

**HAREKETLİ İKİ SERBESTLİK DERECELİ MANİPÜLATÖRÜN
KONUM KONTROLU**

Fırat YÜCEL

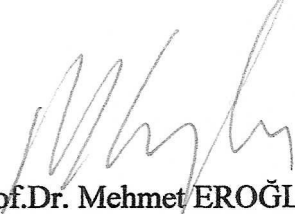
**YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ**

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**EYLÜL 2006
ANKARA**

Fırat YÜCEL tarafından hazırlanan HAREKETLİ İKİ SERBESTLİK DERECELİ MANİPÜLATÖRÜN KONUM KONTROLU adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım

4.


Prof. Dr. Mehmet EROĞLU
Tez Yöneticisi

Bu çalışma, jürimiz tarafından oy birliği ile Makine Mühendisliği Anabilim Dalında Yüksek lisans tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan: :Prof. Dr. Yücel ERCAN

Üye :Prof. Dr. Mehmet EROĞLU

Üye :Prof. Dr. Veli ÇELİK

Üye :Doç. Dr. Şefaattin YÜKSEL

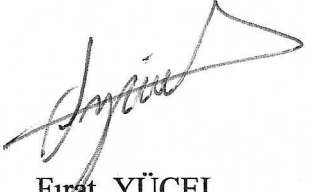
Üye : Y. Doç. Dr. Metin U. SALAMCI

Tarih : 11 / 09 /2006

Bu tez, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü tez yazım kurallarına uygundur.

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığım bildiririm.



Fırat YÜCEL

**HAREKETLİ İKİ SERBESTLİK DERECELİ MANİPÜLATÖRÜN
KONUM KONTROLU
(Yüksek Lisans Tezi)**

Fırat YÜCEL

**GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
Eylül 2006**

ÖZET

Hareketli iki serbestlik dereceli bir manipülatör sisteminin dinamik modelinin bulunması ve manipülatörün konum kontrolünün yapılması bu çalışmanın temel amacıdır. Manipülatör sistemi nonlinear bir sistem olduğu için lineerleştirme işlemi yapılmıştır. Lineerleştirme işlemi manipülatörün nominal yörüngesi etrafındaki küçük sapmaları ifade eden denklemler bulunarak yapılmıştır. Sistemde denetim tasarım aracı olarak PID kontrolcü kullanılmıştır . Sisteme zeminden x_0 ve y_0 yönlerinde ivmeler uygulanmış ve bunun sonuçları irdelenmiştir. Sistem kararlılığı için Matlab ortamındaki Rlocus fonksiyonundan yararlanılmıştır .

Bilim Kodu :914.1.091
Anahtar Kelimeler :Konum kontrol , manipülatör , robotic
Sayfa Adedi :81
Tez Yöneticisi :Prof .Dr . Mehmet EROĞLU

**POSITION CONTROL OF TWO DEGREE OF FREEDOM MOBIL
MANIPULATOR**

(M. Sc. Thesis)

Fırat YÜCEL

GAZİ UNIVERSITY

INSTITUTE OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

September 2006

ABSTRACT

To find the dynamic model of mobile manipulator having two degrees of freedom and to achieve the position control of manipulator is the main target of this study. As manipulator system is a nonlinear system, linearization process was carried out. The linearization process was realized by finding equations that express small deviations around nominal trajectory. PID controller was used as control design instrument in the system. Accelerations propagating from ground in x_0 and y_0 directions, were applied to the system and the results were scrutinized. Rlocus function in the environment of Matlab was utilized for the system stability.

Science Code	:914.1.091
Keywords	:Position control , manipulator , robotic
Page number	:81
Adviser	:Prof .Dr. Mehmet EROĞLU

TEŞEKKÜR

Tez çalışmalarım sırasında çok büyük desteğini ve yardımını gördüğüm danışmanım Sayın Hocam Prof . Dr Mehmet EROĞLU ‘na ve Sayın Arş.Gör. Sinan KILIÇASLAN ‘a çalışmalarım sırasında teknik destek sağlayan değerli dostlarım Sayın Tolga PETEKKAYA , Sayın Yunus Onur YILDIZA ve Sayın Orkun SUNAR’a ayrıca maddi ve manevi destekleriyle beni hiçbir zaman yalnız bırakmayan aileme teşekkür ederim .

İÇİNDEKİLER

Sayfa

ÖZET.....	IV
ABSTRACT.....	V
TEŞEKKÜR.....	VI
İÇİNDEKİLER.....	VII
1.GİRİŞ.....	1
2.MANİPÜLATÖR SİSTEMİNİN PARAMETRELERİNİN BELİRLENMESİ.....	3
2.1. Manipülator Sistemi ve Parametrelerinin Gösterimi.....	4
3.MANİPÜLATÖR DİNAMİĞİ.....	6
3.1. Lagrange Denklemi ve Manipülator Dinamiği.....	6
3.2. Lagrange Denklemi İle Manipülator Dinamik Modelinin Oluşturulması.....	7
3.2.1. Manipülatorün eklem hızları.....	7
3.2.2. Manipülator dinamik modelinin oluşturulması.....	8
4. MANİPULATÖR SİSTEMİNİN YÖRÜNGE PLANI	13
5.MANİPULATÖR SİSTEMİNE TERS KİNEMATİĞİN UYGULANMASI	19
6.LİNERLEEEŞTİRME İŞLEMİ VE ÇALIŞMA NOKTASI SEÇİMİ.....	22
6.1.Lineerleştirmede Taylor Serisi'nin Kullanımı.....	22
6.2.Türevlerin Deviasyonları ve Deviasyonların Türevleri Arasındaki İlişki....	23
6.3.Manipülator Sisteminin Bulunan Dinamik Modelinin Lineerleştirilmesi....	24
7.MANİPÜLATÖR KONTROLU.....	35
7.1.Doğru Akım Motorunun Modellenmesi.....	35

Sayfa

7.2.Doğru Akım Motoru ve Manipülatör Sisteminin Birleştirilmesi.....	37
7.3.Kapalı Çevrim Blok diyagramlarının Transfer Fonksiyonlarının Bulunması	40
7.4. Kazanç Değerine Bağlı Olarak Sistem Kararlılığının Bulunması.....	43
7.5.Manipülatör Sisteminin Kollarının Hareketinin Simülasyonu.....	47
7.6.Lineer Modelin Momentlerinin Nonlineer Modele Uygulanması.....	59
8. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	63
KAYNAKLAR.....	65
EKLER.....	67
EK-1 Kütle merkezi ve atalet momenti hesabı.....	68
EK-2 Matlab simülasyon programı.....	70
ÖZGEÇMİŞ.....	81

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Hareketli iki serbestlik dereceli manipülatör.....	4
Şekil 4.1. Yörünge planı için manipülatör sistemini.....	13
Şekil 4.2 . O_2 noktasının x_0 ve y_0 koordinatlarına göre konumunun değişimi.....	15
Şekil 4.3. O_2 noktasının x_0 yönündeki hızının zamana göre değişimi	16
Şekil 4.4. O_2 noktasının y_0 yönündeki hızının zamana göre değişimi	16
Şekil 4.5. O_2 noktasının x_0 yönündeki ivmesinin zamana göre değişimi.....	17
Şekil 4.6. O_2 noktasının y_0 yönündeki ivmesinin zamana göre değişimi.....	17
Şekil 5.1. Manipülatör sistemi üzerinde ters kinematik parametrelerinin gösterimi	19
Şekil 6.1. Çalışma noktası ve lineerleştirme işlemi.....	22
Şekil 7.1. Doğru akım motoru.....	35
Şekil 7.2. Doğru akım motorunun açık çevrim blok diyagramı.....	36
Şekil 7.3 . Manipülatör sisteminin kapalı çevrim blok diyagramı.....	38
Şekil 7.4. Birinci eklemin θ_1 giriş etkisindeki kapalı çevrim blok diyagramı.....	40
Şekil 7.5. Birinci eklemin bozucu etkisindeki blok diyagramı.....	41
Şekil 7.6. Birinci eklemin bozucu etkisindeki indirgenmiş blok diyagramı.....	41
Şekil 7.7. Birinci eklemin 3. güncelleştirmedeki kök yer eğrisi.....	44
Şekil 7.8. İkinci eklemin 3. güncelleştirmedeki kök yer eğrisi.....	45
Şekil 7.9. Manipülatör sisteminin kollarının hareketinin simülasyonu.....	47
Şekil 7.10. Birinci eklemin konum zaman cevabı ($A=1 \text{ m/sn}^2$).....	48

Şekil	Sayfa
Şekil 7.11. İkinci eklemin konum zaman cevabı ($A=1 \text{ m/sn}^2$).....	48
Şekil 7.12. Birinci eklemin konum zaman cevabı ($A=1000 \text{ m/sn}^2$).....	49
Şekil 7.13. İkinci eklemin konum zaman cevabı ($A=1000 \text{ m/sn}^2$).....	49
Şekil 7.14. Birinci eklemin konum zaman cevabı	50
Şekil 7.15. İkinci eklemin konum zaman cevabı	50
Şekil 7.16. Birinci ekleme etki eden momentin zamana göre değişimi.....	51
Şekil 7.17. İkinci ekleme etki eden momentin zamana göre değişimi.....	51
Şekil 7.18. O_2 noktasının konum zaman cevabı ($A=1 \text{ m/sn}^2$).....	52
Şekil 7.19. O_2 noktasının konum zaman cevabı ($A=1000 \text{ m/sn}^2$).....	52
Şekil 7.20 Birinci eklemin konum zaman cevabı	53
Şekil 7.21 İkinci eklemin konum zaman cevabı	53
Şekil 7.22. Manipülatör sisteminin kollarının çalışma sınırı.....	54
Şekil 7.23. İkinci eklemin açısal ivme değişimi O_2 noktası (1.4,-0.1) de iken.....	54
Şekil 7.23. İkinci eklemin açısal ivme değişimi O_2 noktası (1.6,-0.1) de iken.....	55
Şekil 7.25. Manipülatör sistemi O_2 noktası (1.4,-0.1) noktasında sabit iken.....	55
Şekil 7.26. Manipülatör sisteminin simulink ortamında çizilen blok diagramı.....	56
Şekil 7.27. Birinci eklemin konum zaman cevabı $A=1 \text{ (m/sn}^2\text{)} \quad w=3 \text{ (rad/sn)}$	56
Şekil 7.28. İkinci eklemin konum zaman cevabı $A=1 \text{ (m/sn}^2\text{)} \quad w=3 \text{ (rad/sn)}$	56

Şekil	Sayfa
Şekil 7.29. Birinci eklemin konum zaman cevabı $A=100 \text{ (m / sn}^2\text{) w}=3 \text{ (rad / sn)}$	57
Şekil 7.30. İkinci eklemin konum zaman cevabı $A=100 \text{ (m / sn}^2\text{) w}=3 \text{ (rad / sn)}$	57
Şekil 7.31. Birinci eklemin konum zaman cevabı $A=1000 \text{ (m / sn}^2\text{) w}=3 \text{ (rad / sn)}$	57
Şekil 7.32. İkinci eklemin konum zaman cevabı $A=1000 \text{ (m / sn}^2\text{) w}=3 \text{ (rad / sn)}$	58
Şekil 7.33. Birinci eklemin konum zaman cevabı $A=1000 \text{ (m / sn}^2\text{) w}=50 \text{ (rad / sn)}$	58
Şekil 7.34. İkinci eklemin konum zaman cevabı $A=1000 \text{ (m / sn}^2\text{) w}=50 \text{ (rad / sn)}$	58
Şekil 7.35. Teta1 açısının zamana göre değişimi.....	61
Şekil 7.36. Teta2 açısının zamana göre değişimi.....	62

SİMGELER VE KISALTMALAR

Bu çalışmada kullanılmış bazı simgeler ve kısaltmalar , açıklamaları ile birlikte aşağıda verilmiştir .

Simge	Açıklama
P	Potansiyel enerji (J)
T	Kinetik enerji (J)
T₁	1. ekleme etki eden moment (Nm)
T₂	2. ekleme etki eden moment (Nm)
θ	Açısal yer değiştirme (rad)
$\dot{\theta}$	Açısal hız (rad/sn)
$\ddot{\theta}$	Açısal ivme (rad/sn ²)
L	Lagrange fonksiyonu
M	Kütle (kg)
q	Genelleştirilmiş kordinatlar
V	Doğrusal hız (m/sn)
J	Polar atalet momenti (kgm^2)
g	Yerçekimi ivmesi (m/sn ²)
L_a	Motor armatör bobini (Henry)
R_a	Motor armatör direnci (ohm)
e_a	Motor armatör voltajı (V)
e_b	Zıt elektiro motor gerilimi (V)
k_b	Zıt elektiro motor sabiti

Simge	Açıklama
k_i	Motor dönme momenti sabiti (Nm/amp)
T_m	Motor dönme momenti (Nm)
TD	Bozucu dönme momenti (Nm)
B	Viskoz sürtünme katsayısı (Nmsn)
V_R	Hacim (m^3)
Re	Reel eksen
Im	İmajiner eksen
A	Genlik (m/sn^2)

Kısaltmalar	Açıklama
Cos	Kosünüs
Sin	Sinüs
PID	Oransal integral Türevsel kontrol
DC	Doğru akım motoru

1.GİRİŞ

Yaşamış olduğumuz bilgi çağında robotlar sanayide üretim sahalarından, uzay alanındaki çalışmalara kadar insanların yapamayacağı işler dahil birçok alanda kullanılmaktadırlar. Bu makineler örneğin üretim sahalarında insanların yerini aldıkça insanlardan kaynaklanan hatalar azaltılmakta ürün maliyeti düşmekte ve kalite artmaktadır. Robotların sağlamış oldukları bu özelliklerden dolayı birçok araştırmacı robot teknolojisini araştırmaya yönelmiştir.

Kılıçaslan, S. , Belirlenmiş bir yörüngeyi takip eden ve eklem açısı hızları sınırlı bir manipülatörün bir başlangıç konumundan bir son konuma en kısa sürede gitmesini sağlamak için manipülatörü en uygun şekilde kontrol etmeye çalışmıştır. Kılıçaslan, S. , çalışmasında 6 serbestlik dereceli bir dirsek manipülatörü kullanmış ve yörünge olarak ise bir doğru seçmiştir [1].

Yıllar önce düşünülmüş olan fakat bir ölçek üzerinde gerçekleştirilmemiş bir çok çözümsüz kontrol tasarım problemi, günümüzde bilgisayarlar sayesinde daha basit ve anlaşılabilir çözüm yöntemi ile çözülebilir hale getirilebilmiştir. Bununla birlikte pratikte bir mühendisin mümkün olan optimum tasarımı seçebilmesi için sistemin yapısını tanımış olmanın yanında, alternatif kompanzasyon formlarının geliştirilmiş ve çözülebilir olmasına hala ihtiyaç vardır. Ülkü , Ç. Katsayı düzleminden faydalanan ikinci ve üçüncü mertebe modeller için model sadeleştirme yöntemi ile kontrol sistemi kompanzatör tasarımı yapmıştır [2].

Aydın, S. , Temeltaş, H. , mobil robotlarda çevreden gelen kısıtlamalar (engeller) ve robotun hız ve ivme gibi fiziksel kısıtlamaları dikkate alınarak, önceden görünebilirlik grafik metoduyla (VGM) planlanmış yol üzerinde zaman optimal yörünge çalışması yapmışlardır [3].

Eroğlu, M. , 6 serbestlik dereceli bir manipülatörün Lagrange denkleminde yararlanarak manipülatör sisteminin dinamik modelini oluşturmuştur. Bilgisayar

simülasyonları yaparak eklemlere etki eden momentlerin atalet , merkezkaç ve coriolis ve yerçekimi etkisini zamanın fonksiyonu olarak incelemiştir [4].

Caner, U., İki serbestlik dereceli robot kolunun dinamik analizini ve kontrol simülasyonunu yapmıştır . Çalışmasında kontrol sistemi olarak hatanın integrali ve durum değişkenleri geri beslemesi (HİDG) kontrol sistemi kullanmış ve bu çalışmasında bu kontrol sisteminin robot kol kontrol dizaynı için avantajları üzerinde durmuştur [5].

Somlo , J . , and Cat , P . T . , Bozucu ve belirsiz parametrelere sahip manipölatör sistemi için uygun kontrol tasarımı sunmuşlardır [6].

Bu çalışma Şekil 2.1 de verilen hareketli iki serbestlik dereceli bir manipölatörün konum kontrol’u için yapılmıştır . Manipölatör sisteminin kollarının konum kontrol ‘unu yapmak için manipölatörün dinamik modelinin oluşturulması gerekmektedir . Bundan dolayı manipölatör sistemin dinamik modeli bölüm 3 ‘de Lagrange denklemi kullanılarak elde edilmiştir. Manipölatör sistemi nonlinear bir sistem olduğundan elde edilen dinamik model denklemleri de nonlineerdir. Sistem nonlinear olduğundan lineer sistemler için tasarlanmış kontrol yöntemleri kullanılabilmesi için manipölatörün nominal yörüngesinden küçük sapmalar için geçerli olan lineerleştirme işlemi yapılmıştır. Yapılan lineerleştirme işlemi bölüm 6 da verilmiştir . Daha sonra tasarlanan kontrol sisteminin manipölatör üzerindeki etkisi yapılan simülasyonlarla incelenmiştir .

2.MANİPÜLATÖR SİSTEMİNİN PARAMETRELERİNİN BELİRLENMESİ

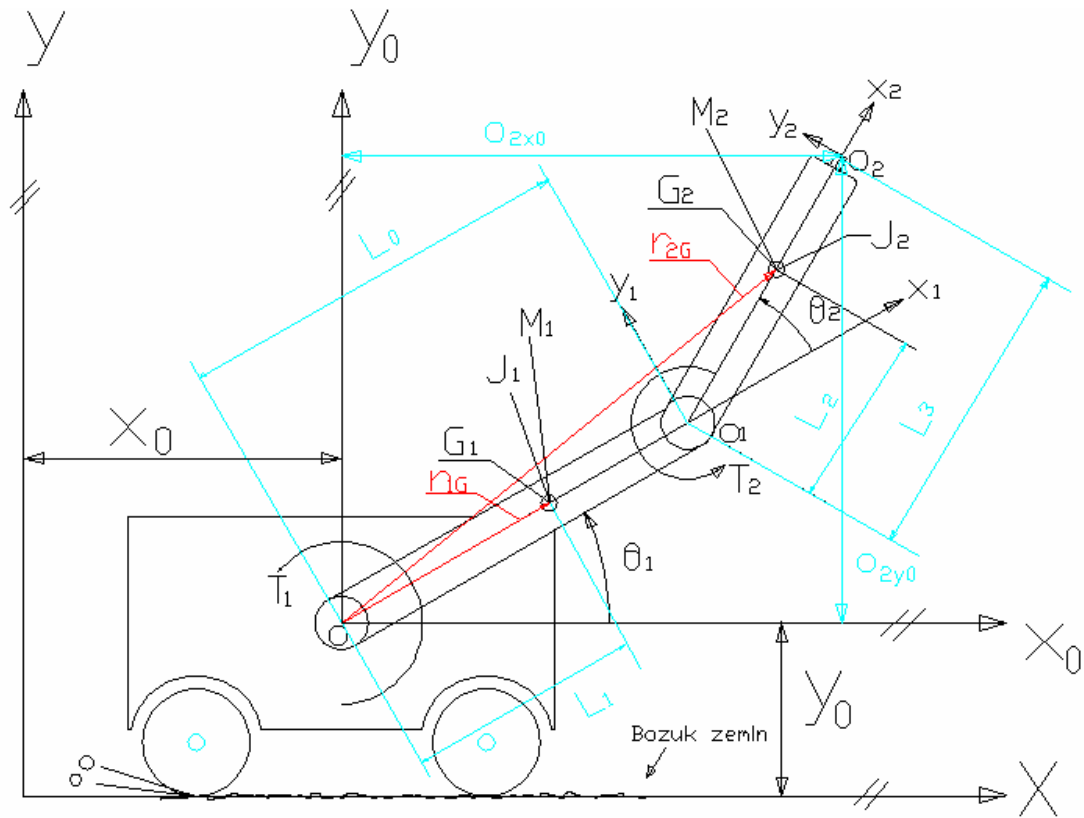
Bir robot manipülatör kolu , eklemler aracılığı ile birleştirilmiş kollardan meydana gelmektedir . Kollar genellikle seri bağlanırlar ve bu durumda açık bir kinematik zincir formundadırlar . Robot kolundaki elin pozisyon ve yönelimi kollar ve eklemler arasındaki ilişkiler , kinematik tanımlamalar yoluyla belirlenebilir . Bu matematiksel ilişkiler , seçilen koordinat sistemlerine bağlıdır . Koordinat sistemleri manipülatörün kinematiği dinamiği ve kontrol çalışmalarında önemli işlevlere sahiptir [5] .

Bir manipülatör sistemi analizinin başlangıcında , en yaygın uygulama koordinat sistemini belirlemektir [5] . Analizi yapılacak manipülatör için kartezyen koordinat sistemi kullanılmıştır . Manipülatör üzerindeki koordinatların yerleştirilmesi çok önemlidir . Çünkü yapılan bu çalışmada dinamik modelin oluşturulmasında Lagrange denklemi kullanılmıştır . Bu yöntemde dinamik modelin oluşturulabilmesi için seçilen koordinatların , manipülatörün eklem değişkenleri birbirinden bağımsız olması gereklidir . Örneğin manipülatör sisteminde eklem değişkenleri θ_1 ve θ_2 birbirinden bağımsız olacak şekilde yerleştirilmişlerdir . Hareketli manipülatörde iki adet döner eklem mevcuttur ve kollar seri bağlanmıştır . Şekil 2.1 de (x_0, y_0, z_0) koordinat sistemi merkezleri birinci eklem üzerine sabitlenmiştir . Eklemler kağıt düzlemine dik olan z_0 eksenini etrafında dönmektedirler . Hareketli manipülatör sistemi Şekil 2.1 de görüldüğü gibi x_0 ve y_0 yönlerinde harekete sahiptir .

Robot kollarının pozisyon ve yönelimleri ‘ Denavit Hartenberg ‘ gösterimi kullanılarak belirlenebilir. Bu yöntem serbestlik derecesi fazla olan sistemlerde kullanılması önemli ölçüde kolaylıklar getirmektedir . Bu çalışmada kollar 2 tane döner ekleme sahip olduğundan kolların pozisyon ve yönelimleri vektörel olarak direkt yazılabilmektedir . Bu vektörler kullanılarak kolların konumlarının hızları vektörel olarak bulunabilir . Robot eli ve kolları herhangi bir konumda bulunduğu zaman eklem değişkenleri bulunabilir . Bu işleme ters kinematik denmektedir .

2.1. Manipülâtör Sistemi ve Parametrelerinin Gösterimi

Manipülâtör sistemi ve belirlenen parametreleri Şekil 2.1 de gösterilmiştir .



Şekil. 2. 1. Hareketli iki serbestlik dereceli manipülâtör

θ_1 : Birinci eklemin açısal yer değıştirmesi .

θ_2 : İkinci eklemin açısal yer değıştirmesi .

T_1 : Birinci ekleme etki eden dönme momenti

T_2 : İkinci ekleme etki eden dönme momenti

O: Birinci eklemin koordinat merkezidir. x_0 ve y_0 yönlerinde harekete sahiptir.

O_1 : İkinci eklemin koordinat merkezidir .

G_1 : Birinci kolun kütle merkezidir .

G_2 : İkinci kolun kütle merkezidir .

O_2 : Robot elinin koordinat merkezidir .

$L_1: |OG_1|$ uzunluğudur . Birinci kolun O koordinat merkezinden G_1 kütle merkezine olan mesafedir .

$L_2: |O_1G_2|$ uzunluğudur . İkinci kolun O_1 koordinat merkezinden G_2 kütle merkezine olan mesafesidir .

$L_0: |OO_1|$ Birinci kolun boyu .

$L_3: |O_1O_2|$ İkinci kolun boyu .

M_1 : Birinci kolun kütlesi .

M_2 : İkinci kolun kütlesi .

r_{1G} : Birinci kolun x_0 ve y_0 koordinatlarına göre kütle merkezinin konumunun vektörel gösterimi .

r_{2G} : İkinci kolun x_0 ve y_0 koordinatlarına göre kütle merkezinin konumunun vektörel gösterimi.

J_1 : Birinci kolun kütleli atalet momenti .

J_2 : İkinci kolun kütleli atalet momenti .

3. MANİPÜLATÖR DİNAMİĞİ

Manipülör kontrol çalışmalarında genellikle ilk aşama manipülörün dinamik modelinin oluşturulmasıdır . Manipülör dinamik modeli , Lagrange denklemleri veya manipülörün serbest cisim diyagramı çizilerek Newton kanunları ile dinamik model oluşturulabilir . Bu çalışmada dinamik modelin oluşturulmasında Lagrange denkleminden faydalanılmıştır .

3.1. Lagrange Denklemi ve Manipülör Dinamiği

Serbestlik derecesi n olan bir manipülör sistemi, Lagrange denklemi Eş.3.1 yardımıyla ikinci mertebe diferansiyel denklem olarak Eş.3.2'deki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (3.1)$$

Eş.3.1' deki denkleminde L , Lagrange fonksiyonudur ve ;

$L = (\text{kinetik Enerji}) - (\text{potansiyel Enerji})$ dir.

q_i : genelleştirilmiş koordinatlardır.

$$Q_i = \frac{\text{Sisteme yalnızca } \delta q_i \text{ varyasyonu verildiğinde, dış kuvvetler tarafından yapılan iş}}{\delta q_i}$$

$$T_i = D_i(q) \ddot{q}_i + h_i(q, \dot{q}) \dot{q}_i + c_i(q) \quad i: 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

T_i : Eklemlere etki eden momenttir.

$D_i(q) \ddot{q}_i$: Kütlelerin ivmelenmesiyle oluşan etkiyi ifade eder. Atalet etkisidir .

$h_i(q, \dot{q}) \dot{q}_i$: Merkezkaç ve coriolis ivmelerinden kaynaklanan etkiyi ifade eder.

$c_i(q)$: Yerçekimi etkisini ifade etmektedir.

3.2.Lagrange Denklemi ile Manipülatör Dinamik Modelinin Oluşturulması

3.2.1. Manipülatörün eklem hızları

Manipülatör sisteminin kolları birbirine seri olarak bağlanmışlardır . Bu kolların kütle merkezlerinin hızlarını bulmak için önce kolların kütle merkezlerinin konumları vektörel olarak şekil 2.1 deki gibi gösterilmiştir. Daha sonra bu vektörel ifadelerin türevleri alınarak kolların hızları vektörel olarak bulunur . Kolların kütle merkezlerinin konumları O noktası referans alınarak x_0 ve y_0 eksenlerine göre vektörel ifadeleri Eş 3.3 ve Eş 3.5 de verilmiştir Kolların x_0 ve y_0 koordinatlarına göre hız ifadeleri Eş 3.4 ve Eş 3.6 da verilmektedir .

$$r_{1G} = [L_1 \cos(\theta_1)]i + [L_1 \sin(\theta_1)]j \quad (3.3)$$

$$\dot{r}_{1G} = [-L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1)]i + [L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1)]j \quad (3.4)$$

$$r_{2G} = [L_0 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)]i + [L_0 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)]j \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \dot{r}_{2G} = & [-L_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)]i \\ & + [L_0 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2)]j \end{aligned} \quad (3.6)$$

Kolların Eş.3.4 ve Eş.3.6 da bulunan hız ifadeleri O noktasına göre bulunan izafi hızlardır . Bu hız ifadelerine O noktasının x ve y eksenlerine göre x_0 ve y_0 yönlerindeki hızları da eklenerek kolların konumlarının mutlak hız ifadeleri Eş.3.7 ve Eş.3.8 deki gibi bulunabilir.

$$V_{1G} = [\dot{x}_0 - L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1)]i + [\dot{y}_0 + L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1)]j \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} V_{2G} = & [\dot{x}_0 - L_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)]i \\ & + [\dot{y}_0 + L_0 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2)]j \end{aligned} \quad (3.8)$$

3.2.2. Manipülâtör dinamik modelinin oluşturulması

Şekil 2.1 deki manipülâtörün dinamik modelini bulmak için Lagrange fonksiyonu yazılmalıdır . Bunun için önce kinetik enerji ve potansiyel enerji ifadelerinin yazılması gerekir . Eş.3.9 daki gibi kinetik enerji yazılırsa;

$$T = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} M_1 V_{1G}^2 + \frac{1}{2} J_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2} M_2 V_{2G}^2 \quad (3.9)$$

Eş.3.10 daki gibi potansiyel enerji yazılırsa;

$$P = M_1 g (L_1 \sin \theta_1 + y_0) + M_2 g [L_0 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + y_0] \quad (3.10)$$

Lagrange fonksiyonu kinetik enerji ile potansiyel enerjinin arasındaki farka eşitti . Kinetik ve potansiyel enerji ifadelerini kullanarak Lagrange fonksiyonunu Eş.3.11 deki gibi bulunur.

$$L = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} M_1 V_{1G}^2 + \frac{1}{2} J_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2} M_2 V_{2G}^2 - M_1 g (L_1 \sin \theta_1 + y_0) - M_2 g [L_0 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + y_0] \quad (3.11)$$

Bulunan bu Lagrange fonksiyonunda hız ifadelerini yerine koymak için hızların kareleri alınırsa aşağıdaki denklemler elde edilir .

$$V_{1G}^2 = [\dot{x}_0 - L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1)]^2 + [\dot{y}_0 + L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1)]^2 \quad (3.12)$$

$$V_{1G}^2 = \dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 - 2\dot{x}_0 L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) + 2\dot{y}_0 L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + L_1^2 \dot{\theta}_1^2 \quad (3.13)$$

$$V_{2G}^2 = [\dot{x}_0 - L_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2)]^2 \quad (3.14)$$

$$+ [\dot{y}_0 + L_0 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2)]^2$$

$$V_{2G}^2 = \dot{x}_0^2 + L_0^2 \dot{\theta}_1^2 \sin^2(\theta_1) + L_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \sin^2(\theta_1 + \theta_2) \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} & -2 \dot{x}_0 L_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - 2 \dot{x}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ & + 2L_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) + \dot{y}_0^2 + L_0^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2(\theta_1) \\ & + L_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cos^2(\theta_1 + \theta_2) + 2\dot{y}_0 L_0 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) \\ & + 2\dot{y}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) + 2L_0 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

$$V_{2G}^2 = \dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + L_0^2 \dot{\theta}_1^2 + L_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 - 2\dot{x}_0 L_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) + 2\dot{y}_0 L_0 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} & - 2\dot{x}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2\dot{y}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ & + 2L_0 \dot{\theta}_1 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_2) \end{aligned}$$

Hızların kareleri alındıktan sonra Eş.3.11 de yerlerine yazılırsa Eş.3.17'deki Lagrange fonksiyonu elde edilir . Eş.3.17'deki Lagrange fonksiyonu kullanılarak manipülör sisteminin dinamik denklemleri oluşturulabilir .

$$L = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} M_1 [\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 - 2\dot{x}_0 L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) + 2\dot{y}_0 L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + L_1^2 \dot{\theta}_1^2] \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{2} M_2 [\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + L_0^2 \dot{\theta}_1^2 + L_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 - 2\dot{x}_0 L_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) + 2\dot{y}_0 L_0 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) \\ & - 2\dot{x}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) + 2\dot{y}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) + 2L_0 \dot{\theta}_1 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_2)] \\ & + \frac{1}{2} J_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 - M_1 g (L_1 \sin(\theta_1) + y_0) - M_2 g [L_0 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + y_0] \end{aligned}$$

Aşağıda manipülatör sistemi için lagrange denklemi θ_1 ve θ_2 için yazılmıştır .

θ_1 için

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = T_1 \quad (3.19)$$

θ_2 için

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = T_2 \quad (3.20)$$

Yukarıda yazılmış olan lagrange denklemlerine göre lagrange fonksiyonunun türevleri alınır aşağıdaki denklemler elde edilir .

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = J_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + M_2 L_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) - M_2 \dot{x}_0 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (3.23)$$

$$+ M_2 \dot{y}_0 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + M_2 L_0 \dot{\theta}_1 L_2 \cos(\theta_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = -M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - M_2 \dot{x}_0 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (3.24)$$

$$- M_2 \dot{y}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_2 L_0 \dot{\theta}_1 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = J_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + M_1 L_1^2 \dot{\theta}_1 + M_2 L_0^2 \dot{\theta}_1 + J_1 \dot{\theta}_1 + M_2 L_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \quad (3.25)$$

$$- M_1 \dot{x}_0 L_1 \sin(\theta_1) + M_1 \dot{y}_0 L_1 \cos(\theta_1) - M_2 \dot{x}_0 L_0 \sin(\theta_1)$$

$$+ M_2 \dot{y}_0 L_0 \cos(\theta_1) - M_2 \dot{x}_0 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + M_2 \dot{y}_0 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

$$+ M_2 L_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_2) + M_2 L_0 \dot{\theta}_1 L_2 \cos(\theta_2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -M_1 \dot{x}_0 L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) - M_1 \dot{y}_0 L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - M_2 L_0 \dot{x}_0 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} & -M_2 \dot{y}_0 L_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - M_2 \dot{x}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ & -M_2 \dot{y}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_1 g L_1 \cos(\theta_1) - M_2 g L_0 \cos(\theta_1) \\ & -M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) = M_2 L_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + J_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) - M_2 \ddot{x}_0 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} & -M_2 \dot{x}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) + M_2 \ddot{y}_0 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ & -M_2 \dot{y}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) + M_2 L_0 \ddot{\theta}_1 L_2 \cos(\theta_2) \\ & -M_2 L_0 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 L_2 \sin(\theta_2) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) = J_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) + M_1 L_1^2 \ddot{\theta}_1 + M_2 L_0^2 \ddot{\theta}_1 + J_1 \ddot{\theta}_1 + M_2 L_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} & -M_1 \ddot{x}_0 L_1 \sin(\theta_1) - M_1 \dot{x}_0 L_1 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + M_1 \ddot{y}_0 L_1 \cos(\theta_1) \\ & -M_1 \dot{y}_0 L_1 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - M_2 \ddot{x}_0 L_0 \sin(\theta_1) - M_2 \dot{x}_0 L_0 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) \\ & + M_2 \ddot{y}_0 L_0 \cos(\theta_1) - M_2 \dot{y}_0 L_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - M_2 \ddot{x}_0 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ & -M_2 \dot{x}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) + M_2 \ddot{y}_0 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ & + M_2 \dot{y}_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) + M_2 L_0 L_2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos(\theta_2) \\ & -M_2 L_0 L_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) + M_2 L_0 \ddot{\theta}_1 L_2 \cos(\theta_2) - M_2 L_0 L_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) \end{aligned}$$

Lagrange fonksiyonunun θ_1, θ_2 , $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2$, t için türevleri alındıktan sonra Lagrange denkleminde alınan türevler yerlerine yazılırsa T_1 ve T_2 momentleri bulunarak manipülatör sisteminin hareketi için dinamik modeli oluşturulmuş olur. Aşağıda bulunan bu modeller vasıtasıyla manipülatörün istenilen herhangi

bir konumunda veya kolların izlemesi istenen yörünge boyunca uygulanması gereken momentler bulunabilir .

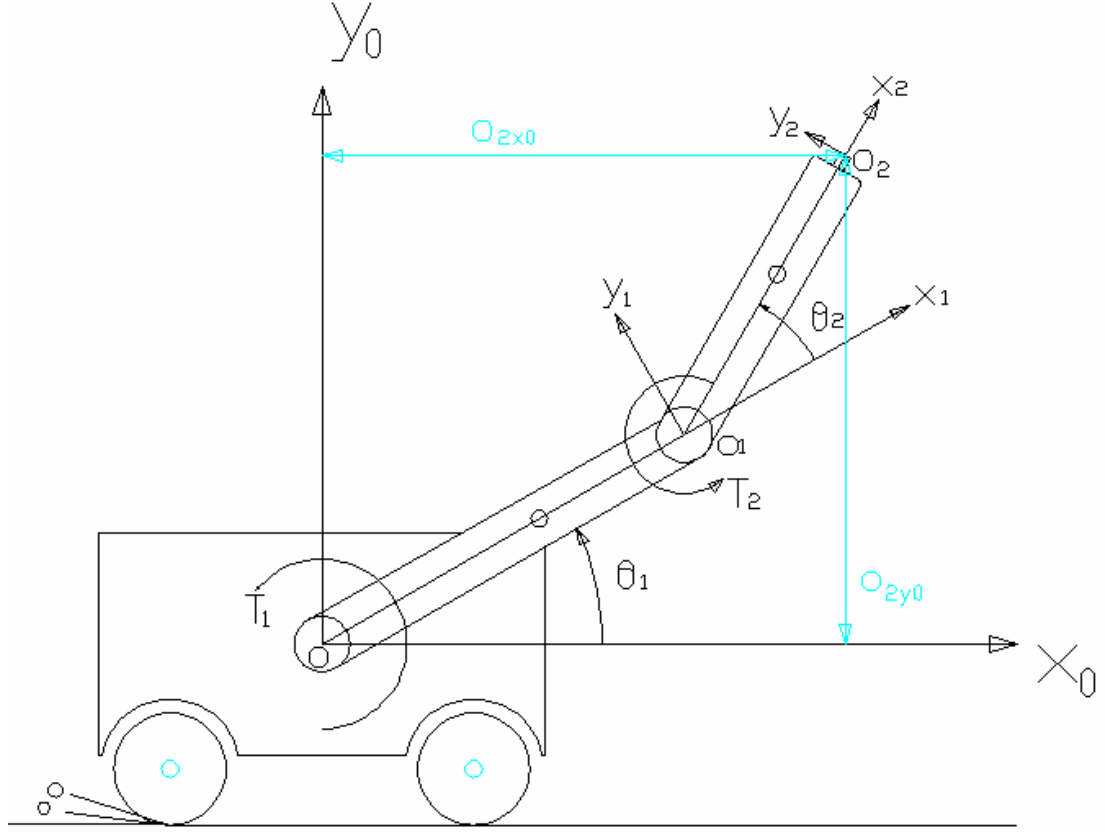
$$T_2 = \ddot{x}_0 [-M_2 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)] + \ddot{y}_0 [M_2 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)] \quad (3.29)$$

$$+ \ddot{\theta}_1 [M_2 L_2^2 + J_2 + M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_2)] + \ddot{\theta}_2 [M_2 L_2^2 + J_2] \\ + M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + M_2 L_0 \dot{\theta}_1^2 L_2 \sin(\theta_2)$$

$$T_1 = \ddot{x}_0 [-M_1 L_1 \sin(\theta_1) - M_2 L_0 \sin(\theta_1) - M_2 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)] \quad (3.30)$$

$$+ \ddot{y}_0 [M_1 L_1 \cos(\theta_1) + M_2 L_0 \cos(\theta_1) + M_2 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)] \\ + \ddot{\theta}_1 [J_2 + M_1 L_1^2 + M_2 L_0^2 + J_1 + M_2 L_2^2 + 2 M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_2)] \\ + \ddot{\theta}_2 [J_2 + M_2 L_2^2 + M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_2)] \\ - M_2 L_0 L_2 (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) \\ + M_1 g L_1 \cos(\theta_1) + M_2 g L_0 \cos(\theta_1) + M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

4. MANİPÜLATÖR SİSTEMİNİN YÖRÜNGE PLANI



Şekil 4.1. Yörünge planı için manipülatör sistemi

Manipülatör sisteminin yörünge planı O noktası referans alınarak O_2 noktasının hareketine göre yapılmıştır. O_2 noktasının konumu hızı ve ivmesi O noktasına göre tanımlanmıştır. O_2 noktası konumu x_0 ve y_0 koordinatlarına ayrılmıştır. Bu yönlerdeki hareket 5. dereceden polinomlar kullanılarak ifade edilebilir [14]. Burada polinomların derecesi 5 olması önemlidir. Çünkü 3 tane başlangıç 3 tanede son sınır şartı olmak üzere toplam 6 tane sınır şartı vardır.

$$O_{2x_0}(t) = O_{2x_0}(0) + a_1 t^5 + a_2 t^4 + a_3 t^3 + a_4 t^2 + a_5 t \quad (4.1)$$

$$O_{2y_0}(t) = O_{2y_0}(0) + b_1 t^5 + b_2 t^4 + b_3 t^3 + b_4 t^2 + b_5 t \quad (4.2)$$

Hız ve ivme sınır şartları

$$t=0 \text{ da } \dot{O}_{2x_0}=0 \quad \ddot{O}_{2x_0}=0 \quad \dot{O}_{2y_0}=0 \quad \ddot{O}_{2y_0}=0 \quad (4.3)$$

$$t=t_{son} \text{ da } \dot{O}_{2x_0}=0 \quad \ddot{O}_{2x_0}=0 \quad \dot{O}_{2y_0}=0 \quad \ddot{O}_{2y_0}=0 \quad (4.4)$$

$$\dot{O}_{2x_0}(t)=5a_1 t^4+4a_2 t^3+3a_3 t^2+2a_4 t+a_5 \quad (4.5)$$

$$\ddot{O}_{2x_0}(t)=20a_1 t^3+12a_2 t^2+6a_3 t+2a_4 \quad (4.6)$$

$$\dot{O}_{2y_0}(t)=5b_1 t^4+4b_2 t^3+3b_3 t^2+2b_4 t+b_5 \quad (4.7)$$

$$\ddot{O}_{2y_0}(t)=20b_1 t^3+12b_2 t^2+6b_3 t+2b_4 \quad (4.8)$$

$$t=0 \text{ da verilen sınır şartlarından } a_5=0 \quad a_4=0 \quad b_5=0 \quad b_4=0 \text{ olur.} \quad (4.9)$$

$t=t_s$ için

$$O_{2x_0}(t_s)=O_{2x_0}(0)+a_1 t_s^5+a_2 t_s^4+a_3 t_s^3 \quad (4.10)$$

$$\dot{O}_{2x_0}(t_s)=5a_1 t_s^4+4a_2 t_s^3+3a_3 t_s^2=0 \quad (4.11)$$

$$\ddot{O}_{2x_0}(t_s)=20a_1 t_s^3+12a_2 t_s^2+6a_3 t_s=0 \quad (4.12)$$

$$\begin{bmatrix} t_s^5 & t_s^4 & t_s^3 \\ 5t_s^4 & 4t_s^3 & 3t_s^2 \\ 20t_s^3 & 12t_s^2 & 6t_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{2x_0}(t_s)-O_{2x_0}(0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

y içinde yazılırsa

$$\begin{bmatrix} t_s^5 & t_s^4 & t_s^3 \\ 5t_s^4 & 4t_s^3 & 3t_s^2 \\ 20t_s^3 & 12t_s^2 & 6t_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{2y_0}(t_s)-O_{2y_0}(0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Eş 4.13 ve Eş 4.14 denklemlerinden polinom katsayıları bulunarak yörünge denklemleri yazılabilir;

$$0 \leq t \leq t_s \quad (4.15)$$

$$O_{2x_0}(t) = O_{2x_0}(0) + a_1 t^5 + a_2 t^4 + a_3 t^3 \quad (4.16)$$

$$\dot{O}_{2x_0}(t) = 5a_1 t^4 + 4a_2 t^3 + 3a_3 t^2 \quad (4.17)$$

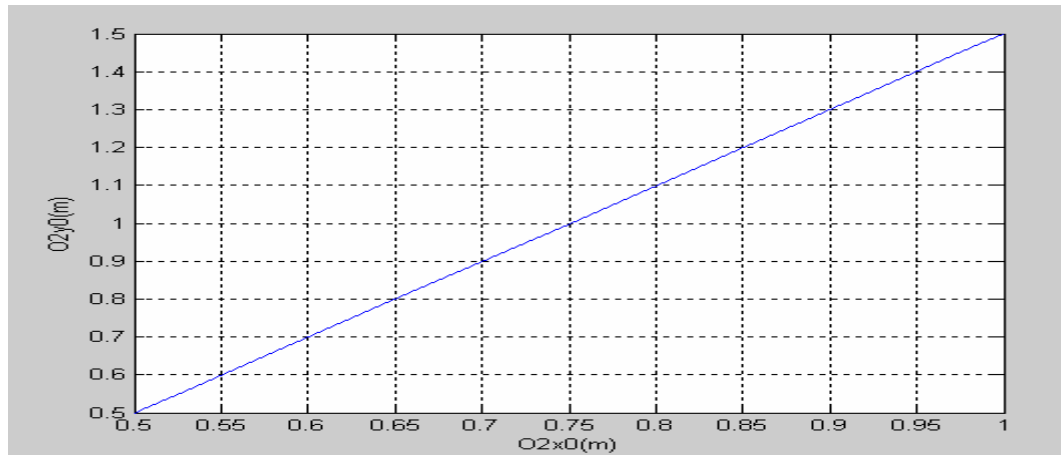
$$\ddot{O}_{2x_0}(t) = 20a_1 t^3 + 12a_2 t^2 + 6a_3 t \quad (4.18)$$

$$O_{2y_0}(t) = O_{2y_0}(0) + b_1 t^5 + b_2 t^4 + b_3 t^3 \quad (4.19)$$

$$\dot{O}_{2y_0}(t) = 5b_1 t^4 + 4b_2 t^3 + 3b_3 t^2 \quad (4.20)$$

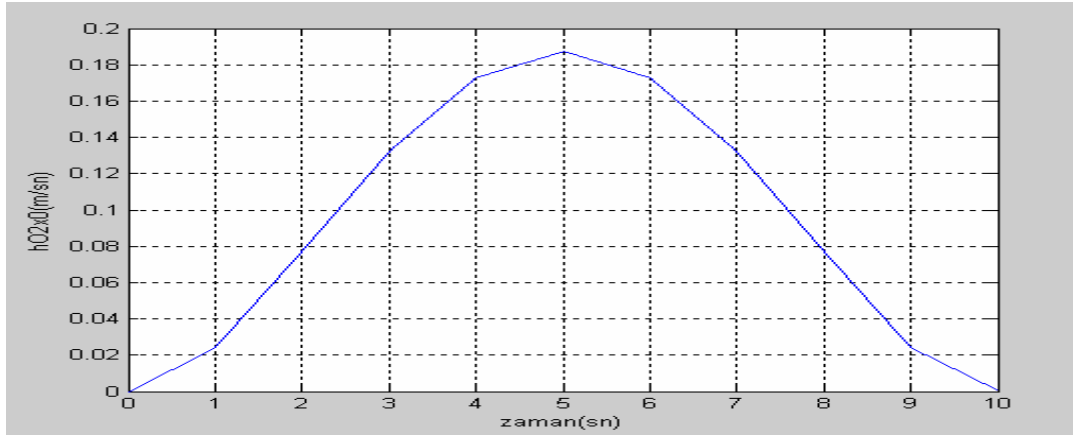
$$\ddot{O}_{2y_0}(t) = 20b_1 t^3 + 12b_2 t^2 + 6b_3 t \quad (4.21)$$

Manipülör sisteminin O_2 noktasına göre yörünge planı yapıldıktan sonra EK- 2 de verilen Matlab programı ile manipülörün O_2 noktasının (0.5,0.5) noktasından (1,1.5) noktasına hareketinin simülasyonu yapılmış ve O_2 noktasının konum hız ve ivme değişimi çizilmiştir . Çizilen grafikler aşağıdaki şekillerde verilmiştir .

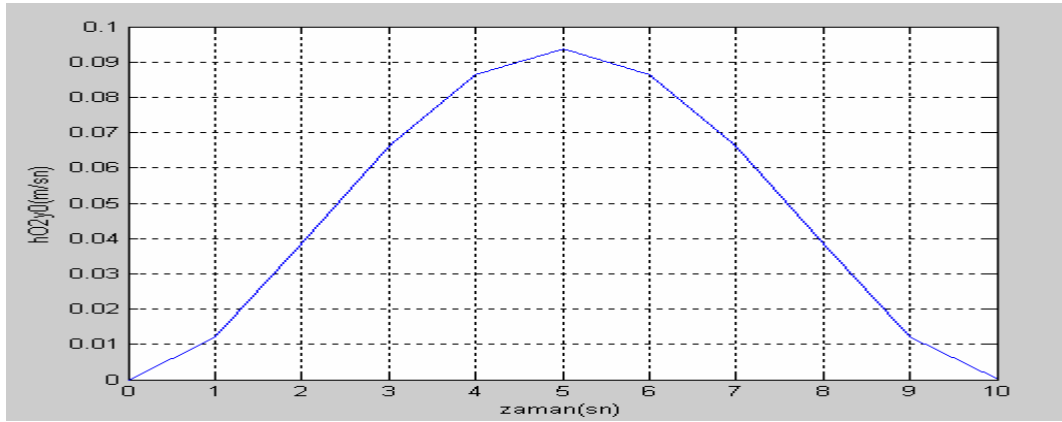


Şekil 4.2. O_2 noktasının x_0 ve y_0 koordinatlarına göre konumunun değişimi

Şekil 4.2 den de görüldüğü gibi O_2 noktasının yörünge hareketi yapılan yörünge planına göre bir doğrudur . İsteğe göre girilen sınır şartlarına göre O_2 noktasının yörüngesi hep bir doğru olacaktır .

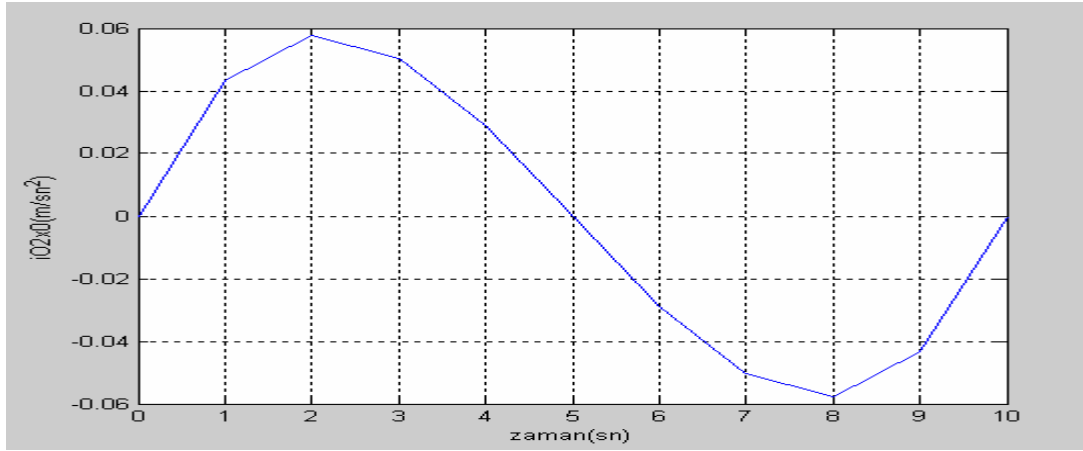


Şekil 4.3. O_2 noktasının x_0 yönündeki hızının zamana göre değişimi

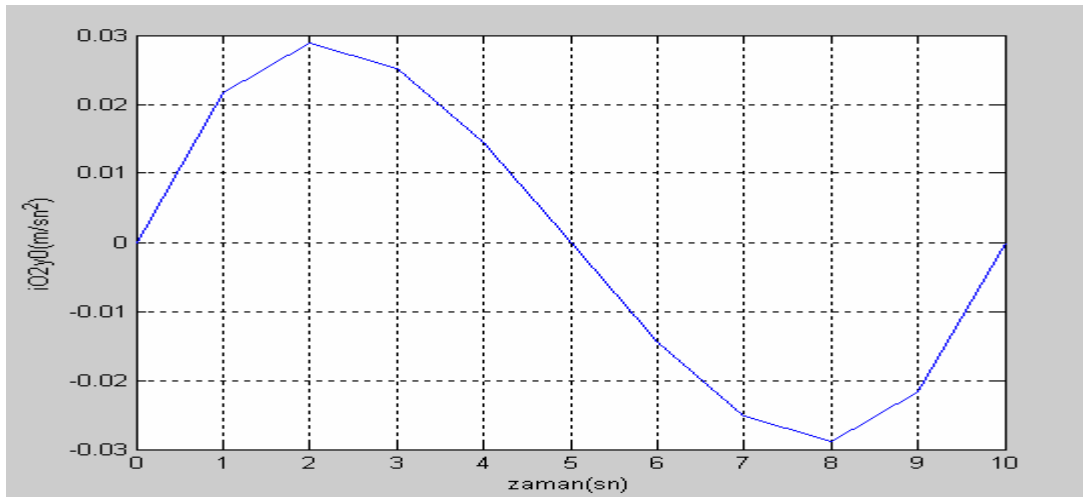


Şekil 4.4. O_2 noktasının y_0 yönündeki hızının zamana göre değişimi

Şekil 4.3 ve 4.4 teki O_2 noktasının hız grafiklerine bakıldığında O_2 noktasının başlangıç ve son hız sınır şartları O_2 noktasının yörünge planı yapılırken sıfır alınmıştır . Şekil 4.3 ve 4.4 den de görüldüğü gibi hareketin başlangıç ve bitiş anında hız sıfır olmaktadır . O_2 noktasının x_0 ve y_0 yönlerine ayrılan hızlarının grafiği Şekil 4.3 ve 4.4 den de görüldüğü gibi ters parabol şeklindedir.



Şekil 4.5. O_2 noktasının x_0 yönündeki ivmesinin zamana göre değişimi

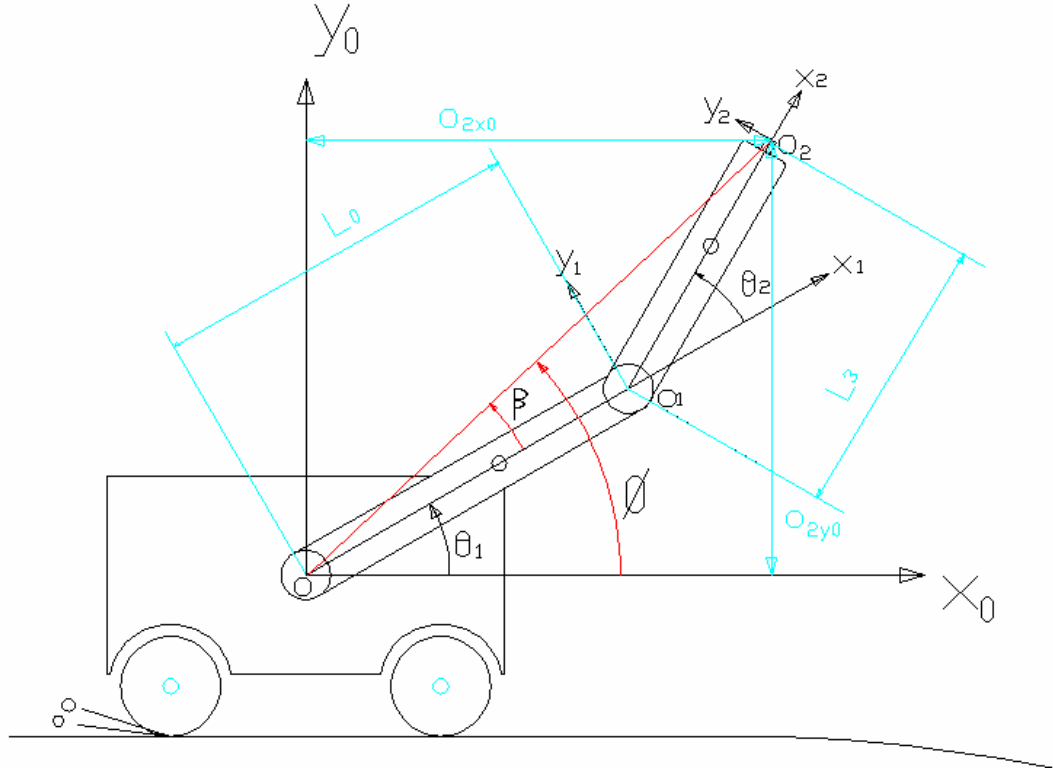


Şekil 4.6. O_2 noktasının y_0 yönündeki ivmesinin zamana göre değişimi

Manipülör sisteminin O_2 noktasının tasarlanan yörünge planında başlangıç anında ve hareketin bitiş anında ivme değerleri sıfır alınarak tasarlanmıştır. Şekil 4.5 ve 4.6 dan da görüldüğü gibi O_2 noktasının x_0 ve y_0 yönlerindeki hareketin başlangıç ve bitiş anında ivme değeri sıfırdır. x_0 ve y_0 yönlerinde hız grafiklerinde hız eğrilerinin maksimum olduğu noktalarda ivme değeri sıfırdır. Manipülör sisteminin tasarlanan ivme grafiklerine bakıldığında O_2 noktasının hareketinin ilk yarısında hızlanmakta ikinci yarısında yavaşlayarak sıfır olmaktadır.

Yörünge planı için çizilen yukarda ki grafikler verilen sınır şartları ve zamana ait grafiklerdir . Yörünge hareketi için farklı sınır şartları seçildiğinde bu grafiklerin boyutları değişecektir fakat çizilen eğrilerin karakteristiği değişmeyecektir . Yani O_2 noktasının x_0 ve y_0 yönlerindeki konum hareketi bir doğru hızı ise ters parabol şeklinde olacaktır.

5.MANİPÜLATÖR SİSTEMİNE TERS KİNEMATİĞİN UYGULANMASI



Şekil 5.1. Manipülör sistemi üzerinde ters kinematik parametrelerinin gösterimi

Manipülörün yörünge hesapları yapıldıktan sonra O_2 noktasının izleyeceği yörünge boyunca manipülörün kollarının konumu , hızı ve ivme değerleri yörünge boyunca ters kinematik vasıtasıyla hesaplanabilir .

$$O_{2x_0} = L_0 \cos(\theta_1) + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (5.1)$$

$$O_{2y_0} = L_0 \sin(\theta_1) + L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (5.2)$$

Şekil 5.1. deki manipülör sistemi için kosünüs teoremini yazılırsa Eş.5.3'deki ifade bulunur .

$$O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2 = L_0^2 + L_3^2 - 2 L_0 L_3 \cos(\pi - \theta_2) \quad (5.3)$$

$$\cos(\pi - \theta_2) = -\cos(\theta_2)$$

$$\cos(\theta_2) = \frac{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2 - L_0^2 - L_3^2}{2L_0L_3} \quad (5.4)$$

Buradan θ_2 çekilirse Eş.5.5 bulunur .

$$\theta_2 = \arccos \left[\frac{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2 - L_0^2 - L_3^2}{2L_0L_3} \right] \quad (5.5)$$

$$\Phi = \arctan \left[\frac{O_{2y_0}}{O_{2x_0}} \right] \quad (5.6)$$

$$\cos \beta \sqrt{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2} = L_0 + L_3 \cos(\theta_2) \quad (5.7)$$

$$\cos \beta \sqrt{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2} = L_0 + \frac{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2 - L_0^2 - L_3^2}{2L_0} \quad (5.8)$$

$$\cos \beta = \frac{L_0}{\sqrt{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2}} + \frac{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2 - L_0^2 - L_3^2}{2L_0 \sqrt{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2}} \quad (5.9)$$

$$\cos \beta = \frac{2L_0^2 + O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2 - L_0^2 - L_3^2}{2L_0 \sqrt{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2}} \quad (5.10)$$

$$\beta = \arccos \left[\frac{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2 + L_0^2 - L_3^2}{2L_0 \sqrt{O_{2x_0}^2 + O_{2y_0}^2}} \right] \quad (5.11)$$

$$\theta_1 = \Phi - \beta \quad (5.12)$$

$$O_{2x_0} = L_0 \cos(\theta_1) + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (5.13)$$

$$O_{2y_0} = L_0 \sin(\theta_1) + L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (5.14)$$

$$\dot{O}_{2x_0} = -L_0 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - L_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (5.15)$$

$$\dot{O}_{2y_0} = L_0 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + L_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (5.16)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{O}_{2x0} \\ \dot{O}_{2y0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_0 \sin \theta_1 - L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_0 \cos \theta_1 + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$K = \begin{bmatrix} -L_0 \sin \theta_1 - L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_0 \cos \theta_1 + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = K^{-1} \begin{bmatrix} \dot{O}_{2x0} \\ \dot{O}_{2y0} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} \ddot{O}_{2x0} = & -L_0 \ddot{\theta}_1 \sin(\theta_1) - L_0 \dot{\theta}_1^2 \cos(\theta_1) - L_3 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ & - L_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} \ddot{O}_{2y0} = & L_0 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1) - L_0 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1) + L_3 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ & - L_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} \ddot{O}_{2x0} + L_0 \dot{\theta}_1^2 \cos(\theta_1) + L_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) = & -L_0 \ddot{\theta}_1 \sin(\theta_1) \\ & - L_3 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} \ddot{O}_{2y0} + L_0 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1) + L_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \sin(\theta_1 + \theta_2) = & L_0 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1) \\ & + L_3 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (5.23)$$

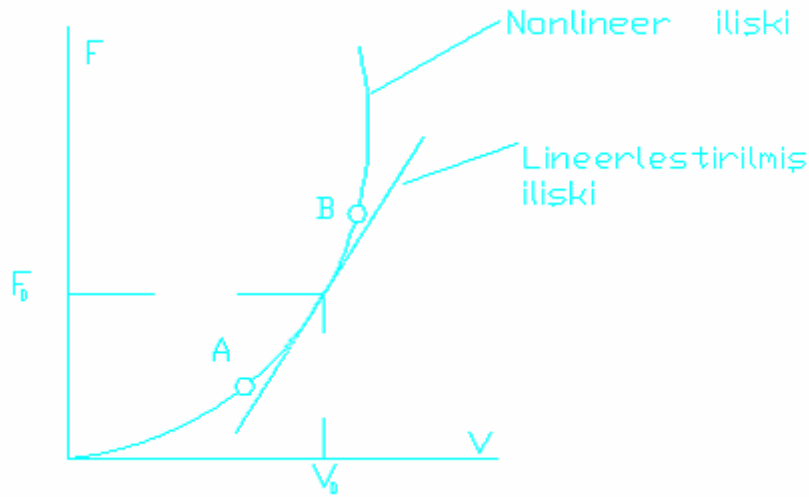
$$\begin{bmatrix} \ddot{O}_{2x0} + L_0 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 + L_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \ddot{O}_{2y0} + L_0 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 + L_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = K^{-1} \begin{bmatrix} \ddot{O}_{2x0} + L_0 \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 + L_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ \ddot{O}_{2y0} + L_0 \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 + L_3 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Eş.5.5 ve Eş.5.12 ye göre kolların konumları Eş.5.19 ve Eş.5.25 e göre de kolların açısal hızları ve açısal ivmeleri daha önce yapılan yörünge planında bulunan hız ve ivme değerleri yerlerine konarak bulunur .

6. LİNERLEEŞTİRME İŞLEMİ VE ÇALIŞMA NOKTASI SEÇİMİ

Nonlinear elemanların orijinal yapısal ilişkileri yerine , bir çalışma noktası (çalışma durumu) etrafında geçerli olmak üzere , lineer ilişkilerin kullanılmasına lineerleştirme işlemi denir [11].



Şekil 6.1. Çalışma noktası ve lineerleştirme işlemi

Klasik sistem dinamiği ve otomatik kontrol teorileri lineer sistemler esas alınarak geliştirilmiştir . Lineer olmayan sistemler çalışma durumları etrafında lineerleştirilirse lineer sistemler için geliştirilmiş güçlü metotlar kullanılabilir . Fakat sonuçlar çalışma durumu etrafında küçük sapmalar için geçerlidir[11].

6.1. Lineerleştirmede Taylor Serisi'nin Kullanımı

Lineerleştirme işlemi Taylor serisi açılımından yararlanılarak yapılabilir [9-12] . g gibi sıfıra eşit olan çok değişkenli bir fonksiyon verilmiş olsun .

$$g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0 \quad (6.1)$$

Bu fonksiyonun çalışma noktasında Taylor serisi açılımı Eş.6.2 'deki gibi yapılır.

$$g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \Big|_n + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_n \quad (6.2)$$

$$+\frac{1}{2} \sum_{i=1, j=1}^n \frac{\partial^2 g}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_n \delta x_i \delta x_j + \dots$$

Eş.6.2de n indisi nominal değerleri (çalışma noktası) göstermek için kullanılmaktadır. Nominal değer ile gerçek değer arasındaki sapma (deviasyon) miktarını veren denklem Eş.6.3 de verilmektedir .

$$x_i = x_{in} + \delta x_i \quad i=1, \dots, n \quad (6.3)$$

Almış olduğumuz g fonksiyonu sıfıra eşitti dolayısıyla çalışma noktasında da sıfıra eşit olacaktır . Eş.6.2 deki denklemde g fonksiyonunun çalışma noktasındaki değeri sıfır alınırsa ve 2. dereceden ve daha yüksek dereceden terimler 2. terim yanında küçük kalacağından atılırlarsa geriye sadece Eş.6.4 deki ifade kalır . Bu denklem Eş.6.1 in nominal (çalışma noktasında) sapmalar cinsinden ifade edilmiş şeklidir .

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_n \delta x_i = 0 \quad (6.4)$$

6.2. Türevlerin Deviasyonları ve Deviasyonların Türevleri Arasındaki İlişki

Türevin deviasyonu ile deviasyonun türevi arasındaki ilişki Eş.6.5'deki gibi verilmektedir[11] .

$$\delta \left(\frac{d^n x}{dt^n} \right) = \frac{d^n}{dt^n} (\delta x) - \left(\frac{d^n x}{dt^n} \right)_n \quad (6.5)$$

Türevlerin sıfır olduğu sistem durumu sürekli durum , sürekli hal ,statik denge durumu yada durağan durum terimleriyle tanımlanır . Eğer bu durum , sistemi lineerleştirmek için çalışma noktası olarak seçilmişse Eş.6.5 ,Eş.6.6 halini alır[11].

$$\delta \left(\frac{d^n x}{dt^n} \right) = \frac{d^n}{dt^n} (\delta x) \quad (6.6)$$

6.3. Manipülör Sisteminin Bulunan Dinamik Modelinin Lineerleştirilmesi

Bölüm 6.1 ve 6.2 de anlatılan yöntemle göre manipülör sisteminin lineerleştirilmesi aşağıdaki gibi yapılmaktadır . Burada önce birinci eklem için lineerleştirme işlemi yapılmıştır . Lineerleştirme işlemini yapmak için T_1 moment ifadesinde T_1 eşitliğin karşı tarafına atılarak Eş.6.7'deki gibi bir f_1 fonksiyonu elde edilmiştir . Daha sonra f_1 fonksiyonunun nominal değerlerde (çalışma noktası) türevleri alınmıştır . Alınan türevler Eş.6.4 de yerlerine konarak manipülör sisteminin sapmalar cinsinden dinamik modeli oluşturulmuştur . Daha sonra türevlerle sapmalar arasındaki ilişkide göz önüne alınarak manipülör sisteminin lineerleştirilmiş ilişkisi elde edilmiştir .

$$f_1(\ddot{x}_0, \ddot{y}_0, \ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \theta_1, \theta_2, T_1) = 0 \quad (6.7)$$

$$f_1 = [-M_1 L_1 \sin(\theta_1) - M_2 L_0 \sin(\theta_1) - M_2 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)] \ddot{x}_0 \quad (6.8)$$

$$+ [M_1 L_1 \cos(\theta_1) + M_2 L_0 \cos(\theta_1) + M_2 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)] \ddot{y}_0$$

$$+ [J_1 + M_1 L_1^2 + J_2 + M_2 L_0^2 + M_2 L_2^2 + 2 M_2 L_2 L_0 \cos(\theta_2)] \ddot{\theta}_1$$

$$+ [J_2 + M_2 L_2^2 + M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_2)] \ddot{\theta}_2 - M_2 L_0 L_2 (2 \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2$$

$$+ M_1 g L_1 \cos(\theta_1) + M_2 g L_0 \cos(\theta_1) + M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - T_1$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \ddot{x}_0} \right|_n = -M_1 L_1 \sin(\theta_{1n}) - M_2 L_0 \sin(\theta_{1n}) - M_2 L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \quad (6.9)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \ddot{y}_0} \right|_n = M_1 L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \quad (6.10)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \ddot{\theta}_1} \right|_n = J_1 + M_1 L_1^2 + J_2 + M_2 L_0^2 + M_2 L_2^2 + 2 M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_{2n}) \quad (6.11)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \ddot{\theta}_2} \right|_n = J_2 + M_2 L_2^2 + M_2 L_2 L_0 \cos(\theta_{2n}) \quad (6.12)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \dot{\theta}_1} \right|_n = -2 M_2 L_0 L_2 \sin(\theta_{2n}) \dot{\theta}_{2n} \quad (6.13)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \dot{\theta}_2} \right|_n = -M_2 L_0 L_2 (2 \dot{\theta}_{1n} + 2 \dot{\theta}_{2n}) \sin(\theta_{2n}) \quad (6.14)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} \right|_n = [-M_1 L_1 \cos(\theta_{1n}) - M_2 L_0 \cos(\theta_{1n}) - M_2 L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})] \ddot{x}_{0n} \quad (6.15)$$

$$+ [-M_1 L_1 \sin(\theta_{1n}) - M_2 L_0 \sin(\theta_{1n}) - M_2 L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})] \ddot{y}_{0n}$$

$$+ [-M_1 g L_1 \sin(\theta_{1n}) - M_2 g L_0 \sin(\theta_{1n}) - M_2 g L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})]$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \right|_n = [-2 M_2 L_0 L_2 \sin(\theta_{2n})] \ddot{\theta}_{1n} + [-M_2 L_0 L_2 \sin(\theta_{2n})] \ddot{\theta}_{2n} \quad (6.16)$$

$$+ [-M_2 L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})] \ddot{x}_{0n} + [-M_2 L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})] \ddot{y}_{0n}$$

$$+ [-M_2 L_0 L_2 (2 \dot{\theta}_{1n} + 2 \dot{\theta}_{2n}) \dot{\theta}_{2n} \cos(\theta_{2n})]$$

$$- M_2 g L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial T_1} \right|_n = -1 \quad (6.17)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \ddot{x}_0} \right|_n = a_1 \quad \left. \frac{\partial f_1}{\partial \ddot{y}_0} \right|_n = b_1 \quad \left. \frac{\partial f_1}{\partial \ddot{\theta}_1} \right|_n = c_1 \quad \left. \frac{\partial f_1}{\partial \ddot{\theta}_2} \right|_n = d_1 \quad (6.18)$$

$$\left. \frac{\partial f_1}{\partial \dot{\theta}_1} \right|_n = e_1 \quad \left. \frac{\partial f_1}{\partial \dot{\theta}_2} \right|_n = f_1 \quad \left. \frac{\partial f_1}{\partial \theta_1} \right|_n = g_1 \quad \left. \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \right|_n = h_1 \quad (6.19)$$

Eş.6.4 e göre Lineerleştirilmiş ilişki yazılırsa Eş.6.20 elde edilir.

$$a_1 \delta \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right) + b_1 \delta \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right) + c_1 \delta \left(\frac{d^2 \theta_1}{dt^2} \right) + d_1 \delta \left(\frac{d^2 \theta_2}{dt^2} \right) + e_1 \delta \left(\frac{d \theta_1}{dt} \right) + f_1 \delta \left(\frac{d \theta_2}{dt} \right) \quad (6.20)$$

$$+ g_1 \delta \theta_1 + h_1 \delta \theta_2 - \delta T_1 = 0$$

Eş.6.5 'deki türevin deviasyonu ile deviasyonun türevi arasındaki ilişki Eş.6.20 de yerine yazılırsa Eş.6.21 bulunur .

$$\begin{aligned}
& a_1 \left[\frac{d^2}{dt^2}(\delta x_0) - \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right)_n \right] + b_1 \left[\frac{d^2}{dt^2}(\delta y_0) - \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right)_n \right] + c_1 \left[\frac{d^2}{dt^2}(\delta \theta_1) - \left(\frac{d^2 \theta_1}{dt^2} \right)_n \right] \\
& + d_1 \left[\frac{d^2}{dt^2}(\delta \theta_2) - \left(\frac{d^2 \theta_2}{dt^2} \right)_n \right] + e_1 \left[\frac{d}{dt}(\delta \theta_1) - \left(\frac{d \theta_1}{dt} \right)_n \right] + f_1 \left[\frac{d}{dt}(\delta \theta_2) - \left(\frac{d \theta_2}{dt} \right)_n \right] \quad (6.21)
\end{aligned}$$

$$+ g_1 \delta \theta_1 + h_1 \delta \theta_2 - T_1 + T_{1n} = 0$$

$$\begin{aligned}
& a_1 \frac{d^2}{dt^2}(\delta x_0) + b_1 \frac{d^2}{dt^2}(\delta y_0) + c_1 \frac{d^2}{dt^2}(\delta \theta_1) + d_1 \frac{d^2}{dt^2}(\delta \theta_2) + e_1 \frac{d}{dt}(\delta \theta_1) + f_1 \frac{d}{dt}(\delta \theta_2) \\
& + g_1 \delta \theta_1 + h_1 \delta \theta_2 - T_1 + T_{1n} - a_1 \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right)_n - b_1 \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right)_n - c_1 \left(\frac{d^2 \theta_1}{dt^2} \right)_n - d_1 \left(\frac{d^2 \theta_2}{dt^2} \right)_n \\
& - e_1 \left(\frac{d \theta_1}{dt} \right)_n - f_1 \left(\frac{d \theta_2}{dt} \right)_n = 0 \quad (6.22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_1 &= a_1 \frac{d^2}{dt^2}(x_0 - x_{0n}) + b_1 \frac{d^2}{dt^2}(y_0 - y_{0n}) + c_1 \frac{d^2}{dt^2}(\theta_1 - \theta_{1n}) + d_1 \frac{d^2}{dt^2}(\theta_2 - \theta_{2n}) \\
& + e_1 \frac{d}{dt}(\theta_1 - \theta_{1n}) + f_1 \frac{d}{dt}(\theta_2 - \theta_{2n}) + g_1(\theta_1 - \theta_{1n}) + h_1(\theta_2 - \theta_{2n}) + T_{1n} - a_1 \ddot{x}_{0n} \quad (6.23) \\
& - b_1 \ddot{y}_{0n} - c_1 \ddot{\theta}_{1n} - d_1 \ddot{\theta}_{2n} - e_1 \dot{\theta}_{1n} - f_1 \dot{\theta}_{2n}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_1 &= a_1 \ddot{x}_0 + b_1 \ddot{y}_0 + c_1 \ddot{\theta}_1 + d_1 \ddot{\theta}_2 + e_1 \dot{\theta}_1 + f_1 \dot{\theta}_2 + g_1 \theta_1 - g_1 \theta_{1n} \\
& + h_1 \theta_2 - h_1 \theta_{2n} + T_{1n} - a_1 \ddot{x}_{0n} - b_1 \ddot{y}_{0n} - c_1 \ddot{\theta}_{1n} - d_1 \ddot{\theta}_{2n} - e_1 \dot{\theta}_{1n} - f_1 \dot{\theta}_{2n} \quad (6.24)
\end{aligned}$$

Eş.3.30 daki T_1 moment ifadesi çalışma noktasında da geçerlidir ve değeri çalışma noktasında $T_1 = T_{1n}$ olur. Çalışma noktasında (nominal değerde) T_1 moment ifadesi yazılırsa Eş.6.25 elde edilir.

$$\begin{aligned}
T_{1n} = & \ddot{x}_{0n}[-M_1 L_1 \sin(\theta_{1n}) - M_2 L_0 \sin(\theta_{1n}) - M_2 L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})] \\
& + \ddot{y}_{0n}[M_1 L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})] \\
& + \ddot{\theta}_{1n}[J_2 + M_1 L_1^2 + M_2 L_0^2 + J_1 + M_2 L_2^2 + 2M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_{2n})] \\
& + \ddot{\theta}_{2n}[J_2 + M_2 L_2^2 + M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_{2n})] - M_2 L_0 L_2 (2\dot{\theta}_{1n} + \dot{\theta}_{2n})\dot{\theta}_{2n} \sin(\theta_{2n}) \\
& + M_1 g L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})
\end{aligned} \tag{6.25}$$

$$\begin{aligned}
T_{1n} = & \ddot{x}_{0n} a_1 + \ddot{y}_{0n} b_1 + \ddot{\theta}_{1n} c_1 + \ddot{\theta}_{2n} d_1 - M_2 L_0 L_2 (2\dot{\theta}_{1n} + \dot{\theta}_{2n})\dot{\theta}_{2n} \sin(\theta_{2n}) \\
& + M_1 g L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})
\end{aligned} \tag{6.26}$$

Eş.6.24 de bulunan lineerleştirilmiş T_1 moment ifadesinde T_{1n} moment değeri yerine yazılırsa Eş.6.27 elde edilir .

$$\begin{aligned}
T_1 = & a_1 \ddot{x}_0 + b_1 \ddot{y}_0 + c_1 \ddot{\theta}_1 + d_1 \ddot{\theta}_2 + e_1 \dot{\theta}_1 + f_1 \dot{\theta}_2 + g_1 \theta_1 + h_1 \theta_2 + g_1 \theta_{1n} \\
& - h_1 \theta_{2n} - e_1 \dot{\theta}_{1n} - f_1 \dot{\theta}_{2n} - M_2 L_0 L_2 (2\dot{\theta}_{1n} + \dot{\theta}_{2n})\dot{\theta}_{2n} \sin(\theta_{2n}) \\
& + M_1 g L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})
\end{aligned} \tag{6.27}$$

Eş.6.27 deki ifadede $\dot{\theta}_{1n}$ ve $\dot{\theta}_{2n}$ hızların katsayıları olan e_1 ve f_1 ifadeleri yerlerine yazılırsa Eş.6.28 elde edilir .

$$\begin{aligned}
T_1 = & a_1 \ddot{x}_0 + b_1 \ddot{y}_0 + c_1 \ddot{\theta}_1 + d_1 \ddot{\theta}_2 + e_1 \dot{\theta}_1 + f_1 \dot{\theta}_2 + g_1 \theta_1 + h_1 \theta_2 + g_1 \theta_{1n} - h_1 \theta_{2n} \\
& + 2M_2 L_0 L_2 \sin(\theta_{2n})\dot{\theta}_{2n}\dot{\theta}_{1n} + M_2 L_0 L_2 (2\dot{\theta}_{1n} + 2\dot{\theta}_{2n})\sin(\theta_{2n})\dot{\theta}_{2n} \\
& - M_2 L_0 L_2 (2\dot{\theta}_{1n} + \dot{\theta}_{2n})\dot{\theta}_{2n} \sin(\theta_{2n}) \\
& + M_1 g L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})
\end{aligned} \tag{6.28}$$

$$T_1 = a_1 \ddot{x}_0 + b_1 \ddot{y}_0 + c_1 \ddot{\theta}_1 + d_1 \ddot{\theta}_2 + e_1 \dot{\theta}_1 + f_1 \dot{\theta}_2 + g_1 \theta_1 + h_1 \theta_2 + g_1 \theta_{1n} - h_1 \theta_{2n} \\ + M_2 L_0 L_2 (2\dot{\theta}_{1n} + \dot{\theta}_{2n}) \dot{\theta}_{2n} \sin(\theta_{2n}) \quad (6.29)$$

$$+ M_1 g L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \\ k_1 = g_1 \theta_{1n} - h_1 \theta_{2n} + M_2 L_0 L_2 (2\dot{\theta}_{1n} + \dot{\theta}_{2n}) \dot{\theta}_{2n} \sin(\theta_{2n}) \quad (6.30) \\ + M_1 g L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})$$

$$T_1 = a_1 \ddot{x}_0 + b_1 \ddot{y}_0 + c_1 \ddot{\theta}_1 + d_1 \ddot{\theta}_2 + e_1 \dot{\theta}_1 + f_1 \dot{\theta}_2 + g_1 \theta_1 + h_1 \theta_2 + k_1 \quad (6.31)$$

Eş.6.31 nominal değerde T_1 ifadesinin konum etrafında lineerleştirilmiş halidir.

Eğer lineerleştirme işlemi kollar için durağan hal olarak seçilirse durağan halde türevin deviasyonu ile deviasyonun türevi çalışma noktasında birbirlerine eşittir [11]. Eş.6.6 daki ifade göz önüne alınarak manipülatör sistemi x_0 ve y_0 yönlerinde harekete sahip ve kollar durağan halde iken lineerleştirme işlemi yapılırsa Eş.6.20 tekrar düzenlenerek Eş.6.32 elde edilir .

$$a_1 \left[\frac{d^2}{dt^2} (\delta x_0) - \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right)_n \right] + b_1 \left[\frac{d^2}{dt^2} (\delta y_0) - \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right)_n \right] + c_1 \frac{d^2}{dt^2} (\delta \theta_1) \quad (6.32)$$

$$+ d_1 \frac{d^2}{dt^2} (\delta \theta_2) + e_1 \frac{d}{dt} (\delta \theta_1) + f_1 \frac{d}{dt} (\delta \theta_2) + g_1 \delta \theta_1 + h_1 \delta \theta_2 - \delta T_1 = 0$$

Eş.6.32 de sapma miktarları yerlerine yazılırsa Eş.6.33 elde edilir . Elde edilen denklemde türevler alınırsa Eş.6.34 elde edilir.

$$\begin{aligned}
& a_1 \frac{d^2}{dt^2}(x_0 - x_{0n}) + b_1 \frac{d^2}{dt^2}(y_0 - y_{0n}) + c_1 \frac{d^2}{dt^2}(\theta_1 - \theta_{1n}) + d_1 \frac{d^2}{dt^2}(\theta_2 - \theta_{2n}) \\
& + e_1 \frac{d}{dt}(\theta_1 - \theta_{1n}) + f_1 \frac{d}{dt}(\theta_2 - \theta_{2n}) + g_1(\theta_1 - \theta_{1n}) + h_1(\theta_2 - \theta_{2n}) - (T_1 - T_{1n}) \quad (6.33)
\end{aligned}$$

$$-a_1 \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right)_n - b_1 \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right)_n = 0$$

$$T_1 = a_1 \ddot{x}_0 + b_1 \ddot{y}_0 + c_1 \ddot{\theta}_1 + d_1 \ddot{\theta}_2 + e_1 \dot{\theta}_1 + f_1 \dot{\theta}_2 + g_1 \theta_1 + h_1 \theta_2 \quad (6.34)$$

$$-g_1 \theta_{1n} - h_1 \theta_{2n} + T_{1n} - a_1 \ddot{x}_{0n} - b_1 \ddot{y}_{0n}$$

Çalışma noktasında kollar durağan halde iken ve manipülatör sistemi x_0 ve y_0 yönlerinde harekete sahip iken T_1 moment ifadesinde kolların açısal hız ve ivme değerleri sıfır alınırsa Eş.6.35 elde edilir.

$$T_{1n} = a_1 \ddot{x}_{0n} + b_1 \ddot{y}_{0n} + M_1 g L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \quad (6.35)$$

$$T_1 = a_1 \ddot{x}_0 + b_1 \ddot{y}_0 + c_1 \ddot{\theta}_1 + d_1 \ddot{\theta}_2 + e_1 \dot{\theta}_1 + f_1 \dot{\theta}_2 + g_1 \theta_1 + h_1 \theta_2 - g_1 \theta_{1n} - h_1 \theta_{2n} \quad (6.36)$$

$$+ M_1 g L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})$$

Kollar durağan halde iken ve x_0 ve y_0 yönlerinde harekete sahip iken $\dot{\theta}_{1n}, \dot{\theta}_{2n}, \ddot{\theta}_{1n}$ ve $\ddot{\theta}_{2n}$ nominal değerde ki açısal hız ve ivme değerleri sıfır olacağından lineerleştirme katsayılarından e_1 ve f_1 katsayıları durağan halde iken sıfır olur. Eş.6.16 daki h_1 katsayısı içindeki nominal değerdeki açısal hız ve ivme değerleri de sıfır olur. Dolayısıyla h_1 katsayısı aşağıdaki gibi olur.

$$\begin{aligned}
h_1 = \frac{\partial f_1}{\partial \theta_2} \Big|_n &= [-M_2 L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})] \ddot{x}_{0n} + [-M_2 L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})] \ddot{y}_{0n} \\
&\quad - M_2 g L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})
\end{aligned}$$

$$k_1 = -g_1 \theta_{1n} - h_1 \theta_{2n} + M_1 g L_1 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_0 \cos(\theta_{1n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})$$

$$T_1 = a_1 \ddot{x}_0 + b_1 \ddot{y}_0 + c_1 \ddot{\theta}_1 + d_1 \ddot{\theta}_2 + g_1 \theta_1 + h_1 \theta_2 + k_1 \quad (6.37)$$

Konum etrafında lineerleştirilmiş T_1 ifadesi Eş.6.29 , durağan durum etrafında lineerleştirilmiş T_1 ifadesi Eş.6.37 ‘deki gibidir. Konum etrafında lineerleştirmede nominal değerdeki türev ifadeleri sıfır alınırsa durağan durumdaki lineerleştirilmiş ilişkiye eşit olmaktadır . Dolayısıyla konum etrafındaki lineerleştirme durağan durum etrafındaki lineerleştirmeyi de kapsamaktadır . Burada $a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, f_1, g_1, h_1$ ve k_1 ifadeleri nominal (Çalışma noktasında) değerlerde birer katsayıdır. Bu katsayılar manipülatör sisteminin izleyeceği yörünge boyunca devamlı güncellenmektedir .

T_2 için de lineerleştirme işlemini T_1 moment ifadesindeki gibi yapılırsa aşağıdaki denklemler elde edilir .

$$f_2 (\ddot{x}_0, \ddot{y}_0, \ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2, \dot{\theta}_1, \theta_1, \theta_2, T_2) = 0 \quad (6.38)$$

$$f_2 = [-M_2 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)] \ddot{x}_0 + [M_2 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)] \ddot{y}_0 \quad (6.39)$$

$$+ [J_2 + M_2 L_2^2 + M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_2)] \ddot{\theta}_1 + [J_2 + M_2 L_2^2] \ddot{\theta}_2 \\ + [M_2 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)] \ddot{y} + M_2 L_0 L_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2) + M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - T_2 = 0$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial \ddot{x}_0} \right|_n = -M_2 L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \quad (6.40)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial \ddot{y}_0} \right|_n = M_2 L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \quad (6.41)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial \ddot{\theta}_1} \right|_n = J_2 + M_2 L_2^2 + M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_{2n}) \quad (6.42)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial \ddot{\theta}_2} \right|_n = J_2 + M_2 L_2^2 \quad (6.43)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial \dot{\theta}_1} \right|_n = 2 M_2 L_0 L_2 \dot{\theta}_{1n} \sin(\theta_{2n}) \quad (6.44)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} \right|_n = -M_2 L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \ddot{x}_{0n} - M_2 L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \ddot{y}_{0n} \quad (6.45)$$

$$-M_2 g L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \right|_n = -M_2 L_0 L_2 \sin(\theta_{2n}) \ddot{\theta}_{1n} - M_2 L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \ddot{x}_{0n} \quad (6.46)$$

$$-M_2 L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \ddot{y}_{0n} + M_2 L_0 L_2 \dot{\theta}_{1n}^2 \cos(\theta_{2n})$$

$$-M_2 g L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial T_2} \right|_n = -1 \quad (6.47)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial \ddot{x}_0} \right|_n = a_2 \quad \left. \frac{\partial f_2}{\partial \ddot{y}_0} \right|_n = b_2 \quad \left. \frac{\partial f_2}{\partial \ddot{\theta}_1} \right|_n = c_2 \quad \left. \frac{\partial f_2}{\partial \ddot{\theta}_2} \right|_n = d_2 \quad (6.48)$$

$$\left. \frac{\partial f_2}{\partial \dot{\theta}_1} \right|_n = e_2 \quad \left. \frac{\partial f_2}{\partial \theta_1} \right|_n = g_2 \quad \left. \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \right|_n = h_2 \quad (6.49)$$

$$a_2 \delta \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right) + b_2 \delta \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right) + c_2 \delta \left(\frac{d^2 \theta_1}{dt^2} \right) + d_2 \delta \left(\frac{d^2 \theta_2}{dt^2} \right) + e_2 \delta \left(\frac{d \theta_1}{dt} \right) \quad (6.50)$$

$$+ g_2 \delta \theta_1 + h_2 \delta \theta_2 - \delta T_2 = 0$$

Lineerleştirme işlemi konum etrafında yapılırsa deviasyonun türevi ile türevin deviasyonu arasındaki ilişki Eş.6.5 deki gibidir . Eş.6.5 deki ilişki Eş.6.50 de yerine yazılırsa konum etrafındaki lineerleştirilmiş ilişki Eş.6.51 deki gibi bulunur .

$$a_2 \left[\frac{d^2}{dt^2} (\delta x_0) - \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right)_n \right] + b_2 \left[\frac{d^2}{dt^2} (\delta y_0) - \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right)_n \right] + c_2 \left[\frac{d^2}{dt^2} (\delta \theta_1) - \left(\frac{d^2 \theta_1}{dt^2} \right)_n \right] \quad (6.51)$$

$$d_2 \left[\frac{d^2}{dt^2} (\delta \theta_2) - \left(\frac{d^2 \theta_2}{dt^2} \right)_n \right] + e_2 \left[\frac{d}{dt} (\delta \theta_1) - \left(\frac{d \theta_1}{dt} \right)_n \right] + g_2 \delta \theta_1 + h_2 \delta \theta_2 - T_2 + T_{2n} = 0$$

$$\begin{aligned}
& a_2 \frac{d^2}{dt^2}(\delta x_0) + b_2 \frac{d^2}{dt^2}(\delta y_0) + c_2 \frac{d^2}{dt^2}(\delta \theta_1) + d_2 \frac{d^2}{dt^2}(\delta \theta_2) + e_2 \frac{d}{dt}(\delta \theta_1) \\
& + g_2 \delta \theta_1 + h_2 \delta \theta_2 - T_2 + T_{2n} - a_2 \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right)_n - b_2 \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right)_n - c_2 \left(\frac{d^2 \theta_1}{dt^2} \right)_n
\end{aligned} \tag{6.52}$$

$$-d_2 \left(\frac{d^2 \theta_2}{dt^2} \right)_n - e_2 \left(\frac{d \theta_1}{dt} \right)_n = 0$$

$$\begin{aligned}
T_2 &= a_2 \frac{d^2}{dt^2}(x_0 - x_{0n}) + b_2 \frac{d^2}{dt^2}(y_0 - y_{0n}) + c_2 \frac{d^2}{dt^2}(\theta_1 - \theta_{1n}) + d_2 \frac{d^2}{dt^2}(\theta_2 - \theta_{2n}) \\
&+ e_2 \frac{d}{dt}(\theta_1 - \theta_{1n}) + g_2(\theta_1 - \theta_{1n}) + h_2(\theta_2 - \theta_{2n}) + T_{2n} - a_2 \ddot{x}_{0n} - b_2 \ddot{y}_{0n}
\end{aligned} \tag{6.53}$$

$$-c_2 \ddot{\theta}_{1n} - d_2 \ddot{\theta}_{2n} - e_2 \dot{\theta}_{1n}$$

Eş.6.53 deki ifadede türevler alınır Eş.6.54 elde edilir .

$$\begin{aligned}
T_2 &= a_2 \ddot{x}_0 + b_2 \ddot{y}_0 + c_2 \ddot{\theta}_1 + d_2 \ddot{\theta}_2 + e_2 \dot{\theta}_1 + g_2 \theta_1 - g_2 \theta_{1n} + h_2 \theta_2 - h_2 \theta_{2n} + T_{2n} \\
&- a_2 \ddot{x}_{0n} - b_2 \ddot{y}_{0n} - c_2 \ddot{\theta}_{1n} - d_2 \ddot{\theta}_{2n} - e_2 \dot{\theta}_{1n}
\end{aligned} \tag{6.54}$$

Eş.3.29 daki T_2 moment ifadesi çalışma noktasında da geçerlidir ve değeri çalışma noktasında $T_2 = T_{2n}$ olur. Çalışma noktasında (nominal değerde) T_2 moment ifadesi yazılırsa Eş .6.55 elde edilir.

$$\begin{aligned}
T_{2n} &= \ddot{x}_{0n}[-M_2 L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})] + \ddot{y}_{0n}[M_2 L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})] \\
&+ \ddot{\theta}_{1n}[M_2 L_2^2 + J_2 + M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_{2n})] + \ddot{\theta}_{2n}[M_2 L_2^2 + J_2] \\
&+ M_2 L_0 \dot{\theta}_{1n}^2 L_2 \sin(\theta_{2n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})
\end{aligned} \tag{6.55}$$

$$T_{2n} = \ddot{x}_{0n} a_2 + \ddot{y}_{0n} b_2 + \ddot{\theta}_{1n} c_2 + \ddot{\theta}_{2n} d_2 + M_2 L_0 \dot{\theta}_{1n}^2 L_2 \sin(\theta_{2n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \tag{6.56}$$

Eş.6.56 daki T_{2n} değeri Eş.6.54 deki T_2 ifadesinde yerine yazılırsa Eş.6.57 bulunur .

$$T_2 = \ddot{x}_0 a_2 + \ddot{y}_0 b_2 + \ddot{\theta}_1 c_2 + \ddot{\theta}_2 d_2 + e_2 \dot{\theta}_1 + g_2 \theta_1 + h_2 \theta_2 - g_2 \theta_{1n} - h_2 \theta_{2n} - M_2 L_0 \dot{\theta}_{1n}^2 L_2 \sin(\theta_{2n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \quad (6.57)$$

$$k_2 = -g_2 \theta_{1n} - h_2 \theta_{2n} - M_2 L_0 \dot{\theta}_{1n}^2 L_2 \sin(\theta_{2n}) + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \quad (6.58)$$

$$T_2 = \ddot{x}_0 a_2 + \ddot{y}_0 b_2 + \ddot{\theta}_1 c_2 + \ddot{\theta}_2 d_2 + e_2 \dot{\theta}_1 + g_2 \theta_1 + h_2 \theta_2 + k_2 \quad (6.59)$$

Eğer lineerleştirme işlemi kollar için durağan hal olarak seçilirse ve manipülatör sistemi x_0 ve y_0 yönlerinde harekete sahip iken T_2 moment ifadesi için lineerleştirme yapılırsa Eş.6.50 Eş.6.60 daki gibi düzenlenir .

$$a_2 \left[\frac{d^2}{dt^2}(\delta x_0) - \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right)_n \right] + b_2 \left[\frac{d^2}{dt^2}(\delta y_0) - \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right)_n \right] + c_2 \frac{d^2}{dt^2}(\delta \theta_1) + d_2 \frac{d^2}{dt^2}(\delta \theta_2) + e_2 \frac{d}{dt}(\delta \theta_1) + g_2 \delta \theta_1 + h_2 \delta \theta_2 - \delta T_2 = 0 \quad (6.60)$$

$$a_2 \frac{d^2}{dt^2}(x_0 - x_{0n}) + b_2 \frac{d^2}{dt^2}(y_0 - y_{0n}) + c_2 \frac{d^2}{dt^2}(\theta_1 - \theta_{1n}) + d_2 \frac{d^2}{dt^2}(\theta_2 - \theta_{2n}) + e_2 \frac{d}{dt}(\theta_1 - \theta_{1n}) + g_2(\theta_1 - \theta_{1n}) + h_2(\theta_2 - \theta_{2n}) - (T_2 - T_{2n}) = 0 \quad (6.61)$$

$$-a_2 \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right)_n - b_2 \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right)_n = 0$$

$$T_2 = a_2 \ddot{x}_0 + b_2 \ddot{y}_0 + c_2 \ddot{\theta}_1 + d_2 \ddot{\theta}_2 + e_2 \dot{\theta}_1 + g_2 \theta_1 + h_2 \theta_2 - g_2 \theta_{1n} - h_2 \theta_{2n} + T_{2n} - a_2 \ddot{x}_{0n} - b_2 \ddot{y}_{0n} \quad (6.62)$$

Çalışma noktasında kollar durağan halde iken ve zeminden hareket var iken T_2 moment ifadesinde açısal hız ve ivme değerleri sıfır alınır Eş.6.63 elde edilir.

$$T_{2n} = a_2 \ddot{x}_{0n} + b_2 \ddot{y}_{0n} + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \quad (6.63)$$

$$T_2 = a_2 \ddot{x}_0 + b_2 \ddot{y}_0 + c_2 \ddot{\theta}_1 + d_2 \ddot{\theta}_2 + e_2 \dot{\theta}_1 + g_2 \theta_1 + h_2 \theta_2 - g_2 \theta_{1n} - h_2 \theta_{2n} \quad (6.64)$$

$$+ M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})$$

Kollar durağan halde iken ve x_0 ve y_0 yönlerinde harekete sahip iken $\dot{\theta}_{1n}, \dot{\theta}_{2n}, \ddot{\theta}_{1n}$ ve $\ddot{\theta}_{2n}$ nominal değerde ki açısal hız ve ivme değerleri sıfır olacağından lineerleştirme katsayılarından e_2 katsayısı durağan halde iken sıfır olur. Eş.6.16 daki h_2 katsayısı içindeki nominal değerdeki açısal hız ve ivme değerleri de sıfır olur. Dolayısıyla h_2 katsayısı aşağıdaki gibi olur.

$$h_2 = \frac{\partial f_2}{\partial \theta_2} \Big|_n = -M_2 L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \ddot{x}_{0n} - M_2 L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n}) \ddot{y}_{0n}$$

$$- M_2 g L_2 \sin(\theta_{1n} + \theta_{2n})$$

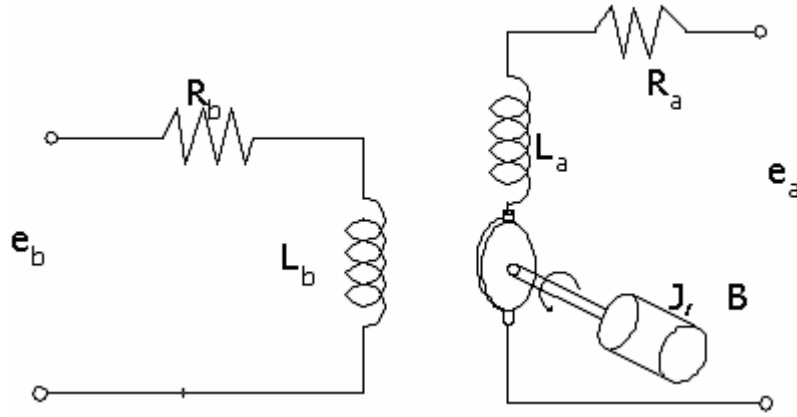
$$k_2 = -g_2 \theta_{1n} - h_2 \theta_{2n} + M_2 g L_2 \cos(\theta_{1n} + \theta_{2n})$$

$$T_2 = a_2 \ddot{x}_0 + b_2 \ddot{y}_0 + c_2 \ddot{\theta}_1 + d_2 \ddot{\theta}_2 + g_2 \theta_1 + h_2 \theta_2 + k_2 \quad (6.65)$$

T_2 moment ifadesi içinde konum etrafında lineerleştirilmiş ilişki Eş.6.57, durağan durum etrafında lineerleştirilmiş ilişki ise Eş.6.65 deki gibi elde edilmektedir.

7. MANİPÜLATÖR KONTROLÜ

7.1.Doğru Akım Motorunun Modellenmesi



Şekil 7.1 Doğru Akım Motoru

Doğru akım motorunun dinamik denklemleri aşağıdaki denklemler ile tanımlanmıştır.[5,9,10,25] .

$$L_a \left(\frac{di_a}{dt} \right) = -R_a i_a + e_a - e_b \quad (7.1)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (7.2)$$

$$e_b = K_b \omega \quad (7.3)$$

$$T_m = K_i i_a \quad (7.4)$$

L_a = Armatür endüktansı (Henry)

i_a = Armatür akımı (amp)

R_a = Armatür direnci (ohm)

e_a = Armatür voltajı (motora uygulanan gerilim) (V)

e_b = Zıt elektromotor gerilimi (V)

K_b = Zıt elektromotor sabiti (V.sn/rad)

K_i = Akım dönme momenti katsayısı (N.m/amp)

T_m = Motorun ürettiği dönme momenti (N.m)

θ = Motor milinin açısal yer değiştirmesi (rad)

ω =Motor milinin açısal hızı (rad/sn)

T_L =Yük momenti (Nm)

J = Motor eylemsizliği (kgm^2)

B =Viskoz sürtünme katsayısı (Nms)

T_D = Bozucu Moment (Nm)

$$T_L = J \ddot{\theta} + B \dot{\theta} \quad (7.5)$$

Eş 7.5 deki ifadenin başlangıç koşulları sıfır olarak kabul edilip Laplası alınırsa Eş 7.6 daki ifade bulunur .

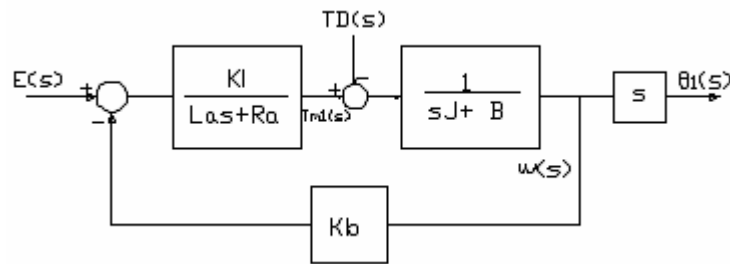
$$T_L(s) = J s^2 \theta(s) + B s \theta(s) \quad (7.6)$$

$$T_m(s) = T_L(s) + T_D(s) \quad (7.7)$$

$$\theta(s) = \frac{T_m(s) - T_D(s)}{J s^2 + B s} \quad (7.8)$$

Eş 7.1 den akım ifadesi çekilirse ve Laplası alınırsa Eş 7.9 daki ifade elde edilir.

$$I_a(s) = \frac{E_a(s) - k_b \omega(s)}{L_a s + R_a} \quad (7.9)$$



Şekil 7.2. Doğru akım motorunun açık çevrim blok diyagramı

Şekil 7.2. deki doğru akım motorunun açık çevrim blok diyagramının transfer fonksiyonu bulunursa Eş .7.10 daki ifade elde edilir .

$$\frac{\theta(s)}{E_a(s)} = \frac{k_i}{s[(R_a + L_a s)(J s + B) + k_i k_b]} \quad (7.10)$$

7.2 Doğru Akım Motoru ve Manipülatör Sisteminin Birleştirilmesi

Bu kısımda manipülatör sisteminin daha önce lineerleştirilerek elde edilen dinamik modeli ile doğru akım motorunun dinamik modeli birleştirildi . ve kontrol sistemi olarak PID kontrol kullanılarak sistemin kapalı çevrim blok diyagramı elde edilmiştir. Daha önce manipülatör sisteminin lineerleştirilmiş dinamik modeli elde edilmişti , bunlar yazılırsa ;

$$T_1 = a_1(\ddot{x}_0)_n + b_1(\ddot{y}_0)_n + c_1\ddot{\theta}_1 + d_1\ddot{\theta}_2 + e_1\dot{\theta}_1 + f_1\dot{\theta}_2 + g_1\theta_1 + h_1\theta_2 + k_1 \quad (7.11)$$

$$T_2 = a_2\ddot{x}_0 + b_2\ddot{y}_0 + c_2\ddot{\theta}_1 + d_2\ddot{\theta}_2 + e_2\dot{\theta}_1 + g_2\theta_1 + h_2\theta_2 + k_2 \quad (7.12)$$

Doğru akım motorunun dinamik modeli de aşağıdaki gibi yazılırsa

$$T_m = TD + J\ddot{\theta} + B\dot{\theta} \quad (7.13)$$

TD : Bozucu moment değeri

Bu model manipülatör sisteminin birinci ekleminin dinamik modeli ile birleştirilirse aşağıdaki gibi ;

$$T_{m1} = J\ddot{\theta}_1 + B\dot{\theta}_1 + T_1 \quad (7.14)$$

Eş7.14 ifadesi elde edilir . Burada T_1 momenti yerine yazılırsa;

$$T_{m1} = J\ddot{\theta}_1 + B\dot{\theta}_1 + a_1\ddot{x}_0 + b_1\ddot{y}_0 + c_1\ddot{\theta}_1 + d_1\ddot{\theta}_2 + e_1\dot{\theta}_1 + f_1\dot{\theta}_2 + g_1\theta_1 + h_1\theta_2 + k_1 \quad (7.15)$$

$$TD_1 = a_1(\ddot{x}_0)_n + b_1(\ddot{y}_0)_n + d_1\ddot{\theta}_2 + f_1\dot{\theta}_2 + h_1\theta_2 + k_1 \quad (7.16)$$

$$T_{m1} = \ddot{\theta}_1(j + c_1) + \dot{\theta}_1(B + e_1) + g_1\theta_1 + TD_1 \quad (7.17)$$

$$\theta_1(s)[s^2(j + c_1) + s(B + e_1) + g_1] = T_{m1}(s) - TD_1(s) \quad (7.18)$$

$$\ddot{y}_0 = A \sin(\omega t) \quad m/sn^2 \quad (7.19)$$

$$\ddot{x}_0 = X_0 \quad m/sn^2 \quad (\text{zeminden } x_0 \text{ yönünde sabit ivme uygulanmakta}) \quad (7.20)$$

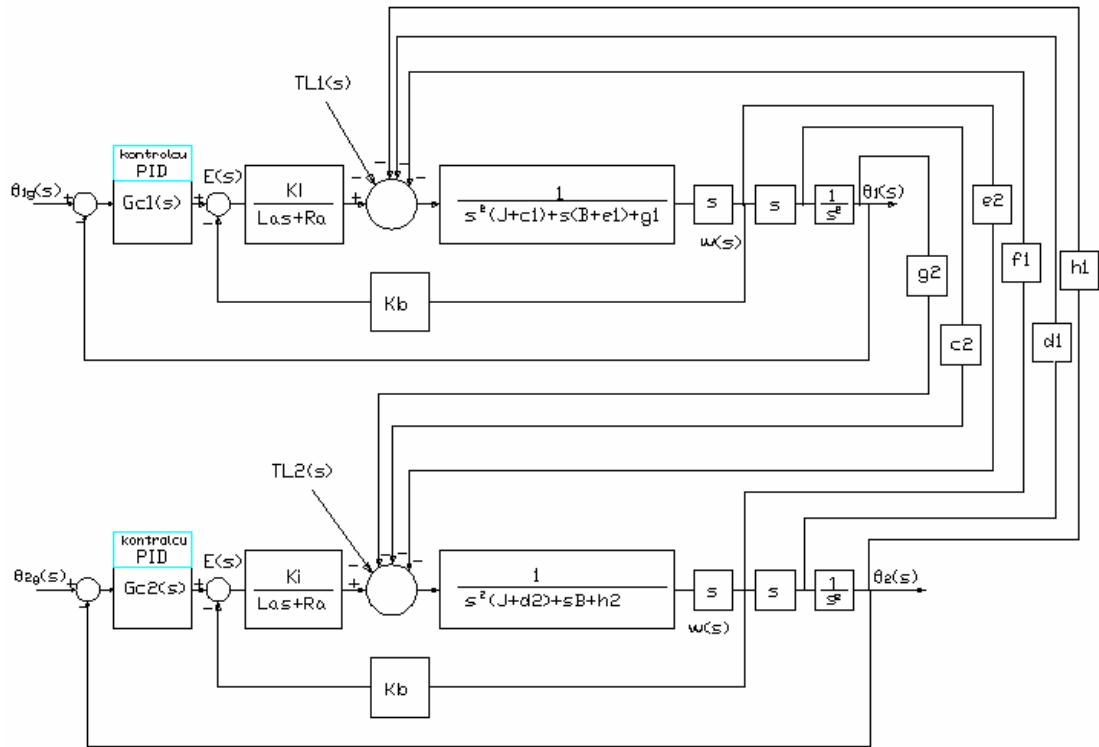
$$TD_1(s) = a_1 \frac{X_0}{s} + b_1 \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} + d_1 s^2 \theta_2(s) + f_1 s \theta_2(s) + h_1 \theta_2(s) + \frac{k_1}{s} \quad (7.21)$$

Aynı işlemler ikinci eklem içinde yapılırsa aşağıdaki denklemler bulunur .

$$\theta_2(s)[s^2(j+d_2) + sB + h_2] = Tm_2(s) - TD_2(s) \quad (7.22)$$

$$TD_2(s) = a_2 \frac{X_0}{s} + b_2 \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} + c_2 s^2 \theta_1(s) + e_2 s \theta_1(s) + g_2 \theta_1(s) + \frac{k_2}{s} \quad (7.23)$$

Kontrol sistemi olarak , oransal integral ve türevsel (PID) kontrol sistemi kullanıldı .Doğru akım motorunun ve manipülör sisteminin PID kontrol ile çizilmiş blok diyagramı Şekil 7.3 de verilmektedir .



Şekil 7.3 Manipülör sisteminin kapalı çevrim blok diyagramı

Manipölatör sisteminin Şekil 7.3 deki kapalı çevrim blok diyagramında $\theta_{1g}(s)$ ve $\theta_{2g}(s)$ nominal giriş değerleridir . $TL_1(s)$ ve $TL_2(s)$ değerleri zeminden uygulanan bozucu moment değerleridir. $Gc_1(s)$ ve $Gc_2(s)$ ifadeleri PID kontrolcu fonksiyonlarıdır .

$$TL_1(s) = a_1 \frac{X_0}{s} + b_1 \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} + \frac{k_1}{s} \quad (7.24)$$

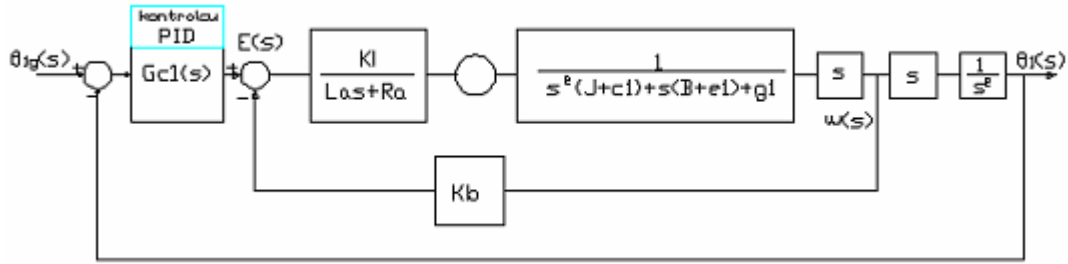
$$TL_2(s) = a_2 \frac{X_0}{s} + b_2 \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} + \frac{k_2}{s} \quad (7.25)$$

$$Gc_1(s) = kp_1 + \frac{ki_1}{s} + s kd_1 \quad (7.26)$$

$$Gc_2(s) = kp_2 + \frac{ki_2}{s} + s kd_2 \quad (7.27)$$

7.3.Kapalı Çevrim Blok Diyagramlarının Transfer Fonksiyonlarının Bulunması

TD_1 bozucu etkisine sıfır denirse birinci eklem için blok diyagramı aşağıdaki şekli alır. Bu diyagramdan $\theta_1(s)/\theta_{1g}(s)$ transfer fonksiyonu bulunur.



Şekil 7.4 Birinci eklem için θ_1 girişi etkisindeki kapalı çevrim blok diyagramı

$$\frac{\omega(s)}{E(s)} = \frac{\frac{ki s}{(La s + Ra)[s^2(J + c_1) + s(B + e_1) + g_1]}}{1 + kb \frac{ki s}{(La s + Ra)[s^2(J + c_1) + s(B + e_1) + g_1]}} \quad (7.28)$$

$$\frac{\omega(s)}{E(s)} = \frac{ki s}{(La s + Ra)[s^2(J + c_1) + s(B + e_1) + g_1] + kbki s} \quad (7.29)$$

$$\frac{\theta_1(s)}{\theta_{1g}(s)} = \frac{\frac{Gc_1 ki}{(La s + Ra)[s^2(J + c_1) + s(B + e_1) + g_1] + kbki s}}{1 + \frac{Gc_1 ki}{(La s + Ra)[s^2(J + c_1) + s(B + e_1) + g_1] + kbki s}} \quad (7.30)$$

$$\frac{\theta_1(s)}{\theta_{1g}(s)} = \frac{Gc_1 ki}{(La s + Ra)[s^2(J + c_1) + s(B + e_1) + g_1] + kbki s + Gc_1 ki} \quad (7.31)$$

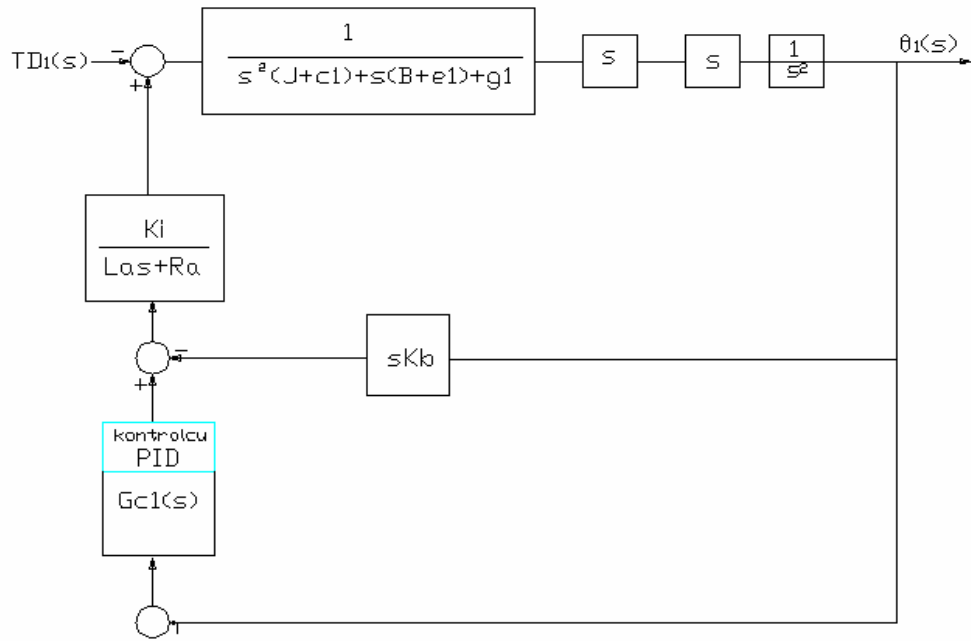
$$\frac{\theta_1(s)}{\theta_{1g}(s)} = \frac{(kp_1 + \frac{ki}{s} + s kd_1)ki}{(La s + Ra)[s^2(J + c_1) + s(B + e_1) + g_1] + kbki s + (kp_1 + \frac{ki}{s} + s kd_1)ki} \quad (7.32)$$

$$\frac{\theta_1(s)}{\theta_{1g}(s)} = \frac{C_1(s)}{D_1(s)} \quad (7.33)$$

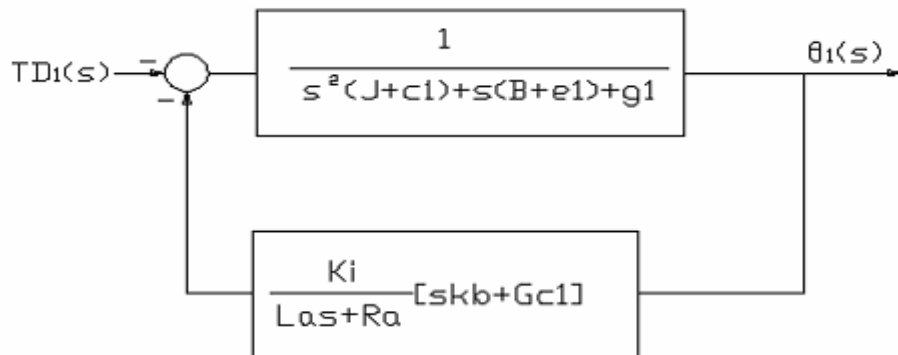
$$C_1(s) = s^2 k d_1 k_i + s k p_1 k_i + k i k_1 \quad (7.34)$$

$$D_1(s) = s^4 L a (J + c_1) + s^3 [L a (B + e_1) + R a (J + c_1)] \quad (7.35)$$

$$+ s^2 [L a g_1 + R a (B + e_1) + k b k_i + k d_1 k_i] + s (R a g_1 + k i k p_1) + k i k_1$$



Şekil 7.5 Birinci eklemin bozucu etkisindeki blok diyagramı



Şekil 7.6 Birinci eklemin bozucu etkisindeki indirgenmiş blok diyagramı

$$\frac{\theta_1(s)}{TD_1(s)} = - \frac{\frac{1}{s^2(J+c_1)+s(B+e_1)+g_1}}{1 + \frac{1}{s^2(J+c_1)+s(B+e_1)+g_1} \left[\frac{ki}{Las+Ra} [skb+Gc_1] \right]} \quad (7.36)$$

$$\frac{\theta_1(s)}{TD_1(s)} = - \frac{Las+Ra}{(Las+Ra)[s^2(J+c_1)+s(B+e_1)+g_1]+ki[skb+Gc_1]} \quad (7.37)$$

$$\frac{\theta_1(s)}{TD_1(s)} = \frac{F_1(s)}{D_1(s)} \quad (7.38)$$

$$F_1(s) = -(Las^2 + Ras) \quad (7.39)$$

Birinci eklem için yapılan işlemler ikinci eklem içinde yapılırsa aşağıdaki denklemler bulunur .

$$\frac{\theta_2(s)}{\theta_{2g}(s)} = \frac{C_2(s)}{D_2(s)} \quad (7.40)$$

$$C_2(s) = s^2kd_2ki + skp_2ki + kiki_2 \quad (7.41)$$

$$D_2(s) = s^4La(J+d_2) + s^3[LaB + Ra(J+d_2)] \quad (7.42)$$

$$+ s^2[Lah_2 + RaB + kbki + kd_2ki] + s(Rah_2 + kikip_2) + kiki_2$$

$$\frac{\theta_2(s)}{TD_2(s)} = \frac{F_2(s)}{D_2(s)} \quad (7.43)$$

$$F_2(s) = -(Las^2 + Ras) \quad (7.44)$$

7.4 Kazanç Değerine Bağlı Olarak Sistem Kararlılığının Belirlenmesi

Tasarlanan kontrol sisteminin kararlılığı kazanç değerlerine bağlı olarak tespit edilmiştir . Bunun için Matlab'ta Rlocus ve Rlocfind fonksiyonları kullanılmıştır. Bu fonksiyonlardan Rlocus fonksiyonu sistemin açık döngü transfer fonksiyonundan , kazanç K değerine bağlı olarak s- karmaşık sayı düzleminde köklerin yerlerinin eğrisini çizmektedir. Rlocfind fonksiyonu ise bu çizilen eğri üzerinden kazanç değerinin ve bu kazanç değerine karşılık gelen kutupların değerlerinin bulunmasını sağlamaktadır [13] .

Birinci eklem için açık döngü transfer fonksiyonu Eş.7.45 de yazılmıştır .

$$G_{c_1} \frac{\theta_1(s)}{E(s)} = \frac{G_{c_1} k_i}{(Las + Ra)[s^2(j + c_1) + s(B + e_1) + g_1] + k b k_i s} \quad (7.45)$$

$$G_{c_1} = k p_1 + \frac{k l_1}{s} + s k d_1 \quad (7.46)$$

$$G_{c_1} = K \left(\frac{k p_1}{K} + \frac{k l_1}{K s} + \frac{k d_1 s}{K} \right) \quad (7.47)$$

$$\frac{K p_1}{K} = 1 \quad \frac{k l_1}{K} = a \quad \frac{k d_1}{K} = b \quad (7.48)$$

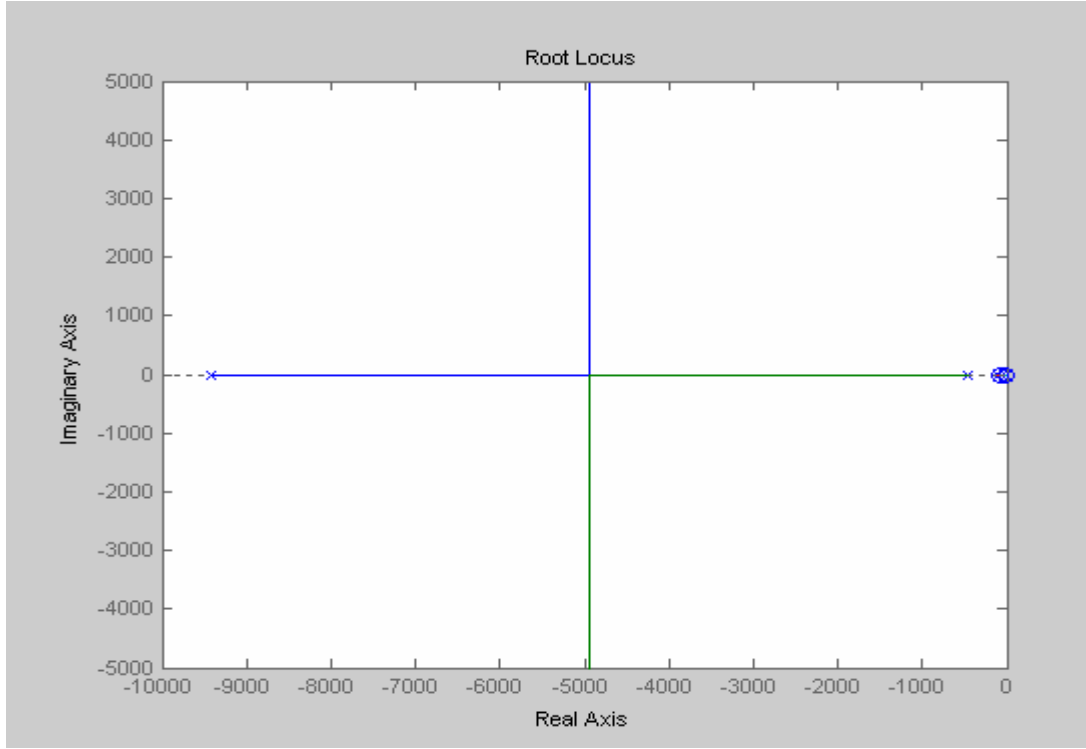
a=10 , b= 0.01 seçilmiştir.

$$G_{c_1} = K \left(1 + \frac{a}{s} + b s \right) \quad (7.49)$$

$$G_{c_1} \frac{\theta_1(s)}{E(s)} = \frac{K k_i \left(1 + \frac{a}{s} + b s \right)}{(Las + Ra)[s^2(j + c_1) + s(B + e_1) + g_1] + k b k_i s} \quad (7.50)$$

$$sys1 = G_{c_1} \frac{\theta_1(s)}{E(s)}$$

$$\text{sys1} = \frac{Kki[bs^2 + s + a]}{s^4 La(j + c1) + s^3 [La(B + e_1) + Ra(j + c_1) + s^2 [Lag_1 + Ra(B + e_1) + kbki] + sRag_1}$$



Şekil 7.7 Birinci eklem 3. güncelleştirmedeki kök yer eğrisi

```

rlocus(sys1(3))
[kk,kutuplar]=rlocfind(sys1(3),-350+350i)
kk =
    0.5802
kutuplar =
    1.0e+003 *

    -9.0494
    -0.8373
    -0.1020
    -0.0112

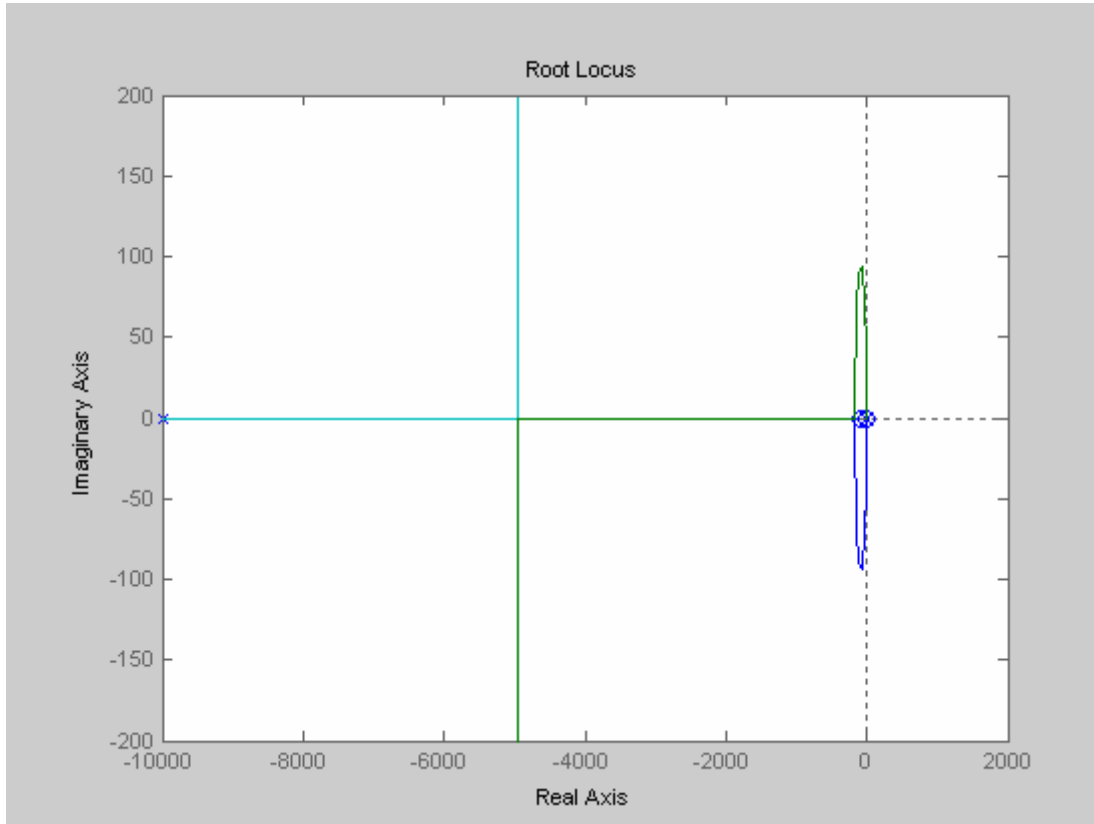
```

Birinci eklem kök yer eğrisi Ek-2 de verilen simülasyonda O_2 noktasının (1.5,-0.1) den (-1,1) noktasına hareketinde 3. güncelleme için Matlab ortamında çizdirilirse Şekil 7.7 deki şekil , kazanç ve kutup değerleri bulunmaktadır . Çizilen kök yer eğrileri devamlı güncellenmektedir . Tasarlanan manipülatör sisteminin kararlılığı için kök yer eğrisi üzerinde -350+350i noktasındaki

kazanç değerleri alınmıştır. İkinci eklem içinde aynı işlemler yapılırsa aşağıdaki sonuçlar bulunur.

İkinci eklem için açık döngü transfer fonksiyonu Eş 7.51 de verilmiştir.

$$ssys2 = \frac{Kki[bs^2 + s + a]}{s^4 La(j + d_2) + s^3 [LaB + Ra(j + d_2)] + s^2 [Lah_2 + RaB + kbki] + sRah_2} \quad (7.51)$$



Şekil7.8 İkinci eklem için 3. güncelleştirmedeki kök yer eğrisi

```

rlocus(ssys2(3))
[kk,kutuplar]=rlocfind(ssys2(3),-350+350i)
kk =
    9.2836e+005
kutuplar =
    1.0e+003 *
    -9.4220
    -0.4518
    -0.1150
    -0.0112

```

$$kp_1 = K \quad k\iota_1 = aK \quad kd_1 = bK$$

$$kp_2 = K \quad k\iota_2 = aK \quad kd_2 = bK$$

Kazançlar bulunduğundan sonra transfer fonksiyonlarının katsayıları aşağıdaki gibi bulunur.

$$S_{14} = La(J + c_1) \quad (7.52)$$

$$S_{13} = La(B + e_1) + Ra(J + c_1) \quad (7.53)$$

$$S_{12} = Lag_1 + Ra(B + e_1) + kbki + kd_1ki \quad (7.54)$$

$$S_{11} = Rag_1 + kikip_1 \quad (7.55)$$

$$S_{10} = kiki_1 \quad (7.56)$$

$$S_{24} = La(J + c_2) \quad (7.57)$$

$$S_{23} = LaB + Ra(J + c_2) \quad (7.58)$$

$$S_{22} = Lag_2 + RaB + kbki + kd_2ki \quad (7.59)$$

$$S_{21} = Rag_2 + kikip_2 \quad (7.60)$$

$$S_{20} = kiki_2 \quad (7.61)$$

$$M_{12} = kd_1ki \quad M_{11} = kp_1ki \quad M_{10} = k\iota_1ki \quad (7.62)$$

$$M_{22} = kd_2ki \quad M_{21} = kp_2ki \quad M_{20} = k\iota_2ki \quad (7.63)$$

$$N_{12} = La \quad N_{11} = Ra \quad N_{10} = 0 \quad (7.64)$$

$$N_{22} = La \quad N_{21} = Ra \quad N_{20} = 0 \quad (7.65)$$

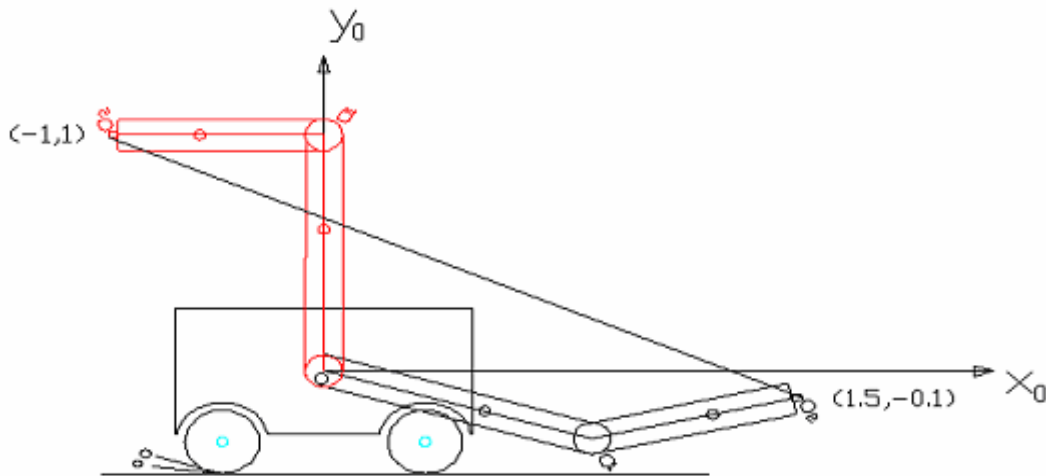
$$\theta_1(s) = \frac{(s^2 M_{12} + s M_{11} + M_{10}) \theta_{1g}(s) - (s^2 N_{12} + s N_{11} + N_{10}) TD_1(s)}{s^4 S_{14} + s^3 S_{13} + s^2 S_{12} + s S_{11} + S_{10}} \quad (7.66)$$

$$\theta_2(s) = \frac{(s^2 M_{22} + s M_{21} + M_{20}) \theta_{2g}(s) - (s^2 N_{22} + s N_{21} + N_{20}) TD_2(s)}{s^4 S_{24} + s^3 S_{23} + s^2 S_{22} + s S_{21} + S_{20}} \quad (7.67)$$

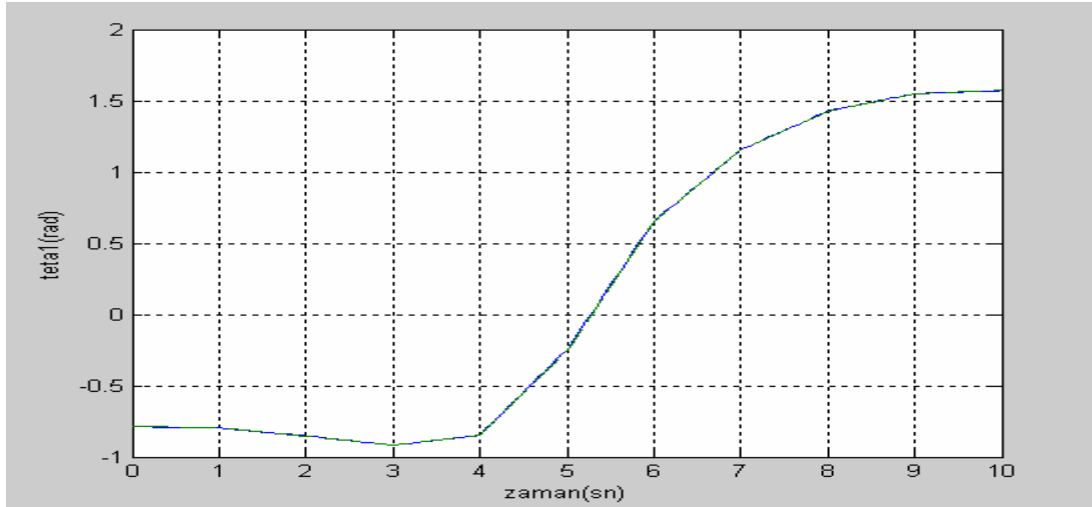
yukarıda elde edilen transfer fonksiyonlarının katsayıları yörünge boyunca nominal değerlerinde devamlı güncellenecektir .

7.5.Manipülör Sisteminin Kollarının Hareketinin Simülasyonu

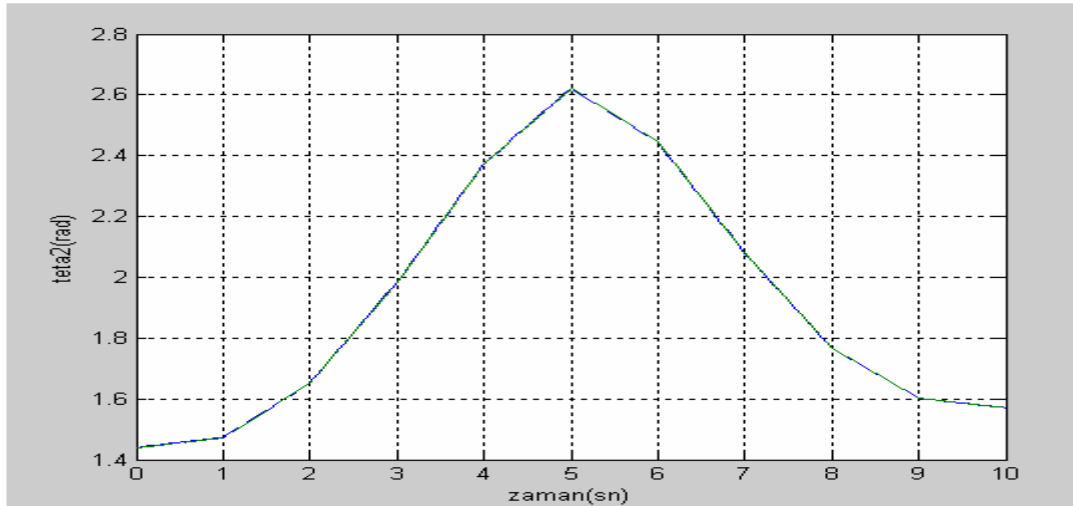
Şekil 2.1 ‘ de verilen hareketli manipülör sistemine kontrol sistemi tasarlandıktan sonra manipülör sisteminin izlemesi istenilen yörüngeye karşı sistemin davranışını incelemek için yörünge boyunca sistem cevabını veren simülasyonlar yapılmıştır. Yapılan bu çalışmada sisteme, y_0 yönünde $Asin(2\pi * 3 * t)$ m/sn^2 ’lik bir ivme ve x_0 yönünde $10 m/sn^2$ lik bir ivme zeminden uygulanmıştır. Manipülör sisteminin yörünge planı O_2 noktasının $(1.5, -0.1)$ noktasından $(-1,1)$ noktasına 10 sn de gitmesi şeklinde tasarlanmıştır . Güncelleme ise her saniyede bir yapılmıştır . Tasarlanan yörünge planında sınır şartları geometrik sınırlar içerisinde isteğe göre seçilebilmektedir. Ayrıca hareket zamanı da isteğe göre seçilebilmektedir .



Şekil 7.9 Manipülör sisteminin kollarının hareketinin simülasyonu



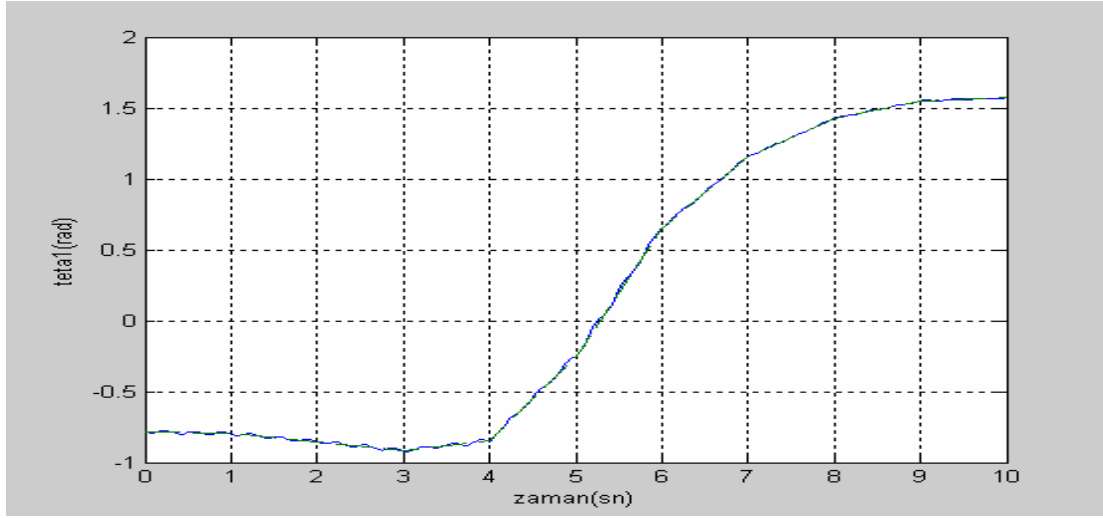
Şekil 7.10 Birinci eklemin konum zaman cevabı ($A=1 \text{ m/sn}^2$)



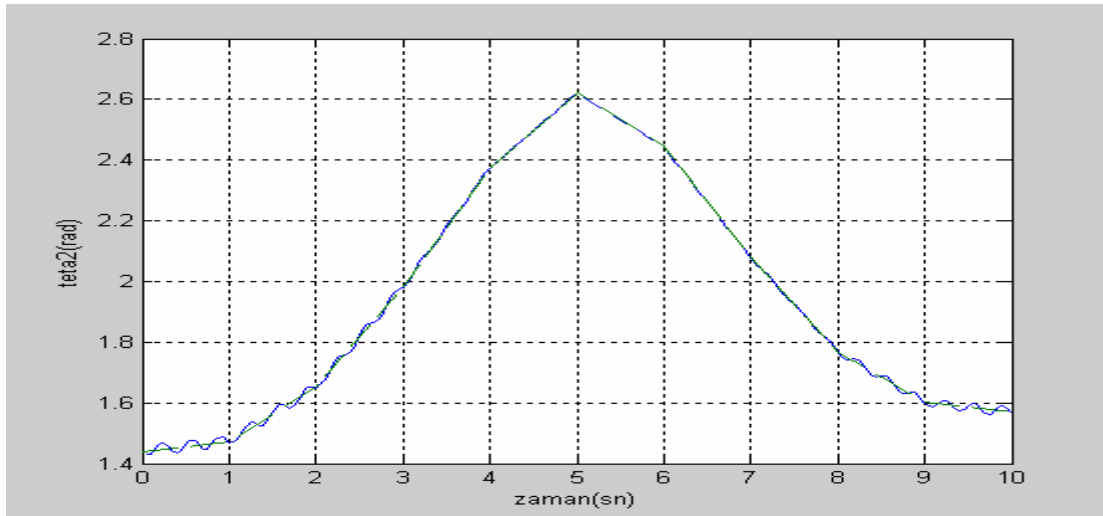
Şekil 7.11 İkinci eklemin konum zaman cevabı ($A=1 \text{ m/sn}^2$)

Şekil 7.10 ve 7.11 simülasyon grafiklerinden de görüldüğü gibi hareket boyunca sistem cevabı kesikli çizgilerle (nominal) sürekli çizgiler (sistem cevabı) birbirleri ile çakışmışlardır. Buda tasarlanan kontrol sisteminin istenen özellikleri sağladığını göstermektedir.

Zeminden uygulanan sinüsoidal ivmenin genliği $A=1000 \text{ m/sn}^2$ alınarak simülasyonlar yapılmıştır. Simülasyon sonuçları Şekil 7.12 ve Şekil 7.13 de verilmektedir.



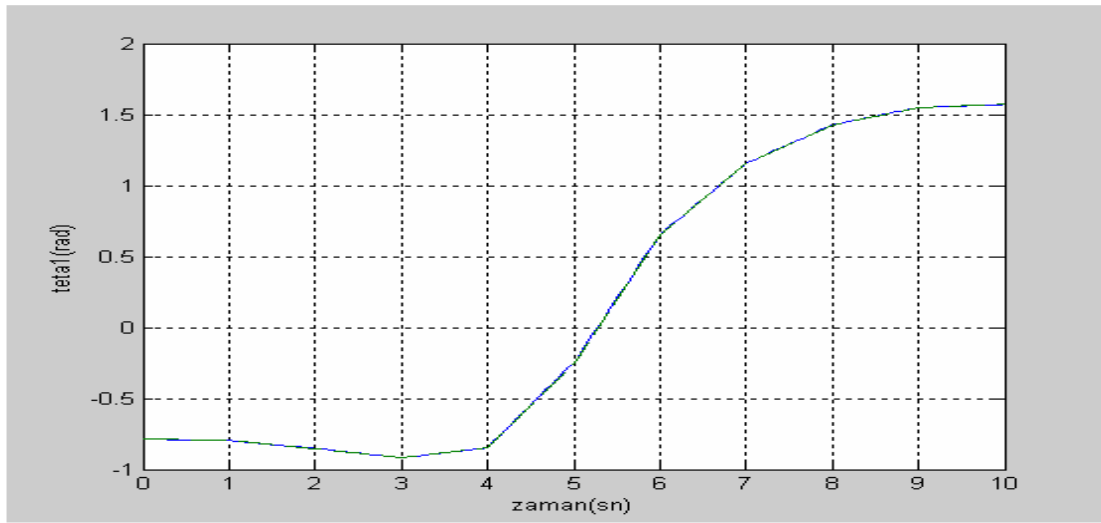
Şekil 7.12. Birinci eklemin konum zaman cevabı ($A=1000 \text{ m/s}^2$)



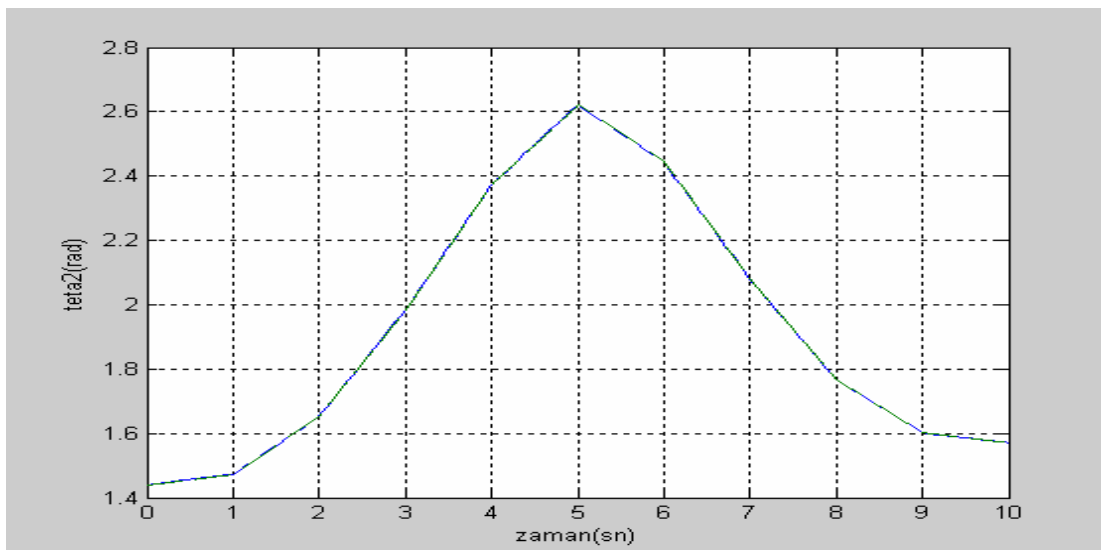
Şekil 7.13 İkinci eklemin konum zaman cevabı ($A=1000 \text{ m/s}^2$)

Zeminden uygulanan sinüsoidal ivmenin genliği büyütülünce Şekil 7.12 ve Şekil 7.13 den de görüldüğü gibi zeminden uygulanan sinüsoidal ivmenin etkisi belirgin hale gelmektedir. Şekil 7.12 ve Şekil 7.13 deki şekillerde görüldüğü gibi kollar bazı konumlarda iken sinüsoidal ivmenin etkisi büyük bazı konumlarda sinüsoidal ivmenin etkisi küçük olmaktadır. Bunun nedeni manipülatör sisteminin kollarının pozisyonuna göre zeminden uygulanan bozucu etkilerin etkisi de değişmektedir. Örneğin kollar x_0 eksenine paralel iken zeminden

uygulanan y_0 yönündeki bozucu ivmenin etkisi maksimum x_0 yönündeki bozucu ivmenin etkisi minimum olmaktadır . veya kollar y_0 eksenine paralel olduğu zaman x_0 yönünde uygulanan ivmenin etkisi maksimum y_0 yönünde uygulanan ivmenin etkisi minimum olmaktadır . Zeminden uygulanan ivme girişleri sıfır olarak alınarak simülasyonlar yapılmıştır . Yapılan simülasyon sonuçları Şekil 7.14 ve Şekil 7.15 de verilmektedir .



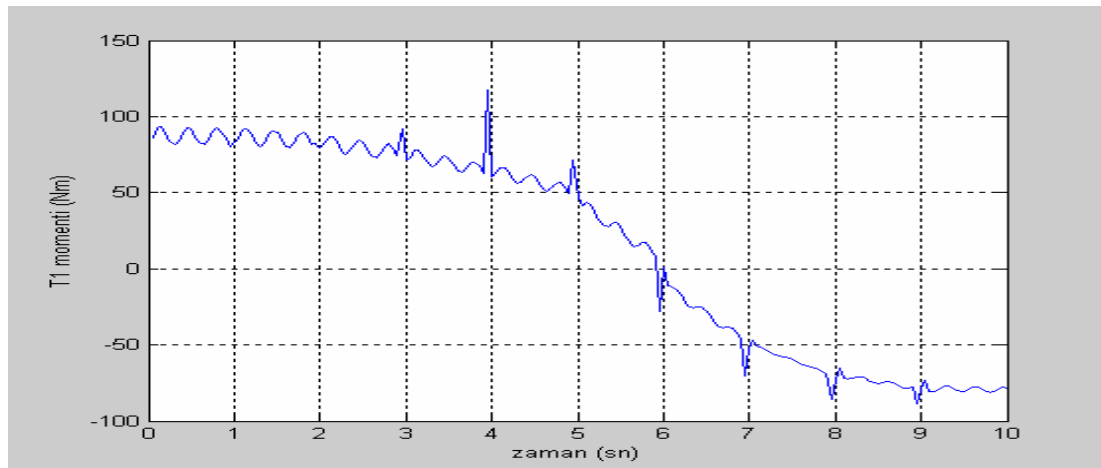
Şekil 7.14 Birinci eklemin konum zaman cevabı



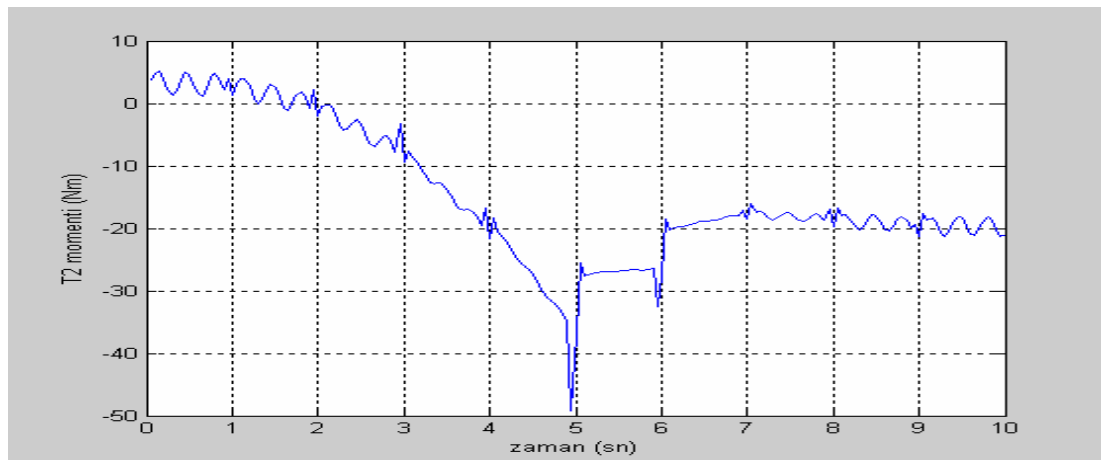
Şekil 7.15 İkinci eklemin konum zaman cevabı

Yapılan simülasyonlara bakıldığında zeminden uygulanan bozucu etkisindeki simülasyon sonuçları ile zeminden etki eden bozucuların sıfırlanarak yapılan simülasyon sonuçları yaklaşık aynı çıkmaktadır . Nedeni zeminden uygulanan bozucuların sistem üzerindeki etkisi çok küçük olmasındandır. Buda tasarlanan kontrol sisteminin bozuculara karşı oldukça mukavemetli olduğunu göstermektedir

Manipülör sisteminin EK-2 de verilen simülasyon programında O_2 noktasının (1.5,-0.1) den (-1,1) 'e hareketinde birinci ve ikinci ekleme etki eden momentler aşağıdaki grafiklerde verilmiştir .

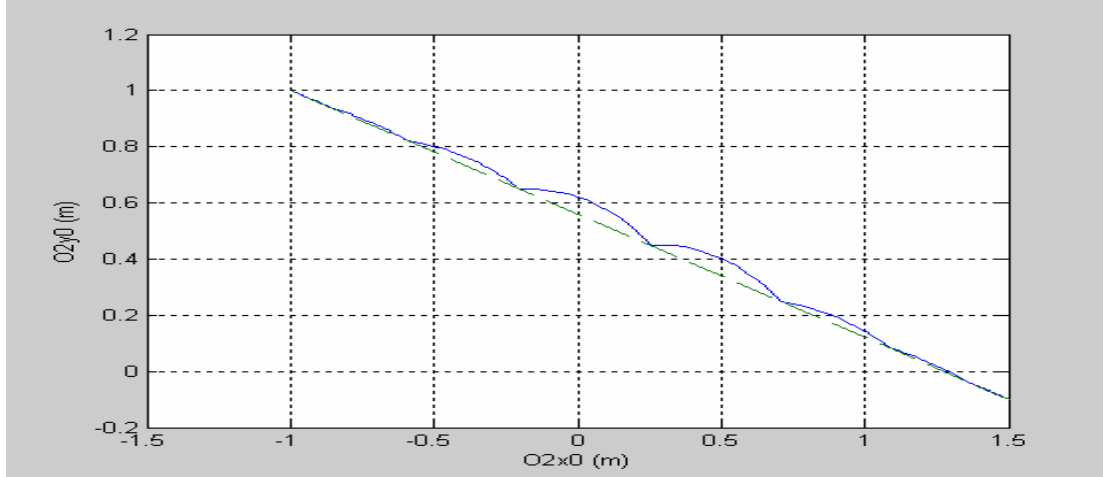


Şekil7.16 Birinci ekleme etki eden momentin zamana göre değişimi ($A=1 \text{ m/sn}^2$)

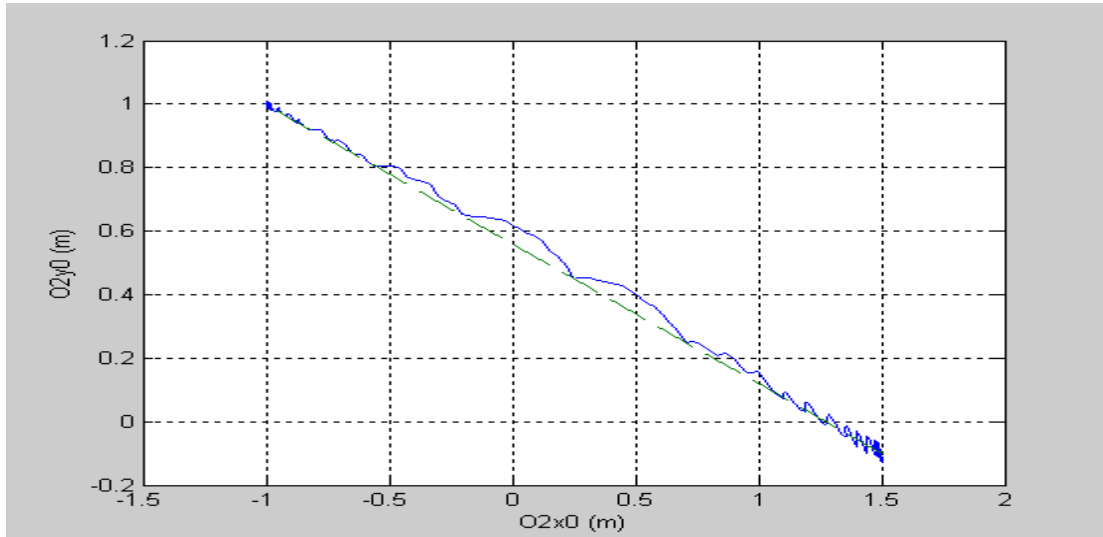


Şekil7.17 İkinci ekleme etki eden momentin zamana göre değişimi ($A=1 \text{ m/sn}^2$)

Manipülör sisteminin Şekil 7.9 tanımlanan hareketine göre O_2 noktasının hareketinin simülasyonu yapılmıştır . Yapılan simülasyon sonuçları Şekil7.18 ve Şekil 7.19 da verilmektedir . Şekillerdeki sürekli çizgi simülasyon sonucunda elde edilen cevabı kesik çizgiler sisteme girilen nominal cevabı belirtmektedir .

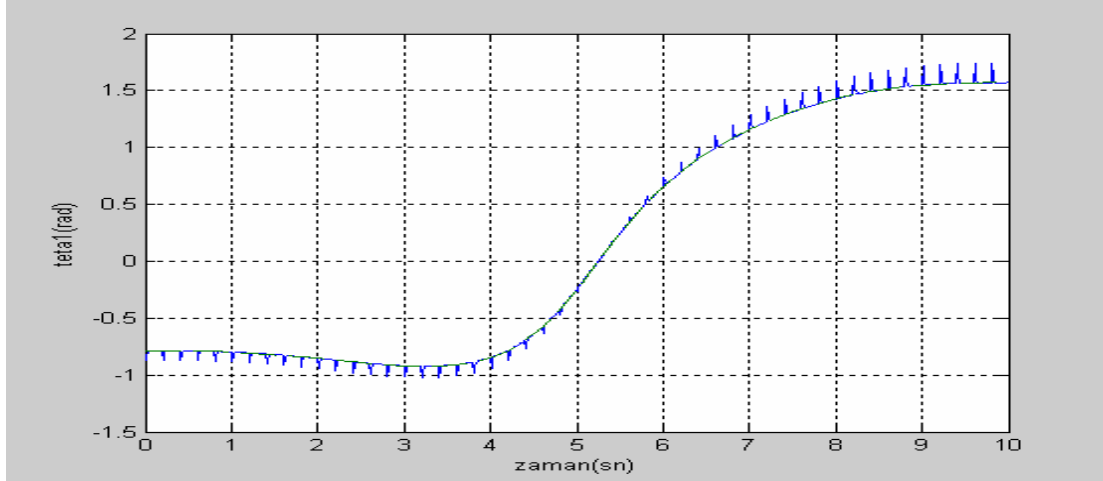


Şekil 7.18 O_2 noktasının konum zaman cevabı ($A=1 \text{ m/sn}^2$)

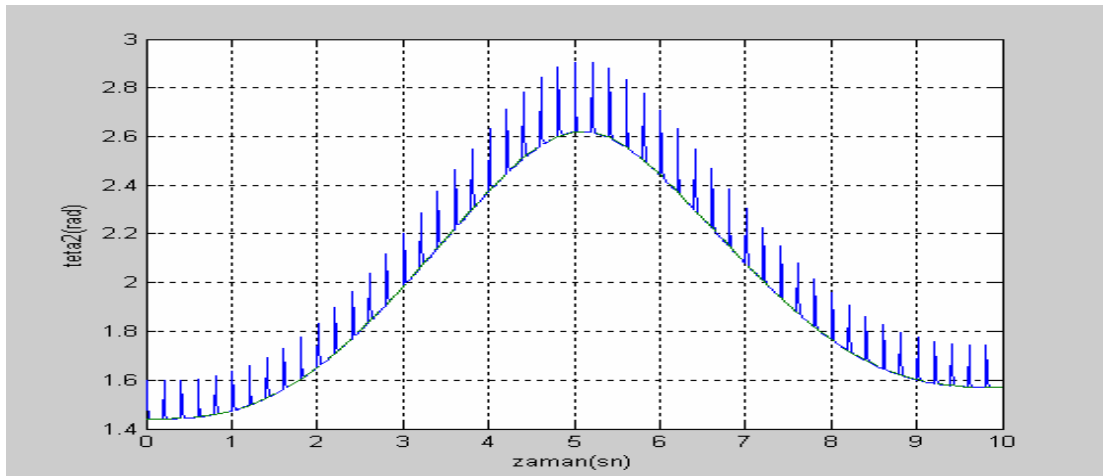


Şekil 7.19 O_2 noktasının konum zaman cevabı ($A=1000 \text{ m/sn}^2$)

Manipülör sisteminin Şekil 7.9 daki hareketi için, hareket zamanı 10 sn içinde güncelleme 50 kez yapılırsa aşağıdaki grafikler elde edilmektedir .

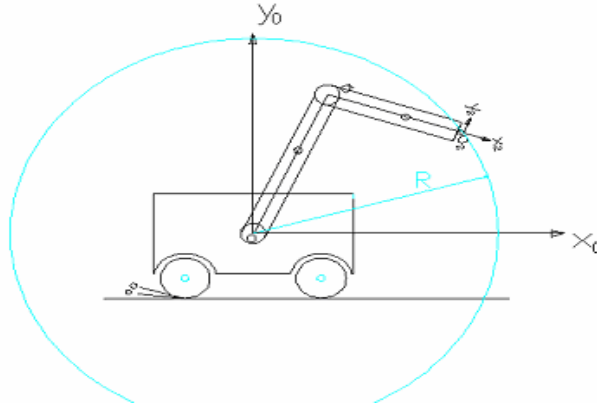


Şekil 7.20 Birinci eklemin konum zaman cevabı



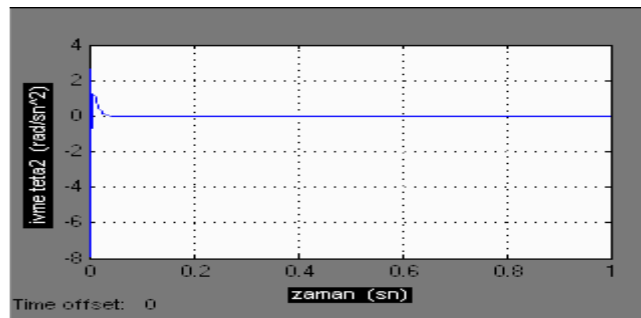
Şekil 7.21 İkinci eklemin konum zaman cevabı

Şekil 7.20 ve Şekil 7.21 deki simülasyon sonuçlarına bakıldığında güncelleme sayısı yörünge boyunca 50 kez seçildiği zaman nominal konum etrafındaki sapma miktarı da artmıştır . Bunun nedeni yapılan simülasyonda elde edilen sistem cevabının son değerine ulaşmadan bir sonraki güncellenmenin yapılmasındandır . Yapılan simülasyonlar 1 saniye aralıklarla güncellenmenin 0.2 saniye aralıklarla güncellemeden daha iyi sonuç verdiğini göstermektedir.

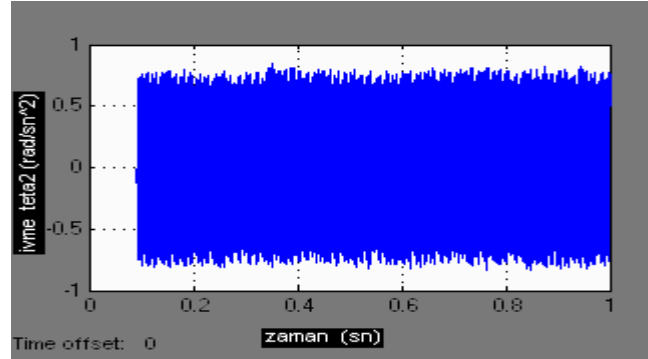


Şekil7.22 Manipülör sisteminin kollarının çalışma sınırı

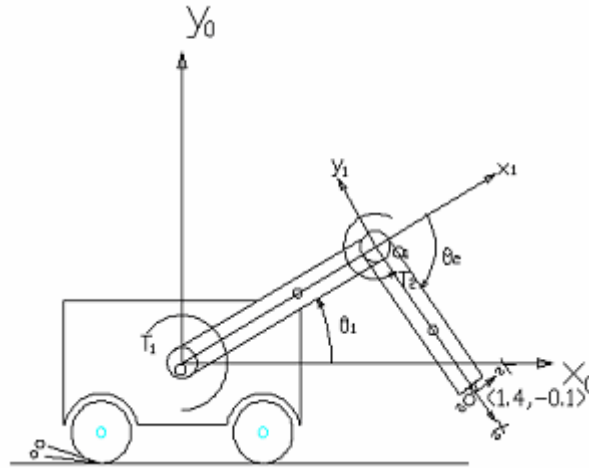
Yapılan simülasyonlarda Şekil 7.22 de O_2 noktası R yarıçaplı çemberin içinde kaldığı zaman kararlılığın sağlandığı O_2 noktasının R yarıçaplı çemberin dışına çıktığı zaman kararlılığın bozulduğu tespit edilmiştir. Yapılan simülasyonlarda manipülör sisteminin kollarının seçilen uzunluklarına göre R değeri $R=1.555$ m olarak tespit edilmiştir. O_2 noktası R yarıçaplı çemberin dışına çıkınca sistemin kararsız olmasının nedeni 2. eklemden meydana gelen yüksek frekanslı titreşimlerden kaynaklanmaktadır. O_2 noktası $(1.4, -0.1)$ ve $(1.6, -0.1)$ noktalarında durağan halde iken $\ddot{\theta}_2$ açısal ivmesinin değişiminin simülasyonu yapılmıştır. Yapılan simülasyonlar Şekil 7.23 ve 7.24 de verilmiştir. Şekil 7.24 de görüldüğü gibi $\ddot{\theta}_2$ açısal ivmesinde yüksek frekanslı bir değişim olmaktadır. Buda kollar belli bir orandan fazla açıldığı zaman ikinci eklemden meydana gelmektedir. Yüksek frekanslı ivme değişimi yüksek frekanslı titreşimlere neden olduğundan sistemin kararsız olmasına neden olmaktadır.



Şekil7.23 İkinci eklemin açısal ivme değişimi O_2 noktası $(1.4, -0.1)$ de iken

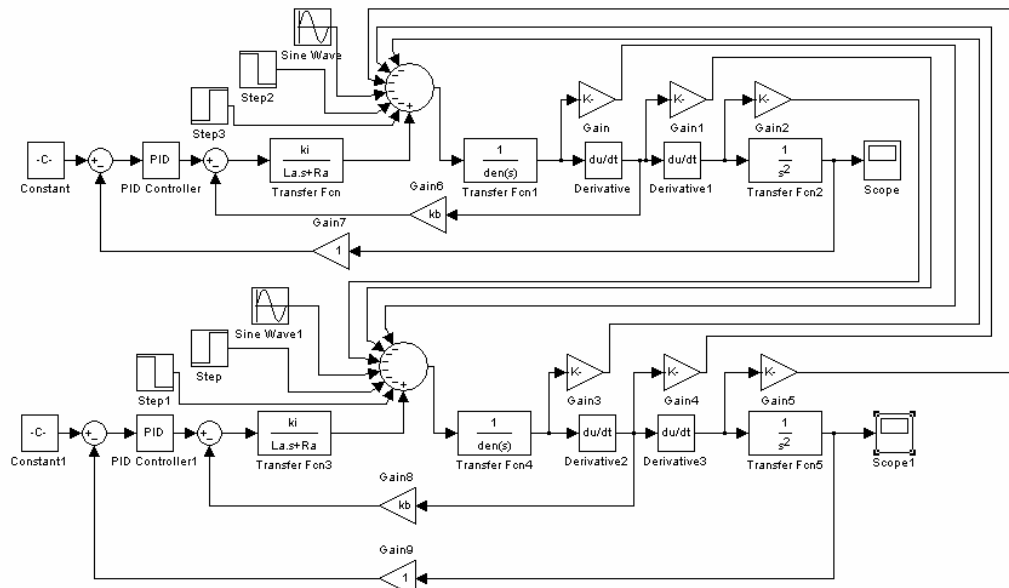


Şekil 7.24 İkinci eklemin açısai ivme değışimi O_2 noktası (1.6,-0.1) de iken

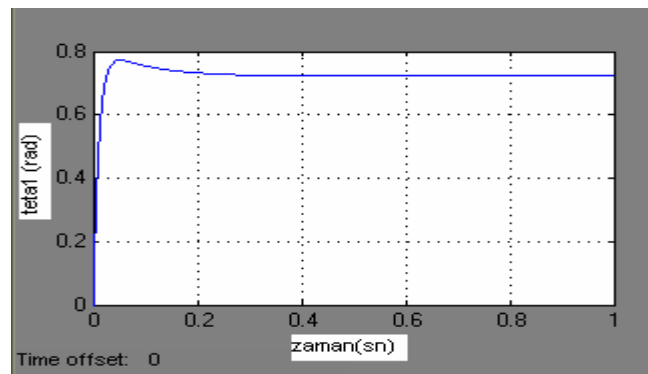


Şekil 7.25 Manipölatör sistemi O_2 noktası (1.4,-0.1) noktasında sabit iken

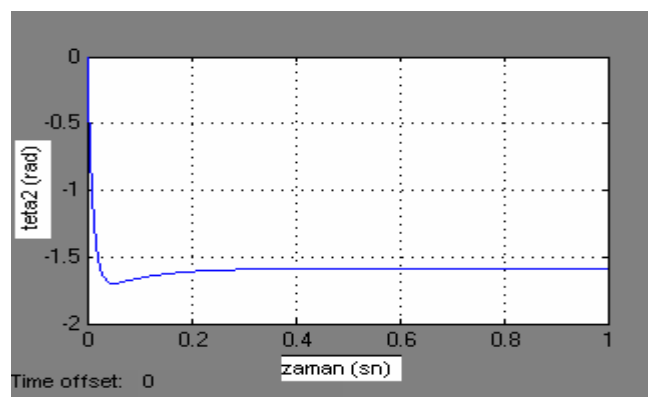
Manipölatör sisteminin kolları Şekil 7.25 deki gibi belirli bir noktada sabit iken zeminden gelen x_0 ve y_0 yönündeki ivmelerin bozucu etkisi simulink ortamında incelendi . x_0 yönünde sabit bir ivme değeri y_0 yönünde ise zamanın fonksiyonu olan $A\sin(2\pi w t)$ gibi bir sinüs fonksiyonu ivme olarak zeminden uygulanmıştır . Burada A sinüs fonksiyonunun genliği , w ise sinüs fonksiyonunun frekansıdır . Bu incelemede yazılan matlab programında θ_2 'nin değeri eksi θ_1 'in değeri ise $\phi + \beta$ olarak alınmıştır . x_0 yönündeki ivme yapılan simölasyonlarda 10 m/sn^2 olarak alınmıştır . Simölasyonlar y_0 yönündeki ivme değeri için farklı genliklerde (A) ve farklı frekanslar da (w) alınarak yapılmıştır .



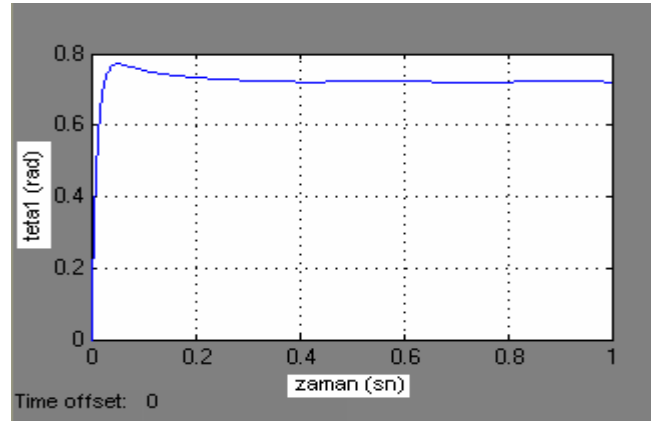
Şekil 7.26 Manipülör sisteminin simulink ortamında çizilen blok diyagramı



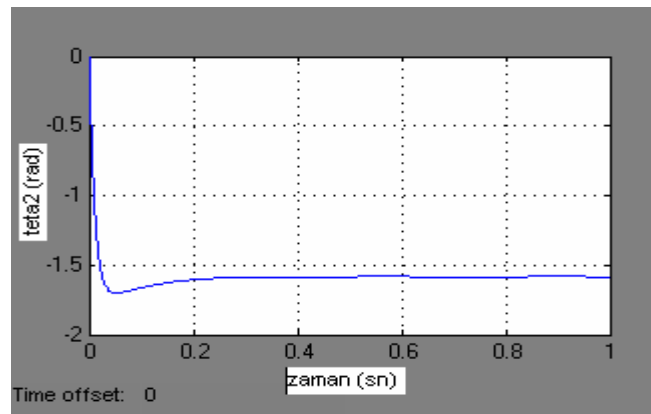
Şekil 7.27 Birinci eklemin konum zaman cevabı $A=1 \text{ (m/sn}^2\text{)}$ $w=3 \text{ (rad/sn)}$



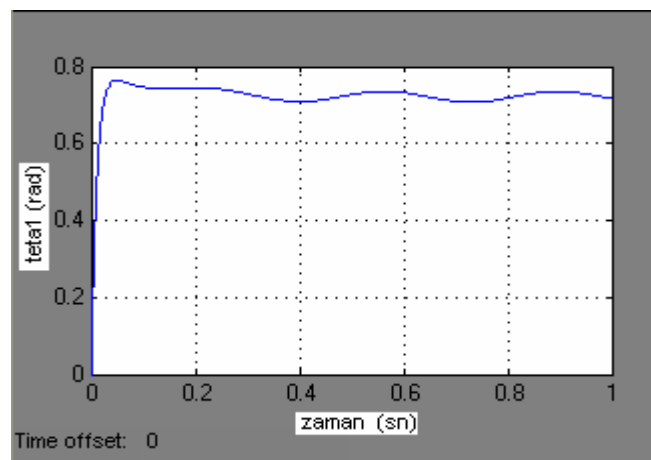
Şekil 7.28 İkinci eklemin konum zaman cevabı $A=1 \text{ (m/sn}^2\text{)}$ $w=3 \text{ (rad/sn)}$



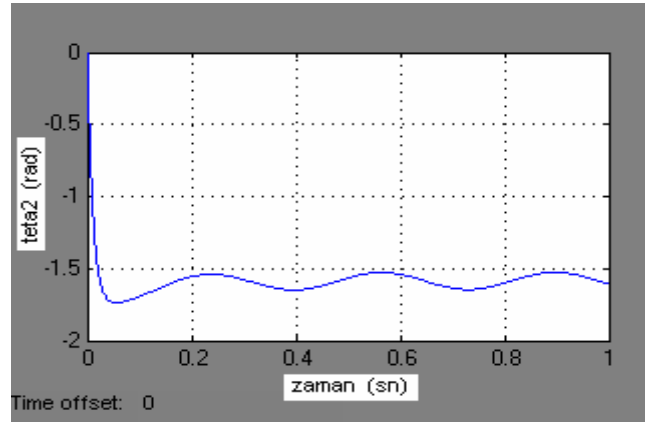
Şekil 7.29 Birinci eklemin konum zaman cevabı $A=100 \text{ (m/sn}^2\text{)}$ $w=3 \text{ (rad/sn)}$



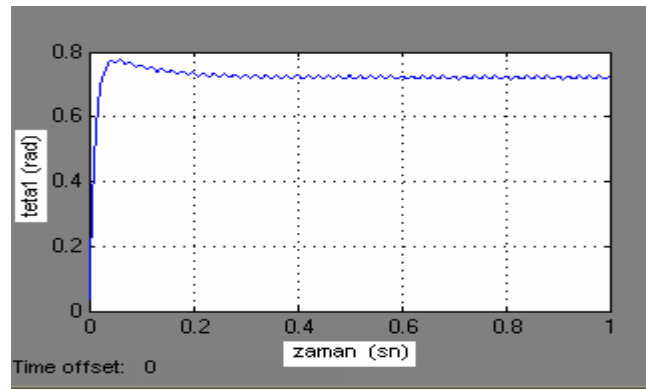
Şekil 7.30 İkinci eklemin konum zaman cevabı $A=100 \text{ (m/sn}^2\text{)}$ $w=3 \text{ (rad/sn)}$



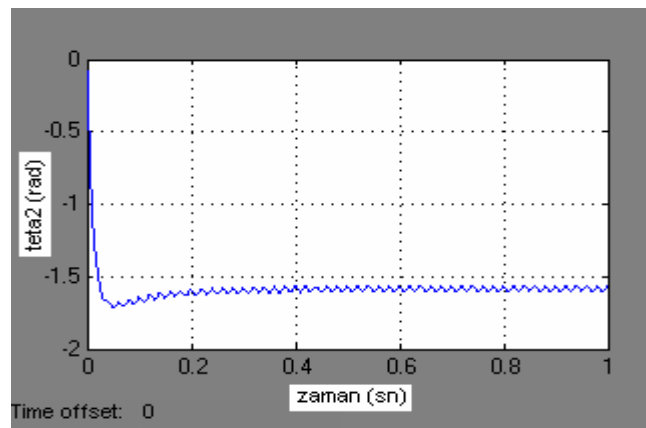
Şekil 7.31 Birinci eklemin konum zaman cevabı $A=1000 \text{ (m/sn}^2\text{)}$ $w=3 \text{ (rad/sn)}$



Şekil 7.32 İkinci eklemin konum zaman cevabı $A=1000 \text{ (m/sn}^2\text{)}$ $w=3 \text{ (rad/sn)}$



Şekil7.33 Birinci eklemin konum zaman cevabı $A=1000 \text{ (m/sn}^2\text{)}$ $w=50 \text{ (rad/sn)}$



Şekil 7.34 İkinci eklemin konum zaman cevabı $A=1000 \text{ (m/sn}^2\text{)}$ $w=50 \text{ (rad/sn)}$

Lineer bir sistemin sinüsoidal girişe verdiği durağan cevap yine aynı frekansa sahip bir sinüs biçimindedir [11]. Şekil 7.27 den 7.34 e kadar olan farklı genlik ve frekanslarda yapılan simülasyonlara bakıldığında sisteme zeminden uygulanan sinüsoidal ivmenin cevabı yine bir sinüs eğrisi olmaktadır . Girişe uygulanan sinüs eğrisinin genliği büyütüldüğünde sistem cevabının genliği de büyümektedir .

7.6. Lineer Modelin Momentlerinin Nonlinear Modele Uygulanması

Bu kısımda lineerleştirme işlemi yapılarak Eş.6.31 ve Eş.6.59 da elde edilen moment ifadelerinde Şekil 7.9 da tanımlanan hareket için yapılan simülasyon sonuçları kullanılarak lineerleştirilmiş modelin kontrol momentleri bulunmuştur. Eş.3.29 ve Eş.3.30 ifadeleri durum değişkenleri biçiminde yazıldıktan sonra Eş.6.31 ve Eş.6.59 dan bulunan kontrol momentleri durum değişkenleri biçiminde elde edilen denklemlerde yerine yazılarak elde edilen denklem sistemi Matlab ortamında Runge-Kutta metodu kullanılarak θ açısall değişimlerinin zamana göre fonksiyonları elde edilmiştir. Ayrıca durum değişkenlerini elde ettikten sonra elde edilen diferansiyel denklemleri Matlab ortamında ode15s fonksiyonu kullanarak çözmek mümkündür .

$$A_1 = J_2 + M_1 L_1^2 + M_2 L_0^2 + J_1 + M_2 L_2^2 + 2 M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_2) \quad (7.68)$$

$$B_1 = J_2 + M_2 L_2^2 + M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_2) \quad (7.69)$$

$$C_1 = -M_2 L_0 L_2 2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) \quad (7.70)$$

$$D_1 = -M_2 L_0 L_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_2) \quad (7.71)$$

$$E_1 = -M_1 L_1 \sin(\theta_1) - M_2 L_0 \sin(\theta_1) - M_2 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (7.72)$$

$$F_1 = M_1 L_1 \cos(\theta_1) + M_2 L_0 \cos(\theta_1) + M_2 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (7.73)$$

$$G_1 = M_1 g L_1 \cos(\theta_1) + M_2 g L_0 \cos(\theta_1) + M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (7.74)$$

$$T_1 = A_1 \ddot{\theta}_1 + B_1 \ddot{\theta}_2 + C_1 \dot{\theta}_1 + D_1 \dot{\theta}_2 + E_1 (\ddot{x}_0)_n + F_1 (\ddot{y}_0)_n + G_1 \quad (7.75)$$

$$A_2 = J_2 + M_2 L_2^2 + 2 M_2 L_0 L_2 \cos(\theta_2) \quad (7.76)$$

$$B_2 = M_2 L_2^2 + J_2 \quad (7.77)$$

$$C_2 = M_2 L_0 \dot{\theta}_1 L_2 \sin(\theta_2) \quad (7.78)$$

$$E_2 = -M_2 L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (7.79)$$

$$F_2 = M_2 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (7.80)$$

$$G_2 = M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (7.81)$$

$$T_2 = A_2 \ddot{\theta}_1 + B_2 \ddot{\theta}_2 + C_2 \dot{\theta}_1 + E_2 (\ddot{x}_0) + B_2 (\ddot{y}_0) + G_2 \quad (7.82)$$

$$A_1 \ddot{\theta}_1 + B_1 \ddot{\theta}_2 = T_1 - C_1 \dot{\theta}_1 - D_1 \dot{\theta}_2 - E_1 (\ddot{x}_0)_n - F_1 (\ddot{y}_0)_n - G_1 \quad (7.83)$$

$$A_2 \ddot{\theta}_1 + B_2 \ddot{\theta}_2 = T_2 - C_2 \dot{\theta}_1 - E_2 (\ddot{x}_0)_n - F_2 (\ddot{y}_0)_n - G_2$$

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_1 & D_1 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} E_1 & F_1 \\ E_2 & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \quad (7.84)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C_1 & D_1 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_1 & F_1 \\ E_2 & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \end{bmatrix} \quad (7.85)$$

$$- \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Aa} = - \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C_1 & D_1 \\ C_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.86)$$

$$\text{Bb} = - \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_1 & F_1 \\ E_2 & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_0 \\ \ddot{y}_0 \end{bmatrix} \quad (7.87)$$

$$\text{Cc} = - \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \quad (7.88)$$

$$Dd = \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (7.89)$$

Durum değişkenleri Eş.7.90 daki gibi yazılırsa ;

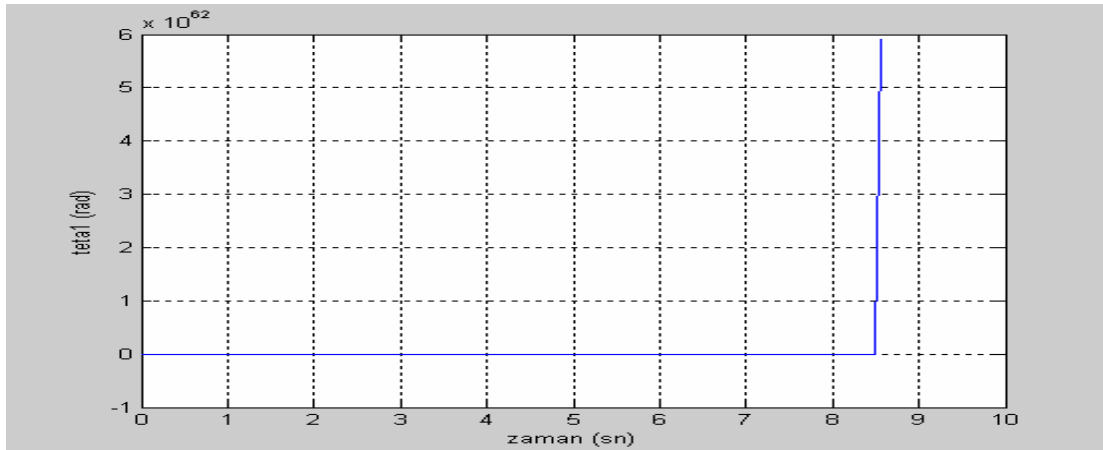
$$\dot{x} = \ddot{\theta}_1, \quad \dot{y} = \ddot{\theta}_2 \quad (7.90)$$

Durum değişkenlerine göre Eş.7.85 tekrar düzenlenirse Eş.7.91 elde edilir .

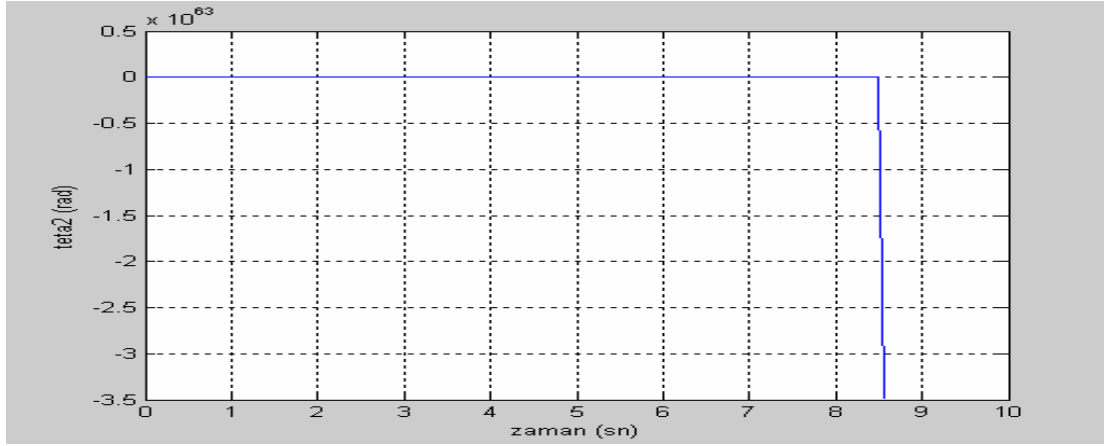
$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{x} \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & Aa(1,1) & 0 & Aa(1,2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Aa(2,1) & 0 & Aa(2,2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ x \\ \theta_2 \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ Bb(1) \\ 0 \\ Bb(2) \end{bmatrix} \quad (7.91)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ Cc(1) \\ 0 \\ Cc(2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Dd(1,1) & Dd(1,2) \\ 0 & 0 \\ Dd(2,1) & Dd(2,2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$$

Eş.7.91 Runge-kutta metodu ile çözülmüş Şekil 7.35 ve Şekil 7.36 daki grafikler elde edilir.



Şekil 7.35 Teta1 açısının zamana göre değişimi



Şekil 7.36 Teta2 açısının zamana göre değişimi

Lineerleştirilmiş modelden elde edilen moment değerlerinin nonlinear sisteme uygulandığında θ_1 ve θ_2 açısal konum değişimlerinin sonsuza gittiği görülmektedir .

8. SONUÇ VE ÖNERİLER

Yapılan simülasyonlarda tasarlanan kontrol sisteminin O_2 noktasının $R=1.555$ m yarı çaplı çember içerisinde olduğu zaman istenilen özellikleri sağladığı görülmektedir . O_2 noktası R yarıçaplı çemberin dışına çıktığı zaman titreşimlerden dolayı kararlılığın bozulduğu görülmüştür . Manipülör sisteminin kollarının uzunluğu 1 m olarak seçilmişlerdi bu seçilen uzunluklara göre θ_2 $\theta_2 \geq 77^\circ$ olduğu zaman veya θ_2 nin negatif yöndeki değeri için $\theta_2 \leq -77^\circ$ olduğunda kararlılık sağlanmaktadır.

Sistemde kararlılık için Matlab ortamındaki Rlocus fonksiyonundan yararlanılarak kazanç değerine bağlı olarak sistem kararlılığı sağlanmıştır . Lineerleştirme katsayıları devamlı yörünge boyunca güncelleştirildiğinden dolayı, yörünge boyunca her güncelleştirmede Matlab ortamında sistemin açık transfer fonksiyonu oluşturulmakta bulunan bu fonksiyonlar kullanılarak Matlab ortamında Rlocus fonksiyonu ile kök yer eğrileri oluşturulmuştur . Bu kök yer eğrilerinde sistemi kararlı yapacak ve karakteristik denklem içerisinde pozitif kök bulundurmayacak olan kazanç değerleri çizilen grafikler üzerinde $-350+350i$ noktasındaki kazanç değeri alınarak sistemin kararlılığı sağlanmıştır . Bu yöntemle çizilen kök yer eğrileri üzerinde istenilen herhangi bir nokta seçilerek ve o noktadaki kazanç ve karakteristik denklem kutuplarına bakılarak kararlılık oldukça kolay sağlanabilmektedir .

Bozucu etkisindeki simülasyonlara bakıldığında sisteme zeminden sinüsoidal bir ivme uygulandığında sistemin cevabı yine bir sinüs eğrisi olmaktadır . sinüs eğrisinin genliği büyüdükçe bozucu etkisindeki sistem cevabında da sinüs eğrisinin genliği büyümektedir .

Lineerleştirme işlemi yörüngeden küçük sapmalar için yapılmıştır . Lineerleştirme katsayıları manipülör sisteminin izlediği yörünge boyunca devamlı güncellenmektedir . Yapılan simülasyonlarda lineerleştirme işlemi bir saniye aralıklarla yapılmaktadır .

Lineerleştirilmiş modelden elde edilen moment değerlerinin nonlinear sisteme uygulandığında θ_1 ve θ_2 açısal konum değişimlerinin sonsuza gittiği görülmektedir

Manipülatör sisteminin tasarlanan yörünge planına göre manipülatör kolları ilk başlangıç noktasından istenilen herhangi bir noktaya istenilen herhangi bir zamanda gitmesi şeklinde tasarlanmıştır . Böylelikle manipülatör kollarının hızları isteğe göre değiştirilebilmektedir . Manipülatörün hedefine ne kadar sürede varması gerektiği isteğe göre seçilebilmektedir .

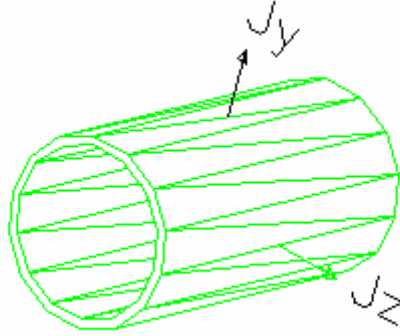
KAYNAKLAR

1. Kılıçaslan, S ., “ Altı Serbestlik Dereceli Dirsek Tipi Manipülatörlerin Belirlenmiş Bir Yörünge Boyunca Zamana Göre En İyimsi Kontrolü”, Yüksek Lisans Tezi , **Gazi Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü** , Ankara , (1998).
2. Ülkülü , Ç . , “ Katsayı Düzlemi ve Model Sadeleştirme Yöntemi İle Kontrol Sistemi Kompansatör Tasarımı” Yüksek Lisans Tezi , **Gazi Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü** , Ankara ,(1990).
3. Aydın , S . , Temeltaş , H . , “ Mobil Robotlarda Diferansiyel Evrim ile Optimal Yörünge Planlama “, **İtü dergisi/d mühendislik** , 3(1):43-54 (2004).
4. Eroğlu, M.,”Computer Simulastion of Robot Dynamics”, **Robotica**, 16:615-621, (1998).
5. Caner ,U., 2002, “ İki Serbestlik Dereceli Robot Kolunun Dinamik Analizi ve Kontrol Simülasyonu Yüksek Lisans Tezi”, **Gazi Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü**, Ankara ,(2002).
6. Somlo , J . , Cat , P. T ., “Robust Adaptive Control Of Robot Manipulators”, **IFAC Symp . Robot Control** , 151-156 , (1988).
7. Schiling , R.J.,” Fundamentals of Robotics Analysis and control”, **Prentice Hall Inc.**, New Jersey, (1990).
8. William .A.Wolovich, “ Robotics Basic Analysis and Design”, **Brown University Holt , Rinehard and Winston** , New York , (1987).
9. Dorf ,C. Richard, Bishop H. Robert, “Modern Control Systems “ , **Pearson Prentice Hall** , (2005).
10. Kuo , B.C., “ Otomatik kontrol sistemleri”, **Prentice-hall,Inc**, New Jersey (1995).
11. Ercan , Y. “ Mühendislik Sistemlerinin Modellenmesi ve Dinamiği”, **Literatür yayınları**, 307-317 ,(2003).
12. Ogata , K. , “Modern control Engineering”, **Prentice – hall , inc** ,New Jersey, (2002).
13. Yüksel ,İ ., “Otomatik Kontrol Problemleri”, **Vipaş A.Ş** ,339-343, (2002).
14. Arifoğlu , U, Kubat , C. “Matlab ve Mühendislik Uygulamaları”, **Alfa Basım Yayın Dağıtım Ltd. Şti** , (2003).

15. Chung, J.H., and Velinsky, S.A., "Modeling and Control of a Mobile Manipulator", *Robotica* ,16: 607-613, (1998).
16. Morris, A.S and Mansor , M.A., " Manipulator Inverse Kinematics using an Adaptive Backpropagation Algorithm and Radial Basis Function with a Lookup Table " , *Robotica* ,16 : 433-444 , (1998).
17. Kuntze , H. B. , " Position Control of Industrial Robots Impacts , Concepts And Results" , *IFAC Robot Control Karlsruhe FRG* , (1988).
18. Goldenberg , A .A . , CAI , L. , "An Approach To Force And Position Control Of Robot Manipulators " , *Robotics Automation Laboratory Department Of Mechanical Engineering University Of Toronto* ,Canada , M5S1A4. (1988).
19. Tarn , T . J . , Zuofengl . , Bejczy , A . K . , and Yun , X . , "Nonlinear Robot Arm Control Through Third Order Motor Model" , *IFAC symp .Robot Control* 53-58 ,(1988) .
20. Chen , Y. H . , Pandey , S. , " Robust Hybrid Control Of Robot Manipulators " *IEEE International Conference V.1 on Robotic and Automation* , 236-241 , (1989) .
21. Uğur , C . , Eroğlu , M . , " Robot Kol Denetim Tasarımı İçin Durum Değişkenleri Geri Beslemeli Ve Tümlü Denetimci Yaklaşımı" , *Gazi Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Der. .* , 19(3): 335-342, (2004).
22. West , H . , " Kinematic Analysis For The Design And Control Of Braced Manipulators SM" , *Technology and Policy Massachusetts Institute Of Technology* USA .(1984) .
23. Hootsmans , N . A . M . , " The Motion Control Of Manipulators On Mobile Vehicles" , *Massachusetts Institute Of Technology* January USA.(1992).
24. George, L . E . , " Active Vibration Control Of A Flexible Base Manipulator " , Doctor Of Philosophy In Mechanical Engineering, *Georgian Institute Of Technology* July USA. (2002).
25. Çamurcu , Y . , D .C . , " Motor Konum Kontrolü Simülasyonu" , Yüksek Lisans Tezi, *Marmara Üniversitesi Elektrik Elektronik Anabilim Dalı* İstanbul (1989).

EKLER

EK-1 Kütle merkezi ve atalet momenti hesabı



Şekil (a): kolların geometrik şekli

kol uzunlukları : her iki kol da $L=1$ m uzunluğundadır.

Kol dış yarı çapı $R=2$ cm

Kol iç yarı çapı $r=1,8$ cm

Kolların hacimlerini , kolların kütlelerini bulmak için hesaplırsak

$$V = \pi r^2 L$$

Birinci kolun dış yarı çapa göre hacmi ve dış yarıçapa göre kütlesi

$$V_R = \pi \times (0.02)^2 \times 1 = 1,256 \times 10^{-3} m^3$$

$$M_R = 7870 \frac{kg}{m^3} \times 1,256 \times 10^{-3} m^3$$

$$M_R = 9,89 \text{ kg}$$

Birinci kolun iç yarıçapa göre hacmi ve iç yarıçapa göre kütlesi

$$V_r = \pi \times 0,018^2 \times 1 = 1,0178 \times 10^{-3} m^3$$

$$M_r = 7870 \frac{kg}{m^3} \times 1,0178 \times 10^{-3} m^3$$

$$M_r = 8,01 \text{ kg}$$

J_z eksenine göre kütleli atalet momenti

$$J_z = \frac{1}{12} m(3a^2 + L^2)$$

$$J_z = \frac{1}{12} \times 9,89 \times (3 \times 0,02^2 + 1^2) - \frac{1}{12} \times 8,01 \times (3 \times 0,018^2 + 1^2)$$

$$J_z = 0,8251556 - 0,6681488$$

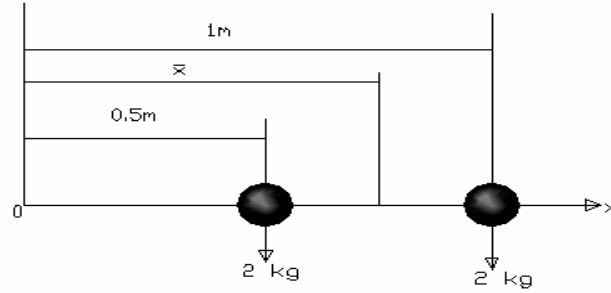
$$J_z = 0,157 \text{ kgm}^2$$

İkinci eklemi hareket ettirecek DC motorunun ataleti z eksenine göre

$J_z = 2,5 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$ alınmıştır . motor kütlesi 1. kol üzerindeki için $M=2$ kg

ikinci koldaki elin kütlesi 1 kg olarak kabul edilmiştir .

EK-1(Devam) Kütle merkezi ve atalet momenti hesabı



Şekil (b): Birinci kolun kütle merkezleri
Kütle merkezi hesabı ;

$$\tilde{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

birinci kol için kütle merkezinin hesaplanması

$$\tilde{x} = \frac{2 \times 0,5 + 2 \times 1}{4} = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ m}$$

ikinci kol için kütle merkezinin hesaplanması

$$\tilde{x} = \frac{2 \times 0,5 + 1 \times 1}{3} = \frac{2}{3} = 0,67 \text{ m}$$

Atalet momentlerinin hesaplanmasında paralel eksen teorisinden yararlanılmıştır
Paralel eksen teoremi

$$J = J_c + MD^2$$

J_c : Kütle merkezine göre atalet momenti

Birinci kolun z eksenine ve kütle merkezine göre atalet momenti hesabı

$$J_1 = J_{1,link} + (0,25)^2 \times M_{Link} + J_{motor} + (0,25)^2 \times M_{motor}$$

$$J_1 = 0,157 + (0,25)^2 \times 2 + 2,3 \times 10^{-3} + (0,25)^2 \times 2$$

$$J_1 = 0,4093 \text{ kgm}^2$$

$$J_1 = 0,4 \text{ kgm}^2$$

İkinci kollun z eksenine ve kütle merkezine göre atalet momenti hesabı

$$J_2 = J_{2,link} + (0,17)^2 \times 2 + J_{el} (0,33)^2 \times 1$$

$$J_2 = 0,157 + (0,17)^2 \times 2 + 1,15 \times 10^{-3} (0,33)^2 \times 1$$

$$J_2 = 0,32485 \text{ kgm}^2$$

$$J_2 = 0,32 \text{ kgm}^2$$

Manipülör parametreleri yukarıdaki yaklaşıklara göre aşağıdaki gibi bulunur .

$$M_1 = 4 \text{ kg} \quad M_2 = 3 \text{ kg} \quad L_1 = 0.75 \text{ m} \quad L_2 = 0.67 \text{ m}$$

$$L_0 = L_3 = 1 \text{ m} \quad J_1 = 0,4 \text{ kgm}^2 \quad J_2 = 0,32 \text{ kgm}^2$$

EK-2 Matlab simülasyon programı

```
% x0,y0,x(k),y(k),hx(k),hy(k),ix(k),iy(k) ifadeleri O2 noktasının x0 ve y0
%eksenlerine göre konumunu hızını ve ivmesini belirtmektedir.
%zeix zeminden uygulanan x0 yönündeki ivmeyi belirtmekte
%zeiy zeminden uygulanan y0 yönündeki ivmeyi belirtmektedir .
% n güncelleme katsayısı
% manipülatör parametreleri
m1=4;m2=3;L1=0.75;L2=0.67;L0=1;L3=1;j1=0.4;j2=0.32;g=9.81;n=1;A=1;
% sınır şartları
ts=10;x0=1.5;xs=-1;y0=-0.1;ys=1;
%'a' katsayıları için eşitlikler
T=[ts^5 ts^4 ts^3;5*ts^4 4*ts^3 3*ts^2;20*ts^3 12*ts^2 6*ts];
d=[xs-x0;0;0];
aa=T\d;
%'b' katsayıları için eşitlikler
e=[ys-y0;0;0];
bb=T\e;
a1=aa(1,1);a2=aa(2,1);a3=aa(3,1); b1=bb(1,1);b2=bb(2,1);b3=bb(3,1);
m=ts*n;
for k=1:1:m+1;
t=(k-1)/n;
x(k)=x0+a1.*t^5+a2.*t^4+a3.*t^3;
hx(k)=5*a1.*t^4+4*a2.*t^3+3*a3.*t^2;
ix(k)=20*a1.*t^3+12*a2.*t^2+6*a3.*t;
y(k)=y0+b1.*t^5+b2.*t^4+b3.*t^3;
iy(k)=20*b1.*t^3+12*b2.*t^2+6*b3.*t;
hy(k)=5*b1.*t^4+4*b2.*t^3+3*b3.*t^2;
zeiy(k)=A*sin(2*pi*3*t);
zeix(k)=10;
end;
% Eklemlerin açısal konumları hesaplanmakta
for k=1:1:m+1;
teta2(k)=acos(((x(k))^2+(y(k))^2-L0^2-L3^2)/(2*L0*L3));
beta(k)=acos((((x(k))^2+(y(k))^2+L0^2-L3^2)/(2*L0*sqrt((x(k))^2+(y(k))^2)))));
fi(k)=atan(y(k)/x(k));
if y(k)>=0
if fi(k)>=0
fii(k)=fi(k);
else
fii(k)=fi(k)+pi;
end
else
if fi(k)<=0
fii(k)=fi(k);
else
fii(k)=fi(k)+pi;
```

EK-2(Devam) Matlab simülasyon programı

```

end
end
teta1(k)=fii(k)-beta(k);
end;
% Eklemlerin açısal hız ve ivme değerleri hesaplanmakta
for k=1:1:m+1;
k11(k)=-L0*sin(teta1(k))-L3*sin(teta1(k)+teta2(k));
k12(k)=-L3*sin(teta1(k)+teta2(k));
k21(k)=L0*cos(teta1(k))+L3*cos(teta1(k)+teta2(k));
k22(k)=L3*cos(teta1(k)+teta2(k));
end;
for k=1:1:m+1;
hteta=(inv([k11(k) k12(k);k21(k) k22(k)]))*[hx(k);hy(k)];
hteta1(k)=hteta(1,1);
hteta2(k)=hteta(2,1);
iteta=(inv([k11(k) k12(k);k21(k)
k22(k)]))*[ix(k)+L0*(hteta1(k)^2)*cos(teta1(k))+L3*((hteta1(k)+hteta2(k))^2)*cos(t
eta1(k)+teta2(k));iy(k)+L0*(hteta1(k)^2)*sin(teta1(k))+L3*((hteta1(k)+hteta2(k))^2)
*sin(teta1(k)+teta2(k))];
iteta1(k)=iteta(1,1);
iteta2(k)=iteta(2,1);
end;
%doğrusallaştırma katsayıları hesaplanıyor
for k=1:1:m+1;
a1(k)=-m1*L1*sin(teta1(k))-m2*L0*sin(teta1(k))-m2*L2*sin(teta1(k)+teta2(k));
b1(k)=m1*L1*cos(teta1(k))+m2*L0*cos(teta1(k))+m2*L2*cos(teta1(k)+teta2(k));
c1(k)=j1+m1*L1^2+j2+m2*L0^2+m2*L2^2+2*m2*L0*L2*cos(teta2(k));
d1(k)=j2+m2*L2^2+m2*L0*L2*cos(teta2(k));
e1(k)=-2*m2*L0*L2*hteta1(k)*sin(teta2(k))*hteta2(k);
f1(k)=-m2*L0*L2*(2*hteta1(k)+2*hteta2(k))*sin(teta2(k));
g1(k)=(-m1*L1*cos(teta1(k))-m2*L0*cos(teta1(k))
-m2*L2*cos(teta1(k)+teta2(k)))*zeix(k)+(-m1*L1*sin(teta1(k))
-m2*L0*sin(teta1(k))
-m2*L2*sin(teta1(k)+teta2(k)))*zeiy(k)
+(-m1*g*L1*sin(teta1(k))-m2*g*L0*sin(teta1(k))-m2*g*L2*sin(teta1(k)+teta2(k)));
h1(k)=-2*m2*L0*L2*sin(teta2(k))*iteta1(k)-m2*L0*L2*sin(teta2(k))*iteta2(k)
-m2*L2*cos(teta1(k)+teta2(k))*zeix(k)-m2*L2*sin(teta1(k)+teta2(k))*zeiy(k)
-m2*L0*L2*(2*hteta1(k)+hteta2(k))*hteta2(k)*cos(teta2(k))
-m2*g*L2*sin(teta1(k)+teta2(k));
a2(k)=-m2*L2*sin(teta1(k)+teta2(k));
b2(k)=m2*L2^2+j2+m2*L0*L2*cos(teta2(k));
c2(k)=j2+m2*L2^2+m2*L0*L2*cos(teta2(k));

```

EK-2(Devam) Matlab simülasyon programı

```

d2(k)=j2+m2*L2^2;
e2(k)=2*m2*L0*L2*hteta1(k)*sin(teta2(k));
g2(k)=-m2*L2*cos(teta1(k)+teta2(k))*zeix(k)-
m2*L2*sin(teta1(k)+teta2(k))*zeiy(k)-m2*g*L2*sin(teta1(k)+teta2(k));
h2(k)=-m2*L0*L2*sin(teta2(k))*iteta1(k)-m2*L2*cos(teta1(k)+teta2(k))*zeix(k)
-m2*L2*sin(teta1(k)+teta2(k))*zeiy(k)+m2*L0*L2*(hteta1(k)^2)*cos(teta2(k))
-m2*g*L2*sin(teta1(k)+teta2(k));
k1(k)=-g1(k)*teta1(k)-h1(k)*teta2(k)
+m2*L0*L2*(2*hteta1(k)+hteta2(k))*sin(teta2(k))*hteta2(k)
+m1*g*L1*cos(teta1(k))+m2*g*L0*cos(teta1(k))+m2*g*L2*cos(teta1(k)+teta2(k));
k2(k)=-g2(k)*teta1(k)-h2(k)*teta2(k)-m2*L0*((hteta1(k))^2)*L2*sin(teta2(k))
+m2*g*L2*cos(teta1(k)+teta2(k));
end
La=0.001;Ra=10;kb=1;ki=1;j=0.02;B=0.01;a=10;b=0.01;
%Birinci eklemin açık transfer fonksiyonu ve kazanç değeri bulunmakta
for k=1:1:m+1
s14(k)=La*(j+c1(k));
s13(k)=La*(B+e1(k))+Ra*(j+c1(k));
s12(k)=La*g1(k)+Ra*(B+e1(k))+kb*ki;
s11(k)=Ra*g1(k);
s10(k)=0;
M12(k)=b*ki;
M11(k)=ki;
M10(k)=ki*a;
end
for k=1:1:m
num1=[M12(k) M11(k) M10(k)];
den1=[s14(k) s13(k) s12(k) s11(k) s10(k)];
sys1(k)=tf(num1,den1);
end
for k=1:1:m
rlocus(sys1(k));
[kk,kutuplar]=rlocfind(sys1(k),-350+350i);
xx1(k)=kk;
end
for k=1:1:m
kp1(k)=xx1(k);
kl1(k)=a*xx1(k);
kd1(k)=b*xx1(k);
end
for k=1:1:m
s4(k)=La*(j+c1(k));
s3(k)=La*(B+e1(k))+Ra*(j+c1(k));
s2(k)=La*g1(k)+Ra*(B+e1(k))+kb*ki+kd1(k)*ki;

```

EK-2(Devam) Matlab simülasyon programı

```

s1(k)=Ra*g1(k)+ki*kp1(k);
s0(k)=ki*k11(k);
M2(k)=kd1(k)*ki;
M1(k)=kp1(k)*ki;
M0(k)=ki*k11(k);
N2(k)=La;
N1(k)=Ra;
N0(k)=0;
End
%Birinci eklemin lsim yonu yapılmaktadır
for k=1:1:m
num1=[M2(k) M1(k) M0(k)];
den1=[s4(k) s3(k) s2(k) s1(k) s0(k)];
sys1(k)=tf(num1,den1);
if teta1(k)<teta1(k+1)
teta1t(k)=teta1(k+1)-teta1(k);
q1(k)=teta1t(k)/20;
v1=[teta1(k):q1(k):teta1(k+1)];
else
teta1t(k)=teta1(k)-teta1(k+1);
q1(k)=teta1t(k)/20;
v1=[teta1(k):-q1(k):teta1(k+1)];
end
tt1=1/(20*n);
t1=[0:tt1:1/n];
u1=[v1];
[y1,T1]=lsim(sys1(k),u1,t1);
for N=1:1:20
t=(k-1)*20;
w1(N+t)=y1(N+1);
end
end
ttt=[tt1:tt1:ts];
ttt1=[1:1:20*ts*n];
plot(ttt,w1(ttt1));xlabel('zaman(sn)');ylabel('teta1(rad)');grid
%Birinci ekleme etki eden bozucuların simulasyonu yapılmakta
for k=1:1:m;
num2=[N2(k) N1(k) N0(k)];
den2=[s4(k) s3(k) s2(k) s1(k) s0(k)];
sys2(k)=tf(num2,den2);za=0.05/n;t=(k-1)/n;n1=1/n;T=[t:za:t+n1];
[u1]=A*sin(2*pi*3*T);z1=[0:za:n1];
[y2,T2]=lsim(sys2(k),b1(k)*u1,z1);
for N=1:1:20
t=(k-1)*20;
w2(N+t)=y2(N+1);

```

EK-2 (Devam) Matlab simülasyon programı

```

end
end
tt=[tt1:tt1:ts];
t11=[1:1:20*ts*n];
plot(tt,w2(t11));xlabel('zaman(sn)');ylabel('teta1(rad)');grid
for k=1:1:m+1
Tk1(k)=d1(k)*iteta2(k)+f1(k)*hteta2(k)+h1(k)*teta2(k);
end
for k=1:1:m;
if Tk1(k)<Tk1(k+1)
Tk(k)=Tk1(k+1)-Tk1(k);
q2(k)=Tk(k)/20;
v2=[Tk1(k):q2(k):Tk1(k+1)];
else
Tk(k)=Tk1(k)-Tk1(k+1);
q2(k)=Tk(k)/20;
v2=[Tk1(k):-q2(k):Tk1(k+1)];
end
tt2=1/(20*n);
t2=[0:tt2:1/n];
u2=[v2];
[y3,T3]=lsim(sys2(k),u2,t2);
y4=k1(k)*step(sys2(k),t2);
y5=a1(k)*zeix(k)*step(sys2(k),t2);
for N=1:1:20
t=(k-1)*20;
w3(N+t)=y3(N+1)+y4(N+1)+y5(N+1);
end
end
tt=[tt2:tt2:ts];
t11=[1:1:20*ts*n];
plot(tt,w3(t11));xlabel('zaman(sn)');ylabel('teta1(rad)');grid
for R=1:1:20*ts*n
ww(R)=w1(R)-w2(R)-w3(R);
end
t11=[1:1:ts*n+1];
bb1=(t11-1)/n;
plot(tt,ww(t11),bb1,teta1(t11),'--');xlabel('zaman(sn)');ylabel('teta1(rad)');grid
% ikinci eklem için kazanç ve transfer fonksiyonu katsayıları hesaplanmakta
for k=1:1:m+1
ss24(k)=La*(j+d2(k));
ss23(k)=La*(B)+Ra*(j+d2(k));
ss22(k)=La*h2(k)+Ra*(B)+kb*ki;
ss21(k)=Ra*h2(k);
ss20(k)=0;

```

EK-2 (Devam) Matlab simülasyon programı

```

MM22(k)=b*ki;
MM21(k)=ki;
MM20(k)=ki*a;
end
for k=1:1:m+1
nnum21=[MM22(k) MM21(k) MM20(k)];
dden21=[ss24(k) ss23(k) ss22(k) ss21(k) ss20(k)];
ssys2(k)=tf(nnum21,dden21);
end
for k=1:1:m+1
rlocus(ssys2(k));
[kk,kutuplar]=rlocfind(ssys2(k),-350+350i);
xx2(k)=kk;
end
for k=1:1:m+1
kp2(k)=xx2(k);
kl2(k)=a*xx2(k);
kd2(k)=b*xx2(k);
end
for k=1:1:m+1
s24(k)=La*(j+d2(k));
s23(k)=La*(B)+Ra*(j+d2(k));
s22(k)=La*h2(k)+Ra*(B)+kb*ki+kd2(k)*ki;
s21(k)=Ra*h2(k)+ki*kp2(k);
s20(k)=ki*kl2(k);
M22(k)=kd2(k)*ki;
M21(k)=kp2(k)*ki;
M20(k)=ki*kl2(k);
N22(k)=La;
N21(k)=Ra;
N20(k)=0;
end
%ikinci eklemin lsim yapılmakta
for k=1:1:m
num21=[M22(k) M21(k) M20(k)];
den21=[s24(k) s23(k) s22(k) s21(k) s20(k)];
sys21(k)=tf(num21,den21);
if teta2(k)<teta2(k+1)
teta2t(k)=teta2(k+1)-teta2(k);
q21(k)=teta2t(k)/20;
v21=[teta2(k):q21(k):teta2(k+1)];
else
teta2t(k)=teta2(k)-teta2(k+1);
q21(k)=teta2t(k)/20;
v21=[teta2(k):-q21(k):teta2(k+1)];

```


EK-2(Devam) Matlab simülasyon programı

```

end
tt21=1/(20*n);
t21=[0:tt21:1/n];
u21=[v21];
[y21,T21]=lsim(sys21(k),u21,t21);
for N=1:1:20
t=(k-1)*20;
w21(N+t)=y21(N+1);
end
end
tt221=[tt21:tt21:ts];
t221=[1:1:20*ts*n];
plot(tt221,w21(t221));xlabel('zaman(sn)');ylabel('teta2(rad)');grid
%İkinci ekleme etki eden bozucuların simülasyonu yapılmakta
for k=1:1:m;
num22=[N22(k) N21(k) N20(k)];
den22=[s24(k) s23(k) s22(k) s21(k) s20(k)];
sys22(k)=tf(num22,den22);za2=0.05/n;t=(k-1)/n;n2=1/n;T=[t:za2:t+n1];
[u2]=A*sin(2*pi*3*T);z2=[0:za:n2];
[y22,T22]=lsim(sys22(k),b2(k)*u2,z2);
for N=1:1:20
t=(k-1)*20;
w22(N+t)=y22(N+1);
end
end
tt=[tt21:tt21:ts];
t221=[1:1:20*ts*n];
plot(tt,w22(t221));xlabel('zaman(sn)');ylabel('teta2(rad)');grid
for k=1:1:m+1
Tk2(k)=c2(k)*iteta1(k)+e2(k)*hteta1(k)+g2(k)*teta1(k);
end
for k=1:1:m;
if Tk2(k)<Tk2(k+1)
Tk23(k)=Tk2(k+1)-Tk2(k);
q23(k)=Tk23(k)/20;
v23=[Tk2(k):q23(k):Tk2(k+1)];
else
Tk23(k)=Tk2(k)-Tk2(k+1);
q23(k)=Tk23(k)/20;
v23=[Tk2(k):-q23(k):Tk2(k+1)];
end
end
tt23=1/(20*n);
t23=[0:tt23:1/n];
u23=[v23];
[y23,T23]=lsim(sys22(k),u23,t23);

```

EK-2(Devam) Matlab simülasyon programı

```

y24=k2(k)*step(sys22(k),t23);
y25=a2(k)*zeix(k)*step(sys22(k),t23);
for N=1:1:20
t=(k-1)*20;
w23(N+t)=y23(N+1)+y24(N+1)+y25(N+1);
end
end
tt3=[tt23:tt23:ts];
ttt23=[1:1:20*ts*n];
plot(tt3,w23(ttt23));xlabel('zaman(sn)');ylabel('teta2(rad)');grid
for R=1:1:20*ts*n
ww2(R)=w21(R)-w22(R)-w23(R);
end
tr=[1:1:ts*n+1];
bb1=(tr-1)/n;
plot(tt3,ww2(ttt23),bb1,teta2(tr),'--');xlabel('zaman(sn)');ylabel('teta2(rad)');grid
plot(tt,ww(ttt1),bb1,teta1(t11),'--');xlabel('zaman(sn)');ylabel('teta1(rad)');grid

for R=1:1:20*ts*n
O2x(R)=L0*cos(ww(R))+L3*cos(ww(R)+ww2(R));
O2y(R)=L0*sin(ww(R))+L3*sin(ww(R)+ww2(R));
end
o2x=transpose(O2x);
o2y=transpose(O2y);
ox=transpose(x);
oy=transpose(y);
plot(o2x,o2y,ox,oy,'--');xlabel('O2x0 (m)');ylabel('O2y0 (m)');grid
tt=[0:0.05:1];u=sin(2*pi*3*tt);
TE1=[ww];
TE2=[ww2];
T=[0.05:0.05:10];
df1=diff(TE1)./diff(T);
df2=diff(TE2)./diff(T);
T1=[0.1:0.05:10];
ddf1=diff(df1)./diff(T1);
ddf2=diff(df2)./diff(T1);
df1(200)=0;df2(200)=0;ddf1(200)=0;ddf2(200)=0;ddf1(199)=0;ddf2(199)=0;
for k=1:1:m
for R=1:1:20
t=(k-1)*20;
TT1(R+t)=a1(k)*zeix(k)+b1(k)*u(R)+c1(k)*ddf1(R+t)+d1(k)*ddf2(R+t)+e1(k)*df1(
R+t)+f1(k)*df2(R+t)+g1(k)*ww(R+t)+h1(k)*ww2(R+t)+k1(k);
TT2(R+t)=a2(k)*zeix(k)+b2(k)*u(R)+c2(k)*ddf1(R+t)+d2(k)*ddf2(R+t)+e2(k)*df1(
R+t)+g2(k)*ww(R+t)+h2(k)*ww2(R+t)+k2(k);
end

```

Ek-2 (Devam) Matlab simülasyon programı

```

end
TTT1=transpose(TT1);
TTT2=transpose(TT2);
plot(T,TTT1);xlabel('zaman (sn)');ylabel('T1 momenti (Nm)');grid
plot(T,TTT2);xlabel('zaman (sn)');ylabel('T2 momenti (Nm)');grid

% İkinci Kısım
%
%Lineer kontrol momentlerinin nonlinear sisteme uygulanması
%
% nts adım sayısı
nst=200;
% dt zaman artışı
tf=10;
dt=tf/nst;
% g yerçekimi ivmesi
g=9.81;
% manipülatör parametreleri
% m1=4;m2=3;L1=0.75;L2=0.67;L0=1;L3=1;j1=0.4;j2=0.32;
%
% Baslangic xa Vektörü
xa=[teta1(1);0;teta2(1);0];
for k=1:1:nst
t(k)=(tf/nst)*(k-1);
if k==1;
%Başlangıç xda vektörünün hesaplanması
tk=t(k);
Tkk1=TT1(k);
Tkk2=TT2(k);
[xda]=sttspc(k,tk,xa,tf,dt,g,m1,m2,L1,L2,L0,L3,j1,j2,Tkk1,Tkk2);
else
% Dördüncü dereceden Runge kutta metodu
frk1=xda;
xrk2=xa+frk1*dt/2;
trk2=t(k)-dt/2;
dt2=dt/2;
[xda]=sttspc(k,trk2,xrk2,tf,dt2,g,m1,m2,L1,L2,L0,L3,j1,j2,Tkk1,Tkk2);
frk2=xda;
xrk3=xa+frk2*dt/2;
trk3=t(k)-dt/2;
dt3=dt/2;
[xda]=sttspc(k,trk3,xrk3,tf,dt3,g,m1,m2,L1,L2,L0,L3,j1,j2,Tkk1,Tkk2);
frk3=xda;
xrk4=xa+frk3*dt;
trk4=t(k);

```

EK-2(Devam) Matlab simülasyon programı

```

dt4=dt;
[xda]=sttspc(k,trk4,xrk4,tf,dt4,g,m1,m2,L1,L2,L0,L3,j1,j2,Tkk1,Tkk2);
frk4=xda;
xa=xa+(frk1+2*frk2+2*frk3+frk4)*dt/6;
tk=t(k);
[xda]=sttspc(k,tk,xa,tf,dt,g,m1,m2,L1,L2,L0,L3,j1,j2,Tkk1,Tkk2);
end
th(k,1)=xa(1);
thd(k,1)=xa(2);
th(k,2)=xa(3);
thd(k,2)=xa(4);
thdd(k,1)=xda(2);
thdd(k,2)=xda(4);
end
% kk=1:(nst);
% plot(t(kk),th(kk,1));xlabel('zaman (sn)');ylabel('teta1 (rad)');grid
% plot(t(kk),th(kk,3));xlabel('zaman (sn)');ylabel('teta2 (rad)');grid
%
%
%M-file (Alt dosya)
function [xda]=sttspc(k,tk,xa,tf,dt,g,m1,m2,L1,L2,L0,L3,j1,j2,Tkk1,Tkk2);
tha(1)=xa(1);
tha(2)=xa(3);
thda(1)=xa(2);
thda(2)=xa(4);
x0dd=10;
y0dd=sin(2*pi*3*tk);
A1=j1+m1*L1^2+j2+m2*L0^2+m2*L2^2+2*m2*L0*L2*cos(tha(2));
B1=j2+m2*L2^2+m2*L0*L2*cos(tha(2));
C1=-2*m2*L0*L2*sin(tha(2))*thda(2);
D1=-m2*L0*L2*thda(2)*sin(tha(2));
E1=-m1*L1*sin(tha(1))-m2*L0*sin(tha(1))-m2*L2*sin(tha(1)+tha(2));
F1=m1*L1*cos(tha(1))+m2*L0*cos(tha(1))+m2*L2*cos(tha(1)+tha(2));
G1=m1*g*L1*cos(tha(1))+m2*g*L0*cos(tha(1))+m2*g*L2*cos(tha(1)
+tha(2));
A2=j2+m2*L2^2+m2*L0*L2*cos(tha(2));
B2=m2*L2^2+j2;
C2=m2*L0*L2*thda(1)*sin(tha(2));
E2=-m2*L2*sin(tha(1)+tha(2));
F2=m2*L2*cos(tha(1)+tha(2));
G2=m2*g*L2*cos(tha(1)+tha(2));
Mi=inv([A1 B1;A2 B2]);
Aa=-Mi*[C1 D1;C2 0];
Bb=-Mi*[E1 F1;E2 F2]*[x0dd;y0dd];
Cc=-Mi*[G1;G2];

```

EK-2(Devam) Matlab simülasyon programı

```

Dd=Mi;
xda=[0 1 0 0;0 Aa(1,1) 0 Aa(1,2);0 0 0 1;0 Aa(2,1) 0
Aa(2,2)]*[xa(1);xa(2);xa(3);xa(4)]+[0;Bb(1);0;Bb(2)]+[0;Cc(1);0;Cc(2)]
+[0 0;Dd(1,1) Dd(1,2);0 0;Dd(2,1) Dd(2,2)]*[Tkk1;Tkk2];

```

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler

Soyadı, adı : YÜCEL , Fırat
Uyruğu : T.C.
Doğum tarihi ve yeri : 26.10.1980 Boğazlıyan
Medeni hali : Bekar
Telefon : 0 (312) 241 39 28
: 0 535 496 86 46
e-mail : firatxyucel@gmail.com

Eğitim

Derece	Eğitim Birimi	Mezuniyet tarihi
Yüksek lisans	Gazi Üniversitesi /Makine Müh.	-----
Lisans	KTÜ/ Makine Müh.	2003
Lise	Boğazlıyan Lisesi	1997

Yabancı Dil :İngilizce

Hobiler :Satranç ,futbol