık jeoit hesabında, indirgeme düzeltmesinde, gravitenin düşey gradyenin belirlenmesinde ve atmosferik düzeltmede olmak üzere 4 adet sayısal integrasyon vardır. Bu integrasyonlar zaman alıcı işlemler gerektirir. Bunların bir arada ve hızlandırılarak çözülmesi, jeoit belirleme prosedürlerini önemli oranda kolaylaştıracaktır. Bu nedenle, sayısal integrasyonun çözümünde kullanılan paralel hesaplama ve programlama hakkındaki bilgiler sonraki bölümde verilecektir.

4.2 Paralel Hesaplama ve Programlama

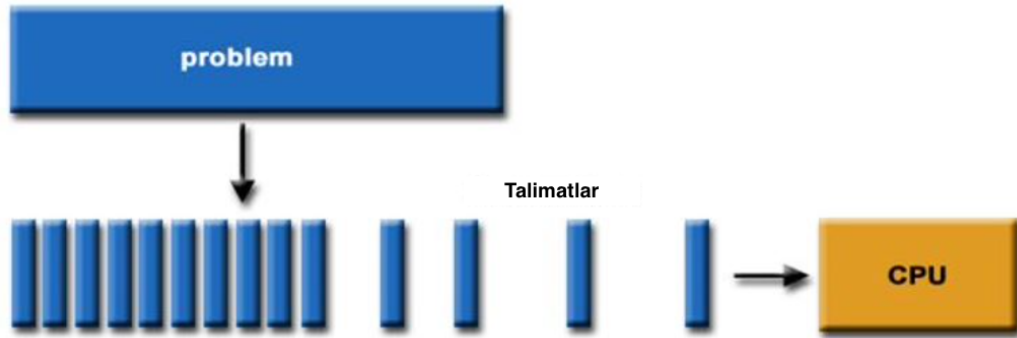
Mühendislik ve bilimsel hesaplama alanlarında ortaya çıkan problemlerin karmaşıklıkları ve veri gereksinimleri devamlı olarak artmaktadır. Bundan dolayı performansı daha yüksek olan bilgisayar arayışı halen günümüzde de devam etmektedir. Tarihsel olarak bilgisayarların hesaplama güçleri bu artışla başa

çıkamadığı için paralel hesaplama ve programlama yöntemleri geliştirilmiştir (Kaçka, 2011).

Paralel programları tasarlamak ve geliştirmek genelde el yordamıyla yürütülen bir süreç şeklindedir. Parallelleştirmeyi belirlemek ve gerçekleştirmek genelde programcının sorumluluğundadır. Bu süreç zaman alıcı, karmaşık, hataya yatkın ve tekrarlı bir süreçtir.

Paralel hesaplama “böl ve yönet” kavramının doğal bir sonucudur. İlk olarak çözülmesi gereken bir problem var olmalıdır. Daha sonra problem çözümünde kullanılan kaynaklara erişilir. Son olarak da problem, eş zamanlı çözülebilecek şekilde yönetilebilir alt parçalara ayrılır ve bu kaynaklara gönderilir. Bu böl ve yönet stratejisinde zor olan kısım problemi alt problemlere ayırma işi değildir. Esas zorluklar bir problemin paralelleştirilebilen kısımlarını bulmakta ve bilgisayarları paralel çalıştırmaktadır (Karniadakis ve Kirby, 2003).

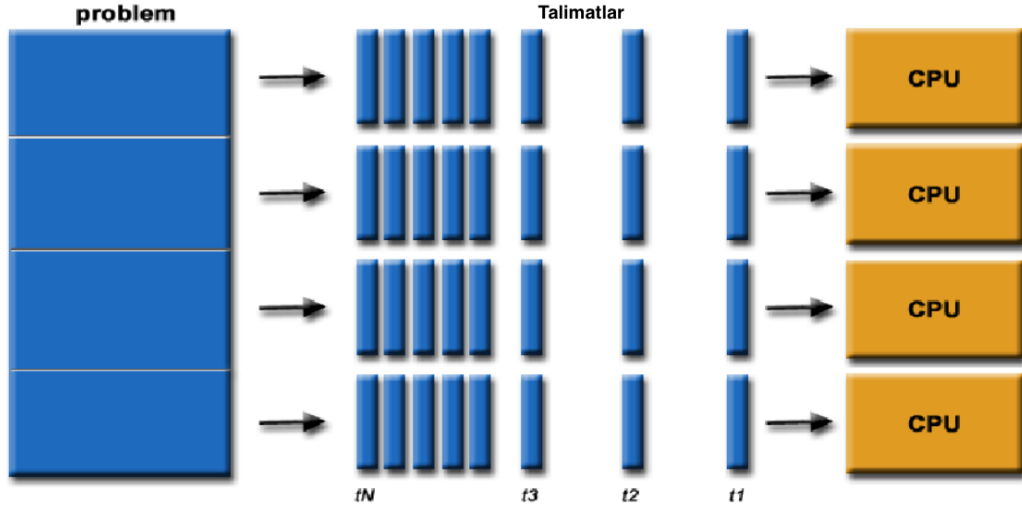
Geleneksel yazılım yazma yöntemi, seri hesaplama (veya ardışık hesaplama) olarak adlandırılır. Seri hesaplamada, problem tek bir CPU üzerinde çalıştırılacak şekilde ayırık bir komut serisine bölünür. Ardından, bu komutlar birer birer çalıştırılır ve herhangi bir zaman noktasında yalnızca bir komut çalıştırılabilir. Şekil 4.1 de, seri hesaplamanın şematik gösterimi yer almaktadır.



Şekil 4.1. Seri hesaplama süreci (Oltulu, 2022)

Paralel hesaplama yöntemi ise birçok komutun eş zamanlı olarak gerçekleştirildiği bir programlama türüdür. En basit biçimiyle, bir hesaplama problemini çözmek için birden fazla kaynağın eş zamanlı kullanımıdır. Şekil 4.2 paralel hesaplama düzenine ilişkin açıklayıcı bir örnek sunmaktadır.

Paralel hesaplama bir işlemi veya görevi daha küçük alt parçalara (alt görevler veya işlemler) bölerek, bu parçaları aynı anda (eş zamanlı olarak) farklı



Şekil 4.2. Paralel hesaplama süreci (Oltulu, 2022)

işlemciler veya işlem birimleri üzerinde çalıştırma yöntemidir. Bu sayede, büyük ve karmaşık işlemler daha hızlı ve verimli bir şekilde tamamlanabilir. Paralel programlama, modern çok çekirdekli işlemciler ve büyük veri setleri ile çalışan uygulamalar için oldukça önemlidir, çünkü işlemci kaynaklarının daha verimli kullanılmasını sağlar.

Paralel hesaplamanın üstün yanları aşağıdaki şekilde özetlenebilir;

- Bir bilgisayar sistemindeki işlemcilerin tam kapasiteyle kullanılmasını sağlar. Tek bir işlemciyi beklemek yerine, çoklu işlemciler aynı anda farklı görevleri işleyebilir. Böylece, paralel hesaplama ilkesel olarak tüm uyuyan işlem gücünü kullanabilme olanağı tanır.
- Paralel programlama, aynı anda birden fazla görev üzerinde çalışıldığı için işlem süresini azaltır. Özellikle bilimsel hesaplamalar, büyük veri analizleri ve grafik işleme gibi alanlarda önemli bir üstünlük sağlar.

Diğer yandan, paralel hesaplamanın bazı zorlukları da aşağıda belirtilmiştir:

- Bir görevin sonucu diğer bir göreve bağlıysa, görevlerin aynı anda işlenmesi zorlaşır. Bu da paralelliği sınırlandıran önemli bir nedendir.
- Aynı veri üzerinde çalışan farklı iş parçacıkları arasında veri uyumsuzlukları oluşabilir. Verilerin doğru bir şekilde işlenmesini sağlamak için senkronizasyon sağlanmasına ihtiyaç vardır.

- Paralel programlamada aynı anda çalışan birçok işlem olduğu için, hataları bulmak ve düzeltmek daha karmaşıktır. Programın her zaman doğru bir şekilde çalışmasını sağlamak için dikkatli bir hata ayıklama süreci gereklidir.

Literatür incelendiğinde, paralel hesaplama ortamları 5 ana grupta ele alınabilir (Soylu ve Akçay, 2015):

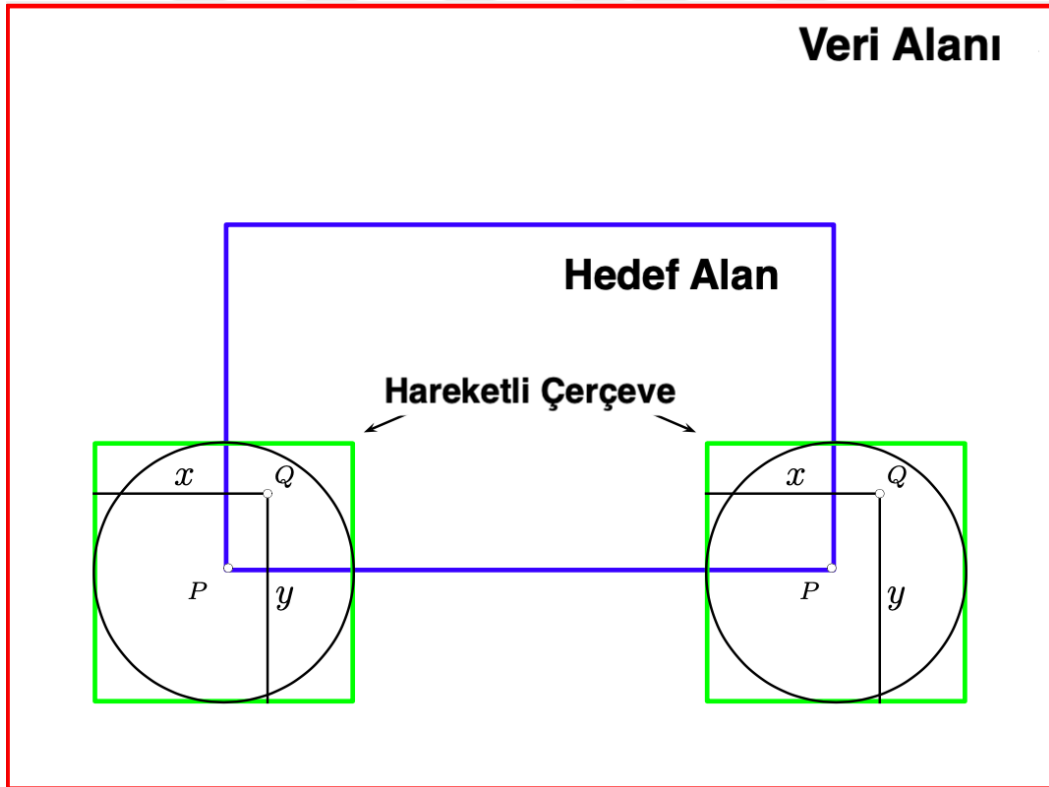
- OpenMP: Çoklu işlemciler veya çekirdekler üzerinde paralel programlama için kullanılan bir C, C++ ve Fortran kütüphanesidir. Programcılar, basit emirlerle paralellik ekleyebilirler.
- MPI (Message Passing Interface): Bilgisayar kümelerinde kullanılan bir paralel programlama kütüphanesidir. MPI, bağımsız işlemciler arasında mesajlaşma yoluyla paralel işlem yapmayı sağlar.
- CUDA: grafik işlem birimi (GPU: Graphical Process Unit) üzerinde paralel programlama yapmak için kullanılan NVIDIA şirketinin geliştirdiği bir platform ve programlama modelidir.
- Pthreads: C programlama dilinde, çok iş parçacıklı (multithreading) programlar yazmak için kullanılan bir kütüphanedir. Programlar, aynı zamanda birden fazla iş parçacığı oluşturup her bir iş parçacığını farklı işlemciler üzerinde çalıştırabilir.
- Haskell: GHC isimli derleyiciye sahip bir fonksiyonel programlama dilidir. Çok çekirdekli mimariler için geniş kütüphane seçeneğiyle oldukça etkilidir. Haskell dili, paralelliği SMP (shared-memory multi-processed) üzerinde gerçekleştirilir.

Sonuç olarak; paralel hesaplama ve dolayısıyla paralel programlama, modern bilişim dünyasında işlemci gücünden en yüksek performansta faydalanmak için önemli bir araçtır. Paralel hesaplama; karmaşık problemlerin çözümünde, büyük verilerin (big data) analizinde, sayısal görüntü işlemede, makine öğrenmesi algoritmalarında ve bilimsel hesaplamalarda yaygın olarak kullanılır. Tez çalışması paralel hesaplamanın bilimsel hesaplamalarda kullanımına güzel bir örnek olarak değerlendirilebilir.

Diğer yandan, başarılı bir paralel programlama için iş yükünü özenle dengelemek, senkronizasyonu dikkatlice yönetmek ve hata ayıklama süreçlerini iyi planlamak gereklidir. Bu süreçler, sayısal uygulama bölümünde detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

4.2.1 Sayısal integrasyonun paralel çözülmesi

Sayısal integrasyonun çözümü için Abbak ve Üstün (2015) tarafından geliştirilen ve literatüre kazandırılan algoritma, altlık olarak kullanılmıştır. Algoritmadaki temel amaç tekrarlı hesaplamaları en aza indirmek için integrasyon noktasının konumuna bağlı olarak temel büyüklüklerin indisle ifade edilmesidir. Daha sonra diğer integrasyon noktalarında konuma bağlı olarak çağrılan büyüklükler hesaplamalarda doğudan kullanılır. Bu bölümde ise ek olarak paralel hesaplama teknolojisi kullanılarak söz konusu algoritmaya hız ve verim kazandırılmıştır.



Şekil 4.3. Sayısal integrasyon (Abbak ve Üstün, 2015)

Şekil 4.3’de belirtilen algoritmanın çalışma prensipleri şu şekilde detaylandırılabilir:

- Hedef çalışma alanının sol-alt köşesinden integrasyona başlanır. İntegrasyon yarıçapının içerisinde kalan büyüklükler hesaplanarak ($S^L(\psi)$), konuma göre belirlenen x ve y değişkenine bağlı olarak indislenen matrise aktarılır.
- Sağa doğru (boylam boyunca) devam edilirken, yeniden $S^L(\psi)$ büyüklükleri hesaplanmaz ve indislenen değerlerle integrasyon hesabı gerçekleştirilir.
- Bir adım yukarıya (sonraki enleme) çıkılır, temel büyüklükler hesaplanır ve yeniden indisleme yapılır. Yine indislenen büyüklüklerden yararlanarak sayısal integrasyona devam edilir.
- Bu işlemler sırasıyla tüm enlemler için tekrarlı ve iteratif bir şekilde gerçekleştirilir.

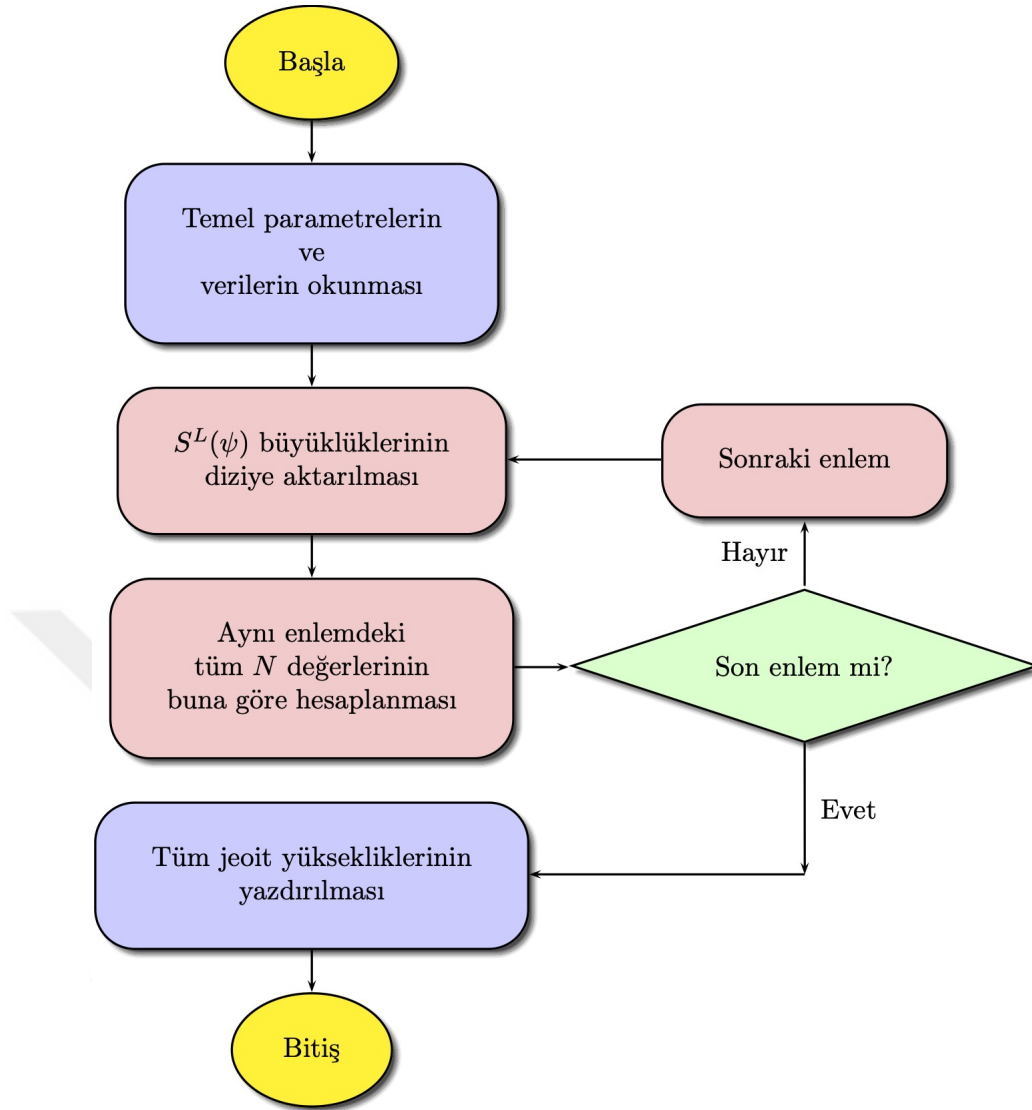
Yukarıda bahsedilen sayısal integrasyonun hızlandırılmasına ilişkin akış diyagramı Şekil 4.4’de sunulmuştur.

Tez çalışması kapsamında Paralel hesaplama tarafında, ortamdan bağımsız olduğu için pthread metodu tercih edilmiştir. Öncelikle, pthread metodunda iş parçacığı (thread) sayısına karar vermek gerekir. Bu değeri yazılımda statik olarak karar vermek yerine dinamik olarak belirlemenin daha esnek bir hesaplama yaratacağı aşıkardır, bu nedenle mevcut çalışma ortamındaki donanımdan iş parçacığı sayısı öğrenilmelidir. İş parçacığı sayısı,

```
int nthreads=std::thread::hardware_concurrency();
```

komutu ile kolayca öğrenilebilir. Buradan yola çıkarak, her bir satıra (enleme) karşılık gelen sayısal integrasyon işlemi (madde 1) ayrı bir iş parçacığına gönderilebilir. Bu durumda her defasında thread açmanın zaman kaybı paralelleştirmede kazanılan zamanla karşılaştırıldığında etkinliğini azaltmış olacaktır. Bunun için çalışma sahasının tüm enlemi iş parçacığı sayısına bölünerek alt enlem bölgeleri elde edilir. Örneğin 4°’lik bir enlem farkının olduğu bir çalışmada 8 iş parçacığı var ise her 0.5°’lik alanının integrasyonun ayrı bir iş parçacığı tamamlayacaktır. Bu da integrasyonun kayda değer bir şekilde hızlanması anlamına gelmektedir.

İş parçacığının struct yapısı,



Şekil 4.4. Sayısal integrasyonun çözümü

```

struct thread_data
{
    int   thread_id;
    double phistart;
    double phiend;
};

```

şeklindedir.

İş parçacığının iç yapısı,

```

void *thr1(void *threadarg)
{
    struct thread_data *my_data;    // veri tipi struct olmalı

```

```

my_data=(struct thread_data *)threadarg; // tip donusturme
stokes_hesapla(my_data->phisart,my_data->phiend);
pthread_exit(NULL);
}

```

olarak gösterilebilir.

Daha sonra iş parçacıklarının başlatılması ve görev verilmesi,

```

pthread_t threads1[nthreads];
struct thread_data1 tdl[nthreads];
int tdi;
double phistart;
double phiend;
for(tdi=0;tdi<nthreads;tdi++)
{
    phistart=floor((MinPhi-1+tdi*(MaxPhi-MinPhi+2)/nthreads)
                  /PhiInt)*PhiInt+PhiInt/2;
    phiend=ceil((MinPhi-1+(tdi+1)*(MaxPhi-MinPhi+2)/nthreads)
                /PhiInt)*PhiInt-PhiInt/2;
    tdl[tdi].thread_id=tdi;
    tdl[tdi].phistart=phistart;
    tdl[tdi].phiend=phiend;
    pthread_create(&threads1[tdi],NULL,thr1,(void *)&tdl[tdi]);
}
for(tdi=0;tdi<nthreads;tdi++)
    pthread_join(threads1[tdi],nullptr);

```

işlemleriyle gerçekleştirilir. Kodların sonunda, zaman birlikteliğini sağlamak için tüm açılan iş parçacıklarının işlemi tamamlaması “pthread_join” komutu ile yapılmalıdır.

Tüm bu işlemler, LSMSSOFT yazılımı üzerine entegre edilerek, yazılımın güncel versiyonu olan LSMSSOFT 2.0 (ikinci versiyonu) elde edilmiştir. Test verileri ve kodlar (geliştirilen fonksiyonlar, onların prototipleri ve kütüphaneler) internet üzerinden ücretsiz olarak da yayınlanmıştır. Detaylara <https://github.com/aabbak/LSMSSOFT2.0> adresinden erişilebilir.

4.3 Jeoit Belirleme Modelinin Doğruluk Testi

Bu çalışmada paralel programlama teknolojisi kullanılarak hızlı bir şekilde jeoit belirleme hedeflenmektedir. Ancak, üretilen jeoit modellerinin doğruluğunun da belirlenmesinde fayda vardır. Bu nedenle, çalışma sahasına homojen olarak dağılmış GNSS-nivelman verilerinden türetilen geometrik jeoit ile yazılımlardan hesaplanan gravimetrik jeoit değerleri karşılaştırılmıştır. Farkların karesel ortalama hatası gravimetrik jeoit modelinin doğruluğu olarak adlandırılmıştır.

Karşılaştırmada iki jeoit yüksekliği türü arasında sistematik hatalar bulunabilir. Bu nedenle iki veri grubunun doğrudan farklarını almak uygun olmayabilir. İki büyüklük arasındaki sistematik hatalardan kurtulmak için büyüklükler arasında düzeltici yüzey geçirilir.

Düzeltilici yüzeyler, basit bir polinomal fonksiyondan daha karmaşık 7 parametrelilik benzerlik dönüşümlerine kadar değişebilir. Böylesi bir yüzey geleneksel olarak,

$$N_{\text{Grav}} - N_{\text{Geom}} = \mathbf{a}^T \mathbf{x} + \varepsilon \quad (4.18)$$

eşitliği ile ifade edilir. Eşitlikteki $\mathbf{a}$ katsayılar vektörü, $\mathbf{x}$ bilinmeyenler vektörü, ε rasgele hata terimidir. Bu yüzey modelinin, gravimetrik ve geometrik jeoitler arasındaki tüm sistematik hataları elimine ettiği varsayılır.

Gravimetrik jeoidi değerlendirmek için kullanılan böyle bir yüzey, uygulamada çoğunlukla 4, 5 ve 7 parametrelilik modeller ile ifade edilir. Bunlar sırasıyla,

$$\mathbf{a}^T = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i \cos \lambda_i & \cos \varphi_i \sin \lambda_i & \sin \varphi_i & 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\mathbf{a}^T = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i \cos \lambda_i & \cos \varphi_i \sin \lambda_i & \sin \varphi_i & \sin^2 \varphi_i & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_i \cos \lambda_i \\ \cos \varphi_i \sin \lambda_i \\ \sin \varphi_i \\ \cos \varphi_i \sin \varphi_i \cos \lambda_i / W_i \\ \cos \varphi_i \sin \varphi_i \sin \lambda_i / W_i \\ \sin^2 \varphi_i / W_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

şeklinde modellenir. Eşitlikteki φ_i ve λ_i , i . kontrol noktasının coğrafi koordinatlarıdır. Ayrıca 7 parametrelili modelde geçen W katsayısı,

$$W_i = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_i} \quad (4.22)$$

şeklinde belirlenir. Eşitlikteki e^2 referans elipsoidinin birinci dışmerkezliği.

Araştırmacının isteğine göre parametrik modellerden biri seçilir. Her GNSS noktası için hesaplanan katsayılar vektörü birleştirilerek katsayılar matrisine ($\mathbf{A}$) dönüştürülür. Buradaki ölçü vektörü,

$$\mathbf{l} = \mathbf{N}_{\text{Grav}} - \mathbf{N}_{\text{Geom}} \quad (4.23)$$

gravimetrik ve geometrik jeoit yükseklikleri arasındaki farktır.

Daha sonra parametrik modelin bilinmeyenleri EKK yaklaşımıyla,

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} (\mathbf{A}^T \mathbf{l}) \quad (4.24)$$

kestirilir. Ölçülerin düzeltme değerleri,

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (4.25)$$

ve düzeltme değerlerinden hesaplanan birim ağırlıklı ölçünün karesel ortalama hatası,

$$m_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{v}}{n - u}} \quad (4.26)$$

şeklinde. Eşitlikteki n GNSS-nivelman nokta sayısı, u yüzey modelinin parametre (4, 5 veya 7) sayısıdır. Hesaplanan karesel ortalama hata (m_0) gravimetrik jeoit modelinin doğruluğu olarak adlandırılır.

Diğer yandan, bağıl karşılaştırma da, modellerin gerçek potansiyelini ortaya koyar. Bu bağlamda, gravimetrik ve geometrik jeoit yükseklikleri arasındaki tutarsızlıklar, tüm kenarlar için basitçe hesaplanır. Bu farklar, milyonda bir (ppm: part per million) cinsinden göreceli biçimde gösterilebilir:

$$\Delta N_{ij} = \left| \frac{N_i^{\text{Grav}} - N_i^{\text{Geom}} - (N_j^{\text{Grav}} - N_j^{\text{Geom}})}{D_{ij}} \right| \quad (4.27)$$

Eşitlikte geçen D_{ij} , i . ve j . noktalar arasındaki küresel mesafe (birim: km), N_{Grav} ve N_{Geom} sırasıyla gravimetrik ve geometrik jeoit yükseklikleridir (birim: mm).

5. DENEYSEL SONUÇLAR

Bu bölümde Fransa'nın Auvergne test bölgesinde paralel hesaplamanın gravimetrik jeoit belirlemeyi ne ölçüde etkilediği detaylı şekilde anlatılmıştır. Öncelikle girdi verilerin hazırlanması aşaması olan gravite anomalilerinin gridlenmesi açıklanmıştır. Sonrasında integrasyon yarıçapına, veri yoğunluğuna (grid aralığına) ve iş parçacığı sayısına göre işlemin ne kadar hızlandığı test edilmiş ve sonuçlar hem çizelge hem de grafik olarak sunulmuştur. Ayrıca, hesaplanan jeoit modellerinin mutlak ve bağıl doğruluk testleri de gerçekleştirilmiştir.

5.1 Gravite Anomalilerinin Gridlenmesi

Fiziksel yeryüzünde ölçülen gerçek gravite değerleri, jeoit belirlemede doğrudan kullanılamaz. Ölçülerin, gravite anomalilerine dönüştürülmesi gerekir. Bu işlem için ölçü noktasının yüksekliği göz önünde bulundurularak, serbest hava indirgemesi (Free-Air reduction) yapılır. İndirgeme sonucunda,

$$\Delta g^{\text{FA}} = g_P + 0.3086H - \gamma_0 \quad (5.1)$$

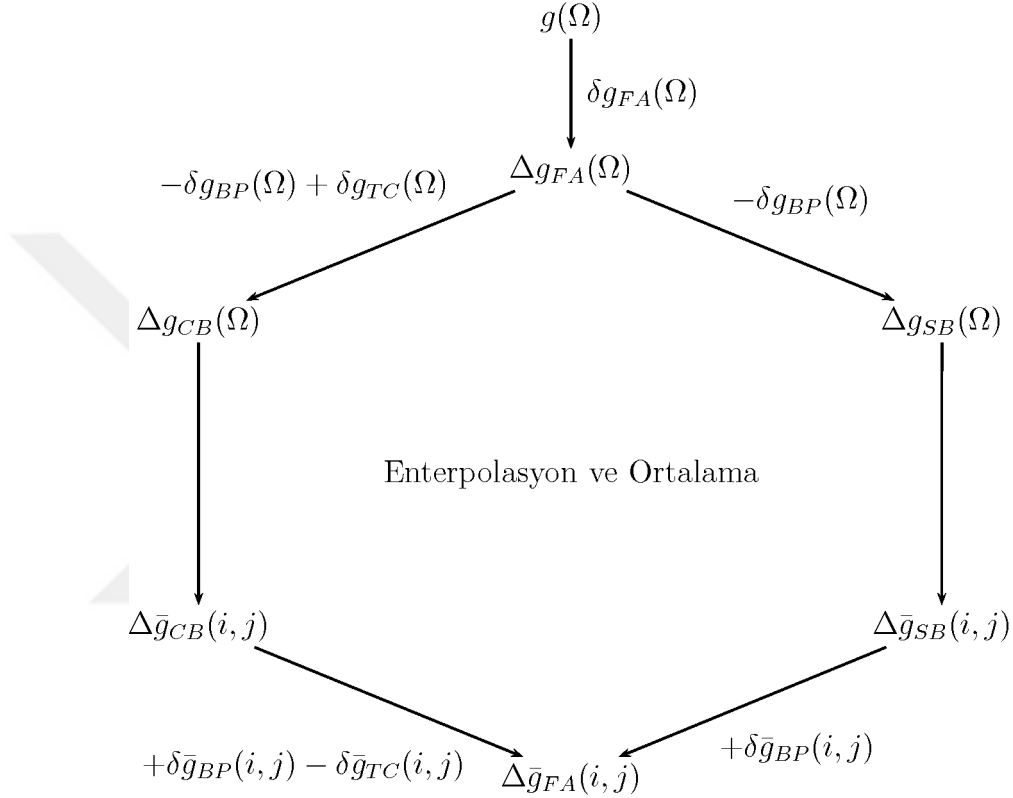
serbest hava gravite anomalisi elde edilir. Eşitlikte, g_P arazide ölçülen gerçek gravite, γ_0 elipsoit yüzeyindeki normal gravite, H ölçü noktasının ortometrik yüksekliğidir. Literatürde serbest hava anomalisi yerine kısaca gravite anomalisi ifadesi de kullanılmaktadır (Ustun, 2006; Abbak, 2021).

Gravite anomalilerin jeoit belirleme yazılımlarda pratik şekilde değerlendirilebilmesi için grid haline dönüştürülmesi uygun olur. Ancak, serbest hava gravite anomalilerinin yükseklikle korelasyonlu olduğu için, doğrudan gridleme işlemine geçilmez. Öncelikle Bouguer anomalilerine geçiş yapılmalıdır. Bunun nedeni, Bouguer anomalilerinin serbest hava anomalilerine göre yükseklik ile daha az korelasyonlu olması ve enterpolasyon aşamasında spektral örtüşmeden (aliasing effect) en az düzeyde etkilenmesidir (Featherstone ve Kirby, 2000). Bouguer anomalileri basit ve tamamlanmış olmak üzere iki çeşittir. Hesabı kolay

olan basit Bouguer (Simple Bouguer) anomalisi,

$$\Delta g^{\text{SB}} = \Delta g^{\text{FA}} - 2\pi G\rho H \quad (5.2)$$

eşitliği ile hesaplanır. Eşitlikte, H gravite noktasının ortometrik yüksekliği, ρ yer kabuğunun ortalama yoğunluğudur. İkinci terim $2\pi G\rho H$ ifadesine Bouguer plakası (Bouguer Plate) etkisi denmektedir.



Şekil 5.1. Gravite anomalisinin Bouguer yaklaşımları ile gidleme süreci (Abbak ve diğ., 2012). Ω arazide toplanan noktaların konumunu, (i, j) düzenli gridlerin konumunu temsil eder.

Bundan sonra enterpolasyon işlemine geçilir. Bu çalışmada basit Bouguer anomalilerini $0.02^\circ \times 0.02^\circ$ çözünürlüğünde enterpole etmek için en yakın komşuluk yöntemi (the nearest neighbour method) tercih edilmiştir. Enterpolasyonu sağlanan basit Bouguer anomali değerleri Eşitlik (5.2)'ün tersi ile,

$$\Delta g^{\text{FA}} = \Delta g^{\text{SB}} + 2\pi G\rho H \quad (5.3)$$

tekrar serbest hava anomalilerine dönüştürülmüştür (ayrıntı için, Abbak ve diğ., 2012). Eşitlikteki H grid merkezindeki ortalama ortometrik yükseklik olup, grid alanına giren yüksekliklerin aritmetik ortalaması ile belirlenir. Sonuç olarak,

yazılımda değerlendirilebilecek düzenli gridlerde serbest hava gravite anomalileri elde edilmiştir. İşlemin algoritması Şekil 5.1’de verilmiştir. Bu çalışmada, basit Bouguer anomalisi uygulandığı için ilgili şeklin yalnızca sağ tarafındaki işlemler izlenmiştir.

5.2 Paralel Hesaplamanın Mevcut Yazılıma Uyarlanması

Bu çalışmada paralel hesaplamanın jeoit belirlemeye etkisini incelemek için bölgeye ait birçok jeoit modeli KTH yöntemiyle üretilmiştir. Abbak ve Üstün (2015) tarafından geliştirilen LSMSSOFT (Least-Squares Modification of Stokes’ formula SOFTWARE) yazılımı KTH yönteminin uygulanması için tercih edilmiştir. Linux tabanlı bir yazılım LSMSSOFT (C programlama dilinde geliştirilen) oldukça pratik bir şekilde bölgesel jeoit modeli hesaplamaktadır.

Öncelikle, LSMSSOFT yazılımına dördüncü bölümde bahsedilen paralel hesaplama prosedürleri eklenmiş ve çalışır hale getirilmiştir. Bu işlem için paralelleştirmeye uygun olan kısımlar (gravite gradyent hesabı ve Stokes integrasyonu) belirlenmiştir. Daha sonra iki adet paralelleştirme kodu eklenmiştir. Revize edilen kodları barındıran yazılımın yeni versiyonu LSMSSOFT2.0 olarak adlandırılmıştır. LSMSSOFT2.0’ın akış diagramı Şekil 5.2’de verilmiştir. Şekil incelendiğinde, yazılım temel yapısı değiştirilmemiş, yalnızca tekrar eden hesaplamaları hızlandırmak için iş parçacığı yardımıyla paralel hesaplama eklenmiştir. Böylece, LSMSSOFT2.0’ın önceki versiyonuna göre zamandan önemli oranda kazanç sağlaması öngörülmüştür.

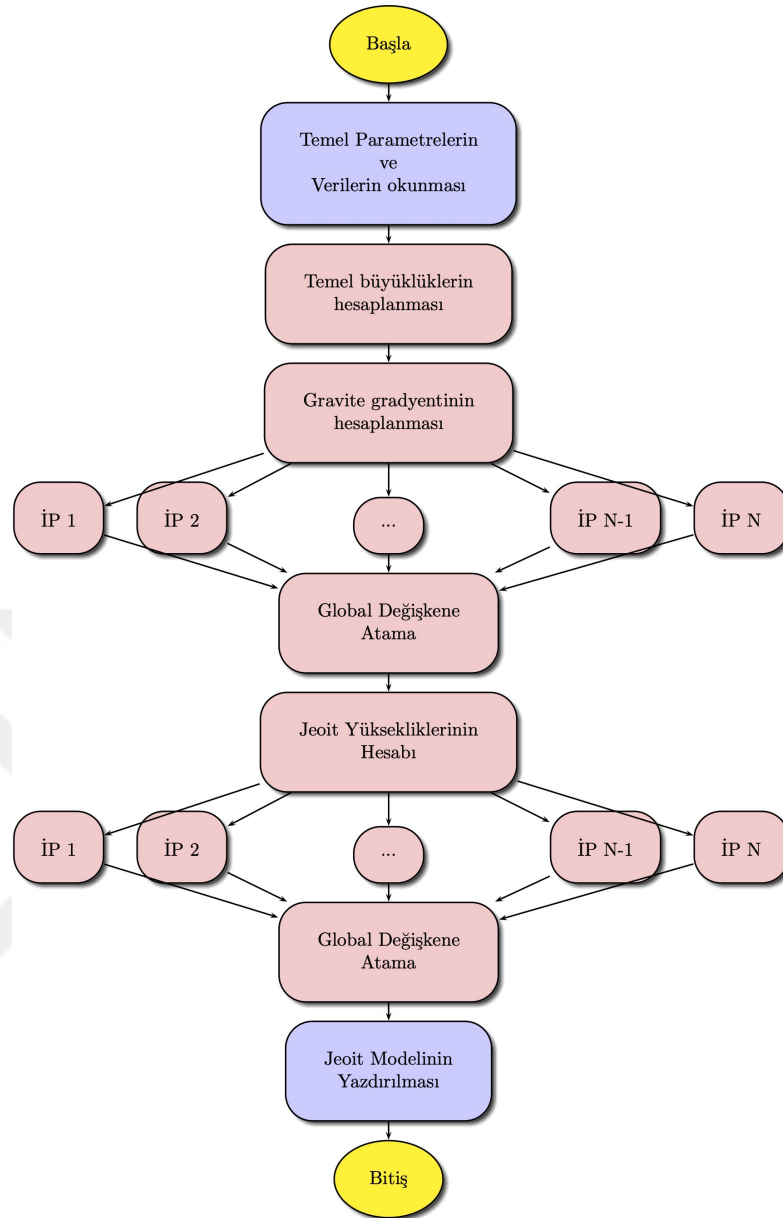
Son olarak, aşağıdaki kod satırı yazılarak yeni güncellenmiş yazılımın derlenmesi gerçekleştirilmiştir,

```
$ g++ LSMSSOFT2.0.cpp matris.cpp levelell.cpp -o
    LSMSSOFT2.0 -pthread
```

kodlardaki "pthread", çoklu işparçacığı için kütüphane bilgilerini içermektedir.

Aynı yazılımın bu çalışmadaki örnek verilerle çalıştırılması,

```
$ ./LSMSSOFT2.0 -GITU_GGC16.gfc -Afa.xyz -Eelevation.xyz
    -R43.01/49.01/0.01/6.01 -I0.02/0.02 | tee model.txt
```



Şekil 5.2. LSMSSOFT2.0'ın akış diagramı. İP, iş parçacığının kısaltmasıdır.

şeklindedir. Kodlarda girdi verileri ve temel parametreler yer almaktadır. Yazılımın çalışması ile ilgili detaylar,

\$./LSMSSOFT2.0 -H

işlemi yapılarak yazılımın yardım fonksiyonundan elde edilebilir.

Son olarak, aynı koşullar ve aynı veriler kullanılarak, seri ve paralel hesaplamaların zaman karşılaştırması yapılmıştır. Seri hesaplamada, LSMSSOFT'un eski versiyonu kullanılmıştır. Paralel hesaplamada LSMSSOFT'un yeni versiyonu (LSMSSOFT2.0) hesaba katılmıştır.

5.3 Paralel Hesaplamanın Zamansal Etkileri

Bir yazılımın işlem süresi bilgisayarın müdahale edilemeyen iç yapısındaki dinamiklerle ilgili olduğundan, aynı yazılım aynı koşullar altında çalıştırılrsa bile farklı sürelerde işlemleri tamamlamaktadır. Bu nedenle, yazılımları birden çok çalıştırmak, zamanı tutmak ve istatistiki büyüklükleri hesaplamak daha uygun olacaktır. Bu nedenle çalışmada, çeşitli denemeler sonucunda yazılımları 50'şer kez çalıştırılarak elde edilen aritmetik ortalamaların ve standart sapmaların sunulması uygun bulunmuştur. Tüm hesaplamalar, 2.1 GHz hıza sahip ve 16 çekirdekli Intel Xeon işlemcide gerçekleştirilmiştir.

5.3.1 İntegrasyon yarıçapına göre karşılaştırma

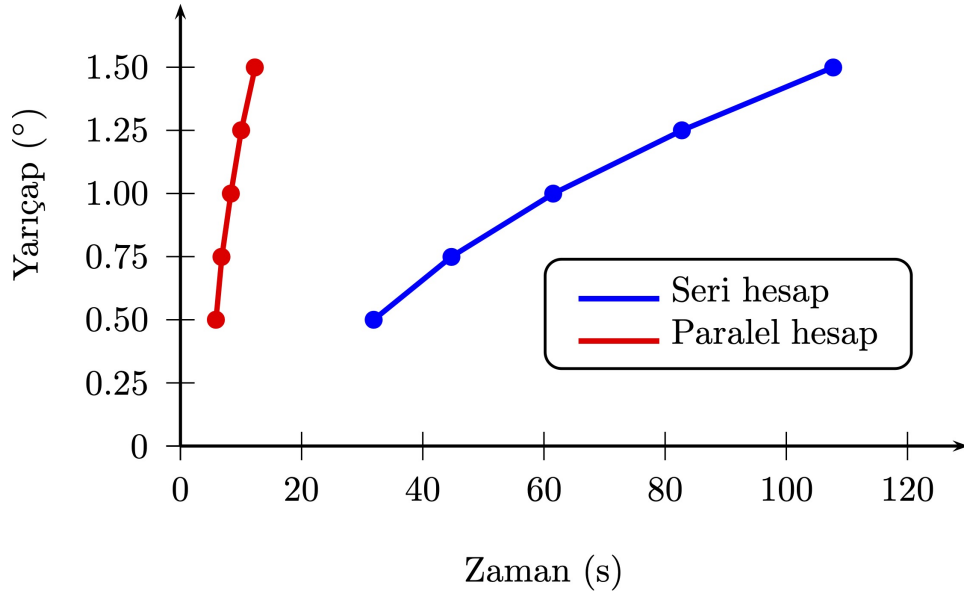
İlk olarak, integrasyon yarıçapı (ψ) değiştirilerek elde edilen zaman sonuçları Çizelge 5.1'de ve grafik gösterimi Şekil 5.3'de sunulmuştur. Paralel hesaplamada 16 iş parçacığı hesaba katılarak ele alınmıştır. Çizelge ve şekil incelendiğinde, integrasyon yarıçapı artıkça paralel ve seri hesaplama yöntemleri arasındaki zaman farkı da katlanarak artmıştır. Buna göre, seri ile paralel hesaplama arasında yaklaşık olarak 4 ile 8 kat arasında zaman farkı olduğu belirlenmiştir. Buna karşın, hesaplama sürelerinin standart sapması benzer değerler almış ve çok fazla değişmemiştir. Bu durum, yazılımların integrasyon yarıçapına göre stabil olarak çalıştığını göstermektedir.

Çizelge 5.1. İntegrasyon yarıçapına göre seri ve paralel hesaplamanın performans değerleri

İntegrasyon yarıçapı	Seri hesaplama Zaman (s)	Paralel hesaplama Zaman (s)	Fark Zaman (s)	Değişim katsayısı
0.50°	31.90±0.42	5.87±0.19	26.03±0.46	4.43
0.75°	44.75±0.51	6.84±0.30	37.91±0.59	5.54
1.00°	61.59±0.59	8.33±0.34	53.26±0.68	6.39
1.25°	82.79±0.31	10.05±0.16	72.74±0.35	7.23
1.50°	107.76±0.69	12.34±0.25	95.42±0.73	7.73

5.3.2 Çözünürlük değişimine göre karşılaştırma

İkinci olarak, veri yoğunluğunun paralel hesaplama etkisini araştırmak üzere, gravite anomalileri $0.01^\circ \times 0.01^\circ$ ve $0.04^\circ \times 0.04^\circ$ olmak üzere 2 farklı grid



Şekil 5.3. İntegrasyon yarıçapına göre seri ve paralel hesaplamanın performans grafiği

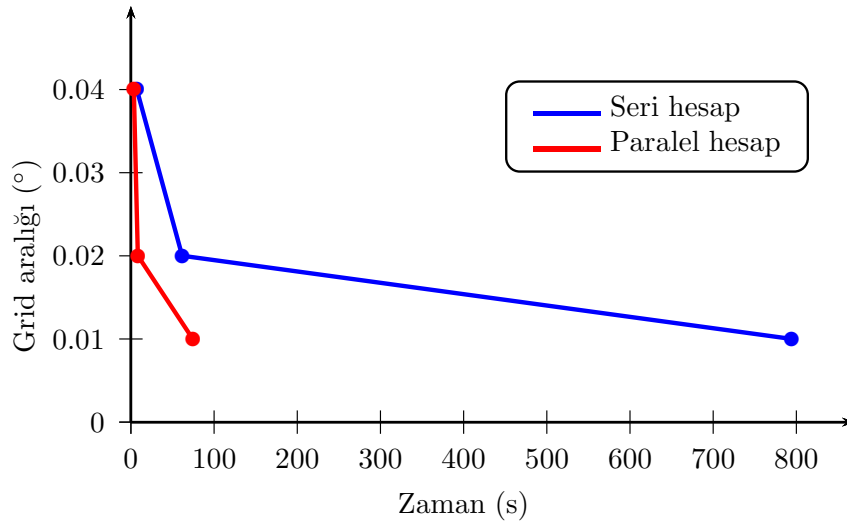
aralığında da hazırlanmıştır. Daha sonra tüm veriler, paralel ve seri hesaplama ile test edilmiştir. Karşılaştırmada integrasyon yarıçapı 1.0° ve paralel hesaplamada iş parçacığı sayısı 16 alınmıştır. Sayısal sonuçlar Çizelge 5.2'de ve grafik gösterimi Şekil 5.4'de verilmiştir. Çizelge ve şekil incelendiğinde, integrasyondaki veri yükü artıkça paralel hesaplamanın etkinliği (zaman kazancı) daha da belirginleşmektedir. Paralel hesaplamayla zaman kazancı yoğun verilerde yaklaşık 10 kata kadar çıkmaktadır. Ayrıca, çözünürlük artıkça hesaplama sürelerinin standart sapması da yükselmiştir. Bu durum, yazılımların grid aralığına göre stabil çalışmadığını göstermektedir.

Çizelge 5.2. Verilerin grid aralığına göre seri ve paralel hesaplamanın performans değerleri

Grid aralığı	Seri hesaplama Zaman (s)	Paralel hesaplama Zaman (s)	Fark Zaman (s)	Değişim katsayısı
$0.04^\circ \times 0.04^\circ$	7.05 ± 0.11	3.49 ± 0.14	3.56 ± 0.18	1.02
$0.02^\circ \times 0.02^\circ$	61.59 ± 0.59	8.33 ± 0.34	53.26 ± 0.68	6.39
$0.01^\circ \times 0.01^\circ$	794.26 ± 1.72	74.39 ± 0.83	719.87 ± 1.91	9.67

5.3.3 İş parçacığı sayısına göre karşılaştırma

Son olarak; paralel hesaplamanın iş parçacığı sayısına göre performansının nasıl değiştiği test edilmiştir. İntegrasyon yarıçapı 1° ve çözünürlük $0.02^\circ \times 0.02^\circ$ alınmıştır. Sayısal sonuçlar Çizelge 5.3 ve grafik gösterimi Şekil 5.5'de



Şekil 5.4. Verilerin grid aralığına göre seri ve paralel hesaplamaların performans grafiği

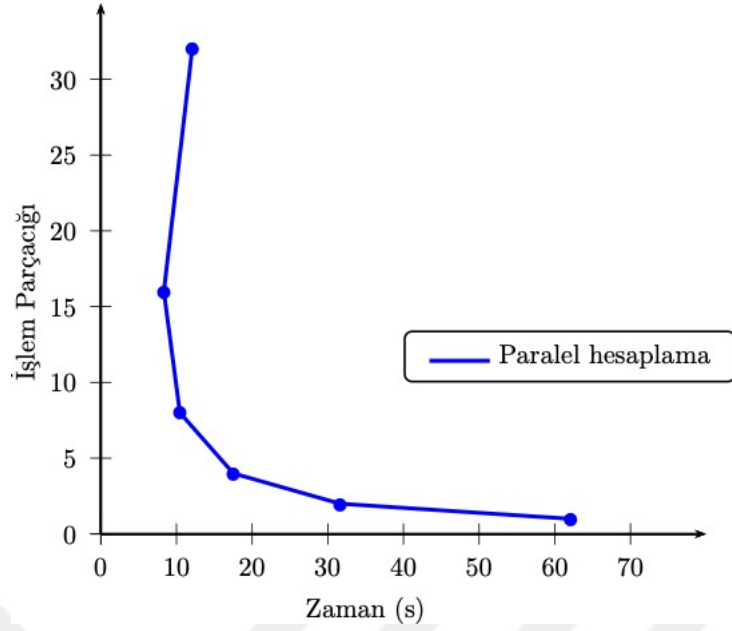
verilmiştir. Çizelge ve şekil incelendiğinde, iş parçacığının sayısının artması zaman kazancında anlamlı farklara neden olmaktadır. Ancak, iş parçacığı sayısı, çekirdek sayısını geçtiğinde, zaman farkı artmamaktadır. Daha doğrusu, çekirdek sayısından sonraki iş parçacığının artışı herhangi bir katkısı olmayıp, hatta küçük zaman kayıplarına da neden olmaktadır. Zaman kayıplarının temel nedeni, iş parçacıklarının çokluğunda işlem kesmelerinin (interrupts) meydana gelmesi ve bir işlemin bitmeden durdurulup diğer işlemin tekrar başlatılması olarak değerlendirilmektedir. Diğer yandan, hesaplama sürelerinin standart sapma değerleri yine yakın değerler çıkmış ve stabil çalışma sürecine işaret etmiştir.

Çizelge 5.3. İş parçacığı sayısına göre paralel hesaplamaların performans değerleri

İş parçacığı sayısı	Paralel hesaplama Zaman (s)
1	62.12±1.05
2	31.62±0.36
4	17.51±0.18
8	10.45±0.25
16	08.33±0.34
32	12.08±0.71

5.4 Jeoit Modellerinin Değerlendirilmesi

Her ne kadar bu çalışmanın amacı hızlı bir şekilde jeoit belirlemek olsa da elde edilen jeoit modellerinin doğruluğu da önemli bir konudur. Bu nedenle



Şekil 5.5. İş parçacığı sayısına göre paralel hesaplamaların performans grafiği

hesaplanan jeoit modellerinin doğrulukları, kontrol noktaları (GNSS-nivelman) yardımıyla analiz edilecektir. Burada hatırlatılması gereken önemli husus, paralel ve seri hesaplamalar arasında herhangi bir sayısal farkın (doğruluk kaybının) olmamasıdır. Başka bir deyişle, paralel hesaplama herhangi bir yaklaşım hatası içermemektedir.

Öncelikle ilk uygulamada integrasyon yarıçapına bağlı olarak 5 adet jeoit modeli elde edilmiştir. Hesaplanan jeoit modelleri GNSS-nivelman verileri yardımıyla hem mutlak hem de bağıl olarak doğruluk analizi yapılmıştır. Test için hem doğrudan hem de düzeltici yüzey kullanılarak karşılaştırma yapılmıştır (Çizelge 5.4). Çizelge 5.4 incelendiğinde, modeller arasında en yüksek doğruluklu sonuçları integrasyon yarıçapının 1.5° olduğu jeoit modeli vermiştir. Bilindiği üzere, integrasyon yarıçapı arttıkça hesap yoğunluğu da artmaktadır. Paralel hesaplamaların önemi buradan daha iyi anlaşılmaktadır. Ayrıca, çizelgede düzeltici yüzeyin jeoit modelleri arasındaki tüm sistematik hataları (datum kayıklığı, eğim vs.) elimine ettiği görülmektedir.

İkinci uygulamada, 3 farklı çözünürlükteki jeoit modelleri GNSS-nivelman verileri ile test edilmiştir. Önceki uygulamadaki testler burada da ele alınmıştır. Sayısal sonuçlar Çizelge 5.5’de verilmiştir. Çizelge incelendiğinde, çözünürlük arttıkça jeoit modelinin doğruluğunun biraz daha arttığı görülmektedir. Bu durumda,

Çizelge 5.4. Farklı integrasyon yarıçapı kullanılarak belirlenen jeoit modellerinin GNSS-nivelman verileri yardımıyla mutlak ve bağıl değerlendirmeleri. (Mutlak değerlendirme cm cinsinden, bağıl değerlendirme ise ppm cinsinden ifade edilir.)

İntegrasyon Yarıçapı	Mutlak değerlendirme				Bağıl değerlendirme		
	Min	Maks	Ort	KOH	Min	Maks	Ort
0.50° (düzeltici yüzeysiz)	-110.85	-41.71	-76.59	16.16	0.00	13.78	1.85
0.50° (düzeltici yüzeyli)	-9.11	8.86	-0.09	4.53	0.00	8.26	0.78
0.75° (düzeltici yüzeysiz)	-101.22	-56.48	-78.73	10.83	0.00	6.16	1.26
0.75° (düzeltici yüzeyli)	-6.10	6.61	-0.10	3.20	0.00	4.17	0.51
1.00° (düzeltici yüzeysiz)	-93.70	-66.39	-80.15	7.52	0.00	4.96	0.90
1.00° (düzeltici yüzeyli)	-12.09	6.85	-0.34	3.34	0.00	5.41	0.45
1.25° (düzeltici yüzeysiz)	-93.21	-69.72	-80.91	5.49	0.00	3.75	0.66
1.25° (düzeltici yüzeyli)	-11.06	7.39	-0.11	3.07	0.00	5.08	0.40
1.50° (düzeltici yüzeysiz)	-92.28	-71.70	-81.34	4.37	0.00	3.85	0.54
1.50° (düzeltici yüzeyli)	-10.83	7.11	0.04	3.16	0.00	4.52	0.37

hızlı ve pratik jeoit belirleme yazılımının önemine dikkat çekmektedir.

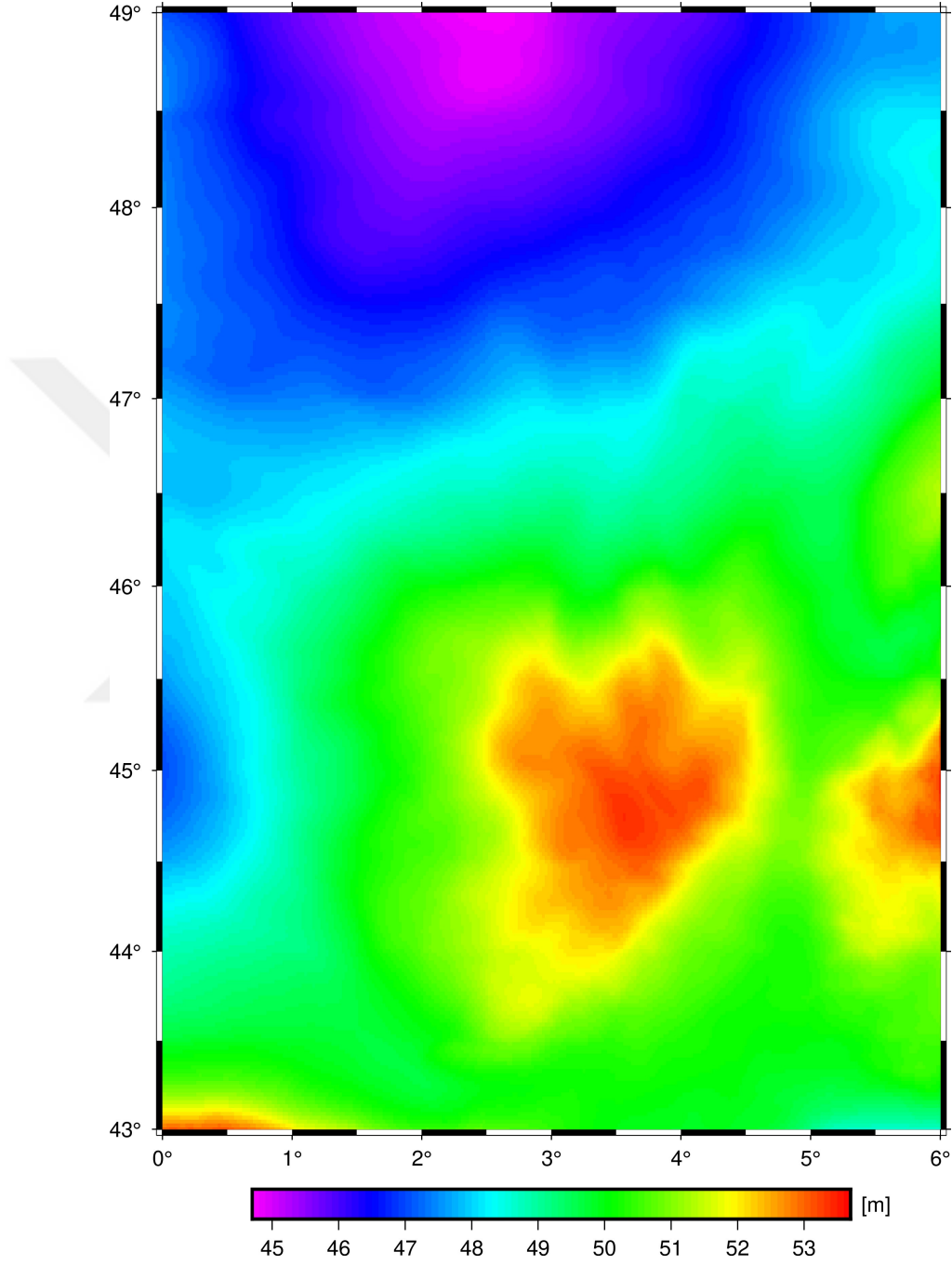
Öte yandan, aynı çalışma alanında farklı yöntemlerle yürütülen önceki çalışmalar, bölgedeki gravimetrik jeoit modelinin doğruluğunun yaklaşık 3 cm olarak belirlendiğini ortaya koymaktadır; bu da mevcut çalışmadaki doğrulukla benzerlik göstermektedir (Yıldız ve diğ., 2012; Janák ve diğ., 2017; Abbak ve diğ., 2024). Bu bakımdan ele alındığında, çalışmanın dış doğruluğu tutarlıdır. Örneğin Janák ve diğ. (2017) New Brunswick Üniversitesi yaklaşımıyla 3.2 cm doğruluk elde etmiştir. Diğer yandan, söz konusu çalışma bölgesinde, aynı veriler ve LSMSSOFT2.0 yazılımıyla daha yüksek doğruluklu jeoit modeli hedefleniyorsa, ortalama gravite anomalilerinin kestiriminde en yakın komşuluk yerine daha komplike bir enterpolasyon yöntemi (örneğin, en küçük karelerle kollokasyon) ve gridleme için topoğrafik etkilere daha duyarlı tamamlanmış Bouguer anomalisi kullanılması uygun olabilir.

Son olarak, yeni hesaplanan en yüksek doğruluklu jeoit modelinin gösterimi Şekil 5.6'de verilmiştir. Şekil incelendiğinde, jeoit yüksekliğinin değişimi önemli

Çizelge 5.5. Farklı çözünürlükteki jeoit modellerinin GNSS-nivelman verileri yardımıyla mutlak ve bağıl değerlendirme. (Mutlak değerlendirme cm cinsinden, bağıl değerlendirme ise ppm cinsinden ifade edilir.)

Çözünürlük	Mutlak değerlendirme				Bağıl değerlendirme		
	Min	Maks	Ort	KOH	Min	Maks	Ort
0.04° × 0.04° (düzeltici yüzeysiz)	-91.73	-69.08	-80.60	4.54	0.00	4.53	0.55
0.04° × 0.04° (düzeltici yüzeyli)	-11.09	5.90	0.00	3.14	0.00	4.95	0.41
0.02° × 0.02° (düzeltici yüzeysiz)	-92.28	-71.70	-81.34	4.37	0.00	3.85	0.54
0.02° × 0.02° (düzeltici yüzeyli)	-10.83	7.11	0.04	3.16	0.00	4.52	0.37
0.01° × 0.01° (düzeltici yüzeysiz)	-92.59	-72.62	-81.95	4.34	0.00	4.87	0.54
0.01° × 0.01° (düzeltici yüzeyli)	-11.28	6.40	0.28	3.28	0.00	5.12	0.40

oranda topoğrafya ile korelasyonlu olduğu görülür. Tabi ki; yersel gravite gözlemlerinin etkisi gözardı edilmemelidir.



Şekil 5.6. Çalışma sahasında hesaplanan jeoit modeli

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmanın temel amacı paralel hesaplamanın gravimetrik jeoit belirlemeye zamansal etkisinin incelenmesidir. Öncelikle, çalışmada gravimetrik jeoit belirleme yöntemlerinden birisi olan KTH'nın temel prensipleri anlatılmıştır. Sonrasında çalışma bölgesi için jeoit modelinin hesabında kullanılmıştır. Bu kapsamda girdi verileri, geliştirilen LSMSSOFT yazılımında değerlendirilmiştir. Yüksek doğruluklu jeoit modelinden daha ziyade, pratik bir şekilde jeoit belirlemeye odaklanılmıştır.

Orijinal LSMSSOFT, tek çekirdekle hesaplama yapan seri (ardışık) bir yazılımdır. Hesaplamalarda zaman kazancı sağlamak için yazılım kodlarında bir takım düzeltmeler ve yenilemeler gerçekleştirilmiştir. Bu çerçevede ortamdan bağımsız iş parçacıklarından (thread) faydalanılmıştır. Böylece, hesap yapılan bilgisayarın çekirdek sayısına bağlı olarak iş parçacığı sayısı artacak şekilde kodlarda düzenleme gerçekleştirilmiştir.

LSMSSOFT'deki paralelleştirmenin zamansal etkilerini görmek üzere Fransa'nın Auvergne test bölgesi verisi deneysel amaçla kullanılmış ve bazı sayısal karşılaştırmalar yapılmıştır. Bunlar, integrasyon yarıçapına, grid aralığına (veri yoğunluğuna) ve iş parçacığı (thread) sayısına bağlı olarak işlem süresinin zamansal değişiminin incelenmesidir. İlk olarak integrasyon yarıçapına göre yapılan karşılaştırmalarda paralel ile seri hesaplama arasında 5 ile 8 kat arasında değişen zaman farkları belirlenmiştir. Ardından, grid aralığına göre yapılan karşılaştırmada ise 1 ile 10 kat arasında değişen farklar tespit edilmiştir. Son olarak, iş parçacığı sayısına göre karşılaştırmalarda paralel hesaplamada, donanımdaki çekirdek sayısına kadar iş parçacığı sayısı zaman kazancında etkili olmuştur. Çekirdek sayısını geçen iş parçacıkları herhangi bir iyileşmeye neden olmamıştır. Ayrıca, bir önemli bilgiyi de burada vurgulamak gerekir. Çözüm ne olursa olsun, paralelleştirmede herhangi bir yaklaşım hatası içermediği için paralel ve seri hesaplamalarla üretilen modellerin arasında sayısal farklılıklar olmamıştır.

Diğer yandan yeni üretilen jeoit modellerin doğrulukları kontrol verileri ile analiz edilmiştir. Analizde hem mutlak hem de bağıl değerlendirmeler ele alınmıştır. Kısaca iki farklı sayısal uygulama sonucunda; integrasyon yarıçapına bağlı olarak iyileşme olurken, çözünürlük ile doğruluk arasında doğru orantı söz konusudur.

Özetle, paralel hesaplama LSMSSOFT yazılımını hızlı çözümler üreterek jeoit belirleme çalışmalarındaki etkinliğini daha da artırmıştır. Gelecek çalışmalarda, gravimetrik jeoit belirlemede kullanılan diğer yaklaşımların (Hotine, University of New Brunswick, Kaldır-Hesapla-Yerine koy, Stokes-Helmert, En Küçük Karelerle Kollokasyon, vs) da benzer biçimde hızlandırılması önemle tavsiye edilmektedir. Böylelikle Türkiye gibi geniş alanları kaplayan ülkelerin yüksek çözünürlüklü jeoit belirleme işlemleri, zamansal açıdan sorun olmaktan çıkacaktır.

KAYNAKLAR

- Abbak, R. A. (2021). *Fiziksel Jeodezi: Teori ve Uygulama*. Atlas Akademi. 4. Baskı.
- Abbak, R. A., Ellmann, A., ve Ustun, A. (2022). A practical software package for computing gravimetric geoid by the least squares modification of hotine's formula. *Earth science informatics*, 15:713–724.
- Abbak, R. A., Goyal, R., ve Ustun, A. (2024). A user-friendly software package for modelling gravimetric geoid by the classical stokes-helmert method. *Earth Science Informatics*, 17(4):3811–3824.
- Abbak, R. A., Üstün, A., ve Ellmann, A. (2012). Ortalama gravite anomalilerinin enterpolasyonunda basit ve tamamlanmış bouguer yaklaşımının karşılaştırılması. *Jeodezi ve Jeoinformasyon Dergisi*, 1(105):45–52.
- Abbak, R. A. ve Üstün, A. (2015). A software package for computing a regional gravimetric geoid model by the KTH method. *Earth science informatics*, 8(1):255–265.
- Abdalla, A. ve Ferreira, V. (2022). A semi-vectorized and relationally-operated algorithm for fast geoid computation using stokes's integration. *Earth Science Informatics*, 15(3):2017–2029.
- Akyilmaz, O., Ustun, A., Aydin, C., Arslan, N., Doganalp, S., Guney, C., Mercan, H., Uygur, S. O., Uz, M., ve Yagci, O. (2016). High resolution gravity field modelling and tracking regional mass by means of low Earth orbit satellites. Technical report, Technical University of Istanbul. Project number: 113Y155.
- Aydın, C. (2014). Fiziksel jeodezi ders notu. *Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, Harita Mühendisliği, İstanbul, Türkiye*.
- Bildirici, I. O., Üstün, A., Ulugtekin, N., Selvi, H. Z., Abbak, R. A., Bugdayci, I.,

- ve Dogru, A. O. (2008). Comparison of SRTM and 25K topographic maps in Turkey. In *the Second international conference on cartography and GIS*.
- Cakir, L. (2025). Impact of SRTM and ASTER terrain models on geoid determination: A case study in the high-mountainous region. *Earth and Space Science*, 12(10):e2024EA004000.
- Ellmann, A. ve Sjoberg, L. E. (2004). Ellipsoidal correction for the modified Stokes formula. *Bollettino di geodesia e scienze affini*, 63(3):153–172.
- Featherstone, W. ve Kirby, J. (2000). The reduction of aliasing in gravity anomalies and geoid heights using digital terrain data. *Geophysical Journal International*, 141(1):204–212.
- Haagmans, R., de Min, E., ve von Geideren, M. (1993). Fast evaluation of convolution integrals on the sphere using 1d fft, and a comparison with existing methods for stokes' integral. *Manuscripta geodaetica*, 18(5):227–241.
- Hirt, C., Featherstone, W., ve Claessens, S. (2011). On the accurate numerical evaluation of geodetic convolution integrals. *Journal of geodesy*, 85(8):519–538.
- Hofmann-Wellenhof, B. ve Moritz, H. (2006). *Physical geodesy*. Springer Science & Business Media.
- Huang, J., Vaníček, P., ve Novák, P. (2000). An alternative algorithm to fft for the numerical evaluation of stokes's integral. *Studia Geophysica et Geodaetica*, 44:374–380.
- İl, H., Abbak, R., Bildirici, İ., ve Demir, S. (2018). Srtm1 ve aster sayısal yükseklik modellerinin gravimetrik jeoit belirlemeye katkısı. *Geomatik*, 3 (3):203–212.
- Ince, E. S., Barthelmes, F., Reißland, S., Elger, K., Förste, C., Flechtner, F., ve Schuh, H. (2019). Icgem–15 years of successful collection and distribution of

global gravitational models, associated services, and future plans. *Earth System Science Data*, 11(2):647–674.

Janák, J., Vaňíček, P., Foroughi, I., Kingdon, R., Sheng, M. B., ve Santos, M. C. (2017). Computation of precise geoid model of Auvergne using current UNB Stokes-Helmert's approach. *Contributions to geophysics and geodesy*, 47(3):201–229.

Karniadakis, G. ve Kirby, R. M. (2003). *Parallel scientific computing in C++ and MPI: a seamless approach to parallel algorithms and their implementation*, volume 2. Cambridge University Press.

Kaçka, S. (2011). Bilimsel hesaplama problemlerinin çözümünde paralel hesaplama yöntemlerinin kullanılması. Master's thesis, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Bilgisayar Mühendisliği Ana Bilim Dalı, Konya.

Molodenski, M. (1962). *Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth*. Translations, Jerusalem.

Nergizci, M., Abbak, R. A., ve Arisoy, M. O. (2024). The effect of crustal density heterogeneity on determining gravimetric geoid: Example in central anatolia, türkiye. *Journal of Asian Earth Sciences*, 264:106037.

Oltulu, O. (2022). Parallel computing in statistical methods. Master's thesis, Middle East Technical University, The Graduate School Of Natural And Applied Sciences, Ankara.

Pa'suya, M. F., Din, A. H. M., Yusoff, M. Y. M., Abbak, R. A., ve Hamden, M. H. (2021). Refinement of gravimetric geoid model by incorporating terrestrial, marine, and airborne gravity using KTH method. *Arabian Journal of Geosciences*, 14(19):1–19.

Peng, M., Li, Y. C., ve Sideris, M. G. (1995). First results on the computation of terrain corrections by the 3d fft method. *manuscripta geodaetica*, 20(6):475–

488.

Schwarz, K., Sideris, M., ve Forsberg, R. (1990). The use of FFT techniques in physical geodesy. *Geophysical Journal International*, 100(3):485–514.

Sideris, M. G. (1985). A fast fourier transform method for computing terrain corrections. *Manuscripta geodaetica*, 10(1):66–73.

Sjöberg, L. E. (1981). Least-squares combination of terrestrial and satellite data in physical geodesy. *Ann. Geophys.*, 37:25–30.

Sjöberg, L. E. (1984). Least-squares modification of stokes' and vening-meinez' formula by accounting for truncation and potential coefficients errors. *Manuscripta geodaetica*, 9:209–229.

Sjöberg, L. E. (1991). Refined least squares modification of stokes' formula. *Manuscripta geodaetica*, 16(6):367–375.

Sjöberg, L. E. (1999). The IAG approach to the atmospheric geoid correction in Stokes' formula and a new strategy. *Journal of Geodesy*, 73(7):362–366.

Sjöberg, L. E. (2003a). A general model for modifying Stokes' formula and its least-squares solution. *Journal of Geodesy*, 77(7-8):459–464.

Sjöberg, L. E. (2003b). A computational scheme to model the geoid by the modified stokes formula without gravity reductions. *Journal of Geodesy*, 77(7):423–432.

Sjöberg, L. E. (2003c). A solution to the downward continuation effect on the geoid determined by stokes' formula. *Journal of Geodesy*, 77(1-2):94–100.

Sjöberg, L. E. (2007). The topographic bias by analytical continuation in physical geodesy. *Journal of Geodesy*, 81(5):345–350.

Soylu, E. ve Akçay, M. (2015). Paralel Programlama Ortamları. In *Avrupa Birliği Konferansı*. <https://ab.org.tr/ab15/sunum/178.pdf>.

- Stokes, G. G. (1849). On the variation of gravity on the surface of the earth. *Trans. Camb. Phil. Soc.*, 8:672–695.
- Tsoulis, D. (1998). A combination method for computing terrain corrections. *Physics and Chemistry of the Earth*, 23(1):53–58.
- Ustun, A. (2006). Fiziksel jeodezi ders notu. *Selçuk Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Konya*.
- Ustun, A., Bildirici, I. O., Selvi, H. Z., ve Abbak, R. A. (2006). An evaluation of SRTM3 DTM data: Validity, problems and solutions. In *the first international conference on cartography and GIS*.
- Valty, P., Duquenne, H., ve Panet, I. (2012). Auvergne dataset: testing several geoid computation methods. In *Geodesy for Planet Earth: Proceedings of the 2009 IAG Symposium, Buenos Aires, Argentina, 31 August 31-4 September 2009*, s. 465–472. Springer.
- Vaníček, P. ve Featherstone, W. (1998). Performance of three types of Stokes's kernel in the combined solution for the geoid. *Journal of Geodesy*, 72(12):684–697.
- Yildiz, H., Forsberg, R., Ågren, J., Tscherning, C., ve Sjöberg, L. (2012). Comparison of remove-compute-restore and least squares modification of stokes' formula techniques to quasi-geoid determination over the auvergne test area. *Journal of geodetic science*, 2(1):53–64.
- Yilmaz, N. ve Çakir, L. (2025). Contribution of the global geopotential models on gravimetric geoid determination: a case study of Colorado, USA. *Survey Review*, 57(402):292–300.